Universidad Nacional Autónoma de México
PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES EN PSICOLOGÍA

ESTUDIO DE CASO SOBRE LA MEDIACIÓN DOCENTE DURANTE LA PARTICIPACIÓN DE PREESCOLARES EN LA ACTIVIDAD NUMÉRICA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
ESPECIALISTA EN PSICOLOGÍA ESCOLAR Y ASESORÍA PSICOEDUCATIVA

P R E S E N T A

KAREN ELIZABETH JAIMES LÓPEZ

DIRECTOR
MTRO. JAVIER ALATORRE RICO
FACULTAD DE PSICOLOGÍA, UNAM

COMITÉ

DRA. RINA MARÍA MARTÍNEZ ROMERO
FACULTAD DE PSICOLOGÍA, UNAM

DRA. FRYDA DÍAZ BARRIGA ARCEO
FACULTAD DE PSICOLOGÍA, UNAM

DR. EDMUNDO ANTONIO LÓPEZ BANDA
FACULTAD DE PSICOLOGÍA, UNAM

MTRA. YARENI ANNALIE DOMÍNGUEZ DELGADO
COORDINACIÓN DE UNIVERSIDAD ABIERTA, INNOVACIÓN EDUCATIVA Y EDUCACIÓN A DISTANCIA, UNAM

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2024

Dedicado al CENDI Granada; en especial a las maestras Carmen, Adriana y Berenice. A los niños Ángel, Nashla, Valentina R., Cristopher, Sofía, Naomi, Marely, Daniela, Salvador, Brandon S., Aline, Fernanda, Maciel, Iker, Kalhi y Brandon J., de la generación 2011.

Sin su esfuerzo y compromiso nada hubiera sido posible.

Agradecimientos

Este trabajo de investigación es el reto más grande que he enfrentado tanto académica como personalmente; cada página ha sido elaborada de forma artesanal en medio de un sinfín de esfuerzos, emociones e historias.

Por ello agradezco a:

-La UNAM y a sus profesores, por fomentar en mí un espíritu de servicio a la sociedad, de responsabilidad, ética y compromiso con mi profesión.

-Al Mtro. Javier Alatorre Rico, por mostrarme en cada momento el camino hacia la verdad a través de su obstinado amor por la Psicología Educativa.

-A mis compañeras y amigas del CENDI, por su complicidad, esfuerzo, profesionalismo e incansable lucha de superación.

Finalmente, agradezco de forma especial a:

-Mis terapeutas Gis y Vane, por ayudarme a develar mi realidad y ofrecerme herramientas indispensables para la vida y en particular para este proyecto. A Nicolás, por guiarme, apoyarme e impulsarme académicamente en la última etapa de este trabajo.

-Mis amigos Omar y Darío por acompañarnos, aceptarnos y reconocernos en cada etapa durante más de la mitad de nuestras vidas. A Sil, Eri, Clau y Ari, por transformar mi concepto de amistad e impulsarme a través del amor para lograr ésta y muchas metas más.

-A Gus, por sumar a nuestra colección de recuerdos y por mostrarme el camino hacia el amor propio y la *magia* de la $\Delta\delta \equiv \frac{\delta Q}{T}$

-A mi mamá, mi abuelita, mi hermana y mi sobrina por su apoyo y esfuerzo desmedido durante cada momento de este proceso y en toda mi vida. Por su paciencia, confianza, cariño, esmero, aliento y amor.

-A mi Abuelito, por confiar en mí hasta el último momento de su vida. Por sembrar en mi corazón voluntad, perseverancia y amor genuino.

Por siempre: Gracias

ÍNDICE

Lista de tablas y figuras

Tablas

Figuras

Lista de anexos

RESUMEN

El bajo rendimiento académico de los estudiantes mexicanos en la materia de Matemáticas ha prevalecido en las últimas décadas, condición que impacta en el rendimiento escolar y desempeño futuro. La acción docente influye directamente en la mejora del rendimiento académico y las actividades numéricas societales son una estrategia psicopedagógica con eficacia probada. El objetivo fue evaluar el impacto de los procesos mediacionales en actividades societales y comprender su constitución, funcionamiento e influencia en el rendimiento de estudiantes preescolares. Se empleó un diseño mixto. Durante tres años y al mismo tiempo, se recabaron cuatro evaluaciones cuantitativas mediante una prueba de rendimiento matemático tanto en el grupo de comparación como en el de intervención; y 43 actividades societales utilizando una videocámara y bitácora en el grupo de intervención. Se encontró que la implementación de actividades societales mejoró el rendimiento académico matemático en el grupo de intervención en comparación con el otro grupo ($Z = -3.633$; $p \leq 0.000$). También se encontró que la docente media la participación del niño en la actividad matemática a través del uso de seis dispositivos de acción simbólica que funcionan de forma diversa, dinámica, compleja, multidireccional, estratégica y recursiva; de tal manera que la mediación docente se coloca en el centro de la acción educativa para significar los contextos matemáticos e impulsar un pensamiento complejo orientado a la solución de problemas de índole cotidiano. Esto revela la necesidad educativa de emplear actividades societales mediadas por el docente para mejorar el futuro académico de los estudiantes.

Palabras clave: pensamiento matemático, actividad societal, mediación docente/procesos mediacionales/ZDP/mediación/andamiaje, preescolares.

ABSTRACT

The low academic performance of Mexican students in Mathematics courses has prevailed in recent decades, such condition impacts school performance and future proficiency. Teacher action directly impacts the improvement of academic performance and the societal numerical activities constitute a psycho-pedagogical strategy with a proven effectiveness. The objective was to evaluate the impact of mediational processes in societal activities and understand their constitution, operation, and influence on the performance of preschool students. A mixed design was used. For 3 years and at the same time, 4 quantitative evaluations were collected through a mathematical performance test in both, the comparison and intervention groups; and 43 societal activities through the employing a video camera and binnacle of records in the intervention group. It was found that the implementation of societal activities improved mathematical-academic throughput in the intervention group compared to the other group ($Z = -3.633$; $p \leq 0.000$). It was also identified that, the teacher mediated children´s participation in the mathematical activity through the use of six symbolic action mechanisms that operate in a diverse, dynamic, complex, multidirectional, strategic, and recursive way; in such a way that, the teacher mediation is placed at the center of the educational action for signifying mathematical contexts and propelling complex thinking aimed at solving everyday issues. This discloses the educational necessity of using teacher-mediated societal activities for improving the student´s academic future.

Keywords: Mathematical thinking, societal activity, teacher-mediation/mediational processes/ZPD/mediation/scaffolding, preschoolers.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se coloca en el marco de la Reforma 2005 al interior de la SEP y su subsecuente impacto institucional derivado de uno de los problemas del contexto educativo mexicano que ha aquejado al país durante las últimas décadas: el bajo rendimiento del aprendizaje de las matemáticas, resultados que se han mantenido de forma constante por más de diez años. En este contexto se reconoce al docente y su mediación como uno de los factores fundamentales para la mejora educativa.

Así que en el desarrollo del presente documento, el **capítulo uno** está destinado resaltar la importancia mundial sobre el desarrollo de capacidades complejas de pensamiento para enfrentar las problemáticas de la vida cotidiana, además de exponer los resultados de las evaluaciones tanto nacionales como internacionales del aprendizaje matemático en México. Finalmente se exponen las iniciativas nacionales para encausar una mejora ante esta problemática.

En el **capítulo dos** se reconoce la naturaleza social de las matemáticas y el número, además se construyen los argumentos de develan el origen social de las capacidades de orden superior, como el pensamiento.

Se ha destinado el **capítulo tres** para ubicar tanto conceptual como metodológicamente al objeto de estudio de la presente investigación, que, como se describirá más adelante, pertenece a un proyecto de investigación con más de 18 años de esfuerzo investigativo.

Puesto que el diseño metodológico de esta investigación incluye tanto un componente cuantitativo como un componente cualitativo; el **capítulo cuatro** muestra tanto las decisiones metodológicas como los resultados cuantitativos de este estudio. Explicitando el impacto que tiene la implementación de situaciones societales para el desarrollo del pensamiento matemático.

Durante el **capítulo cinco** se exponen tanto la perspectiva cualitativa como los hallazgos alrededor de los procesos mediacionales en la actividad numérica. Se comprenden todos los elementos del modelo general de mediación docente que se propone en este trabajo, por lo que se describe tanto su composición como su funcionamiento.

Finalmente, el **capítulo seis** recupera las ideas fundamentales sobre los hallazgos en un intento de concentrar y conceptualizarles. Además de develar las implicaciones, limitaciones y aprendizajes personales que trajo consigo la investigación de este objeto de estudio.

1. EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN MÉXICO

"…las matemáticas, uno de los conocimientos más valorado y necesario en las sociedades modernas, es, a la vez, uno de los más inaccesibles para la mayoría de la población"

Carmen Gómez Granell

Es importante conocer las condiciones mundiales actuales y su impacto en la educación; incluyendo la *nueva* mira de dominios de conocimiento como las Matemáticas, además del *rol* de los agentes educativos, en especial del cuerpo docente. Aspectos que entretejen el primer abordaje del presente capítulo.

La esencia del segundo apartado consiste en mostrar cómo las estadísticas sobre el desarrollo de la educación tanto a nivel nacional como internacional, ha generado una tendencia universal hacia la democratización de la educación, evidenciado el punto coincidente entre lo que la sociedad actual demanda de los estudiantes y lo que en realidad se obtiene.

Finalmente, en el último espacio se enfatiza en las decisiones gubernamentales e institucionales que han surgido como respuesta ante los resultados de evaluaciones de logro académico y las demandas de la sociedad actual; donde países como México han elaborado reformas educativas que pretenden igualar las oportunidades de acceso a la educación (United Nactions Educational, Scientific and Cultural Organization [UNESCO], 1990). Además, con base en la velocidad de los cambios sociales y la necesidad por parte de las escuelas para transformarse al mismo ritmo que la sociedad; se plantea una iniciativa que puede ayudar a mejorar las condiciones de aprendizaje, sobre todo, en nuestro país.

1.1 Exigencias culturales, laborales y estudiantiles tras la globalización

Hoy en día es imposible negar la transformación mundial en las estructuras económicas, políticas, sociales y culturales de cada país. Existe novedad en cuanto a la organización del mundo, lo que se produce, cómo se difunde el conocimiento y en la forma en que se relacionan las comunidades entre sí.

Rizvi (2017) afirma que a lo largo de los tres últimos decenios se pueden detectar dos acontecimientos históricos que han impulsado los procesos de globalización; por un lado, el colapso del bloque soviético simbolizado más visiblemente por la caída del Muro de Berlín que ha transformado la ideología sobre el intercambio económico, político y cultural en términos de mercado; provocando que éstos también se estén haciendo globales (Vargas, 2017). El segundo acontecimiento histórico que ha impulsado la globalización se centra en los avances de la tecnología de la información y la comunicación, mismos que inciden directamente sobre la humanidad y sobre el flujo del capital mundial (Rizvi, 2017).

Basta con detenerse un poco para observar que la cotidianidad humana está envuelta en prácticas sociales cada vez más complejas. Ahora, la comunicación entre las personas es más rápida, menos costosa y la mayoría de las veces está mediatizada por aparatos digitales (González & Weinstein, 2006). La utilización generalizada de estos instrumentos ha producido innovaciones en términos de telemática y conectividad digital; así, el tratamiento de un envolvente volumen de datos obtenidos vía satélite que están unidos a una única fuente centralizada de información, los progresos de la inteligencia artificial y realidad aumentada, las impresoras 3D, la recreación holográfica, la transcripción instantánea, los programas informáticos de reconocimiento de voz y gestos, e incluso la gestión de aparatos electrodomésticos a través de los dispositivos móviles; son ejemplos de cuán novedoso y complejo es nuestro alrededor puesto que ante cada producto, servicio e incluso creación, predomina una interconexión entre las Ciencias Sociales, Naturales y las denominadas Ciencias Exactas, entre ellas las Matemáticas (UNESCO, 2015b).

Es tal la incidencia de los sistemas matemáticos en los procesos cotidianos, científicos y tecnológicos que para formar parte de la sociedad el siglo XXI se necesita un pensamiento tan complejo como las actividades que nos rodean (Balbuena, 2017; UNESCO, 2015b). Por ejemplo, históricamente se creía que la fortuna de los banqueros y las compañías de seguros estaba relacionada con "la suerte"; hoy se sabe que su éxito se debe a la capacidad para dominar el azar y cubrir los riesgos de pérdidas financieras a través de fórmulas matemáticas como la de Black-Scholes y Merton (Alarcón, 2006). Como aseguran Contreras y Venegas-Martínez (2011), dicha fórmula se deriva de un cálculo con ecuaciones diferenciales estocásticas y permite a los financieros ofrecer productos de compra y venta aun cuando los ingresos son aleatorios y están sometidos a múltiples imprevistos; tan así, que actualmente un banco puede ofrecer a sus usuarios un fondo de inversión garantizado con el que aparentemente éstos nunca perderán dinero. En este sentido y de manera idónea, cualquier persona del siglo XXI debería entender esta condición y en el mejor de los casos, llevar una vida financiera con éxito.

Otra situación que ejemplifica con precisión lo complejo de la cotidianidad humana, se refleja en el reto que implica para un lector la sección de economía de un periódico. Nunca antes había sido necesario comprender que, si por ejemplo, un pequeño número de bancos dentro de un país pasa por dificultades, habrá consecuencias negativas no sólo para ese país, sino que se propagará a través de todos los sistemas económicos que se encuentren entretejidos y por lo tanto, puede ocasionar grandes problemas a nivel mundial que afecten incluso a pequeños empresarios (Fadel et al., 2016).

Es evidente entonces que, si una persona desarrolla un pensamiento complejo e interdisciplinario, tendrá grandes posibilidades de entender el mundo y participar óptimamente en cualquier aspecto de la existencia humana (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2013; UNESCO, 2015b). A partir de ahora, el mundo está a cargo de los que sintetizan, de personas capaces de obtener la información correcta en el momento correcto, de aquellos que pueden pensar críticamente y tomar decisiones importantes de manera sabia, de manera interconectada (Fadel et al., 2016). Resulta necesario desarrollar un pensamiento que afronte la resolución de problemas puesto que éstos forman parte de nuestra cotidianidad y generalmente son de índole diverso; como afirma Balbuena (2017), con un pensamiento matemático complejo e interdisciplinario, cualquier persona tiene más posibilidades de éxito independientemente si su nivel de conocimiento es elevando o no.

Con seguridad y como hasta el momento se ha establecido, puede asumirse que la globalización es un proceso mundial que ha dado lugar a inmoderados avances tecnológicos y mercantiles; provocando que los intereses mundiales estén dirigidos hacia el crecimiento y el poder, entendiendo este último desde el conocimiento. La llamada Sociedad del Conocimiento, de la Información o de la Comunicación (INEE, 2013) ha convertido a la *educación* y *el aprendizaje* en las bases de la competitividad y el crecimiento económico en el plano mundial (Vargas, 2017).

En 1946, la UNESCO promovió la visión de un mundo alfabetizado como vía para incrementar la participación de las personas en el mercado laboral, reducir la pobreza e incluso incrementar las oportunidades de desarrollo durante toda la vida (UNESCO, 2015a). Desde entonces, las instituciones educativas recobraron la importancia de su surgimiento, puesto que son nuevamente las instancias que poseen el compromiso de formar personas para la sociedad, convirtiéndose, además, en un espacio de reestructuración constante (González & Weinstein, 2006). En otras palabras, los retos que trae consigo la globalización han creado nuevas oportunidades para replantear el significado y el sentido del saber (Rizvi, 2017).

Ahora y de manera internacional; la UNESCO, la OCDE, la ONU, el Banco Mundial y la Comisión Europea, impulsan la creación de nuevos enfoques y entornos de aprendizaje que proporcionen herramientas básicas y sofisticadas para que una persona sea funcional en la sociedad y pueda interpretar, actuar y transformar el mundo complejo y mutante en el que vivimos; esto significa ir más allá de la alfabetización y la adquisición de conceptos (UNESCO, 2015b).

El éxito educativo ya no consiste en la reproducción de conocimiento, sino en la aplicación de dicho conocimiento en situaciones nuevas; las escuelas deben preparar ciudadanos capaces de enfrentarse a problemas sociales que aún no surgen e incluso, a trabajos que aún no han sido inventados. Como asegura Fadel et al. (2016), el mundo ya no recompensa a la gente por lo que sabe, puesto que los motores de búsqueda lo saben todo; sino que les recompensa por lo que pueden hacer a partir de aquello que saben. Entre otros, la traducción de un problema común a un problema matemático con la finalidad de darle solución al problema original, es decir, seguir *el proceso de matematización*; puede acentuarse como uno de retos que las instituciones educativas poseen ante las demandas de la globalización y, por lo tanto, como una capacidad de pensamiento superior esperada en cualquier integrante de la sociedad del siglo XXI (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2013).

Es tal la importancia de la *educación* para la sociedad que, durante más de medio siglo, la comunidad internacional de naciones le ha reconocido como un derecho humano fundamental (UNESCO, 2014) y desde 2015 forma parte de los objetivos de desarrollo sostenible en la Agenda 2030 “Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos” (UNESCO, 2015a). Puesto que esta es la visión actual de la educación y las exigencias de la globalización son cada vez más demandantes; la mayoría de las naciones han impulsado iniciativas en pro de sus sistemas educativos.

Como se revisará en el siguiente apartado del presente capítulo, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) realiza cada tres años un estudio de evaluación tanto a sus países miembros como a asociados. Uno de los objetivos prioritarios del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o PISA (por sus siglas en inglés: Programme for International Student Assessment), es informar y apoyar la toma de decisiones sobre política educativa de los países participantes (OCDE, s.f.).

Los resultados obtenidos tras las 6 evaluaciones hasta ahora existentes han revelado el posicionamiento mundial de los sistemas educativos, detectando las acciones que impulsan los países participantes ante las exigencias de la sociedad. Tanto en China como en Etiopía *la pobreza* nacional ha sido reducida prácticamente a la mitad; desde finales de 1970 los hogares comenzaron a asignar más capital a las actividades no agrícolas, sin embargo, en la actualidad los resultados en la evaluación PISA no son favorecedores para Etiopía como lo son para China (UNESCO 2014).

Ahora bien, de manera general los gobiernos han destinado un *porcentaje económico* per cápita para la educación de sus habitantes. En 2006, en promedio, los países del mundo asignaron 13.979 puntos porcentuales del gasto del gobierno para la educación; así, en ese mismo año Finlandia destinó 12.284; Islandia 17.926; Singapur 19.497 y México 20.749 (Banco Mundial, 2018). De acuerdo con el Informe final de la evaluación PISA 2006, la media de la OCDE fue de 500 y el país con mejor la evaluación fue Finlandia (563) mientras que la puntuación de México (410) le posicionó significativamente por debajo de la media mundial (Instituto Vasco de la Evaluación e Investigación Educativa [IVEI], s.f.). Así mismo, en los últimos resultados de dicha evaluación (2015), tanto Finlandia como Islandia destinaron 100.000 dólares como gasto medio por estudiante, no obstante, en la evaluación PISA existe una diferencia de 58 puntos entre ambos países (Finlandia con 531 e Islandia con 473). Esta comparación permite asumir y tener en cuenta que el gasto económico no es igual al rendimiento académico (OCDE, 2016b).

Singapur, ha destacado como el país con los mejores resultados en la última prueba organizada por la OCDE. Ha revelado incluso, que la *puntualidad y asistencia* de sus estudiantes ha sido uno de los factores que más ha favorecido en sus resultados, puesto que menos de uno de cada cuatro estudiantes llega tarde a la escuela (OCDE, 2016b). De manera similar, el *trabajo con los padres de familia* ha sido una de las acciones impulsadas por el 70% de los sistemas educativos a nivel mundial. En los 34 países que participaron en la última evaluación PISA, 3 de cada 4 estudiantes asisten a escuelas donde hay legislación que incluye a los padres, de tal manera que, en 7 de 17 sistemas, los estudiantes obtienen puntuaciones significativamente más altas cuando los padres participan (OCDE, 2016b).

Finalmente, una iniciativa que sobresale entre los sistemas educativos tanto exitosos como en desventaja se relaciona con la *docencia y su quehacer en el aula.* Los sistemas educativos más exitosos (Singapur, Japón, Canadá y Hong Kong) seleccionan a los mejores candidatos para trabajar con los estudiantes; ofreciéndoles oportunidades de formación continua y retroalimentación constante sobre su quehacer profesional. También, se ha revelado que cuando los docentes ajustan sus lecciones con base en las necesidades de sus estudiantes y les proporcionan ayuda individual para entender un tema o una tarea; los resultados sobre el aprovechamiento académico son más altos (OCDE, 2016b).

Puede afirmarse entonces que para que la educación contribuya al nuevo modelo de desarrollo, los docentes y demás educadores deben ser los agentes educativos con la máxima prioridad en las políticas educativas de cada país (UNESCO, 2015b). El nuevo rol de las instituciones requiere que sus docentes no sean simples transmisores de información, sino que intervengan como mediadores entre los estudiantes y los problemas de nuestra cultura (Rizvi, 2017); en otras palabras, fungiendo como factores de cambio y facilitadores en el proceso de aprendizaje (UNESCO, 2015b).

Desde 2006, la OCDE recomienda la relación: 0.7 de estudiantes por docente (OCDE, 2016b) es decir, se promueve una enseñanza dirigida, guiada y hasta cierto punto, personalizada. De acuerdo con Balbuena (2017) esta condición favorece la libertad del quehacer docente, puesto que el profesorado puede implementar nuevas metodologías y recursos de aprendizaje para que las nuevas generaciones tengan mayores oportunidades de éxito. Se trata de un docente que coordine equipos de trabajo, favorezca la discusión entre pares a partir del trabajo en grupo, sea flexible, tome decisiones y guíe la construcción del saber para enfrentarse al mundo de hoy (Rizvi, 2017).

1.2 Rendimiento académico en la educación básica

Como se ha revisado hasta ahora y de acuerdo con González & Weinstein (2006) la sociedad actual pasó de ser una sociedad industrial a ser una sociedad de información, donde el conocimiento es materia prima y su procesamiento es la base de la economía. Por tal razón y desde las primeras décadas del siglo XX, se inició una era de evaluaciones estandarizadas en grandes poblaciones para determinar el logro escolar o el nivel de rendimiento académico obtenido en sus estudiantes, en otras palabras, se determinaron medidas cuantitativas para estimar qué tanto los estudiantes han aprendido, dominado o han desarrollado capacidades de pensamiento a lo largo de sus procesos formativos (Navarro, 2003).

Esta condición ha permitido posicionar a los sistemas educativos del mundo, identificando los países que preparan mejor a su población para enfrentar y servir a la comunidad actual, convirtiéndose en un importante punto de referencia para países cuyos sistemas educativos están en desarrollo, como lo es en México (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2015).

Aunque las evaluaciones han sido diversas y con el tiempo se han actualizado, *las matemáticas* han sido uno de los dominios de conocimiento cuya evaluación ha sido constante. Su incorporación en los planes curriculares de los sistemas educativos se debe principalmente a su valor (González & Weinstein, 2008; Zalduendo, 2011):

a. *Instrumental:* puesto que permite la resolución de problemas en el entorno humano a partir de conceptos definidos y un discurso razonado.

b. *Formativo:* pues contribuye al desarrollo de un pensamiento lógico y complejo en quién aprende; permite distinguir lo esencial de lo anejo, usar analogías, cambiar de punto de vista y captar relaciones no definidas.
c. *Social:* ya que el lenguaje matemático es parte de la comunicación entre los seres humanos, por lo que es reconocido y empleado por la sociedad.
d. *Cultural:* porque las matemáticas forman parte del entorno diario y favorecen una cultura honesta, donde a pesar de la posibilidad de error; la precisión y exactitud le convierten en patrimonio de la humanidad.

A pesar de la innegable utilidad de las matemáticas para la vida diaria y los ajustes tanto en las pruebas de evaluación como en las políticas educativas que cada país ha realizado tras sus resultados en diversas evaluaciones (SEP, 2013a; INE, 2013; INE, 2015; INE, 2016a; INE, 2017; INE, 2018a; OCDE, 2016a) actualmente, existen al menos 250 millones de niños en el mundo que no consiguen desarrollar capacidades básicas de cálculo. Esta condición mundial, ha provocado una constante exclusión de personas que difícilmente lograrán integrarse a sus entornos sociales y comunidades cercanas (UNESCO, 2015a).

Ser competente, más allá de su concepto relacionado con la alfabetización; se entiende como un medio de identificación, comprensión, interpretación, creación y comunicación en un mundo cada vez más digitalizado y rico en información (UNESCO, 2015a). Ser competente matemáticamente hablado, significa tener la capacidad de extrapolar lo que se ha aprendido hacia contextos laborales, sociales, científicos y personales. En otras palabras, se trata de analizar y razonar los elementos matemáticos de un problema cotidiano para solucionarlo a partir de herramientas, conceptos o procedimientos de la ciencia pura; reinterpretando y comunicando eficientemente la solución alcanzada. Esta capacidad de pensamiento permite que una persona pueda, principalmente, reconocer la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, describir, explicar o predecir fenómenos y tomar decisiones como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (INEE, 2013; OCDE, 2013; OCDE, 2016a; UNESCO, 2015a).

A nivel mundial, cuando se evalúa esta capacidad de pensamiento matemático en jóvenes que culminarán la educación básica obligatoria; más de uno de cada cuatro estudiantes en Singapur, Hong Kong (China), Macao (China) y China Taipéi logra *un nivel VI y V* o excelente en matemáticas; estos estudiantes pueden conceptualizar, generalizar y usar información basada en investigaciones, modelar situaciones de problemas complejos y aplicar sus conocimientos en contextos relativamente no habituales. El dominio de operaciones y relaciones matemáticas simbólicas les permite desarrollar nuevos enfoques o estrategias para abordar situaciones novedosas, además de formular y comunicar con claridad sus acciones y reflexiones relativas a sus hallazgos, formulando argumentos sólidos ante situaciones viables y no viables (OCDE, 2016a; INEE, 2016a).

Sin embargo, potencias mundiales como Reino Unido, Rusia y Francia apenas alcanzan un puntaje medio; es decir, la mayoría de su población evaluada se localiza entre los *niveles IV y III,* puesto que los estudiantes trabajan con eficacia modelos explícitos en situaciones tanto complejas como concretas; pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas y relacionarlas directamente con situaciones del mundo real; muestran cierta habilidad para el manejo de porcentajes, fracciones, números decimales y proporciones; generalmente reflejan un nivel básico de interpretación y razonamiento ante las soluciones a las que llegan (OCDE, 2016a; INEE, 2016a).

España, Estados Unidos y países como Rumania, Grecia, Argentina, Uruguay, Costa Rica y México distan siquiera de los resultados promedio; la mayoría de sus estudiantes apenas pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa; pueden extraer información relevante de una sola fuente de información y usar un modelo sencillo de representación; o bien, pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados (OCDE, 2016a; INEE, 2016a).

Particularmente en México, de manera trianual desde el año 2003 hasta la fecha, cerca del 60% de los estudiantes se encuentran entre los *niveles por debajo del I* y hasta el *nivel I.* El porcentaje restante se distribuye entre los *niveles II, III y IV* sin alcanzar los dos últimos*;* esto significa que menos del 1% de los estudiantes mexicanos, pueden enfrentarse a tareas que les exigen formular situaciones complejas de manera matemática mediante representaciones simbólicas (INEE, 2013; INEE, 2016a; OCDE, 2016a).

Evaluaciones Nacionales. En México, el uso de evaluaciones de logro en educación básica obligatoria es relativamente reciente. Aproximadamente desde el año 2000, tanto la Secretaría de Educación Pública (SEP) como el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), desarrollaron proyectos evaluativos sobre la adquisición y dominio de conocimientos alineados al currículum nacional. En 2013 se hizo uno de los ajustes más significativos en cuanto a la validez y confiabilidad de las pruebas nacionales y generaron un proyecto interinstitucional (SEP e INEE) cuyo propósito consiste en determinar la medida en que los estudiantes mexicanos alcanzan un conjunto de aprendizajes clave de acuerdo con el currículo establecido; esto al finalizar un ciclo o nivel escolar. En otras palabras, los resultados revelarán qué tanto el Estado ha cumplido el derecho a una educación de calidad (INEE, 2015; Martínez Rizo, 2015; INEE, 2016a).

Desde 2008 y hasta el último registro en 2017; cuando los estudiantes están por terminar la educación básica obligatoria, es decir, al término del nivel Media Superior, solo cerca del 18% de la población escolar es capaz de realizar operaciones que involucran números reales y signos de agrupación; de resolver problemas multiplicativos de fracciones mixtas, o bien de realizar restas y divisiones de polinomios entre monomios. Esta pequeña porción de estudiantes puede determinar la mediana de un conjunto de datos para un número par de ellos; pueden resolver problemas de media aritmética cuando los datos se presentan en histogramas; determinar el dominio y rango de una función, así como el valor de la pendiente y la ecuación de una recta a partir de su gráfica; siendo éstos la mayoría de los contenidos matemáticos curriculares que se espera en toda población mexicana al término de este nivel educativo (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2013b; INEE, 2017).

Los estudiantes que terminan la educación Secundaria reflejan una condición similar desde 2006, puesto que de manera constante cerca del 87% de la población evaluada se encuentra en los *niveles Insuficiente y Elemental o Indispensable*; esto quiere decir que logran resolver problemas que implican comparar o realizar cálculos con números naturales, decimales, raíz cuadrada y máximo común divisor; traducen al lenguaje algebraico una situación que se modela con una ecuación lineal; y, reconocen y expresan relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre dos conjuntos de cantidades. Mientras que curricularmente, se esperaría que un estudiante que termina la educación Secundaria pudiera resolver problemas que combinen números fraccionarios y decimales; multipliquen expresiones algebraicas y calculen términos de sucesiones. Curricularmente, se espera que puedan resolver problemas que implican la transformación de figuras, propiedades de mediatrices bisectrices y razones trigonométricas, o bien, que implican estrategias de conteo para calcular la probabilidad de un evento simple y abstraer información de tablas o gráficas; además de modelar gráficamente un fenómeno que involucra funciones lineales y cuadráticas (SEP, 2013a; INEE, 2016b; INEE, 2018a).

El panorama es prácticamente idéntico al término de la educación primaria, desde el año 2006 y hasta la última evaluación en 2015, cerca del 27% de los estudiantes mexicanos alcanzan los *niveles Bueno o Satisfactorio y Excelente o Sobresaliente* en cuanto a los aprendizajes curriculares esperados. En otras palabras, 7 de cada 10 estudiantes aproximadamente a nivel nacional, no logran adquirir los aprendizajes matemáticos clave para este nivel educativo (SEP, 2013a; INEE, 2016b).

De manera generalizada, es evidente que más de la mitad de los estudiantes mexicanos poseen deficiencias en el aprendizaje matemático. Desde la adquisición y dominio de los contenidos curriculares hasta el uso de estos contenidos para resolver problemas de índole cotidiano. Nuestros estudiantes, no están preparados para tener éxito en el mundo de hoy y difícilmente en el mundo del mañana (Fadel et al., 2016).

1.3 Propuestas nacionales para la mejora educativa

La educación es un bien público, es una causa común en la sociedad, es un derecho humano y ocupa el centro de la razón en instituciones como la United Nations Educational, Scientific, and Cultural Organization (UNESCO); desde 1948 forma parte de la Declaración Universal de Derechos Humanos, por lo que el principal garante es el Estado. Los países deben garantizar que el acceso a la educación sea universal, igualitario, inclusivo, de calidad, gratuito y obligatorio, es decir, se debe garantizar el desarrollo pleno de la personalidad humana a través de un proceso participativo de formulación y aplicación de políticas públicas (UNESCO, 1990; UNESCO 2015a). Así, por un lado, es sabido que la sociedad civil, el sector privado, las comunidades, las familias, los jóvenes, los niños y sobre todo los docentes y educadores; deben cumplir funciones clave que harán efectivo el derecho a una educación de calidad. Por otro lado, es preciso señalar que la participación del Estado es esencial para establecer y regular los estándares y las normas que guiarán dicho proceso (UNESCO, 1990).

A lo largo de los últimos años, las evaluaciones de logro académico han evidenciado la urgencia de repensar las formas, modalidades, contenidos e incluso la organización de los sistemas educativos a nivel mundial (UNESCO, 1990). De acuerdo con Balbuena (2017), el mundo para el cual fue diseñada nuestra educación ya no existe; por ello, las políticas y programas educativos recientes han revelado la necesidad de armonizarles con base en los cambios económicos, políticos y culturales que trae consigo la globalización (Rizvi, 2017). Los sistemas educativos deben ser pertinentes y adaptarse a mercados laborales cuya evolución es incontrolable; una educación bien diseñada puede conducir el progreso de una nación e incluso, favorecer condiciones de migración, desempleo, pobreza, desigualdad, entre otros (Fadel et al., 2016; UNESCO, 2015a).

En México, han sido múltiples los esfuerzos por optimizar el aprendizaje y la enseñanza en los centros escolares, sobre todo como respuesta institucional ante los resultados expuestos en el apartado anterior. Desde 1921 con la creación de la SEP, se generó la posibilidad de hacer realidad la obligatoriedad y gratitud de la educación, sin embargo, esto ocurrió hasta 1993 en el Decreto que declara reformados los artículos 3o. y 31 fracción I, de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, donde se expresó como derecho constitucional: "Todo individuo tiene derecho a recibir educación. El Estado –federación, estados y municipios– impartirá educación preescolar, primaria y secundaria. La educación primaria y la secundaria son obligatorias".

Con la expedición del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica en 1992, el Compromiso Social por la Calidad de la Educación en 2002 y el Decreto por el que se aprueba el diverso por el que se adiciona el artículo 3o., en su párrafo primero, fracciones III, V y VI, y el artículo 31 en su fracción I, de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos (2002); se inició una etapa renovadora para actualizar los planes y programas de estudio, para fortalecer la capacitación y actualización permanente de los educadores y desde luego, para promover la participación social en beneficio de la educación (SEP, 2011a; Rocha Herrera, 2017).

Además, la integración del nivel preescolar como parte de la educación básica obligatoria en 2002 y con base en el Acuerdo Número 592 por el que se establece la articulación de la Educación Básica firmado en 2004 (SEP, 2011a), el Sistema Educativo Nacional, entre otras iniciativas, estableció un trayecto formativo desde nivel preescolar hasta nivel secundaria; haciendo que los contenidos de cada dominio de conocimiento estuvieran articulados de manera longitudinal. En otras palabras, un estudiante tendría la posibilidad de *articular* los contenidos (por ejemplo, matemáticos) desde el inicio hasta el fin de su formación académica obligatoria, de tal manera que lo aprendido en un nivel fortalezca e impulse los contenidos del siguiente. Por otro lado, se posicionó al *cuerpo docente* como auténticos gestores de los planes curriculares, convirtiéndoles en agentes mediadores y flexibles ante los contenidos; capaces de diseñar sus propias estrategias de enseñanza teniendo como base los procesos transversales y longitudinales del conocimiento; incluso, se les considera como participantes externos que orientan y favorecen la práctica colaborativa y la autonomía en los estudiantes (SEP, 2009; SEP, 2011b).

Se planteó un perfil de egreso a largo plazo basado en competencias, o mejor dicho, en *habilidades complejas de pensamiento* que preparen a los estudiantes para su quehacer en la vida cotidiana (SEP, 2009; SEP, 2011b), visión que ha prevalecido y se ha enmarcado recientemente en la agenda mundial de Educación 2030, puesto que se enfatiza sobre un aprendizaje -a lo largo de la vida- es decir, un aprendizaje que se mantiene desde el nacimiento hasta el final de la existencia lo que implica una adaptación constante a los cambios que trae consigo la globalización (INEE, 2013; UNESCO, 2015a; Vargas, 2017). Se subraya la importancia de extender el aprendizaje desde la *primera infancia*, pues se asume que es en esta etapa donde se construyen las bases sólidas del conocimiento y se favorece el desarrollo integral de los niños (UNESCO, 2015a).

De acuerdo con 21 estudios realizados por la UNESCO (2015b) en América Latina, África Subsahariana, Asia Meridional y Sudoriental; cuando el aprendizaje se inicia en la primera infancia, o mejor dicho en nivel preescolar como se estila en México, los logros y resultados son mejores en la escuela primaria y después de ella. Revelándose además que existe un mayor impacto cuando se brinda una buena atención y educación a niños con condiciones socioeconómicas no favorables; así en Argentina, los estudiantes de entornos pobres que habían asistido a un centro preescolar obtuvieron calificaciones en las pruebas de tercer grado dos veces superiores a las obtenidas por estudiantes en condiciones contrarias. De manera similar, en las zonas rurales de Bangladesh, mediante un proyecto dirigido por Organizaciones No Gubernamentales locales, y después de la creación de 1800 centros preescolares; los niños que participaron en ese proyecto obtuvieron mejores resultados en expresión oral, lectura, escritura y matemáticas, esto en comparación con quieres no habían recibido educación preescolar (UNESCO, 2015b).

En resumen, la educación en México se ha ido ampliando, modificando y reestructurando con base en los decretos de obligatoriedad tanto de la SEP como de las dependencias de educación en las entidades federativas. De forma particular, tanto el Programa Nacional de Educación 2001-2006 como la Reforma de 2005 al *Reglamento interior* de la SEP marcaron la pauta para una nueva organización de todo el Sistema Educativo Nacional para responder a las exigencias del siglo XXI (INEE, 2018b).

Entornos de Aprendizaje en Educación Preescolar - Aleph. En 2004 la SEP desarrolló e introdujo el Programa de Educación Preescolar (PEP) con el objetivo de "educar a los niños para la vida" orientando el trabajo en el aula a las educadoras de México (SEP, 2004; 2011c). El carácter abierto y flexible de este programa posibilitó que el diseño de las situaciones de aprendizaje que se implementaran en las aulas mexicanas quedara al margen de las necesidades tanto de la población como del personal educativo. Es en este contexto en donde nace el proyecto Entornos para el Aprendizaje de las Matemáticas en Preescolar, cuyo nombre fue ajustado tras incorporar el aprendizaje de la lectoescritura y las ciencias, a: *Entornos de Aprendizaje en Educación Preescolar-Aleph* y su registro se encuentra dentro de la Facultad de Psicología en la Universidad Nacional Autónoma de México.

En otras palabras, el proyecto *Aleph* hace una interpretación del currículo propuesto por parte de las instancias gubernamentales y ofrece una postura psicopedagógica para crear ambientes complejos de aprendizaje que impulsen y esclarezcan los procesos que ocurren durante la enseñanza y el aprendizaje de cualquier sistema de conocimiento; independientemente del grado o nivel formativo en el que se posicione el proyecto. En este sentido, *Entornos de Aprendizaje en Educación Preescolar-Aleph* busca impulsar el desarrollo de un pensamiento complejo y articulado mediante la creación de actividades de aprendizaje socialmente significativas que permita a los estudiantes enfrentar con éxito situaciones tanto escolares como de índole común (Alatorre, 2005; 2008).

Diversas generaciones de psicólogos investigadores se han hecho valiosas aportaciones sobre los beneficios que se obtienen al generar ambientes de aprendizaje enriquecidos principalmente en tres campos de conocimiento: *Lenguaje y Comunicación, Ciencias Naturales y Sociales y, Pensamiento Matemático* (Arraiga, 2010; Díaz, 2012; Esquivel, 2010; Flores, 2010; García, 2010, Marín y García, 2011; Pesina, 2019; Rivera, 2012;). Es así como entre 2011 y 2014 este proyecto de investigación se sumó a los esfuerzos por comprender los procesos formativos que ocurren en estos ambientes de aprendizaje.

Ahora bien, como se ha revisado hasta ahora, la globalización mundial demanda personas capaces de resolver problemas cotidianos usando el conocimiento que se desarrollan en los ambientes escolares, sobre todo si este pensamiento les permite entender la realidad y poder actuar en ella con eficiencia; tal y como lo permite el *Pensamiento Matemático*. En México y de acuerdo con el PEP (SEP, 2011c), este campo de conocimiento se organiza en dos aspectos para el nivel preescolar (a. Forma espacio y medida y b. Número). Para cada aspecto se espera que un estudiante pueda:

a. Forma espacio y medida:

- Construir sistemas de referencia en relación con su ubicación espacial
- Identificar regularidades en una secuencia a partir de criterios de repetición y crecimiento.
- Construir objetos y figuras geométricas tomando en cuenta sus características.
- Utilizar unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, e identifica para que sirven algunos instrumentos de medición.

b. Número:

- Utilizar los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios del conteo.
- Resuelvan problemas en situaciones variadas que le sean familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.
- Reúnan información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta

Es preciso señalar que, aunque estas capacidades de pensamiento sean parte de los estándares curriculares institucionales (SEP, 2011c), se ha evidenciado que los estudiantes de preescolar pueden alcanzar y superar estas formas de pensamiento, transitando autónomamente de un lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para la resolución de problemas (Arraiga, 2010; Díaz, 2012; García, 2010).

Esta condición regulatoria permite la inserción de proyectos formativos, como el de la presente investigación y todos aquellos que nacieron en el marco del proyecto Entornos de

Aprendizaje en Educación Preescolar; de tal manera que el **propósito de esta investigación** se centra en *comprender los procesos de enseñanza aprendizaje para enriquecer la práctica escolar y favorecer el cambio educativo en nuestro país.*

Se trata entonces, de contribuir con una propuesta innovadora (cuyas bases teórico-metodológicas son altamente coherentes y sólidas) que sirva como guía para la implementación de actividades de enseñanza en las aulas, que funcione como un modelo de acción docente sobre cómo *enseñar*, sobre comprender *cómo ocurre el aprendizaje* y cuáles son los *factores que impulsan* el desarrollo de un pensamiento complejo; visión que sin duda puede ser aportada desde la Psicología de la Educación.

No hay que olvidar que hoy en día, los docentes representan una de las fuerzas más sólidas e influyentes con miras a garantizar la equidad, el acceso y la calidad de la educación; son la clave del desarrollo mundial sostenible, puesto que se encargan, entre otras actividades, de crear las condiciones óptimas para que los estudiantes desarrollen sus capacidades de pensamiento (SEP, 2009; UNESCO, 2015a). Y que, de acuerdo con la UNESCO (2015b) entre más sepa un docente sobre las acciones que favorecen óptimamente la enseñanza, los resultados en sus estudiantes serán aún mejores.

2. LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA Y LOS PROCESOS INTERPSICOLÓGICOS

"Mi trabajo será fiel a la realidad, o en todo caso a mi recuerdo personal de la realidad, lo cual es lo mismo."

José Luis Borges

De acuerdo con Vygotsky (1979), cuando se plantea una investigación sobre el proceso de desarrollo de un objeto con todas sus fases y cambios, se descubre su naturaleza, su esencia. En este sentido, el presente capítulo expone la visión conceptual que permitirá descubrir la esencia del proceso psicológico que investiga este trabajo.

Por lo tanto, en el primer apartado se esclarece la constitución de las Matemáticas como disciplina y con ello se asume la naturaleza de su origen; además, se devela el lugar en el que suceden los procesos psicológicos superiores, como el pensamiento. Enseguida, se reconoce la importancia de los expertos (docentes) en los procesos de enseñanza-aprendizaje y con ello se organizan los factores que intervienen en dichos procesos. Finalmente, se enfatiza en los esfuerzos mediacionales que hace un experto para impulsar la participación de los aprendices en las actividades formativas, y se desarrollan los argumentos para constituir propuestas educativas basadas en entornos complejos en donde la enseñanza de las matemáticas sea a través de actividades reales.

Es importante tener en cuenta que el abordaje teórico de este trabajo es integral, ya que ningún factor aislado ni su correspondiente conjunto de principios explicativos puede, por sí solo, proporcionar una explicación completa sobre él (Wertsch, 1988).

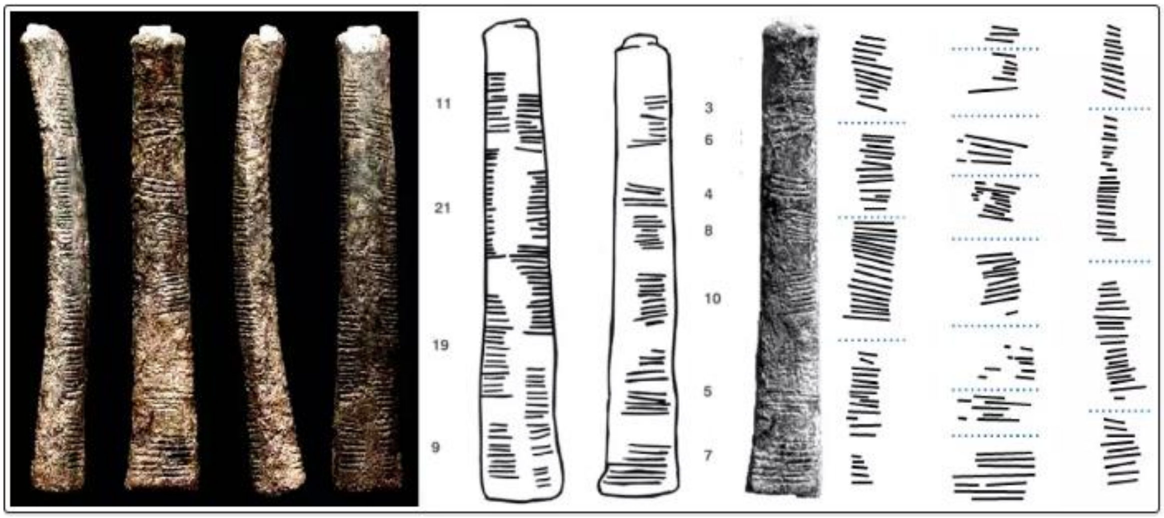
2.1 Las matemáticas y el número como actividad humana

Desde el siglo XVIII y hasta la fecha, los planes y programas de estudio a nivel básico e incluso superior, han incorporado el estudio de las matemáticas como un requisito indispensable para sus estudiantes bajo la premisa de que el dominio de esta ciencia ofrece mayores posibilidades para enfrentar las adversidades intelectuales del mundo, pero al mismo tiempo, es una de las materias más intimidantes y peor entendidas; incluso es normal sentirse poco cómodo, ignorante o incapaz para comprender los procesos, metodologías y teorías de esta ciencia (Bishop, 1999). Entonces, ¿en dónde radica la concepción humana sobre las matemáticas como una ciencia compleja e inentendible, si al mismo tiempo es un requisito de estudio básico? ¿Será que esta percepción compleja recae en la enseñanza de las matemáticas como una ciencia descontextualizada, constituida, abstracta y estática?

Para comenzar a encausar una posible respuesta, es importante tener en cuenta que las matemáticas no nacieron plenamente formadas ni con el nivel de abstracción con el que se enseñan hoy en día. Al contrario, las matemáticas fueron desarrollándose gracias a los esfuerzos de un sinfín de personas que procedían de muchas culturas y hablaban diferentes lenguas. Su evolución ha ido de la mano del progreso de la civilización humana durante los últimos cuatro milenios, es decir, se han ido transformando con el tiempo porque van respondiendo a las necesidades del entorno. Las matemáticas están insertas en la actividad humana, en la cultura y en sus artefactos (Bishop, 1999; Freudenthal, 1991; Stewart, 2007; Zolkower et al., 2006). Así, se puede entender que las matemáticas son un sistema de comunicación universal que está sostenido por acciones matemáticas dentro de una actividad con sentido social y cultural. A continuación, se revisa esta idea con más detalle.

La historia de las matemáticas empezó con los números, es decir, con una necesidad humana hace 10.000 años en el Próximo Oriente para llevar un registro contable en pequeñas fichas de arcilla y saber con certeza quién era el propietario de qué y de cuánto. Según Stewart (2007), las fichas de arcilla más antiguas datan del 8000 a.C. y fueron usadas durante 5.000 años. Durante este tiempo, las fichas se fueron transformando, diversificando y adaptándose a las nuevas necesidades hasta convertirse en esferas que representaban fanegas de grano, cilindros para denotar animales, conos decorados para representar barras de pan, entre otros. Puesto que las fichas eran almacenadas en recipientes de arcilla, los antiguos y burócratas mesopotámicos comenzaron a inscribir símbolos en el exterior estos recipientes que representaban una lista de las fichas que contenían. Como puede apreciarse en la Figura 2.1, la inscripción de estos símbolos en el exterior de los recipientes inició la era simbólica de los números (Stewart, 2007) y con ello **la convencionalidad** de las matemáticas. En otras palabras, esta actividad colectiva que requirió la intervención de diversos agentes que interactuaron y negociaron entre sí para que el sistema fuera entendido de la misma manera por todo aquel que lo viera (Engeström, 1999; Wertsch, 1988).

Figura 2.1 Huesos de Ishango.



Nota:"Huesos de Ishango", antigua inscripción matemática descubierta en Zaire, África por Jean Heinzelin. Su antigüedad data de 25.000 años.

Además del **registro** y la **convencionalidad**, las marcas inscritas en los objetos concretos sugieren el comienzo de **lo abstracto** y **la operabilidad**, tal y como ocurrió con el sistema de numeración babilónico de base 60 o el sistema egipcio. Tanto para los babilonios como para los egipcios, el dominio de sus sistemas de numeración les permitió utilizar sus habilidades tanto para resolver asuntos **cotidianos,** por ejemplo la contabilidad, el comercio y la medición de tierras; como para actividades **intelectuales,** tal como la predicción de eclipses solares y el registro de los movimientos de Júpiter a través del cielo nocturno (Stewart, 2007). Lo cierto es que los números no tienen un significado en sí mismo, sino que han adquirido **un sentido a través de su uso** en las actividades matemáticas.

Cuando las actividades humanas demandaron la escritura de cantidades muy grandes, muy pequeñas o de conceptos intelectuales, diversas culturas ofrecieron sistemas simbólicos para representar decimales o fracciones; por ejemplo, los numerales egipcios, romanos, griegos e incluso mayas. Pero la complejidad de sus símbolos obstaculizaba realizar cálculos (fue imposible multiplicar σμγ por ωτρ), así que surgió la necesidad de diseñar **objetivaciones del sistema**, como los ábacos, representados inicialmente por guajiros en la arena que permitían hacer cálculos de forma rápida y precisa (Stewart, 2007).

A medida que las actividades humanas se fueron complejizando, el ser humano se vio en la necesidad de **establecer reglas** y acomodos en el sistema matemático para que éste fuera respondiendo a sus inquietudes. Uno de los conceptos y propiedades del sistema más complejo de incorporar fue la *notación posicional,* en donde un número adquiere su significado con base en la posición que ocupa. De acuerdo con Stewart (2007), las primeras civilizaciones se preguntaban cómo es que el número 0 podía ser un "número" cuando un número es una cantidad de cosas, así que les tomó un tiempo sorprendentemente largo para significar que el 2, el 5 y el 0, podían representar: 250, 2005, 205, etc. Es así, como resulta más conveniente entender que las matemáticas no tratan de símbolos abstractos, sino de **conceptos anclados a actividades humanas** que funcionan a partir de reglas convencionales e históricamente desarrolladas.

Venecia, Génova y Pisa eran centros comerciales sumamente importantes en el periodo medieval, los mercaderes hacían recorridos hacia el norte de África y el Mediterráneo con el propósito de intercambiar lana y madera por seda y especias. El trueque dio paso al dinero, a la contabilidad y al pago de impuestos; en consecuencia, a los ábacos de bolsillo y a los registros en papel, e incluso impulsó la notación de fracciones. Tal y como lo introdujo Leonardo de Pisa en su libro *Liber Abbaci* publicado en 1202 (Stewart, 2007). Las *actividades comerciales* fueron el impulso de *actividades intelectuales* dentro de la aritmética y el álgebra. Para comienzos del primer milenio, la cultura china comenzó a utilizar un sistema de "varas de recuento" (Stewart, 2007) en lugar de los ábacos de bolsillo para resolver ecuaciones lineales y con ello, **los números naturales** y **negativos** desplegaron la era hacia “lo posible”. Con el tiempo, peguntas profundas e ingeniosas dieron cabida a la Teoría de los números, al Cálculo infinitesimal, a la Lógica, la Probabilidad e incluso a la interacción con otros sistemas de conocimiento, como la Física y la Geometría.

No cabe duda de que el desarrollo de las matemáticas siempre ha estado anclado a las nuevas necesidades de la humanidad, de tal manera que el dominio del sistema ha inspirado nuevas y creativas formas de entender la realidad. Por ejemplo, el desarrollo del sistema de posicionamiento global (GPS) (que funciona a través del envío de pulsos con una secuencia numérica hacia la red de satélites que orbitan nuestro plantea para que éstos, enseguida envíen las señales de ubicación), comenzó a utilizarse como la herramienta principal para aplicaciones móviles de transporte privado, pero recientemente, la inseguridad y las conductas antisociales de la humanidad han inspirado el diseño chips de localización GPS para que pueden ser insertados en personas o mascotas.

De acuerdo con Stewart (2007), las computadoras utilizan un sistema de base 2 o binario para su funcionamiento, es decir, utilizan potencias de dos, cada una de ellas doble de su predecesora y se almacena a través de combinaciones entre el 1 y el 0 (por ejemplo, 100 es almacenado en la forma 1100100). Comprender este funcionamiento ha inspirado el desarrollo de miles de softwares especializados y aplicaciones tanto para las computadoras como para los dispositivos móviles, cada nuevo desarrollo resuelve una nueva necesidad humana, ya sea para su profesionalización, su entretenimiento e incluso para eficientar y diversificar la comunicación entre las sociedades. El concepto *User Experience Desing (UX)* ha revolucionado la manera de crear tecnología para el siglo XXI, ya que el objetivo es crear cualquier producto de consumo a partir del tipo de experiencia que tengan los usuarios con el propósito de tener consumidores plenos y satisfechos (Bragean et.al., 2021); en otras palabras, las experiencias y nuevas necesidades de los seres humanos impulsan el diseño de nuevas tecnologías, mismas que revolucionan los sistemas de conocimiento inmersos en ellas, incluidas las matemáticas.

En conclusión, las matemáticas son **Actividad**, tienen un *carácter histórico e institucional* ya que surgieron en las actividades humanas y han ido evolucionando de la mano del desarrollo de la humanidad, lo que les convierte en un fenómeno pancultural con una naturaleza claramente suprasocial (Bishop, 1999). Existen, únicamente en las relaciones sociales humanas quienes determinan las formas y medios de interacción social y material (Leontiev, 1975). La manera en cómo los humanos han tenido acción sobre los objetos matemáticos dentro de la Actividad, ha impulsado la institucionalización y convencionalidad de sus reglas y, al mismo tiempo, un proceso de cambio histórico constante en donde los individuos que entran en una actividad institucionalizada no necesariamente fueron sus creadores, sino que han heredado una institución establecida por sus antepasados (Rogoff, 1993).

Hay que reconocer entonces que, cualquier ser humano nace y se desenvuelve en organizaciones complejas que tienen múltiples sistemas de acción, mismos que funcionan a través de reglas e instrumentos culturales en constante evolución (Daniels, 2003). Por lo tanto y más allá del carácter histórico e institucional de las Matemáticas como una Actividad, es importante tener en cuenta su organización estructural y funcional como comunidad de práctica cultural. Desde este punto de vista y asumiendo que la forma primordial de la actividad humana es aquella que es externa, los componentes que estructuran a la Actividad son: *a) el motivo,* esto es lo que impulsa la Actividad, es hacia donde el objetivo se dirige. *b) La meta,* o la representación del resultado de una acción, y *c) las condiciones* o circunstancias bajo las cuales las acciones en la Actividad se llevan a cabo, es decir las operaciones (Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988).

