

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA (INGENIERÍA CIVIL) – (GEOTECNIA)

EVALUACIÓN ANALÍTICA DEL COMPORTAMIENTO TÉRMICO DE PILAS DE ENERGÍA

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

> PRESENTA: MARTÍN ARENAS MORENO

TUTORA PRINCIPAL: DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., AGOSTO DE 2023





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Rigoberto Rivera Constantino

Secretario: Dr. David Morillón Gálvez

1 er. Vocal: Dra. Norma Patricia López Acosta

2 do. Vocal: Dr. Héctor Miguel Aviña Jiménez

3 er. Vocal: M. I. Walter Iván Paniagua Zavala

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:

NOMBRE

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

A Dios, a mi mamá, a mi papá, a mi hermana Mayra y a mi hermano Arturo por que han estado presentes en cada etapa de mi vida apoyándome incondicionalmente.

A toda mi familia: tías, tíos, primas, primos, por siempre apoyarme y ser un apoyo muy importante para mí, ustedes me motivan para seguir adelante.

A la Dra. Norma Patricia López Acosta por su confianza, consejos, paciencia y apoyo para dirigir con profesionalismo mi trabajo de tesis.

A David Barba por todo su apoyo, paciencia y conocimientos compartidos durante el proceso.

A Kitzia Arizmendi, Eduardo Martínez, Liliana Espinosa, David Barba y Laura Ramírez, con quienes pasé la mayoría de mi etapa como tesista, por ser excelentes compañeros por sus aportaciones, consejos y tiempo para apoyarme en la realización de este trabajo.

A los sinodales Dr. Rigoberto Rivera Constantino, Dr. David Morillón Gálvez, Dr. Héctor Miguel Aviña Jiménez, M. I. Walter Iván Paniagua Zavala, por todo su apoyo en la revisión de este trabajo.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por apoyarme con un lugar de trabajo y la beca otorgada para poder finalizar mis estudios de Maestría y alcanzar un objetivo muy importante para mí.

A todos mis amigos con los que compartí momentos durante mi estancia en la UNAM y en el Instituto de Ingeniería. Gracias por su amistad, compañerismo, consejos y apoyo.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS NOMENCLATURA

RESUMEN

ABSTRACT

1. 1	INTRODUCCIÓN	1
2. ES	STADO DEL ARTE	5
	2.1. Energía geotérmica y estructuras termoactivas	5
	2.2. Sistema de intercambio de calor	6
	2.3. Pilas de energía	8
	2.4. Comportamiento termo-mecánico de pilas de energía	9
	2.4.1. Efecto de grupo de pilas de energía	12
	2.5. Factores que influyen en el análisis térmico de estructuras termoactivas	14
	2.5.1. Propiedades de los materiales que influyen en el rendimiento de intercado de calor de las pilas de energía	
	3.2. Modelos analíticos para análisis térmicos de pilas de energía	18
	2.5.2. Determinación de las propiedades térmicas del suelo	21
	2.6. Escalas de tiempo y espacio en análisis térmicos de pilas de energía	24
	2.7. Antecedentes de la implementación de métodos analíticos para análisis térmicos.	25
3. M	METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ANÁLISIS TÉRMICO DE PILA	S DE
ENE	RGÍA	
ENE	3.1. Generalidades	29
ENE		29 29
ENE	3.1. Generalidades	29 29 30 or, Rb .
ENE	3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores	29 30 or, Rb . 30
ENE	3.1. Generalidades	29 30 or, Rb 30 32
ENE	3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores 3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calo 3.2.2. Resistencia térmica de la tubería	29 30 or, Rb . 30 32
ENE	3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores 3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calo 3.2.2. Resistencia térmica de la tubería 3.2.3. Resistencia térmica del concreto	29 30 or, Rb 30 32 33
ENE	3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores 3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calo 3.2.2. Resistencia térmica de la tubería 3.2.3. Resistencia térmica del concreto 3.3. Flujo de calor en Pilas de energía	29 30 or, Rb 32 33 33
ENE	3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores 3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calo 3.2.2. Resistencia térmica de la tubería 3.2.3. Resistencia térmica del concreto 3.3. Flujo de calor en Pilas de energía 3.3.1. Ecuación general de flujo de calor en Pilas de energía.	29 30 or, Rb 30 32 33 33 33
ENE	3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores 3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calo 3.2.2. Resistencia térmica de la tubería 3.2.3. Resistencia térmica del concreto 3.3. Flujo de calor en Pilas de energía 3.3.1. Ecuación general de flujo de calor en Pilas de energía 3.3.2. Función-G del concreto, Gc	29 30 or, Rb 32 33 33 34 35
ENE	 3.1. Generalidades 3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores 3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calo 3.2.2. Resistencia térmica de la tubería 3.2.3. Resistencia térmica del concreto 3.3. Flujo de calor en Pilas de energía 3.3.1. Ecuación general de flujo de calor en Pilas de energía 3.3.2. Función-G del concreto, Gc 3.3.3. Modelos analíticos para análisis térmicos de pilas de energía 	29 30 or, Rb 32 33 33 34 35 37

3.3.7. Principio de superposición temporal y espacial de cargas térmicas	43
3.4. Determinación de las temperaturas de entrada y salida de un sistema de pilas de energ	
4. CASO DE ESTUDIO: RESIDENCIA C73	
4.1. Descripción del proyecto	
4.1.2. Clima de la región	
4.1.3. Características del subsuelo	51
4.1.4. Cargas térmicas de la edificación	52
4.1.5. Parámetros térmicos de los materiales empleados en el análisis	53
4.1.6. Consideraciones sobre la bomba de calor del sistema	55
4.2. Análisis térmicos realizados para el sistema de la Residencia C73	55
4.2.1. Evaluación analítica a corto plazo de las pilas de energía de la Residencia C73 considerando un pozo de longitud equivalente	57
4.2.2. Evaluación de las interferencias térmicas entre las pilas del sistema	60
4.2.3. Efecto del modelo analítico implementado para analizar las interferencias térmicas a largo plazo en la temperatura del fluido	62
4.3. Análisis térmico a largo plazo de las pilas de energía de la Residencia C73 con el FLSM	63
4.3.1. Propuestas de conexión y modos de operación	63
4.3.2. Primera propuesta de conexión: Circuito en serie	64
4.3.3. Segunda propuesta de conexión: Circuito en paralelo	66
4.3.4. Tercera propuesta de conexión: Tres circuitos en serie conectados en parale	
4.3.5. Análisis y resumen de resultados de la evaluación analítica de las pilas de energía de la Residencia <i>C73</i>	70
4.3.6 Ahorro económico de la energía suministrada por las pilas de energía	71
4.4. Variación de la temperatura del suelo circundante al grupo de pilas de energía de la Residencia C73	72
4.4.1. Variación de la temperatura del suelo con el ILSM	72
4.4.2. Variación de la temperatura del suelo con el FLSM	76
5. CONCLUSIONES	81
5.1. Conclusiones	81
5.2. Recomendaciones	83
REFERENCIAS	85
ANEXO A. CÓDIGO PARA DETERMINAR LA VARIACIÓN DE LA TEMPERATUR	RA
PROMEDIO, DE ENTRADA Y SALIDA DEL FLUIDO	91

ANEXO B. CÓDIGO PARA DET	TERMINAR LA	VARIACIÓN DE	TEMPERATURA DEL
SUELO	•••••	•••••	101

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Sistema típico de intercambiador de calor con BCG (adaptado de Yu y Olson, 2018) 7
Figura 2.2 Esquemas termo-mecánicos para una pila sin restricción en sus extremos sometida a
distintas condiciones de carga (adaptado de Rotta-Loria, 2019)
Figura 2.3 Esquemas termo-mecánicos para una pila con restricción en uno de sus extremos sometida
a distintas condiciones de carga (adaptado de Rotta-Loria, 2019)
Figura 2.4 Efectos promedio inducidos térmicamente: a) deformación; b) esfuerzos desarrollados en
las pilas de energía para un incremento en el número de pilas de energía en grupo (adaptado de Rotta-
Loria, 2018)
Figura 2.5 Principales aspectos que se estudian en el diseño de pilas de energía
Figura 2.6 Distintas configuraciones de tubería para pilas de energía (adaptado de Fadejev et al.,
2017))
Figura 2.7 Escalas de espacio y tiempo que se presentan en el proceso térmico de intercambiadores
de calor geotérmico (Portillo et al., 2018)
Figura 2.8. Escalas de espacio y tiempo que se presentan en el proceso térmico de intercambiadores
de calor geotérmico (Portillo et al., 2018)
Figura 2.9. Esquema de un Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) (adaptado de Gehlin, 1998) 24
Figura 2.10. Escalas de espacio y tiempo que se presentan en el proceso térmico de intercambiadores
de calor geotérmico (adaptado de Li <i>et al.</i> , 2016)
Figura 3.1. Elementos en la transferencia de calor de una pila de energía: a) sección transversal de los
componentes de una pila de energía y b) diferencias de temperatura y resistencias térmicas de los
componentes (adaptado de Loveridge, 2012)
Figura 3.2. Esquema del modelo de fuente lineal infinita (adaptado de Laloui et al., 2020) y b) vista
en planta de la fuente lineal infinita (adaptado de Laloui y Loria, 2019)
Figura 3.3. Esquema del modelo de fuente cilíndrica infinita (adaptado de Mohamad et al., 2021) y
b) vista en planta de la fuente cilíndrica (adaptado de Lamarche, 2013)
Figura 3.5. Superposición de cargas con respecto al tiempo (adaptada de Michopoulos y Kyriakis,
2009)
Figura 3.6. a) Descomposición de la condición de carga como una suma de funciones escalonadas y
b) construcción de la solución como superposición de la contribución de cada pulso de calor (adaptado
de Lazzarotto, 2015)
Figura 3.7. Variación de la temperatura entre dos intercambiadores con 5 m de separación, obtenida
mediante superposición espacial (adaptado de Spitler y Bernier, 2016)
Figura 4.1 Residencia <i>C73</i> (Cortesía de LBR&A)

Figura 4.2 Planta de cimentación del proyecto (López-Acosta y Barba, 2022) 50
Figura 4.3 Sección transversal de las pilas de energía de 80 y 100 cm del proyecto (López-Acosta y
Barba, 2022)
Figura 4.4 Mapa de climas de la Ciudad de México (INEGI, 2023)
Figura 4.5. a) Perfil estratigráfico del sitio y b) temperatura media del suelo inalterado (adaptado de
López-Acosta <i>et al.</i> , 2022)
Figura 4.6. a) Cargas térmicas horarias para un año de funcionamiento (adaptado de López-Acosta y
Barba-Galdámez, 2022)
Figura 4.7. a) Cargas térmicas horarias para la semana del 16 al 24 de diciembre (adaptado de López-
Acosta y Barba-Galdámez, 2022)
Figura 4.9. Temperaturas de entrada y salida obtenidas con cada modelo analítico
Figura 4.10. Temperatura en el borde de la pila de energía de longitud equivalente
Figura 4.11. Temperatura promedio del fluido en la pila de energía de longitud equivalente 58
Figura 4.12. Temperatura del fluido en la entrada de la pila de energía de longitud equivalente 59
Figura 4.13. Temperatura del fluido en la salida de la pila de energía de longitud equivalente 59
Figura 4.14. Radios de influencia para determinar las interacciones térmicas en una pila de esquina
de la Residencia C73
Figura 4.15. Funciones G para evaluar la respuesta de temperatura en el borde de las pilas con radio
de 0.4 y 0.5 m de radio para 24 años de operación
Figura 4.16. Respuesta de temperatura en el borde de la pila de 0.50 m de radio con cargas promedio
mensuales al 25% determinada con el FLSM, y aportaciones térmicas de pilas de energía ubicadas a
los distintos radios de influencia (r)
Figura 4.17. Temperatura promedio del fluido dentro de una pila de energía, para 24 años de
operación, con interferencias térmicas estimadas con diferentes modelos
Figura 4.18 Conexión en serie de las pilas de energía de la Residencia C73 (sin escala)
Figura 4.19. Temperatura del fluido de entrada y salida del circuito en serie para 24 años de operación
continua con el 50% de las cargas térmicas totales del edificio
Figura 4.20. Temperatura promedio del fluido estimada con el FLSM en el circuito en serie con los
tres modos de operación
Figura 4.21 Conexión en paralelo de las pilas de energía de la Residencia <i>C73</i>
Figura 4.22. Temperatura del fluido promedio, de entrada y salida del circuito en paralelo para 24
años de operación
Figura 4.23. Temperatura promedio del fluido estimada con el FLSM en el circuito en paralelo con
los tres modos de operación

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.24 Conexión de tres circuitos de dos pilas en serie conectadas en paralelo de la Residencia
<i>C73</i>
Figura 4.25 Temperatura promedio, de entrada y salida del circuito con tres pares de pilas de energía
en serie conectadas en paralelo de la Residencia C73
Figura 4.26 Temperatura promedio del fluido estimada con el FLSM en el circuito de tres pares de
pilas en serie conectadas en paralelo con los tres modos de operación
Figura 4.28. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia
C73, obtenida con el ILSM para el segundo modo de operación
Figura 4.29. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia
C73 obtenida con el ILSM para el tercer modo de operación
Figura 4.30. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia
C73 obtenida con el FLSM para el primer modo de operación
Figura 4.31. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia
C73 obtenida con el FLSM para un periodo de 24 para el segundo modo de operación
Figura 4.32. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia
C73 obtenida con el ILSM para el tercer modo de operación

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Parámetros que influyen en el diseño térmico de pilas de energía (adaptado de Mohamad
et al., 2021))
Tabla 2.2. Ensayes para estimar la conductividad térmica del suelo (López-Acosta et al., 2017) 22
Tabla 2.2. Estudios relacionados con el diseño de pilas de energía (adaptada de Fadejev et al., 2017)
Tabla 3.1 Métodos para estimar la resistencia térmica del concreto (Rc)
Tabla 3.2 Métodos para estimar la resistencia térmica del concreto (Rc)
Tabla 3.3. Parámetros de ajuste para la función-G del concreto (Loveridge y Powrie, 2013) 34
Tabla 3.4. Resumen de modelos analíticos para análisis térmicos de intercambiadores de calor 35
Continuación: Tabla 3.4. Resumen de modelos analíticos para análisis térmicos de intercambiadores
de calor
Tabla 4.1. Determinación de Rc (López-Acosta y Barba, 2022)
Tabla 4.2. Parámetros de entrada para el análisis con los modelos analíticos para una pila de energía
de 93 m (López-Acosta y Barba, 2022)
Tabla 4.3. Determinación de <i>Rb</i> (López-Acosta y Barba, 2022)
Tabla 4.4 Cargas térmicas promedio mensuales aplicadas al suelo de la Residencia C73 (López-
Acosta y Barba, 2022)
Tabla 4.5. Resultados del análisis térmico a corto plazo de la pila de energía de longitud equivalente
60
Tabla 4.6. Temperatura promedio del fluido con interferencias térmicas calculadas con diferentes
modelos
Tabla 4.7. Energía suministrada anualmente por las pilas de energía con cada modo de operación 64
Tabla 4.8. Temperaturas significativas del análisis térmico a largo plazo del grupo de pilas de energía
de la Residencia C73
Tabla 4.9. Costo de la energía suministrada por el grupo de pilas de energía, a la Residencia C73.72

NOTACIÓN

 b_i Espesor de cierto estrato de suelo

c Recubrimiento de concreto de las tuberías

COP Coeficiente de desempeño

 C_{psc} Calor del suelo alterado

 C_{psd} Calor del suelo inalterado

 C_{pw} Capacidad calorífica específica del agua

d_i Diámetro interno de la tubería

e Numero de Euler

 E_1 Integral exponencial del ILSM

erf c Función de error complementario

erf Función de error de Gauss

FLSM Modelo de fuente lineal finita

*F*₀ Número de Fourier

G Función de del modelo analítico

G_{IC} Función G del ICSM

 G_c Función G del concreto

H Longitud del intercambiador (pozo o pila)

 h_i Coeficiente de transferencia de calor

ICSM Modelo de fuente cilíndrica infinita

ILSM Modelo de fuente lineal infinita

 J_0 Función Bessel de primera clase de grado 0

 J_1 Función Bessel de primera clase de grado 1

L Distancia entre pilas de energía

m Tasa de flujo

Número total de estratos de suelo

n Número de tuberías en la sección transversal de la pila

n_p	Numero de pilas
P_r	Número de Prandtl
q	Tasa de transferencia de calor por metro lineal de intercambiador
Q	Carga térmica del suelo
R	Resistencia térmica total
r	Radio de influencia
R_a	Radio adimensional
R_b	Resistencia térmica del intercambiador
r_b	Radio del intercambiador de calor (pozo o pila)
R_c	Resistencia térmica del concreto
r_c	Radio interno de ubicación de las tuberías
R_{cond}	Resistencia térmica por conducción
R_{conv}	Resistencia térmica por convección
R_e	Número de Reynolds
R_g	Resistencia térmica del suelo
r_i	Radio interno de la tubería
RMSE	Error de raíz cuadrada media
r_o	Radio externo de la tubería
R_p	Resistencia térmica de la tubería
R_s	Resistencia térmica independiente del tiempo
T	Temperatura
t	Tiempo
t^*	Tiempo adimensional
T_0	Temperatura inicial del suelo
T_{1in}	Temperatura de entrada a la bomba de calor
T_{1out}	Temperatura de salida d la bomba de calor
T_{∞}	Temperatura del campo lejano del suelo

T_{in}	Temperatura de entrada al sistema
T_{out}	Temperatura de salida del sistema
T_{sg}	Temperatura en la superficie del suelo
v	Viscosidad cinemática del fluido
v_w	Velocidad de circulación del fluido
$x_{i,j}$	Coordenada x de la pila circundante
<i>Y</i> ₀	Función Bessel de segunda clase de grado 0
Y_1	Función Bessel de segunda clase de grado 1
$y_{i,j}$	Coordenada y de la pila circundante
Z	Profundidad
α	Difusividad térmica del suelo
α_c	Difusividad térmica del concreto o lechada
δ	Desplazamiento axial
δ_D	Función- δ de Dirac
ΔT	Diferencia de temperatura
ΔT_b	Variación de temperatura en el borde de la pila
ΔT_C	Respuesta de temperatura con el ICSM
$\Delta T_f^{interferencias}$	Cambio de temperatura originada por interferencias térmicas
ΔT_L	Respuesta de temperatura con el ILSM
ΔT_f^{pila}	Cambio de temperatura en el cuerpo de la pila
θ	Aumento de temperatura
Θ	Aumento de temperatura adimensional
λ	Conductividad térmica del suelo
λ_b	Resistencia térmica de la pila
$\lambda_{e,h}$	Conductividad térmica equivalente horizontal del suelo
$\lambda_{e,v}$	Conductividad térmica equivalente vertical del suelo

NOTACIÓN

λ_i	Conductividad térmica de cierto estrado de suelo
λ_p	Conductividad térmica de la tubería
λ_w	Conductividad térmica del agua
μ	Viscosidad del fluido
$ ho_w$	Densidad del agua
σ_z	Esfuerzo axial
τ	Esfuerzo cortante
φ	Coordenada angular en radianes
$arphi_{sc}$	Densidad del suelo alterado
$arphi_{sd}$	Densidad del suelo inalterado
ω	Contenido de agua del suelo

RESUMEN

Las pilas de energía son estructuras en contacto con el suelo que tienen una doble función, como elementos de cimentación e intercambiadores de calor. Estos sistemas se encuentran equipados con un circuito cerrado de tuberías a través de las cuales circula un líquido que permite extraer o inyectar calor del/al suelo. Debido a estas características, las pilas de energía representan una alternativa sustentable para satisfacer el creciente consumo de energía para el acondicionamiento de espacios. No obstante, el desconocimiento de esta tecnología por parte de los usuarios potenciales y la falta de códigos de diseño han dificultado su implementación. Se requiere una metodología de diseño que considere tanto los aspectos geotécnicos como las solicitaciones térmicas, ya que un diseño térmico adecuado permite estimar la cantidad de energía que el sistema puede proporcionar con base en las condiciones geométricas establecidas en el diseño geotécnico.

El objetivo principal de esta tesis de maestría es proporcionar un marco teórico sobre los métodos analíticos existentes para estudiar el flujo de calor a través de las pilas de energía. En particular, se implementan los modelos más utilizados en la práctica para analizar el comportamiento térmico a largo plazo de un sistema a base de pilas de energía, así como el impacto que tiene en la temperatura del suelo circundante con distintos modos de operación.

En la parte principal de este trabajo, se presentan las variables que se deben tomar en cuenta para analizar el intercambio de calor con pilas de energía, así como distintos modelos analíticos propuestos en la literatura internacional para este tipo de estructuras. Posteriormente, se efectúa el análisis térmico de un grupo de pilas de energía que forma parte del proyecto denominado Residencia *C73*, localizado al poniente de la Ciudad de México. Con base en el perfil de cargas térmicas del edificio registradas durante un año, se aplican las ecuaciones de flujo de calor junto al método de superposición temporal y espacial para considerar la variabilidad de las cargas. El estudio se lleva a cabo mediante un código desarrollado en el software MatLab ® y se simula la operación del sistema a largo plazo y el efecto que tiene en la temperatura del suelo circundante, considerando alternativas de operación continua y discontinua. Adicionalmente, se analizan distintos tipos de conexión y se estima la variación de la temperatura de entrada y salida del fluido para elegir la opción más conveniente, tomando en cuenta el consumo de energía eléctrica necesario para su operación y la capacidad de extracción de calor.

Por último, se presentan las conclusiones de los análisis efectuados. Asimismo, se dan algunas recomendaciones para futuros temas de investigación que mejoren el análisis térmico de las pilas de energía y permitan validar los distintos métodos de diseño con técnicas experimentales.

ABSTRACT

The energy piles are structures in contact with the ground that have a double function, as foundation elements and heat exchangers. These systems are equipped with a closed circuit of pipes through which a liquid circulates that allows extracting or injecting heat from/to the ground. Due to these characteristics, energy piles represent a sustainable alternative to satisfy the growing energy consumption for space conditioning. However, the lack of knowledge of this technology by potential users and the lack of design codes have made its implementation difficult. A design methodology is required that considers both geotechnical aspects and thermal requests, since an adequate thermal design allows estimating the amount of energy that the system can provide based on the geometric conditions established in the geotechnical design.

The main objective of this master's thesis is to provide a theoretical framework on the existing analytical methods to study the flow of heat through energy piles. In particular, the models most commonly used in practice are implemented to analyze the long-term thermal behavior of a system based on energy piles, as well as the impact it has on the surrounding soil temperature with different modes of operation.

In the main part of this work, the variables that must be considered to analyze the heat exchange with energy piles are presented and different analytical models proposed in the international literature for this type of structures. Then, the thermal analysis of a group of energy piles that is part of the project called Residencia *C73*, located to the west of Mexico City, is carried out. Based on the profile of thermal loads of the building registered during one year, the heat flow equations are applied together with the temporal and spatial superposition method to consider the variability of the loads. The study is carried out using a code developed in the MatLab ® software and the long-term operation of the system and the effect it has on the surrounding soil temperature are simulated, considering alternatives of continuous and discontinuous operation. Besides, different types of connection are analyzed, and the variation of the inlet and outlet temperature of the fluid is estimated to choose the most convenient option, taking into account the consumption of electrical energy necessary for its operation and the heat extraction capacity.

Finally, the conclusions of the analyzes carried out are presented. In addition, some recommendations are given for future research topics that improve the thermal analysis of energy piles and allow the validation of the different design methods with experimental techniques.

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

El cambio climático es un problema que ocasiona el incremento de la temperatura global y eventos meteorológicos extremos. Este fenómeno se puede presentar por causas naturales como las variaciones del ciclo solar. Sin embargo, desde el siglo XIX, las actividades humanas se han convertido en la principal causa del cambio climático. Lo anterior se debe al uso desmesurado de combustibles fósiles como el carbón, el petróleo y el gas (ONU, 2021).

Con la finalidad de mitigar los efectos del cambio climático, los gobiernos han puesto en marcha proyectos de infraestructura para la generación de energías renovables que reduzcan las emisiones de dióxido de carbono (CO_2) hacia la atmósfera. De acuerdo con los datos de la Agencia Internacional de Energía Renovable (IRENA, por sus siglas en inglés), a finales del 2020 la generación mundial de energía renovable ascendió a 2,799 GW. La energía hidroeléctrica representó la mayor parte del total mundial con una capacidad de 1 211 GW. La energía eólica y solar resultaron muy similares con capacidades de 733 GW y 714 GW, respectivamente. Otras energías renovables incluyeron 127 GW de bioenergía y 14 GW de energía geotérmica, más 500 MW de energía marina, (IRENA, 2021).

La capacidad de generación de energía renovable se incrementó en 261 GW (10.3%) en el año 2020. La energía solar presentó la mayor capacidad de expansión, con un incremento de 127 GW (22%), seguido de la energía eólica con 111 GW (18%). La capacidad de generación de la energía hidroeléctrica aumentó aproximadamente 20 GW (2%) y la producción de bioenergía creció aproximadamente 2 GW (2%). Por otra parte, la energía geotérmica generada se incrementó en 164 MW (IRENA, 2021).

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

En México, se han aplicado diversas técnicas para la producción de energías renovables. De acuerdo con los datos de la IRENA, la producción total de energía renovable en el país durante 2020 fue de 28,357.64 MW. Durante ese año se implementaron distintas tecnologías como: energía hidroeléctrica (12,670.97 MW), energía eólica (8,127.57 MW), energía solar (5629.51 MW), energía geotérmica (905.60 MW), combustibles sólidos (como el carbón) (811.48 MW), biogás (198.51 MW), y energía térmica solar (14 MW) (IRENA, 2021).

En los últimos años, se han estudiado alternativas para satisfacer la creciente demanda de energía en el acondicionamiento de espacios. Al respecto, se han implementado sistemas para aprovechar la energía geotérmica mediante Bombas de Calor Geotérmico (BCG). Esta tecnología representa una opción viable gracias a su relativa facilidad de extracción, sus grandes reservas disponibles, su amplia distribución y su bajo impacto negativo ambiental (Xie y Qin, 2021). Para poder intercambiar calor con el suelo es necesario acoplar un intercambiador de calor terrestre a la BCG. Este sistema se ha empleado en varios países, entre ellos Japón (Loveridge *et al.*, 2020a), Corea del Sur (Hamada *et al.*, 2006), Reino Unido (Bourne-Webb *et al.*, 2009), Suiza (Laloui *et al.*, 2006), Austria (Brandl, 2006), entre otros.

Brandl (2006 estudió la factibilidad de incorporar un sistema intercambiador de calor en la cimentación de un edificio, aprovechando la temperatura relativamente estable del subsuelo y las propiedades térmicas del concreto (alta conductividad térmica y capacidad calorífica) Estas estructuras cumplen una doble función al soportar las cargas transferidas por la edificación y como intercambiadores de calor que permiten transportar la energía calorífica del/al suelo, denominadas *pilas de energía*. A pesar de que la implementación de pilas de energía está ganando popularidad, todavía existe un desconocimiento sobre su comportamiento termo-mecánico. Esto frena el desarrollo de procedimientos de diseño eficientes que contemplen cada uno de los factores que las afectan, especialmente el efecto de las cargas térmicas durante su operación.

Con la finalidad de optimizar el diseño de este tipo de sistemas, se han desarrollado diferentes métodos analíticos tomando en cuenta un solo intercambiador de calor. Sin embargo, en la práctica es común encontrar intercambiadores de calor trabajando en grupo. En este sentido, es necesario utilizar la superposición para considerar la interacción térmica en el conjunto de intercambiadores. Entre los métodos analíticos implementados en esta tesis para el análisis térmico de pilas de energía, se encuentran: el modelo de fuente lineal y el modelo de fuente cilíndrica. En el modelo de fuente lineal la pila de energía se considera como una fuente lineal de salida constante de calor y de longitud infinita, rodeada de un volumen infinito de suelo homogéneo. En el modelo de fuente cilíndrica, en cambio, se supone que la pila de energía es un cilindro hueco de longitud infinita rodeado de un suelo homogéneo, en el que se presenta un flujo constante de calor a través de su superficie exterior.

Aunque estos métodos presentan discrepancias al modelar la transferencia de calor, muchos investigadores los han utilizado en el diseño y análisis de intercambiadores de calor (Bourne-Webb *et al.*, 2016). Para estudiar el comportamiento térmico de las cimentaciones a base de

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

pilas de energía se debe considerar que el sistema se encuentra compuesto por la pila-tuberíasuelo, ya que el problema de intercambio de calor está gobernado por las diferencias de temperatura de estos componentes (Rotta Loria *et al.*, 2015).

El objetivo principal de esta tesis es evaluar los modelos analíticos existentes para estudiar el comportamiento térmico de los intercambiadores de calor, específicamente aquellos aplicados a pilas de energía. De esta manera, se simula la operación a largo plazo de un grupo de pilas de energía para conocer su capacidad de extracción de calor y el efecto que tiene en la temperatura del suelo circundante.

El documento está organizado en cinco capítulos, incluyendo la introducción. En el segundo capítulo se describe el modo de operación y las variables que intervienen en el funcionamiento de los sistemas intercambiadores de calor. Asimismo, se analiza el comportamiento de las pilas de energía y su desempeño ante cargas termo-mecánicas. Por último, se exponen los factores que intervienen en el proceso térmico de los intercambiadores de calor, con énfasis en las propiedades térmicas de los materiales.

