



Universidad Nacional Autónoma de México
Posgrado en Filosofía

Una mirada (crítica) al pluralismo lógico: el pluralismo como un principio metodológico

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRA EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

LIC. ESPERANZA HERNÁNDEZ HUERTA

TUTOR: DR. CRISTIAN ALEJANDRO GUTIÉRREZ RAMÍREZ (FFyL-UNAM)

CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO

NOVIEMBRE

2022

**ESTA TESIS FUE ELABORADA CON EL APOYO DE UNA BECA NACIONAL
CONACyT**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

"Creo que ideas como certeza absoluta, exactitud absoluta, verdad final, etc. son productos de la imaginación que no deberían ser admisibles en ningún campo de la ciencia, ..."

"Por otro lado, cualquier afirmación de probabilidad es correcta o incorrecta desde el punto de vista de la teoría en la que se basa. [...] Este relajamiento del pensamiento me parece la mayor bendición que nos ha dado la ciencia moderna. [...] Porque la creencia de que sólo hay una verdad, y que uno mismo está en posesión de la misma, es la raíz de todos los males del mundo".

Max Born

Agradecimientos

Agradezco al CONACyT por el apoyo concedido para la realización de esta tesis mediante el otorgamiento de una Beca Nacional para estudios de Posgrado.

Quiero agradecer profundamente la ayuda brindada por Paula Issa Hernández, mi hija, para llevar a cabo este proyecto, de principio a fin, que tanto significó y significa para mí.

De igual manera, muchas gracias al Dr. Cristian A. Gutiérrez R., mi tutor, a quién debo mucho y que sin su paciencia, tiempo, confianza, disposición, conocimiento, talento, profesionalismo, respeto, tolerancia, dedicación,... no habría podido llegar hasta aquí.

Finalmente, muchas gracias a mis amigos SMA, SJT, BSA, MAG, AS, ASG y SRA.

Índice

INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO 1. ¿Qué se entiende por lógica cuando se habla de pluralismo lógico?	6
1.0 Introducción al capítulo	6
1.1 ¿Cuál es el objeto de estudio de la lógica?	6
1.2 ¿Es la lógica una disciplina filosófica o más bien matemática? Una respuesta cauta	10
1.3 Algunos temas filosóficos relevantes para comprender el surgimiento del pluralismo lógico	13
1.3.1. La noción tarskiana de consecuencia lógica	13
1.3.2. El problema de las constantes lógicas	21
1.3.3. El principio de tolerancia: Carnap y el comienzo del pluralismo	27
1.4 Conclusiones del capítulo	29
CAPÍTULO 2. Pluralismos lógicos	31
2.0 Introducción al capítulo	31
2.1 Distintos programas pluralistas	31
2.1.1 Pluralismo lógico lingüístico (constantes lógicas y forma lógica: Achille Varzi)	31
2.1.2 Pluralismo lógico de consecuencia lógica (Beall y Restall)	34
2.1.3 Pluralismo lógico por normatividad epistémica (Hartry Field)	35
2.1.4 Pluralismo lógico de modelos (Shapiro)	37
2.1.5 Pluralismo lógico por restricción	42
2.2 ¿Hay un pluralismo de lógicas? ¿Hay un pluralismo de pluralismos?	44
2.3 Monismo vs Pluralismo	45
2.4 Conclusiones del capítulo	55
CAPÍTULO 3. El pluralismo lógico como un principio metodológico en la filosofía de la lógica	56
3.0 Introducción del capítulo	56
3.1 Pluralismo maximal de perspectivas en filosofía de las matemáticas (Michèle Friend)	56
3.2 Pluralismo maximal de perspectivas en lógica	68
3.4 Conclusiones del capítulo	72
CONCLUSIONES GENERALES	73
BIBLIOGRAFÍA	74

Introducción

Esta investigación comenzó a gestarse durante los años en los que me he dedicado a impartir la asignatura de Lógica, en nivel medio superior, pero especialmente en los últimos años en los que he participado en seminarios de investigación en el área de filosofía de la lógica. En dichos seminarios comenzamos a estudiar diferentes lógicas, las llamadas lógicas no clásicas y su filosofía. Esto generó en mí un interés por preguntas filosóficas y técnicas asociadas con los diferentes sistemas lógicos.

En mi interés por entender el porqué habían tantas lógicas, una pluralidad de ellas, el origen de las mismas, si eran todas iguales y en qué sentido, el significado del mismo término ‘lógica’, el problema del pluralismo lógico y las interrogante que plantea en pocas palabras, me llevó a investigar este tema y que resultó, finalmente, en este trabajo.

Aquí nos proponemos varias cosas: presentaré en el primer capítulo las discusiones en torno a qué es la lógica (tema muy controvertido), su objeto de estudio, con qué tipo de disciplina estamos lidiando y los temas que servirán como antecedente para introducir el problema del pluralismo lógico y que yo denomino como “la instalación del problema”: la relación de consecuencia lógica, el problema de las constantes lógicas así como el inicio del pluralismo con Carnap y sus marcos lingüísticos. Todo ello previo a la exposición de diversos tipos de pluralismos.

En el capítulo dos, expondré diversos tipos de pluralismo lógico con la intención de mostrar cómo reconocidos filósofos explican este fenómeno y los desafíos que enfrentan: pluralismo lógico lingüístico, pluralismo lógico de consecuencia lógica, pluralismo lógico por normatividad epistémica, etcétera. Enseguida presento lo que también llamo el nacimiento del pluralismo, esto es, cómo a partir de una posición monista nace el pluralismo lógico con sus distintas manifestaciones y si es posible sostener una pluralidad de lógicas o un pluralismo de pluralismos. Y, por último, en qué consiste el multicitado debate monismo vs pluralismo y las razones que puede aducir, en su defensa, cada posición.

Una de las conclusiones de este capítulo es que no es claro que nosotros podamos ofrecer argumentos contundentes a favor de una de las dos posturas, pluralismo o monismo, así como tampoco es claro que nosotros podamos ofrecer argumentos contundentes a favor de uno de los tipos particulares de pluralismos que fueron presentados. Y es aquí dónde surge la pregunta de qué tipo de pluralismo es el que nos conviene defender, si es que hay alguno, y para qué fin lo defenderíamos.

En el capítulo tres, que cierra esta investigación, presentamos el pluralismo en filosofía de las matemáticas de Michèle Friend que expone en su (2014) y ello con el propósito de tomar algunos elementos de su posición, el pluralismo maximal de perspectivas, para así explicar el pluralismo en lógica, un pluralismo de nivel superior. Esto, a su vez, nos permitirá introducir nuestra propuesta de tomar al pluralismo lógico como un principio metodológico en filosofía de la lógica. Ello nos permitirá justificar la adopción del pluralismo como un principio metodológico y, al mismo tiempo, nos permitirá retomar las distintas posiciones pluralistas sin comprometernos con que alguna de ellas deba ser considerada como la correcta o la mejor.

CAPÍTULO 1. ¿Qué se entiende por lógica cuando se habla de pluralismo lógico?

1.0 Introducción al capítulo

En este primer capítulo presento lo que he querido llamar como “la instalación del problema”, esto a partir de exponer algunas discusiones en torno a preguntas centrales para la filosofía de la lógica, de acuerdo con la opinión de diversos autores: qué es la lógica, su objeto de estudio (u objetos), de qué tipo de disciplina se trata (filosófica o matemática) y algunos de los problemas que ha presentado desde su origen.

El objetivo de esta presentación es plantear algunos de los antecedentes más relevantes del surgimiento del pluralismo lógico como una posición filosófica tal cómo se desarrolló durante el siglo XX. Esto no quiere decir que adquiriera un compromiso con que la única manera de llegar a las posiciones pluralistas en filosofía de la lógica tenga que tomar estos temas o reflexiones como puntos de partida. Sin embargo, considero que sí fueron centrales en el surgimiento de la postura tal como la conocemos en la actualidad, misma que desarrollaré con más detalle en el segundo capítulo.

Los temas centrales relevantes tratados con más detalle están ligados a la lógica como la relación de consecuencia, el problema de las constantes lógicas, así como los marcos lingüísticos y el principio de tolerancia de Carnap. Todo ello para mostrar que, en conjunto, nos conducen al surgimiento de la mayoría de las posiciones pluralistas en lógica que existen actualmente. Esta es la antesala de una posición que tiene mucho que decir y lo que ella significa para la filosofía de la lógica.

1.1 ¿Cuál es el objeto de estudio de la lógica?

Quisiera empezar esta sección diciendo que se trata de una investigación en torno al pluralismo lógico. Es Susan Haack (1974)¹ quien aborda en esta obra el fenómeno del pluralismo en lógica, mismo que aparece a principios del siglo XX². También quisiera decir que se entiende al pluralismo como la posición filosófica que sostiene que hay más de una lógica correcta, esto es, hay distintos tipos de las así denominadas lógicas, todas igualmente buenas o correctas. Pero,

¹ Haack, S. (1974). *Deviant logic*. Cambridge University Press, Cambridge.

² Es en este siglo que surge un gran número de lógicas diferentes a la así denominada ‘lógica clásica’, razón por la cual ya se les ha considerado, en la literatura, como lógicas no clásicas.

¿esto es así?, ¿son todas correctas?, ¿por qué surgen las mismas?, ¿qué es lo que hacen distintas a estas lógicas entre sí?, ¿todas las lógicas son iguales?, ¿cómo debemos entender el fenómeno del pluralismo? o ¿hay maneras distintas de entenderlo?, etcétera.

Es de nuestro interés responder a algunas de estas interrogantes que plantea esta posición. Por ejemplo, y en general, distintas problemáticas³ y el intento de resolverlas permitieron el desarrollo de estas lógicas variadas que, en la literatura especializada, se han denominado como “lógicas no clásicas” en contraposición a la así llamada lógica clásica⁴. Es en el conjunto de dichas “lógicas no clásicas” que quedan comprendidas las lógicas relevantes, las intuicionistas, las doxásticas, las modales, las paraconsistentes y muchas otras más.

Es aquí donde surge la disputa entre aquellos que consideran que solamente hay una lógica correcta, la lógica clásica o alguna otra⁵, (monismo lógico) y los que sostienen que hay dos o más lógicas diferentes correctas (pluralismo lógico)⁶. Ésta es una de las cuestiones que está en juego, es decir, qué se quiere decir con o cómo se definiría ‘lógica correcta’, qué condiciones debe satisfacer para que lo sea y que fuera aceptada por todos. Y, a su vez, esta interrogante nos lleva directamente a la cuestión, más importante aún, acerca de qué debemos entender por ‘lógica’ y para la cual tampoco hay una respuesta única. Este es el caso, por ejemplo, de R. Morado quien, en su (1984, 2011), nos dice que:

Entenderé por la expresión “una lógica X” algún conjunto en particular que comprenda un sistema lógico (entiendo que éste incluye tanto una sintaxis como una semántica formal), una metalógica en la que se ubican los metateoremas sobre el sistema, y una filosofía de la lógica que trate de esclarecer la trama de relaciones entre el sistema lógico, el pensamiento y la realidad. (Morado, R., 1984, p. 238.)

Si aquí hablamos de sistema lógico es porque ésta es la forma en la que se expresa, actualmente, o deberá expresarse cualquier tipo de lógica, según el autor. Por esto, no es lo mismo hablar de sistema lógico, como cálculo, que de lógica. Entendemos por ‘cálculo’ a una de las partes de un sistema lógico que consta de un lenguaje formal, y éste a su vez se compone de un vocabulario, una sintaxis (las reglas que determinan las expresiones propias o fórmulas de ese lenguaje (lenguaje objeto)) y una semántica. Como puede verse, bajo esta noción de cálculo no se

³ Diversas problemáticas como las paradojas semánticas, la explicación de los fenómenos epistémicos, los metafísicos, el desarrollo de teorías matemáticas más fuertes, etcétera. Todo lo cual respondería a la cuestión de cómo surgen algunas de estas lógicas, pero, ciertamente, no de todas.

⁴ También denominada lógica estándar, según R. Morado (1984) o la lógica de *Principia Mathematica*, la tradición Russell-Frege.

⁵ Recordemos que también al interior del monismo lógico hay disputas en cuanto a cuál es la lógica correcta. Por ejemplo: la que se da entre la lógica clásica y la lógica relevante. Ver Read, S. (2006).

⁶ Esta contraposición es la que aparece, generalmente, en la literatura acerca de estos temas. También es importante aclarar que se puede ser pluralista y no con ello haber refutado, necesariamente, al monismo.

incluye ni la metalógica ni la filosofía de la lógica y, por ello, un cálculo lógico no sería lo mismo que una lógica. Esta postura no es aceptada por todos. Por ejemplo, Gladys Palau (2002) considera que el cálculo se convertiría en un sistema lógico en la medida que incorporara una semántica, sin ser necesario incluir una filosofía de la lógica. Ella sostiene que la semántica es la que se encargaría de dar significado a los términos (lógicos y no lógicos) de su lenguaje. Así, un cálculo se convertiría en un sistema lógico siempre y cuando contara solamente de una sintaxis y una semántica, idea que aquí no compartimos.

Con base en lo afirmado anteriormente, consideramos que, de acuerdo con aquello que se entienda por lógica, es que podemos dar cuenta del pluralismo (y de los distintos tipos que hay) y de cuál es el origen de la rivalidad de las lógicas, si es que la hay: cómo podemos aceptar un ramillete de lógicas distintas o si se pueden tolerar (razonablemente) distintas lógicas rivales (¿lo son realmente?). Esto es, podemos entender a la lógica como una mera estructura matemática hasta como la disciplina que estudia la formalización del razonamiento correcto, como veremos más adelante.

Para algunos autores, la lógica es la disciplina cuyo objeto de estudio es la relación de consecuencia lógica. Por lo tanto, su concepto base es el de inferencia válida o argumento correcto. Esto valdría para cualquier tipo de lógica (deductiva, por supuesto). Podemos decir, entonces, que dado un sistema lógico X , un conjunto de fórmulas Γ y un enunciado ϕ en el lenguaje de dicho sistema, decimos que la lógica se encarga de estudiar la relación de consecuencia lógica que se da entre Γ y ϕ . Así decimos que:

ϕ es consecuencia lógica de Γ si y sólo si toda interpretación (o modelo) que hace verdaderos a los enunciados de Γ , hace verdadero al enunciado ϕ , en X .⁷

Relacionado con el punto anterior está el tema de la verdad lógica. Según Gómez Torrente⁸, corresponde a la lógica elucidar este conjunto de verdades, como uno de sus objetivos. Aunque no exenta de dificultades (como todo en filosofía), podríamos afirmar que una verdad lógica es un enunciado que no *podría* ser falso bajo ninguna interpretación o que una verdad lógica *debe* ser verdadera. Según la lógica clásica, en términos de valores de verdad, se puede

⁷ Esta es una manera de definir dicha relación de manera informal. Pero tiene como defecto que no parece recuperar uno de los aspectos centrales de la noción de consecuencia lógica, a saber, la formalidad. Esto se debe a que para que tengamos un caso genuino de consecuencia lógica no sólo se debe recuperar que la relación de consecuencia lógica sea necesaria, sino que todos los argumentos que tengan la misma forma sean también casos de preservación de verdad. Sin embargo, decidí optar por esta definición por motivos de exposición y retomaré una versión más adecuada más adelante.

⁸ Gómez-Torrente, Mario, "Logical Truth", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logical-truth/>>.

decir que las tautologías así como los teoremas pueden considerarse como ejemplos de lo que es una verdad lógica.

Normalmente se considera que una verdad de la lógica debe contar con por lo menos dos características: ser necesariamente verdadera y ser formal. Dice Gómez-Torrente:

Resulta que es muy difícil pensar en ideas universalmente aceptadas sobre cuáles son o deberían ser las propiedades genéricas de las verdades lógicas. Una idea generalizada, quizás universalmente aceptada, es que parte de lo que debería distinguir a las verdades lógicas de otros tipo de verdades es que las verdades lógicas deberían tener una fuerza modal, misma que aún no se comprende totalmente. [...] Otra idea muy difundida es que parte de lo que debería distinguir a las verdades lógicas es que deberían ser, en algún sentido, “formales” que tampoco se entiende completamente. Que una verdad lógica sea formal implica, por lo menos, que todos los enunciados que sean instancias de reemplazo apropiadas, de su forma lógica, sean también verdades lógicas. (Gómez-Torrente, 2022)⁹.

Desde el enfoque semántico, y considerando ya un lenguaje formalizado particular, una verdad universalmente válida es una verdad lógica, puesto que una verdad universalmente válida es una fórmula que es verdadera bajo cualquier interpretación; el aspecto modal se recupera al considerar *todas* las interpretaciones y el formal considerando el lenguaje formalizado y su influencia en la determinación de las interpretaciones admisibles. De la misma forma, si tenemos un sistema completo y correcto, un teorema sería una verdad de la lógica y expresaría un enunciado analítico. Es en la lógica proposicional de orden cero que las tautologías son verdades lógicas. Y lo mismo vale para los axiomas y los teoremas, que también lo son. Sin embargo, una nota de cautela, no es completamente claro que algunas de las opciones recuperen todo lo necesario para dar cuenta de la verdad lógica.

La lógica está fuertemente vinculada con el lenguaje y éste, a su vez, con la argumentación. Es la lógica la que puede proporcionarnos los patrones o estrategias que nos ayuden en el desarrollo de una buena argumentación (sea del tipo que ésta fuere), es ella la que puede proporcionarnos una argumentación correcta. Para Mara Manzano (2006), ... *el interés práctico conduce a uno teórico*.¹⁰ Por ello mismo, se vuelve imperativo saber en qué consiste un argumento correcto o válido. De acuerdo con Manzano,

⁹ “As it turns out, it is very hard to think of universally accepted ideas about what the generic properties of logical truths are or should be. A widespread, perhaps universally accepted idea is that part of what should distinguish logical truths from other kinds of truths is that logical truths should have a yet to be fully understood modal force. [...] Another widespread idea is that part of what should distinguish logical truths is that they should be in some sense yet to be fully understood “formal”. That a logical truth is formal implies at the very least that all the sentences which are appropriate replacement instances of its logical form are logical truths too”.

¹⁰ Manzano, M. (2006), p. 79.

La teoría de la argumentación se centra en el análisis de la estructura de los argumentos y distingue la corrección formal de un argumento de su solidez, que tiene en cuenta el grado de justificación de sus premisas. (Manzano, M., 2006, p. 79.)

Dado lo anterior, la lógica puede ayudarnos, con sus métodos e instrumentos para la evaluación de argumentos formulados en el lenguaje natural, esto es, puede brindar ayuda en la elaboración de una teoría de la argumentación. Sin embargo, no queremos dejar de apuntar que esto trae consigo problemas como, por ejemplo, la traducción o formalización de un argumento en lenguaje natural al lenguaje formal: el problema de *encontrar* la forma lógica de ese argumento o hallar la forma lógica que mejor traduzca al mismo. Y, a partir de ahí, proceder a su evaluación y determinar si es válido o no. El problema de la *forma lógica* es un problema importante para un sistema lógico, cualquiera que éste sea. Debatir este tema está fuera del alcance de este trabajo; sin embargo, se dirá un poco más sobre esto cuando se hable más adelante, en este capítulo, sobre el problema de las constantes lógicas y en el segundo capítulo al hablar del pluralismo lógico lingüístico.

Como puede verse, existen varios candidatos para ser el objeto de estudio de la lógica, a saber, la relación de consecuencia lógica, la verdad lógica y la corrección argumental. Si bien cada uno de estos es relevante y ha sido estudiado por algunas tradiciones en filosofía de la lógica, en lo que sigue tomaré como objeto de estudio principal de la lógica la noción de consecuencia lógica, a menos de que se indique lo contrario.

1.2 ¿Es la lógica una disciplina filosófica o más bien matemática? Una respuesta cauta

Ciertamente que preguntarse por la naturaleza de la lógica es una cuestión estrictamente filosófica. Por ello mismo, responderla no es tarea sencilla y seguramente habrá más de una respuesta. Yo comenzaré diciendo que tendríamos que definir qué entendemos por lógica. Hay un acuerdo generalizado que a eso que llamamos lógica¹¹ (no como ciencia formal denominada, por ejemplo, lógica clásica) tuvo sus orígenes en la Antigua Grecia, con Aristóteles. En ese entonces también ya se planteaba que tipo de disciplina era. La literatura a ese respecto señala que el mismo Estagirita la propuso como una *propedéutica*¹², es decir, como una herramienta básica

¹¹ Lógica entendida no como lógica formal o sistema lógico formal (que comprende un lenguaje formal, una teoría de la prueba (sintáctica) y una semántica formal). Ver Gutiérrez R., C. *La lógica formal como herramienta de análisis filosófico*. (Sin publicar).

¹² Sólo quiero dejar apuntado que esta manera de concebir a la lógica, ya desde entonces, le da un carácter normativo (o *normalizador*; como también lo llama Ferrater Mora) y que, como herramienta, ella misma puede cambiar o ésta se puede cambiar por otra de acuerdo con el trabajo que hagamos con ella.

para toda ciencia o todo conocimiento¹³. O, para los estoicos, era una *parte* de eso que se denominaba como filosofía y tenía el mismo estatus que la física y la ética. Con los trabajos de Leibniz (siglo XVII), Frege (fines del siglo XIX) y Russell (principios del siglo XX), entre otros, la lógica se convierte, a decir de Palau (2002,) en *una ciencia independiente de la filosofía*,¹⁴ por lo cual se podría afirmar que sí se le consideraba una disciplina filosófica.

Algunos otros autores han sostenido que la lógica y la filosofía son disciplinas con derecho propio. Este es el caso de Ferrater Mora (2018) quién sostiene que:

„, no se considera aquí la lógica ni como “parte” ni como “propedéutica” de la filosofía, pero sí como manteniendo con la filosofía “relaciones especiales”. (Ferrater Mora, J., 2018, p. 30.)

Es decir, algunas de las cuestiones más importantes que ocupan a la lógica son de carácter filosófico más que matemático, pueden plantearse problemas filosóficos a la lógica o porque dentro de los esquemas formales que brinda la lógica se podrían dirimir cuestiones básicamente filosóficas (recurriendo, para ello, a su riqueza conceptual). La lógica (que no es matemática) y la filosofía son disciplinas independientes, pero que interactúan entre sí.

Y más adelante, para reforzar esta idea, concluye diciendo:

No sólo las cuestiones filosóficas no son ajenas a la lógica, sino que la lógica no es tampoco ajena a dichas cuestiones. (Op. Cit. P. 43)

Ya habíamos mencionado que B. Russell (1914) sostuvo que la lógica no es filosofía (y tampoco es matemática) y que los problemas filosóficos podrían reducirse a problemas lógicos o resolverse: *...toda filosofía es lógica*.¹⁵ Así que la problemática filosófica que se quisiera resolver determinaría la lógica que mejor se adecuara a la misma.

Cristian Gutiérrez (2020)¹⁶ sostiene que la lógica sí es una disciplina filosófica por derecho propio, no se le puede identificar con un sistema formal lógico¹⁷, pero a éste sí lo podemos identificar con la lógica matemática. La lógica es algo más que eso. No es posible reducir o confundir a la lógica con una herramienta formal, que es necesaria¹⁸ más no suficiente, ya que,

¹³ Lógica entendida como una “ciencia básica” dentro de la cual podrían tratarse los problemas filosóficos.

¹⁴ Palau, G. (2002), p. 22. Según nuestra autora, se trata ahora de *lógica formal*, como un sistema formal.

¹⁵ Russell, B. (2014). “Conferencia II” (“La lógica como esencia de la filosofía”) en *Nuestro conocimiento del mundo externo*. P. 1163. Recordemos también que a él se debe el método filosófico conocido como atomismo lógico.

¹⁶ Manuscrito inédito.

¹⁷ ver nota a pie de página 10.

¹⁸ Vuelve el trabajo más eficiente.

...de ser así los trabajos de filósofos como Aristóteles, Leibniz, Kant, entre muchos otros, al no usar aparatos formales no deberían ser llamados lógica (algo a todas luces absurdo). (Gutiérrez, C., 2020, p. 3.)

Los así llamados sistemas lógico formales¹⁹ sí tienen una función dentro de la lógica²⁰ por lo cual se deberá esclarecer el vínculo entre dichos sistemas y la filosofía. Líneas arriba afirmamos que la lógica es algo más y esto no significa otra cosa que ella no se reduce a y sí se sirve de la formalidad, aunque puede prescindir de la misma (no es esencial para el trabajo de los lógicos). Esto es lo que está presente en la definición de lógica (filosófica) de nuestro autor:

...la lógica tiene como objeto principal el estudio de la relación de consecuencia que existe entre las premisas y la conclusión [de un argumento], aunque no se limita a ello. La lógica vista desde [este] punto de vista es una teoría (filosófica) que estudia las relaciones y propiedades lógicas de los argumentos, los conceptos y las teorías.. (Gutiérrez, C., 2020, p. 7)

Y, líneas más adelante,

...la lógica, [deberá entenderse] ésta como una disciplina que estudia la relación inferencial presente en los argumentos, no en tanto estructura por sí misma, sino anclada al fenómeno argumental. (*Op. Cit.*, p. 9.)

