



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES PLANTEL  
ARAGÓN

INFORME DE EJERCICIO PROFESIONAL PARA  
OBTENER EL GRADO DE  
INGENIERO EN COMPUTACIÓN

“EL LENGUAJE COMÚN, EL LENGUAJE MATEMÁTICO Y EL RAZONAMIENTO  
MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA”

PRESENTA:

MARTÍN AGUILAR SÁNCHEZ

ING. GARCÍA GUZMÁN ENRIQUE  
ASESOR DEL INFORME



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIA:

*A mis padres, por estar conmigo, por enseñarme a crecer y a que si caigo debo levantarme, por apoyarme y guiarme, por darme las bases que me ayudaron a llegar hasta aquí.*

*El presente trabajo es dedicado a mi familia, a mi esposa y a mis hijos quienes han sido parte fundamental para escribir este trabajo, ellos son quienes me dieron grandes enseñanzas y los principales protagonistas de este sueño alcanzado.*

*A todas aquellas personas que hicieron posible este trabajo. Muy en especial para ese ángel que está en el cielo y me acompaña todos los días, a "Mi esposa"*

# Índice

	Página
INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO 1	
1.1 Antecedentes Profesionales	6
1.2 La enseñanza de las matemáticas a nivel secundaria	7
CAPÍTULO 2	
El lenguaje común y el lenguaje matemático	
2.1 Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en la educación secundaria	11
2.2 Requisitos para lograr el aprendizaje significativo	14
2.3 Aplicaciones pedagógicas	15
2.4 Aprendizaje del algebra según el contexto escolar	16
2.5 Aspectos que influyen en el propósito de enseñar álgebra	17
2.6 El proceso de transporte del lenguaje natural o común a lenguaje algebraico	18
CAPÍTULO 3	
El razonamiento matemático en la educación secundaria	
3.1 Tipos de razonamiento que se desarrollan y fortalecen en la secundaria	21
3.2 Tipos de pensamiento que se desarrollan y fortalecen en la secundaria	24
3.3 Obstáculos que dificultan la generación de soluciones creativas	27
3.4 Como desarrollar el pensamiento lógico matemático en los alumnos	28
3.5 Principios pedagógicos en la educación	32
CONCLUSIÓN	35
BIBLIOGRAFÍA	39

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como objetivo analizar a detalle la problemática que se presenta en matemáticas a nivel secundaria para llegar a un razonamiento matemático correcto en la solución de problemas.

Uno de las grandes dificultades que presentan los estudiantes en la materia de matemáticas es la comprensión de los textos que hacen referencia a situaciones por resolver, el carecer de un lenguaje matemático “algebraico” dificulta la comprensión de dichos textos. Esto por obvias razones complica en varios de los casos llegar a una correcta solución de los problemas.

El presente trabajo considera el enlace de tres etapas importantes en este proceso.

- 1.- Lenguaje común o natural
- 2.- Lenguaje matemático o algebraico
- 3.- Razonamiento matemático.

El pensamiento matemático es esencialmente de carácter abstracto; los conceptos matemáticos como el número, por ejemplo, son entidades cognitivas que no poseen como referente un objeto real, sino a través de un riguroso método lógico deductivo de validación interna.

Por otro lado, otro de los aspectos característicos de las matemáticas es su vinculación con un lenguaje específico de carácter formal y que posee propiedades que lo diferencian fuertemente del lenguaje común o natural.

En efecto, frente a la ambigüedad del lenguaje natural, el lenguaje matemático implica la abstracción de lo esencial de las relaciones matemáticas implicadas en cualquier situación, lo que permite un aumento del rigor que viene dado por la estricta significación de los términos.

La mayoría de los alumnos aprenden a aplicar los símbolos del lenguaje matemático según ciertas reglas que no poseen cierto tipo de justificación referencial que lo dote de sentido.

Un somero análisis de los libros de texto de matemáticas que se utilizan hoy en día en nuestras escuelas, nos revela enseguida la gran abundancia de lenguaje formalizado, cosa que, por otra parte, es considerada normal por cualquiera de nosotros, que tenemos fuertemente asociado el razonamiento matemático al uso de dicho lenguaje.

La formación matemática que permite a los alumnos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende en gran parte de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica. La experiencia que vivan los alumnos

al estudiar matemáticas en la escuela puede traer como consecuencias: el gusto o el rechazo por ellas, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de estos según el criterio del docente.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar.

Los avances logrados en el campo de la didáctica de la matemática en los últimos años dan cuenta del papel determinante que desempeña el medio, entendiendo como la situación o las situaciones problemáticas que hacen pertinente el uso de las herramientas matemáticas que se pretenden estudiar, así como los procesos que siguen los alumnos para construir conocimientos y superar las dificultades que surgen en el proceso de aprendizaje.

Toda situación problemática presenta obstáculos; sin embargo, la solución no puede ser tan sencilla que quede fija de antemano, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe construirse en el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que usar al menos una. Para resolver la situación, el alumno debe usar sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar en la situación, pero el desafío consiste en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación.

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida que los alumnos lo puedan usar para resolver problemas y reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental de estos procesos de estudio se apoya más en el razonamiento que en la memorización; sin embargo, esto no significa que los ejercicios de práctica o el uso de la memoria para guardar ciertos datos, como la transformación de fracciones a su expresión decimal o los productos y cocientes de dos números enteros no se recomienden; al contrario, estas fases son necesarias para que los alumnos puedan invertir en problemas más complejos.

# CAPÍTULO 1

## 1.1 ANTECEDENTES PROFESIONALES

Las matemáticas forman parte fundamental de la vida cotidiana de todo ser humano, ya sea académica o personalmente porque nos ayuda a desarrollar ciertas habilidades y capacidades mentales que vamos perfeccionando en el transcurso de nuestra vida.

En nuestro país existen dos tipos de instituciones que brindan educación escolar en diversos lugares, la pública y la privada. Aunque en teoría, sus técnicas y estrategias de enseñanza tendrían que responder a los mismos objetivos e intereses para lograr calidad en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sabemos que éstos son argumentos a los que no se le da la importancia que merecen. Sin embargo, ambas tienen sistemas que van de acuerdo a lo que se establece en los planes y programas de estudio.

En lo que se refiere a la forma de impartir las clases de matemáticas a estudiantes de secundaria ya sea en escuela pública o privada, es conveniente mencionar que el contexto sociocultural que vive tanto el estudiante como el profesor repercute o afecta directamente el estilo de aprender y de enseñar esta asignatura. Esto podría ser el origen de muchas ideas y creencias erróneas en torno a la actividad matemática tanto fuera como dentro del aula por parte de quienes acuden y trabajan en ambas instituciones ya que no tienen la misma percepción.

A lo largo de mi vida profesional he laborando para varias instituciones educativas como son:

- CONALEP
- Instituto Politécnico Nacional en la División de Estudios de Posgrado e Investigación
- El Colegio Israelita de México
- El Colegio Hebreo Tarbut
- El Colegio Hebreo Maguen David
- El Colegio Tiyoli
- El Colegio Manuel Eduardo de Gorostiza
- El Colegio Bernal Díaz del Castillo

Impartiendo diferentes materias como son: Introducción a la Física y Química, Física 1, 2, y 3, en secundaria, Matemáticas 1, 2 y 3 en secundaria, Laboratorios de Física 1 y 2 en preparatoria, Hoja de cálculo en primer año y tercer año de preparatoria e impartiendo talleres de matemáticas en secundaria he observado la dificultad que tienen los alumnos para razonar los problemas relacionados a matemáticas.

El rezago educativo en nuestros alumnos es originado por varios factores, pasando por problemas familiares, económicos, sociales y emocionales. Factores que muchas veces en conjunto o individuales originan en los alumnos una carencia de conocimientos para afrontar su vida académica, y en particular matemáticas.

Otro de los factores que origina el bajo rendimiento en matemáticas es la apatía y el desgano para realizar procesos que requieren de análisis y procedimientos organizados para llegar a un resultado satisfactorio.

## **1.2 LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A NIVEL SECUNDARIA**

Específicamente, en la educación secundaria la parte más importante del contenido en los programas de matemáticas es el álgebra, no porque esto sea lo más adecuado o no, si no porque ésta materia incorpora parte de la aritmética y la geometría que se aprende en primaria con ese nuevo aprendizaje del lenguaje simbólico y abstracto, el álgebra. Las matemáticas de preparatoria y de universidad requieren de un lenguaje algebraico cada vez más complejo, todo esto forma parte de la cultura matemática que se va acumulando a través del tiempo y se utilizará en un futuro.

Socialmente son importantes porque cualquier conocimiento matemático adquirido en la escuela puede ser utilizado por los estudiantes al tomar decisiones tanto en situaciones habituales como esporádicas, esto en diversos grupos que conforman parte de nuestra sociedad, como la familia, los compañeros de escuela o trabajo. Además se espera que los estudiantes adquieran seguridad al emplear las técnicas y procedimientos que han aprendido, todo esto con el fin de detectar situaciones análogas de la vida diaria en las que puedan obtener una solución al problema.

Aunque aprender matemáticas es necesario tanto cultural como socialmente ya que estimula la capacidad de razonamiento y el pensamiento del estudiante en cualquier nivel escolar porque lo lleva a tomar un sentido amplio en conocimientos, hábitos y decisiones. Debemos reconocer que nos es una tarea sencilla, ya que se hace uso de un lenguaje y conocimientos específicos que muy pocas veces se encuentra relacionado con la vida cotidiana y lo que ocurre dentro de un salón de clases.

