



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - INSTRUMENTACIÓN

ESTUDIO EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DE LA
FORMACIÓN Y DESPRENDIMIENTOS DE ANILLOS
VORTICALES EN LA SALIDA DE CORNOS CON GEOMETRÍA
ARBITRARIA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
LEÓN MARTÍNEZ DEL RÍO

TUTOR PRINCIPAL
DR. PABLO LUIS RENDÓN GARRIDO, ICAT
COMITÉ TUTOR
DR. JOSÉ ROBERTO ZENIT CAMACHO, IIM
DR. CARLOS MÁLAGA IGUÍÑIZ, FACULTAD DE CIENCIAS
DR. NASER QURESHI, ICAT

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, AGOSTO, 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Zenit Camacho José Roberto, Inst. de Inv. en Materiales

Secretario: Dr. Qureshi Naser, ICAT

Vocal: Dr. Rendón Garrido Pablo Luis, ICAT

1er. Suplente: Dr. Málaga Iguñiz Carlos, Facultad de Ciencias

2o. Suplente: Dra. Stern Forgach Catalina E., Facultad de Ciencias

La tesis se realizó en : Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, UNAM
Instituto de Investigaciones en Materiales, UNAM
Facultad de Ciencias, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Pablo Luis Rendón Garrido, ICAT

Pablo Luis Rendón

*Al Posgrado de Ingeniería y a la Universidad, por la formación que me han dado.
A mi querida esposa Amaranta quien me ha apoyado
A mi nueva tesis eterna, mi hija Lina
A mis Padres Bertha y Emilio
A mi Hermano David y Hermana Elisa que me han alentado toda mi vida
A mi familia aumentada Otto, Patty, Pepe, Maria Eugenia, Carlos, Majo
A mis amigos caminantes, planetoides que nos encontramos poco pero nos pensamos
A mis tutores y maestros quienes me han guiado a lo largo de
mi formación Doctoral: Pablo Rendón, Carlos Málaga y Roberto Zenit
Al Dr. Naser Qureshi por su constante interés en el tema y sus consejos
A la Dra. Catalina Stern, quien desde mis estudios de licenciatura siempre me ha apoyado
Al Dr. Salas que me sigue guiando
Al Dr. Arturo Olvera, quien ha sido mi guía espiritual, experimental y numérico durante toda mi
formación profesional.
Es gracias a ustedes que es posible el presente trabajo.
En verdad, gracias.
León*

Agradecimientos

Deseo agradecer a los proyectos

- Proyecto DGAPA PAPIIT IN113820
- Proyecto CONACYT Ciencia Básica A1-S-17650, con título "Estudio numérico y experimental de propagación acústica no lineal y mecanismos de pérdidas en ductos abiertos"
- Deseo agradecer a CONACYT por la beca otorgada con número de apoyo 429238

Resumen

En presencia de campos acústicos periódicos de suficiente intensidad dentro de un tubo cilíndrico y dependiendo de la geometría de la terminación, se genera vorticidad en ese extremo mediante un mecanismo no-lineal. A medida que aumenta la magnitud de la velocidad acústica, se observan diferentes regímenes. En el primer régimen, una vorticidad aparece con la misma frecuencia de forzamiento únicamente en las proximidades inmediatas del extremo abierto. Con amplitudes acústicas más altas, se forman anillos vorticoides en la misma ubicación y, finalmente, a velocidades aún mayores, estos anillos son arrastrados hacia afuera. En todos los casos, redondear el borde interno del tubo en diferentes grados suprime el mecanismo de generación de vorticidad, siendo esta supresión más notable en los bordes más suaves. El parámetro que determina la escala en la cual se producen estos diferentes comportamientos es el número R_δ , que está asociado a la velocidad de partícula, la frecuencia y viscosidad cinemática. Para simular los campos de velocidad y presión en la salida del tubo, utilizando diferentes valores de R_δ , se empleó un método tridimensional de lattice Boltzmann (LBM), que se validó mediante mediciones experimentales utilizando velocimetría por imagen de partículas (PIV) en un corte 2D axial de la terminación del ducto y en un rango similar de valores de R_δ . Tanto los resultados experimentales como los numéricos muestran el comportamiento esperado, y los resultados obtenidos mediante el enfoque numérico concuerdan con los obtenidos a través de las mediciones PIV. Se observan diferentes regímenes que presentan combinaciones variables de *streaming* acústico y desprendimiento de vórtices.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Presentación	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.3. Motivación	3
1.4. Objetivos	3
1.5. Contribuciones	4
1.6. Estructura de la tesis	4
2. Marco teórico acústico	6
2.1. Descripción básica	6
2.1.1. Intensidad acústica y niveles de referencia	8
2.2. Navier-Stokes y <i>Vortex Sound Theory</i>	9
2.3. Parámetros adimensionales	11
2.3.1. Número de Strouhal y Reynolds, su no uso directo en este estudio	12
2.3.2. <i>Streaming</i> acústico	13
3. PIV-Velocimetría por Imágenes de Partículas	14
3.1. Fundamentos del PIV	14
3.2. Esquema experimental para el PIV	16
3.2.1. Acondicionamiento experimental para la captura de imágenes	16
3.2.2. Captura de imágenes	18
3.2.3. Procesamiento PIV	18
3.2.4. Consideraciones especiales del experimento	19
3.2.4.1. Phase Locking	19
3.2.4.2. Calibración del micrófono y escala de R_δ	20
3.3. Descripción de los resultados experimentales	21
3.3.1. Resultados usando PIV	21
3.3.2. Resultados afuera de los límites del PIV	22
4. LBM-Simulación por el Método Lattice Boltzmann	23
4.1. Teoría método LB	23
4.2. Implementación numérica	27
4.3. Ejemplo de las simulaciones obtenidas	32

5. Análisis de Resultados	35
5.1. Comparación directa con los resultados experimentales y simulaciones	35
5.2. Análisis promedio de los flujos	39
5.3. Validación	41
5.4. Diferencias de simulaciones 2D y 3D	44
6. Conclusiones	51
Bibliografía	55
7. Apéndice Resultados extendidos experimentales	59
7.1. SPL de 113dB con $R_\delta = 0.9$	60
7.2. SPL de 125dB con $R_\delta = 4.2$	61
7.3. SPL de 131dB con $R_\delta = 8.3$	62
7.4. SPL de 136dB con $R_\delta = 13.7$	63
7.5. SPL de 138dB con $R_\delta = 17.4$	64
7.6. SPL de 140dB con $R_\delta = 20.2$	65
7.7. SPL de 141dB con $R_\delta = 23.1$	66
7.8. SPL de 142dB con $R_\delta = 25.6$	67
7.9. SPL de 143dB con $R_\delta = 28.5$	68
7.10. SPL de 144dB con $R_\delta = 31.3$	69
7.11. SPL de 145dB con $R_\delta = 35.5$	70
7.12. SPL de 146dB con $R_\delta = 40.2$	71
7.13. SPL de 148dB con $R_\delta = 46.1$	72
7.14. SPL de 150dB con $R_\delta = 44.5$	73
8. Apéndice Código	74
8.1. Código en el CPU	74
8.2. Código en el GPU en el volumen	94
8.3. Código en el GPU en las fronteras	100
9. Apéndice Artículo	108

Introducción

1.1. Presentación

Se ha observado que la oscilación de ondas acústicas de alta amplitud cerca de la frecuencia resonante más baja en un tubo cilíndrico lleno de aire genera diversos fenómenos no lineales en el extremo abierto del tubo. Estos fenómenos incluyen la radiación de ondas de choque, la corriente acústica, así como la formación y desprendimiento de vórtices. La aparición de estas estructuras conlleva pérdidas no lineales que han sido ampliamente investigadas tanto en los extremos abiertos de los tubos como en orificios a lo largo de sus costados[23][5][11].

El tema de esta tesis se centra en el análisis de los fenómenos no lineales generados en el acoplamiento del campo acústico y el campo de velocidades a altas presiones acústicas en la terminación de ductos abiertos. Se ha observado que a altas amplitudes de presión acústica en estos ductos, se produce una pérdida de energía acústica en su radiación; algunas posturas teóricas asocian este fenómeno a un régimen alto del número Reynolds y a un comportamiento no lineal en la respuesta del flujo en la terminación del ducto, por lo que no se ha podido determinar de manera consistente la pérdida de energía acústica en relación con los parámetros de la terminación de los ductos.

Este tema fue abordado previamente desde diferentes enfoques, el primero de ellos planteado por el grupo de investigadores liderado por Disselhorst *et al.* (1980)[16] quienes visualizaron experimentalmente el fenómeno utilizando la técnica de Schlieren. En su estudio reportan que al extender un tubo circular hacia una salida de canal bidimensional se observaba que la pérdida acústica se debía a la formación de vórtices en la frontera interior del ducto cuando el flujo era entrante y que cuando el flujo era saliente su desprendimiento en la terminación del ducto se daba en forma de *jets*. Aunque estos primeros resultados ilustraron el fenómeno, representaban una situación que era físicamente distinta debida al cambio geométrico entre un ducto tridimensional y uno bidimensional que era el reportado.

En un estudio realizado por Peter *et al.*[32] sobre el comportamiento del coeficiente de amortiguamiento y reflexión acústico dentro de ductos, se encontró que los efectos no lineales descubiertos por Disselhorst *et al.* predecían una absorción 2.5 veces menor que las mediciones estas diferencias se asociaron consistentemente en la traslación de una teoría de flujo bidimensional a un caso tridimensional. En este trabajo también encuentra que la corrección de longitud del ducto para la

condición de resonancia esta fuertemente correlacionada con la geometría de la terminación de este tal como ya antes se había propuesto[31] y hasta obteniendo valores negativos para cornos; estos resultados indican que variar la geometría de la terminación del ducto influirá en la frecuencia de resonancia de este, por lo cual no se puede hacer cambios abruptos de geometría sin cambiar la longitud del ducto estudiado a una frecuencia constante.

Posteriormente Atig *et al.*(2004)[5] mostraron que la pérdida de energía acústica dependía de la amplitud acústica dentro del ducto y del radio de curvatura del menisco en su terminación, analizado en ductos cilíndricos de perfil circular. Además, encontraron que esta pérdida de energía se producía en dos regímenes no lineales. En su trabajo se revela la sensibilidad de la geometría de la terminación del ducto en relación a los umbrales para alcanzar estos dos regímenes.

En un estudio más reciente, Buick *et al.*(2011)[10] llevaron a cabo experimentos utilizando la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) para medir el campo de velocidades en un corte 2D del ducto. Como resultado descubrieron que el primer régimen, al que llamaron "bajas amplitudes acústicas", correspondía a la formación de un vórtice que permanecía adherido a la frontera del ducto. Mientras que en el segundo régimen, al que denominaron "altas amplitudes acústicas", se producía la formación y desprendimiento de un vórtice a cada periodo de un forzamiento acústico senoidal dentro del ducto.

El grupo de investigadores encabezados por Buick llegaron a la conjetura de que los vórtices observados en 2D eran anillos vorticales, debido a la simetría axial del experimento. Sin embargo, el cálculo de la magnitud de la pérdida de energía presentó discrepancias sin una causa central identificada, aunque se sospechó que podría deberse a la falta de información tridimensional del perfil del flujo. Para tratar de resolver esta incertidumbre se llevaron a cabo simulaciones numéricas utilizando el Método de Lattice Boltzmann (LBM), pero estas simulaciones fueron 2D y encontraron ambos regímenes no-lineales de formaciones de vórtices, aunque estos no correspondían con los umbrales de ambos regímenes ni con el comportamiento de los vórtices advectados del segundo régimen.

Otros fenómenos similares fueron estudiados con resultados complementarios al tema, uno de ellos el estudio bidimensional de la salida de pipas de órganos (tubos resonantes cerrados) realizado por Yoshikawa *et al.*(2012)[49] y Takahashi *et al.*(2016)[43], quienes descubrieron que la principal fuente de pérdida de energía acústica se debía al acoplamiento entre el jet (chorro), el vórtice y el sonido. Sin embargo, estos resultados no representan la complejidad física tridimensional del problema, ya que el comportamiento de un vórtice bidimensional difiere del de un anillo vorticoide. Por tanto, aunque estos estudios brindan información valiosa sobre el comportamiento de la salida de pipas de órganos, deben ser interpretados con reservas.

1.2. Planteamiento del problema

Hasta el momento, los análisis del fenómeno presentado no han podido cuantificar la proporción de la pérdida de energía acústica debida a la formación de los vórtices que se producen en la terminación de los ductos, cuando el sistema se encuentra a altas presiones acústicas, ya que los experimentos de visualización del flujo permanecen en un corte 2D del fenómeno, y a que las simulaciones numéricas continúan siendo bidimensionales y han sido estructuradas en forma cualitativa.

Es importante tomar en cuenta que para validar un código que simule el fenómeno tridimensionalmente, se requieren resultados experimentales. Aún cuando los cortes bidimensionales puedan proporcionarnos resultados más estables, estos son parciales a la realidad física del fenómeno, que es puramente tridimensional; por lo tanto, resulta fundamental buscar posibilidades que permitan explorar el problema considerando esta característica espacial, ya que como señalamos anteriormente el fenómeno es sensible a las fronteras y a su geometría.

En este contexto, se plantea la necesidad de abordar el problema tomando en cuenta su tridimensionalidad, tanto en la observación experimental como en su análisis numérico, con la intención de poder caracterizar la pérdida de energía acústica y entender el comportamiento aero-acústico generado, para lo cual se buscará obtener un método numérico re-escalable que permita obtener una descripción tridimensional del campo del flujo en la terminación del ducto; este enfoque podría permitir un mejor entendimiento del fenómeno y contemplar su posible aplicación a diversos campos de la industria en los que se presenta el mismo tipo de sistema, como en los instrumentos de viento [18] o las chimeneas de las plantas procesadores de gas natural.

1.3. Motivación

La motivación detrás de este estudio radica en la posibilidad de explorar y adecuar herramientas existentes que puedan emplearse hasta límites no investigados, con la finalidad de comprender un fenómeno no-lineal que aún no ha podido ser analizado en su totalidad por la complejidad que plantea. El desafío es un catalizador que nos lleva a buscar nuevas soluciones numéricas que requieren un enfoque cauteloso derivado de la reproducción experimental y su observación con un alto nivel de precisión.

1.4. Objetivos

El objetivo principal de esta tesis consiste en:

- Estudiar la generación de vorticidad en diferentes regímenes, tanto experimental como numéricamente, buscando una validación de las simulaciones numéricas mediante mediciones experimentales. Con el fin de desarrollar un modelo numérico que permita comprender el fenómeno de la vorticidad en la terminación de ductos y simular su comportamiento no lineal bajo altas presiones acústicas, teniendo en cuenta variaciones geométricas. Es importante destacar que se considerará la realidad física tridimensional en todos los análisis realizados.

Para lograrlo es necesario cumplir con los objetivos secundarios que se desglosan a continuación:

- Desarrollar un modelo experimental de alta precisión que permita validar el instrumento de simulación.
- Obtener mediciones del campo de velocidades en la terminación del ducto a diferentes regímenes en un contexto controlado.

- Desarrollar un código numérico que permita visualizar tridimensionalmente el flujo en sus distintos regímenes y que se valide a partir los resultados con las mediciones experimentales.
- Garantizar que el código desarrollado sea robusto y flexible, que permita la extensión de los resultados a geometrías arbitrarias en las terminaciones de los ductos con perfiles cónicos, exponenciales o parabólicos, entre otros. Para el presente trabajo se reportan los resultados del perfil de menisco circular.

1.5. Contribuciones

En cuanto al ámbito científico, se ha observado que el comportamiento de formación y desprendimiento de vórtices se clasifica en tres regímenes a medida que aumenta la presión acústica dentro del ducto, en lugar de dos regímenes. En el primer régimen, se forma vorticidad durante la fase de aumento de presión en la terminal del ducto, pero se inhibe durante la fase de disminución de presión. En el segundo régimen, al aumentar la amplitud de presión acústica, la vorticidad se mantiene en el exterior de la terminal del ducto, generando una corriente media que impulsa el fluido. En el tercer régimen, al aumentar aún más la presión acústica, se observa una formación y advección periódica de vórtices en la terminal, lo que resulta en una corriente media no nula en el exterior del ducto, conocida como *acoustic streaming*. Se ha encontrado que estos regímenes son altamente sensibles a la geometría de la terminación del ducto.

Este trabajo también presenta contribuciones significativas en términos de los resultados experimentales, los cuales pueden servir como referencia para la calibración de otros métodos numéricos. Además, se ha desarrollado un código numérico tridimensional que permite escalar el fenómeno a diferentes escalas, y se ha demostrado que los resultados cuantitativos obtenidos mediante este código se asemejan a los resultados de cortes axiales bidimensionales en el campo de velocidades en la terminación del ducto, lo que indica una concordancia entre las simulaciones y los experimentos.

Además, se han analizado las condiciones necesarias para la calibración en 3D con el objetivo de utilizar la técnica PIV 3D, así como la exploración de diferentes esquemas de LBM que reduzcan la viscosidad numérica y los costos y escalas asociados a su implementación.

1.6. Estructura de la tesis

Esta tesis está dividida en 6 capítulos. En el siguiente capítulo está el planteamiento físico del fenómeno en cuestión y la propuesta para el re-escalamiento de este fenómeno no-lineal aplicable al planteamiento experimental y numérico.

El capítulo 3 contendrá una breve descripción de la técnica PIV en sus diversas formas, se expondrá el planteamiento experimental y su instrumentación para la adquisición de datos así como su procesamiento y la descripción de como se presentaran los resultados experimentales obtenidos y su interpretación.

En el capítulo 4 se expondrá una breve descripción del método numérico LBM, exponiendo las diferentes aproximaciones que se realizaron para acercarnos a las condiciones del re-escalamiento

físico del fenómeno no-lineal, la implementación numérica, condiciones de frontera y forzamiento, los límites y alcances del método numérico, junto con la comparación de los resultados experimentales obtenidos junto con el contraste de los resultados que se obtendrían con un planteamiento 2D; y los resultados numéricos obtenidos.

En el capítulo 5 se mostrará la validación relativa del método numérico con los resultados experimentales y se discutirá la interpretación física de los resultados experimentales y numéricos.

En el capítulo 6 se expondrán las conclusiones de esta tesis viendo áreas de oportunidad de mejora posible en planteamiento experimental y numérico además de la discusión de la fenomenología y posibles aplicaciones para investigaciones posteriores.

En el apéndice 7 estarán los resultados experimentales obtenidos para el perfil recto. En el apéndice 8 el código en C-CUDA utilizado. Y en el apéndice 9 el artículo derivado de la investigación.

Capítulo 2

Marco teórico acústico

En este capítulo se tratará de la descripción física del fenómeno de estudio. Primero se describirá cualitativamente los componentes del fenómeno. Después se dará la descripción matemática del fenómeno dando las escalas características. Se concluirá este capítulo con los parámetros de re-escalamientos necesarios para la comparación de los resultados numéricos con los experimentales.

2.1. Descripción básica

El fenómeno investigado en esta tesis se centra en el comportamiento en la terminación de un ducto bajo altos niveles de presión acústica, la cual se definirá formalmente adelante en este capítulo. Estos niveles elevados de presión acústica dan lugar a la aparición de comportamientos inesperados que no pueden ser explicados por la aproximación lineal de la acústica. No se tratarán temas de la evolución de onda dentro o afuera del ducto, figura 2.1; pero es importante entender los conceptos de como se idealizan el comportamientos de estos para su tratamiento [35],[13].

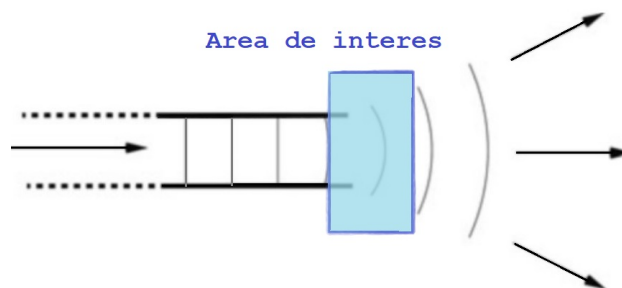


Figura 2.1: Esquema de la radiación de un ducto o guía de ondas con terminación abierta. En azul el área de interés de la tesis.

Un aspecto de interés es la propagación de ondas acústicas dentro de un ducto. Para abordar este fenómeno, se utilizan las ecuaciones de la acústica, las cuales se derivan a partir de una linealización de las ecuaciones de Navier-Stokes y consideran simplificaciones que tratan la vibración de una

cavidad con fronteras fijas como la solución de una ecuación parcial disipativa forzada. La solución estacionaria se puede construir como la suma de soluciones d'Alembertianas[1], que se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$P(x, r, t) = \mathcal{F}(r, t - \frac{x}{c_0}) + \mathcal{G}(r, t + \frac{x}{c_0}) \quad (2.1)$$

Esta ecuación representa una oscilación estacionaria dentro del ducto, formada por dos ondas superpuestas. La función \mathcal{F} corresponde a la onda que se propaga hacia la derecha desde la fuente del sonido, mientras que la función \mathcal{G} representa la onda que se propaga hacia la izquierda desde la terminación de ducto. Estas ondas están en equilibrio con la fuente de sonido y las disipaciones presentes en el ducto.

Este planteamiento obliga a que puedan existir todos los resultados posibles del sistema, para simplificar el sistema en el limite donde solo existan soluciones que se propaguen a lo largo del eje, disminuyendo la dimensionalidad del problema. Para ello se tiene que asegurar que el ancho del ducto sea significativamente menor que la longitud de onda de la propagación $He = 2\pi a/\lambda \ll 1$, donde λ es la longitud de onda y He como el número de Helmholtz. Esta simplificación geométrica da ondas planas paralelas al área interna del ducto lo cual significa que la presión es igual para cualquier punto que esta; como consecuencia es posible medir la presión con una micrófono sonda insertada en la superficie de interna del ducto.

La aproximación en la acústica de suponer que la solución homogénea solo existe en el interior del ducto entonces la longitud de la onda tiene que ser una fracción del doble de la longitud total del ducto $\lambda = 2L/n$ con n algún entero y L la longitud donde está la solución, como se muestra en la figura 2.2. A esta longitud L la podemos ver como la longitud efectiva del ducto, es decir, $L = L_{ducto} + \Delta L$ con ΔL la corrección de longitud debido a ser que la terminación del ducto es parte del sistema. La magnitud de esta corrección depende de la forma de la terminación del ducto y se han propuesto diferentes métodos para su aproximación [25],[31],[32].

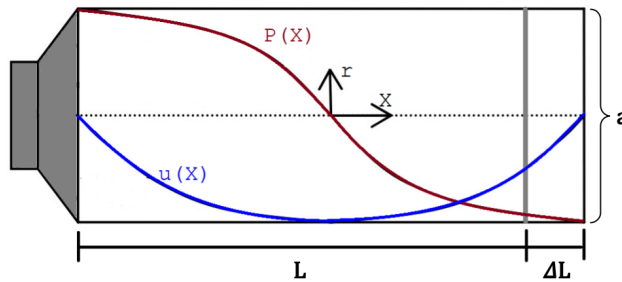


Figura 2.2: Esquema de un ducto abierto en ambos extremos con una bocina en el extremo izquierdo.

Uno de los estudios con el fin de estudiar la dinámica de la terminal del ducto desacoplada al ducto perse es el trabajo de Ingard y Labate [23]. Su planteamiento donde estudia un orificio en un disco acoplado a una cavidad, realizan una taxonomía de los comportamientos no lineales en la salida de orificios, observando la formación de vórtices y chorros. Encontraron una fuerte dependencia de la frecuencia y la velocidad del sonido en las partículas, así como una dependencia menor del diámetro y el espesor del orificio. Estos resultados indican que los términos de velocidad

y frecuencia son más relevantes que los parámetros geométricos (diámetro y espesor). Aunque los parámetros geométricos sean menos relevantes significa implican que por lo menos para ductos es necesario que experimentalmente se acople todos los elementos geométricos del problema.

2.1.1. Intensidad acústica y niveles de referencia

La intensidad acústica se define como la medida de la energía transferida en un medio compresible en una ubicación específica a lo largo de su propagación. Se puede calcular como el promedio temporal de la magnitud del producto de la presión P y la velocidad de las partículas u durante un periodo de oscilación T . Esto se expresa matemáticamente como:

$$I = \langle Pu \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T Pu, dt \quad (2.2)$$

En el contexto de la acústica, se utiliza una referencia para comparar la intensidad acústica en términos de lo que es audible. Se establece un valor arbitrario de intensidad acústica apenas audible I_{ref} , y por conveniencia, se emplea una escala logarítmica para expresar el nivel de intensidad acústica (IL, por sus siglas en inglés).

$$IL = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_{\text{ref}}} \right) \quad (2.3)$$

En la práctica, es difícil medir directamente la velocidad acústica, por lo que se utiliza una aproximación basada en el comportamiento lineal de un gas ideal en campo abierto, donde la presión P se relaciona con la densidad ρ , la velocidad de sonido c_0 y la velocidad de las partículas u mediante la ecuación $P = \rho c_0 u$. Para simplificar la expresión de la intensidad acústica dada por la ecuación (2.2), se introduce la amplitud cuadrática media de la presión P_{rms} . Esto nos lleva a la siguiente forma de la ecuación:

$$I = \frac{P_{\text{rms}}^2}{\rho c_0} \quad (2.4)$$

Esta formulación permite utilizar una unidad de referencia basada en la presión, que es fácilmente medible con un micrófono. De este modo, la ecuación (2.4) se transforma en una expresión que depende únicamente de la presión, conocida como el nivel de presión acústica SPL (Sound Pressure Level en inglés). Se define como:

$$SPL = 20, \log_{10} \left(\frac{P_{\text{rms}}}{P_0} \right) \quad (2.5)$$

Donde P_0 representa la presión de referencia y se establece como $P_0 = 2 \cdot 10^5, Pa$. Alternativamente, si se considera únicamente la velocidad de las partículas, la ecuación toma la forma:

$$SPL = 20, \log_{10} \left(\frac{\rho c_0 u_{\text{rms}}}{P_0} \right) \quad (2.6)$$

Es importante destacar que aunque el nivel de presión acústica nos permite realizar comparaciones de intensidad acústica, no proporciona una escala característica que describa todo el sistema que deseamos analizar.

2.2. Navier-Stokes y *Vortex Sound Theory*

En la acústica convencional, se suelen realizar simplificaciones considerando flujos potenciales e inviscidos. Estas aproximaciones son adecuadas para regímenes lineales o cuasi-lineales y se derivan de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales se pueden estudiar con más detalle en el libro Acústica de Pierce [35]. Sin embargo, en el caso de esta tesis, donde se observa la formación de vórtices como se describe en el trabajo de Buick y colaboradores [10], es necesario reformular desde las ecuaciones de Navier-Stokes, tomando un esquema conocido como *aero-acustica*[2] donde se considera la dinámica de flujos no puramente oscilatorios. Las consideraciones que acoplan el comportamiento de ondas viajeras con el término rotatorio del campo de velocidades son conocidas como *Vortex Sound Theory* en inglés y han sido tratadas por Powell (1964) [36] y aproximadas en términos de transferencia de energía por Howe (1998) [22].

Con el fin de convencer al lector acerca de la relevancia de la parametrización utilizada en esta tesis, se derivarán estas ecuaciones en detalle.

Tomando la ecuación de conservación de masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0 \quad (2.7)$$

al tomar la derivada parcial respecto al tiempo queda:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \vec{u} + \nabla \cdot \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

y tomando la conservación de momento

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (2.9)$$

y que su divergencia nos da la siguiente expresión

$$\nabla \cdot \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \nabla \cdot [-\rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u}] \quad (2.10)$$

Es posible juntar ambas ecuaciones (2.8) y (2.10). Quedando la expresión

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \vec{u} + \nabla \cdot [-\rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u}] = 0 \quad (2.11)$$

que es posible reescribir como:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \nabla^2 P = \nabla \cdot \left[\rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \vec{u} - \mu \nabla^2 \vec{u} \right] \quad (2.12)$$

Usando la identidad, $(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \Omega \times \vec{u} + \nabla \frac{\|u\|^2}{2}$ donde $\Omega = \nabla \times \vec{u}$ la ecuación (2.13) queda como:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \nabla^2 P = \nabla \cdot \left[\rho(\Omega \times \vec{u}) + \rho \nabla \frac{\|u\|^2}{2} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \vec{u} - \mu \nabla^2 \vec{u} \right] \quad (2.13)$$

donde esta expresión es la ecuación gobernante de la dinámica antes de considerar las aproximaciones por escalas [36] [10]

Tomando la ecuación de estado:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{c_0^2} \frac{DP}{Dt} \quad (2.14)$$

donde c_0 es la velocidad de sonido en el medio, obtenemos:

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \nabla \cdot \left[-\rho(\Omega \times \vec{u}) - \rho \nabla \frac{\|u\|^2}{2} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial P}{\partial t} \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} \right] \quad (2.15)$$

Considerando que la magnitud de la densidad es casi constante, es decir, que su fluctuación es muy pequeña ($\rho \simeq \rho_0$), podemos linealizar la densidad para simplificar el análisis. Aquí, ρ_0 representa la densidad del aire, y esta aproximación nos permite considerar términos de hasta segundo orden. Al realizar esta simplificación, obtenemos una expresión de una ecuación de onda en el lado izquierdo de la ecuación, mientras que en el lado derecho aparecen los términos de forzamiento, incluyendo uno de naturaleza rotacional y otro de naturaleza viscosa.

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \nabla \cdot \left[-\rho_0(\Omega \times \vec{u}) - \rho_0 \nabla \frac{\|u\|^2}{2} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial P}{\partial t} \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} \right] \quad (2.16)$$

Si se adimensiona la ecuación anterior con estas escalas características:

$$\vec{u} = u_{ac} \vec{u}^* \quad (2.17)$$

$$P = P_0 + \rho_0 c_0 u_{ac} P^* \quad (2.18)$$

$$t = \frac{t^*}{f} \quad (2.19)$$

$$x_i = \frac{u_{ac}}{f} x_i^* \quad (2.20)$$

donde u_{ac} es la amplitud de velocidad de partículas dentro del ducto, ρ_0 la densidad del aire y f la frecuencia acústica dentro del tubo que da el forzamiento. Queda la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0 c_0 f^2}{u_{ac}} \nabla^{*2} P^* - \frac{\rho_0 f^2}{u_{ac} c_0} \frac{\partial^2 P^*}{\partial t^{*2}} = \nabla^* \cdot \left[-\rho_0 f^2 (\Omega^* \times \vec{u}^*) \right] \\ + \nabla^* \cdot \left[-\rho_0 f^2 \nabla^* \frac{\|u^*\|^2}{2} + \frac{\rho_0 u_{ac} f^2}{c_0} \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \vec{u}^* + \frac{\mu f^3}{u_{ac}^2} \nabla^{*2} \vec{u}^* \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Al simplificar la expresión (2.21) y retirando las marcas del adimensionamiento \star obtenemos la expresión:

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \nabla \cdot \left[-M(\Omega \times \vec{u}) - M \nabla \frac{\|\vec{u}\|^2}{2} + M^2 \frac{\partial P}{\partial t} \vec{u} + M \frac{\nu f}{u_{ac}^2} \nabla^2 \vec{u} \right] \quad (2.22)$$

con $M = u_{ac}/c_0$ que es el número de Mach. El cual define la relación entre la velocidad del flujo y la velocidad del sonido.

La ecuación (2.22) se deriva de las ecuaciones de Navier-Stokes, dando una ecuación de onda de presión en el lado izquierdo de la igualdad y un forzamiento puramente no lineal en el lado derecho. Aunque la ecuación (2.22) sugiere claramente que el fenómeno es una solución de onda forzada, nos proporciona una visión de los parámetros adimensionales que dominan un proceso acústico no lineal en un campo con vórtices.

2.3. Parámetros adimensionales

La ecuación de onda adimensional (2.22) da dos parámetros con los cuales pueden ser entendidos el *Vortex Sound Theory*. Que el número de Mach y R_δ que lo definimos como:

$$R_\delta = \frac{u_{ac}}{\sqrt{f\nu}} \quad (2.23)$$

Este parámetro R_δ surge naturalmente en un escalamiento más interesado en las velocidades de partículas y la frecuencia. Es posible asociar a R_δ como un número de Reynolds que considera una distancia característica en función de la viscosidad cinemática y la frecuencia, es decir, una capa límite $d = \sqrt{\nu/f}$; pero el enfoque dado en este estudio se reitera que esta dada en la velocimetría de lo observable y la frecuencia del forzamiento. Tal como los resultados que Ingard y Labate [23] indican que los términos de velocidad y frecuencia son más relevantes que los parámetros geométricos.

Desde el otro punto de vista, en la disertación doctoral de Tartarin [44] y la investigación de Peube [34], se muestra que la formación de chorros está gobernada por un número de Reynolds $Re_\delta = A\sqrt{f/\nu}$, donde A es la amplitud de desplazamiento de las partículas o, en el caso de señales sinusoidales simples, $A = u_{ac}/2\pi f$. Estos resultados coinciden con la formación de vórtices observada en los estudios de Buick *et al.* [10] pensando en una capa límite.

Si bien parecen similares ambos planteamientos por simplificación, en este trabajo, se procede a reescalar los resultados numéricos utilizando el número de Mach y R_δ . Además, se comparan las dinámicas utilizando el parámetro R_δ .

2.3.1. Número de Strouhal y Reynolds, su no uso directo en este estudio

Usualmente, cuando se trabaja con fenómenos multiescala temporales, se utiliza el número de Strouhal St , definido como:

$$St = \frac{fL}{U} \quad (2.24)$$

Aquí, L representa una longitud característica y U una velocidad característica.

Este número puede interpretarse como la comparación de dos velocidades: la velocidad de una estructura emergente periódica y una velocidad característica, ó puede interpretarse como la comparación entre las frecuencias del forzamiento del fenómeno (característica) y su respuesta.

En diversos estudios de la aero-acústica[36][?] [16], consideran a este número con una alta relevancia, dado el escalamiento dado para la adimensionalización con el fin de separar los efectos viscosos dinámicos dados por el número de Reynolds de los periódicos con el número de Strouhal. Con el número de Reynolds dado por:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (2.25)$$

con U la velocidad característica, L una longitud característica y ν la viscosidad cinemática del sistema.

Sin embargo, el número de Reynolds resulta inconveniente para este trabajo donde la velocidad observable U_{total} , esta constituida por la velocidad fluctuante y un flujo medio $U_{total} = U_{flujomedio} + U_{fluctuante}$ y se observa una transición en las componentes de la velocidad total, alterando tanto el flujo medio como las fluctuaciones, por lo que habría dos velocidades características dependiendo del régimen. Además, existe una fuerte dependencia de la frecuencia en relación con la viscosidad, en contraste con un escalado espacial[23].

La selección de la escalamiento dimensional propuesto es diferente a la mayoría de los estudios anteriores, usando R_δ que acopla efectos viscosos a los periódicos. Como ventaja adicional al uso de R_δ radica a no estar sujetos a la formación de estructuras surgentes puede usarse antes de los efectos no-lineales. Siendo que en nuestro caso, donde la frecuencia de forzamiento ya está dada, la estructura del campo de velocidades se ve afectada por su intensidad y no hay una única forma de parametrizarla que tenga sentido en todos los regímenes.

2.3.2. *Streaming* acústico

Retomando que la velocidad observable $U_{total} = U_{flujomedio} + U_{fluctuante}$ esta constituida por la velocidad fluctuante y un flujo medio se acuño el termino de *streaming* acústico a la formación de un flujo medio surgente a una dinámica generada por un fenómeno puramente fluctuante[27][8]. Este termino será nombrado a lo largo de la tesis.

PIV-Velocimetría por Imágenes de Partículas

La Velocimetría por Imágenes de Partículas, conocida como PIV por sus siglas en inglés, es una técnica no intrusiva que permite medir el campo de velocidad promedio en un flujo dentro de un área determinada. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada en el campo de la aeroacústica, como se ha demostrado en trabajos previos como Hann y Greated (1997)[21], Skulina (2005)[41], Yoshikawa *et al.* (2012)[49], y Weyna y Mickiewicz (2014)[48] entre otros. Cabe recalcar que estamos usando al aire como fluido, por lo tanto compresible y cuya densidad varía dramáticamente con la temperatura. Por lo que el uso de trazadores y sistema de iluminación son muy sensibles a las condiciones experimentales aumentando la necesidad de control sobre de ellos como resalta Mickiewicz (2015)[29]

En este capítulo se proporcionará una breve descripción de cómo funciona la técnica PIV, el esquema experimental utilizado, y una descripción de cómo son los resultados obtenidos los cuales para una mejor lectura de la tesis están en los apéndices.

3.1. Fundamentos del PIV

El principio de la técnica PIV se basa en la velocimetría por seguimiento de partículas (PTV, por sus siglas en inglés). Esta técnica implica la introducción de partículas trazadoras ópticamente visibles en un fluido (con o sin iluminación ya sea por reflexión de una fuente de luz o por fluorescencia) las cuales son arrastradas siguiendo el campo de velocidades del fluido, siempre y cuando las partículas tengan preferentemente la misma densidad que el fluido.

El PTV calcula el campo de velocidades promedio del flujo entre dos instantes, tomando dos fotografías de las partículas en el flujo en diferentes momentos. Se identifican las partículas en cada imagen y se asocia la velocidad de cada partícula con la diferencia de posición de las partículas en cada imagen, y el tiempo entre captura. Posteriormente, se interpola el campo de velocidades a una malla homogénea, obteniendo así el campo de velocidades de las partículas observadas. Esta técnica requiere que haya una cantidad limitada de partículas en el flujo para poder diferenciar cada una de ellas y disminuir los errores en la asociación de partículas, lo que a su vez limita la resolución del campo de velocidades en el caso de un flujo con variaciones rápidas en el tiempo.

La técnica PIV cambia el enfoque de reconocer las partículas individualmente a reconocer el

patrón de imagen de una distribución de partículas en un sub-área de la imagen. Dado que en tiempos cortos, la distribución de partículas en una sub-área lo suficientemente pequeña no cambia significativamente debido a la contracción o deformación del flujo, se puede obtener información sobre el campo de velocidades a partir de la sub-área de la imagen. En imágenes digitales, al conjunto de píxeles que conforman la sub-área se le conoce como boxel.

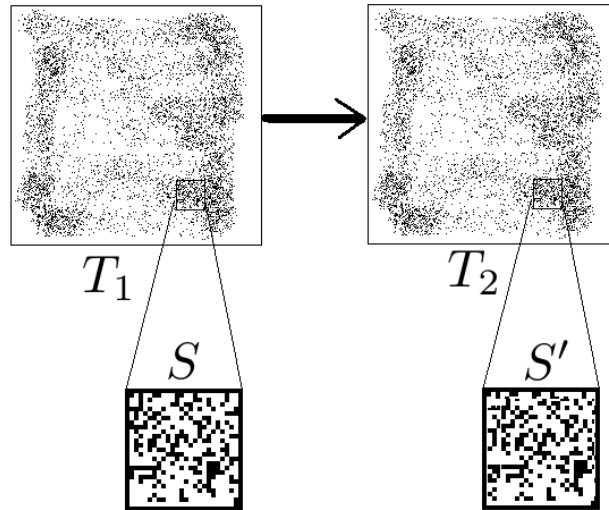


Figura 3.1: Esquema básico de la técnica PIV

La técnica de PIV se basa en el mismo principio que la técnica PTV, que consiste en la implantación de partículas trazadoras ópticamente visibles en un fluido, para seguir su movimiento y calcular el campo de velocidades del flujo. Sin embargo, el PIV reconoce el patrón de imagen de una distribución de partículas en un sub-área de la imagen, en lugar de identificar las partículas individualmente, como lo hace el PTV. Para ello, se toman dos imágenes a tiempos muy próximos T_1 y T_2 , y se aplica un algoritmo de reconocimiento de imágenes en el boxel S de la imagen a T_1 , encontrando el boxel S' en la imagen T_2 que más se parezca a S . Luego, se asocia la velocidad en el centroide del boxel S como la diferencia de las posiciones de los centroides de S' y S entre el tiempo de captura.

Existen diferentes métodos numéricos que se pueden utilizar para el reconocimiento de imágenes, siendo la correlación cruzada el más empleado. En este trabajo, se utilizó la técnica de ajuste gaussiano para dar mayor importancia al contenido de información del boxel S que al contorno.

Es importante destacar que al considerar que el sistema es continuo, las partículas no pueden saltar a otro subgrupo de partículas que forman una imagen, lo que implica que la velocidad encontrada no puede ser mucho mayor o diferente que la de sus vecinos. Para solucionar esto, se filtran las velocidades aberrantes por medio de una interpolación a sus vecinos cercanos mediante un polinomio de tercer grado, recurso numérico empleado en esta tesis.