Así, es posible afirmar que la lógica matemática es la herramienta que utiliza la lógica filosófica en el análisis lógico de argumentos (cuando un argumento es correcto y cuando no), es decir, en el estudio de la relación inferencial (su estructura) presente en los argumentos y vinculada, a su vez, con el fenómeno argumental. Esto nos dice que hay elementos no formales (lenguaje natural, traducción, representación, etcétera), filosóficos (una teoría filosófica sobre la lógica de la cual partimos, entrenamiento filosófico, por ejemplo) que son necesarios para el manejo de elementos formales:

Los sistemas lógico formales por sí mismos no son suficientes para realizar un análisis lógico exitoso de la argumentación... (*Op.Cit.*, p. 24.)

Por ello mismo, es posible prescindir de los sistemas formales lógicos, lo cual reforzaría el carácter filosófico de la lógica. Y también, podríamos concluir de este artículo, que no sería aconsejable prescindir de ellos y esto por los resultados obtenidos gracias al manejo de los mencionados sistemas.

¹⁹ Esto no quiere decir que no haya reflexión filosófica en torno a los sistemas lógicos formales; estos últimos no están libres de supuestos filosóficos, aunque discutir esto está fuera del alcance de esta investigación.

²⁰ Creemos que éste es el objetivo del artículo de C. Gutiérrez: cómo es el trabajo que la lógica formal (sistemas lógicos formales) hace para la lógica (disciplina filosófica) es algo que, por ahora, no entraremos en ello.

En líneas similares, Barceló, A. (2003) sostiene que la lógica es una disciplina filosófica teórica y que está separada de las matemáticas. La lógica es una ciencia teórica porque su objeto de estudio son las propiedades y relaciones lógicas de variados tipos de entidades: conceptos, proposiciones, enunciados, argumentos, teorías, modelos, etcétera. Para el estudio de las mencionadas propiedades y relaciones, la lógica filosófica se vale de los sistemas lógicos formales²¹; estos últimos son independientes de las propiedades y relaciones. Esta es la razón por la cual se debe considerar a la lógica como una ciencia teórica. Por ello mismo, Barceló distingue entre la lógica como ciencia y su método que es matemático, Así nos dice:

La lógica es una ciencia filosófica y parte de su método es matemático. De esta manera, la lógica matemática es matemática en el mismo sentido que lo es, digamos, la mecánica newtoniana. En ambos casos, el método es matemático, pero ellas mismas no son matemáticas. (Barceló, A., 2003, p. 14.)

Así pues, Barceló parte de la lógica matemática y trata de esclarecer en qué sentido es lógica filosófica: en este caso, tampoco hay una identificación o reducción de la lógica a la matemática. Sí se puede decir que su lógica filosófica es una *lógica matematizada*²². Esto quiere decir que hay elementos que no proporciona la matemática o de los cuales ella no se ocupa porque no pertenecen a su campo de estudio. Esto quedaría mostrado, como así lo señala, si pensamos en el carácter no matemático de las propiedades o relaciones lógicas o por la naturaleza de sus operadores o constantes lógicas; estas últimas han provocado gran debate en la *lógica filosófica* o en la filosofía de la lógica y no así en la matemática. Recordemos que el *significado* de las conectivas lógicas no está dado por el sistema formal, se establece desde fuera y anterior a él.

Por lo antes expuesto, el tipo de disciplina que es la lógica es algo que ha cambiado en la historia. Nos sentimos inclinados a pensar que la lógica sí es una disciplina filosófica, pero, ante una afirmación como ésta, dado que estamos haciendo filosofía, habría que ejercer cierta cautela.

1.3 Algunos temas filosóficos relevantes para comprender el surgimiento del pluralismo lógico

Si bien el pluralismo lógico tiene su origen en discusiones que preceden al siglo XX, este fue el siglo en el que se desarrollaron de manera explícita la mayor parte de las posiciones pluralistas en lógica. En esta sección pretendo bosquejar algunos de los temas y sus discusiones asociadas en filosofía de la lógica que dieron paso al surgimiento de distintas posiciones pluralistas tal cómo se

²¹ En este sentido, un sistema lógico formal es un *cálculo*.

²² Barceló, A., 2003, p. 13.

presentan en la actualidad. Los temas que abordaré serán la noción de consecuencia lógica tal como fue presentada por Alfred Tarski, el problema de determinar el conjunto de las constantes lógicas y con ello la forma lógica de los argumentos y, finalmente, el principio de tolerancia propuesto por Carnap. Si bien esto no son los únicos temas relevantes para entender el pluralismo lógico, sí nos pueden dar una pauta importante para entender las motivaciones de las principales posturas, mismas que se presentarán en el siguiente capítulo.

1.3.1. La noción tarskiana de consecuencia lógica

La definición modelo-teórica de la consecuencia lógica de hoy en día se debe, en gran medida, a Alfred Tarski, la cual se construye sobre definiciones semánticas más básicas propuestas por el mismo autor, lo cual es importante mencionar para los propósitos de esta investigación.

Nuestro autor presenta su concepción semántica de consecuencia lógica (que es la que aquí nos interesa) en Tarski (1936)²³, retomando su trabajo sobre la noción de verdad de 1933. Considera que dichas nociones (verdad y consecuencia lógica) en su uso ordinario, común, son vagas, ambiguas e incluso contradictorias, etcétera y que sería difícil captar todas sus características en una definición precisa o *formalización* de los conceptos en cuestión. Por el momento me concentraré en la noción de consecuencia lógica (y los problemas que esta noción presenta para precisarla), y sobre la cual nuestro autor afirma que:

Debemos reconciliarnos, desde el principio, con el hecho de que toda definición precisa de este concepto mostrará características arbitrarias en mayor o menor grado^{24 25}. (Tarski, 1936, p. 409)

Pese a ello, Tarski quiere definir un concepto de consecuencia lógica que sea lo más cercano al concepto común, en especial, quiere recuperar la noción tal como es entendida por los lógicos, incluyendo a Aristóteles. En este sentido, su trabajo no busca proponer una noción nueva, sino ofrecer una presentación precisa de la noción preexistente, intuitiva, recurriendo a un aparato mejor conocido (una teoría matemática). Por decirlo de manera un poco más arriesgada, quería ofrecer una teoría científica de la consecuencia lógica. Esto lo va a hacer ofreciendo, primero, una caracterización precisa de los elementos semánticos más básicos a partir de los cuales definirá la relación que es su objeto de estudio; por ejemplo, define modelo, interpretación, satisfacción, verdad, etc. En otras palabras, se debe a Tarski el nacimiento de la semántica formal o los fundamentos de la teoría de modelos.

²³ Tarski, A. (1936). *Logic, Semantics, Metamathematics*.

²⁴ “We must reconcile ourselves from the start to the fact that every precise definition of this concept will show arbitrary features to a greater or less degree”.

²⁵ La traducción es mía en todos los casos.

Líneas arriba afirmamos que Tarski, para establecer su concepto de consecuencia lógica, lo había hecho tomando como base a dos nociones básicas como son las de verdad y satisfacción, las cuales a su vez son relativas a un lenguaje particular el cual se pide que sea consistente²⁶.

Respecto de la primera noción, Tarski, para poder definir la verdad va a apelar a la vieja definición aristotélica²⁷: *...true—corresponding with reality* y en algún otro lugar: *We regard the truth of a sentence as its ‘correspondence with reality*, por un lado. Por otro, es necesario afirmar que la verdad es la relación semántica que se establece entre un universo de discurso y un lenguaje que habla del primero. Este lenguaje es el lenguaje objeto, aquel que habla de las entidades que pueblan nuestro universo de discurso. También es necesario otro lenguaje, el metalenguaje, con el que podemos hablar del lenguaje objeto. Tarski también hace esta distinción²⁸.

Una vez establecidos estos hechos, Tarski consideró que para ofrecer su concepción de la verdad, era necesario que ésta cumpliera con dos condiciones: que fuera materialmente adecuada (o adecuación material) y formalmente correcta (o corrección formal). Con la primera se debería cumplir con la ya famosa Convención (T):

(T) *X es verdadera si y sólo si p*²⁹

La Convención T es sólo un esquema de enunciado u oración en la que se deberá sustituir a la *X* por el nombre de una oración (deberá escribirse entre comillas simples) del lenguaje para el que se define el predicado ‘ser verdadero’. *X* será el nombre de la oración que pertenece al metalenguaje. Y *p* deberá sustituirse con una oración del lenguaje en el que se esté definiendo el predicado ‘es verdadero’. Esta oración, la *p*, representará las condiciones de verdad del enunciado que ocupe el lugar de *X*. Tarski lo ejemplifica de la manera ya conocida:

“La nieve es blanca” es verdadera si y sólo si la nieve es blanca.

La Convención (T), sostiene Tarski, cumple con la condición ya señalada y es una condición que deberá cumplir la definición de verdad para un lenguaje.

La segunda condición, la corrección formal, ésta se refiere a la estructura del lenguaje en el que se está definiendo la verdad, a los predicados y conceptos que formen parte de y se utilicen en la teoría. La definición de la verdad será relativa a algún lenguaje dado que un cierto enunciado

²⁶ Tarski, A. (1956), p. 402.

²⁷ Tarski, A. (1956,), p. 404. Además Tarski trata de recuperar las intuiciones que hay detrás de la concepción clásica de verdad de Aristóteles. Cfr. Tarski, A. *La concepción semántica...* P. 6.

²⁸ Tarski, A. (1956). P. 402 y ss.

²⁹ Tarski, A. *La concepción semántica...* P. 5.

será verdadero en alguno y falso en otro. Y como señalamos en líneas anteriores en cuanto al metalenguaje, en éste se tendrá que formular la teoría de la verdad para ese lenguaje, así como también habrá en el mismo nombres para cada uno de los elementos de ese lenguaje y enunciados que sean una traducción adecuada de los enunciados del mismo. Este mismo lenguaje, para el que se está definiendo el predicado ‘es verdadero’ así como el metalenguaje tienen que estar en una situación *perfectamente especificada*³⁰, esto es, tiene que haber un criterio con el que se pueda decidir si una determinada expresión es un enunciado o no de ese lenguaje (que sean *significativas*), qué términos son no definibles, sus axiomas, etcétera. Y esto solamente podrá pasar dentro de los lenguajes formalizados.

A decir de Tarski y por el tema que nos ocupa, esto resulta muy importante ya que:

El problema de la definición de la verdad cobra un significado esencial y se puede solucionar de forma rigurosa **sólo para aquellos lenguajes** que tengan una estructura exactamente especificada (Tarski, 1999, p. 7)³¹.

Según nuestro autor, esto no sucede en los lenguajes naturales, esto es, en ellos hay vaguedad, imprecisión, ambigüedad, no hay distinción entre lenguaje objeto y metalenguaje, aparecen términos semánticos, hay autorreferencia: son lenguajes *semánticamente cerrados*. La autorreferencia es la que permite generar la paradoja del mentiroso³², por ejemplo. Y tampoco en los lenguajes naturales es posible que se cumplan las condiciones de adecuación material y corrección formal para una teoría de la verdad como las ya señaladas³³.

Respecto del concepto de satisfacción hay lo siguiente. Para Tarski, una vez que se han cumplido las condiciones anteriormente señaladas, es posible definir la noción de satisfacción y con ello definir la noción central de verdad. Según el filósofo polaco, es preciso determinar el universo de discurso para nuestro sistema lógico o teoría formal en que los elementos que lo pueblen estén contenidos en clases. Este universo de discurso o modelo es el que va a servir de referencia al lenguaje o, puesto de otra manera, vamos a hablar con los enunciados u oraciones de ese lenguaje de los elementos de dicho modelo. Cada enunciado del lenguaje expresará las condiciones que deben pasar en ese modelo para que un enunciado sea satisfecho por las entidades que pertenecen al mismo. Por ejemplo: consideremos que nuestro universo de discurso está compuesto por los filósofos más importantes del mundo. Entonces, en el mismo se encontrarán

³⁰ Tarski, A. *La concepción semántica...* Sección 6, p. 6.

³¹ El énfasis es mío.

³² Según el lógico polaco, las antinomias han jugado un papel importante, ya que son ellas las que permitieron la construcción de la semántica teórica.

³³ No obstante lo anterior, Donald Davidson se propuso aplicar la definición de verdad tarskiana a los lenguajes naturales con el fin de proponer una teoría del significado. En otras palabras, Davidson propone tomar como primitiva la noción de verdad y dar cuenta, mediante ella, de la noción de significado.

Sócrates, Platón, Aristoteles, Santo Tomás de Aquino, Hegel, Russell y Wittgenstein, entre otros. Si esto es así, la fórmula enunciativa ‘x es filósofo’ será satisfecha por el elemento Hegel que pertenece al universo de discurso que hemos elegido, al igual que lo satisface Russell (Russell pertenece al mismo modelo). La fórmula enunciativa ‘Todos los x son filósofos’ también será satisfecha por cualquier secuencia de objetos que hayamos tomado del modelo elegido. De esta manera, es posible afirmar, con Tarski, que un enunciado será verdadero si y sólo si es satisfecho por todas las secuencias de objetos del universo de discurso³⁴.

En algún otro momento, ofrece una definición recursiva (esto es, dando las condiciones de satisfacibilidad recurriendo al vocabulario lógico) de *enunciado que es satisfecho en un modelo por una secuencia de objetos del dominio de discurso dada*.

En su (2000) y en términos más formales, Gómez Torrente nos brinda la definición tarskiana de la noción de satisfacción de una fórmula enunciativa para una estructura (o modelo). Él ejemplifica la noción para el lenguaje de la aritmética de primer orden (LAR) que tiene la peculiaridad de contar con una constante de individuo para referirse al número cero (0), una letra de predicado unaria para representar la propiedad ‘es un número natural’ (N) y una letra de relación de dos lugares para la relación de orden ‘ser menor que’ (M). Para poder dar interpretaciones distintas a la usual se opta por enriquecer el lenguaje con tres nuevas variables: una de individuo, una de predicado y una de relación. Estas variables son ‘y’, ‘P’ y ‘Y’, respectivamente. Éstas se usarán para sustituir las apariciones de los términos no-lógicos señalados más arriba en todas las oraciones del lenguaje, lo que nos dará como resultado las funciones formulares. Ahora, este nuevo lenguaje requerirá para su interpretación considerar estructuras que nos den un conjunto o dominio de interpretación U, un objeto de U para interpretar la nueva variable ‘y’, un subconjunto de U para interpretar la variable ‘P’ y un subconjunto de $U \times U$ para interpretar la nueva variable ‘Y’. Una vez hecho esto, la definición queda como sigue:

Decimos que *la estructura $\langle U, a, A, R \rangle$ satisface la función formular X con respecto a una secuencia f (que asigne valores en U a las variables de LAR) si y sólo si:*

- (α) (i) X es Px_n (para algún n) y $f(x_n) \in A$; o X es 'Py' y $a \in A$; o
- (ii) X es Yx_nx_m (para algunos m y n) y $\langle f(x_n), f(x_m) \rangle \in R$; o X es $Yy x_n$ (para algún n) y $\langle a, f(x_n) \rangle \in R$; o X es $Yx_n y$ (para algún n) y $\langle f(x_n), a \rangle \in R$; o X es 'Yyy' y $\langle a, a \rangle \in R$; o
- (iii) X es $x_n = x_m$ (para algunos m y n) y $f(x_n) = f(x_m)$; o X es $y = x_n$ (para algún n) y $a = f(x_n)$; o X es $x_n = y$ (para algún n) y $f(x_n) = a$; o X es 'y = y'; o

³⁴ Tarski ofrece, primero, la noción de satisfacción y, con base en ésta, procede a darnos la definición de verdad. Y esto es así ya que la primera noción es más general, puesto que puede aplicarse a fórmulas con variables libres en tanto que la segunda sólo es aplicable a enunciados o fórmulas cerradas, esto es, sin variables libres.

(β) hay una función formular Y tal que X es $\neg Y$ y $\langle U, a, A, R \rangle$ no satisface Y con respecto a la secuencia f ; o

(γ) hay funciones formulares Y y Z tales que X es $(Y \rightarrow Z)$ y o bien $\langle U, a, A, R \rangle$ no satisface Y con respecto a la secuencia f o $\langle U, a, A, R \rangle$ satisface Z con respecto a la secuencia f ; o, por último,

(δ) hay una función formular Y y un número n tales que X es $\forall x_n Y$ y toda secuencia g que asigna valores en U a las variables de LAr y que difiere de f a lo sumo en lo que asigna a x_n es tal que $\langle U, a, A, R \rangle$ satisface Y con respecto a g . (Gómez Torrente 2000, p.p. 51-52.)

Así, un enunciado será verdadero en un modelo si y sólo si es satisfecho por todas las secuencias del modelo. Y después procede a definir consecuencia lógica como preservación de verdad sobre modelos:

En enunciado X se sigue lógicamente de los enunciados de la clase K si y sólo si todo modelo de la clase K es también modelo del enunciado X ³⁵. (Tarski 1956, p. 417.)

En otras palabras, un argumento es válido, un caso de consecuencia lógica, si en cualquier modelo (o podríamos decir, interpretación formal) en el cual las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

No queremos dejar de observar que en el ya citado artículo, Tarski ya había afirmado que: “Desde un punto de vista intuitivo, **no puede pasar** que, a la vez, la clase K consista solamente de enunciados verdaderos y el enunciado X sea falso”³⁶. (Tarski 1956, p. 414.) Y, al establecer la famosa condición **(F)** nos dice que:

(F) Si, tanto en los enunciados de la clase K como en el enunciado X , las constantes, distintas de las constantes puramente lógicas, se reemplazan por cualesquiera otras constantes (siempre reemplazando signos que se reemplazan en todas partes por signos similares) y si denotamos la clase de enunciados así obtenidas de K por “ K' ”, y el enunciado de X por “ X' ”, entonces la oración X' debe ser verdadera siempre que todas los enunciados de la clase K' sean verdaderas (Tarski 1956, p. 415.)

A decir de Tarski, su definición de consecuencia lógica se apega en mucho al uso común de la noción y es independiente del significado (*sense*) del vocabulario no lógico que aparece en los enunciados que componen a los citados argumentos, de ahí que sea una definición que cumple con ser formal. Esto va a tener como consecuencia, entre otras, el problema del criterio para demarcar el vocabulario lógico de aquel que no lo es, puesto que la interpretación formal para un lenguaje depende de cuáles son los términos que se consideran lógicos, pues ellos determinan la forma del

³⁵ “The sentence X follows logically from the sentences of the class K if and only if every model of the class K is also a model of the sentence X ” .

³⁶ “From an intuitive standpoint **it can never happen** that both the class K consists only of true sentences and the sentence X is false”. (El énfasis es mío).

enunciado y, al mismo tiempo, nos indica cuáles son los términos no lógicos que serán aquellos cuya interpretación puede variar de un modelo a otro. Esto puede verse de manera clara al analizar la definición de satisfacción antes ofrecida. Aunque, según Tarski, la división entre uno y otro no es del todo arbitraria, tampoco hay una base objetiva para establecer un límite nítido entre ellos.

Tarski era escéptico en cuanto a encontrar dicha base, ya que esto dependería del contexto de investigación (esto lo va a sostener, aproximadamente, treinta años después de la publicación del artículo citado). Siendo un problema que lo ocupó casi toda su vida académica, al final ofreció una definición de constante lógica que dice así:

[U]na noción lógica es aquel elemento, de un lenguaje, que resulta invariante bajo toda posible permutación del universo de discurso sobre sí mismo³⁷.

Y más adelante,

Toda noción definida en *Principia Mathematica* y, por esa razón, en cualquier sistema lógico conocido, es invariante bajo toda permutación del 'mundo' o 'universo de discurso' sobre sí mismo³⁸. (Tarski 1986, p. 150.)

Por ello mismo se podría afirmar que una *constante lógica*³⁹ denotaría una noción lógica en todo universo de discurso y, por tanto, en todo modelo o en toda interpretación. La propuesta funciona si captura a todas las nociones que intuitivamente son lógicas y excluye a todas aquellas que no lo son.

Será importante entonces abordar dicho problema con más detalle en la siguiente sección, pero antes de ello me gustaría señalar lo siguiente. De acuerdo con el trabajo de Tarski, la consecuencia lógica debe tener un componente formal, uno modal y uno normativo.

Respecto al componente formal, éste nos dice que la función y el significado de las expresiones, ya se trate de un enunciado o un argumento, dependen sólo de su forma; si algo es, o no es, un enunciado, por ejemplo, depende sólo de la misma. Así, cuando se dice que la relación de consecuencia lógica es formal, lo que se está diciendo es que todo argumento que tenga la misma forma de un argumento lógicamente correcto también será igualmente correcto. Y en este sentido es posible afirmar que la lógica no se ocupa de argumentos o enunciados concretos individuales, sino que se interesa en categorizar formas.

³⁷ “that we call a notion 'logical' if it is invariant under all possible one-one transformations of the world onto itself”.

³⁸ “Every notion defined in Principia mathematica, and for that matter in any other familiar system of logic, is invariant under every one-one transformation of the 'world' or 'universe of discourse' onto itself”.

³⁹ Es pertinente señalar que Tarski admite como constantes lógicas al cuantificador universal de primer orden, al condicional, a la negación, a los paréntesis y a la identidad. Pero no era claro para él si la relación de pertenencia sería o no una noción lógica.

En cuanto al componente modal, éste aparece cuando Tarski nos dice que un enunciado es una consecuencia lógica de un conjunto de enunciados si aquel es verdadero en toda interpretación en la cual todo miembro del conjunto dado es verdadero. La propiedad modal nos habla de la herencia o preservación de la verdad, es decir, que las premisas heredan la verdad a la conclusión de manera necesaria (esta es una relación de *implicación lógicamente necesaria*). La preservación de verdad es resultado de la forma del argumento, en oposición al contenido de los términos no lógicos. Esta es la idea que Tarski trata de desarrollar en su propuesta del 36.⁴⁰

A este respecto y según Gómez Torrente (2000),

...observamos que formalidad y modalidad son propiedades necesarias de los argumentos que intuitivamente son lógicamente correctos, ... (p. 46).

Sobre estas dos propiedades, en su (2007b), Gómez Torrente también nos dice lo siguiente:

El rasgo de modalidad es el siguiente: si un argumento es lógicamente válido, entonces *su conclusión se sigue de sus premisas con la fuerza del tipo de necesidad más estricto, característico de la lógica*. Y el rasgo de formalidad es éste: si un argumento es lógicamente válido entonces *todo argumento con la misma forma lógica es también lógicamente válido*. (P. 179. Énfasis en el original.)

Y, finalmente, en cuanto al aspecto normativo, podemos afirmar lo siguiente: de acuerdo con Beall y Restall⁴¹ (2006), la idea detrás de la normatividad es que sería irracional rechazar un argumento válido. En la tradición lógica (Aristóteles, Kant, Frege, etcétera) se ha considerado que la normatividad es un rasgo definitorio de esta disciplina. Así también lo considera John MacFarland, quien nos dice:

Esta idea es central a la manera con la cual se ha definido a la lógica como una disciplina y sin la cual no resulta claro cómo se distinguiría de otras disciplinas que la rodean por todos lados: psicología, metafísica, matemáticas y semántica⁴². (McFarland, 2004, p.1)

Esto es, la lógica es la que se encargaría de proporcionar las normas para el pensamiento o el razonamiento (nos enseña cómo hacerlo),⁴³ la lógica proporcionaría una guía prescriptiva para

⁴⁰ Son estas líneas las que parecerían indicar que Tarski está utilizando términos modales para establecer su definición de consecuencia lógica. Al usar dichos términos, Tarski suscitó críticas de diversos autores como Etchemendy (1990), por ejemplo, quien sostiene que el primero incurre en una falacia modal al establecer la condición (F) y que el concepto intuitivo de consecuencia lógica trae consigo algún tipo de modalidad que un análisis estricto del mismo pondría de manifiesto. En otras palabras, de acuerdo a Etchemendy, la definición tarskiana no parece recuperar en un sentido suficientemente robusto la noción de preservación necesaria de verdad. Sin embargo, Gómez-Torrente ha argumentado que tanto Etchemendy como otros críticos están equivocados, ya que al considerar **todos los modelos** es suficiente para recuperar la noción de necesidad. Empero, la discusión de este último punto no está comprendida entre los propósitos de esta investigación. Para una discusión detallada sobre este punto véase Gómez-Torrente (1998b).