De acuerdo con Leontiev (1975), la Actividad es un todo, un sistema dinámico que integra los componentes anteriormente descritos. Se trata de actividades específicas, reales y socialmente construidas cuya estructura desencadena una serie de acciones con sentido para lograr *el motivo* como último fin. Puesto que la Actividad siempre descansa en un sistema simbólico específico, como las matemáticas, permite definir al grupo de individuos que participan en ella y así dividir responsabilidades entre sus integrantes para aumentar su eficacia (Daniels, 2003; Wertsch, 1988). Para Freudenthal (1991), las matemáticas deben ser pensadas en este contexto, es decir, como una **actividad humana** que resuelve problemas de la cotidianidad y cuya accesibilidad debería ser ilimitada para el ser humano; los objetos matemáticos que han sido construidos en la práctica matemática son medios del ser humano para organizar su entorno y como una explicación de la realidad, no como una invención abstracta.

Por lo tanto, se puede entender que la estructura de la Actividad, en este caso de la Actividad Matemática, es una interpretación o creación sociocultural que ha sido definida históricamente por aquellas personas que han participado en actividades matemáticas particulares, de tal manera que la realidad actual de cada individuo es, al mismo tiempo, una influencia cultural y social que se construye al momento de participar en las actividades y al darle un motivo a sus acciones. Es en este espacio medular de cultura, sociedad y acción, en donde se halla concretamente la influencia de los medios semióticos y de los procesos interpsicológicos sobre el desarrollo del pensamiento en el ser humano (Daniels, 2003; Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988).

2.2 Procesos interpsicológicos: mediación para el desarrollo del pensamiento

Un aspecto esencial en la definición de un fenómeno psicológico como el pensamiento, es su posición en el desarrollo genético. En otras palabras, la forma que tiene un fenómeno refleja las transformaciones que éste ha sufrido, así como los diferentes factores que han intervenido en su desarrollo (Wertsch, 1988). Entonces, para explicar lo psicológico es necesario mirar no solo al individuo sino también al mundo exterior en el que se ha desarrollado esa vida individual, se trata de examinar la existencia humana en sus aspectos sociales e históricos, no solo en su superficie actual (Tharp & Gallimore, 1991). Esto permite asumir que el origen del pensamiento humano, y en el caso del presente estudio, el origen del pensamiento matemático es de índole social, pero no en los procesos inherentes a la *sociedad* ni en los procesos psicológicos individuales, sino más bien está implicado en una interacción social determinada que se explica en términos de la dinámica de los grupos pequeños y la práctica comunicativa; es decir, dentro de la Actividad humana: **en los procesos interpsicológicos** (Wertsch, 1988).

Vygotsky (1979) hace referencia al funcionamiento interpsicológico en su formulación de la *"la ley genética general del desarrollo cultural"* para explicar los orígenes sociales del pensamiento, o bien, de los procesos psicológicos superiores; esta ley explica cómo las funciones psicológicas superiores aparecen dos veces en dos planos distintos: primero aparecen entre las personas como una ***categoría interpsicológica*** y luego, en cada individuo como una ***categoría intrapsicológica.*** Aunque los procesos interpsicológicos producen una serie de cambios y cada uno de estos queda reflejado en el funcionamiento intrapsicológico, este proceso de *internalización* no consiste en la transferencia de una actividad externa a un plano interno preexistente; sino más bien es una transición en donde los procesos interpsicológicos posibilitan la formación del funcionamiento intrapsicológico (Leontiev, 1975). En este sentido, el **pensamiento** tendrá lugar a partir de la participación en el funcionamiento interpsicológico, esto requiere necesariamente una conexión inherente entre los dos planos de funcionamiento, de tal manera que la estructura del funcionamiento interpsicológico tiene un enorme impacto sobre la estructura intrapsicológica resultante (Wertsch, 1988).

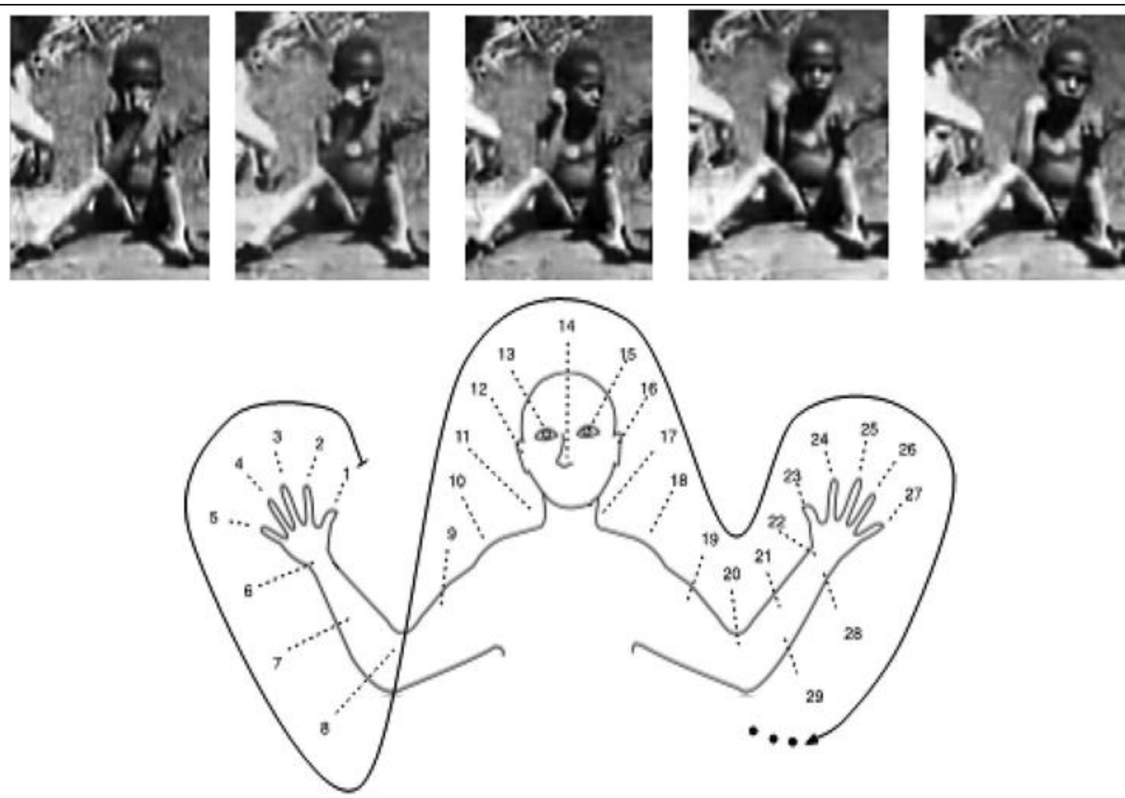
Los procesos interpsicológicos no son exclusivos de los ambientes institucionalizados, de hecho, desde antes de que los niños ingresen a la escuela están inmersos en las interacciones cotidianas de la vida doméstica en donde los miembros más capaces del hogar ayudan y regulan el desempeño de los niños. Es a través de estas interacciones mundanas, que ellos aprenden la sabiduría acumulada, las herramientas cognitivas y comunicativas de su cultura, en otras palabras, aprenden a comunicarse y a pensar (Tharp & Gallimore, 1991).

Saxe (2015) propone en sus investigaciones realizadas en 1978, 1980 y 2001 dentro de las comunidades Oksapmin, que desde muy pequeños y durante toda su vida, las personas aprenden a utilizar 27 partes de su cuerpo para cumplir con una variedad de funciones tradicionales y socialmente reconocibles como contar objetos, bienes e incluso para solucionar problemas aritméticos o funciones educativas en las aulas. Como puede apreciarse en la Figura 2.2, las personas comienzan a contar con el pulgar de una mano y repiten los nombres de las partes del cuerpo alrededor de una periferia superior hasta el dedo meñique de la mano opuesta, es decir, para ellos no hay términos para *el número* que no sean las partes del cuerpo en sí (Saxe, 2015). Esto significa que en la comunidad Oksapmin de Nueva Guinea, existe un *sistema elaborado* a lo largo de una historia cultural compleja que ha ido evolucionando con el paso del tiempo, en donde cada nuevo integrante se incorpora y participa en las actividades estructuradas de su comunidad con ayuda de los más experimentados para atribuirle un sentido y significado a los artefactos (las partes de su cuerpo) que le permitirán participar en su comunidad.

Figura 2.2 Sistema Oksapmin.

a)

b)



Nota: a) Fotografías de un niño que usa un procedimiento de seguimiento mientras crea una correspondencia uno a uno entre dos series de partes del cuerpo. b) Forma de representación tradicional para contar en las comunidades de Oksapmin (Saxe, 2015).

Tanto los niños de las comunidades Oksapmin como aquellos inmersos en cualquier otra socialización informal, al inicio desconocen el objetivo de la actividad en la que están participando, pero la guía de los cuidadores permite que los niños participen en niveles de actividad que no podrían manejar solos (Tharp & Gallimore, 1991). Es en este intercambio interpersonal en donde los adultos asumen tantas ***funciones estratégicas de mediación*** como sean necesarias para el desarrollo del niño, y, en donde se revelan los precursores de las funciones psicológicas superiores que algún día serán autorreguladas por el niño (Tharp & Gallimore, 1991; Wertsch, 1988).

Mediación. La incorporación de un nuevo individuo a un sistema de acciones implica el uso de sistemas e instrumentos particulares, formas de actuar en relación con los otros, métodos para participar con eficacia en las actividades y estrategias para modificar su pensamiento; en otras palabras, el nuevo individuo necesita *mediarse* con su entorno a través del empleo de instrumentos y signos que le permitan participar y desarrollar sus capacidades de pensamiento. En este sentido, la noción de mediación *(oposredovanie)* que se propone desde el enfoque teórico vygotskiano sugiere que los procesos psicológicos superiores, como el pensamiento, pueden entenderse únicamente cuando se comprenden los mecanismos semióticos que actúan como mediadores durante el proceso de desarrollo (Wertsch, 1988).

Ahora bien, es oportuno aclarar que, bajo esta perspectiva, los mecanismos semióticos pueden funcionar como medios/herramientas técnicas y como medios/herramientas psicológicas (Daniels, 2003; Wertsch, 1988). Las **herramientas técnicas** son aquellas que son independientes del individuo, su uso descansa en la Actividad y sirven para transformar los objetos dentro de ésta. De acuerdo con Martí (2003), las actividades humanas se apoyan en Sistemas Externos de Representación ya que pueden ser tanto objetos físicos y manipulables, como objetos de conocimiento, también llamados *"sistemas de signos"* o *"sistemas simbólicos"*. Puesto que los sistemas simbólicos se entienden como un conjunto de símbolos distintos que están organizados y estructurados de acuerdo con ciertas reglas y principios que los relacionan con un dominio específico y en donde cada uno tiene su propia interpretación, se han creado distintas herramientas específicas que constituyen objetivaciones de los sistemas simbólicos. En otras palabras, son concreciones [también llamadas *artefactos* (Radford, 2004), *herramientas* (Vygotsky, 1979) o *instrumentos* (Cole, 1985)] que reflejan el uso de los sistemas simbólicos, por ejemplo, en un reloj (instrumento que sirve para medir el tiempo) descansa el uso del sistema numérico (Eco, 2007; Jhonson-Laird, 1990).

Por otro lado, **las herramientas psicológicas** son aquellas que median el pensamiento del individuo con la realidad externa (Daniels, 2003; Wertsch, 1988). De acuerdo con Wertsch (1988) cuando aparecen nuevas formas de mediación inicialmente tienen la forma de los instrumentos o signos, pero el significado comunicativo es creado en la interacción, o sea, en un plano interpsicológico que es sostenido por la **Actividad**. En consecuencia, es en estos contextos situacionales de Actividad en los que tiene lugar el funcionamiento interpsicológico y en donde podemos entender más acerca de este funcionamiento que considerándolo aisladamente; ya que al considerar la Actividad como *una acción mediada por instrumentos y orientada hacia un objetivo,* se convierte en una sola unidad de análisis que integra todos los niveles del funcionamiento humano (social, institucional, interpsicológico e intrapsicológico) y permite que a través de la construcción de un marco teórico puedan unirse sin ser reducidos unos a otros. Solo así se podrán resolver cuestiones sobre la relación entre los contextos situaciones de la Actividad y el individuo (Leontiev, 1975; Wertsch, 1988).

Una vez aclarado este punto, es importante retomar que los contextos en los que ocurren estas relaciones situacionales y en los que tiene lugar la enseñanza se denominan *entornos de aprendizaje* (pueden ser formales o informales). Las personas, la meta, la división de trabajos y el sistema simbólico inmerso en ellos solo tienen sentido para quienes forman parte de esa comunidad; así que un entorno de aprendizaje tiene la responsabilidad de proporcionar una ***figura de mediación*** entre los medios semióticos y el nuevo individuo que participará en esa comunidad (Rogoff, 1997; Tharp & Gallimore, 1991; Wertsch, 1988). El objetivo último de esta figura de mediación (que *per se* resulta tener la suficiente experiencia como para guiar y sostener el entendimiento tanto de las actividades que se viven en la comunidad como de los sistemas símbolos de las sostienen) consiste en **asistir** o **ayudar** a sus miembros menos experimentados para aumentar la autonomía en cada uno (Tharp & Gallimore, 1991). Bajo esta idea y sin olvidar que la mente humana es de carácter simbólico porque tiene lugar y funcionamiento a partir de la incorporación y dominio de los sistemas culturales. Se puede entender que los **procesos mediacionales,** son todos aquellos esfuerzos que haga una persona más experimentada dentro de un entorno de aprendizaje con la intención de acercar a un individuo hacia el dominio y uso de los sistemas simbólicos que tiene sentido dentro de la Actividad en la que participan.

Desde que la noción de *mediación* cobró fuerza para la comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje, ha habido muchos esfuerzos de investigación tanto en entornos de aprendizaje informal (como en el caso de la comunidad Oksampin), como en los entornos de aprendizaje formal; esto con el objetivo de evaluar y comprender el papel que tiene los docentes en el aprendizaje de los niños (entendiendo en este contexto *al docente* como una persona experimentada y *al niño* como una persona novata). Por ejemplo, en un estudio, Goss (2004) examinó el papel del maestro para la creación de una cultura de investigación en la clase de matemáticas en una secundaria de Queensland, Australia. La investigación se llevó a cabo con 14 estudiantes entre 16 y 17 años y, tras el análisis cualitativo de los resultados se encontró que el docente realizaba diferentes acciones durante su práctica para impulsar el aprendizaje de sus estudiantes. Entre las acciones más destacadas está el *modelamiento* del pensamiento matemático a través de un diálogo formal para impulsar la participación entre sus estudiantes, la *solución* de algunos pasos intermedios del problema para que los estudiantes tomaran conciencia sobre los contenidos y, finalmente, la *motivación* para que los estudiantes expusieran sus argumentos, conjeturas o justificaciones al develar sus soluciones al problema (Goss, 2004).

Este tipo de investigaciones permiten confirmar, por un lado, que no existe duda alguna sobre lo importante que es una **figura de mediación** dentro de los procesos de aprendizaje, puesto que al asumir que la mente humana es de carácter simbólico (ya que tiene lugar y funcionamiento a partir de la incorporación y dominio de los sistemas culturales), es indispensable que exista un experto que desencadene *procesos mediacionales* entre los medios semióticos y el individuo que participará en una actividad nueva (Tharp & Gallimore, 1991; Wertsch, 1988). Y por otro lado, se confirma que el aprendizaje despierta una gran variedad de procesos internos de desarrollo que pueden operar solo cuando el niño participa en un entorno de aprendizaje; y aunque la evaluación de sus capacidades de pensamiento está basada principalmente en todo aquello que es visible al ojo humano, resulta inquietante entender lo que pasa *antes del logro intrapsicológico*, es decir, se despierta una curiosidad por **descubrir cómo** es que el niño puede *llegar a ser lo que aún no es* a partir de la ayuda que le brinde el docente, el adulto, el experto o el compañero más capaz (Leontiev, 1975; Tharp & Gallimore, 1991; Wertsch, 1988).

Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). De acuerdo con Vygotsky (1979) y Wertsch (1988), este concepto vygotskiano puede entenderse como una *región dinámica* de transición desde el funcionamiento interpsicológico al funcionamiento intrapsicológico. Se trata de la distancia que existe entre el **nivel de desarrollo real** del niño (aquello que puede resolver de manera independiente) y el **nivel más elevado del desarrollo potencial** (la resolución de problemas bajo la guía del adulto o en colaboración con sus iguales más capacitados). Ahora bien, esta región dinámica no se suscita de manera esperada, aislada o natural, sino que se encuentra sostenida por una *Actividad* que **acoge y da sentido** *a los procesos mediacionales* entre expertos y novatos (Tharp & Gallimore, 1991). Por ejemplo, con el objetivo de enseñar las reglas gramaticales del idioma inglés, Macdonald y Phiheir (2012), hicieron una investigación en una clase con 20 niñas de grado 10 durante un periodo de seis meses en un convento privado. Aplicaron una evaluación pretest para conocer el nivel de desarrollo real de las niñas, después implementaron la intervención y al final un postest para conocer lo que las niñas habían logrado después de la intervención. Los resultados muestran un cambio altamente significativo en el nivel de aprendizaje de la gramática inglesa. Es importante revisar que, durante la intervención la meta de las sesiones fue dirigida hacia la redacción de resúmenes sobre obras literarias, las niñas fueron asistidas todo el tiempo por los maestros y, en algunos casos, por las niñas con mayores habilidades. Es decir, la intervención estuvo sostenida por una Actividad con sentido para quienes participaron en ella.

Cuando se expone el concepto de ZDP, es importante considerar que el funcionamiento interpsicológico puede variar en función de los contextos sociohistóricos institucionales en los que éste tenga lugar. Esta idea da cabida a la posibilidad de un sinfín de ZDP culturales e individuales que responderán al tipo de interacciones sociales en las que se originen y, por lo tanto proporcionan un punto en el que los dominios ontogenéticos y sociohistóricos pueden examinarse en interacción (Cole, 1985; Tharp & Gallimore, 1991). Esto quiere decir que la ZDP permite examinar no solo el proceso o desarrollo de algo que se ha culminado, sino también los procesos en los que estos momentos se encuentran en una fase de aparición o brote. Es en este espacio medular de en donde *el cambio* y las oportunidades de incidir en el pensamiento tienen sentido; en otras palabras, los procesos de desarrollo que surgen en la ZDP permiten entender la ontogénesis del individuo y la microgénesis de sus habilidades a medida que se van surgiendo y transformándose (Tharp & Gallimore, 1991; Wertsch, 1988). Esta es la razón principal por la que el concepto de ZDP ha sido útil en los procesos de **instrucción** (procesos de enseñanza- aprendizaje), en donde de acuerdo con Wertsch (1988), es el lugar en donde se crea la ZDP ya que *aviva* la actividad del niño y *desencadena* toda una serie de procesos de desarrollo; sin perder de vista que éstos solo son posibles en la esfera de la interacción y gracias al sostén que brinda la estructura de la Actividad. Así, se puede entender por un lado que **la ZDP se determina** de manera conjunta **por el nivel de desarrollo del niño** y por **la forma de instrucción aplicada,** y por otro lado, que la enseñanza **consiste en asistir** el desempeño a través de la ZDP y **ocurre cuando se ofrece asistencia** en los puntos de la ZDP en los que se requiere ayuda (Tharp & Gallimore, 1991: Wertsch, 1988).

Al vislumbrar este enfoque, ha sido vasta la cantidad de investigadores que han colocado sus esfuerzos en indagar sobre las formas de instrucción y los procesos mediacionales que ocurren durante la ZDP y, aunque todos coinciden en la importancia de la presencia de un experto durante el aprendizaje, es necesario tener en cuenta que la instrucción únicamente es positiva cuando va más allá de aptitudes técnicas y especializadas (como escribir en un teclado), ya que tiene el potencial de poner en marcha un arsenal de funciones psicológicas cuyo objetivo último es la consumación del desarrollo del individuo. Entonces, la instrucción se halla implicada en el desarrollo de las características históricas y no en las naturales (Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988).

ZDP: modelo de 4 etapas. Para Tharp y Gallimore (1991), el desarrollo de cualquier capacidad de pensamiento en el individuo representa una relación cambiante entre la **autorregulación** y la **regulación social** que ocurre a través de la ZDP (para términos prácticos y puesto que la presente investigación está centrada en el desarrollo en capacidades de pensamiento en niños en un ambiente escolarizado, se usará el término *docente* para referirse al adulto o experto, y el término *niño* para el aprendiz o novato). Puesto que esta relación cambiante entre el docente y el niño ocurre en la socialización, el nivel de **intersubjetividad** entre ellos toma una relevancia importante. Este concepto puede entenderse como la comunicación que se da entre dos interlocutores cuando comparten algún aspecto de sus definiciones en determinada situación o mejor dicho, sobre la Actividad en la que están inmersos (Rommetveit & Blakar, 1979). Para comprender cómo es que el niño pasa de la regulación social a la autorregulación y cómo son los niveles de intersubjetividad entre ellos, a continuación se desarrollan las 4 etapas que explican los procesos que ocurren durante esta transformación:

Etapa 1. En este primer nivel, la definición que tiene el adulto sobre la Actividad es tan diferente a la del niño que resulta difícil la comunicación entre ellos. El docente puede intentar conducir al niño a través de pasos estratégicos, pero la comprensión del niño acerca de los objetivos y la acción es tan limitada que el niño puede no entender de modo apropiado lo que el docente intenta comunicarle (Rommetveit & Blakar, 1979). Al inicio de este nivel el docente suele ser sumamente activo mientras que la respuesta del niño es aquiescente o imitativa, hasta que, gracias a los esfuerzos mediacionales durante la progresión a través de la ZDP, puede percibirse un nivel decreciente constante de la responsabilidad del docente por el desempeño de la tarea y un aumento recíproco en la producción de la responsabilidad del niño (Tharp & Gallimore, 1991). Éste es el inicio del traspaso de control, en donde el niño que era un espectador ahora es un participante y gradualmente comienza a hacerse cargo de la estructuración real de la tarea que sostiene la Actividad (Bruner, 1991; Rogoff, 1993).

Etapa 2. Durante esta etapa, el niño ha asumido algunas reglas y responsabilidades, participa activamente en la Actividad a través del constante diálogo consigo mismo (que suele ser similar a las expresiones de la docente durante la ZDP). La participación del niño comienza a tener éxito en la tarea, pero es incapaz de comprender la tarea en sí, puesto que no coincide completamente con el nivel de comprensión que el docente tiene de ésta (Rommetveit & Blakar, 1979; Tharp & Gallimore, 1991).

Etapa 3. La ejecución de tareas es fluida e integrada por parte del niño, puede responder adecuadamente haciendo las inferencias necesarias para interpretar las producciones directivas del docente; incluso ya no es necesario que el docente especifique todos los pasos que debe seguir para que se complete una tarea puesto que el niño ya es capaz de llevarlos a cabo de forma automatizada o "fosilizada". Durante esta etapa los procesos mediacionales durante la ZDP comienzan a observarse como disruptivos (Rommetveit & Blakar, 1979; Tharp & Gallimore, 1991).

Etapa 4. En este último nivel, el niño toma la responsabilidad o control total para llevar a cabo la tarea. El nivel de intersubjetividad entre el docente y el niño es tan alto que sus definiciones están completamente compartidas (Rommetveit & Blakar, 1979).

De acuerdo con Tharp y Gallimore (1991), los esfuerzos mediacionales que ocurren en la ZDP se repiten una y otra vez para el desarrollo de nuevas capacidades de pensamiento, es decir, cuando hay una nueva tarea, por ejemplo, si un niño se encuentra en la etapa 4 volverá a la etapa 3 de forma intencional y consciente; es en este espacio de **recursividad** en donde la disposición del docente debe ser frecuente y elaborada, ya que la asistencia del docente dependerá y responderá al nivel de desempeño del niño y a la necesidad percibida. Esta idea puede apreciarse en un estudio que se realizó con estudiantes de primaria de habla hispana, ya que se diseñó un modelo de pruebas adaptativas computarizadas para identificar **los niveles de desempeño en los estudiantes** y con ello determinar el **tipo de ayuda** que cada uno necesitaba para alcanzar su máximo desempeño. Para el logro de sus resultados se incluyeron indicaciones graduadas y elementos de evaluación previos y posteriores a la prueba (Navarro, 2018).

Entonces, vale la pena tener en cuenta que el desarrollo del pensamiento no se construye de la misma manera en todos los seres humanos ni está ligado su desarrollo fisiológico, sino más bien está anclado al tipo de Actividad en la que se esté participando. Para Wertsch (1988), a medida que los niños se ven implicados en determinadas actividades (que pueden caracterizar las diferentes fases de la ontogénesis) definidas institucionalmente, la naturaleza de la interacción y la ZDP en las que participan se irán modificando.

Tipos de esfuerzos mediacionales. Diversos investigadores han indagado sobre las características y cualidades que poseen los esfuerzos mediacionales en una actividad instruccional, es decir, cuando el objetivo principal es la enseñanza. Aunque los resultados han sido exhaustivos, la mayoría de los autores coinciden en la existencia y funcionamiento de las categorías propuestas por Tharp y Gallimore (1991):

a) Modelado. Este proceso se caracteriza porque el experto ofrece un comportamiento para que éste pueda ser imitado por el aprendiz, de tal manera que el experto es un colaborador que participa de forma activa (Tharp & Gallimore, 1991). El modelado/modelamiento ha sido uno de los esfuerzos mediacionales cuyo índice de efectividad es altamente comprobable, por ejemplo, Schwartz y Gorbatt (2017), examinaron cómo los maestros alentaron a los niños de un preescolar árabe-hebreo a usar un segundo idioma durante sus conversaciones. Participaron tres maestros y un grupo de niños durante un año académico. Las conversaciones que fueron videograbadas y recopiladas se analizaron cuantitativa y cualitativamente. Sus resultados fueron organizados por categorías que van desde la solicitud explícita por parte del maestro para el uso de la segunda lengua, hasta la aplicación de estrategias como el modelamiento tanto por el maestro como por los compañeros más experimentados para evitar la traducción directa. Se potenció el aprendizaje de la segunda lengua en los niños.

Como puede apreciarse, en el estudio Schwartz y Gorbatt (2017) el modelado no es exclusivo del docente. En los entornos de aprendizaje, los modelos de ***pares*** son fuentes muy importantes de rendimiento asistido (Tharp & Gallimore, 1991; Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988). Por ejemplo, Guk y Kellogg (2007) analizaron las diferencias entre las interacciones maestro-alumno y alumno-alumno en el aprendizaje del inglés como segunda lengua. Se encontró un pequeño número de puntos de diferencia entre ambas interacciones, ya que entre pares nunca usaron expresiones como "escucha y repite", ni dividieron las declaraciones en palabras sueltas como el maestro lo hizo. Por otro lado, mientras que el maestro dirige sus ayudas a la construcción gramatical (se centra en la proyección de significados de las palabras y las estructuras gramaticales), entre pares se ayudan a centrarse en la tarea (Guk & Kellogg, 2007).

Más allá de las diferencias, la propuesta del investigador remonta a una ZDP completa en donde la relación maestro-alumno está en el extremo superior, mientras que la relación entre pares en el extremo inferior. Aunque la forma de mediación que se usa entre pares es distinta a la que emplea un maestro, se trata de una misma ZDP en donde el sistema de conocimiento es el que permite pensar, el que regula y el que da forma al pensamiento en los niños (Guk y Kellogg, 2007). Esto tiene sentido ya que, como se ha mencionado antes, el desarrollo del pensamiento es social, surge en la interacción que se mantiene con los otros y es sostenido por la estructura de la Actividad (Tharp & Gallimore, 1991; Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988).

b) Manejo de contingencias. Bartelet et al. (2016), pusieron a prueba la eficacia de un programa de sistema de tutoría inteligente en 355 estudiantes de primero de secundaria que consistía en dejar al alumno la libre elección de actividades y módulos de estudio. Sus resultados muestran cómo los alumnos tienden a elegir los módulos más fáciles o que mejor dominan, así que, para este programa las materias optativas no garantizaron el aprendizaje en sus estudiantes salvo en aquellos estudiantes que estuvieron acompañados de una figura experta que les orientó para elegir los módulos que les implicarían un mayor reto y les motivó para creer en sus capacidades.

Este estudio evidencia cómo el elogio, el aliento, la motivación, los privilegios y las recompensas simbólicas (manejo de contingencias) son un medio eficaz para ayudar al desempeño de los estudiantes. En esta categoría también están implicados los castigos que suelen ser firmes y breves, ya que desaparecen en la primera oportunidad positiva. Vale la pena aclarar que esta propuesta no es un condicionamiento operante para el aprendizaje ya que, de hecho, los avances en el desarrollo del pensamiento se originan por otros medios de asistencia, como el modelado o la instrucción (Tharp & Gallimore, 1991).

c) Retroalimentación. De acuerdo con Tharp y Gallimore (1991), este tipo de esfuerzo mediacional se caracteriza por proporcionar información sobre el desempeño que el aprendiz ha alcanzado, es decir, es una guía que, en el mejor de los casos permite mejorar sustancialmente el desempeño en un siguiente intento. La retroalimentación puede expresarse mediante diferentes criterios, como los datos de una prueba de rendimiento, las respuestas instantáneas de un experto o bien una calificación. En un estudio realizado por Jaworski y Potari (2009), en una escuela secundaria en la zona Rural de Inglaterra se detectó que sus estudiantes consideran la enseñanza de las matemáticas como una “actividad compleja” y muestran cierta resistencia para realizar actividades de esta materia. Por tradición, la escuela agrupa en dos equipos a los estudiantes de acuerdo con su logro académico: “superiores” e “inferiores”; de estos grupos se seleccionaron a 14 estudiantes de 15 años pertenecientes al grupo inferior para analizar sus clases de matemáticas. Con el objetivo de que los alumnos comprendieran y participaran haciendo matemáticas, se planteó una intervención de 3 episodios: *1) la tarea oral* en la que los niños debían hacer la búsqueda de términos matemáticos en el diccionario y discusión en el aula (promedio, media, mediana, moda); *2) la tarea de cartas* en la que relacionaban los términos matemáticos con ejercicios y problemas escritos en tarjetas; *y 3) el desafío*, en el que los alumnos debían crear sus propios ejemplos y problemáticas que se relacionaran con los términos matemáticos que estaban empleando. Se favoreció el trabajo en grupo y en parejas. Los resultados de esta investigación arrojaron que, las tareas creativas, como los juegos, fueron agradables y buenos para la enseñanza de las matemáticas; que la motivación y las retroalimentaciones que les proporcionó el docente cuando tenían un problema les ayudaba a resolverlo. En el caso de los niños que en un inicio se mostraron renuentes y expresaban que "no podían hacer matemáticas" y que no participaron del todo dentro de la actividad, al final realizaron las actividades debido a la mediación, al ajuste de las ayudas y cuestionamientos proporcionados por el profesor.

Como puede apreciarse en el estudio de Jaworski y Potari (2009), a medida que la actividad se complejiza, los esfuerzos mediacionales lo hacen también. Esto quiere decir que no existe una relación de correspondencia ni exclusividad, sino que cada experto va haciendo uso de los recursos mediacionales que tiene a su disposición para guiar e impulsar el desempeño del aprendiz. Por otro lado, también es destacable tanto la organización de la actividad matemática (episodios) como el motivo o meta que se planteó para *hacer matemáticas.*

d) Instrucción. Este tipo de esfuerzo mediacional es exclusivamente lingüístico y se caracteriza por llamar a una acción específica. Para Tharp y Gallimore (1991), las instrucciones efectivas deben integrarse en un contexto de otros medios efectivos, por ejemplo, en *la gestión de contingencias*, en *la retroalimentación* o bien en *la estructuración cognitiva* para que puedan incidir en la ZDP; además es importante cuidar que las instrucciones no se vuelvan autoritarias.

Kleickmann et al. (2016), realizaron un estudio con el objetivo de medir el efecto del andamiaje experto en relación con las creencias, motivaciones, calidad de instrucción y rendimiento de los estudiantes, se llevó a cabo con 73 maestros de primaria que enseñaban ciencias. El andamiaje experto se implementó en tres niveles: 18 maestros con andamiaje alto, 18 con andamiaje reducido, 18 sin andamiaje experto, pero con guías para el autoaprendizaje. Además, participó un grupo de referencia (19 maestros). Los resultados mostraron cómo el grupo con andamiaje experto alto fue significativamente superior al grupo con guías para el autoaprendizaje en términos de creencias, calidad de instrucción y logros de sus estudiantes. El criterio diferenciador fue la instrucción. En otras palabras, el experto proporcionó a los maestros en ciencias formas de dar instrucciones a sus estudiantes durante la impartición de sus clases y, en consecuencia, los resultados en sus estudiantes fueron significativamente superiores.

Además de proponer *la instrucción* como criterio diferenciador, el estudio de Kleickmann et al. (20016) permite observar cómo es que los procesos de desarrollo no son exclusivos de la primera infancia, sino más bien están presentes en cualquier persona de cualquier edad que se enfrente a una nueva actividad. En este sentido, y gracias a su participación en la actividad, el aprendiz irá adquiriendo un control voluntario en el plano interpsicológico sobre lo que antes solamente había existido en la interacción social y lo transformará en algo propio o intrapsicológico (Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988). En otras palabras, la internalización (de la actividad) quedará entendida como el control que tiene el aprendiz sobre los signos externos de la realidad y con ello podrá participar activamente en la actividad en la que se encuentre inmerso.

e) **Cuestionamiento.** De acuerdo con Tharp y Gallimore (1991), el cuestionamiento es un esfuerzo mediacional exclusivamente lingüístico que se caracteriza por exigir específicamente una respuesta y provocar creaciones por parte del aprendiz. El cuestionamiento como estrategia de mediación ha sido altamente estudiado y su eficacia y existencia se ha analizado en diversas ocasiones. Por ejemplo, Muhonen et al. (2016) realizaron un estudio en Finlandia para examinar los tipos de patrones de enseñanza que utilizaron los maestros durante treinta lecciones desde preescolar hasta segundo grado. Las lecciones fueron grabadas y analizadas utilizando análisis de contenido cualitativo. Se encontró que los maestros utilizaban dos patrones de andamiaje, el primero fue con diálogos iniciados por el maestro cuya característica principal fue la alta responsabilidad en el mantenimiento del flujo interaccional; el segundo fue hallado cuando los niños comenzaban el diálogo, aquí el andamiaje del maestro consistía en escuchar y realizar cuestionamientos para indagar; convirtiéndose en un facilitador del diálogo.

Es interesante observar cómo es que este estudio ejemplifica claramente la presencia de los cuestionamientos que evalúan y aquellos que asisten. Los primeros suelen ser un esfuerzo mediacional que consiste en indagar para descubrir la capacidad que tiene el aprendiz para desempeñarse sin ayuda, mientras que los segundos se utilizan para impulsar las capacidades de pensamiento en los aprendices y con ello potenciar su nivel de desarrollo hacia un objetivo más elevado (Tharp & Gallimore, 1991).

f) **Estructuración cognitiva.** Stull y Hegarty (2015) realizaron un interesante estudio con el objetivo investigar el desarrollo de la competencia representacional en química orgánica en estudiantes mediante el uso de modelos 3D (concretos y virtuales) como objetos de mediación para enseñar a traducir entre múltiples tipos de diagramas. La investigación tuvo dos fases, los estudiantes tradujeron entre diferentes diagramas de moléculas y recibieron retroalimentación verbal solo en una de las siguientes tres condiciones de intervención: con modelos concretos, con modelos virtuales y sin modelos. Entre los resultados, se destaca que los estudiantes aprendieron más cuando los modelos estaban disponibles y la retroalimentación basada en modelos fue superior a la retroalimentación verbal sola, además los modelos concreto y virtual fueron equivalentes en la promoción del aprendizaje.

Por un lado, este estudio permite entender cómo es que un medio semiótico (los modelos concretos y virtuales) es una herramienta en la que se encuentra objetivado un sistema, en este caso, el científico; mismo que puede ser utilizado para actuar científicamente en la realidad y poder entenderla. Esta herramienta permite tener contacto con el sistema, y al estar en constante interacción (principalmente gracias a los esfuerzos mediacionales del experto quien es la persona que domina el sistema) se promueve su apropiación (Roth, 2004; Vygotsky, 1979; Wertsch, 1988).

Por otro lado, el estudio también ejemplifica la estructuración cognitiva como un esfuerzo mediacional que consiste en proporcionar una estructura para organizar elementos en relación unos con otros. Para Tharp y Gallimore (1991), este es el tipo de esfuerzo mediacional más completo ya que tiene ramificaciones amplias y proporciona una estructura organizadora para actuar. Pero lo cierto es que se puede resignificar el término “estructuración cognitiva” como “Actividad”, ya que esta noción permite la incorporación de medios semióticos para pensar (como los modelos virtuales y concretos del estudio de Stull & Hegarty, 2015), y entender que la Actividad no puede reducirse a otras unidades de análisis, sino que se trata de una unidad organizadora mediada por instrumentos y orientada hacia un objetivo lo que le constituye como una única unidad de análisis (Leontiev, 1975; Wertsch, 1988).

Para **finalizar** este capítulo y una vez que se ha hecho un recorrido por los aspectos más importantes sobre la *concepción de las matemáticas* que se asume en el presente estudio y sobre *los procesos mediacionales* para el desarrollo del pensamiento; es interesante analizar el estudio de Ruiz (2008) realizado en el estado de Trujillo, Venezuela:

Ruiz (2008) reporta que este estudio se llevó a cabo con el objetivo de analizar cuáles son las estrategias didácticas que utilizan los docentes en la educación inicial para la enseñanza de las nociones lógico-matemáticas, para indagarlo, se realizó una descripción exploratoria durante 9 meses en una escuela rural del estado Trujillo en Venezuela. Los datos fueron recolectados a través de la observación participante, la elaboración de notas de campo, entrevistas (tanto a los docentes como a los niños) y la recolección de datos multimedia (fotografías, grabaciones y archivos impresos). Los resultados muestran que:

- Los niños pasan un valioso tiempo en los espacios de trabajo sin que la docente actúe como mediador en las actividades que ellos realizan.
- Gran parte de las actividades que los niños desarrollan, no tienen un propósito definido por el docente, es decir, son espontáneas y no saben por qué y para qué las realizan.
- La mayoría de las actividades que realizan los docentes están enfocadas a la introducción de los símbolos matemáticos sin hacer referencia a sus significados ni anclarlos a alguna actividad matemática.

- Se observó que los números son introducidos para ser enunciados en forma mecánica, para ser identificados en canciones o escritos en hojas con diversos materiales.

Además, se concluyó que los maestros no tenían conocimiento sobre el desarrollo del pensamiento del niño y que, por lo tanto, no contaban con estrategias para impulsar sus habilidades lógico-matemáticas (Ruiz, 2008).

El panorama que aporta el investigador Ruiz en su trabajo esclarece uno de los panoramas más comunes de la enseñanza de las matemáticas a nivel mundial cuyos resultados formativos no responden a las exigencias de la sociedad actual, es decir, no se habilita a los estudiantes para ser funcionales. Por ello, resulta relevante atender esta problemática y diseñar propuestas educativas en donde la aproximación de las matemáticas sea a través de **situaciones reales**, es decir, en donde se entienda que las matemáticas son de origen social y su quehacer disciplinar está depositado y tiene sentido únicamente en la cotidianidad humana (Freudenthal, 1991). Se trata de crear entornos escolares de aprendizaje cuya base sea insertar actividades matemáticas reales ya que, de acuerdo con Freudenthal (1991), como seres humanos debemos aprender las matemáticas como una actividad (y no como un sistema cerrado y abstracto) con el objetivo de **matematizar** la realidad. Para el matemático e investigador Freudenthal (1991), el concepto de **matematización** tiene dos formas: *a) horizontal,* en donde matematizar significa ir del "mundo de la vida" al "mundo de los símbolos" y, *b) vertical,* que significa "moverse" dentro del mundo de los símbolos; y ambas formas tienen lugar en la **Actividad matemática.**

Es la Actividad quien contiene y da sentido al quehacer matemático al ser un conglomerado funcional de procesos organizados e interconectados; los medios semióticos, la interacción, los contenidos y conceptos disciplinares tienen sentido gracias a la Actividad, en otras palabras, la

Actividad matemática se encarga de hacer explícito el significado y el sentido del mundo simbólico, por lo tanto, y puesto que el pensamiento es de origen social, es en la Actividad matemática en donde se materializa el pensamiento matemático (Leontiev, 1975; Wertsch, 1988). En este sentido, el experto se convierte en un interlocutor entre la Actividad y el aprendiz; en un contexto educativo, el papel fundamental del docente se relaciona con insertar a sus estudiantes en la Actividad matemática para que en ésta ocurran los procesos psicológicos superiores como el pensamiento, para que se usen y tengan sentido los medios semióticos, para que los conceptos matemáticos tengan sentido explícito en lo real y, peculiarmente, para el docente eche a andar todo un abanico de posibilidades de acción (procesos mediacionales) en la ZDP.

3. ESTUDIO DE CASO EN NIÑOS PREESCOLARES: MEDIACIÓN DOCENTE Y PENSAMIENTO NUMÉRICO

"La investigación surge de la necesidad del hombre de dar solución a los problemas más acuciantes de la vida cotidiana, de conocer la naturaleza que lo rodea y transformarla en función de satisfacer sus intereses y necesidades"

Manuel E. Cortés Cortés

Hasta el momento se ha expuesto que las Matemáticas como ciencia tienen un origen en la actividad humana y que el pensamiento es de origen social; también se ha esclarecido que es en los procesos interpsicológicos en donde los procesos mediacionales por parte del docente o experto tienen sentido. Así que este capítulo explica, en primer lugar, cómo es que los esfuerzos mediacionales tienen cabida en la práctica que protagonizan los docentes en un entorno institucionalizado de enseñanza-aprendizaje. En seguida, se desarrollan las premisas teórico-metodológicas que permitieron abordar científicamente a *los procesos de mediación docente* como el objeto de estudio de esta investigación.

3.1 La mediación en el marco de la práctica docente

Una vez que las instituciones educativas fueron reconocidas como responsables (en mayor medida) de la formación de los estudiantes, la relación educador-educando, maestro-alumno o mejor dicho docente-estudiante ha cobrado importancia para la investigación educativa. Esta diada sobrepone al docente como una figura educativa importante, pues sus acciones se verán reflejadas en dos niveles, por un lado en un nivel particular cuando un estudiante muestre sus capacidades para enfrentarse a problemáticas de índole académico e incluso cotidiano, y por otro lado, en un nivel social cuando estas acciones sean relevantes para los cambios curriculares y los contextos institucionales que se desarrollen para cada país; en consecuencia, la práctica docente vista como una praxis o acción social (Daniels, 2003), se ha convertido en uno de los referentes más significativos para incidir en la mejora educativa.

García et al. (2008) proponen un modelo de evaluación sobre la práctica educativa de docentes en nivel medio superior. El modelo concentra las acciones docentes en tres dimensiones: a) previas al aula b) implementadas c) tras la evaluación de sus estudiantes. Esta visión, permite entender la práctica docente como aquella que presenta la acción y los procesos psicológicos que se entrelazan en el aula y fuera de ella de una manera integrada y constituyente, es decir, superando la dicotomía o exclusión de algún proceso psicológico que sea relevante (Téllez, 2019); de esta manera y al tomar en cuenta las tres dimensiones que componen a la práctica docente, es posible significar los procesos de enseñanza-aprendizaje como una actividad humana, colectiva y de carácter histórico-evolutiva que está mediada culturalmente (Engeström, 1999).

Recientemente y bajo esta perspectiva se hicieron dos investigaciones sobre la práctica docente a nivel preescolar como parte del eje investigativo del proyecto Entornos de Aprendizaje en Educación

Preescolar-Aleph en México. Los resultados extienden la propuesta del modelo presentado por García, Loredo y Carranza (2008), pues si bien estructuran las acciones docentes en su paso por la planeación, la implementación de actividades en el aula y la evaluación obtenida con los estudiantes; se concibe a la práctica docente como un sistema de actividad social que está orientada al objeto, en este caso, los estudiantes. De acuerdo con Téllez (2019) y Castro (2019), estas acciones son mediadas culturalmente por el sistema simbólico o dominio de conocimiento que la docente enseña y el grado o nivel educativo que le fue asignado, por el currículo vigente bajo el cual guía su enseñanza, por las reglas que se establecen en la Ley de servicio profesional docente y finalmente, por los factores que le proporciona el contexto inmediato en el que se desempeña (participación de sus pares, directivos, administrativos y padres de familia).

Para el campo de Matemáticas (revisar Castro, 2019), específicamente dentro del desarrollo del aspecto de número; se ha encontrado que la práctica de las docentes sigue un modelo similar al reportado para el campo de Lenguaje y Comunicación (revisar Téllez, 2019), es decir, la docente construye espacios colectivos de conocimiento auxiliándose de 3 dimensiones:

1. *Planeación:* incluye una guía anual de las secuencias didácticas que se implementarán en el aula, el orden temporal de éstas depende del aspecto del campo que se trabaje y el tipo de secuencia, tal y como se abordará con detalle más adelante. Esta dimensión también incluye una planeación de carácter cotidiano y específico pues las docentes preparan cada secuencia didáctica que se implementará en el aula centrando su interés en los objetivos que alcanzarán día con día.

2. *Evaluación:* tras el análisis cuantitativo de los resultados que se obtienen en la aplicación anual de la prueba de rendimiento, las docentes tipifican el nivel de desarrollo de competencias en el que cada niño se encuentra, lo que les permite poseer un panorama íntegro del nuevo grupo con el que comenzarán el siguiente ciclo escolar.

3. *Acciones diarias en el aula:* donde la docente realiza una organización física tanto del espacio como de los alumnos y realiza su intervención.

Para este último punto y tras una revisión transversal por los tres grados que incluye el preescolar; las investigaciones bajo el proyecto Aleph han reportado que en el primer año las acciones diarias que realiza la docente están enfocadas en establecer la actividad, es decir, pareciera que a través de un soliloquio la docente fomenta que los estudiantes participen en las secuencias didácticas que se están implementando. Para el segundo año, las acciones de la docente se vuelven diversas e intensas, lo que permite que los alumnos comiencen a interpretar la realidad a partir del sistema numérico y comunicativo. En el último año de preescolar, las docentes se auxilian de un mecanismo de participación conjunta donde organizan y fomentan la interacción entre los estudiantes para que la meta de la actividad sea conseguida autónomamente por ellos, además las docentes orientan sus acciones hacia la solución de problemas, la generación de interpretaciones comunes o bien hacia la ampliación del conocimiento de los estudiantes.

Como afirman Castro (2019) y Téllez (2019) las acciones que realizan las docentes se mueven de un plano específico y concreto hacia uno abstracto y general con el único objetivo de transferir el control de la actividad a los estudiantes, por lo tanto, se trata de una práctica docente:

a) compleja; por los múltiples factores que rodean al docente y aquellos que debe considerar antes, durante y al finalizar cada secuencia didáctica.

b) flexible; puesto que permite moverse en las dimensiones necesarias o bien hacer uso de recursos o estrategias que comparte dentro de la comunidad de práctica a la que pertenece.

c) cíclica y dinámica; pues la planeación, la evaluación y las acciones en el aula son revisadas y tomadas en cuenta para cada secuencia didáctica, y,

d) especializada; ya que, si bien los resultados tanto para el campo de lenguaje y comunicación como para el de matemáticas son similares, las acciones que realiza la docente están determinadas por el sistema simbólico que enseña.

En consecuencia, el aporte investigativo de los trabajos en el marco del proyecto Aleph, a los que ha sumado la presente investigación, exponen una comprensión general de la práctica docente. Se ha indagado que las acciones de la docente son determinadas por la actividad matemática que se implemente en el aula. Además, se ha vislumbrado que para que un estudiante participe óptimamente en una actividad societal, es necesario el uso de herramientas, la colaboración entre iguales y la presencia de un experto que guie su proceso de aprendizaje, entendiendo este último como un proceso psicológico humano.

Las premisas teórico-metodológicas del proyecto Aleph (abordadas en el siguiente apartado), han permitido significar al *pensamiento humano* como un fenómeno psicológico conformado por un entramado de sistemas simbólicos que funcionan para significar el mundo que nos rodea (Castro, 2019; Pesina, 2019; Téllez, 2019); refleja las transformaciones que éste ha sufrido y los factores que han intervenido en su desarrollo (Wertsch, 1988). Sin embargo y aunque la vida humana es social, no existe una transmisión mente a mente por parte de alguien que es capaz de significar su entorno; pero sí existe un acomodo de condiciones de posibilidad por parte de los expertos que permite la participación en actividades que demandan el uso de los sistemas simbólicos, como es el caso de las matemáticas y el sistema numérico.

En un ambiente escolarizado, es el personal docente quien se encarga de generar este ambiente con base en su práctica, es quien se encarga de "acercar" o mediar los sistemas simbólicos para aquellos que aún no pueden usarlos, para quienes no han conformado su pensamiento. Así que en mira de comprender cómo es que ocurre este proceso psicológico o, mejor dicho, con la intención de esclarecer la línea ontológica del desarrollo humano a partir de la mediación generada por los expertos, la presente investigación tiene como **objetivo** c*omprender los procesos mediacionales que ocurren mientras los niños preescolares participan en actividades numéricas.*

Resulta pertinente estudiar de manera más detallada cómo son las acciones docentes y qué ocurre entre una acción y otra mientras se implementan las secuencias didácticas con el fin de comprender la conformación del pensamiento numérico, la participación óptima y autónoma de los niños en una actividad matemática.

Como se abordará más adelante, construir un modelo de medicación docente dando seguimiento a una generación de estudiantes en su paso por el preescolar, permitirá entender con mayor claridad el objeto de estudio y, sobre todo, complementar los estudios sobre la práctica docente que hasta ahora se han elaborado. Este aporte dentro de la investigación educativa **pretende que** al exponer sus hallazgos, *se esclarezca la conformación del pensamiento* como proceso psicológico humano, estableciendo un punto de partida para futuras investigaciones. Además, se pretende *mejorar el sistema educativo nacional mexicano* al proporcionar recursos prácticos para los docentes con el fin de que su enseñanza forme ciudadanos capaces de entender la realidad actual y de participar óptimamente en las actividades que demanda la globalización.

3.2 Abordaje metodológico de los fenómenos psicológicos desde el proyecto Aleph

Como es sabido, la investigación educativa se ha expandido de manera importante en los últimos años pues cada vez son más las áreas disciplinares que están interesadas en explicar los procesos de enseñanza-aprendizaje que ocurren dentro y fuera de las aulas. A pesar de que los estudios de corte cuantitativo superan en cantidad a aquellos de corte cualitativo, la investigación cualitativa ofrece estrategias metodológicas más cercanas a la concepción real de los fenómenos sociales con la intención de elaborar posiciones teóricas originales que puedan perfeccionarse o consolidarse en investigaciones posteriores a partir del prisma de valores e intereses de la investigación original.

De acuerdo con Izcara (2014) la principal fortaleza del enfoque cualitativo se deriva de su flexibilidad y capacidad de adentramiento en el análisis de elementos, procesos, significados, características o circunstancias que no pueden ser medidos en términos de cantidad, frecuencia e intensidad. Así la investigación cualitativa se convierte en un trabajo artesanal que depende completamente de la imbricación del investigador y a su vez, la investigación cuantitativa puede actuar como complemento de las tesis cualitativas que se formulen, mas no como eje explicativo o determinante de los fenómenos sociales que se estén investigando; siendo esta la esencia del presente estudio.

Así, para poder investigar y entender cómo ocurren los procesos de mediación docente, se ha observado al objeto de estudio dentro de los ambientes de aprendizaje creados por el proyecto Aleph. De tal manera que en el siguiente apartado se expondrá tanto el sustento teórico-metodológico como las acciones procedimentales que se consideraron de manera general, y en los siguientes capítulos (4 y 5) se desarrollarán las decisiones metodológicas y los resultados obtenidos del abordaje de investigación mixta, no sin antes enfatizar en la mirada cualitativa de la investigación y el significado de complementariedad de los datos cuantitativos.

Perspectiva metodológica: Puesto que el objetivo del presente estudio implica el entendimiento del desarrollo del ser humano; es importante considerar que se deben comprender las relaciones sociales en las que éste se desenvuelve (Wertsch, 1988). En este sentido, se concibe a los niños preescolares como seres humanos inmersos permanentemente en contextos sociales; desde el momento de su nacimiento formaron parte de una familia, siendo ésta su primer contacto con la sociedad. Al iniciar su formación educativa, la escuela en sí se constituye como un contexto social; los individuos que le conforman están regidos por reglas tanto internas como externas, existe una organización a través de roles y poseen como meta la formación educativa de los estudiantes.

En consecuencia, explicar el desarrollo humano no puede reducirse a un solo factor (Vygotsky, 1979), se necesita recurrir a un **análisis hermenéutico** que rescate los elementos que comprenden la acción humana a través de la *interpretación* (Cárcamo, 2005). De acuerdo con Vergara (2012), la interpretación es la forma de la comprensión y ésta requiere de conocimiento tácito, o bien, una proyección de significado del objeto interpretado que sirva como punto de partida para hacer conciencia sobre los parámetros desde los que se interpreta y a su vez de las limitaciones de quien está interpretando (Gallardo, 2017). Esta **doble hermenéutica** permite una explicación del objeto de estudio que no es absoluta, sino parcial y perfectible. Por ello, el presente estudio ha usado este paradigma interpretativo para comprender el objeto de estudio (procesos de asistencia en el pensamiento numérico) a través del sujeto (los niños preescolares) quien, además, se asume como un sujeto nativamente social.

El desarrollo de la sociedad ha estado acompañado del desarrollo de símbolos o códigos que dotan de sentido a la acción humana (Vergara, 2012). Los niños preescolares comienzan, en este nivel educativo, a desarrollar conocimiento sobre **los sistemas simbólicos** presentes en la sociedad, mismos que le serán de utilidad para participar eficientemente en ella. En consecuencia, la propuesta de intervención que sostiene el presente estudio ha optado por recrear dentro del salón de clase, contextos sociales que son familiares en la cotidianidad del niño, reconociendo, por un lado, el **carácter fenomenológico** o **experiencial** del ser humano, y, por otro lado, el **carácter pragmático** o interpretativo que permite la asignación de un **sentido** a la interpretación que se realiza sobre las experiencias que se viven.

Bajo el interés de explicar cómo se desarrolla el pensamiento matemático en los niños de preescolar y entendiendo el pensamiento como un proceso psicológico, es pertinente utilizar el **método evolutivo experimental** (variante del análisis genético propuesto por Vygotsky) para crear o producir el proceso psicológico en su desarrollo hasta lograr una reconstrucción del objeto que se está estudiando (Wertsch, 1988).

