



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

SIMULACIÓN DE UN BONO CATASTRÓFICO PARA
SISMOS EN MÉXICO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
ACTUARIO

PRESENTA
BARROSO PÉREZ SEBASTIÁN

DIRECTOR DE TESIS: DR. ARRIGO COEN CORIA



CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Datos del Jurado

1. Datos del Alumno

Barroso
Pérez
Sebastián
55 19 52 40 76
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría
313172588

2. Datos del tutor

Dr
Arrigo
Coen
Coria

3. Datos del Sinodal 1

M. en C.
Daniel
Cervantes
Filoteo

4. Datos del Sinodal 2

Act.
Fernando
Rojas
Linares

5. Datos del Sinodal 3

M. en I.
Karen
Lanzguerrero
Obeid

6. Datos del Sinodal 4

Dr
Yuri
Salazar
Flores

7. Datos del trabajo escrito

Simulación de un Bono Catastrófico para Sismos en México
77 p.
2022

Agradecimientos

No es el conocimiento, sino el acto de aprendizaje, y no la posesión, sino el acto de llegar allí, que concede el mayor disfrute.

Carl Friedrich Gauss

Este trabajo es la conclusión de un ciclo muy especial en mi vida. Jamás imaginé que se sentiría que el tiempo pasó tan rápido. Sin embargo, en este momento cuando miro en retrospectiva, sé que fui muy afortunado de tener la oportunidad de estudiar en la Facultad de Ciencias. Aprovecharé este espacio para dar gracias a las personas que fueron piezas fundamentales en este camino.

A mis padres, Raúl y Josefina. Por su amor, su paciencia, su dedicación, su confianza y todo su tiempo invertido en mí. Porque nada de esto habría sido posible sin ustedes.

A mi tía Martha y a Ale, por su amor, su apoyo y todos los bellos momentos juntos.

A Jessica Aileen, palabras me faltan para expresar lo mucho que te agradezco. Fuiste y eres mi motor, mi complemento, mi mayor tesoro, te amo infinitamente. A tu lado he aprendido tanto y solo conozco una forma de medir el tiempo, contigo o sin ti. Espero podamos seguir compartiendo muchos logros juntos.

A mis amigos: Jair, Aldo y Anuar, que aunque nos conocimos en diferentes etapas, todos convergimos en la facultad, por tantas risas, por tantos buenos momentos. Por su tiempo en cada duda, en cada broma, por su amistad.

A mi asesor, el Doctor Arrigo Coen Coria, por su tiempo y su paciencia. A mis sinodales, por su tiempo para la revisión de este trabajo. Les agradezco mucho de su apoyo para poder finalizarlo.

Finalmente, a mi alma mater; la Facultad de Ciencias de la UNAM, siempre tendré el orgullo de haber sido parte de esta universidad. Por brindarme los conocimientos y las herramientas para forjarme como actuario. **Por mi raza hablará el espíritu.**

Índice general

Índice de figuras	v
Índice de tablas	vii
Introducción	ix
1 Bonos Catastróficos	1
1.1 Evento catastrófico	1
1.1.1 Definición de desastre natural	1
1.1.2 Eventos Catastróficos	2
1.2 Descripción y funcionamiento	6
1.2.1 Descripción de los CATBOND	6
1.2.2 Beneficios del Cat Bond	9
2 Ambiente mexicano	10
2.1 Eventos catastróficos en México	10
2.2 El Fondo de Desastre Naturales	12
2.3 Descripción del riesgo de interés	14
2.3.1 Sismo	14
2.3.2 Intensidad y Magnitud	14
2.3.3 El Servicio Sismológico Nacional (SSN)	15
2.3.4 La Sismicidad en México	17
2.4 CATBOND pactados por el FONDEN	22
3 Marco Metodológico	27
3.1 Métodos estadísticos para eventos extremos	27
3.1.1 Gráficos de probabilidad y cuantiles	28
3.1.2 La función exceso promedio	28

3.1.3	Distribuciones de valores extremos	28
3.2	Bondad de ajuste	29
3.2.1	Estadísticas	30
3.2.2	Pruebas de Hipótesis	31
3.3	Proceso de Poisson	32
3.3.1	Proceso de Poisson Homogéneo	33
3.3.2	Simulación de un Proceso de Poisson Homogéneo	33
3.4	Metodología	34
3.5	Implementación de la metodología	36
3.5.1	Explicación del Algoritmo Implementado	36
3.5.2	Explicación de Módulos en Python	37
3.6	Descripción de los datos	39
3.6.1	Datos de Frecuencia	39
3.6.2	Datos de Severidad	39
4	Desarrollo	41
4.1	Severidad de Sismos en México	41
4.2	Frecuencia de Sismos en México	42
4.3	Valuación del Bono Catastrófico	44
5	Conclusiones	48
Apéndice		
A	Anexos	50
Bibliografía		
76		

