UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTRUCTURA TEMPORAL DE TASAS DE INTERÉS. UNA INTRODUCCIÓN Y APLICACIÓN

REPORTE DE TRABAJO PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A:

ALEJANDRO HUGO VELÁZQUEZ ROLDÁN

DIRECTOR DE TESIS:
MESTRO EN FINANZAS ALEJANDRO DIOSDADO RODRÍGUEZ
2013

1. Datos del Alumno
Velázquez
Roldán
Alejandro Hugo
55 32 03 45 06
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría
403069129

2. Datos del Tutor
M en F
Alejandro
Diosdado
Rodríguez

3. Datos del sinodal 1
Act
Enrique
Maturano
Rodríguez

4. Datos del sinodal 2
M en C
Jorge Humberto
Del Castillo
Spíndola

5. Datos del sinodal 3
M en I
José Antonio
Climent
Hernández

6. Datos del sinodal 4
Act
Alberto
Cadena
Martínez

7. Datos del trabajo escrito
Estructura temporal de tasas de interés para derivados lineales
Una introducción y aplicación
85 p
2013

A Cristina, Christian y Cora

Índice Página

INTRODUCCION

El presente trabajo se ha realizado con la intención de ser una guía para todos aquellos que estén interesados en los temas de valuación de instrumentos financieros derivados, así como todos aquellos que ya están involucrados en el tema.

El tema central de este trabajo es la descripción de la metodología conocida como Bootstrapping para obtener la estructura de tasas de interés de forma razonable. La estructura se diseñó en dos bloques, a saber, un marco teórico, que abarca los tres primeros capítulos; en el segundo bloque se presenta una aplicación del Bootstrappding, el cual se presenta en un solo capítulo.

Este trabajo está pensado abordando unos de los problemas más grandes a los que se enfrentan todos los integrantes de los mercados financieros (brokers, inversionistas, reguladores, etc.) el cual consiste en determinar el valor justo de los instrumentos que se operan en los distintos tipos de mercados financieros que existen. Hoy este problema es más representativo en el Mercado de Derivados, ya que la complejidad actual de muchos instrumentos nuevos hace que esta tarea no sea fácil de realizar.

En este mercado dicho problema comienza desde el diseño del modelo matemático para determinar el valor justo de los instrumentos financieros y llega hasta determinar qué variables debe utilizar dicho modelo. En particular, estos dos conceptos, el modelo y las variables a utilizar dentro del mismo, se deben diseñar y construir, respectivamente, cumpliendo supuestos de no arbitraje.

Este trabajo se enfoca en la determinación razonable de una de las variables, quizás la más importante y en muchos casos no tan trivial de determinar, que se utiliza en prácticamente todos los modelos de valuación de instrumentos financieros derivados: la tasa de descuento.

Este trabajo sería prácticamente imposible si se tratara de desarrollar para todos los instrumentos que se cotizan actualmente en el mundo, por lo que se considera natural enfocarse en los instrumentos financieros derivados más representativos en México. Determinar razonablemente la tasa de descuento tiene como consecuencia inmediata que el valor, obtenido mediante el modelo respectivo, sea razonablemente correcto.

La estructura de este trabajo será la siguiente: el primer capítulo hablará del mercado de deuda, cuyo objetivo principal será introducir la metodología utilizada para construir la estructura temporal de la tasa de interés ligada a instrumentos emitidos por el Gobierno. Asimismo, será un breve repaso a los modelos para determinar el valor de mercado de bonos cupón zero y bonos caponados, cuyos modelos servirán para el resto del trabajo.

En el segundo capítulo se aborda el mercado de derivados con dos de los instrumentos más básicos: forwards de tasas de interés y swaps de tasa de interés. Cabe resaltar que se considerarán los instrumentos que se operan en los mercados OTC. A partir de este capítulo se debe resaltar lo siguiente: no se consideran condiciones de riesgo de contraparte en la operación, por cuestiones de practicidad y de que el riesgo de contraparte no es parte del tema del presente trabajo.

En el tercer capítulo se seguirá hablando de instrumentos financieros derivados, sin embargo, los instrumentos de este capítulo son ligeramente más complejos que los anteriores, al menos en estructura, al considerar un componente de tipo de cambio. Aunque en esencia se trata de las mismas estructuras del capítulo previo, se observará que la construcción de la tasa de descuento para estas operaciones se describe con otras herramientas.

Durante estos tres primeros capítulos se abordarán los temas de forma general, mientras que en el último capítulo se desarrolla un ejemplo para el caso de la curva sobre TIIE. Asimismo, se compararán las curvas construidas para este trabajo con las metodologías propuestas con las curvas de proveedores de precios y al mismo tiempo se calculará el valor de algunos instrumentos con la finalidad de mostrar el impacto de considerar distintas curvas para determinar el valor de un mismo instrumento.

Capítulo 1 Mercado de dinero

En este capítulo se describirán brevemente los diferentes bonos que se pueden adquirir en el mercado financiero conocido como Mercado de Dinero. Asimismo, se describirán las expresiones matemáticas[α] que se utilizan para determinar el valor de este tipo de instrumentos financieros.

En general se describirán las tres variantes de este tipo de instrumentos, al menos en su forma más general: bonos cupón zero, bonos cuponados a tasa fija y bonos cuponados a tasa variable. Se hace la distinción entre estos dos últimos por su modelo de valuación, como se verá más adelante.

Entre otras cosas, se mencionarán muy brevemente aspectos del riesgo de crédito y de mercado en este tipo de instrumentos, ya que servirán de base para temas posteriores.

En general, un bono se define como el contrato en el cual el emisor del instrumento se compromete con el (los) comprador (es) a pagar a este(os) un rendimiento en un plazo definido y con base en un monto nominal establecido. Dependiendo de la forma en la que se pague este rendimiento se pueden clasificar en los tres grupos que se definieron en párrafos anteriores: cupón zero, cupón a tasa fija y cupón a tasa variable.

El primer bono que se describirá será el bono cupón zero.

1.1 Bonos cupón zero

Un bono cupón zero es una promesa de pago en la que el emisor tiene la obligación de pagar un monto establecido, llamado valor nominal, en una fecha futura, conocida como vencimiento. Este tipo de bonos normalmente de venden a descuento, esto significa que

[α] O también modelos matemáticos, fórmulas o solo modelos.

el interesado en comprar este instrumento paga una cantidad menor al valor nominal para adquirir el bono. Es importante señalar que en este tipo de instrumentos, el comprador del bono está expuesto al riesgo de crédito del emisor, es decir, se encuentra expuesto a que el emisor no cumpla con el pago del valor nominal en la fecha establecida. Para efectos del alcance del presente trabajo, se supondrá que los bonos son libres de riesgo crédito.

Se sabe que el valor de cualquier instrumento es igual al valor presente de todos los flujos esperados futuros. Para el caso de un bono cupón cero, el único flujo es el pago del valor nominal que se realizará al vencimiento del instrumento. Sean VN el valor nominal y y la tasa de rendimiento[δ] que paga el emisor, entonces, el precio de un bono cupón zero se calcula como:

$$\mathrm{Pr} = \frac{VN}{(1 + y \cdot T)} \tag{1.1}$$

donde

Pr:	Precio del bono
T:	Tiempo al vencimiento expresado anualmente

Como se observa en (1.1) la tasa de interés con la que se descuenta el flujo futuro es una tasa de interés simple al plazo del vencimiento del bono.

Si t fuera el tiempo después de la colocación del bono, pero antes del vencimiento T, entonces para ese "momento", el precio del este instrumento, y de acuerdo con (1.1), el valor del bono se determinaría con base en:

$$\mathrm{Pr}(t) = \frac{VN}{(1 + y_t \cdot (T - t))} \tag{1.2}$$

donde

y_t:	Es la tasa de rendimiento del bono al tiempo t.
$(T-t)$:	Es el tiempo restante de vigencia del bono al momento t.

[δ] Esta tasa es SIMPLE al plazo del bono.

Es importante destacar que el plazo de la mayoría de bonos cupón cero no es mayor a un año. Ejemplos de este tipo de bonos son: *Cetes*[β] o los *Tresaury Bills*[χ], solo por mencionar los más conocidos en México.

A la tasa de rendimiento y_t también es conocida como tasa *spot.* Ahora bien, si un mismo emisor emitiera bonos cupón cero a diferentes vencimientos (como lo hacen los gobiernos) se tendrían tasas *spot* y_t a distintos plazos. Se denotará $y(t_i)$ a las diferentes tasas *spot* de los distintos bonos cupón zero con vencimientos en $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$, tales que $i = 1, \ldots, n$. A la relación que existe entre las tasas de interés y sus distintos vencimientos se le conoce como *estructura temporal de tasas de interés.* En el presente trabajo se condicionará a dos parámetros para poder considerar a un grupo de tasas de interés como una estructura temporal de tasas de interés:

1. Que la referencia sea la misma para todas las tasas, es decir, que sea el mismo emisor;
2. Que las tasas sean comparables; no se puede tener una estructura temporal con tasas *spot* y tasas *yield.*

A la estructura temporal también se le conoce como curva de tasas de interés o curva *spot* o curva zero*.*

Hasta este momento ya se describió qué es una estructura de tasas de interés, sin embargo, el alcance de lo hasta aquí descrito, en términos de plazo, es muy corto, ya que como se mencionó en párrafos anteriores, la mayoría de los emisores de este tipo de instrumento no lo hace a plazos mayores a 1 año. De hecho, cuando se quiere obtener financiamiento a pagar mediante vencimiento más largos, se utilizan bonos cuponados, los cuales, son los temas que se desarrollan a continuación.

1.2 Bonos a tasa fija

[β] Certificados de la Tesorería emitidos por el Banco de México con plazos desde 1 día (cotizados en muy raras ocasiones), 28 días (los más comunes), 91 días, 182 días y 365 días

[χ] bonos emitidos por el Tesoro de Estados Unidos con plazos a 182 días y 365 días, cotizados a descuento; entre otros.

Las emisiones más comunes de entidades corporativas son bonos cuponados. Sin embargo, las entidades gubernamentales también obtienen recursos con este tipo de instrumentos. En este tema se describirá como determinar el valor de un bono a tasa fija y algunas características del comportamiento del valor que es conveniente considerarlos a partir de este capítulo. Un bono a tasa fija es un contrato en el que el emisor se compromete a realizar pagos periódicos a partir de una fecha determinada, conocida como fecha de colocación, y hasta una fecha posterior, conocida como fecha de vencimiento. Estos pagos periódicos están determinados con base en una tasa de interés, conocida como tasa cupón y establecida desde el inicio de la operación y no modificable[δ], y al valor nominal del bono y dicha tasa cupón no cambia durante la vigencia del bono.

El inversionista que compra este tipo de instrumentos adquiere del emisor la obligación del pago de los cupones y el valor nominal, en caso de conservar el instrumento hasta el vencimiento. En general los bonos se caracterizan por los siguientes parámetros: valor nominal, tasa cupón, tasa de rendimiento al vencimiento[ε] y vencimiento.

Valor nominal es el monto que el emisor se compromete a pagar al vencimiento del instrumento y el mismo sirve de referencia para determinar el monto de pago de los cupones. La tasa cupón es la tasa que el emisor pagará periódicamente al tenedor del bono; esta será constante durante la vigencia del bono. Tasa de rendimiento es el rendimiento del bono; los bonos a tasa fija se cotizan con base en su tasa de rendimiento; más adelante será descrita la relación que existe entre la tasa *yield* y la tasa cupón. El vencimiento es la última fecha en la que el emisor pagará un cupón y en la que liquidará el valor nominal del bono.

Como se dijo anteriormente este tipo de bonos se cotizan con base en su tasa de rendimiento; en otras palabras, el precio al cual son negociados estos instrumentos, está determinado por su tasa de rendimiento, o su *yield to maturity*, es decir, una vez que un bono sale al mercado para su compra y venta el público inversionista ya son conocidos el valor nominal, el vencimiento y la periodicidad de

[δ] En muy raras ocasiones existen contratos en los cuales una tasa fija de un bono se puede modificar; estos son más comunes en las llamadas Notas Estructuradas.
[ε] *Yield to Maturity* o simplemente **rendimiento del bono.** Por definición, es el análogo a la Tasa Interna de Retorno de una serie de flujos.

los cupones del bono, pero lo que determina el precio del bono a través del tiempo es su tasa de rendimiento *yield*, la cual cambiará, dependiendo de los diferentes factores de riesgo que afectan a este tipo de emisiones, cada determinado tiempo.

En esta sección se presentan dos formas para determinar el precio de un bono a tasa fija: con anualidades y por flujos.

1.2.1 Anualidades

Sean y la *yield* del bono, R la tasa cupón y VN el valor nominal. Como se dijo en el tema anterior el precio de cualquier instrumento financiero es igual al valor presente de todos sus flujos, esto quiere decir que primero se tendrán que determinar todos lo flujos del bono, en este caso todos sus cupones y su valor nominal, y a su vez determinar el valor presente de dichos flujos, con la tasa de rendimiento *yield.* Sin embargo, la siguiente expresión es equivalente:

$$\Pr = \frac{C}{y} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1 + y \cdot \tau)^N} \right] + \frac{VN}{(1 + y \cdot \tau)^N} \qquad (1.3)$$

$$C = R \cdot T \cdot VN$$

donde

$\Pr$:	Precio del bono
T:	Tiempo al vencimiento expresado anualmente
C:	Cupón o intereses
N:	Número de cupones
τ:	Es el periodo de composición de intereses

Con la fórmula anterior se obtiene el precio de un bono que pagará N cupones durante su vigencia y cuya tasa cupón es R, el cual otorga al comprador del instrumento un rendimiento y anual al plazo del bono. Cabe destacar que esta la *yield* es una tasa de de interés compuesto. En particular, se describe esta expresión en el presente trabajo únicamente como referencia, ya que para los fines del mismo, se considerará más adecuada la expresión que se describirá en el siguiente tema. Es importante señalar que esta expresión y la siguiente son equivalentes, siempre y cuando se hagan las consideraciones pertinentes; el uso de una y otra para determinar el precio de este tipo de bonos debería ser indiferente.

1.2.2 Flujos descontados

El precio del bono también se puede determinar como el valor presente de todos los flujos o cupones que se pagan a lo largo de la vigencia del bono. El último flujo considera el cupón y el valor nominal. La expresión para determinar el precio de un bono a tasa fija es la siguiente:

$$\mathrm{Pr} = \sum_{n=1}^{N} \frac{C}{(1+y\cdot\tau)^n} + \frac{VN}{(1+y\cdot\tau)^N} \tag{1.4}$$

$$C = R \cdot T \cdot VN$$

En esta última expresión se observa la importancia de considerar que la *yield* es una tasa de interés compuesto. También se está asumiendo que el precio es determinado en la fecha de colocación del bono, es decir, exactamente al inicio de la vigencia de instrumento. Sin embargo, para determinar el precio de este instrumento en cualquier momento de su vigencia se tiene la siguiente expresión, análoga a la anterior.

$$\mathrm{Pr}_y(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{C}{(1+y_t\cdot\tau)^i} + \frac{VN}{(1+y_t\cdot\tau)^n} \tag{1.5}$$

donde

$\mathrm{Pr}_y(t)$:	Precio del bono al momento t considerando una tasa y_t de rendimiento al vencimiento.
t:	Momento de valoración entre la fecha de colocación y la fecha de vencimiento.
y_t:	Tasa de rendimiento al vencimiento *yield* vigente al momento t
n	Número de cupones por devengar al momento t.

En la expresión anterior se observa que la *yield* cambiará durante la vigencia de la emisión. Este hecho obedece a varios factores, entre los que destacan: cambios en el riesgo crédito del emisor, días por vencer del instrumento y/o del cupón vigente, oferta y demanda, cambios en la situación financiera del emisor, entre otras. En otras palabras, estos y otros factores determinarán, a través de vendedores y compradores, el nivel adecuado de la *yield* del instrumento, y por consecuencia, el precio al cual se comprará o venderá dicho instrumento. Por eso se decía al inicio que el factor que determina el valor de estos instrumentos es su tasa de rendimiento.

La expresión (1.5) es la más usada en la mayoría de bonos cuponados cotizados en el mercado. Además, esta expresión es la base para el tema central de este trabajo, que tiene la finalidad de mostrar cómo se extiende, en plazo, una estructura temporal de tasas de interés, por lo que se utilizará en prácticamente todos los capítulos y temas posteriores, al menos su principio y estructura básica.

Ahora bien, existe una relación entre el valor nominal y su precio, determinado por la relación que guarden la tasa cupón y su tasa de rendimiento; y es la siguiente:

$$\mathrm{Pr} < VN \qquad \text{si} \qquad y > R$$

$$\mathrm{Pr} = VN \qquad \text{si} \qquad y = R$$

$$\mathrm{Pr} > VN \qquad \text{si} \qquad y < R$$

Esto quiere decir que si la tasa de rendimiento es mayor que la tasa cupón, entonces el valor del bono será menor al valor nominal; cuando esto sucede se dice que el bono está *bajo par*; cuando el rendimiento es el mismo que la tasa cupón se dice que el bono está a *la par*; y por último, se dirá que está *sobre par* cuando la tasa de rendimiento sea menor que la tasa cupón. Y como resultado de lo anterior se tiene los siguientes resultados:

$$\mathrm{Pr}_{y_t}(t) > \mathrm{Pr}_{y_{t-1}}(t-1) \qquad \text{si} \qquad y_t < y_{t-1}$$

$$\mathrm{Pr}_{y_t}(t) < \mathrm{Pr}_{y_{t-1}}(t-1) \qquad \text{si} \qquad y_t > y_{t-1}$$

1.3 Bonos a tasa variable

Este tipo de bonos tienen la mismas características de un bono a tasa fija, con la diferencia de que la tasa cupón cambia de un periodo a otro, con base en la revisión de una tasa de referencia. Dicha tasa de interés se determinad con base en una tasa de referencia, normalmente la que se publique o se conozca en la misma fecha de inicio de intereses. Dependiendo del grado de riesgo crédito del emisor[ϕ], éste acordará pagar una sobre tasa en adición a la tasa variable que se liquidará periódicamente.

A este tipo de bonos también se les conoce como tasa revisable, tasa flotante y tasa variable.

Para determinar el valor de este tipo de bonos se seguirán dos caminos que a continuación se describen.

1.3.1 Tasas forward

En el mercado de bonos a tasa variable, este es el menos usado, sin embargo, se presenta en este capítulo como alternativa y como descripción inicial del modelo ya que esta forma de determinar los flujos futuros de este instrumento es el más común para determinar el valor de swaps de tasas de interés, como se verá en el capítulo III.

Lo que se hace es construir las tasas forward implícitas en la curva de rendimiento asociada a la tasa de rendimiento de referencia del bono, por lo tanto:

$$B_{Fl}(0) = \sum_{i=1}^{N} \frac{Fl_i}{(1+y\cdot\tau)^i} + \frac{VN}{(1+y\cdot\tau)^N} \tag{1.6}$$

En el que, a diferencia de la expresión para determinar los cupones de un bono a tasa fija, aquí:

$$Fl_i = Fwd_i \cdot VN \cdot \tau$$

[ϕ] Es decir, qué tan probable es que incumpla con el pago de algún cupón o en el peor de los escenarios, que caiga en default y ya no tenga la capacidad o la liquidez para hacer frente a sus obligaciones.

donde:

$$Fwd_i = \left[\frac{(1 + r_l \cdot \tau_l)}{(1 + r_c \cdot \tau_c)} - 1 \right] \cdot \frac{1}{\tau} \tag{1.7}$$

Donde r_c es la tasa *spot* corta, es decir, con plazo de vencimiento en la fecha de revisión de la tasa de interés respectiva al i-ésimo flujo; y r_l es la tasa *spot* larga, es decir, la tasa de interés con vencimiento en la fecha de liquidación del i-ésimo flujo.

Lo que refleja este modelo son los cambios en la curva *spot* asociada a la tasa de referencia que pague el bono. Más adelante se explicará con más detalle este modelo.

Existe otra forma de determinar el valor de un bono a tasa variable y es la siguiente:

1.3.2 Flujo vigente

Si se observa la metodología anterior, se puede observar lo siguiente: como existen tasas *spot* tales que es posible construir las tasas forward de la tasa de referencia, entonces, es posible considerar estas tasas *spot* para descontar los flujos respectivos, es decir:

$$B_{Fl}(0) = \frac{R \cdot VN \cdot \tau}{(1 + R \cdot \tau)} + \sum_{i=2}^{N-1} \frac{Fl_i}{(1 + r_i \cdot \tau_i)} + \frac{Fl_N}{(1 + r_N \cdot \tau_N)} + \frac{VN}{(1 + r_N \cdot \tau_N)} \tag{1.8}$$

Considerando la expresión (1.7) llegamos a:

$$(1 + r_i \cdot \tau_i) = (1 + r_{i-1} \cdot \tau_{i-1}) \cdot (1 + Fwd_i \cdot (\tau_i - \tau_{i-1}))$$

y en particular:

$$(1 + r_2 \cdot \tau_2) = (1 + R \cdot \tau) \cdot (1 + Fwd_2 \cdot (\tau_2 - \tau))$$

Realizando un adecuado cambio de variables y un correcto desarrollo algebraico, se tiene que:

$$B_{Fl}(0)=\frac{R\cdot VN\cdot\tau}{(1+R\cdot\tau)}+\frac{VN}{(1+R\cdot\tau)} \tag{1.9}$$

No es difícil observar que esta expresión es similar a (1.1). Asimismo, de esta expresión se puede rescatar lo siguiente:

1. Para cualquier fecha distinta al pago de cupón, el valor de un bono a tasa variable es la suma del valor nominal traído a valor presente desde la próxima fecha de pago de cupón más el valor presente del cupón, cuyo monto ya se conoce debido a que la fecha de valuación es posterior a la fecha de revisión de tasa.
2. Para una fecha de pago de cupón, el valor de este bono es igual al valor nominal.

Cabe resaltar que esto solo es cierto cuando el emisor del bono no paga sobretasa en cupón, lo que nunca ocurre. Sin embargo, para los fines de este trabajo, es correcto considerar este caso en particular y no profundizar en el tema de la sobretasa.

Hasta aquí se han presentado los distintos modelos que son fundamentales para comprender los temas que se abordarán en los capítulos posteriores.

1.4 Resumen

- ✓ La tasa de rendimiento de bono cupón cero se conoce como tasa *spot* y son tasas de interés simple al plazo del vencimiento del bono.

- ✓ Los bonos a tasa fija son bonos que pagan una tasa cupón que no cambia durante la vigencia del bono. Estos bonos se cotizan con base en su tasa de rendimiento al vencimiento o *yield* al vencimiento; esta tasa es una tasa de interés compuesto capitalizable al plazo de la tasa cupón del bono.

- ✓ Para un bono a tasa fija, si el rendimiento es mayor que la tasa cupón, se dirá que el bono está **bajo par**; si, por otro lado, el rendimiento es menor que la tasa cupón, se dirá que el bono está **sobre par**; se dirá que un bono está **a la par**, cuando el rendimiento sea igual a la tasa cupón.

- ✓ A la relación que existe entre tasas de interés a distintos vencimientos se le conoce como **estructura temporal de tasas de interés.** A la representación gráfica de esta estructura se le conoce como curva de tasas de interés.

- ✓ El valor de un bono a tasa variable se puede determinar con tasas forward, o bien, como la suma del valor presente del cupón vigente más el valor presente del nominal.

- ✓ Por lo anterior, podemos concluir que un bono a tasa revisable siempre estará a la par en las fechas de corte de cupón.

Capítulo 2 Mercado de derivados

En el capítulo anterior se describieron los diferentes tipos de bonos que se cotizan en los mercados bursátiles en su forma más general: bonos cupón zero, bonos cuponados a tasa fija y bonos a tasa variable. Se destaca el hecho de saber cuándo se está a la par y qué significa, pero sobre todo, se describió cuál es el efecto en el valor del bono. También se mostraron dos maneras de determinar el valor de un bono a tasa variable.

En este capítulo se describirán los instrumentos financieros derivados[α] más sencillos, en cuanto a su modelo de valuación, no así a la estructura que presentan, comparados con otros derivados.

Pues bien, este capítulo iniciará con una definición y descripción rápida de este tipo de instrumentos financieros, cuya principal característica es que su valor depende del valor de otro instrumento financiero o precio de referencia.

