



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE
LA COMPUTACIÓN

OPTIMIZACIÓN POR APRENDIZAJE DE MÁQUINA DE
SISTEMAS IMU DE CAPTURA DE MOVIMIENTO HUMANO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIA E
INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

PRESENTA:

DALIA YVETTE DOMÍNGUEZ JIMÉNEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MIGUEL ÁNGEL PADILLA CASTAÑEDA
ICAT, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX. FEBRERO, 2024



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado a mis padres

Agradecimientos

Institucionales

Agradezco el financiamiento recibido por el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología para el proyecto CONAHCYT 319585 “Metodología de realidad aumentada multiespectral para la identificación y localización de tejido patológico en intervenciones quirúrgicas guiadas por computadora”.

Al financiamiento por la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM al proyecto DGAPA-PAPIIT-TA101422 “Esquema de neuronavegación quirúrgica por imágenes multiespectrales y simulación biomecánica para resección de tumores cerebrales guiada por computadora”.

A la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación de la Ciudad de México, al proyecto SECTEI/087/2023 “Laboratorio de Investigación y Desarrollo de Simuladores Clínicos y Cirugía Asistida por Computadora”.

Personales

Quisiera agradecer a la Universidad Nacional Autónoma de México y al Posgrado de Ciencia e Ingeniería de la Computación por el conocimiento que he adquirido en estos últimos años y que me gustaría utilizar para el beneficio común de la sociedad.

A mi tutor el Dr. Miguel Ángel Padilla Castañeda, por su dedicación y sus consejos. Agradezco todo su apoyo para seguir superándome como investigadora y científica y por la estancia de investigación realizada en la Universidad de Pisa, experiencia que es muy significativa para mí y que me ha hecho crecer como persona.

A la Dra. Adriana Martínez por su apoyo en la realización de este trabajo, así como por su amistad y compartir sus conocimientos y experiencias conmigo.

A mis amigos Eduardo Chairez y Marco Serna, profesores de la Facultad de Ciencias, que siempre han creído en mí, inspirado en la docencia y motivado para crear una comunidad de científicos con mis estudiantes. Específicamente a Chairez por su amor a la investigación.

A mis estudiantes por su confianza para transmitirles mi experiencia y mis conocimientos, por su curiosidad que me inspira a seguir aprendiendo y por su amistad que me motiva a seguir compartiendo y colaborando juntos.

A mis amigas Mich e Irán, así como a mi amigo Miguel. Por su compañía que es tan valiosa para mí. También agradezco la llegada de Ari a mi vida, que la llena de amor y me inspira a iniciar nuevos proyectos.

Finalmente, a mi hermana y mis padres. Que me han acompañado y apoyado en todos mis proyectos de vida. Que me expresan lo orgullosos que están de mí y me impulsan a crecer y a alcanzar mis metas.

Índice general

Listas de Figuras	6
Lista de Tablas	10
Acrónimos	11
Siglas	12
1. Introducción	15
1.1. Antecedentes	15
1.1.1. La espondilitis anquilosante	15
1.1.2. Sistemas inerciales de captura del movimiento	17
1.1.3. El diseño ergonómico físico en dispositivos médicos	18
1.2. Justificación	19
1.3. Planteamiento del problema	20
1.4. Objetivos	22
1.4.1. Objetivo general	22
1.4.2. Objetivos específicos	22
1.5. Organización de la tesis	22
2. Estado del arte	24
2.1. Inferencia de movimiento humano mediante sistemas IMUs e IA	24
2.2. Uso de dispositivos MIMU y algoritmos de IA en aplicaciones de ergonomía física	25
2.3. Sistemas basados en MIMUs para la evaluación de espondilitis anquilosante	26
3. Sistema de captura de movilidad	28
3.1. Sistema de múltiples sensores inerciales	28
3.2. Algoritmo de estimación de la orientación	28
3.3. Estudios experimentales	29
4. Calibración del magnetómetro triaxial	32
4.1. Magnetómetros triaxiales	32
4.2. Modelo de la respuesta del magnetómetro	33

4.3. Calibración basada en el ajuste de una elipsoide	35
5. Estimación de la orientación	38
5.1. Unidades de medición magnética e inercial (MIMUs)	38
5.2. Definición del problema de estimación de la orientación	39
5.3. Filtro de Kalman	41
5.3.1. Fase de predicción	41
5.3.2. Fase de corrección	42
5.4. Diseño del filtro Kalman en cascada	43
5.4.1. Filtro de Kalman para ángulos de deriva	44
5.4.2. Filtro de Kalman para ángulo yaw	47
5.4.3. El modelo de medición	48
6. Reconocimiento de postura	51
6.1. Selección de características	51
6.2. Clasificadores	53
6.2.1. Bayesiano ingenuo	54
6.2.2. Regresión logística	57
6.2.3. Máquinas de soporte vectorial	60
6.2.4. K vecinos más cercanos	63
6.3. Métricas de evaluación para la clasificación binaria	64
6.4. Reconocimiento de posturas	65
6.4.1. Implementación de la base de datos	65
6.4.2. Generación de configuración de subconjunto	68
6.4.3. Técnicas de entrenamiento y validación	68
7. Identificación de las configuraciones óptimas	71
7.1. Selección de clasificadores	71
7.2. Selección de configuraciones	72
7.2.1. Análisis de redundancias	73
8. Resultados	74
8.1. Calibración de los magnetómetros	74
8.2. Implementación de las bases de datos de posturas	76
8.2.1. Sujetos de control	77
8.2.2. Sujetos con espondilitis	78
8.3. Reconocimiento de posturas utilizando clasificadores	78
8.4. Configuración MIMU óptima	81
9. Discusión	86
10. Conclusiones	89
Referencias	91
Índice alfabético	97

Índice de figuras

1.1.	Algunas partes del cuerpo afectadas por la EA en diferentes fases de la enfermedad: a) articulación sacroilíaca y sus entesis; b) columna cervical; c) ligamentos de las articulaciones axiales (Imágenes modificadas de [6, 7, 8], respectivamente).	16
1.2.	Mediciones realizadas para el BASMI: a) rotación cervical; b) test de Schober modificado; c) distancia tragus-pared; d) flexión lateral lumbar; e) distancia intermalleolar. (Imagen de [4])	17
1.3.	Diseño del sistema vestibule basado en 16 sensores inerciales: (a) localización de las MIMUs sobre la columna vertebral del paciente; (b) marco de referencia de los sensores, con el eje z fuera de la imagen. Movimientos considerados en el protocolo experimental: (c) flexión anterior de la cadera; (d) flexiones laterales; (e) rotación axial; (f) rotación cervical; (g) flexión/extensión cervical; (h) flexión/extensión cervical.	21
1.4.	Diagrama de bloques de la metodología: a) adquisición y preprocesamiento, b) reconocimiento de posturas y selección de características y c) selección de configuración.	23
3.1.	Arquitectura del sistema. Esta constituido por 16 MIMUs y una unidad de control portátil e inalámbrica (Imagen modificada de [4]).	29
3.2.	Diagrama del algoritmo del filtro de Kalman propuesto en [4]. El algoritmo esta compuesto por dos fases: predicción y corrección (Imagen modificada de [4]).	30
3.3.	Sistema de multiples MIMUs (a) MIMUs involucrados en cada región de la columna vertebral; (b) marco de referencia para la estimación de los ángulos de Euler. Movimientos considerados en el estudio experimental, junto con el ángulo de orientación que predomina en amplitud y es utilizado para describir el movimiento (roll, pitch y roll): c) movimiento 1 (roll); (d) movimiento 2 (pitch); (e) movimiento 3 (yaw); (f) movimiento 4 (yaw); (g) movimiento 5 (roll); (h) movimiento 6 (pitch)	31
4.1.	Orientación de los ejes de sensibilidad para el magnetómetro de la MIMU MPU-9250 [59].	34
4.2.	Elipsoide como transformación y traslación de una esfera unitaria centrada en el origen.	35

5.1. Marco de referencia del sensor: Orientación de los ejes del acelerómetro y giroscopio del MIMU MPU-925.	39
5.2. Diagrama de bloques del algoritmo de estimación de orientación en dos cascadas propuesto por [60].	44
5.3. Ejemplo de los datos que deben ingresarse para obtener información del campo magnético de la Tierra. (Imagen de [68])	50
6.1. Marco para una metodología de selección de características que involucra cuatro pasos: generación de subconjuntos, evaluación de subconjuntos, criterio de detención y validación de resultados.	52
6.2. Metodología de selección de características envolvente.	53
6.3. La función sigmoide $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ toma un valor real y lo mapea en un rango de $(0, 1)$	58
6.4. El margen, que es la distancia más corta entre los puntos de datos y el límite de decisión (línea roja), juega un papel crucial en la determinación de la ubicación del límite. Maximizar el margen da como resultado una ubicación de límite de decisión específica. Un subconjunto de puntos de datos llamados vectores de soporte, representados por círculos rojos, determinan la posición del límite.	61
6.5. Geometría de una función discriminante lineal en dos dimensiones. La superficie de decisión, que se muestra en rojo, es perpendicular a la variable w , y el parámetro de sesgo, w_0 , controla su desplazamiento desde el origen. Además, la distancia ortogonal con signo de un punto general, $\phi(\mathbf{x})$, desde la superficie de decisión se puede determinar dividiendo el valor de $y(\mathbf{x})$ por w	62
6.6. Matriz de confusión de clasificación binaria formada contando el número de cuatro resultados de un clasificador binario: Verdaderos Positivos (TP), Verdaderos Negativos (TN), Falsos Negativos (FN) y Falsos Positivos (FP). Se muestran varias métricas estadísticas clave derivadas de la matriz de confusión: sensibilidad, especificidad, precisión, valor predictivo negativo y exactitud.	65
6.7. Se crea una matriz de características a partir de dos secuencias del mismo movimiento. Cada columna representa un RoM de una MIMU: ángulo de balanceo ($m=1$), ángulo de cabeceo ($m=2$) y ángulo de guiñada ($m=3$). Cada fila de la matriz contiene un vector de características de una muestra de grabación. El vector objetivo Y contiene la clase a la que pertenece cada vector de características: extensión o flexión para el movimiento 1 ($m=1$) e inclinación/rotación hacia la izquierda o hacia la derecha para los movimientos 2 y 3.	67

6.8.	Enfoques de generación de subconjuntos. a) Localización y numeración de las unidades a lo largo de la espalda; b) Método no restringido: Se basa en la identidad combinatorial conocida como <i>Regla de Pascal</i> ; c) Método restringido: Considera todas las combinaciones de subconjuntos posibles, con la restricción de que cada combinación debe incluir MIMU1, MIMU15 y al menos una MIMU de la región lumbar y espinal torácica.	69
6.9.	Técnicas para entrenar y probar subconjuntos de sensores: a) Se utilizó la división entrenamiento-validación para los subconjuntos obtenidos del método no restringido, b) se aplicó la validación cruzada LOSO para los subconjuntos MIMU del método restringido.	69
7.1.	Ejemplo de la selección de configuraciones más precisas en un movimiento. Se seleccionan las configuraciones con una precisión mayor a un umbral definido T_{ACC}	72
8.1.	Comparación de datos del campo magnético antes de la calibración y después de la misma.	76
8.2.	Los RoM son descritos por las 15 MIMU en una secuencia de los tres movimientos realizados por un sujeto sano. Cada muestra viene determinada por la frecuencia de adquisición del sistema (es decir, tiempo de muestreo = 50 ms). Se realizó una clasificación binaria para cada movimiento: a) flexión (0) y extensión (1); b) inclinación hacia la derecha (0) e inclinación hacia la izquierda; c) rotación hacia la derecha (0) y rotación hacia la izquierda (1).	77
8.3.	Los RoM son descritos por las 15 MIMU en una secuencia de los tres movimientos realizados por un sujeto sano. Cada muestra viene determinada por la frecuencia de adquisición del sistema (es decir, tiempo de muestreo = 50 ms). Se realizó una clasificación binaria para cada movimiento: a) flexión (0) y extensión (1); b) inclinación hacia la derecha (0) e inclinación hacia la izquierda; c) rotación hacia la derecha (0) y rotación hacia la izquierda (1).	79
8.4.	Resultados de histogramas de exactitud de configuración para cada movimiento y ambos métodos de generación de características: a) método sin restricciones, b) método con restricciones.	81
8.5.	Frecuencia de las MIMUs en cada conjunto $C_{i,k}$ aplicando el a) método no restringido y b) el método restringido. Se filtra una configuración por cada umbral: $\mu_{ACC} + 0.5\sigma_{ACC}$ (barras rojas), $\mu_{ACC} + 1.0\sigma_{ACC}$ (barras verdes), $\mu_{ACC} + 1.5\sigma_{ACC}$ (barras azules).	82

- 8.6. Las curvas ROC para la configuración S3, que incluye MIMU1, MIMU6, MIMU7, MIMU8, MIMU9, MIMU11, MIMU13 y MIMU15, se generaron mediante validación cruzada LOSO. Estas curvas muestran la realización de los movimientos en flexión anterior de la cadera, flexión lateral del tronco y rotación axial del tronco. Cada iteración está representada por una línea delgada de color etiquetada como Sujeto N, mientras que la línea azul gruesa etiquetada como ROC promedio muestra el rendimiento promedio del conjunto de entrenamiento. . . . 85

Índice de tablas

3.1. Ejercicios realizados en cada movimiento, articulaciones que evalúan y MIMUs utilizados para su evaluación.	31
8.1. Coeficientes que caracterizan las interferencias blandas y duras para obtener el campo magnético de la Tierra con cada uno de los magnetómetros de las 16 MIMUs.	75
8.2. Conjunto de datos en sujetos sanos: Se muestra el número de muestras que se tiene para cada sujeto y cada movimiento. El conjunto de muestras que se descartaron después de un análisis exploratorio están marcados con un guión.	78
8.3. Conjunto de datos en sujetos con espondilitis: Se muestra el número de muestras que se tiene para cada sujeto y cada movimiento. El conjunto de muestras que se descartaron después de un análisis exploratorio están marcados con un guión.	78
8.4. Las precisiones y las exactitudes promedio del reconocimiento de posturas de los diseños del sistema generados a través del método restringido. Se muestran los resultados utilizando cuatro clasificadores (NB, RL, SVM y KNN) en los tres movimientos. Se observó que el movimiento 1 (flexión anterior de la cadera) y el movimiento 2 (flexión lateral del tronco) mostraron una mejor clasificación que el movimiento 3 (rotación axial del tronco). Se encontró que el clasificador KNN es el mejor entre todos los clasificadores.	80
8.5. Los sensores más frecuentes de las configuraciones de movimiento más precisas. Tres umbrales de exactitud $T_{ACC_{i,k}}$ fueron considerados. Los sensores en rojo son los que solo aparecen en una de las tres configuraciones $C_{i,k}$. Se calcularon las métricas ACC, SEN y SPE para cada configuración.	83
8.6. Configuraciones finales de sensores obtenidos mediante el método restringido y no restringido. Se señala el umbral utilizado para filtrar las configuraciones más precisas. También se muestra el desempeño de cada configuración en el reconocimiento de posturas en cada movimiento.	83
8.7. Se obtuvieron redundancias de las tres configuraciones óptimas (S1, S2 y S3) para los tres movimientos evaluados y de forma global.	84

Siglas

ASAS Sociedad Internacional para la Evaluación de la Espondiloartritis.

AUC área bajo la curva.

BASMI índice metrológico de la espondilitis anquilosante de Bath.

EA espondilitis anquilosante.

FK filtro de Kalman.

IA inteligencia artificial.

KNN K vecinos más cercanos.

LOSO deja un sujeto afuera.

MEMS sistemas microelectromecánicos.

MIMU unidades de medición magnética e inercial.

ML aprendizaje de máquina.

NB bayesiano ingenuo.

RL regresión logística.

ROC característica operativa del receptor.

RoM rango de movimiento.

SVM máquinas de soporte vectorial.

Resumen

Las enfermedades reumáticas afectan alrededor del 10% de la población. Dentro de estas afecciones se encuentra la espondilitis anquilosante, la cual principalmente afecta la columna vertebral, limitando progresivamente su movilidad. Recientemente, para la evaluación de movilidad de la columna, los sistemas de medición magnética e inercial (MIMUs) se han utilizado ampliamente por su confiabilidad y factibilidad. El sistema con mayor resolución espacial hasta ahora consiste en 16 MIMUs. Su fiabilidad ha sido probada en 15 sujetos de control. Sin embargo, es necesario identificar la mejor configuración que proporciona la información más relevante de la columna.

El objetivo de este trabajo es identificar a partir de aprendizaje de máquina (ML) la configuración de sensores óptima que permita evaluar la movilidad de la columna de manera eficiente, determinando el número mínimo de sensores requeridos y sus localizaciones a lo largo de la columna para obtener la información más relevante de la movilidad del paciente.

Se evalúa y compara a través de cuatro clasificadores de ML la capacidad de diferentes conjuntos de MIMUs de identificar las posturas de un movimiento. El estudio experimental previamente realizado a los 15 participantes se utiliza para implementar una base de datos de posturas. Se analizan las posturas de los 3 movimientos del estudio que implican la columna lumbo-torácica: La flexión anterior de la cadera (Mov.1), la flexión lateral de tronco (Mov.2) y la rotación axial de tronco (Mov.3). Y se identifica la configuración que mejor desempeño tiene en discernir las posturas de los tres movimientos. Adicionalmente, se implementa una base de datos de posturas en pacientes con espondilitis de un estudio experimental en curso.

Se identificó una configuración de 8 sensores, con una precisión para discernir entre posturas de: 0.949, 0.864 y 0.881 para los Mov.1 a Mov.3, respectivamente. Discriminando cuando el sujeto está erguido o flexionado Mov.1, flexionado a la izquierda o a la derecha en Mov.2 y rotado a la derecha o a la izquierda en Mov.3.

Este estudio permite obtener una configuración con solo los sensores necesarios en la espalda de las personas para evaluar objetivamente la movilidad de la columna, conservando la información necesaria sobre la biomecánica de la columna del paciente. Además se implementa una base de datos de las posturas de 15 sujetos sanos y 12 sujetos con espondilitis.

Summary

Rheumatic diseases affect about 10% of the population. Among these conditions is ankylosing spondylitis, which mainly affects the spine, progressively limiting its mobility. Recently, for the evaluation of spinal mobility, magnetic and inertial measurement systems (MIMUs) have been widely used for their reliability and feasibility. The system with the highest spatial resolution so far consists of 16 MIMUs. Its reliability has been tested on 15 control subjects. However, it is necessary to identify the best configuration that provides the most relevant spine information.

The objective of this work is to identify, using machine learning (ML), the optimal sensor configuration that allows evaluating the mobility of the spine efficiently, determining the minimum number of sensors required and their locations along the spine to obtain the most relevant information on subject mobility.

In this research, a total of four ML classifiers were utilized to train, evaluate, and compare the effectiveness of various sets of MIMUs in identifying movement postures. The experimental study previously performed on the 15 participants is used to implement a database of postures. The study analyzed the postures of three movements involving the lumbo-thoracic spine, namely anterior flexion of the hip (Mov.1), lateral flexion of the trunk (Mov.2), and axial rotation of the trunk (Mov.3), using an experimental database of postures from 15 participants. Additionally, a database of postures in patients with spondylitis from an ongoing experimental study is implemented.

A configuration of 8 sensors was identified, with an accuracy to discern between postures of: 0.949, 0.864 and 0.881 for Mov.1 to Mov.3, respectively. Discriminating when the subject is upright or flexed Mov.1, flexed to the left or right in Mov.2 and rotated to the right or left in Mov.3.

This study allows obtaining a configuration with only the necessary sensors on people's backs to objectively evaluate the mobility of the spine, preserving the necessary information about the biomechanics of the patient's spine. Additionally, a database of the postures of 15 healthy subjects and 12 subjects with spondylitis is implemented.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presentan brevemente los antecedentes (Sección 1.1) de los sistemas de evaluación de movilidad basados en sensores inerciales y los esfuerzos realizados para su diseño. Específicamente, se abordan los sistemas dedicados a la evaluación de la movilidad de la columna, la cual es parte importante de la valoración clínica en diferentes áreas de la medicina y utilizada como herramienta de diagnóstico y seguimiento de la espondilitis anquilosante (EA).

Posteriormente en la justificación de la investigación realizada (Sección 1.2), se aborda la importancia e impacto que podría tener en la población un sistema eficiente y objetivo de captura de los rangos de movimiento para el seguimiento de la EA. Igualmente, se mencionan algunas estadísticas sobre la prevalencia de esta enfermedad reumática en la población mundial, haciendo énfasis en la población mexicana.

En la Sección 1.3 se plantean las limitaciones actuales en el diseño de sistemas basados en sensores inerciales para la evaluación de la movilidad de la columna y se mencionan algunas investigaciones realizadas con el objetivo del diseño ergonómico de sistemas de captura de movilidad. Adicionalmente, se describe el sistema basado en 16 sensores inerciales previamente instrumentado en nuestro grupo de trabajo y la necesidad de continuar la investigación para convertir el sistema en un dispositivo médico que asista el diagnóstico.

Finalmente, se mencionan los objetivos de la tesis (Sección 1.4) y como está organizada (Sección 1.5).

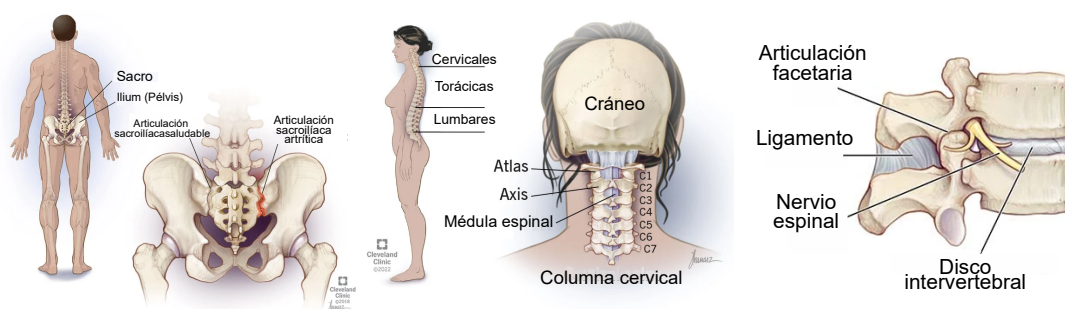
1.1. Antecedentes

1.1.1. La espondilitis anquilosante

Las *enfermedades reumáticas* comprenden más de cien afecciones [1], las cuales se caracterizan por causar dolor musculoesquelético, rigidez, movilidad reducida e inflamación [2]. Entre las afecciones que tienen mayor incidencia en la población son a) la artritis reumatoide, b) la osteoporosis, c) la osteoartritis, y d) *lumbalgia* [3].

Particularmente, la lumbalgia conforma uno de los primeros síntomas de la EA, enfermedad degenerativa crónica que afecta principalmente a la *columna vertebral*, la *articulación sacroilíaca* (Figura 1.1a) y las *entesis*, que son las uniones de los ligamentos al hueso [3];

La EA suele comenzar con dolor lumbar inflamatorio e inflamación grave de las articulaciones sacroilíacas y, en fases más avanzadas, puede llegar a afectar hasta la *columna cervical* (Figura 1.1b) [4]. La inflamación crónica de las *articulaciones axiales* (Figura 1.1c), que constituyen a la columna vertebral, genera *sindesmofitos*, los cuales son puentes óseos que fusionan las vértebras y, como consecuencia, limitan el movimiento de la columna [5].



(a) Articulación sacroilíaca

(b) Columna cervical

(c) Articulaciones axiales

Figura 1.1: Algunas partes del cuerpo afectadas por la EA en diferentes fases de la enfermedad: a) articulación sacroilíaca y sus entesis; b) columna cervical; c) ligamentos de las articulaciones axiales (Imágenes modificadas de [6, 7, 8], respectivamente).

Por lo anterior, la evaluación de la movilidad de la columna vertebral es una parte fundamental de la valoración clínica en reumatología. Además de ser utilizada en otras áreas de la medicina, como en ortopedia y rehabilitación. Su importancia radica en su capacidad para asistir el diagnóstico y seguimiento de los pacientes, sirviendo como medio para medir su condición física tanto antes como después de procedimientos quirúrgicos [9, 10]. Un conocimiento detallado sobre la movilidad de la columna vertebral de un paciente permitiría a los profesionales de la salud tomar decisiones más informadas sobre un plan de tratamiento y, en última instancia, conduciría a mejores resultados y beneficios para el paciente.

Anteriormente, la Sociedad Internacional para la Evaluación de la Espondiloartritis (ASAS por sus siglas en inglés) ha desarrollado y estandarizado múltiples métodos para la evaluación de la movilidad de la columna vertebral. Uno de estos métodos es el índice metrológico de la espondilitis anquilosante de Bath (BASMI por sus siglas en inglés), que evalúa la incapacidad funcional del paciente mediante la medición de cinco parámetros (Figura 1.2): rotación cervical, prueba de Schober modificada, distancia del tragus a la pared, flexión lateral lumbar y distancia intermalleolar [11].

El procedimiento BASMI utiliza cintas métricas y goniómetros para obtener las

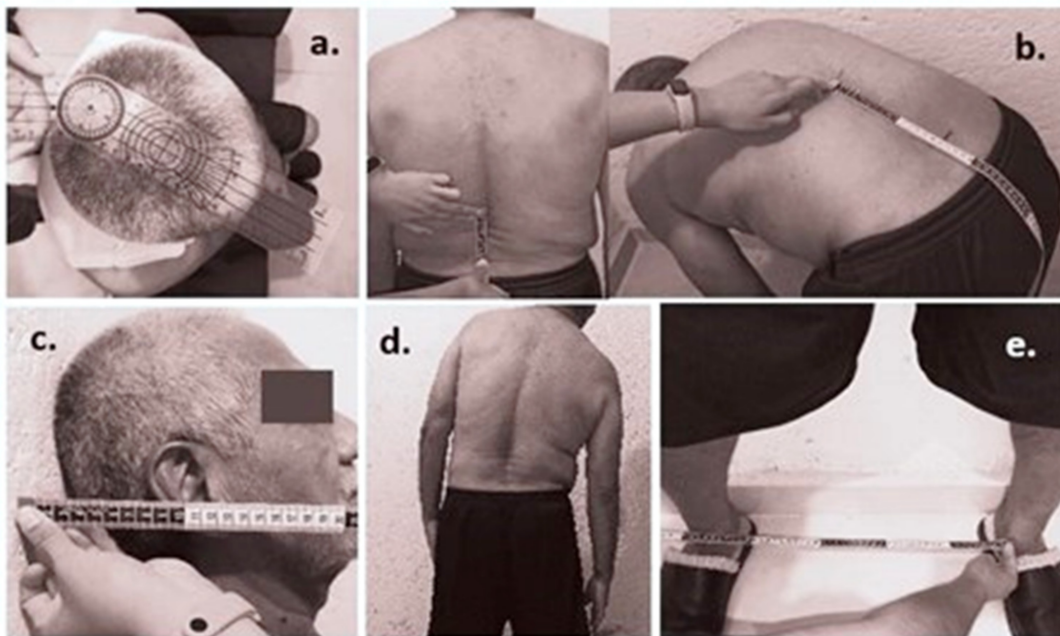


Figura 1.2: Mediciones realizadas para el BASMI: a) rotación cervical; b) test de Schober modificado; c) distancia tragus-pared; d) flexión lateral lumbar; e) distancia intermalleolar. (Imagen de [4])

medidas necesarias (Figura 1.2) [11, 12]. Sin embargo, este método puede estar sujeto a errores debidos a la naturaleza subjetiva de la valoración médica, al uso incorrecto de los instrumentos de medición, a movimientos compensatorios o erráticos de los pacientes, o a errores de observación [4].

1.1.2. Sistemas inerciales de captura del movimiento

Debido a la existente necesidad de analizar el movimiento humano, en los últimos años, las unidades de medición magnética e inercial (MIMUs por sus siglas en inglés), o también conocidos como *sensores inerciales*, han sido ampliamente utilizados tanto para aplicaciones comerciales y de investigación en diversos campos, como en ciencia del deporte, la rehabilitación médica y la realidad virtual.

Los sensores inerciales suelen contar con una combinación de sensores triaxiales -acelerómetro, giróscopo y magnetómetro- para estimar la posición y orientación del objeto rígido al que están fijados. Se caracterizan por ser dispositivos autónomos que pueden fijarse en distintas partes del cuerpo, por lo que son ideales para el seguimiento ambulatorio. Y gracias a su diseño compacto, no restringen o afectan la movilidad de los usuarios. Por ello, son cada vez más populares.

