



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE QUÍMICA**

**ESTUDIO DEL EFECTO DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE EN UN MODELO  
MATEMÁTICO DE UNA OLLA CON INYECCIÓN DUAL**

**TESIS**  
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE**  
**INGENIERA QUÍMICA METALÚRGICA**

**PRESENTA**  
**LAURA CECILIA GUILLEN ROMERO**



**CDMX OCTUBRE 2023**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

**PRESIDENTE:**                   **Profesor: Arturo Alejandro Sánchez Santiago**

**VOCAL:**                           **Profesor: Marco Aurelio Ramírez Argáez**

**SECRETARIO:**               **Profesor: Luis Enrique Jardón Pérez**

**1er. SUPLENTE:**               **Profesor: Claudia Flores Vargas**

**2° SUPLENTE:**               **Profesor: Gerardo Sanjuan Sanjuan**

**SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA: LABORATORIO 203,  
EDIFICIO D, FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM**

**ASESOR DEL TEMA:**

**DR. LUIS ENRIQUE JARDÓN PÉREZ**

**SUPERVISOR TÉCNICO:**

**DR. MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ**

**SUSTENTANTE (S):**

**LAURA CECILIA GUILLEN ROMERO**

## **Agradecimientos**

Se agradece al CONACYT y al Cinvestav unidad Querétaro por el apoyo en el marco del proyecto “Desarrollo de Modelos Matemáticos para el Análisis de Procesos de Proyección Térmica por HVOF y HVAF para Aplicaciones en Implantes Biomédicos”.

## **Dedicatorias**

Dedico este trabajo principalmente a dios, por darme la fuerza, la inteligencia, la capacidad y poner en mi camino todo lo que era necesario para culminar esta meta.

A mí, por creer que esto era posible y por la resiliencia que tuve durante el proceso.

A mis padres, Rosa y Gustavo, gracias por las diferentes perspectivas de vida que me han dado.

A mi hermano, el hombre más inteligente, audaz y capaz que he conocido.

A mi hermoso hijo, por enseñarme más de lo que deseaba aprender, gracias por haberme escogido como tu madre y gracias por todo lo aprendido a tu lado, todo ello me ha hecho el ser humano que soy el día de hoy, del cual estoy muy orgullosa.

Y a ti mi querido Miguel, siempre atesorare lo que me enseñaste... “nada es imposible”.

A todo el personal académico, por sus conocimientos y lecciones aprendidas durante mi estancia académica, me llevo una parte de ustedes.

Y a ti, Enrique, simplemente gracias, por tanto.

## Índice

Índice .....	5
Capítulo 1: Antecedentes .....	7
1.1.- Introducción .....	7
1.1.1.- Importancia de la industria siderúrgica en México .....	7
1.1.2.- Producción de acero.....	8
1.1.3.- Horno olla .....	11
1.1.4.- Revisión de la literatura.....	13
1.1.4.1.- Revisiones publicadas recientemente .....	13
1.1.4.2.- Inyección dual .....	16
1.1.4.3.- Inyección diferenciada .....	17
1.1.4.4.- Estudios que consideran el efecto de fuerzas interfaciales.....	18
1.2.- Hipótesis .....	21
1.3.- Objetivos .....	21
Capítulo 2.- Modelo Matemático .....	22
2.1.- Suposiciones.....	22
2.2.- Ecuaciones gobernantes .....	22
2.2.1.- Ecuación de continuidad .....	22
2.2.2.- Ecuación de Navier-Stokes .....	23
2.2.2.1.- Modelo de arrastre de Schiller y Naumann .....	24
2.2.2.2.- Modelo de arrastre de Morsi y Alexander .....	25
2.2.2.3.- Modelo de arrastre simétrico .....	25
2.2.2.4.- Modelo de arrastre Grace et. al. ....	26
2.2.2.5.- Modelo de arrastre de Tomiyama et. al. ....	28
2.2.2.6.- Modelo de arrastre Ishii y Zuber .....	28
2.2.2.7.- Modelo de arrastre universal .....	31
2.2.3.- Modelo de turbulencia k- $\epsilon$ realizable .....	33
2.3.- Condiciones de frontera.....	34
2.4.- Condiciones iniciales .....	35
2.5.- Materiales .....	35
2.6.- Metodología de solución.....	36

2.7.- Matriz de simulaciones .....	36
Capítulo 3: Resultados y análisis .....	38
3.1.- Patrones de flujo .....	38
3.1.3.- Vectores de velocidad para flujo igualado .....	38
3.1.2.- Vectores de velocidad para flujo diferenciado .....	44
3.1.3.- Perfiles de velocidad para flujo igualado.....	48
3.1.4.- Perfiles de velocidad para flujo diferenciado.....	54
3.2.- Áreas de ojo expuesta .....	59
3.2.1.- Áreas de ojo para flujo igualado.....	59
3.2.2.- Áreas de ojo para flujo diferenciado.....	62
Capítulo 4: Conclusiones .....	65
Referencias .....	67

# Capítulo 1: Antecedentes

## 1.1.- Introducción

La refinación secundaria del acero es un paso fundamental en el procesamiento de dicho material, ya que en este paso se le dan una serie de tratamientos con el objetivo de alcanzar la calidad deseada y que su desempeño en servicio sea el adecuado.

Es por eso que el horno olla u horno cuchara (LF por sus siglas en inglés) es un proceso de mucho interés académico e industrial, por lo que a continuación se describirá a grandes rasgos su importancia y aquellos estudios relacionados con el objetivo del presente trabajo, que es estudiar el efecto del modelo del coeficiente de arrastre entre burbujas y el acero para predecir la dinámica de fluidos de dicho sistema.

### 1.1.1.- Importancia de la industria siderúrgica en México

Según datos del año 2021 de la CANACERO [1] (Cámara Nacional de la Industria del Hierro y del Acero) la producción nacional de acero alcanzó las 16.8 millones de toneladas, ocupando el 15° lugar como productor a nivel mundial, siendo los principales estados productores: Coahuila (4.89 mdt), Michoacán (3.74 mdt), Nuevo León (2.84 mdt), Veracruz (1.54 mdt), San Luis Potosí (1.22 mdt), Puebla (0.62 mdt), Hidalgo (0.59 mdt), Tlaxcala (0.42 mdt), Estado de México (0.36 mdt), Jalisco (0.34 mdt) y Baja California (0.23 mdt).

Cabe destacar que este sector genera alrededor de 672 mil empleos de forma directa e indirecta. Las principales productoras acereras de México son: AHMSA, Arcelor Mittal México, Deacero, Gerdau Corsa, Grupo Acerero, Grupo Simec, Tenaris TAMSA, Ternium México y Tyasa. Los principales productos fabricados por estas empresas son las palanquillas, varillas, barras, alambrón, y perfiles comerciales y estructurales. El 38% de la producción de acero en México está basada en chatarra reciclada, consumiendo un 24.3% menos energía por tonelada de acero, en comparación con el proceso integrado de producción que parte del mineral de hierro concentrado.

En esta misma fuente [1] se reporta que la producción de acero en México no alcanza a cumplir con la demanda requerida por el país, es por ello que se importan de otros países aproximadamente 10 millones de toneladas de productos de acero por año, siendo Estados Unidos, Corea del Sur y Japón los principales proveedores de productos terminados hacia México. A su vez México exporta alrededor de 3.5 millones de toneladas de productos terminados, principalmente a: Estados Unidos, Colombia, Canadá y algunos países centroamericanos.

Dada esta información, se puede concluir que la industria siderúrgica es de gran importancia para el desarrollo del país, caracterizándose el acero mexicano por ser de alta calidad y ser producido con bajo impacto ambiental. Es por ello que el estudio del proceso siderúrgico tiene gran relevancia para el país.

### 1.1.2.- Producción de acero

Actualmente existen dos rutas principales para la producción de acero [2, 3] la integrada y la no integrada, partiendo la primera de un mineral con alto valor ferroso y la segunda de productos de aceros reciclados (chatarras).

Dentro de la ruta integrada existen dos procesos que se diferencian por los reactores metalúrgicos empleados, la ruta de reducción directa-horno de arco eléctrico (ver Figura 1) y la ruta de alto horno-horno básico de oxígeno (ver Figura 2). Mientras que en la ruta no integrada la chatarra de acero se recicla directamente en el horno de arco eléctrico.



Figura 1.- Ruta integrada de aceración reducción directa-horno de arco eléctrico. Adaptada de [3].

La Figura 1 presenta la ruta que comprende el uso de un reactor de reducción directa para la obtención de hierro esponja y la posterior aceración del mismo mediante un horno de arco eléctrico.

En este proceso la mena de hierro pelletizada es introducida a un horno DR (reactor de reducción directa), junto con carbón mineral o gases de hidrocarburos (usados como reductores) obteniendo como resultado un producto llamado hierro esponja, siendo un material ferroso con gran cantidad de gases atrapados en su interior, el cual presenta muchas impurezas no metálicas. Este hierro esponja es llevado a un horno de arco eléctrico, el cual consiste en un cuerpo refractario en el que se introducen tres electrodos de grafito los cuales generan un arco con el material metálico que se va procesar, generando de esta manera el calor requerido para fundir la aleación ferrosa. Posteriormente el hierro esponja reduce parte de los elementos no deseados que contiene obteniéndose acero primario. Al horno de arco eléctrico se le puede introducir chatarra de acero ya sea que se esté procesando hierro esponja o no, y aunque se puede llegar a tener cierto control en la composición química final el acero primario, aún presenta muchas impurezas e inclusiones no metálicas ocasionando que el acero producido tenga una baja calidad y por tanto un bajo desempeño.

En el horno de arco eléctrico donde se desarrolla la ruta no integrada de aceración usando como materia prima chatarra siendo un proceso que no parte del mineral de hierro, pero que aun así produce un acero con una calidad baja debido a las diferentes procedencias de la chatarra y a los contaminantes que puedan tener debido a su aplicación.

El acero primario al tener una baja calidad requiere de un proceso de refinación el cual se llevará a cabo en el horno olla independientemente de si proviene de un proceso integrado o no integrado.

## Ruta de aceración mediante alto horno (BF)

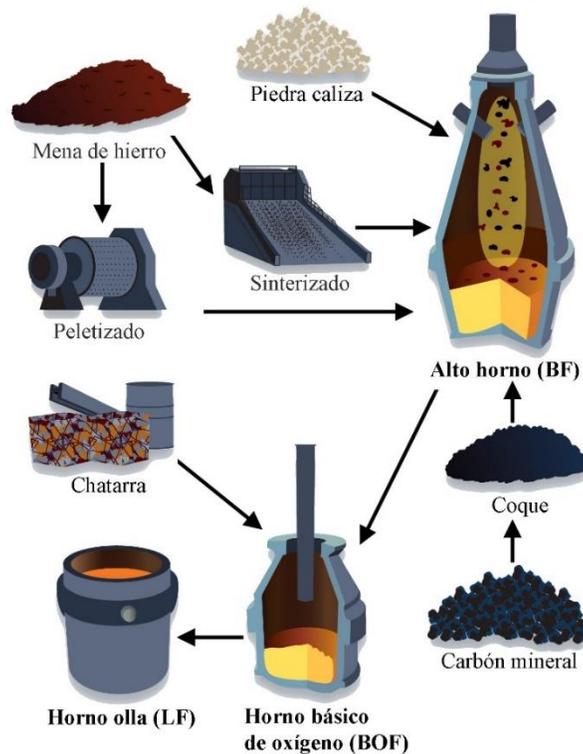


Figura 2.- Ruta integrada de aceración alto horno-horno básico de oxígeno. Adaptado de [3].

La Figura 2 presenta la segunda ruta de aceración integrada la cual parte de la mena de hierro, en este caso el proceso de reducción del mineral de hierro es en un alto horno. En él se carga coque, piedra caliza y el mineral, reduciéndose este último para generar una aleación de hierro. En este proceso se obtiene arrabio el cual es conocido como "pig iron" en inglés, este tiene como particularidad ser un hierro sucio ya que dentro del horno está en contacto con el combustible, este contiene mucho azufre, carbón e inclusiones. Para reducir el arrabio, éste se lleva a un horno básico de oxígeno (BOF), dentro del horno se forman muchos óxidos y la temperatura dentro del mismo es muy alta por las reacciones de formación de los óxidos, siendo difícil el control de la temperatura, para ello es necesario introducir chatarra para absorber el calor excedente. Producto de la oxidación de la mayoría de los contaminantes del arrabio, este alcanza la composición química de un acero nuevamente denominado acero primario. Sin embargo, la composición química no es muy controlada presentando también muchas impurezas no metálicas dada la

naturaleza del proceso, por lo que se vuelve necesario someterlo a una refinación que se lleva a cabo en una olla de aceración.

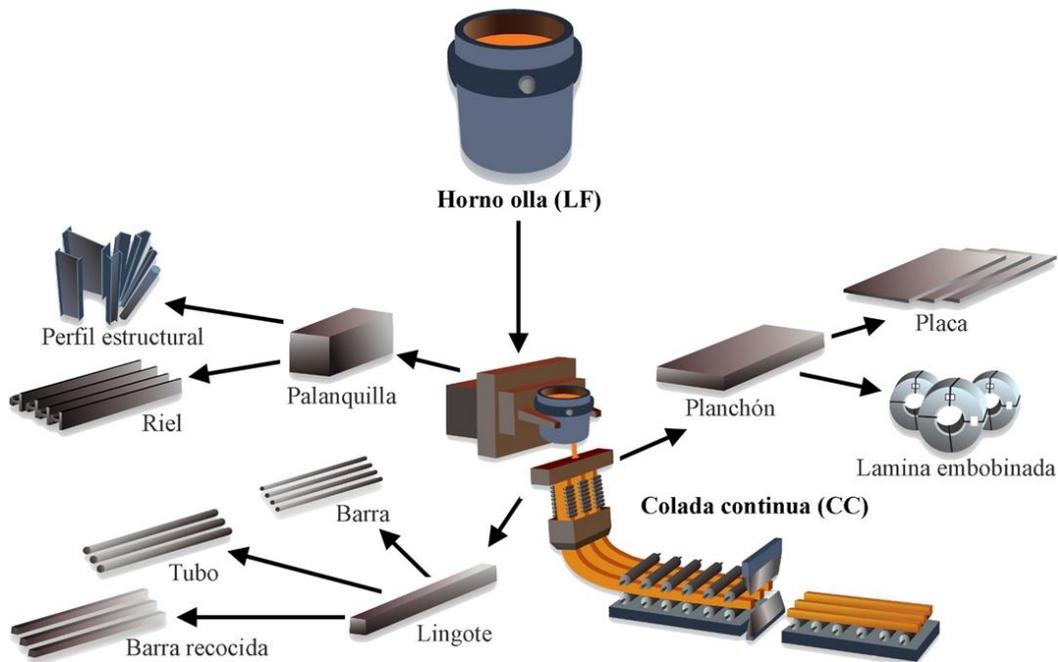


Figura 3.- Obtención de productos semiterminados de acero. Adaptado de [3].

Independientemente de la ruta de aceración seguida todo el proceso siderúrgico converge en el horno olla, en el cual se le dará la calidad necesaria para que tenga un buen desempeño en servicio. La olla se vacía en un distribuidor de colada continua tal como se presenta en la Figura 3. En el proceso de colada continua el acero proveniente de la olla se vacía en un distribuidor o tundish en el que el flujo de metal que sale del mismo se controla mediante presión metalostática. Este metal pasa por moldes enfriados con agua sometiéndose a un proceso de solidificación y conformado simultáneamente. Dependiendo del sistema de colada continua se obtendrá la forma del producto semiterminado, ya sea planchones, palancas, lingote, alambón, entre otros.

### 1.1.3.- Horno olla

El principal proceso empleado para realizar la refinación secundaria del acero es el horno olla [4], siendo los objetivos de dicho reactor la desoxidación, la desulfuración, la remoción y/o modificación de las inclusiones no metálicas, el ajuste de composición de química y la homogenización tanto térmica como química del acero.

La Figura 4 presenta un esquema de una olla de aceración típica. Esta consiste en cilindro de un material refractario, que tiene una tapa con tres electrodos de grafito que sirven para mantener la temperatura del baño, cuenta con una salida de gases para evitar la presurización. En el fondo de esta se encuentran dos (o más) orificios, en al menos uno se tiene un tapón poroso en el que se inyectan un gas inerte (típicamente argón) y el otro es una compuerta deslizante para vaciar la olla una vez que el procesamiento está terminado.

La olla es un sistema multifásico, sin embargo, desde el punto de vista de la dinámica de fluidos son tres las fases principales de la misma (ver Figura 4):

- El acero fundido que se va procesar.
- Una capa de óxidos fundidos que flota sobre el acero, también llamada escoria.
- Gas inerte que se inyecta y que forma burbujas dentro del baño.

Dentro del baño se le agrega un escorificante el cual tiene la función de formar escoria en la superficie del baño, esta escoria ayuda a desulfurar metal líquido por medio de intercambios metal-escoria, otra de las funciones de la escoria es proteger al baño de la reoxidación al funcionar como una barrera entre el acero y la atmosfera.

Por otra parte, el gas inerte tiene la función de acelerar los procesos que se llevan a cabo dentro de la olla al darle agitación continua al acero líquido. La agitación promueve que las inclusiones no metálicas floten y queden atrapadas en la escoria, acelerando además el ajuste de composición química y ayudando a que el baño siempre este homogéneo.

Uno de los principales problemas que se presentan en la olla es que la inyección de gases no puede ser muy grande ya que al escapar del metal líquido rompe la escoria generando un ojo proporcional al flujo de gas exponiendo con esto metal a la atmosfera incrementando las perdidas por oxidación. A flujos muy elevados puede inclusive arrastrar escoria hacia el metal fundido generando lo que se conoce como “atrapamiento de escoria” siendo perjudicial para la calidad metalúrgica del acero.

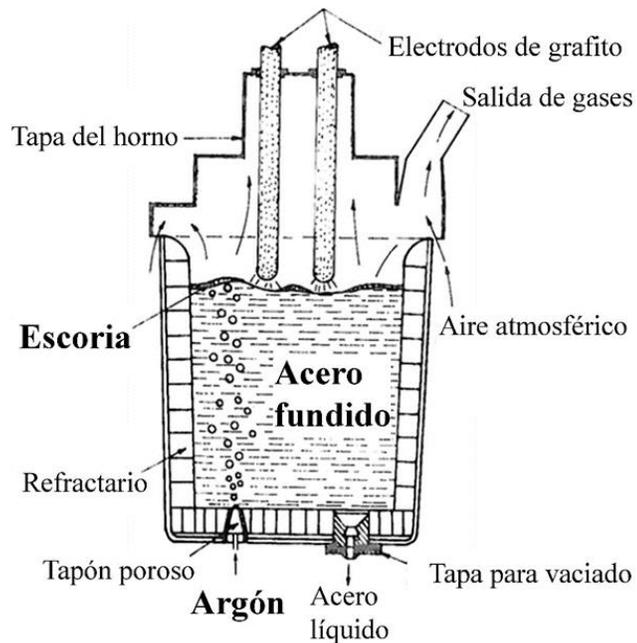


Figura 4.- Esquema de un horno olla. Adaptado de [4].

Debido a la alta exigencia en la calidad de los productos de la industria siderúrgica es necesario tener un control elevado dentro de la olla, es por esta razón que su estudio es de alta impacto tanto académico como industrial, siendo objeto de una gran cantidad de textos ya publicados. Es por esta razón que este trabajo se enfoca en este reactor de aceración tan importante.

#### 1.1.4.- Revisión de la literatura

Para poder fundamentar el presente estudio, se comenzará con presentar una breve revisión de la literatura relacionada con estudios hechos sobre el horno olla, enfocándonos sobre todo en aquellos trabajos previos centrados en ollas con inyección dual, el uso de inyección diferenciada y estudios que reportan el efecto de los modelos empleados para estimar las fuerzas interfaciales burbuja-líquido en simulaciones de la olla de aceración.

##### 1.1.4.1.- Revisiones publicadas recientemente

Dada la importancia del proceso de refinación secundaria del acero, existen varias revisiones de la literatura enfocadas íntegramente en la olla de aceración, dentro de las cuales son de nuestro interés la que se publicó en el año 2018 por Liu et al. [5], la cual fue analizada y complementada por Mazumdar y Guthrie [6] apenas dos años

después de su publicación (2020), además de la que presentan Li et al. [7] también en el año 2020.

