

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS INSTITUTO DE FÍSICA FÍSICA DE ALTAS ENERGÍAS, FÍSICA NUCLEAR, GRAVITACIÓN Y FÍSICA MATEMÁTICA

EVIDENCIA DE DISPERSIÓN DURA DOS A DOS A PARTIR DE LA SECCIÓN EFICAZ DE PRODUCCIÓN DE JETS.

ΤΕSIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN CIENCIAS FÍSICAS

PRESENTA: MIRIAM JANETTE GUTIÉRREZ RAMÍREZ

> TUTOR PRINCIPAL DR. HERMES LEÓN VARGAS INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR DR. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM DRA. LIBERTAD BARRÓN PALOS INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO. ENERO 2024



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL (Graduación con trabajo escrito)

De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la Institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado: Evidencia de dispersión dura dos a dos a partir de la sección eficaz de producción de jets

que presenté para obtener el grado de -----Maestria----- es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi programa de posgrado, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de graduación.

Atentamente

Miriam Janette Gutiérrez Ramírez 310185394 (Nombre, firma y Numero de cuenta de la persona alumna)

Agradecimientos

Investigación realizada gracias al Programa UNAM-PAPIIT IN102223. Proyecto apoyado por el "CONACYT" en el año 2023, CF-2023-I-645.964 y el Fondo Sectoral de Investigación para la Educación.

Índice general

Índice de figu

Índice de tablas

Pr	efaci	0	Ι
1.	Intr	oducción	1
	1.1.	Colisionadores	2
	1.2.	Funcionamiento de un colisionador	5
		1.2.1. El Gran Colisionador de Hadrones (LHC)	5
	1.3.	Variables Dinámicas	9
	1.4.	Sección eficaz diferencial	12
2.	Moo	delos de dispersión	15
	2.1.	Cromodinámica cuántica	15
	2.2.	Underlying Event e interacciones suaves	17
	2.3.	Modelo partónico y modelo relativista de dispersión dura $\ . \ . \ . \ . \ .$	18
	2.4.	Reglas de conteo en el modelo relativista de dispersión dura	23
3.	Jets		29
	3.1.	Algoritmos de acumulación secuencial	33
	3.2.	Descripción de la sección eficaz como una ley de potencias	34

ÍNDICE GENERAL

4.	Evic	lencia de dispersión dura dos a dos	39
	4.1.	Ajustes de la sección eficaz a una ley de potencias	42
	4.2.	Resultados del ajuste para $ \eta ~<~0.5$	42
	4.3.	Resultados del ajuste para 0.1 < $ \eta ~<~0.7$	48
	4.4.	Resultados del ajuste para $ \eta ~\leq~1.0$	52
	4.5.	Comparación del parámetro n con respecto al radio R	58
5.	Con	clusiones	68
А.	Apé	ndice	72
	A.1.	Resultados adicionales para el ajuste en $ \eta < 0.5$	72
	A.2.	Resultados adicionales para el ajuste en $0.1 < \eta < 0.7$	75
	A.3.	Resultados adicionales para el ajuste en $ \eta \leq 1.0$	79
Bi	bliog	rafía	87

Índice de figuras

1.2.1.	Esquema mostrando los experimentos en el LHC. Imagen tomada de $\left[20\right]$.	5
1.2.2.	Esquema mostrando los principales componentes del experimento CMS y su escala aproximada. Imagen tomada de [32]	7
1.2.3.	Vista lateral de la trayectoria de varias partículas atravesando los diferentes detectores del CMS y la interacción que tienen con cada detector. Imagen tomada de [30].	8
1.3.1.	Diagrama de Feynman mostrando una colisión entre dos partículas con momento $\vec{P_A}$ y $\vec{P_B}$, cuya interacción tiene como resultado dos partículas con momento $\vec{P_C}$ y $\vec{P_D}$	10
1.3.2.	Diagrama donde se muestran las coordenadas con las cuales se describen los experimentos en colisionadores.	11
1.3.3.	Diagrama mostrando algunos valores representativos de pseudorrapidez η y su valor equivalente el ángulo θ en el plano $x - z$	12
2.2.1.	Esquema de un proceso de dispersión con procesos semi-duros y suaves. Modificado [46]	17
2.3.1.	Diagrama de Feynman mostrado la dispersión inelástica profunda (DIS) de un leptón (e^-) de momento inicial p_1 y momento final p_2 por un hadrón H . Modificado de [49].	19
2.3.2.	Diagrama mostrando el proceso relativista de dispersión dura descrito por la reacción de la ecuación (2.6), donde las partículas $A, B ext{ y } C$ pueden ser compuestas por constituyentes $a, b ext{ y } c$ respectivamente. Esquema basado en [45]	21
2.4.1.	Diagrama mostrando la cantidad de momento de cono de luz hacia adelante que debe tener cada componente de la partícula A. Imagen tomada de [45].	24

ÍNDICE DE FIGURAS

3.0.1.	Vista esquemática de la colisión de protones. La observable de la dispersión se señala como la sección eficaz $\hat{\sigma}$. Se muestran los elementos de UE: ISR y FSR. En la dirección de los partones dispersados, se identifica un jet. Imagen tomada de [58]	30
3.0.2.	La lluvia colimada de partículas en las direcciones de los partones dispersa- dos se identifican por medio de conos para formar jets. Imagen modificada de [61]	31
3.0.3.	Diagrama esquemático mostrando, a la izquierda, un jet que encierra tres partículas representadas por flechas dentro de un cono. A la derecha, se sustituye una de las partículas por dos partículas representadas por flechas punteadas. Si el algoritmo es no <i>IRC Safe</i> , el jet identificado originalmente puede ser identificado ahora como dos jets diferentes	32
3.0.4.	Diagrama esquemático mostrando a la izquierda dos jets identificados co- mo conos encerrando flechas las cuales representan el eje del jet. De lado derecho, se agrega una flecha punteada que representa una partícula irra- diada, por ejemplo, un gluón. La configuración es ahora identificada por el algoritmo no <i>IRC Safe</i> como dos jets diferentes en dirección y en tamaño (energía). También puede ser identificado como un solo jet que encierre tanto a las partículas originales como a la irradiada	32
3.1.1.	Comparación de distintos algoritmos de identificación de jets sobre los mismos datos y con el mismo valor de parámetro R . Modificado de [64]	34
4.2.1.	Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la refe- rencia [38] Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo $n = 4.60$. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo y comparación porcentual de los datos experimentales evaluados en la función ajustada obtenida. Se obtuvo $n = 4.93 \pm 0.04$ y datos dentro de una incertidumbre porcentual del 300 % en un rango de E_T : [60, 400] GeV	43
4.2.2.	Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la refe- rencia [38] Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo $n = 4.64$. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo y comparación porcentual de los datos experimentales evaluados en la función ajustada obtenida. Se obtuvo $n = 4.87 \pm 0.01$ y datos dentro de una incertidumbre porcentual del 60 % en un rango de E_T : [20, 100] GeV	44
4.2.3.	Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la referencia [71]. Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo $n = 5.44 \pm 0.1$. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo y comparación porcentual de los datos experimentales evaluados en la función ajustada obtenida. Se obtuvo $n = 5.45 \pm 0.02$ y datos mayoritariamente dentro de una incertidumbre porcentual del 100 % en un rango de E_T : [20, 800] GeV.	45

4.2.4.	Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la referencia [72]. Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo para $R = 0.2$ el valor $n = 4.8 \pm 0.2$ y para $R = 0.4$, $n = 5.0 \pm 0.2$. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo para $R = 0.2$ y para $R = 0.4$. Se obtuvo para $R = 0.2$ un valor de $n = 4.78 \pm 0.14$ y para $R = 0.4$ un valor de $n = 4.88 \pm 0.01$. En la parte inferior se obtiene que los datos reconstruidos están dentro de una incertidumbre porcentual del 30 % en un rango de E_T : [20, 100] GeV con respecto a los datos originales	46
4.3.1.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la re- ferencia [82]. Para $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}$, $R = 0.7$, se obtiene en el ajuste $n = 5.08 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa que los datos reconstruidos corres- pondientes a E_T : [70, 320] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 100 % con respecto a los datos originales	48
4.3.2.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la re- ferencia [82] para $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}, R = 0.5$, se obtiene en el ajuste $n = 5.01 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa que los datos reconstruidos corres- pondientes a E_T : [70, 320] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 100 % con respecto a los datos originales	49
4.3.3.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la re- ferencia [82]. Para $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}$, $R = 1.0$, se obtiene en el ajuste $n = 5.00 \pm 0.02$. En la parte inferior se observa que los datos reconstruidos corres- pondientes a E_T : [70, 320] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 100 % con respecto a los datos originales	50
4.4.1.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760$ GeV, $R = 0.4$, y $ \eta < 0.3$, se obtiene en el ajuste $n = 5.22 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual de los datos reconstruidos, siendo que los datos dentro del rango E_T : [20, 300] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 2000 % con respecto a los datos originales	52
4.4.2.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760$ GeV, $R = 0.6$ y $ \eta < 0.3$, se obtiene en el ajuste $n = 5.17 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual entre los datos reconstruidos y los originales, mostrando que la mayoría de los datos se encuentran dentro de una incertidumbre del 1000 % con respecto a los datos originales.	53
4.4.3.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760 \text{ GeV}, R = 0.4 \text{ y } 0.3 < \eta < 0.8$, se obtiene el valor $n = 5.13 \pm 0.18$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual entre los datos reconstruidos y los originales	54

ÍNDICE DE FIGURAS

4.4.4.	Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760 \text{ GeV}, R = 0.6 \text{ y } 0.3 < \eta < 0.8$, se obtiene el valor $n = 5.19 \pm 0.05$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual entre los datos reconstruidos y los originales, mostrando que la mayoría de los datos dentro del rango E_T : [20, 300] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 200% con respecto a los datos originales.	55
4.4.5.	Histograma mostrando la frecuencia de los valores n obtenidos por los 62 ajustes de datos mostrados en las tablas 4.2.1, 4.3.1 y 4.4.1 y el ajuste a una gaussiana. El promedio obtenido de n para los 62 conjuntos de datos analizados es $n = 5.16 \pm 0.32$.	57
4.5.1.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables prove- nientes del experimento CDF y $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim 0.43 \pm 0.03$	59
4.5.2.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables prove- nientes del experimento CDF y $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim 0.17 \pm 0.02$.	60
4.5.3.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables prove- nientes del experimento ALICE y $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim -3.06 \pm 0.00$	61
4.5.4.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento ATLAS y $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim -0.28 \pm 0.07$	62
4.5.5.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables prove- nientes del experimento CMS con $\sqrt{s} = 7$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta de pendiente $a \sim 0.90 \pm 0.002$	64
4.5.6.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento ATLAS con $\sqrt{s} = 7$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a dos rectas, de pendientes $a \sim 2.74 \pm 0.05$ y $a \sim 2.48 \pm 0.00$	65
4.5.7.	Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables prove- nientes del experimento CMS y $\sqrt{s} = 13$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim 0.73 \pm 0.008$ para los puntos 59 y 60 y para los datos 13 y 14, se obtuvo una pendiente $a \sim 0.21 \pm 0.12$	66
A.1.1.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.87 \pm 0.10$ [73]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 5.02 \pm 0.03$ [74] C) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.97 \pm 0.01$ [75]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.85 \pm 0.07$ [76].	73

A.1.2.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.42 \pm 0.00$ [77]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.46 \pm 0.00$ [78]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 4.52 \pm 0.00$ [71]. D) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.42 \pm 0.00$ [79].	74
A.1.3.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.45 \pm 0.00$ [80]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.62 \pm 0.03$ [81]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.55 \pm 0.00$ [81].	75
A.2.1.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.83 \pm 0.07$ [83]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.12 \pm 0.01$ [83]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.92 \pm 0.01$ [84]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.21 \pm 0.01$ [84].	76
A.2.2.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.00 \pm 0.02$ [84]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.08 \pm 0.00$ [85]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.16 \pm 0.00$ [86]	77
A.2.3.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisio- nes $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.15 \pm 0.02$ [87]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.79 \pm 0.00$ [75]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.09 \pm 0.00$ [88].	78
A.2.4.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.04 \pm 0.01$ [63]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.04 \pm 0.00$ [89]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.80 \pm 0.00$ [38]	79
A.3.1.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en UAII obteniendo $n = 4.75 \pm 0.01$ [91]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.39 \pm 0.01$ [92]. C) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.52 \pm 0.01$ [92]. D) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.93 \pm 0.00$ [93].	80
A.3.2.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.60 \pm 0.09$ [93]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.90 \pm 0.00$ [94]. C) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.10 \pm 0.00$ [92]. D) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.59 \pm 0.00$ [92].	81
A.3.3.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.99 \pm 0.00$ [93]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.94 \pm 0.00$ [93]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en UAII obteniendo $n = 4.49 \pm 0.00$ [91]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.97 \pm 0.01$ [89].	82

- A.3.4. Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.91 \pm 0.01$ [82]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.98 \pm 0.01$ [94]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en UAII obteniendo $n = 4.87 \pm 0.01$ [91]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en DØ obteniendo $n = 4.50 \pm 0.01$ [76]. 83
- A.3.5. Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [77]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [78]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [78]. D) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.13 \pm 0.00$ [71]. 85

A.3.6.	Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones	
	pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [79]. B) Colisiones pp en CMS	
	obteniendo $n = 5.60 \pm 0.00$ [80]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n =$	
	$5.40 \pm 0.00 \ [81]$	86

A.3.7. Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones	
pp en CMS obteniendo $n = 5.18 \pm 0.00$ [81]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en UAI	
obteniendo $n = 4.68 \pm 0.01$ [95]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en UAI obteniendo $n =$	
4.68 ± 0.01 [95]	87

Índice de tablas

4.1.1.	Tabla mostrando el resumen de los 62 conjuntos de datos recabados, agru- pados de distintas maneras. La columna $Algoritmo$ lista CF para Cono Fijo y MP para Punto Medio. La suma cada columna de Datos es igual a los 62 conjuntos recabados	42
4.2.1.	Resultados del ajuste a la función (4.2) de los datos correspondientes a $\eta < 0.5$ presentados en esta sección.	47
4.3.1.	Resultados del ajuste a la función (4.2) de los datos correspondientes a esta sección	51
4.4.1.	Tabla mostrando los resultados del ajuste a la función (4.2) de los datos correspondientes a esta sección.	56
4.5.1.	Datos de las comparaciones en la figura 4.5.1	59
4.5.2.	Tabla mostrando los datos de las comparaciones en la figura 4.5.2. \ldots .	60
4.5.3.	Datos de las comparaciones en la figura 4.5.3.	61
4.5.4.	Datos de las comparaciones en la figura 4.5.4.	62
4.5.5.	Datos de las comparaciones en la figura 4.5.5.	63
4.5.6.	Datos de las comparaciones en la figura 4.5.6.	64
4.5.7.	Datos de las comparaciones en la figura 4.5.7.	66

Prefacio

El objetivo principal de este trabajo se centra en utilizar medidas experimentales de la producción de jets en colisiones de hadrones para obtener información sobre los procesos fundamentales de la dispersión de partones. En particular, se busca verificar la posibilidad de extraer información sobre la existencia de múltiples dispersiones a nivel partón en colisiones de muy alta energía. Para esto, utilizaremos una base de datos construida a partir de datos abiertos disponibles en la plataforma HEPData, principalmente, de distribuciones de secciones eficaces diferenciales producidas por jets.

A manera de introducción, el primer capítulo de este trabajo retoma conceptos básicos de detección de jets en colisionadores de manera experimental para obtener las distribuciones de secciones eficaces con respecto a la energía transversa E_T . También, se presenta una breve introducción a los conceptos básicos de QCD, los cuales serán útiles para la comparación e interpretación de resultados obtenidos en los siguientes capítulos.

El segundo capítulo presenta la metodología con la cual se desarrollará la tesis, la cual es:

- 1. Recopilar la mayor cantidad posible de datos de secciones eficaces diferenciales de jets y organizarlos utilizando el software ROOT para análisis de datos desarrollado por el CERN.
- 2. Utilizar una ley de potencias para ajustar los datos de distribuciones de secciones eficaces y comparar con la bibliografía previa disponible
- 3. Comparar los ajustes de las secciones eficaces a la ley de potencias a distintas energías disponibles en centro de masa \sqrt{s} . Interpretar los resultados usando predicciones de QCD para dispersiones duras relativistas y dispersiones múltiples. Comparar con la bibliografía previa disponible.

Al cumplir los objetivos listados, este trabajo estaría ofreciendo una base de datos actualizada de todos los datos disponibles a la fecha de distribuciones de secciones eficaces diferenciales para colisiones pp y $p\bar{p}$. Con dicha base de datos se pueden reportar resultados fenomenológicos que, hasta el momento, han necesitado de más estadística para sustentar que las predicciones de QCD respecto a procesos de dispersión múltiple se ven reflejadas en los datos experimentales recopilados por los grandes aceleradores, como Tevatron y

LHC. Además, pueden estudiarse usando un modelo sumamente sencillo como lo es una ley de potencias.

Por último, se sientan las bases para el análisis de otros parámetros relevantes en el estudio de jets, como lo es el radio utilizado en el algoritmo de identificación del jet R, así como su interpretación en los modelos teóricos.

Capítulo 1

Introducción

El modelo actual convencional que describe las interacciones y propiedades físicas, el **Modelo Estándar**, lista y clasifica las partículas fundamentales de las cuales se conforma la materia conocida, así como las interacciones a las que se encuentran sujetas. Las partículas en cuestión son quarks (q), leptones, bosones de norma y un bosón escalar fundamental.

A manera de notación en este trabajo, la forma en la que se denota una antipartícula es agregando una barra al símbolo de la misma, por ejemplo, el antiquark es \bar{q} .

También se puede clasificar a las partículas dependiendo de su composición: las partículas que están compuestas de quarks se denominan **hadrones**. Dentro de los hadrones, existen los **bariones** (partículas formadas por 3 quarks) como los protones o los neutrones, y los mesones formados por un par quark-antiquark $(q\bar{q})$. Por otro lado, las partículas que no tienen subestructura, es decir, que no tienen composición de alguna de otras partículas, se llaman **leptones**.

Enunciamos así que, de manera detallada, en el Modelo Estándar encontramos 6 sabores de quarks (u, d, c, s, t, b) con sus respectivos antiquarks, 3 familias de leptones (e, μ, τ) con sus respectivos neutrinos (ν_e, ν_μ, ν_τ), 5 bosones de norma y un único bosón escalar fundamental (H). Los bosones de norma son los que dictan las interacciones que pueden tener las partículas: gluón para las interacciones nucleares fuertes (g), W^{\pm} y Z para las interacciones nucleares débiles, γ para las electromagnéticas y el teórico gravitón para las interacciones gravitacionales.

La rama específica que estudia las interacciones nucleares fuertes, es decir, a la que están sujetas los quarks y gluones, es la **Cromodinámica Cuántica (QCD)**. Dentro de esta rama, se agrega un número cuántico para distinguir la carga de **color** de quarks y gluones.

Por otra parte, sabemos que los experimentos diseñados para lograr visualizar una partícula requieren inherentemente que la resolución utilizada sea del orden de magnitud de las magnitudes físicas de la partícula a observar. En el caso de las partículas, la resolución viene dada por la longitud de onda de de Broglie, la cual es inversamente proporcional a la magnitud del momento de la partícula usada como sonda, es decir, para observar partículas muy pequeñas necesitamos que la partícula usada como sonda posea un momento muy grande. Es por esto que los experimentos que pueden estudiar los quarks son grandes aceleradores y colisionadores, como se discutirá en la sección 1.1.

En la práctica, sin embargo, encontramos que debido al **confinamiento** de QCD, el cual dice que sólo pueden existir partículas con carga de color neutras, es imposible observar un único quark aislado [1]. Este confinamiento también explica el hecho de que los hadrones están compuestos por un número determinado de quarks a manera de obtener siempre partículas con carga de color neutras.

No obstante, la evidencia experimental de la existencia de los quarks y las interacciones estudiadas por QCD son los **jets** de partículas producidos en las colisiones de los grandes aceleradores, los cuales son una lluvia de partículas colimadas que pueden identificarse por medio de algoritmos utilizando las variables dinámicas propias de la física de altas energías.

Es importante mencionar, que hasta el momento, el estudio de jets de partículas es la única herramienta experimental con la cual se ha podido estudiar la subestructura de la materia [2]. El estudio de jets es también la herramienta con la cual se pudieron confirmar predicciones teóricas de QCD, por ejemplo, el modelo de partones [3], [4], y con la cual se estudia física de frontera, la cual incluye condiciones tempranas del Universo por medio del Plasma de Quark-Gluones (QGP) [5], [6] o modelos más allá del modelo estándar, por medio de la búsqueda de decaimientos no descritos por el Modelo Estándar convencional [7].

A continuación, comenzaremos con las descripciones básicas en materia de colisionadores, su función y las variables dinámicas en las cuales se describen los resultados de experimentos relevantes a este trabajo.

1.1. Colisionadores

Como se introdujo brevemente en la sección anterior, la principal herramienta experimental para el estudio de jets es la producción de los mismos a partir de una reacción que de manera muy general es de la forma:

$$A + B \to c + X, \tag{1.1}$$

Donde dos partículas incidentes $A ext{ y } B$ colisionan de manera dura e inelástica y se dispersan produciendo una partícula dispersada $c ext{ y }$ un jet X. Las definiciones de colisión dura e inelástica se discutirán en las secciones 2.1 y 2.3. Los colisionadores son las herramientas que proveen a las partículas proyectiles $A ext{ y } B$ la energía cinética o momento lineal necesario para tener la resolución asociada a su longitud de onda de de Broglie y para generar

1.1. COLISIONADORES

la energía suficiente en el centro de masa de la colisión que será utilizada en procesos de recombinación y creación de nuevas partículas. Estos procesos se discutirán en el capítulo 3.

De manera práctica, en los colisionares se hace que las partículas $A \ y \ B$ recorran varias veces una misma región circular para acelerarlas sucesivamente aprovechando sus propiedades electromagnéticas. En los grandes colisionadores, suelen usarse cavidades de radiofrecuencia (RFC), las cuales, de manera muy general, son cámaras metálicas que contienen campos electromagnéticos. Las cavidades de la cámara se construyen de manera que encapsulan la línea del haz de partículas a acelerar en regiones sucesivas. Las dimensiones de las cavidades son las necesarias para que las ondas electromágneticas contenidas alcancen su frecuencia de resonancia. De esta forma, las particulas viajando a través de la cavidad son aceleradas en paquetes. La referencia [8] presenta información detallada sobre el uso de RFC en los experimentos del LHC.

Una limitante en la construcción de aceleradores circulares está dada por la *rigidez* del haz, la cual es inversamente proporcional al radio de curvatura que puede alcanzar el mismo [9], y por lo tanto, el colisionador. Es debido a esto que se requieren magnitudes grandes de campo magnético y arreglos densos de cuadrupolos por unidad de longitud del colisionador.

Para asegurar que las partículas incidentes $A ext{ y } B$ interactúen únicamente entre sí, se requiere asegurar que el camino del haz de partículas en el colisionador esté vacío, por lo que además de contar con todos los dispositivos de aceleración, dirección y colimación electromagnéticas, la línea del haz debe encontrarse al ultra alto vacío [10]. Además, en la actualidad, la mayoría de los dispositivos suelen funcionar bajo principios de superconducción, por lo cual se suele requerir que también tengan sistemas de enfriamiento criogénico.