En el tercer capítulo se exponen diversos modelos analíticos publicados en la literatura internacional para el análisis térmico de los intercambiadores de calor. Al respecto, se detallan las principales hipótesis y consideraciones para su implementación en el diseño de las pilas de energía. Al final, se presentan algunos casos prácticos donde se implementaron los modelos analíticos aquí descritos para estimar la variación de la temperatura tanto en el fluido como en el suelo

En el cuarto capítulo se efectúa el análisis térmico de un sistema de pilas de energía que forma parte del proyecto Residencia *C73*, ubicado en la Ciudad de México. Para describir el cambio de temperatura del fluido de entrada y salida del sistema se aplican los modelos analíticos de fuente lineal infinita, fuente lineal finita, fuente cilíndrica y las resistencias térmicas de los materiales que conforman las pilas de energía analizadas. Se proponen tres tipos de conexión para el circuito primario y se evalúa el efecto de las cargas térmicas en el tiempo con el método de superposición temporal. Asimismo, se analiza el impacto de las interferencias térmicas que se generan por la cercanía entre las pilas de energía aplicando el método de superposición espacial. Posteriormente, se analiza la evolución de la temperatura del suelo sujeto a distintos modos de operación del sistema para determinar el efecto de las cargas no balanceadas. Finalmente, se describe el comportamiento térmico del grupo de pilas de energía analizado con base en los resultados del análisis.

En el último capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones para la implementación de los modelos analíticos en el análisis térmico de las pilas de energía.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1. Energía geotérmica y estructuras termoactivas

Una de las energías renovables más utilizadas a nivel mundial es la energía geotérmica. Esta se extrae del calor almacenado en la tierra y tiene su origen en la formación original del planeta, la desintegración radiactiva de los minerales y la energía solar absorbida en la superficie. Este tipo energía ha sido utilizada para calentar agua para uso personal desde el paleolítico y para calefacción de interiores desde la época de los antiguos romanos. Actualmente, se utiliza cada vez más para la calefacción y refrigeración de edificios residenciales, de oficinas y comerciales a bajo costo adicional, empleando diversas estructuras que se encuentran en contacto con el suelo y que son necesarias para la estabilidad estructural (Laloui y Di Donna, 2011).

La energía geotérmica se puede utilizar en los sistemas de calefacción y refrigeración, al inducir el intercambio de calor entre un fluido circulante y el suelo, mediante Bombas de Calor Geotérmico (BCG). Todo tipo de estructuras que se encuentran embebidas en el suelo se pueden utilizar como intercambiadores de calor. Por ejemplo, los anclajes, revestimiento de túneles, muros diafragma y pilas, pueden ser adaptados para aprovechar la energía geotérmica superficial (Adam y Markiewicz, 2009), estos sistemas son denominados estructuras termoactivas.

Las estructuras termoactivas, que en cualquier caso son necesarias para soportar edificios (losas o cajón de cimentación, pilotes) o el suelo mismo (muros de contención, túneles,

anclajes), facilitan la implementación de la tecnología de BCG en sitios urbanos confinados y pueden reducir los costos iniciales de instalación al eliminar la perforación de pozos (Brandl, 2006). Además, se pueden instalar en casi todos los lugares del mundo sin importar las condiciones ambientales gracias a la capacidad del suelo para almacenar calor y su temperatura relativamente constante (a partir de los 10 o 15 m de profundidad) durante todo el año.

En los primeros metros, la temperatura del suelo varía en función del tiempo y la profundidad. Sin embargo, en zonas localizadas a profundidades mayores la temperatura permanece constante dada la estabilidad térmica del subsuelo frente a la oscilación estacional del ambiente. En zonas con gradientes geotérmicos elevados (T > 150 °C), es posible utilizar el calor disponible para generar energía eléctrica mediante centrales termoeléctricas convencionales. Por otra parte, si la temperatura disponible en el suelo es relativamente baja (32°C < T < 150°C) su uso se centra en proporcionar calefacción/refrigeración a edificios, suministrando una pequeña cantidad de energía eléctrica a una bomba de calor. En zonas con temperaturas menores (T < 32 °C) es difícil aprovechar directamente los recursos geotérmicos. Por lo tanto, es necesario utilizar energía externa adicional para poder explotar la energía geotérmica poco profunda que se encuentra distribuida en la tierra y cuya extracción es relativamente sencilla (Yu y Olson, 2018).

2.2. Sistema de intercambio de calor

El proceso de intercambio de calor se realiza mediante un ciclo de refrigeración con el sistema de BCG que consta de cinco componentes: compresor, condensador, dispositivo de expansión, refrigerante y evaporador (Abuel-Naga *et al.*, 2015). Las BCG son máquinas que extraen/inyectan el calor hacia/desde el suelo utilizando un sistema de tuberías en bucle colocado dentro del suelo a profundidades de 5 m o más, debajo de la superficie. En el modo de calefacción, la BCG extrae calor del subsuelo y lo bombea para producir un ciclo de refrigeración al edificio. En el modo de enfriamiento, el proceso se invierte y el calor se extrae del interior del edificio y se inyecta en el suelo (Abuel-Naga *et al.*, 2015). Este sistema de intercambio de calor puede operar dependiendo la temporada del año. En verano, el suelo se utiliza como disipador de calor donde se almacena energía térmica para enfriar la edificación. Este calor se extrae en invierno con propósitos de calefacción y el suelo se convierte en una fuente de calor (De Moel *et al.*, 2010).

De acuerdo con algunos autores (Brandl, 2006; Adam y Markiewicz, 2009), el sistema general de un intercambiador de calor se puede dividir en tres componentes principales (Figura 2.1):

- La unidad primaria (intercambiador de calor geotérmico).
- Bomba de calor.
- La unidad secundaria (tuberías para calefacción de la infraestructura receptora).

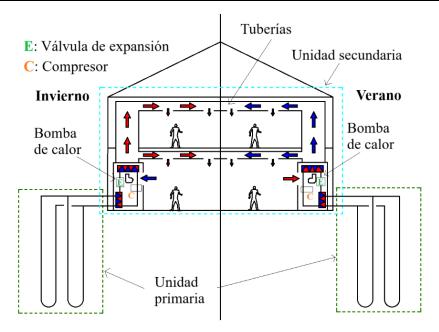


Figura 2.1 Sistema típico de intercambiador de calor con BCG (adaptado de Yu y Olson, 2018)

La unidad primaria se ubica en contacto con el suelo y está compuesta por un circuito de tuberías generalmente incrustadas en elementos de concreto (pilas, muros diafragma, losas de cimentación, etc.) por donde circula un líquido que funciona como transportador de calor desde/hacia el suelo (Brandl, 2006). La bomba de calor es un dispositivo que se instala en la superficie y su función es hacer circular el líquido caloportador para adaptar la temperatura extraída del suelo hasta un nivel adecuado para las necesidades del edificio (Laloui y Di secundaria consiste en una red 2011). La unidad calefacción/refrigeraciones incrustadas en el piso, techo y paredes de la estructura o en tableros de puentes, estructuras de carreteras, plataformas, etc. Cuando el sistema trabaja en modo de calefacción, la unidad secundaria distribuye el calor extraído del suelo en los espacios del edificio que se desean acondicionar. En el modo de refrigeración, la función se invierte absorbiendo el calor del edificio para conducirlo hacia el suelo con ayuda de la bomba de calor. Es importante señalar que, estos sistemas requieren energía eléctrica para hacer funcionar la bomba de calor.

Los sistemas de intercambio de calor se pueden clasificar en cuatro categorías: intercambio directo, circuito cerrado, circuito abierto y sistemas híbridos. Su implementación depende del tipo de suelo existente en el sitio y sus propiedades térmicas. Los sistemas de intercambio directo son los más antiguos. Estos elementos funcionan con un refrigerante que circula desde las tuberías instaladas en el intercambiador hacia la superficie del suelo, con la ayuda de bombas de calor. En cambio, en los sistemas de circuito abierto y cerrado generalmente se usa agua o una mezcla de agua y anticongelante. La diferencia entre los sistemas de circuito abierto y cerrado depende de la exposición del fluido conductor de calor al medio ambiente. En un sistema típico de circuito abierto, el agua subterránea se bombea desde pozos y circula directamente a través de las BCG o indirectamente a través de intercambiadores de calor

agua-agua, después transfiere el calor a cada BCG existente (Yu y Olson, 2018). En el circuito cerrado el fluido transportador de calor no tiene contacto directo con el suelo, únicamente circula dentro de las tuberías que se instalan en dirección horizontal o vertical dentro del terreno. En general, la tubería se encuentra ahogada en pozos rellenos de lechada o en el cuerpo de concreto de elementos de cimentación, aprovechando las propiedades térmicas del material para absorber la mayor cantidad de calor del suelo y transportarlo con la ayuda de una BCG.

Actualmente los sistemas más utilizados son los de circuito cerrado, sean horizontales o verticales. Los intercambiadores verticales se utilizan cuando el área del terreno es relativamente pequeña. En un sistema de circuito cerrado vertical, los tubos del intercambiador de calor están enterrados verticalmente en pozos con una profundidad que varía entre 15 y 140 m, con una separación de aproximadamente 4.5 m entre cada uno de ellos. Por otra parte, en los sistemas horizontales las tuberías se entierran en una capa de suelo superficial donde la influencia de la temperatura ambiental sea mínima, pero a una profundidad menor que en los sistemas verticales. Los sistemas horizontales comúnmente requieren una inversión inicial menor. Sin embargo, demandan áreas de terreno extensas para poder instalar las tuberías (Yu y Olson, 2018).

2.3. Pilas de energía

Las pilas de energía son elementos de cimentación que se vislumbran como una alternativa eficiente y económica para aprovechar la energía geotérmica superficial en el acondicionamiento de espacios, reduciendo las emisiones de gases de efecto invernadero. En general, los intercambiadores de calor de pozos se han utilizado para este propósito. Sin embargo, el uso de las pilas de energía se ha extendido cada vez más debido al ahorro en los costos iniciales de instalación, relacionados con su carácter híbrido (como elementos estructurales e intercambiadores de calor) y con el proceso de perforación (Batini *et al.*, 2015).

Las primeras pilas de energía que predominaron fueron elementos prefabricados de concreto armado con intercambiador de calor integrado (sistema de tuberías del circuito primario). A partir del año 2000, las pilas de energía coladas *in situ* con diámetros relativamente mayores a los pilotes prefabricados fueron ganando aceptación gracias a su facilidad de instalación y mejor desempeño térmico. También se utilizaron elementos huecos de hierro colado con medidas estándar de 5 m de longitud y 17 cm de diámetro que se ensamblaban hasta alcanzar la profundidad deseada, en su interior de colocaba la tubería y después se llenaba de concreto. Este tipo de pilas de energía presentaba un buen comportamiento desde el punto de vista geotécnico-estructural, pero un menor desempeño térmico respecto a las pilas coladas *in situ* y las prefabricadas (Brandl, 2006). Si bien este tipo de estructuras termoactivas se han utilizado durante unos 25 años sin efectos perjudiciales aparentes, existe una comprensión limitada de su comportamiento termo-mecánico (Amatya *et al.*, 2012).

Durante los últimos 20 años, se han desarrollado diversas herramientas de análisis para caracterizar la respuesta de las pilas de energía sometidas a cargas termo-mecánicas, así como definir su comportamiento geotécnico y estructural. Recientemente, se han propuesto algunas recomendaciones de diseño y se han realizado estudios que abordan enfoques basados en el desempeño de estos sistemas (Jelušič y Žlender, 2020; Xiao *et al.*, 2016). Sin embargo, no se dispone de un marco de referencia unificado sobre la influencia de las cargas termo-mecánicas en el comportamiento y rendimiento de las cimentaciones a base de pilas de energía, ni de una metodología de diseño reconocida basada en su rendimiento (Rotta Loria y Laloui, 2019).

La complejidad en la predicción del comportamiento de las pilas de energía radica en que las cargas térmicas son capaces de generar esfuerzos adicionales debido a la contracción o expansión del concreto (Rammal *et al.*, 2018). Por otra parte, el desempeño energético de las pilas de energía puede variar de acuerdo con la estratificación del suelo, la geometría de la cimentación, la configuración de la tubería del intercambiador de calor y las propiedades del suelo y los materiales del elemento. Además, el comportamiento geotécnico de la pila puede ser afectado por el tipo de restricción en sus extremos y los ciclos térmicos aplicados (Batini *et al.*, 2015). Por lo tanto, es importante estudiar a detalle cada una de las variables que intervienen en el desempeño de este tipo de estructuras.

En la literatura existen pocos detalles sobre la elección de la carga térmica que el diseñador tiene que considerar para el diseño de una pila de energía: el número de ciclos, amplitud del ciclo térmico, influencia del orden de carga térmica, etc. (Rammal *et al.*, 2018). Las cargas térmicas a las que se somete una estructura termoactiva se pueden conocer mediante análisis térmicos basados en soluciones analíticas y/o numéricas que describen la respuesta de temperatura de un intercambiador de calor en condiciones reales de operación. Lo anterior representa un gran avance en el diseño termo-mecánico de las pilas de energía, ya que permite optimizar el dimensionamiento de los intercambiadores geotérmicos y determinar con mayor exactitud la capacidad del sistema para intercambiar calor.

2.4. Comportamiento termo-mecánico de pilas de energía

El comportamiento termo-mecánico de las pilas de energía es un fenómeno complejo ya que intervienen diversas variables de forma simultánea. Por lo tanto, no existe un modelo matemático que pueda describir con exactitud la respuesta de estos elementos durante la etapa de operación.

Las estructuras termoactivas cumplen dos funciones esenciales. La primera y más importante, es que son elementos estructurales que deben garantizar la estabilidad de la superestructura, cumpliendo con los estados límite de falla y de servicio. Asimismo, funcionan como intercambiadores de calor a través de un sistema acoplado de tuberías. Al cumplir esta función, se producen variaciones de temperatura a lo largo de todo el elemento. Estas fluctuaciones se deben mantener en un rango entre 30-40 °C como límite superior y entre 0-2 °C como límite inferior. El primero está en función de las características de la BCG

elegida por el diseñador, mientras que el segundo se define así para evitar el congelamiento del líquido transportador de calor (para el caso donde se usa únicamente agua). Este rango de temperaturas se adopta para proteger a la estructura de cambios de temperatura extremos que puedan poner en riesgo el desempeño geotécnico del elemento y asegurar que la bomba de calor trabaje con una eficiencia óptima (Loveridge *et al.*, 2020b).

Las pilas de energía experimentan expansiones/contracciones en dirección vertical y horizontal, dependiendo del tipo de restricción que presenten en sus extremos. En consecuencia, se desarrollan esfuerzos y deformaciones adicionales a lo largo del elemento. Es importante estudiar este comportamiento durante el diseño geotécnico de la cimentación, ya que los efectos termo-mecánicos pueden ser mayores que las solicitaciones mecánicas (Bourne-Webb *et al.*, 2016; Gashti *et al.*, 2015; Laloui *et al.*, 2006; Rotta Loria *et al.*, 2015).

Para comprender la respuesta de una pila de energía ante cargas térmicas y mecánicas, (Rotta Loria y Laloui, 2019) sugiere el empleo de los esquemas termo-mecánicos propuestos por (Bourne-Webb *et al.*, 2016) a partir de datos experimentales. Estos esquemas fueron retomados por Rotta Loria y Laloui (2019) basándose en la teoría de la termoelasticidad y presentan las siguientes ventajas:

- I. Muestran evoluciones simples pero realistas de la influencia de las cargas mecánicas y térmicas que pueden superponerse mediante el principio de superposición elástica, en todas las situaciones en las que se dan condiciones reversibles.
- II. Sirven como referencia para desarrollar modelos más complejos que consideren condiciones irreversibles. En este contexto, las pilas de energía se caracterizan por un comportamiento termo-elástico mientras que la masa de suelo circundante exhibe un comportamiento elástico.

En la Figura 2.2 se presenta el comportamiento de una pila sin restricciones en sus extremos, sujeta a distintas condiciones de carga. En general, los cambios de temperatura producen una redistribución de esfuerzos a partir del denominado eje nulo. El eje nulo (EN) se define como la profundidad en la cual la magnitud del desplazamiento relativo pila-suelo debido a las cargas térmicas es cero. Así, cuando se aplica una carga térmica de calentamiento, el elemento se expande y la fracción de la pila sobre el EN se desplaza hacia arriba, mientras que la inferior se traslada en dirección contraria. En consecuencia, se generan esfuerzos de compresión y se desarrolla fricción negativa en la parte superior de la pila. Lo contrario sucede al aplicar una carga térmica de enfriamiento, la pila se contrae, generando esfuerzos de tensión. Cuando se aplica carga mecánica y de calentamiento los esfuerzos cortantes (τ) crecen en la punta, ya que los desplazamientos mecánicos tienen el mismo sentido que aquellos desarrollados por la expansión del elemento y son la causa del incremento en la fricción positiva Rotta Loria y Laloui (2019). Por otra parte, se observa que la magnitud de los desplazamientos (δ) aumenta en la cabeza de la pila al aplicar de forma simultánea carga mecánica y de enfriamiento.

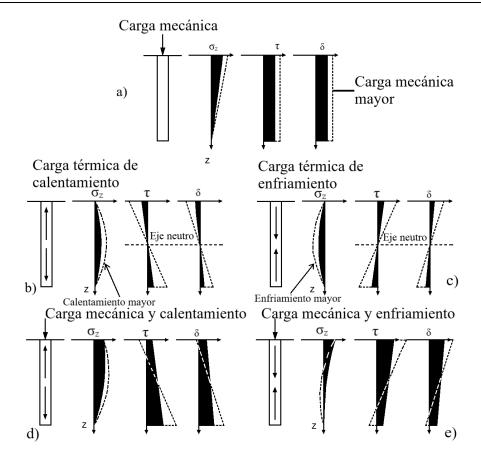


Figura 2.2 Esquemas termo-mecánicos para una pila sin restricción en sus extremos sometida a distintas condiciones de carga (adaptado de Rotta-Loria, 2019)

En las pilas de energía, la magnitud y distribución de los esfuerzos termo-mecánicos dependen del tipo de suelo y las restricciones a la deformación impuestas en la cabeza y la punta. En el extremo superior el movimiento de la pila puede limitarse por elementos de cimentacion (losas, cajones, etc) o por la superestructura. En el extremo inferior, las causas incluyen estratos de suelo o roca muy resistentes.

Los esquemas presentados en la Figura 2.3 indican que cuando la pila se encuentra restringida en la punta inferior y se aplica una carga mecánica, se generan esfuerzos axiales adicionales (σ_z) en la pila que son ligeramente superiores en la parte de arriba los esfuerzos cortantes y deformaciones son constantes a lo a lo largo del elemento. Cuando la restricción se encuentra en la cabeza y la punta se encuentra libre como un pilote que trabaja por fricción, los efuerzos axiales adicionales son mayores en la cabeza respecto a la punta donde no alcanzan a desarrollar (Figura 2.3b). En el caso cuando solo se aplica una carga térmica de calentamiento con restricción en algun extremo como se muestra en las Figuras 3.2c u 3.2d, la dilatación del concreto hace que se generen esfuerzos axiales, cortantes y deformaciones adicionales. Los primeros son mayores cerca del extremo restingido miestras que los esfuerzos cortantes y deformaciones se incrementan hacia el extremo libre el eje nulo (*EN*) se localiza a la mitad de la longitud del intercambiador. Por otra parte, cuando se aplica al mismo tiempo una carga

mecánica y una de calentamiento, los esfuerzos adicionales aumentan considerablemente a lo lago del intercambiador cuando se restinge la punta mientras que los esfuerzos cortantes y deformaciones son mayores en el extremo donde se presenta la restricción (Figura 3.2e). Adicionalmente, cuando se restringe la cabeza de la pila de energía, los efuerzos inducidos mecámicamente aumentan en la parte superior, los esfuerzos cortantes se incrementan en la cabeza y continuan aumentando hacia el extremo libre, el *EN* se desplaza considerablemente hacia el extremo restringido.

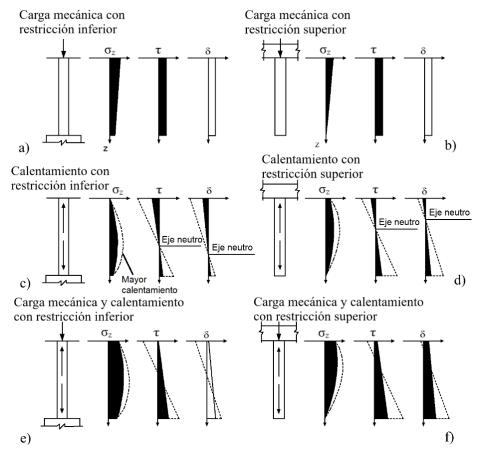


Figura 2.3 Esquemas termo-mecánicos para una pila con restricción en uno de sus extremos sometida a distintas condiciones de carga (adaptado de Rotta-Loria, 2019)

Mediante análisis térmicos basados en métodos analíticos es posible determinar la variación de la temperatura en la pila a través del tiempo. Esto significa una gran ventaja en la implementación de estos sistemas, ya que se pueden conocer con mayor precisión las cargas térmicas a las que estará sometido el intercambiador durante su vida útil. De esta forma, el diseñador puede proponer una solución que asegure la integridad geotécnica y estructural de la cimentación.

2.4.1. Efecto de grupo de pilas de energía.

En general, las cimentaciones a base pilas constan de varios elementos que trabajan como un conjunto. Estos pueden presentarse como grupos de pilas convencionales, pilas de energía o

una combinación de ambos. En el caso de las pilas de energía, el comportamiento de grupo es más complejo debido a que pueden desarrollarse interacciones termo-mecánicas entre las pilas cercanas, el elemento estructural de conexión y el suelo circundante. Dichas interacciones se acentúan cuando el espaciamiento entre cada elemento es reducido. En este sentido, es importante considerar el efecto de grupo que define los flujos de energía térmica y las deformaciones. En cambio, cuando el espaciamiento entre elementos es significativo, la respuesta de las pilas se puede considerar independiente y representativa de una pila de energía aislada. Así, las interacciones mecánicas inducidas térmicamente influyen en el comportamiento termo-mecánico de los elementos, ya sea que funcionen como pilas convencionales o como intercambiadores de calor (Rotta Loria y Laloui, 2019). En la Figura 2.4 se observa que, cuando se aplica una carga térmica en un grupo de pilas de energía, las deformaciones se incrementan conforme aumenta el número de elementos en operación. Lo contrario sucede con los esfuerzos verticales desarrollados térmicamente, los cuales disminuyen al aumentar el número de elementos en funcionamiento.

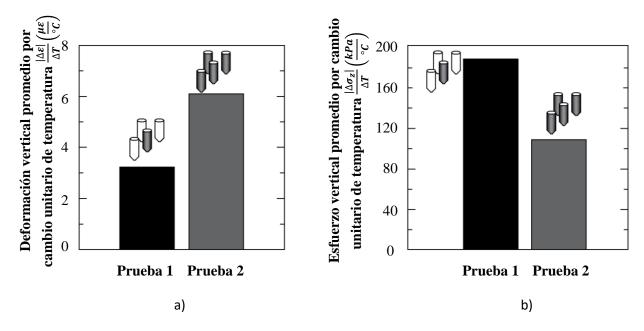


Figura 2.4 Efectos promedio inducidos térmicamente: a) deformación; b) esfuerzos desarrollados en las pilas de energía para un incremento en el número de pilas de energía en grupo (adaptado de Rotta-Loria, 2018)

Los modelos analíticos como el de fuente lineal infinita, fuente cilíndrica infinita y fuente lineal finita se pueden utilizar para estudiar la interacción térmica entre pilas cercanas que trabajan como parte de una cimentación. Para tomar en cuenta el efecto de grupo, dichos modelos se pueden complementar con un procedimiento conocido como método de superposición espacial, el cual determina la influencia que tiene la temperatura de un intercambiador respecto a los elementos cercanos (Katsura *et al.*, 2009). Esta metodología permite determinar con un alto grado de precisión las temperaturas generadas tanto en el borde de cada pila de energía como en el suelo circundante. Así, durante la etapa de diseño, se pueden estimar los esfuerzos y deformaciones inducidas térmicamente en los elementos.

2.5. Factores que influyen en el análisis térmico de estructuras termoactivas

El diseño de pilas de energía requiere una metodología acoplada que incluya el diseño geotécnico y un análisis térmico que considere el comportamiento a largo plazo del sistema y la capacidad de extracción o inyección de calor con base en las cargas térmicas del edificio y distintos factores que se deben investigar en la fase preliminar. La Figura 2.5 muestra un esquema con los aspectos principales que se estudian en un diseño apropiado de pilas de energía.

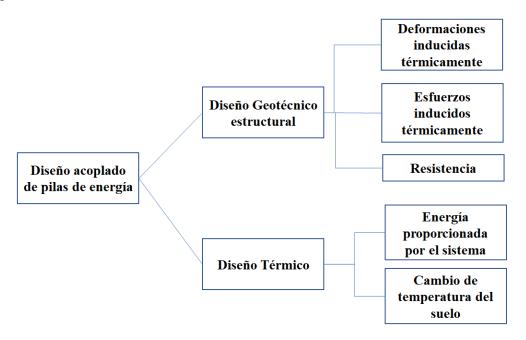


Figura 2.5 Principales aspectos que se estudian en el diseño de pilas de energía

Es importante señalar que, al realizar el diseño térmico se requiere información sobre la geometría de las pilas, las propiedades térmicas de los materiales, perfil estratigráfico del sitio, condiciones de operación del sistema, perfil de cargas térmicas. A partir de estos datos se determina la máxima cantidad de energía que se puede extraer de un sistema de pilas de energía.

Los componentes que integran el sistema intercambiador de calor tienen distintas propiedades térmicas que influyen directamente en su desempeño. Por lo tanto, en el diseño de las estructuras termoactivas deben considerarse las características de la tubería instalada (material, diámetro, configuración), del concreto o lechada, las propiedades del suelo circundante, la existencia o no de flujo de agua subterránea, la capacidad de la bomba de calor, la geometría del elemento (diámetro y longitud), el tipo de fluido transportador de calor y la demanda energética requerida para acondicionar un espacio en específico. Otro aspecto muy importante es la elección del modelo analítico adecuado para simular el funcionamiento a largo plazo del sistema con base en el perfil de cargas térmicas del edificio. La Tabla 2.1 muestra los factores que se deben tomar en cuenta en el diseño térmico de pilas de energía.

Tabla 2.1. Parámetros que influyen en el diseño térmico de pilas de energía (adaptado de Mohamad *et al.*, 2021))

Material	Parámetro		
Pila	Longitud		
I IIa	Diámetro		
	Configuración		
Tubería	Número de tuberías		
	Espaciamiento		
	Propiedades térmicas		
Suelo	Propiedades térmicas del suelo		
Suelo	Flujo de agua subterránea		
Concreto	Dosificación		
Concreto	Propiedades térmicas		
Fluido	Tasa de flujo		
riuluo	Tipo de líquido o mezcla		

Los modelos analíticos pueden emplearse para estudiar el flujo de calor a través del suelo mediante una serie de resistencias térmicas que simulan la capacidad de cada material para oponerse al paso de calor a través de ellos. Así, es posible evaluar la capacidad de intercambio de calor desde el suelo circundante hasta el fluido que circula a través del circuito primario.

2.5.1. Propiedades de los materiales que influyen en el rendimiento de intercambio de calor de las pilas de energía

Los materiales que conforman el cuerpo de la pila deben ser capaces de conducir calor y soportar las cargas termo-mecánicas impuestas. En las primeras estructuras termoactivas se emplearon materiales como el acero o la lechada mezclada con arena. Sin embargo, se ha observado que los elementos construidos con concreto reforzado tienen un mejor comportamiento debido a la alta conductividad térmica y capacidad calorífica del material.

Las propiedades térmicas del concreto, la longitud y el diámetro de la pila, son algunos parámetros que afectan la capacidad térmica del sistema intercambiador de calor. De acuerdo con Park *et al.* (2015), la capacidad calorífica del concreto tiene un efecto dominante en el desempeño térmico de las pilas de energía a corto plazo, incluso más que la conductividad térmica. Por lo tanto, el almacenamiento térmico del concreto se debe especificar con precisión y se debe considerar en el diseño de las pilas de energía.

Diversos estudios han demostrado que la tasa de intercambio de calor se incrementa aproximadamente 42% cuando la conductividad térmica del concreto aumenta de 1.2 a 2.5 W m⁻¹K⁻¹ (Carotenuto *et al.*, 2017). La conductividad térmica del concreto se puede mejorar agregando materiales como fibra de acero y grafito (Li *et al.*, 2018). Por otra parte, cuando se incrementan las dimensiones de la pila, el área en contacto con el suelo es mayor y la tasa de transferencia de calor aumenta (Carotenuto *et al.*, 2017; Cecinato y Loveridge, 2015).

Las tuberías que conforman la unidad primaria se fabrican con polietileno de alta densidad (PEAD) o policloruro de vinilo (PVC) y su diametro varía entre 20 y 25 mm. Las propiedades térmicas de la tubería definen la capacidad de transferencia de calor a través del material y la variación de la respuesta de temperatura cuando el calor extraído o inyectado atraviesa las paredes de la tubería. Su longitud depende de diversos factores como la longitud del pilote y los requisitos de abastecimiento al sistema. Existen distintas configuraciones y cada una de ellas tiene un rendimiento diferente. La eleccion sobre la disposición del sistema se basa en el diámetro de la pila, ya que algunas configuraciones requieren más espacio para su instalación.

En la Figura 2.6 se muestran las configuraciones más comunes para la instalación de la tubería de circuito primario. Es importante señalar que, al colocar más tuberías la transferencia de calor aumenta debido a la cantidad de líquido caloportador que circula a través de ellas. No obstante, se requieren mayores dimensiones en el elemento elevando los costos de construcción. Así, el objetivo del diseñador es proponer un diseño geotécnico apropiado para cumplir con las solicitaciones térmicas de la edificación.