En el trabajo de Liu et al. [5] los autores dividen las investigaciones enfocadas en la olla de aceración primeramente dando una breve introducción al tema para posteriormente dividir los artículos seleccionados en cuatro grandes grupos que dependen de la herramienta de ingeniería utilizada para el estudio; empezando con modelado físico; pruebas industriales; estudios enfocados en encontrar un adecuado escalamiento entre los experimentos a nivel laboratorio y el horno industrial; para finalizar con aquellos estudios que buscan desarrollar modelos matemáticos de la olla (tema del presente proyecto); además de terminar con algunas recomendaciones generales para avanzar en el estudio de dichos temas.

Con respecto al modelado matemático los autores dividen los modelos presentados en cuatro grandes aproximaciones multifásicas:

- Aproximación cuasimonofásica: en la cual la zona de la pluma se define geoméricamente mediante una región cónica que presenta una densidad menor a la del resto del fluido que compone el sistema de tal manera que solo se resuelve una ecuación de continuidad y una ecuación de conservación de momento además de poder incorporarse algún modelo de turbulencia al cálculo.
- Modelo multifásico VOF (volumen de fluido): similar a la aproximación cuasimonofásica únicamente se resuelve una ecuación de continuidad y de conservación de momentum pudiendo describirse los fenómenos de turbulencia mediante distintos modelos, sin embargo, en este caso la distribución de las fases y las propiedades del sistema se calculan mediante al balance de las fracciones volumen de cada una de las  $i$ -ésimas fases presentes en nuestro sistema.
- Modelo Euler-Euler: también denominada aproximación Euleriana, se resuelve una ecuación de continuidad y una ecuación de transporte de momentum para cada una de las fases presentes del sistema, encontrando la distribución de las mismas mediante un balance de las fracciones volumen. En cuanto a la turbulencia se puede considerar o no para cada fase individual. La ventaja de este modelo frente a los dos anteriores es que se pueden considerar mejor las fuerzas interfaciales al describir por separado el movimiento de cada una de ellas.
- Modelo Euler-Lagrange: también denominada aproximación lagrangiana, en este caso las fases discretas (burbujas, gotas de escoria, inclusiones, etc.) tienen una ecuación individual para cada uno de esos elementos haciéndolo computacionalmente más demandante, además de presentar la ecuación de continuidad y de transporte de momentum para la fase continua (acero

líquido). Este modelo no solo permite considerar la turbulencia del sistema, sino que, además nos da información sobre la interacción de las fases e inclusive entre cada uno de los componentes de las fases discretas, en este caso además pudiéndose simular los fenómenos de coalescencia y rompimiento de las burbujas.

Para finalizar esta parte de la revisión (modelo matemático), los autores describen aquellos modelos de turbulencia que se han usado en la olla y termina con un esquema que nos presenta un resumen gráfico de todas aquellas combinaciones de ecuaciones gobernantes que se han usado para describir los complejos fenómenos que se llevan a cabo dentro de la olla, el cual se presenta en la Figura 5.

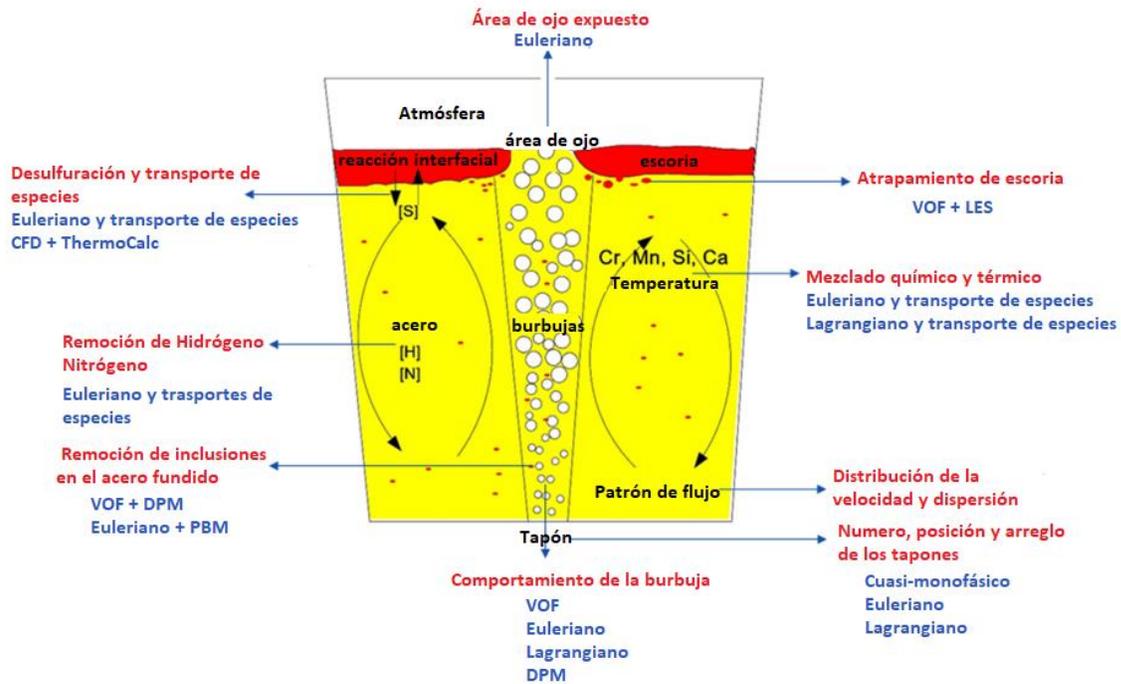


Figura 5.- Esquema con los principales modelos numéricos empleados para simular los distintos fenómenos de la olla. Adaptado de [5].

Mazumdar y Guthrie [6] complementan la revisión previamente mencionada al profundizar en diversos aspectos que los autores originales no contemplaron del todo, sobre todo en lo que respecta al modelado matemático de cada fenómeno ocurrido en la olla, describiendo con mayor detalle las combinaciones de ecuaciones

gobernantes empleadas en varios trabajos y la validación de la información obtenida, siendo una crítica muy valiosa y complementaria al trabajo anterior.

Finalmente, en el trabajo de Li et al. [7] los autores presentan una revisión totalmente enfocada en modelado matemático en la olla de aceración dando mucho mayor énfasis a las aproximaciones multifásicas y a las interacciones interfaciales, presentando el efecto de muy variados modelos para simular estas fuerzas interfaciales, mostrando resultados de como se ve afectada la fluidodinámica y la distribución de la fases al ser considerados u omitidos, además de mostrar su efecto sobre la validación de los modelos matemáticos planteados abriendo con esto la posibilidad de conocer su aporte para simular con mayor precisión los complejos fenómenos que se dan en la olla, acercándos e un poco más la simulación numérica a la realidad.

#### *1.1.4.2.- Inyección dual*

La mayor parte de las ollas que operan con inyección dual lo hacen colocando ambos tapones simétricamente (misma posición radial y separados  $180^\circ$ ) e inyectando el mismo flujo en ambos (flujo igualado), sin embargo, aún existen varias interrogantes sobre las condiciones de operación óptima para las ollas con dos tapones.

Una primera aproximación al estudio de ollas con inyección dual mediante modelado matemático se presenta en 1992 por Joo y Guthrie [8]. Los autores usan un modelo cuasi monofásico para simular varias posiciones de inyección de gas: un solo tapón en el centro, un solo tapón a diferentes radios y dos tapones separados  $180^\circ$  con diferentes posiciones radiales. De este estudio los autores encuentran que ubicar los tapones más alejados del centro geométrico de la olla es benéfico para el mezclado al reducir la cantidad de zonas muertas que presenta el sistema. Por otra parte, al comparar una única posición de inyección contra el uso de dos tapones, esta última modalidad de inyección de gas muestra un mezclado menos agresivo al alcanzarse menores velocidades en las plumas sin sacrificar demasiado el mezclado del sistema, recomendando ubicar los dos tapones en  $0.5R$  para disminuir la interacción entre plumas y evitar el efecto de desgaste en las paredes.

Mandal et al. (2005) [9] emplean modelado físico para encontrar el efecto de diversas variables sobre el mezclado de la olla con inyección dual de gas, con lo cual reportan que tanto el flujo de gas como la relación de aspecto afectan significativamente el mezclado en una olla con dos tapones, teniendo un mezclado mucho más eficaz conforme el flujo de gas se va incrementando y la altura de la olla

es mayor en comparación con su radio, debido sobre todo a las fuerzas boyantes que proporcionan la agitación al sistema.

En el año 2014, Amaro-Villeda et al. [10] reporta nuevamente un estudio que emplea modelado físico para encontrar el efecto de distintos números de tapones y diferente posición radial, el flujo de gas e incorporando distintos tipos de aceites para simular la escoria que protege el metal fundido en la operación de la olla de aceración. En este caso, si bien se confirma que el flujo de gas mejora la agitación de la olla, el uso de un sistema trifásico (usando aceite para simular la escoria) revelo que a costa de esta agitación una mayor cantidad de metal queda expuesta a la atmosfera pudiendo repercutir en la calidad final del acero, teniendo también un efecto importante el número de tapones en el área de ojo formada. En cuanto al uso de inyectores duales los autores recomiendan que se usen los dos tapones separados  $180^\circ$  y ubicados en  $0.5R$ .

Jardón-Pérez et al. [11] en el año 2018 también mediante modelado físico reportan un análisis de proceso considerando el efecto del número de tapones la posición radial de los mismos, el flujo de gas inyectado y el espesor de escoria del sistema. En este trabajo se encontró tras un proceso de optimización que el mejor desempeño de la olla se alcanza con dos tapones separados  $180^\circ$  y ubicados en  $4/5$  de  $R$ . Esto se debe a que en esta posición la interacción entre plumas permite un buen mezclado y la división del flujo en dos tapones reduce la exposición del metal a la atmósfera.

Finalmente, se puede mencionar el trabajo de Liu et al. [12] del año 2019 en donde se usa una combinación de modelado matemático y físico para estudiar el desempeño de una olla de 50 toneladas. En cuanto al modelado matemático utilizan un modelo lagrangiano, mientras que en modelado físico utilizan las técnicas de conductimetría y colorimetría para analizar el mezclado del sistema, lo cual se ve enriquecido con el análisis que permite la simulación numérica. Los autores exploran el efecto del ángulo de separación entre los tapones encontrando que para una olla con inyección dual la separación optima va de  $135^\circ$  a  $180^\circ$  para mejorar las condiciones de agitación.

#### *1.1.4.3.- Inyección diferenciada*

Tradicionalmente, en todas las ollas con inyección dual, el flujo de gas inyectado se divide en una proporción 50% / 50%, lo que actualmente se denomina flujo igualado, explorando solamente en trabajos muy recientes la inyección de gas diferenciada, es decir, que los flujos de ambos tapones presenten una proporción diferente a 1:1.

El primer trabajo enfocado en el flujo diferenciado es de Haiyan et al. [13] en el cual además de considerar esta variable, consideran el flujo de gas, la posición radial, el ángulo entre los tapones para una olla con inyección dual, realizando el estudio tanto con experimentos de conductimetría como con simulaciones numéricas. En este estudio se tomaron en cuenta muchas variables a la vez, es por esta razón que no es posible ver con exactitud el efecto de cada una de ellas, sin embargo, a grandes rasgos encontraron que un incremento en el flujo y en la posición radial es benéfico para el mezclado, recomendando una separación de entre  $45^\circ$  a  $90^\circ$  para inyección igualada y de  $90^\circ$  a  $180^\circ$  para inyección diferenciada. El trabajo anterior es complementado con la publicación del año 2019 [14] de los mismos autores, en la cual complementan el análisis anterior reportando además que el uso de flujo diferenciado reduce la exposición de metal a la atmósfera.

Otro trabajo enfocado en flujo diferenciado es el de Jardón-Pérez et al. (2019) [15] en el cual mediante modelado físico se analizó el efecto sobre la fluidodinámica y el área de ojo expuesta del espesor de la capa de aceite que simula la escoria, el flujo de gas y el modo de inyección para una olla con dos tapones. Se encontró que para ambos tapones separados  $180^\circ$  la olla siempre debe operar con flujo diferenciado, ya que mejora el mezclado al eliminar zonas muertas y protege un poco más el metal. En cuanto al efecto del flujo de gas, un incremento en el mismo acelera el mezclado a costa de exponer mucho metal a la atmósfera, mientras que incrementar en la capa de escoria protege más el metal, pero reduce el mezclado del mismo. Este artículo se complementa con el publicado en 2020 [16] del mismo grupo de trabajo, enfocándose este último en un modelo matemático con enfoque euleriano que se valida extensamente con las mediciones experimentales ya publicadas. Si bien en la validación se muestra que la velocidad predicha por el modelo matemático es similar a la alcanzada en el modelo físico, la simulación numérica no predice adecuadamente los patrones el flujo sobre todo en la interacción entre plumas siendo mucho más evidente en los casos con inyección diferenciada. Otra carencia que presenta el modelo es la estimación de área de ojo expuesta que difiere con la obtenida experimentalmente. Siendo necesario ajustes al modelo para terminar de describir los complejos fenómenos de la olla.

#### *1.1.4.4.- Estudios que consideran el efecto de fuerzas interfaciales*

En cuanto al modelado matemático de ollas de aceración, una de las mayores problemáticas es simular las fuerzas interfaciales entre las burbujas de gas y la fase líquida primaria, usándose distintas aproximaciones que modifican la fluidodinámica predicha por los modelos.

En este aspecto se puede comenzar mencionando la publicación de Méndez et al. [17] del año 2015. En este trabajo se evalúa el efecto de distintas fuerzas interfaciales sobre la fiabilidad de un modelo euleriano para predecir la fluidodinámica y la distribución de las fases de una olla con inyección axisimétrica. Los autores consideran el efecto del uso de términos fuente para simular:

- Fuerza de arrastre: Durante su movimiento ascendente (debido a la diferencia de densidades) la burbuja adquiere una velocidad diferente a la del acero que la rodea, debido a esta diferencia de velocidad en la interface acero-burbuja existe un intercambio de momentum que se denomina fuerza de arrastre, haciendo que parte del acero se mueva en el mismo sentido de la burbuja siendo la principal fuente de agitación del baño.
- Masa virtual: Debido a la fricción que existe entre el acero y la burbuja en la frontera de ambas fases parte del acero quedara adherido a la burbuja en su movimiento ascendente, por lo que la masa de la burbuja se puede considerar que se incrementa.
- Sustentación: Dado que el movimiento ascendente de la burbuja, así como la geometría de la misma no es totalmente constante, puede existir una diferencia en la velocidad en la periferia de la burbuja lo cual implica una fuerza que la desplaza lateralmente denominada sustentación.
- Fuerza de dispersión turbulenta: Es el resultado de la interacción entre el movimiento de turbulencia generado por las burbujas durante su ascenso y el resto de burbujas que ascienden en el baño generando una dispersión lateral de las burbujas a medida que la altura del líquido se incrementa, esto le da la forma característica a la pluma siendo un cono que incrementa su radio con la altura del sistema.

Un esquema que muestra estas fuerzas se presenta en la Figura 6. Los autores concluyen que, para una olla con inyección central de gas, se pueden no considerar las diferentes fuerzas interfaciales llegando a describir adecuadamente la fluidodinámica de la olla, siendo la única fuerza que debe considerarse de manera obligatoria la fuerza de arrastre.

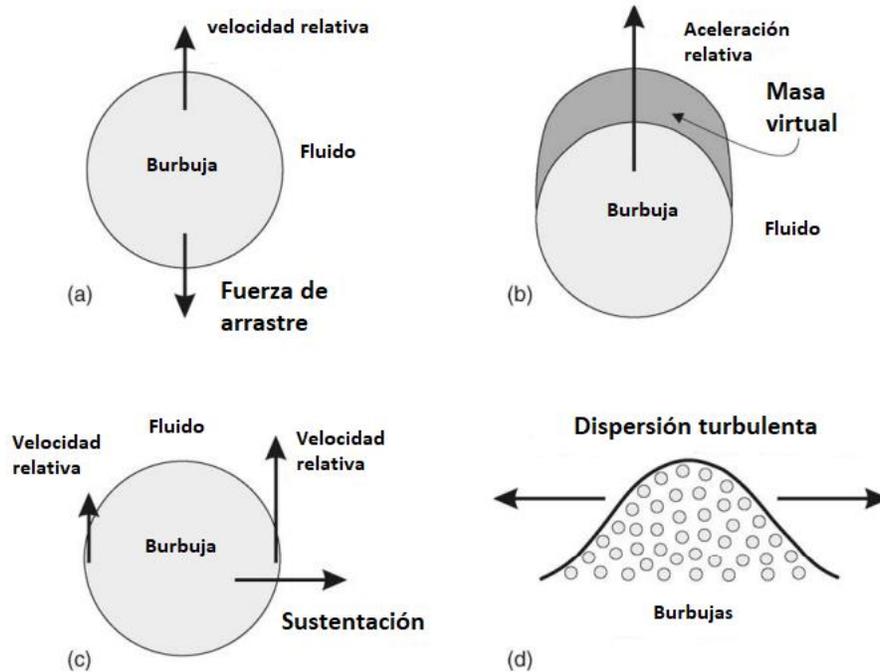


Figura 6.- Esquema con las principales fuerzas interfaciales burbuja-acero a) fuerzas de arrastre b) fuerza de masa virtual c) sustentación y d) fuerza de dispersión turbulenta.

Cuatro años después (2009), Olsen y Cloete [18] corroboran mediante un modelo VOF-DPM (volumen de fluido-modelo de fase discreta) que considerar la sustentación en un modelo de una olla con inyección central no tiene un efecto apreciable sobre la fluidodinámica predicha.

Lou y Zhu [19] en el año 2013, nuevamente con un modelo euleriano de una olla de gas con inyección céntrica analizan el efecto de distintas fuerzas interfaciales, encontrando que la fuerza de arrastre tiene un fuerte efecto sobre la fluidodinámica predicha, mientras que, si bien la sustentación y la dispersión turbulenta modifican poco el patrón de flujo, si tienen un efecto significativo en la forma de la pluma predicha.

Más recientemente, Duan et al. (2019) [20] usan un modelo lagrangiano de una olla con inyección central nuevamente para analizar el efecto de considerar fuerzas interfaciales en el modelado matemático de la refinación secundaria del acero. Los autores reportan que la fuerza de arrastre tiene poco efecto en la predicción de la forma de la pluma, pero un efecto grande en las velocidades predichas, la sustentación tiene efecto sobre la amplitud de la pluma simulada y la masa virtual reduce ligeramente la velocidad vertical de la misma.

En todos los trabajos mencionados [17, 18, 19, 20], el estudio del efecto de los modelos empleados para predecir el efecto sobre las fuerzas interfaciales se realizó sobre ollas con inyección axisimétrica, por lo que explorar el efecto sobre la fluidodinámica en modelos que simulen dos posiciones excéntricas de inyección es un trabajo que aún queda pendiente de explorar, buscándose en la presente investigación arrojar luz sobre dicha temática, además de realizar cálculos considerando flujo diferenciado, que es una variable explorada solo en tiempos muy recientes.

## 1.2.- Hipótesis

El modelo empleado para calcular el coeficiente de arrastre en un modelo matemático de olla de aceración con inyección dual tiene un efecto importante en describir adecuadamente la estructura de las plumas y la fluidodinámica del sistema.

## 1.3.- Objetivos

- Probar distintos modelos del coeficiente de arrastre y su efecto sobre la estructura de las plumas y la fluidodinámica del sistema en un modelo matemático de ollas agitadas con gas con inyección dual, haciendo especial énfasis en la interacción entre ambas plumas para inyección igualada y diferenciada.
- Comparar los resultados obtenidos con mediciones experimentales, obtenidas en un modelo físico con la técnica de Velocimetría de Imágenes de Partículas (PIV), para seleccionar el modelo de coeficiente de arrastre que mejor describa la fluidodinámica del sistema en referencia a dichos resultados.
- Comparar el área de ojo expuesta predicha por el modelo matemático (con los diferentes modelos de arrastre) con la obtenida experimentalmente en un modelo físico trifásico de una olla con inyección de gas dual para flujo igualado y diferenciado.

## Capítulo 2.- Modelo Matemático

Se planteó un modelo matemático para simular un modelo físico de una olla agitada con gas, es decir, se consideró un sistema agua-aire-aceite en lugar de un sistema acero-argón-escoria. Esto se decidió debido a la necesidad de validar el modelo con datos experimentales, considerándose que una vez validado con los mismos se podrá emplear para simular el sistema industrial. Los datos empleados para validar el modelo matemático se pueden encontrar en la referencia [16].