3.2. Esquema experimental para el PIV

Para el uso de la técnica PIV se requiere acondicionar el fenómeno para la captura de imágenes, la captura de imágenes y el procesamiento de estas.

3.2.1. Acondicionamiento experimental para la captura de imágenes

Teniendo en cuenta que el fluido bajo estudio es aire, es necesario que los trazadores tengan una respuesta similar. No solo se debe asegurar que se suspendan en el aire, evitando la deriva de velocidades debido a la sedimentación, sino que también es importante que tengan la misma respuesta inercial con respecto al arrastre del aire. El trazador utilizado fue obtenido mediante la quema de un aceite mineral, el *Shell Ondina Oil 917*. Cuando se quema, este aceite adquiere una forma inestable que se evapora a temperatura ambiente y tiene un tiempo de vida de aproximadamente 30 minutos. Antes de cada toma experimental, se dispersó el humo generado por un *fog generator 10D90P de Dantec Dynamics* durante 10 minutos para estabilizar el flujo y permitir que las gotas de aceite condensadas se decanten, minimizando así los efectos de corrientes residuales.

Se iluminó la terminal del ducto con un láser de bombeo de doble cavidad de Nd:YLF de *Dantec Dynamics*, utilizando una óptica que permitió crear una hoja láser y controlar su grosor en caso de querer iluminar un volumen. Se alineó el eje de la óptica con el eje axial de la terminación del ducto.

El esquema experimental utilizado se basa en el planteamiento de Skulina[41], quien generó los datos de PIV de Buick *et al.*[10]. En el esquema de Skulina, se encapsula la terminación del ducto en una cámara para contener a los trazadores en una caja cúbica que tiene una cámara de alta velocidad en una escotilla de la caja. El objetivo principal es la captura de imágenes con una sola cámara para su estudio en un corte axial de la salida del ducto, utilizando una hoja láser para su iluminación.

En el esquema utilizado en este trabajo, se reemplazó la caja cúbica por un prisma octagonal transparente (véase figura 3.2), lo que permitió montar más cámaras con ejes ópticos perpendiculares a la superficie de la caja contenedora, evitando así deformaciones por superficie. También se cambió la frecuencia de resonancia de 380 Hz a 50 Hz y 75 Hz para tener una mejor resolución temporal.

La fuente de presión acústica para el ducto se produjo utilizando una bocina *EIGHTEEN HD2080T*, alimentada por un amplificador *YAMAHA P2500S*. La señal sinusoidal se generó mediante una tarjeta de audio *TASCAM 144MK II*, y se sintetizó utilizando *Matlab*. Para todas las amplitudes de forzamientos acústicos utilizadas en la tesis fue manteniendo fijo el perfil sinusoidal dentro del ducto; este punto es clave para poder asegurar la comparación de los resultados experimentales con los numéricos.

Para el ducto acústico, se utilizó un tubo de cobre flexible con un acoplador recto para la bocina y una cabeza intercambiable en la terminal del ducto (ver figura 3.3). En total, el ducto tiene una longitud de 3.40m y un diámetro interno de 15mm. Las cabezas tienen un chaflán (perfil de salida del ducto) de un cuarto de circunferencia, con radios de curvatura de $r = 0mm$, $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$, y $r = 5.0mm$. Se perforó el ducto a 500mm de la terminación del mismo, para montar un *micrófono sonda Brüel & Kjaer*, el cual se utilizó para medir la presión acústica interior. Se

3.2 Esquema experimental para el PIV

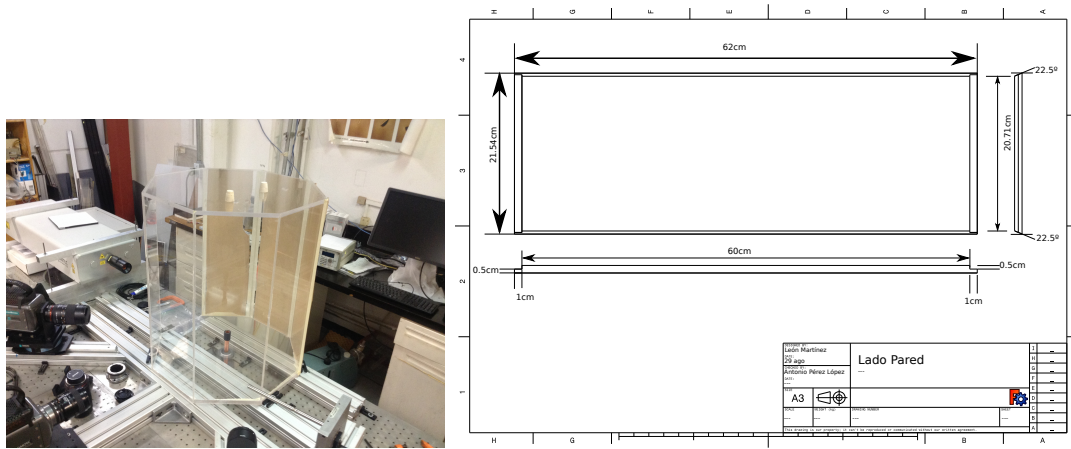


Figura 3.2: Caja octagonal de acrílico de 5mm de grosor

calibró el micrófono sonda utilizando un *calibrador Brüel & Kjaer*, a una frecuencia de 1000hz y a una presión de $1Pa$, lo que equivale a un nivel de presión sonora aproximado de $SPL \approx 94dB$.

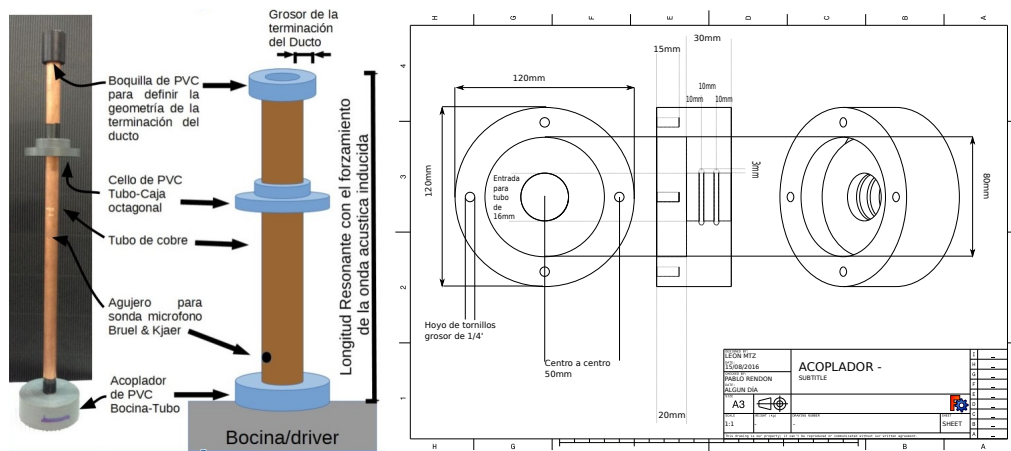


Figura 3.3: Foto y esquema del tubo

3.2.2. Captura de imágenes

Las imágenes se capturaron con cámaras *Phantom SenseSpeed 9000* y se sincronizaron con el láser pulsado utilizando un *BNC Sincronizador modelo 523 Dantec*. Se realizó un disparo de captura después de 8 ciclos, con un tiempo entre capturas de $0.2ms$ y una exposición de $0.02ms$, con una profundidad de bits de imagen de 12 bits, es decir, con valores posibles por pixel de 0 a 4095. Es importante mencionar que entre dos capturas de imágenes se supone que la velocidad del flujo es estática, por lo que el tiempo entre las dos imágenes debe ser mucho menor que el periodo de la

frecuencia acústica, es decir, $(T_2 - T_1) \ll 1/f$, lo que obliga a que la exposición de los sensores sea menor y, por lo tanto, la intensidad de la fuente de luz debe ser mayor.

Se caracterizó el tiempo máximo de iluminación que la terminación del ducto puede soportar antes de calentarse y generar una corriente de convección. Es importante tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La profundidad óptica dada una lente es inversamente proporcional a la apertura del diafragma. Es decir, aumentar la profundidad óptica significa cerrar el diafragma con el costo de disminuir la intensidad lumínica que pasa por la lente.
- Aumentar la intensidad lumínica aumenta la cantidad de energía emitida lo cual aumenta la temperatura de las partículas iluminadas y la terminación del ducto, lo que conlleva a la generación de una corriente de convección.
- Se requiere que haya unos cuantos ciclos de oscilación para poder asumir que el flujo en la terminación tiene un comportamiento periódico.

En la siguiente figura 3.4 se observa el esquema básico geométrico experimental final que se utilizó en el experimento.

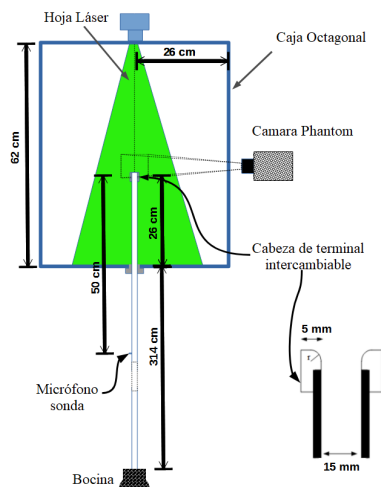


Figura 3.4: Esquema básico del experimento.

3.2.3. Procesamiento PIV

Se reparametrizó la profundidad de bit de las imágenes aplicando un corte a valores menores a 0 a 40 para eliminar las fluctuaciones térmicas de la cámara (calibración de negro postcaptura) y eliminar partículas ficticias. Se postcalibró el blanco a 1200.

El reconocimiento de imágenes fue por correlación cruzada con un área de búsqueda, boxel, de 32×32 pixels con una superposición del 50 %, con un ajuste tres puntos Gaussiano [19][37] y con un filtro local promediado.

3.2.4. Consideraciones especiales del experimento

Se realizó un experimento para llevar a cabo la técnica de PIV (Particle Image Velocimetry) 2D estereoscópico, la cual reconstruye la velocidad perpendicular al plano imagen utilizando dos cámaras dispuestas en espejo con respecto a dicho plano. Se obtienen las posiciones relativas de la imagen mediante paralaje. Para lograr la profundidad de imagen necesaria de alrededor de 18mm, fue necesario disparar las dos cavidades del láser juntas, a su máxima potencia. No se observaron variaciones significativas en su componente ortogonal al plano, pero sí una mala resolución en las orillas de la imagen, lo que llevó a omitir dicha técnica en el estudio y retomar el PIV con una sola cámara.

Además, se implementó el uso de tres cámaras para llevar a cabo el PIV volumétrico, en el cual se forma un boxel como un cubo tridimensional reconstruyendo una imagen de densidad mediante paralaje entre las tres cámaras. Para ello, fue necesario abrir la hoja del láser para formar un volumen, lo cual disminuyó su intensidad abruptamente, además de la necesidad de cerrar los diafragmas de los lentes. Sin embargo, no se logró capturar ninguna imagen con las cámaras. Cabe destacar que, aunque se pudiera lograr la iluminación adecuada, la terminal del ducto se calentaría más rápidamente. Esta complicación puede ser abordada en trabajos posteriores.

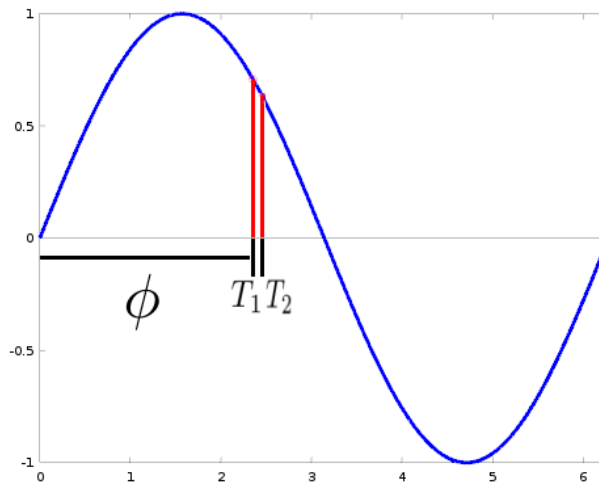


Figura 3.5: *Phase-Locked* es termino en el cual se calcula el promedio del campo repitiendo la misma toma de imágenes del mismo fenómeno en la misma fase ϕ del periodo del fenómeno.

3.2.4.1. Phase Locking

En la recolección de imágenes se observa durante cada experimento la formación esporádica de corrientes intensas o una asimetría en el flujo respecto al eje del ducto; estas variaciones del flujo se toman como turbulencias cuyo carácter no van a ser estudiadas en este trabajo. Pero su existencia muestra un nivel de ruido en el sistema el cual se plantea filtrar. Siendo así, y que se observó que el

fenómeno es periódico, se puede filtrar las fluctuaciones de velocidad que puedan aparecer. Se realizó un promedio del campo de velocidades con la misma fase, repitiendo la captura de las dos imágenes T_1 y T_2 a la misma fase ϕ del periodo a lo largo de varios ciclos, esta técnica es conocida como *Phase-Locked*[38]. El término de *Phase Locking* se refieren a observar un fenómeno periodico a un conjunto de tiempos que cumplan en tener misma fase; de esta manera se puede suponer que todos los resultados de la fase seleccionada *Phase-Locked* representan repeticiones una misma medición. Permitiendo dar un resultado promedio al fenómeno a la misma fase.

Para utilizar este método se realizo el experimento sin forzamiento acústico y se determinó el tiempo máximo de operación cuando se generó un campo de velocidades producido por el calentamiento del aire con la iluminación, obteniendo un tiempo máximo alrededor de 3 segundos.

Este procedimiento resulto ser indispensable para la comparación entre los resultados experimentales y los resultados de simulaciones numéricas.

3.2.4.2. Calibración del micrófono y escala de R_δ

Con el fin de hacer comparaciones de los resultados experimentales con los simulados, se capturaron los resultados del micrófono sonda medidos a $50cm$ con la presión a la salida del ducto a $50Hz$ a una presión de $1Pa$ con el fin de calibrar. Si bien sabemos que estamos estudiando una dinámica en regímenes no-lineales esto nos brinda un nivel de control de comparación entre las dos aproximaciones.

Para presentar los resultados experimentales se usan tanto el SPL como R_δ . El SPL como nivel de referencia interno del ducto y R_δ como parámetro de la formación del fenómeno. Recordando la definición de $R_\delta = u_{ac}/\sqrt{\nu f}$ tenemos que seleccionar la ubicación y la forma establecer la velocidad acústica de partícula u_{ac} referente a la terminación del ducto. Para fines teóricos resultaría conveniente tomar la velocidad en el centro, por practica no es posible visualizarlo al ras de la terminación, por ello se calcula u_{ac} como:

$$u_{ac} = \frac{\sqrt{2}}{A} Q_{rms} \quad (3.1)$$

donde Q_{rms} es el gasto hidráulico cuadrático medio en el tiempo a través de una área A igual a la área interna del ducto y paralela a $2mm$ de distancia hacia afuera del ducto donde si es posible la adquisición de datos. La elección de la distancia fue considerando la interpolación entre el segundo y el tercer valores más cercanos al ras de de la terminación del ducto.

3.3. Descripción de los resultados experimentales

Los experimentos se realizaron para las cuatro terminaciones con diferentes radios de curvatura de $r = 0.0mm$, $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$. Pero no se observo un cambio significativo en el flujo para las terminaciones de $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$ para las amplitudes alcanzadas a $50hz$. Se presentan en el apéndice 7 los resultados de los campos de velocidades obtenidos por el PIV para la cabeza de terminal con radios de curvatura de $r = 0.0mm$ o bien terminación recta.

3.3.1. Resultados usando PIV

Por el sistema de iluminación (con velocidad máxima de 1000Hz) y la frecuencia de 50Hz del forzamiento acústico tenemos una resolución temporal de 20 par de capturas por ciclo. No haremos muestra de todos los gráficos de los campos de velocidades, se resume a mostrar solo cuatro cuadros de tiempo del periodo T .

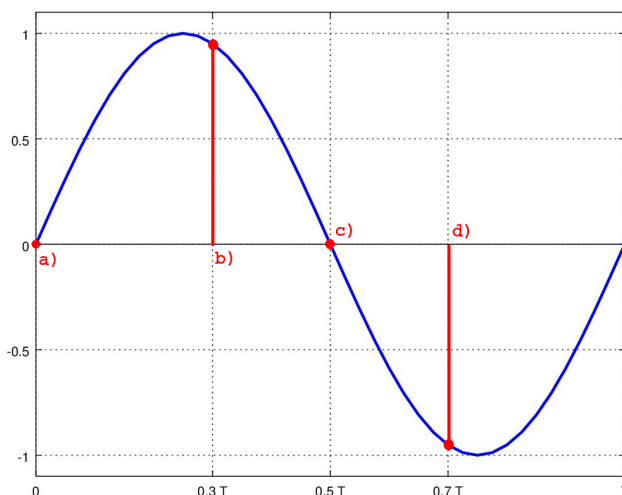


Figura 3.6: Fases del periodo que se representaran en los resultados a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

- a) $0.0T$ cuando el flujo es nulo en la terminal del ducto y pasa a tener un flujo eyectivo
- b) $0.3T$ cuando el flujo ya paso el máximo de eyección
- c) $0.5T$ cuando el flujo es nulo en la terminal del ducto y pasa a tener un flujo inyectivo
- d) $0.7T$ cuando el flujo se encuentra en un paso antes del flujo máximo inyectivo

La selección de estos tiempos en específicos tienen el fin de retratar más claramente el comportamiento no-senoidal del flujo en la terminal del ducto en el régimen no-lineal y mostrar la formación, persistencia, adhesión y desprendimiento de la vorticidad a lo largo de un ciclo. Por ello se muestra el campo de la vorticidad por líneas contorno en un rango de $[-1500, 1500]s^{-1}$ para todos los gráficos.

3.3.2. Resultados afuera de los límites del PIV

El esquema experimental planteado puede seguir retratando imágenes a mayores velocidades, para ello, es necesario aumentar la tasa de capturas de imágenes por segundo para poder seguir utilizando el PIV. Lamentablemente, dado el equipo y parámetros utilizados se alcanzo el limite

máximo de velocidades a $150dB$ a $50Hz$ por lo que no podemos obtener en forma experimental el R_δ a valores mayores de presión, además que la bocina no responde sinusoidalmente a mayores amplitudes mayores a esta frecuencia.

Como no se ve claramente la dinámica no-lineal con los chaflanes de $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$ para las amplitudes alcanzadas a $50hz$, se opto por cambiar la frecuencia de forzamiento a $75Hz$ para que la bocina pueda seguir dando un perfil de forzamiento senoidal y cambiar la longitud del ducto para estar en condición de resonancia con el fin de alcanzar magnitudes mayores de presión. Infiriendo el valor de R_δ propuesto fue usando una interpolación en función de la presión P los valores de R_δ obtenidos con la terminación recta, es posible estudiar cualitativamente que sucede a valores mayores de R_δ y ver el comportamiento para los diferentes chaflanes.

LBM-Simulación por el Método Lattice Boltzmann

El método *Lattice Boltzmann* (LB) es una técnica numérica utilizada para simular dinámica de fluidos, que ofrece una alternativa a los métodos de diferencias finitas o elemento finito. Dicho método ha sido empleado por varios autores en el estudio del régimen aero-acústico [9] [10] [12][15][26][40][45][46]. Una de las ventajas de este método es su capacidad para ser intrínsecamente paralelizable, lo que permite una reducción significativa en los tiempos de cálculo. Además, la ecuación de estado del fluido se incluye automáticamente y los resultados obtenidos son adimensionales, lo que facilita la comparación entre diferentes casos de estudio.

En este capítulo, se proporciona una breve introducción a la teoría del método *Lattice Boltzmann*, específicamente para el caso acústico, así como también se discuten las consideraciones tomadas para el núcleo del método utilizado y el esquema numérico empleado. Además, se presentan ejemplos de los tipos de simulaciones obtenidas mediante el método 3D. En el siguiente capítulo, se compararán los resultados de las simulaciones con los resultados experimentales.

4.1. Teoría método LB

Existen diversas aproximaciones para la formulación del método LB [42]. En su origen, se desarrolló como una extensión del método numérico conocido como *Lattice Gas Automata* [14]. Este último simula un gas poco denso como partículas sólidas que interactúan en los nodos de una malla. Las partículas se desplazan solamente a puntos vecinos de la malla, generando velocidades discretas en direcciones \vec{e}_i , con magnitud $\Delta\mathbf{x}/\Delta t$. Para cada punto de la malla \mathbf{x} y en cada iteración $t + 1$, se puede expresar la cantidad de partículas que se mueven en la dirección de la velocidad \vec{e}_i mediante la siguiente ecuación.

$$N_i(\mathbf{x} + \vec{e}_i, t + 1) = N_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(N(\mathbf{x}, t)) \quad (4.1)$$

con N_i el numero de ocupación de las partículas con velocidad \vec{e}_i para una posición en un paso de tiempo y Ω_i como el operador de colisiones entre las partículas.

Es importante destacar que la iteración del método *Lattice Gas Automata* es explícita y su significado físico depende del operador de colisiones utilizado. Por lo tanto, este operador debe cumplir con los principios de conservación de masa, momento y energía del sistema, teniendo en cuenta los grados de libertad de las partículas. De esta manera, al asegurar la conservación en cada interacción y en cada paso de tiempo, el problema del gas se transforma en el problema de una mesa de billar con velocidades discretas en dirección y magnitud.

El método LB dio un gran paso adelante con respecto al método *Lattice Gas Automata* al introducir la distribución de densidad de masa $f_i(\mathbf{x}, t)$ en las velocidades discretas \vec{e}_i , en lugar de contar partículas sólidas $N_i(\mathbf{x}, t)$. Además, el método LB pide que los principios de conservación se cumplan en los valores esperados (momentos estadísticos) de la distribución, y no solo en el proceso de colisión.

Siendo estas las ecuaciones constitutivas del método LB:

$$\sum f_i(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \quad (4.2)$$

$$\sum \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)) = 0 \quad (4.3)$$

$$\sum \vec{e}_i f_i(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \vec{u}(\mathbf{x}, t) \quad (4.4)$$

$$\sum \vec{e}_i \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)) = 0 \quad (4.5)$$

$$\sum \sum \vec{e}_i \vec{e}_i f_i(\mathbf{x}, t) = P \underline{\underline{I}} + \rho \vec{u} \vec{u} \quad (4.6)$$

con ρ la densidad de masa, \vec{u} la velocidad en el punto de la malla, f_i la densidad correspondiente de la distribución discreta de velocidades \vec{e}_i y P la presión.

Y quedarnos con la expresión de iteración como:

$$f_i(\mathbf{x} + \vec{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)) \quad (4.7)$$

donde el lado izquierdo de la igualdad es la densidad f_i en la dirección \vec{e}_i advectada desde el punto sobre la malla \mathbf{x} más el termino de colisiones $\Omega_i(f(\mathbf{x}, t))$. El cual es una discretización a primer orden de la distribución Boltzmann.

$$\frac{\partial}{\partial t} f_i(\mathbf{x}, t) + \vec{e}_i \cdot \nabla f_i(\mathbf{x}, t) = \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)) \quad (4.8)$$

La liga de este esquema numérico a una realidad física consiste en considerar que la ecuación (4.8) se aproxima asintóticamente con las ecuaciones de Navier-Stokes. Para esto hay que desarrollar en escalas múltiples la ecuación (4.8), quedando:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial t} + \dots \right) \left(f_i^{(0)} + \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \right) + \vec{e}_i \cdot \nabla \left(f_i^{(0)} + \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \right) = \Omega_i^{(0)} + \epsilon \Omega_i^{(1)} + \epsilon^2 \Omega_i^{(2)} + \dots \quad (4.9)$$

usando

$$t = t_0 + \epsilon t_1 + \epsilon^2 t_2 + \dots \quad (4.10)$$

$$x = x \quad (4.11)$$

$$f_i = f_i^{(0)} + \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \quad (4.12)$$

$$\Omega_i = \Omega_i^{(0)} + \epsilon \Omega_i^{(1)} + \epsilon^2 \Omega_i^{(2)} + \dots \quad (4.13)$$

de tal forma que al desacoplar la ecuación (4.9) desarrollada en ordenes de ϵ y tomar los valores esperados queden las ecuaciones de Navier-Stokes en los primeros ordenes.

$$O(\epsilon^0) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t_0} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0 \quad (4.14)$$

$$O(\epsilon^1) \quad \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t_0} + \nabla(\rho \vec{u} \vec{u}) = \vec{F} \quad (4.15)$$

Es importante destacar que estas aproximaciones asintóticas dependen en gran medida de la elección del operador de colisiones Ω_i , el cual incluye tanto las fuerzas de cuerpo como las fuerzas de campo F . La selección adecuada de este operador es crucial para obtener resultados precisos. Esta técnica de desarrollo asintótico en escalas múltiples se conoce como la expansión Chapman-Enskog [42]. Si desea obtener una comprensión más profunda de este tipo de desarrollos, se recomienda la lectura del libro de Nayfeh [?].

Operador BGK

Uno de los operadores de colisiones más utilizados, especialmente en la aero-acústica, que aproxima a las ecuaciones de Navier-Stokes para números de *Mach* pequeños es el colisionador BGK desarrollado por Bhatnagar, Gross y Krook [7], cuya expresión es:

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau} (f_i - f_i^{eq}) \quad (4.16)$$

donde f_i^{eq} es la componente de la distribución en equilibrio termodinámico respecto a los valores esperados de la distribución f_i y τ el tiempo de relajación en el cual sucede la colisión. Que al considerar al fluido un gas ideal, se aproxima a f_i^{eq} como a la distribución de velocidades de Maxwell, donde al expresarlo en un sistema discreto a segundo orden por el método de cuadraturas Gaussianas o método Gauss-Hermite se expresa como:

$$f_i^{eq} = \rho w_i \left[1 + \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{u})}{c_{ibm}^2} + \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2}{2c_{ibm}^4} + \frac{(\vec{u} \cdot \vec{u})}{2c_{ibm}^2} \right] \quad (4.17)$$

donde w_i son los pesos de las contribuciones a la distribución dada la interacción con los i -vecinos y c_{ibm} la velocidad de propagación de información en la malla, es decir, la velocidad del sonido del método y que la presión queda como $P = \rho c_{ibm}^2$. Asignando al termino f_i^{eq} igual al termino orden cero de la función de distribución, $f_i^{(0)}$, por lo tanto los valores de w_i y c_{ibm} se obtienen resolviendo las ecuaciones (4.2)-(4.6), quedando que:

$$\sum w_i = 1 \quad (4.18)$$

$$\sum w_i \vec{e}_{i\alpha} = 0 \quad (4.19)$$

$$\sum w_i \vec{e}_{i\alpha} \vec{e}_{i\beta} = c_{lbm} \delta_{\alpha\beta} \quad (4.20)$$

$$\sum w_i \vec{e}_{i\alpha} \vec{e}_{i\beta} \vec{e}_{i\gamma} = 0 \quad (4.21)$$

Definiendo así

El colisionador BGK al satisfacer el desarrollo asintótico se asocia a la viscosidad cinemática del método como:

$$\nu_{lbm} = (\tau - 1/2)c_{lbm}^2 \quad (4.22)$$

Obteniendo una viscosidad cinemática y una velocidad del sonido propios del método dado el colisionador BGK. Para más información se sugiere al lector ver Chen *et al.*[14] y Succi[42].

Consideraciones del Operador BGK en la aero-acústica

En acústica, la viscosidad cinemática del aire es un término que se aproxima comúnmente a cero, lo cual es imposible de lograr en este método numérico. Esto se explica al identificar que al orden ϵ^0 de la distribución igual a la distribución de equilibrio termodinámico $f_i^0 = f_i^{eq}$, por lo que la distribución se puede expresar como $f_i = f_i^{eq} + (f_i - f_i^{eq}) = f_i^{eq} - f_i^{neq}$. Siendo así, se puede reescribir la iteración del método lattice Boltzmann (4.7) usando el operador BGK (4.16) quedando:

$$f_i(\mathbf{x} + \vec{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) + \left(1 - \frac{1}{\tau}\right) f_i^{neq}(\mathbf{x}, t) \quad (4.23)$$

Y si nos al querer llegar al límite de la viscosidad cinemática tendiendo a cero $\nu \rightarrow 0$ por la ecuación (4.22) tenemos que el tiempo de relajación tiende 0.5 o bien $(1 - \frac{1}{\tau}) \rightarrow -1$ por lo cual la ecuación anterior quedaría como

$$f_i(\mathbf{x} + \vec{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i^{neq}(\mathbf{x}, t) \quad (4.24)$$

quedando que en la iteración solo se alterna el signo del término f_i^{neq} . Esto conlleva a un error numérico operacional por redondeo, el cual es controlado por otros métodos con un esquema implícito o semi-implícito que controla la masa total del sistema. Teniendo que esta acumulación de errores logra el punto donde $f_i^{eq} < f_i^{neq}$ teniendo la pérdida del sentido de una distribución y el esquema asintótico de escalas múltiples de f_i .

Por lo que se vuelve inestable el método LB con el operador BGK con $\tau \rightarrow 0.5$

Después de lo anteriormente descrito, se concluye que el colisionador BGK no es el más adecuado para un fluido poco viscoso en un esquema de gas compresible. Sin embargo, ha resultado ser efectivo en el campo de la aero-acústica mediante la re-escala del sistema dinámico para controlar los efectos viscosos. Este tema será abordado con mayor profundidad en la sección de implementación numérica.

Otros operadores colisiones

Existen otros colisionadores que intentan controlar estos efectos viscosos. Algunos de ellos añaden fuerzas de cuerpo o de campo para compensar las pérdidas viscosas en casos específicos. Sin embargo, esto puede resultar en un proceso numérico alquímico, ya que se trata de simular un fenómeno no lineal con una aproximación artificial.

Existen otros colisionadores, conocidos como colisionadores de tiempos múltiples de relajación (MRT) [47], que realizan un cambio de variable en los momentos estadísticos de la distribución. En lugar de añadir fuerzas de cuerpo o campo, estos colisionadores aprovechan que las integrales para los momentos estadísticos m_i de la distribución en un sistema discreto son sumas de la función de distribución por valores constantes de las velocidades discretas dependiendo del momento, lo que permite relacionar la distribución $\vec{f} = (f_0, f_1, \dots, f_n)$ y los momentos estadísticos $\hat{f} = (m_0, m_1, \dots, m_n)$ mediante una transformación lineal.

$$\hat{f} = \mathbf{M}f \quad (4.25)$$

Que si lo aplicamos a la función (4.7) podemos pensar que el operador de colisiones $\Omega_i = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}(\hat{f} - \hat{f}^{eq})$ donde $\mathbf{S} = \text{diags}_0, s_1, \dots, s_n$ es una matriz diagonal donde cada elemento de la diagonal es el inverso del tiempo de relajación entre cada uno de los momentos estadísticos.

Aunque los colisionadores MRT presentan ventajas, como el control de efectos viscosos, también conllevan a un aumento en el número de parámetros que deben ser ajustados numéricamente. Además, en simulaciones en 3D, se necesitan inventar relaciones de relajación entre momentos que pueden no ser físicamente relevantes, y es necesario realizar un análisis detallado en múltiples escalas para evitar la adición de fuerzas ficticias.

Para este trabajo se hizo el esfuerzo de limitar la memoria de trabajo entre cada iteración del método utilizando solo una tarjeta gráfica. Sin embargo, se observó que al hacerlo, el número de operaciones y variables declaradas dentro de una función aumenta, lo que limita la definición de la malla que se quiera utilizar en el problema a simular. Por lo tanto, se concluye que esto es deficiente para los fines de este trabajo, tanto en términos de tiempo de cómputo como de resolución espacial.

4.2. Implementación numérica

Dominio

El método LB empleado es con una malla regular rectangular tridimensional de $1230 \times 135 \times 135$. El ducto fue simulado centrado a lo largo con un radio interior de 20.92, meniscos del chafflán con 0, 4.74, 9.48 y 13.95, la longitud de tubo fue con 1095.31, un grosor del ducto de 13.95 y una área libre antes de la terminación del ducto de 80, vea figura 4.1.

Velocidades y colisionador

Se eligió un esquema de 19 velocidades (D3Q19), véase figura 4.2. Donde los vectores de velocidad de malla son:

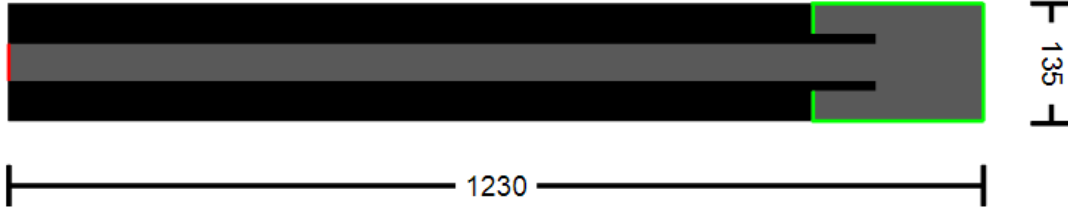


Figura 4.1: Esquema del corte axial del volumen simulado con terminación recta. Líneas verdes condiciones de frontera libre. Línea roja condiciones de forzamiento. Zona negra volumen de datos no computados.

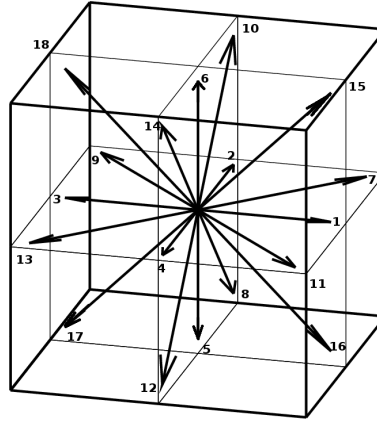


Figura 4.2: Esquema de interacción con vecinos cercados de la malla LBM utilizada.

$$\begin{array}{lll}
 \vec{e}_i & = (cx_i, cy_i, cz_i) & \vec{e}_0 = (0, 0, 0) \\
 \vec{e}_1 & = (1, 0, 0) & \vec{e}_2 = (0, 1, 0) & \vec{e}_5 = (0, 0, -1) \\
 \vec{e}_3 & = (-1, 0, 0) & \vec{e}_4 = (0, -1, 0) & \vec{e}_6 = (0, 0, 1) \\
 \vec{e}_7 & = (1, 1, 0) & \vec{e}_8 = (0, 1, -1) & \vec{e}_9 = (-1, 1, 0) \\
 \vec{e}_{10} & = (0, 1, 1) & \vec{e}_{11} = (1, -1, 0) & \vec{e}_{12} = (0, -1, -1) \\
 \vec{e}_{13} & = (-1, -1, 0) & \vec{e}_{14} = (0, -1, 1) & \vec{e}_{15} = (1, 0, 1) \\
 \vec{e}_{16} & = (1, 0, -1) & \vec{e}_{17} = (-1, 0, -1) & \vec{e}_{18} = (-1, 0, 1)
 \end{array}$$

Se utilizó el operador BGK que para estas distribuciones de velocidades \vec{e}_i se tiene que la velocidad del sonido es $c_{ibm} = 1/\sqrt{3}$ y los pesos de distribución son $w_0 = 1/3, w_{1-6} = 1/18$ y $w_{7-18} = 1/36$.

$$f_i(\mathbf{x} + \vec{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} (f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (4.26)$$

Condiciones de frontera y de reflexión con superficies

Para obtener los valores de las distribuciones f_i en la frontera, no se pueden utilizar directamente las ecuaciones (4.26), ya que varios valores de f_i tendrían que ser obtenidos fuera del volumen de

simulación. Por lo tanto, se utilizó una interpolación lineal inversa de la velocidad [30], la cual representa numéricamente una condición anecoica en las fronteras.

Se impuso la condición de no deslizamiento entre el fluido y el sólido mediante una técnica de imágenes en las velocidades y la densidad, utilizando una extrapolación lineal de los valores macroscópicos [20]. Esta técnica genera un punto virtual dentro del sólido con una distribución f_i que produce una velocidad \vec{u} en la frontera igual a cero, asegurando así la continuidad de la velocidad y densidad entre el fluido y el sólido.

Se utilizó la distribución de equilibrio, f_i^{eq} , para calcular el valor de las distribuciones en la condición de forzamiento, la cual se aplicó como una fuerza sinusoidal en la velocidad. Se llevaron a cabo simulaciones en 3D para observar el comportamiento del tubo, y se encontró que éste se comportaba como un tubo de resonancia, similar al experimento. Dado que el área de interés se encontraba en la terminación del ducto y en las estructuras de vórtice fuera del mismo, se limitó la longitud del ducto en la simulación.

Dimensionalización

Si bien el método LB es naturalmente adimensional hay que tener en cuenta las escalas numéricas de este. Tomando prioridad al proceso acústico de propagación de información tenemos que las velocidades del sonido corresponden a:

$$c_{real} = c_{lbm} * \Delta x / \Delta t \quad (4.27)$$

con $\Delta x = R_{sim} / R_{lbm}$ como el cociente del radio simulado y el radio numérico y $\Delta t = 1 / f_{sim} T$ el inverso de la frecuencia simulada por el número de pasos T de iteración entre cada ciclo de forzamiento. Dando nuestra dimensionalización espacial.

Las velocidades se dimensionalizan posterior a la simulación. Teniendo que el experimento y la simulación corresponden cuando el número de R_δ se calcula el gasto rms a lo largo de un ciclo a $2mm$ sobre el área del ducto sobre la raíz cuadrada del producto de la viscosidad del método y la frecuencia numérica del forzamiento.

Esta readimensionalización no mantiene el mismo valor para el número de Mach siendo que para ello se tendría que

$$\Delta x = \frac{\nu_r c_{lbm}}{\nu_{lbm} c_0} \implies R_{lbm} = R_{sim} \frac{\nu_{lbm} c_0}{\nu_r c_{lbm}} \quad (4.28)$$

$$\Delta t = \frac{\nu_r c_{lbm}^2}{\nu_{lbm} c_0^2} \implies T = \frac{1}{f_{sim}} \frac{\nu_{lbm} c_0}{\nu_r c_{lbm}} \quad (4.29)$$

lo cual llevaría para las condiciones experimentales con 7852 el radio del ducto y 12.33 millones de iteraciones por ciclo, lo cual no es factible con ningún equipo en forma practica.

Condiciones numéricas

Se implemento el método en un código C-CUDA en una tarjeta Nvidia GTX950.

El código numérico fue adaptado y modificado de la autoría de Dr. Carlos Málaga Igñiz y Dr. Carlos Echeverría Serur[17]. Buscando la máxima estabilidad numérica con valores bajos de τ y el máximo volumen procesable para una tarjeta gráfica.

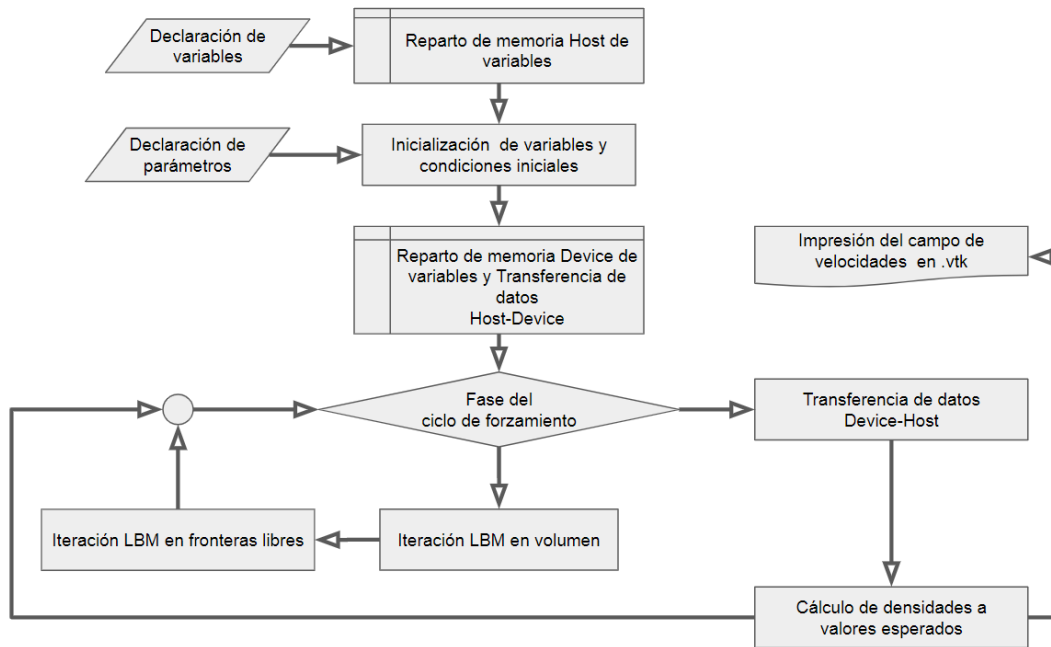


Figura 4.3: Esquema del metacódigo desarrollado.

