

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES UNIDAD MORELIA

MODELADO DEL ÁREA DE LOS CRÁTERES DE IMPACTO Y SU EYECTA SOBRE LA SUPERFICIE LUNAR, FORMADOS ENTRE 4,200 Y 3,800 MILLONES DE AÑOS ANTES DEL PRESENTE, Y SUS IMPLICACIONES SOBRE EL BOMBARDEO INTENSO TARDÍO

Т		Ε		S		Ι	S
QUI	E PA	RA	OBTE	NER	EL	TÍTU	LO DE:
	LICE	ENC	IADO	EN G	EO	CIENC	CIAS
Р	R	E	S	Ε	Ν	Т	A :

VÍCTOR HUGO LÓPEZ BAUTISTA

DIRECTORA DE TESIS: DRA. MARÍA GUADALUPE CORDERO TERCERO 2023





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES UNIDAD MORELIA

MODELADO DEL ÁREA DE LOS CRÁTERES DE IMPACTO Y SU EYECTA SOBRE LA SUPERFICIE LUNAR, FORMADOS ENTRE 4,200 Y 3,800 MILLONES DE AÑOS ANTES DEL PRESENTE, Y SUS IMPLICACIONES SOBRE EL BOMBARDEO INTENSO TARDÍO

TESISQUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:LICENCIADO EN GEOCIENCIASPRESNTA :

VÍCTOR HUGO LÓPEZ BAUTISTA

DIRECTORA DE TESIS: DRA. MARÍA GUADALUPE CORDERO TERCERO 2023





UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES UNIDAD MORELIA SECRETARÍA GENERAL SERVICIOS ESCOLARES

MTRA. IVONNE RAMÍREZ WENCE

DIRECTORA DIRECCIÓN GENERAL DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR **P R E S E N T E**

Por medio de la presente me permito informar a usted que en la **sesión ordinaria 01** del **Comité Académico** de la **Licenciatura en Geociencias** de la Escuela Nacional de Estudios Superiores (ENES) Unidad Morelia, celebrada el día **16 de febrero de 2023**, se acordó poner a su consideración el siguiente jurado para la presentación del Trabajo Profesional del alumno **Víctor Hugo López Bautista** de la Licenciatura en **Geociencias**, con número de cuenta **419126764**, con el trabajo titulado: "Modelado del área de los cráteres de impacto y su eyecta sobre la superficie **lunar, formados entre 4,200 y 3,800 millones de años antes del presente, y sus implicaciones sobre el Bombardeo Intenso Tardío**", bajo la dirección como tutora de la **Dra. María Guadalupe Cordero Tercero**.

El jurado queda integrado de la siguiente manera:

Presidente:	Dra. María Dolores Maravilla Meza
Vocal:	Dra. Karina Elizabeth Cervantes De la Cruz
Secretario:	Dra. María Guadalupe Cordero Tercero
Suplente:	Dr. Mario Rodríguez Martínez
Suplente:	Mtra. Sonia Cornejo Patiño
Suplente:	Mtra. Sonia Cornejo Patiño

Sin otro particular, quedo de usted.

A t e n t a m e n t e "POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU" Morelia, Michoacán a 12 de abril de 2023.

DRA. YUNUEN APIA TORRES SECRETARIA GENERAL

La realización de este trabajo de tesis fue posible gracias a mi formación en el programa de la Licenciatura en Geociencias y al programa de beca "BECAS DE TITULACIÓN-EGRESADOS EXTEMPORÁNEOS 2022-2023".

Se agradece al jurado: la Dra. María Dolores Maravilla Meza, la Dra. Karina Elizabeth Cervantes De La Cruz, el Dr. Mario Rodríguez Martínez, la Mtra. Sonia Cornejo Patiño y especialmente a la Dra. María Guadalupe Cordero Tercero por además haberme asesorado. A mi madre Nelly, mi padre Víctor, mi hermano Andrés y nuestra perra Doodles por su apoyo y cariño incondicionales.

Índice

Resumen				
Abstract2				
Introducción				
1. Craterismo de impacto				
1.1. Morfología de los cráteres de impacto				
1.1.1. Proceso de formación de los cráteres de impacto				
1.1.2. Metamorfismo de choque11				
1.1.3. Saturación				
1.2. Impactores				
1.2.1. Asteroides				
1.2.2. Núcleos cometarios				
1.3. La Luna como reflejo de la historia del sistema solar interior14				
1.3.1. Edades relativas				
1.3.2. Edades absolutas lunares				
1.3.2.1. Dataciones radiométricas y geocronología del Argón15				
1.3.2.2. Edades de retención de cráteres18				
2. Bombardeo Intenso Tardío (LHB – <i>Late Heavy Bombardment</i>)				
2.1 Definición de trabajo				
2.1.1 Argumentos a favor				
2.1.2 Argumentos en contra				
2.1.2.1 Muro de piedra de Hartmann				
3. Metodología				
3.1 Distribución de tamaños de cráteres				
3.2 Distribución de los cráteres sobre la superficie lunar				
3.3 Cálculo del área de influencia de los cráteres simulados				
4. Resultados y discusiones				
4.1 Área superficial lunar cubierta				
Limitaciones del modelo				
Muestreo de las misiones lunares				
Relación del LHB con los modelos de migración planetaria41				

4.5	Modelos de datación por conteo de cráteres	42
Conclu	siones	43
Referer	ncias	44
Anexos	5	48

Índice de figuras

Figura 1. Cráter Linné. Se encuentra en Mar Serenitatis y tiene un diámetro de 2.2 km. LRO/NASA (2014). Este es un ejemplo de un cráter simple o cráter de tazón.5 Figura 2. Cráteres complejos: Tycho (Superior izquierda. LRO/NASA, 2014), Schrödinger (Superior derecha. LRO/NASA, 2014), y Humboldt (Inferior izquierda. Apollo 15/NASA, 1971). Orientale (Inferior derecha. LRO/NASA, 2015) es un cráter multi-anillado de gran Figura 3. Los perfiles a, b y c ilustran la evolución de las ondas de choque en la etapa de contacto y compresión del impacto vertical de un proyectil de hierro con diámetro de 46.4 km sobre un objetivo de anortosita a 15 km/s. El perfil d es una fase temprana de la etapa de excavación. Los contornos de presión están etiquetados en GPa, y el tiempo está dado en múltiplos del tiempo que le toma al proyectil recorrer una distancia similar a su propio diámetro, cerca de 3 s en este caso. Nótese el cambio en la escala en cada perfil (Melosh, Figura 4. Geometría del flujo de excavación. Las líneas con flechas indican las direcciones del flujo de material. Cuando el material atraviesa la superficie de impacto forma la cortina de eyecta. La eyecta que emerge cercano al sitio de impacto viaja a alta velocidad, mientras que la eyecta que emerge a mayores distancias viaja a menor velocidad. Modificado de Figura 5. Procesos de la etapa de modificación. Con pasos de tiempo indicados t_1 , t_2 y t_3 explicados en el texto. Modificado de Osinski y Pierazzo, (2013).11 Figura 6. Distribución acumulada de asteroides en función de su diámetro. Modificado de Figura 7. Perfiles de calentamiento parcial por Ar-Ar. El perfil (a) representa un "buen perfil" donde la edad es la misma para cada paso de calentamiento, indicando que la muestra se ha mantenido "cerrada". El perfil (b) representa el efecto de una pérdida reciente de Ar, comúnmente por la preparación de la muestra lo cual aparentará edades recientes en pasos de baja temperatura. Este comportamiento es indicador de un comportamiento de sistema abierto. El perfil (c) representa pérdidas por eventos geológicos. Las edades de los pasos de menor temperatura registran la edad de reinicio del sistema como una "meseta" distinta Figura 8. LHB ilustrado. El eje Y es adimensional con fines ilustrativos. Modificado de Figura 9. Ubicación de Nectaris, Imbrium y el sitio de alunizaje de Apolo 16. Fotografía de Figura 10. Función de producción de cráteres. Modificada de Neukum y colaboradores Figura 11. Histograma de la distribución acumulada empleada en este trabajo (barras azules) comparada con la función de distribución de Neukum y colaboradores (2001) para un periodo de 1Ga (línea roja). Los diámetros tienen unidades de km. Nótese la conservación de la forma

Figura 12. Distribución de tamaños de cráteres a emplear en el modelo. Los diámetros siguen
teniendo unidades de km
Figura 13. Ejemplo de gráfica con 1273253 puntos aleatorios generados por la función
Numpy.random.uniform(-90, 90) y Numpy.random.uniform(-180, 180) de la librería NumPy
sobre una malla esférica de referencia con radio unitario. Las unidades de la malla son
arbitrarias, así como el tamaño de los puntos. La aparente acumulación de puntos en el limbo
y los "polos" de la esfera se debe al efecto óptico producido por la sobreposición de las líneas
de la malla
Figura 14. Esquema de la obtención del radio de influencia
Figura 15. Captura de la tabla de atributos de la corrida número 6
Figura 16. Mapa resultante de correr el buffer para una cuarta parte de la circunferencia de
la Luna
Figura 17. Área cubierta por los cráteres producidos entre 4.2 y 3.8 Ga sin tomar en cuenta
el traslape. La línea roja indica el punto más cercano a la mitad del área cubierta y su radio
de influencia correspondiente (27.314 km, cuyo límite inferior de intervalo es 22.627 km).
Consultar Anexo 4
Figura 18. Mapa resultante de la corrida No. 1
Figura 19. Mapa resultante de la corrida No. 11

Índice de tablas

Tabla 1. Coeficientes para la ecuación (9) (Ivanov y colaboradores, 2000 como se c	itó en
Neukum y colaboradores, 2001)	27
Tabla 2. Sitios de alunizaje de misiones con regreso exitoso de muestra (Johnson,	1995;
Meyer, 2009).	40
Tabla 3. Aproximación del área cubierta por el muestreo de las misiones Apolo	41

Resumen

Los astronautas de las misiones Apolo y los alunizadores de las misiones Luna trajeron muestras de rocas lunares a partir de las cuales se realizaron múltiples estudios, entre estos, la obtención de edades de metamorfismo por los métodos de U-Pb, Rb-Sr y K-Ar (Ar-Ar). De estos estudios, fue planteada la posibilidad de que hace ~3.9 Ga hubiera ocurrido un incremento importante en el número de impactos de asteroides y núcleos cometarios sobre la superficie lunar al cual se le dio el nombre de "Cataclismo Lunar Terminal" (más tarde referido como Bombardeo Intenso Tardío o *Late Heavy Bombardment* - LHB, por sus siglas en inglés).

Desde su concepción, la hipótesis del LHB resultó controversial por las suposiciones hechas, las implicaciones que el evento representa y por la naturaleza misma de las dataciones realizadas. Se propuso que la poca presencia de registro anterior a 4.2 Ga, que llevó en parte a la formulación del LHB, se debe a un efecto denominado "muro de piedra", producido por la cobertura de rocas antiguas debida al material eyectado y a la fusión de roca por impactos posteriores a esa fecha. Sin embargo, en la literatura no se ha ahondado del todo en el tema.

En este trabajo se modeló el efecto "muro de piedra" a través del cálculo de la distribución y extensión de los cráteres y su eyecta producidos entre 4.2 y 3.8 Ga y se analizaron las implicaciones de los resultados para la hipótesis del LHB.

Para el modelo presentado, se realizó un código con la discretización de una distribución de tamaños de cráter y sus frecuencias de formación bajo un flujo de impactos que disminuye gradualmente durante el intervalo de 4.2 a 3.8 Ga antes del presente, y que no considera el efecto del LHB. A partir de dicha discretización, se generaron puntos aleatorios distribuidos uniformemente sobre la superficie de una esfera con el radio de la Luna, y alrededor de cada punto se dibujó un círculo cuyo radio estaba dado por el radio del cráter más la extensión de su eyecta. Hecho esto, se estimó el área de superficie lunar cubierta.

El área de superficie cubierta, resultado del modelo, indica que no es necesario un incremento en la tasa de impactos hace entre 4.2 y 3.8 Ga, como sugiere la hipótesis del LHB para generar una escasez de rocas anteriores a 4.2 Ga. Aún con las limitaciones del modelo, la conclusión de este trabajo lleva consigo implicaciones en dos modelos importantes del desarrollo temprano del sistema solar.

Abstract

The astronauts of the Apollo missions and the landers of the Luna missions brought samples of lunar rock, from which multiple studies were conducted, including the obtention of metamorphism ages through the U-Pb, Rb-Sr and K-Ar (Ar-Ar) methods. From these studies, the possibility was raised that an important increase in the number of asteroid and cometary nucleus impacts on the lunar surface had occurred ~3.9 Gy ago, which was then named the "Terminal Lunar Cataclysm" (later referred to as the Late Heavy Bombardment or LHB).

Since its conception, the LHB hypothesis has been controversial due to the assumptions made, the implications that the event represents, and the nature of the dating techniques used. It was proposed that the scarcity of impact records before 4.2 Gy, which partly led to the formulation of the LHB, was due to and effect called the "stone wall", produced by the coverage of older rocks due to the material ejected and the melting of rock by impacts produced later than that date. However, the literature has not fully explored the topic.

In this work, the "stone wall" effect was modelled by calculating the distribution and extent of the craters and their ejecta produced between 4.2 and 3.8 Gy, and the implications of the results were analysed for the LHB hypothesis.

For the presented model, a code was created with the discretization of a distribution of crater sizes and their formation frequencies under a gradually decreasing impact flux from 4.2 to 3.8 Gy before the present, and which did not consider the effect of the LHB. From said discretization, random points were generated uniformly distributed over the surface of a sphere with the radius of the Moon, and around each point, a circle was drawn so that its radius was given by the radius of the crater plus the extent of its ejecta. The area of the lunar surface covered was then estimated.

The surface area covered, resulting from the model, indicates that and increase in the impact rate between 4.2 and 3.8 Gy, as suggested by the LHB hypothesis, is not necessary to generate a scarcity of rocks before 4.2 Gy. Despite the limitations of the model, the conclusion of this work has implications for two important models of the early development of the solar system.

Introducción

El craterismo de impacto es un proceso geológico presente en todos los cuerpos rocosos del sistema solar. Al impactar un cuerpo menor sobre una superficie planetaria, ésta se deforma y se llevan a cabo una serie de procesos que afectan la morfología y geoquímica del sitio de impacto, así como sitios aledaños debido al emplazamiento de eyecta formada por fundidos y material pulverizado.

En la Tierra, el registro de cráteres de impacto sobre la superficie se ve afectado por procesos como la tectónica de placas, la erosión, el vulcanismo y la presencia de formas de vida macroscópica. En cuerpos que carecen de estos procesos tales como Mercurio, la Luna, asteroides y la mayoría de satélites, este registro permanece casi intacto: lo que permite el estudio de la dinámica del sistema solar a través del tiempo.

La Luna, por su cercanía, se vuelve entonces una fuente importante de información sobre la dinámica del sistema solar a través de su historia por la posibilidad (o facilidad con respecto a otros cuerpos), de ser explorada por misiones tripuladas y, con ello, obtener muestras geológicas.

Con el desarrollo de la física nuclear, la geoquímica isotópica tuvo un auge durante la posguerra; convirtiéndola en una disciplina importante durante la guerra fría, periodo en el que se llevó a cabo la carrera espacial. La llegada de muestras obtenidas durante las misiones tripuladas (programa Apolo) y no tripuladas (programa Luna) a la superficie lunar representó un nuevo horizonte para la geoquímica: la obtención de edades absolutas de rocas lunares.

