



Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ciencias de la Tierra
Instituto de Geofísica
Departamento de Ciencias Espaciales

Producción y dinámica de granos de polvo en los géiseres de la luna
Encélado

T E S I S

que para optar por el grado de
Maestro en Ciencias de la Tierra

PRESENTA:
Pedro Elías Mirón Enríquez

Tutor :
Dr. José Alberto Flandes Mendoza
Instituto de Geofísica, UNAM

Ciudad Universitaria, CDMX
Noviembre, 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mi asesor de tesis, Alberto, por guiarme y darme sugerencias en la dirección de mi trabajo. Gracias por la comprensión durante estos años de trabajo.

A mis sinodales, los doctores Julio Javier Martinell Benito, Rogelio Antonio Caballero López, Mario Rodríguez Martínez y Diego López Cámara Ramírez por sus correcciones y comentarios que mejoraron mi tesis.

A mi familia por el apoyo durante la maestría, que sin el no pudiera haberlo siquiera empezado. A mis padres, Pedro y Edith, por confiar en mi capacidad y siempre motivándome durante la maestría. A Aquiles, mi hermano, por apoyarme durante todos este tiempo, sin dudar que algún día terminaría. A mi hermana, Coral, por que se que siempre tendré tu ayuda y por las invitaciones a la playa.

Para mis compañeros de posgrado; Angel, Karla, Alma y Paulina gracias por sus comentarios, recomendaciones y recordatorios de procesos del posgrado. Pero sobretodo gracias por su amistad.

Para todos los que me acompañaron durante la redacción de la tesis, pero sobretodo para mis amigas: Diana, Angie y Fernanda. Gracias, por que trabajar solo no se me da.

Para mis amistades, nuevas y viejas, por todas las conversaciones, reuniones, juegos de mesa, fiestas y salidas. Aunque este fue un esfuerzo académico, todo lo anterior me ha ayudado a seguir cuerdo. Gracias por no preguntar tan seguido como va la tesis.

Gracias a la UNAM y al Instituto de Geofísica por darme esta oportunidad y al DGAPA-PAPIIT por el apoyo de dos becas a través del proyecto IN104721.

Índice general

Agradecimientos	I
Lista de Figuras	V
Lista de Tablas	VII
Abreviatura	VIII
Variables	IX
Constantes	X
Introducción	1
Introducción	3
1. La fuente: Encélado	5
1.1. Propiedades físicas	6
1.2. El Polo Sur	6
1.3. Posibles fuentes de energía	8
1.4. El interior de Encélado	10
1.5. Mecanismos de transporte de material	11
1.5.1. El origen de los granos de hielo: Hidrotermalismo	11
1.6. Breve análisis de las corrientes de convección	12
1.7. Mecanismos de ventilación	14
1.7.1. Cámaras de agua	14
1.7.2. Grietas sin agua líquida	14
1.7.3. Grietas inundadas	15
1.7.4. El nivel de agua para las grietas inundadas	15
1.8. Resumen del capítulo	16
2. Géiseres: gas y polvo	17
2.1. Características del gas eyectado	18
2.1.1. La densidad del gas eyectado	19
2.2. Características de los granos eyectados	21
2.2.1. El tamaño de los granos eyectadas	22
2.2.2. Los granos que no logran escapar de Encélado	23

2.2.3. Granos micrométricos	24
2.2.4. Granos nanométricos	24
3. Los alrededores de Encélado	25
3.1. La magnetosfera co-rotante de Saturno	26
3.2. El campo magnético local	27
3.2.1. Observaciones	28
3.3. El destino del material eyectado	29
3.3.1. El toro de partículas neutras	29
3.3.2. El anillo E	31
3.4. Interacción plasma-eyecta	32
3.4.1. Interacción plasma-partículas: plasma polvoso	32
3.5. Mecanismos de carga	35
3.5.1. Captura de electrones y iones	35
3.5.2. Emisión secundaria de electrones	36
3.5.3. Emisión de foto-electrones	36
3.5.4. ¿Qué mecanismo es el dominante en el ambiente de Encélado?	36
4. Interpolación del campo magnético	38
4.1. Procesamiento de Datos	38
4.1.1. Validación de datos	39
4.1.2. Agrupamiento de sobrevuelos	40
4.2. Sobrevuelos seleccionados	42
4.3. Interpolación	44
5. Modelo dinámico	46
5.1. Fuerza gravitacional	46
5.2. Fuerza de arrastre	47
5.2.1. Adaptación de la densidad del gas	47
5.2.2. Valores de M de acuerdo a mediciones	49
5.3. Fuerza de Lorentz	50
5.3.1. Carga inicial de los granos	51
5.4. Condiciones iniciales	51
5.4.1. Posición inicial	51
5.4.2. Velocidad inicial	51
5.5. Integración numérica	52
6. Resultados	53
6.1. Regiones	53
6.2. Trayectorias	55
7. Discusión y Conclusiones	57
A. Los sobrevuelos	59
B. Grupos de Kriegel	61

C. Verificación de la interpolación	66
D. Fuerzas de arrastre	69
Bibliografía	76

Índice de figuras

1.	Atardecer sobre los géiseres de Encélado	2
1.1.	Saturno, sus anillos y siete lunas a contraluz del Sol	5
1.2.	Las regiones más cálidas del polo sur de Encélado	7
1.3.	Tres perspectivas del Polo Sur de Encélado y sus Rayas de Tigre	7
1.4.	Efectos de las fuerzas de marea	9
1.5.	Esquema del interior de Encélado.	10
1.6.	Cinco diferentes modelos para la ventilación de las grietas. Crédito de imágenes: NASA/JPL/SWRI/University of Colorado	14
2.1.	Plumas de materialDistintas vistas de los géiseres de Encélado.	18
2.2.	Fotografía de los géiseres en alta resolución	19
2.3.	Comparación del modelo propuesto por Dong et al. [2011] (a, b y c) con los géiseres observados en el polo sur de Encélado con el instrumento ISS (d). Crédito de imagenes: NASA JPL/Goddard Space Flight Center/Southwest Research Institute/ISS).	21
2.4.	Tamaños de los granos de hielo en la superficie de Encélado	23
3.1.	Representación artística de la Deformación del campo magnético debida a la pluma	26
3.2.	Esquema de la magnetosfera de Saturno (en inglés)	27
3.3.	Esquema de la deformación debida a un cuerpo neutro	28
3.4.	Primera medición de anomalías magnéticas cerca de Encélado	29
3.5.	Distribución de moléculas neutras alrededor de Saturno	30
3.6.	Encélado dentro de la zona más densa del anillo E	31
3.7.	Potencial y carga eléctrica de los granos de hielo	33
3.8.	Mediciones durante el sobrevuelo E3	34
4.1.	Comparación del procesamiento de datos con Dougherty	39
4.2.	ProyeccioTodas las trayectorias en los plano XY y XZ	41
4.3.	Agrupación 1 Kriegel para los sobrevuelos	42
4.4.	Agrupación aleatoria de sobrevuelos	43
4.5.	Interpolación aleatoria inicial	43
4.6.	Sobre-vuelos utilizados	44
4.7.	Interpolación resultante	45
5.1.	Comparación densidades en 1D	48
5.2.	Perfil vertical de la densidad de gas eyectado	49
5.3.	Sistema coordinado de salida	52

6.1. Espacio de condiciones iniciales	54
6.2. Trayectorias sección A)	55
6.3. Trayectorias sección B	56
6.4. Trayectorias sección C	56
B.1. Agrupamiento 0 de Kriegel	63
B.2. Agrupamiento 1 de Kriegel	63
B.3. Agrupamiento 2 de Kriegel	64
B.4. Agrupamiento 3 de Kriegel	64
B.5. Agrupamiento 4 de Kriegel	65
B.6. Agrupamiento 5 de Kriegel	65
C.1. Comparación con $\Delta t = 20s$	67
C.2. Comparación con $\Delta t = 20s$	67
C.3. Comparación con $\Delta t = 20s$ y $n = 30$	68
D.1. Descripción del camino libre medio de una molécula de gas.	69

Índice de tablas

1.1. Propiedades físicas generales de Encélado	6
1.2. Estimaciones de las tasas de disipación de energía de los diferentes mecanismos de calentamiento para el interior de Encélado.	8
1.3. Comparación de los diferentes modelos de la estructura interna de Encélado (Tomado de [Mirón Enríquez et al., 2018])	11
3.1. Características del plasma y granos en la eyecta de Encélado.	32
5.1. Los valores mejor ajustados para E3, E5 y E7.	49
6.1. parámetros y constantes empleadas	53
A.1. Tabla de los sobrevuelos a Encélado.	60
D.1. $(K_n)_{min}$ y $(K_n)_{max}$ a partir de los valores de la Tabla 1.2 y $T_{min} = 200K$, $T_{max} = 240K$	75

Abreviatura

CAPS	CA ssini P lasma: S pectrometer (Espectrómetro de Plasma de Cassini)
INMS	I on and N eutral M ass S pectrometer (Espectrómetro de Masas Ionizadas y Neutras)
UVIS	U ltra V iolet I maging S pectrograh (Espectrógrafo de Imágenes Ultravioleta)
CIRS	C omposite I nfra R ed S pectrometer (Espectrómetro Infrarrojo Compuesto)
ISS	I maging S cience S ubsystem (Subsistema de Imágenes)
RPWS	R adio and P lasma W ave S cience I nstrument (Instrumento de Ondas Radio y Plasma)
CDA	C osmic D ust A nalyzer (Analizador de Polvo Cósmico)
RSS	R adio S cience S ubsystem (Radar Científico)
VIMS	V isible and I nfrared M apping S pectrometer (Espectrómetro de Mapeo Visible e Infrarrojo)
MIMI	M agnetospheric I maging I nstrument (Cámara magenosférica)
SPT	S outh P olar T errain (Terreno del Polo Sur)
TDH	T idal D issipative H eat (Calor Disipado por Marea)
JPL	J et P ropulsion L aboratory, (Laboratorio de Propulsión a Chorro)

Variables

Cantidad	Unidades	Descripción
u_g	$[\text{m s}^{-1}]$	Velocidad del vapor de agua
v_z	$[\text{m s}^{-1}]$	Componente vertical de u_g
v_t	$[\text{m s}^{-1}]$	Velocidad térmica del gas
u	$[\text{m s}^{-1}]$	Velocidad de las partículas de hielo
v	$[\text{m s}^{-1}]$	Velocidad relativa del gas con respecto a las partículas
ρ_g	$[\text{kg m}^{-3}]$	Densidad del vapor de agua
ρ_p	$[\text{kg m}^{-3}]$	Densidad de partículas
ρ_o	$[\text{kg m}^{-3}]$	Densidad del océano
ρ_n	$[\text{kg m}^{-3}]$	Densidad del núcleo
M_p	$[\text{kg}]$	Masa de las partículas
n	$[\text{m}^{-3}]$	Densidad numérica del vapor de agua
Q	$[\text{s}^{-1}]$	Tasa de producción de moléculas
Q^*	$[\text{kgs}^{-1}]$	Tasa de producción de moléculas en kg/s
A	$[\text{m}^2]$	Área productora de material
x	$[\text{m}]$	Distancia con respecto a la superficie de Encélado
δ	$[\text{m}]$	Separación entre las paredes de las grietas
h_0	$[\text{m}]$	Grosor del océano
h_c	$[\text{m}]$	Grosor de la corteza de hielo
r_n	$[\text{m}]$	Radio del núcleo rocoso
r_o	$[\text{m}]$	Radio externo del océano
T_s	$[K]$	Temperatura en la superficie de Encélado
a	$[\text{m}]$	Radio de las partículas
a_{max}	$[\text{m}]$	Radio máximo para partículas
γ	$[\text{°}]$	Libración forzada

Constantes

Constante de gravitación universal	$G = 6.673 \times 10^{21} \text{N kg}^{-2} \text{m}^2$
Constante de Boltzmann	$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{m}^2 \text{kg s}^{-2} \text{K}^{-1}$
Masa de una molécula de agua	$m = 18.015 \text{ g/mol}$
Sección transversal para una molécula de agua	$\sigma = 2.375 \times 10^{-19} \text{m}^2$
Radio de Hill (Encélado)	$R_H = 948.709 \text{ km}$
Masa (Encélado)	$M_E = 1.08 \pm 0.0010 \times 10^{20} \text{ kg}$
Radio (Encélado)	$R_E = 252.12 \pm 0.2 \text{ km}$

Descripción para el público en general

En esta tesis explicamos cómo se producen y mueven los pequeños granos de hielo (con radios entre los nanómetros y los micrómetros) que son expulsados en los géiseres del polo sur de la luna de Saturno, Encélado. Por su muy baja densidad, la eyección de este material puede ser visto bajo condiciones de iluminación particulares, como en el caso de las imágenes de la nave Cassini (Figura 1), donde la luz reflejada del Sol en la atmósfera de Saturno ilumina a Encélado y a los géiseres al mismo tiempo que dispersan la luz hacia el observador. Encontramos que la velocidad de eyección y sus tamaños determinan si estos granos escapan o regresan y chocan con la superficie de Encélado. Los granos menores a 0.1 micras pueden escapar fácilmente ayudadas por el campo eléctrico de Saturno, porque se cargan eléctricamente con facilidad. Las partículas mayores a este tamaño pueden escapar o no dependiendo de su velocidad de eyección.

Para describir la dinámica de los granos de hielo fue necesario caracterizar el ambiente magnético que existe alrededor de Encélado, para lo cual usamos los datos de campo magnético tomados por la nave Cassini y calculamos el perfil de campo magnético a través del método de interpolación matemática.

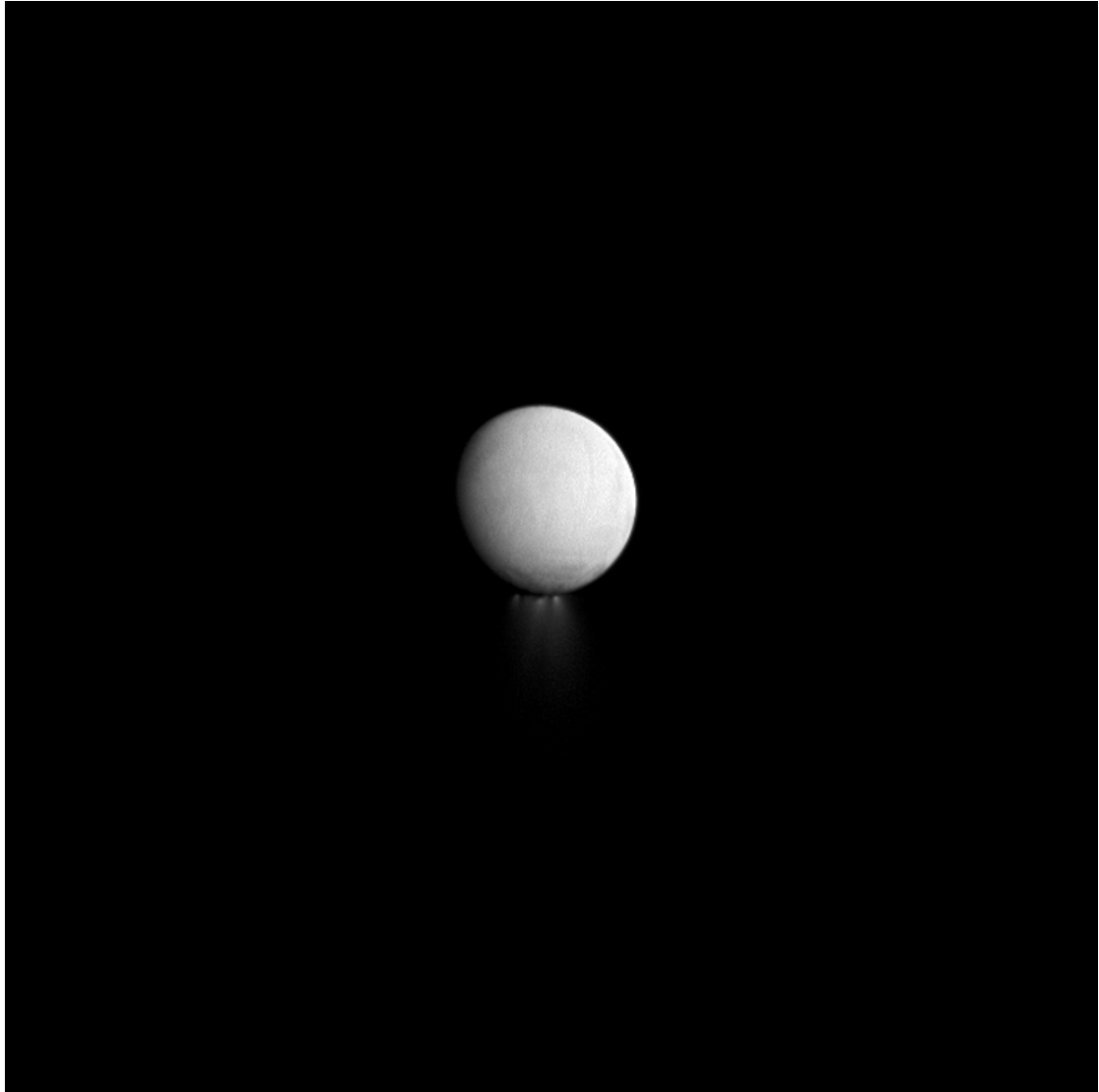


FIGURA 1: Atardecer sobre los géiseres de Encélado. Crédito de imagen: [NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute](#)

Resumen

En esta tesis se desarrolló un modelo dinámico que describe el movimiento de granos de hielo (polvo) cargados eléctricamente. El modelo considera la fuerza gravitacional de Encélado, la fuerza con la que el vapor de agua impulsa o arrastra a los granos de polvo y la fuerza de Lorentz sobre los mismos debida al campo electromagnético de Saturno en el que está inmerso Encélado.

Mediciones in-situ hechas por la nave Cassini (de la NASA/ESA/ASI) cerca de Encélado permitieron la detección de dos fenómenos geotérmicos en su polo sur: una anomalía térmica y la eyección de material en forma de vapor y polvo (Figura 1).

El objetivo principal de esta tesis es describir el comportamiento de los granos de hielo eyectados en los géiseres en función de su tamaño, carga eléctrica y velocidad eyección dentro de la influencia gravitacional de Encélado.

El estudio de los granos de hielo es de interés, entre otras razones, porque:

1. Nos dan la posibilidad de conocer la composición interna de Encélado, suponiendo que estos granos de hielo tienen su origen en un océano interno en contacto directo con el núcleo de Encélado (ver 2.2).
2. Su producción nos da información sobre los mecanismos internos de Encélado.
3. Parte de la pluma de Encélado (la que está en contacto con el plasma magnetosférico) se considera un *plasma polvoso*, un ambiente poco estudiado y de gran relevancia en la Física de Plasmas.
4. Este polvo es una de las fuentes del anillo E (en su parte interna o más cercana a Saturno), el anillo planetario de mayor extensión radial en el sistema solar.

En los capítulos 1-3 damos un contexto del problema y de algunos de los aspectos relevantes de Encélado, como sus propiedades físicas, una de las lunas de Saturno que es la fuente de las partículas de polvo que estudiamos, así como de las propiedades de los géiseres de acuerdo a las observaciones. Exploramos también sus posibles fuentes y el origen de esta actividad. Adicionalmente, estudiamos las propiedades del ambiente de plasma alrededor de Encélado que es relevante para la dinámica de los granos de polvo.

En el capítulo 4 se exponen los métodos usados, en particular, el método matemático de interpolación del campo magnético alrededor de Encélado, que es necesario para modelar el movimiento de granos de hielo.

En el capítulo 5 se detalla el modelo dinámico utilizado, su método de solución y analizamos la validez de dicho modelo.

En los capítulos 6 y 7 exponemos los resultados obtenidos y discutimos nuestras conclusiones.

Capítulo 1

La fuente: Encélado

Desde el descubrimiento en 2005 de la extraordinaria emisión de calor y posteriormente de la actividad criovolcánica que exhibía el su polo sur [Spencer et al., 2006, Kieffer et al., 2006], Encélado se ha convertido en uno de los satélites más estudiados de Saturno. Sus eyecciones explican la mayor concentración de material en la parte interior del Anillo E, como se puede ver en el mosaico imágenes de Saturno y sus anillos capturada por Cassini el 19 de julio de 2013 (Figura 1.1), donde Encélado se puede observar en la zona más densa del tenue Anillo E. Dicha eyección también explica el alto albedo de Bond de su propia superficie ($\sim 99\%$).

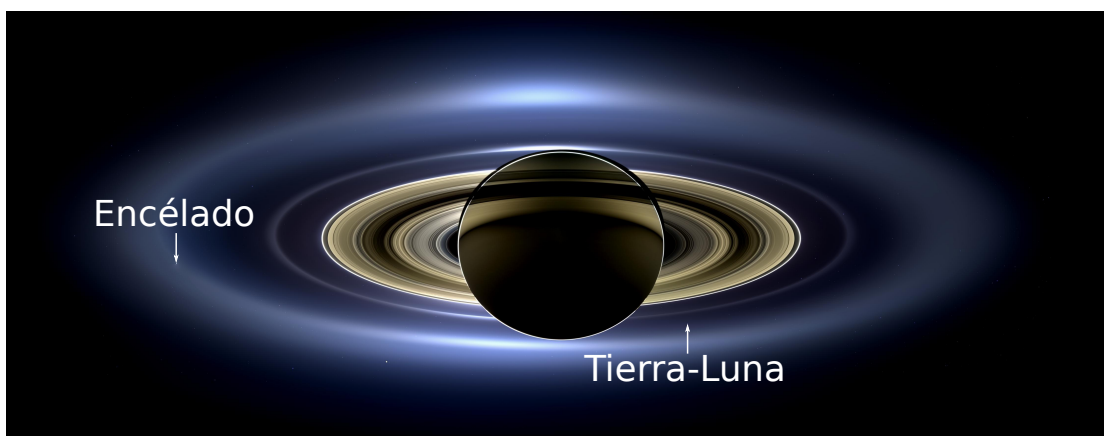


FIGURA 1.1: Saturno, sus anillos y siete lunas a contraluz. Crédito de imagen: [NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute](#)

En este capítulo hacemos una breve descripción de la zona activa (o Polo Sur de Encélado). Primero, discutimos las posibles fuentes de calor que causan la actividad observada, luego mencionamos los posibles modelos internos de Encélado y terminamos con una explicación de los mecanismos a través de los cuales el material de los géiseres

es transportado desde el interior hasta el exterior de la luna por medio de la actividad criovolcánica observada.

1.1. Propiedades físicas

Encélado es casi 7 veces más pequeña que nuestra Luna ($r_L = 1737.4 \text{ km}$), tiene un radio de 252 km y orbita a $238\,000 \text{ km}$ de Saturno, entre las órbitas de las lunas Mimas y Tetis. Fue descubierto por William Herschel el 28 de agosto de 1789 y, desde entonces, ha sido objeto de constante estudio.

Las características físicas generales de Encélado que usamos a lo largo de esta tesis se listan en la Tabla 1.1. Incluimos su Radio de Hill, También conocido como Radio de Roche, que delimita la influencia gravitacional en sus alrededores.

TABLA 1.1: Propiedades físicas generales de Encélado

Característica	Valor
Masa (M_E)	$1.08022 \pm 0.0010 \times 10^{20} \text{ kg}$
Gravedad (g_E)	0.113 m s^{-2}
Radio (R_E)	$252.1 \pm 0.2 \text{ km}$
Período (Síncrono)	32.9 hr
Radio Orbital	$238\,000 \text{ km}$
Albedo (α_E)	0.81 ± 0.04
Radio de Hill (R_H)	948.709 km
Excentricidad (e_E)	0.0047
Velocidad de escape (v_E)	207 m/s
Densidad promedio (ρ_E)	$1609 \pm 5 \text{ kg m}^{-3}$

1.2. El Polo Sur

El polo sur de Encélado (o *SPT* (por sus siglas en inglés, *South Polar Terrain*), exhibe una serie de anomalías térmicas descubiertas por el Espectrómetro de Infrarrojo Compuesto (CIRS) de la nave Cassini, que observó temperaturas de hasta 180 K para la grieta denominada Damasco (Figura 1.2, extremo izquierdo) [Kieffer et al., 2006], donde se esperarían temperaturas cercanas a 70 K .

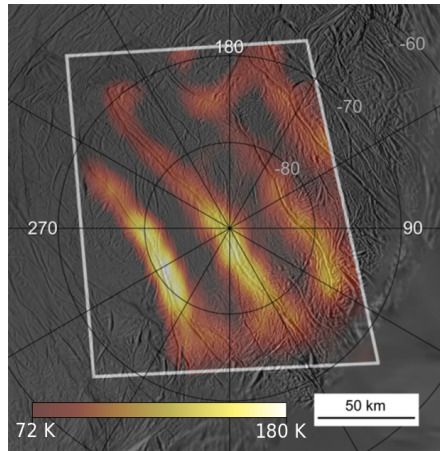


FIGURA 1.2: Las regiones más cálidas del polo sur de Encélado son las *Rayas de Tigre*. Crédito de imagen: NASA/JPL.

El SPT se encuentra delimitado por vertientes que cortan el terreno abruptamente o escarpes y montañas que se encuentran alrededor de los 55° de la latitud sur [Porco et al., 2006]. Lo anterior se puede observar en Figura 1.3 A. En el centro del SPT es donde podemos ver la serie de grietas, denominadas *Rayas de Tigre*, en tono azulado. La Figura 1.3 B muestra un acercamiento de las estas grietas, designadas (de izquierda a derecha) *Damasco*, *Bagdad*, *Cairo* y *Aleandría*. Las grietas se extienden de sur a norte a lo largo de 130 km. En la sección central del SPT (y del conjunto de grietas) se identifica un hundimiento ($\gtrsim 500$ m) con respecto a la elevación media superficial, lo cual es consistente con los estimados de la forma global de Encélado [Thomas et al., 2007] y a la anomalía gravitacional detectada en esa zona [Iess et al., 2014].

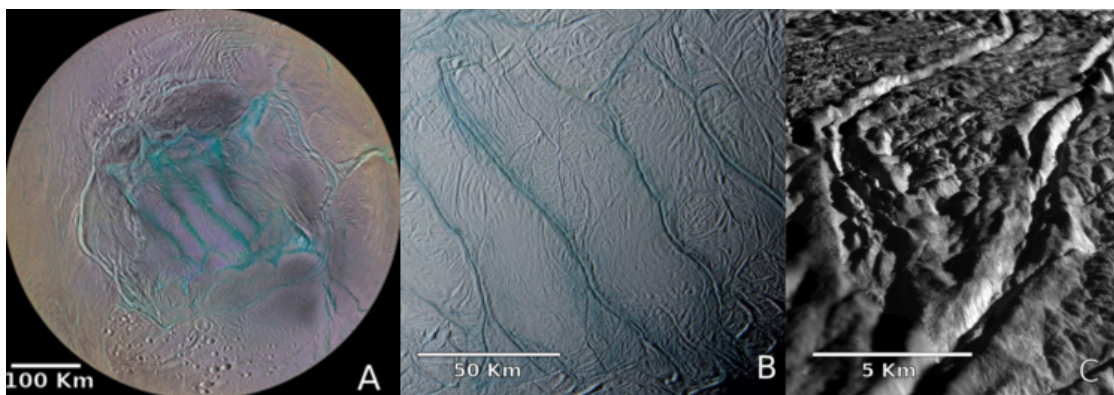


FIGURA 1.3: Tres perspectivas del polo sur de Encélado. (A) Vista completa del polo sur. (B) Las ayas de Tigre, (C) Detalle de la grieta Bagdad. Crédito de imágenes: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute/Lunar and Planetary Institute

Cada grieta tiene ~ 2 km de anchura y ~ 500 m de profundidad. Se encuentran delimitadas por crestas paralelas en forma de V con anchura de 2 km, como se puede observar en

la Figura 1.3 C en el caso de la grieta Baghdad. Es en estas grietas y su periferia en donde se observan las temperaturas más elevadas de la superficie (~ 180 K) [Kieffer et al., 2006] (Ver Figura 1.2) como resultado de la energía radiada, que de acuerdo a Spencer et al. [2006], Abramov & Spencer [2009] puede variar de 5.4 a 5.8 GW. Según Spencer & Nimmo [2013], Howett et al. [2013], la emisión de calor está entre 4.2 y 15.8 GW (ver Figura 1.2) y estos datos son de utilidad para delimitar los procesos que originan dicho calor. Por último, y de importancia para este trabajo, es a través de estas grietas donde se observa la eyección de material o géiseres.

1.3. Posibles fuentes de energía

La eyección de material y las altas temperaturas que se observan son fenómenos inesperados para un satélite *congelado*, cuya temperatura correspondería a 73 K dada su posición con respecto a Saturno y al Sol [Porco et al., 2006]. Lo anterior plantea la pregunta ¿de dónde se obtiene la energía necesaria para mantener la actividad observada?