- Cambio de D3Q15 a D3Q19
- Cambio de la densidad inicial de $\text{roout}=1$ a $\text{roout}=36$ de tal manera que para condiciones iniciales los valores de $f_i(\vec{x})$ son flotantes con valor exacto.
- Agrupación de operaciones por signo en el cálculo de los valores esperado de las velocidades (4.17)

```

1 ro = f[0] + f[1] + f[2] + f[3] + f[4] + f[5] + f[6]
2     + f[7] + f[8] + f[9] + f[10] + f[11] + f[12]
3     + f[13] + f[14] + f[15] + f[16] + f[17] + f[18];
4 vx = (f[1] + f[7] + f[16] + f[11] + f[15]
5       - (f[3] + f[9] + f[17] + f[13] + f[18])) / roout;
6 vy = (f[2] + f[7] + f[8] + f[9] + f[10]
7       - (f[4] + f[11] + f[12] + f[13] + f[14])) / roout;
8 vz = (f[6] + f[10] + f[15] + f[14] + f[18]
9       - (f[5] + f[8] + f[16] + f[12] + f[17])) / roout;
10 v_sq_term = ((vx*vx) + (vy*vy) + (vz*vz));
11

```

- Cambio de en vez de multiplicar por los pesos de distribución w_i en las operaciones se divide por el valor entero de $W_0 = 3, W_{1-6} = 18$ y $W_{7-18} = 36$. Si bien es mas barato en tiempo la

multiplicación que la división se evitan errores numéricos de un doble redondeo.

```

1 feq = (ro + roout * (3.f*((cx[m]*vx) + (cy[m]*vy) +
2   (cz[m]*vz)) + 4.5f*((cx[m]*vx) + (cy[m]*vy) +
3   (cz[m]*vz))*((cx[m]*vx) + (cy[m]*vy) + (cz[m]*vz)))
4   - (1.5f*v_sq_term))/W[m] ;

```

Por otra parte, se corrieron las iteraciones por 5 ciclos del forzamiento antes de la captura de datos para lograr el comportamiento periódico del fenómeno.

Con lo que resulto un tiempo estimado para cada experimento numérico de 18 horas.

4.3. Ejemplo de las simulaciones obtenidas

La simulación obtenida consiste en un archivo .vtk que contiene dos arreglos vectoriales. El primer arreglo contiene datos del campo de velocidades a escala del método numérico antes de reescalarlo. El segundo arreglo contiene datos de los puntos de la malla computados, la densidad del fluido computado y la magnitud de la vorticidad del campo de velocidades.

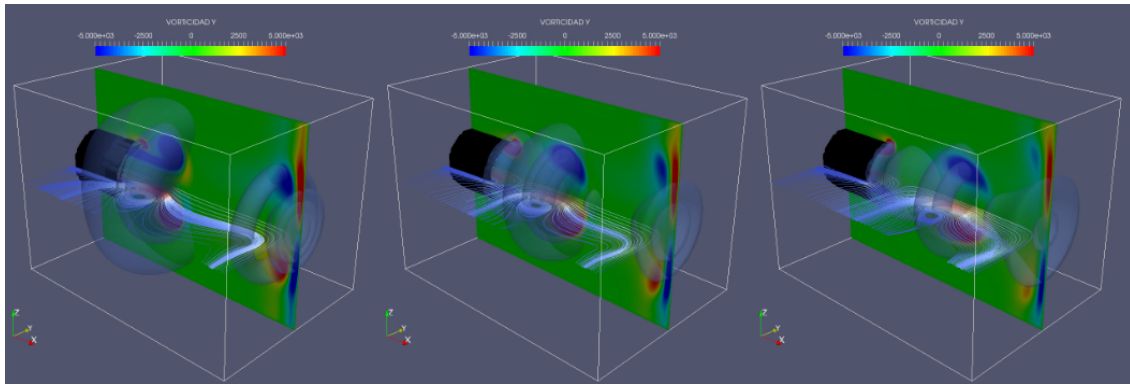


Figura 4.4: Ejemplo de resultados del método numérico desarrollado. Flujo cada décimo del periodo de forzamiento en condiciones de advección de vórtice. Con un corte axial XY para el campo de vorticidad, un corte axial XZ para las líneas del flujo y en isocapas variaciones de la densidad

Los resultados presentados en este trabajo se obtuvieron sincronizando las diferentes fases al máximo flujo y con un tiempo entre fases equivalente a una décima parte del periodo, al igual que en los experimentos. Este enfoque se adoptó con el propósito de calcular el gasto hidráulico con la misma resolución temporal que se utilizó en los experimentos.

Podemos mostrar las características numéricas del código utilizando un ejemplo visual de la simulación obtenida en la figura 4.4 en caso de advección de vórtices.

- La condición de fronteras libres por extrapolación es la más adecuada para modelar las condiciones laterales del volumen analizado, ya que permite el acceso de masa por las fronteras

y favorece un flujo de forma hiperbólica en la salida del ducto, tal como se observa en los resultados experimentales y en este ejemplo. En cambio, una condición periódica en Y y Z impediría flujos a través de estas fronteras de forma simétrica, lo que no lograría reproducir con precisión el comportamiento del flujo.

- La extrapolación del campo en la frontera YZ de la simulación puede propagar errores al campo rotacional debido a la intensidad de los vórtices, tal como se ha reportado previamente [30]. Una solución para este efecto es alargar el volumen de simulación, lo que aumentaría el costo de memoria. Sin embargo, dado que se comparó más cercano a la terminación del ducto y se consideró la memoria de la tarjeta gráfica utilizada, se decidió conservar el volumen de simulación actual.

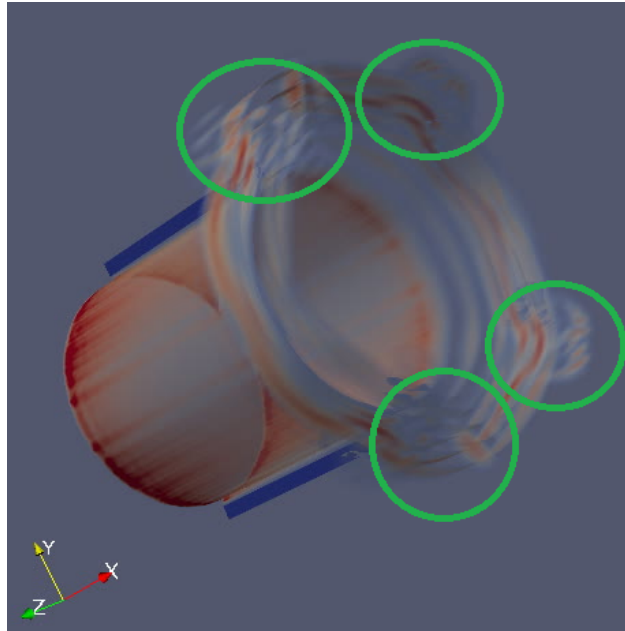


Figura 4.5: Ejemplo de una simulación con condiciones Bounce-Back. En esta simulación en la formación del vórtice hay la formación de glóbulos con mayor vorticidad que se ahorcan

- La condición de reflexión de Guo [20] para superficies sólidas permite aproximarlas como superficies suaves y eliminar así la formación de vorticidad por turbulencia. Sin embargo, en contraposición, puede observarse una formación más intensa de vorticidad, como se muestra en la figura 4.5. Estas formaciones se reconocen como errores numéricos, y su preferencia y simetría dependen de la orientación de la malla. No está claro si este fenómeno es extremadamente sensible a la rugosidad de la terminación del ducto o al método numérico utilizado.

Análisis de Resultados

En este capítulo se presentarán los resultados de las simulaciones LBM y se compararán con los resultados experimentales. En primer lugar, se analizará la forma cualitativa del flujo observado en las simulaciones. Luego, se realizará una comparación directa con los resultados experimentales y, finalmente, se discutirá la validez de los resultados y la similitud entre los datos obtenidos.

5.1. Comparación directa con los resultados experimentales y simulaciones

Los resultados de las simulaciones concuerdan con los resultados experimentales para la terminación recta, tal como se puede apreciar en las figuras 5.1, 5.2 y 5.3, siendo estos casos representativos de los regímenes no-lineales encontrado. Cada figura muestra una fotografía, el campo obtenido mediante PIV con el campo rotacional correspondiente, y un corte axial de las simulaciones numéricas para el mismo valor de R_δ . Se seleccionaron las mismas fases que en el capítulo 3, y se puede observar las dinámicas de los regímenes no-lineales encontrados en los resultados experimentales en los resultados numéricos.

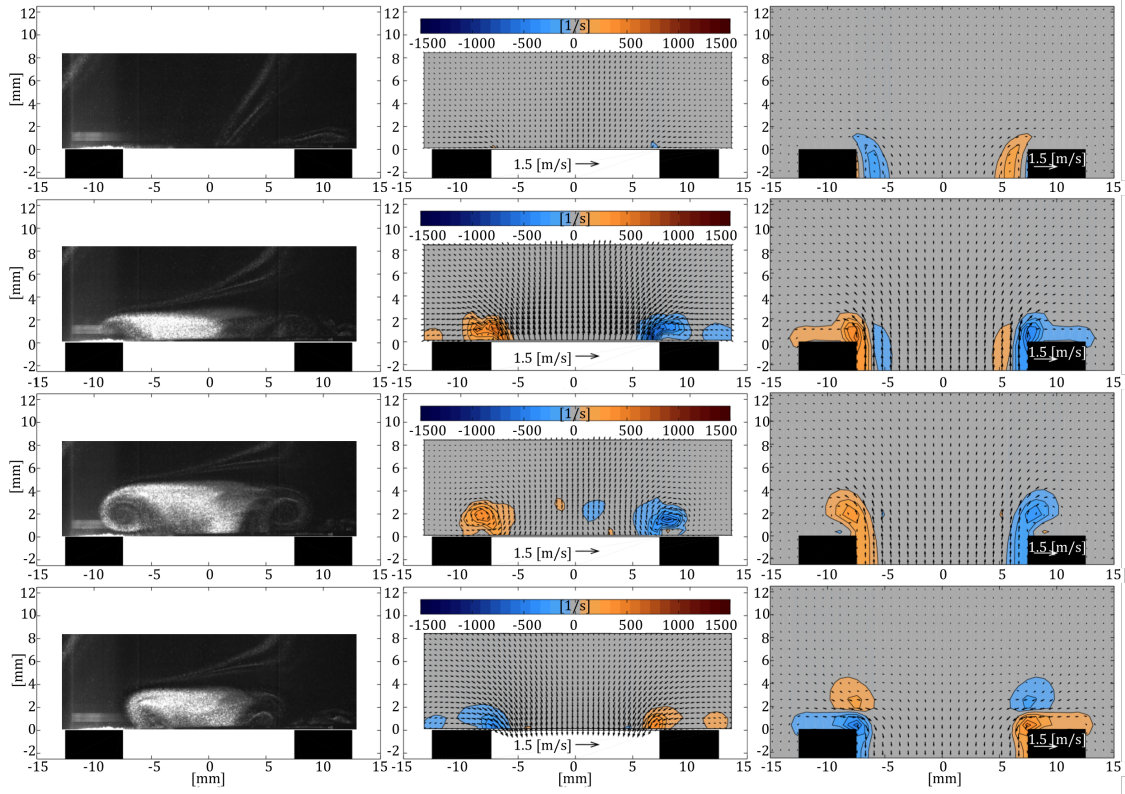


Figura 5.1: Resultados del primer régimen de respuesta no-lineal del flujo acústico con $R_\delta = 20.2$ y $r = 0$, mostrando la formación y disolución periódica del anillo vorticoide. La columna de la izquierda contiene las imágenes fotográficas de las partículas trazadas, en la columna central están los campos de velocidad con la vorticidad obtenida con PIV, y en la columna de la derecha, un corte axial de los resultados a escala R_δ de las simulaciones 3D, en el extremo abierto del tubo en fases a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$, donde T es el periodo.

En la figura 5.1 se ilustra claramente el primer régimen descrito, en el cual se observa la formación de un anillo vortical en la terminación del ducto debido a la descarga del fluido, y su desaparición durante la fase de succión. En la simulación, se puede apreciar una mayor estabilidad del flujo, lo que puede atribuirse a un mayor tiempo de subsistencia del anillo vortical. En cierto modo, todos los regímenes no-lineales tienen la misma formación de vórtices, aunque su intensidad y su interacción con el campo acústico y el flujo de succión los afectan de diferentes maneras. En este caso, el vórtice es perenne.

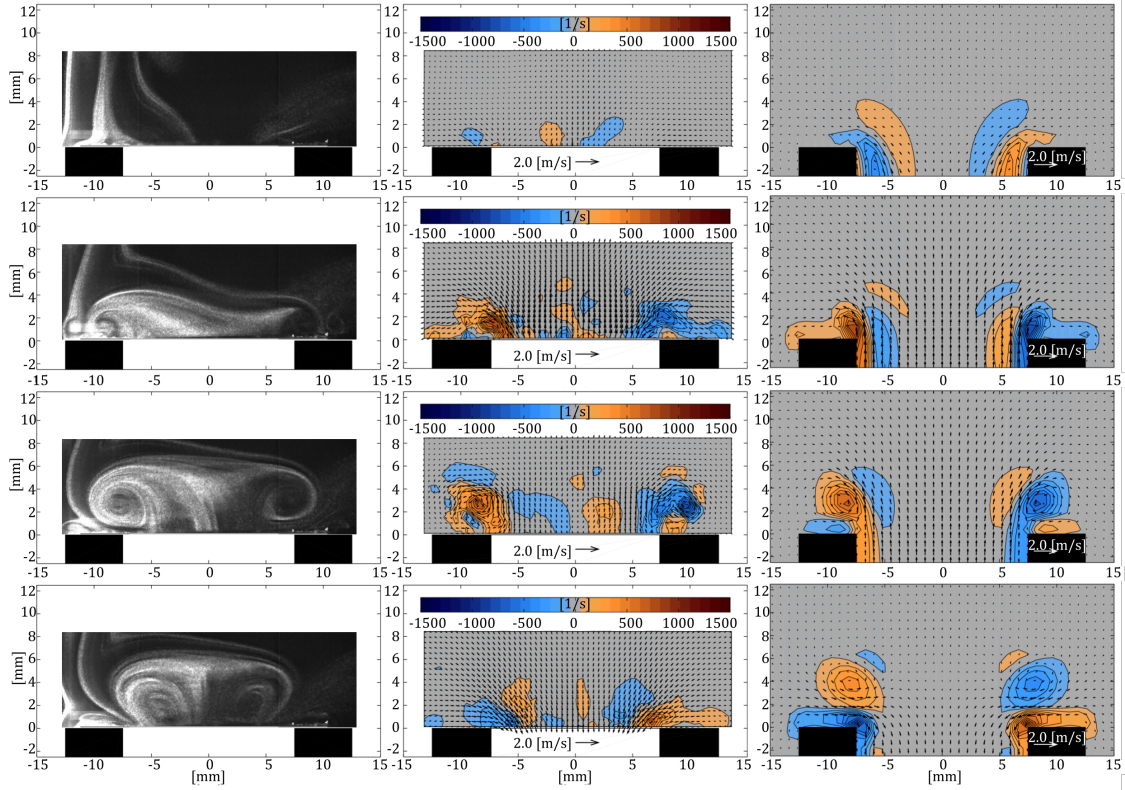


Figura 5.2: Resultados del segundo régimen de respuesta no-lineal del flujo acústico con $R_\delta = 28.5$, correspondiente a la persistencia del anillo vorticoide en la terminación del ducto. La columna de la izquierda contiene las imágenes fotográficas de las partículas trazadas, en la columna central están los campos de velocidad con la vorticidad obtenida con PIV, y en la columna de la derecha, un corte axial de los resultados a escala R_δ de las simulaciones 3D, en el extremo abierto del tubo en fases a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$, donde T es el periodo.

En la figura 5.2 se observa el segundo régimen de transición, en el cual el anillo vortical persiste a lo largo de los ciclos y se mezcla con el recién formado, como se puede observar en la fase $0.3T$, lo que resulta en un proceso de mezclado en la terminación del ducto. A diferencia de Buick *et al.*, quienes centraron su atención en la variación de la impedancia acústica en el campo acústico medio, suficientemente lejos de la terminación del ducto, Atig [5] observa que este régimen no se considera en sus análisis. Esto se puede interpretar como que la formación del vórtice no afecta al campo acústico de manera perceptible, aunque puede dar lugar a un fenómeno de *streaming* acústico.

No es posible comparar los resultados obtenidos en este estudio con los de Skulina[41] o Buick *et al.* debido a que la velocidad acústica de partícula que ellos describen se calcula utilizando la presión acústica dentro del ducto y no tiene en cuenta el comportamiento en la terminal del ducto. En cambio, en este estudio se ha prestado especial atención a la dinámica del flujo en la terminal del ducto, lo que ha permitido observar la formación y disolución periódica del anillo vortical en

diferentes regímenes de respuesta no-lineal.

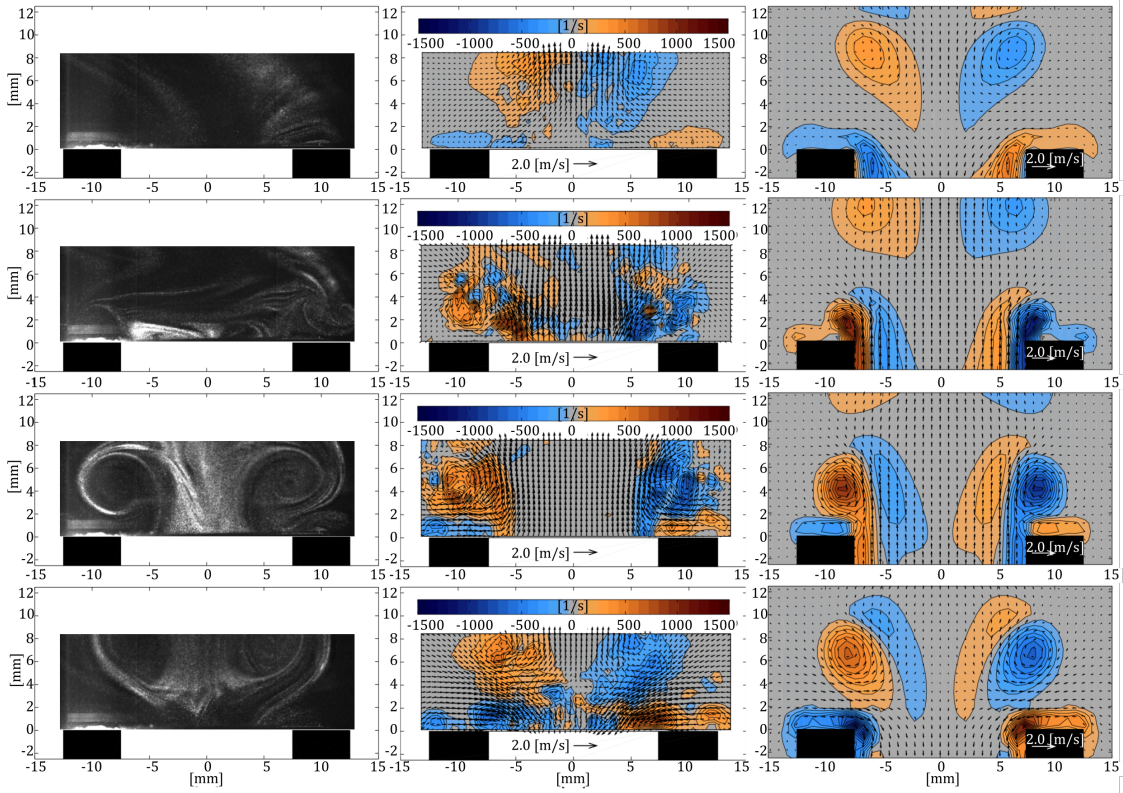


Figura 5.3: Resultados del segundo régimen de respuesta no-lineal del flujo acústico con $R_\delta = 40.2$, mostrando la advección del anillo vorticoide formado. La columna de la izquierda contiene las imágenes fotográficas de las partículas trazadas, en la columna central están los campos de velocidad con la vorticidad obtenida con PIV, y en la columna de la derecha, un corte axial de los resultados a escala R_δ de las simulaciones 3D, en el extremo abierto del tubo en fases a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$, donde T es el periodo.

En la figura 5.3, se puede observar claramente el comportamiento de advección del vórtice después de su formación con $R_\delta = 40.2$ en el tercer régimen no lineal. Es importante destacar que el vórtice se advecciona durante la fase de succión y se espera que a mayores amplitudes, el vórtice se adveccione también durante la fase de expulsión de fluido.

5.2. Análisis promedio de los flujos

Para analizar temporalmente los campos de velocidades obtenidos mediante PIV y LBM los podemos representar en una descomposición en *modos normales* [3][24] en el tiempo. En esta representación podemos observar la variación del comportamiento periódico al variar R_δ . Para determinar

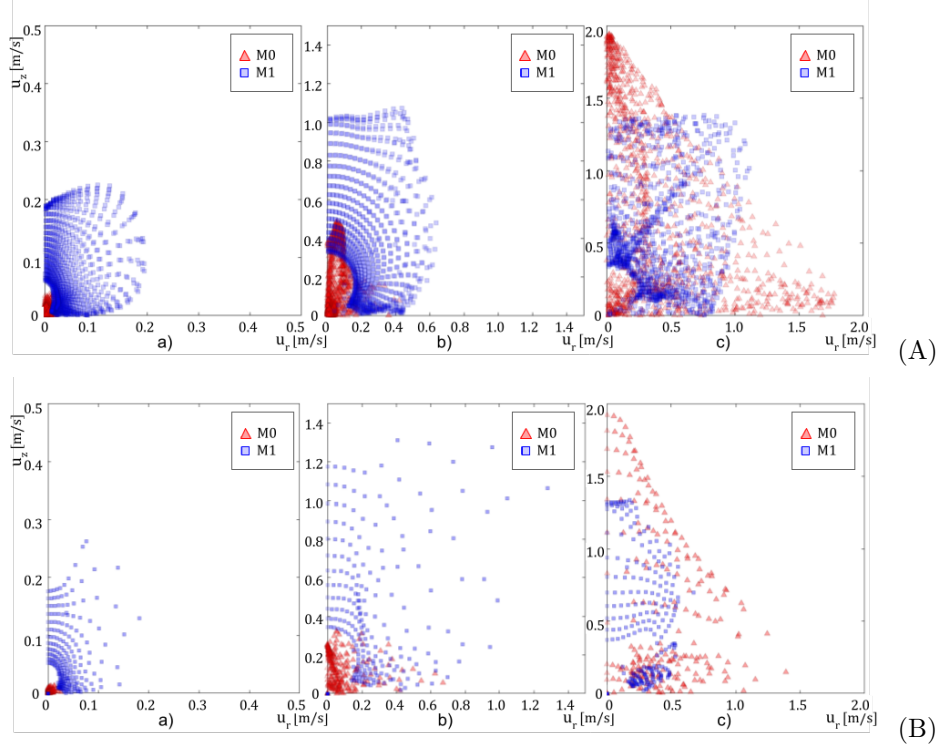


Figura 5.4: Diagramas de dispersión de magnitudes de modos normales de los datos obtenidos mediante (A) PIV y (B) LBM; para el modo de frecuencia cero $M0$ triángulos rojos y las amplitudes de fluctuación correspondientes $M1$ cuadrados azules, para la terminación sin chaflán $r = 0mm$ y los valores de a) $R_\delta = 8.3$, b) $R_\delta = 20.2$ y c) $R_\delta = 40.2$. Los puntos representados fueron obtenidos a partir de velocidades calculadas en todo el plano de observación de PIV y en el plano equivalente para las simulaciones numéricas. Las magnitudes de componentes de velocidad axial u_x se representan a lo largo del eje vertical, mientras que las componentes de velocidad radial u_r se representan a lo largo del eje horizontal.

esos modos se usó la transformada de Fourier en el tiempo para cada elemento en el campo de velocidades; en esta transformación se observó que las amplitudes de frecuencias que más varían son los que corresponden a la frecuencia igual a cero y la misma frecuencia de forzamiento. De tal manera que solo es necesario descomponer los campos de velocidades en solo estos dos modos normales. Con $M0$ el primer modo que corresponde principalmente el flujo medio en todo el dominio espacial bidimensional durante un período, y $M1$ al modo normal que corresponde a las amplitudes de fluctuación periódica con la misma frecuencia de forzamiento. En la figura 5.4, se muestran las gráficas de dispersión de las magnitudes de los modos $M0$ en triángulos rojos y $M1$ en cuadrados azules, de los datos de PIV y LBM para diferentes valores de R_δ . Donde en la horizontal esta la amplitud de velocidad en dirección radial y en la vertical las magnitudes de la velocidad a lo largo del eje axial de ducto.

Bajo este análisis, observamos que para valores relativamente pequeños de R_δ (ver columna a) en la figura 5.4), el flujo medio es prácticamente inexistente tanto en los datos de PIV como en los de LBM. Todos los puntos correspondientes al flujo medio, $M0$, están restringidos a una pequeña área cercana al origen. Este resultado es lo esperado en el fenómeno en condiciones lineales, donde a la ausencia de un flujo medio de forzamiento y perturbación periódica el resultado da solo un flujo periódico.

Sin embargo, a medida que aumenta el valor de R_δ , el flujo medio comienza a ser detectable en ambos casos, PIV y LBM, teniendo un aumento en las magnitudes de los modos en la velocidad axial, ver en la columna b) de la figura 5.4. Esto significa que hay un transporte neto de partículas. Como las magnitudes de $M1$ son mayores a $M0$, es decir, se hay una mayor amplitud de oscilación que de transporte, entonces el fenómeno que se observa es como un sistema que bombea en dirección axial.

En el caso específico de $R_\delta = 40.2$, mostrado en la columna c) de la figura 5.4, el flujo medio se extiende más allá de la región donde se observan las fluctuaciones, tanto en la dirección axial como en la radial. Este comportamiento es más pronunciado en los datos experimentales que en las simulaciones numéricas, pero se puede observar claramente en ambos casos. Además, se observa que los valores absolutos máximos de la componente radial del flujo medio se presentan cuando la componente axial tiene valores mínimos, y viceversa. Esto sugiere la existencia de un flujo continuo pese a las perturbaciones las cuales lo podemos asociar a un mecanismo similar a una bomba que alimenta el flujo de salida en dirección axial con flujo de entrada en la dirección radial. Lo cual cumple claramente con la definición de *acoustic-streaming*.

5.3. Validación

Para realizar la validación del sistema o bien una comparación numérica directa entre los resultados obtenidos para la terminal recta $r = 0mm$, se hizo a través del flujo volumétrico (gasto Q) promediado en el tiempo rms durante un período y la presión rms dentro del ducto como sistema comparativo para realizar las comparaciones dinámicas. El gasto fue calculado como:

$$Q = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left[\int_{\mathbf{S}} \vec{v} \cdot \vec{n} ds \right]^2} d\tau \quad (5.1)$$

donde \mathbf{S} representa la superficie transversal del tubo y \vec{n} es un vector unitario normal a \mathbf{S} que apunta hacia afuera del ducto. Tomando un promedio de 35 ciclos de oscilación. La velocidad se midió a 2 mm por encima del plano definido por el extremo abierto del conducto, ya que no fue posible obtener observaciones confiables de PIV justo en el extremo abierto, y luego se integró sobre la superficie de la sección transversal del conducto para calcular Q como una medida de la amplitud del flujo oscilante. En la figura 5.5, se muestra la dispersión de la velocidad rms obtenida del gasto entre el área del ducto Q/A en función de la presión rms interna del ducto. En la figura 5.5 se muestran los doce valores experimentales, con valores correspondientemente diferentes de presión dentro del conducto, incluyendo los tres ya examinados en las figuras 5.1-5.3. Claramente, los valores de Q aumentan a medida que R_δ aumenta, y a medida que esto ocurre, los datos experimentales se vuelven mucho más ruidosos que los datos numéricos debido a que la formación y desprendimiento

de vórtices no son perfectamente estables durante los experimentos y se produce turbulencia local, por lo que se analiza también usando el *phase locking*. Como consecuencia, los valores de Q obtenidos experimentalmente son algo mayores que los obtenidos numéricamente y los filtrados.

En cuanto a la conservación de la masa tenemos que por construcción experimental no hay ninguna inyección de masa. Respecto a los resultados numéricos, se inserto en la figura 5.5 que muestra la razón del flujo volumétrico integrado a través de dos secciones transversales dentro del tubo (\mathbf{S} tomado en la fuente y en el borde), promediado durante 35 ciclos, dado por

$$Q = \frac{1}{35T} \int_0^{35T} \left[\int_{\mathbf{S}} \vec{v} \cdot \vec{n} ds \right] d\tau \quad (5.2)$$

y Q . Este gráfica insertada muestra que en promedio el código en el interior del ducto tiene pérdidas menores al 1% del flujo. Este resultado resalta con los resultados del bombeo eyectivo al aumenta la presión bien R_δ .

En esta gráfica 5.4, los datos obtenidos sin utilizar el promedio por fase en los campos de velocidades (*phase locking*) se representan en cuadrados rojos, mientras que en círculos verdes se muestran los mismos datos aplicando el *phase locking* como filtro de la turbulencia. Los datos numéricos se representan en triángulos azules. Es importante destacar que se identificó el mismo fenómeno cuando el valor de R_δ es similar.

Se llevó a cabo una calibración de la presión en los datos simulados para permitir una comparación más precisa con los resultados experimentales. Para esto, se realizó un ajuste lineal de los valores de presión obtenidos de los resultados antes del desprendimiento de los anillos vorticoides con el mismo valor de R_δ . Esta calibración fue necesaria debido a una disminución en la velocidad en el gasto rms observada en los datos filtrados, y permitió comparar las mismas causas de forzamiento en los diferentes resultados.

Con esta figura 5.5 se observa que el comportamiento de las curvas experimentales y numéricas son aproximadamente similares, y la escala de los valores del flujo medio es la misma. En los datos experimentales, esto no se aprecia claramente debido al ruido inducido por la turbulencia que compensa el efecto de la separación de los vórtices dando valores mayores que los numéricos. Después del filtrado (*phase locking*), las mediciones experimentales del flujo medio coinciden bien con los valores numéricamente simulados correspondientes. Esto no es, por supuesto, una validación rigurosa del método, sino que sirve para explicar las diferencias observadas en la comparación original.

En este análisis, los datos simulados revela una disminución muy pronunciada de la velocidad entre los valores de presión de $169Pa$ y $189Pa$ al aplicar la linealización de la presión. Esto indica que, aunque el concepto de R_δ sea aplicable a los resultados experimentales y numéricos, no es un valor único en la terminación del ducto y su magnitud se ve afectada por la ubicación en la que se mide la velocidad. Esto lo podemos asociar a que la formación del anillos vorticoide da lugar a un perfil de campo hiperbólico en las velocidades cerca de la terminal, como se puede apreciar en las figuras d) y e) de 5.10. En las simulaciones se ven que este perfil hiperbólico depende de R_δ desplazando el perfil a lo largo del eje; esto hace que cuando el perfil pasa por la distancia donde se mide el flujo se observa un gasto mucho menor siendo que el flujo no es normal a \mathbf{S} . Que justamente se observa el final del primer régimen no-lineal.

De hecho en esta similitud, se tiene que el segundo régimen observado, que se ubica entre $222Pa$ y $315Pa$ en el forzamiento acústico, se encontró claramente la condición de desprendimiento de

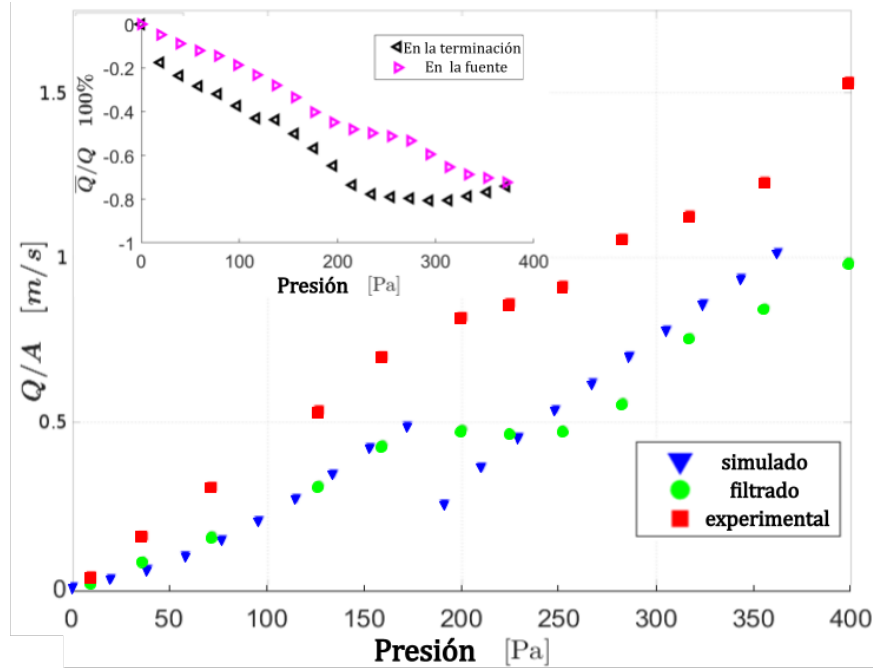
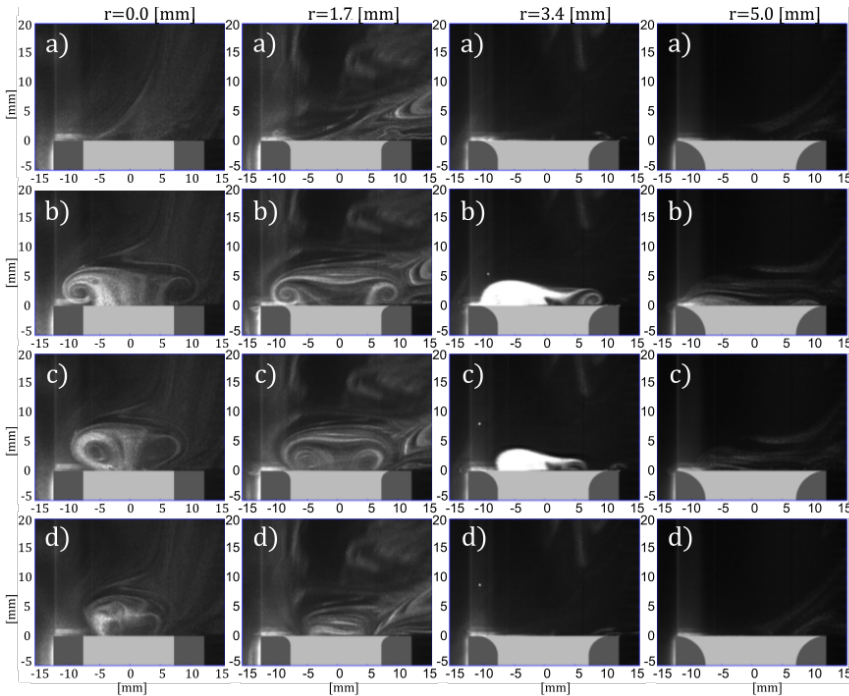


Figura 5.5: Gráfica de la dispersión de la amplitud del gasto Q fuera del extremo abierto del tubo con área de sección transversal A graficada contra la presión dentro del tubo para el caso $r = 0mm$. Los datos experimentales de PIV se representan con cuadrados rojos y los datos numéricos de LBM se representan con triángulos azules. La calibración de presión contra velocidad se hizo a posteriori a la simulación calibrando con los resultados antes de la formación de anillos vorticoides. Los datos experimentales filtrados, donde se ha aplicado un filtrado usando *phase locking*, se representan mediante círculos verdes. El recuadro muestra las propiedades de conservación de masa del esquema numérico a través de \bar{Q}/Q medido en la fuente y en el borde del tubo, graficado contra la presión para $r = 0$ mm.

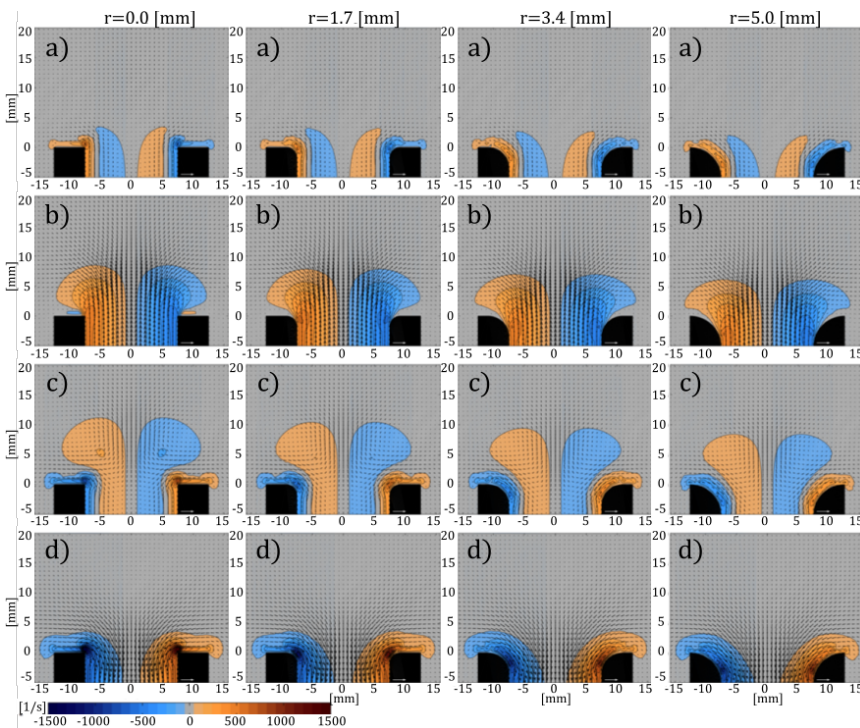
vórtices para valores mayores a $355Pa$ de manera experimental. Al comparar estos resultados con los experimentos realizados por Buick *et al.* y las velocidades reportadas para el desprendimiento de vórtices para radios de curvatura del chaflán a $r = 0.0mm$, $r = 0.3mm$, y $r = 1.0mm$, se obtienen presiones dentro del ducto de $3044Pa$, $4461Pa$, y $5817Pa$, respectivamente. Estos valores son mucho mayores que los encontrados en nuestros experimentos. Si se adimensionalizan estos valores utilizando la definición de R_δ , se obtienen valores de 81.9, 120.0, y 156.5 para los respectivos radios de curvatura mencionados, pero aun así son valores mucho mayores que los encontrados en nuestros experimentos.

Es importante destacar la sensibilidad del fenómeno a la geometría de la terminación del ducto, como se muestra en los resultados de Buick *et al.*. La variación en la geometría puede modificar significativamente el valor de R_δ y, por lo tanto, el comportamiento de los vórtices en la terminación. Por esta razón, es fundamental comparar el comportamiento de las simulaciones con las condiciones

experimentales que involucren diferentes geometrías de chaflanes para validar el modelo y tener una comprensión más completa del fenómeno en cuestión.