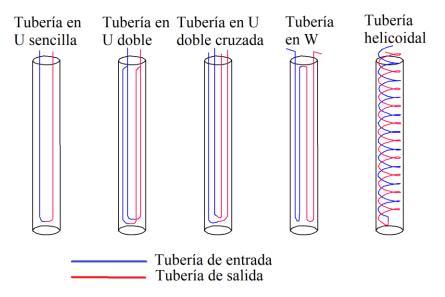


Figura 2.6 Distintas configuraciones de tubería para pilas de energía (adaptado de Fadejev *et al.*, 2017))

El fluido caloportador que se utiliza con frecuencia es el agua, especialmente en lugares donde la demanda de enfriamiento es mayor que la de calentamiento. En zonas donde la temperatura ambiental es muy baja, se recomienda utilizar una mezcla de agua con anticongelante para evitar el posible congelamiento del fluido y, por consiguiente, una posible ruptura de las tuberías (Olgun y McCartney, 2014). Por lo tanto, se debe elegir una proporción adecuada ya que una cantidad elevada de anticongelante puede incrementar la viscosidad del fluido, disminuyendo la velocidad de flujo. En consecuencia, se reduce la eficiencia en la transferencia de calor. También se puede variar la capacidad de extracción de calor modificando el caudal del fluido. Si se tiene un caudal mayor, el calor absorbido por

el agua es menor. En cambio, si el caudal es pequeño el tiempo de recorrido del fluido es mayor, lo que permite intercambiar una mayor cantidad de energía geotérmica.

Otro elemento que influye en el rendimiento del sistema es la existencia o ausencia de flujo de agua subterránea. Esto se debe a que el transporte térmico que puede llevar a cabo una corriente de agua alivia la posible acumulación de calor alrededor de las pilas, permitiendo un equilibrio estacional de temperatura que no afecta las propiedades fisicoquímicas del subsuelo (De Moel *et al.*, 2010).

Las propiedades del suelo que afectan el rendimiento de un sistema de estructuras termoactivas son: conductividad térmica, difusividad térmica (Rawlings *et al.*, 1999), capacidad calorífica específica, contenido de agua y grado de saturación. Además, se deben tomar en cuenta la temperatura *in situ* y el agua subterránea.

La conductividad térmica (λ_s) se define como la capacidad de un material para conducir calor. Se considera como el parámetro clave en el diseño estructuras termoactivas, y una estimación adecuada conlleva a la optimización de sistemas de intercambiadores respecto al número de elementos, espaciado y profundidad (Rybach, 2022). Su magnitud depende de la densidad del suelo y su contenido de agua, así como los componentes mineralógicos y las propiedades químicas del agua intersticial (Clarke *et al.*, 2008). Se puede determinar mediante la aplicación de modelos teóricos o diagramas que toman en cuenta el contenido de agua, el grado de saturación, la densidad y la granulometría del suelo. Para estimar este parámetro, (Yari y Javani, 2007) propusieron la siguiente expresión:

$$\lambda = 0.14423(0.9\log\omega - 0.2)10^{0.000624\varphi_{sd}} \tag{2.1}$$

donde λ_s representa la conductividad térmica, ω es el contenido de agua y φ_{sd} es la densidad del material. Esta expresión se aplica en casos donde el suelo es limo o arcilla. En el caso de suelos arenosos, la conductividad térmica calcula como:

$$\lambda = 0.14423(0.7\log\omega + 0.4)10^{0.000624\varphi_{sd}}$$
 (2.2)

La difusividad térmica mide la velocidad de propagación del calor en el medio debido a cambios de temperatura. (Brandl, 2006). Clarke et al. (2008), describen la difusividad térmica como la facilidad con la que el suelo experimenta un cambio de temperatura. De acuerdo con (Yari y Javani, 2007), la difusividad térmica es muy sensible a la variación de la humedad del material. Por lo que su valor queda definido por:

$$\alpha = \lambda/(C_{psc} \, \varphi_{sc}) \tag{2.3}$$

donde α es la difusividad térmica, C_{psc} es el calor del suelo alterado y φ_{sc} es la densidad del suelo alterado. Los valores de C_{psc} y φ_{sc} pueden obtenerse como:

$$C_{psc} = [\omega C_{pw} + (100 - \omega)C_{psd}]/100$$
 (2.4)

$$\varphi_{sc} = [\omega \rho_w + (100 - \omega) \varphi_{sd}]/100$$
 (2.5)

donde C_{pw} es el calor específico del agua y ρ_w es la densidad del agua.

La *capacidad calorífica específica* es otra propiedad del suelo que determina la potencia del sistema. Brandl (2006), la describe como la cantidad de energía almacenada en un material por unidad de cambio de temperatura. En el agua, por ejemplo, su capacidad calorífica es de 4186 JKg⁻¹°C⁻¹, esta cantidad es relativamente elevada comparándola con la de otros materiales.

La conducción de calor en suelos saturados es más rápida que en suelos secos debido a que los vacíos ocupados por aire disminuyen el proceso de transferencia de calor. Los suelos con alto contenido de arcilla o material orgánico (pizarra o carbón) tiene baja conductividad térmica, lo cual reduce la velocidad con la que el calor viaja a través del suelo circundante hacia las pilas de energía. En cambio, un material con alto contenido de cuarzo (arenisca) tiene una alta conductividad térmica, lo que incrementa el flujo de calor hacia el elemento.

En lo que respecta al equipo utilizado para el aprovechamiento de la energía geotérmica, La capacidad de la bomba de calor se elige con base en la demanda de energía para el acondicionamiento de la edificación. Es importante que la bomba tenga la capacidad adecuada para trabajar en condiciones normales sin forzar su ritmo de operación. Una bomba de calor con menos capacidad de la requerida se puede sobrecalentar afectando el funcionamiento de todo el sistema.

Es importante señalar que, en algunos casos las propiedades térmicas de los materiales se pueden modificar para facilitar el flujo de calor y aumentar el rendimiento de los intercambiadores. En el caso del concreto, algunos autores han demostrado que se puede aumentar la conductividad térmica del material agregando grafito y/o fibra de aluminio (Laing *et al.*, 2012; Li *et al.*, 2018; Yang *et al.*, 2017). No obstante, de acuerdo con Guo *et al.* (2010), se debe tener especial cuidado respecto a la proporción del material añadido al concreto, la resistencia a la compresión y a la flexión del conceto se puede reducir hasta en un 50% cuando se agrega un 5% de grafito debido a que se incrementa la porosidad y el volumen de vacíos.

3.2. Modelos analíticos para análisis térmicos de pilas de energía

Los análisis térmicos mediante modelado numérico son costosos y demandan tiempos de ejecución mayores. Debido a esto, resulta conveniente utilizar modelos analíticos para estudiar el comportamiento termo-mecánico de las estructuras termoactivas. La mayoría de estos métodos no consideran las condiciones de frontera de la superficie del suelo, el efecto de las restricciones en los extremos del intercambiador, ni las propiedades térmicas de los componentes del sistema (fluido, disposición de tuberías, relleno, etc.). Por lo tanto, utilizan una serie de resistencias térmicas para tomar en cuenta estos factores (Bourne-Webb *et al.*, 2016).

La mayoría de los modelos analíticos se desarrollan para calcular la transferencia de calor a largo plazo debido a que desprecian la capacidad calorífica del concreto, homogeneizando el entorno de la pila y del suelo circundante. Asimismo, consideran que la temperatura en el interior del elemento se encuentra en estado estacionario. Debido a que las pilas tienen un diámetro relativamente grande, debe transcurrir un periodo considerable para alcanzar el estado estacionario. Así, la temperatura del sistema solamente se valida después de cierto tiempo de que inició la operación. Sin embargo, es importante conocer la transferencia de calor a corto plazo, ya que la demanda energética en las edificaciones cambia en el transcurso de algunas horas (Nguyen, 2017).

Park *et al.* (2015) señalan que, el suponer que un dominio es homogéneo puede conducir a predicciones erróneas en la transferencia de calor a corto plazo, especialmente en pilotes con gran diámetro. Además, cuando se toma en cuenta la influencia de la temperatura superficial, es necesario utilizar modelos donde se considera una temperatura constante igual al valor de la temperatura del suelo inalterado. Así, el empleo de soluciones analíticas para el estudio de las pilas de energía implica realizar algunos supuestos para simplificar el proceso de cálculo (Li *et al.*, 2016). A continuación, se presentan los principales criterios:

- Se considera que el suelo es un medio con extensión infinita o semi-infinita. Esto depende de si se considera o no la influencia de la temperatura en la superficie.
- Se acepta la idea de que el suelo tiene una temperatura inicial constante. Este valor puede ser considerado como condición de frontera para la superficie.
- La condición de frontera para la pared del intercambiador de calor o de las tuberías se puede considerar como un flujo o temperatura constante. Sin embargo, se recomienda adoptar la opción de un flujo constante.
- Cuando es necesario tomar en cuenta el efecto del flujo de agua subterránea, se debe considerar que el flujo es homogéneo y paralelo a la superficie.
- Debido a que el suelo comúnmente es heterogéneo y se encuentra estratificado, resulta conveniente suponer que se trata de un medio con una conductividad térmica equivalente (λ_e). De acuerdo con (Bear, 1975), la conductividad térmica equivalente para un medio con estratificación en sentido horizontal se puede estimar mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda_{e,h} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} b_i} \sum_{i=1}^{N} \lambda_{,i} b_i$$
 (2.6)

De manera similar, la expresión 2.7 permite calcular la conductividad térmica equivalente para una estratificación vertical:

$$\lambda_{e,v} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} b_i} \sum_{i=1}^{N} \frac{b_i}{\lambda_i}$$
(2.7)

donde λ_i y b_i son la conductividad térmica y el espesor del estrato considerado, respectivamente y N es el número total de estratos.

Para representar el proceso de flujo de calor a través de los distintos materiales que conforman una pila de energía (interior de la pila), es necesario el uso de resistencias térmicas. Así, el problema de transferencia de calor se puede definir de manera general como (Li *et al.*, 2016):

$$q = \frac{T_f(t) - T_0}{R(t)} = \frac{\Delta T}{R(t)}$$
 (2.8)

donde T_f es la temperatura promedio del fluido, T_0 es la temperatura inicial del suelo inalterado, q es la tasa de transferencia de calor del intercambiador por unidad de tiempo y por unidad de longitud (W m⁻¹), y R es la resistencia térmica total (mK W⁻¹). Los métodos analíticos para análisis térmicos descomponen esta resistencia térmica total en una parte independiente y en otra dependiente del tiempo para simplificar los cálculos. La parte dependiente del tiempo se puede describir mediante las funciones-G que actúan en el suelo y el concreto de la pila. Mientras que, la parte independiente del tiempo se refiere a las resistencias térmicas que se presentan en la tubería y en el concreto de la pila, las cuales tienen un valor constante durante la operación del intercambiador. Así el cambio de temperatura queda definido por:

$$\Delta T = qR(t) = q[R_s + G(x, t)] \tag{2.9}$$

donde G(x, t) es la función-G descrita por alguno de los modelos analíticos adopatados y está en función del tiempo (t) y de las coordenadas del punto que se analiza, x; y R_s es la parte estacionaria (independiente del tiempo) de la resistencia térmica que a su vez depende del punto analizado (x).

Tomando en cuenta el flujo de calor a través de cada material y el modelo adecuado para representar dicho fenómeno a través de suelo, los pasos clave para el análisis térmico consiste en elegir las funciones-G que se adapten mejor al problema y las resistencias térmicas que describan el flujo de calor (en estado estacionario) que se presenta en las tuberías y el concreto. De esta forma, se puede obtener la temperatura promedio t_f y las temperaturas de entrada y salida del fluido que circula a través de las pilas de energía (Li *et al.*, 2016).

El término función-G se utilizó originalmente para describir las ecuaciones de respuesta de temperatura que desarrolló (Eskilson, 1987) para pozos intercambiadores de calor. Las funciones-G proporcionan la temperatura normalizada en la pared del pozo (en función del número de Fourier o tiempo normalizado), causada por una tasa de inyección de calor constante, instalados con una configuración específica. La aplicación de dichas funciones implica hacer algunas consideraciones sobre las características específicas del problema, como: el número de tuberías, material de la pila y la conductividad térmica del concreto o

lechada. Por lo tanto, cada función-G es diferente según el sistema de intercambiadores que se desea analizar.

Las soluciones analíticas de las funciones-G se basan en los modelos de fuente lineal infinita, fuente cilíndrica infinita y fuente lineal finita (ILSM, ICSM y FLSM por sus siglas en inglés, respectivamente). Las funciones-G de Eskilson basadas en el modelo de fuente lineal finita, subestiman el cambio de temperatura para escalas de tiempo pequeñas cuando se aplican a pilas de energía de gran diámetro. Por lo que, es común adoptar un modelo de fuente cilíndrica hueca. Para un análisis térmico, se supone que la temperatura es la misma en todo el suelo desde el inicio y que la superficie del suelo tiene una temperatura constante igual a este valor inicial.

Los modelos que consideran una fuente de calor de longitud infinita describen el fenómeno térmico de forma similar y las respuestas de temperatura suelen ser conservadoras a largo plazo. Al tener un elemento con longitud muy grande, suponen que el intercambio de calor no alcanza un estado estacionario y esto tiene consecuencias cuando se analiza un intercambiador sometido a cargas no balanceadas (mayor extracción o inyección de calor). Uno de los modelos menos apropiados para representar el comportamiento de las pilas de energía es el de fuente cilíndrica hueca, ya que no considera el efecto térmico de las tuberías dentro de la pila. Por otra parte, cuando las tuberías se instalan cerca del centro de la pila, la respuesta de temperatura del suelo se aproxima a los valores obtenidos con el modelo de fuente lineal. Si las tuberías se instalan cerca del borde, los resultados son más parecidos a los que se obtienen suponiendo una fuente cilíndrica sólida (Loveridge y Powrie, 2013a).

2.5.2. Determinación de las propiedades térmicas del suelo

La etapa inicial para realizar el análisis térmico de una estructura termoactiva consiste en investigar las propiedades térmicas del sitio mediante pruebas de laboratorio y de campo. En laboratorio existen dos métodos que tienen distintas condiciones de operación: de estado transitorio y de estado turbulento. Ambos tipos de ensayo permiten determinar la conductividad térmica (λ), la capacidad calorífica específica ($C_{p,w}$) y la difusividad térmica de los suelos (α). La Tabla 2.2 muestra un resumen de las técnicas empleadas para la determinación de la conductividad térmica (López-Acosta *et al.*, 2017).

El método de aguja térmica, también conocido como método de fuente lineal, método de alambre caliente o método de sonda, permite medir la conductividad térmica en estado transitorio y su ejecución es muy sencilla. Esta prueba se basa en la hipótesis de flujo de calor empleada en el modelo de fuente lineal infinita y consiste en medir la tasa de cambio de la temperatura dependiendo del calentamiento o enfriamiento a lo largo de una fuente de calor lineal dentro de un medio infinito y homogéneo. El equipo que se requiere para la prueba consiste en una unidad de medición, un elemento calentador y un sensor de temperatura. La Figura 2.7 muestra el equipo y la configuración de la ejecución de una prueba de aguja térmica (Portillo *et al.*, 2018).



Figura 2.7 Escalas de espacio y tiempo que se presentan en el proceso térmico de intercambiadores de calor geotérmico (Portillo *et al.*, 2018)

Tabla 2.2. Ensayes para estimar la conductividad térmica del suelo (López-Acosta et al., 2017)

Tipo de prueba	Tipo de flujo	Nombre de la prueba	Referencia
Laboratorio	Estacionario	Pruebas de placa caliente	ASTM C177
		Medidor de calor	ASTM C518
_	Transitorio	Método de la aguja	ASTM D6334
		Método de golpe térmico	Shannon y Wells (1947)
Campo	Transitorio	Ensayos de Respuesta Térmica (TRT por sus siglas en inglés)	(Gehlin y Hellström, 2003)
		Cono Térmico (TCT)	(Akrouch <i>et al.</i> , 2016)

La prueba de aguja térmica consta de dos etapas. La primera es la fase de calentamiento, que consiste en insertar la aguja en la muestra de suelo y dejarla reposar durante 15 minutos aproximadamente, tiempo en el que se alcanza un equilibrio térmico con el medio. Enseguida, se aplica una corriente eléctrica conocida para inducir la inyección de calor a una tasa constante. Lo anterior provoca un aumento de temperatura en el medio que se registra a intervalos cortos de tiempo. En la segunda etapa, conocida como fase de recuperación o de enfriamiento, se desconecta la fuente de calor y se registra la disminución de temperatura con el paso del tiempo. De esta manera, se obtiene una gráfica de temperatura contra tiempo cuya forma típica se muestra en la Figura 2.8 (Portillo *et al.*, 2018).

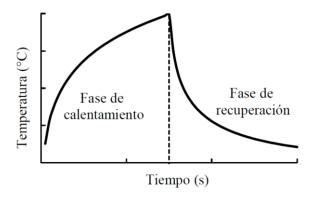


Figura 2.8. Escalas de espacio y tiempo que se presentan en el proceso térmico de intercambiadores de calor geotérmico (Portillo *et al.*, 2018)

Entre las pruebas de campo más utilizadas para determinar las propiedades térmicas del suelo (conductividad y difusividad térmica) se encuentra el Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) (Zhang *et al.*, 2014). Con esta técnica también es posible estimar propiedades térmicas del intercambiador de calor como la resistencia térmica. La prueba consiste en inyectar calor al suelo a una tasa constante y monitorear los cambios de temperatura producidos (Franco *et al.*, 2016). Para realizar esta prueba se aplica una carga térmica específica en el intercambiador de calor y se miden los cambios de temperatura resultantes de los fluidos en circulación. Con los datos obtenidos, es posible generar gráficos que describen la variación de la temperatura del fluido en función del tiempo, así como la conductividad y la resistencia térmica del intercambiador que proporcionan la caída de temperatura entre el suelo y el fluido en las tuberías (Thomas *et al.*, 2009). Los ensayos TRT son directamente análogos a las pruebas de bombeo que se aplican en el estudio de las propiedades de un acuífero subterráneo.

En la Figura 2.9 se muestra la configuración típica de una prueba TRT. En general, los equipos para realizar estos ensayos constan de varios dispositivos para simular la operación del intercambiador bajo condiciones controladas. En México, el Instituto de Ingeniería de la UNAM diseñó, calibró y puso en funcionamiento el primer equipo para realizar este tipo de ensayes. El equipo móvil está montado sobre un remolque de un eje y consta de un tanque de almacenamiento de agua aislado, un elemento calefactor con una resistencia de 3.7 kW, una bomba hidráulica de 0.5 Hp para hacer circular al fluido, un tanque de expansión y válvulas de control. También cuenta con un medidor de flujo y tres sensores de temperatura que miden la temperatura de entrada y salida del fluido, así como la temperatura ambiente. Además, se monitorea la temperatura el interior del equipo móvil y se registra en tiempo real las temperaturas del fluido, el caudal hidráulico y la potencia suministrada (López-Acosta et al., 2022).

Para verificar la precisión de los resultados de la prueba, usualmente se emplean modelos analíticos como el ILSM, ICSM, FLSM, entre otros. No obstante, la prueba es de corta duración y el análisis de resultados debe realizarse con un modelo analítico capaz de evaluar el comportamiento a corto plazo de las pilas de energía.

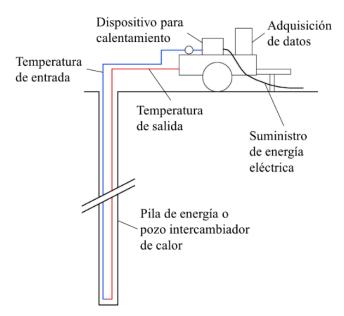


Figura 2.9. Esquema de un Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) (adaptado de Gehlin, 1998)

Este procedimiento se efectúa tomando en cuenta las características térmicas de los componentes internos del elemento, o bien, la prueba debe durar lo suficiente como para superar los efectos de la capacidad térmica de la pila de energía (Fadejev *et al.*, 2017). La importancia de una buena ejecución de la TRT radica en la precisión de las propiedades térmicas estimadas, ya que tienen un impacto directo en la eficiencia y costo inicial de los sistemas de intercambiadores de calor (Raymond *et al.*, 2011).

2.6. Escalas de tiempo y espacio en análisis térmicos de pilas de energía

En el diseño de las estructuras termoactivas es necesario realizar un análisis térmico para determinar la capacidad de extracción de calor del sistema, tomando en cuenta las propiedades térmicas de todos los materiales que intervienen en el proceso. La transferencia de calor se lleva a cabo mediante diversos mecanismos y a diferentes velocidades. Así, en un intercambiador de calor este proceso se descompone en distintas etapas definidas por escalas de tiempo y espacio. Las primeras determinan el tiempo que necesita el calor para trasladarse de un punto a otro dentro de un material, mientras que las segundas se refieren al material a través del cual se encuentra fluyendo el calor. Por lo tanto, cada escala de tiempo está asociada a una escala de espacio específica.

En el proceso térmico de un pozo intercambiador de calor se presentan cuatro escalas de espacio, como se muestra en la Figura 2.10. En la primera se considera el flujo de calor en el fluido y se relaciona con una escala de tiempo relativamente corta (del orden de algunos minutos) durante la cual se desarrolla la capacidad calorífica del líquido caloportador. El tiempo se puede estimar dividiendo H/v_w , donde H es la longitud del pozo y v_w es la velocidad de circulación del fluido. La segunda es el radio del elemento, que puede ser del orden de 0.05 m y la escala de tiempo (aproximadamente de una hora) asociada al espacio en cuestión está definida por la relación r_b^2/α_c , donde r_b es el radio del pozo y α_c es la

difusividad térmica del concreto o lechada. La tercera escala de espacio es la mitad de la distancia entre dos pozos adyacentes (L), es aquí donde se manifiesta la interacción térmica entre pozos y puede variar en un rango de varios metros. La escala de tiempo asociada tiene una duración de aproximadamente un mes y se puede estimar con el cociente de L^2/α , siendo L la distancia entre pozos adyacentes y α la difusividad térmica del suelo. La escala de espacio más grande comprende el sitio donde se encuentra instalado el sistema de pozos en dirección horizontal y la distancia donde se presenta interacción térmica significativa en sentido vertical. En general se considera una longitud de H/2, siendo H la longitud del pozo. La escala de tiempo atribuida a esta cuarta escala de espacio abarca todo el tiempo de vida útil del sistema (Li et al., 2016).

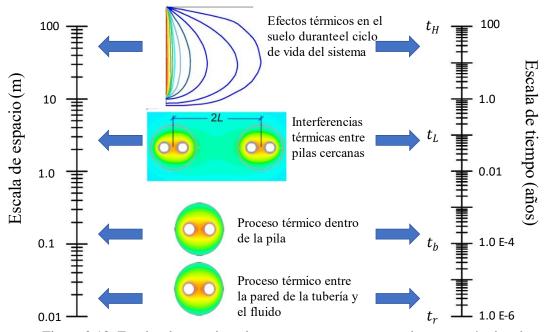


Figura 2.10. Escalas de espacio y tiempo que se presentan en el proceso térmico de intercambiadores de calor geotérmico (adaptado de Li *et al.*, 2016)

Una de las escalas de tiempo que la mayoría de los métodos analíticos ignora, es la que se presenta en el interior de la pila. En esta etapa se desarrolla la capacidad calorífica del fluido caloportador y la del concreto. Por lo tanto, al no considerar dicho proceso en los análisis térmicos, se generan errores en la estimación de la respuesta de temperatura a corto plazo.

2.7. Antecedentes de la implementación de métodos analíticos para análisis térmicos.

Existen algunas investigaciones relacionadas con el estudio de intercambio de calor a través de estructuras termoactivas. En la Tabla 2.3 se muestra un resumen de diversos estudios registrados en la literatura internacional en donde se abordan temas como el análisis de diferentes configuraciones y conexiones de tubería, modelado de la operación a corto y largo plazo, así como dimensionamiento y diseño de pilas de energía y pozos intercambiadores de calor. En la mayoría de los casos se emplean los modelos analíticos para describir el fenómeno de intercambio de calor.

Tabla 2.2. Estudios relacionados con el diseño de pilas de energía (adaptada de Fadejev et al., 2017)

No.	Referencia	Esquemas fundamentales	Configuración de pilas de energía	Modela do	Dimensionamient o y diseño
1	Kavanaugh y Rafferty, (1997)				X*
2	Brandl, (1998, 2003)				X
3	B. Sanner, (2001)	X^*			
4	Pahud y Hubbuch, (2007)	X			
5	Hamada <i>et al.</i> , (2007)	X	X		
6	Gao et al., (2008)		X		
7	Yang <i>et al.</i> , (2010)			X*	X*
8	Man <i>et al.</i> , (2010)			X	
9	Hu et al., (2014)			X	
10	Jalaluddin <i>et al.</i> , (2011)		X		
11	GSHPA, (2012)				X
12	Li y Lai, (2012)			X	
13	IGSHPA, (2013)				X*
14	Zarrella <i>et al.</i> , (2013)			X	
15	Zhang <i>et al.</i> , (2013)			X	
16	Lee y Lam, (2013)			X	
17	Ghasemi-Fare y Basu, (2013)			X	
18	Park <i>et al.</i> , (2014)		X		
19	Allaerts <i>et al.</i> , (2015)	\mathbf{X}^*			
20	Dupray <i>et al.</i> , (2014)			X	
21	Loveridge y Powrie, (2014)			X	
22	T.V. Bandos <i>et al.</i> , (2014)			X	
23	Fadejev y Kurnitski, (2014, 2015)	X		X	X

24	Loveridge y		X	
	Powrie, (2014)			
25	Zhang et al.,		X	
23			Λ	
	(2013)			
26	Sailer <i>et al.</i> ,			X^*
	(2015)			
27	Wang et al.,		X	
21			Λ	
	(2015)			
28	Girard <i>et al.</i> ,	\mathbf{X}^*		
	(2015)			
29	Hesaraki <i>et al.</i> ,	\mathbf{X}^*		X
29	.	Λ		Λ
	(2015)			
30	Aydin y Sisman,		X^*	
	(2015)			
31	Katsura et al,	X	X	
	(2009)			
32	Bandeira <i>et al.</i> ,	X	X	
	(2021)			

^{*}Estudios enfocados en pozos intercambiadores.

3. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ANÁLISIS TÉRMICO DE PILAS DE ENERGÍA

3.1. Generalidades

El diseño térmico de pilas de energía requiere estudios sobre la cantidad de energía que puede ser extraída o almacenada en el suelo. Sin embargo, la información disponible para el diseño e instalación de geoestructuras está enfocada en pozos intercambiadores de calor, al ser los primeros utilizados para este fin. Por lo tanto, el análisis térmico se lleva a cabo con base en la experiencia que se tiene sobre la construcción de estos sistemas.

En los últimos años, se ha estudiado el comportamiento termo-mecánico de las estructuras termoactivas para establecer códigos de diseño que mejoren la relación costo-beneficio de estos sistemas. Asimismo, se han desarrollado modelos analíticos y numéricos para simular las condiciones de operación de estos elementos.

Lo métodos analíticos presentan tiempos de ejecución relativamente bajos debido a que simplifican el proceso de intercambio de calor, proporcionando resultados aceptables. Por otra parte, los métodos numéricos resultan menos prácticos ya que requieren mayores recursos de cómputo dada la complejidad de los análisis que pueden ejecutar. No obstante, los resultados tienen un alto grado de precisión.

3.2. Flujo de calor en pozos intercambiadores

Cuando se analiza un intercambiador de diámetro pequeño como en el caso de un pozo, es común considerar que el flujo de calor en el interior del elemento alcanza un flujo estacionario rápidamente incluso en presencia de cargas térmicas variables con el tiempo. Con base en esta hipótesis, resulta conveniente representar el proceso térmico dentro del intercambiador como una resistencia térmica general denominada resistencia térmica del pozo (R_b). De esta forma, la ecuación matemática que describe la variación de temperatura del fluido queda definida por:

$$T_f(t) = T_0 + \frac{Q}{H}R_b + \frac{Q}{2\pi\lambda H}G(t, r_b)$$
(3.1)

donde T_f es la temperatura promedio del fluido (°C), T_0 es la temperatura inicial del suelo inalterado (°C), Q es la energía térmica de entrada (W), H es la longitud del elemento (m), R_b es la resistencia térmica del intercambiador de calor (°C W⁻¹), λ es la conductividad térmica del suelo (W m⁻¹K⁻¹) y $G(t, r_b)$ es la función de respuesta de temperatura del suelo (función-G) que describe el flujo de calor en estado transitorio a través del mismo y se determina con base en el modelo analítico adoptado. Esta ecuación se conoce como función-G (Eskilson, 1987; Loveridge $et\ al.$, 2020a) y puede estar en función del tiempo, del radio del intercambiador y/o de la profundidad del suelo a la cual se desea conocer el cambio de temperatura, así como del tipo de fuente de calor que se considera para la representación del elemento, ya sea una línea o cilindro de longitud infinita o finita.

3.2.1. Modelos para estimar la resistencia térmica de intercambiadores de calor, R_b .

El estudio del flujo de calor a través de intercambiadores está influenciado por tres factores principales: la configuración de la tubería, las propiedades térmicas del concreto o lechada y del suelo, entre los cuales se presentan tres procesos de transferencia de calor:

- Convección entre el fluido y la superficie interna de la tubería;
- Conducción a través de la pared de la tubería;
- Conducción a través del concreto o lechada.

Aunque en el suelo el proceso dominante es la conducción (Rees $et\ al.$, 2000), cuando existe flujo de agua subterránea, se puede presentar la advección como proceso de transferencia de calor principal. De acuerdo con Li y Lai, (2015) cuando t es mayor o igual a $5t_b$, es posible alcanzar un estado de flujo estacionario, esto significa que la diferencia de temperatura entre el fluido y el borde del intercambiador es constante. Cuando esto se cumple, los procesos de transferencia de calor que se presentan entre los materiales del intercambiador se pueden considerar como tres resistencias térmicas constantes (Figura 3.1) y la suma de estos valores resulta en la resistencia térmica efectiva entre el fluido y el suelo, R_b .