### 2.1.- Suposiciones

Las suposiciones consideradas en el modelo matemático son las siguientes:

- Flujo turbulento en 3D
- Estado estacionario
- Se asume el marco de referencia Euleriano para simular las fases del sistema
- Se considera un sistema isotérmico agua-aire-aceite, presentando un tamaño de burbuja de gas constante en la inyección
- Las propiedades de los materiales son constantes

### 2.2.- Ecuaciones gobernantes

El modelo utiliza una aproximación Euler-Euler para simular la inyección de gas y las fases presentes en el sistema, el cual considera la ecuación de continuidad, la ecuación de Navier-Stokes y el modelo de turbulencia k-ε realizable.

#### 2.2.1.- Ecuación de continuidad

El volumen de la q-ésima fase,  $V_q$ , está dado por la integral de volumen (Ecuación 1):

*Ecuación 1*

$$V_q = \int_V \alpha_q dV$$

Dónde,  $\alpha_q$  es la fracción volumen de la q-ésima fase, siendo la suma de la fracción volumen de todas las fases igual a la unidad, de acuerdo con la Ecuación 2:

Ecuación 2

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1$$

La ecuación de continuidad para cada fase es Ecuación 3:

Ecuación 3

$$\nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{u}_q) = 0$$

Donde,  $\rho_q$  y  $\vec{u}_q$  son respectivamente la densidad y el vector velocidad de la q-ésima fase.

### 2.2.2.- Ecuación de Navier-Stokes

La ecuación de conservación de momentum para la q-ésima fase es Ecuación 4:

Ecuación 4

$$\nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{u}_q \vec{u}_q) = -\alpha_q \nabla P + \nabla \cdot \left( \alpha_q \mu_{ef,q} \left( \nabla \vec{u}_q + (\nabla \vec{u}_q)^T \right) \right) + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \vec{F}_T$$

Siendo,  $P$  y  $\vec{g}$  la presión y la aceleración de la gravedad respectivamente, mientras que  $\mu_{ef,q}$  es la viscosidad efectiva de la q-ésima fase, que para la fase acuosa considera el efecto de la turbulencia (Ecuación 5), mientras que la desprecia para la fase gaseosa y la fase oleosa (Ecuación 6), siendo  $\mu_{lam,q}$  la viscosidad dinámica y  $\mu_{t,q}$  la viscosidad turbulenta de la q-ésima fase.

Ecuación 5

$$\mu_{ef,q} = \mu_{lam,q} + \mu_{t,q}$$

Ecuación 6

$$\mu_{ef,q} = \mu_{lam,q}$$

La fuerza de arrastre se define como:

Ecuación 7

$$\vec{F}_T = \vec{F}_A = \sum_{p=1}^n K_{pq} (\vec{u}_p - \vec{u}_q)$$

Señalando el subíndice  $p$  las fases discretas y  $q$  la fase continua, mientras  $K_{pq}$  es el coeficiente de intercambio líquido – líquido definido como:

*Ecuación 8*

$$K_{pq} = \frac{\rho_p f}{6\tau_p} d_p A_i$$

Donde,  $A_i$  es el área interfacial, mientras que  $d_p$ ,  $\rho_p$  y  $\tau_p$  son el diámetro de la burbuja o gotas de la fase discreta, la densidad de dicha fase y su tiempo de relajación respectivamente, definido este último considerando la viscosidad dinámica de dicha fase ( $\mu_p$ ):

*Ecuación 9*

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_p}$$

Por otra parte  $f$  es la función de arrastre, la cual está definida para cada modelo de arrastre considerado en el presente trabajo, los cuales se describen a continuación.

#### *2.2.2.1.- Modelo de arrastre de Schiller y Naumann*

Es el método por defecto para calcular los intercambios de momentum debido al arrastre entre las fases, en general da resultados aceptables para los pares fluido-fluido.

Para este modelo la función de arrastre se calcula mediante la Ecuación 10 [21]:

*Ecuación 10*

$$f = \frac{C_D Re}{24}$$

Dónde:  $C_D$  es el coeficiente de arrastre y  $Re$  es el número de Reynolds que se calcula de la siguiente manera:

*Ecuación 11*

$$Re = \frac{\rho_q |\vec{v}_p - \vec{v}_q| d_p}{\mu_q}$$

Representando el subíndice  $q$  la fase primaria y  $p$  la fase secundaria. Mientras que el coeficiente de arrastre depende del número de Reynolds como se muestra a continuación:

*Ecuación 12*

$$C_D = \begin{cases} 24(1 + 0.15Re^{0.687})/Re & Re \leq 1000 \\ 0.44 & Re > 1000 \end{cases}$$

#### 2.2.2.2.- Modelo de arrastre de Morsi y Alexander

El modelo permite calcular el coeficiente de arrastre para un gran espectro de números de Reynolds, pero dada su naturaleza escalonada puede ser inestable la solución.

En este modelo la función de arrastre se conserva (Ecuación 10), sin embargo, el coeficiente de arrastre se calcula mediante la Ecuación 13:

*Ecuación 13*

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2}$$

Dónde: las constantes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  vienen dadas por el número de Reynolds de la siguiente manera:

*Ecuación 14*

$$a_1, a_2, a_3 = \begin{cases} 0, 24, 0 & 0 < Re < 0.1 \\ 3.690, 22.73, 0.0903 & 0.1 < Re < 1 \\ 1.222, 29.1667, -3.8889 & 1 < Re < 10 \\ 0.6167, 46.50, -116.67 & 10 < Re < 100 \\ 0.3644, 98.33, -2778 & 100 < Re < 1000 \\ 0.357, 148.62, -47500 & 1000 < Re < 5000 \\ 0.46, -490.546, 578700 & 5000 < Re < 10000 \\ 0.5191, -1662.5, 5416700 & Re \geq 10000 \end{cases}$$

#### 2.2.2.3.- Modelo de arrastre simétrico

Se recomienda en sistemas donde la fase dispersa pasa a ser la principal en algunas zonas del dominio computacional.

Este modelo emplea la misma ecuación que el modelo de Schiller-Naumann pero las propiedades de ambas fases se ponderan para simular un arrastre equitativo entre ambas, de la siguiente manera:

*Ecuación 15*

$$\rho_{pq} = \alpha_p \rho_p + \alpha_q \rho_q$$

*Ecuación 16*

$$\mu_{pq} = \alpha_p \mu_p + \alpha_q \mu_q$$

*Ecuación 17*

$$d_{pq} = \frac{1}{2}(d_p + d_q)$$

Quedando:

*Ecuación 18*

$$K_{pq} = \frac{\rho_{pq} f}{6\tau_{pq}} d_p A_i$$

*Ecuación 19*

$$\tau_{pq} = \frac{\rho_{pq} (d_{pq})^2}{18\mu_{pq}}$$

*Ecuación 20*

$$Re = \frac{\rho_{pq} |V_p - V_q| d_{pq}}{\mu_{pq}}$$

#### *2.2.2.4.- Modelo de arrastre Grace et. al.*

Presenta la versatilidad de poder usarse en flujos gas-liquido con fracciones volumen de burbujas grandes y pequeñas.

En este modelo el coeficiente de arrastre viene dado por:

*Ecuación 21*

$$C_D = \alpha_q^{C_{exp}} \max\left(\min\left(C_{D_{elipse}}, C_{D_{cap}}\right), C_{D_{esfera}}\right)$$

Dónde:  $\alpha_q$  es la fracción volumen de la fase continua,  $C_{exp}$  es el exponente de corrección de esa fracción volumen tomando un valor de cero para flujos con burbujas separadas y valor dependiente del tamaño de partícula para flujos con alta fracción volumen de la fase discreta. Por otra parte,  $C_{D_{elipse}}$ ,  $C_{D_{cap}}$  y  $C_{D_{esfera}}$  son:

*Ecuación 22*

$$C_{D_{elipse}} = \frac{4}{3} \frac{g d_p (\rho_q - \rho_p)}{U_t^2 \rho_q}$$

*Ecuación 23*

$$C_{D_{cap}} = \frac{8}{3}$$

*Ecuación 24*

$$C_{D_{esfera}} = \begin{cases} \frac{24}{Re} & Re < 0.01 \\ \frac{24(1 + 0.15 Re^{0.687})}{Re} & Re \geq 0.01 \end{cases}$$

Donde:

*Ecuación 25*

$$U_t = \frac{\mu_q}{\rho_q d_p} Mo^{-0.149} (J - 0.857)$$

El cual está definido por el número de Morton ( $Mo$ ) y la función escalonada  $J$ :

*Ecuación 26*

$$Mo = \frac{\mu_q^4 g (\rho_q - \rho_p)}{\rho_q^2 \sigma^3}$$

Ecuación 27

$$J = \begin{cases} 0.94H^{0.757} & 2 < H \leq 59.3 \\ 3.42H^{0.441} & H > 59.3 \end{cases}$$

Donde el valor de  $H$  depende del número de Eötvös ( $Eo$ ):

Ecuación 28

$$H = \frac{4}{3} Eo Mo - 0.149 \left( \frac{\mu_q}{\mu_{ref}} \right)^{-0.14}$$

Ecuación 29

$$Eo = \frac{g(\rho_q - \rho_p)d_p^2}{\sigma}$$

Teniendo un valor la densidad de referencia ( $\mu_{ref}$ ) de  $0.0009 \text{ Kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

#### 2.2.2.5.- Modelo de arrastre de Tomiyama et. al.

Al igual que el modelo de Grace et al. se puede emplear en sistemas gas-liquido con burbujas de diversas geometrías.

En el caso de este modelo el coeficiente de arrastre depende del valor de  $Re$  y  $Eo$  de acuerdo a la siguiente expresión:

Ecuación 30

$$C_D = \max \left( \min \left( \frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}), \frac{72}{Re} \right), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right)$$

#### 2.2.2.6.- Modelo de arrastre Ishii y Zuber

El coeficiente de arrastre se ajusta a muy diversos regímenes de distribución de partículas, siendo sobre todo empleado cuando la geometría de la fase discreta es variable.

Este modelo calcula el coeficiente de arrastre dependiendo de la morfología y la densidad de burbujas, para el caso de un flujo con burbujas dispersas estima el coeficiente de arrastre dependiendo de si la fase dispersa tiene morfología elíptica o de casquete esférico de la siguiente manera:

*Ecuación 31*

$$C_{D_{elipse}} = \frac{2}{3} \sqrt{Eo}$$

*Ecuación 32*

$$C_{D_{cap}} = \frac{8}{3}$$

En el caso que exista una gran densidad de burbujas se estima el coeficiente de arrastre dependiendo del régimen en el que se distribuyan las burbujas.

Régimen viscoso, basándose en el número de Reynolds de la mezcla y la viscosidad de la misma,  $Re_m$  y  $\mu_m$  respectivamente:

*Ecuación 33*

$$C_{D_{esfera}} = \frac{24}{Re_m} (1 + 0.15 Re_m^{0.687})$$

*Ecuación 34*

$$Re_m = \frac{\rho_c |\vec{v}_p - \vec{v}_q| d_p}{\mu_m}$$

*Ecuación 35*

$$\frac{\mu_m}{\mu_q} = (1 - \alpha_p)^{-2.5\mu^*}$$

*Ecuación 36*

$$\mu_* = \frac{\mu_p + 0.4\mu_q}{\mu_p * \mu_q}$$

Para un régimen de distorsión:

*Ecuación 37*

$$C_{D_{ellipse}} = E_\alpha C_{D_\infty}$$

*Ecuación 38*

$$C_{D_\infty} = \frac{2}{3} E \sigma^{\frac{1}{2}}$$

*Ecuación 39*

$$E_\alpha = \left[ \frac{\left( a + 17.67 f_\alpha^{\frac{6}{7}} \right)^2}{18.67 f_\alpha} \right]^2$$

*Ecuación 40*

$$f_\alpha = \frac{\mu_q}{\mu_m} (1 - \alpha_p)^{\frac{1}{2}}$$

Para un régimen de casquete esférico:

*Ecuación 41*

$$C_{D_{cap}} = C_{D_\infty} (1 - \alpha_p)^2$$

*Ecuación 42*

$$C_{D_\infty} = \frac{8}{3}$$

Para finalmente calcularse el coeficiente de arrastre de la siguiente manera dependiendo de los regímenes anteriormente descritos:

*Ecuación 43*

$$C_D = \begin{cases} C_{Desfera} & \text{si } C_{Desfera} \geq C_{Delipse} \\ \min(C_{Delipse}, C_{Dcap}) & \text{si } C_{Desfera} < C_{Delipse} \end{cases}$$

#### 2.2.2.7.- Modelo de arrastre universal

Se basa en aplicar la ley universal de arrastre ya sea en fases discretas gaseosas (burbujas) o líquidas (gotas).

El modelo de arrastre universal depende de la morfología de la partícula, en el caso de un flujo con burbujas existen tres regímenes con los cuales se estima el coeficiente de arrastre partiendo de:

*Ecuación 44*

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.1Re^{0.75})$$

*Ecuación 45*

$$C_{Ddis} = \frac{2}{3} \left( \frac{d_p}{\lambda_{RT}} \right) \left\{ \frac{1 + 17.67f^{*6}}{18.67f^*} \right\}^2 ; f^*(1 - \alpha_p)^{1.5}$$

*Ecuación 46*

$$C_{Dcap} = \frac{8}{3} (1 - \alpha_p)^2$$

En el caso del régimen viscoso que satisface:

*Ecuación 47*

$$C_{Ddis} < C_{Dvis}$$

El coeficiente de arrastre se calcula como:

*Ecuación 48*

$$C_D = C_{D_{vis}}$$

En el caso del régimen distorsionado que cumple con:

*Ecuación 49*

$$C_{D_{vis}} < C_{D_{dis}} < C_{D_{cap}}$$

El coeficiente de arrastre es:

*Ecuación 50*

$$C_D = C_{D_{dis}}$$

Finalmente, para un casquete esférico altamente deformado la condición que se cumple es:

*Ecuación 51*

$$C_{D_{dis}} > C_{D_{cap}}$$

Siendo el coeficiente de arrastre:

*Ecuación 52*

$$C_D = C_{D_{cap}}$$

En todos los casos la viscosidad efectiva en la región de la pluma se calcula con la siguiente expresión:

*Ecuación 53*

$$\mu_e = \frac{\mu_q}{1 - \alpha_p}$$

### 2.2.3.- Modelo de turbulencia k-ε realizable

El modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  realizable [22] se empleó solo en la fase acuosa, resolviéndose una ecuación para la energía cinética turbulenta (Ecuación 54),  $k$ , y una ecuación para la disipación de la energía cinética turbulenta (Ecuación 55),  $\varepsilon$ :

*Ecuación 54*

$$\nabla \cdot (\alpha_l \rho_l k \vec{u}_l) = \nabla \cdot \left( \alpha_l \left( \mu_{lam,l} + \frac{\mu_{t,l}}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \alpha_l G_{k,l} + \alpha_l G_b - \alpha_l \rho_l \varepsilon + \alpha_l \rho_l \pi_{k,l}$$

*Ecuación 55*

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \varepsilon \vec{u}_l) = & \nabla \cdot \left( \alpha_l \left( \mu_{lam,l} + \frac{\mu_{t,l}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + \alpha_l C_1 \left( \frac{\varepsilon}{k} G_b C_3 \right) - \alpha_l \rho_l C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\frac{\varepsilon \mu_{lam,l}}{\rho_l}}} \\ & + \alpha_l \rho_l \pi_{\varepsilon,l} \end{aligned}$$

Dónde,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $\sigma_\varepsilon$  y  $\sigma_k$  son constantes del modelo cuyos valores son 1.92, 1.3, 1.0 y 1.2 respectivamente. Por otra parte  $G_{k,l}$  y  $G_b$  corresponden a términos fuente de energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad del agua y la fuerza boyante de las burbujas respectivamente. Mientras que la viscosidad turbulenta,  $\mu_{t,l}$ , se calcula mediante la Ecuación 56:

*Ecuación 56*

$$\mu_{t,l} = \rho_l C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Siendo una de las características del modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  realizable [22] que  $C_1$  y  $C_\mu$  no son contantes como el modelo  $k - \varepsilon$  estándar [23], sino que son función de los esfuerzos principales, la velocidad angular y la turbulencia del sistema.

Por otra parte  $\pi_{k,l}$  y  $\pi_{\varepsilon,l}$  son los términos de interacción turbulenta del modelo Troshko – Hassan [24], que se calculan con la Ecuación 57 y la Ecuación 58 respectivamente.

Ecuación 57

$$\pi_{k,l} = C_{ke} \sum_{p=1}^m K_{gl} |\vec{v}_g - \vec{v}_l|^2$$

Ecuación 58

$$\pi_{\varepsilon,l} = C_{td} \frac{3C_A |\vec{v}_g - \vec{v}_l|}{2d_g} \pi_{k,l}$$

Dónde,  $C_{ke}$  y  $C_{td}$  son constantes del modelo con valor de 0.75 y 0.45 respectivamente, y  $K_{gl}$  es la covarianza entre las velocidades de la fase continua (agua) y la fase discreta (aire).

### 2.3.- Condiciones de frontera

El modelo matemático planteado se basa en un modelo físico a escala de una olla industrial, las dimensiones de ambos se presentan en la Tabla 1, siendo el dominio simulado numéricamente el correspondiente a 1/17 de la olla.

Tabla 1.- Dimensiones del modelo físico y el sistema industrial.

Sistema/Dimensión	H [m]	H <sub>b</sub> [m]	D [m]	λ
Olla de aceración	3.736	2.960	3.226	1.0000
Modelo físico 1:17	0.2143	0.1698	0.1850	0.0537

Para resolver las ecuaciones gobernantes el sistema se discretizó en cerca de 80 mil elementos lo cual se puede observar en la Figura 7, ahí mismo se muestra que la malla es más fina en la región de las plumas y en las interfases donde se encuentra la escoria, esto con la finalidad de obtener datos fiables en estas regiones donde es fácil que exista difusión numérica. El sistema muestra simetría al ubicarse los inyectores a 180° uno del otro tal como se muestra en la Figura 7 b).

Las condiciones de frontera para el dominio simulado tanto de transporte de masa (ecuación de continuidad) como de transporte de momentum se presentan en la Tabla 2, estas incluyen una entrada de gas a velocidad constante, paredes con impermeabilidad y no deslizamiento, así como una salida con presión manométrica de cero.

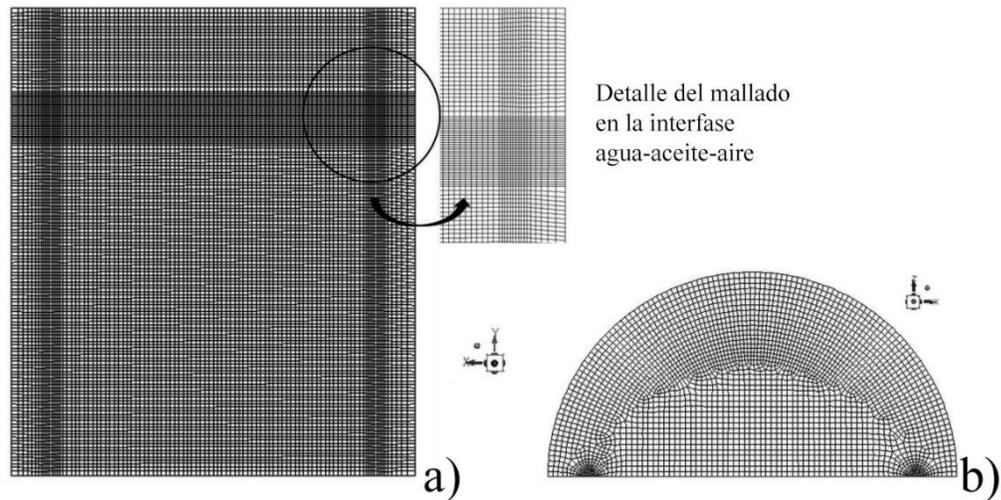


Figura 7.-Discretización del sistema a) Vista lateral b) Vista superior.

Tabla 2.-Condiciones de frontera

Frontera	Condición para transporte de masa	Condición para transporte de momentum
Entradas	Fracción de aire unitaria	Entrada con velocidad constante e intensidad turbulenta calculada
Salida	Reflujo con fracción de aire unitaria	Salida con presión manométrica de cero con intensidad turbulenta calculada
Pared lateral e inferior	Impermeabilidad	No deslizamiento con funciones de pared estándar

## 2.4.- Condiciones iniciales

Al ser un sistema cuyas ecuaciones gobernantes se resuelven en estado estacionario no es necesaria una condición inicial.