Otra característica importante de cualquier colisionador es que de manera experimental, no se tienen haces continuos de partículas individuales colimadas. Realmente, lo que se acelera son pequeños paquetes pulsados de partículas. Debido a esto, se tendrán fluctuaciones en la energía cinética de las partículas dentro del mismo paquete, debido a que algunas se acelerarán antes o después dependiendo de su posición y a que sus trayectorias no serán estrictamente colineales dentro el mismo paquete. Al colisionar entonces dos haces de partículas, sólo se producirán unas cuantas colisiones duras que generarán la dispersión que nos es de interés. A cada una de las colisiones logradas se denomina *evento*.

Una vez cumpliendo con los requerimientos anteriores, se puede construir un colisionador circular que tenga haces mayormente colimados de paquetes de partículas $A ext{ y } B$ aceleradas, confinados por campos magnéticos y se puedan hacer colisionar para obtener la reacción de dispersión presentada en la ecuación (1.1).

Algunas explicaciones detalladas del funcionamiento de aceleradores de partículas sencillos en los cuales se basa el funcionamiento de los grandes aceleradores, como los sincrotones y ciclotrones pueden encontrarse en las referencias [11], [12] y [13], por mencionar algunas. También en estas referencias se encuentran explicaciones del funcionamiento de las RFC. En la sección 1.2.1 se detallarán los principios y dispositivos así como la aplicación de los requerimientos introducidos en esta sección en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC), el principal colisionador de la actualidad.

Regresando a la descripción del experimento, una vez lograda la colisión, se utilizan detectores alrededor del punto de interacción para reconstruir las variables de interés. Los principales detectores utilizados funcionan también basados en principios electromagnéticos y suelen ser arreglos concéntricos de detectores como cámaras de deriva y calorímetros [14]. Los detectores se encuentran diseñados para poder distinguir a las partículas por medio de las propiedades de distintos materiales semiconductores y principios básicos como la fuerza de Lorentz. Dependiendo de las variables u observables de interés para cada experimento, se pueden elegir los detectores convenientes. Por esto, podemos ver ligeras variaciones entre los detectores de los grandes experimentos aunque sean incluso parte de un mismo colisionador. Por ejemplo, en el LHC se cuenta con varios puntos de interáción alrededor de los cuales suele haber detectores especializados para cada área de interés de distintos experimentos.

Los datos experimentales que se obtienen como resultado de una reacción de dispersión de partículas de la forma de la ecuación (1.1) recabados por los detectores en el punto de interacción se llaman *espectro de dispersión* e incluyen las variables cinemáticas de todo el proceso [15]. Con los espectros de dispersión se puede reconstruir los datos de, por ejemplo, la **sección eficaz** σ para producir un proceso físico, en este caso, **la sección eficaz de producción de jets** la cual se definirá en las variables correspondientes en el capítulo 3. Midiendo la sección eficaz de producción de jets, se pueden inferir propiedades de los procesos que ocurren durante la dispersión. En este trabajo, nos centraremos siempre en dispersiones inelásticas duras, ya que son las que involucran los mencionados procesos de hadronización.

Si llamamos R al número de eventos que se producen por segundo, podemos definir la **luminosidad** \mathscr{L} como la constante de proporcionalidad entre la sección eficaz σ y R[16], dando lugar a la relación de la ecuación (1.2):

$$R = \mathscr{L} \sigma, \tag{1.2}$$

En un proceso de decaimiento, dispersión o aniquilación, se denomina como una medición *exclusiva* cuando se miden las energías o momentos de todos los procesos finales. Cuando, por el contrario, se dejan algunos procesos sin medir, a la medición se le llama *inclusiva* [15]. En este trabajo, utilizaremos mediciones inclusivas de secciones eficaces de producción de jets.

Una vez revisadas las generalidades y requisitos mínimos que debe de cumplir un colisionador de partículas para generar datos de secciones eficaces de producción de jets, podemos revisar las variables dinámicas en las que se van a expresar las observables obtenidas de manera experimental.

1.2. Funcionamiento de un colisionador

Los grandes colisionadores relevantes para este trabajo y con los cuales se obtuvieron los datos analizados son el Tevatron en Fermilab, el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) del CERN y el Colisionador de Iones Pesados Relativistas (RHIC) en Brookhaven.

Descripciones del diseño, funcionamiento y principales detectores de estos colisionadores pueden encontrarse para RHIC, en las referencias [17], [18] y para Tevatron, puede consultarse la referencia [19].

A continuación y a manera de ejemplo, analizaremos el funcionamiento del LHC.



Figura 1.2.1: Esquema mostrando los experimentos en el LHC. Imagen tomada de [20].

1.2.1. El Gran Colisionador de Hadrones (LHC)

El Gran Colisionador de Hadrones, por sus siglas en inglés, LHC, es un colisionador circular con una circunferencia de 27 kilómetros. Cuenta con dos haces separados que viajan en tubos al ultra alto vacío [10], alrededor de los cuales se encuentran los sistemas de bobinas superconductoras enfriadas por un sistema de helio líquido [21]. Alrededor de la línea del haz, se encuentran 1232 dipolos magnéticos para doblar el haz y 392 cuadrupolos magnéticos que se usan para concentrar el haz [22]. Existen cuatro puntos de interacción alrededor de los cuales están los detectores de ALICE, CMS, ATLAS y LHCb, los cuatro experimentos principales del LHC.

El LHC fue diseñado y construido para llegar a energías disponibles en centro de masa de $\sqrt{s} = 14$ TeV. Es capaz de acelerar 2808 paquetes de partículas por haz, con

colisiones cada 25 ns. Cada paquete consta de 1.5×10^{11} protones. Su luminosidad de diseño es de $\mathscr{L} = 1 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ [23].

A manera de ejemplo, analizaremos los principales componentes del CMS. Las referencias [24], [25], [26], [27] y [28] por mencionar algunas, contienen información acerca de los otros detectores del LHC.

CMS

El Solenoide Compacto de Muones, CMS por sus siglas en inglés, es un detector diseñado para detectar muones de manera muy precisa, por lo que su principal característica es el solenoide. El solenoide puede generar un campo magnético de 4T el cual es 100,000 veces mayor al campo magnético de la Tierra [29]. El tamaño del detector, alrededor de 15 m de diámetro y 21 m de largo, se considera compacto para la cantidad de material que alberga.

Como su nombre lo indica, CMS es un solenoide compuesto de bobinas superconductoras suficientemente grande para colocar los sistemas de rastreo y calorímetros dentro de sí. El solenoide tiene unas medidas de 13 m de largo por 6 m de diámetro interno y consiste de 4 capas de material superconductor denominado cable Rutherford, conformado por 16 × 2 hebras de NbTi recubiertas por cobre, en bloques de aluminio ultra puro como estabilizador magnético y aleación de aluminio como estabilizador mecánico [30]. El solenoide se encuentra en el interior de un cilindro de acero inoxidable el cual lo encapsula en un sistema de vacío que permite la operación del superconductor a ~ 4 K.

El solenoide necesita un acoplamiento de retorno (return yoke) debido al campo magnético tan intenso que genera. Este acoplamiento funciona como esqueleto para la estructura del detector, y al estar construido por casi 11 mil toneladas de acero en aproximadamente 1.5 m de espesor funciona también como filtro para los muones [31]. El acoplamiento está dividido en secciones, los cuales son barriles o cilindros concéntricos para la parte central del detector y discos para los extremos. En el barril central hay 5 cilindros consistentes de 4 capas tubulares de acero y en los discos de los extremos hay 3 discos consistentes, a su vez, de 3 capas de acero. Entre cada cilindro central y discos de los extremos se encuentran intercaladas cámaras de muones, lo cual le confiere al detector una amplia cobertura geométrica de detección de muones.

Las cámaras de muones implementan como detectores tubos de deriva (DT) localizados fuera del barril central y cámaras de tiras de cátodos (CSC) para los discos de los extremos. También se utilizan cámaras de placas resistivas (RPC) a manera de trigger. En la parte central del barril se encuentran 4 estaciones de muones, cada una consistente de uno o dos módulos de RPCs y un módulo de DT. Cada módulo de DT consiste de 3 supercapas (SL) compuestas de 4 capas de DT. De esta manera, 2 SL miden la coordenada ϕ del plano de curvatura y la tercera SL obtiene la coordenada longitudinal η con una precisión de impacto de 100 μ m. Por su parte, en los discos de los extremos la lectura de posición de los muones se obtiene extrapolando la carga inducida en varias tiras de cátodos adyacentes. Al tener anchuras variables entre 3.2 y 16 mm de las tiras de cátodos, la precisión de impacto varía entre 80 μ m y 450 μ m.



Figura 1.2.2: Esquema mostrando los principales componentes del experimento CMS y su escala aproximada. Imagen tomada de [32].

El sistema de rastreo del CMS, Tracker, consiste de múltiples capas de píxeles de silicio cerca de la región de interacción y múltiples capas de microtiras de silicio cubriendo el volumen restante. Los píxeles de silicio tienen como propósito la reconstrucción de vértices primarios (producidos por la interacción de las partículas a colisionar) y secundarios (producidos por decaimientos de partículas), mientras que las microtiras de silicio cumplen con la medición del momento de partículas cargadas eléctricamente. El sistema de rastreo, así como los calorímetros, se encuentran en el barril central, en un cilindro de aproximadamente 5.8 m de longitud por 2.6 m de diámetro. Los sensores de silicio están soportados por estructuras de fibra de carbono ultra ligera debido a que los materiales y medidas de los componentes involucrados deben ser los adecuados para no desviar a las partículas de sus trayectorias.

El tracker tiene 3 capas principales concéntricas de detectores con radios de 7 cm a 95 cm y 3 discos paralelos para los extremos del cilindro. Cada capa y disco consiste de múltiples subcapas. La parte interior del tracker es el detector de píxeles, compuesto por chips. Cada chip se compone del sensor de silicio e incluye electrónica para lectura. Cada píxel mide $150\mu m \times 100 \ \mu m$ y hay casi 66 millones de píxeles en el sistema de rastreo. Por otra parte, el detector de microtiras de silicio cubre una región de 214 m^2 con 11.4 millones de microtiras.

Rodeando al Tracker, se encuentra el calorímetro electromagnético ECAL, el cual tiene como objetivo medir la energía y la posición de incidencia de electrones, positrones y fotones. El ECAL es un calorímetro de cristal centelleador de tungstato de plomo (PbWO₄) el cual es transparente, tiene una alta densidad y una baja longitud de radiación, permitiendo que el calorímetro sea compacto. Consta de 61200 cristales para el barril principal y 14648 cristales para los extremos del barril. Al paso de las partículas cargadas a través de los cristales, el depósito de energía genera luz en los cristales, la cual es recolectada por fotodiodos de avalancha (APDs) en el barril central y por fototriodos de vacío (VPTs) en los extremos.

En la parte de los extremos del detector se localiza además el calorímetro de muestreo Preshower que funciona como veto para π^0 . Este detector consiste de dos capas de plomo seguidas, cada una, de una capa de tiras de sensores de silicio. El detector implementa 4288 sensores de silicio en 32 tiras. El principio físico tras la implementación del Prehshower consiste en comparar el perfil transversal de cascadas electromagnéticas después de una distancia equivalente a 3 longitudes de radiación de los cristales del ECAL. Cuando las partículas atraviesan las capas de plomo se generan cascadas de partículas, que se detectan con los sensores de silicio. Usando los perfiles transversales de las cascadas, se puede detectar el decaimiento de un π^0 en dos fotones si se obtienen señales con separación de unos cuantos mm, que es la separación que tendrían al incidir en los extremos del barril central, por lo cual el detector debe tener una resolución muy fina.



Figura 1.2.3: Vista lateral de la trayectoria de varias partículas atravesando los diferentes detectores del CMS y la interacción que tienen con cada detector. Imagen tomada de [30].

Alrededor del ECAL se encuentra el calorímetro hadrónico HCAL, el cual tiene como objetivos la identificación y medición de quarks y gluones por medio de la medición de la energía y la dirección de jets y el flujo de energía transversa faltante en eventos. El HCAL del CMS se subdivide en 3 secciones: barril central (HCAL HB), extremos del barril (HCAL HE) y calorímetro delantero (HCAL HF). Los calorímetros HB y HE son calorímetros de muestreo consistentes en discos de latón de 50 mm de espesor intercalados con discos de plástico centelleador de 4 mm de espesor. HB tiene un espesor de alrededor de 11 longitudes de absorción. El centelleador emite luz azul-violeta proporcional a la energía de la partícula incidente, la cual es transportada por medio de fibras ópticas de desplazamiento de longitud de onda que fluoresce en luz verde al exterior del detector, y luego por medio de fibra óptica convencional hasta fotodiodos híbridos (HPDs) los cuales miden la cantidad de luz. Por otra parte, existen dos calorímetros HF los cuales se encuentran a los extremos del CMS. Los HF están construidos de acero para contener la radiación y recubiertos de fibras de cuarzo que generan radiación Cherenkov cuando son atravesados por partículas, con lo cual, por este medio, puede medirse la energía de los jets.

Una vez analizados los principales componentes de un detector, revisaremos los conceptos básicos de cromodinámica cuántica relevantes al trabajo en la siguiente sección.

1.3. Variables Dinámicas

La descripción cinemática de una dispersión de dos partículas $A ext{ y } B$ de momentos P_A y P_B , y energía cinética $E_A ext{ y } E_B$ respectivamente, considera como sistema de referencia el sistema coordenado con respecto al centro de masa de las partículas $A ext{ y } B$ como se ve en la figura 1.3.1. Consideremos que los vectores que describen el movimiento de las partículas $\vec{P_A} ext{ y } \vec{P_B}$ colisionando son $\vec{P_A} = (E_A, P_{x_A}, P_{y_A}, P_{z_A}) ext{ y } \vec{P_B} = (E_B, P_{x_B}, P_{y_B}, P_{z_B})$ respectivamente. Los vectores de momento para $C ext{ y } D, \vec{P_C} ext{ y } \vec{P_D}$ se describirían análogamente.

Se definen entonces las *variables de Mandelstam* [11] s, t y u en función de los vectores de momento de las partículas incidentes como se muestra en las ecuaciones (1.3).

$$s = (\vec{P}_{A} + \vec{P}_{B})^{2} = (\vec{P}_{C} + \vec{P}_{D})^{2},$$

$$t = (\vec{P}_{A} - \vec{P}_{C})^{2} = (\vec{P}_{B} - \vec{P}_{D})^{2},$$

$$u = (\vec{P}_{A} - \vec{P}_{D})^{2} = (\vec{P}_{B} - \vec{P}_{C})^{2},$$
(1.3)

Se puede interpretar como la masa invariante del sistema a la variable de Mandelstam s y se le suele llamar la **energía en el centro de masa** de la colisión a \sqrt{s} .¹

¹La variable de Mandelstam \sqrt{u} se interpreta como el momento transferido en la colisión.



Figura 1.3.1: Diagrama de Feynman mostrando una colisión entre dos partículas con momento $\vec{P_A}$ y $\vec{P_B}$, cuya interacción tiene como resultado dos partículas con momento $\vec{P_C}$ y $\vec{P_D}$.

Cuando se tiene un valor de energía en centro de masa \sqrt{s} suficiente para lograr una dispersión inelástica dura, se produce por la colisión un **jet**, es decir, una cascada de partículas, las cuales se llaman **partones** y se refieren a cualquier partícula producto de la dispersión inelástica. En este trabajo, se utilizarán datos de colisiones de hadrones, que al tener energía \sqrt{s} suficiente, y por confinamiento de QCD, se recombinarán dando lugar a nuevos hadrones. A esta proceso de recombinación se le llama **hadronización**.

En general, las variables dinámicas de colisiones suelen ser descritas en coordenadas cilíndricas, con la coordenada z en la línea del haz a colisionar y una sección radial en la cual se dispersan y se detectan los resultados de la colisión. El sistema de referencia para el sistema coordenado cilíndrico tiene por convención el origen en el punto de la dispersión. Esto es además conveniente, dado que, como ya se discutió en la sección 1.1, los colisionadores que logran acelerar las partículas a las energías relevantes para este trabajo suelen ser aceleradores circulares. Naturalmente entonces, los jets se describen usando coordenadas cilíndricas [33], [34] y tomando como origen de este sistema coordenado el centro del detector.

Se utilizan entonces las coordenadas cilíndricas usuales: ϕ radial, θ azimutal y z sobre la línea del haz, orientado de manera que el eje positivo cartesiano x apunte hacia el centro del colisionador. El sistema descrito se ilustra en la figura 1.3.2. Utilizando este sistema



coordenado, definimos las variables dinámicas relevantes a este trabajo.

Figura 1.3.2: Diagrama donde se muestran las coordenadas con las cuales se describen los experimentos en colisionadores.

Primero, la energía cinética transversal E_T se define como en la ecuación (1.4).

$$E_T = E\sin\theta,\tag{1.4}$$

Asimismo, se define el momento transversal de la partícula P_T como en la ecuación (1.5).

$$P_T = \sqrt{P_x^2 + P_y^2},$$
 (1.5)

También, se define la **pseudorrapidez** η de la partícula de la forma mostrada en la ecuación (1.6).

$$\eta = -\ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right],\tag{1.6}$$

De acuerdo a la ecuación (1.6) la pseudorrapidez está definida por un ángulo en la trayectoria de la partícula. Por ejemplo, una pseudorrapidez igual a 0 implica que la partícula está a un ángulo $\theta = 90^{\circ}$ en el plano x - z. Algunos valores representativos de pseudorrapidez se pueden encontrar en la figura 1.3.3.



Figura 1.3.3: Diagrama mostrando algunos valores representativos de pseudorrapidez η y su valor equivalente el ángulo θ en el plano x - z.

La definición de la sección eficaz diferencial para producción de jets utilizando las variables de las ecuaciones (1.4), (1.6) se discutirá en la sección 1.4 y la importancia de la energía en centro de masa \sqrt{s} en el capítulo 3.

1.4. Sección eficaz diferencial

Con las variables que se han definido en el capítulo 1.1, podemos ahora definir la sección eficaz diferencial.

Consideremos una partícula con momento $\vec{P} = (E, P_x, P_y, P_z)$. El elemento diferencial de espacio fase $d\tau$ puede expresarse como:

$$\frac{d\tau}{E} = \frac{dP_x dP_y dP_z}{E},\tag{1.7}$$

Notemos que la ecuación (1.7), no se transforma de igual manera en cualquier sistema de referencia, concretamente, bajo transformaciones de Lorentz. Los elementos diferenciales dP_x y dP_y son invariantes de Lorentz pero E y dP_z no. Elegimos entonces un nuevo sistema coordenado utilizando las variables P_T , m, ϕ y y, las cuales son respectivamente, el momento transverso, la masa, el ángulo azimutal y la rapidez.

Definimos entonces y, la rapidez, con respecto a η , la pseudorrapidez, de la forma:

$$\eta(y) = \sinh^{-1}\left(\frac{\sqrt{m^2 + P_T^2}}{P_T} \sinh y\right), \qquad (1.8)$$

También, podemos definir E_T en función de la masa m de la partícula [15] como en la ecuación (1.9).

$$E_T = \sqrt{m^2 + P_T^2}, (1.9)$$

Notemos que en el límite $m \ll P_T$, es decir, cuando la masa de las partículas es despreciable en comparación a su momento transversal, tenemos que, en la ecuación (1.8) la pseudorrapidez es equivalente a la rapidez. Por otra parte, en el mismo límite y de acuerdo a la ecuación (1.9), podemos considerar P_T equivalente a E_T .

Podemos utilizar los elementos diferenciales invariantes dP_x y dP_y en su forma polar [35], con lo cual, quedarían expresados de la manera

$$dP_x dP_y = \frac{1}{2} dP_T^2 d\phi, \qquad (1.10)$$

Mientras que para la rapidez obtenemos

$$dy = \frac{dP_z}{E},\tag{1.11}$$

Podemos escribir entonces el elemento diferencial invariante de espacio fase (1.7) utilizando las ecuaciones (1.10) y (1.11) de la manera:

$$d\tau = \frac{1}{2} dP_T^2 d\phi dy, \qquad (1.12)$$

Sabemos además que las secciones eficaces diferenciales suelen describirse en función de la amplitud de la matriz de dispersión \mathcal{M} y el elemento diferencial del espacio fase como en la ecuación (1.13).

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 d\tau, \tag{1.13}$$

Llamando entonces a $|\mathcal{M}|$ la amplitud de dispersión.

Definimos la sección eficaz diferencial $d\sigma$ usando el elemento diferencial de espacio fase (1.12) y la relación (1.8) como en la ecuación (1.14) [36].

$$\frac{E \ d^3\sigma}{d\vec{P}^3} \equiv \frac{d^3\sigma}{dP_T^2 \ d\eta} \Rightarrow \frac{1}{2\pi E_T} \frac{d^2\sigma}{dE_T d\eta},\tag{1.14}$$

Con $d\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$ y la flecha indicando la integración sobre $d\phi$. El procedimiento detallado de esta definición puede encontrarse en las referencias [35] y [37].

Al involucrar la amplitud de dispersión al cuadrado, es decir, la probabilidad de dispersión en la ecuación (1.13), podemos interpretar a la sección eficaz diferencial como la probabilidad de encontrar un área de interacción $d\sigma$ en una sección diferencial de volumen.

También se puede definir la de sección eficaz diferencial en función del número de partículas N utilizando una celda $dP_T \times d\eta$, como en la ecuación (1.15) [15]. De esta manera y siguiendo el razonamiento anterior, podemos interpretar a la sección eficaz diferencial como la probabilidad de encontrar N partículas en una sección diferencial de volumen.

$$\frac{E \ d^3 N}{d\vec{P}^3} = \frac{1}{2\pi P_T} \frac{d^2 N}{dP_T d\eta},\tag{1.15}$$

Es importante mencionar que la sección eficaz diferencial puede reportarse de dos maneras [38]. Cuando se habla de la sección eficaz diferencial de manera teórica, suele escribirse como la parte izquierda de la ecuación (1.14). Sin embargo, cuando se reportan los datos de secciones eficaces diferenciales de jets de manera experimental, se utiliza la forma equivalente de en medio de la ecuación (1.14). La manera de relacionar estas dos expresiones se encuentra dada por la flecha, lo cual, observando la figura 1.3.2 vemos que agrega el factor $1/2\pi E_T$.

La unidad en la cual suelen medirse las secciones eficaces es el **barn**, cuyo símbolo es b, y $1b = 1 \times 10^{-28} m^2$.

Revisaremos ahora el funcionamiento de un colisionador y el de sus principales detectores para aplicar los conceptos introducidos en las secciones anteriores.

Capítulo 2

Modelos de dispersión

2.1. Cromodinámica cuántica

La cromodinámica cuántica (**QCD**) estudia las interacciones de la fuerza nuclear fuerte [39]. Esta teoría introduce quarks y gluones con carga eléctrica fraccional y además una carga denominada **color**, de manera que las partículas conocidas son neutras en color.

Una segunda característica de la QCD se relaciona con las constante de acoplamiento de la fuerza fuerte α_s , la cual determina la inetnsidad de la interacción y varía como función del momento transferido Q [40]. A Q también se le denomina la escala de energía. También es común expresar esta dependencia de $\alpha_s(Q^2)$ como $\alpha_s(\mu^2)$, donde μ es la escala de renormalización. La constante de acoplamiento que da la intensidad de la fuerza α_s decrece para escalas de energías mayores [41], lo cual suele llamarse **libertad asintótica**.