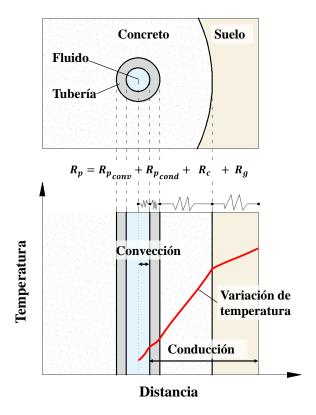


Figura 3.1. Elementos en la transferencia de calor de una pila de energía: a) sección transversal de los componentes de una pila de energía y b) diferencias de temperatura y resistencias térmicas de los componentes (adaptado de Loveridge, 2012)

Algunos modelos encontrados en la literatura internacional para estimar la resistencia térmica equivalente de un pozo intercambiador de calor se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Métodos para estimar la resistencia térmica del concreto (R_c)

Ecuación para determinar R_b	Observaciones
$R_b = \frac{1}{2\pi\lambda_b} \ln\left(\frac{r_b}{r_p} \sqrt{\frac{r_p}{D}}\right)$	Se emplea en intercambiadores de calor con tubería en U. se deriva de la suposición de diámetro equivalente.
$R_b = \frac{1}{2\pi\lambda_b} \ln\left(\frac{r_b}{\sqrt{n}r_p}\right)$	Se deriva de suponer un diámetro equivalente; n denota el número de tuberías en el intercambiador.
$R_b = \frac{1}{\beta_0 \lambda_b \left(\frac{r_b}{r_p}\right)^{\beta_1}}$	Esta expresión emplea el concepto de factor de forma. Los coeficientes empíricos se obtienen con el ajuste de datos experimentales.
$R_b = \frac{H}{C_f V_f} \left(\frac{T_{in} - T_b}{T_{in} - T_{out}} - \frac{1}{2} \right)$	La temperatura de salida (T_{out}) se obtiene resolviendo las ecuaciones de energía para bucles de tubería en U (Zeng et al., 2002).

3.2.2. Resistencia térmica de la tubería

Loveridge y Powrie (2013) sugieren que, la resistencia térmica que involucra los dos primeros métodos de transferencia de calor que van desde el fluido hasta la superficie externa de la tubería se puede calcular mediante la siguiente Ecuación:

$$R_p = R_{p_{conv}} + R_{p_{cond}} \tag{3.2}$$

donde R_p es la resistencia térmica de la tubería incluyendo el fluido, $R_{p_{conv}}$ es la resistencia por convección y $R_{p_{cond}}$ es la resistencia por conducción. Por otra parte, Kavanaugh y Rafferty (2015) propusieron que la resistencia por convección puede obtenerse como:

$$R_{p_{conv}} = \frac{1}{2n\pi r_i h_i} \tag{3.3}$$

donde n es el número de tuberías en la sección transversal del intercambiador, r_i es el radio interno de la tubería y h_i es el coeficiente de transferencia de calor que se puede obtener mediante la siguiente relación (Loveridge, 2012):

$$h_i \approx \frac{0.023 R_e^{0.8} P_r^{0.35} \lambda_w}{2r_i} \tag{3.4}$$

$$R_e = \frac{v_w d_i}{v} \tag{3.5}$$

$$P_r = \frac{C_{pw}\mu}{\lambda_w} \tag{3.6}$$

donde R_e es el número de Reynolds, P_r es el número de Prandtl, d_i es el diámetro interno de la tubería, λ_w es la conductividad térmica del fluido (agua), v_w es la velocidad del fluido, v_w es la viscosidad cinemática del fluido, C_{pw} es la capacidad calorífica del fluido a presión constante y μ es la viscosidad del fluido.

La resistencia por conducción de la tubería se puede estimar con la ecuación 3.14, suponiendo la resistencia de un cilindro hueco con temperatura constante en la superficie interior y exterior (Kavanaugh y Rafferty, 2015). De esta forma, considerando "n" tuberías en paralelo, la resistencia por conducción $(R_{p_{cond}})$ se obtiene como:

$$R_{p_{cond}} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2n\pi\lambda_p} \tag{3.7}$$

donde r_o es el radio externo de la tubería.

3.2.3. Resistencia térmica del concreto

La resistencia por conducción que se presenta a través del concreto (R_c) , se puede determinar con alguna de las expresiones mostradas en la Tabla 3.2.

Método	Parámetros	Referencia
$R_{c} = \frac{1}{\lambda_{b} S_{c}}$ $S_{c} = \frac{A}{B \ln\left(\frac{r_{b}}{r_{0}}\right) + C \ln\left(\frac{r_{b}}{r_{c}}\right) + \ln\left(\frac{r_{b}}{r_{0}}\right)^{D} + \ln\left(\frac{r_{b}}{r_{0}}\right)^{E} + F}$	A, B, C, D, E y F parámetros de ajuste función del número de tuberías en la pila	_
$R_c = \left[\beta_0 \lambda_b \left(\frac{r_b}{r_0}\right)^{\beta_1}\right]^{-1}$	β_0 y β_1 son parámetros que dependen de la ubicación de tuberías.	_
$R_{c} = \frac{1}{2\pi n \lambda_{b}} \left[ln \left(\frac{r_{b}^{n}}{n r_{o} r_{c}^{n-1}} \right) + \sigma ln \left(\frac{r_{b}^{2n}}{r_{b}^{2n} - r_{c}^{2n}} \right) \right]$ $\sigma = \frac{\lambda_{b} - \lambda_{g}}{\lambda_{b} + \lambda_{g}}$	r_c radio interno de ubicación de tuberías $(r_b - c - r_0)$	-

Tabla 3.2 Métodos para estimar la resistencia térmica del concreto (R_c)

3.3. Flujo de calor en Pilas de energía

3.3.1. Ecuación general de flujo de calor en Pilas de energía

El flujo de calor a través de intercambiadores de gran diámetro, como las pilas de energía sometidas a cargas térmicas variables, se debe estudiar a detalle considerando el estado transitorio que se presenta a través del interior de la estructura.

La ecuación propuesta por Loveridge y Powrie, (2013b) representa el fenómeno de la Figura 3.1 que sirve para estimar la temperatura promedio del fluido en una pila de energía:

$$\Delta T_f = T_0 + qR_p + qR_cG_c + \frac{q}{2\pi\lambda}G \tag{3.8}$$

donde R_c es la resistencia térmica del concreto, q es la tasa de transferencia de calor por metro de longitud de la pila de energía, R_p es la resistencia térmica de la tubería tuberías (incluyendo el fluido), la cual se divide en dos tipos de acuerdo con el método de

transferencia de calor: en el fluido se considera una resistencia por convección (R_{conv}) , mientras que en la pared de la tubería se toma en cuenta una resistencia por conducción (R_{cond}) . De esta manera, se obtiene una descripción más precisa del flujo de calor en el interior de la pila de energía, G_c es la función-G del concreto que describe la respuesta de temperatura transitoria del material y G es la función-G para la respuesta transitoria del suelo circundante a las pilas.

3.3.2. Función-G del concreto, G_c

La función-G del concreto (G_c), describe el flujo de calor transitorio a través del relleno de la pila, su valor varía respecto al tiempo normalizado o número de Fourier (F_o). Cuando F_o < 10 la función-G se define como la ecuación 3.9. Por otra parte, si F_o > 10, el valor de G_c se considera como la unidad. Finalmente, si F_o < 0.01, la función-G del concreto vale cero (Loveridge y Powrie, 2013).

$$G_c = a[\ln(F_o)]^6 + b[\ln(F_o)]^5 + c[\ln(F_o)]^4 + d[\ln(F_o)]^3 + e[\ln(F_o)]^2$$

$$+ f[\ln(F_o)]^4$$
(3.9)

Los parámetros de ajuste de la curva $(a, b, c, d, e \ y \ f)$ se definen en la Tabla 3.3. Cuando las pilas tienen un diámetro relativamente grande respecto a un pozo intercambiador convencional, se recomienda utilizar los parámetros para límite superior de acuerdo con la posición de las tuberías instaladas en el interior de la pila. Lo anterior aplica si las tuberías se encuentran cercanas al borde o al centro de la pila de energía.

Tabla 3.3. Parámetros de ajuste para la función-G del concreto (Loveridge y Powrie, 2013)

	Tubería en el centro		Tubería cerca del boro	
	Límite inferior	Límite superior	Límite inferior	Límite superior
a	-1.005 x 10 ⁻⁴	3.552 x 10 ⁻⁵	-1.438 x 10 ⁻⁵	-2.991 x 10 ⁻⁵
b	-2.335 x 10 ⁻⁴	6.017 x 10 ⁻⁵	1.276 x 10 ⁻⁵	-8.037 x 10 ⁻⁶
c	0.003037	-6.033 x 10 ⁻⁴	9.534 x 10 ⁻⁴	8.612 x 10 ⁻⁴
d	0.001803	0.001301	1.307 x 10 ⁻⁴	-0.001126
e	-0.043399	-0.00744	-0.02446	-0.01086
f	0.1029	0.02559	0.07569	0.04785
g	0.9095	0.9694	0.921	0.939
Suma de errores al cuadrado	5.11 x 10 ⁻⁴	4.28x 10 ⁻⁵	9.28 x 10 ⁻⁴	8.96 x 10 ⁻⁵
Coeficiente de determinación (R²)	0.99993	0.99995	0.99979	0.99990

3.3.3. Modelos analíticos para análisis térmicos de pilas de energía

Existe poca información respecto al diseño de las pilas de energía, por lo tanto, es común emplear métodos de diseño de intercambiadores de calor de pozo. Dichos procedimientos se utilizan principalmente para simular la transferencia de calor hacia el exterior del elemento (Fadejev *et al.*, 2017). En la Tabla 3.4 se presenta un resumen de los principales modelos analíticos que se han desarrollado y las distintas consideraciones para su aplicación.

Tabla 3.4. Resumen de modelos analíticos para análisis térmicos de intercambiadores de calor

Modelo	Observaciones
Modelo de fuente lineal infinita (Carslaw y Jaeger, 1947)	 Análisis térmico en 1-D. No simula el proceso térmico en el interior de la pila.
Modelo de fuente cilíndrica (Ingersoll et al., 1955)	 Análisis térmico en 1-D. Toma en cuenta la dimensión radial del intercambiador. No simula el proceso térmico en el interior de la pila.
Modelo de fuente lineal finita (Zeng et al., 2002)	 Análisis térmico en 2-D para periodos mayores a un año. Configuración de tubería en U sencilla. Considera la interacción térmica entre pozos adyacentes. Considera la longitud finita de la pila.
Modelo de fuente cilíndrica sólida infinita / Modelo de fuente cilíndrica sólida finita (Man et al., 2010)	 No simula el proceso térmico en el interior de la pila. Análisis térmico en una y dos dimensiones. La pila se modela como un cilindro relleno de suelo, al cual se le asignan las propiedades del sitio. Considera la interacción térmica entre pozos adyacentes. Considera la capacitancia térmica de la pila considerándola como un cilindro relleno de suelo. El espesor, la masa y la capacidad calorífica de la fuente de calor se desprecian. El flujo de calor por longitud de la fuente cilíndrica q_l es constante desde el inicio. Análisis a corto plazo. Considera la longitud finita de la pila. El modelo 2-D considera la longitud finita de la pila y una temperatura constante en la superficie durante todo el análisis. Configuración de tubería helicoidal. Aplica para pilas de energía. El modelo en 2-D describe mejor la variación de la temperatura en el intercambiador a largo plazo.

Continuación: Tabla 3.4. Resumen de modelos analíticos para análisis térmicos de intercambiadores de calor

Modelo	Observaciones
Modelo de fuente cilíndrica infinita para pozos con tubería en U sencilla y U doble (Eslami-Nejad y Bernier, 2011; Eslami-nejad y Bernier, 2012)	 Considera dos circuitos independientes de tubería en U sencilla. Se pueden hacer análisis en una y dos dimensiones. Es posible simular el cambio de fase del suelo. Considera la interacción térmica entre pozos adyacentes. Toma en cuenta la capacitancia térmica del fluido. Toma en cuenta la longitud finita de la pila.
Modelo cilíndrico compuesto (Hu <i>et al.</i> , 2014)	 Análisis térmico en 1-D. Puede simular configuraciones de tubería en U sencilla y múltiple en pilas de energía con diámetros relativamente grandes. Considera la interacción térmica entre pozos adyacentes. Considera la capacitancia térmica de la pila. Análisis a corto plazo. Se utiliza para estudiar el desempeño térmico de pilas de energía y validación de pruebas de respuesta térmica.
Modelo de fuente cilíndrica sólida (Zhang <i>et al.</i> , 2014)	 Análisis térmico en 1-D. Considera tubería helicoidal y el efecto que implica el espaciamiento entre cada vuelta de la tubería (salto). Considera la interacción térmica entre pozos adyacentes. Toma en cuenta la capacitancia térmica de la pila. Es posible analizar el efecto del flujo de agua subterránea. Hace un análisis a corto plazo. Considera la longitud finita de la pila.
Modelo de superficie cilíndrica (Bandos <i>et al.</i> , 2014)	 No se modela el proceso térmico en el interior de la pila. Análisis en 2-D. Considera la interacción térmica entre pozos adyacentes. Considera la capacitancia térmica de la pila considerándola como un cilindro relleno de suelo. Análisis a corto plazo. Considera la longitud finita de la pila.

Los modelos analíticos más utilizados para análisis térmicos son:

- Modelo de fuente lineal infinita.
- Modelo de fuente lineal finita.
- Modelo de fuente cilíndrica.

Para el análisis térmico de las pilas de energía de la Residencia *C73*, se emplearon el ILSM, ICSM y el FLSM en conjunto con las resistencias térmicas de la tubería y del concreto para

describir con mayor precisión el flujo de calor en el interior de las pilas. Es importante señalar que existe un gran número de modelos analíticos, sin embargo, debido a las condiciones del problema analizado, así como la simplicidad y velocidad de cálculo de los modelos resulta conveniente emplear los mencionados anteriormente.

Las funciones-G actuales presentan algunas modificaciones respecto a las soluciones existentes, ya que toman en cuenta el flujo de calor transitorio dentro de la pila y son aplicables a un rango completo de escalas de tiempo. Para representar estas condiciones, se analiza por separado la respuesta de temperatura del suelo circundante (Función-G del suelo) y la de la pila (Función-G del Concreto). Así, la función general de la respuesta de temperatura de una pila de energía debe considerar los siguientes elementos (Loveridge y Powrie, 2013):

- 1- La resistencia térmica de las tuberías y el fluido.
- 2- La respuesta transitoria del concreto de la pila.
- 3- La respuesta del suelo.

3.3.4. Modelo de fuente lineal infinita

El modelo de fuente lineal infinita se basa en los trabajos realizados por Ingersoll *et al.*, (1955). Este modelo proporciona una solución para la transferencia de calor radial desde la fuente hacia un medio infinito en el cual la conducción de calor se realiza con un flujo constante (Figura 3.2). Para ello, considera que el pozo funciona como una fuente de calor lineal de longitud infinita. Así, se puede calcular la respuesta de temperatura a una distancia perpendicular al eje de la fuente de calor, en un tiempo determinado, con base en los registros de salida de calor por unidad de longitud de la fuente lineal (Fadejev *et al.*, 2017). Las condiciones de frontera de este modelo son:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$r \to 0 \qquad -2\pi\lambda \lim_{r \to 0} r \frac{\partial T}{\partial r} = q$$

$$r \to \infty \qquad T = T_0$$

$$t = 0 \qquad T = T_0$$
(3.10)

Carslaw y Jaeger (1947), desarrollaron una solución en 1-D con base en la teoría del modelo de fuente lineal infinita que describe el proceso de transferencia de calor en un medio homogéneo sometido a un flujo constante.

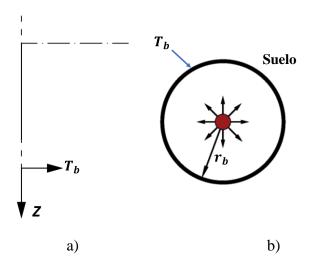


Figura 3.2. Esquema del modelo de fuente lineal infinita (adaptado de Laloui *et al.*, 2020) y b) vista en planta de la fuente lineal infinita (adaptado de Laloui y Loria, 2019)

Es un modelo relativamente simple que estima la temperatura del suelo circundante a un pozo intercambiador como:

$$\Delta T_L = \frac{q}{4\pi\lambda} \int_{\frac{r^2}{4\alpha t}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -\frac{q}{4\pi\lambda} E_i \left(-\frac{r^2}{4\alpha t} \right)$$
 (3.11)

El valor de E_i puede obtenerse como:

$$E_i(x) = \int_{x}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$
 (3.12)

Para valores pequeños de x:

$$E_i(-x) = \gamma + \ln(x) - x + \frac{1}{4}x^2 + O(x^3)$$
(3.13)

La integral exponencial E_i se expresa como una función logarítmica y fue validada por Abramowitz y Stegun (1972). En este modelo, ΔT es el cambio de temperatura, λ es la conductividad térmica del suelo, α es la difusividad térmica, r es la distancia desde la fuente de calor, q es la tasa de flujo de calor, γ es la constante de Euler igual a 0.5772, t es el tiempo transcurrido desde la puesta en operación y $O(x^3)$ es la función infinitesimal.

El modelo de fuente lineal infinita puede ser empleado para simular intercambiadores verticales de gran longitud, como las pilas de energía. A diferencia del modelo de superficie cilíndrica infinita, dicho procedimiento no es recomendable para realizar análisis con escalas de tiempo de corto plazo ya que presenta errores en periodos menores a seis horas

(Kavanaugh y Rafferty, 2014), tampoco es recomendable para análisis a largo plazo donde se estudie la variación de temperatura del suelo sujeto a cargas no balanceadas, ya que supone que la fuente de calor tiene una longitud infinita (Li y Lai, 2015), esto genera resultados muy conservadores a largo plazo. El error relativo entre estos dos modelos es menor que el 10% aproximadamente cuando $t \approx 5t_{icg}$ (Hellstrom, 1991) y 2% cuando $t \approx 20t_{icg}$ (Ingersoll *et al.*, 1954).

En general, tanto el modelo de superficie cilíndrica como el de fuente lineal infinita ignoran las condiciones de borde que caracterizan la transferencia de calor. Lo anterior representa una limitación para su implementación en análisis con escalas de tiempo a largo plazo, ya que la superficie del suelo y la longitud finita de los intercambiadores de calor influyen en la respuesta térmica del sistema a lo largo del tiempo.

3.3.5. Modelo de fuente cilíndrica

De acuerdo con Fadejev *et al.* (2017), el modelo de fuente cilíndrica permite describir la respuesta térmica de la pared del pozo y evaluar el comportamiento térmico hacia el interior y/o exterior de este. Su principal ventaja es que, considera las dimensiones tridimensionales del pozo intercambiador de calor. Además, cuando se considera la capacidad calorífica de la pila, es posible simular el proceso de transferencia de calor con mayor precisión, ya que describe de forma detallada el flujo de calor dentro del cuerpo del elemento durante la escala de tiempo correspondiente.

Existen dos tipos de modelos de fuente cilíndrica: los de cilindro sólido y los de cilindro hueco. El modelo de fuente cilíndrica sólida se utiliza en análisis térmicos de pilas de energía cortas, con diámetro relativamente grande y tubería helicoidal. Asimismo, supone que el calor fluye desde/hacia el interior del concreto. Con base en el método clásico de fuente de calor, Man *et al.* (2010) propusieron un modelo para cilindros sólidos en una (1-D) y dos dimensiones (2-D), considerando la geometría de la pila. Cabe señalar que el método en 1-D no toma en cuenta la transferencia de calor en la dirección vertical. Mientras que en 2-D es posible analizar una fuente de calor finita con la influencia de la temperatura superficial como condición de frontera.

Por otra parte, Ingersoll *et al.* (1955) desarrollaron el modelo de fuente cilíndrica infinita o modelo de superficie cilíndrica infinita, que simula la superficie externa de un intercambiador de calor. Este modelo proporciona una solución para la transferencia de calor radial de un cilindro hueco rodeado por un medio infinito (suelo), en el cual la transferencia de calor es de flujo constante alrededor de la superficie exterior y se lleva a cabo mediante conducción (Figura 3.3).

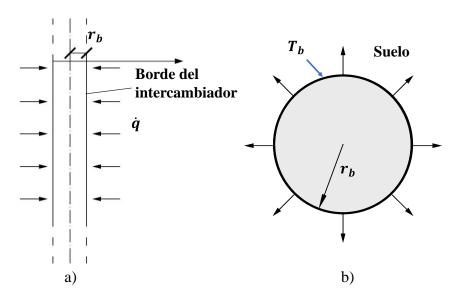


Figura 3.3. Esquema del modelo de fuente cilíndrica infinita (adaptado de Mohamad *et al.*, 2021) y b) vista en planta de la fuente cilíndrica (adaptado de Lamarche, 2013)

El modelo se describe matemáticamente como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right),$$

$$\theta = 0,$$

$$\theta = 0,$$

$$\theta = 0,$$

$$Para $r_b < r < \infty, y \ t > 0$

$$Para $r_b < r < \infty, y \ t > 0$

$$Para $r_b < r < \infty, y \ t > 0$

$$Para $r_b < r < \infty, y \ t > 0$

$$Para $r > \infty, y \ t > 0$

$$Para $r > \infty, y \ t > 0$

$$Para $r > \infty, y \ t > 0$

$$Para $r > \infty, y \ t > 0$

$$Para $r > \infty, y \ t > 0$

$$Para $r > \infty, y \ t > 0$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$

donde r_b es el radio del cilindro, α es la difusividad térmica del suelo y λ es la conductividad térmica del suelo. La solución de este problema se obtiene simplificando la ecuación de conducción de calor de Fourier mediante el método de la transformada de Laplace (Carslaw y Jaeger, 1947) y queda definida como:

$$\Delta T_C(r,t) = T_0 + \frac{q_l}{\pi^2 \lambda r_b} \left[\int_0^\infty (e^{-\alpha u^2 t} - 1) \frac{J_0(ur) Y_1(ur_b) - Y_0(ur) J_1(ur_b)}{u^2 [J_1^2(ur_b) + Y_1^2(ur_b)]} du \right]$$
(3.15)

donde J_0 , J_1 , Y_0 y Y_1 son funciones Bessel de primera y segunda clase. De forma adimensional, la ecuación 3.15se puede escribir como:

$$\Theta_c(R_a, F_o) = \frac{1}{\pi^2} \left[\int_0^\infty (e^{-\beta^2 F_o} - 1) \frac{J_0(\beta R_a) Y_1(\beta) - Y_0(\beta R_a) J_1(\beta)}{\beta^2 [J_1^2(\beta) + Y_1^2(\beta)]} d\beta \right]$$
(3.16)

Cuando $R_a = 1$, la ecuación 3.16 se simplifica como:

$$\Delta T_C = \frac{q}{\lambda} G(F_o) \tag{3.17}$$

De manera análoga, esta ecuación se puede escribir en forma adimensional como:

$$\Theta_c = G(F_0) \tag{3.18}$$

donde $G(F_o)$ es la expresión empírica de la función-G para estimar la transferencia de calor de la fuente cilíndrica en un medio infinito homogéneo. Cuando se estudia el aumento de la temperatura en la fuente de calor, $G(F_o)$ es función del tiempo y se expresa como:

$$\ln(G) = [-2.052271 + 0.36081 x \ln(F_o) - 0.023922 x \ln^2(F_o) + 0.679 x 10^{-3} x \ln^3(F_o)]$$
(3.19)

El modelo de fuente cilíndrica se emplea para simular intercambiadores de calor geotérmico verticales de gran longitud como pozos y pilas de energía. La principal ventaja del modelo es que, para periodos cortos, presenta un error mucho menor de la estimación de la respuesta de temperatura en comparación con el modelo de fuente lineal infinita. Por otro lado, las desventajas de este modelo son que, no es posible considerar la influencia de la superficie del suelo ni el flujo de agua subterránea, no toma en cuenta la capacidad calorífica de la pila y supone que, al ser un cilindro hueco, todo calor fluye hacia el exterior través de la superficie del cilindro o de la pared de la pila.

3.3.6. Modelo de fuente lineal finita

Cuando se requiere determinar la transferencia de calor del suelo para periodos de diseño mayores a un año, se emplea el modelo de fuente lineal finita. Este modelo considera la naturaleza tridimensional de la transferencia de calor en el suelo, ya que permite modelar la longitud finita del intercambiador y su posición en el espacio. Asimismo, admite la presencia de una temperatura constante en la superficie como condición de frontera, lo cual genera un estado térmico establecido a largo plazo. En la Figura 3.4 se muestra el esquema del modelo de fuente lineal infinita. Esta solución proporciona la temperatura en un punto (r,z) que resulta de una tasa de transferencia de calor constante por unidad de longitud q a partir de una línea finita de longitud H localizada a una distancia z de la superficie del suelo. Una imagen de espejo virtual de la línea finita real se localiza arriba de la superficie del suelo para tomar en cuenta la condición de frontera en la superficie (Spitler y Bernier, 2015), como se muestra en la Figura 3.4. Para una temperatura constante en la superficie igual a la temperatura del suelo inalterado T_0 , la solución de la fuente lineal finita está definida por:

$$G'_{f}(t,r,z) = \frac{1}{4\pi\lambda_{s}} \int_{0}^{H} \left[\frac{erfc\left(\frac{\sqrt{r^{2} + (z-z')^{2}}}{2\sqrt{\alpha_{s}t}}\right)}{\sqrt{r^{2} + (z-z')^{2}}} - \frac{erfc\left(\frac{\sqrt{r^{2} + (z-z')^{2}}}{2\sqrt{\alpha_{s}t}}\right)}{\sqrt{r^{2} + (z-z')^{2}}} \right] dz'$$
(3.20)

donde erfc es la función de error complementario. Para una condición de frontera adiabática en la superficie del suelo,

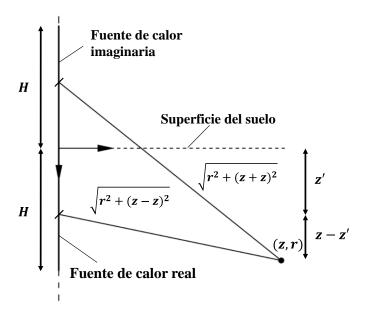


Figura 3.4 Esquema del modelo de fuente lineal finita (adaptado de Laloui et al., 2020)

la ecuación anterior se modifica colocando únicamente un signo positivo entre las funciones de error complementario.

$$erfc(\xi) = 1 - erfc(\xi) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\xi} e^{-\varpi^{2}} d\varpi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-\varpi^{2}} d\varpi$$
 (3.21)

donde ξ es el límite de integración y ϖ la variable de integración.

Zeng et al. (2002) sugieren las siguientes simplificaciones para aplicar este método a un análisis térmico:

- El suelo es un medio homogéneo semi-infinito, sus propiedades térmicas y físicas no cambian con la temperatura.
- Se considera que el suelo posee una temperatura inicial uniforme (T_i) .
- La superficie del suelo es una condición de frontera con temperatura constante durante el periodo considerado en el análisis y tiene un valor igual a la temperatura del suelo inalterado.
- Se desprecia la dimensión del radio del pozo para considerar una fuente de calor lineal, que se extiende desde la superficie hasta una profundidad *H*.
- Se supone que el flujo de calor por unidad de longitud es constante desde el inicio.

Para intercambiadores de calor geotérmico como las pilas de energía, los efectos de la temperatura superficial comienzan a ser relevantes aproximadamente un año después de

iniciar su operación y continúan siendo importantes durante el ciclo de vida del sistema (Li y Lai, 2015). Considerando al suelo como un plano de reflexión, se puede suponer una temperatura constante en la superficie (condición de frontera adiabática), y de esta forma el modelo de fuente lineal finita puede calcular este efecto (Zeng *et al.*, 2002; Lamarche y Beauchamp, 2007a). Por lo tanto, se utiliza como base para analizar y calcular la conducción de calor en sistemas a base de pilas de energía.

Es importante señalar que, para evaluar el desempeño a largo plazo, se puede emplear como valor representativo la temperatura a la mitad de la pared del pozo y/o la temperatura integral media. La diferencia relativa entre estos dos valores se encuentra entre 3.4 y 5% (Zeng *et al.*, 2002).

3.3.7. Principio de superposición temporal y espacial de cargas térmicas

El principio de superposición es una herramienta teórica para desarrollar soluciones de conducción de calor con condiciones de frontera dependientes del tiempo y/o que involucran factores variables con el tiempo, como es el caso de las cargas térmicas horarias o subhorarias de las edificaciones. Este método se basa en la ecuación de conducción de calor y considera que las condiciones de frontera son lineales (Spitler y Bernier, 2016).

En el método de superposición, la variación de la inyección o extracción de calor se puede aproximar mediante una secuencia de pulsos escalonados. La Figura 3.5 muestra el proceso de cálculo considerando cinco intervalos de tiempo. La Figura 3.5a muestra la variación de la carga térmica (Q) en intervalos de tiempo iguales $(\Delta t = t_i - t_{i-1})$.

