



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE PSICOLOGÍA**

**LA CATEGORIZACIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE**  
**MAGNITUDES NUMÉRICAS EN NIÑOS DE PRIMERO DE**  
**PRIMARIA**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
**LICENCIADA EN PSICOLOGÍA**

PRESENTA:

**MARLA ANDREA RANGEL CANTERO**

DIRECTOR: DRA. PATRICIA ROMERO SÁNCHEZ

REVISOR: DR. MATHIEU MICHEL LE CORRE

COMITÉ SINODAL :

DR. GUSTAVO BACHA MÉNDEZ

DR. OSCAR ZAMORA ARÉVALO

MTRA. HILDA PAREDES DÁVILA



CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. 2023



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Dedicado a la memoria del Dr. Julio Espinosa Rodríguez, mi guía y  
colega.*

*Gracias por confiar en mi hasta el último minuto.*

*Gracias a:*

*A mis padres, Martha Beatriz Cantero Olvera y Andrés Rangel Aguilera, por todo el amor y paciencia que me han tenido, además de estar ahí cuando más los necesito.*

*A mi hermana, Mayra Rosario Rangel Cantero, por ser mi apoyo y sostén en parte del proceso.*

*A mi familia que siempre estuvo ahí preguntando y alentándome a cada momento. A mi tía Olga Lidia Rangel Aguilera y mi tío Miguel Rangel Aguilera por ser mi ejemplo de superación y perseverancia.*

*A la Dra. Patricia Romero, por todo el apoyo tanto académico como emocional que me ha brindado en todo el proceso, por sus enseñanzas, sobre todo por la paciencia que me ha dado.*

*Al Dr. Mathieu Le Corre, por todas sus enseñanzas, correcciones y comentarios que enriquecieron mi trabajo.*

*A mi comité sinodal por todos sus comentarios.*

*A mi mejor amigo y colega Juan Manuel Díaz López, por acompañarme en cada paso y brindarme su ayuda. ¡Lo logramos!*

*A mi mejor amiga Araceli Hernández Valle, por estar conmigo desde ya hace más de 9 años y apoyarme en todas mis locuras, te quiero mucho.*

*A Jessica Leonor Roldan García, por ser mi mejor amiga durante la carrera y después de esta.*

*A mi colega y amigo Jaime Alberto Castro Iniestra que si no fuera por su apoyo me hubiera tardado más.*

*A mis amigos por alentarme y acompañarme.*

*A la UNAM, la Facultad de Psicología y mis profesores por motivarme a ser una mejor profesional.*

## Resumen

Los procesos cognitivos como la identificación de los números, las comparaciones y la estimación son la base del pensamiento matemático que dará origen, junto con la instrucción formal, al conocimiento en matemáticas. Se retoma la estimación de la recta numérica y la importancia de su relación con la aritmética, así como también la forma en la cual estos procesos de estimación de magnitudes se ven afectados por otras habilidades como la categorización. La categorización numérica puede facilitar el desempeño en las comparaciones (Siegler y Robinson, 1982; Murray y Mayer, 1988) o la estimación de la recta numérica (Laski y Siegler, 2007; Opfer y Thompson, 2008; Awotwi, 2017). La presente investigación está dirigida a comprobar si el entrenamiento en categorías con retroalimentación afecta el desempeño en tareas que implican categorías, comparaciones y estimación de los números en la recta en niños que ya saben contar, además de observar el cambio de la representación de una función logarítmica a una lineal como consecuencia del entrenamiento. Participaron 21 niños entre los 6 y 7 años de primero de primaria, los cuales fueron seleccionados a partir de un criterio de inclusión que consistió en contar hasta el 100, posteriormente se dividieron aleatoriamente en grupo control y experimental. Las pruebas fueron categorización, comparaciones y estimación de la recta; el entrenamiento en categorización consistió en 3 tareas: puntos medios, tríada y números variables. Los resultados mostraron que en las tareas de comparaciones y estimación de la recta los niños mejoraron independiente del entrenamiento, en el caso de las categorías el entrenamiento si tuvo un efecto salieron mejor en comparación con el grupo control. Lo encontrado se puede deber a que el contar les dio a los niños las nociones sobre estimación de magnitudes para obtener un buen desempeño.

Palabras clave: categorización numérica, estimación de magnitudes, recta numérica, comparaciones, sentido numérico.

## Summary

Cognitive processes such as the identification of numbers, comparisons and estimation are the basis of mathematical thinking that will give rise, along with formal instruction, to knowledge in mathematics. The estimation of the number line and the importance of its relationship with arithmetic are taken up, as well as the way in which these processes of estimation of magnitudes are affected by other skills such as categorization. Numerical categorization can ease performance in comparisons (Siegler and Robinson, 1982; Murray and Mayer, 1988) or the estimation of the number line (Laski and Siegler, 2007; Opfer and Thompson, 2008; Awotwi, 2017). The present research is aimed at checking whether training in categories with feedback affects categories, comparisons and estimation of numbers on the line in children who already know how to count, in addition to observing the change of the representation of a logarithmic function to a linear one as a consequence of training. 21 children between 6 and 7 years of first grade participated, who were selected from an inclusion criterion that consisted of counting to 100, then randomly divided into control and experimental groups. The tests were categorization, comparisons, and estimation of the line; The categorization training consisted of 3 tasks: midpoints, triad and variable numbers. The results showed that in the tasks of comparisons and estimation of the line the children improved independent of the training, in the case of the categories the training if it had an effect came out better compared to the control group. The findings may be because counting gave children notions about estimating magnitudes to obtain a superior performance.

Key words: numerical categorization, estimation of magnitudes, number line, comparisons, number sense.

## Índice

Marco teórico	8
Estimación de magnitudes: la recta numérica	11
Aritmética y Recta	16
Categorización numérica	18
Método	24
Pregunta de investigación	24
Hipótesis	24
Participantes	24
Materiales	24
Tareas	25
1. Criterio de inclusión	25
Conteo con canicas	25
Conteo en cartulina	25
2. Pruebas	26
Categorización numérica	26
Comparaciones numéricas	26
Estimación de la recta numérica	27
3. Entrenamiento	28
<i>Puntos medios</i>	28
<i>Triada</i>	29
Números Variables	29
<i>Escenario</i>	30
Diseño	31
Variables	31
Dependientes	31
Independiente	31
Procedimiento	31
Fase 1 Criterio de inclusión	31
Fase 2 Experimental	32
- Pretest	32
- Entrenamiento	32
- Postest	32
Análisis de datos	33
Efectos principales	34
Categorización numérica	34
Comparaciones numéricas	34
Estimación de magnitudes en la recta numérica	35
Efecto de interacción	35
Categorización	35

Comparaciones	35
Recta numérica	36
Apego a las normas éticas	36
Resultados	36
Categorización	36
Comparaciones	39
Estimación de la recta numérica	40
Efecto del entrenamiento sobre las tareas	43
Discusión	45
Categorización	46
Comparaciones	48
Estimación de la recta numérica	50
Conclusión y Limitaciones	58
Referencias	60



## Marco teórico

Los procesos cognitivos como la identificación de los números, las comparaciones y la estimación son la base del pensamiento matemático que dará origen, junto con la instrucción formal, al conocimiento en matemáticas. Por esta razón, es importante estudiar dichos principios.

En relación con el conocimiento matemático en México, desde hace varios años se aplican evaluaciones que permiten conocer cómo se encuentra el país en materia educativa (en estas se incluye como un componente central el área matemática); entre dichas valoraciones la aplicación del PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes, INEE, 2015), ha generado resultados nacionales con cifras alarmantes, dado que las y los estudiantes de diferentes grados no cuenta con los conocimientos necesarios.

Los resultados de PLANEA muestran que, para el término de la educación primaria, 6 de cada 10 estudiantes no han logrado adquirir los aprendizajes clave de matemáticas para ingresar a la secundaria. Entre sus limitaciones están leer y realizar operaciones básicas con números naturales (INEE, 2015), los cuales se deben aprender desde el inicio de la primaria, inclusive desde el preescolar (con la identificación y la lectura de los números); esto puede ser evidencia de que el rezago se arrastra desde edades tempranas cuando el desarrollo de las habilidades matemáticas en el inicio de la educación formal se va truncando, lo que parece repercutir en los años posteriores. De no atenderse desde los niveles básicos, el rezago se mantiene. Por esta razón, se debe hacer investigación que muestre evidencia sobre cómo intervenir a temprana edad previniendo problemas futuros.

De acuerdo con el plan de estudios de educación básica en México, al finalizar el preescolar, niñas y niños deben contar hasta el número 20, además deben ser capaces de resolver problemas con conteo y, para el final del primer año de primaria, deben leer, escribir

y ordenar números hasta el 100, además de poder realizar operaciones básicas con este conjunto de números (SEP, 2017). En este periodo de desarrollo y por el avance en la educación formal, los conocimientos y habilidades en matemáticas pueden considerarse como la base para los aprendizajes clave posteriores. En este sentido, el estudio que se reporta a continuación se dirige justamente a la evaluación de niños y niñas de primer grado y se lleva a cabo la medición pasados los primeros tres meses del ciclo escolar, siempre que los infantes conozcan los números hasta el 100.

En este punto, es importante señalar que, para el plan de estudios de México, se considera el sentido numérico como un eje transversal tanto en la educación preescolar como en la primaria, por esa razón se busca definir qué es el sentido numérico. De acuerdo con Bernace (2008 en García, 2014) el sentido numérico puede ser visto desde diferentes puntos: como una habilidad, una intuición, como la comprensión, el conocimiento, el razonamiento o una red conceptual acerca de los números. A continuación, se muestran de forma esquemática algunas de las diferentes definiciones acerca del sentido numérico (ver Figura 1).

**Figura 1**

*Aspectos conceptuales del Sentido Numérico*



*Nota.* Adaptado de García, 2014

Para efectos de esta investigación consideraremos al sentido numérico como el conocimiento de las relaciones y diferencias entre las magnitudes de los números (p.ej.  $1 < 2$ ) y la aplicación de estrategias para realizar operaciones y resolver problemas (p.ej. estimación y cálculo mental, además de elegir la operación necesaria para resolver un problema) (García, 2014).

Con base en la definición de sentido numérico retomada para este estudio, se considera que éste se desarrolla a lo largo de la educación formal; se plantea esta investigación con niños que se encuentran en la primaria, con el fin de analizar como punto de partida, la estimación de la recta numérica y la importancia de su relación con la

aritmética, así como también la forma en la cual estos procesos de estimación de magnitudes en la recta numérica se ven afectados por otras habilidades como la categorización.

### **Estimación de magnitudes: la recta numérica**

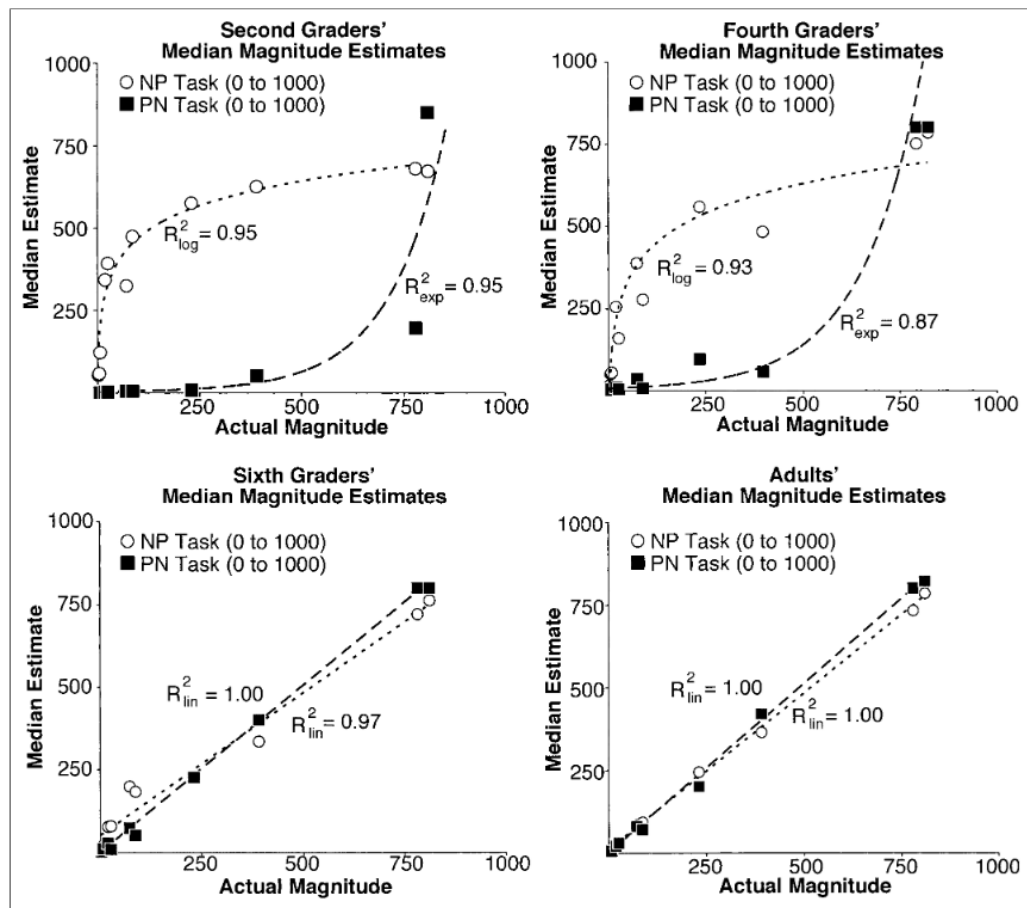
La estimación de magnitudes en la recta numérica es la habilidad de colocar números en una línea física en correspondencia con su magnitud (Sullivan y Barner, 2014). En un estudio realizado por Siegler y Opfer (2003) donde investigó cómo serían las estimaciones de niños y adultos en la recta numérica y sus representaciones, encontraron que los niños conocen y utilizan múltiples representaciones de la cantidad numérica; también se indica que, con el desarrollo, los niños utilizan cada vez más representaciones formales, es decir, lineales en lugar de las intuitivas o logarítmicas para las cuales no se requiere un entrenamiento formal.