La dependencia de la constante de acoplamiento α_s con respecto a Q se encuentra determinada por la ecuación (2.1) [42]

$$Q^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial Q^2} = \beta(\alpha_s), \qquad (2.1)$$

Donde β tiene una expansión perturbativa de la siguiente manera:

$$\beta(\alpha_s) = -b\alpha_s^2 \left(1 + b'\alpha_s + b''\alpha_s^2 + b'''\alpha_s^3 + O(\alpha_s^4) \right),$$
(2.2)

En particular, el primer coeficiente b en la ecuación (2.2), tiene la forma:

$$b = \frac{33 - 2n_{lf}}{12\pi}, \tag{2.3}$$

En la ecuación (2.3), n_{lf} corresponde al número de sabores ligeros activos, o bien, tipos de quarks involucrados en la teoría. Para satisfacer que $\beta(\alpha_s)$ en esta aproximación sea negativa, es decir, que haya libertad asintótica, debe cumplirse que el numerador de la ecuación (2.3) sea positivo. Para que esto suceda, debe satisfacerse que 33 > $2n_{lf}$, o bien, $n_{lf} < 16.5$. Dicho de otro modo, si la teoría tiene 16 tipos de quarks diferentes, o menos, puede haber libertad asintótica.

Por otro lado, resolver la ecuación (2.1) para α_s en la aproximación de más bajo orden da como resultado

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b \ln(Q^2/\Lambda^2)},\tag{2.4}$$

Donde Λ es una constante de integración que determina la escala a la cual la constante de acoplamiento se vuelve grande. Formalmente, $\Lambda \approx 200$ MeV es la escala a la cual α_s diverge.

Al ser bien conocido el hecho de que la constante de acoplamiento α_s depende de la energía, se usa el valor de α_s a una escala determinada, convencionalmente, la masa del bosón Z, M_Z , también citado como el valor promedio mundial $\alpha_s(M_Z^2)$ [43].

El hecho de exista una carga de color en los gluones permite que haya interacción consigo mismos, cosa que no sucede, por ejemplo, con los fotones. Esto se refleja en un potencial de interacción para QCD que experimentalmente se ha propuesto lineal con la distancia de separación entre dos quarks [44]. Además, el hecho de que la constante de acoplamiento se debilite a escalas de energía grandes, implicaría que a energías suficientemente grandes, deberían observarse quarks libres. Se le llama **confinamiento** al fenómeno por el cual, a energías suficientemente grandes, es energéticamente favorable la creación de un par quark-antiquark del vacío cuántico a mantener la interacción fuerte a distancias mayores. Este fenómeno toma especial importancia en los experimentos de colisión, donde a pesar de observar fenómenos descritos por QCD, el estado final de las partículas resultantes de la colisión no son quarks libres, sino partones que por confinamiento, se **hadronizan**, formando nuevas partículas.

Las colisiones y dispersiones también se pueden clasificar en **duras** y **suaves**. La distribución de momento transverso de las partículas producidas por una colisión de nucleones tiene un promedio de $P_T \approx 0.3 \text{ GeV/c}$, la cual es llamada la *región suave* [45]. Por otra parte, la distribución de partículas producidas es mayor en la región de rapidez media. Se le llama **proceso suave** a los procesos de colisión de nucleones que producen partículas con P_T en la región suave de momento transverso y con rapidez en la ventana de región media de rapidez. Este tipo de procesos están asociados con escalas de energía en QCD donde la constante de acoplamiento es grande, y por tanto, no permite que existan cálculos perturbativos.

En cambio, se le considera un **proceso duro** [45] a los procesos involucrados con la creación de partículas con momento transversal $P_T \gg 1$ GeV o bien, fracción de momento transferido $x \approx 1$. A x también se le llama x_+ , el momento transferido de cono de luz hacia delante. Los procesos duros, al estar relacionados con alta transferencia de momento se encuentran en escalas de energía donde la constante de acoplamiento es menor, y por tanto, pueden utilizar cálculo con QCD perturbativa (pQCD).

Con estos conceptos previos, exploraremos un modelo relativista de dispersión de partones en el régimen de interacciones duras en la sección 2.3. Pero primero, mencionaremos a muy grandes rasgos algunos fenómenos que tienen relevancia experimental en la obtención de datos de la colisión pero que se encuentran en el régimen de interacciones suaves.

2.2. Underlying Event e interacciones suaves

En QCD existe un teorema sumamente importante llamado teorema de factorización. De manera muy general, el teorema de factorización demuestra que los cálculos perturbativos de observables se pueden factorizar en una parte perturbativa y una no perturbativa. La parte no perturbativa describe la transformación de hadrones entrantes a la colisión en partones y posteriormente de partones en hadrones salientes de la colisión. Las funciones de distribución de partones (**PDF's** por sus siglas en inglés) pueden describir a los hadrones entrantes y su transformación en partones, pero suelen limitarse a describir un partón en cada hadrón entrante. Dado que los hadrones están formados de más de un partón, es natural pensar que es posible que más de un partón esté involucrado en la dispersión en cada evento. Esta ruptura de hadrones en partones y la formación del haz remanente debe ser un proceso no perturbativo, suave, por lo cual, no puede describirse desde primeros principios y debe en cambio ser modelado a base de datos experimentales.



Figura 2.2.1: Esquema de un proceso de dispersión con procesos semi-duros y suaves. Modificado [46].

Los procesos suaves con más de dos partones involucrados en la dispersión y con más de una dispersión son llamados procesos con interacciones partónicas múltiples, **MPI** por sus siglas en inglés. Los procesos de MPI se refieren a procesos donde, debido a la interacción de dos o más pares de partones, se contribuye al estado final. También existen procesos suaves de dispersión en cadena que consisten en partones interactuando con los remanentes de un haz o entre ellos a escalas de tiempo mayores a las escalas de tiempo típicas para dispersiones duras.

Experimentalmente, existe una contribución en el depósito de energía en los detectores producto de las interacciones suaves resultantes de la interacción dura. Es común que se engloben interacciones MPI, y de radiación inicial y final (ISR y FSR respectivamente) en el *underlying event*, **UE** por sus siglas en inglés [46]. En cambio, interacciones semi-duras de partones de distintos hadrones que pueden interactuar fuertemente suelen apilarse dando lugar al llamado **Pile-up**.

Dado que este trabajo se centra en las interacciones duras, la discusión acerca de los procesos suaves y semi-duros se limitará a esta sección, sin embargo, la repercusión experimental de estos procesos en los datos obtenidos de las colisiones son ampliamente estudiados. Algunas referencias para MPI, UE y procesos de mejoramiento computacional se encuentran en el compendio técnico de la referencia [47].

2.3. Modelo partónico y modelo relativista de dispersión dura

Definimos las dispersiones duras e inelásticas de la siguiente manera: una dispersión se considera *inelástica* si el proyectil pierde suficiente energía para romper el hadrón. Además, se considera *profunda* debido a que el valor Q del proyectil es más grande que la masa del hadrón m_H y que el inverso de su radio, siendo así capaz de examinar la subestructura del hadrón.

Antes de que se propusiera el lagrangiano de QCD, al estudiar la dispersión dura de leptones con hadrones por medio del intercambio de un fotón virtual, más precisamente, la dispersión inelástica profunda (DIS), se tenía un modelo partónico con funciones de estructura F_i que sólo dependían de una variable x adimensional [48]. Una función de estructura, es una función de probabilidad de densidad partónica dentro del hadrón [49]. Las funciones de estructura describen la sección eficaz diferencial de dispersión leptón-hadrón.

A la variable x se le llama variable de escalamiento x de Bjorken. Para un hadrón de momento \vec{P} interactuando con con un fotón virtual de intercambio de momento q, con, a su vez, $-q^2 = Q^2$, se define la x de Bjorken como en la ecuación (2.5). En la figura 2.3.1 se puede observar un diagrama de Feynman del proceso de dispersión de leptones.

$$x = \frac{-q^2}{2\vec{P}\cdot\vec{q}},\tag{2.5}$$

Dentro de este modelo partónico con funciones que sólo dependen de x, se midieron las funciones de estructura F_1 y F_2 . Las deducciones que se obtuvieron de este modelo implican que la subestructura de los hadrones examinada por el fotón en la dispersión es puntual, que deben tener espín 1/2, que una fracción del momento del hadrón debe ser propagada por medio de partones con carga eléctrica neutra y se propuso, entre otras cosas, que los partones eran quarks [4].

Con la posterior formulación del lagrangiano para QCD, se encontró una explicación natural para este modelo de partones. Al identificar los quarks con los partones, se explican, por ejemplo, sus deducciones de espín, carga eléctrica y subestructura.



Figura 2.3.1: Diagrama de Feynman mostrado la dispersión inelástica profunda (DIS) de un leptón (e^-) de momento inicial p_1 y momento final p_2 por un hadrón H. Modificado de [49].

El modelo de partones mejorado con QCD incluye la dependencia de la escala en las funciones de estructura y fue la primera aplicación de QCD en dispersión inelástica profunda. Además, fue la base para construir la fórmula del teorema de factorización, que permite cálculos perturbativos de variables. Las referencias [44], [collins2004factorization] contienen información detallada acerca de la demostración del teorema de factorización. Actualmente, los modelos de dispersión dura relativista están basados en modelos de partones mejorados con QCD.

Para describir el modelo relativista de dispersión dura, consideremos una reacción como la mostrada en la ecuación (2.6), donde las partículas $A, B ext{ y } C$ son partículas que pueden ser compuestas. Las partículas $A ext{ y } B$ colisionan, produciendo una partícula Cdispersada y varias partículas que englobaremos en X. La reacción en la ecuación (2.6) es entonces una reacción *inclusiva* debido a que incluye todas las partículas generadas en la dispersión pero sin identificarlas.

$$A + B \to C + X, \tag{2.6}$$

El análisis del modelo se centrará en la partícula dispersada C. Los componente de las partículas $A, B \neq C$, se denominan $a, b \neq c$, respectivamente. Es importante notar que la reacción en la ecuación (2.6) puede ocurrir como $a + b \rightarrow c + d \neq c$ posteriormente se (fragmentará) hadronizará para dar lugar a C, o bien, C puede ser un producto directo de la reacción. También, existe la posibilidad de que $a, b, c \neq d$ sean partículas compuestas, como mesones, y se considera un caso especial del modelo relativista de dispersión dura.

Definimos los momentos de las partículas $A ext{ y } B$ como en la ecuación (2.7). En ella, denotamos a \vec{A} como el vector de momento de la partícula $A ext{ y } a extsf{B}$ como el vector de momento de la partícula B. Notamos que $A_T ext{ y } B_T$ denotan cantidades de momento transversal que mantienen componentes en los ejes $x ext{ y } y$, de manera análoga a la definición de (1.5), por lo que para esta sección se denotarán con negritas. Los momentos $P_A ext{ y } P_B$ se refieren a la magnitud del momento inicial de las partículas $A ext{ y } B$, respectivamente, $ext{ y}$ sin pérdida de generalidad, pueden elegirse de manera que $P_A ext{ y } P_B$ sean positivos.

$$\vec{A} = (A_0, \mathbf{A_T}, A_z) = \left(P_B + \frac{A^2 + A_T^2}{4P_B}, \mathbf{A_T}, -P_B + \frac{A^2 + A_T^2}{4P_B} \right),$$

$$\vec{B} = (B_0, \mathbf{B_T}, B_z) = \left(P_A + \frac{B^2 + B_T^2}{4P_A}, \mathbf{B_T}, -P_A + \frac{B^2 + B_T^2}{4P_A} \right),$$
(2.7)

Podemos verificar que las definiciones para los momentos de las partículas $A \ge B$ en la ecuación (2.7) cumplen que:

$$A_0^2 - A_z^2 - A_T^2 = A^2, B_0^2 - B_z^2 - B_T^2 = B^2,$$

Elegimos el sistema coordenado de manera que se cumpla que:

$$B_T = A_T = \vec{0},$$

El sistema coordenado descrito es la representación de los momentos en el marco de referencia de momento infinito, y se refiere a que es posible escribir de esta manera los momentos de las partículas $A ext{ y } B$ si la magnitud de los momentos $P_A ext{ y } P_B$ es muchísimo mayor a la magnitud de las masas en reposo de las partículas, lo cual se logra en los experimentos de altas energías.

Las ecuaciones en (2.7) representan a la partícula B moviéndose en la parte positiva del eje z y la partícula A moviéndose en la dirección opuesta. Eligiendo el marco de

referencia del centro de masa, las componentes A_z y B_z son igual y opuestas. En este caso, se puede determinar que P_A y P_B tienen magnitudes $P_A \sim P_B \sim \sqrt{s}/2$.



Figura 2.3.2: Diagrama mostrando el proceso relativista de dispersión dura descrito por la reacción de la ecuación (2.6), donde las partículas $A, B \neq C$ pueden ser compuestas por constituyentes $a, b \neq c$ respectivamente. Esquema basado en [45].

Observemos un proceso de dispersión dura relativista, como en la figura 2.3.2, en el que la dispersión involucra a los componentes de $A ext{ y } B$, respectivamente, denotados por $a ext{ y } b$. Podemos introducir la variable x_b como la fracción de momento del cono de luz hacia adelante de b con relación a B como:

$$x_b = \frac{b_0 + b_z}{B_0 + B_z},$$
(2.8)

Y análogamente definimos a la variable x_a como la fracción de momento del cono de luz hacia atrás de a relativo a A como:

$$x_a = \frac{a_0 + a_z}{A_0 + A_z},\tag{2.9}$$

Entonces, podemos escribir el momento de las partículas componentes a y b como:

$$\vec{a} = \left(x_a P_B + \frac{a^2 + a_T^2}{4x_a P_2}, \ \boldsymbol{a_T}, \ -x_a P_B + \frac{a^2 + a_T^2}{4x_a P_B} \right), \vec{b} = \left(x_b P_A + \frac{b^2 + b_T^2}{4x_b P_1}, \ \boldsymbol{b_T}, \ x_b P_A + \frac{b^2 + b_T^2}{4x_b P_A} \right),$$
(2.10)
Definimos entonces los momentos $\vec{\alpha} = (\vec{A} - \vec{a})$ y $\vec{\beta} = (\vec{B} - \vec{b})$ como en la ecuación (2.11).

$$\vec{\alpha} = \left((1 - x_a) P_B + \frac{\alpha^2 + \alpha_T^2}{4(1 - x_a) P_B}, -\boldsymbol{a_T}, (1 - x_a) P_B + \frac{\alpha^2 + \alpha_T^2}{4(1 - x_a) P_B} \right), \vec{\beta} = \left((1 - x_b) P_A + \frac{\beta^2 + \beta_T^2}{4(1 - x_b) P_A}, -\boldsymbol{b_T}, (1 - x_b) P_A - \frac{\beta^2 + \beta_T^2}{4(1 - x_b) P_A} \right),$$
(2.11)

En el caso de que la partícula constituyente c se fragmente (hadronice) en la partícula C como se muestra en la figura 2.3.2, el proceso relativista de dispersión dura lleva a una sección eficaz inclusiva invariante $E_C \frac{d^3\sigma}{dC^3}(AB \to CX)$ de la forma [45]:

$$E_{C} \frac{d^{3}\sigma}{dC^{3}} \Big|_{AB \to CX} = \sum_{ab,cd} \int dx_{b} d\mathbf{b}_{T} dx_{a} d\mathbf{a}_{T} G_{b/B}(x_{b}, \mathbf{b}_{T}) G_{a/A}(x_{a}, \mathbf{a}_{T})$$

$$\times r \left(s, s', x_{b}, x_{a} \right) \int dx_{C} d\mathbf{c}_{T} G_{C/c}(x_{C}, \mathbf{C}_{T}) E_{C} \frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}} \Big|_{ba \to cd},$$

$$(2.12)$$

En la ecuación (2.12), $s' = (\vec{p_a} + \vec{p_b})^2$ se refiere a una cantidad equivalente a *s* en la ecuación (1.3) para los momentos $\vec{p_a} \ge \vec{p_b}$ correspondientes a las partículas constituyentes *a* y *b* respectivamente. El factor $r(s, s', x_b, x_a)$ es un factor cinemático definido como en la ecuación (2.13).

$$r(s, s', x_b, x_a) = \frac{\lambda(s', a^2, b^2)}{x_a x_b \lambda(s', A^2, B^2)}, \qquad (2.13)$$

De acuerdo a la referencia [45], λ se puede aproximar de la forma $\lambda(s', a^2, b^2) \approx s'$, $\lambda(s', A^2, B^2) \approx s$ y a su vez $s' \approx x_a x_b s$. Por lo tanto, el factor $r(s, s', x_b, x_a) \approx 1$.

Las funciones G son las funciones de fragmentación, y por ejemplo, la función $G_{C/c}(x_C, C_T)$ representa la probabilidad de que el partón c se fragmente en la partícula C, y $G_{a/A}(x_a, a_T)$ representa la probabilidad de encontrar un constituyente a en la partícula A con una fracción de momento x_a y un momento transverso a_T .

Las funciones de fragmentación no son fáciles de determinar de primeros principios, pero existen reglas de conteo para inferir algunos procesos involucrados en la dispersión, como se verá en la sección 2.4.

Una vez que la subestructura de los hadrones está bien establecida, es natural pensar que en una dispersión hadrónica, es posible que más de un partón interactúe a la vez. Las siguientes secciones introducen esta situación en dos regímenes de energía distintos: para baja energía y momento transferido, tenemos los procesos de dispersión múltiple de partones como parte del *UE*, y para alta energía y alta transferencia de momento, analizaremos las reglas de conteo en el modelo relativista de dispersión dura.

2.4. Reglas de conteo en el modelo relativista de dispersión dura

Como vimos en la sección 2.3, la interpretación de las funciones de estructura G en la ecuación (2.12) requieren conocer el comportamiento de la subestructura de las partículas involucradas en una colisión, lo cual, tratándose de nucleones, no es exactamente posible. Sin embargo, en las regiones donde los partones constituyentes involucrados experimentan procesos duros, sabemos que es posible el uso de cálculos de pQCD. Es posible entonces, extraer el **comportamiento dominante** de las funciones de estructura.¹

Analizaremos el caso para $G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T})$. La forma funcional de $G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T})$ se encuentra dada por la ecuación (2.14), donde $\phi_A(a)$ es la función vértice para extraer una partícula constituyente *a* de la partícula *A* original. En la referencia [45] se encuentra el proceso detallado para la derivación de la expresión en la ecuación (2.14).

$$G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{x}{2(1-x)} \frac{\phi_A^2(a)}{(a^2 - m_a^2)^2} , \qquad (2.14)$$

Consideremos una partícula original A con un número de constituyentes N_A . Cada partícula constituyente tiene aproximadamente una fracción de momento de cono de luz hacia delante igual a $1/N_A$. En un diagrama de Feynman que conecte n partículas constituyentes, la cantidad máxima de momento de cono de luz hacia delante que cada constituyente puede tener es del orden de n/N_A . Para que la dispersión cumpla con estar en el régimen de dispersión dura, debe ocurrir que un solo constituyente tenga casi todo el momento de cono de luz hacia delante de la partícula original. El diagrama de Feynman representando esto, requiere que todas o casi todas las lineas de las partículas constituyentes N_A deben estar conectadas.

El diagrama que conecta todas las líneas constituyentes se muestra en la figura 2.4.1. Los constituyentes de A se denotan por el índice *i* y se ordenan de manera que el constituyente número N_A es *a*. Para que el constituyente *a* tenga casi todo el momento de cono de luz hacia delante de *A*, debe pasar que el resto de los $N_A - 1$ constituyentes casi no lleven momento de cono de luz hacia delante. La figura 2.4.1 representando este caso es el diagrama el diagrama de Feynman dominante para extraer la función de estructura $G_{a/A}(x)$.

¹El comportamiento dominante se extrae del diagrama de Feynman de menor orden en teoría de perturbaciones.



Figura 2.4.1: Diagrama mostrando la cantidad de momento de cono de luz hacia adelante que debe tener cada componente de la partícula A. Imagen tomada de [45].

Llamamos función vértice $\phi_A(a)$ a la función describiendo la extracción del constituyente *a* de la partícula *A*. En la figura 2.4.1, asociamos un factor de la forma $1/(k_i^2 - m_i^2)$ para el propagador del constituyente *i* con momento k_i . También se asocia un propagador para el intercambio de un gluón entre los constituyentes, y para el caso de transferencia de momento muy grande, se puede asumir esta interacción puntual. La función vértice $\phi_A(a)$ puede escribirse entonces sólo con los propagadores constituyentes de momento k_2 , k_3, \ldots, k_{N_A-1} como en la ecuación (2.15).

$$\phi_A(a) \sim \frac{1}{(k_2^2 - m_2^2)} \frac{1}{(k_3^2 - m_3^2)} \dots \frac{1}{(k_{N_A-1}^2 - m_{N_A-1}^2)},$$
 (2.15)

Como tenemos el caso en el que *a* tiene la mayor parte del momento de *A*, la contribución dominante del diagrama ocurre cuando k_i incrementa como función de *i*. Por conservación de momento en cada vértice del diagrama de la figura 2.4.1, k_i puede crecer como $k_i \sim (i/N_A)a$ para $i = 2, ..., N_{A-1}$. De esta manera, la mayor cantidad de momento queda concentrada en el constituyente *a*. Además, dado que la magnitud de los momentos k_i es mucho mayor que la masa en reposo de cada constituyente, la ecuación (2.15) puede escribirse aproximadamente como:

$$\phi_A(a) \sim \frac{1}{k_2^2} \frac{1}{k_3^2} \dots \frac{1}{k_{N_A-1}^2} \sim \frac{1}{\left(\frac{2}{N_A}\right)^2 a^2} \frac{1}{\left(\frac{3}{N_A}\right)^2 a^2} \dots \frac{1}{\left(\frac{N_A-1}{N_A}\right)^2 a^2} \sim \frac{1}{\left[\frac{2}{N_A} \frac{3}{N_A} \dots \frac{(N_A-1)}{N_A}\right]^2 (a^2)^{N_A-2}},$$
(2.16)

De acuerdo a la referencia [45], se pueden utilizar las ecuaciones (2.11) para encontrar que

$$a^{2} = \left[x \left(1 - x \right) A^{2} - x \alpha^{2} - a_{T}^{2} \right] / (1 - x)$$
(2.17)

Entonces la ecuación (2.16) puede escribirse como

$$\phi_A(a) \propto \frac{(1-x)^{N_A-2}}{\left[a_T^2 + x\alpha^2 - x\left(1-x\right)A^2\right]^{N_A-2}},$$
(2.18)

Con lo cual, la función de estructura $G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T})$ de la ecuación (2.14) puede escribirse como:

$$G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T}) \propto \frac{x (1-x)^{2(N_A-1)-1}}{[a_T^2 + x\alpha^2 - x (1-x) A^2]^{2(N_A-1)}},$$
 (2.19)

Se puede definir entonces el índice g_a como:

$$g_a = 2(N_A - 1) - 1, (2.20)$$

Con la definición anterior, podemos escribir la ecuación (2.19) de la manera:

$$G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T}) \propto \frac{x (1-x)^{g_a}}{\left[a_T^2 + x\alpha^2 - x (1-x) A^2\right]^{2(N_A-1)}},$$
 (2.21)

Observamos entonces, que cuando $x \sim 1$, es decir, cuando solo un constituyente lleva la mayoría del momento de la partícula original, la dependencia de la función de estructura con respecto a x es:

$$G_{a/A}(x, a_T) \propto (1-x)^{g_a},$$
 (2.22)

Además, cuando la magnitud del momento transverso del constituyente a es mucho mayor que la masa en reposo de los constituyentes, la dependencia de la función de estructura con respecto al momento está dada por:

$$G_{a/A}(x, \boldsymbol{a_T}) \propto \frac{1}{(a_T^2)^{g_a+1}},$$
 (2.23)

El cálculo mostrado puede reproducirse para el caso en el cual a también es una partícula compuesta por n_a constituyentes. En este caso, la diferencia se encuentra solamente en que el índice g_a se encuentra dado por:

$$g_a = 2 (N_A - n_a) - 1$$

= 2 × (número de espectadores) - 1
= 2 × (n_s) - 1, (2.24)

A la ecuación (2.24) se le denomina la *regla de conteo de espectadores* [50].