Aunado a ello, la recreación de estas actividades sociales que además, incluyen el uso social de los sistemas simbólicos en el aula; permiten la observación e intervención directa en el proceso de desarrollo por parte del investigador, quien además tiene la libertad de ir haciendo ajustes mientras se está interviniendo; sin embargo y de acuerdo con **la investigación basada en diseño**, es de importancia señalar que esta recreación de actividades no es estática, puesto que el aprendizaje per se no lo es (De Benito Crosetti & Salinas Ibáñez, 2016). En consecuencia, toda práctica de intervención diseñada fue implementada, analizada y rediseñada durante la intervención misma (Cobb et al., 2003); considerando además que el presente trabajo forma parte de un grupo de investigaciones que sostienen las mismas premisas pero que con el paso del tiempo se ha ido perfeccionando.

El constante reajuste de las condiciones de aprendizaje y el uso de la interpretación para reconstruir un proceso psicológico, en este caso, el pensamiento numérico del niño; ha provocado analizar los dados desde una **aproximación microgenética,** haciendo énfasis en la detección de los momentos cruciales en donde la incorporación de una nueva fuerza de desarrollo (sistema matemático) incita la alteración del desarrollo humano (pensamiento). Esta aproximación permite estudiar la formación del proceso psicológico desde un abordaje: *a) directo,* a través del estudio de los momentos milimétricos en donde hay un cambio y *b) temporal,* pues se estudia todo lo que ocurre para que un individuo pueda resolver una tarea en cierta cantidad de tiempo (Wertsch, 1988).

En resumen, el presente estudio asume que la mejor manera de reconstruir el desarrollo del pensamiento numérico de los niños de preescolar es a través de la detección e interpretación de los momentos en los que ocurre un cambio, prestando especial atención en la influencia de los procesos de medicación docente que tienen lugar en situaciones de aprendizaje que recrean actividades cotidianas en donde se ve implicado el uso del sistema matemático.

Para finalizar este capítulo se describe tanto el *Diseño* de la investigación como el *Procedimiento general* que se siguió.

Diseño: Para alcanzar la comprensión que se demanda en el objetivo de esta investigación, se ha optado por un **diseño mixto** con un componente cuantitativo y uno cualitativo, mismo que incluye un estudio de caso longitudinal (ver Figura 3.1).

El carácter longitudinal del estudio permitió establecer de antemano los momentos claves para la recolección de los datos necesarios (Sampieri et al., 2014), determinando así el transcurrir de tres ciclos escolares comenzando por el ciclo 2011-2012. Por su parte, los datos recolectados fueron tanto cuantitativos como cualitativos, asumiendo que la integración de ambos componentes ofrecería una perspectiva más amplia y profunda sobre los procesos psicológicos que se están estudiando (Sampieri et al., 2014).

Como se ha esclarecido, el presente estudio se sitúa en el nivel preescolar, consecuentemente, se ha elegido a una generación de estudiantes como un caso. La elección del grupo coincide con el inicio del ciclo escolar en el que se comenzó con la recolección de datos (Generación 2011). De tal manera que, al seguir longitudinalmente el mismo grupo de niños durante su estancia en preescolar, se puede conseguir una interpretación holística que permite una comprensión más exhaustiva sobre la problemática planteada (Sampieri et al., 2014).

Figura 3.1 Diseño de la investigación.

Nota: Esquema elaborado para facilitar la comprensión de los siguientes capítulos.

Procedimiento general: De manera general, las acciones realizadas para conseguir el objetivo que se plantea en el presente estudio fueron:

- *Diseñar y recrear* ambientes de aprendizaje en el aula a partir de actividades socialmente significativas para promover el desarrollo del pensamiento matemático en los niños.
- *Asesorar* y *formar* al cuerpo docente del centro de intervención para la implementación de las actividades que tendrían lugar dentro del aula.
- *Evaluar y comparar* en cuatro momentos, el nivel de pensamiento matemático en los niños a través de una prueba de ejecución para establecer la magnitud de cambio en el aprendizaje a lo largo de su estancia en el preescolar. Y finalmente,
- *Analizar* en los participantes que conforman el caso, su participación en las actividades implementadas en el aula para comprender los procesos mediacionales que tienen lugar en el desarrollo del pensamiento numérico.

Es importante mencionar que el procedimiento particular para la obtención de datos cuantitativos se describe dentro del Capítulo 4 y, de igual forma, el procedimiento para la obtención de los datos cualitativos está descritos en el Capítulo 5.

4. CAMBIO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO A TRAVÉS DE LA ESTANCIA EN PREESCOLAR

"El que domina las matemáticas, piensa, razona, analiza…actúa con lógica en la vida cotidiana…domina el mundo"

Ing. Arturo Santana Pineda

El objetivo principal de los centros educativos debe, por un lado, estar encaminado a la creación de condiciones necesarias para disminuir la desigualdad de oportunidades entre los niños en edad escolar, aportando al progreso económico y social de países en desarrollo, como es el caso de México (UNESCO, 1990). Por otro lado, es indispensable preparar a las nuevas generaciones para enfrentar una cotidianidad de cambio permanente.

Con el objetivo de generar una propuesta de intervención educativa que apoye los argumentos anteriores, en este capítulo se muestra en primer lugar una descripción de las decisiones metodológicas y procedimentales que tuvieron lugar en el presente estudio; acentuando el carácter longitudinal del seguimiento realizado a una generación al azar dentro del centro de intervención.

En segundo lugar, se muestran e interpretan los resultados que se obtuvieron durante y al finalizar la intervención; esto tanto en la generación de seguimiento como en generaciones subsecuentes.

4.1 Descripción de condiciones y procedimiento sobre la indagación

Como se ha mencionado anteriormente, la intervención que sostiene el presente estudio forma parte de una línea de investigación que ha mantenido como uno de sus objetivos centrales: ***dimensionar l***os cambios que ocurren en el pensamiento de estudiantes a nivel preescolar cuando participan en situaciones de aprendizaje que recrean actividades societales (particularmente y para este estudio, en el campo de Pensamiento matemático). De esta forma, a continuación de describen tanto las condiciones como el procedimiento metodológico que permitirá dar respuesta a dicho objetivo.

Diseño cuantitativo. A partir del alcance exploratorio de esta investigación y para *conocer el impacto de actividades* socialmente significativas en el pensamiento de niños preescolares, se optó por un ***diseño cuasiexperimental de dos condiciones y siente fases*** debido a la organización predeterminada de los participantes (ver Tabla 4.1).

Tabla 4.1 *Diseño cuasiexperimental sobre el diseño de la intervención.*

Condiciones	Fases						
C_1	0_1	X	0_2	X	0_3	X	0_4
C_2	0_1		0_2		0_3		0_4

Nota: C_1= Centro de intervención; C_2=Centro de comparación; O=Evaluación.

A su vez y con la intención de *describir la consistencia de cambio* en el Pensamiento matemático de los estudiantes en el centro de intervención, se dio seguimiento a dos generaciones con las que se tuvo trato directo al momento de realizar el presente estudio (ver Tabla 4.2).

Tabla 4.2 *Diseño para mostrar la consistencia de cambio entre dos generaciones del centro de intervención.*

Condiciones	Fases								
G_{10}	0_1	X	0_2	X	0_3	X	0_4		
G_{11}			0_1	X	0_2	X	0_3	X	0_4

Nota: G_{10}= Generación 10; G_{11}=Generación 11.

Población. En total, participaron 92 niños entre los 3 y los 6 años que acudían a Centros de Desarrollo Infantil (CENDI) en la Ciudad de México; el CENDI de intervención se encuentra ubicado en la alcaldía Miguel Hidalgo, mientras que el CENDI de comparación se ubica en la alcaldía Cuauhtémoc.

Es de importancia mencionar que debido al abordaje temático del presente estudio y a partir de su base longitudinal; se clasificó a la población participante de ambos centros de acuerdo con el ciclo escolar en el iniciaron el nivel preescolar. En consiguiente, los estudiantes de la Generación 10 iniciaron actividades en el ciclo 2010-2011; los estudiantes de la Generación 11 en el ciclo 2011-2012; quienes iniciaron actividades en el ciclo 2012-2013 conformaron la Generación 12 y finalmente la Generación 13 estuvo conformada por los estudiantes que se incorporaron en el ciclo 2013-2014.

De esta manera y para el *diseño cuasiexperimental sobre el impacto de la intervención*; participaron 51 estudiantes del centro de Intervención (Preescolar III: 12 niños de la Generación 11; Preescolar II: 21 niños de la Generación 12 [11 en II A y 10 en II B] y Preescolar I: 18 niños de la Generación 13). Mientras que en el centro de Comparación participaron 32 estudiantes (Preescolar III: 10 niños de la Generación 11; Preescolar II: 11 niños de la Generación 12 y Preescolar I: 11 niños de la Generación 13).

En ambos centros y como se ilustra en la Tabla 4.3, la media de edad fue de 4.32 años, cuya proporción es similar entre la cantidad de niños y niñas que participaron. Sin embargo, existe una diferencia notable entre los estudiantes de preescolar de ambos centros que tuvieron un acercamiento al sistema escolarizado previo al nivel preescolar y quienes no contaron con dicha experiencia. Así, el 79.3% de los estudiantes del centro de comparación asistió a guardería entre 1 y 2 años, estancia que solo el 25% de los estudiantes del centro de intervención alcanzó.

Tabla 4.3 *Características generales de la población para el diseño cuasiexperimental.*

Variables	Centro Intervención (%)	Centro Comparación (%)
Sexo		
Niña	56.8	50.0
Niño	43.2	50.0
Edad		
3	11.4	15.6
4	47.7	40.6
5	38.6	40.6
6	2.3	3.2
Asistencia a Guardería		
Sí	25.0	80.0
No	75.0	20.0
Meses en Guardería		
No asistió	75.0	20.7
6-12	9.1	41.4
18-24	13.6	27.6
24 o más	2.3	10.3

Nota: Valores expresados en promedio. Centro de Intervención: CENDI de la alcaldía Miguel Hidalgo; Centro de Comparación: CENDI de la alcaldía Cuauhtémoc.

En la Tabla 4.4 puede notarse que un poco más de la mitad de los niños del centro de comparación pertenecen a una familia extensa, es decir, viven con ambos padres y con algún otro familiar; mientras que la mayoría de los niños del centro de intervención son parte de una familia nuclear, en otras palabras, viven solo con su madre y padre. Dentro de la población del centro de intervención puede notarse la existencia de estudiantes que viven únicamente con su mamá a diferencia del centro de comparación donde las familias totalmente monoparentales son inexistentes; sin embargo, la cantidad de niños que viven con su madre y con algún otro familiar es un tanto similar entre ambos centros puesto que la diferencia oscila en 8%; esto quiere decir que dentro de la población participante para el diseño cuasiexperimental existen niños cuyo padre está ausente y la madre se apoya de familiares para el cuidado del/los menores. Así mismo, los datos expresan que dentro del centro de Intervención participa una pequeña cantidad de niños que viven con algún otro familiar que no es ni su padre ni su madre, condición que no aparece en el centro de comparación.

Por otro lado, puede notarse cómo para ambos centros la madre funge como el principal cuidador de los estudiantes en el tiempo extraescolar. De manera específica y para el centro de Comparación, el Padre posee una mayor participación, ya sea compartiendo los cuidados con la madre o bien haciéndose cargo él mismo; mientras que en el centro de Intervención existe una mayor participación de otros familiares, incluidos los hermanos y abuelos de la población participante (ver Tabla 4.4).

Tabla 4.4 *Características de la estructura familiar de la población para el diseño cuasiexperimental.*

Variables		Centro Intervención (%)	Centro Comparación (%)
Tipo de Familia			
	Extensa	22.7	54.8
	Nuclear	47.7	25.8
	Monoparental madre	13.6	-
	Monoparental padre	-	-
	Madre y familiares	11.4	19.4
	Otro familiar	4.5	-
Cuidador			
	Ambos padres	-	3.1
	Madre	75.0	81.2
	Padre	2.3	9.4
	Hermano (s)	18.2	3.1
	Abuelos/Familiares	4.5	3.1

Nota: Valores expresados en promedio. Centro de Intervención: CENDI de la alcaldía Miguel Hidalgo; Centro de Comparación: CENDI de la alcaldía Cuauhtémoc.

Finalmente, y como se evidencia en la Tabla 4.5, la mayoría de los padres de familia del centro de Intervención cuentan con un nivel de escolaridad básico-obligatorio (para México) y menos del 15% de éstos poseen estudios de educación superior, caso completamente contrario al centro de Comparación, donde la mayoría de los padres de familia poseen como estudios máximos una Licenciatura o en su caso algún (os) posgrados. En consecuencia, cerca del 85% de los padres de familia del centro de Comparación trabajan ejerciendo su profesión, ya sea incorporados a alguna compañía o de manera independiente. Por el contrario, poco más del 70% los padres de familia del centro de Intervención obtienen recursos económicos a través de empleos relacionados con algún oficio o comercio cuya dependencia a algún organismo es notable.

En cuanto a la escolaridad de las madres de familia del centro de Intervención, puede observarse una similitud en cuanto a la escolaridad de los padres del mismo centro, es decir, más del 90% posee una educación básica-obligatoria, sin embargo, existe una diferencia del 11.3% entre las madres que poseen estudios de educación superior a comparación de los padres del mismo centro; en otras palabras, la cantidad de madres de familia que se desempeña profesionalmente es menor a comparación de los padres que así lo hacen. Este comportamiento, también es visible en el centro de Comparación, puesto que son más los padres de familia que se desempeñan profesionalmente a comparación de las madres; sin embargo y a diferencia del centro de Intervención, poco más del 50% de las madres cuentan con alguna Licenciatura o Posgrado (ver Tabla 4.5).

Si se observa la ocupación de las madres de familia, puede notarse que la cantidad de madres que se dedican al hogar es mayor en el centro de Intervención que en el de Comparación puesto que en este último poco más del 50% se dedica a ejercer su profesión. Tal y como sucede con los padres de familia del centro de Intervención, las madres de este centro reportan poseer empleos en oficios, algún comercio o en alguna dependencia. Por otro lado, la Tabla 4.5 devela la necesidad de ambos padres por poseer empleos remunerados, ya que tanto para el centro de Intervención como para el de Comparación poco más del 70% de los padres de familia así lo reportaron.

En consecuencia y para tener un concepto aproximado del nivel socioeconómico en el que se encuentra la población participante para este estudio; se ha considerado: a) la ocupación y escolaridad de ambos padres de familia, b) el nivel de hacinamiento en el que viven los estudiantes y c) el tipo de vivienda reportado (propia, rentada o prestada). Así, en la Tabla 4.5 puede apreciarse que el centro de Intervención posee un nivel socioeconómico Medio-Bajo mientras que el de Comparación, un nivel Medio-Alto. Cabe hacer notar que en el centro de Comparación no se registró un solo caso con nivel socioeconómico Bajo, por el contrario, existe un porcentaje menor al 15% de estudiantes con un nivel socioeconómico alto en el centro de Intervención.

Tabla 4.5 *Características socioeconómicas de la población para el diseño cuasiexperimental.*

	Variables	Centro Intervención (%)	Centro Comparación (%)
Escolaridad del Padre			
	Primaria incompleta	11.4	-
	Primaria completa o más	75.0	26.3
	Licenciatura completa o Posgrado	13.6	73.3
Escolaridad de la Madre			
	Primaria incompleta	-	-
	Primaria completa o más	97.7	43.8
	Licenciatura completa o Posgrado	2.3	56.2
Ocupación del Padre			
	Chofer de transporte público	10.0	-
	Oficio	12.5	-
	Comerciante	15.0	3.3
	Empleado	35.0	13.3
	Profesionista empleado	15.0	73.3
	Profesionista independiente	5.0	10.0
	Otro	7.5	-
Ocupación de la Madre			
	Hogar	11.6	6.5
	Comerciante	23.3	3.2
	Empleada	34.9	32.3
	Profesionista empleada	14.0	54.8
	Profesionista independiente	7.0	3.2
	Otro	9.3	-
Trabajo remunerado			
	Ambos	75.0	84.4
	Padre	15.9	6.2
	Madre	9.1	9.4
Nivel socioeconómico			
	Bajo	22.7	-
	Medio	63.6	15.6
	Alto	13.6	84.4

Nota: Valores expresados en promedio. Centro de Intervención: CENDI de la alcaldía Miguel Hidalgo; Centro de Comparación: CENDI de la alcaldía Cuauhtémoc.

La reflexión de los datos descritos con anterioridad sugiere que los estudiantes de preescolar pertenecientes al CENDI de comparación, poseen mejores condiciones tanto económicas como culturales a comparación de los preescolares del CENDI de intervención, cuyas condiciones son menos favorables.

Una vez descritas las características de la población que participó para *conocer el impacto de actividades* socialmente significativas en el pensamiento de niños preescolares a través del alcance exploratorio de esta investigación, puede notarse que no hay diferencias notables que afecten las variables del estudio, puesto que ambos grupos se comportan de manera consistente, no obstante, es importante considerar que el grupo de intervención tiene algunas condiciones menos favorables.

Por otro lado, y para el *diseño descriptivo sobre la consistencia de cambio entre dos generaciones del centro de Intervención* participaron 21 estudiantes (12 niños de la Generación 11 y 9 niños de la Generación 10). Es importante mencionar que, al iniciar la investigación del presente estudio, los estudiantes de la Generación 10 iniciaban su segundo año en preescolar, mientras que la Generación 11 se constituía con los estudiantes de nuevo ingreso. En consecuencia, se dio seguimiento paralelo a la población que conformó ambas generaciones hasta que egresaron de este nivel educativo. En el Anexo I se detalla la peculiaridad de cada uno de los niños que formó parte de este seguimiento, cabe hacer notar que se han considerado para este análisis solo a aquellos estudiantes regulares, es decir, de quienes se tiene un registro constante de asistencia y al menos tres evaluaciones de cuatro sobre competencias matemáticas, además de no poseer algún trastorno biológico y/o genético.

Escenario. La intervención se llevó a cabo en el CENDI "Granada" que se ubica en un mercado en la alcaldía Miguel Hidalgo. Al momento del presente estudio, el centro contaba con servicios básicos de agua, luz, gas y drenaje. Además de una extensión telefónica, dos computadoras de escritorio con acceso a internet, una videocasetera y un reproductor de DVD; un televisor y un aparato de radio estéreo.

El espacio físico incluía cocina, comedor, patio de tamaño medio con juegos infantiles, dos bodegas para almacenar material educativo y un consultorio médico. Además de un espacio destinado a un mariposario y una jardinera; dos áreas de sanitarios infantiles y dos sanitarios para docentes y psicólogos. Finalmente, una oficina directiva y un espacio adaptado con mesas y sillas para los psicólogos que implementaban la intervención.

El centro brinda servicio desde maternal III hasta Grado 3 de Preescolar. Cuenta con cinco aulas; una de ellas está destinada al grupo de Maternal, mientras que las cuatro restantes se alternan entre los tres grados de Preescolar.

En cuanto al personal que laboró en el Centro de intervención; se encontraba la directora, dos psicólogas, dos cocineras, un personal de intendencia, cinco docentes titulares de grupo y una auxiliar en formación

Instrumentos. El principal eje del componente cuantitativo se basa en comprender los cambios que tienen lugar en el desarrollo del pensamiento matemático de niños preescolares, así como los factores que influyen y determinan las oportunidades de aprendizaje que les rodean. Por tal razón, se utilizó una prueba de evaluación sobre competencias matemáticas a nivel Preescolar y un cuestionario sociodemográfico para cada integrante que conformó la población total del presente estudio.

Prueba de evaluación sobre las competencias matemáticas en preescolar. Desde hace aproximadamente 8 años, se busca que los estudiantes desarrollen capacidades de pensamiento que les permitan usar los conocimientos que aprenden en el aula y aplicarlos en contextos de su vida cotidiana (SEP, 2011a; SEP, 2004; SEP, 2011b; SEP, 2009; Estados Unidos Mexicanos y Secretaría de Educación Pública, 2011), por tal razón se utilizó una prueba de evaluación diseñada en 2007 por colaboradores del proyecto Entornos de Aprendizaje en Educación Preescolar-Aleph. El objetivo general de la prueba consiste en evaluar la capacidad de los estudiantes preescolares al usar sus conocimientos, habilidades y estrategias matemáticas para resolver problemas en contextos que reflejan la forma en la cual serán usados en la vida real (Alatorre, 2008).

Es una prueba de ejecución contextualizada, puesto que gira en torno a la construcción de una ciudad. Consta de 74 reactivos que se clasifican con base en su dificultad y el aspecto matemático que le defina (ver Anexo II). Así mismo, el carácter operativo de la prueba determina tres criterios de calificación: el criterio máximo (2) se asigna cuando el niño fue capaz de ejecutar correcta y autónomamente la tarea asignada; el criterio medio (1) se asigna cuando el niño necesitó ayuda para responder la tarea de manera correcta y finalmente el criterio mínimo (0) cuando el niño no responde o lo hace de manera incorrecta. En consecuencia, el puntaje máximo de la prueba de evaluación consta de 89 puntos.

La aplicación requiere un tiempo aproximado de 45 minutos, un espacio aislado e iluminación adecuada. Se realiza de manera personalizada y es necesario que se disponga de una mesa, una silla para el aplicador y una para el niño a evaluar. Ambos deben colocarse del mismo lado de la mesa; el niño a mano izquierda del aplicador de tal manera que pueda tener una vista global sobre el plano de la ciudad que construirá. El aplicador debe cuidar la visibilidad oportuna de los materiales y asignar al momento uno de los tres criterios de evaluación para cada reactivo que conforma la prueba.

Cuestionario Sociodemográfico. Es de importancia conocer el contexto sociodemográfico de la población para poder determinar o excluir los factores que pueden o no influir en el desarrollo de las capacidades de pensamiento que se desarrollan en los estudiantes de preescolar; por tal razón se aplicó un cuestionario sociodemográfico a los participantes tanto del centro de Intervención como del centro de Comparación.

El cuestionario está conformado por 39 reactivos que engloban aspectos del contexto sociodemográfico de los niños: número de integrantes por familia y cuidador, escolaridad y ocupación de los padres, datos concretos sobre su vivienda y cantidad de tiempo en guardería/maternal. La información obtenida en cada cuestionario es codificada y recodificada para convertirla en valores numéricos operables. De esta manera puede determinarse la estructura familiar del niño, es decir, si pertenece a una familia extensa, nuclear, monoparental o bien si en su familia existe la ausencia de ambos padres. Además de identificar el nivel de hacinamiento tomando en cuenta la cantidad de habitantes con los que el estudiante vive y las habitaciones que componen su hogar. Finalmente, la información del cuestionario permite determinar su el nivel socioeconómico del niño es bajo, medio o alto; criterios determinados a partir del nivel de hacinamiento, la escolaridad máxima tanto del padre como de la madre de familia y si la vivienda es de su propiedad, rentada o prestada.

La aplicación del cuestionario requiere un tiempo aproximado de 20 minutos. Es entregado al adulto responsable del niño y la resolución es supervisada por la psicóloga del centro, la/el director del plantel o los psicólogos que dirigen la intervención.

Procedimiento. La extensión del presente estudio permitió la constitución de 7 fases a lo largo de tres ciclos escolares. Las fases 1, 3, 5 y 7 corresponden a la *Evaluación* sobre el nivel de competencias matemáticas a partir del instrumento descrito con anterioridad. De manera general, la aplicación se realizó un área proporcionada dentro de las instalaciones de cada centro, el aplicador debía acondicionar óptimamente el área e ir personalmente al aula en donde se encontraba el niño a evaluar; al finalizar la aplicación del instrumento, el niño era acompañado de regreso a su salón de clases. A través de un listado de estudiantes por centro, se tuvo control y organización sobre cada una de las fases que implicó la aplicación del instrumento de evaluación. Es de importancia señalar que gracias al carácter longitudinal del presente estudio y debido a que la población participante se ha organizado por generaciones, la aplicación del instrumento de evaluación puede realizarse en cuatro momentos para cada generación, la Evaluación I corresponde al inicio del primer año del preescolar y las tres Evaluaciones restantes corresponden al término de cada uno de los tres grados de preescolar.

Por otro lado, las fases 2, 4 y 6 conforman la *implementación del programa de intervención* para el CENDI "Granada". En este sentido y como parte del programa Entornos de Aprendizaje en Educación Preescolar-Aleph, el presente estudio contribuye a la formación de capacidades de pensamiento superior que permitan el uso del conocimiento en contextos de la vida cotidiana (Alatorre, 2005 como se citó en Díaz, 2012). Así, el propósito fundamental del programa ha sido ofrecer una alternativa operativa a los planes de educación preescolar 2004 y 2011, mismos que se han elaborado a partir de las últimas reformas educativas nacionales (SEP, 2004, 2009, 2011a, 2011b).

Como lo describe Alatorre (2005), la propuesta consiste en *elaborar, efectuar y evaluar* situaciones de aprendizaje para que los estudiantes de preescolar construyan conocimientos alrededor de tres campos formativos: lectoescritura, ciencias, y en el caso del presente estudio, matemáticas. Gracias al carácter social que determina el diseño de las situaciones de aprendizaje, cuando los estudiantes de preescolar participan en éstas; hacen uso del sistema matemático, colaboran con sus compañeros y son guiados por un experto, en este caso la docente.

Para su *elaboración*, se consideró que cada situación de aprendizaje recreara una actividad social, o, mejor dicho, un entorno contextualizado de la vida extraescolar que reflejara y a la vez propiciara el uso del sistema matemático. De manera general, una situación de aprendizaje está constituida por tres momentos cruciales: contextualización, desarrollo y cierre. Cada componente aporta a la realización de una meta en concreto, por ejemplo: elaborar una gelatina, jugar dominó o construir un robot con material reciclado.

Tomando como base la organización del campo de Pensamiento Matemático por aspectos, el listado de competencias que se establecen en el Programa de Educación Preescolar 2011 (ver Anexo III) y las bases psicopedagógicas de la teoría de la actividad y la perspectiva constructivista sociocultural; se realizó el diseño y/o ajuste de cada situación que fue implementada. De esta manera, para el diseño se contempló el siguiente proceso:

1. Elección del aspecto y competencias desde el PEP 2011.
2. Planteamiento de la contextualización y meta social de la actividad.
3. Determinación de la organización, disposición y roles del grupo.
4. Establecimiento de la secuencia sobre las acciones a realizar.
5. Especificación de los recursos didácticos y materiales necesarios.

Es de importancia señalar que, para cada situación didáctica, la secuencia de acciones incluía *motores cognitivos* claves que la docente titular debía implementar al momento de sostener la actividad a través de cuestionamientos y demostraciones; la intención última de los motores cognitivos fue generar un cambio en el pensamiento del niño al momento de participar en la actividad.

Por otro lado, las situaciones didácticas fueron categorizadas con base en su durabilidad y esencia, así *un proyecto* está definido por ser una actividad extensa que requiere más de un día y máximo cinco para su realización; cada día mantiene una meta en específico que a su vez forma parte de una meta general que le encuadra. En promedio, se implementó un proyecto una vez al mes; de tal manera que, a lo largo de los tres ciclos escolares, la población participó en un total de 84 proyectos que fueron diseñados (5) o rediseñados (79).

Por su parte, los *talleres de cocina* y los de *construcción* se caracterizaron por ser una actividad que requiere la elaboración de un producto a lo largo de dos días en los que se distribuyen los pasos de la tarea. Se implementaron un total de 57 talleres de cocina y 130 talleres de construcción, de los cuales 4 fueron creados desde su origen. La población participó, en promedio, en dos talleres de construcción y un taller de cocina al mes durante los tres ciclos escolares.

Las rutinas se caracterizaron por ser actividades que se realizan de la misma manera con cierta periodicidad; diariamente, una vez al mes o bien, una vez cada 3 meses. En este sentido, se implementaron 3 rutinas 80 veces a lo largo de tres ciclos escolares.

Se implementaron *juegos* populares de mesa, destreza y físicos. En total los estudiantes participaron en 128 juegos que duraron entre uno y dos días, presentándose generalmente dos veces al mes.

Finalmente, y con el objetivo de darle continuidad o aplicabilidad a lo aprendido en las situaciones de aprendizaje descritas anteriormente; se conformó un componente con *actividades de aprendizaje sugeridas* para implementarse en el ambiente extraescolar (visita a museos, juegos de mesa, películas o recetas de cocina). Aproximadamente cada mes, y a través de una papeleta impresa, se sugería a los padres de familia o tutores que realizaran una actividad con los niños.

En suma y a lo largo de tres ciclos escolares, las generaciones que conformaron la población del presente estudio tuvieron la oportunidad de participar en 45 actividades extraescolares (ver Anexo IV). Además, se implementaron en el aula un total de 488 situaciones de aprendizaje entre proyectos, talleres, juegos y rutinas para el uso del sistema matemático (ver Anexo V y VI). Es de importancia enfatizar que la implementación estuvo a cargo de las docentes titulares del grupo, quienes fueron capacitadas constantemente, es decir, una vez que ellas recibían las situaciones didácticas en versión impresa, se establecieron dos momentos de asesoría los días martes y jueves de cada semana; por las mañanas y en un lapso de 20 minutos, se brindó apoyo para esclarecer los componentes de la situación didáctica a implementar, resolviendo posibles dudas y enmarcando aspectos importantes a cuidar. Por las tardes y tras el acompañamiento periférico en el aula, se retroalimentaba a las docentes sobre su acción durante la actividad, con el fin de hacer notar la importancia de algún motor cognitivo, instrucción, proceso o bien, para darle seguimiento al desarrollo del pensamiento del niño.

Una vez descrita la esencia tanto de las evaluaciones como de la intervención en sí, a continuación, se enlista la consistencia que sostuvo cada fase:

Fase 1: En los primeros meses del ciclo escolar 2011-2012, se aplicó la prueba de competencias matemáticas a los niños de nuevo ingreso del centro de intervención (Evaluación I, Generación 11).

Fase 2: Entre el mes de octubre de 2011 y el mes de junio de 2012, se llevó a cabo una intervención basada en la implementación de 131 situaciones de aprendizaje que recrearon actividades sociales basadas en el uso cotidiano del sistema matemático; 65 para la Generación 10 y 66 para la generación 11.

Fase 3: En los últimos meses del ciclo escolar 2011-2012, se aplicó la Evaluación III a los estudiantes de la Generación 10 y la Evaluación II a los estudiantes de la Generación 11; ambas del centro de intervención.

Fase 4: En el ciclo escolar 2012-2013 participó la Generación 10, 11 y 12; en suma, se implementaron un total de 183 actividades societales desde el mes de octubre de 2012 hasta junio de 2013. De manera equitativa, cada generación participó en 61 actividades entre proyectos, juegos, rutunas y talleres de cocina y construcción.

Fase 5: En los últimos meses del ciclo escolar 2012-2013, en el centro de intervención se aplicó la Evaluación IV a los estudiantes de la Generación 10; la Evaluación III a los estudiantes de la Generación 11 y la Evaluación II a quienes pertenecían a la Generación 12. De manera paralela, en el centro de comparación se aplicó la prueba de evaluación a los estudiantes de la Generación 11 y 12, quienes se encontraban finalizando su segundo grado y primer grado de prescolar respectivamente. Finalmente, en los primeros meses del ciclo escolar 2013-2014 se aplicó para ambos centros, la prueba de evaluación a los estudiantes de nuevo ingreso.

Fase 6: Entre el mes de octubre de 2013 y el mes de junio de 2014, se llevó a cabo la última intervención del presente estudio. Se recrearon un total de 174 situaciones de aprendizaje en donde se hizo uso del sistema matemático; 58 actividades para cada Generación (11, 12 y 13).

Fase 7: La última fase consistió en la aplicación del instrumento en los últimos meses del ciclo escolar 2013-2014. En el centro de intervención, se aplicó la Evaluación IV a los estudiantes de la Generación 11; la Evaluación III a los estudiantes de la Generación 12; la Evaluación II a quienes pertenecían a la Generación 13. De manera paralela, en el centro de comparación se aplicó la prueba de evaluación a los estudiantes de la Generación 11, 12 y 13 quienes se encontraban finalizando su tercer grado, segundo grado y primer grado de prescolar respectivamente.

Herramientas técnicas. Dado el carácter cuantitativo de este componente, los resultados que se arrojaron tanto del instrumento de evaluación sobre competencias matemáticas como del cuestionario sociodemográfico; fueron capturados, procesados y analizados desde el software SPSS v.20. Además de utilizar Adobe Illustrator CC 2017 y 2019 para la representación visual de los resultados.

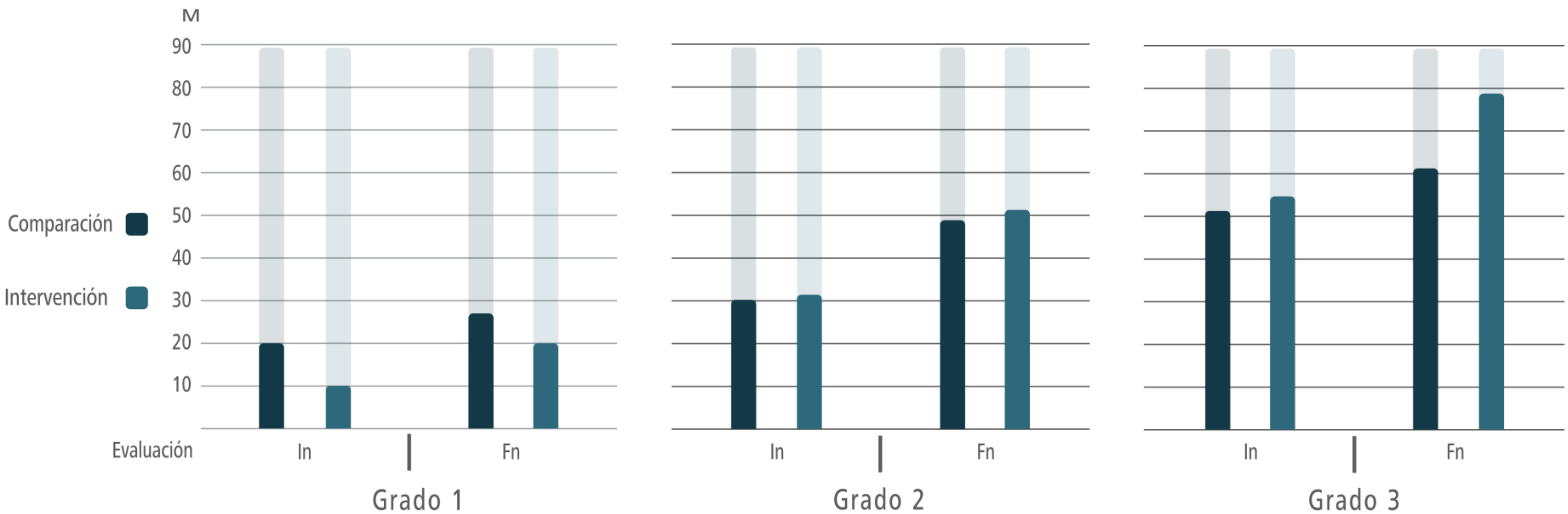
4.2 Impacto de las situaciones complejas de aprendizaje sobre el pensamiento

Estudios sobre el aprendizaje de las matemáticas a nivel preescolar muestran que en general, los niños desarrollan habilidades para interpretar su realidad a partir del sistema matemático (Martí & Garcia-Mila, 2010; Solares, 2012); sin embargo, estudios anteriores que se han construido bajo la implementación del programa de intervención descrito en el apartado anterior (Aleph); muestran diferencias significativas entre el pensamiento de un niño que participó en situaciones de aprendizaje socialmente significativas y uno que no lo hizo (Arraiga, 2010; García, 2010; Díaz, 2012).

Así, para darle solidez y continuidad a los resultados obtenidos en estudios anteriores en el marco del proyecto Aleph, además de conocer el impacto educativo del presente estudio; se aplicó una evaluación inicial y una evaluación final sobre el nivel de competencias matemáticas en los niños de cada grado de preescolar para ambos centros educativos.

A través de la prueba estadística no paramétrica Mann-Whitney y la comparación transversal de medianas, en la Figura 4.1 se observa el crecimiento de las capacidades de pensamiento matemático tanto para el grupo de intervención como para el de comparación. No obstante, al comparar el puntaje medio de la Evaluación que corresponde al inicio del primer grado de preescolar, se observa que el centro de comparación comenzó significativamente por encima del puntaje medio del centro de intervención ($Z = -2.314$; $p \leq 0.021$). Esta diferencia responde a las condiciones benéficas del contexto sociodemográfico que caracterizó al centro de comparación, puesto que sus estudiantes contaban con de mejores oportunidades de aprendizaje (revisar datos sociodemográficos en el apartado de *Población*).

Figura 4.1 Comparación transversal de las medianas del pensamiento matemático entre el centro de comparación y el centro de intervención en los tres grados de preescolar.



Notas: Evaluación In = Inicial por grado; Evaluación Fn = Final por grado. M = mediana.

Al observar la evaluación final en el último grado de preescolar es notable un intercambio de posiciones entre los centros, es decir, el centro de intervención alcanzó y superó significativamente el puntaje medio del centro de comparación ($Z = -3.633$; $p \leq 0.000$).

Así mismo, el contraste del puntaje medio de la Evaluación final del Grado 3 y el inicial del Grado 1 muestra cómo el centro de comparación cambió alrededor de 40 puntos, mientras que el centro de intervención un poco más de 65 puntos. En este sentido, el impacto de la intervención promovió una tendencia mayor de cambio, en otras palabras, la intervención logró subsanar las diferencias en el aprendizaje originadas por las condiciones socioculturales del centro de comparación.

Compensación de las restricciones socioculturales. Las características de la intervención que sostienen el proyecto Aleph han forjado una tendencia general de cambio entre distintas generaciones del mismo centro (Arraiga, 2010; Díaz, 2012; García , 2010). La tendencia mantiene la lógica del apartado anterior, no obstante, es necesario entender ***cómo es*** el cambio en el pensamiento de los estudiantes en su paso por el preescolar (medir/describir la consistencia del cambio); para ello, es indispensable construir un concepto general de cambio a partir del seguimiento trianual de un mismo grupo de estudiantes.

En consecuencia y para esta investigación, se tomaron las cuatro Evaluaciones posibles sobre el nivel de competencias matemáticas de dos generaciones del centro de intervención (Generación 10 y 11). Con ambas, se tuvo trato directo al momento de realizar el presente estudio. A través de la prueba estadística no paramétrica Mann-Whitney y la comparación longitudinal de medianas, en la

Tabla 4.6 se observa cómo los estudiantes fueron desarrollando consistentemente sus capacidades de pensamiento matemático a lo largo de tres años.

Tabla 4.6 *Comparación longitudinal del rango y medianas del pensamiento matemático entre dos generaciones del centro de intervención en los tres grados de preescolar.*

	Generación			
	10		11	
Evaluación	M	*Min – Máx*	M	*Min - Máx*
I	16.00	*11 – 24*	22.50	*12 - 45*
II	38.00	*15 – 66*	41.00	*18 - 56*
III	54.00	*25 – 68*	54.50	*43 - 68*
IV	65.00	*35 – 71*	78.50	*68 - 84*

Notas: M=mediana: Min-Máx=rango del puntaje correcto en la prueba de evaluación sobre competencias matemáticas. El puntaje máximo que obtener es de 89 puntos.

Haciendo un análisis tanto horizontal como vertical entre ambas generaciones, se puede entender que, como se ha mencionado, la Evaluación I responde al momento en el que la mayoría de los estudiantes inician su formación educativa y/o terminan su estancia en maternal. Al comparar el puntaje medio obtenido en la aplicación de la prueba de evaluación, en la Tabla 4.6 se evidencia cómo ambas generaciones obtuvieron resultados similares cuando se evaluó su nivel de competencias matemáticas, avalando un origen sociocultural similar, no idéntico[1].

Tras el primer año bajo la intervención, la Evaluación II reveló cómo los estudiantes de ambas generaciones prácticamente duplicaron su puntaje medio inicial. Es decir, la participación constante

[1] Cerca del 80% de la Generación 11, se conformó por estudiantes que tuvieron una experiencia en maternal del mismo centro educativo, por lo que las actividades planteadas fueron cercanas a la intervención. En consecuencia, presentaron un puntaje medio ligeramente encima de la Generación 10, quienes en su mayoría no contaron con tal experiencia previa a la intervención.

en actividades societales como primer contacto formal de aprendizaje y el acompañamiento de una docente experta que dirigió al grupo, detonaron un impacto poderoso para ambas generaciones.

Al término del Grado 2 y tras la Evaluación III de la prueba de competencias matemáticas, el puntaje medio se igualó. Para este momento ambas generaciones cambiaron alrededor de 30 puntos, es decir, cerca del promedio total de cambio obtenido en otros centros de comparación (Díaz, 2012).

La Evaluación IV permite visualizar el nivel general de egreso que alcanzan los estudiantes que participan en la intervención. A pesar de la diferencia entre el puntaje medio de las generaciones evaluadas, es importante notar que los estudiantes están cerca de alcanzar el máximo puntaje posible en la prueba de evaluación[2].

En suma, cuando la estancia en preescolar está basada en la recreación de actividades socialmente significativas, la magnitud del cambio esboza consistentemente los 50 puntos de manera indistinta entre generaciones. Es decir, tanto los niños de la generación 10 como los de la generación 11 cambiaron alrededor de 50 puntos desde que entraron al preescolar y hasta que egresaron de este nivel educativo. Esta uniformidad responde al impacto favorable de la intervención, ya que ofrece las mismas oportunidades de desarrollo ante centros socioeconómicamente convenientes.

[2] Tomando como base la investigación basada en diseño, la Generación 11 ha cerrado su estancia en preescolar sujeta a las constantes actualizaciones y mejoras de la intervención. Como resultado, el puntaje medio es significativamente superior al de la Generación 10, siendo esta última una generación anterior.

4.3 Transformación longitudinal en los niveles de pensamiento matemático

El pensamiento no es un ente estático, es parte de una constante movilización que se incrementa, se modifica y se resignifica a partir de las experiencias en las que una persona participa. Se puede entender entonces que ***el pensamiento toma la forma*** de las acciones que conforman dichas actividades; así es como la esencia de este apartado consiste en *describir* las acciones que determinan el nivel de pensamiento matemático que un niño de preescolar va desarrollando año con año cuando está inmerso en actividades de aprendizaje con las características de intervención que propone el proyecto Aleph y, en consecuencia, la presente investigación.

La medición longitudinal de la prueba sobre competencias matemáticas permite esclarecer *en qué* consisten los cambios en el pensamiento de un niño al paso por este nivel educativo. Así, se tomaron los resultados de las cuatro Evaluaciones posibles de la última generación (Generación 11) con la que se tuvo trato directo en el momento de realizar el presente estudio; misma que se significa como la Generación de Seguimiento o caso (ver especificaciones en Anexo I).

Ahora bien, los aspectos que cubre la prueba de evaluación corresponden a los planteados en el plan curricular para este nivel educativo (SEP, 2004; 2011b) y que fueron coincidentes con el momento en el que se llevó a cabo este estudio. Como se describió en el capítulo anterior, un estudiante de preescolar puede obtener 89 puntos como máximo en la prueba de evaluación, por tanto y a partir de esta cantidad, se hizo una división por niveles de pensamiento con base al número y grado de dificultad de los reactivos resueltos correctamente.

Se establecieron cuatro niveles de pensamiento matemático; el primer nivel incluye reactivos básicos con un grado menor de dificultad, el nivel siguiente concentra las capacidades del nivel anterior y se anexan nuevas capacidades de pensamiento, convirtiéndole en un nivel cuya dificultad de los reactivos es mayor. El carácter creciente y acumulativo ocurre también con los dos niveles restantes. En consecuencia, los cuatro niveles de pensamiento van de lo más sencillo y concreto hasta lo más complejo y abstracto.

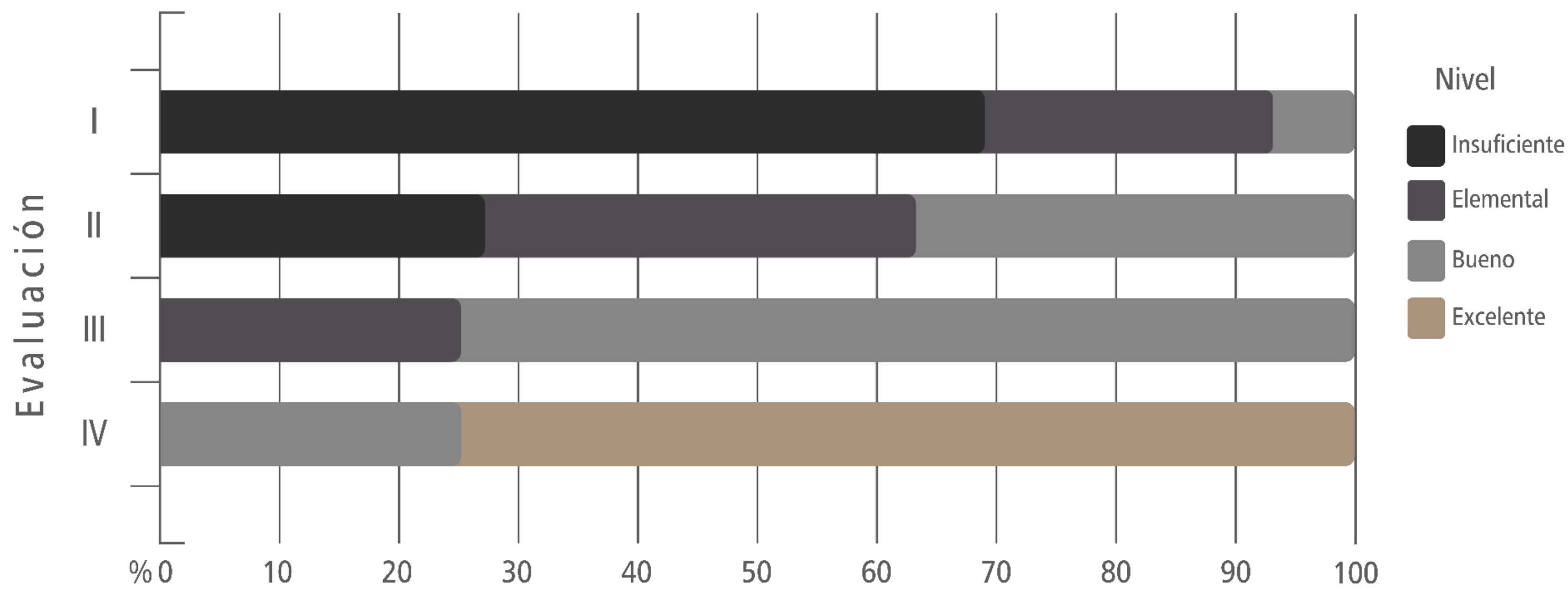
A través de un análisis de frecuencias y la comparación longitudinal del porcentaje de estudiantes que se ubicó en cada nivel de pensamiento, la Figura 4.2 expresa la transición en la complejidad del pensamiento de los estudiantes de seguimiento al paso por el preescolar.

La Evaluación I, como se ha comentado con anterioridad, representa el inicio del nivel preescolar y fue aplicada antes de comenzar la intervención. En este punto, poco más del 90% de la población total de la Generación 11 se encontraba en los niveles Insuficiente y Elemental. Los niños lograron *reconocer* numerales menores al 10 y representarlos de manera simbólica incorrecta (en espejo o en secuencia) además de *identificar* formas y cuerpos geométricos básicos (triángulo, cuadrado, cubo y pirámide)

La Evaluación II se hizo al término del primer año en el preescolar; por tanto, los estudiantes habían participado en aproximadamente 66 situaciones de aprendizaje que recrearon actividades con significado social (ver Anexo VI). Para este momento y como se expresa en la Figura 4.2, el porcentaje de estudiantes que se encontraba en el Nivel Insuficiente se redujo poco más del 50%.

Cuando los estudiantes terminaron el segundo grado de preescolar y fueron sujetos a la Evaluación III, no se presentó un solo registro en el Nivel Insuficiente y se redujo el nivel siguiente; en otras palabras, el 70% de los niños que se posicionó en el Nivel Bueno. Para ese momento, *conocían* características geométricas de cuerpos y figuras (área, arista, vértice, cara, perímetro); *manipulaban* instrumentos de medición convencionales (cinta métrica) y no convencionales (tazas); podían ubicarse temporalmente y *emplear* relaciones de ubicación espacial (dentro, fuera, arriba, abajo, derecha izquierda); *conocían* el valor numérico del sistema monetario y *usaban* la secuencia numérica para resolver tareas aditivas a partir del sobreconteo; finalmente *conocían* diferentes tipos de representar información e *interpretarla* de manera general (gráficas o tablas de contenido).

Figura 4.2 Cambio longitudinal del porcentaje de estudiantes por niveles de pensamiento matemático en la generación de seguimiento.



En el momento en que se realizó la última Evaluación, los estudiantes habían participado en aproximadamente 185 actividades a lo largo de los tres años que comprenden este nivel educativo (ver Anexo VI). Así, el 75% de la población total egresó en un Nivel Excelente y el 25% en un Nivel Bueno. Para este momento, la prueba de evaluación sobre competencias matemáticas registró que los niños eran capaces de *resolver problemas* de los niveles anteriores y además lograron *usar* un plano cartesiano para trazar una ruta, incluso *abstraer* los componentes geométricos de una plantilla para convertirle en un cuerpo geométrico; podían *interpretar* la frecuencia general de una gráfica tras analizar cada componente; *resolver* problemas que implicaban el uso de alguna operación aritmética (suma, resta o división) y *usar* los numerales convencionalmente para representar información.

Para finalizar este capítulo es importante tener en cuenta que la enseñanza de las matemáticas basada en la recreación de actividades societales permite que la apropiación del sistema tenga sentido y significado para su uso. De forma consistente, conforme los estudiantes van participando en este tipo de actividades la comprensión sobre su realidad, el sistema y los medios semióticos inmersos en él, se va complejizando; esto explica por qué es que logran superar el puntaje medio de otros centros educativos y logran egresar del preescolar en los Niveles Bueno y Excelente.

5. LOS PROCESOS MEDIACIONALES EN LA ACTIVIDAD NUMÉRICA

"El camino del objeto al niño y del niño al objeto pasa por otra persona. Esta compleja estructura humana es el producto de un proceso de desarrollo profundamente arraigado en los vínculos entre la historia individual y social"

Lev Semiónovich Vygotsky

La complejidad de los procesos psicológicos humanos requiere la atención experta de profesionales que, inspirados por una necesidad de explicación, observen de manera flexible aquellos elementos, significados, características y circunstancias que envuelven a dichos procesos. La investigación cualitativa ofrece las mejores estrategias para entender los significados que los actores asignan a sus acciones, para comprender lo que ellos comprenden y para otorgar una posibilidad científica que permita incluso, una mejora. El salón de clases representa para un investigador interesado en materia educativa, un manjar de información cualitativa que debe tratarse con el mismo cuidado con el que se origina, por ello, es indispensable plantearse de manera consciente aquello sobre lo que se desea indagar, pero a su vez, contar con la suficiente inquietud para preguntarse acerca de todo lo que podría complementar sus explicaciones.

Este trabajo de investigación centra su interés en los procesos de mediación docente ***(procesos mediacionales***), entendiendo que se trata de procesos psicológicos humanos de carácter social que forman parte de los mecanismos presentes en el salón de clases. Hasta ahora (y como se describió en capítulos anteriores) se ha estudiado la relación que tienen las acciones de la docente con el desarrollo en el pensamiento del niño, o bien, se ha puesto un énfasis especial en la importancia que posee la presencia de un experto para la construcción de nuevos saberes. La presente investigación quizá pueda complementar los hallazgos que previamente se han conseguido, sin embargo, ofrece una explicación profunda, minuciosa y asistemática de todo aquello que podría constituir la mediación que emplea la docente para lograr que el niño pueda significar su entorno y use, en este caso, el sistema numérico de manera simbólica para resolver los problemas que la actividad enmarca.

La explicación que se ha alcanzado resulta al considerar tres interrogantes principales: **a)** *¿en dónde se origina la mediación docente y cuál es su finalidad en el nivel preescolar?*, **b)** *¿cómo y de qué está conformada la mediación docente?*, y **c)** *¿cómo funciona la mediación docente y qué genera en los niños?*

En este sentido, el presente capítulo está conformado en primer lugar por las premisas metodológicas de corte cualitativo que han delineado los resultados de la presente investigación y el conjunto de acciones que se llevaron a cabo para conseguir los datos; en segundo lugar, se podrá apreciar un modelo general de mediación docente que responde de manera asertiva a las tres interrogantes que motivaron el presente trabajo. El modelo será explicado poco a poco en los últimos apartados de este trabajo para una mejor comprensión del lector, así que es importante tener en cuenta que dichas interrogantes guiaron el análisis de los datos y a su vez, permitieron estructurar y describir los hallazgos de esta aportación científica.

5.1 Perspectiva y procedimiento cualitativo

La primera decisión tomada consiste en establecer una generación de preescolares como *un caso* y estudiarles durante los tres años de este nivel educativo. De acuerdo con Florian Znaniecki (a quien se le atribuye la fundación de la **inducción analítica)**, la abstracción de las características esenciales de ***un caso*** en concreto permite generalizar una explicación bajo el supuesto de que, al ser esencial, debe ser común en casos que mantengan las mismas condiciones (Sosa, 2019); de acuerdo con Becker (2000), el procedimiento inductivo intenta construir en una imagen el conjunto de hechos que manifiesta el fenómeno psicológico que se está estudiando.

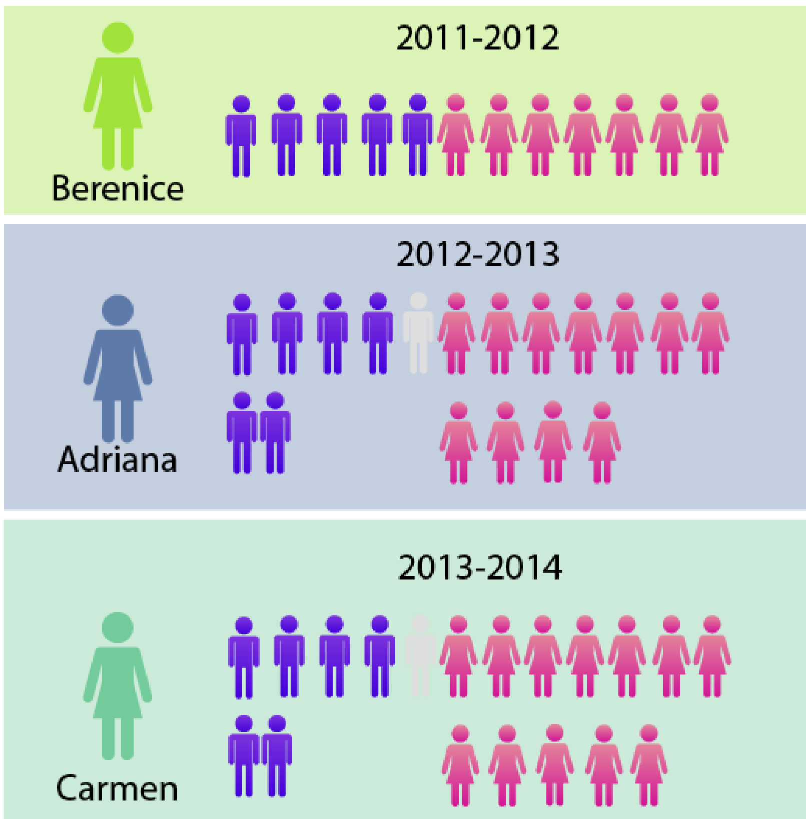
Como argumenta Valles (1999), puesto que la teoría surge en el propio desarrollo del trabajo de campo, es importante que exista una organización de todo el material cualitativo que conforma a la investigación; para ello, se han considerado los fundamentos particulares de la **Teoría fundamentada** que propone categorizar los datos a partir de códigos estáticos y emergentes. La articulación de las propiedades de estos códigos puede generar categorías de información y con ello construir hipótesis que formulen finalmente, una explicación sustanciosa (Rodríguez et al., 1999; Sosa, 2019; Strauss & Corbin, 2002; Valles, 1999).