En general, existen dos vías para operar este tipo de instrumentos financieros, ya sea a través de mercados no estandarizados (Mercado OTC[β]) y en mercados estandarizados. En este capítulo se revisarán dos de las estructuras más comunes, y que por su mecánica de operación, son estructuras cuyo valor justo se determina de manera relativamente sencilla: *Forwards* de tasas de interés (*Forward Rate Agreement –FRA–*) y *Swaps* de tasas de interés (*Interest Rate Swap –IRS–*).

[α] A partir de este párrafo y en los siguientes capítulos, instrumentos derivados o simplemente derivados.
[β] Mercado de Productos Financieros Derivados no estandarizados. Su principal característica es que las operaciones se realizan entre las partes involucradas o interesadas (Parte y Contraparte) por lo que existe un alto riesgo de crédito en estas operaciones.

Antes de entrar de lleno en este capítulo, se definirá brevemente qué es un instrumento financiero derivado, o derivado. Un instrumento derivado es un instrumento financiero cuya principal característica es que su valor depende de otro instrumento financiero o bien, de un precio de referencia, como se mencionó anteriormente, llámese *activo* o *bien subyacente*. Actualmente existen instrumentos financieros derivados cuyo activo subyacente puede ser: tipos de cambio, tasas de interés, acciones, bonos, *commodities*[χ], incluso existen derivados que dependen de la volatilidad de otro instrumento, otros cuyo valor depende de otro derivado o, por ejemplo, del incumplimiento en el pago de un bono (Derivados de Crédito). Dado el alcance de este trabajo solo se llegarán a revisar instrumentos cuyo subyacente es tipo de cambio y de tasas de interés.

Este trabajo se enfoca en instrumentos cuya operación se realiza a través del mercado OTC, sin embargo, lo aquí presentado se puede realizar para los instrumentos análogos, si existen, que se cotizan en los mercados estandarizados.

El instrumento con el que se comenzará a abordar este universo de instrumentos financieros serán los *Forward Rate Agreement*, para después ver la extensión de los mismos en el segundo tema de este capítulo.

2.1 Forward rate agreement

Un *Forward Rate Agreement* (FRA) es un acuerdo en el que se pacta un préstamo o un crédito a una tasa de interés acordada al inicio de la operación, dicha tasa de interés se encontrará ligada a una tasa de referencia; siendo la referencia, en la mayoría de los casos, una tasa interbancaria libre de riesgo[δ].

Esta estructura funciona de la siguiente manera: las partes involucradas, comúnmente conocidas como *parte* y *contraparte*, acuerdan que, en una fecha establecida, la parte pague a la contraparte una tasa de interés fija sobre un monto y plazo definidos, mientras que la contraparte le pagará a la parte una tasa

[χ] Un *commodity* es un buen que sirve como materia prima para producir otros bienes. Ejemplos de *commodities* son: Aceite de Soya, Plata o Gas Natural.

[δ] Dentro de este capítulo se explica brevemente qué tasas se consideran como libre de riesgo y cuales, a pesar de su emisor y para los fines de valuación de instrumentos derivados, no se consideran como tal.

de interés variable, determinada por una tasa de referencia. Sea R_p la tasa fija pactada y sea τ la fecha e vencimiento del acuerdo, es decir, la fecha en la que se revisará la tasa variable, o de referencia, y la fecha en la cual comenzarán a correr los intereses que se pagarán en la fecha T, conocida, para estos casos, como fecha de liquidación. Entonces, dados los parámetros establecidos, se observa lo siguiente: el plazo de los intereses, el cual siempre obedece al plazo de la tasa de referencia, es $T-\tau$; además, para simplificar este tipo de operaciones, en la práctica solo se liquida el diferencial de la tasa fija y la tasa de referencia.

Ahora, de acuerdo a la estructura de esta operación, descrita en el párrafo anterior, el valor del FRA, visto desde el punto de vista de la parte, se determina como:

$$FRA(0)=\frac{\left(R_f-R_p\right)\cdot\left(T-\tau\right)}{\left(1+r_T\cdot T\right)}\cdot Noc \tag{2.1}$$

Ahora bien, las partes involucradas deben buscar una forma de determinar una tasa pactada tal que sea justa, en términos de que se pueda realizar arbitraje; si se asume que los dos tienen las mismas fuentes de obtención de crédito, se puede determinar una tasa R_p tal que no se pueda realizar arbitraje. En caso de que se diera arbitraje, el valor del instrumento, de acuerdo a la tasa de referencia, podría ser distinto de 0, lo que querría decir que, de acuerdo a datos de mercado, una de las 2 partes involucradas puede “salir” y vender el instrumento, o crear uno sintético a éste, para obtener ganancias, sin asumir riesgo. Entonces, si se condiciona que el valor del FRA sea 0 al inicio de la vigencia del mismo se estará evitando arbitraje; esto quiere decir que si se considera un nocional de 1[ϕ], entonces se tiene que:

$$0=\frac{\left(R_p-R_f\right)\cdot\left(T-\tau\right)}{\left(1+r_T\cdot T\right)}$$

$$\therefore$$

$$R_p=R_f\ ,$$

es decir:

[ϕ] Esta suposición no tiene impacto en el resultado.

$$R_p = \left[\frac{(1 + r_T \cdot T)}{(1 + r_\tau \cdot \tau)} - 1 \right] \cdot \frac{1}{(T - \tau)} \tag{2.2}$$

A la tasa que se obtuvo con la expresión anterior se le llamará precio FRA; éste precio, definido de acuerdo a (2.2), es el nivel de tasa a la cual se debería estar pactando una operación de venta de tasa de interés entre dos partes que no consideren riesgo crédito entre sí, lo cual es común en operaciones OTC. Este nivel o precio evitará arbitraje.

Por otro lado, debido a que los niveles de la tasa de referencia se mueven entre la fecha de inicio de la operación y τ, es pertinente considerar que el valor del FRA también se moverá durante el plazo de la operación; para determinar el valor de un FRA, se considera la expresión (2.1), que para la fecha de valuación t se tiene:

$$FRA(t) = \frac{\lfloor R_p - R_f(t) \rfloor \cdot (T - \tau)}{(1 + r_{T-t} \cdot (T - t))} \cdot Noc \tag{2.3}$$

donde

$$R_f(t) = \left[\frac{(1 + r_{T-t} \cdot (T - t))}{(1 + r_{\tau - t} \cdot (\tau - t))} - 1 \right] \cdot \frac{1}{(T - \tau)}$$

De esta forma se determina el valor de un FRA en cualquier momento antes de la fecha de revisión de la tasa de referencia. Es importante destacar el hecho de que una vez que se llega a la fecha de vencimiento del FRA, se revisa la tasa y se determina quién liquidará el monto respectivo; esta parte del instrumento es meramente operativa, por lo que aun cuando todavía exista un derecho y/u obligación entre las partes, que dura el plazo de intereses a liquidar, el valor del FRA ya no existe.

Este tipo de instrumentos financieros derivados, se utilizan comúnmente para fijar o intercambiar tasas en créditos y/o préstamos que realizan las instituciones financieras.

En este primer tema se describió cómo determinar la tasa justa para una operación de tasas de interés, en la que no se considere el riesgo de crédito entre las partes involucradas; además se explicó brevemente la importancia del arbitraje para determinar dicha tasa de interés. Asimismo, se mostró cómo se determina el valor de operaciones FRA de venta. Para un instrumento de compra solo se considera como negativa la tasa de referencia y como positiva la tasa forward. Este primer acercamiento a los instrumentos derivados servirá de base para lo que resta de este trabajo, ya que las tasas forward estarán relacionadas con los instrumentos que se revisarán a lo largo de este trabajo, como se verá más adelante.

En la segunda parte se describirán las operaciones conocidas como *Interest Rate Swaps*, más conocidas solo como *Swaps.* Asimismo se utilizarán conceptos revisados en el primer capítulo y en el primer tema de éste, para explicar el modelo para determinar el valor de contratos *swap* de tasa de interés (IRS) y, similar a este tema, se determinará el precio justo al que deberán pactar las partes involucradas de estas operaciones.

2.2 Interest rate swaps

Como se mencionó al final del tema anterior, en esta sección se describirá el modelo usado para determinar el valor de contratos IRS. Pero antes, se definirá qué es un IRS.

Un IRS es un contrato en el que dos partes, parte y contraparte, acuerdan intercambiar flujos de efectivo en fechas futuras con cierta periodicidad. Dentro del contrato se definen las fechas en las que se pagarán los flujos, así como la fórmula para determinar dichos flujos. En estos contratos una de las partes se compromete a pagar una tasa de interés fija durante la vigencia del contrato y sobre un monto establecido, mientras que su contraparte le entregará el monto correspondiente a una tasa de interés variable, determinada sobre el mismo monto y en la mayoría de los casos, con la misma periodicidad que la tasa fija. Para explicar el valor de este tipo de instrumentos, se asumirá que la parte se compromete a entregar flujos determinados con base a una tasa fija a cambio de recibir flujos determinados con base en una tasa flotante. Cabe señalar que los flujos que a intercambiar se determinar bajo la misma divisa. Es importante resaltar este punto, ya que en el siguiente capítulo se describirán operaciones en las que los flujos que se intercambian son en distintas divisas.

Ahora que se ha descrito lo que es un IRS, lo siguiente que se quiere conocer es el valor de dichos instrumentos. Sin embargo, antes de describir el modelo de valuación, en la siguiente sección se explicará la necesidad de crear Swaps de Tasas de Interés entre diferentes inversionistas y/o empresas.

2.2.1 Necesidad de crédito

Sean X y Z dos entidades que requieren de un crédito o préstamo al mismo plazo. Estas dos empresas tienen líneas de crédito abiertas con distintas instituciones de crédito, quiénes les ofrecen dos opciones de financiamientos, a saber, financiamiento a tasa fija y a tasa flotante.

Por la naturaleza de sus respectivos giros e inversiones, la compañía X prefiere financiarse mediante tasa flotante, mientras que la compañía Z prefiere financiarse con tasa fija.

La siguiente tabla muestra las oportunidades que tienen X y Z para financiarse:

Empresa	Tasa Fija	Tasa Flotante
X	8.50%	TIIE (28 días)+0.20%
Z	9.80%	TIIE (28 días)+0.80%
Spread	1.30%	0.60%

Tabla 2.1

Ya que la compañía X prefiere financiarse a tasa flotante, pero el *spread* en tasa fija es mayor que en tasa flotante, se dice que X tiene ventaja comparativa sobre Z en tasa fija. De la misma forma, como Z prefiere financiarse con tasa fija, pero el *spread* en tasa flotante es menor, se dice que Z tiene ventaja comparativa sobre X en tasa flotante.

Lo anterior abre la oportunidad para las dos compañías para que se equilibre la situación y aprovechar la ventaja comparativa de uno sobre el otro. La operación sería la siguiente: X pedirá un préstamo a tasa fija ya que tiene ventaja comparativa en tasa fija; así, como Z tiene ventaja comparativa en tasa flotante pedirá un crédito a tasa flotante.

De este modo se creará un portafolio para cada empresa de tal manera que encontremos un *spread* que equilibre la situación. Estos portafolios tendrán las siguientes características: en el portafolio de X el egreso será TIIE 28d mientras que el ingreso será la tasa fija de Z menos el *spread*; para el caso del portafolio de Z el egreso será su tasa fija menos un *spread* mientras que su ingreso será TIIE 28d. Entonces:

	X	**Z**
Ingreso por swap	9.80%+S	TIIE 28d
Egreso por swap	-TIIE 28d	-(9.80%+S)
Financiación	-8.50%	-(TIIE 28d+0.80%)
	-TIIE 28d+S+1.30%	-10.60%-S
En mercado	TIIE 28d +0.20%	9.80%
Ganancia	S+1.50%	-S-0.80%

Tabla 2.2

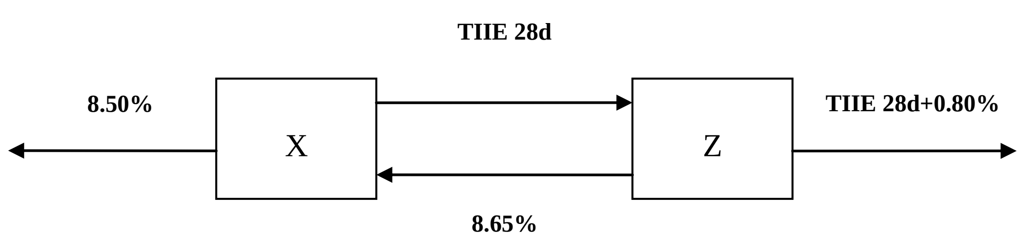
Como la ganancia total del portafolio es de 0.70% y no queremos que nadie tenga ventaja, la ganancia se debe repartir en partes iguales. Del portafolio de X tenemos:

$$
\begin{gathered}
S+1.50\%=0.35\% \\
\Rightarrow \\
S=-1.15\%
\end{gathered}
$$

Mientras que del portafolio de Z tenemos:

$$
\begin{gathered}
-S-0.80\%=0.35\% \\
\Rightarrow \\
-S=1.15\% \\
\therefore \\
S=-1.15\%
\end{gathered}
$$

Esto significa que la estructura de la operación *swap* se vería de la siguiente manera:



Gráfica 2.1

Entonces, después de estructurar la operación se tiene lo siguiente:

	X	Z
Ingreso por swap	8.65%	TIIE 28d
Egreso por swap	-TIIE 28d	-8.65%
Financiación	-8.50%	-(TIIE 28d+0.80%)
	-TIIE 28d+0.15%	-9.45%
En mercado	TIIE 28d+0.20%	9.80%
Ganancia	0.35%	0.35%

Tabla 2.3

De esta forma se ha creado una operación de intercambio de tasas de interés en la que se consigue equilibrar los intercambios de flujos a través de un aprovechamiento de las ventajas comparativas de distintas formas de financiamiento entre las dos empresas.

En la actualidad, cuando una empresa obtiene financiamiento a tasa fija pero prefiere pagar a tasa flotante, o viceversa, lo más común es que recurra a un intermediario financiero, o a un formador de mercado[η], de swaps.

Más adelante se explicará la función de los formadores de mercado; lo que sigue, será describir el modelo de valuación de este tipo de operaciones.

2.2.2 Valor de un interest rate swap

En esta sección se describirá el modelo para determinar el valor de los IRS.

Para determinar el valor de un IRS se considera que los flujos que paga una de las partes se pueden ver como los flujos que paga un bono con las mismas características que se acordaron en el contrato IRS.

Es decir, para determinar el valor de un IRS se consideran dos bonos, uno de los cuales paga tasa fija cada con las mismas características descritas en el contrato, mientras que el otro bono pagará tasa flotante con las características descritas en el contrato. El valor del IRS será el bono que se recibe menos el bono que se paga.

[η] También conocidos como Market Makers.

Para comenzar, se supondrán las siguientes características de la operación: se recibe tasa fija, denotada por TF con un plazo de τ días, cuyos flujos se determinarán con base a un nocional de monto M; por otro lado, se entregará tasa flotante, denotada por TFl referenciada a la tasa interbancaria de la moneda o del país en que se negocie esta operación; el plazo de intereses será el mismo que la tasa fija, es decir, τ días, mientras que el flujo se determinará con base al mismo monto nocional M. Por otro lado, se pactan N intercambios durante la vigencia de la operación, por lo que el vencimiento estará denotado como $T = N \cdot \tau$. Si se considera lo descrito en el párrafo anterior, y ajustando la expresión (1.8), el bono a tasa fija se puede determinar de la siguiente manera:

$$B_{TF}(t_0) = \sum_{i=1}^{N} \frac{fl}{(1 + r(t_i) \cdot t_i)} + \frac{M}{(1 + r(t_N) \cdot t_N)} \tag{2.3}$$

donde

$B_{TF}(t_0)$:	Valor de la pata fija del *swap* al inicio de la operación.
t_0:	Fecha de inicio de la operación.
t_i:	Fecha de pago de los intereses del i-ésimo flujo.
$r(t_i)$:	Zero *Rate* de composición simple con plazo $(i \cdot P)$.
fl:	Intereses en tasa fija.

y además:

$$fl = M \cdot TF \cdot \tau \tag{2.4}$$

Ya que se ha descrito cómo se determinará el valor de la pata fija del *swap* a continuación se describirá cómo se determinará el valor de la pata variable del swap. Dicho valor se determinará de forma similar a la pata fija y con base a lo descrito en el capítulo anterior, es decir:

$$B_{TFl}(t_0) = \sum_{i=1}^{N} \frac{float(t_i)}{(1 + r(t_i) \cdot t_i)} + \frac{M}{(1 + r(t_N) \cdot t_N)} \tag{2.5}$$

donde:

$B_{TFl}(t_0)$: Valor de la pata flotante del *swap*.
t_0 : Fecha de inicio de la operación.
t_i : Fecha de pago de los intereses del i-ésimo flujo.
$r(t_i)$: Zero *Rate* de composición simple con plazo $(i \cdot P)$.
$float(t_i)$: Flujo flotante del i-ésimo periodo.

Y además, el flujo flotante se determinará de la siguiente manera:

$$float(t_i) = M \cdot fwd(t_i) \cdot \tau \tag{2.6}$$

Es importante mencionar que $fwd(t_i)$ se determina de acuerdo a (2.2), de la siguiente manera:

$$fwd(t_i) = \left[\frac{(1 + r(t_i) \cdot t_i)}{(1 + r(t_{i-1}) \cdot t_{i-1})} - 1 \right] \cdot \frac{1}{\tau}$$

Ya que se han definido los valores de las dos patas que componen el *swap*, como se dijo en párrafos anteriores, el valor de un IRS se determina como el valor de la pata que se recibe menos el valor de la pata que se paga. Como se dijo al inicio de este tema, en este caso se recibe tasa fija y se paga tasa flotante, por lo tanto:

$$V_{Sw}(t_0) = B_{TF}(t_0) - B_{TFl}(t_0) \tag{2.7}$$

Ahora bien, es importante destacar que cuando se contrata un IRS el valor de la operación debe ser 0 para que a las dos partes les sea atractiva la operación; por lo tanto, de (2.7) tenemos:

$$\begin{aligned} & V_{Sw}(t_0) = 0 \\ & \Rightarrow \\ & B_{TFl}(t_0) - B_{TF}(t_0) = 0 \\ & \therefore \\ & B_{TFl}(t_0) = B_{TF}(t_0) \end{aligned}$$

Considerando las expresiones (2.3) y (2.5) se sigue que:

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{fl}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}+\frac{M}{\left(1+r(t_N)\cdot t_N\right)}=\sum_{i=1}^{N}\frac{float(t_i)}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}+\frac{M}{\left(1+r(t_N)\cdot t_N\right)}$$

$$\Rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{fl}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}=\sum_{i=1}^{N}\frac{float(t_i)}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}$$

$$\Rightarrow$$

$$fl\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}=\sum_{i=1}^{N}\frac{float(t_i)}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}$$

$$\Rightarrow$$

$$\left(M\cdot TF\cdot\tau\right)\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}=\sum_{i=1}^{N}\frac{M\cdot fwd(t_i)\cdot\tau}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}$$

$$\Rightarrow$$

$$TF\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}=\sum_{i=1}^{N}\frac{fwd(t_i)}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}$$

$$\therefore$$

$$TF=\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\frac{fwd(t_i)}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\left(1+r(t_i)\cdot t_i\right)}} \tag{2.8}$$

Con la expresión (2.8) se puede determinar la tasa fija justa en una operación IRS tal que hace que el valor del contrato sea 0 en la fecha de concertación.

MARKET MAKERS

Un formador de mercado o los formadores de mercado son todas aquellas instituciones financieras cuya función es inyectar liquidez a los mercados financieros. Estas instituciones son capaces de absorber riesgo de crédito y de mercado. Todo esto lo hacen a través de la publicación y ejecución de diferentes posturas, Bid y Ask, en distintos mercados financieros; hay instituciones muy especializadas cuya principal fuente de ingresos surge de formar mercado, es decir, de publicar posturas de compra y venta de instrumentos financieros; de la misma manera, hay instituciones que dedican muchos de sus recursos para determinar las mejores posturas de compra y de venta. En particular, existen instituciones financieras cuyo enfoque, en cuanto formación de mercado se refiere, consiste en publicar posturas para estructurar instrumentos financieros derivados.

De tal manera que para el caso de operaciones IRS estos intermediarios financieros están interesados en crear-formar mercado, en este caso, un mercado de tasas *swap*. Como ya se dijo, estos intermediarios cotizan posturas Bid y Ask. Como se vio anteriormente, lo que se necesita determinar en operaciones IRS es la tasa fija que hace que el valor de la operación en la fecha de concertación sea 0. De esta manera, una postura Bid cotizada por una institución financiera es la tasa fija que está dispuesta a pagar en un contrato IRS a determinado vencimiento; del modo contrario, una postura Ask cotizada por una institución financiera es la tasa fija que va a recibir en un contrato IRS a determinado vencimiento.

Así pues, la referencia usada como marca es el promedio aritmético de dichas posturas.

En la actualidad existen empresas que concentran posturas de diversas instituciones financieras y te ofrecen un promedio de dichas posturas, ofreciendo diversas alternativas de referencia, además de reflejar ciertas regiones o cierto tipo de instrumentos financieros referenciados a un subyacente en específico; esta concentración refleja las expectativas de los diferentes formadores de mercado.

El tema que se desarrollará a continuación relaciona el modelo de valuación con las posturas que se describen en los párrafos anteriores. Hasta este momento, se ha asumido la existencia de un concepto muy relevante: la existencia de una tasa libre de riesgo usada para descontar los flujos de cualquier plazo. Estas tasas *spot* son difíciles de encontrar a plazos mayores a un año, por lo que se requiere determinar una metodología para extender los plazos de vencimiento de este tipo de tasas de interés, por lo que a continuación se presentará la metodología para extender la estructura temporal de tasas libres de riesgo a partir de tasas *swap*.

2.3 Bootstrapping de tasas swap

Como se dijo al final del tema anterior en este capítulo se describirá la metodología usada para extender la estructura de tasas de interés libres de riesgo. Antes de continuar con la descripción de esta metodología conviene preguntarse: ¿Por qué se consideran las tasas interbancarias como libres de riesgo? ¿No son las tasas gubernamentales libres de riesgo?

2.3.1 Tasas guber vs tasas interbancarias

Es seguro que mucha gente considere que las tasas de interés gubernamentales son las tasas libres de riesgo. Y, de hecho, lo son. Sin embargo, para determinar el valor justo en operaciones derivadas no son esas tasas las que se usan como tasas libres de riesgo. *Brookers* y *traders* consideran las tasas interbancarias como tasas libres de riesgo y no las gubernamentales. Muchos de ellos basan su razonamiento en que las tasas gubernamentales son demasiado bajas como tasas libres de riesgo por las siguientes razones:

1. Requerimientos regulatorios. Las emisiones de Gobierno tienen gran demanda para cubrir varios requerimientos regulatorios impuestos. Esta demanda es engañosa, ya que estos instrumentos no son atractivos para el mercado únicamente porque sean libres de riesgo, sino por imposición regulatoria. La alta demanda de estos instrumentos provoca que el valor de estos se incremente, lo que a su vez tiene como consecuencia tasas de interés más bajas.
2. Requerimiento de capital. Los montos de capital que requiere una institución financiera para mantener una inversión en deuda gubernamental son substancialmente más pequeños que los montos que requiere una inversión similar en instrumentos de deuda con muy bajo riesgo.
3. Impuestos. En muchos países, el realizar operaciones con instrumentos gubernamentales tienes ciertas ventajas fiscales, lo que motiva a los inversionistas a adquirir este tipo de instrumentos en lugar de instrumentos de deuda de emisores privados. Estas ventajas fiscales crean una demanda artificial, ya que de nuevo, no se trata de demanda por la atracción de asumir bajo riesgo de los inversionistas.

Por otro lado, las tasas interbancarias son aproximadamente iguales a las tasas de corto plazo a las que una compañía con una calificación con un grado menor a la calificación gubernamental puede pedir un préstamo. Por ejemplo, las tasas Libor son aproximadamente iguales a la tasa que obtendrá para un crédito una empresa con calificación AA.

Es por lo expuesto en estos puntos que en el mercado de derivados, las tasas libres de riesgo que se consideran para determinar el valor de dichas operaciones son las interbancarias y no las gubernamentales.

2.3.2 Estructura temporal de tasas de interés

En este tema, como ya se mencionó anteriormente, se describirá la metodología para extender la estructura temporal de tasas de interés a partir de tasas *swap*.