Existe también la **regla de conteo dimensional** [51], [52], la cual relaciona la sección eficaz diferencial de un proceso de dispersión dura de alto momento transversal de la forma $a + b \rightarrow c + d$ con el número de *participantes activos* en la colisión.

En este caso, se considera que las partículas en la reacción $a+b \rightarrow c+d$ pueden tener constituyentes y se define *n* como el número de participantes activos en la reacción. Para aplicar el análisis dimensional, contamos con el hecho de que la sección eficaz diferencial inclusiva de un proceso como el de la ecuación (2.6) es igual a la suma de los subprocesos de los constituyentes del tipo $a + b \rightarrow c + d$ en cualquier modelo de dispersión dura [53]. Denotamos la dimensión de alguna cantidad ζ como [ζ]. De acuerdo a las referencias [15], [43] y [45] se sabe que una ecuación de la forma (1.13) que relaciona el elemento diferencial de sección eficaz inclusiva d σ con la matriz de dispersión \mathcal{M} , en este caso, $\mathcal{M} \Big|_{ab \rightarrow cd}$, dimensionalmente, debe cumplir con la igualdad en la ecuación (2.25).

$$\left[\left| \mathcal{M} \right|^2 \right] = \left[\text{momento} \right]^{-2(n-4)}, \qquad (2.25)$$

Recordando a la cantidad equivalente $s' = (\vec{p_a} + \vec{p_b})^2$ para los constituyentes a, b, siendo $\vec{p_a}$ y $\vec{p_b}$ los momentos de cada partícula constituyente respectivamente, puede escribirse que:

$$\left| \mathscr{M} \right|^2 \sim \frac{1}{(s')^{n-4}} , \qquad (2.26)$$

En el marco de referencia del centro de masa, se puede integrar los momentos de las partículas constituyentes una a una para obtener la sección eficaz diferencial invariante inclusiva.

$$E_C \frac{d^3 \sigma}{dC^3} \Big|_{ab \to cd} \sim \frac{1}{(s')^2} \left| \mathcal{M} \right|^2 \\ \sim \frac{1}{(s')^{n-2}} , \qquad (2.27)$$

De manera general, además, puede incluirse cualquier función cuyos argumentos sean adimensionales, por ejemplo, una función f como se ve en la ecuación (2.28).

$$E_C \frac{d^3 \sigma}{dC^3} \Big|_{ab \to cd} \sim \frac{1}{(s')^N} f\left(\theta_{CM}, \frac{d^2}{s'}\right), \qquad (2.28)$$

Donde en la ecuación (2.28) el índice N se define como:

$$N = n - 2$$

= (número de participantes activos) - 2, (2.29)

En el caso de la dispersión dura, el momento transverso c_T de la partícula dispersada c es grande, se puede expresar la ecuación (2.28) como se muestra en la ecuación (2.30).

$$E_C \frac{d^3 \sigma}{dC^3} \Big|_{ab \to cd} \sim \frac{1}{\left(\boldsymbol{c_T^2}\right)^N} f\left(\theta_{CM}, \frac{d^2}{s'}\right), \qquad (2.30)$$

Las dos reglas de conteo descritas pueden ser aplicadas al modelo relativista de dispersión dura para obtener la sección eficaz diferencial inclusiva de la ecuación (2.31). El cálculo se puede seguir de las referencias [45], [54] y [55].

$$E_C \frac{d^3 \sigma}{dC^3} \Big|_{AB \to CX} \propto \frac{(1-x)^{g_a+g_b+1}}{\left(\boldsymbol{C_T^2}\right)^N} , \qquad (2.31)$$

Donde $x = \frac{C_0}{\sqrt{s/2}}$ con C_0 la energía de la partícula dispersada C en el marco de referencia del centro de masa de A y B.

A manera de ejemplo, consideremos una colisión $pp \to \pi^+ X$ en la que el proceso dominante sea dos a dos, es decir, $qq \to qq$. En este caso, aplicando las reglas de conteo obtenemos que:

- El número de participantes activos en la colisión si el proceso es $qq \rightarrow qq$, es n = 4.
- El número de constituyentes $N_A = 3$ es el número de constituyentes en p, en este caso, 3 quarks q. A su vez, el número de constituyentes n_a es 1, pues sólo hay un constituyente en q.
- Por la regla de conteo de espectadores, calculamos $n_s = N_A n_a = 3 1 = 2$. Entonces, calculamos $g_a = 2n_s - 1 = 4 - 1 = 3$.
- Por la regla de conteo dimensional, calculamos N = (4 2) = 2.

Con esto sencillos cálculos, siguiendo la ecuación (2.31), podemos inferir que la sección eficaz diferencial para este proceso tiene una comportamiento de la forma

$$E_C \frac{d^3\sigma}{dC^3} \Big|_{pp \to \pi^+ X} \propto \frac{(1-x)^7}{(C_T^4)} ,$$

Si consideramos por el contrario, que el proceso dominante en la misma reacción es $q \mod q \mod q$ mesón tendríamos que:

- El número de participantes activos en la colisión es n = 6.
- El número de constituyentes $N_A = 3$ y el número de constituyentes n_a es 1 (q) y n_b es 2 (mesón).

- Por la regla de conteo de espectadores, calculamos $n_s = N_A n_a = 3 1 = 2$ y $n_s = N_B - n_b = 3 - 2 = 1$. Entonces, calculamos $g_a = 2n_s - 1 = 2 - 1 = 1$ y $g_b = 2n_s - 1 = 2 - 1 = 1$. El exponente $F = g_a + g_b + 1 = 3$
- Por la regla de conteo dimensional, calculamos N = (6 2) = 4.

En este caso, la dependencia observada cambia a:

$$E_C \frac{d^3\sigma}{dC^3} \Big|_{pp \to \pi^+ X} \propto \frac{(1-x)^3}{(C_T^8)}$$

Como podemos ver, con estas reglas de conteo, se puede observar una dependencia de la sección eficaz diferencial inclusiva con respecto a la energía y el momento transversal. Estas dos cantidades son conocidas en un experimento real. Aplicando las reglas de conteo, podemos obtener una dependencia funcional que describa el comportamiento de las distribuciones experimentales de la sección eficaz diferencial invariante, como en la ecuación (2.31). Además, los exponentes de esta forma funcional, F y n, surgen como consecuencia de procesos en la subestructura de las partículas originales en la colisión. Y, por si fuera poco, los exponentes F y n también pueden revelar la cantidad de partículas participantes y espectadoras en la colisión, con lo cual, se puede deducir la cantidad de partículas que participan en la colisión en el proceso dominante.

Al comparar los datos experimentales reales obtenidos por los grandes experimentos en colisionadores con las predicciones de este modelo, se es capaz de extraer información de procesos dominantes en la subestructura de una colisión en la cual ocurren millones de eventos prácticamente al mismo tiempo, y además, deducir el número de partículas participando en cada una de las incontables dispersiones.

Estas comparaciones entre las dependencias de la sección eficaz esperadas y las obtenidas experimentalmente se han estudiado en numerosas referencias, por ejemplo, [45], [53] y [56], obteniendo siempre discrepancias entre la predicción y el resultado experimental.

En la siguiente sección, seguiremos los cálculos para obtener una ley de potencias que describe de mejor manera los datos experimentales de secciones eficaces diferenciales inclusivas.

Capítulo 3

Jets

Como mencionamos ya anteriormente, definiremos a un jet como una observable producto de una dispersión dura donde hay procesos de hadronización debido al confinamiento de quarks y en donde, dependiendo de la energía en centro de masa \sqrt{s} , existe fragmentación, es decir, la creación de nuevas partículas. De manera fenomenológica las diferencias entre fragmentación y hadronización son indistinguibles [15], [57], por lo cual para los fines de este trabajo las definiciones se utilizarán de manera indistinta.

Debido a la dispersión producto de la colisión de hadrones se produce una *lluvia* de partones. Los partones al ser propensos al confinamiento se hadronizan con partones cercanos, dando como resultado partículas cuya energía es detectada como se explicó en la sección 1.2.1. A esta lluvia de partones se le denomina **jet**.

En este trabajo nos centraremos en la producción de un sólo jet, pues hay colisiones que pueden generar multijets en colisiones hadrónicas. Esto no asegura que el jet resultante sea generado por un quark, pues en la dispersión dura y dependiendo del valor de \sqrt{s} también pueden generarse jets que son producidos por gluones.

Para poder diferenciar de manera espacial cada jet, se necesita un algoritmo de distinción, implementado de manera computacional. Los principales algoritmos de búsqueda de jets utilizan un eje alrededor del cual se construye un cono usando las coordenadas ϕ de ángulo azimutal y la dependencia del ángulo θ en η como se vio en la ecuación (1.6). Cualquier partícula detectada en el radio del cono se considera parte del jet. Los parámetros para discriminar un jet de un conjunto de partículas son normalmente el radio desde el eje a cada partícula y la energía cinética E_T o el momento transversal P_T de cada partícula.



Figura 3.0.1: Vista esquemática de la colisión de protones. La observable de la dispersión se señala como la sección eficaz $\hat{\sigma}$. Se muestran los elementos de UE: ISR y FSR. En la dirección de los partones dispersados, se identifica un jet. Imagen tomada de [58].

Para que un algoritmo de reconstrucción de jets sea viable necesita cumplir con una serie de requerimientos, los cuales fueron por primera vez generalizados en la conferencia de Snowmass [59]. Estos requerimientos son:

- El algoritmo de reconstrucción de jets debe ser simple de implementar en un análisis experimental.
- Debe ser simple de implementar en un cálculo teórico.
- Debe estar definido a cualquier orden de teoría perturbativa.
- Debe tener una sección eficaz finita a cualquier orden usando teoría perturbativa.
- Debe tener una sección eficaz relativamente insensible a hadronización.

Los primeros algoritmos de identificación de jets que cumplía con los puntos de la convención de Snowmass eran algoritmos iterativos donde todas las partículas encerradas en un cono de radio fijo se consideraban un jet. Estos algoritmos suelen llamarse simplemente algoritmos de cono fijo. Sin embargo, estos algoritmos fallaban en ser sensibles a procesos colineales que forman parte del *Pile Up* que interferían con la determinación del eje del jet y recombinaciones que no son parte del jet provenientes del UE. Para ello, y con la implementación de paquetes computacionales como FastJet [60], se pudieron construir algoritmos de identificación de jets que tomaran en cuenta estos aspectos, es decir, que cumplieran con ser *IRC Safe*, en inglés, *InfraRed Colinear Safe*, ser a prueba de Radiación Infrarroja y Colinearidad.



Figura 3.0.2: La lluvia colimada de partículas en las direcciones de los partones dispersados se identifican por medio de conos para formar jets. Imagen modificada de [61].

Por ejemplo, si el algoritmo no es prueba de colinearidad, al sustituir una partícula identificada por dos partículas de manera que se conserve la energía total, lo cual sucede experimentalmente en procesos de decaimiento durante la hadronización, los jets identificados también pueden cambiar tanto en energía como en dirección, como sucede en la figura 3.0.3.



Figura 3.0.3: Diagrama esquemático mostrando, a la izquierda, un jet que encierra tres partículas representadas por flechas dentro de un cono. A la derecha, se sustituye una de las partículas por dos partículas representadas por flechas punteadas. Si el algoritmo es no *IRC Safe*, el jet identificado originalmente puede ser identificado ahora como dos jets diferentes.

Por otro lado, supongamos que tenemos dos jets identificados con algún método que no sea a prueba de radiación infrarroja. Si se le agregara una partícula de poca energía, lo cual puede suceder cuando se irradia una partícula en el proceso de hadronización, los jets identificados no serían los mismos, como sucede en la figura 3.0.4.



Figura 3.0.4: Diagrama esquemático mostrando a la izquierda dos jets identificados como conos encerrando flechas las cuales representan el eje del jet. De lado derecho, se agrega una flecha punteada que representa una partícula irradiada, por ejemplo, un gluón. La configuración es ahora identificada por el algoritmo no *IRC Safe* como dos jets diferentes en dirección y en tamaño (energía). También puede ser identificado como un solo jet que encierre tanto a las partículas originales como a la irradiada.

A pesar de que por mucho tiempo se utilizaron algoritmos de tipo cono fijo, actualmente han sido sustituidos por algoritmos de acumulación secuencial, debido que éstos últimos cumplen con ser IRC Safe, a diferencia de los primeros. A continuación, se explicará el funcionamiento de los algoritmos de reconstrucción de jets por medio de acumulación secuencial. La referencia [62] explica el funcionamiento de los algoritmos de cono fijo. Existen otros algoritmos de identificación de jets, por ejemplo, el de cono de punto medio explicado en la referencia [63] y el SISCone detallado en la referencia [64].

3.1. Algoritmos de acumulación secuencial

Estos algoritmos utilizan como primer parámetro la distancia entre momentos transversales, que para este algoritmo es mucho más común encontrarlo expresado como K_t , de partículas adyacentes i y j, y la distancia de cada partícula al eje del haz d_{iB} de la forma:

$$d_{ij} = min(K_{ti}^{2P}, K_{tj}^{2P}) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^{2P}} ,$$

$$d_{iB} = K_{ti}^{2P} ,$$
(3.1)

y con $\Delta_{ij} = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2$.

Se reconocen tres algoritmos principales de este tipo: el de valor del exponente P = 1llamado K_T , con el valor de P = -1 llamado **Anti** K_T y con el valor de P = 0 llamado **Cambridge/Aachen** [64].

Cualquiera de estos algoritmos es IRC Safe por construcción, es decir, no se usa ninguna semilla y se tiene como parámetro libre sólo el radio del cono R.

Recientemente, se han usado estos algoritmos de manera preferencial ya que con la implementación de FastJet (FJ) es posible implementar los cálculos computacionales de manera más eficiente [65] al introducir observaciones geométricas para encontrar la partícula j a la menor distancia de la partícula i teniendo una distancia no simétrica, es decir, d_{ij} y d_{ji} no son iguales, como se puede ver en la definición de la ecuación (3.2), y están sólo determinados por su posición en el cono $\phi - \eta$. Además, implementan transitividad en la cercanía geométrica entre tres partículas, con lo cual el número de cálculos de distancias adyacentes a efectuar se disminuyen de manera considerable.

$$d_{ij} = K_{ti}^{2P} \frac{\Delta_{ij}^2}{R^{2P}} , \qquad \qquad d_{ji} = K_{tj}^{2P} \frac{\Delta_{ij}^2}{R^{2P}} , \qquad (3.2)$$

En la figura 3.1.1 se observan los resultados para los tres distintos algoritmos de acumulación secuencial descritos para la identificación de jets utilizando el mismo conjunto de datos y con el mismo parámetro R = 1.0, diferenciando cada jet identificado por distintos colores y las energías de los mismos están graficadas en el eje z, siendo las columnas más altas las de mayor energía. Se observa que en el plano $y - \phi$, el cual, es equivalente al plano $\eta - \phi$, se generan superficies más regulares solamente para el algoritmo anti- k_T . Tener superficies regulares más parecidas a círculos reduce la complejidad de las correcciones posteriores y es característico de algoritmos que agrupan primero las partículas más energéticas por lo que son algoritmos que suelen ser menos sensibles a *Pile* Up y UE, por lo que además son ideales para estudiar la dispersión dura y explica la preferencia por el uso del algoritmo anti- k_T en los experimentos recientes en LHC, como podrá verse más adelante en este trabajo. Por otra parte, la forma irregular en el plano $y - \phi$ es característica de algoritmos que agrupan primero las partículas de menos energía, lo cual hace que los algoritmos sean sensibles a PU y UE pero sean buenos para estudiar la subestructura de jets.



Figura 3.1.1: Comparación de distintos algoritmos de identificación de jets sobre los mismos datos y con el mismo valor de parámetro R. Modificado de [64].

3.2. Descripción de la sección eficaz como una ley de potencias

Esta sección seguiremos las deducciones presentadas en las referencias [54], [55], [66] y [67], las cuales se basan en el modelo presentado en las secciones 2.3 y 2.4.

Partimos de la expresión de la ecuación (2.12) pero para la reacción $AB \rightarrow cX$,

describiendo un partón c dispersado a $\eta \sim 0$, esto es:

$$E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{AB\to cX} = \sum_{ab} \int dx_{b}d\boldsymbol{b}_{T}dx_{a}d\boldsymbol{a}_{T}G_{b/B}(x_{b},\boldsymbol{b}_{T})G_{a/A}(x_{a},\boldsymbol{a}_{T})E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{ab\to cX'}, \quad (3.3)$$

Consideramos el proceso partón-partón elástico de menor orden, con lo que, según la referencia [45], la sección eficaz diferencial para c se relaciona con $d\sigma/dt$ de la forma:

$$E_c \frac{d^3\sigma}{dc^3} \Big|_{ab \to cX'} = \frac{s'}{\pi} \frac{d^3\sigma}{dc^3} \Big|_{ab \to cX'} \delta\left(s' + t' + u'\right) , \qquad (3.4)$$

En la ecuación (3.4) observamos las expresiones análogas a las variables de Mandelstam ty u dadas por la ecuación (1.3) pero para los momentos de las partículas constituyentes: $t' = (\vec{p_a} - \vec{p_b})^2$ y $u' = (\vec{p_b} - \vec{p_c})^2$. Los vectores de momento en el marco de referencia de momento infinito descrito en la sección 2.3 están dados en las ecuaciones (3.5).

$$\vec{p_a} = \left(x_a \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{a_T^2}{2x_a \sqrt{s}}, \ \boldsymbol{a_T}, \ x_a \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{a_T^2}{2x_a \sqrt{s}} \right),
\vec{p_b} = \left(x_b \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{b_T^2}{2x_b \sqrt{s}}, \ \boldsymbol{b_T}, \ -x_b \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{b_T^2}{2x_b \sqrt{s}} \right),
\vec{p_c} = \left(x_c \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{c_T^2}{2x_c \sqrt{s}}, \ \boldsymbol{c_T}, \ x_c \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{c_T^2}{2x_c \sqrt{s}} \right),$$
(3.5)

Donde la variable de momento de cono de luz hacia delante x_c del partón dispersado c es:

$$x_c = \frac{c_0 + c_z}{\sqrt{s}},$$
 (3.6)

Con c_0 y c_z las componentes de energía inicial y tangencial respectivamente. Las variables de Mandelstam primadas se convierten entonces en:

$$s' = (\vec{p_a} + \vec{p_b})^2 = x_a x_b s + \frac{a_T^2 b_T^2}{x_a x_b s} - 2 \boldsymbol{a_T} \cdot \boldsymbol{b_T} ,$$

$$t' = (\vec{p_a} - \vec{p_c})^2 = -\frac{x_a c_T^2}{x_c} - \frac{x_c a_T^2}{x_a} - 2 \boldsymbol{a_T} \cdot \boldsymbol{c_T} ,$$

$$u' = (\vec{p_b} - \vec{p_c})^2 = -x_b x_c s - \frac{c_T^2 b_T^2}{x_b x_c s} - 2 \boldsymbol{b_T} \cdot \boldsymbol{c_T} ,$$
(3.7)

Por lo que por la propiedad s' + t' + u' = 0, obtenemos:

$$x_{a}x_{b}s + \frac{a_{T}^{2}b_{T}^{2}}{x_{a}x_{b}s} - \frac{x_{a}c_{T}^{2}}{x_{c}} - \frac{x_{c}a_{T}^{2}}{x_{a}} - x_{b}x_{c}s - \frac{b_{T}^{2}c_{T}^{2}}{x_{b}x_{c}s} = -a_{T}^{2} - b_{T}^{2} - c_{T}^{2} + \left(\boldsymbol{c_{T}} - \boldsymbol{a_{T}} + \boldsymbol{b_{T}}\right)^{2},$$
(3.8)

,

En el caso especial en el cual la partícula dispersada c tiene un ángulo de dispersión $\theta_c = \pi/2$ en el marco de referencia del centro de masa de las partículas AB, y por la restricción en la ecuación (3.8), se tiene que:

$$x_c = \frac{c_T}{\sqrt{s}} ,$$

$$x_a(x_b) = x_c + \frac{x_c^2}{x_b - x_c} ,$$

$$x_a = x_b = 2x_c ,$$
(3.9)

Con las ecuaciones anteriores, según la referencia [45], se puede escribir la expresión δ en (3.4) de la manera:

$$\delta(s' + t' + u') = \frac{\delta(x_a - x_a(x_b))}{|\frac{\partial(s' + t' + u')}{\partial x_a}|}, \qquad (3.10)$$

Y por otro lado

$$\frac{\partial \left(s'+t'+u'\right)}{\partial x_a} = s\left(x_b - \frac{c_T^2}{x_c s}\right),\tag{3.11}$$

Aplicando esto en la ecuación (3.4) tenemos:

$$E_c \frac{d^3 \sigma}{dc^3} \Big|_{ab \to cX'} = \left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{ab \to cX} \frac{x_a x_b \delta \left(x_a - x_a(x_b) \right)}{\pi \left(x_b - c_T^2 / x_c s \right)} , \qquad (3.12)$$

Por lo cual la ecuación (3.13):

$$E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{AB\to cX} = \sum_{ab} \int dx_{b}d\boldsymbol{b_{T}}dx_{a}d\boldsymbol{a_{T}}G_{b/B}(x_{b},\boldsymbol{b_{T}})G_{a/A}(x_{a},\boldsymbol{a_{T}})\frac{x_{a}x_{b}\delta\left(x_{a}-x_{a}(x_{b})\right)}{\pi\left(x_{b}-c_{T}^{2}/x_{c}s\right)}\frac{d\sigma}{dt}\Big|_{ab\to cX}$$

$$(3.13)$$

Proponemos que las funciones de estructura tengan una forma aproximada como la mostrada en las ecuaciones (3.14).

$$G_{a/A}(x_a, \boldsymbol{a_T}) = \frac{A_a}{x_a} (1 - x_a)^{g_a} D_a(\boldsymbol{a_T}) ,$$

$$G_{b/B}(x_b, \boldsymbol{b_T}) = \frac{A_b}{x_b} (1 - x_b)^{g_b} D_b(\boldsymbol{b_T}) ,$$
(3.14)

La ecuación (2.27) se convierte en:

$$E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{AB\to cX} = \sum_{ab} A_{a}A_{b} \int d\mathbf{b_{T}}d\mathbf{a_{T}}D_{a}(\mathbf{a_{T}})D_{b}(\mathbf{b_{T}}) \ dx_{b}dx_{a} \left(1-x_{a}\right)^{g_{a}} \left(1-x_{b}\right)^{g_{b}} \frac{\delta\left(x_{a}-x_{a}(x_{b})\right)}{\pi\left(x_{b}-c_{T}^{2}/x_{c}s\right)} \ \frac{d\sigma}{dt}\Big|_{ab\to cX},$$

$$(3.15)$$

Integrando sobre x_a tenemos:

$$E_{c} \frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}} \Big|_{AB \to cX} = \sum_{ab} A_{a} A_{b} \int d\mathbf{b}_{T} d\mathbf{a}_{T} D_{a} \mathbf{a}_{T} D_{b} \mathbf{b}_{T} dx_{b} \frac{(1-x_{a})^{g_{a}} (1-x_{b})^{g_{b}}}{\pi (x_{b}-c_{T}^{2}/x_{c}s)} \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{ab \to cX} , \qquad (3.16)$$

Debido a que el momento transverso es grande, podemos considerar que la distribución de momento intrínseco es estrecha, y por tanto $\int d\boldsymbol{a_T} D_a \boldsymbol{a_T} = \int d\boldsymbol{b_T} D_b \boldsymbol{b_T} = 1$. Además, introducimos $\tau_c^2 = c_T/s$, con lo cual, la ecuación (3.16) se convierte en:

$$E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{AB\to cX} = \sum_{ab} A_{a}A_{b} \int dx_{b} \frac{(1-x_{a})^{g_{a}} (1-x_{b})^{g_{b}}}{\pi (x_{b} - \tau_{c}^{2})} \frac{d\sigma}{dt}\Big|_{ab\to cX}, \quad (3.17)$$