Para conseguir un alto grado de consistencia y veracidad en las hipótesis; las relaciones entre las categorías y sus propiedades han sido creadas, organizadas y analizadas a partir del **método de comparación constante,** es decir, a partir de un vaivén entre los datos que se recolectaron (entrevistas, observaciones, filmaciones y fotografías) y el material preestablecido (documentos bibliográficos) hasta obtener el modelo o explicación generalizada para el *caso* (Rodríguez et al., 1999; Strauss & Corbin, 2002), pero, siempre en el marco de *la actividad numérica,* puesto que **la Actividad** es la base teórica de esta investigación y a su vez su **Unidad de análisis** o mejor dicho, el área empírica limitada de estudio que requiere la Teoría Fundamentada para crear una explicación generalizada (Engeström, 1999; Rodríguez et al., 1999; Sosa, 2019; Wertsch, 1988).

Población. Puesto que los datos analizados corresponden a la generación de estudiantes 2011-2014 (generación de seguimiento), cabe precisar que estuvo conformada por un total de 19 niños; 11 de ellos cursaron los tres ciclos escolares que conforman este nivel educativo, 6 niños se incorporaron al inicio del segundo ciclo escolar y 1 niño a mediados del último ciclo. Existió una baja a mediados del primer ciclo, sin embargo, es tomado en cuenta para el componente cualitativo puesto que las cualidades de su participación permitieron definir categorías que complementaron el modelo explicativo.

Para cada ciclo escolar los niños tuvieron una docente titular; el primer ciclo estuvo a cargo de Berenice, una docente de aproximadamente 32 años con carrera técnica y con un año de experiencia como auxiliar de otra docente con más antigüedad y experiencia para implementar las actividades de aprendizaje diseñadas por el grupo Aleph. Durante el segundo ciclo los niños estuvieron bajo la dirección de Adriana, quien a sus 40 años estudiaba en sus tiempos libres para terminar el bachillerato, sin embargo, el grupo de seguimiento conformaba la quinta generación de la que ella era el docente titular implementado las actividades de aprendizaje diseñadas por el grupo Aleph. El último ciclo escolar fue encabezado por Carmen de 45 años aproximadamente, en ese momento ella era la docente con más experiencia y antigüedad en el proyecto y al igual que Adriana, se esforzaba por concluir el nivel medio superior. El desarrollo de las actividades, la toma de datos y la intervención tuvo cabida en el CENDI de mercado “Granada” de la alcaldía Miguel Hidalgo en la CDMX (ver Figura 5.0).

Figura 5.0 Conformación docente y estudiantil del grupo de seguimiento.



Nota: = docentes; = niña; = niño; = baja

Implementación y recolección de datos. Durante los tres ciclos escolares, el grupo de seguimiento y las docentes participaron en un total de 185 actividades societales bajo la modalidad de proyecto, juego, rutina y taller que abarcaban tanto el aspecto de número como el de geometría (ver Anexo VI). De manera específica, durante el primer ciclo de intervención (2011-2012) se implementaron 66 actividades, en el segundo ciclo (2012-2013) fueron 61 y el último ciclo (2013-2014) estuvo conformado por 58 actividades con una estructura social.

Como se describió en el apartado 4.1, la *implementación del programa de intervención* consiste en convertir el salón de clase en un escenario complejo, estructurado, lleno objetivaciones del sistema matemático (medios semióticos) y sostenido por la estructura de una actividad humana real en donde este dominio de conocimiento tenga sentido en su uso para el cumplimiento de una meta. El carácter social tanto de la estructura de la Actividad como del espacio interpsicológico en donde el origen y desarrollo del pensamiento tienen lugar; hacen posible la intervención de un experto, en este caso las docentes Berenice, Adriana y Carmen.

Puesto que estas actividades constituyen **la unidad de análisis** para esta investigación, su implementación en aula fue videograbada y fotografiada personalmente con ayuda de dos cámaras; una de video y otra especializada en fotografía pero que también permitió la recolección de algunos videos. Como se aprecia en el Anexo VIII se hizo la filmación de 43 actividades societales a lo largo de tres ciclos escolares, acentuando un interés particular por las actividades de juego y aquellas que implicaban intercambio comercial, puesto que desde su diseño psicopedagógico se enmarcó el desarrollo de las capacidades *numéricas* en el niño.

Además, y con la ventaja de vivenciar la implementación de estas 43 actividades, se recabaron diálogos importantes o reflexiones que ocurrían dentro del salón de clase o bien durante los espacios de formación docente a través de una bitácora tradicional (papel y lápiz). Vale la pena recordar que esta **técnica etnográfica** permite realizar un análisis global a partir de las interpretaciones del investigador sobre las acciones que se observan en el aula, además, la **observación participante** permite que el investigador pueda influir directamente en el curso de la investigación, alcanzando una mayor consistencia y veracidad sobre los significados de la comunidad que se estudia (Pujadas, 2010; Rodríguez et al.,1999).

Procedimiento de análisis cualitativo. La construcción de modelo explicativo para los procesos mediacionales comenzó una vez que la intervención finalizó, es decir, después de que la generación de seguimiento egresó del preescolar; de esta manera se tuvo acceso a toda la información del caso que se recabó en su ritmo longitudinal.

Para iniciar el análisis, se eligió estratégicamente una filmación desarrollada a mediados del segundo grado para el grupo de seguimiento; la revisión de esta filmación permitió establecer una base consistente que fue alimentándose y transformándose con el resto de las filmaciones analizadas. El Anexo IX muestra, por un lado, que en total se analizaron y revisaron 38 filmaciones bajo la modalidad de juego e intercambio comercial; por otro lado, muestra el orden en el que se analizaron las filmaciones (12 orden principal y 16 de orden complementario), no sin antes destacar que cada filmación fue revisada más de una vez y en diferentes momentos, ya que como asegura Sosa (2019), los fenómenos psicológicos pueden expresarse con tal diversidad que el investigador debe tener conciencia sobre los casos que contradigan o complementen las generalizaciones a las que se esté llegando pues esta diversidad es, a su vez, una manifestación más del fenómeno psicológico que se está estudiando. Para complementar el análisis, se revisaron las bitácoras recolectadas en el trabajo de campo con datos sobre las observaciones de las mismas actividades numéricas y sobre las entrevistas durante la formación y asesoramiento docente.

En análisis de todos los datos cualitativos se hizo con apoyo del software ATLAS.ti en su versión de paga 8.1 ya que permitió concentrar, definir y organizar la mayoría de los datos en categorías y familias con el objetivo de vislumbrar relaciones entre las propiedades de los datos y así construir una explicación general. Además, se utilizó el software Adobe Illustrator CC 2017 y 2019 para la representación visual de los datos.

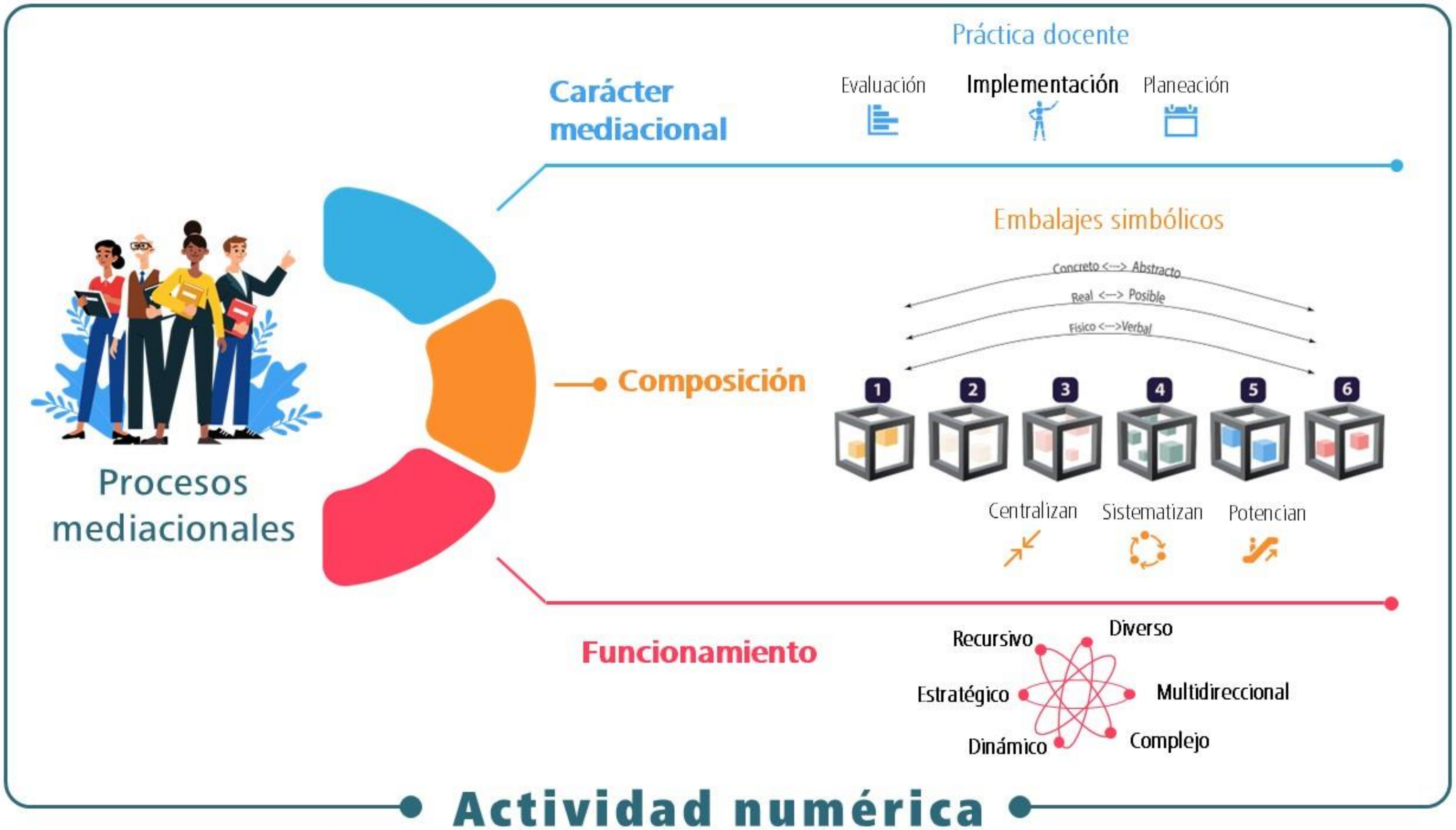
5.2 Modelo general de la mediación docente

La riqueza que ofrecen los espacios de construcción de conocimiento bajo las premisas del proyecto Aleph permite abordar los fenómenos psicológicos desde un punto de vista íntegro; se asume que ningún proceso surge de manera casual ni aislada, sino más bien, forma parte de un conjunto complejo de elementos que se relacionan entre sí, en otras palabras, la comprensión de un fenómeno psicológico implica a su vez la comprensión de los elementos que le rodean.

De esta forma, se ha construido un modelo general que explica la forma en cómo se expresan los procesos mediacionales bajo las condiciones que delinea el proyecto Aleph y con ello se responde al objetivo de la presente investigación: c*omprender los procesos mediacionales que ocurren mientras los niños preescolares participan en actividades numéricas.* Vale la pena mencionar que la integridad que se observa en el modelo explicativo es el resultado que permitió la abstracción longitudinal del caso, es decir, su estructura fue diseñada una vez que los resultados del análisis cualitativo develaron la esencia de este fenómeno psicológico.

La Figura 5.1 muestra en primer lugar el **carácter mediacional** de la práctica docente, misma que está conformada por tres momentos: *a) evaluación*, *b) intervención* y *c) planeación.* Como se detallará en el siguiente apartado, es en el momento *b) intervención* en donde se subsumen los procesos mediacionales y en donde se integran todos los elementos de la práctica docente (ver Figura 5.1).

Figura 5.1 Modelo general de mediación docente.



Nota: Modelo explicativo a partir del análisis cualitativos del caso longuitudinal.

En segundo lugar, se puede apreciar que los procesos mediacionales están **compuestos** por seis embalajes simbólicos que se transforman tanto horizontal como verticalmente, esto es, en su interior y con relación al resto. Tal y como se detallará en el último apartado de este capítulo estas transformaciones siguen una serie de tendencias, entre las que se destacan:

- De lo general a lo particular
- De lo físico a lo verbal
- De lo concreto a lo abstracto, y,
- De lo real a lo posible

Además, como se observa en la Figura 5.1, puesto que los embalajes simbólicos guardan una relación directa pero no unívoca con el nivel de participación del niño en la actividad, se observó que los embalajes simbólicos que usa la docente conservan tres objetivos particulares durante su quehacer en el aula:

a) Centralizan la atención, las acciones y los significados del niño hacia la Actividad.

b) Sistematizan las acciones simbólicas del niño y las objetivaciones del sistema numérico, esto con la finalidad de impulsar la comprensión de los procedimientos particulares del sistema que demandan las acciones numéricas de la Actividad a la que se enfrenten.

c) Potencian el nivel de participación y la forma en como el niño estructura su realidad en relación con la Actividad numérica a la que se enfrenten.

En tercer lugar, se puede observar que el **funcionamiento** de los procesos mediacionales que emplea la docente tiene una cualidad *recursiva, diversa, multidireccional, compleja, dinámica y* *estratégica;* cualidades que son develadas mientras usa los embalajes simbólicos como dispositivos/mecanismos de acción (ver Figura 5.1).

Finalmente es indispensable observar cómo los procesos mediacionales (su carácter, composición y funcionamiento) están enmarcados por la Actividad numérica. Es la Actividad quien da sentido a su práctica y al uso de los embalajes para lograr la participación del niño. También permite que las matemáticas y el número tengan un sentido en su acción como un dominio de conocimiento. Es en el marco de la Actividad en donde ocurren los procesos mediacionales y en donde el pensamiento del niño se origina y se transforma.

5.3 Carácter mediacional de la práctica docente

Al considerar *los procesos de mediación docente* como el objeto de estudio para la presente investigación es importante comenzar con *la comprensión del carácter mediacional* de la práctica docente, además de indagar sobre *la relación con otros procesos* psicológicos que pudieran presentarse en el aula y la *caracterización de las cualidades* que le definen. Para alcanzar estas respuestas se han retomado los estudios sobre los componentes que conforman la práctica de las docentes que intervienen a partir de las condiciones establecidas por el proyecto Aleph, es decir, bajo la interpretación que se hace sobre la traducción del currículo propuesto al aula (revisar Castro, 2019; Téllez, 2019), ya que los datos que se han obtenido en la presente investigación resultan coincidir y complementar estos hallazgos iniciales, además las conclusiones que se han alcanzado sugieren que **los procesos de mediación están subsumidos en la práctica de las docentes.**

La *práctica docente* es comprendida como un conjunto de acciones significadas en función de la actividad, en este caso, de la actividad numérica. Para lograr esta conceptualización y puesto que se trata de una noción amplia, se ha abordado a la práctica docente desde tres componentes: a) planeación b) evaluación y c) intervención en el aula (ver figura 5.2). Para facilitar su comprensión, a continuación, se describirá por separado cada componente, sin embargo, es importante tener en cuenta que éstos funcionan de manera conjunta y dependiente, es decir, poseen una fuerte dinámica de interinfluencia que se ve reflejada cuando la docente interviene con los estudiantes en el aula.

Figura 5.2 Dimensiones generales de la práctica docente.

Nota: Componentes coincidentes con los hallazgos de investigaciones anteriores.

El **primer componente** que se describirá como parte del modelo general de práctica docente está relacionado con los procesos de ***evaluación*** hacia los estudiantes de preescolar. Como se abordó en el capítulo anterior, el nivel de capacidades matemáticas es evaluado a través de una prueba de rendimiento académico y los resultados son proporcionados al cuerpo docente del plantel. Cada que comienza un ciclo escolar, la docente recibe un documento que concentra los resultados de las evaluaciones cuantitativas por las que cada niño ha atravesado, es decir, ella puede observar en una sola emisión cómo ha sido el desarrollo de cada niño a lo largo de los ciclos escolares en los que éste ha estado inscrito y ha formado parte de las actividades numéricas (ver Anexo VII).

El informe de resultados cuantitativos se convierte en el primer acercamiento formal y exhaustivo que la docente tiene con su nuevo grupo ya que, como se ha trabajado en investigaciones anteriores al presente estudio (Castro, 2019; Téllez, 2019), las docentes forman parte de una comunidad de práctica y van generando una evaluación paralela de cada niño a pesar de no ser su docente titular.

Durante el análisis de los resultados cuantitativos, el equipo de psicólogos acompaña las reflexiones de la docente para poder caracterizar a los niños y comenzar a generar condiciones particulares con cada uno. El panorama que se genera a partir del análisis de los resultados cuantitativos determina las primeras estrategias que la docente genera con el grupo, esto es, se convierte en una guía para las primeras intervenciones en el aula (ver Tabla 5.1).

Tabla 5.1 Reflexión docente ante los resultados cuantitativos

Persona	Diálogo
Psic.:	Maestra ¿qué puede observar en los datos de los niños?
Docente:	Bueno, creo que los niños se encuentran un poco más homogéneos ¿no?... Daniela no creció tanto ¿verdad?, está alta pero su cambio es muy bajo a comparación de sus compañeros y mira Iker, creo que ahora él puede ser un buen apoyo para sus compañeros. Habrá que apoyar mucho a Salvador.

Nota: Extracto del acompañamiento docente a inicios del ciclo escolar 2013-2014.

Como se puede apreciar en el ejemplo anterior, la docente caracteriza a cada niño con base en su evaluación cuantitativa y comienza a organizar al grupo de manera estratégica; conforma equipos equilibrados, identifica a los niños con mayores puntajes para convertirlos en guías de apoyo y concentra su atención en los niños cuyo nivel de desarrollo está por abajo del promedio. Sin embargo y al paso de las primeras intervenciones, los resultados cuantitativos comienzan a ser insuficientes para tomar decisiones sobre la organización del grupo, así que los datos cuantitativos dejan de ser una guía para convertirse únicamente en una referencia ocasional. En consecuencia, la docente comienza a realizar ***evaluaciones cualitativas*** al mismo tiempo que interviene diariamente en el aula, condición que le permite observar el nivel de participación que cada niño posee para generar nuevas estrategias que impulsen su desarrollo (ver Tabla 5.2).

Tabla 5.2 Reconsideración de estrategias a partir de la observación docente.

Persona	Diálogo
Psic.:	Maestra ¿cómo que le fue hoy? ¿qué podría rescatar de su intervención?
Docente:	Híjole, es que no funcionó que pusiera a Aline y a Daniela juntas yo creo que las voy a cambiar… pero me sorprendió Fernanda ya comenzó a usar múltiplos para contar sus monedas ¿y si la pongo cerca de Brandon?...
	Bueno también creo que la serie numérica ya no está funcionando así, hay unas que van hasta el 100… o una que vaya de 10 en 10…

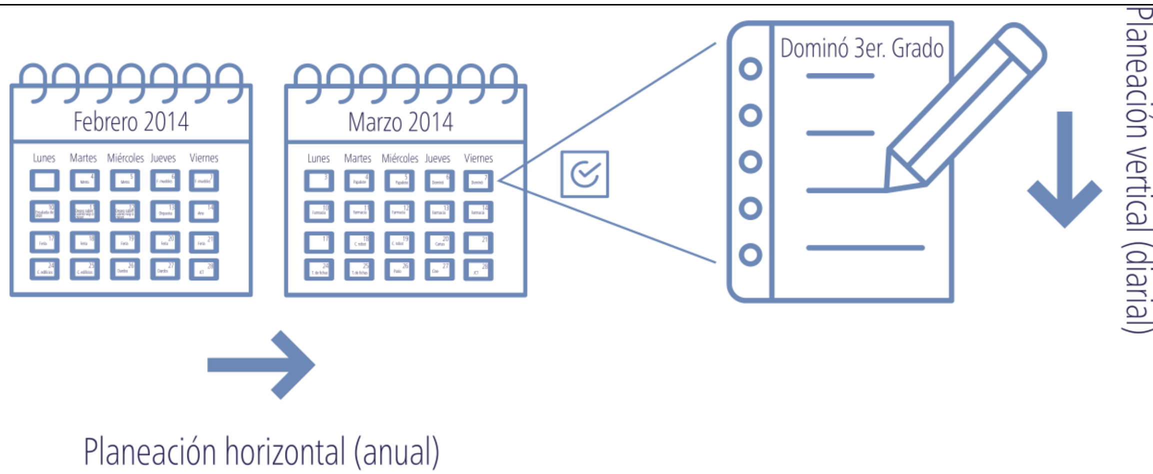
Nota: Extracto del acompañamiento docente a mediados del ciclo escolar 2012-2013.

El ejemplo ilustra cómo la docente usa sus evaluaciones cualitativas diarias para reorganizar los equipos que inicialmente había conformado, para propiciar una rotación de roles entre ciertos niños, formar duetos de apoyo entre pares y para conceptualizar los logros que cada niño va teniendo. Puede afirmarse que la docente comienza a proponer ajustes significativos para su intervención, mismos que enmarcan la cualidad del **segundo componente** de la práctica docente: ***Planeación.***

Al inicio de cada ciclo escolar, el equipo de psicólogos entrega un plan anual de intervención a la docente titular del grupo. El *plan anual* concentra una organización de las actividades matemáticas para su implementación en el aula que se distribuyen a lo largo de los meses que dura la intervención y mantiene un equilibrio tanto para el aspecto del campo de matemáticas que se trabajará (número, geometría) como para el tipo de actividad matemática a desarrollar (intercambio comercial, juego, proyecto, taller, rutina, etc.).

Como se puede apreciar en la Figura 5.3, la planeación de la docente corre tanto en un nivel horizontal como en otro vertical, ya que por un lado tiene en cuenta las actividades matemáticas que se implementarán a lo largo de los siguientes días, semanas y meses, y por otro lado concentra su atención en la actividad matemática que implementará cada día.

Figura 5.3 Niveles de planeación como parte de la práctica docente.



Nota: Ejemplos recuperados del ciclo 2013-2014.

Cuando la docente revisa horizontalmente las actividades matemáticas que se presentarán en el aula, detecta actividades matemáticas potenciales que pueden servir como *preparación* ante otra actividad con mayor grado de complejidad, o bien, propone *suspender o complejizar* la implementación de alguna actividad que ya no genera un reto significativo para los niños (ver Tabla 5.2 y Tabla 5.3).

Ahora bien, el eje vertical de la planeación docente se relaciona directamente con la actividad numérica que se presenta en el aula día con día. Como se describirá más adelante, la docente usa la estructura de la actividad numérica (establecida en las secuencias didácticas) para sostener su intervención; estrategia que se origina en este componente de la práctica docente.

El ejemplo de la Tabla 5.3, evidencia algunas estrategias que la docente emplea en su preparación diaria para intervenir en el aula. Por un lado, la docente conceptualiza el tipo de actividad que se desarrollará, la meta que se persigue y hace un establecimiento sobre los objetivos de desarrollo numérico que se perseguirán. Por otro lado, genera una organización del grupo e incluso propone ajustes a los medios semióticos que se usarán para la sesión.

Tabla 5.3 Análisis sobre la actividad numérica a implementar.

Persona	Diálogo
Psic.:	Maestra ¿qué trabajaremos el día de hoy?
Docente:	Bueno, hoy nos toca jugar serpientes y escaleras
Psic.:	¿Se acuerda cuáles son las competencias que trabajamos en este juego?
Docente:	Vamos a impulsar el conteo y sobreconteo con los niños. Mira, hice estos dados, les puse los numerales en vez de los puntitos; creo que los niños ya pueden comenzar a sumar así. Voy a colocar dos dados en cada equipo y dejaré que ellos vayan sumando.
Psic.:	…muy bien… ¿ya tiene los integrantes para cada equipo?
Docente:	Sí, voy a hacer tres equipos porque son muchos. Voy a separar a Ángel a Vale y a Nashla, los pondré como los niños altos de cada equipo y acomodaré a los demás. A Salvador lo voy a poner en el equipo de Nashla y a Brandon en el equipo de Ángel…

Nota: Extracto del acompañamiento docente a mediados del ciclo escolar 2013-2014.

Puesto que este tipo de *medios o estrategias* tienen cabida en el quehacer cotidiano de la docente y poseen una influencia directa sobre ***su intervención en el aula***, al mismo tiempo forman parte del **último componente** del modelo de la práctica docente dentro de los entornos de aprendizaje creados bajo las premisas del proyecto Aleph; así que vale la pena profundizar en las cualidades que le definen (ver Figura 5.4).

Particularmente para el presente estudio, *la intervención en el aula* se convierte en el componente más importante de la práctica docente, pues como se apreciará a partir de este momento, es hasta que la docente se enfrenta a los niños cuando *todo* se llena de sentido y significado; es el espacio en donde la docente fusiona los componentes de su práctica y se develan los mecanismos y procesos que le definen, es durante su intervención cuando se logra apreciar el carácter propositivo de sus acciones.

Figura 5.4 Modelo de práctica docente para la implementación de actividades numéricas.

Nota: El modelo se generaliza entre los tres grados de este nivel educativo

Para comprender los mecanismos y procesos que ocurren dentro del aula, a continuación, se describirán los **medios o estrategias de influencia** que usa la docente *para y durante* su intervención. Esta descripción permitirá entender que las acciones de la docente poseen un carácter flexible, pues a pesar de que los objetivos de la actividad numérica son establecidos antes de entrar al aula, dentro de ella la docente puede reorganizar sus acciones con base en las necesidades del grupo o de un niño; lo interesante es que, a pesar de los ajustes, la docente nunca pierde el propósito con el que realiza sus acciones. Además, podrá comprenderse que el uso de estos medios influye directa e indirectamente sobre del desarrollo del pensamiento numérico de los niños de preescolar, pues si bien es cierto que forman parte de las decisiones de la docente, su propósito está centrado en lograr que el niño participe en las acciones simbólicas que enmarca la actividad numérica.

Medio 1. Arreglo del espacio físico. La docente escenifica el aula con todas las objetivaciones que expresan el sistema matemático y los recursos materiales que requiera la actividad numérica. Así, se encarga de colocar de manera próxima y visible: la serie numérica, esquemas, fichas, dinero didáctico, ábaco, lápices, registros, gráficas, boletos, tablero, dados, productos comestibles, etc.; y acomoda tanto las sillas y como las mesas de los niños con base en el tipo de actividad que vaya a implementar (ver Figura 5.5).

De esta manera, la docente crea un ambiente para el desarrollo del niño en donde cada elemento está colocado de manera estratégica e intencionada para que cumpla su función durante la actividad. No obstante, este arreglo del espacio no es estático ni duradero, pues, aunque la docente predetermina las condiciones, durante el desarrollo de la actividad y con base en las necesidades que pudieran presentarse puede reorganizar el espacio o incorporar elementos que sean de utilidad en el momento. Cabe resaltar que, aunque estos ajustes tengan un carácter improvisado, la docente no dedica un tiempo especial para ello, es decir, reorganiza sus condiciones físicas mientras realiza otras acciones, da indicaciones o pasa de un momento de la actividad a otro.

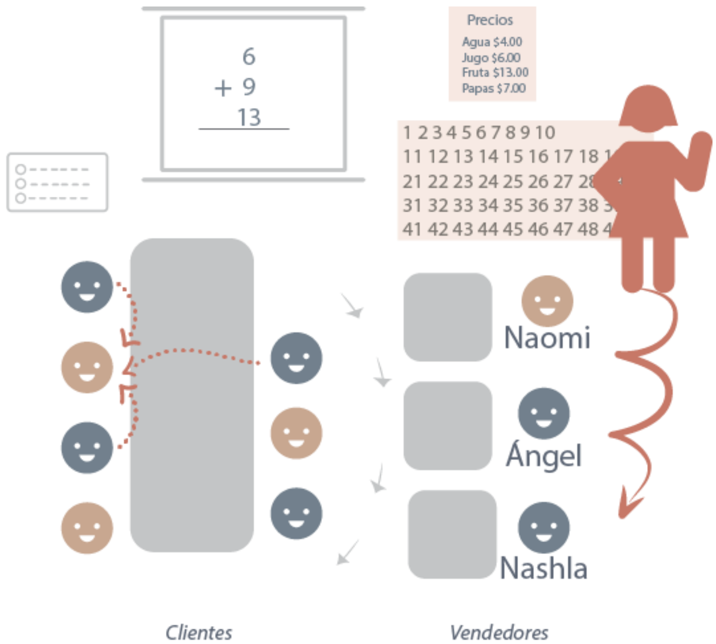
Medio 2. Asignación estratégica de roles. La creación del ambiente de aprendizaje también incluye el acomodo de los niños dentro del salón de clase, para ello la docente usa la implicación matemática de cada rol y lo asigna con base en el nivel de desarrollo del niño, misma que obtiene de la evaluación cuantitativa y el conocimiento que resulta tras observarlo diariamente.

El ejemplo de la Figura 5.5 ilustra de manera general cómo es el arreglo del espacio físico (Medio 1.) y el acomodo estratégico de los niños (Medio 2.) en una actividad numérica de intercambio comercial: "Cine". Esta actividad está diseñada de tal manera que los niños son organizados en dos grupos:

a) *Vendedores.* Aquellos que se harán cargo de los productos que se venden para entrar al cine; deben elaborar el recibo de pago que incluye la representación convencional de un algoritmo de suma, hacer el cálculo del total de productos que se venden y el cobro monetario de los mismos.

b) *Clientes.* Quienes comprarán el boleto y los productos comestibles para la función de cine, tarea que incluye una estimación de gasto y el pago final del consumo.

Figura 5.5 Creación de ambientes especializados dentro de la actividad.



Persona	Diálogo
Docente:	Naomi, siéntate aquí, tú vas a hacer el ticket, Ángel a ti te tocó el ábaco, Nashla tú vas a cobrar. Ustedes, deben tener su dinero para poder pasar a comprar eh.

Notas: = Niños con menor nivel de desarrollo. = Niños con mayor nivel de desarrollo.

Extracto tomado de la situación "Cine". 2° Grado (marzo, 2013).

En este ejemplo, los *clientes* están sentados de tal manera que los niños con menor nivel de desarrollo tienen a su lado e incluso de frente a compañeros que pueden resolver la tarea con mayor facilidad, como se describirá más adelante este acomodo impulsa y favorece la colaboración entre pares.

Respecto a los niños *vendedores*, la docente ha asignado a Naomi la elaboración del recibo de pago, una tarea que demanda la identificación y escritura convencional de los numerales para generar el algoritmo formalizado de la *suma*. El objetivo de la participación de Naomi en este rol es que pueda transitar del nivel de representación simbólico incorrecto hacia el nivel de representación más elevado, es decir, el propósito es que Naomi pueda comprender los elementos que conforman el *total a pagar* a través de la representación simbólica de los numerales. Resulta pertinente resaltar que la docente ha sentado a Naomi cerca de la serie numérica y el esquema de precios, herramientas que serán de utilidad para que pueda desempeñarse en el rol que le han asignado.

Por otro lado, la tarea asignada a Ángel requiere la lectura del algoritmo hecho por Naomi y el cálculo del total usando como medio el ábaco; tras la observación diaria, la docente ha notado que la participación de Ángel es más fluida y requiere menor cantidad de apoyo para usar la herramienta en comparación con resto de sus compañeros, así que el propósito de la docente es impulsar la comprensión de Ángel y convertirlo en un apoyo para aquellos niños que aún no comprenden ese proceso.

Finalmente, la docente ha asignado a Nashla la responsabilidad de *cobrar* el monto sumado por Ángel, una tarea que requiere la lectura del numeral escrito y la gestión del *pago*. La docente ha observado que Nashla permitirá la participación de sus compañeros y les brindará apoyo oportuno, pues la mayoría de sus compañeros son capaces de realizar:

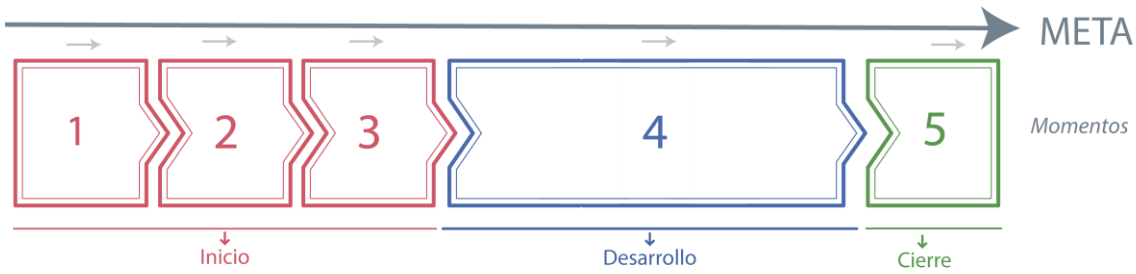
a) Conteo: ya sea en un nivel en donde solo se repite el orden de la serie numérica, en un nivel donde hacen correspondencia biunívoca ente el numeral que mencionan y las monedas, o bien logran cardinalizar al mencionar el último número contado como aquel que indica el total de dinero que tiene su colección, es decir, las monedas, o bien,
b) **Sobreconteo:** cuando logran contar a partir de un número dado y continúan contando los siguientes elementos de la siguiente colección, por ejemplo, cuando tienen una moneda de $5, $2 y $1, comienzan a partir de la moneda de $5 y continúan con el resto para determinar el total de su conjunto.

La asignación estratégica de roles permite que el niño conozca las diferentes acciones que implica la Actividad para que se pueda conseguir la meta, cada rol es una oportunidad para que el niño pueda mediarse con el sistema numérico y así comenzar a conformar su pensamiento.

Medio 3. Regulación a partir de la actividad. Puesto que el propósito principal de la docente es lograr que los niños transiten por los procesos y las acciones simbólicas que conforman la meta de la actividad, regula el comportamiento y la atención de los niños a través de un llamado constante hacia esta. Como se argumentará en párrafos posteriores, cuando el niño aún no comprende la estructura de la actividad, la docente debe hacer un determinado esfuerzo para que el niño pueda *engancharse,* sin embargo, el análisis ha develado que aun cuando el niño ya comprende la estructura de la actividad requiere de los llamados de la docente para volver su atención y comportamiento hacia las acciones que se están realizando. La regulación que emplea docente es de carácter sutil, discreta e imperceptible en primer plano, usa frases como: *"Si pierdes tus monedas, no vas a poder comprar", "Hey, cuenta en voz baja", "¿Ya viste cómo lo hizo Daniela?", "A ver en este equipo ¿a quién le toca tirar?".* La docente recurre a las acciones que comprenden la actividad como estrategia para regular al niño, y, a pesar de que estos llamados están presentes en cualquier momento, ella no invierte demasiado tiempo para lograr contener a los niños pues la estructura de la actividad ofrece a su vez una estructura para su comportamiento.

Medio 4. Uso de la estructura de la actividad. A pesar de su diversidad, las actividades numéricas poseen una misma estructura, es decir, las rutinas, los juegos, los proyectos y los talleres están conformados por cinco momentos: inicio (con tres momentos), desarrollo y cierre (ver Figura 5.6).

Figura 5.6 Estructura general de la actividad numérica.



Nota: La estructura generaliza entre los tres grados de este nivel educativo.

Cuando la docente comprende que cada momento o segmento de la actividad numérica que implementará persigue un objetivo particular que suma al cumplimiento de una meta general, es capaz de unificar las dimensiones de su práctica e incluso proponer ajustes que priorizan el desarrollo de los niños (ver Tabla 5.4). En otras palabras, la docente construye un significado sobre la actividad y comparte sus reflexiones para tomar decisiones sobre las acciones y los propósitos que delimitarán su intervención; de tal manera que sus acciones quedan sostenidas por la actividad y ella puede dirigir la diversidad de sus esfuerzos hacia un mismo fin.

Tabla 5.4 Acompañamiento docente para esclarecer la estructura de la actividad.

Persona	Diálogo
Psic.:	Maestra, el lunes comenzamos a jugar a la Feria ¿verdad? ¿Se acuerda cuáles son los juegos que nos tocan?
Docente:	Sí, pues el lunes comenzamos con Canasta, el martes Arcos, el miércoles Dardos, el jueves Penales y el viernes Caniquero ¿no? Aunque creo que mejor jugamos con las canicas el jueves… es que con las canicas puedo impulsar más el sobreconteo de los niños… ¡Ese Chava! Lo voy a poner con Sofía a ver cómo funciona. Pero ¿cada día se va a hacer un registro?
Psic.:	Recuerde que hay que organizar a los niños por equipos y tratar de mantener los mismos equipos en la semana… En el registro semanal se anota el equipo que ganó en ese día y al final de la semana se van a comparar.

Nota: Extracto del acompañamiento docente a mediados del ciclo escolar 2012-2013.

Ahora bien, el análisis de los datos ha permitido comprender que a lo largo de los tres años que componen este nivel educativo, las docentes mantienen una esencia similar mientras implementan los cinco momentos que conforman las actividades numéricas. A continuación, se describirán los procesos generales que se estudiaron bajo este medio de influencia que usa la docente durante su intervención.

Momento 1. Contextualización. Es el primer momento en el que la docente y el niño comienzan a pensar en una misma condición. Como se aprecia en la Tabla 5.5, los esfuerzos de la docente se concentran en crear un significado compartido sobre la actividad, es decir, de manera implícita se encarga de plantear, esclarecer o precisar que la actividad numérica a desarrollar es una estructura social conformada por una serie de procesos simbólicos que están regidos por reglas, requiere una organización para el trabajo y posee acciones bien definidas.

Tabla 5.5 Creación del significado compartido sobre una actividad.

Persona	Diálogo
Docente:	Vamos a comenzar con la clase de… ma…
Niños:	¡Mate!
Docente:	Matemáticas, fíjense bien. El día de hoy nos toca ir al cine… ¿qué tenemos que hacer cuando vamos al cine?
Niños:	Comprar los boletos…
Docente:	Los Boletos; a ver ¿ustedes van al cine?
Niños:	¡Yo sí! (levantando su mano). Yo fui a ver La era de hielo 4; Maestra yo Hotel Transylvania; ¡Baymax maestra!; Yo un día fui a ver Oz el mago
Docente:	El mago de Oz. ¡Muy bien! Parece que muchos han ido al cine ¿y cuándo van al cine qué compran?
Niños:	Palomitas, jugo, refresco, helado
Docente:	Muy bien, los productos… ¿y con qué pagan?
Niños:	¡Con dinero!
Docente:	Entonces cuando van al cine tienen que pagar con dinero ¿y son puras monedas? ¿con qué más pagan sus papás?
Valentina:	¡No! Billetes también, de $100.00
Docente:	De $100.00 ¿qué más?
Iker:	De a $20.00
Nashla:	De $100.00 ¡Maestra!
Iker:	O de a $500.00
Ángel:	De $50.00
Cristopher:	¡De $200 maestra, de $200!
Docente:	(repite las denominaciones) ¡órale! Entonces pagan con billetes y con mo…
Niños:	¡Monedas!
Docente:	Muy bien. El día de hoy a nosotros nos toca comprar: Agua, Boing, jícama, naranja o zanahoria. También deben comprar su boleto ¿ok? Vamos a pagar con monedas como estas…

Nota: Extracto tomado de la situación “Panadería”. Primer Grado (marzo, 2013).

En el ejemplo anterior, puede apreciarse cómo la docente comienza situando la actividad en un campo de conocimiento (matemáticas), plantea los procesos simbólicos que la actividad requiere (compra y venta de boletos y productos) y finalmente plantea de manera simbólica o abstracta el medio semiótico que será necesario para que la actividad funcione (sistema monetario). Puesto que la docente concentra estas condiciones de manera pública y colectiva se genera un **espacio efímero** en donde se construye el conocimiento, un espacio en donde todas las mentes están conectadas sobre un mismo tema para *crear un significado común*; como se apreciará de aquí en adelante, estos espacios efímeros aparecen en cualquier momento de la actividad y su cualidad permite entender que *el conocimiento es colectivo.*

Momento 2. Modelamiento. Durante este momento de la actividad numérica la docente crea un problema similar al que los niños se enfrentarán en el desarrollo de la actividad con el objetivo de negociar el significado de los procesos simbólicos y las acciones generales que deben cumplirse. Como puede analizarse en el ejemplo de la Figura 5.7, la docente utiliza el *proceso de matematización* como una estrategia para darle solución a las demandas de la actividad, es decir, la docente resalta el problema matemático que se origina en el contexto de la actividad (apartado 1), usa el sistema numérico y sus objetivaciones para darle una solución matemática (apartado 2 y 3) e injerta esta solución al problema original (apartado 4).

Figura 5.7 Matematización como estrategia durante el modelamiento.

Docente: ...Yo también voy a surtir mi receta en la farmacia. Mi receta dice que compre dos medicamentos de la charola 1 y uno de la charola 4 ¿cómo le hago yo para saber cuánto dinero necesito para poder pagar? ¿qué tengo que hacer? ...

Docente: Vamos a anotar aquí ¿cuánto cuesta el medicamento de la charola 1?... Pero voy a comprar dos…y el de la charola 4 ¿cuánto cuesta? ...

Docente: Ayúdame con el ábaco... vamos a ver cuánto es el total; ya tenemos 8, ahora otros 8… ¡cuenten conmigo!... Y ahora otros 9 ¿cuánto es el total? ...

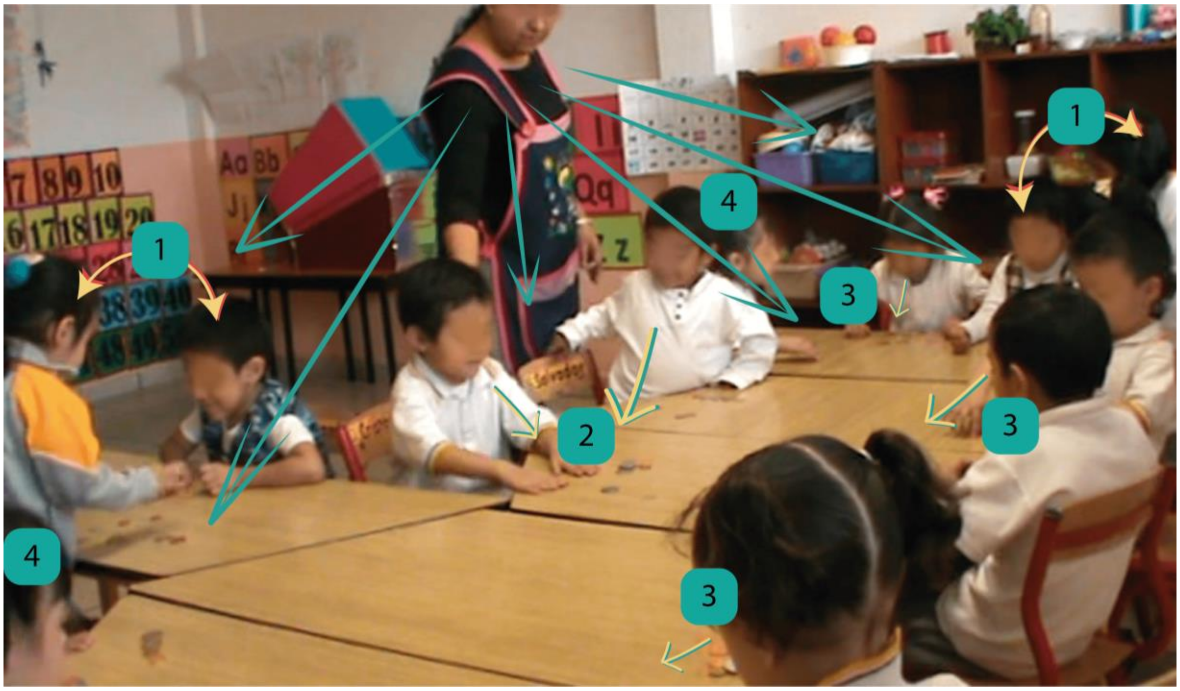
Docente: Entonces yo necesito $25.00 pesos para poder surtir mi receta en la farmacia ¿ya vieron? Ahora ustedes allá van a surtir sus recetas…

Notas: Extracto tomado del proyecto "Farmacia" día 3. 2° Grado (marzo, 2013).

Es importante mencionar que el proceso de matematización no es exclusivo de este momento, más bien, la docente usa esta estrategia de manera recurrente ya que permite transformar un problema del mundo real en una forma estrictamente matemática.

Momento 3. Momento a-didáctico. Antes de comenzar con el desarrollo de la actividad, la docente propicia un momento para que el niño se enfrente libremente al sistema a través de alguna de sus objetivaciones (monedas, billetes, tablero), es decir, durante escasos minutos no existen instrucciones o indicios sobre las acciones que deben realizarse. Como puede observarse en el ejemplo de la Figura 5.8, mientras los niños interactúan con las objetivaciones del sistema, la docente aprovecha para hacer un escaneo periférico o, mejor dicho, una evaluación "*on-line*" sobre lo que ocurre durante este momento y así confirmar, descartar o reconsiderar las decisiones y estrategias que planificó antes de entrar al aula.

Figura 5.8 Evaluación *"on-line"* para reestablecer condiciones.



Nota: Fotografía tomada de la situación "Feria, tiro de penales" día 5. 2do Grado (febrero, 2013).

En la figura anterior, los apartados marcados con el número 1 evidencian la funcionalidad del apoyo entre pares, el apartado 2 explicita la importancia de que un niño pueda observar el conjunto de acciones simbólicas que un compañero realiza; y finalmente puede notarse el nivel de autonomía que poseen los niños marcados con el número 3. El momento a-didáctico permite que la docente llegue fácilmente a estas determinaciones y que incluso pueda generar nuevas estrategias para niños que aún no entienden el sentido de la actividad (niñas marcadas con el número 4).

También es importante hacer notar cómo es que en el ejemplo anterior los medios semióticos comienzan a tener un significado para el niño a partir de las acciones que realiza; de tal forma que al tener enfrente una objetivación del sistema numérico (monedas) y una vez que la meta de la actividad ha quedado clara (comprar productos y boletos para ir al cine), el niño comienza a realizar acciones matemáticas y a darle un sentido a sus acciones (contar sus monedas para poder pagar).

Momento 4. Desarrollo. Los esfuerzos que hace la docente en los tres momentos que se han descrito con anterioridad son de *carácter preparatorio*, es decir, la docente se ha encargado de arreglar las condiciones para que el momento principal pueda llevarse a cabo de la mejor manera, por ejemplo, el intercambio comercial entre los niños vendedores y aquellos que fungen como clientes, o bien, las rondas de un juego de mesa (ver Figura 5.9).

A pesar de que cada momento de la actividad contribuye a la obtención de la meta y posee intenciones y acciones particulares; durante el Desarrollo se concentra la mayoría de los procesos simbólicos de la actividad numérica y se devela su funcionalidad. Además, este espacio permite entender cómo es que la intervención de la docente funciona a través de un sistema multitarea de carácter polidimensional que está relacionado con el nivel de desarrollo del niño, tema que se explicará exhaustivamente en el subtítulo 5.4 del presente capítulo.

Figura 5.9 Procesos simbólicos principales (compraventa/juego).

Notas: Fotografía tomada del proyecto "Recaudería" día 4. 3° Grado (noviembre, 2013).

Fotografía tomada del proyecto "Cuánto a que te gano" día 3. 3° Grado (marzo, 2014).

Momento 5. Cierre: Una vez que la docente ha llevado a los niños por los procesos simbólicos de la actividad y la meta se ha alcanzado, dedica los últimos minutos de la sesión para hacer un recuento sobre las acciones principales que sostuvieron la actividad (ver Tabla 5.6).

Tabla 5.6 Construcción del sentido sobre las acciones realizadas.

Persona	Diálogo
Docente:	A ver fíjense bien, para terminar nuestra clase de Mate ¿qué fue lo que hicimos el día de hoy?
Iker:	Compramos las gelatinas
Docente:	¿Cuánto costó cada gelatina? ¿Cuánto? (Señala el precio escrito en el pizarrón)
Niños:	¡Diez pesos!
Docente:	Y ¿cuánto dinero necesitamos para comprar dos gelatinas?
Daniela:	¡Veinte!
Docente:	Muy bien ¿y les sobró cambio? ¿cuánto dinero les di yo? Cristopher ¿te sobró cambio?
Cristopher:	¡Cinco! (levanta la moneda)
Niños:	(repiten) ¡Cinco!
Docente:	Si verdad, porque yo les di $25.00 a cada uno y solo usamos… Vein…
Niños:	..te
Docente:	Y nos sobraron $5.00 pesos (representa con cinco dedos) Muy bien niños ya terminamos nuestra clase de…
Iker:	¡Matemáticas!

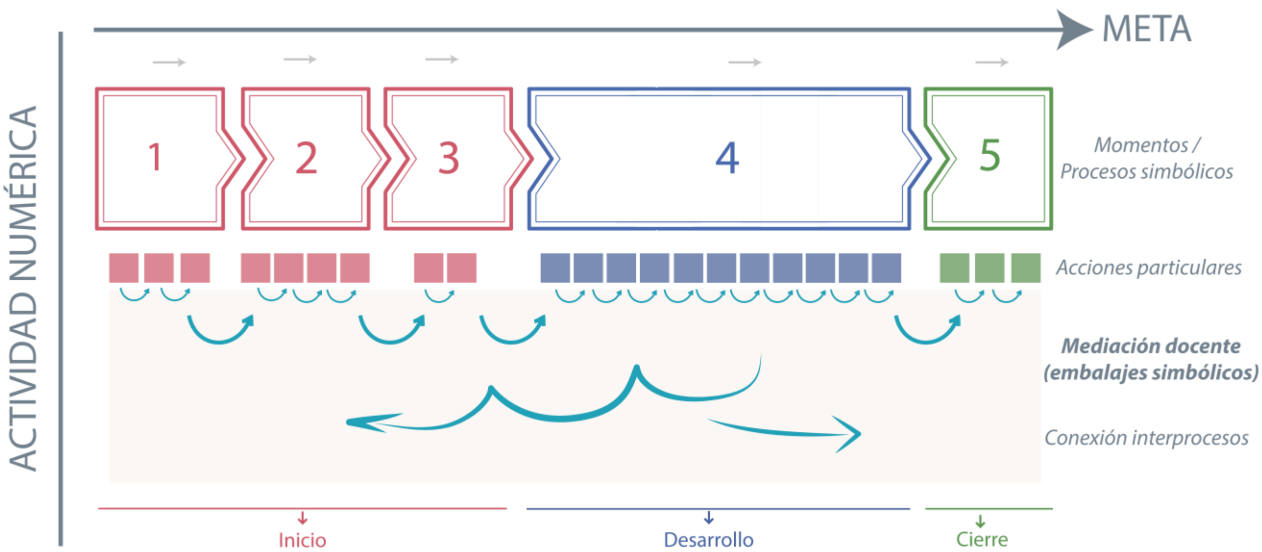
Nota: Extracto tomado de la situación "Gelatinas de mosaico" día 2. 2° Grado (enero, 2013).

Puesto que la docente conduce este momento desde un plano público (como en el Inicio) impulsa la creación de un significado compartido al explicitar los procesos simbólicos que tuvieron lugar dentro de la actividad, esto es, reconstruye las acciones más importantes que se realizaron para permitir que los niños otorguen *un sentido* simbólico y cultural a su participación en la actividad numérica.

Una vez que se han descrito los procesos generales que tienen cabida durante los 5 momentos que componen la actividad numérica, vale la pena reconceptualizar la estructura general. Cada *momento* de la actividad puede entenderse como un ***proceso simbólico*** que está lleno de ***acciones particulares***, por ejemplo, si la docente y el grupo se encuentran en el "Momento 5. Cierre de la actividad" y deben analizar los resultados de un juego a través de una gráfica de barras (proceso simbólico), quizá comiencen a darle lectura a los ejes que componen la gráfica y a la distribución de las columnas para construir un significado compartido de los resultados (acciones particulares).

En consecuencia y como se esquematiza en la Figura 5.10, la estructura de la actividad numérica está compuesta por una cantidad basta de acciones que la docente *va articulando* a través de múltiples conexiones entre las acciones particulares de cada proceso simbólico e incluso entre los mismos procesos. Es en este espacio de conexión múltiple en donde se esclarecen *los procesos de mediación docente como fenómeno psicológico*, pues, como se abordará de ahora en adelante, la docente usa ***embalajes simbólicos*** para que el niño pueda transitar de una acción a otra y se alcance la meta de la actividad.

Figura 5.10 Espacio coyuntural de la mediación docente en la actividad.



Nota: El modelo se generaliza entre los tres grados de este nivel educativo

En síntesis, puesto que los *procesos de mediación* se originan *dentro de la práctica docente*, comprender su carácter y su funcionamiento conlleva necesariamente la comprensión del contexto que le sostiene. Durante su práctica, la docente atraviesa por tres componentes: evaluación, planeación e intervención en el aula; a pesar de que las dos primeras poseen una determinación anual, cuando la docente interviene en el aula fusiona las dimensiones de su práctica y usa medios o estrategias de influencia particulares para impulsar la participación del niño dentro de la actividad numérica; momento en donde la práctica de la docente se expresa en su versión más compleja y dinámica.

5.4 Composición y funcionamiento de la mediación docente

Una vez que se ha comprendido que los procesos de mediación docente se originan dentro de los medios de influencia que usa la docente como parte de su práctica y que su objetivo dentro de la actividad numérica consiste en ayudar a que el niño pueda unir las acciones particulares que conforman los procesos simbólicos o momentos de la actividad; resulta oportuno analizar la conformación y funcionamiento de la mediación docente para así comprender las cualidades *de aquello que le constituye, la forma en cómo opera y los resultados que obtiene*. Este acercamiento permitirá esclarecer la *complejidad, diversidad y dinamismo* del quehacer docente para incidir en la construcción del pensamiento del niño. Es importante tener en cuenta que tanto los procesos de mediación docente como el pensamiento del niño son relativos o bien, se encuentran situados por las condiciones que emana la actividad. Con ello se anuncia que, si la actividad cambia, los procesos de mediación docente y el pensamiento del niño responderán a dichos cambios.

Ahora bien, el análisis cualitativo de los datos ha permitido vislumbrar que cuando la docente entra al aula y comienza a implementar una actividad numérica, existe una fusión entre las dimensiones de su práctica y el nivel de desarrollo en el que cada niño se encuentra; esta fusión está sostenida por ***embalajes simbólicos*** que actúan a través de un sistema *dinámico* con *relaciones multidireccionales* que mantienen un solo propósito: lograr que el niño participe en la actividad. Dicho de otro modo, los embalajes simbólicos son la parte constitutiva de la mediación docente y poseen una relación *directa* pero *no unívoca* con el nivel de participación del niño, es decir, la docente toma como referencia el nivel de participación del niño y usa uno, dos o cierta cantidad de embalajes simbólicos para que el niño pueda resolver la tarea a la que se enfrenta. Para comprender esta relación, primero se describirán los 3 niveles de participación del niño que fueron encontrados y posteriormente los embalajes simbólicos que las docentes emplearon bajo las condiciones que definieron a la actividad numérica durante esta investigación.