(a)



(b)

Figura 5.6: a) Fotografías del flujo y b) sus simulaciones numéricas en la terminación del ducto a las fases de $0.0T$, $0.3T$, $0.5T$ y $0.7T$ con terminales con chaflanes con radios de curvatura de $r = 0mm$, $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$; a un valor $Re \approx 26$

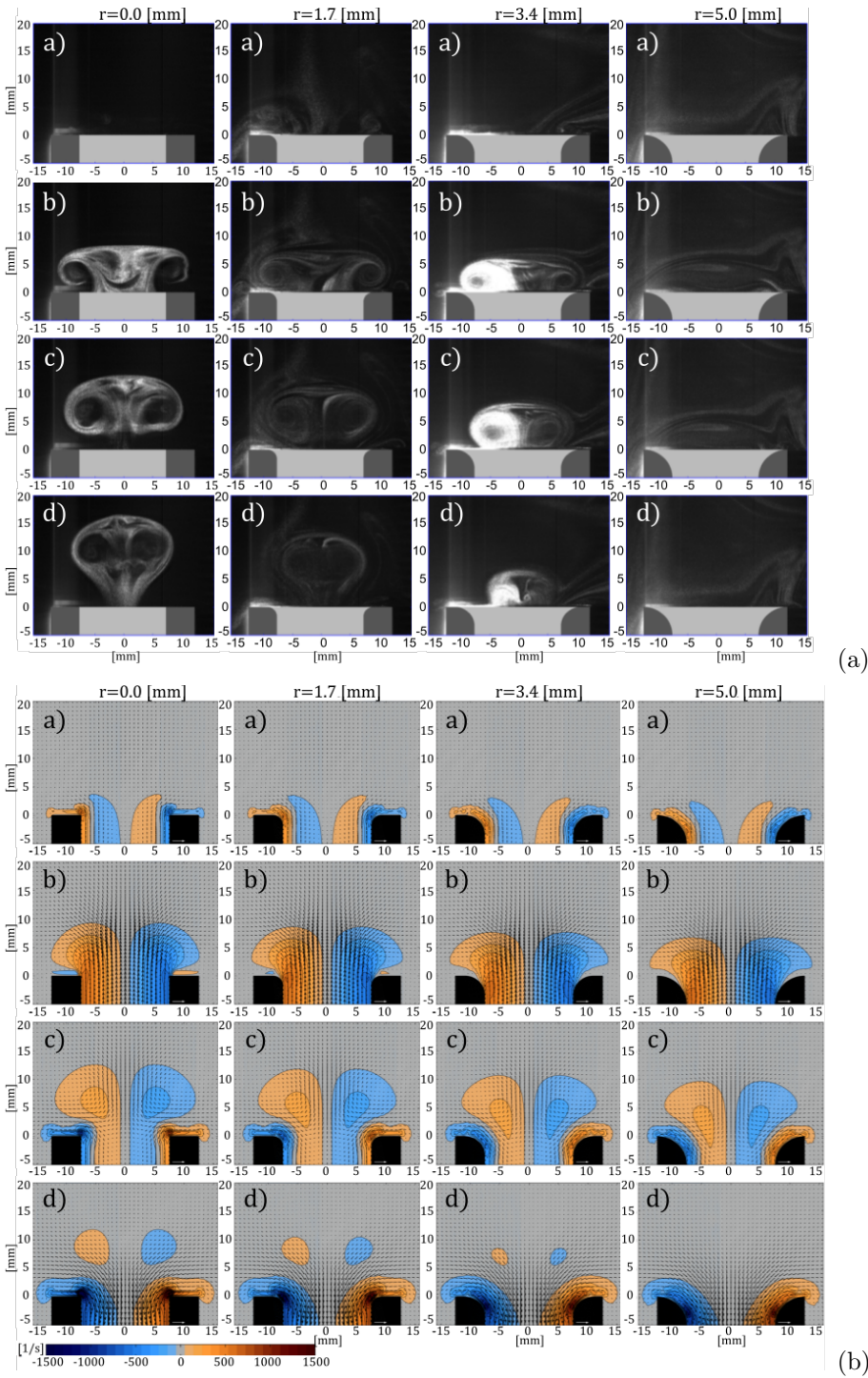


Figura 5.7: a) Fotografías del flujo y b) sus simulaciones numéricas en la terminación del ducto a las fases de $0.0T$, $0.3T$, $0.5T$ y $0.7T$ con terminales con chaflanes con radios de curvatura de $r = 0mm$, $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$; a un valor $R_\delta \approx 73$

Considerando lo anterior como una validación nos salimos de los campos observables del PIV, en las figuras 5.6 y 5.7 se presentan fotografías del fenómeno a una frecuencia de $75Hz$, con el fin de

obtener mayores amplitudes de forzamiento en la respuesta de la bocina y el ducto con diferentes terminaciones de chaflán, incluyendo chaflanes de radio de curvatura de $r = 0mm$, $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$, junto con sus respectivas simulaciones para valores aproximados de R_δ de alrededor de 26 y 73. Para obtener el valor aproximado de R_δ , se utilizó la presión interna del ducto y se escaló usando la definición de R_δ , junto con la ecuación de estado lineal del gas $P = \rho c_0 u_{ac}$, para obtener una presión relativa y se comparó con la curva experimental presentada en la figura 5.5.

En la figura y 5.6 (a) a un $R_\delta \approx 26$, y los resultados de la terminación recta tenemos la formación de un vórtice en la fase de la eyección del flujo y la permanencia de este y su contracción en la fase de inyección. En la figura se puede comparar el comportamiento de la terminación recta de $142dB$ a $50Hz$ y $145dB$ a $75Hz$ observando un comportamiento similar, figura 7.8. Este planteamiento es cualitativo, pero central para el estudio realizado. Siendo que este resultado significa que el planteamiento de usar R_δ como parámetro adimensional es correcto. Por lo tanto, se puede usar los resultados del cabezal de perfil recto, con radio de curvatura de $r = 0.00mm$, para hacer una validación del método numérico el cual deberá de ser cualitativamente semejante para los casos con diferentes perfiles de la terminación del ducto.

Teniendo en cuenta las condiciones del primer régimen con $R_\delta \approx 26$, la figura 5.6 muestra la formación y desintegración del vórtice para los chaflanes de $r = 0mm$, $r = 1.7mm$ y $r = 3.4mm$ tanto en las fotografías como en las simulaciones. En el caso del chaflán de $r = 5.0mm$, no se observó la formación de vórtices y su comportamiento fue lineal. Por lo tanto, se repitieron los experimentos inyectando los trazadores justo en el tubo para detectar algún proceso de mezcla en los regímenes de flujo o descarga, pero no se observó ninguno. Además, en las simulaciones se encontró una sobreestimación del campo vortical, lo cual debería ser visible en los experimentos.

Tomando la máxima potencia posible con la bocina y sistema de amplificación en la figura 5.7 a un $R_\delta \approx 73$ en el tercer régimen para el chaflán de $r = 0.0mm$ podemos observar la clara formación del vórtice y su advección para los radios $r = 0mm$ y $r = 1.7mm$, un comportamiento como en el primer régimen para $r = 3.4mm$ y un comportamiento lineal para $r = 5.0mm$ si uno reescalara linealmente los resultados de Buick *et al.* para la advección de vórtices a nuestros resultados tendríamos valores condicionantes de desprendimientos de vórtices de 35.5, 83.5, 131.4 y 176.6 para los calfanes de $r = 0mm$, $r = 1.7mm$, $r = 3.4mm$ y $r = 5.0mm$ correspondientes. Lo cual no es correspondiente a lo observado para la el chaflán de 1.7 observando la formación y desprendimiento de vórtices. En las simulaciones seguimos observando una sobre estimación del campo el chaflán de $r = 5.0mm$ y un ligera subestimación para el chaflán de $r = 0.0$. Aun así, se puede observar que al aumentar el radio de curvatura se comporta si la amplitud de R_δ fuera menor, teniendo que en el caso del radio de curvatura $r = 5mm$ no se observa ni la formación de vórtices.

Se puede considerar que estas desviaciones se deben a la imposibilidad de medir directamente el campo de velocidades PIV, lo que requiere varias interpolaciones lineales. Sin embargo, lo que es importante destacar es que, a pesar de esto, se pudo llegar a una aproximación cualitativa de los resultados para varios chaflanes y en diferentes regímenes. Esto demuestra que la adimensionalización mediante R_δ en las simulaciones LB y en los experimentos es coherente, aunque no se hayan podido realizar las mediciones experimentales directas.

5.4. Diferencias de simulaciones 2D y 3D

El proceso de formación de vórtices en canales con simetría 2D y en ductos es físicamente diferente, ya que su dimensionalidad afecta la forma de dispersión. Sin embargo, varios autores han estudiado estos procesos como semejantes, tomando como guía el trabajo de Disselhorst y Wijngaarden [16]. En su estudio sobre el flujo en la salida de tuberías abiertas durante resonancia acústica, simplificaron sus experimentos para visualizar la salida del ducto como un canal 2D, como se puede observar en la figura 5.8. El estudio de Disselhorst muestra que la formación de vorticidad aumenta durante la fase de succión del ducto y luego es adveccionada durante la fase de expulsión de masa.

J. H. M. Disselhorst and L. van Wijngaarden

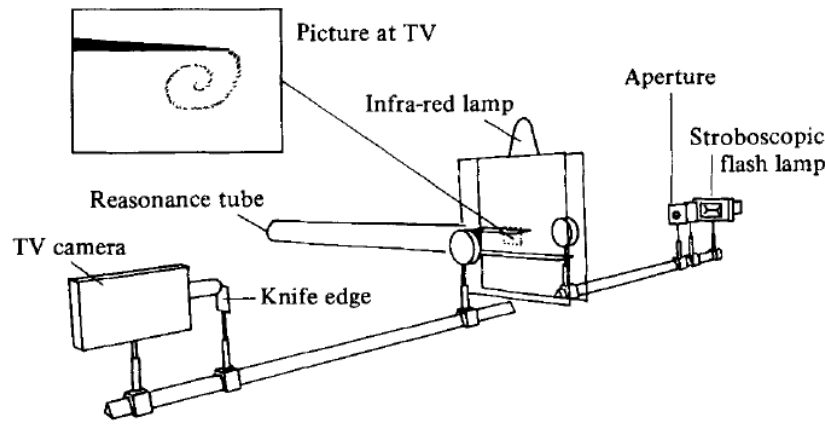


FIGURE 6. Experimental set-up for the flow visualization.

Figura 5.8: Esquema experimental de Disselhorst y Van Wijngaarden[16].

Este pensamiento ha prevalecido como base en la investigación de la formación de vórtices en la salida de ductos de simetría axial, respaldado por los resultados de Buick *et al.*, quienes realizaron simulaciones 2D. Sin embargo, sus resultados mostraron un comportamiento de los vórtices completamente diferente al observado en los experimentos, aunque se logró una formación y advección de los mismos a niveles similares de amplitud de velocidades de partícula.

Con el fin de ilustrar lo mencionado anteriormente, se utilizó el mismo código desarrollado, pero se cambió la discretización de 19 velocidades tridimensionales a 9 velocidades bidimensionales, lo que en términos de simulaciones pasó de D3Q19 a D2Q9, manteniendo los mismos valores en los parámetros de simulación.

La dinámica en 2D tiene similitudes con la dinámica en 3D en términos de la acumulación de vorticidad durante las fases de inyección, pero durante la fase de eyección, la vorticidad se disipa. En la figura 5.9, se puede observar la formación de un vórtice en la fase de inyección que es adveccionado durante la fase de expulsión, y se forma una vorticidad con signo contrario (ver Figura 5.9-b). Estos

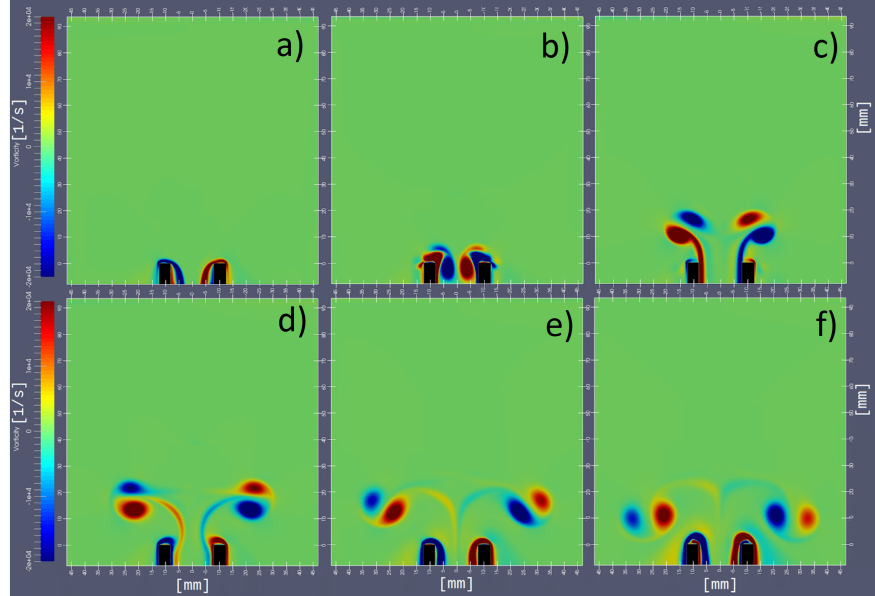


Figura 5.9: Simulación D2Q9 a $R_\delta = 70.2$ aproximadamente similar a la simulación de Buick *et al.* [10] a fases a) $0.0T$, b) $0.2T$, c) $0.4T$, d) $0.6T$, e) $0.8T$ y f) $1.0T$.

vórtices son independientes respecto al eje de simetría y pueden interactuar entre sí (ver figura 5.9-c), lo que produce una traslación curva mientras equilibran su rotación (ver Figura 5.9-d) y f)).

Si consideramos la dinámica de los anillos vorticoide en medios incompresibles [39][6], podemos observar que durante la fase de inyección, un anillo vorticoide formado tendría una velocidad hacia el interior. Sin embargo, cuando se enfrenta a un flujo contrario durante la fase de eyección, este anillo vorticoide se expande y se disipa. En la figura 5.10 se encuentran los resultados numéricos 3D tanto para $r = 0.0mm$ y $r = 5.0mm$ para las misma fase en condiciones de un $R_\delta \approx 73$, similar a las condiciones impuestas en el 2D, se puede observar que el comportamiento de los vórtices son cualitativamente diferentes tal como Buick *et al.* La ganancia obtenida por el código numérico es notoria dado que se puede observar el comportamiento del flujo para perfiles de ductos más interesantes. Además de observar claramente deformaciones en los campos de las isobaras lo que para un estudio posterior podría estudiar el perfil de radiación de la terminal del ducto.

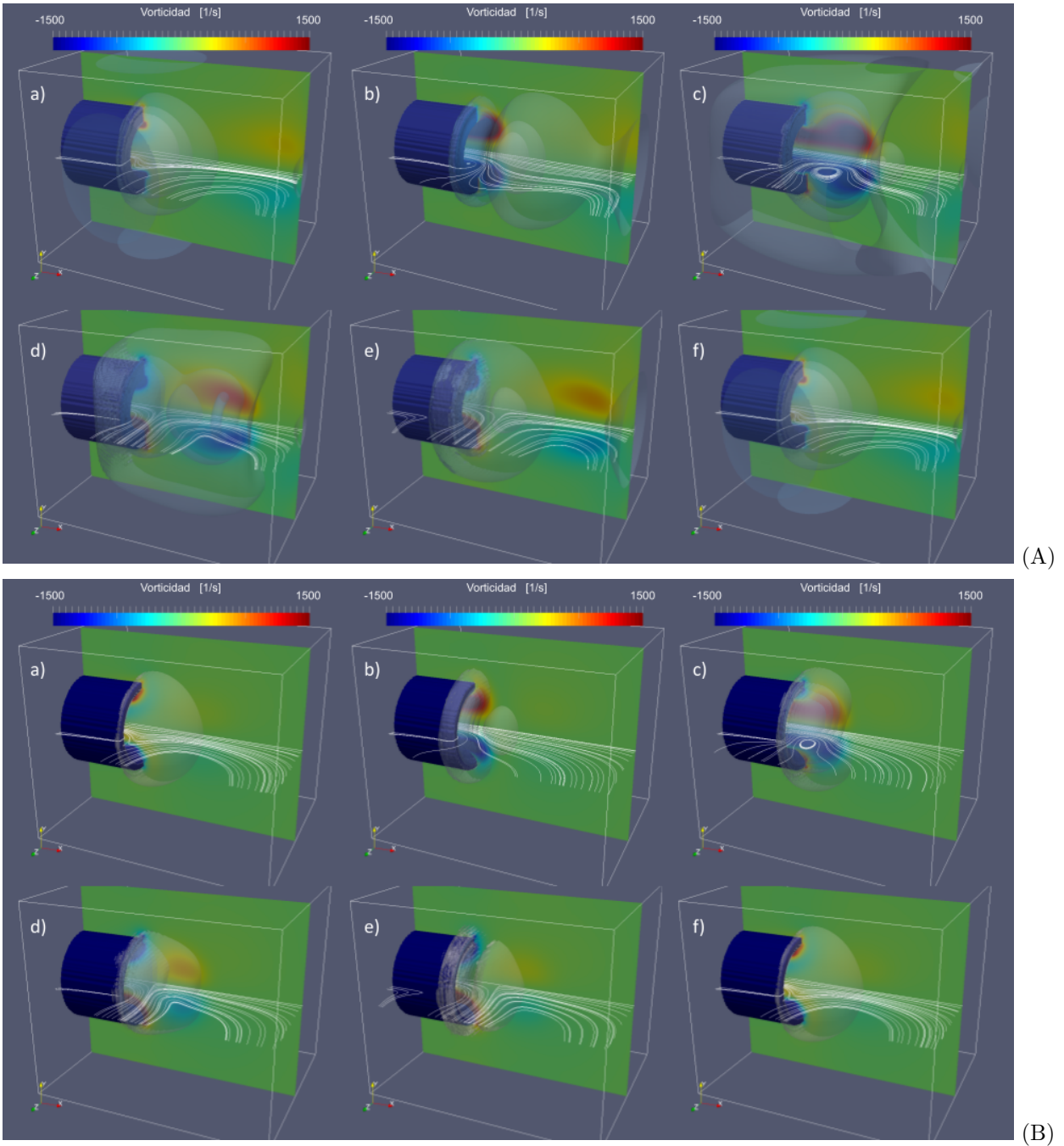


Figura 5.10: Ejemplos de resultados del método numérico desarrollado con terminación recta (A) y con terminación con chaflán de 5mm de radio de curvatura (B). En las a fases a) $0.0T$, b) $0.2T$, c) $0.4T$, d) $0.6T$, e) $0.8T$ y f) $1.0T$ del periodo T de forzamiento en condiciones de advección de vórtice. Con un corte axial XY para el campo de vorticidad, un corte axial XZ para las líneas del flujo y en isocapas variaciones de la densidad

Conclusiones

Se ha estudiado la generación y desprendimiento de vórtices en el borde interno de un ducto circular abierto que contiene un campo acústico. Para ello, se ha utilizado PIV (Particle Image Velocimetry) para el cálculo experimental del campo de velocidades asociado, y LBM (Lattice-Boltzmann Method) para la simulación numérica tridimensional de dicho campo, permitiendo así realizar comparaciones con los resultados experimentales.

En general, se encontró que los resultados de la PIV coinciden con los resultados de las simulaciones LBM, siempre que el borde interior del tubo sea recto. Sin embargo, la presencia de turbulencia local durante los experimentos dificultó la comparación directa de velocidades. A pesar de esto, al utilizar un filtro usando *phase locking* se demostró que los valores del gasto medio obtenidos experimentalmente son consistentes con los resultantes de las simulaciones LBM. El uso del *phase-locking* para observar el campo de velocidades en forma periódica y simétrica indica que las fluctuaciones son turbulentas y que aunque no se estudie su naturaleza en el trabajo indica la sensibilidad del fenómeno.

A lo largo del barrido de amplitudes usadas, tenemos que el campo de las velocidades en la terminal del ducto es claramente no-lineal con el cambio de simetrías temporales. Se puede interpretar en una competencia entre dos flujos en superposición la respuesta lineal y un flujo asociado a un vórtice pensando en Vortex Sound Theory tal como se asume en las investigaciones de Atig [5] o Buick *et al.*[10]

La proposición del número de Reynolds R_δ resulta conveniente y operativa observando los resultados experimentales. Lo que nos prepara para buscar simulaciones numéricas que puedan ser validables con los resultados experimentales con terminación recta y sean cualitativamente semejantes con las demás terminaciones.

Respecto al cálculo de R_δ usamos una amplitud de velocidad calculada a través del gasto a lo largo de un periodo. Los resultados para diferentes radios sugieren que el aumento del radio disminuye el gasto por lo tanto el flujo.

Se puede asociar a tres regímenes de comportamiento no-lineal a diferencia de lo reportado por Buick *et al.*[10]. Teniendo un comportamiento lineal con $R_\delta < 1$, un primer régimen no-lineal con $28.5 > R_\delta > 1$ dando la formación de anillos vorticoides intermitentes a lo largo del periodo de forzamiento, un segundo régimen de transición con $35.5 > R_\delta > 28.5$, donde se muestra la persistencia del anillo con el cual se da un sistema de bombeo tal que a lo largo del eje el anillo

vortical sirve como una tapa y un tercer régimen con $R_\delta > 35.5$, donde hay una advección del anillo vortical dando un flujo constante no nulo con fluctuaciones a lo largo de la salida del ducto.

Cabe recalcar la necesidad tener el perfil senoidal temporal del forzamiento para estos experimentos son obligatoriamente necesarias. Siendo que al estudiar una superposición de flujos que varían en el tiempo la forma del flujo dependerá integralmente en el tiempo. Esta condición es la que nos permite simular la forma del forzamiento. Este perfil senoidal del forzamiento no es sencillo de conservar dada la respuesta del altavoz, deformación de onda por amplificadores y la respuesta no lineal del propio ducto, por lo que es indispensable que el ajuste geométrico del ducto sea resonante evitando así saturación por la respuesta acústica de los componentes.

También, pese a no poderse considerar tener una validación formal de la simulación, el método demuestra ser eficiente para representar la transición de la vibración acústica de una columna de aire a la dinámica no lineal de un fluido ligeramente viscoso, con campos de velocidad de la misma escala que sus contrapartes experimentales. A pesar de la disipación asociada con el método, se ha demostrado que los valores obtenidos mediante la simulación LBM son consistentes con los resultados experimentales, lo que respalda su validez como herramienta para estudiar estos fenómenos [28].

En cuanto a los chaffanes redondeados en la terminal del conducto, solo se pudieron hacer comparaciones cualitativas entre las visualizaciones de partículas de rastreo y las simulaciones debido a limitaciones en la velocidad de captura entre pares de imágenes y el desplazamiento de partículas a grandes velocidades que se aproximan a los umbrales de certidumbre del método PIV. Sin embargo, los resultados experimentales también coinciden con las simulaciones LBM en estos casos, lo que refuerza la idea de que las simulaciones LBM son una herramienta sólida y capaz de retratar adecuadamente los fenómenos estudiados.

Los resultados obtenidos son congruentes con trabajos previos que han estudiado la existencia de diferentes regímenes definidos por la generación y eventual desprendimiento de vórtices en el borde interior del conducto [10], así como el efecto del redondeo del chaffán sobre la generación y el desprendimiento de vórtices [5, 33]. Se han observado tres regímenes distintos: el primero está caracterizado por la generación de vorticidad en la terminal del ducto para bajas velocidades de partículas; el segundo, por la formación de un vórtice anular que persiste a lo largo de los ciclos de forzamiento en esta misma ubicación, para moderadas velocidades de partículas; y el tercero, por el desprendimiento de estos vórtices para altas velocidades de partículas.

Los resultados experimentales muestran que los valores de velocidad que caracterizan los diferentes regímenes dependen en gran medida de la curvatura del borde interior y la frecuencia. En general, cuanto más redondeado sea el borde, se requerirá mayor presión en el conducto para generar vorticidad en el borde. Sin embargo, existen discrepancias en el rescalamiento propuesto entre los resultados experimentales y los reportados por otros autores. En particular, se utilizó el rescalamiento por frecuencias que tiene en cuenta el término viscoso de la aproximación de la Vortex Sound Theory de Powell, como se describe en el capítulo 2. A pesar de estas discrepancias, el rescalamiento resulta clave para realizar aproximaciones que tengan en cuenta únicamente la intensidad y la frecuencia de forzamiento.

El esquema experimental propuesto logró captar el fenómeno en sus diversos rangos de comportamiento, pero tiene una limitante en la amplitud acústica que se puede alcanzar. Para mejorar el forzamiento, se puede reemplazar la bocina con un actuador (motor lineal). En cuanto a la fotografía, es importante tener en consideración la sensibilidad y velocidad de la cámara, así como

la iluminación, dado que el fluido puede generar corrientes de convección térmicas. Aunque no fue posible obtener mediciones tridimensionales del flujo experimentalmente, a través de simulaciones se pudo observar la conservación de la simetría axial siempre y cuando se mantengan condiciones suaves de superficie[20]. Esto nos permite seguir utilizando cortes axiales en investigaciones futuras.

Las simulaciones realizadas utilizando el método de Lattice Boltzmann (LB) en 3D han mostrado una concordancia tanto cualitativa como cuantitativa con los resultados experimentales. Sin embargo, se podría mejorar esta concordancia al refinar la malla utilizada y aumentar la capacidad de cómputo dedicada a las simulaciones. Esta observación nos brinda la oportunidad de investigar de manera numérica el comportamiento de ductos con terminaciones más complejas. Además, una alternativa a considerar sería la utilización de múltiples tarjetas gráficas, lo cual permitiría dividir el proceso de cálculo y reducir el tiempo de transferencia al enviar únicamente una fracción de la información entre ellas en cada iteración.

El aumento de la memoria utilizada en las simulaciones permite aumentar la resolución espacial, pero también conlleva el costo de aumentar el número de iteraciones. Sin embargo, esto mejora el perfil radial de velocidad dentro del ducto debido a los efectos viscosos, lo que a su vez afecta el gasto en la terminal del ducto. Con un factor de más de 100 iteraciones por punto de resolución espacial del ducto, se demuestra la viabilidad de este sistema. Además, el código desarrollado es lo suficientemente estable y robusto para investigar terminaciones más exóticas o aplicarlo en otros sistemas más complejos, como en instrumentos musicales.

Un aspecto de interés para varios autores [5][10] ha sido la cuantificación de las pérdidas no lineales en la salida de un tubo abierto. Para lograr este objetivo, es necesario utilizar simulaciones tridimensionales, pero aún así es una tarea difícil debido a que la turbulencia, que es fácilmente observable en los resultados experimentales, no es evidente en los parámetros utilizados en las simulaciones numéricas, lo que requiere el filtrado de los resultados. La formación y el desprendimiento de vórtices son factores importantes, pero no los únicos. Aunque es posible estimar estas pérdidas utilizando el LBM utilizado en el presente estudio, es poco probable que los valores sean precisos.

Trabajo futuro

Como trabajo a futuro se tiene que extrapolar a geometrías de terminaciones de cornos más habituales en la acústica. Puede desarrollarse puramente numérico dado el código desarrollado con una GPU de mayor memoria para aumentar el dominio computado y con ello perfiles más grandes. Experimentalmente se tiene dos condiciones a tomar a consideración: para perfiles grandes de cornos varía la corrección de longitud del ducto[32] y la óptica para observar partículas dentro del perfil de la terminación.

Considerando que los resultados obtenidos tienen una simetría axial se podría optar por desarrollar un código 2D-axial, lo que reduciría el volumen de simulación. Esto se puede lograr mediante modificaciones a los operadores utilizados en el método LB, y calibrarlo-validar con los resultados experimentales obtenidos.

También falta estudiar la comparativa del mismo sistema pero con un fluido incompresible aprovechando el código generado. Cuyas aplicaciones se verían más como en el sistema de transferencia de masa como en el proyecto SIBEO[4]

Finalizando, tras observar la formación del fenómeno de *streaming* acústico, surge la pregunta sobre el balance de momento generado por dicho sistema. En este caso, estudiar la locomoción es producida por un bombeo simétrico que ocurre de manera oscilatoria, lo que hace necesario analizar cómo se distribuye y se transfiere el momento dentro del sistema.

Bibliografía

- [1] Antonmaria Minzoni. *Apuntes de Ecuaciones en Derivadas Parciales*. IIMAS-UNAM, 2020. [6](#)
- [2] A. Hirschberg, S.W. Rienstra. *An introduction to aeroacoustics*. Eindhoven University of Technology, 2004. [9](#)
- [3] A.Aubanell, A.Benseny,A.Delshams. *ÚtilaS Básicos de Cálculo Numérico*. Editorial Labor, 1993. [39](#)
- [4] E. Echeverria Arjonilla. *Estudio de los efectos de borde de un flujo oscilante a la salida de un tubo a través del análisis de la masa añadida*. PhD thesis, UNAM, México, 2012. [53](#)
- [5] M. Atig, J.P. Dalmont, and J. Gilbert. Termination impedance of open-ended cylindrical tubes at high sound pressure level. *Comptes Rendus Mécanique*, 332(4):299–304, 2004. [1](#), [2](#), [39](#), [51](#), [52](#), [53](#)
- [6] G. K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge Mathematical Library. Cambridge University Press, 2000. [44](#)
- [7] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook. A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys. Rev.*, 94:511–525, May 1954. [25](#)
- [8] L. Bjørnø. Chapter 13 - finite-amplitude waves. In Thomas H. Neighbors and David Bradley, editors, *Applied Underwater Acoustics*, pages 857–888. Elsevier, 2017. [13](#)
- [9] G. A. Brès, F. Pérot, and D. Freed. Properties of the lattice boltzmann method for acoustics. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2009. [23](#)
- [10] J. M. Buick, M. Atig, D. J. Skulina, D. M. Campbell, J. P. Dalmont, and J. Gilbert. Investigation of non-linear acoustic losses at the open end of a tube. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3):1261–1272, 2011. [2](#), [9](#), [10](#), [12](#), [16](#), [23](#), [49](#), [51](#), [52](#), [53](#), [65](#)
- [11] J M Buick and J A Cosgrove. Investigation of a lattice boltzmann model with a variable speed of sound. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 39(44):13807, 2006. [1](#)

-
- [12] J. M. Buick, C. A. Greated, and D. M. Campbell. Lattice bgk simulation of sound waves. *EPL (Europhysics Letters)*, 43(3):235, 1998. [23](#)
- [13] Murray Campbell, Joël Gilbert, and Arnold Myers. After the lips: Acoustic resonances and radiation. In *The Science of Brass Instruments*, pages 101–216. Springer International Publishing, Cham, 2021. [6](#)
- [14] Shiyi Chen and Gary D. Doolen. Lattice boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30(1):329–364, 1998. [23](#), [26](#)
- [15] A.R. da Silva, G.P. Scavone, and A. Lefebvre. Sound reflection at the open end of axisymmetric ducts issuing a subsonic mean flow: A numerical study. *Journal of Sound and Vibration*, 327(3–5):507–528, 2009. [23](#)
- [16] J. H. M. Disselhorst and L. Van Wijngaarden. Flow in the exit of open pipes during acoustic resonance. *Journal of Fluid Mechanics*, 99:293–319, 7 1980. [1](#), [12](#), [44](#), [49](#)
- [17] C. Echeverria. *Simulación numérica de flujos en ductos en procesadores gráficos de alto rendimiento*. PhD thesis, UNAM, 2011. [30](#)
- [18] B. Fabre, J. Gilbert, A. Hirschberg, and X. Pelorson. Aeroacoustics of musical instruments. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44(1):1–25, 2012. [3](#)
- [19] I Grant. Particle image velocimetry: A review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 211(1):55–76, 1997. [19](#)
- [20] Z. Guo, C. Zheng, and B. Shi. An extrapolation method for boundary conditions in lattice boltzmann method. *Physics of Fluids*, 14(6):2007–2010, 2002. [29](#), [32](#), [53](#)
- [21] David Hann and C.A. Greated. Measurement of acoustic particle velocity using particle image velocimetry techniques. *Acta Acustica united with Acustica*, 83:354–358, 03 1997. [14](#)
- [22] M. S. Howe. *Acoustics of Fluid-Structure Interactions*. Cambridge Monographs on Mechanics. Cambridge University Press, 1998. [9](#)
- [23] U. Ingard and S. Labate. Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 22(2):211–218, 1950. [1](#), [7](#), [11](#), [12](#)
- [24] Ingle, V.K. and Proakis, J.G. *Digital Signal Processing Using Matlab*. Cengage Learning, 2011. [39](#)
- [25] Harold Levine and Julian Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, 73:383–406, Feb 1948. [7](#)
- [26] Yanbing Li and Xiaowen Shan. Lattice boltzmann method for adiabatic acoustics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 369(1944):2371–2380, 2011. [23](#)

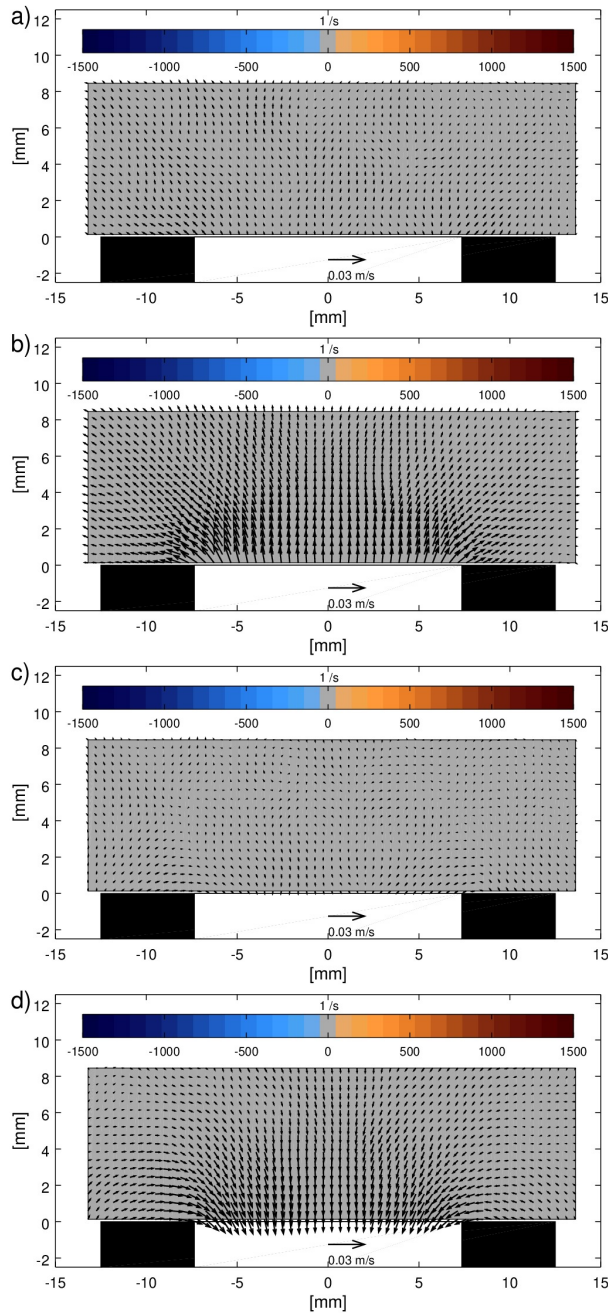
-
- [27] Sir James Lighthill. Acoustic streaming. *Journal of Sound and Vibration*, 61(3):391–418, 1978. [13](#), [69](#)
- [28] Simon Marié, Denis Ricot, and Pierre Sagaut. Comparison between lattice boltzmann method and navier–stokes high order schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, 228(4):1056–1070, 2009. [52](#)
- [29] Witold Mickiewicz. Particle image velocimetry and proper orthogonal decomposition applied to aerodynamic sound source region visualization in organ flue pipe. *Archives of Acoustics*, 40, 02 2015. [14](#)
- [30] M. Neal. *A study of the brass instrument lip reed mechanism using artificial lips and lattice Boltzmann flow simulations*. PhD thesis, The University of Edinburgh, 2002. [29](#), [32](#)
- [31] Yūkichi Nomura, Ichirō Yamamura, and Sakari Inawashiro. On the acoustic radiation from a flanged circular pipe. *Journal of the Physical Society of Japan*, 15(3):510–517, 1960. [2](#), [7](#)
- [32] M. C. A. M. Peters, A. Hirschberg, A. J. Reijnen, and A. P. J. Wijnands. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 256:499–534, 1993. [1](#), [7](#), [53](#)
- [33] M. C. A. M. Peters, A. Hirschberg, A. J. Reijnen, and A. P. J. Wijnands. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 256:499–534, 1993. [52](#)
- [34] Janine Peube. Etude experimentale du champ des vitesses a l’embouchure d’un tuyau sonore excite a de fortes amplitudes. *J. Phys. Colloques*, 40:C8–346–C8–352, 1979. [12](#)
- [35] Allan D. Pierce. Springer International Publishing, Cham, 2019. [6](#), [9](#)
- [36] A. Powell. Theory of vortex sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 36(1), 1964. [9](#), [10](#), [12](#)
- [37] M. Raffel, C.E. Willert, S. Wereley, and J. Kompenhans. *Particle Image Velocimetry. A Practical Guide*. Springer, 2 edition, 1998. [19](#)
- [38] van Oudheusden B. W. Scarano F. Ragni, D. 3d pressure imaging of an aircraft propeller blade-tip flow by phase-locked stereoscopic piv. *Experiments in Fluids*, 52:463–477, 2012. [19](#)
- [39] P. G. Saffman. *Vortex Dynamics*. Cambridge Monographs on Mechanics. Cambridge University Press, 1993. [44](#)
- [40] E. M. Salomons, Walter J. A. Lohman, and Han Zhou. Simulation of sound waves using the lattice boltzmann method for fluid flow: Benchmark cases for outdoor sound propagation. *PLOS ONE*, 11(1):1–19, 01 2016. [23](#)
- [41] D. Skulina. *A Study of Non-linear Acoustic Flows at the Open End of a Tube using Particle Image Velocimetry*. PhD thesis, The University of Edinburgh, 2005. [14](#), [16](#), [39](#), [65](#)
-

- [42] S. Succi. *The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond*. Numerical Mathematics and Scientific Computation. Clarendon Press, 2001. [23](#), [25](#), [26](#)
- [43] K. Takahashi, S. Iwagami, T. Kobayashi, and T. Takami. Theoretical estimation of the acoustic energy generation and absorption caused by jet oscillation. *Journal of the Physical Society of Japan*, 85(4):044402, 2016. [2](#)
- [44] Jean Tartarin. *Contribution a' l'acoustique non-line 'aire des tuyaux ouverts (Non-linear acoustics at open tubes)*. PhD thesis, Universite' dePoitiers, France, 1973. [12](#)
- [45] M. Tsutahara. The finite-difference lattice boltzmann method and its application in computational aero-acoustics. *Fluid Dynamics Research*, 44(4):045507, 2012. [23](#)
- [46] E. M. Viggen. Acoustic equations of state for simple lattice boltzmann velocity sets. 30:013310, 07 2014. [23](#)
- [47] Erlend Magnus Viggen. The lattice boltzmann method: Fundamentals and acoustics. 2014. [27](#)
- [48] Stefan Weyna and Witold Mickiewicz. Phase-locked particle image velocimetry visualization of the sound field at the outlet of a circular tube. *Acta Physica Polonica A*, 125:A–108, 04 2014. [14](#)
- [49] S. Yoshikawa, H. Tashiro, and Y. Sakamoto. Experimental examination of vortex-sound generation in an organ pipe: A proposal of jet vortex-layer formation model. *Journal of Sound and Vibration*, 331(11):2558–2577, 2012. [2](#), [14](#)

Capítulo 7

Apéndice Resultados extendidos experimentales

7.1. SPL de 113dB con $R_\delta = 0.9$

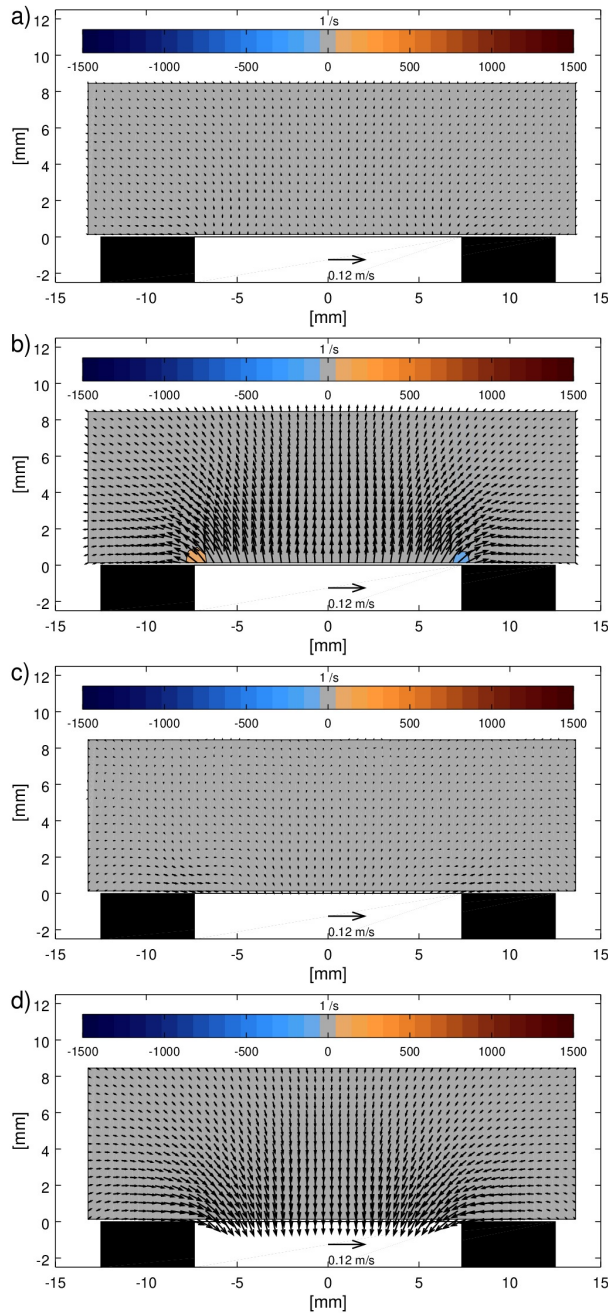


A este valor de R_δ el comportamiento es lineal, teniendo que el campo de velocidades no varía de dirección $\vec{u}_{ac}(t, \vec{x}) \times \vec{u}_{ac}(t + \Delta t, \vec{x}) = 0$.