Los conocimientos matemáticos son todos aquellos que puedan brindarle a la vida del estudiante, sea escolar o familiar, un mayor desenvolvimiento mental activando la capacidad de razonar de manera lógica, pues la matemática requiere de un lenguaje especial, que para ella se ha estructurado a partir del álgebra.

Es necesario romper con la idea tradicional de que las matemáticas son solo cuentas, se puede mostrar que es un lenguaje universal en donde se acepta imaginar y descubrir grandes cosas, donde también se puede pensar y reflexionar para encontrar soluciones a problemas o bien, porque no tienen solución.

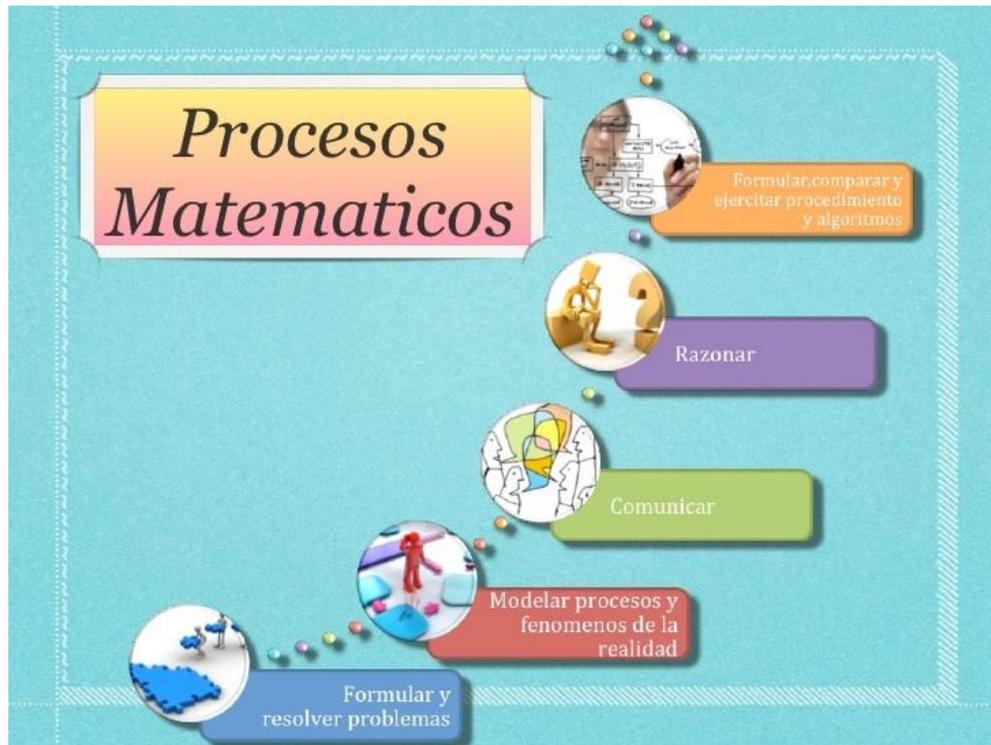
Es inevitable mencionar que al llegar al nivel medio superior, la mayoría de los estudiantes cuentan con una idea buena o mala de lo que son las matemáticas, puesto que en los tres años de secundaria se enfrentan a unas nuevas matemáticas, donde la disposición para aprenderlas se ve influida notablemente por ideas que se crearon mientras estudian la primaria, creencias y experiencias de familiares, amigos y conocidos.

Los hábitos de estudio que un adolescente adquiere para aprender, entender, asimilar y hacer matemáticas son muy diversos, desde aquellos que se ven en casa, en la calle, en el internet, en la televisión, o escucha en la radio, hasta los que le brinda la enseñanza escolarizada, cuyo objetivo se centra muchas veces en pasar el curso de matemáticas aunque no se hayan entendido los temas. Esto llega a afectar con el paso del tiempo, pues en determinado momento lo llegan a olvidar, o peor aun cuando entra al bachillerato se dan cuenta que aplican el lenguaje algebraico con un grado de complejidad mayor al aprendido en secundaria.

El tomar decisiones en nuestra vida personal, profesional y laboral es muchas veces el resultado de haber aprovechado al máximo nuestra educación académica ya que somos parte importante de nuestra sociedad y debemos contribuir al desarrollo de la misma.

La educación académica o escolarizada es capaz de llevar y transmitir una cultura muy diferente de acuerdo a las condiciones sociales, económicas y políticas de cada región. No se puede afirmar que ésta sea la mejor ni la peor, pero lo que si podemos decir es que aprender álgebra es importante para todos los estudiantes y no solo para aquellos que quieren seguir estudiando para hacer una carrera ya sea técnica o profesional, porque el álgebra es aplicada constantemente en los avances tecnológicos.

El aprendizaje de las matemáticas debería ayudar a los estudiantes a acercarse a las nuevas tecnologías, pues de estas dependen en gran medida. Actualmente en México la mayor parte de la sociedad está centrada en la informática, hoy por hoy es necesario familiarizarnos con la calculadora, el internet, la televisión, el teléfono celular, entre muchos otros; no solo por hecho de que se necesite saber cómo usarlos, sino además tener acceso a información de cómo se fabrican, cómo se arman y diseñan para aquellos que les interese este campo.



Por otra parte, dado que la mayoría de los empleos actuales requieren de personas con mayor preparación, que sean capaces de analizar información y posteriormente utilizarla para resolver problemas, es que enfatizo la importancia del aprendizaje de las matemáticas. A estas alturas necesitamos tener claro que la educación es un proceso social, como consecuencia la educación matemática es también un proceso social.

Las matemáticas se utilizan en todas las sociedades modernas, pobres y ricas, pues su aplicación depende del entorno donde se vayan a utilizar, podemos constatar que es la única materia que se enseña en todas las escuelas del mundo en todos los niveles educativos.

Hay que tomar en cuenta que la enseñanza de las matemáticas está regulada y por lo tanto restringida por diversas instituciones de la sociedad, por ejemplo en nuestro país los temarios de la secundaria están diseñados por la SEP, por lo que los profesores tienen que seguir este plan de estudios, quienes están intrínsecamente sometidos a las fuerzas políticas y religiosas, por lo tanto la enseñanza de las matemáticas es diversa en todas las instituciones educativas, ya que cada una de ellas tiene un programa de estudio distinto.

Esto nos lleva a darnos cuenta que las formas educativas de las distintas instituciones ya sean formales e informales se dan en función de sus aspiraciones, intereses y metas sociales, Por ejemplo hay instituciones educativas que son públicas y particulares, en ellas es distinta la forma de enseñar. En las escuelas privadas se exige el cumplimiento de un programa diseñado especialmente para el curso, basado en los planes de la SEP, aunque modificado de acuerdo a los objetivos perseguidos por cada institución.

En las escuelas públicas no es tan estricta esta formalidad, ya que se basa completamente en los temas propuestos en los planes de estudio de la SEP, en los tiempos especificados, dando como resultado que en varias ocasiones, no sean concluidas al finalizar el curso. Este sistema utilizado es un poco más dócil en el aspecto de la enseñanza. Por ello en estas dos instituciones la forma de enseñar matemáticas es diferente, aunque el temario sea el mismo, ya que sólo difiere en la forma de enseñar. Pero el objetivo de ambas instituciones es transmitir los conocimientos básicos para que los estudiantes lleguen a formarse un pensamiento lógico abstracto.

Por otra parte las influencias sociales de la enseñanza de las matemáticas se pueden identificar más fácilmente en personas que estén bien preparadas en los temas a tratar, y estos son los profesores, pues son ellos los que influyen directamente en que este aprendizaje llegue adecuadamente a sus estudiantes, de acuerdo con sus experiencias en la vida profesional, personal y docente.

Los profesores tienen que ser capaces de compartir el conocimiento y los resultados matemáticos mediante actividades que faciliten la adquisición de los conocimientos que se imparten, y negociar con los alumnos adolescentes cómo será el proceso de enseñanza-aprendizaje de dicha cultura matemática.

Del mismo modo se pueden hacer actividades donde se apliquen situaciones concretas, para que posteriormente aprendan a expresarlas simbólicamente, hasta llegar a la manipulación algebraica de los símbolos. Con todo este conocimiento los estudiantes adquieren muchas maneras de pensar, de comportarse y de valorar lo que han aprendido para un futuro, esto puede ser en todos los aspectos incluyendo el escolar y profesional.

Como podemos ver, los profesores son los que tienen la responsabilidad de que los estudiantes aprendan este nuevo lenguaje, es una tarea difícil pero no imposible. Aunque no hay que perder de vista que ellos tienen limitaciones, les impiden tener una buena relación con sus estudiantes, porque piensan que el profesor los va a ayudar para exentar la materia, en otros casos el profesor debe ser enérgico ya que es el que tiene el poder ante los estudiantes y ser el que manda en su clase. Esto está establecido por la sociedad.

### 2.1 TRANSFORMACIÓN DEL LENGUAJE NATURAL AL LENGUAJE ALGEBRAICO EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El sistema educativo actual parece estar ya en su punto de agotamiento, la razón de esto, no está llegando con sus metodologías a las nuevas generaciones; esto se verifica en el rendimiento de las asignaturas numéricas, sobre todo, en matemáticas y específicamente en las dificultades del aprendizaje del álgebra en la educación secundaria.