⁴¹ De aquí en adelante, Beall y Restall = B&R.

⁴² “[T]his idea is central to the way in which logic has traditionally been defined as a discipline, and without it, it is not clear how we would distinguish logic from the disciplines that crowd it on all sides: psychology, metaphysics, mathematics, and semantics”.

⁴³ Cfr. Steinberger, F. (2020).

el razonamiento correcto lo cual, a su vez, nos indicaría cuando estamos ante un argumento incorrecto⁴⁴, idea con la cual Gómez Torrente está de acuerdo cuando nos dice que:

Desde sus inicios, la lógica se ocupa de diferenciar los buenos de los malos argumentos, intentando ofrecernos criterios para reconstruir la idea de *convencimiento racional*. (Gómez Torrente 2000, p. 5.)

Así pues, el carácter normativo de la lógica tiene un rasgo de exclusión en la medida en que señala cuando un determinado argumento es correcto, válido y cuándo no, lo que a su vez nos dice que si un cierto argumento es lógicamente válido, entonces esto nos da una cierta garantía epistémica: si sabemos que un argumento X es lógicamente válido, entonces esto nos da garantías o razones para aceptar X.

1.3.2. El problema de las constantes lógicas

En la sección anterior, al hablar de la noción de Tarski de consecuencia lógica, se ha hecho mención de que uno de los componentes de la citada noción es la formalidad. Con esto estaríamos hablando de la forma lógica de los enunciados y argumentos, esto es, de la estructura lógica de los mismos que, a su vez, está determinada por su estructura sintáctica (o forma o disposición de los símbolos determinada en un lenguaje formalizado), una cierta forma esquemática que comparte con otros enunciados o argumentos y ésta a su vez está determinada por las así llamadas constantes lógicas que aparecen en ellos.

De acuerdo con Gómez Torrente (2000), al definir la noción de consecuencia lógica para un lenguaje dado, parecería que con ello ya queda determinado el conjunto de las constantes lógicas para el mismo, sus constantes lógicas, a la vez que también se fija el conjunto de aquellas constantes que no lo son. La relación de consecuencia lógica que se obtenga dependerá del conjunto que se haya seleccionado de las citadas constantes lógicas: una variará si varía el otro. Así, Gómez Torrente (2007) sostiene que:

...la noción que se convierte en fundamental en la formulación del rasgo de formalidad es en último término la noción de constante lógica, y la cuestión general de cómo queda determinada la forma lógica se reduce en último término a la cuestión de qué constantes son lógicas. (Gómez Torrente 2007, p.182)

A este respecto, Kurt Wischin (2013) concuerda con Gómez Torrente (2007b) al sostener que:

El argumento de Tarski sugiere,... que la clave para obtener una definición correcta de consecuencia relativa a un lenguaje dado, depende de la selección de las constantes lógicas en el modelo para el lenguaje. (Wischin 2003, p. 126.)

⁴⁴ No obstante, hay autores como G. Russell (2017) que sostienen que la lógica no es normativa y que hay buenas razones para sostener esta tesis.

Así pues, por lo ya afirmado, hay acuerdo en cuanto a la importancia de las constantes lógicas⁴⁵, al papel que ellas juegan en la lógica. Lamentablemente, hay poco acuerdo en cuanto a cómo definir las, al criterio para establecer la frontera entre los términos (constantes) lógicos y aquellos que no lo son.

Es de gran importancia establecer este criterio ya que, a decir de J. MacFarlane (2015), de ello podría depender la comprensión, clarificación, desambiguación, etcétera de nociones tan importantes como ‘verdad lógica’, ‘lógicamente verdadero’, ‘=’, ‘analítico’, ‘argumento válido’ y otras, así como el significado y el alcance de la misma lógica.

Para Tarski (1958)⁴⁶, no es una cuestión meramente arbitraria la división que haya entre unas y otras; también sostiene que podrían incluirse como constantes lógicas aquellas que otros lógicos hayan considerado como no lógicas y sin que ello traiga consigo conflicto entre esos términos y el uso común, habitual de los mismos.

Finalmente, en un caso extremo, cualquier término del lenguaje podría considerarse como término lógico, lo que también traería consigo otro tipo de consecuencia lógica: la consecuencia material.

Sobre esto, Gómez Torrente (2000, c. XI) considera que Tarski era más bien escéptico acerca de encontrar el criterio de demarcación preciso entre las constantes lógicas y aquellas que no lo son. Por esto mismo, Tarski parecería sostener que dependiendo del contexto (o relativo al contexto), podrían tomarse distintos términos lógicos y, por consiguiente, la extensión de la relación de consecuencia lógica podría variar (como de hecho lo hace):

[...] la fluctuación en el uso común del concepto de consecuencia se reflejaría, al menos en parte, de manera muy natural en una situación tan obligatoria de relatividad. (Tarski, 1983c, p. 420)⁴⁷

Teniendo presente la importancia de ofrecer un criterio de demarcación entre los términos lógicos y los que no lo son, y ello por las consecuencias que trae consigo el no tenerlo (por ejemplo, qué significa que un enunciado sea “lógicamente verdadero”, que se quiere decir con

⁴⁵ Cfr. Varzi, A. (2002), entre otros.

⁴⁶ Aunque aquí no hemos hecho mención de esta tesis, se considera que Tarski dió lugar a las teorías invariantistas acerca de las constantes lógicas, las cuales han recibido un apoyo bastante generalizado. Para dichas teorías, las constantes lógicas son entidades abstractas. Entre ellas están la clase vacía, la identidad, la clase universal y la diferencia.

⁴⁷ “[...]the fluctuation in the common usage of the concept of consequence would—in part at least—be quite naturally reflected in such a compulsory situation of relativity.”

‘lógico’, entre otros), a continuación presentamos, brevemente, tres de los enfoques tradicionales que, a nuestro parecer, son los más destacados en su intento por ofrecer el mencionado criterio.

El primero de ellos, que aparece en la literatura actual sobre el tema, y uno de los más influyentes, es el que sostienen las semánticas representacionales o representacionalismo.

El representacionalismo nos dice que el significado de las constantes lógicas se encuentra en el papel que éstas juegan en la determinación de las condiciones de verdad de los enunciados en los que ellas aparecen. En el caso de las constantes lógicas ya conocidas, del cálculo proposicional, su significado es una función de verdad. Por ello mismo, su tabla de verdad nos da el significado de dichas conectivas: su tabla de verdad expresa esa función. Para este enfoque, el significado de las conectivas lógicas está relacionado con su interpretación que, a su vez, es la que nos habla, dentro de un lenguaje formal, de la relación entre los enunciados y lo que ellos representan. De ahí que, para algunos autores, este enfoque sea considerado como una perspectiva semántica⁴⁸.

El segundo enfoque es el que ofrece el Inferialismo⁴⁹ o perspectiva sintáctica y cuyos orígenes se remontan a Frege (*Conceptografía*), Wittgenstein, Russell, Tarski, Pierce y otros. Éste nos dice que el significado de las conectivas lógicas está dado por las reglas de transformación o derivación, esto es, por las reglas de introducción y eliminación de las conectivas lógicas, lo cual, a su vez, cobra sentido dentro de un sistema de deducción natural⁵⁰. De acuerdo con Gentzen, las reglas de introducción definen a las constantes, mientras que las reglas de eliminación son consecuencia de las primeras. Estas reglas permiten definir el significado de los términos lógicos así como también establecer aquello que los distingue de los términos no lógicos.

De acuerdo con MacFarland (2017), los dos enfoques ya mencionados son aquellos a los que denomina como *analytical demarcations*. Sucintamente, éstos han buscado aquella propiedad o característica que sea condición necesaria y suficiente para que un término lógico sea una constante lógica. Esto no va a pasar con el tercer enfoque al cual se denomina como *pragmatic demarcation* o tradición pragmática.

⁴⁸ Cfr. Barceló (2008).

⁴⁹ Aunque hay distintos tipos de referencialismo, es de nuestro interés señalar solamente la idea general de esta posición.

⁵⁰ Cfr. Mates, B. *Lógica matemática elemental*; Gentzen, G. “Investigations into Logical Deduction” [Investigaciones sobre la Deducción Lógica] *American Philosophical Quarterly*, Vol. I, No.4, Octubre 1964, p. 295, §5.13.]

Para esta tradición, la idea es precisar aquello a lo cual se dedica la lógica (*job description*) y considerar que las constantes lógicas son aquellas expresiones que son necesarias para llevar a cabo el trabajo de la misma lógica. Así lo sostiene Frápolli cuando afirma que:

Para la discusión de las constantes lógicas es altamente relevante cuál es la concepción de la lógica que se tiene en mente. (Frápolli, M.J. 2012, p. 70.)

Esta autora también considera que, del conjunto de dichas constantes, éste ha de mantenerse al mínimo posible, es decir, estarían solamente aquellas que se han considerado como básicas (conectivos funcionales de verdad y los cuantificadores de primer orden); en el caso en donde hubiera alguna duda acerca de si lo es, como en el caso de la identidad, entonces se explicaría de otra manera (como un predicado ordinario, por ejemplo). Si el trabajo de la lógica se puede llevar a cabo, se puede hacer *bien* solamente con este conjunto reducido de constantes lógicas como parte de la o esa lógica, entonces hay que hacerlo. Es aquí donde podemos observar que el significado de los términos lógicos está dado por su uso, por la manera en la que funcionan para que la lógica, a su vez, cumpla con el propósito que se le ha encomendado.

Dentro de un enfoque pragmático, el término ‘lógica’ debe entenderse como un sistema lógico completo. De ahí que sea posible calificar a un sistema así como suficiente o insuficiente para realizar el trabajo con el que se le ha identificado; se hace hincapié en las propiedades de los sistemas lógicos en general, como un todo, a nivel global.

Para la perspectiva pragmática, lo que se considere como una lógica o un sistema lógico completo va a depender del estado actual de la ciencia, en general, y si por ello la lógica que se esté considerando ya no responde al propósito o a la tarea con la que se le haya identificado, dicha lógica deberá cambiar por consiguiente.

Para este tema, consideramos importante mencionar nuevamente la posición de M.J. Frápolli quién, en su (2012), ofrece una propuesta pragmática, misma que se enfoca en el uso que los hablantes de una lengua dan a las constantes lógicas. Para ello es necesario aclarar qué significa el término ‘lógica’, pues de ello dependerá el significado de ‘constante lógica’. La filósofa española abraza la concepción fregeana de lógica a la que denomina como *Lógica-F*.

Según esta autora, para entender qué es una constante lógica será preciso analizar los propósitos de los hablantes al utilizarlas. Uno de estos será el de hacer inferencias. Y las constantes lógicas, dice en (2012), “... *son constantes lógicas porque los agentes las usan para marcar relaciones lógicas, i.e., relaciones inferenciales,*” (p. 83). Y más adelante nos dice que las constantes lógicas nos sirven para “*marcar relaciones inferenciales entre conceptos y contenidos*

proposicionales” (p. 77). Esto es, dichas constantes señalan el lugar en el cual hay conexiones conceptuales que preservan la verdad. De ahí el porqué era importante señalar cómo debía entenderse el trabajo de la lógica y, en este sentido, la lógica es la disciplina que se ocupa de la validez y cuya noción central es el de consecuencia lógica.

Aunque en su propuesta Frápolli no deja de considerar los aspectos semánticos y sintácticos para explicar la naturaleza de las constantes lógicas, dado que los primeros, a decir de ella, son los que nos proporcionan su estructura, es la función pragmática la que en última instancia determina lo que es una constante lógica. He aquí la definición que nos da de constante lógica:

Las constantes lógicas, esto es, los cuantificadores, las conectivas, y los operadores de identidad y de verdad, son operadores de segundo orden mediante los que llevamos a cabo operaciones con proposiciones. Todos ellos adquieren su importancia permitiendo a los usuarios mostrar conexiones inferenciales entre contenidos primarios. (Frápolli, M.J., p. 6.)

Por todo lo anteriormente expuesto en esta sección, nos resulta claro que no se cuenta con un criterio no controvertido para identificar a las constantes lógicas de ningún lenguaje o para alguno en particular y, lo cual, Tarski, por ejemplo, tenía muy presente⁵¹. En opinión de Solares A. (2015), el lógico polaco consideró que el problema abierto más importante en torno a las definiciones de verdad lógica y consecuencia lógica (pero no únicamente) y que se encuentra a la base de las mismas es el de la distinción entre constantes lógicas y no lógicas. O, en otras palabras, si existe un conjunto como tal en el que solamente aparezcan, de manera incontrovertida, constantes lógicas, cuáles y porqué.

Para Gómez Torrente, en su (2008), la noción de constante lógica es fundamental para la determinación de la forma lógica de un argumento, lo cual se reduce, finalmente, a la cuestión de cuáles son las constantes lógicas y qué constantes no lo son. La noción misma de constante lógica es vaga, ambigua y la frontera entre aquellas que lo son y las que no lo son es difusa. Lo que a su vez trae como consecuencia que la noción de forma lógica también lo sea. Es decir, una consecuencia inmediata de esta vaguedad en cuanto a qué considerar como constantes lógicas se tiene de forma inmediata, ya que no resulta claro a qué nos referimos con *la* forma lógica de un argumento.

En su artículo, Gómez Torrente favorece un enfoque pragmático respecto de las constantes lógicas. Un enfoque de este tipo, después del examen crítico de las teorías invariantistas y otros enfoques tradicionales, parecería que sí nos brindaría una mejor explicación de aquellos términos

⁵¹ Tarski (1936), p.p. 148-149.

que claramente no cumplirían con ser constantes lógicas, pero tampoco y claramente no las incumplirían. Es decir, algunos de estos términos serían más aplicables que otros, más relevantes en el razonamiento general que otros, etcétera. El problema no se encuentra en aquellos términos que, de manera **intuitiva**, sabemos que son constantes lógicas ni en aquellos en los que, también gracias a la **intuición**, sabemos que no los son, sino aquellos que se encuentran *en el espacio fronterizo*⁵² entre unos y otros.

Según nuestro autor, si bien este es un problema de vaguedad, eso no implica necesariamente arbitrariedad⁵³, no es que se utilice cualquier término como término lógico (como ya lo había sugerido Tarski) y, en este sentido, es una razón en favor de su posición pragmática. Así, nos dice;

La vaguedad de un concepto no implica la arbitrariedad en su aplicación, y de hecho la excluye, pues se basa en la existencia de casos claros de aplicación y de no aplicación. Lo que es hasta cierto punto arbitrario es qué constantes del espacio fronterizo considerar como lógicas o no lógicas. Pero si un argumento contiene sólo palabras que son o bien claramente lógicas o bien claramente no lógicas, entonces la forma lógica de ese argumento está plenamente determinada por las condiciones **intuitivas** de las constantes lógicas. Así pues, una caracterización pragmática deja claro que la distinción entre constantes lógicas y no lógicas no es arbitraria. (Gómez Torrente 2008, p.23. El énfasis es mío.)

De acuerdo con esto, la aplicabilidad o el uso general de las constantes lógicas en la lógica (que se ocupa del razonamiento en general y que se aplica en muchos campos de la argumentación), la convierte en una condición necesaria (*intuitiva*) de las mismas, lo que a su vez la convertiría en un cierto criterio para incluir unas y excluir otras como palabras lógicas. Pero la aplicabilidad por sí misma no basta, habría que tener otras condiciones igualmente necesarias (como la relevancia, la utilidad, si son significativas y quizás otras más) para convertirse en suficientes para delimitar el conjunto de las mismas. De hecho, sostiene Gómez Torrente, las constantes usuales, las ya conocidas cumplen con estas condiciones *pragmáticas*⁵⁴, lo que tampoco elimina el carácter de vaguedad que tienen estas últimas condiciones.

Sin embargo, dice este autor,

Una caracterización pragmática promete, pues, tanto una respuesta fundada a los intentos de disolver el problema de las constantes lógicas como una explicación de los fracasos de caracterizaciones de otros tipos. (Gómez Torrente 2008, p. 24.)

⁵² Gómez Torrente (2008), p. 23..

⁵³ Lo cual va contra la idea tarskiana de aceptar, en un caso extremo, cualquier término de nuestro lenguaje como constante lógica. Ver Tarski 1936, p. 419.

⁵⁴ Gómez Torrente considera que estas condiciones *pragmáticas* no deberán identificarse con propiedades matemáticas, semánticas epistemológicas o modales; más bien, habría que pensar cuán fallidos han sido los intentos de la tradición filosófica por determinar a las constantes lógicas con base en dichas propiedades, aunque tampoco hay que descartarlas como necesarias, más no suficientes.. Ver Gómez Torrente (2008), p. 23.

Para terminar esta sección, queremos señalar que en el enfoque pragmático, ya que tampoco es del todo preciso, también hay ambigüedad, dado que, observamos, si no se establece una distinción clara entre cuáles sí son constantes lógicas y cuáles no, entonces se terminará con más de una noción de consecuencia lógica. Este es un problema abierto que no pretendemos resolver aquí, solamente es de nuestro interés señalarlo, porque esto va a dar pie a un tipo particular de pluralismo, el pluralismo lingüístico, que se explicará en el siguiente capítulo.

1.3.3. El principio de tolerancia: Carnap y el comienzo del pluralismo

Dentro de la tradición lógica, algunos autores⁵⁵ han sugerido que, gracias a su trabajo filosófico, Rudolf Carnap es el precursor del pluralismo lógico. Es en su obra *Der Logische Syntax der Sprache* (1934) donde se encuentra, a decir de los mismos, una de las primeras formulaciones explícitas del pluralismo lógico y lo que el mismo Carnap denominó, y que desde entonces se conoce, como el *Principio de Tolerancia*; éste se enuncia así:

[P]rincipio de tolerancia: no se trata de establecer prohibiciones, sino de llegar a acuerdos... *En la lógica no hay moral*. Todos son bienvenidos a configurar su lógica, es decir, su forma de lenguaje, como les plazca. Sin embargo, si quieren discutirlo con nosotros, necesitan expresar claramente sus intenciones y dar especificaciones sintácticas en lugar de debates filosóficos. (Carnap 2014, §17)⁵⁶

En este sentido, el interés de Carnap se centra en torno a la naturaleza de la lógica y el lenguaje, no acepta que no haya más de una lógica correcta; admite la posibilidad de diferentes lógicas, una de cuyas características será la “utilidad” o el “uso” que puedan tener o qué tan eficientes resultan como instrumentos. Hay una dimensión pragmática en la elección del lenguaje. Así lo considera cuando afirma que:

Decretar prohibiciones dogmáticas de ciertas formas lingüísticas en lugar de probarlas por su éxito o fracaso en el uso práctico, es peor que inútil; es positivamente perjudicial porque puede obstruir el progreso científico... Seamos cautelosos al hacer afirmaciones y críticos al examinarlas, pero tolerantes al permitir formas lingüísticas. (Carnap 1950a, p. 11)

De igual manera, la relación de consecuencia lógica será relativa a una estructura lingüística o un lenguaje con sus reglas sintácticas⁵⁷ y aquello para lo cual va a servir. Y, en este

⁵⁵ Caret, C.R., Kouri Kissel, T. (2021) no sugieren, sostienen; Field, H. (2009) sugiere, por ejemplo.

⁵⁶ “principle of tolerance: we are not in the business of setting up prohibitions but of arriving at conventions... *In logic there are no morals*. Everyone is welcome to set up his logic, i.e., his form of language, as he pleases. If he wants to discuss it with us, though, he needs to state his intentions clearly, and give syntactical specifications rather than philosophical debates.” (Carnap 2014, §17)

⁵⁷ Por ‘reglas sintácticas’ debemos entender reglas de formación y reglas de *transformación* o inferencia, así como axiomas y definiciones, esto es, en los términos de hoy en día, teorías axiomatizadas o *calculi*.

sentido, Carnap nos está hablando de un cálculo, de su construcción y de su manejo, de cómo es posible construir diferentes cálculos, lo cual va a depender del lenguaje, que es convencional. Esto puede dar como resultado diferentes lógicas: la elección de una lógica conlleva necesariamente la elección de un lenguaje.

Por ello mismo, la pregunta acerca de la corrección de una lógica es relativa a un marco lingüístico dado. Lo único que podemos preguntar con sentido es si una lógica (o explicación de la relación de consecuencia lógica) es correcta, pero con respecto al lenguaje que es la base de esa lógica. No se trata de prohibir esta o aquella lógica, sino de considerar o valorar las consecuencias de elegir alguna en particular. Y la única razón para aceptar o rechazar una lógica, repito, es su eficiencia instrumental, para qué nos va a servir, y si permite obtener los objetivos que se pretenden alcanzar con la misma. Así que habrá tantas lógicas como lenguajes se asuman o, mejor dicho, del lenguaje o cálculo del cual se parta. Dice Carnap:

La aceptación o rechazo de formas lingüísticas abstractas, del mismo modo que la aceptación o el rechazo de cualesquiera otras formas lingüísticas en cualquier rama de la ciencia, se decidirá en último término por su eficacia instrumental, por la relación entre los resultados alcanzados y la cuantía y complejidad de los esfuerzos que han sido necesarios para alcanzarlos. (Carnap 1950a, p. 11)

En términos generales, y por lo afirmado en líneas anteriores, es el mismo Carnap, en su (1950a)⁵⁸, quien habla por primera vez de marcos lingüísticos o conceptuales⁵⁹. Es en estos que se sitúan aquellas explicaciones o reconstrucciones, que tienen su propio lenguaje (lenguaje objeto y metalenguaje), con su sintaxis (reglas de formación y de transformación) y en los que va a tener sentido preguntarse acerca del mundo (o de las entidades que sean), si los enunciados con los que hablamos de él son verdaderos o falsos, definir conceptos (lógicos o no) como la verdad, la analiticidad, etcétera. Así, es posible disponer de distintos marcos, unos más adecuados que otros, para diferentes propósitos, para aquello de lo que queremos hablar, interpretar, entender pero no hay el mejor marco. Las reglas que se usen, particulares al tema de que se trate, será una cuestión de decisión (o de convención), tanto para unos como para los otros, y no todos los marcos son igualmente válidos. Para Carnap,

...la especificación de un marco era un requisito previo para cualquier reconstrucción racional del discurso racional. (Leitgeb y Carus, 2021)⁶⁰

En Carnap es posible identificar lenguajes con *cálculos*.

⁵⁸ En Carnap (1950a), nuestro autor parece sugerir que ‘lenguaje’ y ‘marco’ se identifican.

⁵⁹ O estructuras, como también las va a llamar en algunos de sus trabajos de 1922.

⁶⁰ Leitgeb, H. & Carus, A. (2021).

Es importante observar que, como ya hemos afirmado anteriormente, que los marcos lingüísticos vienen equipados con un cierto lenguaje y su respectiva sintaxis, pero eso no significa que debamos entender a dicho lenguaje como lo entendemos hoy en día, como un lenguaje formal, con un vocabulario y reglas de formación sintácticos; es cierto que para el estándar lógico moderno, un marco lingüístico estaría muy cerca de una lógica o de un sistema o teoría formal, con una interpretación o sin ella.

El lenguaje de los marcos lingüísticos no necesariamente es un lenguaje de objetos puramente lógicos, ya que también podría tratarse de un lenguaje propio de la filosofía de la ciencia y en el cual fuera posible reconstruir presupuestos conceptuales e inferenciales de una teoría científica o, inclusive, una teoría científica misma. Aunque esto tampoco agota el propósito de un marco lingüístico. Y, aceptando la pluralidad de marcos lingüísticos de Carnap, es posible afirmar que se desprende un cierto relativismo en relación, por ejemplo y siguiendo a Tarski, con el concepto básico de ‘verdad’ como relativo a un lenguaje, al igual que con otros como el concepto de ‘existencia’⁶¹: no tiene sentido hablar, por ejemplo, de la existencia de nada fuera de un marco lingüístico, tiene que ser al interior de uno de estos en las que pueda hacerse y no fuera del mismo. Con lo cual es manifiesto su rechazo a la metafísica (o la tradición filosófica) y al lenguaje ordinario, dadas las trampas que estos últimos suelen poner.

En líneas generales, podemos decir que con Carnap se abre la puerta al pluralismo de marcos lingüísticos, al pluralismo de las diversas formas que pueden tomar los lenguajes, incluidos los lenguajes lógicos, y, por tanto, al pluralismo lógico.