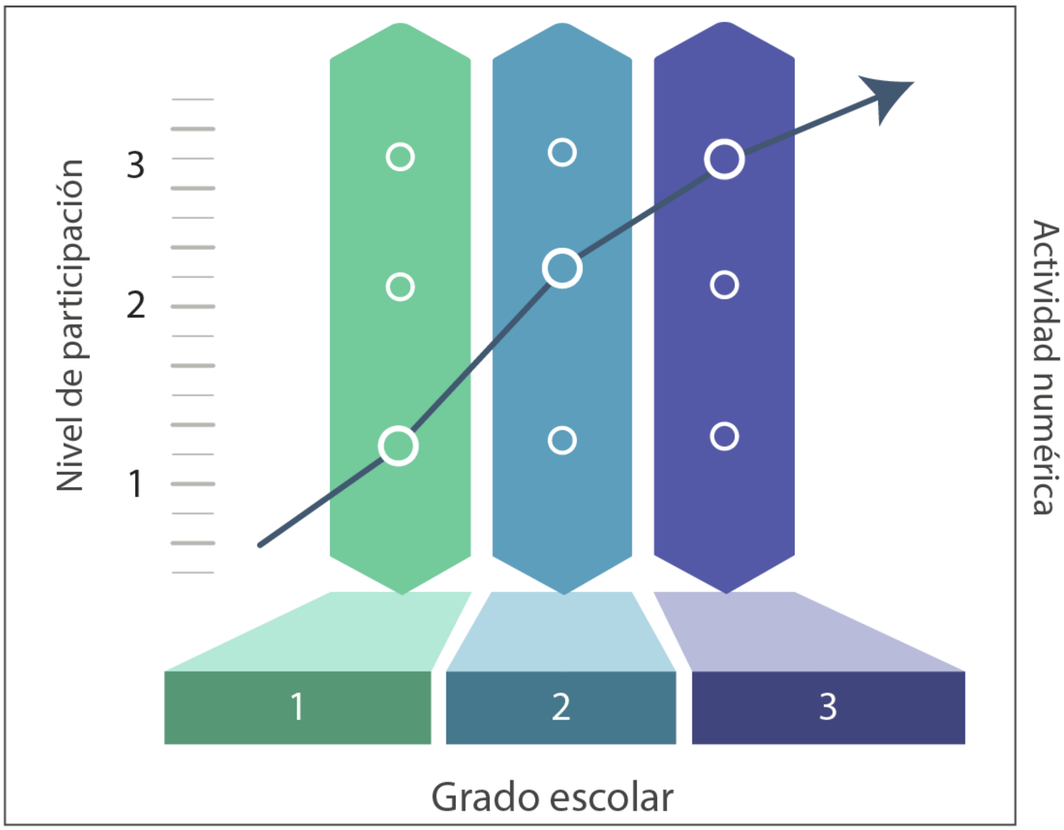
5.4.1 Niveles de participación de los niños dentro de la actividad numérica

Al analizar a los niños dentro del salón de clase se encontraron diferencias sobre la manera en cómo cada uno de ellos se conduce ante las exigencias de la actividad. Estas diferencias se han definido con base en el conjunto de acciones que realizan los niños dentro de cada proceso simbólico, es decir, sobre la manera en cómo se conducen o participan en la actividad.

Los niveles encontrados han permitido comprender que la participación del niño depende de la tarea a la que se enfrenta y no necesariamente de un nivel de razonamiento como el que fue detallado en el Capítulo 4 de la presente investigación. Con esto, se sugiere que los niveles de participación del niño funcionan de una manera *dinámica* y en relación con los retos que demanda la actividad, en otras palabras, un niño que ha demostrado un nivel de participación 3 puede al mismo tiempo posicionarse en un nivel de participación 1 cuando se enfrenta a una tarea diferente; es por ello que el nivel de razonamiento cuantitativo de los niños resulta insuficiente para comprender que el pensamiento humano no es estático, facetico o lineal, sino más bien posee una *cualidad estructurada* que depende de las condiciones de donde se desarrolle.

A pesar de que el dinamismo en la participación de los niños atraviesa por *tendencias*, su definición está relacionada con la experiencia que el niño posee sobre la actividad a la que se enfrenta. Desde una mirada longitudinal, en la Figura 5.11 se aprecia que durante el primer grado de preescolar la mayoría de los niños posee un nivel de participación 1 puesto que sus acciones carecen de sentido; cuando están en el segundo grado, su nivel de participación posee sentido, pero no existe una comprensión sobre los procesos simbólicos que realizan; finalmente, en tercer grado los niños se conducen de manera autónoma ante las demandas de la actividad. No obstante, al mismo tiempo y de manera transversal en cada uno de los grados puede observarse la presencia de los tres niveles de participación, esto quiere decir que, por un lado, independientemente del grado escolar existen niños en los tres niveles de participación y, por otro lado, que existe una transformación interna que moviliza el nivel de participación de cada niño.

Figura 5.11 Tendencias en los niveles de participación.



Nota: Tendencia observada en la generación 2011-2014.

Teniendo en claro que los niveles de participación de los niños están relacionados con su experiencia y no necesariamente con el grado escolar en el que se encuentren; que los niveles son dinámicos tanto longitudinal como transversalmente y, que éstos están definidos por la actividad; a continuación, se expondrá cada nivel encontrado.

Nivel 1. Participación sin sentido

La primera vez que el niño se incorpora a una actividad numérica se enfrenta a un ambiente especializado y previamente estructurado, sin embargo, la cualidad de sus acciones sugiere que aún no comprende que la actividad está compuesta por acciones simbólicas que persiguen una meta y que su participación es imprescindible para el cumplimiento de esta.

Como se puede apreciar en la Figura 5.12, durante sus primeras experiencias el niño suele desplazarse por el salón de clase sin razón aparente, suele jugar con sus compañeros o poseer una actitud ensimismada e incluso distrayéndose con las diferentes partes de su cuerpo (manos, pies, nariz, cabello, etc.); o bien, si el niño debe asumir la responsabilidad de un rol como parte de la estructura social de la actividad, su participación suele ser improvisada, impremeditada y un tanto instintiva.

Figura 5.12 Expresiones del primer nivel de participación.

Nota: Fotografías de la generación 2011-2014. a) Recaudería, febrero 2011; b) Brochetas, octubre 2012; c) Pirinola, enero 2012; d) Dulcería, abril 2012.

Ausencia, Intento y Reproducción, son las tres categorías que han agrupado las acciones del niño en este nivel, a continuación, se describe cada una para poder comprender por qué la participación del niño *carece de sentido simbólico* durante sus primeras experiencias en la actividad numérica. Es probable que estas categorías propongan una transformación interna del primer nivel de participación del niño en la actividad, sin embargo y como se anunció anteriormente, el carácter dinámico de los niveles impide pensar que todos los niños expresen dichas acciones y en ese orden.

a) **Ausencia.** A pesar de que el niño se encuentra físicamente en el salón de clase sus acciones evidencian una *ausencia* en la actividad numérica. Su mente se encuentra tan dispersa que le cuesta trabajo lograr planos de intersubjetividad con la docente o con sus compañeros, en otras palabras, los medios semióticos, las acciones simbólicas, el lenguaje matemático y la actividad no están significados para el niño.

El ejemplo de la Figura 5.13 ilustra que cuando al niño se le solicita que tome o vaya hacia una herramienta que le ayudará a solucionar un problema, éste desconoce el medio semiótico a pesar de que se encuentre físicamente en el mismo espacio que él; lo que propone la inexistencia de un significado simbólico para el niño.

Figura 5.13 Medios semióticos sin significado.

Docente: ¿Qué más trajiste Brandon? ¿qué más vas a comprar?
Brandon: Un jugo
Docente: Ve a ver cuánto cuesta el jugo

Brandon: (se desplaza hacia la mesa de productos)

Docente: ¿A dónde vas? Ven, esta es la lista de precios, dime ¿cuánto cuesta el jugo?

Docente: ¿qué número es? Es el cin…
Brandon: Co
Docente: Dilo fuerte, es el número cinco ¿cómo?
Brandon: Cinco
Docente: Cinco, tu jugo cuesta cinco pesos

Notas: Extracto tomado de "Cine". Primer Grado (noviembre, 2011).

El desplazamiento del niño por el salón de clase carece de sentido simbólico, las acciones de la actividad se encuentran aisladas y su participación no aporta para lograr la meta de la actividad. El niño juega con sus compañeros o distrae su mirada hacia otros escenarios, puede recostarse sobre la mesa o bostezar hasta querer dormirse (ver Figura 5.14).

Figura 5.14 Acciones sin sentido simbólico para la actividad numérica.

Nota: Fotografías de la generación 2011-2014. a) Proyecto "Juguetería" Análisis de gráfica. Primer grado (marzo, 2012); b) Proyecto "Tienda de abarrotes" Día 2. Segundo grado (noviembre, 2012); c) Proyecto "Cuánto a que te gano" Día 2: Pirinola. Primer grado (junio, 2012); d) Juego "Serpientes y escaleras". Tercer grado (octubre, 2013).

En este nivel de desarrollo, el niño también suele realizar acciones pasivas sin sentido simbólico, por ejemplo, puede posicionarse físicamente en un espacio para realizar una acción tras la instrucción de la docente o de algún compañero, pero no realiza ninguna acción que ayude a solucionar el problema al que se enfrenta, se mantiene inmóvil, perplejo, ensimismado, puesto que aún no comprende cuál es el sentido de estar en ese lugar (ver Tabla 5.7).

Tabla 5.7 Acciones pasivas sin sentido simbólico.

Persona	Diálogo
Docente:	Ya Kalhí, pásale para allá con Nashla (señala la dirección) ¿cuánto le vas a pagar?
Kalhí:	(Se desplaza hacia su compañera Nashla)
Docente:	¿Cuánto es Kalhí?
Kalhí:	(Mira el recibo de pago y se lo da a la maestra)
Docente:	(Se dirige a Nashla) ¿cuánto te va a pagar Nashla?
Nashla:	27 maestra
Docente:	Muy bien, ya págale Kalhi, 27 pesos
Kalhí:	(Juega con las monedas)
Nashla:	¡27 Kahlí, por favor!
Kalhí:	(Acomoda las monedas para formar un círculo con ellas)
Nashla:	¡Ya págame Kalhí!, a ver ¿qué número es este? (le muestra el recibo de pago) ¡Habla Kalhí!
Docente:	¿Cuánto te va a pagar Nashla?
Nashla:	27 maestra, pero no me paga
Docente:	¿Cuánto vas a pagar Kalhí? ¡aquí, voltea! (señala el recibo de pago) veinti….sie….
Kalhí:	Te…
Docente:	Veintisiete, a ver vamos a pagarle…

Nota: Extracto tomado de la situación "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

La ausencia del niño dentro de las acciones que componen a la actividad numérica refleja la necesidad inmediata por lograr que el niño comience a significar los procesos simbólicos puesto que solo así podrá participar autónomamente y contribuir con el resto de sus compañeros para alcanzar la meta que se ha establecido.

b) Intento. A diferencia del nivel de desarrollo que se describió anteriormente, en este momento el niño es capaz de contenerse dentro de la actividad, es decir, no se distrae con facilidad y mantiene una atención constante ante los procesos que ocurren frente a él. Sin embargo, a pesar de que el niño comienza a formar parte de las acciones de la actividad a través de intentos, sus acciones aún carecen de sentido simbólico en relación con los procesos de la actividad numérica.

La *correspondencia biunívoca* es uno de los niveles con mayor importancia dentro del conteo puesto que implica una relación entre el objeto que se va a contar y una palabra número, es decir, una relación entre el significante y el significado. El ejemplo de la Tabla 5.8 muestra cómo el niño intenta mantener esta correspondencia para escribir el precio de un producto en el recibo de pago para su compañero.

Tabla 5.8 Relación interrumpida entre la palabra número y su símbolo.

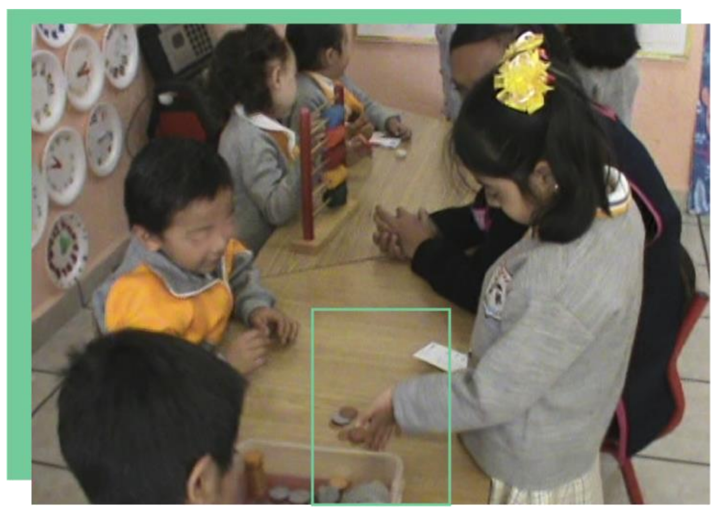
Persona	Diálogo
Docente:	Daniela ya te dijo cuánto es el total, anótalo.
Daniela:	(Voltea hacia la serie numérica)
Docente:	Son ocho pesos Daniela, ¿cuál es el número ocho?
Daniela:	(Mira de nuevo a la serie numérica)
Docente:	¡Cuenta Daniela! ¿en dónde está el número ocho?
Daniela:	(Señalando cualquier número) unooo…tres…cuatro…
Docente:	¡Cuenta bien! A ver... (señala el número uno) ¡uno!
Daniela:	Uno (señala y se voltea)
Docente:	¡Voltea para acá! Dos…

Nota: Extracto tomado de la situación "Recaudería". Primer Grado (febrero, 2012).

En el ejemplo anterior, la niña señala los numerales de la serie numérica y menciona cualquier palabra *número* pues sabe que tanto la docente como sus compañeros han usado la herramienta de esa manera. Ella intenta relacionar la palabra *número* con su símbolo a pesar de que aún no comprende cuál es el sentido de esa acción, dicho de otra manera, la niña aún no comprende que su participación dentro de la actividad permitirá que su compañero obtenga el recibo de pago para saber el total de su compra y con ello tener el derecho de entrar al Cine.

Otra acción que carece de sentido simbólico en relación con la estructura de la actividad numérica se refleja con el uso que el niño tiene sobre el sistema monetario (entendiendo este último como una expresión del sistema numérico). Durante los procesos que implican el uso del sistema monetario el niño intenta usarlo como lo usa la docente y el resto de sus compañeros (ver Tabla 5.9).

Tabla 5.9 Uso del sistema monetario sin sentido simbólico.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	A ver ¿qué paso? ¿cuánto te va a pagar Naomi?	
Ángel:	Ya le dije	
Docente:	¿Cuánto?	
Ángel:	$21	
Docente:	$21 Naomi, paga $21 pesos	
Naomi:	(entrega todas las monedas)	
Ángel:	¡No! ¡todas no!	
Docente:	¡Cuenta Naomi! Debes pagar $21. ¿Cuánto vale esta moneda?…	

Nota: Extracto tomado de la situación "Cine". Segundo Grado (octubre, 2012).

Como puede apreciarse en el ejemplo anterior, Naomi intenta hacer uso del sistema tras escuchar la indicación de la docente o de su compañero Ángel. Para este momento Naomi sabe que las monedas son el medio que le permitirá *pagar* e intenta hacerlo al entregar el conjunto completo de monedas sin observar la cantidad que posee y la que debe pagar.

Los intentos que realiza el niño sobre las tareas que conforman la actividad permiten entrever el comienzo de una comprensión sobre la misma, el comienzo de la construcción del significado sobre sus acciones, sin embargo, este proceso no surge de manera natural por lo que la docente se convierte en la figura más importante para que el niño pueda significar su entorno.

c) **Reproducción.** En este nivel, el proceso máximo de participación que logra el niño dentro de los procesos de la actividad numérica consiste en repetir lo que la docente o sus compañeros le han indicado, esto quiere decir que generalmente, antes de la reproducción existe apoyo por parte de un experto que le indica o le modela el fin último para la tarea en la que se encuentran.

Es común que dentro de los procesos de conteo o de identificación de algún numeral, *la reproducción* pueda expresarse claramente. En el ejemplo de la Tabla 5.10, la docente y el niño están determinando la cantidad de puntos que hay en un par de dados para determinar la cantidad de casillas que deben avanzar en el juego de Serpientes y escaleras.

Tabla 5.10 Repetición con dificultades de una secuencia didáctica.

Persona	Diálogo
Docente:	Tira los dados Isaac ¿cuántas casillas vas a avanzar?
Isaac:	(tira los dados) Uno… (se detiene y observa a la docente)
Docente:	Uno… ¿qué sigue?... Dos
Isaac:	Dos…
Docente:	(toma la mano de Isaac y comienza a señalar los puntos) Tres…
Isaac:	Tres…
Docente:	(sigue al segundo dado) Cuatro…
Isaac:	Cuatro
Docente:	y… cinco ¿cuántas casillas vas a avanzar?
Isaac:	(no dice nada)
Docente:	Cinco Isaac, ¿cuántas? Cin…
Isaac:	Co…

Nota: Extracto tomado de la situación "Serpientes y escaleras". Primer Grado (diciembre, 2011).

Isaac, ha superado la ausencia en la actividad y los intentos sin sentido, ahora se encuentra en un momento medular de la actividad en donde su acción determina el ritmo de la actividad numérica: si Isaac no establece la cantidad de casillas a avanzar el juego no puede continuar. Con esta conciencia la docente indica la secuencia numérica del sistema e Isaac repite cada numeral que le es mencionado, tal y como lo hace Salvador con Nashla en el ejemplo de la Tabla 5.11, quienes intentan determinar el total de dinero que Salvador debe pagar por los productos que compró.

Figura 5.11 Repetición con dificultades de una secuencia al contar dinero.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	¡Pásale Salvador!	
Salvador:	(Entrega el recibo de pago a Nashla)	
Nashla:	¿Maestra aquí dice $28 pesos?	
Docente:	(Asienta con la cabeza)	
Nashla:	¡28 Salvador!	
Salvador:	(entrega el montón de monedas)	
Nashla:	¡No, todas no! ¡cuenta 28!	
Nashla:	A ver, ¿qué moneda es esta? ¿qué número es un uno y un cero?	
Salvador:	(no responde)	
Nashla:	¡Diez Salvador, diez!	
Salvador:	Diez	
Docente:	¿qué paso? Aquí ya tienes 10 Salvador, mas otros 5 ¿cuánto es? (toma la mano del niño y comienza a contar con sus dedos) On…	
Salvador:	Ce, trece	
Nashla:	¡no, doce!	
Salvador:	Doce	
Docente:	Síguele, trece, catorce y quin…	
Salvador:	Ce…	

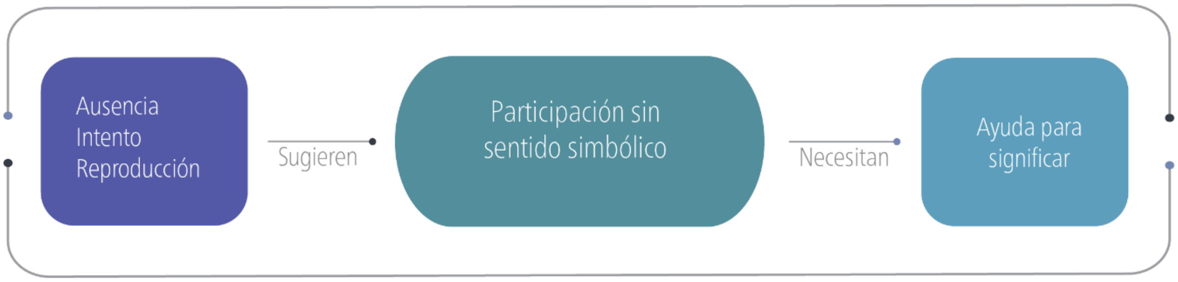
Notas: Extracto tomado de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

La reproducción también suele expresarse cuando el niño menciona automáticamente su conocimiento, por ejemplo, al recitar una secuencia numérica de manera ascendente “1,2,3,4,5,6,7,8,9,10”, descendente “10,9,8,7,6,5,4,3,2,1,0” o en secuencia de 10 en 10 hasta llegar al número 100. A su vez, la reproducción sin sentido simbólico también suele apreciarse en frases comunes como: “cinco más cinco 10”.

Con base en los ejemplos que hasta ahora se han presentado, es notable que la reproducción de las acciones es una de las expresiones más complejas de comprender, puesto que el niño está respondiendo ante las demandas de la actividad y las ayudas del experto; aparentemente el niño participa y soluciona problemas, pero la cualidad de sus acciones demuestra que aún no hay un sentido sobre sus acciones, por lo tanto, la actividad no está significada para él.

El Nivel 1 de participación “Acciones sin sentido” enmarca la necesidad de una *figura experta* que ayude al niño a conformar su pensamiento a través del significado que le otorgue a sus acciones, desde este punto de vista, la docente se convierte en una pieza fundamental pues es ella quien acercará los significados del sistema para que el niño pueda usarlos en la resolución de las tareas a las que se enfrente (ver Figura 5.15).

Figura 5.15 Nivel 1 de participación: acciones sin sentido.



Nota: Modelo general para el Nivel 1 de participación.

Nivel 2. Participación fragmentada

Durante este momento de desarrollo, el niño se desplaza en la actividad con cierta autonomía pues ahora tiene una comprensión general sobre la actividad numérica; sabe que existe una estructura social dividida en roles y conoce la esencia de cada uno, es capaz de identificar la mayoría de los medios semióticos a partir de su uso o de su nombre, y comienza a utilizar el lenguaje matemático tanto para resolver problemas como para crear planos de intersubjetividad con la docente y sus compañeros.

No obstante, la peculiaridad de este nivel de participación reside en que el niño conoce el significado de sus acciones y éstas poseen un sentido simbólico en relación con la actividad pero no puede resolver operativa o procedimentalmente las tareas de cada rol; por ejemplo, el niño sabe que para entrar al cine debe acudir con su compañero responsable y comprar con monedas su boleto y alimentos, sin embargo, no puede pagar; cuando deben resolver un problema que implica alguna operación aritmética el niño puede proponer el ábaco como herramienta pero, no sabe cómo funciona el medio semiótico, qué operación debe emplearse ni cómo operar (ver Figura 5.12).

Tabla 5.12 Limitación sobre la unión de acciones simbólicas.

Persona	Diálogo
Docente:	Yo también voy a entrar al cine, voy a comprar naranja y un Boing ¿cuánto voy a pagar por eso?
Niños:	Seis
Docente:	¿seis? ¿por qué seis? A ver ¿cuánto vale la naranja?
Iker:	Seis
Docente:	¿y el Boing?
Maciel:	cuatro
Docente:	¿cuatro? ¿este es el cuatro?
Valentina e Iker:	Nueve pesos
Docente:	Y aparte mi boleto que vale 13 pesos ¿cuánto es en total? ¿cómo le hago yo para saber cuánto dinero necesito para comprar todo esto? Mi naranja, mi Boing y mi boleto.
Nashla:	¿qué dijiste de cosas?
Valentina:	Debes de pagar
Docente:	¿Pero cuánto voy a pagar?
Nashla:	Debes de poner una moneda de $5 y luego una moneda de a $1
Docente:	Ok ¿pero en total cuánto es? Vamos a hacer aquí la suma, fíjate Nashla… (anota en el pizarrón el precio de los productos que va a comprar) ¿cuánto creen que sea?
Niños:	Seis, trece…
Docente:	A ver, vamos a ver aquí (toma el ábaco) fíjense bien, quedamos que este es nuestro…
Iker:	Abaco
Docente:	Ábaco, muy bien… ¿entonces cómo voy a hacer yo mi suma? (señala el algoritmo del pizarrón) ¿Cuánto creen que sea?
Nashla:	Primero…tienes que poner una de uno, y otro y otro (desliza las cuentas del ábaco) … Y ahí ya tenemos 9
Docente:	Ajá ¿y luego?
Nashla:	Ah ps… ya
Docente:	¿Sí? ¿Ese es el total? ¿Y las otras cosas?
Ángel:	Primero debes de poner una de 10…
Docente:	¡Pásale, Ángel! Acuérdate estas valen 1, son una unidad, y estas valen 10 son una decena…
Ángel:	Primero tienes que poner una de 10
Nashla:	¿Por qué ángel? ¿Aquí tenemos 10? (señala el algoritmo del pizarrón)
Docente:	Espera a que termine
Ángel:	Mas 2 (mueve dos unidades) serán 13
Docente:	¿Sí? ¿ahí son 13?… A ver fíjense bien…

Nota: Extracto tomado de la situación "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

En el ejemplo anterior, los niños no pueden darle solución al problema al que se enfrentan a pesar de que tanto Nashla como Ángel lo intentan, pues, por un lado, aún no pueden usar convencionalmente el medio semiótico (ábaco) y, por otro lado, no han comprendido *el total* como un conjunto nuevo que se genera a partir de la unión de otros conjuntos; condiciones que limitan la resolución autónoma del problema aritmético que se ha planteado como parte de la actividad numérica.

En síntesis, durante este nivel de participación el niño ha comprendido la estructura general de la actividad y el significado de sus acciones, aunque, aún no logra integrar a su pensamiento los significados del sistema numérico; resulta dificultoso unir y concluir con las acciones simbólicas que implica cada proceso o momento simbólico. En seguida se describen dos categorías que expresan los hallazgos de este nivel de participación, mismas que permitirán comprender cómo el niño se enfrenta a los procesos simbólicos de la actividad resolviendo *solo partes* de la tarea ya sea porque no sabe qué acciones realizar o porque necesita que la docente apruebe lo que de manera autónoma él ya ha realizado.

a) **Particularidades incomprendidas.** Cuando el niño asume la responsabilidad directa sobre alguno de los roles que componen a la actividad numérica, logra realizar un porcentaje mínimo de acciones puesto que su participación se ve limitada por la comprensión general que tiene sobre el rol, condición que permite sugerir que la actividad está semiestructurada para el niño y logrará resolver solo partes de la tarea que le encomienden.

   Uno de los ejemplos más sutiles sobre la incomprensión de las particularidades de un rol, puede apreciarse cuando el niño asume la responsabilidad de cliente en una actividad numérica de intercambio comercial y requiere de la orientación de la docente para ubicarse en el lugar correcto para pagar (ver tabla 5.13)

Tabla 5.13 Comprensión general del rol.

Persona	Diálogo
	Al momento de la contextualización
Docente:	Hoy en nuestra clase de matemáticas nos toca comprar las gelatinas que hicimos ayer.
Niños:	¡Maestra yo quiero hacer el ticket! ¡Maestra yo quiero estar en la caja!
Docente:	Haber, ahorita yo voy a decir quién va a estar en cada lugar. Primero, a ver… ¿qué necesitamos para poder comprar las gelatinas?
Iker:	¡Dinero! para que… pagar
Docente:	Muy bien Iker, vamos a necesitar nuestras monedas…
	Al momento del desarrollo (compraventa)
Docente:	¡Ya pásale, Iker!
Iker:	(Camina hacia la caja y entrega su dinero)
Docente:	A ver, ¿a dónde vas? ¿Por qué le das todo tu dinero? ¿Ya te hicieron tu ticket? ¿Ya sabes cuánto le vas a pagar?
Iker:	(Niega con la cabeza)
Docente:	¿Entonces? Pásale para acá… acuérdate que primero te deben hacer tu ticket para que sepas cuánto vas a pagar…

Nota: Extracto tomado de la situación "Gelatina de mosaico". Segundo Grado (enero, 2013).

En la primera parte del ejemplo anterior, Iker declara la acción general para los clientes, pero en su turno le es complicado participar como cliente. Iker aún no ha comprendido el proceso que implica una compra, así que la docente interviene para ayudarle con esta particularidad.

La *sustracción* es una de las operaciones aritméticas de gran reto dentro de una actividad de compraventa diseñada bajo las premisas del proyecto Aleph, implica que el niño comprenda que existe un problema matemático en el contexto, que ubique la pertinencia de la sustracción, es decir, que se asegurarse de que esa es la operación aritmética que resolverá el problema; que opere y resuelva desde el sistema y, finalmente, que devuelva la operación numérica al contexto que lo requiere. En el ejemplo de la Tabla 5.14, Nashla ha detectado que la cantidad de dinero que le ha dado su compañera para pagar es mayor a la que debe cobrarle, sin embargo, no puede darle su *cambio*, por lo que menciona la siguiente frase: *"Maestra, le voy a dar una moneda"*.

Tabla 5.14 Proceso de matematización para una sustracción completado en partes.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Cuánto vas a pagar Sofía?
Sofía:	$19
Docente:	Págale $19
Sofía:	(entrega nuevamente dos monedas de diez pesos)
Nashla:	Así no Sofía
Docente:	A ver Nashla ¿le sobra cambio o no?
Nashla:	Sí
Docente:	Pero ¿cuánto? ¿Cuánto le vas a dar de cambio si ella te dio veinte pesos y tienes que cobrar 19? ¡Valentina pásame el ábaco!... A ver Nashla, pon 20 en el ábaco, acuérdate eh ¿cuáles valen diez?
Nashla:	(representa veinte en el ábaco: una decena y diez unidades)
Docente:	Ya tenemos veinte, que son las dos monedas que te pagó, pero tú le vas a cobrar diecinueve. Ahora a veinte le vas a quitar diecinueve (señala las cuentas del ábaco). Aquí en el ábaco quita diecinueve.
Nashla:	(Sigue la secuencia hasta el diecinueve)
Docente:	Diecinueve, muy bien ¿cuánto te sobró? ¿cuánto le vas a dar de cambio? (señala la cuenta del ábaco sobrante).
Nashla:	Uno ¡un peso! ...

Nota: Extracto tomado de la situación "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

El ejemplo anterior evidencia, entre otras cosas, cómo la niña puede resolver solo partes de la tarea y requiere la asistencia de la docente para poder continuar o concluir. De manera precisa, Nashla comprende la actividad general y las acciones del rol que le fue asignado, detecta el problema matemático, propone la operación aritmética correcta y se detiene al no poder operar simbólicamente con el sistema, así que la docente le ayuda a resolver las particularidades del problema, es decir, estructura las acciones del niño en relación con la actividad.

En otro ejemplo, Naomi atraviesa por un proceso similar cuando es la responsable de realizar los recibos de pago para una actividad numérica. Como puede apreciarse en la Figura 5.16, Naomi conoce de manera general la acción que debe realizar puesto que, al recibir la indicación de la docente, toma el recibo, el lápiz y observa hacia la lista de precios (a) pero se detiene cuando tiene el medio semiótico en sus manos y debe asumir la responsabilidad del rol; la docente interviene de diferentes maneras para que la niña pueda realizar su recibo de pago (b).

Figura 5.16 Resolución de una tarea por partes: recibo de pago.

Nota: Modelo general para el Nivel 1 de participación.

En este mismo ejemplo, es importante resaltar que ese día y conforme la actividad fue avanzando, Naomi fue comprendido el proceso del rol que desempeñaba, es decir, lograba realizar los tickets para sus compañeros entendiendo que de ella dependía generar un medio para la fase de cobro; esto significa que ha habido un ***cambio microgenético*** en el pensamiento de Naomi y que sus acciones comienzan a llenarse de sentido y significado dentro de la actividad numérica. De vez en vez, Naomi recurría a la docente con frases como: *"Maestra, Marely dice que compró papas ¿lo escribo?", "Maestra ¿en dónde dice jícama?", "¿Anoto* *el 5 maestra?".* Ante esto, la intervención de la docente fue clave para que la actividad siguiera su curso hacia la meta, cualidad que enmarca la siguiente categoría dentro del Nivel 2 de participación.

b) Necesidad de aprobación. Esta categoría se caracteriza por la cualidad semiautónoma de los niños puesto que en este momento son capaces de resolver la mayoría de las acciones que implica cualquier rol del que son responsables, pero necesitan la aprobación de la docente para continuar o, para terminar. En otras palabras, es indispensable para el niño que la docente le aporte una acción o le ayude a completar las acciones que hasta el momento él ha llevado a cabo.

Independientemente del grado escolar en el que los niños se encuentren, durante su desempeño en los cuatro roles que constituyen una actividad de compraventa suelen aparecer expresiones como las siguientes:

a) En el rol para la elaboración del recibo de pago: "Maestra, ya hice todo ¿se lo paso a Ángel?", "Es 11 ¿pongo 11?", "Maestra ¿verdad que aquí debo poner el precio?", "¿Así ya está bien?", "Primero el signo de pesos (mira a la docente antes de representarlo)".

b) *En el rol para la determinación del total a pagar con ayuda del ábaco:* "Ya puse 13 maestra, ¿ahora 9? (el niño mira las cuentas del ábaco) no me alcanza, entonces muevo éstas (mira a la docente y ella solo asiente con la cabeza)", "Primero hay que poner una de 10 ¿verdad?", "Maestra ¿aquí ya es 19?", "Ya está maestra ¿ahora cuento todo?".

c) *En el rol de caja para cobranza:* "¿Le cobro $22 maestra?", "¿Cómo le hiciste Iker? ¿Contaste diez más cinco? ¿quince?", "¿Maestra le sobra 1 ¿le doy $1?", "¡Cuéntalo! me debes pagar $13 ¿verdad que sí maestra?".

d) *En el rol de cliente: "*¿Ya le pago maestra?", "¿Yo te doy $13 pesos? ¿una de diez y tres de pesos?".

En las expresiones del inciso "*a)"* puede notarse como el niño entiende los numerales y el signo de pesos como los componentes simbólicos del medio semiótico que está construyendo (recibo de pago). Pronto logrará significar completamente la estructura y función del medio en relación con el resto de los roles y la actividad.

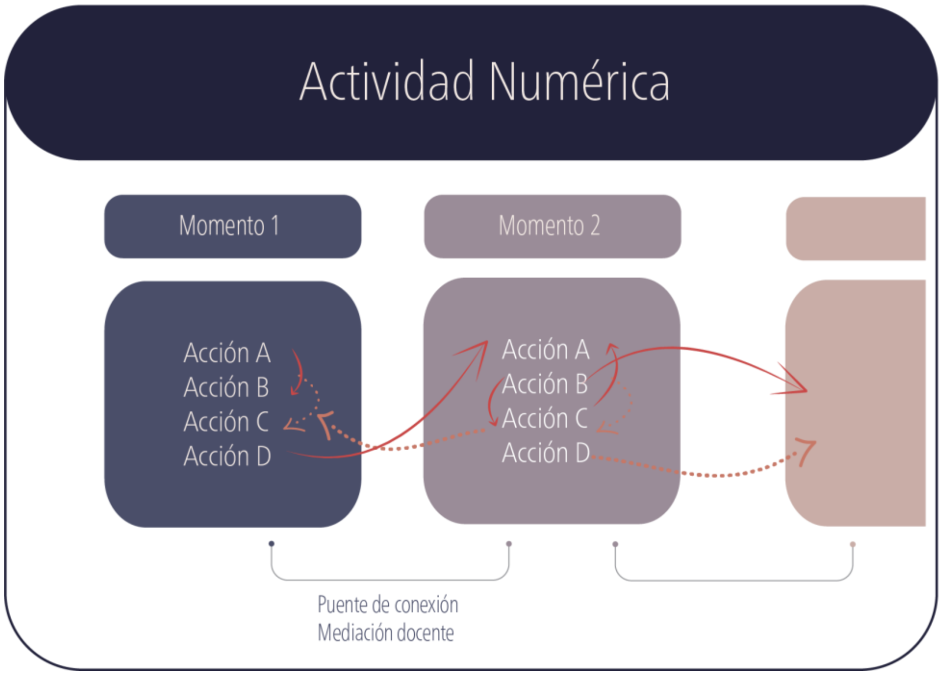
En las expresiones del inciso "*b)"* el niño puede representar icónicamente un valor numérico en el ábaco a través del significado que le otorga a cada cuenta puesto que está a punto de concretar el significado simbólico del medio semiótico y usarlo de manera convencional y oportuna.

En lo que respecta al inciso "*c)",* el niño es capaz de comprender la mayoría de las posibles acciones simbólicas que implica el rol del que es responsable, puede incluso reconocer cuando alguno de sus compañeros no puede resolver la tarea que le corresponde. En breve el niño logrará significar todas las acciones y conducirse autónomamente.

Finalmente, en las expresiones reflejadas en el inciso *"d)"*, el niño ha logrado interpretar el valor numérico que le han escrito en el recibo de pago y trasladarlo al sistema monetario para lograr la cifra que debe pagar, el niño está a punto de usar ambos sistemas de manera convencional y conducirse entre ellos de manera autónoma.

En todas las expresiones de los incisos anteriores los niños han solicitado que la docente supervise y corrobore sus acciones; los niños expresan una necesidad de aprobación para poder continuar o concluir con la tarea a la que se enfrentan. La importancia de la docente reside en la observación oportuna del proceso que ha seguido el niño para llegar al punto en el que se encuentra y lograr aportar esa acción simbólica que el niño requiere para su proceso. Por ello, el acompañamiento docente se convierte en el puente que conecta una acción simbólica con la siguiente (ver Figura 5.17).

Figura 5.17 Función principal de la mediación docente en el Nivel 2 de participación de los niños.



Nota: Modelo general de la mediación en el Nivel 2 de participación. – *mayor presencia docente;* --- *menor presencia docente.*

El Nivel 2 “Participación fragmentada”, es quizá el nivel en donde la intervención de la docente se aprecia en su versión más: **compleja,** porque debe asegurar que cada niño reciba la ayuda indicada; **dinámica** puesto que no todos los niños se expresan en la misma categoría; **activa**, a razón de la alta demanda por parte del niño; y sobre todo **necesaria**, ya que el niño se encuentra en un punto medular sobre la integración de los significados del sistema y las acciones que conforman a la actividad numérica.

Nivel 3. Participación autónoma

Las acciones del niño en este nivel de desarrollo se definen por evidenciar el punto máximo que, psicopedagógicamente se planteó para el proceso simbólico de la actividad en la que se encuentre. Con base en los resultados analizados, es interesante resaltar que la autonomía no es un estado único que se presenta al final de la educación preescolar, sino que se trata de un estado gradual y multifacético que puede ser apreciado en cualquier grado de este nivel educativo; es decir, la autonomía del niño nunca alcanza una totalidad absoluta, ya que como se describirá más adelante, cuando el niño se enfrenta a una tarea nueva o con mayor grado de complejidad, la intervención de la docente aparece nuevamente, esto sugiere que el nivel de participación del niño está dotado de un sentido de recursividad que es determinado por las condiciones de la actividad.

No obstante, el análisis cualitativo de los datos ha permitido comprender que cuando la participación del niño es autónoma los procesos de mediación docente se ausentan puesto que el niño es capaz de tomar el control sobre las acciones simbólicas de los procesos que conforman a la actividad numérica. Su autonomía refleja que ha alcanzado una comprensión sobre la estructura de la actividad y que ahora puede: a) usar los símbolos y significados del sistema numérico de manera oportuna y convencional para mediarse con su entorno, b) asistir a compañeros que se encuentran en otro nivel de desarrollo, y c) trabajar de manera colaborativa en cualquier proceso simbólico, aunque él no sea responsable (ver Figura 5.18).

Figura 5.18 Expresiones del nivel de participación autónoma.

Nota: Fotografías de la generación 2011-2014. a) Juego "Dominó". Tercer Grado (marzo, 2014); b) Externa "Zapatería". Tercer Grado (abril, 2014); c) Externa "Juego de la oca". Tercer Grado (diciembre, 2013).

Las tres expresiones halladas serán descritas individualmente para profundizar y comprender la constitución de cada una, no sin antes recordar que la autonomía de los niños ha sido apreciada en los tres niveles de preescolar.

a) Uso del sistema numérico. Esta expresión hace referencia al dominio que posee el niño sobre los diferentes procesos simbólicos de la actividad numérica. Para este momento, el niño ha logrado significar los símbolos y signos que conforman al sistema numérico y puede usarlos para resolver la tarea a la que se enfrenta sin la necesidad de un medio que le ayude a significar, en este caso, sin necesidad de la docente. En otras palabras, las actividades numéricas a las que se enfrenta el niño están llenas de significados simbólicos que el niño debe comprender para poder participar, así que la participación autónoma del niño expresa el grado de comprensión o significación que posee sobre el sistema numérico.

Para este momento, la relación entre la palabra *número* y su *símbolo* está completamente constituida; el niño es capaz de identificar correctamente numerales representados en diferentes medios u objetivaciones (pizarrón, serie numérica, monedas, billetes, recibos de pago, ábaco, etc.) y darles un sentido en la actividad. El niño puede, por ejemplo, observar un numeral escrito, identificarlo e interpretarlo como el precio del producto a comprar, como la cantidad de casillas a avanzar en un juego e incluso como el valor de algún billete o moneda. El niño ha incorporado los símbolos a su pensamiento, o, mejor dicho, los símbolos del sistema han comenzado a conformar el pensamiento del niño e incluso cabe la posibilidad de que no requieran físicamente las objetivaciones del sistema para poder pensar con ellas (ver Tabla 5.15).

Tabla 5.15 Uso de los símbolos numéricos sin objetivaciones físicas.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Ya oíste Daniela? Hazle su ticket a Isaac ¿cuánto te va a pagar?
Daniela:	Doce pesos
Docente:	Muy bien ¿te acuerdas cómo se escribe el 12?
Daniela:	Es un 1 y un 2
Docente:	Escríbelo. Isaac te va a pagar 12 pesos

Nota: Extracto tomado de la situación "Cine". Primer Grado (mayo, 2012).

Como se aprecia en el ejemplo anterior, la identificación de los numerales solo cobra sentido para el niño cuando el símbolo está contextualizado, ya que gracias a la interpretación que hace el niño sobre los símbolos del sistema, el ritmo de la actividad fluye.

A su vez, el dominio que posee el niño sobre el sistema puede, incluso, dar cabida a que el niño recurra con facilidad a contextos extraescolares en donde los símbolos numéricos también tienen sentido (ver Tabla 5.16).

Tabla 5.16 Dominio contextualizado del sistema.

Persona	Diálogo
Docente:	Chicos, esta semana vamos a trabajar un proyecto. Cuando nosotros o sus papás tienen que hacer un pago de luz, de agua, de teléfono o cobrar dinero ¿a dónde tienen que ir? ¿En dónde creen ustedes que ellos hacen esos movimientos?
Niños:	¿En el banco?
Docente:	Muy bien, en el Banco ¿por qué Ángel y Cristopher? ¿Por qué en un Banco?
Christopher:	Porque ahí te pueden dar dinero para pagar algo
Ángel:	Para depositar
Docente:	Bien, para hacer depósitos o pagos… (señala gráfica del juego)
Christopher:	¿Y el dinero?
Docente:	Ahorita se los explico…esta semana vamos a jugar al Banco, vamos a usar un tablero…
Niños:	(murmurando entre ellos) ¡Vamos a jugar con billetes y con cheques! ¡Yo voy a ganar mucho dinero!

Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 1. Tercer Grado (junio, 2014).

Además del dominio de los signos numéricos que conforman al sistema, la participación autónoma del niño también puede apreciarse cuando logra operar simbólicamente sin ayuda de la docente. Las operaciones aritméticas pueden estar acompañadas de un medio semiótico, como el ábaco, la serie numérica, monedas y billetes, un algoritmo, o bien de alguna representación icónica (dedos) o simbólica (numerales o palabras *número*). El niño usa los medios semióticos de manera convencional y flexible gracias al significado que les ha otorgado, alcanzando la resolución de los problemas numéricos a los que se enfrenta (ver figura 5.19).

Figura 5.19 Operabilidad simbólica con el sistema monetario.

Docente: ¡Tírale! Cuéntalos y no uses los dedos

Aline: (Tira los dedos, observa los numerales) ¡Cinco!

Aline: (cuenta y avanza sus casillas)

Aline e Iker: ¡Pago de Luz! ¡Naomi, pago de luz!

Naomi: (toma la ficha) Diez pesos Aline, paga diez pesos

Aline: ¿Diez? Ok…

Iker: Diez pesos le tienes que dar.

Fernand: Solo dale una moneda de diez.

Aline: (entrega 2 monedas de $5) No tengo una de a diez… ¡lo siento señorita!

Iker: ¡Cuéntalo!

Naomi: (observa las monedas) Sí, así está bien.

Notas: Tomado del proyecto "Banco" Día 4. Tercer Grado (junio, 2014).

Como se aprecia en el ejemplo anterior, el nivel de operabilidad simbólica de los niños les permite movilizarse entre los procesos simbólicos de la actividad, resolver con facilidad la tarea a la que se enfrentan e incluso, buscar alternativas si es que la opción más sencilla no les parece viable. Esta flexibilidad refleja que el niño ya puede analizar y reflexionar sobre el sistema numérico y las particularidades que le constituyen, no sin antes destacar que estas reflexiones siguen en el marco de la actividad, pues es esta quien sostiene y permite que los procesos surjan y se desencadenen.

Como se puede apreciar en el ejemplo de la Tabla 5.17, el niño es capaz de recurrir al valor posicional (una particularidad del sistema numérico que es abordado desde el sistema monetario) para construir un argumento que diferencie dos billetes.

Tabla 5.17 Uso del valor posicional.

Persona	Diálogo
Docente:	Ok, a ver chicos, aquí tenemos más dinero ¿cuánto es aquí? ¿cuánto valen estos billetes?
Maciel:	¡Valen $100!
Niños:	Noooo, no son iguales
Docente:	¿No? ¿Por qué no Vale? ¿Por qué no Sofía?
Sofía:	Vale $1000
Valentina:	A ver maestra (se acerca para ver los billetes). Este vale $1000 porque tiene tres ceros y este no porque solo tiene dos.
Docente:	Muy bien Vale, entonces…

Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 3. Tercer Grado (junio, 2014).

Cuando el niño se encuentra en este nivel, su pensamiento crece hacia posibilidades externas y de orden factible que se posicionan en otra dimensión matemática y lógica pero que mantienen una relación directa con el contexto de la actividad numérica. Es decir, gracias a que su pensamiento está compuesto por el sistema numérico y sus particularidades, el niño puede pensar en realidades abstractas y evaluar su veracidad (ver Tabla 5.18).

Tabla 5.18 Pensamiento sobre lo posible.

Persona	Diálogo
Docente:	Tiene seis mil treinta pesos ¿es mucho o poquito dinero?
Niños:	(asombrados) ¡Seis mil treinta pesos! ¡Muchooo!
Valentina:	¡Podrías comprar una casa Maciel!
Docente:	¿Una casa? ¿Creen que le alcance para una casa? Una casa cuesta como 1 millón de pesos.
Ángel:	(asombrado) ¿Un millón? Falta más dinero.
Docente:	¿Cuánto más Ángel? ¿Cuánto nos faltaría para tener un millón de pesos y comprar una casa? ...

Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 2. Tercer Grado (junio, 2014).

Es interesante observar cómo el ejemplo anterior también muestra una de las formas en las que la mediación de la docente comienza a transformarse hacia nuevas posibilidades de acción, categoría que será descrita más adelante pero cuyo origen está relacionado con la capacidad autónoma del niño para participar en la actividad.

El uso del sistema numérico implica que el niño domine los medios semióticos para resolver las tareas a las que se enfrenta; implica que se comunique a través del leguaje propio del sistema, es decir, que entienda el entorno simbólico (palabras y signos) y que se exprese con él; y finalmente, que alcance una comprensión lógica sobre las posibilidades que surjan en el contexto de la actividad.

b) Medicación entre pares. El domino que el niño ha alcanzado sobre el sistema numérico le permite posicionarse como un mediador entre el sistema, los procesos de la actividad y otro u otros compañeros que se encuentran en un nivel de desarrollo distinto. La peculiaridad de esta expresión reside en que el niño que ya participa autónomamente en la actividad es capaz de detectar el nivel en el que se encuentra su compañero y asistirle para que pueda resolver la tarea. Esta asistencia puede expresarse de dos maneras: 1) cuando el niño autónomo explica el proceso simbólico que implica la tarea y él lo resuelve frente a su compañero, y 2) cuando el niño autónomo sigue mecanismos de apoyo similares a los que la docente emplea para que su compañero resuelva la tarea a la que se enfrenta. En ambas expresiones se evidencia que la participación autónoma de los niños es un reflejo del domino que poseen sobre el sistema numérico y sobre la estructura de la actividad.

1) Resolución de tareas frente a un par. En esta expresión el niño autónomo explicita el proceso que él seguiría para resolver la tarea a la que su compañero se enfrenta, sin embargo, es él quien finalmente resuelve la tarea y su compañero se mantiene solo como un espectador. Por ejemplo, en el juego de mesa "Serpientes y escaleras" implementado en tercer grado, los niños deben sumar la cantidad arrojada en 3 dados para determinar el número de casillas a avanzar; Brandon J. en su turno, lanza los dados y se queda perplejo frente a ellos así que Daniela observa y menciona: "cuéntalos, 5 más 5, son 10 y 3 más... Debes avanzar 13". Daniela ha resuelto el problema aditivo de su compañero Brandon frente a él (ver Figura 5.20).

Figura 5.20 Suma autónoma en problema externo (1).

Nota: Fotografía del juego "Serpientes y escaleras". Tercer Grado (octubre, 2013).

En otro ejemplo dentro de una actividad de compraventa, Iker está a punto de pagarle a Sofía el total de los productos que ha comprado, así que entrega su recibo de pago, pero no sabe cómo pagar. La docente interviene y le menciona: "¿cuánto vas a pagar Iker, aquí está? Son $23 pesos ¿cuánto es 10 más 10?" Iker menciona la respuesta correcta (20) pero sigue sin poder completar el monto total a pagar; Sofía, quien ha estado presente durante ese momento le menciona *"Te faltan 3, dame una moneda de 2 y una de 1"* (ver Figura 5.21).

Figura 5.21 Suma autónoma en problema externo (2).

Nota: Fotografía de "Cine". Tercer Grado (octubre, 2013).

En los ejemplos anteriores, tanto Daniela como Sofía han resuelto los procesos simbólicos a los que sus compañeros se enfrentaban, condición que ha permitido, por un lado, evitar que la actividad se detenga, y por otro, que sus compañeros escuchen y observen el proceso que han seguido para resolver la tarea.

2) Uso de mecanismos de apoyo similares a los de la docente. Por indicación de la docente o de manera voluntaria, el niño autónomo es capaz de ayudar a un par para que este participe en algún proceso simbólico de la actividad. Las estrategias que usa el niño son peculiarmente similares a los que usa la docente, mantienen la misma lógica y persiguen el mismo fin: hacer que el otro participe en la actividad. De manera general el niño usa un esquema de apoyo que comienza desde un plano abstracto hasta que se convierte en uno concreto; esquema que ha apreciado incontables veces en la docente y del que, en su momento, él ha formado parte (ver Tabla 5.19).

Tabla 5.19 Sistema de apoyo entre pares (parte 1).

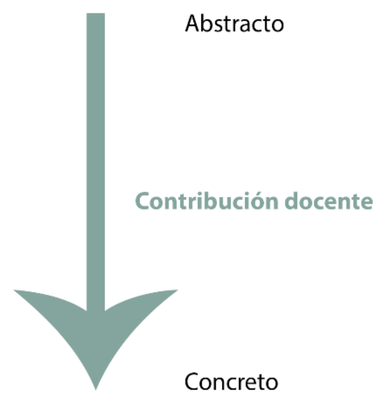
Persona	Diálogo	Tendencia
Nashla:	A ver Iker, págame $22 pesos	
Iker:	(Observa las monedas y se queda perplejo frente a ellas)	
Nashla:	¡Cuenta 22 Iker! (acomoda las monedas frente a Iker) Aquí ya tienes 10 ¿cuánto es 10 más 10?	Abstracto
Iker:	(Mira a Nashla)	
Nashla:	Pon 10 dedos (toma sus manos). Ya tenemos 10 (señala una de las monedas) más otros diez ¿qué sigue de 10? On… (va separando cada dedo)	
Iker:	Ce…	
Nashla:	Do…	
Iker:	Ce… (siguen la secuencia hasta el número 20)	
Nashla:	¡Veinte Iker! Aquí ya tenemos 20	
Docente:	Nashla ¿cuánto te va a pagar Iker?	Concreto
Nashla:	$22 maestra	
Docente:	Ya tienen 20 ¿cuánto le hace falta para 22? ...	

Nota: Extracto tomado de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

Es importante resaltar que, durante la implementación de los apoyos entre pares la docente aparece desde un plano externo, es decir, a la distancia supervisa que el sistema de apoyo que implementa el niño autónomo sea eficiente y cuando no lo es o el sistema se ve detenido, la docente interviene nuevamente para reestructurar o complementar lo que se ha hecho hasta ese momento; una vez que la docente ha hecho los arreglos necesarios, el niño autónomo puede retomar el sistema de apoyo e impulsar a su compañero. Esto sugiere una doble capacidad, ya que, por un lado, él ha entendido las estrategias de la docente y el sistema de apoyos que ella emplea, y, por otro lado, ha logrado anticipar el resultado del proceso simbólico al que su compañero debe llegar (ver Tabla 5.20).

Tabla 5.20 Sistema de apoyo entre pares (parte 2).

Persona	Diálogo	Tendencia
Iker:	Ce… (siguen la secuencia hasta el número 20)	
Nashla:	¡Veinte Iker! Aquí ya tenemos 20	
Docente:	Nashla ¿cuánto te va a pagar Iker?	
Nashla:	$22 maestra	
Docente:	Ya tienen 20 ¿cuánto le hace falta para 22? Ya tienen 20 Nashla ¿qué sigue de 20?	
Nashla:	(desliza una moneda de 1 peso y se dirige a Iker) Veinti…uno	
Iker:	Veintiuno	
Nashla:	(toma y desliza otra moneda de 1 peso) Veintidós	
Iker:	Veintidós	
Nashla:	Así ya está bien	



Nota: Extracto tomado de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

La complejidad en el sistema de apoyo por parte del niño autónomo reside en todas las acciones que éste realiza para impulsar el pensamiento y las capacidades de su compañero. Como pudo apreciarse en los extractos parte 1 y parte 2, Nashla se ha asegurado de que Iker se encuentre en las condiciones necesarias para que comiencen a solucionar el problema, en otras palabras, al acomodar el recibo de pago, las monedas y la posición física de su compañero, ha preparado las condiciones para que el proceso tenga lugar. Durante su intervención, se puede apreciar que Nashla usa como recurso la representación icónica que la docente ha usado en otros momentos e impulsa a su compañero para que este pueda seguir una secuencia numérica a través de la correspondencia entre la palabra *número* y un signo, en este caso, los dedos de su compañero; le apoya expresando la primer silaba de cada número y al finalizar el conteo le ayuda cardinalizar el total. Tras la intervención de la docente, Nashla es capaz de comprender los ajustes e implementarlos con su compañero.

La mediación entre pares es una estrategia eficiente que permite que los niños participen en la actividad, implica que el niño que asiste tenga claridad sobre el proceso simbólico, el uso de los medios semióticos, la meta de la actividad, e inclusive, sobre un sistema de apoyo que es congruente con el que usa la docente.

c) Colaboración social. El nivel de comprensión sobre los procesos simbólicos que conforman la actividad numérica esta tan consolidado en el niño, que éste es capaz de comprender todas las acciones de la actividad, incluso aquellas de las que él no es responsable, es decir, comprende su función dentro de la actividad y la función de sus compañeros. Esta condición le permite crear planos de comunicación y resolver las tareas colaborativamente.