La información obtenida de las dataciones de material proveniente de la Luna trajo consigo la hipótesis del Cataclismo Lunar Terminal que, con el paso del tiempo, pasó a ser la hipótesis del Bombardeo Intenso Tardío (LHB por sus siglas en inglés). Dicha hipótesis, a pesar de aún seguir en discusión, es a menudo referida como un hecho consolidado en la historia evolutiva del sistema solar.

El objetivo de este trabajo fue modelar uno de los principales argumentos en contra de la ocurrencia del LHB: la hipótesis del muro de piedra; la cual propone el borrado de una parte del registro anterior a 4.2 Ga debido a la disminución "natural" del flujo de impactores en contraposición al incremento propuesto por el LHB.

En el Capítulo 1 de este trabajo de tesis se abordan las principales morfologías de los cráteres de impacto, así como sus procesos de formación y los efectos en la geología del sitio afectado. Se describen a grandes rasgos las características de los principales tipos de cuerpos menores involucrados en el proceso del craterismo de impacto, y se discute la importancia de conocer el registro de impacto lunar para completar la historia del sistema solar.

En el Capítulo 2 se describe el estado de la hipótesis del LHB junto con sus principales argumentos a favor y en contra. Se hace énfasis en el argumento del "muro de piedra" y en

un modelo basado en dicho argumento relacionado con el reinicio de edades por metamorfismo de impacto.

En el Capítulo 3 se detallan los procedimientos llevados a cabo durante el presente trabajo para: a) discretizar una función de distribución de diámetros de cráter, b) estimar su frecuencia de formación en el periodo comprendido entre 4.2 y 3.8 Ga considerando que el flujo de impactores disminuyó gradualmente y c) dibujar sobre la superficie lunar el área afectada por los cráteres y su eyecta para estimar la superficie lunar cubierta. Lo anterior se realizó con la idea de aportar argumentos en la discusión de la hipótesis del LHB.

En el Capítulo 4 se presentan las estimaciones del área de superficie lunar cubierta por la formación de cráteres de impacto y su eyecta hace entre 4.2 y 3.8 Ga. Se discuten las limitaciones del modelo, así como la toma de muestras lunares durante la carrera espacial, los modelos de migración planetaria basados en el LHB y la relación entre el registro de impacto lunar con la datación de unidades geológicas pertenecientes a otros cuerpos del sistema solar.

En el capítulo final se presentan las conclusiones de este trabajo, las cuales muestran que no es necesario un LHB para generar una escasez de rocas anteriores a 4.2 Ga como la que se infirió del estudio de las rocas lunares. Por lo tanto, no es necesaria una resonancia de movimiento medio entre Júpiter y Saturno que excite dinámicamente el sistema solar interno como propone el llamado Modelo de Niza (al menos para cronologías cercanas a 4.2 Ga). El método de datación por conteo de cráteres debe ser empleado con cuidado pues dependerá de si el modelo de referencia utilizado toma en cuenta el LHB o no.

Se espera que la llegada de nuevas muestras de rocas lunares datadas por métodos actuales, nuevas observaciones del sistema solar y los avances en software de simulación dinámica permitan un mejor entendimiento de la evolución de la Luna y del sistema solar.

1. Craterismo de impacto

El craterismo de impacto es el proceso geológico dominante sobre la mayoría de las superficies planetarias del sistema solar. A pesar de ello, no fue sino hasta mediados del siglo XX que tomó la suficiente relevancia dentro de la comunidad geológica, pues, en la Tierra, el dominio de procesos de renovación cortical, múltiples formas de intemperismo y la presencia de una atmósfera densa produjeron una escasez de cráteres de impacto. Debido a su morfología, las estructuras de impacto reconocidas actualmente sobre nuestro planeta fueron interpretadas inicialmente como volcánicas o criptovolcánicas (Melosh, 2011).

1.1. Morfología de los cráteres de impacto

La morfología de los cráteres de impacto en general puede ser descrita como depresiones con bordes circulares. Hay variaciones en el tamaño, evolución y complejidad del cráter que llevan a la necesidad de una clasificación. La complejidad define los dos tipos morfológicos principales de los cráteres: simple o complejo.

Un cráter simple presenta una forma de paraboloide o "de tazón" en el interior y pendientes pronunciadas en el borde (Figura 1). En la Luna es común que tengan tamaños menores a 15 km y una profundidad (de la parte superior del borde al punto más bajo del interior del cráter), cercana a una quinta parte del diámetro (medido borde a borde), del cráter (Melosh, 2011).



Figura 1. Cráter Linné. Se encuentra en Mar Serenitatis y tiene un diámetro de 2.2 km. LRO/NASA (2014). Este es un ejemplo de un cráter simple o cráter de tazón.

Por otra parte, los cráteres complejos tienen una mayor extensión y, por tanto, son más susceptibles a ser modificados por colapso de material del borde y relajación térmicaviscoelástica del interior. Pueden presentar características como: picos centrales, picos centrales anillados, interiores planos, cavidades por colapso en el piso, cavidades por colapso en el pico central y fallamiento en los bordes. Se ahondará en estas características y sus procesos de formación en la siguiente sección.



Figura 2. Cráteres complejos: Tycho (Superior izquierda. LRO/NASA, 2014), Schrödinger (Superior derecha. LRO/NASA, 2014), y Humboldt (Inferior izquierda. Apollo 15/NASA, 1971). Orientale (Inferior derecha. LRO/NASA, 2015) es un cráter multi-anillado de gran tamaño.

En cráteres formados por grandes impactos, se forman escarpes y fracturas concéntricas (derecha inferior en Figura 2). A estos cráteres se les denomina cráteres multianillados y representan los cráteres de mayor extensión en el sistema solar.

En casos especiales en que un cráter no puede ser clasificado como simple o complejo, es llamado cráter aberrante. Es el resultado de la existencia de condiciones excepcionales del impactor o de la superficie planetaria impactada (*e.g.* Ángulos rasantes de impacto, presencia

de agua y condiciones del material). Algunas características presentes en cráteres aberrantes incluyen: formas elípticas, lobuladas y emplazamiento irregular de la eyecta (ver sección 1.1.1).

1.1.1. Proceso de formación de los cráteres de impacto

Un cráter de impacto es una estructura geológica cuyo proceso de formación se debe a la colisión de un proyectil (impactor) a hipervelocidad (>11 km/s) con una superficie sólida. El proceso de formación de un cráter de impacto se divide en tres etapas: contacto y compresión, excavación y modificación (Osinski y Pierazzo, 2013).

Durante la primera etapa, el impactor hace contacto con la superficie, transmitiendo su energía cinética al objetivo y generando una onda de choque en la frontera entre la zona comprimida y el material sin comprimir. Esta onda de choque viaja a una velocidad superior a la del sonido y se transfiere de manera radial tanto en el medio impactado como a través del impactor (Figura *3*).



Figura 3. Los perfiles a, b y c ilustran la evolución de las ondas de choque en la etapa de contacto y compresión del impacto vertical de un proyectil de hierro con diámetro de 46.4 km sobre un objetivo de anortosita a 15 km/s. El perfil d es una fase temprana de la etapa de excavación. Los contornos de presión están etiquetados en GPa, y el tiempo está dado en múltiplos del tiempo que le toma al proyectil recorrer una distancia similar a su propio diámetro, cerca de 3 s en este caso. Nótese el cambio en la escala en cada perfil (Melosh, 2011).

Las ecuaciones de Hugoniot (Hugoniot, 1887, como se citó en Melosh, 2011), permiten modelar la conservación de masa, momento y energía de la onda de choque; relacionando las cantidades antes del paso de la onda de choque (literales con subíndice 0) con las cantidades una vez ha pasado la onda (literales sin subíndices):

$$\rho(U - u_p) = \rho_0 U, \tag{1}$$

$$P - P_0 = \rho_0 u_p U, \tag{2}$$

$$E - E_0 = \frac{(P + P_0)}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right),\tag{3}$$

donde *P* es la presión, ρ es la densidad, u_p es la velocidad de las partículas detrás de la onda de choque, *U* es la velocidad de la onda de choque, y *E* es la energía por unidad de masa. Al tener 3 ecuaciones y 4 incógnitas (*P*, ρ , *U* y *E*), una cuarta ecuación es necesaria para que el sistema tenga solución. Esta ecuación adicional es una ecuación de estado que relaciona la presión con la densidad y la energía interna del material (*P* = *P*(ρ , *E*)). Otra estrategia para completar el sistema de ecuaciones es especificar una relación entre las velocidades *U* y u_p , la cual es frecuentemente lineal, de tal manera que:

$$U = c + Su_p,\tag{4}$$

donde c es la velocidad del sonido y S una pendiente adimensional (por la forma lineal de la relación). Ambas son constantes experimentales. De esta manera es posible obtener la presión máxima, velocidad de partícula, velocidad de choque, etc. producidas por un impacto.

La compresión provoca un aumento de temperatura la cual se traduce en metamorfismo de choque, fusión e inclusive evaporación del material. Una vez que la onda de compresión llega al extremo opuesto del impactor (superficie libre de contacto), una onda de rarefacción se propaga de regreso hacia el punto de impacto. La etapa termina una vez que la onda de rarefacción atraviesa completamente el impactor.

La etapa de excavación incluye la salida de material por la cavidad formada por la etapa de impacto y compresión para ser emplazado sobre la superficie aledaña al cráter (Figura 4), éste es denominado eyecta (Kenkmann y Wulf, 2018). La eyecta se mantiene como una cortina única, radial y continua hasta, en promedio, un radio del cráter desde el borde, a este flujo se le conoce como eyecta continua. Más allá de la eyecta continua se emplaza la denominada eyecta distal. Ésta se emplaza de manera discontinua y a manera de rayos, su alcance puede ser de múltiples veces el radio del cráter dependiendo del ángulo y energía del impacto (Melosh, 2011).



Figura 4. Geometría del flujo de excavación. Las líneas con flechas indican las direcciones del flujo de material. Cuando el material atraviesa la superficie de impacto forma la cortina de eyecta. La eyecta que emerge cercano al sitio de impacto viaja a alta velocidad, mientras que la eyecta que emerge a mayores distancias viaja a menor velocidad. Modificado de Melosh (2011).

Cuando el cráter ha alcanzado su máxima profundidad, el diámetro seguirá en aumento, aproximando su forma a un paraboloide cuyo diámetro es entre tres y cuatro veces la profundidad. A la forma previa a la modificación del cráter se le conoce como cráter transitorio (Melosh, 2011). Al final de la etapa de excavación se definirá si el cráter formado será un cráter simple o uno complejo. En el caso de un cráter simple, el material excavado que no fue eyectado más allá de los bordes del cráter formará los depósitos pertenecientes al piso del cráter sin provocar modificaciones mayores a la estructura. Por ello el cráter final será similar a su etapa de cráter transitorio (Figura 1).

Por otro lado, en el caso de los cráteres complejos empezará la etapa de modificación, donde el material al centro del piso del cráter se levantará (debido al comportamiento viscoelástico de éste y al empuje de material por el colapso gravitacional de los bordes del cráter), formando el pico central (t₁ en Figura 5), y fallas capaces de extenderse por todo el borde y formar un aparente borde concéntrico, también conocido como anillo concéntrico (derecha inferior Figura 2). El colapso gravitacional eventualmente afectará al pico central y moverá un flujo de fundidos y clastos hacia los bordes del cráter (t₂ en Figura 5). La relajación reológica del piso de cráter generará el levantamiento del piso del cráter generando los interiores planos, lo que permitirá el flujo de fundidos y clastos hacia el exterior del cráter (t₃ en Figura 5).

Flujo de fundidos y clastos del pico central en colapso Movimiento de fundidos y clastos t_1 t_2 t_2 t_3 t_1 t_2 t_3 t_3 t_1 t_2 t_3 t_1 t_2 t_3 t_1 t_2 t_3 t_1 t_2 t_3 t_3 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_1 t_2 t_3 t_1 t_2 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_3 t_1 t_1 t_2 t_3 t_3 t_1 t_2 t_3 t_3 t_1 t_2 t_3 t_3 t_1 t_2 t_3 t_3

Figura 5. Procesos de la etapa de modificación. Con pasos de tiempo indicados t₁, t₂ y t₃ explicados en el texto. Modificado de Osinski y Pierazzo, (2013).

Los cráteres complejos se forman cuando la fuerza del campo gravitacional del cuerpo planetario en el que ocurrió el impacto es suficiente para inducir el colapso de los bordes del cráter transitorio. El diámetro de transición entre cráteres simples y complejos depende entonces de la aceleración gravitacional del cuerpo planetario. Para la Luna, el diámetro de transición es de entre 15 y 27 km dependiendo del tipo de terreno donde ocurrió el impacto (Pike, 1980 como se citó en Osinski y Pierazzo, 2013).

1.1.2. Metamorfismo de choque

El paso de la onda de choque producido por un impacto provoca que las rocas del objetivo sean sometidas a grandes presiones por encima de su límite elástico de Hugoniot (LEH) y prontamente a bajas presiones por el paso de la onda de rarefacción. Durante este proceso, la roca del blanco pasa por cambios de temperatura capaces de fundirla y evaporarla. Dicho proceso lleva consigo cambios mineralógicos como la producción de coesita o stishovita a partir del cuarzo presente, de diamantes a partir de grafito, o de maskelinita a partir de las plagioclasas a muy altas presiones (>30 GPa), mientras que a presiones menos elevadas se pueden producir conos astillados (escala macroscópica) o fracturas y deformaciones planares en los cristales (escala microscópica) (Ferrière y Osinski, 2013; Melosh, 2011). Los cambios en la presión y la temperatura asociados al metamorfismo de choque son capaces de reiniciar el sistema K-Ar (Schaefer, 2016), permitiendo datar los eventos de impacto como se detalla en la sección 1.3.2.1.

1.1.3. Saturación

La caída continua de impactores eventualmente llevará a cubrir por completo la superficie de un cuerpo planetario (si este no presenta mecanismos de renovación cortical). Dicho proceso lleva al borrado de cráteres de impacto, cambiando así el registro observable de estas estructuras sobre la superficie. A esto se le conoce como saturación de la superficie y es relevante para la datación de unidades por el método de retención de cráteres (sección 1.3.2.2).

1.2. Impactores

El sistema solar fue formado a partir de una nube de gas y polvo (conocida como nube molecular) la cual colapsó formando una protoestrella (nuestro Sol) con un disco de acreción alrededor de ella. Este disco, conocido como disco protoplanetario, permitió en una etapa temprana que la masa del Sol siguiera su crecimiento, gracias a que la mayoría del material del disco se movió hacia el centro. A pesar de que casi toda la masa del sistema se concentró en el Sol, la mayor parte del momento angular original de la nube lo conservó el material del disco. Más tarde, la acreción de material dio lugar a la formación del resto de los objetos del sistema solar, empezando por granos de polvo los cuales dieron origen a rocas, estas a planetésimos, los que a su vez acrecionaron para formar embriones planetarios y planetas. También se formaron satélites, asteroides y núcleos cometarios (Levison y Dones, 2014). Los dos últimos tipos de objetos y los granos de polvo son los responsables de la formación de cráteres de impacto. Cuando participan en este proceso a manera de proyectiles, son llamados impactores.