Como admite la gran mayoría de docentes y diversos autores, el álgebra es un lenguaje, pero cada vez parece ser más difícil para los estudiantes de educación secundaria, la transformación del lenguaje natural al algebraico y viceversa. La solución de problemas matemáticos se da en tres fases: comprensión del problema, resolución y decodificación de la solución, estando la mayor dificultad en la primera, en esta se dan la lectura y comprensión del texto que conlleva a la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico, para lo cual, es indispensable que los estudiantes determinen con precisión los datos otorgados por el problema matemático, en relación a esto último Puig (2013) hace mención que la dificultad de los estudiantes al traducir del lenguaje natural al lenguaje algebraico, se debe a que los alumnos no logran identificar con propiedad las cantidades conocidas (datos) o desconocidas (incógnitas) como también las operaciones que se deben realizar entre esas cantidades, así como las relaciones entre ellas.

La problemática comienza cuando el docente supone que dentro de las competencias que debe alcanzar un estudiante de educación secundaria al culminar temas como ecuaciones lineales y cuadráticas, es que pueden resolver problemas matemáticos que involucren en su solución, el uso y formulación de ecuaciones lineales o cuadráticas; sin embargo, actualmente esto no está dado, cada vez es más difícil para los estudiantes realizarlo.

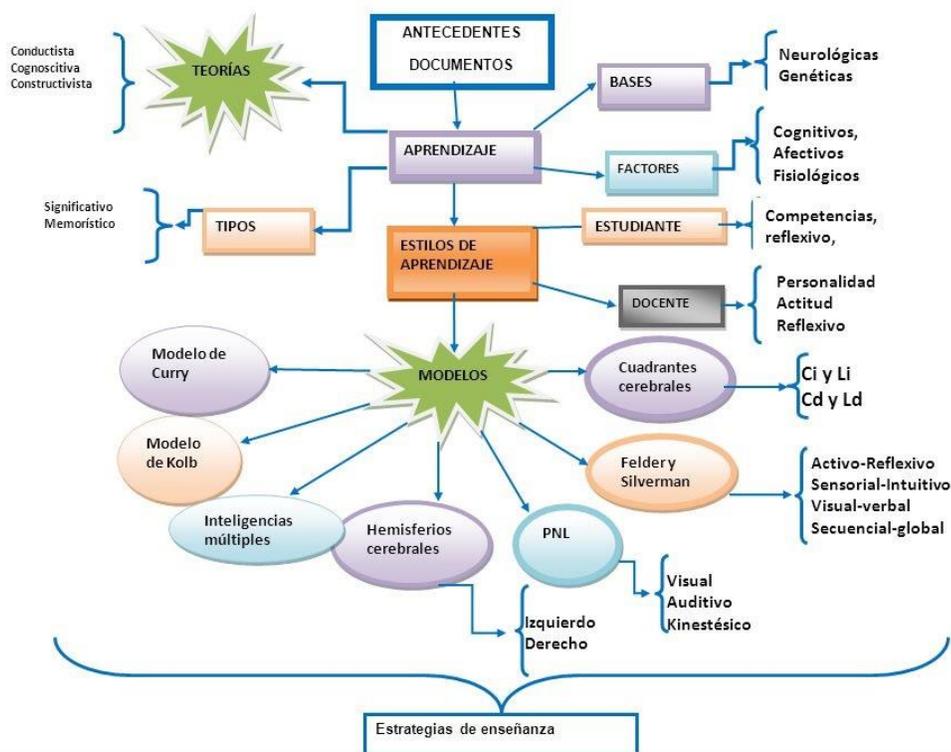
Incluso se ha podido verificar que para aquellos estudiantes que tienen dominio en relación a la teoría o propiedades de ecuaciones, el problema radica en determinar e interpretar las incógnitas y datos del problema que son expresados en un “lenguaje natural o común”, lo cual le dificulta al estudiante la construcción de una ecuación en lenguaje algebraico que determine una posible solución al problema.

El desarrollo cognitivo es para Piaget un proceso de organización y reorganización de estructuras de manera que cada nueva estructura engloba la anterior, dentro de un proceso de naturaleza dinámica que tiende a la búsqueda del equilibrio. Este proceso de equilibrio

pasará por una serie de etapas o periodos; distinguiendo cuatro periodos en el estudio cognitivo del pensamiento humano.

Estos periodos o estadios operacionales son de gran importancia para el estudio; sin embargo, en este caso, se dará prioridad al estadio de las operaciones formales, ya que de acuerdo con González (2012) en las edades comprendidas de 11 a 15 años, las personas tienen un pensamiento que va más allá de lo concreto, su nivel lógico se fortalece, piensa teóricamente sobre las consecuencias de los cambios y sucesos. Es capaz de analizar, conjeturar acerca de las combinaciones de las variables en un problema. Se va consolidando el pensamiento variacional.

Lo que se esperaría en cada estadio sobre el aprendizaje en matemáticas sería que cada etapa propicie el desarrollo del pensamiento abstracto, de generalización y simbolización para el inicio de la enseñanza del álgebra que viene dándose entre los 12 y 15 años de edad, cuando el alumno cursa el segundo año de secundaria. El estadio tres de generalización concreta, esta estructura se hace más compleja, abriendo paso a trabajar en un sistema formal abstracto que indicaría que tiene un desarrollo de pensamiento formal, luego su pensamiento está preparado y dispuesto para apreciar las relaciones, expresiones y abstracciones en el álgebra y en otros campos.



Vygotsky uno de los grandes psicólogos del siglo xx, autor de una de las teorías más prometedoras en esta disciplina. Considera el aprendizaje como uno de los mecanismos fundamentales del desarrollo. En este modelo de aprendizaje la interacción social se convierte en el motor del desarrollo.

Vygotsky sostiene que el desarrollo, si bien tiene una base genética, es cultural y va a depender del tipo de experiencias que se tengan. El desarrollo implica dos procesos:

- 1) El proceso sociocultural a través de las mediaciones: Estas se llevan a cabo por los mediadores culturales que son las personas adultas o cualquier persona que sabe más a partir de la experiencia propia, y por la construcción de representaciones de la realidad que realiza el sujeto.
- 2) El proceso de interiorización: produce la formación de la conciencia interna. Vygotsky introduce el concepto de zona de desarrollo real (capacidad de resolver independientemente un problema) y la zona de desarrollo potencial (lo que el sujeto puede resolver con ayuda de otro).

En esta concepción, el lenguaje es un aspecto clave en la formación del sujeto que logra operaciones mentales superiores (atención consiente, memoria voluntaria, inteligencia representacional y capacidad de interiorización). Es en la zona de desarrollo próximo donde el docente debe intervenir para generar desarrollo. La evolución del sujeto se da en relación a los procesos de interiorización que genera el aprendizaje.

De igual modo, Ausubel, para quien el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo. De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriores adquiridos, pero es necesario que el estudiante se interese por lo que se le está mostrando, y así adquirir las ventajas del aprendizaje significativo, tales como:

- Produce una retención más duradera de la información.
- Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriores, de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo conocimiento.
- La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.
- Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del estudiante.

- Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende de los recursos cognitivos del estudiante.



## 2.2 REQUISITOS PARA LOGRAR EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

- *Significatividad lógica del material:* el material que presenta el docente al estudiante debe ser organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.
- *Significatividad psicológica del material:* que conecte el nuevo conocimiento con los previos y los comprenda. Esto último se facilitaría al ejercitar la memoria de largo plazo, en nuestro caso, con la práctica en la resolución de problemas y ejercicios matemáticos que involucre acciones de la vida cotidiana, creando conexiones entre los conocimientos matemáticos y el lenguaje común del diario vivir, porque de lo contrario se olvidará todo en poco tiempo.
- *Actitud favorable del aprendizaje:* el aprendizaje no puede darse si el estudiante no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde solo puede influir a través de la motivación.

## 2.3 APLICACIONES PEDAGÓGICAS

El docente debe conocer los conocimientos previos del estudiante, o sea, debe asegurarse que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que conocer lo que sabe el estudiante ayuda a la planificación.

Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, ya que no solo importa el contenido, sino la forma en que se presenta a los estudiantes.

La motivación es un factor fundamental para que el estudiante se interese por aprender; el hecho de que el estudiante se sienta contento en su clase, con actitud favorable y buena relación con el docente, hará que se motive para aprender, para ello sería positivo ambientar el aula de clases con carteleras informativas en relación a contenidos y anécdotas de la materia, además ayudaría la implementación de juegos didácticos que involucren temas matemáticos que relacionen situaciones de la vida cotidiana creando así interés en los estudiantes por aprender matemáticas.

El docente debe utilizar ejemplos, por medio de dibujos, diagramas, fotografías o la misma realidad, para enseñar los conceptos.



## 2.4 APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA SEGÚN EL CONTEXTO ESCOLAR

La intención de este es que el significado del “álgebra” se interprete de manera que abarque la diversidad de definiciones que circulan en sistemas escolares diversos. Esta interpretación describe al álgebra como un idioma para la generación, abstracción y prueba; igualmente asume al álgebra como una herramienta para resolver problemas por medio de ecuaciones o gráficas, para modelar con funciones, y para comprender la manera como se usan símbolos e ideas con otros conceptos matemáticos y otras áreas académicas.