A diferencia de las pruebas e índices de movilidad tradicionales, como el BASMI, los sistemas basados en MIMUs miden continuamente la variación de ángulos de movimientos dinámicos y la amplitud máxima de los rangos de movimiento (RoM en inglés) [13, 14]. Además, en comparación con los sistemas ópticos, que recientemente

también se han empleado para el seguimiento del movimiento, estos sistemas son menos costosos, más viables en entornos exteriores y no necesitan configuraciones controladas y complejas de cámaras [4].

Algunos estudios han constatado que los sistemas ópticos y los inerciales coinciden en gran medida y que estos últimos son más viables en la práctica clínica [15, 16, 17]. Además, estudios recientes han utilizado sistemas basados en MIMU para evaluar a pacientes con EA [17, 18, 19, 20]. Aunque estos estudios proporcionan mediciones precisas y coherentes, el número de sensores utilizados, normalmente seis como máximo, no permite evaluar toda la columna vertebral y limita la cantidad de información que pueden ofrecer sobre movimientos sutiles y complejos.

Los autores de [4] desarrollaron un sistema vestibular basado en múltiples MIMUs para evaluar la movilidad de la columna vertebral y demostraron su fiabilidad y repetibilidad. El sistema consta de 16 MIMUs, colocadas de manera equidistante a lo largo de la columna cervical, torácica y lumbar, mejorando la resolución espacial de los sistemas existentes. A pesar de esto, es necesario seguir investigando estrategias novedosas para evaluar el número de sensores necesarios e identificar su ubicación óptima, de esta forma, obtener un diseño eficiente y ergonómico del sistema, el cual proporcione información precisa y pertinente sobre la movilidad del paciente.

1.1.3. El diseño ergonómico físico en dispositivos médicos

La *ergonomía* es una disciplina que se caracteriza por tener un enfoque sistémico en el diseño de dispositivos o ambientes, con los que el ser humano interactúa, garantizando su seguridad y bienestar, priorizando favorecer el desempeño de las actividades que se realizan en dicho ambiente o con dicho dispositivo [21, 22]. Dentro de esta disciplina, se encuentra la *ergonomía física*, la cual se ocupa específicamente de la respuesta que tiene el cuerpo humano al estrés físico y fisiológico, considerando y analizando la biomecánica del usuario para prevenir posibles *trastornos musculoesqueléticos* causados a partir de las actividades físicas del usuario [22, 23].

La ergonomía física considera la anatomía, la fisiología y la biomecánica humana en la actividad física, abarcando temas relevantes como las posturas de trabajo, la manipulación de materiales, movimientos repetitivos, disposición del lugar de trabajo, seguridad física y salud [23]. Su aplicación puede reducir eficazmente los riesgos en entornos de trabajo y ayudar al diseño de dispositivos médicos [22, 24].

Los dispositivos médicos de alta calidad y bien diseñados son esenciales para proporcionar una atención clínica y una evaluación del paciente seguras y eficaces [24, 25]. La investigación de modelos biomecánicos, los estudios de tiempo y movimiento, la medición de fuerzas, el análisis postural y las herramientas de evaluación estandarizadas, tienen un inmenso potencial para el desarrollo y diseño de dispositivos médicos [26, 27].

Además del potencial que tiene el uso de sensores inerciales en la captura de movilidad para el diagnóstico, pronóstico y planeación de tratamientos de enfermedades

musculoesqueléticas, la información que proporcionan sobre la biomecánica, motiva el desarrollo de metodologías que involucran inteligencia artificial (IA) para el diseño físico de dispositivos [28, 29]. En particular, el aprendizaje de máquina (ML en inglés) puede extraer características interesantes y estudiarlas, detectando asociaciones con la aparición de enfermedades musculoesqueléticas o lesiones [30].

Algunos trabajos han explorado la combinación de algoritmos de ML y sensores inerciales para el análisis biomecánico de los patrones de movimiento humano que podrían utilizarse para la implementación de herramientas avanzadas capaces de evaluar la movilidad de la columna vertebral con mayor especificidad, resolución espacial y capacidad de información que los sistemas actuales.

1.2. Justificación

Las enfermedades reumáticas son una de las principales causas de enfermedad en la población general. Se calcula que alrededor del 10 % de la población es afectada por estas enfermedades. En países como Estados Unidos, Canadá y México, las enfermedades reumáticas son una de las diez primeras causas de discapacidad total [31].

La EA es un tipo de enfermedad reumática conocida como *espondiloartritis*. Es el principal subtipo y la enfermedad más prevalente del grupo [32]. Esta enfermedad afecta principalmente a jóvenes, alrededor de los 26 años. Cerca del 80 % de los pacientes experimentan los primeros síntomas antes de los 30 años, mientras que menos del 5 % de los pacientes presentan la enfermedad después de los 45 años [33].

La prevalencia de EA oscila entre el 0.1 % y el 1.4 %, y la mayoría de los datos proceden de Europa [34]. Y estudios realizados en distintos países muestran que la incidencia del EA oscila entre 0.5 y 14 por cada 100,000 personas al año [35, 36].

En la población mexicana, la prevalencia de EA es de alrededor de 0.6 % a 0.9 % [37]. Según Burgos-Vargas et al. [38], los nuevos casos de EA en la población mexicana se presentan principalmente en adultos jóvenes entre 15 y 30 años. A pesar de su prevalencia e importancia, su diagnóstico puede tardar de 3 a 11 años [39].

La evaluación de la movilidad es crucial para el diagnóstico, clasificación y seguimiento de la espondiloartritis. Sin embargo, los métodos tradicionales como los goniómetros y las cintas métricas utilizados para las pruebas BASMI pueden introducir errores sistemáticos y tienen una sensibilidad limitada a los cambios. Además, el BASMI no toma en cuenta el impacto de otras articulaciones en la movilidad de la columna ni los movimientos compensatorios que realizan los pacientes

Investigaciones han demostrado que los sistemas basados en MIMUs son fiables y repetibles para evaluar la movilidad de la columna vertebral. Estos sistemas proporcionarán una evaluación más precisa y completa de la movilidad del paciente en comparación con los sistemas existentes, lo que puede dar lugar a diagnósticos y seguimientos más eficaces.

Se ha realizado un esfuerzo considerable en la exploración de nuevas tecnologías, como los sensores inerciales, para mejorar el análisis de los patrones de movilidad anómalos que se asocian a la espondiloartritis. Sin embargo, el número limitado de sensores utilizados en estos estudios inevitablemente restringe la cantidad de información que puede recopilarse. Los estudios con mejor resolución espacial tienen el potencial de identificar la colocación óptima de los sensores para extraer los datos de movilidad más informativos de los pacientes.

1.3. Planteamiento del problema

En los últimos años, el aumento significativo en la demanda de análisis precisos del movimiento humano ha llevado al desarrollo de sistemas de captura de movimiento de alta calidad [40, 41, 42]. Específicamente, la llegada de los sistemas de captura de movimiento inercial ha facilitado aún más el análisis de los movimientos de todo el cuerpo en un entorno ambulatorio. Estos sistemas han demostrado ser especialmente útiles en entornos al aire libre y en el mundo real, ya que no se limitan a controlados entornos de laboratorio.

Los sensores inerciales se utilizan habitualmente para reconocer posturas humanas e inferir la cinemática de todo el cuerpo. Sin embargo, la precisión de estos sistemas depende de la ubicación exacta en la que los sensores se fijan a los segmentos anatómicos del cuerpo humano [41, 42]. Por lo tanto, es esencial determinar su colocación más adecuada para garantizar resultados óptimos.

Estudios demuestran que los movimientos humanos contienen información redundante y pueden describirse con menos dimensiones que los grados de libertad del cuerpo humano [43, 44, 45]. La creciente disponibilidad de datos de captura de movimientos ha llevado a utilización de enfoques basados en datos que consideran y estudian muchas configuraciones de sensores diferentes, variando el número y la ubicación para identificar los más importantes.

En nuestro equipo de trabajo se ha desarrollado un sistema wearable basado en MIMUs [4], el cual representa una valiosa herramienta para evaluar la movilidad de la columna vertebral en pacientes con EA. Ya que, hasta donde se sabe, es el sistema existente con mayor resolución espacial, haciéndolo ideal para realizar un análisis de reducción de sensores, sin perder información relevante de la movilidad. Al optimizar el diseño del sistema, su uso se hace más viable en entornos clínicos.

La integración de herramientas basadas en datos para la toma de decisiones, como es la IA, ayudaría en gran medida a extraer características importantes y a identificar las localizaciones más relevantes de los sensores para la evaluación de la movilidad. Como consecuencia, la reducción de dimensionalidad del sistema, reduciría el costo computacional del procesamiento que se realiza sobre las señales, eliminaría información redundante y facilitaría el futuro reconocimiento de patrones en los datos.

Reducir el número de sensores a los necesarios reduciría el tiempo de colocación del sistema y así mismo acortar el tiempo del protocolo experimental, que puede

durar hasta 1 hora en pacientes sanos. Además, la eliminación de sensores podría evitar los errores causados por el desplazamiento espurio de algunos de ellos cuando se realizan algunos movimientos. Por último, los sensores no considerados necesarios para la evaluación de movilidad en la espalda, pueden ser utilizadas para analizar el movimiento de las extremidades inferiores que, como se ha observado, muestran movimientos compensatorios.

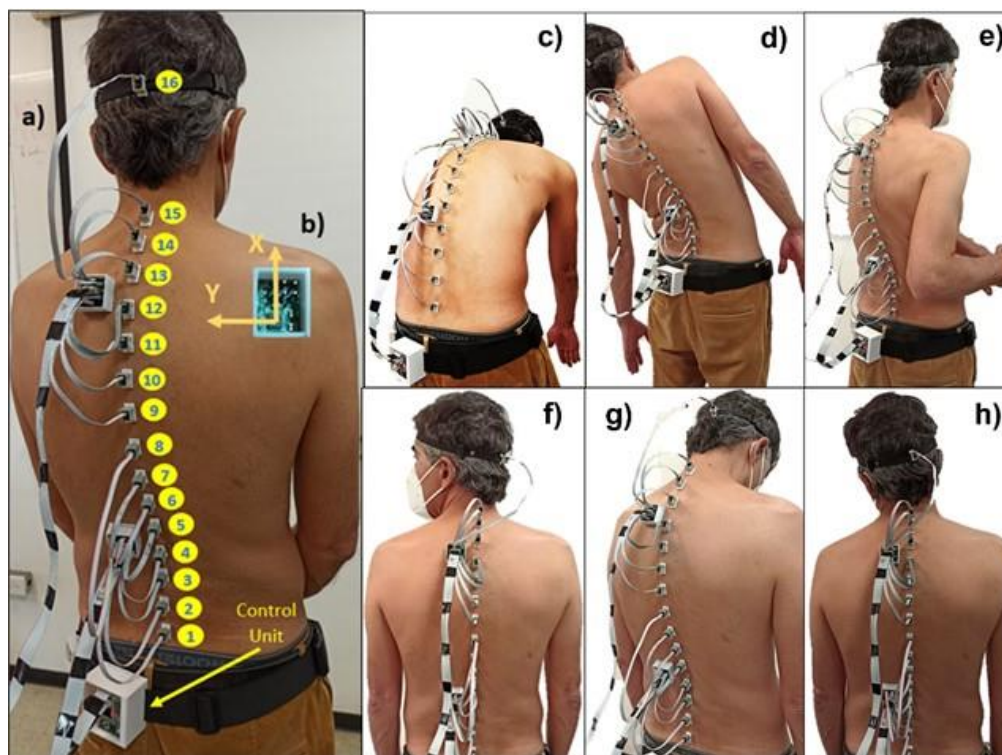


Figura 1.3: Diseño del sistema vestible basado en 16 sensores inerciales: (a) localización de las MIMUs sobre la columna vertebral del paciente; (b) marco de referencia de los sensores, con el eje z fuera de la imagen. Movimientos considerados en el protocolo experimental: (c) flexión anterior de la cadera; (d) flexiones laterales; (e) rotación axial; (f) rotación cervical; (g) flexión/extensión cervical; (h) flexión/extensión cervical.

El sistema de adquisición de datos a utilizar consta de 16 sensores que evalúan toda la columna vertebral a través de 6 movimientos que involucran la columna lumbar, torácica y cervical: la flexión frontal, la flexión lateral y la rotación axial de la cadera, y la flexión frontal, flexión lateral y rotación axial cervical (Figura 1.3). Combinando las señales de un giróscopo, un acelerómetro y un magnetómetro mediante un filtro de Kalman (FK) se estima la orientación y los rangos de movimiento de los segmentos en donde los sensores están colocados. Hasta ahora el sistema se ha probado en 15 participantes sanos, demostrando excelentes niveles de fiabilidad en cinco de los seis movimientos.

Nuestro equipo tiene como objetivo integrar este sistema en la práctica clínica y

para lograrlo es necesario un análisis biomecánico para optimizar la configuración del sistema, prestando especial atención a la configuración de sensores a colocar para la rotación axial del tronco y mejorando el FK para neutralizar el ruido electromagnético que no puede adecuadamente caracterizarse [4].

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

El objetivo de este trabajo es realizar un análisis biomecánico basado en aprendizaje de máquina para determinar la mejor configuración de sensores para evaluar de forma eficaz y exhaustiva la movilidad de toda la columna vertebral. Esto incluye la identificación del número mínimo de sensores necesarios y su ubicación específica a lo largo de la columna vertebral para obtener la información necesaria para el reconocimiento de patrones de movilidad en pacientes de control y reumáticos.

Este análisis biomecánico es necesario para diseñar sistemas de captura de movimiento basados en MIMUs que sean eficaces en la evaluación y atención clínica de los pacientes. Se espera que la metodología utilizada en este trabajo contribuya al futuro diseño de la ergonomía física de sistemas vestible conformados por sensores inerciales.

1.4.2. Objetivos específicos

De acuerdo al objetivo general, los objetivos específicos de esta investigación que se plantean son:

1. Automatizar y optimizar un método para una calibración simultánea y precisa de los 16 magnetómetros de tres ejes del sistema.
2. Mejorar la estimación de la orientación de cada sensor implementando un algoritmo de dos filtros de Kalman en cascada.
3. Diseñar, implementar y validar una metodología de selección de sensores mediante modelos de aprendizaje automatizado y pruebas estadísticas.

Ya que la metodología a implementar tiene como principal propósito la estimación de la orientación y de los rangos de movimiento de los participantes, se dedicaron dos de los objetivos específicos a mejorar la calidad de los datos cinemáticos.

1.5. Organización de la tesis

Los métodos y materiales de la investigación están descritos dentro de los capítulos 4 a 7. En general, el diagrama de bloques (Figura 1.4) ilustra la metodología recabada en estos capítulos:

- En el capítulo 2 se reporta el estado del arte de sistemas wearable basados en sensores inerciales e inteligencia artificial para la captura de movimiento

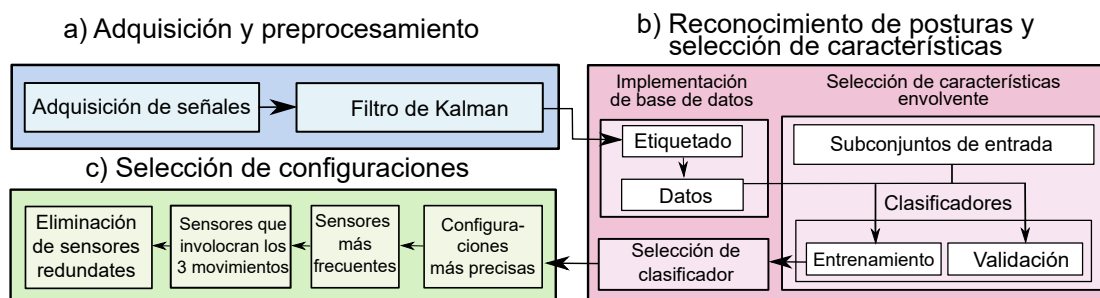


Figura 1.4: Diagrama de bloques de la metodología: a) adquisición y preprocesamiento, b) reconocimiento de posturas y selección de características y c) selección de configuración.

humano.

- En el capítulo 3 se describe el sistema basado en múltiples sensores inerciales para la evaluación de movilidad de la columna, en el cual se basa este trabajo.
- El capítulo 4 aborda el proceso de calibración de los magnetómetros triaxiales del sistema inercial.
- El capítulo 5 reporta y describe la implementación de los filtros de Kalman en cascada para la estimación de la orientación de los sensores inerciales.
- El capítulo 6 describe la implementación de las bases de datos de los participantes de control y con espondilitis utilizadas para el reconocimiento de posturas a través de clasificadores de aprendizaje de máquina.
- En los capítulos 7 se proporcionan la metodología seguida para la identificación de la configuración óptima para la evaluación de la movilidad de la columna en sujetos sanos.

En los capítulos 8, 9 y 10 se encuentran los resultados, la discusión y las conclusiones de la tesis, respectivamente.

Capítulo 2

Estado del arte

2.1. Inferencia de movimiento humano mediante sistemas IMUs e IA

El uso de sensores inerciales para capturar el movimiento humano no se limita a entornos de laboratorio de pequeño volumen, sino que también es aplicable en entornos exteriores del mundo real. Esto es crucial porque permite recopilar datos de movimiento natural mientras las personas realizan sus actividades cotidianas. Como resultado, es posible crear conjuntos de datos de movimiento natural en entornos reales, como entornos de trabajo y exteriores.

Además de los conjuntos de datos de movimiento humano, otra área de investigación se centra en la inferencia de la cinemática corporal a partir de un pequeño número de sensores inerciales. La captura del movimiento de todo el cuerpo con unidades de medición inercial (IMU) requiere colocar al menos 15 sensores (incluidos la cabeza, las manos y los pies) en cada segmento corporal [42]. Esto puede suponer un reto para la mayoría de las aplicaciones. Sin embargo, utilizar un número mucho menor de sensores (1-7) e inferir las actividades o la cinemática del usuario es un método más práctico.

Algunos grupos de investigación han inferido cinemáticas basándose únicamente en unos pocos sensores inerciales, utilizando tanto aprendizaje automático como algoritmos de optimización. Por ejemplo, en la referencia [46], los autores utilizan procesos gaussianos para aprender mapeos entre datos de cuatro sensores inerciales (colocados en las muñecas y los tobillos) y datos ópticos de captura de movimiento. En otro experimento, los autores estiman posturas al caminar con incluso menos sensores. Sin embargo, los trabajos recientes han sustituido en su mayoría los procesos gaussianos por redes neuronales debido a su capacidad para aprender de datos de entrenamiento y generalizar a datos no vistos.

La referencia [41] hace uso de redes neuronales completamente conectadas para predecir posturas utilizando cinco sensores inerciales con varias configuraciones di-

ferentes. Utilizaron un traje XSens MVN Link, que les permitió probar múltiples configuraciones.

En la referencia [47], los autores presentan un método de optimización mediante la minimización de los errores de orientación, aceleración y antropométricos, y la optimización conjunta de posturas en múltiples fotogramas utilizando seis sensores inerciales. Encontraron que un término de aceleración beneficia significativamente la aproximación de la postura, y también hicieron uso de un término antropométrico para asegurar que generan posturas similares a las humanas. En general, generan un movimiento humano preciso a partir de diversas posturas. Sin embargo, su método es costoso desde el punto de vista computacional.

Una de las principales limitaciones para la investigación de las localizaciones más adecuadas para la inferencia de la biomecánica corporal es la poca accesibilidad que hay a base de datos, ya que para poder utilizar algoritmos de IA es necesario el uso de datos. Incluso, cuando se hace necesario el uso de datos relacionados a una tarea específica y a cierto sector de la población, la investigación se vuelve más complicada. Lo que representa una motivación para la recolección y captura de datos relacionadas a la movilidad de pacientes sanos y con EA, la cual hasta donde se tiene conocimiento, empieza a generarse.

2.2. Uso de dispositivos MIMU y algoritmos de IA en aplicaciones de ergonomía física

El campo de la ergonomía física se ocupa principalmente del estudio de las características anatómicas, antropométricas, fisiológicas y biomecánicas del ser humano en su relación con la actividad física. Uno de los temas significativos en este campo son los desórdenes musculoesqueléticos. En ergonomía se emplean tradicionalmente diversos métodos de análisis para investigar el tema, como modelos biomecánicos, estudios de tiempo y movimiento, medición de fuerzas y análisis postural.

Los avances tecnológicos, en particular los dispositivos wearable, han hecho posible detectar de forma objetiva y automática el estrés físico asociado a tareas, así como la tensión causada en el sujeto implicado. Esto es posible independientemente de la presencia de un observador externo o de instrumentos físicos aplicados al individuo, con una invasividad mínima, e incluso en situaciones ocupacionales complejas.

Los datos adquiridos por los sensores pueden ser tratados con fines diagnósticos, pronósticos o preventivos, aprovechando las ventajas de la IA. En particular, las técnicas de ML y aprendizaje profundo (DL por sus siglas en inglés) permiten la extracción de características interesantes y el estudio de sus asociaciones con la aparición de trastornos musculoesqueléticos relacionados con la actividad física, la aparición de lesiones u otros factores pronósticos.

Dos estudios [48, 49], emplearon características cinemáticas extraídas de señales de aceleración lineal y velocidad angular como entradas para dos técnicas distintas

de ML. En concreto, en cada estudio se utilizaron el aprendizaje por refuerzo y el aprendizaje supervisado, respectivamente. Conforti et al. [49] emplearon características cinemáticas como entradas de máquinas de vectores de soporte (SVM por sus siglas en inglés) para identificar movimientos ergonómicamente correctos e incorrectos con una precisión del 99.4 %.

Las características de los sensores pueden analizarse para identificar un sistema wearable ideal [50]. Matijevich et al. [51] entrenaron múltiples algoritmos utilizando características cinéticas y cinemáticas para identificar una combinación de sensores que puedan monitorizar la carga biomecánica lumbar. Los autores emplearon dos conjuntos diferentes de señales de sensores portátiles para entrenar los algoritmos de ML, que comprendían señales de sensores portátiles idealizadas y reales. La configuración ideal del algoritmo fue capaz de identificar las señales que mejor estimaban la carga lumbar.

En algunos estudios, se extrajeron características estadísticas de las señales de los sensores inerciales, como características en el dominio del tiempo y la frecuencia y características espaciotemporales. Donisi et al. [52] extrajeron características estadísticas en el dominio temporal y, tras calcular la importancia de las características, observaron que las características relacionadas con la aceleración a lo largo del eje y (es decir, la dirección mediolateral) son más informativas para discriminar entre dos condiciones de riesgo. Los resultados del aprendizaje automático, en particular el algoritmo de random forest (RF), mostraron una precisión superior al 90 %.

De forma similar, Manjarres et al. [53] extrajeron características estadísticas como la media, la desviación estándar, la varianza y la desviación absoluta mediana de la señal de aceleración lineal. Las características más informativas para el clasificador RF en el seguimiento de la carga de trabajo físico fueron la media del eje z (es decir, la dirección perpendicular al plano del sensor). Además, la media, la desviación estándar y la varianza del eje x (es decir, la dirección vertical) también resultaron informativas. En términos de precisión, RF demostró un rendimiento del 97.7 %.

2.3. Sistemas basados en MIMUs para la evaluación de espondilitis anquilosante

En los últimos años ha incrementado la investigación en la evaluación de movilidad de la columna en pacientes con EA a través de sistemas MIMU. Aranda-Varela et al. [17] establecieron el índice IUOCOASMI, que correlacionaba el BASMI con sus métricas obtenidas (flexión/extensión, flexión lateral y rotación en la región lumbar y cervical) utilizando dos sensores inerciales de la marca ViMove.

O'Grady et al. [18] utilizaron dos sensores ViMove para evaluar la fiabilidad de la medición de la amplitud de movimiento de la columna vertebral. Estudiaron la flexión/extensión del tronco, la flexión lateral del tronco y la rotación (excluyendo medidas de movilidad cervical) en condiciones supervisadas y no supervisadas. También calcularon un índice normalizado IMU-ASMI y evaluaron su fiabilidad.

Franco et al. [20] evaluaron cinco movimientos, flexión del tronco, extensión del tronco, flexión lateral del tronco, rotación cervical y flexión/extensión cervical, utilizando cinco sensores inerciales comerciales. Gardiner et al. [19] evaluaron la amplitud máxima de movimiento en la columna cervical y lumbar con dos sensores inerciales de la marca ViMove.

En trabajos anteriores se utilizan a lo más 5 sensores. Además, no se estudia la mejor localización de los sensores a lo largo de la espalda y cuál es el número de sensores necesarios para realizar una evaluación de la movilidad objetiva e integral de toda la columna.

Capítulo 3

Sistema de captura de movilidad basado en 16 MIMUs

En este capítulo se describe el sistema utilizado para la captura de movilidad. En la Sección 3.1 se describe brevemente la arquitectura del sistema, sus componentes y características más importantes. La Sección 3.2, en general, describe el proceso de estimación de la orientación, que se ha implementado previamente en el sistema. En la última sección del capítulo (Sección 3.3) se mencionan los estudios experimentales realizados: un estudio previamente realizado a sujetos sanos [4], como se explicará más adelante, y un estudio que se sigue realizando a sujetos con espondilitis.

3.1. Sistema de múltiples sensores inerciales

El sistema de captura de movilidad, como se documenta en [4], utiliza 16 MIMUs (Invensense MPU-9250). Cada una de estas unidades contiene un acelerómetro, un giróscopo y un magnetómetro, todos ellos triaxiales, y están ubicadas de manera equidistante a lo largo de la columna para evaluar su movimiento en tres dimensiones.

Las señales de los sensores se adquieren a través de una unidad de control inalámbrica, la cual consta de un procesador digital de señales (DSP-Teensy 3.2), interconectado con los sensores a través de dos multiplexores de ocho canales (TCA9548A) para comunicarse por medio de un protocolo I2C (Figura 3.1). El DSP recopila los datos sin procesar de los sensores en tiempo real y envía la información a una computadora a través de un protocolo de comunicación inalámbrica Bluetooth. El sistema tiene una frecuencia de muestreo de 20 Hz por sensor.

3.2. Algoritmo de estimación de la orientación

La estimación de la orientación describe las amplitudes de los ángulos de inclinación (roll y pitch) y el del ángulo de deriva (yaw), los cuales son el resultado de la

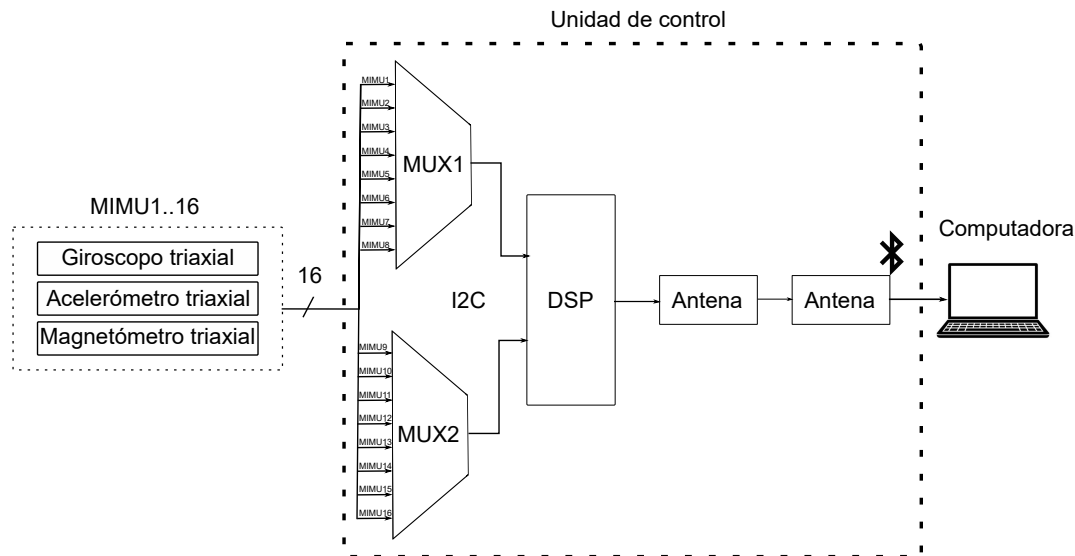


Figura 3.1: Arquitectura del sistema. Esta es constituido por 16 MIMUs y una unidad de control portátil e inalámbrica (Imagen modificada de [4]).

integración numérica de la velocidad angular que el giróscopo proporciona. Sin embargo, estos sensores experimentan un problema de deriva causado por errores que se acumulan durante los cálculos recursivos, por lo que una integración directa de las señales puede generar estimaciones inexactas. Para abordar este problema, un filtro de Kalman (FK) es implementado, el cual, además de utilizar las señales del giróscopo para predecir la orientación, fusiona las señales del magnetómetro y el acelerómetro para corregir la estimación (Figura 3.2).