1.2.1. Asteroides

Los asteroides están compuestos mayormente de minerales formadores de roca tales como olivino y piroxeno. Cuentan con la presencia de filosilicatos, algunos compuestos orgánicos, minerales hidratados, así como abundantes minerales opacos y aleaciones de Fe-Ni (Britt *et al.*, 2014). Tienen compuestos volátiles, pero no en la cantidad que presentan los núcleos cometarios por haberse formado en las regiones más internas del sistema solar. El consenso es que son planetésimos relacionados con aquellos cuerpos que formaron los planetas terrestres y los núcleos de los planetas gaseosos (Michel *et al.*, 2015). La mayor población de asteroides en el sistema solar se encuentra en el Cinturón Principal entre las órbitas de Marte y Júpiter.

Los asteroides tienen una distribución de tamaños que sigue una ley de potencia (Figura 6). Mientras que los diámetros inferiores a 300 km son abundantes, hasta ahora sólo se han encontrado tres con diámetros entre 300 km y 400 km, y sólo cuatro con diámetros superiores a 400 km. Este comportamiento también se observa en los tamaños de los cráteres en los planetas rocosos y algunos satélites, lo que refleja la distribución de tamaños de las poblaciones de asteroides cuyo impacto generaron dichos cráteres (Britt *et al.*, 2014).



Figura 6. Distribución acumulada de asteroides en función de su diámetro. Modificado de Morbidelli et al. (2009).

1.2.2. Núcleos cometarios

Los cometas son cuerpos de roca y hielo pequeños (<30 km). Contienen un núcleo hielo compuesto de hielo y polvo (núcleo cometario). La sublimación del hielo cometario forma la coma, la nube de hidrógeno y la cola de plasma. La cola de polvo se forma por el material rocoso que es expulsado del núcleo cometario por la sublimación de volátiles. Los núcleos cometarios son frágiles y con formas irregulares. Los cometas tienen tamaños de hasta unos pocos kilómetros y sus órbitas suelen ser de alta excentricidad, lo que los guía cerca del Sol y de vuelta a las regiones lejanas del sistema solar (Meierhenrich, 2015). Hay dos reservorios principales de cometas en el sistema solar: la Nube de Oort (límites estimados entre 2000 y 200,000 ua) y los objetos transneptunianos (Cinturón de Kuiper Clásico y Disco Disperso) (~ 40 ua) (Levison y Dones, 2014). En el contexto del craterismo de impacto, la parte del cometa que es relevante es su núcleo.

1.3. La Luna como reflejo de la historia del sistema solar interior

La Luna es el satélite del planeta Tierra. Este cuerpo planetario no cuenta con una atmósfera densa, placas tectónicas, agua líquida o algún otro factor de erosión típico en nuestro planeta. Los únicos tipos de intemperismo presentes en la superficie lunar están asociados con el craterismo de impacto (lo cual incluye la excavación y deformación del área de impacto, el emplazamiento del material eyectado y cambios al regolito por pulverización de nuevo material) y el intemperismo espacial. Lo anterior permite mantener un registro más completo de los impactos ocurridos sobre su superficie, lo cual hace posible tener una idea sobre la dinámica de las poblaciones de cuerpos menores en el sistema solar interior a lo largo de su historia. La conservación de este registro, la falta de atmósfera en la Luna y su cercanía abren las posibilidades de estudiar su superficie a distintos niveles; desde a simple vista para describir rasgos como los mares lunares y cráteres de muy gran tamaño, hasta el lanzamiento de misiones tripuladas para la recolección de muestras de roca traídas a la Tierra por misiones tripuladas. Esto hace que la Luna sea más fácil de estudiar que otros cuerpos del sistema solar (*e.g.* Mercurio, Ceres, la familia de asteroides de Vesta).

1.3.1. Edades relativas

Dentro de la geología, las dataciones se llevan a cabo principalmente de dos maneras: las dataciones relativas y las dataciones absolutas. Las primeras se valen de los principios de la estratigrafía como el principio de superposición de Esteno, el cual postula que en un principio todos los estratos se emplazan de manera horizontal, y por ello dentro de una secuencia de estratos, aquellos más cercanos a la superficie serán más jóvenes que aquellos a mayores profundidades.

En el contexto del craterismo de impacto lunar, es posible emplear esta metodología para ubicar cronológicamente cráteres de impacto por la superposición entre los mismos y sus productos de impacto con el apoyo de imágenes en falso color obtenidas a partir de la información de satélites como en Qiu y colaboradores, (2022). En el caso terrestre, el fechamiento relativo suele ser el único método disponible si hay ausencia de fundidos de impacto o si la estructura presenta un alto nivel de intemperismo o alteración. En esencia, esto se logra a partir del registro fósil y la correlación que tenga el estrato con otros datados por métodos radiométricos (Kelley y Sherlock, 2013).

1.3.2. Edades absolutas lunares

Mientras que las edades relativas establecen temporalidades de un estrato con respecto a otro, las dataciones absolutas, buscan determinar la edad de la unidad geológica con respecto al presente. Se ahondará en los métodos para inferir dichas edades en los párrafos siguientes.

1.3.2.1. Dataciones radiométricas y geocronología del Argón

Se basa en el decaimiento radioactivo, el proceso por el cual un isótopo específico de un átomo (isótopo radioactivo) se convierte en otro (isótopo radiogénico) a un ritmo constante y conocido. Este decaimiento se puede modelar con la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,\tag{5}$$

donde *N* es el número de núcleos atómicos del isótopo radioactivo, *t* es el tiempo en años y λ es la constante de decaimiento (la probabilidad de que un átomo se desintegre pasado cierto tiempo). La solución a la ecuación (5) tiene la forma:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t},\tag{6}$$

donde N_0 es la cantidad inicial del isótopo radiactivo.

El proceso de decaimiento produce núcleos radiogénicos (referidos en inglés como *daughter nuclides*). El número de núcleos radiogénicos (D) es simplemente $N_0 - N_t$ (suponiendo que el sistema produce una sola especie de núcleo radiogénico). Por lo tanto, la ecuación (6) puede ser expresada como:

$$D_t = N_t (e^{\lambda t} - 1), \tag{7}$$

donde D_t es el número de núcleos radiogénicos. En ciertas situaciones, por la sistemática específica de algunos isótopos, se encuentra presente una cantidad de núcleos radiogénicos iniciales (D_0), por tanto:

$$D_t = D_0 + N_t (e^{\lambda t} - 1), \tag{8}$$

siendo esta la llamada "ecuación de la edad".

Los sistemas de decaimiento, también llamados relojes, son nombrados a partir de los isótopos involucrados separados por un guión. Entre los sistemas de mayor importancia para las geociencias se encuentran: Kriptón-Argón (K-Ar y su variante Ar-Ar), Rubidio-Estroncio (Rb-Sr), Uranio-Plomo (U-Pb), Torio-Plomo (Th-Pb), Renio-Osmio (Re-Os), Lutecio-Hafnio (Lu-Hf), Cesio-Bario (Cs-Ba), Samario-Neodimio (Sm-Nd), Lantano-Cerio (La-Ce) y Yodo-Xenón (I-Xe).

Existen una serie de condiciones para el uso de dataciones radiométricas:

- Las concentraciones tanto del isótopo radioactivo como del isótopo radiogénico deben ser medibles.
- Las constantes de decaimiento deben ser conocidas.
- El elemento usado como base del reloj radioactivo debe ser un radionúcleo natural (es decir, de origen no-antropogénico).
- El elemento usado como base del reloj debe existir en suficiente abundancia en la muestra y producir cantidades medibles del isótopo radiogénico. Para ello, el elemento debe tener una constante de decaimiento acorde al tiempo que se desea medir.
- Si el isótopo radioactivo decae en una serie de pasos, las constantes de decaimiento de cada paso deberán ser sucesivamente mayores para evitar acumulaciones anómalas en los productos intermedios.
- La muestra debe comportarse como un sistema cerrado. Es decir, no debe haber una pérdida o ganancia ya sea del isótopo radioactivo o el isótopo radiogénico.

El K tiene tres isótopos naturales; ³⁹K, ⁴⁰K y ⁴¹K, de los cuales el ⁴⁰K es radiactivo. A diferencia de otros sistemas, su decaimiento es ramificado; es decir, el 89.1 % de las veces decae en ⁴⁰Ca (Calcio 40) y el 10.9 % en ⁴⁰Ar por el mecanismo de captura electrónica. Aunque el ⁴⁰Ar está presente en menor abundancia con respecto al ⁴⁰Ca, tiene la ventaja de ser un gas noble, por tanto, no forma enlaces moleculares. Cuando los minerales crecen, el Ar queda atrapado en las redes cristalinas por tener un radio iónico mayor a aquel de su isótopo radioactivo ⁴⁰K; por lo tanto, se puede considerar en primera aproximación que todo el ⁴⁰Ar medido en un mineral es producto de decaimiento radioactivo.

Se debe considerar que la red cristalina de un mineral puede ser deformada por cambios en la presión y temperatura (como los producidos por un impacto). Esta deformación puede ser suficiente para permitir la salida del Ar acumulado y por lo tanto provocar un reinicio del sistema.

La diferencia en el comportamiento geoquímico entre el K y el Ar traen como consecuencia la necesidad de usar métodos analíticos muy distintos para el análisis de los isótopos. Por ello, el método con los años ha entrado en desuso, siendo sustituido por el método de Ar-Ar.

La técnica de Ar-Ar (⁴⁰Ar/³⁹Ar) requiere la conversión de ³⁹K al isótopo radiogénico ³⁹Ar, el cual no se encuentra en la naturaleza, a través del uso de un reactor nuclear:

$$^{39}\text{K} + \text{n} \rightarrow ^{39}\text{Ar} + \text{p}$$

Lo que permite la medición simultánea de ³⁹Ar y ⁴⁰Ar de la muestra, así como de ³⁶Ar atmosférico el cual servirá como punto de referencia. La proporción de ⁴⁰Ar/³⁶Ar en la atmósfera se considera constante (295.5) por lo que se resta de la concentración medida para obtener la componente radiogénica de ⁴⁰Ar denotada como ⁴⁰Ar*.

El método involucra irradiar la muestra de estudio acompañada de una muestra estándar, una muestra de referencia con una edad conocida para tomar en cuenta el flujo de neutrones irradiados (parámetro adimensional *J*). Todo esto permite obtener la edad a partir de un solo análisis en el cual se emplea la ecuación:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left[\frac{{}^{40}\text{Ar} *}{{}^{39}\text{Ar}} J + 1 \right] \text{ [años],}$$
⁽⁹⁾

donde λ es la constante de decaimiento combinada de los sistemas de decaimiento de ⁴⁰K a ⁴⁰Ca y ⁴⁰Ar (5.549 × 10⁻¹⁰ año⁻¹) (Schaefer, 2016). El Ar es medido mientras se libera por el calentamiento de la muestra, obteniendo una edad por cada "paso" de temperatura en el proceso conocido como calentamiento parcial (*step heating* en inglés). El perfil generado en el proceso es conocido como edad de meseta (*plateau age*). Si el mineral tuvo una pérdida de Ar en el pasado, los perfiles tendrán cambios en su comportamiento (Figura 7).



Figura 7. Perfiles de calentamiento parcial por Ar-Ar. El perfil (a) representa un "buen perfil" donde la edad es la misma para cada paso de calentamiento, indicando que la muestra se ha mantenido "cerrada". El perfil (b) representa el efecto de una pérdida reciente de Ar, comúnmente por la preparación de la muestra lo cual aparentará edades recientes en pasos de baja temperatura. Este comportamiento es indicador de un comportamiento de sistema abierto. El perfil (c) representa pérdidas por eventos geológicos. Las edades de los pasos de menor temperatura registran la edad de reinicio del sistema como una "meseta" distinta durante múltiples pasos. Modificado de Schaefer, (2016).

1.3.2.2. Edades de retención de cráteres

Con el desarrollo de la geología planetaria como disciplina, llegó la necesidad de conocer la edad de las unidades geológicas de otros planetas y cuerpos menores distintos de la Tierra y la Luna. Si bien fue posible hacer dataciones radiométricas para las muestras lunares, estamos a algunos años de poner pie en otros planetas para llevar a cabo estudios

similares. Surgió entonces la necesidad de desarrollar nuevos métodos a partir de la información de los cuerpos en que se han llevado a cabo dataciones radiométricas.

El método de datación por retención de cráteres se basa en el principio de que, en ausencia de factores que modifican apreciablemente la corteza de un cuerpo planetario, una superficie antigua tiene una mayor presencia de cráteres que una superficie más joven. Similar a como alguien que lleva más tiempo expuesto a la lluvia estará más mojado que alguien que apenas salió de su casa. En cierto sentido, la edad por retención de cráteres es una combinación de fechamientos relativos y absolutos.

El primer paso para datar cualquier unidad por este método, es la selección del área de conteo de cráteres. Para ello se buscan las siguientes condiciones:

- El área debe ser homogénea.
- Debe cubrir una sola unidad geológica.
- Debe presentar una variación topográfica mínima.
- Se deben evitar cadenas de cráteres secundarios y cúmulos.
- Se debe buscar maximizar el área dentro de las condiciones anteriores.

Una vez realizado esto, se lleva a cabo el conteo de los cráteres de impacto en el área seleccionada de acuerdo con su tamaño. Actualmente es posible hacer uso de Sistemas de Información Geográfica (SIGs) para obtener los tamaños de cráter y el área de conteo. El conteo dará como resultado una distribución de frecuencias de tamaños de cráteres por unidad de área (CSFD – *Crater Size-Frecuency Distribution*) sobre la unidad geológica a datar. Dicha distribución se usará para comparar con un modelo de referencia.

Los modelos de referencia son CSFDs que cambian según la edad de la unidad, y son obtenidos comparando los conteos de cráteres de impacto con las edades radiométricas de muestras de rocas obtenidas por las misiones lunares en esas unidades. La existencia de distintos modelos de referencia nace de los distintos métodos de ajuste empleados e hipótesis sobre la historia geológica lunar (*e.g.* Morbidelli *et al.*, 2012; Neukum, 1983; Neukum *et al.*, 2001).

Este método presenta algunas limitaciones, la escala de las unidades en que se llevan a cabo los conteos de cráteres lleva al uso de cráteres por debajo de 1 km. El registro de los cráteres a estas escalas aún se considera incompleto, por lo que se debe tomar con cuidado el uso de estas edades de acuerdo al contexto geológico de la unidad a datar. En especial en unidades jóvenes donde cráteres de dichas escalas son abundantes (Williams *et al.*, 2018).

2. Bombardeo Intenso Tardío (LHB – Late Heavy Bombardment)

El registro de impactos observado o inferido a partir de dataciones radiométricas de la Luna (Tera *et al.*, 1974), Marte, Mercurio y otros cuerpos rocosos del sistema solar (Bottke *et al.*, 2015; De Elía y Di Sisto, 2011; Wetherill, 1975), ha dado como resultado la hipótesis del Bombardeo Intenso Tardío o LHB por sus siglas en inglés (*Late Heavy Bombardment*). Tal hipótesis propone un aumento en la frecuencia de impactos entre ~4.2 Ga y ~3.8 Ga (Bottke y Norman, 2017). Las implicaciones y modelos que surgen a partir de esta hipótesis son controversiales e impactan la datación de las unidades geológicas de cuerpos rocosos, la forma en que se concibe la evolución de sus cortezas y cuestiones tan importantes como el origen de la vida en la Tierra (*e.g.* Chapman *et al.*, 2007; Ćuk *et al.*, 2010; Morbidelli *et al.*, 2018; Parkos *et al.*, 2018; Todd y Öberg, 2020).