Si se toma en cuenta la psicología del aprendizaje dentro del contexto escolar, los adolescentes que cursan el primer año de secundaria, oscilan entre las edades de doce y catorce años de edad, su pensamiento va más allá de concreto, su nivel lógico se fortalece cada día, entonces en este momento el estudiante está apto para iniciar un curso de álgebra, sin embargo, no se puede desconocer que en esta etapa el estudiante ha trabajado en aritmética y geometría, elementos que le han propiciado un acercamiento al concepto de variable y al manejo de símbolos. Pero los docentes deben incentivar la colaboración y el aprendizaje por descubrimiento para que tenga sentido para los estudiantes.

Los errores aparecen en el trabajo de los estudiantes cuando se enfrentan a conocimientos novedosos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben. Los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación. Se entiende que el error tiene distintas procedencias, pero siempre se considera como un esquema cognitivo inadecuado y no solo como consecuencia de falta de conocimiento o de despiste. Pero por otra parte también es falta de estrategias por parte de los docentes en matemáticas.

Las experiencias en el estudio del álgebra hacen notar que existen dificultades en cuanto a su comprensión. Existen varias preguntas a analizar.

- ¿Qué hace que la comprensión del álgebra escolar sea una tarea difícil para mayoría de los estudiantes?
- ¿Qué induce a muchos estudiantes recurrir a memorizar reglas del álgebra? ¿Son los contenidos matemáticos relacionados con el álgebra visto en educación secundaria la fuente del problema?
- ¿Es la forma en que es enseñada el álgebra lo que causa carencia de dar sentido a la materia?
- ¿Es inapropiado el acercamiento de los estudiantes a las tareas algebraicas para aprender de la materia en cuestión?

- ¿Dónde están las dificultades en el traslado del lenguaje natural o común al lenguaje algebraico?

Es una realidad innegable, que existen dificultades en el entendimiento del álgebra en el ámbito escolar. Es necesario mostrar desde varias perspectivas e investigaciones realizadas por otros investigadores que corroboran la existencia de problemas para la comprensión del álgebra desde cualquier tema que se esté trabajando, y sobre todo para los estudiantes de secundaria, sin importar el año que están cursando.

En el contexto escolar se puede observar que existen dificultades para la comprensión del lenguaje algebraico. Estas dificultades se pueden organizar en cinco categorías que describen la procedencia de estas dificultades; dos asociadas a la propia disciplina, complejidad de los temas de matemáticas y procesos de pensamiento matemático, una tercera relacionada con los procesos de enseñanza, desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas; la cuarta está asociada a los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes, y la quinta y última, está asociada a actitudes afectivas y emocionales desarrolladas hacia las matemáticas.

## **2.5 ASPECTOS QUE INFLUYEN EN EL PROPÓSITO DE ENSEÑAR ÁLGEBRA**

A partir del siglo XVIII comenzó una tendencia clave en el pensamiento matemático, que algunos autores llamaron la “*algebratización de las matemáticas*”, a lo largo de la historia, el álgebra ha ido de la mano con la aritmética. Pero existen matices, ya que la aritmética es la ciencia de los objetos concretos, esto es, de los números. En cambio el álgebra es, en esencia la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números.

Si se toma en cuenta la enseñanza del álgebra desde una perspectiva de la realidad, son muchos los estudiantes que muestran apatía por las matemáticas y algunos hasta cierta aversión, al respecto. Los docentes de matemáticas tienen siempre un gran reto, mostrar la utilidad de las matemáticas a sus estudiantes y el provecho de la misma de sus vidas. Cuando se explica álgebra, esta relación parece menos visible, pero no por ello es menos tangible. Por consiguiente, se debe mostrar a los estudiantes el álgebra como una herramienta útil para resolver problemas de la vida cotidiana.

En efecto, al momento de enseñar álgebra en la educación secundaria, el docente se basa en dar propiedades que ya están, y en problemas meramente sintácticos con los que los estudiantes no se volverán a topar en sus vidas. Y es que en la enseñanza tradicional no se tiene suficientemente en cuenta las dificultades en la comprensión, por parte del estudiante, del tratamiento algebraico para la solución de situaciones problemáticas; consiguiendo, en el mejor de los casos, que el estudiante se convierta en un mero repetidor de procedimientos absolutamente rígidos, sin profundizar en el origen y significado de las distintas representaciones algebraicas y sus métodos de solución.

En el desarrollo de estrategias, los estudiantes deberían comenzar utilizando el lenguaje coloquial (natural o común) para explicar sus razonamientos; progresivamente, incorporan el uso de la letra como objeto, ante la necesidad de una representación más práctica. Más adelante la utilizará como una incógnita en la solución de ecuaciones. Una de las claves para que nuestros estudiantes adquieran la competencia matemática, es que tengan un buen dominio del álgebra, haciéndoles saber que el álgebra es el idioma de las matemáticas y por lo tanto de las ciencias.

## **2.6 EL PROCESO DE TRANSPORTE DEL LENGUAJE NATURAL O COMÚN A LENGUAJE ALGEBRAICO.**

El propósito de este apartado es exponer lo que se desea lograr con el proceso de trasponer el lenguaje natural al lenguaje algebraico. A tal efecto, primero es indicar de forma directa los problemas que existen y las consecuencias que pueden presentárseles a los estudiantes al poder resolver problemas matemáticos; así, con todo lo que se ha mencionado anteriormente se da a entender que el álgebra es de gran importancia en el contexto curricular para la educación secundaria. El álgebra formal es la manera de ver las cosas de forma generalizada, para ir más allá y pasar de simples problemas; esto ayuda a los estudiantes a saber cómo enfrentar problemas matemáticos que se le presenten, haciendo que dominen el lenguaje algebraico específicamente en la resolución de problemas.

*El lenguaje algebraico es una forma de traducir a símbolos y números lo que normalmente conocemos como lenguaje natural. De esta forma se pueden manipular cantidades desconocidas con símbolos fáciles de escribir, lo que permite simplificar expresiones, formular ecuaciones y permite el estudio de cómo resolverlas.*

*El lenguaje algebraico es utilizado para representación de valores desconocidos, la principal función es reestructurar un idioma que ayude a generalizar las diferentes operaciones que se desarrollan dentro de la aritmética. Ejemplo, si queremos sumar dos números cualesquiera basta con escribir  $x+y$ .*

Podemos mencionar algunas características del lenguaje algebraico.

- El lenguaje algebraico es más preciso que el lenguaje numérico: podemos expresar enunciados de una forma más breve.
- El lenguaje algebraico permite expresar relaciones y propiedades numéricas de carácter general.
- Con el lenguaje algebraico expresamos números desconocidos y realizamos operaciones aritméticas con ellos.

Es importante identificar las causas y factores que intervienen en la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico, que dificultan la solución de problemas matemáticos en estudiantes de secundaria.

- Verificar la capacidad de análisis que poseen los estudiantes en la identificación de las incógnitas y hipótesis al momento de resolver un problema matemático, mediante una prueba diagnóstica.
- Corroborar los conocimientos que poseen, necesarios para la formulación de una ecuación matemática al momento de resolver un problema.
- Evaluar en los estudiantes la utilización de un método de resolución de problemas, establecido en los contenidos de los programas de matemáticas.

Los siguientes enunciados son ejemplos de traducción del lenguaje común a lenguaje algebraico.

1. Un número cualquiera:  $x$
2. La suma de dos números diferentes:  $x + y$
3. La diferencia de dos números:  $x - y$
4. El producto de dos números:  $x y$
5. El cociente de dos números:  $x/y$
6. El cubo de un número:  $x^3$

7. El triple del cuadrado de un número:  $3x^2$
8. La suma de los cuadrados de dos números:  $x^2 + y^2$
9. La quinta parte del cubo de un número:  $x^3/5$
10. El cubo de la quinta parte de un número:  $(x/5)^3$
11. La suma de dos números dividida entre su diferencia:  $(x + y)/(x - y)$
12. ¿Cuál es el número que agregado a 3 suma 8?:  $x + 3 = 8$
13. ¿Cuál es el número que disminuido de 20 da por diferencia 7?:  $x - 20 = 7$
14. Las tres quintas partes de un número aumentado en un cuarto:  $3/5 x + 1/4$
15. La diferencia entre un número y su anterior:  $x - (x-1)$

### 3.1 TIPOS DE RAZONAMIENTO QUE SE DESARROLLAN Y FORTALECEN EN LA SECUNDARIA

El razonamiento es un proceso mediante el cual se tienen conclusiones a partir de hechos, creencias y normas. El razonamiento es una habilidad del pensamiento por lo que también se llama raciocinio. Se expresa en la argumentación o conjunto de afirmaciones relacionadas de manera tal que uno de ellos, llamado conclusión, se infiere del o los otros llamados premisas. El término razonamiento es el punto de separación entre el instinto y el pensamiento, el instinto es la reacción de cualquier ser vivo. Por otro lado el razonar nos hace analizar, y desarrollar un criterio propio, el razonar es a su vez la separación entre un ser vivo y el hombre.

Podemos mencionar tres formas principales de razonamiento:

- a) La analogía
- b) La inducción
- c) La deducción

En este sentido amplio, se entiende por razonamiento a la facultad humana y animal que permite resolver problemas, extraer conclusiones y aprender de manera consciente de los hechos, estableciendo conexiones causales y lógicas entre ellos.