En este estudio, Siegler y Opfer (2003) realizaron dos tareas de recta numérica la primera corresponde a ubicar el número en la recta (Número-Posición o NP) y la segunda en decir el número que está ubicado en la recta (Posición-Número o PN); ambas tareas dan información respecto de las representaciones de las magnitudes, participaron niños de segundo, cuarto, sexto y adultos en el estudio, la recta correspondió a números entre el 0 y el 1,000 en bloques para ambos tipos de tareas.

Los resultados encontrados por los autores fueron que los niños de segundo y cuarto grado en la tarea de NP muestran representaciones logarítmicas, pero al hacer la tarea de PN la representación fue exponencial; por otro lado, los datos de los niños de sexto grado y los adultos en ambas tareas se ajustan a una representación de tipo lineal (Ver figura 2).

**Figura 2**

*Resultados de Siegler y Opfer (2003)*

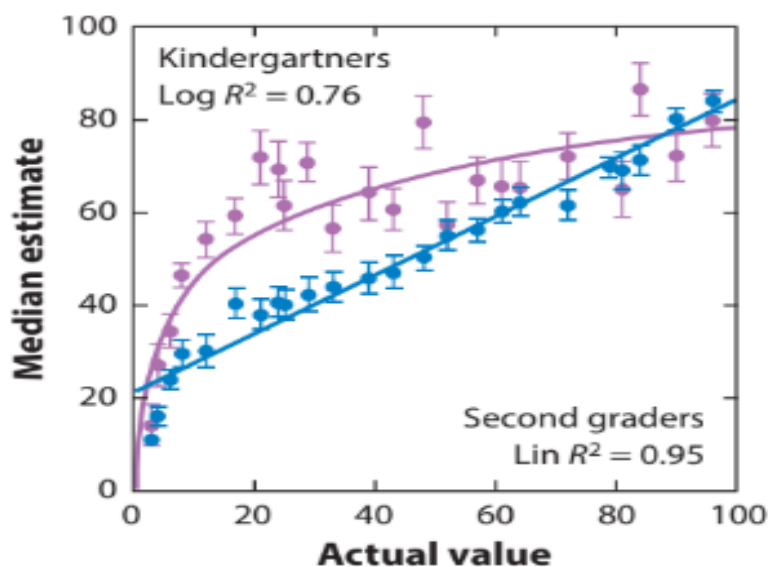


*Nota:* Tomada de Siegler y Opfer, 2003.

Adicionalmente en la figura 3 podemos observar que también se da el cambio de lineal a logarítmico en el rango de 0 a 100. En color rosa se representa la estimación numérica de los niños de preescolar adecuada a una representación logarítmica, donde notamos una sobre estimación de los números pequeños y una subestimación de los números grandes, en comparación, la representación lineal en color azul de los niños de segundo grado indica una relación lineal entre el número observado y el estimado, aunque aún no es una correspondencia exacta entre el número a estimar y la estimación (Siegler y Braithwaite, 2017).

**Figura 3**

*Representación Lineal y logarítmica.*



*Nota:* Tomada de Siegler y Braithwaite, 2017

En una representación lineal, la misma diferencia numérica siempre corresponde a la misma distancia. Por tanto, quien coloca los números en la recta de forma lineal cuenta con más conocimiento al respecto de las magnitudes de los números naturales. Por el contrario, una representación logarítmica implica estimaciones que aumentan más rápidamente para números más pequeños que para números más grandes, lo que sugiere que aún no se cuenta con los conocimientos sobre las magnitudes de los números naturales. Para explicar por qué se observan diferentes representaciones de la estimación de las magnitudes numéricas, existen varios modelos sobre tales representaciones.

Entre ellos encontramos dos modelos importantes en el área, el denominado logarítmico y el modelo del acumulador. El modelo logarítmico propone que las personas de todas las edades poseen una representación única, espaciada logarítmicamente de números, y el modelo del acumulador, propone que las personas de todas las edades representan números como magnitudes que crecen linealmente (Siegler y Opfer, 2003).

El modelo logarítmico fue propuesto por Dehaene (1997), quien menciona que el cerebro representa cantidades a escala logarítmica, en esta se observa inicialmente para los números pequeños un espacio igual por ejemplo 1 y 2, entre 2 y 4, o entre 4 y 8, posteriormente la precisión y la velocidad con la que se ubican los números en la recta disminuye a medida que los números se hacen más grandes.

En cuanto al modelo acumulador, este propone que las estimaciones subjetivas están relacionadas proporcionalmente con la magnitud a estimar o el número real (Booth y Siegler, 2008; Brannon, et al. 2001) y que esta relación es constante a lo largo de todos los números.

Booth y Siegler (2006) postulan que existen representaciones variadas de la magnitud numérica que persisten con el tiempo y que cuando operan en rangos numéricos que no utilizan comúnmente o no han estudiado, los adultos y los niños mayores pueden depender de la representación logarítmica inicial y ampliamente aplicable; incluso puede ser que la gente nunca utilice automáticamente representaciones lineales de magnitud numérica para todos los tipos de números. Según Siegler y Booth (2004), el cambio de una representación logarítmica a lineal puede estar impulsada por una mayor exposición a los números, más que por una visión más general del sistema o por cambios debidos a la edad y la madurez.

Por otro lado, Sullivan y Barner (2014), proponen una nueva forma de entender las representaciones de las magnitudes en la tarea de estimación de la recta numérica a partir de las analogías entre los números y la posición, tomando en cuenta puntos de referencia ubicados en la misma recta como son los extremos (por ejemplo 0 y 100) y el punto medio (por ejemplo el 50).

De acuerdo con Sullivan y Barner (2014), la estimación no solo requiere de conocimientos numéricos sino también de razonamiento analógico. El razonamiento analógico consiste en “seleccionar una relación entre entidades en un dominio y luego aplicar

esta relación a entidades en un dominio separado” (Sullivan y Barner, 2017, p. 172). Por ejemplo, para colocar un nuevo número en la recta numérica, se tiene que relacionar con un número de referencia (por ejemplo: números colocados previamente o el punto final de la recta), para después convertir esa relación numérica al dominio espacial colocando una marca en la recta (por ejemplo: convirtiendo “mayor a” a “a la derecha de” y “menor a” a “la izquierda de” de tal manera que se coloque 27 entre el punto dónde se colocó 20 y el punto dónde se colocó 40 porque 27 es mayor a 20 y menor a 40). Según Sullivan y Barner (2014), el desarrollo de la capacidad de estimación cambia de una dependencia de estimaciones analógicas basadas en la ordinalidad a basarse en las distancia relativa, lo que mejora sus estimaciones explicando la transición de una representación logarítmica a una línea.

Estos investigadores encontraron que la estimación de las cantidades en la recta numérica cambia en la medida en que los niños aprenden a identificar y ordenar los números de referencia y la distancia entre los números de referencia y el número a estimar; asimismo encontraron que cuando los niños tenían acceso visual a sus estimaciones anteriores las usaban como número de referencia y sus estimaciones eran mejores (Sullivan y Barner, 2014).

Los datos reportados por estos investigadores apuntan a que la capacidad de los niños para colocar números con precisión en una recta mejora gradualmente a raíz del desarrollo y esta mejora se caracteriza por un cambio desde una estimación logarítmica hacia una estimación lineal precisa dentro del rango numérico familiar para los niños. Esta trayectoria se puede deber a la comprensión del sistema de números verbales y se ha relacionado con las funciones ejecutivas y el razonamiento proporcional espacial (Sullivan y Barner, 2014).



En otras palabras, se plantea que cuando los niños usan los números en su vida cotidiana y en la escuela, mejoran su estimación, y este cambio se observa en la transición de una representación logarítmica a una lineal de las estimaciones, mejorando a su vez su capacidad de realizar analogías entre los números y la posición en la recta.

### **Aritmética y Recta**

En teoría, una representación lineal supone una mejor comprensión de la estructura del sistema numérico lo cual es fundamental para la aritmética, la notación decimal y álgebra. De hecho, Booth y Siegler (2008) encontraron que tener una representación lineal está relacionado con un buen rendimiento en las pruebas de matemáticas, específicamente en problemas de suma. Esto no es sólo un resultado de la familiaridad o de la riqueza intelectual de su ambiente. Comprobaron que, al controlar el puntaje de una prueba de rendimiento en matemáticas, el conocimiento de las sumas y la memoria a corto plazo, una representación lineal seguía siendo un muy buen predictor del desempeño en aritmética, lo que sugiere que es importante favorecer esta representación.

De acuerdo con Booth y Siegler (2008), las representaciones de magnitud numérica de los niños también son predictivas de las respuestas a problemas aritméticos con los cuales no han tenido una interacción, es decir problemas desconocidos. Por ende, la linealidad de las representaciones de magnitud se consideró predictiva del aprendizaje aritmético. De igual forma Lyons et al. (2014), encontraron que la estimación de la recta y las comparaciones numéricas pueden ser las habilidades básicas más importantes en las primeras etapas del aprendizaje de habilidades aritméticas. Sullivan y Barner (2014) concuerdan con este diagnóstico; también sugieren que las competencias y conocimientos medidos por tareas de estimación numérica como la recta son importantes para el éxito académico general y que los

cambios en la capacidad de estimación están relacionados con el desarrollo del conocimiento numérico.

Cabe mencionar que la posibilidad de que las mejoras en el comportamiento de estimación no se deban sólo a mejoras en el conocimiento numérico sino también a mejoras en las habilidades cognitivas más generales. Si esto es correcto, implicaría que las tareas de estimación podrían no solo medir la exactitud de la línea numérica mental, sino también medir otros tipos de conocimiento y habilidades, por ejemplo, el razonamiento analógico (Sullivan y Barner, 2014). De hecho, se ha demostrado que la estimación depende no sólo del conocimiento numérico sino también de un grupo de capacidades adicionales no directamente relacionadas con el número, por ejemplo, la memoria de trabajo o el control inhibitorio (v. gr. Anobile, Stievano, y Burr, 2013; Kolkman, Hoijtink, Koresbergen, y Leserman, 2013 citados en Sullivan y Barner 2014).

En cambio, tener una representación logarítmica se asocia a un bajo rendimiento matemático (Siegler y Booth, 2004). Debido a eso es importante mejorar la estimación de la recta para formar una representación lineal, que contribuya al aprendizaje de la aritmética; una forma de hacerlo es a partir del entrenamiento de la categorización numérica con retroalimentación, aspecto que se plantea más adelante.

Una posible explicación de la mala estimación de magnitudes en los niños de primaria puede ser que se basan en una representación logarítmica de las cantidades. Si la discriminación entre dos magnitudes grandes es más imprecisa en comparación con dos magnitudes igualmente distantes pero más pequeñas, se pueden presentar problemas en la estimación; por el contrario en una representación lineal existe una correspondencia exacta del número con la cantidad representada, lo que se asociaría con mayor precisión en las tareas de estimación; al respecto, Booth y Siegler (2006) encontraron que las malas estimaciones en

la recta, numerosidad, sumas y mediciones estaban relacionadas con representaciones logarítmicas, es decir que el rendimiento en diferentes tareas de estimación numérica depende de la linealidad de la representación.

### **Categorización numérica**

Una forma de mejorar la representación de la recta numérica y de facilitar el desempeño en las comparaciones es a partir de la categorización numérica (Murray y Mayer, 1988; Siegler y Robinson, 1982). La categorización numérica es el proceso por el cual se asignan categorías a los números de acuerdo con su magnitud, lo que implica que la categoría donde se ubique el número depende del rango de números a categorizar. Los niños de preescolar dividen los números inferiores a 10 en tres categorías: chicos, medianos y grandes (Murray y Mayer, 1988; Siegler y Robinson, 1982). Niños de primaria dividen los números hasta 100 en cinco categorías: muy chicos, chicos, medianos, grandes, y muy grandes (Awotwi, 2017; Laski y Siegler, 2007); también se dividen en 5 categorías los números del 0 al 1,000 (Opfer y Thompson, 2008). Las categorías son de carácter subjetivo es decir los niños deciden dónde colocar los números de acuerdo con su conocimiento acerca de estos.

Una categorización precisa se ha relacionado con un mejor desempeño en comparaciones y en una mejor estimación de la recta numérica dando como resultados representaciones lineales (Laski y Siegler, 2007; Awotwi, 2017; Opfer y Thompson, 2008); esto se puede deber a que la categorización numérica da más información acerca de las magnitudes lo que contribuye a una mejor comprensión de estas, que se ve reflejada en las tareas de comparaciones y la estimación de la recta numérica.

Siegler y Robinson (1982), encontraron que cuando se pedía a los preescolares que categorizaran los números del 1 al 9 como "pequeños", "medianos" o "grandes", su ejecución predijo el desempeño en las comparaciones numéricas. Los niños que agruparon muchos

números en una sola categoría, la de "grandes", compararon las magnitudes de forma menos precisa que los niños que los ubicaron en las tres categorías.

La tarea de comparación de magnitud numérica que utilizaron fue de la siguiente forma "¿Cuál es mayor N o M?", este tipo de tarea se utiliza para estudiar las representaciones de las magnitudes en niños y se ha demostrado que cuanto mayor sea la distancia entre los números, y cuanto más pequeñas sean las magnitudes de los números, es más probable que la respuesta sea más rápida y precisa (Laski y Siegler, 2007).

Posteriormente, Murray y Mayer (1988) realizaron una réplica del estudio de Siegler y Robinson (1982) encontrando inconsistencias en la comparación de magnitudes numéricas, pero no en las categorías; los niños de 3 años categorizaron 1 como pequeño, 2 y 4 como mediano y 3,5, 6, 7, 8 y 9 como grande, en contraste con los niños de 4 años quienes categorizaron 1,2 y 3 como pequeños, 4 y 5 como medianos y 6 al 9 como grandes. Pero ambos grupos tuvieron un desempeño regular en la comparación numérica, lo que sugiere que las categorías podrían no estar relacionadas con las comparaciones.