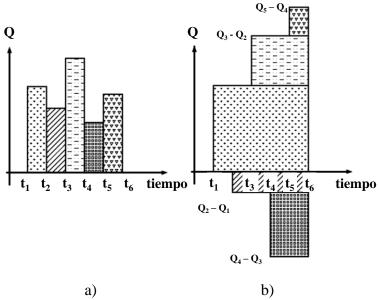


Figura 3.5. Superposición de cargas con respecto al tiempo (adaptada de Michopoulos y Kyriakis, 2009)

La primera carga térmica (Q_1) que va del tiempo t_1 a t_2 se aplica durante los cinco lapsos, como se muestra en la Figura 3.5b. Los siguientes pulsos de carga se superponen a la carga

acumulada anterior, es decir, Q_2-Q_1 se aplica durante los siguientes cuatro lapsos, Q_3-Q_2 infiere en los tres lapsos restantes, Q_4-Q_3 tiene efecto en los dos últimos lapsos y, finalmente, Q_5-Q_4 actúa en el último tiempo restante. La temperatura en cierto punto del suelo ubicado a una distancia r de la fuente de calor sometida a cargas variables con el tiempo se obtiene con la Ecuación 3.22:

$$T(r,t) = T_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{(Q_i - Q_{i-1})}{4\pi\lambda L} G(r, t_n - t_{i-1})$$
(3.22)

donde T_0 (°C) es la temperatura inicial del suelo inalterado, Q es la carga térmica en (W), λ es la conductividad térmica del suelo (Wm⁻¹K⁻¹), L es la longitud del intercambiador, t es el tiempo (s), r es el radio o distancia a la cual se desea conocer la temperatura del medio (m) y G es la función—G del modelo analítico que describe la respuesta de temperatura del suelo en estado transitorio.

Por otra parte, de acuerdo con Lazzarotto *et al.* (2015), un procedimiento estándar para calcular la solución para este problema consiste en los siguientes pasos:

- Descomposición de la condición de carga q(t) como una suma de funciones escalonadas.
- Determinación de la respuesta de temperatura en la pared del pozo para un pulso unitario de calor inyectado en el intercambiador.
- Construcción de la solución con la superposición de las contribuciones de cada pulso de calor.

El procedimiento de descomposición de la condición de carga y de superposición de las respuestas se muestra en la Figura 3.6.

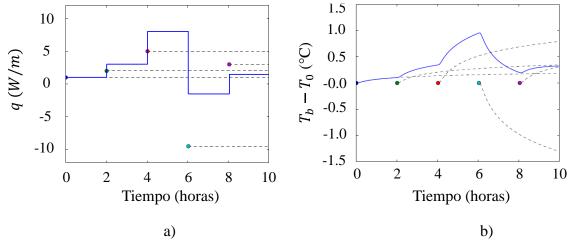


Figura 3.6. a) Descomposición de la condición de carga como una suma de funciones escalonadas y b) construcción de la solución como superposición de la contribución de cada pulso de calor (adaptado de Lazzarotto, 2015)

Por otra parte, el principio de superposición se puede aplicar espacialmente (Figura 3.7), apoyándose en las ecuaciones 3.23 y 3.24.

$$\Delta T_b(t) = \frac{1}{n} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \Delta T_b(r_{i,j}, t)$$
 (3.23)

donde

$$r_{i,j} = \begin{cases} r_b, & i = j\\ \sqrt{(x_i - x_j) + (y_i - y_j)^2}, & i \neq j \end{cases}$$
 (3.24)

donde ΔT_b (°C) es la variación promedio de la temperatura en la pared de la pila de energía, $\left(x_{i,j},y_{i,j}\right)$ (m) son las coordenadas de la enésima pila hacia la cual se desea conocer la interferencia térmica respecto de la pila analizada, n_p es el número de pilas en el sistema y $r_{i,j}$ (m) es la distancia entre pilas analizadas.

El método de superposición consiste básicamente en estimar las temperaturas que se originan en un instante y punto determinado cuando dos o más intercambiadores de calor trabajan de manera simultánea. Cuando se desea conocer la temperatura en el borde de las pilas de energía de un sistema, se evalúan las funciones G considerando las distancias entre cada una de ellas (Katsura *et al.*, 2009). La temperatura final se obtiene sumando estos valores y dependen principalmente de la separación, la magnitud de las cargas térmicas, las propiedades térmicas del suelo y los materiales.

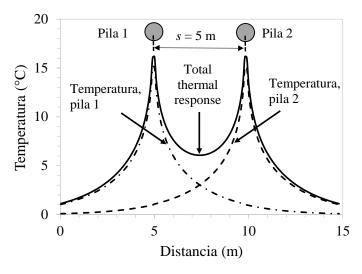


Figura 3.7. Variación de la temperatura entre dos intercambiadores con 5 m de separación, obtenida mediante superposición espacial (adaptado de Spitler y Bernier, 2016).

3.4. Determinación de las temperaturas de entrada y salida de un sistema de pilas de energía

Cuando se requiere analizar el comportamiento térmico de una pila de energía que trabaja individualmente, el procedimiento consiste en determinar la respuesta de temperatura en los materiales haciendo uso de la teoría de resistencias térmicas (Figura 3.1). Primero se debe conocer la variación de temperatura que se genera cuando se aplica cierta tasa de flujo de calor (q) entre el fluido y las paredes de la tubería, esto se realiza empleando la resistencia térmica de la tubería (R_p) , enseguida de analiza la respuesta de temperatura que se presenta a través del concreto de la pila, en este punto se emplea tanto la resistencia del concreto como la función-G del material para describir el flujo de calor en estado transitorio. Finalmente, se determina la respuesta de temperatura del suelo en la periferia de la pila de energía (r_b) utilizando la función-G del modelo analítico que mejor se adapte a las condiciones del problema aplicando el método de superposición temporal de cargas térmicas descrito gráficamente en las Figuras 3.5 y 3.6 (Spitler y Bernier, 2015; Lazzarotto, 2015). La temperatura promedio del fluido se obtiene sumando las temperaturas estimadas en cada punto con la temperatura inicial del suelo, (Fossa, 2011; Bandeira *et al.*, 2021; Loveridge y Powrie, 2013), tal como lo indica la Ecuación 3.25:

$$\Delta T_f^{pila}(t) = T_0 + qR_p + qR_cG_c + \frac{1}{4\pi k} \sum_{i=1}^{N} (q_i - q_{i-1}) G(t_N - t_{i-1})$$
 (3.25)

Los sistemas termoactivos a base de pilas de energía constan de varios elementos trabajando en grupo, por lo que pueden presentar interferencias térmicas que pongan en riesgo la operación del sistema y deben ser consideradas en los análisis térmicos. La principal diferencia cuando se determina la temperatura promedio del fluido es que la respuesta de temperatura del suelo en el borde de cada pila de energía del sistema aumenta o disminuye con mayor velocidad debido a las aportaciones térmicas de los elementos cercanos, la ecuación que describe este fenómeno se expresa como (Bandeira *et al.*, 2021):

$$\Delta T_f(t) = \Delta T_f^{pila} + \Delta T_f^{interferencias}(t)$$
 (3.26)

donde, $\Delta T_f(t)$ es el cambio de temperatura promedio del fluido dentro de las tuberías, ΔT_f^{pila} es el cambio de temperatura que se presenta en el interior de la pila de energía y en el borde y $\Delta T_f^{interferencias}(t)$ es la variación de temperatura en el borde ocasionada por las interferencias térmicas entre pilas de energía cercanas.

La variación de la temperatura generada por interferencias térmicas en el borde de las pilas de energía se obtiene implementando el método propuesto por Katsura *et al.* (2009). Para simplificar los análisis se considera que la temperatura en el borde de cada pila es igual al

promedio de todas, como lo describe la ecuación 3.23. Finalmente, la temperatura promedio del fluido se estima con la ecuación 3.26.

Una vez determinada la temperatura promedio del fluido, ya sea en una pila de energía individual o un grupo, las temperaturas del fluido en la entrada y salida del sistema se obtienen aplicando las siguientes expresiones:

$$T_{in}(t) = T_f(t) + \frac{Q(t)}{2qC_{pw}p_w}$$
 (3.27)

$$T_{out}(t) = T_f(t) - \frac{Q(t)}{2qC_{pw}p_w}$$
 (3.28)

donde Q es la energía de calentamiento impuesta en el intercambiador, q es la tasa volumétrica de flujo, C_{pw} es la capacidad calorífica específica del agua y p_w es densidad del agua.

4. CASO DE ESTUDIO: RESIDENCIA C73

4.1. Descripción del proyecto

El proyecto conocido como Residencia C73 se localiza al poniente de la Ciudad de México y consiste en una casa-habitación de aproximadamente 500 m² de construcción. La superestructura está hecha principalmente de acero y cuenta con un tramo en voladizo que genera momentos flexionantes grandes en la base. En consecuencia, es necesario el uso de pilas de cimentación para garantizar la estabilidad de la edificación. Con el objetivo de generar ahorros económicos a mediano plazo y contribuir con el cuidado al medio ambiente, se planteó la posibilidad de acondicionar la vivienda aprovechando la energía geotérmica superficial convirtiendo algunas de las pilas convencionales en pilas de energía. Para ello, fue necesario realizar la investigación de las propiedades térmicas del suelo en el lugar, un predimensionamiento de las pilas de energía y el análisis térmico a largo plazo de la operación del sistema instalado.





Figura 4.1 Residencia *C73* (Cortesía de LBR&A)

De acuerdo con la Zonificación Geotécnica, el sitio de estudio se encuentra en la Zona I de lomas (NTCDCC, 2017). La cimentación está formada por un grupo de ocho pilas desplantadas a 15.5 m de profundidad y dos tipos de diámetros: D_I =100 cm (P1) y D_2 =80 cm (P2). En la Figura 4.2 se muestra la distribución en planta del proyecto. Kavanaugh y Rafferty (2014) mencionan que, para evitar interferencias térmicas significativas entre elementos cercanos que puedan disminuir el rendimiento del sistema se debe respetar una distancia de al menos 6 m, por esta razón, únicamente seis de las ocho pilas fueron seleccionadas para funcionar como intercambiadores de calor, haciendo un total de 93 m de pilas de energía, de los cuales, 62 m de pilas son de 100 cm de diámetro y 31 m corresponden a pilas de 80 cm de diámetro.

La configuración interna de las pilas de energía consiste en cuatro bucles de tubería de polietileno de alta densidad (PEAD) conectados en serie con un diámetro interior (d_i) de 2.54 cm y un diámetro exterior (d_o) de 3.34 cm (Figura 4.3).

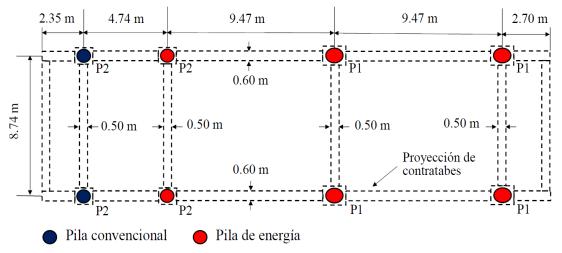


Figura 4.2 Planta de cimentación del proyecto (López-Acosta y Barba, 2022)

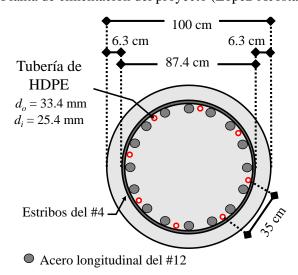


Figura 4.3 Sección transversal de las pilas de energía de 80 y 100 cm del proyecto (López-Acosta y Barba, 2022)

Es importante mencionar que, al incrementar la longitud de tubería instalada mayor es la capacidad de extracción de calor. Sin embargo, esto requiere que la sección transversal de la pila sea mayor, elevando los costos de construcción. Por lo tanto, el diseño térmico de pilas de energía debe adaptarse a las condiciones del diseño geotécnico y estructural de la cimentación.

4.1.2. Clima de la región

De acuerdo con datos del INEGI (2023), en la mayor parte de la Ciudad de México se presenta clima templado subhúmedo (87%). En el resto se encuentra clima seco y semiseco (7%) y templado húmedo (6%). La temperatura media anual es de 16°C. La temperatura más alta, mayor a 25°C, se presenta en los meses de marzo a mayo y la más baja, alrededor de 5°C, en el mes de enero. Las lluvias se presentan en verano, la precipitación total anual es variable: en la región seca es de 600 mm y en la parte templada húmeda (Ajusco) es de 1 200 mm anuales, en la Figura 4.4 se muestra el mapa de la ciudad de México con sus diferentes tipos climas. Con base en esta información, se tiene que las solicitaciones térmicas del edificio son de calefacción.



Figura 4.4 Mapa de climas de la Ciudad de México (INEGI, 2023).

4.1.3. Características del subsuelo

La estratigrafía de la zona se obtuvo a partir de sondeos de penetración estándar (SPT), constituida por: (a) material de relleno (FILL) de 0.6 m de espesor; (SM) arena limosa andesítica (AL) de 5.9 m de espesor; (c) grava mal graduada (GP) de 1.5 m de espesor; (d) grava limosa con arena (GM) de 3.5 m; (e) arena mal graduada (SP) de color marrón grisáceo; (f) fragmentos de roca andesítica de 2 m de espesor (ARF) con una Designación de Calidad de Roca (RQD por sus siglas en inglés) de 6% y un estrato de arena mal graduada con limo (SP-SM) (López-Acosta y Barba, 2022).

Rivera-Martínez (2021) efectuó un Ensayo de Respuesta Térmica (TRT) para determinar las propiedades térmicas del sitio. Así, la difusividad térmica (α), la conductividad térmica (k) y la temperatura media inicial del suelo (T_m) fueron de 1.4 \times 10⁻⁶ m²s⁻¹, 1.6 Wm⁻¹K⁻¹ y 18.8 °C, respectivamente. En la Figura 4.5 se observa el perfil estratigráfico del sitio y la temperatura medida en el suelo con la ayuda de la TRT.

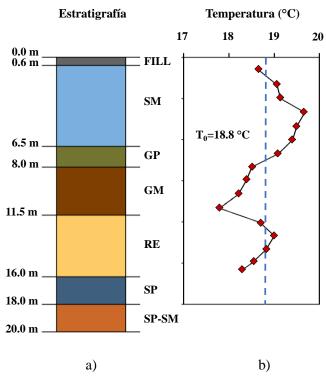


Figura 4.5. a) Perfil estratigráfico del sitio y b) temperatura media del suelo inalterado (adaptado de López-Acosta *et al.*, 2022)

4.1.4. Cargas térmicas de la edificación

Las condiciones climáticas de la región sugieren que el 100% de los requerimientos térmicos de la residencia son de calefacción siendo los meses de noviembre a febrero los de máxima demanda. Esto significa que, la operación de las pilas de energía puede ocasionar un sobre-enfriamiento del suelo a largo plazo. Este fenómeno puede disminuir el desempeño del sistema de bomba de calor debido a que el calor disponible en el suelo se reduce (López-Acosta y Barba, 2022). En la Figura 4.6 se muestra el perfil de cargas térmicas horarias de la edificación estimado mediante simulaciones realizadas por el consultor energético para un año de operación. La carga máxima registrada fue de 22.8 kW, con un promedio anual de 2.8 kW. La Figura 4.7 muestra la variación de cargas térmicas horarias durante la semana de mayor demanda del año (del 16 al 24 de diciembre), se observa que, las horas de máxima exigencia están entre las 2:00 a.m. y 8:00 a.m.

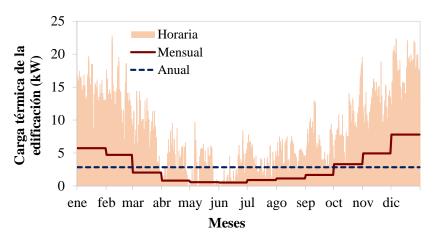


Figura 4.6. a) Cargas térmicas horarias para un año de funcionamiento (adaptado de López-Acosta y Barba-Galdámez, 2022)

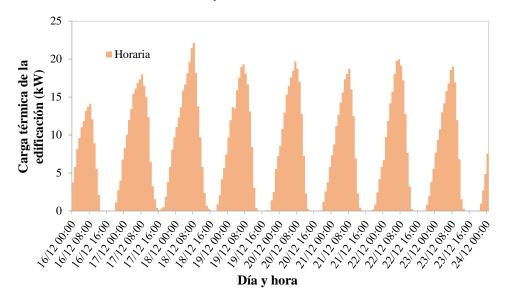


Figura 4.7. a) Cargas térmicas horarias para la semana del 16 al 24 de diciembre (adaptado de López-Acosta y Barba-Galdámez, 2022)

4.1.5. Parámetros térmicos de los materiales empleados en el análisis

En la Tabla 4.1 se muestran los resultados del cálculo de la resistencia térmica del concreto (R_c) para las pilas de energía de 0.8 y 1 m de diámetro estimadas con el método propuesto por Claesson y Javed (2020) descrito en el apartado 3.2.3.

Tabla 4.1. Determinación de R_c	(López-Acosta y Barba, 2022)

Parámetro	80 cm		100 cm	
Diámetro	n	<i>C1</i>	<i>C</i> 2	R_c (mKW ⁻¹)
80 cm	8	2.660	-0.010	0.066
100 cm	8	2.544	-0.022	0.063

En la Tabla 4.2 se muestran las propiedades de los demás materiales que intervienen en el fenómeno térmico del caso de estudio. Kavanaugh y Rafferty (2014) recomiendan en el manual de la ASHRAE que el caudal debe generar un flujo transitorio con un número de Reynolds entre 2500 y 3000 para optimizar el desempeño térmico con el consumo energético de operación. En el sistema de pilas de energía de la Residencia *C73* se estableció una tasa flujo de 37 l min⁻¹, este valor se calculó con base en la carga nominal de la edificación de 11.4 kW (Kavanaugh y Rafferty, 2014). La resistencia térmica de la tubería se estimó considerando cuatro bucles en U con la ecuación 3.2, el valor obtenido se muestra en la tabla 4.3.

Tabla 4.2. Parámetros de entrada para el análisis con los modelos analíticos para una pila de energía de 93 m (López-Acosta y Barba, 2022)

Elemento	Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
	Conductividad térmica del suelo	l_g	1.6	Wm ⁻¹ K ⁻¹
Suelo	Capacidad calorífica específica del suelo	$C_{pw,g}$	-	Jkg ⁻¹ K ⁻¹
	Densidad del suelo	r_g	-	kg m ⁻³
	Difusividad térmica	a_g	1.4E-06	m^2s^{-1}
	Temperatura inicial del suelo	T_0	15.1	°C
	Diámetro interno de tubería	d_i	0.026	m
	Radio interno de tubería	r_i	0.013	m
Tuberías (PEAD DR11)	Diámetro externo de tubería	d_o	0.033	m
	Radio externo de tubería	r_o	0.0165	m
	Conductividad térmica de la tubería	l_p	0.45	Wm ⁻¹ K ⁻¹
	Número de tubería	n	8	-
	Conductividad térmica del agua	l_w	0.58	Wm ⁻¹ K ⁻¹
	Capacidad calorífica específica del agua	$C_{p,w}$	4185.5	Jkg ⁻¹ K ⁻¹
Fluido (agua)	Densidad del agua	r_w	998	kg m ⁻³
	Viscosidad cinemática del agua	n	8.03E-07	m^2s^{-1}
	Viscosidad dinámica del agua	m	1.00E-03	Pa s ⁻¹
	Tasa de flujo	F	37	1 min ⁻¹
	Velocidad de flujo	\mathcal{V}_{w}	0.721	m s ⁻¹
	Diámetro de la pila	d_b	1	m
	Radio de la pila	r_b	0.5	m
	Longitud de pila	L	15.5	m
Pila (concreto) - 100 cm	Conductividad térmica de la pila	l_b	0.8	Wm ⁻¹ K ⁻¹
	Capacidad calorífica específica de la pila	$C_{p,b}$	4100	Jkg ⁻¹ K ⁻¹
	Densidad de la pila	r_b	2400	kg m ⁻³
	Recubrimiento de tuberías	С	0.063	m
	Distancia radial a tuberías	r_c	0.4205	m

Tabla 4.3. Determinación de R_b (López-Acosta y Barba, 2022)

Opción	R _{p,cond} (mKW ⁻¹)	R _{p,conv} (mKW ⁻¹)	R _p (mKW ⁻¹)
4 bucles U	0.0105	0.0005	0.0110

4.1.6. Consideraciones sobre la bomba de calor del sistema

El sistema de pilas de energía de la Residencia C73 está equipado con una bomba de calor de la marca AquazoneTM modelo 50PSW que puede operar en modo de calefacción y refrigeración. De acuerdo con la ficha técnica del equipo, se recomienda que el caudal del fluido que circula a través de las tuberías del sistema se encuentre entre 2.5 a 3.0 g min⁻¹ por tonelada nominal de refrigeración (2.7 a 3.2 $l min^{-1} kW$), con estos valores se logra que se presente un flujo turbulento (Re > 10,000) lo cual facilita la transferencia de calor entre el fluido y la pared de la tubería de PEAD.

Otro parámetro importante que se debe controlar en la operación a largo plazo es la temperatura de entrada del fluido a la bomba de calor. Con base en las características del equipo, este valor se debe encontrar dentro de un rango de valores entre 10 y 32 °C para garantizar que el sistema opere en óptimas condiciones. La temperatura de entrada a la bomba de calor se puede estimar en un análisis térmico a largo plazo mediante los métodos analíticos que simulan este comportamiento cuando un intercambiador trabaja individualmente o en grupo. De acuerdo con Kavanaugh y Rafferty (2014), cuando se emplea una tasa de flujo de $3.2 \ l \ min^{-1} \ kW$ la temperatura de entrada a la bomba de calor debe ser de aproximadamente $3.3 \ ^{\circ}C$ mayor que la temperatura de salida. Es decir, se debe obtener un $\Delta T \geq 3.3 \ ^{\circ}C$ para que el funcionamiento de la bomba de calor sea adecuado.

4.2. Análisis térmicos realizados para el sistema de la Residencia C73

López-Acosta y Barba (2022) realizaron un predimensionamiento para determinar la longitud total de pilas de energía necesaria para satisfacer los requerimientos térmicos de la *Residencia C73* con el método de la ASHRAE. Los resultados indicaron que es necesario instalar un total de 353.8 m de pilas de energía de 1 m de diámetro. Sin embargo, el sistema de pilas de energía instalado es capaz de aportar únicamente el 25% de las cargas térmicas requeridas. Por lo tanto, sugieren que es necesario cubrir el 75% restante con un sistema convencional de calefacción.

En este documento se implementaron los modelos analíticos ILSM, ICSM y FLSM para para verificar los resultados de dicho predimensionamiento y optimizar la eficiencia de intercambio de calor del sistema, los análisis realizados tienen los siguientes objetivos particulares:

1- Validar los modelos analíticos y comparar las respuestas obtenidas en la operación a corto plazo considerando que las pilas de energía suministran el 25% de los

requerimientos de la edificación, analizando una pila de energía de longitud equivalente (93 m) y 1 m de diámetro.

- 2- Evaluar el efecto de las interferencias térmicas durante 24 años de operación continua y la influencia que tiene la elección del modelo analítico empleado en el análisis a largo plazo, estimando la variación de la temperatura promedio del fluido que se obtiene cuando las pilas de energía suministran el 25 % de las cargas térmicas de la Residencia *C73*, considerando un intercambiador de longitud equivalente e implementando los tres modelos analíticos. Este análisis permitirá identificar el modelo que mejor se adecúa a las condiciones del caso de estudio.
- 3- Analizar del funcionamiento a largo plazo con el modelo analítico más adecuado incrementando las cargas térmicas suministradas por las pilas de energía, de tal manera que se extraiga la máxima cantidad de energía del suelo sin poner el riesgo la eficiencia de la bomba de calor. En este análisis se proponen distintos tipos de conexión y modos de operación para seleccionar el más adecuado desde el punto de vista de instalación y operación.
- 4- Estimar la variación de temperatura del suelo circundante al grupo de pilas de energía para verificar que no se presenta un sobreeenfriamiento considerable que cause un desbalance térmico que pueda ocasionar cambios en las propiedades fisicoquímicas del suelo.

En la Tabla 4.4 se muestran los valores promedio mensuales de las cargas térmicas promedio mensuales empleadas para los análisis a largo plazo.

Tabla 4.4 Cargas térmicas promedio mensuales aplicadas al suelo de la *Residencia C73* (López-Acosta y Barba, 2022)

Parámetro Escala (%)		Parámetro Símbolo		Valor	Valor	alor Unidades
		-	100	50	25	
Carga térmica ma	áxima horaria	q_e	17.1	8.6	4.3	kW
Carga térmica pro	omedio anual	$q_{\scriptscriptstyle \mathcal{Y}}$	2.1	1.1	0.5	kW
	Enero	$q_{m,1}$	4.3	2.2	1.1	kW
	Febrero	$q_{m,2}$	3.5	1.8	0.9	kW
	Marzo	$q_{m,3}$	1.5	0.8	0.4	kW
	Abril	$q_{m,4}$	0.6	0.3	0.2	kW
	Mayo	$q_{m,5}$	0.4	0.2	0.1	kW
Carga térmica	Junio	$q_{m,6}$	0.4	0.2	0.1	kW
promedio mensual	Julio	$q_{m,7}$	0.7	0.3	0.2	kW
mensuar	Agosto	$q_{m,8}$	0.9	0.4	0.2	kW
	Septiembre	$q_{m,9}$	1.3	0.6	0.3	kW
	Octubre	$q_{m,10}$	2.5	1.2	0.6	kW
	Noviembre	$q_{m,11}$	3.7	1.9	0.9	kW
	Diciembre	$q_{m,12}$	5.9	2.9	1.5	kW

4.2.1. Evaluación analítica a corto plazo de las pilas de energía de la Residencia C73 considerando un pozo de longitud equivalente

En este análisis se evalúan los modelos analíticos ILSM, ICSM y FLSM considerando al sistema de pilas de energía de la Residencia *C73* como un intercambiador de longitud equivalente, con 93 m de longitud y 1 m de diámetro. En este caso, no se consideran las interferencias térmicas puesto que la pila de energía analizada opera individualmente. Se aplicaron las cargas térmicas horarias de la edificación registradas durante un año, escaladas al 25%. Además, se utilizó un caudal de 15 l min⁻¹ estimado con base a la carga térmica nominal de 5.7 kW.

La Figura 4.9 muestra las temperaturas de entrada y salida de la pila estimadas con cada modelo. Se observa que, el fluido aumenta ligeramente su temperatura al pasar a través del bucle de tubería de la pila, el cambio de temperatura máximo ($\Delta T_{máx}$) que se registra es de 4.09 °C. Este valor se encuentra dentro del rango de temperatura de entrada a la bomba de calor requerido especificado en la ficha técnica del equipo.

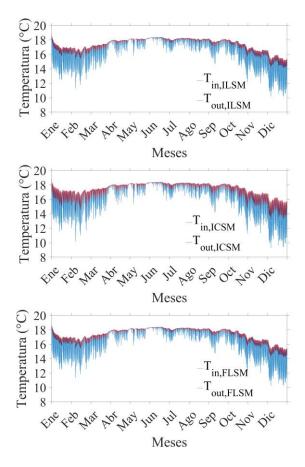
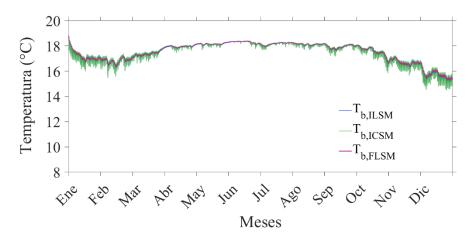


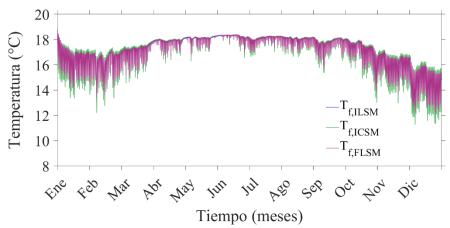
Figura 4.9. Temperaturas de entrada y salida obtenidas con cada modelo analítico

En las Figuras 4.10 a 4.13 se comparan las respuestas de temperatura obtenidas con cada modelo. La temperatura promedio en el borde de la pila se muestra en la Figura 4.10 y el cambio de temperatura promedio del fluido se presenta en la Figura 4.11.



Nota: donde ILSM: modelo de fuente lineal infinita, FLSM: modelo de fuente lineal finita, ICSM: modelo de fuente cilíndrica

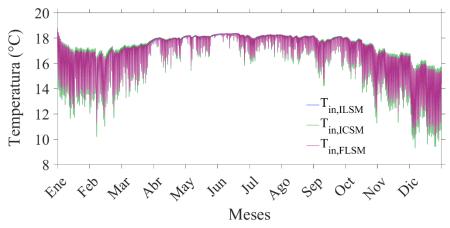
Figura 4.10. Temperatura en el borde de la pila de energía de longitud equivalente



Nota: donde ILSM: modelo de fuente lineal infinita, FLSM: modelo de fuente lineal finita, ICSM: modelo de fuente cilíndrica

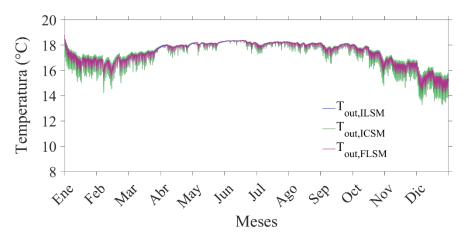
Figura 4.11. Temperatura promedio del fluido en la pila de energía de longitud equivalente

Las Figuras 4.12 y 4.13 muestran la comparación de las temperaturas de entrada y salida, respectivamente, obtenidas con cada modelo analítico. Los cuatro modelos analíticos presentan resultados similares para la respuesta de temperatura de la pila de energía de longitud equivalente en el análisis a corto plazo. En la Tabla 4.5 se muestran las temperaturas registradas con cada modelo analítico. Durante el análisis se observó que, uno de los parámetros que más influye en la variación de la respuesta de temperatura es la tasa de flujo del fluido. Entre mayor es la tasa de flujo, el intercambio de calor es menor. En cambio, si la tasa de flujo disminuye, el intercambio de calor aumenta.