Si bien este comportamiento en la figura 7.1 es bien conocido para las condiciones lineales es fundamental recordarlo para observar el comportamiento para las siguientes amplitudes.

Figura 7.1: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 113dB de forzamiento y un $R_\delta = 0.9$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

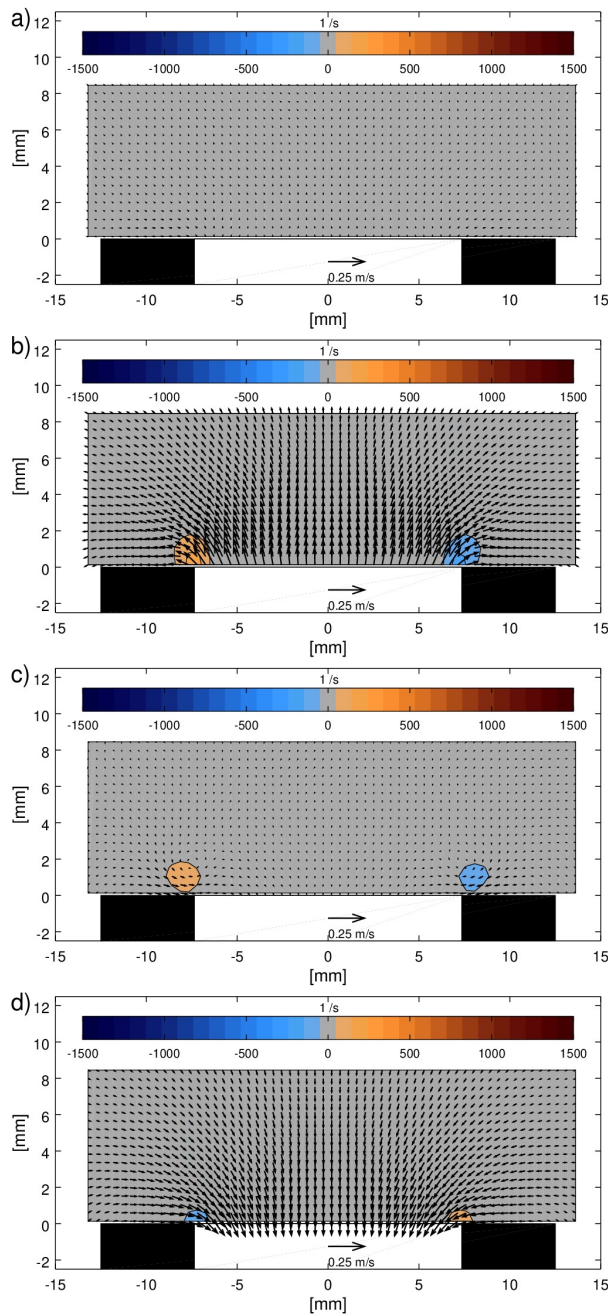
7.2. SPL de 125dB con $R_\delta = 4.2$



El flujo en la figura 7.2 deja de ser simétrico senoidal y tenemos concentración de vorticidad en el borde interior del ducto sólo durante la fase de expulsión. A fines prácticos no es posible discernir un comportamiento no lineal.

Figura 7.2: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 125dB de forzamiento y un $R_\delta = 4.2$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.3. SPL de 131dB con $R_\delta = 8.3$



Al seguir aumentando la amplitud del forzamiento se observa la formación de un vórtice en la eyección del flujo, ver figura 7.3-c).

La vorticidad alternante durante la eyección de aire en la figura 7.3-d) sugiere que estas vorticidades se deben a un efecto cortante del flujo.

Figura 7.3: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 131dB de forzamiento y un $R_\delta = 8.3$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.4. SPL de 136dB con $R_\delta = 13.7$

El aumento de la amplitud remarca el comportamiento descrito anteriormente viendo la persistencia del vórtice antes del flujo de entrada y su desaparición en ella.

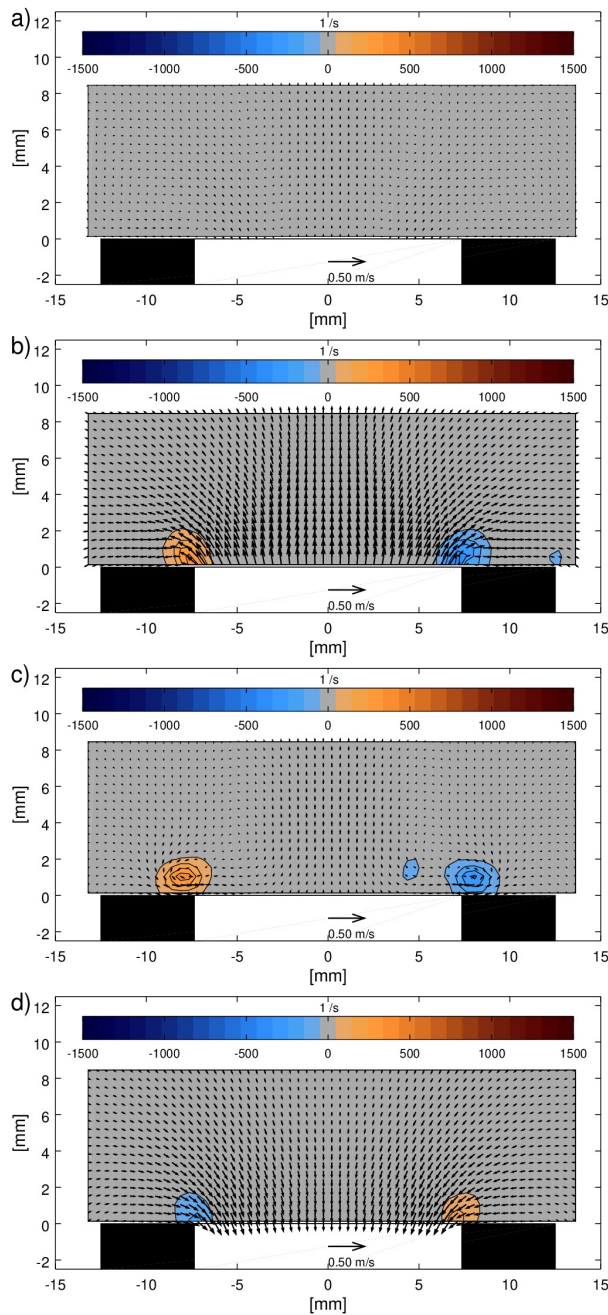
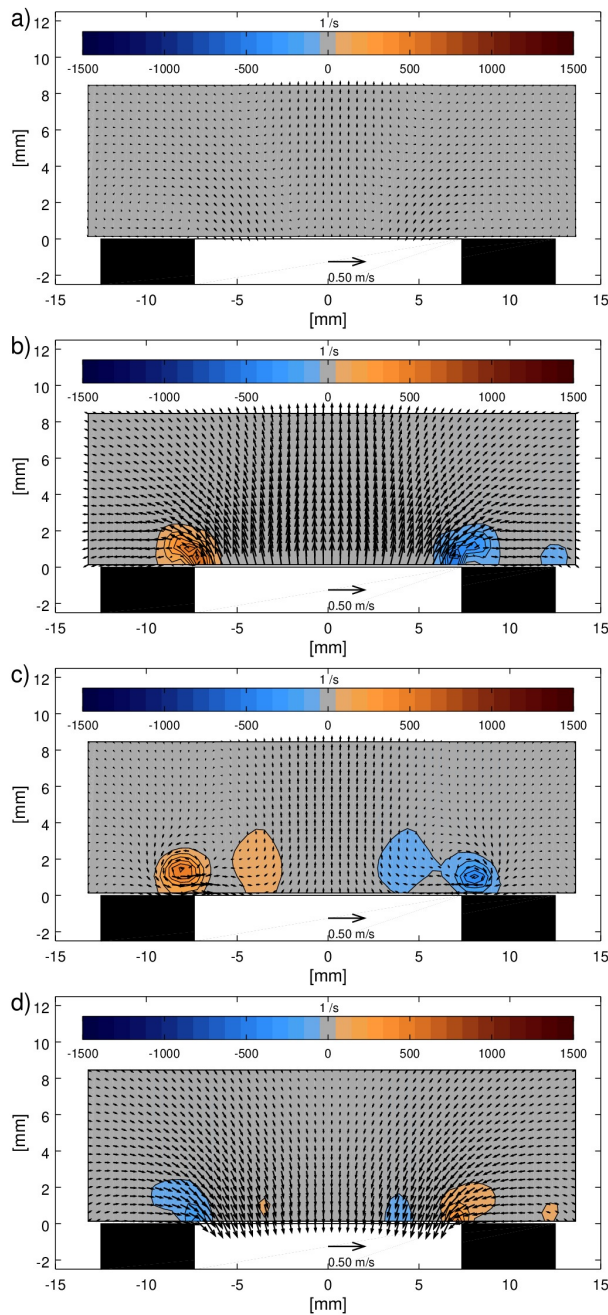


Figura 7.4: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 136dB de forzamiento y un $R_\delta = 13.7$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.5. SPL de 138dB con $R_\delta = 17.4$ 

Con el aumento de la amplitud de forzamiento, es completamente aparente la formación del vórtice y que por suposición de simetría axial de los resultados estereoscópicos este es una anillo vorticoide, el cual esta y permanece en la superficie exterior del ducto.

Figura 7.5: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 138dB de forzamiento y un $R_\delta = 17.4$ a las fases de a) 0.0T, b) 0.3T, c) 0.5T y d) 0.7T donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.6. SPL de 140dB con $R_\delta = 20.2$

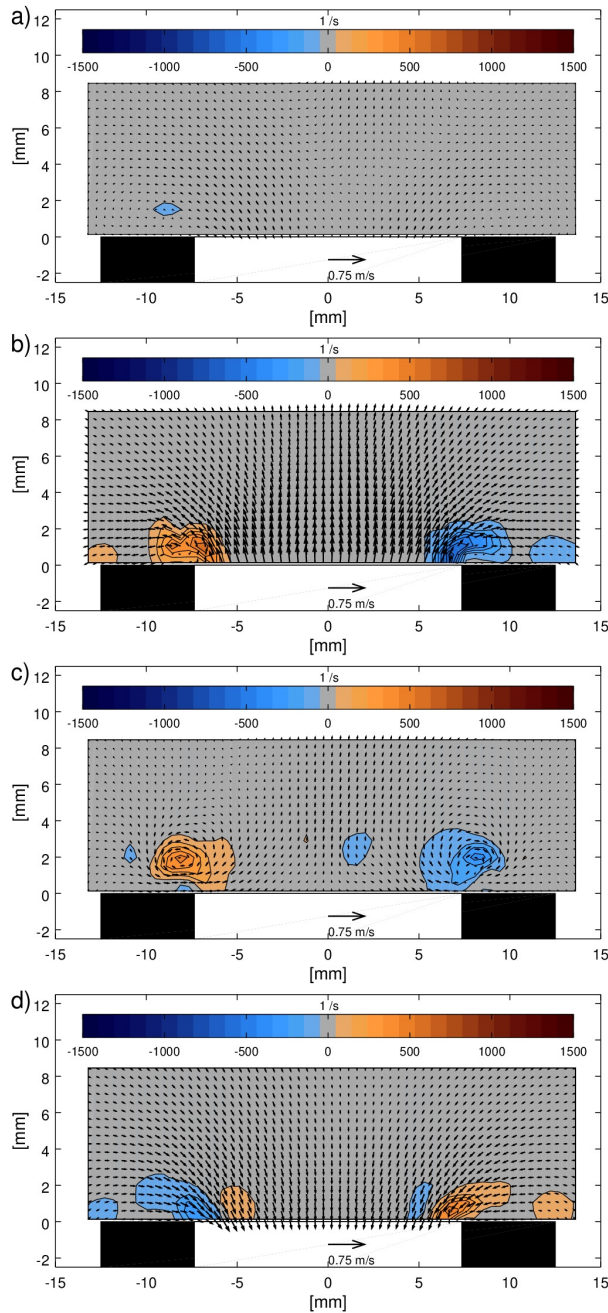
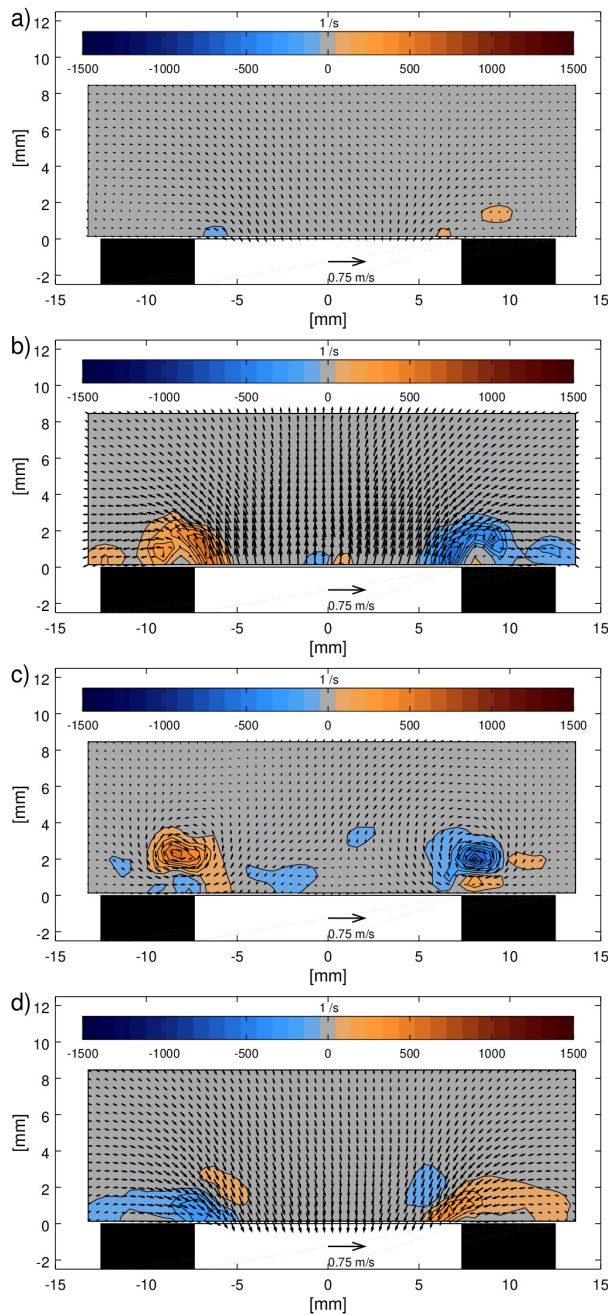


Figura 7.6: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 140dB de forzamiento y un $R_\delta = 20.2$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

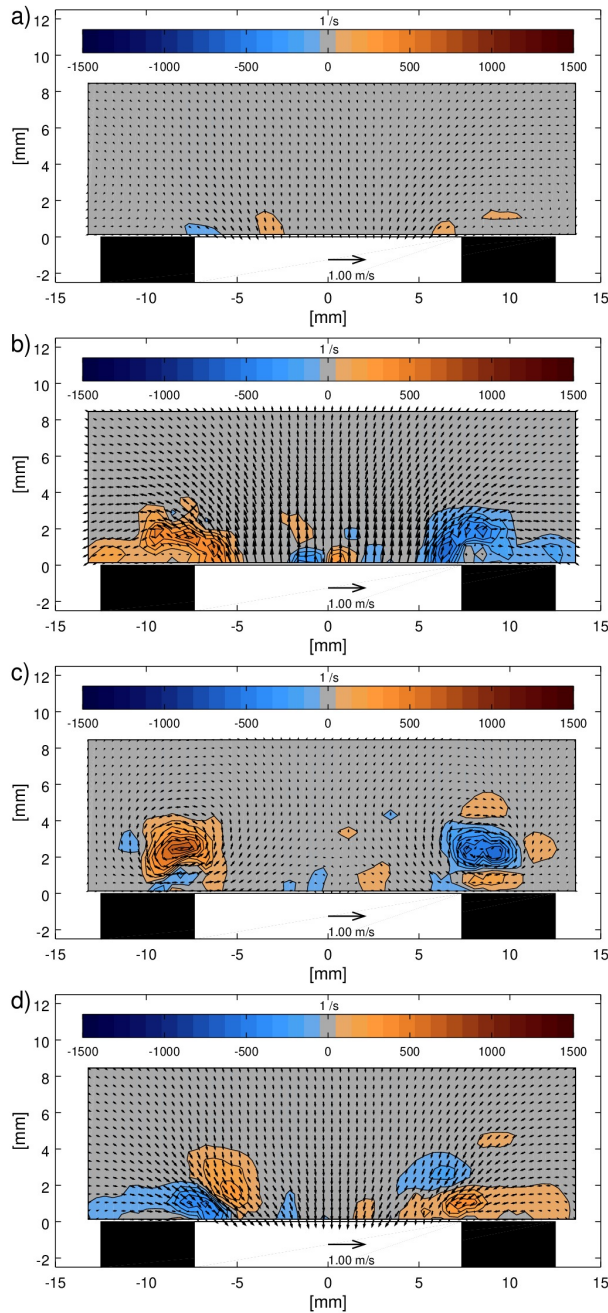
A esta amplitud de forzamiento es posible observar en la figura 7.6-d) la persistencia de la vorticidad y que esta es desplazada hacia el interior de ducto, tal como muestran Buick *et al.*[10] a 160dB y Skulina[41] con un $R_\delta = 17.8$ equivalente a este estudio.

Si bien la vorticidad no es la misma, podemos pensar que aunque haya la formación de un anillo vorticoide la interacción de este con una pared cercana y la falta de tiempo adveccarse hacen que el anillo al sentir la succión del ducto el anillo se encoja y cuasi-engulla el ducto.

7.7. SPL de 141dB con $R_\delta = 23.1$ 

Se puede apreciar en la figura 7.7-d que el anillo vorticoide formado en la salida persiste. Se puede observar que este permanece a la misma distancia del ras del ducto.

Figura 7.7: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 141dB de forzamiento y un $R_\delta = 23.1$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.8. SPL de 142dB con $R_\delta = 25.6$ 

A esta amplitud, en la figura 7.8, se sigue observando el comportamiento anterior. Si se observa con mayor atención en la dirección del campo de velocidades con la superficie normal del orificio del ducto se notara que la velocidad cerca del borde es cada vez más perpendicular. Es decir que en el flujo de succión aumenta la cantidad del flujo en forma perpendicular al eje que sobre el eje.

Figura 7.8: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 142dB de forzamiento y un $R_\delta = 25.6$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.9. SPL de 143dB con $R_\delta = 28.5$

A partir de esta magnitud. Podemos observar que el vórtice subsiste afuera del ducto a lo largo de un periodo.

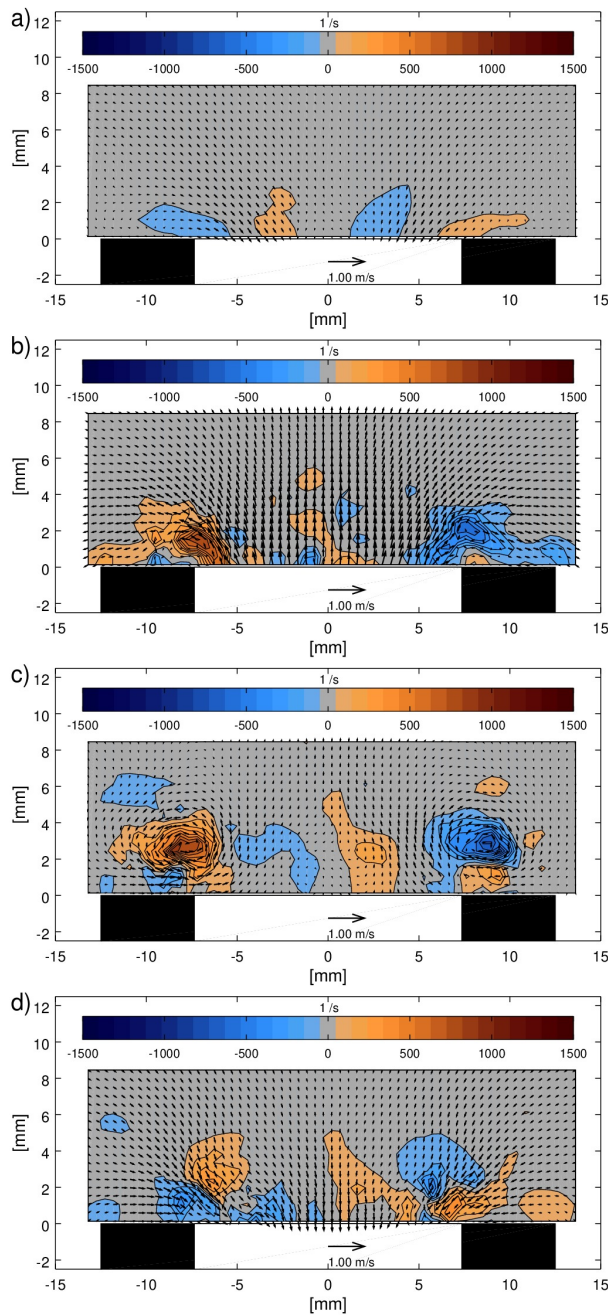


Figura 7.9: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 143dB de forzamiento y un $R_\delta = 28.5$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

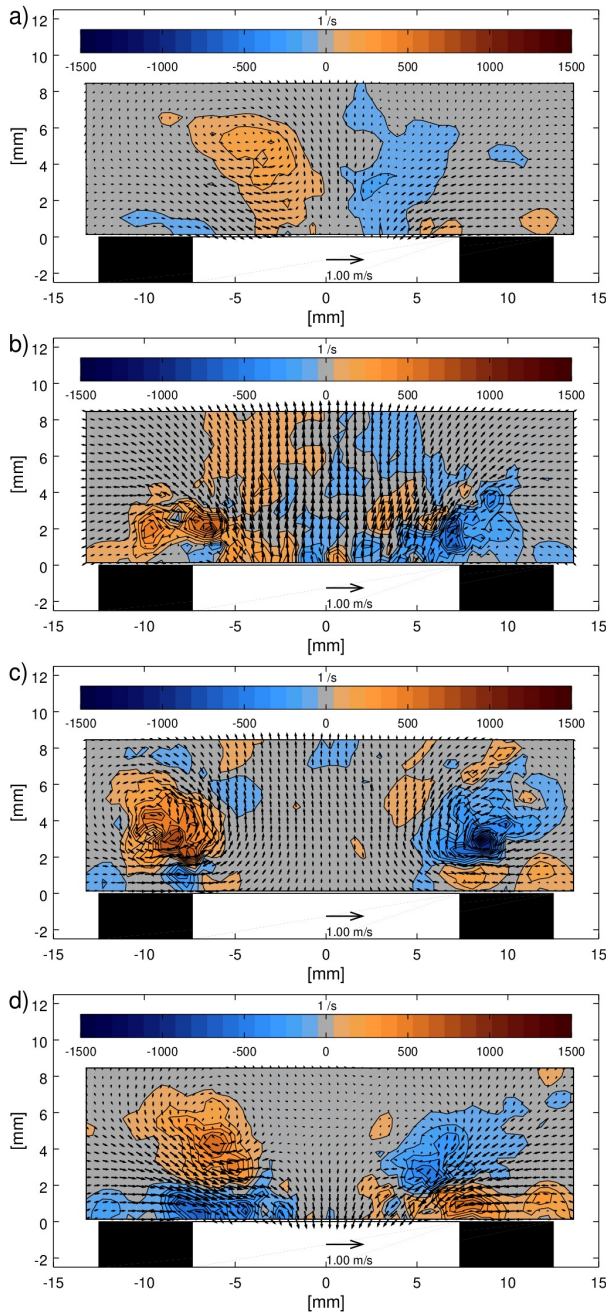
7.10. SPL de 144dB con $R_\delta = 31.3$ 

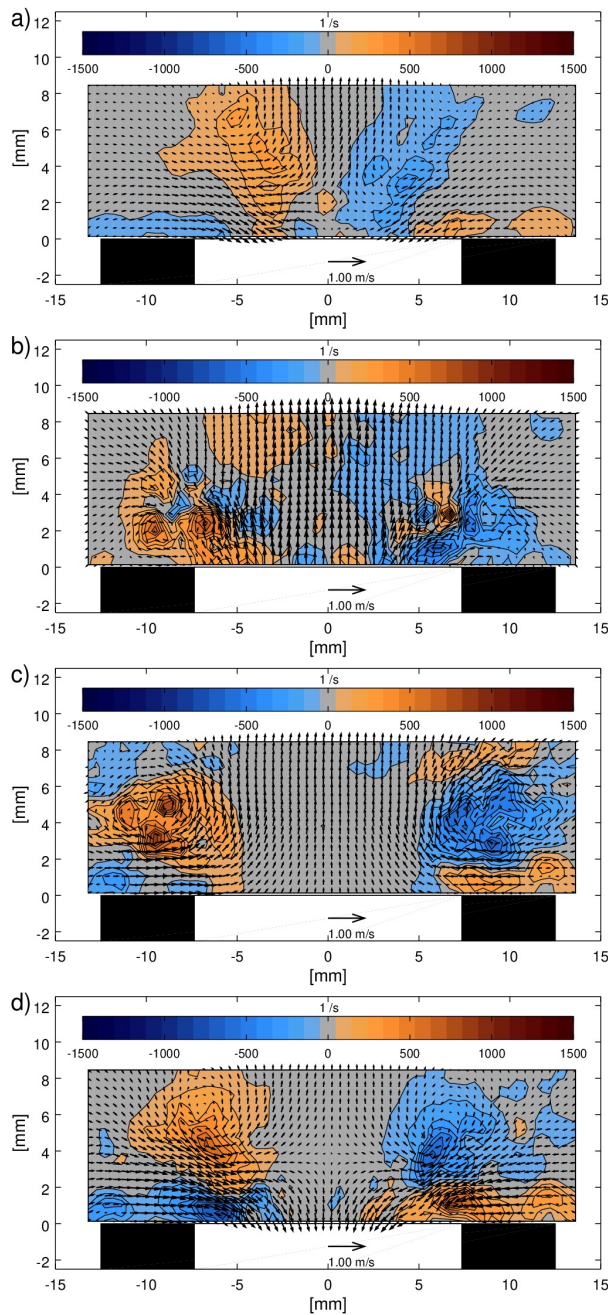
Figura 7.10: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 144dB de forzamiento y un $R_\delta = 31.3$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

Con la persistencia de este vórtice y tomando a este como referente se puede observar que empieza a haber un cambio de comportamiento del flujo a lo largo del periodo.

Primero, en la figura 7.10, se puede observar en a) el vórtice y que en b) el vórtice es empujada en la fase de eyección, fotográficamente tendremos la formación de un vórtice que luego va a ser empujada, pero esta no se traslada por un mecanismo propio. Formando así a lo largo del eje del ducto un bombeo del flujo a lo largo de un periodo. Dando un flujo neto, estas formaciones de flujos son conocidas como *acoustic streaming* y su tratamiento no será tratado en este trabajo pero se sugiere leer a Lighthill[27].

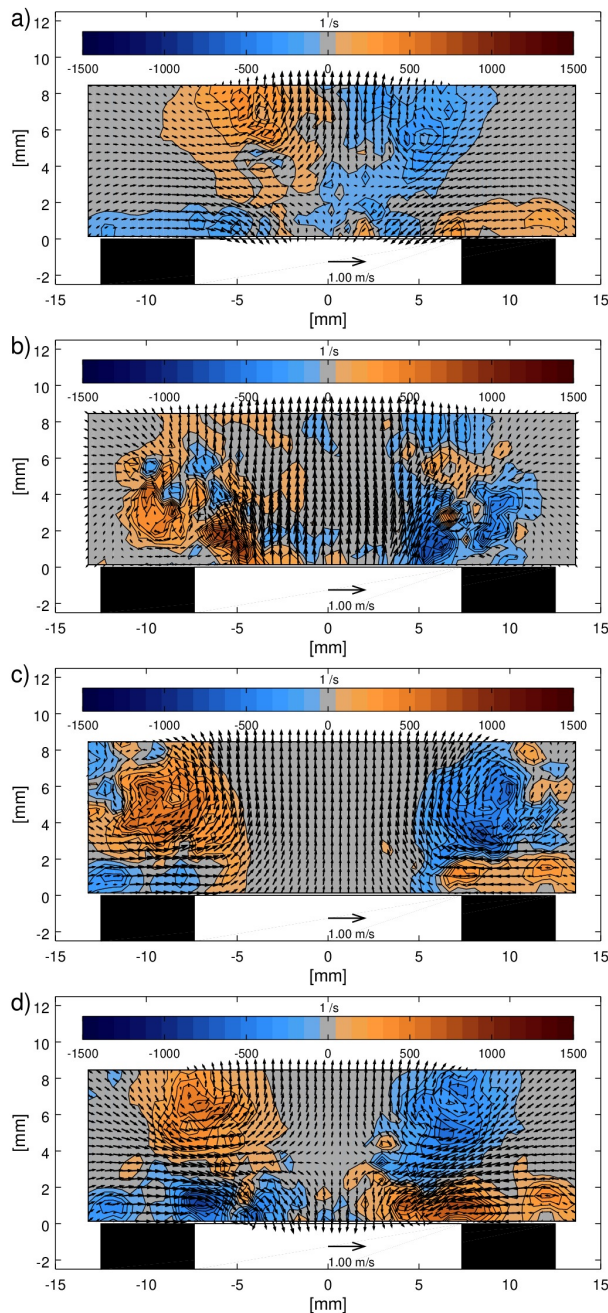
En c) un campo neto en dirección a lo largo del eje del ducto y en d) que el campo de velocidades por encima del ducto no va en dirección hacia dentro del ducto. De hecho se puede superponer una línea separatriz del flujo al rededor 4mm arriba del eje ducto y observar como el flujo tiene a tener un perfil hiperbólico el cual está constreñido por el anillo vorticoide.

Lo cual indicaría, suponiendo una superposición de campos de velocidades, que hay una competencia entre la advección natural que se tendría con un anillo vorticoide y el campo de succión del ducto, explicando la no simetría en la entrada y salida del flujo en la terminal del ducto.

7.11. SPL de 145dB con $R_\delta = 35.5$ 

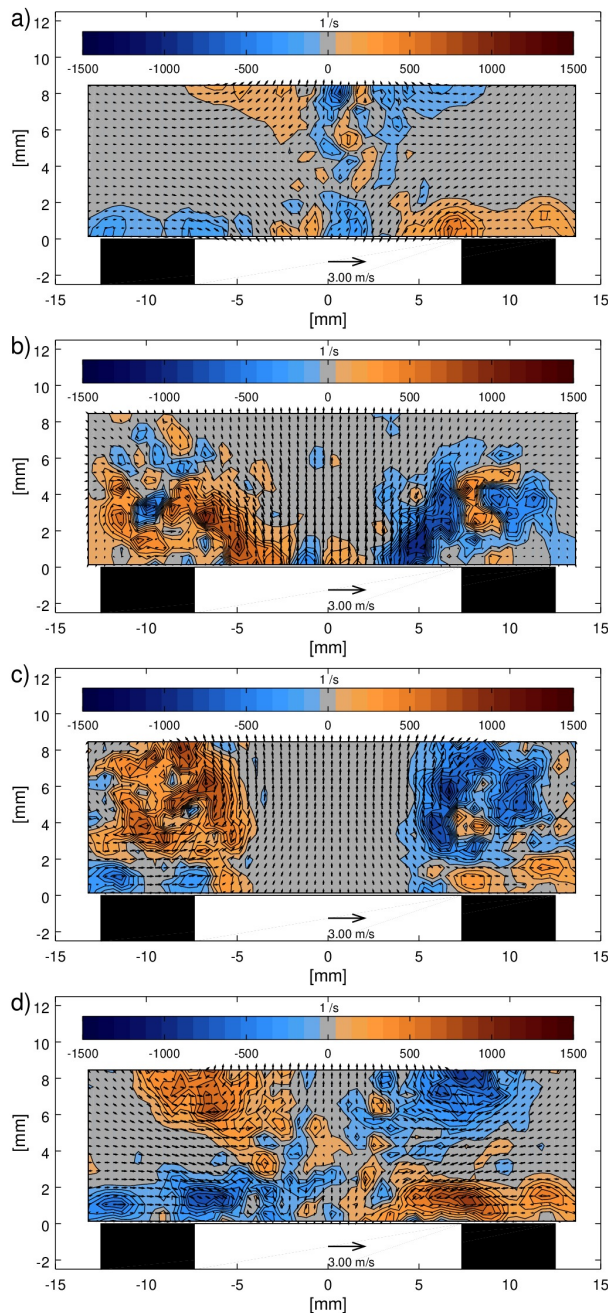
Esta competencia entre de flujos de anillos vorticopodes y flujo oscilante se sigue viendo reflejada para esta magnitud de Reynolds $R_\delta = 35.5$, ver figura 7.11. En la figura a) se observa que ya hay un flujo neto de advección del vórtice y que alrededor de 6mm por encima del ducto el flujo siempre va a lo largo del eje, es decir, si bien hay un bombeo del flujo hay un flujo neto constante a lo largo del eje.

Figura 7.11: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 145dB de forzamiento y un $R_\delta = 35.5$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.12. SPL de 146dB con $R_\delta = 40.2$ 

El comportamiento anterior se observa mas claramente a lo largo del ciclo 7.12. Con el flujo neto constante por arriba de 6mm , un perfil de velocidades hiperbólicas respecto al eje durando la fase succión. Lo que cabe resaltar es que el radio del anillo vorticoide no se reduce tanto como se observa en la amplitud de $R_\delta = 35.5$.

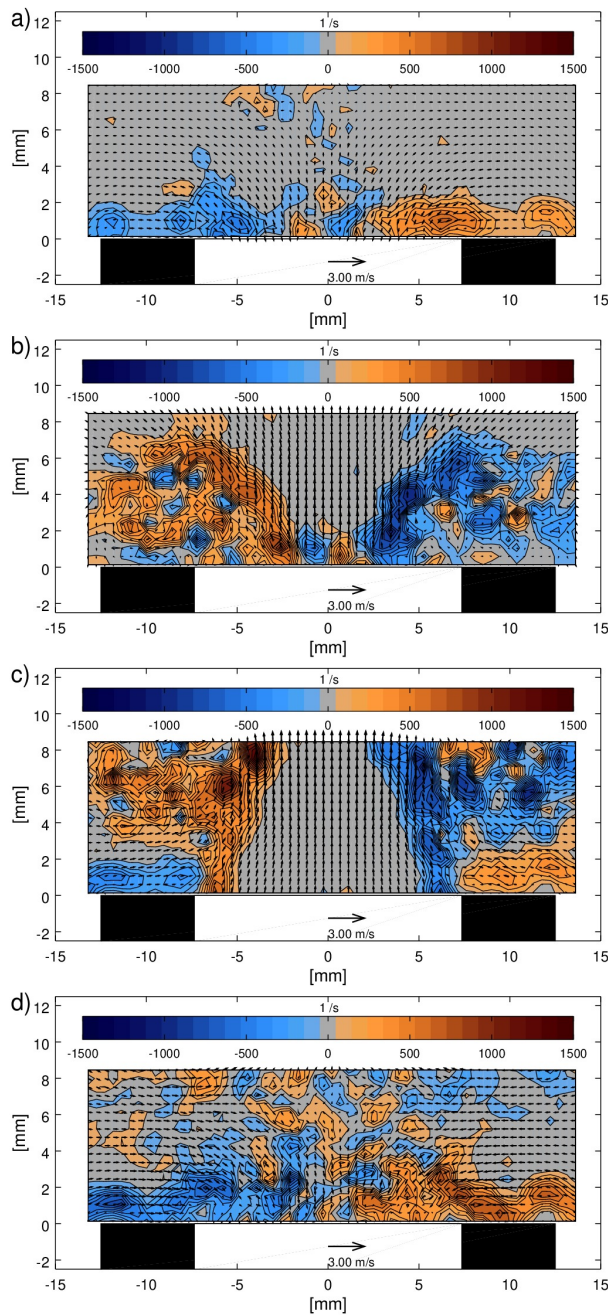
Figura 7.12: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 146dB de forzamiento y un $R_\delta = 40.2$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.13. SPL de 148dB con $R_\delta = 46.1$ 

A partir de esta amplitud se empezó a tener dificultades en mantener el perfil senoidal del forzamiento acústico. Por un sobrecalentamiento de la bocina para la respuesta acústica a esta frecuencia.

Respecto al campo de velocidades, se observa mantienen las observaciones anteriores y se observa que se mantiene el radio del anillo vorticoide.

Figura 7.13: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 148dB de forzamiento y un $R_\delta = 46.1$ a las fases de a) $0.0T$, b) $0.3T$, c) $0.5T$ y d) $0.7T$ donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

7.14. SPL de 150dB con $R_\delta = 44.5$ 

Para esta magnitud de forzamiento a 150dB fue la máxima capacidad de captura de imágenes para realizar PIV. Teniendo aplicar filtros de velocidad a más de 40% del campo. Un aumento de la turbulencia obteniendo datos espurios en la fase de succión. Obteniendo un R_δ menor que el forzamiento anterior.

Figura 7.14: Campo de velocidades en la terminal del ducto en respuesta a 150dB de forzamiento y un $R_\delta = 44.5$ a las fases de a) 0.0T, b) 0.3T, c) 0.5T y d) 0.7T donde T es el periodo de senoidal de forzamiento.