Índice de figuras

1.1	Total de eventos catastróficos por décadas.	3
1.2	Total de eventos por continente y país.	4
1.3	Porcentajes del total de número de eventos, afectados, muertes y daño por subgrupo de desastre a nivel mundial.	5
1.4	Porcentajes del total de número de eventos, afectados, muertes y daño por subgrupo de desastre para México.	6
1.5	Diagrama funcionamiento del bono catastrófico, fuente: Ma and Ma [2013]	7
2.1	Estructura jerárquica del FONDEN, fuente: FONDEN [2012]	12
2.2	Estaciones de detención de sismos en México. Fuente: Pérez Campos et al. [2019]	16
2.3	Cinturón de Fuego y Placas Tectónicas en México. Fuente: Silva [2019] . .	18
2.4	Gráfico de Caja del total de sismos acumulados por trimestre y por mes. .	20
2.5	Mapa de Calor del total de sismos en México por Día y Mes.	21
2.6	Histograma de Magnitud y Profundidad.	21
2.7	Gráfico de dispersión de magnitud, profundidad, latitud y longitud.	22
2.8	Gráfico de dispersión de Latitud y Profundidad por categoría del sismo. . .	22
2.9	Clasificación de zonas para Sismos. Fuente: FONDEN [2012]	23
2.10	Clasificación de zonas para huracanes y sismos. Fuente: <i>MultiCat Ltd 2009</i>	24
2.11	Diagrama funcionamiento general del programa MultiCat Ltd 2009 y 2012. Fuente: for Disasters Reduction and Recovery [2013]	25
3.1	Diagrama Distribución Empírica (Línea naranja) y Distribución Teórica (Línea sólida negra).	32
3.2	Diagrama ejemplo de simulación: Cada línea representa un proceso de Lt a través del tiempo.	37

4.1	Diagrama funcionamiento del bono catastrófico, fuente: Ma and Ma [2013]	41
4.2	Histograma de la variable severidad y gráfico de la función de Distribución Empírica versus las Distribuciones Teóricas.	42
4.3	Gráfico de cuantiles de las distribuciones empíricas vs teóricas	43
4.4	Gráficos del Número total de sismos acumulados (línea verde) y número total de sismos acumulados de la simulación de un PPH con \hat{m}_s (línea roja).	44
4.5	Precios simulados de un Bono Catastrófico que no paga cupones con respecto a su nivel de cobertura y tiempo.	45
4.6	Precios simulados de un Bono Catastrófico que no paga cupones con respecto a su nivel de cobertura (Threshold) y tiempo para la función de distribución Pareto con \hat{m}_s de 0.01 a 0.04	47

Índice de tablas

1.1	Clasificación de desastres.	2
2.1	Desastres en México, fuente: EM-DAT.	11
2.2	Clasificación de intensidad de acuerdo a la magnitud del sismo.	15
2.3	Terremotos en México de 1475 a 1899.	18
2.4	Descripciones de las variables numéricas de sismos.	22
2.5	Características generales del programa Cat-Mex Ltd 2006.	23
2.6	Características generales del programa MultiCat Ltd 2009. Fuente: <i>Multi-Cat Ltd 2009</i>	24
2.7	Características generales del programa MultiCat Ltd 2012.	24
2.8	Características generales del programa IBRD/FONDEN 2017. Fuente: Mundial [2017]	25
2.9	Características generales del programa IBRD/FONDEN 2018. Fuente: Navarro Martin [2019]	26
2.10	Características generales del programa IBRD/FONDEN 2020.	26
3.1	Valores críticos para las estadísticas D y W^2 . Fuente: D'Agostino and Stephens [1986]	31
3.2	Severidad de sismos en México de 1900 a 2021 en millones de dólares.	40
4.1	Resumen pruebas de Bondad de Ajuste	42
4.2	$P(N_t = 0)$ y $P(N_t > 0)$, donde N_t es la variable aleatoria que contabiliza el total de sismos de magnitud \geq y para $t = 1$	44
4.3	Precio mínimo y máximo obtenidos en la simulación para cada una de las sábanas, respecto a su temporalidad y umbral.	46

