



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL ÁNGULO DE CONTACTO DINÁMICO  
EN EL ASCENSO CAPILAR EN UN MEDIO POROSO  
BAJO GRADIENTES DE TEMPERATURA

**TESIS**  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:  
**ING. ANDRÉS IVÁN VILLASEÑOR PARIS**

TUTOR PRINCIPAL  
DR. JOSÉ MELESIO SÁNCHEZ HUERTA  
FACULTAD DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., OCTUBRE 2023



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. MÉNDEZ LAVIELLE FEDERICO  
Secretario: DR. NAUDE DE LA LLAVE JORGE LUIS  
1 er. Vocal: DR. SÁNCHEZ HUERTA JOSÉ MELESIO  
2 do. Vocal: DR. MONSIVAIS MONTOLIU IAN GUILLERMO  
3 er. Vocal: DR. CHÁVEZ MARTÍNEZ RAFAEL

Lugar donde se realizó la tesis: FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM, CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX.,

**TUTOR DE TESIS:**

DR. JOSÉ MELESIO SÁNCHEZ HUERTA



---

**FIRMA**

## ***Dedicatoria***

*Este trabajo está dedicado a:*

*Mi madre la **Sra. Chantal Paris Zárate***

*Mi padre el **Sr. Andrés Eduardo Villaseñor Letepichia** y a su esposa la **Sra. María Dolores N.G.***

*Mis hermanos: **Bruno Daniel F.P., Fátima Zoé V.N., Bennett Eliam M.P.** y **Eduardo Tonatiuh V.N.***

*Mi tío el **Ing. Edgar Salinas***

*Mi abuela materna la **Sra. Cecilia Zárate P.** †*

*Mi abuela paterna la **Sra. Martha Rosa L.G.***

*La **Sra. Beatriz Ruiz Velasco** y familia.*

# ***Agradecimientos***

## ***ESFUERZO, TRABAJO Y PERSEVERANCIA***

*Las tres disciplinas que me han llevado a alcanzar este gran logro.*

*Este trabajo de tesis representa el final de mi educación universitaria y de mi vida como estudiante, es el final de un largo camino el cual ha estado acompañado de buenas y malas experiencias, que al día de hoy me han llevado al lugar que me encuentro ahora.*

*Sin embargo, el alcance de esta meta no hubiera sido posible sin el inmenso apoyo de mis padres, la Sra. Chantal Paris Zárate y el Sr. Andrés Eduardo Villaseñor Letepichia, para quienes no existe agradecimiento suficiente para reconocer el gran apoyo y dedicación que me han dado, ya que gracias a la educación y al amor que he recibido de su parte, he tenido la fuerza para enfrentar la vida y superar cualquier obstáculo que esta me presente.*

*Agradezco enormemente a mis amigos por estar lado a lado enfrentando cada reto juntos, compartiendo experiencias y superando cada obstáculo. En especial, por entender y apoyar nuestros objetivos fuesen estos iguales o diferentes. Hago la mención especial para, mi amiga y compañera, la Ing. Joanna Fuentes M. y para, mi amigo y hermano, el Lic. Eric Palacios R., por ser ustedes quienes han estado a mi lado en todo momento, apoyándome y creyendo en mí, aun cuando todo pareciera estar en contra.*

*A mi Asesor, Profesor, Mentor y Amigo el Dr. José Melesio S.H. agradezco por ser mi guía durante estos años de trabajo juntos, por la paciencia, consejos y oportunidades que me ha dado.*

*También quiero agradecer a mi familia por estar a mi lado y apoyarme durante este viaje, el cual ha estado lleno de retos y metas cumplidas para todos, este nuevo logro lo comparto con ustedes ya que también forman parte de él.*

*A mi Universidad doy gracias por las grandes oportunidades que me ha dado, porque no pude haber recibido mejor preparación y vivido mejores experiencias que en mi alma mater la máxima casa de estudios la UNAM, no hay palabras suficientes para agradecerle todo lo que me ha dado durante estos 10 años, es por eso hoy me enorgullezco de poner en alto su nombre.*

*Hago un agradecimiento especial al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de Maestría en la modalidad de tiempo completo.*

*Por último, solo queda agradecerme a mí mismo por el esfuerzo y dedicación que tuve para concluir con esta etapa de mi vida académica, porque yo entiendo lo difícil que fue para mí permanecer y concluir con esta, para no rendirme a pesar del estrés y la frustración que me generaba. Es gracias a mi perseverancia que hoy me siento orgulloso de mí mismo, de mi esfuerzo y de mi trabajo por el cual ahora me hago llamar Maestro en Ingeniería.*

*“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”*

# Índice

<b>Resumen</b> .....	<b>1</b>
<b>Objetivo</b> .....	<b>2</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>3</b>
<b>Justificación</b> .....	<b>4</b>
<b>Capítulo 1. Antecedentes</b> .....	<b>5</b>
<b>Capítulo 2. Modelo matemático</b> .....	<b>18</b>
○ Descripción del problema .....	<b>18</b>
○ Desarrollo del modelo matemático .....	<b>19</b>
○ Caso isotérmico .....	<b>22</b>
○ Caso no-isotérmico .....	<b>22</b>
<b>Capítulo 3. Desarrollo experimental</b> .....	<b>24</b>
○ Material utilizado en el proceso experimental .....	<b>24</b>
○ Desarrollo experimental del Ángulo de Contacto Estático .....	<b>28</b>
○ Desarrollo Experimental del Ascenso Capilar en un Medio Poroso .....	<b>31</b>
▪ Caso isotérmico .....	<b>32</b>
▪ Caso no-isotérmico .....	<b>33</b>
<b>Capítulo 4. Resultados y análisis</b> .....	<b>42</b>
○ Resultados y Análisis del Ángulo de Contacto Estático .....	<b>42</b>
○ Resultados y Análisis del Ascenso Capilar .....	<b>44</b>
<b>Capítulo 5. Conclusiones</b> .....	<b>55</b>
<b>Referencias</b> .....	<b>56</b>
<b>Apéndice (Código de Programación)</b> .....	<b>59</b>

## Resumen

En este trabajo se presenta el estudio teórico y experimental del proceso de penetración capilar de un fluido a través de un medio poroso, para el cual se analizan los efectos de la temperatura, variación de la tensión superficial, viscosidad y la influencia del ángulo de contacto dinámico sobre el avance del frente de imbibición. Hasta ahora, este es uno de los primeros trabajos que analiza el fenómeno capilar bajo los efectos de un gradiente longitudinal de temperatura considerando la influencia del ángulo de contacto dinámico. En primer lugar, se realiza un estudio teórico del cual se deriva dos modelos matemáticos uno para el caso isotérmico y otro que considera los efectos de la temperatura en el ascenso capilar. En segundo lugar, se realizan una serie de experimentos para validar los modelos matemáticos obtenidos, además, se llevan también a cabo experimentos para determinar los cambios en el ángulo de contacto estático por efectos de la temperatura. Finalmente se comparan los resultados teóricos contra los experimentales lo que permite validar los modelos.



## **Objetivo**

Derivar un modelo matemático que considere los efectos del ángulo de contacto dinámico durante la penetración en un medio capilar poroso bajo gradientes de temperatura.

## Introducción

La imbibición está definida como el proceso de penetración de un fluido a través de un medio capilar, siendo este fenómeno sumamente importante ya que se puede encontrar en sistemas biológicos como lo es la osmosis, el ascenso de nutrientes en las plantas o la absorción de agua en las semillas, también se puede ver en procesos industriales como la inyección de tinta en tela o papel, así como en yacimientos acuíferos y la extracción de petróleo por inyección de fluido, siendo este último uno de los más importantes. Este proceso también conocido como absorción consiste en el avance de un fluido a través de un medio capilar o poroso, para lo cual en este último los conductos capilares están formados por los poros.

Los factores involucrados en este proceso son esencialmente la presión capilar, el peso del fluido y los efectos viscosos, siendo estos últimos los que pueden ser modificados o sufrir alteraciones por la temperatura, por lo tanto, la presencia de un gradiente de temperatura longitudinal distribuido en el medio capilar puede modificar el estado de equilibrio y la rapidez con que este es alcanzado. Por lo tanto, en este trabajo se busca considerar los efectos del ángulo de contacto dinámico bajo gradientes de temperatura en el ascenso capilar a través de un medio poroso.

El ángulo de contacto estático corresponde al ángulo formado por la superficie de un líquido al entrar en contacto con un sólido, donde el tamaño de este dependerá de las propiedades del fluido, específicamente de la tensión superficial de este, lo cual indica que este ángulo podría verse afectado por las condiciones de temperatura. Dado que el análisis realizado en este trabajo es para un flujo en movimiento (a bajas velocidades), se debe considerar un ángulo de contacto dinámico el cual corresponde al ángulo formado entre el líquido en movimiento y el sólido. De acuerdo a T.D. Blake [1], este ángulo dinámico es un parámetro clave con el cual se caracteriza el comportamiento de absorción en el proceso de imbibición.

Este trabajo se encuentra dividido en seis capítulos comenzando por el capítulo de “Antecedentes” presenta los conceptos relacionados al tema y a la obtención del modelo matemático, así como un resumen de los trabajos publicados más relevantes. En el capítulo “Modelo matemático” se desarrollan paso a paso los modelos matemáticos para las tres condiciones de temperatura y el efecto del ángulo de contacto dinámico. Posteriormente en el capítulo “Desarrollo experimental”, primero se presenta la evaluación del ángulo de contacto estático en función de la temperatura, la siguiente parte corresponde al desarrollo experimental para la obtención de los datos reales del proceso de imbibición, de los cuales se obtiene la evolución temporal del frente de imbibición. En el capítulo “Resultados y Análisis” se presenta la influencia de la temperatura sobre el ángulo de contacto

estático, posteriormente se presenta la comparación entre los resultados obtenidos de forma teórica contra los obtenidos de forma experimental, logrando así la validación del modelo matemático, además, se presentan los resultados de la influencia del ángulo de contacto dinámico en el proceso de imbibición. Por último, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones más importantes.

## **Justificación**

Actualmente hay muy poca información respecto a la imbibición a través de medios porosos que involucren los efectos generados por los cambios de temperatura, dentro de los pocos trabajos que hay, la cantidad de los que consideran la influencia del ángulo de contacto dinámico es aún menor, por lo tanto, en este trabajo se pretende contribuir a las bases del estudio de los efectos del ángulo de contacto y temperatura en el proceso de imbibición en un medio poroso.

## Capítulo 1. Antecedentes

La Imbibición se presenta cuando un medio capilar (tubo capilar, medio poroso, fracturas, placas de Hele Shaw, etc.) se pone en contacto con un líquido y este penetra el medio por los efectos de la presión capilar,  $\sigma/d$  [ $N/m^2$ ] [2], conforme el fluido avanza este va desplazando al gas existente en el medio capilar o en su caso al líquido inmiscible en el caso de un proceso de drene [1 -9].

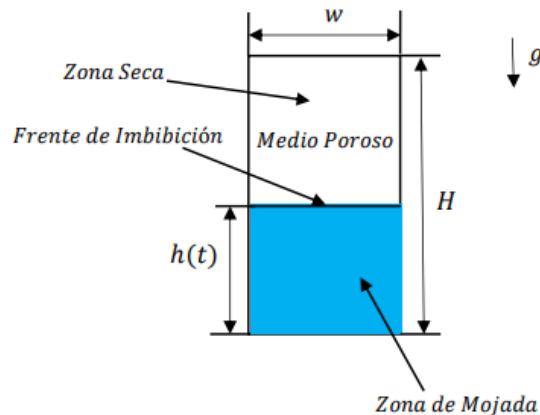


Figura 1.1. Representación gráfica de la penetración del flujo capilar en una muestra porosa. [10]

En 1856 Henry Darcy propuso una de las expresiones de mayor importancia para conocer el flujo a través de un medio capilar poroso, la cual determina el gasto promedio.

$$q = k \frac{S}{e} (h + e \pm h_0) \dots\dots\dots (1.1)$$

Siendo este modelo el que se ha empleado con mayor frecuencia como base de una gran cantidad de estudios, donde  $q$  es el volumen de agua descargado (por unidad tiempo),  $k$  es el coeficiente de permeabilidad [ $m/s$ ],  $e$  es el espesor del medio poroso [ $m$ ],  $S$  es el área de la sección transversal [ $m^2$ ],  $h$  es la altura del medio capilar [ $m$ ] y  $h_0$  la altura inicial de la penetración de fluido [ $m$ ].

Una modificación a la ecuación anterior (1.1), en la que se presenta de manera explícita la evolución del frente de avance de fluido a través del medio capilar, que se ha empleado en diversos trabajos es la siguiente [5,11].

$$h = \sqrt{\frac{2k^0 p^c}{\varepsilon \mu^\omega}} \sqrt{t} \dots\dots\dots (1.2)$$

Donde  $\varepsilon$  corresponde a la porosidad,  $\mu^\omega$  a la viscosidad dinámica del agua,  $p^c$  es la presión capilar,  $k^0$  la permeabilidad intrínseca y  $t$  es el tiempo de imbibición.

Posteriormente en 1921, Lucas-Washburn presento la ecuación para el frente de imbibición capilar  $h$  para un medio capilar poroso homogéneo sujeto a la gravedad en intervalos de tiempo pequeños, la cual obedece el modelo dado por la siguiente relación [12-14].

$$h^2 = \frac{\sigma \cos \theta}{2\mu'} t \sqrt{\frac{K}{\Phi}} \dots\dots\dots (1.3)$$

Donde  $\sigma$  corresponde a la tensión superficial,  $\mu'$  a la viscosidad dinámica,  $\theta$  es el ángulo de contacto,  $\Phi$  es la porosidad,  $K$  es la permeabilidad y  $t$  es el tiempo transcurrido para que el frente alcance la altura  $h$ .

Por lo tanto, se puede observar que en el caso de un sistema capilar no se encuentra una fuerza inducida actuando sobre este, el flujo producido estará determinado por la presión capilar, mientras que la resistencia es generada tanto por la presión hidrostática como por las fuerzas viscosas, donde sumado a esto se deben considerar los cambios de geometría, tensión superficial, viscosidad, temperatura y los efectos de la presencia de un ángulo de contacto.

En este sentido, uno de los trabajos que consideran la influencia de la viscosidad y tensión superficial es el de M. O'Loughlin [15], el cual muestra el análisis experimental en tubos capilares para el cambio de la concentración en una solución de glicerol.

Para este análisis M. O'Loughlin utilizó como base un modelo presentado por Washburn [13,15] en 1921, el cual es en general una descripción clásica del ascenso capilar dinámico en un tubo capilar vertical, por lo tanto, este está dado como el balance entre la fuerza generada por la presión capilar y el efecto retardado del peso de la columna de fluido, así como los efectos viscosos. La ecuación resultante para el tiempo de ascenso de la columna de fluido está dada por:

$$t(h) = -T \left[ \frac{h}{L} + \cos \theta_e \ln \left( 1 - \frac{h}{L \cos \theta_e} \right) \right] \dots\dots\dots (1.4)$$

Donde  $L = 2\sigma/\rho gr$ ,  $T = 16\sigma\eta/\rho^2 g^2 r^3$  y  $V = L/T$ , siendo estas las escalas características de longitud y tiempo, respectivamente, que dependen de las propiedades del fluido,  $h$  es la altura del frente capilar, y  $\theta_e$  el ángulo de contacto estático. Para el análisis experimental utilizó las siguientes condiciones obtenidas de forma experimental:

Glycerol %	$\sigma$ (mN/m)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\eta$ (Pa s)
99.5	63.8 ± 0.1	1255 ± 1	1.11 ± 0.01
85.0	64.5 ± 0.1	1221 ± 1	0.11 ± 0.01
70.0	65.3 ± 0.1	1181 ± 1	0.02 ± 0.01

Tabla 1.1. Propiedades del glicerol a 22°C (Tensión superficial, Densidad y Viscosidad). [15]

Glycerol %	$L$ (mm)	$T$ (s)	$V$ (mm/s)
99.5	48.2	752.2	0.06
85.0	50.1	79.6	0.63
70.0	52.4	15.7	3.35

Tabla 1.2. Escalas de longitud, tiempo y velocidad correspondientes a las concentraciones de líquido utilizadas en el estudio para un capilar con radio  $r=0.215$  mm. [15]

Para las cuales presenté los siguientes resultados:

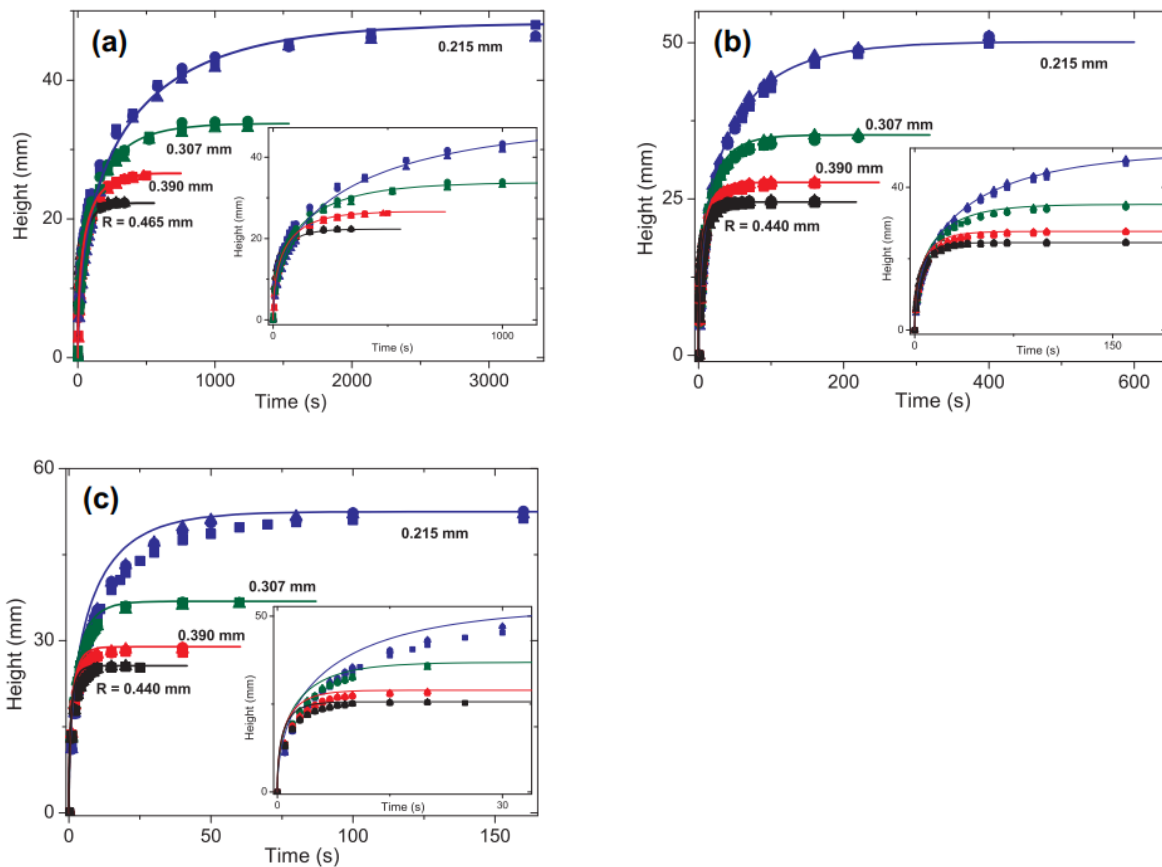


Figura 1.2. Datos experimentales (símbolos) y las predicciones teóricas correspondientes (líneas), para (a) glicerol al 100%; (b) 85% y (c) 70%. Para cada radio del capilar. [15]

De acuerdo a los resultados presentados por M. O’Loughlin, se puede ver que la longitud alcanzada para un radio constante para cada concentración de glicerol es diferente, por ende, se concluye que los efectos viscosos juegan un papel muy importante en el ascenso capilar de un fluido.

