



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

ENFOQUE MULTIVARIADO PARA EL ANÁLISIS DE LA
DEMANDA SÍSMICA EN PUENTES CARRETEROS DE CONCRETO
REFORZADO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
DANIEL GRAY MARCELO BAJONERO

TUTORES PRINCIPALES:
DR. ERNESTO ALFONSO HEREDIA ZAVONI, INSTITUTO
MEXICANO DEL PETRÓLEO

DR. DARIO RIVERA VARGAS, FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES ACATLÁN UNAM

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Reinoso Angulo Eduardo
Secretario: Dr. Alcocer Martínez De Castro Sergio M.
1 er. Vocal: Dr. Heredia Zavoni Ernesto A.
2 do. Vocal: Dr. Rivera Vargas Dario
3 er. Vocal: Dr. Silva González Francisco Leonel

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: **FACULTAD DE INGENIERÍA
UNAM**

TUTORES DE TESIS:

DR. ERNESTO ALFONSO HEREDIA ZAVONI

FIRMA

DR. DARIO RIVERA VARGAS

FIRMA

Dedicatoria

*A Seleni,
por su aliento y amor incondicional
porque su valor sobrepasa a las perlas*

*A mis papás, **Euclides y Sonia**,
por su amor, consejos y labor encomiable*

*A mi hermana, **Cammy**,
por contar siempre con ella*

*A mis **abuelos**,
quienes a penas con la secundaria terminada
sacaron a la familia adelante*

*Soli Deo gloria
Sola gratia*

Agradecimientos

Primeramente, quiero expresar mi profundo agradecimiento al Dr. Ernesto por su valiosa orientación y consejos a lo largo de la realización de esta tesis. Valoraré siempre su introducción a los conceptos análisis de peligro sísmico probabilístico y estadísticos. Igualmente, mi gratitud profusa al Dr. Darío por su apertura y guía durante la realización de la tesis. Recordaré su entusiasmo y pasión por el riesgo y diseño sísmico. Me gustaría agradecer al jurado Dr. Sergio, Dr. Eduardo y al Dr. Francisco por sus valiosos comentarios.

Por otro lado, doy gracias a la familia mexicana de Daniel C. y Mary H., quienes nos abrieron las puertas de su hogar siendo extranjeros. A mis amigos de maestría, hermanos académicos con quienes compartimos risas y frustraciones. Al maestro Gustavo por su tiempo de asesoría. A la maestra Francis Soler, por adoptarme y brindarme un espacio de trabajo en su oficina. Al Dr. Jorge Ávila por darme la oportunidad, a través de una beca, de asistir al congreso de la SMIS del año 2022 durante mis estudios de maestría.

Finalmente, agradezco a la UNAM y profesores, por abrirme un venero de oportunidades y conocimiento en estos dos años. Agradezco a la CONAHCYT por el apoyo económico brindado en los estudios de maestría sin el cual no hubiese sido posible desarrollar la investigación. Se agradece a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM (DGAPA) por el apoyo recibido para el desarrollo de este trabajo de investigación como parte del proyecto PAPIIT IT101921 "Enfoque multivariado para mejorar la estimación del riesgo sísmico de las construcciones".

Resumen

La componente vertical de los movimientos sísmicos no se considera comúnmente en el análisis y diseño estructural de puentes de carreteras. Sin embargo, las aceleraciones verticales pueden generar fuerzas axiales significativas cuando la estructura se encuentra cerca de una fuente sísmica. Por ello, la presente tesis tiene como objetivo formular un análisis probabilístico multivariado de la demanda sísmica de puentes carreteros de concreto reforzado ubicados cerca a la fuente sísmica. La formulación se aplica al análisis de un marco típico de puente en México, conformado por dos columnas y un cabezal de concreto reforzado. Se evalúa la dependencia estadística entre las ordenadas espectrales de las pseudoaceleraciones horizontales y verticales, asociadas al periodo traslacional y vertical de la estructura, a través del Tau de Kendall. Se usan registros de sismos de subducción interplaca de la costa del pacifico de México sobre roca. Se emplea la teoría de copulas para modelar las distribuciones de probabilidad conjunta. Se estiman cópulas paramétricas bivariadas conocidas, como Gumbel, Frank, Clayton y Gaussiana. Los modelos de cópula se someten a pruebas de bondad de ajuste y se utiliza el criterio de selección de Akaike basado en teoría de la información para evaluar y seleccionar la distribución que mejor se ajusta a los datos. Se construyen los modelos de demanda sísmica bivariados y univariados en función de las deformaciones unitarias en el concreto mediante análisis no lineales en el dominio del tiempo. Se calculan las tasas anuales de excedencia con un enfoque bivariado y univariado, y se realiza un análisis paramétrico variando la cuantía transversal y longitudinal. Los resultados muestran la relevancia de considerar en el análisis de demanda sísmica la contribución de la componente vertical en diferentes niveles de daño que puede experimentar la estructura asociados a ciertas tasas de excedencia.

Abstract

The vertical component of seismic motions is not commonly considered in the analysis and structural design of highway bridges. However, vertical accelerations can generate significant axial forces when the structure is near a seismic source. Therefore, the aim of this thesis is to formulate a multivariate probabilistic analysis of seismic demand for reinforced concrete highway bridges located close to a seismic source. The formulation is applied to the analysis of a typical bridge frame in Mexico, consisting of two columns and a beam. The statistical dependence between spectral ordinates of horizontal and vertical pseudo-accelerations, associated with the translational and vertical periods of the structure, is evaluated using Kendall's Tau. Subduction interplate earthquake records from the Pacific coast of Mexico on rock sites are used. Copula theory is employed to model joint probability distributions. Widely known bivariate parametric copulas such as Gumbel, Frank, Clayton, and Gaussian are estimated. Goodness-of-fit tests of the copula models are carried out and the Akaike selection criterion based on information theory is used to assess and select the models that best fit the data. Bivariate and univariate seismic demand models are built based on strain levels in the concrete using nonlinear time-domain analysis. Annual exceedance rates are calculated using both bivariate and univariate approaches, and a parametric analysis is conducted by varying the transverse and longitudinal reinforcement. The results demonstrate the significance of considering the contribution of the vertical component in seismic demand analysis at different damage levels associated with various exceedance rates.

Índice general

	Página
Dedicatoria.....	iii
Agradecimientos.....	iv
Resumen.....	v
Abstract	vi
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Objetivo.....	3
1.3 Objetivos específicos	4
1.4 Alcance	4
1.5 Estado del arte	4
1.5.1. Estudios analíticos y experimentales.....	5
1.5.2. Leyes de atenuación vertical de subducción.....	7
1.6 Contenido del documento.....	9
2 Análisis de peligro sísmico multivariado	10
2.1 Introducción.....	10
2.2 Conceptos fundamentales de teoría de cópulas	10
2.2.1. Teorema de Sklar	11
2.2.2. Clases de cópulas.....	12
2.2.1. Estimación de cópulas.....	13
2.2.2. Cópula empírica	15
2.2.3. Análisis de la dependencia estadística y modelado de cópulas ...	15
2.2.4. Estimación y selección del modelo de cópula.....	22
2.2.1. Modelo de distribución conjunta de aceleraciones espectrales	31
3 Tasas de excedencia.....	35
3.1 Introducción.....	35

3.2	Modelo de Puente.....	35
3.3	Escalamiento de la estructura	39
3.4	Escalamiento de los registros sísmicos.....	41
3.5	Análisis no lineales en el dominio del tiempo	45
3.6	Modelos de regresión.....	47
3.7	Estimación de la tasa de excedencia.....	57
3.7.1.	Formulación de la tasa de excedencia.....	57
3.7.2.	Resultados	58
4	Conclusiones	66
	Referencias	69
	Apéndices	73
	Apéndice A Estadístico para prueba de bondad basado en la cópula empírica.....	73
	Apéndice B. Criterios basados en teoría de la información para selección de cópulas.....	74
	Apéndice C. Registros sísmicos de subducción interplaca.....	75
	Apéndice D. Modelo de Mander et al. para las columnas del puente	78
	Apéndice E. Modelo de regresión distorsiones (MDS)	80

Índice de figuras

Figura 2.1 Magnitud y distancia de los registros empleados.....	18
Figura 2.2 Ubicación de las estaciones y epicentros	18
Figura 2.3 Espectro en la componente (a)Norte-Sur, (b)Este-Oeste y (c) Vertical	21
Figura 2.4 Pseudo-observaciones de los residuos de aceleración modelados con una cópula Gaussiana.....	26
Figura 2.5 Función densidad de Cópula Gaussiana.....	27
Figura 2.6 Pseudo-observaciones de los residuos de aceleración modelados con una cópula Frank.....	28
Figura 2.7 Función densidad de Cópula Frank.....	29
Figura 2.8 Pseudo-observaciones de los residuos de aceleración para el par de periodos (0.8,0.1)	30
Figura 2.9 Función de densidad de cópula de Frank.....	30
Figura 2.10 Contornos de cópulas comparadas con la cópula empírica	31
Figura 2.11 Función de densidad de probabilidad de las ordenadas espectrales (a,c,e) horizontales y (b,d,f)verticales para una magnitud y distancia.	33
Figura 2.12 Función de densidad de probabilidad conjunta de las ordenadas espectrales para una magnitud y distancia.....	34
Figura 3.1 Vista panorámica del puente bajo estudio.....	36
Figura 3.2 Elevación longitudinal del Puente bajo estudio.....	36
Figura 3.3 Marco número 3 del Puente bajo estudio.....	37
Figura 3.4 Columna típica de la pila número 3 del Puente.....	38
Figura 3.5 Formas modales del marco típico.....	38
Figura 3.6 Curva esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado para la columna circular	39
Figura 3.7 Curvas de capacidades para distintas resistencias laterales.....	40
Figura 3.8 Espectros de los registros seleccionados.....	42
Figura 3.9 Espectros de la ley de atenuación para un $R=10.5$ km y una $M_w=7.9$ y espectro del acelerograma SJLL1802_162	43
Figura 3.10 Acelerograma horizontal y vertical escalado SJLL1802_162 con el Factor $F(T)$ del espectro de respuesta, conforme a los valores de $M_w =7.9$ y $R=10.5$ km	44
Figura 3.11 Distribución de daño del marco en estudio con el registro SJLL1802_162 escalado.....	45
Figura 3.12 MDS univariado RL1 de la máxima deformación axial unitaria del concreto.....	48

Figura 3.13 MDS Bivariado RL1 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	48
Figura 3.14 Resultados de los análisis ANL para RL1.....	49
Figura 3.15 MDS univariado RL3 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	50
Figura 3.16 MDS bivariado RL3 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	50
Figura 3.17 Resultados de los análisis ANL para RL3.....	51
Figura 3.18 MDS univariado RL2 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	52
Figura 3.19 MDS bivariado RL2 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	52
Figura 3.20 Resultados de los análisis ANL para RL2.....	53
Figura 3.21 MDS univariado RL5 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	54
Figura 3.22 MDS bivariado RL5 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	54
Figura 3.23 Resultados de los análisis ANL para RL5.....	55
Figura 3.24 MDS univariado RL4 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	56
Figura 3.25 MDS bivariado RL4 de la máxima deformación axial unitaria del concreto	56
Figura 3.26 Tasa media anual de excedencia de la máxima deformación axial unitaria del concreto para varios modelos	61
Figura 3.27 Tasa media anual de excedencia de la máxima deformación axial unitaria del concreto para el modelo RL5.....	62
Figura 3.28 Comparación de la tasa media anual de excedencia para los modelos con distinta cuantía longitudinal.....	64
Figura 3.29 Comparación de la tasa media anual de excedencia para los modelos con distinta separación de estribos	65

Índice de tablas

Tabla 2.1. Cópulas paramétricas y relaciones funcionales con τ de Kendall	13
Tabla 2.2. Coeficientes de regresión de la ley de atenuación de Garcia y Jaimes..	17
Tabla 2.3. Sismos de subducción interplaca con $M_w \geq 5$ utilizados en este estudio .	19
Tabla 2.4. Parámetros de cópulas, pruebas de bondad de ajuste y criterios de información.....	23
Tabla 3.1. Resultados de análisis ANL.....	46
Tabla 3.2. Tasas de excedencia y periodos de retorno asociados.....	60

Capítulo 1

1 Introducción

1.1 Antecedentes

Un puente carretero es una estructura diseñada y construida para permitir el paso de vehículos y peatones sobre obstáculos naturales o artificiales. Estos puentes son una parte fundamental de la infraestructura vial nacional [1]. Por ello, el diseño sísmico de puentes carreteros es un proceso crucial para garantizar la seguridad y resiliencia de estas estructuras durante eventos sísmicos. La componente de movimiento vertical del suelo no se considera explícitamente en el diseño de puentes de carretera en los códigos nacionales e internacionales. Los procedimientos simplificados para tener en cuenta los efectos del movimiento vertical del suelo han sido objeto de investigación por varios investigadores sobre todo para fuentes cercanas, como por ejemplo el de considerar los 2/3 de la componente horizontal. Después del terremoto de Northridge de 1994, Papazoglou y Elnashai [2] informaron que los movimientos verticales fuertes pueden inducir fluctuaciones significativas en las fuerzas axiales en los elementos verticales de los puentes, lo que lleva a una reducción en la capacidad de corte de las columnas. Button et al. [3] examinaron varios parámetros, incluyendo las dos componentes del movimiento del suelo y características del sistema estructural a través de análisis dinámicos principalmente lineales y recomendaron una revisión de los criterios de diseño existentes. Kunnath et al. [4] examinaron una serie de configuraciones de puentes de carretera sometidos a movimientos horizontales y verticales combinados para evaluar la adecuación de los requisitos del código de diseño. Tal como lo demuestran estos estudios, es recomendable considerar los movimientos verticales del suelo en el análisis y diseño de puentes.

Dado que la respuesta sísmica de puentes no está gobernada únicamente por el modo fundamental de vibrar de la estructura, ni depende sólo de la componente horizontal del sismo, se requiere de una formulación multivariada para el análisis probabilista de demanda sísmica que considere múltiples formas modales y la contribución de los componentes vertical y horizontal de la excitación. Cabe mencionar que el análisis de demanda sísmica consiste en estimar tasas de excedencia de parámetros que representan la respuesta estructural. En este sentido, se justifica un estudio probabilístico multivariado con la consideración de un vector de variables o medidas

de intensidad en vez de un estudio univariado que sólo tome en cuenta una variable escalar.

Esteva [5] y Cornell [6], en 1967 y 1968 respectivamente, propusieron el marco metodológico del análisis probabilista de peligro sísmico incorporando las incertidumbres asociadas con la magnitud y localización de las fuentes sísmicas, así como con los parámetros que caracterizan el movimiento del suelo. A través del teorema de la probabilidad total, desarrollaron una formulación univariada para calcular la probabilidad o la tasa media de excedencia de medidas de intensidad escalares tales como la aceleración máxima del suelo o la aceleración espectral [6, 5]. Por otro lado, el análisis probabilístico multivariado de peligro sísmico es un enfoque metodológico que permite estimar la tasa de excedencia de medidas de intensidad vectoriales de eventos sísmicos considerando su distribución de probabilidad conjunta [7]. A diferencia del enfoque univariado, que calcula las tasas de ocurrencia para cada parámetro de forma independiente, el análisis multivariado, tiene en cuenta la dependencia estadística entre estos parámetros al considerar su distribución de probabilidad conjunta. Por ejemplo, en lugar de calcular las tasas de ocurrencia para aceleraciones espectrales individuales en distintos periodos estructurales por separado, el enfoque multivariado considera cómo se relacionan, ofreciendo una visión más completa y rigurosa del peligro sísmico. En 1998, Bazzurro [8] propuso una metodología para el análisis multivariado de peligro sísmico como una extensión del enfoque univariado. La metodología supone que la distribución conjunta de los logaritmos de las aceleraciones espectrales es de tipo normal o gaussiana, por lo que la densidad de probabilidad condicional y las marginales son desde luego de tipo log-normal [9]. Esta suposición implica adicionalmente que la dependencia estadística entre los logaritmos de las aceleraciones espectrales puede ser caracterizada apropiadamente mediante el coeficiente de correlación lineal.

En 2022, Rivera-Vargas y Heredia-Zavoni [7] desarrollaron una formulación multivariada para el análisis probabilístico de peligro sísmico de medidas de intensidad vectoriales usando cópulas. Las cópulas son funciones que contienen la información sobre la estructura o patrón de dependencia estadística de las componentes de un vector aleatorio y definen su distribución de probabilidad conjunta [10]. Las primeras aplicaciones de la teoría de cópulas se dieron en matemáticas financieras y actuaría [11]. Posteriormente, se han aplicado también en la ingeniería civil para la caracterización multivariada de fenómenos naturales [12], el cálculo de contornos de peligro ambiental para el diseño de estructuras marinas [13, 14, 15], el análisis de demanda sísmica de múltiples parámetros de respuesta en edificios de concreto reforzado [16] y estudios de confiabilidad estructural [17, 18]. A diferencia de la

metodología de Bazurro [8], la de Rivera-Vargas y Heredia-Zavoni [7] permite expresar la tasa de excedencia en forma genérica en términos de la cópula de una medida de intensidad vectorial, sin suponer un tipo de distribución de probabilidad multivariada en particular. La ventaja de este nuevo enfoque es que se puede representar adecuadamente la estructura de dependencia del vector aleatorio mediante la estimación de su cópula y, en conjunto con las distribuciones marginales, construir el modelo de distribución multivariada en lugar de suponer a priori una estructura de dependencia particular, como por ejemplo de tipo gaussiano y caracterizarla a través del coeficiente de correlación lineal.

Con el fin de optimizar la estimación de tasas de excedencia de respuestas estructurales de sistemas sometidos a un conjunto de medidas de intensidad del movimiento sísmico del suelo, Rivera-Vargas y Heredia-Zavoni [19] han analizado también la aplicación del enfoque multivariado haciendo uso de contornos de peligro ambiental [20]. Tal como se muestra en Rivera-Vargas y Heredia-Zavoni [19] y en otros estudios sobre correlación entre medidas de intensidad tales como aceleraciones espectrales o aceleraciones máximas del suelo [21], el análisis de la dependencia estadística se realiza con base en datos de registros sísmicos haciendo uso de los residuos que miden el error de las leyes de atenuación en comparación con los datos registrados. Si se trata por ejemplo de analizar la dependencia entre aceleraciones espectrales para las componentes horizontal y vertical del movimiento del suelo por sismos interplaca, se requiere entonces contar con leyes de atenuación espectral para dichas medidas de intensidad.

En la presente tesis, se propone emplear una formulación multivariada de análisis probabilístico del peligro sísmico que considere como medidas de intensidad las aceleraciones espectrales asociadas a las componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del suelo con el fin de estimar tasas de excedencia de la respuesta estructural de un puente carretero de concreto reforzado ubicado en un sitio cercano a la fuente sísmica.

1.2 Objetivo

Desarrollar una formulación multivariada para el análisis probabilista de demanda sísmica de un puente carretero de concreto reforzado considerando las componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del suelo.

1.3 Objetivos específicos

1. Caracterizar la dependencia estadística y modelar la distribución de probabilidad conjunta entre aceleraciones espectrales para las componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del suelo empleando la teoría de cópulas.
2. Desarrollar modelos de demanda sísmica de un puente carretero mediante análisis dinámicos no lineales considerando las componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del suelo.
3. Estimar tasas de excedencia de la respuesta estructural empleando el enfoque multivariado y compararlas con los resultados de un análisis univariado.

1.4 Alcance

1. Se emplean modelos de cópulas paramétricas que se estiman en función del Tau de Kendall, el cual se adopta como medida de la asociación o dependencia estadística entre aceleraciones espectrales.
2. Se utilizan registros en suelo firme (roca) de sismos de subducción interplaca de la costa del Pacífico de México de magnitud de momento mayores que 5 y distancias a la fuente entre 20 y 350 km.
3. Se emplea un modelo estructural de un puente carretero típico. Se analiza uno de los marcos del puente y se supone se encuentra ubicado en un sitio cercano a la fuente sísmica.
4. Se realizan análisis dinámicos no lineales en el dominio del tiempo de un marco de concreto reforzado, formado por dos columnas y una trabe, empleando un software comercial que utiliza modelos de plasticidad distribuida.
5. Se consideran como posibles respuestas estructurales de interés la deformación axial unitaria en el concreto y la distorsión lateral de las columnas del marco para evaluar el efecto de considerar la componente vertical del movimiento sísmico del suelo.

1.5 Estado del arte

Se llevó a cabo una revisión de la literatura sobre estudios analíticos y experimentales en relación con el efecto de las componentes vertical y horizontal del movimiento del suelo en puentes de concreto reforzado. La intención era conocer si la inclusión de la componente vertical del sismo resulta en mayores daños estructurales en los puentes y qué parámetros estructurales son tomados en cuenta. Además, se realizó una revisión

del estado del arte de las leyes de atenuación disponibles en México que incorporan la componente vertical. Esto es crucial, ya que se requiere una ley de atenuación para evaluar la dependencia estadística entre las aceleraciones espectrales de las componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del suelo.

1.5.1. Estudios analíticos y experimentales

En 1991, Saadeghvaziri y Foutch [22] completaron el primer estudio analítico importante sobre los efectos de la aceleración vertical en puentes. Con modelos tridimensionales de elementos finitos de ocho puentes, demostraron que la variación de la fuerza axial en las columnas puede causar mayores desplazamientos horizontales y fluctuaciones en la capacidad de corte de la columna. El estudio concluyó que para movimientos sísmicos con aceleraciones pico de 0.4 g o menos, el daño adicional causado por el componente vertical es mínimo; mientras que para movimientos sísmicos con aceleraciones pico de 0.7 g, la componente vertical resultó en considerablemente más daño.

En 1996, Papazoglou y Elnashai [2] estudiaron resultados analíticos asociados a fallas estructurales en edificios y puentes, atribuidas a la componente vertical de movimientos sísmicos. Las fallas estructurales en puentes corresponden a los producidos por los sismos de Northridge-California en 1994 y Kobe-Japón en 1995 concluyen que los modos de falla pueden ser atribuibles a las fuerzas inducidas por la componente vertical de los temblores; y agregan que la capacidad a cortante y ductilidad en columnas de concreto reforzado se reducen debido a fluctuaciones en la carga axial. Por último, recomiendan considerar la componente vertical en el diseño sismorresistente.

En 1996, Saadeghvaziri [23] considera las altas aceleraciones de la componente vertical durante el sismo de Northridge (1994) como la causa principal de falla en puentes localizados cercanos al sitio de falla. Sus resultados muestran que la presencia de la componente vertical produjo momentos demandantes del orden de 5 veces los resistentes para la sección creándose articulaciones plásticas en las trabes, y este efecto combinado con la demanda de cortante asociada, excedieron su capacidad a cortante, provocando la falla frágil. Finalmente, comenta que los resultados obtenidos con el modelo propuesto concuerdan con los daños observados.

En 2002, Button et al. [3] estudiaron analíticamente el efecto de la componente vertical en puentes típicos carreteros. Se sometieron seis puentes diferentes que abarcan una variedad de tipos y geometrías a un conjunto de movimientos del suelo que

representan eventos con magnitudes de 6.5 y 7.5 en sitios tanto de roca como de suelo, y con distancias a la falla de 1, 5, 10, 20 y 40 km de fuente cercana. Concluyen que el movimiento vertical del suelo puede ser ignorado si el emplazamiento del puente está a más de 50 km de una falla activa. Finalmente, recomiendan considerar en las metodologías de diseño de puentes factores de amplificación de la carga muerta dependiendo de la magnitud de sismo y la distancia epicentral.

En 2007, Sakai y Unjoh [24] realizaron experimentos en una mesa vibratoria con excitaciones horizontales y verticales combinadas, centrándose en el efecto de la fluctuación de la fuerza axial en la respuesta del desplazamiento lateral. Concluyeron que para su caso de estudio que la respuesta horizontal no fue significativamente influenciada por el movimiento vertical del suelo.

En 2008, Kunnath et al. [4] examinaron una variedad de configuraciones de puentes de carretera ubicados cercano a una falla, y sometidos a movimientos horizontales y verticales combinados. Los resultados de estos análisis revelan que los movimientos verticales del suelo afectan significativamente, primero, a la demanda de fuerza axial en las columnas, lo que a su vez tiene un efecto en las demandas de momento, en las demandas de cortante de las pilas, en la capacidad de cortante en las columnas y en demandas de momento en el centro del tramo.

En 2011, Kim et al. [25] llevaron a cabo estudios analíticos y experimentales para examinar el efecto del movimiento vertical del suelo en puentes y edificios de concreto armado. En el caso de los puentes de concreto reforzado, se evaluó el efecto de varias relaciones pico de aceleración vertical a horizontal y de intervalos de tiempo entre los picos verticales y horizontales de registros sísmicos dados. Investigaron pilares de puentes de concreto reforzado mediante pruebas pseudo-dinámicas con excitaciones horizontales y verticales combinadas, y mediante pruebas estáticas cíclicas con diferentes niveles de carga axial constante. Sus resultados mostraron que las estructuras de concreto armado sometidas a movimientos horizontales y verticales simultáneos son más vulnerables que aquellas sometidas solo a movimiento horizontal del suelo.

En 2013, Lee y Mosalam [26] presentan resultados experimentales obtenidos en una mesa vibratoria mediante la aplicación de movimientos combinados horizontales y verticales a columnas de puentes a escala reducida. A diferencia de investigaciones experimentales previas, se incluyen efectos de alta frecuencia de la fuerza axial en la demanda y capacidad de corte de columnas de puentes típicas. La excitación vertical indujo una considerable fuerza de tracción en las columnas de prueba, lo que resultó

en la degradación de la resistencia al corte. Esto se atribuye en parte a la degradación de la contribución del concreto a la capacidad de corte. La reducción en esta contribución del concreto también fue evidente en las comparaciones de las grietas de corte y la rigidez lateral en las pruebas con únicamente las componentes horizontales.

En 2022, Jara et al. [27] observaron que las secciones que se ven mayormente afectadas por las aceleraciones verticales son la demanda de fuerza axial en las pilas, el momento positivo en el centro del claro; y el momento negativo y el cortante en los extremos de la superestructura. Según sus resultados, la fuerza axial se incrementó notablemente cuando se aplicó la componente vertical del sismo, con incrementos de hasta 37%. Los autores señalan que los sismos que ocasionaron los índices de daño más altos en las pilas son los que tienen una mayor proximidad entre el periodo vertical de la estructura y el periodo dominante del espectro vertical, y no son los que tienen los mayores valores del cociente de aceleraciones vertical y horizontal.

1.5.2. Leyes de atenuación vertical de subducción

Las leyes de atenuación o modelos de predicción del movimiento del suelo son modelos empíricos que expresan medidas de intensidad como el desplazamiento y la aceleración máxima del suelo, o las ordenadas espectrales de pseudo-aceleración, en función de la magnitud de un sismo, la distancia del sitio al epicentro o a la fuente sísmica, y algún otro parámetro que caracterice la fuente sísmica, tales como la caída de esfuerzos o la extensión del área de ruptura. Se obtienen aplicando técnicas estadísticas de regresión usando datos de registros sísmicos. La mayor parte de las investigaciones se han enfocado al desarrollo de leyes de atenuación para medidas de intensidad asociadas con las componentes horizontales de las aceleraciones sísmicas del suelo. Esto se debe a que la componente horizontal ha sido usada comúnmente en el análisis y diseño sísmico de estructuras [28].

Algunos trabajos han abordado el desarrollo de leyes de atenuación para el componente vertical. Existen dos enfoques para generar un modelo de predicción de movimiento del terreno por aceleraciones verticales. El primero es construir una ley de atenuación que incluya explícitamente la componente vertical y el segundo es obtenerlo multiplicando los componentes horizontales o las ordenadas espectrales horizontales por cocientes vertical-horizontal (V/H). Se presentan a continuación las leyes de atenuación verticales existentes para el caso de sismos de subducción en la costa del Pacífico de México.

En 1999 y 2002, Perea y Esteva [29, 30] propusieron la primera ley de atenuación en México que considera la componente vertical y horizontal para sismos de subducción de la costa del pacifico mexicana. Seleccionaron 380 registros de aceleraciones con sus tres componentes ubicadas en terreno firme o roca, generando espectros elásticos de respuesta (80 periodos estructurales entre 0 y 1 s y un amortiguamiento crítico del 5%). Esta ley de atenuación se aplica para magnitudes de momento de 4 a 8, con distancias epicentrales de 3 a 250 km. El tipo de regresión que emplearon para obtener la función de atenuación fue un método clásico de regresión de una etapa (un paso). Asimismo, Perea y Esteva propusieron relaciones V/H para terreno firme con 12 registros en 1999 y 2005 [29, 31], para magnitudes de 4.0 a 8.1 con distancias epicentrales de 3 a 442 km, y con 10 registros en 2005 para magnitudes de 4.0 a 6.1 con distancias epicentrales de 3 a 84 km. La diferencia de esos dos registros recae en considerar dos estaciones en Ciudad de México.