Además de los anterior y con el propósito de comprobar que los niños conocían los números del 1 al 10, Murray y Mayer (1988) agregaron una tarea de conteo antes de las tareas de comparación y categorización, encontrando que, a pesar de que ningún niño tuvo dificultades en contar de 1 al 10, no demostraron una comprensión de las magnitudes en el momento de comparar o categorizar, debido a que no se relacionó su desempeño en conteo con las tareas de comparaciones o categorización. Por lo cual no se ha demostrado que contar sea suficiente para la comprensión de las magnitudes.

Es así, que para efectos de este estudio se retoma la tarea de conteo como un control experimental, debido a que cuando los niños comienzan a contar, aprenden a usar símbolos

externos para representar el número, tener estas representaciones simbólicas permite la comparación y manipulación exacta de los números (Batchelor et al., 2015).

Por otro lado, Laski y Siegler (2007) investigaron la categorización numérica en niños de 5 a 8 años, examinaron la transición logarítmica a lineal en las representaciones de las magnitudes numéricas, correlacionaron la categorización con la recta y las comparaciones numéricas. Además, introdujeron una estrategia de entrenamiento que implicó la retroalimentación para el cambio de la función logarítmica a lineal en las tareas de categorización.

Su estudio se dividió en dos partes. En la primera se presentaron tres tareas de categorización numérica a todos los niños. De manera general, en la primera tarea se les presentaban 5 botes con las etiquetas de las categorías “muy chico”, “chico”, “mediano”, “grande” y “muy grande”, y luego se les mostraba un número para su identificación y clasificación en las categorías representadas por cada bote. La siguiente tarea fue de comparaciones numéricas, les mostraban dos números, tenían que elegir el que fuera el más grande y en otras ocasiones el más pequeño, finalmente realizaban la estimación de algunos números en la recta impresa en una hoja.

En el primer estudio encontraron que existía una relación entre las tareas de categorización con las comparaciones y la recta numérica en los tres grupos de edad investigados preescolar, primero y segundo de primaria. La relación fue positiva, alta y significativa, lo que quiere decir que entre mejores eran categorizando (ubican los números en la categoría correcta) su desempeño en comparaciones y en la estimación de la recta numérica mejoraba.

Partiendo de que hay una relación de las categorías con las comparaciones y la recta numérica, el segundo estudio consistió en un entrenamiento en categorización con

retroalimentación y sin retroalimentación a estudiantes de preescolar. Los resultados demostraron que en el grupo con retroalimentación se formaron funciones lineales en las categorías y la recta numérica, demostrando que su desempeño fue más exacto debido al entrenamiento en categorización con retroalimentación.

Laski y Siegler (2007), sugieren que la mejora en el rendimiento de la estimación de la recta numérica a partir de la retroalimentación en la categorización se debe a que, al dividir las demandas cognitivas de tareas complejas, se mejora el desempeño, es así como el recibir retroalimentación en la tarea de categorización mejoraba la ejecución en la tarea de recta numérica; otra manera de verlo es que la categorización ayuda a los niños a aprender acerca de las magnitudes numéricas lo que promueve la atención simultánea a las cualidades absolutas y relativas de los números (Laski y Siegler, 2007).

Un estudio más reciente realizó la adecuación de la tarea de categorizaciones y recta numérica a computadora (Awotwi, 2017), encontrando resultados consistentes con el estudio de Laski y Siegler (2007), es decir encontró que la estimación de la recta numérica mejoraba cuando realizaban una tarea de categorización similar a la que emplearon Laski y Siegler . Además, se comprobó que las tareas pueden realizarse a computadora con éxito.

El propósito del estudio fue encontrar si al aprender categorías lineales o no lineales existía una diferencia en la estimación de la recta, sí una presentación lineal implicaba un orden ascendente de izquierda a derecha comenzando con “Muy Chico” y terminando con “Muy Grande”; la presentación no lineal es un acomodo de la siguiente manera: las categorías, “Muy Chico”, “Chico” del lado izquierdo una arriba y la otra debajo, al centro la categoría “Mediano” y el lado derecho “Muy Grande” y “Grande” una debajo de la otra.

La ejecución del grupo con las categorías numéricas lineales en el postest tuvo un mejor desempeño en la recta numérica, incluso se formó una función lineal. En cambio, el

desempeño del grupo entrenado con categorías no lineales durante el posttest fue similar al pretest y se formó una función logarítmica.

En esta misma línea, Opfer y Thompson (2008) se interesaron en investigar la importancia de la práctica en la formación de categorías para establecer una función lineal en la representación de la recta numérica en niños de 7 años.

Los resultados mostraron que la función logarítmica de la recta numérica se veía modificada por la práctica de las categorías, creando así una función lineal, de ese modo una función lineal demuestra que hay una mejor comprensión de las magnitudes numéricas mejorando así su desempeño en la ubicación de los números en la recta. Entonces una transformación en la representación de las magnitudes de logarítmica a lineal se puede dar a partir de la práctica de las categorías numéricas (Opfer y Thompson, 2008).

De acuerdo con las investigaciones revisadas con el entrenamiento en categorización numérica (Laski y Siegler, 2007; Opfer y Thompson, 2008) mejoran la estimación de los números en la recta numérica y las comparaciones, además de favorecer la creación de una representación lineal de las categorías, la cual consistía en acomodar las categorías de la más pequeña a la más grande en línea recta (Awotwi, 2017) y, como vimos anteriormente, el desempeño en estas tareas se relaciona con las matemáticas especialmente con la aritmética (Booth y Siegler, 2008; Lyons et al., 2014)

Debido a lo anterior la presente investigación está dirigida a comprobar si el entrenamiento en categorías con retroalimentación afecta el desempeño en tareas que implican categorías, comparaciones numéricas y estimación de los números en la recta numérica en niñas y niños de primer grado de primaria que ya saben contar, además de observar el cambio de la representación de las magnitudes de una función logarítmica a una

lineal como consecuencia del entrenamiento. Para eso se retoma el experimento de Laski y Siegler (2007) como base principal, con adecuaciones.

Tomando en cuenta que las tareas en computadora son viables de acuerdo con el estudio de Awotwi (2017), para el presente estudio se consideró adecuar el entrenamiento en categorización de Laski y Siegler (2007) a una versión en computadora, sin embargo, se dejó la recta numérica a lápiz y papel para permitir que los niños corrijan su elección lo cual no es tan simple si es a computadora, además de que permite una estimación exacta por parte del participante.

Se busca contribuir en el estudio de la categorización numérica ya que se va a poner a prueba el entrenamiento de Laski y Siegler, para observar si hay un cambio en el desempeño en las comparaciones numéricas y en la estimación de la recta numérica. Esto debido a que en su estudio sólo comprueban que el grupo con retroalimentación mejoraba su ejecución.

Por último, es importante mencionar que si se puede realizar un entrenamiento exitoso en categorización el cual mejore las estimaciones en la recta numérica y las comparaciones, es posible mejorar el rendimiento en matemáticas. Sabemos que este desempeño tendrá un efecto en las habilidades en matemáticas específicamente en aritmética.

En el caso de México se necesitan intervenciones desde los primeros años escolares, debido a que estas deficiencias no se ven solventadas, provocando que al final de la primaria no cuenten con las habilidades necesarias para ingresar a la secundaria. Quizás podamos cambiar esto, aunque sea parcialmente, implementando un programa de entrenamiento en categorización numérica, lo cual es adecuado para niños al inicio de la primaria, con la finalidad de ayudarles a crear representaciones lineales de la recta numérica, mejorando así su razonamiento en estimación de magnitudes. Además, los resultados de este estudio pueden



contribuir al conocimiento de las habilidades necesarias para la comprensión de la aritmética durante los primeros años escolares.

## **Método**

### **Pregunta de investigación**

¿Cuál es el efecto del entrenamiento en categorización numérica sobre la representación de las magnitudes en tareas de categorización, comparaciones numéricas y estimación de la recta numérica?

### **Hipótesis**

A partir de los antecedentes en esta línea de estudio, se espera que el grupo experimental el cual recibe un entrenamiento en categorización numérica muestre un mejor desempeño en las tareas de categorización, comparaciones y estimación de la recta numérica, asimismo, que los datos de estimación de magnitudes en las diferentes tareas se ajusten a un modelo de representación lineal posterior al entrenamiento.

### **Participantes**

Un total de 21 niños de primero de primaria entre los 6 y 7 años los cuales fueron seleccionados a partir de un criterio de inclusión que consistió en contar 100 canicas y contar los números del 1 al 100 en una cartulina, los niños que no fueron seleccionados fallaron en ambas tareas, es decir, que no contaron correctamente hasta el 100 las canicas y los números. Posteriormente se dividieron aleatoriamente en dos grupos: control y experimental.

### **Materiales**

Se utilizó una computadora portátil Hp modelo 14-ck0004 con un monitor de 14 pulgadas y un control inalámbrico Xbox One estándar. La presentación de los estímulos y la

recolección de los datos se realizaron mediante el programa PsychoPy versión 3.0. Una red de canicas con 100 canicas y una bolsa donde colocarlas. Una cartulina blanca con los números del 1 al 100 impreso. Lápiz, goma, sacapuntas y las hojas impresas con la recta numérica.

## **Tareas**

### **1. Como criterio de inclusión**

Se realizaron dos tareas de conteo para seleccionar a los niños que estarían en el estudio, conteo con canicas y conteo en cartulina

#### Conteo con canicas

Para la tarea de conteo, el niño recibió instrucciones de contar en voz alta diciendo “Me regalaron unas canicas y no sé cuántas son, ¿Me ayudas a contarlas?” mientras el experimentador o el niño echaban las canicas una a una en una pequeña bolsa. Si el niño no podía comenzar a contar con la primera canica, el experimentador indicaba el conteo diciendo "Uno". La cuenta concluía cuando el niño indicaba que no podía ir más lejos o repetía una parte del conteo más de una ocasión o pronunciaba números al azar. El experimentador registró la cadena de conteo estable más larga del niño.

#### Conteo en cartulina

Se le pidió al niño que contara todos los números de la cartulina. Esta tenía los números del 1 al 100, Se comenzaba con el uno, si no recordaban algún número se les decía el número (generalmente eran el nombre de las decenas, se les decían hasta un máximo de 5 números), si no continuaba con el conteo se detenía la tarea, si el niño decía que no sabía más se suspendía el conteo y se registraba la cadena de conteo más larga.

## 2. Pruebas

Las pruebas a realizar para el pretest y el postest fueron 3: categorización numérica, comparaciones numéricas y estimación de la recta numérica.

### Categorización numérica

Se presentaron cinco imágenes de frascos de diferentes tamaños en la siguiente secuencia: uno muy grande a la derecha, uno grande, uno mediano en medio, uno chico y uno muy chico a la izquierda, cada uno estaba etiquetado con su categoría; se preguntó al niño en qué se diferenciaban los frascos, esperando una respuesta que indicara la discriminación de los diferentes tamaños. En caso de no hacerlo el experimentador le explicaba que la diferencia era el tamaño de los frascos. Posteriormente se le dieron las siguientes instrucciones: “Vamos a ver diferentes números. Algunos de estos números son muy chicos, algunos son chicos, algunos son medianos, otros son grandes o muy grandes y tenemos que colocarlos donde tu creas que van”.

Primero se le mostró el 1 y el 100 para señalar los extremos que fueron muy chico para el 1 y muy grande para el 100, recordándoles que más números vivían con ellos, después se les mostró los números 10, 30, 50, 70 y 90, que son los puntos medios de cada categoría se les preguntaba en que frasco lo pondrían, si no contestaban correctamente se les corrigió. Finalmente se mostraron al azar los números 2,3,5,8,12,17,21,26,34,39, 42, 46, 54, 58, 61, 67, 73, 78, 82, 89, 92 y 97, se les pidió que identificarán el número y seleccionaran el frasco donde colocarlo.

### Comparaciones numéricas

Debido a la impracticabilidad de presentar todos los pares posibles de los 22 enteros utilizados en la tarea de categorización, se seleccionaron 11 de los 22 números -la mitad de

los números de cada decena que se presentaron en la tarea de categorización - y se pidió a los niños comparar las magnitudes de los 55 pares posibles. Los números elegidos fueron 2, 8, 12, 26, 34, 42, 54, 67, 73, 89 y 97. Los pares de números fueron asignados aleatoriamente para cada niño a uno de dos bloques: el bloque " cuál es el más grande y el bloque " cuál es el más chico". El orden de los dos bloques se contrabalanceo, y el orden de los pares con cada bloque varió aleatoriamente entre los niños.

#### Estimación de la recta numérica

A los niños se les dio una hoja de papel con una línea horizontal de 25 cm impresa en el centro. El experimentador explicó la tarea diciendo " Una recta numérica es una línea con números a través de ella. Los números en la línea van desde el número más pequeño al número más grande, y los números van en orden, por lo que cada número tiene su propio lugar en la recta numérica." Luego se les dijo a los niños que dibujaran una línea vertical donde pensaran que cada número pertenecía a la recta numérica. Primero se marcaban las posiciones de 0, 50 y 100 en la línea para orientarles a los puntos finales y para asegurarse de que entendieran la tarea. Posteriormente se les entregó una hoja con el número "0" debajo del extremo izquierdo de la línea y el número " 100 " debajo del extremo derecho de la línea; una pequeña marca de sombreado vertical estaba encima de cada número.

Después, se presentaron exactamente los mismos números que se presentaron en la tarea de categorización es decir los 22 números presentados 2,3,5,8,12,17,21,26,34,39, 42, 46, 54, 58, 61, 67, 73, 78, 82, 89, 92 y 97. Se generó un orden aleatorio diferente de presentación para cada niño.

### 3. Entrenamiento

Para el entrenamiento se realizaron 3 tareas: puntos medios, tríada y números variables.