2.1 Definición de trabajo

Inicialmente, el nombre LHB se asignó a un aumento en la frecuencia de impactos en la superficie Lunar hace entre 3.8 Ga y 4.2 Ga inferida de los análisis geoquímicos de las muestras recuperadas por las misiones Apolo (EUA) y más tarde por las misiones Luna (URSS). En las siguientes secciones de este capítulo se ahondará en las evidencias que llevaron a la formulación y soporte de esta hipótesis, así como aquellas en contra de la misma.

Conforme el debate sobre la existencia o no existencia de un LHB han surgido cambios en la concepción del LHB por distintos autores, complicando la disputa (*e.g.* Frey, 2012, 2015, 2016; Lowe y Byerly, 2015, 2018; Morbidelli *et al.*, 2012; Morbidelli *et al.*, 2018).

En este trabajo, el LHB lo definiremos como un aumento significativo (anómalo con respecto a una caída gradual) en la frecuencia de impactos sobre la Luna (u otro cuerpo terrestre del sistema solar) hace 4.2 Ga seguido de una disminución en dicha frecuencia, hace 3.8 Ga (Figura 8). Esto independiente del origen del material de los impactores.



Figura 8. LHB ilustrado. El eje Y es adimensional con fines ilustrativos. Modificado de Kring, (2003).

2.1.1 Argumentos a favor

El primer argumento a favor de un LHB fue propuesto inicialmente bajo el nombre de Cataclismo Lunar Terminal (Tera *et al.*, 1974), y tiene que ver con dataciones radiométricas efectuadas sobre muestras obtenidas por las misiones Apolo. La distribución de edades de meseta obtenidas por el método de calentamiento parcial de Ar-Ar y las isócronas de U-Pb mostraron una frecuencia de impactos mayores a la esperada hace ~ 3.9 Ga. Es hasta el año 2000, que una inferencia similar es obtenida de dataciones por ⁴⁰Ar-³⁹Ar realizadas a cuatro meteoritos lunares, donde la falta de fundidos con edades superiores a 3.92 Ga apoya a la idea de un corto pero intenso periodo de impactos como el propuesto por el Cataclismo Lunar Terminal (Cohen, 2000; Cohen *et al.*, 2000).

Un año después de ser propuesto el LHB, simulaciones con el método Monte-Carlo mostraron que es dinámicamente posible la ocurrencia de perturbaciones de órbitas planetarias tales que se pudo haber producido un flujo superior de impactores en los planetas rocosos hace ~3.9 Ga (Wetherill, 1975).

En la búsqueda de una explicación al LHB, en 2005 se propuso el Modelo de Niza. En él se menciona que Júpiter y Saturno sufrieron una migración y que en algún momento sus periodos orbitales entraron en resonancia 1:2. Gomes y colaboradores (2005) evalúan lo que ocurriría si esta resonancia se hubiera dado en distintos tiempos después del inicio de la formación planetaria; en particular, evalúan si es posible que hubiera existido una inestabilidad gravitacional en el sistema solar de tal manera que permitiera un aumento en las frecuencias de impacto sobre los cuerpos del sistema solar interior entre 4.2 y 3.8 Ga antes del presente.

El modelo de Niza propone que los núcleos cometarios provenientes de un disco de planetésimos de hielo, ubicado fuera de la órbita de Neptuno, son los principales impactores causantes del LHB. Esto contrasta con los resultados de pruebas geoquímicas de análisis composicional que revelan, con las firmas de elementos siderófilos (aquellos con afinidad por el hierro), la ausencia de condritas carbonosas primitivas. Éstas últimas presentan porcentajes importantes de carbono y composiciones características de reservorios en la región exterior del sistema solar, lo que lleva a sugerir que la mayoría de los impactores durante el LHB son asteroides del sistema solar interior (Kring y Cohen, 2002). Por ello, surgió una nueva versión del modelo de Niza, la cual implementa la propuesta de un cinturón de asteroides extendido (E-belt). Éste permite tomar en cuenta una mayor cantidad de material asteroidal como población de impactores. Al considerar nuevas limitantes geoquímicas, dinámicas y de densidad de cráteres, se dio forma a la nueva versión del modelo de Niza entre cuyas consecuencias está el modelo de Diente de Sierra (Morbidelli et al., 2012). Este modelo presenta al LHB como un escenario intermedio entre un Cataclismo Lunar (Dominantemente causado por una inestabilidad planetaria en un periodo corto pero intenso de bombardeo) y un LHB no cataclísmico (Causado por colisiones con planetésimos de dimensiones considerables que aún no se habían acrecentado a otro cuerpo planetario y cuya frecuencia de colisión estaba en declive).

Además de pruebas geoquímicas y argumentos dinámicos se ha hecho uso de otros métodos para buscar sustentar la hipótesis del LHB. Entre éstas se pueden encontrar comparaciones de: edades de retención de cráteres que contemplan cráteres inferidos por modelos de espesor cortical y depresiones cuasi-circulares de datos altimétricos, y de edades absolutas obtenidas de las misiones Apolo contra datos de relieve topográfico y anomalía de Bouguer (gravedad) en términos del grado de compensación topográfica por isostasia. Estos trabajos no sólo buscan sustentar un LHB, si no que a su vez un bombardeo intenso temprano (Early Heavy Bombardment - EHB) (Frey, 2012, 2015, 2016). Inferencia de grandes impactores en la Tierra a partir de las abundancias de iridio y cromo de origen extraterrestre presentes en esferulitas de ocho estratos del cinturón de rocas verdes de Barberton, la cual propone dos periodos de bombardeo intenso en el sistema solar; uno hace entre 3.47 y 3.22 Ga y otro entre hace 2.63 y 2.49 Ga (Lowe y Byerly, 2015, 2018). Inclusive el hallazgo de sistemas estelares que parecen estar experimentando su propio LHB como los sistemas n Corvi y KIC 8462852 donde, a partir de análisis en el infrarrojo cercano, se ha encontrado un exceso de material en sus cinturones de Kuiper que a su vez parecen estar dinámicamente excitados. Se ha buscado explicar esta excitación con migraciones planetarias que a su vez provocan el exceso de polvo por las colisiones generadas (Lisse et al., 2012, 2016).

2.1.2 Argumentos en contra

Con el pasar del tiempo, se encontró un comportamiento de sistema abierto en la mayoría de las muestras de las misiones Apolo para dataciones por calentamiento parcial de ⁴⁰Ar-³⁹Ar inferido de los espectros de edades de meseta (es decir, los espectros presentan caídas que indican pérdidas recientes de Ar en el sistema) y la identificación de múltiples energías de activación (Boehnke *et al.*, 2015; Boehnke y Harrison, 2016a, 2016b, 2018). Esto representa problemas para la fiabilidad de dichas dataciones, entre ellas, aquellas de las que se infirió el LHB.

Recientemente se ha propuesto el uso de isótopos de Ru y Mo para diferenciar el origen de los impactores relacionados a dos meteoritas lunares y tres muestras de fundidos de Apolo 16; siendo los posibles orígenes: reservorios nebulares no carbonosos o carbonosos; representando regiones internas y externas del disco protoplanetario (respecto a Júpiter), respectivamente. Estos estudios mostraron que todos los impactores vienen del sistema solar interno y que es muy poco probable que haya ocurrido un LHB como producto de una desestabilización del disco protoplanetario tal que hubiera permitido la colisión con objetos de regiones más allá de la órbita de Júpiter. Proponen que en caso de haber habido un LHB, éste hubiera sido producido por impactores que aún no se habían acrecentado (Worsham y Kleine, 2020, 2021).

Baldwin (2006) analiza tres interpretaciones, basadas en observaciones, que llevaron a pensar en el modelo del Cataclismo Lunar Terminal. La primera de ellas es que no existían rocas con edades mucho mayores a la del cráter Imbrium (Figura 9), pero Baldwin hace notar que la eyecta de Imbrium es tan abundante en la región de los seis sitios de alunizaje de las misiones Apolo que gran parte de las muestras obtenidas presentan la edad de Imbrium. La segunda interpretación, es que como el sitio de alunizaje de Apolo 16 se encuentra más cercano al cráter Nectaris que a Imbrium (Figura 9), se interpretó que estas rocas pertenecen a Nectaris. La evidencia muestra que la eyecta de Imbrium llega dentro y más allá de Nectaris, indicando que Nectaris es anterior a Imbrium y que las edades propuestas para Nectaris son correspondientes a Imbrium. La tercera es que durante un muy largo periodo antes de la formación de Imbrium no se formaron cráteres (que, por lo antes mencionado, se sabe que Nectaris es anterior a Imbrium). Haciendo uso de un modelo de viscosidades (con el que estima la edad usando la subsidencia estimada del cráter) y tomando en cuenta conteos de cráteres por unidad de área y morfología de las paredes de los cráteres, determina que al menos Crisium, Nectaris, Humorum y Werner-Airy son anteriores a Imbrium, colocando a Werner-Airy con una edad de 4.3 Ga, argumenta que antes de este periodo la cantidad de cráteres formada fue tal que hubo una saturación en el número de cráteres, de tal forma que el conteo de cráteres de impacto menores a cierto tamaño no es fiable pues muchos de ellos se destruyeron con la formación posterior de más cráteres. Con estos análisis, Baldwin refuta las suposiciones en las que se basó el modelo del Cataclismo Lunar Terminal.



Figura 9. Ubicación de Nectaris, Imbrium y el sitio de alunizaje de Apolo 16. Fotografía de LROC/NASA/GSFC/Arizona State University.

Kamata y colaboradores (2015) calculan la evolución térmica y la deformación viscoelástica de cuencas ubicadas sobre el Océano de Magma Lunar (LMO por sus siglas en inglés). Entre sus resultados obtienen que para que haya una relajación viscosa de la topografía de los cráteres que permita llegar al estado actual de las cuencas Prenectáricas (4.4-4.1 Ga de Neukum (1983)), la temperatura del Moho lunar (límite manto-corteza) al momento de la formación de las cuencas debió ser mayor a entre 1300 y 1400 K. Tal temperatura sólo se puede mantener durante cerca de 50 millones de años para la mayoría de las cuencas de impacto relajadas se hayan formado mucho más de 150 millones de años después de la solidificación del LMO (que requeriría de una corteza profunda de al menos 43 km), esto implica que el LMO no se pudo haber solidificado lo suficientemente tarde como para evitar la formación de cuencas anteriores a 3.9 Ga. Para poder sostener un LHB (cataclísmico), el LMO debió solidificarse mucho después de lo estimado en este modelo teórico (≤ 4.1 Ga).

2.1.2.1 Muro de piedra de Hartmann

Hartmann (1975) menciona entre las observaciones que llevaron a la formulación del LHB (en aquél entonces Cataclismo Lunar Terminal): "Un corte abrupto en las edades de

cristalización en 4.0 Ga. Rocas bien preservadas anteriores son raras o ausentes. Ésta ha sido la principal observación evocada". Y responde a dicha observación argumentando que es consecuencia de un bombardeo intenso temprano en la historia lunar y, por tanto, de la formación en un corto periodo de lo que llama "mega-regolito" capaz de cubrir gran parte del registro anterior sin la necesidad de un evento cataclísmico (por mega-regolito se entiende materiales no consolidados producidos a gran escala como consecuencia de la formación de cráteres). Para Hartmann, ese bombardeo intenso temprano se debe a las altas tasas de impacto que se dieron al inicio de la formación del sistema solar y que fueron disminuyendo gradualmente conforme el material se acrecentaba para formar embriones planetarios y planetas y disminuía el número de impactores. Según este autor, ese flujo de impactores fue suficiente para producir la cantidad de cráteres (y eyecta), necesarios para cubrir gran parte del registro anterior a 4.1 Ga; por lo que no hay necesidad de considerar un evento cataclísmico como el LHB. A este escenario lo llama "muro de piedra" pues "al retroceder en el tiempo, nos topamos con un muro de piedra a partir del cual ya no podemos obtener información" (Hartmann, 1975).

Grinspoon (1989) realizó un modelo de probabilidades de reinicio de edades para poner a prueba la generación de histogramas de frecuencias de edades lunares. Esto a partir de un decremento exponencial en la formación de cráteres de impacto sobre la superficie lunar que según explica el autor: "destruye rocas antiguas en la superficie lunar y crea nuevas rocas que crearían un cúmulo de edades en cierto punto crítico de la caída de impactos". Encuentra que es posible generar histogramas de edades similares a aquellos a partir de los cuales se formuló el LHB con un decremento exponencial en la formación de cráteres de impacto. En concordancia con la hipótesis del muro de piedra, concluye que un "pico" en la distribución de edades de rocas lunares es una consecuencia natural de un flujo exponencialmente decreciente de impactos. Añadiendo que no hay otros argumentos convincentes para un Cataclismo Lunar Terminal en la literatura contemporánea a su trabajo. Este modelo fue cuestionado por la falta de consideraciones para la mecánica del megaregolito en la formación de polvos y clastos apreciables en muestras datadas y que tendrían un papel importante en la obtención de edades de impacto (Chapman *et al.*, 2007).
3. Metodología

Como ya se ha mencionado, el objetivo de este trabajo es modelar el "muro de piedra" para poder contribuir en la discusión del LHB y de la dinámica del sistema solar temprano. Para llevar a cabo nuestro objetivo es necesario: a) estimar el número de impactos que sufrió la Luna hace entre 4.2 y 3.8 Ga, b) conocer o estimar la función de distribución de tamaños de los cráteres de impacto formados y c) calcular el porcentaje de área lunar cubierta por los cráteres y sus eyectas. Cada uno de estos puntos se desarrollará a lo largo de este capítulo.

Para generar la distribución de tamaños de cráter a emplear en la simulación, se hizo uso de la distribución de tamaños de los cráteres presentes en la Luna propuesta por Neukum y colaboradores (2001).

Para modelar la extensión de la eyecta, se empleó la aproximación de Melosh (2011) la cual propone que en la Luna la eyecta de un cráter de impacto tiene una extensión igual al radio del cráter.

Se empleó el software Python (3.8) por la facilidad que ofrecen sus librerías (*e.g.* Numpy, Matplotlib, SciPy) para generar distribuciones aleatorias de distintos tipos. Se generaron una serie de puntos distribuidos aleatoria y homogéneamente sobre una esfera para representar los puntos de impacto. El número de puntos generado es igual al número de cráteres producidos sobre la superficie lunar entre 4.2 Ga y 3.8 Ga de acuerdo con Neukum y colaboradores (2001). Una vez hecho esto, se asignó aleatoriamente a esos puntos un radio equivalente a la extensión del cráter y su eyecta el cual se emplea para trazar un círculo alrededor del punto de impacto que represente el área afectada.

Los datos obtenidos se procesaron en el software ArcMap (10.7) para generar un buffer de área geodésica igual al área afectada por cada impacto para estimar el área total de la superficie lunar que se cubrió por la formación de cráteres de impacto entre 4.2 Ga y 3.8 Ga antes del presente.