En 2017, Garcia y Jaimes [32] elaboraron una ley de atenuación para sismos de subducción interplaca de la costa del Pacifico de México sobre roca, la cual considera la componente vertical y horizontal. Asimismo, propusieron relaciones V/H. Ellos consideraron 40 sismos con un total de 418 registros sísmicos de 56 estaciones. Las leyes de atenuación cubren un rango de magnitudes de momento ($5 < M_w < 8$), distancias a la fuente ($17 < R < 400$ km) y profundidades focales de los eventos ($9 < H < 29$ km). Calcularon la aceleración espectral de respuesta al 5% amortiguada en 70 periodos estructurales diferentes entre 0.01 y 5 s para ambas componentes. Se realizó un análisis de regresión para estimar la ley de atenuación vertical y ratios V/H para las aceleraciones en el lugar de mayor intensidad (PGA, por sus siglas en inglés), las velocidades de pico de la onda (PGV, por sus siglas en inglés) y las aceleraciones espectrales del conjunto de datos, utilizando la técnica de máxima verosimilitud en una sola etapa.

A diferencia de la función de atenuación de Perea y Esteva [30], Garcia y Jaimes [32], por ejemplo, proponen que para un $T = 0.4$ s, no subestima o sobreestima las ordenadas espectrales para distancias a la fuente de 200 km; esto también ocurre para periodos de vibración natural más grandes, pero con diferencias menores y una tendencia más cercana a su modelo. Garcia y Jaimes mencionan que las relaciones calculadas en su modelo tienden a aumentar como función de la distancia para todas las magnitudes, y mientras que en Perea y Esteva son relativamente independientes de la magnitud.

1.6 Contenido del documento

En el capítulo 2 se aborda el tema del análisis de peligro sísmico multivariado usando la teoría de copulas y se evalúa la dependencia estadística de las medidas de intensidad considerando las componentes horizontal y vertical del sismo. El capítulo 3 contiene la formulación de la tasa de excedencia y su estimación para un modelo de puente carretero típico de concreto reforzado. La construcción de los modelos de demanda sísmica mediante análisis dinámicos no lineales se presenta en el capítulo 3. Por último, las conclusiones y comentarios finales del trabajo se tratan en el capítulo 4.

Capítulo 2

2 Análisis de peligro sísmico multivariado

2.1 Introducción

En este capítulo, se presentan primero algunos conceptos básicos de la teoría de cópulas. Se aborda luego el tema del análisis de dependencia estadística entre aceleraciones espectrales en diferentes periodos usando las componentes horizontales y verticales de registros de sismos de subducción de la costa mexicana del Pacífico. Se describe a detalle el proceso de estimación de cópulas en función de una medida de asociación conocida como Tau de Kendall y se examinan los resultados de las pruebas de bondad de ajuste y de los criterios de selección de modelos de cópulas para aceleraciones espectrales en diferentes periodos. Se concluye con la estimación del modelo de cópula para las aceleraciones espectrales en un par de periodos estructurales de interés para el análisis de demanda sísmica que se presenta en el capítulo 3.

2.2 Conceptos fundamentales de teoría de cópulas

La palabra cópula fue empleada por primera vez en un sentido matemático o estadístico por Abe Sklar [33]. El término cópula proviene del sustantivo latino que significa “vínculo, lazo” refiriéndose a unir o conectar [10, 33]. En ese sentido, una cópula define la relación entre dos o más variables conectando sus distribuciones marginales con la distribución conjunta.

Definición 1.1: Una cópula n -dimensional, C , es una función de distribución multivariada definida en el cubo unitario $[0, 1]^n$ y con rango en $[0, 1]$. Se expresa como $C: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, y tiene las siguientes propiedades:

- Para cualquier $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$, $C(\mathbf{u}) = 0$ si al menos una coordenada u_i es cero, $i = 1, 2, \dots, n$.
- C es n -creciente, es decir que para cualquier caja n -dimensional, $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] \subset [0, 1]^n$, $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$, con volumen diferente de cero, $C[\mathbf{a}, \mathbf{b}] > 0$.
- $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$ para todo $u_i \in [0, 1]$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Definición 1.2: Una cópula bidimensional (bivariada) es una $C: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, con las siguientes propiedades:

- Para todo $u, v \in [0, 1]$, $C(u, 0) = 0$ y $C(0, v) = 0$.
- C es 2-creciente, para todo $u_1, u_2, v_1, v_2 \in [0, 1]$ tal que $u_1 \leq u_2$ y $v_1 \leq v_2$, entonces $C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0$
- Para todo $u, v \in [0, 1]$, $C(u, 1) = u$ y $C(1, v) = v$

2.2.1. Teorema de Sklar

La importancia de las cópulas en estadística se describe mediante el teorema de Sklar [34, 33, 10]. En este sentido, se considera como el teorema central de la teoría de cópula.

Teorema 2.1: Sea F_X una función de distribución n-dimensional con marginales F_1, F_2, \dots, F_n . Entonces existe una n-cópula C tal que, para todo $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$,

$$F_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) = C(u_1, \dots, u_n) \quad (2.1)$$

donde $U_i = F_i(X_i)$ son variables uniformemente distribuidas en $[0, 1]$. Si las marginales F_1, F_2, \dots, F_n , son continuas, entonces C es única. Por el contrario, si C es una n-cópula y F_1, F_2, \dots, F_n son funciones de distribución, entonces la función F_X , definida por la ecuac.(2.1), es una distribución n-dimensional con marginales F_1, F_2, \dots, F_n .

Para $n = 2$, si F_X es una función de distribución conjunta con las marginales F y G , existe una cópula C tal que para todo x y y en \mathbb{R} ,

$$F_X(x, y) = C(F(x), G(y)) = C(u_1, u_2) \quad (2.2)$$

donde, $U_1 = F(X)$ y $U_2 = G(Y)$ son variables uniformemente distribuidas en $[0, 1]$. Si F y G son continuas, entonces la cópula C es única.

Dada la distribución multivariada, $F_X(x_1, \dots, x_n)$, se puede deducir de la ecuac.(2.1) la siguiente expresión para la función de densidad de probabilidad conjunta,

$$f_X(x_1, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), \dots, F_d(x_n)) \prod_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (2.3)$$

en la que $f_i(x_i)$ son las funciones de densidad de probabilidad marginales de X_i , $i = 1, 2, \dots, n$, y $c(u_1, \dots, u_n)$ es la densidad de la cópula,

$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial^n C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n} \quad (2.4)$$

Se puede apreciar en la [ecuac.\(2.3\)](#) que la densidad de probabilidad conjunta es igual a la densidad de la cópula multiplicada por el producto de las funciones de densidad marginales de las variables. Por lo tanto, toda la información sobre el patrón de dependencia estadística o estructura de asociación entre las variables está contenida íntegramente en la cópula puesto que las densidades marginales, $f_i(x_i)$, que caracterizan individualmente a cada una de las variables, no contienen dicha información.

2.2.2. Clases de cópulas

Existe una cantidad significativa de diferentes clases o familias de cópulas. Una clase importante de cópulas usada comúnmente es la clase arquimediana. Estas son cópulas que pueden ser construidas con relativa facilidad utilizando una función generadora y tienen la ventaja de que pueden expresarse en forma analítica y representar una gran variedad de patrones de dependencia estadística entre las variables [35, 36]. Una función generadora es una función continua y monótonamente decreciente, ϕ , que transforma cualquier número en el rango de cero a uno en otro número en el rango de cero a infinito, de manera que se expresa como $\phi(1) = 0$ y $\phi(0) = \infty$. En términos de la función generadora, una cópula arquimediana se expresa como sigue,

$$C_\phi(u_1, v_2, \dots, u_n) = \phi^{-1}(\phi(u_1) + \phi(u_2) + \dots + \phi(u_n)) \quad (2.5)$$

Otra clase de cópula es la gaussiana, la cual se basa en la distribución normal multivariante y que, por lo tanto, introduce la estructura de dependencia estadística entre las variables a través de la matriz de correlación lineal.

En el presente trabajo se emplean la cópula Gaussiana y tres cópulas arquimedianas: Frank, Gumbel y Clayton, las cuales han sido utilizadas ampliamente en diversas aplicaciones. Tal como se muestra en la [Tabla 2.1](#) son cópulas bivariadas de un solo parámetro.

2.2.1. Estimación de cópulas

Existe una variedad de métodos para estimar los parámetros de una cópula, tales como el método de momentos y el método de máxima pseudo-verosimilitud [37, 35, 34]. En el caso de cópulas bivariadas de un solo parámetro, como las que se emplean en este trabajo, se pueden usar estimadores definidos en términos de medidas de asociación como el tau de Kendall (τ) o el rho de Spearman (ρ) [36]. Estas medidas permiten evaluar el grado de asociación estadística entre dos variables y cumplen con las siguientes propiedades: (1) varían en el intervalo [-1,1]; (2) son iguales a cero si las variables son estadísticamente independientes; y (3) son invariantes bajo transformaciones monótonas de las variables [7].

Tabla 2.1. Cópulas paramétricas y relaciones funcionales con τ de Kendall

Nombre	Cópula	Parámetro	τ de Kendall
Gaussiana ⁽¹⁾	$C(u, v) = \Phi_2(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v); \rho)$	$-1 \leq \rho \leq 1$	$\tau = 2 \arcsen(\rho)/\pi$
Frank	$C(u, v) = -\theta^{-1} \ln[1 + (e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)/(e^{-\theta} - 1)]$	$\theta \neq 0$	$\tau = 1 - 4/\theta + 4/\theta^2 \int_0^\theta t/e^t - 1 dt$
Gumbel	$C(u, v) = \exp\left\{-\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{1/\theta}\right\}$	$\theta \geq 1$	$\tau = 1 - 1/\theta$
Clayton	$C(u, v) = (u_1^{-\theta} + v_2^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta \neq 0$	$\tau = \frac{\theta}{\theta + 2}$

⁽¹⁾ $\Phi_2(\cdot, \cdot; \rho)$ denota la distribución normal bivariada con coeficiente de correlación lineal ρ

El coeficiente de correlación lineal (Pearson) ha sido utilizado ampliamente en diversas áreas de conocimiento, principalmente debido a la facilidad con que puede ser estimado y por su utilidad en la construcción de modelos multivariados de tipo gaussiano en los que la estructura de dependencia se define mediante la matriz de correlación lineal. Sin embargo, el coeficiente de correlación lineal no es rigurosamente una medida de asociación, sino más bien una medida de la dependencia lineal entre dos variables que no cumple con la tercera propiedad de las medidas de asociación. El cálculo del coeficiente de correlación lineal involucra el uso de las distribuciones marginales de probabilidad de las variables, las cuales no contienen información sobre la asociación estadística entre éstas. Por otro lado, dado que las cópulas son invariantes ante transformaciones monótonicas de las variables, una medida apropiada de

asociación o dependencia debería exhibir también la misma propiedad invariante de las cópulas, y esto no ocurre en el caso del coeficiente de correlación lineal.

En el presente trabajo, se usa el tau de Kendall como medida de asociación para la estimación de las cópulas. La medida tau de Kendal se define como la diferencia entre las probabilidades de concordancia y de discordancia para dos pares independientes e idénticamente distribuidos, $(X1, Y1)$ y $(X2, Y2)$, como se muestra en [ecuac.\(2.6\)](#).

$$T = P[(X1 - X2) - (Y1 - Y2) > 0] - P[(X1 - X2) - (Y1 - Y2) < 0] \quad (2.6)$$

Si $(X_i, Y_i), i = 1, \dots, n$ es una muestra aleatoria de un par de variables (X, Y) , el τ de Kendall se estima como,

$$\hat{\tau} = \frac{P_n - Q_n}{\binom{n}{2}} = \frac{4}{n(n-1)} P_n - 1 \quad (2.7)$$

donde, P_n y Q_n son el número de pares de datos concordantes y discordantes en la muestra [36]. Sean $(R_i, S_i), i = 1, \dots, n$, los rangos de las observaciones en la muestra aleatoria (X_i, Y_i) . Puesto que $(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) > 0$ sí y solo sí $(R_i - R_j)(S_i - S_j) > 0$, entonces el τ de Kendall es una función de los rangos y del mismo modo que éstos, se mantiene invariante bajo transformaciones monótonas de las variables. A través la [ecuac.\(2.7\)](#), se puede demostrar que cuando $n \rightarrow \infty$, $\hat{\tau}$ es un estimador asintótico centrado del τ de Kendall dado por [36],

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1 \quad (2.8)$$

donde $C(u, v)$ es la cópula del par de variables (X, Y) , $u = F_X(x)$, $v = F_Y(y)$. Con la [ecuac.\(2.8\)](#), se pueden obtener relaciones funcionales entre el τ de Kendall y el parámetro θ de la cópula [36]. El estimado del parámetro de una cópula se puede entonces obtener como $\hat{\theta} = g(\hat{\tau})$, donde $\theta = g(\tau)$ es la relación funcional que se muestra en la [Tabla 2.1](#). Genest y Favre [36] han desarrollado formulaciones para calcular los estadísticos (media y varianza) del estimador $\hat{\theta} = g(\hat{\tau})$.

2.2.2. Cópula empírica

Las cópulas empíricas son una forma de cópulas que se construyen directamente a partir de los datos observados sin suponer una forma funcional o realizar el ajuste de un modelo. Las cópulas empíricas se construyen con base en los rangos de los datos. Dada una muestra aleatoria $x_i = (x_{1i}, x_{2j})$, $j = 1, 2, \dots, m$, la cópula empírica $C_m(u_1, u_2)$ está definido por,

$$C_m(u_1, u_2) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m 1\left(\frac{r_{1j}}{m+1} \leq u_1, \frac{r_{2j}}{m+1} \leq u_2\right) \quad (2.9)$$

donde r_{ij} son los rangos de los datos y $\frac{r_{1j}}{m+1}$ son las pseudo-observaciones o los rangos normalizados [36]. La cópula en [ecuac.\(2.9\)](#) se puede considerar como una representación no paramétrica del patrón de asociación de los datos de una muestra.

2.2.3. Análisis de la dependencia estadística y modelado de cópulas

Para el análisis de la dependencia estadística entre medidas de la intensidad tales como las aceleraciones máximas del suelo o las ordenadas de un espectro de respuesta, se requiere contar con un modelo de predicción del movimiento del suelo o una ley de atenuación. Generalmente, las leyes de atenuación espectral se expresan en forma logarítmica como,

$$\ln S_a(T) = E[\ln S_a(T) | M, R, \theta] + \sigma[\ln S_a(T)] \varepsilon(T) \quad (2.10)$$

donde $S_a(T)$ es la ordenada del espectro de la pseudo-aceleración o aceleración espectral para un periodo estructural T , $E[\ln S_a(T) | M, R, \theta]$ es la media de $\ln S_a(T)$ condicional a una magnitud de momento M , una distancia a la fuente sísmica R , y un parámetro θ que puede incluir otras variables que caractericen la fuente sísmica. En la [ecuac.\(2.10\)](#), $\sigma[\ln S_a(T)]$ es la desviación estándar del modelo y $\varepsilon(T)$ es un residuo aleatorio con media 0 y desviación estándar igual a 1 que representa el error del modelo [21].

Dado M, R y θ , la dependencia estadística entre los residuos del modelo define la dependencia entre las aceleraciones espectrales. Por ello, se han desarrollado modelos de correlación para las aceleraciones espectrales basados en el cálculo de los coeficientes

de correlación lineal de los residuos [21, 19]. A través la [ecuac.\(2.10\)](#), los residuos se pueden obtener a partir de una muestra de aceleraciones espectrales para un M , R y θ conocidos. En esta tesis, se considera el modelo de movimiento del suelo en roca desarrollado por Garcia y Jaimes [32], utilizando registros de aceleración de terremotos de subducción interplaca. Esta ley de atenuación considera las componentes horizontal y vertical, las cuales se pueden expresar como,

$$\ln Sa_v(T) = \alpha_1(T) + \alpha_2(T)M_w + \alpha_3(T)\ln R + \alpha_4(T)R + \sigma_v(T)\varepsilon_1(T) \quad (2.11)$$

$$\ln Sa_H(T) = \beta_1(T) + \beta_2(T)M_w + \beta_3(T)\ln R + \beta_4(T)R + \sigma_H(T)\varepsilon_2(T) \quad (2.12)$$

donde $Sa_v(T)$ es la ordenada espectral del componente vertical, $Sa_H(T)$ es la ordenada espectral del componente horizontal basado en la raíz cuadrática media de dos componentes horizontales ortogonales, T es el período del sistema de un grado de libertad en segundos, M_w es la magnitud de momento, R es la distancia más cercana desde el sitio hasta la superficie de falla para eventos de mayor magnitud ($M_w > 6.5$) o la distancia hipocentral para los demás, ambas en kilómetros, $\sigma_v(T)$ y $\sigma_H(T)$ son las desviaciones estándar del modelo, y α_i , β_i son los coeficientes del modelo estimados por Garcia y Jaimes [32] mediante análisis de regresión con base en los registros sísmicos.

En la [Tabla 2.2](#), se muestra dichos coeficientes y las desviaciones estándar para periodos estructurales de 0.01 a 1 segundo para ambos componentes [32]. Los residuos aleatorios ε_1 y ε_2 en [ecuac.\(2.11\)](#) y (2.12) son los errores del modelo y siguen una distribución normal estándar.

Tabla 2.2. Coeficientes de regresión de la ley de atenuación de Garcia y Jaimes

T (s)	Vertical				Horizontal			
	α_1	α_2	α_3	σ_v	β_1	β_2	β_3	σ_h
0.01	-0.0390	0.9312	-0.0112	0.76	0.5115	0.9092	-0.0119	0.78
0.02	0.4238	0.8858	-0.0119	0.79	0.7949	0.8828	-0.0123	0.80
0.04	1.0682	0.8438	-0.0130	0.84	1.5066	0.8241	-0.0133	0.86
0.06	1.1706	0.8579	-0.0134	0.86	1.8411	0.8082	-0.0139	0.87
0.08	1.2909	0.8553	-0.0134	0.85	2.0248	0.8056	-0.0140	0.85
0.1	1.0479	0.8873	-0.0129	0.81	1.8188	0.8454	-0.0137	0.83
0.2	-0.1885	1.0360	-0.0105	0.70	0.6324	0.9828	-0.0112	0.76
0.3	-0.9797	1.1089	-0.0084	0.68	-0.3584	1.0822	-0.0094	0.73
0.4	-1.9681	1.2100	-0.0068	0.67	-1.1473	1.1551	-0.0081	0.73
0.5	-2.4437	1.2378	-0.0058	0.67	-1.8420	1.2211	-0.0069	0.73
0.6	-3.0581	1.3017	-0.0051	0.67	-2.4876	1.2893	-0.0063	0.72
0.7	-3.4186	1.3267	-0.0045	0.67	-2.9901	1.3359	-0.0057	0.72
0.8	-3.9567	1.3773	-0.0037	0.68	-3.2235	1.3366	-0.0051	0.71
0.9	-4.2925	1.4017	-0.0034	0.65	-3.5729	1.3675	-0.0049	0.71
1	-4.6147	1.4213	-0.0030	0.64	-3.8785	1.3874	-0.0046	0.69

El coeficiente α_3 o β_3 es fijo con un valor de -0.50 para la componente vertical y horizontal. Los coeficientes de correlación entre los residuos de la componente vertical y horizontal de la ley de atenuación están incluidos.

A partir de las [ecuac.\(2.11\)](#) y [ecuac.\(2.12\)](#), se puede despejar expresiones para los residuos de ambos componentes de la siguiente forma,

$$\varepsilon_1(T) = \frac{\ln S_a(T) - E[\ln S_{ah}(T) | M, R, \theta]}{\sigma_h[\ln S_{ah}(T)]} \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_2(T) = \frac{\ln S_a(T) - E[\ln S_{av}(T) | M, R, \theta]}{\sigma_v[\ln S_{av}(T)]} \quad (2.14)$$

Las muestras de aceleraciones espectrales se calcularon a partir de registros de aceleración del suelo en dirección horizontal y vertical de terremotos de subducción a lo largo de la costa del Pacífico, México, con magnitudes de momento M_w entre 5 y 8.0, tal como se aprecia en la [Figura 2.1](#). Se seleccionaron 112 registros que cumplan con las características de la ley de atenuación de Garcia y Jaimes [32].

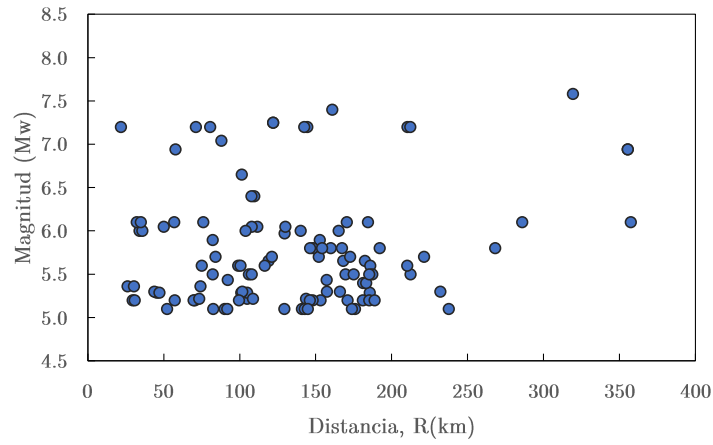


Figura 2.1 Magnitud y distancia de los registros empleados

La ubicación de las estaciones y de los epicentros de los sismos seleccionados se muestra en la [Figura 2.2](#).

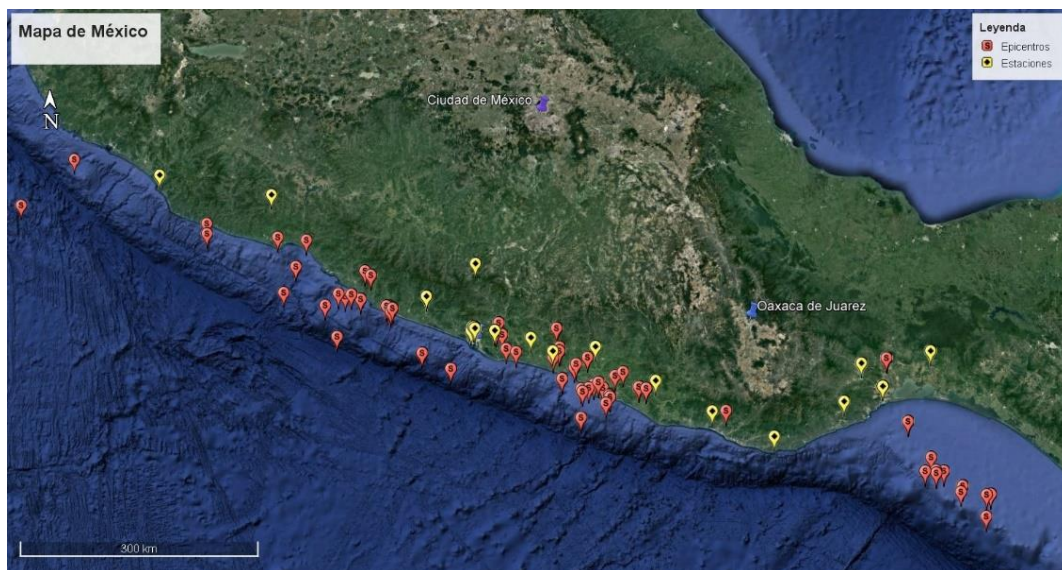


Figura 2.2 Ubicación de las estaciones y epicentros

Los datos de los sismos seleccionados y el número de registros por sismo se muestran en la [Tabla 2.3](#).

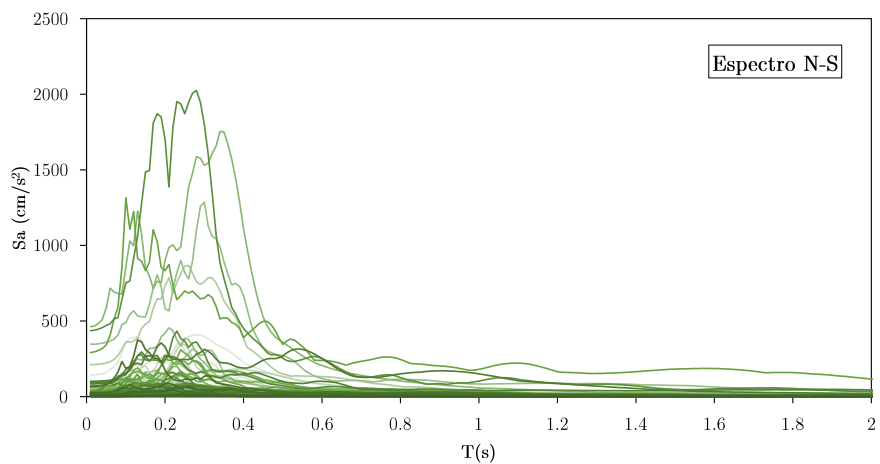
Tabla 2.3. Sismos de subducción interplaca con $M_w \geq 5$ utilizados en este estudio

N°	Día (año/mes/día)	M_w	Latitud (° N)	Longitud (° W)	H (km)*	Registros
1	1986/04/30	7.0	18.024	-103.05	20	1
2	1987/06/07	5.2	16.654	-98.909	23	2
3	1988/02/08	5.8	17.45	101.19	22	2
4	1989/03/10	5.4	17.45	101.19	20	2
5	1989/04/25	6.9	16.61	99.43	16	1
6	1989/05/02	5.5	16.68	99.41	15	1
7	1990/01/13	5.3	16.82	99.64	16	2
8	1990/05/11	5.5	17.12	100.87	21	3
9	1990/05/31	5.9	17.12	100.88	18	3
10	1991/01/14	5.4	17.838	-101.85	25	1
11	1991/04/01	5.7	16.044	-98.387	26	1
12	1991/07/25	5.7	16.766	-101.45	13	2
13	1992/03/31	5.4	17.233	-101.3	11	2
14	1993/05/15	5.5	16.47	98.72	16	2
15	1993/10/24	6.6	16.65	98.87	26	1
16	1995/09/14	7.3	16.48	98.76	16	2
17	1996/04/23	5.3	17.11	-101.6	17	1
18	1997/01/11	6.9	17.91	-103.04	16	2
19	1999/09/30	7.6	15.95	-97.03	16	1
20	2007/04/19	5.1	17.25	-102.09	25	1
21	2008/09/23	5.2	16.42	-100.14	12	1
22	2008/10/20	5.2	17.21	-101.37	24	2
23	2009/01/31	5.3	17.54	-101.96	25	2
24	2011/05/05	5.5	16.61	-98.91	11	4
25	2011/06/18	5.2	16.92	-99.6	26	2
26	2012/03/20	7.4	16.251	-98.521	16	3
27	2012/03/20	5.2	16.17	-98.65	15	1
28	2012/04/02	6	16.27	-98.47	10	2
29	2012/04/13	5.2	16.11	-98.34	14	1
30	2012/09/29	5.5	15.89	-98.67	15	1
31	2013/04/05	5.3	17.08	-100.82	17	2
32	2013/04/22	5.8	17.87	-102.19	10	1
33	2013/08/16	5.1	16.54	-98.59	20	2

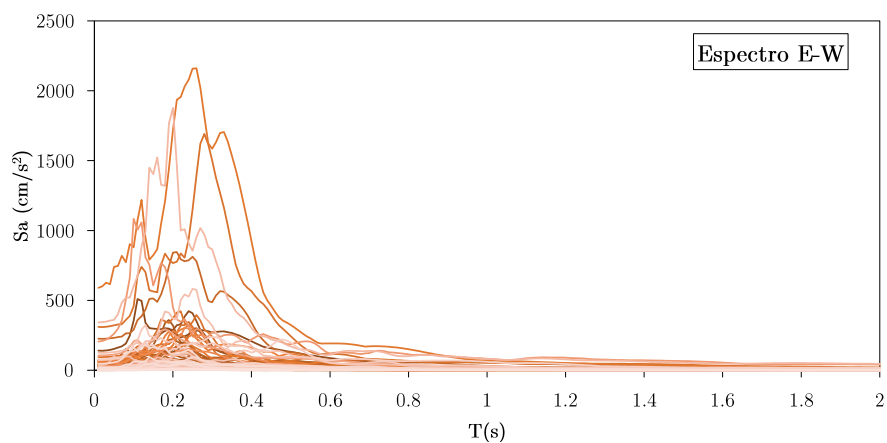
N°	Día (año/mes/día)	M_w	Latitud (° N)	Longitud (° W)	H (km)*	Registros
34	2013/08/21	6.0	16.79	-99.56	20	3
35	2014/04/18	7.2	17.18	-101.19	10	3
36	2014/04/19	5.2	17.24	-101.45	20	1
37	2014/05/08	6.4	17.11	-100.87	17	2
38	2014/05/24	5.7	16.21	-98.42	18	1
39	2014/07/23	5.2	16.59	-100.47	10	2
40	2014/08/11	5.2	16.38	-98.19	10	1
41	2014/08/13	5.4	16.13	-98.35	10	2
42	2015/11/23	5.6	16.86	-98.94	10	3
43	2016/06/07	6.1	18.23	-105.38	16	1
44	2016/06/27	5.7	16.2	-97.93	20	4
45	2016/10/23	5.6	18.77	-104.76	16	1
46	2017/09/09	5.6	14.7448	-94.0787	23.4	1
47	2017/09/10	5.8	15.2315	-94.6388	19.7	2
48	2017/09/11	5.6	14.9798	-94.0588	16.1	3
49	2017/09/12	5.5	14.9832	-94.0102	24.6	3
50	2017/09/18	5.8	15.2562	-94.7672	15	1
51	2017/09/23	6.1	16.496	-95.146	22	7
52	2017/09/24	5.8	15.0823	-94.3375	15.8	3
53	2017/10/30	5.1	15.2618	-94.6405	16.2	1
54	2017/11/01	5.1	15.0195	-94.3607	19	1
55	2017/11/16	5.1	15.4023	-94.6888	18.2	1
56	2017/11/18	5.1	15.7973	-94.9357	20	4
57	2018/02/16	7.2	16.218	-98.0135	16	4

* Profundidad focal

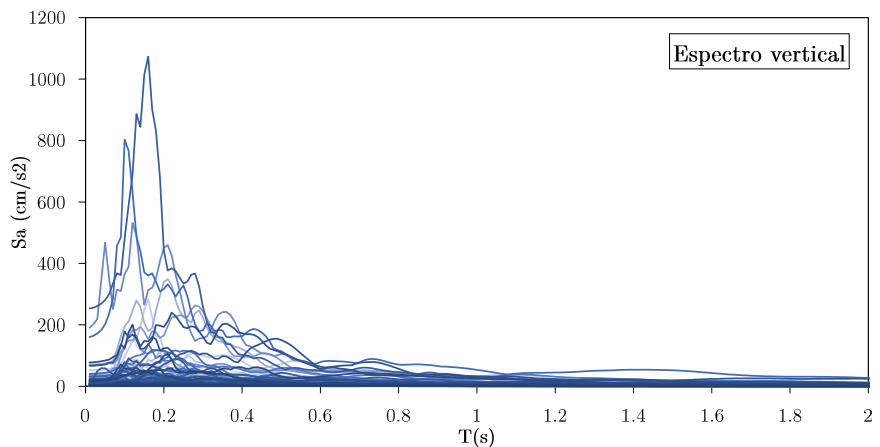
Los espectros de respuesta de pseudo aceleración para las tres componentes (Norte-Sur, Este-Oeste y vertical) y un amortiguamiento crítico del 5% se muestran en la [Figura 2.3](#).