Entre las diversas formas de razonamiento podemos destacar algunos de ellos que hacen presencia en el desarrollo matemático en la educación secundaria:

#### ***Razonamiento lógico o causal***

Es una operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto. El estudio de los argumentos corresponde a la lógica, de modo que a ella también le corresponde indirectamente el estudio del razonamiento. Por lo general, los juicios en los que se basa un razonamiento expresan conocimientos ya adquiridos o, por lo menos, postulados como hipótesis. Es posible distinguir entre varios tipos de razonamiento lógico. Por ejemplo el razonamiento deductivo (estrictamente lógico), el razonamiento inductivo (donde interviene la probabilidad y la formulación de conjeturas). La conclusión puede no ser una consecuencia

lógica de las premisas y aun así dar lugar a un razonamiento (en sentido amplio, no en el sentido de la lógica). Los razonamientos pueden ser válidos (correctos) o no válidos (incorrectos).

### ***Razonamiento no-lógico o informal***

Otro tipo de razonamiento denominado razonamiento no-lógico o informal, el cual no solo se basa en premisas con una única alternativa correcta, sino que es más amplio en cuanto a soluciones, basándose en la experiencia y en el contexto. Algunos autores llaman a este tipo de razonamiento argumentación. Como ejemplo para ilustrar estos dos tipos de razonamiento podemos situarnos en el caso de una clasificación de alimentos, el de tipo lógico-formal los ordenará por verduras, carnes, pescados, fruta, etc. En cambio el tipo formal lo hará según lo ordene en el frigorífico, según lo vaya tomando de la tienda.

### ***Razonamiento deductivo***

El razonamiento es deductivo si a partir de premisas verdaderas su conclusión es necesariamente verdadera. Entonces se afirma que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas o que las premisas implican la conclusión. Los razonamientos deductivos tienen la propiedad de transmisión o preservación de la verdad porque si las premisas son verdaderas se asegura que la conclusión también lo es.

*Ejemplo:*

Premisa 1: Toda la nación es soberana

Premisa 2: México es una nación

Conclusión: México es soberano

El razonamiento deductivo se mueve de lo general a lo particular.

Existen dos formas básicas del razonamiento deductivo:

- a) El mediato que se da cuando la única operación lógica que se realiza es la modificación de un juicio.
- b) El mediato, que se da cuando es necesario realizar una relación de mediación entre dos o más juicios para obtener una conclusión.

### ***Razonamiento inductivo***

En el razonamiento inductivo aunque todas las premisas sean verdaderas y respalden a la conclusión, ésta puede ser falsa. En este tipo de razonamiento no hay preservación de la verdad como en el razonamiento deductivo ya que la verdad de las premisas no asegura la verdad de la conclusión.

Cuando una conclusión es falsa el razonamiento es una falacia. En el razonamiento inductivo obtienes una conclusión a partir de casos particulares. Un razonamiento inductivo se puede valorar como más o menos fuerte o más o menos débil, de acuerdo con la mayor o menor probabilidad de que la conclusión se siga de las premisas.

Ejemplo:

Premisa 1: El río Bravo es frontera natural de México

Premisa 2: El río Usumacinta es frontera natural de México

Premisa 3: El río Suchiate es frontera natural de México

Conclusión: Todos los ríos de México son fronteras naturales

La inducción consiste en partir de una teoría, deduciendo de las mismas predicciones de los fenómenos, y observando estos fenómenos con vistas a comprobar lo aproximadamente que concuerdan con la teoría. La validez de la inducción depende de la relación necesaria entre lo general y lo singular.

El pensamiento inductivo es aquel proceso en el que se razona partiendo de lo particular a lo general, justo lo contrario que con la deducción.

### ***Razonamiento verbal***

Otro tipo de razonamiento que se busca fortalecer en la secundaria, es el razonamiento verbal que busca dotar al hablante de los medios intelectuales suficientes para hacer un uso apropiado del idioma y un procesamiento provechoso de la información.

El razonamiento verbal es una capacidad intelectual que suele ser poco desarrollada por la mayoría de las personas. A nivel escolar, por ejemplo, asignaturas como la lengua se centran en objetivos como la ortografía o la gramática, pero no impulsan el aprendizaje de los métodos de expresión necesarios para que los alumnos puedan hacer un uso más completo del lenguaje.

### 3.2 TIPOS DE PENSAMIENTO QUE SE DESARROLLAN Y FORTALECEN EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

#### *Pensamiento analítico*

Consiste en comprender una situación dividiéndola en partes pequeñas o determinando las implicaciones de una situación paso a paso estableciendo causalidades. Incluye la organización de las partes de un problema o situación en una forma sistémica, haciendo comparaciones de las diferentes características o aspectos, estableciendo prioridades sobre una base racional, identificando secuencias de tiempo, relaciones causales o relaciones condicionales (si ....entonces)

## ELEMENTOS DEL PENSAMIENTO



#### *Pensamiento aproximado*

Es una forma de pensar sobre sugerencias e ideas que no fijan su significado de una manera muy precisa, sino que los lleva a significar aproximadamente lo que se ha sugerido.

### ***Pensamiento conceptual***

Es aquel en donde el alumno trata de comprender una situación o problema armando las partes a fin de establecer la totalidad. Incluye la identificación de patrones o conexiones entre situaciones que no están obviamente relacionadas; identificar los elementos clave que subyacen en situaciones complejas. El pensamiento conceptual es la utilización del razonamiento creativo, conceptual o inductivo aplicado a conceptos existentes o para definir conceptos nuevos.

### ***Pensamiento divergente***

Consiste en escoger entre muchas opciones para alcanzar una conclusión

### ***Pensamiento divergente***

Consiste en generar tantas ideas u opciones como sea posible en respuesta a una pregunta abierta o a un reto.

### ***Pensamiento duro***

Los conceptos duros son muy concretos, sin ambigüedad. El pensamiento duro tiende a ser rigurosamente lógico, preciso, exacto, específico y coherente.

### ***Pensamiento verbal o lógico***

El alumno hace uso de este tipo de pensamiento que supone una concatenación de ideas correctas mediante pasos que se pueden justificar.

### ***Pensamiento sistémico***

Actitud del alumno que se basa en la percepción del mundo real en términos de totalidades para su análisis y comprensión. Se diferencia de un planteamiento del método científico, que solo percibe partes de éste. Este nuevo modelo pretende, por tanto, comenzar a desarrollar comunidades comprometidas con un cambio profundo personal y organizativo. Pensar en forma multidimensional: circular, horizontal, vertical y lateral. Focalizar el todo, las partes y principalmente, promover la interacción entre las partes de un sistema. Ser consciente de que el todo nunca puede ser evaluado por el simple análisis de sus partes.

### ***Pensamiento creativo***

De los estilos de pensamiento, este se considera uno de los más efectivos para innovar y desarrollar ideas a partir de las actuales, que además utiliza algunos de los estilos se han nombrado. Para desarrollar la creatividad no solo se emplean técnicas atractivas o ingeniosas por sí mismas. (Fluidez, flexibilidad, originalidad y elaboración) existen otras características del pensamiento creativo, pero estas cuatro son las que más lo identifican, una producción creativa tiene en su historia de existencia momentos en los que se pueden identificar las características descritas, aunque físicamente en el producto solo se puedan identificar algunas de ellas. Esto significa que la creatividad no es por generación espontánea, existe un camino en la producción creativa que se puede analizar a partir de revisar las etapas del proceso creativo.

El pensamiento creativo es un don que tienen todas las personas, algunas más desarrolladas que otras debido a factores culturales, genéticos, entre otros, que actúa de la forma en que las misma encuentran soluciones nuevas ante los problemas que se presenten, y en conjunto con el pensamiento crítico, que complementa el lado derecho del hemisferio cerebral, en dicho pensamiento influyen los aspectos de la creatividad, la cual se puede aprender, desarrollar y depende del nivel de importancia que se le asigne cada quien su ampliación de pensamientos. El pensamiento creativo no está en función de ninguna técnica en particular. Para que las personas sean creativas deben estar motivadas, contar con espacios abiertos donde puedan expresarse, trabajar en equipo, comentar ideas y descansar.

### ***Pensamiento lógico-matemático***

El razonamiento lógico matemático no existe por sí mismo en la realidad. La raíz del razonamiento lógico-matemático está en la persona. Cada alumno lo construye por abstracción reflexiva, nace de la coordinación de las acciones que realiza el alumno con los objetos.

El conocimiento lógico matemático lo construye el joven al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos. Un ejemplo puede ser aquel alumno que diferencia entre un objeto de textura suave de otro de textura áspera.

El conocimiento lógico-matemático lo hace el alumno, quien lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos. Desarrollándose siempre de lo más simple a lo más complejo. Teniendo en cuenta que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia proviene de una acción.

El profesor que acompaña al alumno en su proceso de aprendizaje debe planificar procesos didácticos que permitan interaccionar con los objetos reales como en la vida cotidiana.

### 3.3 OBSTÁCULOS QUE DIFICULTAN LA GENERACIÓN DE SOLUCIONES CREATIVAS:

- La incapacidad para comprender el problema en cuestión.
- El olvido de los elementos que lo forman.
- Los conocimientos insuficientes en torno a este.
- Una firme creencia en reglas incompatibles con la hipótesis correcta.
- El miedo al fracaso.

En cierta forma, una persona con una inteligencia superior tiene mayores posibilidades de tener capacidades creativas, pero no siempre es así. Además es posible que un alumno sea creativo sin ser inteligente, o incluso que no presente rasgos sobresalientes en ninguna de las dos capacidades. Se han realizado estudios en los que se aplicaron pruebas de inteligencia y de creatividad a los mismos sujetos, posteriormente se compararon sus resultados, y se encontraron en estas pruebas que los individuos que sobresalían tanto en inteligencia como en creatividad mostraban más confianza en sí mismos, eran más sociables y parecían tener una actitud menos severa ante los errores, además de tener un mejor rendimiento escolar.