Como se menciona anteriormente, la tensión superficial y la viscosidad dinámica son factores de gran importancia en el ascenso capilar, donde estos son fácilmente influenciados por los cambios de temperatura. En este sentido Bell y Cameron [16] realizaron experimentos de imbibición en suelo agrícola a diferentes temperaturas, para los cuales utilizaron agua destilada y suelo agrícola proveniente de Pensilvania, donde las temperaturas experimentales fueron de 291 K y 294 K. En los resultados que obtuvieron en la Figura 1.3, se puede observar que la imbibición a menor temperatura es más rápida y alcanza una mayor altura de imbibición.

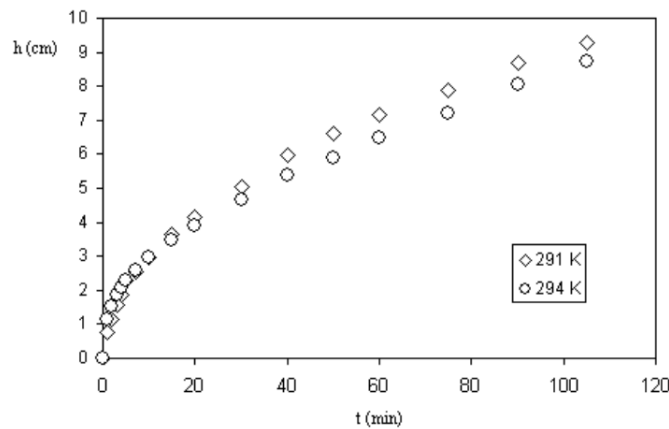


Figura 1.3. Evolución temporal del frente de imbibición para dos diferentes temperaturas. Resultados experimentales con agua y suelo agrícola reportados por Bell y Cameron [16].

Dentro de los trabajos que se han realizado hasta el momento, estos han sido desarrollados tanto en capilares como medios porosos, donde los capilares se conforman principalmente por tubos rectos, conos o placas, por otra parte, los medios porosos pueden ser muestras de papel o rocas de sección circular o cuadrada. Sin embargo, son muy pocos los trabajos que consideran los efectos de la presencia de un cambio de temperatura y son casi nulos los trabajos que involucran la influencia del ángulo de contacto dinámico en el fenómeno capilar en medios porosos.

Entre los trabajos realizados, se encuentra el escrito por Sánchez M. *et al* [17], el cual analizó la influencia de la temperatura para la penetración capilar de un fluido en Celdas de Hele-Shaw. Repasando lo realizado por estos autores, tenemos que presentan un estudio de la penetración capilar espontánea de un líquido viscoso incompresible en una celda vertical de Hele-Shaw bajo gradientes

de temperatura. Donde este análisis presenta gran importancia dado que diversos procesos de penetración capilar ocurren en espacios capilares tipo celdas rectangulares (como lo son en la naturaleza los medios porosos fracturados) [18-22].

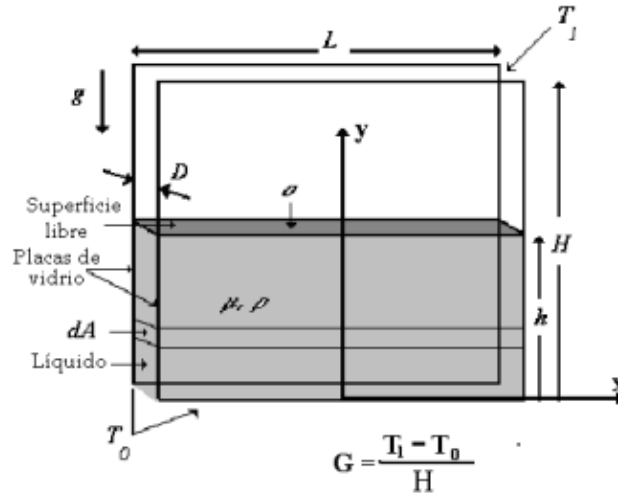


Figura 1.4. Esquema de la penetración capilar en una celda de Hele-Shaw vertical. La altura de la celda es H y la del frente al tiempo t es h(t). La celda está sujeta a un gradiente constante de temperatura  $G = \Delta T / H$ . [17]

De acuerdo al fenómeno analizado, los autores. presentaron el siguiente modelo matemático para la predicción de ascenso capilar en celdas de Hele-Shaw con un gradiente constante de temperatura.

$$\tau = \left[ \frac{B-A-1}{(B-1)^2} \right] \xi + \frac{A}{2(B-1)} \xi^2 + \left[ \frac{A-B+1}{(B-1)^3} \right] \ln[(B-1)\xi + 1] \dots\dots\dots (1.5)$$

Donde las constantes adimensionales A y B están dadas por:

$$A = \frac{\mu' Gh_{\infty}}{2\mu_0}, B = \frac{\sigma' Gh_{\infty}}{\sigma_0}$$

Siendo la altura de equilibrio  $h_{\infty} = 2\sigma_0 \cos\theta / (\rho g D)$ ,  $\mu'$  la viscosidad dinámica,  $\sigma'$  la tensión superficial,  $G$  el gradiente de temperatura entre la altura total,  $\mu_0$  la viscosidad inicial,  $\sigma_0$  la tensión superficial inicial, la adimensionalización de la altura  $\xi = h/h_{\infty}$  y del tiempo  $\tau = t/T_c$ . Para o cual, el caso isotérmico ( $G=0$ ) estará dado por  $\tau = -\xi - \ln [1 - \xi]$ .

Por otra parte, para la experimentación se emplean dos placas de vidrio que forman las paredes de la celda con una longitud  $L = 7.6 \times 10^{-2}$  [m], una altura  $H = 2.6 \times 10^{-2}$  [m] ( $L \approx 3H$ ) y una separación promedio de las placas  $D = 4.3 \times 10^{-3}$  [m]. El espesor de cada placa es de  $1 \times 10^{-3}$  [m]. El fluido de



trabajo es glicerina pura cuyas propiedades a 299 K son: densidad  $\rho=1259.9 [kg/m^3]$  y difusividad térmica  $\alpha_f = 9.35 \times 10^{-8} [m^2/s]$ , para el sólido la difusividad térmica es  $\alpha_s = 7.46 \times 10^{-7} [m^2/s]$ .

Los resultados que se observan en la Figura 1.5, se presentan de forma teórica y experimental para cuatro condiciones de temperatura; el gradiente de temperatura positivo (el fluido aumenta su temperatura cuando asciende) fue de 300 K/m, gradiente de temperatura negativo (el fluido disminuye su temperatura cuando asciende) fue de -300 K/m y el caso isotérmico (Temperatura constante durante todo el ascenso) se llevó a cabo para dos temperaturas diferentes, 307 K y 299 K.

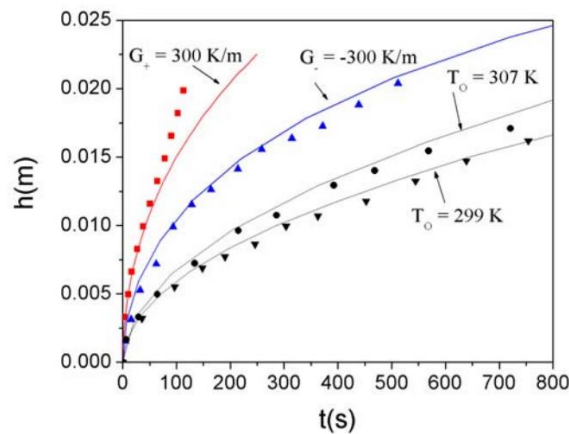


Figura 1.5. Comparación de los perfiles teóricos (líneas continuas) y los experimentales (símbolos) para la evolución temporal del frente de penetración capilar promedio,  $h$ , en función del tiempo,  $t$ , para los casos considerados:  $G^+ = 300 \text{ K/m}$  (■),  $G^- = -300 \text{ K/m}$  (▲),  $G = 0$  con  $T_o = T_1 = 299 \text{ K}$  (▼) y  $G = 0$  con  $T_o = T_1 = 307 \text{ K}$  (●).

Donde de acuerdo a estos resultados, se puede observar que el ascenso de la glicerina aumenta su rapidez de ascenso conforme la temperatura va aumentando, por lo tanto, se llega a la conclusión de que los efectos térmicos tienen una gran influencia en el ascenso capilar en celdas de Hele-Shaw.

Por otro lado, Sánchez M. [18] presentó un trabajo teórico experimental donde analiza la imbibición espontánea en rocas homogéneas (p. ej. Arenisca de Berea), para lo cual se presentan velocidades bajas de ascenso capilar. En este modelo se asume un flujo de Darcy en una roca sometida al gradiente de temperatura longitudinal.

Para este análisis el autor utilizó muestras de sección transversal cuadrada de un medio capilar poroso homogéneo formado por Arenisca de Berea sujetas a un gradiente de temperatura, como se muestra en la Figura 1.6.

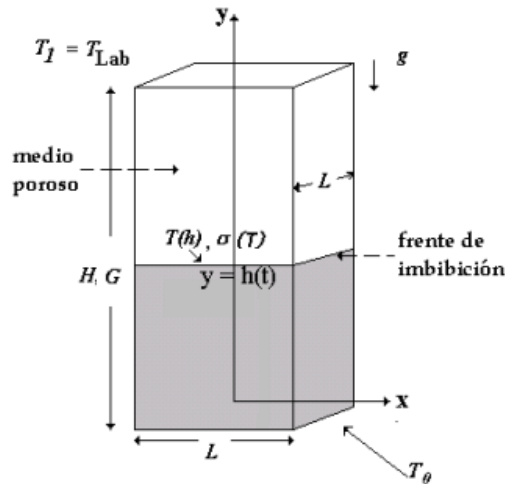


Figura 1.6. Esquema de la imbibición en una roca vertical con sección transversal cuadrada  $L^2$  y altura  $H$ . La zona gris representa la región embebida cuyo frente está en  $y = h(t)$ . La roca está sujeta tanto a los efectos de la gravedad,  $g$ , como de un gradiente longitudinal de temperatura  $G = (T_1 - T_0) / H$ . [18]

Ahora en la cuestión experimental, el medio capilar poroso se puso en contacto con un intercambiador de calor por la parte inferior, con el objetivo de generar un gradiente longitudinal de temperatura, en este caso se utilizó agua destilada a la misma temperatura que la base de la roca.

En consecuencia, los resultados de este trabajo presentados en la Figura 1.7 se obtuvieron de forma teórica y experimental para tres condiciones de temperatura; el gradiente de temperatura positivo fue de 47 K/m, gradiente de temperatura negativo fue de -47 K/m y el caso isotérmico se llevó a cabo para la temperatura constante de 295.2 K.

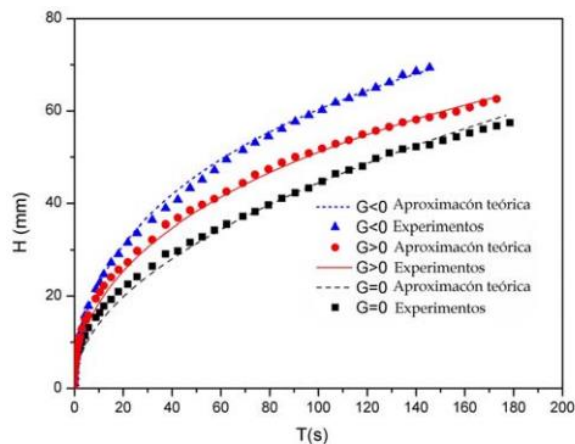


Figura 1.7. Comparación de resultados teóricos (curvas) y experimentales (símbolos) para la evolución temporal del frente de imbibición  $h(t)$ , para los distintos valores de  $G$  considerados: en este caso para  $G = 0$  donde  $T_0 = T_1 = T_{Lab} = 295.2$  K (■),  $G < 0$  donde  $G^- = -47$  K/m (▲) y  $G > 0$  donde  $G^+ = 47$  K/m (●). [17]

Donde de acuerdo a estos resultados, se puede observar que el ascenso del agua destilada aumenta su rapidez de ascenso conforme la temperatura va aumentando, por lo tanto, se llega a la conclusión de que los efectos térmicos tienen una gran influencia en el ascenso capilar en medios capilares porosos.

Para este punto, la porosidad del medio se puede considerar un factor crucial en el proceso de ascenso capilar, dado que las condiciones de este impactan en el mismo [23-25]. Sin embargo, L. Xiao [26] en su trabajo sobre los efectos del tamaño de poro y distribución en las fuerzas de imbibición en un medio poroso, concluye, mediante el análisis experimental y teórico, que para un flujo a baja velocidad el proceso de desplazamiento no presenta sensibilidad a los efectos de distribución y tamaño de poros.

Por otro lado, la geometría del medio capilar es otro factor importante a considerar, en este sentido Sánchez y Ortiz [27] presentan un trabajo donde realizan un estudio teórico y experimental de la dinámica de un fluido a través de capilares cónicos, donde se menciona que la evolución del flujo capilar se ve afectada por la geometría del medio y por los efectos de la temperatura (Figura 1.8).

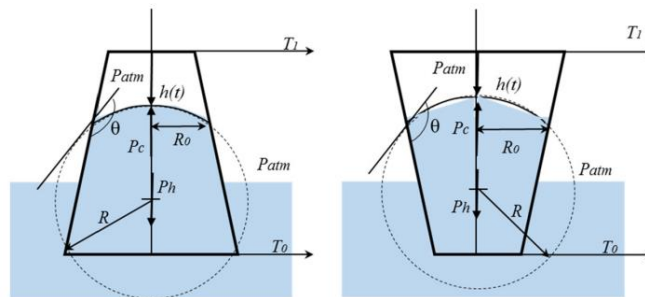


Figura 1.8. Diagrama de los capilares cónicos de forma divergente y convergente. [27]

En las Figuras 1.9 y 1.10 se presentan los resultados teóricos y experimentales para el frente de imbibición  $\xi$  en función del tiempo  $\tau$ :

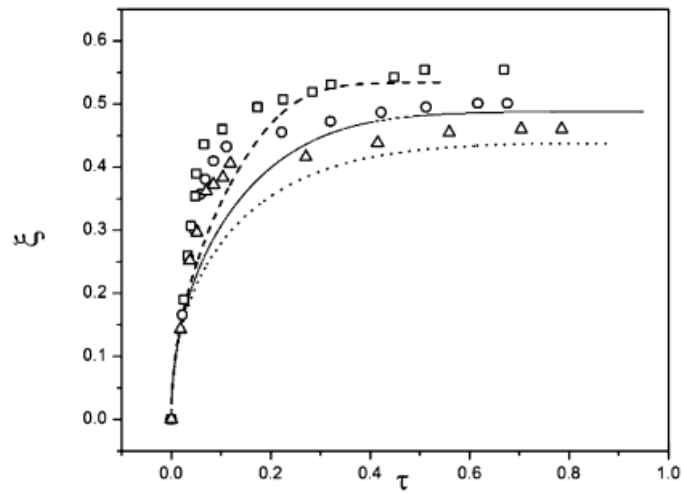


Figura 1.9. Resultados para el cono convergente teóricos (líneas) y experimentales (símbolos) para para la evolución de frente de imbibición  $\xi$  en función del tiempo  $t$ , para los gradientes  $G = - 500$  (K/m), (triángulos),  $G = + 500$  (K/m), (cuadrados) y el caso isotérmico,  $T_0 = 300$  (°K) (círculos). [27]

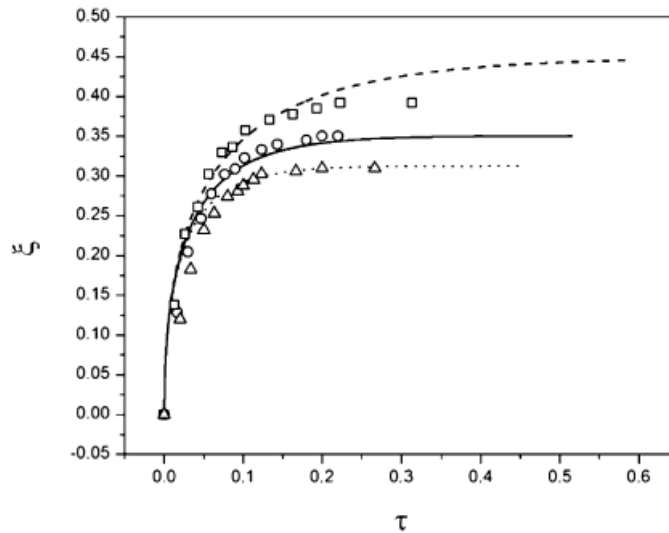


Figura 1.10. Resultados para el cono divergente teóricos (líneas) y experimentales (símbolos) para para la evolución de frente de imbibición  $\xi$  en función del tiempo  $t$ , para los gradientes  $G = - 500$  (K/m), (triángulos),  $G = + 500$  (K/m), (cuadrados) y el caso isotérmico,  $T_0 = 300$  (°K) (círculos). [27]

De acuerdo a los resultados mostrados en las Figuras 1.9 y 1.10, Sánchez y Ortiz demostraron que la evolución del ascenso capilar se ve afectada por la geometría del medio y nuevamente se observa la influencia de la temperatura, esto ya que para las mismas condiciones térmicas la curva generada es diferente para cada tipo de configuración.