#### *Puntos medios*

A los niños se les presentaron 5 números (10, 30, 50, 70 y 90). Se colocaron cinco imágenes de frascos de diferentes tamaños: uno muy grande a la derecha, uno grande, uno mediano en medio, uno chico y uno muy chico a la izquierda. Cada imagen tenía una etiqueta de categoría (por ejemplo, "Muy Chico").

Los niños recibieron las siguientes instrucciones en la tarea de puntos medios:

“Hay cinco botes que son las casas de los números. Una de las casas es muy pequeña, una es pequeña, otra es mediana, una es grande y una que es muy grande. En las casas van los números entre 1 y 100. Ya que la casa muy chica, es demasiado pequeña van los números muy chicos como el 10, en la casa de los chicos van los números chicos como el 30, la casa de en medio van los números medianos como el 50, en la casa de los grandes van los números grandes como el 70; y en la casa de los muy grandes van los números muy grandes como el 90. En este juego, tu trabajo es ayudar a encontrar en qué casa van los números. Te mostraré un número y lo pondrás en la casa que le corresponde.”

Los cinco puntos medios se presentaron en orden aleatorio y se les dio retroalimentación. Si contestaban incorrectamente se les repetían las instrucciones para que notaran en qué casa iba el número y se les preguntaba nuevamente en qué casa iba el punto medio.

### *Triada*

A los niños se les presentaron 30 problemas de triadas: seis ensayos para cada una de las cinco categorías. Cada problema de la triada incluía tres números: un estándar, una elección incorrecta y una elección correcta. Los valores estándar siempre fueron el punto medio de la categoría, la elección correcta fue otro número de la misma categoría del punto medio; la elección incorrecta fue un número de una categoría diferente y, por lo tanto, más distante del punto medio.

Al comienzo de la tarea de la triada, a los niños se les indicó que su tarea consistía en ayudar a identificar los números con lo que comparten casa por lo que habría números "Muy Chicos", "Chicos", "Medianos", "Grandes" o "Muy Grandes". El experimentador entonces declaró que, en el juego, había una regla: "Los números Muy Chicos están cerca de 10; los Chicos están cerca de 30, los medianos están cerca del 50, los grandes están cerca del 70 y los muy grandes están cerca del 90 ". Las triadas se presentaron una a la vez, en la pantalla de la computadora. En cada ensayo, el experimentador identificó los números y la categoría. Por ejemplo, el experimentador dijo: "Esto es 30; 30 es un número Chico ¿Cuál de estos dos números 26 o 46, también es un número chico? " Las triadas se presentaron en orden aleatorio. Se les dio retroalimentación, diciendo que el número que contestaron no vivía en la misma casa del número del centro y se les preguntaba siguiendo el ejemplo anterior "El 46 no vive en la casa de los chicos porque está más cerca del 50 que es la casa de los medianos, ¿Cuál es el número que vive con el 30 en la casa de los chicos?".

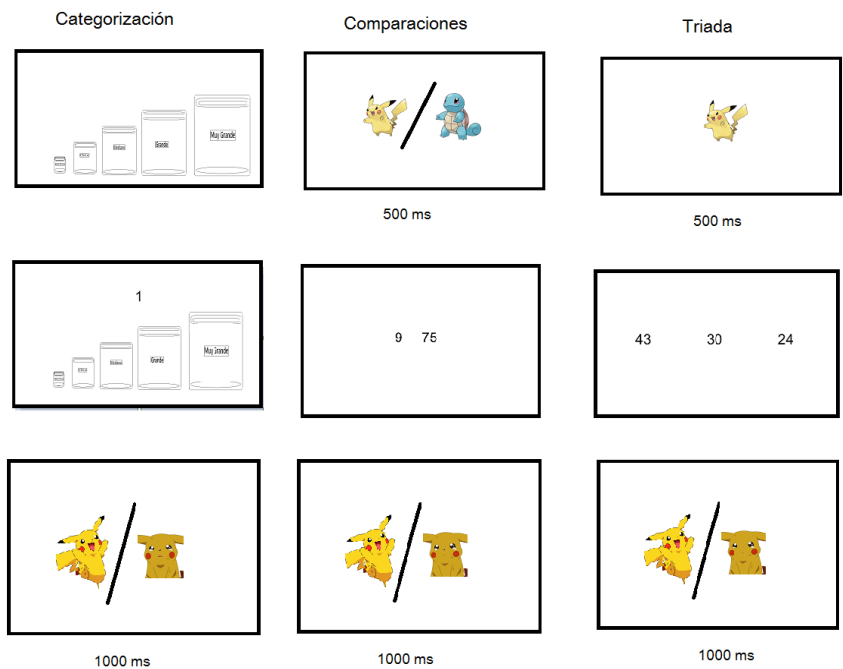
### *Números Variables*

Al principio de esta tarea, se les pidió a los niños que ubicaran 30 tarjetas en las casas: seis diferentes números de cada una de las cinco categorías. Todos los niños recibieron los 30 números en un orden aleatorio. Se les dijo a los niños que "Recordaran, que los números muy

chicos siempre están en la casa de los muy chicos, son los números cercanos al 10. La casa de los Chicos recibe a los números Chicos que están cerca del 30. La casa de los medianos obtiene números medianos que están cercanos al 50. En la casa de los Grandes, viven los números grandes que están cercanos al 70. La casa de los Muy Grandes, viven los números muy grandes que están cerca del 90”. Se le presentaron los 30 números que ubicaron en la categoría que ellos creían. Se les dio retroalimentación. Si su respuesta era incorrecta se les daba la respuesta correcta “El 21 no vive en la casa de los medianos, el 21 vive en la casa de los chicos pues es un número cercano al 30” (Ver Figura 4 para identificar el procedimiento de las tareas de categorización, comparaciones y triada).

**Figura 4**

*Procedimiento experimental de las tareas de categorización, comparaciones y triada*



**Escenario**

En un salón amplio con una mesa grande y conexión a electricidad, a un costado de la dirección de la Escuela Primaria Venustiano Carranza.

## **Diseño**

Estudio experimental, transversal, mixto con dos grupos independientes: grupo control y experimental con pre y post-test.

## **Variables**

### **Dependientes**

Categorización numérica medida con el porcentaje de aciertos en la tarea.

Comparaciones numéricas medida con el porcentaje de aciertos en la tarea.

Estimación de la recta numérica medida con el porcentaje de error absoluto en la estimación.

### **Independiente**

Entrenamiento con retroalimentación proporcionada en las tareas: grupo experimental con entrenamiento y grupo control sin entrenamiento.

## **Procedimiento**

### **Fase 1 Criterio de inclusión**

En una sesión se realizaron las tareas de conteo (canicas y cartulina) pasaron a la siguiente fase los niños que contaron hasta el 100 en una o ambas tareas.



## **Fase 2 Experimental**

### **- Pretest**

El orden de presentación de las tareas de prueba (categorización numérica, comparaciones numéricas y estimación de la recta numérica) fueron contrabalancedas para los niños y estas se realizaron en una sola sesión.

### **- Entrenamiento**

Se asignó al azar a los niños que estarían en el grupo experimental, que recibiría el entrenamiento en categorización numérica durante 4 sesiones. Cada sesión tuvo una duración aproximada de 15 min, en la primera sesión se realizó la tarea de puntos medios, en otra sesión la tarea tríada, en la siguiente sesión se realizó la tarea de números variables en orden creciente y la última sesión de entrenamiento se aplicó la tarea de números variables en orden aleatorio.

### **- Posttest**

En esta fase se realizaron las 3 tareas de prueba de la fase de pretest, también se contrabalanceo el orden de las tareas y se realizaron en una sola sesión.

El posttest para ambos grupos se llevó a cabo al final del mes de noviembre e inicio de diciembre, pasaron las vacaciones decembrinas, al regreso se empezó el entrenamiento con el grupo experimental, al término se realizó el posttest al grupo experimental y finalmente el grupo control realizó el posttest. Es decir, el intervalo entre el posttest y el entrenamiento fue de un mes, mientras que el intervalo entre el pre y posttest fue de 2 meses para el grupo experimental y 3 meses para el grupo control.

## Análisis de datos

Para describir la categorización numérica se obtuvo la media de los valores por categoría, 1 muy chico, 2 Chico, 3 Mediano, 4 grande y 5 muy grande, cada participante colocaba el número en la categoría de su elección se le asignaba el valor de la categoría (1-5), a partir de las frecuencias de respuestas de los niños por cada número y categoría de cada grupo, se calculó el valor medio para cada uno de los 22 números a categorizar, asimismo se calcularon las desviaciones absolutas de la categorización media para cada número y la categoría correcta, a los cuales se aplicaron las funciones lineales y logarítmicas para ver el mejor ajuste.

Para las comparaciones indicadas por el diseño, se calculó la proporción media correcta por grupo. En la recta numérica se obtuvo el porcentaje de error absoluto de las estimaciones, así como la función de mejor ajuste a los datos; para analizar la precisión de las estimaciones de líneas numéricas, se calculó el porcentaje de error absoluto de cada niño:

$$| (\text{Estimación} - \text{Cantidad estimada}) / (\text{Escala de estimaciones}) |$$

Estimación: es la cantidad que se muestra, es decir el número impreso

Cantidad estimada: es el número donde coloco la marca el participante

Escala de estimaciones: en este caso es 100 ya que son números del 0 al 100

Para probar si el cambio hipotético logarítmico a lineal estaba presente, se examinó el ajuste de las funciones lineal y logarítmica a la estimación media de la magnitud de cada número que fue generado por los niños.

Para comprobar si hay un efecto en el desempeño de las tareas de comparaciones, categorización y estimación de la recta numérica, en función de la intervención (entrenamiento), se realizó un análisis de varianza ANOVA mixto con factor intra-sujeto

pretest y posttest, y un factor inter-sujeto grupo control o experimental. Se plantearon las siguientes hipótesis estadísticas a probar:

### **Efectos principales**

Categorización numérica

$H_0$  La puntuación media obtenida en la prueba de categorización de los dos grupos no varía.

$H_1$  La puntuación media obtenida en la prueba de categorización es diferente en función del grupo.

$H_0$  La puntuación media obtenida en la prueba de categorización entre el posttest y el pretest no varía.

$H_1$  La puntuación media obtenida en la prueba de categorización entre el posttest y el pretest son diferentes.

Comparaciones numéricas

$H_0$  La puntuación media obtenida en la prueba de comparaciones numéricas de los dos grupos no varía.

$H_1$  La puntuación media obtenida en la prueba de comparaciones numéricas es diferente entre los grupos.

$H_0$  La puntuación media obtenida en la prueba de comparaciones numéricas entre el posttest y el pretest no varía.

$H_1$  La puntuación media obtenida en la prueba de comparaciones numéricas entre el posttest y el pretest son diferentes.

Estimación de magnitudes en la recta numérica

$H_0$  La puntuación media de proporción de error obtenida en la prueba de estimación de magnitudes en la recta numérica de los dos grupos no varía.

$H_1$  La puntuación media de proporción de error obtenida en la prueba de estimación de magnitudes en la recta numérica es diferente entre los grupos.

$H_0$  La puntuación media de proporción de error obtenida en la prueba de estimación de magnitudes en la recta numérica entre el posttest y el pretest no varía.

$H_1$  La puntuación media de proporción de error obtenida en la prueba de estimación de magnitudes en la recta numérica entre el posttest y el pretest son diferentes.

### **Efecto de interacción**

Categorización

$H_0$  La diferencia entre medias del pretest y posttest de la tarea de categorización no varía en función del grupo.

$H_1$  La diferencia entre medias del pretest y posttest de la tarea de categorización es diferente en función del grupo.

Comparaciones

$H_0$  La diferencia entre medias del pretest y posttest de la tarea de comparaciones no varía en función del grupo.

$H_1$  La diferencia entre medias del pretest y posttest de la tarea de comparaciones es diferente en función del grupo.

Recta numérica

$H_0$  La diferencia entre medias de proporción de error del pretest y posttest de la tarea de estimación de magnitudes en la recta numérica no varía en función del grupo.

$H_1$  La diferencia entre medias de proporción de error del pretest y posttest de la tarea de estimación de magnitudes en la recta numérica es diferente en función del grupo.

### **Apego a las normas éticas**

De acuerdo con el Código ético del psicólogo de la Sociedad Mexicana de Psicología (2009) los artículos considerados en la aplicación de esta investigación fueron 2, 8, 16, 36, 47, 48 y 49. Los cuales se siguieron en todo el desarrollo e implementación de este estudio

### **Resultados**

De los niños y las niñas participantes, se seleccionaron los 21 que cumplieron el requisito de contar hasta el 100 en alguna de las dos modalidades: contar canicas o contar los números en una cartulina.

A continuación, se describen los datos obtenidos del desempeño de los participantes en cada una de las tareas en las fases pre y post entrenamiento.