3.1 Distribución de tamaños de cráteres

El primer paso fue encontrar el número total de cráteres de impacto formados en la superficie lunar entre 4.2 Ga y 3.8 Ga antes del presente. Neukum y colaboradores (2001) relacionan la cantidad de cráteres, con diámetro mayor o igual a 1 km formados por kilómetro cuadrado, al tiempo T en Ga mediante la ecuación:

$$N(D \ge 1) = 5.44 \times 10^{-14} [e^{6.93T} - 1] + 8.38 \times 10^{-4} T [\text{cráteres } km^{-2}]$$
(7)

Para obtener la cantidad de cráteres formados en la temporalidad deseada sobre la superficie lunar, multiplicamos por el área superficial de la Luna $(3.8 \times 10^7 \ km^2)$ e integramos entre 3.8 Ga y 4.2 Ga de la siguiente manera:

$$N = \int_{3.8}^{4.2} 3.8 \times 10^7 \{ 5.44 \times 10^{-14} [e^{6.93T} - 1] + 8.38 \times 10^{-4} T \} dT = 1,273,253 \text{ cráteres.}$$
(8)

Nótese que el resultado de la integral se redondeó para dar sentido físico pues no tenemos fracciones de cráter.

Para describir la distribución de tamaños de cráteres, Neukum y colaboradores (2001) emplean un polinomio de grado 11 para obtener la cantidad de cráteres de impacto de diámetro > D formados por kilómetro cuadrado en un periodo de 1 Ga (ver Figura 10). En una función de distribución acumulada, las gráficas suelen crecer conforme nos vamos a valores mayores de la variable independiente debido a que los valores de las frecuencias se suman; sin embargo, en la Figura 10 la representación de una función de distribución acumulada se interpreta de manera diferente: Los valores sobre la curva indican el número de cráteres de impacto mayores o iguales a cierto diámetro D. El polinomio mantiene su forma general para todo intervalo de tiempo:

$$N(>D) = 10^{\sum_{j=0}^{11} a_j \times [\log_{10}(D)]^j} [\text{cráteres } km^{-2}]$$
⁽⁹⁾

donde D es el diámetro del cráter en kilómetros y los coeficientes a_j se muestran en la Tabla 1:

Tabla 1. Coeficientes para la ecuación (9) (Ivanov y colaboradores, 2000 como se citó en Neukum y colaboradores, 2001).

Coeficiente	Valor numérico
a_0	-3.087600
a_1	-3.557528
a_2	0.781027
a_3	1.021521
a_4	-0.156012
a_5	-0.444058
a_6	0.019977
a_7	0.086850
a_8	-0.005874
a_9	-0.006809
a_{10}	8.25e-04
a_{11}	5.54e-05

Esta función es válida para cráteres de 100 metros a 200 km de diámetro. Pero sólo usaremos aquellos con diámetro mayor a 1 km para estar en concordancia con la ecuación (7).



Figura 10. Función de producción de cráteres. Modificada de Neukum y colaboradores (2001).

Para generar nuestra distribución de tamaños, se generaron intervalos similares a los empleados en la Función de Producción de Hartmann (Neukum *et al.*, 2001) tales que:

$$D_{\rm sup} = D_{\rm inf} \sqrt{2} \tag{10}$$

donde D_{inf} es el límite inferior de los intervalos y D_{sup} el límite superior. El valor mínimo de D_{inf} es 1 km y el límite superior de D_{sup} debe ser menor a 200 km. Después de esto, se obtienen los puntos medios de cada intervalo para evaluar dichos puntos en la ecuación (9), dando como resultado una distribución de frecuencia acumulada de tamaños de cráteres discreta para el intervalo entre 4.2 y 3.8 Ga (Figura 11). A partir de ésta, se genera una distribución de porcentajes dividiendo cada valor entre el valor de la función de producción en D = 1 km (el cual representa el número total de cráteres), y multiplicando por 100.



Figura 11. Histograma de la distribución acumulada empleada en este trabajo (barras azules) comparada con la función de distribución de Neukum y colaboradores (2001) para un periodo de 1Ga (línea roja). Los diámetros tienen unidades de km. Nótese la conservación de la forma general.

Una vez hecho esto, se resta a cada porcentaje, el porcentaje del intervalo siguiente para obtener una función de distribución de frecuencias (no acumulada), que representa el porcentaje de cráteres de impacto asociados a cada intervalo de diámetros.

Finalmente, se multiplican los porcentajes descritos en el párrafo anterior por la cantidad total de cráteres que según la ecuación (8) se formaron en la Luna entre 4.2 y 3.8 Ga, a saber, 1,273,253. Cada resultado de la multiplicación se redondeó para asignar el número esperado de cráteres que se formaron con cierto diámetro entre 4.2 y 3.8 Ga. Este último paso resultó en una lista con los diámetros de cada cráter a simular (Figura 12).



Figura 12. Distribución de tamaños de cráteres a emplear en el modelo. Los diámetros siguen teniendo unidades de km.

3.2 Distribución de los cráteres sobre la superficie lunar

El siguiente paso fue generar coordenadas de puntos distribuidos aleatoria y homogéneamente sobre una esfera. Esto es posible gracias a la función Numpy.random.uniform() de la librería NumPy, la cual nos permite generar datos aleatorios a partir de una distribución uniforme. De esta manera podemos generar con facilidad el número deseado de pares ordenados (latitud, longitud).

Para las latitudes generamos números aleatorios entre -90 y 90 (para exportar como coordenadas geográficas con unidades de grados), y para la longitud números entre -180 y 180. En total, se generaron 1,273,253 (la cantidad de cráteres a simular) datos de latitud y longitud (Figura 13). Una vez hecho esto, a cada punto sobre la esfera se le asignó un diámetro de cráter de acuerdo con la lista generada siguiendo el proceso descrito en la sección anterior.



Figura 13. Ejemplo de gráfica con 1273253 puntos aleatorios generados por la función Numpy.random.uniform(-90, 90) y Numpy.random.uniform(-180, 180) de la librería NumPy sobre una malla esférica de referencia con radio unitario. Las unidades de la malla son arbitrarias, así como el tamaño de los puntos. La aparente acumulación de puntos en el limbo y los "polos" de la esfera se debe al efecto óptico producido por la sobreposición de las líneas de la malla.

Haciendo uso de la librería Pandas, se generó un *dataframe* a partir de las triadas (latitud, longitud, diámetro) generadas, que puede ser exportado como un archivo delimitado por comas (.csv) en las columnas: "lat", "lon" y "D"; para posteriormente ser importado al software ArcMap 10.7.

3.3 Cálculo del área de influencia de los cráteres simulados

El área de influencia de un impacto está dada por el área del cráter formado y su eyecta. Por simplicidad, suponemos que los cráteres son circulares y su eyecta se emplaza de manera radial y uniforme alrededor de él. Una aproximación hecha por Melosh (2011), con base en observaciones, sugiere que la extensión de la eyecta es igual al radio del cráter formado. De esta manera podemos definir el radio del área de influencia de cada cráter como:

$$R_{\rm inf} = R_c + R_e = 2R_c = D_c, \tag{11}$$

donde R_{inf} es el radio del área de influencia; R_c es el radio del cráter; R_e la extensión de la eyecta alrededor del cráter; y D_c es el diámetro del cráter. De esta manera, los diámetros de los cráteres obtenidos mediante el proceso descrito en la sección 3.1, serán iguales al radio del área de influencia de cada impacto (Figura 14).



Figura 14. Esquema de la obtención del radio de influencia.

A manera de una aproximación que incluyera también el área cubierta por la eyecta distal y los rayos, se consideró un radio de influencia ligeramente mayor. Aun cuando estos materiales pueden llegar a distancias iguales a varias veces el radio del cráter, cubren de manera irregular y en menor medida la zona circundante a él, por ello en primera aproximación y de forma un tanto arbitraria, se consideró extender el radio de influencia del cráter una cuarta parte de su diámetro, de tal forma que:

$$R_{\rm inf} = R_c + R_e + 0.25D_c = 1.25D_c.$$
(12)

El software ArcMap 10.7 ofrece la herramienta de geoanálisis "*buffer*" o área de influencia, ésta nos permitió delimitar un área de radio R_{inf} alrededor de cada punto generado aleatoriamente. Dicha herramienta permite elegir entre un área planar y un área geodésica, siendo la última la que se empleó, pues las dimensiones de los cráteres más sus eyectas se representan mejor sobre curvas geodésicas que sobre planos.

Una vez teniendo todos los elementos necesarios (número de cráteres de cada tamaño y puntos sobre la esfera), se empleó la herramienta *buffer* para estimar el área lunar afectada por impactos hace entre 4.2 Ga y 3.8 Ga. Todo el proceso (generación de puntos aleatorio, asignación de tamaño de la zona de influencia y determinación del área afectada) se realizó 10 veces considerando que $R_{inf} = D_c$ (corridas 1 a 10), y otras 10 veces considerando que $R_{inf} = 1.25D_c$ (corridas 11 a 20). Esto para tener un número estadísticamente significativo de corridas sin llevar un tiempo excesivamente largo de cómputo (El tiempo de cómputo fue de entre 30 minutos y una hora y media por corrida).

El sistema coordenado disponible para la Luna en ArcMap 10.7, el CGS_Moon_2000, impide que se obtengan áreas en unidades métricas. Esto por tratarse de un sistema coordenado geográfico, un sistema coordenado proyectado permitiría llevar a cabo el cálculo de área en unidades métricas.

Al correr la herramienta buffer guardando el archivo en una base de datos .gdb, la tabla de atributos del archivo .shp resultante muestra una columna con las áreas de los polígonos (En el contexto de los Sistemas de Información Geográfica, un polígono es cualquier figura capaz de cubrir un área) generados en unidades desconocidas (Figura 15). Para obtener un área de referencia para comparar las áreas de las corridas, así como para asegurarnos de estar entendiendo bien los resultados, se generó un buffer que resultase en un casquete cuyo radio fuese igual a una cuarta parte de la circunferencia de la Luna (2728.5 km), es decir, un casquete que cubriera la mitad de la superficie lunar. Esto permitió obtener el área de la mitad de la superficie sobre la que se está trabajando independiente de las unidades que use el programa. Al multiplicar por dos el valor del área cubierta por el casquete, se obtiene el valor de la superficie de la Luna en nuestro sistema de referencia (Figura 16).

FID *	Shape *	Shape_Length	Shape_Area
1	Polygon	17923.088405	1821.529412
2	Polygon	17570.794201	2038.570434
3	Polygon	17249.038789	3015.88842
4	Polygon	18141.561161	1799.381655
5	Polygon	16832.993327	1611.758995
6	Polygon	27792.511767	39993.965046
7	Polygon	2857.242027	2694.656845

Figura 15. Captura de la tabla de atributos de la corrida número 6.

La comparación de las áreas (la de los polígonos y la de la superficie lunar), se realiza con un código en Python donde se emplea la librería Pandas para tomar archivos .csv con las áreas de los polígonos generados por cada corrida y sumar sus áreas. Una vez hecho esto, se compara con el área de la superficie de referencia y se obtiene el promedio y la desviación estándar para cada caso (con o sin eyecta distal).

Área cubierta por el casquete



Figura 16. Mapa resultante de correr el buffer para una cuarta parte de la circunferencia de la Luna.

4. Resultados y discusiones

4.1 Área superficial lunar cubierta

De un total de 10 corridas considerando $R_{inf} = D_c$, se obtuvo un porcentaje del área total de la Luna cubierto por los cráteres y su eyecta continua igual a 70.2 % en promedio (Figura 18), con una desviación estándar de 0.287 (desviación con respecto porcentaje promedio).

Se realizaron adicionalmente 10 corridas con $R_{inf} = 1.25D_c$, con el fin de estimar la contribución de la eyecta distal. El total de área cubierta de la superficie lunar por los cráteres y su eyecta resultó de 82.6 % en promedio (Figura 19), con una desviación estándar de 0.435.

Los mapas de área de influencia muestran una diferencia significativa en el efecto de cráteres con diámetros mayores a unas cuantas decenas de kilómetros; es decir, el área cubierta por cráteres "grandes" es significativamente mayor que el área cubierta por cráteres de menores dimensiones. Para mostrar esto, se hizo una estimación del área afectada por el total de cráteres formados entre 4.2 y 3.8 Ga sin tomar en cuenta el traslape. La Figura 17 muestra la función de distribución acumulada normalizada de las áreas cubiertas por los cráteres de nuestra simulación. Aquí se observa que el 50.2 % del área afectada se debe a cráteres de diámetros mayores a 22.627 km (3635 cráteres) que representa el 0.3 % del total.



Figura 17. Área cubierta por los cráteres producidos entre 4.2 y 3.8 Ga sin tomar en cuenta el traslape. La línea roja indica el punto más cercano a la mitad del área cubierta y su radio de influencia correspondiente (27.314 km, cuyo límite inferior de intervalo es 22.627 km). Consultar Anexo 4.

Como puede verse en las figuras Figura 18 y Figura 19 (y en el Anexo 5) y de acuerdo al párrafo anterior, el área afectada se debe principalmente a cráteres mayores o iguales a 22.627 km, esto puede explicar la consistencia en el área cubierta en todas las corridas pues los cráteres de mayor tamaño dominan el espacio además de que su formación seguramente cubrió el área de influencia de cráteres de menores dimensiones.



Figura 18. Mapa resultante de la corrida No. 1.



Figura 19. Mapa resultante de la corrida No. 11.

4.2 Limitaciones del modelo

Hay una serie de limitaciones en el modelo debidas mayormente al alcance y carácter de este trabajo como tesis de licenciatura. Entre ellas:

El modelo sólo toma en cuenta cráteres de diámetro mayor a 1 km y menor a 200 km para poder aplicar en conjunto las ecuaciones (7) y (9) que han sido bien estudiadas por Neukum y colaboradores (2001). Anteriormente se discutió que la mayor influencia en el área cubierta se debe a aquellos cráteres con diámetros ≥ 22.627 km; sin embargo, cabe mencionar que los impactos que producen cráteres de diámetro < 22.627 km aún tienen influencia en el reinicio de edades de metamorfismo, afectando a su vez las dataciones radiométricas, e implicaciones en la inferencia de la población y dinámica de impactores menores del sistema solar.

Otro punto importante es el hecho de que al hacer la modelación con cráteres de entre 1 y 200 km de diámetro dejamos fuera la posibilidad de la formación de un cráter de mayores dimensiones, como Imbrium (1,145.53 km de diámetro) o South Pole Aitken (~2,500 km de diámetro), que por sí solos, podrían cubrir áreas apreciables de la superficie lunar, razón por la cual, nuestros resultados mostrarían un límite inferior del área cubierta por los impactos ocurridos entre 3.8 y 4.2 Ga.

Se hace uso de una aproximación para la obtención de los radios de influencia, la cual es válida por estar basada en observaciones. Un modelo más completo (y complejo) debería tomar en cuenta el área de influencia a partir de una estimación de la masa eyectada con consideraciones geométricas (asimetría de emplazamiento por ángulo de caída, rayos de eyecta discontinua y demás, hasta hacerlo tan complejo como se desee).

El uso de coordenadas cilíndricas genera una sobreestimación de área en los polos (en las unidades que maneja el programa) que puede afectar la precisión de las estimaciones, aunque al ser en los polos, se trata de una fracción de la superficie en la que se espera una saturación por el "aplanamiento" de una superficie esférica por lo que al final de cuentas no afecta apreciablemente los resultados. Los impactos tienen influencia en áreas que cubren secciones que se separan en la proyección a pesar de ser adyacentes en una esfera o esferoide. Esto resulta en un estiramiento aparente de las áreas. Encontrar un sistema coordenado proyectado, a diferencia del sistema de coordenadas geográficas de ESRI, permitiría a ArcMap obtener las áreas en kilómetros cuadrados dejando sólo el problema de las sobreestimaciones por la proyección en un plano.