Hasta ahora, se han propuesto cuatro mecanismos para explicar el calentamiento observado: (1) Calor Disipado por Marea (o TDH por sus siglas en inglés), (2) Calor radiogénico (por decaimiento de elementos radiactivos), (3) Calor de acreción y (4) Calor por reacciones exotérmicas. En la Tabla 1.2 se comparan los 4 diferentes mecanismos propuestos con sus respectivas tasas de disipación de energía (Véase también Mirón Enríquez et al. [2018]).

TABLA 1.2: Estimaciones de las tasas de disipación de energía de los diferentes mecanismos de calentamiento para el interior de Encélado.

Mecanismo	Potencia GW	Referencia
TDH en el manto	1.2-920	Meyer & Wisdom [2007]; Ross & Schubert [1989]
Radiogénico	~ 0.3	Schubert et al. [2007]
Reacciones exotérmicas	Desconocida	Malamud & Prialnik [2013]
Acreción	Desconocida	Sahijipal et al. [2007]; Schubert et al. [2007]
TDH en el núcleo	10-33	Tobie et al. [2017]; Roberts [2015]

En la Tabla 1.2 se puede observar que la disipación de marea es el mecanismo dominante y la fuente más probable de la tasa de calor observada y, que de acuerdo a lo ya mencionado, podría llegar hasta los 15.8 GW [Spencer & Nimmo, 2013, Howett et al., 2013].

Las fracturas en el polo sur y su calentamiento se pueden explicar a partir de las fuerzas de marea actuando en el manto, mientras que el calentamiento del núcleo explica la alta salinidad de los granos en la pluma (ver Sección 1.5.1) y la constancia en la actividad. Sin embargo, hasta ahora, ninguno de los modelos propuestos es capaz de explicar el fenómeno en su totalidad y es razonable suponer que se trata de la acción de varios de estos mecanismos combinados.

La luna Dione es la principal responsable de la generación del Calor Disipado por Marea. Esta luna congelada que orbita a 3.77×10^5 km de Saturno esta compuesta en su mayoría por hielo de agua, tiene un radio promedio de 561.4 km ($\sim 2.2 R_E$), y completa una revolución en torno a Saturno cada 66 hrs, en contraste con Encélado, que lo hace en la mitad del tiempo, tal periodicidad de esta órbita genera un continuo forzamiento sobre Encélado asociado a la disipación de calor.

Sin embargo, aunque este calentamiento es aparentemente simétrico con respecto al ecuador (ver Figura 1.4), es decir, distiende y comprime al satélite de manera simétrica y aunque parece afectar ambos polos, la eyección de material y calor solo se ha observado en el polo sur. La razón de esta asimetría es hasta ahora desconocida, y las explicaciones que se han dado varían desde el impacto de un gran objeto en el polo sur [Han et al., 2012], la disipación anisotrópica de calor dentro de Encélado [Běhounková et al., 2012] y, recientemente, posibles pequeñas asimetrías heredadas desde la formación del satélite [Hemingway et al., 2019, Kang & Flierl, 2019]. De hecho, un factor que potenciaría el calor generado por las mareas es el estado de la estructura interna de Encélado, por ejemplo, si el manto y el núcleo se encuentran desacoplados [Meyer & Wisdom, 2007], algo que exploraremos en la siguiente sección.

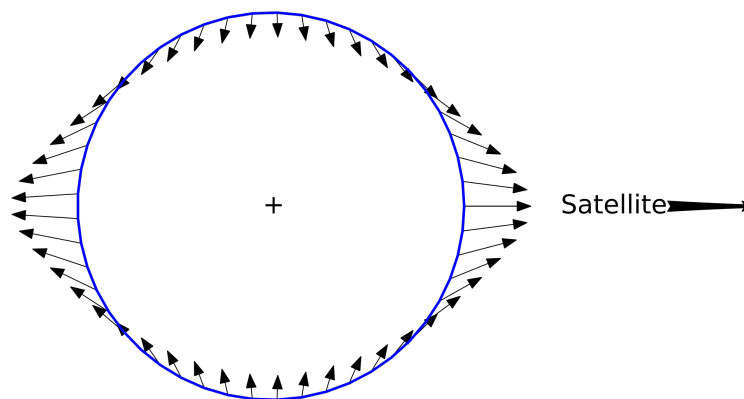


FIGURA 1.4: Esquema de la fuerza de marea. Imagen modificada de [WikimediaCommons \[2023\]](#)

1.4. El interior de Encélado

Existen evidencias de que la estructura interna de Encélado se compone de un núcleo rocoso, un océano interno y una corteza congelada. Por ejemplo, la alta salinidad medida los granos de hielo de los géiseres analizados por los instrumentos de la nave Cassini (ver sección 2.2). También las mediciones gravimétricas que indican la existencia de un océano local bajo la superficie del SPT [Iess et al., 2014], así como la *libración* orbital de Encélado [Thomas et al., 2016] que puede ser explicada, precisamente por un océano global que separe al núcleo de la corteza congelada.

En la Figura 1.5 podemos ver de forma sistemática cómo sería la estructura interna de Encélado. r_n es el radio del núcleo, r_o es el radio externo que corresponde al límite superior del océano y R_E es el radio externo que corresponde al radio total de Encélado y al límite superior de la corteza de hielo. Por otro lado, h_o y h_c Corresponden a las grosores del océano interno ($h_o = r_o - r_n$) y de la corteza ($h_c = R_E - r_o$) (i.e. el radio de Encélado). ρ_n , ρ_o , ρ_c son las densidades respectivas de cada capa.

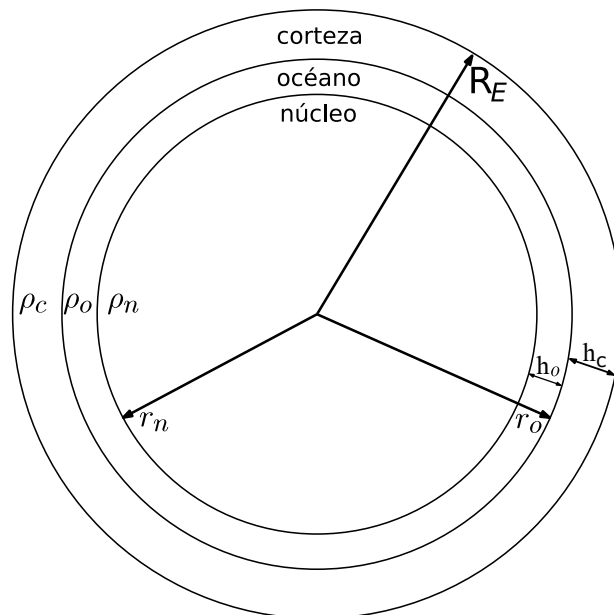


FIGURA 1.5: Esquema del interior de Encélado con tres secciones (en escala arbitraria).

Aparte de otros autores y suponiendo grosores uniformes, Mirón Enríquez et al. [2018] (en el trabajo de licenciatura) delimita sus tamaños utilizando la conservación de momento angular y masa. La Tabla 1.3 muestra una comparación de las distintas estimaciones de la estructura interna de Encélado de acuerdo a diferentes trabajos. Se puede ver que, aunque sea una primera aproximación, nuestra aproximación coincide con todos los otros modelos utilizados de la posible estructura interna de Encélado.

TABLA 1.3: Comparación de los diferentes modelos de la estructura interna de Encélado (Tomado de [Mirón Enríquez et al., 2018])

Referencia	$\rho_n [kg/m^3]$	$r_n [km]$	$h_o [km]$	$h_c [km]$
Čadek et al. [2016]	Desconocida	180 – 185	45 – 59	18 – 22
Beuthe et al. [2016]	Desconocida	191 ± 4	38 ± 4	23 ± 4
Thomas et al. [2016]	2300	194 – 200	26 – 31	21 – 26
Mirón Enríquez et al. [2018]	2333.4 – 2405.4	190.9 – 197.9	10 – 56	5 – 44
Ramírez-Cabañas et al., 2023	2400 – 2600	192. – 195.0	26 – 39	24 – 28

1.5. Mecanismos de transporte de material

Un problema de gran interés es la determinación de los posibles mecanismos de transporte de material desde la superficie del núcleo rocoso (o fondo del océano) hasta la superficie de Encélado y que es detectado en forma de granos de hielo de agua contaminado con sales y otros compuestos en sus géiseres. Aunque estos mecanismos son desconocidos, sí podemos decir que dependen de la estructura interna de Encélado, de las propiedades del hielo en su manto, de la corteza y de su superficie y de la composición del océano interno.

A continuación, se describe el hidrotermalismo necesario que puede justificar la existencia de granos con sales, procesos convectivos para el transporte del agua rica en productos hidrotermales desde el núcleo rocoso hasta las grietas y por último los posibles mecanismos de ventilación de material hacia el exterior del satélite.

1.5.1. El origen de los granos de hielo: Hidrotermalismo

Una buena explicación para la alta salinidad presentada en algunos granos eyectados (ver 2.2) es que su origen se encuentra en la parte más profunda del océano que está en contacto directo con el núcleo rocoso, donde a través de procesos hidrotermales (que se explicará más adelante) las sales y otros compuestos son incorporados al material que finalmente es observado en una de las poblaciones de los granos de hielo [Postberg et al., 2011, Ramírez-Cabañas, 2017]). Este material, luego de producido podría ser transportado a través del océano, por ejemplo, por medio de corrientes de convección (ver 1.6).

El mecanismo hidrotermal se puede describir de manera muy general como sigue [Cox, 2005]:

1. La interacción agua-roca causará que el agua se caliente transforme la roca. En esta etapa la temperatura juega un papel importante.
2. Los compuestos disueltos serán depositados o se adentrarán en poros/grietas de la roca.
3. Si el agua se encuentra con una barrera impermeable, esta se calentará, generando presión en la zona hasta que hierva/produzca burbujas, creando hidro-fracturas seguidas del depósito de los compuestos disueltos en el agua.
4. Si no se encuentra con barreras, es posible que el agua se disperse sin arrastrar material y, por lo tanto, no habrá mineralización del agua.
5. En general, las reacciones químicas entre el agua caliente y algunos de los minerales de la roca, producirán compuestos que se precipitarán (p.e., arcillas) y otros que enriquecerán al agua formando una solución.
6. Los productos como las arcillas serán los precursores de los granos de polvo o de los contaminantes en los granos de hielo.
7. Igualmente, los compuestos que enriquecen al océano son potenciales contaminantes de los granos de hielo de agua que se observan en los géiseres.

En ciertos puntos de la superficie del núcleo de Encélado se podrían alcanzar temperaturas de hasta 373 K (debido a las fuerzas de marea [Tobie et al., 2017]), estos puntos serían las fuentes de calor para el proceso hidrotermal. Probablemente, el hidrotermalismo en Encélado ocurre bajo condiciones similares a las de la Tierra, por ejemplo, en las ventila hidrotermales denominadas *white smokes*, cuyas temperaturas están entre los 312 K y los 348 K [Kelley et al., 2001]. El hidrotermalismo explica de forma más natural la existencia de los compuestos observados en la pluma, sobretodo, si el núcleo tiene como minerales primarios a los olivinos ($(Mg^{2+}, Fe^{2+})_2SiO_4$), a los piroxenos ($XY(Si, Al)_2O_6$)¹ y a los feldspatos ($KAlSi_3O_8, NaAlSi_3O_8, CaAl_2Si_2O_8$). En ese caso los productos hidrotermales coinciden con los compuestos observados en la pluma [Ramírez-Cabañas, 2017].

1.6. Breve análisis de las corrientes de convección

Una vez que el agua mineralizada pasa del núcleo al océano, las diferencias de temperatura entre la superficie rocosa del núcleo y la capa superior del océano podrían facilitar

¹Donde X representa calcio, sodio, hierro²⁺, magnesio, litio o manganeso. Y representa iones de menor tamaño como el cromo, aluminio, etc.

su transporte por difusión o convección. Lo anterior se puede explorar a través del número de Rayleigh (R_a), que es una cantidad adimensional que indica el régimen del flujo y también se puede interpretar como el cociente entre los tiempos de transporte de difusión y convección para una velocidad dada (aquí u). R_a nos dice qué mecanismo es dominante para el transporte de material dada una diferencia de temperatura. Si $R_a > 1000$ podemos decir que la convección domina a la difusión como mecanismo de transporte principal [Turcotte & Schubert, 2002]. Específicamente, la ecuación es:

$$R_a = \frac{g\beta\rho D^3}{\mu\kappa}\Delta T. \quad (1.1)$$

donde g es la gravedad de Encélado, D es el espesor de la capa a través de la cual se da la convección, ΔT es la diferencia de temperaturas entre el punto más caliente y el más frío, β es el coeficiente de expansión volumétrica, ρ es la densidad de masa, κ es la difusividad térmica y μ es el coeficiente de rigidez del agua salada. En el caso de Encélado, pueden usarse $\beta = 26 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$, $\rho = 1028 \text{ kg m}^{-3}$, $\kappa = 0.138 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ y $\mu = 10^9 \text{ Pa}$ [Sharqawy et al., 2010, IOC et al., 2010].

El valor de la aceleración gravitacional, g , lo obtenemos de un valor representativo entre las superficies del núcleo y del océano usando la Ley de la Gravitación Universal:

$$g = G \frac{M_{Encerrada}}{r^2} = \frac{4\pi G}{3} \frac{r^3 \rho(r)}{r^2} = \frac{4\pi G}{3} r \rho(r). \quad (1.2)$$

con $M_{Encerrada}$ es la masa encerrada por la superficie de interés (ya sea la del núcleo o la del océano), que también se puede escribir como $M_{Encerrada} = 4\pi r^3 \rho(r)/3$, con r la distancia del centro de Encélado al punto donde se mide la aceleración, y ρ la densidad del volumen encerrado en la esfera de radio r . Tomando en cuenta los valores de las anchuras posibles del océano ($10 \text{ km} \leq h_o \leq 56.1 \text{ km}$), el radio y la densidad del núcleo, $190.9 \text{ km} \leq r_n \leq 197.9 \text{ km}$, y $2333.4 \text{ kg, m}^{-3} \leq \rho_n \leq 2405.4 \text{ kg, m}^{-3}$, obtenidos previamente en la Tabla 1.3. Así pues se obtiene el intervalo $0.110 \text{ m s}^{-2} \leq g \leq 0.129 \text{ m s}^{-2}$, cuyo promedio es $g = 0.1195 \text{ m s}^{-2}$.

De regreso a la Ec. 1.1, se sigue que $2.169 \times 10^8 \leq R_a \leq 1.49 \times 10^{10}$. En cualquier caso, $R_a > 1000$, es decir, podemos afirmar que la convección domina como método de transporte para el océano interno de Encélado y los compuestos generados por los procesos hidrotermales pueden ser transportados a través de las corrientes (convectivas) de agua y alcanzar, al menos, la superficie del océano.

1.7. Mecanismos de ventilación

Se proponen diversos modelos para explicar cómo se generan los géiseres de Encélado, es decir, cómo el vapor de agua se genera y es transportado hasta la superficie. Algunos de los que aquí analizamos, se muestran en la Figura 1.6.

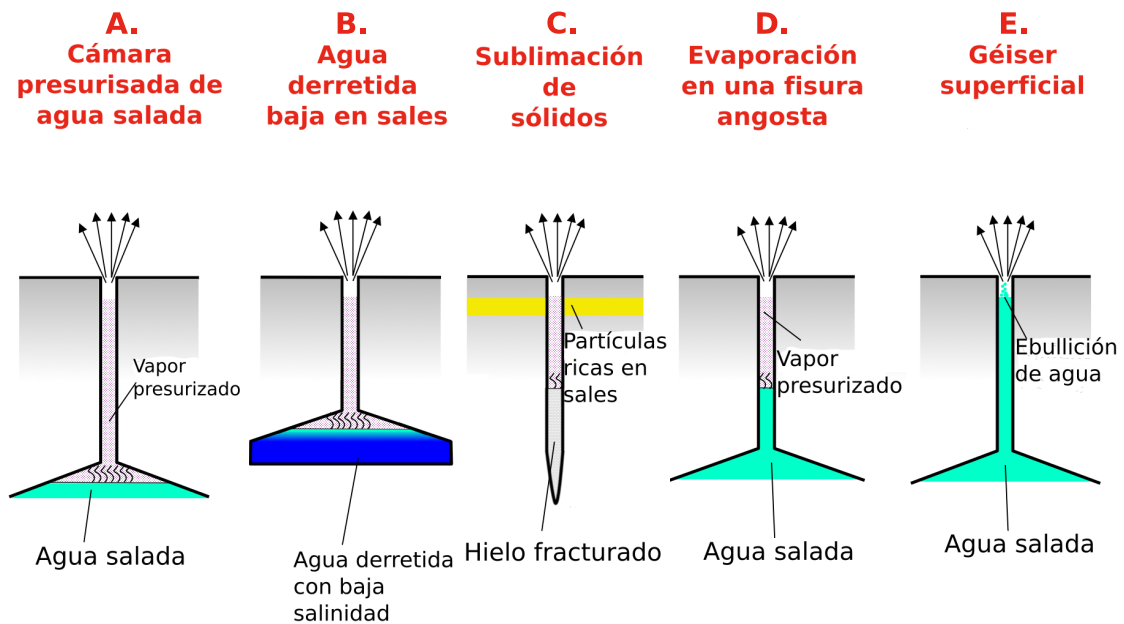


FIGURA 1.6: Cinco diferentes modelos para la ventilación de las grietas. Crédito de imágenes: NASA/JPL/SWRI/University of Colorado

1.7.1. Cámaras de agua

En el modelo A (Figura 1.6A), el agua es originalmente salada y se evapora lentamente para luego concentrarse en una gran cámara donde la presión crece sistemáticamente y de la cuál, vapor de agua y granos de hielo (la mayoría contaminados con diversos compuestos, incluidas algunas sales) escapan a la superficie por grietas angostas y largas [Postberg et al., 2009].

En el modelo B (Figura 1.6B), el agua líquida es consecuencia de la fusión del hielo cercano a la superficie y no de un océano interno. Inicialmente, el agua es baja en sales, pero la salinidad aumenta con la evaporación del agua.

1.7.2. Grietas sin agua líquida

El modelo C (Figura 1.6C) propone que hielo *caliente* se sublima dentro de la grieta, luego los vapores sufren una expansión libre al estar en contacto con el *vacío* del exterior.

De acuerdo a este modelo, el gas podría alcanzar velocidades de hasta 5 Mach [Khare, 1954]. Una objeción a este modelo es que supone que los granos de polvo observados en el géiser corresponden a las partículas de hielo producidas por el desgaste de las paredes de las grietas por el paso del chorro de vapor.

1.7.3. Grietas inundadas

El modelo D (Figura 1.6D) propone que agua salada se evapora lentamente a cierta profundidad en una fisura angosta. El géiser es producto del vapor que se acumula y escapa a la superficie. Este modelo también parece ser poco probable porque la fisura se taparía rápidamente con la acumulación de sales y otros compuestos sólidos [Postberg et al., 2009, Schmidt et al., 2008].

El modelo E (Figura 1.6E) propone que agua salada hierve violentamente cerca de la superficie de Encélado cuando se expone al vacío del espacio. Este modelo predice la alta salinidad observada en un grupo de partículas eyectadas [Postberg et al., 2011] (composición que será discutida en el siguiente capítulo). Dos mecanismos son importantes en este modelo, uno es la convección potenciada por la salinidad del agua y otro, la ebullición controlada en la interfaz agua-vapor propuesta por Nakajima & Ingersoll [2016].

1.7.4. El nivel de agua para las grietas inundadas

Por la evidencia a favor de este último modelo (ver 1.7.3), lo consideramos como el más probable. En este caso, el nivel que alcanza el agua en las grietas puede ser fácilmente calculado por simple equilibrio hidrostático [Mirón Enríquez et al., 2018]:

Si h_a es la altura que el agua alcanza dentro de la grieta, por equilibrio de presiones, es decir, $\rho_c g h_c = \rho_o g h_a$, donde ρ_c y h_c son la densidad y grosor de la corteza de hielo, ρ_o es la densidad del océano, entonces:

$$h_a = \frac{\rho_c h_c}{\rho_o} \approx 0.91 h_c. \quad (1.3)$$

Tomando los valores de la Tabla 1.3, si $5 \text{ km} \leq h_c \leq 44.1 \text{ km}$, entonces $445 \text{ m} \leq h_a \leq 4.0 \text{ km}$. Es decir, con respecto a la superficie del satélite, el agua estaría entre 4 km y 0.445 km (ver Ecuación 1.3). Estos valores que coinciden con las estimaciones hechas por LeGall et al. [2017].

1.8. Resumen del capítulo

La actividad en el polo sur de Encélado, atribuida principalmente al calentamiento de marea por la resonancia gravitacional 1:2 con la luna Dione, se intensifica debido a la estructura interna del satélite, posiblemente compuesta por un núcleo rocoso, un océano interno global y un manto de hielo de agua principalmente. El calor generado provoca diferencias de temperatura que impulsan la convección del material en el océano y su expulsión a través de las grietas (Rayas de Tigre) en la corteza de hielo del Polo Sur, como jets o géiseres. En el siguiente capítulo describiremos las propiedades del material eyectado, que son esenciales para modelar la dinámica de los granos de hielo expulsados.

Capítulo 2

Géiseres: gas y polvo

Los primeros indicios de los géiseres en el polo sur de Encélado fueron detecciones de la nave Cassini en 2005 durante su primer sobrevuelo (designado E1¹). Se detectó una tenue atmósfera sobre el polo sur junto con una asimetría en el campo magnético local [Spencer et al., 2006]. La fuente del material fue descubierta hasta el sobrevuelo E3 (el 14 de julio de 2005) usando como referencia la variación del brillo de la estrella γ Orionis (Bellatrix) (véase Figura 2.1) (*técnica de ocultamiento*). Esta observación confirmó que salía *material* del polo sur de Encélado (ver Figura 2.1 D). Las observaciones mostraban también que la mayoría del material (tanto el gas como las partículas de polvo) era capturado nuevamente por Encélado [Spencer et al., 2006], recubriendo sus cráteres e imperfecciones y haciéndolo el cuerpo planetario con el albedo más alto del Sistema Solar (ver Tabla 1.1).

En la Figura 2.1, es posible ver los géiseres de Encélado desde diferentes perspectivas. Las imágenes (A) y (C) son dos versiones de la misma. (C) ha sido procesada para resaltar todo el tenue géiser. La imagen (B) se creó a partir de tres fotografías consecutivas, procesadas para definir mejor los chorros individuales y en la cual se pueden distinguir ocho géiseres [Spitale & Porco, 2007]. La imagen (D) resalta la extensión total del material eyectado. Los chorros de vapor expulsan granos a cientos de kilómetros sobre el polo sur, algunas de los cuales escapan para formar parte del anillo E.

¹En general, E indica que se trata del satélite Encélado seguido por el número del sobrevuelo

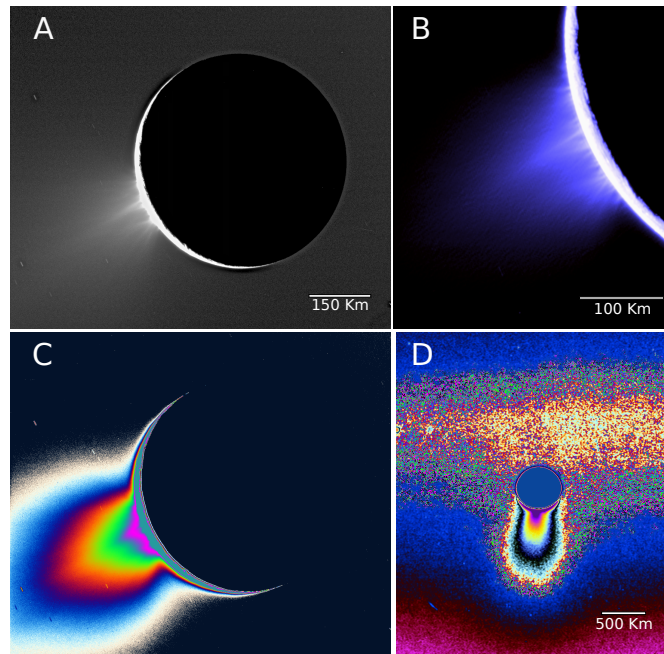


FIGURA 2.1: Imágenes de las eyecciones del polo sur de Encélado. Crédito de imágenes: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute/Lunar and Planetary Institute

2.1. Características del gas eyectado

El material eyectado de los géiseres tiene la siguiente composición: 90 – 94 % de vapor de agua, 5 % de CO_2 , 0.9 % de CH_4 , 0.8 % de NH_3 [Waite et al., 2009] y $> 0.5\%$ de N_2 [Hansen et al., 2011]. La velocidad de la eyección medida en cada sobrevuelo es distinta y depende, tanto del instrumento utilizado, como del jet medido. En la Figura 2.2 se ve claramente que la eyección se compone de numerosos géiseres con orientaciones y velocidades variadas. En general, Tian et al. [2007] inferen que las velocidades están en un rango de $300\text{-}500\text{ m s}^{-1}$ con los datos obtenidos por el espectrómetro UVIS. Por su parte, Dong et al. [2011] reportan velocidades de entre $550\text{-}750\text{ m s}^{-1}$ a partir del análisis de datos tomados por el espectrómetro de masas INMS.

De la luz dispersada por los jets, entre ellos y cerca de la superficie, justo después del terminador (o línea que separa la zona iluminada de la no iluminada) se distingue la presencia de los granos de hielo presentes los géiseres.

En los géiseres, el gas puede ser acelerado hasta diez veces la velocidad del sonido local o 10 Mach térmico antes de escapar de Encélado [Teolis et al., 2017] (es decir, a velocidades $\sim 4000\text{ m s}^{-1}$). Sin embargo, además de no ser uniforme entre los diferentes jets, la velocidad también varía con el tiempo y, en algunos casos, su actividad es intermitente [Porco et al. [2014].

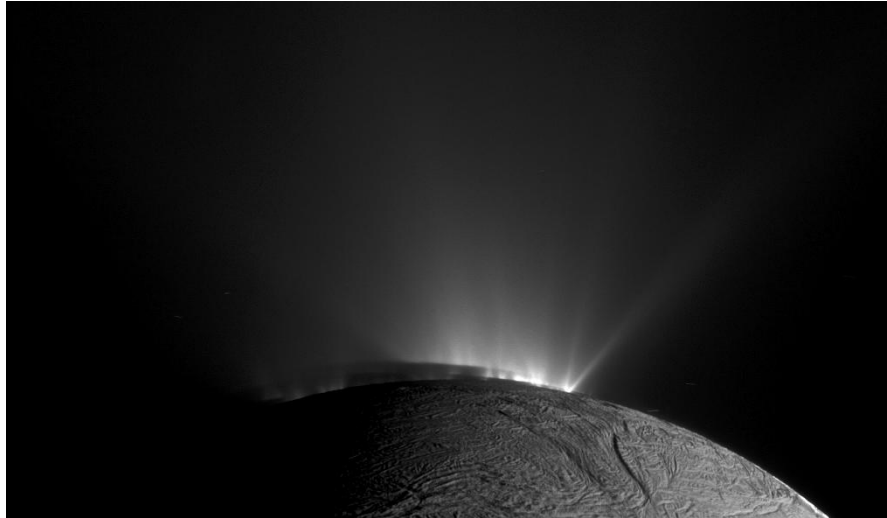


FIGURA 2.2: Mosaico de imágenes de alta resolución (390 m/pixel) tomadas por el instrumento ISS donde se aprecian las partículas de hielo presentes en los géisers a lo largo de las Rayas de Tigre. Crédito de Imagen: [PIA 17184 de NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute](#).

La complejidad y variabilidad de la velocidad de sus componentes de los géisers se ve reflejada en su tasa de producción total, por ejemplo, en los sobrevuelos E3, E5 y E7 fue posible muestrear la eyecta de manera directa y se observaron densidades consistentes con un flujo de $\sim 1.5\text{-}3.5 \times 10^{28}$ moléculas/s (408.5-1047.2 kg/s) [Dong et al., 2011], mientras que las mediciones realizadas por el instrumento UVIS en 2005 indicaban un flujo de $\sim 6.5 \times 10^{27}$ moléculas/s (~ 200 kg/s) [Hansen et al., 2006]. Algunos modelos como Tian et al. (un modelo basado en una simulación Monte Carlo) inferen tasas de $4\text{-}6 \times 10^{27}$ moléculas/s (120-180 kg/s) consistentes con Hansen et al. [2006].