Se puede notar que la consideración del ángulo de contacto dinámico en los diferentes trabajos es prácticamente nula. En este aspecto, Jagannath V. [28] presenta la influencia de la temperatura en el ángulo de contacto dinámico como función de la tensión superficial. Así como este, hay diversos trabajos que demuestran la dependencia del ángulo de contacto de forma experimental [29,30].

El experimento de Jagannath V. consistió en el análisis computacional del impacto de una gota sobre una superficie caliente. El cálculo comienza desde que la gota hace contacto con la superficie sólida caliente y continúa hasta que la gota alcanza su estado de equilibrio. Para este análisis el autor presenta dos modelos para conocer el estado del ángulo de contacto dinámico.

$$M1: \theta_D = \theta_e^{ref} \dots\dots\dots (1.6)$$

$$M2: \theta_D(T_F) = \cos^{-1} \left( \cos \frac{\theta_e^{ref}}{\gamma T_F} \right) \dots\dots\dots (1.7)$$

Donde  $T_F$  corresponde a la temperatura del fluido,  $\theta_D$  al ángulo de contacto dinámico,  $\theta_e^{ref}$  al ángulo de contacto de equilibrio y  $\gamma$  es un factor de tensión superficial.

El objetivo del trabajo fue identificar el ángulo de contacto de equilibrio para el cual el efecto de la temperatura es máximo, por lo tanto, en las gráficas que se presentan en la Figura 1.11, se observa que el ángulo de contacto dinámico presenta una fluctuación diferente en su valor y que este comportamiento se ve afectado por la presencia del cambio de temperatura en el proceso de equilibrio, en este sentido las conclusiones radican en que los efectos de la dependencia del ángulo de contacto dinámico por la temperatura son visibles y con gran significado cuando las fuerzas de superficie predominan, así como que mayores efectos de esto pueden ser observados con mayores cambios en la tensión superficial con respecto a la temperatura.

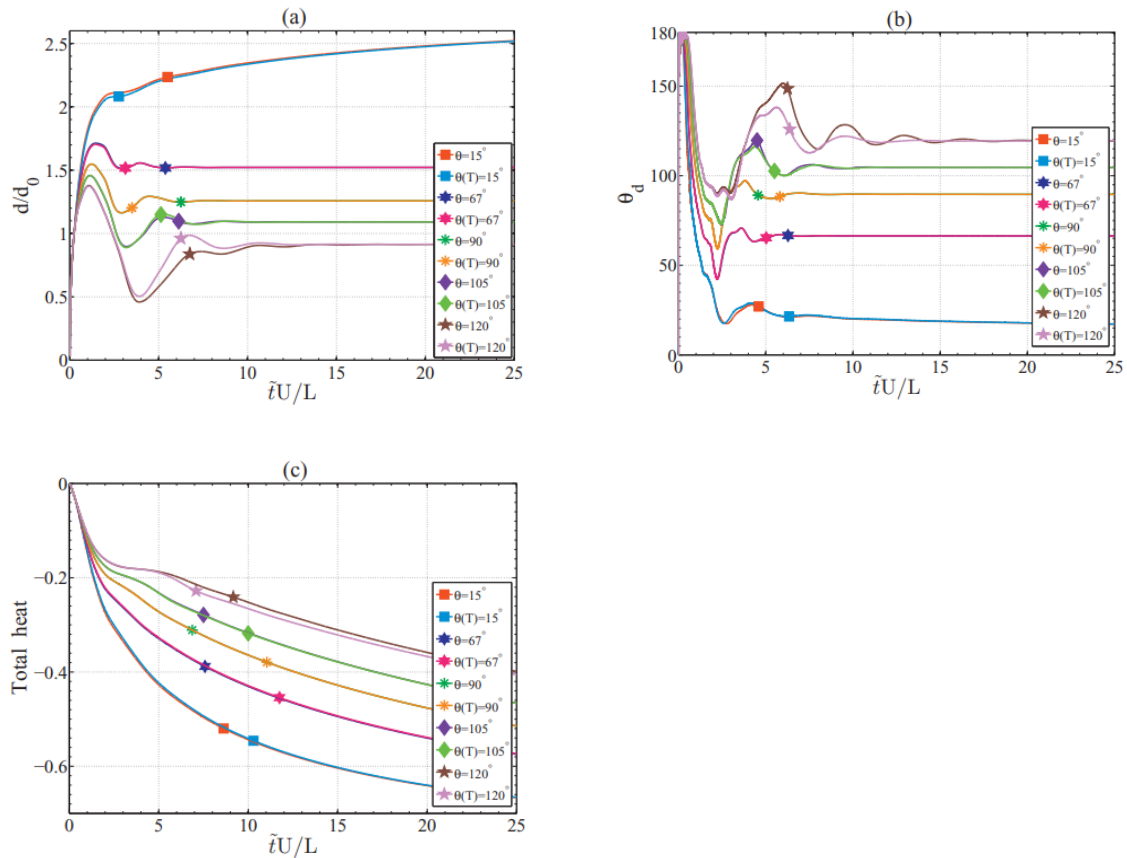


Figura 1.11. Diámetro de mojabilidad obtenido computacionalmente (a), ángulo de contacto dinámico (b), Calor total (c),  $\theta(T)$  el ángulo de contacto teórico y  $\theta$  experimental. [28]

En este sentido Timothy S.D. [31], presenta el análisis del ángulo de contacto capilar para la interfaz de (cuarzo-agua destilada-decano normal) a temperaturas de hasta  $200^\circ\text{C}$ , sus resultados se presentan en la Figura 1.12.

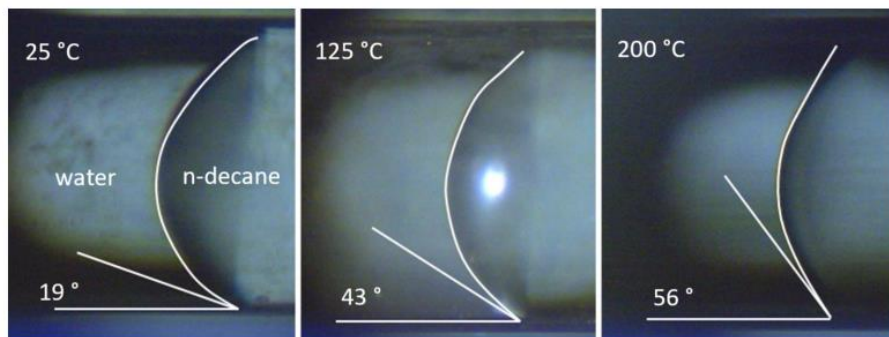


Figura 1.12. Imágenes del ángulo de contacto para el sistema cuarzo/agua destilada/decano normal a  $25^\circ\text{C}$ ,  $125^\circ\text{C}$  y  $150^\circ\text{C}$ , mostrando el contorno, líneas tangentes y el ángulo de contacto aproximado. [30]

En la cual se observa que la temperatura presenta un cambio significativo en el ángulo de contacto en movimiento para un tubo capilar [31,32]. Por otra parte, es claro que la brecha de temperatura entre un caso y otro es muy grande, lo cual indica que se necesita de un gran cambio en las condiciones térmicas para afectar a la tensión superficial de los fluidos.

Finalmente, uno de los trabajos más importantes para este estudio es el realizado por M. de Ruijter [33], el cual consistió en el análisis del efecto de la temperatura en el ángulo de contacto dinámico, el esquema del estudio se muestra en la Figura 1.13.

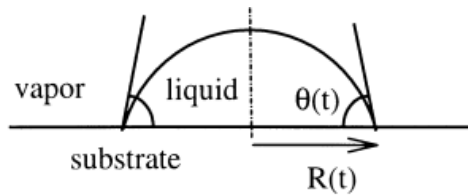


Figura 1.13 Vista esquemática de una gota de sessile. [33]

En este trabajo se plantea la siguiente relación entre el ángulo de contacto estático y la velocidad promedio:

$$U = 2K^0 \lambda \sinh \left\{ \frac{\sigma_0}{2nk_b T} [\cos(\theta^0) - \cos(\theta)] \right\} \dots \dots \dots (1.8)$$

donde  $U$  corresponde a la velocidad promedio de avance del fluido,  $K^0$  es una relación molecular,  $K_s^0$  es la frecuencia de las moléculas cerca de la línea de contacto, la relación  $\lambda = 1/\sqrt{n}$ ,  $h_p$  corresponde a la constante de Planck,  $\mu$  a la viscosidad del fluido,  $V_m$  es el volumen molecular,  $n$  es el número de adsorción por unidad de área,  $k_b$  corresponde a la constante de Boltzmann y  $T$  a la temperatura.

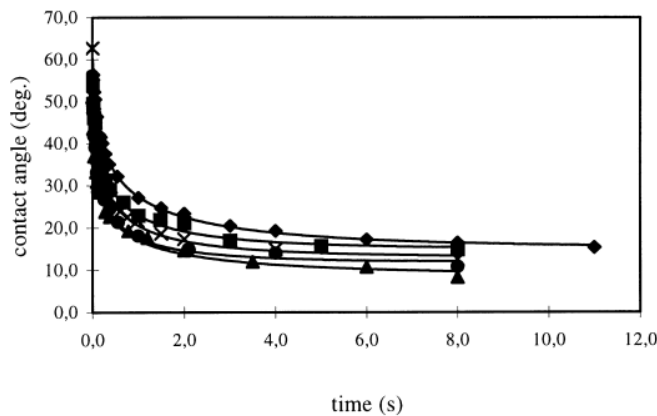


Figura 1.14. Variación del ángulo de contacto dinámico para 10, 20, 25, 40 y 55 °C. [33]

En la Figura 1.14 se presentan los resultados, en los cuales se observa que el ángulo inicial es diferente para cada temperatura y este va evolucionando conforme avanza en tiempo, remarcando nuevamente la influencia de la temperatura sobre este ángulo.



## Capítulo 2. Modelo Matemático

### Descripción del problema

Como se muestra en la Figura 2.1, el medio poroso de sección transversal constante, sujeto a un gradiente de temperatura, se pone en contacto con un fluido, el cual ascenderá por efectos de la presión capilar. Durante el ascenso el fluido alcanzará la temperatura del medio, a lo largo del movimiento capilar los esfuerzos viscosos y el peso del fluido se opondrán a este, alcanzando así su altura de equilibrio. Se analizarán tres condiciones de temperatura, un gradiente positivo en donde el fluido se calienta a medida que asciende, un gradiente negativo cuando el fluido baja su temperatura durante el ascenso y el caso isotérmico.

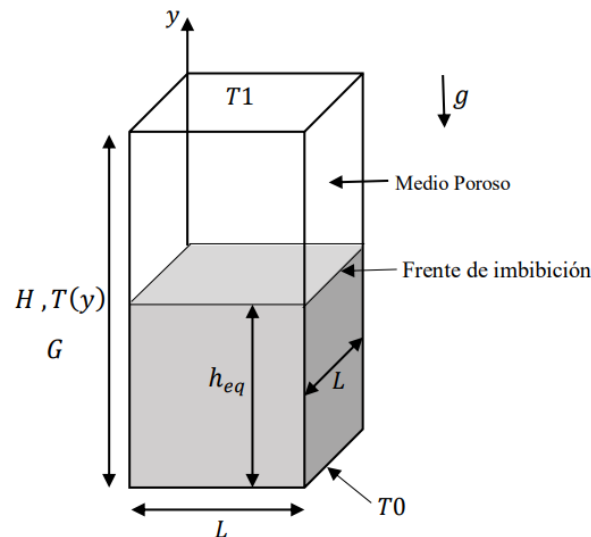


Figura 2.1. Esquema de la imbibición en un medio poroso. Región embebida (zona gris), frente de imbibición instantáneo a la altura de equilibrio ( $h_{eq}$ ), altura ( $H$ ), área de la sección transversal ( $L^2$ ), gravedad ( $g$ ), gradiente de temperatura longitudinal [ $G = (T_1 - T_0)/H$ ],  $T_0$  es la temperatura en la cara inferior y  $T_1$  es la temperatura en la cara Superior.

## Desarrollo del Modelo Matemático

Como se mencionó anteriormente el ascenso capilar se origina por los efectos de la presión capilar, en este sentido el gradiente de presiones puede ser expresado de la siguiente manera en la Ec.1.

$$\Delta P = - \frac{C_1 \sigma(h)}{d} \dots\dots\dots (2.1)$$

Donde  $C_1$  corresponde a una constante adimensional la cual considera tanto los efectos del ángulo de contacto como las propiedades del medio capilar poroso como la porosidad,  $\sigma(h)$  es la tensión superficial del fluido y  $d$  corresponde al diámetro de poro promedio del medio capilar.

A continuación, se plantea la “Ley de Darcy” (Ec.2.2), la cual es usualmente utilizada para describir el movimiento a bajas velocidades de un fluido a través de un medio capilar poroso homogéneo, donde se establece una relación entre la velocidad de filtración y el gradiente de presiones [18].

$$\bar{v} = - \frac{C_2 d^2}{\mu(z(T))} \left[ \frac{dp}{dz} + \Phi \rho g h \right] \dots\dots\dots (2.2)$$

Donde  $\bar{v}$  corresponde a la velocidad de filtración promedio  $\bar{v} = dh/dt$ ,  $C_2$  al igual que  $C_1$  son constantes adimensionales que involucran los efectos del ángulo de contacto y las propiedades del medio capilar poroso,  $\mu(z(T))$  es la viscosidad dinámica que se ve afectada por el cambio de la temperatura a lo alto del medio capilar,  $dp$  es el gradiente de presiones,  $dz$  la diferencia de altura,  $\Phi$  corresponde a la porosidad del medio,  $\rho$  a la densidad del fluido,  $h$  a la altura del frente de imbibición y  $g$  es la gravedad.

Se escribe la Ec.2.2 de la siguiente manera.

$$\frac{dh}{dt} = - \frac{C_2 d^2}{\mu(z(T))} \left[ \frac{dp}{dz} + \Phi \rho g h \right]$$

De las ecuaciones anteriores se puede demostrar que la ecuación de balance de fuerzas está determinada por.

$$\Delta P = - \frac{c_3}{d^2} \frac{dh}{dt} \int_0^{h(t)} [\mu(z(T))] dz - \Phi \rho g h \dots\dots\dots (2.3)$$

Donde  $C_3$  corresponde a  $1/C_2$  con el mismo significado físico ya mencionado.

Para considerar los efectos de la viscosidad dinámica con dependencia de la temperatura, se propone un desarrollo en series de Taylor tomando solamente la derivada de primer orden.

$$\mu(z(T)) = \mu_0 \left[ 1 + \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{d\mu}{dT} \right) hG \right] \dots\dots\dots (2.4)$$

Donde  $\mu_0$  corresponde a la viscosidad de referencia del fluido evaluada a las condiciones iniciales, G es el gradiente de temperatura dado por  $G = ((dT/dz = T - T_0))/H$ , H es la altura total del medio capilar y T es la temperatura.

$$\mu' = \mu(z(T)) = \frac{d\mu}{dT}$$

Ahora, de igual manera que la viscosidad dinámica, la tensión superficial dependiente de la temperatura del fluido.

$$\sigma(h(T)) = \sigma_0 \left[ 1 + \frac{1}{\sigma_0} \left( \frac{d\sigma}{dT} \right) hG \right] \dots\dots\dots (2.5)$$

Para la cual  $\sigma_0$  corresponde a la tensión superficial de referencia del fluido evaluada a las condiciones iniciales. A partir de la Ec.2.5 se obtiene.

$$\frac{c_1 \sigma_0}{d} \left( 1 + \frac{\sigma' G}{\sigma_0} h \right) - \Phi \rho g h - \frac{c_3 \mu_0}{d^2} \frac{dh}{dt} \left( h + \frac{\mu' G}{2\mu_0} h^2 \right) = 0 \dots\dots\dots (2.6)$$

De la constante  $C_1$  se separa el efecto generado por el ángulo de contacto quedando de la siguiente manera.

$$C_1 = C_2 \cos(\theta)$$

Por lo tanto, la expresión vista en la Ec.2.6 queda de la siguiente manera.

$$\frac{c_2 \cos(\theta) \sigma_0}{d} \left( 1 + \frac{\sigma' G}{\sigma_0} h \right) - \Phi \rho g h - \frac{c_3 \mu_0}{d^2} \frac{dh}{dt} \left( h + \frac{\mu' G}{2\mu_0} h^2 \right) = 0 \dots\dots\dots (2.7)$$

T.D. Blake [1] presenta la siguiente ecuación correspondiente al ángulo de contacto dinámico.

$$\theta_D = \left[ \theta_0^3 - \ln \left( \frac{L}{l} \right) Ca \right]^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots (2.8)$$

En la cual  $\theta_D$  corresponde al ángulo de contacto dinámico,  $\theta_0$  al ángulo de contacto estático, L y l son la escala de longitud macroscópica y microscópica respectivamente, la relación  $(L/l)$  puede variar entre  $4.34 \times 10^9$  ( $15^\circ C$ ),  $1.99 \times 10^{11}$  ( $25^\circ C$ ),  $3.09 \times 10^{13}$  ( $35^\circ C$ ),  $4.85 \times 10^{13}$  ( $45^\circ C$ ) y  $3.79 \times 10^{15}$  ( $55^\circ C$ ), y por ultimo  $Ca$  es el número capilar  $Ca = \mu U/\sigma$ , donde  $\mu$  es la viscosidad,  $\sigma$  es la tensión superficial y  $U$  es la velocidad de flujo promedio.