Usando el método de integración del punto silla, obtenemos

$$E_c \frac{d^3\sigma}{dc^3} \Big|_{AB \to cX} = \sum_{ab} A_a A_b \int dx_b \frac{e^{f(x_b)}}{\pi \left(x_b - \tau_c^2 / x_c\right)} \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{ab \to cX} , \qquad (3.18)$$

Con $f(x_b) = g_a \ln(1-x_a) + g_b \ln(1-x_b)$. Consideremos ahora $g_a = g_b = g$ y expandiendo $f(x_b)$ alrededor de su mínimo para x_b , al que llamaremos x_{b_0} y se localiza en

$$x_{b_0} = \frac{\tau_c^2}{x_c} + \tau_c \sqrt{\frac{1 - \tau_c^2 / x_c}{1 - x_c}} , \qquad (3.19)$$

Con la ecuación (3.19), según la referencia [45], puede escribirse $x_a(x_{b_0})$ en una manera análoga a la mostrada en las ecuaciones (3.9) de la siguiente manera:

$$x_{a_0} = x_c + \tau_c \sqrt{\frac{1 - x_c}{1 - \tau_c^2 / x_c}} , \qquad (3.20)$$

De la segunda derivada de $f(x_b)$ con respecto a x_b , se obtiene:

$$E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{AB\to cX} = \sum_{ab}\frac{A_{a}A_{b}}{\sqrt{\pi g_{a}}}\left(1-x_{a_{0}}\right)^{g_{a}}\left(1-x_{b_{0}}\right)^{g_{a}}\frac{1}{\sqrt{\tau_{c}}}\left(\frac{1-x_{c}}{1-\tau_{c}^{2}/x_{c}}\right)^{1/4}\sqrt{\frac{\left(1-x_{b_{0}}\right)^{2}}{1-\frac{x_{b_{0}}+\tau_{c}^{2}/x_{c}}{2}}}\frac{d\sigma\left(ab\to cX'\right)}{dt}\Big|_{x_{a_{0}},x_{b_{0}}}$$

$$(3.21)$$

De nuevo, en el caso en el cual la partícula dispersada c tiene un ángulo de dispersión $\theta_c = \pi/2$ en el marco de referencia del centro de masa de las partículas AB,tenemos que dos términos de la ecuación (3.21) tienen un valor cercano a 1, por lo cual, simplificándolos, obtenemos la expresión de la ecuación (3.22).

$$E_{c}\frac{d^{3}\sigma}{dc^{3}}\Big|_{AB\to cX} = \sum_{ab} \frac{A_{a}A_{b}}{\sqrt{\pi g_{a}}} \left(1-x_{a_{0}}\right)^{g_{a}} \left(1-x_{b_{0}}\right)^{g_{a}} \frac{1}{\sqrt{\tau_{c}}} \frac{d\sigma\left(c_{T};ab\to cX'\right)}{dt}\Big|_{x_{a_{0}},x_{b_{0}}}, \quad (3.22)$$

En el capítulo 4 analizaremos de nueva cuenta una variación de la ecuación (3.22). Mientras tanto, el poder describir la sección eficaz diferencial producto de una colisión de nucleones por medio de una función con la forma de una ley de potencias, de la cual pueden extraerse comportamientos de la subestructura de la colisión es una herramienta en extremo poderosa. Uno de los objetivos de este trabajo consiste en explotar este recurso, con las correcciones a la función que se analizarán en el capítulo 4.

Pasaremos entonces a definir algunos otros conceptos que serán útiles y relevantes en el trabajo respecto a la definición de un jet, los algoritmos más usados y sus características para ser utilizados y tomar en cuenta algunos efectos como la radiación infrarroja y la colinearidad.

Capítulo 4

Evidencia de dispersión dura dos a dos

El principal objetivo de este trabajo se centra en estudiar el comportamiento de espectros de distribución de momento transversal P_T para jets. Se sabe que la función de Tsallis (y/o Hagedorn) es una parametrización ampliamente usada para ajustar los espectros de distribución de P_T , y una de las razones de su amplio uso se debe a que depende de pocos parámetros a ajustar, normalmente 3 parámetros. Otras razones incluyen que es una función suave, continua y ajusta datos de sección eficaz en regímenes de alto y bajo P_T .

La motivación de este trabajo surge de la idea de que los parámetros utilizados en la función de Tsallis emerjan desde procesos relativistas de dispersión dura entre partones. Dicho de otra manera, se quiere probar la teoría de que analizando el significado físico de los parámetros en la función de Tsallis se pueda extraer información física de procesos a nivel dispersión de partones. Naturalmente entonces, podrían observarse en los resultados de ajustes de distribución de momento transverso a la función de Tsallis.

Otro punto importante viene del hecho de que las funciones de Tsallis suelen describir datos de distribuciones de P_T a lo largo de la totalidad del rango P_T , cuando se sabe que existen ciertos procesos aparecen solo en valores bajos de P_T y ciertos procesos sólo en valores de alto P_T .

Centrándonos en la distribución de momento transverso para valores altos de P_T , podemos emplear el modelo de dispersión dura en QCD. Analizando el modelo de dispersión dura en QCD podemos estudiar si los parámetros de la función de Tsallis surgen naturalmente de este modelo y entonces, extraer un significado físico de cada parámetro.

Recordemos que en la sección 2.3 analizamos el modelo básico de partones que no incluía dependencia de los parámetros con las escalas de energía y se asumen quarks sólidos y puntuales. Después, con la formulación del Lagrangiano de QCD, aparece la dependencia en las funciones de estructura y se encontró que los teóricos partones correspondían a los

observados quarks. Posteriormente, con los cálculos que se mostraron en la sección 2.4 se puede llegar a la conclusión de que la sección eficaz diferencial inclusiva puede describirse de manera funcional por una ley de potencias dependiendo del momento transversal c_T del partón dispersado c como en la ecuación (4.1).

$$E \ \frac{d\sigma(ab \to cd)}{dc^3} \ \alpha \ \frac{1}{c_T^n} \ , \tag{4.1}$$

Donde $n = 2 \times (número de participantes activos en la dispersión - 2). El número de participantes activos en la dispersión incluye los componentes de los estados iniciales <math>a, b$ y finales c, d.

Por ejemplo, si se asume que el proceso dominante de la dispersión dura de partones en una colisión pp viene de procesos del tipo $qq \rightarrow qq$, es decir, **dos a dos**, la regla de conteo en la ecuación (4.1) da como resultado una dependencia de la sección eficaz con respecto al momento transversal igual a $d\sigma/dc \sim 1/P_T^4$, es decir, un valor de n = 4.

Además, previamente, se ha concluido que a alto P_T , las distribuciones de sección eficaz diferencial inclusiva, que es en realidad producto de múltiples dispersiones, parece provenir de una sola dispersión con una distribución de momento transverso descrito por la ley de potencias mencionada con n = 4 y residuos de términos logarítmicos [68]. Sin embargo, al ajustar resultados experimentales a la ley de potencias usando n = 4 se presentan discrepancias [45].

En la referencia [55] se propone una ley de potencias deducida desde el modelo relativista de dispersión dura en QCD, la cual será la base para este trabajo. La diferencia entre esta ley de potencias y la previamente presentada radica en la expansión de los términos logarítmicos para obtener una corrección a la potencia n que describa de manera más certera los datos de sección eficaz diferencial inclusiva y, además, pueda ser capaz de deducir propiedades de la dispersión de partones desde el resultado de los ajustes.

La referencia [55] propone una función que ajusta la sección eficaz diferencial en una colisión $AB \rightarrow cX$ siendo c un partón dispersado y X el jet producido por la colisión de las partículas A y B. Dicha función se encuentra dada por la ecuación (4.2).

$$\frac{d^3\sigma(AB \to cX)}{dyd\bar{c_T}} = A \frac{\alpha_s^2(Q^2(c_T))(1 - x_{a_0}(c_T)^{g_a})(1 - x_{b_0}(c_T)^{g_a})}{C_T^n} , \qquad (4.2)$$

Que bajo las aproximaciones siguientes

$$\eta = 0 \rightarrow x_{a_0} = x_{b_0} = 2x_c = \frac{2c_T}{\sqrt{s}} ,$$
$$g_a = 6 ,$$
$$c_T \rightarrow E_T \rightarrow P_T ,$$

Se convierte en la ecuación

$$\frac{d^{3}\sigma(AB \to cX)}{dyd\bar{c}_{T}} = A \frac{\alpha_{s}^{2}(Q^{2}(c_{T}))\left(1 - \frac{2E_{T}}{\sqrt{s}}\right)^{2(6)}}{E_{T}^{n}} = \frac{1}{2\pi E_{T}}\frac{d^{2}\sigma}{dE_{T}d\eta}, \quad (4.3)$$

Para la constante de acoplamiento α_s

$$\alpha_s(c_T) = \frac{12\pi}{27 \ln(P_T^2/\Lambda_{QCD}^2)} , \qquad (4.4)$$

Escogiendo como dice la referencia [55] $\Lambda_{QCD} = 0.25$ GeV de manera que $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1184$.

Se esperan entonces dos comportamientos clave:

- El parámetro n debe ser aproximadamente 4.5 para colisiones duras: En la referencia [55] se obtiene una predicción teórica de n = 4 + 1/2, donde el factor 1/2 extra corresponde a una corrección debido a la fracción de momento del segundo partón en el proceso dos a dos.
- El parámetro n debe ser mayor si *R* es mayor: Los procesos confinados en el cono de radio *R* usado por el algoritmo de identificación de jets aumentan si *R* aumenta.

El análisis presentado en este trabajo es un análisis central, es decir, $|\eta| \leq 1.0$, lo cual permite un número de conjunto de datos mayor a los reportados previamente por las referencias [55] con 8 conjuntos de datos para jets/fotones y [66] con 8 conjuntos de datos para jets/fotones. La ventana de pseudorrapidez elegida, sin embargo, permite que el ajuste de los datos a la función (4.2) caiga dentro de su rango de validez el cual requiere que $\eta \sim 0$.

Para el desarrollo de este trabajo, la metodología que se utilizó fue la siguiente:

- 1. Recopilar la mayor cantidad de datos de sección eficaz diferencial. Los datos recopilados fueron obtenidos de la base de datos de experimentos de altas energías HEPData [69]. La mayoría de los datos recopilados corresponde a colisiones $p\bar{p}$.
- 2. Utilizar una ley de potencias para ajustar los datos de secciones eficaces diferenciales. Se utilizó el programa ROOT [70] para poder realizar las gráficas que comparan conjuntos de datos recopilados. Utilizando esta herramienta de software también se realizaron los ajustes a la ley de potencias propuesta y se guardaron los parámetros de los ajustes y el rango de E_T en el que se obtuvieron.
- 3. Comparar e interpretar los resultados. Una vez teniendo los parámetros de los ajustes de los datos de secciones eficaces a la ley de potencias propuesta, se puede reconstruir la función y comparar tanto con los datos originales como con los datos previamente analizados, por ejemplo, en las referencias [55] y [66].

Para el punto número 2 listado en la metodología de la sección anterior, el lado derecho de la ecuación (4.3) es la función a la cual se ajustaron los datos. Cabe resaltar entonces, que **los parámetros a ajustar son** n **y** A, pero sólo n tiene un significado físico.

4.1. Ajustes de la sección eficaz a una ley de potencias

Se analizaron 62 conjuntos de datos en 10 rangos de $|\eta|$ siendo todos menores a 1.0. De todos los conjuntos de datos recabados, se clasifica la información como se muestra en la tabla 4.1.1.

Energía en CM		Algorit	Algoritmo		Radio		Rango η	
\sqrt{s}	Datos	Algoritmo	Datos	Radio	Datos	$ \eta $	Datos	
[TeV]				R				
0.546	2	CF	23	0.2	1	0 - 0.5	16	
0.63	6	k_T	6	0.4	10	0.1 - 0.7	16	
1.8	14	Anti - k_T	30	0.5	5	0 - 0.7	2	
1.96	10	MP	3	0.6	6	0.5 - 1.0	9	
2.76	8			0.7	33	0.4 - 0.8	2	
7	16			1.0	4	0 - 0.4	2	
8	2			1.3	3	0 - 0.1	2	
13	4					0.3 - 0.8	6	
						0 - 0.3	6	
						0 - 0.85	1	

Tabla 4.1.1: Tabla mostrando el resumen de los 62 conjuntos de datos recabados, agrupados de distintas maneras. La columna *Algoritmo* lista CF para Cono Fijo y MP para Punto Medio. La suma cada columna de Datos es igual a los 62 conjuntos recabados.

Las gráficas mostradas de este punto en adelante incluyen las incertidumbres estadísticas y sistemáticas siempre que estén reportadas en los datos originales sumadas en cuadratura, aunque no siempre pueda ser notable. Cada punto representa un dato reportado unido por líneas punteadas verdes. Cada curva representa un conjunto de datos. Las líneas sólidas negras representan la función ajustada y los puntos rojos superpuestos a los datos representan la evaluación de cada valor de E_T o P_T en la función obtenida al ajuste. En la parte inferior se muestra una comparación porcentual de los datos reconstruidos a los datos originales de la forma mostrada en la ecuación (4.5).

$$\Delta p = \frac{\text{dato real - dato ajustado}}{\text{dato real}} , \qquad (4.5)$$

4.2. Resultados del ajuste para $|\eta| < 0.5$

En esta sección se presentan las gráficas representativas para los 14 conjuntos de datos correspondientes a $|\eta| < 0.5$. El resto de los ajustes pueden encontrarse en el apéndice A.1.

Primero, a manera de control, se reproducen todos los ajustes presentados en la referencia [55] ya que ésta muestra el mayor número de conjuntos de datos y valores de n de entre los artículos utilizados como referencia.

En la figura 4.2.1 se pueden observar los resultados del ajuste de los datos presentados por la referencia [38] a la función dada por la ecuación (4.2). Los datos originales publicados en la referencia [38] corresponden a los datos de sección eficaz de una colisión $p\bar{p}$ a una energía disponible en centro de masa de $\sqrt{s} = 1.8$ TeV y $\sqrt{s} = 630$ GeV. Esta figura corresponde a los datos para $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Los datos se obtuvieron utilizando un algoritmo de identificación de jets del tipo cono fijo con un radio de jet R = 0.7 y corresponden a una ventana de pseudorrapidez $|\eta| < 0.5$. De lado izquierdo de la figura 4.2.1 se muestra el ajuste presentado por la referencia [55], en el cual, para este conjunto de datos, se obtuvo un valor para la potencia n = 4.60 sin incertidumbre reportada. De lado derecho de la figura, se observa el valor obtenido para la potencia n por este trabajo, siendo la potencia $n = 4.93 \pm 0.04$. En la parte inferior de la gráfica de lado derecho, se muestra la comparación porcentual dada por la ecuación (4.5) de los datos reales, es decir, los reportados por la referencia [38], contra los datos ajustados, es decir, los que se obtienen al evaluar la función (4.2) usando n obtenido por el ajuste de este trabajo, en cada valor de E_T original.



Figura 4.2.1: Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la referencia [38] Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo n = 4.60. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo y comparación porcentual de los datos experimentales evaluados en la función ajustada obtenida. Se obtuvo $n = 4.93 \pm 0.04$ y datos dentro de una incertidumbre porcentual del 300 % en un rango de E_T : [60, 400] GeV.

Observamos que en el ajuste de la figura 4.2.1 obtenido para este trabajo, que el ajuste reproduce los datos originales casi en la totalidad del rango de E_T : [60, 400] GeV dentro de una incertidumbre porcentual del 300 %.

Por otro lado, comparando solo los valores de la potencia n obtenidos, encontramos que el valor obtenido para este trabajo $n = 4.93 \pm 0.04$ y difiere únicamente en valor

por un 7.2% respecto al presentado por la referencia [55]. Además, el valor $n = 4.93 \pm 0.04$ obtenido por este trabajo se encuentra dentro del valor esperado $n \sim 4.5$, y difiere en valor del mismo por aproximadamente un 9.56%.

En la figura 4.2.2 se pueden ver los resultados del ajuste para el conjunto de datos de la referencia [38] correspondientes esta vez a $\sqrt{s} = 630$ GeV. El tipo de colisión es $p\bar{p}$ y el algoritmo de identificación de jets utilizado es de tipo cono fijo con un radio R = 0.7.

En este caso, la potencia n reportada por la referencia [55] es n = 4.64 sin incertidumbre. Por otro lado, la potencia n obtenida por este trabajo es $n = 4.87 \pm 0.01$. La diferencia de valor porcentual entre ambos es de aproximadamente 4.96 %. En la parte inferior de la figura 4.2.2, se puede observar que la mayor parte de los puntos en el rango E_T : [20, 100] GeV se encuentran dentro del 60 % de incertidumbre porcentual en la forma presentada por la ecuación (4.5).

Además, el valor $n = 4.87 \pm 0.01$ obtenido por este trabajo se encuentra dentro del valor esperado $n \sim 4.5$, y difiere en valor del mismo por aproximadamente un 8.2%.

Cabe resultar que en los resultados para n discutidos en la figuras 4.2.1 y 4.2.2 no se reportan incertidumbres para n por la referencia [55], por lo que las comparaciones son respecto al valor sin su incertidumbre.



Figura 4.2.2: Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la referencia [38] Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo n = 4.64. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo y comparación porcentual de los datos experimentales evaluados en la función ajustada obtenida. Se obtuvo $n = 4.87 \pm 0.01$ y datos dentro de una incertidumbre porcentual del 60 % en un rango de E_T : [20, 100] GeV.

En la figura 4.2.3 se encuentra la comparación del ajuste obtenido para el conjunto de datos de la referencia [71], correspondientes a secciones eficaces diferenciales medidas en el experimento CMS, a $\sqrt{s} = 7$ TeV, para R = 0.5. De lado izquierdo de la figura 4.2.3 se muestra el conjunto de datos con su correspondiente ajuste a la función (4.3) presentado

por la referencia [55]. De lado derecho, se muestra el ajuste obtenido en este trabajo a la misma función.

Para el mismo conjunto de datos, utilizando la misma función a ajustar, notamos que la referencia [55] reporta un valor $n = 5.44 \pm 0.1$. En este trabajo, se obtiene un valor de $n = 5.45 \pm 0.02$. El resultado obtenido está dentro de la incertidumbre reportada previamente para n. La diferencia porcentual entre el resultado obtenido y el reportado previamente es de 0.18 %.

En la parte inferior de la gráfica obtenida por este trabajo en la figura 4.2.3 se encuentra que el ajuste reproduce los datos experimentales en todo el rango reportado, E_T : [20,1000]GeV dentro de una incertidumbre porcentual del 100%. Sin embargo notamos que las unidades en las que se encuentran reportados los datos experimentales por la referencia [55], mb GeV⁻², difieren a las unidades en las que se encuentran reportados los datos originales en la referencia [71] y descargados de de HEPData, siendo éstas pb GeV⁻². Se verificó que no se haya realizado una conversión de unidades, pero se descartó esta posibilidad debido a que los valores convertidos no corresponden a los reportados por la gráfica de la referencia [55] y se observa que sin necesidad de realizar el cambio de unidades, la gráfica se reproduce en los mismos órdenes de magnitud para la sección eficaz diferencial. Se especula entonces que esta diferencia de unidades puede deberse a un error de escritura en la gráfica para este conjunto de datos en la referencia [55].



Figura 4.2.3: Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la referencia [71]. Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo $n = 5.44 \pm 0.1$. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo y comparación porcentual de los datos experimentales evaluados en la función ajustada obtenida. Se obtuvo $n = 5.45 \pm 0.02$ y datos mayoritariamente dentro de una incertidumbre porcentual del 100 % en un rango de E_T : [20, 800] GeV.

Como siguiente reproducción de resultados previamente publicados a manera de con-

trol, tenemos los resultados mostrados en la figura 4.2.4. En esta figura, se comparan los resultados de ajustes obtenidos para los datos reportados en la referencia [72], correspondientes a secciones eficaces diferenciales medidas en el experimento ALICE de colisiones pp, a $\sqrt{s} = 2.76$ TeV, para R = 0.2 y R = 0.4. De lado derecho de la figura 4.2.4 tenemos el ajuste publicado por la referencia [55], donde se reporta para R = 0.2 el valor $n = 4.8 \pm 0.2$. En este trabajo, se obtiene un valor de $n = 4.78 \pm 0.14$. Vemos que el valor obtenido en este trabajo está dentro de la incertidumbre reportada en la publicación, y corresponde a un 0.4% de incertidumbre porcentual con respecto al mismo. Además, la reconstrucción de los datos experimentales utilizando la función ajustada reproduce todos los datos dentro de un 30% de incertidumbre porcentual en un rango de E_T : [20, 100] GeV.

Por otro lado, los resultados para los datos correspondientes a R = 0.4 están reportados en la referencia [55] como $n = 5.0 \pm 0.2$. En este trabajo, se obtiene un valor de $n = 4.88 \pm 0.01$. En el caso de n, observamos que el resultado obtenido por el ajuste de este trabajo está dentro de la incertidumbre reportada en la publicación, correspondiendo a un 2.4% de incertidumbre porcentual con respecto al mismo. También, la reconstrucción de los datos experimentales utilizando la función ajustada reproduce todos los datos dentro de un 20% de incertidumbre porcentual en un rango aproximado de E_T : [20, 100] GeV.



Figura 4.2.4: Comparación de resultados obtenidos para el ajuste de los datos de la referencia [72]. Izquierda: Resultados reportados por [55] obteniendo para R = 0.2 el valor $n = 4.8 \pm 0.2$ y para R = 0.4, $n = 5.0 \pm 0.2$. Derecha: Resultados obtenidos por este trabajo para R = 0.2 y para R = 0.4. Se obtuvo para R = 0.2 un valor de $n = 4.78 \pm$ 0.14 y para R = 0.4 un valor de $n = 4.88 \pm 0.01$. En la parte inferior se obtiene que los datos reconstruidos están dentro de una incertidumbre porcentual del 30 % en un rango de E_T : [20, 100] GeV con respecto a los datos originales.

La figura 4.2.4 finaliza con las comparaciones relevantes entre las presentadas por la referencia [55] y las obtenidas por este trabajo. Como hemos ido analizando, en general, se puede concluir que el ajuste obtenido por este trabajo está en relativa concordancia con los

resultados previamente publicados, por lo cual, podemos continuar haciendo los ajustes de datos que no habían sido reportados previamente por los artículos en la bibliografía de este trabajo.

Los resultados obtenidos para el ajuste de los 16 conjuntos de datos de sección eficaz diferencial inclusiva que cumplen con ser colisiones de pp o $p\bar{p}$ y estar en la ventana de pseudorrapidez $|\eta| < 0.5$ se presentan en la tabla 4.2.1, así como su incertidumbre. También, se enlista la energía disponible en centro de masa a la cual se obtuvieron los datos, el tipo de algoritmo utilizado para reconocimiento de jets, el radio R utilizado en el algoritmo, así como la referencia en la cual se reportan los resultados originales de cada conjunto de datos ajustado.