(a)



(b)



(c)

Figura 2.3 Espectro en la componente (a) Norte-Sur, (b) Este-Oeste y (c) Vertical

2.2.4. Estimación y selección del modelo de cópula

El análisis de la dependencia estadística se realiza con las pseudo-observaciones de los residuos de las aceleraciones espectrales verticales y horizontales. La aceleración horizontal S_{ah} está relacionada con el periodo estructural T_1 , mientras de aceleración vertical S_{av} con el periodo estructural T_2 . Como se muestra en la [Figura 2.3](#), se considera la componente vertical de los registros, junto con la componente norte-sur y este-oeste. Los residuos $\varepsilon_1(T_1)$ y $\varepsilon_2(T_2)$ fueron obtenidos de la muestra normalizada de S_{ah} de la dirección N-S y S_{av} de la vertical respectivamente. Se selecciona la componente N-S, puesto que tiene mayores ordenadas espectrales para los periodos estructurales de interés.

Las cópulas Gaussianas, Frank, Gumbel y Clayton, descritas en la [Tabla 2.1](#), se consideraron para modelar la distribución conjunta de S_{ah} y S_{av} . Los parámetros de las cópulas se estimaron a partir de los valores muestrales del Tau de Kendall. La [Tabla 2.4](#) presenta los valores del tau de Kendall y el coeficiente de Pearson que corresponden a las relaciones entre las componentes horizontal (H) y vertical (V) para un conjunto específico de periodos seleccionados ($T_{horizontal}$, $T_{vertical}$). Se observa que, para la combinación de pares de periodos analizados, el valor del Tau de Kendall fluctúa entre 0.406 y 0.523, la cual indica que existe una asociación positiva de grado moderado entre las variables. El valor del Tau de Kendall se incrementa a medida que el par de periodos estructurales T_1 y T_2 se acercan. Por otro lado, el coeficiente de Pearson se encuentra en el rango de 0.569 a 0.714, lo cual sugiere una correlación lineal positiva de moderada a alta. Para evaluar la bondad de ajuste (GOF, por sus siglas en ingles) de los modelos estimados, se aplicó una prueba de Cramér-von Mises basada en la cópula empírica [38], el cual se describe en el [Apéndice A](#). Los parámetros de las cópulas, y los estadísticos y valores p de las pruebas de bondad de ajuste se calcularon utilizando el paquete Copula en R [39, 40] y se muestran en la [Tabla 2.4](#).

Tabla 2.4. Parámetros de cópulas, pruebas de bondad de ajuste y criterios de información

Par de Periodos (s) [†]	Tau de Kendall	Pearson	Cópula	Parámetro (θ)	Estadístico	Valor p	AIC score	BIC score
(0.7, 0.08)	0.406	0.580	Gumbel	1.683	0.041	0.020	-30.866	-28.148
			Frank	4.240	0.024	0.259	-41.699	-38.981
			Gaussiana	0.595	0.023	0.291	-41.959	-39.240
			Clayton	1.365	0.023	0.324	-38.606	-35.888
(0.7, 0.1)	0.427	0.609	Gumbel	1.745	0.044	0.010	-31.791	-29.073
			Frank	4.545	0.023	0.309	-46.696	-43.978
			Gaussiana	0.622	0.026	0.159	-44.127	-41.408
			Clayton	1.490	0.027	0.150	-38.173	-35.454
(0.7, 0.2)	0.504	0.698	Gumbel	2.014	0.031	0.059	-67.966	-65.248
			Frank	5.801	0.018	0.544	-71.083	-68.365
			Gaussiana	0.711	0.018	0.519	-74.357	-71.638
			Clayton	2.029	0.032	0.043	-57.951	-55.232
(0.8, 0.08)	0.410	0.569	Gumbel	1.695	0.023	0.267	-31.793	-29.074
			Frank	4.299	0.016	0.776	-41.409	-38.690
			Gaussiana	0.600	0.014	0.859	-38.011	-35.293
			Clayton	1.389	0.030	0.100	-30.075	-27.356
(0.8, 0.1)	0.421	0.596	Gumbel	1.729	0.024	0.248	-32.429	-29.711
			Frank	4.465	0.014	0.891	-44.919	-42.201
			Gaussiana	0.615	0.015	0.854	-39.889	-37.171
			Clayton	1.457	0.034	0.042	-28.342	-25.624
(0.8, 0.2)	0.498	0.678	Gumbel	1.992	0.019	0.419	-63.511	-60.792
			Frank	5.701	0.016	0.702	-67.269	-64.551
			Gaussiana	0.705	0.013	0.903	-67.644	-64.926
			Clayton	1.985	0.041	0.016	-49.546	-46.828
(0.9, 0.08)	0.426	0.588	Gumbel	1.742	0.031	0.068	-36.420	-33.701
			Frank	4.531	0.021	0.379	-45.488	-42.770
			Gaussiana	0.620	0.020	0.436	-41.208	-38.490

Par de Periodos (s) ¹	Tau de Kendall	Pearson	Cópula	Parámetro (θ)	Estadístico	Valor p	AIC score	BIC score
			Clayton	1.484	0.031	0.074	-31.743	-29.025
(0.9, 0.1)	0.431	0.608	Gumbel	1.756	0.023	0.303	-36.155	-33.437
			Frank	4.597	0.014	0.915	-47.016	-44.297
			Gaussiana	0.626	0.015	0.839	-42.955	-40.236
			Clayton	1.512	0.036	0.034	-28.687	-25.969
(0.9, 0.2)	0.495	0.682	Gumbel	1.980	0.022	0.246	-64.507	-61.789
			Frank	5.643	0.020	0.412	-67.391	-64.673
			Gaussiana	0.701	0.016	0.671	-68.685	-65.966
			Clayton	1.959	0.041	0.009	-50.875	-48.156
(1.0, 0.08)	0.462	0.645	Gumbel	1.860	0.034	0.052	-43.654	-40.936
			Frank	5.091	0.021	0.409	-55.979	-53.261
			Gaussiana	0.664	0.022	0.281	-50.515	-47.796
			Clayton	1.720	0.034	0.035	-33.730	-31.011
(1.0, 0.1)	0.477	0.669	Gumbel	1.910	0.032	0.058	-43.923	-41.205
			Frank	5.325	0.017	0.613	-59.178	-56.459
			Gaussiana	0.681	0.022	0.276	-52.156	-49.437
			Clayton	1.821	0.043	0.016	-29.017	-26.298
(1.0, 0.2)	0.523	0.714	Gumbel	2.099	0.028	0.100	-70.215	-67.497
			Frank	6.180	0.019	0.440	-75.587	-72.868
			Gaussiana	0.733	0.020	0.336	-74.710	-71.992
			Clayton	2.197	0.044	0.006	-49.778	-47.059

(1) Par de periodos ($T_{\text{horizontal}}$ para el espectro horizontal, T_{vertical} para el espectro vertical)

Si el valor p es menor que el nivel de significancia aceptable (generalmente establecido en 5%), se considera que existe evidencia suficiente en los datos para rechazar la hipótesis nula (ver [Apéndice A](#)). Se puede apreciar en la [Tabla 2.4](#) que, para la mayoría de los pares de periodos, la cópula Clayton no produce un ajuste adecuado a los datos y con valores de *valor p* en el rango de 0.06 al 4.3%, es rechazada con un nivel de significancia del 5%. Para ciertas combinaciones de pares de periodos con T_1 igual 0.7 y 1 segundo, la cópula Gumbel tampoco se ajusta bien a los datos

mostrando valores de valor p en el rango de 0.02 al 1%, por lo cual es rechazada también a un nivel de significancia del 5%. Por otro lado, las cópulas de Frank y Gaussiana tienen un valor p bastante mayor que el nivel de significancia, en algunos casos del orden de 80 a 90%, por lo que no son rechazadas en ningún caso por la prueba de bondad de ajuste.

Se aplicó el Criterio de Información de Akaike [19] (AIC, por sus siglas en inglés) para la selección del modelo de cópula. Este criterio evalúa la función de verosimilitud de los modelos candidatos y los penaliza en función del número de parámetros estimados (ver [Apéndice B](#)). El modelo que produce el puntaje mínimo en el criterio se considera el mejor y se selecciona. Se evaluó también el Criterio de Información de Bayes (BIC, por sus siglas en inglés) que se puede aplicar al seleccionar modelos de cópula de la [Tabla 2.1](#). Al igual que el AIC, el BIC se utiliza para comparar diferentes modelos y determinar cuál proporciona un equilibrio óptimo entre ajuste y complejidad (ver [Apéndice B](#)). Un valor más bajo de BIC o AIC indica que si los modelos candidatos tienen una verosimilitud similar, es preferible seleccionar aquel modelo que tenga menos parámetros, o, en el caso en que los modelos tengan el mismo número de parámetros, es preferible seleccionar aquel que tenga la mayor verosimilitud.

La [Tabla 2.4](#) muestra los valores estimados de los criterios de AIC y BIC para las cuatro cópulas. Es relevante señalar que en este escenario donde todos los modelos poseen únicamente un parámetro, la clasificación según AIC y BIC se basa exclusivamente en el valor de la verosimilitud. Para los casos con Tau de Kendall mayores a 0.45, el modelo Gaussiano y Frank presentan los puntajes de AIC y BIC más bajos, es decir, hay un empate. Mientras que para los casos con Tau de Kendall menores a 0.45, la cópula de Frank en su mayoría presenta los puntajes más bajos. De los doce casos mostrados en la [Tabla 2.4](#), en ocho casos, la cópula de Frank resulta ser el mejor modelo. Particularmente, para el par de periodos (0.8,0.2), los valores de AIC y BIC para la cópula de Frank y Gaussiana son casi iguales. Las cópulas de Gumbel y Clayton presentan los mayores valores de AIC y BIC, con lo cual no son seleccionadas.

Los gráficos de dispersión de los rangos normalizados de los residuos de aceleración en períodos en los que se selecciona el modelo Gaussiano se muestran en la [Figura 2.4](#).

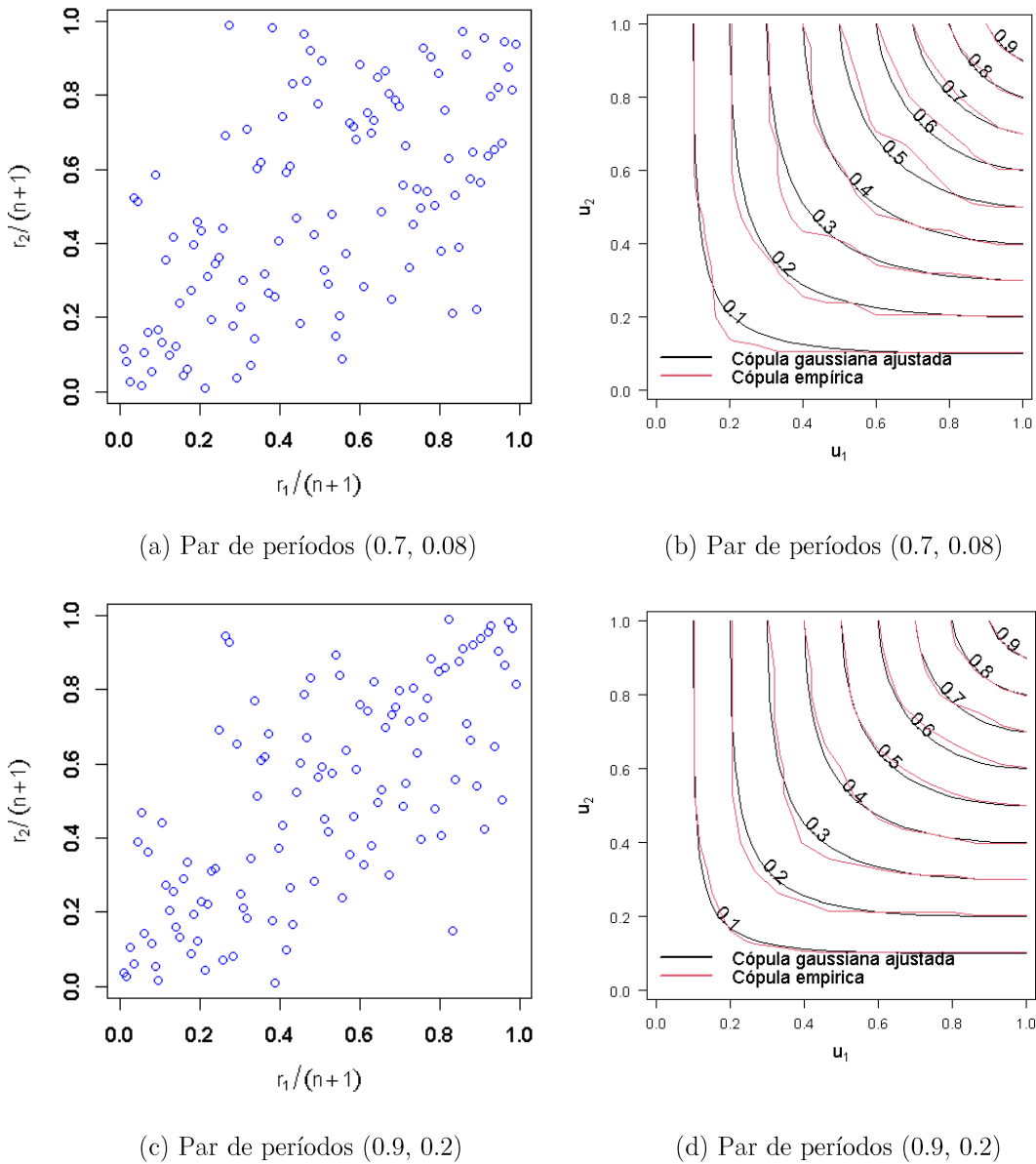


Figura 2.4 Pseudo-observaciones de los residuos de aceleración modelados con una cópula Gaussiana.

Considerando que la cópula empírica es una representación no paramétrica del patrón de dependencia de los datos, en la [Figura 2.4](#) se muestran los contornos de las cópulas Gaussiana estimadas en comparación con los contornos de la cópula empírica. No se observan diferencias significativas entre la cópula empírica y el modelo paramétrico, lo cual sugiere que la cópula Gaussiana representa apropiadamente la

relación de dependencia presente en los datos. La función de densidad de la cópula Gaussiana se muestra en la [Figura 2.5](#) para sus respectivos pares de periodos.

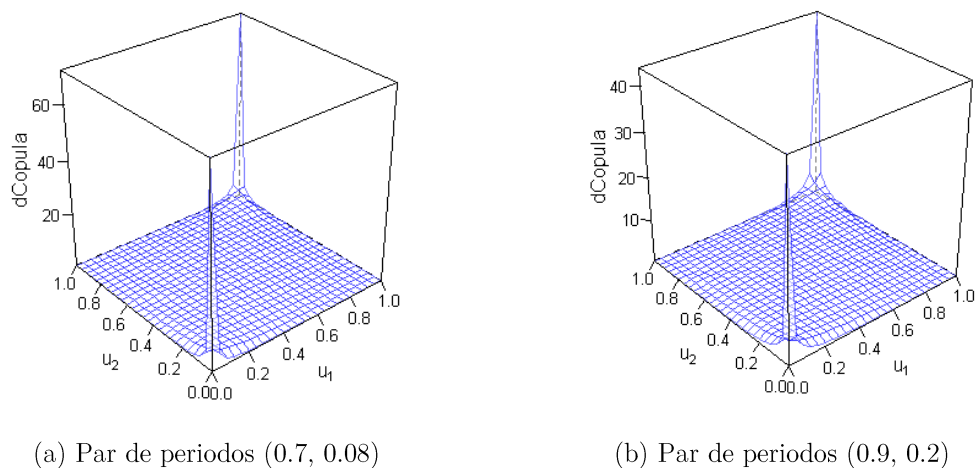


Figura 2.5 Función densidad de Cópula Gaussiana.

Los rangos normalizados de los residuos de las aceleraciones espectrales en períodos en los que se selecciona la cópula de Frank se muestran en la [Figura 2.6](#). Los residuos normalizados tienen una mayor dispersión en valores intermedios y altos del rango comparado con valores pequeños. En la [Figura 2.6](#), se presentan también los contornos de la cópula de Frank ajustada y la cópula empírica. Se observa que el modelo paramétrico de Frank se ajusta bastante bien a los datos y muestran una similitud con la cópula empírica.

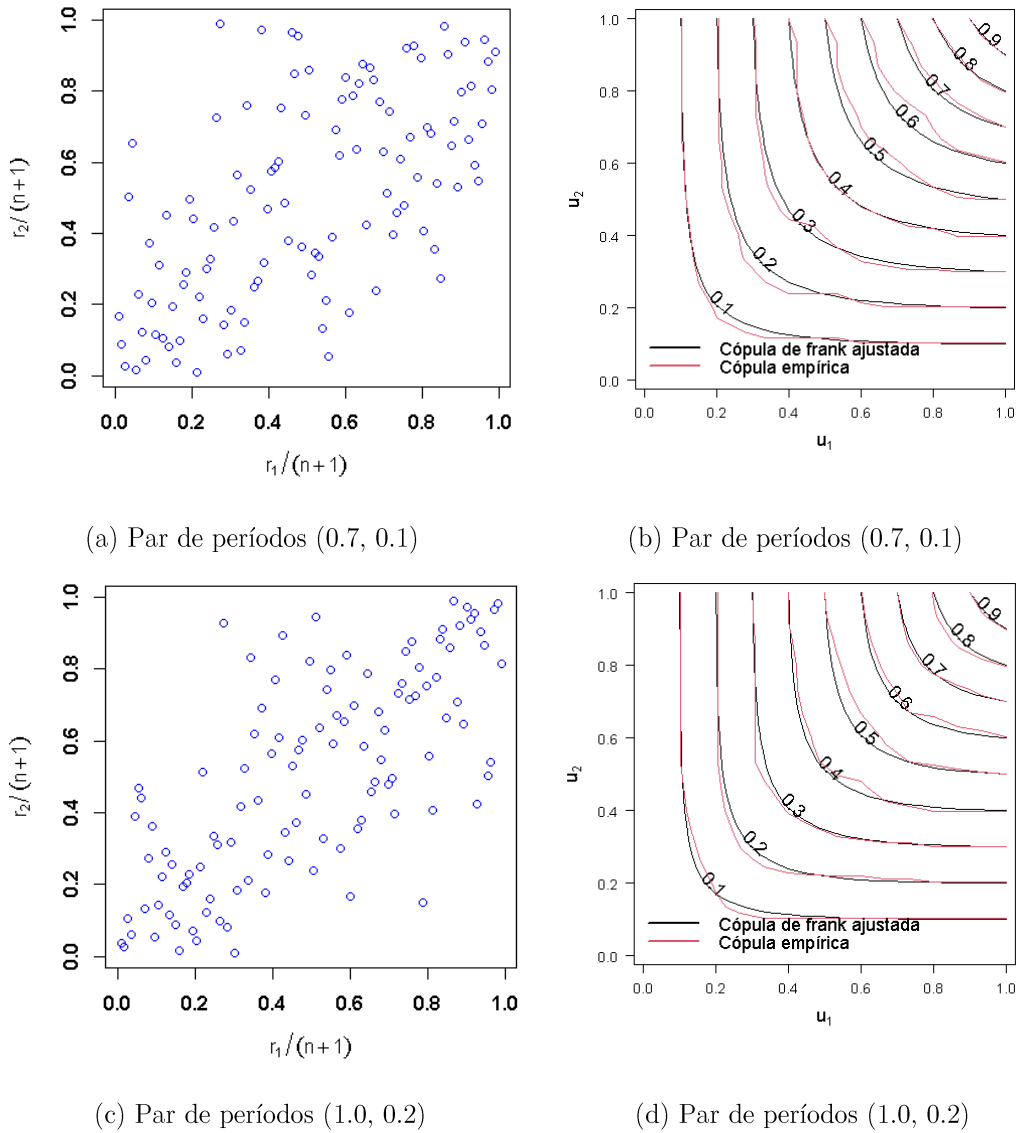


Figura 2.6 Pseudo-observaciones de los residuos de aceleración modelados con una cópula Frank.

La función de densidad de la Cópula de Frank se muestra en la [Figura 2.7](#) para los pares de periodos correspondientes. El análisis de la dependencia estadística de las aceleraciones espectrales para el par de periodos de (0.8, 0.1) s es de interés para el estudio de caso de un puente carretero de concreto reforzado que se presenta en el capítulo 3. El periodo estructural $T_1 = 0.8$ s corresponde a las ordenadas espectrales de la componente horizontal N-S, $S_{ah} = S_{a1} = S_a(T_1)$, con valores de aceleraciones

espectrales entre 0.42 a 246.1 Gal (ver [Figura 2.3](#)). Mientras que el periodo estructural $T_2 = 0.1$ s corresponde a las ordenas espectrales de la componente vertical, $S_{av} = S_{a2} = S_a(T_2)$, con valores de aceleraciones entre 0.6 a 802.9 Gal, ver [Figura 2.3](#). Los residuos de las aceleraciones espectrales, $\varepsilon_1 = \varepsilon(T_1)$ y $\varepsilon_2 = \varepsilon(T_2)$, tienen un Tau de Kendall de 0.421, lo cual indica una asociación positiva de grado moderado.

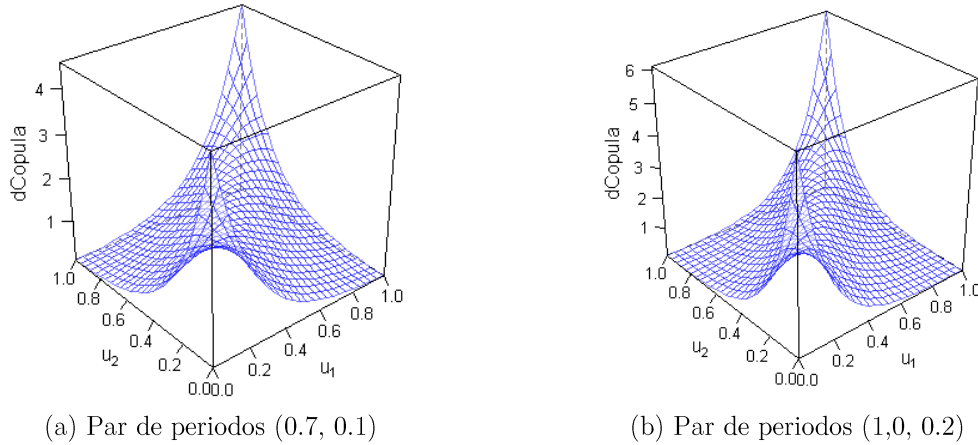


Figura 2.7 Función densidad de Cópula Frank

Como se aprecia en la [Figura 2.8](#), se presentan mayor dispersión en el intervalo de rangos intermedios, digamos entre 0.2 y 0.8, que en los extremos. Si el nivel de significancia deseado es del 5%, se observa en la [Tabla 2.4](#) que se rechaza la cópula de Clayton con un valor de p valor de 4%. En cambio, las cópulas de Frank, Gumbel y Gaussiana tienen un valor p de 24.8%, 85.4% y 89.1%, con lo cual no serían rechazados por el nivel de significancia. Con respecto a los análisis por criterio de información, el modelo de Frank con un valor de -44.92 de AIC y -42.20 de BIC obtiene los menores puntajes y por lo tanto es el mejor modelo para los datos. Lo sigue en segundo lugar el modelo de copula Gaussiana que supera el modelo de Gumbel. El modelo de Clayton obtiene los peores resultados y ocupa el último lugar (ver [Tabla 2.4](#)).

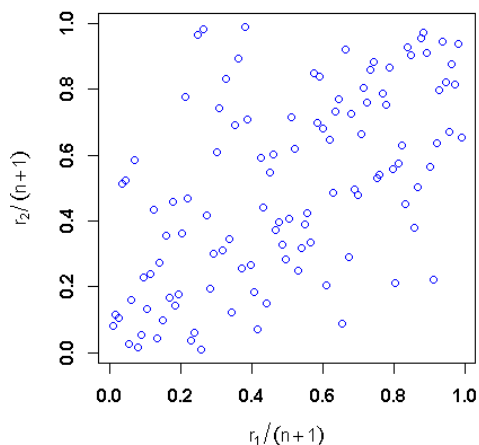


Figura 2.8 Pseudo-observaciones de los residuos de aceleración para el par de periodos (0.8,0.1)

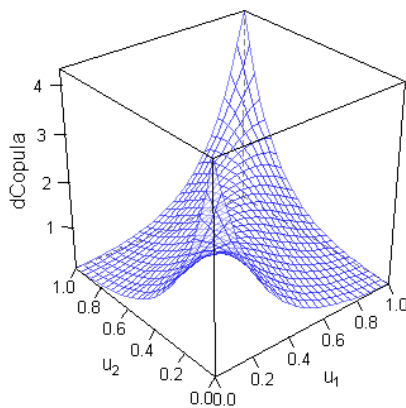


Figura 2.9 Función de densidad de cópula de Frank

Si se compara los modelos estimados con la cópula empírica, tal como se muestra en las gráficas de contornos de la [Figura 2.10](#), la cópula de Frank se asemeja de mejor forma a los contornos de la cópula empírica, lo cual sugiere que dicho modelo representa de mejor manera la estructura de dependencia observada en los datos. Por lo tanto, se emplea el modelo de Frank, con parámetro estimado de $\theta = 4.465$, para modelar la distribución conjunta de probabilidad de $S_{a1}(0.8)$ y $S_{a2}(0.1)$.