Hasta ahora, el algoritmo se ha codificado utilizando Matlab, el cual está estructurado en forma de programación procedimental. El algoritmo realiza la estimación de la orientación después de la adquisición de las señales (Figura 3.2). En el capítulo 5 se aborda en mayor detalle en qué consiste el algoritmo. Además, se explican las modificaciones realizadas para su implementación a la par de la adquisición de las señales (Sección 5.3).

3.3. Estudios experimentales

Previamente se realizó un estudio experimental [4] con 15 sujetos sanos (8 hombres, $32,38 \pm 7,79$ años y 7 mujeres, $30 \pm 10,91$ años) y, hasta la escritura de este trabajo, se ha realizado el estudio a 12 personas que padecen de Espondilitis (10 hombres, $45,76 \pm 11,44$ años y 2 mujeres, $52,44 \pm 3,53$ años).

Ambos grupos realizaron dos series, cada una con tres repeticiones de uno de los siguientes movimientos:

- *Movimiento 1*: Flexión anterior de la cadera (Figura 3.3c)
- *Movimiento 2*: Flexión lateral del tronco (Figura 3.3d)

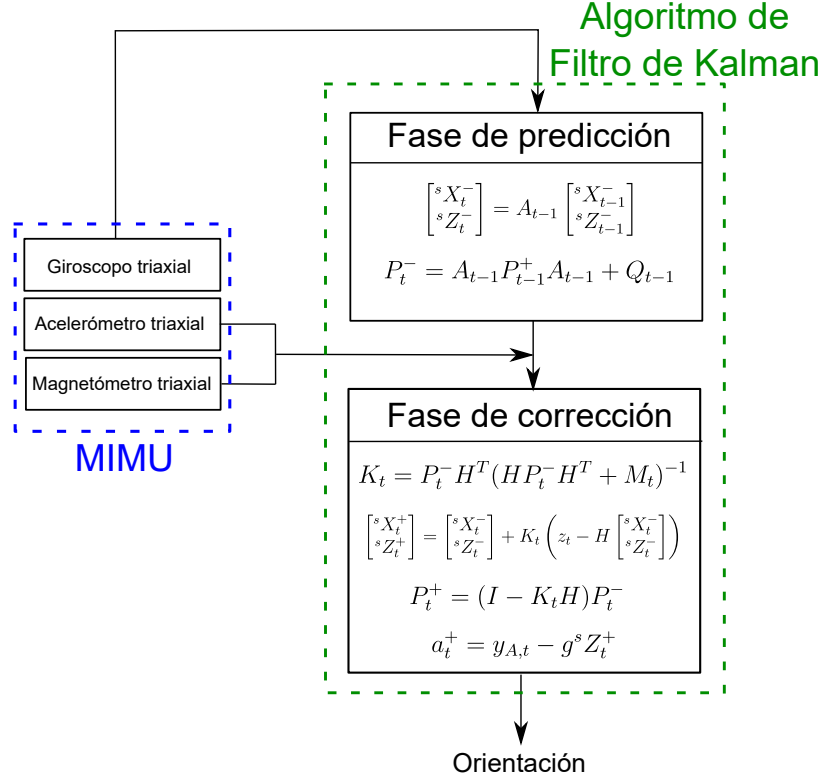


Figura 3.2: Diagrama del algoritmo del filtro de Kalman propuesto en [4]. El algoritmo esta compuesto por dos fases: predicción y corrección (Imagen modificada de [4]).

- *Movimiento 3*: Rotación axial del tronco (Figura 3.3e)
- *Movimiento 4*: Rotación cervical (Figura 3.3f)
- *Movimiento 5*: Flexión cervical frontal(Figura 3.3g)
- *Movimiento 6*: Flexión lateral cervical (Figura 3.3h)

Por la su colocación a lo largo de la espalda de los participantes, los sensores inerciales evalúan diferentes regiones de la columna vertebral (Tabla. 3.1):

- La columna lumbar (MIMUs 1-7).
- La columna torácica (MIMUs 8-15).
- La columna cervical (MIMUs 14-16).

Los tres primeros movimientos involucran la columna lumbar y torácica, mientras que los últimos tres movimientos consideran la columna cervical.

Se estiman los ángulos de Euler en representación ZYX (yaw, pitch y roll) para todas las MIMUs. Según el marco de referencia, cada movimiento puede ser caracterizado por uno de los tres ángulos, el cual se refleja con mayor amplitud y con un patrón cualitativamente periódico durante el registro: El *movimiento 1* y *5* están caracterizados por el ángulo roll; el *movimiento 2* y *6* por el ángulo pitch; y el *movimiento 3* y *4* por el ángulo yaw.

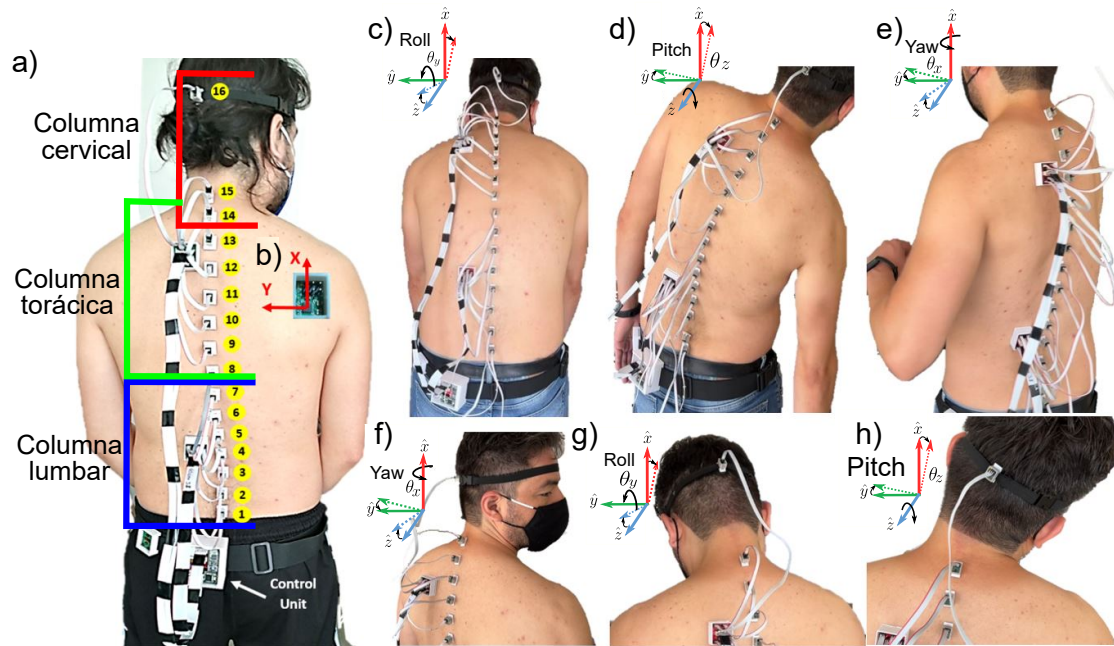


Figura 3.3: Sistema de multiples MIMUs (a) MIMUs involucrados en cada región de la columna vertebral; (b) marco de referencia para la estimación de los ángulos de Euler. Movimientos considerados en el estudio experimental, junto con el ángulo de orientación que predomina en amplitud y es utilizado para describir el movimiento (roll, pitch y roll): (c) movimiento 1 (roll); (d) movimiento 2 (pitch); (e) movimiento 3 (yaw); (f) movimiento 4 (yaw); (g) movimiento 5 (roll); (h) movimiento 6 (pitch)

Movimiento	Articulaciones	Ejercicio	MIMUs
1	Lumbo-torácicas	Flexión frontal	MIMU1-MIMU15
2		Flexión lateral	
3		Rotación axial	
4	Cervicales	Rotación axial	MIMU13-MIMU16
5		Flexión frontal	
6		Flexión lateral	

Tabla 3.1: Ejercicios realizados en cada movimiento, articulaciones que evalúan y MIMUs utilizados para su evaluación.

Capítulo 4

Calibración del magnetómetro triaxial basada en el ajuste de una elipsoide

En ese capítulo se explican los materiales y métodos empleados para la calibración de los magnetómetros de las MIMUs. A pesar de que dichos magnetómetros ya han sido calibrados previamente, la calibración debe realizarse en cada lugar en donde se realizan las pruebas experimentales, con el fin de caracterizar las interferencias magnéticas del medio que afectan a las mediciones realizadas y, en consecuencia, a la estimación de la orientación. A diferencia de los acelerómetros y giróscopos, que su calibración no depende del lugar, es importante que la calibración de los magnetómetros este automatizada para poder realizarse ágilmente en los diferentes entornos en los que el sistema sea utilizado. Además, la optimización de su calibración, mejoraría la confiabilidad de la estimación de los RoMs calculados para la rotación axial del tronco, que anteriormente se ha reportado con menor confiabilidad [4].

4.1. Magnetómetros triaxiales

Los magnetómetros de tres ejes son sensores que miden tanto la intensidad como la dirección de los campos magnéticos. Se utilizan en diversas aplicaciones, incluyendo el seguimiento de movimiento, en robótica y en aeronaves [54]. Cada dispositivo tiene sus parámetros de producción que difieren entre sí y pueden provocar sesgos y desviaciones en los factores de escala. Además, los magnetómetros integrados pueden presentar una desalineación y falta de ortogonalidad de los ejes del sensor, lo que genera errores en la respuesta del sensor. En consecuencia, se requiere su calibración antes de utilizarlos [55].

Para el seguimiento de movimiento, se utilizan magnetómetros como referencia para estimación de la posición, a través de la medición del campo magnético de la Tierra. Sin embargo, las interferencias magnéticas, como anomalías magnéticas, cableado, baterías y cualquier objeto magnético, pueden variar de un lugar a otro, lo que puede provocar errores en la medición del campo magnético de la Tierra. Por

tanto, es fundamental tener en cuenta el entorno magnético.

Estas interferencias magnéticas pueden dividirse en dos categorías principales: *interferencias duras* y *suaves* [56]. El primer tipo de interferencia se refiere a los componentes ferromagnéticos magnetizados en la placa de circuito impreso (PCB por sus siglas en inglés) y que agrega una compensación constante a la salida del sensor. El segundo tipo se refiere a campos magnéticos externos que interactúan con el campo magnético de la Tierra.

Existen diferentes métodos disponibles para la calibración de los magnetómetros. Los enfoques dependientes de la posición que implican comparar la salida del sensor con el campo magnético de la Tierra en varias localizaciones y posiciones [57]. Si bien este método es eficaz, no es adecuado para usarlo en interiores. Los métodos independientes de la posición, por otro lado, para realizar la calibración aprovechan el hecho de que los modelos de la respuesta del magnetómetro describen una elipsoide [55]. Estos métodos estiman los parámetros del elipsoide utilizando el algoritmo de mínimos cuadrados o iterativo.

Este capítulo presenta una metodología optimizada e independiente de la posición del sensor para su calibración. Este enfoque está diseñado para proporcionar resultados precisos y exactos, lo cual es esencial para la estimación del ángulo yaw que se utiliza para describir el *movimiento* 3.

4.2. Modelo de la respuesta del magnetómetro

El magnetómetro puede medir el campo magnético del entorno, principalmente el de la Tierra. Sin embargo, cinco fuentes distintas de error influyen en él. En el siguiente modelo en forma vectorial, que describe la respuesta del sensor, se consideran las cinco fuentes de interferencias mencionadas [55]:

$$\begin{aligned}\mathbf{h}_m^b &= \mathbf{M}_k \mathbf{M}_o \mathbf{M}_s \mathbf{h}^b + \mathbf{b} + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{M} \mathbf{h}^b + \mathbf{b} + \mathbf{n}\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde \mathbf{h}^b es el campo magnético de la Tierra, el cual se desea conocer para estimar la orientación. \mathbf{h}_m^b es el campo magnético medido por el magnetómetro, es decir, la salida del sensor. El superíndice b indica que el marco de coordenadas utilizado son los ejes que están fijos al MIMU (Figura 4.1). El vector \mathbf{b} es un desplazamiento constante debido a las *interferencias duras*. \mathbf{M}_k es una matriz que considera las sensibilidades de los sensores. \mathbf{M}_o representa la no ortogonalidad y desalineación de los sensores triaxiales. \mathbf{M}_s es una matriz que representa la suma de las *interferencias suaves*. Estas tres últimas matrices de 3×3 se incluyen en la matriz \mathbf{M} . Finalmente, \mathbf{n} representa el ruido de los sensores y puede eliminarse promediando las mediciones [55, 58]. La calibración consiste en determinar estas cinco fuentes de error para corregir la salida del sensor \mathbf{h}_m^b y obtener el campo magnético de la Tierra \mathbf{h}^b .

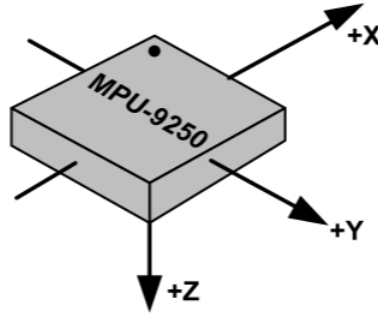


Figura 4.1: Orientación de los ejes de sensibilidad para el magnetómetro de la MIMU MPU-9250 [59].

Cuando el sensor permanece estacionario y solo cambia su dirección, el campo magnético de la Tierra \mathbf{h}^b se puede mapear en el marco de referencia b del sensor como una esfera, ya que lo único que cambia es la dirección, mientras que su magnitud $\|\mathbf{h}^b\|$ permanece constante. Mientras tanto, la magnitud del campo magnético perturbado de la Ecuación 4.1 describe una elipsoide que se puede calcular de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \|\mathbf{h}^b\|^2 &= [\mathbf{h}^b]^T \mathbf{h}^b \\ &= [\mathbf{M}^{-1} (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{b} - \mathbf{n})]^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{b} - \mathbf{n}) \\ &= (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{b} - \mathbf{n})^T (\mathbf{M}^{-1})^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{b} - \mathbf{n}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

En este caso no es necesario conocer la magnitud absoluta de todos los componentes del campo magnético de la Tierra. Podemos normalizar la Ecuación 4.2, lo que resulta en

$$1 = (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{v})^T \mathbf{A} (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{v}) \quad (4.3)$$

que es la ecuación en forma cuadrática de una elipsoide. Donde \mathbf{A} es

$$\mathbf{A} = \frac{(\mathbf{M}^{-1})\mathbf{M}^{-1}}{\|\mathbf{h}^b\|^2} \quad (4.4)$$

una *matriz definida positiva* real y simétrica. Se dice que \mathbf{A} es una *matriz positiva-definida* si solo si $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$, para todo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$.

El vector \mathbf{v} representa el centro de la elipsoide

$$\mathbf{v} = \mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (4.5)$$

Los *eigenvectores* \mathbf{e}_i de \mathbf{A} son los ejes principales de la elipsoide, y sus *eigenvalores* e_i son los recíprocos de los cuadrados de sus semiejes (Figura 4.2)

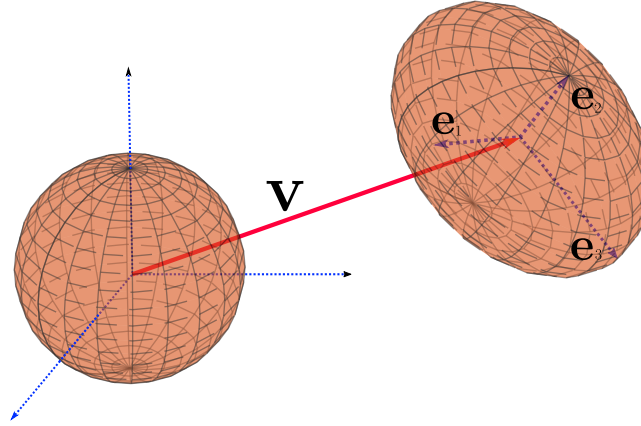


Figura 4.2: Elipsoide como transformación y traslación de una esfera unitaria centrada en el origen.

4.3. Calibración basada en el ajuste de una elipsoide

En esta sección, se analiza el proceso de ajuste de un conjunto de puntos $3D$ a una elipsoide. El método implica ajustar la ecuación general de una cónica a los datos de lectura del magnetómetro usando un algoritmo k -means.

La ecuación general de una *cónica* en un espacio de N dimensiones es

$$F(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c, \mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c = 0 \quad (4.6)$$

Para formar una elipsoide en N dimensiones, la matriz subyacente \mathbf{A} debe ser simétrica y *positiva* o *negativa definida*. Por lo tanto, al ajustar un elipsoide a N puntos de datos \mathbf{x}_i , el objetivo es minimizar la suma de cuadrados de las distancias algebraicas

$$d(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c) = \sum_{i=1}^N F(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c, \mathbf{x}_i)^2 \quad (4.7)$$

Podemos observar que la ecuación 4.3 define una elipsoide en términos de \mathbf{h}_m^b . Esto significa que las medidas \mathbf{h}_m^b con errores se limitan a un elipsoide específico. Por lo tanto, para calibrar los magnetómetros, necesitamos utilizar un método de ajuste, que ayude a estimar los coeficientes de \mathbf{A} y \mathbf{b} .

Como una elipsoide es un tipo de *conicoide*, podemos expresar la ecuación 4.3 con su ecuación general en el espacio tridimensional como sigue

$$\begin{aligned}
0 &= (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{v})^T \mathbf{A} (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{v}) - 1 \\
&= (\mathbf{h}_m^{bT} \mathbf{A} - \mathbf{v}^T \mathbf{A}) (\mathbf{h}_m^b - \mathbf{v}) - 1 \\
&= \mathbf{h}_m^{bT} \mathbf{A} \mathbf{h}_m^b - \mathbf{v}^T \mathbf{A} \mathbf{h}_m^b - \mathbf{h}_m^{bT} \mathbf{A} \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \mathbf{A} \mathbf{v} - 1 \\
&= a (h_{mx}^b)^2 + b (h_{mx}^b) (h_{my}^b) + c (h_{my}^b)^2 \\
&\quad + d (h_{mx}^b) (h_{mz}^b) + e (h_{my}^b) (h_{mz}^b) + j (h_{mz}^b)^2 \\
&\quad + p (h_{mx}^b) + q (h_{my}^b) + r (h_{mz}^b) + s - 1
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Podemos describir la ecuación 4.8 de manera polinómica como

$$\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{h}_m^b) = 0 \tag{4.9}$$

donde

$$\mathbf{w} = [a, b, c, d, e, j, p, q, r, s]^T$$

y

$$\phi(\mathbf{h}_m^b) = \begin{bmatrix} h_{mx}^{b2} \\ h_{mx}^b h_{my}^b \\ h_{my}^{b2} \\ h_{mx}^b h_{mz}^b \\ h_{my}^b h_{mz}^b \\ h_{mz}^{b2} \\ h_{mx}^b \\ h_{my}^b \\ h_{mz}^b \\ 1 \end{bmatrix}$$

Los N puntos, que representan las lecturas del magnetómetro, se pueden ajustar a una elipsoide minimizando la suma de los cuadrados de las distancias algebraicas

$$d(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^N [\mathbf{w}^T \phi((\mathbf{h}_m^b)^{(i)})]^2 \tag{4.10}$$

Para evitar que la solución se reduzca a $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, y teniendo en cuenta que cualquier múltiplo de una solución representará el mismo *conicoide*, el vector de parámetros \mathbf{a} está sujeto a ciertas restricciones. Para que la superficie sea un elipsoide en 3D, el vector de parámetros debe garantizar que la matriz \mathbf{A} (Ecuación 4.3) sea *positivamente* o *negativamente definida*. Una condición restringida equivalente que establece que \mathbf{A} es *positivo* o *negativo definido* si sólo si

$$\det(\mathbf{W}) > 0 \iff 4ac - b^2 > 0 \tag{4.11}$$

$$(a + c) \det(\mathbf{A}) > 0 \quad (4.12)$$

donde

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a & b/2 \\ b/2 & c \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b/2 & d/2 \\ b/2 & c & e/2 \\ d/2 & e/2 & j \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Imponer la restricción de desigualdad de la Ecuación 4.11 puede ser una tarea desalentadora en general. Pero, en este caso, tenemos total libertad para escalar arbitrariamente los parámetros. Por lo tanto, podemos incorporar fácilmente una escala a la restricción e imponer la restricción de igualdad $4ac - b^2 = 1$ en lugar de $4ac - b^2 > 0$.

La traslación del elipsoide (Ecuación 4.5) se puede calcular de la siguiente manera

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{2} \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Finalmente, para obtener la matriz \mathbf{M}^{-1} de $\mathbf{A} = \frac{(\mathbf{M}^{-1})\mathbf{M}^{-1}}{\|\mathbf{h}^b\|^2}$ utilizamos la descomposición de Cholesky, lo que nos permite conocer todas las matrices necesarias para realizar la corrección de la Ecuación 4.1 y obtener el campo magnético de la Tierra como

$$\mathbf{h}^b = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{h}_m^b - \mathbf{b}) \quad (4.16)$$

Capítulo 5

Estimación de la orientación utilizando sensores inerciales

5.1. Unidades de medición magnética e inercial (MIMUs)

En los últimos años, las tecnologías de sistemas microelectromecánicos (MEMS por sus siglas en inglés) ha logrado avances significativos, como en el desarrollo de MIMUs con pequeñas dimensiones y, que a su vez, ha permitido diseñar sistemas portátiles de captura de movimiento [60]. Los acelerómetros, giroscopios y magnetómetros triaxiales estiman con precisión la orientación de varios segmentos del cuerpo humano cuando se combinan con un algoritmo de fusión de sensores. Estos dispositivos tienen aplicaciones en diversos campos como la robótica, el análisis biomecánico y la captura de movimiento para la industria de los videojuegos [61].

Las MIMUs pueden proporcionar información sobre la *pose* del objeto al que están rígidamente unido, es decir, su posición y su orientación. Para obtener la estimación de la orientación tridimensional, se integran las velocidades angulares, medidas por el giroscopio triaxial. Y para la obtención de la posición se utilizan las señales del acelerómetro.

Dado que el acelerómetro mide tanto la aceleración del sensor como la gravedad de la Tierra que actúa sobre él, la posición del objeto se puede estimar restando la gravedad de la Tierra e integrando dos veces el resultado. Además, medir el vector de gravedad en el marco de coordenadas del sensor permite estimar la orientación con respecto al plano horizontal.

Aunque las mediciones inerciales pueden parecer teóricamente precisas, a menudo resultan imprecisas y sesgadas en aplicaciones prácticas. Esto puede resultar en un fenómeno conocido como *deriva de integración*, donde la conversión de velocidad angular en rotación y aceleración en posición puede volverse cada vez más imprecisa con el tiempo. Para superar este problema, los sistemas de seguimiento inercial suelen

incorporar sensores complementarios, como magnetómetros. Estos sensores funcionan en conjunto con los sensores inerciales para determinar la orientación, a través de la medición de la dirección del campo magnético en relación a las coordenadas del sensor [62, 63]. Este enfoque permite una determinación precisa de la orientación vertical, lo que conduce a resultados de seguimiento generales más precisos [64].

La combinación de mediciones de sensores inerciales para determinar la posición y la orientación se conoce comúnmente como *dead-reckoning* [61]. Para calcular la orientación tridimensional completa, se estiman los ángulos de navegación a través de la fusión de los datos de los sensores incorporados generalmente a través del filtro de Kalman (FK) o un algoritmo de filtrado complementario.

5.2. Definición del problema de estimación de la orientación

Para implementar los algoritmos de estimación de la orientación, es importante conocer los marcos de referencia involucrados en el problema, los cuales son:

- El *marco de navegación* \mathbf{n} el cual es estacionario; La aceleración lineal y la velocidad angular del MIMU se miden con respecto a este marco. El eje z apunta hacia abajo, alineado con la gravedad. Nos interesa la posición y orientación del marco del cuerpo con respecto a este marco.
- El *marco del sensor* \mathbf{s} es el marco de coordenadas del MIMU en movimiento (Figura 5.1). Su origen se ubica en el centro del acelerómetro y está alineado con el encapsulado del dispositivo. Es el marco cuya orientación queremos determinar.

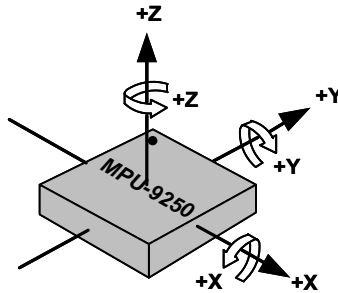


Figura 5.1: Marco de referencia del sensor: Orientación de los ejes del acelerómetro y giroscopio del MIMU MPU-925.

Para representar un vector \mathbf{n} con coordenadas expresadas en el *marco* \mathbf{s} , usamos la matriz de rotación ${}^n_s\mathbf{R}$ de la siguiente manera

$${}^n_{\mathbf{x}} = {}^n_s\mathbf{R} {}^s_{\mathbf{x}} \quad (5.1)$$

La matriz de rotación ${}^n_s\mathbf{R}$ contiene los tres vectores unitarios de columna del sistema de coordenadas de navegación (\mathbf{n}) expresado en el sistema de coordenadas del sensor (\mathbf{s}) como

$${}^n_s\mathbf{R} = [{}^s\mathbf{x} \quad {}^s\mathbf{y} \quad {}^s\mathbf{z}]^T = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma - c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

donde c y s son abreviaturas de las funciones cos y sin respectivamente. Los ángulos de rotación alrededor de ${}^n\mathbf{z}$, ${}^n\mathbf{y}$ y ${}^n\mathbf{x}$ con respecto al *marco de navegación* respectivamente son los ángulos de navegación: yaw α , pitch β y roll γ .

El vector de la última fila ${}^s\mathbf{z} = [{}^sz_1 \quad {}^sz_2 \quad {}^sz_3]^T$ es el vector de gravedad expresado en el *marco del sensor*, el cual es independiente del ángulo α , por lo que podemos estimar el ángulo γ como

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{{}^sz_2}{{}^sz_3} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{c\beta s\gamma}{c\beta c\gamma} \right) \quad (5.3)$$

y el ángulo β como

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{-{}^sz_1}{{}^sz_2 / s\gamma} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{s\beta}{\frac{c\beta s\gamma}{\gamma}} \right) \quad (5.4)$$

Una vez que hemos calculado los ángulos de inclinación, el ángulo α se puede determinar usando la fila ${}^s\mathbf{x} = [{}^sx_1 \quad {}^sx_2 \quad {}^sx_3]^T$ como

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{-c\gamma {}^sx_2 + s\gamma {}^sx_3}{\frac{{}^sx_1}{c\beta}} \right) \quad (5.5)$$

La medición del acelerómetro puede proporcionar una referencia vertical. Cuando la aceleración de la gravedad está alineada con el eje z del *marco de navegación*, se puede escribir como

$${}^s\mathbf{g} = -g \times {}^s\mathbf{Z} \quad (5.6)$$

Durante condiciones estáticas, la aceleración dominante que mide el MIMU es la aceleración gravitacional, que proporciona una referencia vertical para estimar la orientación. Sin embargo, en condiciones dinámicas, la señal del acelerómetro es una combinación de aceleración gravitacional y externa. La componente de gravedad cambia con respecto al marco de referencia del sensor debido a cambios en la orientación del sensor, lo que hace imposible diferenciar entre aceleración gravitacional y externa.

Existe un método alternativo para determinar la orientación, que implica integrar las mediciones de velocidad angular tomadas por el giroscopio. Sin embargo, vale la pena señalar que el giroscopio también es capaz de medir errores y, como resultado, la integración de sus señales puede provocar errores de deriva de orientación.

Para superar las dificultades mencionadas anteriormente, requerimos que el FK fusione adecuadamente las señales del acelerómetro, giroscopio y magnetómetro. En la Sección 5.3, se presenta este filtro y se explica su diseño en cascada del algoritmo del FK (Sección 5.4) [60]. En el primer paso (Sección 5.4.1), se utilizan los datos del giroscopio y el acelerómetro con un modelo de aceleración para estimar la última fila de la matriz de orientación ${}^s\mathbf{Z}$ y los ángulos de inclinación (β y γ). En el segundo paso (Sección 5.4.2), se emplean los datos del giroscopio y el magnetómetro junto con los ángulos de inclinación estimados en el primer paso para calcular con precisión la primera fila de la matriz de rotación ${}^s\mathbf{X}$ y determinar el ángulo yaw (α).