Resultados para $ \eta < 0.5$							
\sqrt{s}	Algoritmo	Radio	n	Δn	Referencia		
[GeV]		R					
630	\mathbf{FC}	0.7	4.87	0.10	[73]		
1800	kТ	0.7	5.02	0.03	[74]		
1800	\mathbf{FC}	0.7	4.97	0.01	[75]		
1800	\mathbf{FC}	0.7	4.85	0.07	[76]		
2760	AkT	0.2	6.18	0.00	[72]		
2760	AkT	0.4	5.57	0.00	[72]		
2760	AkT	0.7	5.42	0.00	[77]		
7000	AkT	0.5	5.46	0.00	[78]		
7000	AkT	0.7	5.52	0.00	[78]		
7000	AkT	0.5	5.45	0.02	[71]		
7000	AkT	0.7	5.42	0.00	[79]		
8000	AkT	0.7	5.45	0.00	[80]		
13000	AkT	0.7	5.62	0.03	[81]		
13000	AkT	0.4	5.55	0.00	[81]		
1800	\mathbf{FC}	0.7	4.93	0.04	[38]		
630	\mathbf{FC}	0.7	4.87	0.01	[38]		
		Promedio	5.32	0.02			

Tabla 4.2.1: Resultados del ajuste a la función (4.2) de los datos correspondientes a $\eta < 0.5$ presentados en esta sección.

En la tabla 4.2.1 podemos ver que a pesar de tener resultados variados, el promedio de los datos es $n = 5.32 \pm 0.02$. El resultado no entra dentro del promedio de las incertidumbres obtenidas para estar en el valor $n \sim 4.5$ esperado. Sin embargo, la diferencia porcentual entre el valor promedio n obtenido y el esperado es de 18.22%, por lo que podemos concluir que dentro de esta incertidumbre el resultado es razonablemente congruente con el resultado esperado en el cual, el proceso dominante en la colisión sea un proceso dos a dos.

4.3. Resultados del ajuste para $0.1 < |\eta| < 0.7$

En esta sección se presentan los resultados representativos para los 16 conjuntos de datos correspondientes a la ventana de pseudorrapidez $0.1 < |\eta| < 0.7$. El resto de los resultados se encuentran en el apéndice A.2.

La gráfica mostrada en la figura 4.3.3 corresponde al conjunto de datos reportados por la referencia [82], la cual corresponde a los resultados de sección eficaz diferencial inclusiva en el experimento CDF para colisiones $p\bar{p}$ a una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, utilizando tres radios distintos para el algoritmo de identificación de jets. El algoritmo utilizado es de tipo k_T y los radios utilizados son R = 0.5, R = 0.7 y R = 1.0.

Analizamos primero el ajuste de los datos de la referencia [82] a la función (4.2) correspondiente al radio utilizado más frecuentemente, el cual es R = 0.7, presentado en la figura 4.3.1. En esta figura, podemos observar que la potencia obtenida en el ajuste para este conjunto de datos es $n = 5.08 \pm 0.01$.



Figura 4.3.1: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [82]. Para $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}, R = 0.7$, se obtiene en el ajuste $n = 5.08 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa que los datos reconstruidos correspondientes a E_T : [70, 320] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 100 % con respecto a los datos originales.

En la parte inferior de la gráfica mostrada en la figura 4.3.1 se observa que los datos reconstruidos usando la potencia n en la función (4.2) y evaluados en los valores de E_T originales se encuentran dentro de la banda de 100 % de incertidumbre con respecto a los datos reales solamente en el rango de energía transversa E_T : [70, 320] GeV.

El valor de la potencia n obtenido para el ajuste presentado en la figura 4.3.1 difiere del valor $n \sim 4.5$ esperado por un 12.89%.

Siguiendo con el análisis de los datos en la referencia [82], en la figura 4.3.2 se presenta el ajuste correspondiente al conjunto de datos que utilizó R = 0.5 como valor de radio para el algoritmo de identificación de jets. Para este conjunto de datos se obtuvo un valor de la potencia $n = 5.01 \pm 0.01$.



Figura 4.3.2: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [82] para $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}$, R = 0.5, se obtiene en el ajuste $n = 5.01 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa que los datos reconstruidos correspondientes a E_T : [70, 320] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 100 % con respecto a los datos originales.

En la parte inferior de la figura 4.3.2 se observa que la mayoría de los puntos reconstruidos usando el valor E_T de cada uno de los datos originales evaluado en la función (4.2) con la potencia *n* obtenida por el ajuste se encuentra dentro del 100 % de incertidumbre porcentual con respecto al valor de los datos originales de sección eficaz diferencial inclusiva.

El valor de la potencia n obtenida para el ajuste presentado en la figura 4.3.2 difiere del valor $n \sim 4.5$ esperado por un 11.3 %.

El último conjunto de datos reportados en la referencia [82] corresponden a los datos en los cuales se utilizó como valor del radio para el cono en el algoritmo de identificación de jets el valor R = 1.0. Para este caso, el ajuste de los datos originales a la función (4.2) arrojó un valor para la potencia $n = 5.00 \pm 0.02$.



Figura 4.3.3: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [82]. Para $\sqrt{s} = 1960 \text{ GeV}, R = 1.0$, se obtiene en el ajuste $n = 5.00 \pm 0.02$. En la parte inferior se observa que los datos reconstruidos correspondientes a E_T : [70, 320] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 100 % con respecto a los datos originales.

Al igual que en la figuras 4.3.1 y 4.3.2, la comparación porcentual de los datos reconstruidos respecto a los datos originales dado por la ecuación (4.5) presenta sólo tres puntos con incertidumbre consistentemente mayor al 100%. Dado que los tres conjuntos de datos corresponden al mismo experimento (CDF), es posible que las grandes barras de incertidumbres se deban a incertidumbres sistemáticas, las cuales además suelen ser mayores en los extremos del rango de E_T para el cual se obtienen los datos de sección eficaz diferencial inclusiva. De cualquier manera, la mayor parte de los puntos presenta una incertidumbre porcentual menor al 100% tomando en cuenta las barras de incertidumbre.

Además, el valor de la potencia n obtenida para el ajuste presentado en la figura 4.3.3 difiere del valor $n \sim 4.5$ esperado por aproximadamente 11.11%.

En la tabla 4.3.1 se muestran los resultados de la potencia n obtenida por el ajuste a la función (4.2) para los 16 conjuntos de datos correspondientes a la ventana de pseudorrapidez de esta sección, así como su incertidumbre, el algoritmo de identificación de jets utilizado para cada conjunto de datos originales, el radio utilizado y la referencia en donde los datos originales se reportaron por primera vez.

	Resultados para 0.1 < $ \eta $ < 0.7					
\sqrt{s}	Algoritmo	Radio	n	Δn	Referencia	
[GeV]		R				
546	FC	0.7	4.83	0.07	[83]	
1800	\mathbf{FC}	0.7	5.12	0.01	[83]	
1800	\mathbf{FC}	0.4	4.92	0.01	[84]	
1800	\mathbf{FC}	0.7	5.21	0.01	[84]	
1800	\mathbf{FC}	1	5.00	0.02	[84]	
1800	\mathbf{FC}	0.7	5.08	0.00	[85]	
1800	\mathbf{FC}	0.7	5.16	0.00	[86]	
1800	\mathbf{FC}	0.7	5.15	0.02	[87]	
1800	\mathbf{FC}	0.7	4.79	0.00	[75]	
1960	kТ	0.7	5.09	0.00	[88]	
1960	MP	0.7	5.04	0.01	[63]	
1960	MP	0.7	5.04	0.00	[89]	
1960	kТ	0.7	5.08	0.01	[82]	
1960	kТ	0.5	5.01	0.01	[82]	
1960	kТ	1	5.00	0.02	[82]	
1800	FC	0.7	4.80	0.00	[38]	
		Promedio	5.02	0.01		

Tabla 4.3.1: Resultados del ajuste a la función (4.2) de los datos correspondientes a esta sección.

En la tabla 4.3.1 podemos ver que el valor promedio obtenido para los ajustes de esta sección es n = 5.02 con una incertidumbre correspondiente al promedio de las incertidumbres igual a $\Delta n = 0.01$. Este valor promedio, excede en un 11.5 % el valor esperado $n \sim 4.5$ en caso de que el proceso dominante en la colisión corresponda a un proceso dos a dos.

4.4. Resultados del ajuste para $|\eta| \leq 1.0$

En esta sección analizaremos los resultados representativos correspondientes a la ventana de pseudorrapidez $|\eta| \leq 1.0$ que no correspondan a las ventanas de las secciones 4.2 y 4.3. Los rangos de η pueden consultarse en la tabla 4.1.1.El resto de los resultados mostrando los ajustes de datos correspondientes a esta sección se encuentran en el apéndice A.3. Las ventanas distintas de pseudorrapidez $|\eta|$ se encuentran listadas en la tabla 4.1.1.

Las gráficas representativas de esta sección se obtuvieron utilizando los datos de sección eficaz diferencial inclusiva reportados originalmente en la referencia [90]. Esta publicación corresponde a los datos de sección eficaz diferencial inclusiva obtenidos en colisiones pp realizadas por el experimento ATLAS a una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 2.76$ TeV, utilizando el algoritmo de reconstrucción de jets tipo Anti k_T . Los radios R utilizados en este algoritmo son R = 0.4 y R = 0.6. Las ventanas de pseudorrapidez $|\eta|$ reportadas son $|\eta| < 0.3$ y $0.3 < |\eta| < 0.8$.



Figura 4.4.1: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760 \text{ GeV}$, R = 0.4, y $|\eta| < 0.3$, se obtiene en el ajuste $n = 5.22 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual de los datos reconstruidos, siendo que los datos dentro del rango E_T : [20, 300] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 2000% con respecto a los datos originales.

En la figura 4.4.1 podemos observar el ajuste de los datos de la referencia [90] correspondiente a la ventana de pseudorrapidez $|\eta| < 0.3$ y el valor del radio R = 0.4 utilizado en el algoritmo de identificación de jets. Se obtuvo un valor de la potencia $n = 5.22 \pm 0.01$.

En la parte inferior de la figura 4.4.1 se muestra la comparación porcentual de los datos reconstruidos utilizando el valor de n obtenido por el ajuste a la función (4.2). En este caso, podemos ver que a pesar de mostrar un buen ajuste, las barras de error abarcan una franja de hasta 2000 % de incertidumbre.

Respecto a la comparación entre el valor obtenido para este ajuste y el resultado esperado en caso de que el proceso dominante en la colisión sea un proceso dos a dos, vemos que el valor $n = 5.22 \pm 0.02$ obtenido difiere con respecto a $n \sim 4.5$ por aproximadamente 16%.



Figura 4.4.2: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760$ GeV, R = 0.6 y $|\eta| < 0.3$, se obtiene en el ajuste $n = 5.17 \pm 0.01$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual entre los datos reconstruidos y los originales, mostrando que la mayoría de los dato se encuentran dentro de una incertidumbre del 1000% con respecto a los datos originales.

Analicemos ahora el ajuste presentado por la figura 4.4.2, la cual corresponde a los datos reportados por la referencia [90] pero con un valor de R = 0.6 y la misma ventana de pseudorrapidez que en la figura anterior, es decir, $|\eta| < 0.3$. En este caso, el valor de n obtenido por el ajuste de los datos a la ecuación (4.2) es $n = 5.17 \pm 0.01$. Comparando este resultado al valor de $n \sim 4.5$ esperado, vemos que difiere por aproximadamente 14.89%.

En la parte inferior de la gráfica mostrando el ajuste en la figura 4.4.2 vemos un comportamiento similar a la figura anterior en las incertidumbres asociadas a cada punto, haciendo que la franja de incertidumbre, tomando en cuenta las barras de error, sea de hasta 2000 %. La mayoría de los datos originales se encuentran dentro del 1000 % de incertidumbre porcentual con respecto a los datos originales.



Figura 4.4.3: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760$ GeV, $R = 0.4 \text{ y } 0.3 < |\eta| < 0.8$, se obtiene el valor $n = 5.13 \pm 0.18$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual entre los datos reconstruidos y los originales.

En la figura 4.4.3 se muestra la gráfica correspondiente al ajuste de los datos de la referencia [90] a la ecuación (4.2), esta vez, correspondiendo a un valor de R = 0.4 pero con una ventana de pseudorrapidez $0.3 < |\eta| < 0.8$. Para este conjunto de datos, se obtiene que el valor obtenido de la potencia es $n = 5.13 \pm 0.18$. Este valor difiere aproximadamente

en un 14% con respecto al valor $n \sim 4.5$. Notamos, sin embargo, que las incertidumbres asociadas a los datos originales reportados por la publicación original son mayores en los puntos con E_T mayor a 100 GeV, y el comportamiento se mantiene hasta 320 GeV. Como resultado, las incertidumbres asociadas a la evaluación de los datos originales de E_T en la función (4.2) también tienen incertidumbres asociadas considerablemente mayores a datos presentados anteriormente.

También, notamos que el punto de mayor incertidumbre asociada en la comparación porcentual es el punto de $E_T \sim 25$ GeV.

La última gráfica representativa de esta sección corresponde a la figura 4.4.4, la cual muestra los datos correspondientes a un radio R = 0.6 y una ventana de pseudorrapidez $0.3 < |\eta| < 0.8$. Para este conjunto de datos, se obtuvo que el valor de la potencia del ajuste obtenido es $n = 5.19 \pm 0.05$. Este valor obtenido, corresponde al 15.3% de diferencia con respecto al valor $n \sim 4.5$.



Figura 4.4.4: Gráfica mostrando el ajuste correspondiente a los datos obtenidos en la referencia [90]. Para $\sqrt{s} = 2760$ GeV, R = 0.6 y $0.3 < |\eta| < 0.8$, se obtiene el valor $n = 5.19 \pm 0.05$. En la parte inferior se observa la comparación porcentual entre los datos reconstruidos y los originales, mostrando que la mayoría de los datos dentro del rango E_T : [20, 300] GeV se encuentran dentro de una incertidumbre del 200% con respecto a los datos originales.

En la parte inferior de la figura 4.4.4 se muestra la comparación porcentual entre los datos originales y la reconstrucción usando el valor de n obtenido por el ajuste en la función (4.2), mostrando que al igual que en la gráfica anterior, el punto de $E_T \sim 25$ GeV tiene la barra de incertidumbre mayor de entre todos los datos, haciendo que la franja de incertidumbre en la comparación porcentual sea considerblemente mayor a cualquiera de los datos ajustados.

Resultados para $ \eta \leq 1.0$							
\sqrt{s}	Algoritmo	Radio	η_{\min}	$\eta_{ m max}$	n	Δn	Referencia
[GeV]		R					
630	\mathbf{FC}	1.3	0	0.85	4.75	0.01	[91]
2760	AkT	0.4	0	0.3	5.22	0.01	[90]
2760	AkT	0.6	0	0.3	5.17	0.01	[90]
7000	AkT	0.4	0	0.3	5.39	0.01	[92]
7000	AkT	0.6	0	0.3	5.52	0.01	[92]
7000	AkT	0.4	0	0.3	4.93	0.00	[93]
7000	AkT	0.6	0	0.3	5.60	0.09	[93]
1960	\mathbf{FC}	0.7	0.4	0.8	4.90	0.00	[94]
2760	AkT	0.4	0.3	0.8	5.13	0.18	[90]
2760	AkT	0.6	0.3	0.8	5.19	0.05	[90]
7000	AkT	0.4	0.3	0.8	5.10	0.00	[92]
7000	AkT	0.6	0.3	0.8	5.59	0.00	[92]
7000	AkT	0.4	0.3	0.8	4.99	0.00	[93]
7000	AkT	0.6	0.3	0.8	5.94	0.00	[93]
630	\mathbf{FC}	1.3	0.4	0.8	4.49	0.00	[91]
1960	MP	0.7	0	0.1	4.97	0.01	[89]
1960	kT	0.7	0	0.1	4.98	0.01	[82]
1960	\mathbf{FC}	0.7	0	0.4	4.91	0.01	[94]
630	\mathbf{FC}	1.3	0	0.4	4.87	0.01	[91]
1800	\mathbf{FC}	0.7	0.5	1	4.50	0.01	[76]
2760	AkT	0.7	0.5	1	5.30	0.00	[77]
7000	AkT	0.5	0.5	1	5.30	0.00	[78]
7000	AkT	0.7	0.5	1	5.30	0.00	[78]
7000	AkT	0.5	0.5	1	5.13	0.00	[71]
7000	AkT	0.7	0.5	1	5.30	0.00	[79]
8000	AkT	0.7	0.5	1	5.60	0.00	[80]
13000	AkT	0.7	0.5	1	5.40	0.00	[81]
13000	AkT	0.4	0.5	1	5.18	0.00	[81]
630	\mathbf{FC}	1	0	0.7	4.68	0.01	[95]
546	\mathbf{FC}	1	0	0.7	4.68	0.01	[95]
				Promedio	5.13	0.03	

Tabla 4.4.1: Tabla mostrando los resultados del ajuste a la función (4.2) de los datos correspondientes a esta sección.

4.4. RESULTADOS DEL AJUSTE PARA $|\eta| \leq 1.0$

En la tabla 4.4.1 se muestran los resultados de n así como su incertidumbre asociada Δn de los 30 conjuntos de datos ajustados para esta sección. También, se lista la energía disponible en centro de masa de cada conjunto de datos \sqrt{s} , el tipo de algoritmo de identificación de jets utilizado originalmente, el valor del radio R usado en cada caso, la ventana de pseudorrapidez en la cual se reportan los datos $[\eta_{min}, \eta_{max}]$ y la referencia de la cual se obtuvieron los datos ajustados.

En la tabla 4.4.1 vemos que el promedio del valor n es n = 5.13 con una incertidumbre asociada promedio de $\Delta n = 0.03$. Este resultado promedio difiere del valor esperado $n \sim 4.5$ por 14%.



Figura 4.4.5: Histograma mostrando la frecuencia de los valores n obtenidos por los 62 ajustes de datos mostrados en las tablas 4.2.1, 4.3.1 y 4.4.1 y el ajuste a una gaussiana. El promedio obtenido de n para los 62 conjuntos de datos analizados es $n = 5.16 \pm 0.32$.

En la figura 4.4.5 se muestra la frecuencia de los valores n obtenidos por los 62 ajustes de datos mostrados en las tablas 4.2.1, 4.3.1 y 4.4.1. La figura 4.4.5 también presenta el ajuste de la frecuencia de los valores de la potencia n a una función gaussiana. Observamos que el valor de n obtenido va desde n = 4.49 hasta n = 6.18 que el valor promedio de n es $n = 5.16 \pm 0.32$. Este valor promedio tiene una diferencia porcentual de ~ 14.67 % con respecto al valor esperado de $n \sim 4.5$.
El siguiente análisis que es de interés para este trabajo consiste en estudiar si los resultados para el valor de la potencia n cambia con respecto al valor de R utilizado en el algoritmo de reconstrucción de jets utilizado para la identificación de jets. El resultado de este análisis se presenta a continuación.

4.5. Comparación del parámetro n con respecto al radio R

Como se menciona al inicio del capítulo 4, otro resultado que sería posible observar según las predicciones teóricas al desarrollar la ecuación (4.2) es que exista un dependencia directamente proporcional entre el valor del radio R utilizado para el algoritmo de identificación de jets y y el valor de la potencia n. Esta dependencia sería evidencia de que procesos distintos al dominante tienen una contribución que ya no es despreciable al aumentar el radio del jet.

Para analizar esta idea, comparamos aquellos conjuntos de datos que provienen del mismo experimento, tienen el mismo valor de energía disponible en centro de masa \sqrt{s} y donde existan al menos dos valores distintos de radio R para comparar. Se encontraron seis conjuntos de datos que cumplen con estas características. Para estos seis conjuntos de datos, se graficaron los valores de n que se hayan obtenido a distintos valores R reportados. Para poder identificar las características de cada conjunto de datos al cual pertenece el valor de la potencia n graficado, se numeraron todos los conjuntos de datos del 1 al 62, en el orden presentado en las tablas 4.2.1, 4.3.1 y 4.4.1. Esto es, del 1 al 16 corresponden a los resultados de la tabla 4.2.1, del 17 al 33 se identifican los datos de la tabla 4.3.1 y del 34 al 62 los datos de la tabla 4.4.1. Las incertidumbres asociadas a cada valor n se encuentran graficadas y en caso de coincidir varios valores de n con valores de R, se encuentran superpuestas.

Con el objetivo de distinguir de manera más clara y quizá encontrar una relación analítica entres $n \ y \ R$, se ajustaron líneas rectas de la forma ax + b a los conjuntos analizados, donde la variable independiente x corresponde a valores de R, en la forma n(R) = aR + b. Si la relación proporcional entre $n \ y \ R$ existe, se espera que el valor de la pendiente de la recta ajustada a sea positiva. Los resultados de este análisis se presentan en las figuras de esta sección. Las rectas ajustadas se muestran en líneas sólidas rojas.

La figura 4.5.1 muestra los resultados para todos los conjuntos de datos comparables que provienen del experimento CDF y tienen energía disponible en centro de masa \sqrt{s} = 1.8 TeV. Se encontraron que 7 conjuntos de datos originales cumplen con estas condiciones, para radios R = 0.4, R = 0.7 y R = 1.0. Los puntos corresponden a las referencias mostradas en la tabla 4.5.1.

Datos comparables de CDF con $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$								
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia	
18	\mathbf{FC}	0.1	0.7	0.7	5.12	0.01	[83]	
19	\mathbf{FC}	0.1	0.7	0.4	4.92	0.01	[84]	
20	\mathbf{FC}	0.1	0.7	0.7	5.21	0.01	[84]	
21	\mathbf{FC}	0.1	0.7	1.0	5.00	0.02	[84]	
22	\mathbf{FC}	0.1	0.7	0.7	5.08	0.00	[85]	
23	\mathbf{FC}	0.1	0.7	0.7	5.16	0.00	[86]	
24	\mathbf{FC}	0.5	1.0	0.7	5.15	0.02	[87]	

Tabla 4.5.1: Datos de las comparaciones en la figura 4.5.1.

El ajuste de estos datos a una recta arroja una pendiente $a \sim 0.43 \pm 0.03$, la cual es positiva, pero su valor es cercano a 0.



Figura 4.5.1: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento CDF y $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim 0.43 \pm 0.03$.

En la tabla 4.5.2 se muestran los datos que cumplen con provenir del experimento CDF con un valor de energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. Se encontraron 8 conjuntos comparables, con valores para radios R = 0.5, R = 0.7 y R = 1.0. La comparación y el ajuste a una recta de estos datos se encuentran en la figura 4.5.2.

Datos comparables de CDF con $\sqrt{s} = 1.96$ TeV								
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia	
26	k_T	0.1	0.7	0.7	5.09	0.00	[88]	
27	MP	0.1	0.7	0.7	5.04	0.01	[88]	
28	MP	0.1	0.7	0.7	5.04	0.00	[89]	
29	k_T	0.1	0.7	0.7	5.08	0.01	[82]	
30	k_T	0.1	0.7	0.5	5.01	0.01	[82]	
31	k_T	0.1	0.7	1.0	5.00	0.02	[82]	
48	MP	0	0.1	0.7	4.97	0.01	[89]	
49	k_T	0	0.1	0.7	4.98	0.01	[82]	

Tabla 4.5.2: Tabla mostrando los datos de las comparaciones en la figura 4.5.2.



Figura 4.5.2: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento CDF y $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim 0.17 \pm 0.02$.

En la figura 4.5.2 observamos que, al igual que en la figura 4.5.1, en el valor de R = 0.7 se concentran la mayoría de los datos. En este caso, el ajuste a una recta arroja una pendiente $a \sim 0.17 \pm 0.02$, la cual es positiva.

La siguiente comparación de n con respecto a R es la correspondiente a los datos que provienen del experimento ALICE, con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. En este caso, se encontraron solamente dos conjuntos de datos comparables, que corresponden a valores de R = 0.2 y R = 0.4. En la tabla 4.5.3 se observa que estos datos provienen de la misma publicación y corresponden al mismo valor en ventana de pseudorrapidez.