### **Categorización**

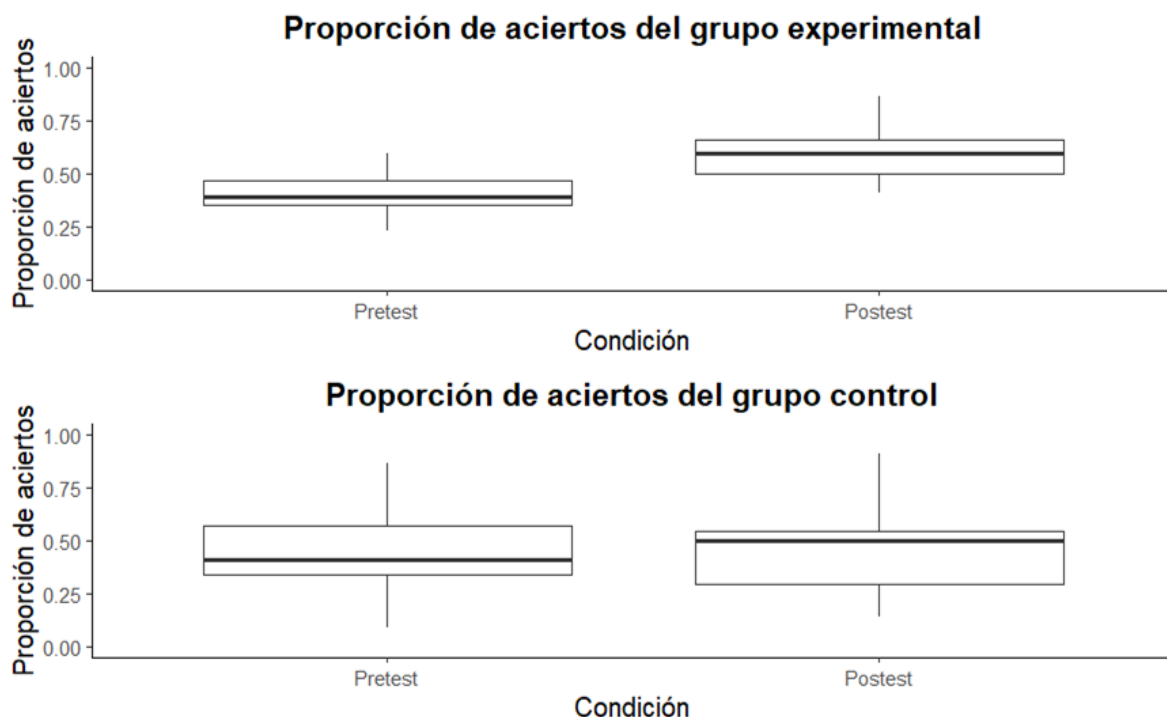
Para conocer los resultados de los niños en la tarea de categorización lo primero que se hizo fue un diagrama de caja (ver figura 5), para conocer las características de la distribución de los datos en cada grupo (control y experimental) y condición (pre-post entrenamiento). Como se puede observar en ambos grupos en la condición pretest hay un sesgo positivo es decir un sesgo a proporciones de aciertos menores, en el caso del grupo

experimental la mediana se ubicó el 0.39 y en el control fue de 0.41 y en el caso del grupo control los datos se encuentran entre 0.09 a 0.86 lo que resulta en mayor variabilidad.

En la condición posttest el sesgo en ambos grupos es negativo: es decir tanto el grupo experimental como el control aumentaron la proporción de aciertos, en el caso de la mediana los grupos llegaron al 0.5. A pesar del sesgo en las distribuciones, el test de normalidad de Shapiro-Wilk para cada grupo y en cada condición, con un nivel de significancia de 0.05, indica que las distribuciones de los datos no son significativamente diferentes de una distribución normal. Valores observados para el grupo experimental en la condición de pretest y en el posttest:  $W = 0.97$ ,  $p\text{-value} = 0.97$ ;  $W = 0.94$ ,  $p\text{-value} = 0.62$ , respectivamente. Valores observados para el grupo control en las condiciones pretest y posttest  $W = 0.97$ ,  $p\text{-value} = 0.86$ ;  $W = 0.93$ ,  $p\text{-value} = 0.26$ .

### Figura 5

*Diagramas de caja de la proporción de aciertos en la tarea de categorización numérica divididas por grupo y condición*



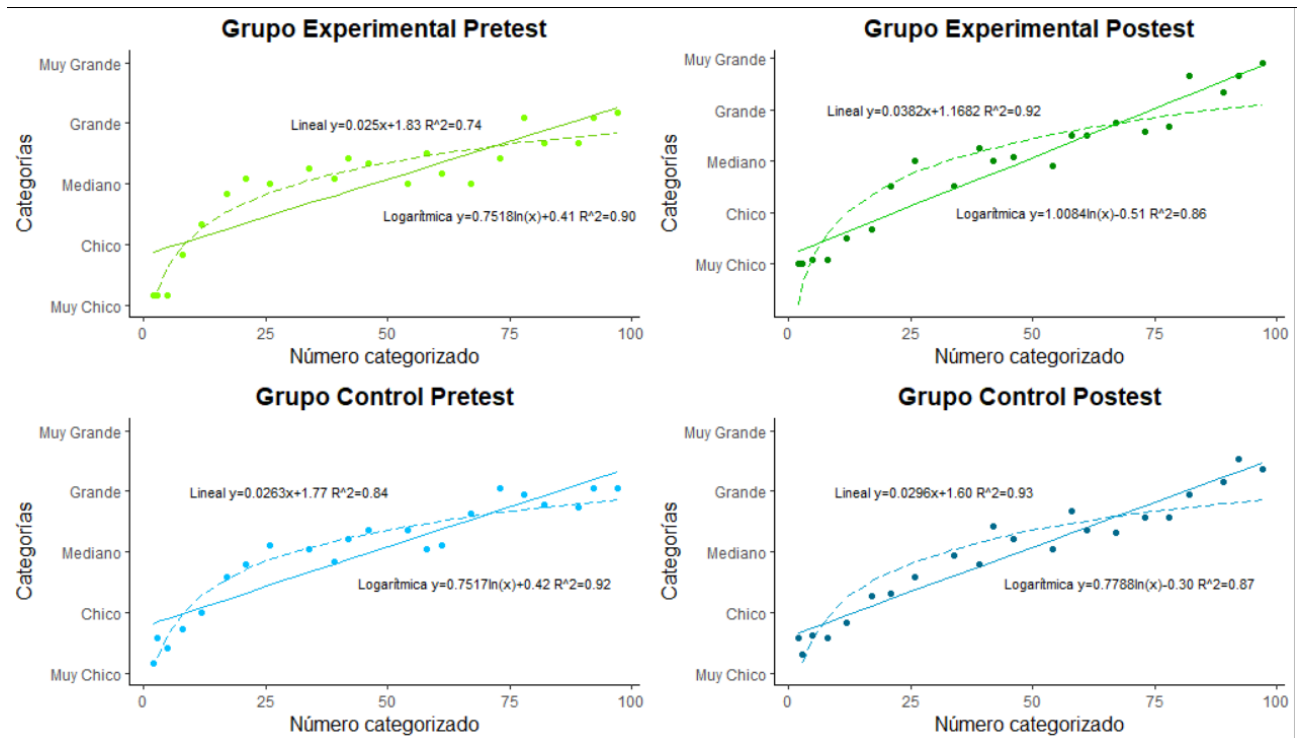
Nota: En la prueba de normalidad, los valores observados para el grupo experimental en la condición de pretest y en el posttest:  $W = 0.97$ ,  $p\text{-value} = 0.97$ ;  $W = 0.94$ ,  $p\text{-value} = 0.62$ , respectivamente. Los valores observados para el grupo control en las condiciones pretest y posttest  $W = 0.97$ ,  $p\text{-value} = 0.86$ ;  $W = 0.93$ ,  $p\text{-value} = 0.26$ .

Con respecto a las medidas descriptivas, la media de proporción de aciertos en esta tarea fue para el grupo experimental de 0.40 (SD 0.1) , el grupo control obtuvo una media de 0.44 (SD 0.19); en contraste, el desempeño promedio después del entrenamiento para el grupo experimental aumentó a 0.60 (SD 0.14), mientras que para el control se mantuvo muy similar la proporción promedio de desempeño 0.45 (SD 0.2).

Para identificar si la clasificación de los números se ubicaba de acuerdo con la categoría esperada, y si esta relación número-categoría se comporta de acuerdo con un modelo lineal o logarítmico, se graficaron las respuestas de los niños por grupo experimental o control, en las dos condiciones pretest y postest, ajustando tanto una función lineal como una función logarítmica (ver figura 6). Se observó que en ambos grupos en la condición pretest el ajuste de la función logarítmica fue mayor que el ajuste de la lineal (Ver figura 6). En el postest, la función lineal es la que mejor se ajustó a los datos en ambos grupos.

**Figura 6**

*Resultados de la categorización por grupo y condición*



*Nota:* En el eje Y se encuentran las categorías “Muy Chico”, “Chico”, “Mediano”, “Grande” y “Muy Grande”. En el eje X los números categorizados. La línea punteada representa la función logarítmica, se encuentra por debajo de los datos la función y la línea continua representa la función lineal, aparece la función en la parte de arriba de los datos.

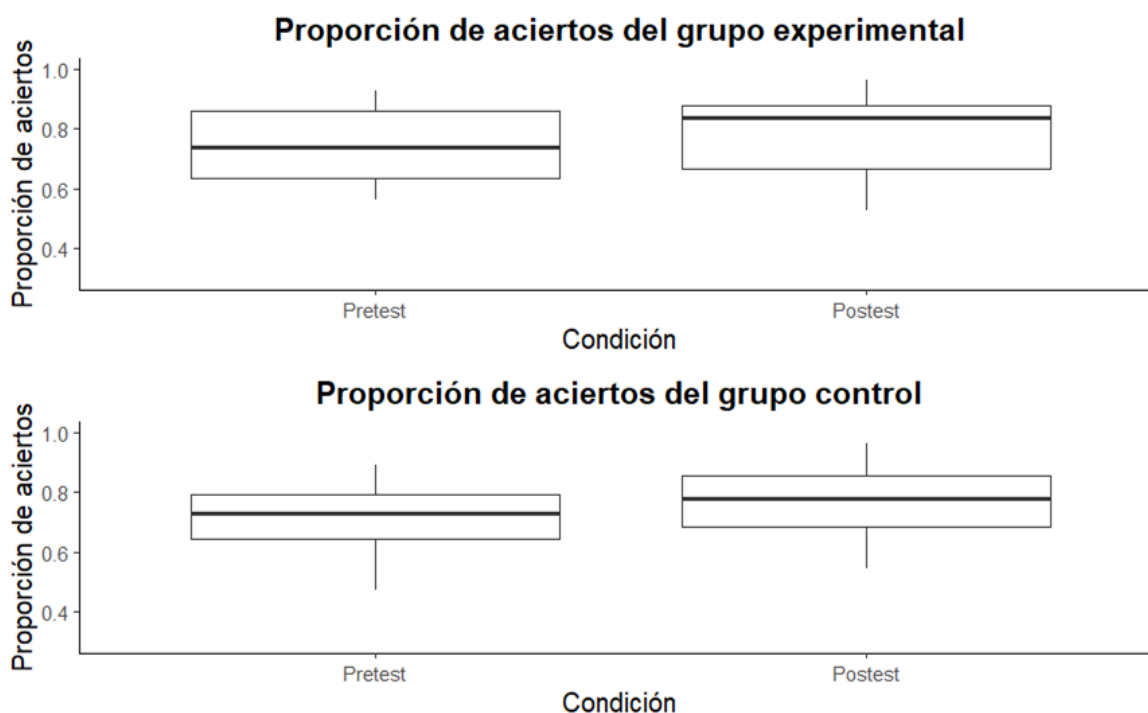
### **Comparaciones**

Con respecto a los resultados de las comparaciones lo primero que se hizo fue un diagrama de caja (ver figura 7), para conocer la distribución de los datos en cada grupo (control y experimental) y condición (pre-post entrenamiento). Como se puede observar en ambos grupos y en ambas condiciones hay un sesgo negativo, obteniendo proporción de aciertos altos, a pesar del sesgo en las distribuciones. El test de normalidad de Shapiro-Wilk para cada grupo y en cada condición, indica que las distribuciones no son significativamente diferentes de una distribución normal.



**Figura 7**

*Diagramas de caja de la proporción de aciertos en la tarea de comparaciones divididas por grupo y condición*



Nota: La prueba de normalidad arrojó los siguientes valores: para el grupo experimental en la condición de pretest y en el posttest:  $W = 0.92$ ,  $p = 0.28$ ;  $W = 0.91$ ,  $p = 0.22$ , respectivamente); para el grupo control en las condiciones pretest y posttest ( $W = 0.95$ ,  $p = 0.47$ ;  $W = 0.95$ ,  $p = 0.53$ ).

En relación con las medidas descriptivas, en el pretest la media de proporción de aciertos en esta tarea fue para el grupo experimental de 0.73 (SD 0.13), el grupo control obtuvo una media de 0.71 (SD 0.11); en contraste los aciertos después del entrenamiento en el grupo experimental fueron de 0.77 (SD 0.14) y el control obtuvo 0.77 (SD 0.10).