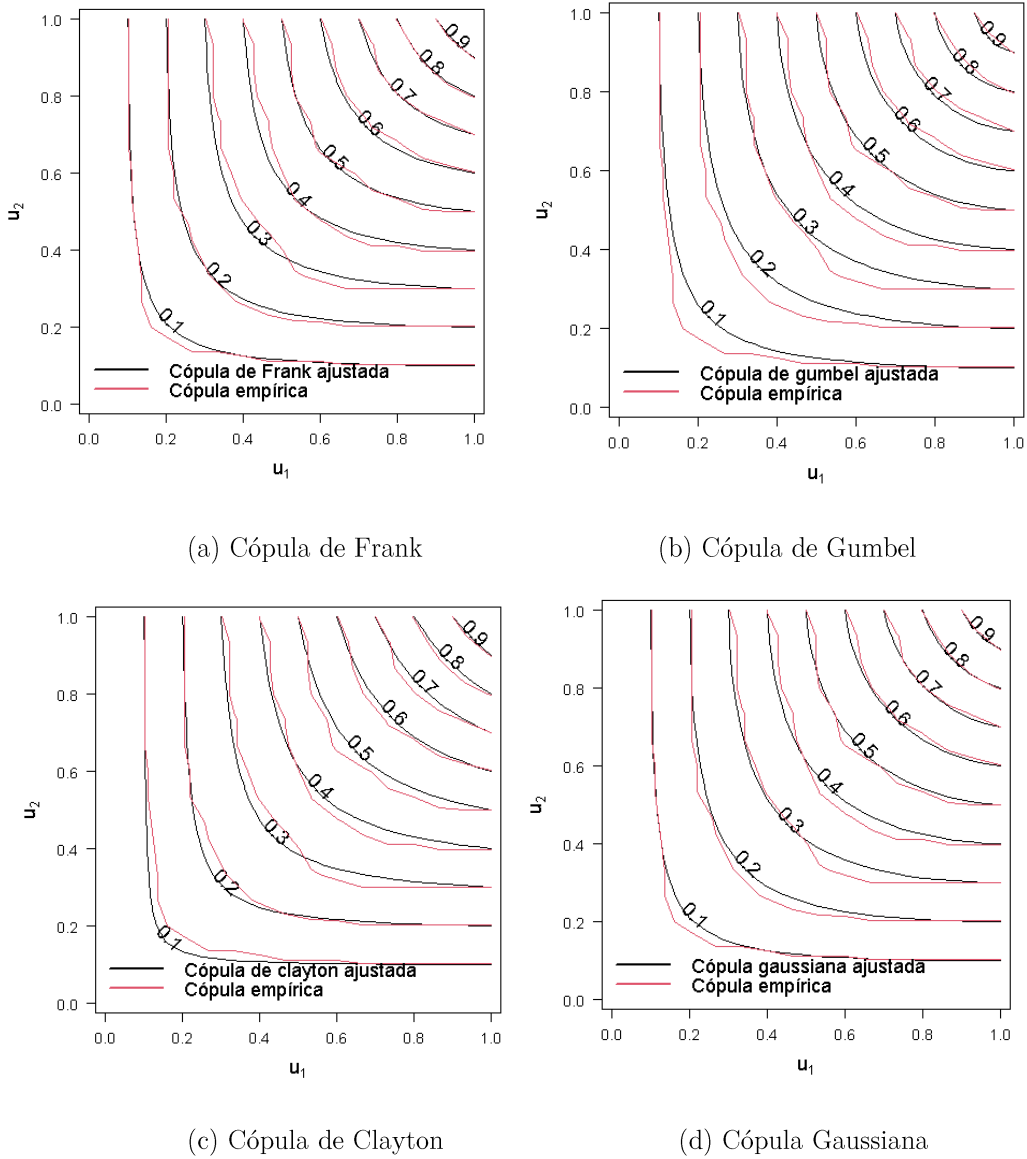


Figura 2.10 Contornos de cópulas comparadas con la cópula empírica

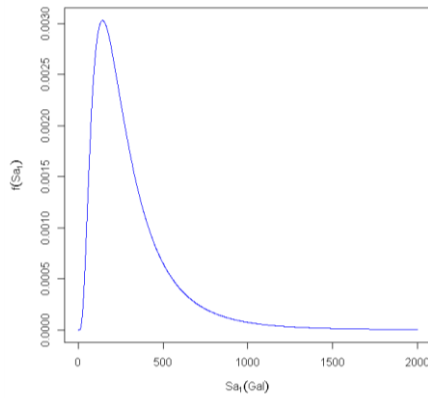
2.2.1. Modelo de distribución conjunta de aceleraciones espectrales

La distribución de probabilidad conjunta (DPC) y la función de densidad de probabilidad conjunta (FDP) de las ordenadas espectrales S_{a1} y S_{a2} , se pueden obtener en función de la cópula de Frank estimada y de la densidad de la cópula de acuerdo con la [ecuac.\(2.16\)](#) y la [ecuac.\(2.5\)](#), como sigue,

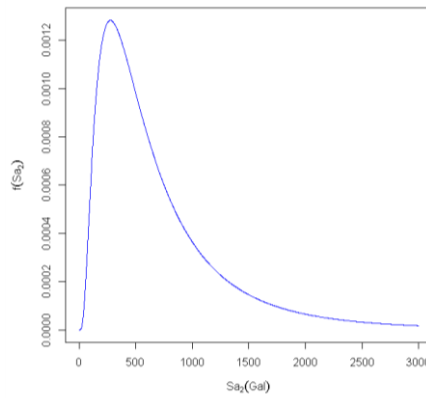
$$F_{S_a}(a_1, a_2 | m, r) = C(F_{S_{a1}}(a_1 | m, r), F_{S_{a2}}(a_2 | m, r)) \quad (2.15)$$

$$f_{S_a}(a_1, a_2 | m, r) = c(F_{S_{a1}}(a_1 | m, r), F_{S_{a2}}(a_2 | m, r)) f_{S_{a1}}(a_1 | m, r) f_{S_{a2}}(a_2 | m, r) \quad (2.16)$$

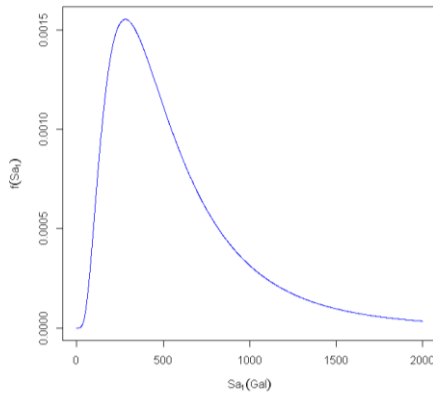
donde las distribuciones condicionales $F_{S_{ai}}(a_i | m, r)$ y las funciones de densidad $f_{S_{ai}}(a_i | m, r)$, dado que $M = m$ y $R = r$, están definidas por el valor esperado $E[\ln S_a(T) | M, R]$ y la desviación estándar $\sigma[\ln S_a(T)]$ del modelo de movimiento del suelo (ley de atenuación) suponiendo que cada una de las aceleraciones espectrales es una variable lognormal. La función de densidad de probabilidad marginal de cada una de las aceleraciones espectrales S_{a1} y S_{a2} se muestran en la [Figura 2.11](#) para $M_w = 7, 7.5$ y 8 , y $R = 12.5$ km. Se puede apreciar que la probabilidad de que se produzcan valores altos de aceleraciones espectrales es mayor a medida que se aumenta la magnitud del sismo, tanto para la componente horizontal como vertical.



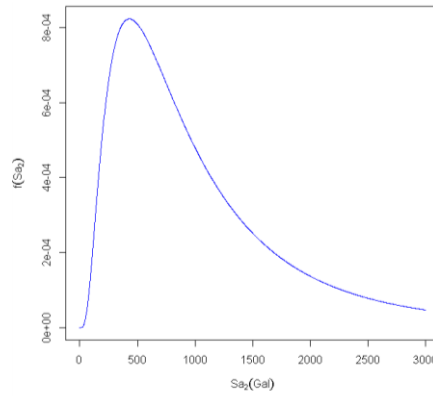
(a) $M_w=7.5$ y $R=12.5$ km



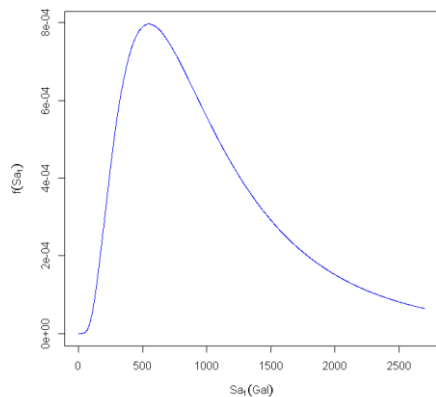
(b) $M_w=7.5$ y $R=12.5$ km



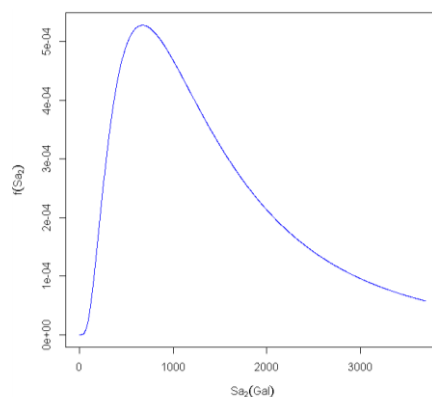
(c) $M_w=8$ y $R=12.5$ km



(d) $M_w=8$ y $R=12.5$ km



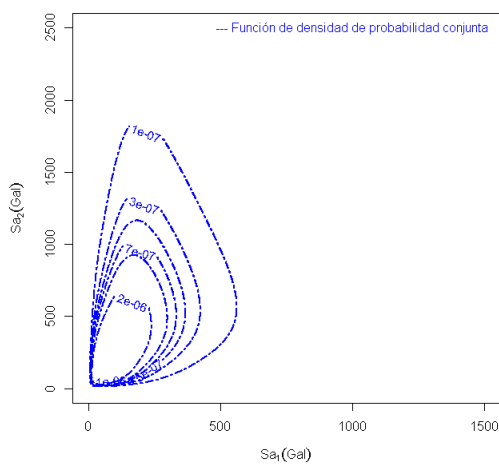
(e) $M_w=8.5$ y $R=12.5$ km



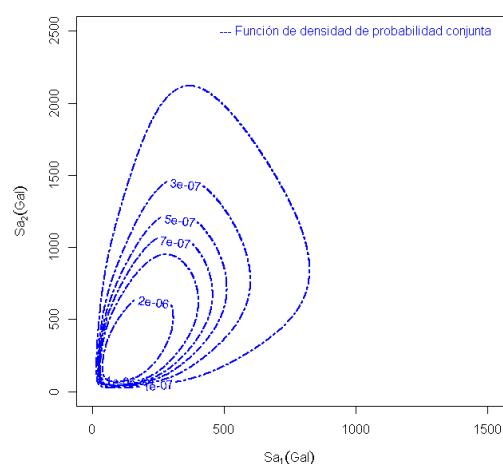
(f) $M_w=8.5$ y $R=12.5$ km

Figura 2.11 Función de densidad de probabilidad de las ordenadas espectrales (a,c,e) horizontales y (b,d,f) verticales para una magnitud y distancia.

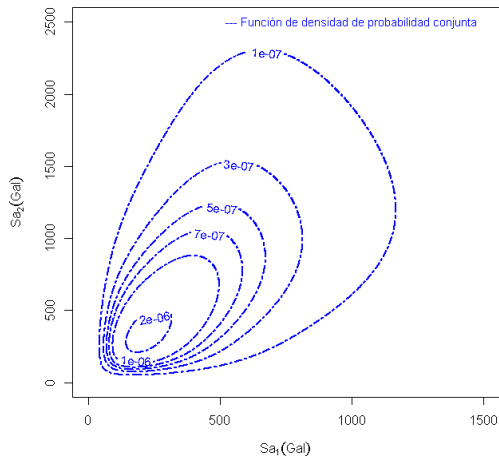
Los contornos de la función de densidad de probabilidad conjunta de las aceleraciones espectrales Sa_1 y Sa_2 condicional a $M_w = 7, 7.5, 8$ y 8.5 , y $R = 12.5$ km, se muestran en la [Figura 2.12](#). Estos contornos de igual probabilidad se extienden sobre un dominio mucho mayor en ambas componentes espectrales para magnitudes de sismos más grandes.



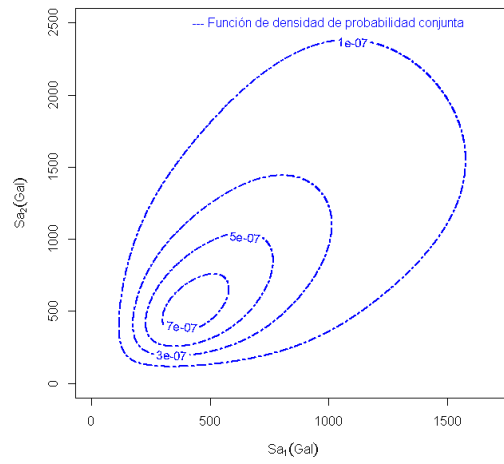
(a) $M_w=7.0$ y $R=12.5$ km



(b) $M_w=7.5$ y $R=12.5$ km



(a) $M_w=8$ y $R=12.5$ km



(b) $M_w=8.5$ y $R=12.5$ km

Figura 2.12 Función de densidad de probabilidad conjunta de las ordenadas espectrales para una magnitud y distancia.

Capítulo 3

3 Tasas de excedencia

3.1 Introducción

En este capítulo, se describe primero el puente carretero de concreto reforzado que se seleccionó para el estudio y se presentan los modelos estructurales de columnas empleados para el análisis probabilista de la demanda sísmica. Los diferentes modelos se obtuvieron mediante el escalamiento de la resistencia de las columnas. Se aborda luego el tema del escalamiento de los registros sísmicos que se emplearon para los análisis dinámicos no lineales de los modelos estructurales. Con base en los resultados de los análisis dinámicos, se estiman modelos de regresión de las máximas deformaciones axiales unitarias del concreto de las columnas en función de aceleraciones espectrales para la primera y segunda forma modal correspondientes a los componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del suelo. Se presenta a continuación la formulación bivariada para la estimación de tasas de excedencia de las máximas deformaciones axiales unitarias del concreto. Las tasas de excedencia se calculan empleando el método de Montecarlo y los resultados se comparan con los obtenidos con una formulación univariada.

3.2 Modelo de Puente

Se consideró para el estudio de caso un puente carretero típico de concreto reforzado localizado sobre la autopista Maravatío - Zapotlanejo en el estado de Michoacán, México (ver [Figura 3.1](#)). El puente fue diseñado con la normatividad de AASHTO [1] bajo las consideraciones de análisis de cargas de la Norma para el Diseño y Construcción de Puentes de la SCT [41]. La información de dicho puente fue tomada del trabajo de Roman [42].



Figura 3.1 Vista panorámica del puente bajo estudio

El puente tiene una longitud de 61.74 m, con tres tramos de 20.61, 20.50 y 20.51 m, y dos juntas de 6 cm como se muestra en la [Figura 3.2](#). La superficie de rodamiento tiene un ancho de 11.07 m, con un ancho de calzada de 10.47 m para dos carriles de circulación. En cuanto a la estructuración, el puente tiene una superestructura constituida por una losa de concreto reforzado de 20 cm y siete traveses AASHTO tipo III. La superestructura descansa sobre apoyos de neopreno de 5.7 cm de espesor. La subestructura está formada por dos marcos de concreto reforzado y dos apoyos extremos. Cada marco está compuesto por dos columnas de concreto reforzado unidas por una trabe (ver [Figura 3.2](#) y [Figura 3.3](#)) sobre una cimentación superficial. Para un mayor detalle de las dimensiones geométricas del puente bajo estudio, se puede consultar el trabajo de Roman [42].

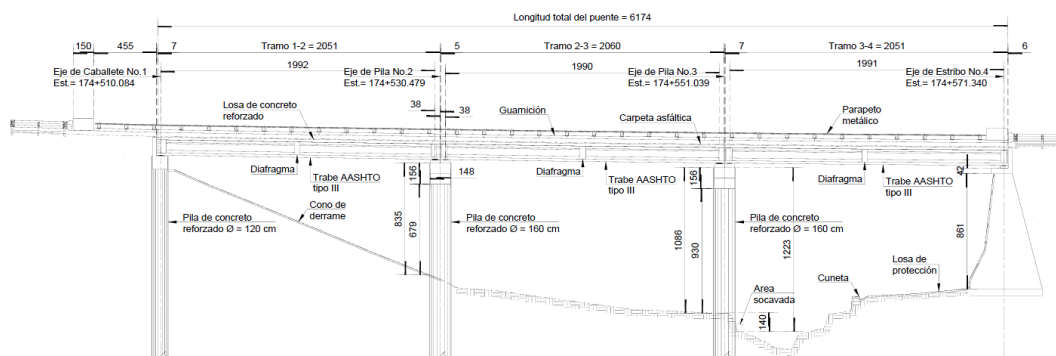


Figura 3.2 Elevación longitudinal del Puente bajo estudio

Para los análisis del presente trabajo, se seleccionó el marco número 3 que se muestra en la [Figura 3.3](#) por tener la mayor altura libre. Las columnas del marco número 3 tienen un diámetro de 160 cm con una longitud de 1250 cm y se encuentran cimentadas con zapatas de concreto reforzado de sección rectangular. La trabe o cabezal es de sección rectangular con base y peralte de 150 y 156 cm, respectivamente, y tiene una longitud de 1175 cm tal como se muestra en la vista frontal de la [Figura 3.3](#). Se tuvo en cuenta las propiedades mecánicas de los materiales del puente. El concreto utilizado presenta una resistencia a la compresión ($f'c$) de 250 kg/cm² y un módulo de elasticidad (E_c) de 237,171 kg/cm². El esfuerzo de tracción del concreto se calculó utilizando en la fórmula $1.5\sqrt{f'c}$ kg/cm² [43]. En cuanto al acero estructural, su esfuerzo de fluencia (f_y) es de 4,200 kg/cm² y su módulo de elasticidad (E_s) es de 2,100,000 kg/cm². Estos valores se han utilizado para el análisis estructural del puente.

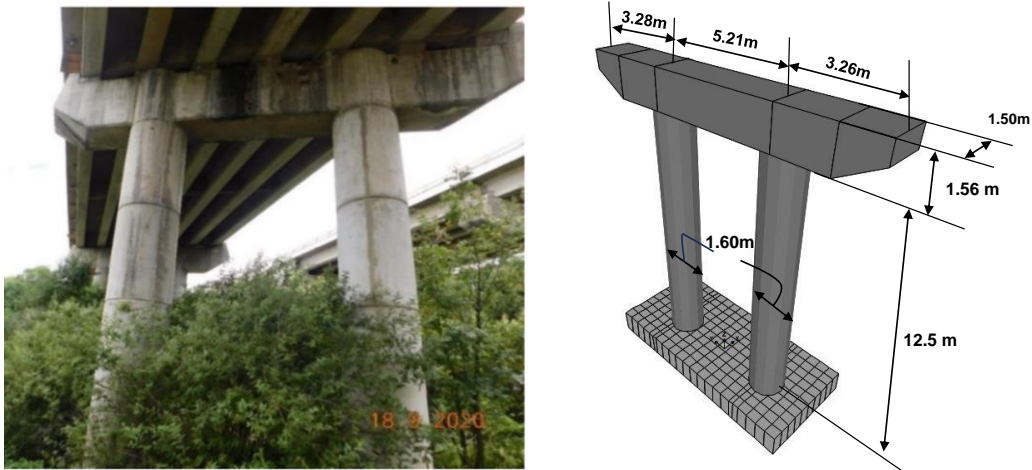


Figura 3.3 Marco número 3 del Puente bajo estudio

Las columnas de interés en el marco 3 están compuestas por un total de 55 barras longitudinales de acero, cada una de calibre #8 o 1 pulgada de diámetro, tal como se ilustra en la [Figura 3.4](#). Se han dispuesto estribos compuestos por barras de calibre #4 o 1/2 pulgada de diámetro, colocados a intervalos de 5 cm. Se consideró un recubrimiento de 5 cm. El modelo presenta una carga axial sobre las columnas de $\frac{P}{A_g f'c} = 7.5\%$, que resulta de considerar las cargas muerta y viva en servicio. Se considera que las columnas tienen un factor de agrietamiento del 0.5. La trabe fue diseñada para que primero la columna falle o agote su capacidad de deformación, antes que la trabe.

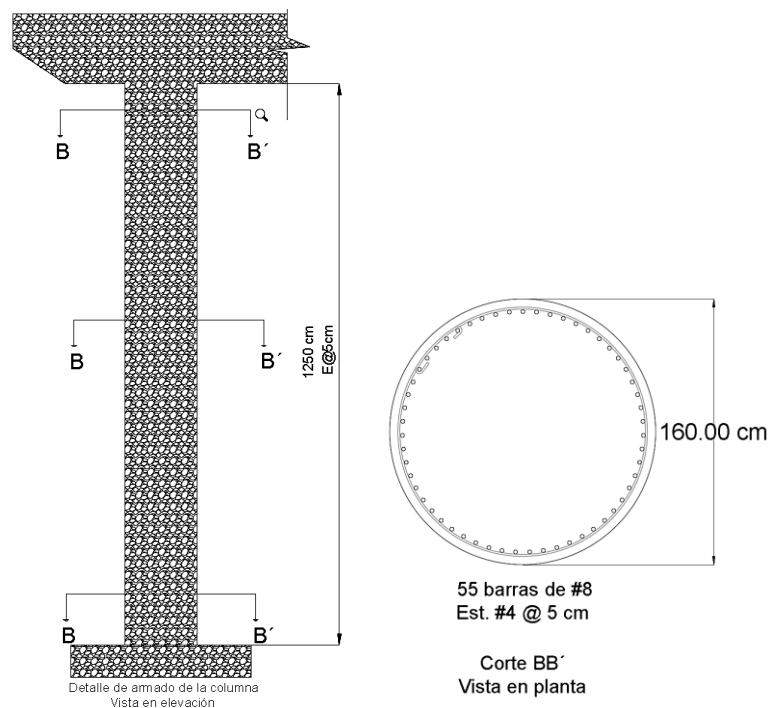


Figura 3.4 Columna típica de la pila número 3 del Puente

La Figura 3.5 muestra la primera forma modal de vibración traslacional del marco con un periodo fundamental de $T_1 = 0.80 \text{ s}$ y la segunda forma modal de vibración vertical con un periodo de $T_2 = 0.10 \text{ s}$.

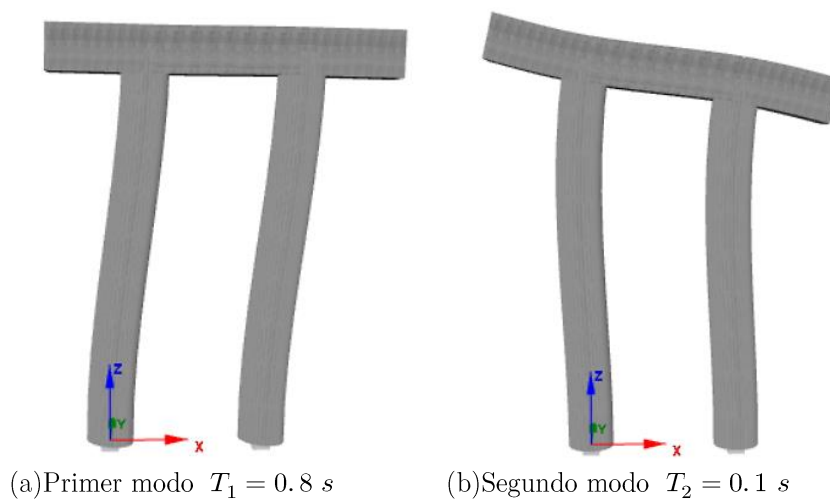


Figura 3.5 Formas modales del marco típico

3.3 Escalamiento de la estructura

Se realiza un análisis de empuje (*pushover*) para obtener la curva de capacidad del marco 3 (Figura 3.3), la cual es una representación gráfica que permite determinar la resistencia de la estructura y su capacidad de deformación. Los análisis *pushover* resultaron esenciales para establecer una relación entre los resultados de las deformaciones obtenidas en los análisis dinámicos no lineales y un nivel específico de daño. Se utilizó el programa Seismostruct [44], el cual permite emplear el modelo de fibras distribuida para el análisis no lineal del marco para predecir el comportamiento de estructuras bajo cargas estáticas y dinámicas tomando en consideración la no linealidad tanto de la geometría como de los materiales. Las curvas esfuerzo deformación del concreto confinado y no confinado se construyeron con el modelo de Mander et al. [45]. En la Figura 3.6, se muestra la curva esfuerzo deformación para el concreto confinado y sin confinar de la columna típica circular de la Figura 3.4, en donde para una deformación de 0.004 y 0.015 el concreto no confinado y confinado falla respectivamente. Finalmente, se realizó el escalamiento de la estructura tomando como base la curva de capacidad del marco 3, que consistió en reducir la resistencia lateral sísmica del marco con respecto a la resistencia original.

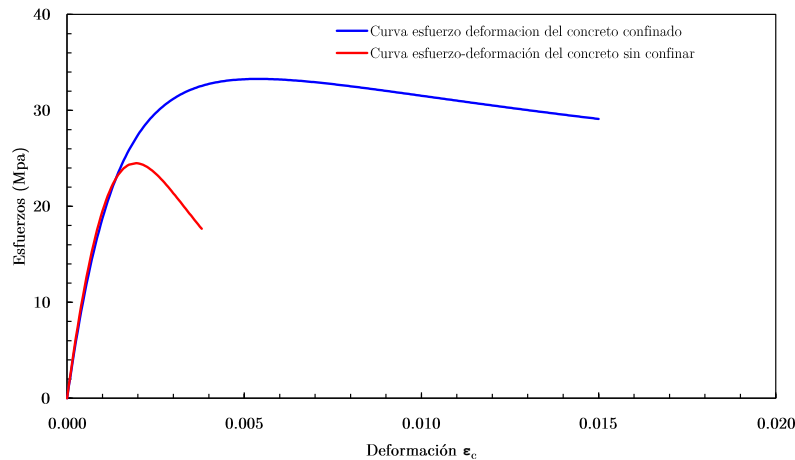


Figura 3.6 Curva esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado para la columna circular

De acuerdo con la metodología propuesta por Shome [46] para el análisis probabilista de demanda sísmica, se generaron variaciones del modelo escalando su resistencia. Esto permite contar con otros modelos que incursionen en el rango inelástico y aporten más información para la estimación de modelos de regresión de la respuesta de interés. El modelo estructural de 100% (RL1) de resistencia es la columna típica de 55 barras de acero longitudinal #8 (Figura 3.4). Con el fin de conservar el periodo estructural, se

varió las cuantías longitudinales para el escalamiento de la resistencia, de manera tal que se obtuvieron dos modelos con barras de acero longitudinal 44#8 y 88#8, correspondientes al 80%(RL2) y 130%(RL3) de resistencia lateral del modelo al 100%, respectivamente. En el Apéndice D, se muestran las curvas esfuerzo-deformación para estos modelos. Adicionalmente, se consideró un modelo con la misma cuantía longitudinal que el modelo del 100%, pero con estribos espaciados cada 10 cm (RL5). Se generaron las curvas de capacidad para los modelos de resistencias laterales (RL) escaladas, las cuales se muestran en la Figura 3.7, en las cuales se observa, en primera instancia, la fluencia del acero longitudinal de las columnas. Conforme se deforma lateralmente el marco, se presenta el aplastamiento del concreto no confinado, y posteriormente el aplastamiento del concreto no confinado o ruptura del acero transversal. Con ello, se puede correlacionar en forma paramétrica la intensidad sísmica con la máxima deformación axial unitaria del concreto que da lugar a diferentes niveles de daño, como se verá más adelante.