La razón principal para este amplio rango en la actividad (con cambios con un factor de hasta ~ 5) parece tener su origen en las fuerzas de marea [Nimmo et al., 2014, Teolis et al., 2017] que modulan la tasa de producción en función de la excentricidad y la libración [Nimmo et al., 2007, Teolis et al., 2017].

2.1.1. La densidad del gas eyectado

Los modelos que buscan describir la densidad del gas eyectado varían entre sí. Algunos describen la densidad del vapor en una sola dimensión como es el caso de Tian et al. [2007] (que se usó en Mirón Enríquez et al. [2018]). Otros se obtienen de simulaciones computacionales de la eyecta basadas en el método Monte Carlo, como en Yeoh et al. [2015], Tian et al. [2007]. También se ha propuesto modelos analíticos, por ejemplo, suponiendo una expansión superficial uniforme a partir de una fuente puntual Waite et al. [2006], Dong et al. [2011]. Otros modelos, combinan la solución de la ecuación de Boltzmann y simulaciones Monte Carlo para tomar en cuenta la gravedad de Encélado Tenishev et al.

[2010] (ver Figura 2.3). El modelo que usamos en esta tesis es el propuesto por Dong et al. [2011], que describe la densidad del vapor de agua de manera analítica y supone que las velocidades siguen una distribución normal. En este caso, la velocidad característica de la distribución, $v_0 = v_{th}$, es la velocidad térmica del gas $v_{th} = \sqrt{2kT/m_g}$, donde T es la temperatura del gas, k es la constante de Boltzmann y m_g es la masa de una molécula de agua. En este modelo, las moléculas se mueven a lo largo de líneas radiales desde la fuente u origen, pudiendo así considerar varias fuentes. Las limitaciones de este modelo son que (1) no considera asimetrías que sí son observadas en los perfiles del gas, (2) no se consideran variaciones en el tiempo y (3) no considera la interacción del gas con el plasma de Saturno. El modelo se escribe como sigue:

$$n(r \gg r_s, \theta, M) = \frac{n_s r_s^2}{\pi r^2} \left[\frac{2M \cos \theta}{\sqrt{\pi}} e^{-M^2} + e^{-M^2 \sin^2 \theta} [1 + 2M^2 \cos^2 \theta] [1 + \text{erf}(M \cos(\theta))] \right], \quad (2.1)$$

donde n es la densidad numérica del vapor de agua, n_s es la densidad de los granos de hielo en el punto de origen o fuente, M es el número de Mach térmico, es decir $M = v_{gas}/v_{th}$, donde v_{th} es la velocidad térmica del gas, θ es el ángulo de la velocidad con respecto a la normal a la superficie y r es la magnitud del vector de posición de la partícula con respecto al origen o fuente. Este modelo se puede ajustar muy bien al perfil observado de los géiseres para diferentes valores de M [Dong et al., 2011]. Se hace una comparación entre el modelo y los géiseres en la Figura 2.3. (a), (b) y (c) consideran valores $M = 0, 2, 10$. Es fácil ver que valores cercanos a $M \sim 2$ (Figura 2.3c) muestran un mejor ajuste. Por estas características usaremos este modelo, aunque con algunos cambios, para justificar la fuerza de arrastre en nuestro modelo dinámico, que juega un papel importante en la aceleración inicial de los granos de hielo.

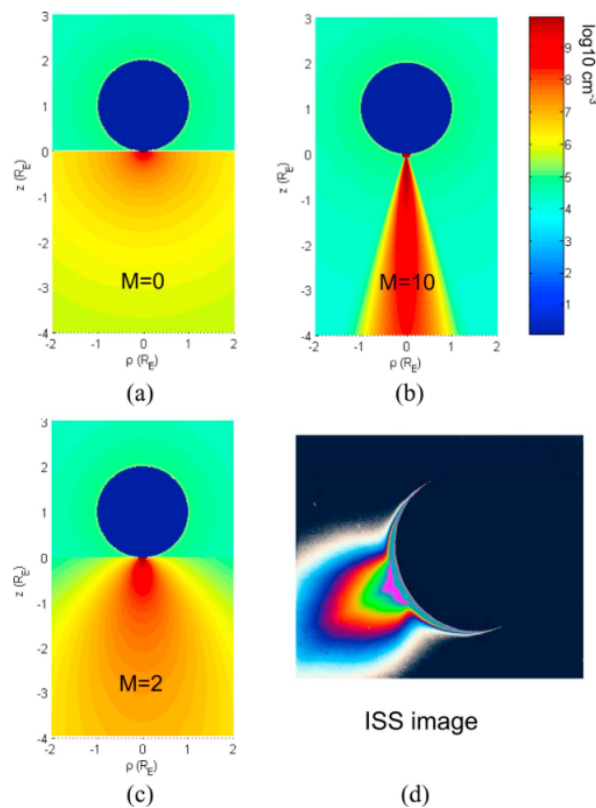


FIGURA 2.3: Comparación del modelo propuesto por Dong et al. [2011] (a, b y c) con los géiseres observados en el polo sur de Encélado con el instrumento ISS (d). Crédito de imágenes: NASA JPL/Goddard Space Flight Center/Southwest Research Institute/ISS).

En particular, en este trabajo, utilizaremos una fuente *representativa* para modelar la dinámica de los granos de hielo. La inclusión de varias fuentes con diversas tasas de producción, ángulos y dependientes del tiempo será algo que se abordará en trabajos futuros.

2.2. Características de los granos eyectados

Los granos expulsados en los jets de Encélado están compuestos, en su mayoría, de hielo de agua, pero con cantidades significativas de sales y otros compuestos. El tipo de composición de los granos varía dependiendo de la distancia a la que son detectados los granos con respecto al polo sur de Encélado. Por ejemplo, durante el sobrevuelo E2, a ~ 21 km de la superficie de Encélado, se encontró que más del 99% de los granos de hielo micrométricos [Spahn et al., 2006] tenían altos contenidos en sales de sodio (0.5–2%), NaCl , NaHCO_3 y/o Na_2CO_3 [Postberg et al., 2011]. Lo anterior apoya la idea de que el origen de los granos se encuentra en un océano interno de agua líquida salada en contacto

directo con un núcleo rocoso. En contraste, en el interior del anillo E, solo un $\sim 6\%$ de los granos tienen esta composición.

[Matson et al. \[2007\]](#) estima que la tasa de escape de los granos de hielo es de 1 a 2 kg s^{-1} y que el tamaño y la velocidad de las partículas son determinantes. De hecho, los granos de hielo son varios órdenes de magnitud más masivos que las moléculas de gas y su velocidad promedio es $\sim 60 \text{ m s}^{-1}$ (suponiendo una distribución normal para una fuente uniforme a lo largo de las Rayas de Tigre) [[Porco et al., 2006](#), [Tian et al., 2007](#)], muy por debajo de los 207 m/s necesarios para escapar de Encélado (ver Tabla 1.1).

[Schmidt et al. \[2008\]](#) propone que la razón para esta diferencia en velocidades iniciales entre granos y gas tiene su origen en los últimos 150-190 m de la grieta, donde las irregularidades en las grietas en esta sección hacen que el camino que siguen los granos no sea tan directo. Por ejemplo, las irregularidades pueden hacer que (1) el gas se acelere en ciertas secciones, (2) se favorezca la nucleación de granos de hielo y (3) se obstaculice el paso de estos granos, haciendo que pierdan velocidad en las múltiples colisiones contra las paredes. [Schmidt et al. \[2008\]](#) infieren una producción de polvo total de 5 kg s^{-1} .

2.2.1. El tamaño de los granos eyectadas

Los granos de hielo eyectados tienen radios que varían entre los nanómetros y las decenas de micras. En esta sección se describirán sus diferentes poblaciones, cómo fueron encontradas y cuál es su posible destino.

Para estimar la distribución de tamaños (y otras propiedades como las cargas eléctricas) de los granos de hielo se requiere datos de diversos instrumentos de la nave Cassini. Se listan a continuación los instrumentos usados y sus capacidades:

- El analizador de polvo cósmico (CDA) detecta granos micrométricos con radios $a \gtrsim 1.6 \mu\text{m}$ [[Postberg et al., 2009](#)]. Estima sus tamaños, carga eléctrica y densidades numéricas, así como su composición química.
- El espectrómetro de plasma (CAPS) es capaz de medir la razón carga/masa de granos más pequeños ($\sim 1 \text{ nm}$), y para una carga dada (estimada) es posible calcular sus tamaños [[Yaroshenko et al., 2009](#)].
- El espectrómetro de mapeo de luz visible e infrarrojo cercano (VIMS) es capaz de medir el espectro de emisión de la superficie de Encélado, haciendo posible inferir el tamaño de los granos que vuelven a Encélado [[Jaumann et al., 2008](#)].

- El subsistema de imágenes (ISS) junto con VIMS pudieron medir la distribución de tamaño de los granos de hielo [Porco et al., 2006, Tian et al., 2007, Hansen et al., 2006] a partir del de las variaciones de brillo de una estrella a través de los géiseres (método de ocultamiento).
- El instrumento de ondas radio y plasma (RPWS) es capaz de determinar la densidades del polvo (para granos $> 1\mu\text{m}$) de hielo a partir del pico de voltaje que estas generan en las mediciones al impactar con el instrumento [Engelhardt et al., 2015].

2.2.2. Los granos que no logran escapar de Encélado

La mayor población de los granos que no logran escapar son los granos que siguen trayectorias balísticas, es decir, terminan regresando a la superficie de Encélado. Esta población ha sido estudiada a través del espectro de emisión infrarroja capturada por el instrumento VIMS (ver Figura 2.4) en zonas alejadas de las grietas (fuera del SPT), por ejemplo, en las llanuras craterizadas donde se observa un espectro correspondiente a granos de hielo de $15 \pm 5 \mu\text{m}$ de radio, en contraste con las *Rayas de Tigre*, donde se detectan granos de hasta 1 mm de radio [Jaumann et al., 2008]. Esto es razonable, ya que entre más grandes sean los granos de hielo, más difíciles son de transportar por el vapor de agua y, por lo tanto, solo granos pequeños pueden alcanzar a cubrir las zonas más alejadas. En general, la amplia distribución en tamaños se puede deber a la variación en los mecanismos de producción y transporte y en los jets.

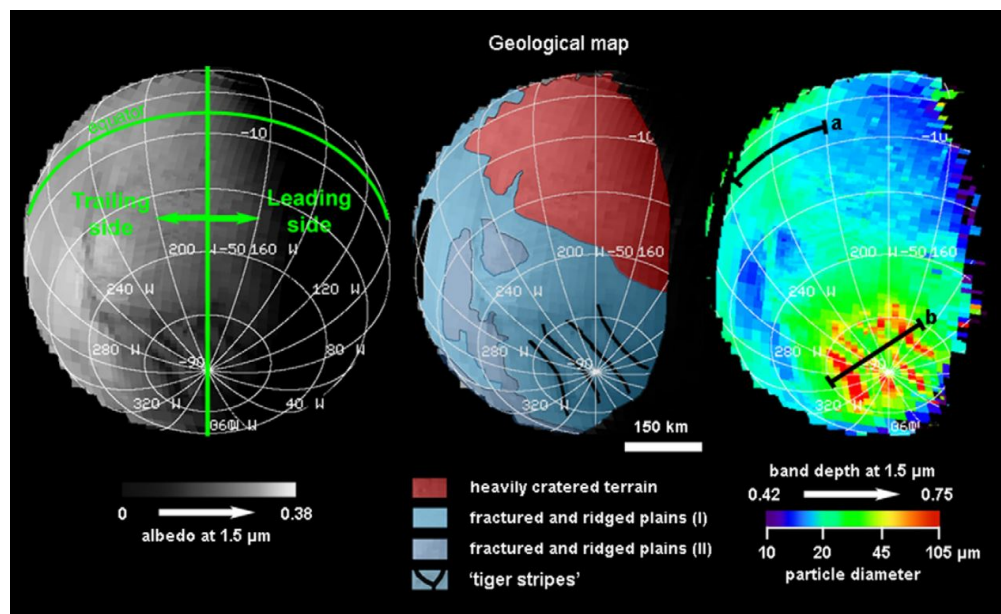


FIGURA 2.4: Imagen VIMS de los datos del hemisferio sur durante el sobrevuelo E11 (resolución de $< 30\text{km}/\text{píxel}$). Izquierda: albedo a $1.5 \mu\text{m}$. Centro: mapa geológico. Derecha: la banda de absorción a $1.5 \mu\text{m}$ indica el incremento en el diámetro de los granos de azul a rojo. Crédito de imagen: Jaumann et al. [2008]

2.2.3. Granos micrométricos

Con los datos obtenidos por los instrumentos CAPS, CDA y RPWS, los tamaños de los granos de los géiseres pueden ser ajustados con una ley de potencias del tipo $dn_d \propto a^{-p} da$, como se hizo, por ejemplo, en la zona central del anillo E cercana a Encélado. El mejor ajuste se tiene cuando $p = 4$ a $3.95R_S$ de Saturno, que corresponde a una distribución donde los granos más pequeños son los más numerosos [Kempf et al., 2008, Dong et al., 2015].

2.2.4. Granos nanométricos

Durante los sobrevuelos E3, E5 y E7, CAPS detectó tasas de carga/masa (m/q) que alcanzan el máximo detectable de $\sim 10^4$ amu e^{-1} . Estas mediciones son interpretadas como granos con una carga eléctrica equivalente a un electrón ($q_d \sim 1 e$) [Hill et al., 2012], es decir, granos de tamaños nanométricos muy sensibles al campo electromagnético de Saturno. Aunque se detectaron, tanto cargas positivas como negativas, las negativas fueron mucho más que las positivas (en el rango masa/carga accesible a CAPS). Lo anterior indica que el mecanismo de carga dominante es la captura de electrones del plasma magnetosférico, lo que sugeriría que la mayoría de granos nanométricos dejan la superficie con carga neutra y son cargados negativamente mientras se alejan del satélite. Estos *nanogranos* podrían ser la fuente importante para el plasma magnetosférico y el medio interplanetario Maravilla & Flandes [2005].

Se infiere de lo anterior que para lograr un modelo adecuado para estos granos cargados eléctricamente, es crucial tener en cuenta el campo electromagnético a través del cual se mueven. En el siguiente capítulo, se proporcionará una introducción a las condiciones específicas del campo magnetosférico de la zona cercana a Encélado.

Capítulo 3

Los alrededores de Encélado

En este capítulo nos enfocamos en el estudio de la magnetosfera de Saturno en la órbita y cercanías de Encélado, para estudiar la interacción de los granos de hielo con el plasma magnetosférico.

Los géiseres de Encélado son la principal fuente de material en la magnetosfera interna de Saturno, generan una estructura toroidal de moléculas neutras alrededor de Encélado [Smith & Richardson, 2021], abastecen de polvo a la parte interna del Anillo E, cubren la superficie lunas vecinas con un regolito de hielo y son la fuente de los flujos de polvo que salen del sistema que rodea a Saturno a gran velocidad [Hsu et al., 2010].

Para comprender la dinámica de este material eyectado, comenzaremos describiendo las condiciones locales de la magnetosfera, principalmente, las propiedades del plasma y el campo magnético alrededor de Encélado. La interacción del material de los géiseres con el plasma produce una deformación del campo magnético circundante, como puede ser observado en la Figura 3.1, donde la tenue atmósfera en el polo sur actúa como un obstáculo para el campo magnético. Esta anomalía magnética fue fundamental para el descubrimiento de la actividad observada.

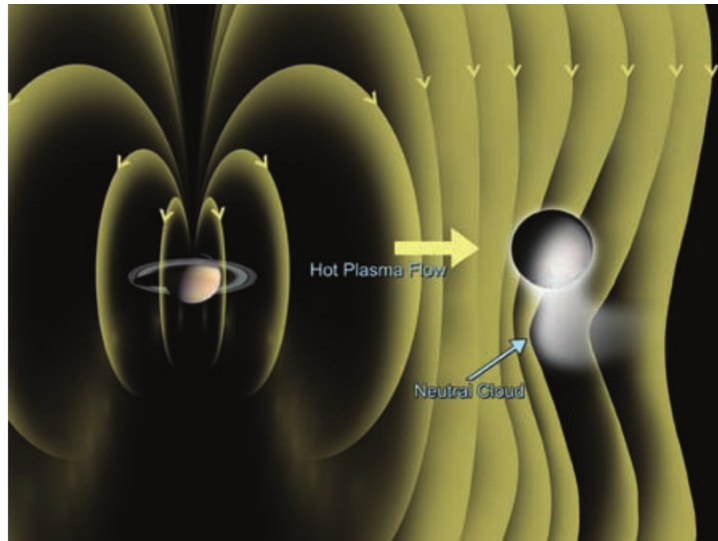


FIGURA 3.1: Esquema de la interacción entre los géiseres de Encélado con el campo magnético de Saturno. Crédito de imagen: [Dougherty et al. \[2006\]](#)

3.1. La magnetosfera co-rotante de Saturno

En la magnetosfera terrestre el viento Solar tiene una gran influencia en sus procesos internos, por ejemplo, los llamados *Ciclos de Dungey*, donde el transporte de flujo de magnético se intensifican con un viento solar más intenso a través de Eyecciones de masa coronal (CME) o las regiones de interacción corotantes (CIR) en parte, por inestabilidades del tipo Kelvin-Helmholtz. En el caso de la magnetosfera de Júpiter, el propio campo magnético planetario regula la actividad del plasma con una contribución importante de la luna Ío a través de sus eyecciones volcánicas, por ejemplo, en el caso de las auroras jovianas como describe el llamado *Ciclo de Vasylunias* [Hill et al. \[1983\]](#), [Flandes \[2004\]](#), [Kivelson & Bagenal \[2014\]](#), [Dougherty et al. \[2009\]](#). La magnetosfera de Saturno tiene un tamaño intermedio entre la magnetosfera de la Tierra y la de Júpiter y los procesos que ocurren en ella dependen tanto de procesos internos (como la actividad criovolcánica de Encélado), como externos (p.e., el viento Solar).

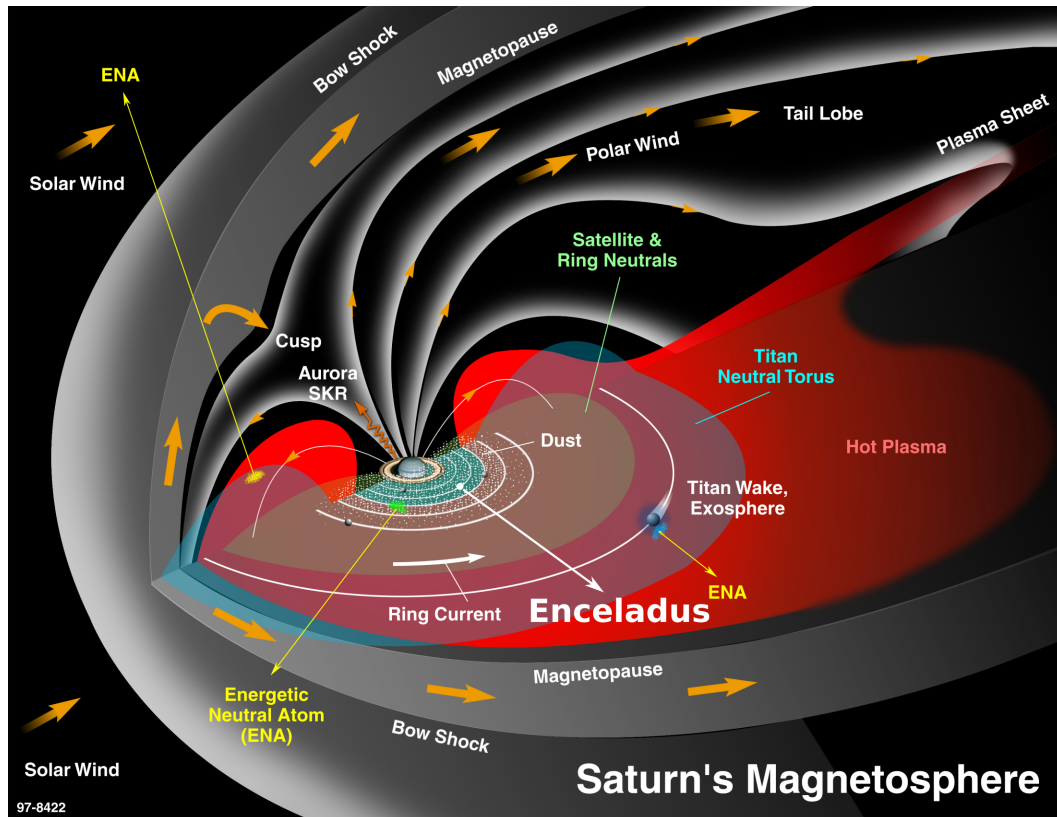


FIGURA 3.2: Esquema de la magnetosfera de Saturno donde se delimitan las principales regiones y características. En la figura se resalta la posición de Encélado dentro de la región más densa del anillo E. Crédito de imagen: NASA/JPL/ MIMI Team.

3.2. El campo magnético local

Encélado se encuentra en de la magnetosfera interna (a $\sim 4R_S$), donde el campo magnético de Saturno domina. A la altura de la órbita de Encélado, el campo magnético apunta de norte a sur ($-\hat{z}$ en *ENIS*), tal que la intensidad de la componente dipolar es de ~ 325 nT [Dougherty et al., 2006]; y co-rota con el plasma a una velocidad de 30.4 km/s [Wilson et al., 2009] o a 17.8 km/s en el sistema referencial de Encélado, por lo que Encélado experimenta un viento magnetosférico. Cuando el campo magnético se encuentra con la atmósfera transitoria generada por los géiseres, pierde velocidad hasta casi detenerse por completo, es desviado [Tokar et al., 2007, 2009] y se produce una distorsión en él (ver Figura 3.1) que juega un papel importante en la dinámica de las trayectorias de los granos de polvo que estudiamos. Sin embargo, la contribución del propio cuerpo de Encélado a esta deformación es mínima debido a su superficie congelada actúa como aislante y, por lo mismo, puede suponerse despreciable en comparación con la contribución del material eyectado.

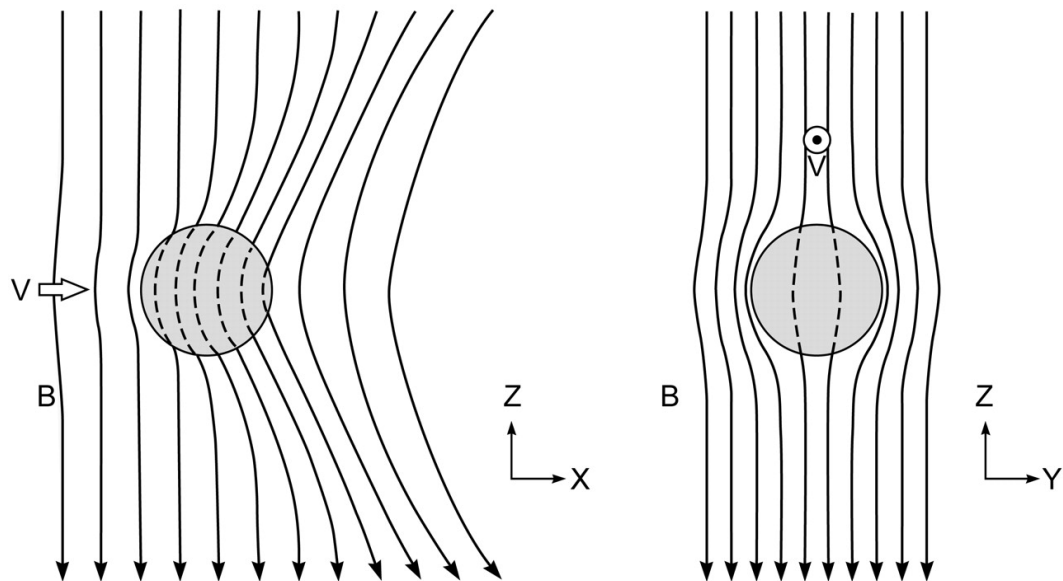


FIGURA 3.3: Se muestra la deformación del campo magnético debido a un cuerpo neutro conductor. En el caso de Encélado el cuerpo conductor es la atmósfera creada por la eyecta, mientras que Encélado en sí contribuye poco, ya que su superficie congelada funciona como un buen aislante. Crédito de imagen: [Dougherty et al. \[2006\]](#)

3.2.1. Observaciones

El 2 de febrero de 2005, durante el primer sobrevuelo al satélite (E0, sobre el polo norte a una distancia de 1261 km), el magnetómetro MAG de Cassini logró medir cómo el campo magnético local, junto con su plasma *congelado*, eran desacelerados cerca de Encélado, hasta casi alcanzar el reposo con respecto a [\[Tokar et al., 2007\]](#). En los datos magnéticos, se pueden ver tipo de anomalías magnéticas detectadas en los primeros tres sobrevuelos de 2005 en la Figura 3.4), las diferentes trayectorias corresponden a los días 48, 68 y 195. La dirección de cada trayectoria se indica con una flecha paralela y las líneas que salen de las trayectorias representan las anomalías magnéticas, es decir, sin el campo magnético de fondo. Se detectó además, un incremento en la actividad de ondas ciclotrón (en frecuencias del grupo de agua) mostrando que Encélado es una fuente considerable de iones en el plasma magnetosférico [\[Dougherty et al., 2006\]](#). Estas observaciones crearon suficiente interés para que las trayectorias de sobrevuelos posteriores se modificaran y enfocaran en el polo sur, lo que derivó en el descubrimiento de los géiseres (el conjunto total de sobrevuelos y sus detalles son descritos en el [Apéndice A](#)). En general, en la Figura 3.4 se aprecia que la deformación del campo magnético local depende del material eyectado y, por tanto, las mediciones del campo varían en cada sobrevuelo. Esta variabilidad junto con las diferentes trayectorias de los sobrevuelos hacen que sea difícil modelar de manera precisa el perfil del campo magnético cerca de Encélado.

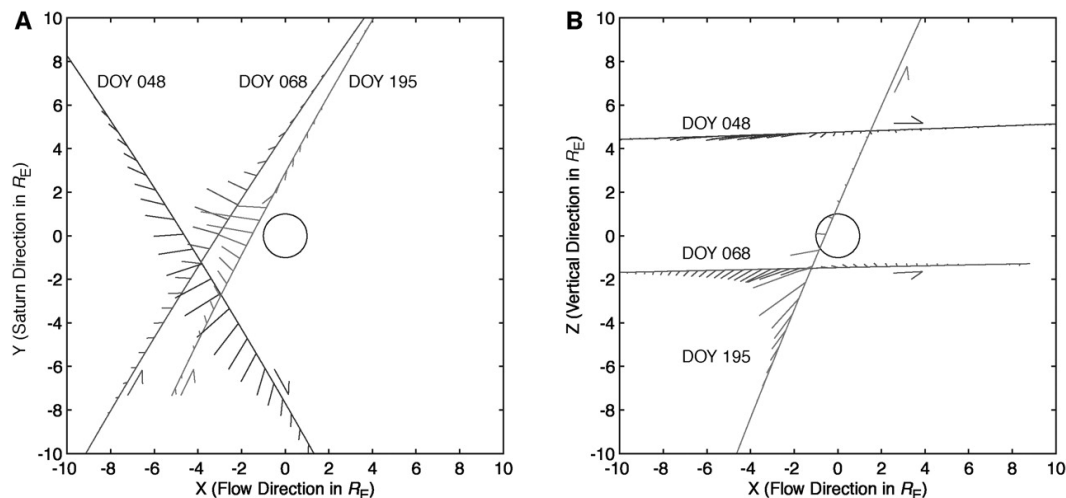


FIGURA 3.4: Primeras evidencias de las anomalías magnéticas generadas por los géiseres de Encélado durante tres sobrevuelos de la nave Cassini en 2005. Se observa la variaciones en la intensidad del campo magnético a lo largo de cada trayectoria. La escala está en radios de Encélado (R_E). Crédito de imagen: [Dougherty et al. \[2006\]](#)

3.3. El destino del material eyectado

En su mayoría, los granos de hielo que escapan de Encélado a través de sus géiseres alimentan la parte interna del Anillo E de Saturno. Los géiseres son también fuente de iones pesados para plasma cercano a Encélado y de moléculas (~ 90 % vapor de agua) para la magnetosfera interna de Saturno.

3.3.1. El toro de partículas neutras

En general, las moléculas neutras que tienen su origen en satélites, anillos o planetas contribuyen a la generación de estructuras toroidales a lo largo de sus órbitas en las partes. En particular para Saturno, Encélado es la principal fuente de moléculas neutras [[Dougherty et al., 2009](#), [Smith et al., 2010](#), [Smith & Richardson, 2021](#), [Richardson & Jurac, 2004](#)]. Ejemplos de lo anterior se muestra en la Figura 3.2, donde se grafican 4 distintos grupos de moléculas neutras: H_2O , OH , O y H , en los que se observa un aumento en la densidad circundante en la órbita de Encélado ($X = 4$ y $Y = 0$).