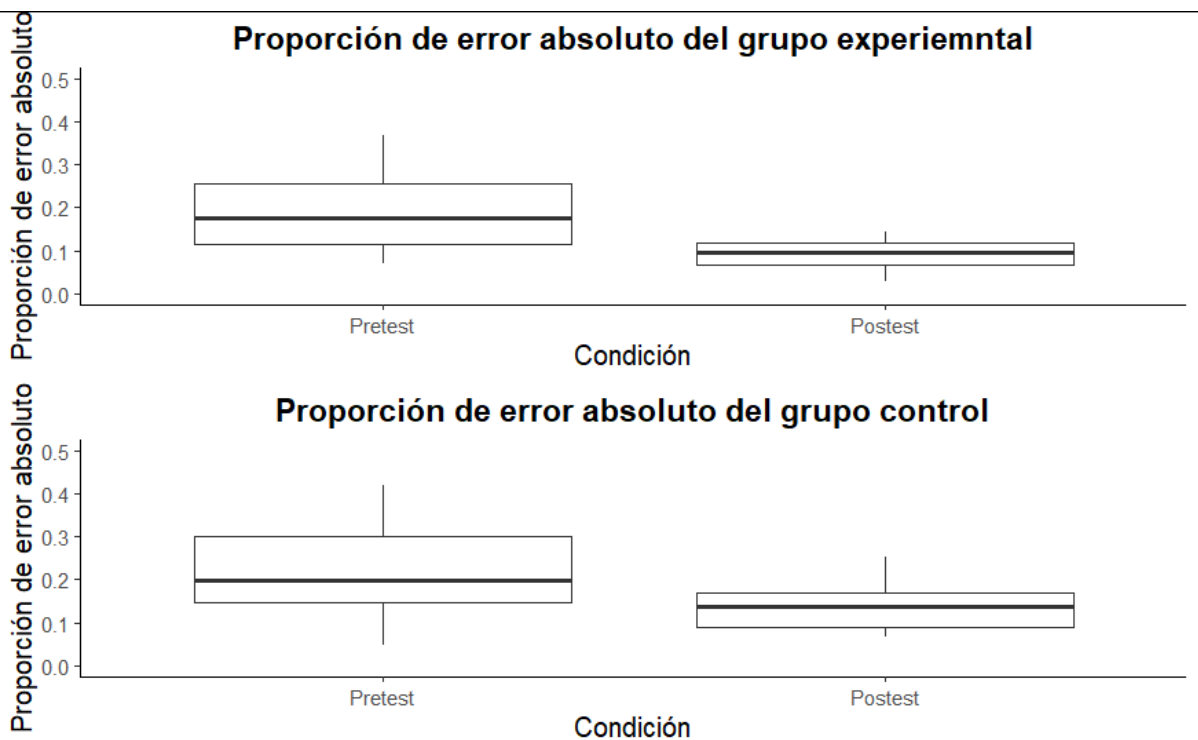
### **Estimación de la recta numérica**

Para conocer los resultados de los niños en la estimación de la recta numérica, se realizó un diagrama de caja (ver figura 8) para conocer las características de la distribución de los datos en cada grupo (control y experimental) y condición (pre-post entrenamiento). Como

se puede observar en ambos grupos en la condición pretest hay un sesgo negativo es decir un sesgo a proporciones de error mayores y en la condición posttest el sesgo en ambos grupos es positivo se acercan a proporciones de errores menores, a pesar del sesgo en las distribuciones, el test de normalidad de Shapiro-Wilk para cada grupo y en cada condición, con un nivel de significancia de 0.05, indica que los datos se ajustan a una distribución normal (Valores observados para el grupo experimental en la condición de pretest y en el posttest:  $W = 0.95$ ,  $p\text{-value} = 0.68$ ;  $W = 0.96$ ,  $p\text{-value} = 0.78$ , respectivamente). Valores observados para el grupo control en las condiciones pretest y posttest ( $W = 0.96$ ,  $p\text{-value} = 0.23$ ;  $W = 0.92$ ,  $p\text{-value} = 0.11$ ).

**Figura 8**

*Diagramas de caja de la proporción de error absoluto en la estimación de la recta divididas por grupo y condición.*



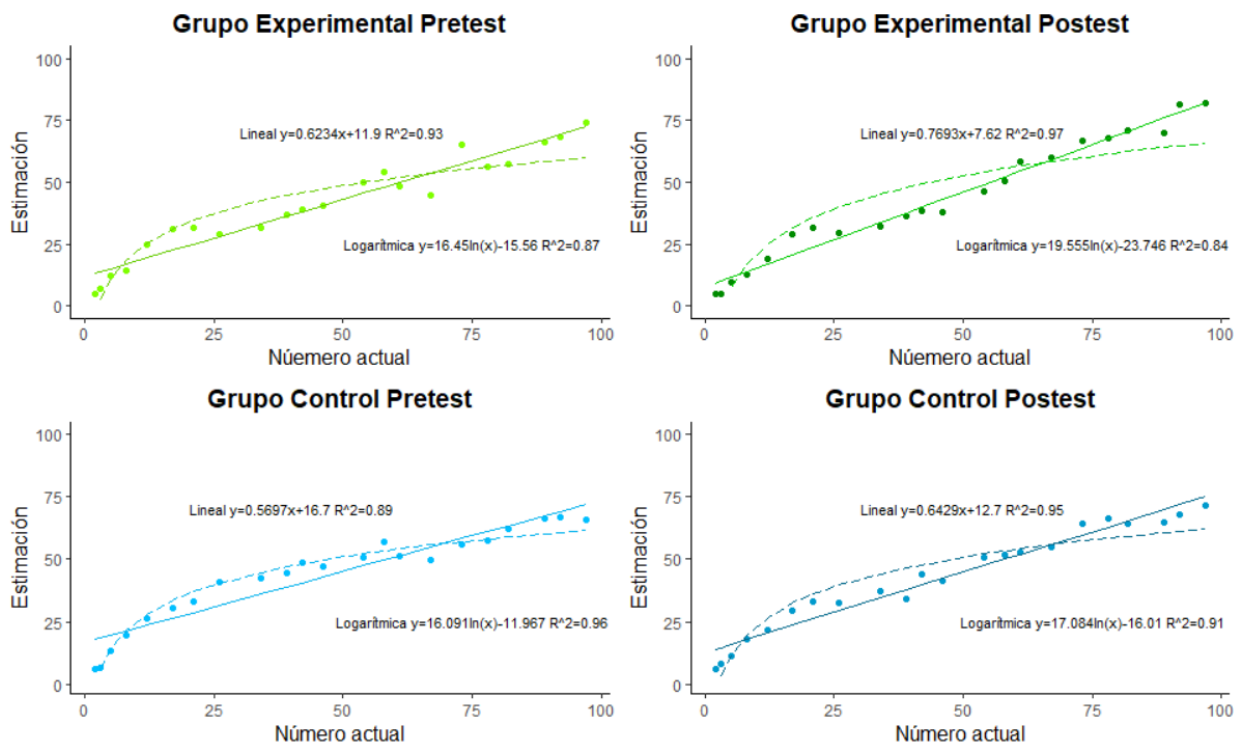
Nota: Resultados de la prueba de normalidad para el grupo experimental en la condición de pretest y en el posttest:  $W = 0.95$ ,  $p\text{-value} = 0.68$ ;  $W = 0.96$ ,  $p\text{-value} = 0.78$ , respectivamente). Para el grupo control en las condiciones pretest y posttest ( $W = 0.96$ ,  $p\text{-value} = 0.23$ ;  $W = 0.92$ ,  $p\text{-value} = 0.11$ ).

Con respecto a las medidas descriptivas, la media del porcentaje de error absoluto del grupo experimental en el pretest fue de 19% (SD 9), del grupo control fue de 21% (SD 10), después del entrenamiento con el grupo experimental la media fue de 9% (SD 3), y el grupo control 13% (SD 4).

Con respecto a la función de ajuste de los datos los podemos ver en la figura 9, donde se ven las respuestas de los niños por grupo experimental o control, en las dos condiciones pretest y postest. En la condición pretest la proporción reducida de error de la función logarítmica fue mayor que la lineal, para ambos grupos; lo contrario en la condición postest donde la proporción reducida de error fue mayor en la función lineal. Los resultados por grupo indicaron para el control en el pretest una  $R^2 = .89$  para el modelo lineal y  $R^2 = .96$  para el logarítmico; en este mismo grupo en la condición postest el modelo lineal tiene un valor de  $R^2 = .95$  y el modelo logarítmico  $R^2 = .91$ . A su vez, en el grupo experimental en la condición pretest el modelo lineal tiene una  $R^2 = .93$  y el modelo logarítmico  $R^2 = .87$ ; en la condición postest la  $R^2 = .97$  para el modelo lineal y el valor para el modelo logarítmico es  $R^2 = .84$ . Los datos indican la distribución de los datos en la condición postest, se ajusta mejor al modelo de función lineal.

**Figura 9**

*Estimaciones de los números de la recta por grupo y condición*



*Nota:* El eje Y es la estimación de los participantes, el eje X es el número a estimar. La línea punteada es la función logarítmica y se encuentra la función por debajo de los datos. La línea continua es la función lineal y la función se encuentra por encima de los datos.

### **Efecto del entrenamiento sobre las tareas**

Como se describió anteriormente, con respecto a su desempeño en el pretest, el grupo experimental mejoró en las tres tareas (categorización, comparaciones, y recta numérica).

Aunque no mejoró en la categorización, el grupo control también mejoró en las comparaciones y en la recta numérica.

Para comprobar si estos efectos se pueden atribuir al entrenamiento en las tareas de categorización, comparaciones y la estimación de la recta, se analizaron los datos de las tres tareas con un análisis de varianza para medidas repetidas (pre-post entrenamiento) con un factor independiente (grupo control y experimental). Se satisfacen los criterios de homogeneidad de varianzas, en todos los casos y fueron mayores de 0.5.

Los resultados del análisis de varianza permiten inferir lo siguiente respecto de las hipótesis nulas planteadas:

#### Efectos de grupo

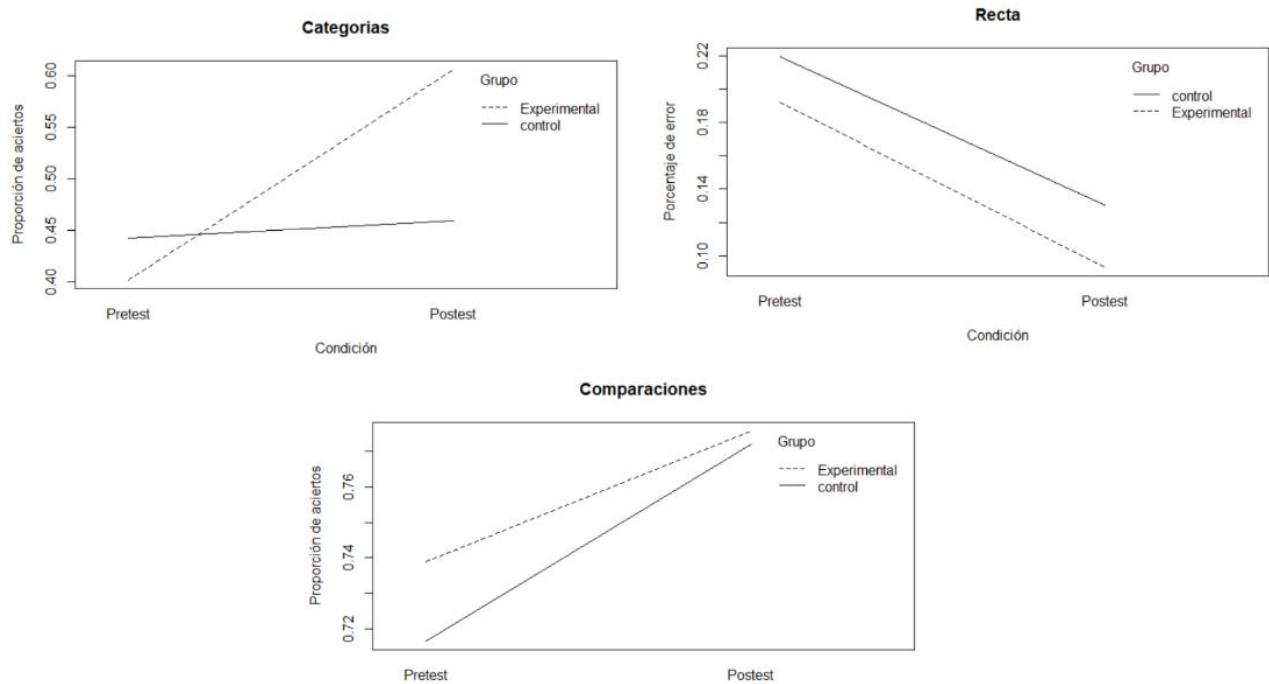
Se puede inferir que la diferencia entre medias del pretest y postest de la tarea de categorización fueron significativa ( $F(1,29)=20.60$   $p < 0.0001$ ), así como también, la diferencia entre medias del pretest y postest de la tarea de comparaciones ( $F(1,29)=11.11$   $p=0.0024$ ) y la diferencias entre la media del pretest y el postest en la estimación de magnitudes ( $F(1,29)=25.31$   $p < 0.0001$ ).

#### Efecto de interacción

En la Figura 10 podemos observar que la proporción de aciertos en el pretest en la tarea de categorización el grupo experimental está por debajo del control, mientras que en el postest mejora, esta diferencia fue significativa ( $F(1,29) = 14.84$   $p=0.0006$ ). En el caso de las comparaciones ambos grupos mejoraron su desempeño y no se observan efectos significativos de interacción entre condición y grupo; finalmente en la estimación de la recta ambos grupos mejoraron su desempeño (es decir, redujeron su proporción de error) y el análisis no arroja efectos interacción entre condición y grupo en este caso tampoco.

**Figura 10**

*Gráficas de interacción de cada tarea por grupo y condición*



Los resultados muestran que en las tareas de comparaciones y estimación de la recta los niños mejoraron en el postest independientemente del entrenamiento, en el caso de las categorías el entrenamiento si tuvo un efecto en los resultados, en comparación con el grupo control, pues el grupo experimental mejoró más entre el pretest y el postest salió mejor.

## **Discusión**

El propósito de esta investigación fue determinar si el entrenamiento con retroalimentación de Laski y Siegler (2007) mejora el desempeño en de niños y niñas en tareas de categorización numérica, comparaciones y estimación de la recta; además, si en los datos de estimación de magnitudes en las diferentes tareas cambia el ajuste de un modelo logarítmico a un modelo lineal como resultado del entrenamiento. Al realizar los análisis de los datos de la muestra de estudio, se observa que los resultados satisfacen parcialmente lo

esperado y resulta acorde a lo reportado en otras investigaciones. A continuación, se presenta la interpretación de los resultados obtenidos, organizados de acuerdo con cada una de las tareas incluidas en el diseño.

### **Categorización**

Los resultados demostraron que hay una diferencia entre el grupo control y el grupo experimental, lo que comprueba la hipótesis de que la puntuación media de aciertos variaría entre grupos, a favor del grupo experimental. De igual forma se encontró que entre las condiciones pretest y postest había una diferencia significativa, el desempeño siendo mejor en el postest.

Los niños en el pretest tienen un desempeño menor al 50% de aciertos, después del entrenamiento el grupo experimental aumentó 20 puntos porcentuales, comparada con el grupo control que no mejoró su desempeño, lo cual sugiere que el grupo experimental mejoró debido al entrenamiento. Esto es consistente con lo encontrado por Laski y Siegler (2007) en donde los niños mejoraron en la tarea de categorización después del entrenamiento en contraste con el grupo control que no mostró un mejor desempeño en la tarea.