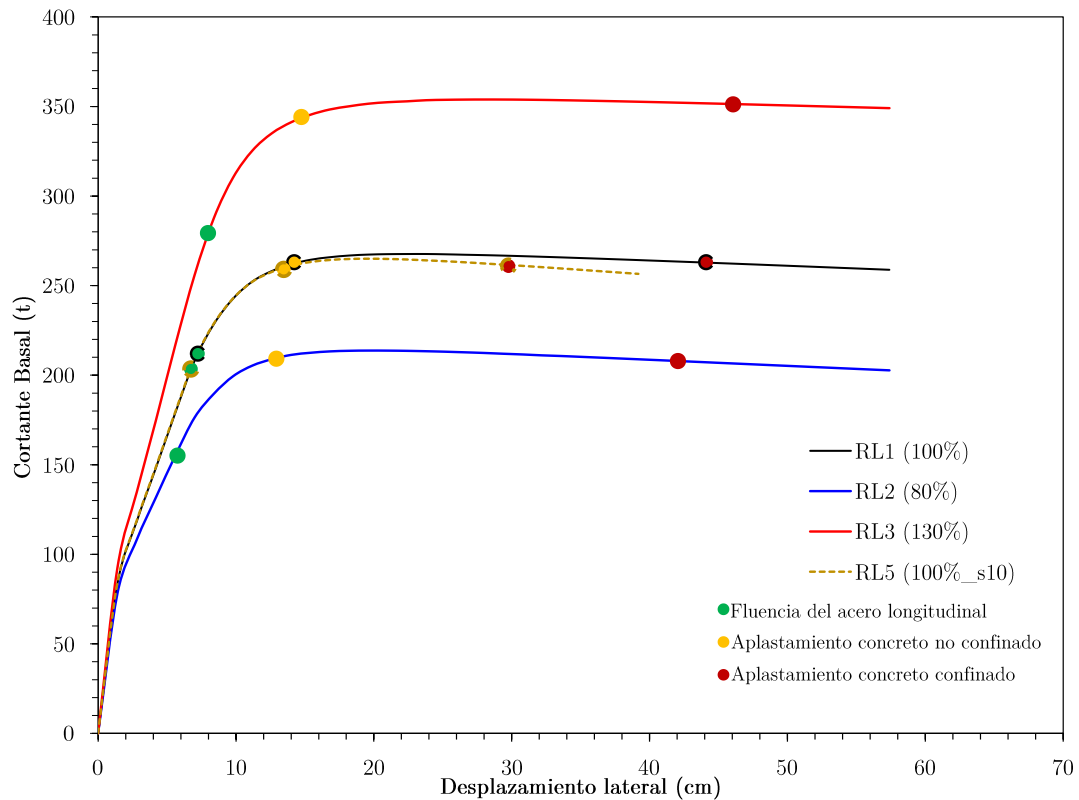


Figura 3.7 Curvas de capacidades para distintas resistencias laterales

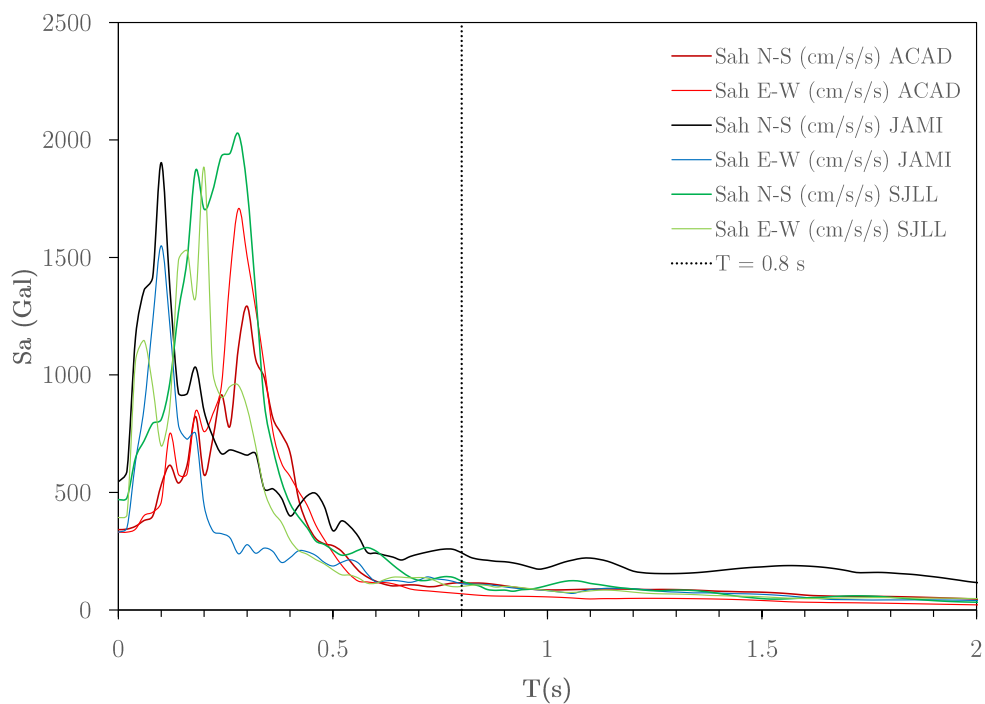
3.4 Escalamiento de los registros sísmicos

Con el objetivo de realizar los análisis dinámicos no lineales en el dominio del tiempo, se procedió a escalar los registros sísmicos. El factor de escalamiento se calcula como,

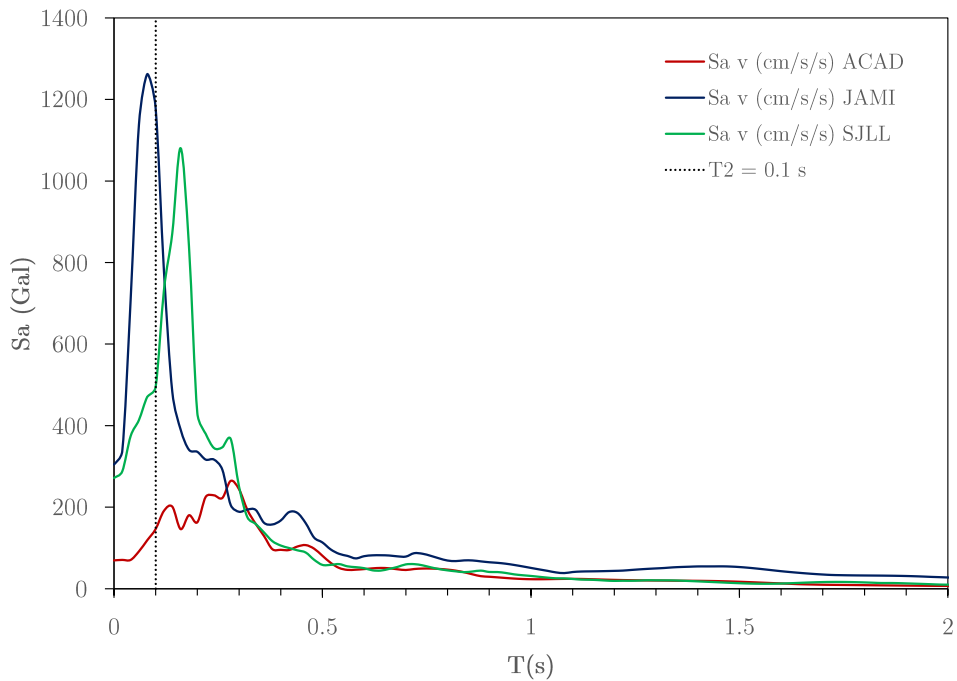
$$F(T_i) = \frac{Sa(T_i|M_w, R)}{Sa_r(T_i)} \quad (3.1)$$

donde $Sa(T_1|M_w, R)$ es la ordenada espectral de la ley de atenuación horizontal o vertical, $Sa_r(T_1)$ es ordena espectral asociado al registro sísmico, y M_w, R son la magnitud de momento y distancia a la fuente sísmica. El factor $F(T_i)$ multiplica las ordenadas de todo el registro sísmico seleccionado. Este proceso de escalamiento con base en una ley de atenuación reduce las dispersiones de la respuesta estructural en los análisis no lineales según Shome [46]. Las componentes horizontales de los registros se escalaron con un factor de escalamiento calculado en el periodo $T_1 = 0.80$ s y las componentes verticales con un factor calculado en el periodo $T_2 = 0.10$ s, empleando los modelos de ley de atenuación de Garcia y Jaimes [32] mostrados en la [ecuac.\(2.11\)](#) y [ecuac.\(2.12\)](#).

Para los análisis no lineales en el dominio del tiempo, se seleccionaron tres registros con las mayores ordenadas espectrales de las componentes horizontales (Norte-Sur y Este-Oeste) y verticales de las 112 señales empleadas en el capítulo 2 ([Figura 3.8](#)). La aceleración espectral para ambas componentes se ajusta con el factor de escala $F(T_i)$.



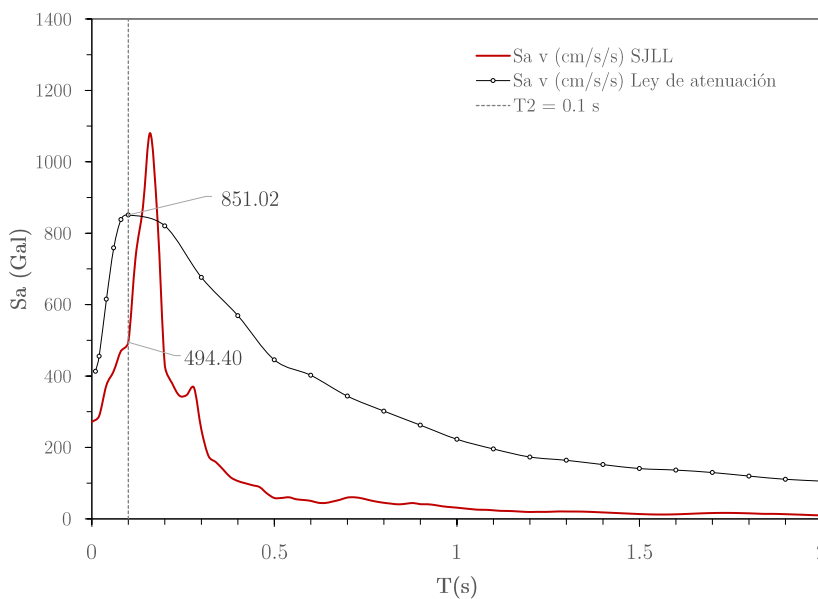
(a) Espectros horizontales de registros seleccionados



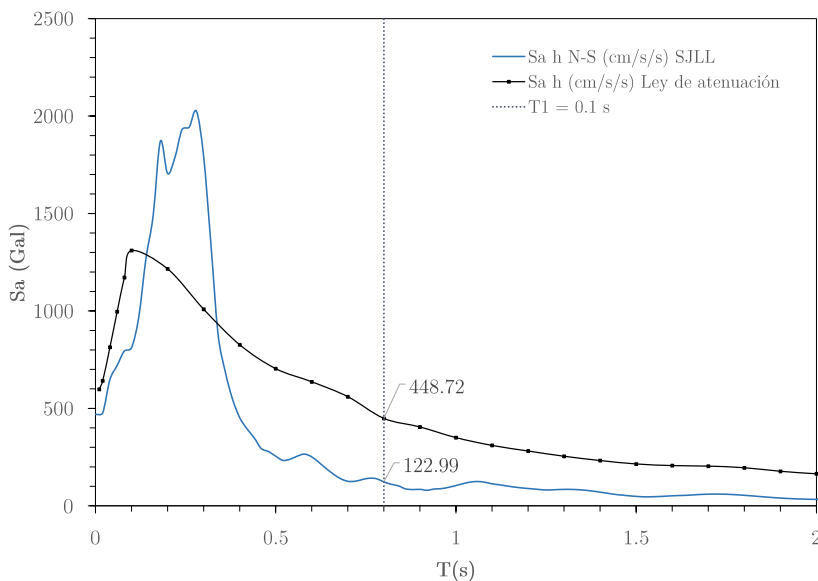
(b) Espectros verticales de registros seleccionados

Figura 3.8 Espectros de los registros seleccionados

La Figura 3.9 muestra las ordenadas espectrales empleadas para el cálculo de los factores de escalamiento de las componentes horizontales y verticales del registro SJLL1802_162 (ver Anexo C), para el cual $M_w = 7.9$ y $R = 10.5$ km.



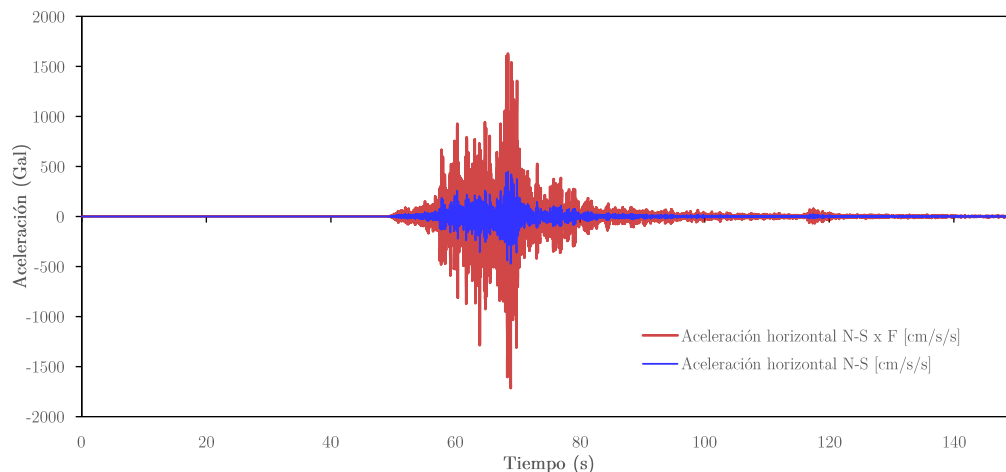
(a) Espectros verticales de la ley de atenuación y acelerograma SJLL1802_162



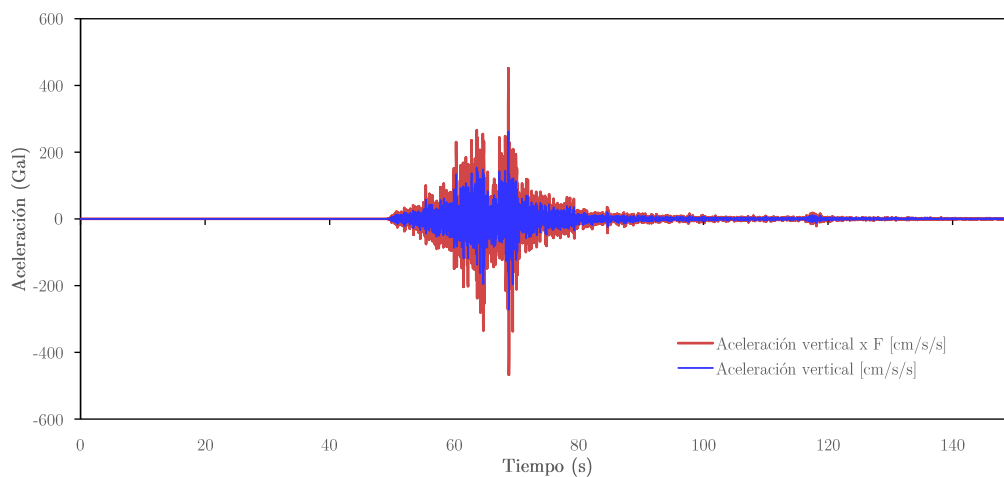
(b) Espectros horizontales de la ley de atenuación y acelerograma SJLL

Figura 3.9 Espectros de la ley de atenuación para un $R=10.5$ km y una $M_w=7.9$ y espectro del acelerograma SJLL1802_162

Finalmente, en la [Figura 3.10](#), se presentan los acelerogramas escalados a través del factor $F(T_i)$, con valores de 3.65 y 1.72 para las componentes Norte-Sur (N-S) y vertical respectivamente. Este proceso se realizó con los tres registros seleccionados para distintas M_w y R que se muestran en el [Anexo C](#).



(a) Acelerograma horizontal escalado



(b) Acelerograma vertical escalado

Figura 3.10 Acelerograma horizontal y vertical escalado SJLL1802_162 con el Factor $F(T)$ del espectro de respuesta, conforme a los valores de $M_w = 7.9$ y $R = 10.5$ km

3.5 Análisis no lineales en el dominio del tiempo

Se llevaron a cabo análisis dinámicos no lineales (ANL) en el dominio del tiempo para establecer un modelo de regresión entre las medidas de intensidad del movimiento sísmico ($Sa(T_1)$, $Sa(T_2)$) y la máxima deformación axial unitaria del concreto.

Se analiza el marco del puente considerando (1) sólo la componente horizontal (Sismo X) de los acelerogramas (caso univariado), y (2) ambas componentes horizontal y vertical (Sismo X+Z) de los acelerogramas (caso bivariado). Los análisis ANL se realizaron con el programa Seismostruct [44], considerando un esquema de modelación basada en plasticidad distribuida. Los distintos modelos RL1, RL2, RL4, RL5 (ver Figura 3.7) se sometieron a registros de acelerogramas escalados.

Se evaluó la máxima deformación axial unitaria del concreto de las columnas. La Figura 3.11 muestra la distribución del daño para los modelos RL1, RL2 y RL5, obtenida de los ANL con el registro SJLL1802_162 escalado a los parámetros sismológicos (M_w y R) de la Tabla 3.1.

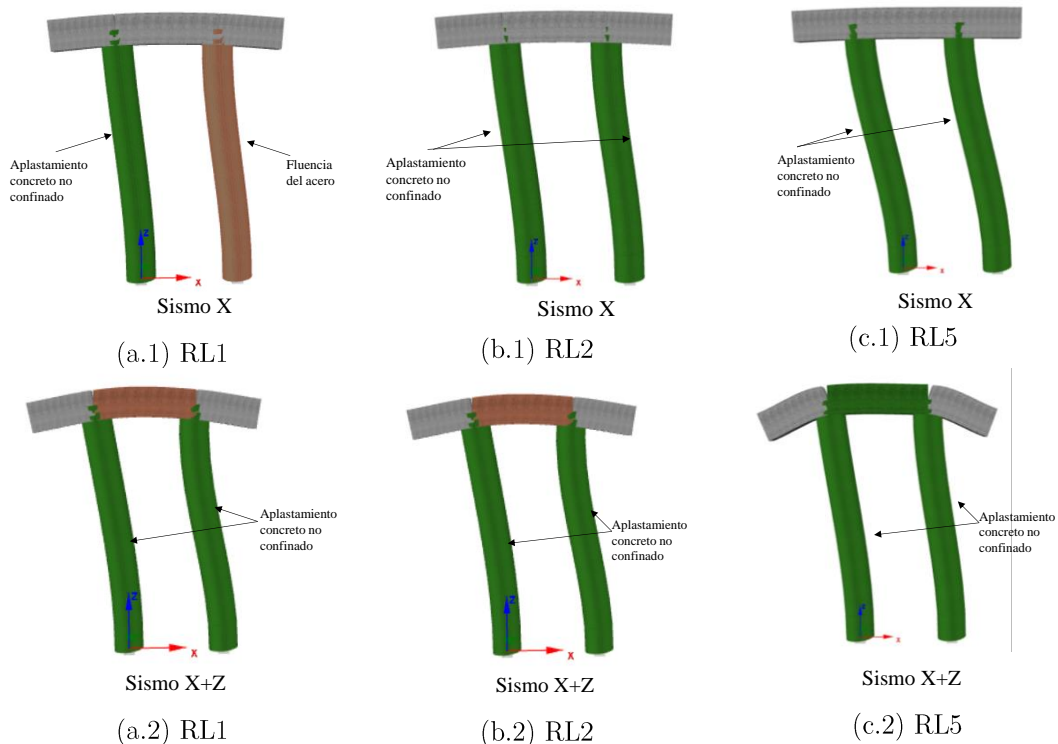


Figura 3.11 Distribución de daño del marco en estudio con el registro SJLL1802_162 escalado

Se observa en la [Figura 3.11](#), que las columnas sometidas a Sismo X presentan pérdida del recubrimiento del concreto no confinado y fluencia del acero longitudinal. Si se incluye la componente vertical (Sismo X+Z), además del daño en las columnas, existe la fluencia del acero longitudinal hasta la pérdida del recubrimiento del concreto en la trabe. Al incluir los efectos de la componente vertical del movimiento sísmico, se observa un incremento en los valores de la deformación unitaria del concreto ([Tabla 3.1](#)). Esto se debe a que cuando se incluye el registro vertical aumenta la demanda de carga axial. Considerando sólo la componente horizontal, la demanda axial normalizada tiene un valor de $\frac{P}{A_g f'_c} = 24$ a 35% , mientras que al incluir la componente vertical $\frac{P}{A_g f'_c} = 40$ a 60% . Asimismo, se calculó la distorsión para cada análisis. No obstante, como se puede observar en la [Tabla 3.1](#), no se encontró un incremento en su valor al incluir la componente vertical de la excitación. En los análisis, la distorsión es menor cuando se considera la componente vertical (ver [Apéndice E](#) y [Tabla 3.1](#)). Por lo tanto, la estimación de modelos de regresión y el análisis de tasas de excedencia bivariadas se realizaron tomando como parámetro estructural las deformaciones unitarias en el concreto de las columnas del puente.

Tabla 3.1. Resultados de análisis ANL

Dirección de análisis	Sismo X	Sismo X+Z	Sismo X	Sismo X+Z	Sismo X	Sismo X+Z
Resistencia lateral	RL1	RL1	RL2	RL2	RL5	RL5
RL	(Figura 3.11 a.1)	(Figura 3.11 a.2)	(Figura 3.11 b.1)	(Figura 3.11 b.2)	(Figura 3.11 c.1)	(Figura 3.11 c.2)
Parámetros sismológicos						
M _w	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5
R (km)	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5
Aceleración espectral						
S _a (T ₁) (Gal)	1000.61	1000.61	1000.61	1000.61	1000.61	1000.61
S _a (T ₂) (Gal)	-	1449.26	-	1449.26	-	1449.26
Respuesta de estructura						
Y _{max}	0.0252	0.0239	0.0263	0.0242	0.0266	0.0243
ε _{c max}	0.0095	0.0110	0.0097	0.013	0.010	0.014

3.6 Modelos de regresión

Los modelos de regresión estructural o también conocidos como modelos de demanda sísmica (MDS), son herramientas utilizadas en ingeniería sísmica para predecir cómo una estructura específica responderá a diferentes niveles de intensidad sísmica. Estas demandas de respuesta pueden incluir desplazamientos, deformaciones, momentos, cortantes u otros parámetros estructurales de interés.

Se construyeron modelos de regresión para la máxima deformación unitaria axial en el concreto de las columnas, ε_{max} , en función de las aceleraciones espectrales del componente horizontal para el primer modo y del componente vertical para el segundo modo. Con fines comparativos, se estimaron también modelos de regresión en función sólo del componente horizontal para efectos de realizar análisis univariado. Se realizó un ajuste logarítmico tomando como referencia al trabajo de Shome [46].

Se realizaron 116 análisis no lineales en el dominio del tiempo para la estructura original RL1. Los resultados de los análisis y el MDS univariado que se obtuvo se presentan en la [Figura 3.12](#). El modelo está dado por la [ecuac.\(3.2\)](#). La desviación estándar del modelo es $\sigma_{\ln(\varepsilon_{c\ max}|S_{a_1}(T_1))} = 0.120$. En la [Figura 3.12](#), se muestra también los límites de máxima deformación axial unitaria en el concreto para agrietamiento en las columnas, fluencia del acero, y aplastamiento del concreto confinado y no confinado, con lo cual se puede establecer cómo evoluciona el daño con respecto a las aceleraciones espectrales asociadas a los modos de vibrar.

$$E[\ln(\varepsilon_{c\ max})] = 1.213\ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) - 5.01 \quad (3.2)$$

$$E[\ln(\varepsilon_{c\ max})] = 0.462\ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) + 0.882\ln\left(\frac{S_a(T_2)}{g}\right) - 5.151 \quad (3.3)$$

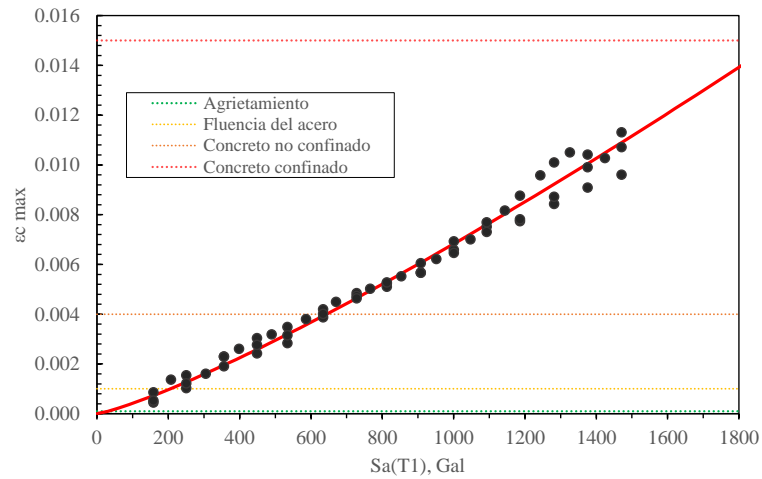


Figura 3.12 MDS univariado RL1 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

El MDS bivariado se muestra en la [Figura 3.13](#) y está dado por la [ecuac.\(3.2\)](#). La desviación estándar del modelo es $\sigma_{ln(\varepsilon_{c\ max}|S_{a_1}(T_1), S_{a_2}(T_2))} = 0.216$.

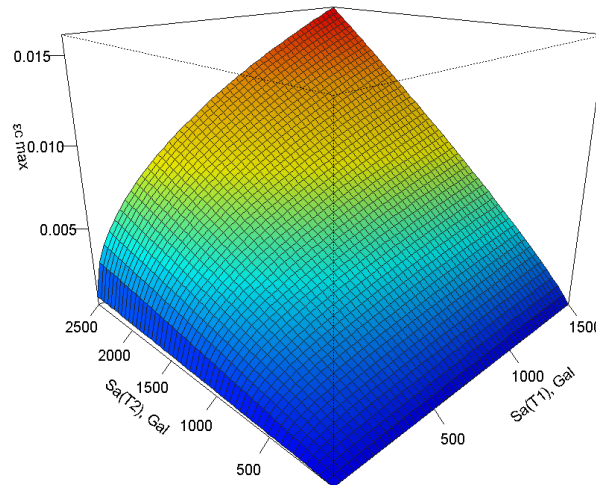


Figura 3.13 MDS Bivariado RL1 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

La [Figura 3.14](#) muestra una comparación de resultados de los análisis no lineales considerando sólo la componente horizontal y ambas componentes, horizontal y vertical. Se puede apreciar que se presentan deformaciones unitarias del concreto mayores cuando se considera la componente vertical del movimiento sísmico.