5.3. Filtro de Kalman

5.3.1. Fase de predicción

Modelo de proceso

El FK estima el estado $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ de un modelo de proceso en tiempo discreto mediante la siguiente ecuación en diferencias estocástica lineal [65]

$$\mathbf{x}_k = A_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (5.7)$$

el cual se conoce como **modelo de proceso**, y está compuesto por los siguientes elementos:

- La **matriz de transición** de estado A : Es una matriz $n \times n$ que relaciona el estado en el paso de tiempo anterior $k - 1$ con el estado en el paso actual k .
- El **ruido del proceso** \mathbf{w} : El ruido se considera blanco y se modela mediante una distribución de probabilidad normal.

$$p(\mathbf{w}) \sim N(0, Q) \quad (5.8)$$

donde Q es la **covarianza del ruido del proceso**. Se asume que las variables aleatorias \mathbf{w} y \mathbf{v} son independientes entre sí.

Modelo de medición

Otra ecuación que debe calcularse antes del paso de corrección es la ecuación del **modelo de medición**

$$\mathbf{z}_k = H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (5.9)$$

donde $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ es una medición y está compuesta por

- La **matriz de observación** H : Es una matriz $m \times n$ que relaciona el estado \mathbf{x}_k (Ecuación 5.7) con la medición \mathbf{z}_k (Ecuación 5.9).
- El **ruido de la medición** \mathbf{v} : es considerado como ruido blanco, y con una distribución de probabilidad normal

$$p(\mathbf{v}) \sim N(0, R) \quad (5.10)$$

donde R es la **covarianza del ruido de medición**.

La covarianza del error de la estimación *a priori*

Denotamos la estimación del estado **a priori** en el paso $k - 1$, dado el previo conocimiento del proceso como $\hat{\mathbf{x}}_k^- \in \mathbb{R}^n$, y la estimación del estado **a posteriori** en el paso k dada la medición \mathbf{z}_k (Ecuación 5.9) como $\hat{\mathbf{x}}_k^+ \in \mathbb{R}^n$. Los errores **a priori** y **a posteriori** se definen respectivamente como

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k^- &= \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- \\ \mathbf{e}_k^+ &= \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+ \end{aligned} \quad (5.11)$$

Entonces podemos calcular la covarianza del error de estimación **a priori** de la siguiente manera

$$P_k^- = E[\mathbf{e}_k^- (\mathbf{e}_k^-)^T] = A(P_{k-1})A^T + Q \quad (5.12)$$

y la covarianza del error de estimación **a posteriori** como

$$P_k^+ = E[\mathbf{e}_k^+ (\mathbf{e}_k^+)^T] \quad (5.13)$$

En la siguiente (Sección 5.3.2), se proporciona explícitamente una manera de calcular esta última ecuación.

5.3.2. Fase de corrección

La estimación del estado *a posteriori*

Nuestro objetivo es calcular la estimación de estado **a posteriori** $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ como una combinación lineal de la estimación **a priori** $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ y el error ponderado entre la medición real \mathbf{z}_k (Ec. 5.9) y una predicción de la medición $H\mathbf{x}_k^-$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K(\mathbf{z}_k - H\mathbf{x}_k^-) \quad (5.14)$$

La diferencia $(\mathbf{z}_k - H\mathbf{x}_k^-)$ se conoce como **innovación**, o **medición residual**.

La ganancia de Kalman

Para calcular el peso K de la ecuación 5.14, que es una matriz $n \times m$, necesitamos calcular la **ganancia** que minimice la covarianza del error **a posteriori** \mathbf{e}_k^+ (Ecuación 5.11), lo que resulta en [60]

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \\ &= \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Es importante considerar que a medida que la **covarianza del error de la medición** R se acerca a cero, la ganancia K otorga mayor peso a la **medición residual**.

$$\lim_{R \rightarrow 0} K_k = \frac{1}{H} \quad (5.16)$$

Por el contrario, si la covarianza del error de la estimación **a priori** P_k^- (Ec. 5.13) se acerca a cero, la **ganancia** K asignará menor importancia a la **medición residual**

$$\lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0 \quad (5.17)$$

La covarianza del error de estimación *a posteriori*

La ecuación de actualización final que queda por abordar es la covarianza del error estimado **a posteriori**

$$P_k^+ = (I - K_k H) P_k^- \quad (5.18)$$

Las tres ecuaciones 5.14, 5.15 y 5.18 contribuyen a una estimación de la variable $\hat{\mathbf{x}}$.

5.4. Diseño del filtro Kalman en cascada

Después de una breve introducción al FK, usaremos este filtro para estimar los ángulos de navegación del segmento rígido al que está unido un MIMU.

A diferencia del algoritmo de estimación implementado previamente (Sección 3.2), este consta de dos FK lineales (Figura 5.2). El FK inicial utiliza el giroscopio triaxial y el acelerómetro triaxial para estimar los ángulos de actitud (β y γ). Posteriormente, se incorporan las señales del magnetómetro triaxial para determinar el ángulo α en el segundo FK, los ángulos de inclinación estimados en el primer paso mejoran la precisión a la hora de determinar el ángulo de cabeceo en el siguiente paso [60].

En las próximas secciones (Sección 5.4.1 y 5.4.2), se profundiza en el diseño en cascada de estos dos filtro y se proporciona una explicación completa de sus estructuras.

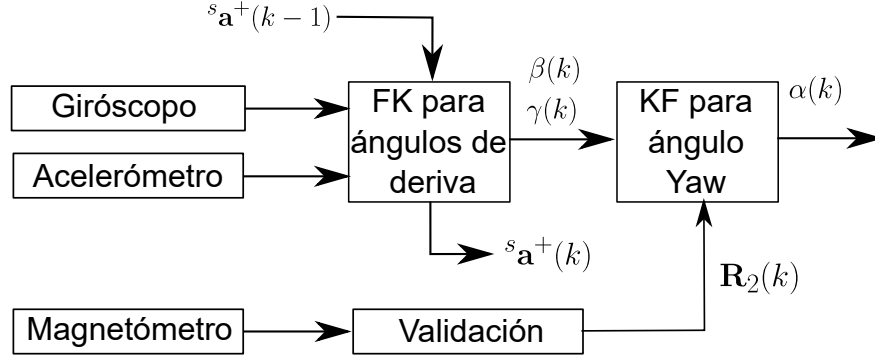


Figura 5.2: Diagrama de bloques del algoritmo de estimación de orientación en dos cascadas propuesto por [60].

5.4.1. Filtro de Kalman para ángulos de deriva

Modelado de sensores: giroscopio y acelerómetro

En este filtro inicial se consideran las señales tanto del acelerómetro como del giroscopio. Por tanto, es crucial examinar los modelos que describen la respuesta de estos sensores.

Las señales del giroscopio (representado por G) y el acelerómetro (representado por A) se modelan por separado y se pueden expresar de la siguiente manera [4, 66]

$$\mathbf{y}_G = {}^s\boldsymbol{\omega} + \mathbf{n}_G \quad (5.19)$$

$$\mathbf{y}_A = {}^s\mathbf{g} + {}^s\mathbf{a} + \mathbf{n}_A \quad (5.20)$$

donde ${}^s\boldsymbol{\omega}$ es la velocidad angular, ${}^s\mathbf{g}$ es el vector de gravedad con respecto al marco del sensor (Ecuación 5.6), \mathbf{n}_G y \mathbf{n}_A son respectivamente los ruidos de medición que se asumen con valor de media cero, no correlacionados, de ruido blanco gaussiano y con matrices de covarianza, respectivamente [20]

$$\boldsymbol{\Sigma}_G = \mathbf{I}_3\sigma_G^2 \quad (5.21)$$

$$\Sigma_A = \mathbf{I}_3 \sigma_A^2 \quad (5.22)$$

donde la varianza σ^2 del ruido se asume igual en las direcciones x -, y - y z -.

${}^s \mathbf{a}$ es la aceleración externa, que se modela como un proceso de ruido blanco filtrado de paso bajas de primer orden como en [4, 67]

$${}^s \mathbf{a}_t = c_a {}^s \mathbf{a}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.23)$$

La constante adimensional c_a se considera entre 0 y 1, la cual determina la frecuencia de corte. ε_t es el error variable de la aceleración.

El modelo de proceso

Primero, debemos definir el **modelo de proceso** (Ecuación 5.7). Dado que nuestro objetivo es estimar ${}^s \mathbf{Z} = [-s\beta \quad c\beta s\gamma \quad c\beta c\gamma]^T$, el vector de estado $\mathbf{x}_k = {}^s \mathbf{Z}_k$ en el paso k se define por

$${}^s \mathbf{Z}_k = A_{k-1}^{(1)} {}^s \mathbf{Z}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}^{(1)} \quad (5.24)$$

El superíndice (1) indica las variables utilizadas para el primer filtro.

Dado que la orientación se puede encontrar considerando una aproximación de primer orden de un paso de integración ajustada [66], tenemos lo siguiente

$${}^s \mathbf{Z}_k = (\mathbf{I} + \Delta t \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{k-1})^T {}^s \mathbf{Z}_{k-1} \quad (5.25)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad 3×3 , Δt es el intervalo de tiempo de muestreo y $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ es la matriz simétrica skew de la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$, es decir, la siguiente matriz

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Como no podemos medir directamente la velocidad angular, reescribimos la Ecuación 5.25 en términos de \mathbf{y}_G (Ecuación 5.19)

$$\begin{aligned} {}^s \mathbf{Z}_k &= [\mathbf{I} + \Delta t (\tilde{\mathbf{y}}_{G,k-1} - \tilde{\mathbf{n}}_G)]^T {}^s \mathbf{Z}_{k-1} \\ &= [\mathbf{I} + \Delta t \tilde{\mathbf{y}}_{G,k-1}^T] {}^s \mathbf{Z}_{k-1} - \tilde{\mathbf{n}}_G^T {}^s \mathbf{Z}_{k-1} \\ &= [\mathbf{I} - \Delta t \tilde{\mathbf{y}}_{G,k-1}] {}^s \mathbf{Z}_{k-1} + \Delta t \tilde{\mathbf{n}}_G {}^s \mathbf{Z}_{k-1} \\ &= [\mathbf{I} - \Delta t \tilde{\mathbf{y}}_{G,k-1}] {}^s \mathbf{Z}_{k-1} - \Delta t {}^s \tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \mathbf{n}_G \end{aligned} \quad (5.27)$$

considerando $\tilde{\mathbf{n}}_G {}^s\mathbf{Z}_{k-1} = - {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \mathbf{n}_G$.

A partir de la ecuación 5.27, se puede definir la **matriz de transición de estado** $A_{k-1}^{(1)}$ en la Ecuación 5.24 como

$$A_{k-1}^{(1)} = \mathbf{I} - \Delta t \tilde{\mathbf{y}}_{G,k-1} \quad (5.28)$$

y el **ruido del proceso** \mathbf{w}_{k-1} como

$$\mathbf{w}_{k-1} = -\Delta t {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \mathbf{n}_G \quad (5.29)$$

La matriz de **covarianza del ruido del proceso** \mathbf{Q}_{k-1} está definida por

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{k-1} &= E[\mathbf{w}_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}^T] \\ &= -\Delta t^2 {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} E[\mathbf{n}_G \mathbf{n}_G^T] {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \\ &= -\Delta t^2 {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \Sigma_G {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \end{aligned} \quad (5.30)$$

con E el operador de expectativa y Σ_G la matriz de covarianza del ruido de medición del giroscopio (Ecuación 5.21)

El modelo de medición

El **modelo de medición** se basa en las mediciones del acelerómetro. Primero, necesitamos restar la aceleración externa (Ecuación 5.23) de la señal del acelerómetro (Ecuación 5.20)

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{A,k} - c_a {}^s\mathbf{a}_{k-1}^+ &= g {}^s\mathbf{Z}_k - (c_a {}^s\mathbf{a}_{k-1}^+ - {}^s\mathbf{a}_{k-1}) + \mathbf{n}_A \\ &= g {}^s\mathbf{Z}_k - ({}^s\mathbf{a}_k^- - {}^s\mathbf{a}_{k-1}) + \mathbf{n}_A \\ &= g {}^s\mathbf{Z}_k - {}^s\mathbf{a}_{\epsilon,k}^- + \mathbf{n}_A \end{aligned}$$

donde ${}^s\mathbf{a}_k^- = c_a {}^s\mathbf{a}_{k-1}^+$ es la **aceleración externa** a priori del paso actual k , que está disponible en el paso anterior.

Además, la siguiente ecuación

$${}^s\mathbf{a}_{\epsilon,k}^- = {}^s\mathbf{a}_k^- - {}^s\mathbf{a}_{k-1}$$

se define como el **error de la aceleración predicha**, donde el superíndice menos denota *a priori* o estimación predicha, mientras que el superíndice más denota la estimación *a posteriori* después de la corrección del filtro.

Definimos el **modelo de medición** z_k , la **matriz de observación** H_k y el **ruido de la medición** v_k como las siguientes tres ecuaciones

$$z_k = \mathbf{y}_{A,k} - c_a {}^s \mathbf{a}_{k-1}^+ \quad (5.31)$$

$$\mathbf{H}_k = g\mathbf{I} \quad (5.32)$$

$$\mathbf{v}_k = -{}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^- + \mathbf{n}_A \quad (5.33)$$

La matriz **covarianza del ruido de la medición** \mathbf{R}_k está definida por

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_t &= E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] \\ &= E[({}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^-)({}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^-)^T] + E[\mathbf{n}_A \mathbf{n}_A^T] \\ &= \Sigma_{acc} + \Sigma_A \end{aligned}$$

donde Σ_{acc} es la matriz de covarianza del error de la aceleración ${}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^-$, Σ_A es la matriz de covarianza del ruido de medición del acelerómetro \mathbf{n}_A . Se considera que ${}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^-$ no está correlacionado con \mathbf{n}_A , es decir, $E[{}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^- \mathbf{n}_A] = E[\mathbf{n}_A {}^s \mathbf{a}_{\epsilon,k}^-] = 0$.

Usando la Ecuación. 5.4.1 y 5.23, suponiendo ${}^s \mathbf{a}_k^-$ no está correlacionado con ${}^s \mathbf{a}_k$, y que, en promedio, el valor esperado de la *aceleración externa* es cero $E[{}^s \mathbf{a}_k {}^s \mathbf{a}_k^T] = 0$, podemos reescribir Σ_{acc} como

$$\Sigma_{acc} = E[(C_a {}^s \mathbf{a}_{k-1}^+)(C_a {}^s \mathbf{a}_{k-1}^+)^T] \quad (5.34)$$

Se estima que Σ_{acc} tiene solo elementos diagonales ya que no se puede obtener analíticamente [66], y el cuadrado de la norma vectorial de $C_a {}^s \mathbf{a}_{k-1}^+$ se distribuye uniformemente en cada elemento diagonal, por lo que podemos obtener a Σ_{acc} como

$$\Sigma_{acc} = \frac{1}{3} C_a^2 \|{}^s \mathbf{a}_{k-1}^+\|^2 \mathbf{I} \quad (5.35)$$

5.4.2. Filtro de Kalman para ángulo yaw

Modelado de sensores: magnetómetro

Las señales del magnetómetro (M) se representan de la siguiente manera.

$$\mathbf{y}_M = \mathbf{h} + \mathbf{n}_M \quad (5.36)$$

donde \mathbf{n}_M es el ruido de medición asumido como gaussiano, blanco y de media cero. \mathbf{h} es el vector del campo magnético medido, descrito por [4]

$$\mathbf{h} = A^{-1}(\mathbf{h}_m - \mathbf{b}) \quad (5.37)$$

donde \mathbf{h}_m es el campo magnético de la Tierra afectado por interferencias duras y blandas. La matriz de interferencia duras se denota por \mathbf{b} , mientras que la matriz de interferencia suaves está representado por A^{-1} [56].

Modelo del proceso

En este paso, se aplicarán las mediciones del giroscopio triaxial, el magnetómetro triaxial y los ángulos de inclinación estimados para estimar la primera fila ${}^s\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ de la matriz de rotación ${}^n_s\mathbf{R}$ (Ecuación 5.2), por lo tanto el **modelo de proceso** (Ecuación 5.7) en el paso k se define por

$${}^s\mathbf{X}_k = A_{k-1}^{(2)} {}^s\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}^{(2)} \quad (5.38)$$

El superíndice (2) indica las variables utilizadas para el segundo filtro.

De manera análoga, como en el primer filtro (Ecuación 5.28 y 5.29, respectivamente) la **matriz de transición de estado** y el **ruido de proceso** se calculan de la siguiente manera

$$A_{k-1}^{(2)} = \mathbf{I} - \Delta t \tilde{\mathbf{y}}_{G,k-1} \quad (5.39)$$

$$\mathbf{w}_{k-1}^{(2)} = -\Delta t {}^s\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \mathbf{n}_G \quad (5.40)$$

5.4.3. El modelo de medición

Para determinar el **modelo de la medición** (Ecuación 5.9), se sustenta en las lecturas del magnetómetro y en los ángulos de inclinación previamente medidos, denotados como β_m y γ_m , así como el ángulo de cabeceo medido α_m obtenido del magnetómetro triaxial.

Para calcular α_m , se requiere calibrar el magnetómetro triaxial para obtener el vector del campo magnético de la Tierra, como se analiza en el capítulo 4. Esto implica estimar el impacto de las interferencias suaves A^{-1} y la interferencias duras \mathbf{b} en el campo magnético de la Tierra, como se describe en la Ecuación 5.37.

Necesitamos expresar el vector de salida del magnetómetro \mathbf{y}_M en el marco de navegación \mathbf{n} usando la matriz de rotación ${}^n_s\mathbf{R}$.

$${}^n\mathbf{y} = {}^n_s\mathbf{R} {}^s\mathbf{y}_M \quad (5.41)$$

Ahora, el componente horizontal de ${}^n\mathbf{y}$ está ubicado en el plano horizontal (plano Este-Norte) del marco de navegación. El ángulo de cabeceo medido, α_m , es el ángulo entre el norte magnético, que es la componente horizontal del campo de la Tierra, y la componente horizontal de ${}^n\mathbf{y}$.

$$\alpha_m = D - \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{y}_M \cdot {}^n\hat{\mathbf{y}}}{\mathbf{y}_M \cdot {}^n\hat{\mathbf{x}}} \right) = D - \phi \quad (5.42)$$

donde D es la declinación del campo magnético de la Tierra, y ϕ el ángulo de rotación con respecto al norte magnético de la Tierra.

La información de las componentes y el ángulo de declinación del campo magnético de la tierra fue tomado del National Centers for Environmental Information [68]. En el cual se solicitan las coordenadas y la fecha de interés (Figura 5.3).

Grid of Magnetic Field Estimated Values i

Compute the estimated values of Earth's magnetic field, including magnetic declination (D), based on the current [World Magnetic Model \(WMM\)](#) or the [International Geomagnetic Reference Field \(IGRF\)](#) model. For 1590 to 1900 the calculator is based on the [gufm1](#) model. A smooth transition from gufm1 to IGRF was imposed from 1890 to 1900.

Calculate Magnetic Field Component Grid

Min latitude: S N

Max latitude: S N

Lat Step Size:

Min longitude: W E

Max longitude: W E

Lon Step Size:

Elevation: GPS Mean sea level

Magnetic component:

Model: WMM (2014-2019) IGRF (1590-2019)

Start Date: Year Month Day

End Date: Year Month Day

Step size:

Result format: XML CSV

Lookup Latitude / Longitude

Either enter a zip code, select a country/city, or [search for an address at USGS Earth Explorer](#).

U.S. Zip Code: Degrees

- OR -

Country:

City:

Figura 5.3: Ejemplo de los datos que deben ingresarse para obtener información del campo magnético de la Tierra. (Imagen de [68])

Capítulo 6

Reconocimiento de posturas mediante clasificadores de aprendizaje automático

6.1. Selección de características

Los algoritmos de aprendizaje automático encuentran patrones a partir de las características del conjunto de datos de entrenamiento para predecir y tomar decisiones sobre las características de un nuevo conjunto de datos determinado, conocido como conjunto de datos de prueba. Sus predicciones dependen intrínsecamente de los valores de las características, y un vector de características de longitud larga ralentizará considerablemente el proceso de aprendizaje y hará que sea muy probable que el algoritmo se sobreajuste [69].

Por esa razón, en un problema de alta dimensionalidad, la **selección de características** es un paso esencial e indispensable antes del entrenamiento del algoritmo. Su objetivo es encontrar las características más adecuadas para obtener resultados favorables. La selección de características reduce el costo computacional y elimina datos irrelevantes, redundantes o ruidosos [70].

Podemos identificar las características más apropiadas categorizándolas en relevantes e irrelevantes, y detectando atributos redundantes [71]. Las características relevantes siempre son necesarias para obtener un subconjunto óptimo con la mayor información de las variables observadas o extraídas; no se pueden eliminar sin afectar las predicciones. Por otro lado, las características irrelevantes son innecesarias y prescindibles en los resultados de clasificación.

En general, un algoritmo de selección de características consta de cuatro pasos (Figura. 6.1) [70]:

1. Generación de subconjuntos
2. Evaluación del subconjunto

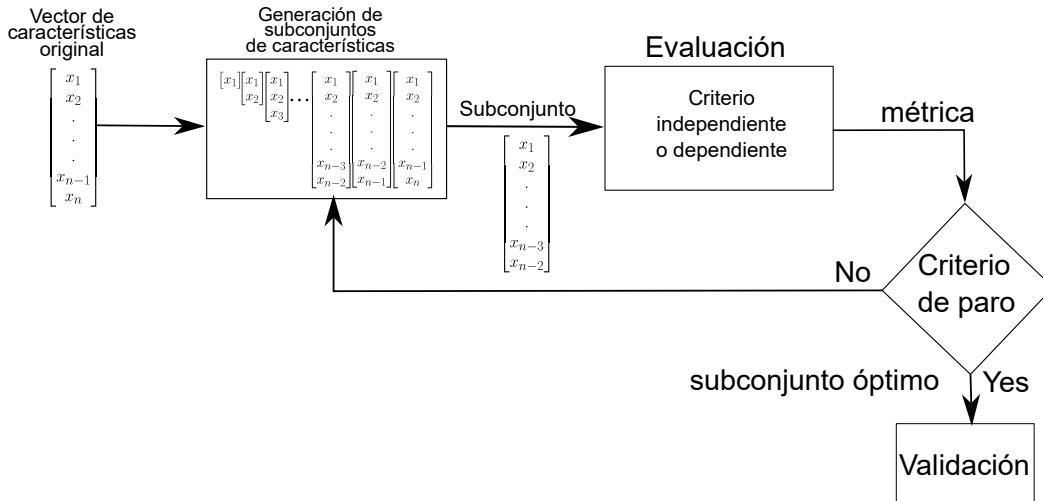


Figura 6.1: Marco para una metodología de selección de características que involucra cuatro pasos: generación de subconjuntos, evaluación de subconjuntos, criterio de detención y validación de resultados.

3. Criterio de parada
4. Validación de los resultados

La **generación de subconjuntos** es un proceso de búsqueda heurística para especificar distintos subconjuntos de características, que se evaluarán en el paso de la **evaluación de subconjuntos** mediante un *criterio de evaluación*. El **criterio de parada** determina cuándo se detiene el proceso; por ejemplo, cuando se completa la búsqueda, cuando se alcanza un número determinado de iteraciones o cuando se encuentra un subconjunto con un rendimiento suficientemente bueno. Finalmente, en la **validación de resultados**, se confirma el excelente rendimiento de las características seleccionadas sobre datos sintéticos o del mundo real [72].

En general, existen tres tipos de algoritmos de selección de características [70]:

1. Modelos de filtrado
2. Modelos envolventes
3. Modelos híbridos

Se clasifican según el criterio de evaluación empleado.

Los **modelos de filtro** no implican ningún algoritmo de aprendizaje y evalúan el desempeño de los subconjuntos mediante diferentes pruebas estadísticas para determinar su correlación con la variable de resultado. Estas métricas se conocen como **criterios independientes**, como medidas de distancia, medidas de incertidumbre y medidas de probabilidad de error [73]. Aunque estos modelos son eficientes, su principal desventaja es que pueden descuidar características que son irrelevantes por sí mismas pero muy útiles en conjunto con otras [73].

Los **modelos envolventes** entrenan un algoritmo de aprendizaje para cada sub-

conjunto de características (Figura 6.2). Por lo tanto, diferentes algoritmos producirán diferentes resultados de selección de características. Por esta razón, la métrica de rendimiento que se utiliza para seleccionar el subconjunto óptimo se conoce como **criterio dependiente**. Estos modelos exhiben un rendimiento superior en comparación con los anteriores [70]. Sin embargo, tienden a ser más costosos desde el punto de vista computacional ya que deben estimar la precisión de cada subconjunto de características [74].

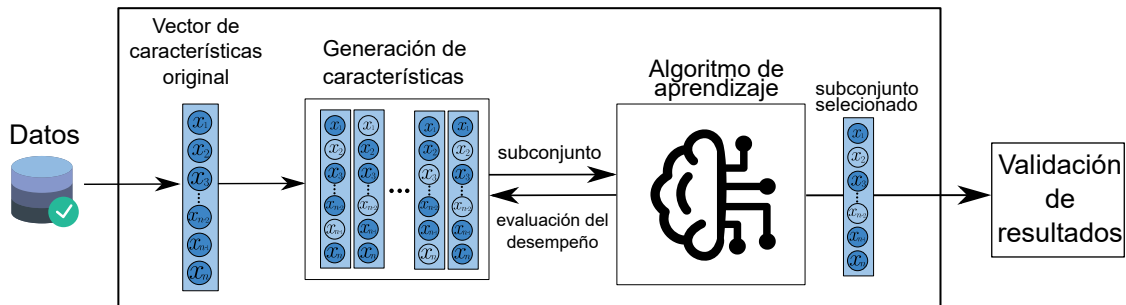


Figura 6.2: Metodología de selección de características envolvente.

Los **modelos híbridos** utilizan ambos criterios de los modelos anteriores para diseñar soluciones más eficientes. Con frecuencia, una medida independiente selecciona el mejor subconjunto para una cardinalidad determinada y luego un algoritmo de aprendizaje elige el mejor subconjunto final entre los mejores subconjuntos de diferentes cardinalidades.

6.2. Clasificadores

Esta sección cubrirá varios algoritmos que toman un vector de entrada, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_D]$, y un vector correspondiente de variables objetivo, \mathbf{t} , para predecir el valor de \mathbf{t} cuando se le da un nuevo valor de entrada para \mathbf{x} . En problemas de regresión, \mathbf{t} consta de variables continuas, mientras que en problemas de clasificación, \mathbf{t} indica etiquetas de clase.

Aunque la distribución de probabilidad conjunta de $p(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ da una explicación integral de la incertidumbre relacionada con estas variables, deducirla a partir de un conjunto de datos de entrenamiento es un ejemplo de *inferencia* que suele ser una tarea desafiante. En aplicaciones prácticas, a menudo necesitamos hacer predicciones específicas para el valor de \mathbf{t} o tomar acciones específicas basadas en nuestra comprensión de los valores probables de \mathbf{x} .

Podemos dividir el problema de clasificación en dos etapas. La primera etapa es *inferencia*, donde utilizamos datos de entrenamiento para aprender un modelo para la probabilidad de entradas y sus correspondientes asignaciones de clase. La segunda etapa es *toma de decisiones*, donde utilizamos estas probabilidades posteriores para realizar asignaciones de clase óptimas. Un enfoque alternativo sería resolver ambos

problemas juntos aprendiendo una función que correlacione directamente las entradas con las decisiones [65]. Esta función se conoce como *función discriminante*.

Con frecuencia, podemos encontrar dos enfoques distintos para resolver problemas de decisión que se utilizan en aplicaciones prácticas [65]:

(a) **Modelos generativos**

Modelan explícita o implícitamente la distribución de insumos y productos. Su nombre se debe a que es posible generar puntos de datos sintéticos en el espacio de entrada.

Para resolver el problema de inferencia, primero determinan las densidades condicionales de clase $p(\mathbf{x}|C_k)$ para cada clase C_k . Luego infieren las probabilidades de clase anterior $p(C_k)$ y usan el teorema de Bayes.

$$p(C_k|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|C_k)p(C_k)}{p(\mathbf{x})} \quad (6.1)$$

para encontrar las probabilidades de clase posterior $p(C_k|\mathbf{x})$. El denominador $p(\mathbf{x})$ se puede calcular de la siguiente manera:

$$p(\mathbf{x}) = \sum_k p(\mathbf{x}|C_k)p(C_k) \quad (6.2)$$

De manera equivalente, podemos modelar la distribución conjunta $p(\mathbf{x}, C_k)$ directamente y luego normalizarla para obtener las probabilidades posteriores.