De la Ec.2.8 en la Ec.2.7 se demuestra que.

$$\left(1 + \frac{\sigma'G}{\sigma_0}h\right)\left(1 + \gamma b - \frac{b^2}{2}\right) - \frac{\Phi\rho gh}{e} - \frac{c_3\mu_0}{ed^2} \frac{dh}{dt} \left(h + \frac{\mu'G}{2\mu_0}h^2\right) = 0 \dots\dots (2.9)$$

Donde

$$b = \frac{\theta_0^{\frac{2}{3}}}{3} \ln\left(\frac{L}{l}\right) Ca$$

$$e = \frac{C_2\sigma_0}{d} \cos\theta_0$$

$$m = \frac{C_2\sigma_0}{d} \sin\theta_0$$

$$\gamma = \tan\theta_0$$

Para obtener una expresión más generalizada se proponen las variables adimensionales  $\xi = h/h_e$  y  $\tau = t/t_c$ , sustituyendo en la Ec.2.9 se obtiene la siguiente ecuación adimensional.

$$(1 + B\xi)\left(1 + \gamma b - \frac{b^2}{2}\right) - \xi - \frac{d\xi}{d\tau} (\xi + A\xi^2) = 0 \dots\dots\dots (2.10)$$

Siendo esta un modelo matemático general del fenómeno, donde.

$$A = \frac{\mu'G}{2\mu_0}h_e$$

$$B = \frac{\sigma'G}{\sigma_0}h_e$$

$$h_e = \frac{C_2\sigma_0 \cos\theta_0}{\Phi\rho gd}$$

$$t_c = \frac{C_3\mu_0}{C_2\sigma_0 d \cos\theta_0} h_e^2$$

**Desarrollo para el caso Isotérmico (A=B=0)**

Para desarrollar este caso, la condición es que el gradiente de temperatura sea nulo ( $G = 0$ ), a partir de la Ec.2.10 se obtiene.

$$\left(1 + \gamma b - \frac{b^2}{2}\right) - \xi - \xi \frac{d\xi}{d\tau} = 0 \dots\dots\dots (2.11)$$

La ecuación diferencial resultante puede ser integrada considerando la condición inicial  $\xi|_{\tau=0} = 0$  dando como resultado la ecuación correspondiente al **modelo matemático para el caso isotérmico** que se muestra a continuación.

$$\tau = F - D \ln(D - \xi) - \xi \dots\dots\dots (2.12)$$

Donde:

$$F = D - 1 + \ln D$$

$$D = \left(1 + b \tan \theta_0 - \frac{b^2}{2}\right)$$

$$b = \left(\frac{\theta_0^{\frac{2}{3}}}{3} \ln\left(\frac{L}{l}\right) Ca\right)$$

**Desarrollo para el caso No-Isotérmico**

Para el desarrollo de este caso, los efectos del ángulo de contacto dinámico se tomarán en cuenta a partir de la ecuación propuesta por M. de Ruijter [33].

$$U = 2K^0 \lambda \sinh \left\{ \frac{\sigma_0}{2nk_b T} [\cos(\theta^0) - \cos(\theta)] \right\} \dots\dots\dots (2.13)$$

Donde:

$$K^0 = K_s^0 (h_p / \mu V_m)$$

$$n = \lambda^{-2}$$

Para lo cual  $U$  corresponde a la velocidad de avance del fluido,  $K^0$  es una relación molecular,  $K_s^0$  es la frecuencia de las moléculas cerca de la línea de contacto con valores de 11.3 (15°C), 11.1 (25°C), 10.9 (35°C), 10.8 (45°C), 10.6 (55°C) en GHz, la relación  $\lambda$  tiene valores entre 0.931 (15°C), 0.947

(25°C), 0.963 (35°C), 0.979 (45°C), 1.060 (55°C) en (nm),  $h_p$  corresponde a la constante de Planck,  $\mu$  a la viscosidad del fluido,  $V_m$  es el volumen molecular,  $n$  es el número de adsorción por unidad de área,  $k_b$  corresponde a la constante de Boltzmann y  $T$  a la temperatura [1].

A partir de la Ec.2.13, la influencia del ángulo de contacto dinámico va a estar dada por la Ec.2.14.

$$\cos \theta = \cos \theta_0 - \varphi T \dots\dots\dots (2.14)$$

Donde:

$$\varphi = \frac{2nK_b}{\sigma_0} \sinh^{-1} \left( Ca \frac{\sigma_0 V_m}{2K_s^0 \lambda h_p} \right)$$

De la ecuación anterior podemos observar que el ángulo de contacto dinámico se ve afectado por un valor constante del ángulo de contacto estático, las propiedades del fluido, del número capilar y la temperatura. Por lo tanto, como resultado de las ecuaciones 2.7 y 2.14, considerando a la temperatura como  $T = T_0 \pm Gh$ , los efectos del ángulo de contacto dinámico como  $\psi = \cos \theta_0 - \varphi T_0$  y teniendo en cuenta las mismas variables adimensionales del caso isotérmico, se puede demostrar que la ecuación diferencial adimensional resultante es la siguiente.

$$\left( 1 \pm \frac{\varphi}{\psi} G h_e \xi \right) \left( 1 + \frac{\sigma' G}{\sigma_0} h_e \xi \right) - \left( \frac{d}{C_2 \sigma_0 \psi} \right) \Phi \rho g h_e \xi - \left( \frac{d}{C_2 \sigma_0 \psi} \right) \frac{c_3 \mu_0}{d^2} \frac{d h_e \xi}{d t_c \tau} \left( h_e \xi + \frac{\mu' G}{2 \mu_0} h_e^2 \xi^2 \right) = 0$$

Simplificando la expresión anterior se obtiene la forma final del **modelo matemático para el caso con gradiente de temperatura**.

$$(1 \pm F \xi)(1 + B \xi) - \xi - \xi \frac{d \xi}{d \tau} (1 + A \xi) = 0 \dots\dots\dots (2.15)$$

Donde

$$A = \frac{\mu' G}{2 \mu_0} h_e$$

$$B = \frac{\sigma' G}{\sigma_0} h_e$$

$$F = G \frac{2 C_2 n K_b}{\Phi \rho g d} \sinh^{-1} \left( Ca \frac{\sigma_0 V_m}{2 K_s^0 \lambda h_p} \right)$$

$$h_e = \frac{C_2 \sigma_0 \psi}{\Phi \rho g d} \quad y \quad t_c = \frac{C_3 \mu_0}{C_2 \sigma_0 d \psi} h_e^2$$

### Capítulo 3. Desarrollo experimental

En esta sección se presenta el estudio experimental realizado para este trabajo, el cual está dividido en dos partes, la primera corresponde a la evaluación de la variación del ángulo de contacto estático a diferentes condiciones de temperatura y la segunda parte corresponde al flujo capilar a través de un medio poroso bajo gradientes de temperatura.

#### Material utilizado en el proceso experimental

- Termómetro infrarrojo (EXTECH 42520 IR Thermometer)



- Nivel de Burbuja



- Nivel laser (BOSCH GLL 2-12 G)



- Dispositivo experimental (Placa de cobre con intercambiador de calor cubierta de parafina)



- Dispositivo experimental (Placa de cobre con cavidad para contener el fluido de trabajo)



- Parafina (para cobertura de la superficie de trabajo)



- Jeringa 5 ml NIPRO Graduada





- Baño térmico (Equipo de calefacción y refrigeración de agua)



- Berea Sandstone (**Corte de roca natural**); 0.005 [m] longitud, 0.05 [m] de espesor, 0.1 [m] de altura y una permeabilidad entre 300-500 mD.



- Mesa de coordenadas.



- Recipiente Metálico (Charola).



- Soporte Universal y Pinzas para soporte universal.



- Equipo de captura de video: Celular de alta gama modelo Samsung Galaxy A22 [cámara de 48MP (Principal) con estabilizador de imagen (OIS) + 8MP (Gran Angular) + 2MP (Zoom) + 2MP (Macro)]



- Cámara térmica de Mano FLIR TG165-X



## Desarrollo Experimental del Ángulo de Contacto Estático

Para realizar el análisis experimental se emplea el “Método de la Gota de Sessile” el cual consiste en colocar una gota de fluido sobre una superficie plana, la cual por efecto de la tensión superficial tendrá una geometría particular de acuerdo a las condiciones ambientales en que se encuentra. A partir de los datos geométricos se puede estimar el valor de la tensión superficial ( $\sigma$ ) [34,35], para ello se toma la expresión utilizada por Jean L. Salager [36] expresada en la ecuación 3.1, donde la tensión superficial depende de la diferencia de densidades entre el fluido y el ambiente ( $\Delta\rho$ ), la gravedad ( $g$ ) y la altura que presenta la gota de fluido ( $h$ ).

$$\sigma = \frac{1}{2} \Delta\rho g h^2 \dots\dots\dots (3.1)$$

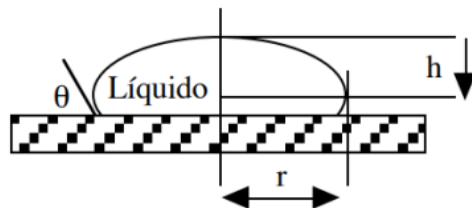


Figura 3.1. Método de Sessile de la gota

Para este experimento el dispositivo experimental está compuesto por una placa de cobre recubierta por la parte superior de parafina, en la parte inferior de la placa esta soldado un tubo de cobre flexible a manera de intercambiador de calor. La placa se calienta o enfría mediante agua que proviene de un baño térmico con un rango de temperatura de 5°C a 45 °C (rango en el cual la parafina se mantiene estable). El dispositivo experimental cuenta con dos cavidades las cuales se llenan con el fluido de trabajo, esto con el objetivo de que el fluido también se encuentre a la temperatura deseada. Para conseguir que la superficie superior presente el efecto hidrofóbico deseado (para que las gotas de fluido no se desborden y se mantengan conformadas) la superficie es cubierta con parafina estándar, para garantizar que la superficie sea plana, la parafina líquida es colocada desde el centro y esta se va distribuyendo de manera uniforme por la placa, que se encuentra a 60°C, hasta salir por los bordes, posteriormente se evalúa el acabado con el nivel laser. [Figura 3.2]



Figura 3.2. Dispositivo experimental (Intercambiador de calor)

Para conocer las condiciones indicadas que la gota debe cumplir, se sabe que el agua a temperatura ambiente sobre parafina presenta una gota con un ángulo de contacto  $\theta = 73^\circ$  ( $107^\circ$  si se mide a partir del interior de la gota) [Figura 3.3] y un valor de tensión superficial  $\sigma = 0.072$  [N/m] [37].

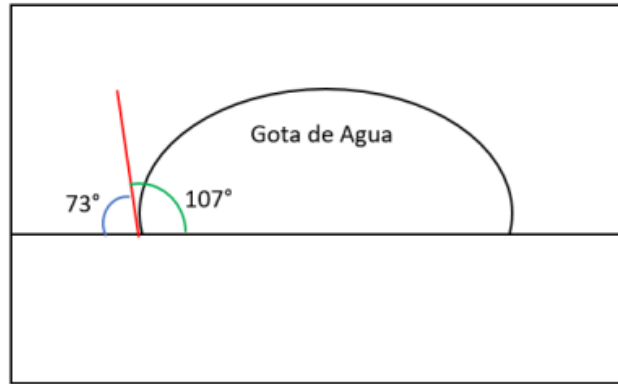


Figura 3.3. Gota de agua en condiciones estándar

Por lo tanto, para corroborar esta información y conocer las condiciones que necesita la gota para cumplir con las características antes mencionadas, se utilizará la Eq.3.1, de la cual se conocen las condiciones ambientales;  $\rho_{aire} = 1.28$  [kg/m<sup>3</sup>],  $\rho_{agua} = 998$  [kg/m<sup>3</sup>],  $T = 25$  [°C],  $P_{atm} = 78$  [kPa],  $g = 9.78$  [m/s<sup>2</sup>]. Por otra parte, se conoce el valor de tensión superficial esperado;  $\sigma = 0.72$  [N/m], quedando de la siguiente manera.

$$0.072 = \frac{1}{2}(998 - 1.28)(9.78)h^2$$

Donde el único dato que se desconoce es la altura “h” que debe tener la gota para cumplir con el valor de tensión superficial conocido, despejando se tiene que.

$$h = 3.85$$
 [mm]  $\approx$  0.004 [m]

Ahora con esta información el siguiente paso corresponde a conocer la cantidad de fluido necesaria para que la gota de este alcance la altura de cuatro milímetros, para ello se utilizó una jeringa graduada en mililitros (de grado hospitalario para garantizar la cantidad suministrada) la cual se llenó de agua destilada a las condiciones mencionadas, se comenzó a suministrar fluido a la gota sobre la superficie de trabajo hasta que esta alcanzo la altura deseada, dando como resultado que el volumen de fluido necesario para la experimentación:

$$V = 0.2$$
 [mL]

Una vez teniendo la gota a las condiciones de tensión superficial deseada, se realizó una captura de esta con la finalidad de obtener el ángulo de contacto estático [Figura 3.4] mediante la medición directa sobre una imagen ampliada 10:1, dando como resultado.

$$\theta_{experimental} = 80^{\circ}$$

$$\theta_{esperado} = 73^{\circ}$$

De acuerdo a los resultados se puede observar que existe una diferencia entre lo obtenido y lo esperado, esto se debe a que las condiciones experimentales del ángulo de referencia pueden variar con las presentes en la obtención del experimental, sin embargo, esta es una lectura fiable dado que varía únicamente en un 9% del valor esperado.

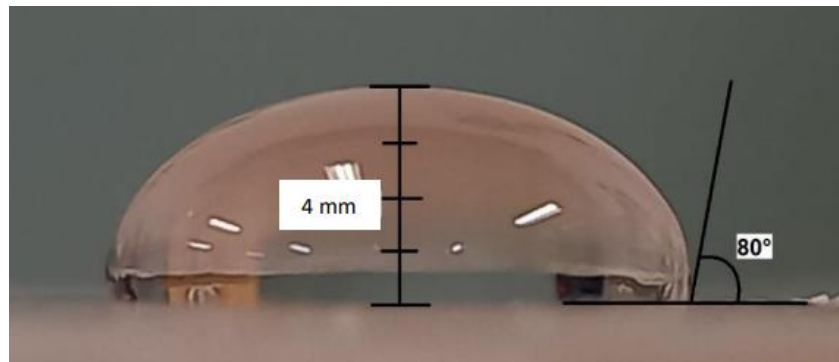


Figura 3.4.  $T=25^{\circ}\text{C}$  y  $\theta=80^{\circ}$

Por lo tanto, como resultado de esta validación ahora se conoce la condición de altura que deben tener las muestras (gotas) para generar información fiable del fluido de trabajo. Sabiendo que el ángulo de contacto estático depende directamente de la tensión superficial, para este experimento se va a considerar únicamente la variación de este ángulo a causa de los efectos de la temperatura.

El experimento se llevó a cabo de la siguiente manera: Se fija la temperatura deseada del agua en el baño térmico y se hace circular por la tubería del dispositivo experimental, se llena una de las cavidades con el fluido de trabajo. Una vez que se alcanza la temperatura deseada, con la jeringa graduada se toma una porción de líquido y se coloca una gota de 0.2 mililitros sobre la superficie de trabajo, se toma una fotografía del perfil de la gota para posteriormente ser ampliada en la computadora para su medición. Como fluido de trabajo se utilizó agua destilada, para la cual se utilizaron cinco condiciones de temperatura ( $25^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $35^{\circ}$ ,  $40^{\circ}$  y  $45^{\circ}$ ).



Figura 3.5. Configuración del Experimento

### Desarrollo Experimental del Ascenso Capilar en un Medio Poroso

Para llevar a cabo el experimento se sujeta el medio poroso de forma que el área transversal quede completamente paralela al fluido aun sin hacer contacto con este, para lo cual se utilizan unas pinzas de laboratorio sujetas a un soporte universal que son capaces de sostener el medio sin modificar su geometría ni afectar el desarrollo experimental, como se muestra en la Figura 3.6. El medio capilar cuenta con las dimensiones mostradas en la Figura 3.7 y las siguientes características; **Roca natural Berea Sandstone** y una permeabilidad que se encuentra entre 300-500 mD.

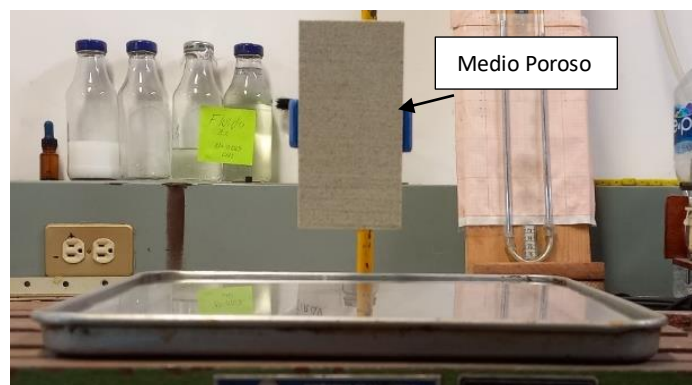


Figura 3.6. Sujeción del medio capilar poroso.