Nota: donde ILSM: modelo de fuente lineal infinita, FLSM: modelo de fuente lineal finita, ICSM: modelo de fuente cilíndrica

Figura 4.12. Temperatura del fluido en la entrada de la pila de energía de longitud equivalente



Nota: donde ILSM: modelo de fuente lineal infinita, FLSM: modelo de fuente lineal finita, ICSM: modelo de fuente cilíndrica

Figura 4.13. Temperatura del fluido en la salida de la pila de energía de longitud equivalente

De estos resultados se advierte que, los modelos que consideran una fuente lineal ya sea finita o infinita, presentan resultados similares para un análisis a corto plazo. Por otra parte, el ICSM presenta temperaturas mayores, lo cual se relaciona con las hipótesis en las que se basa cada modelo. Es posible que, para un análisis a largo plazo las diferencias sean más notorias, particularmente con el modelo de fuente lineal finita ya que considera la longitud del intercambiador y una temperatura en la superficie igual a la temperatura inicial del suelo inalterado (T_0). Estas condiciones permiten que alcance una condición de flujo establecido después de cierto tiempo. En cambio, con los modelos que consideran una fuente de longitud infinita, la respuesta de temperatura se incrementa conforme transcurre el tiempo sin lograr alcanzar un estado estacionario.

Modelo	Cargas Térmicas	Tiempo de operación	ṁ (l/min)	$\Delta T_{m\acute{a}x}$ (°C)	$T_{in,min}$ (°C)	$T_{f,min}$ (°C)	$T_{out,min}$ (°C)
ILSM	- Horarias	1 año	15	4.09	10.83	12.81	14.06
ICSM	Погапаѕ	1 ano	15	4.09	9.88	11.82	13.37
FLSM	-		15	4.09	10.64	12.6	13.84

Tabla 4.5. Resultados del análisis térmico a corto plazo de la pila de energía de longitud equivalente

Es importante conocer cuáles son las temperaturas mínimas durante el tiempo de análisis cuando un sistema termoactivo es de extracción pura, ya que el calor disponible en el suelo se reducirá gradualmente. En presencia de cargas pequeñas y tiempos de análisis cortos, este efecto no se aprecia con claridad. No obstante, los análisis térmicos a largo plazo describen este el fenómeno con gran precisión.

4.2.2. Evaluación de las interferencias térmicas entre las pilas del sistema

Las interacciones térmicas entre las pilas de energía de la Residencia *C73* se analizaron con el método propuesto por Katsura *et al.* (2009). La Figura 4.14 muestra los radios de influencia considerados para dicho análisis para una pila de esquina, el radio de todas las pilas se considera igual a 1 m, la separación mínima es de 8.74 m y la pila más alejada se encuentra a 20.85 m.

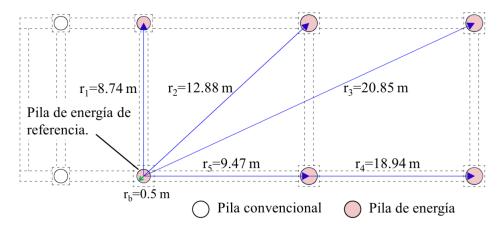


Figura 4.14. Radios de influencia para determinar las interacciones térmicas en una pila de esquina de la Residencia *C73*

Aunque en el sistema de pilas de energía de la Residencia *C73* se cuenta con elementos de 0.4 y 0.5 m de radio resulta conveniente verificar el impacto que tiene el considerar que todas las pilas tienen el mismo diámetro. En la Figura 4.15 se muestran las funciones-G de los modelos analíticos evaluados en el borde de las pilas de 0.4 y 0.5 m de radio para 24 años de operación continua. De los resultados se observa que no existe una diferencia considerable en la respuesta de temperatura en el borde de los elementos con los radios mencionados, por lo que resulta aceptable suponer que todas las pilas de energía tienen el mismo radio de 0.5 m para simplificar el análisis. Asimismo, se aprecia que el FLSM presenta valores menores

y aproximadamente después del segundo año de operación comienza a describir una respuesta de temperatura en estado estacionario.

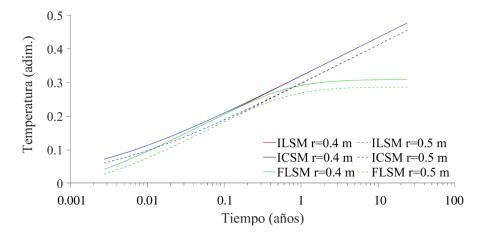


Figura 4.15. Funciones G para evaluar la respuesta de temperatura en el borde de las pilas con radio de 0.4 y 0.5 m de radio para 24 años de operación

En la Figura 4.16 se muestra la variación de la temperatura en el borde de la pila de esquina de la Residencia *C73* con radio de 0.5 m para un periodo de 24 años de operación constante con las cargas térmicas de la edificación al 25% y las temperaturas que aportan de los elementos circundantes estimadas con el FLSM. Se observa que, la aportación de temperatura máxima registrada por la pila más cercana (separación de 8.74 m) para 24 años de operación es de -0.24 °C. Esto indica que la separación mínima es adecuada como para no permitir interferencias térmicas que afecten el desempeño de las pilas de energía a largo plazo.

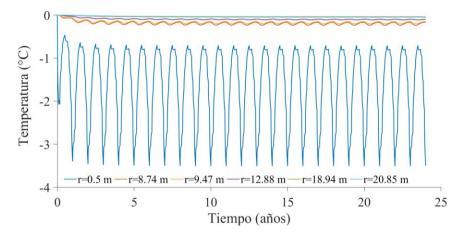


Figura 4.16. Respuesta de temperatura en el borde de la pila de 0.50 m de radio con cargas promedio mensuales al 25% determinada con el FLSM, y aportaciones térmicas de pilas de energía ubicadas a los distintos radios de influencia (*r*)

De los resultados se advierte que las interferencias térmicas no son considerables y que es posible incrementar las cargas térmicas solicitadas a las pilas de energía para extraer mayor cantidad de calor y cubrir un mayor porcentaje de la demanda energética de la edificación

sin comprometer la eficiencia de la bomba de calor ni provocar un sobre enfriamiento del subsuelo.

4.2.3. Efecto del modelo analítico implementado para analizar las interferencias térmicas a largo plazo en la temperatura del fluido

La elección del modelo depende en gran medida del tipo de cargas térmicas a las que se somete el sistema, esto es, si son balanceadas o no. Cuando las cargas son relativamente balanceadas no influye considerablemente el tipo de modelo empleado, por lo que resulta conveniente aplicar métodos que se basan en fuentes de calor infinitas como el ILSM o el ICSM por su simplicidad y velocidad de cálculo computacional. En cambio, en presencia de cargas no balanceadas como en el caso de la Residencia *C73*, es apropiado utilizar un modelo que considere la longitud finita de las pilas de energía como el FLSM. A largo plazo, la operación de este tipo de sistemas puede resultar en un sobre enfriamiento o sobrecalentamiento del suelo que se amplifica cuando las pilas de energía se suponen como fuentes de calor con longitud infinita, lo cual implica resultados muy conservadores. Por lo tanto, el FLSM es más adecuado para efectuar análisis bajo estas condiciones de trabajo.

A continuación, se implementan los modelos analíticos para estimar la temperatura promedio del fluido a largo plazo, con las cargas promedio mensuales aplicadas diariamente y escaladas al 25%. La configuración analizada consiste en una conexión en serie de las seis pilas de energía de la Residencia *C73*. Las interferencias térmicas se determinan con cada modelo analítico para estudiar la influencia que tiene la elección del método en la evaluación de las interferencias térmicas a largo plazo bajo cargas térmicas no balanceadas. La Figura 4.17 muestra la variación de la temperatura promedio del fluido determinada con tres modelos analíticos distintos (ILSM, ICSM y FLSM). Los parámetros empleados en el análisis se muestran en la Tabla 4.6.

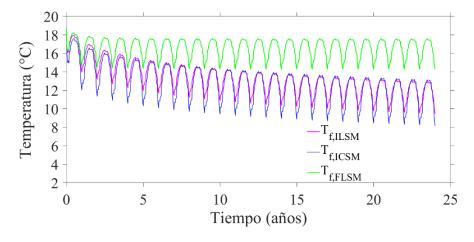


Figura 4.17. Temperatura promedio del fluido dentro de una pila de energía, para 24 años de operación, con interferencias térmicas estimadas con diferentes modelos

modelos					
Modelo	Cargas/Escala	Conexión	Periodo	<i>ṁ</i> (l min ⁻¹)	Temmin (°C)

Tabla 4.6. Temperatura promedio del fluido con interferencias térmicas calculadas con diferentes

Modelo	Cargas/Escala	Conexión	Periodo	<i>m</i> (1 min ⁻¹)	$T_{f,min}$ (°C)
ILSM	Promedio			15	9.2
ICSM	mensual / 25%	Serie	24 años	15	7.9
FLSM	_			15	14.0

De acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 4.6, los modelos analíticos que consideran una fuente de calor lineal infinita presentan un comportamiento similar, pero una disminución considerable en la temperatura promedio del fluido. Estos modelos resultan muy conservadores en los análisis térmicos donde existen cargas no balanceadas. Por otra parte, con el FLSM la temperatura promedio disminuye ligeramente y a partir del tercer año de operación tiende a estabilizarse. Esto se debe a que se considera la longitud finita de los elementos, las cargas son pequeñas y la distancia entre las pilas de energía es suficiente para disminuir el efecto de las interferencias térmicas. Este modelo representa un comportamiento más realista del sistema a largo plazo bajo cargas térmicas no balanceadas. Además, se observa que con el FLSM la temperatura promedio mínima del fluido es de aproximadamente $14~{\rm ^{\circ}C}$, este valor se encuentra dentro del rango de temperatura de entrada a la bomba de calor para su correcto funcionamiento $(10-21~{\rm ^{\circ}C})$, lo cual permite aumentar las cargas térmicas para poder extraer una mayor cantidad de energía del suelo.

El conocimiento de las hipótesis en las que se basan los modelos analíticos es primordial para elegir el que mejor se adapta a las condiciones de operación y de esta manera hacer una simulación más realista. Con base en estos resultados, el análisis térmico del sistema de pilas de energía de la Residencia *C73* se realiza con el FLSM y se evalúa la posibilidad de aumentar las cargas térmicas requeridas al suelo para suministrar el 50% de los requerimientos de la edificación con las pilas de energía.

4.3. Análisis térmico a largo plazo de las pilas de energía de la Residencia C73 con el FLSM

4.3.1. Propuestas de conexión y modos de operación

En un grupo de dos o más pilas de energía, resulta conveniente proponer distintos circuitos entre los elementos del sistema para comparar la eficiencia térmica, la facilidad de instalación y optimizar recursos energéticos y económicos.

En el caso de la residencia *C73*, se evalúa el comportamiento térmico del grupo de pilas considerando tres tipos de circuito:

- Circuito en serie de todas las pilas de energía (Figuras 4.18).
- Circuito en paralelo de las seis pilas de energía Figuras 4.21).
- Tres circuitos de dos pilas de energía en serie conectados en paralelo (Figura 4.24).

Cuando un grupo de pilas de energía está sometido a cargas térmicas de calefacción o refrigeración pura, se puede presentar un desbalance térmico en el suelo. En este caso, se proponen distintos modos de operación para evitar o disminuir este efecto y mantener la eficiencia del sistema. Cuando se inyecta calor al suelo y se incrementa su temperatura, el flujo de agua subterránea ayuda a disipar el calor acumulado. Por otra parte, cuando se extrae calor, el suelo se enfría y las posibles soluciones consisten en inyectar calor con una fuente artificial o detener temporalmente la operación del sistema para que el suelo recupere su temperatura de forma natural. En el grupo de pilas de energía de la Residencia *C73* se modelaron distintos modos de operación para reducir el sobre enfriamiento del suelo circundante a las pilas durante el tiempo de análisis. Los modos de operación propuestos son:

- Modo 1: Operación continúa durante 24 años.
- Modo 2: Operación discontinua: el sistema se enciende desde septiembre hasta abril y se apaga desde el mes de mayo hasta agosto.
- Modo 3: Operación discontinua. El sistema se enciende únicamente en los meses de máxima demanda, es decir, desde octubre hasta febrero, cuando las cargas térmicas del edificio son mayores a la carga promedio anual y se apaga desde marzo hasta septiembre.

La Tabla 4.7 muestra el costo total del consumo de energía que es suministrado por las pilas de energía durante un año de operación con cada modo de operación, con base en la tarifa de consumo básico por kWh establecido por la Comisión Federal de Electricidad para la Ciudad de México.

Modo de operación	Energía proporcionada por las pilas de energía (kWh)
Primer modo	9341.1
Segundo modo	8467.3
Tercer modo	7225

Tabla 4.7. Energía suministrada anualmente por las pilas de energía con cada modo de operación

4.3.2. Primera propuesta de conexión: Circuito en serie

En el primer tipo de conexión pilas se conectan mediante una tubería que une los bucles de cada elemento y permite el paso del fluido portador de calor a través de todo el circuito. En este tipo de conexión, el caudal total transita a través de cada pila de energía (37 l/min). Esto implica que el costo de operación sea más elevado que un circuito en paralelo debido a que se requiere más energía eléctrica para que la bomba de circulación sea capaz de movilizar el caudal requerido a través de la longitud total de la tubería. Sin embargo, resulta fácil realizar el purgado para eliminar el aire del interior de la tubería al iniciar la operación. Se considera que las seis pilas de energía tienen un diámetro de 1 m.

En la Figura 4.19 se muestra la temperatura de entrada y salida del circuito con cargas térmicas promedio mensual para 24 años de operación y cargas térmicas horarias para un año

de operación. En los meses de mayor demanda se obtienen los mayores cambios de temperatura, con un $\Delta T_{m\acute{a}x}=3.3~^{\circ}C$ registrado en el mes de diciembre y cada pila de energía registró un $\Delta T=0.55~^{\circ}C$. La temperatura de salida mínima registrada al final de los 24 años de operación continua es de 10.5 $^{\circ}C$. Estos valores se encuentran dentro de las temperaturas aceptadas por la bomba de calor para su correcto funcionamiento. Así, en el tiempo analizado, el sistema puede operar sin ningún problema de manera continua proporcionando el 50% de los requerimientos de la edificación.

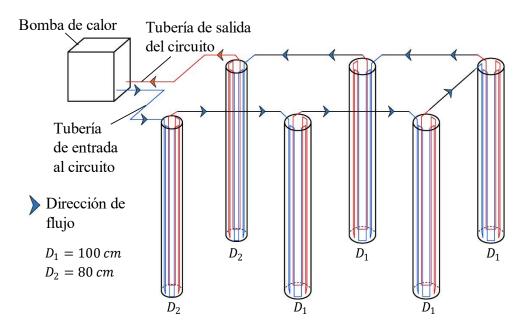


Figura 4.18 Conexión en serie de las pilas de energía de la Residencia C73 (sin escala)

A pesar de que el sistema no presenta condiciones adversas para la operación continua durante 24 años, se recomienda considerar los distintos modos de operación para evitar un desbalance térmico del suelo considerable y sobre todo en épocas del año cuando no sea estrictamente necesario encender los equipos, tener un ahorro de energía eléctrica de la bomba de circulación. La Figura 4.20 muestra la variación de la temperatura promedio del fluido en el circuito en serie para 24 años con los tres modos de operación. Durante los meses donde se detiene la operación del sistema, la temperatura promedio del fluido presenta una recuperación de su temperatura, lo cual ayuda a disminuir el sobre enfriamiento del suelo.

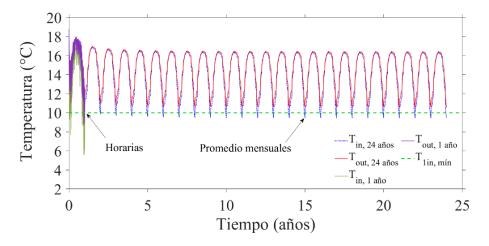


Figura 4.19. Temperatura del fluido de entrada y salida del circuito en serie para 24 años de operación continua con el 50% de las cargas térmicas totales del edificio

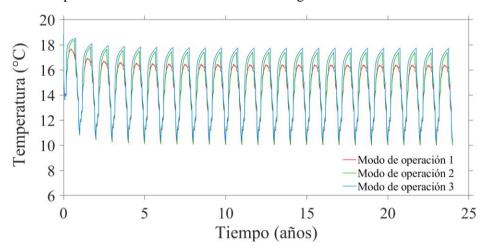


Figura 4.20. Temperatura promedio del fluido estimada con el FLSM en el circuito en serie con los tres modos de operación

4.3.3. Segunda propuesta de conexión: Circuito en paralelo

La segunda opción consiste en un circuito en paralelo que consta de una tubería de distribución de donde se derivan las tuberías de entrada del fluido a cada pila (Figura 4.21). Asimismo, cada elemento consta de una tubería de salida que regresa al fluido portador de calor hacia una tubería de recolección general que conduce al líquido hacia la bomba de calor. Esta propuesta tiene la ventaja de que se puede llevar un control apropiado de la tasa de flujo haciéndolo más uniforme, lo que permite mejorar la transferencia de calor hacia el fluido.

Desde el punto de vista energético, este tipo de conexión permite un ahorro de energía eléctrica para la operación de la bomba de circulación ya que se requiere de una menor potencia para movilizar el fluido. En este caso, la tasa de flujo que circula por cada pila de energía es la sexta parte del caudal total ($\dot{m}=6.2\ l\ min^{-1}$). Al tener un flujo más lento, el tiempo de recorrido es mayor lo que permite que se incremente la cantidad de intercambio

de calor con el suelo y que cada pila pueda proporcionar la energía requerida por la edificación.

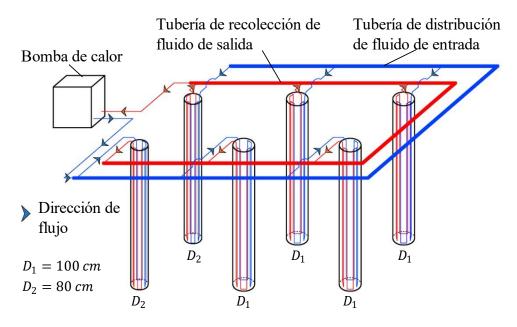


Figura 4.21 Conexión en paralelo de las pilas de energía de la Residencia C73

La Figura 4.22 muestra las temperaturas del fluido promedio, de entrada y salida del circuito para un periodo de 24 años de operación constante, evaluada con el FLSM. La temperatura del fluido de entrada a cada pila de energía es la misma que la temperatura de salida de la bomba de calor y la temperatura de salida es igual a la temperatura de entrada a la bomba, esta temperatura se homogeniza en la tubería general de recolección.

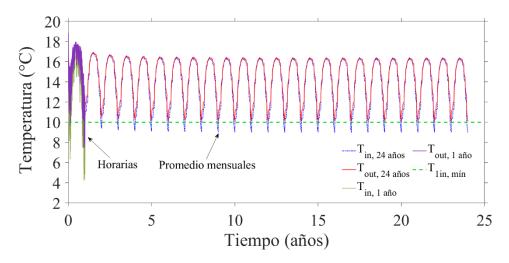


Figura 4.22. Temperatura del fluido promedio, de entrada y salida del circuito en paralelo para 24 años de operación

En la Figura 4.23 se muestra la temperatura promedio del fluido obtenida con los distintos modos de operación de las pilas de energía conectadas en paralelo. El cambio de temperatura máximo ($\Delta T_{máx}$) en cada pila es de 3.3 °C, el mismo que se obtiene del circuito completo.

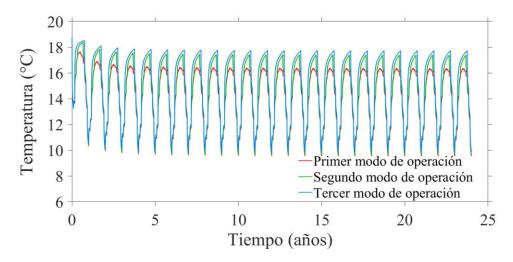


Figura 4.23. Temperatura promedio del fluido estimada con el FLSM en el circuito en paralelo con los tres modos de operación

4.3.4. Tercera propuesta de conexión: Tres circuitos en serie conectados en paralelo.

Este tipo de circuito es una combinación entre las conexiones en serie y en paralelo. La configuración propuesta permite que el fluido tenga un mayor recorrido dentro de las pilas respecto a la segunda propuesta de conexión y un mayor tiempo para absorber o inyectar calor desde/hacia el suelo. En esta configuración, el grupo de seis pilas de energía se divide en tres pares de elementos conectados en paralelo y cada par se conecta en serie. Este tipo de conexión permite tener un buen control en la tasa de flujo y como el recorrido del fluido no es tan grande las pérdidas de carga hidráulica son pequeñas, permitiendo que la bomba de circulación trabaje en condiciones óptimas sin forzar su operación ni aumentando el consumo de energía eléctrica. En la Figura 4.24 se muestra la instalación de las tuberías y el recorrido que hace el fluido intercambiador dentro de los bucles. Debido a que el recorrido del fluido a través de las tuberías de menor diámetro es mayor que en el caso donde todas las pilas se conectan en paralelo, las perdidas por fricción son mayores. Por lo tanto, la bomba de circulación requiere mayor potencia para movilizar el líquido con el caudal controlado. Esto a su vez se traduce en un mayor consumo de energía eléctrica y mayor gasto económico.

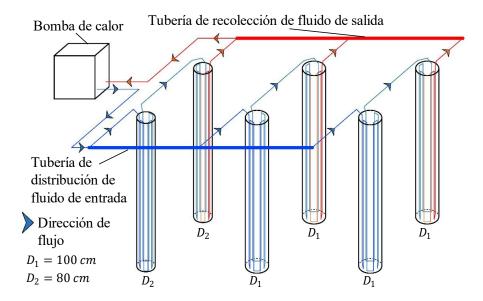


Figura 4.24 Conexión de tres circuitos de dos pilas en serie conectadas en paralelo de la Residencia *C73*

En la Figura 4.25 se muestra la temperatura del fluido de entrada, promedio y de salida del circuito para 24 años de funcionamiento continuo. Se aprecia que, después del tercer año no existe una disminución considerable en la temperatura del fluido debido a que las interacciones térmicas son pequeñas y las temperaturas obtenidas son adecuadas para mantener la eficiencia de la bomba de calor. Cada pila conectada en serie entregó un cambio de temperatura $\Delta T = 1.7 \,^{\circ}C$ y el cambio de temperatura máximo obtenido de cada circuito en serie fue de 3.3 $\,^{\circ}$ C, esta temperatura se uniformiza en la tubería de recolección general de salida. La Figura 4.26 muestra la recuperación de la temperatura promedio que se obtiene en cada par de pilas de energía, con los tres modos de operación del sistema. La recuperación térmica máxima registrada cuando se detiene la operación del sistema fue de 2.2 $\,^{\circ}$ C.

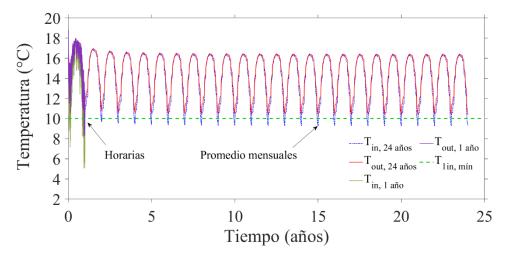


Figura 4.25 Temperatura promedio, de entrada y salida del circuito con tres pares de pilas de energía en serie conectadas en paralelo de la Residencia *C73*

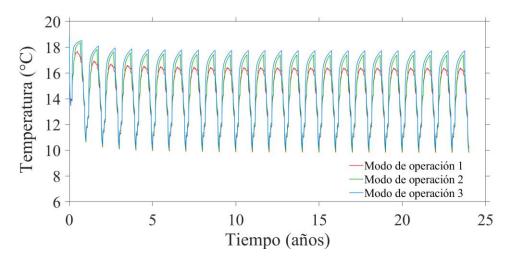


Figura 4.26 Temperatura promedio del fluido estimada con el FLSM en el circuito de tres pares de pilas en serie conectadas en paralelo con los tres modos de operación

4.3.5. Análisis y resumen de resultados de la evaluación analítica de las pilas de energía de la Residencia *C73*

En la Tabla 4.8 se muestran las temperaturas más significativas obtenidas de los análisis realizados. El cambio de temperatura (ΔT) es el mismo en los tres tipos de circuito, esto se debe a que se varía la tasa de flujo del fluido para obtener la energía necesaria para abastecer la demanda de la Residencia C73. El valor del caudal expresado en la tabla representa la cantidad de líquido que circula por la tubería de cada pila de energía, en el caso de la conexión mixta, el flujo en cada semi circuito es equivalente a la tercera parte del caudal total.

Tabla 4.8. Temperaturas significativas del análisis térmico a largo plazo del grupo de pilas de
energía de la Residencia C73

Tipo de conexión	Operación	m / pila (l/min)	Δ T _{máx} (°C)	$T_{in,min}$ (°C)	$T_{f,min}$ (°C)	$T_{out,min}$ (°C)	Recuperación máxima (°C)
Serie	Modo 1	37	3.3	9.4	10.0	10.6	2.2
	Modo 2	37	3.3	9.5	10.1	10.7	-
	Modo 3	37	3.3	9.8	10.3	10.9	-
Paralelo	Modo 1	6.2	3.3	9.0	9.5	10.1	2.2
	Modo 2	6.2	3.3	9.1	9.6	10.2	-
	Modo 3	6.2	3.3	9.3	9.9	10.4	-
Serie y	Modo 1	12.3	3.3	9.2	9.8	10.4	2.2
paralelo	Modo 2	12.3	3.3	9.3	9.9	10.5	-
	Modo 3	12.3	3.3	9.6	10.1	10.7	-

Desde el punto de vista de extracción de energía, no influye el tipo de conexión ya que la cantidad de energía que se extrae depende del caudal. Sin embargo, desde el punto de vista económico, cada tipo de conexión requiere una inversión inicial de instalación debido a que

se emplean tuberías de distintos diámetros. Además, en la operación del sistema, cada configuración requiere cierta cantidad de energía eléctrica en la bomba de circulación para su operación, dependiendo de la facilidad para movilizar el líquido a través del circuito. En este sentido, las conexiones en paralelo resultan ventajosas.

Con base en el análisis anterior se determinó que es posible extraer el 50% de la energía térmica requerida por la edificación, con las cuales se obtiene un $\Delta T_{máx}=3.3$ °C, temperaturas que resultan adecuadas para el funcionamiento de la bomba de calor durante el periodo analizado (24 años). De acuerdo con los análisis efectuados con distintos modos de operación, existe una recuperación en la temperatura promedio del fluido de hasta 2.2 °C, cuando se detiene la operación del sistema en ciertas épocas del año. Este comportamiento indica una recuperación térmica natural del suelo que ayuda a desacelerar el desbalance térmico que puede afectar las propiedades del suelo.

Lo anterior demuestra que el método de análisis térmico propuesto en el manual de la ASHRAE resulta muy conservador debido a que no es posible considerar la variación de las cargas térmicas a través del tiempo. Sin embargo, funciona como un análisis térmico preliminar para realizar un estudio más detallado del comportamiento térmico de pilas de energía mediante modelado analítico.

Este análisis representa un gran avance en el estudio e implementación de sistemas de pilas de energía en México que permitirá evaluar con gran rapidez y precisión la viabilidad de proyectos de estructuras termoactivas, para considerar su aplicación en las nuevas edificaciones. Si bien las cargas, en este caso, son relativamente pequeñas y la longitud de pilas de energía instaladas es corta, comparada con otros proyectos de gran magnitud que se han ejecutado en otros países con mayor desarrollo económico, se demuestra que es factible emplear este tipo de sistemas en nuestro país y que es posible aprovechar las energías limpias para sustituir equipos tradicionales que dañan al medio ambiente y al mismo tiempo conseguir un ahorro económico a mediano y largo plazo, el objetivo es promover el uso de esta tecnología y generar métodos de diseño estándar que faciliten la comprensión del comportamiento térmico y mecánico de estas geoestructuras.

4.3.6 Ahorro económico de la energía suministrada por las pilas de energía.

De acuerdo con las tarifas establecidas por la Comisión Federal de Electricidad para el año 2022, el costo por kWh que se utiliza en la Residencia *C73* está clasificado dentro de la tarifa por servicio doméstico de alto consumo (DAC), esto se debe a que las cargas térmicas que requiere la edificación supera los límites de consumo mensual promedio establecidos por la "Tarifa 1" aplicable en la Ciudad de México, la cual indica que, si el consumo promedio mensual rebasa los 250 kWh/mes se cobrará mediante la tarifa DAC. En la Tabla 4.9 se resume el costo de la energía que proporciona el sistema de pilas de energía estudiado, durante un año de operación continua.