## 2.5.- Materiales

Para la simulación se consideraron los materiales empleados en el modelo físico:

- Aire: para simular la inyección de gas inerte.
- Agua: para simular el acero.
- Aceite de motor: para simular la capa de escoria.

Se usaron estos materiales ya que son los que mejor simulan el movimiento de las fases en una olla, ya que el agua tiene una viscosidad cinemática similar a la del acero y el aceite de motor, si bien, no simula completamente la escoria se encontró que es el que presenta un mejor comportamiento al simular esta fase.

*Tabla 3.-Propiedades de los fluidos usados para la simulación.*

<b>Material/Propiedad</b>	<b><math>\rho</math> [kg m<sup>-3</sup>]</b>	<b><math>\mu</math> [kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>]</b>	<b><math>\nu</math> [m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>]</b>
Acero líquido (1600°C)	7014	6.4x10 <sup>-3</sup>	0.91x10 <sup>-6</sup>
Agua líquida (20°C)	1000	1.0x10 <sup>-3</sup>	1.00x10 <sup>-6</sup>
Escoria (1600 °C)	3000	0.18 – 0.36	0.6 x10 <sup>-4</sup> – 1.2 x10 <sup>-4</sup>
Aceite de motor (25°C)	890	0.19	2.15 x10 <sup>-4</sup>

## 2.6.- Metodología de solución

Con el modelo descrito previamente se puede predecir la fluidodinámica y la distribución de fases en el sistema. El sistema de ecuaciones se resolvió numéricamente mediante el software ANSYS Fluent 19 en un esquema pseudo-transitorio, convergiendo la solución con residuales con valores por debajo de 1x10<sup>-3</sup> tras aproximadamente 1200 iteraciones. El tiempo de cómputo fue de aproximadamente 36 horas en una computadora con un procesador Intel Core® i7-3770 @ 3.4 GHz y 8 GB de memoria RAM.

## 2.7.- Matriz de simulaciones

Para visualizar el efecto del modelo de arrastre se consideraron dos casos, ambos con dos tapones ubicados a 180° y 4/5 de r/R (tal como se observa en la Figura 8), inyectándose en ambos un flujo total de 2.22 lpm equivalentes a 2 m<sup>3</sup>/min en el sistema industrial, presentando también un 3 % de la altura total de las fases líquidas como aceite de motor, es decir, simulando un 3 % de escoria. La diferencia entre ambos es la proporción de inyección en ambos tapones, presentando un caso flujo igualado y el otro flujo diferenciado con una proporción 75 % / 25 %.

Considerando ambos tipos de inyección de gas y los siete modelos de arrastre considerados en este trabajo da como resultado catorce simulaciones numéricas las cuales se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4.-Matriz de simulaciones

Caso	Inyección de gas	Modelo de arrastre
A	Igualada (50% / 50%)	Schiller-Naumann
B		Morsi y Alexander
C		Simétrico
D		Grace et. al.
E		Tomiyama et. al.
F		Ishii y Zuber
G		Universal
H	Diferenciada (75% / 25%)	Schiller-Naumann
I		Morsi y Alexander
J		Simétrico
K		Grace et. al.
L		Tomiyama et. al.
M		Ishii y Zuber
N		Universal

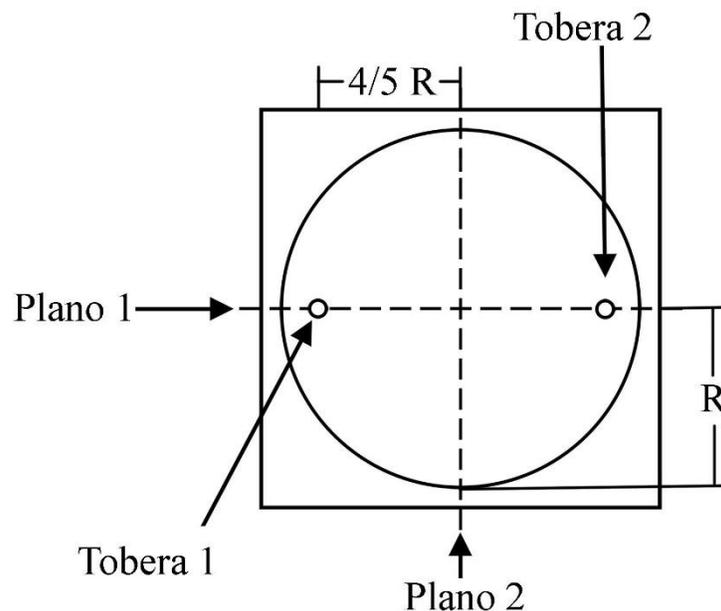


Figura 8.- Vista superior de los planos de medición usados para la validación del modelo matemático.

## Capítulo 3: Resultados y análisis

### 3.1.- Patrones de flujo

Con la finalidad de tener una mejor visualización de la fluidodinámica, se graficaron los vectores de velocidad en los planos 1 y 2 que se presentan en la Figura 8. Esto también tiene el propósito de comparar los resultados predichos con el modelo con mediciones experimentales realizadas en esos mismos planos de medición (ver referencia [15]).

#### 3.1.3.- Vectores de velocidad para flujo igualado

En la Figura 9 a) se presenta el patrón de flujo para inyección igualada en el modelo de arrastre de Schiller-Naumann. Se observa que en los puntos de inyección de gas comienza un flujo ascendente debido al ascenso de las burbujas por la boyancia de las mismas, las cuales arrastran el fluido que las rodea generando una mezcla líquido-gas conocida como pluma. La pluma presenta un área que aumentan conforme a la altura del baño, al mismo tiempo que la velocidad también se ve incrementada, dando lugar a la estructura típica de una pluma. Dada la interacción con la pared, la pluma se ve deformada hacia adentro. Poco antes de llegar a la superficie esta empieza a perder velocidad y al llegar a la misma se redirecciona hacia el centro debido al choque con las paredes de la olla. Dado que ambos tapones inyectan la misma cantidad de gas y a la misma velocidad, el líquido proveniente de ambas plumas choca en la superficie justo en el centro, por este choque pierden velocidad y son enviadas hacia abajo, reincorporándose al fluido ascendente dando lugar a una estructura de recirculación. Justo debajo de las recirculaciones hay una región de baja velocidad la cual se denomina zona muerta. Cabe resaltar que como es una inyección igualada se observa simetría en el patrón de flujo resultante.

En la Figura 9 b) se observan los resultados del modelo Morsi-Alexander, en este las áreas de las plumas son más anchas y presenta velocidades menores, además de que se observa que su apertura es a una altura ligeramente mayor en comparación del modelo Schiller-Naumann, el cual se puede usar de referencia al ser el modelo de arrastre más clásico. En cuanto a la recirculación y el área muerta se ven muy similares tanto en dimensión y magnitud de velocidad.

En la Figura 9 c) se presentan los resultados de modelo simétrico, el patrón de flujo que se observa en este modelo tiene menos similitudes comparándolo con el modelo de Schiller-Naumann, primeramente, se observa que el área de las plumas es similar en cuanto altura y ancho, pero se ve que la velocidad en esta región es

menor y los vectores de alta velocidad solo están confinados en el centro de las mismas. En consecuencia, al tener poca velocidad dentro de las plumas las zonas muertas incrementan su tamaño, y dentro del baño hay un menor mezclado.

En la Figura 9 d), para el modelo de Grace et al., vemos que el tamaño del área de las plumas es bastante similar en comparación con la de Schiller-Naumann, pero la diferencia radica en la magnitud de la velocidad, teniendo en la totalidad de la pluma velocidades superiores a 0.2 m/s (vectores de color rojo). En esta Figura se observa que la velocidad en la superficie de las recirculaciones es ligeramente más alta (vectores de color amarillo correspondientes a 0.15 m/s) en comparación de la Figura 9 a), ya que en esta se observan vectores de color azul claro, los cuales corresponden a velocidades que oscilan entre los 0.05 m/s.

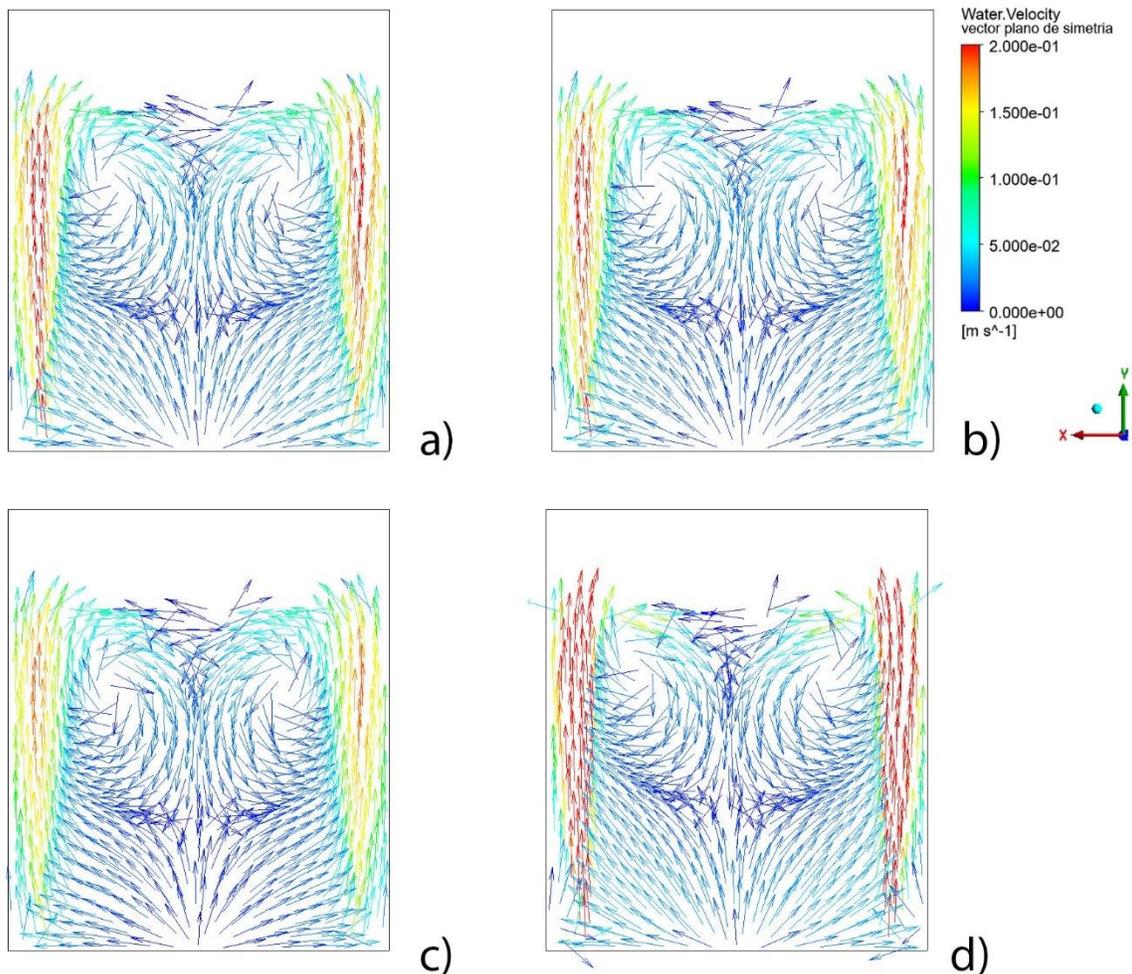


Figura 9.- Patrón de flujo obtenido con flujo simétrico en el plano 1 usando el modelo de arrastre: a) Schiller-Naumann, b) Morsi y Alexander, c) Simétrico y d) Grace et al.

En la Figura 10 a) correspondiente al modelo de arrastre de Tomiyama et al., vemos que la magnitud de la velocidad en las plumas es muy alta y su expansión es menor a medida que asciende comparada con el de Schiller-Naumann. Este incremento en velocidad dentro de las plumas se ve reflejado lateralmente y posteriormente en la velocidad descendente por lo cual la recirculación se extiende hasta el fondo del modelo, generando una zona muerta de menor tamaño. Esta extensión en la recirculación no se aprecia en el modelo de Grace et al. ya que a pesar de tener también una mayor velocidad en las plumas la velocidad que se proyecta hacia el centro es menor.

En la Figura 10 b) se muestra el modelo de Ishii y Zuber, se observa que en este modelo las plumas tienen una mayor velocidad en comparación con el modelo Schiller-Naumann ya que en su mayoría son de color rojo. Sin embargo, el área de la zona de baja velocidad se aprecia de un tamaño mayor.

En la Figura 10 c) se muestran los resultados del modelo de arrastre Universal los cuales son muy similares a los del modelo de Ishii y Zuber (ver Figura 10 b).

Por último, en la Figura 10 d) se ven los resultados experimentales del modelo físico obtenidos con la técnica de velocimetría de imágenes de partículas (PIV), en el plano de medición 1 (ver Figura 8), se puede observar que las plumas presentan una mayor velocidad y una geometría cónica que tiene una cierta cantidad de expansión, en la recirculación se ven mayores velocidades en la zona descendente y la altura de la zona muerta se presenta alrededor del 20% de la altura total del líquido, tomando en cuenta estas observaciones podemos decir que los modelos que más se parecen cualitativamente y que presentan similitud al patrón de flujo experimental son: Grace et al., Ishii y Zuber y Universal.

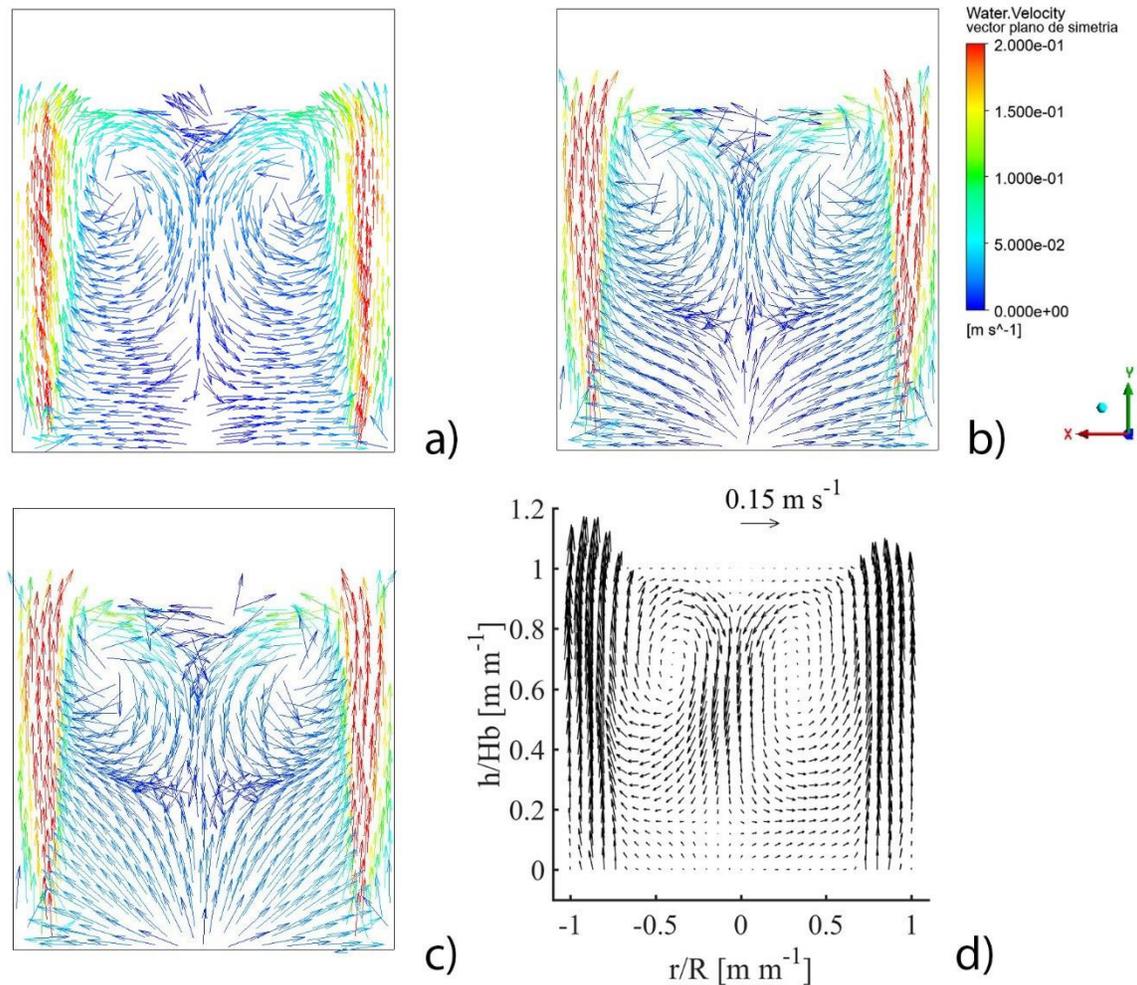


Figura 10.- Patrón de flujo obtenido con flujo simétrico en el plano 1 usando el modelo de arrastre: a) Tomiyama et al., b) Ishii y Zuber, c) Universal y d) Experimental.

La Figura 11 y Figura 12 muestran los patrones de flujo simulados con los siete modelos de arrastre previamente descritos y el experimental obtenido con la técnica PIV en el plano de medición 2 (ver Figura 8), que si bien no es un plano que tradicionalmente se estudie, ya que no es donde está la agitación principal del modelo, nos ayuda a verificar que el modelo prediga satisfactoriamente la fluidodinámica del sistema completo. Experimentalmente se ve un flujo descendente partiendo de la superficie que se desvía hacia las paredes del modelo físico para después reincorporarse en el centro, este movimiento genera una zona muerta en el centro y en los laterales. Si bien los modelos tienen un comportamiento similar todos ellos, los modelos de Schiller-Naumann, Morsi y Alexander, Simétrico e Ishii

Zuber, describen mejor cualitativamente la fluidodinámica observada experimentalmente.

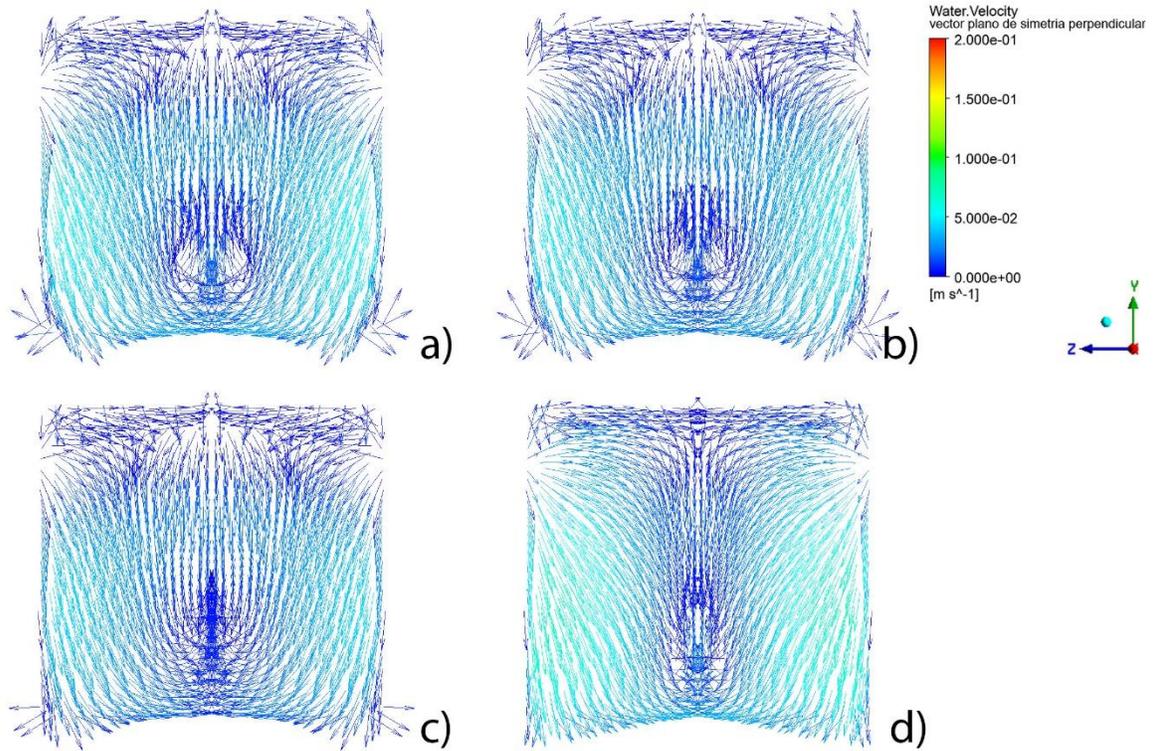


Figura 11.- Patrón de flujo obtenido con flujo simétrico en el plano 2 usando el modelo de arrastre: a) Schiller-Naumann, b) Morsi y Alexander, c) Simétrico y d) Grace et al.