Como se describió en subtema 5.3, la actividad numérica está conformada generalmente por 5 momentos, a continuación, se describirá cómo se ha observado la colaboración social de los niños autónomos durante cada momento de la actividad numérica:

Durante la contextualización: El niño puede entender con facilidad la meta y la estructura de la actividad, es capaz de comprender el lenguaje matemático que usa tanto la docente como sus compañeros para significar las acciones que están ocurriendo a su alrededor, e incluso, como se observa en el ejemplo de la Figura 5.21 puede evaluar las implicaciones de la actividad a la que se enfrentará.

Tabla 5.21 Participación autónoma durante la contextualización.

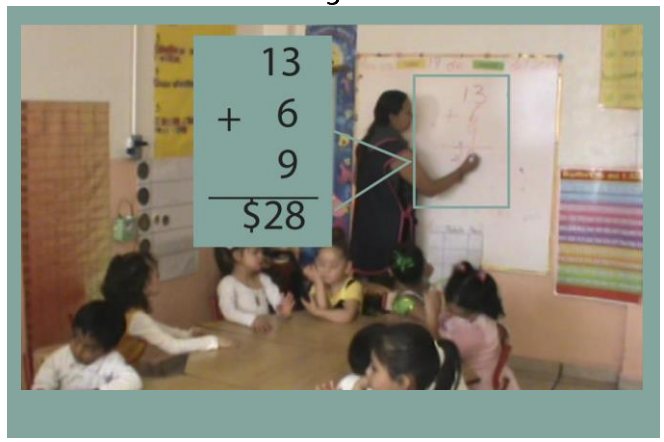
Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	Vamos a comenzar la clase de Mate. Ayer preparamos las pizzas ¿cierto? Hoy las vamos a vender. Quiero que me digan qué precio va a tener nuestra pizza.	
Ángel:	$20.00	
Aline:	$10.00	
Christopher:	$11.00	
Docente:	A ver, vamos a sugerir precios y entre todos elegimos. Ya dijeron $20.00, $10.00, $11.00. Vamos a votar…	
Maciel:	Mejor $5.00	
Sofía:	¿$5.00?	
Iker:	No, porque cinco pesos nada más le das la moneda de cinco y ya te van a dar tu pizza	
Docente:	Es muy sencillo ¿verdad?	
Iker:	Sí, es fácil-	
Aline:	Entonces $20.00	
Docente:	A ver ¿qué les parece este precio? ¿Cuánto costaría nuestra pizza? (anota $15.00 en el pizarrón).	
Todos:	¡Quince pesos! ¡Sí, quince!	
Docente:	Bien, a ver solo quiero escuchar a Fernanda. ¿Qué vamos a hacer con ese dinero?	
Fernanda:	Primero vamos a…bueno, vamos a agarrar el ticket y vamos a ver cuánto vale. Y luego lo suman… cuentan el dinero… y si tienen quince pasan a comprar su pizza… y si sobra… ya les dan su cambio.	
Docente:	Bien Fernanda. Pero ¿y si yo quiero dos pizzas? (entrega el ábaco) A ver…	

Notas: Extracto tomado de "Venta minipizza". Tercer Grado (junio, 2014).

D**urante el modelamiento:** El niño se convierte en un colaborador para la docente. Puede comprender el problema matemático que la docente plantea y es capaz de proponer opciones que den solución al problema que se están enfrentando o bien, ofrecer la solución correcta ante los cuestionamientos de la docente y la actividad.

En el ejemplo de la Tabla 5.22, la docente y los niños determinaron el monto total que necesitarán para comprar su boleto y productos en la sesión de cine que tendrán; ahora, la docente impulsa la conversión del símbolo hacia una objetivación del sistema: las monedas.

Tabla 5.22 Colaboración durante modelamiento.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	Ahora, si yo quiero comprar todo eso (boleto y productos) necesito:	
Ángel y Nashla:	Veintiocho pesos.	
Nashla:	¡Veintiocho pesos! ¡Órale, maestra!	
Maestra:	A ver, entonces, fíjense bien. Para tener veintiocho pesos ¿qué monedas necesito?	
Nashla:	Nomás se pone el 6	
Docente:	¿Solo el 6? A ver acuérdate, ya sumamos todo, el total que necesitamos es veintiocho pesos. ¿Cómo pondríamos aquí veintiocho pesos? Eso es lo que van a necesitar para poder pasar. Necesitamos ¿una moneda de qué?	
Ángel:	Primero pones una moneda de a diez	
Nashla:	¿Una de diez? ...	
Docente:	A ver ¿cuánto es diez más diez?	
Todos:	¡Veinte!	
Docente:	Entonces ya tengo aquí, dos monedas de a diez, pero me faltan 8 pesos para tener veintiocho ¿cómo le puedo hacer para poner los 8 que me faltan?	
Nashla:	¿8 faltan? A ver... primero pones una moneda de a cinco (mira hacia la serie numérica), luego pones una moneda de a dos (toma las monedas para el esquema) y luego una moneda de a uno… y ya.	
Docente:	¡Órale Nashla! ¡Muy bien! A ver todos ¿si están de acuerdo con Nashla? ...	

Notas: Extracto tomado de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

Durante el momento a-didáctico: Puesto que las diversas objetivaciones del sistema numérico ya poseen un significado para el niño, su atención se localiza en el siguiente momento de la actividad, es decir, el momento a-didáctico deja de ser un espacio de exploración para convertirse en un momento significado de preparación y arreglo de condiciones para el desarrollo de la actividad. El ejemplo de la Tabla 5.23 muestra cómo los niños han significado el sistema monetario en el contexto de la actividad que desempeñarán, además de las acciones posibles alrededor del sistema y sus implicaciones para el resto de la actividad.

Tabla 5.23 Transformación del momento a-didáctico.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	(Toma los sobres y comienza a repartirlos con los niños)	
Nashla:	Maestra, pero ¿cuánto dinero necesitaremos hoy?	
Docente:	Ahorita lo checamos Nashla.	
Cristopher:	Maestra, pero también necesitamos la tabla.	
Docente:	El Tablero ¿verdad?	
Fernanda:	Y las fichas	
Sofía:	Y la gráfica	
Niños:	(reciben el sobre, sacan el dinero y comienzan a contarlo)	
Docente:	A ver, Fernanda, todos, ¡No se puede revolver con el de sus compañeros!	
Aline:	Maestra, ¡tengo $45!	
Ángel:	Yo también maestra,	
Docente:	Muy bien	
Iker:	Yo tengo $46	
Aline:	Maestra, Iker no tiene $45	
Mareli:	No, todos debemos tener $45 ¿verdad que sí maestra?	
Aline:	A ver, vuélvelo a sumar… 10, 15… (comienzan el proceso)	

Notas: Extracto tomado de "Banco", día 3. Tercer Grado (junio, 2014).

Durante el desarrollo: El niño puede desplazarse físicamente y con sentido entre los roles de la actividad pues conoce y comprende su estructura y su conformación. Las acciones del niño autónomo son cada vez más fluidas, pues ahora su pensamiento (su actuar) está dirigido hacia la meta de la actividad; a su vez, el significado completo de la actividad que el niño ha logrado, le permite mantener una comunicación con el resto sus compañeros (ver Tabla. 5.24).

Tabla 5.24 Actividad significada; comunicación entre iguales.

Persona	Diálogo
Docente:	(Ausente en la escena)
Aline:	¡Ya! ¿quién sigue? ¿Quién falta de comprar? Nashla ya pásale ¿qué quieres comprar?
Nashla:	Dos vestidos y una playera
Aline:	Tu dinero
Nashla:	¿Qué?
Aline:	Ya págame, con tu dinero.
Nashla:	Pero tú debes de decirme cuánto es, ni modo que solo te dé el dinero.
Aline:	Ya dame tu dinero, lo tenemos que contar ¿cuánto fue tu total?
Nashla:	$33.00
Aline:	A ver… (tomando sus monedas) Diez, veinte, treinta… ¿Ángel si está bien?
Ángel:	(cuenta las monedas) Sí
Nashla:	Te dije. Acuérdate que dos de cincuenta vale un peso.
Docente:	¿Qué pasó ahí? ¿Si está bien Aline? Ahí está el esquema Aline, ¿cuánto ibas a pagar Nashla?

Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 2. Tercer Grado (junio, 2014).

Las acciones que el niño realiza en la actividad van más allá de su operabilidad o sistematización *per se*, el significado que ha construido sobre sus acciones cobra sentido en el marco de la actividad y están orientadas hacia el alcance de la meta propuesta, por ejemplo, en una actividad de compraventa en Segundo Grado, Cristopher debe llevar un registro a través de una lista sobre sus compañeros que ya han comprado sus productos. La comprensión de las acciones que implica este rol ya tiene un significado para Cristopher pues, a pesar de no hacer ninguna marca en la lista, es capaz de identificar cuál de sus compañeros ya ha hecho sus compras; cuando Valentina pasa a comprar menciona lo siguiente: *"Cristopher no me has puesto mi palomita de que ya pasé"* y Cristopher le responde*: "ya sé, pero, pero no sé cómo, no me sale"*. Valentina le ofrece una solución: *"Ps ponme el tache"*, Cristopher acepta: *"¿un tache? Ah, ok, entonces le voy a poner un tache a todos".*

Participar autónomamente entre los roles y las acciones que conforman a la actividad, evidencia el nivel de comprensión sobre el sistema numérico, su lenguaje, sus reglas y el uso de sus objetivaciones que el niño ha alcanzado; en otras palabras, el niño autónomo es capaz de mediarse con su entorno puesto que entiende los signos y los símbolos que constituyen al sistema, mismos que a la vez conforman su pensamiento.

Durante el cierre: Siendo éste el último momento de la actividad, la recopilación o reconstrucción de las acciones más importantes que se desarrollaron para alcanzar la meta aparece como una actividad sencilla y de segundo plano, pues ahora y gracias a la participación autónoma del niño y su comprensión del sistema, el momento de cierre se transforma en un momento de análisis, es decir, en un momento para crear nuevas posibilidades a partir de las acciones que se realizaron en el aula (ver Tabla. 5.25).

Como se describirá más adelante, este nuevo momento de profundización impulsado por la docente se caracteriza por elevar la complejidad de las condiciones de la actividad y, en algunas ocasiones por crear un espacio descontextualizado para usar el sistema numérico, es decir, por la provocación para usar el sistema numérico en espacios alternos al aula, tomando como pretexto las condiciones que la actividad ha arrojado en ese momento.

Tabla 5.25 Cierre: reconstrucción de acciones y creación de nuevas condiciones.

Persona	Diálogo
Docente:	A ver chicos, ya pasaron todos, ¿verdad? ¿Quién falta?
Naomi:	¡Ya maestra, ya todos compramos nuestras pizzas! ¿Verdad que sí?
Aline:	Nos costó $15.00
Cristopher:	Pero, maestra, pero ¿quién tiene más? Pero ¿verdad que ellos ganaron? (señala a sus compañeros que estuvieron en la caja).
Docente:	¿Tú crees? ¿Y qué hacemos para saberlo? ¿Por qué crees que ellos hayan ganado? A ver, pásenle para acá (acomoda un espacio en plenaria). A ver vamos a ver cuánto ganaron ustedes por vender las pizzas. Agrupen, de 10 en 10 hasta el 100, hagan una torre. Empieza Cristopher, 10…
Cristopher:	10, 20… (comienzan el proceso con apoyo de la docente y otros compañeros).
Docente:	Entonces fueron $570 pesos recabados ¿verdad? ¿Es mucho o poquito dinero?
Niños:	Mucho
Docente:	Mucho ¿verdad? ¿Qué otra cosa podríamos comprar con $570? A ver, pongan atención, quiero ver a Cristopher ¿cómo escribimos $570? Aquí en el pizarrón (comienzan el proceso de representación).

Nota: Extracto tomado de "Venta Minipizza" Día 2. Tercer Grado (junio, 2014).

El Nivel 3 "Participación autónoma" captura los logros de la intervención y los esfuerzos de la docente; expresa la capacidad máxima que los niños han logrado e incluso se entrevé que el papel de la docente ha desaparecido casi en su totalidad o bien comienza a ser de otro tipo, como se describirá más adelante.

La descripción de las cualidades que definen a cada uno de los niveles de participación que fueron encontrados, ha develado la diversidad del pensamiento en los niños; ahora cobra sentido el poder dinámico del desarrollo. Se trata de un imponente panorama que la docente enfrenta a través de su intervención y cuya estrategia principal recae en el uso de sistemas de apoyo o, mejor dicho, de *embalajes simbólicos* para lograr que el niño participe en la actividad.

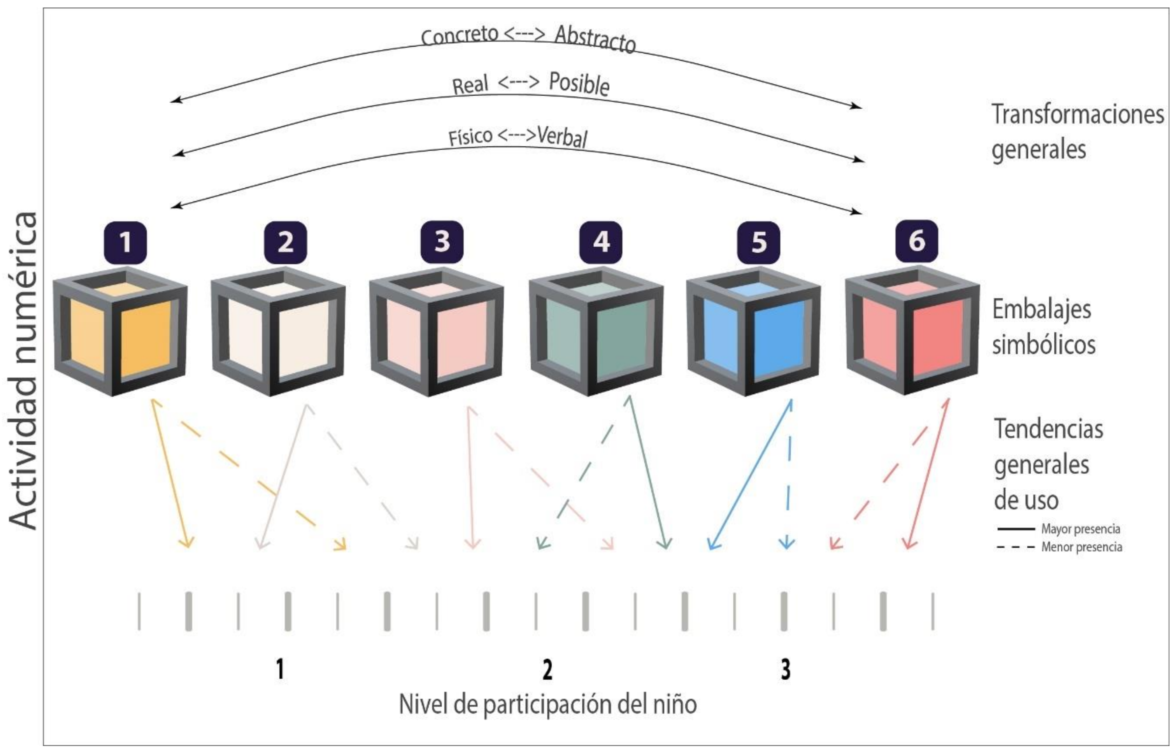
5.4.2 Los embalajes simbólicos como dispositivos de mediación y promotores de cambio

Se ha observado que, durante su intervención en el aula, la docente usa embalajes simbólicos para lograr que el niño transite de una acción a otra entre los momentos que componen a la actividad numérica a través de una participación constante que le permita alcanzar la meta de la actividad. Ahora bien, haciendo una relación de semejanza entre las empresas de almacenamiento y transporte con las estrategias que emplea la docente, y a partir de que un *embalaje* funciona como un recipiente o contenedor de unidades de producto con ciertas similitudes que requieren transportarse de un espacio físico a otro, un *embalaje simbólico* puede ser entendido como un paquete de *unidades de apoyo con sentido y significado* más o menos similares que la docente emplea bajo ciertas condiciones para lograr que el niño pueda participar en los diversos momentos que componen a la actividad haciendo uso del sistema numérico.

Por lo tanto, este apartado tiene la intención de describir uno a uno los embalajes simbólicos que fueron hallados durante el análisis de los datos; la explicación y comprensión de éstos permiten vislumbrar la **conformación** y el **funcionamiento** de la mediación docente, es decir permiten responder a las preguntas *¿de qué está hecha, cómo funciona y qué produce la mediación docente?* Como se irá apreciando en el desarrollo de este apartado, las respuestas a esta interrogante permitirán esclarecer que el actuar de la docente posee una intención simbólica en relación con la actividad y desde luego, con el sistema de conocimiento que se esté trabajando, en este caso, con el sistema numérico.

Además, el análisis cualitativo de los datos ha permitido comprender que la docente usa estas opciones de medicación de una manera dinámica y multidireccional, pero en coherencia con el nivel de participación del niño. El *carácter dinámico* de la mediación docente se debe al uso que hace de los embalajes en una misma actividad numérica, esto es, los embalajes simbólicos son un abanico de posibilidades que la docente mantiene presente durante todos los momentos de la actividad para usarles a partir del nivel de pensamiento del niño, del reto o momento de la actividad al que se estén enfrentando y en relación con los objetivos de aprendizaje que se haya planteado. Además, es importante precisar que su uso no es aleatorio sino *tendencial*, por ejemplo, van de lo más concreto a lo más abstracto, de lo físico hacia lo verbal y/o viceversa, condición que permite definir su *carácter multidireccional* (ver Figura 5.22).

Figura 5.22 Comportamiento general de los embalajes simbólicos.



Nota: Tendencias observadas en los tres grados de preescolar.

Una vez que se ha comprendido que los embalajes simbólicos tienen una relación directa con el nivel de participación del niño, el reto al que éste se enfrenta y la intencionalidad de la docente bajo la estructura de la actividad, a continuación, se describirá uno a uno los embalajes que el análisis de los datos permitió descubrir. De manera intencional se han organizado bajo el esquema: “de lo simple a lo complejo”, sin embargo, es importante precisar que aún los embalajes simples poseen una complejidad y transformación por sí mismos tanto como aquellos más sofisticados.

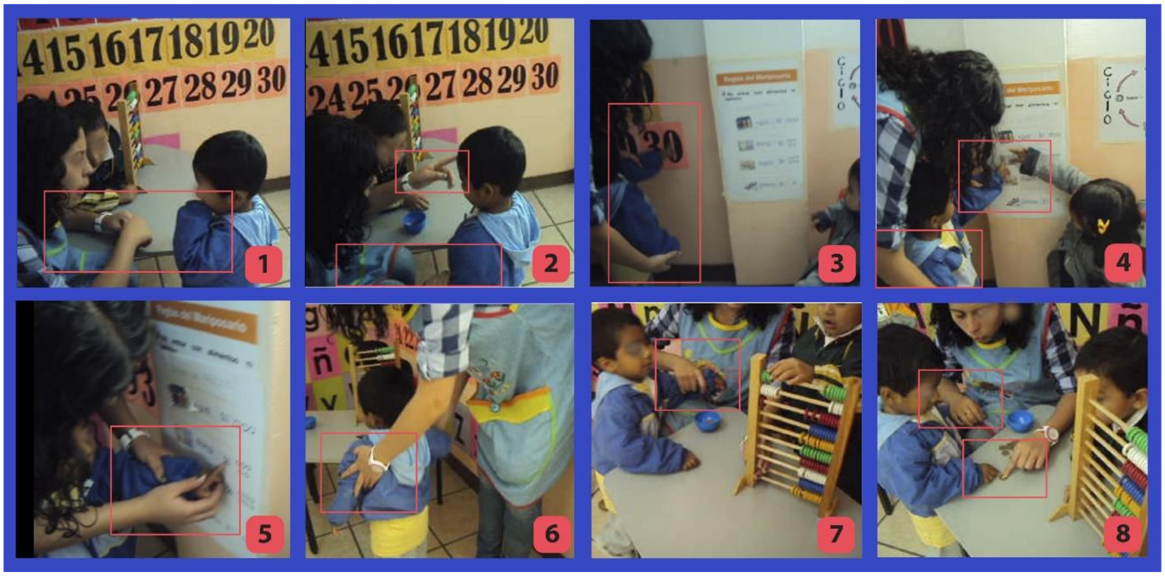
I. Embalaje para situar

Los primeros embalajes que se observan están relacionados con el conjunto de acciones que hace la docente para lograr que el niño pueda situarse en la actividad. Se trata de esfuerzos generalmente físicos y de carácter explícito o concreto que impulsan la atención del niño hacia el momento de la actividad en el que se encuentren trabajando.

Este conjunto de embalajes simbólicos es observado con mayor frecuencia cuando el niño se encuentra en el Nivel 1 de participación puesto que, para este momento, tanto la actividad y su estructura como el sistema numérico y sus objetivaciones no tienen significado en el niño. Para la docente, es indispensable que el niño comience a entrar a la actividad, que su mente e incluso su posición corporal se encuentren conectadas con la meta que se persigue antes de profundizar sobre los procesos del sistema numérico *per se*.

Por ejemplo, en una actividad de compraventa a inicios del Grado 1 de Preescolar, la docente guía, posiciona y regula físicamente al niño para que éste pueda desplazarse entre los roles de la actividad; ella suele utilizar frases como: ***"¿A dónde vas? es aquí", "Pásale para acá, vamos a pagar lo que compraste", "Párate bien, no te duermas", "hey, voltea", "de este lado";*** generalmente, acompaña estas frases con acciones físicas concretas, tales como tomar la mano del niño para guiarlo hacia un espacio físico, o bien, sugerir un movimiento de cabeza, tronco o espalda con su mano para ayudar a que el niño se incorpore físicamente. En otras palabras, el acompañamiento físico tanto de la docente como de los compañeros (en algunas ocasiones) consiste en posicionar físicamente al niño en el sitio en donde se desarrollará la actividad (ver Figura 5.23).

Figura 5.23 Expresiones del Embalaje para situar.



Nota: Fotografías tomadas de "Cine". Primer Grado (noviembre, 2011).

En la secuencia de fotografías del ejemplo anterior, puede observarse la diversidad de los movimientos físicos de la docente con el objetivo de establecer una conexión con la actividad; este conjunto de acciones, o embalaje simbólico, aparece siempre que la docente nota que la actitud del niño es dispersa y su entorno carece de significado.

Una vez que el niño ha participado en algunas actividades societales y que la docente le ha acompañado tanto física como verbalmente, el análisis de los datos mostró que este embalaje empleado por la docente se transforma al interior. La transformación consiste en la ausencia o erradicación del acompañamiento físico para dar lugar únicamente al plano verbal; el objetivo de su acompañamiento sigue siendo el mismo (situar al niño en la actividad), pero, lo hace a únicamente a través de indicaciones (ver Tabla 5.26).

Tabla 5.26 Embalaje para situar: indicaciones.

Persona	Diálogo
Docente:	Ya pásale, Cristopher. Para acá, a comprar.
Cristopher:	(Camina hacia la docente).
Docente:	Cristopher ¿cuánto cuesta el pay?
Cristopher:	Ocho
Daniela:	Maestra, quiero mi lápiz. Maestra… ¿verdad que me debe dar mi lápiz? (dirigiéndose a Cristopher).
Cristopher:	(Asienta e intenta tomar un lápiz).
Docente:	Bueno ya, a ver, guardamos silencio (coloca las monedas sobre la mesa) Cristopher vamos a pagar ¿cuánto?
Cristopher:	¿Cinco?
Docente:	No, ¿cuánto cuesta el pay? ¿Qué número es?

Nota: Extracto tomado del proyecto "Tartas de limón" Día 2. Primer Grado (junio, 2012).

Como puede notarse en el ejemplo de la Tabla 5.26, la docente puede regular tanto a Cristopher como a Daniela usando únicamente indicaciones verbales; esto puede entenderse como una complejización en la manera en cómo la docente se dirige al niño a pesar de que las acciones de la actividad aún no están completamente significadas para ellos.

Expresiones como: *"A ver, ya, pasa con Naomi y dile qué vas a comprar"* o bien, *"Pasa con Nashla y págale",* muestran cómo la docente abandona el plano concreto y físico para moverse hacia un plano abstracto: la palabra. La comprensión del niño sobre la acción general que debe desempañar sugiere que tanto el niño como la docente han alcanzado un plano de comprensión común sobre la tarea que se está desempeñando; comienzan a surgir los significados sociales sobre la actividad.

Es importante resaltar que el análisis de los datos también mostró que este, y la mayoría de los embalajes simbólicos empleados por la docente poseen una cualidad bidireccional, es decir, que pueden emplearse en el orden en el que se ha descrito en el presente documento o bien a la inversa.

De manera concreta para el embalaje que se está describiendo en este apartado, la docente puede dirigirse al niño empleando únicamente la palabra a través de una indicación y moverse al plano concreto si es que el niño aún no comprende el mensaje que la docente intenta comunicarle; en esta primer modalidad, la docente usa la vía abstracto→concreto para evaluar el grado de significado que el niño tiene sobre la actividad y determinar si será suficiente una indicación o se requiere de un acercamiento físico. La segunda modalidad concreto→abstracto inicia con el acompañamiento físico y la explicación, y finaliza únicamente con el empleo de la palabra.

El embalaje para ***situar*** tiene como objetivo colocar la atención del niño en la actividad o bien en la tarea próxima a desempeñar; esto con la intención de profundizar sobre los procesos numéricos y/o de la actividad que estén implicados en la actividad societal.

II. Embalaje resolutivo

Hasta el momento, se han descrito los esfuerzos y las acciones generales que realiza la docente para crear las condiciones necesarias que le permitirán introducir el sistema numérico a través de las acciones simbólicas inmersas en los momentos de la actividad societal. Así que, una vez que la docente está preparada, genera un conjunto de esfuerzos cuyo objetivo se centra en dar una solución rápida a la tarea a la que se enfrenta el niño. Durante el embalaje resolutivo, la docente se responsabiliza por el niño sobre las acciones de dicha tarea o proceso simbólico.

Este conjunto de esfuerzos por parte de la docente, cuya cualidad principal es la inmediatez, funcionan para el niño como una demostración de lo que en algún momento éste debe realizar de manera autónoma ante procesos simbólicos similares.

De acuerdo con el análisis de los datos, el embalaje resolutivo tiene tres expresiones *a) la verbalización*, *b) la ejecución* y *c) la repetición*; sin embargo, es importante aclarar que la docente los usa de manera libre y de acuerdo con la evaluación instantánea del nivel de participación del niño; además, el orden de descripción no sugiere el uso idéntico en el aula pues los esfuerzos pueden centrarse tanto en explicitar los procesos simbólicos de la actividad como en la profundización del sistema numérico.

a) La verbalización. Las acciones simbólicas que demande el momento de la actividad y/o el rol a desempeñar, son explicitados por la docente con el propósito de involucrar al niño, quien, bajo esta modalidad del embalaje, funciona pasivamente como un testigo de lo que realiza la docente.

Puesto que la verbalización posee una cualidad demostrativa, la intervención de la docente es prácticamente efímera y puede presentarse tanto en el plano personal (dirigida a un niño) como en el plano público (dirigida al grupo), condiciones que, a su vez, le permiten comenzar a crear significados compartidos sobre las acciones simbólicas de la actividad.

Los roles en una actividad de compraventa que implican los procesos de conteo permiten describir con mayor claridad cómo es que la docente usa este conjunto de acciones, tal y como se expresa en los diálogos de la siguiente Tabla (ver Tabla 5.27).

Tabla 5.27 Verbalización de conteo y sobreconteo en los tres grados de preescolar.

Persona	Diálogo
Primer grado de preescolar	
Docente:	¿Qué trajiste? ¿Qué vas a comprar? ¿Unas papas?
Daniela:	(Asienta con la cabeza)
Docente:	A ver Daniela ¿cuánto cuestan las papas? Cinco ¿verdad? Paga 5 (coloca las monedas frente a Daniela y comienza a deslizar una por una) Uno, dos, tres, cuatro, cinco… cinco ¿ya viste?
Segundo grado de preescolar	
Docente:	¿Cuánto te va a pagar? ¿Cuánto es en total?
Ángel:	$13.00
Docente:	¿Entonces? A ver Iker, debes pagar $13.00, pon $13.00. Aquí ya ¿tienes? Diez (señala moneda de diez pesos y desliza el resto). Entonces, diez, once, doce y trece… trece.
Tercer grado de preescolar	
Docente:	A ver, vamos a ver. Atención chicos. ¿Aquí hay? $100.00 ¿Verdad?
Niños:	Sí. Un billete
Docente:	Ok. ¿Entonces, qué sigue? (desliza los billetes) Cien…doscientos, trescientos, cuatrocientos y…quinientos ¿De acuerdo?

Notas: Primer Grado: Extracto tomado del proyecto "Cine" (noviembre, 2011); Segundo Grado: Extracto tomado del proyecto "Venta de brochetas" (octubre, 2012); Tercer Grado; Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 4 (junio, 2014).

Independientemente del grado de preescolar del niño y de la cantidad que se encuentran contando o sobrecontando, la docente verbaliza el proceso matemático, sigue la secuencia numérica y se asegura que los niños sean testigos de sus acciones, mismas que sin duda, van acompañadas de las objetivaciones del sistema numérico con el que estén trabajando; la Figura

5.24 muestra cómo la docente opera el ábaco frente al niño mientras verbaliza el proceso. Cabe hacer notar que a pesar de que la docente ha colocado la herramienta frente al niño y realiza movimientos con sus manos, la visibilidad de los niños involucrados nunca se ve obstruida; de tal manera que la docente modela, por un lado, el uso físico correcto de la herramienta y, por otro lado, explicita el proceso matemático que la herramienta permite resolver.

Figura 5.24 Operabilidad con el ábaco.

Nota: Fotografías tomada de "Ensalada de atún". Día 2. Segundo Grado (febrero, 2013).

El embalaje resolutivo bajo la modalidad de verbalización coloca un sistema de operabilidad en el niño que sigue centrado en las acciones del rol que desempeña dentro de la actividad. La docente, comienza a significar el entorno del niño a través de la demostración y explicitación de sus acciones, lo que le permite crear significados compartidos entre ella, el niño y el sistema numérico.

b) La ejecución. Puesto que el objetivo principal de la docente consiste en que se cumpla la meta de la actividad y los niños comiencen a comprender de manera general cuáles son los momentos que le conforman; ella se convierte en la persona que da solución a los problemas y retos de la actividad. En esta modalidad del embalaje resolutivo, se puede observar a una docente activa que realiza las acciones por el niño, y a un niño pasivo y espectador.

La ejecución o solución de la tarea por parte de la docente, aparece tras una serie de acciones previas o intentos sin resultado, es decir, resuelve completamente la tarea por el niño una vez que verbalizó el problema, intentó que el niño lo resolviera a través diferentes esfuerzos, colocó algún sistema de apoyo extra (por ejemplo, un compañero o alguna objetivación del sistema), o bien, insistió en que el niño repitiera las acciones (ver Tabla 5.28).

Tabla 5.28 Resolución de una tarea en lugar del niño.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Qué más vas a comprar? ¿Ya es todo?
Salvador:	(Asienta con su cabeza)
Docente:	Ok, a ver. Chava compró una muñeca, ¿cuánto cuestan las muñecas?
Salvador:	(Camina hacia el precio de las muñecas) Uno…tres…
Docente:	No, no. No escucho nada, a ver Chava cuenta fuerte.
Salvador:	Cinco…
Docente:	No, otra vez, desde el uno. Empezamos con el uno
Salvador:	Uno, dos, tres…
Docente:	Cuatro…
Salvador:	Cuatro, seis
Docente:	Cuenta bien, a ver (toma la mano del niño y cuenta por el niño hasta el número 7) Entonces ¿cuánto cuestan las muñecas? Siente pesos… ¿cuánto?

Nota: Extracto tomado del proyecto "Juguetería" Día 5. Primer Grado (marzo, 2012).

Otra expresión de esta modalidad del embalaje resolutivo consiste en culminar las acciones del niño con el objetivo de mantener la continuidad de la actividad. La docente resuelve la tarea u ofrece la solución inmediata con la intención de crear un puente entre la acción que están resolviendo y la siguiente, logrando que el ritmo de la actividad se mantenga y puedan conseguir la meta que se ha planteado. Estas acciones poseen, a su vez, una cualidad demostrativa que será de utilidad para el niño en ocasiones similares a la que se enfrentan en el momento. Por ejemplo, en una actividad de compraventa en Segundo Grado de Preescolar, Naomi ha sido la encargada de realizar los recibos de pago a sus compañeros en relación con los productos que cada uno comprará; anota los precios y no sabe qué más hacer. La docente al notar que los niños no avanzan al siguiente rol, se acerca a Naomi y le menciona: *"Naomi, cuando termines de hacer el ticket, debes dárselo a ella",* la docente entrega el recibo a la compañera frente a Naomi y menciona: *"Así, se lo das cuando termines"*.

El ejemplo de la Tabla 5.29 evidencia cómo la docente explicita el proceso matemático de suma frente al niño; no existe una explicación sobre el sistema, ni una reflexión sobre el proceso tradicional para sumar, simplemente la docente ejecuta la acción y verbaliza el procedimiento frente al niño.

Tabla 5.29 Embalaje resolutivo de un problema aditivo frente al niño.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Qué pasó ahí? A ver ¿cuánto tienes que pagar Salvador? ¿Qué número es este? Veinti…ocho. Veintiocho.
Salvador:	(repite) Veintiocho
Docente:	¿Qué monedas necesitas para pagar? A ver, ¿cuánto vale esta? Vale 10 ¿cuánto?
Salvador:	Diez
Docente:	Diez, más otros diez… veinte. Veinticinco, veintisiete y veintiocho (acomoda las monedas frente al niño conforme las va sumando) ¿Cuánto es? ¿Cuánto pagaste? Veinti…ocho. Así… (le muestra el nuevo conjunto).

Nota: Extracto tomado del proyecto "Cine". Segundo Grado (abril, 2013).

El ejemplo anterior también evidencia que a pesar de que los esfuerzos de la docente se concentran en dar solución al problema, poco a poco va involucrando al niño y haciéndole partícipe de los procesos numéricos a los que se enfrentan. El embalaje resolutivo bajo la modalidad de *ejecución* coloca un escenario demostrativo en el niño que carece de explicación y/o reflexión sobre las acciones que se realizan, su naturaleza instantánea permite crear un escenario listo para la (s) siguiente tarea a la que se enfrentarán.

c) **La repetición.** Este conjunto de acciones que realiza la docente tiene la intención de involucrar al niño en el proceso simbólico al que se enfrenta. La docente usa las modalidades descritas anteriormente (verbalización y ejecución) al mismo tiempo que solicita el acompañamiento del niño a través de la repetición durante el proceso, el resultado y/o la conclusión a la que se ha llegado; condición que le permite colocar por un momento al niño en los procesos matemáticos y regresarlo enseguida a la actividad societal (ver Tabla 5.30).

Tabla 5.30 Repetición durante el proceso de matematización.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Qué más vas a comprar?
Fernanda:	Frijoles
Docente:	¿Cuánto cuestan los frijoles? (señala el precio en la lista) ¿Qué número es este Fernanda? A ver, vamos a contar (la acerca a la serie numérica) Uno ...
Fernanda:	Uno
Docente:	Dos, tres, cuatro cinco, seis… (siguen la secuencia hasta el 13 señalando y nombrando cada número), entonces ¿cuánto cuestan los frijoles? Trece ¿Cuánto?
Fernanda:	Trece

Nota: Extracto tomado del proyecto "Tienda de abarrotes" Día 3. Segundo Grado (diciembre, 2012).

Como puede notarse en el ejemplo anterior, la docente sigue la secuencia numérica señalando el símbolo al que corresponde, ella lo verbaliza mientras el niño observa y repite; cuando han finalizado, la docente se encarga de enfatizar en el último numeral mencionado para impulsar el proceso de cardinalización al mismo tiempo que regresa al problema real. Esta acción también fue observada durante la repetición autónoma del niño sobre la serie numérica; es decir, la docente detuvo la secuencia que seguía el niño para enfatizar el precio de un producto (ver Tabla 5.31)

Tabla 5.31 Interrupción sobre la repetición de la secuencia numérica para cardinalizar.

Persona	Diálogo
Nashla:	Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, sie…
Docente:	Seis ¿cuánto ibas a pagar Nashla? Seis
Nashla:	Seis
Docente:	¿Ya está bien así? ¿Aquí ya son seis pesos?
Nashla:	(Asienta con su cabeza)

Nota: Extracto tomado del proyecto "Panadería" Día 4. Primer Grado (enero, 2012).

Conforme el niño se va involucrando en los procesos numéricos de la actividad y ésta comienza a complejizarse, la docente diversifica e integra los embalajes y los medios simbólicos de su alrededor (ver Tabla 5.32).

Tabla 5.32 Integración de recursos durante el Embalaje resolutivo.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	¿Cuánto te falta Salvador? A ver Iker, pon tus dedos. ¿Cuántos dedos tiene aquí Iker? Vamos a contarlos Salvador. Uno…	
Salvador:	Uno	
Docente:	Y dos.	
Salvador:	Dos.	
Docente:	Dos, ¿verdad? Entonces, ¿cuánto te falta? Dos pes…	
Salvador:	…sos.	
Docente:	Dos pesos. Una moneda de dos pesos (coloca la moneda frente al niño)	

Nota: Extracto tomado de "Cine". Segundo Grado (octubre, 2012).

En el ejemplo anterior, la docente ha empleado los dedos como un medio de representación icónico para impulsar la cardinalización en el niño, ha verbalizado el proceso a través de un soliloquio y, finalmente, ha solucionado el problema por él. No obstante, es interesante notar la integración de los embalajes simbólicos y los medios de su alrededor para solucionar el problema, convirtiendo al niño en un testigo activo.

La transformación del embalaje resolutivo abarca desde la verbalización del procedimiento hasta la ejecución de éste involucrando al niño a través de la repetición de algunas acciones simbólicas; el niño comienza a adquirir un papel activo dentro de los roles que conforman a la actividad societal una vez que su entorno se llena de sentido y significado, de tal manera que el fin último del embalaje resolutivo consiste en concentrar los esfuerzos docentes para ceder al niño la responsabilidad de las acciones de la actividad.

III. Embalaje de colaboración asistida

Puesto que la organización de la actividad demanda una serie de acciones para cada rol, la docente impulsa la colaboración entre pares para optimizar el flujo de la actividad; de esta manera, los esfuerzos de la docente se centran en crear espacios de colaboración matemática entre los niños para alcanzar la meta de la actividad al mismo tiempo que impulsa el nivel de pensamiento en cada niño.

De manera general, la docente se apoya de una evaluación constante sobre cada niño para determinar tanto su nivel de pensamiento como las fortalezas y debilidades que cada uno posee; bajo este esquema, crea un plan estratégico y coloca un objetivo particular, siempre, en el marco de la actividad.

La cualidad del embalaje de colaboración asistida consiste en que la docente impulsa o promueve la colaboración entre pares como una extensión de sus esfuerzos, es decir, coloca a un niño con mayor grado de experiencia que otro para que este último sea beneficiado por el primero y el ritmo de la actividad no se vea afectado. El análisis de los datos permitió observar que, los esfuerzos de la docente se centran en *a) la promoción de la colaboración*, *b) la socialización del problema* y c*) la supervisión.*

a) **La promoción de la colaboración.** En un primer momento y como consecuencia de la poca familiaridad de los niños tanto con la actividad como con el sistema numérico, la docente comienza a promover la colaboración entre los niños a partir de indicaciones concretas como: *"Ayúdale, dile cuánto cuesta", "Acompáñalo a la serie numérica", "Que use sus dedos para contar, dile cómo", "¿Cuánto era? Recuérdale cuánto contó".*

   La intención de cada indicación depende del momento de la actividad y el rol que se esté desempeñando; puede ser desde un apoyo en un proceso matemático, como la cardinalización o la correspondencia biunívoca, o bien, en una determinada acción de la actividad. En consecuencia, la promoción de la interacción entre pares surge cuando el niño con menor nivel de participación no comprende la estructura de la actividad y la mayoría de sus acciones las realiza sin sentido.

Esta modalidad del Embalaje de colaboración asistida resulta el primero y el más sencillo de apreciar, pues la docente usa el acomodo previo e intencionado de los niños con base en su nivel de desarrollo para asegurar que, al momento de su indicación, las acciones del rol puedan llevarse a cabo con mayor facilidad.

b) **La socialización del problema.** A pesar de que la docente identifica con peculiaridad el nivel de participación de cada niño, el objetivo último consiste en lograr una mente común capaz de entender y resolver los retos numéricos en el marco de la actividad societal. La docente emplea esta estrategia como un espacio de colaboración social para obtener un único significado, o, mejor dicho, un significado compartido sobre una tarea en particular.

Estratégicamente, la docente aprovecha un momento para publicar el problema que uno o varios niños enfrentan; este problema funciona como un conector universal que logra enlazar el pensamiento de los niños y generar al mismo tiempo una mente común (ver Tabla 5.33).

Tabla 5.33 Socialización de un problema para su resolución.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Ya te dio el ticket? Ahora, ¿qué tienes qué hacer?
Aline:	(No menciona nada)
Docente:	A ver todos, ¿qué tenemos que hacer para saber cuánto tiene que pagar este Brandon?
Nashla:	Debemos que sumar con ese (señala el ábaco)
Docente:	Hay que sumarlo ¿verdad? ¿Y cómo? ¿Alguien se acuerda? A ver Ángel ¿les quieres ayudar? Si ya tenemos diez aquí ¿qué es lo que tenemos que hacer después?

Nota: Extracto tomado del proyecto "Cine". Segundo Grado (abril, 2014).

En el ejemplo anterior, la docente aprovecha la poca familiaridad de Aline con el uso de la herramienta para socializar el problema y enseguida solicita apoyo de un niño con mayor experiencia para que este favorezca el procedimiento; lo que le permitirá regresar la solución al problema original y seguir con la actividad.

Durante el análisis de los resultados, pudo apreciarse que esta estrategia posee una cualidad efímera, pero con alto valor, ya que si bien es cierto que una vez que se resuelve la tarea pública cada niño regresa a su tarea original, los acuerdos sociales tienen un impacto en el plano personal al momento de enfrentarse a una tarea similar (ver Tabla 5.34)

Tabla 5.34 Referencia de un acuerdo social en una tarea similar.

Persona	Diálogo
Nashla:	Son $28.00 pesos Daniela
Daniela:	(Entrega todas las monedas)
Nashla:	No, no, no Daniela. Las debes de contar
Daniela:	Uno…
Nashla:	Daniela, ¡así! (le muestra 2 monedas de 10 pesos) ¿Cuánto es así?
Daniela:	Diez…
Nashla:	Vein…te. Así, necesitas como allá. Así (señala el esquema de conversión de monedas que empleó la docente públicamente durante el modelamiento).

Nota: Extracto tomado de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

La socialización de los problemas numéricos como una de las estrategias docentes en el Embalaje de colaboración asistida, permite comprender la naturaleza de la mente humana, su carácter social y la influencia de los acuerdos comunes en la resolución de tareas particulares.

c) La supervisión. Una vez que la docente ha instalado un sistema de apoyo entre los niños, sus esfuerzos se centran en supervisar la eficiencia de dichos apoyos, logrando que su intervención sea cada vez más dirigida y especializada. La colaboración entre estudiantes se convierte en una de las estrategias más fuertes dentro del aula, ya que la docente delega de manera gradual la responsabilidad de las acciones que conforman a la actividad.

En los niveles más altos de colaboración, el nivel de interacción entre los niños es tal, que pareciera que la intervención de la docente es innecesaria o inexistente, sin embargo, el análisis de los datos permitió observar que los esfuerzos de la docente se centran en evaluar desde la lejanía qué tanto está funcionando el sistema de apoyo entre los niños.

Se ha creado la Figura 5.25 con la intención de representar gráficamente los esfuerzos que la docente realiza bajo esta modalidad del embalaje de colaboración asistida. De manera intencional, se ha esquematizado a la docente con una cualidad "multifuncional" ya que, en un solo momento de la actividad y con un perfil aparentemente de espectador, la docente interviene de manera intermitente pero precisa entre los estudiantes, cualidad que devela la supervisión distal y permanente del sistema de apoyo que ha instalado entre los niños.

Figura 5.25 Expresiones multitarea de la docente.

Nota: Esquematización de la docente en los tres grados de preescolar.

El análisis de los datos permitió observar que la docente ***interrumpe*** el sistema de apoyo entre los niños cuando:

1. Observa que el niño con un nivel menor de participación muestra señales de su capacidad para resolver la tarea por él mismo. Este bloqueo del sistema de apoyo aparece a través de indicaciones concretas, ya sea hacia el niño que asiste ("*No, déjalo que él lo haga*", "*A ver, él puede*", "*No necesita ayuda*", "*Vamos a ver cómo lo hace",*

Deja que lo haga a ver si él puede, ahorita si se equivoca, le ayudamos"), o bien, hacia aquél que está siendo asistido (*"Tú hazlo"*, *"Tú puedes, inténtalo", "Ve solo", "Cuenta tú").*

Al mismo tiempo, se observó que la docente puede llegar a interrumpir la asistencia entre los niños cuando tiene la intención de observar el nivel real de desarrollo de alguno de los niños, es decir, cuando necesita darse cuenta de lo que el niño puede hacer por sí mismo.

El objetivo final de la docente cuando emplea este embalaje consiste en delegar la responsabilidad de las acciones del rol a cada uno de los niños, es decir, les va dotando de autonomía para que sean ellos quienes al final, lleven el control de la actividad.

2. Cuando se percata que el sistema de apoyo está siendo confuso o erróneo, la docente interviene para reestructurar las acciones; la confusión o la asistencia errónea puede venir tanto de otra docente (auxiliar en formación) como de algún niño con un nivel mayor de participación (un par).

La interrupción posee una cualidad tajante y decisiva, la docente usa frases como: *"A ver, no, no, no, lo estás confundiendo… ¿cuánto debe pagarte?"*, *"¿Así se hace?, no, vamos a empezar de nuevo"*, *"¿Está bien así?"*, *"¿Estás seguro?, vamos a ver…"*. Así, la docente restablece todo lo que hasta el momento se ha avanzado y comienza a montar un nuevo sistema de apoyo, sosteniendo nuevamente, el ritmo de la actividad.

De manera colateral, se observó que esta *interrupción* en los sistemas de apoyo funciona como un "modelamiento" para asistir, es decir, además de impulsar el pensamiento del niño asistido, la docente impulsa la capacidad, ya sea del par o de la docente en formación para que éstos mejoren sus estrategias para asistir (ver Tabla 5.35)

Tabla 5.35 Interrupción de asistencia entre pares.

Persona	Diálogo
Ángel:	Me debes de pagar $12.00
Nashla:	(Entrega $15.00)
Ángel:	Aquí ya tienes…Di..
Nashla:	Diez y cinco
Ángel:	Quin…A ver, aquí diez… Y luego (coloca sus dedos frente a su compañera)
Nashla:	Once, doce, trece, catorce, quince.
Ángel:	Quince, pero debes de pagar solo $12.
Docente:	A ver Nashla ¿cuánto tienes que pagar?
Nashla:	Doce
Docente:	A ver Ángel ¿cuánto te dio? ¿Cuánto es 10 +5?
Nashla:	Quince
Docente:	¿Y luego? A ver, vamos a usar el ábaco. Pon 15
Ángel:	(representa 15 en el ábaco)
Docente:	Bien, ahora tú le debes de cobrar 12 (la docente realiza los movimientos en el ábaco). ¿te sobra cambio Nashla?
Nashla:	Sí.
Docente:	¿Cuánto?
Nashla:	12
Docente:	No, vas a pagar 12. ¿Cuánto hay aquí? (señala las cuentas del ábaco sobrantes)
Ángel:	Tres
Docente:	Entonces ¿cuánto le vas a dar de cambio si te pago $15.00?
Ángel:	Tres

Nota: Extracto tomado del proyecto "Ensalada de atún" Día 2. Segundo Grado (febrero, 2013).

El ejemplo anterior, permite comprender que el restablecimiento o reestructuración de los sistemas de apoyo tiene el objetivo de asegurar la comprensión de las acciones que constituyen el proceso simbólico por el que se esté atravesando, y con ello, contribuir a la construcción de un entorno significado para el niño en donde éste, sea capaz de usar el sistema numérico.

3. Finalmente, la docente *interrumpe* el sistema de apoyo cuando ha notado que necesita precisar o complementar el proceso. A diferencia de la descripción anterior en donde la docente restablece por completo todo lo que se ha trabajado; en esta modalidad, el objetivo de la docente consiste en *contribuir* el o los elementos faltantes para que la acción pueda continuar con mayor fluidez. En esta estrategia de mediación, al igual que en la anterior, la intervención de la docente posee una doble influencia, es decir, tanto para el que asiste como para el que es asistido (ver Tabla 5.36).

Tabla 5.36 Interrupción docente de asistencia entre pares para complementar.

Persona	Diálogo
Valentina:	No, es que debes pagarme veintidós ¿cuánto te falta?
Daniela:	Diez más diez… Veinte.
Valentina:	No, pero ¿cuánto te falta? ¿Dónde están todas tus monedas?
Daniela:	Aquí (le muestra monedas con denominación de $1.00).
Valentina:	Pero te falta Daniela, así no me puedes pagar.
Docente:	A ver Vale, ella no tiene moneda de a dos, pero ¿1+1 cuánto es?
Valentina:	Dos
Docente:	Dos, ¿entonces? Una moneda de a $2.00 vale igual que 2 de a $1.00 ¿ok? (le muestra las monedas sobre la mesa). No es necesario que tenga una moneda de a $2.00, puede tener dos monedas de a peso ¿ya viste?
Valentina:	Sí
Docente:	Ya tienen $20.00, ¿cuánto les falta para $22.00?

Nota: Extracto tomado del proyecto "Cine". Segundo Grado (mayo, 2013).

Como puede apreciarse en el ejemplo anterior, la intervención de la docente consiste en explicitar las acciones simbólicas que hacen falta para que la actividad funcione, sin embargo, la peculiaridad de este embalaje reside en que el ajuste de la docente es tan preciso, que, una vez instalado, delega nuevamente la responsabilidad de las acciones a los involucrados para que sean éstos quienes se encarguen de continuar con la tarea.

Como puede apreciarse hasta el momento, el embalaje de colaboración asistida se transforma en su interior, es decir, desde que la docente impulsa la colaboración entre pares para la resolución de un problema y se convierte en una espectadora que supervisa que los apoyos sean eficientes, hasta que retira el sistema de apoyo para impulsar la autonomía entre los niños (ver Figura 5.26).

Figura 5.26 Componentes del embalaje de colaboración asistida.

Nota: La docente emplea sus esfuerzos de manera multidireccional.

De esta manera, la esencia de este embalaje consiste en crear una estrategia de colaboración que permita responsabilizar paulatinamente al niño sobre las acciones simbólicas de la actividad.

IV. Embalaje de estructuración

Una de las principales cualidades de la mediación docente es *la diversificación*; es decir, la capacidad de usar una variedad considerable de esfuerzos con características únicas, pero, que tienen la misma naturaleza o persiguen el mismo objetivo: impulsar la solución autónoma de los procesos simbólicos por parte de los niños. El embalaje de estructuración describe de manera explícita la diversidad de los esfuerzos docentes al momento de enfrentarse a una acción simbólica en específico, en otras palabras, se trata de las estrategias que emplea la docente cuando el niño se enfrenta a los procesos simbólicos del sistema numérico.

Es importante precisar que estos esfuerzos no aparecen como prioridad para docente durante las primeras experiencias del niño, como se describió anteriormente, el primer objetivo de la docente es lograr que el niño entienda las generalidades de la actividad y una vez superada esta conexión, la docente comienza a usar las estrategias del embalaje de estructuración para colocar al niño en el sistema; esta relación de dependencia entre la actividad y el sistema numérico define la peculiaridad de la mediación docente bajo las condiciones de la intervención para este estudio.

Ahora bien, puesto que los esfuerzos que se describen a continuación están en el marco de la actividad, la docente siempre regresa a ella una vez que ha resuelto la acción simbólica a la que se enfrentaba; por tanto, el propósito del embalaje de estructuración consiste en conducir los procesos simbólicos del sistema para el niño y resignificarlos en la actividad, sin olvidar que el fin último de la mediación docente es lograr la autonomía del niño. De esta manera, la docente:

a) ***Sitúa en las acciones***. Una vez que el niño comprende la estructura general de la actividad y su atención no se encuentra dispersa, la docente coloca sus esfuerzos en volver a situar el niño, pero esta vez, en una acción simbólica en específico. Usa nuevamente las indicaciones tanto verbales como físicas en un nivel concreto para *enganchar* al niño en el proceso; en palabras más simples, este tipo de ayuda aparece cuando el niño sabe el *qué,* pero no el *cómo.*

En el ejemplo de la Tabla 5.37 se puede apreciar con claridad cómo la docente comienza a estructurar las acciones para el niño a través de una indicación clara sobre lo *que* se debe hacer y *cóm*o debe hacerse.

Tabla 5.37 Indicaciones para situar al niño en las acciones de un rol.

Persona	Diálogo
Daniela:	Ya pásale… ¿qué compraste? (dirigiéndose a su compañero)
Brandon:	Frijol y azúcar
Daniela:	(Mira hacia la lista de precios)
Docente:	A ver Daniela ¿qué pasó ahí? ¿Ya te dijo qué compró?
Daniela:	(Asienta) Frijoles y azúcar
Docente:	¿Y luego? ¿qué tienes que hacer? ¿Cuánto cuestan los frijoles? ¿Qué número es este? (señala hacia la lista de precios).
Daniela:	5
Docente:	5. Anota entonces el número 5, fíjate cómo se escribe eh, Daniela.
Daniela:	(mira el numeral escrito)
Docente:	Pon aquí el número 5 para que hagas el ticket (toma la mano de la niña y la coloca sobre el recibo de pago). ¿Y luego qué más?

Nota: Extracto tomado del proyecto "Tienda de abarrotes" Día 5. Segundo Grado (noviembre, 2012).

En el ejemplo anterior, Daniela sabe que para poder realizar el recibo de pago a sus compañeros debe preguntar sobre los productos que cada uno compró, sin embargo, es incapaz de continuar; cuando la docente observa esta condición, primero asegura la comprensión de la niña sobre el rol para así, comenzar a estructurar el procedimiento a través de sus indicaciones. La docente sabe que Daniela debe comprender que el recibo de pago es una estructura convencional con numerales del sistema que deben estar representados de una forma en específico para que pueda ser entendido por el resto de sus compañeros; así que se encarga de establecer el proceso paso por paso para situar a la niña en este rol en específico.

Otro ejemplo que evidencia con claridad este tipo de esfuerzos que realiza la docente puede apreciarse en la siguiente tabla; Marely se encuentra en la “caja” para pagar el total de los productos que ha comprado mientras que la docente comienza a establecer el proceso de pago, es decir, va guiando las acciones de la niña a través del conteo y la correspondencia biunívoca (ver Tabla 5.38).

Tabla 5.38 Ajuste para situar: pago de productos.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	¿Listo Marely? Paga $11.00 con tu dinero.	
Marely:	(Toma todas las monedas y las acerca a la docente)	
Docente:	Todas no Marely, solo $11.00 pesos. A ver, vamos a contar. Fíjate (acomoda las monedas y comienza a desplazarlas). Cuenta…uno…	
Marely:	Uno…	
Docente:	¿Qué sigue? Aquí, fíjate… Dos	
Marely:	Dos…	
Docente:	(Continúa el conteo y la repetición hasta el número 11).	