En particular, la producción de vapor de agua deriva en la generación de un toro angosto de moléculas (del grupo agua) con una extensión equivalente a $\sim 2R_S$ (Radio de Saturno, $R_S = 60,268$ km) envolviendo la orbita de Encélado [[Johnson et al., 2006](#)]. Este toro es dispersado a través de colisiones, por la separación de cargas y por la interacción con el plasma, produciendo nubes dispersas de OH y O [[Smith & Richardson, 2021](#)]. En la Figura 3.5 se pueden observar la distribución espacial de cada especie de moléculas

neutras en función de su distancia a Saturno, igualmente, las densidades del H_2O (grafica superior izquierda), OH (grafica superior derecha), O (grafica inferior izquierda) y H (grafica inferior derecha) en (cm^{-3}) en función de la distancia radial a Saturno (en R_S) y sobre el plano ecuatorial con Saturno en el centro. Estas graficas se incluyen las contribuciones de partículas neutras de los anillos, de la luna Titán o de otros satélites congelados de Saturno. Aún así, ya que Encélado es la fuente principal, el modelo captura la estructura general de este toro alrededor de Saturno [Smith & Richardson, 2021].

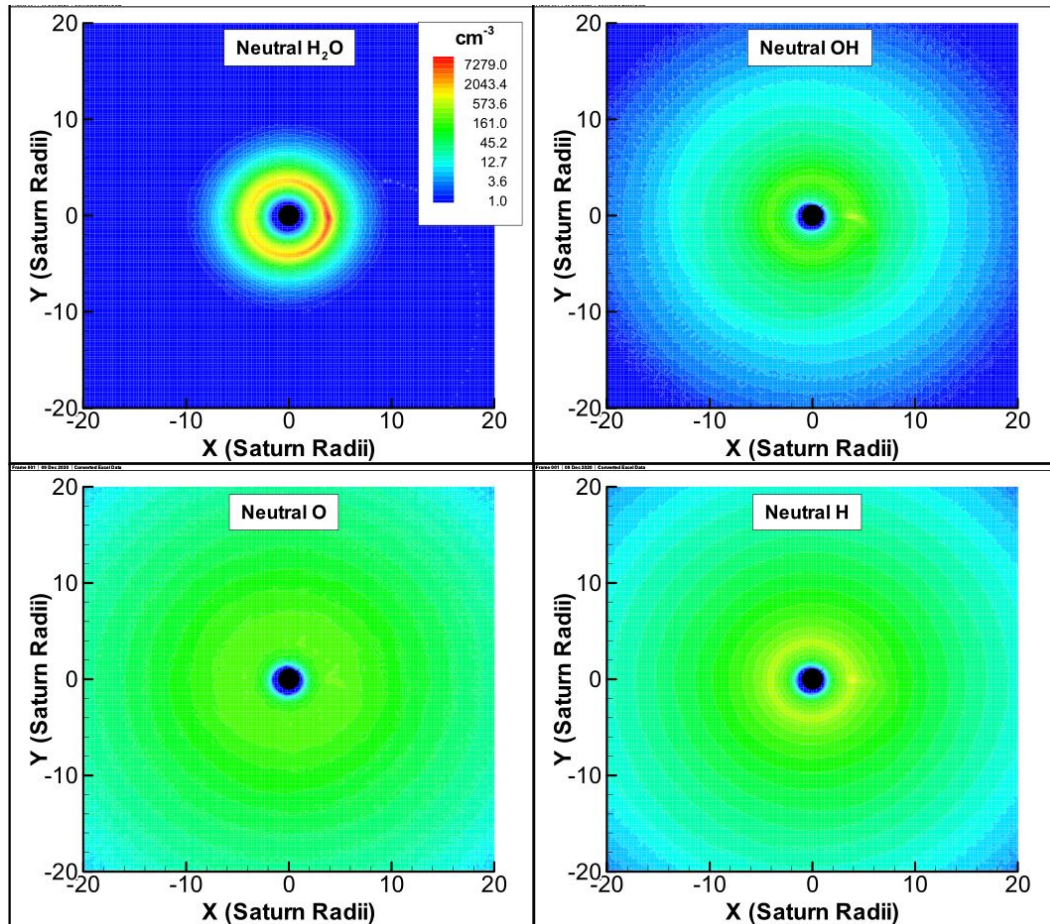


FIGURA 3.5: Distribución de moléculas neutras alrededor de Saturno. Crédito de imagen: Smith & Richardson [2021].

La producción de material eyectado en los géiseres puede variar en el rango de $180\text{-}720 \text{ kg s}^{-1}$ [Smith & Richardson, 2021, Smith et al., 2010] o $100\text{-}1000 \text{ kg s}^{-1}$ [Teolis et al., 2017], con una periodicidad $< 17 \text{ hr}$ [Hedman et al., 2013]. Lo anterior hace que la forma general de este toro de H y O no se modifique sensiblemente con el tiempo.

3.3.2. El anillo E

El extenso y tenue anillo E, cuya parte más interna forma un toro alrededor de Saturno, se extiende desde la órbita de la luna Mimas y más allá de la órbita de la luna Dione, entre 3 y $\sim 9 R_S$ [Dougherty et al., 2009]. Este anillo está formado principalmente por granos de hielo con radios entre 0.3 y 3 μm [Showalter et al., 1991, Nicholson et al., 1996], que no son fácilmente visibles debido a la baja densidad de partículas. La fuente principal de granos de hielo es la eyección en el polo sur de Encélado [Dougherty et al. [2006], Porco et al. [2006]]. En la Figura 3.6 se muestra a Encélado en la zona más densa del anillo E. La luna Tetis (con 1,071 km de diámetro) se puede ver a la izquierda de Encélado, lo que concuerda con su ubicación dentro de la zona más densa del anillo.

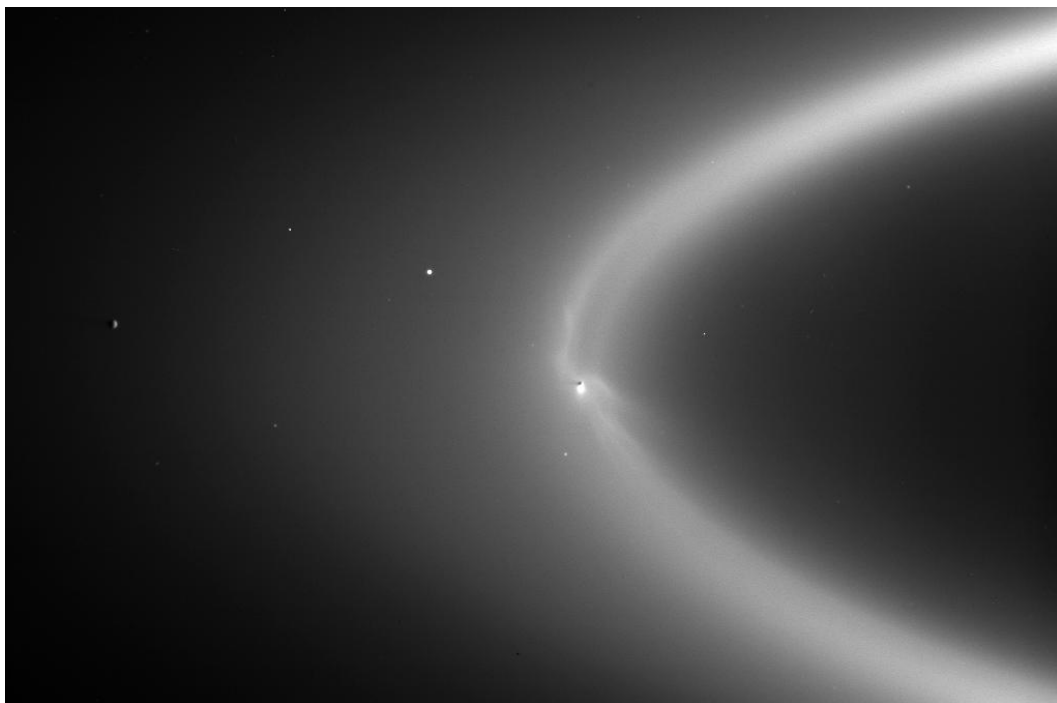


FIGURA 3.6: Imágen tomada en luz visible de Encélado dentro de la zona más densa del anillo E. La imagen fue capturada a 15 grados sobre el plano del anillo por Cassini.

Crédito de imagen: [NASA/JPL/Space Science Institute](#)

En su mayoría, el plasma que rodea a Encélado puede ser clasificado como *frío*, es decir, con una temperatura de ≈ 1 keV, que corresponde a la temperatura de las moléculas de gas ionizado, en contraste con el plasma *caliente* que tiene temperaturas de ~ 1 MeV asociadas a los granos de hielo cargados eléctricamente (como las encontradas por el instrumento VIMS).

3.4. Interacción plasma-eyecta

El plasma y el campo magnético co-rotan con Saturno a una velocidad de $u_0 \sim 39 \text{ kms}^{-1}$ de acuerdo al período de rotación de $\sim 10 \text{ h}$ del planeta. En contraste Encélado completa una órbita alrededor de Saturno en $\approx 33 \text{ h}$ con una velocidad orbital de $u_E \sim 12.6 \text{ kms}^{-1}$ [Omidi et al. \[2010\]](#). Por lo tanto el plasma y campo magnético *barren* el material eyectado por Encélado a 26.4 kms^{-1} , pero son casi frenados al encontrarse con Encélado y su eyecta (ver Fig 3.1).

De los sobrevuelos E3 y E5 se infieren las siguientes características generales del plasma (datos tomados de [Yaroshenko & Lühr \[2016\]](#)):

TABLA 3.1: Características del plasma y granos en la eyecta de Encélado.

<i>Parámetro</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>
Densidad del polvo	n_d	$(10^{-6} - 10^{-3})\text{m}^{-3}$
Tasa masa/carga	m_d/q_d	10^4 amu e^{-1}
Densidad del gas	n_n	$(10^{-1} - 10^3)\text{m}^{-3}$
Temperatura del gas neutro/polvo	$T_n \sim T_d$	200 K
Campo magnético local	\mathbf{B}_0	(0.0-325)nT

De estas mismas observaciones también fue posible determinar que los principales componentes ionizados de la eyecta son los productos de agua : O^+ ; OH^+ ; H_2O^+ ; H_3O^+ , H_2O . La masa media para iones/componentes neutros es de $m_i \simeq m_n \simeq 18 \text{ amu}$ (3.3.1).

3.4.1. Interacción plasma-partículas: plasma polvoso

La interacción de algunos de los granos de polvo en los géiseres de Encélado con el plasma que lo rodea resulta en un ambiente de *plasma polvoso*, sobretodo si consideramos granos con radios $< 1\mu\text{m}$ que, una vez cargados, son sensibles a los campos electromagnéticos. No es fácil modelar este tipo de plasma, pues mientras que el movimiento de un conjunto de moléculas ionizadas (del vapor de agua, en este caso) puede ser fácilmente representado (usando magnetohidrodinámica) como un fluido con carga eléctrica, los granos de polvo que aunque son mucho menos en número y mucho más grandes en tamaño, están incorporados al plasma y deben modelarse como parte de este fluido cargado. Alternativamente, es posible simplificar el movimiento individual de una única partícula como si se moviera en un campo electromagnético, asumiendo que la interacción mutua entre los granos es despreciable por su baja densidad numérica [[De Pater et al., 2004](#), [Shafiq et al., 2011](#), [Morooka et al., 2011](#)].

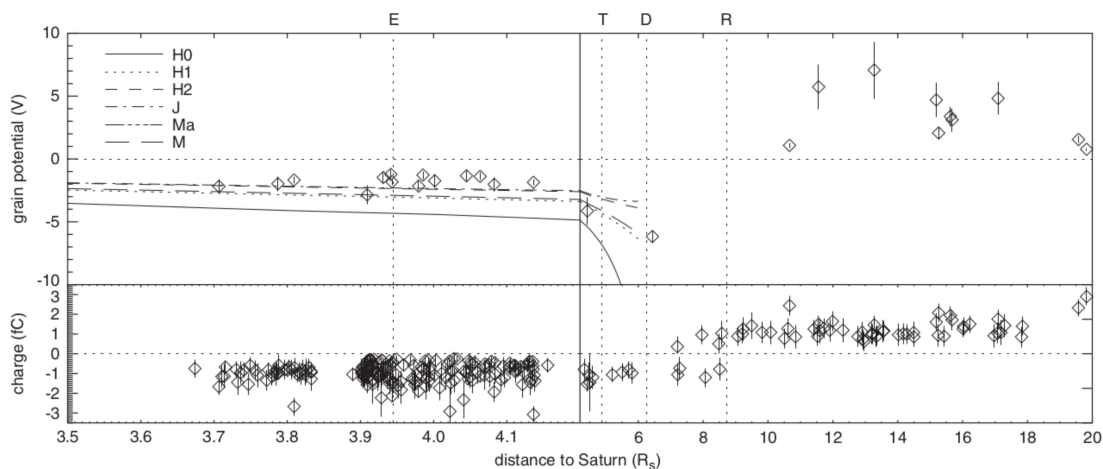


FIGURA 3.7: Potencial y carga de los granos de hielo. Los triángulos representan los granos que llegan de direcciones no compatibles con las partículas del anillo con órbitas prógradas. Las líneas indican los potenciales para los modelos en la Tabla 1 y para $\delta_m = 2.3$, $E_m = 340eV$ (marcados como Ma) dados por Matskevich & Mikhailova [1960]. Crédito de imagen: Kempf et al. [2006]

Es relevante para esta tesis, determinar el tipo de carga que adquieren los granos de polvo y cuál es su origen. Para determinar el mecanismo de carga dominante se utilizarán los datos reportados por Kempf et al. [2006] para las estimaciones de carga y potencial de los granos con el instrumento CDA (Cometic Dust Analyzer) que estima la carga y la masa de los granos de polvo que impactan en sus detectores. En la Figura 3.7 se pueden observar dichos datos. En el panel superior, se muestra el potencial electrostático de los granos como función de la distancia radial a Saturno. El rango entre $3.5 R_S$ y $4.2 R_S$ es magnificado. Las líneas verticales indican las distancias orbitales de las lunas de Saturno, Encélado (E), Dione (D) y Rhea (R). Nótese que el potencial eléctrico solo es graficado para impactos que tienen una carga característica con una tasa señal/ruido mayor a 3. Tanto la carga como el potencial se pueden observar como valores negativos alrededor de la órbita de Encélado, lo que sugiere que el mecanismo de carga dominante para los granos es la captura de electrones del plasma circundante. Es conveniente decir que durante los sobrevuelos E3 (12 de marzo de 2008) y E5 (9 de octubre de 2008), la mayoría de los instrumentos de Cassini estuvieron orientados favorablemente para estudiar la composición y características del polvo Yaroshenko & Lühr [2016] y el plasma dentro del los géiseres (ver Figura A.1).

La compilación de 3 minutos de datos durante el sobrevuelo E3, el más cercano a Encélado, permitió observar cómo varían las densidades de vapor de agua, iones, electrones y polvo. Por ejemplo, las mediciones conjuntas de los detectores de plasma CAPS y RPWS se muestran en la Figura 3.8, donde n_n denota el número de moléculas neutras, n_i el número de moléculas ionizadas, n_d , el número de granos de polvo con carga positiva y n_d el número de los granos de En suma, se muestran las mediciones simultáneas de tres

instrumentos, cuyos datos usamos para caracterizar el material eyectado de los géiseres y su carga.

polvo con carga negativa.

En particular, los datos del instrumento INMS mide la densidad de vapor de agua, el instrumento RPWS-LP mide la densidad del iones (en el plasma) y el instrumento CAPS mide las densidades numéricas de partículas de polvo naonométricas o nanogranos (con carga positiva y negativa) durante el encuentro con los géiseres durante el sobrevuelo E3. Se puede observar que la mayoría son moléculas neutras, seguidas de iones y granos de hielo con cargados eléctricamente (negativa y positiva).

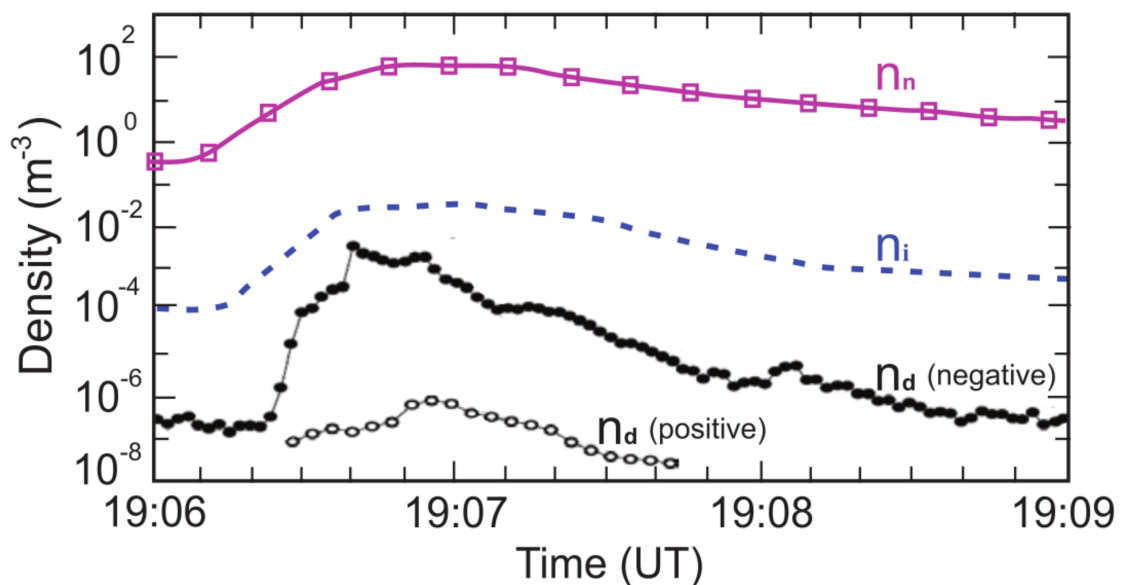


FIGURA 3.8: Las mediciones simultáneas de tres instrumentos nos dan un estimado de la distribución de partículas alrededor de Encélado. Crédito de imagen: Yaroshenko & Lühr [2016]

En la Figura 3.8 se puede observar que el plasma de la pluma está débilmente ionizado, específicamente, el grado de ionización es $n_i/n_n \sim 10^{-5}$ - 10^{-3} . La interacción entre el plasma y los géiseres genera iones fríos para la magnetosfera interna de Saturno. Se observa una desaceleración del plasma desde una velocidad inicial $u_o \sim 20 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ hasta $u_o \gtrsim 10^3 \text{ m s}^{-1}$. Lo que es consistente con las mediciones del RPWS-LP y también con modelos de los géiseres.

En las mediciones, es posible observar que la población dominante son las moléculas neutras, en segundo lugar, el conjunto de iones y electrones o plasma y, en tercer lugar,

los granos de hielo con carga eléctrica predominantemente negativa, sugiriendo que éstos tienden preponderantemente a capturar electrones.

3.5. Mecanismos de carga

En general, los granos de polvo de hielo pueden adquirir carga eléctrica por colección de iones/electrones, foto-ionización e intercambio de carga [Flandes, 2004, Yaroshenko & Lühr, 2016]. A continuación daremos una introducción de estos mecanismos, haciendo énfasis en su relevancia para el ambiente de los géiseres de Encélado y justificando cuáles son los dominantes, para así poder modelar correctamente la dinámica de los granos de hielo, pues cada mecanismo de carga define una corriente particular.

Para los granos de polvo que se mueven dentro del plasma, la carga q_d variará en función de las corrientes presentes que impactan a los granos de polvo, es decir:

$$\frac{dq_d}{dt} = \sum_j I_j. \quad (3.1)$$

Donde j representa la especie dentro del plasma (iones/electrones) e I_j es la corriente respectiva de cada especie. Debe tomarse en cuenta que las partículas alcanzarán un potencial de equilibrio que dependerá de las condiciones del plasma.

Para los granos de polvo en el anillo E, su carga está dada por $dq_d/dt = I_e(\phi_d(T)) + I_i(\phi_d(t)) + I_{sec}(\phi_d(t)) + I_\nu(\phi_d(t))$. Donde I_e , I_i , I_{sec} y I_ν son las corrientes debidas a la captura de electrones, iones, a la producción de electrones secundarios por la colisiones de los anteriores y a la emisión de foto-electrones debidos a la radiación principalmente ultravioleta. Por último, ϕ_d es el potencial eléctrico de los granos del polvo.

A continuación se da una breve introducción a cada uno de estos mecanismos:

3.5.1. Captura de electrones y iones

Este mecanismo de carga consiste en la acumulación de iones/electrones en los granos de polvo. De manera típica un grano de polvo neutro adquirirá carga negativa más rápido que carga positiva. Esto se debe a que los electrones son más móviles que los iones, debido a su menor masa y velocidad, lo que resulta en una frecuencia de colisiones más alta. [Flandes, 2004, Yaroshenko et al., 2009]. Sin embargo, si un grano de polvo captura suficientes electrones terminará repeliendo a los nuevos electrones y atraerán iones, hasta que la partícula logre un equilibrio.

3.5.2. Emisión secundaria de electrones

Otro efecto de la interacción plasma-polvo es la liberación de electrones de la superficie del grano causada por el impacto de electrones/iones suficientemente energéticos sobre la superficie del grano.

3.5.3. Emisión de foto-electrones

Aparte de los iones y electrones del plasma, los fotones de la radiación solar pueden modificar la carga eléctrica de los granos de polvo. Si el flujo de fotones es suficientemente energético, los electrones superficiales de los granos absorberán esta energía y podrán escapar como foto-electrones. Cada fotón llega con cierta energía ($h\nu$, donde h es la constante de Planck y ν es la frecuencia del fotón), tal que, si supera la *función de trabajo* (W_f) del grano (en nuestro caso del hielo), se emitirán foto-electrones causando que el grano se cargue positivamente.

3.5.4. ¿Qué mecanismo es el dominante en el ambiente de Encélado?

Las mediciones realizadas por el instrumento RPWS, que son consistentes con distribuciones de granos micrométricos [Engelhardt et al., 2015], sugieren que los granos de polvo se cargan negativamente por captura de electrones libres y alcanzan un potencial de equilibrio con respecto al plasma que los rodea. Esto, refuerza la idea de que cualquier otro mecanismo distinto a la captura electrónica pueden considerarse despreciable, en comparación. Por lo tanto, supondremos en adelante que este es el mecanismo preponderante y que los valores de carga asociados están delimitados por las mediciones realizadas por CAPS y RPWS [Dong et al., 2015].

La emisión de electrones establece un límite superior para la carga que un grano de polvo puede alcanzar. Este límite es función del tamaño del grano Mendis & Axford [1974] y se debe a la fuerza repulsiva entre las cargas en la superficie del grano, que a su vez provoca la liberación de electrones mediante un proceso conocido como *Emisión de Campo*. En este caso, el potencial superficial de los granos, ϕ_d , debido a la máxima carga que pueden contener es [Mendis & Axford, 1974, Mendis, 1991]:

$$|\phi_{fe}| = 0.9 (a/1nm) V. \quad (3.2)$$

Recordemos que para una partícula con carga q_d , el potencial está dado por

$$\phi_d = \frac{q_d}{4\pi\epsilon_0}.$$

Donde $\epsilon_0 = 8.854187 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$ es la permeabilidad del vacío. De lo anterior, se sigue que la carga de un grano es:

$$q = 4\pi\epsilon_0\phi_d. \quad (3.3)$$

Se aplica la condición $\phi_d < \phi_{fe}$, ya que potenciales más grandes resultan en la emisión de electrones. El límite resultante de la emisión electrónica de campo para la carga por grano es de:

$$|q_d| \leq 0.63 e (a/nm)^2$$

Al combinar este resultado con la medición del potencial superficial (ϕ_d) de los granos en los datos del RPWS-LP durante E3 y E5, la carga por grano está entre $q_d = 0.42$ a $2.2 (-e)(a/1nm)$ ($\phi_d = -0.6$ a -3.3 V) para E3 y $q_d = 0.31$ a $0.57 (-e)(a/1 nm)$ ($\phi_d = 0.45 \text{ V}$ a -0.82 V) para E5 (como muestra la Figura 3.7). Por tanto, en general, en los granos de polvo de los géiseres, el potencial superficial está en el intervalo $-4 \leq \phi_d \leq -0.5$, como se infiere de los datos RPWS-LP de E3 a E6. Por lo tanto, la carga por grano es:

$$q_d = 0.35 \text{ a } 2.8 (-e)(a/1nm). \quad (3.4)$$

Para facilitar los cálculos durante las simulaciones de esta tesis, se tomó una carga eléctrica representativa dada por:

$$q_d = 1.575 (-e)(a/1nm). \quad (3.5)$$

Con lo anterior, considerando a la captura de electrones como mecanismo dominante para las partículas de polvo de los géiseres de Encélado, consideraremos que éstas se cargan instantáneamente después de su salida y que su carga sufrirá pocos cambios debido a la emisión de campo. Así pues, supondremos cargas constantes.

Capítulo 4

Interpolación del campo magnético

En este capítulo describimos cómo se seleccionaron, procesaron y clasificaron los datos del campo magnético cercano a Encélado que usamos en nuestro análisis. El objetivo es obtener una interpolación de datos de diferentes sobrevuelos para extraer un perfil tridimensional del campo magnético de Saturno alrededor de Encélado que usaremos en nuestro modelo dinámico. Resaltamos que nuestro análisis se restringirá al espacio donde domina la influencia gravitacional de Encélado o una esfera cuyo radio es el radio de Hill correspondiente.

4.1. Procesamiento de Datos

para nuestro análisis, utilizamos datos del magnetómetro (MAG) de la nave Cassini disponibles en [Sistema de Datos Planetarios](#) (*PDS* por sus siglas en inglés) correspondientes a mediciones obtenidas durante 22 sobrevuelos. En particular, utilizamos los promedios de datos en intervalos de un segundo de observaciones que se pueden encontrar en esta [liga](#).

Por conveniencia, cambiamos los datos del marco de referencia en el que están expresados, i.e., un sistema esférico centrado en Saturno (KRTP, *Kronian*, Radial, Theta, Phi), a un sistema de referencia centrado en Encélado denominado ENIS (*Enceladus Interaction Coordinate System*). Las transformaciones puede consultarse en el Manual del Usuario oficial para el magnetómetro en esta [liga](#).

4.1.1. Validación de datos

Para validar este procedimiento se reprodujo la grafica de anomalías magnéticas reportada por Dougherty et al. [2006] para los primeros 3 sobrevuelos. Esta comparación puede verse en la Figura 4.1, en la cual la parte superior, corresponde a la versión que obtuvimos y la inferior, a la gráfica de Dougherty et al. [2006].