Respecto de la función ajustada a los datos la hipótesis no se comprobó, debido a que, a pesar de que antes del entrenamiento el mejor ajuste era para una función logarítmica en ambos grupos, después del entrenamiento, el modelo lineal ajusta a los datos, pero también en ambos; se infiere que el cambio ocurrió independiente del entrenamiento, lo que contrasta con lo encontrado por Laski y Siegler (2007) y Opfer y Thompson (2008).

Los resultados de esta tesis y la discrepancia respecto de estudios previos, pueden explicarse por distintos factores como por ejemplo el tiempo transcurrido entre el pretest y el postest, debido a que el pretest se realizó en los meses de noviembre y diciembre para ambos

grupos, pero el posttest se realizó en el grupo experimental en enero y para el control en febrero, esto implica que los niños del grupo control tuvieron un tiempo adicional de exposición a la instrucción ordinaria lo que pudo estar asociado con su desempeño en tareas de magnitudes, por lo que la función lineal se ajustó con un buen nivel al desempeño en esta tarea; se debe considerar además el planteamiento de Opfer y Thompson (2008) quienes indican que el cambio de una función logarítmica a lineal en la estimación de magnitudes en la recta numérica se debe a la experiencia con las magnitudes, en este caso podemos decir que los niños tuvieron un mes más de experiencias con los números en el salón de clases y en su vida cotidiana que pudieron contribuir a una mejor comprensión.

Otro factor es el propio desarrollo cognitivo que en la estimación de magnitudes se observa en la transición de una representación logarítmica a lineal. Al inicio los niños utilizan representaciones logarítmicas de las magnitudes numéricas ya que son muy importantes para estimaciones rápidas, pero al entrar a un sistema numérico formal donde las magnitudes aumentan linealmente, tener una representación logarítmica puede interferir con la estimación precisa que exige el ambiente, debido a que se sobre estiman los números pequeños y se subestiman los grandes (Opfer y Thompson, 2008).

La educación formal, las experiencias con los números en la vida cotidiana y en la escuela, fomentan una mejor comprensión de las magnitudes lo cual se vio reflejado en el estudio, ya que ambos grupos hicieron una transición de la una función logarítmica a lineal.

Se sugiere que una forma de controlar los efectos de la experiencia en el aula y el nivel de desarrollo, es que se realicen las mediciones post-entrenamiento al mismo tiempo para ambos grupos, considerando que la diferencia sea sólo el factor de entrenamiento; asimismo, orientar el estudio con niños de diferentes edades para ver si el efecto del entrenamiento en categorización es distinto en función de la edad, incluso incorporando una



medida controlada del nivel de desempeño y manejo de los números para distinguir grupos con y sin rezago, o bien, muestras de niños con desarrollo atípico, o niños de diversas escuelas, públicas y privadas y de contextos sociales diferentes, para ver si la categorización se asocia con su desempeño en la estimación de magnitudes.

## **Comparaciones**

Los resultados mostraron que no hay diferencias entre el grupo control y experimental, pero al comparar las condiciones pretest y posttest las diferencias fueron significativas teniendo un mejor desempeño en el pretest. Es así como no se comprueba la hipótesis de que el entrenamiento en categorización tendría un efecto en las comparaciones, mejorando su desempeño.

Ambos grupos tenían un porcentaje de aciertos mayor al 70% previo al entrenamiento, y después del entrenamiento el porcentaje aumentó hasta el 77%, lo que sugiere que el entrenamiento no tuvo ningún efecto. Es probable que el incremento esté asociado con la enseñanza ordinaria recibida en el aula o con las situaciones de su vida cotidiana. Revisando el plan de estudios de la educación básica se encontró que las comparaciones numéricas son una actividad que se realiza cotidianamente en el aula, tanto del preescolar como en el primer año de educación primaria (SEP, 2017). A pesar de que los niños mostraban un buen desempeño al inicio de la tarea, el entrenamiento en categorización de acuerdo con Laski y Siegler (2007) podría mejorar el desempeño, razón por la que se consideró realizar el entrenamiento a partir de la propuesta planteada por estos autores de “divide y vencerás”, lo que quiere decir es que el entrenamiento en categorización da información sobre las magnitudes que permite trasladarse a las comparaciones u otras tareas.

De acuerdo con los datos el cambio no puede atribuirse necesariamente al entrenamiento en categorización, lo que parece ser contradictorio a lo planteado en la

investigación previa; esto se puede deber a que el rango de números ya era familiar a los participantes, en otras palabras, dado que niños y niñas ya podían contar los números del 1 al 100. Se puede suponer una comprensión más o menos precisa de la secuencia ordenada de los números al contar, puede que les permitía compararlos con facilidad para cumplir con el requisito de la tarea, lo que indica que no existe la necesidad de facilitar la tarea usando otros recursos numéricos como la categorización. Esta posible explicación puede ser sometida a prueba en futuras investigaciones, por lo que se sugeriría en una investigación donde no se aplique el criterio de inclusión (conteo) y hacerlo en un rango de datos que no conozcan los niños por ejemplo en preescolar del 1 al 100 (Laski y Siegler, 2007) y en primero de primaria del 1 al 1000 (Opfer y Thompson, 2008), o preguntarles a los niños el porqué de su respuesta.

Los resultados mostraron que los niños de primero de primaria son muy buenos al comparar números, ya sea para encontrar al más grande o a el más pequeño, esto se puede deber a los efectos de distancia y magnitud, el efecto de la distancia consiste en que entre mayor sea la distancia entre dos números es más precisa y rápida la respuesta, por ejemplo 18 vs 73 comparada con 23 vs 29 que es más lenta y menos precisa la respuesta (Laski y Siegler, 2007), al parecer las comparaciones presentadas en el estudio fueron muy fáciles de responder.

Por otro lado, el efecto de la magnitud dice que entre más pequeñas sean las magnitudes más rápida y acertada es la respuesta, por ejemplo, el 2 vs 5 es más rápido de contestar y es más acertada la respuesta en comparación de 52 vs 55, que a pesar de ser la misma distancia entre los números las magnitudes afectan (Laski y Siegler, 2007). De acuerdo con los resultados los niños pudieron contestar correctamente las comparaciones sin importar la magnitud, es decir sin importar si eran cantidades pequeñas o grandes.

En la tarea de comparaciones no se controló ninguno de estos efectos lo cual tuvo repercusiones en los resultados pues hubo comparaciones muy sencillas como 2 vs 8 donde la distancia entre los números es de 5 y las magnitudes son pequeñas, por lo que se responden correctamente. Se sugiere hacer comparaciones donde estos efectos se controlen, poniendo comparaciones con mayor grado de dificultad. Si aumentamos la dificultad de las comparaciones haciendo comparaciones con diferentes razones de contraste más cercanas a 1 y con números grandes, podríamos valorar si la categorización puede facilitar la comprensión de las comparaciones.

Podemos concluir respecto de los datos observados en esta tarea, que la familiaridad de los participantes al rango de números, al requisito de la tarea (hacer comparaciones numéricas) y a la práctica, son factores que deben ser controlados en estudios como los que se presentan en esta tesis.

### **Estimación de la recta numérica**

Las diferencias entre las medidas de proporción de aciertos del pretest y el postest no varía en función del grupo, ya que ambos mejoraron en el postest, independientemente del entrenamiento, lo cual no comprueba la hipótesis de que el entrenamiento en categorización mejoraría la estimación de magnitudes en la recta numérica.

La proporción de error absoluto disminuyó después del entrenamiento para ambos grupos el control y el experimental disminuyendo más de 5 %, esto concuerda con lo encontrado en el estudio de Laski y Siegler (2007) en el sentido de la disminución del error absoluto en el grupo experimental, pero no en el control; se puede argumentar que esta distinción se debe a dos aspectos: a que los niños ya estaban familiarizados con el rango de datos, es decir los números del 1 al 100, ya fueran las canicas o los números en la cartulina, lo que podemos observar en la representación lineal de los números. De acuerdo con Awotwi

(2017) los números que son familiares para los niños tiene una representación lineal en la estimación de magnitudes en la recta numérica.

El otro aspecto que afectó fue la forma en cómo se explicó la tarea ya que se mencionaron 3 puntos de referencia, los extremos 0 y 100, y el centro 50; esta condición probablemente facilitó a niños y niñas el cumplimiento del requisito de la tarea. Debido al proceso analógico descrito por Sullivan y Barner (2014), que consiste en establecer una relación entre los elementos de la lista numérica y los puntos espaciales de referencia de la recta, usar tres referentes puede ser un facilitador.

Con respecto a la función lineal, se encontró para ambos grupos un nivel de ajuste mayor al 85% de la función lineal a la distribución de datos, incluso antes del entrenamiento, posterior a este el ajuste aumentó a más de 94% en ambos grupos. Este cambio se esperaba de acuerdo con Siegler y Booth (2004), quienes reportaron resultados similares cuando compararon preescolares y niños de segundo grado, se presentaba la transición de una función logarítmica a lineal en función del grado escolar. De acuerdo con los resultados podemos ver que ya desde el inicio a la educación primaria se observan estos ajustes lineales a los datos en tareas de estimación en la recta numérica como encontraron Siegler y Booth (2004) en niños de primero de primaria en un rango familiar de números, lo que sugiere una mejor comprensión de las magnitudes numéricas (Opher y Thompson, 2008).

En lo general, los aspectos a considerar en las representaciones logarítmicas o lineales son tres: el rango numérico, la edad y la experiencia con este rango (Dackermann et al., 2015 en Friso-van des Bos et al., 2018), se explicará a continuación cada uno.

El rango numérico estudiado fue del 0 al 100, es importante recalcar que Laski y Siegler (2007) realizaron el entrenamiento en niños de preescolar que no necesariamente conocían los números del 1 al 100 y, por otro lado, Opfer y Thompson (2008) ampliaron el

rango para los niños de primero de primaria del 1 al 1000; tales condiciones difieren respecto de la muestra y los arreglos en el presente estudio. Participaron niños y niñas de primero de primaria y se emplearon números en un rango de 1 al 100, mismos que ya estimaban bien desde el inicio del estudio. Esta familiaridad implicaría una mayor precisión y por tanto una representación más lineal de las magnitudes.

Adicionalmente, se consideró que el proceso de ingreso a una educación formal (educación primaria) tendría un efecto en los niños ya que ingresaban a un sistema más rígido con menos juego, además de que en el preescolar de acuerdo con el plan de estudios (SEP, 2017), en el área de Número, se realiza conteo hasta 20 elementos y en magnitudes se centra en medir, es hasta primero de primaria que se entra de lleno al sistema numérico decimal al ordenar, leer, escribir números hasta el 1000 al final del segundo año, además de trabajar con las magnitudes estimando, comparando, ordenando y midiendo.

Al observar los resultados se notó que es necesario que la edad concuerde con el estudio base de Laski y Siegler (2007) que se realizó con niños de preescolar y así encontrar un efecto del entrenamiento en categorización, pues un año de diferencia resultó en un mejor desempeño. De acuerdo con Siegler (1998 citado en Papalia et al., 2009) las comparaciones de cantidades se comienzan a hacer desde los 12 meses de edad, donde se comparan cantidades pequeñas, ya a los 4 años se cuenta con palabras para hacer comparaciones y a los 5 años la mayoría cuenta hasta el 20 o más y saben las magnitudes relativas de los números del uno al diez. Pero es justo en este proceso donde parece facilitarse la comprensión de las magnitudes en tareas como la ubicación en la recta numérica, mediante la comprensión de otras relaciones entre los números como es el caso de la categorización que implica ordenar de acuerdo con la categoría y acomodar del más chico al más grande.

Debido al criterio de inclusión no se consideraron los niños de preescolar, pues solo contaban hasta el 20, ya en primero de primaria lograban contar hasta el 100, este criterio nos permitió comprobar que ya conocieran los números, pero también al ver los resultados se notó que ya manejaban magnitudes relativas de los números desde el 1 al 100, esto lo notamos en el pretest, donde los resultados en las tareas de comparaciones y recta numérica eran muy buenos y el ajuste de las magnitudes era lineal, todo esto nos indicaba que ya eran buenos estimando, pero se decidió continuar con el entrenamiento, pues en la tarea de categorización su desempeño fue bajo, se quería comprobar si el entrenamiento mejoraba su desempeño y si podía mejorar aún más en el resto de las tareas. Sería interesante incluir grupos de diferentes edades en un mismo estudio, además de preguntarles a los niños el porqué de su respuesta.

De acuerdo con el estudio base de Laski y Siegler (2007), un entrenamiento en categorización con retroalimentación favorece la comprensión de las magnitudes, trasladando la información aprendida en las categorías a las comparaciones y la estimación de cantidades en la recta numérica, dando como resultado representaciones lineales que se ha comprobado están relacionadas con el conocimiento en matemáticas, exactamente con aritmética (Booth y Siegler, 2008; Lyons, et al., 2014).

Todos los participantes contaron hasta 100, desde el principio en el pretest y en la estimación de la recta se notaba un ajuste alto de la función lineal, tanto para el grupo control, como para el experimental; diversos autores afirman que el conteo podría predecir cómo se colocan los números en la recta (Desoete et al., 2013; Friso-van den Bos et al., 2014; Simms et al., 2013; citados en Friso-van den Bos et al., 2018) debido a que contar es un prerequisite para la conexión entre el proceso de magnitudes no simbólicas y simbólicas (Le Corre y Carey, 2007; Lipton y Spelke, 2005 citados en Friso-van den Bos et al., 2018).

Lo anterior explica los resultados encontrados ya que, si el conteo es fundamental para la comprensión de las magnitudes simbólicas y al estar trabajando con números que son las representaciones simbólicas de las cantidades, tanto en la tarea de comparaciones como en la recta numérica, el que los niños contarán repercute en su alto desempeño, en virtud de que tenían nociones más precisas sobre las magnitudes.