Capítulo 8

Apéndice Código

8.1. Código en el CPU

```
1 ////////////////////////////////////////////////////////////////////
2 // Solucion a la ecuacion de Lattice-Boltzmann 3D (d3q19)
3 // Carlos Malaga Igui iz
4 // Leon Martinez del Rio
5 // Facultad de Ciencias UNAM (**/**/2016)
6 ////////////////////////////////////////////////////////////////////
7
8 // bibliotecas de uso
9 #include <stdlib.h>
10 #include <stdio.h>
11 #include <string.h>
12 #include <math.h>
13 // #include <time.h>
14
15
16 // Parametros de la simulacion
17 int paso = 1;
18 int PASO = 0;
19 int parar=0;
20
21 // arrays en host //
22 double *f, *f_old, *face;
23 int *solid, *nodo, *cx, *cy, *cz;
24 double *Velocidad_x, *Velocidad_y, *Velocidad_z;
25 double *tubo;
26
```

```

27 // arrays en device //
28 double *f_data, *f_old_data, *face_data;
29 int *solid_data, *nodo_data, *cx_data, *cy_data, *cz_data;
30 double *tubo_data;
31
32
33 ////////////////////////////////////////////////////
34 //// constantes del LBM
35 ////////////////////////////////////////////////////
36
37 int N=19;          // numero de coordinacion
38 int ni=1058.41+135; // numero de nodos en x  ccadet 213  casa 135
39 //513.188 => 1/4lamda 1058.418126=>1/2lamda
40 int nj=135;       // numero de nodos en y
41 int nk=135;       // numero de nodos en z
42 int NT;          //Numero total de nodos
43
44 double roout = 36.f;//0.0078125f;    // densidad inicial
45 double tau = 0.54f;    // tiempo de relajacion0.5002102f
46 // pesos utilizados en f's de equilibrio:
47 double faceq1 = 3.f;
48 double faceq2 = 18.f;
49 double faceq3 = 36.f;
50 double pi = acosf(-1.0f);
51 double delta_roi;
52 double vel_c = 1.f/sqrt(3.f); /// velocidad del sonido en el metodo num rico
53 int T = 8200;    ///6380    /// por Womersley T=600; normal T = 4150;
54 double TT = 8200.f;
55
56 ////////////////////////////////////////////////////
57 //// constantes del fisicas
58 ////////////////////////////////////////////////////
59
60 double diametro_fisico = 0.016f;
61 double viscosidad_cinematica = 0.0000148f; /// viscosidad cinematica fisica
62 double c_sound=343.f;
63 double frecuencia=380.f;
64 ////////////////////////////////////////////////////
65 ////////////////////////////////////////////////////GEOMETRIAS de la simulacion//////////////////////////////////////
66 ////////////////////////////////////////////////////
67

```



```

68 double R = 20.9206994f;          //20.9206994      //// por Womersley R=21.5;   Normal R =
    19.510315;
69 double H = 1058.418126f;        // 513.188 => 1/4lamda 1058.418126=>1/2lamda
70 double h = 0.0f/16.f*2*R;
71 double grosor= 4.5f/16.f*2*R;
72 int salto=floor(H)-80;
73
74 //////////////////////////////////////
75 ///////////////////////////////////Escalas numericas y fisicas////////////////////////////////////
76 //////////////////////////////////////
77 double nu = vel_c*vel_c*((2.f*tau)-1.f)/2.f;
78
79
80 //////////////////////////////////////
81 /// Pero tenemos que el rescalamiento en reynolds acustico
82 ///
83 /// Teniendo que el rescalamiento es
84 ///
85 double delta_x = diametro_fisico/ (2.f*R) ; //donde R es el radio en espacio de malla
86 /// delta_t = 1.f/Nt          ; //donde Nt es el numero de pasos de tiempo para que pase un
    segundo en la simulacion
87 ///
88 ///                          es decir
89 /// delta_t = (1/f)/T ; es el periodo fisico entre el numero de pasos de Boltzmann para
    que suceda el periodo y f la frecuencia simulada
90 double delta_t = 1.f/(frecuencia*TT);
91 /// donde tenemos que la velocidad del sonido que es constante en la simulacion
    intrinsecamente a boltzmann
92 /// C=c delta_x/delta_t
93 /// y
94 /// nu_fisica=nu_lbm (delta_x^2/delta_t)
95 ///
96 /// lo que significaria que la verdadera viscosidad de lo que simulo es
97
98 //double vxin= vel_c*0.005f*4.f;//*0.045f;
99
100 double vxin= vel_c/c_sound*34.21931f;// Propuesta de forzamiento
101
102 double viscosidad_cinematica_sim = nu * (diametro_fisico * diametro_fisico / (4*R*R) ) / (1.
    f/(380.f * TT)); /// viscosidad cinematica fisica
103 double reynolds_sim = vxin*2*R/nu;

```

```

104
105
106 /// Considerando que el reynolds no depende de la perturbaci n periodica
107 /// hay que escalar con la variaci n de presion que es proporcional a la variaci n de
    densidad
108 double Ua_fisica_sim = reynolds_sim * viscosidad_cinematica_sim / diametro_fisico;///
    Reynolds*viscosidad cinematica/diametro //velocidad c=lf si
109
110 double Mach = vxin/vel_c; // en el metodo numerico
111 double Mach_sim = Ua_fisica_sim /c_sound;
112
113 double f_fisica_sim = 1.f/( (vel_c/c_sound) * (diametro_fisico / (2.f*R)) * T );
114
115 double Womersley_fisico = diametro_fisico*sqrt(2.f*pi*frecuencia/viscosidad_cinematica);
116 double Womersley = 2*R*sqrt(2.f*pi/(nu*TT));
117
118 double delta_s_fisica = sqrt(viscosidad_cinematica_sim/(pi*frecuencia)) ;
119 double delta_s = sqrt(nu/(pi/TT));
120
121 double reynolds_stokes_sim = vxin*delta_s/nu;
122
123 double Ua_stokes = reynolds_stokes_sim/delta_s_fisica*viscosidad_cinematica_sim;
124
125
126
127 //////////////////////////////////////
128 //////////////////////////////////////
129 //////////////////////////////////////
130 int na=50;
131 int imp_extra=floor(H)- na ; //// cotaminima desde donde imprimir datos
132 int lugar=3; //1== ccadet, 2 == Computadoras de Carlos, 3 == casa tester
133
134
135
136
137
138 extern "C" void LB_step(int N, int ni, int nj, int nk, int NT, double tau, double *f_data,
    double *f_old_data,
139     int *solid_data, int *nodo_data, int *cx_data,
140     int *cy_data, int *cz_data, double *face_data, double roout, double *tubo_data);
141

```

```

142 extern "C" void BCs(int N, int ni, int nj, int nk, int NT, double roout, double delta_ro1,
    double *f_data, double *f_old_data,
143     int *solid_data, int *nodo_data, double pi, int paso, int *cx_data, int *cy_data, int *
    cz_data,
144     double *face_data, double tau, double T, double *tubo_data);
145
146 double radio(int i, int j, int k);
147
148 void imprimir(void);
149 void imprimir_vorticidad(void);
150
151 ///////////////////////////////////////////////////////////////////
152 //Funci n del radio del chaflan////
153 ///////////////////////////////////////////////////////////////////
154
155 double radio(int i, int o){
156     double r;
157     if (o==1){
158         if (i<=H-h){
159             r = R;
160         }
161         if (i>H-h && i<=H){
162             r = R + (h - sqrt( h*h - (i-H+h)*(i-H+h) ) ) ;
163         }
164     }
165
166     if (o==2){
167         if (i<=H-h){
168             r = R+ grosor;
169         }
170         if (i>H-h && i<=H){
171             r = R + (h - sqrt( h*h - (i-H+h)*(i-H+h) ) ) + grosor;
172         }
173     }
174     return r;
175 }
176
177 void imprimir(int exp)
178 {
179     int i, j, k, m, i3d, i3d2; //Contadores
180     double vx, vy, vz, ro, p; //Variables macroscopicas

```

```
181 double fnow[19];          //distribuci n local
182 FILE *fp;
183 char nombre[30];
184
185 int mm;                   //orientador
186 double div, ddiv, vole;
187
188 vole=3.f/13.f;
189 double normalx[26], normaly[26], normalz[26];
190
191 normalx[0]=1;   normalx[1]=0;   normalx[2]=-1;
192 normaly[0]=0;   normaly[1]=1;   normaly[2]=0;
193 normalz[0]=0;   normalz[1]=0;   normalz[2]=0;
194
195 normalx[3]=0;   normalx[4]=0;   normalx[5]=0;
196 normaly[3]=-1;  normaly[4]=0;   normaly[5]=0;
197 normalz[3]=0;   normalz[4]=-1;  normalz[5]=1;
198
199 normalx[6]=1;   normalx[7]=0;   normalx[8]=-1;
200 normaly[6]=1;   normaly[7]=1;   normaly[8]=1;
201 normalz[6]=0;   normalz[7]=-1;  normalz[8]=0;
202
203 normalx[9]=0;   normalx[10]=1;  normalx[11]=0;
204 normaly[9]=1;   normaly[10]=-1; normaly[11]=-1;
205 normalz[9]=1;   normalz[10]=0;  normalz[11]=-1;
206
207 normalx[12]=-1; normalx[13]=0;  normalx[14]=1;
208 normaly[12]=-1; normaly[13]=-1; normaly[14]=0;
209 normalz[12]=0;  normalz[13]=1;  normalz[14]=1;
210
211 normalx[15]=1;  normalx[16]=-1; normalx[17]=-1;
212 normaly[15]=0;  normaly[16]=0;  normaly[17]=0;
213 normalz[15]=-1; normalz[16]=-1; normalz[17]=1;
214
215
216 normalx[18]=1;  normalx[19]=1;  normalx[20]=1;
217 normaly[18]=1;  normaly[19]=-1; normaly[20]=1;
218 normalz[18]=1;  normalz[19]=1;  normalz[20]=-1;
219
220 normalx[21]=1;  normalx[22]=-1; normalx[23]=-1;
221 normaly[21]=-1; normaly[22]=1;  normaly[23]=-1;
```

```

222  normalz [21]=-1; normalz [22]=1;  normalz [23]=1;
223
224  normalx [24]=-1; normalx [25]=-1;
225  normaly [24]=1;  normaly [25]=-1;
226  normalz [24]=-1; normalz [25]=-1;
227
228
229  if (lugar==1){
230      const char *palabra = "/mnt/mHDD3/leon/r0/exp_";//// CCADET
231      sprintf(nombre, "%s%d/Datos_%d.vtk", palabra, exp, PASO); /// CCADET
232  }
233  if (lugar==2){
234      sprintf(nombre, "Datos_%d.vtk", PASO);//// CON Carlos Computadora CCC
235  }
236  if (lugar==3){
237      const char *palabra = "/mnt/resultados/rp/exp_";
238      sprintf(nombre, "%s%d/Datos_%d.vtk", palabra, exp, PASO); /// casa tester
239  }
240
241
242  printf("%s\n", nombre);
243
244  // hacemos la transferencia de datos al CPU:
245  //      cudaMemcpy((void *)f, (void *)f_data, N*NT*sizeof(double), cudaMemcpyDeviceToHost);
246  //      cudaMemcpy((void *)solid, (void *)solid_data, nj*ni*nk*sizeof(int),
          cudaMemcpyDeviceToHost);
247
248  // abrimos archivo de datos para guardar los macros:
249  fp = fopen ( nombre, "w+" );
250
251  fprintf(fp, "# vtk DataFile Version 2.0\n");
252
253  fprintf(fp, "Sample rectilinear grid\n");
254
255  fprintf(fp, "ASCII\n");
256
257  fprintf(fp, "DATASET RECTILINEAR_GRID\n");
258
259  fprintf(fp, "DIMENSIONS %d %d %d\n", (int)ceil((nj+na)/2.f), (int)ceil(nj/2.f), (int)ceil(
          nk/2.f));// (int)ceil(ni/2) ni, nj, nk
260

```

```

261 fprintf(fp, "X_COORDINATES %d double\n", (int)ceil((nj+na)/2.f));
262
263 for (i=imp_extra+1;i<ni+1;i=i+2){
264     fprintf(fp, "%d ", i);
265 }
266 fprintf(fp, "\n");
267
268 fprintf(fp, "Y_COORDINATES %d double\n", (int)ceil(nj/2.f));
269
270 for (j=1;j<nj+1;j=j+2){
271     fprintf(fp, "%d ", j);
272 }
273 fprintf(fp, "\n");
274
275 fprintf(fp, "Z_COORDINATES %d double\n", (int)ceil(nk/2.f));
276
277 for (k=1;k<nk+1;k=k+2){
278     fprintf(fp, "%d ", k);
279 }
280 fprintf(fp, "\n");
281
282 fprintf(fp, "POINT_DATA %d\n", (int)(ceil((nj+na)/2.f)*(ceil(nj/2.f))*(ceil(nk/2.f)) ));
283
284
285 for (k=0;k<nk;++k){
286     for (j=0;j<nj;++j){
287         for (i=imp_extra-1;i<ni;++i){
288             i3d = i + ni*j + ni*nj*k;
289
290             if (solid[i3d]==1){
291                 for (m=0; m<N; m++){
292                     i3d2 = nodo[i3d] +NT*m;
293                     fnow[m] = f[i3d2];
294                 }
295
296                 ro = fnow[0] + fnow[1] + fnow[2] + fnow[3] + fnow[4] + fnow[5] + fnow[6]
297                     + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10] + fnow[11] + fnow[12]
298                     + fnow[13] + fnow[14] + fnow[15] + fnow[16] + fnow[17] + fnow[18];
299                 vx = (fnow[1] + fnow[7] + fnow[16] + fnow[11] + fnow[15]
300                     - (fnow[3] + fnow[9] + fnow[17] + fnow[13] + fnow[18])) / ro;
301                 vy = (fnow[2] + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10]

```

```
302     - (fnow[4] + fnow[11] + fnow[12] + fnow[13] + fnow[14])) / ro;
303     vz = (fnow[6] + fnow[10] + fnow[15] + fnow[14] + fnow[18]
304     - (fnow[5] + fnow[8] + fnow[16] + fnow[12] + fnow[17])) / ro;
305
306     }
307
308     else {
309         vx=0; vy=0; vz=0;
310     }
311     Velocidad_x[i3d]=vx/delta_t;
312     Velocidad_y[i3d]=vy/delta_t;
313     Velocidad_z[i3d]=vz/delta_t;
314 }
315 }
316 }
317
318
319 fprintf(fp, "VECTORS vector double\n");
320
321 for (k=0;k<nk;k=k+2){
322     for (j=0;j<nj;j=j+2){
323         for (i=imp_extra;i<ni;i=i+2){
324             i3d = i + ni*j + ni*nj*k;
325             vx=Velocidad_x[i3d];
326             vy=Velocidad_y[i3d];
327             vz=Velocidad_z[i3d];
328
329             if (isnan(vx) || isnan(vy) || isnan(vz)){
330                 parar=1;
331             }
332
333             fprintf(fp, "%e %e %e\n",vx*delta_x,vy*delta_x,vz*delta_x);
334         }
335     }
336 }
337
338 fprintf(fp, "VECTORS solid double\n");
339 for (k=0;k<nk;k=k+2){
340     for (j=0;j<nj;j=j+2){
341         for (i=imp_extra;i<ni;i=i+2){
342             i3d = i + ni*j + ni*nj*k;
```

```

343
344     if (solid[i3d]==1){
345         for (m=0; m<N; m++){
346             i3d2 = nodo[i3d] +NT*m;
347             fnow[m] = f[i3d2];
348         }
349
350         ro = fnow[0] + fnow[1] + fnow[2] + fnow[3] + fnow[4] + fnow[5] + fnow[6]
351             + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10] + fnow[11] + fnow[12]
352             + fnow[13] + fnow[14] + fnow[15] + fnow[16] + fnow[17] + fnow[18];
353     }
354
355     else {
356         ro=roout;
357     }
358     mm=0;
359     div=0.f;
360     ddiv=0.f;
361     for (m=0; m<26; m++){
362         i3d2= (i+normalx[m]) + ni*(j+normaly[m]) + ni*nj*(k+normalz[m]);
363         if (solid[i3d2]==0){
364             mm=1;
365         }
366     }
367     if (mm==0){
368         for (m=0; m<26; m++){
369             i3d2= (i+normalx[m]) + ni*(j+normaly[m]) + ni*nj*(k+normalz[m]);
370             if (m<6){
371                 ddiv=(Velocidad_x[i3d]+Velocidad_x[i3d2])/2.f*normalx[m]
372                     +(Velocidad_y[i3d]+Velocidad_y[i3d2])/2.f*normaly[m]
373                     +(Velocidad_z[i3d]+Velocidad_z[i3d2])/2.f*normalz[m];
374             }
375             if (m>5 && m<18){
376                 ddiv=1.f/sqrt(2.f)*(
377                     (( 1.f-1.f/ (2.f*sqrt(2.f) ) ))*Velocidad_x[i3d]
378                     +(1.f/ (2.f*sqrt(2.f) ))*Velocidad_x[i3d2])*normalx[m]
379                     +(( 1.f-1.f/ (2.f*sqrt(2.f) ) ))*Velocidad_y[i3d]
380                     +(1.f/ (2.f*sqrt(2.f) ))*Velocidad_y[i3d2])*normaly[m]
381                     +(( 1.f-1.f/ (2.f*sqrt(2.f) ) ))*Velocidad_z[i3d]
382                     +(1.f/ (2.f*sqrt(2.f) ))*Velocidad_z[i3d2])*normalz[m]);
383             }

```



```

384     if (m>17){
385         ddiv=1.f/sqrt(3.f)*(
386             (( 1.f-1.f/ (2.f*sqrt(3.f) ) ) *Velocidad_x[i3d]
387             +(1.f/ (2.f*sqrt(3.f) ) ) *Velocidad_x[i3d2]) *normalx[m]
388             +(( 1.f-1.f/ (2.f*sqrt(3.f) ) ) *Velocidad_y[i3d]
389             +(1.f/ (2.f*sqrt(3.f) ) ) *Velocidad_y[i3d2]) *normaly[m]
390             +(( 1.f-1.f/ (2.f*sqrt(3.f) ) ) *Velocidad_z[i3d]
391             +(1.f/ (2.f*sqrt(3.f) ) ) *Velocidad_z[i3d2]) *normalz[m]);
392     }
393     div=div+ ddiv;
394 }
395 div=div*vole;
396 }
397 else{
398     div=0.0f;
399 }
400 p=ro/roout;
401 fprintf(fp, "%d %e %e \n",solid[i3d],p,div);
402 }
403 }
404 }
405 fprintf(fp, "VECTORS VORTICIDAD double\n");
406 for (k=0;k<nk;k=k+2){
407     for (j=0;j<nj;j=j+2){
408         for (i=imp_extra;i<ni;i=i+2){
409             i3d = i + ni*j + ni*nj*k;
410             // Si estamos en fluido
411             if (solid[i3d]==1){
412                 // si estamos en frontera
413                 if (i==0 || i==ni-1 || j==0 || j==nj-1 || k==0 || k==nk-1){
414                     vx=0.f;vy=0.f;vz=0.f;
415                 }
416                 // dentro
417                 else{
418                     vx=( ( (Velocidad_z[i3d+ni+ni*nj]+2.f*Velocidad_z[i3d+ni]+Velocidad_z[i3d+ni-ni*
419 nj])
420                             -(Velocidad_z[i3d-ni+ni*nj]+2.f*Velocidad_z[i3d-ni]+Velocidad_z[i3d-ni-ni*nj
421 ])
422                             -( (Velocidad_y[i3d+ni+ni*nj]+2.f*Velocidad_y[i3d+ni*nj]+Velocidad_y[i3d-ni+
ni*nj])

```

```

421         -(Velocidad_y[i3d+ni-ni*nj]+2.f*Velocidad_y[i3d-ni*nj]+Velocidad_y[i3d-ni-ni
*nl])) )/8.f;
422         vy=( ( (Velocidad_x[i3d+1+ni*nj]+2.f*Velocidad_x[i3d+ni*nj]+Velocidad_x[i3d-1+ni
*nl])
423         -(Velocidad_x[i3d+1-ni*nj]+2.f*Velocidad_x[i3d-ni*nj]+Velocidad_x[i3d-1-ni*
nl]))
424         -( (Velocidad_z[i3d+1+ni*nj]+2.f*Velocidad_z[i3d+1]+Velocidad_z[i3d+1-ni*nj
])
425         -(Velocidad_z[i3d-1+ni*nj]+2.f*Velocidad_z[i3d-1]+Velocidad_z[i3d-1-ni*nj]))
)/8.f;
426         vz=( ( (Velocidad_y[i3d+1+ni]+2.f*Velocidad_y[i3d+1]+Velocidad_y[i3d+1-ni])
427         -(Velocidad_y[i3d-1+ni]+2.f*Velocidad_y[i3d-1]+Velocidad_y[i3d-1+ni]))
428         -( (Velocidad_x[i3d-1+ni]+2.f*Velocidad_x[i3d+ni]+Velocidad_x[i3d+1+ni])
429         -(Velocidad_x[i3d-1-ni]+2.f*Velocidad_x[i3d-ni]+Velocidad_x[i3d+1-ni])) )/8.
f;
430     }
431 }
432 else{
433     vx=0.f;vy=0.f;vz=0.f;
434 }
435 fprintf(fp, "%e %e %e\n",vx,vy,vz);
436 }
437 }
438 }
439 fclose ( fp );
440 }
441
442
443 ///////////////////////////////////////////////////////////////////
444 // Program main
445 ///////////////////////////////////////////////////////////////////
446
447 int main( int argc, char** argv)
448 {
449
450     printf("[Lattice Boltzmann 3D]\n");
451
452     nodo = (int *)malloc(ni*nj*nk*sizeof(int));          // nodo a operar en host
453     solid = (int *)malloc(ni*nj*nk*sizeof(int));        // solid flag host
454     cx = (int *)malloc(N * sizeof(int));                // vectores unitarios x host
455     cy = (int *)malloc(N * sizeof(int));                // vectores unitarios y host

```

```
456  cz = (int *)malloc(N * sizeof(int));           // vectores unitarios z host
457  face = (double *)malloc(N * sizeof(double));   // pesos host
458  tubo = (double *)malloc(5 * sizeof(double));   // datos del tubo
459
460
461  Velocidad_x = (double *)malloc(ni*nj*nk*sizeof(double)); // f_old host
462  Velocidad_y = (double *)malloc(ni*nj*nk*sizeof(double)); // f_old host
463  Velocidad_z = (double *)malloc(ni*nj*nk*sizeof(double)); // f_old host
464
465
466  // allocate memory in device (global):
467
468  cudaMalloc((void **)&nodo_data, sizeof(int)*ni*nj*nk); // nodo a operar en device
469  cudaMalloc((void **)&solid_data, sizeof(int)*ni*nj*nk); // solid flag device
470  cudaMalloc((void **)&cx_data, N*sizeof(int));           // vectores unitarios x device
471  cudaMalloc((void **)&cy_data, N*sizeof(int));           // vectores unitarios y device
472  cudaMalloc((void **)&cz_data, N*sizeof(int));           // vectores unitarios z device
473  cudaMalloc((void **)&face_data, N*sizeof(double));      // pesos device
474  cudaMalloc((void **)&tubo_data, 5*sizeof(double));      // Tubo device
475
476  int i, j, k, l, m, a, b, c, i3d, i3d2, exp;
477
478  double fprueba, feq;
479  // clock_t tic, toc;   tic = clock();
480  FILE *fpp;
481  double VX,VY,VZ,R0;
482  double FNOW[19];
483  // tic = clock();
484
485  // definicion de los vectores unitarios
486  cx[0] = 0;
487  cy[0] = 0;
488  cz[0] = 0;
489
490  cx[1] = 1;
491  cy[1] = 0;
492  cz[1] = 0;
493
494  cx[2] = 0;
495  cy[2] = 1;
496  cz[2] = 0;
```

```
497
498   cx [3] = -1;
499   cy [3] = 0;
500   cz [3] = 0;
501
502   cx [4] = 0;
503   cy [4] = -1;
504   cz [4] = 0;
505
506   cx [5] = 0;
507   cy [5] = 0;
508   cz [5] = -1;
509
510   cx [6] = 0;
511   cy [6] = 0;
512   cz [6] = 1;
513
514   cx [7] = 1;
515   cy [7] = 1;
516   cz [7] = 0;
517
518   cx [8] = 0;
519   cy [8] = 1;
520   cz [8] = -1;
521
522   cx [9] = -1;
523   cy [9] = 1;
524   cz [9] = 0;
525
526   cx [10] = 0;
527   cy [10] = 1;
528   cz [10] = 1;
529
530   cx [11] = 1;
531   cy [11] = -1;
532   cz [11] = 0;
533
534   cx [12] = 0;
535   cy [12] = -1;
536   cz [12] = -1;
537
```

```
538 cx[13] = -1;
539 cy[13] = -1;
540 cz[13] = 0;
541
542 cx[14] = 0;
543 cy[14] = -1;
544 cz[14] = 1;
545
546 cx[15] = 1;
547 cy[15] = 0;
548 cz[15] = 1;
549
550 cx[16] = 1;
551 cy[16] = 0;
552 cz[16] = -1;
553
554 cx[17] = -1;
555 cy[17] = 0;
556 cz[17] = -1;
557
558 cx[18] = -1;
559 cy[18] = 0;
560 cz[18] = 1;
561
562 // Datos de las cualidades geométricas del ducto
563 tubo[0] = R;
564 tubo[1] = H;
565 tubo[2] = h;
566 tubo[3] = grosor;
567 tubo[4] = double(salto);
568
569
570 // inicializacion del arreglo de pesos
571 face[0] = faceq1;
572 face[1] = faceq2;
573 face[2] = faceq2;
574 face[3] = faceq2;
575 face[4] = faceq2;
576 face[5] = faceq2;
577 face[6] = faceq2;
578 face[7] = faceq3;
```

```
579 face[8] = faceq3;
580 face[9] = faceq3;
581 face[10] = faceq3;
582 face[11] = faceq3;
583 face[12] = faceq3;
584 face[13] = faceq3;
585 face[14] = faceq3;
586 face[15] = faceq3;
587 face[16] = faceq3;
588 face[17] = faceq3;
589 face[18] = faceq3;
590
591
592 //se inicializa el solido como vacio:
593 for (l=0; l<ni*nj*nk; l++) {
594     solid[l] = 1;
595 }
596
597
598 // tubo
599 NT=0;
600 for (c=0; c<nk ;c++){
601     for (b=0; b<nj; b++){
602         for (a=0; a<ni; a++){
603             i3d2 = a + (ni)*b + (ni*nj)*c;
604             if ((a >= 0) && (a <= H) ){
605                 //siempre checar que H en la funcion radio sea igual a la cota superior
606                 double r = sqrtf( ((b-((nj-1)/2.f))*(b-((nj-1)/2.f))) +
607                     ((c-((nk-1)/2.f))*(c-((nk-1)/2.f))) );
608                 if ((r > radio(a, 1)) && (r < radio(a, 2) ) ){
609                     solid[i3d2] = 0;
610                 }
611                 if ((a < salto) && (r>=radio(a, 2)) ){
612                     solid[i3d2] = 0;
613                 }
614             }
615
616             if (solid[i3d2]==1){
617                 nodo[i3d2]=NT;
618                 NT = NT+1;
619             }

```

```

620     }
621 }
622 }
623
624 f = (double *)malloc(N*NT*sizeof(double));    // f_new host
625 f_old = (double *)malloc(N*NT*sizeof(double));    // f_old host
626 cudaMalloc((void **)&f_data, N*sizeof(double)*NT); // f_new device
627 cudaMalloc((void **)&f_old_data, N*sizeof(double)*NT); // f_old device
628
629 // experimentos que se vallan a correr iteradamente
630 for (exp=3; exp<4; ++exp){
631     ///// numeros de experimentos variando la amplitud del forzamiento
632
633     //     if (exp==1){
634     //         vxin=sqrt(2.f)*pow(10.f,(98.f/20.f -9.850220f))*(diametro_fisica/(2*R)*(
635     //             viscosidad_cinematica/nu);
636     //     }
637
638     // inicializacion de f's:
639     for (m=0; m<N; m++) {
640         for (i=0; i<NT; i++){
641             i3d = i + NT*m;
642             f[i3d] = roout/face[m] ;
643
644         }
645     }
646
647
648
649     printf(" viscosidad_cinematica_sim = %f\n reynolds_sim = %f\t reynolds_stokes = %f\n
650     Mach numerico = %f\t Mach_sim = %f\n Womersley_fisico = %f\t Womersley = %f\n
651     Ua_fisica_sim = %f m/s\t Ua_stokes = %f m/s\n f_fisica_sim = %f hz\n",
652     viscosidad_cinematica_sim, reynolds_sim, reynolds_stokes_sim, Mach, Mach_sim,
653     Womersley_fisico , Womersley, Ua_fisica_sim, Ua_stokes, f_fisica_sim);
654
655     // transferencia inicial de datos al device:
656     cudaMemcpy((void *)f_data, (void *)f, sizeof(double)*NT*N, cudaMemcpyHostToDevice); // f
657     's
658     cudaMemcpy((void *)f_old_data, (void *)f, sizeof(double)*NT*N, cudaMemcpyHostToDevice);

```

```

654  cudaMemcpy((void *)solid_data, (void *)solid, sizeof(int)*ni*nj*nk,
      cudaMemcpyHostToDevice); // solido
655  cudaMemcpy((void *)nodo_data, (void *)nodo, sizeof(int)*ni*nj*nk, cudaMemcpyHostToDevice
      ); // nodos indice
656  cudaMemcpy((void *)cx_data, (void *)cx, N*sizeof(int), cudaMemcpyHostToDevice); //
      unitarios
657  cudaMemcpy((void *)cy_data, (void *)cy, N*sizeof(int), cudaMemcpyHostToDevice);
658  cudaMemcpy((void *)cz_data, (void *)cz, N*sizeof(int), cudaMemcpyHostToDevice);
659  cudaMemcpy((void *)face_data, (void *)face, N*sizeof(double), cudaMemcpyHostToDevice);//
      pesos
660  cudaMemcpy((void *)tubo_data, (void *)tubo, 5*sizeof(double), cudaMemcpyHostToDevice);//
      TUBO GEOMETRIA Y LIMITES
661
662
663  int size = ni*nj*nk;
664
665  printf("No Nodos %d \n", size);
666  printf("No Nodos %d \n", NT);
667
668  // lugardonde se guardara la informaci n basica del eje como vit cora
669  char nombra[30];
670  if (lugar==1){   sprintf(nombra, "/mnt/mHDD3/leon/r0/exp_%d.dat", exp); }/// CCadet
671  if (lugar==2){   sprintf(nombra, "exp_%d.dat", exp); }           /// Carlos
672  if (lugar==3){   sprintf(nombra, "/mnt/resultados/rp/exp_%d.dat", exp); }/// Casa
673  fpp = fopen ( nombra, "w+" );
674
675
676  fprintf(fpp, "#viscosidad_cinematica_sim = %f\n#reynolds_sim = %f\t reynolds_stokes = %f\
n#Mach numerico = %f\t Mach_sim = %f\n#Womersley_fisico = %f\t Womersley = %f\n#
Ua_fisica_sim = %f m/s\t Ua_stokes = %f m/s\n#f_fisica_sim = %f hz\n",
viscosidad_cinematica_sim, reynolds_sim, reynolds_stokes_sim, Mach, Mach_sim,
Womersley_fisico , Womersley, Ua_fisica_sim, Ua_stokes, f_fisica_sim);
677
678
679  //   tic = clock();
680  //   vxin=0.0f;
681
682  // Bucle de Iteraciones
683  for (paso=0; paso<6.25*TT+2 ;paso++){
684      //condicional de impresi n de datos Modular
685      if (paso%(T/10)==1 && paso>5.25*TT-1){

```



```

686
687     //         toc = clock();
688     //         printf("Elapsed: %f s\n", (double)(toc - tic) / CLOCKS_PER_SEC);
689
690     //         tic = clock();
691
692     // hacemos la transferencia de datos al CPU:
693     cudaMemcpy((void *)f, (void *)f_data, N*NT*sizeof(double), cudaMemcpyDeviceToHost);
694     cudaMemcpy((void *)solid, (void *)solid_data, nj*ni*nk*sizeof(int),
cudaMemcpyDeviceToHost);
695
696     printf("Impresion\n %d %d\n", paso, PASO);
697     imprimir(exp);
698
699
700     //         toc = clock();
701     //         printf("Elapsed: %f s\n", (double)(toc - tic) / CLOCKS_PER_SEC);
702
703     if (parar==1){
704         break;
705     }
706
707
708     printf("running ... \n");
709     // obtenci n de datos para el log
710     i=cx[0]+(int)floor((ni-nj)+1);
711     j=cy[0]+(int)floor(nj/2.f);
712     k=cz[0]+(int)floor(nk/2.f);
713     i3d = i + ni*j + ni*nj*k;
714     for (m=0; m<N; m++){
715         i3d2 = nodo[i3d] +NT*m;
716         FNOW[m] = f[i3d2];
717     }
718     RO = FNOW[0] + FNOW[1] + FNOW[2] + FNOW[3] + FNOW[4] + FNOW[5] + FNOW[6]
719         + FNOW[7] + FNOW[8] + FNOW[9] + FNOW[10] + FNOW[11] + FNOW[12]
720         + FNOW[13] + FNOW[14] + FNOW[15] + FNOW[16] + FNOW[17] + FNOW[18];
721     VX = (FNOW[1] + FNOW[7] + FNOW[16] + FNOW[11] + FNOW[15]
722         - (FNOW[3] + FNOW[9] + FNOW[17] + FNOW[13] + FNOW[18])) / roout;
723     VY = (FNOW[2] + FNOW[7] + FNOW[8] + FNOW[9] + FNOW[10]
724         - (FNOW[4] + FNOW[11] + FNOW[12] + FNOW[13] + FNOW[14])) / roout;
725     VZ = (FNOW[6] + FNOW[10] + FNOW[15] + FNOW[14] + FNOW[18]

```

```

726     - (FNOW[5] + FNOW[8] + FNOW[16] + FNOW[12] + FNOW[17]) ) / roout;
727     fprintf(fpp, " %e %e\n", VX *delta_x/delta_t,RO/roout);    /// Imprimir los
resultados en el punto medio del tubo
728     PASO++;
729     //         tic = clock();
730     }
731     // amplitud del forzamiento
732     delta_ro1 = vxin*(0.f + sin(paso*2.f*pi/TT));
733
734     // kernel GPU de la iteraci n en volumen
735     LB_step(N, ni, nj, nk, NT, tau, f_data, f_old_data, solid_data, nodo_data, cx_data,
cy_data, cz_data,
736     face_data, roout, tubo_data);
737     // Kernel GPU de iteraci n en las fronteras
738     BCs(N, ni, nj, nk, NT, roout, delta_ro1, f_data, f_old_data, solid_data, nodo_data, pi
, paso,
739     cx_data, cy_data, cz_data, face_data, tau, T, tubo_data);
740     }
741     fclose ( fpp );
742     PASO = 0;
743     }
744     // toc = clock();
745     // printf("Elapsed: %f min\n", (double)(toc - tic)/60.f / CLOCKS_PER_SEC);
746 }// end main()

```

8.2. Código en el GPU en el volumen

```

1 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
2 // Solucion a la ecuacion de Lattice-Boltzmann 3D (d3q19)
3 // Carlos Malaga Igui iz
4 // Carlos Echeverria Serur
5 // Leon Martinez del Rio
6 // Facultad de Ciencias UNAM (**/**/2016)
7 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
8
9 unsigned int TILE_I = 3;
10 unsigned int TILE_J = 3;
11 unsigned int TILE_K = 3;
12
13 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
14 // KERNEL PARA LA ECUACION DE BOLTZMANN
15 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
16
17 __global__ void LB_step_kernel (int N, int ni, int nj, int nk, int NT, double *f_data,
18     double *f_old_data,
19     int * solid_data, int * nodo_data, int *cx_data, int *cy_data, int *cz_data,
20     double *face_data, double tau, double roout, double *tubo_data)
21 {
22     int i, j, k, m, ii, jj, kk, i3d, i3d2, idx, idx2, idx3, im, um;
23     double v_sq_term, ro, vx, vy, vz, ux,uy,uz, u_sq_term, lamda;
24     double fnow[19], feq, fnon, stau;
25     int op[19];
26
27     stau = 1.f - 1.f/tau;
28     double r, a, b;
29
30     double R = tubo_data[0];
31     double H = tubo_data[1];
32     // double h = tubo_data[2];
33     double grosor = tubo_data[3];
34     int salto = (int)(tubo_data[4]);
35
36     //vector de opuestos
37     op[0] = 0;
38     op[1] = 3;

```

```

38 op[2] = 4;
39 op[3] = 1;
40 op[4] = 2;
41 op[5] = 6;
42 op[6] = 5;
43 op[7] = 13;
44 op[8] = 14;
45 op[9] = 11;
46 op[10] = 12;
47 op[11] = 9;
48 op[12] = 10;
49 op[13] = 7;
50 op[14] = 8;
51 op[15] = 17;
52 op[16] = 18;
53 op[17] = 15;
54 op[18] = 16;
55
56 i = blockIdx.x*blockDim.x + threadIdx.x;
57 j = (blockIdx.y*blockDim.y)%nj+threadIdx.y;
58 k = floorf(blockIdx.y/(nj/blockDim.y))*blockDim.z + threadIdx.z;
59 i3d = i + j*ni + k*ni*nj;
60
61 //si soy fluido y no soy frontera:
62 if (solid_data[i3d] == 1 && i!=0 && i!=ni-1 && j!=0 && j!=nj-1 && k!=0 && k!=nk-1 ){
63     r = sqrtf( ((j-((nj-1)/2.f))*(j-((nj-1)/2.f))) + ((k-((nk-1)/2.f))*(k-((nk-1)/2.f))) );
64     /// si estoy despues del salto o adentro del tubo
65     if (i>(salto) || r<=(R) ){
66
67         //lectura de todas las f's y guardamos en registros
68         for (m=0; m<N; m++){
69             i3d2 = nodo_data[i3d] + NT*m;
70             fnow[m] = f_old_data[i3d2];
71         }
72
73         // calculamos macros:
74
75         ro = fnow[0] + fnow[1] + fnow[2] + fnow[3] + fnow[4] + fnow[5] + fnow[6]
76             + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10] + fnow[11] + fnow[12]
77             + fnow[13] + fnow[14] + fnow[15] + fnow[16] + fnow[17] + fnow[18];
78         vx = (fnow[1] + fnow[7] + fnow[16] + fnow[11] + fnow[15]

```

```

79     - (fnow[3] + fnow[9] + fnow[17] + fnow[13] + fnow[18]) ) / roout;
80   vy = (fnow[2] + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10]
81     - (fnow[4] + fnow[11] + fnow[12] + fnow[13] + fnow[14])) / roout;
82   vz = (fnow[6] + fnow[10] + fnow[15] + fnow[14] + fnow[18]
83     - (fnow[5] + fnow[8] + fnow[16] + fnow[12] + fnow[17]) ) / roout;
84
85   v_sq_term = ((vx*vx) + (vy*vy) + (vz*vz));
86   for (m=0; m<N; m++){
87
88     ii = i + cx_data[m];
89     jj = (j + cy_data[m]);
90     kk = (k + cz_data[m]);
91     //encuentra a los vecinos:
92     idx = ii + ni*jj + ni*nj*kk;
93     // calculamos f's de equilibrio
94     feq = (ro + roout * (3.f*((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) + (cz_data[m]*vz)) +
95       4.5f*(((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) + (cz_data[m]*vz))*((cx_data[m]*vx) +
96         (cy_data[m]*vy) + (cz_data[m]*vz)))) - (1.5f*v_sq_term)))/face_data[m] ;
97     // si mi vecino es fluido calculamos los nuevos valores de las f's y los guardamos
en el vecino
98     if (solid_data[idx] == 1 ) {
99       idx2 = nodo_data[idx] + NT*m;
100      //           f_data[idx2]=  fnow[m] + (feq-fnow[m])/tau;
101      f_data[idx2]=  feq + (stau)*(fnow[m]-feq);
102    }
103
104    // si mi vecino es solido
105
106    if (solid_data[idx] == 0 ) {
107
108      // calculo la distancia del punto de malla en el fluido ala superficie del tubo
109      r = sqrt( ( ( j-(nj-1)/2.f)*( j-(nj-1)/2.f )
110        + ( ( k-(nk-1)/2.f)*( k-(nk-1)/2.f ) ) );
111      //////////////// Calculo la proporcion del solido al punto de malla
112      if ( r < R && i<=H ){
113        b = ( j-(nj-1)/2.f ) * cy_data[m]
114          + ( k-(nk-1)/2.f ) * cz_data[m] ;
115        a = (cy_data[m]*cy_data[m] + cz_data[m]*cz_data[m] );
116        lamda=( sqrt(b*b - a*(r*r-R*R) )-b)/a;
117
118      }

```

```

119
120     if ( r > R + grosor && i<=H){
121         r = sqrt( ( ( jj-(nj-1)/2.f)*( jj-(nj-1)/2.f )
122                 + ( ( kk-(nk-1)/2.f)*( kk-(nk-1)/2.f ) ) );
123
124         b = ( jj-(nj-1)/2.f ) * cy_data[op[m]]
125             + ( kk-(nk-1)/2.f ) * cz_data[op[m]] ;
126         a = (cy_data[op[m]]*cy_data[op[m]] + cz_data[op[m]]*cz_data[op[m]] );
127         lamda = 1.f-( sqrt(b*b - a*(r*r-(R+grosor)*(R+grosor)) )-b)/a;
128
129         //lamda = 0.5f; //bounce back
130     }
131
132     if ( i > H ){
133         lamda = 1.f - ( H-floor(H) );
134     }
135
136
137     //lamda = 0.5f; //bounce back
138     im = op[m];
139     //// genero la velocidad imagen y calculo f en el punto de malla virtual en el
solido
140     ux = (lamda-1.f)/lamda*vx; uy=(lamda-1.f)/lamda*vy; uz=(lamda-1.f)/lamda*vz;
141     fnon = fnow[im] ;
142
143     ////////// segundo orden
144     if (lamda<0.75f){
145
146         ////////// CALCULO LAS VELOCIDADES Y EL TERMINO FUERA DEL EQUILIBRIO VECINO PARA LA
EXTRAPOLACION
147
148         for (um=0; um<N; um++){
149             i3d2 = nodo_data[i3d+ cx_data[im] + cy_data[im]*ni + cz_data[im]*ni*nj + NT*
um;
150             fnow[um] = f_old_data[i3d2];
151         }
152
153         // calculamos macros:
154
155         ro = fnow[0] + fnow[1] + fnow[2] + fnow[3] + fnow[4] + fnow[5] + fnow[6]
156             + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10] + fnow[11] + fnow[12]