Tabla 4.9. Costo de la energía suministrada por el grupo de pilas de energía, a la Residencia C73

Mes	Consumo mensual (kWh)	Consumo promedio mensual (kWh/mes) / Límite para ser tarifa DAC	Cargo fijo (CFE)	Cargo/ kWh (Tarifa DAC, CFE)	Costo mensual	Ahorro anual por energía suministrada por pilas de energía (operación continua)
enero	1601.27		\$126.12	\$6.28	\$10,180.49	
febrero	1189.84		\$127.18	\$6.26	\$7,569.63	
marzo	569.55		\$127.88	\$6.79	\$3,995.12	
abril	219.5		\$128.80	\$6.58	\$1,573.55	
mayo	159.85		\$130.10	\$6.49	\$1,166.89	
junio	142.19	778.42 / 250	\$130.88	\$7.14	\$1,145.83	\$64,145.94
julio	253.47	770.427230	\$132.12	\$7.43	\$2,014.39	904,143. 94
agosto	318.24		\$132.97	\$7.04	\$2,372.11	
septiembre	453.28		\$133.61	\$7.53	\$3,548.17	
octubre	922.88		\$133.78	\$7.44	\$7,000.93	
noviembre	1333.35		\$133.18	\$6.76	\$9,141.29	
diciembre	2177.66		\$132.49	\$6.57	\$14,437.54	

Para el segundo modo de operación se obtuvo que el ahorro económico es de \$ 57,972.8, por otro lado, el tercer modo de operación representa un beneficio económico de \$ 49,246.23 anuales por la energía extraída del suelo. Estos valores indican que, a pesar de que el sistema de pilas de energía se apague en ciertos meses del año, los beneficios económicos siguen siendo considerables y, además, permite que durante esas épocas la bomba de calor pueda recibir un mantenimiento preventivo para garantizar una vida útil prolongada.

4.4. Variación de la temperatura del suelo circundante al grupo de pilas de energía de la Residencia C73

4.4.1. Variación de la temperatura del suelo con el ILSM

La estimación del cambio de temperatura en el suelo circundante a un grupo de pilas de energía permite tomar medidas preventivas para el correcto funcionamiento de la bomba de calor durante su ciclo de vida. En las regiones donde predominan las cargas de refrigeración, el calor inyectado al suelo incrementa su temperatura. En estos casos, el flujo de agua subterránea puede ayudar a evitar un sobrecalentamiento del suelo, disipando el calor acumulado y permitiendo que el suelo recupere su temperatura inicial más rápidamente. Cuando un edificio requiere mayormente cargas de calefacción, como en el caso de la

Residencia *C73*, el suelo tiende a enfriarse. Como medida preventiva, se puede detener la operación del sistema para permitir que el suelo recupere su temperatura de forma natural y mantener la eficiencia de la bomba de calor.

De acuerdo con el análisis realizado en el apartado 4.2.3, el método analítico adoptado para evaluar el efecto a largo plazo de las interferencias térmicas tiene una influencia importante. En estos casos, los métodos que consideran en sus hipótesis una fuente de calor de longitud infinita sobreestiman la disminución o aumento de temperatura a través del tiempo ya que al tener varios intercambiadores con extensión muy grande las interferencias aceleran la variación de temperatura. Por lo tanto, los resultados son conservadores cuando el sistema opera en inyección o extracción pura. El efecto de los modos de operación y del modelo implementado para calcular las interferencias térmicas que modifican la temperatura del suelo se muestra en las Figuras 4.27 a 4.32. En este análisis se empleó el ILSM y el FLSM para determinar las interferencias y comparar los resultados cuando se suministra el 50% de las cargas térmicas totales durante 24 años, con distintos modos de operación.

La Figura 4.27, 4.28 y 4.29 muestran la temperatura del suelo obtenida con el ILSM, en la Figura 4.27 se observa que, cuando el sistema opera de manera continua la temperatura del suelo disminuye rápidamente alcanzando incluso valores de hasta -20 °C, este valor resulta muy conservador para las condiciones reales de operación. Las temperaturas más bajas se presentan cerca de las pilas de energía centrales, las cuales están sometidas a mayores interferencias térmicas respecto a las que se encuentran en las esquinas.

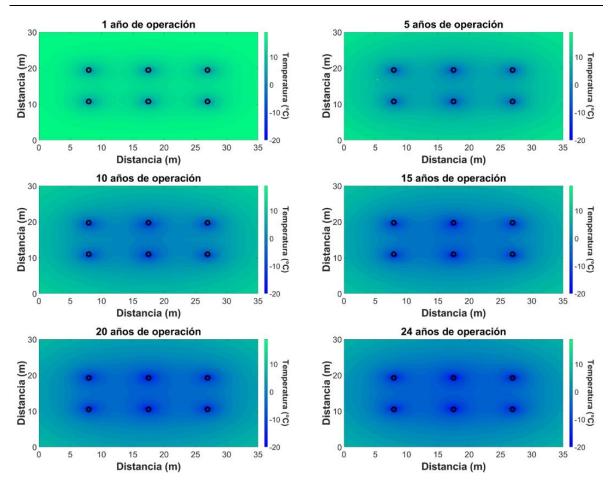


Figura 4.27. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia C73, obtenida con el ILSM para el primer modo de operación

La Figura 4.28 muestra la variación de la temperatura del suelo con el segundo modo de operación (sistema apagado durante los meses de mayo a agosto). Se observa que, el efecto de las interacciones térmicas entre pilas vecinas es menor y, por lo tanto, la temperatura del suelo disminuye más lento que en el modo de operación continua.

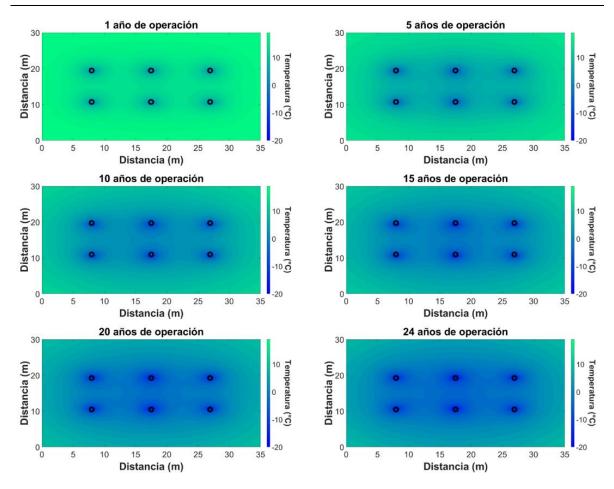


Figura 4.28. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia *C73*, obtenida con el ILSM para el segundo modo de operación

Por otra parte, la Figura 4.29 muestra la temperatura del suelo con el tercer modo de operación, es decir, cuando el sistema se enciende únicamente en los meses de máxima demanda (octubre-febrero).

El proceso de enfriamiento del suelo se vuelve más lento cuando se detiene el funcionamiento del sistema por más tiempo y se reduce el efecto de las interacciones térmicas entre pilas. Sin embargo, las interferencias estimadas con el ILSM no representan el comportamiento real del sistema. Lo anterior se debe a que el modelo utilizado considera una fuente de calor de longitud infinita y a largo plazo la temperatura disminuye drásticamente por las interferencias entre las pilas cercanas, las cuales al interactuar aceleran en gran medida el enfriamiento del suelo.

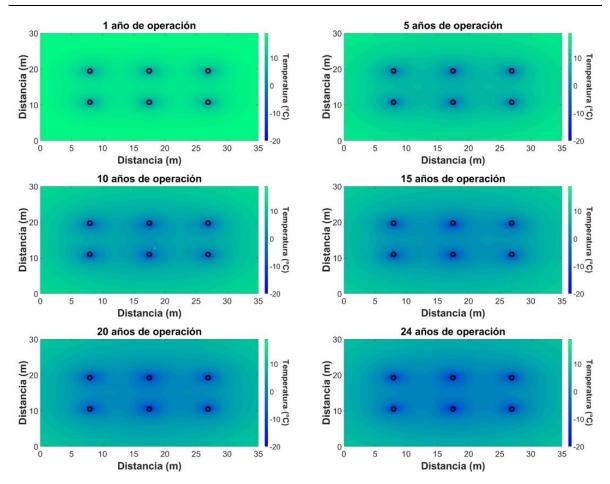


Figura 4.29. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia *C73* obtenida con el ILSM para el tercer modo de operación

4.4.2. Variación de la temperatura del suelo con el FLSM

Para estimar la variación de la temperatura del suelo de forma más realista se evaluaron los tres modos de operación con el FLSM, el cual toma en cuenta el efecto de la longitud finita de las pilas y la temperatura de la superficie. Se considera que el sistema suministra el 50% de las cargas térmicas totales del edificio. La Figura 4.30 muestra la evolución de la temperatura del suelo para 24 años de operación continua (primer modo de operación). La temperatura del suelo no disminuye a un valor que ponga en riesgo la eficiencia del sistema, ni se presenta un desbalance térmico que altere las propiedades del subsuelo. Para 24 años de operación continua, la temperatura del suelo cercana al borde de las pilas de energía es de aproximadamente 10 °C, se redujo únicamente 8.8 °C respecto a la temperatura inicial del suelo. Estos resultados indican que, gracias a que en el proyecto Residencia *C73* se respetó la separación mínima de 6 m entre pilas de energía propuesta por Kavanaugh y Rafferty (2014), el sistema puede operar en óptimas condiciones durante 24 años incluso si la operación no es intermitente. No obstante, se modelaron los modos de operación con funcionamiento intermitente para ver el efecto que tiene en la operación del caso de estudio.

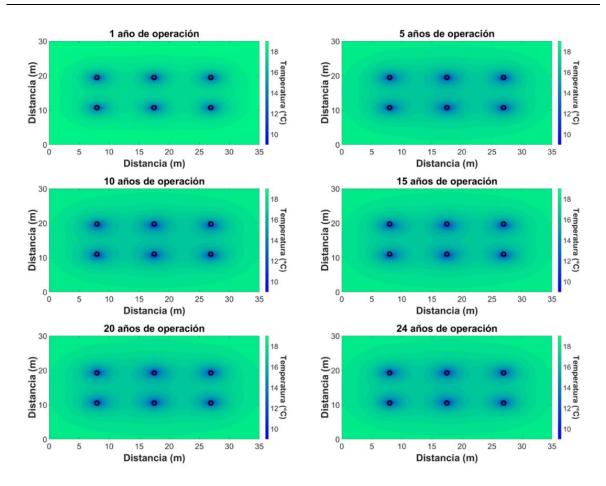


Figura 4.30. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia *C73* obtenida con el FLSM para el primer modo de operación

Las Figuras 4.31 y 4.32 muestran la temperatura del suelo con el segundo y tercer modo de operación, respectivamente. Se observa que, el efecto de las interferencias térmicas en la temperatura del suelo no pone en riesgo el funcionamiento del sistema durante el periodo de diseño. Además, no existe una diferencia significativa entre los tres modos de operación. No obstante, se recomienda que la operación sea intermitente para ahorrar energía eléctrica.

Lo anterior demuestra que el uso intermitente del sistema de pilas de energía de la Residencia C73, en caso de que no sea estrictamente necesaria la extracción de calor del suelo en los meses de menor demanda, resulta una opción viable para reducir el efecto de las cargas no balanceadas de la edificación y su impacto en el desempeño a largo plazo. Por último, es importante señalar que, el modelo de fuente lineal infinita permite disminuir los tiempos de cálculo cuando se desea conocer la temperatura del suelo en distintos puntos y su evolución durante la operación del sistema. Esto resulta conveniente ya que otros modelos demandan mayores tiempos de ejecución, haciéndolos menos prácticos. Sin embargo, cuando se cuenta con cargas no balanceadas los resultados son muy conservadores y no simulan adecuadamente el funcionamiento a largo plazo por lo que se recomienda emplear el FLSM cuando se presentan este tipo de condiciones.

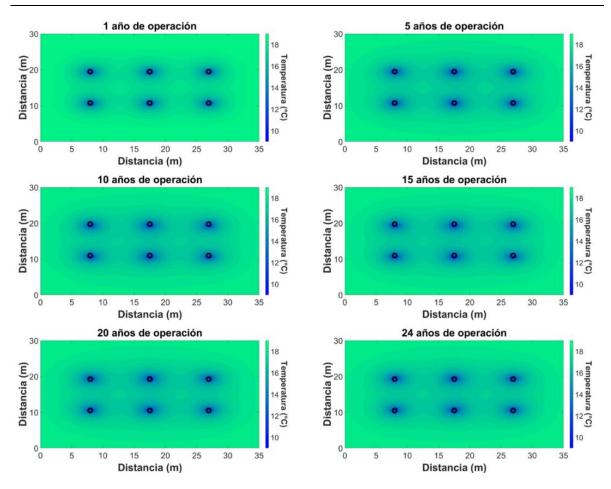


Figura 4.31. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia *C73* obtenida con el FLSM para un periodo de 24 para el segundo modo de operación

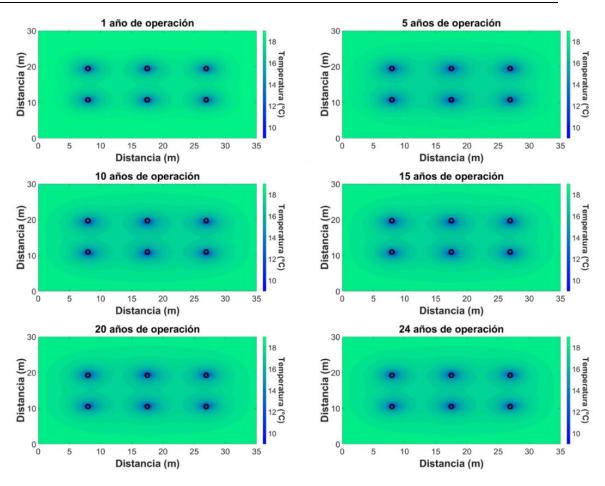


Figura 4.32. Variación de la temperatura del suelo circundante a las pilas de energía de la Residencia *C73* obtenida con el ILSM para el tercer modo de operación

5. CONCLUSIONES

5.1. Conclusiones

El objetivo de esta tesis fue implementar los modelos analíticos de flujo de calor para estudiar el comportamiento térmico de un grupo de seis pilas de energía que forman parte de la cimentación del proyecto denominado Residencia C73, ubicado al poniente de la Ciudad de México. De este modo, se analizó la capacidad de extracción de calor y la variación de la temperatura del suelo circundante durante 24 años de operación. Para ello, después de una breve introducción en el Capítulo 1, en el Capítulo 2 se describió el funcionamiento y comportamiento de los sistemas de intercambio de calor a base de pilas de energía. Además, se describieron las variables que se deben tener en cuenta para realizar un correcto análisis térmico. Se expuso que, la mayoría de estas variables se pueden considerar en un análisis térmico mediante modelos analíticos y definir con mayor precisión el problema de flujo de calor. Entre las variables que definen la capacidad de extracción de calor de una pila de energía, se mencionó que la configuración de la tubería tiene un papel muy importante. No obstante, el diseño térmico de los intercambiadores de calor debe adaptarse principalmente al diseño geotécnico-estructural predefinido. Otras variables importantes son las características térmicas de los materiales que intervienen en el proceso térmico, su adecuada determinación permite simular con mayor precisión el funcionamiento a largo plazo de un sistema a base de pilas de energía.

En el Capítulo 3 se presentó una recopilación de modelos analíticos empleados para estimar la respuesta de temperatura del suelo ante cargas térmicas de calefacción/refrigeración. Inicialmente, se describieron las principales características de estos métodos, así como sus ventajas y desventajas al aplicarlos en casos particulares. Además, se presentó una revisión bibliográfica sobre casos de aplicación donde se implementaron exitosamente los modelos analíticos para analizar la respuesta de temperatura en intercambiadores de calor geotérmico. En estos ejemplos, se compararon los resultados de cada modelo utilizado y se demostró que son viables para estudiar el comportamiento a largo plazo de este tipo de estructuras termoactivas.

En el Capítulo 4 se analizó un caso práctico de una casa-habitación ubicada al poniente de la Ciudad de México conocida como Residencia *C73*. Su cimentación está conformada por ocho pilas, de las cuales seis están equipadas para funcionar como pilas de energía. Para estimar la variación de la temperatura del fluido y del suelo a través del tiempo se emplearon los modelos de fuente lineal Infinita, fuente cilíndrica infinita, fuente lineal finita y funciones-G para pilas de energía. En la evaluación se modelaron las temperaturas promedio, de entrada y salida del fluido que circula por los bucles de tubería dentro de las pilas de energía para corto y largo plazo. Finalmente, se aplicó un método basado en las soluciones analíticas para analizar la evolución de la temperatura del suelo circundante a las pilas a través del tiempo. A continuación, se presentan algunas conclusiones derivadas de dichos análisis.

- Se demostró que cuando un grupo de pilas está conectado en serie, es posible analizarlo como un intercambiador individual con una longitud equivalente a la suma de las longitudes de todos los elementos del sistema. En este caso, se obtienen resultados similares a corto plazo, sin embargo, a largo plazo existen diferencias notables debido a que las interferencias térmicas entre pilas de energía cercanas influyen en la velocidad de calentamiento o enfriamiento del suelo circundante. Por lo tanto, es recomendable considerar estas interferencias para una simulación más realista de la operación del sistema.
- Se identificó que con el ILSM se obtienen resultados en menor tiempo debido a su simplicidad. No obstante, para un análisis a largo plazo se recomienda utilizar un modelo que considere la longitud finita del intercambiador y la influencia de la temperatura en la superficie del suelo, como el FLSM, debido a que los resultados son más realistas. La elección de un modelo analítico para un análisis con interferencias térmicas a largo plazo depende en gran medida de las solicitaciones térmicas del edificio. En presencia de cargas no balanceadas, los modelos de fuente infinita presentan resultados muy conservadores por lo que se recomienda emplear un modelo que considere la longitud finita del intercambiador. Por otra parte, cuando las cargas son balanceadas, los modelos simulan la variación de temperatura de forma similar y el modelo de fuente lineal infinita resulta ser el más rápido para casos prácticos.

- Se comprobó que las interferencias térmicas entre pilas de energía cercanas, sobre todo al presentarse cargas no balanceadas, aceleran el calentamiento o enfriamiento del suelo cuando el sistema opera de manera constante. En este caso, si se detiene la operación del sistema durante los meses de menor demanda, es posible disminuir el efecto de las interferencias térmicas en la eficiencia del sistema. Además, se comprobó que la distancia mínima de 6 m de separación entre pilas de energía recomendada por Kavanaugh y Rafferty (2014) resulta efectiva para prevenir el efecto adverso de las interferencias térmicas.
- Se demostró que un circuito de dos o más pilas de energía se puede conectar en serie, en paralelo, o una combinación de ambas, y cada tipo de conexión permite obtener la energía requerida por la edificación variando la magnitud del caudal del fluido. Esta condición debe tomarse en cuenta al realizar análisis térmicos para definir un diseño óptimo del sistema, que permita una extracción de calor adecuada manteniendo un flujo que minimice el consumo de energía eléctrica de la bomba de calor y de circulación. En el caso de la Residencia C73, se determinó que el circuito en paralelo con operación continua resulta ser el más conveniente gracias a su facilidad de instalación, costo de operación y capacidad de extracción de calor.
- Se comprobó que el sistema de pilas de energía de la Residencia *C73* es capaz de suministrar el 50% de las cargas térmicas de la edificación, y que, incluso con una operación continua se conserva la eficiencia de la bomba de calor durante el periodo analizado de 24 años.

5.2. Recomendaciones

Uno de los aspectos más importantes en el diseño de cimentaciones a base de pilas de energía consiste en efectuar un análisis térmico adecuado que permita conocer la capacidad de extracción/inyección de calor a través del tiempo, considerando todos los factores que intervienen en el proceso térmico y los requerimientos del edificio. Con base en el estudio realizado en esta investigación, se proporcionan las siguientes recomendaciones para futuras aplicaciones y/o investigaciones:

- Para realizar un correcto análisis térmico es importante conocer las hipótesis en las que se basa cada modelo analítico. Esto permite elegir el que mejor se adapta a las condiciones que se van a estudiar con base en los factores mencionados en el Capítulo 2.
- Realizar análisis térmicos con modelos analíticos que tomen en cuenta la presencia de corrientes de agua subterránea. Estos métodos permiten evaluar el efecto del flujo de agua al disipar el calor en el subsuelo, cuando existen cargas térmicas no balanceadas donde predominan las cargas de enfriamiento.

- Aplicar otros modelos analíticos distintos a los que se emplearon en esta investigación para comparar los resultados y considerarlos en la práctica ingenieril como opciones de evaluación en casos particulares.

Realizar pruebas de respuesta térmica en grupos de pilas de energía construidos en el país para comparar los resultados que se obtuvieron con los modelos analíticos y verificar el efecto de las interferencias térmicas.

REFERENCIAS

- Abuel-Naga, H., Raouf, M. I. N., Raouf, A. M. I., & Nasser, A. G. (2015). Energy piles: Current state of knowledge and design challenges. *Environmental Geotechnics*, 2(4).
- Adam, D., & Markiewicz, R. (2009). Energy from earth-coupled structures, foundations, tunnels and sewers. *Geotechnique*, 59(3).
- Akrouch, G. A., Sánchez, M., & Briaud, J. L. (2016). An experimental, analytical and numerical study on the thermal efficiency of energy piles in unsaturated soils. *Computers and Geotechnics*, 71, 207–220.
- Amatya, B. L., Soga, K., Bourne-Webb, P. J., Amis, T., & Laloui, L. (2012). Thermomechanical behaviour of energy piles. *Geotechnique*, 62(6).
- Bandos, T. V., Campos-Celador, Á., López-González, L. M., & Sala-Lizarraga, J. M. (2014). Finite cylinder-source model for energy pile heat exchangers: Effects of thermal storage and vertical temperature variations. *Energy*, 78, 639–648.
- Batini, N., Rotta Loria, A. F., Conti, P., Testi, D., Grassi, W., & Laloui, L. (2015). Energy and geotechnical behaviour of energy piles for different design solutions. *Applied Thermal Engineering*, 86.
- Bear, J. (1975). Dynamics of Fluids in Porous Media. Soil Science, 120(2).
- Bourne-Webb, P. J., Amatya, B. and Soga, K. (2013). A framework for understanding energy pile behaviour. *Proceedings of the ICE-Geotechnical Engineering*, 166(2), 170–177.
- Bourne-Webb, P. J., Amatya, B. L., Soga, K., Amis, T., Davidson, C. and Payne, P. (2009). Energy pile test at Lambeth College, London: geotechnical and thermodynamic aspects of pile response to heat cycles. *Géotechnique*, 59(3), 237–248.
- Bourne-Webb, P., Burlon, S., Javed, S., Kürten, S., & Loveridge, F. (2016). Analysis and design methods for energy geostructures. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* (Vol. 65).
- Brandl, H. (2006). Energy foundations and other thermo-active ground structures. *Géotechnique* 56(2), 81–122.
- Brandl, H. (2013). Thermo-Active ground source structures for heating and cooling. *Procedia Engineering*, 57, 9-18.
- Carotenuto, A., Marotta, P., Massarotti, N., Mauro, A., & Normino, G. (2017). Energy piles for ground source heat pump applications: Comparison of heat transfer performance for different design and operating parameters. *Applied Thermal Engineering*, 124, 1492–1504.

- Carslaw, H. S., Jaeger, J. C. (1947). Heat conduction in solids. Oxford: Claremore Press.
- Cecinato, F., & Loveridge, F. A. (2015). Influences on the thermal efficiency of energy piles. *Energy*, 82, 1021–1033.
- Claesson, J., & Javed, S. (2020). Explicit multipole formula for the local thermal resistance in an energy pile-the line-source approximation. *Energies*, 13(20).
- Claesson & Javed (2020), Ground heat transfer effects on the thermal performance of earthcontact structures
- Clarke, B. G., Agab, A., & Nicholson, D. (2008). Model specification to determine thermal conductivity of soils. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Geotechnical Engineering*, 161(3), 161–168.
- De Moel, M., Bach, P. M., Bouazza, A., Singh, R. M., & Sun, J. O. (2010). Technological advances and applications of geothermal energy pile foundations and their feasibility in Australia. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* (Vol. 14, 9).
- Eskilson, P. (1987). *Thermal Analysis of Heat Extraction Boreholes*. Ph.D. Thesis. Sweden: University of Lund.
- Eslami-Nejad, P., & Bernier, M. (2011). Heat transfer in double U-tube boreholes with two independent circuits. *Journal of Heat Transfer*, 133(8).
- Eslami-nejad, P., & Bernier, M. (2012). Freezing of geothermal borehole surroundings: A numerical and experimental assessment with applications. *Applied Energy*, 98.
- Fadejev, J., Simson, R., Kurnitski, J., & Haghighat, F. (2017). A review on energy piles design, sizing and modelling. *Energy* (Vol. 122, pp. 390–407). Elsevier Ltd.
- Franco, A., Moffat, R., Toledo, M., & Herrera, P. (2016). Numerical sensitivity analysis of thermal response tests (TRT) in energy piles. *Renewable Energy*, 86, 985–992.
- Gao J. (2008). Numerical and experimental assessment of thermal performance of vertical energy piles: an application. *Applied Energy*; 85(10):901–10.
- Gashti, E. H. N., Malaska, M., & Kujala, K. (2015). Analysis of thermo-active pile structures and their performance under groundwater flow conditions. *Energy and Buildings*, 105, 1–8.
- Gehlin, S. (1998). Thermal response test In situ measurements of thermal properties in hard rock. *Luleå*.
- Gehlin, S., & Hellström, G. (2003). Comparison of four models for thermal response test evaluation, ASHRAE Transactions, Vol. 109(1):131-142.

- Gehlin, S. E. A., & Hellström, G. (2003). Influence on thermal response test by groundwater flow in vertical fractures in hard rock. *Renewable Energy*, 28(14), 2221–2238.
- Guo, C., Zhu, J., Zhou, W., & Chen, W. (2010). Fabrication and thermal properties of a new heat storage concrete material. *Journal of Wuhan University of Technology-Mater. Sci. Ed.*, 25(4), 628–630.
- Hamada, Y., Saitoh, H., Nakamura, M., Kubota, H., Ochifuji, K. (2006). Field performance of an energy pile system for space heating. *Energy Build*, 39, 517–524.
- Hepbasli A. (2003). Current status of geothermal energy applications in Turkey. *Energy Sources* 2003; 25(7):667–77.
- Hu, P., Zha, J., Lei, F., Zhu, N., & Wu, T. (2014). A composite cylindrical model and its application in analysis of thermal response and performance for energy pile. *Energy and Buildings*, 84, 324–332.
- Ingersoll, L. R., Zobel, O. J., & Ingersoll, A. C. (1955). Heat Conduction with Engineering, Geological, and Other Applications. *Physics Today*, 8(3).
- International Renewable Energy Agency (IRENA). (2021). Renewable capacity highlights. Disponibleen:https://www.irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2021/Apr/IRENA_-RE_Capacity_Highlights_2021.pdf?la=en&hash=1E133689564BC40C2392E85026F7 1A0D7A9C0B91
- Jelušič, P., & Žlender, B. (2020). Determining optimal designs for conventional and geothermal energy piles. *Renewable Energy*, 147.
- Katsura, T., Nagano, K., Narita, S., Takeda, S., Nakamura, Y., & Okamoto, A. (2009). Calculation algorithm of the temperatures for pipe arrangement of multiple ground heat exchangers. *Applied Thermal Engineering*, 29(5–6), 906–919.
- Kavanaugh, S., & Rafferty, K. (2015). Geothermal heating and cooling: design of ground-source heat pump systems. *ASHRAE* (Vol. 1).
- Laing, D., Bahl, C., Bauer, T., Fiss, M., Breidenbach, N., & Hempel, M. (2012). High-temperature solid-media thermal energy storage for solar thermal power plants. *Proceedings of the IEEE*, 100(2), 516–524.
- Laloui, L., & di Donna, A. (2011). Understanding the behaviour of energy geo-structures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Civil Engineering*, 164(4).
- Laloui, L., & Loria, A. F. R. (2019). Analysis and Design of Energy Geostructures: Theoretical Essentials and Practical Application. *Analysis and Design of Energy Geostructures: Theoretical Essentials and Practical Application*.

- Laloui, L., Nuth, M., & Vulliet, L. (2006). Experimental and numerical investigations of the behaviour of a heat exchanger pile. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(8).
- Lamarche, L. (2013). Short-term behavior of classical analytic solutions for the design of ground-source heat pumps. *Renewable Energy*, *57*, 171–180.
- Li, M., & Lai, A. C. K. (2015). Review of analytical models for heat transfer by vertical ground heat exchangers (GHEs): A perspective of time and space scales. En *Applied Energy* (Vol. 151, pp. 178–191). Elsevier Ltd.
- Li, M., Zhu, K., & Fang, Z. (2016). Analytical methods for thermal analysis of vertical ground heat exchangers. *Advances in Ground-Source Heat Pump Systems* (pp. 158–183). Elsevier Inc.
- Li, Q., Chen, L., Ma, H., & Huang, C. H. (2018). Enhanced Heat Transfer Characteristics of Graphite Concrete and Its Application in Energy Piles. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2018.
- López-Acosta, N. P., Barba, D. F., Sánchez, M., (2017). Pilas de energía. Uso directo de la energía geotérmica a través de las cimentaciones profundas. Proceedings of 4th International Conference on Deep Foundations. Mexico City, pp. 149-161.
- López-Acosta, N. P., Rivera-Martínez, A. M., David, Y., & Barba Galdámez, F. (s/f). 5° SIMPOSIO INTERNACIONAL DE CIMENTACIONES PROFUNDAS Marzo 3-4, 2022-CDMX, México.
- Loveridge, F. (2012). The Thermal Performance of Foundation Piles used as Heat Exchangers in Ground Energy Systems.
- Loveridge, F., McCartney, J. S., Narsilio, G. A., & Sanchez, M. (2020a). Energy geostructures: A review of analysis approaches, in situ testing and model scale experiments. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 22.
- Loveridge, F., McCartney, J. S., Narsilio, G. A., & Sanchez, M. (2020b). Energy geostructures: A review of analysis approaches, in situ testing and model scale experiments. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 22.
- Loveridge, F., & Powrie, W. (2013a). Temperature response functions (G-functions) for single pile heat exchangers. *Energy*, *57*, 554–564.
- Loveridge, F., & Powrie, W. (2013b). Temperature response functions (G-functions) for single pile heat exchangers. *Energy*, *57*, 554–564.