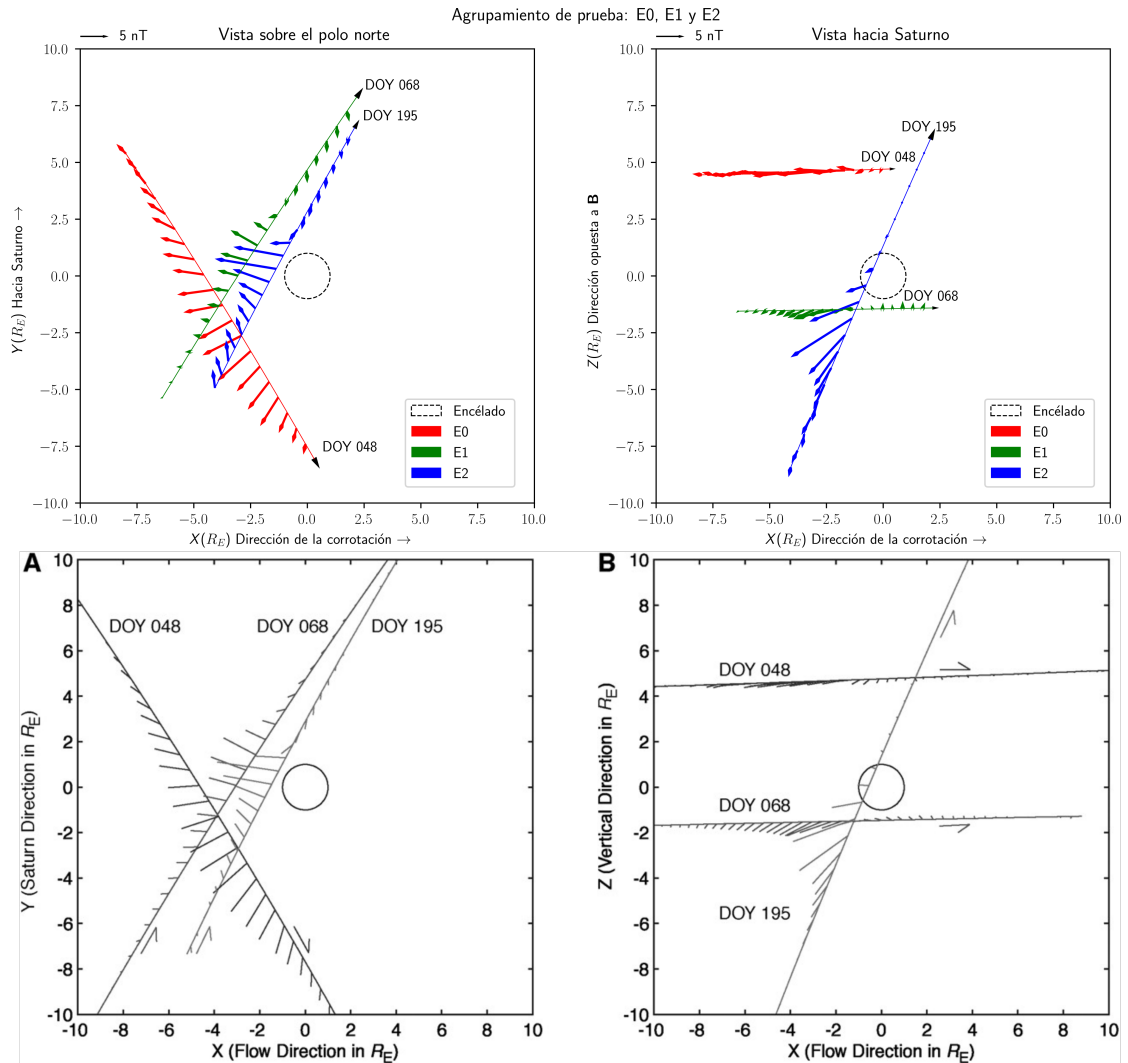


FIGURA 4.1: Las imágenes muestran los datos procesados en esta tesis (imágenes superiores) comparados con los datos reportados por Dougherty et al. [2006] (imágenes inferiores) y que usamos como referencia. La coincidencia entre ambos la tomamos como una validación de nuestro método.

En los dos paneles superiores de la Figura 4.1, las trayectorias (sobrevuelos) tienen diferentes colores y la día del año (2005) o DOY. las flechas del mismo color que salen de estas trayectorias representan la intensidad del campo y con ellas se resaltan las anomalías del campo magnético. Para efectos de comparación, en la parte superior izquierda de cada gráfica se muestra la escala correspondiente (5 nT). Los dos paneles inferiores de la

Figura 4.1, corresponden a las gráficas publicadas por [Dougherty et al. \[2006\]](#) para los mismos sobrevuelos. De la misma forma forma, las líneas que salen de las trayectorias son la magnitud del campo magnético y las flechas paralelas denotan la dirección de los sobrevuelos. Se puede observar también, que tanto las direcciones de los sobrevuelos y magnitudes del campo magnético coinciden con las de los paneles superiores, por lo cuál podemos concluir que el manejo de datos fue hecho correctamente. En lo único que no coinciden ambos pares de figuras es en la extensión de los datos utilizados, porque el proceso que se siguió en el procesamiento de datos, no es exactamente el mismo. Nuestro procedimiento fue el siguiente:

1. Descarga de datos de los días correspondientes a los sobrevuelos de interés desde [el sistema PDS](#).
2. Selección de datos media hora antes y media hora después del mayor acercamiento a Encélado.
3. Transformación del sistema de referencia de KRTP al sistema ENIS.
4. Supresión de la tendencia de los datos.
5. Restricción de datos a cinco minutos antes y después del mayor acercamiento.
6. Graficación de datos.

El paso 5 nos entrega un número de datos mínimo necesarios para la interpolación final, pero también hace que el resultado no tenga la misma cantidad de datos que se observan en la Figura de [3.4](#).

4.1.2. Agrupamiento de sobrevuelos

Una vez hecha la transformación de coordenadas (a ENIS), es necesario clasificar los datos de acuerdo a sus trayectorias para poder empatar datos consistentes entre sí. La necesidad de clasificar los sobrevuelos es clara al ver la Figura [4.2](#) en donde no es posible encontrar agrupaciones obvias a primera vista. Una vez clasificados será más fácil escoger los sobrevuelos necesarios para la interpolación.

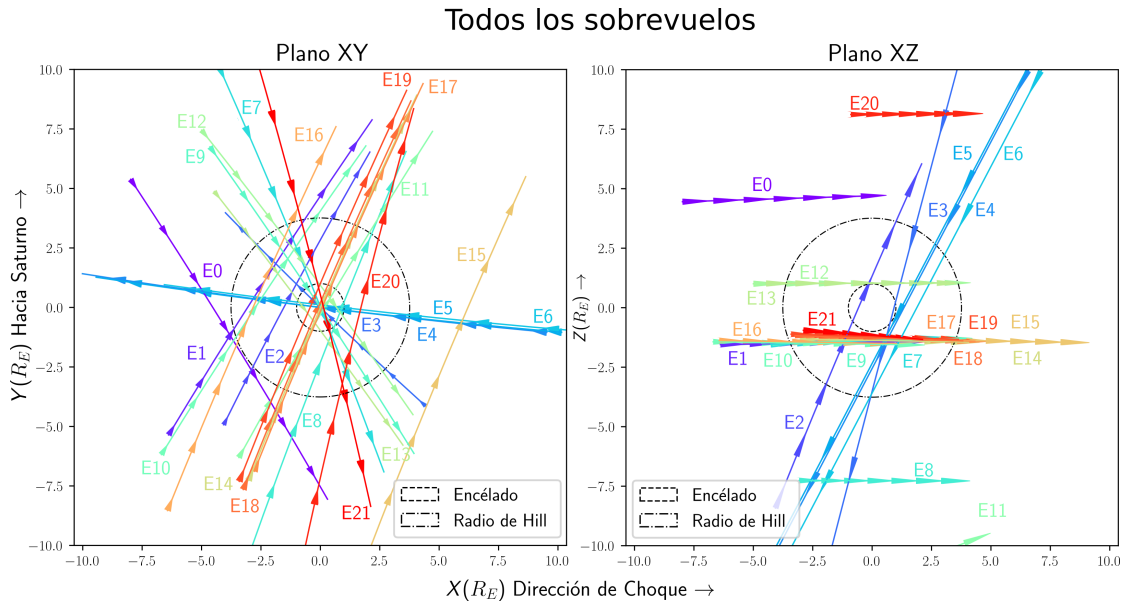


FIGURA 4.2: Proyecciones en el plano XY (izquierda) y el plano XZ (derecha) de las trayectorias de los sobrevuelos a Encélado consideradas en esta tesis para la selección de datos.

Para la clasificación de datos de los distintos sobrevuelos seguimos los criterios propuestos por [Kriegel et al. \[2009\]](#):

- Grupo 0: Tres sobrevuelos que no tienen trayectorias que puedan ser agrupadas con los demás sobrevuelos: E0, E2 y E15 (ver Figura 4.3).
- Grupo 1: Los sobrevuelos E1, E10 y E16 tienen trayectorias similares que son paralelas al plano ecuatorial en $z = -1.5 R_E$.
- Grupo 2: Los encuentros E7, E9, E14 y E17-E19 son sobrevuelos paralelos al plano orbital en $z = -1.5 R_E$.
- Grupo 3: Cuatro sobrevuelos pueden ser clasificados en dos pares: E8 y E11; y E12 y E13.
- Grupo 4: Los sobrevuelos E20-E22 que se realizaron después de la creación de estos criterios de agrupación.

Es necesario recordar que en la interpolación final se utilizarán los *datos con tendencia* para modelar el comportamiento del campo cerca de Encélado. Una descripción más detallada de cada conjunto de sobrevuelos se puede revisar en el [Apéndice B](#):

Agrupamiento de Kriegel 0: E0, E2 y E15

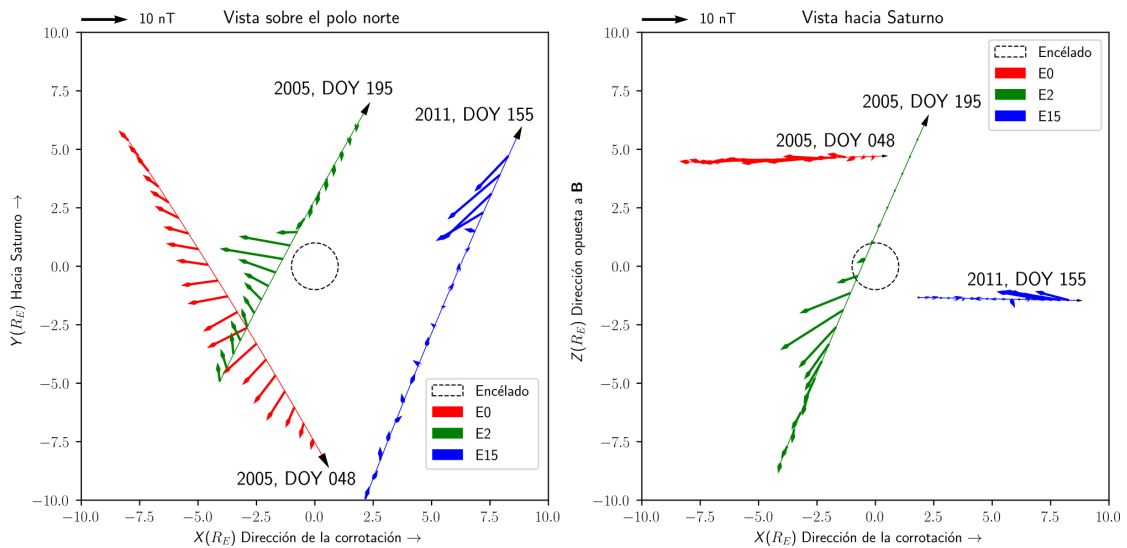


FIGURA 4.3: Gráfica de las anomalías magnéticas (en ENIS) detectadas por MAG durante los sobrevuelos E0, E2 y E15 (grupo 0). La deformación magnética es clara en E0 y E2.

4.2. Sobrevuelos seleccionados

Las trayectorias de los sobrevuelos difieren considerablemente entre sí, de hecho, el tiempo entre observaciones varía de 17 días a más de dos años, lo que se puede observar en la Figura 4.2. Por tanto, la producción de material medida varía entre sobrevuelos, Para mostrar la dificultad de hacer una interpolación en todo el interior de la esfera de Hill, se tomó un sobrevuelo de cada grupo, en específico, E0, E10, E11, E13, E14 y E20, como se muestra en la Figura 4.5:

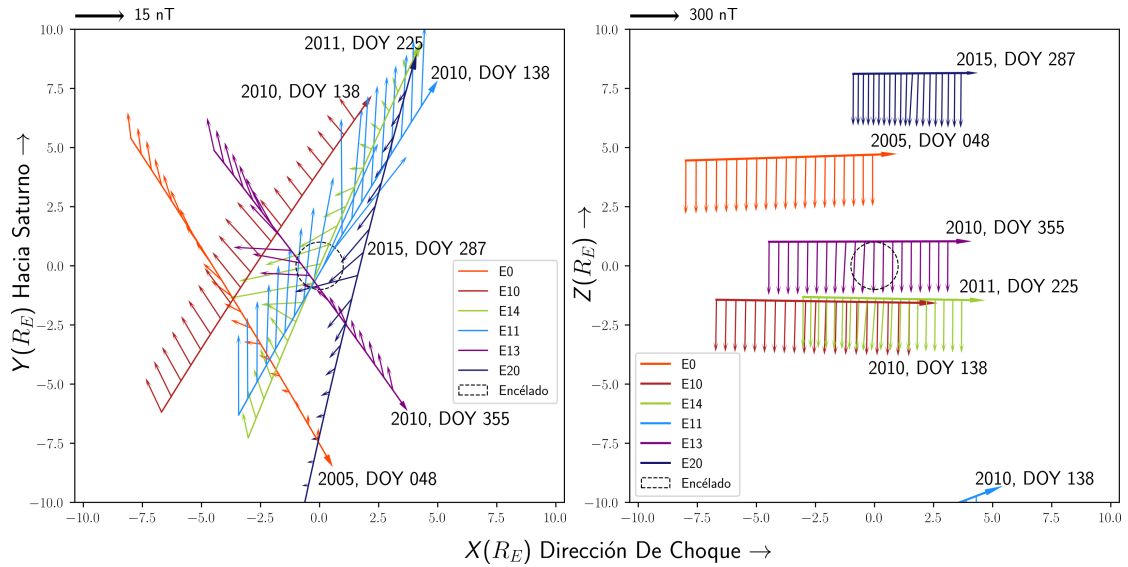


FIGURA 4.4: Proyecciones de las mediciones del campo magnético (en ENIS) por el magnetómetro MAG de Cassini durante los sobrevuelos E0, E10, E11, E13, E14 y E20. Se muestra un sobrevuelo por cada grupo de Kriegel.

Al utilizar los datos anteriores se obtiene la interpolación de la Figura 4.2, donde se puede observar que el campo magnético es mayor a 100 nT en algunas zonas del XY, algo que no se observa en las mediciones de Cassini y es consecuencia de los cambios abruptos entre mediciones.

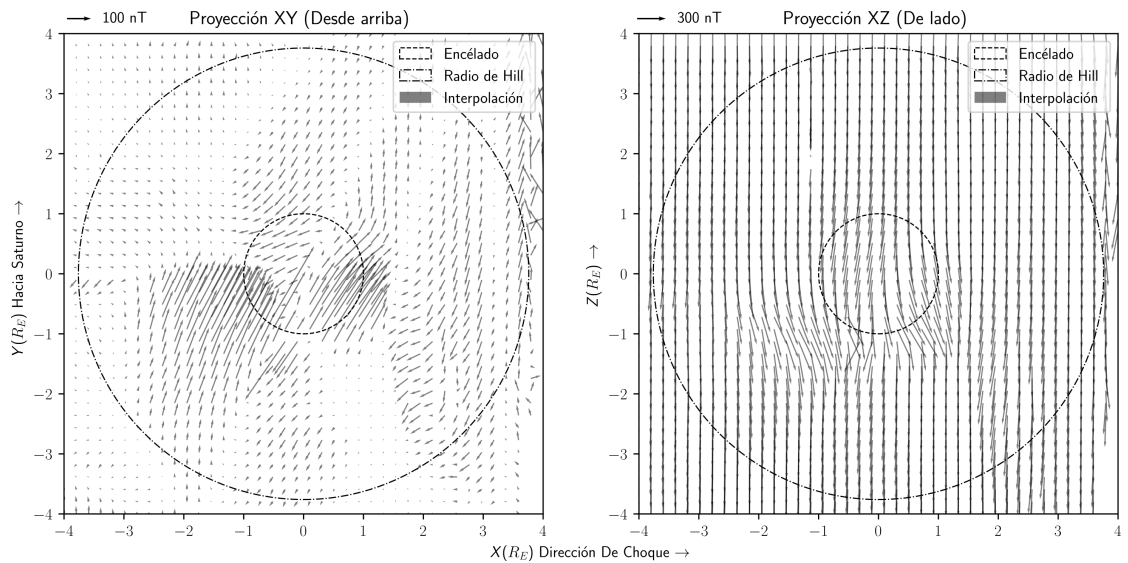


FIGURA 4.5: Interpolación resultante con una selección arbitraria de los datos (en este caso, los sobrevuelos E0, E10, E11, E13, E14 y E20).

Concluimos que una interpolación aleatoria no es conveniente y es necesario hacer una selección de sobrevuelos con mediciones que tengan cierta consistencia entre sí. Para esto se usaron los siguientes criterios:

1. De haber trayectorias similares, se escogerá una representativa entre ellas.
2. Si dos trayectorias tienen datos no consistentes entre sí, se escogerá la que minimiza los cambios abruptos en la interpolación.
3. Se tomará la mayor cantidad de trayectorias (no mediciones) que difieran lo más posible con el objetivo de cubrir la mayoría del espacio posible.

Con base en los criterios anteriores, el conjunto de sobrevuelos se reduce a solo seis: E2, E4, E6, E7, E13 y E17, que se muestran en la Figura 4.6, junto con las mediciones del campo magnético correspondientes.

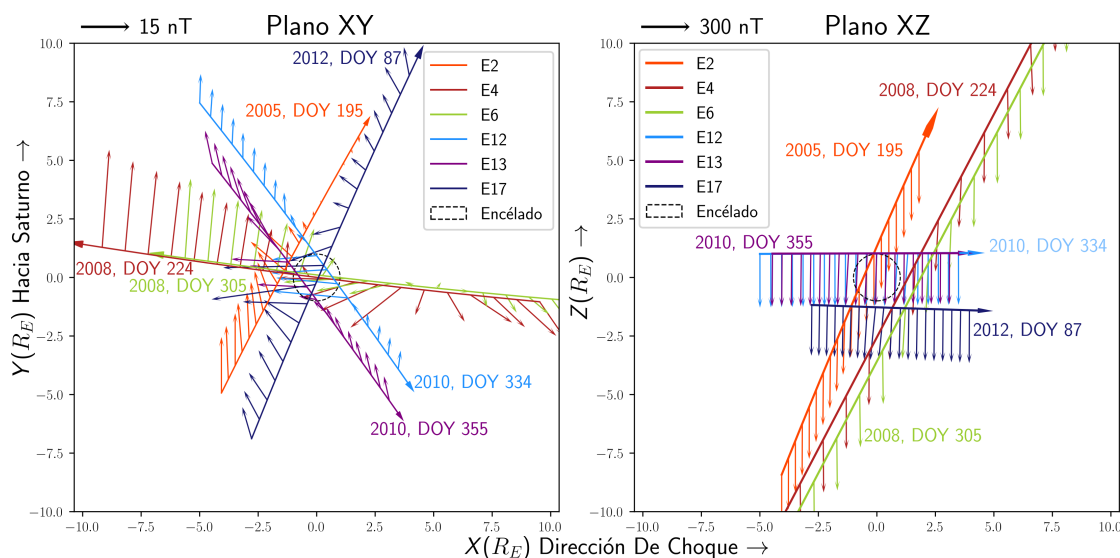


FIGURA 4.6: Selección final de sobrevuelos. Se puede observar que sus mediciones son consistentes entre sí. Las flechas a lo largo de las trayectorias indican la dirección del movimiento en que Cassini tomó datos. Cada flecha se graficó en intervalos de 40 segundos, con lo cual se puede estimar la velocidad con la que Cassini se movió durante estas mediciones.

4.3. Interpolación

Con los datos seleccionados (Figura 4.6) realizamos la interpolación de campo magnético usando la función *Griddata* (cúbica 2-D) de *Scipy*. Mediante *Qhull*. Triangulamos los datos de entrada y generamos un polinomio interpolador cúbico de Bezier en cada triángulo aplicando un esquema de Clough-Tocher. Optamos por gradientes que minimizan la curvatura de la superficie interpoladora basándonos en el algoritmo de Nielson [1983] y RENKA et al. [1984]. Así, obtuvimos una imagen 2D del campo magnético, confinada a un área equivalente a un cuadrado de $8 R_E$ de lado (dentro del cual está la esfera de Hill, aproximadamente de $4 R_E$), que en realidad es una matriz de 2.25×10^6 puntos con separaciones entre cada punto de campo magnético de 1 km.

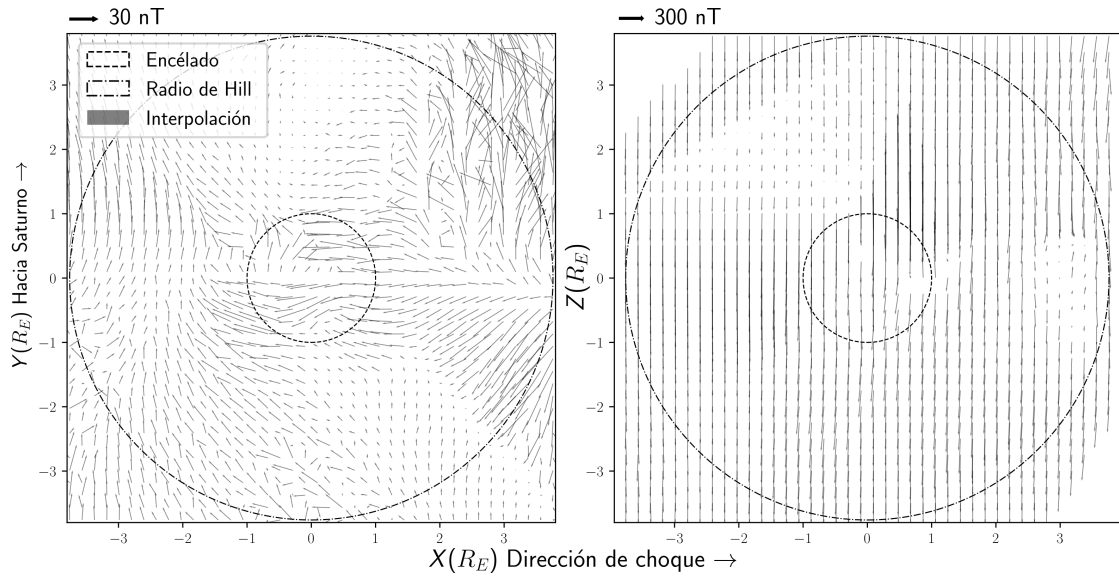


FIGURA 4.7: Interpolación obtenida para un cuadrado de $3.9 R_E$ alrededor de Encélado usando los sobrevuelos seleccionados de la Figura 4.6. Se muestra la proyección en los planos XY (izquierda) y XZ (derecha).

En la Figura 4.7 se puede observar que la distorsión es notable solo en el plano XY, mientras que la componente Z casi no cambia durante los sobrevuelos. Es decir, la perturbación del campo magnético cerca de Encélado solo afecta las componentes perpendiculares al campo magnético de Saturno.

Para verificar que esta interpolación no se trataba de un *artefacto* resultante de como se escogió la separación entre los puntos de la malla Δx , o de la resolución utilizada para los datos del campo magnético usado Δt , se realizaron diversas pruebas con otros valores para estos parámetros, los cuáles se pueden consultar en el [Apéndice C](#).

La interpolación del campo magnético mostrada en la Figura 4.7 es implementada en el modelo de la dinámica de los granos de hielo (cargados eléctricamente) de los géiseres que exponemos en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Modelo dinámico

Para describir el movimiento de los granos se asumirá que salen de Encélado con una velocidad inicial en el intervalo (0 a 210 m/s) y que se mueven bajo la influencia de (1) la gravedad de Encélado (dentro de su esfera de Hill), (2) la fuerza de que ejerce el vapor de agua sobre los granos de hielo y (3) la fuerza de Lorentz debida al campo magnético y plasma co-rotante de Saturno, lo que puede escribirse como:

$$M_p \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_{gravitacional} + \vec{F}_{arrastre} + \vec{F}_{Lorentz}, \quad (5.1)$$

donde \vec{r} y M_p son la posición y masa de los granos de hielo.

5.1. Fuerza gravitacional

Al considerar el movimiento de los granos dentro de la esfera de Hill de Encélado, solo es necesario usar la contribución gravitacional de este satélite, es decir:

$$\vec{F}_G = -\frac{GM_E m_p}{r^2} \hat{r}, \quad (5.2)$$

donde G es la Constante de la Gravitación Universal, M_E es la masa de Encélado, m_p es la masa de la partícula y \vec{r} es el vector de posición de la partícula con respecto al centro de Encélado.

5.2. Fuerza de arrastre

Usamos la fuerza de arrastre, o en este caso, de empuje propuesta por Epstein [1924] considerando la baja densidad del gas (10^{20} – 10^{22} moléculas/m³ en las zonas más densas), el tamaño de los granos de hielo (entre ~ 1 nm y $1\mu\text{m}$) y su baja o nula interacción entre ellos:

$$\vec{F}_{Epstein} = \frac{4\pi}{3} m_p a^2 \rho_g(r, \theta, M) \vec{u}_g \cdot (\vec{u}_g - \vec{v}_p) \hat{u}_g, \quad (5.3)$$

donde $\rho_g(r, \theta, M)$ es la densidad del vapor y, en este caso, se usamos el perfil de densidades implementado en el modelo analítico de Dong et al. [2011]. \vec{u}_g es la velocidad del gas (considerada *casi* constante desde su salida de las grietas), mientras que a y \vec{v}_p son el radio y velocidad de los granos de hielo.

Una justificación extensa del uso de esta fuerza de arrastre (o empuje en este caso) se explica en detalle en el Apéndice D. En particular, esta fuerza de arrastre ya ha sido utilizada en trabajos previos, por ejemplo, *Dentro* de las grietas de Encélado [Schmidt et al., 2008] y para explicar la dinámica de los granos de polvo en los jets emitidos desde la superficie del cometa 67/P Churyumov-Gerasimenko [Podolak et al., 2016].

5.2.1. Adaptación de la densidad del gas

Utilizaremos una versión modificada de la densidad descrita por Dong et al. [2011]: $\rho_g(r', \theta, M)$, Donde r' es la distancia desde la fuente de vapor de agua, θ es el ángulo polar y M es el número de Mach térmico.

La modificación es necesaria debido a que la ecuación 5.3 no esta bien definida para $r' = 0$ (donde r' es la distancia *desde la fuente*). Por esto, ajustaremos la dependencia radial por una distancia r_a , es decir, pensaremos en una fuente de gas con origen por debajo de la superficie, suposición que es consistente con las mediciones, que indican una fuente *dentro* de las Rayas de Tigre [Tian et al., 2007].

En la aproximación más simple se supone que la fuente se encuentra justo en el polo sur de Encélado ($(0, 0, -R_E)$ en coordenadas ENIS). Nuestra versión modificada de la ecuación es:

$$n(r, \theta, M) = \frac{S}{\pi(x^2 + y^2 + (z + R_E - r_a)^2)} [\Phi(\theta, M)] \quad (5.4)$$

Donde

$$\Phi(\theta, M) = \frac{2M \cos \theta}{\sqrt{\pi}} e^{-M^2} + e^{-M^2 \sin^2 \theta} [1 + 2M^2 \cos^2 \theta] [1 + \operatorname{erf}(M \cos(\theta))]. \quad (5.5)$$

y S es el parámetro característico de cada jet ($S = n_s r_s^2$), que solo se usa por *conveniencia*. Para una fuente en un punto arbitrario del polo sur, la ecuación cambiaría de acuerdo a este parámetro.

En la figura 5.1 podemos ver la diferencia entre esta modificación con $r_a = 25.2$ km y la densidad *original*, la cual converge rápidamente.

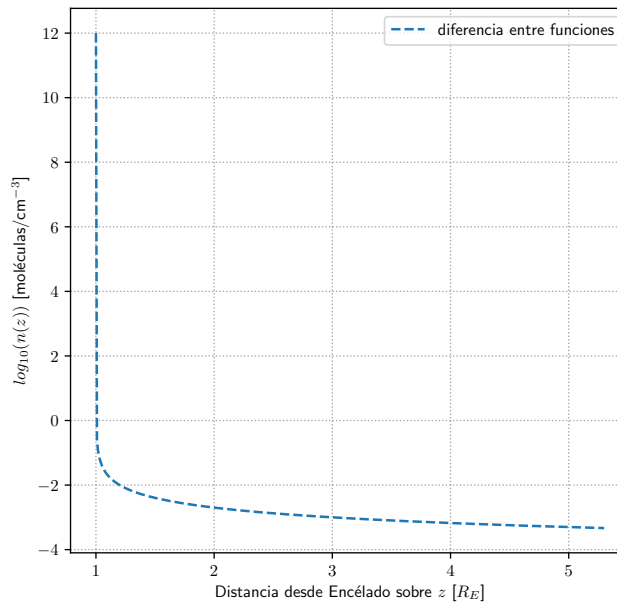


FIGURA 5.1: Gráfica del logaritmo de la diferencia normalizada entre la densidad reportada por Dong et al. [2011] y la versión modificada. La diferencia es $< 10^{-2}$ a poca distancia de la salida de la grieta. Esto indica que nuestro ajuste es adecuado, lo que también será confirmado más adelante al comparar directamente con los datos obtenidos por INMS

El mejor método de ajuste (ver también Mirón Enríquez et al. [2018]) se logra considerando $S = 10^{28}$ moléculas/ m^3 , y $r_s = 25.2$ km. El perfil de densidad resultante es:

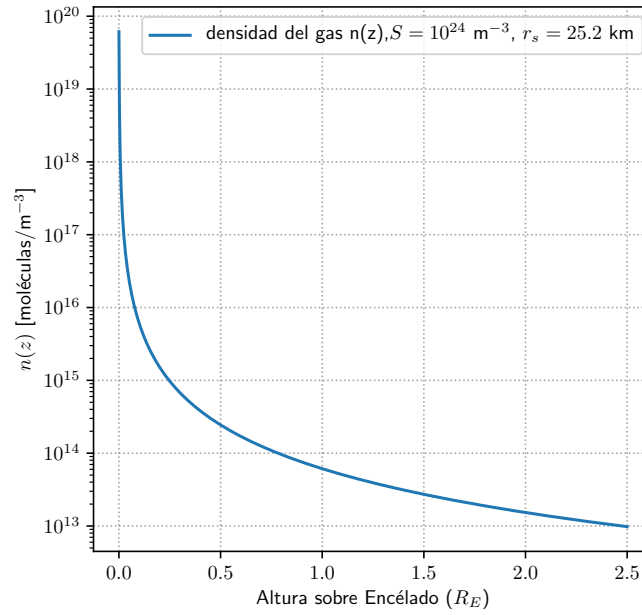


FIGURA 5.2: Perfil de densidad para el gas eyectado a lo largo de $-\hat{z}$. Los valores $S = 10^{24} \text{ m}^{-3}$, $r_s = 25.2 \text{ km}$ fueron ajustados a los resultados de [Mirón Enríquez et al. \[2018\]](#).