1.4 Conclusiones del capítulo

Para concluir, hemos querido presentar lo que consideramos como los temas neurales que dan pie a la posición que motiva esta investigación: el pluralismo lógico. Recordando un poco, al querer abordar el problema del pluralismo lógico, vimos cuán importante era saber qué tipo de disciplina es la lógica. Esto nos llevó a investigar cómo se la define, las dificultades que trajo consigo hacerlo, cuál es su objeto o cuáles son sus objetos de estudio. Esto nos condujo a considerar un tema que es central para la discusión del pluralismo: la concepción de la relación de consecuencia lógica de Tarski al igual que la discusión en torno a las constantes lógicas. Estas últimas resultan muy importantes ya que, si se consiguiera demarcar claramente cuáles son, entonces esto le daría un sentido muy diferente a lo que consideramos como lógica y esto cambiaría las cosas. No quisimos dejar fuera a Carnap, cuya concepción acerca de los marcos lingüísticos y su ya famoso

⁶¹ Cfr.. Carnap (1950a).

principio de tolerancia, juntos, conforman el antecedente más notable y conocido del origen del pluralismo lógico.

Habiendo presentado estas nociones preliminares, teorías y discusiones que dieron origen al pluralismo lógico, el siguiente capítulo estará dedicado a la presentación del mismo, con sus distintas variantes. Como veremos, estas discusiones no generaron una única forma de entender al pluralismo lógico; en su lugar, se dio origen a distintos tipos de pluralismo tales que ponían más o menos énfasis en algunos de los aspectos centrales de la discusión en torno a la lógica y su filosofía.

CAPÍTULO 2. Pluralismos lógicos

2.0 Introducción al capítulo

En este capítulo, es mi deseo presentar distintas formas y los autores que las sostienen, las más representativas en mi opinión, de entender los pluralismos lógicos, de mostrar que hay diferentes maneras de entender estos últimos y como enfrentan los desafíos de esta posición. De igual manera, presento una reflexión sucinta acerca de cómo una posición monista se convierte en una pluralista: el nacimiento del pluralismo. Y, por último, incluimos una sección que pretende, en conjunto, unificar los criterios o las razones a favor de una sola posición pluralista para así poder hablar con el monista.

2.1 Distintos programas pluralistas

En el debate acerca del pluralismo encontramos explicaciones distintas acerca de lo que esta posición es. Para algunos autores, al igual que sucede con 'lógica', el término 'pluralismo' puede entenderse de distintas maneras. Este es el caso, por ejemplo, de Graham Priest (2006), que considera que es posible hablar de niveles de pluralismos que, a su vez, dependen del tipo de lógica de que se trate: unas lógicas se encontrarán en un nivel mientras que otras lo estarán en otro, en unas habrá conflicto, en otras no.

Ésta es una idea que aquí no compartimos, puesto que consideramos que el debate interesante no está en considerar que todas las lógicas son igualmente legítimas, buenas, correctas, si se encuentra en un determinado nivel, si hay conflicto si se encuentran dos o más lógicas en un mismo nivel, etcétera o no por el momento. Lo que es importante aquí, en esta sección, es la manera cómo distintos filósofos pluralistas presentan sus programas en defensa de dicha posición. Así, lo que haré a continuación es presentar las que a mi juicio son las posiciones pluralistas respecto a la lógica que son más representativas. Esto me permitirá mostrar que no hay una única forma de entender qué es el pluralismo lógico y al mismo tiempo motivará la discusión entre estas posturas y el monismo lógico.

2.1.1 Pluralismo lógico lingüístico (constantes lógicas y forma lógica: Achille Varzi)

La existencia de múltiples y variadas lógicas trajo consigo el problema del pluralismo lógico. Éste sostiene que hay más de una lógica correcta. Si esto es así, nos preguntamos con qué criterios se cuenta para establecer aquello que constituye una lógica o un sistema lógico.

Para algunos estudiosos del tema (así lo encontramos en la literatura a este respecto), es el famoso *Principio de Tolerancia* de Carnap el que da lugar, por primera vez, a un pluralismo para diferentes estructuras lingüísticas así como para diferentes lógicas.

Es el caso de A. Varzi (2002), representante de este tipo de pluralismo y pluralista confeso de inspiración carnapiana, quien sostiene que uno como el suyo, el de Carnap (1956) o Beall y Restall (2006)⁶² y otros, no es más que un pluralismo dependiente de un relativismo. Para entender esto, es necesario considerar lo siguiente.

Varzi sostiene que hay muchas lógicas. O, mejor dicho, hay una lógica para cada una de las maneras de interpretar un lenguaje dado, hay una pluralidad de modelos válidos, pero esto no puede llevarse a cabo de una única manera:

...sostengo que no hay una única lógica, salvo en un sentido relativo (Varzi, 2002, p.197.)⁶³

El razonamiento de Varzi parte de la definición ya conocida por todos de argumento válido: “un argumento válido es aquel cuya conclusión es verdadera en todo modelo en el cual todas sus premisas son verdaderas” (es decir, preserva la verdad). Para nuestro autor, esta definición ya es, en sí misma, relativa, dado que hay distintas maneras de interpretar *modelo*. Por ejemplo: si se toma *modelo* como mundos, entonces podemos tener *algún tipo* de lógica clásica; si *modelo* se interpreta como situaciones, el resultado será la lógica relevante de algún tipo también. Por ello mismo, no hay una respuesta única a la pregunta acerca de la validez de un argumento, ya que, según Varzi,

...hay más de un sentido en el que un argumento puede ser válido y, en la medida que estos sean igualmente buenos, uno tendría derecho a sostener una posición relativista (Varzi 2002, pp. 197-198.)⁶⁴

Lo que tenemos aquí es una declaración de que por *pluralismo* deberemos entender la afirmación de que hay varias maneras o sentidos diferentes, igualmente buenos, de interpretar *modelo* así como *argumento válido*, lo cual puede llevarnos, y de hecho lo hacen, a generar distintas y competitivas relaciones de consecuencia lógica y, con ello, a diferentes lógicas. Todo lo cual va a dar lugar a desacuerdos, mismos que se van a originar en el lenguaje en general y en la elección del *vocabulario lógico* o constantes lógicas en particular, que es el medio por el cual se va a caracterizar el vínculo entre las premisas y la conclusión de un argumento válido.

Así, podemos decir que el pluralismo de Varzi es un pluralismo cuya noción de consecuencia lógica es relativa al conjunto de términos que se consideren como constantes

⁶² B&R de aquí en adelante.

⁶³ “I say there is no unique logic except in a relative sense.”

⁶⁴ “there is more than one sense in which an argument can be valid, and to the extent that these senses are equally good one would be entitled to hold a relativistic position”.

lógicas. De ahí que la inclusión o la exclusión de una cierta constante lógica, la manera cómo se interprete, determinará la validez o invalidez de los argumentos que caigan bajo alguna lógica, cualquiera que esta sea. Lo cual, a su vez, determinará el conjunto de modelos admisibles en cada una de esas lógicas. La discusión de este último punto está fuera del alcance de esta investigación.

Ahora bien, este pluralismo dependiente del conjunto de constantes lógicas trae consigo el problema de fijar el criterio con el cual determinar qué deba considerarse como término lógico o no dado que el límite entre el vocabulario lógico y no lógico es variable. Tarki afirmó alguna vez que cualquier término podría tomarse como constante lógica o no tomarse como tal. También podría ser que todos los términos del lenguaje se consideraran como tales.⁶⁵

Varzi, siguiendo a Tarski, favorece esta posición⁶⁶ y la denomina como *Relativismo Tarskiano*. Y en este sentido también sostiene que Carnap genera un relativismo (*Relativismo carnapiano*), ya que, lo que está a debate, es el significado de las conectivas lógicas. Habrá tantas lógicas de acuerdo con el conjunto de los términos lógicos que se hayan elegido para las mismas. Para Varzi, al igual que para B&R, por ejemplo, y, en palabras de G. Russell,

El resultado es que... hay más de una relación de consecuencia correcta, ya que dicha relación es relativa a la elección de las constantes lógicas y hay más de un conjunto de las mismas igualmente correcto, lo que da por resultado lógicas diferentes, igualmente correctas. (Russell, G. 2021.)⁶⁷

2.1.2 Pluralismo lógico de consecuencia lógica (Beall y Restall)

Uno de los pluralismos más conocido, difundido y discutido (y quizás el mejor argumentado así como atractivo para muchos)⁶⁸ es el que sostienen B&R (2000), (2006). Ellos defienden un pluralismo respecto de la relación de consecuencia lógica. Cabe aclarar que ellos parten, a su vez, del análisis tarskiano de la noción de consecuencia lógica (como preservadora de verdad), la cual pretenden generalizar.

Para explicar su propia versión de consecuencia lógica, es necesario señalar que si bien es cierto que se declaran pluralistas, esto es, que aceptan que puede haber más de una lógica correcta,

⁶⁵ Ver Russell, Gillian, "Logical Pluralism", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2021 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/sum2021/entries/logical-pluralism/>>.] y Tarsi, A. (1936).

⁶⁶ Lo que Russell, G (2021) denomina como *el liberalismo* de Tarski.

⁶⁷ "The result is that... there is more than one correct relation of logical consequence, since that relation is relative to the choice of logical constants, and there is more than one equally correct set of these, resulting in different, equally correct logics."

⁶⁸ Tajer, D. (2012) y Vásquez D., O. (2015).

también es cierto que imponen ciertos requisitos mínimos que un sistema deberá cumplir si ha de considerársele como tal: una lógica. En este punto cabe aclarar que por *lógica* deberá entenderse aquel sistema que tenga como noción central a la noción de consecuencia lógica, deberá especificar lo que ha de entenderse como *caso_x*, así como que dicha noción tendrá que cumplir con las condiciones mínimas de necesidad, formalidad y normatividad. Aquellas que sí cumplan dichos requisitos serán las lógicas que caigan dentro de su *pluralismo*.

Sabemos que no hay un acuerdo general acerca de cuál es el objeto principal de estudio de la lógica. Sin embargo, B&R parten de la idea de que la noción central de aquella es el concepto de consecuencia lógica. Para nuestros autores, éste es un concepto *unsettled*⁶⁹, es decir, vago, pre-teórico, intuitivo, difícil de asir, ambiguo, pero cuya naturaleza queda capturada o aprehendida de manera general en el principio denominado como la Tesis Tarskiana Generalizada (TTG):

(TTG) Un argumento es válido_x si y sólo si, en todo caso_x en el cual las premisas son verdaderas, también lo es la conclusión. (B&R 2006, p.29.)⁷⁰

Este principio caracteriza lo que deberá entenderse por consecuencia lógica. Sin embargo, no determina ninguna relación de consecuencia lógica en particular, en tanto no haya una interpretación única sobre aquello que deba entenderse por un *caso_x*. Así, B&R sostienen que hay más de una relación de consecuencia lógica (o más de una manera de entenderla) y esto con base en la forma particular en la que demos significado a la expresión *caso_x*.⁷¹ Puesto que hay distintas maneras de precisar (*precisification*) dicha expresión, esto dará por resultado diferentes nociones de consecuencia lógica que generará diferentes lógicas.

Para B&R hay, por lo menos, tres maneras de interpretar *caso_x*: como *modelo* o *mundos posibles*, como *construcción* y como *situación*, lo cual arroja como resultado tres teorías correctas sobre la consecuencia lógica: la lógica clásica, la intuicionista y la relevante, todas ellas con sus distintos méritos.⁷²

Ahora bien, no es suficiente ofrecer una especificación de *caso_x* para obtener una lógica, ya que también se deberían cumplir con los requisitos mínimos explícitos ya señalados para que un sistema pueda ser considerado lógico. Este es el criterio de logicidad de B&R que nos dice

⁶⁹ La palabra *unsettled* es difícil de traducir en este contexto y es por ello que ofrezco una clarificación utilizando otros adjetivos en español.

⁷⁰ "(GTT) An argument is valid_x if and only if, in every case_x in which the premises are true, so is the conclusion."

⁷¹ Ver B&R (2006), pp. 25-28.

⁷² En realidad, interpretar como *modelos* o como *mundos posibles* es distinto, pero, al final, ambas generan la lógica clásica, en tanto contemplan descripciones completas o bien situaciones completas, la parte constructiva para la intuicionista y la de situaciones para la relevante.

cuando estamos ante un sistema lógico legítimo, correcto (o lógica) y cuando no. Con todo ello se obtendría una relación genuina de consecuencia lógica.

Esta relación de consecuencia lógica será una relación que es el resultado de la manera como cada lógica distinta haya codificado su propia relación de consecuencia lógica, las cuales, en conjunto, darían como resultado una única relación de consecuencia. Es decir, se captaría por *aproximaciones*, cada lógica captaría rasgos diferentes de esta misma relación y esto porque no hay una característica esencial de la relación de consecuencia lógica, sino distintas y buenas aproximaciones de la misma.

En resumen, el concepto de consecuencia lógica es impreciso (*unsettled*), lo cual genera, para diferentes especificaciones, diferentes relaciones de consecuencia lógica. Esto nos lleva a aceptar un pluralismo lógico acotado a aquellos sistemas lógicos que tengan una relación adecuada de consecuencia lógica, que cumplan con la TTG y que además preserven necesidad, formalidad y normatividad.

2.1.3 Pluralismo lógico por normatividad epistémica (Hartry Field)

En la literatura lógica actual podemos encontrar otra variante distinta de pluralismo lógico, misma que es defendida por Hartry Field (2009), y que se denomina como *Pluralismo acerca de la normatividad epistémica*.

Field afirma que podemos llegar a un pluralismo lógico *interesante* a través de argumentar a favor de un pluralismo normativo. Y, así, con base en la idea de que la lógica es normativa, es posible sostener un pluralismo acerca de la normatividad epistémica. Así nos dice:

...la validez lógica tiene un componente normativo. [Y, más adelante,] ...la normatividad epistémica... está ligada a la noción de validez lógica. (Field, H. 2009, p.354.)⁷³

Esto es, dado que hay muchas normas epistémicas⁷⁴ posibles, no habría que considerarlas como *correctas* o *incorrectas*, pero es útil⁷⁵ si las consideramos como unas *mejores* o *peores* que otras de acuerdo con los objetivos que se estén persiguiendo. El autor afirma que son dos las razones para sustentar esta idea:

i) que una norma sea mejor que otra es relativa a los objetivos que se quieran alcanzar. Estos objetivos podrían ser mediatos (o aproximados) o inmediatos; las normas son evaluables, están

⁷³ “...logical validity has a normative component..., epistemic normativity... is tied to the notion of logical validity.”

⁷⁴ Las normas epistémicas son normas que guían las conductas relativas a la formación o mantención de las creencias, así como guían las conductas relativas a la afirmación y razones prácticas.

⁷⁵ Ver Russell, G. (2021) y Field, H. (2009), pp. 354 y 355. Field también sostiene lo que llama *antirrealismo normativo*.

sujetas a críticas, pueden entrar en competencia o estar sujetas al cambio, dependiendo de dichos objetivos.⁷⁶

Y ii) la más importante, a decir de Field, que no hay razón alguna para pensar que existe la mejor norma *simpliciter* y que se podrían tener secuencias de mejores y mejores normas para ciertos objetivos, cualesquiera que estos sean.

...hay muchas normas posibles y podemos calificarlas como mejores o peores (relativas a nuestros objetivos epistémicos), pero no hay razón para pensar que solamente hay la mejor. Y hablar de la corrección de la norma epistémica simplemente no parece tener sentido. (Field, H. (2009), p.355.)⁷⁷

Field también afirma que una de las funciones que las normas epistémicas pueden tener es la de ayudarnos a evaluar el comportamiento de diversas lógicas (deductivas) en el logro de distintos objetivos epistémicos que tuvieran. Este sería el caso, por ejemplo, de la resolución de las paradojas semánticas.

En el caso de las lógicas, hay muchas lógicas posibles y no es claro que haya una o la mejor lógica o la única correcta (*vs* el monismo). No hay, según Field, una lógica de uso múltiple (*an all-purpose logic*). Y así como sucede con las normas epistémicas, en su tipo de pluralismo lógico hay lógicas peores o mejores relativas al objetivo particular o a los objetivos en general que se pretendan alcanzar:

Pero no es obvio que deba haber una mejor lógica, única, para un objetivo determinado y, mucho menos, que debamos pensar en una lógica como de “manera única” en algún sentido independiente de objetivos. (Field, H. 2009, p. 356.)

En cuanto al conflicto que surge entre las diversas lógicas rivales o alternativas (o aquellas que cumplan con requisitos mínimos, aunque esto es algo que nuestro autor no menciona cuáles pudieran ser estos), no es un conflicto genuino. La posibilidad de la existencia de variadas lógicas, según Field, ya lo sugiere el famoso *Principio de Tolerancia* de Carnap. No hay conflicto alguno entre las distintas lógicas. Preguntarse si acaso hay alguno entre, por ejemplo, la lógica clásica y la relevante *es una mala pregunta*.⁷⁸ Y en este sentido, siguiendo la línea carnapiana, es una pregunta *ilegítima*. A nuestro autor también le resulta claro que hay *usos* de alguna lógica u

⁷⁶ En opinión de Steinberger (2017), el pluralismo de Field sí da lugar al conflicto normativo en la medida que permite que hayan múltiples estándares de evaluación en competencia.

⁷⁷ “...there are lots of possible norms, and we can rate them as better or worse (relative to our epistemic goals), but there’s no reason to think there’s a uniquely best one. And talk of correctness of epistemic norm just doesn’t seem to make sense.”

⁷⁸ Ver Field, H. (2009), p. 344.

otras lógicas que puedan ser interesantes para los defensores de alguna otra en ciertos contextos apropiados, sin precisar cuáles pudieran ser estos.⁷⁹

2.1.4 Pluralismo lógico de modelos (Stewart Shapiro)

Una posición que resulta importante e interesante en torno al pluralismo es la propuesta por Stewart Shapiro quién, en su (2014), nos dice que, antes de poder decir en qué consiste éste, es preciso delimitar, antes que nada, el trabajo de la lógica (lógica formal, por supuesto). De acuerdo con nuestro autor, la lógica se encarga de modelar el lenguaje natural (*logic-as-model*), es decir, es una teoría que modela argumentos del lenguaje natural; un modelo es una estructura que capta, idealiza o refleja algunas características de un cierto fenómeno (el que se quiere explicar) mientras ignora otras.⁸⁰ Por ello mismo, no hay un modelo único, perfecto y adecuado, pero sí rivales y correctos de los argumentos que se intentan modelar. Si este es el caso, entonces hay distintas maneras de entender la relación de consecuencia lógica, como veremos un poco más adelante.

Cabe aclarar que el pluralismo de Shapiro es un pluralismo lógico (o, como él mismo lo señala, un *pluralismo ecléctico*), aunque ligado fuertemente a las matemáticas⁸¹ (algunas teorías dentro de ellas) y son éstas su fuente de inspiración en cuanto a este tema (de ellas toma algunos ejemplos, como es el caso del análisis intuicionista o el análisis infinitesimal suave (*smooth*)). La definición que nos ofrece es la siguiente:

El *pluralismo* sobre un tema dado es la opinión de que diferentes explicaciones del tema son igualmente correctas, igualmente buenas, igualmente legítimas o, quizás, incluso igualmente verdaderas. En general, el relativismo popular puede dar lugar al pluralismo. (Shapiro 2014, p. 64. Énfasis en el original.)⁸²

Respecto de la lógica, Shapiro se enfoca en dos cuestiones centrales para la misma: la validez y la relación de consecuencia lógica. Estas dos nociones son relativas a una estructura o a un tipo de estructura. Así nos dice:

Yo sostengo aquí que, al menos en matemáticas, la validez y la consecuencia son relativas a una estructura⁸³. (Shapiro 2014, p. 64.)

⁷⁹ Field no ofrece una definición de qué es una lógica, pero su artículo sugiere que la toma como una herramienta. O quizás, una lógica sea solamente un cálculo.

⁸⁰ Es necesario tener presente que un modelo es una simplificación de aquello que se quiere modelar, lo cual no quiere decir que se haga caso omiso de la riqueza de lo modelado, ya que lo que importa son los aspectos que se quieran destacar o simplificar del mismo.

⁸¹ Cabe aclarar que Shapiro tiene en mente a la lógica de las matemáticas.

⁸² “*Pluralism* about a given subject is the view that different accounts of the subject are equally correct, equally good, equally legitimate, or perhaps even equally true. Typically, folk-relativism can give rise to pluralism. All it takes is that at least some instances of the “independent variable,” the parameter, correspond to legitimate “accounts” of the dependent variable”.

⁸³ “I argue here that, in mathematics at least, validity and logical consequence are relative to structure”.

Ahora bien, aquí hay dos cosas sobre las que hay que decir lo siguiente: la primera nos habla de un relativismo o lo que nuestro autor denomina como un relativismo popular. Este último está fuertemente relacionado con el pluralismo, ya que a decir de Shapiro, el primero da lugar al segundo o, bien, el segundo depende del primero⁸⁴.

La segunda nos dice que la relación de consecuencia lógica, tal como se le considera dentro de las matemáticas, es relativa a contextos conversacionales y estos últimos deberán entenderse, entre otras cosas, como teorías o estructuras matemáticas. Dichas estructuras determinarán, cada una en su caso, la lógica adecuada, correcta para la misma. Es así como resulta que la lógica es relativa al contexto. Así lo sostiene Shapiro:

Yo propongo que cada “contexto” incluya una teoría o estructura específica. Sería la teoría matemática avanzada, en un momento dado, por un matemático o un grupo de matemáticos. De acuerdo con la orientación ecléctica anterior, cada contexto tiene una lógica específica: la lógica clásica para las teorías clásicas, la lógica intuicionista para las teorías intuicionistas, etc. A veces, simplemente pensaremos en una lógica sola como un contexto, si la teoría matemática ambiental no está en el centro de atención o no tiene importancia⁸⁵. (Shapiro 2014, p 89.)

De acuerdo con lo afirmado,, hay una serie de teorías matemáticas o sistemas matemáticos interesantes y legítimos⁸⁶ que se relacionan u operan con distintas lógicas, aunque no todas resultan adecuadas para los propósitos de dichas teorías. Este es el caso, por ejemplo, del análisis infinitesimal suave que, si se estudia desde la lógica clásica se vuelve inconsistente, lo que no sucede con la lógica intuicionista.

Aquí también nos parece oportuno señalar dos cosas. La primera nos dice que tanto el análisis clásico como el intuicionista son sistemas matemáticos legítimos, lo cual no excluye que, dentro de su pluralismo lógico, también sea posible aceptar teorías inconsistentes que otras posiciones filosóficas rechazarían. Esto tiene que ver con el uso de la lógica en las matemáticas, es decir, las lógicas subyacentes a los análisis ya mencionados en líneas anteriores o las lógicas con las que se estudian (la clásica y la intuicionista, en ese orden) son lógicas distintas legítimas, aunque incompatibles entre sí, y no son las únicas. Todo lo cual va a tener, a su vez y como efecto, un pluralismo en matemáticas.

⁸⁴ Según Shapiro (2014), el pluralismo de B&R es una suerte de relativismo popular (*folk-relativism*) que comienza con la especificación de los así llamados “casos”.

⁸⁵ “I propose that each “context” includes a specific mathematical theory or structure. It would be the mathematical theory being advanced at any given time by a mathematician or a group of mathematicians. In line with the foregoing eclectic orientation, each such context has a specific logic: classical logic for the classical theories, intuitionistic logic for the intuitionistic ones, etc. Sometimes we will just think of a logic alone as a context, if the ambient mathematical theory is not in focus or does not matter”.

⁸⁶ Este es el caso, por ejemplo, del análisis intuicionista, el análisis clásico, el análisis infinitesimal suave o, inclusive, la geometría diferencial sintética, entre otras.

La segunda, dado que esas teorías o sistemas son legítimos, esto nos indica, según nuestro autor, que esos sistemas son consistentes, lo cual no es otra cosa que afirmar que la consistencia, que no es una noción unívoca, es una condición *sine qua non* en su versión conservadora, desde la perspectiva de Hilbert, en la cual tiene su origen: *...la consistencia es el único requisito formal de las teorías legítimas...* (Shapiro 2014, p. 88). Esto es, la única condición para aceptar una teoría es que ésta no sea inconsistente.

Así, nos dice Shapiro:

Pero, ¿qué pasa con la consistencia? ¿Es acaso una noción unívoca? Para los propósitos actuales, la observación crucial, aunque trivial, es que la consistencia es una cuestión de la lógica. En cierto sentido, la consistencia es relativa a la lógica: una teoría dada puede ser consistente con respecto a una lógica e inconsistente con respecto a otra. En general, cuanto más débil sea la lógica, más teorías serán consistentes y por ello legítimas desde la perspectiva de Hilbert. Así, un relativismo sobre la lógica daría lugar a un relativismo o pluralismo sobre las matemáticas mismas.⁸⁷ (Shapiro 2014, p. 67.)