- Man, Y., Yang, H., Diao, N., Liu, J., & Fang, Z. (2010). A new model and analytical solutions for borehole and pile ground heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(13–14), 2593–2601.
- Mohamad, Z., Fardoun, F., & Meftah, F. (2021). A review on energy piles design, evaluation, and optimization. *Journal of Cleaner Production* (Vol. 292).
- Nguyen, V.-T. (2017). Thermal and thermo-mechanical behavior of energy piles. *Géotechnique*. Université Paris-Est.
- Olgun, C. G., & McCartney, J. S. (2014). Outcomes from international workshop on thermoactive geotechnical systems for near-surface geothermal energy: from research to practice. *DFI Journal The Journal of the Deep Foundations Institute*, 8(2).
- Park, S., Lee, D., Choi, H. J., Jung, K., & Choi, H. (2015). Relative constructability and thermal performance of cast-in-place concrete energy pile: Coil-type GHEX (ground heat exchanger). *Energy*, 81, 56–66.
- Rammal, D., Mroueh, H., & Burlon, S. (2018). Impact of thermal solicitations on the design of energy piles. En *Renewable and Sustainable Energy Reviews* (Vol. 92).
- Rawlings, R. H. D., Sykulski, J. R., & Senmieee, F. (1999). *Ground source heat pumps: A technology review. Building Service Engineering 1999; 119–29*.
- Raymond, J., Therrien, R., Gosselin, L., & Lefebvre, R. (2011). A Review of Thermal Response Test Analysis Using Pumping Test Concepts. En *Ground Water* (Vol. 49, Número 6).
- Rees, S. W., Adjali, M. H., Zhou, Z., Davies, M., & Thomas, H. R. (2000). Ground heat transfer effects on the thermal performance of earth-contact structures. *Renewable & sustainable energy reviews*, 4(3).
- Rotta Loria, A. F., Gunawan, A., Shi, C., Laloui, L., & Ng, C. W. W. (2015). Numerical modelling of energy piles in saturated sand subjected to thermo-mechanical loads. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 1, 1–15.
- Rotta Loria, A. F., & Laloui, L. (2019). Thermo-mechanical schemes for energy piles. *Springer Series in Geomechanics and Geoengineering*, 0.
- Rybach, L. (2022). 7.10 Shallow Systems—Geothermal Heat Pumps. *Comprehensive Renewable Energy, Second Edition: Volume 1-9* (Vols. 1–7, pp. 197–219). Elsevier.
- Thomas, H. R., Cleall, P. J., Dixon, D., & Mitchell, H. P. (2009). The coupled thermal-hydraulic-mechanical behaviour of a large-scale in situ heating experiment. *Geotechnique*, 59(4).

- Xiao, J., Luo, Z., Martin, J. R., Gong, W., & Wang, L. (2016). Probabilistic geotechnical analysis of energy piles in granular soils. *Engineering Geology*, 209.
- Yang, H., Memon, S. A., Bao, X., Cui, H., & Li, D. (2017). Design and preparation of carbon based composite phase change material for energy piles. *Materials*, 10(4).
- Yari, M., & Javani, N. (2007). Performance assessment of a horizontal-coil geothermal heat pump. *International Journal of Energy Research*, 31(3), 288–299.
- Yu, Y., & Olson, G. (2018). Ground source heat pump systems. *Handbook of Energy Systems in Green Buildings* (pp. 393–472). Springer Berlin Heidelberg.
- Zeng, H. Y., Diao, N. R., & Fang, Z. H. (2002). A finite line-source model for boreholes in geothermal heat exchangers. *Heat Transfer Asian Research*, *31*(7), 558–567.
- Zhang, W., Yang, H., Lu, L., Cui, P., & Fang, Z. (2014). The research on ring-coil heat transfer models of pile foundation ground heat exchangers in the case of groundwater seepage. *Energy and Buildings*, 71, 115–128.

ANEXO A. CÓDIGO PARA DETERMINAR LA VARIACIÓN DE LA TEMPERATURA PROMEDIO, DE ENTRADA Y SALIDA DEL FLUIDO

En este anexo se presenta el código desarrollado en MatLab ®, el cual, evalúa la variación de la temperatura del fluido para 24 años de operación del sistema de la Residencia C73 considerando un circuito en serie. En el análisis a largo plazo, se emplean las cargas promedio mensuales que se registraron en un año y se sustituyen en la variable "cargas". Cuando se requieren evaluar distintos modos de operación y simular cuando se apaga el sistema en ciertos meses, se debe colocar el valor de cero en el mes que corresponda. Además, si se desea modelar distintos tipos de conexión (serie, paralelo o serie-paralelo) también se debe modificar el valor de la variable "flujo" y la línea de código donde se determina la temperatura promedio y de salida del fluido, ya que el cambio de temperatura se suma de acuerdo con el número de pilas conectadas en serie, cuando la conexión es únicamente en paralelo, el cambio de temperatura se adiciona una vez.

```
clc clear

%cargs=[ene feb mar abr may jun jul ago spt oct nov dic]'; ** CONTÍNUA ** cargas=[2.2 1.8 0.8 0.3 0.2 0.2 0.3 0.4 0.6 1.2 1.9 2.9]'; % ** CONTÍNUA 50% ** diasmeses=[31 28 31 30 31 30 31 30 31 30 31]'; cargasdiarias=repmat(cargas(1),diasmeses(1),1); for i=2:12
```

```
apoyo=repmat(cargas(i),diasmeses(i),1);
  cargasdiarias=[cargasdiarias;apoyo];
cargastotales=repmat(cargasdiarias,24,1);
cargastotales=[0;cargastotales];
q=(-cargastotales.*1000)/93; % Cargas térmicas en W/m
%CARGAS AL 50%:
%cargas=[2.2 1.8 0.8 0.3 0.2 0.2 0.3 0.4 0.6 1.2 1.9 2.9]' MODO 1
%cargas=[2.2 1.8 0.8 0.3 0.0 0.0 0.0 0.0 0.6 1.2 1.9 2.9]'; MODO 2
%cargas=[2.2 1.8 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.2 1.9 2.9]'; MODO 3
%CARGAS AL 25%:
%cargas=[1.1 0.9 0.4 0.2 0.1 0.1 0.2 0.2 0.3 0.6 0.9 1.5]'; MODO 1
%cargas=[1.1 0.9 0.4 0.2 0.0 0.0 0.0 0.0 0.3 0.6 0.9 1.5]'; MODO 2
%cargas=[1.1 0.9 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.6 0.9 1.5]'; MODO 3
% Datos
T0=18.8;
Q=(q.*93)/6; % Carga térmica promedio mensual en Watts
Cpw=4185.5; % Capacidad calorífica específica del agua
Pw=1000; % Densidad del agua (kg/m3)
flujo=((37)/1000/60); % Conexión en SERIE (dividir entre: 6 (paralelo) y 3 (serie-paralelo)
k=1.6; % Conductividad térmica
lambda=k:
tpo=readmatrix('tiempo.csv'); % Tiempo un año
t=readmatrix("tdiames_24años.csv");
Tbomba=readmatrix("limitebcg.csv");
tiemBOMBA=readmatrix("tyrsBOMBA.csv");
ty=readmatrix("tyrs.csv"); % Tiempo 24 años PARA GRAFICAR
qhrnominal=-readmatrix("qhoraria 1 año W m.csv");
thyr=readmatrix("t1añograf.csv"); % graficar 1 año
% --- SE CALCULAN LAS FUNCIONES G PARA CADA DISTANCIA y la superposición para 24 AÑOS -
D=readmatrix("distancias.csv");
dist=unique(D);
% FUNCIONES-G del MODELO DE ILSM
GS_ILSM=zeros(length(t),length(dist));
for i=1:length(dist)
  temp=FLI(dist(i),t,1.4e-6); % Aplico el modelo de FUENTE LINEAL INFINITA evaluado a diferentes
radios
  GS ILSM(:,i)=temp;
GS ILSM(1,:)=0; % Matriz de 7 columnas con las funciones G del modelo elegido para distintos radios
% Extraigo cada columna de la matriz de funciones-G que es la respuesta
% para cada radio
G1=GS_ILSM(:,1); % funcion-G para r=0.4 m
G2=GS_ILSM(:,2); % funcion-G para r=0.5 m
G3=GS_ILSM(:,3); % funcion-G para r=8.74 m
G4=GS_ILSM(:,4); % funcion-G para r=9.47 m
G5=GS_ILSM(:,5); % funcion-G para r=12.88 m
```

```
G6=GS_ILSM(:,6); % funcion-G para r=18.94 m
G7=GS_ILSM(:,7); % funcion-G para r=20.86 m
% 1.- PARA RADIO DE 0.4 M ILSM
N=8761; % número de datos
superposicion1=zeros(N,1);
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion1(j)=superposicion1(j)+(q(i)-q(i-1))*G1(indice);
  end
superposicion1=superposicion1./(4*pi*k);
hold on
% 2.- PARA RADIO DE 0.5 M
N=8761; % número de datos
superposicion2=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion2(j)=superposicion2(j)+(q(i)-q(i-1))*G2(indice);
  end
superposicion2=superposicion2./(4*pi*k);
hold on
% 3.- PARA RADIO DE 8.74 M
N=8761; %número de datos
superposicion3=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion3(j)=superposicion3(j)+(q(i)-q(i-1))*G3(indice);
  end
end
superposicion3=superposicion3./(4*pi*k);
hold on
% 4.- PARA RADIO DE 9.47 M
N=8761; %número de datos
superposicion4=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion4(j)=superposicion4(j)+(q(i)-q(i-1))*G4(indice);
  end
end
superposicion4=superposicion4./(4*pi*k);
```

```
hold on
% 5.- PARA RADIO DE 12.88 M
N=8761; %número de datos
superposicion5=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion5(j)=superposicion5(j)+(q(i)-q(i-1))*G5(indice);
  end
end
superposicion5=superposicion5./(4*pi*k);
hold on
% 6.- PARA RADIO DE 18.94 M
N=8761; % número de datos
superposicion6=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion6(j)=superposicion6(j)+(q(i)-q(i-1))*G6(indice);
  end
end
superposicion6=superposicion6./(4*pi*k);
% 7.- PARA RADIO DE 20.85 M
N=8761; %número de datos
superposicion7=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion7(j)=superposicion7(j)+(q(i)-q(i-1))*G7(indice);
  end
superposicion7=superposicion7./(4*pi*k);
% FUNCIONES-G con el MODELO DE FLSM
GS_FLSM=zeros(length(t),length(dist)); % Evaluar las funciones-G para los 7 radios que tengo y guardar los
resultados en una matriz
for i=1:length(dist)
     tflsm=FLSM\_sim(k,1.4e-6,dist(i),t,15.5);
  GS FLSM(:,i)=tflsm*1/2/pi/lambda; % Guardar en cada columna los resultados de las funciones G
evaluando los 7 radios distintos
GS_FLSM(1,:)=0; % Matriz de 7 columnas con las funciones G del modelo elegido para distintos radios
% Extraigo cada columna de la matriz de funciones-G que es la respuesta para cada radio
G1F=GS_FLSM(:,1); % funcion-G para r=0.4 m
G2F=GS_FLSM(:,2); % funcion-G para r=0.5 m
```

```
G3F=GS_FLSM(:,3); % funcion-G para r=8.74 m
G4F=GS_FLSM(:,4); % funcion-G para r=9.47 m
G5F=GS FLSM(:,5); % funcion-G para r=12.88 m
G6F=GS_FLSM(:,6); % funcion-G para r=18.94 m
G7F=GS_FLSM(:,7); % funcion-G para r=20.86 m
% Interferencias FLSM
% 1.- PARA RADIO DE 0.4 M FLSM
N=8761; % número de datos
superposicion1F=zeros(N,1);
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion1F(j)=superposicion1F(j)+(q(i)-q(i-1))*G1F(indice);
  end
end
superposicion1F;
hold on
% 2.- PARA RADIO DE 0.5 M
N=8761; % número de datos
superposicion2F=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(i)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion 2F(j) = superposicion 2F(j) + (q(i)-q(i-1))*G2F(indice);
  end
end
superposicion2F;
hold on
% 3.- PARA RADIO DE 8.74 M
N=8761; %número de datos
superposicion3F=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion3F(j)=superposicion3F(j)+(q(i)-q(i-1))*G3F(indice);
  end
end
superposicion3F;
hold on
% 4.- PARA RADIO DE 9.47 M
N=8761; %número de datos
superposicion4F=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
```

```
indice=dtie/86400;
     superposicion 4F(j) = superposicion 4F(j) + (q(i)-q(i-1))*G4F(indice);
  end
end
superposicion4F;
hold on
% 5.- PARA RADIO DE 12.88 M
N=8761; %número de datos
superposicion5F=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
     dtie=t(i)-t(i-1);
     indice=dtie/86400;
     superposicion 5F(j) = superposicion 5F(j) + (q(i)-q(i-1))*G5F(indice);
  end
end
superposicion5F;
hold on
% 6.- PARA RADIO DE 18.94 M
N=8761; % número de datos
superposicion6F=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
     dtie=t(j)-t(i-1);
     indice=dtie/86400:
     superposicion6F(j)=superposicion6F(j)+(q(i)-q(i-1))*G6F(indice);
end
superposicion6F;
hold on
% 7.- PARA RADIO DE 20.85 M
N=8761: %número de datos
superposicion7F=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
for j=2:N
  for i=2:j
     dtie=t(j)-t(i-1);
     indice=dtie/86400;
     superposicion7F(j)=superposicion7F(j)+(q(i)-q(i-1))*G7F(indice);
  end
end
superposicion7F;
% FUNCIONES-G con el MODELO DE FUENTE CILÍNDRICA *** ICSM ***
GS_ICSM=zeros(length(t),length(dist)); % Evaluar las funciones-G para los 7 radios que tengo y guardar los
resultados en una matriz
for i=1:length(dist)
  ticsm=ICSM(1.4e-6,dist(i),t);
   GS_ICSM(:,i)=ticsm; % Aquí quiero guardar en cada columna los resultados de las funciones G evaluando
los 7 radios distintos
end
```

```
GS_ICSM(1,:)=0; % Matriz de 7 columnas con las funciones G del modelo elegido para distintos radios
```

```
% Extraigo cada columna de la matriz de funciones-G que es la respuesta para cada radio
G1C=GS_ICSM(:,1); % funcion-G para r=0.4 m
G2C=GS ICSM(:,2); % funcion-G para r=0.5 m
G3C=GS ICSM(:,3); % funcion-G para r=8.74 m
G4C=GS_ICSM(:,4); % funcion-G para r=9.47 m
G5C=GS ICSM(:,5); % funcion-G para r=12.88 m
G6C=GS ICSM(:,6); % funcion-G para r=18.94 m
G7C=GS_ICSM(:,7); % funcion-G para r=20.86 m
% Interferencias ICSM
% 1.- PARA RADIO DE 0.4 M ICSM
N=8761; % número de datos
superposicion1C=zeros(N,1);
superposicion 1C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion1C(j)=superposicion1C(j)+(q(i)-q(i-1))*G1C(indice);
  end
end
superposicion1C=superposicion1C./(pi^2*k*0.4);
hold on
% 2.- PARA RADIO DE 0.5 M
N=8761; % número de datos
superposicion2C=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
superposicion2C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion2C(j)=superposicion2C(j)+(q(i)-q(i-1))*G2C(indice);
  end
end
superposicion2C=superposicion2C./(pi^2*k*0.5);
hold on
% 3.- PARA RADIO DE 8.74 M
N=8761; %número de datos
superposicion3C=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
superposicion3C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(i)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion 3C(j) = superposicion 3C(j) + (q(i)-q(i-1))*G3C(indice);
  end
superposicion3C=superposicion3C./(pi^2*k*8.74);
hold on
```

% 4.- PARA RADIO DE 9.47 M

```
N=8761; %número de datos
superposicion4C=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
superposicion4C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion 4C(j) = superposicion 4C(j) + (q(i) - q(i-1))*G4C(indice);
  end
end
superposicion4C=superposicion4C./(pi^2*k*9.47);
hold on
% 5.- PARA RADIO DE 12.88 M
N=8761; %número de datos
superposicion5C=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
superposicion5C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion5C(j)=superposicion5C(j)+(q(i)-q(i-1))*G5C(indice);
  end
superposicion5C=superposicion5C./(pi^2*k*12.88);
hold on
% 6.- PARA RADIO DE 18.94 M
N=8761; % número de datos
superposicion6C=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
superposicion6C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    superposicion6C(j)=superposicion6C(j)+(q(i)-q(i-1))*G6C(indice);
  end
superposicion6C=superposicion6C./(pi^2*k*18.94);
hold on
% 7.- PARA RADIO DE 20.85 M
N=8761; %número de datos
superposicion7C=zeros(N,1); % matriz donde se guardan los resultados
superposicion7C(1)=0;
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
```

superposicion 7C(j) = superposicion 7C(j) + (q(i) - q(i-1))*G7C(indice);

end

```
end
superposicion7C=superposicion7C./(pi^2*k*20.85);
% Aquí se programa el segundo término de la ecuación de Loveridge 1er MODO
% incluye la función-G del concreto Gc.
Rc=0.066; % Resistencia del concreto PILA 80 Cm
Rc2=0.063; % Resistencia del concreto PILA 100 cm
Rp=0.0115;
a=-2.991e-5;
b = -8.037e - 6;
c=8.612e-4;
d=-0.001126;
m=-0.01086;
f=0.04785;
g=0.939;
Fo=readmatrix("fourier24años.csv");
Gconc=zeros(1,length(t));
for i=1:length(Fo)
    if Fo(i,1) <= 0.01
        FGC=0;
    elseif Fo(i,1)>0.01 && Fo(i,1)<10
FGC = a*[\log(Fo(i,1))]^{6} + b*[\log(Fo(i,1))]^{5} + c*[\log(Fo(i,1))]^{4} + d*[\log(Fo(i,1))]^{3} + m*[\log(Fo(i,1))]^{2} + f*[\log(Fo(i,1))]^{6} + b*[\log(Fo(i,1))]^{6} + b
g(Fo(i,1))+g;
    elseif Fo(i,1) >= 10
            FGC=1:
    end
    Gconc(1,i)=FGC;
Gconc=Gconc'; % Función G del concreto
term2=q.*Rp; % Respuesta en la tubería y fluido, carga por la Resistencia térmica de la tubería
term3=q.*Gconc*Rc2; %respuesta en el concreto, función-G por la Resistencia témica del concreto
% Determinación de las interferencias térmicas entre las seis pilas
% Temperatura en el borde de cada pila
%ILSM
Tpout1=superposicion3+superposicion4+superposicion5+superposicion6+superposicion7;
Tpout2=superposicion3+superposicion4+superposicion4+superposicion5+superposicion5;
Tpout3=superposicion3+superposicion4+superposicion5+superposicion6+superposicion7;
Tpout4=superposicion3+superposicion4+superposicion5+superposicion6+superposicion7;
Tpout5=superposicion3+superposicion4+superposicion4+superposicion5+superposicion5;
Tpout6=superposicion3+superposicion4+superposicion5+superposicion6+superposicion7;
TbIL=(Tpout1+Tpout2+Tpout3+Tpout4+Tpout5+Tpout6)/6; % Promedio %ICSM
Tpout1C=superposicion3C+superposicion4C+superposicion5C+superposicion6C+superposicion7C;
Tpout2C=superposicion3C+superposicion4C+superposicion4C+superposicion5C+superposicion5C;
Tpout3C=superposicion3C+superposicion4C+superposicion5C+superposicion6C+superposicion7C;
Tpout4C=superposicion3C+superposicion4C+superposicion5C+superposicion6C+superposicion7C;
Tpout5C=superposicion3C+superposicion4C+superposicion4C+superposicion5C;
Tpout6C=superposicion3C+superposicion4C+superposicion5C+superposicion6C+superposicion7C;
TbC=(Tpout1C+Tpout2C+Tpout3C+Tpout4C+Tpout5C+Tpout6C)/6; % Promedio ICSM
Tpout1F=superposicion3F+superposicion4F+superposicion5F+superposicion6F+superposicion7F;
Tpout2F=superposicion3F+superposicion4F+superposicion4F+superposicion5F;
Tpout3F=superposicion3F+superposicion4F+superposicion5F+superposicion6F+superposicion7F;
Tpout4F=superposicion3F+superposicion4F+superposicion5F+superposicion6F+superposicion7F;
Tpout5F=superposicion3F+superposicion4F+superposicion4F+superposicion5F+superposicion5F;
```

Tpout6F=superposicion3F+superposicion4F+superposicion5F+superposicion6F+superposicion7F; TbF=(Tpout1F+Tpout2F+Tpout3F+Tpout4F+Tpout5F+Tpout6F)/6; % Promedio FLSM

% Determinación Temperaturas PROMEDIO con los tres modelos: conexión en PARALELO

% Temperatura promedio del fluido ILSM

DTp_fILSM=T0+superposicion2+term2+term3; % Temperatura en el borde + tubería y fluido + concreto (TEMPERATURA EN EL FLUIDO

TF1ILSM=DTp_fILSM+TbF; % Temperatura promedio del fluido en la Pila 0.5m con interferencias TF1ILSM_sis_S=TF1ILSM-5*(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura promedio TOTAL SISTEMA EN SERIE

% Temperatura promedio del fluido ICSM

DTp_fICSM=T0+superposicion2C+term2+term3; % Temperatura en el borde + tubería y fluido + concreto TF1ICSM=DTp_fICSM+TbF; % Temperatura promedio del fluido en la Pila 0.5m con interferencias TF1ICSM_sis_S=TF1ICSM-5*(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura promedio TOTAL SISTEMA EN SERIE

% Temperatura promedio del fluido FLSM

DTp_FFLSM=T0+superposicion2F+term2+term3; % Temperatura en el borde + tubería y fluido + concreto TF1FLSM=DTp_FFLSM+TbF; % Temperatura promedio del fluido en UNA Pila 0.5 m con interferencias TF1FLSM_sis_S=TF1FLSM-5*(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % SOLO cuando está en SERIE

TEMPERATURAS DE ENTRADA Y SALIDA (Todas SERIE)

% ILSM ****

tin1ILSM=TF1ILSM+(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura de entrada 1ra pila tout1ILSM=TF1ILSM-(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura de salida 1ra pila tout1ILSM_sis_S=tout1ILSM-5*(Q)./(4185.5*1000*flujo); % Temperatura de salida

%ICSM ****

tin1ICSM=TF1ICSM+(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura de entrada 1ra pila tout1ICSM=TF1ICSM-(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura de salida 1ra pila tout1ICSM_sis_S=tout1ICSM-5*(Q)./(4185.5*1000*flujo); % Temperatura de salida

%FLSM ****

tin1FLSM=TF1FLSM+(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura de entrada 1ra pila tout1FLSM=TF1FLSM-(Q)./(2*4185.5*1000*flujo); % Temperatura de salida 1ra pila tout1FLSM_sis_S=tout1FLSM-5*(Q)./(4185.5*1000*flujo); % Temperatura de salida

ANEXO B. CÓDIGO PARA DETERMINAR LA VARIACIÓN DE TEMPERATURA DEL SUELO

En este código se crea la cuadrícula de puntos localizados dentro del área donde se va a estimar la temperatura del suelo. Las coordenadas de las pilas sirven como punto de partida para determinar los radios de influencia desde cada elemento hacia los puntos del suelo donde se desea conocer la temperatura siguiendo la metodología descrita en el apartado 3.3.7. Posteriormente, se evalúa el modelo analítico que mejor se adapta a las condiciones del caso de estudio y se aplica el método de superposición espacial de respuestas de temperatura generadas por la operación simultánea del sistema. Finalmente se grafica el mapa de isovalores del área estudiada.

```
clc
% Se definen valores constantes
t=readmatrix("tdiames_24años.csv");
alpha=1.4e-6;
k=1.6;
tyr=readmatrix("tyrs.csv"); % Para graficar el eje x

% Coordenadas de los puntos para un área de 30 x 35 m
cx=linspace(0,35,60)'; % Coordenada x del punto analizado
cy=linspace(0,30,60)'; % Coordenada y del punto analizado
[X,Y]=meshgrid(cx,cy); % Coordenadas de todos los puntos en la malla
cp=[8.03,10.63;17.5,10.63;26.97,10.63;8.03,19.37;17.5,19.37;26.97,19.37]; % Coordenadas de las
6 pilas
```

```
r ij1=sqrt(((X-cp(1,1)).^2)+(Y-cp(1,2)).^2); % Distancias hacia la Pila #1
r_ij2=sqrt(((X-cp(2,1)).^2)+(Y-cp(2,2)).^2); % Distancias hacia la Pila #2
r_ij3=sqrt(((X-cp(3,1)).^2)+(Y-cp(3,2)).^2); % Distancias hacia la Pila #3
r_ij4=sqrt(((X-cp(4,1)).^2)+(Y-cp(4,2)).^2); % Distancias hacia la Pila #4
r_ij5=sqrt(((X-cp(5,1)).^2)+(Y-cp(5,2)).^2); % Distancias hacia la Pila #5
r_ij6=sqrt(((X-cp(6,1)).^2)+(Y-cp(6,2)).^2); % Distancias hacia la Pila #6
F G1=zeros(60.60.8761):
F_G2=zeros(60,60,8761);
F_G3=zeros(60,60,8761);
F_G4=zeros(60,60,8761);
F G5=zeros(60,60,8761);
F G6=zeros(60,60,8761);
% Se obtiene la función-G para cada radio desde la pila 1 hacia todos los puntos
for i=1:60
  for j=1:60
F_G1(i,j,2:end) = FLSM_sim(1.4e-6,r_ij1(i,j),t(2:end),15.5);
  end
end
% Se obtiene la función-G para cada radio desde la pila 2 hacia todos los puntos
for i=1:60
  for j=1:60
F_G2(i,j,2:end) = FLSM_sim(1.4e-6,r_ij2(i,j),t(2:end),15.5);
  end
end
% Se obtiene la función-G para cada radio desde la pila 3 hacia todos los puntos
for i=1:60
  for j=1:60
F_G3(i,j,2:end) = FLSM_sim(1.4e-6,r_ij3(i,j),t(2:end),15.5);
end
% Se obtiene la función-G para cada radio desde la pila 4 hacia todos los puntos
for i=1:60
  for j=1:60
F_G4(i,j,2:end) = FLSM_sim(1.4e-6,r_ij4(i,j),t(2:end),15.5);
  end
end
% Se obtiene la función-G para cada radio desde la pila 5 hacia todos los puntos
for i=1:60
  for i=1:60
F_G5(i,j,2:end) = FLSM_sim(1.4e-6,r_ij5(i,j),t(2:end),15.5);
  end
end
% Se obtiene la función-G para cada radio desde la pila 6 hacia todos los puntos
for i=1:60
  for j=1:60
```

```
F G6(i,i,2:end)=FLSM sim(1.4e-6,r ij6(i,i),t(2:end),15.5);
  end
end
% SUPERPOSICIÓN TEMPORAL PARA CADA FUNCIÓN-G DE LOS PUNTOS
SP1=zeros(60,60,8761);
SP2=zeros(60,60,8761);
SP3=zeros(60.60.8761):
SP4=zeros(60,60,8761);
SP5=zeros(60,60,8761);
SP6=zeros(60,60,8761);
cargas=[2.2 1.8 0.8 0.3 0.2 0.2 0.3 0.4 0.6 1.2 1.9 2.9]'; % Cargas térmicas promedio mensuales al
50 %, Modo 1.
diasmeses=[31 28 31 30 31 30 31 30 31 30 31];
cargasdiarias=repmat(cargas(1),diasmeses(1),1);
  apoyo=repmat(cargas(i),diasmeses(i),1);
  cargasdiarias=[cargasdiarias;apoyo];
cargastotales=repmat(cargasdiarias,24,1);
cargastotales=[0;cargastotales];
q=(-cargastotales.*1000)/93;
N=8761; % Número de datos
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(i)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    SP1(:,:,j)=SP1(:,:,j)+(q(i)-q(i-1)).*F_G1(:,:,indice);
  end
end
SP1=SP1./(2*pi*k);
for j=2:N
  for i=2:j
    dtie=t(j)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    SP2(:,:,j)=SP2(:,:,j)+(q(i)-q(i-1)).*F_G2(:,:,indice);
  end
end
SP2=SP2./(2*pi*k);
for j=2:N
  for i=2:i
    dtie=t(i)-t(i-1);
    indice=dtie/86400;
    SP3(:,:,j)=SP3(:,:,j)+(q(i)-q(i-1)).*F_G3(:,:,indice);
  end
end
SP3=SP3./(2*pi*k);
```

```
for j=2:N
  for i=2:j
     dtie=t(j)-t(i-1);
     indice=dtie/86400;
     SP4(:,:,j)=SP4(:,:,j)+(q(i)-q(i-1)).*F_G4(:,:,indice);
  end
end
SP4=SP4./(2*pi*k);
for j=2:N
  for i=2:j
     dtie=t(j)-t(i-1);
     indice=dtie/86400;
     SP5(:,:,j)=SP5(:,:,j)+(q(i)-q(i-1)).*F_G5(:,:,indice);
  end
end
SP5=SP5./(2*pi*k);
for j=2:N
  for i=2:j
     dtie=t(j)-t(i-1);
     indice=dtie/86400;
     SP6(:,:,j)=SP6(:,:,j)+(q(i)-q(i-1)).*F_G6(:,:,indice);
  end
end
SP6=SP6./(2*pi*k);
% Superposición espacial
SUMATORIA=SP1+SP2+SP3+SP4+SP5+SP6;
% Gráfica de isovalores
for i=2:length(t)
contour(X,Y,SUMATORIA(:,:,i),5,'ShowText','on','Fill','on')
colorbar
colormap Jet
end
contour(X,Y,r_ij1(:,:,i),'Fill','on')
```