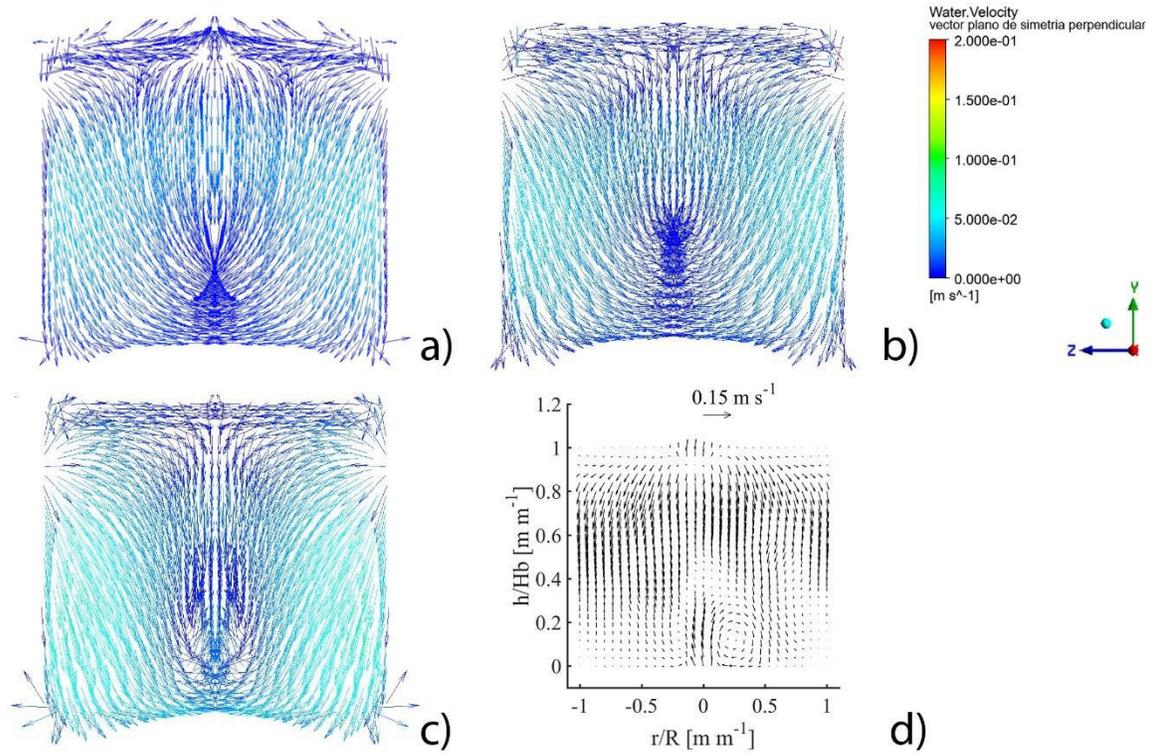


Figura 12.- Patrón de flujo obtenido con flujo simétrico en el plano 2 usando el modelo de arrastre: a) Tomiyama et al., b) Ishii y Zuber, c) Universal y d) Experimental.

### 3.1.2.- Vectores de velocidad para flujo diferenciado

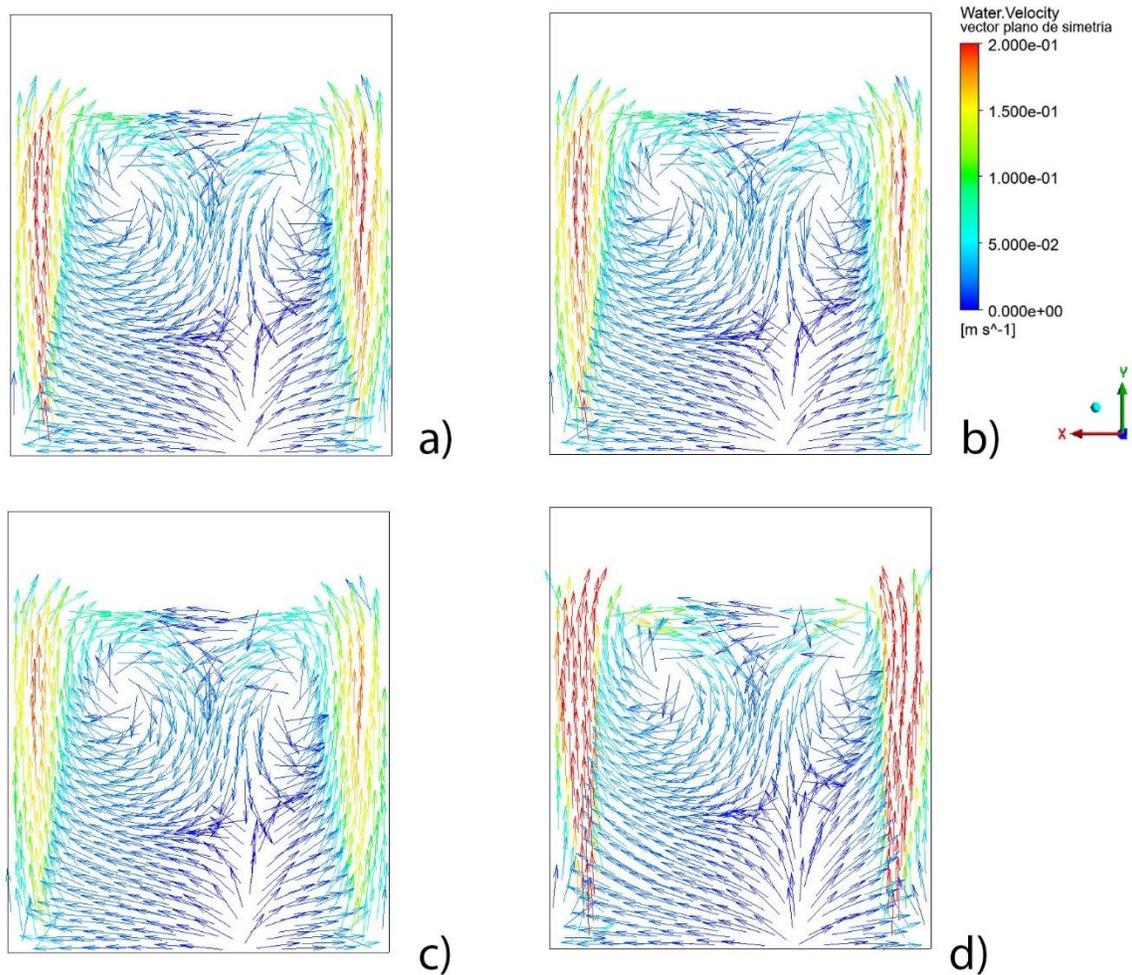


Figura 13.- Patrón de flujo obtenido con flujo diferenciado en plano 1 usando el modelo de arrastre: a) Schiller- Neumann, b) Morsi y Alexander, c) Simétrico y d) Grace et al.

En la Figura 13 y Figura 14 se muestran los patrones de flujo en el plano 1 para flujo diferenciado (75%, 25%), del modelo experimental y de los calculados con modelado matemático. Experimentalmente se ve que la pluma de la izquierda es la de mayor flujo, al lado de esta se observa que la zona de recirculación es de mayor tamaño en comparación a la que se forma del lado de la de menor flujo, la pluma de mayor flujo tiene la fuerza de mover hacia ella la pluma de menor flujo debido a que la recirculación izquierda es mucho mayor en magnitud, esto provoca que debajo de esta recirculación se genere una zona muerta, pero del lado derecho no se presente ninguna. Esta interacción es muy compleja y difícil de reproducir mediante

simulación numérica es por ello que el objetivo de la tesis es conocer si el modelo de arrastre afecta la capacidad de predecir el comportamiento.

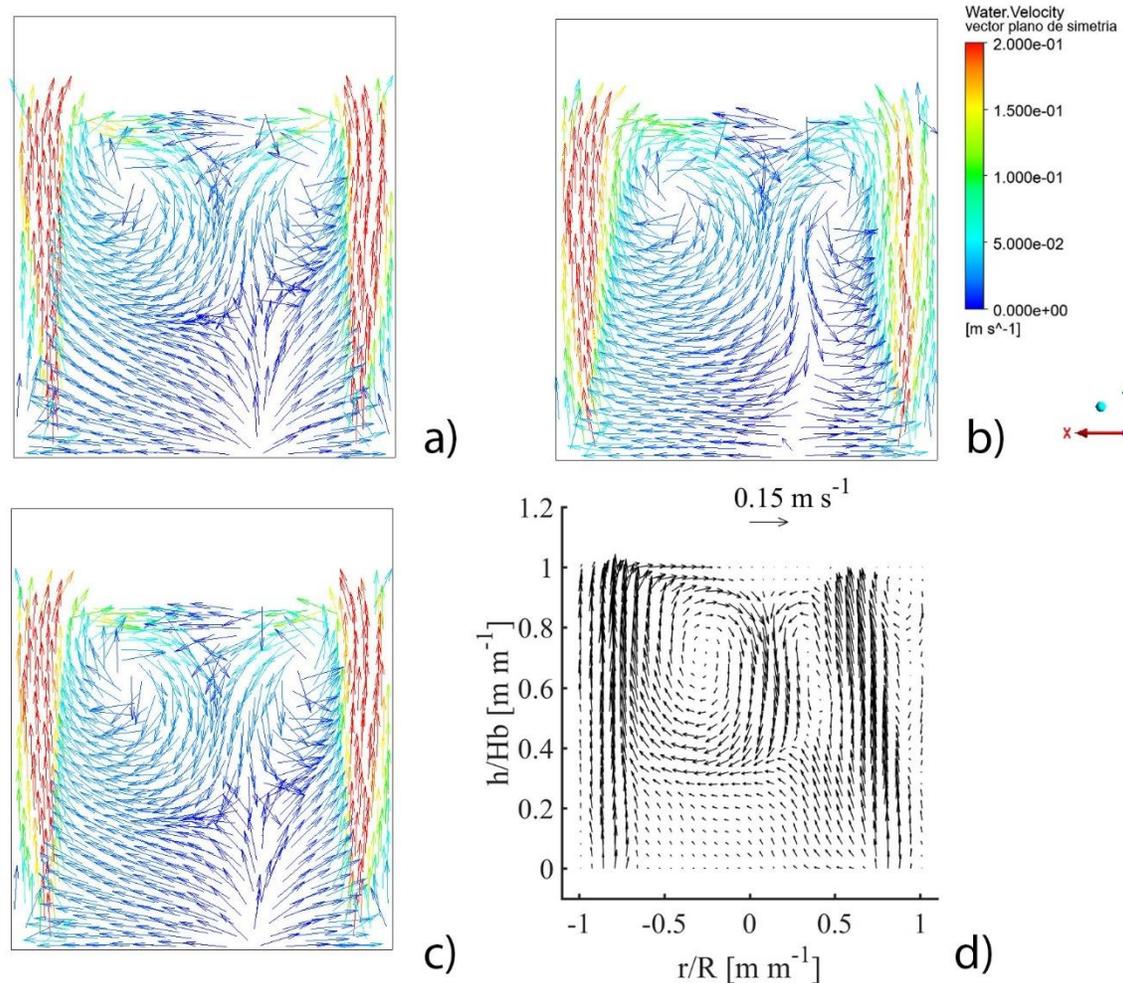


Figura 14.- Patrón de flujo obtenido con flujo diferenciado en plano 1 usando el modelo de arrastre: a) Tomiyama et al., b) Ishii y Zuber, c) Universal, d) Experimental.

Debido a que es un modelo complejo, los modelos matemáticos (con variación en el modelo de arrastre empleado) presentados en la Figura 13 y la Figura 14 no pueden describir en su totalidad, en algunos casos podemos observar que las zonas de recirculación y muertas son parecidas a la experimental, pero no todas presentan la diferencia en las velocidades de las plumas y las interacciones entre ellas. El único modelo matemático que tiene una mayor similitud con lo obtenido del modelo físico es el de Ishii y Zuber (Figura 14b), donde se ve claramente la diferencia en la

magnitud de las plumas y que incluso la pluma de menor magnitud se ve arrastrada por la de mayor magnitud ligeramente.

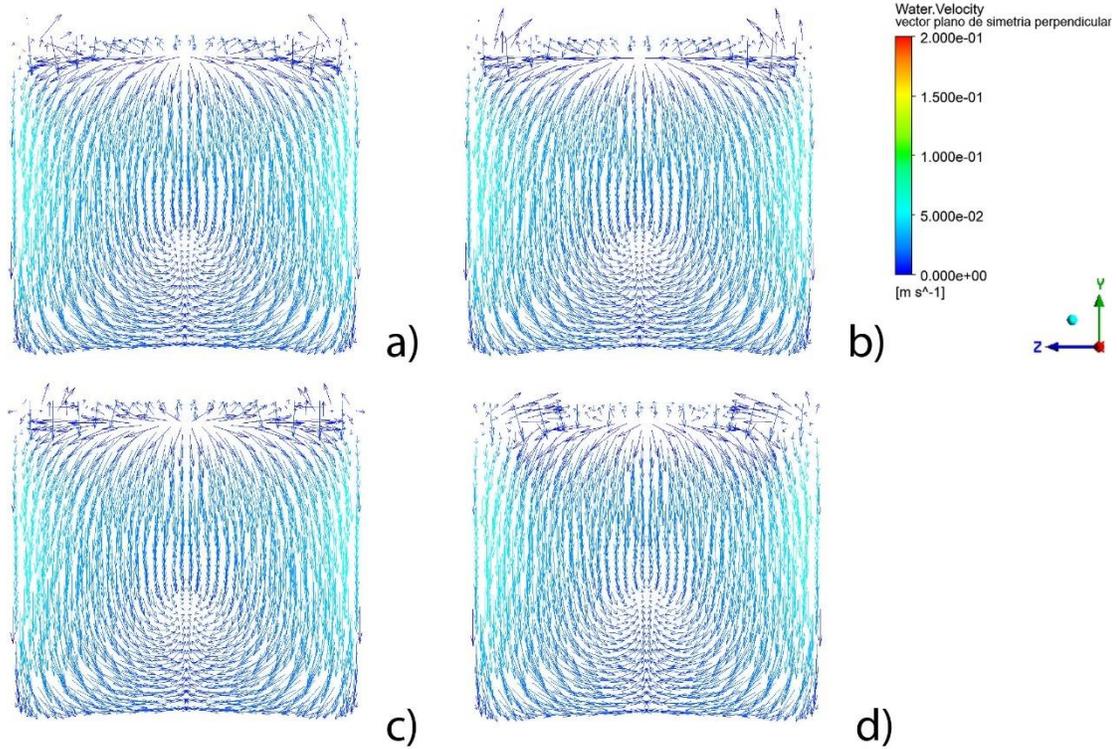


Figura 15.- Patrón de flujo obtenido con flujo diferenciado en plano 2 usando el modelo de arrastre: a) Schiller- Neumann, b) Morsi y Alexander, c) Simétrico y d) Grace et al.

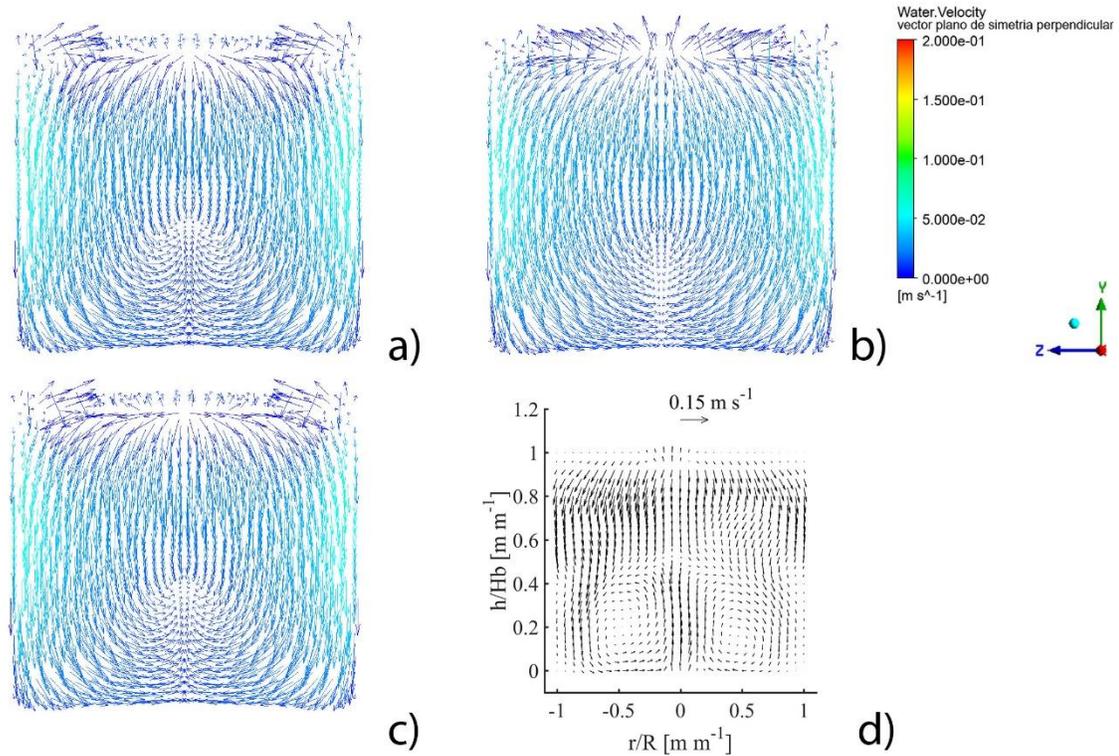


Figura 16.- Patrón de flujo obtenido con flujo diferenciado en plano 2 usando el modelo de arrastre: a) Tomiyama et al., b) Ishii y Zuber, c) Universal, d) Experimental.

En cuanto al patrón de flujo para los casos de inyección diferenciada (75%, 25%) del plano de medición 2 (ver Figura 8) se observa que el comportamiento experimental es similar al experimento con flujo igualado, es decir, vemos un movimiento descendiente desde la superficie que se mueve por las paredes y se redirecciona hacia el centro para generar una zona ascendente, sin embargo, en este caso está mucho más definido que en el fondo del modelo aparecen dos recirculaciones. Todas las simulaciones presentan un movimiento similar, siendo el único caso que presenta una diferencia cualitativa es en el que se usa el modelo de arrastre de Ishii Zuber (Figura 16b), en donde se ve una mayor curvatura en las recirculaciones del fondo.

### 3.1.3.- Perfiles de velocidad para flujo igualado



Figura 17.- Alturas a las que se obtuvieron los perfiles de velocidad.

Las siguientes figuras presentan los perfiles de velocidad en dirección radial a diferentes alturas del líquido las cuales se esquematizan en la Figura 17.

A una altura de  $0.25 h/H$  (Figura 18) se observa que en los extremos de la gráfica se ven picos de alta velocidad con la misma magnitud que presentan las zonas de inyección de gas igualada, en medio de estos dos picos se encuentra la zona central, en esta se observa una caída de velocidad ya que esta es la zona muerta. Se observa que el modelo que presenta magnitudes de velocidad más similares a la observada experimentalmente es el Simétrico. Por otro lado, los modelos de Schiller-Naumann, Morsi y Alexander y Tomiyama et al. a pesar de presentar el mismo comportamiento que el experimental, la magnitud de velocidad predicha es mayor en la zona de las plumas. Finalmente, si bien los modelos de Grace et al., Ishii y Zuber y Universal presentan simetría y un comportamiento cualitativo similar al experimental sobreestiman por mucho la magnitud de la velocidad.