(b) **Modelos discriminativos**

Primero, modelan las probabilidades posteriores directamente $p(C_k|\mathbf{x})$ y luego usan la teoría de la decisión para asignar cada nuevo \mathbf{x} a una clase.

En las siguientes subsecciones, analizaremos dos tipos de modelos de aprendizaje automático: modelos generativos que incluyen el clasificador Naive Bayes y el vecino K-más cercano, y modelos discriminativos que incluyen regresión logística y máquinas de vectores de soporte.

6.2.1. Bayesiano ingenuo

Consideremos la tarea de pronosticar una única variable objetivo continua, denotada por t , basada en un conjunto de variables de entrada representadas por un vector \mathbf{x} .

Dada la regla del producto

$$p(x, y) = p(y|x)p(x) \quad (6.3)$$

El clasificador bayesiano ingenuo modela la distribución conjunta de la siguiente manera

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}, C_k) &= p(\mathbf{x}|C_k)p(C_k) \\ &= p(x_1, \dots, x_D|C_k)p(C_k) \end{aligned} \quad (6.4)$$

donde C_k especifica la k -ésima clase.

Con base en el supuesto de independencia condicional de los atributos x_i dada la clase C_k , la Ecuación 6.4 se puede expresar como

$$p(\mathbf{x}|C_k)p(C_k) = \left[\prod_j p(x_j|C_k) \right] p(C_k) \quad (6.5)$$

Y dado el teorema de Bayes (Ec. 6.1), tenemos la probabilidad de clase dados los atributos

$$p(C_k|\mathbf{x}) = \frac{\left[\prod_j p(x_j|C_k) \right] p(C_k)}{p(\mathbf{x})} \quad (6.6)$$

donde $p(\mathbf{x})$ es la probabilidad de que \mathbf{x} normalice la distribución conjunta. Desde

$$p(C_k|\mathbf{x}) \propto \left[\prod_j p(x_j|C_k) \right] p(C_k) \quad (6.7)$$

Obtenemos la clase más probable \hat{C} , dados los atributos x_j como

$$\hat{C} = \arg \max_{C_k} \left[\prod_j p(x_j|C_k) \right] p(C_k) \quad (6.8)$$

Si asumimos que las observaciones $\{x_j\}^{(i)}$ en el conjunto de entrenamiento $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N]^T$, que pertenecen a una clase particular C_k , se extraen independientemente de una distribución gaussiana multivariada $p(x_j|C_k) = \mathcal{N}(x_j|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, se pueden estimar los parámetros $\boldsymbol{\mu}$ y $\boldsymbol{\Sigma}$ de la distribución optimizando la siguiente función de probabilidad

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) &= \prod_{j=1}^N \mathcal{N}(\mathbf{x}_j|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \\
&= \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi)^{\frac{D}{2}}} \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}) \right] \quad (6.9)
\end{aligned}$$

donde $\boldsymbol{\mu}$ es un vector promedio de D dimensiones $\boldsymbol{\Sigma}$ es la matriz de covarianza de $D \times D$ y $|\boldsymbol{\Sigma}|$ denota el determinante de $\boldsymbol{\Sigma}$.

Para hacer los cálculos más sencillos, también podemos calcular el logaritmo de la función de verosimilitud mediante la Ecuación 6.10

$$\begin{aligned}
\ln[\mathcal{L}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})] &= \sum_{j=1}^N \log[\mathcal{N}(\mathbf{x}_j|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})] \\
&= \sum_{j=1}^N \left\{ -\frac{D}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln|\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}) \right\} \\
&= -\frac{ND}{2} \ln(2\pi) - \frac{N}{2} \ln|\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}) \quad (6.10)
\end{aligned}$$

La derivada de la probabilidad logarítmica con respecto a $\boldsymbol{\mu}$ viene dada por

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\mu}} \ln \mathcal{L}(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})$$

Al establecer la derivada en cero, podemos encontrar la estimación de máxima verosimilitud para $\boldsymbol{\mu}$

$$\boldsymbol{\mu}_{ML} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_j \quad (6.11)$$

que es la media del conjunto observado de puntos de datos dada una clase C_k .

La maximización de la Ecuación 6.10 con respecto a $\boldsymbol{\Sigma}$ es un proceso que puede resultar desafiante. Un posible enfoque es ignorar la restricción de simetría y confirmar que la solución resultante cumple con la simetría requerida [75]. El resultado tiene la siguiente forma

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ML} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_{ML})(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_{ML})^T \quad (6.12)$$

Por lo tanto, para predecir la clase más probable para un nuevo conjunto de observaciones $\tilde{\mathbf{x}}$ se sustituye la ecuación 6.9 con los parámetros de las Ecuaciones 6.11 y 6.12 en la Ecuación 6.8

$$\hat{C} = \arg \max_{C_k} \left[\prod_j \mathcal{N}(\tilde{x}_j | \boldsymbol{\mu}_{ML}, \boldsymbol{\Sigma}_{ML}) \right] p(C_k) \quad (6.13)$$

Finalmente, calculamos $p(C_k)$ de la siguiente manera:

$$p(C_k) = \frac{N_c}{N} \quad (6.14)$$

Donde N es el número de muestras en el subconjunto de entrenamiento y N_c es el número de muestras que pertenecen a la clase C_k .

6.2.2. Regresión logística

La regresión logística binaria tiene como objetivo crear un modelo que pueda clasificar nuevas observaciones de entrada como pertenecientes a una de dos clases. Se introduce la función sigmoide para ayudar a tomar esta decisión.

Digamos que tenemos una observación representada por un vector de características $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_D]$. La salida del clasificador, denotada por y , puede ser 1 (si la observación pertenece a una determinada clase) o 0 (si no es así). Nuestro objetivo es determinar la probabilidad $p(y = 1|x)$ de que la observación sea miembro de la clase.

La técnica de regresión logística aborda este desafío adquiriendo, a través de un conjunto de entrenamiento, un vector de pesos denotado por $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_D]$, así como un término de sesgo $b \in \mathbb{R}$, también conocido como intercepto, que se suma a las entradas ponderadas. Cada peso $w_i \in \mathbb{R}$ está vinculado a una de las características de entrada x_i . El peso w_i representa la importancia de esa característica de entrada en la decisión de clasificación y puede ser positivo (apuntando hacia la instancia que se clasifica como miembro de la clase positiva) o negativa.

Una vez finalizado el entrenamiento y la adquisición de peso, se clasifica una instancia de prueba. Esto implica un proceso específico que requiere se multiplique cada valor de x_i por su peso correspondiente w_i . Después de esto, sumamos el término de sesgo b a la suma resultante. El valor obtenido de este proceso, que comúnmente se conoce como z , representa la combinación lineal de \mathbf{x} y \mathbf{w} así como b en una sola expresión numérica.

$$\begin{aligned} z &= \left(\sum_{i=1}^D w_i x_i \right) + b \\ &= \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b \end{aligned} \quad (6.15)$$

Como recordatorio, vale la pena señalar que la Ecuación 6.15 no requiere que z esté dentro del rango de 0 a 1 para ser considerada una probabilidad válida. Sin embargo, podemos transformarlo fácilmente en una probabilidad utilizando la función **sigmoidea**, que también se conoce como **función logística**

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (6.16)$$

Esta función particular es reconocida por su distintiva forma de “s” y es lo que da nombre a la regresión logística. La figura 6.3 representa visualmente la ecuación sigmoidea 6.16.

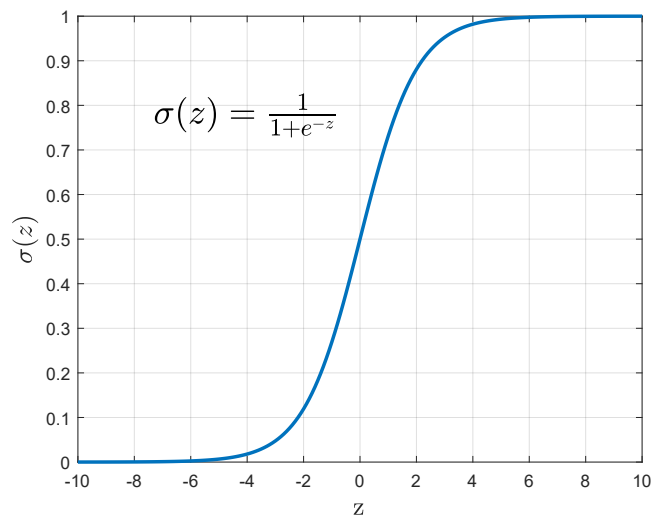


Figura 6.3: La función sigmoide $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ toma un valor real y lo mapea en un rango de (0, 1).

Aunque la función sigmoide no es una distribución de probabilidad, tiene muchas ventajas y juega un papel importante en los algoritmos de clasificación [65, 76]. Dado que la función sigmoide satisface la siguiente propiedad de simetría:

$$\sigma(-z) = 1 - \sigma(z) \quad (6.17)$$

Podemos convertirlo en una probabilidad porque satisface que los dos casos, $\sigma(z)$ y $\sigma(-z)$, suman 1. Además, el inverso del sigmoide logístico viene dado por

$$\frac{d\sigma}{dz} = \sigma(1 - \sigma) \quad (6.18)$$

Además, la función es casi lineal cerca de 0 pero se aplanan hacia los extremos. Tiende a comprimir los valores atípicos hacia 0 o 1, y su derivada se puede expresar

convenientemente en términos de la propia función sigmoide. Finalmente, la siguiente ecuación

$$z = \ln \left(\frac{\sigma}{1 - \sigma} \right) \quad (6.19)$$

que se conoce como función *logit*, representa el logaritmo de la probabilidad de dos clases $\ln \left[\frac{p(C_1|\mathbf{x})}{p(C_2|\mathbf{x})} \right]$.

Antes de aprender los parámetros \mathbf{w} y b , se necesita una **función de pérdida** o **función de costo** que mida la distancia entre las predicciones $\hat{y}_i = \sigma(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b)$, para cada instancia de entrenamiento \mathbf{x}_i , y el valor real y_i . Esta función de pérdida tiene que hacer que las etiquetas de clase correctas de los ejemplos de entrenamiento sean *más probables*. Esto se llama **estimación de máxima verosimilitud condicional**: elegiremos los parámetros \mathbf{w} y b que **maximizan la probabilidad logarítmica de las etiquetas** y_i dadas las observaciones x_i [76].

Como tenemos un problema binario, podemos expresar la probabilidad que queremos maximizar $p(y_i|\mathbf{x}_i)$ como una distribución de Bernoulli.

$$p(y_i|\mathbf{x}) = \hat{y}_i(1 - \hat{y}_i)^{1-y_i} \quad (6.20)$$

Dado que el logaritmo de la ecuación 6.20 hará que el cálculo sea matemáticamente práctico, y cualquier valor que maximice la probabilidad de la ecuación 6.20, maximice la función logarítmica de verosimilitud

$$\log p(y_i|\mathbf{x}_i) = y_i \log \hat{y}_i + (1 - y_i) \log(1 - \hat{y}_i) \quad (6.21)$$

La pérdida de probabilidad logarítmica negativa, generalmente llamada **pérdida de entropía cruzada**, es la función de pérdida resultante

$$\mathcal{L}_i(\hat{y}_i, y_i) = - [y_i \log \hat{y}_i + (1 - y_i) \log(1 - \hat{y}_i)] \quad (6.22)$$

Finalmente, al reemplazar z en la ecuación 6.16 por la ecuación 6.15 e obtiene la pérdida de entropía cruzada explícitamente de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_i(\hat{y}_i, y_i) = - \{y_i \log \sigma(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b) + (1 - y_i) \log [1 - \sigma(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b)]\} \quad (6.23)$$

Ahora, nuestro objetivo es encontrar los pesos óptimos que minimicen la función de pérdida que definimos anteriormente. La regresión logística es un clasificador supervisado en el que necesita aprender los parámetros \mathbf{w} y b del subconjunto de entrenamiento $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N]$, es decir, necesitamos reducir la siguiente ecuación

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{L}_i(f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\theta}), y_i) \quad (6.24)$$

que contiene la función de pérdida de todas las instancias de entrenamiento. Aquí $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{w}, b$.

Podemos utilizar la técnica de descenso de gradiente estocástico para encontrar los parámetros que minimizan la función (Ecuación 6.24). Este algoritmo también se denomina descenso de gradiente secuencial y se implementa de forma secuencial o en línea, donde cada punto de datos se considera uno a la vez. Después de cada presentación, los parámetros del modelo se actualizan en consecuencia. El descenso de gradiente estocástico es particularmente útil para aplicaciones en tiempo real, donde las observaciones de datos fluyen continuamente y se deben hacer predicciones antes de que se vean todos los puntos de datos.

El concepto de dirección del gradiente se refiere a la dirección en la que una función aumenta más rápidamente. Para determinar el mínimo de una función, el algoritmo de descenso de gradiente opera moviendo los parámetros en la dirección opuesta a la dirección del gradiente. La función de pérdida, como se expresa en la ecuación 6.24, es convexa. Esto significa que sólo hay un valor mínimo y no hay mínimos locales. Al inicializar los parámetros $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ al azar, el algoritmo puede agregar iterativamente una magnitud hasta alcanzar el valor mínimo.

La magnitud del gradiente de la función es la cantidad que se moverá en el descenso del gradiente ponderado por una **tasa de aprendizaje** η . La actualización que se realiza a los parámetros es la tasa de aprendizaje multiplicada por el gradiente.

$$\boldsymbol{\theta}^{(\tau+1)} = \boldsymbol{\theta}^\tau - \eta \nabla \mathcal{L}_i(f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\theta}), y_i) \quad (6.25)$$

Finalmente, para predecir la clase de datos nuevos $\tilde{\mathbf{x}}$, elegimos la clase más probable.

$$\hat{y} = \max(\sigma(\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \tilde{\mathbf{x}}), 1 - \sigma(\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \tilde{\mathbf{x}})) \quad (6.26)$$

6.2.3. Máquinas de soporte vectorial

Dado un conjunto de datos de entrenamiento que comprende N vectores de entrada $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$, con los correspondientes valores objetivo t_1, \dots, t_n , donde $t_n \in 1, -1$ y los nuevos puntos de datos $\tilde{\mathbf{x}}$ se clasifican según el signo de la siguiente función lineal

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) + w_0 \quad (6.27)$$

En la ecuación dada, \mathbf{w} y w_0 representan los parámetros de aprendizaje, mientras que $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ denota una transformación de espacio de características fija. Es importan-

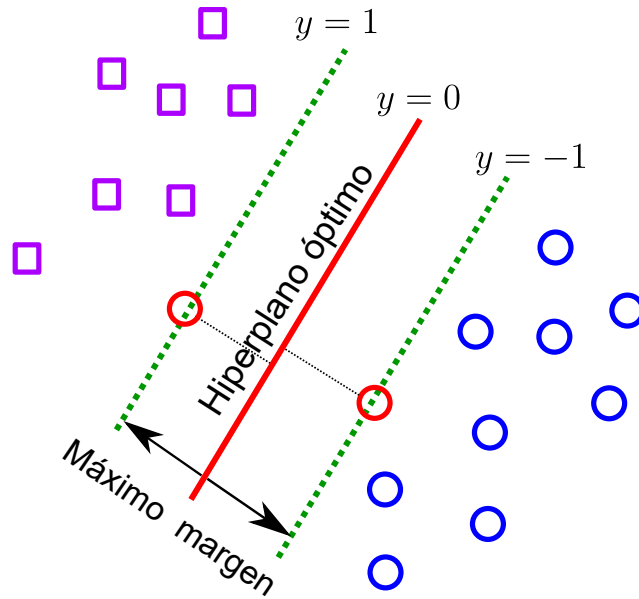


Figura 6.4: El margen, que es la distancia más corta entre los puntos de datos y el límite de decisión (línea roja), juega un papel crucial en la determinación de la ubicación del límite. Maximizar el margen da como resultado una ubicación de límite de decisión específica. Un subconjunto de puntos de datos llamados vectores de soporte, representados por círculos rojos, determinan la posición del límite.

te señalar que asumimos que el conjunto de datos de entrenamiento es linealmente separable en el espacio de características. Por definición, esto significa que existe al menos una combinación de los parámetros \mathbf{w} y w_0 que satisface $y(\mathbf{x}_n) > 0$ (Ec. 6.27) para los puntos que tienen $t_n = +1$, y $y(\mathbf{x}_n) < 0$ para los puntos que tienen $t_n = -1$. Por lo tanto, para todos los puntos de datos de entrenamiento

$$t_n y(\mathbf{x}_n) > 0 \quad (6.28)$$

El **margen** es un concepto crítico en el enfoque de la máquina de vectores de soporte, que apunta a resolver este problema. Representa la distancia mínima entre el límite de decisión y cualquiera de las muestras (Fig. 6.4). El límite de decisión se selecciona cuidadosamente para garantizar que el margen sea lo más amplio posible. Esta maximización del margen es un factor crucial en la eficacia de la máquina, convirtiéndola en una parte esencial del proceso.

El límite de decisión $y(\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_D]) = 0$ es un hiperplano $(D - 1)$ -dimensional. Si consideramos dos puntos \mathbf{x}_A y \mathbf{x}_B que satisfacen

$$y(\mathbf{x}_A) = y(\mathbf{x}_B) = 0 \quad (6.29)$$

Por lo tanto, el vector $\phi(\mathbf{x}_A) - \phi(\mathbf{x}_B)$ se encuentra en la superficie límite

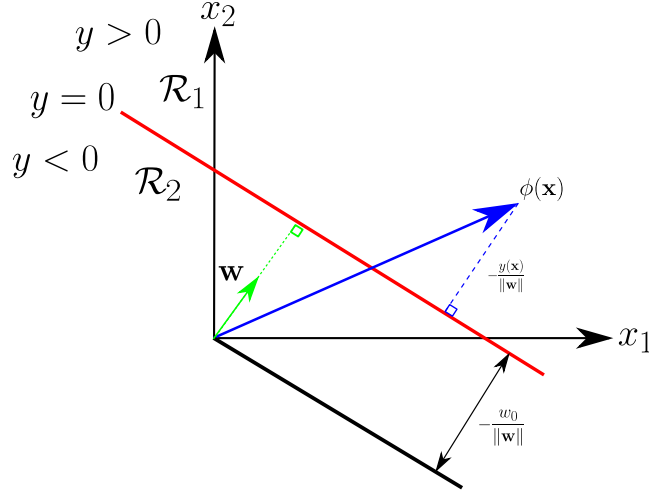


Figura 6.5: Geometría de una función discriminante lineal en dos dimensiones. La superficie de decisión, que se muestra en rojo, es perpendicular a la variable w , y el parámetro de sesgo, w_0 , controla su desplazamiento desde el origen. Además, la distancia ortogonal con signo de un punto general, $\phi(\mathbf{x})$, desde la superficie de decisión se puede determinar dividiendo el valor de $y(\mathbf{x})$ por w .

$$y(\mathbf{x}_A - \mathbf{x}_B) = \mathbf{w}^T [\phi(\mathbf{x}_A) - \phi(\mathbf{x}_B)] = 0 \quad (6.30)$$

lo que significa que \mathbf{w}_T es un vector ortogonal a la superficie límite. Cuando \mathbf{x} se encuentra en la superficie de decisión, $y(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) + w_0 = 0$, y la proyección de $\phi(\mathbf{x})$ en el vector unitario $\hat{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}$ da como resultado una distancia normal desde el origen hasta la superficie de decisión. Esta distancia se puede calcular de la siguiente manera:

$$\frac{\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}\|} = -\frac{w_0}{\|\mathbf{w}\|} \quad (6.31)$$

El parámetro w_0 ayuda a medir la distancia desde el origen hasta la superficie de decisión (Figura 6.5).

Por lo tanto, la distancia de un punto $\phi(\mathbf{x})$ de un hiperplano, definida por $y(\mathbf{x}) = 0$ y la Ecuación 6.31, está dado por

$$\frac{\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}\|} - \left(-\frac{w_0}{\|\mathbf{w}\|} \right) = \frac{y(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}\|} \quad (6.32)$$

que es la proyección del punto $\phi(\mathbf{x})$ sobre el vector unitario $\hat{\mathbf{w}}$ menos la distancia desde el origen hasta la superficie de decisión (Figura 6.5).

Como estamos interesados en los puntos clasificados correctamente, cumplieron la ecuación 6.28 para todos los n . Por lo tanto, la distancia de un punto x_n a la superficie de decisión se calcula como

$$\frac{t_n y(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}\|} = \frac{t_n(\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_n) + w_0)}{\|\mathbf{w}\|} \quad (6.33)$$

Para determinar el margen, primero debemos encontrar la distancia perpendicular al punto más cercano \mathbf{x}_n dentro del conjunto de datos. Para maximizar esta distancia, se deben ajustar los parámetros \mathbf{w} y w_0 para lograr la solución de margen máximo. Esto se puede lograr resolviendo la siguiente ecuación.

$$\arg \max_{\mathbf{w}, w_0} \left\{ \frac{1}{\|\mathbf{w}\|} \min_n [t_n(\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_n) + w_0)] \right\} \quad (6.34)$$

6.2.4. K vecinos más cercanos

El algoritmo de K vecinos más cercanos, (KNN o K-NN por sus siglas en inglés) es uno de los métodos más antiguos y sencillos para la clasificación de patrones y suele suponer que las muestras de entrenamiento están distribuidas uniformemente entre las distintas clases [77]. La regla KNN clasifica cada ejemplo no etiquetado por la etiqueta mayoritaria entre sus k vecinos más cercanos en el conjunto de entrenamiento. Su rendimiento depende crucialmente de la métrica de distancia utilizada para identificar a los vecinos más cercanos. En ausencia de conocimiento previo, la mayoría de los clasificadores KNN utilizan la simple métrica euclidiana para medir las disimilitudes entre ejemplos representados como vectores de entrada [78]

$$d(x^i, x^j) = \sqrt{\sum_{r=1}^D (x_r^i - x_r^j)^2} \quad (6.35)$$

donde definimos un ejemplo como un vector $\mathbf{x}^i = [x_1^i, \dots, x_D^i]$, D es la dimensionalidad del vector de entrada, es decir, el número de atributos de un ejemplo. Cuanto menor sea $d(x^i, x^j)$, más parecidos serán los dos ejemplos [78].

La etiqueta de clase asignada a un ejemplo de prueba viene determinada por el voto mayoritario de sus k vecinos más cercanos

$$y(d_i) = \arg \max_k \sum_{x_j \in kNN} y(x_j, c_k) \quad (6.36)$$

donde d_i es un ejemplo de prueba, \mathbf{x}^j es uno de sus k vecinos más cercanos en el conjunto de entrenamiento, $y(\mathbf{x}^j, c_k)$ indica si \mathbf{x}^j pertenece a la clase c_k . La ecuación 6.36 significa que la predicción será la clase que tenga más miembros en los k vecinos más cercanos.

6.3. Métricas de evaluación para la clasificación binaria

Los algoritmos supervisados utilizan conjuntos de datos etiquetados para entrenar algoritmos y evaluar la precisión de sus resultados. Dado que un clasificador binario supervisado aprende de un conjunto de características cuya variable objetivo o variable a predecir ya está etiquetada como positiva (D) o negativa (\bar{D}). Sin embargo, el modelo puede clasificar correcta o incorrectamente las muestras como positivas (T) o negativas (\bar{T}). De esta manera podemos obtener cuatro tipos de resultados:

1. Verdaderos positivos (TP)
2. Verdaderos negativos (TN)
3. Falsos positivos (FP)
4. Falsos negativos (FN)

En ese orden, los dos primeros casos indican el número de instancias correctamente clasificadas como positivas (TP) y negativas (TN), y los dos últimos casos especifican el número de muestras erróneamente predichas como positivas (FP) y negativas (FN), también conocidos como *Error tipo I* y *Error tipo II*, respectivamente. Estos resultados de clasificación se pueden resumir en una matriz de confusión o una tabla de contingencia (Figura 6.6).

Diferentes campos utilizan métricas específicas para evaluar la efectividad de sus predicciones. Las estadísticas independientes de la prevalencia, como *sensibilidad* y *especificidad*, se emplean en medicina, mientras que *precision* y *recall* se utilizan con frecuencia en informática.

La *Sensibilidad* (SEN) o *True Positive Rate* (TPR), también conocida como *recall*, es la probabilidad del modelo para detectar instancias positivas como:

$$P(T|D) = \frac{TP}{D} = \frac{TP}{TP + FN} \quad (6.37)$$

La *Especificidad* (SPE) o *Tasa de verdaderos negativos* (TNR), también conocida como *Valor predictivo positivo* (PVP) es la probabilidad de tener un resultado negativo dada una instancia negativa:

$$P(\bar{T}|\bar{D}) = \frac{TN}{\bar{D}} = \frac{TN}{TN + FP} \quad (6.38)$$

La *Precisión* (PRE) es la probabilidad de obtener una instancia positiva dada una instancia predicha como positiva:

$$P(D|T) = \frac{TP}{T} = \frac{TP}{TP + FP} \quad (6.39)$$

		Clase predicha		
		Positivo T	Negativo \bar{T}	
Clase verdadera	Positivo D	Verdadero Positivo TP	Falso Negativo FN Error tipo II	Sensibilidad (SEN) $\frac{TP}{TP + FN}$
	Negativo \bar{D}	Falso Positivo FP Error tipo I	Verdadero Negativo TN	Especificidad (SPE) $\frac{TN}{TN + FP}$
		Precisión (PRE) $\frac{TP}{TP + FP}$	Valor Predictivo Negativo (VPN) $\frac{TN}{FN + TN}$	Exactitud (ACC) $\frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$

Figura 6.6: Matriz de confusión de clasificación binaria formada contando el número de cuatro resultados de un clasificador binario: Verdaderos Positivos (TP), Verdaderos Negativos (TN), Falsos Negativos (FN) y Falsos Positivos (FP). Se muestran varias métricas estadísticas clave derivadas de la matriz de confusión: sensibilidad, especificidad, precisión, valor predictivo negativo y exactitud.

Otra medida relacionada utilizada en la clasificación es la *Exactitud* (ACC), que es una medida de qué tan bien un modelo identifica o excluye correctamente una condición:

$$ACC = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \tag{6.40}$$

6.4. Reconocimiento de posturas

El propósito de este estudio es determinar la mejor configuración ergonómica para el sistema presentado para evaluar la movilidad de la columna en un entorno clínico. Se trata de seleccionar el número mínimo de sensores y determinar su ubicación óptima para proporcionar la información más relevante sobre los movimientos de la columna. Los movimientos implicados son: flexión anterior de la cadera, flexión lateral, rotación axial de la columna torácica y lumbar, así como rotación axial, flexión/extensión y flexión lateral de la columna cervical.

6.4.1. Implementación de la base de datos

Es necesario etiquetar y gestionar etiquetar y gestionar las señales del reclutamiento de los 15 sujetos sanos para implementar una base de datos con la que se puedan entrenar y evaluar los clasificadores.

La evaluación de la columna lumbar-torácica requiere quince sensores (MIMU1 a

MIMU15) para la flexión frontal (movimiento 1), flexión lateral (movimiento 2) y rotación axial (movimiento 3). Por otro lado, evaluar la columna cervical mediante rotación lateral (movimiento 4), flexión frontal (movimiento 5) y flexión lateral (movimiento 6) solo requiere tres sensores (MIMU13 a MIMU16). Para determinar la mejor configuración ergonómica para el sistema, se debe seleccionar las unidades más importantes de las quince utilizadas en el movimiento 1 al movimiento 3 y descartar las irrelevantes o redundantes. No se necesita considerar los movimientos 4 a 6 ya que solo requieren tres sensores.

Según el marco de referencia representado en la Figura 3.3b, el movimiento 1 exhibe una amplitud mayor en el giro del ángulo que los otros dos ángulos. Por otro lado, el movimiento 2 muestra una mayor amplitud en el ángulo de cabeceo. Por último, el movimiento 3 presenta predominantemente una mayor amplitud en el ángulo de guiñada.

Las señales muestran mínimos y máximos, que indican respectivamente para el movimiento 1 cuando un sujeto está completamente en flexión y en posición vertical, para el movimiento 2 cuando se inclina hacia la derecha y hacia la izquierda, para el movimiento 3 cuando gira hacia la derecha y hacia la izquierda.

Se encontraron los puntos de inflexión ubicando el punto medio entre cada mínimo y máximo. Después de eso, se asignó una etiqueta a cada muestra entre dos puntos de inflexión: "0" para los fragmentos que contienen un mínimo y "1" para los fragmentos que contienen un máximo. Se realizó este proceso en 90 registros de 15 sujetos que completaron los tres movimientos en dos series.