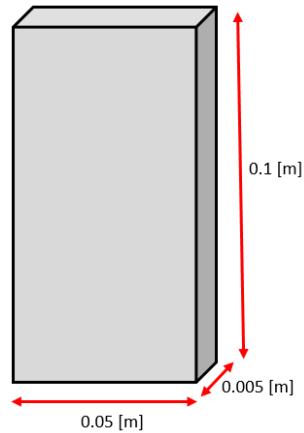


Figura 3.7. Dimensiones de una sección de Berea Sandstone

### Caso Isotérmico

A continuación, para el caso isotérmico, donde el experimento se va a llevar a cabo bajo las condiciones ambientales constantes presentes en el laboratorio sin ningún cambio de temperatura inducido al sistema experimental, se coloca una charola metálica sobre una mesa que cuenta con la capacidad de desplazarse sobre los tres ejes coordenados (X, Y y Z), esta charola fue llenada casi en su totalidad con el fluido de trabajo (Agua).

Una vez lista la configuración del experimento (Figura 3.8) se coloca un sistema capaz de capturar video frente a la cara frontal del medio poroso.



Figura 3.8. Configuración general del experimento.

Se enciende el sistema de video y este comienza a grabar antes de que el medio entre en contacto con el fluido, para ello, la mesa de coordenadas comienza a ascender y con ella la charola contenedora, esto continua hasta que el fluido entra en contacto con el área transversal, en ese preciso momento se detiene el ascenso del equipo y comienza en ascenso por efecto capilar del fluido de trabajo.

Posterior a esto, se espera a que el fluido avance a través del medio poroso hasta el punto en que los efectos de la fricción, viscosidad y la presión generada por la columna de fluido frenen el mismo, llamando a este punto de estancamiento como “altura de equilibrio”.

Cabe mencionar que en promedio la cantidad máxima de fluido que la roca puede contener es de 20 ml, lo cual no afecta al nivel del fluido distribuido en la charola que puede contener 1000 ml.

Una vez alcanzada esta altura de equilibrio la grabación es detenida para ser procesada en un equipo de cómputo, para ello se sobrepone una escala relativa en el centro del medio capilar, que nos permite medir el avance del frente de imbibición y de forma simultánea el tiempo en que lo hace. Debido a los efectos de borde que se presentan en el frente de imbibición al ascender por la roca [18], se toma la altura del frente de imbibición en tres puntos centrales con una separación entre sí de 0.01 metros, esto con la finalidad de obtener un valor promedio de la altura alcanzada por todo el frente, evitando así los efectos del perfil parabólico generado por la discontinuidad de los bordes.

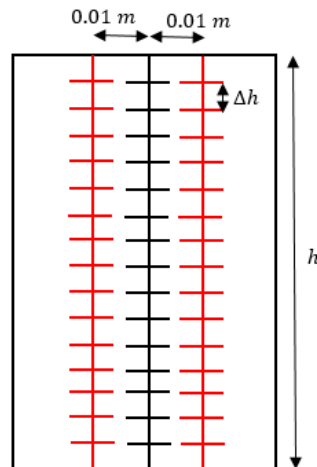


Figura 3.9. Distribución de la escala de referencia.

### Caso No-Isotérmico

Ahora para el caso en el cual se debe generar un gradiente de temperatura a través del medio capilar poroso, se mantiene la misma configuración que el caso anterior, únicamente se cambia el contenedor de fluido de trabajo inicial por el intercambiador de calor capaz de contener este fluido a la





Teniendo en cuenta que del baño térmico al intercambiador de calor existe una pérdida de energía térmica de 5°C dado que si circulas agua a 40°C esta llegará al intercambiador a 35°C.

Para el caso en que se requiere generar un gradiente de temperatura positivo, el equipo de refrigeración se coloca a la temperatura deseada, que debe ser menor a la temperatura ambiente. En este caso el incremento de temperatura en el trayecto del baño térmico al intercambiador de calor es despreciable, siendo esta menor a un grado de diferencia.

Cuando el fluido de trabajo se encuentra en el proceso de incrementar o disminuir su temperatura, simultáneamente el área transversal del medio capilar poroso, la cual que estará en contacto con el fluido, es colocada sobre el intercambiador de calor en un área totalmente seca con el fin de generar un perfil de temperatura a través de este medio capilar como se muestra en las termografías de las Figuras 3.12, 3.14, 3.16, 3.17 y 3.19, las cuales fueron tomadas únicamente una vez establecido el gradiente y antes de comenzar el ascenso del fluido.

Una vez que el fluido de trabajo alcanzó la temperatura deseada y en el medio capilar poroso existe un gradiente de temperatura de 10°C principalmente, el área transversal del medio es colocada de forma paralela al fluido de trabajo, se enciende el sistema de captura de video y mediante la mesa de coordenadas el intercambiador de calor comienza a ascender hasta que el fluido hace contacto con el medio capilar poroso (se sumerge 2 [mm] de material), en ese preciso momento se detiene el ascenso del intercambiador de calor.

Posterior a esto, se espera a que el fluido ascienda a través del medio capilar poroso, recorrido durante el cual el fluido de trabajo ira disminuyendo o aumentando su temperatura en relación al perfil de temperatura establecido en el medio capilar, este avance se dará hasta el punto en que los efectos de la fricción, viscosidad, la presión generada por la columna de fluido, así como el cambio en la temperatura frenen el avance del mismo, llamando a este punto de estancamiento como “altura de equilibrio” ( $h_{eq}$ ).

Una vez alcanzada esta altura de equilibrio la grabación es detenida y es procesada en el equipo de cómputo de la misma manera descrita anteriormente para la evolución del frente de imbibición para el caso isotérmico y bajo el mismo criterio descrito para la Figura 3.9.

Nota: Para cada condición el experimento se realizó 3 veces y se tomaron como resultados los casos más significativos para la demostración de la influencia del ángulo de contacto dinámico.

Para el caso isotérmico se analiza la prueba obtenida bajo las siguientes condiciones experimentales:  
 $P_{atm} = 78 \text{ kPa}$  y  $T_{amb} = 16 \text{ }^\circ\text{C}$ .

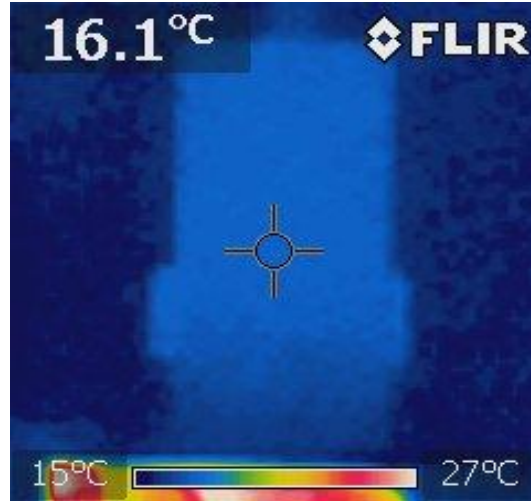


Figura 3.12. Termografía del medio capilar poroso para el caso Isotérmico.

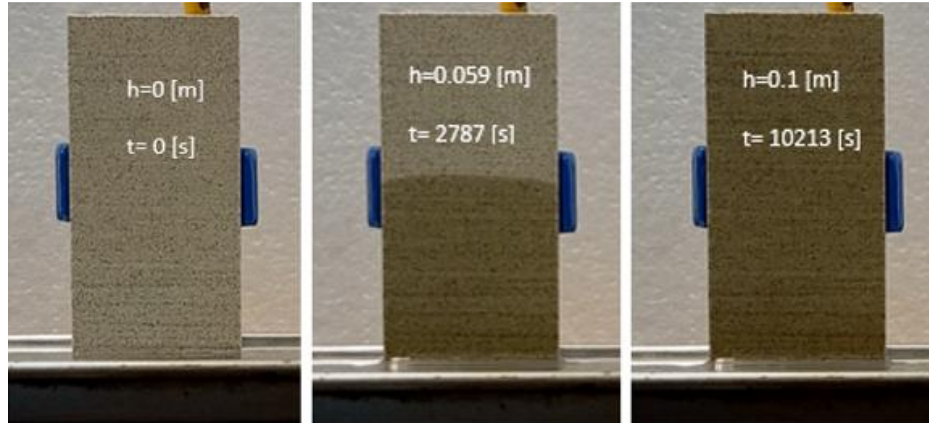


Figura 3.13. Avance del frente de imbibición para el caso Isotérmico.

Para el caso con un gradiente de temperatura positivo se analiza la prueba obtenida bajo las siguientes condiciones experimentales:  $P_{atm} = 78 \text{ kPa}$ ,  $T_{amb} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{base} = 9 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{superior} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ .

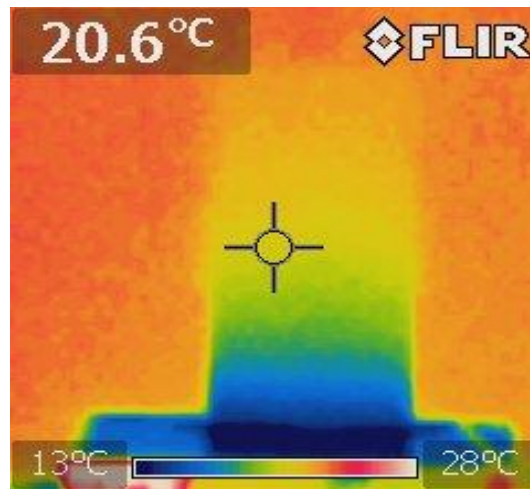


Figura 3.14. Termografía del medio capilar poroso para el caso con Gradiente de Temperatura Positivo de  $10^\circ\text{C}$ .

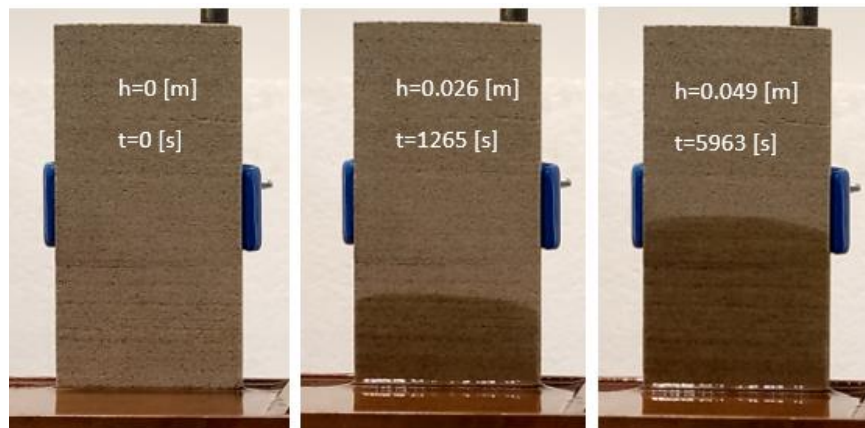


Figura 3.15. Avance del frente de imbibición para el caso con Gradiente de Temperatura Positivo de  $10^\circ\text{C}$ .

Para el caso con un gradiente de temperatura negativo se analizan las pruebas obtenidas bajo las siguientes condiciones experimentales:

Primer caso:  $P_{atm} = 78 \text{ kPa}$ ,  $T_{amb} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{base} = 23 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{superior} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ .

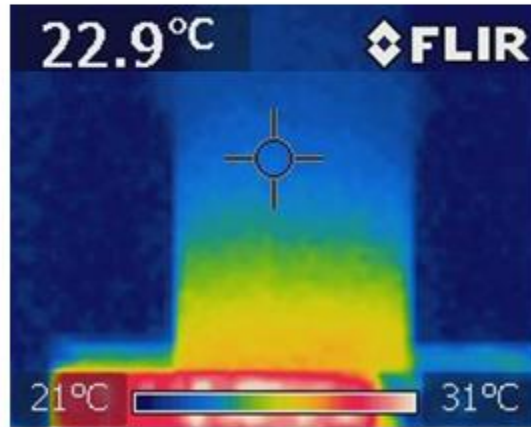


Figura 3.16. Termografía del medio capilar poroso para el primer caso con Gradiente de Temperatura Negativo de 4°C.

Segundo caso:  $P_{atm} = 78 \text{ kPa}$ ,  $T_{amb} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{base} = 29 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{superior} = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ .

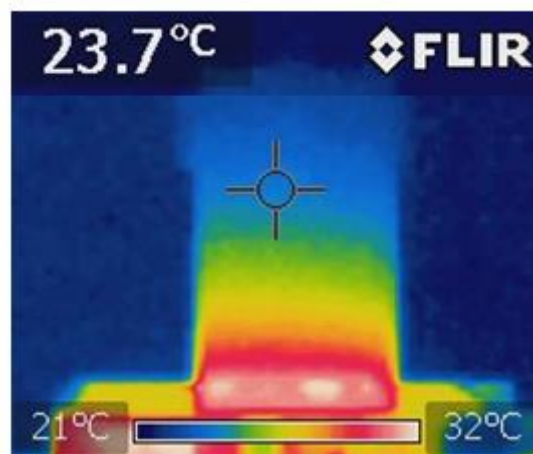


Figura 3.17. Termografía del medio capilar poroso para el segundo caso con Gradiente de Temperatura Negativo de 10°C.

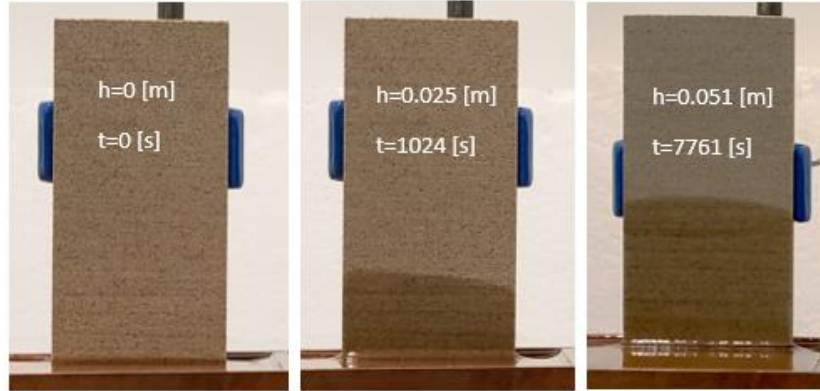


Figura 3.18. Avance del frente de imbibición para el caso con Gradiente de Temperatura Negativo de 10 [°C].

Tercer caso:  $P_{atm} = 78 \text{ kPa}$ ,  $T_{amb} = 16 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{base} = 33 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{superior} = 16 \text{ }^\circ\text{C}$ .

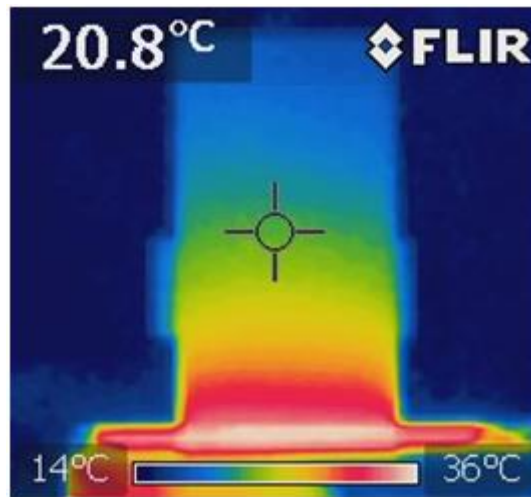


Figura 3.19. Termografía del medio capilar poroso para el tercer caso con Gradiente de Temperatura Negativo de 19 °C.

En las termografías, Figuras 3.12, 3.14, 3.16, 3.17 y 3.19, se observa únicamente la temperatura superficial de la cara frontal de la roca, sin embargo, para conocer las condiciones térmicas en el centro del bloque, lo primero es obtener el coeficiente de difusión térmica que tiene el medio capilar:

$$\alpha_{roca} = \frac{k_{roca}}{\rho_{roca} c_{proca}} \dots\dots\dots (3.2)$$

donde el coeficiente de conductividad térmica de la Arenisca de Berea es  $k_{roca} = 2.3 \text{ W/mK}$ , su densidad  $\rho_{roca} = 2500 \text{ kg/m}^3$  y su calor específico  $Cp_{roca} = 920 \text{ J/kgK}$ . Sustituyendo los datos anteriores en la Ec.3.2 se obtiene el siguiente valor de difusividad térmica.

$$\alpha_{roca} = 1 \times 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$$

Para conocer el tiempo que tardan los cambios de temperatura en afectar el centro del bloque, con un espesor total de  $5 \times 10^{-3} \text{ [m]}$ , se plantea la Ec.3.3.

$$t_{d_{roca}} = \frac{L^2}{\alpha_{roca}} \dots\dots\dots (3.3)$$

La cual da como resultado

$$t_{d_{roca}} = \frac{(5 \times 10^{-3})^2}{1 \times 10^{-6}} = 25 \text{ [s]}$$

Lo que indica que los cambios de temperatura en la pared frontal tardan 25 segundos en reflejarse en la pared trasera, por lo tanto, dichos cambios de temperatura tomaran 12.5 segundos en llegar al centro del bloque y viceversa.

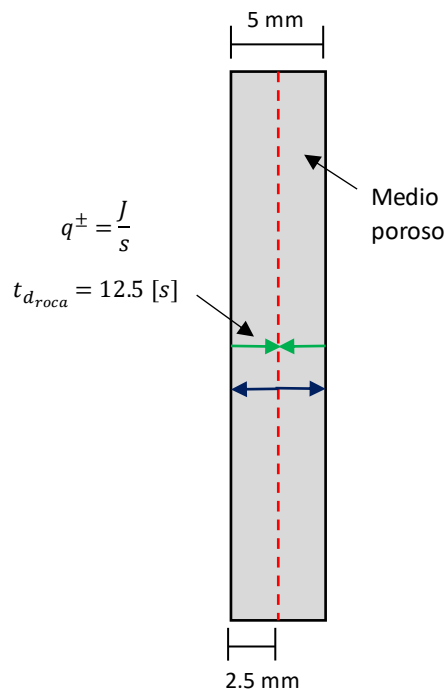


Figura 3.20. Esquema del flujo de calor entre el centro y las paredes del medio poroso.