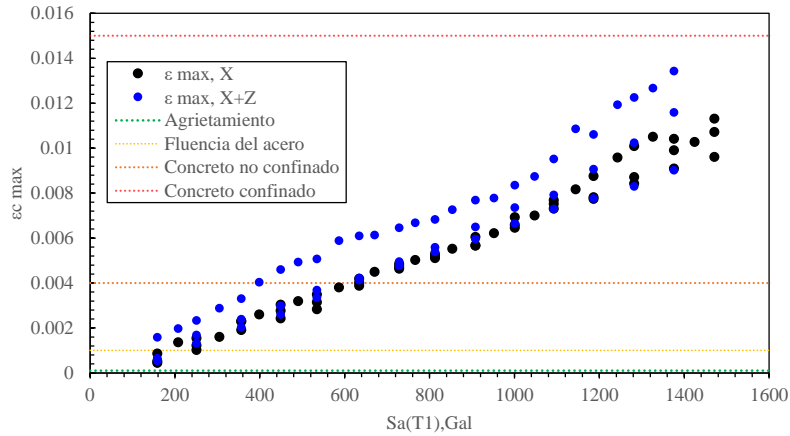


Figura 3.14 Resultados de los análisis ANL para RL1

Se realizaron 118 análisis no lineales en el dominio del tiempo para la estructura escalada RL3. Los resultados de los análisis y el MDS univariado que se obtuvo se presentan en la [Figura 3.15](#). El modelo está dado por la [ecuac.\(3.4\)](#). La desviación estándar es $\sigma_{\ln(\varepsilon_{c \max}|S_{a_1}(T_1))} = 0.111$. En la [Figura 3.15](#), se muestra también los límites de máxima deformación axial unitaria en el concreto para agrietamiento en las columnas, fluencia del acero, y aplastamiento del concreto confinado y no confinado, con lo cual se puede establecer cómo evoluciona el daño con respecto a las aceleraciones espectrales asociadas a los modos de vibrar.

$$E[\ln(\varepsilon_{c \max})] = 1.203 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) - 5.182 \quad (3.4)$$

$$E[\ln(\varepsilon_{c \max})] = 0.607 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) + 0.737 \ln\left(\frac{S_a(T_2)}{g}\right) - 5.23 \quad (3.5)$$

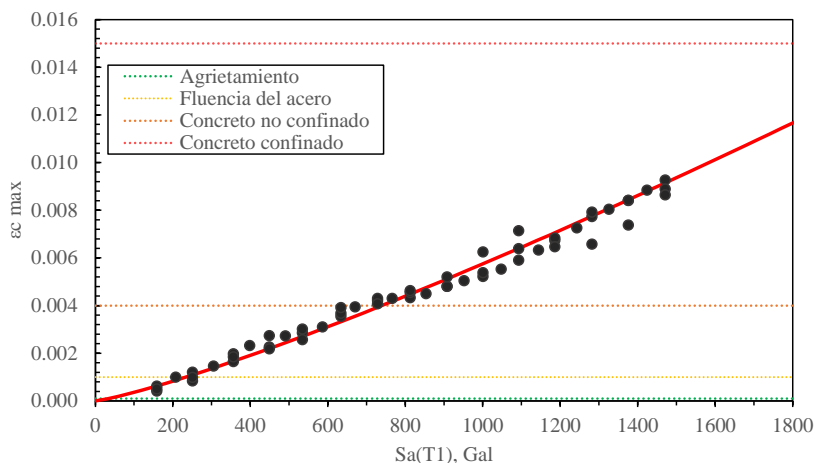


Figura 3.15 MDS univariado RL3 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

El MDS bivariado se muestra en la [Figura 3.16](#) y está dado por la [ecuac.\(3.5\)](#). La desviación estándar es $\sigma_{\ln(\epsilon_{c \max}|Sa_1(T_1), Sa_2(T_2))} = 0.226$.

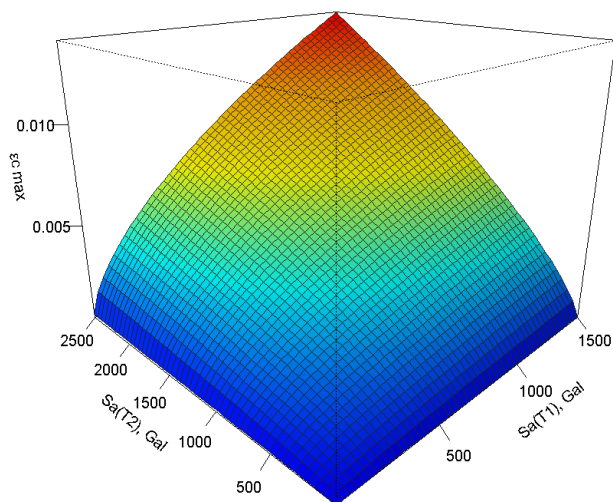


Figura 3.16 MDS bivariado RL3 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

La [Figura 3.17](#) muestra una comparación de resultados de los análisis no lineales considerando sólo la componente horizontal y ambas componentes, horizontal y vertical. Se puede apreciar que se presentan deformaciones unitarias del concreto mayores cuando se considera la componente vertical del movimiento sísmico.

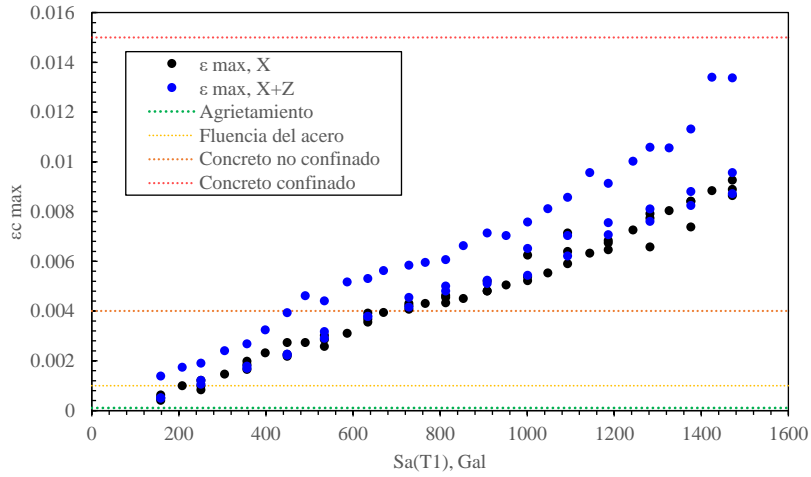


Figura 3.17 Resultados de los análisis ANL para RL3

Se realizaron 114 análisis no lineales en el dominio del tiempo para la estructura escalada RL2. Los resultados de los análisis y el MDS univariado que se obtuvo se presentan en la [Figura 3.18](#) y está dado por [ecuac.\(3.6\)](#). La desviación estándar es $\sigma_{\ln(\epsilon_{c \text{ max}}|S_{a_1}(T_1))} = 0.146$. En la [Figura 3.18](#), se muestra también los límites de máxima deformación axial unitaria en el concreto para agrietamiento en las columnas, fluencia del acero, y aplastamiento del concreto confinado y no confinado, con lo cual se puede establecer cómo evoluciona el daño con respecto a las aceleraciones espectrales asociadas a los modos de vibrar.

$$E[\ln(\epsilon_{c \text{ max}})] = 1.219 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) - 4.890 \quad (3.6)$$

$$E[\ln(\epsilon_{c \text{ max}})] = 0.459 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) + 0.868 \ln\left(\frac{S_a(T_2)}{g}\right) - 5.042 \quad (3.7)$$

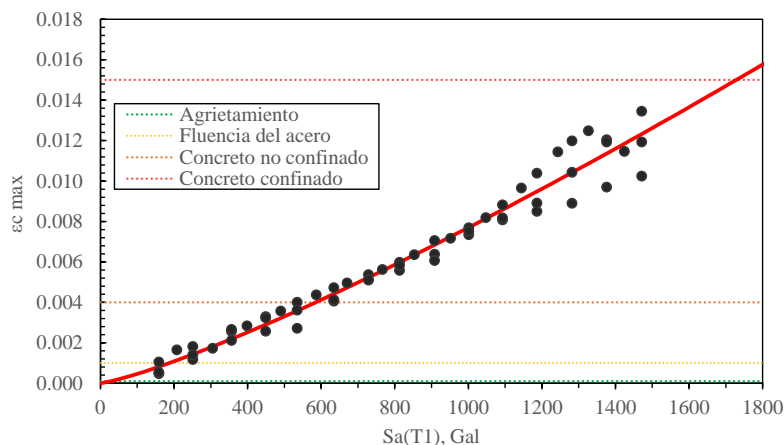


Figura 3.18 MDS univariado RL2 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

El MDS bivariado se muestra en la [Figura 3.19](#) y está dado por la [ecuac.\(3.7\)](#). La desviación estándar es $\sigma_{ln(\epsilon_{c\ max}|S_{a_1}(T_1), S_{a_2}(T_2))} = 0.218$.

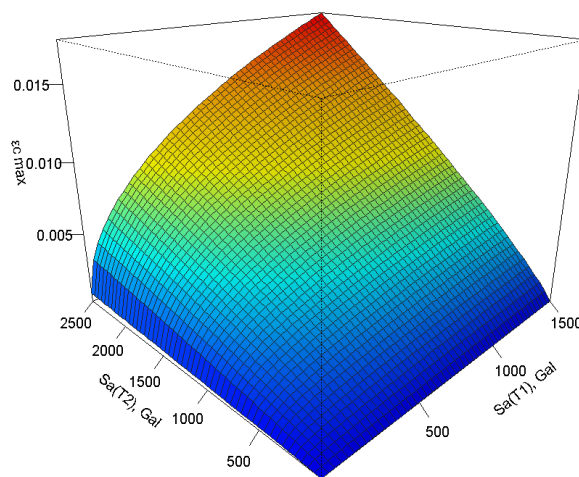


Figura 3.19 MDS bivariado RL2 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

La [Figura 3.20](#) muestra una comparación de resultados de los análisis no lineales considerando sólo la componente horizontal y ambas componentes, horizontal y vertical. Se puede apreciar que se presentan deformaciones unitarias del concreto mayores cuando se considera la componente vertical del movimiento sísmico.

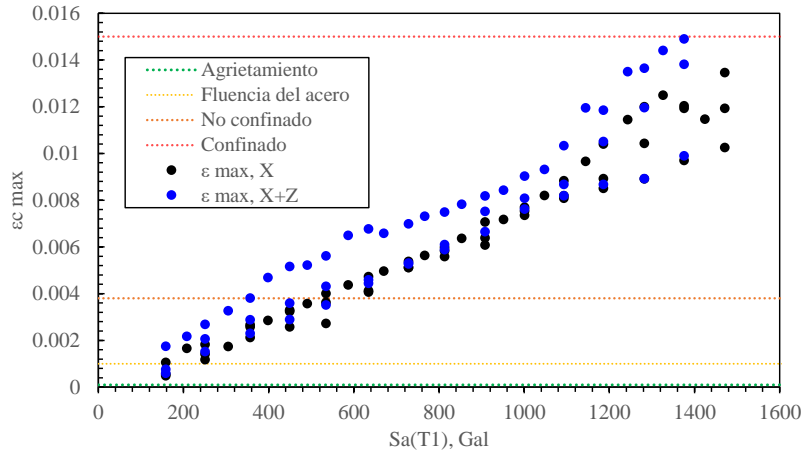


Figura 3.20 Resultados de los análisis ANL para RL2

Se realizaron 90 análisis no lineales en el dominio del tiempo para la estructura RL5. Los resultados de los análisis y el MDS univariado que se obtuvo se presentan en la [Figura 3.21](#) y está dado por la [ecuac.\(3.8\)](#). La desviación estándar es $\sigma_{\ln(\epsilon_{c \max}|S_{a_1}(T_1))} = 0.157$. La [Figura 3.21](#) muestra una comparación de resultados de los análisis no lineales considerando sólo la componente horizontal y ambas componentes, horizontal y vertical. Se puede apreciar que se presentan deformaciones unitarias del concreto mayores cuando se considera la componente vertical del movimiento sísmico.

$$E[\ln(\epsilon_{c \max})] = 1.163 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) - 5.0 \quad (3.8)$$

$$E[\ln(\epsilon_{c \max})] = 0.238 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) + 1.124 \ln\left(\frac{S_a(T_2)}{g}\right) - 5.176 \quad (3.9)$$

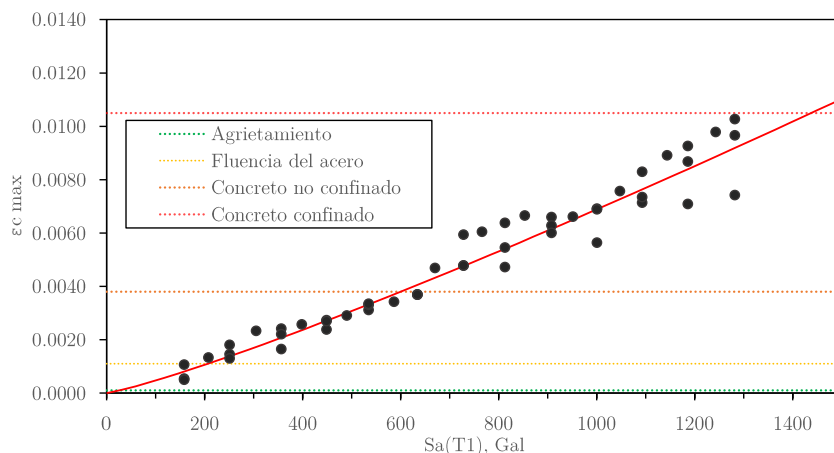


Figura 3.21 MDS univariado RL5 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

El MDS bivariado se muestra en la [Figura 3.22](#) y está dado por la [ecuac.\(3.9\)](#). La desviación estándar es $\sigma_{ln(\epsilon_{c\ max}|S_{a_1}(T_1), S_{a_2}(T_2))} = 0.245$.

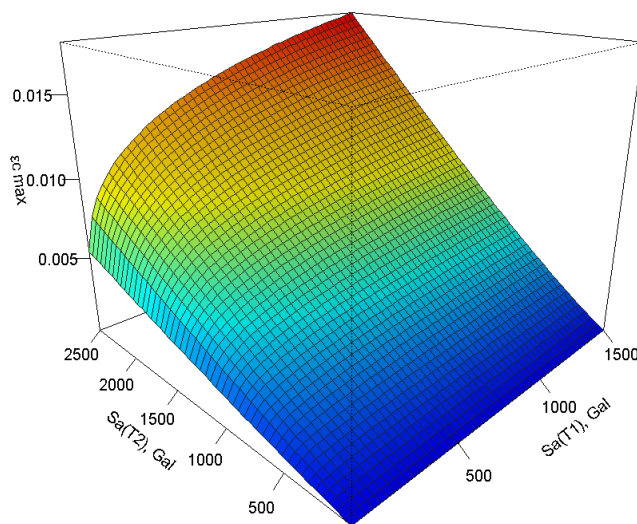


Figura 3.22 MDS bivariado RL5 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

La [Figura 3.23](#) muestra una comparación de resultados de los análisis no lineales considerando sólo la componente horizontal y ambas componentes, horizontal y vertical. Se puede apreciar que se presentan deformaciones unitarias del concreto mayores cuando se considera la componente vertical del movimiento sísmico.

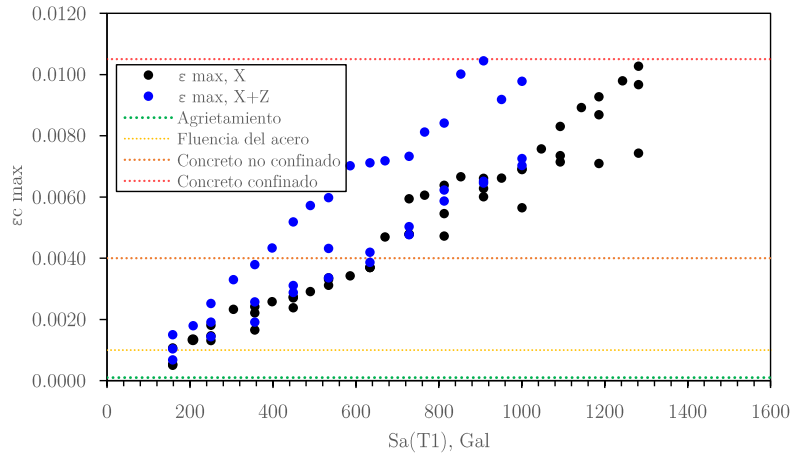


Figura 3.23 Resultados de los análisis ANL para RL5

Se estimaron también MDS considerando los resultados de todos los análisis ANL para los modelos estructurales RL1, RL2 y RL3. Esto con el fin de contar con un modelo de regresión representativo de dichos modelos estructurales. Este modelo general se llamó RL4.

$$E[\ln(\epsilon_{c \max})] = 1.212 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) - 5.023 \quad (3.10)$$

$$E[\ln(\epsilon_{c \max})] = 0.466 \ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) + 0.883 \ln\left(\frac{S_a(T_2)}{g}\right) - 5.164 \quad (3.11)$$

Para el caso univariado, los resultados se presentan en la [Figura 3.24](#) y en la [ecuac.\(3.10\)](#). La desviación estándar del modelo es $\sigma_{\ln(\epsilon_{c \max})|S_{a_1}(T_1)} = 0.172$.

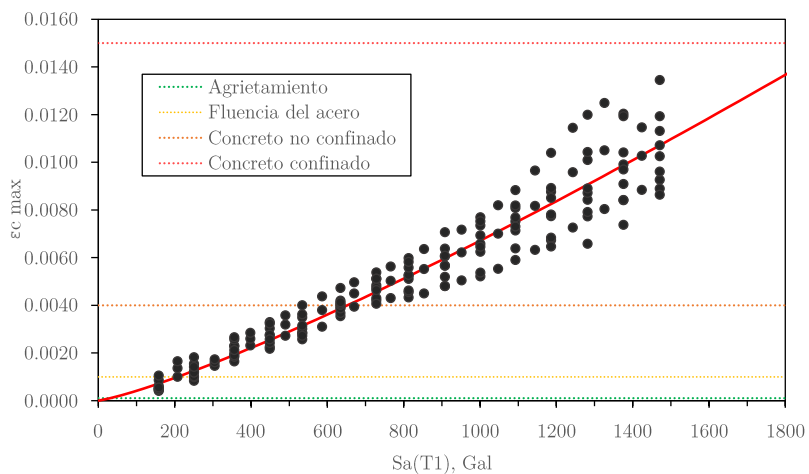


Figura 3.24 MDS univariado RL4 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

Para el caso bivariado, los resultados se presentan en la [Figura 3.25](#) y [ecuac.\(3.11\)](#); la desviación estándar del modelo es $\sigma_{\ln(\epsilon_{c\ max}|Sa_1(T_1),Sa_2(T_2))} = 0.241$.

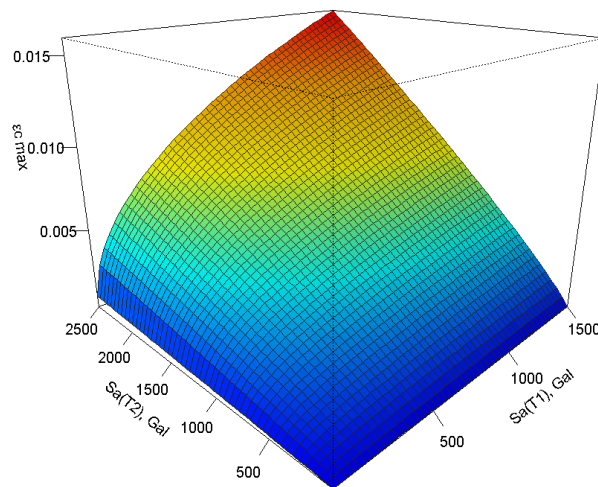


Figura 3.25 MDS bivariado RL4 de la máxima deformación axial unitaria del concreto

3.7 Estimación de la tasa de excedencia

A continuación, se presenta las formulaciones bivariada y univariada para el cálculo la tasa de excedencia. Luego, se muestran los resultados obtenidos de los MDS.

3.7.1. Formulación de la tasa de excedencia

Se desea evaluar la tasa media de excedencia de la respuesta sísmica de la estructura en términos de la máxima deformación axial unitaria del concreto, $\varepsilon_{c\ max}$. Si $P(\varepsilon_c > z | \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ denota la probabilidad de excedencia, condicional a dos valores de ordenadas de espectros de pseudo aceleración $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$, entonces la tasa de excedencia considerando una fuente sísmica es la siguiente:

$$\lambda_{\varepsilon_{c\ max}}(z) = \iint P(\varepsilon_{c\ max} > z | \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) v_{Sa}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) d\mathbf{a}_1 d\mathbf{a}_2 \quad (3.12)$$

Donde la densidad de la tasa media de las pseudo-aceleraciones espectrales $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ está dada por:

$$v_{Sa}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = \lambda_o \iint f_{Sa}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 | m, r) f_{M,R}(m, r) dm dr \quad (3.13)$$

En [ecuac.\(3.13\)](#), λ_o es la tasa de excedencia de la magnitud M_o y $f_{M,R}(m, r)$ es la función de densidad de probabilidad conjunta de M y R. La función de densidad conjunta $f_{Sa}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 | m, r)$ puede ser expresada en función de la densidad de la cópula, como se muestra en la [ecuac.\(2.6\)](#), de manera tal que la densidad de la tasa media de eventos se puede expresar como:

$$v_{Sa}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = \lambda_o \iint c_{Sa}(u, v | m, r) f_{S_{a1}}(a_1 | m, r) f_{S_{a2}}(a_2 | m, r) f_{M,R}(m, r) dm dr \quad (3.14)$$

Con fines de comparación, se realizó un análisis de peligro sísmico univariado considerando como medida de intensidad escalar la aceleración espectral asociada con el periodo fundamental del marco del puente. En este caso la tasa media de excedencia de la máxima deformación axial unitaria del concreto está dada por,

$$\lambda_{\varepsilon_{c\ max}}(z) = \int P(\varepsilon_{c\ max} > z | a_1) v_{Sa}(a_1) da_1 \quad (3.15)$$

La densidad de la tasa media de eventos de la aceleración espectral del periodo fundamental a_1 , se calcula de acuerdo con la [ecuac.\(3.13\)](#), como,

$$v_{Sa}(a_1) = \lambda_o \iint f_{Sa_1}(a_1|m, r) f_{M,R}(m, r) dm dr \quad (3.16)$$

En el análisis de peligro sísmico, se ha usado ampliamente la ley de Gutenberg y Richter (1944) [47], mediante la cual la tasa anual de ocurrencia sismos de magnitud mayores que M en una fuente se puede expresar como,

$$\lambda(m) = \exp(\alpha - \beta m) \quad (3.17)$$

donde, α y β son los parámetros del modelo. Cornell y Vanmarcke [48] propusieron un modelo de tasa de excedencia que toma en cuenta un límite superior M_u para las magnitudes,

$$\lambda(m) = \lambda_o \frac{e^{-\beta m} - e^{-\beta M_u}}{e^{-\beta M_o} - e^{-\beta M_u}}; M_o \leq m \leq M_u \quad (3.18)$$

Se asume que R y M son variables estadísticamente independientes. El valor de R se toma como determinista para este estudio. La función de densidad de magnitud queda definida entonces por,

$$f_M(m) = -\frac{1}{\lambda_o} \frac{\partial \lambda(m)}{\partial m} = \frac{\beta e^{-\beta m}}{e^{-\beta M_o} - e^{-\beta M_u}} \quad (3.19)$$

Para la presente tesis, se usa los valores $\lambda_o = 4.79$ (1/año) y $\beta = 2$ de acuerdo con el Manual de Obras Civiles de la CFE, Diseño por Sismo [49].

3.7.2. Resultados

La probabilidad de excedencia de la respuesta en la [ecuac.\(3.12\)](#), $P(\varepsilon_{c \max} > z | a_1, a_2)$, dado que $Sa_1(T_1) = a_1$ y $Sa_2(T_2) = a_2$, se calcula suponiendo una distribución log-normal para $\varepsilon_{c \max}$ como sigue,

$$P(\varepsilon_{c \max} > z | a_1, a_2) = 1 - \Phi \left(\frac{\ln z - E[\ln \varepsilon_{c \max} | a_1, a_2]}{\sigma[\ln \varepsilon_{c \max}]}} \right) \quad (3.20)$$

donde $\Phi(\cdot)$ denota la función de distribución normal estándar. Similarmente, la probabilidad de excedencia de la respuesta en la [ecuac.\(3.15\)](#), $P(\varepsilon_{c\ max} > z | a_1)$, condicional a $Sa_1(T_1) = a_1$, está dada por,

$$P(\varepsilon_{c\ max} > z | a_1) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln z - E[\ln \gamma_{max} | a_1]}{\sigma[\ln \gamma_{max}]}\right) \quad (3.21)$$

Las integrales de la [ecuac.\(3.12\)](#) y [ecuac.\(3.15\)](#) se resolvieron en forma numérica mediante un programa desarrollado en el lenguaje de programación R [40] empleando el método de Montecarlo. Para todos los casos, se consideraron valores para las aceleraciones espectrales asociadas al primer y segundo modos de vibración del marco del puente (denominadas a_1 y a_2 , respectivamente) en el intervalo de 1 a 1600 Gal. Se considera un valor de R de 12.5 km.

En la [Figura 3.26](#), se muestra la tasa anual de excedencia en función de la máxima deformación axial unitaria en las columnas del marco de concreto empleando las formulaciones bivariada y univariada. La [Tabla 3.2](#) muestra valores de tasas de excedencia y periodos de retorno para valores selecciones de deformación axial del concreto. En los casos RL1, RL2 y RL3, se observa en la [Figura 3.26](#) que, para deformaciones pequeñas, menores que 0.001, las tasas de excedencia son muy similares para ambos enfoques, con una tendencia a que la tasa bivariada sea ligeramente mayor que la univariada para los modelos de menor resistencia. Para deformaciones mayores, todos los MDS bivariados, independientemente de RL, resultan en valores de tasas de excedencia significativamente menores que los univariados. Los resultados de la [Tabla 3.2](#) indican que las tasas de excedencia calculadas para deformaciones axiales máximas del concreto de 0.0040 con el análisis univariado son del orden de 4 a 7 veces las tasas que se obtienen con la formulación bivariada; dicho nivel de deformación se relaciona a niveles de daño asociados con el inicio de la pérdida del recubrimiento por aplastamiento del concreto no confinado (ver [Tabla 3.2](#)). Estas diferencias son significativas y se traducen en diferencias significativas también en términos de periodos de retorno de los niveles de deformación. Mientras que el análisis univariado estima en 53 años el periodo de retorno de una deformación de 0.004, la formulación bivariada estima 291 años (ver [Tabla 3.2](#)). En la [Figura 3.26 \(a\)](#) se aprecia que, por ejemplo, para un periodo de retorno de 250 años, el análisis univariado pronostica deformaciones axiales del orden de 0.009 en el modelo RL1, mientras que el análisis bivariado arroja una deformación de 0.004. Estas diferencias son todavía mayores en el caso del modelo RL2 o de deformaciones más pequeñas.

Tabla 3.2. Tasas de excedencia y periodos de retorno asociados

Modelo	$\epsilon_{c \max}$	$\lambda_{ec \max}(z)$		T_R (años)	
		Bivariado	Univariado	Bivariado	Univariado
RL1	0.0001	2.91E+00	1.97E+00	0.3	0.5
	0.0005	4.72E-01	3.40E-01	2.1	2.9
	0.001	1.32E-01	1.40E-01	8	7
	0.004	3.44E-03	1.87E-02	291	53
	0.006	7.41E-04	9.46E-03	1349	106
	0.008	1.87E-04	5.49E-03	5342	182
	0.01	5.09E-05	2.92E-03	19661	343
RL2	0.0001	3.21E+00	2.14E+00	0.3	0.5
	0.0005	5.88E-01	3.89E-01	1.7	2.6
	0.001	1.72E-01	1.62E-01	6	6
	0.004	5.03E-03	2.28E-02	199	44
	0.006	1.17E-03	1.17E-02	854	85
	0.008	3.26E-04	7.02E-03	3070	142
	0.01	9.80E-05	4.35E-03	10200	230
RL3	0.0001	2.41E+00	1.75E+00	0.4	0.6
	0.0005	3.13E-01	2.80E-01	3.2	3.6
	0.001	8.15E-02	1.14E-01	12	9
	0.004	2.03E-03	1.41E-02	493	71
	0.006	4.25E-04	6.88E-03	2353	145
	0.008	1.07E-04	3.56E-03	9389	281
	0.01	2.81E-05	1.90E-03	35540	525
RL4	0.0001	2.85E+00	1.95E+00	0.4	0.5
	0.0005	4.59E-01	3.37E-01	2.2	3.0
	0.001	1.28E-01	1.39E-01	8	7
	0.004	3.43E-03	1.85E-02	292	54
	0.006	7.56E-04	9.35E-03	1323	107
	0.008	1.99E-04	5.35E-03	5036	187
	0.01	5.66E-05	2.70E-03	17670	370
RL5	0.0001	3.27E+00	2.30E+00	0.3	0.4
	0.0005	7.05E-01	3.98E-01	1.4	2.5
	0.001	2.36E-01	1.59E-01	4	6
	0.004	1.10E-02	2.00E-02	91	50
	0.006	2.72E-03	9.85E-03	368	102
	0.008	6.91E-04	5.57E-03	1447	180

La [Tabla 3.2](#) muestra que para deformaciones del orden de 0.01, digamos cercanas a niveles de deformación que causarían aplastamiento del concreto confinado, las diferencias entre los periodos de retorno calculados con ambos enfoques difieren en más de un orden de magnitud. Por ejemplo, para RL1, los periodos de retorno de una deformación de 0.01 son del orden de 350 y 20,000 años con el enfoque univariado y bivariado, respectivamente. Por otro lado, en la [Figura 3.26 \(d\)](#), la tasa de excedencia univariada del modelo general RL4 es mayor a la bivariada a partir de una deformación axial máxima del concreto de 0.0008, cuya deformación es cerca al inicio de la fluencia del acero longitudinal. Se observa además en la [Tabla 3.2](#) que, para un periodo de retorno de aproximadamente 50 años, el modelo univariado estima una deformación de 0.004 asociada al aplastamiento del concreto no confinado, mientras que en el modelo bivariado todavía dicho estado de daño se estima para un periodo de retorno de aproximadamente 3,400 años.