```

```

157         + fnow[13] + fnow[14] + fnow[15] + fnow[16] + fnow[17] + fnow[18];
158     vx = (fnow[1] + fnow[7] + fnow[16] + fnow[11] + fnow[15]
159         - (fnow[3] + fnow[9] + fnow[17] + fnow[13] + fnow[18])) / ro;
160     vy = (fnow[2] + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10]
161         - (fnow[4] + fnow[11] + fnow[12] + fnow[13] + fnow[14])) / ro;
162     vz = (fnow[6] + fnow[10] + fnow[15] + fnow[14] + fnow[18]
163         - (fnow[5] + fnow[8] + fnow[16] + fnow[12] + fnow[17])) / ro;
164
165     v_sq_term = ((vx*vx) + (vy*vy) + (vz*vz));
166
167
168
169     fnon = lamda*fnon + (1 - lamda)* fnow[im] ;
170
171     ux= lamda*ux-(lamda-1.f)*(lamda-1.f)*vx/(lamda+1.f);
172     uy= lamda*uy-(lamda-1.f)*(lamda-1.f)*vy/(lamda+1.f);
173     uz= lamda*uz-(lamda-1.f)*(lamda-1.f)*vz/(lamda+1.f);
174
175     //////////////////////////////////////// DEVUELVO A LOS VALORES ORIGINALES
176
177     for (um=0; um<N; um++){
178         i3d2 = nodo_data[i3d]+ NT*um;
179         fnow[um] = f_old_data[i3d2];
180     }
181
182     // calculamos macros:
183
184     ro = fnow[0] + fnow[1] + fnow[2] + fnow[3] + fnow[4] + fnow[5] + fnow[6]
185         + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10] + fnow[11] + fnow[12]
186         + fnow[13] + fnow[14] + fnow[15] + fnow[16] + fnow[17] + fnow[18];
187     vx = (fnow[1] + fnow[7] + fnow[16] + fnow[11] + fnow[15]
188         - (fnow[3] + fnow[9] + fnow[17] + fnow[13] + fnow[18])) / roout;
189     vy = (fnow[2] + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10]
190         - (fnow[4] + fnow[11] + fnow[12] + fnow[13] + fnow[14])) / roout;
191     vz = (fnow[6] + fnow[10] + fnow[15] + fnow[14] + fnow[18]
192         - (fnow[5] + fnow[8] + fnow[16] + fnow[12] + fnow[17])) / roout;
193
194     v_sq_term = ((vx*vx) + (vy*vy) + (vz*vz));
195 }
196
197     u_sq_term = ((ux*ux) + (uy*uy) + (uz*uz));

```

```

198     feq = (ro + roout * (3.f*((cx_data[im]*ux) + (cy_data[im]*uy) + (cz_data[im]*uz))
+
199         4.5f*((cx_data[im]*ux) + (cy_data[im]*uy) + (cz_data[im]*uz))*((cx_data[im]*
ux) +
200         (cy_data[im]*uy) + (cz_data[im]*uz))) - (1.5f*u_sq_term))/face_data[im];
201
202
203     idx3 = nodo_data[i3d] + NT*im;
204     //             f_data[idx3] = fnon + ( feq - fnon )/tau;
205     f_data[idx3]= feq + (stau)*(fnow[m]-feq);
206
207     }
208 }
209
210 }
211 }
212
213 }
214
215
216 //////////////// Repartición de operación en la iteración
217 extern "C"
218 void LB_step(int N, int ni, int nj, int nk, int NT, double tau, double *f_data, double *
f_old_data,
219     int *solid_data, int *nodo_data, int *cx_data, int *cy_data, int *cz_data, double *
face_data,
220     double roout, double *tubo_data)
221 {
222
223     dim3 grid = dim3(ni/TILE_I, (nj*nk)/(TILE_J*TILE_K), 1);
224     dim3 block = dim3(TILE_I, TILE_J, TILE_K);
225
226     LB_step_kernel<<<grid, block>>>(N, ni, nj, nk, NT, f_data, f_old_data, solid_data,
nodo_data,
227     cx_data, cy_data, cz_data, face_data, tau, roout, tubo_data);
228     //     cudaMemcpy((void *)f_old_data, (void *)f_data, N*sizeof(double)*NT,
cudaMemcpyDeviceToDevice);
229 }

```


8.3. Código en el GPU en las fronteras

```

1 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
2 // Solucion a la ecuacion de Lattice-Boltzmann 3D (d3q19)
3 // Carlos Malaga Igui iz
4 // Carlos Echeverria Serur
5 // Leon Martinez del Rio
6 // Facultad de Ciencias UNAM (**/**/2016)
7 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
8
9 unsigned int TILE_II = 3;
10 unsigned int TILE_JJ = 3;
11 unsigned int TILE_KK = 3;
12
13
14 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
15 // Kernel para condiciones de frontera de entrada y salida
16 //////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
17 __global__ void BCs_kernel (double delta_ro1, double roout, double *f_data, double *
    f_old_data,
18     int ni, int nj, int nk, int NT, int *solid_data, int *nodo_data, double pi, int paso,
19     int *cx_data, int *cy_data, int *cz_data, double *face_data, double tau, int N, double T
    , double *tubo_data)
20 {
21
22     int i, j, k, m, ii, jj, kk, i3d, i3d2, idx, idx2, idx3;//, im;
23     double v_sq_term, ro, vx, vy, vz;//, ux,uy,uz, u_sq_term, lamda;
24     double fnow[19], feq, stau;//, fnon;
25     int op[19];
26
27     //     d=2*tau-1.f;
28     stau = 1.f - 1.f/tau;
29
30     //     int n;
31     double r;//, rr, a, b;
32
33     double R = tubo_data[0];
34     //     double H = tubo_data[1];
35     //     double h = tubo_data[2];
36     double grosor = tubo_data[3];

```

```
37 int salto = (int)(tubo_data[4]);
38
39
40 /* double R = 19.5f;
41 double H = 1058.418126f;
42 // double h = 0.f/16.f*2*R;
43 double grosor = 5.3f/14.7f*2*R;
44 */
45
46 //vector de opuestos
47 op[0] = 0;
48 op[1] = 3;
49 op[2] = 4;
50 op[3] = 1;
51 op[4] = 2;
52 op[5] = 6;
53 op[6] = 5;
54 op[7] = 13;
55 op[8] = 14;
56 op[9] = 11;
57 op[10] = 12;
58 op[11] = 9;
59 op[12] = 10;
60 op[13] = 7;
61 op[14] = 8;
62 op[15] = 17;
63 op[16] = 18;
64 op[17] = 15;
65 op[18] = 16;
66
67 i = blockIdx.x*blockDim.x + threadIdx.x;
68 j = (blockIdx.y*blockDim.y)%nj+threadIdx.y;
69 k = floorf(blockIdx.y/(nj/blockDim.y))*blockDim.z + threadIdx.z;
70 i3d = i + j*ni + k*ni*nj;
71
72 //guardamos las f's en registros:
73 for (m=0; m<N; m++){
74     i3d2 = nodo_data[i3d] + NT*m;
75     fnow[m] = f_old_data[i3d2];
76 }
77 // Si estamos en frontera
```

```

78  if (i==0 || i == salto || i==ni-1 || j==0 || j==nj-1 || k==0 || k==nk-1){
79      // calculamos macros con f's corregidas si es fluido:
80      if (solid_data[i3d]==1) {
81
82          // calculamos macros con f's corregidas:
83
84          ro = fnow[0] + fnow[1] + fnow[2] + fnow[3] + fnow[4] + fnow[5] + fnow[6]
85              + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10] + fnow[11] + fnow[12]
86              + fnow[13] + fnow[14] + fnow[15] + fnow[16] + fnow[17] + fnow[18];
87          vx = (fnow[1] + fnow[7] + fnow[16] + fnow[11] + fnow[15]
88              - (fnow[3] + fnow[9] + fnow[17] + fnow[13] + fnow[18])) / roout;
89          vy = (fnow[2] + fnow[7] + fnow[8] + fnow[9] + fnow[10]
90              - (fnow[4] + fnow[11] + fnow[12] + fnow[13] + fnow[14])) / roout;
91          vz = (fnow[6] + fnow[10] + fnow[15] + fnow[14] + fnow[18]
92              - (fnow[5] + fnow[8] + fnow[16] + fnow[12] + fnow[17])) / roout;
93
94          v_sq_term = ((vx*vx) + (vy*vy) + (vz*vz));
95      }
96  }
97
98  //entrada
99  if (i == 0 && solid_data[i3d]==1) {
100     //para cada f distribuimos su valor:
101     for (m=0; m<N; m++){
102         ii = i + cx_data[m];
103         jj = (j + cy_data[m]);
104         kk = (k + cz_data[m]);
105         idx = ii + ni*jj + ni*nj*kk;
106         //si el vecino esta dentro del dominio:
107         if ( ii >= 0 ){
108             // calculamos su f de equilibrio:
109             feq = (ro + roout * (3.f*((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) +
110                 (cz_data[m]*vz)) + 4.5f*((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) +
111                 (cz_data[m]*vz))*((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) + (cz_data[m]*vz))) -
112                 (1.5f*v_sq_term))/face_data[m] ;
113             // si mi vecino es fluido calculamos los nuevos valores de las f's y los guardamos
114             en el vecino:
115             if (solid_data[idx] == 1) {
116                 idx2 = nodo_data[idx] + NT*m;
117                 // f_data[idx2]= fnow[m] + (feq-fnow[m])/tau;
118                 f_data[idx2]= feq + (stau)*(fnow[m]-feq);

```

```

118     }
119   }
120 }
121 }
122
123 r = sqrtf( (j-((nj-1)/2.f))*(j-((nj-1)/2.f)) + (k-((nk-1)/2.f))*(k-((nk-1)/2.f)));
124 //dentro del cilindro
125 if ((r >= 0.f*R) && (r <= R)){
126   // presiones impuestas
127   /*
128     for (m=0; m<N; m++){
129       f_data[i3d + m*NT] = face_data[m] * (roout + delta_ro1);
130     }
131   */
132   // Velocidades Impuestas
133   for (m=0; m<N; m++){
134     f_data[nodo_data[i3d] + m*NT] = roout * (1.f + 3.f*cx_data[m]*delta_ro1
135       + 4.5f*cx_data[m]*cx_data[m]*delta_ro1*delta_ro1 - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/
136     face_data[m] ;
137   }
138   f_data[nodo_data[i3d] + 0*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
139   [0] ;
140   f_data[nodo_data[i3d] + 2*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
141   [2] ;
142   f_data[nodo_data[i3d] + 8*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
143   [8] ;
144   f_data[nodo_data[i3d] + 5*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
145   [5] ;
146   f_data[nodo_data[i3d] + 12*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
147   [12] ;
148   f_data[nodo_data[i3d] + 4*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
149   [4] ;
150   f_data[nodo_data[i3d] + 14*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
151   [14] ;
152   f_data[nodo_data[i3d] + 6*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
153   [6] ;
154   f_data[nodo_data[i3d] + 10*NT] = roout * (1.f - 1.5f*delta_ro1*delta_ro1 )/face_data
155   [10] ;
156
157   f_data[nodo_data[i3d] + 1*NT] = roout * (1.f + 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
158   delta_ro1)/face_data[1] ;

```

```

148     f_data[nodo_data[i3d] + 7*NT] = roout * (1.f + 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[7] ;
149     f_data[nodo_data[i3d] + 16*NT] = roout * (1.f + 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[16] ;
150     f_data[nodo_data[i3d] + 11*NT] = roout * (1.f + 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[11] ;
151     f_data[nodo_data[i3d] + 15*NT] = roout * (1.f + 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[15] ;
152
153     f_data[nodo_data[i3d] + 3*NT] = roout * (1.f - 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[3] ;
154     f_data[nodo_data[i3d] + 9*NT] = roout * (1.f - 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[9] ;
155     f_data[nodo_data[i3d] + 17*NT] = roout * (1.f - 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[17] ;
156     f_data[nodo_data[i3d] + 13*NT] = roout * (1.f - 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[13] ;
157     f_data[nodo_data[i3d] + 18*NT] = roout * (1.f - 3.f*delta_ro1 + 3.f*delta_ro1*
delta_ro1)/face_data[18] ;
158
159 }
160
161
162 }
163 /////// en el salto
164 r = sqrtf( (j-((nj-1)/2.f))*(j-((nj-1)/2.f)) + (k-((nk-1)/2.f))*(k-((nk-1)/2.f)));
165 if ( ((i == salto && solid_data[i3d]==1 && r>= R + grosor) || i == ni-1 || j==0 || j==nj-1
|| k==0 || k==nk-1) && solid_data[i3d]==1) {
166 //para cada f distribuimos su valor:
167 for (m=0; m<N; m++){
168     ii = i + cx_data[m];
169     jj = (j + cy_data[m]);
170     kk = (k + cz_data[m]);
171     //si el vecino esta dentro del dominio:
172     if ( ii > salto && ii < ni-1 && jj>0 && jj<nj-1 && kk>0 && kk<nk-1){
173         //encuentra a su vecino:
174         idx = ii + ni*jj + ni*nj*kk;
175         // calculamos su f de equilibrio:
176         feq = (ro + roout * (3.f*((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) +
177             (cz_data[m]*vz)) + 4.5f*(((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) +
178             (cz_data[m]*vz))*((cx_data[m]*vx) + (cy_data[m]*vy) + (cz_data[m]*vz))) -

```

```

179         (1.5f*v_sq_term))/face_data[m] ;
180     // si mi vecino es fluido calculamos los nuevos valores de las f's y los guardamos
    en el vecino:
181     if (solid_data[idx] == 1) {
182         idx2 = nodo_data[idx] + NT*m;
183         //             f_data[idx2]= fnow[m] + (feq-fnow[m])/tau;
184         f_data[idx2]= feq + (stau)*(fnow[m]-feq);
185
186     }
187     // si mi vecino es solido calculamos los nuevos valores de las f's y los guardamos
    en direccion opuesta local:
188     else {
189         idx3 = nodo_data[i3d] +NT*op[m];
190         //             f_data[idx3] = fnow[m] + (feq-fnow[m])/tau;
191         f_data[idx3]= feq + (stau)*(fnow[m]-feq);
192
193     }
194 }
195 }
196
197
198 }
199
200
201 }
202
203 __global__ void LADOS (double *f_data, int N, int ni, int nj, int nk, int NT, int *nodo_data
    , int *solid_data, double *tubo_data)
204 {
205
206     int i, j, k, i2, j2, k2, i3d, idx, m;//, im;
207     double r;
208     double R = tubo_data[0];
209     //     double H = tubo_data[1];
210     //     double h = tubo_data[2];
211     double grosor = tubo_data[3];
212     int salto = (int)(tubo_data[4]);
213
214     //     double H = 1058.418126f;
215
216

```

```

217
218 i = blockIdx.x*blockDim.x + threadIdx.x;
219 j = (blockIdx.y*blockDim.y)%nj+threadIdx.y;
220 k = floorf(blockIdx.y/(nj/blockDim.y))*blockDim.z + threadIdx.z;
221
222 r = sqrt( ( ( j-(nj-1)/2.f)*( j-(nj-1)/2.f )
223           + ( ( k-(nk-1)/2.f)*( k-(nk-1)/2.f ) ) );
224 i3d = i + j*ni + k*ni*nj;
225 if ( ((i == salto && solid_data[i3d]==1 && r>= R + grosor) || i == ni-1 || j==0 || j==nj-1
226       || k==0 || k==nk-1) && solid_data[i3d]==1) {
227
228     i2=i;
229     j2=j;
230     k2=k;
231     if ( i == salto){
232         i2=i+1;
233     }
234     if ( i == ni-1 ){
235         i2=i-1;
236     }
237     if ( j == 0 ){
238         j2=j+1;
239     }
240     if ( j == nj-1 ){
241         j2=j-1;
242     }
243     if ( k == 0 ){
244         k2=k+1;
245     }
246     if ( k == nk-1){
247         k2=k-1;
248     }
249
250     idx = i2 + ni*j2 + ni*nj*k2;
251
252     //interpolo a primer orden
253     for (m=0; m<N; m++){
254         f_data[nodo_data[i3d] +NT*m] = f_data[nodo_data[idx] +NT*m];
255     }
256 }

```

```
257
258 }
259
260
261
262 extern "C"
263 // C wrapper
264 void BCs(int N, int ni, int nj, int nk, int NT, double roout, double delta_ro1, double *
    f_data, double *f_old_data,
265     int *solid_data, int *nodo_data, double pi, int paso, int *cx_data, int *cy_data, int *
    cz_data, double *face_data,
266     double tau, double T, double *tubo_data)
267 {
268
269
270     dim3 grid = dim3(ni/TILE_II, nj*nk/(TILE_JJ*TILE_KK), 1);
271     dim3 block = dim3(TILE_II, TILE_JJ, TILE_KK);
272
273     BCs_kernel<<<grid, block>>>(delta_ro1, roout, f_data, f_old_data, ni, nj, nk, NT,
274         solid_data, nodo_data, pi, paso, cx_data, cy_data, cz_data, face_data, tau, N, T,
275         tubo_data);
276
277     LADOS<<<grid, block>>>(f_data, N, ni, nj, nk, NT, nodo_data, solid_data, tubo_data);
278
279     cudaMemcpy((void *)f_old_data, (void *)f_data, N*sizeof(double)*NT,
280         cudaMemcpyDeviceToDevice);
281 }
```

Capítulo 9

Apéndice Artículo

Generation of vorticity at the open end of acoustic waveguides

León Martínez del Río


Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, Mexico City 04510, Mexico

Carlos Málaga 

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, Mexico City 04510, Mexico

Roberto Zenit

School of Engineering, Brown University, 184 Hope St., Providence, Rhode Island 02912, United States

Pablo L. Rendón *

Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, Mexico City 04510, Mexico



(Received 27 September 2022; accepted 10 April 2023; published 11 May 2023)

For periodic acoustic fields of sufficient intensity inside a cylindrical tube, a nonlinear mechanism is responsible for the generation of vorticity at the open end of the tube. It has been observed that as the magnitude of the acoustic velocity is increased, different regimes are possible. At first, we consider the inner edge of the duct to be straight. In the first regime, vorticity appears only in the immediate vicinity of the open end of the tube. For higher acoustic velocities, vortex rings are formed at this same location, and finally, for even larger velocities, they are advected outwards. In all cases rounding off the inner edge of the tube to different degrees leads to a suppression of the mechanism responsible for the generation of vorticity, with the more noticeable suppression occurring for the smoother edges. The parameter that determines the scale at which different behaviors occur is a Reynolds number R_δ associated with the width of the acoustic boundary layer inside the duct. We use a three-dimensional Lattice Boltzmann Method (LBM) to simulate the velocity and the pressure fields at the exit of the tube, for different values of R_δ , allowing for validation of the numerical method against experimental measurements. In this regard, we conduct experiments with 2D phase-locked particle image velocimetry (PL-PIV) within a similar range of values of R_δ . The expected behavior is observed in both experimental and numerical results, and the results obtained by means of the numerical scheme are consistent with those obtained through PIV measurements, with different regimes exhibiting varying combinations of acoustic streaming, boundary-layer separation, and vortex shedding.

DOI: [10.1103/PhysRevFluids.8.053402](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.8.053402)

I. INTRODUCTION

The oscillation of high-amplitude acoustic waves near the lowest resonant frequency in a cylindrical tube filled with air is known to produce a variety of nonlinear phenomena at the open end of the tube, such as radiation of shock waves, acoustic streaming, and vortex formation and

*Corresponding author: pablo.rendon@icat.unam.mx

shedding. The appearance of these structures is accompanied by nonlinear losses, which have been studied extensively both at the open ends of tubes and at orifices along their sides [1–3]. It has been shown, however, that the scale of these losses depends critically on the geometry of the inner edge of the open end of the tube [4]. The coupling between high-intensity acoustic standing waves in a duct and vortex generation at open ends or orifices is relevant in the context of flow distribution systems such as those used to distribute gas at high pressures [4] and sound production in musical wind instruments [5]. For orifices, it has been observed that the nonlinear response of the flow patterns at the orifice openings depends on the acoustic particle velocity, the frequency of oscillation, and the diameter and thickness of the orifices [1]. It is possible to distinguish different regimes, starting with generation of vorticity close to the orifice opening for moderate velocities, and eventually the formation of jets accompanied by formation and shedding of vortex rings for larger velocities. Since the flow patterns at the open end of a long, narrow duct resemble those at an orifice opening [1,3] we assume the general behavior and transition to different regimes are also determined by the values of the acoustic particle velocity, the oscillation frequency, and the diameter of the tube. However, the behavior of the velocity field at the open end of the tube is determined by the competing effects of nonlinear steepening and thermoviscous dissipation in the main wave and the boundary layers which form against the walls, so that we must also take into account the effect of viscosity. In general terms, two nonlinear regimes have been identified at the open end of a long, narrow duct with sharp inner edges, and they depend mostly on the amplitude of excitation of the acoustic field in the tube. In the first regime, when the acoustic velocity is large enough, vorticity appears in the immediate vicinity of the tube. In the second regime, for even larger velocities, vortex rings are formed at the open end of the tube and are advected outwards [3]. Disselhorst and Van Wijngaarden [6] observed that in this case a jet is formed at the mouth of the tube during outflow and boundary-layer separation occurs during inflow. As the acoustic cycle progresses, vortices formed during inflow are advected outwards by the jet, which is in turn fed by air drawn in from the sides of the tube opening. It has also been observed, however, that for rounded edges at equivalent amplitudes of the acoustic field, the formation of vortices at the edge of the open end of the tube is suppressed [3,6]. See Fig. 1 for an illustration of these phenomena.

Apart from the effects discussed above, the flow is expected to show some turbulentlike features at the edges of the open duct due to the large particle velocities. For large oscillation amplitudes in piston-driven resonance tubes, a variety of authors have reported observing turbulence in the boundary layer [7,8]. It is generally agreed that if the tubes have radius a , then the transition to turbulence is a local event provided the dimensionless parameter $\delta/a \ll 1$, where δ is the width of the Stokes boundary layer. For an oscillation with angular frequency ω in a medium with kinematic viscosity ν , we have $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$. The transition to turbulence is then governed by a local Reynolds number, Re_δ , based on the acoustic boundary layer thickness:

$$R_\delta = \frac{\delta U}{\nu} = \frac{2^{1/2} U}{\sqrt{\omega \nu}}, \quad (1)$$

where U is the mean velocity amplitude. For oscillatory flow, Peube [9] has identified $R_\delta = 22$ as a threshold value above which acoustic streaming may occur. A similar threshold value of Re_δ for the onset of turbulence in similar conditions is not available as values given by different authors vary widely [10,11]. Even if turbulence does occur, however, Merkli and Thomann [7] proved that turbulence will not occur during the whole cycle, and the appearance of turbulence is always followed by relaminarization. In the system under study, the appearance of turbulence accompanies the formation of vortical structures, and thus, the parameter Re_δ is a good indicator to use to mark the transition between regimes.

In this study we aim to observe the transitions between regimes related to particle velocity at the exit of the open end of a cylindrical tube. For this purpose we used particle image velocimetry (PIV) to visualize flow at the exit of the open end of the tube, in combination with three-dimensional numerical simulations using the Lattice Boltzmann method (LBM). The Lattice Boltzmann method

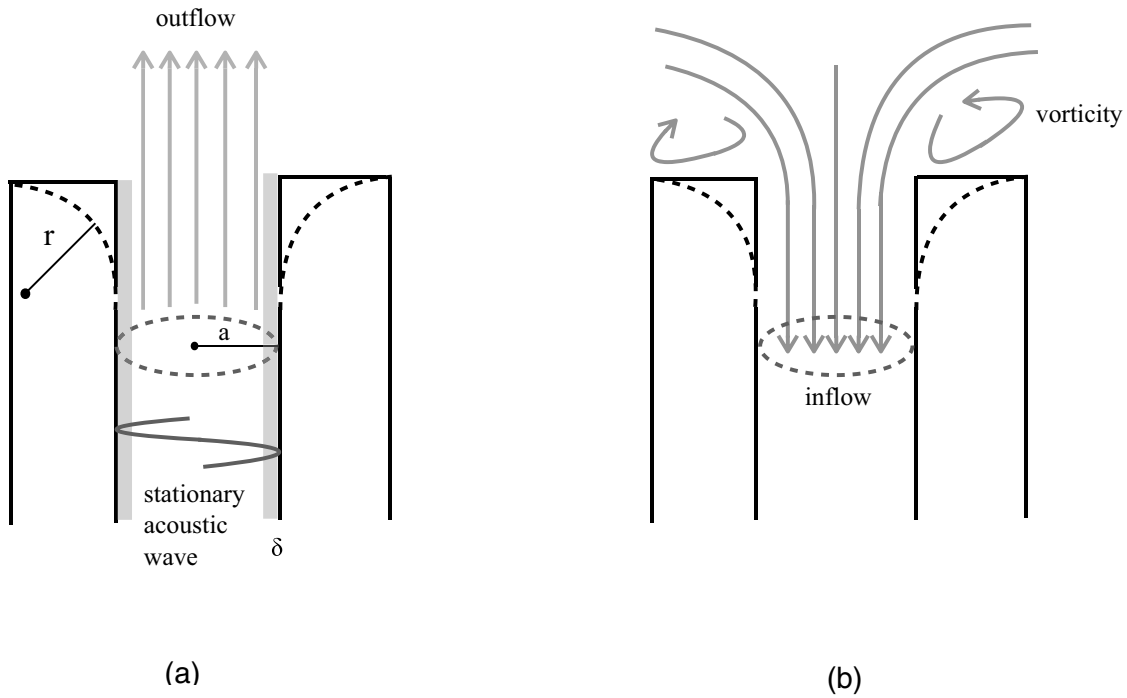


FIG. 1. (a) Outflow and (b) inflow at the open end of a duct with straight (solid line) or rounded edges corresponding to $r > 0$ (dotted line). The radius of the duct is a and the width of the Stokes boundary layer is δ . During inflow vorticity is generated at the inner edges of the duct, especially for $r \ll 1$.

is suitable in this context because it approximates solutions to weakly compressible viscous flow for low Mach numbers, and it can be expected to portray adequately the phenomenon of boundary layer separation. Three-dimensional simulations are necessary in this context, not only because they allow for validation against experimental measurements, which is not possible for two-dimensional simulations [3], but also because nonaxisymmetric instabilities may occur as the intensity of the acoustic field increases and mean flow develops in the pipe [12]. For high particle velocities, we found that both a central jet and vortex rings form around the edges of the open end of the tube, and small-scale perturbations appear in the PIV portrait of the velocity field that propagate from the outer edges of the duct outwards. The behavior at the end of the open pipe depends on the interplay between nonlinearity, viscosity, and the geometry of the open end. A comprehensive study of the manner in which these phenomena combine in a three-dimensional domain to give rise, or not, to boundary layer separation at the open end and, further, to shedding of vortices, is necessary if one is to be able to control these effects. The introduction of horns at the tube exit, for example, has been shown to greatly affect the aeroacoustic behavior at the open end termination [4].

II. PARTICLE IMAGE VELOCIMETRY MEASUREMENTS

Particle image velocimetry (PIV) is a nonintrusive optical technique for the visualization of fluid flow which also allows for the instantaneous measurement of the fluid velocity. Although this technique is most commonly used for liquids, it has also been applied successfully in the field of aeroacoustics for measurements of oscillatory flows in air [3,13–15] and acoustic streaming [16]. The basic principle of two-dimensional PIV consists of seeding the fluid with tracer particles which are both small and light enough to follow the flow. The positions of these particles within a plane

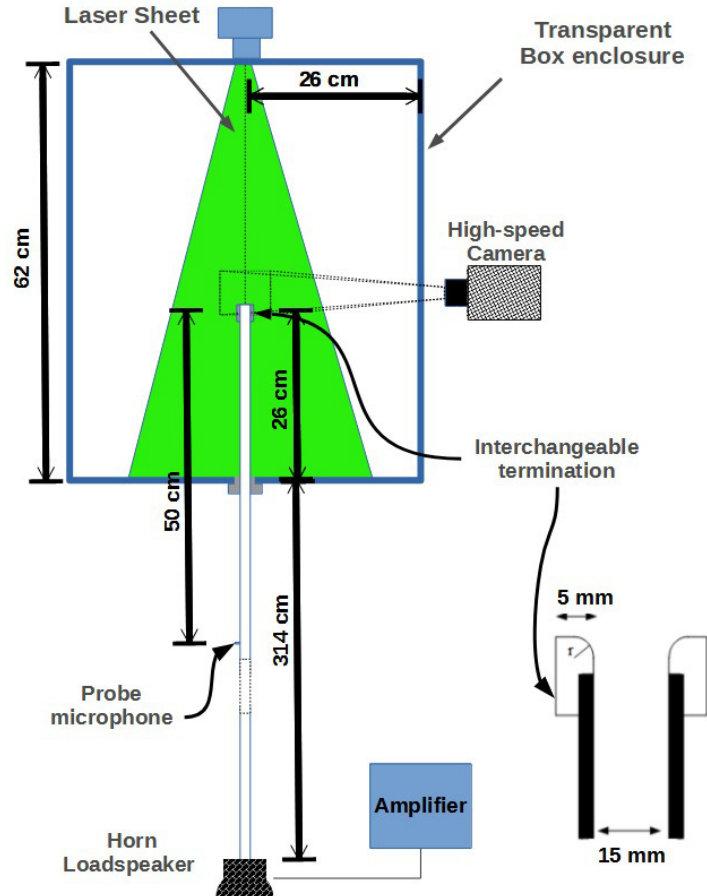


FIG. 2. Experimental configuration.

at a given instant are then captured by a high-speed digital camera when they are illuminated by a thin pulsed laser sheet. The velocity can be obtained by measuring the displacement of the clusters of particles over the time elapsed between frames, typically using a cross-correlation statistical method for this purpose. The relatively rare usage of PIV in air is due to the difficulties which arise from the possibility of weight and buoyancy forces affecting the dynamics of the seeding particles. For the problem at hand, we have set up a PIV system capable of measuring two-dimensional velocity fields in air over short periods of time, and it is described in the following subsection. Several good references exist which give wide overviews of the method, for both liquids and air [17–20], with the paper by Weyna and Mickiewicz [21] being particularly relevant because of its use of phaselocking to analyze periodic signals in air. We also make use of this technique, which involves careful synchronization of the periodic acoustic signal with the image acquisition process in order to obtain image pairs corresponding to equal phases within different cycles, which are then transformed to vector fields and averaged to determine the instantaneous velocity vector field.

A. Experimental setup

The main features of the experimental setup are shown in Fig. 2. The volume to be studied was located at the open end of a cylindrical tube within which an intense acoustic field was generated. The acoustic field inside the tube was generated by an Eighteen HD2080T horn loudspeaker, driven by a Yamaha P2500S amplifier, and coupled to the tube by means of a custom-made adapter. The signal fed to the amplifier was a 50 Hz sine wave synthesized with Matlab and generated

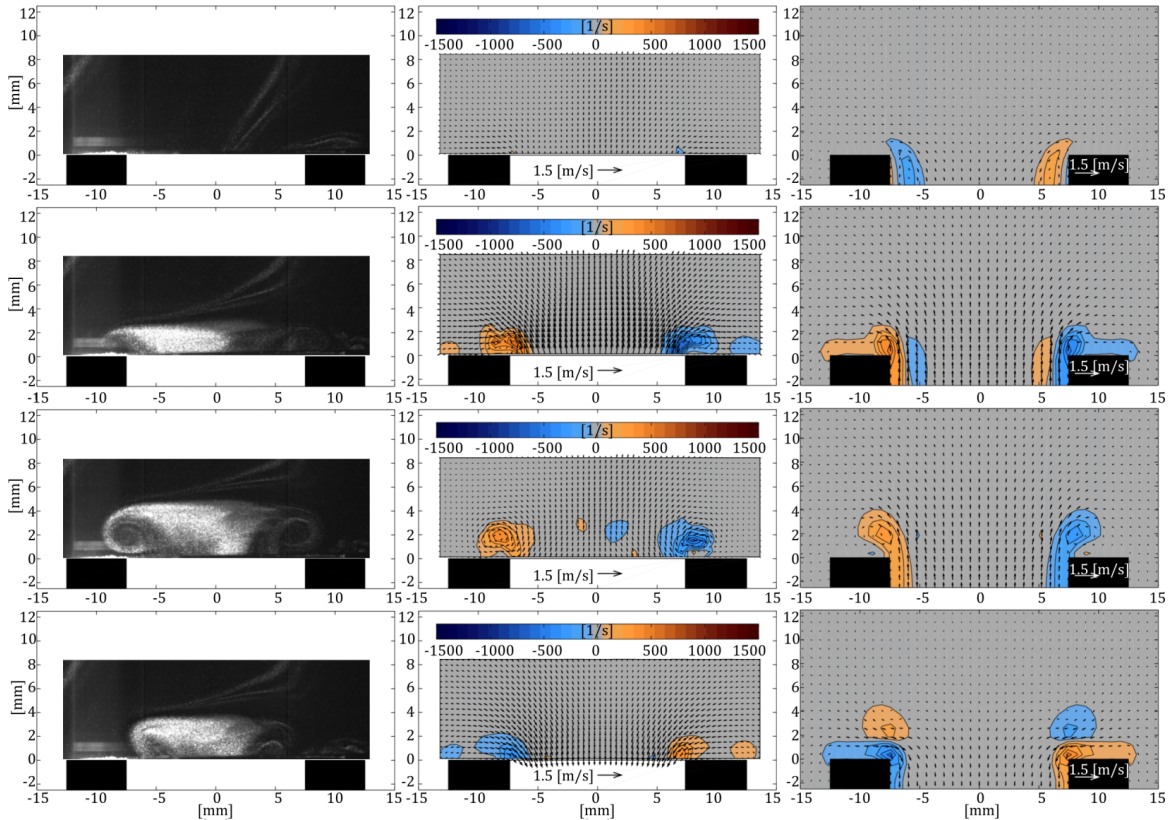


FIG. 3. Nonlinear response at the open end of the duct with $R_\delta = 20.2$ and $r = 0$ mm, illustrating the generation of vorticity at the inner edge of the tube. Images of the tracing particles are displayed in the left column, the velocity field and the azimuthal component of vorticity field [1/s] obtained by means of PIV are shown in the center column, with the corresponding axial slices of the scaled velocity field and azimuthal component of the vorticity field [1/s] resulting from LBM simulations plotted in the right column. Successive phases correspond to different rows: (a) $0.0T$, (b) $0.3T$, (c) $0.5T$, and (d) $0.7T$, where T is the oscillation period.

by a Tascam 144MK II audio interface. The tube itself was 3.40 m long with an internal diameter measuring 15 mm, so that the frequency of the first resonance was 50 Hz. The acoustic pressure inside the tube was measured using a Brüel and Kjaer type 4182 sound pressure probe microphone inserted into tube through a narrow hole drilled at a distance of 50 cm from the open end of the tube. Four interchangeable tube terminations at the open end were available with edges rounded, or chamfered, to different degrees, characterized by the radii of curvature r at the edges: $r = 0$ mm for the straight-edge, and $r = 1.7$ mm, $r = 3.4$ mm, $r = 5.0$ mm for the three rounded edges. In order to contain the seeding particles, the open-end termination was placed inside a sealed box made of acrylic in the shape of an octagonal prism, with a height of 60 cm and a side length of 21 cm. The open end of the tube is located at a distance of 26 cm from the internal base of the box. The seeding particles themselves consisted of oil droplets with a mean diameter of $1 \mu\text{m}$ produced by a Dantec fog generator and left to homogenize in the box for 10 minutes before each experiment, with no significant movement of the particles detected due to gravity during this span of time.

Illumination of the particle tracers was achieved using a dual-cavity flash-pumped Nd:YLF laser with light sheet optics. The light sheet was aligned with the axis of the tube, and a Phantom SenseSpeed 9000 high-speed camera was then positioned perpendicular to the light sheet. For each measurement, two images were captured by the camera. A Dantec model 523 BNC synchronizer

was used for the frame straddling. The two images were separated by 0.2 ms and in both cases exposition time was 0.02 ms. The PIV analysis was carried out using cross-correlation between the images with a search area of 32×32 pixels with an overlap of 50%. A three-point Gaussian fit [19] was applied with a local median filter.

III. LATTICE BOLTZMANN NUMERICAL SIMULATIONS

In the context of Computational Fluid Dynamics (CFD), lattice Boltzmann methods (LBM) generally refer to explicit numerical schemes that provide asymptotic approximations to the Navier-Stokes equations (NS) at low Mach number $M \ll 1$. Based on a discretization of the BGK approximation of the Boltzmann equation from Kinetic Theory, LBM provides distribution functions on a spacial grid where velocities and pressure fields (that approximate solutions to NS) can be computed through their statistical moments [22].

The BGK-Boltzmann equation models the evolution of the distribution function, f , of a gas of particles. The distribution depends on time, spacial positions, and velocities of the microscopic constituents of the gas. In the present study, numerical simulations were performed using a LBM scheme on a three-dimensional regular Cartesian grid, known as D3Q19. The velocity space is reduced to a set of velocities $\{\vec{e}_i : i = 0, 1, \dots, 18\}$ that, from a position in the grid, point to the 18 nearest neighboring nodes, with $e_0 = 0$. The magnitude of these velocities is such that, given a time step δt , $\delta t \vec{e}_i$ represents the position of the i th nearest neighboring node relative to a node in the grid. In this fashion, the distribution function is replaced by a set of 19 distributions $f_i(\vec{x}_j, t)$ that represent f evaluated on the i th velocity and the \vec{x}_j position on the grid at time t .

The time step and the grid spacing can be conveniently set to unity, and the time derivative of f_i can be approximated in a Euler way as a material or Lagrangian derivative, to obtain the discrete version of the BGK-Boltzmann equation:

$$f_i(\vec{x}_j + \vec{e}_i, t + 1) = f_i(\vec{x}_j, t) - 1/\tau (f_i(\vec{x}_j, t) - \bar{f}_i(\vec{x}_j, t)). \quad (2)$$

The term with a factor $1/\tau$ is the BGK approximation to the original collision integral of the Boltzmann equation, and τ is the collisional relaxation time, which is associated to the kinetic viscosity of the model fluid

$$\nu = 2\tau - 16. \quad (3)$$

The distribution \bar{f}_i is an approximation of the Maxwell equilibrium function in accordance with the choice of discrete velocities:

$$\bar{f}_i = w_i \rho [1 + 3\vec{e}_i \cdot \vec{v} + 92(\vec{e}_i \cdot \vec{v})^2 - 32\vec{v} \cdot \vec{v}], \quad (4)$$

where w_i are weights of values $w_0 = 1/3$, $w_i = 1/18$ for $i = 1, \dots, 6$ and $w_i = 1/36$ for $i = 7, \dots, 18$. The equilibrium distribution depends on the macroscopic, or continuum, velocity and density fields (\vec{v} and ρ), computed through the discrete moments:

$$\rho = \sum_{i=0}^{18} f_i \quad \text{and} \quad \rho \vec{v} = \sum_{i=0}^{18} f_i \vec{e}_i. \quad (5)$$

The acoustic pressure is obtained with the equation of state $p = \rho c^2$, where $c = \sqrt{1/3}$.

The computational domain consisted of $301 \times 141 \times 141$ grid nodes. The tube had an interior radius of $R = 20.2$, a thickness of 13.5, and a length of 160 grid lengths, which corresponds to a shorter tube than that used for PIV visualization. Four curvature radii of the mouthpiece were explored, $r = 0, 4.6, 9.2$, and 13.5 grid lengths. The chosen value of the relaxation time was $\tau = 0.54543$ and the period of oscillation considered was $T = 21\,400$ time steps. Starting from rest ($\vec{v} = \vec{0}$) the simulations took five cycles to reach an oscillatory state. An interpolation scheme of second order for curved surfaces was adopted to impose no-slip boundary conditions on the tube's surface [23]. The open boundaries of the computational domain were modeled with anechoic

boundary conditions, where the unknown distribution functions were determined by a backward linear interpolation [24]. To include the acoustic source inside the tube, we imposed the equilibrium distributions (4) with a sinusoidal varying $\rho(t)$ at its entrance given by

$$\rho(t) = 1 + (0.00013N) \sin(2\pi t/T), \quad (6)$$

where $N = 1, 2, \dots, 19$, with $\rho = 1$ initially. Although imposing the value of ρ at the tube entrance using (6) does not guarantee mass conservation over a period of oscillation, it will be shown in the next section that violations of mass conservation are quite small.

To determine the amplitude of the imposed oscillation, measurements were taken at the center of the tube's open end to avoid boundary effects. It should be stressed that we do not expect the LBM to provide quantitative results to match precisely those obtained via PIV, but rather to match qualitatively the main features exhibited by the flow for each value of the dimensionless scaling parameter R_δ .