<p style="text-align: center;"><b>Creatividad</b></p> <p style="text-align: center;">Capacidad para captar la realidad de manera singular, generando y expresando nuevas ideas, valores y significados</p>	<p style="text-align: center;"><b>Pensamiento Creativo</b></p> <p style="text-align: center;">Construye una de las manifestaciones más originales del comportamiento humano</p> <p style="text-align: center;">Se presenta cuando se busca adaptación o transformación del medio en que se vive</p>	<p style="text-align: center;"><b>Pensamiento Matemático</b></p> <p style="text-align: center;">Se relaciona con la habilidad de trabajar y pensar en términos numéricos y la capacidad de emplear el razonamiento lógico</p> <p style="text-align: center;">Entender conceptos y establecer relaciones lógicas de forma esquemática y técnica.</p> <p style="text-align: center;">Implica la capacidad de uso casi natural del cálculo cuantificaciones, proposiciones o hipótesis.</p>
--	---	--

### 3.4 COMO DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN LOS ALUMNOS

Como se ha expuesto anteriormente, uno de los aspectos esenciales de la educación es formar hombres y mujeres creativos y creativas, capaces de vivir en un mundo cada vez más competitivo en el cual a diario se presentan problemas a los que hay que buscar la mejor alternativa de solución. Los maestros tienen el deber ineludible de entrenar a los alumnos de manera que desarrollen hasta el máximo de sus posibilidades un pensamiento racional, verdadero y lógico. La matemática necesita de ese tipo de pensamiento y a la vez tiene posibilidades de contribuir a su desarrollo.

Para poder desarrollar el pensamiento lógico de los alumnos a través de la enseñanza de las matemáticas es necesario tener en cuenta un sistema de reglas, acciones y postulados metodológicos que favorecen el desarrollo de ese tipo de pensamiento en los escolares.

De forma general se entiende como lógico el pensamiento que es correcto, es decir, el pensamiento que garantiza que el conocimiento mediato que proporciona se ajusta a lo real.

El hombre se vale de procedimientos para actuar. Algunos son procedimientos específicos, como el procedimiento de resolución de ecuaciones matemáticas; otros son procedimientos generales, válidos en cualquier campo del conocimiento, pues garantiza la corrección del pensar, tales como los procedimientos lógicos del pensamiento, que representan los elementos constituyentes del pensamiento lógico.

Así pues, la estructura del pensamiento, desde el punto de vista de su corrección es a lo que llamamos formas lógicas del pensamiento, dentro de las cuales podemos distinguir tres formas fundamentales:

**El Concepto:** Reflejo de la conciencia del hombre de la esencia de los objetos o clases de objetos, de los anexos esenciales sometidos a la ley de los fenómenos de la realidad objetiva.

**Juicios:** Un juicio es un pensamiento en que se afirma o niega algo.

**Razonamiento:** Es la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos juicios a partir de otros ya conocidos.

Cuando estas formas lógicas del pensamiento se utilizan dentro de la rama de las matemáticas para resolver ejercicios y problemas de una forma correcta, entonces hablamos de un pensamiento lógico matemático. En la educación este pensamiento comienza a formarse a partir de las primeras edades de los niños, cuando estos tienen que utilizar procedimientos como la comparación, clasificación, ordenamiento o seriación y otros para resolver problemas sencillos de la vida circundante; pero es la escuela y dentro de la enseñanza de las matemáticas, la que más puede influir en que el alumno vaya desarrollando un pensamiento más lógico y creativo.

A continuación se ofrece un sistema de reglas que son necesarias tener en cuenta por parte de los maestros para contribuir al desarrollo de un pensamiento lógico matemático en los alumnos.

- Comprender la teoría relacionada con el pensamiento lógico y tratar de aplicarla en los alumnos de acuerdo a las condiciones concretas que tiene en el aula.
- No hacer lo que pueden hacer los alumnos. Recuerde que el maestro es el dirigente del proceso de enseñanza aprendizaje, que su función es guiar, orientar, supervisar y dirigir el trabajo de los alumnos, por tanto no se trata de hacer las cosas, sino que el alumno las realice bajo su dirección.
- Siempre que sea posible dejar que los alumnos sean los que descubran los conocimientos. Planificar actividades para que sean los alumnos los que descubran por sí mismos los conocimientos, de esta forma son más duraderos y los alumnos sienten el placer de ser investigadores. Por ejemplo, para impartir el conocimiento de que “la suma de los ángulos interiores de un triángulo suman  $180^\circ$ ” “el método más efectivo es que los alumnos tracen distintos tipos de triángulos, midan sus ángulos y se den cuenta de que cualquiera que sea el triángulo que se trace siempre la suma de sus ángulos interiores va a ser de  $180^\circ$ ”.
- No anticiparse a las respuestas de los alumnos, ser paciente. Un mal de muchos maestros es la impaciencia que muestran cuando realizan alguna pregunta y los alumnos no le responden, llegando a cometer el error de anticiparse a la respuesta de los alumnos o contestarse él mismo. Sea paciente, pregunte lo que quiera varias veces y de distintas formas hasta que los alumnos puedan realizar sus propios razonamientos.
- Tratar de lograr que el alumno adopte una posición activa en el aprendizaje. Esto supone insertarlo en la elaboración de la información, en su remodelación, aportando sus criterios en el grupo, planteándose interrogantes, aportando diferentes vías de solución, argumentando sus puntos de vista, etc., lo que le conduce a la producción de nuevos conocimientos o a la remodelación de los existentes. Involucre a sus alumnos en un proceso de control valorativo de sus propias acciones de aprendizaje, que asegure los niveles de

autorregulación, de reajuste, de la actividad que realiza, con lo cual se eleva su nivel de conciencia en dicho proceso, garantizando un desempeño activo, reflexivo, en cuanto a sus propias acciones o en cuanto a su comportamiento. Lo anterior garantiza niveles superiores en cuanto a la formación de motivaciones e intereses por el estudio, aspectos muy importantes para elevar la calidad del aprendizaje.

- Dedicar tiempo y esfuerzo para que los alumnos lleguen a dominar los conceptos al nivel que se exige para su grado. Muchos de los fracasos del aprendizaje de los alumnos es porque no tienen una representación mental clara de los objetos con que trabajan, es decir, operan con los conceptos sin tenerlos claros. En este sentido es vital que se compruebe por diferentes vías que el concepto quede bien formado en el alumno.
- Profundizar en el estudio de las propiedades de los objetos. Proponer ejercicios y problemas a los alumnos en los que tengan que aplicar las propiedades de los objetos (Reconocer propiedades, distinguir propiedades: esenciales, necesarias, suficientes). Someter constantemente a los alumnos a que analicen propiedades como las siguientes: “Todo cuadrado es un rectángulo” o ¿Un triángulo equilátero es isósceles?
- Utilizar siempre muchos problemas. Para desarrollar el pensamiento lógico debe utilizar muchos problemas, para ello el profesor debe ser un apasionado de los problemas y generar en sus alumnos el placer de resolverlos, por lo tanto no solo proponga problemas, sino estimule constantemente que los alumnos busquen y creen nuevos problemas, que trasladen los problemas resueltos en la escuela a la comunidad y viceversa. Provocar discusiones colectivas o en grupo para resolver problemas. Utilizar distintas variantes de actividades en las que los alumnos tengan que resolver problemas, Tales como el problema de la semana; los mejores alumnos resolviendo problemas, competencia entre equipos, salones de clase y escuelas. Es importante enseñar a los alumnos a utilizar las distintas etapas para la solución de problemas.
- Enseñar a los alumnos técnicas para resolver problemas. Acostumbrar a los alumnos a hacer figuras de análisis, cuadros, tablas, etc. Así como aplicar técnicas como: la modelación (lineal, conjuntista, ramificado, tabulares); lectura analítica y reformulación; determinación de problemas auxiliares; el tanteo inteligente; la comprobación etc.
- Estimular la búsqueda de distintas variantes de solución para los ejercicios y problemas. No dejar pasar un ejercicio en que indague si algún alumno lo realizó por otra vía de solución. En caso de que tenga otra vía de solución y los alumnos no la utilizaron, no dejar de hacerlo notar. Estimular de alguna forma a los alumnos que hacen los ejercicios por más de un vía o los que lo hacen por otra vía que no es la que se ha enseñado.