Para la manipulación de datos, las grabaciones de ambas series del mismo movimiento se combinaron en una matriz única:

$$X_m^{(n)} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,14} & x_{1,15} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,14} & x_{2,15} \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \\ x_{n-1,1} & x_{n-1,2} & \dots & x_{n-1,14} & x_{n-1,15} \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \dots & x_{n,14} & x_{n,15} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

donde el superíndice (n) representa el número asignado a cada participante y el subíndice m representa el movimiento (1, 2 o 3). La j -ésima fila de las matrices corresponde a la j -ésima muestra, con una frecuencia de adquisición del sistema establecida en 50 ms para cada muestra. Hay 15 variables (columnas) en cada muestra que representan la amplitud de cada MIMU en grados. Para cada $X_m^{(n)}$, se asignó un vector de salida de etiquetas

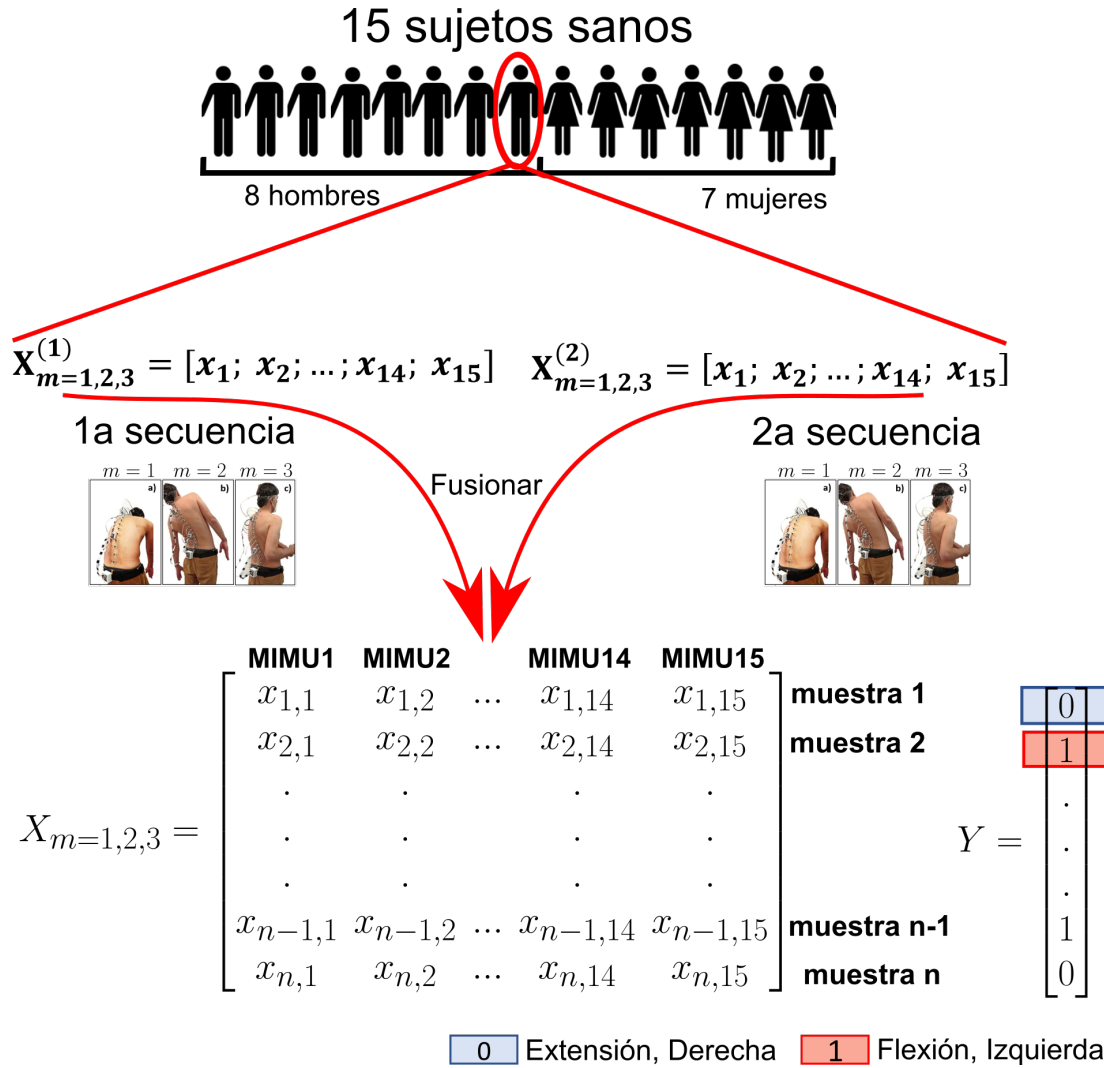


Figura 6.7: Se crea una matriz de características a partir de dos secuencias del mismo movimiento. Cada columna representa un RoM de una MIMU: ángulo de balanceo (m=1), ángulo de cabeceo (m=2) y ángulo de guiñada (m=3). Cada fila de la matriz contiene un vector de características de una muestra de grabación. El vector objetivo Y contiene la clase a la que pertenece cada vector de características: extensión o flexión para el movimiento 1 (m=1) e inclinación/rotación hacia la izquierda o hacia la derecha para los movimientos 2 y 3.

$$Y_{m=1,2,3}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

donde cada elemento especifica si el vector de muestra pertenece a la clase 1 o 0.

6.4.2. Generación de configuración de subconjunto

La selección de características tiene como objetivo buscar un subconjunto de características suficientemente reducido del total de características disponibles, sin degradar significativamente el rendimiento de los clasificadores resultantes, cuando se utiliza cualquiera de los conjuntos de características [79]. Esta tarea puede resultar desafiante, ya que implica generar múltiples combinaciones de subconjuntos de características.

Para abordar este problema, se aplicaron dos enfoques para generar diferentes subconjuntos de sensores de los 15 disponibles:

1. Método sin restricciones (UM): Considera todas las combinaciones y tamaños de subconjuntos formados a partir de quince características (Fig. 6.8b). El número de subconjuntos con k elementos de un conjunto con $n = 15$ elementos se puede calcular con la siguiente identidad combinatoria conocida como *Regla de Pascal*:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (6.43)$$

2. Método restringido (CM): Genera todas las combinaciones posibles de subconjuntos a partir de un grupo de 15 elementos. Sin embargo, requiere que cada subconjunto incluya MIMU1 y MIMU15. Dado que MIMU1 es necesario para evaluar los movimientos 1 a 3, mientras que MIMU15 se utiliza como referencia para evaluar los movimientos de la región cervical (movimientos 4 a 6). Además, considera al menos una unidad en la región lumbar (MIMU1 a MIMU7) y torácica (MIMU8 a MIMU15) (Fig. 6.8c).

6.4.3. Técnicas de entrenamiento y validación

Para clasificar los movimientos de posición 1 a 3, se utilizaron cuatro tipos de clasificadores: 1) regresión logística (LR), 2) bayesiano ingenuo (NB), 3) máquina de vectores de soporte (SVM) y 4) k-vecinos más cercanos (KNN). Se entrenaron un total de cuatro algoritmos para cada subconjunto de MIMU para evaluar su rendimiento.

Se utilizaron dos técnicas para entrenar y evaluar los subconjuntos de datos: Entrenamiento-Validación y validación cruzada de dejar fuera a un sujeto (LOSO por sus siglas en inglés). En el primer método, se combinaron los datos de los sujetos por movimiento y los dividimos en un 70% para el entrenamiento del modelo y un 30% para probar los subconjuntos MIMU de UM (Fig. 6.9a). Por otro lado, para la validación cruzada de LOSO, se entrenaron repetidamente los modelos utilizando los datos de 14 de 15 sujetos para cada movimiento y se entrenaron los modelos utilizando los datos del sujeto restante. Se repitió este proceso para las 15 iteraciones y este método se utilizó para los subconjuntos de CM (Fig. 6.9b).

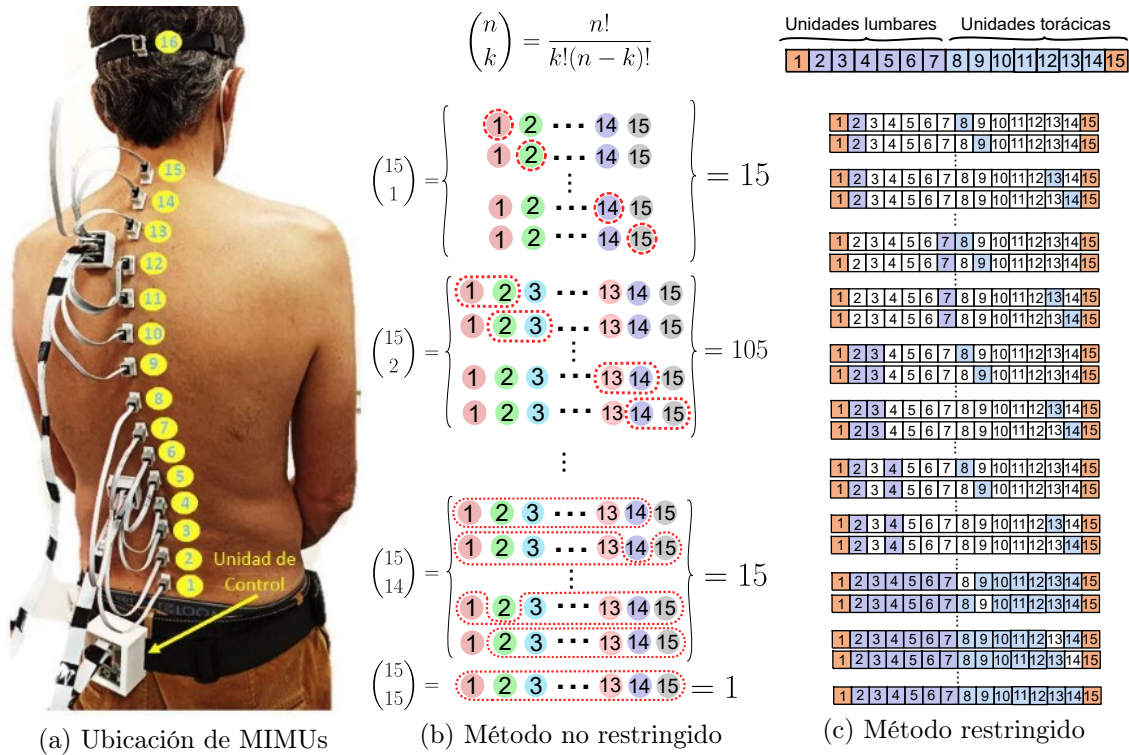


Figura 6.8: Enfoques de generación de subconjuntos. a) Localización y numeración de las unidades a lo largo de la espalda; b) Método no restringido: Se basa en la identidad combinatorial conocida como *Regla de Pascal*; c) Método restringido: Considera todas las combinaciones de subconjuntos posibles, con la restricción de que cada combinación debe incluir MIMU1, MIMU15 y al menos una MIMU de la región lumbar y espinal torácica.

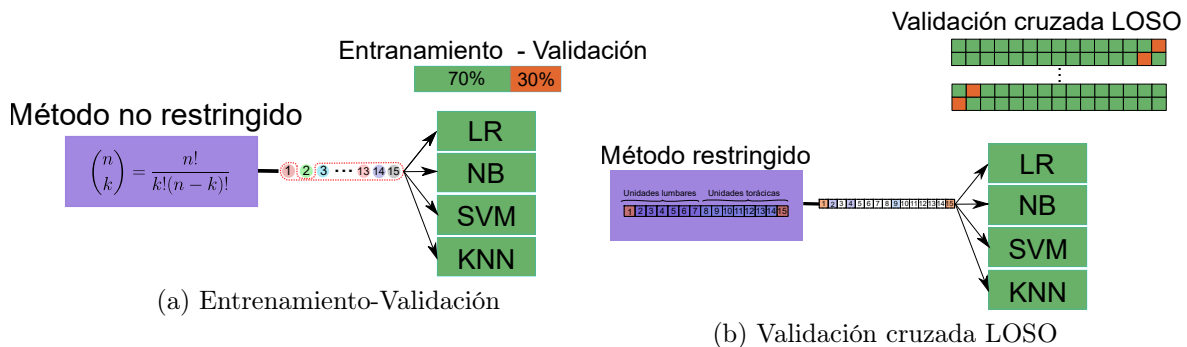


Figura 6.9: Técnicas para entrenar y probar subconjuntos de sensores: a) Se utilizó la división entrenamiento-validación para los subconjuntos obtenidos del método no restringido, b) se aplicó la validación cruzada LOSO para los subconjuntos MIMU del método restringido.

Para determinar qué tan bien las diversas configuraciones de MIMUS podían distinguir entre flexión/extensión (movimiento 1) y derecha/izquierda (movimientos 2 y 3), se calcularon cuatro parámetros estadísticos: sensibilidad (SEN), tasa de falsos

positivos (FPR), precisión (ACC) y valor predictivo positivo (VPP).

Se considera relevante si una configuración MIMU tiene un SEN, PPV, ACC alto y un FPR bajo. Para las configuraciones de CM entrenadas y probadas mediante validación cruzada LOSO, las métricas resultantes del entrenamiento y las pruebas de cada iteración se utilizaron para calcular los promedios de SEN, FPR, ACC y PPV. En cuanto a las configuraciones de UM donde no se restringió ningún sensor, los conjuntos de datos de entrenamiento y validación se utilizaron para calcular SEN, FPR, ACC y PPV.

Capítulo 7

Identificación de las configuraciones óptimas

Una vez evaluado el desempeño de potenciales diseños del sistema para reconocer posturas dentro de diferentes movimientos, se busca identificar la configuración con mejor desempeño en cada movimiento y, finalmente, obtener una única configuración que reconozca las posiciones sobre todos los movimientos. Además de considerar los sensores con mayor información de la biomecánica de los participantes, se realiza un análisis de redundancias para discriminar sensores que son prescindibles.

En el capítulo anterior se utilizaron cuatro clasificadores (LR, NB, SVM y KNN) para comparar el desempeño de las configuraciones de sensores en el reconocimiento de posturas. En este capítulo, se comparan los resultados entre los clasificadores y se selecciona el mejor clasificador (Sec. 7.1). Se utilizan los resultados de este algoritmo para seleccionar las configuraciones con mejores métricas (Sec. 7.2) en cada movimiento y se seleccionan los sensores que contienen mayor información de la movilidad en cada movimiento.

7.1. Selección de clasificadores

Se utilizaron los resultados del entrenamiento de los 326 diseños de sensores para comparar los cuatro clasificadores y seleccionar con el que se tenía un mejor desempeño. Con este objetivo, se realizó un Análisis de Varianza Multivariado (MANOVA) en las métricas de ACC y PRE utilizando un diseño experimental que incluía 3 movimientos diferentes (movimiento 1, movimiento 2 y movimiento 3) y 4 clasificadores (LR, NB, SVM y KNN).

Posteriormente, se aplicó la prueba post-hoc de honestidad de Bonferroni para identificar el clasificador y el movimiento con mejor rendimiento en términos de las métricas de clasificación.

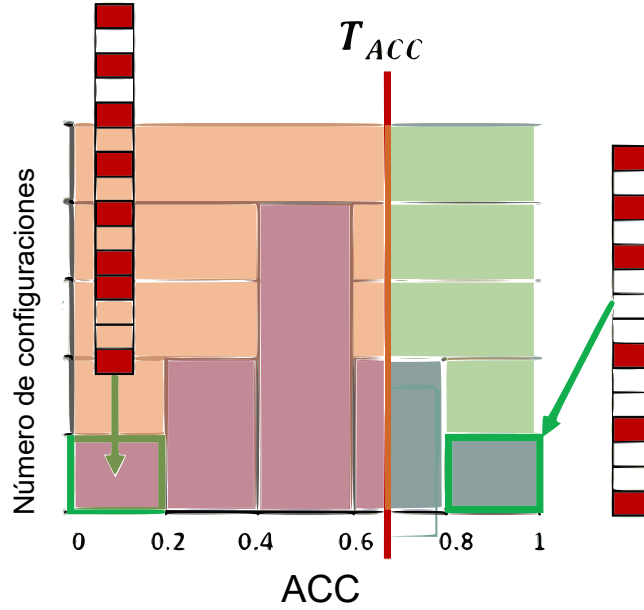


Figura 7.1: Ejemplo de la selección de configuraciones más precisas en un movimiento. Se seleccionan las configuraciones con una precisión mayor a un umbral definido T_{ACC}

7.2. Selección de configuraciones

Una vez elegido el mejor clasificador, se seleccionó la configuración óptima. Esto implicó identificar la configuración con la menor cantidad de unidades de sensores y al mismo tiempo que contuviera suficiente información para distinguir con precisión las posturas en un movimiento. El objetivo es encontrar una solución que pudiera clasificar las actividades de manera efectiva, incluso después de la reducción de unidades.

Se analizaron las métricas ACC, SEN, PRE y SPE de todas las configuraciones generadas. Se creó un histograma de métricas de ACC para simplificar los resultados. Se calculó la media y la desviación estándar de dichas distribuciones para definir diferentes umbrales que filtraran las configuraciones menos precisas para cada movimiento (Fig. 7.1). El umbral fue definido de la siguiente manera

$$T_{ACC_{i,k}} = \mu_{ACC_i} + \kappa\sigma_{ACC_i} \quad (7.1)$$

donde μ_{ACC_i} y σ_{ACC_i} representan la media y la desviación estándar, respectivamente, del histograma ACC para el i -ésimo movimiento ($i = 1, 2, 3$). El parámetro $\kappa = 0.5, 1, 1.5$ determina la precisión de las configuraciones; cuanto mayor sea su valor, mayor será la exigencia en la precisión de las configuraciones. En cada histograma de movimiento se definen tres umbrales.

Después de filtrar las configuraciones menos precisas, se obtienen tres conjuntos de configuraciones para cada movimiento. El primer conjunto $S_{i,0.5}$ incluye confi-

guras con una precisión mayor que $T_{ACC_{i,0.5}}$, el segundo conjunto $S_{i,1}$ incluye configuraciones con una precisión mayor que $T_{ACC_{i,1}}$, y el último grupo $S_{i,1.5}$ contiene configuraciones con una precisión mayor que $T_{ACC_{i,1.5}}$.

Se calcula la frecuencia, denotada como $f_{i,k}(n)$, de cada sensor en el subconjunto $S_{i,k}$ al que pertenece. El objetivo es determinar con qué frecuencia aparecía cada MIMU en las configuraciones de un subconjunto determinado. Usando esta información, se calculó la mediana de cada grupo, que luego se usó como umbral para filtrar los sensores que ocurren con menos frecuencia. Esto resultó en una configuración con los sensores más frecuentes, denominada $C_{i,\kappa}$, que solo incluye sensores donde $f_{i,k}(n) \leq M_{i,k}$.

Finalmente, dado un umbral $T_{ACC_{i,\kappa}}$ con un κ fijo, se compararon las configuraciones $C_{i,k}$ que variaron en movimiento ($i = 1, 2, 3$) pero compartía el mismo umbral κ . Nuestro objetivo era fusionar las tres configuraciones en una sola que incorporara los tres movimientos. Se seleccionaron los sensores que estaban presentes en al menos dos movimientos y descartamos los que aparecieron en un solo movimiento o no aparecieron en absoluto.

7.2.1. Análisis de redundancias

Para evaluar la redundancia de información que contiene cada configuración (S_i), se realizaron una serie de análisis ANOVA seguidos de pruebas post-hoc de Bonferroni para evaluar posibles redundancias entre pares de sensores en cada configuración del sistema. Se compararon los rangos de movimiento medidos por las MIMU para cada movimiento para determinar la redundancia. Específicamente, cualquier par de sensores que no mostraran diferencias significativas en la comparación post hoc se consideró redundante.

Capítulo 8

Resultados

Los resultados están organizados de acuerdo a lo obtenido en cada capítulo. En la Sección 8.1 se muestran los resultados de la calibración de los magnetómetros de las MIMUs. En la Sección 8.2 se describen las bases de datos implementadas a partir de los estudios a sujetos de control y sujetos con espondilitis. Posteriormente, se utiliza la base de datos en sujetos sanos para hacer un reconocimiento de la posturas de los sujetos en cada uno de los movimientos considerados (Sección 8.3). Por último, en la Sección 8.4 se identifican las tres posibles configuraciones más precisas en el reconocimiento de posturas de los tres movimientos que involucran la espalda lumbotorácica.

8.1. Calibración de los magnetómetros

En esta sección se muestran los resultados de las calibraciones de los magnetómetros de los 16 MIMUs. En la Tabla 8.1 se colocan los coeficientes que caracterizan a las interferencias blandas del Hospital General de México, donde se realizó el estudio experimental de los sujetos con espondilitis.

Los coeficientes \mathbf{G}_{ij} corresponden a las interferencias blandas de la matriz $\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{G}$ y los coeficientes b_i a las interferencias duras. Ambos arreglos son necesarios para calcular el campo magnético de la Tierra \mathbf{h}^b de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\mathbf{h}^b &= \mathbf{G}(\mathbf{h}_m^b - \mathbf{b}) \\ &= \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \left(\mathbf{h}_m^b - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \right)\end{aligned}\quad (8.1)$$

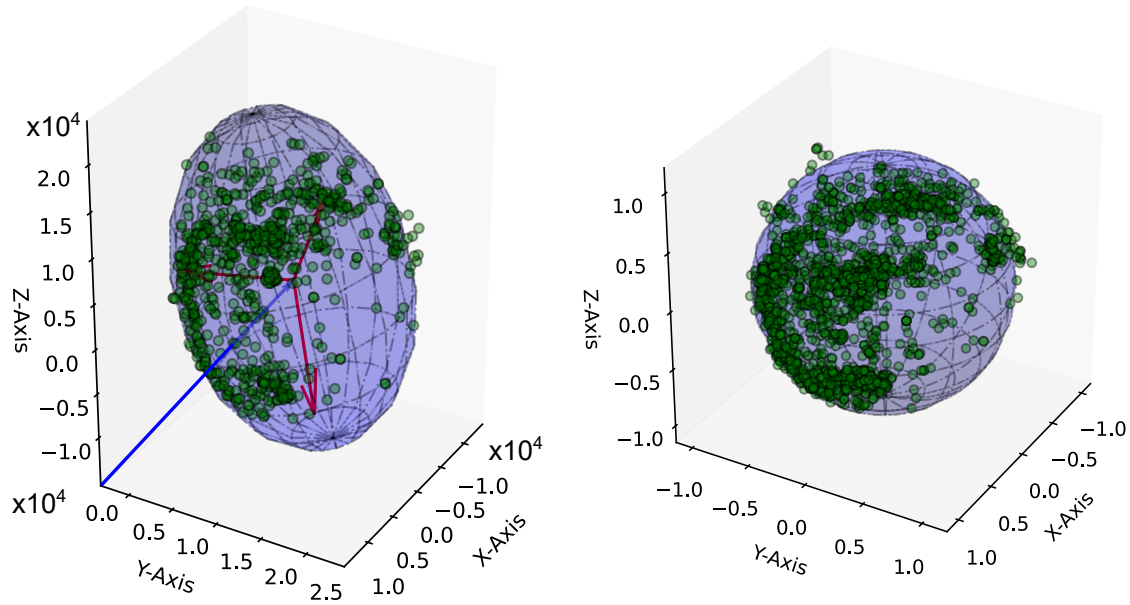
En la Figura 8.1 se ilustra la calibración de las lecturas de uno de los magnetómetros. En puntos de color verde se grafican las lecturas del campo magnético de la Tierra, en la Figura 8.1a se muestran las lecturas del magnetómetro sin procesar, la

elipsoide ajustada se observa de color azul y sus semiejes en flechas de color rojo. La traslación del elipsoide se indica con una flecha azul.

En la Figura 8.1b se muestran las lecturas ya calibradas, utilizando la ecuación de calibración (Ecuación 8.1) y los coeficientes de la Tabla 8.1, los cuales transforman la elipsoide en una esfera unitaria centrada en el origen.

MIMU	Interferencias blandas (1×10^{-6})									Interferencias duras (1×10^3)		
	G_{11}	G_{12}	G_{13}	G_{21}	G_{22}	G_{23}	G_{31}	G_{32}	G_{33}	b_1	b_2	b_3
1	77.90	0.01	-1.41	0.01	78.20	1.15	-1.41	1.15	73.50	-2.73	-7.15	8.08
2	75.70	0.05	0.25	0.05	75.50	-0.59	0.25	-0.59	71.70	0.52	13.92	7.77
3	76.90	0.43	-1.44	0.43	77.90	1.21	-1.44	1.21	71.70	1.35	2.76	1.44
4	78.30	-1.02	-1.66	-1.02	78.70	0.18	-1.66	0.18	76.50	-4.59	5.63	-5.51
5	75.10	0.35	-1.91	0.35	76.90	1.50	-1.91	1.50	73.30	-0.26	-0.29	-4.62
6	79.30	-0.42	-1.19	-0.42	79.00	-0.58	-1.19	-0.58	76.90	5.46	13.87	-3.91
7	78.30	1.24	-2.56	1.24	79.00	0.46	-2.56	0.46	75.30	-2.15	5.86	-9.76
8	78.50	0.41	-0.55	0.41	77.80	0.57	-0.55	0.57	74.90	0.05	-0.15	0.14
9	77.70	0.83	-0.06	0.83	79.00	-0.16	-0.06	-0.16	74.00	-2.54	8.47	-8.94
10	77.60	0.65	0.04	0.65	77.40	-0.23	0.04	-0.23	75.20	1.18	7.97	-11.00
11	81.10	2.38	-0.86	2.38	89.80	2.10	-0.86	2.10	76.90	-1.32	21.35	-6.49
12	81.40	1.09	0.20	1.09	77.20	0.02	0.20	0.02	75.60	1.55	9.93	-11.90
13	77.60	-0.31	-0.95	-0.31	78.40	2.27	-0.95	2.27	74.70	1.88	3.63	0.65
14	76.40	-0.11	-0.20	-0.11	78.20	-0.43	-0.20	-0.43	73.30	-0.03	10.41	-5.73
15	78.30	-1.05	-2.37	-1.05	82.30	2.76	-2.37	2.76	75.50	3.24	6.37	-8.75
16	74.70	1.60	0.76	1.60	76.90	-0.76	0.76	-0.76	72.80	4.36	6.47	-5.91

Tabla 8.1: Coeficientes que caracterizan las interferencias blandas y duras para obtener el campo magnético de la Tierra con cada uno de los magnetómetros de las 16 MIMUs.



(a) Lecturas del magnetómetro sin procesar

(b) Lecturas del magnetómetro calibrado

Figura 8.1: Comparación de datos del campo magnético antes de la calibración y después de la misma.

8.2. Implementación de las bases de datos de posturas

En esta sección se mencionan las características principales de las bases de datos implementadas para los sujetos de control (Sección 8.2.1) y los sujetos con espondilitis (Sección 8.2.2). Los movimientos que se etiquetaron fueron los siguientes:

- Movimiento 1: la flexión anterior de la cadera
- Movimiento 2: la flexión lateral del tronco
- Movimiento 3: la rotación axial del tronco

Cada movimiento fue etiquetado de forma binaria dependiendo de las posturas de los sujetos en cada uno de ellos:

- Movimiento 1: erguido o flexionado
- Movimiento 2: inclinado hacia la derecha o inclinado hacia la izquierda
- Movimiento 3: rotado hacia la derecha o rotado hacia la izquierda

Los movimientos están constituidos por vectores de 15 características, correspondientes a las MIMUs que se colocan en la espalda y que son de interés para la selección de características y la optimización del diseño del sistema.

8.2.1. Sujetos de control

Los resultados que se muestran en esta sección parten de las señales adquiridas previamente en el estudio experimental realizado a 15 sujetos de control [4]. Las cuales fueron etiquetadas de manera binaria como se ilustra en la Figura 8.2, donde se muestra un ejemplo para uno de los sujetos de la base de datos. En total se etiquetaron 90 registros, lo que corresponde a 15 sujetos \times 3 movimientos \times 2 secuencias de cada movimiento.

Una vez etiquetadas las señales, se realizó un análisis exploratorio para eliminar cualquier valor atípico o dato erróneo que pudiera ser el resultado de movimientos erráticos de los sensores. La Tabla 8.2 muestra el número de instancias obtenidas para cada sujeto y movimiento. El tamaño de la muestra depende de la duración de la grabación y si se incluyó solo una o las dos secuencias del movimiento.