5.2.2. Valores de M de acuerdo a mediciones

Consideremos los valores usados por [Dong et al.](#) para ajustar su modelo a las mediciones realizadas durante los sobrevuelos E3, E5 y E7 (v. Tabla 5.1).

TABLA 5.1: Los valores mejor ajustados para E3, E5 y E7.

Sobrevuelo	Fuentes	$M=v_0/v_{th}$	S' de cada fuente ($\times 10^{22} \text{ cm}^{-1}$)
E3, 12 de marzo de 2008	1,2,3,6	1.6	1.3
E5, 9 de octubre de 2008	1,2,3,6	1.4	3.4
E7, 2 de noviembre de 2005	1,2,3,4	1.8	0.9 (1,2,3), 1.8(4) 1.2 (1,2,3), 2.1 (4)

De la columna 3, se tiene que la velocidad del gas es $> 1.6 - 1.8$ con respecto a la velocidad térmica esperada. En el caso de nuestras simulaciones se utilizará un valor de $M = 1.6$.

Por otro lado, [Hedman et al. \[2009\]](#) reporta que los granos con radios $\sim 3 \mu\text{m}$ tienen velocidades entre 80 y 160 m/s a alturas de entre 30 y 300 km sobre la superficie de Encélado. Además, infiere que la producción de material sólido podría ser igual a la gaseosa, i.e., 120 a 180 kg/s. Por último, este conjunto de mediciones, entre otras, confirman que la mayoría (90-99 %) de los granos no logra vencer la gravedad de Encélado. Algo que se refleja en las simulaciones que mostramos en el Capítulo 6,

5.3. Fuerza de Lorentz

La fuerza debida al campo electromagnético alrededor de Encélado es:

$$\vec{F}_{Lorentz} = q_p(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_S + \mathbf{E}_m). \quad (5.6)$$

,

donde \mathbf{B}_S es el campo magnético de Saturno cerca de Encélado y \mathbf{E}_m es el campo eléctrico debido al movimiento relativo Encélado-plasma o:

$$\mathbf{E}_m = -\mathbf{V}_{flujo} \times \mathbf{B}_S$$

.

\mathbf{V}_{flujo} es la velocidad relativa del flujo del plasma con respecto a Encélado. En el sistema inercial de Encélado, la velocidad del flujo de plasma es de 26.4 km/s de acuerdo a las observaciones de instrumento CAPS [[Wilson et al., 2009](#)]. CAPS también observó que el flujo del plasma es desviado y ralentizado cerca de Encélado, mientras que es casi frenado dentro por los géiseres [[Tokar et al., 2007, 2009](#)].

Suponiendo que la región de interacción es medida con respecto al eje polar de Encélado, usamos el siguiente modelo simplificado para calcular la velocidad del flujo del plasma: $V_{flujo} = \sin^2[\pi/2(\rho/\rho_0)] \times 26.4 \text{ km/s}$. Nótese que este modelo solo es válido para $\rho < \rho_0$, ya que existe una discontinuidad en $\rho = \rho_0$, donde ρ es la distancia desde el eje polar de Encélado y ρ_0 es el radio de la región de interacción, que asumiremos como $\rho_0 = 2R_E$ para nuestro trabajo. Para los espectrogramas de CAPS-INMS de E17 y E18, los radios de la región de interacción son probablemente $> 1 R_E$. Sin embargo, de los espectrogramas tomados durante E3 y E5, el radio de la zona de interacción es de $\sim 3 R_E$, tal vez debido a la diferencia en la geometría de las trayectorias.

5.3.1. Carga inicial de los granos

Consideraremos (como se mencionó en el Capítulo 3) que podemos suponer que los granos de polvo tienen una carga constante a lo largo de su trayectoria, dada por:

$$q_d = 2.0 \quad (-e)(a/1nm). \quad (5.7)$$

5.4. Condiciones iniciales

5.4.1. Posición inicial

En nuestra simulaciones suponemos que las partículas son lanzadas desde el polo sur de Encélado, aunque en realidad, los granos salen de una variedad de fuentes a lo largo de las *Rayas de Tigre* y no de una fuente puntual.

5.4.2. Velocidad inicial

Para la dirección de salida, se consideró un sistema de referencia en coordenadas esféricas centrada en punto de eyección de los granos, que en este caso fue el punto $(0, 0, -1) R_E$ (es decir, justo en el polo sur).

Suponemos que las partículas son eyectadas con una velocidad inicial, que se calcula como $\vec{V}_0 = |V_0|(\sin(\theta)\cos(\varphi), \sin(\theta)\sin(\varphi), \cos(\theta))$, donde θ se mide con respecto a $-Z$ y ϕ es el ángulo azimutal, como se muestra en la figura 5.3.

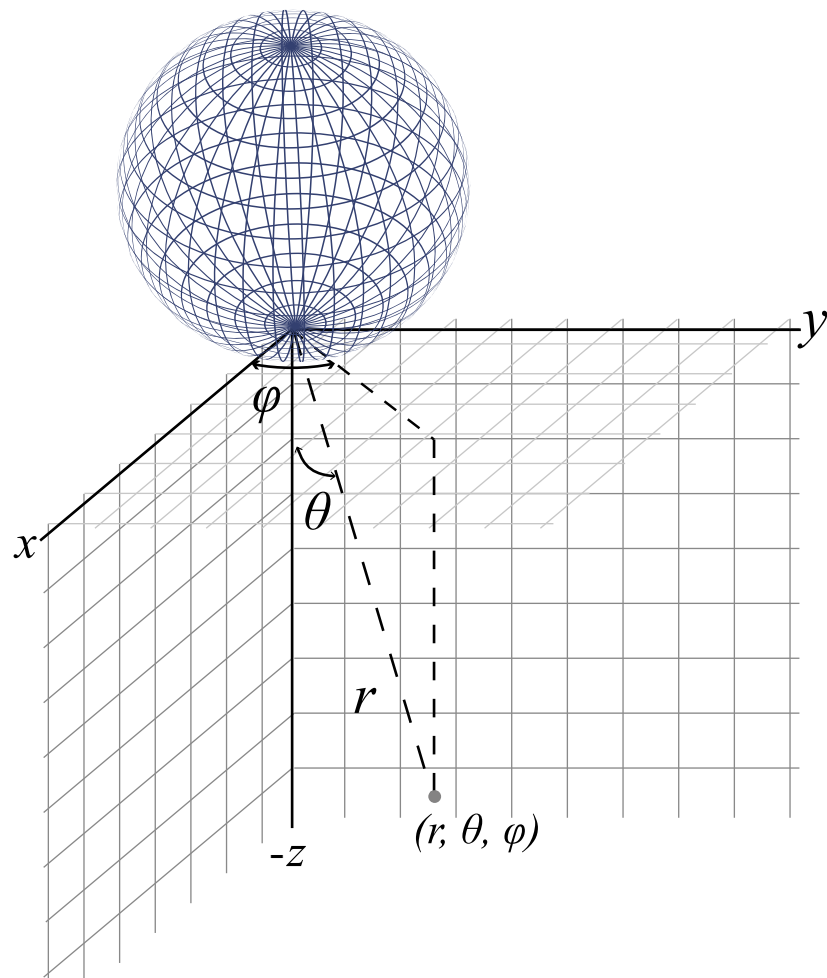


FIGURA 5.3: Sistema coordinado usado en esta tesis para describir la salida de granos. Nótese que las partículas son eyectadas del punto $(0,0,-R_E)$. Los ejes x, y, z corresponden a los definidos por el sistema ENIS.

5.5. Integración numérica

La integración numérica del conjunto de ecuaciones diferenciales a partir de la Ecuación 5.1 con las fuerzas y condiciones iniciales descritas anteriormente, se realizó con el método Runge-Kutta, usando el paquete DifferentialEquations.jl del software Julia [Bezanson et al. \[2012\]](#).

Capítulo 6

Resultados

Los resultados de las simulaciones fueron organizados de acuerdo a las condiciones iniciales. Para mostrarlos se utilizaron dos representaciones: regiones en el espacio de condiciones iniciales y trayectorias.

Específicamente usamos los parámetros y constantes de la Tabla 6.1 en nuestro modelo.

TABLA 6.1: parámetros y constantes empleadas

Cantidad	Símbolo	Unidades	Valor
Temperatura del gas	T	$[K]$	180 K
Densidad de los granos de hielo	ρ_p	$[\text{kg m}^{-3}]$	920
Densidad del vapor de agua	S_0	$[\text{molculas}/\text{m}^3]$	10^{24}
Número de Mach	M	$[-]$	1.6
Profundidad o parámetro de ajuste	r_a	$[km]$	25.2
Carga de granos	q_p	$[C]$	Eq. 3.5

6.1. Regiones

Nuestros resultados generales se resumen en la Figura 6.1 que considera los criterios descritos a continuación:

- Velocidades iniciales (v_0): En el intervalo $0 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 210 \text{ m/s}$. Para efectos de la simulación se consideran intervalos de 1 m/s y 211 velocidades iniciales. Se observa

que las velocidades $\lesssim 240 \text{ m/s}$ Spahn et al. [2006], Porco et al. [2006], mientras que la velocidad de escape es de 207 m/s Kempf et al. [2010], así que se consideró 210 m/s para explorar más allá de este límite.

- Radios de partícula (a): En el intervalo $0.001 \mu\text{m} \leq a \leq 1 \mu\text{m}$. Para efectos de la simulación, se consideran intervalos de $0.001 \mu\text{m}$ (ó 1 nm), i.e., 1000 radios distintos. Ya que son los tamaños de partículas observadas en la eyección, con la excepción de partículas un poco más grandes con $a > 1 \mu\text{m}$, que pueden descartarse debido a su baja densidad numérica Shafiq et al. [2011].

En total, se calcularon 1000 trayectorias manteniendo la velocidad constante y cambiando el tamaño inicial de cada grano cargado, es decir, en total 211,000 simulaciones. Los resultados de las trayectorias fueron clasificadas de acuerdo a su posición final y los representamos en los espacios de radios y velocidades que se muestran en la Figura 6.1.

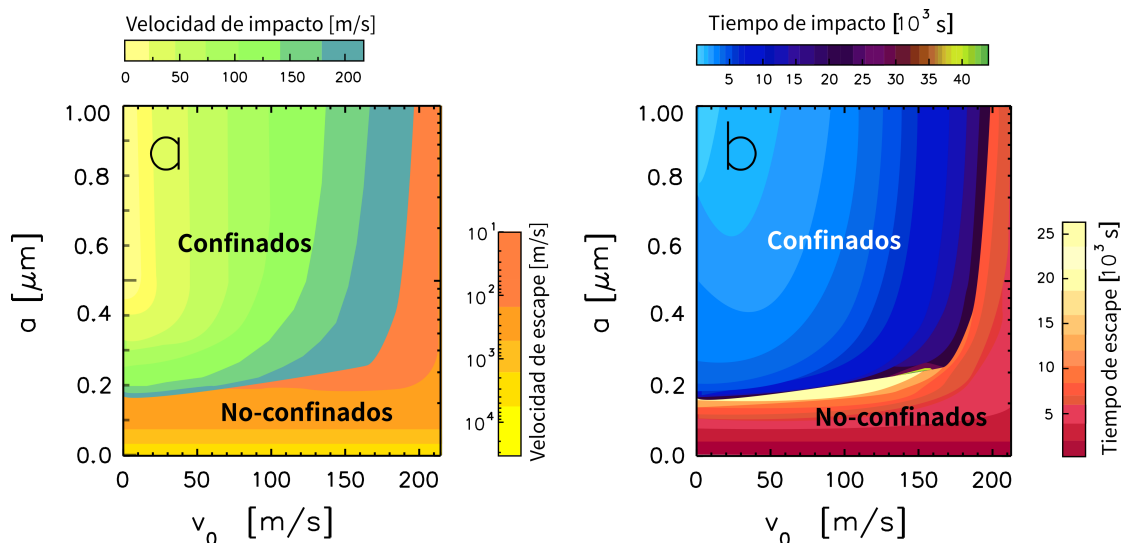


FIGURA 6.1: Velocidades (a) y tiempos (b) de escape e impacto en función del radio y la velocidad de eyección de los granos de hielo. Las zonas designadas como *Confinados* corresponde a los granos que regresan a Encélado e impactan en su superficie. Las zonas designadas como *No-confinados* corresponde a los granos que logran escapar de la esfera de Hill de Encélado.

En la Figura 6.1, llamamos granos *confinados* a los granos vuelven a la superficie de Encélado, es decir $|\vec{r}_{final}| \leq R_E$. Por otro lado, llamamos granos *no-confinados*, a los granos que salen de la esfera de Hill de Encélado, es decir, que escapan de su influencia gravitacional, o $|\vec{r}_{final}| \geq R_H$. En (a) la región de confinamiento amarillo-verde representan los valores de velocidad de impacto en la superficie y aquellos de la región de escape amarillo-anaranjado representan los valores de velocidad en $r = R_{Hill}$. En la Figura En (b), la región de confinamiento azul-púrpura representa el intervalo de tiempo

entre la eyección y el impacto y La región de escape amarillo-rojo representa el intervalo de tiempo entre la eyección y el escape.

6.2. Trayectorias

En las Figuras 6.2, 6.3 y 6.4 mostramos conjuntos representativos del total de 211,000 trayectorias que incluyen también variaciones en el ángulo de salida ($(-15^\circ, -7.5^\circ, 0^\circ, 7.5^\circ, 15^\circ)$). En los tres casos, se muestra el plano YZ para destacar los efectos del campo electromagnético y del ángulo de salida. Las trayectorias tienen las siguientes características:

- Figura 6.2 (Grupo A): $v_0 = [1, 80, 160] m/s$ y $a = [0.001, 0.05, 0.150] \mu m$. Resultando en 45 trayectorias.
- Figura 6.3 (Grupo B): $v_0 = [1, 80, 160] m/s$ y $a = [0.2, 0.5, 1] \mu m$. Resultando en 45 trayectorias
- Figura 6.4 (Grupo C): $v_0 = [1, 80, 160, 207] m/s$ y $a = [0.001, 0.010, 0.10, 0.50, 1.000] \mu m$. Resultando en 100 trayectorias

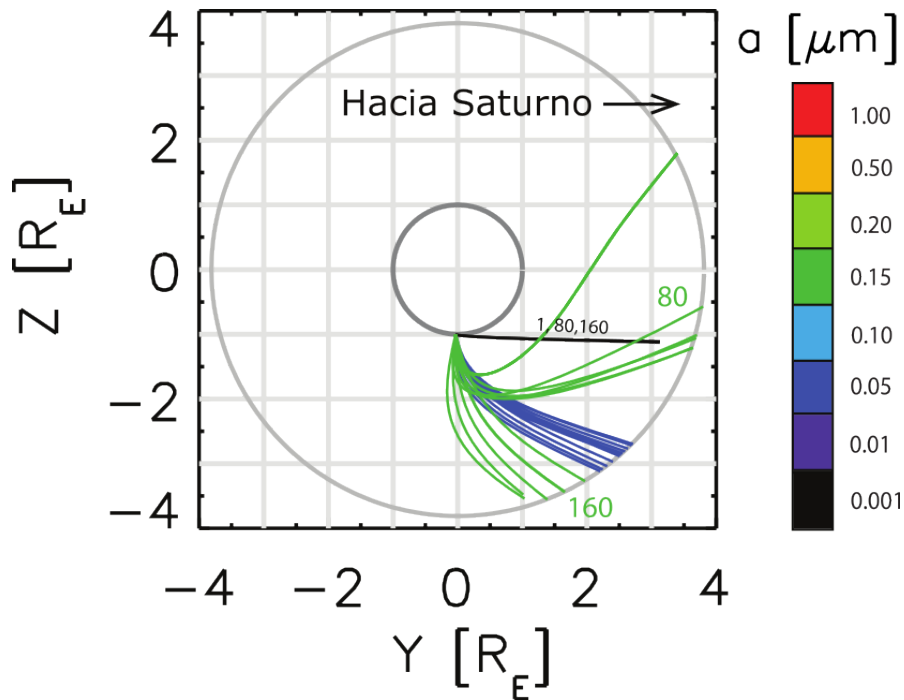


FIGURA 6.2: Trayectorias del Grupo A (véase texto para detalles).

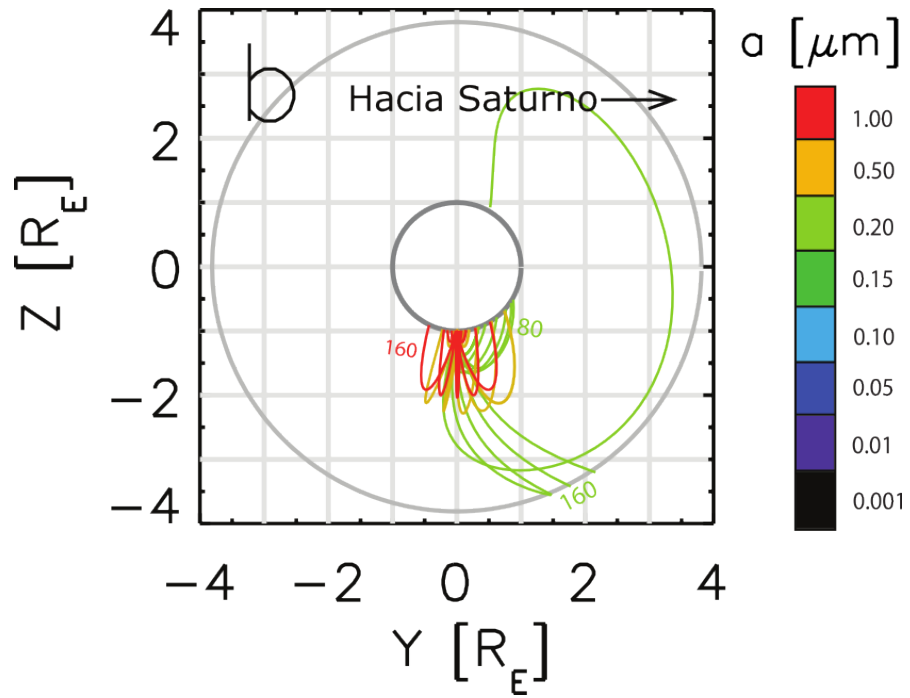


FIGURA 6.3: Trayectorias del Grupo B (véase texto para detalles).

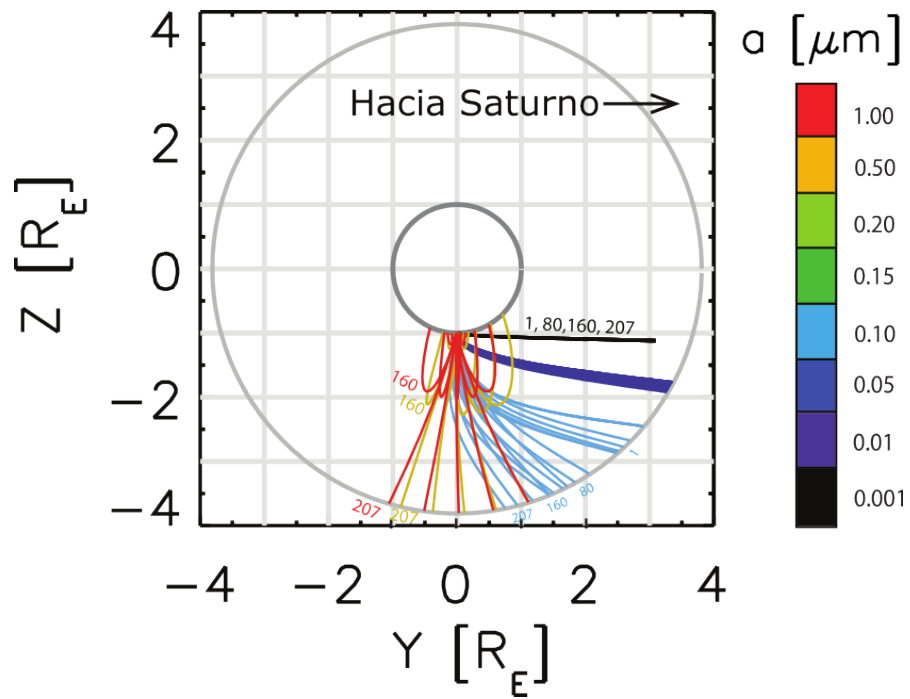


FIGURA 6.4: Trayectorias del Grupo C (véase texto para detalles).

Capítulo 7

Discusión y Conclusiones

Con los pocos datos disponibles de los sobrevuelos de la nave Cassini, conseguimos una interpolación del campo magnético que rodea a Encélado (Figura 4.7). Interpretamos esta interpolación como una imagen instantánea promedio del variable entorno magnético que rodea al satélite y, de hecho, creemos que, en esta escala, es más realista con respecto a un modelo dipolar simple para el estudio de la dinámica de los granos de polvo expulsados en los géiseres.

En particular, las perturbaciones en el campo son muy evidentes cerca de Encélado, como se muestra en la Figura 4.7 (en la proyección XY). Sin embargo, en promedio, el campo se comporta como un campo dipolar, con una componente dominante a lo largo del eje Z.

La dinámica de los granos depende en gran medida de su tamaño y su velocidad de eyección. Estos factores determinan si los granos escapan o regresan e impactan en la superficie de Encélado. El ángulo de eyección también juega un papel determinante en el escape. Como puede observarse en la Figura 6.3, donde de 5 partículas con el mismo radio ($a = 0.2 \mu\text{m}$) y velocidad de eyección (160 m/s), 4 logran escapar, mientras que la que tiene un ángulo de salida de -15° no escapa e impacta cerca del polo norte.

Para granos más pequeños ($\sim 1 \text{ nm}$) pueden considerarse un grupo aparte, pues su dinámica está principalmente dominada por las fuerzas electromagnéticas debido a una relación de carga-masa (q_p/m_p) más grande y, por tanto, no se observa una dependencia a las velocidades de eyección o ángulos de salida. En particular, los granos con un tamaño de $a \lesssim 0.15 \mu\text{m}$ escapan independientemente de su velocidad de eyección y pueden lograr velocidades varias veces mayores a la velocidad de escape en el límite del radio de Hill, como se demuestra en las trayectorias en color negro de la Figura 2. Algunas de estos granos, bajo ciertas condiciones, podrían llegar a formar parte de los llamados *Haces de polvo Saturniano* que escapan de Saturno a $> \sim 100 \text{ km/s}$, tal y como fueron

detectadas por la nave Cassini a pocas unidades astronómicas de Saturno. Otros dos casos interesantes son, primero, los granos capaces de escapar de Encélado que se incorporan al anillo E, que tienen velocidades iniciales que superan los 200 m/s, muchos, de hecho, superan la velocidad de escape de 207 m/s, lo que indica que fueron expulsadas por jets supersónicos. En segundo lugar, los granos más grandes que no logran escapar e impactan la superficie de Encélado con suficiente velocidad como para excavar muchas veces su masa.

Es importante mencionar que, debido a que nos hemos limitado al interior de la esfera de Hill, no hemos considerado a los granos que, tras escapar, podrían ser recapturados por Encélado en pasos subsecuentes por el punto orbital donde en fueron eyectados.

Trabajo futuro

En investigaciones futuras, se propone estudiar las distribuciones de tamaños de granos reportados por [Dong et al. \[2015\]](#). También es fundamental considerar el movimiento de los granos más allá del radio de Hill, tomando en cuenta, tanto el campo gravitacional como el magnético GLOBAL de Saturno. Además, será relevante investigar los jets supersónicos con $M > 10$ y el impacto del arrastre gaseoso en granos con diferentes tamaños.

Apéndice A

Los sobrevuelos

De 2005 a 2015 la nave Cassini realizó 23 sobrevuelos cercanos a Encélado. A continuación se presenta una tabla de estos sobrevuelos.

TABLA A.1: Tabla de los sobrevuelos a Encélado.

<i>Sobrevuelo</i>	<i>MA (km)</i>	<i>Fecha</i>	<i>Hora</i>	<i>DDA</i>	<i>Rev.</i>
E0	1261	02/feb/05	3:30	48	3
E1	497	09/mar/05	9:08	68	4
E2	166	14/jul/05	19:55	195	11
E3	48	12/mar/08	19:06	72	61
E4	49	11/ago/08	21:06	224	80
E5	25	09/sep/08	19:06	283	88
E6	169	31/oct/08	17:14	305	91
E7	99	02/nov/09	7:41	306	120
E8	1597	21/nov/09	2:09	325	121
E9	100	28/abr/10	0:10	118	130
E10	437	18/may/10	6:04	138	131
E11	2555	13/ago/10	22:30	225	136
E12	46	30/nov/10	11:53	334	141
E13	48	21/dic/10	1:08	355	142
E14	99	01/oct/11	13:52	274	154
E15	1231	19/oct/11	9:22	292	155
E16	497	06/nov/11	4:58	310	156
E17	74	27/mar/12	18:30	87	163
E18	74	14/abr/12	14:01	105	164
E19	73	02/may/12	9:31	123	165
E20	1845	14/oct/15	10:41	287	223
E21	49	28/oct/15	15:22	301	224
E22	4999	19/dic/15	17:49	353	228

Donde *MA* es el Máximo Acercamiento en kilómetros, *DDA* es el día del año, y *Rev.* es la revolución de Cassini alrededor de Saturno en la que se realizó el sobrevuelo.

Apéndice B

Grupos de Kriegel

Aquí se describen algunas de las propiedades de los sobrevuelos usados y los criterios usados en la selección de datos para la interpolación.

Como base, usamos el conjunto reportado por [Kriegel et al., 2009] para el análisis de los datos tomados por MAG.

Descripción detallada

- Tres sobrevuelos que no tienen trayectorias que puedan ser agrupadas con otro grupo correspondiendo a los sobrevuelos E0, E2 y E15 (ver B.1). Las trayectorias más alejadas de Encélado E0 y E15 se dirigen hacia Saturno y ocurrieron río arriba o río abajo de Encélado respectivamente. Ambas trayectorias son casi paralelas al plano ecuatorial. La máxima aproximación de E0 tuvo lugar en el polo norte y río arriba de la luna, mientras que la del E15 pasó ligeramente al sur de la luna y a más de $5 R_E$ río abajo (o a favor del flujo) de Encélado. El sobrevuelo E2 fue localizado río arriba de la pluma, teniendo una trayectoria que va de sur a norte que también está orientada hacia Saturno. Será denominado grupo de Kriegel 0.
- Los sobrevuelos E1, E10 y E16 tienen trayectorias similares que son paralelas al plano ecuatorial en $z = -1.5 R_E$, río arriba de la eyecta y se dirigen hacia Saturno. Al cruzar el plano (x,z) , Cassini se encuentra a $\sim 2 R_E$ río arriba de Encélado.
- E3-E6 fueron una serie de sobrevuelos altamente inclinados en los cuales Cassini paso por la eyecta de río abajo y al norte de Encélado a río arriba y sur de Encélado. Será denominado grupo de Kriegel 1.
- Los encuentros E7, E9, E14 y E17-E19 son sobrevuelos paralelos al plano orbital en $z = -1.5 R_E$ que cruzaron a través del centro de la eyecta con una máxima

aproximación cercana al polo sur de Encélado. Para E7 y E9, las trayectorias fueron de río arriba a río abajo y alejándose de Saturno. Mientras que para E14, E17 y E18 las trayectorias son casi idénticas. Por último, E19 tiene una trayectoria paralela a estos tres sobrevuelos pero ubicada $0.35 R_E$ río arriba. Será denominado grupo de Kriegel 2.