En modelos futuros, sería recomendable programar una nueva herramienta que permita estimar dichas áreas. Dicha herramienta debe superar el reto matemático de obtener las áreas de intersección entre los círculos dibujados sobre una esfera. Un modelo discreto con una malla puede ser una alternativa, aún con las limitaciones geométricas que impone el trabajar con rectángulos en una esfera.

4.3 Muestreo de las misiones lunares

Tras el regreso de las nueve misiones lunares llevadas a cabo con éxito, las dataciones radiométricas mostraron pocas edades mayores a 4.2 Ga. Lo que llevó, junto con las frecuencias de impacto inferidas por metamorfismo de choque, a justificar dicha escasez con un aumento en la tasa de impactos conocida como la hipótesis del LHB.

La toma de muestras lunares se realizó únicamente sobre el lado visible de la Luna y en su mayoría sobre los mares. A continuación, se muestran los sitios e información adicional sobre cada alunizaje (Tabla 2):

Misión	Sitio de alunizaje	Latitud (°)	Longitud (°)	Recorrido (km)	Muestra colectada (kg)
Apolo 11	Mare Tranquilitatis	0.674 N	23.473 E	0.25	1.550
Apolo 12	Oceanus Procellarum	3.013 S	23.422 O	1.35	34.350
Apolo 14	Fra Mauro	3.646 S	17.472 O	3.45	42.280
Apolo 15	Rille Hadley	26.132 N	3.633 E	27.90	77.310
Apolo 16	Descartes	8.973 S	15.501 E	27.00	95.710
Apolo 17	Taurus-Littrow	20.191 N	30.772 E	35.00	110.520
Luna 16	Mare Fecunditatis	38.28 N	35.00 O	-	0.101
Luna 20	Apollonius (cerca de Mare Fecunditatis)	3.57 N	56.50 E	-	0.055
Luna 24	Mare Crisium	12.25 N	62.20 E	-	0.171

Tabla 2. Sitios de alunizaje de misiones con regreso exitoso de muestra (Johnson, 1995; Meyer, 2009).

A manera de un ejercicio para dimensionar la baja probabilidad de haber muestreado rocas anteriores a 4.2 Ga durante las misiones lunares; se compararon estimados de área cubierta por cada muestreo con el área calculada en el presente modelo. En el caso de las misiones Apolo, se tomó la distancia de recorrido para aproximarse a un rectángulo cuya longitud es el recorrido y cuya anchura es de 2 metros (escogido de manera arbitraria con fines de estimación, la cual por cierto es una sobreestimación). Mientras que para las misiones Luna, al haberse obtenido solamente un núcleo por misión, el área resultará despreciable y no se tomará en cuenta.

Misión	Área cubierta (m ²)		
Apolo 11	500		
Apolo 12	2,700		
Apolo 14	6,900		
Apolo 15	55,800		
Apolo 16	54,000		
Apolo 17	70,000		
Total:	189,900		

Tabla 3. Aproximación del área cubierta por el muestreo de las misiones Apolo.

A partir del modelo presentado, considerando las corridas con $R_{inf} = D_c$, tenemos que, se mantiene sin cubrir un 29.763 % de la superficie lunar ($3.8 \times 10^7 \text{ km}^2$), lo cual equivale a un área de 11,309,940 km². Las áreas muestreadas (Tabla 3) representan el 1.7% del área no afectada o el 0.5% del área de la superficie lunar, por lo que la probabilidad de tomar muestras del área sin cubrir por los impactos producidos entre 4.2 y 3.8 Ga es equivalentes a la probabilidad de lanzar un dardo a la superficie lunar y que caiga en la zona no afectada por formación de cráteres de impacto en el periodo de estudio, es decir, sería una probabilidad similar a 29.763 % (≈ 30 %). Siendo nueve misiones, en cerca de tres misiones se debieron encontrar muestras con edades mayores a 4.2 Ga; aunque este dato no lo podemos corroborar, siguen siendo pocas misiones.

Se debe añadir el hecho de que los muestreos fueron superficiales, en el caso de las primeras misiones Apolo, se reportó una dificultad para introducir el instrumento nucleador más allá de pocas decenas de centímetros. En la misión Apolo 17 fue posible obtener núcleos de hasta 2.6 m. Tomando en cuenta el espesor promedio de la eyecta de un impacto, es de esperar que las muestras contengan materiales de las eyectas más recientes enmascarando materiales anteriores.

4.4 Relación del LHB con los modelos de migración planetaria

Tras plantear la hipótesis del LHB, y con la intención de encontrar un mecanismo físico que la explicara, se han propuesto distintos mecanismos para justificar una excitación dinámica de los cuerpos en el sistema solar interno que resulte en un aumento en la tasa de impactos como la descrita por el LHB. Entre los mecanismos propuestos más importantes se encuentra una resonancia de movimiento medio (RMM) entre Júpiter y Saturno. Hay dos principales modelos para un escenario así: el Grand Tack (Masset y Snellgrove, 2001) y el modelo de Niza (Gomes *et al.*, 2005). Ambos modelos han pasado por una serie de cambios hasta años recientes.

En esencia, el Grand Tack propone una migración de tipo II (el planeta abre un hueco en el disco protoplanetario y evoluciona orbitalmente de manera viscosa con él), de Júpiter y Saturno hace 4.6 Ga. De acuerdo con este modelo, ambos planetas migraron hacia el Sol a tal punto que los semiejes de sus órbitas pudieron tener un valor de hasta 2 ua con una RMM entre ellos de 2:3, se alejaron hasta llegar a sus órbitas actuales en un tiempo de aproximadamente 500,000 años.

El modelo del Grand Tack fue propuesto como una solución al problema de la "escasa" masa de Marte, mientras que el modelo de Niza fue propuesto para buscar explicar un mecanismo que permitiera la ocurrencia de un LHB. Las condiciones iniciales de ambos modelos en un principio fueron arbitrarias y sólo se buscaba llegar a la explicación de un problema (la masa de Marte y el LHB). Con el tiempo, estos modelos han sufrido cambios que llevaron a que las condiciones finales del primer modelo sean las iniciales del segundo (Morbidelli & Crida, 2007). Una de las consecuencias del acoplamiento de estos modelos es el de ya no favorecer otras propuestas respecto a explicar la escasa masa de Marte. El hecho de no considerar un LHB como un punto clave en el modelo de Niza, aunado a la falta de evidencia observacional de ambos modelos, abre la posibilidad a otras explicaciones sobre la masa de Marte distintas al modelo del Grand Tack.

4.5 Modelos de datación por conteo de cráteres

En la sección 1.3.2.3 se expuso el uso del método de datación por conteo de cráteres de impacto. Dicho método permite datar unidades geológicas de distintos cuerpos rocosos. Al estar calibrado con el registro Lunar, los cambios que se apliquen a los modelos de ajuste, cambian a su vez las edades obtenidas por este método en otros cuerpos planetarios. Para cada datación, es posible emplear distintos modelos de ajuste. Algunos toman en cuenta el LHB y otros no. Hasta ahora, los modelos de ajuste empleados con mayor frecuencia no toman en cuenta el LHB, por lo que trabajos realizados con los métodos mencionados, deberán tomar en cuenta si es consistente el suceso del LHB con el trabajo.

Conclusiones

El resultado más importante de este trabajo de tesis es que, aun en un escenario simple donde se toma en cuenta sólo la influencia del cráter mismo y la eyecta próxima, el modelo propuesto mostró que sin tomar en cuenta un aumento en la frecuencia de impactos como el planteado por la hipótesis del LHB, es posible borrar una fracción significativa (70.2 %) del registro anterior a 4.2 Ga. Al estimar el efecto de la eyecta distal, el área de influencia aumenta a 82.6 %. Por ello, podemos determinar que no es necesario el LHB para la ausencia de muestras que presenten edades anteriores a 4.2 Ga.

Se puede sumar el hecho de que los impactos posteriores a 3.8 Ga pudieron terminar de cubrir el área restante. Es de esperarse entonces, que el porcentaje de muestras con edades mayores a 4.2 Ga sea bajo; aún más si se toma en cuenta que el muestreo realizado por las misiones lunares fue uno superficial. Adicionalmente, la mayor influencia en la cobertura del área de superficie la tienen los cráteres "grandes", es decir, aquellos con un diámetro mayor o igual a 22.627 km.

Lo anterior, junto con la falta de evidencia observacional en el sistema solar, implica que un escenario de migración planetaria como el propuesto por el modelo de Niza no es necesario para explicar el registro de impacto lunar y que las condiciones finales del modelo del Grand Tack no están acotadas por él, lo que deja mayor libertad a considerar otras propuestas para explicar el problema de la escasa masa de Marte.

En este trabajo se realizó un modelo simple del área afectada por los cráteres de impacto producidos en la Luna entre 4.2 y 3.8 Ga. Un modelo más completo tendría que tomar en cuenta una mejor estimación de la eyecta distal al igual que las asimetrías tanto en la forma del cráter como en su eyecta producidas por el ángulo de impacto. Otra mejora al modelo propuesto aquí sería el uso de un sistema coordenado proyectado para obtener las áreas en kilómetros cuadrados en vez de en unidades arbitrarias. Una propuesta adicional sería programar una nueva herramienta que permita calcular el área de influencia de los cráteres restándole el área de intersección entre ellas considerando que estas estructuras están sobre una esfera. Un modelo con una malla puede ser una alternativa.

Referencias

- Baldwin, R. B. (2006). Was there ever a Terminal Lunar Cataclysm?. With lunar viscosity arguments. *Icarus*, 184(2), 308–318. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2006.05.004
- Boehnke, P., y Harrison, T. M. (2016a). Apparent Late Heavy Bombardments. 79th Annual Meeting of the Meteorical Society, 22.
- Boehnke, P., y Harrison, T. M. (2016b). Illusory late heavy bombardments. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *113*(39), 10802– 10806. https://doi.org/10.1073/pnas.1611535113
- Boehnke, P., y Harrison, T. M. (2018). Illusory Late Heavy Bombardments. *Bombardment: Shaping Planetary Surfaces and Their Environments 2018.*
- Boehnke, P., Heizler, M. T., Harrison, T. M., Lovera, O. M., y Warren, P. H. (2015). Lunar 40 Ar/ 39 Ar step-heating data and the Late Heavy Bombardment. *Early Solar System Impact Bombardment III*.
- Bottke, W. F., Marchi, S., Vokrouhlicky, D., Robbins, S., Hynek, B., y Morbidelli, A. (2015). New insights into the martian late heavy bombardment. *46th Lunar and Planetary Science Conference*.
- Bottke, W. F., y Norman, M. D. (2017). The Late Heavy Bombardment. *The Annual Review* of Earth and Planetary Sciences, 45, 619–666. https://doi.org/10.1146/annurev-earth-063016
- Britt, D. T., Guy, S. J., y Lebofsky, L. (2014). Main-Belt Asteroids. En *Encyclopedia of the Solar System* (Tercera Edición, pp. 583–601). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-415845-0.00026-8
- Chapman, C. R., Cohen, B. A., y Grinspoon, D. H. (2007). What are the real constraints on the existence and magnitude of the late heavy bombardment? *Icarus*, *189*(1), 233–245. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2006.12.020
- Cohen, B. A. (2000). *Geochemistry and 40Ar-39 Ar geochronology of lunar meteorite impact melt clasts*. [Tesis de doctorado]. University of Arizona.
- Cohen, B. A., Swindle, T. D., y Kring, D. A. (2000). Support for the Lunar Cataclysm Hypothesis from Lunar Meteorite Impact Melt Ages. *Science*, 290(5497), 1754–1756. https://doi.org/10.1126/science.290.5497.1754
- Cuk, M., Gladman, B. J., y Stewart, S. T. (2010). Constraints on the source of lunar cataclysm impactors. *Icarus*, 207(2), 590–594. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2009.12.013
- De Elía, G. C., y Di Sisto, R. P. (2011). Impactor flux and cratering on Ceres and Vesta: Implications for the early solar system. *Astronomy and Astrophysics*, *534*. https://doi.org/10.1051/0004-6361/201117543

Ferrière, L., y Osinski, G. R. (2013). Shock Metamorphism. En G. R. Osinski & E. Pierazzo

(Eds.), *Impact Cratering: Processes and Products* (pp. 106–124). Blackwell Publishing Ltd.

- Frey, H. V. (2012). Evidence supporting an early as well as late heavy bombardment of the moon.
- Frey, H. V. (2015). Geophysical evidence supporting an early as well as late heavy bombardment on the Moon. *46th Lunar and Planetary Science Conference*.
- Frey, H. V. (2016). Comparing the early and late heavy bombardments on the Moon. 47th Lunar and Planetary Science Conference.
- Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., y Morbidelli, A. (2005). Origin of the Late Heavy Bombardment of the Terrestrial Planets.
- Grinspoon, D. H. (1989). *Large impact events and atmospheric evolution on the terrestrial planets*. [Tesis de doctorado]. University of Arizona.
- Hartmann, W. K. (1975). Lunar "Cataclysm": A Misconception ? Icarus, 24, 181-187.
- Johnson, N. J. (1995). The Soviet Reach for The Moon (Second). Cosmos Books.
- Kamata, S., Sugita, S., Abe, Y., Ishihara, Y., Harada, Y., Morota, T., Namiki, N., Iwata, T., Hanada, H., Araki, H., Matsumoto, K., Tajika, E., Kuramoto, K., y Nimmo, F. (2015). The relative timing of Lunar Magma Ocean solidification and the Late Heavy Bombardment inferred from highly degraded impact basin structures. *Icarus*, 250, 492– 503. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2014.12.025
- Kelley, S. P., y Sherlock, S. C. (2013). The Geochronology of Impact Craters. En G. R. Osinski & E. Pierazzo (Eds.), *Impact Cratering* (pp. 240–253). Wiley. https://doi.org/10.1002/9781118447307.ch16
- Kenkmann, T., y Wulf, G. (2018). Impact Cratering. En A. P. Rossi & S. van Gasselt (Eds.), *Planetary Geology* (Vol. 291, Issue 5810, pp. 123–145). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-65179-8_7
- Kring, D. A. (2003). Environmental consequences of impact cratering events as a function of ambient conditions on earth. *Astrobiology*, *3*(1), 133–152. https://doi.org/10.1089/153110703321632471
- Kring, D. A., y Cohen, B. A. (2002). Cataclysmic bombardment throughout the inner solar system 3.9-4.0 Ga. *Journal of Geophysical Research E: Planets*, 107(2). https://doi.org/10.1029/2001je001529
- Levison, H. F., y Dones, L. (2014). Comet Populations and Cometary Dynamics. En Encyclopedia of the Solar System (Tercera Edición, pp. 705–719). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-415845-0.00031-1
- Lisse, C. M., Sitko, M. L., y Marengo, M. (2016). KIC 8462852: Further evidence for Late Heavy Bombardments in the atronomical record. *47th Lunar and Planertary Science Conference*.
- Lisse, C. M., Wyatt, M. C., Chen, C. H., Morlok, A., Watson, D. M., Manoj, P., Sheehan, P.,

Currie, T. M., Thebault, P., y Sitko, M. L. (2012). Spitzer evidence for a late-heavy bombardment and the formation of ureilites in η corvi at 1 Gyr. *Astrophysical Journal*, 747(2), 1–60. https://doi.org/10.1088/0004-637X/747/2/93