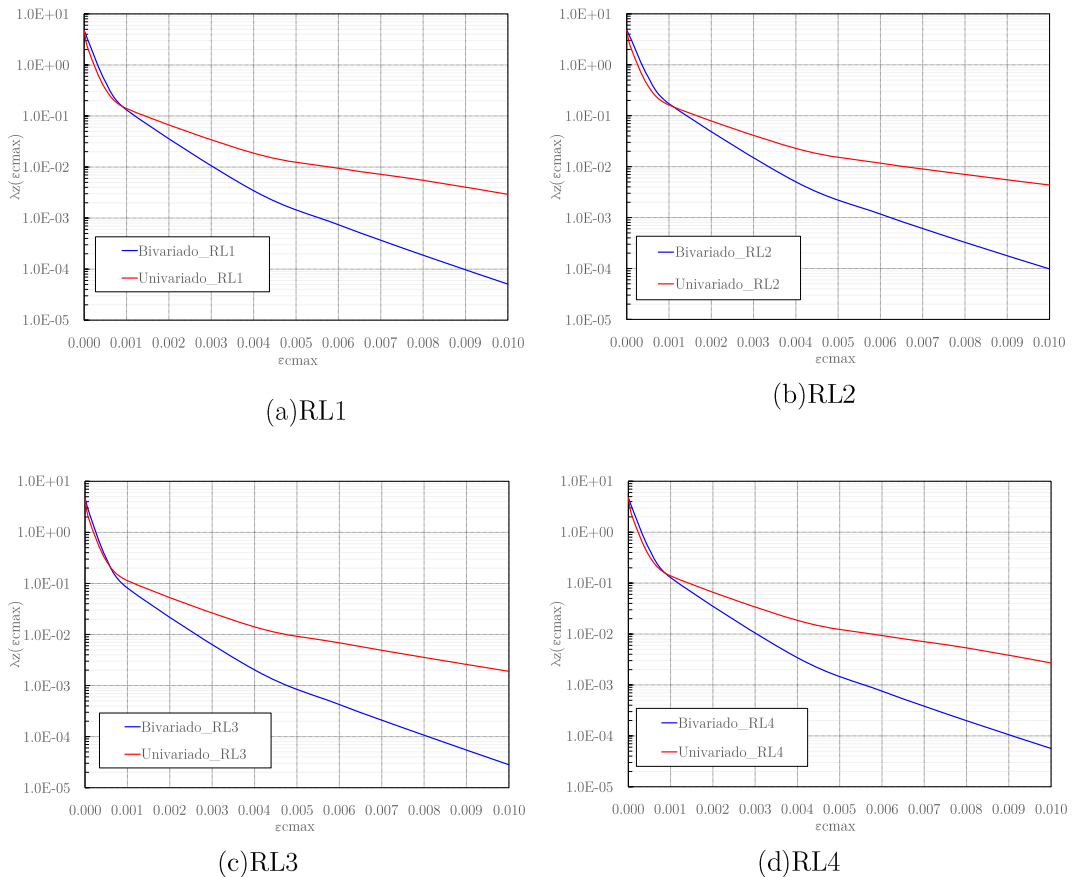


Figura 3.26 Tasa media anual de excedencia de la máxima deformación axial unitaria del concreto para varios modelos

La Figura 3.27 muestra la tasa media anual de excedencia de la máxima deformación axial unitarias del concreto de deformación unitaria del concreto para el modelo RL5. Cuando las deformaciones axiales en el concreto son inferiores a 0.0023, la tasa de excedencia con una formulación bivariada es aproximadamente 1.5 veces la tasa de excedencia univariada. Para deformaciones en el concreto mayores a 0.0023, los valores de tasa univariadas son mayores a las bivariadas. Por ejemplo, para un periodo de retorno de 250 años, el análisis bivariado pronostica deformaciones axiales del orden de 0.055, mientras que el análisis univariado indica un nivel de deformación de 0.010 asociado con el inicio del aplastamiento del concreto confinado.

Rivera-Vargas y Heredia-Zavoni [7] han examinado a detalle el origen fundamental de las diferencias entre los enfoques multivariado y univariado. En el caso de este trabajo, las diferencias se deben a que la formulación bivariada permite considerar: (1) el efecto del patrón de dependencia estadística entre Sa_h y Sa_v en la caracterización de la respuesta no-lineal; y (2) la variación de dicha dependencia con las diferentes combinaciones de valores de M y R . En cambio, en la formulación univariada sólo se caracteriza la dependencia de la respuesta con respecto a Sa_h . Tal como se observa en los resultados mostrados en la Figura 3.26, las diferencias entre ambos enfoques pueden ser significativas. Desde luego, en el caso de que la respuesta estructural dependiera ligeramente del componente vertical del movimiento sísmico del suelo, los resultados de ambas formulaciones deberían de ser similares.

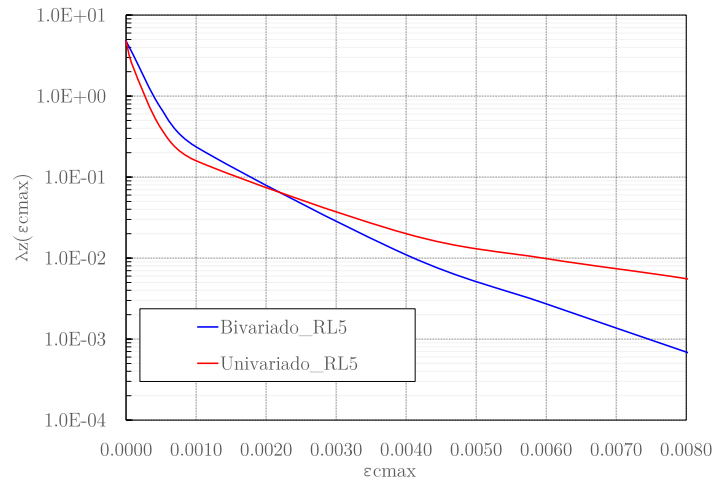
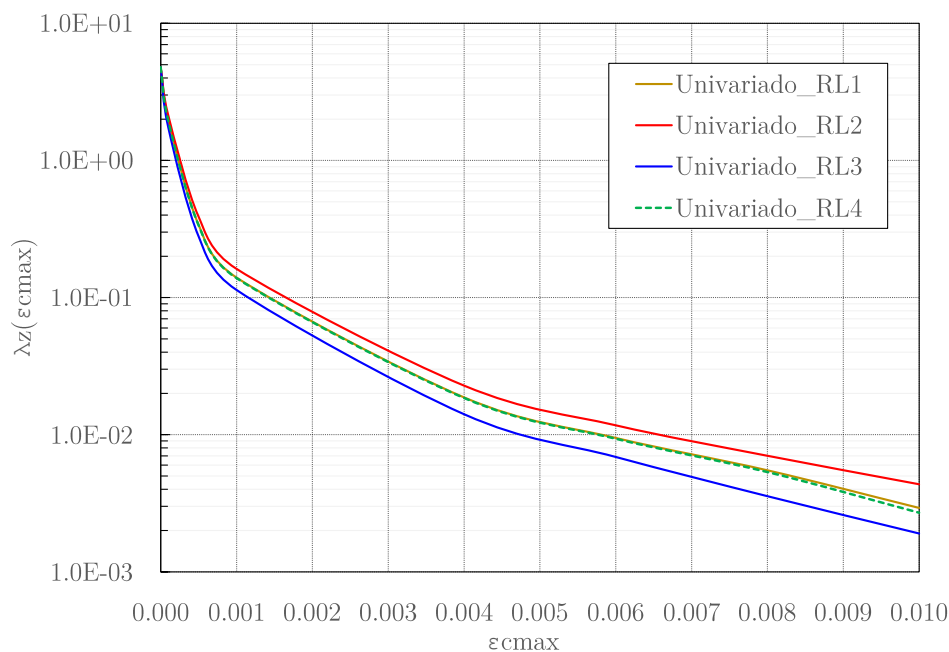
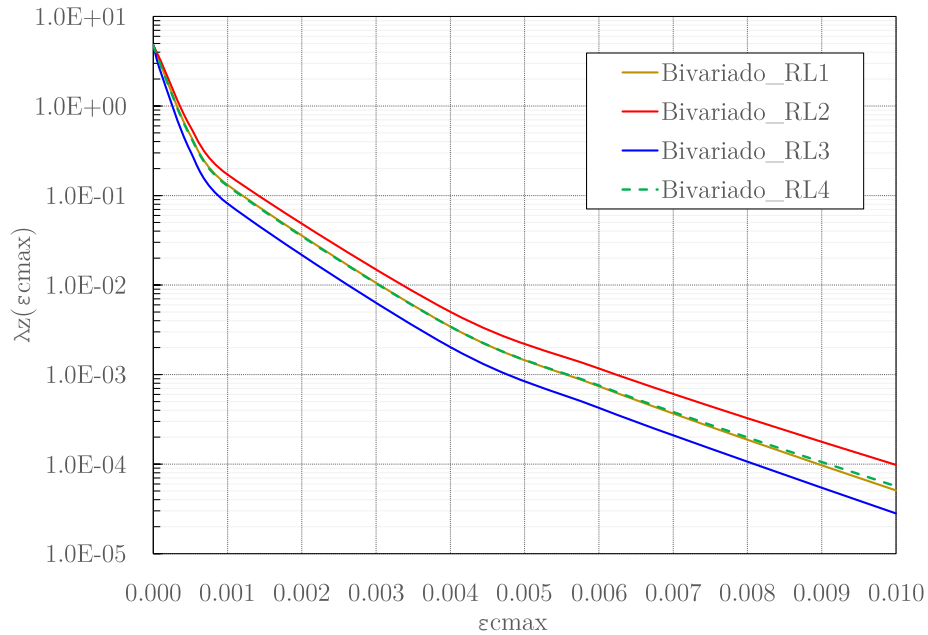


Figura 3.27 Tasa media anual de excedencia de la máxima deformación axial unitaria del concreto para el modelo RL5

La [Figura 3.28](#) muestra la variación de la tasa de excedencia anual dependiendo de la resistencia escalada asociada a la cuantía longitudinal, tanto para el enfoque univariado como para el bivariado. Los resultados muestran que una tendencia esperada en donde, a mayor resistencia lateral, menor tasa de excedencia. Se encontró además que los resultados para el modelo genérico RL4 coinciden prácticamente, tanto en el caso univariado como bivariado, con los resultados para el modelo RL1. Esta similitud se debe a que los modelos de regresión de las [ecuac. \(3.3\)](#) y [\(3.11\)](#) son similares. Sin embargo, es importante destacar que este fenómeno es específico y no puede generalizarse. La explicación radicaría en que el valor RL1 actúa como un caso intermedio entre el incremento del modelo RL2 y la reducción del modelo RL3.



(a) Tasa de excedencia univariada



(b) Tasas de excedencia bivariada

Figura 3.28 Comparación de la tasa media anual de excedencia para los modelos con distinta cuantía longitudinal

La variación de la tasa de excedencia con la cuantía transversal se muestra en la [Figura 3.29](#). Se aprecia que en el análisis bivariado se obtienen mayores valores de tasa de excedencia para el modelo de menor cuantía transversal (RL5) que en el modelo RL1. Cabe resaltar que, al considerar un mayor espaciamiento de estribos, se reduce la ductilidad de la columna, puesto que, de acuerdo con Mander et al., el modelo RL5 tiene una deformación última del concreto confinado de 0.010, mientras que el modelo RL1, una deformación última de concreto confinado de 0.015 (ver [Anexo D](#)). Estas deformaciones unitarias últimas se asocian a la posible ruptura del acero de confinamiento, es decir, el aplastamiento del concreto confinado. En la [Figura 3.29](#), se evidencia que mediante un análisis univariado no es posible apreciar claramente el efecto de la cuantía transversal o la separación de los estribos en los valores de la tasa de excedencia. No obstante, en las curvas de tasa de excedencia del análisis bivariado, se logra identificar claramente dicho efecto.

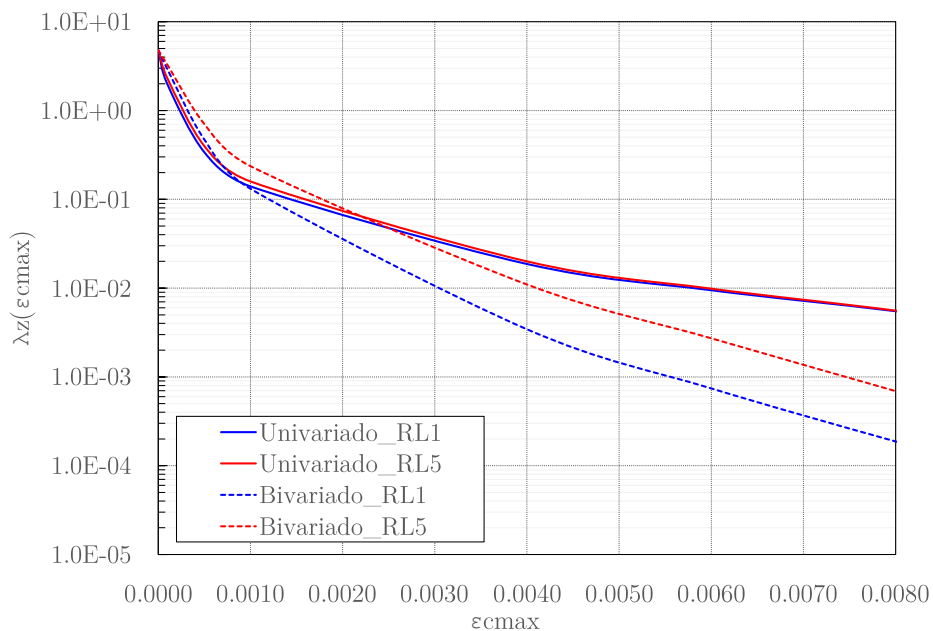


Figura 3.29 Comparación de la tasa media anual de excedencia para los modelos con distinta separación de estribos

Capítulo 4

4 Conclusiones

Se presentó un marco metodológico para el análisis probabilístico de demanda sísmica de puentes carreteros de concreto reforzado, con un enfoque multivariado, empleando la teoría de cópulas para modelar apropiadamente los patrones de dependencia estadística entre el conjunto de medidas de intensidad del movimiento sísmico y su relación con la respuesta dinámica no lineal del marco del puente. Se utilizaron datos de 112 registros sísmicos de subducción interplaca en roca para los análisis de dependencia estadística entre las ordenadas espectrales de las componentes vertical y horizontal de la aceleración del suelo, con magnitudes de momento mayores a 5, y distancias a la fuente sísmica entre 20 y 350 km. Se empleó el Tau de Kendall como medida de asociación de los residuos de las aceleraciones espectrales. Se estimaron modelos paramétricos de cópulas arquimedianas y la cópula de Gauss en función del valor muestral del Tau de Kendall. Los modelos estimados se sometieron a pruebas de bondad de ajuste y se emplearon los criterios de Akaike y Bayesiano, basados en teoría de la información, para la selección del mejor modelo. Los resultados mostraron que para dos pares de periodos estructurales traslacionales y verticales, no necesariamente se ajustan a una distribución gaussiana. En la mayoría de los resultados, para diferentes pares de periodos, se obtuvo que la cópula de Frank representaba el mejor modelo. Para el caso de estudio del puente carretero, con periodos horizontal y vertical iguales a 0.8 s y 0.1 s, respectivamente, la cópula que mejor se ajusta a los datos es la de Frank con parámetro $\theta = 4.465$, correspondientes a un Tau de Kendall igual a 0.421. Finalmente, se construyó la distribución de probabilidad conjunta de las aceleraciones espectrales a través de la función de cópula estimada y de las distribuciones marginales que se obtienen de la ley de atenuación.

Se evaluó la deformación axial unitaria máxima del concreto en las columnas para representar la evolución del daño. Al incluir los efectos de la componente vertical del movimiento sísmico, se observa un incremento en los valores de la deformación unitaria del concreto. Las columnas sometidas al componente horizontal presentan pérdida del recubrimiento del concreto no confinado y fluencia del acero longitudinal. Si se incluye la componente vertical, además de un mayor daño en las columnas, se presenta la fluencia del acero longitudinal hasta la pérdida del recubrimiento del concreto en la trabe. Asimismo, se calculó la distorsión para cada análisis. Sin embargo, no se encontró un incremento en su valor al incluir la componente vertical de la excitación. Por lo

tanto, la estimación de modelos de regresión y el análisis de tasas de excedencia bivariadas se realizaron tomando como parámetro estructural las deformaciones unitarias en el concreto de las columnas del puente.

A través de la formulación bivariada, se estimaron valores de la tasa de excedencia anual de la deformación máxima unitaria del concreto que son significativamente menores, para un amplio intervalo de deformaciones, que los obtenidos mediante un análisis univariado en el que se usa como medida de intensidad escalar la aceleración espectral del modo fundamental. En promedio, la tasa de excedencia de los modelos RL1, RL2 y RL3 con un enfoque univariado es del orden de 4 a 7 veces la tasa de excedencia estimada con un análisis bivariado para deformaciones máximas del concreto de 0.004, la cual está asociada a la pérdida del recubrimiento. Tan sólo para niveles de deformación pequeños, la tasa de excedencia univariada tiene valores ligeramente menores a la bivariada. Queda demostrado que el uso de una medida de intensidad escalar para el cálculo de la tasa de excedencia de la respuesta estructural no resulta ser apropiado en el caso de estructuras cuya respuesta está correlacionada con varias medidas de intensidad. Las diferencias entre ambos enfoques se atribuyen a que la formulación bivariada incorpora: (1) el efecto del patrón de dependencia estadística entre Sa_h y Sa_v en la caracterización de la respuesta no-lineal; y (2) la variación de dicho patrón de dependencia con las diferentes combinaciones de valores de M y R . En cambio, en la formulación univariada sólo se caracteriza la dependencia de la respuesta con respecto a Sa_h . En el caso del estudio de caso presentado en este trabajo, se muestra que dichas diferencias son significativas.

Se encontró que los valores de tasa de excedencia, tanto en el caso univariado como bivariado, del modelo general RL4 son muy cercanos al modelo RL1. Esta similitud se debe a que los modelos de regresión son similares. La explicación radicaría en que el valor del modelo RL1 actúa como un caso intermedio entre el incremento del modelo RL2 y la reducción del modelo RL3. Por otro lado, se observó que en el análisis bivariado se obtienen mayores valores de tasa de excedencia para el modelo de menor cuantía transversal (RL5) que en el modelo RL1. A través de un análisis univariado, no fue posible evaluar el efecto de la cuantía transversal o la separación de los estribos en los valores de la tasa de excedencia. Sin embargo, en las curvas de tasa de excedencia derivadas del análisis bivariado, es posible identificar de manera nítida dicho efecto. El análisis de cada uno de los modelos permitió evaluar los comportamientos dinámicos no lineales en el dominio del tiempo y las tasas de excedencia univariadas y bivariadas.

Los resultados obtenidos muestran que considerar sólo la componente horizontal puede resultar en estimaciones de la tasa de excedencia de la respuesta considerablemente distintas de las que se obtienen cuando la respuesta se caracteriza apropiadamente en función de ambas componentes, horizontal y vertical. Una mejor estimación de la tasa de excedencia de la respuesta estructural impacta a su vez en una mejor estimación del riesgo sísmico. En consecuencia, el empleo de la formulación bivariada para el análisis de demanda sísmica puede mejorar la estimación del riesgo de puentes carreteros de concreto reforzado y contribuir a optimizar las decisiones de diseño, evaluación, reparación o reforzamiento adoptando un enfoque de análisis basado en desempeño.

Algunos temas que no formaron parte del alcance de esta tesis y que podrían ser abordados en estudios futuros son los siguientes: (1) el desarrollo de formulaciones para la estimación de pérdidas asociadas con diferentes niveles de daño; (2) el desarrollo de formulaciones para el análisis de riesgo multivariado; y (3) la generación de criterios de riesgo admisible y elaboración de recomendaciones de diseño. En el futuro, se podría aplicar la formulación multivariada empleada en esta tesis al estudio de otras configuraciones estructurales de puentes y al análisis de puentes para otras regiones de alto peligro sísmico y diferentes condiciones de suelo, como por ejemplo la Ciudad de México.

Referencias

- [1] AASHTO, «AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, Eighth Edition,» American Association of State Highway and Transportation Officials, USA, 2017.
- [2] A. Papazoglou y A. Elnashaf, «Analytical and field evidence of the damaging effect of vertical earthquake ground motion,» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 25, pp. 1109-1137, 1996.
- [3] M. R. Button, C. J. Cronin y R. L. Mayes, «Effect of Vertical Motions on Seismic Response,» *Journal of Structural Engineering*, 2002.
- [4] K. Kunnath, E. Erduran, H. Chai y M. Yashinsky, «Effect of Near-Fault Vertical Ground Motions on Seismic Response of Highway Overcrossings,» *Journal of Bridge Engineering*, vol. 13, n° 3, p. 282-290, 2008.
- [5] L. Esteva, «Criteria for the construction of spectra for seismic design,» *3rd Panam. Symp. Struct.*, 1967.
- [6] A. Cornell, «Engineering seismic risk analysis,» *Bull Seismol Soc Am*, p. 58:1583-606, 1968.
- [7] D. Rivera-Vargas y E. Heredia-Zavoni, «Análisis probabilístico multivariado de peligro sísmico usando cópulas,» *Revista de Ingeniería Sísmica No. 107*, pp. 22-46, 2022.
- [8] P. Bazzurro, «Probabilistic seismic demand analysis,» *Ph.D Dissertation, Stanford University*, 1998.
- [9] P. Bazzurro y A. Cornell, «Vector-Valued probabilistic seismic hazard analysis (VPSHA),» *Proceedings, 7th U. S. National Conference on Earthquake Engineering*, 2002.
- [10] R. Nelsen, *An Introduction to Copulas*, New York: Springer, 2006.
- [11] P. Embrechts, A. McNeil y D. Straumann, «Correlation and dependency in risk management: properties and pitfalls,» *In: Dempster M, editor. Risk management: value at risk and beyond. Cambridge University Press*, n° 176-223., 2002.
- [12] G. Salvadori, C. De Michele, N. T. Kottegoda y R. Rosso, «Extremes in nature. An Approach Using Copulas,» *Springer*, 2007.
- [13] R. Montes-Iturrizaga y E. Heredia-Zavoni, «Environmental contours using copulas,» *Applied Ocean Research*, vol. 52, n° 125-139, 2015.
- [14] R. Montes-Iturrizaga y E. Heredia-Zavoni, «Multivariate environmental contours using C-vine copulas,» *Ocean Engineering*, vol. 118, n° 68-82, 2016.
- [15] R. Montes-Iturrizaga y E. Heredia-Zavoni, «Assessment of uncertainty in environmental contours due to parametric uncertainty in models of the dependence structure between metocean variables,» *Applied Ocean Research*, n° 86-104, 2017.

- [16] K. Goda y S. Tesfamariam, «Multi-variate seismic demand modelling using copulas: Application to non-ductile reinforced concrete frame in Victoria, Canada,» *Structural Safety*, vol. 56, n° 39-51, 2015.
- [17] X.-S. Tang, D.-Q. Li, C.-B. Zhou y L.-M. Zhang, «Bivariate distribution models using copulas for reliability analysis,» *J Risk Reliab.*, vol. 227(5), n° 499–512., 2015 .
- [18] X.-S. Tang, D.-Q. Li, C.-B. Zhou, K.-K. Phoon y L.-M. Zhang, «Impact of copulas for modeling bivariate distributions on system reliability,» *Struct Saf*, vol. 44:80–90, 2015.
- [19] D. Rivera-Vargas y E. Heredia-Zavoni, «Seismic demand analysis using environmental contours of vector-valued,» *Engineering Structures* 265, 2022.
- [20] S. Winterstein, T. Ude, C. Cornell, P. Bjerager y S. Haver, «Environmental parameters for extreme response: inverse FORM with omission factors,» *Proceedings 6th international conference on structural safety and reliability. ICOSSAR*, 1993.
- [21] N. Jayaram, J. W. Baker, H. Okano, H. Ishida, M. W. McCann y Y. Mihara, «Correlation of response spectral values in Japanese ground motions,» *Earthquakes and Structures*, vol. 2, n° 4, pp. 357-376, 2011.
- [22] A. Saadeghvariri y A. Foutch, «Dynamic behaviour of R/C highway bridges under the combined effect of vertical and horizontal earthquake motions,» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20, n° 6, p. 535–549, 1991.
- [23] A. Saadeghvaziri, «A case study from the northridge earthquake,» *Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, 1996.
- [24] J. Sakai y S. Unjoh, «Shake Table Experiment on Circular Reinforced Concrete Bridge Column under Multidirectional Seismic Excitation,» *Structural Engineering Research Frontiers ASCE*, 2007.
- [25] J. Kim, J. Holub y S. Elnashai, «Experimental investigation of the behavior of RC bridge piers subjected to horizontal and vertical earthquake motion,» *Engineering Structures*, vol. 7, n° 33, p. 2221–2235, 2011.
- [26] H. Lee y M. Mosalam, «Seismic evaluation of the shear behavior in reinforced concrete bridge columns including effect of vertical accelerations,» *EARTHQUAKE ENGINEERING & STRUCTURAL DYNAMICS*, vol. 43, n° 317–337, 2013.
- [27] M. Jara, H. Hernández y O. Álvarez, «Efecto del componente sísmico vertical en puentes,» *Revista de Ingeniería Sísmica*, n° 108, pp. 79-107, 2022.
- [28] F. Cotton, F. Scherbaum, J. J. Bommer y H. Bungum, «Criteria for Criteria for selecting and adjusting ground-motion models for specific target regions: Application to Central Europe and rock sites.,» *Journal of Seismology*, pp. no. 137, 137–156, April 2006.
- [29] T. Perea y L. Esteva, «Relación entre la componente vertical y la horizontal de movimientos sísmicos e influencia de la componente vertical en el comportamiento de

- un edificio de concreto reforzado,» *Memorias del XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, p. 397–406, 1999.
- [30] T. Perea, «Introducción al estudio de la componente vertical de movimientos sísmicos y su influencia en el comportamiento estructural,» Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM, México, 2002.
- [31] T. Perea y L. Esteva, «Componente vertical de registros sísmicos en México y en su efecto en la respuesta sísmica no lineal de edificios,» *Revista de Ingeniería Sísmica*, n° 72, p. 45–7, 2005.
- [32] A. D. García-Soto y M. A. Jaimes, «Ground-Motion Prediction Model for Vertical Response Spectra from Mexican Interplate Earthquakes,» *Seismological Society of America*, vol. 107, n° 2, p. 887–900, 2017.
- [33] A. Sklar, «Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges,» *Publ. Inst. Stat. Univ. Paris*, pp. 8, 229–231, 1959.
- [34] T. Abozou, «Copulas in Statistics,» *African Institute for Mathematical Sciences, University of Stellenbosch*, 2007.
- [35] P. Sweeting, *Financial Enterprise Risk Management*, New York: Cambridge University Press, 2011.
- [36] C. Genest y A.-C. Favre, «Everything You Always Wanted to Know about Copula,» *Journal of hydrologic engineering*, pp. 347-368, 2007.
- [37] C. Genest y L.-p. Rivest, «Statistical Inference Procedures for Bivariate Archimedean Copulas,» *Journal of the American Statistical Association*, vol. 88, n° 423, pp. 1034-1043, 1993.
- [38] C. Genest, B. Rémillard y D. Beaudoin, «Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study,» *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 44, n° 2, pp. 199-213, 2009.
- [39] M. Hofert, I. Kojadinovic, M. Maechler, J. Yan, J. Neslehova y J. Morger, «Multivariate dependence with copulas, R package Copula, version 1.0-1; 2020, <<http://copula.r-forge.r-project.org>>».
- [40] R Core Team, *R: A language and environment for statistical computing*, Vienna, Austria 2020.: R Foundation for Statistical Computing, 2020..
- [41] SCT, «Norma para el Diseño y Construcción de Puentes,» Secretaría de Comunicaciones Transportes, Instituto Mexicano del Transporte, México, 2001.
- [42] L. Roman, «Aplicación de los conceptos de desempeño en el diseño sísmico de columnas de puentes,» Programa de Especialización en Estructuras, Facultad de Ingeniería, UNAM, en proceso de graduación, Ciudad de México, 2022.
- [43] Concreto, NTC, «Norma Técnicas Complementarias para el diseño y construcción de estructuras de concreto,» Gaceta Oficial de la Ciudad de México, 2023.