- Invitar constantemente a los alumnos para que emitan o analicen proposiciones. La discusión y análisis de proposiciones es una vía efectiva para conocer los errores de conceptos y el dominio del contenido que tiene el alumno, por lo que la proposición constante y cada vez con mayor nivel de exigencia de proposiciones que contengan expresiones lógicas dentro de las matemáticas contribuye a desarrollar el pensamiento lógico matemático de los alumnos. Ejemplos de proposiciones: “dos rectas paralelas no se cortan”, “Dado las longitudes de los tres lados de un triángulo siempre es posible construirlo”, “Todo polígono de cuatro lados paralelos dos a dos e iguales es un cuadrado”.
- Utilizar procedimientos lógicos del pensamiento asociados a razonamientos (inferencias inmediatas, deducción por separación, refutación, demostración directa, demostración indirecta y la argumentación). Una vez que los alumnos tengan cierto desarrollo en su pensamiento lógico matemático, se puede pasar a utilizar los procedimientos lógicos asociados a los razonamientos, es decir a sacar inferencias, a deducir propiedades, reglas y refutar proposiciones, así como a realizar demostraciones matemáticas.
- Utilizar errores que cometen los alumnos para propiciar su desarrollo. La utilización de los errores que cometen los alumnos es una importante arma para que el alumno reflexione sobre el error cometido, las causas que lo provocaron y la forma de resolverlo. No decirle al alumno porqué cometió el error, sino preguntarle de forma inteligente para que él se percate de las causas del mismo y la forma de subsanarlo. Utilizar con frecuencia problemas y ejercicios que contengan errores, que le sobren datos o que no tengan solución. Otra actividad que le gusta a los alumnos y que puede ser aprovechada para desarrollar el pensamiento lógico matemático es la búsqueda de errores en la solución de ejercicios y problemas propuestos, realizados por los propios alumnos o por otros estudiantes.
- Utilizar diferentes juegos para desarrollar el pensamiento lógico. Los alumnos por naturaleza les gusta mucho jugar, por lo que se debe aprovechar este aspecto en función de su desarrollo, para ello, hay que incentivar y practicar junto a los alumnos diferentes juegos que necesiten realizar razonamientos.
- Proponer constantemente a los alumnos acertijos y adivinanzas. Dentro del campo de las matemáticas existen una gran cantidad de acertijos, adivinanzas y juegos que pueden contribuir al desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos. En este sentido es necesario saber el nivel de los mismos para que se adapten al de los alumnos.

### **3.5 PRINCIPIOS PEDAGÓGICOS EN LA EDUCACIÓN**

En la actualidad son evidente los problemas que existen en la educación en México, problemas que van desde el presupuesto, la matrícula escolar, pasando desde luego por el desarrollo directamente de las escuelas, los docentes y los alumnos, elemento en que se encuentra nuestro interés, pues la sociedad de hoy requiere un manejo funcional de las matemáticas.

Nuestro trabajo como docentes debe estar basado en los principios pedagógicos de la educación:

#### ***Enfocarse en el proceso de aprendizaje***

Reconocer al estudiante como parte esencial de la práctica docente. Como profesores debemos promover que el alumno se involucre plenamente en su aprendizaje, para que sea un aprendiz activo y debemos comprender las maneras en que cada alumno aprende, privilegiando la construcción de saberes valiosos en contraste con los memorísticos.

#### ***Tener en cuenta los saberes previos del alumno***

El profesor ha de reconocer que el alumno no llega al aula “en blanco” y que para aprender requiere “conectar” los nuevos aprendizajes con los preexistentes.

La enseñanza ha de anclarse en los conocimientos previos del alumno, reconociendo que dichos conocimientos no son para todos iguales. Debemos de promover que el alumno exprese sus conceptos y propuestas, como parte del proceso de aprendizaje; así podrá conocer las habilidades, actitudes y valores y usarlos como punto de partida en el diseño de la clase. Es importante identificar el grado de dominio que los alumnos tienen sobre el contenido de las matemáticas tomando en cuenta en grado en el que se encuentra.

#### ***Diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje situado***

El profesor ha de buscar que el estudiante aprenda en circunstancias que lo acerquen a la realidad, simulando distintas maneras de aprendizaje que se originan en la vida cotidiana. El reto pedagógico reside en hacer de la escuela un lugar social de conocimiento, donde los alumnos se enfrenten a circunstancias “auténticas”.

### ***Reconocer la naturaleza social del conocimiento***

La interacción social es insustituible en la construcción del conocimiento. Es primordial fomentar la colaboración y propiciar ambientes en los que el trabajo en grupos sea central. El trabajo cooperativo permite que los alumnos debatan e intercambien ideas, que los alumnos aventajados contribuyan a la formación de sus compañeros y ofrece las condiciones para el desarrollo emocional necesario para aprender y cooperar y a vivir en comunidad.

### ***Dar un fuerte peso a la motivación del estudiante***

También es necesario propiciar la interrogación metacognitiva para que el alumno conozca y reflexione sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas, a fin de conseguir mejoras en su uso. La enseñanza debe dar al alumno oportunidades de aprender del error, de repensar, reconsiderar y rehacer; fomentar el desarrollo de productos intermedios y crear oportunidades de realimentación entre compañeros.

Fomentar que los estudiantes aprendan a regular sus emociones, impulsos y motivaciones en el proceso de aprendizaje y a establecer metas personales y a monitorearlas; a gestionar el tiempo, las estrategias de estudio y a interactuar con otros para propiciar aprendizajes relevantes.

Se ha de propiciar la autonomía del estudiante, y con ellos, el desarrollo de un repertorio de estrategias de aprendizaje, de hábitos de estudio, confianza en sí mismo y de su capacidad de ser el responsable de su propio aprendizaje.

Hoy no solo se aprende en las aulas; los jóvenes cuentan con diversas fuentes de información para satisfacer sus necesidades e intereses.

### ***Favorecer la cultura del aprendizaje***

La enseñanza escolar debe considerar la existencia y la importancia de estos aprendizajes informales. Los maestros hemos de investigar y fomentar en los alumnos el interés por aprender en diferentes medios. Los aprendizajes formales e informales deben convivir e incorporarse a una misma estructura cognitiva

Enseñar implica entablar una relación humana por excelencia que requiere que el profesor establezca una relación cercana con el alumno, que sepa acerca de sus intereses y su circunstancia. Esta cercanía le permitirá planear mejor la enseñanza, así como buscar contextualizaciones que inviten a los alumnos a involucrarse más en su aprendizaje.

### ***Modelar el aprendizaje***

Los objetivos de los principios pedagógicos en la actualidad nos hacen reflexionar sobre diferentes aspectos. El profesor lejos de ser el transmisor del conocimiento se transforma en un mediador que:

- Guía la actividad constructiva de los alumnos.
- Genere las condiciones para que cada alumno logre aprendizajes útiles y duraderos.
- Favorece que cada alumno desarrolle la capacidad de organizar su aprendizaje.
- Integra las TIC a su práctica, como medio para apoyar el logro de aprendizajes esperados.
- Contagia el disfrute por aprender y seguir aprendiendo.
- Reflexiona sobre su práctica docente para determinar si la situación didáctica es un elemento inhibitorio o promotor del aprendizaje y desarrollo de los alumnos.

## CONCLUSIÓN

El uso de situaciones significativas para la enseñanza del álgebra es particularmente interesante porque existen muchos profesores de matemáticas que consideran al álgebra una situación muy abstracta, sin ninguna correspondencia con situaciones concretas. Cuando se introduce la simbolización algebraica, se nota en la enseñanza de las matemáticas una verdadera ruptura en el progreso de ciertos alumnos que hasta entonces, por su habilidad, parecían muy capaces de trabajar con operaciones aritméticas. El álgebra, por introducir notaciones todavía más distantes de significados específicos, parecía poco susceptible de ser enseñada mediante situaciones significativas.

El bajo interés por el aprendizaje, especialmente en la asignatura de matemáticas, es muy notorio, pues por regla general tienen ciertas dificultades para establecer las relaciones que necesariamente tienen que tener lugar, entre los datos de un determinado problema propuesto y la incógnita o pregunta a resolver. Las mayores dificultades que se han observado en este proceso, tienen relación con la escasa capacidad de raciocinio, en la limitada habilidad de asimilar situaciones abstractas y en la seguridad de la aplicación de los procedimientos apropiados; estas conductas, como es de esperarse, obstaculizan el desarrollo normal de los procesos cognoscitivos.

La habilidad de establecer conexiones entre proposiciones categóricas y las posibles relaciones racionales dentro de un esquema de pensamiento no contradictorio, que conduzca a establecer una aproximación a la realidad con valores de verdad tautológica, no es lo que ocurre a niveles educativos transitorios como es el caso del nivel primario a secundario; porque los maestros, lo que procuran hasta cierto punto, es hacer que los estudiantes de la asignatura de matemática alcancen más dominio en los procesos operatorios que en los planteamientos lógicos que conduzcan a la solución de problemas estructurados; tal es el caso del álgebra que se cursa en el tercer ciclo, en donde se presta más atención a los algoritmos, que a la aplicación de tales procesos en situaciones reales o artificiales que estimulen el pensamiento racional. El aprendizaje del álgebra en el nivel del tercer ciclo, tiene una serie de dificultades para los estudiantes; el hecho de que en los primeros grados hayan estado en contacto solamente con símbolos numéricos, la transición a la representación de entidades o magnitudes con símbolos literales en un plano generalizado, les causa ciertos problemas de conceptualización e interpretación. Si este proceso no tiene un desarrollo en la dirección correcta, probablemente el estudiante encuentre más confusiones que claridades en el manejo del razonamiento lógico necesario.

Sin embargo, los maestros de matemáticas de este nivel, después de haber realizado preferentemente por la vía deductiva la solución mecánica de las operaciones algebraicas, espera que al proponer un problema de aplicación a sus alumnos éstos respondan eficientemente, sin tomar en consideración que los procesos de pensamiento no son mecánicos sino reflexivos y que se necesita de cierto entrenamiento mental para poder

inducir cadenas de relaciones, inferencias y deducciones que conduzcan a la aplicación de procesos sistemáticos y de las operaciones necesarias para llegar a una respuesta plausible. Esta quizá sea la razón por la cual algunos estudiantes pregunten qué tipo de operaciones debe utilizar y qué respuesta quiere el maestro, sin darse cuenta de que la solución de un problema es un proceso secuencial que emula un sistema, desde el insumo al producto.