- Cuatro sobrevuelos pueden ser clasificados en dos pares: E8/E11 y E12/E13. Todos son aproximadamente paralelos al plano ecuatorial, pero E11 se caracteriza por una inclinación hacia el norte de alrededor de 15° . E8 y E11 se ubicaron lejos del polo sur de Encélado en $z = -7.3 R_E$ y $z \approx -11 R_E$, respectivamente. E12 y E13 son sobrevuelos salientes sobre el polo norte. Estos dos sobrevuelos tienen una orientación casi idéntica, pero el máximo acercamiento de E12 fue $1 R_E$ más río abajo que el de E13. Será denominado grupo Kriegel 3.
- Por último los sobrevuelos E20-E22 son considerados aparte debido a que se realizaron después de la creación de esta agrupación. Será denominado grupo Kriegel 4.

Las anomalías magnéticas

Aquí presentamos los datos del magnetómetro MAG organizados en grupos de Kriegel durante un intervalo 5 minutos antes y después del mayor acercamiento de Cassini a Encélado. En estas gráficas se muestran las anomalías del campo magnético junto con las trayectorias/órbitas seguidas por Cassini durante la obtención de datos.

Para este propósito, se eliminó la tendencia de los datos en un intervalo de una hora (media hora antes y media hora después del mayor acercamiento a Encélado) usando el lenguaje de programación R. Después se seleccionó el subconjunto de 10 minutos mostrado en las siguientes gráficas, aunque con resolución de 1 segundo. Para facilitar la visualización solo se representan los datos cada 15 segundos.

Las flechas que se observan saliendo de las trayectorias en las siguientes figuras representan la magnitud del campo magnético anómalo cada 15 segundos, con escalas en la zona superior izquierda para todas las gráficas. La flecha en los extremos de las trayectorias representan la dirección de Cassini durante el sobrevuelo. Por otro lado, las fechas (con formato " Año, Día del año o DOY, por sus siglas en inglés) se muestran con el mismo color que las trayectorias y la magnitud

Agrupamiento de Kriegel 0: E0, E2 y E15

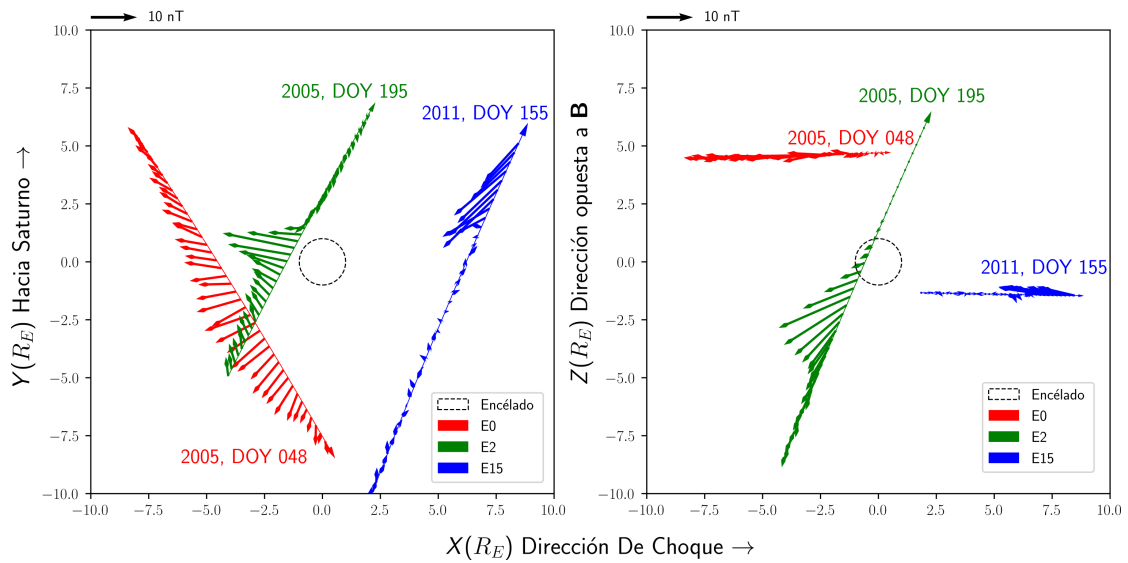


FIGURA B.1: Grupo de Kriegel O: Gráfica de las anomalías en el campo magnético (en el sistema coordenado ENIS) detectado por MAG durante los sobrevuelos E0, E2 y E15.

Agrupamiento de Kriegel 1: E1, E10 y E16

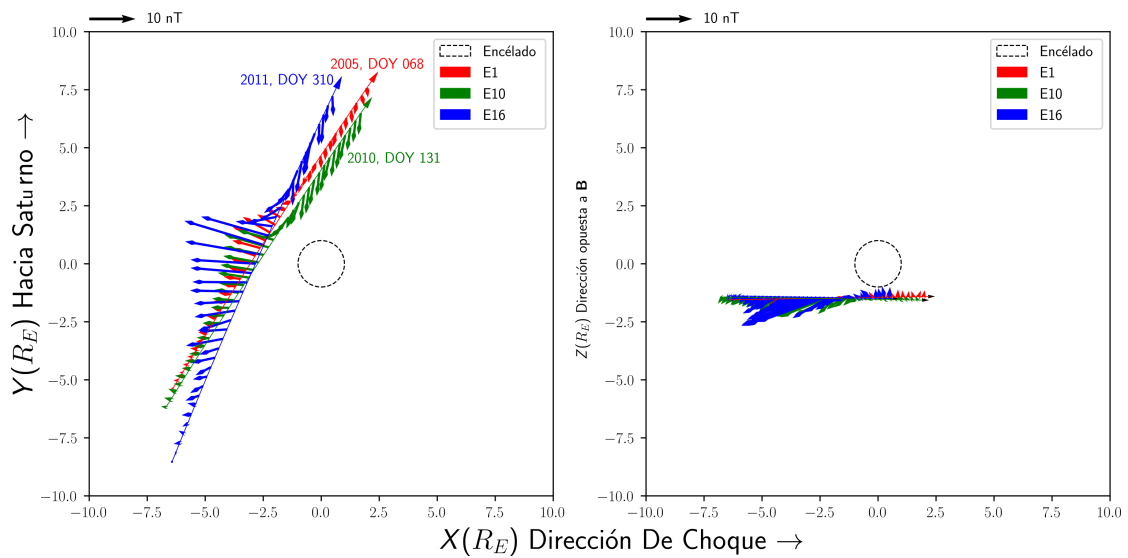


FIGURA B.2: Grupo de Kriegel 1: Gráfica de las anomalías en el campo magnético (en el sistema coordenado ENIS) detectado por MAG durante los sobrevuelos E1, E10 y E16.

Agrupamiento de Kriegel 2: E3, E4, E5 y E6

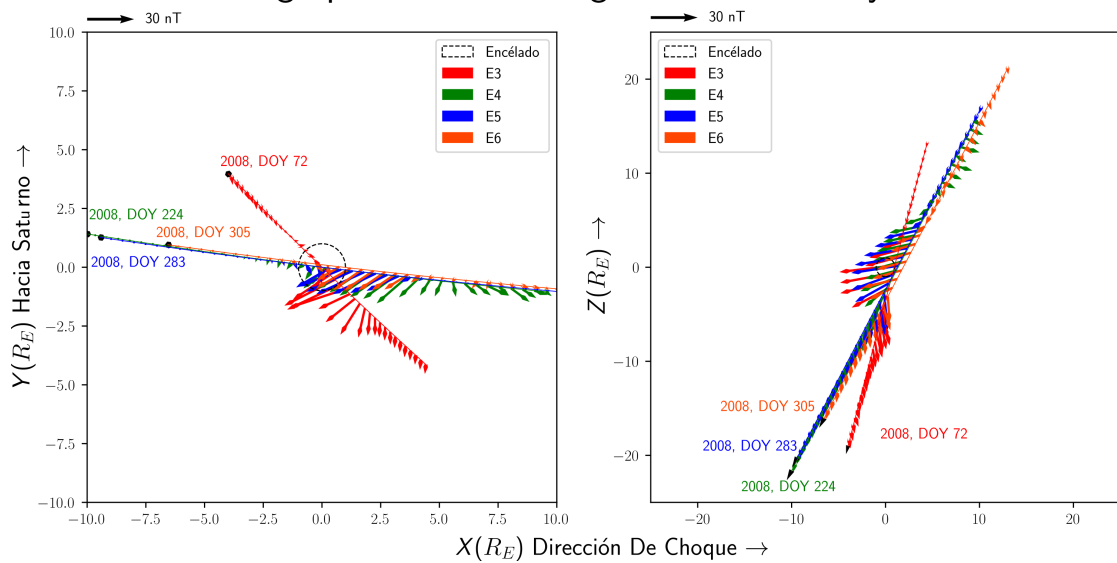


FIGURA B.3: Grupo de Kriegel 2: Gráfica de las anomalías en el campo magnético (en el sistema coordenado ENIS) detectado por MAG durante los sobrevuelos E3, E4, E5 y E6.

Agrupamiento de Kriegel 3: E7, E9, E14, E17, E18, E19

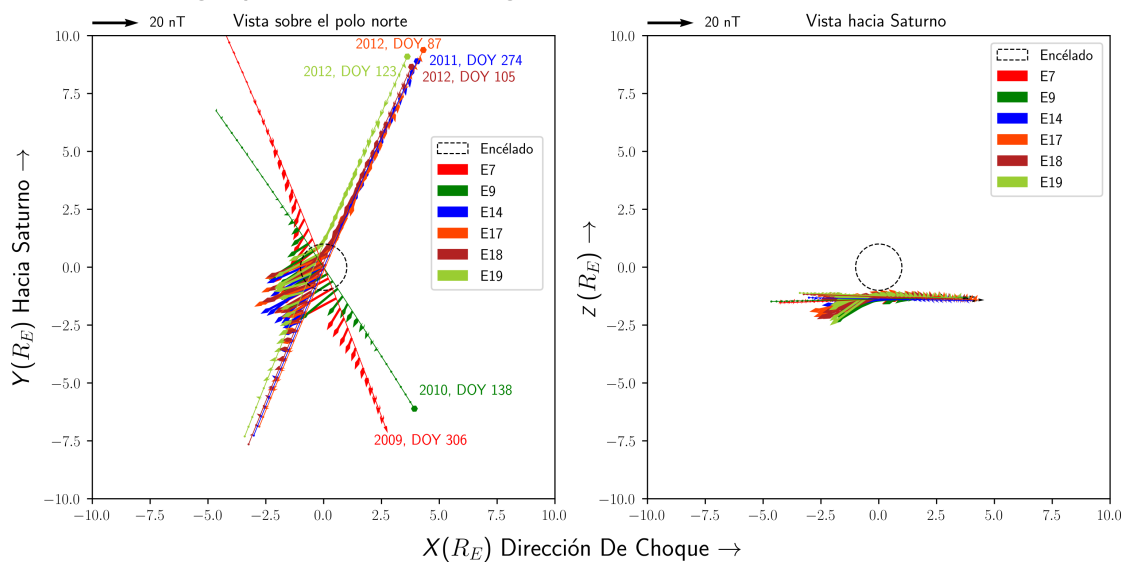


FIGURA B.4: Grupo de Kriegel 3: Gráfica de las anomalías en el campo magnético (en el sistema coordenado ENIS) detectado por MAG durante los sobrevuelos E7, E9, E14, E17, E18 y E19

Agrupamiento de Kriegel 4: E8, E11, E12, E13

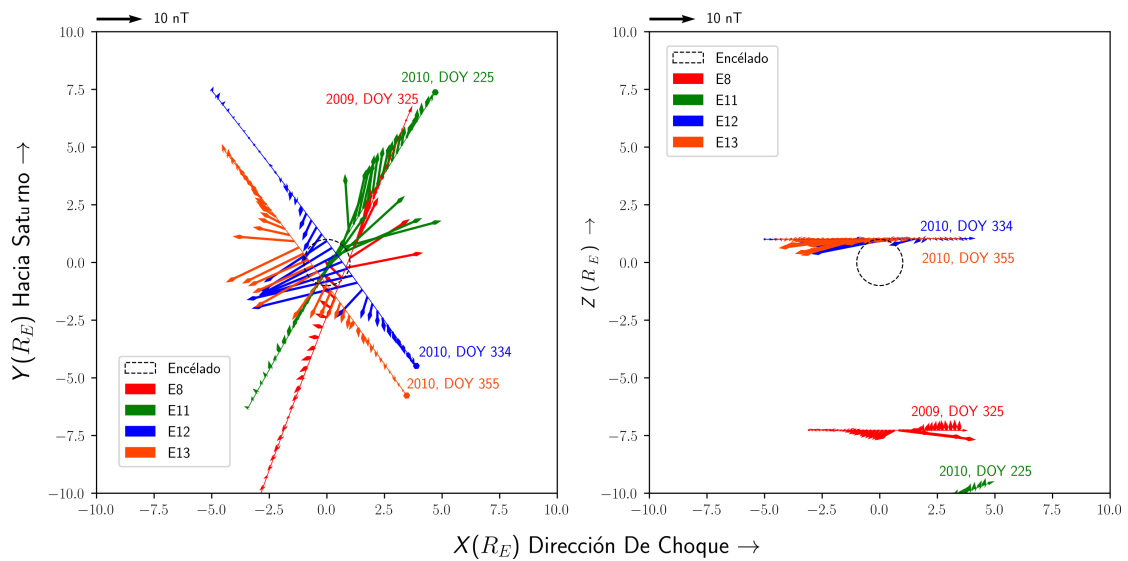


FIGURA B.5: Grupo de Kriegel 4: Gráfica de las anomalías en el campo magnético (en el sistema coordenado ENIS) detectado por MAG durante los sobrevuelos E8, E11, E12 y E13

Agrupamiento de Kriegel 5: E20, E21

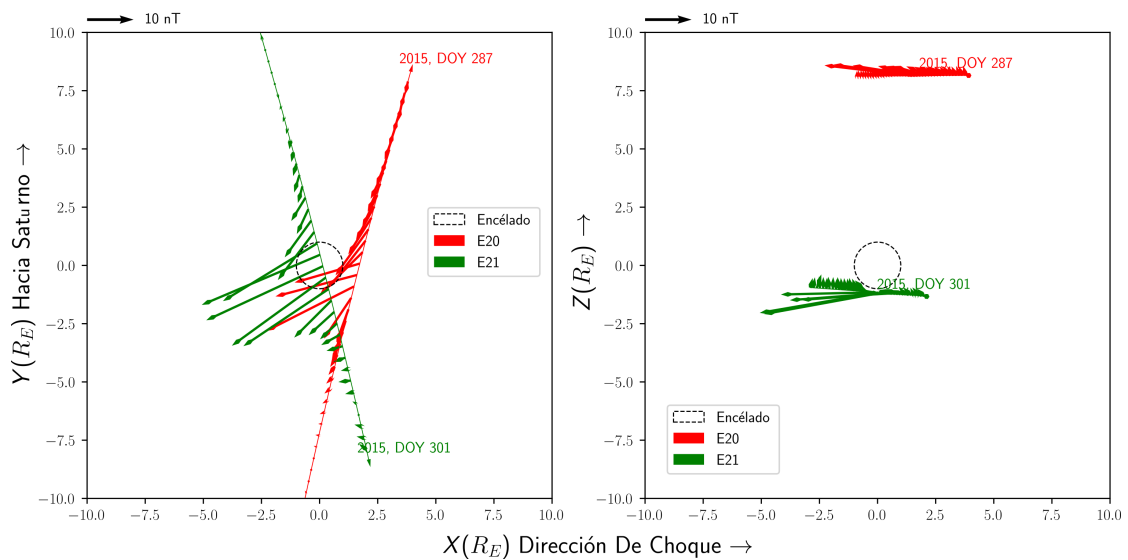


FIGURA B.6: Grupo de Kriegel 5: Gráfica de las anomalías en el campo magnético (en el sistema coordenado ENIS) detectado por MAG durante los sobrevuelos E20 y E21.

Apéndice C

Verificación de la interpolación

Para crear la Figura 4.7 se hizo una malla de 40×40 puntos en una reja de $3.8R_E \times 3.8R_E$ con datos (de los sobrevuelos E2, E4, E5, E12, E13 y E17) con resolución de 1 s. Para mostrar que la interpolación no se trata de algún artefacto resultante de esta selección particular de parámetros se corrieron diferentes interpolaciones considerando rejillas con más y menos definición, es decir, si la malla se puede definir por sus divisiones en cada eje, digamos n . Entonces se consideraron los casos $n \in (20, 30, 50)$. Por otro lado, se utilizaron datos con una definición temporal de 1 s para la interpolación que denominaremos como *original*, en este caso se consideraron tiempos $\Delta t \in (2s, 5s, 10s, 20s)$.

Observemos primero la comparación al cambiar Δt por un factor de 20, es decir, se tomaron los datos de Cassini cada 20 segundos durante todos los sobrevuelos. El resultado se puede ver en la Figura C.1, es una interpolación más *suave* al tener menos datos, así que nuestro método puede efectivamente suavizar más de los puntos intermedios. Por otro lado, aunque más suave el comportamiento general del campo magnético interpolado es muy parecido entre la versión original (Figura C.1 izquierda) y la versión obtenida muestreando los datos cada 20 segundos (Figura C.1 derecha)

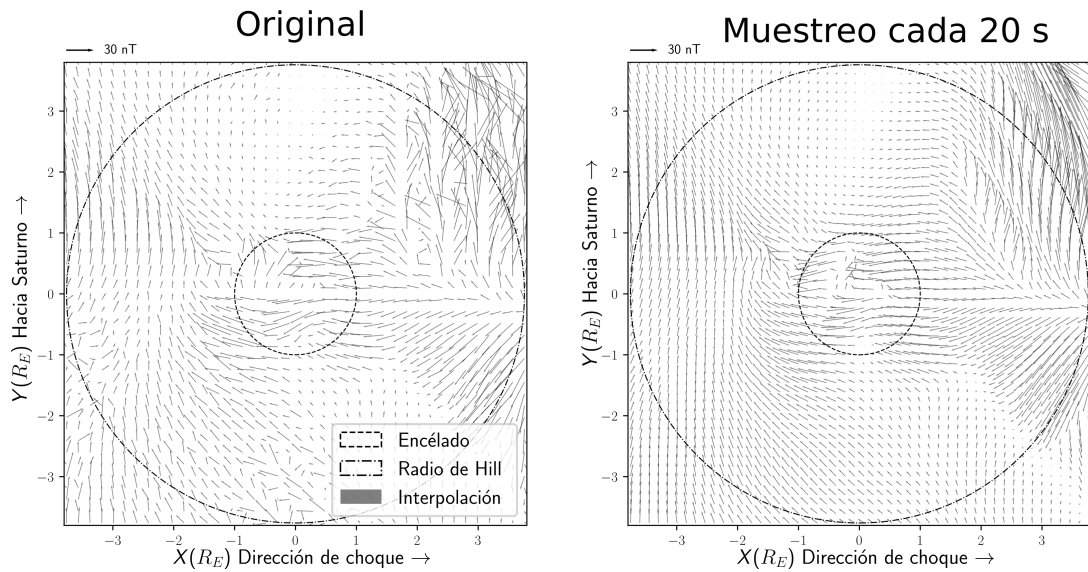


FIGURA C.1: Comparación de la interpolación obtenida al muestrear cada 20 segundos en lugar de cada segundo.

Por otro lado, también podemos cambiar el número de divisiones para la malla, en la Figura C.2 se compara la interpolación original (con 40 puntos por eje) con la obtenida al realizar la mitad de divisiones (20 por eje), el resultado muestra que a pesar de ser menos denso el comportamiento del campo resultante, tanto en direcciones como en magnitudes es consistente.

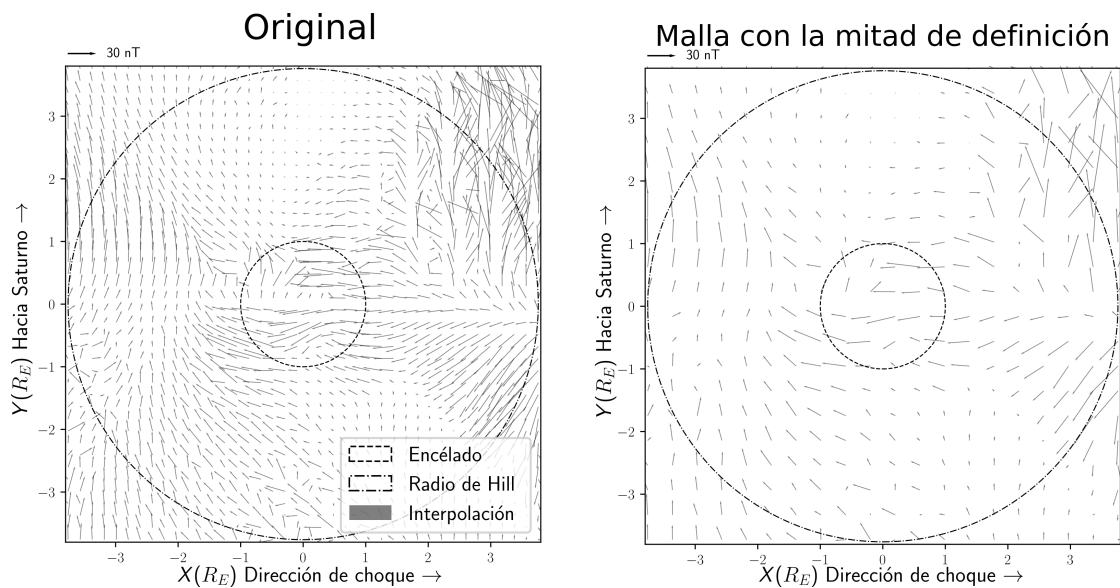


FIGURA C.2: Comparación de la interpolación obtenida al dividir la malla en 20×20 puntos en lugar de los originales 40×40 mostrados en la tesis.

Además de estas comparaciones se realizaron las discutidas al principio de este apéndice

($n \in (20, 30, 50)$ y $\Delta t \in (2s, 5s, 10s, 20s)$), donde todas estas versiones tuvieron consistencia con la original. Para finalizar este apéndice también veremos el caso de interpolación en donde cambiamos ambos parámetros. En la Figura C.3 se realizó la interpolación con $n = 30$ y $\Delta = 20$ s, en esta se termina de confirmar que el comportamiento del campo magnético no es un artefacto de los valores escogidos para n y Δt .

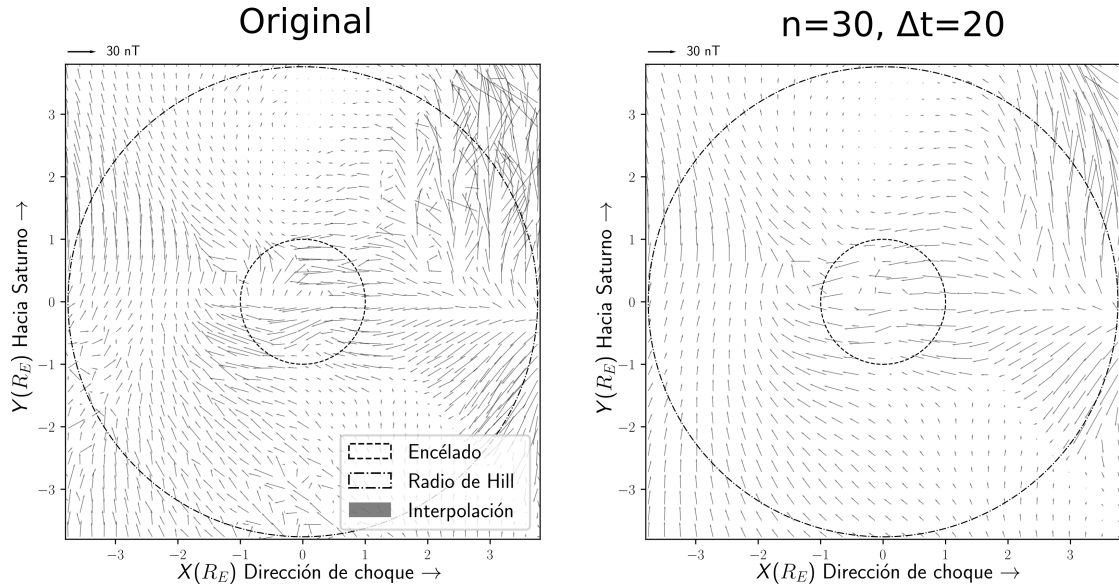


FIGURA C.3: Comparación de la interpolación obtenida al dividir la malla en 30×30 puntos en lugar de los originales 40×40 mostrados en la tesis, junto con tener una definición temporal de 20 s para el muestreo de datos

Apéndice D

Fuerzas de arrastre

La forma en la que un gas interactúa con partículas que están inmersas en él depende de la razón entre el camino libre medio, λ , de las moléculas en el gas y el radio de las partículas a , donde el camino libre medio es la distancia promedio que viaja una partícula entre colisiones. El cociente λ/a también es conocido como número de Knudsen.

En teoría cinética de gases, λ se define como:

$$\lambda = \frac{V}{N} \frac{1}{\pi d^2} = \frac{1}{n\pi d^2} \quad (\text{D.1})$$

Donde $d = 2a$ es el diámetro de la partícula, V es el volumen donde se encuentra el gas, N es el número de moléculas dentro del volumen y n es la densidad numérica de las moléculas. La derivación de la Ec. D.1 es como sigue:

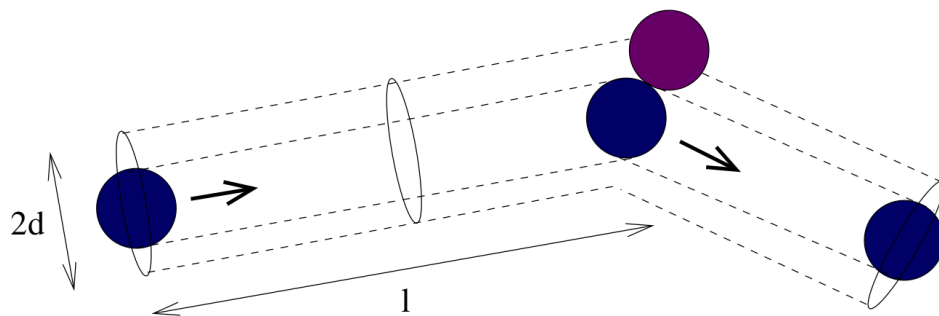


FIGURA D.1: Descripción del camino libre medio de una molécula de gas.

Fuente: [Tong \[2012\]](#)

Para un observador en la línea de movimiento de una partícula, ésta aparece como un disco con área $\pi(d/2)^2$. Si una sola partícula se mueve en el gas y viaja una distancia λ ,

barrerá un volumen $\pi d^2 l$ (ver Fig D.1) y chocará con cualquier partícula que esté dentro de este volumen.

Además, se pueden dar 3 casos:

Caso A

$$a \ll \lambda$$

Cuando el gas es poco denso y las partículas de hielo son de tamaños micrométricos, se utiliza el arrastre de Epstein [Epstein \[1924\]](#), $F_{Ep} = 4\pi a^2 \rho_g v v_t / 3$, donde v_t es la velocidad térmica de las partículas ($v_t = \sqrt{8k_B T / \pi m}$), v es la velocidad relativa del gas con respecto a la partícula definida como $v = u_g - u = v_t - u$. $\rho_g(x)$ es la densidad del gas en función a la distancia a la superficie de Encélado (x).

Caso B

$$\text{Si } a \approx \lambda.$$

El arrastre de Cunningham $F_{cunn} = 6\pi a \eta v / \Psi$ es más apropiado [Podolak et al. \[2016\]](#). Esto sucedería si la temperatura de la superficie y/o el flujo Q/A aumentarían, y por lo tanto la densidad del gas.

Caso C

$$\text{Si } a \gg \lambda.$$

El arrastre de Stokes ($= \frac{1}{2} \rho v^2 C_d A$) es utilizado para un gas órdenes de magnitud más denso en comparación al observado en Encélado. Bajo las condiciones dadas, este tipo de arrastre duraría poco debido a la rápida expansión del gas al casi vacío de la tenue atmósfera de Encélado.

Para determinar el tipo de arrastre que experimentarán partículas de $\approx 1 \mu m$ se analizará el número de Knudsen (la razón λ/a), donde $\lambda = 1/\sqrt{2} n \sigma$ (Ec. D.1), n es la densidad numérica del gas, y σ es el área transversal efectiva de las moléculas $\sigma = \pi(2r)^2$ (con $d/2$ el radio de las moléculas). El diámetro de una molécula de agua es de $d = 2.75 \times 10^{-10} m$, y $\sigma = \pi(2.75 \times 10^{-10} m)^2 = 2.375 \times 10^{-19} m^2$.

El arrastre de Epstein

Del trabajo de Paul S. Epstein, *On the resistance experienced by spheres in their motion through gases* [Epstein, 1924], se desarrolla la teoría cinética para la resistencia de una esfera moviéndose a través de un gas.