Por otra parte, cabe mencionar que el calentamiento o enfriamiento de la roca se realiza de forma vertical, para conocer en qué nivel se ve afectado el fluido que asciende por los cambios de temperatura contemplados en el cálculo anterior, se plantea la Ec.3.4, la cual corresponde al tiempo de difusión térmica del fluido de trabajo.

$$t_{d_{fluido}} = \frac{d^2}{\alpha_{fluido}} \dots\dots\dots (3.4)$$

Se realiza esta consideración ya que el flujo de energía térmica en el ascenso del flujo estará mayormente presente en los poros saturados con el fluido para el cual el coeficiente de difusión térmica del agua es de  $\alpha_{agua} = 1.4 \times 10^{-7} m/s^2$  y el diámetro promedio de los poros para una permeabilidad de 500 mD es de  $d = 7.02 \times 10^{-7} m$ .

Lo cual da como resultado.

$$t_{d_{fluido}} = \frac{(7.02 \times 10^{-7})^2}{1.4 \times 10^{-7}} = 3.52 \times 10^{-6} [s]$$

Lo que indica que la transferencia de energía térmica a través de los poros saturados de fluido es prácticamente instantánea.

Por lo tanto, se llega a la conclusión de que el gradiente de temperatura que se observa en las termografías es fiable, ya que este gradiente tarda 30 minutos en establecerse en el medio capilar totalmente seco, tiempo suficiente para tener condiciones de temperatura similares entre el centro del bloque y las caras de este, teniendo en cuenta que la temperatura del centro tarda solamente 12.5 segundos en reflejarse en las superficies frontal y trasera. Por otra parte, cuando el medio ya se encuentra saturado con el fluido, podemos observar que el tiempo de difusión térmica es prácticamente instantáneo entre los poros, llegando así a la conclusión de que la distribución de temperatura es homogénea en toda el área transversal del frente de imbibición y en su avance a través del medio capilar, aumentando o disminuyendo de acuerdo al gradiente de temperatura establecido, siendo entonces las condiciones térmicas centrales del bloque iguales a las vistas en las caras del mismo.



## Capítulo 4. Resultados y Análisis

### Resultados y Análisis del Ángulo de Contacto Estático

El objetivo de llevar a cabo este experimento converge en la importancia de conocer los efectos que tiene el cambio de la temperatura sobre las propiedades del fluido dado que de esto dependerá el comportamiento que este pueda tener al ascender por el medio capilar, por lo tanto, se va a analizar el cambio del ángulo de contacto estático debido al incremento en la temperatura. De los ángulos obtenidos en el experimento para cada condición de temperatura, se generó la Tabla 4.1.

Resultados obtenidos mediante el método de “Sessile”.



Figura 20.  $T=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\theta=80^{\circ}$ .



Figura 21.  $T=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\theta=82^{\circ}$ .

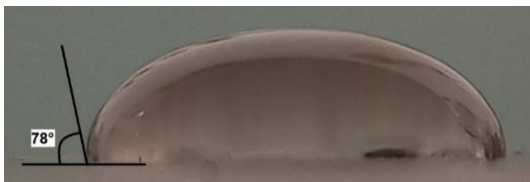


Figura 22.  $T=35^{\circ}\text{C}$ ,  $\theta=78^{\circ}$ .



Figura 23.  $T=40^{\circ}\text{C}$ ,  $\theta=79^{\circ}$ .

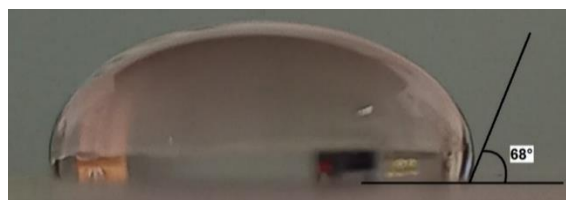


Figura 24.  $T=45^{\circ}\text{C}$ ,  $\theta=68^{\circ}$ .

$T [^{\circ}\text{C}]$	$\theta [^{\circ}]$
25	80
30	82
35	78
40	79
45	68

Tabla 4.1. ángulos de contacto estático respecto a la temperatura

De la cual se obtiene la gráfica a continuación.

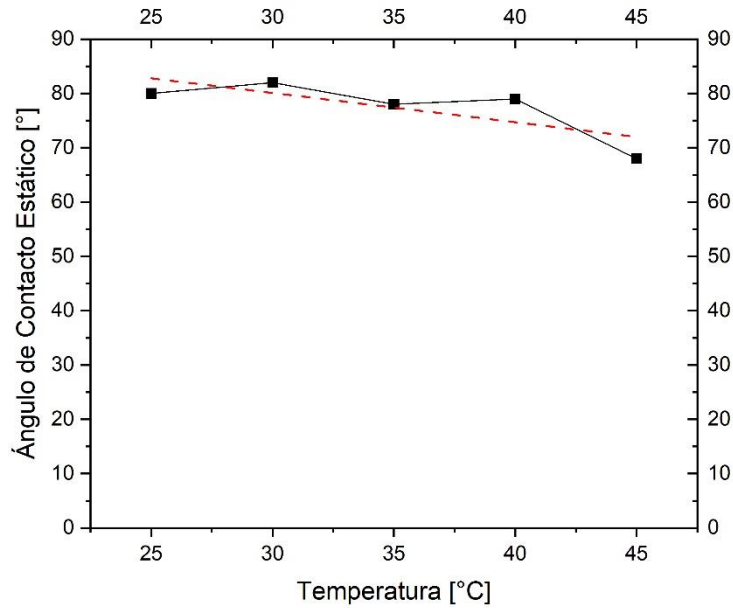


Figura 4.1. Ángulo de contacto contra Temperatura para el agua destilada

En la Figura 4.1 se puede observar que el ángulo de contacto estático tiende a disminuir conforme la temperatura va aumentando, lo cual coincide con lo obtenido por Duchemin B. [38] y por Song J. [39]. Sin embargo, al prestar atención a esta variación se puede apreciar que el cambio en este ángulo es de apenas dos grados en un delta de temperatura de  $10 [^{\circ}\text{C}]$ .

## Resultados y Análisis del Ascenso Capilar

Ahora se presentan los resultados obtenidos de forma experimental y teórica para el ascenso capilar del fluido de trabajo (Agua) a través de un medio capilar poroso con cambio en las condiciones de temperatura.

### Caso isotérmico

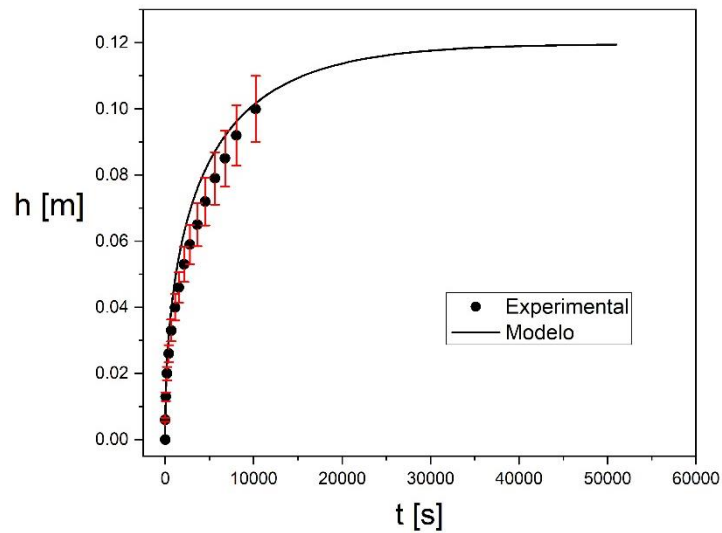


Figura 4.2. Grafica teórico-experimental caso isotérmico (Barras de Error al 10%)

$$(T_{amb} = 16^{\circ}C ; Ca = 1.0 \times 10^{-8})$$

### Caso con gradiente de temperatura positivo

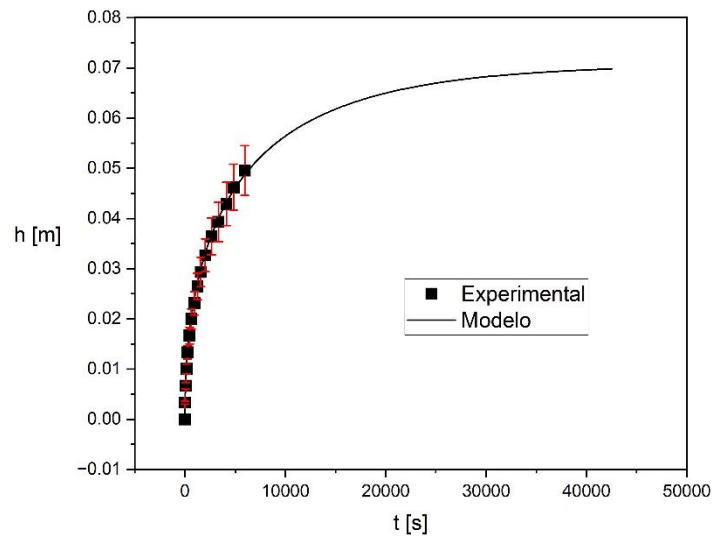


Figura 4.3. Grafica teórico-experimental caso con gradiente de temperatura positivo (Barras de Error al 10%)

$$(T_{amb} = 19^{\circ}C ; Ca = 1.0 \times 10^{-8} ; G = 100)$$

### Caso con gradiente de temperatura negativo

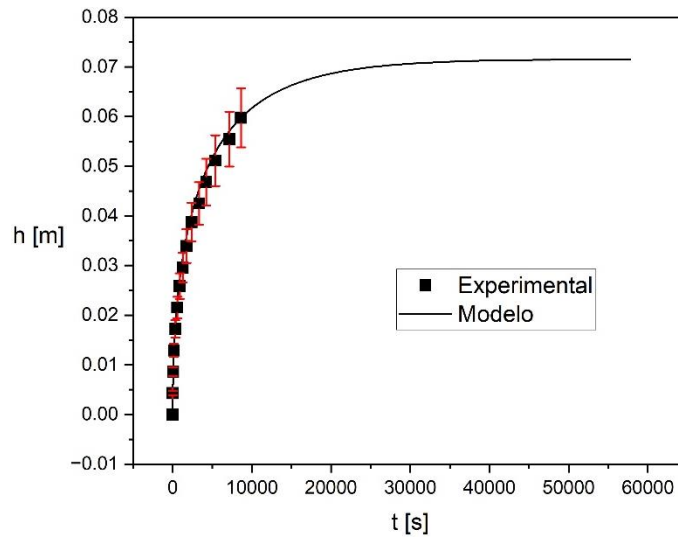


Figura 4.4. Grafica teórico-experimental caso 1 con gradiente de temperatura negativo  
(Barras de Error al 10%) ( $T_{amb} = 19^{\circ}C$  ;  $Ca = 1.0 \times 10^{-8}$  ;  $G = 40$ )

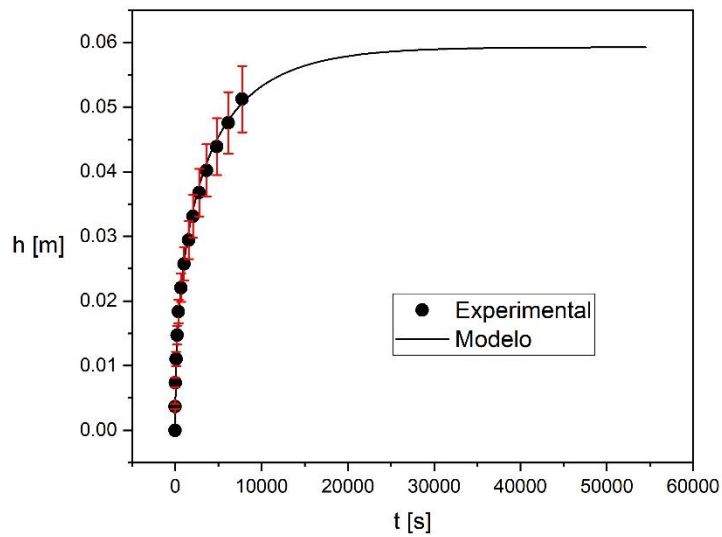


Figura 4.5. Grafica teórico-experimental del caso 2 con gradiente de temperatura negativo  
(Barras de Error al 10%) ( $T_{amb} = 19^{\circ}C$  ;  $Ca = 1.0 \times 10^{-8}$  ;  $G = 100$ )

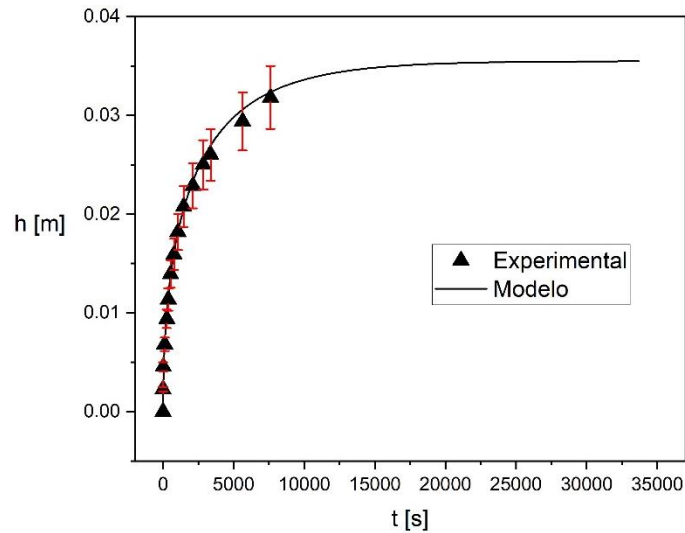


Figura 4.6. Grafica teórico-experimental del caso 3 con gradiente de temperatura negativo  
 (Barras de Error al 10%) ( $T_{amb} = 16^{\circ}C$  ;  $Ca = 1.0 \times 10^{-8}$  ;  $G = 190$ )

En los resultados de las Figuras 4.2 a 4.6, se presentan las curvas de ascenso capilar bajo las condiciones de temperatura isotérmica, gradiente de temperatura positivo y gradiente de temperatura negativo, donde los marcadores corresponden a los resultados obtenidos de forma experimental y la línea continua a los resultados obtenidos de forma teórica con el modelado matemático.

De acuerdo a los resultados obtenidos en las figuras mencionadas anteriormente, se observa que la curva obtenida de forma teórica se ajusta a la experimental donde la línea continua no sale del intervalo de Error al 10% de los marcadores, teniendo así un error menor al 10%, lo cual representa la validación de los modelos matemáticos presentados (Ecuaciones 2.12 y 2.15).

Por otra parte, en los resultados presentados para la validación del modelado matemático, se observa que la curva teórica en todos los casos presenta un mayor avance del frente de imbibición en comparación con los resultados experimentales, esto se debe a que el tiempo para que el fluido experimental alcance la altura de equilibrio puede llegar a ser muy prolongado, más de 12 horas, para lo cual las condiciones ambientales se verán modificadas, interfiriendo así con el desarrollo experimental, lo cual afectaría en gran medida el comportamiento del flujo en estudio. Por lo tanto, el experimento se desarrolla durante el tiempo que las condiciones ambientales lo permiten y el modelo nos presenta una proyección del avance completo.

Se llevó a cabo un desarrollo experimental para tres condiciones diferentes de temperatura con el objetivo de conocer la influencia que presenta el gradiente de temperatura sobre el ascenso capilar.

### Comparación entre los casos obtenidos en el gradiente negativo de temperatura

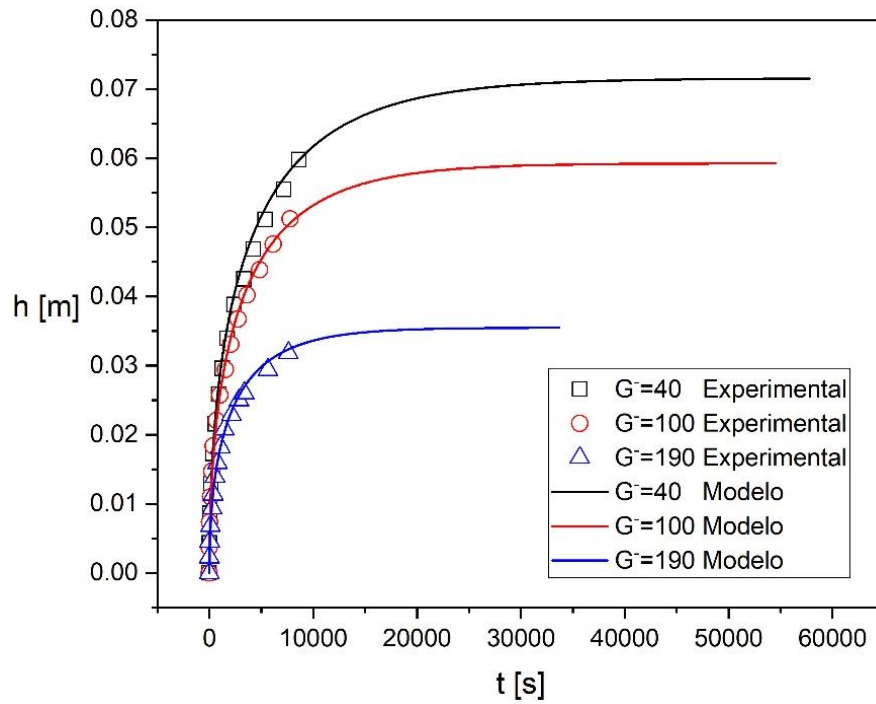


Figura 4.7. Comparación teórico-experimental entre los casos obtenidos para el gradiente de temperatura negativo.

En la Figura 4.7 se presenta la comparación de los tres gradientes de temperatura, donde acorde a los resultados teóricos y experimentales se puede apreciar que conforme el gradiente va aumentando la altura de equilibrio y el tiempo van disminuyendo.