Estas tasas *swap* son las que los diferentes formadores de mercado presentan como posturas de compra y de venta. Es a partir de dichas tasas *swap* que se extenderá la estructura temporal de su respectiva tasa subyacente. Por ejemplo, se mencionó que se cotizan tasas *swap* de contratos IRS que pagan TIIE 28d contra la tasa *swap*. Son ese tipo de contratos los que nos servirán para construir la estructura temporal de tasas de interés.

Es importante recordar que la estructura temporal de tasas de interés que se obtendrá con la metodología aquí expuesta contiene tasas de interés cuya composición es simple al plazo de vencimiento; si se requiere o se está acostumbrado a trabajar, por ejemplo, con tasas continuas solo se debe hacer un ajuste, recordando lo que dice la triple igualdad de tasas de interés.

Las tasas *swap* cotizadas por intermediarios financieros se deben entender como la tasa fija que paga la parte fija del contrato IRS.

Por otro lado, como se dijo anteriormente, la forma para determinar el valor de una operación IRS es verla como la diferencia de dos bonos, uno que paga tasa flotante, buscando que ésta sea una referencia en el mercado; mientras que el otro bono es un bono a la tasa fija. De aquí se desprende el primer supuesto:

“La tasa swap del contrato IRS se puede ver como la tasa fija de un bono con las mismas características de pago de cupones y vencimiento del contrato IRS.”

Del mismo modo, como la tasa *swap* es la que hace que el valor del contrato sea 0 al inicio de la operación, se puede decir que el bono de tasa fija es a la par. De aquí se desprende el segundo supuesto:

“La tasa swap es la tasa de descuento del bono de tasa fija; esta es una tasa de interés anual compuesta.”

Y el último supuesto es:

“Se conocen las tasas de descuento simples al plazo hasta el penúltimo flujo del bono”

Este último supuesto es, quizás, el más importante de todos, ya que ofrece la oportunidad de poder extender la estructura temporal a los plazos necesarios y/o disponibles.

Es importante señalar que cuando no se cuente con la tasa simple al plazo entre un vencimiento y otro de cupones se podrá interpolar linealmente el vencimiento que falta. Por ejemplo, para los contratos IRS sobre TIIE 28d tenemos de 6 y 9 meses; aquí se interpolan los contratos **hipotéticos** de 7 y 8 meses, ya que en estos contratos se pagan flujos cada mes (28 días).

Por último, y para simplificar la notación, tanto en este trabajo como computacionalmente, diremos que el valor nominal del bono es de 1.

Sean $S_1, S_2, \ldots, S_N$ las tasas *swap* disponibles en el mercado, además de las tasas *swap* de contratos hipotéticos. Sea m el número de pagos que se realizarán en un año según lo establecido en el contrato IRS. Sea P el periodo de composición de la tasa a pagar en el contrato IRS. Por último, sean $r_1, r_2, \ldots, r_n$ las tasas de interés simples al plazo ya conocidas, cuyo periodo de composición es P.

Es importante hacer notar que los contratos IRS cotizados no necesariamente pagan según la periodicidad de las tasas $r_1, r_2, \ldots, r_n$. Es decir, los contratos IRS pueden ser de flujos semianuales (que pagan dos veces al año), pero puedes encontrar tasas $r_1, r_2, \ldots, r_n$ con vencimiento a un mes, a dos meses hasta doce meses. El caso mencionado es el de la estructura de contratos sobre Libor; mientras que se cotizan contratos IRS sobre Libor 6m con vencimientos que van desde un año hasta veinte años; por otro lado, el *BBA* publica tasas US Libor con vencimiento desde un día, una semana, un mes y hasta doce meses, las cuales son la referencia obligada de bancos que desean prestar y pedir prestado en Dólares.

A pesar de lo anterior, y para fines prácticos, las tasas $r_1, r_2, \ldots, r_n$ ya están seleccionadas de tal manera que coinciden con el pago de flujos de los contratos IRS; es decir, r_1 tiene fecha de vencimiento igual al pago del primer flujo del contrato IRS, y así hasta r_n. Pero, con base en el tercer supuesto, tenemos que $n = m - 1$.

Lo primero que hay que observar, es la consideración de que r_n es de menor o igual vencimiento que el contrato de la tasa *swap* S_1. Asimismo, que el número de pagos del contrato de la tasa *swap* S_2 son $m+1$.

Con base en los primeros dos supuestos y considerando que el valor nominal es 1, además de considerar la expresión descrita a lo largo de este trabajo para determinar el valor de un bono, se tiene:

$$1 = \frac{fl}{(1+S_1 \cdot P)^1} + \frac{fl}{(1+S_1 \cdot P)^2} + \cdots + \frac{1+fl}{(1+S_1 \cdot)^m} \qquad (2.9)$$

donde:

$$fl = 1 \cdot S_1 \cdot P \qquad (2.10)$$

Ahora bien, como se quiere eliminar el arbitraje, el valor del bono determinado con la tasa S_1, como tasa de descuento, debe ser igual al valor del bono determinado con tasas simples al plazo de vencimiento de cada flujo; es decir:

$$1 = \frac{fl}{(1+r_1 \cdot P)} + \frac{fl}{(1+r_2 \cdot 2P)} + \cdots + \frac{fl}{(1+r_{m-1} \cdot (m-1) \cdot P)} + \frac{1+fl}{(1+z_m \cdot (m \cdot P))} \qquad (2.11)$$

De la expresión (2.11) se obtendrá la tasa z_m. Esta tasa es la tasa de interés simple al plazo con vencimiento igual al vencimiento de la operación IRS. Entonces, se tiene:

$$1-fl\cdot\left[\frac{1}{(1+r_1\cdot P)}+\cdots+\frac{1}{(1+r_{m-1}\cdot(m-1)\cdot P)}\right]=\frac{1+fl}{(1+z_m\cdot(m\cdot P))}$$

si se define:

$$V_i=\frac{1}{(1+r_i\cdot(i\cdot P))}$$

$$\Rightarrow$$

$$1-fl\cdot\sum_{i=1}^{m-1}V_i=\frac{1+fl}{(1+z_m\cdot(m\cdot P))}$$

$$\Rightarrow$$

$$(1+z_m\cdot(m\cdot P))=\frac{1+fl}{\left(1-fl\cdot\sum_{i=1}^{m-1}V_i\right)}$$

$$\Rightarrow$$

$$z_m\cdot(m\cdot P)=\left[\frac{1+fl}{\left(1-fl\cdot\sum_{i=1}^{m-1}V_i\right)}-1\right]$$

$$\Rightarrow$$

$$z_m=\left[\frac{1+fl}{\left(1-fl\cdot\sum_{i=1}^{m-1}V_i\right)}-1\right]\cdot\frac{1}{m\cdot P} \tag{2.12}$$

De esta manera se determina la tasa de interés simple al plazo con vencimiento igual al vencimiento del contrato IRS con tasa *swap* S_1.

Para determinar la tasa de interés simple al plazo con vencimiento igual al contrato IRS de la tasa *swap* S_2 se lleva a cabo considerando la nueva tasa z_m además de las tasas de interés ya conocidas $r_1, r_2, \ldots, r_n$; y del mismo modo, el bono hipotético se construye considerando que la tasa S_2 es su tasa *yield* y además es a la par. Como se puede observar, este es un método recursivo. Se puede construir toda la curva hasta el último plazo disponible de contratos IRS.

Una vez que se tienen los nodos de la estructura temporal de la tasa de interés deseada, se realiza interpolación entre los distintos nodos para obtener los nodos faltantes. Usualmente su utiliza interpolación lineal, sin embargo en el cuarto capítulo se expondrán distintos métodos de interpolación que se ajustan mejor a las tasas forward de la estructura temporal de las tasas.

Hasta aquí, se ha manejado el concepto de estructura de tasas de interés. Sin embargo, los participantes del mercado suelen llamarlas curvas de tasas de interés. Los casos hasta ahora vistos, se les llamará curvas zero.

Para finalizar este capítulo es importante señalar que ya que en el mercado no existen tasas de interés libres de riesgo tales que puedan ser usadas como tasas de descuento, o para construir tasas *forward,* a los plazos necesarios para determinar el valor de operaciones derivadas que así lo requieran, la construcción adecuada, con base en condiciones de no arbitraje, de curvas de tasas de interés es realmente importante en mercados globalizados como en el que se vive, para determinar el valor a mercado de instrumentos financieros derivados.

2.4 Resumen

- ✓ La principal característica de un instrumento financiero derivado es que su valor depende del precio o valor de otro instrumento financiero.

- ✓ Un FRA es un contrato en el que dos partes se comprometen a pagar un monto determinado con base en una tasa de interés en el futuro.

- ✓ El valor de un FRA se determina como la diferencia entre la tasa forward y la tasa acordada. Cuando el valor sea negativo para una de las partes, será positivo para su contraparte; y viceversa.

- ✓ Un ISR es un contrato acordado entre dos partes para intercambiar tasas fijas por tasas variables. En esencia lo que se intercambia son los flujos de un crédito.

- ✓ Existe un mercado de referencia para contratos IRS, que se alimenta de la información que transmiten diversos formadores de mercado.

- ✓ Estas tasas representan la tasa fija de contratos ISR; y por definición, dichos contratos, con esa tasa fija, tienen valor 0 al inicio de vigencia.

- ✓ En la práctica se considera como tasa libre de riesgo (crédito) a las tasas interbancarias en vez de las tasas gubernamentales, como se supondría en la literatura.

- ✓ Por lo anterior, se construyen curvas zero con base en contratos ISR referenciados a tasas interbancarias; es por esto que las tasas de dichas curvas sirven como tasas de descuento para determinar de manera justa el valor de instrumentos financieros derivados.

- ✓ La metodología de Bootstrapping tiene el objetivo de convertir tasas de interés compuesto en tasas de interés simple. Además, por construcción, conserva la cualidad de evitar el arbitraje.

Capítulo 3

Equilibrio FX

En el capítulo anterior se describieron las operaciones y los modelos de valuación de operaciones derivadas simples, en las cuales el subyacente era una tasa de interés. Al final del mismo, se describió la estructura temporal de tasas de interés ligadas a las operaciones descritas en el mismo capítulo.

En este capítulo se analizarán otro tipo de instrumentos financieros derivados, en los cuales el activo subyacente es una divisa o tipo de cambio. Así pues, en este capítulo se hablará de los siguientes instrumentos financieros derivados: *Forwards de Tipo de Cambio (*conocidos como *FX Forwards)* e *Interest Rate Cross Currency Swap (CCS)*, a partir de los cuáles se construirán las curvas de tasas de interés necesarias para determinar el valor razonable de dichas operaciones.

En el capítulo anterior se definió qué es un instrumento financiero derivado, por lo que a continuación se describirá brevemente la mecánica de operación de las operaciones antes mencionadas para después abordar el tema de valuación de estos instrumentos y finalizar con la construcción de las curvas respectivas.

3.1 FX forward

Un *FX Forward*[α] es un contrato, o acuerdo, en el que se pacta la compra o venta de un monto en una divisa extranjera en una fecha futura y a un precio fijado al inicio de la operación. También se dirá que es un contrato en el que dos partes acuerdan la compra/venta de una divisa en una fecha futura. Cuando se diga que se está **largo** en el forward se entenderá que se acordó con la contraparte la **compra** de la divisa; y en caso contrario, se dirá que se está **corto** en forward; incluso más simple, se dice que se tiene una

[α] También conocidos como contratos adelantados de divisas, contratos adelantados de tipo de cambio.

posición larga o corta cuando se haya pactado la compra o la venta futura, respectivamente

Antes de mostrar el modelo de valuación para determinar el valor de este tipo de instrumentos, se explicará la estructura y mecánica de estos instrumentos. Considérese un activo que paga un determinado rendimiento[β]. Pues bien, ahora se desea comprar dicho activo pero en una fecha futura, pero se quiere asegurar la compra con el tenedor actual de dicho activo, el día de hoy, además del monto que se pagará por dicho activo. El problema al que se enfrentan, tanto el tenedor actual como el futuro comprador del activo, es a determinar el “mejor precio” al que el comprador adquirirá el activo en el futuro. Para determinar dicho precio, se considerarán las siguientes características para la operación: la fecha de compra será en T días, el rendimiento que entregará el activo durante la vigencia de la operación al tenedor del activo es de y; por último, el precio actual de dicho activo es S_0. Además de estas características de la operación, también se supondrá que el activo se puede dividir para su compra, es decir, podemos comprar cualquier fracción del activo sin modificar las características antes mencionadas. La operación será la siguiente: por un lado, se comprará 1 unidad monetaria del activo en cuestión, es decir $1/S_0$ del activo; por otro lado, como el activo paga una tasa de rendimiento y, entonces, al final del plazo de la operación se tendrá:

$$\frac{1}{S_0}\cdot\left(1+y\cdot T\right) \tag{3.1}$$

Por otro lado, la unidad monetaria con la que se compró el activo hoy se pidió prestada a una tasa r; dicha tasa se asume como libre de riesgo crédito. Entonces, al vencimiento del crédito se tendrá que pagar el siguiente monto:

$$1\cdot\left(1+r\cdot T\right) \tag{3.2}$$

[β] Mejor conocida como tasa de retorno; es análoga a la yield de un bono.

Ahora bien, el precio del activo al vencimiento de la operación será S_T. Como condición para que no haya arbitraje en la operación se debe cumplir la siguiente relación de (3.1) y de (3.2):

$$(1 + r \cdot T) = \frac{S_T}{S_0}(1 + y \cdot T) \tag{3.3}$$

La expresión (3.3) quiere decir lo siguiente, al final de la operación se anula cualquier ganancia que pudiera surgir de la operación para las partes involucradas, al igualar el monto que se deberá pagar por el préstamo y por el monto que se recibirá por mantener la cantidad de activo que se compró al inicio de la operación; este último monto se intercambia nuevamente pero al precio del activo al final de la operación. Esta condición, sobre los montos a entregar y recibir, anula cualquier arbitraje que pueda surgir en la transacción. A partir de dicha expresión, se puede determinar el precio del activo al cual se intercambiará el activo en el futuro además de que garantiza que se elimine el arbitraje entre las partes que realizan esta operación; se tiene entonces:

$$S_T = S_0 \cdot \left[\frac{1 + r \cdot T}{1 + y \cdot T}\right] \tag{3.4}$$

A S_T, determinado de acuerdo a la expresión anterior, se le conoce como *Precio Forward.* Con el mismo razonamiento empleado para determinar el precio justo de un activo que paga un rendimiento se puede determinar el precio justo de una divisa para intercambiarse en el futuro. Para el caso de divisas se determina el precio forward con la siguiente expresión:

$$F_0 = S_0 \cdot \left[\frac{(1 + r_l \cdot T)}{(1 + r_f \cdot T)}\right] \tag{3.5}$$

donde:

F_0:	Precio *forward* al inicio del mismo.
S_0:	Valor de la divisa al inicio del contrato *forward.*

r_l : Tasa libre de riesgo de la moneda local.

r_f : Tasa libre de riesgo de la moneda foránea.

La expresión (3.5) es un resultado de equilibrio de la Teoría de la Paridad de Tasas de Interés. Dicha teoría relaciona el tipo de cambio *spot,* con el tipo de cambio *forward,* y con las tasas de interés libre de riesgo respectivas.

Lo que supone este modelo para determinar el precio forward de divisas es que las dos partes que realizan el acuerdo tienen acceso a las mismas posibilidades de fondeo o de financiamiento, es decir, a las mismas tasas de interés, tanto en moneda local como en moneda foránea.

En la práctica, sin embargo, los formadores de mercado no determinan de esta forma los precios *forward* de divisas. Ellos determinan *puntos forward* para poder estructurar este tipo de operaciones. Los puntos *forward* es un factor que se adiciona al precio *spot*[χ] de la divisa en cuestión, y de ésta forma se determina el precio *forward*, es decir:

$$F_0' = S_0 + PtsF_0 \qquad (3.6)$$

Se denota como F_0' para distinguir el precio *forward* de mercado al precio *forward* teórico.

Como en el caso de *swaps* de tasas de interés, los formadores de mercado ya han definido la forma de presentación de estos puntos *forward*. Por ejemplo, una de las características de estas posturas es la base de presentación, es decir, se pueden presentar las posturas en 10 milésimos, o 100 milésimos; por ejemplo, si una postura se ha acordado presentarla en milésimos, esto querrá decir que si la postura es $PtsF_t$, para adicionar estos puntos *forward* al precio *spot* de la divisa se tendrá que multiplicar por 1,000 para realizar la adición correctamente. Asimismo, hay acuerdos sobre los plazos para los que se presentan posturas, como en el caso de tasas *swap*.

[χ] El precio *spot* es el precio “al contado”, es decir, el precio para transacciones que ocurren con plazos de entre 1 y 2 días de liquidación. En otras palabras, es el precio de la divisa “en este momento”.

De la expresión (3.6) es fácil observar que los puntos *forward* también se pueden explicar como la diferencia entre el precio *spot* y el precio forward, es decir:

$$PtsFwd_0 = F_0' - S_0$$

De acuerdo al valor con que se presenten las posturas de puntos *forward* se pueden distinguir dos tipos de operaciones con divisas, que son las siguientes:

1. Cuando los puntos *forward* sean mayores a 0, se dirá que se cotizan a **prima**;
2. Cuando los puntos *forward* sean menores a 0, se dirá que se cotizan a **descuento**.

La tercera posibilidad es que se coticen a la par, lo cual no suele suceder ya que esto implicaría que las divisas tienen el mismo valor.

Para ilustrar lo anterior, considérese dos cotizaciones de posturas de puntos *forward* con una moneda en común de las dos cotizaciones, por ejemplo, pesos-dólar y dólar-euro. Estas cotizaciones son posturas de intercambio de pesos por dólar y por el otro lado, dólares por euro. Cabe hacer notar que el intercambio no es en la misma dirección, lo que sirve como el mejor ejemplo, por la posición geográfica, para el tipo de cotizaciones. En los mercados, las posturas de puntos *forward* para pesos por dólar se dan a prima, mientras que los puntos *forward* para intercambio de dólares por euro son a descuento. Esto sirve para hacer énfasis de que no solo depende de las monedas en cuestión, sino también de la dirección en la que se dé el intercambio de divisas en los mercados, es decir, tomando el ejemplo de intercambio pesos por dólar, si la convención fuera intercambiar dólares por peso, los puntos *forward* se cotizarían a descuento.

De acuerdo a la definición de cotización a prima se tiene lo siguiente:

$$F_0' - S_0 > 0$$
$$\Rightarrow$$
$$F_0' > S_0$$

Considerando la expresión (3.5) se tiene lo siguiente:

$$S_0 \cdot \left(\frac{1 + r_l \cdot T}{1 + r_f \cdot T} \right) > S_0$$
$$\therefore$$
$$\left(\frac{1 + r_l \cdot T}{1 + r_f \cdot T} \right) > 0 \qquad (3.7)$$

Entonces, se concluye que, por el contrario, para el caso de las cotizaciones a descuento se debe cumplir la siguiente expresión:

$$\left(\frac{1 + r_l \cdot T}{1 + r_f \cdot T} \right) < 0 \qquad (3.8)$$

Estas condiciones, serán consideradas más adelante.

Ahora bien, se denotará K al precio *forward* al cual se comprará una divisa en el momento T y el precio de la divisa el día de hoy es S_0. Para determinar el valor del contrato descrito en este párrafo, considere lo siguiente: al vencimiento del contrato se tendrá que comprar la divisa extranjera al precio acordado, es decir, K, y al mismo tiempo se tendrá que salir a vender al mercado el monto que se compró, vendiéndolo a precio de mercado, es decir S_T; en otras palabras, como el valor de cualquier instrumento financiero, en particular de un *forward,* es el valor presente de los flujos que se darán en el futuro, es decir $S_T - K$ en valor presente.

El razonamiento del párrafo anterior tiene sentido, siempre y cuando se conozca S_T, sin embargo, al tiempo t, por ejemplo, no se conoce S_T; lo que si se conoce son los puntos forward, y con ellos se puede estimar el precio forward con vencimiento en $(T - t)$, es decir:

$$F_t'(T) = S_t + PtsFwd_t(T) \tag{3.9}$$

Por lo tanto, el valor del forward se puede determinar con la siguiente expresión:

$$V_{Fwd}(t) = \frac{[F_t'(T) - K]}{(1 + r_l \cdot (T - t))} \tag{3.10}$$

Ya que se tiene la expresión (3.10) considere como condición para evitar el arbitraje que el valor del *forward* sea 0 al inicio de la operación, entonces, se tendrá lo siguiente:

$$V_{Fwd}(t) = \frac{[F_0'(T) - K]}{(1 + r_l \cdot T)}$$

Si se condiciona que $V_{Fwd}(0) = 0$, entonces:

$$\begin{aligned} &[F_0'(T) - K] = 0 \\ &\Rightarrow \\ &F_0'(T) = K \end{aligned}$$

Esto quiere decir que al inicio de la operación, el precio pactado debe ser el precio *forward* para que la operación esté libre de arbitraje. Cabe recalcar que si K no es el precio *forward* alguna de las partes involucradas tendrá ventaja sobre la otra y podrá obtener ganancias sin correr ningún riesgo, es decir, podrá realizar arbitraje.

Con un razonamiento análogo al descrito para contratos *forward* largos se puede determinar el valor de un *forward* corto, es decir, cuando se pacte una venta de una divisa en una fecha futura. Así pues, el valor de una posición corta en un contrato *forward* se determina con la siguiente expresión:

$$V_{Fwd}(t)=\frac{[K-F_t'(T)]}{(1+r_l\cdot(T-t))} \qquad (3.11)$$

Otra forma de interpretar el valor de un contrato *forward* es que el valor de cualquier instrumento financiero debe determinarse de tal manera que, si se pretende vender a un tercero, este lo adquiera a un “precio justo”. En otras palabras, es un valor de salida de la operación. Para determinar un precio justo bajo esta óptica el valor de dicha operación se tendría que determinar considerando lo siguiente: se ha pactado comprar/vender cierto monto de una divisa extranjera a un precio establecido al inicio de la operación, llámese $F_0(T)$ que describe el precio *forward* al inicio de la operación con plazo de vencimiento T; como este precio no cambiará durante la vigencia de esta operación se quedará fijo hasta el vencimiento, sin embargo, lo que si cambia es el valor de la divisa extranjera frente a la moneda local, o viceversa; por lo tanto, cambiará el tipo de cambio forward al tiempo t, con vencimiento en T, el cual es el momento en el que queremos determinar el valor del contrato.

Así, al tiempo t se tiene un nuevo precio forward $F_t(T-t)$, por lo que el valor del contrato se explica como el precio que se tendrá que recibir o pagar por haber pactado el intercambio a un precio $F_0(T)$ cuando el mercado dice que hoy el precio es $F_t(T-t)$. A esto se debería añadir el efecto de las tasas de interés para descontar el flujo resultante y traerlo a valor presente. En otras palabras, esto es análogo a un bono a tasa fija, es decir, cuando se compró el bono el valor con el que se adquirió dicho instrumento se determinó con base en la tasa *yield*, o tasa de rendimiento, pero si el inversionista se quiere deshacer de dicho instrumentos en una fecha posterior, el precio se deberá determinar con base en la nueva tasa de rendimiento del bono, la cual, dicho sea de paso, modificará a favor o en contra, el valor del bono en esa fecha específica. Lo mismo sucede con un contrato forward, en el que el valor inicial de la operación es 0.

En este sentido, se está considerando que el precio *forward* que determinará el valor del contrato forward se calcula con base en puntos *forward*, sin embargo, existen tasas de interés libres de riesgo[δ] adecuadas para poder determinar el precio *forward* en t. Sin embargo, no siempre va a coincidir el precio *forward* determinado con base en tasas de interés respecto al precio

[δ] De acuerdo a las consideraciones descritas en el capítulo anterior.

forward determinado con puntos *forward*, por lo que es necesario crear una condición de equilibrio para resolver este problema.

3.1.1 Equilibrio FX

A continuación se describirán las condiciones de equilibrio necesarias para determinar el valor de un contrato *forward* durante su vigencia.