Ya en párrafos anteriores habíamos señalado que tanto las nociones de validez como la de consecuencia lógica son relativas a un contexto. Por ello mismo, hay una diversidad de relaciones de consecuencia lógica, solamente ellas pueden generar estructuras matemáticas distintas y que este *folk-relativism* es lo que da lugar a su pluralismo lógico o pluralismo ecléctico, como también lo llama su autor. Aunque estas distintas concepciones de consecuencia lógica, entre ellas, resulten incompatibles, todas ellas caracterizan correctamente un aspecto de la consecuencia lógica central (si es que la hay).

Así pues, Shapiro acepta que hay una serie de lógicas dado que hay diversas teorías matemáticas, fructíferas y que vale la pena estudiar, y cuyas lógicas, con las que se estudian dichas teorías, no son clásicas. Es decir, considerar que hay otras lógicas como la intuicionista o incluso una paraconsistente de algún tipo⁸⁸, es lo que permite que se abra paso al pluralismo. Estas lógicas así como las diversas teorías son todas legítimas, repito, en tanto sean consistentes o no triviales.

En cuanto a la noción de validez, Shapiro sostiene, de igual manera, que dicha noción es relativa a los contextos de uso, dentro de un contexto y estos no son nada más que teorías y estructuras matemáticas particulares. Y, a su vez, ambas nociones, la de validez y la de consecuencia lógica, son relativas a la elección de los términos lógicos que se haga.

⁸⁷ "But what of consistency? Is that a univocal notion? For present purposes, the crucial, if trite, observation is that consistency is a matter of logic. In a sense, consistency is relative to logic: a given theory may be consistent with respect to one logic, and inconsistent with respect to another. In general, the weaker the logic, the more theories that are consistent, and thus legitimate from the Hilbertian perspective. So a relativism or pluralism concerning logic would result in a relativism or pluralism concerning mathematics itself."

⁸⁸ Esto no significa una contradicción con lo afirmado anteriormente acerca de la consistencia.

La discusión del relativismo está estrechamente ligada con el problema del significado de los términos lógicos. Shapiro considera que este pluralismo va a afectar el significado de las conectivas lógicas (el cual va a resultar muy variable), ya que en ocasiones, en la práctica matemática *viva*, real, es posible que se empleen, por ejemplo, dos lógicas diferentes con las mismas conectivas, que compartan el mismo significado o contenido, y en otras ocasiones no, esto es, en diferentes contextos. Esto también trae consigo una especie de contextualismo sobre la lógica.

Todo lo cual, en nuestra opinión, no es otra forma de decir que el concepto de término lógico es vago⁸⁹ o impreciso, es decir, si las conectivas lógicas no tienen el mismo significado en diferentes contextos, entonces dicho significado es sensible al contexto de la misma forma que términos como “altura” o “peso” lo son. Consideramos que la propuesta de Shapiro no es otra que la de ofrecer una noción flexible de constante lógica la cual, a su vez, va a depender del uso, en las demostraciones, de la aplicación de la teoría⁹⁰ de que se trate y que sostiene cuando afirma que:

*Para algunos fines...tiene sentido decir que las conectivas y cuantificadores clásicos tienen diferentes significados que sus contrapartes en los sistemas intuicionistas, paraconsistentes, cuánticos, etc. En otras situaciones tiene sentido decir que el significado de la terminología lógica es el mismo en los distintos sistemas.*⁹¹ (Shapiro 2014, p. 127. El énfasis es mío).

Resulta importante señalar, para nosotros, a manera de resumen y para terminar este apartado, que Shapiro nos señala que para que el pluralismo y el relativismo popular se abran paso, hay distintas formas de lograrlo. La primera nos dice que hay maneras diversas de entender los conceptos de ‘validez’ y de ‘consecuencia lógica’ y esto por el carácter polisémico de los mismos o porque expresan lo que él denomina como conceptos racimos (*cluster concepts*). Esto es, diversos conceptos o nociones⁹² que caen bajo una misma denominación, ya sea, por ejemplo, consecuencia lógica, pero ninguna de esas nociones puede pretender ser *la* noción buena, la única o la verdadera. Por el contrario, cada una de ellas puede verse, éste es un caso, como una buena *explicación* de la *noción intuitiva de consecuencia lógica*⁹³ y no habría ninguna razón para privilegiar alguna de ellas. Y por ello tenemos que esta es una manera de ser pluralista o relativista popular.

⁸⁹ En realidad, la idea de Shapiro, sobre este tema, se sitúa sobre algunos otros temas generales sobre el lenguaje. Por ejemplo: la vaguedad, la textura abierta (*open-texture*) y disputas verbales, etc.

⁹⁰ Si es que tiene algún uso o alguna aplicación interesante y fructífera.

⁹¹ For some purposes...it makes sense to say that the classical connectives and quantifiers have different meanings than their counterparts in intuitionistic, paraconsistent, quantum, etc. systems. In other situations, it makes sense to say that the meaning of the logical terminology is the same in the different systems. Shapiro (2014, p. 127)

⁹² Aspectos o *guisas*, en la terminología de H. Neri-Castañeda. Tomado de Herrera, I., A. *Una ontología neoleibniziana: la teoría de las guisas de Héctor-Neri Castañeda*. UNAM/Instituto de Investigaciones Filosóficas.

⁹³ Ver Shapiro (2014), p. 205.

La segunda manera surge de la perspectiva denominada *lógica-como-modelo*. Si se entiende a un sistema lógico como un modelo matemático, entonces habría que considerar el objetivo de dicho modelo y aquello que se pretende modelar, ya que tampoco hay el único o el mejor modelo para la noción de consecuencia lógica, dado el carácter polisémico de la misma. Luego entonces habrán tantos modelos como lógicas hay y así, nuevamente, hay un pluralismo.

La tercera nos dice que casi todas las explicaciones que se proponen dar cuenta de la validez y la consecuencia lógica apelan a la distinción entre la terminología lógica y no lógica. Para Shapiro, no hay una sola manera de hacer tal distinción, no hay *la* distinción única, correcta. Así, la validez y la consecuencia lógica son relativas a la elección de los términos lógicos que se haga.

La cuarta manera de que se dé pie al pluralismo es la siguiente. Esto sucederá si consideramos que la noción misma de consecuencia lógica es una noción vaga. Lo cual a su vez nos remitirá a la noción de vaguedad que se adopte y que las expresiones vagas son relativas, a un contexto conversacional, por ejemplo, como ya habíamos señalado líneas arriba. Así se tendría un relativismo popular respecto de la consecuencia lógica.

La quinta manera, en torno a las matemáticas puras, es la que se refiere a la noción de consistencia y ésta como condición de posibilidad de toda teoría legítima. Si este es el caso, entonces podría pedirse a cualquier teoría que demuestre ser, desde las matemáticas, interesante, fructífera e incluso que tuviera alguna aplicación. Afirma Shapiro:

...la consistencia es todo lo que importa para la legitimidad. Una rama dada de las matemáticas puede resultar trivial, poco interesante o sin interés alguno, infructuosa, inadecuada para un propósito o aplicación dados, etc. Pero si es consistente (o no trivial), entonces es legítima, como la matemática pura. No hay ningún otro criterio metafísico o matemático que una teoría tenga que pasar. (Shapiro 2014, p. 206).⁹⁴

Finalmente, Shapiro, respecto del debate en torno a si las palabras o expresiones como ‘válido’, ‘consecuencia lógica’ tienen el mismo *significado* o contenido en todos los contextos, lo resuelve sugiriendo que es una cuestión terminológica y a dichas expresiones las denomina como términos de arte (*terms of art*), esto es, términos cuyo uso solamente se estipula (en este caso) en la lógica. Acepta que es coherente que haya otras maneras de estipular la terminología lógica. Y lo mismo sucede con las conectivas y cuantificadores ya conocidos, cuyo significado o

⁹⁴ ...consistency is all that matters for legitimacy. A given branch of mathematics may prove to be trivial, uninteresting, unfruitful, unsuitable for a given purpose or application, or the like. But if it is consistent (or non-trivial), then it is legitimate, as pure mathematics. There is no other metaphysical or mathematical criterion that a given theory has to pass.

el cambio de éste en las distintas teorías es sensible al contexto o relativo a los intereses de las mismas.

2.1.5 Pluralismo lógico por restricción

Es al filósofo Ole Hjortland (2012) a quién se debe el así denominado como pluralismo lógico por restricción. El pluralismo lógico de nuestro autor, y así lo señala en repetidas ocasiones, es independiente de la tesis de la diferencia o variación de significado (*meaning-variance thesis*) acerca de las conectivas lógicas, como así lo manifiestan otras propuestas. Y, por el contrario, afirma que es posible sostener una posición pluralista que sea independiente de dicha tesis. Así lo afirma cuando nos dice que:

La idea general es pensar en un pluralismo lógico no como una pluralidad de teorías lógicas, sino como una pluralidad de relaciones de consecuencia (y relaciones de derivabilidad) dentro de una y la misma teoría lógica. A éste lo llamo *pluralismo intra-teórico*. (Hjortland, 2012, p. 2. Énfasis en el original.)⁹⁵

Hjortland nos dice que si bien es cierto que la preocupación tradicional de la lógica tiene que ver con el razonamiento deductivo, también es cierto que el pluralismo lógico “[...] *es precisamente una tesis acerca de la lógica [también] aplicada al razonamiento*”⁹⁶ (p. 2). Teniendo esto presente, va a proponer y desarrollar un tipo de pluralismo que no implique, como en las propuestas de autores como Quine, Shapiro, Field y otros, una variación o un cambio en el significado de los conectivos lógicos en las distintas teorías lógicas y, con ello, se elimina la idea, por ejemplo, de que dicho cambio no es una mera disputa verbal. En su (2016) nos dice que:

...el pluralismo que yo defiendo difiere...en importantes maneras de otras formas de pluralismo en la literatura. (Hjortland 2016, p. 3)⁹⁷

Cuando habla de una sola teoría lógica (*a single logical theory*), Hjortland considera que podría interpretarse como un sistema S de pruebas, con varias nociones de demostrabilidad en S o bien una teoría lógica como una semántica formal también con varias relaciones de consecuencia teórica de modelos asociadas a la misma, no equivalentes entre sí, pero con un único conjunto de reglas operacionales para las conectivas. Y todo esto a través de la generalización de un cálculo de secuentes de n-lados.

En otras palabras, el pluralismo que propone Hjortland es un pluralismo que no trae consigo una pluralidad de teorías lógicas, es un pluralismo que se da al interior de una sola y única teoría, con una pluralidad de relaciones de consecuencia lógica y, con ello, una pluralidad

⁹⁵ “The overarching idea is to think of logical pluralism not as a plurality of logical theories, but as a plurality of consequence relations (and derivability relations) within one and the same logical theory. I call this *intra-theoretic pluralism*”.

⁹⁶ “Logical pluralism,... is precisely a thesis about logics as applied to reasoning”.

⁹⁷ “the logical pluralism I advocate... differs in important ways from other forms of pluralism in the literature...”

de relaciones de demostrabilidad dentro del mismo lenguaje formal. Y este último con una sola interpretación. En sus propias palabras:

...el pluralismo que recomiendo aquí es un pluralismo *intra-teórico*. Solamente necesitamos una teoría lógica, pero la teoría misma recomienda principios lógicos restringidos para diferentes partes del lenguaje. (Hjortland 2016, p. 24. Énfasis en el original.)⁹⁸

En la posición de Hjortland, la noción central de una teoría lógica es la de validez, por un lado. Por otro lado, teoría lógica y sistema lógico no se identifican. En el caso de la primera, se aplicaría al razonamiento deductivo, mientras que, en el caso del segundo, no necesariamente tiene una aplicación. Un sistema lógico podemos entenderlo como una teoría de pruebas, un álgebra, una relación teórica de modelos, etcétera, un constructo formal. Así pues, en este caso se trata de un pluralismo dependiente del lenguaje dentro de una teoría lógica y para el cual solamente hay una relación de validez única.

2.2 ¿Hay un pluralismo de lógicas? ¿Hay un pluralismo de pluralismos?

A la primera pregunta que sirve de título a esta sección y por lo expuesto anteriormente, hay distintas maneras de dar respuesta a la misma. Yo creo que podemos responder diciendo, en principio, que sí hay muchas o una variedad de ellas, como ya hemos visto líneas arriba. Pero, ¿todas ellas están realmente justificadas?, ¿Por qué existen tantos tipos de pluralismo?, ¿Es posible sostener al pluralismo lógico a pesar de lo que se ha dicho?, ¿Contra qué están luchando los pluralistas? También, por lo expuesto en la sección anterior, vemos que no hay punto de acuerdo, ya que esos pluralismos lo son por razones diversas: la interpretación del lenguaje lógico, las formas en las que se puede entender la noción de consecuencia lógica, su relación con el relativismo,...

Hasta el momento en que aparece *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell (1910-1913), solamente se había considerado como ‘lógica’ a la lógica clásica, la que a su vez hacía referencia a la lógica aristotélica y a los desarrollos que de ella hicieron los medievales. Nadie habría cuestionado, en ese entonces, la existencia y unicidad de la misma (¡no habría tenido sentido!) ni tampoco la validez de los principios lógicos. Es a partir de los trabajos de C.I. Lewis (1912), Lukasiewics (1920) y otros que surgen sistemas lógicos y las filosofías que los acompañan, diferentes de la lógica clásica⁹⁹, que sí van a cuestionar la validez universal de los principios lógicos, que intentan responder a cuestiones, como la de los futuros contingentes, y

⁹⁸ “...the logical pluralism I am recommending here is an intra-theoretical pluralism. We only need one logical theory, but the theory itself recommends restricted logical principles for different parts of the language”.

⁹⁹ Ver nota a pie de página núm. 4.

muchas más porque la lógica clásica, dadas sus limitaciones, no responde a ellas. Y es respecto de estos sistemas lógicos que puede hablarse de una variedad o una pluralidad de lógicas que intentan responder, como ya hemos visto y de distintas maneras, a dichas cuestiones.

En el ámbito de la filosofía de la lógica, el surgimiento de una multiplicidad de lógicas o sistemas lógicos (¿realmente son lógicas?¹⁰⁰) trajo consigo el problema acerca de cómo entender este fenómeno, respecto de qué se puede ser pluralista, si hay razones distintas para ser pluralista. En la exposición anterior, de las distintas posiciones y sus autores, podemos ver que hay respuesta a algunas de las cuestiones ya señaladas, que sí hay diferentes lógicas, que hay distintas maneras de entenderlas, que todas tienen sus virtudes y también sus defectos. Tal vez uno de los principales problemas que todavía están abiertos es esta pluralidad de pluralismos lógicos, pues no parece haber un consenso sobre de qué forma es que debemos entender el pluralismo lógico. Esto nos lleva a preguntarnos si es que podemos defender algún pluralismo sobre el resto o tengamos que optar por otra estrategia si es que deseamos seguir el camino del pluralismo. Este tema se trabajará en el capítulo siguiente. Pero todavía hay que hablar un poco sobre los pluralismos y sus opositores, pues, todavía es posible negar, es posible sostener, que no hay muchas lógicas y que solamente se puede tener una sola, aunque esto no significa saber cuál es. Esto es lo que se llama, dentro de la literatura filosófica, el debate monismo¹⁰¹ vs pluralismo.

En la siguiente sección, intentaré presentar en qué consiste este debate, así como las distintas razones que aducen, en conjunto, tanto los monistas como los pluralistas en defensa de su propia posición.

2.3 Monismo vs Pluralismo

Si bien es cierto que el tema principal de esta investigación es el pluralismo lógico, también es cierto que se torna necesario hablar del monismo lógico, en qué consiste éste, cuál es la relación que tiene con nuestro punto central, en qué consiste el debate entre monistas y pluralistas, es decir, las razones que aportan en defensa de su propia posición.

El monismo lógico (o *monismo lógico universal*¹⁰²) es la posición que afirma que solamente hay una lógica correcta, verdadera (*one true logic*), cuya aplicación es universal y es neutral al tópic. Como ya habíamos indicado en la sección 1.1 y a rasgos generales, la lógica se centra en la noción de consecuencia lógica. Si esto es así, entonces para el monista no hay más

¹⁰⁰ Ésta es una interrogante que nos surge a partir de posiciones como la de Shapiro (s. 2.1.4), por ejemplo, y que retomaremos más adelante.

¹⁰¹ No podemos dejar de señalar que, al igual que el pluralismo, tampoco el monismo es una posición unificada, es decir, al interior de esta posición no hay acuerdo alguno en cuanto a cuál es la mejor lógica o cuál es *la lógica*, pero siempre será una, la única.

¹⁰² Éste es el nombre con el que Cohnitz & Estrada-González denominan, en su (2017), a esta posición.

que una sola relación genuina de consecuencia, una sola noción de validez¹⁰³, una sola manera de explicar qué quiere decir que un argumento sea válido¹⁰⁴ (esto es, cuándo y cómo), un solo conjunto de inferencias correctas¹⁰⁵ (que no sería vacío) aplicables en todos los dominios (no importa cuáles sean estos) y la lógica determina así la forma correcta de razonar (la lógica es normativa para el *pensamiento*).

Respecto de la noción de normatividad, una característica¹⁰⁶ que se ha considerado como definitoria de la lógica y que es la que permite distinguirla de otras disciplinas, podemos decir que ambas han ido de la mano en su desarrollo puesto que es ella la que nos dice cómo debemos razonar y, no solamente eso, sino que también nos dice qué debemos creer, lo cual nos llevaría irremediablemente a la revisión de nuestros sistemas de creencias (lo cual también pasa en la ciencia o en la vida de todos los días). Pensemos en Kant, Frege y, más recientemente, Priest y otros quienes pensaban que ésta es la función de la lógica, esto es, no nos dice cómo pensamos, sino como deberíamos hacerlo¹⁰⁷. Y es por ello que algunos filósofos consideran que la discusión entre monismo y pluralismo lógico tiene como un elemento central la discusión sobre la normatividad de la lógica.

De acuerdo con esto, se tendría entonces que el objetivo de la lógica es distinguir las inferencias válidas de las que no lo son y, por lo tanto, solamente hay una manera de hacer lógica, en otras palabras, *hay tan sólo un sistema lógico correcto* (Haack, S. 1978, p. 246.), pero esto no es todo lo que hay, como veremos más adelante.

La disputa entre monismo y pluralismo puede resumirse en que para el primero solamente hay un único sistema lógico, mientras que para el segundo hay una pluralidad de ellos. Esto abre un conjunto de interrogantes en torno a la lógica que cada posición trata de responder de muy diversas maneras. Por ejemplo, el pluralista plantearía el por qué de una sola lógica; el monista, si bien acepta que es un hecho que hay diversas *lógicas*¹⁰⁸, también es cierto que se pregunta

¹⁰³ Validez entendida como preservación de verdad.

¹⁰⁴ La validez como propiedad de los argumentos.

¹⁰⁵ Inferencia correcta entendida como aquella inferencia que vale en todos los casos..

¹⁰⁶ Sin embargo, hay filósofos que consideran que esto no es así, que la lógica no es normativa. Ver G. Russell (2017). Parecería entonces que si una teoría no es normativa, entonces no es una lógica. No obstante, una discusión extensa de este tema está fuera del propósito de esta investigación.

¹⁰⁷ En apoyo a la idea de la normatividad de la lógica, se aduce que nos equivocamos al razonar, esto es, que podemos *violar*, *romper* o no *obedecer* las leyes de la lógica.

¹⁰⁸ Aquí es necesario hacer una precisión: el monista acepta que hay muchas, pero no como “lógicas”, sino que se pueden ver como teorías científicas o casi científicas (teorías descriptivas como la física, por ejemplo. Ver Blake-Turner, C., Russell, G. Logical pluralism without the normativity. *Synthese* 198, 4859–4877 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11229-018-01939-3>) que estudian diversos fenómenos lógicos. Se reconoce que tienen aportaciones valiosas, que están ahí, que tienen ciertas características, pero la idea es que se busca, esperando encontrar, que haya una sola lógica que sea la correcta, la mejor teoría. Hay muchas teorías, pero solamente hay *una teoría* que es la buena.

cuál de ellas es la única verdadera y con qué criterios habría que escoger a la *lógica* correcta, si es que habría que escoger alguna. Del concepto de validez, para el monista solamente hay una manera de entenderlo, mientras que para el pluralista hay distintas maneras de ser válido. Lo mismo podemos decir, *mutatis mutandis*, para la noción de consecuencia lógica.

Para los pluralistas, en general, la consecuencia lógica admite distintas maneras de interpretarla y esto dentro de un rango específico. Este es el caso de B&R (2006), como ya lo hemos señalado en la sección 2.1.2, que consideran que hay una subdeterminación de dicha noción, lo cual permite varias formas de entender esta relación; hay varias formas de generarla y que tenga sentido.

Es importante señalar también que, en general, al monismo se le asocia con una postura globalista, ya que, si se hablara de monismo local, esto nos haría pensar que se está *en sintonía* o que está relacionado con algunos tipos de pluralismo, pluralismos locales, que valen para dominios particulares, por una parte.

Por otra, hablar de monismo no implica necesariamente un compromiso con lógica alguna, en particular, la lógica clásica. Se defiende la tesis general de que hay una sola lógica, que es la buena, correcta, verdadera, pero hay diferentes autores monistas que sostienen distintas posturas acerca de cuál ha de ser esta lógica, es decir, hay quienes sí favorecen a la lógica clásica mientras otros a alguna de las no clásicas. Este es el caso de representantes del monismo como Wittgenstein (1921), Dummett (1975), Priest (2006), Read (2006), Williamson (2013), etcétera.

Líneas arriba hemos hablado de las características que describen, *grosso modo*, al monismo, aunque es importante hacer notar que puede haber variaciones del mismo en tanto que algunas de estas características puedan ser distintas. Este es el caso de Frege a quién se considera como un ejemplo de monista. No obstante, aunque nuestro autor acepta la mayor parte de estas características (en su sistema, la inferencia no es lo más importante, sino la verdad, que su lógica sea correcta, de aplicación universal, que sea normativa y, por ello, el rasgo monista se preserva), rechaza la neutralidad al tópic, por razones de su propio sistema filosófico. Por ejemplo, para él existen objetos puramente lógicos *genuinos*, como los números, los pensamientos, etcétera^{109 110}, su sistema no es indiferente a las identidades de los objetos.

Ya hemos señalado que la disputa entre monistas y pluralistas lógicos es aquella que se da entre los que sostienen que solamente hay una lógica correcta y los que consideran que hay más

¹⁰⁹ Véase, por ejemplo, MacFarlane, J., 2002, “Frege, Kant, and the Logic in Logicism”, *Philosophical Review*, 111(1): 25–66.

¹¹⁰ Es preciso señalar, en este momento de la investigación, que es nuestra intención solamente dar una caracterización general del monismo lógico porque considero importante hacer un contraste entre ambas posiciones y poder presentar los argumentos del monista en contra del pluralista y viceversa.

de una lógica correcta y legítima. Sin embargo, y a decir de algunos filósofos, esta descripción es de poca ayuda si no sabemos qué es lo que en el fondo se está debatiendo. A este respecto, Matti Eklund (2017) sostiene que:

Una forma de darle un buen sentido filosófico al debate es encontrando *un propósito canónico para la lógica*, de modo que el monista sea alguien que sostenga que alguna lógica única sirve mejor a este propósito y el pluralista sostenga que muchas lógicas lo hacen. (Eklund, M. 2017, p.1. El énfasis es mío.)¹¹¹

Dado lo anterior, nos encontramos en la necesidad de especificar cuál es este propósito u objetivo¹¹² para la lógica, ya que, sin el mismo, la disputa no tiene razón de ser.

R.T. Cook, en su (2010), también considera que mientras no sepamos qué es una lógica o con qué criterios de logicidad contamos, qué es lo que se pretende lograr con el estudio de las lógicas, qué debemos entender por ‘correcto’, ‘legítimo’ y otras interrogantes similares, no será posible dirimir el citado debate.

F. Steinberger (2017), en la misma línea de ideas, sostiene que las diferentes concepciones que se tienen acerca de la naturaleza y propósitos de la lógica nos conducen irremediamente a distintas nociones acerca de lo que significa que la lógica sea correcta. La historia misma de la filosofía y de la lógica en particular nos da ejemplos de ello. Este es el caso de la concepción sostenida por Aristóteles, quien asumía que el propósito de la lógica era exponer *las leyes del ser*; es decir, su objetivo era hablarnos acerca del mundo, de la realidad en sus rasgos más generales. Otro caso es el de Kant, quién consideraba que la lógica debía exponer *las leyes del pensamiento*, tenía que decirnos cómo debemos pensar:

En Lógica, no queremos saber qué es y cómo piensa el entendimiento y cómo ha procedido hasta ahora en el pensar, sino *cómo debe proceder* en el pensar. (Kant 1800, p. 4. El énfasis es mío.)¹¹³

Esto es, debía entenderse a la lógica como un sistema de representación conceptual aplicado al razonamiento deductivo: qué se sigue de qué o qué premisas apoyan qué conclusiones en un silogismo y las razones para ello. Para G. Priest (2006), la función central *canónica* de la lógica es la de su aplicación al razonamiento deductivo correcto. Así pues, en el debate monismo vs pluralismo, para el primero, solamente una lógica puede cumplir dicha función, mientras que para el segundo hay más de una lógica que puede hacerlo.