### Comparación entre las diferentes condiciones de temperatura

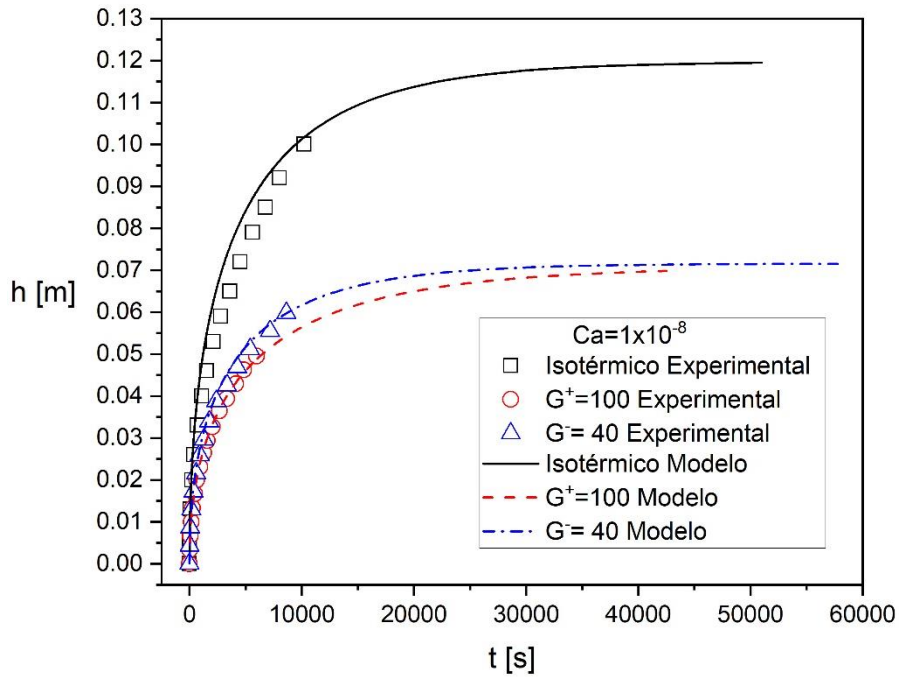


Figura 4.8. Comparación teórico-experimental entre las condiciones de temperatura;  $G = 0$  ;  $G^+ = 100$  ;  $G^- = 40$

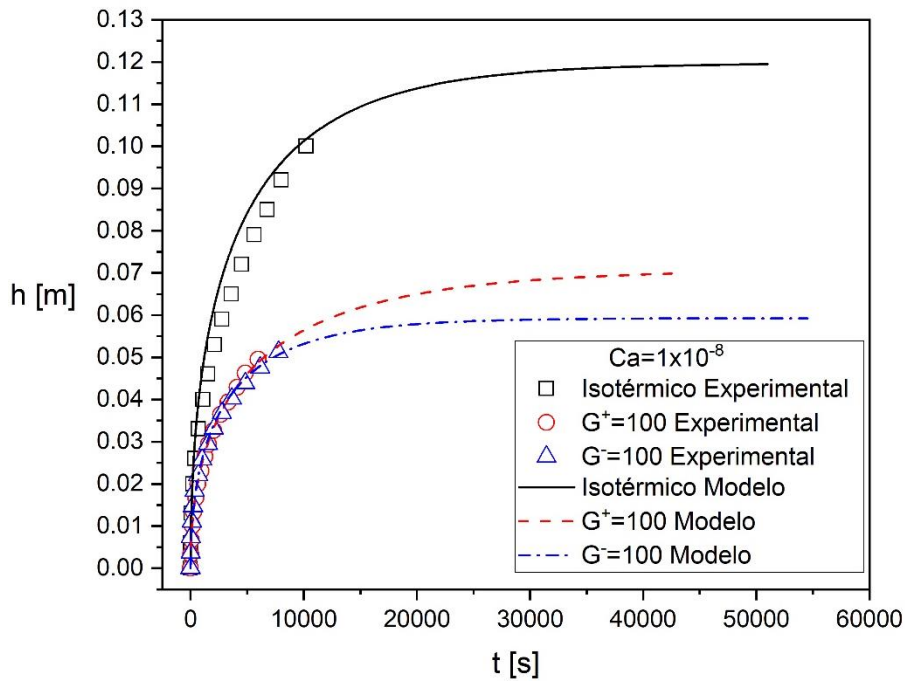


Figura 4.9. Comparación teórico-experimental entre las condiciones de temperatura;  $G = 0$  ;  $G^+ = 100$  ;  $G^- = 100$

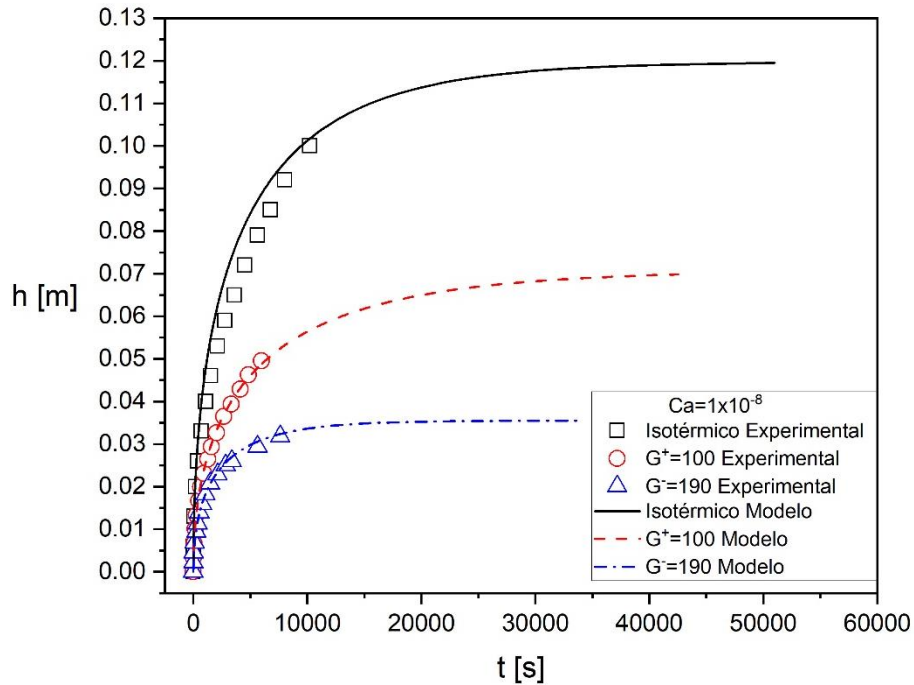


Figura 4.10. Comparación teórico-experimental entre las condiciones de temperatura;  $G = 0$  ;  $G^+ = 100$  ;  $G^- = 190$

En los resultados presentados en las Figuras 4.8 a 4.10 se comparan las curvas obtenidas para las tres condiciones de temperatura generadas. En la Figura 4.9 se comparan las curvas para el gradiente de temperatura positivo y negativo de igual magnitud, así como el caso isotérmico. De acuerdo con esta Figura, se observa que la altura de equilibrio se reduce considerablemente cuando hay presente una distribución de temperatura a lo largo del medio capilar, siendo el caso isotérmico el de mayor altura. Dentro de este análisis se observa que existe una diferencia de la altura alcanzada entre los dos tipos de gradientes, donde el gradiente positivo alcanza una mayor altura de equilibrio que el negativo y en un menor tiempo.

De acuerdo a todo lo mencionado anteriormente, se puede considerar que el modelo matemático desarrollado está validado y por ello se puede utilizar para conocer de forma teórica y aproximada la magnitud de los efectos que genera la variación del ángulo de contacto dinámico en el ascenso capilar. A continuación, se presentan los resultados obtenidos de forma teórica para la influencia del ángulo de contacto.



## Efectos del ángulo de contacto

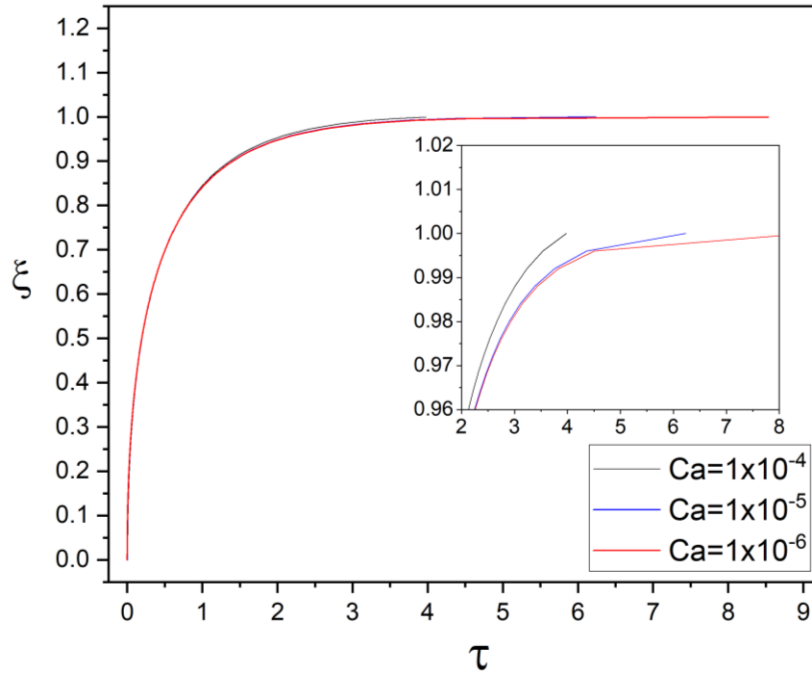


Figura 4.11. Efecto de la variación del ángulo de contacto dinámico para el caso Isotérmico.

En la Figura 4.11 se presentan los resultados para el ascenso del fluido en función del número capilar para el caso isotérmico, en el recuadro de dicha figura se indica el valor del número capilar utilizado, donde se observa que a menores valores de este número el tiempo para alcanzar la altura de equilibrio se incrementa.

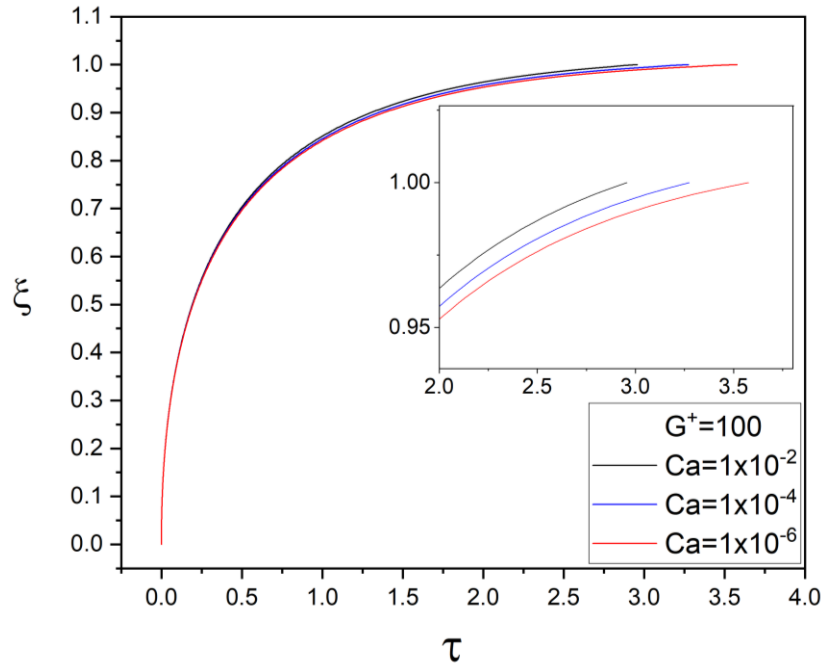


Figura 4.12. Efecto de la variación del ángulo de contacto dinámico para el caso con Gradiente de Temperatura Positivo.

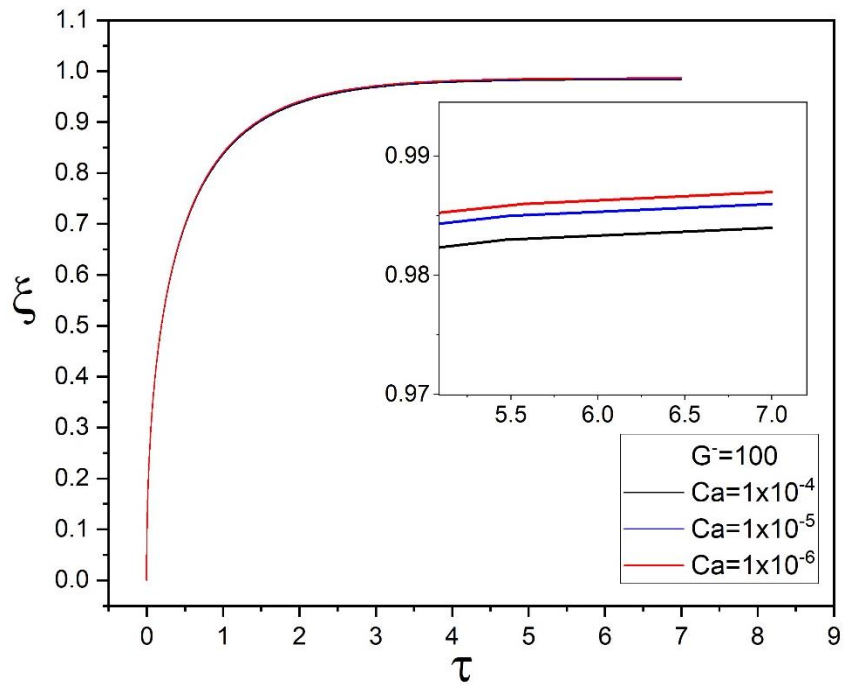


Figura 4.13. Efecto de la variación del ángulo de contacto dinámico para el caso con Gradiente de Temperatura Negativo.

Por otra parte, en la Figura 4.12 se realiza la variación del número capilar manteniendo un gradiente de temperatura positivo constante, para el cual se presenta el mismo comportamiento que el caso isotérmico. Por otra parte, en la Figura 4.13, con un gradiente de temperatura negativo constante, se observa que el orden en que se alcanza la altura de equilibrio es diferente al caso isotérmico y al gradiente positivo, ya que entre menor sea la magnitud del número capilar la altura de equilibrio se alcanzará a un menor tiempo. (Nota: las curvas vistas en la Figura 4.13 fueron cortadas en el punto temporal visto en dicha Figura para fines prácticos ( $\tau = 7$ ), ya que debido a la pendiente que presentan estas líneas en ese punto, para poder visualizar cuando estas llegan al valor de  $\xi = 1$  el recorrido es sumamente largo y no es posible apreciar el efecto en una curva con esa presentación.)

### Efectos del gradiente de temperatura

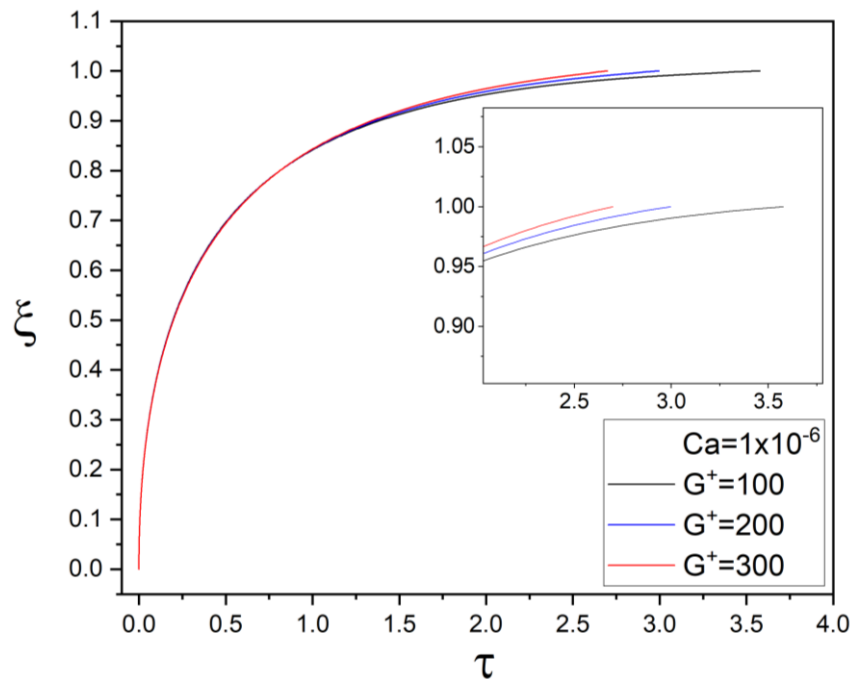


Figura 4.14. Efecto de la variación de la magnitud del gradiente de temperatura para el caso con Gradiente de Temperatura Positivo.

En la Figura 4.14 se presenta el caso con gradiente de temperatura positivo considerando un número capilar constante, esto con la finalidad de conocer únicamente el efecto térmico, para lo cual en esta Figura se observa que este cambio afecta principalmente al tiempo requerido para alcanzar la altura de equilibrio, donde al aumentar la magnitud del gradiente de temperatura el tiempo se irá reduciendo.

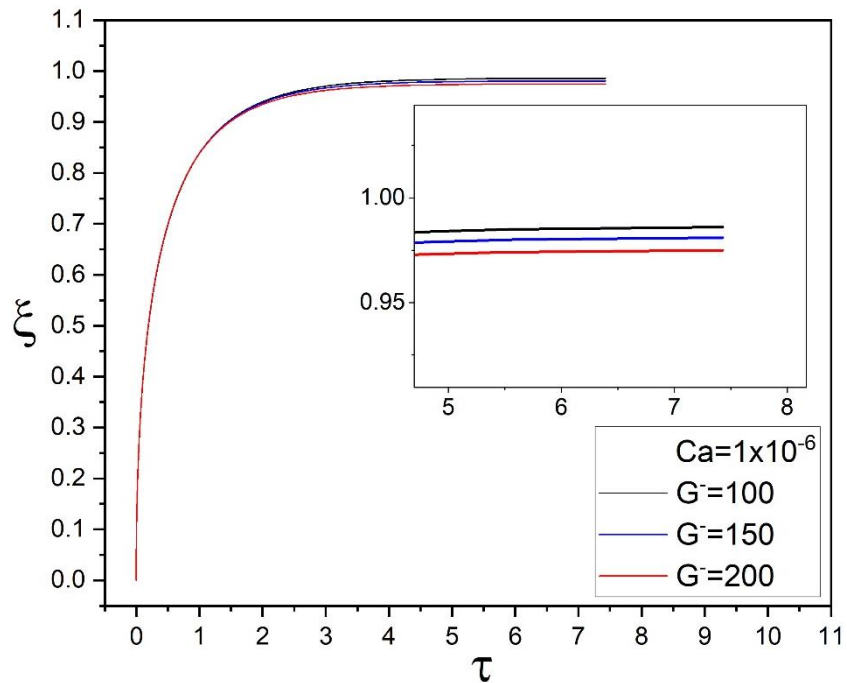


Figura 4.15. Efecto de la variación de la magnitud del gradiente de temperatura para el caso con Gradiente de Temperatura Negativo.