-
- [44] SEISMOSTRUCT, «Computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures,» 2017.
- [45] B. Mander, N. Priestley y R. Park, «Theoretical stress-strain model for confined concrete,» *Journal of Structural Engineering*, 1988.
- [46] N. Shome, «Probabilistic Seismic Demand Analysis of Nonlinear Structures,» Thesis of Doctor of Philosophy, Department of civil and Environmental Engineering, Stanford University..
- [47] B. Gutenberg y C. F. Richter., «Frequency of Earthquakes in California,» *Bull. Seis. Soc. Amer.*, vol. 34, n° 4, p. 185, 1944.
- [48] C. A. Cornell y E. Vanmarcke, «The mayor influences on seismic risk,» *Proc., 4th WCEE, Santiago de Chile*, vol. I, n° A-1, pp. 69-83, 1969.
- [49] CFE , «Manual de Obras Civiles. Diseño por Sismo,» *Comisión Federal de Electricidad. Instituto de Investigaciones Eléctricas.* , 2015.
- [50] K. W. Campbell y Y. Bozorgnia, «Updated Near-Source Ground-Motion (Attenuation) Relations for the Horizontal and Vertical Components of Peak Ground Acceleration and Acceleration Response Spectra,» *Bulletin of the Seismological Society of America*,, vol. 93, n° 1, p. 314-331, 2003.
- [51] J. P. Stewart, D. M. Boore, E. Seyhan y G. M. Atkinson, «NGA-West2 Equations for Predicting Vertical-Component PGA, PGV, and 5%-Damped PSA from Shallow Crustal Earthquakes,» *Earthquake Science Center*, vol. 32, n° 2, p. 27 p., 2016.
- [52] H. Safari-Katesari, S. Y. Samadi y S. Zaroudi, «Modeling Count Data via Copulas,» Department of Mathematics, Southern Illinois University, Carbondale IL 62901, USA, 2020.

Apéndices

Apéndice A Estadístico para prueba de bondad basado en la cópula empírica

Suponiendo que el modelo de cópula desconocido de un vector \mathbf{X} de variables aleatorias pertenece a una familia $\mathcal{C}_0 = \{C_\theta: \theta \in \mathcal{O}\}$, donde \mathcal{O} es un subconjunto abierto de \mathbb{R}^p para un entero $p \geq 1$. La hipótesis nula se plantea como $H_0: C \in \mathcal{C}_0$. Sea C_{θ_n} la cópula con un parámetro estimado θ_n y definiendo el siguiente proceso empírico,

$$\mathbb{C}_n = \sqrt{n}(C_n - C_{\theta_n}) \quad (\text{A.1})$$

en donde C_n es la cópula empírica,

$$C_n(\mathbf{u}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(s_{i1} \leq u_1, \dots, s_{id} \leq u_d) \quad (\text{A.2})$$

$s_{ij} = r_{ij}/(n+1)$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, d$, son las pseudo-observaciones, r_{ij} son los rangos de los datos en la muestra, y $\mathbf{1}(A)$ denota la función indicadora del conjunto A . La versión basada en rangos del estadístico de Cramér-Von Mises está dada por (Genest *et al.*, 2009),

$$S_n = \int_{[0,1]^d} \mathbb{C}_n(\mathbf{u})^2 dC_n(\mathbf{u}) \quad (\text{A.3})$$

Valores pequeños de dicho estadístico se traducen en valores p grandes y por lo tanto conducen a que no se rechace la hipótesis nula.

Apéndice B. Criterios basados en teoría de la información para selección de cópulas

Los criterios de selección están basados en la función de verosimilitud y consideran el número de parámetros de la cópula que se requieren estimar. Si $\mathbf{s}_i = \{s_{ij}, j = 1, \dots, d\}$, $i = 1, \dots, n$, denota las pseudo-observaciones en una muestra de tamaño n y θ_n son los estimados de los parámetros de la cópula, las expresiones para el cálculo del criterio de Akaike y el Bayesiano son (Akaike, 1973; Schwarz, 1978),

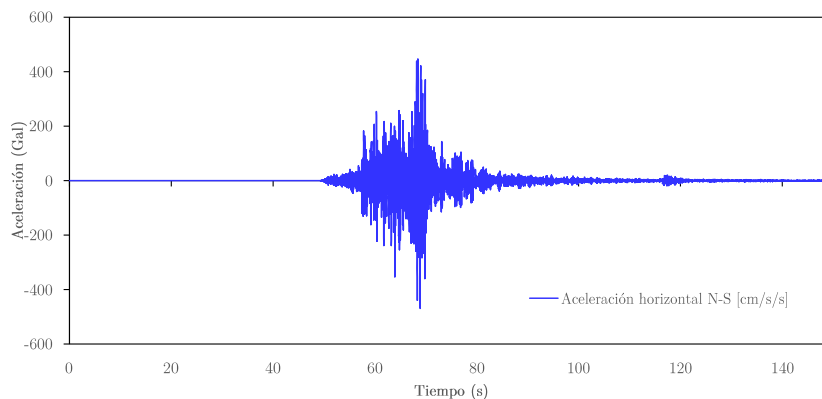
$$AIC := -2 \sum_{i=1}^n \ln[c_{\theta_n}(\mathbf{s}_i)] + 2k \quad (\text{A.4})$$

$$BIC := -2 \sum_{i=1}^n \ln[c_{\theta_n}(\mathbf{s}_i)] + \ln(n)k \quad (\text{A.5})$$

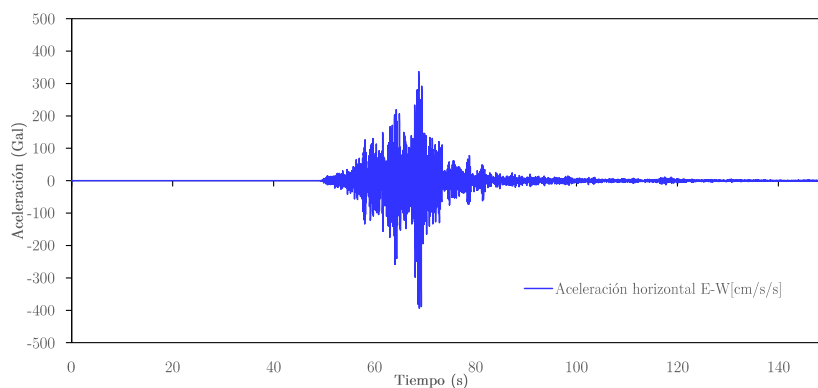
donde, k es el número de parámetros de la cópula. El procedimiento consiste en seleccionar entre un grupo de modelos candidatos, aquel para el cual las expresiones de los criterios en (A.7) y (A.8) resultan en un menor valor.

Apéndice C. Registros sísmicos de subducción interplaca

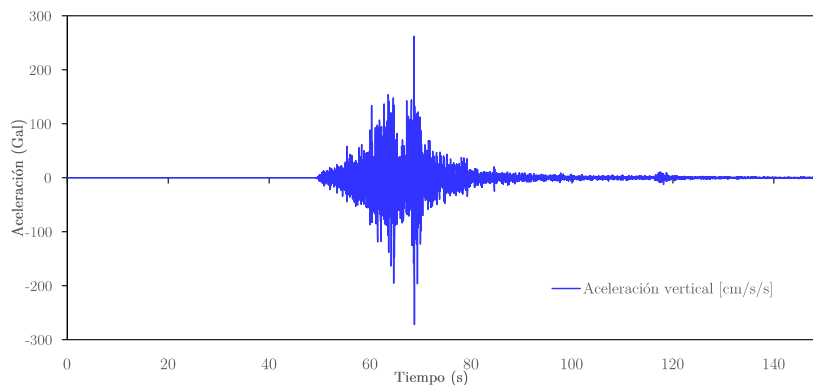
A continuación, los tres registros sísmicos seleccionados para los análisis no lineales en el dominio del tiempo del marco de puente.



(a) Aceleración horizontal Norte-Sur de la estación SJLL1802_162

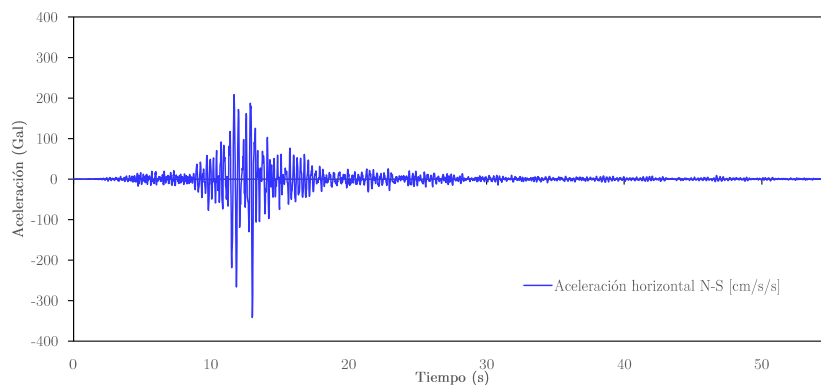


(b) Aceleración horizontal Este-Oeste de la estación SJLL1802_162

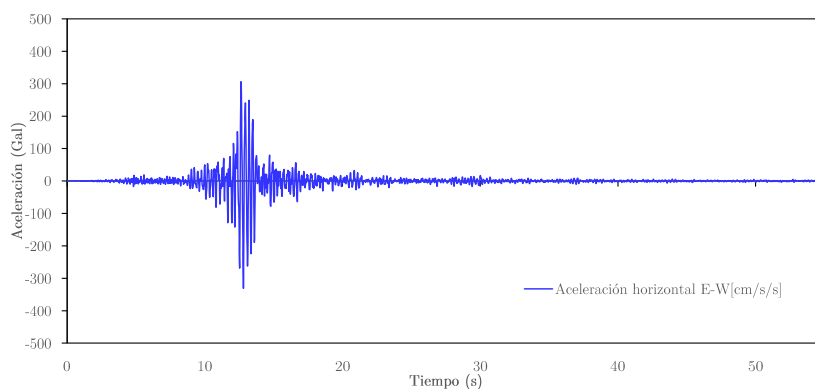


(c) Aceleración vertical de la estación SJLL1802_162

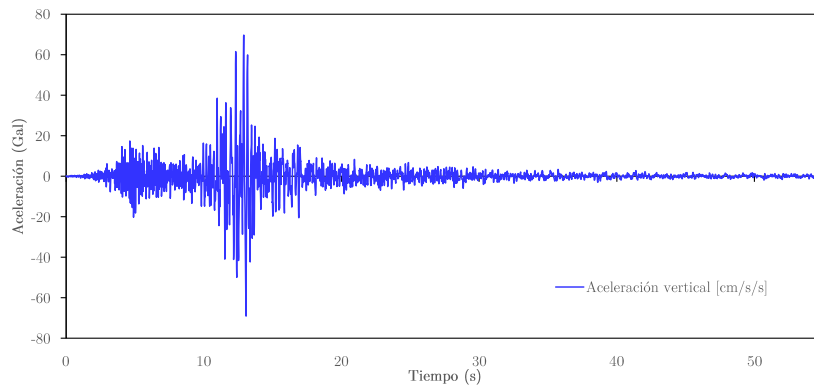
Figura C1. Acelerogramas del sismo de la estación SJLL1802_162 de $M_w = 7.2$ y $R = 71.14$ km



(a) Aceleración horizontal Norte-Sur de la estación ACAD8904_251

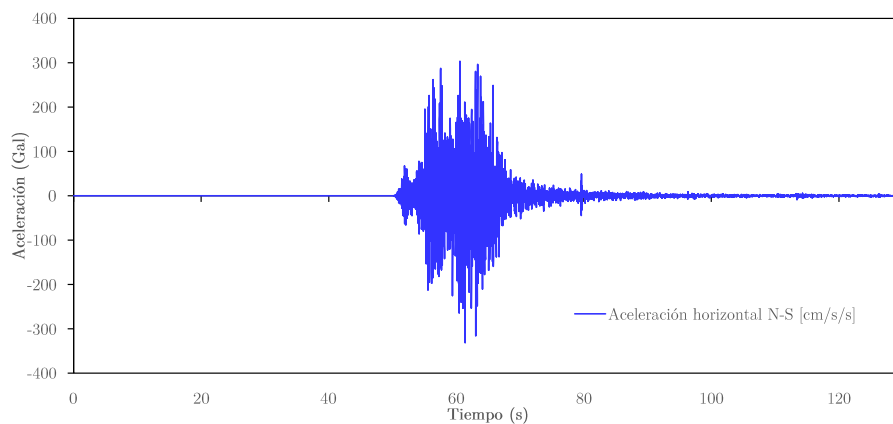


(b) Aceleración horizontal Este-Oeste de la estación ACAD8904_251

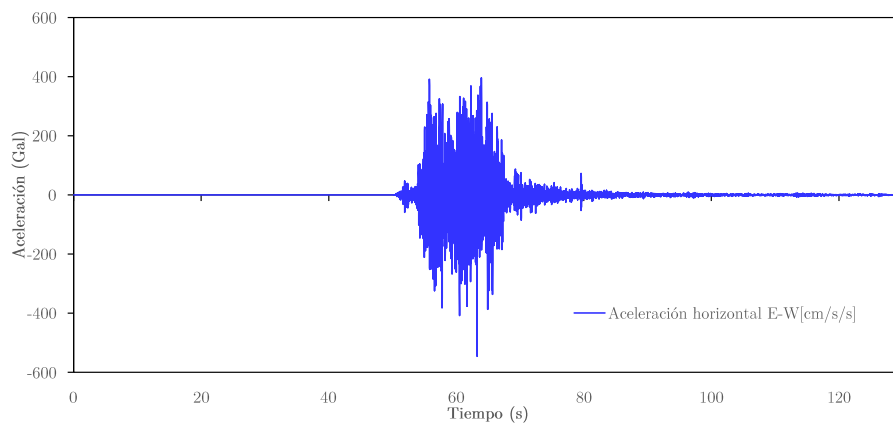


(c) Aceleración vertical de la estación ACAD8904_251

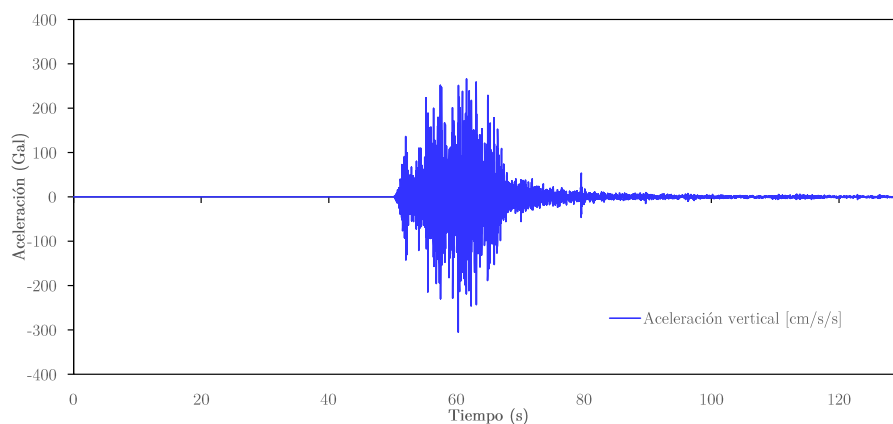
Figura C2. Acelerogramas del sismo de la estación ACAD8904_251 de $M_w = 6.9$ y $R = 57.85$ km



(a) Aceleración horizontal Norte-Sur de la estación JAMI_1802161



(b) Aceleración horizontal Este-Oeste de la estación JAMI_1802161



(c) Aceleración vertical de la estación JAMI_1802161

Figura C3. Acelerogramas del sismo de la estación JAMI_1802161 de $M_w = 7.2$ y $R = 21.85$ km

Apéndice D. Modelo de Mander et al. para las columnas del puente

Para la construcción de MDS y los análisis tiempo historia no lineales, se requiere definir las curvas esfuerzo deformación del concreto, con los cuales se puede establecer las distorsiones y deformaciones, el aplastamiento del concreto no confinado y confinado.

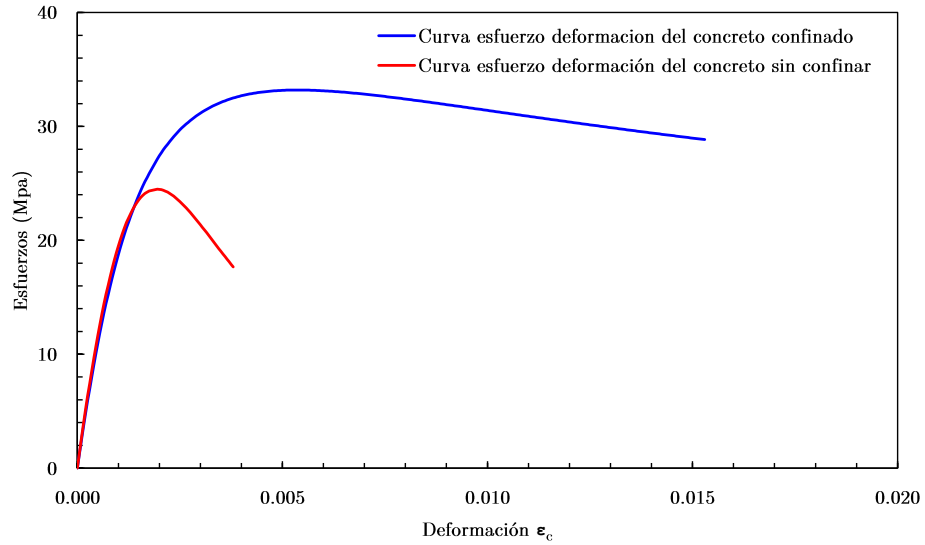


Figura D1. Deformación unitaria del concreto para el modelo RL1

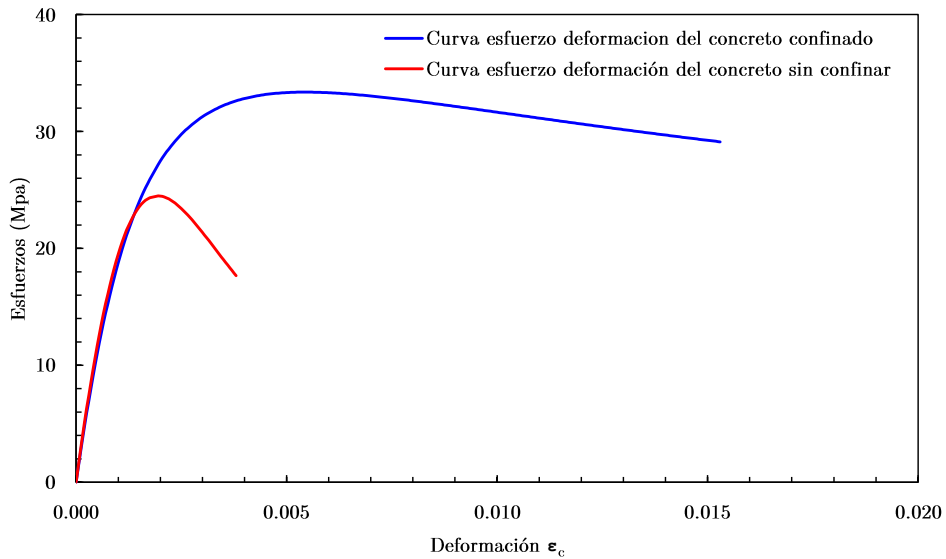


Figura D1. Deformación unitaria del concreto para el modelo RL3

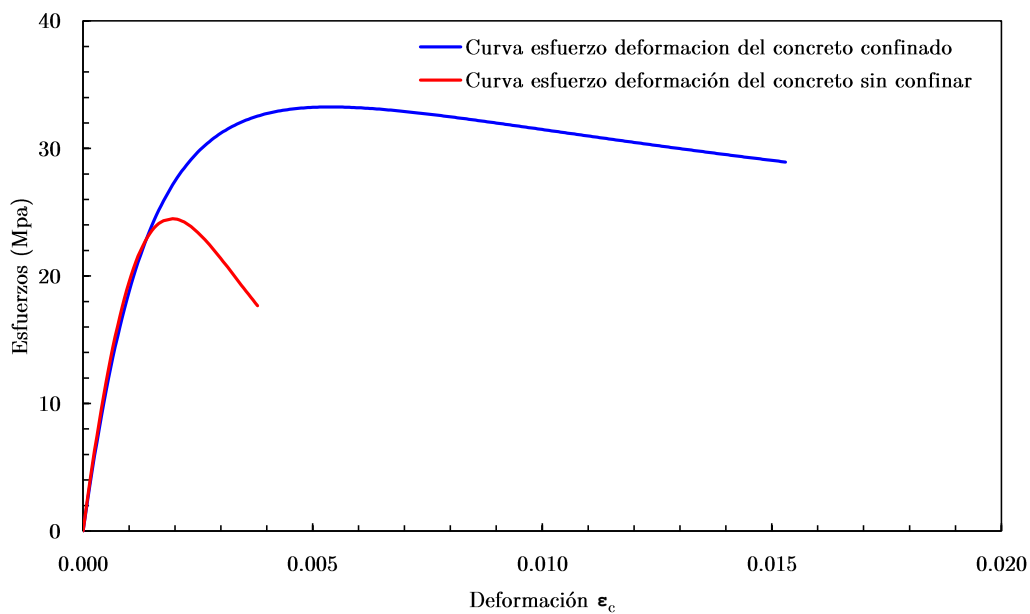


Figura D1. Deformación unitaria del concreto para el modelo RL2

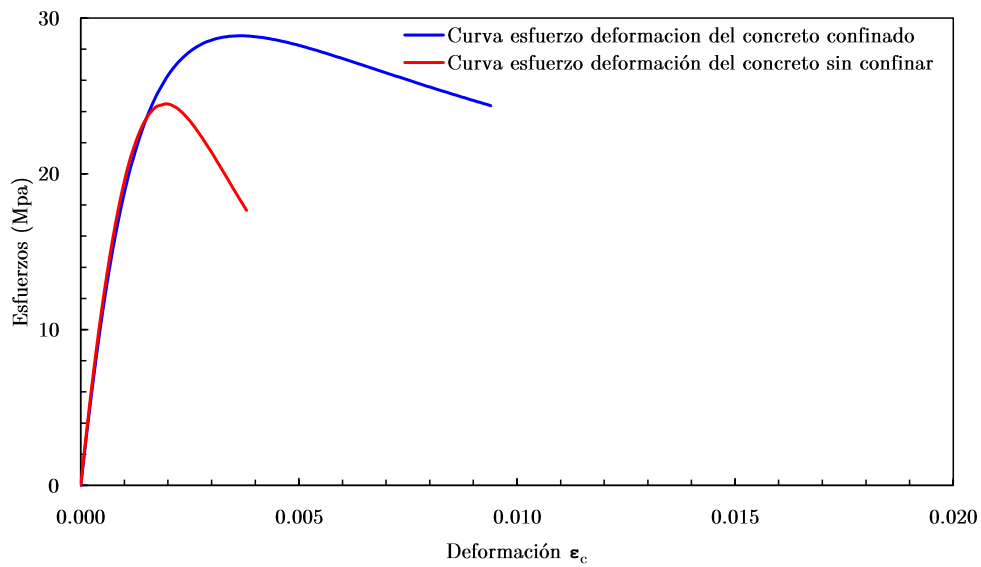


Figura D2. Deformación unitaria del concreto para el modelo al RL5

Apéndice E. Modelo de regresión distorsiones (MDS)

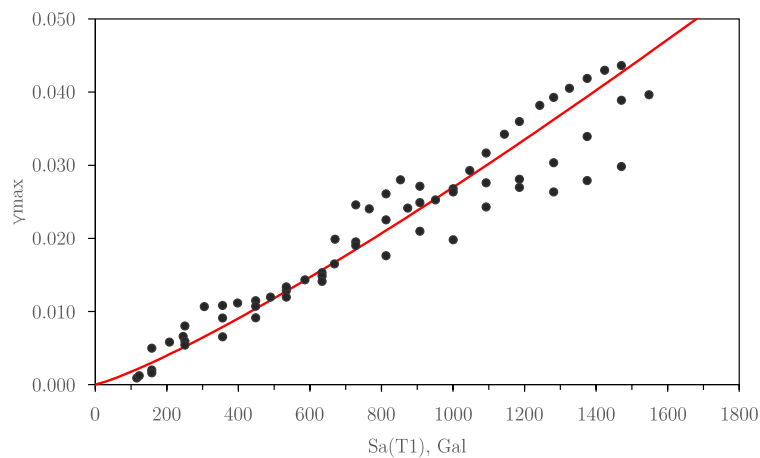


Figura E1. MDS univariado de distorsiones para el modelo RL1

$$\ln(\gamma_{max}) = 1.190\ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) - 3.636$$

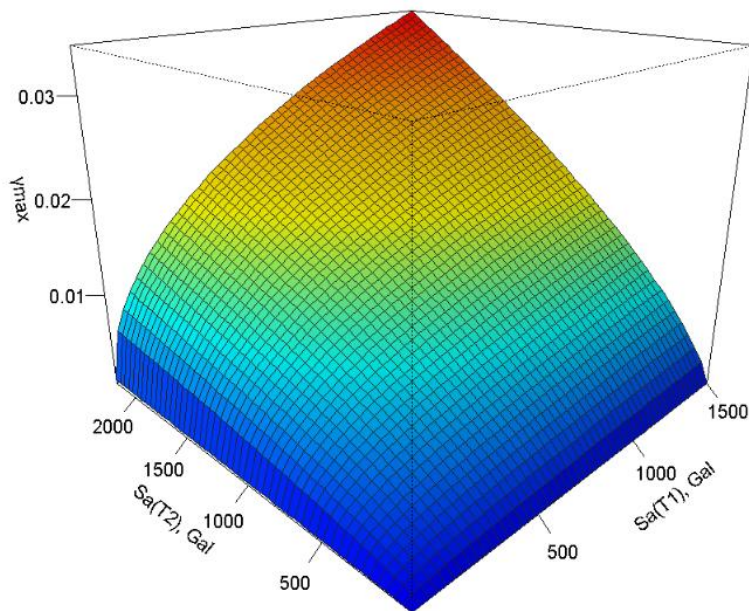


Figura E2. MDS Bivariado de distorsiones para el modelo RL1

$$\ln(\gamma_{max}) = 0.461\ln\left(\frac{S_a(T_1)}{g}\right) + 0.713\ln\left(\frac{S_a(T_2)}{g}\right) - 4.136$$

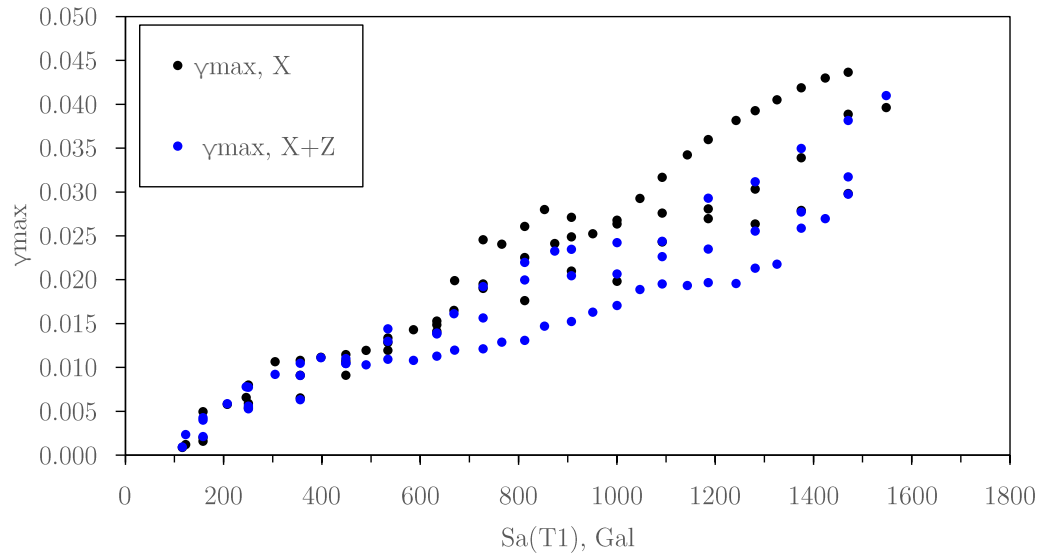


Figura E3. Resultados de ANL