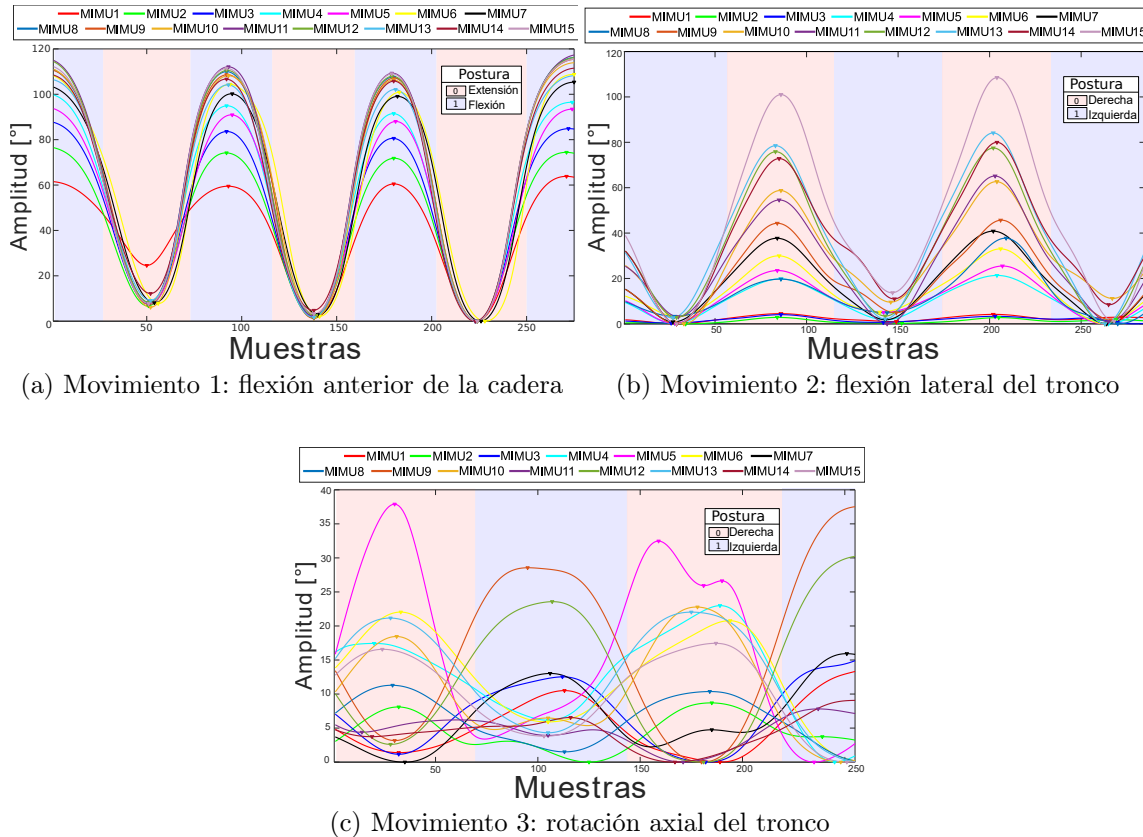


Figura 8.2: Los RoM son descritos por las 15 MIMU en una secuencia de los tres movimientos realizados por un sujeto sano. Cada muestra viene determinada por la frecuencia de adquisición del sistema (es decir, tiempo de muestreo = 50 ms). Se realizó una clasificación binaria para cada movimiento: a) flexión (0) y extensión (1); b) inclinación hacia la derecha (0) e inclinación hacia la izquierda; c) rotación hacia la derecha (0) y rotación hacia la izquierda (1).

	Sujetos de control														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Movimiento 1	544	274	497	568	540	564	573	523	502	535	597	232	-	562	520
Movimiento 2	354	517	538	548	537	576	549	571	287	587	742	245	261	551	573
Movimiento 3	571	-	-	559	557	534	-	555	-	537	526	210	-	570	-

Tabla 8.2: Conjunto de datos en sujetos sanos: Se muestra el número de muestras que se tiene para cada sujeto y cada movimiento. El conjunto de muestras que se descartaron después de un análisis exploratorio están marcados con un guión.

8.2.2. Sujetos con espondilitis

Hasta la escritura de este trabajo, se realizó el estudio experimental a 12 sujetos con espondilitis. Los estudios se realizaron en el Hospital General de México, en colaboración con el área de reumatología. En la Figura 8.3 se muestra un ejemplo de los registros etiquetados de forma binaria, de acuerdo a la postura que realiza el sujeto. Se observa una de las secuencias de cada movimiento considerado.

La estimación de la orientación de los MIMUs es el resultado del algoritmo de los dos FK implementados en cascada. En total se etiquetaron 72 registros, lo que corresponde a 12 sujetos \times 3 movimientos \times 2 secuencias de cada movimiento. En la Tabla 8.3 se muestra el número de instancias obtenidas para cada sujeto y movimiento.

	Sujetos con espondilitis											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Movimiento 1	640	686	550	495	566	619	350	560	460	-	180	530
Movimiento 2	325	662	572	603	560	610	540	545	260	530	560	-
Movimiento 3	260	890	590	754	632	530	330	450	525	255	540	-

Tabla 8.3: Conjunto de datos en sujetos con espondilitis: Se muestra el número de muestras que se tiene para cada sujeto y cada movimiento. El conjunto de muestras que se descartaron después de un análisis exploratorio están marcados con un guión.

Se siguen adquiriendo datos de pacientes con espondilitis para aumentar el tamaño de la base de datos.

8.3. Reconocimiento de posturas utilizando clasificadores

Con el método restringido se generaron 326 diseños del sistema y con el método no restringido se generaron 32,767 diseños. Con cada configuración de sensores se entrenaron y probaron 4 clasificadores: bayesiano ingenuo (NB), regresión logística (RL), máquinas de soporte vectorial (SVM) y K vecinos más cercanos (KNN). Con

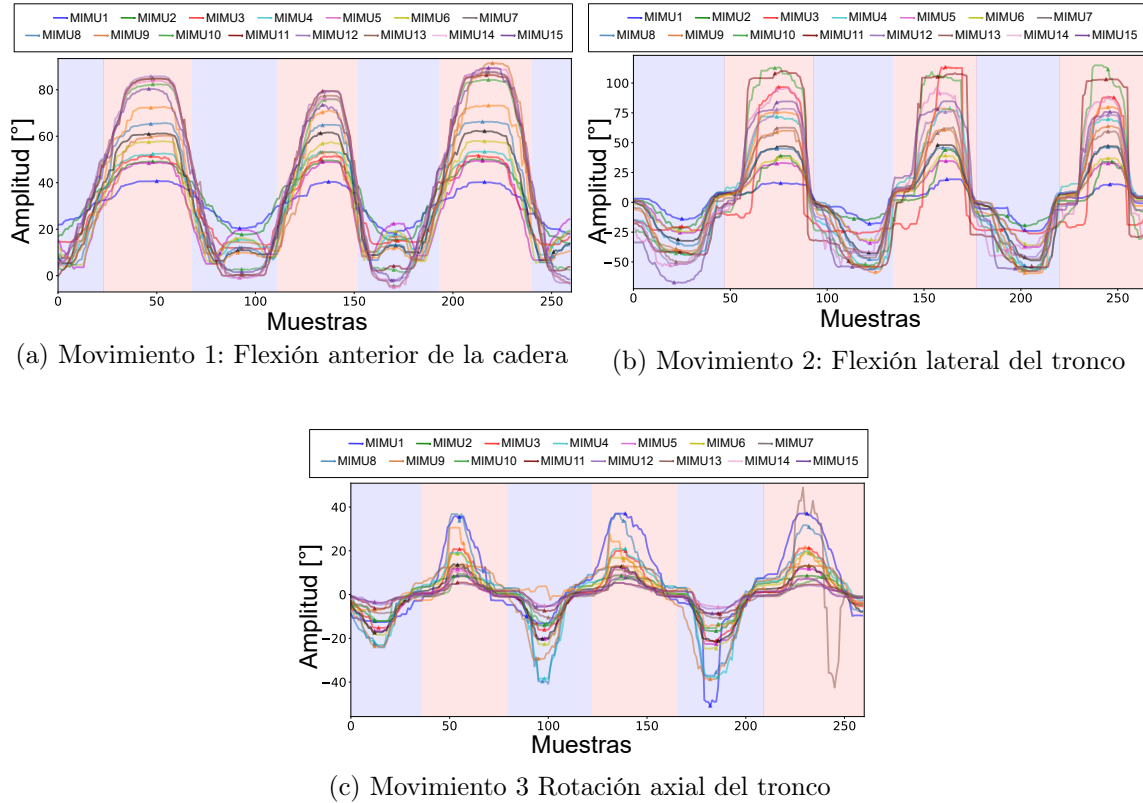


Figura 8.3: Los RoM son descritos por las 15 MIMU en una secuencia de los tres movimientos realizados por un sujeto sano. Cada muestra viene determinada por la frecuencia de adquisición del sistema (es decir, tiempo de muestreo = 50 ms). Se realizó una clasificación binaria para cada movimiento: a) flexión (0) y extensión (1); b) inclinación hacia la derecha (0) e inclinación hacia la izquierda; c) rotación hacia la derecha (0) y rotación hacia la izquierda (1).

el método restringido se utilizó una validación cruzada LOSO y con el método no restringido, el 70% de los datos se utilizaron para el entrenamiento y el 30% para validar.

En cada movimiento se calculó la capacidad de cada diseño del sistema para reconocer las posturas de los sujetos, para esto se utilizaron los cuatro clasificadores mencionados anteriormente. La información utilizada para el entrenamiento fueron los RoM del diseño del sistema y las métricas binarias que se emplearon para la evaluación del diseño fueron la exactitud (ACC) y la precisión (PRE) del modelo.

Se utilizaron los resultados del entrenamiento de los 326 diseños para comparar los 4 clasificadores y seleccionar con el que se tenía un mejor desempeño. En la Tabla 8.4 se muestran las métricas promedio del desempeño de los diseños, para cada movimiento y con cada clasificador.

El MANOVA reveló los efectos del factor principal de los movimientos tanto para la ACC ($F(2, 943) = 2788.138, p < 0.00001$) y para la PRE ($F(2, 943) = 2317.058, p <$

0.00001). El efecto del factor principal también se reveló para los clasificadores tanto para la ACC ($F(3, 707) = 5635.967$, $p < 0.00001$) como para la PRE ($F(3, 707) = 4226.027$, $p < 0.00001$). También se reveló una interacción adicional entre ambos factores para ambas métricas, $F(6, 2820) = 903.931$, $p < 0.00001$ para la ACC y $F(6, 2820) = 511.296$, $p < 0.00001$ para la PRE.

La prueba post hoc de honestidad de Bonferroni confirmó mejores métricas de clasificación para el movimiento 1, el movimiento 2 y el movimiento 3, en este orden, mientras que indicó que KNN es el mejor clasificador con el ACC más alto para los tres movimientos evaluados.

	Exactitud				Precisión			
	NB	RL	SVM	KNN	NB	RL	SVM	KNN
Movimiento 1	0.9439 ± 0.0025	0.9494 ± 0.0026	0.9512 ± 0.0027	0.9852 ± 0.0015	0.9553 ± 0.0017	0.9528 ± 0.0023	0.9533 ± 0.0025	1.0 ± 0
Movimiento 2	0.8519 ± 0.0125	0.9053 ± 0.0161	0.9071 ± 0.0148	0.9912 ± 0.0007	0.8539 ± 0.0097	0.9000 ± 0.0162	0.9013 ± 0.0144	1.0 ± 0
Movimiento 3	0.7756 ± 0.0450	0.8991 ± 0.0315	0.9059 ± 0.0268	0.9914 ± 0.0011	0.8040 ± 0.0565	0.8932 ± 0.0354	0.9029 ± 0.0278	1.0 ± 0

Tabla 8.4: Las precisiones y las exactitudes promedio del reconocimiento de posturas de los diseños del sistema generados a través del método restringido. Se muestran los resultados utilizando cuatro clasificadores (NB, RL, SVM y KNN) en los tres movimientos. Se observó que el movimiento 1 (flexión anterior de la cadera) y el movimiento 2 (flexión lateral del tronco) mostraron una mejor clasificación que el movimiento 3 (rotación axial del tronco). Se encontró que el clasificador KNN es el mejor entre todos los clasificadores.

Una vez que se entrenaron cientos y miles de modelos no se puede mostrar explícitamente el desempeño de todos ellos. Sin embargo en la Figura 8.4, se resume en histogramas el desempeño del reconocimiento de posturas en cada movimiento de todos los diseños del sistema. En la Figura 8.4a se muestra la exactitud de los diseños generados por el método no restringido y en la Figura 8.4b el resultado de los diseños generados por el método restringido.

Las líneas punteadas en el gráfico representan el promedio de la ACC (μ_{ACC_i}) para el histograma (i) en cada movimiento. Se puede observar que, en general, los diseños del sistema tienen mejor capacidad en reconocer las posturas de los sujetos en el movimiento 1.

Como se está interesado en identificar la configuración de sensores que contengan la mayor información de la movilidad de los sujetos, se filtraron los diseños con los que se tiene un mayor desempeño en el reconocimiento de las posturas. Por lo que, en cada movimiento, se establecieron tres umbrales de exactitud $T_{ACC_{i,k}}$ (como se muestra en la Ecuación 7.1). Y se filtra un conjunto de diseños por cada umbral definido, el cual se ha denominado $C_{i,k}$, que depende del umbral k y del movimiento i .

En cada conjunto de configuraciones se contabilizó la frecuencia de cada MIMU, dichas frecuencias se observan en las gráficas de barras de la Figura 8.5. En la primera (Figura 8.5a) y en la segunda columna (Figura 8.5b) de la figura se muestran los resultados generados a partir del método no restringido y restringido, respectivamente. Las frecuencias de los sensores con un desempeño de:

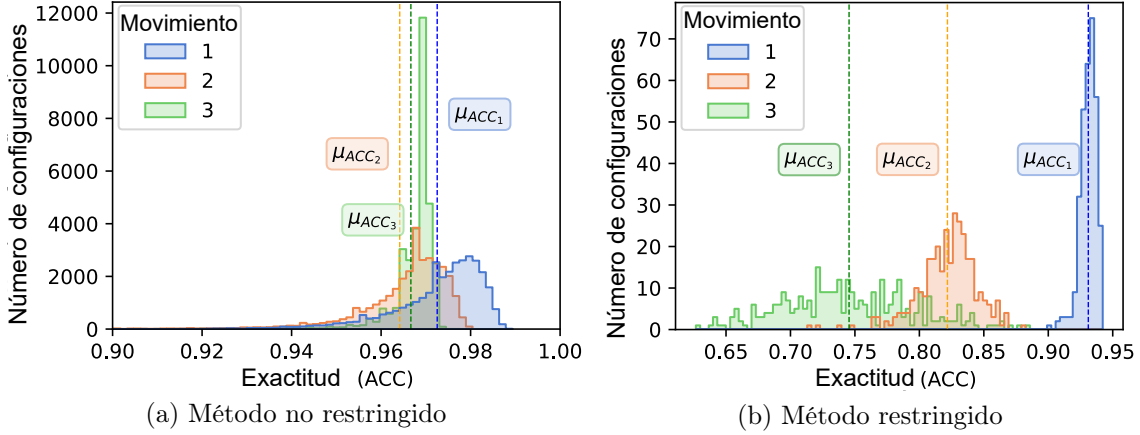


Figura 8.4: Resultados de histogramas de exactitud de configuración para cada movimiento y ambos métodos de generación de características: a) método sin restricciones, b) método con restricciones.

- $ACC(C_{i,0.5}) > T_{ACC_{i,0.5}}$ (barras rojas)
- $ACC(C_{i,1}) > T_{ACC_{i,1}}$ (barras verdes)
- $ACC(C_{i,1.5}) > T_{ACC_{i,1.5}}$ (barras azules)

Las líneas punteadas representan las medianas de las frecuencias de cada grupo. Específicamente, en el movimiento 3 del método no restringido, ninguna configuración demostró un rendimiento mayor a $T_{ACC_{3,1}}$. De manera similar, para los Movimientos 2 y 3, para los umbrales $T_{ACC_{2,1.5}}$ y $T_{ACC_{3,1.5}}$, respectivamente.

Las MIMUs más frecuentes de cada conjunto $C_{i,k}$, es decir, cuya frecuencia es mayor a la mediana del grupo se mencionan en la Tabla 8.5. Los guiones señalan cuando no hubo configuraciones con desempeño mayor al umbral. Se marca con color rojo los sensores que solo aparecen en uno de los tres movimientos. También se señala la exactitud (ACC), sensibilidad (SEN) y especificidad (SPE) de cada diseño resultante. Dichas métricas son el desempeño promedio sobre los sujetos de prueba cuando se realiza la validación cruzada LOSO.

8.4. Configuración MIMU óptima

El objetivo final del trabajo es obtener una configuración de sensores óptima para evaluar la movilidad de la espalda a través de los 6 movimientos realizado en el estudio experimental. Por lo que se busca converger las tres configuraciones de MIMUs (Tabla 8.5), una por cada movimiento que involucra la espalda lumbo-torácica, resultado de filtrar las configuraciones más precisas dado un umbral de desempeño.

Para lograr una configuración final ($FC_{i,k}$) que involucren las configuraciones de los tres movimientos, se combinaron los tres diseños del sistema de un solo umbral. Solo se consideran los sensores que están presentes en al menos dos de los tres movimientos.

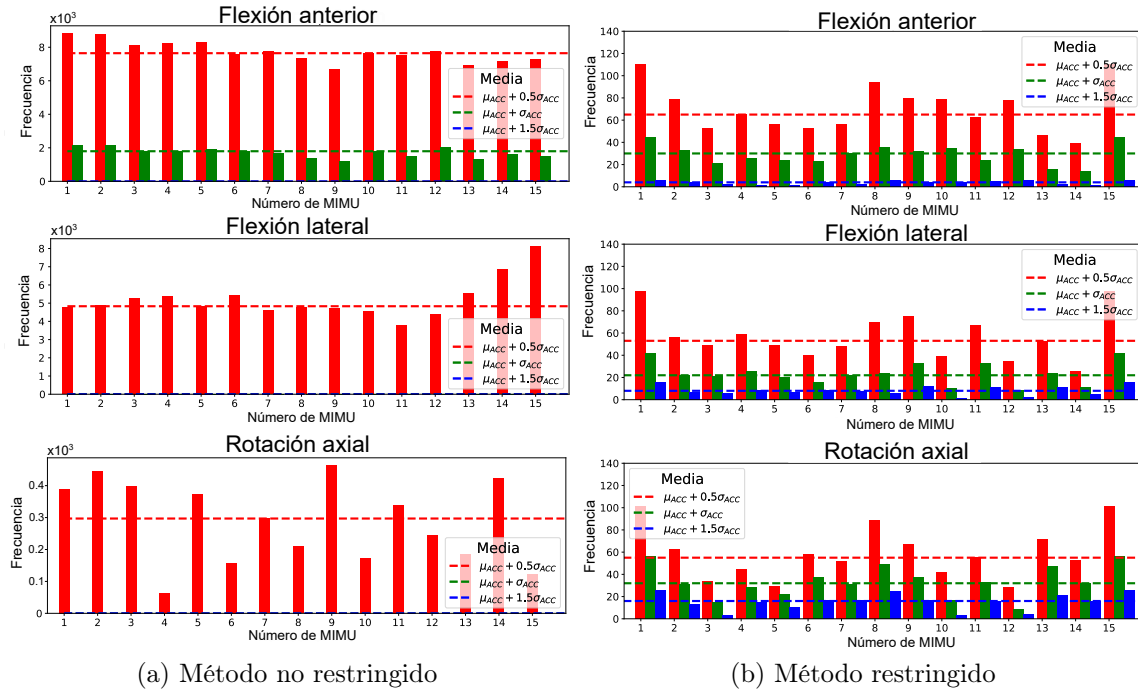


Figura 8.5: Frecuencia de las MIMUs en cada conjunto $C_{i,k}$ aplicando el a) método no restringido y b) el método restringido. Se filtra una configuración por cada umbral: $\mu_{ACC} + 0.5\sigma_{ACC}$ (barras rojas), $\mu_{ACC} + 1.0\sigma_{ACC}$ (barras verdes), $\mu_{ACC} + 1.5\sigma_{ACC}$ (barras azules).

Para el umbral $Th_{i,1.5}$ en el método no restringido, solo se utiliza la configuración del movimiento 1 ya que no hay otras configuraciones disponibles para los movimientos 2 y 3.

En la tabla 8.6 se evalúa el desempeño del reconocimiento de posturas de las configuraciones $FC_{i,k}$ en cada movimiento mediante la curva característica operativa del receptor (ROC en inglés) y el área bajo la curva (AUC en inglés) calculada a través de la validación cruzada LOSO. Se observa que las configuraciones más precisas, las cuales se obtuvieron a través del método restringido, son las siguientes tres:

1. S1: MIMU1, MIMU2, MIMU4, MIMU8, MIMU9, MIMU11, MIMU13, MIMU15.
2. S2: MIMU1, MIMU2, MIMU7, MIMU8, MIMU9, MIMU11, MIMU13, MIMU15.
3. S3: MIMU1, MIMU6, MIMU7, MIMU8, MIMU9, MIMU11, MIMU13, MIMU15.

Para evaluar la redundancia de información que contiene cada configuración (S_i), se realizó una serie de análisis ANOVA seguidos de pruebas post-hoc de Bonferroni para evaluar posibles redundancias entre pares de sensores en cada configuración del sistema. Se compararon los rangos de movimiento medidos por las MIMU para cada movimiento y así determinar la redundancia. Específicamente, cualquier par de sensores que no mostraran diferencias significativas en la comparación post hoc se consideró redundante.

	Umbral ($T_{ACC_{i,k}}$)	Mov. (i)	MIMU Configuration	Exactitud (ACC)	Sensitividad (SEN)	Especificidad (SPE)
Método restringido	$T_{ACC_{i,0.5}}$	1	1, 2, 4, 8, 9, 10, 12 , 15	0.9396 ± 0.0227	0.9209 ± 0.0607	0.9583 ± 0.0292
		2	1, 2, 4, 8, 9, 11, 13, 15	0.8503 ± 0.1263	0.8213 ± 0.1724	0.8676 ± 0.2396
		3	1, 2, 6 , 8, 9, 11, 13, 15	0.8925 ± 0.0665	0.8418 ± 0.1553	0.9322 ± 0.0784
	$T_{ACC_{i,1}}$	1	1, 2, 7, 8, 9, 10, 12 , 15	0.9378 ± 0.0146	0.9175 ± 0.0491	0.9572 ± 0.0339
		2	1, 2, 4 , 7, 8, 9, 11, 13, 15	0.8484 ± 0.1114	0.8484 ± 0.1114	0.8640 ± 0.2137
		3	1, 6 , 8, 9, 11, 13, 14 , 15	0.8723 ± 0.0902	0.8153 ± 0.1931	0.9200 ± 0.0849
	$T_{ACC_{i,1.5}}$	1	1, 2, 6, 8, 9, 10, 11, 12 , 15	0.9474 ± 0.0176	0.9396 ± 0.0476	0.9544 ± 0.0344
		2	1, 4 , 6, 7, 9, 11, 13, 15	0.8736 ± 0.0421	0.8499 ± 0.1317	0.8881 ± 0.0917
		3	1, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 14 , 15	0.8687 ± 0.0898	0.8126 ± 0.1924	0.9156 ± 0.0866
Método no restringido	$T_{ACC_{i,0.5}}$	1	1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 12	0.9379 ± 0.0260	0.9303 ± 0.0467	0.9477 ± 0.0533
		2	2, 3, 4, 5, 6, 13 , 14, 12	0.6416 ± 0.2273	0.5815 ± 0.3104	0.6715 ± 0.2551
		3	1, 2, 3, 5, 7, 9, 11 , 14	0.7274 ± 0.1865	0.5291 ± 0.2903	0.8862 ± 0.1351
	$T_{ACC_{i,1}}$	1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12	0.9365 ± 0.0253	0.9281 ± 0.0516	0.9467 ± 0.0593
		2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 14 , 15	0.7561 ± 0.2249	0.6880 ± 0.2570	0.8047 ± 0.2521
		3	-	-	-	-
	$T_{ACC_{i,1.5}}$	1	1, 2, 3, 4, 5, 9 , 11, 13, 15	0.9372 ± 0.0209	0.9245 ± 0.0497	0.9520 ± 0.0458
		2	-	-	-	-
		3	-	-	-	-

Tabla 8.5: Los sensores más frecuentes de las configuraciones de movimiento más precisas. Tres umbrales de exactitud $T_{ACC_{i,k}}$ fueron considerados. Los sensores en rojo son los que solo aparecen en una de las tres configuraciones $C_{i,k}$. Se calcularon las métricas ACC, SEN y SPE para cada configuración.

Método	Umbral	Configuración de MIMUs	AUC		
			Movimiento 1	Movimiento 2	Movimiento 3
Restringido	$\mu_{ACC} + 0.5\sigma_{ACC}$	1, 2, 4, 8, 9, 11, 13, 15	0.951 ± 0.017	0.855 ± 0.115	0.861 ± 0.141
	$\mu_{ACC} + 1.0\sigma_{ACC}$	1, 2, 7, 8, 9, 11, 13, 15	0.955 ± 0.019	0.852 ± 0.102	0.864 ± 0.141
	$\mu_{ACC} + 1.5\sigma_{ACC}$	1, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 15	0.949 ± 0.024	0.864 ± 0.084	0.881 ± 0.073
No restringido	$\mu_{ACC} + 0.5\sigma_{ACC}$	1, 2, 3, 4, 5, 7, 14	0.947 ± 0.025	0.814 ± 0.082	0.665 ± 0.163
	$\mu_{ACC} + 1.0\sigma_{ACC}$	1, 2, 3, 4, 5, 6	0.938 ± 0.037	0.738 ± 0.214	0.683 ± 0.124
	$\mu_{ACC} + 1.5\sigma_{ACC}$	1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 12	0.951 ± 0.017	0.815 ± 0.119	0.635 ± 0.161

Tabla 8.6: Configuraciones finales de sensores obtenidos mediante el método restringido y no restringido. Se señala el umbral utilizado para filtrar las configuraciones más precisas. También se muestra el desempeño de cada configuración en el reconocimiento de posturas en cada movimiento.

La Tabla 8.7 muestra las redundancias de S1, S2 y S3 en el movimiento 1, movimiento 2, movimiento 3 y en general. Las redundancias totales de las tres configuraciones suelen ser una cuarta parte de las redundancias identificadas cuando se utilizan los quince sensores. Considerando la Tabla 8.6 y la Tabla 8.7, a pesar de tener una cantidad más significativa de redundancias globales, la configuración S3 tiene una mayor probabilidad de discriminación (AUC) para los Movimientos 2 y 3 y posee la desviación estándar más baja en comparación con las configuraciones S1 y S2.

La respuesta de ROC para cada movimiento de la configuración S3 se muestra en la Figura 8.6, utilizando validación cruzada LOSO. Una línea de diferente color representa la curva ROC de cada sujeto de prueba en una iteración de validación.

configuración de MIMUs	Redundancias			
	Movimiento 1	Movimiento 2	Movimiento 3	Global
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	41	30	95	59
1, 2, 4, 8, 9, 11, 13, 15	9	6	19	14
1, 2, 7, 8, 9, 11, 13, 15 12 8 20 14	12	8	20	14
1, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 15	12	9	20	19

Tabla 8.7: Se obtuvieron redundancias de las tres configuraciones óptimas (S1, S2 y S3) para los tres movimientos evaluados y de forma global.

La línea azul gruesa indica el rendimiento promedio al evaluar los sujetos de entrenamiento. Esto incluye todos los sujetos considerados en el movimiento excepto el sujeto de prueba. Cada iteración implica el uso de datos de un sujeto diferente como conjunto de prueba. Esto ilustra cómo los cambios en el conjunto de entrenamiento de sujetos afectan el resultado del clasificador y la capacidad de generalizar resultados para diferentes sujetos de prueba.