Considérese la expresión (3.5):

$$F_0 = S_0 \cdot \left[\frac{(1 + r_l \cdot T)}{(1 + r_f \cdot T)} \right]$$

De la misma manera, considérese la expresión (3.6):

$$F_0' = S_0 + PtsF_0$$

La condición para lograr un equilibrio entre las cotizaciones de mercado y las tasas de interés es que el precio *forward* determinado con base en tasas de interés sea igual al precio *forward* determinado con puntos *forward*, es decir:

$$\begin{aligned} & F_0 = F_0' \\ & \Rightarrow \\ & S_0 \cdot \left[\frac{1 + r_l \cdot T}{1 + r_f \cdot T} \right] = S_0 + PtsFwd_0 \end{aligned}$$

Aplicando adecuadas operaciones algebraicas[ε] en esta última expresión, se tiene la siguiente expresión que describe la relación entre los puntos *forward* y las tasas de interés de las dos divisas que intervienen en la operación:

[ε] Entendidas como sumas y productos en ambos lados de la expresión.

$$\left[\frac{1+r_l \cdot T}{1+r_f \cdot T}\right]=1+\frac{PtsFwd_0}{S_0} \qquad (3.12)$$

Esta relación entre puntos *forward* con las tasas de interés crea un equilibrio adecuado entre el mercado de puntos *forward* con la teoría de la paridad de las tasas de interés.

Obsérvese que esta condición de equilibrio se origina, principalmente, a partir de emplear condiciones de no arbitraje.

Retomando la clasificación de las cotizaciones de puntos *forward*, se decía que si los puntos *forward* son menores a 0 se entenderá que la transacción de puntos *forward* se realiza **a descuento**, mientras que si los puntos *forward* son mayores a 0 se dirá que la transacción a futuro entre divisas se cotiza **a prima**; esta clasificación se puede extender con base a la expresión (3.12):

1. Si $\left[\frac{1+r_l \cdot T}{1+r_f \cdot T}\right]>1$, o $(1+r_l \cdot T)>(1+r_f \cdot T)$, entonces se dirá que las cotizaciones se realizan a prima.
2. Si, por el contrario, $\left[\frac{1+r_l \cdot T}{1+r_f \cdot T}\right]<1$ o bien $(1+r_l \cdot T)<(1+r_f \cdot T)$, entonces, se dirá que las cotizaciones a futuro se realizan a descuento.

Como se puede observar, se ha extendido la definición del tipo de cotización de puntos forward, hasta relacionar las tasas de interés de las divisas a intercambiar en determinado plazo.

También se comentó en párrafos anteriores que la relación entre las tasas de interés de las monedas, no siempre va a coincidir con las cotizaciones de puntos *forward*, por lo que se debe equilibrar determinando una tasa de interés implícita, construida con base en los puntos *forward* y en la selección de una de las dos tasas de interés que describe la expresión (3.12). Para crear una adecuada condición de equilibrio entre las distintas divisas que se coticen a plazos, es decir, en precio *forwards*, se debe seleccionar una tasa *pivote* adecuada.

En este trabajo se establece como regla para seleccionar a la tasa de interés que funcione como pivote la siguiente regla:

1. Cuando las cotizaciones se realicen a prima se considerará como tasa de interés pivote a la tasa de interés de la divisa extranjera. En este caso, a la tasa de interés que se determine a través de esta regla se llamará tasa de interés implícita en la moneda local.

2. Cuando las cotizaciones a futuro entre divisas se realicen a descuento se considerará como tasa de interés pivote a la tasas de interés de la moneda local. Para este caso, a la tasa de interés que se determine a través de esta regla se llamará tasa de interés implícita en la moneda extranjera.

De forma algebraica, las reglas anteriores se pueden resumir como sigue:

1. Si $(1+r_l \cdot T) > (1+r_f \cdot T)$ entonces $Tasa_{Piv} \rightarrow r_f$.
2. Si $(1+r_l \cdot T) < (1+r_f \cdot T)$ entonces $Tasa_{Piv} \rightarrow r_l$

Una vez que se haya seleccionado la tasa de interés que servirá como pivote, se procede de la siguiente forma; suponiendo el caso de que se haya seleccionado como tasa pivote a la tasa foránea:

$$(1+r_l \cdot T) = \left[1+\frac{PtsFwd_0}{S_0}\right] \cdot (1+r_f \cdot T)$$

$$\Rightarrow$$

$$r_l \cdot T = \left[\left[1+\frac{PtsFwd_0}{S_0}\right] \cdot (1+r_f \cdot T)\right] - 1$$

$$\therefore$$

$$r_l = \left\{\left[\left(1+\frac{PtsFwd_0}{S_0}\right) \cdot (1+r_f \cdot T)\right] - 1\right\} \cdot \frac{1}{T} \qquad (3.13)$$

En realidad se debería poder determinar la tasa de interés implícita para cualquier divisa en este tipo de operaciones; sin embargo, el tener una regla como la que se acaba de establecer, brinda consistencia entre las diferentes tasas implícitas que se determinen para distintos intercambios entre tipos de cambio. Sin llegar a ser una regla tan compleja, al menos en la ejecución, salvo que no se tenga acceso a la información de mercado necesaria, sí está considerando en su construcción bases económicas y operativas, por lo que el uso y la aplicación están bien sustentados.

Es importante recalcar aquí que está tasa de interés implícita tiene la función de permitir una correcta determinación del valor de una operación de tipo *fx forward* para cualesquiera divisas que se pretendan realizar.

Ahora bien, como se explicaba en los primeros párrafos de este tema, en el mercado existen diferentes plazos de cotización de puntos *forward*, de forma similar para el caso de tasas *swap*. Al tener información a diferentes plazos se tiene la posibilidad de crear una curva; a la curva que relaciona a las tasas de interés en distintas monedas con su cotización de puntos *forward* se le llamará **curva implícita en la moneda de referencia.** Es decir, se tendrán tasas de interés que son función de puntos *forward* y de la tasa de interés que se haya seleccionado como pivote, es decir una $I(Tasa_{Piv}, PtsFwd; t_i)$ donde la función $I(\cdot)$ es la tasa de interés implícita que depende de la tasa pivote y de los puntos *forward* respectivos y con plazo de vencimiento[ϕ] t_i.

Hasta esta parte se describió como determinar al valor de un *fx forward* con base en la información de mercado y con base en la teoría de la paridad de las tasas de interés. A continuación se describirán las operaciones conocidas como *Cross Currency Swaps*, las cuales, como se verá más adelante, son una extensión de las operaciones descritas en esta sección.

3.2 Cross currency swaps

Como se dijo al final del tema anterior, en esta sección se verán las operaciones conocidas como *Cross Currency Swaps*[γ]*.* Asimismo, se mencionaba que son una extensión de las operaciones descritas en la sección anterior, lo cual se mostrará más adelante.

Un *CCS* es un contrato mediante el cual dos partes se comprometen a intercambiar n flujos de efectivo, en distintas monedas, durante un tiempo específico. Estos flujos de efectivo están determinados con base en una tasa de interés, fija o variable,

---

[ϕ] Nótese que la composición de la tasa es simple al plazo de vencimiento.

[γ] En adelante CCS.

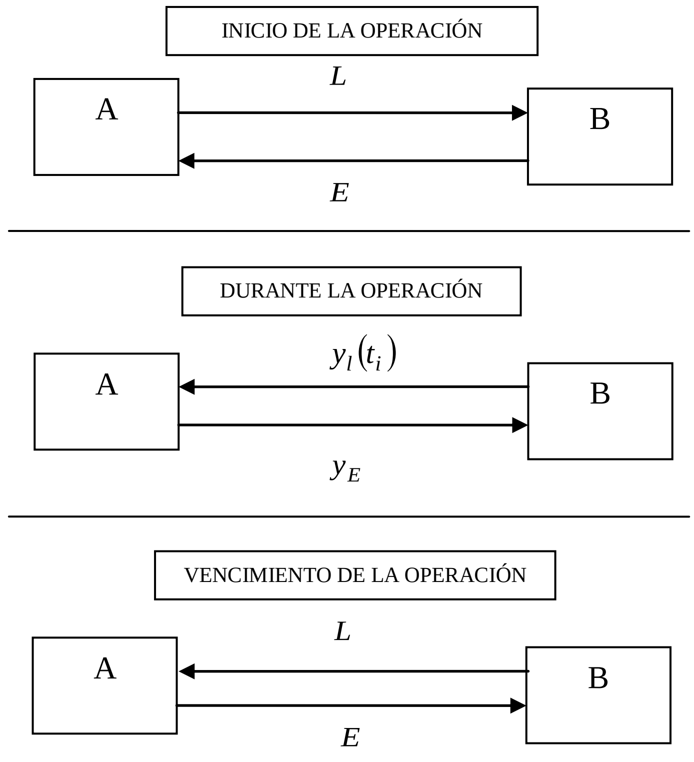
o bien, pueden estar determinados con base en flujos ya determinados, pero desde el inicio se sabrá cómo determinar el flujo. A diferencia de los *IRS*, normalmente se intercambian nocionales al inicio y al final de la operación.

Dentro de la gama de productos de tipo *CCS* existen básicamente tres formas de diseñar estas operaciones, dependiendo de la tasa de interés a considerar como pago para cada parte: Tasa Fija por Tasa Fija, Tasa Fija por Tasa Flotante y Tasa Flotante por Tasa Flotante.

Estos instrumentos son utilizados como alternativa de fondeo en muchas instituciones bancarias; sin embargo, en este trabajo no se abordará no se analizarán estas operaciones con ese objetivo.

A continuación se describe la mecánica de este tipo de contratos.

Considérese una compañía A, que recibirá con cierta periodicidad flujos en una divisa extranjera. Imagine que el origen de estos flujos es un crédito en divisa extranjera; este crédito tiene la característica de que los flujos que recibirá A son sólo por concepto de intereses, mientras que el capital se saldará en el vencimiento del crédito. Denotemos como E al monto que A otorgó prestado, por T al plazo de dicho crédito y por y_E a la tasa es fija. Por otro lado, A no quiere cargar con el riesgo cambiario que conlleva una operación como la descrita en este párrafo por lo que decide estructurar la siguiente operación con la compañía B: al inicio de dicha operación A recibirá el monto E en divisa extranjera de parte de B, mientras que A entregará el mismo monto pero en divisa local, es decir, $L = E \cdot S_0$; durante la vigencia de esta operación A entregará periódicamente los intereses generados por el monto E a la misma tasa fija del crédito, es decir, y_E; por el otro lado, A recibirá periódicamente flujos en la divisa local, determinados con base en una tasa de interés variable, denotada por $y_l(t_i)$ para cada fecha de liquidación de intereses t_i; al vencimiento de la operación A regresará el monto E a B, mientras que B entregará el monto L de vuelta a la compañía A. Esta estructura se muestra en el siguiente esquema:



Esquema 3.1

Esta estructura se puede explicar de dos formas distintas pero equivalentes: como A no desea tener riesgo cambiario prefiere otorgar un crédito a B en la divisa local y transferirle a éste el crédito en divisa extranjera vía la estructura antes descrita; por otro lado, también se puede observar que A se está fondeando en divisa extranjera a través de costo en divisa local.

Prácticamente todas las estructuras de este tipo tienen los objetivos descritos en el párrafo anterior; sin embargo, la forma de determinar las tasas de interés que se intercambiarán periódicamente no se determinan arbitrariamente, como parece que se hizo en el ejemplo. De hecho, actualmente, los formadores de mercado realizan posturas para este tipo de operaciones. Ellos realizan posturas para operaciones en las que se intercambian tasas variables en las dos divisas involucradas y en alguna de ellas se aplica un *spread*. Antes de profundizar en el tema de las posturas de mercado, a continuación se describirá como determinar el valor de este tipo de operaciones.

3.2.1 Valor de un cross currency swap

De acuerdo a la descripción de la mecánica de operación de este tipo de estructuras, y de acuerdo a los principios de valuación, el valor del swap debe ser igual al valor presente de los flujos que se recibirán menos el valor presente de todos los flujos que se entregarán.

Sin importar qué divisa se entregue o se reciba, a continuación se describe cómo determinar el valor presente de la "pata" en divisa extranjera y de la "pata" en la divisa local.

Entonces, suponiendo que se el valor nominal del bono de la divisa extranjera es de una unidad monetaria de dicha divisa, denotada por 1_e, entonces, el valor de la "pata" al inicio de la operación se determina de la siguiente forma:

$$B_e = 1_e - \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1 + e_i \cdot t_i)} - \frac{1_e}{(1 + e_n \cdot t_n)} \qquad (3.14)$$

donde:

$fl_e(t_i)$:	Es el i-ésimo flujo en moneda foránea.
e_i :	Tasa de descuento para la divisa extranjera con plazo t_i.
B_e :	Valor del bono en divisa extranjera.

Ahora bien, si el bono en la divisa local tiene valor nominal igual a una unidad monetaria, denotada por 1_l, entonces, el valor de la pata en divisa local se determina con la siguiente expresión:

$$B_l = 1_l - \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l(t_i)}{(1 + l_i \cdot t_i)} - \frac{1_l}{(1 + l_n \cdot t_n)} \qquad (3.15)$$

donde:

$fl_l(t_i)$:	Es el i-ésimo flujo en moneda local.
l_i :	Tasa de descuento para la divisa extranjera con plazo t_i.

B_l : Valor del bono en divisa extranjera.

Para que puedan ser comparables estos dos bonos, se debe multiplicar por el tipo de cambio. Se supondrá que el tipo de cambio que se usa como referencia es divisa extranjera por divisa local y sea S_0 el tipo de cambio al inicio de la operación. También se tiene el supuesto de que se entregarán los flujos en la divisa local y se recibirán los flujos en divisa extranjera, entonces, esto quiere decir que se venderá el bono en divisa extranjera y se comprará el bono en divisa local, por lo que el valor del *CCS* se determina como:

$$V_{CCS}(0) = B_l - S_0 \cdot B_e$$
$$\Rightarrow$$
$$V_{CCS}(0) = 1_l - \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+l_i \cdot t_i)} - \frac{1_l}{(1+l_n \cdot t_n)} - S_0 \cdot \left[1_e - \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+e_i \cdot t_i)} - \frac{1_e}{(1+e_n \cdot t_n)} \right]$$

Reacomodando los términos, se tiene:

$$V_{CCS}(0) = 1_l - S_0 \cdot 1_e + S_0 \cdot \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+e_i \cdot t_i)} + \frac{1_e}{(1+e_n \cdot t_n)} \right] - \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l(t_i)}{(1+l_i \cdot t_i)} - \frac{1_l}{(1+l_n \cdot t_n)} \qquad (3.16)$$

Ahora bien, por definición, los dos bonos están a la par, por lo que se tiene que:

$$1_l = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l(t_i)}{(1+l_i \cdot t_i)} + \frac{1_l}{(1+l_n \cdot t_n)} \qquad (3.17)$$

y además:

$$1_e = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+e_i \cdot t_i)} + \frac{1_e}{(1+e_n \cdot t_n)} \qquad (3.18)$$

Este resultado podría llevar a pensar que $V_{CCS}(0)=0$ con lo que se eliminaría el arbitraje en la operación; sin embargo, esta condición no es suficiente para eliminar el arbitraje, por lo que se debe pedir la condición de que los flujos que paga un bono sean iguales a los flujos que paga el otro bono, en valor presente, es decir:

$$S_0 \cdot \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+e_i \cdot t_i)} + \frac{1_e}{(1+e_n \cdot t_n)} \right] = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l(t_i)}{(1+l_i \cdot t_i)} + \frac{1_l}{(1+l_n \cdot t_n)} \tag{3.19}$$

También se sabe que, por principios de no arbitraje, deben existir ψ_e y ψ_l tales que:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l(t_i)}{(1+\psi_l \cdot \delta)^i} + \frac{1_l}{(1+\psi_l \cdot \delta)^l} = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l(t_i)}{(1+l_i \cdot t_i)} + \frac{1_l}{(1+l_n \cdot t_n)} \tag{3.20}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+\psi_e \cdot \delta)^i} + \frac{1_e}{(1+\psi_e \cdot \delta)^n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+e_i \cdot t_i)} + \frac{1_e}{(1+e_n \cdot t_n)} \tag{3.21}$$

Por otro lado, al inicio de la operación se conoce el tipo de cambio *spot*, por lo que el intercambio que se da al inicio de la operación debe ser tal que si se recibe, o se entrega, una unidad monetaria de la divisa extranjera, se entreguen las unidades monetarias de la divisa local que equivalen a una unidad monetaria de la divisa extranjera, es decir, el tipo de cambio *spot* S_0. Esta condición modifica la expresión (3.17), que considerando (3.18) y (3.19), se tiene:

$$S_0 \cdot \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e(t_i)}{(1+\psi_e \cdot \delta)^i} + \frac{1_e}{(1+\psi_e \cdot \delta)^n} \right] = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l'(t_i)}{(1+\psi_l \cdot \delta)^i} + \frac{S_0 \cdot 1_e}{(1+\psi_l \cdot \delta)^n} \tag{3.22}$$

donde el flujo en divisa local se transforma de tal manera que:

$$fl_l(t_i) = 1_l \cdot y_l(t_i) \cdot \Delta t_i = fl_l'(t_i) = S_0 \cdot 1_e \cdot y_l(t_i) \cdot \Delta t_i$$

Donde la tasa $y_l(t_i)$ es la tasa forward determinada según lo descrito en los capítulos anteriores, construida a partir de las tasas de interés de descuento l_i. Entre otras cosas, esta condición implica que se tendrá que ajustar la tasa de interés que pagará el bono de la divisa extranjera mediante un *spread.*

Recuerde que, como en el caso del bono en divisa local, los flujos en la divisa extranjera se determinan de la siguiente manera:

$$fl_e(t_i) = 1_e \cdot y_e(t_i) \cdot \Delta t_i$$

Donde $y_e(t_i)$ depende de las tasas de interés e_i, por lo tanto se debe determinar un *spread* de tal manera que:

$$fl_e'(t_i) = S_0 \cdot 1_e \cdot [y_e(t_i) + B] \cdot \Delta t_i \qquad (3.23)$$

y además:

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{fl_e'(t_i)}{(1+(\psi_e + b)\cdot\delta)^i} + \frac{S_0 \cdot 1_e}{(1+(\psi_e + b)\cdot\delta)^n}\right] = \sum_{i=1}^{n} \frac{fl_l'(t_i)}{(1+\psi_l \cdot \delta)^i} + \frac{S_0 \cdot 1_e}{(1+\psi_l \cdot \delta)^n}$$

Con algún método numérico de interpolación de funciones[η] se puede obtener b; cabe destacar que, independientemente del método que se seleccione para determinar b, se recomienda considerar como b_0, o valor inicial, a partir de los flujos que representan el retorno del nocional al final de la operación, es decir:

[η] Por ejemplo, Newton-Raphson.

$$\frac{1}{\left(1+\left(\psi_e+b_0\right)\cdot\delta\right)^n}=\frac{1}{\left(1+\psi_l\cdot\delta\right)^n}$$

$$\Rightarrow$$

$$\left(1+\left(\psi_e+b_0\right)\cdot\delta\right)=\left(1+\psi_l\cdot\delta\right)$$

$$\Rightarrow$$

$$\left(\psi_e+b_0\right)\cdot\delta=\left(1+\psi_l\cdot\delta\right)-1$$

$$\Rightarrow$$

$$\left(\psi_e+b_0\right)=\frac{\left[\left(1+\psi_l\cdot\delta\right)-1\right]}{\delta}$$

$$\Rightarrow$$

$$b_0=\frac{\left[\left(1+\psi_l\cdot\delta\right)-1\right]}{\delta}-\psi_e \tag{3.24}$$

Denotando como b' al resultado de la interpolación descrita en el párrafo anterior, se tiene que:

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{fl'_e\left(t_i\right)}{\left(1+\left(\psi_e+b'\right)\cdot\delta\right)^i}+\frac{S_0\cdot 1_e}{\left(1+\left(\psi_e+b'\right)\cdot\delta\right)^n}\right]=S_0\cdot 1_e$$

Esto quiere decir que para que se elimine el arbitraje en una operación de tipo *CCS*, se debe tener la siguiente condición: debe existir b' tal que (3.22) se cumple condicionado a que:

$$1_l=S_0\cdot 1_e$$

Esta condición quiere decir que el nocional de la divisa local será el nocional de la divisa extranjera por el tipo de cambio *spot* al inicio de la operación.

Esta condición de no arbitraje es justamente la que usan los formadores de mercado en sus posturas. Al conocerse $y_l\left(t_i\right)$ y $y_e\left(t_i\right)$ la única opción que tienen es ajustar mediante un *spread* para que el valor de la operación al inicio de la misma, sea 0. Cabe destacar, como se observa de la expresión (3.22) dicho *spread* va ligado a una tasa de interés compuesta.

Ahora bien, también se desea que independientemente del momento de valuación de la operación se elimine el arbitraje, por lo que para valuar este tipo de operaciones se deben utilizar las posturas de *spread* que realizan los formadores de mercado para poder determinar un precio justo de la operación.

3.2.2 Valor durante la vigencia del contrato

Considérese lo siguiente:

$$B_l(t_i) = S_0 \tag{3.24}$$

Para todas las t_i con $i = 1,\ldots,n$, tales que sean la fecha de liquidación de un cupón, esto se debe a (3.17); por lo que se tiene que:

$$B_l(t_j) = \frac{fl_l^c(t_i) + S_0}{\left(1 + l_{(i-j)} \cdot (t_i - t_j)\right)} \tag{3.25}$$

Para toda $t_j \in (t_{i-1}, t_i)$. Y lo mismo aplica para el bono de la divisa extranjera:

$$B_e(t_j) = \frac{fl_e^c(t_i) + 1_e}{\left(1 + \left(e_{(i-j)} + b_{(i-j)}\right) \cdot (t_i - t_j)\right)} \tag{3.26}$$

En donde $b_{(i-j)}$ depende de las posturas de los formadores de mercado y los flujos fl_e^c y fl_l^c son conocidos. Se dice que depende de las posturas ya que $b_{(i-j)}$ es un *spread* de composición simple al plazo $(t_i - t_j)$, contrario a las posturas que son *spreads* para tasas de interés compuesto. Por lo tanto, el valor del *CCS* al tiempo t_j es:

$$V_{CCS}(t_j) = \frac{fl_l(t_i) + S_0}{\left(1 + l_{(i-j)} \cdot (t_i - t_j)\right)} - S_{t_j} \cdot \frac{fl_e(t_i) + 1_e}{\left(1 + \left(e_{(i-j)} + b_{(i-j)}\right) \cdot (t_i - t_j)\right)} \tag{3.27}$$

Ahora bien, a pesar de que (3.25) y (3.26) están razonablemente fundamentadas para eliminar el arbitraje en la determinación del valor de este tipo de operaciones, la mayoría de las Instituciones, sean financieras o no financieras, prefieren determinar el valor de estas operaciones mediante las expresiones (3.14) y (3.15), para el bono en divisa local se obviará la expresión[ι], mientras que para el bono en la divisa extranjera se tiene:

$$B'_e(t_j) = \frac{fl_e^c(t_i)}{\left(1 + z_{(i-j)} \cdot (t_i - t_j)\right)} + \sum_{k=i+1}^{n} \frac{fl_e(t_k)}{\left(1 + z_{(k-j)} \cdot (t_k - t_j)\right)} + \frac{1_e}{\left(1 + z_{(n-j)} \cdot (t_n - t_j)\right)} \qquad (3.28)$$

Como se sabe cierta la expresión (3.26) se tienen que determinar $z_{(k-j)}$ tales que:

$$\frac{1_e}{\left(1 + \left(e_{(i-j)} + b_{(i-j)}\right) \cdot (t_i - t_j)\right)} = \sum_{k=i+1}^{n} \frac{fl_e(t_k)}{\left(1 + z_{(k-j)} \cdot (t_k - t_j)\right)} + \frac{1_e}{\left(1 + z_{(n-j)} \cdot (t_n - t_j)\right)} \qquad (3.29)$$

o, análogamente:

$$1_e = \sum_{k=i+1}^{n} \frac{fl_e(t_{k+1})}{\left(1 + z_{(k+1-i+1)} \cdot (t_{k+1} - t_{i+1})\right)} + \frac{1_e}{\left(1 + z_{(n-i+1)} \cdot (t_n - t_{i+1})\right)} \qquad (3.30)$$

Es decir, se quiere que al tiempo t_{i+1} los flujos, valuados con z_i, sean iguales al valor nocional del bono en divisa extranjera, es decir, en t_{i+1} el bono esté a la par. Ya que el *CCS* se negoció con la condición de que exista un *spread* b' tal que:

$$fl_e(t_{k+1}) = 1_e \cdot \left[y_e(t_{k+1}) + b'\right] \cdot \Delta t_{k+1}$$

Entonces, deben existir b_k tales que $z_{(k+1-i+1)} = y_e(t_{k+1}) + b_{k+1}$ y además se cumpla (3.30). Otra vez, nótese que b_k es un *spread* para una

[ι] Se obvia ya que es la misma expresión que se describió en el capítulo anterior para el caso de la pata variable de un IRS.

tasa simple al plazo. A continuación se describirá cómo determinar $z_{(k+1-i+1)}$.