¹¹¹ “One way to make philosophical good sense of the debate is to find a canonical purpose for logic such that the monist is someone who holds that some unique logic best serves this purpose and the pluralist holds that many logics do.”

¹¹² Esto resulta un tanto complicado de decir, ya que hay filósofos que han suscrito la idea de que la lógica no tiene objeto de estudio, lo cual también la diferenciaría de otras disciplinas.

¹¹³ Tomado de Blake-Turner, C. Russell, G. (2021): “In Logic we do not want to know how the understanding is and thinks, and how it has hitherto proceeded in thinking, but how it ought to proceed in thinking.”

No quisiéramos dejar de mencionar que algunos filósofos han considerado que no puede sostenerse que la lógica sea correcta de manera absoluta. Por ejemplo, R. Carnap y sus marcos lingüísticos, para este autor evaluar la corrección de la lógica desde fuera de su marco lingüístico es un despropósito. Otros más sostienen el así denominado nihilismo lógico (Russell, G (2017) y Cotnoir, A. (2018)¹¹⁴ quienes consideran que no hay relación de consecuencia lógica universal y, por lo tanto, no puede hablarse de argumentos válidos (o inválidos) en absoluto. Por ello mismo, nuestro debate central tampoco tiene sentido como tal.

En este estadio de la investigación nos encontramos con que no es posible dar solución a este problema, repito, puesto que no es posible determinar si hay una única lógica verdadera o no, contra las muchas que postula el pluralismo o cuál, de entre ellas, lo es. Y esto es así porque tampoco se cuenta con un criterio único de logicidad, es decir, aquel que nos dijera qué es la lógica, sino que tenemos muchos. Aquí nos preguntaríamos si hay buenas razones para sostener uno o algunos de estos criterios sin producir tensión alguna.

Aquí resulta importante señalar algunas de las razones que aducen, tanto los monistas como los pluralistas, para defender su posición.

Los monistas afirman que:

- un sistema lógico, para ser tal, deberá cumplir con la función *canónica* del mismo, que es su único objetivo, de una sola manera y que englobe o valga para todos los demás. Para ello, no hay más que solamente un sistema.
- diversos sistemas lógicos pueden tener aplicaciones en distintos dominios, con principios específicos o particulares para esos dominios y así ser considerados como *correctos* o *legítimos*, pero esto no es suficiente para considerar que no hay una sola lógica única y verdadera¹¹⁵.
- la normatividad es un rasgo definitorio de la lógica que nos dice cómo debemos razonar y qué debemos creer y esto es algo que solamente un sistema lógico puede llevar a cabo. Todo sistema que se llame lógico debe ser normativo.
- si se considera que la consecuencia lógica es la noción central de la lógica, es tarea de la misma *aprehender* dicha noción en toda su riqueza y esto lo puede hacer una única lógica que sea lo suficientemente *rica* o *fuerte* para lograrlo.
- el principio de *generalidad* o *universalidad* vale en la lógica, una sola lógica cuyas inferencias son aplicables a todos los dominios, que es el principio central, fundamental de esta posición.

¹¹⁴ Cotnoir, A.J. (2018). Logical Nihilism. In: Wyatt, J., Pedersen, N., Kellen, N. (eds) *Pluralisms in Truth and Logic*. Palgrave Innovations in Philosophy. Palgrave Macmillan, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-98346-2_13

¹¹⁵ Esto ni siquiera plantea un desafío serio al monista. Ver Steinberger, F. (2020) y Cohnitz & Estrada- González (2019).

Es en esta parte que nos parece importante presentar un argumento a favor del monismo, que ofrece G. Priest (2006), pero en la versión o formulación de Cohnitz & Estrada-González (2019). *À mon avis*, es un argumento que pretende asestar un duro golpe al pluralismo, pero creo que es un intento fallido y todavía no está dicha la última palabra en torno al citado debate. El argumento va así:

P0 Un argumento $X \models Y$ se cumple en un caso si y sólo si, en ese caso, si X es verdadero, entonces Y es verdadero. (La noción preteórica de cumplirse en un caso)

P1 Un argumento $X \models Y$ es válido si y sólo si se cumple en todos los casos. (La noción preteórica de validez lógica)

P1' $X \models Y$ no es válido si y sólo si no se cumple en todos los casos. (De P1, por contraposición).

P2 Hay, al menos, una colección (suficiente) de argumentos válidos o que se cumplen en todos los casos. (Existe una lógica)

P3 Hay, al menos, dos colecciones diferentes de todos los argumentos que se cumplen o son válidos en todos los casos. (Pluralismo lógico, hipótesis a reducir).

P4 Si dos colecciones de todos los argumentos que se cumplen en todos los casos son diferentes, entonces hay al menos un argumento $X \models Y$ tal que pertenece a una colección, pero no a la otra. (Extensionalidad de colecciones)

C1 Dado que hay diferentes colecciones de argumentos válidos, hay un argumento $X \models Y$ que pertenece a una de las colecciones, pero no a la otra. (De P3, P4 *Modus ponens*)

C2 Si $X \models Y$ es un argumento válido, se cumple en todos los casos. (De P1)

C3 Si $X \models Y$ no es un argumento válido, no se cumple en todos los casos. (De P1')

C4 $X \models Y$ se cumple en todos los casos. (De C1, C2, *Modus ponens*)

C5 $X \models Y$ no se cumple en todos los casos. (De C1, C3, *Modus ponens*)

C6 $X \models Y$ se cumple en todos los casos y $X \models Y$ no se cumple en todos los casos. (De C4, C5, Conjunción)

C7 Ni siquiera hay dos colecciones de argumentos que sean diferentes y se cumplan en todos los casos. (De C6, *reductio* de una contradicción semánticamente insostenible)

C8 Hay exactamente una colección de argumentos que se cumplen en todos los casos. (Tesis a favor del Monismo lógico, de P2 y C7)¹¹⁶ (Cohnitz & Estrada-González 2019, p.p. 174-175. Énfasis en el original. Las negritas son mías.)

Líneas arriba afirmamos que éste podría verse como un intento fallido monista contra el pluralismo de B&R, por ejemplo, ya que no sería posible aceptar C7. Se podría sostener que cuando, en el citado argumento, se habla de todos los casos no se habla de *todos los casos*. B&R

¹¹⁶ Desde luego, si aceptamos el monismo clásico: el principio de bivalencia, el *Ex Falso Quodlibet*, por ejemplo.

podrían argumentar que la palabra ‘casos’ es vaga, ambigua en su uso y que ellos, en su posición, especifican el significado de la misma. Justamente, la manera como se lea *casos* o su especificación es lo que permite hablar de más de una lógica distinta, faltan los subíndices¹¹⁷, que son los que nos permiten hablar de tres lógicas distintas con pleno derecho (por lo menos): la clásica, la relevante y la intuicionista.

Ahora bien, los pluralistas afirman que:

- hay diversos sistemas lógicos con distintos propósitos y dominios varios de aplicación¹¹⁸ que diferentes sistemas pueden cumplir; no hay un único objetivo que solamente una lógica pueda lograr y, por ello, entre las distintas lógicas no existe *genuinamente*¹¹⁹ un conflicto. El uso *canónico* de la lógica, el papel central como tal no necesariamente tiene que jugarlo de manera adecuada una sola de ellas, pero sí hay varios sistemas que tiene el mismo derecho para desempeñarlo.

- la relación de consecuencia lógica es fundamental y a la vez muy imprecisa, es equívoca, pero que es posible hacerla precisa de muy distintas maneras. Las relaciones que surjan de estas distintas maneras no tienen que competir entre ellas y no hay razón para juzgarlas como rivales¹²⁰, todas las partes pueden tener razón, aunque no de la misma manera¹²¹. Los distintos pluralistas sí están obligados a explicar aquello que consideren que define el concepto de consecuencia lógica de su elección. En otras palabras, entre las lógicas no hay rivalidad, no hay conflicto alguno.

Hemos dejado en un aparte el problema de la normatividad de la lógica porque consideramos que éste es el tema central del debate monismo-pluralismo.

Distintos filósofos han sostenido que la lógica es normativa, queriendo decir con ello que es una teoría acerca de lo que debemos creer y cómo deberíamos razonar. Con esto nos estarían ofreciendo una teoría del razonamiento o bien que la consecuencia lógica tendría un impacto normativo o consecuencias normativas, por un lado.

Por otro lado, si se sostiene que la lógica es normativa y, para el pluralista, hay diversas lógicas legítimas, cada una con su propia normatividad, entonces estas lógicas entrarían en conflicto entre sí, dado que se volverían incompatibles en cuanto a que cada una de ellas nos diría,

¹¹⁷ Recordemos que los subíndices como ‘x’ determinan el caso en cuestión, la validez de un argumento depende de cómo especifiquemos los casos.

¹¹⁸ Pensemos, por ejemplo, en la lógica proposicional clásica de primer orden que permite modelar circuitos eléctricos, el cálculo Lambek que modela gramáticas de estructura de frases (o sintagmática) o el análisis infinitesimal suave o fluido que ha obtenido espléndidos resultados gracias a la lógica intuicionista, entre otros.

¹¹⁹ Parecería entonces que la idea es que, en el pluralismo lógico, todos podemos llevarnos bien o como *disipador* de disputas lógicas.

¹²⁰ Véase B&R (2006), p. 88 y otras.

¹²¹ Recordemos que ésta es la idea de B&R quienes consideran que podemos aprehender dicha noción a través de *aproximaciones*, como ya hemos visto en la sección 2.1.2.

de manera distinta e incompatible con las demás, cómo debemos razonar. Ésta es una razón por la que, según Blake-Turner & Russell (2017), la normatividad de la lógica se ha usado como argumento contra el pluralismo. Corresponde, pues, al pluralista resolver esta tensión.

Una posible respuesta sería considerar que hay distintas maneras de entender la normatividad de la lógica, pero cada una restringida o relativa a un dominio de aplicación en particular y así no podríamos hablar de competencia o conflicto entre dos lógicas diferentes por un mismo dominio. Pero esto no resolvería otros problemas, entre ellos cuál es la lógica del razonamiento matemático, la lógica que, según F. Steinberger, ...*codifica los estándares del razonamiento deductivo correcto en las matemáticas* (Steinberger 2017, p. 16).

Pero hay que aclarar que hay pluralismos que rechazan la tesis que sostiene que la lógica no es normativa. Por ejemplo, el pluralismo que sostienen B&R (2006) declara que, en su criterio de admisión para que un sistema sea lógico, la normatividad es condición necesaria para el mismo; es decir, que para que un sistema sea realmente una lógica tiene que ser normativo, entre otras cosas. Y, como ya hemos visto, no hay desacuerdo alguno en el conjunto restringido de las lógicas que B&R admiten¹²² respecto a su normatividad, pues cada una de ellas tiene su propio dominio de aplicación, lo cual podría verse como una virtud de aquel o eso parece.

De acuerdo con lo visto en la sección 2.1.3, también H. Field (2009) postula una variante de pluralismo lógico en la que afirma que la lógica es normativa. Con base en esta idea, va a sostener un pluralismo acerca de la normatividad epistémica. Las normas lógicas son un tipo de normas epistémicas; las primeras pueden evaluarse no como correctas o incorrectas, sino como mejores o peores de acuerdo con los objetivos que se deseen alcanzar, están sujetas a críticas, al cambio o pueden entrar en competencia. Y es aquí donde, según F. Steinberger (2017), se abre la posibilidad de conflicto y también es aquí donde se encuentra la respuesta.

Según Field, al igual que Carnap, calificar a las lógicas como correctas o incorrectas es un error. En contraste, para Steinberger, es posible sostener que la lógica nos ayuda a desactivar conflictos lógicos, de algún modo el pluralismo lógico nos muestra la inutilidad de las disputas lógicas entre los defensores de lógicas rivales, pero esto no siempre es así. El mismo F. Steinberger sostiene, en su (2017), que es en el conflicto lógico mismo que se encuentra la razón de ser o la condición de posibilidad del pluralismo lógico *genuino*. En sus propias palabras:

¹²² Recordemos que no cualquier lógica tiene un lugar en el conjunto de lógicas admisibles. Entre esas lógicas admisibles no hay rivalidad alguna. Sí puede haber rivalidad o la competencia surge solamente al nivel de *aplicación*. Ver B&R (2006), p.p. 44, 59 y otras.

...las únicas formas de pluralismo lógico genuino compatibles con la normatividad de la lógica permiten disputas lógicas. De manera más sucinta: si la lógica es normativa, la competencia entre las lógicas puede ser inevitable. (Steinberger, F. 2017, p. 31.)¹²³

Y, en líneas anteriores,

...las únicas formas viables de 'pluralismo' a la luz de la normatividad de la lógica son aquellas que permiten conflictos normativos y, por lo tanto, rivalidad lógica. (Steinberger, F. 2017, p. 2.)

Para sostener esta posición, Steinberger asume que la lógica tiene un conjunto de constantes lógicas cuyo significado es fijo; que hay, siguiendo a Priest, una aplicación *canónica* de la lógica (esto es, la aplicación central al razonamiento deductivo) y esto solamente una lógica puede lograrlo; solamente hay un concepto, único, *genuino* de validez, hay un solo estándar evaluativo objetivo, tiene su propia normatividad; se busca una sola respuesta a la cuestión de cuando dos lógicas compiten por la mejor explicación para un solo dominio (central para el monismo), por una parte.

Por otra, si se acepta el pluralismo, entonces tendríamos que aceptar el estatus normativo interno asociado que cada una trae consigo. Al parecer de Steinberger, si bien el pluralista puede escoger distintas lógicas con distintos objetivos y dominios de discurso particulares, está prohibido escoger diferentes principios de entre esas distintas lógicas para utilizarse en un mismo razonamiento, como una especie de una *gran unión* de diversas lógicas. Esto provocaría el colapso del pluralismo en un monismo gracias a dicha unión.

Como una razón a favor del monismo, también de acuerdo con Steinberger, en el caso del pluralismo de B&R, que entre sus lógicas admisibles tenemos a la lógica intuicionista y a la lógica clásica, que el conjunto de inferencias de la primera es un subconjunto propio de la segunda (permite más inferencias), lo cual nos lleva a más conclusiones que son epistémicamente valiosas, entonces habrá que preferir a la segunda y no a la primera (no la necesitamos). Esto, en su opinión, nos llevaría a pensar en un colapso de su pluralismo en un monismo: la relación de consecuencia lógica clásica como la más fuerte entre las de sus lógicas admisibles, lo que a su vez nos daría la oportunidad de obtener más creencias epistémicamente valiosas.

Teniendo esto último presente, nos preguntábamos si era posible pensar una lógica sin normatividad, lo cual parecería una contradicción en términos (¡un oxímoron!). Al respecto encontramos que C. Blake-Turner y G. Russell, en su (2018), afirman, entre otras cosas, que:

¹²³ "...the only forms of genuine logical pluralism compatible with the normativity of logic allow for logical disputes. More succinctly put: if logic is normative, competition between logics may be inevitable."

i) el pluralismo es la posición que afirma que hay más de una lógica¹²⁴. Observamos que en esta definición ya no aparece la palabra ‘correcta’.

ii) se puede ser un pluralista lógico sin tener un compromiso normativo. Es decir, y de manera sucinta, se puede formular un tipo de pluralismo que no dependa de la normatividad lógica sino de objetivos epistémicos¹²⁵ (verdad, relevancia, demostrabilidad, etcétera). Esto es, ya no habrá más que pensar en la lógica como una teoría del razonamiento, como una teoría de lo que debemos creer y cómo debemos razonar, no hay normatividad inherente a la lógica, esta tesis es falsa.

En esta visión y a rasgos generales, la lógica es una teoría descriptiva a la par que la física o la aritmética, el tipo de hechos que determina que dicha teoría lógica sea precisa, *correcta* (*accurate*) son hechos descriptivos y, en este sentido, la lógica se subordina a dichos objetivos. Esto no quiere decir que se haya eliminado completamente la normatividad, lo que se intenta eliminar es la idea de que la normatividad es inherente a o constitutiva de la lógica misma. Las teorías lógicas como teorías descriptivas también tienen consecuencias de manera importante para lo que debemos pensar, pero al mismo nivel que las tienen las ciencias como la física, la sociología o las matemáticas, por ejemplo: *solamente debemos creer cosas verdaderas*. Dados los intereses de esta investigación, bastará con lo ya asentado hasta aquí sobre este punto.

Aquí nos gustaría señalar otra objeción que se le ha hecho al pluralismo, en particular, al pluralismo de consecuencia lógica de B&R (2006) y que está relacionado con el significado de los conectivos lógicos, propuesta por Graham Priest (1999).¹²⁶

Sabemos que el significado que se atribuye al vocabulario lógico en los distintos sistemas lógicos no coincide. Por ello mismo, las condiciones de verdad para los conectivos se establecen de manera diferente y, por lo tanto, los resultados no pueden ser todos igualmente correctos o legítimos al mismo tiempo, se estaría hablando de cosas diferentes: recordemos que la negación clásica no se entiende de la misma manera que la intuicionista y que el condicional material clásico no tiene el mismo significado que el condicional relevante.

Sin embargo, Priest parte de la idea de que los conectivos tienen un significado fijo, determinado y, si se tienen varias teorías distintas para un solo conectivo, entonces todas ellas no pueden ser correctas, todas entrarían en competencia por lograr capturar dicho significado legítimo: solamente hay una lógica correcta. En su posición monista (fuertemente declarada), solamente hay una y no más que una explicación verdadera acerca de cómo se comporta una

¹²⁴ Véase Blake-Turner & Russell (2018). Esto no es así en Russell, G. (2021). Creemos que esto forma parte de la solución para resolver la tensión entre el pluralismo y la normatividad de la lógica: hay que eliminar la normatividad.

¹²⁵ La carga ya no la tiene la lógica, sino la epistemología y la relación entre ambas se vuelve determinante en la vida epistémica de los agentes.

¹²⁶ Tomado de B&R (2006), aunque también se puede extender a la posición de otros pluralistas como Varzi, A.C. (2002).

conectiva lógica, cualquiera que ésta sea. La explicación de B&R, en este caso, consiste en sostener que hay lecturas posibles del significado de los mismos dado que hay un *core meaning* o mismidad de significado; cada lógica especificaría un aspecto distinto del significado de los términos lógicos, al igual que como sucede con la noción de consecuencia lógica, por *aproximaciones*.

2.4 Conclusiones del capítulo

Para dar por terminado este capítulo, quisiera señalar que el objetivo central de éste ha sido metodológico y monográfico. Era nuestro deseo mostrar un debate fundamental en la filosofía de la lógica, la manera como se ha abordado en sus características más importantes y generales: la existencia de ciertos presupuestos acerca de qué es la lógica, cuál es el origen de la rivalidad, si la hay, cómo es posible aceptar dos o más lógicas, los límites *razonables* y cuáles serían estos de la tolerancia hacia distintas lógicas rivales, si lo son, etcétera. Todo ello nos condujo al análisis de diversas nociones lógicas y los problemas que las mismas plantean, lo que, inevitablemente, nos ha llevado a un *impasse* dialéctico, esto es, no es posible dirimir nuestro multicitado debate en favor de una posición u otra, si es que es necesario hacerlo. Consideramos que en este momento de la investigación no es posible ofrecer una respuesta, si es que la hay, que permitiera romper con dicho *impasse*, aunque podría decirse algo que se asemeje a una como tal y que es lo que veremos en el siguiente y último capítulo.

CAPÍTULO 3. El pluralismo lógico como un principio metodológico en la filosofía de la lógica

3.0 Introducción del capítulo

Es mi deseo presentar en este capítulo tres cosas: la primera, retomo la reflexión, en un área cercana a la filosofía de la lógica, que propone Michèle Friend en su (2014), esto es, la posición que pretende dar cuenta del pluralismo en matemáticas y, brevemente, en qué consiste éste y cómo da cuenta del mismo (sección 3.1). La segunda, dado que el propósito de esta investigación es entender el fenómeno del pluralismo en lógica, consideramos que en la reflexión de Friend hay elementos que creemos es posible aplicar, adaptar, ya dentro del ámbito de la filosofía de la lógica, para así tratar de explicar el fenómeno del pluralismo lógico (sección 3.2) y eso es lo que ahí presentamos. Y, la tercera y última, exponer mi propuesta, en este mismo contexto, que consiste en extrapolar al pluralismo maximal de perspectivas en matemáticas al terreno de la lógica para proponer y defender al pluralismo lógico como un principio metodológico que permita realizar las investigaciones en filosofía de la lógica de la manera más articulada y coherente posible (sección 3.3): un pluralismo de pluralismos.

3.1 Pluralismo maximal de perspectivas en filosofía de las matemáticas (Michèle Friend)

Para comenzar, esta es una posición que busca ofrecer una explicación filosófica de las matemáticas en cuanto a qué hacen los matemáticos *qua* matemáticos, qué tipo de disciplina es ésta, en qué consiste la práctica matemática real como tal (aquella que se hace todos los días), así como dar cuenta de una serie de prácticas dentro de una misma visión. Y esto contra aquellas filosofías de las matemáticas que no resultan del todo satisfactorias como el realismo, el formalismo y otras.

Para Friend, hubo filósofos que consideraron a la matemática como *una cosa*, entendida esta última expresión como una disciplina sola, única, un cuerpo unido de verdades eternas y atemporales y que por ello mismo había que buscar su fundamento en una teoría particular, preferentemente matemática. Estas filosofías de las matemáticas fundacionalistas muchas veces estaban de la mano con posiciones que podríamos llamar monistas, en tanto se buscaba lograr un fundamento último de las teorías matemáticas. Pero dado que hay distintas teorías fundacionales

rivales, parece que esto no funcionaría. Además de que no es claro que para los matemáticos el problema de fundamentar sus teorías de manera última fuese un problema filosófico relevante para ellos. De acuerdo con Friend, para dar cuenta del trabajo de los matemáticos de hoy en día habría que ofrecer una filosofía de las matemáticas que no fuera fundacional, como veremos más adelante, sino una filosofía de corte pluralista.

Para poder entender este pluralismo, es preciso considerar que éste no es una posición filosófica en matemáticas, sino una familia de posiciones y, por esto, Friend la llama *un programa*. Con ello va a dar entrada a diversas maneras de entender el pluralismo, hay distintas formas de ser pluralista, como sucede respecto al pluralismo lógico. Los distintos miembros de la familia se distinguen de acuerdo con el grado de pluralismo, la lógica subyacente al mismo y el tipo de pluralismo. Y esto es así porque la evidencia del trabajo matemático actual nos lo muestra. Friend afirma que *...el pluralista está interesado en dar una filosofía de o traer un enfoque filosófico a tener en cuenta, qué es lo que hacen los matemáticos qua matemáticos*. (Friend 2014, p. 72.) Y, más adelante, *Creemos que el pluralismo es una mejor descripción de la práctica* [matemática que otras posiciones filosóficas]. (Friend 2014, p.p. 27, 87.)

Así nos dice que el primer tipo de pluralismo que podemos señalar es el de un *pluralismo de fundaciones*. Éste lo explica diciendo que, al pretender dar una explicación de aquello que unifica a la matemática (su *quid*), en qué consiste ésta y los distintos, entre sí, desarrollos de la misma, sucede que hay filósofos y matemáticos que consideran que hay teorías matemáticas axiomáticas más *fundamentales* o básicas y, por ello mismo, unas podrían reducirse a otras. Este es el caso de algunos filósofos realistas que toman cierta teoría como *...la base de las matemáticas en un sentido filosóficamente sólido de capturar la esencia, la ontología y la verdad absoluta de las matemáticas*.¹²⁷ Para Friend, esto no resulta más que un mito, una falsedad (o un oxímoron) como veremos más adelante. Esta posición no puede sostenerse, ya que hay otras teorías¹²⁸, con mayor poder expresivo, exitosas, que también podrían aspirar a ser un fundamento, esto es, otras teorías podrían reducirse a o podría haber convergencia a una sola.¹²⁹ Dicho fundamento se convertiría en un criterio de demarcación para distinguir aquello que es parte de las matemáticas de lo que no lo es. Esto permite afirmar que, si varias teorías se proponen como fundamento, estaríamos ante un primer tipo de pluralismo, pluralismo en

¹²⁷ “[a] theory to be the foundation for mathematics in a philosophically robust sense of capturing the essence, ontology and absolute truth of mathematics.” Friend (2014), p. 7.