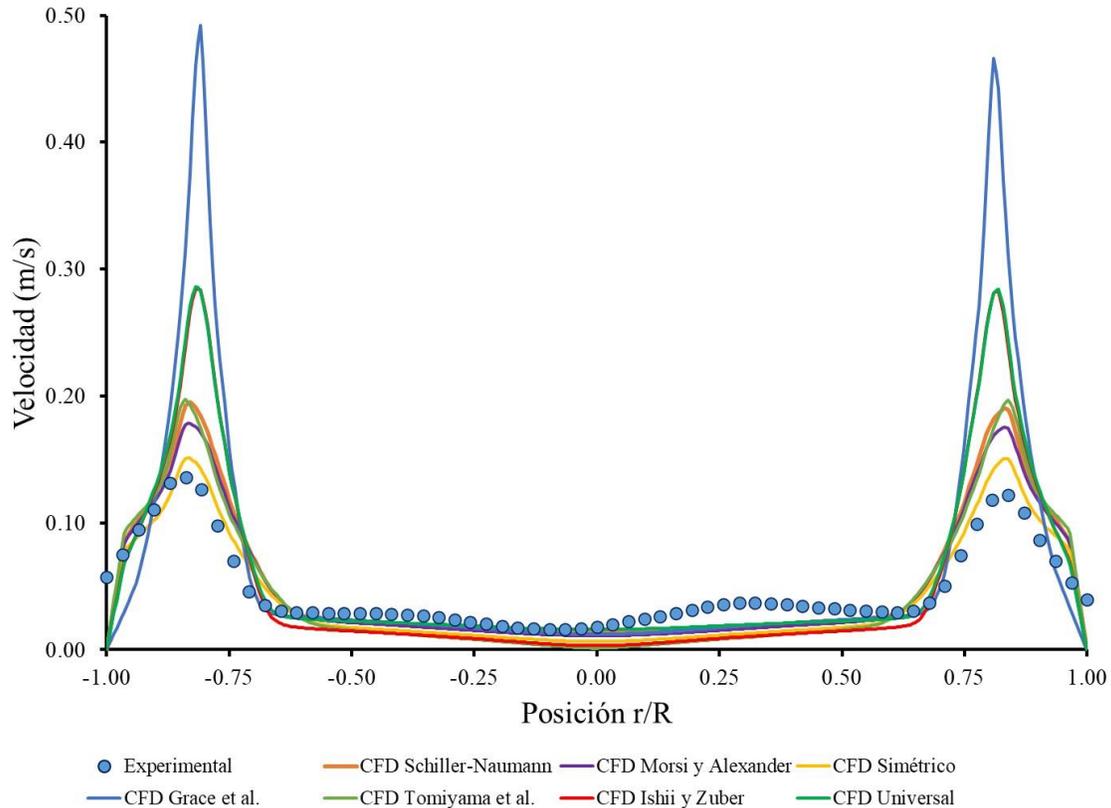


Figura 18.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.25$  para inyección de flujo simétrico. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

En la Figura 19 ( $h/H=0.50$ ) el resultado experimental presenta menos simetría que en el caso anterior, pero es debido a la naturaleza turbulenta de la inyección de gas y a la naturaleza óptica de la técnica experimental utilizada. Nuevamente, se observan los dos picos correspondientes a la inyección del gas, pero en el caso del experimental hay un tercer pico aproximadamente en el centro el cual representa el incremento de la velocidad debido a las recirculaciones, este último no se observa en ningún resultado numérico. A pesar de que ningún modelo predice el incremento de velocidad correspondiente a la recirculación, nuevamente todos los modelos tienen un comportamiento similar en el área de las plumas cuya diferencia es una magnitud diferente de la velocidad en estas. Nuevamente, el modelo Simétrico es el que mejor se asemeja a la velocidad experimental; los modelos de Schiller-Naumann, Tomiyama et al. y Morsi y Alexander tiene una buena predicción de la velocidad; mientras que los modelos Grace et al., Ishii y Zuber y Universal sobrestiman demasiado la velocidad.

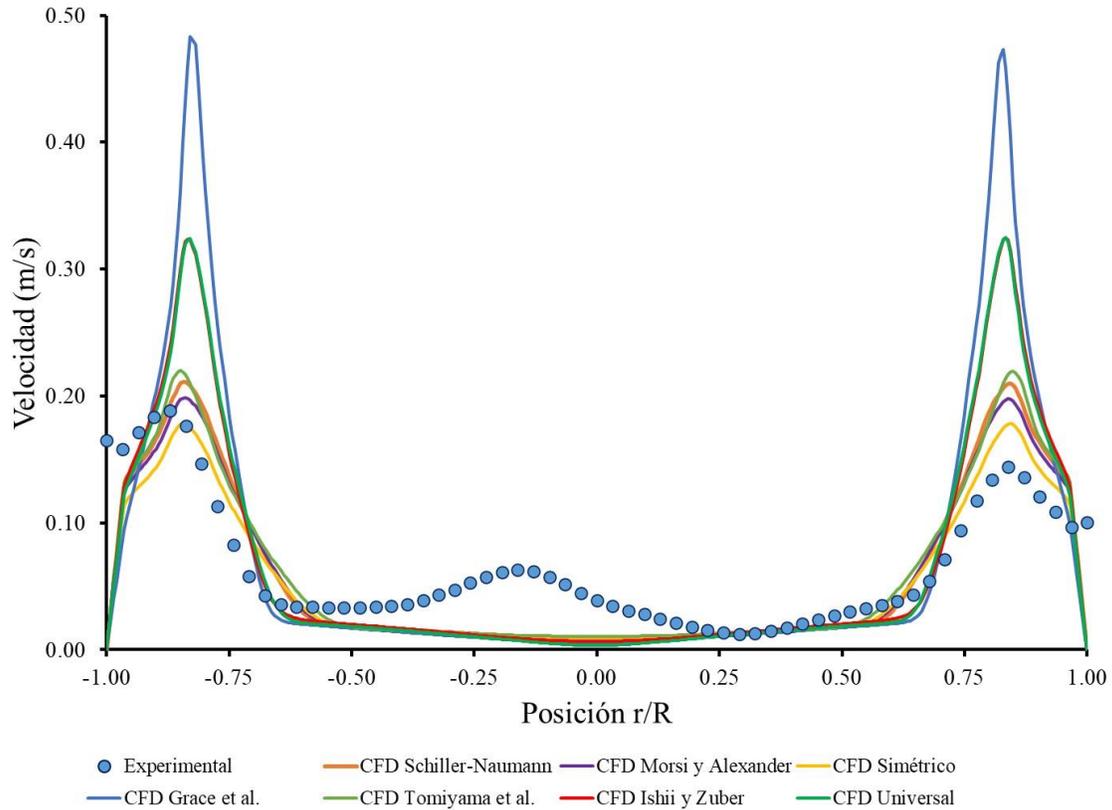


Figura 19.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.5$  para inyección de flujo simétrico. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

A la altura de  $h/H=0.75$  (Figura 20) se ve que todos los modelos presentan una simetría en las velocidades que representan sus plumas, en el modelo físico se ve un incremento de velocidad justo al centro debido a las recirculaciones, los demás modelos también lo representan, pero ninguno llega a los valores aproximados de velocidad que el experimental. De nueva cuenta, los modelos tienen un comportamiento similar en cuanto a su predicción de la magnitud de la velocidad siendo el que más se asemeja el modelo Simétrico.

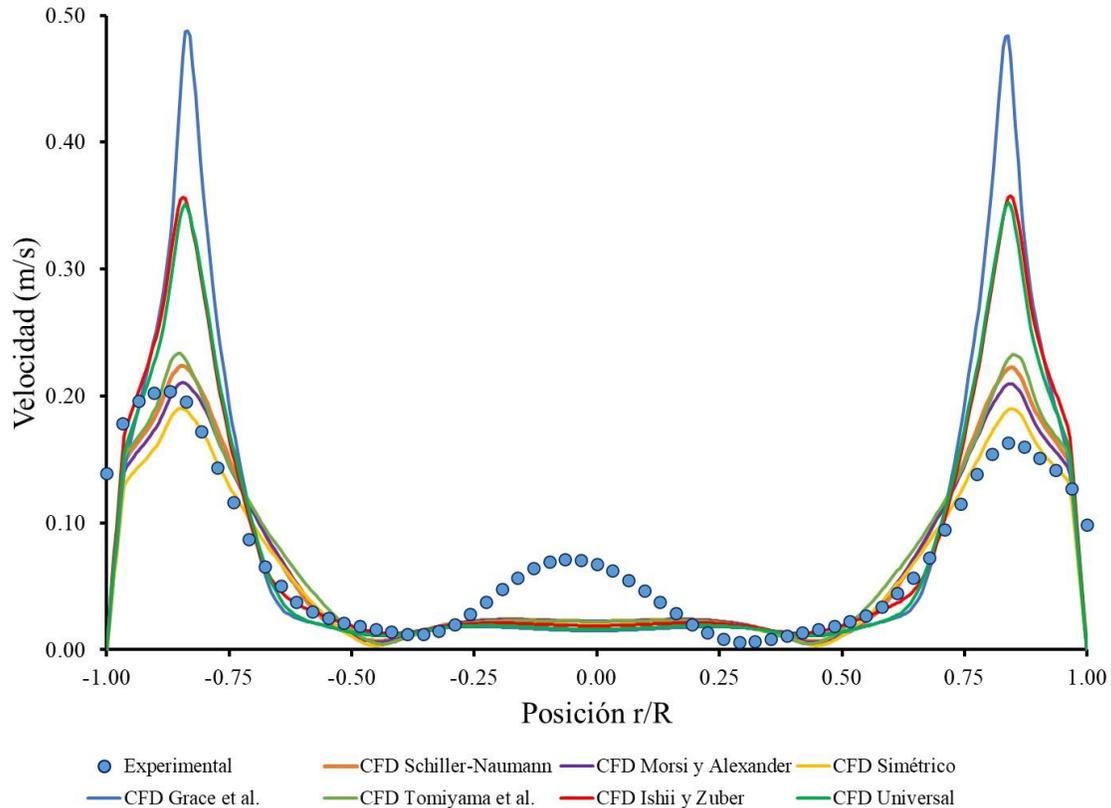


Figura 20.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.75$  para inyección de flujo simétrico. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

La Figura 21 presenta los perfiles de velocidad a la altura de  $h/H=0.95$ . Experimentalmente se observa un incremento de las velocidades en la altura de las plumas, seguido de una región de velocidad constante correspondiente al movimiento lateral del líquido, para finalmente, mostrar un ligero incremento en la velocidad y un abatimiento de la misma hasta una velocidad de 0 m/s justo en el centro del modelo físico, esto se debe al choque de las plumas y el movimiento recirculatorio descendiente. Nuevamente los modelos Simétrico, Schiller-Naumann, Morsi y Alexander y Tomiyama et al. se parecen más en la magnitud predicha de la velocidad, siendo el primero el que más se asemeja al experimento. En todos estos modelos tras el incremento de la velocidad en las plumas, se ve un decremento gradual en la velocidad hasta llegar a cero. Por otro lado, los modelos que sobreestiman más la velocidad (Grace et al., Ishii y Zuber y Universal) después de la reducción de la magnitud de la velocidad al alejarse de la pluma presenta un segundo incremento para después abatirse hasta cero, por lo que cualitativamente se observa una interacción producto del choque de ambas recirculaciones.

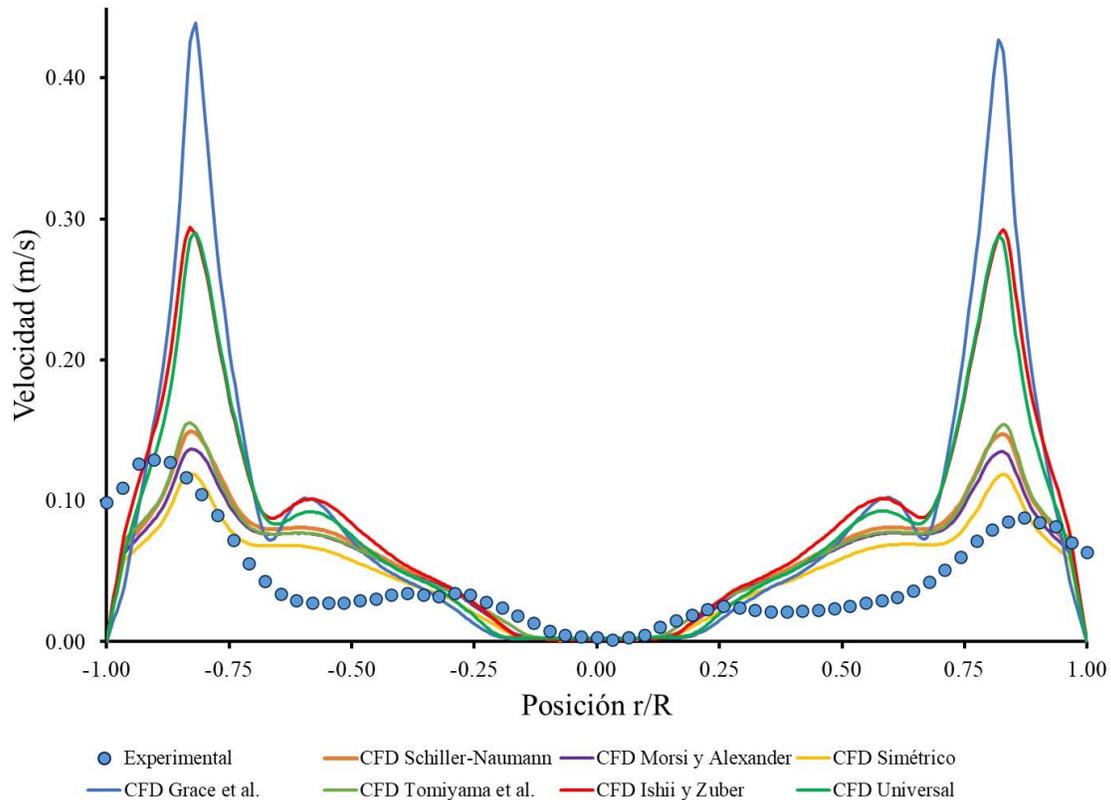


Figura 21.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.95$  para inyección de flujo simétrico. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

La Tabla 5 presenta los valores promedio de velocidad en todo el volumen del líquido y en el plano de medición 1 para los siete modelos de arrastre y el modelo físico. Vemos que salvo el modelo Simétrico la velocidad promedio dentro del volumen del líquido predicha en las simulaciones muy cercana a 0.03 m/s, sin embargo, el valor calculado en el modelo Simétrico no dista mucho, siendo de 0.0273 m/s.

Por otro lado, de manera congruente con lo visto en los perfiles de velocidad el modelo que mejor estima la velocidad en el plano es el modelo Simétrico con una diferencia cercana al 20%. Los modelos de Schiller-Naumann, Morsi y Alexander y Tomiyama et al., si bien sobreestiman la velocidad promedio la diferencia se mantiene en valor cercano al 40% de la medida. Los modelos Ishii y Zuber y Universal presentan una diferencia del 60% en comparación con el dato experimental. Y finalmente, el modelo de Grace et al. tiene un error de más del 80%.

Tabla 5.- Velocidad promedio predicha por los distintos modelos para flujo igualado.

Inyección de gas	Modelo de arrastre	Velocidad promedio (m/s)	Velocidad promedio en el plano 1 (m/s)	Diferencia con respecto al experimental (%)
Igualada (50% / 50%)	Schiller-Naumann	0.0310	0.0591	41.39
	Morsi y Alexander	0.0301	0.0567	35.65
	Simétrico	0.0273	0.0501	19.86
	Grace et. al.	0.0314	0.0767	83.49
	Tomiyama et. al.	0.0296	0.0602	44.02
	Ishii y Zuber	0.0306	0.0670	60.29
	Universal	0.0316	0.0674	61.24
	Experimental	-----	0.0418 ± 0.0272	

### 3.1.4.- Perfiles de velocidad para flujo diferenciado

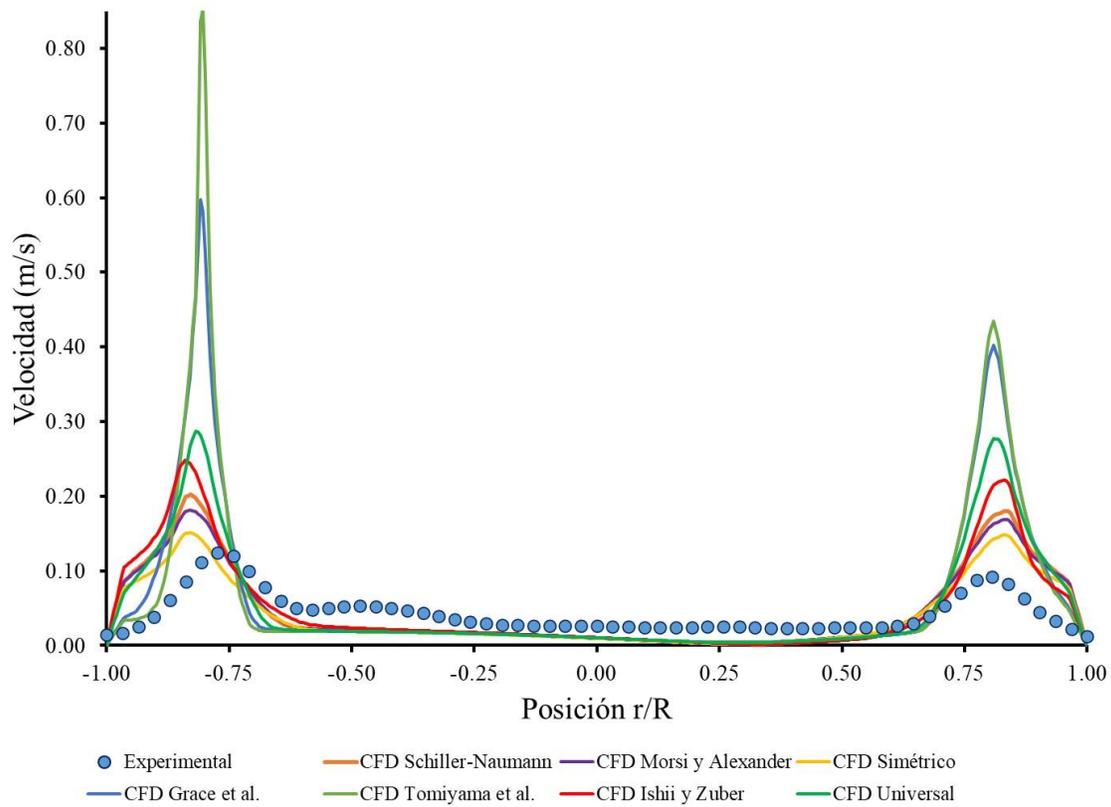


Figura 22.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.25$  para inyección de flujo diferenciado. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

En la Figura 22 observamos los perfiles de velocidad de los modelos matemáticos (líneas continuas) y el modelo experimental (línea punteada) para la inyección de un flujo diferenciado (75%, 25%) a la altura de  $h/H=0.25$ , se aprecia que los modelos presentan entre las plumas una caída de las velocidades de izquierda a derecha (debido al flujo diferenciado). El modelo experimental presenta un pequeño pico después de la pluma izquierda, pero en el caso de los modelos matemáticos ninguno de estos lo presentan, este pico es provocado por las recirculaciones formadas en el baño. También se observa que en la mayoría de los modelos se presenta simetría en las velocidades de las dos plumas, a excepción de tres; Tomiyama et al., Grace et al. e Ishii y Zuber, y aunque los valores de velocidad no son exactamente iguales podemos decir que cualitativamente estos modelos numéricos se comportan de manera similar al experimental, ya que en ambos casos se ve claramente la diferencia de velocidad en las plumas, en la izquierda vemos la mayor altura, ya que esta representa la pluma de mayor flujo, y menor altura en la de la derecha que es la pluma donde se inyecta el menor flujo. También podemos

ver que el modelo que más se asemeja en magnitud a los datos experimentales es el modelo Simétrico, sin embargo, cualitativamente no se ve con claridad la diferencia entre ambas plumas. Dentro de los que presentan un comportamiento cualitativo similar al experimental, el modelo de Ishii y Zuber es el que se asemeja más en magnitud.