Si la operatoria matemática es importante, probablemente el razonamiento lógico lo sea mucho más; por cuanto, es lo que hace que las personas se comporten dentro de lo que racionalmente es aceptable en un mundo de realidades que no se pueden soslayar. Se dice que la matemática ayuda a desarrollar la capacidad de pensar en forma correcta, es posible que así sea, porque habrá que tomar en cuenta otros factores intrínsecos y extrínsecos al sujeto que piensa y aprende; pero, el simple dominio mecánico de hacer operaciones, no es más que la estimulación memorística de procesos algorítmicos que tienen por objeto obtener resultados numéricos de categoría abstracta, los cuales hay que interpretar. La interpretación es la síntesis de una secuencia de procesos mentales de cadenas inductivas y deductivas de análisis racional, que desembocan en juicios de consistencia significativa, al menos para el universo al cual están referidos.

Al proponer un problema matemático, los maestros exigen al estudiante que piense, que analice, que fije su atención y que busque la respuesta que satisfaga la solución al problema propuesto. Pero, estos procesos de trabajo mental, probablemente no han tenido la atención que necesitan por parte del mismo maestro; de tal manera, que puedan presentarse en un momento oportuno y sean utilizados con éxito. Para pensar es necesario fijar la atención en un determinado hecho o fenómeno conectado con la realidad y establecer relaciones de asociación, contraste, comparación, descomposición, recomposición, reflexión, inducción, deducción, inferencias, buscar analogías y otros procesos que estén íntimamente ligados con el análisis o separación de los elementos de un todo, para luego, sintetizarlos en generalizaciones que llevan a la comprensión de las relaciones presentes en ese hecho o fenómeno para incorporarlo como conocimiento.

Para estimular los procesos de pensamiento lógico y reflexivo de los estudiantes, la matemática es un campo prolifero de recursos diversos: paradojas, cuadros latinos, juegos, rutinas de programación, probabilidades, crucigramas, acertijos, enigmas, rompecabezas, redes, enrutamientos y otros entretenimientos, que vistos desde el punto de vista educativo, contribuyen a formar esquemas de pensamiento ordenado, secuencial y susceptible de corregir por ensayo y error. Desgraciadamente, estos recursos no se emplean en el aprendizaje, porque los maestros no quieren invertir su tiempo en otros menesteres que no sean el desarrollo de los temas programados, cuyo énfasis está reservado a las operaciones numéricas; pero para cada aplicación de operatoria y razonamiento matemático, con un poco de creatividad e imaginación, puede encontrarse una aplicación de entretenimiento o una situación real apropiada, que facilite el traslado de la operatoria o el esquema formal del caso particular, a la forma generalizada y luego, al plano abstracto.

La operatoria es indispensable, cada quién debe saber cómo operar, qué significado tiene una operación y por qué y cómo se aplica, pero con el avance tecnológico, los algoritmos rutinarios de las operaciones matemáticas hechos manualmente, están relegados a un segundo plano, pues modernamente se cuenta con computadoras capaces de realizar un sinnúmero de operaciones complicadas en tiempos relativamente cortos, con una exactitud de dieciséis cifras y más y aunque su accesibilidad está muy lejos como la de obtener un aparato de radio, se cuenta con calculadoras de bolsillo con una capacidad que rebasan la necesidades básicas de las operaciones que se utilizan a diario. Lo que no puede todavía hacer un aparato digital es interpretar en nuestro idioma lo que procesa, eso permanece por el momento como privilegio del ser humano.

La solución de problemas aritméticos por los estudiantes, es una cuestión que requiere de mucha atención de parte de los maestros; la conceptualización de términos, el análisis situacional, la discusión de esquemas análogos, el análisis de las relaciones de correspondencias unívocas, biunívocas o múltiples; la relación funcional de la variabilidad dependiente e independiente; la puesta en común de proposiciones diversas, elemento de lógica proposicional, las representaciones iconográficas con significado lógico, las demostraciones, las exposiciones apoyadas con multimedia y todos aquellos materiales de aprendizaje que traten de concentrar la mayor cantidad de sentidos perceptivos en el estudio de un hecho o fenómeno concreto o abstracto, probablemente sean los medios más adecuados para estimular la creatividad y las facultades mentales del pensamiento lógico.

Resolver un problema es un acto reflexivo que requiere de atención y concentración mental en armonía con las destrezas psicomotoras para que las operaciones intelectuales ocupen un primer plano consciente, particularmente las que son útiles para que se dé la respuesta de una determinada situación no resuelta, y se tenga como consecuencia de los procesos de pensamiento que ocurren en los centros especializados de la corteza cerebral. El sentido común, sugiere cierta conducta que debe presentarse en forma natural en la mente del sujeto con un serio deseo de resolver el problema, buscando imitaciones, analogías, asociaciones, poniendo en funcionamiento su facultad intuitiva que le proporcione indicios que le permitan formular un plan de acción y saber por dónde empezar y continuar un procedimiento correcto, cuidándose de los indicios engañosos que por su apariencia conducen a soluciones espurias.

Sin embargo en la escuela, el maestro espera respuestas que exterioricen lo que el alumno ha aprendido, sin reparar en el trabajo intelectual que ocurre al interior del estudiante y de los procesos de pensamiento que han tenido lugar para llegar a una solución; plausible cuando el estudiante tiene éxito, frustrante cuando el alumno fracasa en su intento. A esa frustración se agrega la reprimenda y bajo reconocimiento de su esfuerzo. Pero los estudiantes se equivocan o no actúan en forma eficiente, porque no cuentan con la aprehensión sólida de los conceptos y procesos necesarios, probablemente porque el maestro ha descuidado los detalles complementarios, que forman patrones de conductas y

marcos referenciales más amplios en la medida de su desarrollo mental, que faciliten el pensamiento racional y la conexión de cadenas causales que desemboquen en consecuencias que conduzcan a la aproximación probable de la solución correcta.

En el aprendizaje de las matemáticas en el tercer ciclo de educación básica, hay entre otros de importancia, cuatro factores que merecen de un tratamiento especial porque deben considerarse como los puntos de referencia decisivos para el aprendizaje: el currículo, la metodología, el maestro y la edad de los alumnos. Bajo el supuesto de que el currículo ha sido estructurado con los avances más significativos de la tecnología educativa moderna, sólo queda por conocer las condiciones de la calidad profesional del maestro de ese nivel, la metodología de la enseñanza de la matemática y la influencia de la edad de los estudiantes en su aprendizaje.

Por otro lado, muy poca atención se dedica al estado psicoactivo de los adolescentes de este nivel. En nuestro medio a partir de los doce años, los estudiantes van abandonando su calidad de niños para convertirse en adolescentes con una gama de intereses diversos. Si ven a su interior se dan cuenta de los cambios corporales que les ocurren y si ven al exterior, comienzan por interesarse en el sexo opuesto y en cuidar de su apariencia personal para impresionar, además de ir configurando las relaciones con los adultos y con los demás adolescentes en particular. A esto debemos agregar los sentimientos de rebeldía que prevalecen por las presiones que reciben del mundo exterior o por las necesidades no satisfechas. En estas circunstancias, los incentivos para provocar las motivaciones por el estudio deberían ser muy fuertes, de manera que alcancen el nivel motivacional de los otros intereses o los superen para lograr la dedicación que requiere el estudio. De no tomar en consideración la edad crítica de los estudiantes, tampoco puede esperarse que superen las dificultades que encuentran en el aprendizaje.

Para que nuestros estudiantes alcancen niveles de eficiencia en la aplicación del pensamiento racional a la solución de problemas aritméticos, algebraicos y geométricos, falta un largo trecho que recorrer. Un análisis investigativo a fondo, de la metodología empleada en la dirección del aprendizaje, es más que necesario; tanto como las causales por las que a los estudiantes se le hace difícil el aprendizaje de la matemática, pues no basta con buscar paliativos de dudosa aplicabilidad, como la de importar esquemas de otros ambientes que nada tienen en común con la idiosincrasia y naturaleza de nuestros alumnos.

Cambiar el currículo actual por uno más acorde a las necesidades de un mundo en el cual se vuelve prevaleciente la "época del conocimiento" dentro de una corriente de modernidad y globalización, probablemente requiera de una sustitución radical que transforme los sistemas obsoletos por otros que se adapten al presente y se proyecten al futuro.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Inhelder, B., y Piaget, J. (1985). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Barcelona: Paidós (original publicado en 1955).
- Limón, m y Carreto, M. Aspectos evolutivos y cognitivos. Monográfico sobre la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Cuadernos de Pedagogía.
- Newman, James R. SIGMA. El mundo de las matemáticas. Editorial Grijalbo. Barcelona
- MORRIS, Chistipher. Diccionario enciclopédico de ciencias y tecnología. Prentice Hall Hispanoamericana, S: A. México. 1996
- Furio, C., Vilches, A., Guisasola, J., y Romo, V (2001). Finalidades de la enseñanza de las ciencias en la secundaria obligatoria. ¿Alfabetización científica o preparación propedéutica? Enseñanza de las ciencias.
- Bruner J. (1984) Acción, pensamiento y lenguaje. Madrid. Alianza.
- Godinino, J. D. “Significado y comprensión de los conceptos matemáticos”
- Inés Sanz Lerma “Construcción del lenguaje matemático. Cuadros y tablas” Departamento de didáctica de las matemáticas y las ciencias experimentales.
- <http://sinewton.org/numeros> Revista Didáctica de las Matemáticas.