3.2.3 Equilibrio en CCS

En esta sección se describirá como crear un equilibrio para poder determinar el valor justo en operaciones de tipo *CCS* en cualquier momento durante la vigencia de dicha operación. Para tal efecto, en la sección anterior se mostró que es necesario determinar una tasa de interés z_k, cuya composición es simple al plazo de vencimiento, que depende de las posturas de los formadores de mercado para este tipo de operaciones y además de la curva zero de la tasa de interés de referencia de la operación[φ].

Entonces, independiente del momento en el que se pretenda determinar el valor de un *CCS,* se sabe que existen posturas para este tipo de operaciones; estas posturas, como se ha dicho a lo largo de este capítulo, son *spreads* tales que, teniendo $b(\alpha_1)$; con α_1 que hace referencia a la postura de la operación *CCS* de menor plazo entre las divisas respectivas; suponiendo que solo se intercambiará un flujo en la divisa extranjera, se tiene que cumplir:

$$\frac{fl_e(t_1)+1_e}{\left(1+\left(y_e(t_1)+b(\alpha_1)\right)\cdot\delta\right)^1}=\frac{fl_e(t_1)+1_e}{\left(1+z_1\cdot t_1\right)} \tag{3.31}$$

Como se conoce la tasa de interés variable para determinar $fl_e(t_1)$, entonces, el flujo se determina como:

$$\begin{aligned}&fl_e(t_1)=1_e\cdot\left[y_e(t_1)+b(\alpha_1)\right]\cdot\Delta t_1\\&\Rightarrow\\&fl_e(t_1)=1_e\cdot\left[y_e(t_1)+b(\alpha_1)\right]\cdot t_1\end{aligned}$$

Lo que implica:

[φ] Es la referencia a la tasa variable que se pacta en la operación, de la divisa extranjera.

$$fl_e(t_1)+1_e = 1_e \cdot [y_e(t_1)+b(\alpha_1)] \cdot t_1 + 1_e$$
$$\Rightarrow$$
$$fl_e(t_1)+1_e = 1_e \cdot [(1+y_e(t_1)+b(\alpha_1)) \cdot t_1]$$
$$\therefore$$
$$\frac{fl_e(t_1)+1_e}{[(1+y_e(t_1)+b(\alpha_1)) \cdot t_1]} = 1_e$$

Por lo tanto, para que z_1 elimine el arbitraje, se debe cumplir que:

$[(1+y_e(t_1)+b(\alpha_1)) \cdot t_1] = (1+z_1 \cdot t_1)$; es decir:

$$z_1 = y_e(t_1)+b(\alpha_1) \qquad (3.32)$$

Ahora bien, suponga que para la postura $b(\alpha_2)$ se pactan dos flujos en la divisa extranjera, entonces, z_2 debe ser tal que:

$$\frac{fl_e(t_1)+fl_e(t_2)+1_e}{(1+(y_e(t_2)+b(\alpha_2)) \cdot \delta)^2} = \frac{fl_e(t_1)}{(1+z_1 \cdot t_1)} + \frac{fl_e(t_2)+1_e}{(1+z_2 \cdot t_2)}$$

La expresión anterior es equivalente a:

$$1_e = \frac{fl_e(t_1)}{(1+z_1 \cdot t_1)} + \frac{fl_e(t_2)+1_e}{(1+z_2 \cdot t_2)} \qquad (3.32)$$

donde:

$$fl_e(t_i) = 1_e \cdot [y_e(t_i)+b(\alpha_2)] \cdot \Delta t_i$$

Como z_1 es conocida, se puede determinar z_2 a partir de (3.32), de la siguiente manera:

$$\frac{fl_e(t_2)+1_e}{(1+z_2\cdot t_2)}=1_e-\frac{fl_e(t_1)}{(1+z_1\cdot t_1)}$$

$$\Rightarrow$$

$$(1+z_2\cdot t_2)=\frac{fl_e(t_2)+1_e}{\left(1_e-\frac{fl_e(t_1)}{(1+z_1\cdot t_1)}\right)}$$

$$\therefore$$

$$z_2=\left[\frac{fl_e(t_2)+1_e}{\left(1_e-\frac{fl_e(t_1)}{(1+z_1\cdot t_1)}\right)}-1\right]\cdot\frac{1}{t_2} \tag{3.33}$$

Es fácil observar que z_n se determinará con la siguiente expresión:

$$z_n=\left[\frac{fl_e(t_n)+1_e}{\left(1_e-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{fl_e(t_i)}{(1+z_i\cdot t_i)}\right)}-1\right]\cdot\frac{1}{t_n} \tag{3.34}$$

Una vez que se han determinado $z_1,...,z_n$ se pueden determinar z_{k-j}, con una interpolación adecuada de $z_1,...,z_n$, para determinar el valor del bono en la divisa extranjera de acuerdo a (3.28).

3.3 Resumen

- ✓ En este capítulo se describieron los principales equilibrios para operaciones de derivados en los que se intercambian flujos en distintas divisas, a saber, *FX Forwards* y *Cross Currency Swaps*.
- ✓ Esto fue posible mediante la creación de equilibrios entre los modelos de valuación y las posturas de mercado.
- ✓ El resultado de estos equilibrios son curvas zero que se utilizan para descontar los flujos propios de la operación.

- ✓ Finalmente, estos equilibrios garantizan que el valor de la operación sea justo para las partes involucradas en la operación. En otras palabras, se puede decir que se están determinando valores de equilibrio de las operaciones, cuando las curvas zero están razonablemente bien construidas.

Capítulo 4

Análisis de la Estructura Temporal de Tasas de Interés

Como se comentó al final del capítulo anterior, en el presente capítulo se mostrará cómo construir la curva zero asociada a TIIE 28D. La construcción de dicha curva, a su vez, servirá como base para determinar el valor de una operación IRS, como de describió en al capítulo II. De la misma manera, se considerarán curvas construidas por los proveedores de precios autorizados en México; esto será la base para el análisis de la importancia de las curvas en la determinación del valor razonable de operaciones derivadas.

El presente capítulo tendrá la siguiente estructura:

1. Descripción de la operación.
2. Valuación al inicio de la operación.
3. Análisis de distintas fuentes de curvas.
4. Valuación posterior a la concertación.
5. Análisis del valor razonable.

4.1 Construcción de la curva sobre TIIE

Al inicio de este capítulo se mencionó que se construirá la curva asociada a TIIE 28D, esta forma de nombrarla es análoga a decir curva TIIE. Durante este capítulo se utilizará indiferentemente una u otra. Asimismo, se pueden encontrar referencias a esta curva con nombres como curva zero de TIIE o curva *spot* TIIE, curva swap TIIE; todas son análogas, al menos en nombre hacen referencia a tasas de la misma naturaleza, es decir, y como se verá más adelante, todas “nacen” de la información de contratos IRS sobre TIIE. Para el presente trabajo, la curva estimada se enunciará como “curva TIIE” o “curva propia”.

4.1.1 Contratos IRS sobre TIIE

Como se dijo en el capítulo respectivo, los contratos IRS se cotizan mediante su tasa fija. Se decía que esta tasa fija es la que determina que el valor del swap sea 0.

También se comentaba que las posturas que realizan los distintos formadores de mercado son posturas de contratos estándar, en los que las características principales de las operaciones son las mismas para todos los formadores de mercado. Por ejemplo, todos los formadores consideran 13 intercambios para cada año de un swap; por ejemplo, un contrato de 2 años tendrá 26 intercambios de flujos entre las contrapartes. Otra característica uniforme de estas posturas es que se consideran meses de 28 días (por eso que cada año tenga 13 intercambios, si se consideran años de 364 días). También se dice que son cotizaciones/posturas[α] a “la par”; esto, para el caso de IRS, quiere decir que si se acuerda con la contraparte entregar la tasa fija se recibirá TIIE 28D **sin ningún *spread*.** Otra característica es que las fechas de intercambio de flujos son las mismas para la pata flotante que para la tasa fija.

Otra característica particular de dichas posturas es que representan niveles de liquidez y de riesgo de contraparte[β] propios de **operaciones interbancarias**. El nivel de liquidez, que en este caso es alto, quiere decir que se llevan a cabo un número representativo de operaciones; en otras palabras, quiere decir que el volumen de operación entre bancos es alto. Asimismo, el riesgo de contraparte que se considera en estas posturas es muy cercano a 0, ya que se considera riesgo interbancario en las operaciones.

Lo anterior implica que en este trabajo no se considerarán ajustes de riesgo de contraparte, ya que este tema necesita un marco teórico diferente y no es tema del presente trabajo. Es importante resaltar este punto para aquel que esté interesado en determinar un valor justo de este tipo de operaciones cuando la operación no esté pactada entre instituciones financieras.

[α] Se entenderá análogo decir postura o cotización.

[β] Riesgo que la contraparte incumpla con las obligaciones que contrajo en algún contrato.

Ya que se conocen cada una de las características que se mencionaron en el párrafo anterior, vale la pena mencionar que los diferentes plazos que se cotizan en los mercados OTC son los siguientes:

Plazo	Flujos	Dias x vencer
3 Meses	3x1	84
6 Meses	6x1	168
9 Meses	9x1	252
1 Año	13x1	364
2 Años	26x1	728
3 Años	39x1	1092
4 Años	52x1	1456
5 Años	65x1	1820
7 Años	91x1	2548
10 Años	130x1	3640
15 Años	157x1	4396
20 Años	195x1	5460
25 Años	260x1	7280
30 Años	390x1	10920

Tabla 4.1

A partir de estas cotizaciones se construirá la curva asociada a TIIE en distintas fechas. Como se verá más adelante, el principal origen de las diferencias entre curvas, construidas por distintas entidades, es la hora en la que se toman las cotizaciones, así como las fuentes[χ]. Cabe mencionar que para la curva propia se consideran las cotizaciones de "cierre" de mercado.

4.2 Análisis del valor razonable

A continuación se describirá la operación que se considerará para el análisis del valor razonable de operaciones de tipo IRS. Las características de esta operación se presentan a continuación:

[χ] En México, las principales fuentes son Bloomberg y Reuters. Estas empresas concentran información de mercado de prácticamente todos los mercados financieros que existen alrededor del globo; en particular concentran posturas de formadores de mercado para instrumentos financieros derivados.

Inicio operación:	28-Feb-11
Vencimiento:	23-Feb-15
Días por Vencer:	1456
Inicio Pagos:	28-Mar-11
Periodicidad:	28 Días
Tasa Fija:	**6.6265%**
Nocional:	10,000,000
Tasa Flotante:	TIIE 28D
Recibe:	Flotante
Paga:	Fijo
Fecha Valuación:	28-Feb-11

Tabla 4.2

Esta operación inicia el 28 de febrero de 2011, cuyo primer intercambio de flujos sucede el 28 de marzo de 2011. Se considerará que se recibirán los flujos flotantes, y por consiguiente, se entregarán los flujos fijos. El siguiente es el calendario de pagos definido para la operación:

Fecha Inicio	Fecha Pago	Tasa Entregar	Tasa Recibir	Fecha Inicio	Fecha Pago	Tasa Entregar	Tasa Recibir
28-Feb-11	28-Mar-11	6.6265%	TIIE 28D	25-Feb-13	25-Mar-13	6.6265%	TIIE 28D
28-Mar-11	25-Abr-11	6.6265%	TIIE 28D	25-Mar-13	22-Abr-13	6.6265%	TIIE 28D
25-Abr-11	23-May-11	6.6265%	TIIE 28D	22-Abr-13	20-May-13	6.6265%	TIIE 28D
23-May-11	20-Jun-11	6.6265%	TIIE 28D	20-May-13	17-Jun-13	6.6265%	TIIE 28D
20-Jun-11	18-Jul-11	6.6265%	TIIE 28D	17-Jun-13	15-Jul-13	6.6265%	TIIE 28D
18-Jul-11	15-Ago-11	6.6265%	TIIE 28D	15-Jul-13	12-Ago-13	6.6265%	TIIE 28D
15-Ago-11	12-Sep-11	6.6265%	TIIE 28D	12-Ago-13	09-Sep-13	6.6265%	TIIE 28D
12-Sep-11	10-Oct-11	6.6265%	TIIE 28D	09-Sep-13	07-Oct-13	6.6265%	TIIE 28D
10-Oct-11	07-Nov-11	6.6265%	TIIE 28D	07-Oct-13	04-Nov-13	6.6265%	TIIE 28D
07-Nov-11	05-Dic-11	6.6265%	TIIE 28D	04-Nov-13	02-Dic-13	6.6265%	TIIE 28D
05-Dic-11	02-Ene-12	6.6265%	TIIE 28D	02-Dic-13	30-Dic-13	6.6265%	TIIE 28D
02-Ene-12	30-Ene-12	6.6265%	TIIE 28D	30-Dic-13	27-Ene-14	6.6265%	TIIE 28D
30-Ene-12	27-Feb-12	6.6265%	TIIE 28D	27-Ene-14	24-Feb-14	6.6265%	TIIE 28D
27-Feb-12	26-Mar-12	6.6265%	TIIE 28D	24-Feb-14	24-Mar-14	6.6265%	TIIE 28D
26-Mar-12	23-Abr-12	6.6265%	TIIE 28D	24-Mar-14	21-Abr-14	6.6265%	TIIE 28D
23-Abr-12	21-May-12	6.6265%	TIIE 28D	21-Abr-14	19-May-14	6.6265%	TIIE 28D
21-May-12	18-Jun-12	6.6265%	TIIE 28D	19-May-14	16-Jun-14	6.6265%	TIIE 28D
18-Jun-12	16-Jul-12	6.6265%	TIIE 28D	16-Jun-14	14-Jul-14	6.6265%	TIIE 28D
16-Jul-12	13-Ago-12	6.6265%	TIIE 28D	14-Jul-14	11-Ago-14	6.6265%	TIIE 28D
13-Ago-12	10-Sep-12	6.6265%	TIIE 28D	11-Ago-14	08-Sep-14	6.6265%	TIIE 28D
10-Sep-12	08-Oct-12	6.6265%	TIIE 28D	08-Sep-14	06-Oct-14	6.6265%	TIIE 28D
08-Oct-12	05-Nov-12	6.6265%	TIIE 28D	06-Oct-14	03-Nov-14	6.6265%	TIIE 28D
05-Nov-12	03-Dic-12	6.6265%	TIIE 28D	03-Nov-14	01-Dic-14	6.6265%	TIIE 28D
03-Dic-12	31-Dic-12	6.6265%	TIIE 28D	01-Dic-14	29-Dic-14	6.6265%	TIIE 28D
31-Dic-12	28-Ene-13	6.6265%	TIIE 28D	29-Dic-14	26-Ene-15	6.6265%	TIIE 28D
28-Ene-13	25-Feb-13	6.6265%	TIIE 28D	26-Ene-15	23-Feb-15	6.6265%	TIIE 28D

Tabla 4.3

De acuerdo a lo descrito en el capítulo II, el valor razonable de este tipo de operaciones debe ser 0 al inicio de la operación. La siguiente tabla muestra los flujos determinados de acuerdo a las características de la operación:

Fecha Inicio	Fecha Pago	Periodicidad	Tasa Corta	Tasa Larga	Tasa Forward	Flujo Fijo (F Fi)	Flujo Flotante (F Fl)	VP F Fi	VP F Fl	Pago - Recibe	Valor Swap
28-Feb-11	28-Mar-11	28	4.500%	4.855%	4.855%	51,539.444	37,761.111	51,345.558	37,619.057	13,726.501	0.000
28-Mar-11	25-Abr-11	28	4.855%	4.872%	4.870%	51,539.444	37,877.999	51,151.805	37,593.110	13,558.695	
25-Abr-11	23-May-11	28	4.872%	4.889%	4.885%	51,539.444	37,995.110	50,958.189	37,566.605	13,391.584	
23-May-11	20-Jun-11	28	4.889%	4.915%	4.937%	51,539.444	38,399.273	50,763.262	37,820.981	12,942.281	
20-Jun-11	18-Jul-11	28	4.915%	4.941%	4.971%	51,539.444	38,660.549	50,567.764	37,931.676	12,636.088	
18-Jul-11	15-Ago-11	28	4.941%	4.968%	5.004%	51,539.444	38,922.350	50,371.705	38,040.479	12,331.226	
15-Ago-11	12-Sep-11	28	4.968%	5.001%	5.085%	51,539.444	39,551.935	50,173.260	38,503.510	11,669.750	
12-Sep-11	10-Oct-11	28	5.001%	5.035%	5.133%	51,539.444	39,920.029	49,973.765	38,707.327	11,266.438	
10-Oct-11	07-Nov-11	28	5.035%	5.069%	5.180%	51,539.444	40,288.922	49,773.234	38,908.257	10,864.978	
07-Nov-11	05-Dic-11	28	5.069%	5.121%	5.397%	51,539.444	41,978.664	49,565.166	40,370.622	9,194.544	
05-Dic-11	02-Ene-12	28	5.121%	5.174%	5.479%	51,539.444	42,614.384	49,354.843	40,808.089	8,546.754	
02-Ene-12	30-Ene-12	28	5.174%	5.226%	5.561%	51,539.444	43,251.711	49,142.295	41,240.031	7,902.263	
30-Ene-12	27-Feb-12	28	5.226%	5.280%	5.643%	51,539.444	43,890.692	48,927.548	41,666.416	7,261.132	
27-Feb-12	26-Mar-12	28	5.280%	5.340%	5.814%	51,539.444	45,220.296	48,707.292	42,735.388	5,971.904	
26-Mar-12	23-Abr-12	28	5.340%	5.401%	5.909%	51,539.444	45,961.982	48,484.448	43,237.590	5,246.858	
23-Abr-12	21-May-12	28	5.401%	5.462%	6.005%	51,539.444	46,705.841	48,259.050	43,733.097	4,525.953	
21-May-12	18-Jun-12	28	5.462%	5.524%	6.101%	51,539.444	47,451.940	48,031.133	44,221.867	3,809.266	
18-Jun-12	16-Jul-12	28	5.524%	5.587%	6.197%	51,539.444	48,200.349	47,800.732	44,703.857	3,096.875	
16-Jul-12	13-Ago-12	28	5.587%	5.650%	6.294%	51,539.444	48,951.138	47,567.882	45,179.027	2,388.855	
13-Ago-12	10-Sep-12	28	5.650%	5.714%	6.391%	51,539.444	49,704.380	47,332.618	45,647.338	1,685.280	
10-Sep-12	08-Oct-12	28	5.714%	5.778%	6.488%	51,539.444	50,460.149	47,094.976	46,108.753	986.223	
08-Oct-12	05-Nov-12	28	5.778%	5.843%	6.585%	51,539.444	51,218.518	46,854.992	46,563.235	291.757	
05-Nov-12	03-Dic-12	28	5.843%	5.908%	6.683%	51,539.444	51,979.564	46,612.701	47,010.749	-398.048	
03-Dic-12	31-Dic-12	28	5.908%	5.975%	6.781%	51,539.444	52,743.364	46,368.140	47,451.262	-1,083.122	
31-Dic-12	28-Ene-13	28	5.975%	6.042%	6.880%	51,539.444	53,509.996	46,121.345	47,884.742	-1,763.397	
28-Ene-13	25-Feb-13	28	6.042%	6.109%	6.979%	51,539.444	54,279.542	45,872.352	48,311.157	-2,438.806	
25-Feb-13	25-Mar-13	28	6.109%	6.168%	6.857%	51,539.444	53,329.014	45,629.016	47,213.363	-1,584.346	
25-Mar-13	22-Abr-13	28	6.168%	6.228%	6.939%	51,539.444	53,973.759	45,384.062	47,527.645	-2,143.583	
22-Abr-13	20-May-13	28	6.228%	6.288%	7.023%	51,539.444	54,620.949	45,137.516	47,836.254	-2,698.738	
20-May-13	17-Jun-13	28	6.288%	6.349%	7.106%	51,539.444	55,270.643	44,889.410	48,139.179	-3,249.769	
17-Jun-13	15-Jul-13	28	6.349%	6.410%	7.190%	51,539.444	55,922.905	44,639.771	48,436.410	-3,796.639	
15-Jul-13	12-Ago-13	28	6.410%	6.473%	7.274%	51,539.444	56,577.797	44,388.630	48,727.938	-4,339.309	
12-Ago-13	09-Sep-13	28	6.473%	6.535%	7.359%	51,539.444	57,235.382	44,136.016	49,013.756	-4,877.740	
09-Sep-13	07-Oct-13	28	6.535%	6.599%	7.444%	51,539.444	57,895.727	43,881.958	49,293.854	-5,411.896	
07-Oct-13	04-Nov-13	28	6.599%	6.663%	7.529%	51,539.444	58,558.898	43,626.486	49,568.228	-5,941.742	
04-Nov-13	02-Dic-13	28	6.663%	6.728%	7.615%	51,539.444	59,224.963	43,369.630	49,836.872	-6,467.242	
02-Dic-13	30-Dic-13	28	6.728%	6.793%	7.701%	51,539.444	59,893.991	43,111.418	50,099.781	-6,988.363	
30-Dic-13	27-Ene-14	28	6.793%	6.859%	7.787%	51,539.444	60,566.053	42,851.881	50,356.951	-7,505.070	
27-Ene-14	24-Feb-14	28	6.859%	6.926%	7.874%	51,539.444	61,241.221	42,591.048	50,608.380	-8,017.332	
24-Feb-14	24-Mar-14	28	6.926%	6.981%	7.538%	51,539.444	58,629.176	42,342.796	48,167.443	-5,824.647	
24-Mar-14	21-Abr-14	28	6.981%	7.037%	7.604%	51,539.444	59,138.935	42,093.857	48,300.596	-6,206.739	
21-Abr-14	19-May-14	28	7.037%	7.093%	7.669%	51,539.444	59,650.903	41,844.253	48,429.848	-6,585.596	
19-May-14	16-Jun-14	28	7.093%	7.149%	7.736%	51,539.444	60,165.127	41,594.002	48,555.207	-6,961.205	
16-Jun-14	14-Jul-14	28	7.149%	7.207%	7.802%	51,539.444	60,681.651	41,343.125	48,676.680	-7,333.555	
14-Jul-14	11-Ago-14	28	7.207%	7.264%	7.869%	51,539.444	61,200.521	41,091.642	48,794.277	-7,702.635	
11-Ago-14	08-Sep-14	28	7.264%	7.323%	7.936%	51,539.444	61,721.787	40,839.573	48,908.005	-8,068.432	
08-Sep-14	06-Oct-14	28	7.323%	7.382%	8.003%	51,539.444	62,245.495	40,586.937	49,017.874	-8,430.937	
06-Oct-14	03-Nov-14	28	7.382%	7.442%	8.071%	51,539.444	62,771.695	40,333.756	49,123.894	-8,790.139	
03-Nov-14	01-Dic-14	28	7.442%	7.502%	8.139%	51,539.444	63,300.438	40,080.047	49,226.075	-9,146.028	
01-Dic-14	29-Dic-14	28	7.502%	7.563%	8.207%	51,539.444	63,831.775	39,825.832	49,324.426	-9,498.595	
29-Dic-14	26-Ene-15	28	7.563%	7.625%	8.276%	51,539.444	64,365.758	39,571.129	49,418.960	-9,847.830	
26-Ene-15	23-Feb-15	28	7.625%	7.687%	8.345%	51,539.444	64,902.441	39,315.959	49,509.686	-10,193.727	

Tabla 4.4

Como se observa en la *Tabla 4.4,* que el valor del swap sea 0, no quiere decir que la resta de cada flujo que se recibe menos el flujo que se entrega sea 0.