Nota: Extracto tomado de "Cine". Primer Grado (noviembre, 2011).

Situar al niño en la acción específica del rol, se convierte en el primer esfuerzo de una serie de esfuerzos de carácter extenso y diverso que responden a las exigencias de la actividad; es importante comenzar a observar la interconexión entre ellos al momento de su implementación.

b) ***Ofrece la solución al problema.*** Este tipo de ayuda aparece cuando las acciones del rol o algún proceso simbólico está detenido; de manera concreta y directa, la docente coloca al niño en la tarea que dará continuidad a la actividad. Las soluciones que ofrece la docente pueden, al mismo, estar dirigidas a la acción, a la colaboración o incluso convertirse el detonante de un proceso que ella misma acompañará.

Cuando la solución está dirigida a la acción, la docente suele usar expresiones como: *"¿Qué sigue? Súmalo", "Ahora debes pagarle", "¿Qué pasó ahí? ¿Ya tiraron los dados?", "Pásale y dile lo que vas a comprar", "¿Cuánto dinero le vas a cobrar? Fíjate en el ticket", "¿Cómo se escribe el 24? Ve a la serie y dime cómo se escribe", "Ve a ver cuánto cuesta", "Pon el número 6, escríbelo", "¿Cuánto cuesta, qué número es?", "¿Cuánto es el total?".* Como puede observarse, las expresiones de la docente indican de manera concreta la acción que el niño debe realizar para darle continuidad a sus acciones, es decir, ofrece la acción simbólica siguiente.

De manera similar, la docente también puede ofrecer una solución al mismo tiempo que impulsa la colaboración entre los estudiantes, o bien, reconoce que la próxima tarea debe realizarse en colaboración con otros; por ejemplo: *"No, a ver, deben sumar los puntos", "¿Qué sigue? Ayúdale a saber cuánto dinero tiene, quiero el total", "Cóbrale (a* un niño) *¿Cuánto le vas a pagar? (al otro niño)", "A ver, ya tenían 10 ¿qué sigue de 10?", "Acompáñalo a la serie y díganme cómo se escribe el 35".*

Finalmente, cuando la docente sabe que la solución que ofrece requiere necesariamente de su intervención, utiliza expresiones en donde se involucra en el proceso: *"A ver, vamos a hacerlo juntos. Ahí ya tenemos 13…", "¿Si vamos bien? ¿Cuánto es 10+10?", "Vamos a sumarlo con el ábaco", "Ya tenemos 20 pero faltan 8 ¿cómo le podemos hacer?", "Ahora necesitamos saber cuánto es el total, vamos a sumarlo".*

Como puede apreciarse, los esfuerzos de la docente pueden estar encaminados desde la identificación de numerales a través del esquema de precios y la serie numérica, hasta el impulso para solucionar problemas a través de la cardinalización, el conteo, el sobreconteo o la suma; o bien, hacia el uso convencional de alguna objetivación del sistema.

c) Explicita las acciones del rol. Cuando la docente nota que el niño aún no comprende en qué consisten las acciones simbólicas a las que se enfrentará, usa la *explicación* como una estrategia para introducir al niño en la tarea. Este tipo de apoyo es *concreto* (indica las acciones generales), *efímero* (emplea poco tiempo y esfuerzo), *atemporal* (fuera del ritmo de la actividad, puede ser antes de comenzar) y *directo* (únicamente al niño responsable). De esta manera, la docente logra que el niño tenga una estructura general sobre la tarea a la que se enfrentará independientemente de las dificultades que pueda tener mientras las realiza (ver Figura 5.27).

Figura 5.27 Expresiones sobre la explicitación de las acciones de un rol.

Docente: A ver Salvador, vas a ir quitando una barra cada que compren pan ¿de acuerdo? Fíjate, si compran una concha, de aquí la vas a quitar ¿entendido?

Docente: Marely, vamos a anotar aquí cuántas fichas ganaste. Vamos a usar el registro. ¿Con cuántas fichas te quedaste? Tres ¿verdad? Anota el número 3.

Docente: ¿Si va bien Sofía para 2 Kg de maíz? A ver Sofía, fíjate en la báscula. La flecha debe llegar hasta el número 2. ¿Debes poner más maíz, le quitamos o así está bien?

Docente: Hazle la suma Aline, ¿cuánto debe pagar? Ahí está el ábaco.

Docente: Bien Cristopher. Tira los tres dados, súmalos y dime ¿cuántas casillas vas a avanzar?

Docente: Maciel, debes registrar cada movimiento que se hace en el banco. Usa las barras para tu gráfica.

*Notas: **1)** Fotografía tomada del proyecto "Panadería" Día 4. Primer Grado (enero, 2012); **2)** Fotografía tomada del Proyecto "Cuánto a que te gano" Día 2 Pirinola. Primer Grado (junio, 2012). **3)** Fotografía tomada del proyecto "Tienda de abarrotes" Día 1. Segundo Grado (noviembre, 2012). 4**)** Fotografía tomada de "Ensalada Navideña" Día 2. Segundo Grado (noviembre, 2012). 5**)** Fotografía tomada de "Serpientes y escaleras". Tercer Grado (octubre, 2013). 6**)** Fotografía tomada del Proyecto "Banco" Día 3. Tercer Grado (junio, 2014).*

Las expresiones de la tabla anterior también permiten sugerir que la docente usa la explicación sobre las acciones de un rol cuando la tarea es completamente nueva para los niños, no obstante, el propósito sigue siendo el mismo: generar una estructura general para que el niño pueda enfrentarse al rol.

d) ***Significa los medios semióticos.*** Las objetivaciones del sistema numérico, los recursos o los medios semióticos; son uno de los elementos indispensables dentro de la actividad numérica. Como se ha sugerido en otros trabajos en el marco de este proyecto de investigación: es indispensable que el niño tenga un significado sobre los medios semióticos para que pueda usarlos como recursos dentro de la actividad, y la docente, es una pieza clave en este proceso.

Cuando se trata de crear un significado sobre los medios semióticos, el análisis de los datos ha permitido organizar los esfuerzos de la docente en dos grandes categorías: *sugerencia de uso* y *diversificación*; también puede entenderse que la docente estructura el uso de los medios semióticos a través de estas dos estrategias para crear un significado en los niños al momento de usarlos en la actividad.

Sugerencia de uso. Como se describió en el apartado 5.3, cuando la docente arregla las condiciones para que la actividad se desarrolle, se asegura de colocar todas las objetivaciones del sistema numérico que pudieran emplearse dentro de la actividad; de esta manera la docente consigue que los medios semióticos estén presentes y formen parte del entorno numérico del niño.

Frente a una tarea numérica que requiere el uso de alguna objetivación, la docente recurre a los medios semióticos como una opción para resolver la tarea sugiriendo su uso de manera directa, indirecta y/o a través de su uso; una vez que el medio forma parte del problema, la docente se encarga de sistematizar o, mejor dicho, culturizar el uso de la objetivación para impulsar su significado a partir de la actividad (ver Figura 5.28).

Figura 5.28 Significación de los medios semióticos: componentes.

Nota: Componentes observados en los tres grados de preescolar.

Cuando la docente **sugiere de manera directa** el uso de algún medio semiótico, suele hacerlo a través de indicaciones concretas, por ejemplo: *"Usa tus dedos y dime cuánto es", "Ve a la serie numérica", "Usa tus monedas para pagar", "Fíjate en el ticket", "Hazlo con el ábaco"*, entre otras. Estas indicaciones sugieren que la docente y el niño ya poseen un significado compartido sobre el nombre de la herramienta mas no sobre su uso, ya que la docente aún debe sugerir la herramienta como un recurso que permitirá resolver la tarea a la que se enfrentan; características que también se observaron cuando la docente **sugiere de manera indirecta** el uso de algún recurso, la diferencia es que en esta estrategia, la docente no menciona el nombre del medio sino usa acomodos físicos, señalizaciones y miradas direccionadas para indicar el medio simbólico que debe usarse (ver Tabla 5.39).

Tabla 5.39 Estrategias para significar los medios semióticos.

Persona	**Diálogo**
Docente:	Paga $10. Cuenta bien. A ver, vamos a empezar. Fíjate…Uno,

Persona	**Diálogo**
Docente:	Ve y dime cuál es el número 12, ayúdale Nashla. El número 12.

Persona	**Diálogo**
Docente:	¿Qué compraste Valentina? Dile a Sofía cuánto cuesta.

Persona	**Diálogo**
Docente:	A ver Naomi, fíjate aquí. Primero el signo de pesos y luego ¿cuánto cuesta el agua?

Nota: 1) Fotografía tomada del proyecto "Cine". Primer Grado (mayo, 2012); 2) Fotografía tomada de "Cine". Segundo Grado (octubre, 2012). 3) Fotografía tomada del proyecto "Tienda de abarrotes" Día 5. Segundo Grado (diciembre, 2012). 4) Fotografía tomada de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

La fotografía 1 evidencia cómo la docente ordena los conjuntos contados y/o por contar, impulsando al mismo tiempo un proceso de correspondencia biunívoca, conteo y sobreconteo en el niño; la fotografía 4 muestra cómo la docente centra la atención de la niña en el recibo de pago al colocarlo frente ella, sugiere su uso y al mismo tiempo impulsa el reconocimiento de los componentes convencionales del recibo para su realización. En ambos ejemplos la docente acomoda estratégicamente el medio semiótico sin nombrarlo para que el niño pueda resolver el problema al que se enfrenta.

Por otro lado, los ejemplos de las fotografías 2 y 3 muestran cómo la docente sugiere el uso del medio semiótico mediante una señalización y/o una mirada, nuevamente sin mencionar el nombre del recurso. Mientras que en el ejemplo 2 la docente está sugiriendo el uso de la serie numérica para el reconocimiento y representación convencional de un numeral; en el ejemplo 3 recurre a la lista de precios como una herramienta para determinar los conjuntos que deben sumarse para conocer la cantidad total que un niño debe pagar por lo que compró.

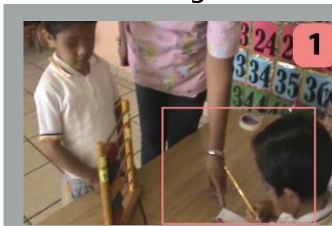
A pesar de que sugerir de manera directa o indirecta el uso de algún medio simbólico es, probablemente la forma más obvia y clara; el análisis de los datos evidenció que la mayor parte del tiempo la docente **sugiere los medios a través su uso simbólico.** Esto quiere decir que la docente significa tanto el nombre como el uso convencional de un medio describiendo las acciones simbólicas que la objetivación permite resolver.

Por ejemplo, en una actividad de compraventa de primer grado, Valentina se encuentra frente a la caja, es decir, a punto de pagar por los productos que ha comprado, sin embargo, llega sin dinero por lo que la docente le menciona: *"A ver Vale y ¿con qué vas a pagar?"*; en seguida, Valentina regresa a su lugar por el dinero y comienzan el proceso de pago. La pregunta de la docente alude a la función principal del medio semiótico, impulsando por un lado la conceptualización del sistema monetario y, por otro lado, el significado del dinero dentro de la actividad societal en la que se encuentran, en otras palabras, la docente está planteando una de las acciones simbólicas más significativas del intercambio comercial: obtener un producto a cambio de cierta cantidad de dinero.

Otras expresiones similares encontradas en el análisis de los datos fueron: *"Ve y dime cuánto cuestan las papas"* (refiriéndose a la lista de precios); *"¿Cómo podemos saber el total?"* (sugiriendo el uso del ábaco); *"Quiero que me digas cómo se escribe el 19"* (impulsando el uso de la serie numérica para la identificación y escritura convencional del número); *"¿Cuánto vas a pagar?"* (haciendo alusión al recibo de pago); *"¿Cómo podemos saber qué se vendió más y qué se vendió menos?* (insinuando un sistema de registro como una tabla o una gráfica).

Ahora bien, una vez que se ha descrito que la docente sugiere el uso de algún medio semiótico de manera directa, indirecta o a través de su uso simbólico, vale la pena entender que después, la docente **sistematiza** dicho medio mediante un proceso profundo en el que se centra en definir el procedimiento particular que implica el uso de cada medio simbólico; en otras palabras, guía al niño paso a paso para que éste pueda usar de manera convencional el recurso y con ello comience a comprender el sistema numérico. El ejemplo de la Tabla 5.40 muestra cómo la docente guía a Cristopher para que pueda determinar el total de los conjuntos que debe sumar.

Tabla 5.40 Estructuración del uso convencional del ábaco.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	Hazle la suma ¿cuánto tiene que pagar Christopher?	
Cristopher:	¿Paga esto?	
Docente:	No, aquí, el total de todo ¿cuánto es el total?...	
Cristopher:	¿Cuánto es maestra?	
Docente:	Pues dime cuánto es ¿cuánto le van a cobrar? Ahí lo tienes ¿cuánto es 10 más 7?	
Cristopher:	20	
Docente:	No. Ahí está el ábaco ¿cuánto es 10 más 7?	
Valentina:	A ver Cristopher. 10 más 7…Aquí ya tenemos 7	
Cristopher:	¿7? No, son 10	
Valentina:	Cuenta 1…2…	
Cristopher:	1…2…	
Docente:	Oigan, a ver… ¿cómo quedamos que íbamos a contar con el ábaco?	
Docente:	¿Cuánto quedamos que vale esta? (señalando las unidades)	
Cristopher:	A uno	
Docente:	(Asienta con la cabeza) ¿Y luego? ¿Cómo le hacemos su suma? ¿Qué vamos a poner primero?	
Cristopher:	10	
Docente:	10, muy bien. Pon 10	
Cristopher:	(Sin respuesta)	
Docente:	A ver. Vamos a hacerlo los dos. ¿Cuáles son las unidades? Aquí Vale, cuenta 10.	
Cristopher:	¿Los paso todos maestra?	
Docente:	Sí. Ya tenemos los…	
Cristopher:	10	
Docente:	Ahora tenemos que contar 7 ¿cómo hacemos para contar 7 más?	
Iker:	Así, uno, dos, tres… (lo dice verbalmente).	
Docente:	No, aquí en el ábaco Iker.	
Docente:	Acuérdate. Aquí ya tenemos 10 ¿esto qué forma? Una…de…decena. ¿Entonces qué tenemos qué hacer? (mueve las cuentas por el niño). Ahora nos faltan contar ¿cuántos? (señala el recibo de pago).	
Cristopher:	Siete	
Docente:	Siente. Vamos a contar 7.	
Cristopher:	¿Aquí Maestra?	
Docente:	Sí, en las unidades. Cuenta.	
Cristopher:	(desplaza las cuentas del ábaco y sigue la secuencia) ¡Siete! Ya maestra	
Docente:	Ok. Ahora vamos a ver el total Cristopher. ¿Cuánto vale esta? (señala la decena)	
Cristopher:	A 10	
Docente:	Muy bien. Aquí ya tenemos 10 ¿qué sigue de 10?	
Cristopher	11…	
Docente:	(la docente desliza las cuentas del ábaco mientras el niño sigue la secuencia hasta llegar al 17) ¿Entonces cuánto es?	
Cristopher:	17	
Docente:	17 pesos en total ¿cuánto va a pagar Iker? Ponle. Aquí dice total. Acuérdate, ponle el signo de pesos y luego el número 17.	

Notas: Extracto tomado del proyecto "Paletería" Día 3. Segundo Grado (abril, 2013).

El ejemplo anterior permite observar cómo la docente significa y sistematiza el uso del ábaco a partir de sus características, de sus elementos o su composición para usarlo como una herramienta de operabilidad.

Otro ejemplo que permite apreciar con claridad la manera en cómo la docente sistematiza el recibo de pago como medio semiótico, puede observarse en la Tabla 5.41, ya que, durante su acompañamiento, la docente se encarga de impulsar la forma convencional del recibo de pago con sus elementos simbólicos.

Tabla 5.41 Estructuración convencional del recibo de pago.

Persona	Diálogo
Docente:	A ver Naomi, ¿qué va primero? Fíjate aquí (señala el recibo de pago).
Naomi:	(Voltea hacia la maestra)
Docente:	Naomi, hazle su ticket a él. Pregúntale qué va a comprar.
Naomi:	¿Qué vas a comprar Iker?
Iker:	Unas papas y un jugo.
Docente:	¿Cuánto cuestan las papas Naomi? Fíjate aquí (señala la lista de precios).
Naomi:	A $8.00
Docente:	¿Y luego? Escríbelo aquí. Acuérdate ¿qué ponemos primero?
Naomi:	El signo de pesos
Docente:	Muy bien, y luego el número 8.
Naomi:	(lo representa) ¿Así maestra?
Docente:	Sí, ¿y luego? ¿Qué más vas a poner? ¿Qué otra cosa compró?
Naomi:	Un jugo.
Docente:	Ah, pues fíjate cuánto cuesta el jugo y escríbelo. Primero el signo de pesos.

Nota: Extracto tomado del proyecto "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

Finalmente, una de las expresiones más complejas está relacionada con el sistema monetario como objetivación del sistema numérico; el proceso que se describe en el ejemplo de la Tabla 5.42 evidencia cómo la docente estructura cada acción del niño hasta completar el propósito: pagar.

Tabla 5.42 Sistematización del pago con el sistema monetario.

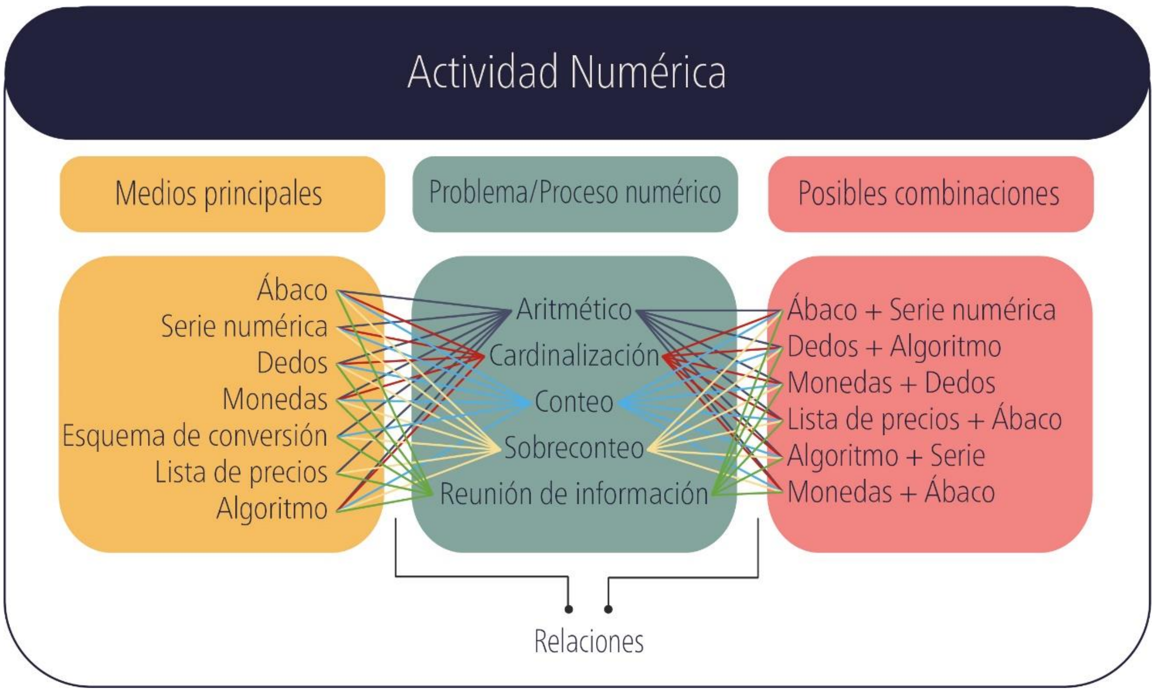
Persona	Diálogo	Fotografía
Docente:	Ya págale, Brandon.	
Brandon:	(Entrega todas las monedas)	
Docente:	No, no. A ver Brandon aquí está el ticket ¿cuánto tienes que pagar?	
Brandon:	Dos	
Docente:	¿Dos? ¿Te va a pagar dos pesos Ángel?	
Ángel:	No, doce pesos.	
Docente:	Ayúdale, Ángel.	
Ángel:	A ver, esta moneda ¿cuánto es?	
Docente:	Brandon, ¿cuánto vale esta moneda? ¿Qué número tiene?	
Brandon:	Uno	
Docente:	Un 1 y un…	
Brandon:	Cero	
Docente:	¿Cuánto es un 1 y un 0? ¿Qué número es?	
Brandon:	(no responde)	
Docente:	Mira, aquí (toma el ábaco) Cuenta con Ángel.	
Niños:	(Siguen juntos la secuencia hasta el número 10)	
Docente:	Muy bien, entonces ¿cuánto contaste?	
Brandon:	10	
Docente:	¿Cuánto vale la moneda?	
Brandon:	10	
Docente:	Ok. Ya tenemos 10 pesos aquí (señala la moneda), pero tú vas a pagar 12 pesos ¿qué sigue del 10? On.. (comienza a deslizar) Once	
Brandon:	Once y doce. Doce Brandon, pagaste $12.00 pesos. ¿Cuánto te	
Docente:	sobró? ¿Cuánto dinero tienes aquí? (Señala cada moneda)	
Brandon:	Uno, dos, tres, cuatro.	
Docente:	Cuatro. Te sobró cuatro pesos.	

Notas: Extracto tomado de "Ensalada de atún" Día 2. Segundo Grado (febrero, 2012).

Es interesante apreciar cómo la docente logra insertar al niño en las características puras del sistema numérico únicamente a través de la actividad; en los ejemplos anteriores se pueden apreciar algunos conceptos como: conteo, sobreconteo, suma, representación simbólica, valor posicional, correspondencia biunívoca y conversión monetaria.

Diversificación. El análisis de los datos mostró que la docente usa el mismo medio semiótico para resolver diferentes problemas numéricos, o bien, resuelve un mismo problema diversificando las expresiones del sistema (ver Figura 5.29).

Figura 5.29 Diversificación de las objetivaciones numéricas.



Nota: Expresiones encontradas en los tres grados de preescolar.

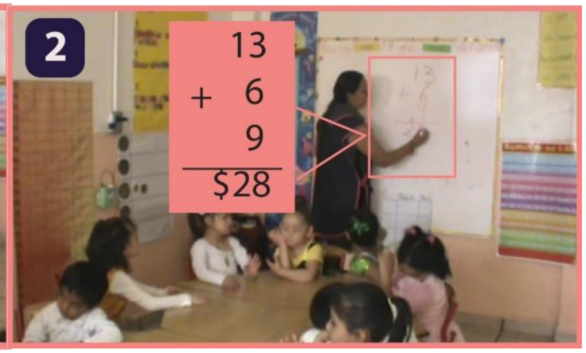
De esta manera, por ejemplo, la docente puede utilizar el **ábaco** como una herramienta para resolver problemas aritméticos (*"A ver vamos a hacer la suma aquí, se acuerdan que habíamos dicho que este era nuestro…ábaco ¿verdad?)*; para impulsar los procesos de conteo (*"A ver, vamos a ver cuánto es el total, cuenta…1, 2…)*, sobreconteo (*"Acuérdate, esta es una decena, aquí ya tenemos 10 ¿qué sigue de 10?")* y cardinalización (*"Entonces, ¿cuánto tenemos aquí? ¿Cuánto es el total?")* funcionando al mismo tiempo como un recurso útil para reunir información. O bien, la docente puede usar la **serie**

numérica como un medio para impulsar el conteo y sobreconteo *(“Vamos a contar en la serie”, “A ver, aquí está el 10 ¿qué sigue de 10?),* para identificar un numeral *(“Ve a la serie y dime cuál es el número 17”),* y como un recurso de operabilidad *(“Ya tenemos 23, aquí está el 23 ¿cuánto nos falta para el 28?”).* Al igual, los **dedos** funcionan como un medio de representación icónica que puede impulsar los procesos de conteo, sobreconteo y representación *(“Hazlo con tus dedos, cuenta”, “Ya tienes 5 ¿qué sigue de 5? usa tus dedos”, “¿Cuántos dedos tienes ahí?, entonces ¿Cuánto es?).*

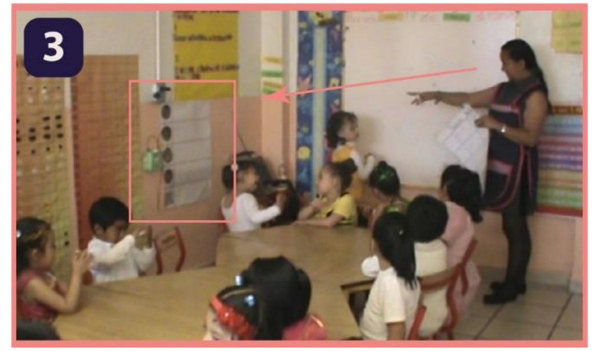
El ejemplo de la Figura 5.30 muestra cómo la docente utiliza más de un medio semiótico al momento de resolver un problema aditivo con los niños para determinar el total de dinero que deben pagar por la compra de ciertos productos para entrar a una función de cine (ver Figura 5.30).

Figura 5.30 Diversificación de las expresiones del sistema ante un problema aditivo.

Docente: A ver y entonces, ¿cuánto cuesta la naranja?... ¿Y el agua?... ¿Y mi boleto?

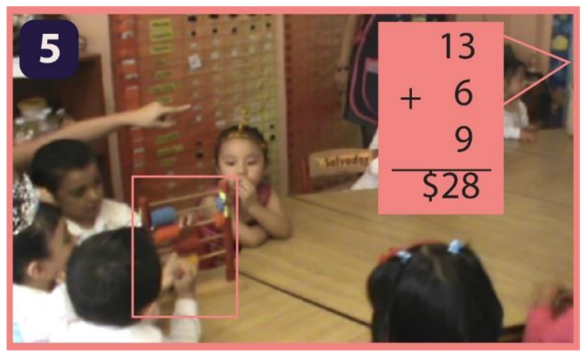


Docente: Pero ¿cuánto voy a pagar en total?... Vamos a ir anotando aquí para saber cuánto voy a pagar

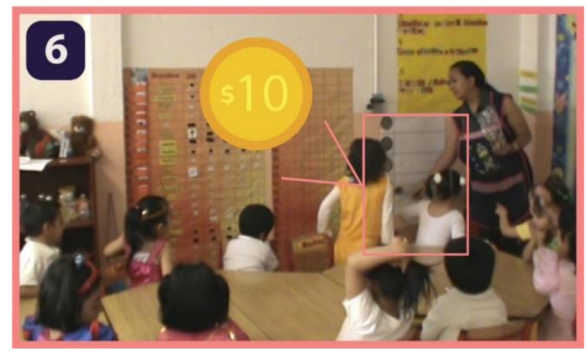


Docente: A ver Nashla, ponlo ahí en el esquema.

Docente: Aquí tenemos nuestro…ábaco ¿verdad? ¿Cómo le podemos hacer para hacer la suma? Para saber cuánto vamos a pagar en total por todo.



Docente: Y ahora ¿qué más falta? Ahí está (señala el algoritmo en el pizarrón). Suma otros 9.



Docente: Nashla, ya vimos que el total es $28.00 pesos ¿qué monedas necesitamos para tener veintiocho pesos? ¿Cómo los ponemos aquí?... Aquí ya tenemos 10 ¿y luego?

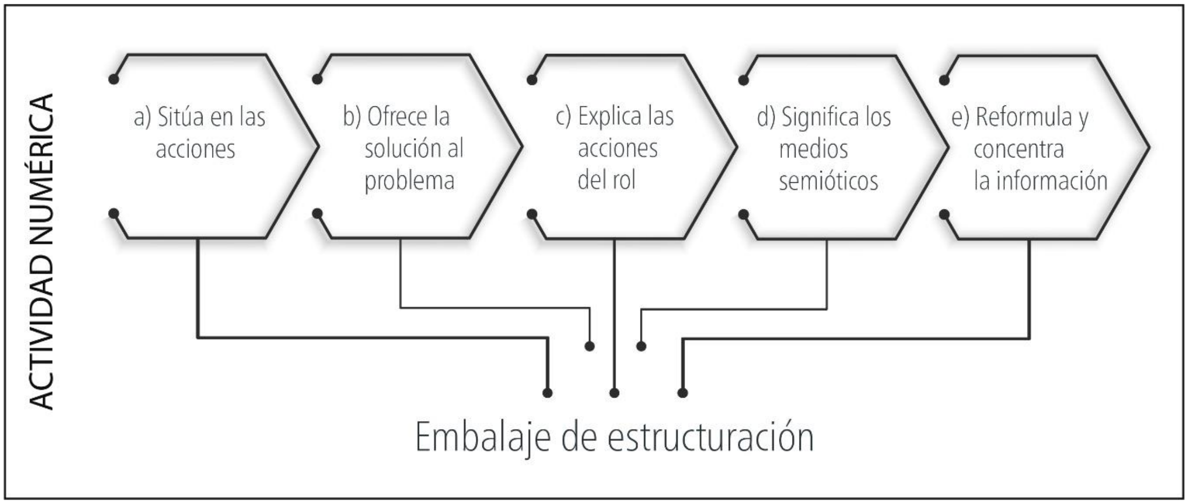
Notas: Tomado de "Cine". Segundo Grado (marzo, 2013).

Es interesante apreciar cómo la docente usa, de manera dinámica y estratégica, las diferentes expresiones del sistema numérico dentro de la actividad. El significado que la docente tiene sobre cada medio, le permite actuar con pertinencia eligiendo el medio que posea mejores características para facilitar la resolución de la tarea a la que se enfrenten, impulsando, al mismo tiempo, el/los significados del recurso.

e) ***Reformula y concentra la información.*** El último esfuerzo que se pudo apreciar dentro del embalaje de estructuración concentra la particularidad de este embalaje ya que, al finalizar una tarea, la docente genera un espacio, generalmente público, para conceptualizar el proceso numérico que los niños estaban llevando a cabo y darle un sentido en el marco de la actividad, es decir, la docente reformula los procesos numéricos y significa las acciones del niño con base en la meta que ha planteado en un principio. Algunas expresiones que ejemplifican la manera en cómo la docente retoma la información numérica esencial y la coloca nuevamente en las acciones simbólicas de la actividad son: *"Muy bien 19, ¿entonces cuánto dinero vas a pagar? $19.00 pesos ¿verdad?"; "¿Cuánto es en total? ¿Cuántas casillas vas a avanzar?"; "Escríbelo, ¿cuánto cuesta el boleto para el cine? Ponlo en el ticket"; "¿Qué fue lo que hicimos el día de hoy?".*

La actividad numérica posee, desde su diseño psicopedagógico, una estructura llena de significados sociales; de acuerdo con el análisis de los datos, la docente usa cinco esfuerzos para estructurar los procesos simbólicos de la actividad en el niño y así, lograr que este vaya significando tanto sus acciones como los elementos de su entorno (ver Figura 5.31).

Figura 5.31 Esfuerzos del Embalaje de estructuración.



Nota: Esfuerzos observados en los tres grados de preescolar

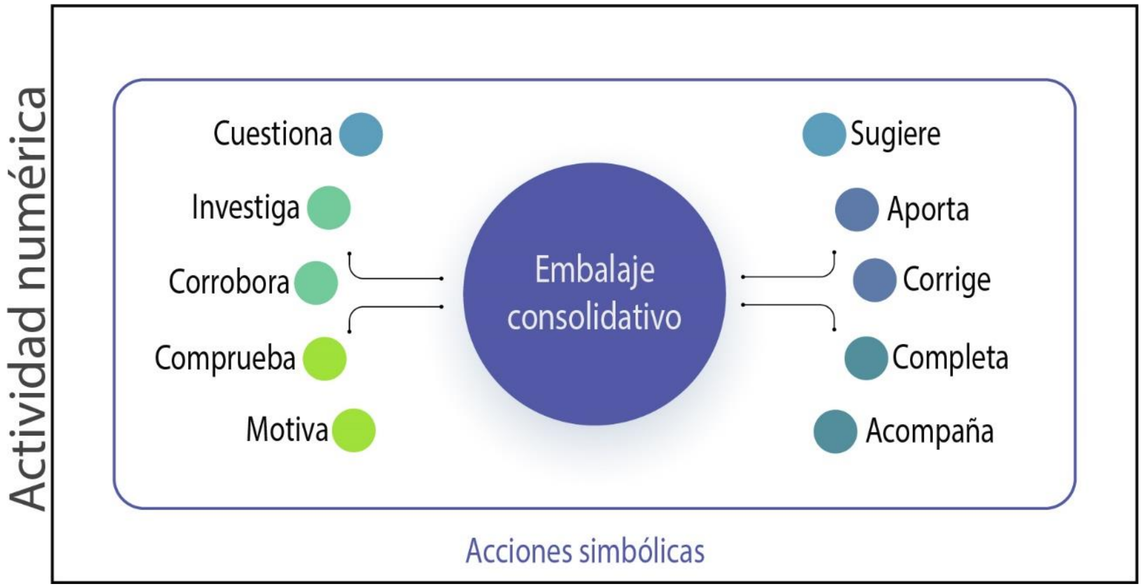
El embalaje de estructuración evidencia, por un lado, la importancia de conducir, acompañar y significar las acciones del niño dentro de la actividad; y, por otro lado, muestra con claridad el carácter dinámico, diverso y multidireccional, estratégico y complejo de los esfuerzos de la docente al guiar la construcción de significados simbólicos en el niño.

V. Embalaje consolidativo

Como se ha descrito hasta ahora, la diversidad de los esfuerzos de la docente depende, en gran medida, del nivel de participación que muestra el niño; de tal manera que, al mismo tiempo que el tipo de participación del niño cambia y avanza, los esfuerzos de la docente también se transforman. El análisis de los datos permitió observar que cuando el niño tiene la capacidad de conducirse de manera prácticamente autónoma, la docente interviene para ***consolidar*** los procesos simbólicos por los que el niño está atravesando; es importante recordar que el fin último de la docente consiste en lograr que el niño tenga la capacidad de resolver autónomamente los retos de la actividad numérica usando el sistema, así que durante el **embalaje consolidativo,** la docente se encarga de impulsar el/los último(s) elemento(s) en el niño para alcanzar la autonomía de la acción simbólica en la que se encuentre.

El esquema de la Figura 5.32 muestra, de manera agrupada, los 2 tipos de esfuerzos que se pudieron observar en la docente para consolidar los procesos simbólicos en el niño y permitir que el ritmo de la actividad continúe. Para entender su conformación, se describirá cada esfuerzo de manera independiente, al igual que en los otros embalajes simbólicos, la docente emplea sus esfuerzos de manera múltiple y multidireccional, así que el orden de descripción no sugiere, necesariamente, el orden de uso.

Figura 5.32 Expresiones del Embalaje consolidativo.



Nota: Modelo general

Puesto que los esfuerzos de la docente que conforman al embalaje consolidativo poseen en común que el nivel de participación del niño se encuentra en los niveles más elevados, la docente se halla en un estado constante de supervisión, es decir, ella va acompañando de manera periférica las acciones de un niño o de un grupo de niños para asegurar su convencionalidad y pertinencia con base en las reglas tanto del sistema como de la actividad; de aquí que los esfuerzos que a continuación se describen suelen ser de carácter prácticamente efímeros y absolutamente puntuales.

1. ***Corrobora***. Durante este esfuerzo, la docente tiene la necesidad de conocer, en voz del niño, las acciones simbólicas que se han realizado con la finalidad de saber en dónde y cómo puede intervenir. Generalmente utiliza cuestionamientos como: *"A ver, ¿qué pasó ahí? ¿Cuánto le vas a pagar? ¿Cuánto fue el total?", "¿Cómo sabes que vale $100?, vamos a escuchar", "¿Sí? ¿Estás seguro?, ¿Ya lo contaste bien? a ver, vamos a hacerlo",*

“¿Ya son $50? solo necesitas $50 ¿ya está bien?”, “¿Avanzaste 7 casillas? Ok, ¿quién sigue?”, “¿Ya le hiciste el ticket? entonces ¿Qué sigue?”, “¿Le vas a dar cambio? ¿Por qué? ¿Cuánto te pago ella? Te pagó 28. ¿Si le vas a dar cambio si te pago 28 y le tenías que cobrar 28?”. Es interesante apreciar que cada cuestionamiento que emplea la docente está planteado de manera consecuente con su propósito, es decir, puede funcionar para reestructurar lo que el niño ha avanzado; para exponer sus acciones y, si es necesario, corregirlas; para involucrar al resto de los niños o bien, para asegurarse que el niño está listo para la siguiente acción simbólica.

Puesto que la participación del niño dentro de la actividad es cada vez más autónoma, pareciera que la asistencia de la docente es poco necesaria; así que la docente concentra sus esfuerzos en fortalecer la comunidad matemática de solución de problemas que comienza a consolidarse entre los niños. Como puede apreciarse en el ejemplo de la Tabla 5.43, el nivel de interacción permite que cada uno aporte sus conocimientos y entre todos vayan construyendo las acciones de la actividad, en este sentido, la docente funciona como un agente que contiene y consolida las acciones de los niños.

Tabla 5.43 Intervención docente en la comunidad matemática.

Persona	Diálogo
Aline:	(Tira los dados y los suma) ¡Seis! ¡Avanzo seis!
Todos:	(cuentan) 1, 2, 3, 4, 5, 6
Aline:	¡Cobro un cheque! Tú me debes de pagar.
Naomi:	A ver, cobras por... (le enseña el cheque a su compañera)
Fernanda:	Por ¡seis pesos!
Iker:	Tú le debes de dar $6.00
Ángel:	A ver... (le muestran el cheque) ¡Ah sí!
Docente:	¿Cuánto va a cobrar de su cheque?
Todos:	¡Seis pesos!
Docente:	Muy bien, dáselos.

Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 4. Tercer Grado (junio, 2014).

2. ***Completa.*** La estructura de la actividad permite que la docente identifique con facilidad el conjunto de acciones que ha realizado el niño, o bien, que aún necesita realizar; de esta manera la docente es capaz de *acompañar*, *sugerir*, *corregir*, *motivar y/o aportar* el medio o la acción simbólica que permitirá que la actividad continúe. También pudo observarse que este tipo de esfuerzos por parte de la docente suelen aparecer tras la demanda del niño, es decir, el niño reconoce las tareas en las que puede conducirse con autonomía, pero también identifica aquellas en las que requiere del apoyo y/o la aprobación de la docente o de otro compañero con mayor experiencia (ver Tabla 5.44).

Tabla 5.44 Apoyo distal docente para completar una tarea.

Persona	Diálogo	Fotografía
Docente: Naomi: Docente:	(Observa demasiadas monedas sobre la mesa) ¿Todo ese dinero necesitas Naomi? Solo eran $30.00 para poder jugar. Súmalo. Ahí lo tienes ¿Cuánto es 10+10? Veinte Veinte, ya tienes veinte. Necesitas 30. ¿Cuánto más? Más 5, usa los dedos ¿qué sigue? 21… (se retira físicamente)	
Naomi: Docente: Naomi:	(A lo lejos le grita a la maestra) 25 maestra (A lo lejos) ¿Ya tienes 30? (Niega con su cabeza)	
Naomi: Docente: Naomi: Docente:	(Toma una moneda de 5 pesos y sigue contando con sus dedos) ¡Listo maestra! ¡$30.00! (Mira la mesa) Muy bien Naomi, $30 (señala el pizarrón) ¿necesitabas el resto del dinero? No, ya no. Regrésalo.	

Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 1. Tercer Grado (junio, 2014).

El ejemplo anterior permite apreciar con claridad la estrategia distal de la docente para consolidar las acciones de la niña. Gracias a la comprensión de la docente tanto de la actividad como del sistema numérico, es capaz de *detectar* el error de la niña, *corregir* y *acompañar* sus acciones para que finalmente, Naomi sea capaz de completar la tarea a la que se enfrenta.

Otra importante expresión de este esfuerzo está relacionada con las *aportaciones* que realiza la docente ante diversas tareas; por ejemplo, el impulso sobre los elementos convencionales del sistema. En el apartado “Embalaje de estructuración” se describió cómo la docente incorpora las propiedades del sistema numérico mediante las acciones de la actividad, así que una vez que el niño puede dominar estas acciones, los esfuerzos de la docente se concentran en aportar la importancia de la convencionalidad del sistema numérico para que pueda usarse como un medio de comunicación (ver Tabla 5.45).

Tabla 5.45 Consolidación de la representación convencional de un precio (1).

Persona	Diálogo
Docente:	A ver, ¿cuánto fue el total?
Brandon:	34
Docente:	$34.00 pesos, ok. ¿Y así se hace el número 4 Brandon? ¿Sí está bien? (le entrega nuevamente el recibo de pago). Fíjate aquí cómo se hace el número 4 (señala la serie numérica). Escríbelo, hazlo bien.

Nota: Extracto tomado del proyecto “Nevería” Día 1. Tercer Grado (mayo, 2014).

Además de la representación convencional de los numerales, la docente se esfuerza por incluir el significado de los números de acuerdo con el contexto en el que son usados, es decir, le aporta una variedad de significados que pueden rodear a un mismo numeral para que el niño pueda completar y determinar su significado (ver Tabla 5.46).

Tabla 5.46 Consolidación de la representación convencional de un precio (2).

Persona	Diálogo
Docente:	¿Ya está bien así? ¿Qué te falta?
Fernanda:	(Observa y no menciona nada)
Docente:	¿Qué son? ¿9 naranjas o qué son?
Fernanda:	9 pesos maestra.
Docente:	Ah, entonces ¿qué le hace falta para que diga que son 9 pesos? Nos falta el signo de…
Fernanda:	Pesos.
Docente:	Muy bien, el signo de pesos. La naranja cuesta $9.00 pesos.

Notas: Segundo Grado: Extracto tomado del proyecto "Cine" (febrero, 2013).

De manera similar, la docente suele *sugerir* de manera explícita la acción que le hace falta al niño o el medio semiótico que le permitirá completar la tarea a la que se enfrenta; ya sea de manera distal o cercana, la docente únicamente menciona la acción y vuelve a retirarse para que el niño continúe solo. De igual manera, la sugerencia suele ser de carácter directo y puede apreciarse en frases como: *"¿Ya? Pusiste el agua, te faltan las papas", "Muy bien, dale el recibo para que pague", "Es tu turno, tira los dados y suma", "Paga, fíjate en tu ticket cuánto vas a pagar", "Bien, ahora súmalo y dime el total", "¿Le sobra?, pues dale su cambio ¿Cuánto le vas a dar de cambio?", "¿Listo? ¿Quién va a pasar ahora? ¿A quién le toca?", "¿28? ¿Por qué 28? ¿Hiciste la cuenta aquí (señalando el ábaco)?"*.

Como pudo apreciarse en los ejemplos expuestos en este apartado, la ***retroalimentación*** que recibe el niño sobre sus acciones cobra una importancia significativa así que, la docente reconoce y felicita constantemente los esfuerzos del niño, esta motivación también funciona como un elemento que impulsa la consolidación de las acciones que el niño realiza de manera autónoma.

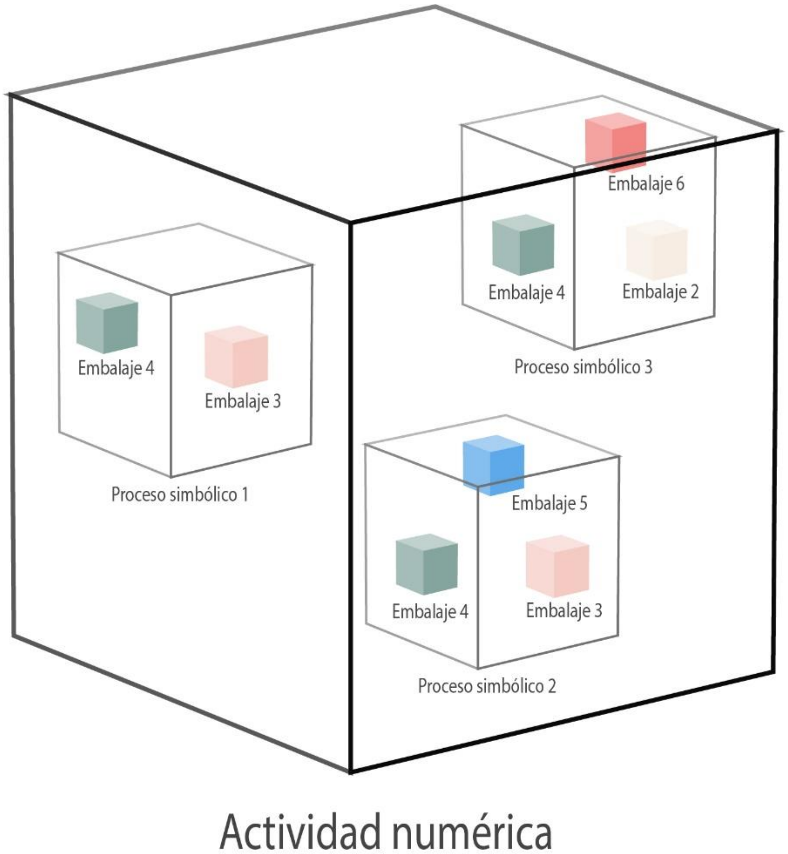
Finalmente, es importante resaltar que, gracias a la comprensión docente sobre la actividad matemática, sobre las objetivaciones del sistema y sobre el sistema numérico *per se*, sus aportaciones funcionan como elementos que van estructurando y consolidando las acciones simbólicas del niño. Por otro lado, cabe resaltar que el análisis de los datos permitió observar que cuando el niño va siendo más autónomo en sus acciones, los esfuerzos de la docente se integran, se consolidan y también, se transforman.

VI. Embalaje de complejización y extensión

El último embalaje que se describe como parte de los esfuerzos que realiza la docente en su papel mediador entre el sistema numérico y los niños, está relacionado con su capacidad para generar nuevas condiciones a partir de un proceso o acción simbólica que, aparentemente, el niño tiene bajo control. La cualidad *compleja* de estos esfuerzos no se relaciona completamente con el nivel de dificultad de la tarea puesto que se trata de una capacidad para contemplar más aspectos que permiten ampliar las posibilidades alrededor del proceso simbólico de la actividad numérica en la que se encuentren.

Resulta peculiar que cuando la docente complejiza y extiende una tarea a través de alguna de las estrategias que se describen a continuación, sus esfuerzos comienzan a ser ***recursivos***, es decir, utiliza esfuerzos que le han sido efectivos en otros momentos de su práctica y los emplea en las nuevas condiciones. La recursividad de los procesos mediacionales permite apreciar dos ideas interesantes; primero que la Actividad numérica se convierte en el Embalaje que contiene y da sentido al resto de los embalajes simbólicos, y en segundo lugar que es gracias a la Actividad que la docente tiene un abanico de posibilidades de acción que puede emplear con base en las necesidades (ver Figura 5.33).

Figura 5.33 Recursividad de la mediación docente.



Nota: Combinaciones ilustrativas

La recursividad como cualidad de los procesos de mediación docente es más explícita cuando la docente y los niños se enfrentan a una tarea completamente nueva, independientemente del grado escolar en el que se encuentren. El ejemplo de la Tabla 5.47 permite apreciar que la docente usa los esfuerzos del **embalaje de complejización y extensión** en los tres grados de preescolar y en diversas acciones simbólicas.

Figura 5.47 Embalaje de complejización y extensión en los tres grados de preescolar.

Primer Grado

Persona	Diálogo
Cristopher:	10
Docente:	¿Cuánto?
Niños:	10
Docente:	Vas a pagar 10 pesos Sofi (acerca monedas con denominación $1.00 y $5.00)
Sofía:	Uno, dos (toma las monedas de manera indistinta)
Docente:	No, Sofi. Fíjate en tus monedas. ¿Cuánto vale esta moneda? (señala la monedad de $5.00) ¿Qué número tiene?
Sofía:	5
Docente:	5. ¿Qué sigue de 5? Cuenta las demás.
Sofía	6, 7, 8, 9, 10 (desliza el resto)

Fotografía

Segundo Grado

Persona	Diálogo
Docente:	¿Cuánto vas a pagar? (señala total en ticket).
Marely:	28
Docente:	¿Cuánto tienes aquí? ¿Cuánto es 10 +10? (señala las monedas)
Marely:	20
Docente:	Ya tienes $20 aquí, pero debes pagar (señala ticket) veintiocho. ¿Cuánto te falta para 28? Ya tienes 20, ¿cuántas monedas necesitas para llegar a 28?
Marely:	21, 22…
Docente:	Bien (la docente comienza a mostrar sus dedos frente a la niña al mismo tiempo que la niña sigue contando hasta llegar al 28) Veintiocho, muy bien. Entonces si ya tienes 20, ¿cuánto te falta para 28? Aquí está en los dedos ¿cuánto?
	¡Ocho!
	Bien, te faltan 8. Ya tienes 20 +8 son veintiocho. Paga.

Fotografía

Tercer Grado

Persona	Diálogo
Docente:	Pongan atención, vamos a ver cuánto dinero se juntó en la caja del Cine. Cuenten niños de 100 en 100 con las monedas de 10. Háganlo Marely. (Comienza a apilar)
Marely:	Pero cuenta. 10, 20, 30 ¿qué sigue? Aquí esta (señala la serie numérica)
Docente:	Ayúdenle a Marely…
	40, 50.
Niños:	(apila las monedas).
Marely:	Empieza con otro montón. Hazlo igual.
Docente:	(Repite la acción 5 veces)
Marely:	Bien, mientras ayúdale, Brandon, haz montones de 10 con las monedas
Docente:	de a $1.00 para formar $10.00. Hazlo, cuenta 1, 2, (señala y desliza las monedas).
	(Apila las monedas).
	Ok, Marely, vamos a ver cuánto tenemos aquí.
Brandon:	100, ¿qué sigue? Dos…cientos, tres...cientos (señalan y cuentan todos
Docente:	los conjuntos que se formaron). $584 pesos en total. Vamos a escribirlo en el pizarrón.

Fotografía

Nota: Primer Grado. Extracto y fotografía tomados del proyecto "Cine" (mayo, 2012); Segundo Grado. Extracto y fotografía tomados del proyecto "Cine" (mayo, 2013); Tercer Grado. Extracto y fotografía tomados del proyecto "Cine" (mayo, 2014).

En el ejemplo de **Primer Grado,** Sofía debe pagar diez pesos por la compra que ha realizado. La maestra ya había observado en otras ocasiones que Sofía es capaz de hacer un conteo y correspondencia biunívoca correctos entre la palabra número y las monedas que tenía al frente; así que la docente aprovecha este momento de la actividad para introducir una moneda de cinco pesos para presentarla con Sofía e impulsar un nuevo proceso matemático con ella: el sobreconteo. Es decir, la docente recurre al embalaje de estructuración y sitúa a Sofía para que ella sea capaz de sobrecontar a partir de la denominación nueva.

Ahora bien, en el ejemplo de **Segundo Grado,** la docente interviene mientras Marely está pagando el total de sus productos para ir al Cine. La docente sabe que Marely es capaz de hacer sobreconteo e intenta impulsar el proceso de suma recurriendo al embalaje de estructuración para ofrecerle la solución del problema; incluso ella usa sus dedos de forma directa como un medio semiótico para que Marely sea capaz de observar la solución al problema. En este ejemplo en particular y aunque el nivel de participación de Marely le hubiera permitido resolver el problema por ella misma, la docente intervino de una forma más concreta para impulsar su pensamiento y extender las posibilidades de acción matemática de la niña ante los diversos escenarios de la actividad numérica.

Finalmente, en el ejemplo de **Tercer Grado** la docente aprovecha las condiciones de la actividad para hacer un "corte de caja" con los niños responsables de cobrar por los productos de sus compañeros para entrar al cine. La docente sabe que en este momento los niños son capaces de sumar algunas cantidades, pero recurre al Embalaje resolutivo y de colaboración para que los niños sumen a partir de múltiplos de 10 y 100 y conozcan la cantidad final. En este ejemplo la docente propone la forma matemática para abordar el problema, incluso ella es quien lo resuelve pero extiende el pensamiento de los niños al proponerles una estrategia que les permitirá sumar grandes cantidades.

Estos ejemplos permiten apreciar que la docente se apoya de las estrategias de otros embalajes simbólicos para complejizar la situación matemática por la que están atravesando y de esta forma extender el pensamiento del niño (independientemente del nivel de participación en el que éste se encuentre). También, es interesante observar cómo la Actividad numérica permite que la complejización y la extensión abran paso a procesos matemáticos profundos, ya que tienen sentido y significado únicamente en las acciones simbólicas que permite la actividad.

Durante el análisis de los datos, se pudo observar el embalaje de complejización y extensión de forma más explícita mientras la docente incluía una nueva operación aritmética o bien cuando modificaba las cantidades numéricas en una actividad. A continuación se describe la esencia de ambos escenarios:

a) ***Inclusión de una nueva operación aritmética.*** Desde la planeación psicopedagógica, la docente identifica los procesos aritméticos que utilizará para darle solución a los problemas numéricos que la actividad demande, esta claridad le permite identificar la pertinencia de una nueva operación a partir de las acciones simbólicas que el niño se encuentra resolviendo; es decir, se trata de una extensión o profundización del proceso simbólico en donde aparece un problema alterno que posee las condiciones del problema inicial; de manera recurrente, se pudo observar que la docente relaciona o extiende los problemas aditivos para incluir problemas de sustracción, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

Tabla 5.48 Sustracción como extensión de un problema aditivo.

Persona	Diálogo
Sofía:	Ya Maestra, ya me pagó.
Docente:	¿Ya? ¿Estás segura? ¿Cuánto te está pagando? ¿Cuánto es 10+10?
Sofía:	¡Veinte!
Docente:	¿Y cuánto le vas a cobrar? ¿Cuánto en total?
Daniela:	19
Docente:	A ver Sofía, ¿le vas a dar cambio? ¿Le sobra dinero? ¿Cuánto?
Sofía:	19
Docente:	A ver, te está dando $20.00 pesos y debes cobrarle solo $19.00 ¿Cuánto le sobra? A ver, trae el ábaco.
Sofía:	(Va al estante por el ábaco)
Docente:	Aquí ya ¿tenemos? …
Sofía:	¡Diez!
Docente:	Una decena. Pon 20, usa las unidades.
Sofía:	(La niña representa los $20.00 con las cuentas del ábaco) ¡Ya maestra!
Docente:	Ahora, quita 19 y dime ¿cuánto le sobra?
Sofía:	10, 11… (sigue el conteo hasta el 19). ¡Uno! Le voy a dar un peso
Docente:	Muy bien, le sobra un peso. Ella te pagó $20.00 y le vas a cobrar $19.00. Dale un peso de cambio.

Nota: Extracto tomado del proyecto "Cine". Segundo Grado (mayo, 2013).

En el ejemplo anterior, la docente ha detectado que un proceso de sustracción permitirá darle solución al problema en el que se encuentran, así que recurre al ábaco como medio semiótico y utiliza las estrategias el ***embalaje de estructuración*** para darle solución al nuevo problema aritmético; puede notarse cómo la asistencia de la docente es de carácter claro y directo puesto que tanto ella como la niña poseen el mismo significado sobre las palabras número, los componentes del medio semiótico y las acciones simbólicas que permitirán solucionar el problema en el que se encuentran inmersos.