- Lowe, D. R., y Byerly, G. R. (2015). The terrestrial record of an extended Late Heavy Bombardment. *Workshop on Early Solar System Impact Bombardment III*, 3015.
- Lowe, D. R., y Byerly, G. R. (2018). The terrestrial record of Late Heavy Bombardment. In *New Astronomy Reviews* (Vol. 81, pp. 39–61). Elsevier B.V. https://doi.org/10.1016/j.newar.2018.03.002
- Masset, F., y Snellgrove, M. (2001). Reversing type II migration: Resonance trapping of a lighter giant protoplanet. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *320*(4), 0–4. https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2001.04159.x
- Meierhenrich, U. (2015). Coments and their Origin. Wiley-VCH.
- Melosh, H. J. (2011). Planetary Surface Processes. En *Planetary Surface Processes*. https://doi.org/10.1017/cbo9780511977848
- Meyer, C. (2009). Lunar Sample Compendium. http://www-curator.jsc.nasa.gov
- Michel, P., DeMeo, F. E., y Bottke, W. F. (2015). Asteroids: Recent Advances and New Perspectives. En P. Michel, F. E. DeMeo, & W. F. Bottke (Eds.), *Asteroids IV* (pp. 3– 10). University of Arizona Press. https://doi.org/10.2458/azu_uapress_9780816532131ch001
- Morbidelli, A., y Crida, A. (2007). The dynamics of Jupiter and Saturn in the gaseous protoplanetary disk. *Icarus*, *191*(1), 158–171. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2007.04.001
- Morbidelli, A., Bottke, W. F., Nesvorný, D. Levison, H. F. (2009). Asteroids were born big. *Icarus*, 204, 558-573. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2009.07.011
- Morbidelli, A., Marchi, S., Bottke, W. F., y Kring, D. A. (2012). A sawtooth-like timeline for the first billion years of lunar bombardment. *Earth and Planetary Science Letters*, 355–356, 144–151. https://doi.org/10.1016/j.epsl.2012.07.037
- Morbidelli, A., Nesvorný, D., Laurenz, V., Marchi, S., Rubie, D. C., Elkins-Tanton, L., Wieczorek, M., y Jacobson, S. (2018). The timeline of the lunar bombardment: Revisited. *Icarus*, 305, 262–276. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2017.12.046
- Neukum, G. (1983). *Meteorite Bombardment and Dating of Planetary Surfaces*. Traducción de *Meteoritenbombardement und Datierung Planetarer Oberflaechen*. [Disertación para obtener *Venia Legendi*, Ludwig-Maximilians University]. NASA Techichal Memorandum.
- Neukum, G., Ivanov, B. A., y Hartmann, W. K. (2001). Cratering records in the inner solar system in relation to the lunar reference system. *Space Science Reviews*, 96(1–4), 55– 86. https://doi.org/10.1023/A:1011989004263
- Osinski, G. R., y Pierazzo, E. (2013). Impact Cratering: Processes and Products. En G. R. Osinski & E. Pierazzo (Eds.), *Impact Cratering: Processes and Products* (pp. 1–20).

Blackwell Publishing Ltd.

- Parkos, D., Pikus, A., Alexeenko, A., y Melosh, H. J. (2018). HCN Production via Impact Ejecta Reentry During the Late Heavy Bombardment. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 123(4), 892–909. https://doi.org/10.1002/2017JE005393
- Qiu, D., Li, F., Yan, J., Wang, X., Gao, W., Deng, Q., y Guo, X. (2022). New view of the Balmer-Kapteyn region: Cryptomare distribution and formation. *Astronomy & Astrophysics*, 659, A4. https://doi.org/10.1051/0004-6361/202142306
- Schaefer, B. F. (2016). *Radiogenic Isotope Geochemistry*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139600477
- Tera, F., Papanastassiou, D. A., y Wasserburg, G. J. (1974). Isotopic evidence for a Terminal Lunar Cataclysm. *Earth and Planetary Science Letters*, 22, 1–21. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0012821X74900594
- Todd, Z. R., y Öberg, K. I. (2020). Cometary Delivery of Hydrogen Cyanide to the Early Earth. *Astrobiology*, 20(9), 1109–1120. https://doi.org/10.1089/ast.2019.2187
- Wetherill, G. W. (1975). Late Heavy Bombardment of the Moon and Terrestrial Planets. *Proceedings of the Lunar Science Conference*, *6*, 1539–1561. http://adsabs.harvard.edu/abs/1975LPSC....6.1539W
- Williams, J. P., van der Bogert, C. H., Pathare, A. V., Michael, G. G., Kirchoff, M. R., y Hiesinger, H. (2018). Dating very young planetary surfaces from crater statistics: A review of issues and challenges. *Meteoritics and Planetary Science*, 53(4), 554–582. https://doi.org/10.1111/maps.12924
- Worsham, E. A., y Kleine, T. (2020). Constraining the Late Heavy Bombardment of the Moon using Ru isotopes in lunar impactites. *51st Lunar and Planetary Science Conference*.
- Worsham, E. A., y Kleine, T. (2021). Late accretionary history of Earth and Moon preserved in lunar impactites. En *Sci. Adv* (Vol. 7). https://www.science.org

Anexos

Anexo 1.

Código para generar los datos (latitud, longitud, diámetro de cráter y radio de influencia). Realizado y comentado en Jupyter Notebook.

Importamos Librerías
import numpy as np

import math
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import pyplot as plt
import scipy.integrate as integrate
import scipy.special as special

Encontrando el número total de cráteres formados

La ecuación 5 de Neukum y Hartmann (2001) indica la cantidad acumulada en el tiempo de cráteres con diámetro mayor o igual a 1 km por kilómetro cuadrado sobre la superficie lunar.

$$N(D \ge 1) = 5.44 \times 10^{-14} [e^{6.93T} - 1] + 8.38 \times 10^{-4} T$$

donde T es el tiempo en Ga.

Para obtener la cantidad de cráteres formados entre 4.2 y 3.8 Ga sobre toda la superficie lunar, multiplicamos por la superficie total de la Luna e integramos de la siguiente manera:

$$N = \int_{3.8}^{4.2} 3.8 \times 10^8 \{ 5.44 \times 10^{-14} [e^{6.93T} - 1] + 8.38 \times 10^{-4} T \} dT$$

```
def NPFc(T):
    return 3.8e7*((5.44e-14)*(np.exp(6.93*T)-1)+8.38e-4*T)
resintNPFT = integrate.quad(lambda x: NPFc(x), 3.8, 4.2)
# Redondeamos para dar sentido físico.
N = round(resintNPFT[0])
print("Número total de impactos sobre la superficie lunar entre 4.2 y 3.8
Ga: "+ str(N))
```

Número total de impactos sobre la superficie lunar entre 4.2 y 3.8 Ga: 12 73253

Bloque para evitar correr la integral múltiples veces N = 1273253

Generación de coordenadas

Para generar las latitudes y longitudes generamos números aleatorios entre -90 y 90, para las latitudes, y entre -180 y 180 para las longitudes. De esta manera generar datos georeferenciables en ArcMap.

lat = []
for i in range(N):

```
lat.append(np.random.uniform(-90, 90))
lon = []
for i in range(N):
    lon.append(np.random.uniform(-180, 180))
```

Con fines de visualización:

```
phi0 = np.radians(lat)
theta0 = np.radians(lon)
X = np.sin(theta0)*np.cos(phi0)
Y = np.sin(theta0)*np.sin(phi0)
Z = np.cos(theta0)
phi = np.linspace(0, np.pi, 20)
theta = np.linspace(0, 2*np.pi, 40)
xi = np.outer(np.sin(theta), np.cos(phi))
yi = np.outer(np.sin(theta), np.sin(phi))
zi = np.outer(np.cos(theta), np.ones_like(phi))
fig, ax = plt.subplots(1, 1, subplot_kw={'projection':'3d', 'aspect':'aut
o'})
ax.plot_wireframe(xi, yi, zi, color='k', rstride=1, cstride=1)
ax.scatter(X, Y, Z, s=0.0001, c='r', zorder=10)
```

<mpl_toolkits.mplot3d.art3d.Path3DCollection at 0x2561eac10f0>



Generación de la distribución de diámetros de cráter

Se obtendrá usando la ecuación (2) de Neukum y Hartmann (2001). De acuerdo con ella:

$$N(>D) = 10^{\sum_{j=0}^{11} a_j \times [\log_{10}(D)]}$$

donde los subíndices $a_0, a_1, ..., a_{11}$ están indicados en la siguiente celda de código. Esta ecuación es válida para diámetros entre 100 m y 200 km. Se generaron intervalos tales que:

$$D_{inf} = D_{sup}\sqrt{2}$$

Donde D_{sup} es el límite inferior del intervalo y D_{inf} es el límite superior. Con un valor inferior absoluto de 1 km (ya que el mínimo definido en el primer paso es 1) y de forma que el límite superior absoluto sea menor a 200 km. Una vez hecho esto, se obtienen los puntos medios de cada intervalo para evaluar en la función (2). A partir de estos valores se genera una distribución de porcentajes dividiendo por N(D = 1 km) y multiplicando por 100. Para generar la distribución deseada, se multiplican los porcentajes por el número total de cráteres para la cronología del presente trabajo.

```
# No es necesario correr ésta celda después de la primera vez.
# Coeficientes actualizados de Ivanov et al. (2000)
a0 = -3.0876
a1 = -3.557528
a2 = 0.781027
a3 = 1.021521
a4 = -0.156012
a5 = -0.444058
a6 = 0.019977
a7 = 0.086850
a8 = -0.005874
a9 = -0.006809
a10 = float(8.25e-04)
a11 = float(5.54e-05)
Dac = [] #Distribución de frecuencias resultantes
Dporac = [] #Distribución de porcentajes por diámetro de cráter
Dt = [] #Total obtenido para una distribución cualquiera
dl = 1. #límite inferior de la bina
dist = [dl] #límites de bina
dr = 0 #límite superior
def fdx(x):
    return 3.8e7*10**((a0*(math.log10(x))**0)+(a1*(math.log10(x))**1)+(a2
*(math.log10(x))**2)+(a3*(math.log10(x))**3)+(a4*(math.log10(x))**4)+(a5*
(math.log10(x))**5)+(a6*(math.log10(x))**6)+(a7*(math.log10(x))**7)+(a8*(
math.log10(x))**8)+(a9*(math.log10(x))**9)+(a10*(math.log10(x))**10)+(a11
*(math.log10(x))**11))
# Generación de Las binas.
while dr < 200:
    dr = dl*np.sqrt(2)
```

```
dist.append(dr)
    dl=dr
dist.pop()
fx0 = []
x0 = []
# Obtención de los puntos medios de las binas.
for i in range(len(dist)-1):
    x0.append(dist[i]+(dist[i+1]-dist[i])/2)
# Obtención de los valores de la función para cada punto medio.
for i in range(len(x0)):
    fx0.append(round((fdx(x0[i]))))
# Añadimos a la lista de frecuencias el valor de la función veces (redond
eado) cada valor de diámetro.
for i in range(len(x0)):
    for j in range(fx0[i]):
                   Dt.append(x0[i])
# Convertimos las frecuencias en porcentajes.
\#DT = Len(Dt)
# al ser acumulada, usamos el máximo N(D=1km)
DT = fx0[0]
for i in range(len(x0)):
    Dporac.append(100*(fx0[i]/DT))
for i in range(len(Dporac)):
    Dtotac = 0
    Dtotac = N*Dporac[i]/100 # Multiplicamos los porcentajes por el númer
o deseado de cráteres totales.
    # Añadimos los cráteres totales por valor de diámetro a la distribuci
ón.
    for j in range(round(Dtotac)):
        Dac.append(x0[i])
print("cráteres totales = " + str(len(Dac)))
# Evaluamos la función en 10000 puntos entre 1 y 200 para graficar y comp
arar con la distribución.
x = np.linspace(1, 200, 10000)
fx = []
for i in range(len(x)):
    fx.append(fdx(x[i]))
print("Distribución de diámetros: ")
print(x0)
print("Distribución de porcentajes: ")
```

```
print(Dporac)
plt.plot(x, fx, 'r-', label='Distribución acumulada para un periodo de 1
Ga')
plt.hist(Dac, bins=dist, log=False, label='Distribución acumulada para 4.
2-3.8 Ga')
plt.xlabel('Diámetro D')
plt.xscale('log')
plt.ylabel('Frecuencia(D)')
plt.yscale('log')
plt.title('Distribución de cráteres')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

```
cráteres totales = 2007238
Distribución de diámetros:
[1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.414213562373
096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.65685424
9492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953, 54.62
741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.50966799187813]
Distribución de porcentajes:
[100.0, 32.57820258192651, 12.251737835153923, 5.4245283018867925, 2.8239
82125124131, 1.6881827209533267, 1.1047666335650446, 0.7447864945382324,
0.4841112214498511, 0.2855014895729891, 0.14895729890764647, 0.0682720953
326713, 0.024826216484607744, 0.012413108242303872, 0.006206554121151936]
```



Obtenemos el número de cráteres para cada diámetro:

```
Dpor = []
D = []
Ri = []
for i in range(len(Dporac)):
    if i < len(Dporac)-1:</pre>
        Dpor.append(Dporac[i]-Dporac[i+1])
    else:
        Dpor.append(Dporac[i])
#Dpor.pop()
for i in range(len(Dpor)):
    Dtot = 0
    Dtot = N*Dpor[i]/100 # Multiplicamos los porcentajes por el número de
seado de cráteres totales.
    # Añadimos los cráteres totales por valor de diámetro a la distribuci
ón.
    # Generamos una lista con los radios de influencia con eyecta distal
(Ri).
    for j in range(round(Dtot)):
        D.append(x0[i])
        Ri.append(x0[i]) # Para el caso con eyecta distal, cambiar por la
línea siguiente
        #Ri.append(x0[i]*1.25)
```

```
print("cráteres totales = " + str(len(D)))
print("Distribución de diámetros: ")
print(x0)
print("Porcentajes por valor de diámetro: ")
print(Dpor)
plt.hist(D, bins=dist, log=False, label='Distribución para 4.2-3.8 Ga')
plt.xlabel('Diámetro D')
plt.xscale('log')
plt.ylabel('Frecuencia(D)')
plt.yscale('log')
plt.title('Distribución de cráteres')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
cráteres totales = 1273253
Distribución de diámetros:
[1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.414213562373
096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.65685424
9492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953, 54.62
741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.50966799187813]
Porcentajes por valor de diámetro:
[67.42179741807348, 20.326464746772587, 6.827209533267131, 2.600546176762
6614, 1.1357994041708044, 0.5834160873882821, 0.35998013902681214, 0.2606
7527308838134, 0.19860973187686198, 0.13654419066534262, 0.08068520357497
518, 0.04344587884806356, 0.012413108242303872, 0.006206554121151936, 0.0
06206554121151936]
```



Comprobación de La suma de porcentajes
print(sum(Dpor))

100.0

Generación y exportación de datos georeferenciables

En la siguiente celda se presenta el código para asignar a cada par de coordenadas un radio de influencia y exportar los datos en formato .csv para su uso en ArcMap.