¹²⁸ Como ZF, ZF1, ZF2, sus extensiones, teorías completa cerradas o no, etcétera.

¹²⁹ De ser esto posible, estaríamos ante un monismo fundacionista.

fundamentos, aunque dicha posición resulte *inestable*, no puede sostenerse fácilmente, en especial desde posturas monistas. Así dice Friend:

El *pluralista en fundaciones* cree que no hay evidencia suficiente para pensar que hay una única fundación para las matemáticas. Es más, el pluralista en fundaciones trabaja bajo la suposición de que no hay razón para pensar que habrá una convergencia hacia una única teoría en el futuro. Considera seriamente la posibilidad de que haya varios fundamentos para las matemáticas, todos juntos inconsistentes. (Friend 2014, p. 24. Énfasis en el original.)¹³⁰

Y más adelante:

Un pluralismo de o en fundaciones no es estable y no es en sí mismo *una* fundación. Por esta razón, y en última instancia, ‘pluralismo en fundaciones’ es una posición inestable o una en la cual ‘fundación’ es un término que ha perdido completamente su significado metafórico original. (Friend, 2014, p. 25. Énfasis en el original)¹³¹

Dado lo anterior, encontramos lo que ella llama el *pluralismo en perspectivas*, esto es, aquí se ubica a una pluralidad de teorías matemáticas, cada una de las cuales puede darnos una suerte de *perspectiva* (o punto de vista) muy general del resto de las matemáticas. Friend lo define así:

El [pluralismo] en perspectivas se opone a favorecer una perspectiva de las matemáticas. Cada teoría matemática, que sea lo suficientemente poderosa como para dar una perspectiva sobre muchas matemáticas, tendrá sus vicios y virtudes filosóficas. No hay pruebas suficientes para pensar que existe una perspectiva absoluta que sea la mejor, ya sea filosófica o matemática. (Friend 2014, p. 25.)¹³²

En este contexto se torna necesario precisar qué se entiende por ‘perspectiva’, ‘programa’ o ‘perspectiva organizacional (con la filosofía que la acompaña)’ como también la llama. Así, nos dice que una perspectiva es una suerte de teoría matemática no necesariamente axiomática¹³³; no importa si tiene axiomas o si su lista no es completa en el sentido de que siempre es posible añadir otros axiomas más y a la que acompaña una lógica (ya sea de primer o

¹³⁰ “The pluralist in foundations believes that there is insufficient evidence to think that there is a unique foundation for mathematics. Moreover, the pluralist in foundations works under the assumption that there is no reason to think that there will be a convergence to a unique theory in the future. He takes seriously the possibility that there are several, together inconsistent, foundations for mathematics.

¹³¹ “A plurality of foundations is not stable, and is not itself a foundation. Therefore, ultimately, ‘pluralism in foundations’ is an unstable position, or one where ‘foundation’ is completely divorced from its original metaphorical meaning.

¹³² “The [pluralism] in perspectives demurs from favouring one perspective on mathematics. Each mathematical theory, which is powerful enough to give a perspective on quite a lot of mathematics, will have its philosophical sins and virtues. There is insufficient evidence to think that there is an absolute perspective that is best either philosophically or mathematically.”

¹³³ A diferencia de lo que sucede con las fundaciones, que sí lo exigen.

segundo orden). Cabe insistir que no hay una perspectiva absoluta única. El ejemplo que nos ofrece de perspectiva organizacional es el estructuralismo de Shapiro.¹³⁴

Este último tipo de pluralismo nos lleva a considerar otros tipos de pluralismo a los que denomina como *pluralismo en metodología* y *pluralismo en éxitos*. El primero de ellos permite mostrar la tolerancia del pluralista hacia técnicas de pruebas, métodos, resultados que se originan en una cierta área de la matemática y que se puedan *importar* para su uso a alguna otra:

[Este pluralismo muestra]...tolerancia hacia diferentes metodologías. En matemáticas, podríamos ver esto en la forma de usar técnicas desarrolladas en un área de las matemáticas en un área que de otro modo sería ajena a ella. Podríamos hacer esto para generar una prueba de un teorema. (Friend 2014, p.p. 87, 269.)¹³⁵

En este tipo de pluralismo se ve con buenos ojos que dichas técnicas provenientes de disciplinas fuera de las matemáticas puedan ser útiles en las matemáticas y la filosofía de las matemáticas¹³⁶, aunque esto no sea siempre el caso (recordemos que lo que en un área se afirma puede entrar en conflicto con lo afirmado en otra, se corre el riesgo de caer en inconsistencia¹³⁷, que es un peligro real, aunque no necesariamente). Por ello habrá que utilizarlos con cautela. La evidencia para ello, dice Friend, estriba en que *...gran parte del trabajo matemático actual mezcla metodologías y resultados de varias áreas*. (Friend 2014, p.p.27, 92 .)¹³⁸ Es decir, la evidencia basada en la práctica matemática actual nos permite pensar de una manera distinta, como disciplina, en las matemáticas. Y, a decir de la filósofa, como consecuencia de esta posición, entre otras, encontramos que la frontera entre la matemática, la filosofía y otras disciplinas (como la química, la biología, etcétera) se vuelve difusa, borrosa.¹³⁹

Respecto del pluralismo en éxito, se tienen diversos criterios o estándares¹⁴⁰ para juzgar a una teoría matemática como exitosa, no hay un único estándar para ello. Sin embargo, y éste es

¹³⁴ El estructuralismo es una posición en filosofía de las matemáticas que propone que las matemáticas estudian estructuras generales (en abstracción de ejemplificaciones particulares) y el lenguaje que se utiliza es de una lógica de primer o segundo orden. Esta posición debe su autoría a Stewart Shapiro. Ver, por ejemplo, Shapiro (1997).

¹³⁵ “A tolerance towards different methodologies. In mathematics, we might see this in the form of using techniques developed in one area of mathematics in an area otherwise foreign to it. We might do this in order to generate a proof of a theorem.”

¹³⁶ Aquí debemos entender disciplinas en sentido amplio: filosofía, sociología, psicología, etc., las cuales pueden brindar valiosa información a las matemáticas y a la inversa, ¿no habría razón para no hacerlo!

¹³⁷ Ver Friend (2014), C.5, p. 92.

¹³⁸ “... a lot of present day mathematical writing mixes methodologies and results from various areas.”

¹³⁹ Esto último se relaciona con la concepción que de ‘ciencia’ tiene Friend: “*Ciencia*”, como se usa aquí, no se limita a la física, la química y la biología. Más bien, significa cualquier forma de investigación rigurosa, seria y abierta. Ver Friend (2014), nota a pie de página núm. 3, C. 8, p. 136.

¹⁴⁰ Entre otros, la comunidad de matemáticos se encarga de juzgar como exitosa a una teoría, aunque esto no es definitivo (los matemáticos también pueden cambiar de parecer con el tiempo o a raíz de nuevos hallazgos).

uno de los rasgos sobresalientes de la posición de Friend, si bien es cierto que en las matemáticas, a lo largo de su historia, solamente se han considerado teorías matemáticas completas, bien establecidas, también es cierto que esto ha sido un error. Dicho error consiste en no considerar teorías no acabadas (*nascent theories*) y teorías fallidas o no exitosas. Si se quiere explicar el *corpus* completo de la actividad matemática, como filósofos pluralistas, entonces una explicación como tal tendría que incluir, en parte, las razones del error y la equivocación, ya que estos podrían contribuir a la comprensión de la misma, de los errores también se aprende y es posible desarrollar buenas teorías después de haberlos cometido. Friend nos dice:

El pluralismo en éxito es la posición que sostiene que si bien existen diferentes medidas de éxito en matemáticas y éstas a veces son bien aceptadas, una teoría poco exitosa o fallida (según las primeras medidas) es muy exitosa *tout court*. Puede haber otros aspectos en los que la teoría tenga mucho éxito y explorar esto a veces es filosóficamente fructífero. (Friend 2014, p. 28. Énfasis en el original.)¹⁴¹

Y más adelante:

¡Podemos observar que resulta que algunos errores en matemáticas (errores en la demostración, en una concepción, falsedades de una teoría) son muy fructíferos! Incluso las falsedades matemáticas (que generalmente se descartan como "malas") pueden ser fructíferas... (Friend 2014, p. 105.)¹⁴²

Cabe destacar, como ya señalamos líneas arriba, que la tolerancia¹⁴³ es una de las características de este pluralismo, la cual se encuentra en la raíz de esta posición. Así nos dice:

...la característica predominante es la tolerancia hacia otros puntos de vista, teorías, metodologías, valores, etc. La tolerancia no es un acto de bondad. Está motivado por el escepticismo y la honestidad. (Friend 2014, p. 268.)¹⁴⁴

No obstante lo anterior, hay dos cosas ante las cuales es intolerante: el dogmatismo y el absolutismo. Esto no quiere decir otra cosa que, por ejemplo, juicios filosóficos del tipo '*X es verdadero*' o '*X es correcto*' tienen sentido cuando se hace explícito el contexto en el cual se afirman o cuando se señalan los límites de los mismos. No se dice que las afirmaciones

¹⁴¹ "Pluralism in success is the view that while there are different measures of success in mathematics, and these are sometimes well accepted, an unsuccessful theory (according to the first measures) is very successful *tout court*. There might be other respects in which the theory is very successful, and exploring this is sometimes philosophically fruitful."

¹⁴² "we can observe that it turns out that some mistakes in mathematics (errors in proof, in a conception, falsehoods of a theory) are very fruitful! Even mathematical falsehoods (which are usually dismissed as 'bad') can be fruitful..."

¹⁴³ Esta tolerancia hay que ejercerla tanto como sea posible y sin que la misma se vuelva autodestructiva o contra la misma posición.

¹⁴⁴ "...the trumping characteristic is a tolerance towards other points of view, theories, methodologies, values and so on. The tolerance is not an act of kindness. It is motivated by scepticism and honesty."

dogmáticas estén equivocadas o *erradas*, sino que, en el estado presente de la ciencia, dichas afirmaciones están fuera de lugar dado que no hay evidencia para las mismas. Para este pluralista, no hay posiciones filosóficas absolutas, correctas, únicas, lo cual *es una manera errónea de proceder en filosofía de las matemáticas*. (Friend 2014, p. 29.)¹⁴⁵

En este estadio de la exposición es importante señalar que, aunque Friend nos habla de diversos pluralismos, hay un tipo de pluralismo al que apunta y que va a defender en su (2014): el pluralismo maximal. El trabajo de un pluralista maximal es descriptivo o *maximalmente descriptivo*, esto es, trata de dar cuenta, de manera filosófica, del *corpus* completo de las matemáticas, se niega a establecer normas o criterios bajo los cuales se juzgue cuando una teoría es exitosa o no, estudia lo que se denominan como teorías matemáticas “*malas*”¹⁴⁶ sin que ello implique trivialidad.

Este tipo de pluralista se interesa tanto en el éxito como en las ‘*buenas*’ y ‘*malas*’ teorías matemáticas, pasadas o presentes¹⁴⁷, ya que, como vimos líneas arriba, la información que tienen las ‘*malas*’ puede ser útil a las ‘*buenas*’. Cabe aclarar que los términos *bueno* o *malo* no son términos que use el pluralista, éste no hace juicios de valor, solamente se limita a hacer observaciones, a describir el trabajo de otros filósofos, pluralistas o no, y a saber o investigar cómo llegaron a tales juicios. Así pues, no hay *buenas* teorías matemáticas, solamente teorías que la comunidad matemática acepta y se encarga de juzgar como *buenas* o no (que son *buenas* para ciertos propósitos, etcétera) con criterios que se especifiquen o estén en proceso de conformarse como tales.

La manera de considerar a los términos ‘*bueno*’ y ‘*malo*’ lleva a nuestra filósofa a señalar el tipo de normatividad que hay en su posición y a la que denomina como *normatividad suave*:

La normatividad ‘suave’ es simplemente un estímulo que proviene de una aspiración (hacer *declaraciones que sean lo más claras posible*) en lugar de establecer una norma y obligarse a uno mismo y a los demás a cumplir con esa norma. (Friend 2014, p. 104. El énfasis es mío.)¹⁴⁸

¹⁴⁵ “but ultimately is probably (i.e., on present evidence) quite futile and is a mistaken way of proceeding in philosophy of mathematics.”

¹⁴⁶ Aquí están incluidas las teorías matemáticas intencionales, intensionales, teorías no acabadas (o en proceso de formación), las matemáticas paraconsistentes y teorías triviales de matemáticas. Es preciso señalar que “*malas*” matemáticas’ es el término que se utiliza para sancionar aquellas teorías matemáticas que pueden ser llamadas como tales gracias a la teoría de modelos (que no tiene una forma axiomática); ésta se convirtió en uno de los criterios para distinguir entre unas y otras. Sin embargo, a decir de la Friend, dichas ‘malas matemáticas’ están ahí como parte de la práctica existente actual y no es posible no considerarlas. Lo cual, a su vez, marca una diferencia entre esta posición y el estructuralismo de Shapiro, por ejemplo.

¹⁴⁷ Para algunos autores, citados por la misma Friend, como (Bohm 1980) y (Byers 2007), las ideas en matemáticas no deberían calificarse como buenas o malas, o verdaderas o falsas, sino como fecundas, profundas, sutiles, triviales, que son los atributos que deberían adscribirse a las mismas. Está sería una mejor forma de pensar en ellas. Ver Friend (2014), p.p. 105 y 106.

¹⁴⁸ “‘Soft’ normativity is simply encouragement, which comes from an aspiration (to make statements as clear as possible); as opposed to setting a norm, and holding oneself and others to that standard.”

Es en la manera de considerar a los términos ‘bueno’, ‘malo’, que se ejemplifica la mencionada normatividad suave; esta es una norma (o metanorma) que exige ser más específicos, que haya mayor precisión, explicación y claridad en nuestras afirmaciones (claridad conceptual). Esto trae consigo que ya no se entienda más a la normatividad en el sentido de abrazar una teoría matemática y con ello establecer o sujetarse a las normas de dicha teoría. Esto es lo que tornaría el trabajo del pluralista en una descripción, como ya se había señalado anteriormente. Aunque, como nuestra filósofa señala, ésta no es una posición en la que ‘*todo vale*’ o ‘*todo es relativo*’ en matemáticas, ya que, de lo contrario, no sería filosofía. O peor aún, mostraría que ha habido una mala comprensión de lo que son las matemáticas¹⁴⁹ y no se habría cumplido con el objetivo de su posición.

Aparte de considerar que su pluralismo es una posición que puede influir en las teorías matemáticas así como en otras distintas filosofías de las matemáticas, Friend también considera, como ya habíamos señalado líneas arriba, que no hay la evidencia necesaria para sostener que las matemáticas es un cuerpo único y unificado de verdades o que pueda reducirse a una única teoría matemática como su fundamento (*foundation*), hay unidad y fragmentación en esta disciplina. A este respecto, piensa que puede afirmarse que hay un agnosticismo o un escepticismo¹⁵⁰ no radical en su posición, que es justamente lo que permite que la misma se desarrolle, hay una cierta suspensión del juicio en cuanto a las otras posiciones, ya que no se pronuncia en cuanto sean buenas o malas teorías o unas mejores que otras.

Friend sí va a rechazar lo que denomina como *mitos*¹⁵¹ en esta disciplina, es decir, la idea de que las matemáticas *son verdaderas, ciertas, universales, objetivas y eternas*.¹⁵² (Friend 2014, p. 251.) La propia historia del desarrollo de la matemática da cuenta de ello, hay desarrollos que entran en conflicto entre sí; hay partes (fragmentos) que, incluso, no tienen relaciones entre sí.

Así, la matemática se convierte en una serie de teorías en las que las verdades son verdades relativas a o dentro de cada una de dichas teorías o bien se podría ver, en general, como un proceso y, por ello, tampoco habría *un cuerpo unificado de verdades* (Friend 2014, p. 103), como lo creyó la tradición (aunque esto lleva a plantearse la cuestión acerca de aquello que mantiene a las matemáticas unidas como una sola disciplina, problema en el que aquí no entraremos).

¹⁴⁹ Ver Friend (2014), p. 135.

¹⁵⁰ Considera que el agnosticismo puede verse como una forma de pluralismo. Ver Friend (2014), p.p. 17, 19.

¹⁵¹ Mitos que los matemáticos y los filósofos deberían desechar. Ejemplo: el mito de Euclides.

¹⁵² “... all of mathematics are true, certain, universal, objective and timeless.”

Líneas arriba mencionamos lo que nuestra filósofa denomina como pluralismo maximal. En este último podemos distinguir, a nivel filosófico, tres niveles de investigación, así como tres niveles que corresponden a la actividad matemática. En el primer nivel y en la parte matemática, la actividad se reduce al trabajo dentro de una teoría o varias teorías matemáticas con el fin de demostrar o verificar teoremas, hacer pruebas, establecer lemas, definiciones; se hacen afirmaciones internas de una teoría, por ejemplo. En la parte filosófica se reflexionaría y se tendrían afirmaciones particulares que se hacen dentro de una posición filosófica, esto es, se podrían discutir teoremas, definiciones, la completitud de una teoría, una prueba, afirmaciones acerca de los objetos matemáticos que son independientes de como los concebimos (en un realismo ontológico), etcétera; todo esto ocurriendo *en* o *dentro* de una teoría o posición filosófica particular.

En el segundo nivel o metanivel, la actividad matemática gira en torno al desarrollo de lo que ella llama las *grandes* teorías matemáticas o lógicas completas como la geometría euclidiana, la aritmética de primer orden, la teoría de conjuntos ZF, la lógica modal S4, etcétera. Es aquí donde es posible reflexionar o hacer comparaciones (matemáticas) entre teorías matemáticas más *pequeñas*¹⁵³, como es el caso de la reducción de una teoría a otra, mostrar cuán diferente resulta una teoría de otra en virtud de un sólo axioma, etcétera. Y es aquí en donde ella ubica *las filosofías de las matemáticas más tradicionales* (Friend 2014, p. 110) tales como el realismo teórico conjuntista, las filosofías constructivas, el logicismo y más, que acompañan al tipo de reflexión que se hace en este nivel.¹⁵⁴ Es el pluralista quien, en este mismo nivel, utiliza adjetivos calificativos o hace comentarios a o cuestiona términos como ‘verdadero’, ‘corrección’, ‘fundación’, ‘ontología’, ‘justificación’¹⁵⁵ por ejemplo y donde se puede hacer trabajo propiamente filosófico, además de mostrarse escéptico y agnóstico acerca de su propio pluralismo.

Esto no quiere decir que un pluralista no utilice términos o nociones como *corrección* y otras, sino que simplemente está considerando que, en el caso de *corrección*, esta noción no es absoluta:

La noción de corrección utilizada por el pluralista no es una noción absoluta, que trasciende todas las matemáticas, ya que no tenemos un juez absoluto de corrección en forma de fundamento [o de alguna teoría básica, por ejemplo]. Más bien, juzgamos la corrección o

¹⁵³ Los términos ‘más grandes’ (*larger*) y ‘más pequeñas’ (*smaller*) se refieren, en este contexto, al poder expresivo de la teoría en cuestión. Ver Friend (2014), p. 110.

¹⁵⁴ Es en este nivel que se hacen afirmaciones del tipo “esta teoría matemática o posición filosófica es la única correcta o verdadera”.

¹⁵⁵ Considérense, también, términos como *conocimiento*, *conjunto*, *axioma*, *significado* y otros más; no son entidades fijas. El significado de ellos es dinámico, cambia y evoluciona.

evaluamos una prueba con referencia al conocimiento previo. Esto concuerda con los informes sobre la práctica de algunos matemáticos. (Friend, 2014, p.p. 138, 139.)¹⁵⁶

A diferencia de otros autores (Tarski, entre ellos), los niveles de investigación del pluralismo maximal son laxos, flexibles, a tal punto que, en ocasiones, no es posible señalar en qué nivel de investigación se encuentra alguna discusión, ya sea filosófica o matemática. De igual forma, los problemas pueden abordarse en distintos niveles desde distintos enfoques, no hay rigor en la determinación de niveles. Lo cual traería consigo el que puedan surgir paradojas, que es algo que tampoco es grave (para esta posición). Por otro lado, decir falsedades no es algo que preocupe al pluralista, dado que esto es algo que se hace todo el tiempo y porque la falsedad, como ya habíamos señalado, puede convertirse en la razón que impulse la investigación en las matemáticas, en la filosofía de las matemáticas (o en cualquier otra disciplina):

...algunas veces los errores [o las falsedades] son muy fructíferos.¹⁵⁷ (Friend 2014, p. 111.)

De manera tal que, en esta posición, todo es cuestionable, sujeto a revisión, hay que buscar la *estabilidad* de los enunciados que se hagan, la justificación rigurosa, la claridad conceptual (*explicitness*) y de ahí la importancia de la prueba rigurosa, la verificación cruzada o cotejo, así como la aplicación.^{158 159 160} Y todo ello, en conjunto, ofrecerá *...una mejor explicación de la práctica de las matemáticas [de hoy en día]*” . (Friend 2014, p. 152.)

En el tercer nivel se encuentra el pluralismo maximal. Aquí también hay actividad matemática que se presenta de dos formas: la primera, cuando se quiere *resolver un problema* y para ello se recurre a las herramientas e ideas de distintas teorías matemáticas. La segunda, cuando los matemáticos discuten *ideas trascendentes*¹⁶¹ que se encuentran por detrás o sustentando y que son comunes a las teorías matemáticas; o cuando se comparan o discuten las grandes teorías matemáticas, lo que se lleva cabo desde el metanivel acerca de ellas. Hay

¹⁵⁶ “The notion of correctness used by the pluralist is not an absolute notion, transcending all of mathematics, since we have no absolute judge of correctness in the form of a foundation. Rather, we judge correctness, or evaluate a proof, by reference to background knowledge. This accords with reports on the practice of some mathematicians.”

¹⁵⁷ “...sometimes mistakes are very fruitful.”

¹⁵⁸ Friend sostiene, continuamente, que siempre hay un espacio para la duda, una duda escéptica, que, *à mon avis*, siempre permanece. ¡No hay verdades absolutas!

¹⁵⁹ La verificación cruzada o cotejo, que es un proceso común y muy riguroso en cualquier área de las matemáticas, es una característica muy importante del pluralismo de tercer nivel.

¹⁶⁰ Esto último resulta muy importante para este tipo de pluralismo, puesto que no cuenta con una ontología fuerte que sustente su posición y, en el caso de la verdad, por ejemplo, ésta siempre es relativa a una teoría; lo mismo sucede con la noción de normatividad que solo tiene sentido dentro de o se limita a una teoría. En cuanto a las pruebas, y en general, parece ser que nunca se puede tener la seguridad de que éstas sean totalmente correctas.

¹⁶¹ *Ideas trascendentes* entendidas como las ideas que son comunes a muchas grandes teorías matemáticas.

también trabajo filosófico en cuanto a la discusión de resultados particulares o nociones en matemáticas como la de compacidad y sin que haya alguna tradición filosófica en particular que sustente o respalde dicho trabajo.

Nuevamente y en este nivel, la actitud del pluralista será la de evitar a toda costa el dogmatismo y esto en favor de la clarificación, de una explicación y justificación cuidadosas, así como que se muestren los límites de las afirmaciones dogmáticas. Y, a su vez, las mismas explicaciones tendrán que pasar por el mismo proceso. También es aquí donde se destaca la idea de que, en gran medida, en la práctica real, las teorías matemáticas se aplican a otras teorías y esto explica en qué consisten las matemáticas modernas¹⁶². La verificación cruzada (la riqueza de ésta), las aplicaciones y los *accesorios* “fijos” (*fixtures*)¹⁶³ son las que nos brindan confianza en una disciplina como ésta, permiten su objetividad, que no haya circularidad, que sea una disciplina que *...se mantiene unida...* (Friend 2014, p.170.)¹⁶⁴ etcétera, puesto que una fundación única, una ontología realista absoluta, una realidad única subyacente, una teoría de la verdad (o verdades metafísicas) que podrían sustentarla, no las hay o no hay evidencia de ellas.

Anteriormente ya señalamos que este tipo de pluralismo no es una posición en la que todo cabe o todo vale igual, ya que, de ser así, se volvería una posición trivial. Aunque su propia posición filosófica, la de Friend, no es trivial, no por ello habría porqué descartar aquellas teorías matemáticas que sí lo son, ya que, pese a ello o gracias a ello, han impulsado la práctica y el desarrollo de las matemáticas y la lógica. Este es el caso, por ejemplo, de la teoría formal lógica de Frege, la teoría ingenua de conjuntos de Cantor, entre otras.