IV. RESULTS

The setup described in Sec. II A allows for a portrait of the two-dimensional velocity field along the laser sheet to be obtained using phaselocking, with a low frequency of 50 Hz chosen so as to maximize the number of images acquired for each period. We begin by examining the results obtained for the $r = 0$ mm termination, which corresponds to a straight inneredge for the tube. For SPL = 113 dB, where SPL denotes sound pressure level, we have $R_\delta < 1$ and the behavior corresponds to that of a linear system, where the flow structure is symmetric in time, so that inflow and outflow look the same and there is no vortex formation. Three distinct nonlinear regimes are observed, however, and they correspond to increasing values of R_δ , or, equivalently, sound pressure levels, which are obtained after rms-time-averaging the acoustic pressure inside the tube over one oscillation period. Figures 3–5 show images of the tracing particles and the velocity fields and azimuthal components of the vorticity fields obtained both through PIV measurements and LBM simulations at four different phases, and for Reynolds numbers $R_\delta = 20.2, 28.5, \text{ and } 40.2$, corresponding to SPLs of 140 dB, 143 dB, and 146 dB, respectively. These values have been chosen to illustrate clearly the transition between the three different regimes observed.

Three dimensional numerical simulations allow for validation of the experimental measurements, which was not possible in previous studies employing two-dimensional simulations [3], as they represent flow in a channel and not in a cylindrical tube. For validation purposes we note that there is good qualitative agreement between the PIV measurements and LBM simulations for all three of the aforementioned regimes. The first regime is pictured in Fig. 3 with PIV measurements showing that the outflow-inflow symmetry is already broken and with vorticity being generated just outside the edges of the tube during outflow, where it remains until it then fades away during inflow. This behavior is mirrored closely by the LBM simulation, as expected.

As R_δ increases, more robust vortices form at the open end of the duct and they eventually detach slightly from the inner edge, before being sucked back into the tube, as is shown in Fig. 4, where $R_\delta = 28.5$. Again, the behavior is similar to that described by the LBM simulation, although the vortices in the simulation are very welldefined in comparison to the experimentally-observed structures, which is not surprising, first, because of noise typically associated with the PIV technique itself, and second, because of the fact that very small perturbations that can affect the PIV portrait will not show up in the LBM simulation because of insufficient resolution. For higher acoustic particle velocities we do expect vortex shedding to occur. Indeed, for $R_\delta = 40.2$, vortices form and quickly detach from the inner edge of the tube before traveling in the axial direction with enough strength to persist during inflow, as can be seen in Fig. 5. There is also a noticeably sustained outflow along the axis of the tube. This permanent outflow could be the result of a recirculation of the air inside the box used in the experiments. However, the LBM simulations, which take place in open space, show the same phenomenon occurring, suggesting that at this frequency and this level of acoustic pressure the formation of a jet occurs, and is probably the result of acoustic streaming

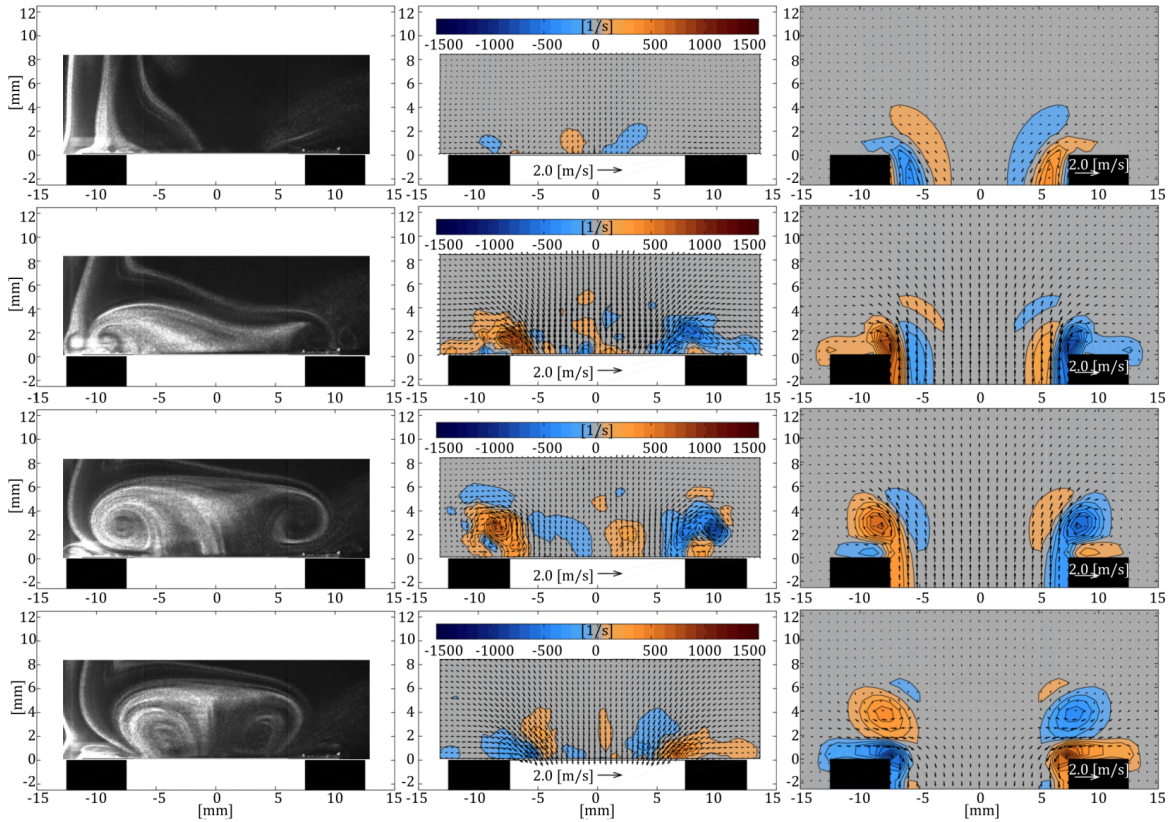


FIG. 4. Nonlinear response at the open end of the duct with $R_\delta = 28.5$ and $r = 0$ mm, where vortices are formed at the open end of the tube. Different plots are organized in the same manner as in Fig. 3.

[25]. Further, to examine this possibility we have used normal-mode decomposition to produce in Fig. 6 a series of scatter plots of the velocity field obtained by means of both PIV and LBM for increasing values of R_δ where we show the values of the zero-frequency mode, which is essentially the mean flow over the whole two-dimensional spatial domain during one period, and of a second normal mode which corresponds to periodic fluctuation amplitudes. These values correspond to the relative magnitudes of a field with mean flow different from zero and a field consisting of periodic perturbations to the mean flow field. The normal modes are identified by means of a Fourier transform in time, which in this case is calculated over thirty five oscillation periods to minimize the effect of noise and random fluctuations. We observe first that for relatively small values of R_δ —see column (a) in Fig. 6—the mean flow is practically nonexistent for both PIV and LBM data, with all points corresponding to the mean flow restricted to a small area close to the origin. However, for larger values of R_δ , mean flow begins to be detectable in both cases in the same region occupied by the fluctuations, indicating increased axial velocity. Finally, for the case $R_\delta = 40.2$, shown in column (c) of Fig. 6, the mean flow extends beyond the region where fluctuations are observed in both the axial and the radial directions. This behavior is more marked for the experimental data than for the numerical simulations, but it is nonetheless clearly observable in both cases. The maximum absolute values of the radial component of the mean flow occur for minimum values of the axial component, and vice versa, suggesting that a pumplike mechanism is feeding the outflow in the axial direction with inflow in the radial direction.

A direct comparison between values of the velocity as measured by PIV and as simulated by LBM is shown in Fig. 7, through the rms-time-averaged volumetric flow over one period of

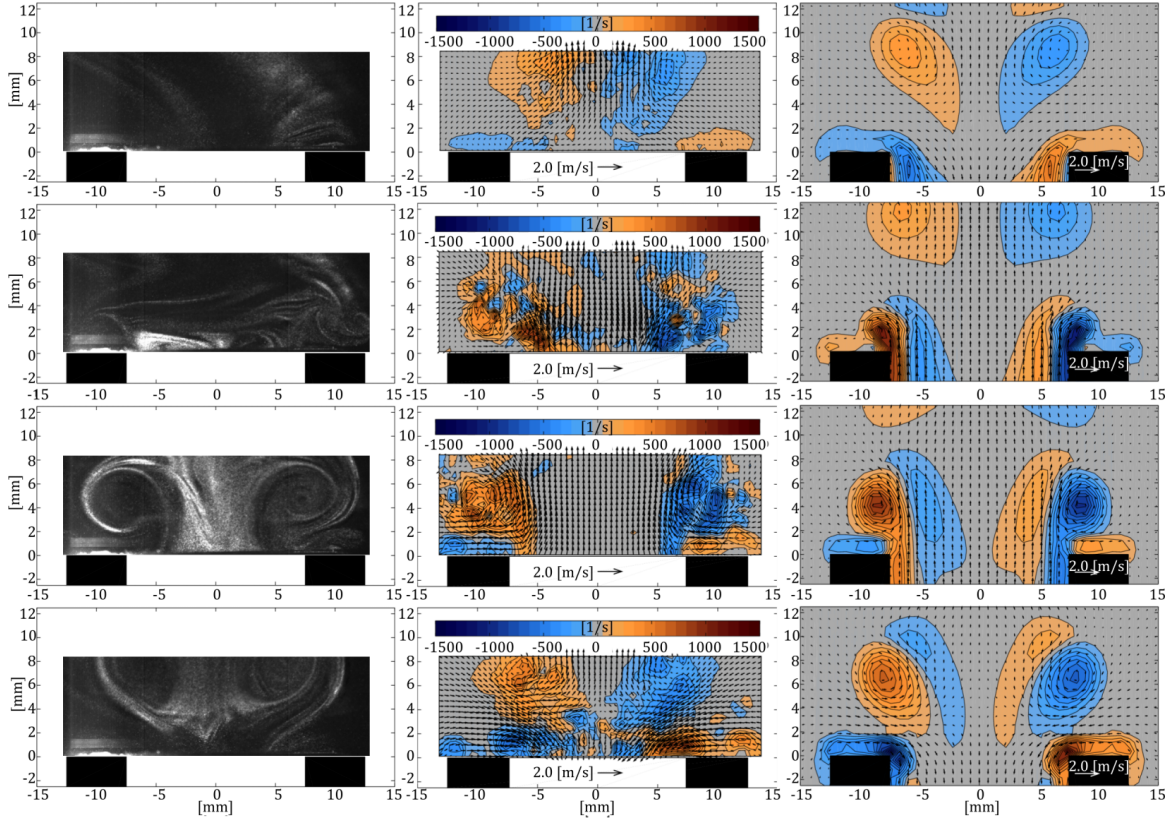


FIG. 5. Nonlinear response at the open end of the duct with $R_\delta = 40.2$ and $r = 0$ mm, illustrating the formation and shedding of vorticity at the inner edge of the open duct. Different plots are organized in the same manner as in Fig. 3.

oscillation:

$$Q = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left[\int_S \vec{v} \cdot \vec{n} ds \right]^2} d\tau, \quad (7)$$

where S represents the tube cross-sectional surface and \vec{n} is a unit vector normal to S pointing outwards. Figure 7 shows Q computed at the open end of the duct, plotted against the acoustic pressure inside the tube. Velocity was measured 2 mm above the plane defined by the open end of the duct because it was not possible to obtain reliable PIV observations right at the open end, and it was then integrated over the surface of the cross section of the duct to compute Q as a measure of the amplitude of the oscillating flow. The experiment was repeated for twelve different values of R_δ , with correspondingly different values of pressure inside the duct, including the three already examined in Figs. 3–5. Clearly, values of Q increase as R_δ increases, and as this happens experimental data becomes much noisier than numerical data because vortex formation and detachment are not perfectly stable during experiments and local turbulence is produced. As a consequence, values of Q obtained experimentally are somewhat larger than those obtained numerically. With regard to conservation of mass, the inset in Fig. 7 shows the volumetric flow integrated across two cross sections inside the tube (S taken at the source and at the edge), averaged over 35 cycles, given by

$$\bar{Q} = \frac{1}{35T} \int_0^{35T} \left[\int_S \vec{v} \cdot \vec{n} ds \right] d\tau, \quad (8)$$

relative to Q . It is clearly seen that mass losses are very small.

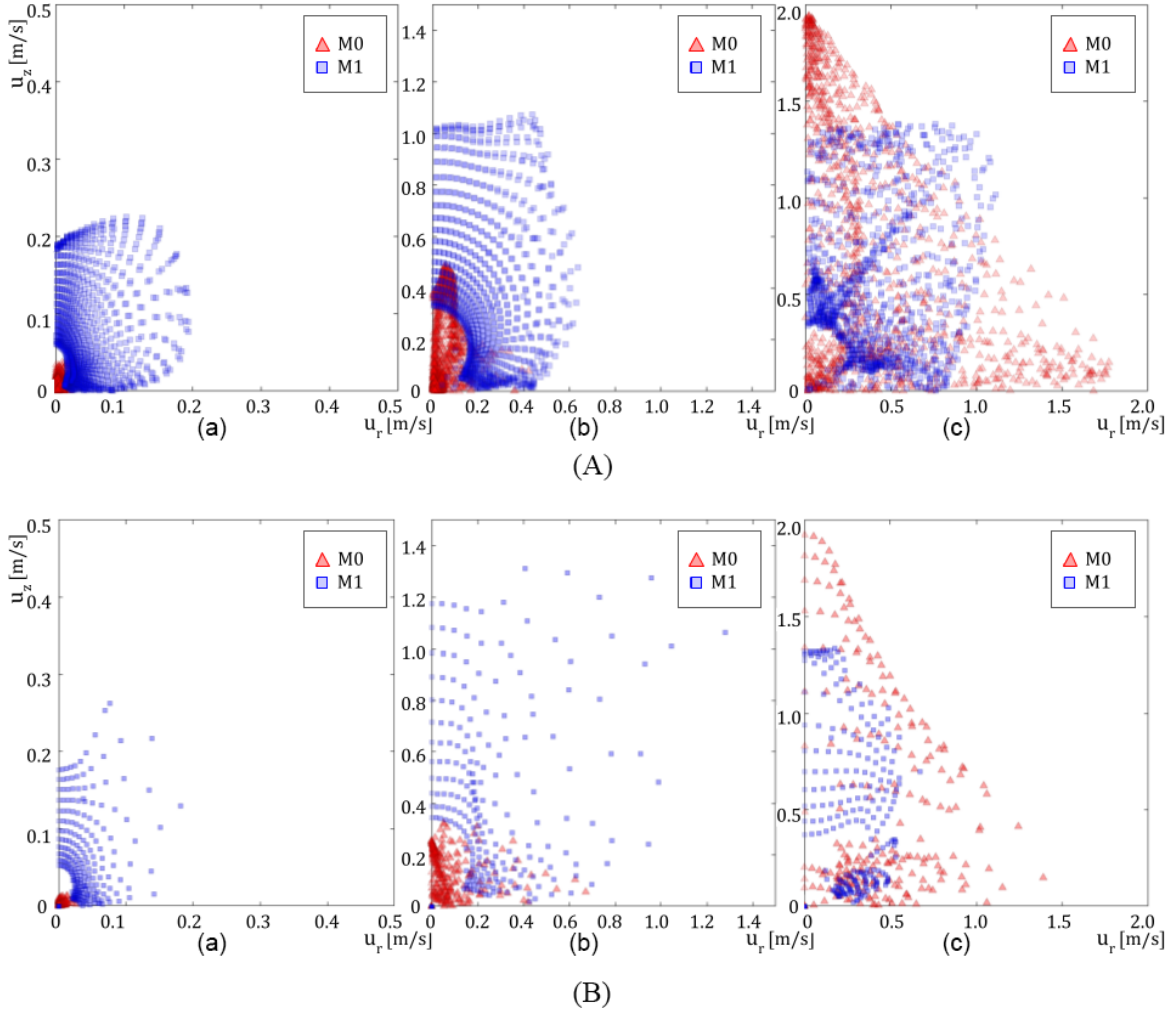


FIG. 6. Scatter plots obtained through (A) PIV and (B) LBM for the zero-frequency mode (M0) and corresponding fluctuation amplitudes (M1), for $r = 0$ mm and (a) $R_\delta = 8.3$, (b) $R_\delta = 20.2$, and (c) $R_\delta = 40.2$. Plotted points were obtained from velocities calculated over the whole PIV plane of observation and the equivalent plane for the numerical simulations. The axial velocity components u_x are plotted along the vertical axis and the radial velocity components u_r are plotted along the horizontal axis.

It is observed that while the behavior of the experimental and numerical curves is roughly similar, and the scale of the values of mean flow is the same, there is a dip in the curve for the simulated flow slightly below 200 Pa, which corresponds to 140 dB. At this point, vortical structures cease to be destroyed during inflow and persist, as is shown in Fig. 3, and in the case of numerical simulations this results in suddenly decreased amplitude Q through the surface at the exit of the duct, and thus in a sharp dip in the values of Q . For experimental data, this is not clearly appreciated because the noisiness induced by the turbulence offsets the effect of the separation of the vortices. To test this assumption we have treated experimental data using a minimum-order low-pass filter in time so that structures associated with timescales smaller than the period of oscillation are filtered out. After filtering, it is shown in Fig. 7 that experimental measurements of the mean flow match well with the corresponding numerically simulated values. This is not, of course, a rigorous validation of the method, but rather serves to explain the differences observed in the original comparison.

Having checked that the experimental measurements are consistent with the three-dimensional numerical simulations, we use the LBM to produce a portrait of vortex formation and shedding at

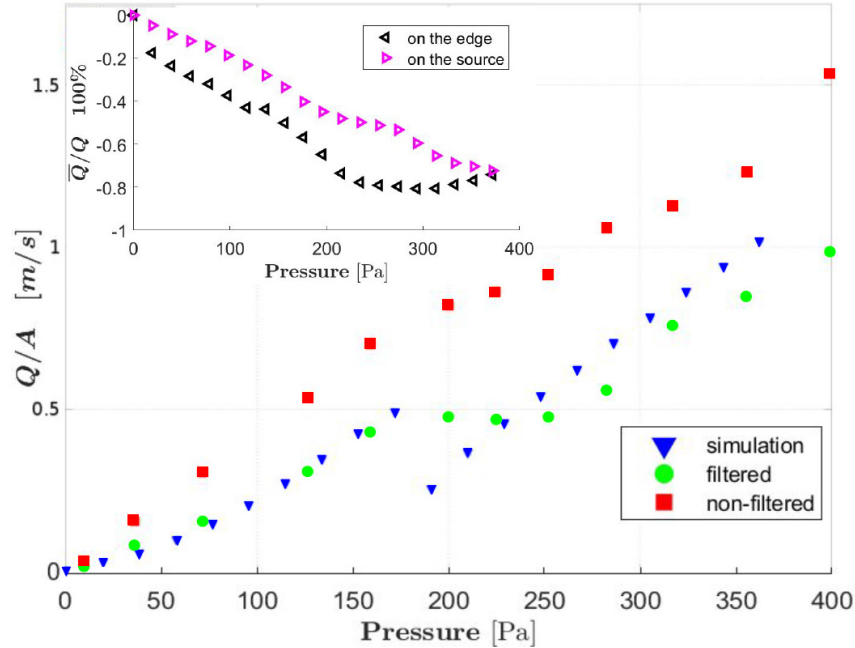


FIG. 7. The amplitude Q just outside the open end of the tube with cross sectional area A plotted against pressure inside the tube for the case $r = 0$ mm. PIV experimental data is depicted by red squares, and LBM numerical data is depicted by blue triangles. Filtered experimental data, where a low-pass filter has been applied which suppresses structures associated with timescales smaller than the period of oscillation, is depicted by green circles. The inset shows the mass conservation properties of the numerical scheme through \bar{Q}/Q measured at the source and at the edge of the tube, plotted against pressure for $r = 0$ mm.

the open end of a tube with $r = 0$, shown in Fig 8. The formation of an annular vortex around the inner edge of the tube can be observed in frames a, b, and c, and the shedding of the vortex is clearly seen in frames d and e. The pumplike mechanism discussed above, which accompanies the outflow, can be clearly appreciated upon examination of the streamlines in this sequence of images.

The effect of rounding the inner edge of the duct is examined by setting $r > 0$ mm. We confirmed previous observations [3] that formation and shedding of vortices are suppressed at the values of R_δ , at which we first observe this phenomenon for $r = 0$ mm, because no separation occurs during inflow because of the rounded edge, which is illustrated in Fig. 1. Nevertheless, we found that it was still possible to observe vortex generation by sufficiently increasing the acoustic pressure inside the tube. At values larger than 150 dB inside the tube, the associated particle velocities become so large—greater than 1.6 m/s—that it is no longer possible to use PIV to calculate them for our particular setup. This is a well-known limitation of the method in particular cases [13,17]. We were still able, however, to obtain qualitative observations of the flow following the motion of tracer particles, which we accompany with the corresponding LBM simulations. In Fig. 9 it is observed that for $R_\delta \approx 26$, vorticity generation at the inner edge of the duct decreases noticeably as the edge becomes more rounded for equal pressure levels inside the duct. Also, note that the behavior shown in the experimental sequences matches that described by the corresponding LBM simulations quite closely. Experimental and numerical sequences also match well in Fig. 10, where the acoustic pressure inside the duct has been greatly increased to give $R_\delta \approx 73$, which is a much larger value than that which corresponds to Fig. 5, for example. In this case vortex shedding does occur for the smaller values of the radius of curvature r , but is eventually suppressed for $r = 5$ mm, as expected. Residual turbulence can be observed for experimental sequences toward the end of an oscillation period, and the velocities associated with this turbulence exceed acoustic particle velocities. It seems that vortex shedding will occur eventually even for large radii of curvature,

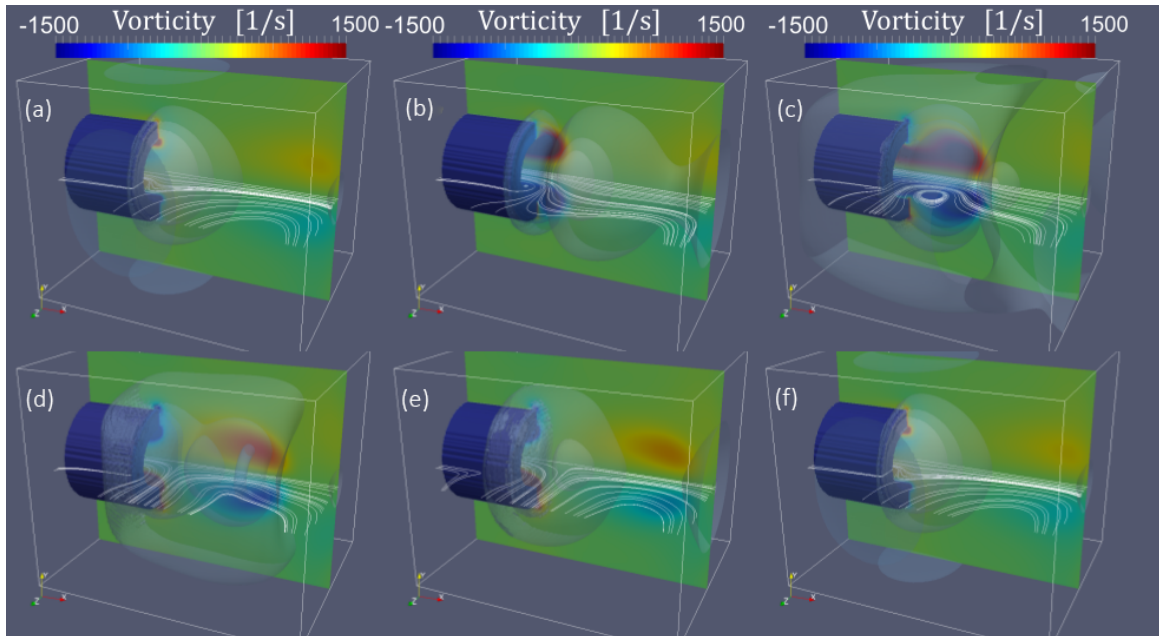


FIG. 8. Formation and shedding of vortices at the open end of the tube for $r = 0$ mm and $R_\delta = 170$. Vorticity is plotted in the xy plane, and streamlines in the xz plane. Surfaces of equal pressure are rendered in white. Phases shown are: (a) $0.0T$, (b) $0.2T$, (c) $0.4T$, (d) $0.6T$, (e) $0.8T$, and (f) $1.0T$, where T is the period of oscillation.

which is not an unforeseen result, as we have established that vortex formation in this case is due to boundary layer separation during inflow, and thus incompressible shear flow, and not to acoustic phenomena.

V. CONCLUSIONS

The generation and shedding of vortices at the inner edge of an open circular duct which contains an acoustic field has been studied using PIV for the experimental calculation of the associated velocity field and LBM for the three-dimensional numerical simulation of the same field, which allows for comparison with the experimental results. Qualitatively, PIV measurements match well with the results of LBM simulations when the inner edge of the tube is straight, but local turbulence accompanies the generation of vorticity during experiments and makes straightforward comparison of velocities impossible. Even so, using a simple high-pass filter to account for small-scale turbulence it was shown that the values of the mean flow calculated experimentally are consistent with those resulting from LBM simulations. This cannot be taken as a formal validation of the Lattice-Boltzmann method, but the method does prove to be adept at representing the transition from acoustical vibration of an air column to the nonlinear dynamics of an inviscid fluid, with velocity fields of the same scale as their experimentally calculated counterparts, notwithstanding the dissipation associated with the method itself [26]. For rounded inner edges of the duct only qualitative comparisons between the visualization of the tracing particles and simulations are possible because of limitations imposed upon the PIV method by the large particle velocities involved. Still, the experimental images also match well against the LBM simulations in these cases, strengthening the claim that the LBM is a robust tool capable of adequately portraying the relevant phenomena.

Our results are consistent with previous work regarding both the existence of different regimes defined by the generation and eventual shedding of vortices at the inner edge of the duct [3] and the effect that rounding this edge has on the aforementioned generation and shedding of vortices [2,4].

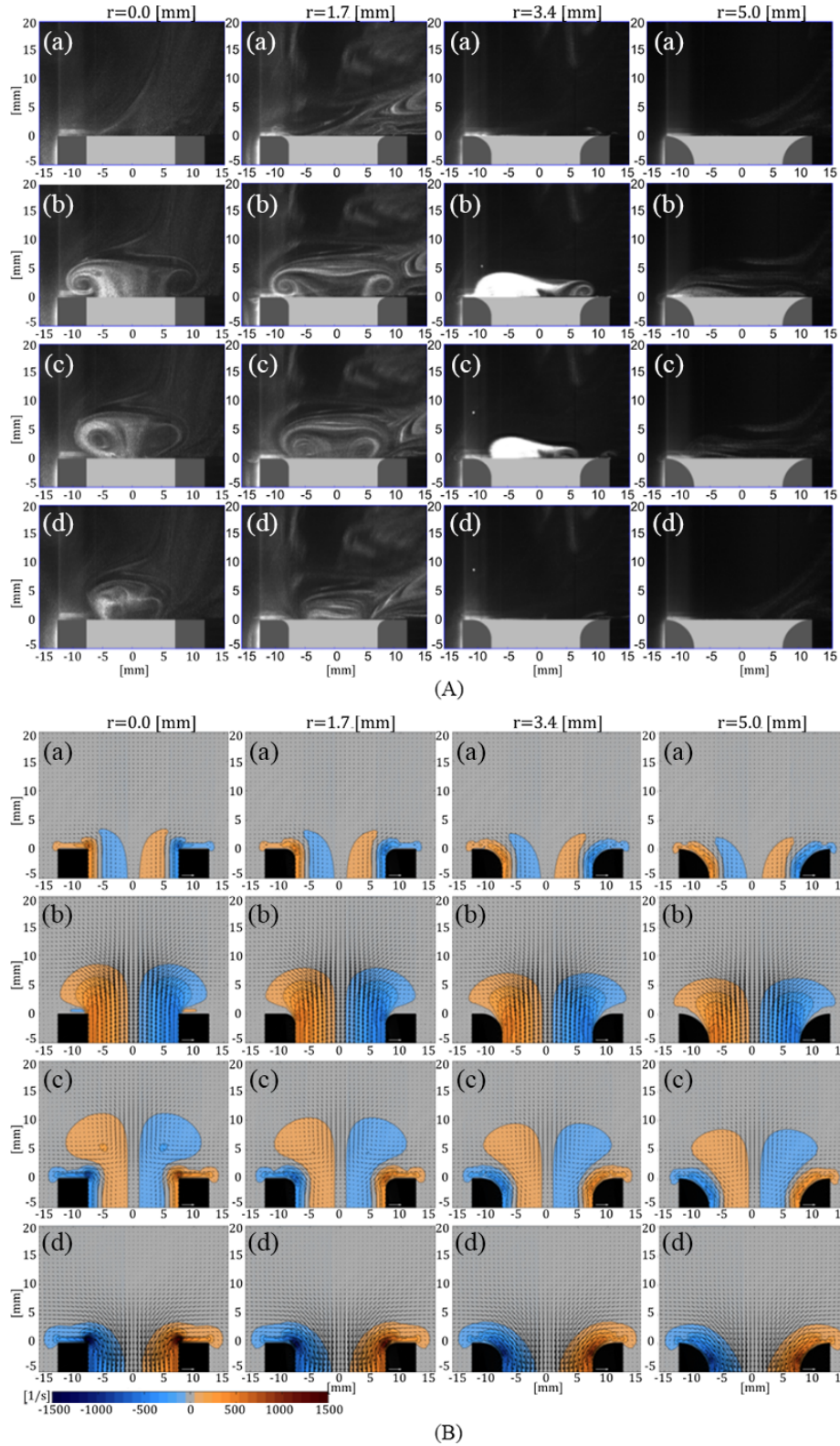


FIG. 9. Flow at the open end of tubes for $R_\delta \approx 26$ with different radii of curvature arranged by columns: $r = 0$ mm, 1.7 mm, 3.4 mm, and 5.0 mm. Shown in different lines are phases $0.0T$, $0.3T$, $0.5T$, and $0.7T$ for (A) experiments and (B) the corresponding axial slices of the scaled velocity field and the azimuthal component of the vorticity field [$1/s$] resulting from the LBM simulations.

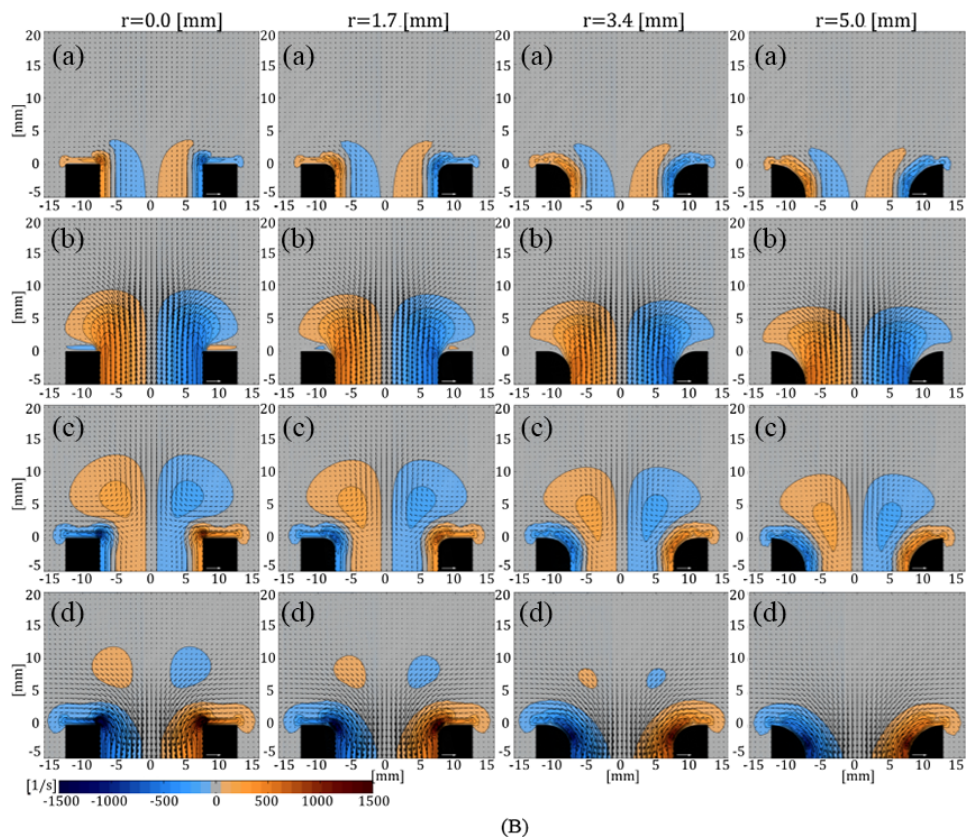
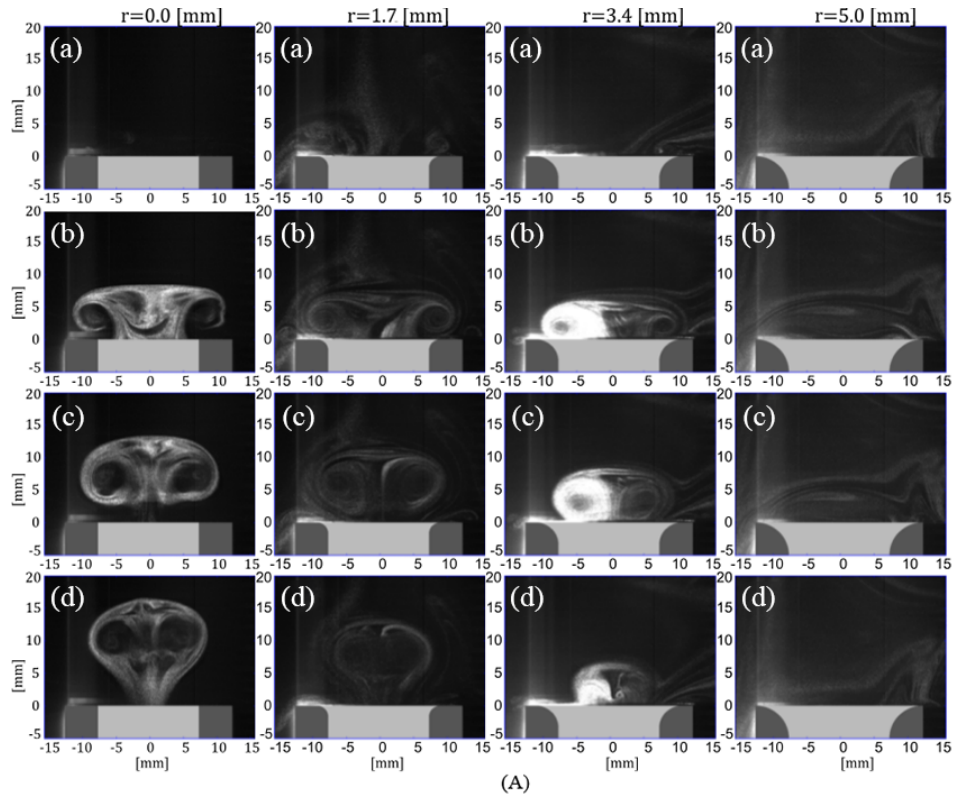


FIG. 10. Flow at the open end of tubes for $R_\delta \approx 73$ with different plots organized in the same manner as in Fig. 9.

Three distinct regimes were observed, characterized first by generation of vorticity at the inner edge of the open tube for low particle velocities, then by formation of a well-defined annular vortex at this same location for moderate particle velocities, and finally by shedding of these vortices for high velocities. The actual values of the velocities which are identified with the different regimes were found to depend very strongly on the curvature of the inner edge. The more rounded the edge, the more pressure is needed inside the duct to generate vorticity at the edge. In further studies we will consider horn terminations with different geometries, as it has already been reported that their effect on the aeroacoustic behavior at the open end of the duct can be dramatic. [4].

One aspect of interest to various authors [2,3] has been the quantification of nonlinear losses at the exit of the open tube. It is necessary for this purpose to use three-dimensional simulations, but even then it is far from a straightforward task, mainly, in our view, because of the noisiness introduced by turbulence which is readily apparent in experimental results, but much less pronounced in numerical simulations. Various nonlinear mechanisms are responsible for losses at the exit of the tube, and while vortex formation and shedding is certainly an important one, it is far from the only one. An estimation of these losses is certainly possible using the LBM employed for the present study, but it is unlikely to be reliable with regards to precise values. Nonetheless, a reliable three-dimensional compressible Navier-Stokes portrait of all relevant phenomena at the duct opening, namely, acoustic streaming, viscous boundary-layer separation, generation and shedding of vortices, and radiation of sound, is obtained.

ACKNOWLEDGMENTS

L.M.d.R. thanks Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) for financial support during his Ph.D. studies, and all authors thank CONACyT for financial support through project Ciencia Básica A1-S-17650. The authors also acknowledge financial support from Dirección General de Asuntos del Personal Académico, Universidad Nacional Autónoma de México through project PAPIIT IN113820.

-
- [1] U. Ingård and S. Labate, Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices, *J. Acoust. Soc. Am.* **22**, 211 (1950).
 - [2] M. Atig, J. Dalmont, and J. Gilbert, Termination impedance of open-ended cylindrical tubes at high sound pressure level, *Comptes Rendus Mécanique* **332**, 299 (2004).
 - [3] J. M. Buick, M. Atig, D. J. Skulina, D. M. Campbell, J. P. Dalmont, and J. Gilbert, Investigation of non-linear acoustic losses at the open end of a tube, *J. Acoust. Soc. Am.* **129**, 1261 (2011).
 - [4] M. C. A. M. Peters, A. Hirschberg, A. J. Reijnen, and A. P. J. Wijnands, Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low Helmholtz numbers, *J. Fluid Mech.* **256**, 499 (1993).
 - [5] A. Chaigne and J. Kergomard, *Acoustics of Musical Instruments* (Springer, New York, 2016).
 - [6] J. H. M. Disselhorst and L. V. Wijngaarden, Flow in the exit of open pipes during acoustic resonance, *J. Fluid Mech.* **99**, 293 (1980).
 - [7] P. Merkli and H. Thomann, Transition to turbulence in oscillating pipe flow, *J. Fluid Mech.* **68**, 567 (1975).
 - [8] M. Hino, M. Sawamoto, and S. Takasu, Experiments on transition to turbulence in an oscillatory pipe flow, *J. Fluid Mech.* **75**, 193 (1976).
 - [9] J. Peube, Etude expérimentale du champ des vitesses à l'embouchure d'un tuyau sonore excité à de fortes amplitudes (experimentation study of the velocity fields at the open end of a tube excited by high amplitude sound), *J. Phys. Colloques* **40**, C8-346 (1979).
 - [10] S. I. Sergeev, Fluid oscillations in pipes at moderate reynolds numbers, *Fluid Dyn.* **1**, 121 (1966).
 - [11] C. von Kerczek and S. H. Davis, The stability of oscillatory Stokes layers, *Stud. Appl. Math.* **51**, 239 (1972).
 - [12] V. K. Garg, Stability of developing flow in a pipe: non-axisymmetric disturbances, *J. Fluid Mech.* **110**, 209 (1981).

- [13] D. B. Hann and C. A. Greated, The measurement of flow velocity and acoustic particle velocity using particle-image velocimetry, *Meas. Sci. Technol.* **8**, 1517 (1997).
- [14] D. B. Hann and C. Greated, Measurement of acoustic particle velocity using particle image velocimetry techniques, *Acustica* **83**, 354 (1997).
- [15] S. Yoshikawa, H. Tashiro, and Y. Sakamoto, Experimental examination of vortex-sound generation in an organ pipe: A proposal of jet vortex-layer formation model, *J. Sound Vib.* **331**, 2558 (2012).
- [16] J. P. Sharpe, C. Greated, C. Gray, and D. Campbell, Measurement of acoustic streaming using particle image velocimetry, *Acustica* **68**, 168 (1989).
- [17] M. Raffel, C. Willert, S. Wereley, and J. Kompenhans, *Particle Image Velocimetry. A Practical Guide*, 2nd ed. (Springer, 1998).
- [18] R. J. Adrian, Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **23**, 261 (1991).
- [19] I. Grant, Particle image velocimetry: A review, *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C* **211**, 55 (1997).
- [20] D. Skulina, Ph.D. thesis, The University of Edinburgh, 2005.
- [21] S. Weyna and W. Mickiewicz, Phase-locked particle image velocimetry visualization of the sound field at the outlet of a circular tube, *Acta Phys. Pol. A* **125**, A-108 (2014).
- [22] S. Chen and G. D. Doolen, Lattice boltzmann method for fluid flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30**, 329 (1998).
- [23] Z. Guo, C. Zheng, and B. Shi, An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, *Phys. Fluids* **14**, 2007 (2002).
- [24] M. Neal, Ph.D. thesis, The University of Edinburgh, 2002.
- [25] J. Lighthill, Acoustic streaming, *J. Sound Vib.* **61**, 391 (1978).
- [26] S. Marié, D. Ricot, and P. Sagaut, Comparison between lattice boltzmann method and Navier–Stokes high order schemes for computational aeroacoustics, *J. Comput. Phys.* **228**, 1056 (2009).