En la Tabla 5.49 puede apreciarse otro ejemplo que permite comprender la complejización y extensión de una acción simbólica a partir de una condición ya resuelta. En dicho ejemplo, los niños se encuentran comprando ensaladas de atún y la docente les ha dado una cantidad determinada de dinero para realizar su compra.

Tabla 5.49 Problematización a partir de un resultado.

Persona	Diálogo
Docente:	¿Cuántas ensaladas compraste Nashla?
Nashla:	Dos
Docente:	¿Y cuánto fue?
Nashla:	Doce.
Docente:	Muy bien, ¿te sobró dinero?
Nashla:	Sí, me sobraron 3 pesos.
Docente:	¿Puedes comprar otra ensalada?
Niños:	Nooo.
Docente:	¿Por qué Nashla, por qué no puedes comprar otra ensalada?
Nashla:	No, porque me faltan.
Docente:	¿Cuánto? ¿Cuánto te falta para comprar una ensalada más? ¿Cuánto cuestan las ensaladas?
Nashla:	A $6.00
Docente:	¿Cuánto más necesitas?
Ángel:	Otros 3 Maestra.

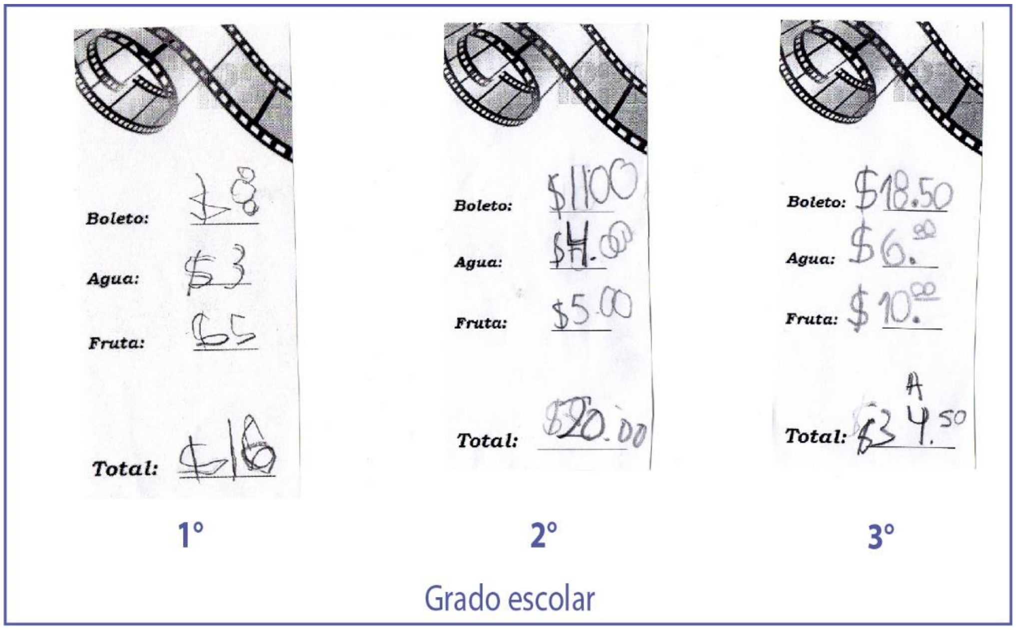
Nota: Extracto tomado del proyecto "Ensalada de atún" Día 2. Segundo Grado (febrero, 2012).

La problematización que realiza la docente en donde incluye operaciones aritméticas que originalmente no formaban parte de las acciones simbólicas del proceso, funciona como un escenario alterno que permite la generación de experiencias nuevas y complejas en el niño; impactando además en su nivel de comprensión sobre el sistema numérico (reglas, medios semióticos, posibilidades y limitaciones) y extendiendo su pensamiento.

b) ***Modificación de las cantidades numéricas.*** La comprensión de la docente tanto de la actividad como del sistema numérico, le permite alterar las cantidades numéricas que se habían establecido desde la planeación psicopedagógica de la actividad, pero siempre en el marco de ésta. Generalmente, la docente altera las cantidades en aumento, condición que le permite, por un lado, disminuir las respuestas automatizadas en los niños y, por otro lado, impulsar la comprensión del valor posicional de los dígitos dentro de la composición del número y de las operaciones aritméticas que se pueden hacer con éstos.

Una de las expresiones más evidentes de la complejización y extensión está relacionada con las cantidades que la docente y el grupo psicopedagógico asigna a los precios de los productos en las actividades de intercambio comercial conforme las actividades numéricas y los ciclos escolares van avanzando. La Figura 5.34 muestra un ejemplo por año de los recibos de pago que elaboraron los niños del presente estudio como parte de la actividad "Cine"; tanto las cantidades como su composición se transformaron.

Figura 5.34 Complejización; transformación en las cantidades numéricas.



Nota: Representaciones de la generación 2011-2014.

Otra expresión dentro de la modificación de las cantidades como parte del Embalaje de complejización y extensión, puede apreciarse en el ejemplo de la Tabla 5.50, en donde los niños se encuentran jugando al "Banco" y la docente integra una nueva cantidad que, originalmente, no se tenía contemplada dentro del diseño psicopedagógico de la actividad numérica pero que es acorde con la situación.

Tabla 5.50 Aumento de cantidades: complejización.

Persona	Diálogo
Docente:	A ver, ¿qué movimiento van a hacer?
Niños:	Depósito
Docente:	A ver, yo les doy la ficha (la saca de su bata). Aline lee para todos. ¿Qué dice aquí? (le entrega la ficha)
Aline:	Todos depositan…Seis…
Docente:	Seis ¿qué?
Aline:	Pesos
Docente:	¿Segura? ¿Cuánto dice que tienen que depositar entre todos? ¿Cuánto vale este "Depósito" Ángel? (lo entrega)
Ángel:	Seis pesos con ¿cero centavos?
Docente:	¿Seguro? ¿Son centavos? Si fueran $600 pesos ¿cuántos ceros tendría? ¿Cuántos ceros tiene el 100? (señala el número 100 en la serie numérica)
Ángel, Iker y Aline:	¡Dos!
Docente:	Dos, bien. Pero aquí, el 6 tiene 3 ceros ¿entonces cuánto es?
Ángel:	¡Mil!
Docente:	Bien, entonces ¿cuánto van a depositar entre todos? Seis…
Ángel:	¡Seis mil!
Docente:	Bien, $6000. ¿Cómo le hacemos para pagar esa cantidad?
Iker:	No nos alcanza, hay que dar todo nuestro dinero.
Aline:	¡Yo ya sé! Con billetes.
Docente:	Muy bien Aline, con billetes ¿de cuánto? (saca billetes de $1000 y los entrega a Aline) ¿Cómo le hacemos para pagar $6000?
Aline:	(comienza a desplazar los billetes)
Docente:	¿Cuánto hay ahí Aline?
Aline:	¡Mil!
Docente:	Sigue, ¿qué sigue?
Iker y Aline:	Doscientos
Docente:	Sigue Dos…mil (acomoda los billetes frente a los niños) ¿Qué más?
Ángel:	Tres mil, cuatro mil, cinco mil, seis mil (desplazan los billetes)
Docente:	Bien, $6000. Fíjate, Naomi le van a pagar $6000 al Banco ¿es mucho o poquito dinero?
Niños:	¡Mucho!
Docente:	¿Cuánto les sobró allá?
Ángel y Aline:	(cuenta desplazando los billetes de mil en mil) ¡Seis mil, otros!
Docente:	Bien, otros seis mil. Bien, ¿Quién sigue? ¿De quién es su turno? (se retira físicamente).

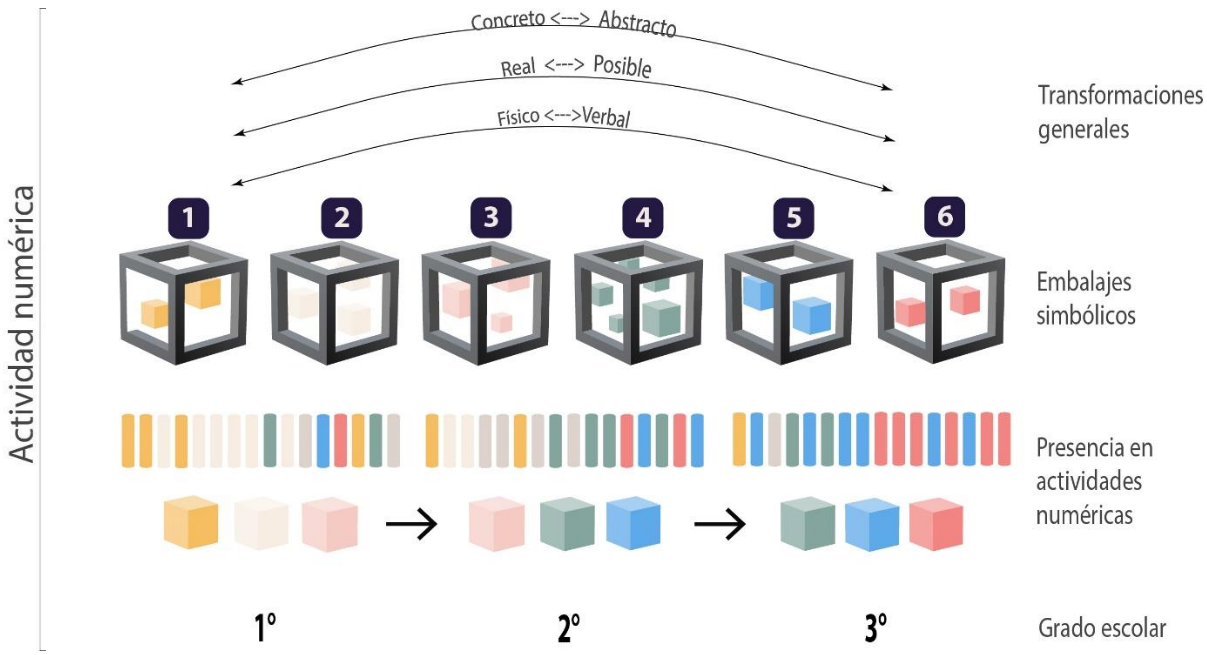
Nota: Extracto tomado del proyecto "Banco" Día 4. Tercer Grado (junio, 2014).

De esta manera, puede apreciarse cómo la docente alterna sus asistencias entre el plano concreto y abstracto, es decir, plantea un nuevo problema desde el plano simbólico para que el niño pueda operar desde las reglas del sistema y cuando observa que hay dificultades recurre dinámicamente a las estrategias de otros embalajes para impulsar la resolución, en este caso, recurre a la serie numérica y a la señalización directa de un numeral para impulsar la reflexión sobre el valor posicional de los dígitos.

Es importante resaltar que tanto la inclusión de una nueva operación aritmética como el aumento de las cantidades en un problema, solo son posibles si forman parte de los procesos simbólicos que el niño está desempeñando en el marco de la actividad. También, vale la pena observar que las estrategias del embalaje de complejización y extensión incluyen la incorporación de nuevas variables al problema real, tal y como ocurre dentro de las comunidades de práctica matemática y en las actividades de la vida cotidiana. De esta manera, es más sencillo comprender que ***la complejización y extensión*** están relacionadas con la contemplación de más elementos que permiten ampliar la comprensión sobre el sistema numérico y sus posibilidades.

La mediación docente está compuesta, principalmente, de un conjunto de embalajes simbólicos que funcionan en relación con la estructura de la actividad y el nivel de participación de cada niño; la docente, mantiene presente todos los embalajes simbólicos como una opción de uso en cada actividad numérica (independientemente del grado escolar) y de manera estratégica opta por aquel embalaje que le permitirá acercar al niño hacia la comprensión del sistema numérico y sus particularidades (ver Figura 5.35).

Figura 5.35 Funcionamiento general de los Embalajes simbólicos.



Nota: Modelo general a partir del análisis de los datos

Como puede verse en el esquema anterior, los embalajes simbólicos de mediación docente poseen una tendencia interesante en cuanto a su relación con el grado escolar, es decir, el nivel de participación del niño dentro de la actividad y el conjunto de significados que ha creado alrededor del sistema permiten que la docente use con mayor frecuencia aquellos embalajes que se inclinan hacia la profundización del sistema numérico y no hacia la contención de la atención del niño en la actividad, tal y como cuando el niño se encuentra en sus primeras experiencias. De esta manera, se sugiere que al mismo tiempo que el nivel de significado sobre el sistema se transforma en el niño, la docente transforma sus opciones de mediación.

6. LA MEDIACIÓN EN EL CENTRO DE LA ACCIÓN EDUCATIVA

"El Lebenswelt [mundo vivido] de Husserl es aquel en el que lo esencial no viene dado por las relaciones exterior-causales que se dan entre los objetos, sino por la significatividad humana que conforma nuestro primer y primordial contacto con la realidad…es el mundo del significado, del sentido, aquello que constituye propiamente nuestro cosmos…"

L. Cobos

Las matemáticas son un pilar fundamental dentro de los planes de estudio de cualquier país debido a la relevancia que tiene esta disciplina en la vida cotidiana, en la escuela y en el trabajo. Sin embargo, en el contexto educativo mexicano las evaluaciones nacionales e internacionales muestran que más de la mitad de sus estudiantes posee deficiencias en el aprendizaje matemático ya sea para adquirir y dominar los contenidos curriculares o bien para hacer uso de estos contenidos al resolver problemas de índole cotidiano (INEE 2013, 2016a, 2016b, 2017, 2018a; IVEIE s.f.; OECD 2016a, 2016b: SEP 2013a, 2013b). La consistencia por décadas en estos resultados inadecuados, develan que existe un problema educativo importante que necesita la atención tanto de las instancias gubernamentales como de los expertos en educación; es en este contexto en donde la presente investigación se suma a los esfuerzos psicopedagógicos investigativos del proyecto *Entornos Complejos de Aprendizaje-Aleph,* quien reconoce que bajo su propia traducción del currículo nacional propuesto, el papel del docente y su mediación es uno de los factores que existen y se involucran en el aprendizaje de las matemáticas.

Ahora bien, el desarrollo del pensamiento matemático o mejor dicho la capacidad de matematizar la realidad está ligado con la forma simbólica del entorno, es decir, el pensamiento del estudiante va a ser tan complejo como lo es su entorno de aprendizaje. Tanto los hallazgos del presente estudio como aquellos reportados en investigaciones previas del proyecto Aleph (Arraiga, 2010; Castro, 2019, Díaz, 2012; Flores, 2010; García, 2010; Marín & García, 2011; Pesina, 2019; Rivera; 2011; Santiago, 2019; Téllez, 2019), se muestra cómo los estudiantes son capaces de desarrollar formas complejas de interpretar su realidad cuando participan en actividades societales, mismas que desde su diseño, implican el uso simbólico de las objetivaciones del sistema, en este caso, del sistema matemático. La congruencia del alto rendimiento académico tanto de esta investigación como de las realizadas en el marco del proyecto Aleph evidencian, por un lado, el impacto educativo nacional de este proyecto y, por otro lado, que es posible operar el currículo nacional en el área de matemáticas con excelentes resultados puesto que los estudiantes son capaces de interpretar matemática y simbólicamente su realidad y participar con éxito en sus actividades societales de formación. Además, la constitución original del proyecto permite devolverles a los centros educativos su objetivo principal, es decir, como un espacio encaminado a crear las condiciones necesarias para disminuir la desigualdad de oportunidades entre los estudiantes, para subsanar las diferencias en el aprendizaje originadas por las condiciones socioculturales y para aportar la progreso económico y social de países en desarrollo, como es el caso de México.

Pero ¿qué ocurre al interior de las aulas del proyecto Aleph que el pensamiento de sus estudiantes cambia y se complejiza? ¿Qué es lo que hacen sus docentes para constituir las experiencias de aprendizaje y mediar entre el mundo simbólico y el pensamiento? Los hallazgos del presente estudio exponen que:

a) Como parte de su práctica docente y al momento de su intervención en el aula, el docente crea, diversifica y articula *dispositivos de acción simbólica* para significar la realidad matemática del entorno educativo y generar una experiencia de formación.

b) El *funcionamiento* de estas acciones simbólicas determina la forma de la mediación docente. Y que,

c) En todo momento sus procesos de mediación se encuentran *sostenidos* por la estructura de la Actividad.

Con la intención profundizar en los supuestos anteriores, a continuación se desarrolla cada uno, sin olvidar que para esta investigación, el propósito fundamental de la mediación docente ha sido significar la realidad matemática para constituir formas de experimentar un mundo simbolizado.

6.1 El maestro en el centro de la significación

Desde que una persona nace su mundo material está simbolizado, es decir, los objetos representan acciones simbólicas que han sido establecidas históricamente por la cultura pero que cobran *vida* únicamente a través de la experiencia (Bishop, 1999; Cole, 1985; Daniels, 2003; Eco, 2009; Saxe, 2015; Tharp, 1991; Vygotsky 1978, 1979; Wertsch 1988). Por ejemplo, un reloj puede estar colgado en la habitación de un niño y éste interactuar con él todos los días sin abstraerle como una objetivación del sistema matemático para medir el tiempo; no es sino hasta que interviene otra persona (mediador) y realiza diferentes esfuerzos, cuando el niño puede entender el uso simbólico del reloj.

A partir de esta idea y bajo el contexto de la presente investigación, la docente transita de una acción simbólica a otra a través de dispositivos de acción con el objetivo de impulsar la significación del entorno matemático para el niño. Puesto que el uso intencionado, diversificado y articulado de estos *dispositivos de acción simbólica* tienen sentido únicamente en el marco de la Actividad, la docente sostiene la participación y actuación del niño para complejizar, robustecer y flexibilizar su pensamiento. Es en este espacio dinámico de acción simbólica en donde lo abstracto y convencional del sistema matemático cobra sentido, en donde el mundo matemático comienza a funcionar.

Entonces, se puede entender que la mediación docente está conformada por dispositivos de acción simbólica que la docente crea, instaura, usa, diversifica y articula en la medida que transita junto con el niño por las acciones simbólicas que estructuran a la Actividad numérica. Durante la implementación de su práctica, la docente tiene a su disposición todos los dispositivos de acción simbólica, sin embargo los usa estratégicamente mediante una evaluación *in situ* que le permite definir la pertinencia de un dispositivo tanto para el niño(s) como para la acción simbólica por la que atraviesen. Así que para alcanzar este nivel de complejidad es indispensable que la docente conozca los alcances de cada dispositivo, y más importante aún, que no pierda de vista el sentido de su implementación (en este caso, significar el entorno matemático del niño).

Durante la transición entre una acción simbólica y otra, la docente puede usar uno o varios dispositivos de acción puesto que tiene una profunda claridad sobre lo que cada uno le permite conseguir:

I. **Situar.** La docente emplea esfuerzos físicos (toma su mano, redirige su mirada, acompaña sus pasos, coloca objetivaciones frente a él, etc.) y de carácter explícito (usa su nombre, proporciona una indicación, exclama asombro, etc.) para colocar la atención del niño en la Actividad. La docente suele usar este dispositivo de acción simbólica generalmente cuando las acciones simbólicas son nuevas para el niño, cuando éste se enfrenta por primera vez a las actividades societales e incluso cuando el niño es un experto pero su atención está dispersa.

II. **Modelar.** La docente se responsabiliza totalmente de los procesos para transitar entre las acciones simbólicas de la actividad; resuelve las tareas por el niño y verbaliza de forma pública o privada la resolución de las tareas. Ella usa este dispositivo cuando detecta que existe un bloqueo en el niño para transitar entre una acción simbólica y otra, pues sabe, en primer lugar, que ella es quien está significando en entorno matemático del niño y en segundo lugar que existe una meta definida por la estructura de la actividad que debe alcanzarse.

III. **Socializar.** Cuando la docente crea espacios de colaboración matemática entre pares supervisa desde lejos las acciones simbólicas de la comunidad y reaparece entre ellos cuando detecta que es necesario reestablecer o aportar alguna acción simbólica para concretar la tarea. Para este momento, la docente tiene una gran sensibilidad sobre el nivel de participación de cada niño, sobre los procesos simbólicos que pueden significar un reto nuevo y sobre las experiencias que debe estructurar para significar el entorno matemático del niño.

IV. **Estructurar.** Cuando las acciones simbólicas de la actividad permiten en uso del sistema numérico a través de sus reglas o convencionalidades, la docente centra sus esfuerzos en estructurar las acciones simbólicas del entorno matemático a través de ofrecer soluciones, explicitar las acciones de un rol, significar y/o diversificar los medios semióticos, reformular y concentrar la información matemática. Aunque este dispositivo de acción simbólica devele la *nervadura* del sistema, la docente sabe que no debe detenerse exhaustivamente en estos procesos, sino que debe dar paso todas las acciones simbólicas para llegar a la meta de la actividad.

V. **Consolidar.** Cuando la docente detecta que el niño puede transitar mediana o totalmente por un proceso simbólico de la actividad, corrobora los procesos que ha hecho el niño de forma autónoma; completa alguna acción para destrabar y darle continuidad al proceso; acompañar al niño mientras ella es espectadora; sugiere algún proceso o medio semiótico; corrige de manera puntual los procesos del niño y motiva sus logros.

VI. **Complejizar y extender.** La docente puede detectar el momento en el que el niño participa de forma fluida por algún proceso de la actividad, así que aprovecha para modificar las condiciones actuales de una tarea (eleva las cantidades numéricas, inserta un nuevo medio semiótico que también permite resolver la tarea, inserta una nueva operación aritmética, etc.) o bien, para crear nuevas condiciones que no estaba dentro de la planeación original (un momento de colaboración matemática, un espacio de análisis de la información, una acción simbólica dentro de un rol, etc.); siempre en el marco de la meta de la actividad. En otras palabras, la docente desplaza y resignifica el pensamiento del niño y lo coloca en nuevas formas de pensar matemáticamente.

Las actividades societales estructuran el funcionamiento de la mediación; es decir, los dispositivos de acción simbólica que emplea la docente tienen sentido solo en el marco de la actividad y su funcionamiento permite definir que la mediación de la docente es:

a. **Diversa:** debido a las cualidades y alcances inmersos en cada dispositivo de acción simbólica que emplea la docente.

b. **Multidireccional:** puesto que la docente usa las tendencias tanto internas como generales de los dispositivos de acción simbólica durante la implementación de las actividades societales en el aula.

c. **Compleja:** ya que transita de una acción simbólica a otra empleando uno o varios dispositivos de acción, inserta los medios semióticos, logra la meta de la actividad, evalúa y significa el entorno matemático del niño…todo al mismo tiempo.

d. **Dinámica:** al comprender la meta de cada actividad societal propuesta en el currículo, en la forma de usar cada dispositivo de acción simbólica tomando en cuenta últimos factores como los niveles de participación de cada niño, su progreso y sus necesidades.

e. **Estratégica:** ya que toda decisión que la docente tome en cuenta durante su implementación se relaciona con todos los elementos de su práctica y con los objetivos de aprendizaje que se formulan desde la planeación psicopedagógica.

f. **Recursiva:** cuando aparecen nuevos entornos, medios semióticos, acciones simbólicas, etc., pareciera que la docente regresa a los dispositivos de acción más simples y básicos para encausar la participación del niño en la actividad. La recursividad muestra nuevas áreas de oportunidad para significar o resignificar la realidad matemática.

Es así como la presente investigación permite vislumbrar que los procesos psicológicos (como el pensamiento) son entendidos como procesos simbólicos y se originan en el marco de la Actividad, misma que es creada y significada por el docente. Colocar al docente al centro permite conceptualizarle como el eje que hace que el aula *viva*, quien logra que el currículo aparezca y que tanto los objetos como las acciones estén significadas.

6.2 Mediación rizomática

Implementar una actividad societal en un aula implica grandes retos para la figura de mediación, para quien tiene como único objetivo significar el entorno de quienes estarán a su alrededor. Es común, dentro de las aulas tradicionales que los docentes hagan *raíz* con su práctica, es decir, que transiten por su actividad de manera desuniformada y sin sentido, dejando crecer cualquier *rama* que surja en el camino, sin una estructura aparente que defina sus acciones.

En el marco de la presente investigación, "*hacer rizoma y no raíz",* implica que la mediación de la docente funcione de forma dinámica, es decir, que cuando la docente se enfrente al nivel de participación del niño, elija alguno de los dispositivos de acción simbólica que tiene a su disposición y lo aplique, e incluso, que si el dispositivo que ha elegido no funciona tenga la flexibilidad de recurrir a otro. La elección dependerá en mayor medida del nivel de participación en el que el niño se encuentre, a su vez, también está relacionado con el proceso simbólico que la actividad numérica esté demandando en ese momento. Durante el uso de los dispositivos de acción simbólica, la docente no lleva un orden en su uso sino recurre a las tendencias de dichos dispositivos, mismas son modificadas por *"puntos de fuga"* es decir, cosas nuevas que aparecen y cambian el sentido del orden que se establecía al inicio o que dictaba la tendencia.

Bajo este contexto, el funcionamiento rizomático de la mediación docente cuenta con las siguientes características:

- **Multiplicidad.** Se refiere a que sus dimensiones (dispositivos de acción simbólica) no se niegan entre sí y pueden conectarse en cualquier otro momento (acción simbólica).

- **Puntos de fuga.** Son las nuevas “cosas” (procesos, acciones, medios semióticos) que originan un nuevo espacio de acción, encaminan un rumbo diferente al original y comienzan a avanzar hacia un espacio diferente.
- **Agenciamiento.** Cuanto más crece el rizoma, más cambia su naturaleza. Esta característica está relacionada con el pensamiento, cuanto más crece el pensamiento del niño, más cambia la naturaleza de los dispositivos de acción simbólica que emplea la docente.

La mediación rizomática del docente realza nuevamente que es la Actividad societal y los procesos simbólicos que le conforman, quien encausa la estructura de la mediación, ya que es el docente quien termina de darle sentido a sus acciones, quien define la pertinencia de los ajustes, incluso de aquellos que no estaban previstos en la planeación original. De esta forma existe una superación sobre las concepciones clásicas de la ZDP, pues se hace una reinterpretación a partir del dinamismo como cualidad de la asistencia y se dejan a un lado las aplicaciones mecánicas y sin intención para darle paso a un docente que *significa* y *avivar* el aula.

6.3 Apuntes finales

Puesto que la presente investigación forma parte del proyecto *Entornos Complejos de Aprendizaje-Aleph*, tanto su visión como sus decisiones teórico-metodológicas están enmarcadas por un enfoque sociocultural con una visión original sobre la estructura de la Actividad; de tal forma que se sugiere que la creación de espacios de aprendizaje matemático esté definida por la recreación en el aula de actividades societales, pues se asume que las capacidades de pensamiento son simbólicas y por lo tanto sociales ya que surgen en los procesos interpsicológicos que ofrece la experiencia. Es en este espacio en donde el docente y su mediación han cobrado un papel fundamental, ya que al reposicionarse al centro, se reconoce su importancia para significar el entorno, mismo que ya se encuentra culturizado.

Por otro lado, es importante resaltar la originalidad de la perspectiva metodológica para abordar el objeto de estudio y para entenderlo a través del análisis cualitativo. La complejidad de la naturaleza social de la mediación docente permite considerar que existen múltiples factores alrededor que deben ser considerados para comprender este fenómeno psicológico. Al reconocer la naturaleza del objeto de estudio y su contexto, se abre la posibilidad de aportar soluciones eficaces que permitan transformar la realidad, en este caso la realidad educativa.

Futuras investigaciones. Los procesos mediacionales que se han descrito en esta investigación responden al diseño y estructura de las actividades que fueron planeadas y diseñadas; futuras investigaciones pueden tomar los datos que se han arrojado en este espacio como un punto de partida e indagar sobre cómo son los procesos mediacionales en otros campos formativos, incluso en otros niveles educativos. Resulta interesante indagar sobre las cualidades que tendrían los embalajes simbólicos cuando el nivel de participación de los estudiantes es distinto, incluso cuando un mismo docente se presenta frente a distingos grupos de estudiantes.

Es importante considerar que la presente investigación forma parte de los últimos trabajos de intervención que se desarrollaron en el CENDI Granada y que a su vez consolidan un modelo de construcción de conocimiento propio cuya trayectoria investigativa esboza los 18 años. Futuras investigaciones pueden considerar estos esfuerzos como originales y de impacto para el campo de la Psicología Educativa.

Implicaciones educativas. Este trabajo ha mostrado la importancia de recrear actividades societales en las aulas dirigidas por un docente que emplee de forma dinámica, multidireccional y recursiva sus esfuerzos de mediación entre el campo de conocimiento específico, las acciones simbólicas de la actividad y el nivel de participación de los estudiantes; de tal forma que se explicita la necesidad de comprender tanto la estructura de la actividad como las particularidades del campo formativo y además emplear con éxito sus estrategias de mediación.

Queda claro que los procesos interpsicológicos entre las docentes y sus estudiantes están regulados por las actividades societales y pueden ser determinantes para el futuro académico de los aprendices.

Aprendizajes personales como investigadora. Como estudiante de psicología educativa resulta complicado visualizarse como investigador; la investigación, culturalmente está más relacionada con áreas como la neurociencia. Así que dimensionar que el psicólogo educativo tiene la capacidad y posibilidad de investigar sobre los procesos educativos para comprender y transformar la realidad educativa, fue una de las revelaciones que han impactado tanto mi vida personal como profesional. Hoy, me encuentro convencida de lo necesario que resulta la figura de un psicólogo educativo para inmiscuirse en los contextos de formación y conocer el fondo de los procesos que se viven en un entorno de enseñanza-aprendizaje. Las herramientas teórico-metodológicas que tiene un psicólogo educativo aventajan el diseño de soluciones que puede ofrecer.

Por otro lado, y como profesional de la Universidad Autónoma de México, resalto la importancia de comprender los fenómenos del contexto educativo que aquejan al grueso de la población de nuestro país. Es importante recordar que existe un compromiso con la sociedad y que en la medida en la que los esfuerzos de investigación estén mejor encausados, la sociedad puede verse beneficiada por mis contribuciones. Los niños en edad preescolar resultan ser una población subestimada, que está destinada a utilizar material didáctico sin sentido en sus aulas, desarrollando únicamente sus habilidades de motricidad gruesa o fina; hoy después de varios años de haber implementado este proyecto en el CENDI de la colonia Granada en la Alcaldía Miguel Hidalgo, me encuentro sumamente conmovida al saber que los niños que acompañaron mi investigación y la de mis compañeros investigadores, son estudiantes destacados y exitosos, incluso han alcanzado entrar tanto a las universidades como a las carreras de su elección. Con esta reflexión comparto que toda investigación que se realice debe contribuir al crecimiento y progreso de los individuos que estén involucrados, y como investigadores, tenemos el compromiso de mejorar la calidad educativa de nuestro país.

7. REFERENCIAS

Alarcón, M. C. (2006). Inscribiéndose plenamente en su compromiso de promover la cooperación internacional. En ¿Por qué las Matemáticas? Una exposición internacional realizada por iniciativa de la UNESCO. Centro Cultural Conde Duque, Área de Las Artes. Ayuntamiento de Madrid.

Alatorre, J. (2005, abril). *Las competencias matemáticas de los estudiantes mexicanos en PISA 2003*. En Díaz (Coordinador), El informe de PISA 2003: Un enfoque constructivo [Simposio]. Cuarto encuentro internacional de educación, Facultad de Psicología, UNAM, México.

Alatorre, J. (2008). *Entornos para el aprendizaje de las matemáticas en preescolar* [folleto informativo]. Coordinación de Psicología Educativa, Facultad de Psicología, UNAM.

Arraiga, L. (2010). *Desarrollo del pensamiento matemático en niños preescolares desde una perspectiva sociocultural* [Tesis de licenciatura inédita]. Facultad de Psicología, UNAM, CDMX.

Balbuena, L. (abril, 2017). Unas matemáticas para el siglo XXI, *Iberoaméricadivulga.* Recuperado de https://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/?unas-matematicas-para-el-siglo-xxi

Bartelet, D., Ghysels, J., Groot, W., Haelermans, C., & Maassen van den Brink, H. (2016). The differential effect of basic mathematics skills homework via a web-based intelligent tutoring system across achievement subgroups and mathematics domains: A randomized field experiment. *Journal of Educational Psychology, 108*(1), 1–20. https://doi.org/10.1037/edu0000051

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Paidós.

Bruner, J. (1991) *Actos de Significado*. Alianza.

Cárcamo-Vásquez, H., (2005). Hermenéutica y Análisis Cualitativo. *Cinta de Moebio*, (23), 0: 204-216.

Castro A., M. (2019). *Comprensión de la práctica docente en el Campo de pensamiento matemático en Preescolar desde una perspectiva Sociocultural* [Tesis de licenciatura inédita]. Facultad de Psicología, UNAM, México.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher, 32*(1), 9–13.

Cole, M. (1985). The zone of proximal development where culture and cognition create each other. En, J. Wertsch (Ed.), *Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives* (pp. 146-161). Cambridge University Press.

Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos [CPEUM], Reformada, Diario Oficial de la Federación [D. O. F.], 12 de noviembre de 2002, (México). DECRETO por el que se aprueba el diverso por el que se adiciona el artículo 3o., en su párrafo primero, fracciones III, V y VI, y el artículo 31 en su fracción I, de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, DXC N°9, D.O.F., et seq.

Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos [CPEUM], Reformada, Diario Oficial de la Federación [D. O. F.], 5 de marzo de 1993, (México). DECRETO que declara reformados los artículos 3o. y 31 fracción I, de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, CDLXXIV N°5, D.O.F., et seq.

Contreras, E. & Venegas-Martínez, F. (2011). Valuación de opciones sobre activos subyacentes con distribuciones estables. *Estocástica: finanzas y riesgo, 1*(1): 55-71. https://doi.org/10.24275/uam/azc/dcsh/efr/2011v11n1/Contreras

Cortés, M. E. & Iglesias León, M. (2004). *Generalidades sobre metodología de la investigación*. Universidad Autónoma del Carmen.

Daniels, H. (2003). *Vigotsky y la Pedagogía*. Paidós.

De Benito Crosetti, B., & Salinas Ibáñez, J. M. (2016). La Investigación Basada en Diseño en Tecnología Educativa. *Revista Interuniversitaria de Investigación En Tecnología Educativa*. doi:10.6018/riite2016/260631

Delval, J. (2013). La escuela para el siglo XXI. *Revista Electrónica Sinéctica, 40:* 1-18.

Díaz, L. (2012). *Estudio del desarrollo de las competencias matemáticas en niños preescolares: una perspectiva sociocultural* [Tesis de licenciatura inédita]. Facultad de Psicología, UNAM, México.

Eco, U. (2009). *Cultura y semiótica.* Círculo de Bellas Artes.

Engeström, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. En Y. Engeström, R. Miettinen, y R-L. Punamäki, *Perspectives on Activity Theory* (págs. 19-38). Cambridge University Press.

Esquivel, N. (2010). *Entornos socioculturales de aprendizaje para el desarrollo de competencias científicas en preescolares* [Tesis de licenciatura inédita]. Facultad de Psicología, UNAM, México.

Estados Unidos Mexicanos y Secretaría de Educación Pública. (19 de agosto de 2011). Acuerdo numero 592 por el que se establece la articulación de la educación básica, *Diario Oficial de la Federación*. Recuperado de http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5205518&fecha=19/08/2011

Fadel, C.; Bialik, M.; Trilling, B. (2016). *Educación en cuatro dimensiones.* EducarChile.

Flores, J. (2010). *Desarrollo de competencias de razonamiento científico en niños de preescolar* [Tesis de licenciatura inédita], Facultad de Psicología, UNAM, México.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Kluwer Academic Publishers.

Gallardo, A. (2017). The theaching of art from a phenomenological hermeneutic perspective. *Eutopia,* 10(26), 85-91.

García Cabrero, B., Loredo Enríquez, J., & Carranza Peña, G. (2008). Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión. *REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, (Especial), 1-15.

García, M. (2010). *Desarrollo del razonamiento numérico en ambientes de aprendizaje con una perspectiva sociocultural en alumnos de preescolar* [Tesis de licenciatura inédita], Facultad de Psicología, UNAM, México.

González, A. y Weinstein, E. (2006). *La enseñanza de la Matemática en el Jardín de Infantes a través de Secuencias didácticas.* Homo Sapiens Ediciones.

González, A. y Weinstein, E. (2008). *¿Cómo enseñar matemática en el jardín? Número-Medida- Espacio*. Colihue.

Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(4), 258–291. https://doi.org/10.2307/30034810

Greenfield, P. M. (1984). A theory of the teacher in the learning activities of everyday life. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), Everyday cognition: Its development in social context (pp. 117–138). Harvard University Press.

Guk, I., & Kellogg, D. (2007). The ZPD and whole class teaching: Teacher-led and student-led interactional mediation of tasks. *Language Teaching Research, 11*(3), 281–299. doi:10.1177/1362168807077561

Hernández Sampieri, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª. ed.). México: McGraw-Hill. Greenfield, P. M. (1984). A theory of the teacher in the learning activities of everyday life. En

B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context* (pp. 117–138). Harvard University Press.

Hernández Sampieri, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª. ed.). McGraw-Hill.

Instituto de Estadística de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2018). *Gasto público en educación, total (% del gasto del gobierno).* Banco Mundial. https://datos.bancomundial.org/indicador/SE.XPD.TOTL.GB.ZS?end=2014&start=1999&view=chart&year_high_desc=true

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2013). *México en PISA 2012*. INEE.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2015). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA).* [Documento rector, publicación digital]. Recuperado de http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/PlaneaDocumentoRector.pdf

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2016a). *México en PISA 2015*. México: INEE.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2016b). *Resultados nacionales 2015. Matemáticas.* [Textos de divulgación]. Recuperado de http://www.inee.edu.mx/images/stories/2016/planea/Planea10.pdf México: INEE

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2017). *Resultados nacionales 2017.Educación Media Superior. Lenguaje y Comunicación. Matemáticas.* [Textos de divulgación]. Recuperado de http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/ResultadosNacionalesPlaneaMS2017.PDF México: INEE

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2018a). *Planea. Resultados nacionales 2017. 3° de secundaria. Lenguaje y Comunicación. Matemáticas.* INEE

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (1 de julio de 2018b). *La reforma educativa en las entidades federativas.* INEE

Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa. (*s.f.). Informe final de la Evaluación PISA 2006.* Gobierno Vasco: ISEI.

Jaworski, B. & Potari, D. (2009). Bridging the macro- and micro-divide: using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development. *Educational Studies in Mathematics, 72*(2):219–236. DOI: 10.1007/s10649-009-9190-4

Johonson-Laird, P. N. (1990). *El ordenador de la mente: introducción a la ciencia cognitiva;* traducción de Alfonso Medina. Paidós.

Kleickmann, T., Tröbst, S., Jonen, A., Vehmeyer, J., & Möller, K. (2016). The effects of expert scaffolding in elementary science professional development on teachers' beliefs and motivations, instructional practices, and student achievement. *Journal of Educational Psychology, 108*(1), 21–42. https://doi.org/10.1037/edu0000041

Leontiev, A.N. (1975). Actividad, conciencia y personalidad. Editorial pueblo y Educación.

Macdonald, C. & Phiheir, M. (2012), Vygotskian methods of teaching and learning in the English classroom: the case of grammar. *Journal for Language Teaching*, 46(1): 88-102. http://dx.doi.org/10.4314/jlt.v46i1.6

Marín, I., & García, M. (2011). *Entornos de aprendizaje para la alfabetización en educación preescolar: una perspectiva sociocultural* [Tesis de licenciatura inédita], Facultad de Psicología, UNAM, México.

Martí, E. (2003) *Representar el mundo externamente.* La construcción infantil de los sistemas externos de representación. Aprendizaje.

Martínez Rizo, F. (2015). *Las pruebas ENLACE y EXCALE. Un estudio de validación.* INEE.

Muhonen, H., Rasku-Puttonen, H., Pakarinen, E., Poikkeus, A.-M., & Lerkkanen, M.-K. (2016). Scaffolding through dialogic teaching in early school classrooms. *Teaching and Teacher Education, 55*, 143–154. doi: 10.1016/j.tate.2016.01.007

Navarro, E. (2003). El rendimiento académico: concepto, investigación y desarrollo. *REICE. Revisa Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación,* 1(2): 1-16.

Navarro, J. (2018). Dynamic Assessment and Computerized Adaptive Tests in Reading Processes. *Journal of Cognitive Education and Psychology, 17*(1), 70-96.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2016a). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education.* OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2016b). *PISA 2015 Results (Volume II): Policies and Practices for Successful Schools.* OECD Publishing.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2006). *El programa PISA de la OCDE qué es y para qué sirve.* Santillana.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2013). *PISA 2015 Draft mathematics framework.* OECD Publishing.

Pesina, B. (2019). *Uso de medios semióticos en el desarrollo del pensamiento científico en preescolar* [Tesis de especialización inédita], Facultad de Psicología, UNAM, México.

Radford, L. (2007). Semiótica cultural y cognición. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 669-689). Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Rivera, K. (2012). *Estudio del Desarrollo de las Competencias Científicas en Niños Preescolares: una Perspectiva Sociocultural* [Tesis de licenciatura inédita] Facultad de Psicología, UNAM, México.

Rizvi, F. (2017). La globalización y el imaginario neoliberal de la reforma de la educación. *Investigación y Prospectiva en Educación,* (20):1-14.

Rocha Herrera, L. (2017) Equidad y democracia en el derecho a la educación en México: un recorrido por sus políticas educativas En Vértiz Galván, M.A. (coord.), *Ensayos Históricos sobre Reformas Educativas en México* (pp.54-73). UPN.

Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J. & García Jiménez, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa (2ª edición)*. Aljibe.

Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento, el desarrollo cognitivo en el contexto social.* Paidós.

Rommetveit, R. & Blakar, R. (1979). *Studies of Language, Thought and Verbal Communication.* Academic Press.

Roth, W-M. (2004). Emergence of Graphing Practices in Scientific Research. *Journal of Cognition and Culture, 4* (3), 595-627.

Ruiz, D. (2008). Las estrategias didácticas en la construcción de las nociones lógico-matemáticas en la educación inicial. *Paradigma, 29* (1): 91-112.

Santiago, J. (2019). *Estudio del Desarrollo sobre el Uso de la Geometría como parte de la Matematización en Educación Preescolar* [Tesis de licenciatura inédita] Facultad de Psicología, UNAM, México.

Saxe, G. (2015). Studying culture-cognition relations in collective practices of daily life: a research framework, *Journal for the Study of Education and Development*, *38*(3): 473-508, DOI. 10.1080/02103702.2015.1054669

Schwartz, M. & Gorbatt, N., (2017). "There is No Need for Translation: She Understands": Teachers' Mediation Strategies in a Bilingual Preschool Classroom. *The Modern Language Journal, 101* (1), 143-162. DOI: 10.1111/modl.12384

Secretaria de Educación Pública (2004). *Programa de educación Preescolar 2004*. SEP.

Secretaría de Educación Pública (2009). *ABC de la Reforma Integral de la Educación Básica Nivel Primaria.* SEP

Secretaria de Educación Pública (2013a). *Resultados Históricos Nacionales 2006-2013. 3ro, 4to, 5to y 6to de Primaria. 1ro, 2do, 3ro de secundaria*. México.

Secretaria de Educación Pública (2013b). *Resultado prueba ENLACE 2013 Nacional. Último grado de bachillerato*. México.

Secretaría de Educación Pública (SEP), Diario Oficial de la Federación [D. O. F.], 19 de agosto de 2011, (México). ACUERDO numero 592 por el que se establece la articulación de la educación básica.

Secretaría de Educación Pública. (2004). *Programa de educación preescolar 2004*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2009). *abc de la Reforma Integral de Educación Básica Nivel Primaria*. Santillana.

Secretaría de Educación Pública. (2011a). *Acuerdo Número 592 por el que se establece la articulación de la Educación básica*. SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2011b). *Plan de estudios 2011. Educación Básica* (3ª.ed.). SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2011c). *Programa de estudio 2011. Guía para la educadora. Educación Básica Preescolar* (Primera ed.). SEP.

Sosa, A. 2019. La inducción analítica como método sociológico desde una perspectiva histórica. *Cinta moebio 64*: 11-30 doi: 10.4067/S0717-554X2019000100011

Stewart, I. (2007). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Crítica.

Strauss, L., & Corbin, J. (2022). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Universidad de Antioquia

Stull, A. T., & Hegarty, M. (2016). Model manipulation and learning: Fostering representational competence with virtual and concrete models. *Journal of Educational Psychology, 108*(4), 509–527. doi:10.1037/edu0000077

Téllez, H. I. (2019). *Análisis de la práctica docente en la Alfabetización inicial dentro de entornos Complejos de aprendizaje: una perspectiva Sociocultural* [Tesis de licenciatura inédita]. Facultad de Psicología, UNAM, México.

Tharp, R. & Gallimore, R. (1991). *Rousing Minds to Life. Teaching, learning, and schooling in social context.* Cambridge University Press.

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2015a). *Educación 2030. Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4.* UNESCO

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2015b). *Replantear la educación ¿Hacia un bien común?* UNESCO.

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (1990). *Sobre el futuro de la educación. Hacia el año 2000*. Narcea.

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2014). *El desarrollo sostenible comienza por la educación. Cómo puede contribuir la educación a los objetivos propuestos para después de 2015.* UNESCO

Valles, M. S. (1999). Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional. Síntesis.

Vargas, C. (2017). El aprendizaje a lo largo de la vida desde una perspectiva de la justicia social. *Serie de documentos temáticos sobre Investigación y Prospectiva en Educación*, (21): 1-15.

Vargas, L., Inga, L. & Maldonado, M. (2021). Desing Thinking aplicado al Diseño de Experiencia de Usuario. *Innovación y Software, 2*(1): 6-19.

Vergara, F. (2012). *Introducción a la hermenéutica simbólica. UC Maule Revista Académica*. 43. 79-95.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society*. Library of congress cataloging in publication data.

Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Critica.

Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente* (1995 reimp.). *Barcelona*, España: Paidós.

Zalduendo, I. (mayo, 2011). Por qué aprender matemática. *Revista de Educación Matemática* (RevEM), 26(2).

Zolkower, B., Bressan, A. y Gallego, F. (2006). La Corriente Realista de Didáctica de la Matemática. Experiencias de un Grupo de Docentes y Capacitadores. *Yupana, 1* (3), 11-33. https://doi.org/10.14409/yu.v1i3.247

8. ANEXOS

Anexo I

Descripción sobre el total de estudiantes de las Generaciones de Seguimiento para el diseño descriptivo.

Generación	Nombre	Sexo	Ciclo Escolar 2010-2011	2011-2012	2012-2013	2013-2014	Total de Evaluaciones	Control de asistencia
2011	Christopher	M	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Ángel	M	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Valentina C.*	F	-	1°	2°	3°	Dos	I
	Marely	F	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Isaac	M	-	1°	-	-	Una	I
	Nashla	F	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Daniela	F	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Valentina R.	F	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Brandon S.	M	-	1°	2°	3°	Cuarto	I
	Salvador	M	-	1°	2°	3°	Cuarto	I
	Sofía	F	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Naomi	F	-	1°	2°	3°	Cuatro	R
	Fernanda	F	-	-	2°	3°	Tres	R
	Aline	F	-	-	2°	3°	Tres	R
	Maciel	F	-	-	2°	3°	Tres	I
	Iker	M	-	-	2°	3°	Tres	R
	Kalhí	F	-	-	2°	3°	Tres	R
	Judae	M	-	-	2°	3°	Tres	I
	Valeria	F	-	-	-	3°	Dos	I
2010	Denisse	F	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Adolfo*	M	1°	-	-	-	Dos	I
	Nicole	F	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Thalía	F	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Iker	M	-	2°	3°	-	Tres	I
	Alexa	F	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Jazmín	F	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Julieta	F	1°	2°	-	-	Dos	I
	Alan	M	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Eduardo	M	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Alexia	F	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Axel	M	1°	2°	3°	-	Cuatro	R
	Diego	M	1°	2°	-	-	Dos	I

Notas: *Niños con trastorno genético (Síndrome de Down). M=Masculino, F=Femenino. R=Regular, I=Irregular.

Anexo II

Conformación numérica de reactivos por aspecto de la prueba de evaluación sobre Pensamiento matemático.

Aspecto	Número de reactivos
Número	28
Forma	13
Espacio	23
Medida	10
Total	74

Nota: Cada aspecto posee reactivos con diferente grado de complejidad.

Anexo III

Competencias en el campo de Pensamiento matemático presentes en el Programa de Educación Preescolar 2011.

	Aspecto: Numero	Aspecto: Forma, espacio y medida
Competencias	• Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo. • Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos. • Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta.	• Construye sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial. • Identifica regularidades en una secuencia, a partir de criterios de repetición, crecimiento y ordenamiento. • Construye objetos y figuras geométricas tomando en cuenta sus características. • Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo, e identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.

Nota: Para el aspecto de Forma, espacio y medida, se contemplaron competencias que fueron desarrolladas por los integrantes del equipo.

Anexo IV

Descripción numérica de las actividades extraescolares sugeridas a la población participante del CENDI Granada durante tres ciclos escolares.

Categoría	Ciclo escolar		
	2011-2012	2012-2013	2013-2014
Museos	2	2	2
Juegos	2	10	9
Películas	1	1	1
Canciones	1	2	2
Visita a lugares de compraventa	2	2	2
Recetas de cocina sencillas	1	1	2
Subtotal	*9*	*18*	*18*
Total		45	

Nota: En el ciclo 2011-2012 se sugirió una actividad al mes aproximadamente. Para los dos ciclos escolares restantes, se sugirió una actividad cada quince días aproximadamente.

Anexo V

Listado de situaciones didácticas aplicadas en el centro de intervención a lo largo de tres ciclos escolares

Categoría	Nombres		
Proyecto	Olimpiadas Tienda de abarrotes Villa navideña Calendario Panadería Tortillería Juguetería Boutique de ropa	Recaudería Farmacia Juguetería Feria Zapatería Dulcería Feria Peletería	Nevería Siendo arquitectos Laberinto Cuánto a que te gano Banco
Taller de cocina	Ensalada navideña Ponche Muffins de galleta Gelatina de mosaico Enjambre de cereal Paletas de arroz	Pay de limón Mini pizza Brochetas fruta/gomitas/carnes frías Ensalada de atún	Polos de yogurt Tarta de limón/piña/manzana Flan de cajeta
Taller de construcción	Maceteros Mi reloj Medios de transporte Rehilete Animales de tangram Árbol de navidad Pez de papel	Papalote Mi robot Conociendo ecosistemas Teselaciones Así es mi escuela Cómo es mi patio Fabricando muebles	En busca del tesoro Construyendo mi edificio Regalo para mamá Cuadro decorativo Casita vertical
Juego	Dado Avión Grandes y chicos Boliche Stop Batalla naval Pirinola	Cartas Dardos Payaso Pirinola Oca Lotería Cuál es mi número	Uno Metro Lotería Submarino Serpientes y escaleras
Rutina	Deseo saber cuánto voy a crecer	Cine	Asistencia

Nota: Algunas actividades se implementaron al mismo tiempo para los tres niveles (1°, 2° y 3° de preescolar); no obstante se adecuó la complejidad con base al nivel educativo en el que fuera implementada.

Anexo VI

Descripción numérica de las situaciones didácticas implementadas en la población participante del CENDI Granada durante tres ciclos escolares.

Categoría	Ciclo escolar							
	2011-2012		2012-2013			2013-2014		
	G10 (2°)	G11 (1°)	G10 (3°)	G11 (2°)	G12 (1°)	G11 (3°)	G12 (2°)	G13 (1°)
Proyectos	12	12	10	10	10	10	10	10
Taller de cocina	9	9	7	7	7	6	6	6
Juegos	15	16	15	15	15	17	17	18
Taller de cons.	16	16	17	17	17	16	16	17
Rutina	13	13	12	12	12	9	9	9
Subtotal	*65*	*66*	*61*	*61*	*61*	*58*	*58*	*58*
	131		*183*			*174*		
Total	488							

Nota: Además de las actividades que corresponden a la intervención del presente estudio; la población participó en actividades relacionadas con las Artes y la Motivación, mismas que no fueron cuantificadas en el listado descrito.

Anexo VII

Ejemplo del informe de resultados cuantitativos entregado a las docentes.

Niveles de Razonamiento Matemático Ciclo 2012-2013 Grado: 2°/Generación 2011	Maestra del ciclo: Adriana Maestra que recibe: Carmen

Nombre / Evaluación / Nivel	I				II				III			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Christopher		25					45				59	
Ángel		35				41					66	
Marely	12					28					47	
Nashla	20					41					64	
Naomi	22					43					55	
Daniela		23					45				54	
Valentina			45				56				67	
Salvador	14				22					25		
Sofía	19						49				64	
Brandon	11				18					40		
Fernanda	-					23					54	
Aline	-					33					49	
Maciel	-				19					40		
Iker	-				18						53	
Kalhi	-				19					43		
Brandon J.	-				-						56	

Nota: Los valores numéricos expresan el puntaje que cada niño del grupo de seguimiento obtuvo en la prueba de rendimiento académico en el campo de Pensamiento Matemático.
(-) Sin evaluación.

Anexo VIII

Listado de actividades societales del Grupo de Seguimiento recolectadas a través de la cámara de video.

Categoría	Ciclo escolar		
	2011-2012	2012-2013	2013-2014
Juegos	-	1	5
Proyectos	5	5	5
Rutinas	4	6	3
Taller de cocina	2	5	2
Subtotal	*11*	*17*	*15*
Total		43	

Nota: Solo se han contemplado archivos de video sin fallas técnicas.

Anexo IX

Orden y total de actividades societales analizadas cualitativamente para la construcción del modelo explicativo.

Orden/Fases	Grado	Fecha	Nombre de la actividad societal	Cantidad de videos analizados
			Actividades principales	
1	2°	Marzo, 2013	Proyecto "Cine"	1
	1°	Noviembre, 2011	Proyecto "Cine"	1
	3°	Junio, 2014	Proyecto "Banco"	3
2	1°	Marzo, 2013	Proyecto "Panadería"	2
	1°	Mayo, 2012	Proyecto "Cine"	1
3	2°	Octubre, 2012	Proyecto "Cine"	1
	2°	Mayo, 2013	Proyecto "Cine"	1
4	3°	Octubre, 2013	Juego "Serpientes y escaleras"	1
	3°	Marzo, 2014	Juego "Dominó"	2
			Actividades complementarias	
5	2°	Marzo, 2013	Proyecto "Farmacia"	5
	1°	Octubre, 2012	Venta de brochetas	1
	3°	Octubre, 2013	Proyecto "Cine"	1
	1°	Junio, 2012	Proyecto "Cuánto a que te gano"	1
	3°	Junio, 2014	Venta minipizza	1
	1°	Junio, 2012	"Tartas de limón"	1
	3°	Diciembre, 2013	Externa "Juego de la oca".	3
	3°	Abril, 2014	Externa "Zapatería".	3
	3°	Mayo, 2014	Nevería"	1
	2°	Noviembre, 2012	Proyecto "Tienda de abarrotes"	1
	2°	Enero, 2013	Venta Gelatina de mosaico	1
	2°	Febrero, 2013	"Ensalada de atún"	1
	2°	Noviembre, 2012	Ensalada Navideña"	1
	1°	Marzo, 2012	Proyecto "Juguetería"	1
	1°	Febrero, 2012	Proyecto "Recaudería"	2
	1°	Diciembre, 2011	"Serpientes y escaleras"	1
			Total de actividades analizadas:	38

Nota: Solo se han contemplado archivos de video sin fallas técnicas.