El resultado mostrado corresponde a los cálculos realizados considerando la curva zero sobre TIIE, según la información y las características de ésta, descritas en el apartado anterior. Las cotizaciones correspondientes a esta curva y fecha en específico se muestran a continuación:

Plazo	Flujos	Tasa Swap (Mid)
TIIE 28D	**--**	**4.86**
3 Meses	3x1	4.87
6 Meses	6x1	4.92
9 Meses	9x1	4.99
1 Año	13x1	5.15
2 Años	26x1	5.75
3 Años	39x1	6.25
4 Años	52x1	6.63
5 Años	65x1	6.93
7 Años	91x1	7.43
10 Años	130x1	7.82
15 Años	157x1	8.03
20 Años	195x1	8.23
25 Años	260x1	8.55
30 Años	390x1	8.80

Tabla 4.5

A partir de estas tasas swap, se obtiene la siguiente curva zero, con el método de "Bootstrapping" descrito en el capítulo II.

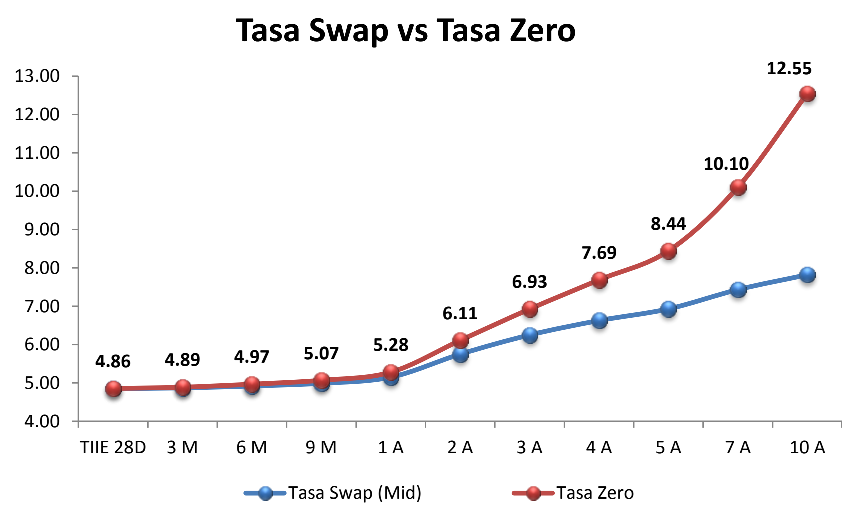


Gráfico 4.1

Los datos se cortaron hasta el vencimiento de 10 años, ya que para la operación que se presenta es suficiente. Cabe destacar que el incremento en la tasa zero, respecto a la tasa swap del mismo plazo, se debe al factor tiempo. Esto se debe a que la tasa zero no capitaliza como la tasa swap, que paga mensualmente. Si tuviéramos tasas swaps cuyos periodos de intercambio son de 6 meses, la diferencia sería menor, ya que la tasa swap capitalizaría más veces mientras mayor sea su vencimiento. Sin embargo, no se debe tratar de comparar tasas de distinta capitalización, por lo que este párrafo solo describe un explicación breve para tener un mejor entendimiento del comportamiento de las curvas de tasas zero respecto a las tasas swap que las originan.

Para determinar si la tasa swap pactada en la operación es razonable, se puede determinar a partir de la comparación entre el valor ya conocido, es decir 0, y el valor determinado considerando la curva de otra fuente, como puede ser un proveedor de precios, pero con las características propias de la operación.

Para poder determinar que la tasa pactada sea razonable, el valor a mercado determinado con la otra curva debe ser cercano a 0, o en otras palabras, debe estar razonablemente alejado de 0. Lo anterior se fundamenta en el hecho de que la información para construir la curva, es decir las posturas de tasas swap, son públicas, por lo que todos los que determinen precios deberían estar monitoreando el mismo mercado, y por consiguiente, se debe tener información similar, salvo por el momento del día en el que se recolecte la información.

Para realizar el análisis, se propone el siguiente procedimiento:

1. **Determinar el valor razonable de la operación con la curva de tasas zero de algún proveedor de precios. Para realizar este ejercicio se conservarán las características propias de la operación, es decir, tasa fija pactada, nocional, plazo y moneda.**
2. **Del resultado anterior se determinará una diferencia entre la valuación inicial y la valuación con la curva del proveedor. Para este caso, dicha diferencia será la valuación con la curva del proveedor, ya que la valuación inicial es 0.**
3. **Determinar la razonabilidad de la diferencia. Se determinarán los valores justos de la operación, con base en las curvas zero obtenidas a partir de las posturas *high* y *low*. De esta forma, se determinará un rango de valores de la operación analizada, dentro del cual deberán estar los valores determinados a partir de las curvas de los proveedores.**

4.2.1 Análisis de la tasa swap de un contrato IRS

De acuerdo al procedimiento antes descrito, a continuación se presentarán las valuaciones de la operación, determinadas con curvas zero de distintas fuentes. Para dicho ejercicio, se han seleccionado las curvas zero de los dos proveedores de precios en México: PiP y Valmer.

En PiP, la curva zero referenciada a contratos IRS sobre TIIE se llama "Descuento Irs", haciendo referencia al uso de esta curva, la cual suele ser como curva de descuento[δ]. En Valmer, esta curva se llama "TIIE IRS", nombre que hace referencia al tipo de contratos de los que se obtiene la información, y del subyacente de dicho contratos. Para este trabajo, a dichas curvas se les llamara "PiP" y "Valmer" respectivamente, solo para identificar dichas curvas dentro del presente trabajo.

Con base en lo establecido en párrafos anteriores, a continuación se presenta un resumen con las valuaciones determinadas considerando la curva Valmer y la curva PiP:

Curva	Valmer	PiP
Valor	-3,042	-1,728

Tabla 4.6

Como se observa en la Tabla 4.6, la valuación determinada con la curva Valmer es la que más se aleja del valor determinado con la curva Propia, con una diferencia de (-)MXN 3,042, mientras que la valuación determinada con la curva PiP se aleja (-)MXN 1,728.

Como se mencionó en la descripción del procedimiento de análisis, las diferencias presentadas deberán estar dentro del rango de las curvas zero *high* y *low*. Estas tasas swap son las posturas máxima y mínima registradas durante el día de cotización de que se trate, por lo que son consistentes con el análisis que se está llevando a cabo.

[δ] Hay que tener cuidado con el conocimiento previo. Que sea una curva de descuento no quiere decir que sean tasas de descuento, sino el uso que se le da a esta curva. Esta curva está formada por tasas de interés, de acuerdo al procedimiento conocido como Bootstrapping, por lo que estás tasas representan el valor del dinero en el tiempo, al contrario de una *tasa de descuento*, la cual aplica al inicio de un préstamo o crédito.

Esta parte del análisis demostrará que el valor de una operación, determinado con curvas zero de distintas fuentes, solo varía por el momento del día en el cual se hace la lectura o recolección de las posturas de tasas swaps. Asumiendo que la construcción de la curva zero, a partir de dichas tasas swap, se determine bajo criterios de no arbitraje, como el presentado en el Capítulo II.

Para la fecha de análisis, las posturas máxima y mínima de las tasas swap en sus distintos plazos fueron las siguientes:

Plazo	Low	High
TIIE 28D	**4.855**	**4.855**
3 M	4.860	4.880
6 M	4.900	4.930
9 M	4.970	5.003
1 A	5.120	5.176
2 A	5.700	5.775
3 A	6.185	6.250
4 A	6.585	6.655
5 A	6.888	6.945
7 A	7.383	7.450
10 A	7.788	7.835
15 A	7.960	8.070
20 A	8.187	8.234
25 A	8.480	8.590
30 A	8.770	8.810

Tabla 4.7

A partir de las posturas presentadas en la Tabla 4.7, se determinaron las siguientes curvas zero, considerando la metodología del Bootstrapping:

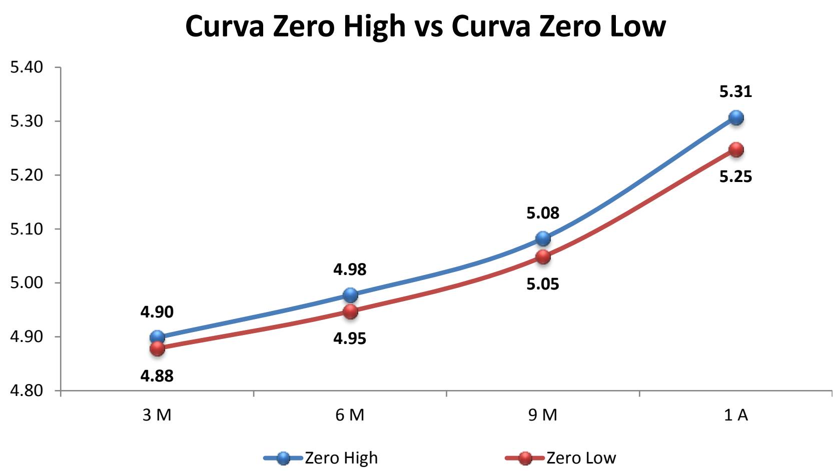


Gráfico 4.2

A partir de estas curvas se determinaron los siguientes valores de la operación:

Curva	Low	High
Valor	17,619	-10,197

Tabla 4.8

Básicamente se está definiendo un rango de posibles valores que pudo haber tomado dicha posición durante el día. Recordando, los valores que se determinaron de dicha operación con las curvas de distintos proveedores de precios fueron (-)MXN 3,042 con la curva de Valmer, mientras que con la curva PiP se determinó un valor de (-)MXN 1,728; dado que ambos valores se encuentran dentro del rango "Low-High" se considera que dichos valores son razonablemente correctos; y la diferencia entre curvas se explica por el momento del día de operación en el que se recolecta la información de las posturas respectivas.

Este resultado también se puede analizar desde otro punto de vista. Si la tasa pactada no fuera de mercado, o estuviera fuera de mercado[ϕ], las diferencias entre el valor determinado al inicio, es decir de 0, y los valores determinados con las curvas de los distintos proveedores no estarían dentro del rango establecido por las posturas "Low" y "High".

[ϕ] Esto implica que la tasa es favorable o desfavorable para alguna de las contrapartes involucradas en la operación.

En la siguiente sección se realizará un análisis similar al que se expuso en esta sección, en el que la principal diferencia será la fecha en la que se determinará el valor de dicha operación.

4.2.2 Análisis del valor de un contrato IRS

Como se dijo al final de la sección anterior, en esta sección se analizará el valor de una operación de tipo IRS cuando ha transcurrido cierto plazo, durante la vigencia de dicha operación. Para poner en perspectiva este análisis se considerará la misma operación analizada en la sección anterior. Para recapitular, a continuación se presentan las características de dicha operación, presentadas en la Tabla 4.2:

Inicio operación:	28-Feb-11
Vencimiento:	23-Feb-15
Días por Vencer:	1456
Inicio Pagos:	28-Mar-11
Periodicidad:	28 Días
Tasa Fija:	**6.6265%**
Nocional:	10,000,000
Tasa Flotante:	TIIE 28D
Recibe:	Flotante
Paga:	Fijo
Fecha Valuación:	28-Feb-11

Tabla 4.9

Para el análisis de esta sección se considerará como fecha de valuación el 29 de julio de 2011. En esta fecha, se observaron las siguientes posturas de tasas swap al cierre de mercado:

Plazo	Flujos	Tasa Swap (Mid)
TIIE 28D	**--**	**4.81**
3 Meses	3x1	4.81
6 Meses	6x1	4.83
9 Meses	9x1	4.84
1 Año	13x1	4.91
2 Años	26x1	5.16
3 Años	39x1	5.46
4 Años	52x1	5.77
5 Años	65x1	6.06
7 Años	91x1	6.49
10 Años	130x1	6.86
15 Años	157x1	7.04
20 Años	195x1	7.31
25 Años	260x1	7.60
30 Años	390x1	7.86

Tabla 4.10

A partir de estas posturas de tasas swap, se obtiene la siguiente curva zero, aplicando la metodología de Bootstrapping, análogo al procedimiento aplicado en la sección anterior:

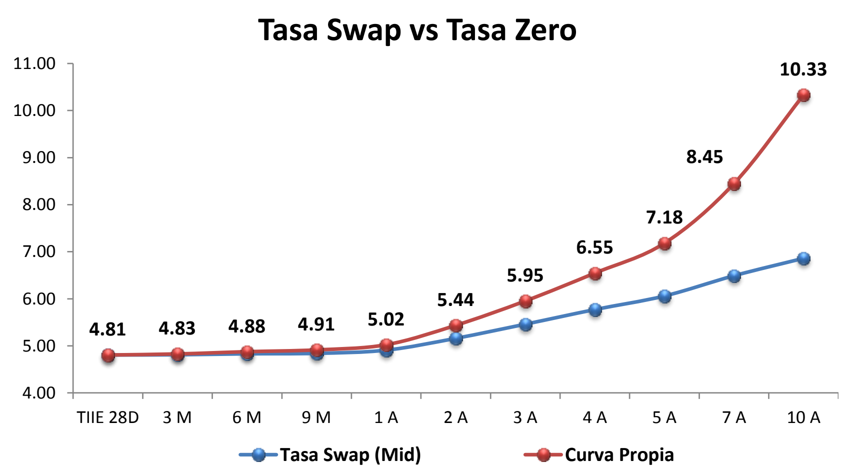


Gráfico 4.3

Con los movimientos registrados en las posturas de tasas swap en los distintos plazos, se obtiene una curva zero distinta a la que se determinó al inició de la operación. A continuación se presenta una gráfica en la que se describe el desplazamiento de una fecha a otra:

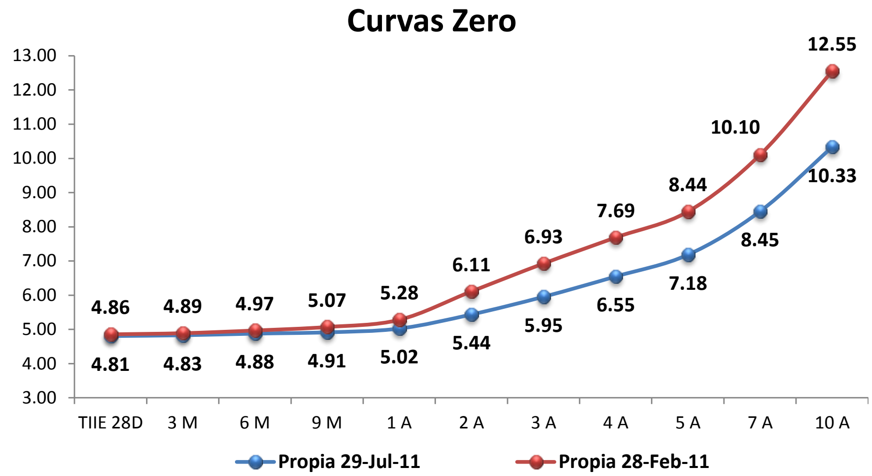


Gráfico 4.4

Aunque se presenta la curva zero con las tasa de hasta 10 años, en realidad, el desplazamiento de la curva zero de una fecha a otra que explicará el cambio en el valor justo de la operación será hasta el plazo de 4 años.

La valuación determinada con la curva zero presentada en las gráficas anteriores, correspondiente al 29 de julio de 2011 se presenta en la siguiente tabla:

Fecha Inicio	Fecha Pago	Periodicidad	Tasa Corta	Tasa Larga	Tasa Forward	Flujo Fijo (F Fi)	Flujo Flotante (F Fl)	VP F Fi	VP F Fl	Pago - Recibe	Valor Swap
18-jul-11	15-ago-11	28	4.500%	4.799%	4.799%	51,539.444	37,327.769	51,422.903	37,243.363	14,179.540	**329,619**
15-ago-11	12-sep-11	28	4.799%	4.812%	4.809%	51,539.444	37,406.254	51,231.266	37,182.585	14,048.681	
12-sep-11	10-oct-11	28	4.812%	4.824%	4.813%	51,539.444	37,434.884	51,040.198	37,072.263	13,967.934	
10-oct-11	07-nov-11	28	4.824%	4.838%	4.828%	51,539.444	37,553.111	50,849.243	37,050.211	13,799.033	
07-nov-11	05-dic-11	28	4.838%	4.854%	4.845%	51,539.444	37,683.130	50,658.347	37,038.914	13,619.433	
05-dic-11	02-ene-12	28	4.854%	4.870%	4.858%	51,539.444	37,787.742	50,467.641	37,001.916	13,465.725	
02-ene-12	30-ene-12	28	4.870%	4.884%	4.858%	51,539.444	37,781.115	50,277.686	36,856.180	13,421.506	
30-ene-12	27-feb-12	28	4.884%	4.896%	4.858%	51,539.444	37,782.116	50,088.441	36,718.427	13,370.015	
27-feb-12	26-mar-12	28	4.896%	4.909%	4.864%	51,539.444	37,834.724	49,899.647	36,630.961	13,268.686	
26-mar-12	23-abr-12	28	4.909%	4.931%	4.956%	51,539.444	38,543.953	49,708.053	37,174.340	12,533.713	
23-abr-12	21-may-12	28	4.931%	4.958%	5.034%	51,539.444	39,153.268	49,514.189	37,614.731	11,899.458	
21-may-12	18-jun-12	28	4.958%	4.985%	5.069%	51,539.444	39,423.345	49,319.754	37,725.468	11,594.285	
18-jun-12	16-jul-12	28	4.985%	5.013%	5.104%	51,539.444	39,694.008	49,124.758	37,834.295	11,290.463	
16-jul-12	13-ago-12	28	5.013%	5.042%	5.159%	51,539.444	40,121.773	48,928.448	38,089.198	10,839.250	
13-ago-12	10-sep-12	28	5.042%	5.073%	5.209%	51,539.444	40,517.375	48,731.003	38,309.539	10,421.464	
10-sep-12	08-oct-12	28	5.073%	5.103%	5.249%	51,539.444	40,826.916	48,532.858	38,445.252	10,087.606	
08-oct-12	05-nov-12	28	5.103%	5.134%	5.289%	51,539.444	41,137.183	48,334.026	38,578.717	9,755.309	
05-nov-12	03-dic-12	28	5.134%	5.165%	5.329%	51,539.444	41,448.188	48,134.517	38,709.934	9,424.583	
03-dic-12	31-dic-12	28	5.165%	5.197%	5.369%	51,539.444	41,759.944	47,934.343	38,838.904	9,095.440	
31-dic-12	28-ene-13	28	5.197%	5.228%	5.409%	51,539.444	42,072.466	47,733.517	38,965.627	8,767.890	
28-ene-13	25-feb-13	28	5.228%	5.260%	5.450%	51,539.444	42,385.767	47,532.048	39,090.106	8,441.943	
25-feb-13	25-mar-13	28	5.260%	5.292%	5.490%	51,539.444	42,699.861	47,329.950	39,212.341	8,117.609	
25-mar-13	22-abr-13	28	5.292%	5.325%	5.530%	51,539.444	43,014.761	47,127.234	39,332.335	7,794.899	
22-abr-13	20-may-13	28	5.325%	5.357%	5.571%	51,539.444	43,330.481	46,923.910	39,450.088	7,473.822	
20-may-13	17-jun-13	28	5.357%	5.390%	5.612%	51,539.444	43,647.037	46,719.991	39,565.602	7,154.389	
17-jun-13	15-jul-13	28	5.390%	5.423%	5.653%	51,539.444	43,964.442	46,515.488	39,678.881	6,836.607	
15-jul-13	12-ago-13	28	5.423%	5.459%	5.760%	51,539.444	44,800.876	46,308.024	40,253.443	6,054.582	
12-ago-13	09-sep-13	28	5.459%	5.497%	5.849%	51,539.444	45,494.261	46,098.304	40,691.324	5,406.979	
09-sep-13	07-oct-13	28	5.497%	5.535%	5.899%	51,539.444	45,878.563	45,887.777	40,847.651	5,040.126	
07-oct-13	04-nov-13	28	5.535%	5.574%	5.948%	51,539.444	46,264.012	45,676.459	41,001.146	4,675.314	
04-nov-13	02-dic-13	28	5.574%	5.613%	5.998%	51,539.444	46,650.631	45,464.365	41,151.808	4,312.557	
02-dic-13	30-dic-13	28	5.613%	5.652%	6.048%	51,539.444	47,038.441	45,251.509	41,299.639	3,951.870	
30-dic-13	27-ene-14	28	5.652%	5.692%	6.098%	51,539.444	47,427.465	45,037.906	41,444.640	3,593.266	
27-ene-14	24-feb-14	28	5.692%	5.732%	6.148%	51,539.444	47,817.726	44,823.570	41,586.812	3,236.758	
24-feb-14	24-mar-14	28	5.732%	5.772%	6.198%	51,539.444	48,209.246	44,608.515	41,726.156	2,882.360	
24-mar-14	21-abr-14	28	5.772%	5.813%	6.249%	51,539.444	48,602.049	44,392.758	41,862.674	2,530.083	
21-abr-14	19-may-14	28	5.813%	5.854%	6.300%	51,539.444	48,996.159	44,176.311	41,996.369	2,179.941	
19-may-14	16-jun-14	28	5.854%	5.895%	6.350%	51,539.444	49,391.600	43,959.189	42,127.243	1,831.946	
16-jun-14	14-jul-14	28	5.895%	5.937%	6.401%	51,539.444	49,788.397	43,741.408	42,255.297	1,486.110	
14-jul-14	11-ago-14	28	5.937%	5.980%	6.473%	51,539.444	50,345.573	43,522.292	42,514.132	1,008.160	
11-ago-14	08-sep-14	28	5.980%	6.023%	6.539%	51,539.444	50,856.251	43,302.074	42,728.073	574.001	
08-sep-14	06-oct-14	28	6.023%	6.067%	6.592%	51,539.444	51,270.825	43,081.193	42,856.657	224.536	
06-oct-14	03-nov-14	28	6.067%	6.111%	6.645%	51,539.444	51,686.924	42,859.665	42,982.307	-122.643	
03-nov-14	01-dic-14	28	6.111%	6.156%	6.699%	51,539.444	52,104.577	42,637.504	43,105.027	-467.523	
01-dic-14	29-dic-14	28	6.156%	6.201%	6.753%	51,539.444	52,523.813	42,414.726	43,224.818	-810.093	
29-dic-14	26-ene-15	28	6.201%	6.246%	6.807%	51,539.444	52,944.661	42,191.345	43,341.687	-1,150.342	
26-ene-15	23-feb-15	28	6.246%	6.292%	6.861%	51,539.444	53,367.150	41,967.377	43,455.636	-1,488.259	

Tabla 4.11

De acuerdo al detalle del valor de la operación presentada en la Tabla 4.11, el valor de laoperación determinado al 29 de julio de 2011 es de MXN$329,619.

Ahora bien, ¿cómo determinar que el valor obtenido sea razonable? Para poder determinar la razonabilidad de dicho valor, se realizará un ejercicio similar al de la sección anterior, es decir, se determinará el valor de la operación considerando la curva zero de alguna otra fuente, en este caso, de dos proveedores de precios. Una vez que se tengan dichos resultados se compararán con el valor mostrado en el párrago anterior. Finalmente, la diferencia obtenida se analizará respecto al DV01[γ] de la operación.

Nuevamente, los dos proveedores de precios que se considerarán para el análisis de esta sección serán PiP y Valmer. Algunos nodos

[γ] Durante el análisis de describirá qué es el DV01.

de las curvas que determinaron dichos proveedores de precios al 19 de julio de 2011 se muestran en la siguiente tabla:

Plazo	Valmer	PiP
TIIE 28D	**4.81**	**4.81**
3 M	4.83	4.84
6 M	4.89	4.89
9 M	4.94	4.92
1 A	5.03	5.02
2 A	5.44	5.44
3 A	5.95	5.95
4 A	6.55	6.55
5 A	7.17	7.18
7 A	8.45	8.47
10 A	10.36	10.32

Tabla 4.12

Aparentemente no existen diferencias entre las dos curvas, sin embargo, el valor de la operación que se determina con cada una de estas curvas zero si muestra diferencias, como se presenta a continuación:

Curva	Propia	Valmer	PiP
Valor	329,619	328,565	331,599
Dif		1,054	-1,980

Tabla 4.13

La diferencia que resulta de haber considerado distintas fuentes de curvas zero, como se muestra en la tabla anterior, es de MXN$1,054 contra la curva de Valmer y de MXN(-)$1,980 contra la curva de PiP. Como se dijo en párrafos anteriores, estas diferencias se compararán contra el DV01.