Estas nociones se notaron en las representaciones lineales con las que ya contaban los niños, pero en el caso de la categorización parece ser que contar no repercute en esta tarea, pues el desempeño fue bajo, tanto en el grupo control como en el experimental desde el principio, pero después del entrenamiento el grupo experimental mejoró significativamente, lo que indica que el entrenamiento funciona. Faltaría investigar si al aplicar el entrenamiento con niños que aún no cuenten con buenas nociones de las magnitudes, es decir con un desempeño bajo en comparaciones y en la estimación de la recta, el conocimiento aprendido en la categorización se pueda trasladar a las otras tareas, o indagar en los niños qué es una recta numérica y que ellos elaboren la recta.

Por otro lado, hay que señalar que recitar la cadena de conteo permite que los niños adquieran diversas nociones las cuales son orden estable, correspondencia biunívoca y cardinalidad (Gelman y Gallistel, 1978 en Miranda Álvarez et al., 2018), el orden estable permite saber que el uno es más pequeño que el 5, el 10 o el 100, además de saber el orden en que van, en este caso contaron hasta el 100, así que fueron identificando cómo iban aumentando los números de uno en uno hasta llegar al 100.

El conteo realizado fue de forma verbal y de acuerdo con Sullivan y Barner (2014), si los niños tienen una comprensión verbal de los números sus estimaciones serán mejores, lo cual ocurrió en el presente estudio al solicitar a los niños que contaran las canicas en voz alta y al leer los números en una cartulina que iban del 1 al 100.

Asimismo, es importante mencionar que en la tarea se le mostraba al participante tres puntos de referencia los extremos (0 y 100) y el centro (50), esto pudo influir en el desempeño debido a que tener números de referencia en la recta, puede estar asociado con una estimación más exacta (Sullivan y Barner, 2014). Durante la explicación de la tarea y durante una pequeña fase de entrenamiento antes de la prueba, se les explicaba a los niños que para saber dónde iba el número tenían que ver si era un número cercano a 0, a 50 o a 100, si estaba cerca del 50 pensar si era más grande o pequeño que 50 para decidir de qué lado ponerlo. Podría modificarse la presentación para que sólo se les presentara a los niños la recta y que ellos decidan dónde poner el 0, el 50 y el 100.

Otro factor es conocer los números a estimar y usarlos en otros contextos de su vida cotidiana. La tarea de conteo permitió comprobar que los niños ya conocían los números del 1 al 100, al respecto Booth y Siegler (2006, 2008) encontraron que los niños contaban con ambas representaciones lineal y logarítmica al momento de estimar magnitudes en la recta y se solía obtener una función logarítmica cuando los números no estaban en un rango familiar para el participante, y una lineal cuando se conocían los números, lo que puede explicar los resultados de este estudio. Como los niños si conocían los números del 0 al 100, el rango es familiar y la representación sería lineal, independiente del entrenamiento.

Para controlar esto se sugiere ampliar el rango o cambiar el grupo de edad a niños de preescolar, además de no usar el conteo como criterio de inclusión. Es importante resaltar que a pesar de no encontrar un efecto del entrenamiento en las comparaciones ni en la estimación de la recta, en categorización si lo hubo; además, sobresale el hecho de que antes de entrenamiento en estas dos tareas el desempeño ya era bueno, pero en categorización no, por lo cual se siguió con el entrenamiento y se encontró que si mejoraron en categorización, por lo que se sabe que si aprenden a categorizar, sería importante seguir probando el entrenamiento en otro grupos de edad, en un rango de números más amplio o en niños con



dificultades en las estimaciones, para valorar si enseñándoles a categorizar pueden mejorar en comparaciones y en la estimación de magnitudes de una forma más precisa.

Cabe mencionar que el uso de la tarea en computadora con un arreglo lineal o creciente de las categorías (del “Muy chico a “Muy Grande”), favoreció la linealidad de la categorización en el pretest lo cual también se observó en el estudio de Awotwi ( 2017), al usar este arreglo pudimos ver que desde el principio el ajuste de los datos era alto para una función lineal, pero se decidió utilizar este arreglo para favorecer la transferencia del conocimiento en magnitudes a otras tareas.

Específicamente la tarea de categorización fue novedosa para los estudiantes y su desempeño estuvo alrededor del 40 % de aciertos en el pretest, pero con el entrenamiento el grupo experimental subió hasta 60 y el control se mantuvo, lo que sugiere que el entrenamiento si mejora la categorización, pero hay otros factores que afectaron el resto de la tareas: la familiaridad, los puntos de referencia en la estimación de magnitudes de las rectas, la enseñanza de comparaciones numéricas como parte del plan de estudios desde el preescolar.

Se sugiere no usar el criterio de inclusión y si se trabaja con niños de primero de primaria usar el rango de 0 a 1000 o trabajar con niños de preescolar con el rango de 0 a 100. Esto debido a que se encontró que el entrenamiento en categorización si mejorara su desempeño en categorización, además se aconseja no continuar con el entrenamiento si ya cuentan con buenas estimaciones de magnitudes y comparaciones pues como se observó en este estudio el entrenamiento no tendrá efecto en estas tareas.

El entrenamiento en categorización surge de la comprobación de Siegler y Robinson (1982), aquí encontraron que la categorización tiene un efecto en las comparaciones, entre mejor categorices es mejor tu desempeño en las comparaciones esto debido a la idea divide y

vencerás, es decir que aprender a categorizar ayuda a comparar cantidades ya que da la información necesaria para comprender que si categoriza un número como chico y otro como muy grande, el más grande es el que está en la categoría muy grande.

Laski y Siegler (2007) en su primer estudio comprobaron lo anterior, agregaron la recta numérica y encontraron el mismo efecto, existe una relación positiva entre la categorización y la recta numérica, es así como Laski y Siegler (2007) crean un entrenamiento para comprobar si aprender a categorizar influye en las estimaciones y en la recta numérica. La diferencia con el diseño de Laski y Siegler, primero el grupo de edad se realizó con niños de primero de primaria, segundo el criterio de inclusión que consiste en que contarán hasta el 100.

Se esperaba que los niños mostraran un desempeño bajo en categorización y en el resto de las tareas, esto no se vio desde el principio pero se decidió seguir con el entrenamiento para ver si la categorización mejoraba y si el experimental mostraba un avance mayor en el resto de las tareas.

En futuras investigaciones se sugiere que sea con preescolares y sin el criterio de inclusión, además de agregar una tarea control que no se relacione con las magnitudes y evaluar aspectos aritméticos para ver si hay relación entre la estimación de magnitudes con la aritmética, como se sugiere la literatura (Booth y Siegler, 2008; Sullivan y Barner, 2014).

Entonces si los niños tienen dificultades en estimación o comparaciones, categorizar podría contribuir a un mejor desempeño en las tareas, se cree que esto sería así, pues como vimos el conteo proporciona nociones de las magnitudes que les ayudan en su desempeño en comparaciones y la recta numérica, pero no en categorizar, si se tomaran niños que tengan dificultades y se les enseña a categorizar puede que lo que aprendan lo trasladen a las otras tareas.

El entrenamiento en categorización surge en el estudio de Laski y Siegler (2007), este está dividido en dos partes, primero encontraron una correlación positiva alta entre la categorización, las comparaciones y la recta numérica, lo que indicó que si estaban relacionadas podías entrar una de estas habilidades y las otras mejorarían, así crearon el entrenamiento en categorización, en este estudio se adecuo el entrenamiento a computadora, posteriormente pusieron a prueba el entrenamiento con y sin retroalimentación encontrando que el entrenamiento con retroalimentación mejoraba el desempeño tanto en las categorías como en las comparaciones y la recta numérica.

Sería importante en futuras investigaciones asegurarse de que en el pretest los participantes no cuenten con puntajes muy altos en las comparaciones y un porcentaje de error absoluto muy bajo en la recta numérica, pues como se mostró en esta investigación el entrenamiento no tiene un efecto muy grande en estas tareas, además de no considerar el criterio de inclusión del conteo.

## **Conclusión y Limitaciones**

En el caso de este estudio al contrario del de Laski y Siegler los niños fueron de primaria lo que pudo afectar los resultados ya que a esta edad ya cuentan con más herramientas que los niños del preescolar.

Se sugiere aumentar el rango de datos a evaluar hasta 1000, para hacer más compleja la tarea y así poder probar si el entrenamiento en categorización tiene un efecto en esta edad.

Una limitación importante fue el criterio de inclusión que parece ser el que afectó a todas las tareas, se sugiere realizar una investigación con niños de preescolar en el mismo rango de datos, pero sin el criterio de inclusión o en niños de primero de primero de primaria con un rango hasta 1000 y sin el criterio del conteo.

Otra limitación encontrada es que desde el pretest el desempeño de los niños era muy bueno en la tarea de comparaciones, además ya contaban con un alto ajuste a una función lineal en las estimaciones de la recta numérica, que de acuerdo con diversos investigadores ya son señales de que tendrán un buen desempeño en aritmética, sería interesante comprobar si esto ocurre, pues en la presente investigación no se comprobó. Respecto al desempeño si el entrenamiento en categorización no tiene efecto en niños con un buen desempeño en las tareas buscar a los niños que tiene dificultades o un bajo desempeño y comprobar si enseñar categorías puede ayudarles a mejorar.

La categorización numérica parece no aportar un conocimiento significativo acerca de las magnitudes a los niños que les permita trasladarlo a otras estimaciones como la recta numérica o las comparaciones, hace falta hacer más investigación sobre la base del conocimiento en magnitudes. A pesar de eso el entrenamiento en la tarea de categorización si dio resultado ya que los niños mejoraron significativamente su desempeño en esta tarea después del entrenamiento, podría argumentarse que el efecto no fue trasladado al resto de las tareas porque en los estudios previos el conteo no es considerado como criterio de inclusión, se sugiere realizar una investigación donde no se considere este criterio o se cuente con un grupo control para ver si el entrenamiento es afectado por el conteo, como se sugiere que ocurrió en esta investigación.

Los aprendizajes que se lograron al realizar esta investigación fueron, poner en práctica todos los conocimientos en metodología, trato con niños, directivos y profesores, al realizar el levantamiento de datos, además de retomar todo lo aprendido sobre análisis de datos y programación en R para comprobar las hipótesis.

Por otro lado, adecuar las tareas a computadora fue toda un proeza que necesito varias semanas hasta ser completamente funcional, se realizó en PsychoPy , para eso se requirió mucha paciencia y ayuda para lograrlo.

El impacto de la investigación en mi formación como psicóloga, fue el aprender a hacer un estudio, desde la idea, la ejecución, los análisis, la interpretación y las conclusiones, algo que no había realizado en su totalidad durante la carrera.

## Referencias

- Awotwi, A. (2017). *Computer-based Number Categorization as an Intervention for Computer-based Number Line Estimation*. [Tesis de Doctorado en Filosofía, Columbia University] <https://doi.org/10.7916/d8rn3m74>
- Batchelor, S., Keeble, S., & Gilmore, C.K. (2015). Magnitude representations and counting skills in preschool children. *Mathematical Thinking and Learning*, 17 (2-3), 116-135. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016811>
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 42(1), 189–201. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.41.6.189>
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79(4), 1016-1031.
- Brannon, E. M., Wusthoff, C. J., Gallistel, C. R., & Gibbon, J. (2001). Numerical subtraction in the pigeon: Evidence for a linear subjective number scale. *Psychological Science*, 12(3), 238-243. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00342>

- Dackermann, T., Huber, S., Bahnmüller, J., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2015). An integration of competing accounts on children's number line estimation. *Frontiers in Psychology, 6*. doi:10.3389/fpsyg.2015.00884
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense: How the mind creates mathematics*. Allen Lane.
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2018). Counting and Number Line Trainings in Kindergarten: Effects on Arithmetic Performance and Number Sense. *Frontiers in Psychology, 9*. doi:10.3389/fpsyg.2018.00975
- García, S. (2014). *Sentido numérico*. Materiales para Apoyar la Práctica Educativa. México: INEE.
- INEE (2015) *Resultados nacionales 2015 Matemáticas*. México: INEE.
- Laski, E., & Siegler, R. (2007) Is 27 a Big Number? Correlational and Causal Connections Among Numerical Categorization, Number Line Estimation, and Numerical Magnitude Comparison. *Child Development, 78*(6), 1723–1743. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01087.x>
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition 105*(2), 395-438. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.10.005>
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1–6. *Developmental Science, 17*(5), 714-726.
- Miranda Álvarez, F., Espinosa Rodríguez, J., López Rodríguez, F., & Romero Sánchez, P. (2018). ¿Cómo cuentan cuando cuentan? Cardinalidad en niños de preescolar. *Acta de Investigación Psicológica, 8*(3), 25-35.

- Murray P., & Mayer R. (1988) Preschool Children's Judgments of Number Magnitude. *Journal of Educational Psychology*, 80(2), 206-209. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.80.2.206>
- Opfer, J., & Thompson, C. (2008). The Trouble With Transfer: Insights From Microgenetic Changes in the Representation of Numerical Magnitude. *Child Development*, 79(2), 788–804. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2008.01158.x>
- Papalia, D., Wendkos, S. & Duskin, R. (2009). Psicología del desarrollo: de la infancia a la adolescencia.
- SEP (2017) *Aprendizajes clave para la educación integral*. México: SEP.  
<https://www.planprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/preescolar/1Lp-M-Preescolar-DIGITAL.pdf>
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75(2), 428-444. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>
- Siegler, R. S., & Braithwaite, D. W. (2017). Numerical development. *Annual Review of Psychology*, 68, 187-213. doi: 10.1146/annurev-psych-010416-044101
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14(3), 237-250.
- Siegler, R. S., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings en H. W. Reese y L. P. Lipsett (Eds.), *Advances in child development and behavior*: Vol. 16 (pp. 242-312). Academic Press.
- Sociedad Mexicana de Psicología (2009). *Código ético del psicólogo*. Trillas.

Sullivan, J., & Barner, D. (2014). The development of structural analogy in number-line estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 128, 171-189.