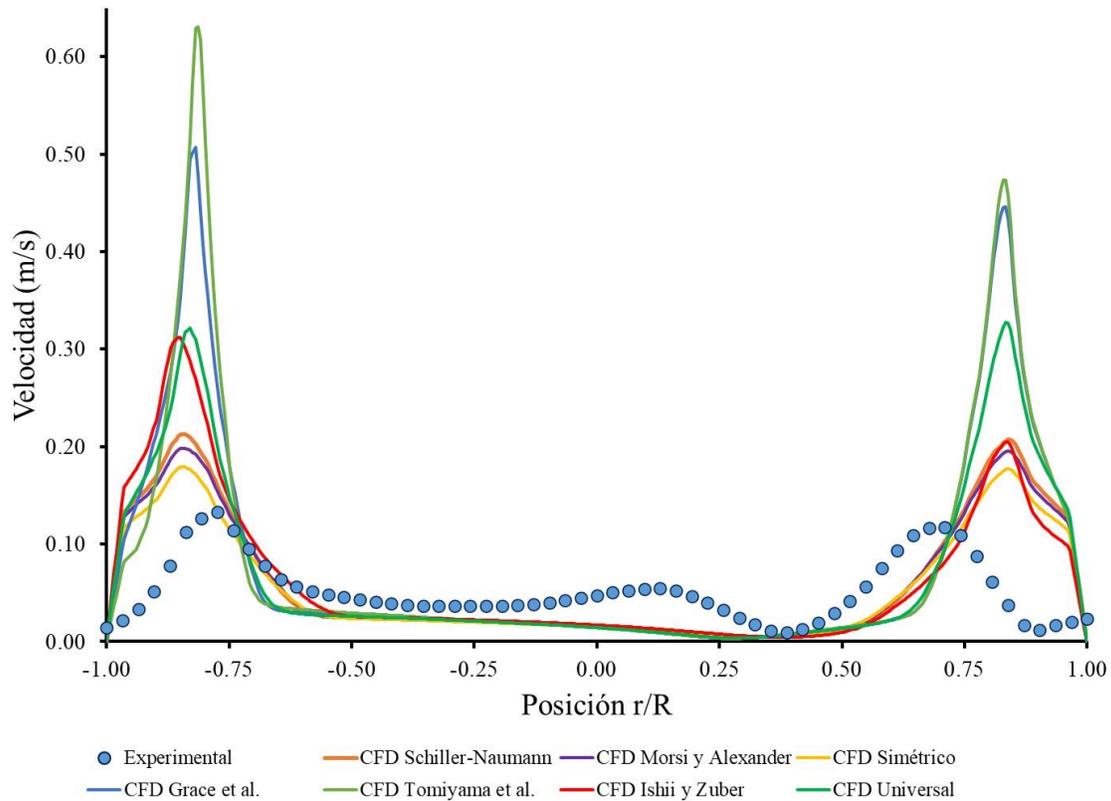


Figura 23.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.5$  para inyección de flujo diferenciado. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

La Figura 23 presenta los perfiles de velocidad a la altura de  $h/H=0.5$  para un flujo diferenciado (75%, 25%). Nuevamente, vemos que entre ambas plumas se ve una caída de velocidad de izquierda a derecha, el único que presenta una caída de velocidad y después un alza de esta es el resultado experimental y esto pasa por que las plumas a esta altura ya están interaccionando entre ellas, las zonas con menor velocidad son las zonas muertas, por otra parte, en donde se observan los picos de velocidad es en las zonas de recirculaciones. Generalmente en todos los modelos numéricos podemos observar que los valores de las velocidades en las plumas son casi de la misma magnitud independientemente del flujo diferenciado, aunque nuevamente se observa que los modelos de Ishii y Zuber, Grace et al. y Tomiyama et al. sí muestran una diferencia en la magnitud de velocidad de ambas

plumas al igual que en el experimental, aunque en este ultimo la diferencia no es tan notable. Y a pesar de que nuevamente el modelo Simétrico es el que tiene velocidades más similares a las experimentales, por su comportamiento cualitativo el modelo de Ishii y Zuber se puede considerar que es el más cercano al experimental.

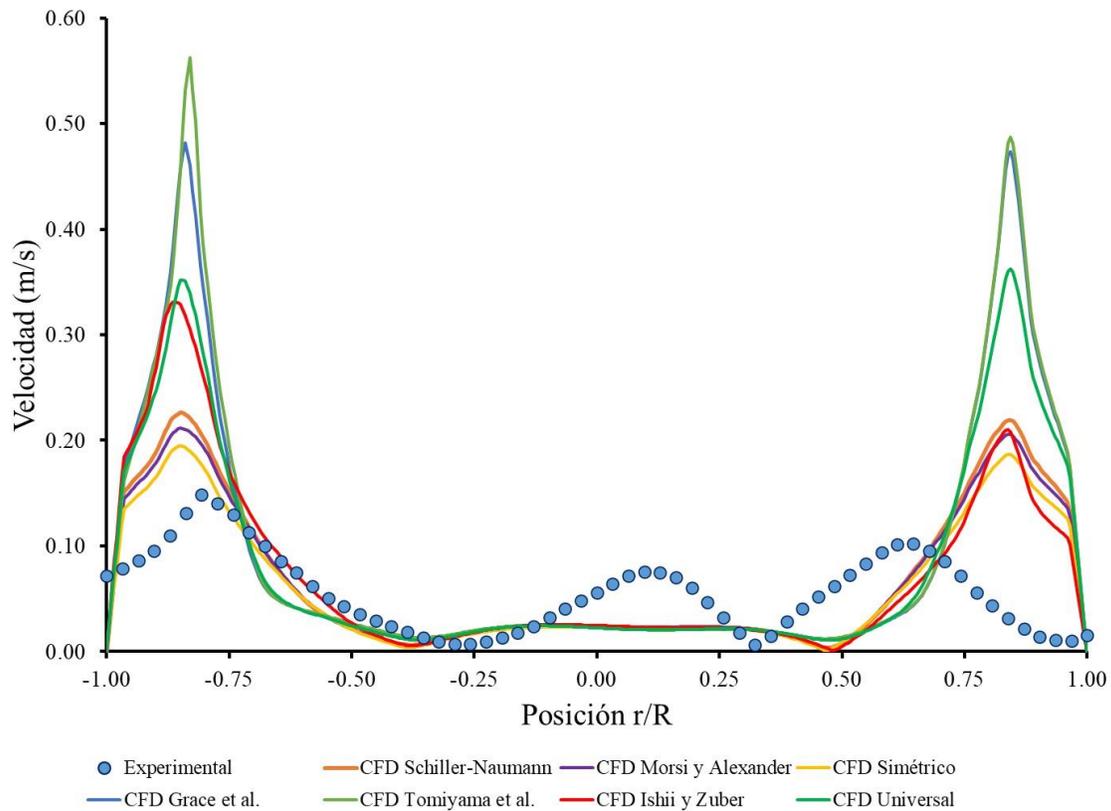


Figura 24.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.75$  para inyección de flujo diferenciado. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

Los resultados experimentales del perfil de velocidad a una altura de  $h/H=0.75$  (ver Figura 24) presenta 3 picos, los de los extremos representan las plumas y el que se encuentra en el centro se forma debido a las recirculaciones y las interacciones entre ellas, la pluma de la derecha esta ligeramente desplazada hacia la izquierda por que la recirculación formada por la pluma de mayor flujo tiene mayor fuerza y por ello la arrastra hacia ella, llegado prácticamente a igualarse en magnitud la velocidad de la pluma derecha y la de la recirculación pero en sentidos contrarios. A la lista de los modelos que presentan magnitudes de velocidades similares en ambas plumas se suma el de Grace et al. quedando únicamente los modelos de Ishii y Zuber y Tomiyama et al. como los que tiene una diferencia clara en la velocidad de ambas plumas. El modelo de Ishii y Zuber es nuevamente el que más

se parece al comportamiento experimental, ya que si bien el Simétrico sigue manteniéndose como similar en magnitud el comportamiento cualitativo no lo es.

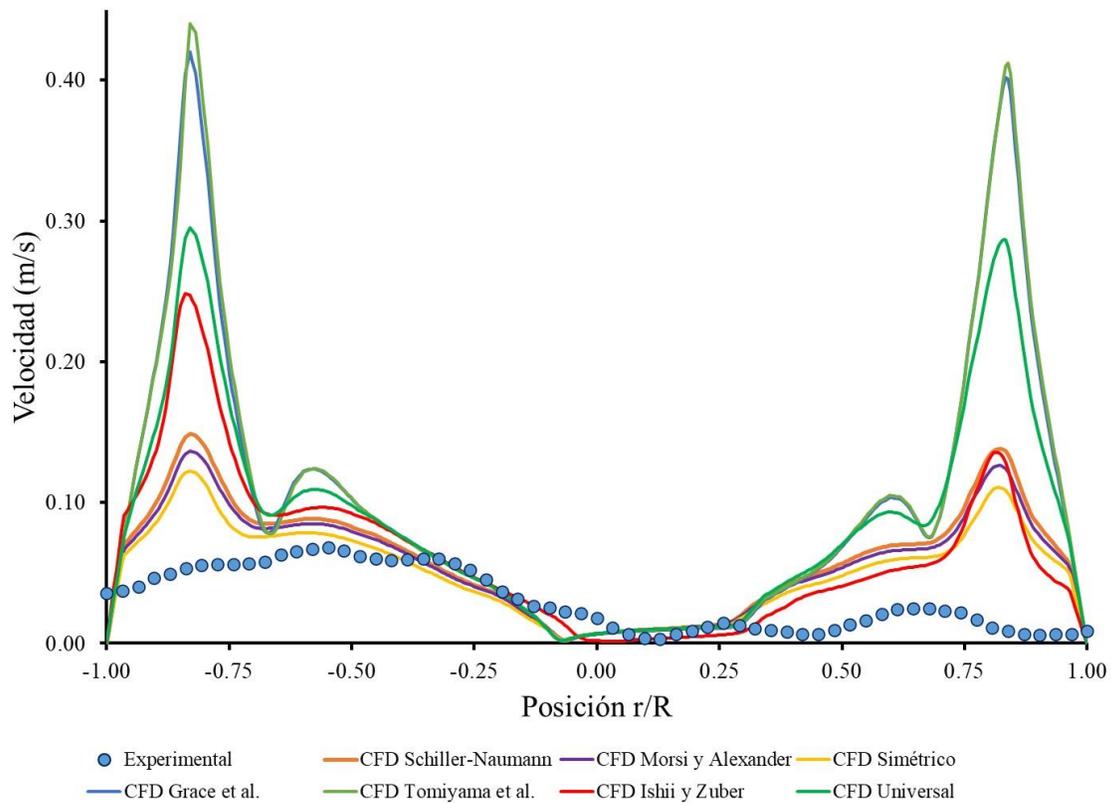


Figura 25.- Perfiles de velocidad en  $h/H=0.95$  para inyección de flujo diferenciado. Para todos los casos presentados en la Tabla 4.

En la Figura 25 el modelo experimental presenta velocidades muy similares desde la pared izquierda del modelo de la olla hasta el centro, ya que la pluma asciende y al llegar a la superficie cambia su dirección, moviéndose radialmente conservando su velocidad, después del centro vemos que la velocidad se hace prácticamente cero ya que en esta zonas las recirculaciones se abaten y pierden su velocidad, pasando esta zona hay un ligero incremento de la velocidad por la presencia de la pluma derecha, la cual esta ligeramente separada de la pared. Los modelos de Grace et al., el Universal y el Tomiyama et al. tienen dos picos de alta velocidad entre ambas plumas, el más alto es debido a la pluma seguido de una bajada de velocidad, ya que al predecir velocidades tan altas las recirculaciones se desplazan hacia arriba y el perfil entra en el ojo de las recirculaciones para posteriormente volver a la región de alta velocidad, que es la velocidad descendente de la recirculación seguido del pico de velocidad. Los modelos de Schiller-Naumann, Morsi y Alexander y el Simétrico a esta altura tienen velocidades muy similares en ambas plumas, siendo este último el que tiene la magnitud de velocidad más

cercana a la medida experimentalmente. Por otra parte, nuevamente podemos decir que el modelo que más se parece a los resultados experimentales es el de Ishii y Zuber a esta altura del baño ya que nuevamente las velocidades de ambas plumas muestran la diferencia en magnitud de ambos flujos.

*Tabla 6.- Velocidad promedio predicha por los distintos modelos para flujo diferenciado.*

Inyección de gas	Modelo de arrastre	Velocidad promedio (m/s)	Velocidad promedio en el plano 1 (m/s)	Diferencia con respecto al experimental (%)
Diferenciada (75% / 25%)	Schiller-Naumann	0.0306	0.0578	27.59
	Morsi y Alexander	0.0301	0.0558	23.18
	Simétrico	0.0288	0.0509	12.36
	Grace et. al.	0.0324	0.0779	71.96
	Tomiyama et. al.	0.0323	0.0794	75.28
	Ishii y Zuber	0.0308	0.0619	36.64
	Universal	0.0317	0.0681	50.33
	Experimental	----	0.0453 ± 0.0316	

La Tabla 6 muestra los valores promedios de velocidad en el volumen del líquido obtenidos de la simulación, además del valor promedio de la velocidad en el plano de medición 1 de todas las simulaciones y el medido con PIV experimentalmente, así como la diferencia de este valor con el predicho numéricamente, todo para los casos con flujo diferenciado. Se observa que la velocidad promedio en el líquido en todos los modelos es muy similar (0.03 m/s) por lo que aparentemente la energía de agitación es similar en todos. Por otro lado, si comparamos la velocidad promedio predicha por los modelos con la velocidad medida, vemos que los modelos de

Shiller-Naumann, Morsi y Alexander y Simétrico son los que tienen una magnitud muy similar a la misma, sin embargo, cualitativamente mostraron no representar adecuadamente la inyección diferenciada. Los modelos de Grace et al., Tomiyama et al. y Universal sobreestiman la velocidad en el plano y cualitativamente tampoco simulan la interacción de las plumas con inyección diferenciada. Finalmente se observó que el modelo Ishii y Zuber fue el que mejor represento cualitativamente la inyección diferenciada, sin embargo, presenta una diferencia considerable con el valor de velocidad medido experimentalmente con un error del 37 %.

### 3.2.- Áreas de ojo expuesta

#### 3.2.1.- Áreas de ojo para flujo igualado

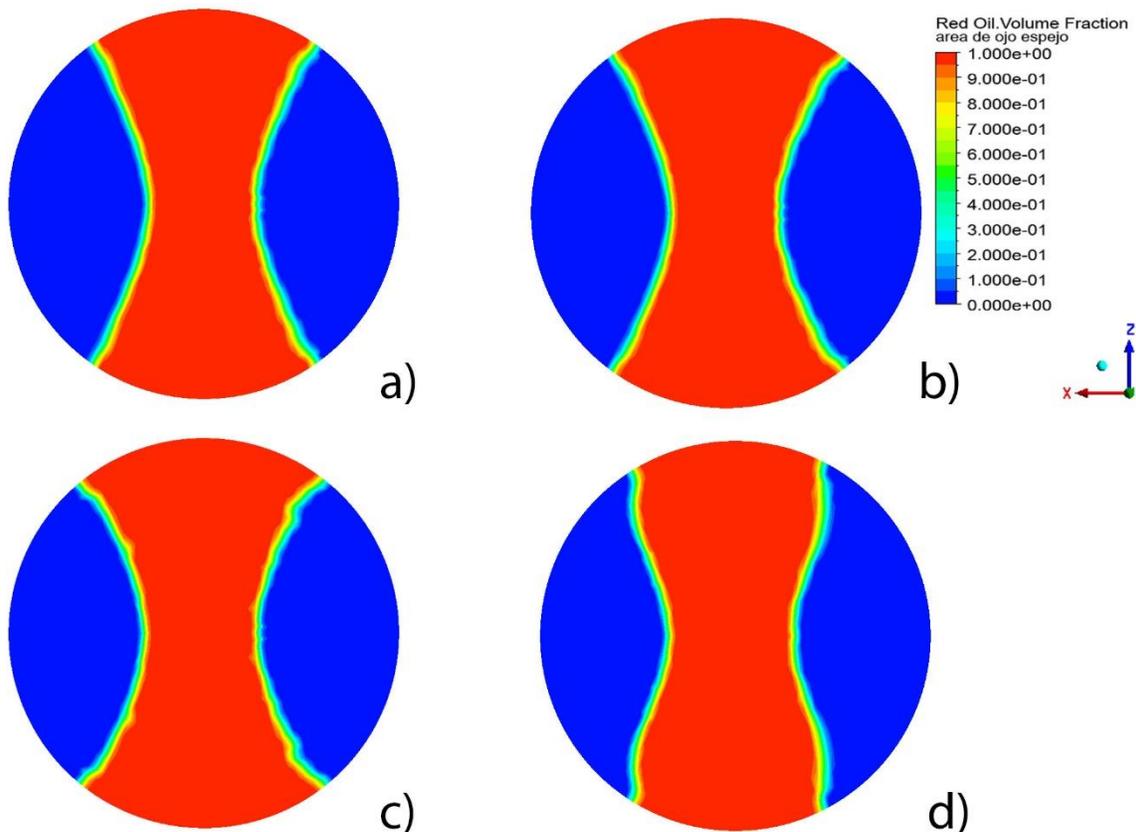


Figura 26.- Áreas de ojo expuestas para flujo simétrico, contornos de fracción volumen de aceite en la superficie del baño, para los modelos de arrastre: a) Schiller- Neumann, b) Morsi y Alexander, c) Simétrico y d) Grace et al.

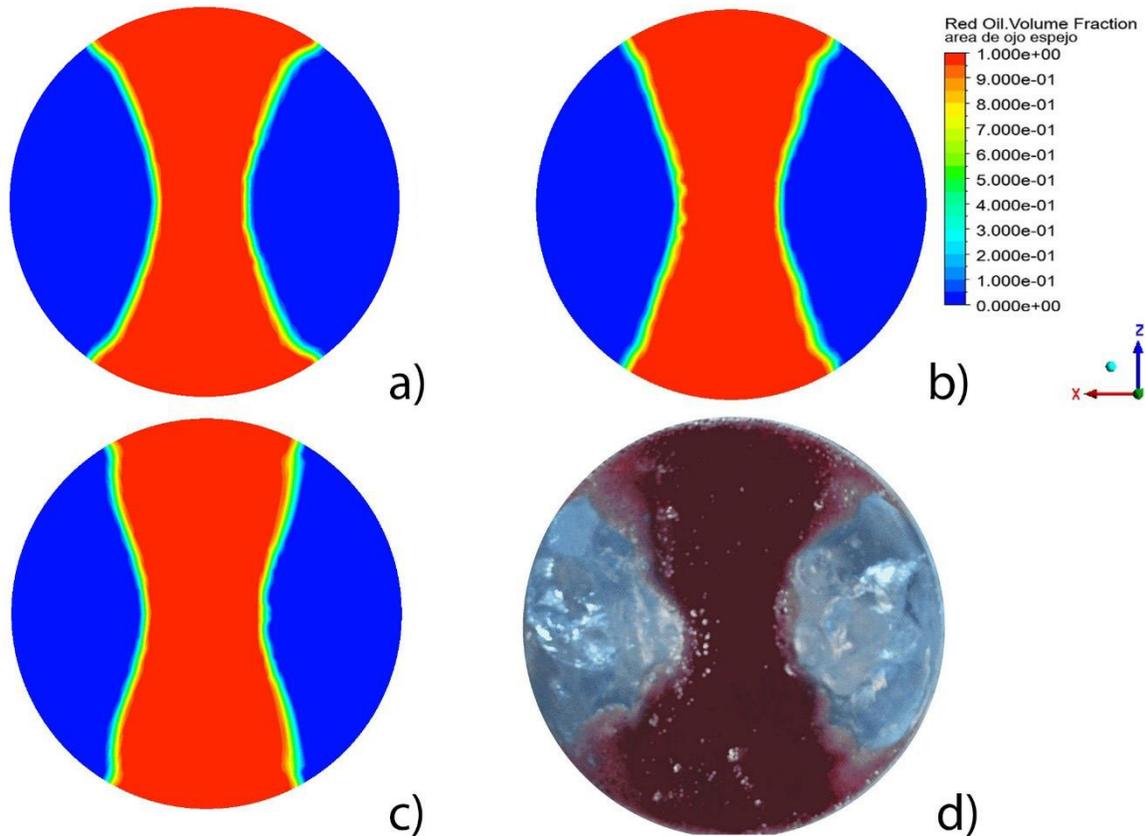


Figura 27.- Áreas de ojo expuestas para flujo simétrico, contornos de fracción volumen de aceite en la superficie del baño, para los modelos de arrastre: a) Tomiyama et al., b) Ishii y Zuber, c) Universal, d) Experimental.