Hay que considerar que cuando se afirma, desde una filosofía de las matemáticas, por ejemplo, que una teoría matemática es trivial es porque en ella se tiene una contradicción y esto no trae consigo que dicha filosofía también lo sea (es decir, no es trivial ni tampoco hay una contradicción). Pero hay algo más a este respecto. También habrá que considerar no solamente a la contradicción sino también a la ambigüedad y la paradoja, si queremos dar una buena explicación de la práctica real y el desarrollo de las matemáticas. Esto es lo que debe tener presente, una vez más, una filosofía de las matemáticas o un pluralismo matemático como el de Friend (ella misma así lo afirma):

¹⁶² Friend, en su (2014), considera que, de hecho, su pluralismo es más cercano a la práctica de la matemática actual que cualquier otra posición, más abarcadora que otras. Ver p.p. 74, 96.

¹⁶³ *Fixtures* son aquellas partes de las matemáticas que permanecen fijas o invariantes, no uniformes ???, en una teoría. Por ejemplo: una constante como ‘ \in ’, una relación, una lógica, etcétera; son condición necesaria para llevar a cabo una verificación cruzada entre una teoría y otra, así como las que aseguran la objetividad del discurso matemático (que, considerado como un todo, es inconsistente).

¹⁶⁴ *Mathematics ‘hangs together’...*

Es necesario desenredar la ambigüedad, la paradoja y la contradicción si se quiere dar cuenta de la práctica y el desarrollo de las matemáticas. (Friend 2014, p. 199.)¹⁶⁵

Y más adelante:

...es a través de la conciencia y en la confrontación con la ambigüedad, la paradoja y la contradicción que desarrollamos las matemáticas. Por supuesto, cuando usamos teorías matemáticas establecidas, podemos ignorar cómodamente la ambigüedad, la paradoja y la contradicción. Éstas últimas son herramientas epistemológicas para desarrollar nuevas ideas matemáticas. No son limitaciones o parámetros estrictos sobre el razonamiento o sobre el cuerpo de las matemáticas. (Friend 2014, p.200. Énfasis en el original.)¹⁶⁶

Al inicio de esta sección, habíamos señalado que el pluralismo de Friend es una familia de pluralismos, ya que es posible encontrar distintos pluralismos en los diferentes niveles en su visión, por un lado. Por otro, en el pluralismo de tercer nivel no hay una ontología, un fundamento o una teoría de la verdad que sustente su filosofía de las matemáticas porque no las necesita, ya que ella manifiesta una *indiferencia metafísica*. Lo cual no significa que no las acepte. Es decir, también es posible sostener un pluralismo ontológico o un pluralismo de la verdad siempre y cuando los compromisos ontológicos solamente aparezcan *dentro de* una teoría y se ubiquen, por ejemplo, en el primer nivel. Los matemáticos muestran, a menudo, cierto desinterés en cuestiones como la *verdad absoluta*. Ella sostiene a este respecto (y en defensa de su posición) que:

La indiferencia mostrada por los matemáticos respecto a la verdad matemática absoluta o la ontología absoluta y única se explica en un marco propiamente pluralista al limitar la discusión de la verdad o la ontología a una teoría. De esta forma practicamos el pluralismo en verdad y el pluralismo en ontología. (Friend 2014, p. 247.)¹⁶⁷

Para terminar, de manera sucinta, baste decir y a decir de ella misma, que su teoría filosófica puede explicarse con base en lo que ha sucedido y continúa sucediendo tanto en la filosofía de las matemáticas como en las matemáticas mismas, esto es, con base en la forma

¹⁶⁵ “Ambiguity, paradox and contradiction need to be unravelled if one wants to give an account of the practice and development of mathematics.”

¹⁶⁶ “... it is through awareness of, and in confrontation with: ambiguity, paradox and contradiction that we develop mathematics. Of course, when we use established mathematical theories we can comfortably ignore ambiguity, paradox and contradiction. The latter are epistemological tools for developing new mathematical ideas. They are not strict limitations or parameters on reasoning or on the corpus of mathematics.”

¹⁶⁷ “The indifference shown by mathematicians concerning absolute mathematical truth or absolute and unique ontology is accounted for in a properly pluralist setting by confining discussion of truth or ontology to a theory. In this way we practice pluralism in truth and pluralism in ontology”

cómo esta disciplina se ha desarrollado a lo largo de su historia y en la evidencia pasada y presente: el pluralismo siempre ha estado ahí.

Ahora bien, dado que mi propósito en esta investigación es entender el pluralismo en lógica, hemos encontrado en el pluralismo de las matemáticas de Friend, una posición *sui generis*, algunos elementos que podríamos aplicar en la comprensión de este fenómeno¹⁶⁸ y ofrecer con ello otra explicación al mismo. Esto lo veremos en la siguiente sección.

3.2 Pluralismo maximal de perspectivas en lógica

Hemos visto en la sección anterior que Friend nos ofrece una posición filosófica que pretende dar cuenta del pluralismo en matemáticas. Creemos que algunos elementos de su explicación, *mutatis mutandis*, también se pueden aplicar y así ayudarnos a entender el pluralismo desde su enfoque: como un pluralismo maximal de perspectivas en lógica.

Veamos primero porque es un pluralismo en perspectivas. De acuerdo con Friend (2014), así como hay muchas maneras de hacer matemáticas, hay muchas maneras de hacer lógica. Esto es así si pensamos que las lógicas no son más que estructuras matemáticas, es decir, todas incluyen sistemas de prueba, una semántica, un álgebra, etcétera. Estas estructuras pueden considerarse como perspectivas. Una perspectiva es una teoría que puede presentarse de forma axiomática, pero no necesariamente; puede haber axiomas, aunque su lista no sea completa o no acabada, siempre se pueden agregar más.

Así, al pluralismo en perspectivas en lógica podría entenderse como la posición en la que hay una pluralidad de lógicas o sistemas formales lógicos que nos dan, cada una de ellas, una idea o un panorama de aquellos problemas que alguna otra u otras no pueden resolver.

En este punto, considero necesario recordar lo que Friend nos dice del pluralismo en perspectivas:

El [pluralismo] en perspectivas se opone a favorecer una perspectiva de las matemáticas. Cada teoría matemática, que sea lo suficientemente poderosa como para dar una perspectiva sobre muchas matemáticas, tendrá sus vicios y virtudes filosóficas. No hay pruebas suficientes para pensar que existe una perspectiva absoluta que sea la mejor, ya sea filosófica o matemática. (Friend 2014, p. 25.)¹⁶⁹

¹⁶⁸ Entiéndase ‘fenómeno’ o ‘fenómeno lógico’ como noción, relación, problema, problemática, etcétera.

¹⁶⁹ “The pluralist in perspectives demurs from favouring one perspective on mathematics. Each mathematical theory, which is powerful enough to give a perspective on quite a lot of mathematics, will have its philosophical sins and virtues. There is insufficient evidence to think that there is an absolute perspective that is best either philosophically or mathematically.”

Aunque esto es parte de lo que Friend nos ofrece para el pluralismo en matemáticas, también se podría ofrecer, *mutatis mutandis*, para el pluralismo en lógica y quedaría así: *El pluralista en perspectivas se opone a favorecer una perspectiva sobre la lógica. Cada teoría lógica, que sea lo suficientemente poderosa como para dar una perspectiva sobre muchas lógicas tendrá sus vicios y virtudes filosóficas. No hay pruebas suficientes para pensar que existe una perspectiva absoluta que sea mejor, ya sea filosófica o lógica.*

Para reafirmar esta idea y en palabras de nuestra autora:

...el pluralista no se interesa en marcar una diferencia tajante entre lógica y matemáticas. Aquí consideramos que las teorías lógicas -teorías formales (de lógica)- se consideran como teorías matemáticas así como una teoría geométrica particular podría serlo. (Friend 2014, p. 106, nota a pie de página núm. 9.)¹⁷⁰

De igual manera, como también vimos en la sección anterior, no tenemos la evidencia necesaria para pensar que la lógica es un cuerpo unificado de verdades o que los sistemas lógicos puedan reducirse a uno solo¹⁷¹. Hay una serie de lógicas o teorías y cada una de ellas tiene verdades que son relativas a una teoría. Una teoría, por sí misma, no es verdadera. No hay una última lógica (so pena de paradoja) o una lógica única y no hay una mejor que otras, todas se encuentran *a la par*. Y en este sentido no hay *la perspectiva*.

Ahora veamos porque es un pluralismo maximal. Friend usa el término ‘maximal’ para señalar que es un pluralismo de tercer nivel de investigación de acuerdo con su esquema (ver sección 3.1) y en el cual se ocupa de las afirmaciones que se hacen en los dos niveles previos. El trabajo del pluralista es descriptivo, trata de ofrecer una explicación filosófica de todo el *corpus* de la actividad, en este caso, de los lógicos *qua* lógicos y no se pronuncia acerca de cuál es la lógica correcta, por ejemplo. Esta es una filosofía que posee diversas virtudes tales como la de tener una mayor inclusión (abarca todas las lógicas posibles que otras posiciones incluso todas aquellas que se declaran como pluralistas), así como la de la tolerancia. A este respecto nos dice:

[La pluralista]... es una pluralista maximal si es lo más tolerante posible sin que su posición se vuelva contra ella misma. La pluralista maximal es intolerante con el dogmatismo y los movimientos particulares llevados a cabo por... realistas, naturalistas y estructuralistas contra otras posiciones y otros pluralismos. (Friend 2014, p. 2.)¹⁷²

¹⁷⁰ “... the pluralist is not interested in drawing a firm distinction between logic and mathematics. Here logical theories – formal theories (of logic) – are considered to be mathematical theories just as a particular geometrical theory might be.”

¹⁷¹ En este caso, ver, por ejemplo, Agazzi, E. (2011). One reason, several logics. *Manuscrito*, 34(1), 51-88.

¹⁷² “He is a maximal pluralist if he is as tolerant as possible without his position becoming self-defeating. The maximal pluralist is intolerant towards dogmatism, and particular moves made by, say, realists, naturalist and structuralists against other positions, and pluralism.”

Este tipo de pluralista muestra un espíritu de tolerancia por igual hacia diferentes lógicas, lógicas intensionales, intencionales, paraconsistentes, lineales, etcétera, así como a diferentes filosofías de la lógica y más. En otras palabras, lo que queremos decir con esto último es que creemos, de acuerdo con esta posición y en principio, que deberíamos aceptar la mayor cantidad de lógicas y posturas filosóficas en la filosofía de la lógica (al igual que lo hace Friend para la filosofía de las matemáticas) como distintas perspectivas de estudio de la disciplina (en este caso, la lógica) que puedan convivir entre sí, que la aceptación de una de ellas no cancele la posibilidad de aceptar otras (sin que esto signifique que todas ellas sean compatibles). Con la posición de Friend, en la filosofía de las matemáticas y que podríamos extender ahora a la filosofía de la lógica, solamente se busca tomar el marco de reflexión más amplio posible y sólo se excluirán aquellas posturas totalizantes que busquen cancelar a las otras.

Estas son algunas de las razones por las cuales consideré que la postura de Friend podría extrapolarse también para ayudarnos a entender el pluralismo en lógica. Ahora veremos, en la siguiente y última sección, cómo es posible que el pluralismo lógico pueda tomarse como un principio metodológico en la investigación en la filosofía de la lógica.

3.3 El pluralismo lógico como un principio metodológico

Friend también nos habla del pluralista en metodología como aquel que muestra tolerancia hacia diversas técnicas de prueba, métodos y resultados que se han obtenido en un área de las matemáticas y puedan aplicarse en otra área distinta de la misma o, incluso, pueden usarse técnicas de disciplinas fuera de las matemáticas, siempre que ellas resulten útiles y no se caiga en inconsistencia (lo cual se da en los niveles uno y dos de la taxonomía de Friend).

De igual manera creemos que así como hay, por ejemplo, teorías matemáticas que se construyen sobre otras, las distintas lógicas (consideradas como teorías matemáticas y como herramientas) pueden sustentar, apuntalar distintas posturas filosóficas que permitan explicar algunos fenómenos (argumentales, lógicos), quizás no todos, en diversos contextos (como ya de hecho pasa).

Pero, en este nivel (el tercero), lo que requerimos es un pluralismo en metodología que nos guíe para estudiar las distintas propuestas filosóficas en la filosofía de la lógica, es decir, principios o metodologías al nivel de los estudios que realizamos en filosofía de la lógica. Estos principios metodológicos nos permitirían realizar nuestra labor como filósofos de la lógica en el contexto actual, uno en el que existe una multiplicidad de lógicas y diferentes teorías filosóficas que pretenden dar cuenta de ellas.

De tal manera que, si se aceptara al pluralismo lógico como un principio metodológico que guíe la investigación contemporánea en la filosofía de la lógica, entonces esto permitiría trabajar en un contexto en que las propuestas de diferentes lógicas estuvieran todo el tiempo presentes en la discusión, en la investigación, sin prejuzgar ninguna de las posiciones en juego (no así, tal vez, las posiciones monistas totalizantes), lo que permitiría, al mismo tiempo, realizar estudios articulados y coherentes de las lógicas. Es decir, se tendrían diversas, múltiples investigaciones llevándose a cabo en múltiples marcos como una manera más efectiva de generar conocimiento, resultados, etcétera y por el uso que de ellos pudiera hacerse (criterio pragmático), que podría verse ya como una ventaja.

Aquí podría señalar que otra ventaja más de asumir el pluralismo como un principio metodológico de tercer nivel sería que no se adquiere compromiso alguno con una lógica o una posición particular de la lógica o lógicas. En este sentido se podría hacer un estudio más neutral, imparcial en el cual podamos poner a discusión las distintas posturas en filosofía de la lógica asociadas a diferentes sistemas lógicos. Esto es algo que parece que quedaría fuera si nosotros asumiéramos una postura monista, sesgaría la discusión, pues ya no se podría ser imparcial respecto al estudio de un grupo de sistemas lógicos si de entrada se asumiera que uno de ellos o incluso uno fuera del conjunto (que ni siquiera sabemos cuál podría ser éste) es el correcto, el adecuado, el *bueno* y que la visión filosófica que se adoptara para el estudio de estos sistemas fuera una visión única, la correcta.

Así, quisiera ofrecer una formulación, muy general, que podría caracterizar al pluralismo lógico (maximal de perspectivas) como principio metodológico: es la posición pluralista (de tercer nivel¹⁷³) de pluralismos en la que cada uno de estos últimos es una perspectiva (o pluralismo de segundo nivel) y que recoge las reflexiones filosóficas de cada una de ellas en cuanto a cómo explican el fenómeno del pluralismo lógico sin que unas cancelen a las otras; en este sentido se toma el conjunto maximal de perspectivas. Así, no habrá que rechazar a ninguna perspectiva o habrá que aceptar toda perspectiva, tanto pasada como presente, por lo que cada una de ellas pueda ofrecer, siempre y cuando las posturas consideradas no sean totalizantes.

De esta forma, esta propuesta permitiría recuperar las diferentes posiciones filosóficas relacionadas con el pluralismo lógico que presentamos en el capítulo dos, sin adquirir el compromiso de seleccionar algunas de ellas como la correcta. Esto permite considerar todas las perspectivas que dichas posturas ofrecen y tener así una mejor comprensión de los fenómenos estudiados. El gran inconveniente de asumir una sola perspectiva es que todas estas

¹⁷³ En este tercer nivel tendríamos una meta reflexión filosófica acerca de las distintas filosofías que acompañan o sustentan a los diversos sistemas lógicos formales o *lógicas*.

presentaciones particulares solo muestran una parte del fenómeno (una perspectiva particular), algunas cubren unas cosas, otras cubren o dan distinto énfasis a otras más, etcétera. Pero la propuesta nuestra no requiere nada de esto, ya que es de un nivel superior (tercer nivel). Y aún más, nuestra propuesta es compatible con aceptar diversas propuestas pluralistas. Así que el hecho de tener muchos pluralismos deja de ser problemático para nosotros, pues tendríamos, sí, un pluralismo de pluralismos. De acuerdo con Friend, es en este nivel que estamos haciendo, propiamente, filosofía de la lógica.

3.4 Conclusiones del capítulo

En nuestro interés por entender el pluralismo lógico, ha sido nuestro propósito, en este capítulo, presentar la posición filosófica de M. Friend que explicaría el pluralismo en matemáticas. De igual modo, quisimos extrapolar esta posición a la filosofía de la lógica con el fin de dar una explicación del fenómeno del pluralismo lógico de acuerdo con la taxonomía que nos presenta en la sección 3.1. Esto es, aplicamos algunos de los elementos de la posición filosófica de nuestra filósofa en aras de explicar el pluralismo lógico y que da por resultado lo que denominamos como pluralismo maximal de perspectivas en lógica.

Finalmente, exponemos, someramente, nuestra propuesta filosófica de considerar al pluralismo lógico como un principio metodológico, es decir, un principio de investigación, de estudio, que considera las distintas propuestas en conjunto de cómo entender el pluralismo en lógica: como un pluralismo de pluralismos. Otra más de las ventajas de esta posición es que no requiere de nosotros la elección de un tipo de pluralismo lógico particular.

CONCLUSIONES GENERALES

There is a story of a child telling his parents what he learned in school that day, concerning how to write: "First, I says what I am going to say. Then I says it. Then I says what I said." I have done the first two of these. I close, briefly, with the third.

Shapiro, S. *Varieties of Logic*

Quisiera dar aquí una breve descripción de esta investigación. He dedicado el primer capítulo a exponer cuestiones que considero básicas en lógica en cuanto al problema de definir qué tipo de disciplina es, las nociones centrales de las que partimos y los temas relevantes, en la filosofía de la lógica, para comprender el nacimiento del pluralismo lógico contemporáneo.

El propósito del segundo capítulo era meramente monográfico y metodológico, es decir, la de presentar distintos pluralismos lógicos y a los autores que los sostienen y que, a mi juicio, son los más representativos. Con todo ello, mostrar que no hay una sola manera de entender el pluralismo lógico, que el debate no se limita a afirmar que todas las lógicas son legítimas, correctas y que no es posible dirimir el multicitado debate monismo vs pluralismo, hasta el momento, en favor de una posición o de la otra.

Finalmente, y ya para terminar, pese a lo afirmado en las últimas líneas, en el tercer capítulo presentamos el pluralismo en matemáticas de Friend, una posición que creemos nos brinda la posibilidad de resolver el pluralismo en lógica apelando a lo que ella denomina como un pluralismo maximal de perspectivas. Con base en ello ofrecimos una propuesta o tesis tentativa de resolver el problema del pluralismo al considerar a éste como un principio metodológico. La ventaja principal de considerarlo así consiste en que nos permite recuperar las distintas posiciones pluralistas de segundo nivel y de esta manera obtener una mejor comprensión de los fenómenos lógicos estudiados. Ahora bien, esta propuesta requiere aún ser llevada a la práctica, es decir, sería necesario realizar filosofía de la lógica usando al pluralismo como un principio metodológico de tercer nivel y poder mostrar, efectivamente, que ofrece una ventaja en la reflexión filosófica sobre fenómenos lógicos, sobre posturas distintas, especialmente sobre posturas monistas. Sin embargo, dicho trabajo excede los límites de esta investigación, pero espero poder realizarlo en el futuro próximo.

And that is what I said.

Bibliografía

- Barceló Aspeitia, Axel. (2003). ¿Qué tan Matemática es la Lógica Matemática? *Diánoia*, XLVIII (51), 3-28.
- Barceló, A. “Patrones inferenciales” en *Crítica, Revista Hispanoamericana de Filosofía*. Vol. 40, Núm. 120 (diciembre 2008): 3-35
- Beall, J., & Restall, G. (2006). *Logical pluralism*. Oxford: Oxford University Press.
- Blake-Turner, C., Russell, G. Logical pluralism without the normativity. *Synthese* 198, 4859–4877 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11229-018-01939-3>
- Bruce, M & Barbone, S.. (2011). *Just the Arguments*. . UK: Blackwell Publishing Ltd..
- Caret, C.R., Kouri Kissel, T. Pluralistic perspectives on logic: an introduction. *Synthese* 198, 4789–4800 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11229-019-02525-x>
- Carnap, R. 1950a [1956], “Empiricism, Semantics, and Ontology”, *Revue Internationale de Philosophie*, 4(11): 20–40. Reprinted in Carnap 1956b: 205–221.
- Carnap, R. (2014). *Logical syntax of language*. Routledge.
- Ferrater Mora, J. (2018). “Lógica y razón” *Crítica. Revista Hispanoamericana De Filosofía*, 5(15), 29-44. <https://doi.org/10.22201/iifs.18704905e.1971.125>
- Field, H. (2009). Pluralism in logic. *The Review of Symbolic Logic*, 2(2), 342–359.
- Frápolli, M. J. (2005). Generalidad y representación. *Contrastes. Revista Internacional de Filosofía*.
- Frápolli, M. J. (2012). ¿Qué son las constantes lógicas?. *Crítica (México, DF)*, 44(132), 65-99.
- Friend, M. (2014). *Pluralism in mathematics: A new position in philosophy of mathematics*. Dordrecht: Springer.
- Gómez-Torrente, M. (1998b). On a Fallacy Attributed to Tarski. *HISTORY AND PHILOSOPHY OF LOGIC*, 19 (1998), 227-234.
- Gómez-Torrente, M. (2000): *Forma y Modalidad. Una Introducción al Concepto de Consecuencia Lógica*, Eudeba, Buenos Aires.

- Gómez-Torrente, M. "Alfred Tarski", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/tarski/>.
- Gómez-Torrente, M. (2002). "The Problem of Logical Constants," *Bulletin of Symbolic Logic*, 8: 1–37.
- Gómez-Torrente, Mario, "Logical Truth", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2022 Edition), Edward N. Zalta & Uri Nodelman (eds.), forthcoming URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2022/entries/logical-truth/>.
- Gómez Torrente, M. (2007). "Constantes lógicas" en *Filosofía de la Lógica*. C. VI, p.p.179-205.
- Leitgeb, Hannes and André Carus, "Rudolf Carnap", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2021 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2021/entries/carnap/>.
- MacFarlane, John, "Logical Constants", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Edición de invierno de 2017), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/logical-constants/>.
- Morado, Raymundo (1984). "[La rivalidad en Lógica](#)", *Dianoia*, vol. XXX, No. 30, pp. 249-237.
- Ole Thomassen Hjortland (2012): "Logical Pluralism, Meaning-Variance, and Verbal Disputes", *Australasian Journal of Philosophy*, DOI:10.1080/00048402.2011.648945
- Palau, G. (1986) ¿Una o varias lógicas? [En línea] *Revista de Filosofía y Teoría Política*, (26-27), 319-324. Actas del V Congreso Nacional de Filosofía. Disponible en Memoria Académica: http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.1322/pr.1322.pdf
- Palau, G. (2002). *Introducción filosófica a las lógicas no clásicas*. Editorial Gedisa, S.A.
- Pedersen, N. J. L. L., & Wyatt, J. (2018). Introduction. In J. Wyatt, N. J. L. L. Pedersen & N. Kellen (Eds.): *Pluralisms in Truth and Logic*.
- Read, S., 2006, "Monism: The one true logic," in D. DeVidi and T. Kenyon (eds.), *A Logical Approach to Philosophy: Essays in honour of Graham Solomon*, Berlin: Springer, pp. 193–209.
- Restall, G. (2002). Carnap's tolerance, meaning, and logical pluralism. *Journal of Philosophy*, 99(8), 426– 443
- Russell, G. (2018). Logical nihilism: Could there be no logic?. *Philosophical Issues*, 28(1).

- Russell, Gillian, "Logical Pluralism", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2021 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2021/entries/logical-pluralism/>.
- Shapiro, S. (2014). *Varieties of logic*. Oxford: Oxford University Press.
- Steinberger, F. (2017). *Logical pluralism and logical normativity*. Ann Arbor, MI: Michigan Publishing, University of Michigan Library.
- Steinberger, Florian, "The Normative Status of Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2020/entries/logic-normative/>.
- Tajer, D. (2012). Una defensa sistemática del pluralismo lógico. *Cuadernos De filosofía*, (58), 29-44. <https://doi.org/10.34096/cf.n58.391>
- Tarski, A. (1936): "On the Concept of Logical Consequence", reimpresso en Tarski, A. (1983) *Logic, Semantics, Metamathematics* Indianapolis. Hackett.
- Tarski, A. (1972). *La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica* (Vol. 3). Ediciones Nueva Visión.
- Tarski, A., & Corcoran, J. (1986). What are logical notions?. *History and philosophy of logic*, 7(2), 143-154.
- Tarski, A. (1999). La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica. *A Parte Rei*, 6.
- Varzi, A. C. (2002). On Logical Relativity. *Philosophical Issues*, 12, 197–219. <http://www.jstor.org/stable/3050548>
- Vásquez, O. (2015). "Los alcances del pluralismo lógico". *Revista Filosofía UIS*. 14 (2). pp. 69-81.