Datos comparables de ALICE con $\sqrt{s} = 2.76$ TeV								
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia	
5	Anti- k_T	0	0.5	0.2	6.18	0.00	[72]	
6	Anti- k_T	0	0.5	0.4	5.57	0.00	[72]	

Tabla 4.5.3	3: Datos	de las	comparaciones	en la	figura	4.5.3
10010 1.0.0	5. Du (05)	ac 105	comparacionos	011 100	inguru	1.0.0.



ALICE √s = 2760 GeV

Figura 4.5.3: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento ALICE y $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim -3.06 \pm 0.00$.

En la figura 4.5.3 observamos el ajuste de estos datos a una recta con pendiente $a \sim -3.06 \pm 0.005$. En este caso, obtenemos un valor negativo de la pendiente ajustada, el cual es en valor absoluto mayor a los encontrados en los ajustes anteriores.

El siguiente conjunto comparable de datos es el encontrado para el experimento ATLAS y con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. En este caso, se encontraron cuatro conjuntos de datos los cuales se muestran en la tabla 4.5.4. Observamos que en este caso, los conjuntos comparables también provienen de una misma publicación y corresponden a dos ventanas de pseudorrapidez diferentes. Los radios comparables son R = 0.4 y R = 0.6.

Datos comparables de ATLAS con $\sqrt{s} = 2.76$ TeV								
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia	
34	Anti- k_T	0	0.3	0.4	5.22	0.01	[90]	
35	Anti- k_T	0	0.3	0.6	5.17	0.01	[90]	
41	Anti- k_T	0.3	0.8	0.4	5.13	0.18	[90]	
42	Anti- k_T	0.3	0.8	0.6	5.19	0.05	[90]	

Tabla 4.5.4: Datos de las comparaciones en la figura 4.5.4.



ATLAS $\sqrt{s} = 2760 \text{ GeV}$

Figura 4.5.4: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento ATLAS y $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim -0.28 \pm 0.07$

En el ajuste a una recta, encontramos un valor negativo para la pendiente, siendo ésta $a \sim -0.28 \pm 0.07$. Una vez más, observamos que el valor de la pendiente es consistente con cero. También, es interesante notar que las únicas dos comparaciones que arrojaron resultados de la pendiente ajustada negativos corresponden a la energía disponible en centro de masas $\sqrt{s} = 2.76$ TeV.

La siguiente comparación es la correspondiente a los conjuntos que comparten haber sido obtenidos en el experimento CMS a una energía disponible en centro de masa \sqrt{s} = 7 TeV. En este caso, se encontraron 8 conjuntos de datos los cuales se resumen en la tabla 4.5.5. Los radios comparados son R = 0.5 y R = 0.7. Todos los datos que pueden compararse comparten que el algoritmo de reconocimiento de jets utilizado fue el algoritmo Anti- k_T .

Datos comparables de CMS con $\sqrt{s} = 7$ TeV									
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia		
8	Anti- k_T	0	0.5	0.5	5.46	0.00	[78]		
9	Anti- k_T	0	0.5	0.7	5.52	0.00	[78]		
10	Anti- k_T	0	0.5	0.5	5.45	0.02	[71]		
11	Anti- k_T	0	0.5	0.7	5.42	0.00	[79]		
54	Anti- k_T	0.5	1.0	0.5	5.30	0.00	[78]		
55	Anti- k_T	0.5	1.0	0.7	5.30	0.00	[78]		
56	Anti- k_T	0.5	1.0	0.5	5.13	0.00	[71]		
57	Anti- k_T	0.5	1.0	0.7	5.30	0.00	[79]		

Tabla 4.5.5: Datos de las comparaciones en la figura 4.5.5.

En la figura 4.5.5 se muestra la comparación entre $n \ge R$, así como el ajuste a una recta. En este caso, a simple vista parecen existir dos conjuntos de datos diferenciados por sus valores de n tanto para R = 0.5 como para R = 0.7. Debido a esta aparente diferencia, se eligió ajustar dos rectas a cada uno de estos conjuntos.

En el caso de los valores de mayor valor n tenemos a los puntos 10, 54, 55, 56 y 57. Estos puntos corresponderían a los conjuntos de datos con ventana de pseudorrapidez $|\eta| < 0.5$, salvo por el punto 10, según puede verse en el extracto presentado en la tabla 4.5.5. Este punto 10 además, es el dato que tienen la incertidumbre Δn mayor de entre los datos comparados en esta figura. El resultado del ajuste a una recta para estos datos es $a \sim 0.17 \pm 0.18$. La pendiente obtenida es positiva, pero la incertidumbre asociada a la misma es comparable con su valor y el valor de la pendiente es consistente con cero.

Los puntos 8, 9,10 y 11 aparentemente se agrupan con valores de n mayores a los puntos 54, 55, 56 y 57. Esto es interesante ya que los puntos agrupados corresponden a ventanaa de pseudorrapidez iguales. El resultado del ajuste a una recta para estos datos es $a \sim 0.90 \pm 0.002$. La pendiente obtenida es mínima y positiva.



Figura 4.5.5: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento CMS con $\sqrt{s} = 7$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta de pendiente $a \sim 0.90 \pm 0.002$.

En la tabla 4.5.6 se encuentra el resumen de los datos de la siguiente comparación, la cual corresponde a los datos que comparten haber sido reportados por el experimento ATLAS, a una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV. Los radios comparables son R = 0.4 y R = 0.6. Se obtuvieron 8 conjuntos de datos comparables.

Datos comparables de ATLAS con $\sqrt{s} = 7$ TeV									
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia		
36	Anti- k_T	0	0.3	0.4	5.39	0.01	[92]		
37	Anti- k_T	0	0.3	0.6	5.52	0.01	[92]		
38	Anti- k_T	0	0.3	0.4	4.93	0.00	[93]		
39	Anti- k_T	0	0.3	0.6	5.60	0.09	[93]		
43	Anti- k_T	0.3	0.8	0.4	5.10	0.00	[92]		
44	Anti- k_T	0.3	0.8	0.6	5.59	0.00	[92]		
45	Anti- k_T	0.3	0.8	0.4	4.99	0.00	[93]		
46	Anti- k_T	0.3	0.8	0.6	5.94	0.00	[93]		

Tabla 4.5.6: Datos de las comparaciones en la figura 4.5.6.

La figura 4.5.6 muestra la comparación entre R y n para este conjunto de datos. Notamos que en este caso, las diferencias en ventanas de pseudorrapidez no son claras en la agrupación de los puntos, sin embargo, se ajustaron los datos a dos rectas para diferenciar las agrupaciones aparentes. Se obtuvo que la pendiente de la recta ajustada a los puntos 36, 38 y 46 resulta en una pendiente positiva de valor $a \sim 2.74 \pm 0.05$, mientras que el ajuste del resto de los puntos resulta en una pendiente positiva de valor $a \sim 2.48 \pm 0.00$.



ATLAS √s = 7000 GeV

Figura 4.5.6: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento ATLAS con $\sqrt{s} = 7$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a dos rectas, de pendientes $a \sim 2.74 \pm 0.05$ y $a \sim 2.48 \pm 0.00$.

La última comparación que pudo realizarse corresponde a los datos para los experimentos de CMS usando una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 13$ TeV. En esta comparación se encontraron cuatro puntos comparables, cuyas características se encuentran resumidas en la tabla 4.5.7. Los radios disponibles para esta comparación son R = 0.4 y R = 0.7.

Datos comparables de CMS con $\sqrt{s} = 13$ TeV								
Entrada	Algoritmo	$\eta_{ m min}$	$\eta_{\rm max}$	R	n	Δn	Referencia	
13	Anti- k_T	0	0.5	0.7	5.62	0.03	[81]	
14	Anti- k_T	0	0.5	0.4	5.55	0.00	[81]	
59	Anti- k_T	0.5	1	0.7	5.40	0.00	[81]	
60	Anti- k_T	0.5	1	0.4	5.18	0.00	[81]	

Tabla 4.5.7: Datos de las comparaciones en la figura 4.5.7.



Figura 4.5.7: Comparación de n en función de R para los conjuntos comparables provenientes del experimento CMS y $\sqrt{s} = 13$ TeV. Se muestra el ajuste de los datos a una recta con pendiente $a \sim 0.73 \pm 0.008$ para los puntos 59 y 60 y para los datos 13 y 14, se obtuvo una pendiente $a \sim 0.21 \pm 0.12$.

Al igual que en la figura 4.5.6, en este caso se distinguen dos aparentes conjuntos que corresponden a la misma publicación original y misma ventana de pseudorrapidez. Al igual que en el caso anterior, se decidió ajustar dos rectas para cada subconjunto de datos. Para los datos correspondientes a un valor mayor de n, es decir, los puntos 13 y 14, se obtuvo una pendiente $a \sim 0.21 \pm 0.12$. Para los datos de menor valor de n, es decir,

los datos 59 y 60, se obtuvo una pendiente $a \sim 0.73 \pm 0.008.$ En ambos casos se obtiene una pendiente positiva.

Los resultados obtenidos para esta sección sugieren que no existe una clara relación proporcional entre R el radio utilizado en el algoritmo de identificación de jets y la potencia n obtenida. Para comprobar si los algoritmos de identificación de jets son insensibles a n, sería ideal contar con aún una mayor cantidad de datos a analizar.

Capítulo 5

Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo se centró en estudiar la posibilidad de que las distribuciones de sección eficaz diferencial con respecto a la energía trasversa E_T sean descritas por una ley de potencias, cuyo valor de la potencia n sea evidencia del número de participantes en una dispersión.

Para ello, a lo largo de este trabajo, primero se discutieron los conceptos básicos de la física de colisiones de altas energías en las primeras secciones del capítulo 1. En las secciones 1.3 y 1.4 se definieron las variables dinámicas utilizadas en los experimentos de colisiones a altas energías, como las variables de Mandelstam, la energía transversa E_T , y la pseudorrapidez η . Se definieron los marcos de referencia en los cuales se suelen reportar los resultados de las colisiones. Después se describieron los cálculos teóricos de dispersiones a altas energías y se obtuvo la definición de sección eficaz diferencial.

En las secciones 1.1 y 1.2 se describieron los principales detectores y componentes generales de los experimentos de colisiones a altas energías. Se describió el LHC en la sección 1.2.1 y, posteriormente, se describió al experimento CMS del LHC como ejemplo para profundizar en los componentes de un detector real que recopila datos como los que se analizarán a lo largo del trabajo.

Posteriormente se hizo una introducción a la cromodinámica cuántica en la sección 2.1, y se definieron los rangos de energía a los cuales un proceso de dispersión se considera dispersión dura. Con estas bases, en la sección 2.3 se estudió el modelo relativista de dispersión dura, el cual introduce la regla de conteo de espectadores y la regla de conteo dimensional, ambas necesarias para simplificar los resultados de la sección eficaz de un proceso de dispersión en este modelo. Estas reglas de conteo, introducidas en la sección 2.4, son números intrínsecamente relacionados al número de participantes en la subestructura de las partículas en un proceso de dispersión dura. El hecho de que estos números puedan ser extraídos de observables físicas, como lo es la sección eficaz diferencial es crucial para este trabajo.

Sin embargo, antes de desarrollar estas ideas, continuamos con la definición de un jet

de partículas en la sección 3, así como las características que deben de tener los algoritmos de identificación de jets como los listados en la conferencia de Snowmass y ser *IRC Safe*. Por último, en la sección 3.1 se describe brevemente los algoritmos de acumulación secuencial, los cuales se desglosan en tres tipos de algoritmo los cuales incluyen los algoritmos k_T y Anti- k_T , los cuales son los algoritmos más frecuentemente usados en la actualidad.

En el capítulo 4 se enunciaron y desarrollaron las dos hipótesis principales de este trabajo. Primero, y motivado por la sencillez en la forma y amplio uso de la función de Tsallis, que es la función que más comúnmente se utiliza para ajustar distribuciones de datos de sección eficaz diferencial inclusiva con respecto al momento o energía transversa, se discutió la posibilidad de que los parámetros de la función de Tsallis tengan un significado físico. Este significado físico ha tratado de buscarse analizando los modelos de dispersión dura relativistas en QCD. La bibliografía previa disponible que ha analizado esta posibilidad, sugiere que para el caso de dispersión se encuentre dominado por la sección eficaz diferencial con una distribución de la forma $1/P_T^n$, con $n \sim 4.5$. Para analizar esta hipótesis, se propuso la ley de potencias dada por la ecuación (4.2) para ajustar datos reales de secciones eficaces de jets producidos al colisionar pp o $p\bar{p}$. De cumplirse la hipótesis de que el proceso dominante en la sección eficaz diferencial inclusiva es un proceso dos a dos, la potencia n en la función ajustada, dada por la ecuación (4.2), debería tener el valor esperado $n \sim 4.5$.

Una segunda hipótesis desarrollada en este trabajo, tiene que ver con la posible relación entre el radio del cono R utilizado como parámetro en los algoritmos de identificación de jets y el valor de la potencia n en la función (4.2). Dado que n está relacionado con el proceso dominante de entre los posibles subprocesos dentro de la colisión, al hacer una expansión perturbativa de la sección eficaz, n involucraría varias potencias con contribuciones de los procesos involucrados en la dispersión. Al elegir un valor de R, es posible que algunos de los procesos que en primera aproximación no son dominantes, tengan una contribución que ya no sea despreciable. Es decir, es posible que se pueda encontrar un comportamiento directamente proporcional entre el valor R elegido en el algoritmo de identificación de jets y el valor de la potencia n.

Para comprobar la primera hipótesis, se ajustaron 62 conjuntos de datos recopilados utilizando la base de datos de experimentos de altas energías HEPData. Todos los datos analizados corresponden a las diez diferentes ventanas de pseudorrapidez listadas en la tabla 4.1.1, cumpliendo siempre que $|\eta| < 1.0$, es decir, el análisis es un análisis central para mantenerse razonablemente dentro del requerimiento de $\eta \sim 0$ usado en la deducción de la ecuación (4.2). Usando ROOT para efectuar el ajuste, primero, se reprodujeron las gráficas y los ajustes que se habían estudiado previamente en la bibliografía. Estas reproducciones tomaron los datos originales, se ajustaron y se compararon los resultados con los previamente publicados por la referencia [55], la cual se utilizó como control. Estos resultados se encuentran en la sección 4.2. El resultado de *n* obtenido más cercano a los ajustes de la referencia [76] corresponde al presentado en la figura A.3.4, difiriendo por un 0%. El resultado más alejado obtenido con respecto a los reportados por la referencia [72] corresponde presentado por la figura 4.2.4 con una diferencia porcentual del 37.34 %

Una vez habiendo reproducido los resultados publicados anteriormente por otros autores y los ajustes de control, se procedió a ajustar el resto de los 62 datos recopilados, con lo cual, se obtuvieron los parámetros n reportados en las tablas 4.2.1, 4.3.1 y 4.4.1 con sus respectivas incertidumbres asociadas Δn . A lo largo de estos ajustes, se obtuvo consistentemente que para cada uno de los 62 conjuntos de datos, la mayoría de los puntos ajustados originales se mantenían dentro del 30 % de incertidumbre porcentual dada por la ecuación (4.5).

El resumen de todos los ajustes realizados se presenta en el histograma de la figura 4.4.5. En promedio, el valor obtenido de la potencia n ajustando los 62 conjuntos de datos en un análisis de pseudorrapidez central es $n = 5.16 \pm 0.32$. Este valor difiere en un 14.67 % respecto al valor esperado $n \sim 4.5$. El valor más pequeño de n obtenido fue $n = 4.49 \pm 0.002$ para los datos de la referencia [91]. El valor más grande de n obtenido fue $n = 6.18 \pm 0.00$ para los datos de la referencia [72]. De estos resultados podemos concluir que, dentro de una incertidumbre porcentual del 14.67 %, se puede encontrar evidencia de que el proceso dominante en la sección eficaz diferencial inclusiva de producción de jets para colisiones pp y $p\bar{p}$ es un proceso dos a dos.

Del análisis de estas secciones, observamos que, por ejemplo, los valores que simultáneamente cumplen con tener n porcentualmente más cercano a 4.5 y $\Delta n < 1\%$ con respecto al n obtenido son 11 valores, de los cuales, 7 tienen la ventana de pseudorrapidez $0.1 < |\eta| < 0.7$. Recordemos que la deducción de la ley de potencias en la ecuación (4.2) requiere que $\eta \sim 0$. Se esperaría entonces, que conforme la ventana de pseudorrapidez sea más amplia y lejana de $\eta = 0$, el ajuste a la función (4.2) debería ser peor. Esto podríamos observarlo con n más lejano al valor 4.5 o bien, Δn relativamente mayor con respecto a la misma n. Según el resultado observado, en el análisis central, los mejores ajustes se quedan en la ventana de pseudorrapidez $0.1 < |\eta| < 0.7$, y no en las ventanas más cercanas a $\eta = 0$, como por ejemplo, las ventanas $|\eta| < 0.5$, $|\eta| < 0.3$ o incluso $|\eta| < 0.1$. Un análisis a ventanas de pseudorrapidez $|\eta| > 1$ podría explorar si el ajuste presenta n más lejanas a 4.5 o bien, incertidumbres mayores.

Para comprobar la segunda hipótesis se buscaron conjuntos de datos ajustados que provinieran del mismo experimento, tuvieran un mismo valor de energía disponible en centro de masa \sqrt{s} y tuvieran al menos dos valores de R distintos para comparar si existe una dependencia directamente proporcional entre R y el valor n obtenido por el ajuste. El elegir conjuntos de datos que provengan del mismo experimento trata de minimizar las incertidumbres sistemáticas que pudieran presentarse de comparar resultados provenientes de distintos experimentos. Este análisis se presenta en la sección 4.5. Se obtuvieron siete comparaciones que cumplieran con los requisitos anteriores, las cuales se presentan en las figuras 4.5.1 - 4.5.7. En estas comparaciones además se ajustó una línea recta de la forma n(R) = a(R) + b, esperando que si existe la relación entre n y R directamente proporcional, el valor de la pendiente de la recta ajustada a tiene que ser positiva.

Se encontró que, a pesar de que dos pendiente ajustadas tuvieron un valor negativo y el resto cumplió con tener un valor positivo, no se observó una tendencia clara respecto a la dependencia entre R y n, por lo cual, no se puede afirmar que la relación entre R y n sea claramente directamente proporcional. Sin embargo, tampoco se puede refutar con total certeza que la relación exista. Posiblemente, sesgando las comparaciones a radios distintos a R = 0.7 exista una tendencia más clara, ya que el radio más común es precisamente este valor, y la incertidumbre en el ajuste a la recta se incrementa considerablemente, como puede verse en las figuras 4.5.1 y 4.5.2. También, puede buscarse realizar simulaciones con valores de R mayores a los reportados por las referencias usadas para los ajustes y observar si la relación existe de esta manera.

Sin embargo, en las comparaciones para la sección 4.5 se observa que valores de misma ventana de pseudorrapidez η suelen agruparse, de manera que las ventanas mas lejanas a $\eta = 0$ suelen tener valores ajustados de n mas cercanos a 4.5. Dado que el análisis presentado es central, esto parece estar en concordancia con que los ajustes más cercanos a n = 4.5 con menor valor porcentual de Δn se encuentran en la ventana de pseudorrapidez $0.1 < |\eta| < 0.7$.

Este trabajo es el primer análisis de entre las referencias consultadas de la dependencia entre $n \ y \ R$, así como el primer análisis del ajuste a la función (4.2) con valores de n para ventanas de pseudorrapidez distintas a $|\eta| < 0.5$. También, es el análisis que incluye el mayor número de conjunto de datos, siendo el mayor análisis previo menor a 10 conjuntos de datos por publicación para secciones eficaces producto de jets en colisiones $pp \ y \ p\bar{p}$.

El que los datos se encuentren en concordancia con los resultados esperados dentro de una incertidumbre dada, sugiere que los parámetros en la función de Tsallis pueden interpretarse con un significado físico dominado por procesos de dispersiones duras dos a dos, lo cual es sumamente importante para el estudio de jets ya que con pocos parámetros pueden inferirse procesos de dispersión simple o múltiple, número de participantes en la dispersión y cuáles procesos dominan los datos de sección eficaz diferencial inclusiva producida por jets.

Se espera que este trabajo sirva como base para aumentar aún más la estadística de los datos analizados. Algunos temas de interés que podrían desarrollarse desde lo analizado en este trabajo, incluyen ajustar un número de datos mayor, un análisis no central respecto a las ventanas de η lo cual serviría para comprobar los límites de la ley de potencias utilizada, estudiar las regiones de datos de secciones eficaces que se encuentran dominadas por procesos de alto y bajo P_T y el estudio de n para especies diferentes de reacciones como jets cargados o colisiones de núcleos pesados.

Apéndice A

Apéndice

A.1. Resultados adicionales para el ajuste en $|\eta| < 0.5$

En este apéndice se muestran los 11 resultados complementarios a los mostrados en la sección 4.2.

En la figura A.1.1 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [73], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 630$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.87 \pm 0.10$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [74], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.02 \pm 0.03$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [75], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.97 \pm 0.01$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [76], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.85 \pm 0.07$.



Figura A.1.1: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.87 \pm 0.10$ [73]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 5.02 \pm 0.03$ [74] C) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.97 \pm 0.01$ [75]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en D \emptyset obteniendo $n = 4.85 \pm 0.07$ [76].

En la figura A.1.2 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [77], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 2.76$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.42 \pm 0.00$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [78], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.5, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.46 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [71], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.52 \pm 0.00$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [79], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible



en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.42 \pm 0.00$.

Figura A.1.2: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.42 \pm 0.00$ [77]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.46 \pm 0.00$ [78]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 4.52 \pm 0.00$ [71]. D) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.42 \pm 0.00$ [79].

En la figura A.1.3 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [80], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.45 \pm 0.00$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [81], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 13$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.5, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.62 \pm 0.03$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia[81], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 13$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.4, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.55 \pm 0.00$.



Figura A.1.3: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.45 \pm 0.00$ [80]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.62 \pm 0.03$ [81]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.55 \pm 0.00$ [81].

A.2. Resultados adicionales para el ajuste en $0.1 < |\eta| < 0.7$

En este apéndice se muestran los 13 resultados complementarios a los mostrados en la sección 4.3.

En la figura A.2.1 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [83], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 546$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.83 \pm 0.07$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [83], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.12 \pm 0.01$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [84], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.4, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.92 \pm 0.01$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [84], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.21 \pm 0.01$.



Figura A.2.1: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.83 \pm 0.07$ [83]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.12 \pm 0.01$ [83]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.92 \pm 0.01$ [84]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.21 \pm 0.01$ [84].

En la figura A.2.2 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [84], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 1.0, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.00 \pm 0.02$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [85], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible

en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.08 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [86], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.16 \pm 0.00$.



Figura A.2.2: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.00 \pm 0.02$ [84]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.08 \pm 0.00$ [85]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.16 \pm 0.00$ [86].

En la figura A.2.3 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [87], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.15 \pm 0.02$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [75], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.79 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [88], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.09 \pm 0.00$.



Figura A.2.3: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.15 \pm 0.02$ [87]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en DØ obteniendo $n = 4.79 \pm 0.00$ [75]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.09 \pm 0.00$ [88].

En la figura A.2.4 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [63], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.04 \pm 0.01$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [89], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.04 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [38], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets



R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.80 \pm 0.00$.

Figura A.2.4: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.04 \pm 0.01$ [63]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 5.04 \pm 0.00$ [89]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en DØ obteniendo $n = 4.80 \pm 0.00$ [38].

A.3. Resultados adicionales para el ajuste en $|\eta| \leq 1.0$

En este apéndice se muestran los 13 resultados complementarios a los mostrados en la sección 4.4.