En particular, nos interesa el caso donde $a \ll \lambda$, con el que se obtiene que la fuerza con la que las moléculas empujan a la partículas está dada por $M = (4\pi/3)N_m m a^2 u_g v$ (para una distribución de velocidades del gas Maxwelliana estándar), donde N, m, a y u_g son la densidad numérica, la masa, radio y la velocidad media de las moléculas; y v es la velocidad del gas relativa con respecto a las partículas.

Como $a \ll \lambda$, las esferas no afectarán la distribución de velocidades de las moléculas y la distribución será la del gas en reposo, es decir, la distribución de Maxwell: el número de las moléculas que tienen componentes de velocidad paralelos a los ejes cartesianos x, y y z entre los valores ξ, η, ζ (posición arbitraria en el espacio) y los valores $\xi + d\xi, \eta + d\eta, \zeta + d\zeta$ está dado por la distribución:

$$(N_m)_{\xi,\eta,\zeta} d\xi d\eta d\zeta = N \left(\frac{h}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-h(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{D.2})$$

Donde N_m denota el número de moléculas por unidad de volumen y h es la siguiente combinación de la masa de la molécula (m), la temperatura del gas (T) y la constante de Boltzmann (k).

$$h = m/2kT \quad (\text{D.3})$$

En el movimiento Browniano, la velocidad de una pequeña esfera en el gas no es del todo constante, sin embargo, no es necesario tomar en cuenta estas irregularidades ya que sólo cambian la resistencia de acuerdo a $\mu/(m + \mu)$, donde μ es la masa de la esfera. Esta razón difiere muy poco de 1 como para ser observada, por lo tanto, se investigará la distribución de velocidades desde el punto de vista de un observador moviéndose en el gas con una velocidad constante v con los componentes v_x, v_y, v_z sobre los ejes x, y y z , respectivamente. Se considera que el observador está en reposo y que las moléculas del gas se mueven con la velocidad con los siguientes componentes: $\xi - \alpha v, \eta - \beta v, \zeta - \gamma v$, en lugar de ξ, η, ζ . Entonces la distribución de velocidades para este observador será:

$$N_{\xi,\eta,\zeta} = N \left(\frac{h}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-h[(\xi + \alpha v)^2 + (\eta + \beta v)^2 + (\zeta + \gamma v)^2]} \quad (\text{D.4})$$

Considerando valores de v suficientemente pequeños como para poder tomar la aproximación a primer orden:

$$N_{\xi,\eta,\zeta} = N \left(\frac{h}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \{1 - 2hv(\alpha\xi + \beta\eta + \gamma\zeta)\} e^{-hc^2} \quad (\text{D.5})$$

donde

$$c = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} \quad (\text{D.6})$$

es la magnitud de la velocidad para una molécula.

Las siguientes fórmulas matemáticas conocidas serán las principales herramientas en los próximos cálculos:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h\xi^2} d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{h}} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-h\xi^2} d\xi = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{h^{3/2}} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^4 e^{-h\xi^2} d\xi = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{\pi}}{h^{5/2}} ;$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi e^{-h\xi^2} d\xi = \frac{1}{2h} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^3 e^{-h\xi^2} d\xi = \frac{1}{2h^2} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^5 e^{-h\xi^2} d\xi = \frac{1}{h^3}$$

Antes de calcular la fuerza es necesario calcular el número de moléculas que inciden en un elemento de superficie haciendo uso de la ley de distribución (4), nos preguntamos cuántas de las moléculas con componentes de velocidad entre (ξ, η, ζ) y $(\xi + d\xi, \eta + d\eta, \zeta + d\zeta)$ golpearán en una unidad de tiempo un elemento de superficie dS . Elegimos el eje x como la dirección de la normal al elemento. Las moléculas que buscamos son aquellas que en un momento dado se encuentran en un cilindro construido sobre el elemento dS como base en la dirección de la velocidad ξ, η, ζ con la longitud del valor absoluto c de esa velocidad. El volumen de este cilindro es igual al producto del área de la base dS por la altura ζ , y dado que el número de moléculas del tipo considerado en una unidad de volumen del gas es $N_{\xi,\eta,\zeta} d\xi d\eta d\zeta$, el número de moléculas que inciden será

$$n_{\xi,\eta,\zeta} d\xi d\eta d\zeta dS = -N \left(\frac{h}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} [\xi - 2hV(\alpha\xi\beta\eta + \gamma\zeta)\xi] e^{-hc^2} d\xi d\eta d\zeta dS.$$

Para aplicaciones posteriores, aún debemos calcular el número total de moléculas que inciden n y el número de moléculas $n_c dc$ que golpean el elemento con un valor absoluto de su velocidad entre c y $c + dc$. El número n lo obtenemos integrando $n_{\xi,\eta,\zeta}$ sobre todos los valores de η y ζ y sobre todos los valores negativos de ξ :

$$n = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n_{\xi,\eta,\zeta} d\xi = \frac{N}{2} \left(1 + \sqrt{\pi h} \alpha V\right) \frac{1}{\sqrt{\pi h}}$$

Por otro lado, para encontrar n_c , debemos introducir coordenadas polares y poner

$$\xi = c \cos \phi, \eta = c \sin \phi \cos \chi, \zeta = c \sin \phi \sin \chi$$

y para el elemento de volumen $c^2 \sin \phi dc d\phi d\chi$, de modo que en lugar de $n_{\xi,\eta,\zeta} d\xi d\eta d\zeta$ obtenemos

$$n_{c,\psi,\chi} dc d\psi d\chi = -N \left(\frac{h}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} [\cos \psi - 2hVc(a \cos \psi + \beta \sin \psi \cos \chi + \gamma \sin \psi \sin \chi) \cos \psi] c^3 e^{-hc^2} \sin \psi dc d\psi d\chi$$

Esta expresión debemos integrarla sobre todas las direcciones de las moléculas que inciden, es decir, sobre χ de 0 a 2π y sobre ϕ de $\pi/2$ a π .

$$n_c dc = \int_0^{2\pi} d\chi \int_{\pi/2}^{\pi} n_{c,\psi,\chi} d\psi = \frac{N}{\sqrt{\pi}} h^{3/2} \left(1 + \frac{4}{3} hV a c\right) c^3 e^{-hc^2} dc$$

El objetivo será calcular la componente (o proyección) del momento, en este caso, en la dirección de los cosenos directores α', β', γ' con los ejes, que es transportada por la todas las moléculas que chocan sobre el elemento de superficie dS por unidad de tiempo. Sobre esa dirección, una molécula individual tiene el momento $m(\alpha'\xi + \beta'\eta + \gamma'\zeta)$. Por lo tanto, el momento que transmiten todas las moléculas es:

$$m \int_{-\infty}^0 d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha'\xi + \beta'\eta + \gamma'\zeta) n_{\xi,\eta,\zeta} d\zeta dS = -Nm \left\{ \frac{\alpha'}{4h} + \frac{v}{\sqrt{\pi h}} \left(\alpha\alpha' + \frac{1}{2}\beta\beta' + \frac{1}{2}\gamma\gamma' \right) \right\} dS \quad (D.7)$$

Denotando a la expresión que depende de v como $M_s^{(i)}$ obtenemos:

$$M_s^{(i)} dS = - \left(\frac{Nm v}{\sqrt{\pi h}} \right) \left(\alpha\alpha' + \frac{1}{2}\beta\beta' + \frac{1}{2}\gamma\gamma' \right) dS \quad (D.8)$$

Tomando la velocidad media u_g en lugar de h , por medio de la relación:

$$\sqrt{\pi h} = 2/u_g$$

Obtenemos

$$M_s^{(i)} dS = -\frac{1}{2} N m u_g v (\alpha \alpha' + \frac{1}{2} \beta \beta' + \frac{1}{2} \gamma \gamma') dS \quad (\text{D.9})$$

Si el elemento de superficie dS pertenece a la superficie de una esfera de radio a que se mueve a través del gas con velocidad v , la normal a este elemento formará un ángulo θ con v .

Escogiendo la dirección z tal que sea perpendicular al plano que une x con v ; entonces tenemos que $\alpha = \cos\theta$; $\beta \sin\theta$, y $\gamma = 0$, a partir de lo que determinamos, el momento comunicado del elemento de superficie en la dirección v , ($\alpha' = \cos\theta$, $\beta = \sin\theta$),

$$M_s^{(i)} dS = -\frac{1}{2} N m u_g v (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) dS$$

La integral de la expresión sobre toda la superficie ($dS = a^2 \sin\theta d\theta d\phi$) representa el momento total recibido por las esferas en su superficie, i. e.,

$$M^{(i)} = -\frac{4\pi}{3} N m u_g a^2 v \quad (\text{D.10})$$

Que podemos interpretar como la fuerza de resistencia que la esfera experimenta en su movimiento a través del gas debido al choque con las moléculas.

Para terminar de justificar el uso de la aproximación de Epstein durante todo el movimiento de la partícula es necesario mostrar que siempre se cumple que $a \ll \lambda$. O, denominando a λ/a como número de Knudsen (K_n), podemos decir que queremos que $K_n \gg 1$.

Como el gas se expande una vez escapa de las grietas (aumentando el camino libre medio λ y por lo tanto K_n) solo es necesario verificar el valor de la densidad numérica n a la salida del conducto. Para calcularlo tomamos la ecuación para el número de Knudsen ($K_n = \lambda/a = 1/(n\sqrt{2}\sigma a)$) y como $n = Q/(u_{g0}A)$, donde u_{g0} es la velocidad del gas a la salida (que será tomada como la velocidad térmica $= u_t$), con lo que:

$$K_n = \frac{1}{Q/(u_{g0}A)\sqrt{2}\sigma a} \quad (\text{D.11})$$

Tomando los valores correspondientes de la Tabla 1.2 y $T_{min} = 200K$ y $T_{max} = 240K$, calculamos los límites para el número de Knudsen, $(K_n)_{min}$ y $(K_n)_{max}$ -respectivamente- que se muestran en la Tabla 1.2.

Como se puede observar en la tabla, en todos los casos $K_n \gg 1$. Para el análisis de nuestro modelo utilizamos partículas de hielo esféricas con $0.1 \mu m \leq a \leq 1 mm$. En el

TABLA D.1: $(K_n)_{min}$ y $(K_n)_{max}$ a partir de los valores de la Tabla 1.2 y $T_{min} = 200K$,
 $T_{max} = 240K$.

Caso	$(K_n)_{min}$	$(K_n)_{max}$
1	9872.71	10329.0
2	8923.41	9335.84
3	7175.53	7507.17
4	31637.6	33099.8
5	1677.17	1754.69
6	2450.8	2564.07
7	2289.56	2395.38
8	3362.45	3517.85
9	4599.29	4811.86
10	6628.82	6935.19
11	10235.7	10708.8
12	9239.29	9666.31
13	8736.73	9140.53
14	8253.28	8634.73
15	15699.8	16425.5
16	964.359	1008.93
17	1289.53	1349.13
18	1640.6	1716.43
19	2136.69	2235.44
20	2280.18	2385.57
21	2638.96	2760.93

primer caso, la diferencia de radios es de un orden de magnitud y, aunque $Kn = \lambda/a$ debe ser un orden de magnitud más grande, aún así se cumple la condición $Kn \gg 1$. Si $a \rightarrow 1\text{ mm}$, $Kn \rightarrow 10$, pero no usaremos granos con tamaños que superen $1\ \mu\text{ m}$.

Por lo tanto, podemos concluir que la fuerza de arrastre a utilizar es la propuesta por [Epstein, 1924].

Bibliografía

- Abramov, O. & Spencer, J. R. (2009). Endogenic heat from Enceladus' south polar fractures: New observations, and models of conductive surface heating. *Icarus*, 199(1):189–196. Publisher: Elsevier.
- Beuthe, M. et al. (2016). Enceladus's and dione's floating ice shells supported by minimum stress isostasy. *Geophysical Research Letters*, (43):10,088–10,096.
- Bezanson, J., Karpinski, S., Shah, V. B., & Edelman, A. (2012). Julia: A Fast Dynamic Language for Technical Computing. arXiv:1209.5145 [cs].
- Běhouňková, M., Tobie, G., Choblet, G., & Čadek, O. (2012). Tidally-induced melting events as the origin of south-pole activity on Enceladus. *Icarus*, 219(2):655–664.
- Cox, S. (2005). Coupling between deformation, fluid pressures, and fluid flow in ore-producing hydrothermal systems at depth in the crust. *Economic Geology; Bulletin of the Society of Economic Geologists*, 100:39–75.
- De Pater, I., Martin, S. C., & Showalter, M. R. (2004). Keck near-infrared observations of Saturn's E and G rings during Earth's ring plane crossing in August 1995. *Icarus*, 172(2):446–454.
- Dong, Y., Hill, T. W., Teolis, B. D., Magee, B. A., & Waite, J. H. (2011). The water vapor plumes of Enceladus. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 116(A10).
_eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2011JA016693>.
- Dong, Y., Hill, T. W., & Ye, S.-Y. (2015). Characteristics of ice grains in the Enceladus plume from Cassini observations. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 120(2):915–937.
- Dougherty, M., Esposito, L., & Krimigis, S. (2009). *Saturn from Cassini-Huygens*. Springer Netherlands, 3 edition.
- Dougherty, M. K., Khurana, K. K., Neubauer, F. M., Russell, C. T., Saur, J., Leisner, J. S., & Burton, M. E. (2006). Identification of a Dynamic Atmosphere at Enceladus with the Cassini Magnetometer. *Science*, 311(5766):1406–1409.

- Engelhardt, I. A. D., Wahlund, J. E., Andrews, D. J., Eriksson, A. I., Ye, S., Kurth, W. S., Gurnett, D. A., Morooka, M. W., Farrell, W. M., & Dougherty, M. K. (2015). Plasma regions, charged dust and field-aligned currents near Enceladus. *Planetary and Space Science*, 117:453–469.
- Epstein, P. S. (1924). On the resistance experienced by spheres in their motion through gases. *Phys. Rev.*, 23:710–733.
- Flandes, A. (2004). Dust escape from Io. *grl*, 31(16):L16802.
- Han, L., Tobie, G., & Showman, A. P. (2012). The impact of a weak south pole on thermal convection in Enceladus' ice shell. *Icarus*, 218(1):320–330.
- Hansen, C. et al. (2011). The composition and structure of the enceladus plume. *Geophysical Research Letters*, 38(11).
- Hansen, C. J. et al. (2006). Enceladus' water vapor plume. *Science*, 311(5766):1422–1425.
- Hedman, M. et al. (2013). An observed correlation between plume activity and tidal stresses on enceladus. *Nature*, 500(7461):182.
- Hedman, M. M., Nicholson, P. D., Showalter, M. R., Brown, R. H., Buratti, B. J., & Clark, R. N. (2009). SPECTRAL OBSERVATIONS OF THE ENCELADUS PLUME WITH CASSINI-VIMS. *The Astrophysical Journal*, 693(2):1749–1762. Publisher: American Astronomical Society.
- Hemingway, D. J., Rudolph, M. L., & Manga, M. (2019). Cascading parallel fractures on Enceladus. *Nature Astronomy*, pages 1–6.
- Hill, T. W., Dessler, A. J., & Goertz, C. K. (1983). Magnetospheric models. In *Physics of the Jovian Magnetosphere*, pages 353–394.
- Hill, T. W., Thomsen, M. F., Tokar, R. L., Coates, A. J., Lewis, G. R., Young, D. T., Crary, F. J., Baragiola, R. A., Johnson, R. E., Dong, Y., Wilson, R. J., Jones, G. H., Wahlund, J.-E., Mitchell, D. G., & Horányi, M. (2012). Charged nanograins in the Enceladus plume. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 117(A5).
- Howett, C. et al. (2013). Enceladus' enigmatic heat flow. *AGU Fall Meeting Abstracts*.
- Hsu, H.-W., Kempf, S., & Jackman, C. M. (2010). Observation of saturnian stream particles in the interplanetary space. *Icarus*, 206(2):653–661.
- Iess, L. et al. (2014). The gravity field and interior structure of enceladus. *SCIENCE*, 344:78–81.

- IOC et al. (2010). The international thermodynamic equation of seawater–2010: calculation and use of thermodynamic properties.
- Jaumann, R. et al. (2008). Distribution of icy particles across enceladus' surface as derived from cassini-vims measurements. *Icarus*, 193(2):407 – 419. Saturn's Icy Satellites from Cassini.
- Johnson, R. E., Smith, H. T., Tucker, O. J., Liu, M., Burger, M. H., Sittler, E. C., & Tokar, R. L. (2006). The Enceladus and OH Tori at Saturn. *The Astrophysical Journal*, 644(2):L137–L139. Publisher: American Astronomical Society.
- Kang, W. & Flierl, G. (2019). Spontaneous formation of geysers at only one pole on Enceladus' ice shell. *arXiv:1912.12554 [astro-ph]*. arXiv: 1912.12554.
- Kelley, D. S. et al. (2001). An off-axis hydrothermal vent field near the mid-atlantic ridge at 30 n. *Nature*, 412(6843):145.
- Kempf, S., Beckmann, U., Moragas-Klostermeyer, G., Postberg, F., Srama, R., Economou, T., Schmidt, J., Spahn, F., & Grün, E. (2008). The E ring in the vicinity of Enceladus: I. Spatial distribution and properties of the ring particles. *Icarus*, 193(2):420–437.
- Kempf, S., Beckmann, U., & Schmidt, J. (2010). How the Enceladus dust plume feeds Saturn's E ring. *Icarus*, 206(2):446–457.
- Kempf, S., Beckmann, U., Srama, R., Horanyi, M., Auer, S., & Grün, E. (2006). The electrostatic potential of E ring particles. *Planetary and Space Science*, 54(9):999–1006.
- Khare, R. (1954). The expansion of a semi-infinite gas-cloud into a vacuum. *Zeitschrift für Astrophysik*, 35:115.
- Kieffer, S. W. et al. (2006). A clathrate reservoir hypothesis for enceladus south polar plume. *Science*, 314(5806):1764–1766.
- Kivelson, M. G. & Bagenal, F. (2014). Chapter 7 - Planetary Magnetospheres. In Spohn, T., Breuer, D., & Johnson, T. V., editors, *Encyclopedia of the Solar System (Third Edition)*, pages 137–157. Elsevier, Boston.
- Kriegel, H., Simon, S., Müller, J., Motschmann, U., Saur, J., Glassmeier, K.-H., & Dougherty, M. K. (2009). The plasma interaction of Enceladus: 3D hybrid simulations and comparison with Cassini MAG data. *Planetary and Space Science*, 57:2113–2122.
- LeGall, A. et al. (2017). Thermally anomalous features in the subsurface of enceladus's south polar terrain. *nature ASTRONOMY*, 1(0066):459–462.

- Malamud, U. & Prialnik, D. (2013). Modeling serpentinization: Applied to the early evolution of enceladus and mimas. *Icarus*, 225(1):763 – 774.
- Maravilla, D. & Flandes, A. (2005). Possible sources for the Saturnian dust streams. *Geophysical Research Letters*, 32(6):L06202.
- Matskevich, T. L. & Mikhailova, E. G. (1960). Secondary electron emission in ice and anthracene films. *Soviet Physics-Solid State Physics*, 2:655–659.
- Matson, D. L. et al. (2007). Enceladus' plume: Compositional evidence for a hot interior. *Icarus*, 187(2):568–573.
- Mendis, D. A. (1991). The role of field emission in the electrostatic disruption of cosmic dust. *Astrophysics and Space Science*, 176(1):163–167.
- Mendis, D. A. & Axford, W. I. (1974). Satellites and Magnetospheres of the Outer Planets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2(1):419–474.
- Meyer, J. & Wisdom, J. (2007). Tidal heating in enceladus. *Icarus*, 188(2):535 – 539.
- Mirón Enríquez, P. E., Flandes Mendoza, J. A., Universidad, N. A. d. M., & Universidad, N. A. d. M. (2018). *Mecanismos de eyección en la luna de Saturno, encelado*. Tesis de licenciatura.
- Morooka, M. W., Wahlund, J.-E., Eriksson, A. I., Farrell, W. M., Gurnett, D. A., Kurth, W. S., Persoon, A. M., Shafiq, M., André, M., & Holmberg, M. K. G. (2011). Dusty plasma in the vicinity of Enceladus. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 116(A12).
- Nakajima, M. & Ingersoll, A. (2016). Controlled boiling on enceladus. 1. model of the vapor driven jets. *Icarus*, 272:309 – 318.
- Nicholson, P. D., Showalter, M. R., Dones, L., French, R. G., Larson, S. M., Lissauer, J. J., McGhee, C. A., Seitzer, P., Sicardy, B., & Danielson, G. E. (1996). Observations of Saturn's Ring-Plane Crossings in August and November 1995. *Science*, 272(5261):509–515.
- Nielson, G. M. (1983). A method for interpolating scattered data based upon a minimum norm network. *Mathematics of Computation*, 40(161):253–253.
- Nimmo, F. et al. (2007). Shear heating as the origin of the plumes and heat flux on enceladus. *Nature*, 447.
- Nimmo, F., Porco, C., & Mitchell, C. (2014). TIDALLY MODULATED ERUPTIONS ON ENCELADUS:CASSINI/OBSERVATIONS AND MODELS. *The Astronomical Journal*, 148(3):46. Publisher: American Astronomical Society.

- Omidi, N., Russell, C. T., Tokar, R. L., & Leisner, J. S. (2010). Hybrid simulations of the plasma environment around Enceladus. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 115(A5). _eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2009JA014391>.
- Podolak, M. et al. (2016). A simple model for understanding the dim dust measurement at comet 67p/churyumov-gerasimenko. *Planetary and Space Science*, 133:85–99.
- Porco, C. C. et al. (2006). Cassini observes the active south pole of enceladus. *Science*, 311:1393–1401.
- Porco, C. C. et al. (2014). How the geysers, tidal stresses, and thermal emission across the south polar terrain of enceladus are related. *The Astronomical Journal*, 148.
- Postberg, F. et al. (2009). Sodium salts in e-ring ice grains from an ocean below the surface of enceladus. *Nature*, 459:568–573.
- Postberg, F. et al. (2011). A salt-water reservoir as the source of a compositionally stratified plume on enceladus. *Nature*, 474(3):568–573.
- Ramírez-Cabañas, K. A. (2017). Procesos internos y externos asociados al criovulcanismo en la luna encelado. Tesis de maestría, UNAM.
- RENKA, R. J., Renka, R. L., & CLINE, A. K. (1984). A TRIANGLE-BASED C^1 INTERPOLATION METHOD. *The Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 14(1):223–237. Publisher: Rocky Mountain Mathematics Consortium.
- Richardson, J. D. & Jurac, S. (2004). A self-consistent model of plasma and neutrals at Saturn: The ion tori. *Geophysical Research Letters*, 31(24). _eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2004GL020959>.
- Roberts, J. H. (2015). The fluffy core of enceladus. *Geophysical Research Letters*, (258):54–66.
- Ross, M. & Schubert, G. (1989). Viscoelastic models of tidal heating in enceladus. *Icarus*, 78(1):90 – 101.
- Sahijpal, S. et al. (2007). Numerical simulations of the differentiation of accreting planetesimals with 26al and 60fe as the heat sources. *Meteoritics & Planetary Science*, 42(9):1529–1548.
- Schmidt, J., Brilliantov, N., Spahn, F., & Kempf, S. (2008). Slow dust in enceladus’ plume from condensation and wall collisions in tiger stripe fractures. *Nature*, 451:685–8.

- Schubert, G., Anderson, J. D., Travis, B. J., & Palguta, J. (2007). Enceladus: Present internal structure and differentiation by early and long-term radiogenic heating. *Icarus*, 188(2):345 – 355.
- Shafiq, M., Wahlund, J. E., Morooka, M. W., Kurth, W. S., & Farrell, W. M. (2011). Characteristics of the dust–plasma interaction near Enceladus’ South Pole. *Planetary and Space Science*, 59(1):17–25.
- Sharqawy, M. H., Lienhard, J. H., & Zubair, S. M. (2010). Thermophysical properties of seawater: a review of existing correlations and data. *Desalination and water Treatment*, 16(1-3):354–380.
- Showalter, M. R., N. Cuzzi, J., & Larson, S. M. (1991). Structure and particle properties of Saturn’s E Ring. *Icarus*, 94(2):451–473.
- Smith, H. T., Johnson, R. E., Perry, M. E., Mitchell, D. G., McNutt, R. L., & Young, D. T. (2010). Enceladus plume variability and the neutral gas densities in Saturn’s magnetosphere. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 115(A10). _eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2009JA015184>.
- Smith, H. T. & Richardson, J. D. (2021). The 3D Structure of Saturn Magnetospheric Neutral Tori Produced by the Enceladus Plumes. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 126(3):e2020JA028775. _eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2020JA028775>.
- Spahn, F. et al. (2006). Cassini dust measurements at enceladus and implications for the origin of the e ring. *Science*, 311(5766):1416–1418.
- Spencer, J. R. et al. (2006). Cassini encounters enceladus: Background and the discovery of a south polar hot spot. *Science*, 311:1401–1405.
- Spencer, J. R. & Nimmo, F. (2013). Enceladus: An active ice world in the saturn system. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 41(1):693–717.
- Spitale, J. N. & Porco, C. C. (2007). Association of the jets of enceladus with the warmest regions on its south-polar fractures. *Nature*, 449(7163):695.
- Tenishev, V., Combi, M. R., Teolis, B. D., & Waite, J. H. (2010). An approach to numerical simulation of the gas distribution in the atmosphere of Enceladus. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 115(A9). _eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2009JA015223>.
- Teolis, B. D., Perry, M. E., Hansen, C. J., Waite, J. H., Porco, C. C., Spencer, J. R., & Howett, C. J. (2017). Enceladus plume structure and time variability: Comparison of cassini observations. *Astrobiology*, 17(9):926–940.

- Thomas, P. et al. (2007). Shapes of the saturnian icy satellites and their significance. *Icarus*, 190(2):573–584.
- Thomas, P. et al. (2016). Enceladus’s measured physical libration requires a global subsurface ocean. *Icarus*, 264:37–47.
- Tian, F. et al. (2007). Monte carlo simulations of the water vapor plumes on enceladus. *Icarus*, 188:154–161.
- Tobie, G. et al. (2017). Powering hydrothermal activity on enceladus. 19:6704.
- Tokar, R. L., Johnson, R. E., Thomsen, M. F., Wilson, R. J., Young, D. T., Crary, F. J., Coates, A. J., Jones, G. H., & Paty, C. S. (2009). Cassini detection of Enceladus’ cold water-group plume ionosphere. *Geophysical Research Letters*, 36(13). _eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2009GL038923>.
- Tokar, R. L., Wilson, R. J., Henderson, M. G., Thomsen, M. F., Sittler, E. C., & Johnson, R. E. (2007). Detecting the Enceladus Neutral Torus via Water Group Pick Up Ions. *AGU Fall Meeting Abstracts*, 2007:P52B–06.
- Tong, D. (2012). *Kinetic Theory*. University of Cambridge Graduate Course.
- Turcotte, D. & Schubert, G. (2002). *Geodynamics*, 456 pp.
- Waite, J. et al. (2009). Liquid water on enceladus from observations of ammonia and 40 ar in the plume. *Nature*, 460(7254):487.
- Waite, J. H. et al. (2006). Cassini ion and neutral mass spectrometer: Enceladus plume composition and structure. *Science*, 311(5766):1419–1422.
- WikimediaCommons (2023). File:field tidal.svg — wikimedia commons, the free media repository. [Online; accessed 29-August-2023].
- Wilson, R. J., Tokar, R. L., & Henderson, M. G. (2009). Thermal ion flow in Saturn’s inner magnetosphere measured by the Cassini plasma spectrometer: A signature of the Enceladus torus? *Geophysical Research Letters*, 36(23):L23104.
- Yaroshenko, V. & Lühr, H. (2016). Dusty plasma of the Enceladus plume. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 58(1):014010.
- Yaroshenko, V. V., Ratynskaia, S., Olson, J., Brenning, N., Wahlund, J. E., Morooka, M., Kurth, W. S., Gurnett, D. A., & Morfill, G. E. (2009). Characteristics of charged dust inferred from the Cassini RPWS measurements in the vicinity of Enceladus. *Planetary and Space Science*, 57(14):1807–1812.

-
- Yeoh, S. K., Chapman, T. A., Goldstein, D. B., Varghese, P. L., & Trafton, L. M. (2015). On understanding the physics of the Enceladus south polar plume via numerical simulation. *Icarus*, 253:205–222.
- Čadek, O. et al. (2016). Enceladus’s internal ocean and ice shell constrained from cassini gravity, shape, and libration data. *Geophysical Research Letters*, (43):5653–5660.