```
import pandas as pd
```

```
# Diccionario de Las Listas
dict = {'lat': latr, 'lon': lonr, 'Ri': Rirndkm}
```

df = pd.DataFrame(dict)

```
# Guardamos el dataframe en el mismo directorio que este Notebook
# Nota: Cambiar nombre cada vez
df.to_csv('NombreDeArchivo.csv')
```

Bloque con generación de coordenadas para generar nuevas coordenadas pa ra un nuevo conjunto de datos # Tras usar este bloque, volver a usar los dos anteriores cambiando el no mbre del dataframe en .csv lat = [] for i in range(N): lat.append(np.random.uniform(-90, 90)) lon = [] for i in range(N): lon.append(np.random.uniform(-180, 180))

Anexo 2.

Código empleado para comparar las áreas obtenidas en las primeras 10 corridas (eyecta continua) en ArcMap.

```
import pandas as pd
import math
#Lista contenedora para las áreas
Areas = []
# Área total de la Luna obtenida en el software (dos veces el área de un
casquete que cubre la mitad de la Luna)
At = 2*32392.858515
# Conversión de csv a Pandas DataFrame
data1 = pd.read csv('LHBSim01A.csv', header = 'infer')
df1 = pd.DataFrame(data1)
data2 = pd.read csv('LHBSim02A.csv', header = 'infer')
df2 = pd.DataFrame(data2)
data3 = pd.read_csv('LHBSim03A.csv', header = 'infer')
df3 = pd.DataFrame(data3)
data4 = pd.read csv('LHBSim04A.csv', header = 'infer')
df4 = pd.DataFrame(data4)
data5 = pd.read csv('LHBSim05A.csv', header = 'infer')
df5 = pd.DataFrame(data5)
data6 = pd.read_csv('LHBSim06A.csv', header = 'infer')
df6 = pd.DataFrame(data6)
data7 = pd.read_csv('LHBSim07A.csv', header = 'infer')
df7 = pd.DataFrame(data7)
data8 = pd.read csv('LHBSim08A.csv', header = 'infer')
df8 = pd.DataFrame(data8)
data9 = pd.read_csv('LHBSim09A.csv', header = 'infer')
df9 = pd.DataFrame(data9)
data10 = pd.read csv('LHBSim10A.csv', header = 'infer')
df10 = pd.DataFrame(data10)
# Suma de Las áreas de cada DataFrame
A1 = df1['Shape_Area'].sum()
A2 = df2['Shape Area'].sum()
A3 = df3['Shape Area'].sum()
A4 = df4['Shape_Area'].sum()
A5 = df5['Shape_Area'].sum()
A6 = df6['Shape_Area'].sum()
A7 = df7['Shape Area'].sum()
A8 = df8['Shape_Area'].sum()
A9 = df9['Shape Area'].sum()
A10 = df10['Shape_Area'].sum()
```

Areas.append(A1)

```
Areas.append(A2)
Areas.append(A3)
Areas.append(A4)
Areas.append(A5)
Areas.append(A6)
Areas.append(A7)
Areas.append(A8)
Areas.append(A9)
Areas.append(A10)
# Comparaciones de porcentuales del área cubierta con respecto al área su
perficial de la Luna
comp = []
for i in range(len(Areas)):
    comp.append(100*Areas[i]/At)
print('Porcentajes de área cubierta: ')
print(comp)
# Obtenemos el promedio
avg = sum(comp)/len(comp)
print('Promedio: ' + str(avg))
# Obtenemos La desviación estándar
import math
dsq = []
for i in range(len(comp)):
    dsq.append((comp[i]-avg)**2)
Sdsq = sum(dsq)
Sdv = math.sqrt(Sdsq/(len(comp)-1))
print('Desviación estándar: ' + str(Sdv))
Porcentajes de área cubierta:
[70.0680258347915, 70.19840760582592, 70.2279764106188, 70.05094491949983
, 70.3628506399717, 70.20586916276415, 70.68549286936866, 70.586030085883
1, 70.32493448304135, 69.66358121339628]
Promedio: 70.23741132251612
Desviación estándar: 0.286948468689905
```

Anexo 3.

Código empleado para comparar las áreas obtenidas en las corridas 11-20 (eyecta distal) en ArcMap.

```
import pandas as pd
import math
#Lista contenedora para las áreas
Areas = []
# Área total de la Luna obtenida en el software (dos veces el área de un
casquete que cubre la mitad de la Luna)
At = 2*32392.858515
# Conversión de csv a Pandas DataFrame
data1 = pd.read_csv('LHBSimDist01Buffer.csv', header = 'infer')
df1 = pd.DataFrame(data1)
data2 = pd.read csv('LHBSimDist02Buffer.csv', header = 'infer')
df2 = pd.DataFrame(data2)
data3 = pd.read_csv('LHBSimDist03Buffer.csv', header = 'infer')
df3 = pd.DataFrame(data3)
data4 = pd.read_csv('LHBSimDist04Buffer.csv', header = 'infer')
df4 = pd.DataFrame(data4)
data5 = pd.read csv('LHBSimDist05Buffer.csv', header = 'infer')
df5 = pd.DataFrame(data5)
data6 = pd.read csv('LHBSimDist06Buffer.csv', header = 'infer')
df6 = pd.DataFrame(data6)
data7 = pd.read_csv('LHBSimDist07Buffer.csv', header = 'infer')
df7 = pd.DataFrame(data7)
data8 = pd.read csv('LHBSimDist08Buffer.csv', header = 'infer')
df8 = pd.DataFrame(data8)
data9 = pd.read_csv('LHBSimDist09Buffer.csv', header = 'infer')
df9 = pd.DataFrame(data9)
data10 = pd.read_csv('LHBSimDist10Buffer.csv', header = 'infer')
df10 = pd.DataFrame(data10)
# Suma de Las áreas de cada DataFrame
A1 = df1['Shape_Area'].sum()
A2 = df2['Shape_Area'].sum()
A3 = df3['Shape_Area'].sum()
A4 = df4['Shape Area'].sum()
A5 = df5['Shape_Area'].sum()
A6 = df6['Shape Area'].sum()
A7 = df7['Shape_Area'].sum()
A8 = df8['Shape_Area'].sum()
A9 = df9['Shape Area'].sum()
```

```
A10 = df10['Shape_Area'].sum()
```

```
Areas.append(A1)
Areas.append(A2)
Areas.append(A3)
Areas.append(A4)
Areas.append(A5)
Areas.append(A6)
Areas.append(A7)
Areas.append(A8)
Areas.append(A9)
Areas.append(A10)
# Comparaciones de porcentuales del área cubierta con respecto al área su
perficial de la Luna
comp = []
for i in range(len(Areas)):
    comp.append(100*Areas[i]/At)
print('Porcentajes de área cubierta: ')
print(comp)
# Obtenemos el promedio
avg = sum(comp)/len(comp)
print('Promedio: ' + str(avg))
# Obtenemos La desviación estándar
import math
dsq = []
for i in range(len(comp)):
    dsq.append((comp[i]-avg)**2)
Sdsq = sum(dsq)
Sdv = math.sqrt(Sdsq/(len(comp)-1))
print('Desviación estándar: ' + str(Sdv))
Porcentajes de área cubierta:
[82.70214419878174, 82.3934995322583, 82.7981389416056, 81.92819413122194
, 82.30871495538487, 81.77072545567341, 82.84083043103352, 82.71795394187
521, 82.9903368783626, 83.03568157409396]
Promedio: 82.54862200402911
Desviación estándar: 0.43511148634481284
```
Anexo 4.

Código empleado para obtener la Figura 16 y los datos mencionados en la sección 4.1.

```
import numpy as np
import math
from matplotlib import pyplot as plt
Rl = 1737.4
R = [1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.41421356
2373096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.6568
54249492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953, 5
4.62741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.509667991878
13]
A = []
def areaesf(r):
    Ae = 2*np.pi*(Rl**2)*(1-np.cos(r/Rl))
    return Ae
for i in range(len(R)):
    A.append(areaesf(R[i]))
print(A)
len(R)
[4.577635774928981, 9.155271181366203, 18.31054089087103, 36.621075890085
23, 73.24212820722614, 146.484162135309, 292.9679471498335, 585.934385818
6347, 1171.8627377236687, 2343.7013399466477, 4687.306139084451, 9374.226
12447641, 18746.90771053013, 37487.637878130896, 74950.57047000178]
15
```

#Para obtener el área cubierta por un solo cráter de diametro Dc y su

```
eyecta
plt.plot(R, A)
plt.xlabel('Radio de influencia $(= D_c [km])$')
plt.ylabel('Área de influencia $[km^2]$')
plt.grid(True)
plt.show()
```



#Para obtener el área cubierta por los cráteres formados entre 4.2 y 3.8
Ga

```
por = [67.42179741807348, 20.326464746772587, 6.827209533267131, 2.600546
1767626614, 1.1357994041708044, 0.5834160873882821, 0.35998013902681214,
0.26067527308838134, 0.19860973187686198, 0.13654419066534262, 0.08068520
357497518, 0.04344587884806356, 0.012413108242303872, 0.00620655412115193
6, 0.006206554121151936]
```

```
N = 1273253
```

```
Rn = []
```

for i in range(len(por)):
 Rn.append(N*por[i]/100)

```
An = []
for i in range(len(A)):
        An.append(Rn[i]*A[i])
```

```
plt.plot(R, An)
plt.xlabel('Radio de influencia $(= D_c [km])$')
plt.ylabel('Área cubierta $[km^2]$')
plt.grid(True)
plt.show()
```



print(R)
print(An)

[1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.414213562373 096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.65685424 9492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953, 54.62 741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.50966799187813] [3929671.6977703054, 2369451.218301477, 1591692.2935089772, 1212579.93397 32355, 1059198.3603724593, 1088137.505944591, 1342806.257542035, 1944748. 8835006726, 2963411.611509185, 4074649.0049779024, 4815395.099652436, 518 5596.496380074, 2962953.8832119685, 2962465.702038468, 5922979.065456875]

```
#Para obtener el área acumulada
```

```
Anac = np.zeros(len(An)+1)

Rm0 = [1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.414213

562373096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.65

6854249492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953,

54.62741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.50966799187

813, 0]
```

```
for i in range(len(An)):
    Anac[i] = An[i]+An[i-1]
    An[i] = Anac[i]
```

```
Anacs = Anac.tolist()
Rm = Rm0
# no fue posible deshacerse del punto (0,0) al final de las listas sino h
asta la siguiente gráfica.
```

```
plt.plot(Rm, Anac)
plt.xlabel('Radio de influencia $(= D_c [km])$')
plt.ylabel('Área cubierta acumulada ($ A(\leq D) [km^2]$)')
plt.grid(True)
plt.show()
```



print(Rm, len(Rm))
print(Anacs, len(Anacs))

[1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.414213562373 096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.65685424 9492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953, 54.62 741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.50966799187813] 15

[238643169556.6083, 273744907547.73737, 313954420193.2896, 360014310696.2 703, 412783531469.5626, 473254557846.0027, 542571904594.7127, 62205258718 6.3173, 713209546469.771, 817779147998.1919, 937753496749.7935, 107541793 7445.3135, 1233391517819.3267, 1414670414357.2583, 1622677281011.4639] 15

```
#Para normalizar la gráfica anterior
NormAnac = []
for i in range(len(Anac)):
    NormAnac.append(Anac[i]/Anac[-2])
Rm0.remove(∅)
NormAnac.remove(0)
x0 = Rm0[9]
y0 = NormAnac[9]
plt.axhline(y = y0, color = 'r', linestyle = 'dashdot')
plt.axvline(x = x0, color = 'r', linestyle = 'dashdot')
plt.plot(Rm0, NormAnac)
plt.xlabel('Radio de influencia $(= D_c [km])$')
plt.ylabel('Área cubierta acumulada normalizada ($ A(\leq D)/A(D_{máx})$)
')
plt.grid(True)
plt.show()
```



print(Rm0)
print(NormAnac)
suma = Rn[9]+Rn[10]+Rn[11]+Rn[12]+Rn[13]+Rn[14]
print(suma)

[1.2071067811865475, 1.707106781186548, 2.414213562373096, 3.414213562373 096, 4.828427124746192, 6.828427124746192, 9.656854249492383, 13.65685424 9492383, 19.313708498984766, 27.313708498984766, 38.62741699796953, 54.62 741699796953, 77.25483399593907, 109.25483399593907, 154.50966799187813] [0.146226322804405, 0.1670697426441445, 0.1911022285719029, 0.21888597719 83334, 0.2510228139706887, 0.2881552759017168, 0.3309761397437232, 0.3802 509430638093, 0.4368560964807378, 0.5018204594893837, 0.576353054727528, 0.6618569186871208, 0.7598459437863323, 0.8719448601047468, 1.0] 3635.15628103277

tan solo 3635 cráteres representan cerca de la mitad del área

superficial cubierta

```
# Coeficientes actualizados de Ivanov et al. (2000)
a0 = -3.0876
a1 = -3.557528
a2 = 0.781027
a3 = 1.021521
a4 = -0.156012
a5 = -0.444058
a6 = 0.019977
a7 = 0.086850
a8 = -0.005874
a9 = -0.006809
a10 = float(8.25e-04)
a11 = float(5.54e-05)
dl = 1. #límite inferior de la bina
dist = [d1] #límites de bina
dr = 0 #límite superior
def fdx(x):
    return 3.8e7*10**((a0*(math.log10(x))**0)+(a1*(math.log10(x))**1)+(a2
*(math.log10(x))**2)+(a3*(math.log10(x))**3)+(a4*(math.log10(x))**4)+(a5*
(math.log10(x))**5)+(a6*(math.log10(x))**6)+(a7*(math.log10(x))**7)+(a8*(
math.log10(x))**8)+(a9*(math.log10(x))**9)+(a10*(math.log10(x))**10)+(a11)
*(math.log10(x))**11))
# Generación de las binas.
while dr < 200:
    dr = dl*np.sqrt(2)
    dist.append(dr)
    dl=dr
```

#Consultamos los límites de los intervalos usados en este trabajo
print(dist)

[1.0, 1.4142135623730951, 2.000000000000004, 2.8284271247461907, 4.0000 000000001, 5.6568542494923815, 8.000000000000002, 11.313708498984763, 16 .00000000000004, 22.627416997969526, 32.0000000000001, 45.2548339959390 5, 64.000000000001, 90.5096679918781, 128.000000000003, 181.019335983 7562, 256.000000000006] print(Rm0[9])

27.313708498984766

#El límite inferior de la bina correspondiente a ese punto es 22.627 km

Anexo 5.

Corridas realizadas para modelar el "muro de piedra"



Figura A.1 Mapa resultante de la corrida No. 2.



Figura A.2 Mapa resultante de la corrida No. 3



Figura A.3 Mapa resultante de la corrida No. 4.



Figura A.4 Mapa resultante de la corrida No. 5.



Figura A.5 Mapa resultante de la corrida No.6.



Figura A.6 Mapa resultante de la corrida No. 7.



Figura A.7 Mapa resultante de la corrida No. 8.



Figura A.8 Mapa resultante de la corrida No. 9.



Figura A.9 Mapa resultante de la corrida No. 10.



Figura A.10 Mapa resultante de la corrida No. 12.



Figura A.11 Mapa resultante de la corrida No. 13.



Figura A.12 Mapa resultante de la corrida No. 14.



Figura A.13 Mapa resultante de la corrida No. 15.



Figura A.14 Mapa resultante de la corrida No. 16.



Figura A.15 Mapa resultante de la corrida No. 17.



Figura A.16 Mapa resultante de la corrida No. 18.



Figura A.17 Mapa resultante de la corrida No. 19.



Figura A.18 Mapa resultante de la corrida No. 20.