En la figura A.3.1 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [91], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento UAII con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 630$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 1.3, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.75 \pm 0.01$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [92], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R

= 0.4, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.39 \pm 0.01$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [92], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.6, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.52 \pm 0.01$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [93], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.93 \pm 0.00$.



Figura A.3.1: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en UAII obteniendo $n = 4.75 \pm 0.01$ [91]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.39 \pm 0.01$ [92]. C) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.52 \pm 0.01$ [92]. D) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.93 \pm 0.00$ [93].

En la figura A.3.2 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [93], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.6, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.60 \pm 0.09$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [94], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.90 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [92], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.4, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.10 \pm 0.00$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [92], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.6, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.59 \pm 0.00$.



Figura A.3.2: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.60 \pm 0.09$ [93]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.90 \pm 0.00$ [94]. C) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.10 \pm 0.00$ [92]. D) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.59 \pm 0.00$ [92].

En la figura A.3.3 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [93], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una

energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.4, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.99 \pm 0.00$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [93], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.6, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.94 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [91], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento UAII con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 630$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 1.3, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.49 \pm 0.00$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [89], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.97 \pm 0.05$.



Figura A.3.3: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.99 \pm 0.00$ [93]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 5.94 \pm 0.00$ [93]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en UAII obteniendo $n = 4.49 \pm 0.00$ [91]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.97 \pm 0.01$ [89].

En la figura A.3.4 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [82], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento CDF con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.91 \pm 0.01$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [94], correspondiente a colisiones pp en el experimento ATLAS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.96$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.98 \pm 0.01$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [91], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento UAII con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 630$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 1.3, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.87 \pm 0.01$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [76], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento D \emptyset con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 1.8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.50 \pm 0.01$.



Figura A.3.4: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones $p\bar{p}$ en CDF obteniendo $n = 4.91 \pm 0.01$ [82]. B) Colisiones pp en ATLAS obteniendo $n = 4.98 \pm 0.01$ [94]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en UAII obteniendo $n = 4.87 \pm 0.01$ [91]. D) Colisiones $p\bar{p}$ en DØ obteniendo $n = 4.50 \pm 0.01$ [76].

En la figura A.3.5 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [77], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 2.76$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.30 \pm 0.00$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [78], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.5, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.30 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [78], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.30 \pm 0.00$.

En el inciso D) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [71], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.5, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.13 \pm 0.00$.



Figura A.3.5: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [77]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [78]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [78]. D) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [78]. D) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.13 \pm 0.00$ [71].

En la figura A.3.6 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [79], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 7$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.30 \pm 0.00$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [80], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 8$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.60 \pm 0.00$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [81], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 13$ TeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 0.7, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.40 \pm 0.00$.



Figura A.3.6: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.30 \pm 0.00$ [79]. B) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.60 \pm 0.00$ [80]. C) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.40 \pm 0.00$ [81].

En la figura A.3.7 se muestra en el inciso A) los resultados del ajuste de los datos de la referencia [81], correspondiente a colisiones pp en el experimento CMS con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 13$ TeV, usando un radio en el algoritmo de

identificación de jets R = 0.4, para la cual se obtuvo un valor de $n = 5.18 \pm 0.00$.

En el inciso B) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [95], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento UAI con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 630$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 1.0, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.68 \pm 0.01$.

En el inciso C) se muestran los resultados del ajuste de los datos de la referencia [95], correspondiente a colisiones $p\bar{p}$ en el experimento UAI con una energía disponible en centro de masa $\sqrt{s} = 546$ GeV, usando un radio en el algoritmo de identificación de jets R = 1.0, para la cual se obtuvo un valor de $n = 4.68 \pm 0.01$.



Figura A.3.7: Figura mostrando los resultados para el ajuste de los datos de: A) Colisiones pp en CMS obteniendo $n = 5.18 \pm 0.00$ [81]. B) Colisiones $p\bar{p}$ en UAI obteniendo $n = 4.68 \pm 0.01$ [95]. C) Colisiones $p\bar{p}$ en UAI obteniendo $n = 4.68 \pm 0.01$ [95].

Bibliografía

- Kenneth G. Wilson. Confinement of quarks. Phys. Rev. D 10 (8 1974), 2445-2459.
 10.1103/PhysRevD.10.2445. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.
 10.2445.
- B. Andersson et al. Parton fragmentation and string dynamics. Phys. Rep. 97.2 (1983), 31-145. ISSN: 0370-1573. https://doi.org/10.1016/0370-1573(83)
 90080-7. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157383900807.
- G. Arnison et al. Angular Distributions and Structure Functions from Two Jet Events at the CERN SPS pp̄ Collider. Phys. Lett. B 136 (1984), 294-300. 10.1016/ 0370-2693(84)91164-X.
- [4] Nestor Arnesto y Carlos Pajares. Cromodinamica Cuantica. 2012. https://teorica. fis.ucm.es/TAE2012/CHARLAS.DIR/PAJARES.DIR/review_cpajares_QCD.pdf.
- [5] Léon Charles Prudent Van Hove. *Theoretical prediction of a new state of matter, the "quark-gluon plasma" (also called "quark matter")*. 17th International Symposium on Multiparticle Dynamics. 1986, 801-818.
- [6] Ulrich Heinz y Maurice Jacob. Evidence for a New State of Matter: An Assessment of the Results from the CERN Lead Beam Programme. 2000.
- [7] Albert M Sirunyan et al. Search for Physics beyond the Standard Model in Events with Overlapping Photons and Jets. Phys. Rev. Lett. 123.24 (2019), 241801. 10.
 1103/PhysRevLett.123.241801.
- [8] Radiofrequency cavities (2012). https://cds.cern.ch/record/1997424.
- S. Y. Lee. Accelerator Physics. 3rd. World Scientific, 2011. 10.1142/8335. https: //www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/8335.
- [10] Oswald Grobner. LHC vacuum system (1999). 10.5170/CERN-1999-005.291. https://cds.cern.ch/record/455985.
- [11] David J Griffiths. Introduction to elementary particles. TextBook Physics. Wiley, 1987. https://cds.cern.ch/record/1260972.
- [12] Marcelo Alonso y Edward J Finn. Physics. Addison-Wesley, 1992. https://cds. cern.ch/record/621458.
- [13] David J Griffiths. Introduction to electrodynamics; 4th ed. Re-published by Cambridge University Press in 2017. Pearson, 2013. https://cds.cern.ch/record/ 1492149.

- [14] W. R. Leo. Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How to Approach. 1987. ISBN: 978-3-540-57280-0.
- [15] Krajczár K. Measurement of spectra of charged hadrons and Weakly decaying strange particles at LHC energies with the CMS detector. Tesis doctoral. Eötvös Loránd University, Budapest, 2011. http://teo.elte.hu/minosites/ertekezes2011/ krajczar_k.pdf.
- [16] Maxim Perelstein. Introduction to Collider Physics. Physics of the large and the small, TASI 09, proceedings of the Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics, Boulder, Colorado, USA, 1-26 June 2009. 2011, 421-486. 10.1142/9789814327183_0008.
- [17] Satoshi Ozaki y Thomas Roser. Relativistic Heavy Ion Collider, its construction and upgrade. Prog. Theor. Exp. Phys. 2015.3 (2015). 03A102. ISSN: 2050-3911. 10. 1093/ptep/ptu093. https://doi.org/10.1093/ptep/ptu093.
- [18] Brookhaven National Laboratory. Conceptual Design of the Relativistic Heavy Ion Collider. BNL 51932 (1986). Revised as BNL 53195, May 1989. https://www. osti.gov/servlets/purl/5280898.
- [19] Design Report Tevatron 1 project. Informe técnico. 1984. https://cds.cern.ch/ record/1478620.
- [20] CERN. LHC The Guide. FAQs. 2021.
- [21] Philippe Lebrun. Cryogenics for the Large Hadron Collider. IEEE Trans. Appl. Supercond. 10 (2000), 1500-1506. 10.1109/77.828526.
- [22] The Large Hadron Collider (2014). http://cds.cern.ch/record/1998498.
- [23] John Poole. Beam Parameters and Definitions. Informe técnico. 2012. https://edms.cern.ch/document/445830/5.
- [24] N. A. Tahir et al. The CERN Super Proton Synchrotron as a tool to study high energy density physics. New J. Phys. 10.7 (2008), 073028. http://stacks.iop.org/1367-2630/10/i=7/a=073028.
- [25] UA1 (2013). http://cds.cern.ch/record/1997684.
- [26] Arnison G. et al. Angular distributions and structure functions from two-jet events at the CERN SPS pp collider. Phys. Lett. B 136.CERN-EP-83-198 (1983), 294-300.
 12 p. http://cds.cern.ch/record/149172.
- [27] ALICE: A Large Ion Collider Experiment (2012). http://cds.cern.ch/record/ 1997265.
- [28] CERN AC. The Inner Detector, ATLAS. 2017. https://atlas.cern/discover/ detector/inner-detector.
- [29] Lucas Taylor. CMS detector Design. CMS Internet Page. 2011. http://cms.web. cern.ch/news/cms-detector-design.
- [30] David Barney. Presentation for public Introduction to CMS for CERN guides (2013). http://cds.cern.ch/record/2629323.

- [31] The CMS muon project: Technical Design Report. Informe técnico. 1997. https: //inspirehep.net/literature/1614056.
- [32] S. Chatrchyan et al. The CMS Experiment at the CERN LHC. J. Instrum. 3 (2008), S08004. 10.1088/1748-0221/3/08/S08004.
- [33] Christopher Hill. LHC Physics. Warwick Week, University of Bristol. 2010. https: //warwick.ac.uk/fac/sci/physics/staff/academic/gershon/gradteaching/ warwickweek/material/lhcphysics/chill_warwick_lhc_2010_1.pdf.
- [34] Andrey Koryotov. Jets at Hadron Colliders. Advanced studies Institute on Symmetries and Spin, University of Florida. 2005. https://slideplayer.com/slide/ 6857078/.
- [35] A. R. Baden. Jets and kinematics in hadronic collisions. Int. J. Mod. Phys. A13 (1998), 1817-1845. 10.1142/S0217751X98000809.
- [36] T. Affolder et al. Measurement of the inclusive jet cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Phys. Rev. D 64 (2001), 032001-032038. http://dx.doi.org/10.17182/hepdata.41844103/PhysRevD.64032001.
- [37] Johanna Stacher y Klaus Reger. QGP Physics From Fixed Target to LHC Kinematic Variables. Physikalisches Institute, Universität of Heidelberg. 2011. https: //www.physi.uni-heidelberg.de/~reygers/lectures/2011/qgp/qgp_02_ kinematics.pdf.
- [38] B. Abbott et al. High- p_T jets in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 630$ GeV and 1800 GeV. Phys. Rev. D 64 (2001), 032003. 10.1103/PhysRevD.64.032003.
- [39] Michael Edward Peskin y Daniel V. Schroeder. An Introduction to Quantum Field Theory. Reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p. Westview Press, 1995.
- [40] G. Dissertori. The Determination of the Strong Coupling Constant. Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. 26 (2016), 113-128. 10.1142/9789814733519_0006.
- [41] David J. Gross y Frank Wilczek. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories. Phys. Rev. Lett. 30 (1973). Ed. por J. C. Taylor, 1343-1346. 10.1103/PhysRevLett. 30.1343.
- [42] R. Keith Ellis. Quantum Chromodynamics and Deep Inelastic Scattering (2016).
 10.1142/9789814733519_0003. https://cds.cern.ch/record/2217098.
- [43] J. S. Beringer et al. Review of Particle Physics, 2012-2013. Review of Particle Properties. Phys. Rev. D 86.1 (2012), 010001. 10.1103/PhysRevD.86.010001. https: //cds.cern.ch/record/1481544.
- [44] John Campbell y Joey Huston. The black book of quantum chromodynamics : a primer for the LHC era. First edition. Oxford University Press, 2018. ISBN: 9780199652747; 0199652740. libgen.li/file.php?md5=92f649baf4e6fce1d5d7bc839260afa8.
- [45] C.Y. Wong. Introduction to High-energy Heavy-ion Collisions. Introduction to Highenergy Heavy-ion Collisions. World Scientific, 1994. ISBN: 9789810202637. https: //books.google.com.mx/books?id=Fnxvrdj2NOQC.
- [46] Marina Cobal. Physics at Hadron colliders part II. https://www.fisica.uniud. it/~cobal/Lezione_Hadron_collisions_2_XII.pdf.

- [47] P. Bartalini et al. Multi-Parton Interactions at the LHC. 2011.
- [48] R.P. Feynman. Photon-Hadron Interactions [By] R.P. Feynman. Frontiers in physics. W.A. Benjamin, 1972. https://books.google.com.mx/books?id=g0gFcgAACAAJ.
- [49] A. De Roeck y R.S. Thorne. Structure functions. Prog. Part. Nucl. Phys. 66.4 (2011), 727-781. ISSN: 0146-6410. https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2011.06. 001. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641011000937.
- [50] V. A. Matveev. Quark Counting Rules at Large P_⊥ (1978). https://cds.cern.ch/ record/870639.
- [51] Stanley J. Brodsky y Glennys R. Farrar. Scaling Laws at Large Transverse Momentum. Phys. Rev. Lett. 31 (18 1973), 1153-1156. 10.1103/PhysRevLett.31.1153. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.31.1153.
- [52] V. A. Matveev, R. M. Muradyan y A. N. Tavkhelidze. Automodellism in the largeangle elastic scattering and structure of hadrons. Lett. Nuovo Cim., v. 7, no. 15, pp. 719-723 (1973). 10.1007/BF02728133. https://www.osti.gov/biblio/4452246.
- [53] Dennis Sivers, Stanley J. Brodsky y Richard Blankenbecler. Large transverse momentum processes. Phys. Rep. 23.1 (1976), 1-121. ISSN: 0370-1573. https://doi. org/10.1016/0370-1573(76)90015-6. https://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/0370157376900156.
- [54] Cheuk-Yin Wong y Grzegorz Wilk. Relativistic Hard-Scattering and Tsallis Fits to pT Spectra in pp Collisions at the LHC. International Workshop on Low X Physics. 2013.
- [55] Cheuk-Yin Wong y Grzegorz Wilk. Tsallis fits to p_T spectra and multiple hard scattering in pp collisions at the LHC. Phys. Rev. D 87 (11 2013), 114007. 10.1103/PhysRevD.87.114007. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.87.114007.
- [56] Dennis Sivers. Estimating cross sections for the production of new particles. Nucl. Phys. B 106 (1976), 95-124. ISSN: 0550-3213. https://doi.org/10.1016/0550-3213(76)
 90371-0. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321376903710.
- [57] B. R. Webber. Fragmentation and hadronization. Int. J. Mod. Phys. A15S1 (2000), 577-606.
 10.1142/S0217751X00005334.
- [58] Alessandra Edda Baas. Jet Eta Intercalibration of the ATLAS Detector using the Trigger Combination Method. Tesis doctoral. Kirchhoff-Institute für Physik. University of Heidelberg, 2013. http://www.kip.uni-heidelberg.de/Veroeffentlichungen/ download.php/5215/temp/2716.pdf.
- [59] John et al. Huth. Toward a standardization of jet definitions. Summer Study on High Energy Physics, Research Directions for the Decade. 1990. https://www. researchgate.net/publication/237638712_Toward_a_standardization_of_ jet_definitions.
- [60] Matteo Cacciari, Gavin P. Salam, Gregory Soyez. *FastJet*. Internet Page. 2005. http://fastjet.fr/.

- [61] F. Tanedo. Quantum Diaries. 2011. http://www.quantumdiaries.org/wpcontent/uploads/2011/04/clustering.png.
- [62] F. Abe et al. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section in pp Collisions at $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$. Phys. Rev. Lett. 62 (1989) (1989), 613. http://dx.doi.org/10. 17182/hepdata.20032.
- [63] A. Abulencia et al. Measurement of the inclusive jet cross section in pp̄ interactions at √s = 1.96 TeV using a cone-based jet algorithm. Phys. Rev. D74 (2006), 071103.
 10.1103/PhysRevD.74.071103.
- [64] R. Atkin. Review of jet reconstruction algorithms. J. Phys.: Conf. Ser. 645 (2015), 7.
 http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/645/1/012008.
- [65] Matteo Cacciari, Gavin P. Salam y Gregory Soyez. *FastJet User Manual*. Eur. Phys. J. C72 (2012), 1896. 10.1140/epjc/s10052-012-1896-2.
- [66] Francois Arleo et al. Higher-Twist Dynamics in Large Transverse Momentum Hadron Production. Phys. Rev. Lett. 105 (2010), 062002. 10.1103/PhysRevLett.105. 062002.
- [67] Cheuk-Yin Wong et al. From QCD-based hard-scattering to nonextensive statistical mechanical descriptions of transverse momentum spectra in high-energy pp and pp̄ collisions. Phys. Rev. D 91 (2015). 10.1103/PhysRevD.91.114027.
- [68] Alberto Accardi y Daniele Treleani. Minijet transverse spectrum in high-energy hadron-nucleus collisions. Phys. Rev. D 64 (11 2001), 116004. 10.1103/PhysRevD. 64.116004. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.64.116004.
- [69] HEP Data. The Durham High-Energy Physics Database. https://www.hepdata. net/.
- [70] ROOT. A Data analysis Framework. https://root.cern.ch/.
- [71] Serguei Chatrchyan et al. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section in pp Collisions at √s = 7 TeV. Phys. Rev. Lett. 107 (2011), 132001. 10.1103/PhysRevLett. 107.132001.
- [72] B. Abelev et al. Measurement of the inclusive differential jet cross section in pp collisions at s=2.76 TeV. Phys. Lett. B 722.4 (2013), 262-272. ISSN: 0370-2693. https: //doi.org/10.1016/j.physletb.2013.04.026. https://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S0370269313003055.
- [73] B. Abbott et al. The ratio of jet cross sections at $\sqrt{s} = 630$ GeV and 1800 GeV. Phys. Rev. Lett. 86 (2001), 2523-2528. 10.1103/PhysRevLett.86.2523.
- [74] V. M. Abazov et al. The inclusive jet cross section in pp collisions at s=1.8 TeV using the k⊥ algorithm. Phys. Lett. B 525.3 (2002), 211-218. ISSN: 0370-2693. https: //doi.org/10.1016/S0370-2693(01)01441-1. https://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S0370269301014411.
- [75] B. Abbott et al. Inclusive Jet Cross Section in $\overline{p}p$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Phys. Rev. Lett. 82 (12 1999), 2451-2456. 10.1103/PhysRevLett.82.2451. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.2451.

- [76] B. Abbott et al. Inclusive Jet Production in pp Collisions. Phys. Rev. Lett. 86 (9 2001), 1707-1712. 10.1103/PhysRevLett.86.1707. https://link.aps.org/doi/ 10.1103/PhysRevLett.86.1707.
- [77] Vardan Khachatryan et al. Measurement of the inclusive jet cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 2.76 \text{ TeV}$. Eur. Phys. J. C 76.5 (2016), 265. 10.1140/epjc/s10052-016-4083-z.
- [78] Serguei Chatrchyan et al. Measurement of the Ratio of Inclusive Jet Cross Sections using the Anti- k_T Algorithm with Radius Parameters R=0.5 and 0.7 in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. Phys. Rev. D 90.7 (2014), 072006. 10.1103/PhysRevD.90.072006.
- [79] Serguei Chatrchyan et al. Measurements of Differential Jet Cross Sections in Proton-Proton Collisions at √s = 7 TeV with the CMS Detector. Phys. Rev. D 87.11 (2013).
 [Erratum: Phys.Rev.D 87, 119902 (2013)], 112002. 10.1103/PhysRevD.87.112002.
- [80] Vardan Khachatryan et al. Measurement and QCD analysis of double-differential inclusive jet cross sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV and cross section ratios to 2.76 and 7 TeV. J. High Energy Phys. 03 (2017), 156. 10.1007/JHEP03(2017)156.
- [81] Vardan Khachatryan et al. Measurement of the double-differential inclusive jet cross section in proton-proton collisions at √s = 13 TeV. Eur. Phys. J. C 76.8 (2016), 451.
 10.1140/epjc/s10052-016-4286-3.
- [82] A. Abulencia et al. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section using the k_T algorithm in pp̄ Collisions at √s = 1.96 TeV with the CDF II Detector. Phys. Rev. D75 (2007). [Erratum: Phys. Rev.D75,119901(2007)], 092006. 10.1103/PhysRevD. 75.119901, 10.1103/PhysRevD.75.092006.
- [83] F. Abe et al. Comparison of jet production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 546$ GeV and 1800 GeV. Phys. Rev. Lett. 70 (1993), 1376-1380. 10.1103/PhysRevLett.70.1376.
- [84] Timothy L. Hessing. Inclusive jet cross-section at √s = 1.8 TeV. High-energy hadronic interactions. Proceedings, Hadronic Session of the 25th Rencontres de Moriond, Les Arcs, France, March 11-17, 1990, 145-154. http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find_paper.pl?conf-90-091.
- [85] T. Affolder et al. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section in $\bar{p}p$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8 \ TeV$. Phys. Rev. D64 (2001). [Erratum: Phys. Rev. D65,039903(2002)], 032001. 10.1103/PhysRevD.65.039903, 10.1103/PhysRevD.64.032001.
- [86] F. Abe et al. Inclusive jet cross section in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Phys. Rev. Lett. 77 (1996), 438-443. 10.1103/PhysRevLett.77.438.
- [87] F. Abe et al. Inclusive jet cross-section in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. Phys. Rev. Lett. 68 (1992), 1104-1108. 10.1103/PhysRevLett.68.1104.
- [88] A. Abulencia et al. Measurement of the inclusive jet cross section using the k(t) algorithm in p anti-p collisions at √s = 1.96 TeV. Phys. Rev. Lett. 96 (2006), 122001.
 10.1103/PhysRevLett.96.122001.
- [89] T. Aaltonen et al. Measurement of the Inclusive Jet Cross Section at the Fermilab Tevatron p anti-p Collider Using a Cone-Based Jet Algorithm. Phys. Rev. D78 (2008). [Erratum: Phys. Rev.D79,119902(2009)], 052006. 10.1103/PhysRevD.79. 119902, 10.1103/PhysRevD.78.052006.

- [90] Georges Aad et al. Measurement of the inclusive jet cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 2.76$ TeV and comparison to the inclusive jet cross section at $\sqrt{s} = 7$ TeV using the ATLAS detector. Eur. Phys. J. C73.8 (2013), 2509. 10.1140/epjc/ s10052-013-2509-4.
- [91] J. Alitti et al. Inclusive jet cross-section and a search for quark compositeness at the CERN pp collider. Phys. Lett. B 257 (1991), 232-240. 10.1016/0370-2693(91) 90887-V.
- [92] Georges Aad et al. Measurement of inclusive jet and dijet production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV using the ATLAS detector. Phys. Rev. D86 (2012), 014022. 10.1103/ PhysRevD.86.014022.
- [93] G. Aad et al. Measurement of inclusive jet and dijet cross sections in proton-proton collisions at 7 TeV centre-of-mass energy with the ATLAS detector. Eur. Phys. J. C71 (2011), 1512. 10.1140/epjc/s10052-010-1512-2.
- [94] V. M. Abazov et al. Measurement of the inclusive jet cross-section in $p\bar{p}$ collisions at $s^{(1/2)} = 1.96 \text{ TeV}$. Phys. Rev. Lett. 101 (2008), 062001. 10.1103/PhysRevLett. 101.062001.
- [95] G. Arnison et al. Measurement of the Inclusive Jet Cross-Section at the CERN p anti-p Collider. Phys. Lett. B172 (1986), 461-466. 10.1016/0370-2693(86)90290-X.