La Figura 26 y la Figura 27 muestran la distribución de las fases en la superficie, específicamente la fracción volumen de la fase aceite en la superficie del sistema, la cual se ve desplazada por la inyección de gas generando lo que comúnmente se llama áreas de ojos. Las Figuras antes mencionadas corresponden a las simulación y experimentos de flujo igualado. En el caso del experimento observamos su área de ojo en la Figura 27 d), en este caso ambos ojos tienen la misma forma y son de un tamaño similar y están totalmente pegados a las paredes, por esta razón no son redondeados y tienen forma ovalada. En cuanto a los modelos de arrastre de Grace et al. y el Universal son simétricos pero sus formas son más irregulares y alargadas por lo que no parecen óvalos y por ende no son similares a lo obtenido en el modelo físico. Los modelos de Schiller-Naumann, Morsi y Alexander, Tomiyama et al., Simétrico e Ishii Zuber presentan simetría y las formas son más ovaladas, por esta razón podemos decir que son los modelos que mejor representan la física del sistema.

Si bien las imágenes mostradas en la Figura 26 y la Figura 27 dan una idea cualitativa de la precisión en la predicción del área de ojo por parte del modelo, es necesario cuantificar para tener una mejor idea de la misma. La Tabla 7 muestra la cuantificación del área de ojo expuesta tanto de los modelos numéricos como del modelo físico, así como la diferencia entre las predicciones y las mediciones experimentales. Por tanto, podemos decir que el modelo que predice mejor el área de ojo expuesta es el Schiller-Naumann con un error de 0.66 %. En términos generales todas predicciones son aceptables con errores al 10% salvo el caso de Grace et al. que tiene una diferencia del 11%.

*Tabla 7.- Área de ojo expuesta predicha por los distintos modelos para flujo igualado.*

<b>Inyección de gas</b>	<b>Modelo de arrastre</b>	<b>Área de ojo expuesta (%)</b>	<b>Diferencia con respecto al experimental (%)</b>
Igualada (50% / 50%)	Schiller-Naumann	51.81	0.66
	Morsi y Alexander	49.90	3.05
	Simétrico	48.12	6.51
	Grace et. al.	45.81	11.00
	Tomiyama et. al.	54.13	5.17
	Ishii y Zuber	55.91	8.63
	Universal	52.83	2.64
	Experimental	51.47 ± 1.49	

### 3.2.2.- Áreas de ojo para flujo diferenciado

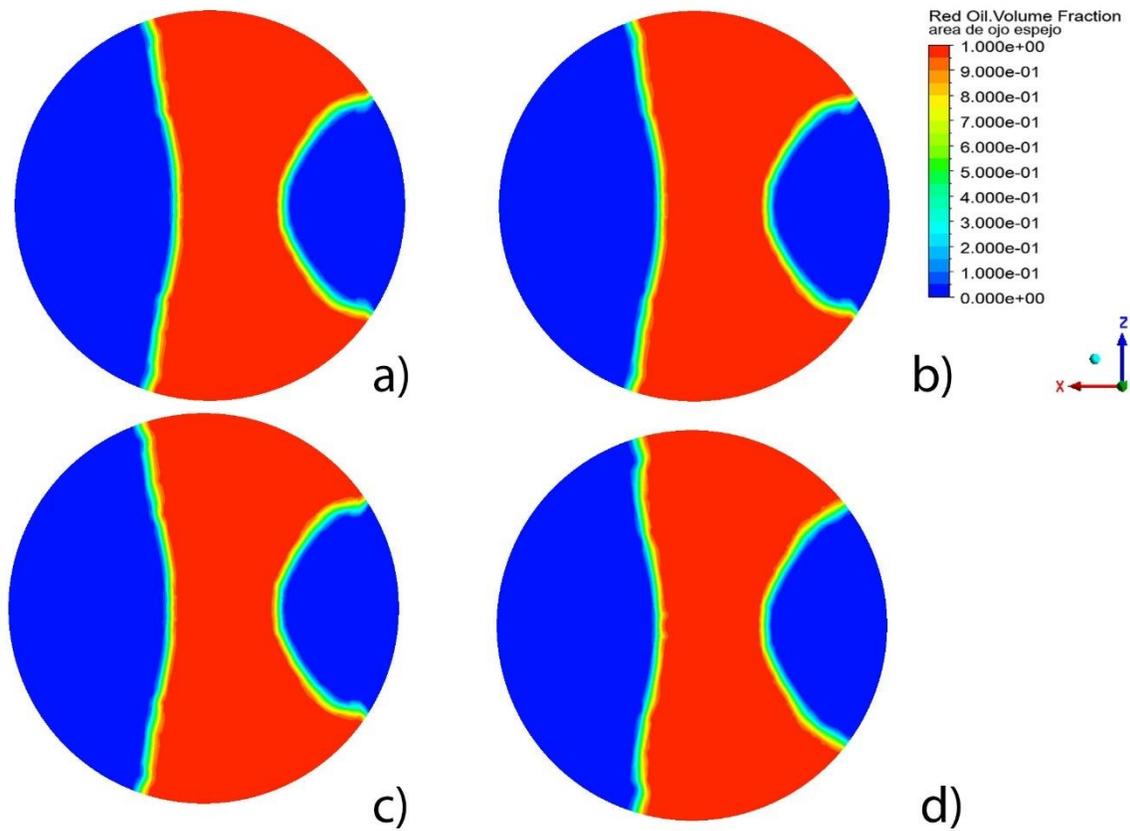


Figura 28.- Áreas de ojo expuestas para flujo diferenciado, contornos de fracción volumen de aceite en la superficie del baño, para los modelos de arrastre: a) Schiller- Neumann, b) Morsi y Alexander, c) Simétrico y d) Grace et al.

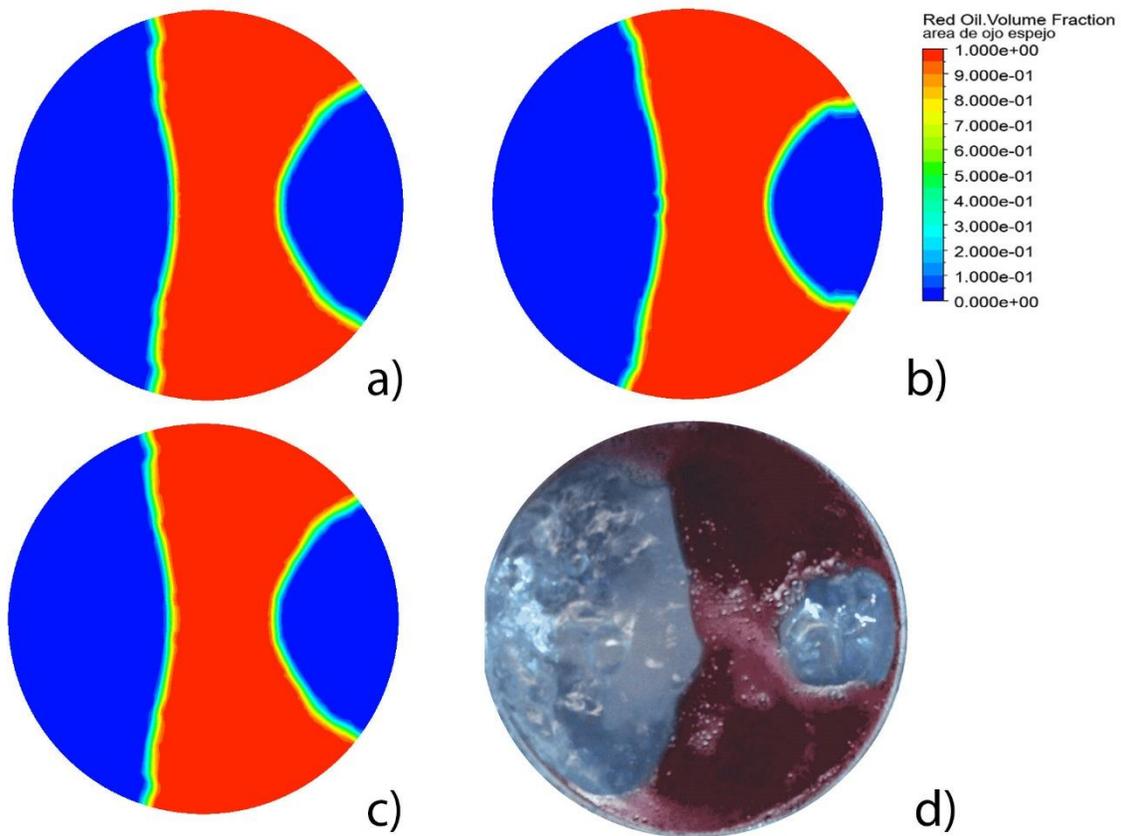


Figura 29.- Áreas de ojo expuestas para flujo diferenciado, contornos de fracción volumen de aceite en la superficie del baño, para los modelos de arrastre: a) Tomiyama et al., b) Ishii y Zuber, c) Universal, d) Experimental.

La Figura 28 y la Figura 29 presentan las áreas de ojos para el flujo diferenciado. En esta podemos ver que según el modelo experimental (Figura 29 d)) el ojo formado por la pluma con flujo menor genera un ojo despegado de la pared y de una forma más circular, en cambio el ojo formado por el flujo mayor forma un ojo pegado a la pared y con una forma ovalada. Los ojos predichos por los modelos de Grace et al., Tomiyama et al. y Universal no se parecen al presentado por el modelo físico, en los tres modelos el área del ojo mayor no presenta cierta curvatura como en el experimental y el ojo formado por un flujo menor no tiene forma redondeada sino ovalada. Por otra parte, los modelos Schiller- Naumann, Morsi y Alexander, Ishii y Zuber y Simétrico tienen más similitud al modelo experimental ya que presentan cierta redondez en la morfología de ambos ojos, pero en ningún caso se alcanza a separar completamente de las paredes del sistema el ojo de menor flujo.

La Tabla 8 presenta las áreas de ojo calculadas con los modelos numéricos y la medida experimentalmente, en esta también se presenta la diferencia entre las áreas predichas y la medida con análisis de imágenes. En todos los casos los valores del área calculada se subestima el valor comparado con el experimental, presentando siempre una diferencia menor al 15 %. Los modelos que presentan una menor diferencia con respecto al experimental son; Grace et al., Tomiyama et al., Universal y Schiller-Naumann, sin embargo, los tres primeros cualitativamente no presentan el mismo comportamiento que el experimento, por lo que el modelo de Schiller-Naumann es el que mejor predice esta área.

*Tabla 8.- Área de ojo expuesta predicha por los distintos modelos para flujo diferenciado.*

<b>Inyección de gas</b>	<b>Modelo de arrastre</b>	<b>Área de ojo expuesta (%)</b>	<b>Diferencia con respecto al experimental (%)</b>
Diferenciada (75% / 25%)	Schiller-Naumann	52.00	10.88
	Morsi y Alexander	50.28	13.83
	Simétrico	51.57	11.62
	Grace et. al.	52.41	10.18
	Tomiyama et. al.	52.40	10.20
	Ishii y Zuber	50.09	14.16
	Universal	52.07	10.76
	Experimental	58.35 ± 1.97	

## Capítulo 4: Conclusiones

En el presente trabajo se probó el efecto del modelo de arrastre sobre la fluidodinámica de una olla de aceración con inyección de gas dual, simulando condiciones de inyección igualada y diferenciada. Los modelos de arrastre explorados incluyen:

- Schiller-Naumann
- Morsi y Alexander
- Simétrico
- Grace et al.
- Tomiyama et al.
- Ishii y Zuber
- Universal

Para determinar qué modelo representa de manera más fidedigna la física de la olla los resultados numéricos se compararon con resultados experimentales de un modelo físico trifásico (agua-aire-aceite) incluyendo patrones de flujo medidos con la técnica de Velocimetría de Imágenes de Partículas (PIV) y mediciones de área de ojo expuesta con fotografías de la superficie del modelo físico.

Las conclusiones principales del trabajo incluyen:

- Se implementó correctamente un modelo matemático para simular las fases y la fluidodinámica de un modelo físico de una olla con inyección dual, encontrando que el modelo empleado para simular el coeficiente de arrastre tiene un efecto muy importante tanto en la fluidodinámica como en la distribución de las fases en el sistema.
- Comparando el patrón de flujo medido para una olla con inyección igualada podemos ver que cualitativamente los modelos de arrastre que describen mejor el comportamiento experimental son: Ishii y Zuber, Universal y Grace et al. en cambio los modelos que no hacen una descripción cualitativa adecuada del comportamiento experimental son: Schiller-Naumann, Morsi y Alexander, Simétrico y Tomiyama et al.
- Cuantitativamente, el modelo que predice una velocidad promedio (en el plano de medición 1) similar a la obtenida experimentalmente es el Simétrico con una diferencia de 19.86%. Por otra parte, con un error no mayor a 44% están los modelos de Tomiyama et al., Schiller-Naumann y Morsi y Alexander, los que tienen un error no mayor al 61% son Ishii y Zuber y Universal y el modelo que presentó el error más grande, casi del 84%, fue el de Grace et al.

- Para la inyección de flujo igualada las áreas de ojo predichas por los modelos matemáticos más similares cualitativamente a la obtenida experimentalmente fueron: Tomiyama et al., Schiller-Naumann, Morsi y Alexander, Ishii y Zuber y el Simétrico, pero los modelos que presentaron poca similitud cualitativa a la experimental fueron: Grace et al. y Universal.
- La predicción cuantitativa del área de ojo para los casos con flujo igualado fue adecuada en todos los casos siendo el único modelo que presenta una diferencia de 11% el modelo de Grace et al., mientras que ninguno de los demás supera el 10% de diferencia. Siendo la mejor predicción la del modelo de Schiller-Naumann con una diferencia de 0.66% que además respeta el comportamiento cualitativo de las fases.
- Cualitativamente el único modelo que se parece al experimental en la inyección diferenciada es el Ishii y Zuber.
- Cuantitativamente el modelo que presenta la diferencia más baja con el valor promedio de la velocidad en el plano de medición 1 es el modelo Simétrico con un error de 12.36%. Los modelos que presentan un error bajo en la velocidad promedio del plano para el flujo diferenciado son: Morsi y Alexander, Schiller- Naumann e Ishii y Zuber, con errores de 23% a 36%. Los modelos que presentaron error mayor al 50% fueron: Universal, Grace et al. y Tomiyama et al.
- Las áreas de ojos predichas por los modelos matemáticos para flujo diferenciado que más similitud cualitativa tuvieron son: Schiller-Naumann, Morsi y Alexander, Ishii y Zuber y Simétrico. Los que presentaron poca similitud cualitativa fueron: Grace et al., Tomiyama et al. y Universal.
- La predicción cuantitativa del área de ojo para los casos de flujo diferenciado se mantiene en el rango de 10% a 15% en todos los modelos estudiados. Siendo la mejor predicción la del modelo de Schiller-Naumann con una diferencia del 10.88% pero respetando el comportamiento cualitativo de las fases dentro del sistema.

Se observo que el modelo que predice mejor cuantitativamente la velocidad del sistema es el modelo Simétrico, mientras que el modelo de Schiller-Naumann es el que predice mejor cuantitativamente el área de ojo expuesta.

A pesar de que sobreestima la velocidad medida en el plano, cualitativamente el modelo de Ishii y Zuber es el que mejor predice la fluidodinámica tanto para flujo igualado como diferenciado, siendo particularmente importante su capacidad para simular las interacciones entre plumas de distinta magnitud. Esto aunado a que presenta una buena capacidad para estimar el área de ojo expuesta lo hace ser el mejor modelo para emplearse en simulaciones de ollas con inyección de gas en el fondo.

## Referencias

- [1] CANACERO, «El acero en México,» [En línea]. Available: <https://www.canacero.org.mx/aceroenmexico.php>. [Último acceso: 09 03 2021].
- [2] E. T. Turdogan, *Fundamentals of steelmaking*, The Inst. of Materials, 1996.
- [3] worldsteel ASSOCIATION, «About steel,» [En línea]. Available: <https://www.worldsteel.org/about-steel.html>. [Último acceso: 09 03 2021].
- [4] A. Ghosh, *Secondary steelmaking: principles and applications*, CRC Press, 2000.
- [5] Y. Liu, M. Ersson, P. G. Jönsson y Y. Gan, «A review of physical and numerical approaches for the study of gas stirring in ladle metallurgy,» *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol. 50, nº 1, pp. 555 - 577, 2019.
- [6] D. Mazumdar y R. I. L. Guthrie, «Discussion on “Review of Physical and Numerical Approaches for the Study of Gas Stirring in Ladle Metallurgy”,» *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol. 51, nº 1, pp. 412- 416, 2020.
- [7] L. Li, X. Li, Z. Zhu y B. Li, «Numerical modeling of multiphase flow in gas stirred ladles: From a multiscale point of view.,» *Powder Technology.*, 2020.
- [8] S. Joo y R. I. L. Guthrie, «). Modeling flows and mixing in steelmaking ladles designed for single-and dual-plug bubbling operations.,» *Metallurgical Transactions* , vol. 23, nº 6, pp. 765-778, 1992.
- [9] J. Mandal, S. Patil, M. Madan y D. Mazumdar, «Mixing time and correlation for ladles stirred with dual porous plugs.,» *Metallurgical and Materials Transactions* , vol. 36, nº 4, pp. 479-487, 2005.
- [10] A. M. Amaro-Villeda, M. A. Ramirez-Argaez y A. N. Conejo, «Effect of slag properties on mixing phenomena in gas-stirred ladles by physical modeling.,» *ISIJ international*, vol. 54, nº 1, pp. 1-8, 2014.
- [11] L. E. Jardón Pérez, A. Amaro-Villeda, A. N. Conejo, C. González-Rivera y M. A. Ramírez-Argáez, «Optimizing gas stirred ladles by physical modeling and

PIV measurements.,» *Materials and Manufacturing Processes.*, vol. 33, nº 8, pp. 882-890, 2018.

- [12] Y. Liu, H. Bai, H. Liu, M. Ersson, P. G. Jönsson y Y. Gan, «Physical and Numerical Modelling on the Mixing Condition in a 50 t Ladle.,» *Metals*, vol. 9, nº 11, p. 1136, 2019.
- [13] T. Haiyan , G. Xiaochen , W. Guanghui y W. Yong, «Effect of gas blown modes on mixing phenomena in a bottom stirring ladle with dual plugs.,» *ISIJ International*, 2016.
- [14] T. Haiyan, J. Liu, S. Zhang, X. Guo y J. Zhang, «A novel dual plugs gas blowing mode for efficient ladle metallurgy.,» *Ironmaking & Steelmaking*, vol. 46, nº 5, pp. 405-415, 2019.
- [15] L. E. Jardón-Pérez, D. R. González-Morales, G. Trápaga, C. González-Rivera y M. A. Ramírez-Argáez, «Effect of differentiated injection ratio, gas flow rate, and slag thickness on mixing time and open eye area in gas-stirred ladle assisted by physical modeling.,» *Metals*, vol. 9, nº 5, p. 555, 2019.
- [16] L. E. Jardón-Pérez, C. González-Rivera, M. A. Ramirez-Argaez y A. Dutta, «Numerical Modeling of Equal and Differentiated Gas Injection in Ladles: Effect on Mixing Time and Slag Eye.,» *Processes*, vol. 8, nº 8, p. 917, 2020.
- [17] C. G. Méndez , N. Nigro y A. Cardona, «Drag and non-drag force influences in numerical simulations of metallurgical ladles.,» *Journal of materials processing technology*, vol. 160, nº 3, pp. 296-305, 2005.
- [18] J. E. Olsen y S. Cloete, «Coupled DPM and VOF model for analyses of gas stirred ladles at higher gas rates.,» de *In Proceedings of the 7th International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*, Melbourne, Australia , 2009.
- [19] W. Lou y M. Zhu, «Numerical simulation of gas and liquid two-phase flow in gas-stirred systems based on Euler–Euler approach.,» *Metallurgical and Materials Transactions* , vol. 44, nº 5, pp. 1251-1263, 2013.
- [20] H. Duan, Y. Ren y L. Zhang, «Effects of interphase forces on fluid flow in gas-stirred steel ladles using the Eulerian–lagrangian multiphase approach.,» *JOM*, vol. 70, nº 10, pp. 2128-2138, 2018.

- [21] Z. Naumann y L. Schiller, «A drag coefficient correlation,» *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 77, p. e 323, 1935.
- [22] T. H. Shih, W. W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang y J. Zhu, «A new k- $\epsilon$  eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows,» *Computers & fluids*, vol. 24, pp. 227-238, 1995.
- [23] B. E. Launder y D. B. Spalding, «Mathematical models of turbulence,» *Academic press*, 1972.
- [24] A. A. Troshko y Y. A. Hassan, «A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows,» *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 27, pp. 1965-2000, 2001.