El DV01 se puede leer como “The Dollar Value of 1 basic point”; en otras palabras, el DV01 describe el valor de un 1 punto base dentro de una operación de tipo IRS, lo que implica que, en promedio, por cada movimiento de 1 punto base en la curva zero el valor de la operación cambiará Este valor de 1 punto base se puede medir con movimientos sobre la curva, es decir, se determina el valor de un IRS de la siguiente forma:

Si se denota como $Z = \{z(i) \mid i = 1,...,n\}$ a la curva zero, donde cada $z(i)$ es cada tasa cupón zero del i-ésimo nodo, entonces se puede denoitar el valor del IRS como $V_{Swp}(Z)$. Entonces, se puede denotar como $Z^{+,-} = \{z(i)+,-1pb \mid ...\}$ y entonces podemos determinar $V_{Swp}(Z^{+})$ y $V_{Swp}(Z^{-})$. Entonces el DV01 se puede determinar como:

$$DV01_{Swp} = \frac{\left|\Delta^{+} + \Delta^{-}\right|}{2} \tag{4.1}$$

donde:

$$\Delta^{\pm} = abs\left(V_{Swp}(Z) - V_{Swp}(Z^{\pm})\right)$$

Considerando la expresión (4.1) se determinan las siguientes diferencias:

Curva	Propia	Z + 1pb	Z - 1pb
Valor	329,619	326,842	332,397
Dif		2,776.78	-2,778.34

Tabla 4.14

Con lo que se obtiene un DV01 de MXN $2,778. Considerando que las diferencias que se determinaron al usar curvas zero de distintas fuentes fueron MXN$1,054, cuando se determinó el valor de la operación con la curva zero de Valmer; y de MXN(-)$1,980 al determinarse el valor de la operación con la curva zero de PiP. Si se considera que cambios de 0.01% en todos los nodos de la curva zero son muy pequeños, y que la sensibilidad a dichos cambios es de MXN$2,778 en la operación, se puede concluir que las diferencias determinadas con curvas zero de otras fuentes son razonables. Lo anterior debido a que se puede afirmar que las tasas zero de otras fuentes de información no se alejan más de 0.01%, lo que puede ser resultado distintos métodos de interpolación, en el peor de los casos, o bien, como en el análisis anterior, debido a las horas en las cuales se recolecta la información para construir la curva zero.

4.3 Resumen

- ✓ Se analizó el valor razonable de una operación de tipo IRS sobre TIIE 28D. Este tipo de operaciones son de las más comunes en México de tipo IRS, junto con las operaciones sobre Libor.
- ✓ El primer ejercicio consistió en analizar el valor de la operación en la fecha de inicio de dicha operación. Mediante un análisis de posturas máximas y posturas mínimas de tasas swap se determinó que la tasa swap "pactada" en la operación analizada era una tasa de mercado, por lo que la operación estaba equilibrada.
- ✓ En el segundo ejercicio se analizo la misma operación, pero en una fecha posterior a su concertación; en dicho análisis se mostró una forma de determinar el DV01 de este tipo de operaciones. Esta herramienta mide la sensibilidad del valor de este tipo de operaciones, a cambios marginales en la curva zero.
- ✓ Al final de dicho análisis se pudo concluir que el valor determinado con la curva zero propia era justo o de equilibrio.
- ✓ El método de interpolación empleado (lineal) puede producir diferencias en la determinación del valor de las operaciones, al considerar métodos de interpolación que suavicen la curva zero entre nodos principales.
- ✓ Es importante recordar que el análisis que se llevó a cabo no considera ajustes por riesgo de contraparte.
- ✓ Cabe resaltar la importancia que en los dos análisis tuvo el construir de acuerdo a la metodología presentada en el capítulo II, la curva zero mediante el método de Bootstrapping.

Anexo A

A continuación se presenta el detalle de la metodología Bootstrapping para las tasas que se presentaron en el capítulo IV.

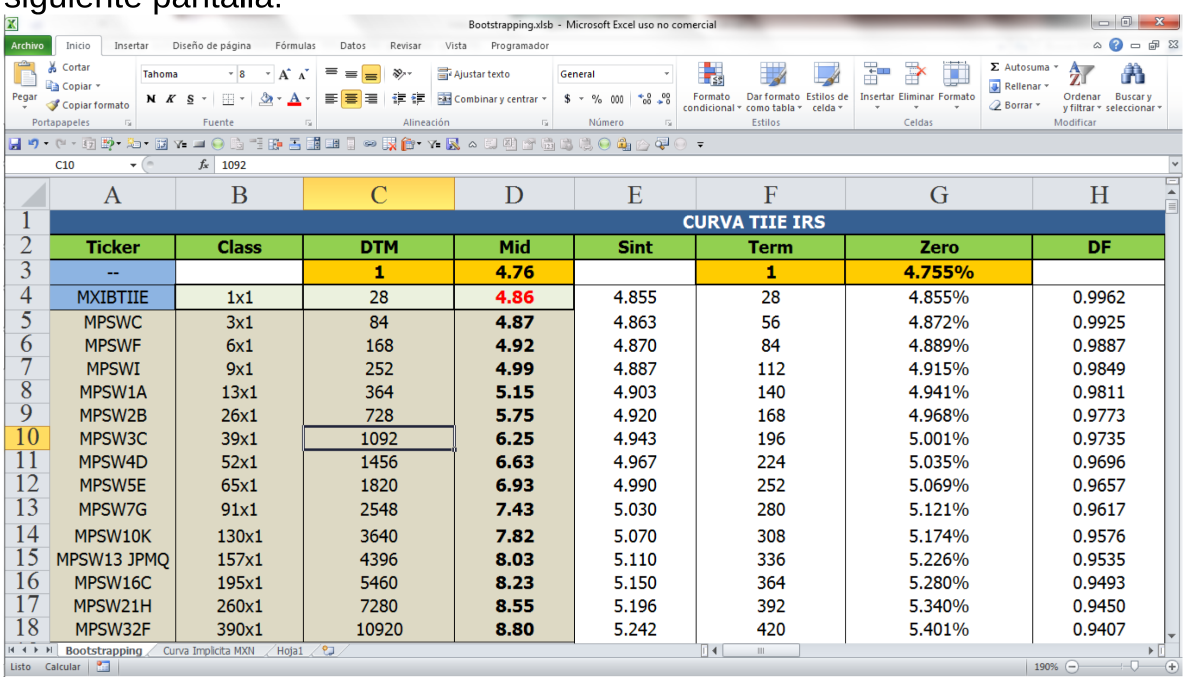
Como bien se comentó en dicho capítulo, se aprovechó el paquete Office en su aplicación de Excel, para llevar a cabo el bootstrapping.

De acuerdo al capítulo II se necesita conocer las tasas swap de contratos IRS para aplicar la metodología. A continuación se muestran las tasas presentadas en el capítulo IV, las cuales servirán de base para el ejercicio que se presenta:

Plazo	Flujos	Tasa Swap (Mid)
TIIE 28D	**--**	**4.86**
3 Meses	3x1	4.87
6 Meses	6x1	4.92
9 Meses	9x1	4.99
1 Año	13x1	5.15
2 Años	26x1	5.75
3 Años	39x1	6.25
4 Años	52x1	6.63
5 Años	65x1	6.93
7 Años	91x1	7.43
10 Años	130x1	7.82
15 Años	157x1	8.03
20 Años	195x1	8.23
25 Años	260x1	8.55
30 Años	390x1	8.80

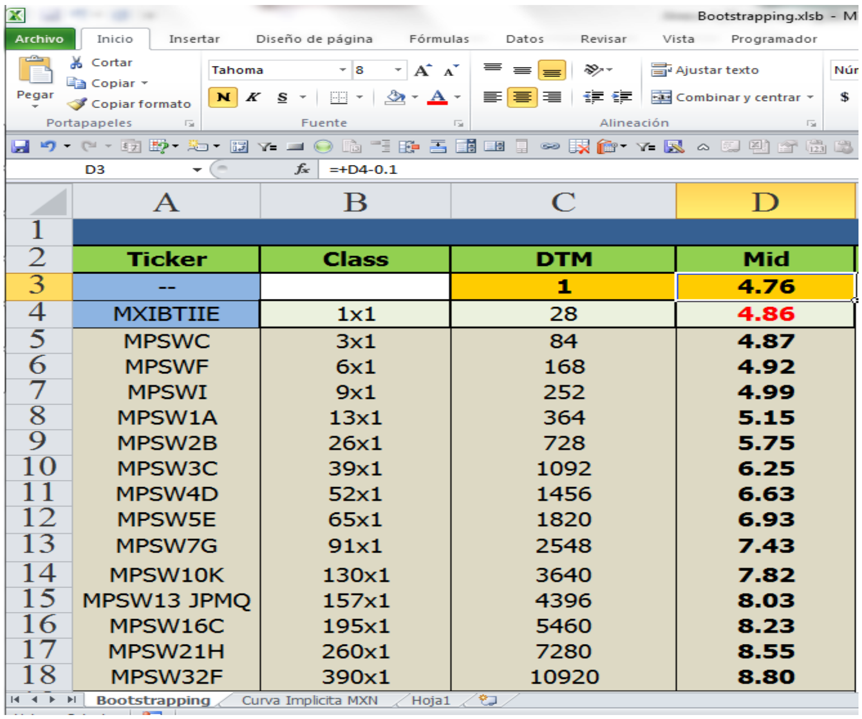
Tabla A.1

Estas tasas se introducen en una hoja de Excel, como se muestra en la siguiente pantalla:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	CURVA TIIE IRS							
2	Ticker	Class	DTM	Mid	Sint	Term	Zero	DF
3	--		1	4.76		1	4.755%	
4	MXIBTIIE	1x1	28	4.86	4.855	28	4.855%	0.9962
5	MPSWC	3x1	84	4.87	4.863	56	4.872%	0.9925
6	MPSWF	6x1	168	4.92	4.870	84	4.889%	0.9887
7	MPSWI	9x1	252	4.99	4.887	112	4.915%	0.9849
8	MPSW1A	13x1	364	5.15	4.903	140	4.941%	0.9811
9	MPSW2B	26x1	728	5.75	4.920	168	4.968%	0.9773
10	MPSW3C	39x1	1092	6.25	4.943	196	5.001%	0.9735
11	MPSW4D	52x1	1456	6.63	4.967	224	5.035%	0.9696
12	MPSW5E	65x1	1820	6.93	4.990	252	5.069%	0.9657
13	MPSW7G	91x1	2548	7.43	5.030	280	5.121%	0.9617
14	MPSW10K	130x1	3640	7.82	5.070	308	5.174%	0.9576
15	MPSW13 JPMQ	157x1	4396	8.03	5.110	336	5.226%	0.9535
16	MPSW16C	195x1	5460	8.23	5.150	364	5.280%	0.9493
17	MPSW21H	260x1	7280	8.55	5.196	392	5.340%	0.9450
18	MPSW32F	390x1	10920	8.80	5.242	420	5.401%	0.9407

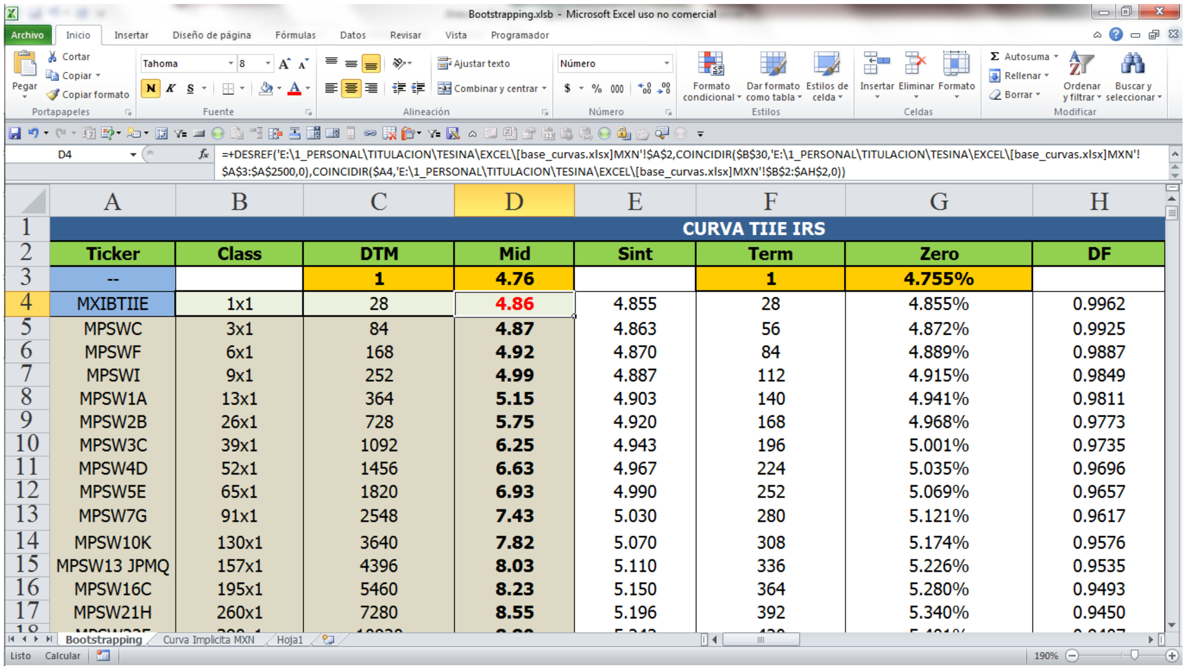
En la columna D se encuentran dichas tasas. A continuación se verá el detalle de éstas. La tasa a 1 día se estima como la TIIE a 28 días menos 10 PB. Este estimado se aplica considerando que en ese plazo no se afecta el valor de algún instrumento. El cálculo es “D3 = D4 -0.1”, como se muestra a continuación:



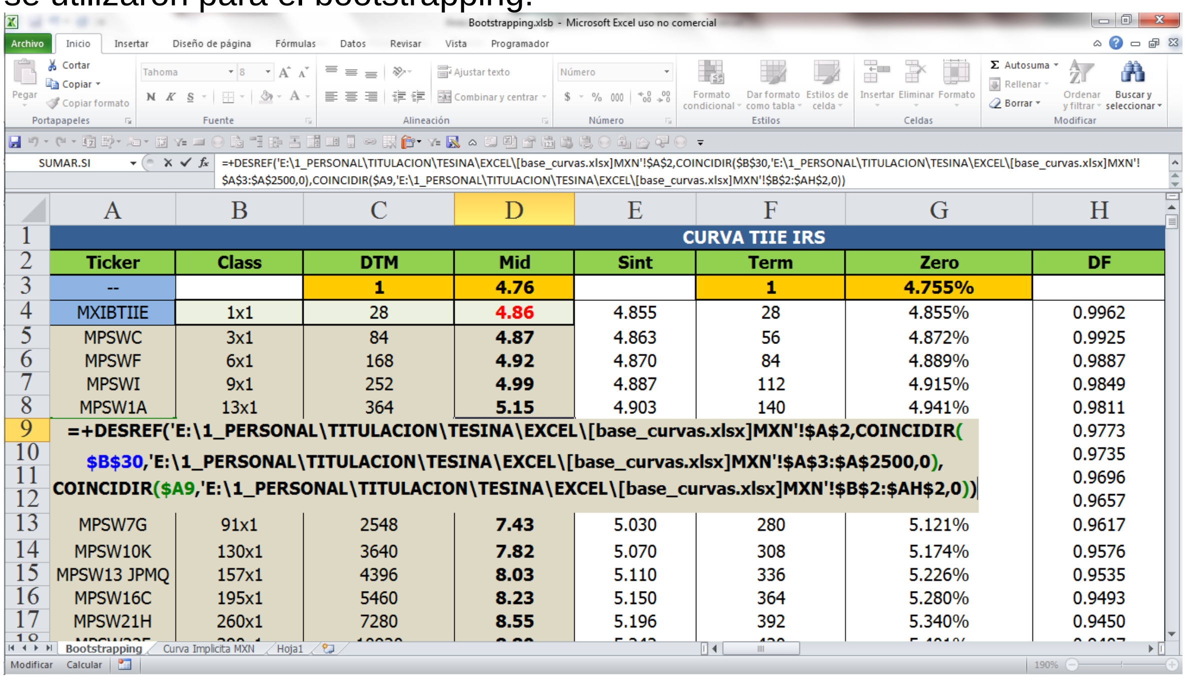
	A	B	C	D
1				
2	Ticker	Class	DTM	Mid
3	--		1	4.76
4	MXIBTIIE	1x1	28	4.86
5	MPSWC	3x1	84	4.87
6	MPSWF	6x1	168	4.92
7	MPSWI	9x1	252	4.99
8	MPSW1A	13x1	364	5.15
9	MPSW2B	26x1	728	5.75
10	MPSW3C	39x1	1092	6.25
11	MPSW4D	52x1	1456	6.63
12	MPSW5E	65x1	1820	6.93
13	MPSW7G	91x1	2548	7.43
14	MPSW10K	130x1	3640	7.82
15	MPSW13 JPMQ	157x1	4396	8.03
16	MPSW16C	195x1	5460	8.23
17	MPSW21H	260x1	7280	8.55
18	MPSW32F	390x1	10920	8.80

La celda D4 contiene el valor de la TIIE a 28 días que publicó Banco de México[α] el día de valuación, en este caso el 28 de febrero de 2011. En realidad se realiza una búsqueda utilizando la función “DESREF” de Excel; dicha búsqueda se lleva a cabo en otra hoja de cálculo, como se muestra a continuación:

[α] Se puede revisar la información en www.banxico.gob.mx



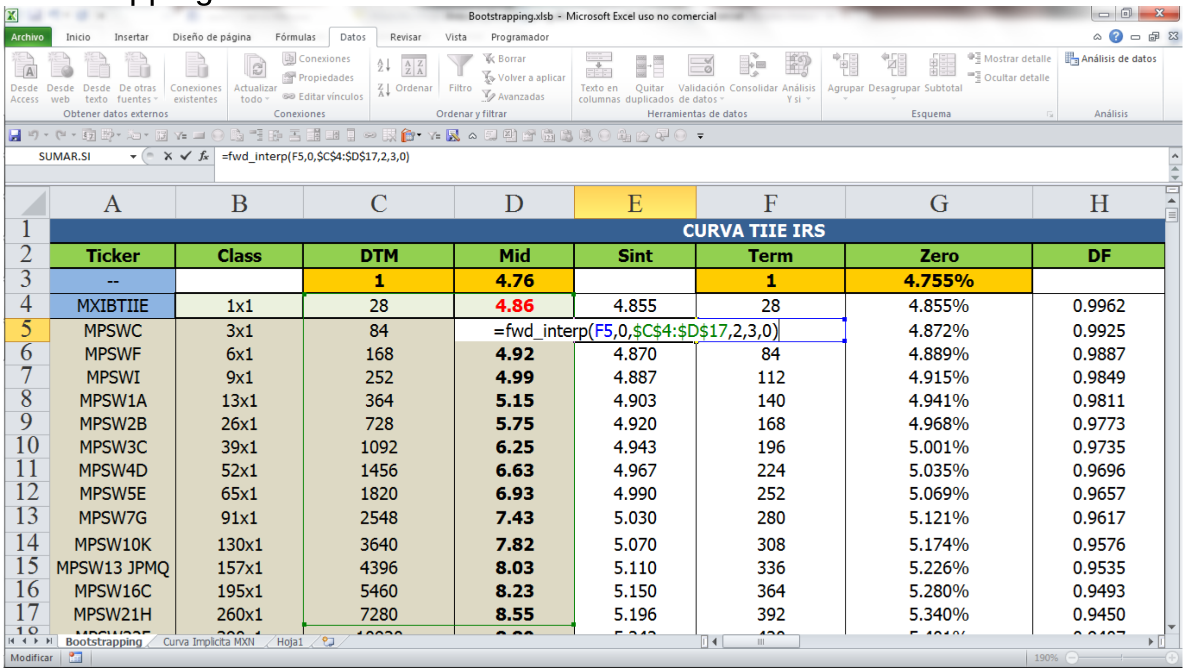
De hecho, la misma búsqueda se aplica para el resto de las tasas swap que se utilizaron para el bootstrapping:



La búsqueda se realiza a través de la columna A “Ticker”, que es una clave para distinguir los distintos contratos.

Columna “Sint”

Esta columna presenta la interpolación de los contratos faltantes. Por ejemplo, el primer contrato que se observa en la tabla A.1 es el de 3 meses y antes de él se tiene la TIIE 28 días, el cual se considera como “el” contrato de 1 mes. Ahora, entre estos 2 contratos hace falta el contrato de 2 meses. El siguiente contrato es el de 6 meses, por lo que entre éste y el anterior hacen falta los contratos de 4 y 5 meses; esto se repite hasta el último contrato, por lo que hace falta construir los contratos para poder aplicar bootstrapping a estas tasas. En esta columna se estiman dichos contratos:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	CURVA TIIE IRS							
2	Ticker	Class	DTM	Mid	Sint	Term	Zero	DF
3	--		1	4.76		1	4.755%	
4	MXIBTIIE	1x1	28	4.86	4.855	28	4.855%	0.9962
5	MPSWC	3x1	84	=fwd_interp(F5,0,$C$4:$D$17,2,3,0)			4.872%	0.9925
6	MPSWF	6x1	168	4.92	4.870	84	4.889%	0.9887
7	MPSWI	9x1	252	4.99	4.887	112	4.915%	0.9849
8	MPSW1A	13x1	364	5.15	4.903	140	4.941%	0.9811
9	MPSW2B	26x1	728	5.75	4.920	168	4.968%	0.9773
10	MPSW3C	39x1	1092	6.25	4.943	196	5.001%	0.9735
11	MPSW4D	52x1	1456	6.63	4.967	224	5.035%	0.9696
12	MPSW5E	65x1	1820	6.93	4.990	252	5.069%	0.9657
13	MPSW7G	91x1	2548	7.43	5.030	280	5.121%	0.9617
14	MPSW10K	130x1	3640	7.82	5.070	308	5.174%	0.9576
15	MPSW13 JPMQ	157x1	4396	8.03	5.110	336	5.226%	0.9535
16	MPSW16C	195x1	5460	8.23	5.150	364	5.280%	0.9493
17	MPSW21H	260x1	7280	8.55	5.196	392	5.340%	0.9450

Se utiliza la función "fwd_interp" que utiliza como insumos la matriz [DTM,Mid] y como variable los días por vencer del contrato que se quiere estimar, es decir, "Term". El código de esta fórmula se presenta a continuación:

```
Function fwd_interp(plazo_tasa, plazo_forward, Matriz, columna_datos, metodo, plazoequivalente)
base = 360
k = 0
While Matriz(1 + k, 1) <> ""
   k = k + 1
Wend
plazo_corto = plazo_forward
plazo_largo = plazo_tasa + plazo_corto
tasa_corta = 0
tasa_larga = 0

For i = 1 To k - 1
   If plazo_corto > Matriz(i, 1) And plazo_corto <= Matriz(i + 1, 1) Then
      tc = Matriz(i, columna_datos) / 100
      pc = Matriz(i, 1)
```

```
        tl = Matriz(i + 1, columna_datos) / 100
        pl = Matriz(i + 1, 1)
        pb = plazo_corto
        If metodo = 1 Then
            tasa_corta = (((1 + tl * pl / base) / (1 + tc * pc / base)) ^
((pb - pc) / (pl - pc)) * (1 + tc * pc / base) - 1) * (base / pb)
        ElseIf metodo = 2 Then
            tasa_corta = ((((1 + tc) ^ (pc / base) * (((1 + tl) ^ (pl /
base)) / ((1 + tc) ^ (pc / base))) ^ ((pb - pc) / (pl - pc))) ^ (base /
pb)) - 1)
        ElseIf metodo = 3 Then
            tasa_corta = (tc + ((tl - tc) / (pl - pc)) * (pb - pc))
        ElseIf metodo > 3 Or metodo < 1 Then
            tasa_corta = "Sólo hay tres métodos"
        End If
    End If
    If plazo_largo > Matriz(i, 1) And plazo_largo <= Matriz(i + 1,
1) Then
        tc = Matriz(i, columna_datos) / 100
        pc = Matriz(i, 1)
        tl = Matriz(i + 1, columna_datos) / 100
        pl = Matriz(i + 1, 1)
        pb = plazo_largo
        If metodo = 1 Then
            tasa_larga = (((1 + tl * pl / base) / (1 + tc * pc / base)) ^
((pb - pc) / (pl - pc)) * (1 + tc * pc / base) - 1) * (base / pb)
        ElseIf metodo = 2 Then
            tasa_larga = ((((1 + tc) ^ (pc / base) * (((1 + tl) ^ (pl /
base)) / ((1 + tc) ^ (pc / base))) ^ ((pb - pc) / (pl - pc))) ^ (base /
pb)) - 1)
        ElseIf metodo = 3 Then
            tasa_larga = (tc + ((tl - tc) / (pl - pc)) * (pb - pc))
        ElseIf metodo > 3 Or metodo < 1 Then
            tasa_larga = "Sólo hay tres métodos"
        End If
    End If
Next i

valor = ((1 + tasa_larga * plazo_largo / base) / (1 + tasa_corta *
plazo_corto / base) - 1) * (base / (plazo_largo - plazo_corto))
If plazoequivalente = 0 Then
    fwd_interp = valor * 100
Else
```

```
  fwd_interp = (base / plazoequivalente) * ((1 + valor * plazo_tasa / base) ^ (plazoequivalente / plazo_tasa) - 1) * 100
End If
End Function
```

Para el caso de esta interpolación se selecciona el método 3 en la fórmula.
A partir de estos contratos "sintéticos" se construirán las tasas zero de acuerdo a la metodología descrita en el capítulo II.