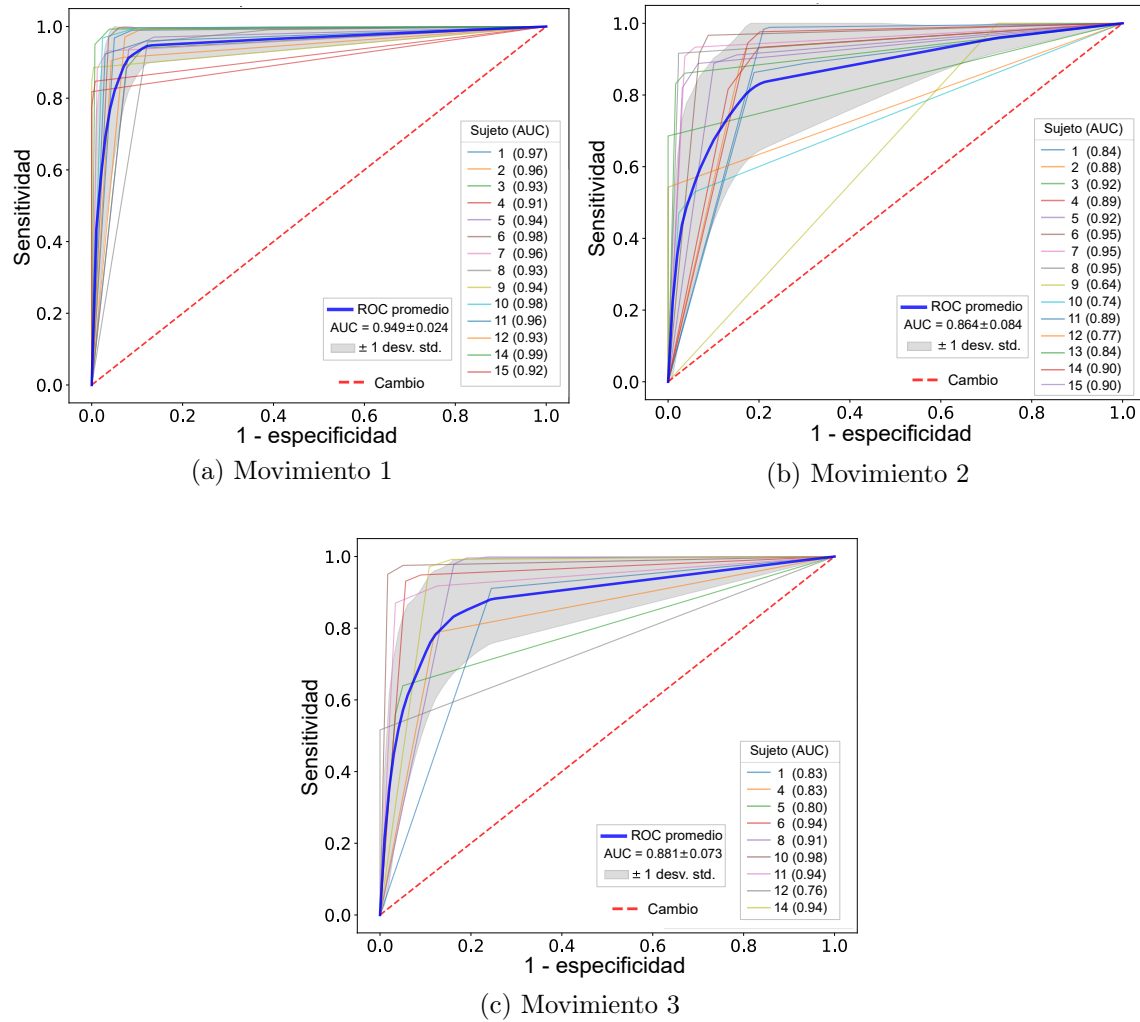


Figura 8.6: Las curvas ROC para la configuración S3, que incluye MIMU1, MIMU6, MIMU7, MIMU8, MIMU9, MIMU11, MIMU13 y MIMU15, se generaron mediante validación cruzada LOSO. Estas curvas muestran la realización de los movimientos en flexión anterior de la cadera, flexión lateral del tronco y rotación axial del tronco. Cada iteración está representada por una línea delgada de color etiquetada como Sujeto N, mientras que la línea azul gruesa etiquetada como ROC promedio muestra el rendimiento promedio del conjunto de entrenamiento.

Capítulo 9

Discusión

Este trabajo tiene como objetivo identificar la configuración ergonómica óptima del sistema presentado en [4]; El sistema consta de dieciséis unidades de medición magnética e inercial (MIMU) para la evaluación clínica de la movilidad de la columna en reumatología, ortopedia y rehabilitación. El sistema reveló una alta repetibilidad y confiabilidad en la evaluación de la columna con seis movimientos aplicados: movimiento 1 - Flexión anterior de la cadera; movimiento 2- flexiones laterales del tronco; movimiento 3 - rotación axial del tronco; movimiento 4: rotación axial cervical; movimiento 5 - flexión/extensión cervical; movimiento 6 - flexión lateral cervical.

Se implementó una base de datos con los tres movimientos que involucran la columna torácica y lumbar (movimiento 1 a 3) de 15 sujetos sanos, que participaron en un estudio realizado previamente. Se utilizaron estos tres movimientos para encontrar la configuración de sensores que contiene la mayor información de la movilidad, ya que para evaluar estos movimientos se utiliza el mayor número de unidades, de la MIMU1 a la MIMU15.

Se realizó una búsqueda y evaluación exhaustiva de diseños de sensores para llevar a cabo una selección de características envolvente para identificar la combinación óptima. Como vectores de características se consideraron los rangos de movimientos de la base de datos implementada, los cuales describen las posturas de los participantes en los diferentes movimientos. Y para la evaluación de los diseños se entrenaron y validaron los siguientes clasificadores: RL, NB, SVM y KNN.

Para la generación de configuraciones se desarrollaron dos métodos: i) el método restringido (CM), el cual consideró 326 diseños y se validaron a través de una validación cruzada LOSO; ii) el método no restringido (UM) consideró 32,276 configuraciones, las cuales fueron validadas con el 30% de los datos de los participantes.

La optimización UM considera todas las combinaciones posibles que se pueden formar con 15 sensores disponibles. Sin embargo, aunque algunas configuraciones funcionan bien para discernir entre posturas, es posible que la configuración no considere sensores de las tres regiones de la columna, excluyendo posiblemente regiones especí-

ficas de la columna. Por otro lado, el enfoque CM garantiza generar configuraciones con sensores colocados manualmente en puntos específicos a lo largo de la columna, aunque su rendimiento de clasificación promedio es menor que el rendimiento del método no restringido.

La metodología de validación cruzada LOSO, aplicada a configuraciones restringidas, es una estimación más robusta y precisa del rendimiento de los diseños del sistema que la validación entrenamiento y validación con 70 % y 30 % de los datos, ya que todos los datos del sujeto se consideran una vez para las pruebas [80, 81]. Además, la validación cruzada LOSO es especialmente útil para evaluar la generalización entre sujetos. Sin embargo, el principal inconveniente es el alto costo computacional, ya que el número de iteraciones a realizar aumenta con el número de sujetos.

Se utilizaron cuatro clasificadores, dos algoritmos paramétricos: 1) RL y 2) NB; y dos algoritmos no paramétricos: 3) SVM y 4) KNN. La Tabla 8.5 muestra mejores métricas de clasificación con los algoritmos no paramétricos en cada movimiento. Dado que los métodos paramétricos se centran en ajustar algunos parámetros para modelar la distribución de probabilidad de densidad de donde provienen los datos, la densidad elegida podría ser un modelo de distribución deficiente, lo que daría como resultado un rendimiento predictivo bajo. Los métodos no paramétricos aprenden libremente cualquier forma funcional a partir de los datos de entrenamiento, ya que no hacen suposiciones sólidas sobre la forma de la función de mapeo. Las desventajas de los métodos anteriores son el aprendizaje lento y el cálculo costoso.

Dado que esta metodología pretende encontrar una configuración única que permita discriminar las posturas de los movimientos propuestos (flexión anterior de cadera, flexión lateral del tronco y rotación axial del tronco), en la Tabla 8.6 se muestran las configuraciones más confiables con el MR considerando los valores de AUC. Las configuraciones S1, S2 y S3, que constan de ocho sensores, permite una evaluación integral de la columna vertebral del participante con solo los sensores necesarios en la espalda, utilizando los sensores descartados (siete) para evaluar otras articulaciones como rodillas y hombros que no se pueden evaluar con los sistemas disponibles utilizados en estudios anteriores.

Otra limitación de este estudio es que las señales obtenidas de la rotación axial del tronco presentan movimientos erráticos de deslizamiento de los sensores debido a la deformación de la piel durante los ejercicios, lo que puede afectar la clasificación del rendimiento para este movimiento. Como se ve en la Tabla 8.2 donde se describe el número de instancias de la base de datos de posturas en sujetos sanos, después de un análisis exploratorio de los datos se tuvo que eliminar la información del movimiento 3 de 6 sujetos.

Dado que algunos sensores presentan señales erráticas con alta variabilidad, que pueden considerarse aleatorias, se espera que esta información sea de poca utilidad para fines de discriminación mediante técnicas de aprendizaje automático. Esto implica que la optimización tiende a descartarlos de las configuraciones de mejor rendimiento. Por este motivo, se realizó un gran esfuerzo en la calibración de los magnetómetros

y la optimización de la estimación de la orientación. Dichas mejoras han sido implementadas para el desarrollo de la base de datos en pacientes con espondilitis, la cual sigue en proceso.

En cualquier caso, es necesario continuar el estudio con una mejor configuración de posicionamiento de los sensores, como la presentada por Molnar et al. [16], donde los sensores se colocaron en ambos lados de la columna con menos desplazamiento de la piel. La aplicación de esta metodología allanará el camino para diseñar sistemas específicos para trastornos musculoesqueléticos particulares o incluso afecciones neurológicas y regiones o movimientos anatómicos específicos.

Como hallazgo final destacable de esta metodología, en comparación con los sistemas wearable disponibles, el presente estudio permite encontrar el número mínimo de sensores necesarios para obtener una evaluación objetiva de la columna, proporcionando información más completa sobre la biomecánica de la movilidad de la columna del paciente; allanando el camino para el diseño de instrumentos específicos para aplicaciones clínicas.

Capítulo 10

Conclusiones

Este trabajo es un esfuerzo por identificar el mejor diseño de sensores de un sistema vestibular de captura de movimiento basado en 16 MIMUs para la evaluación de la movilidad de la columna. Se realiza una búsqueda combinatorial de configuraciones de sensores, con el fin de identificar la óptima, es decir, la configuración con menor número de sensores que siga proporcionando una evaluación objetiva e integral de la movilidad de la columna en sujetos sanos.

A través de una metodología basada en cuatro clasificadores de aprendizaje automatizado (SVM, NB, RL y KNN), se evalúa el desempeño de las configuraciones de sensores para identificar las posturas de los sujetos en los siguientes movimientos: Flexión frontal de la cadera (Mov.1), flexión lateral de la cadera (Mov.2) y rotación axial del tronco (Mov.3). Se utilizó un estudio previo realizado a 15 participantes sanos para implementar una base de datos de posturas, la cual fue utilizada para el entrenamiento y validación de los algoritmos.

El estudio reveló que para evaluar la movilidad de la columna de forma objetiva y proporcionar información completa sobre la biomecánica del paciente se puede utilizar una configuración de ocho MIMUs: MIMU1, MIMU6, MIMU7, MIMU8, MIMU9, MIMU11, MIMU13 y MIMU15. Dicho diseño de sensores tiene una exactitud para discernir entre posturas de: 0.949, 0.864 y 0.881 para los Mov.1 a Mov.3, respectivamente. Discriminando cuando el sujeto está erguido o flexionado Mov.1, flexionado a la izquierda o a la derecha en Mov.2 y rotado a la derecha o a la izquierda en Mov.3.

Al utilizar únicamente los sensores necesarios en la espalda del paciente, el sistema puede obtener la información suficiente para asistir a un diagnóstico más preciso, objetivo y oportuno. Adicionalmente, los sensores que no fueron seleccionados podrían emplearse para el seguimiento de la movilidad de las extremidades inferiores, ya que hemos observado en participantes con espondilitis que realizan movimientos compensatorios que serían interesantes incluir en el análisis.

Hasta ahora se ha implementado una base de datos de posturas de 12 sujetos con

espondilitis, con la cual podría replicarse la metodología de este trabajo y contribuir al diseño del sistema como dispositivo médico que asista al diagnóstico. Esto podría allanar el camino para el diseño de instrumentos más eficaces que los sistemas vestibles disponibles actualmente.

Referencias

- [1] O. Sangha. “Epidemiology of rheumatic diseases”. En: *Rheumatology* 39.suppl₂ (dic. de 2000), págs. 3-12. ISSN: 1462-0324. DOI: 10.1093/rheumatology/39.suppl_2.3.
- [2] Ingris Peláez-Ballestas et al. “Epidemiology of the rheumatic diseases in Mexico. A study of 5 regions based on the COPCORD methodology”. En: *The Journal of Rheumatology Supplement* 86 (2011), págs. 3-8.
- [3] Anthony D Woolf y Bruce Pfleger. “Burden of major musculoskeletal conditions”. En: *Bulletin of the world health organization* 81.9 (2003), págs. 646-656.
- [4] Adriana Martínez-Hernández et al. “A Wearable System Based on Multiple Magnetic and Inertial Measurement Units for Spine Mobility Assessment: A Reliability Study for the Evaluation of Ankylosing Spondylitis”. En: *Sensors* 22.4 (2022), pág. 1332.
- [5] M1 Rudwaleit et al. “The development of Assessment of SpondyloArthritis international Society classification criteria for axial spondyloarthritis (part I): classification of paper patients by expert opinion including uncertainty appraisal.” En: *Annals of the rheumatic diseases* 68.6 (2009), págs. 777-783.
- [6] Cleveland Clinic medical. *What is Sacroiliitis?* Ago. de 2023. URL: <https://my.clevelandclinic.org/health/diseases/17736-sacroiliitis>.
- [7] Cleveland Clinic medical. *Cervical spine*. 2022. URL: <https://my.clevelandclinic.org/health/articles/22278-cervical-spine>.
- [8] Cleveland Clinic medical. *What is Sacroiliitis?* Ago. de 2023. URL: <https://my.clevelandclinic.org/health/diseases/17736-sacroiliitis>.
- [9] J Sieper et al. “The Assessment of SpondyloArthritis international Society (ASAS) handbook: a guide to assess spondyloarthritis”. En: *Annals of the rheumatic diseases* 68.Suppl 2 (2009), págs. ii1-ii44.
- [10] N Lemeunier et al. “Reliability and validity of clinical tests to assess posture, pain location, and cervical spine mobility in adults with neck pain and its associated disorders: Part 4. A systematic review from the cervical assessment and diagnosis research evaluation (CADRE) collaboration”. En: *Musculoskeletal Science and Practice* 38 (2018), págs. 128-147.
- [11] Tim R Jenkinson et al. “Defining spinal mobility in ankylosing spondylitis (AS). The Bath AS Metrology Index.” En: *The Journal of rheumatology* 21.9 (1994), págs. 1694-1698.

- [12] J Haxby Abbott et al. “Manual physical assessment of spinal segmental motion: intent and validity”. En: *Manual Therapy* 14.1 (2009), págs. 36-44.
- [13] Rafael Raya et al. “An inexpensive and easy to use cervical range of motion measurement solution using inertial sensors”. En: *Sensors* 18.8 (2018), pág. 2582.
- [14] Azin Fathi y Kevin Curran. “Detection of spine curvature using wireless sensors”. En: *Journal of King Saud University-Science* 29.4 (2017), págs. 553-560.
- [15] Hanne Leirbekk Mjøsdund et al. “Clinically acceptable agreement between the ViMove wireless motion sensor system and the Vicon motion capture system when measuring lumbar region inclination motion in the sagittal and coronal planes”. En: *BMC musculoskeletal disorders* 18.1 (2017), págs. 1-9.
- [16] Marco Molnar et al. “A method for lower back motion assessment using wearable 6D inertial sensors”. En: *2018 21st International Conference on Information Fusion (FUSION)*. IEEE. 2018, págs. 799-806.
- [17] I Concepción Aranda-Valera et al. “Measuring spinal mobility using an inertial measurement unit system: a validation study in axial spondyloarthritis”. En: *Diagnostics* 10.6 (2020), pág. 426.
- [18] Megan O’Grady et al. “Measuring spinal mobility using an inertial measurement unit system: a reliability study in axial spondyloarthritis”. En: *Diagnostics* 11.3 (2021), pág. 490.
- [19] Philip V Gardiner et al. “Validity and reliability of a sensor-based electronic spinal mobility index for axial spondyloarthritis”. En: *Rheumatology* 59.11 (2020), págs. 3415-3423.
- [20] Luca Franco et al. “A novel IMU-based clinical assessment protocol for Axial Spondyloarthritis: A protocol validation study”. En: *PeerJ* 9 (2021), e10623.
- [21] Laura Punnett et al. “A conceptual framework for integrating workplace health promotion and occupational ergonomics programs”. En: *Public Health Reports* 124.4_suppl1 (2009), págs. 16-25.
- [22] Leandro Donisi et al. “Wearable Sensors and Artificial Intelligence for Physical Ergonomics: A Systematic Review of Literature”. En: *Diagnostics* 12.12 (2022), pág. 3048.
- [23] Catherine M White. “Ergonomics: What is it?” En: *The Bent of Tau Beta Pi* (2008), págs. 24-27.
- [24] Jennifer L Martin et al. “Capturing user requirements in medical device development: the role of ergonomics”. En: *Physiological measurement* 27.8 (2006), R49.
- [25] Jennifer L Martin et al. “Medical device development: The challenge for ergonomics”. En: *Applied ergonomics* 39.3 (2008), págs. 271-283.
- [26] Neville Anthony Stanton et al. *Handbook of human factors and ergonomics methods*. CRC press, 2004.
- [27] Patrik Neumann. *Inventory of tools for ergonomic evaluation*. Arbetslivsinstitutet, förlagstjänst Stockholm, Sweden, 2006.
- [28] Swathikan Chidambaram et al. “Using artificial intelligence-enhanced sensing and wearable technology in sports medicine and performance optimisation”. En: *Sensors* 22.18 (2022), pág. 6920.

- [29] Darius Nahavandi et al. "Application of artificial intelligence in wearable devices: Opportunities and challenges". En: *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 213 (2022), pág. 106541.
- [30] Ekaterina Svertoka et al. "Wearables for industrial work safety: A survey". En: *Sensors* 21.11 (2021), pág. 3844.
- [31] Mario H Cardiel. "Present and future of rheumatic diseases in Latin America. Are we prepared to face them?" En: *Reumatología Clínica (English Edition)* 5.7 (2011), págs. 279-280.
- [32] Jürgen Braun y Joachim Sieper. "Ankylosing spondylitis". En: *The Lancet* 369.9570 (2007), págs. 1379-1390.
- [33] Ernst Feldtkeller et al. "Age at disease onset and diagnosis delay in HLA-B27 negative vs. positive patients with ankylosing spondylitis". En: *Rheumatology international* 23 (2003), págs. 61-66.
- [34] A Saraux et al. "Prevalence of rheumatoid arthritis and spondyloarthropathy in Brittany, France. Société de Rhumatologie de l'ouest." En: *The Journal of rheumatology* 26.12 (1999), págs. 2622-2627.
- [35] Nurullah Akkoc y Muhammad Asim Khan. "Epidemiology of ankylosing spondylitis and related spondyloarthropathies". En: *Ankylosing spondylitis and the spondyloarthropathies*. Elsevier, 2006, págs. 117-131.
- [36] Gunnstein Bakland, Hans C Nossent y Jan T Gran. "Incidence and prevalence of ankylosing spondylitis in Northern Norway". En: *Arthritis Care & Research: Official Journal of the American College of Rheumatology* 53.6 (2005), págs. 850-855.
- [37] Ingris Peláez-Ballestas et al. "A community-based study on the prevalence of spondyloarthritis and inflammatory back pain in Mexicans". En: *JCR: Journal of Clinical Rheumatology* 19.2 (2013), págs. 57-61.
- [38] Rubén Burgos-Vargas e Ingris Peláez-Ballestas. "Epidemiology of spondyloarthritis in México". En: *The American Journal of the Medical Sciences* 341.4 (2011), págs. 298-300.
- [39] MH Cardiel y J Rojas-Serrano. "Community based study to estimate prevalence, burden of illness and help seeking behavior in rheumatic diseases in Mexico City. A COPCORD study". En: *Clinical and experimental rheumatology* 20.5 (2002), págs. 617-624.
- [40] Daniel Roetenberg, Henk Luinge, Per Slycke et al. "Xsens MVN: Full 6DOF human motion tracking using miniature inertial sensors". En: *Xsens Motion Technologies BV, Tech. Rep* 1 (2009), págs. 1-7.
- [41] Frank J Wouda et al. "Estimation of full-body poses using only five inertial sensors: an eager or lazy learning approach?" En: *Sensors* 16.12 (2016), pág. 2138.
- [42] Jack H Geissinger y Alan T Asbeck. "Motion inference using sparse inertial sensors, self-supervised learning, and a new dataset of unscripted human motion". En: *Sensors* 20.21 (2020), pág. 6330.
- [43] Nikolaus F Troje. "Decomposing biological motion: A framework for analysis and synthesis of human gait patterns". En: *Journal of vision* 2.5 (2002), págs. 2-2.

- [44] Terence David Sanger. “Human arm movements described by a low-dimensional superposition of principal components”. En: *Journal of Neuroscience* 20.3 (2000), págs. 1066-1072.
- [45] Alla Safonova, Jessica K Hodgins y Nancy S Pollard. “Synthesizing physically realistic human motion in low-dimensional, behavior-specific spaces”. En: *ACM Transactions on Graphics (ToG)* 23.3 (2004), págs. 514-521.
- [46] Loren Arthur Schwarz, Diana Mateus y Nassir Navab. “Discriminative human full-body pose estimation from wearable inertial sensor data”. En: *Modelling the Physiological Human: 3D Physiological Human Workshop, 3DPH 2009, Zermatt, Switzerland, November 29–December 2, 2009. Proceedings*. Springer. 2009, págs. 159-172.
- [47] Gerard Pons-Moll et al. “Multisensor-fusion for 3d full-body human motion capture”. En: *2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE. 2010, págs. 663-670.
- [48] Abiola A Akanmu et al. “Cyber-physical postural training system for construction workers”. En: *Automation in construction* 117 (2020), pág. 103272.
- [49] Ilaria Conforti et al. “Measuring biomechanical risk in lifting load tasks through wearable system and machine-learning approach”. En: *Sensors* 20.6 (2020), pág. 1557.
- [50] Liuxing Tsao, Lefei Li y Liang Ma. “Human work and status evaluation based on wearable sensors in human factors and ergonomics: A review”. En: *IEEE transactions on human-machine systems* 49.1 (2018), págs. 72-84.
- [51] Emily S Matijevich, Peter Volgyesi y Karl E Zelik. “A promising wearable solution for the practical and accurate monitoring of low back loading in manual material handling”. En: *Sensors* 21.2 (2021), pág. 340.
- [52] Leandro Donisi et al. “Work-related risk assessment according to the revised NIOSH lifting equation: A preliminary study using a wearable inertial sensor and machine learning”. En: *Sensors* 21.8 (2021), pág. 2593.
- [53] Jose Manjarres et al. “Physical workload tracking using human activity recognition with wearable devices”. En: ().
- [54] Vincenzo Genovese y Angelo Maria Sabatini. “Differential compassing helps human–robot teams navigate in magnetically disturbed environments”. En: *IEEE Sensors Journal* 6.5 (2006), págs. 1045-1046.
- [55] Jiancheng Fang et al. “A novel calibration method of magnetic compass based on ellipsoid fitting”. En: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 60.6 (2011), págs. 2053-2061.
- [56] Talat Ozyagcilar. “Calibrating an ecompass in the presence of hard and soft-iron interference”. En: *Freescall Semiconductor Ltd* (2012), págs. 1-17.
- [57] Wonmo Koo, Sangkyung Sung y Young Jae Lee. “Error calibration of magnetometer using nonlinear integrated filter model with inertial sensors”. En: *IEEE Transactions on Magnetics* 45.6 (2009), págs. 2740-2743.
- [58] Donghui Liu et al. “Simplified ellipsoid fitting-based magnetometer calibration for pedestrian dead reckoning”. En: *China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2016 Proceedings: Volume II*. Springer. 2016, págs. 473-486.

- [59] I InvenSense. “MPU 9250 Product Specification Revision 11”. En: *InvenSense. Sensing everything* (2016).
- [60] Shaghayegh Zihajehzadeh et al. “A cascaded two-step Kalman filter for estimation of human body segment orientation using MEMS-IMU”. En: *2014 36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. IEEE. 2014, págs. 6270-6273.
- [61] Manon Kok, Jeroen D Hol y Thomas B Schön. “Using inertial sensors for position and orientation estimation”. En: *arXiv preprint arXiv:1704.06053* (2017).
- [62] Daniel Roetenberg et al. “Compensation of magnetic disturbances improves inertial and magnetic sensing of human body segment orientation”. En: *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering* 13.3 (2005), págs. 395-405.
- [63] Angelo M Sabatini. “Quaternion-based extended Kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing”. En: *IEEE transactions on Biomedical Engineering* 53.7 (2006), págs. 1346-1356.
- [64] Xiaoping Yun y Eric R Bachmann. “Design, implementation, and experimental results of a quaternion-based Kalman filter for human body motion tracking”. En: *IEEE transactions on Robotics* 22.6 (2006), págs. 1216-1227.
- [65] Christopher M Bishop y Nasser M Nasrabadi. *Pattern recognition and machine learning*. Vol. 4. 4. Springer, 2006.
- [66] Jung Keun Lee, Edward J Park y Stephen N Robinovitch. “Estimation of attitude and external acceleration using inertial sensor measurement during various dynamic conditions”. En: *IEEE transactions on instrumentation and measurement* 61.8 (2012), págs. 2262-2273.
- [67] Henk J Luinge y Peter H Veltink. “Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscopes and accelerometers”. En: *Medical and Biological Engineering and computing* 43 (2005), págs. 273-282.
- [68] National Centers for Environmental Information (NCEI). *Earth’s magnetic field calculators - instructions: NCEI*. Jul. de 2006. URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/magfield.shtml>.
- [69] Naoual El Aboudi y Laila Benhlima. “Review on wrapper feature selection approaches”. En: *2016 International Conference on Engineering & MIS (ICEMIS)*. IEEE. 2016, págs. 1-5.
- [70] Huan Liu y Lei Yu. “Toward integrating feature selection algorithms for classification and clustering”. En: *IEEE Transactions on knowledge and data engineering* 17.4 (2005), págs. 491-502.
- [71] Lei Yu y Huan Liu. “Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy”. En: *The Journal of Machine Learning Research* 5 (2004), págs. 1205-1224.
- [72] Manoranjan Dash y Huan Liu. “Feature selection for classification”. En: *Intelligent data analysis* 1.1-4 (1997), págs. 131-156.
- [73] Vipin Kumar y Sonajharia Minz. “Feature selection: a literature review”. En: *SmartCR* 4.3 (2014), págs. 211-229.
- [74] Avrim L Blum y Pat Langley. “Selection of relevant features and examples in machine learning”. En: *Artificial intelligence* 97.1-2 (1997), págs. 245-271.
- [75] Jan R Magnus y Heinz Neudecker. *Matrix differential calculus with applications in statistics and econometrics*. John Wiley & Sons, 2019.

- [76] Daniel Jurafsky y James H Martin. “Speech and Language Processing: An introduction to speech recognition, computational linguistics and natural language processing”. En: *Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall* (2008).
- [77] Shiliang Sun y Rongqing Huang. “An adaptive k-nearest neighbor algorithm”. En: *2010 seventh international conference on fuzzy systems and knowledge discovery*. Vol. 1. IEEE. 2010, págs. 91-94.
- [78] Kilian Q Weinberger y Lawrence K Saul. “Distance metric learning for large margin nearest neighbor classification.” En: *Journal of machine learning research* 10.2 (2009).
- [79] Francesc J Ferri et al. “Comparative study of techniques for large-scale feature selection”. En: *Machine intelligence and pattern recognition*. Vol. 16. Elsevier, 1994, págs. 403-413.
- [80] Alok Kumar Chowdhury et al. “Physical activity recognition using posterior-adapted class-based fusion of multiaccelerometer data”. En: *IEEE journal of biomedical and health informatics* 22.3 (2017), págs. 678-685.
- [81] Davoud Gholamiangonabadi, Nikita Kiselov y Katarina Grolinger. “Deep neural networks for human activity recognition with wearable sensors: Leave-one-subject-out cross-validation for model selection”. En: *Ieee Access* 8 (2020), págs. 133982-133994.

Índice alfabético

espondiloartritis, 19

articulación axial, 16

articulación sacroilíaca, 16

columna cervical, 16

columna vertebral, 16

conicoide, 35

cónica, 35

dead-reckoning, 39

deriva de integración, 38

eigenvalores, 35

eigenvectores, 35

enfermedades reumáticas, 15

entesis, 16

ergonomía, 18

ergonomía física, 18

interferencias duras, 33

interferencias suaves, 33

lumbalgia, 15

marco, 39

marco de navegación, 39

marco del sensor, 39

matriz definida positiva, 34

pose, 38

sensores inerciales, 17

sinde smofitos, 16

trastornos musculoesqueléticos, 18