Para el caso con gradiente de temperatura negativo presentado en la Figura 4.15, se realizó el mismo procedimiento que en el caso anterior, sin embargo, en este los gradientes presentados son de menor magnitud debido a lo que se observa en la Figura 4.7, donde al aumentar la magnitud del gradiente, la altura alcanzada tiende a ser menor (disminuyendo con una taza de 2 mm cada que el gradiente aumenta 10°C), al grado que el ascenso puede ser nulo para un caso con gradiente de gran magnitud, este fenómeno se puede presentar debido a que al tener una alta temperatura en la zona de contacto, la tensión superficial del fluido disminuye junto con las fuerzas de cohesión del mismo. Por otro lado, en la Figura 4.15 se observa que entre mayor sea el gradiente establecido, el tiempo para que el flujo alcance su altura de equilibrio será más prolongado. (Nota: las curvas vistas en la Figura 4.15 fueron cortadas en el punto temporal visto en dicha Figura para fines prácticos ( $\tau = 7.5$ ), ya que debido a la pendiente que presentan estas líneas en ese punto, para poder visualizar cuando estas llegan al valor de  $\xi = 1$  el recorrido es sumamente largo y no es posible apreciar el efecto en una curva con esa presentación.)

### Influencia del ángulo de contacto

Por último, en este análisis, en la Figura 4.16 y 4.17 para el caso con un gradiente de temperatura positivo y negativo respectivamente, se presenta nuevamente la influencia del ángulo de contacto dinámico mediante la comparación entre las curvas de ascenso cuando se toma en cuenta esta influencia y cuando los efectos de la misma se consideran nulos, donde a pesar de que los efectos son pequeños, estos están presentes. Como se observa en la Figura 4.16, para un gradiente positivo, la presencia del ángulo tiende a disminuir una porción del tiempo necesario para alcanzar la altura de equilibrio, por el otro lado, en la Figura 4.17, en caso con gradiente negativo, la influencia de este ángulo incrementa el tiempo para alcanzar dicha altura.

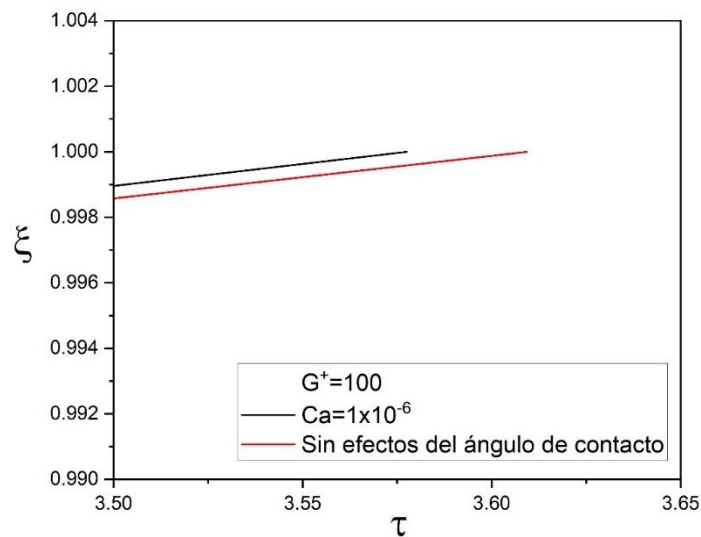


Figura 4.16. Aportación del ángulo de contacto al proceso de imbibición bajo un gradiente de temperatura positivo.

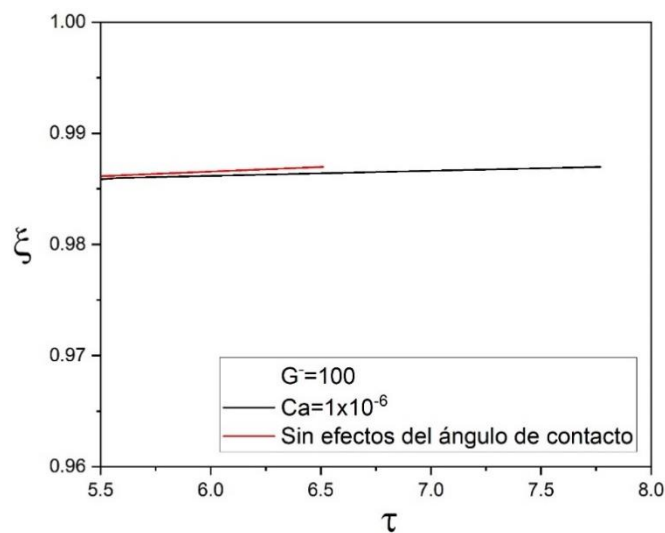


Figura 4.17. Aportación del ángulo de contacto al proceso de imbibición bajo un gradiente de temperatura negativo.

## Capítulo 5. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos de forma teórica y experimental, así como a las observaciones realizadas en el análisis de resultados, se llega a la siguiente lista de conclusiones:

- De acuerdo a los resultados para el ángulo de contacto, se concluye que el ángulo de contacto estático presenta una tendencia a disminuir conforme la temperatura va incrementando. Por lo anterior y de acuerdo a los resultados presentados por *Yao-Yuan Chang* y *Shi-Yow Lin* [40], la disminución del ángulo indica un aumento en la tensión superficial del fluido. Sin embargo, la variación del ángulo que se presenta para los gradientes de temperatura establecidos en este trabajo es despreciable ya que como se observa en la Figura 4.1, la disminución promedio es de  $2^\circ$  cada que se incrementan  $10^\circ\text{C}$ .
- Por otra parte, los resultados para el análisis de la imbibición en un capilar poroso, presentados en las Figuras 4.2 a 4.6, se concluye que se cumplió el objetivo de “derivar un modelo matemático que considere los efectos del ángulo de contacto dinámico durante la penetración en un medio capilar poroso bajo gradientes de temperatura”, ya que el modelo matemático desarrollado para el caso isotérmico y el no-isotérmico (Ecuaciones 2.12 y 2.15) está validado. Por lo anterior, este puede ser utilizado para el análisis de diferentes casos a los vistos en este trabajo, destacando que el modelo matemático para el caso isotérmico tiene solución analítica.
- Del modelo obtenido en la Ec.2.15 se observa que la aportación del ángulo dinámico de contacto está dada por la variable  $F$ , la cual contiene los efectos generados por la temperatura. De igual manera sucede con las variables  $A$  y  $B$  que corresponden a los efectos viscosos, por lo cual se puede concluir que la presencia de un gradiente de temperatura afecta directamente al ángulo de contacto dinámico y a las propiedades del fluido.
- En lo visto en la Figura 4.7 se puede determinar que la presencia de un gradiente de temperatura afecta directamente a la altura de equilibrio y el tiempo en que esta se alcanza. Por lo que se puede concluir que entre mayor sea la magnitud del gradiente de temperatura, menor serán el tiempo y altura de equilibrio alcanzados.
- Finalmente, de los resultados en general se llega a la conclusión de que el ángulo de contacto dinámico sí presenta influencia en el ascenso capilar de un fluido a través de un medio poroso. Sin embargo, esta influencia es relevante en el caso isotérmico. Cuando hay cambios de temperatura en el medio capilar poroso, la influencia de los gradientes de temperatura es mucho mayor a la del ángulo de contacto dinámico, haciendo que los efectos de este último sean prácticamente nulos (Figuras 4.16 y 4.17).

## Referencias

- [1] Blake, T. D., & Batts, G. N. (2019). The temperature-dependence of the dynamic contact angle. *Journal of Colloid and Interface Science*, pp. 108–116.
- [2] Abraham, M.O., José, A.C. & Ravmundo M. (20 de julio de 1999). Imbibición en papel. *Ciencias Exactas y Aplicadas*, Vol.1, pp.271.
- [3] Dullien, F. A. L., *Porous Media, Fluid Transport and Pore Structure*, Academic Press, San Diego (1991).
- [4] Qin, C. & Brummelen, H. (2019). A dynamic pore-network model for spontaneous imbibition in porous media. *Advances in Water Resources*, pp. 1-3.
- [5] Morrow, N.R. & McCaffery F.G., *Fluid Displacement Studies in Uniformly Wetted Porous Media, Wetting, Spreading and Adhesion*, Academic Press, New York, NY, 1978, pp. 289-319.
- [6] Danial A., Steven L. B., Ole T. & Apostolos K., Water flooding of sandstone oil reservoirs: Underlying mechanisms in imbibition vs. drainage displacement, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 213, (June 2022).
- [7] Amgad S., A generalized analytical model for estimating the rate of imbibition/ drainage of wetting/nonwetting fluids in capillaries, *Chemical Engineering Science.*, (November 2021).
- [8] Ko O., Viscous dynamics of drops and bubbles in Hele-Shaw cells: Drainage, drag friction, coalescence, and bursting., *Advances in Colloid and Interface Science.*, Volume 255, (May 2018), pp. 64-75.
- [9] Bear J., *Dynamics of fluids in porous media*, Dover, New York (1988).
- [10] Villaseñor A., (2021). Estudio teórico de la imbibición en un medio poroso bajo gradientes de temperatura en un fluido no newtoniano. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.
- [11] Akin S., Schembre J.M., Bhat S.K. & Kovsky, A.R., (2000). Spontaneous imbibition characteristics of diatomite. *J. Pet. Sci. Eng.* 25, pp.149–165.
- [12] Lucas R., *Kolloid.-Zeitschr. Ueber das Zeigesetz des kapillaren Aufstiegs von flüssigkeiten*, (1918).
- [13] Washburn E.W., The dynamics of capillary flow, *Phys. Rev.* 17, (1921).
- [14] Morrow N.R. & Mason, G., Recovery of oil by spontaneous imbibition, *Current Opinion Colloid Interface Sci.*, (2001).

- [15] M. O'Loughlin, K. Wilk, C. Priest, J. Ralston, & M.N Popescu. (2013). Capillary rise dynamics of aqueous glycerol solutions in glass capillaries: A critical examination of the Washburn equation. *ELSEVIER, Journal of Colloid and Interface Science*, pp. 259–261.
- [16] Bell J. M. & Cameron, F. K., The flow of liquids through capillary spaces, *J. Phys. Chem.*, (1906).
- [17] Sanchez M., Sanchez F., Pérez-Rosales C., Medina A., & Treviño C. (2004). Imbibition in a Hele–Shaw cell under a temperature gradient. *Physics Letters A*.
- [18] Sanchez Huerta, J. M. (2005). Imbibición En Medios Porosos Fracturados. Programa de maestría y doctorado en ingeniería. (Obra original publicada en 2005).
- [19] Thammanna G.V., Roisman I.V., Cameron T. & Stephen G. (2018). Spontaneous rise in open rectangular channels under gravity. *ELSEVIER, Journal of Colloid and Interface Science*.
- [20] Eustathopoulos N., Nicholas M.G. & Devret B., Wettability at high temperatures, Pergamon Press, Oxford, (1999).
- [21] Sánchez M., Medina A. & Higuera F. J., Spontaneous imbibition into Hele-Shaw cells under temperature differences, *Proceedings ASME Heat Transfer*, (2004), HT-FED2004-56663.
- [22] Sánchez M., Sánchez F., Pérez-Rosales C., Medina, A. & Treviño, C., Imbibition in HeleShaw cell under temperature gradient, *Phys. Lett.*, (2004).
- [23] Shi, Y., Yassin, M. R., & Dehghanpour, H. (2018). A modified model for spontaneous imbibition of wetting phase into fractal porous media. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, pp. 64–75.
- [24] Alava M., Dubé M. & Rost M., Imbibition in disordered media, *Adv. Phys.* 53, (2004).
- [25] Barenblatt G. I., Entov V. M. & Ryzhik, V. M., *Theory of fluid flows through natural rocks*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1990).
- [26] Xiao, L., Zhu, G., Zhang, L., Yao, J., & Sun, H. (2021). Effects of pore-size disorder and wettability on forced imbibition in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, pp.201.
- [27] J.M. Sánchez Huerta & A. Ortiz Gómez. (2021, Julio 16). Imbibition in conical capillaries under temperature gradients. *ELSEVIER*, pp.1-5.
- [28] Venkatesan J., Rajasekaran S., Das A., & Ganesan S. (2016). Effects of temperature-dependent contact angle on the flow dynamics of an impinging droplet on a hot solid substrate. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pp. 282–298.



- [29] Adamson A.W., (1973). Potential distortion model for contact angle and spreading. ii. temperature dependent effects. *Adv. Colloid Interface Sci.*
- [30] Bernardin, J.D., Mudawar I., Walsh, C.B. & Franses E.I., (1997). Contact angle temperature dependence for water droplets on practical aluminum surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer.*
- [31] Duffy T. S., Li J., Johns R. T. & Lvov, S. N. (2021). Capillary contact angle for the quartz-distilled water-normal decane interface at temperatures up to 200 °C. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects.*
- [32] Wang F., & Zhao J. (2021). Mathematical model of liquid spontaneous imbibition into gas-saturated porous media with dynamic contact angle and gravity. *Chemical Engineering Science.*
- [33] M. de Ruijter, P. Kölsch, M. Voué, J. De Coninck, & J.P. Rabe. (1998). Effect of temperature on the dynamic contact angle. *Colloids and Surfaces, Physicochemical and Engineering Aspects*, pp. 235-243.
- [34] Chang Y.-Y., & Lin S.-Y. (2011). Surface tension measurement of glass melts using sessile or pendant drop methods. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, 42(6), pp. 922–928.
- [35] Chen L., Bonaccorso E., Gambaryan-Roisman T., Starov V., Koursari, N. & Zhao, Y. (2018). Static and dynamic wetting of soft substrates. *Current Opinion in Colloid & Interface Science.*
- [36] Jean L. S. & Raquel A. (MARZO 2005). Métodos de Medición de la Tensión Superficial o Interfacial. Laboratorio FIRP, Escuela de INGENIERIA QUIMICA, UNIVERSIDAD de los ANDES, Mérida 5101 VENEZUELA, pp. 16.
- [37] Colaboradores de Wikipedia. (2022, 15 noviembre). Tensión superficial. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Tensi%C3%B3n\\_superficial](https://es.wikipedia.org/wiki/Tensi%C3%B3n_superficial).
- [38] Duchemin B., Cazaux G., Gomina M., & Bréard J. (2021). Temperature-dependence of the static contact angle: A transition state theory approach. *Journal of Colloid and Interface Science*, pp. 215–226.
- [39] Song J.-W., & Fan L.-W. (2021). Temperature dependence of the contact angle of water: A review of research progress, theoretical understanding, and implications for boiling heat transfer. *Advances in Colloid and Interface Science.*
- [40] Yao-Yuan Chang & Shi-Yow Lin (Junio 30, 2011). Surface tension measurement of glass melts using sessile or pendant drop methods. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers. ELSEVIER*, pp. 926.

## Apéndice

Para evaluar el modelo matemático mediante diferencias finitas, tanto para el caso isotérmico como el no-isotérmico, se utilizó el software de programación Fortran 90. A continuación se presentan los códigos utilizados para la evaluación de los modelos y la obtención de datos de los mismos.

### Código para el caso Isotérmico (Fortran 90)

```
program isotermico
use var
implicit none
call input
call iniciales
call malla
      hq=C2*((sigma*cos(teta))/(fi*roo*g*dp))
      tc=(C3*mu*hq*hq)/(C2*sigma*dp*cos(teta))
      b=(((teta**(2.0d0/3.0d0))/3.0d0)*Ca*log(L))
      D=(1.0d0+(b*tan(teta))-(b*b*0.5d0))
open(unit=11,file='sal_Isotermico_Roca.dat')
      write(11,*) taori(1),Y(1)
      write(*,*) taori(1),Y(1)
do i=2,imax,1
      taori(i)=(D-1+log(D))-(D*log(D-Y(i)))-Y(i)
      tdim=taori(i)*tc
      hdim=(Y(i)*hq)
      write(11,*) tdim,hdim
      write(*,*) tdim,hdim
end do
close (unit=11)
end program isotermico
```

## Código para caso No Isotérmico (Fortran 90)

```
program gradiente

use var

implicit none

    call input

    call iniciales

    call malla

open(unit=11,file='sal_Gradiente_positivo_Roca.dat')

    G=((T-T0)/H)

    n=(1.0d0/(lam*lam))!numero de adsorcion por unidad de area

    r=(Ca*((sigma*VL)/(2*Ks*lam*hpk)))

    arcsinh=log(r+(((r*r)+1)**(1.0d0/2.0d0)))

    fi=((2.0d0*n*Kb)/sigma)*arcsinh

    psi=((cos(teta))-(fi*T0p))

hq=((sigma*C2*psi))/(fip*roo*g*dp)

tc=(C3*mu*hq*hq)/(sigma*dp*C2*psi)

    F=((fi/psi)*Gp*hq)

    A=((dmu*Gp*hq)/(2.0d0*mu))

    B=((dsigma*Gp*hq)/sigma)

    write(11,*) taori(1),Y(1)

    write(*,*) taori(1),Y(1)

do i=2,imax,1

    M=Y(i)-Y(i-1)
```

```

S=(((1+(F*Y(i)))*(1+(B*Y(i))))-Y(i))
P=(Y(i)*(1+(A*Y(i))))
taori(i)=(M/(S/P))+taori(i-1)
tdim=(tc*taori(i))
hdim=(hq*Y(i))
write(11,*) taori(i),Y(i)!tdim,hdim
write(*,*) taori(i),Y(i)!tdim,hdim
end do
close (unit=11)
end program gradiente

```