Columna "Zero"

En esta columna se estiman las tasas zero mediante bootstrapping.
Recordando la fórmula (2.12) que se desarrolló en el capítulo II, se tiene:

$$z_m = \left[\frac{1+fl}{\left(1-fl\cdot\sum_{i=1}^{m-1} V_i\right)} - 1 \right] \cdot \frac{1}{m\cdot P}$$

Donde:

$$V_i = \frac{1}{\left(1+r_i\cdot(i\cdot P)\right)}$$

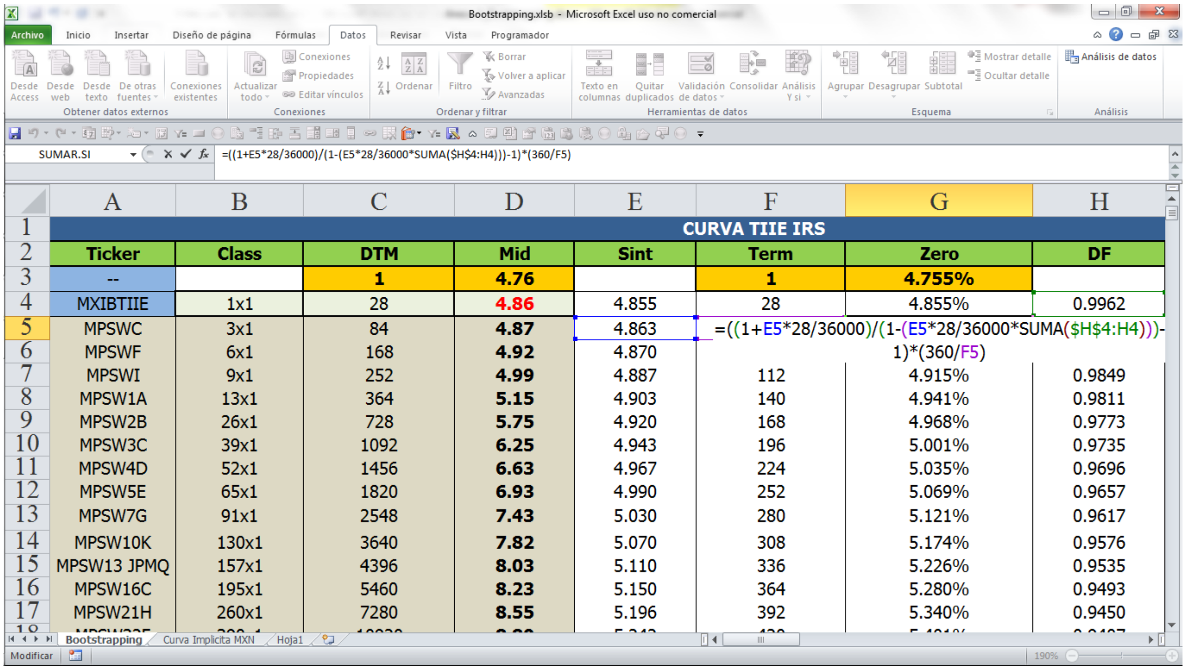
y

$$fl = 1\cdot S_1\cdot P$$

Para el caso del contrato de dos meses se tiene que $S_1 = 4.863$, y z_2 se obtiene de z_m:

$$z_2 = \left[\frac{1+fl}{\left(1-fl\cdot V_1\right)} - 1 \right] \cdot \frac{1}{2\cdot P}$$

Dicha ecuación se observa en la celda correspondiente:

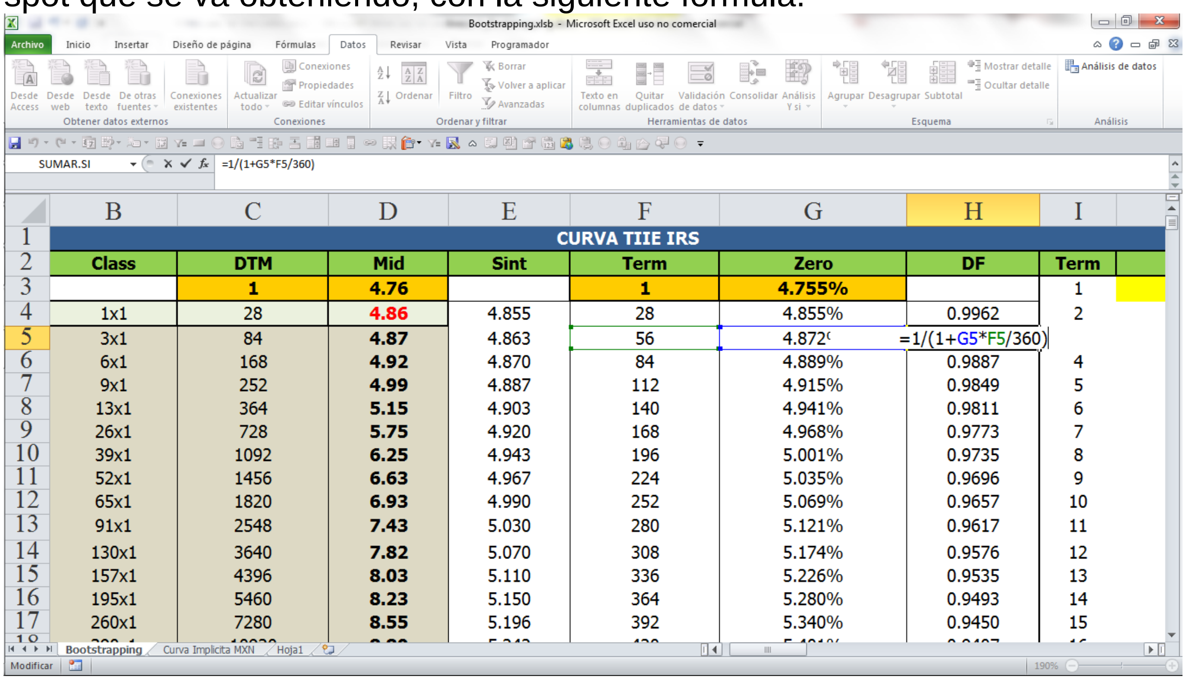


SUMAR.SI =((1+E5*28/36000)/(1-(E5*28/36000*SUMA($H$4:H4)))-1)*(360/F5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	CURVA TIIE IRS							
2	Ticker	Class	DTM	Mid	Sint	Term	Zero	DF
3	--		1	4.76		1	4.755%	
4	MXIBTIIE	1x1	28	4.86	4.855	28	4.855%	0.9962
5	MPSWC	3x1	84	4.87	4.863	=((1+E5*28/36000)/(1-(E5*28/36000*SUMA($H$4:H4)))-1)*(360/F5)		
6	MPSWF	6x1	168	4.92	4.870			
7	MPSWI	9x1	252	4.99	4.887	112	4.915%	0.9849
8	MPSW1A	13x1	364	5.15	4.903	140	4.941%	0.9811
9	MPSW2B	26x1	728	5.75	4.920	168	4.968%	0.9773
10	MPSW3C	39x1	1092	6.25	4.943	196	5.001%	0.9735
11	MPSW4D	52x1	1456	6.63	4.967	224	5.035%	0.9696
12	MPSW5E	65x1	1820	6.93	4.990	252	5.069%	0.9657
13	MPSW7G	91x1	2548	7.43	5.030	280	5.121%	0.9617
14	MPSW10K	130x1	3640	7.82	5.070	308	5.174%	0.9576
15	MPSW13 JPMQ	157x1	4396	8.03	5.110	336	5.226%	0.9535
16	MPSW16C	195x1	5460	8.23	5.150	364	5.280%	0.9493
17	MPSW21H	260x1	7280	8.55	5.196	392	5.340%	0.9450

Se considera la composición $\frac{ACT}{360}$ y se deja en porcentaje. La celda “E5” es igual a $S_1 = 4.863$, mientras que “F5” es el plazo por vencer del contrato, es decir 56 días, por lo que se obtiene una tasa zero con plazo de 56 días.

La columna H muestra el factor de descuento correspondiente a cada tasa spot que se va obteniendo, con la siguiente fórmula:



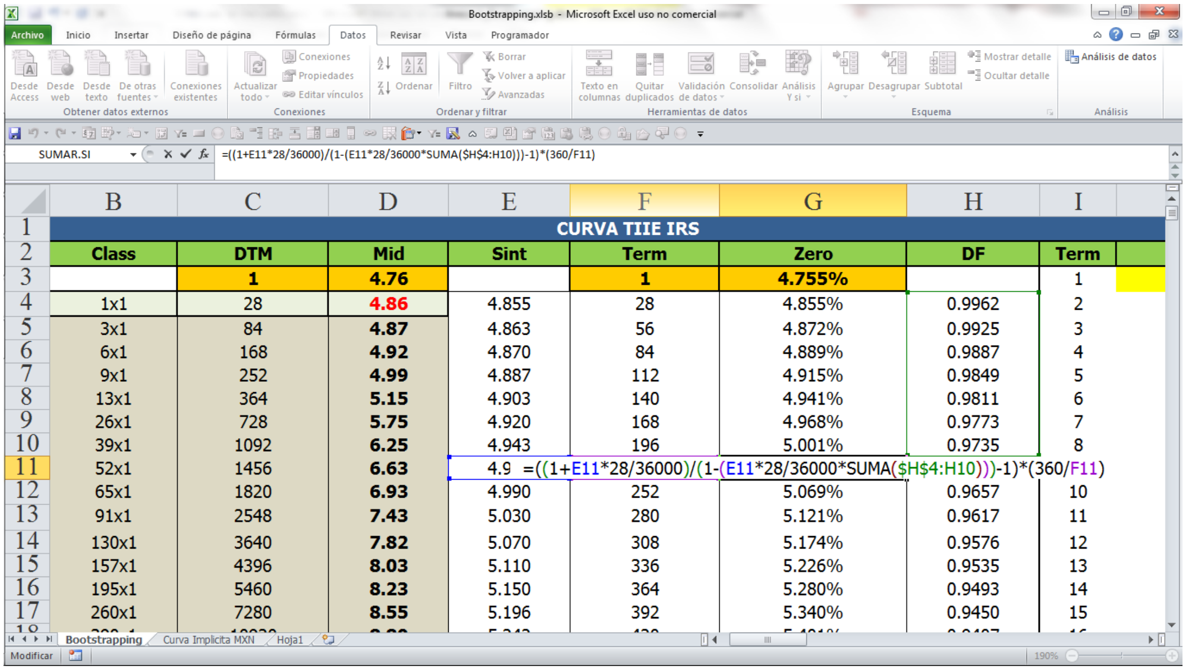
SUMAR.SI =1/(1+G5*F5/360)

	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	CURVA TIIE IRS								
2	Class	DTM	Mid	Sint	Term	Zero	DF	Term	
3		1	4.76		1	4.755%		1	
4	1x1	28	4.86	4.855	28	4.855%	0.9962	2	
5	3x1	84	4.87	4.863	56	4.872(	=1/(1+G5*F5/360)		
6	6x1	168	4.92	4.870	84	4.889%	0.9887	4	
7	9x1	252	4.99	4.887	112	4.915%	0.9849	5	
8	13x1	364	5.15	4.903	140	4.941%	0.9811	6	
9	26x1	728	5.75	4.920	168	4.968%	0.9773	7	
10	39x1	1092	6.25	4.943	196	5.001%	0.9735	8	
11	52x1	1456	6.63	4.967	224	5.035%	0.9696	9	
12	65x1	1820	6.93	4.990	252	5.069%	0.9657	10	
13	91x1	2548	7.43	5.030	280	5.121%	0.9617	11	
14	130x1	3640	7.82	5.070	308	5.174%	0.9576	12	
15	157x1	4396	8.03	5.110	336	5.226%	0.9535	13	
16	195x1	5460	8.23	5.150	364	5.280%	0.9493	14	
17	260x1	7280	8.55	5.196	392	5.340%	0.9450	15	

Esta fórmula corresponde a:

$$V_i = \frac{1}{\left(1 + r_i \cdot (i \cdot P)\right)}$$

A continuación se muestra el caso de la tasa spot con vencimiento en 224 días:

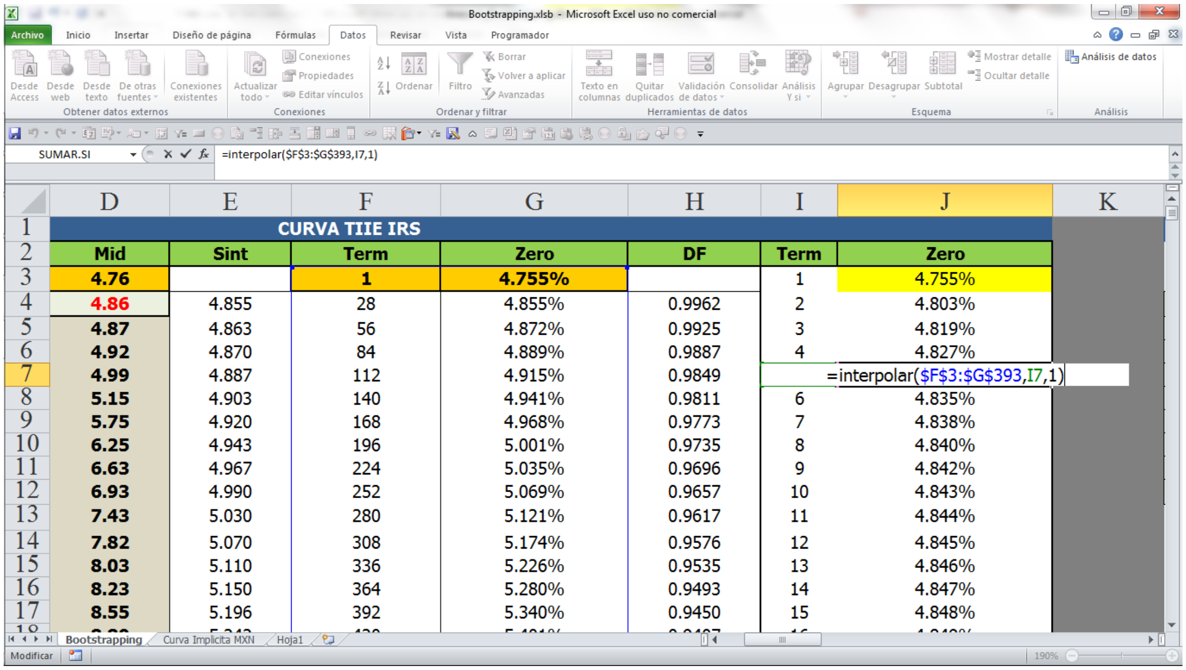


	B	C	D	E	F	G	H	I
1	CURVA TIIE IRS							
2	Class	DTM	Mid	Sint	Term	Zero	DF	Term
3		1	4.76		1	4.755%		1
4	1x1	28	4.86	4.855	28	4.855%	0.9962	2
5	3x1	84	4.87	4.863	56	4.872%	0.9925	3
6	6x1	168	4.92	4.870	84	4.889%	0.9887	4
7	9x1	252	4.99	4.887	112	4.915%	0.9849	5
8	13x1	364	5.15	4.903	140	4.941%	0.9811	6
9	26x1	728	5.75	4.920	168	4.968%	0.9773	7
10	39x1	1092	6.25	4.943	196	5.001%	0.9735	8
11	52x1	1456	6.63	4.9 =((1+E11*28/36000)/(1-(E11*28/36000*SUMA($H$4:H10)))-1)*(360/F11)				
12	65x1	1820	6.93	4.990	252	5.069%	0.9657	10
13	91x1	2548	7.43	5.030	280	5.121%	0.9617	11
14	130x1	3640	7.82	5.070	308	5.174%	0.9576	12
15	157x1	4396	8.03	5.110	336	5.226%	0.9535	13
16	195x1	5460	8.23	5.150	364	5.280%	0.9493	14
17	260x1	7280	8.55	5.196	392	5.340%	0.9450	15

Como se observa, lo que cambia es la suma de valores presentes mediante la fórmula “SUMA($H$4:H10)”, la cual suma los factores de descuento de las tasas zero de plazo menor a la que se está obteniendo. En este punto se puede entender con mayor detalle porque a este método se le conoce como bootstrapping, ya que vamos “amarrando” la tasa actual con base en los “amarres” anteriores.

Nodos diarios

Obsérvese que los nodos obtenidos corresponden a los plazos de los contratos sintéticos que se estimaron, por lo que se deben interpolar los nodos diarios de la estructura. Para este trabajo dicha interpolación se llevó a cabo mediante interpolación lineal, como se muestra a continuación:



SUMAR.SI =interpolar($F$3:$G$393,I7,1)

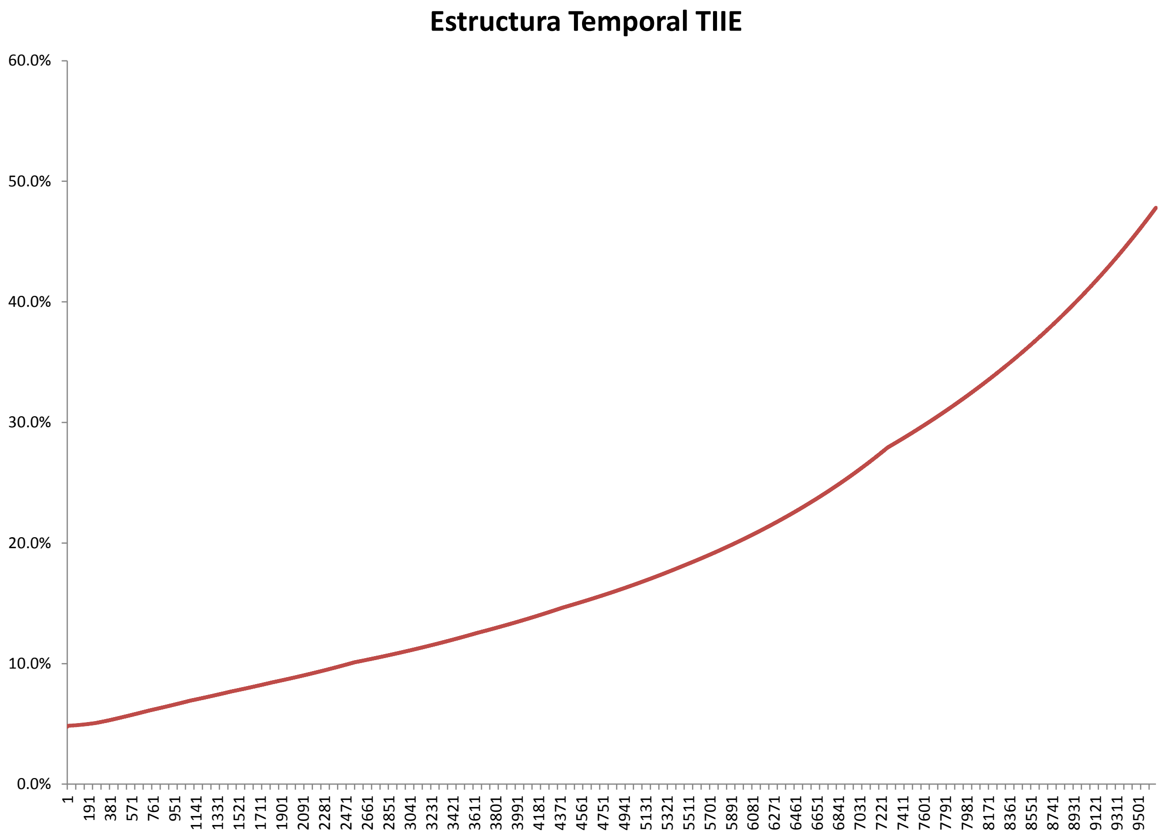
	D	E	F	G	H	I	J
1	CURVA TIIE IRS						
2	Mid	Sint	Term	Zero	DF	Term	Zero
3	4.76		1	4.755%		1	4.755%
4	4.86	4.855	28	4.855%	0.9962	2	4.803%
5	4.87	4.863	56	4.872%	0.9925	3	4.819%
6	4.92	4.870	84	4.889%	0.9887	4	4.827%
7	4.99	4.887	112	4.915%	0.9849		=interpolar($F$3:$G$393,I7,1)
8	5.15	4.903	140	4.941%	0.9811	6	4.835%
9	5.75	4.920	168	4.968%	0.9773	7	4.838%
10	6.25	4.943	196	5.001%	0.9735	8	4.840%
11	6.63	4.967	224	5.035%	0.9696	9	4.842%
12	6.93	4.990	252	5.069%	0.9657	10	4.843%
13	7.43	5.030	280	5.121%	0.9617	11	4.844%
14	7.82	5.070	308	5.174%	0.9576	12	4.845%
15	8.03	5.110	336	5.226%	0.9535	13	4.846%
16	8.23	5.150	364	5.280%	0.9493	14	4.847%
17	8.55	5.196	392	5.340%	0.9450	15	4.848%

Esta función considera la matriz [Term,Zero] y como variable el plazo de la tasa que se quiere obtener, así como el método de interpolación a aplicar. El código de dicha función se muestra a continuación:

```
Function Interpolar(mat, p, tcurva)

' Se define la matriz de Valores

Dim B(), A
A = mat
n = UBound(A, 1)

ReDim mata(1 To n, 1 To 2) As Variant
For i = 1 To n
For j = 1 To 2
mata(i, j) = A(i, j)
Next j
Next i
For i = 2 To n
If mata(i, 2) = 0 Then mata(i, 2) = TEquiv(mata(i - 1, 2), mata(i -
1, 1), mata(i, 1))
Next i

If p = 0 Then
CalcularTasa = 0
Exit Function
End If
```

```
'Se calcula la interpolación por el método de interpolación lineal
y alambrada
For i = 2 To n
If p >= mata(i - 1, 1) And p <= mata(i, 1) Then
    If tcurva = 0 Then Interpolar = TInterpol(mata(i - 1, 2), mata(i
- 1, 1), mata(i, 2), mata(i, 1), p)
    If tcurva = 1 Then Interpolar = TAlamb(mata(i - 1, 2), mata(i -
1, 1), mata(i, 2), mata(i, 1), p)
Exit Function
End If
Next i

'Si el plazo es mayor se calcula un plazo equivalente
If p > mata(n, 1) Then
Interpolar = TEquiv(mata(n, 2), mata(n, 1), p)
Exit Function
End If
End Function

Function TInterpol(t1, p1, t2, p2, p)
'se obtiene tasa por interpolacion lineal
TInterpol = t1 + (t2 - t1) * (p - p1) / (p2 - p1)
End Function
```

De esta forma se obtiene la estructura de tasas para el presente trabajo, la cual se muestra a continuación:


Estructura Temporal TIIE
60.0%
50.0%
40.0%
30.0%
20.0%
10.0%
0.0%
1
191
381
571
761
951
1141
1331
1521
1711
1901
2091
2281
2471
2661
2851
3041
3231
3421
3611
3801
3991
4181
4371
4561
4751
4941
5131
5321
5511
5701
5891
6081
6271
6461
6651
6841
7031
7221
7411
7601
7791
7981
8171
8361
8551
8741
8931
9121
9311
9501

LECTURAS SUGERIDAS

Carlos Sánchez Cerón, *Valor en Riesgo y otras aproximaciones.* 1ra Edición; México, 2001.

John C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives.* 6th Edition. Prentice Hall, New Jersey, 2006.

Siddhartha Jha, *Interest Rate Markets: A Practical Approach to Fixed Income*, 1st Edition, Wiley Trading, New Jersey, 2011.

Robert A. Strong, *Derivatives: An Introduction,* 2nd Edition, South-Western College, 2004.