Códigos en Python

A.1 CatBond Module	50
A.2 Hypothesis Testing	60
A.3 Homogeneous Poisson Process	62
A.4 Clase Catbond	66
A.5 Simulación	72

Introducción

México es un país con una alta frecuencia en la ocurrencia de fenómenos naturales como son sismos, huracanes, sequías, etc. Esto debido a su extensión territorial y ubicación geográfica aunado a una gran variedad de climas, lo cual posibilita que una gama amplia de éstos se presenten constantemente. Aunque la ocurrencia de estos eventos en muchas ocasiones forman parte del ambiente y en algunos casos se puede conocer el ciclo que tienen, ya sea por la temporada o por su funcionamiento, todos éstos tienen la característica de ser inciertos en el daño que puedan causar a una población en términos sociales y económicos, ya que aunque podamos intuir la ocurrencia, no somos capaces de predecir dónde, cuándo y con qué magnitud ocurrirán, por lo que representan un riesgo.

Historicamente, uno de los fenómenos naturales con mayor repercusión en México han sido los sismos, teniendo un total de 1,257 sismos mensuales¹ en promedio. Aunque la gran mayoría de éstos tienen una magnitud muy baja y son casi imperceptibles, cuando ocurren sismos con magnitudes elevadas en general “mayores a 6 grados”, las repercusiones económicas y sociales pueden ser catastróficas. Como ejemplo de esto tenemos el sismo de 1985 con 9,500 defunciones y \$4.1 mil millones de dólares en pérdidas y el sismo de 2017 con 369 defunciones y \$6 mil millones de dólares en pérdidas.

Con esto mente, al hablar de un riesgo de tal magnitud, la tarea actuarial es hallar alternativas para preverlo o mitigarlo. Debido a que no se puede estimar la ocurrencia exacta de este riesgo una de las opciones que podemos considerar es tener una actuación oportuna después del evento, contando con recursos económicos suficientes para la atención de la población y para la reconstrucción de las zonas afectadas. Esto puede realizarse a través de los Bonos Catastróficos (CAT-BOND), que son un instrumento financiero que permite la transferencia del riesgo a los mercados financieros por medio del pago de una prima y que en caso de ocurrencia del evento, pagará cierta cantidad para hacer frente al mismo. Es decir, funcionan como una cobertura financiera ante eventos catastróficos.

El principal objetivo de esta tesis es realizar la simulación de un Bono Catastrófico que no paga cupones para el riesgo de sismos en territorio mexicano, haciendo uso de los datos recabados a través de distintas fuentes de información. Así como también, el proporcionar una herramienta con la cual valorar el bono variando los parámetros según el criterio del usuario.

En el Capítulo 1 se definirán y clasificarán los eventos catastróficos, ilustrando de manera general el panorama mundial de los desastres catastróficos respecto a su impacto social y económico en las últimas décadas, haciendo uso de la base de datos (EM-DAT)

¹Promedio estimado utilizando los datos del Servicio Sismológico Nacional para la última década.

International Disasters Database. También, se describirá el funcionamiento general de los CAT BOND; emisión, funcionamiento, tipos de triggers y se mencionan algunos de los beneficios que pueden tener.

En el Capítulo 2 se hará un recuento histórico de los eventos catastróficos en México con mayor relevancia, ya sea por su impacto económico y/o social. Se mencionará la Gestión Integral de Riesgos por parte del Gobierno mexicano para hacer frente a éstos y cómo ha creado diversos organismos para la prevención y mitigación. Por otro lado, se definirá el riesgo de sismos y se describirán sus características principales para este trabajo; intensidad y magnitud. Haciendo uso de los datos recabados por el SSN se realizará un análisis descriptivo de los sismos en México. Por último, se mencionarán los bonos catastróficos que ha pactado el Gobierno Mexicano hasta la fecha del estudio.

En el Capítulo 3 se definirán todos los conceptos necesarios para la valuación del bono, como son las distribuciones de pérdidas, las pruebas de bondad de ajuste, el proceso de Poisson Homogéneo y su simulación. Para finalmente detallar la metodología elegida para la simulación de los precios del bono catastrófico para sismos en México.

En el Capítulo 4 se mostrará de manera gráfica la simulación del bono catastrófico y los resultados obtenidos al variar los parámetros como son las funciones de distribución, tasa del proceso de Poisson, umbral y tiempo de expiración.

Finalmente, en el Capítulo 5 se mostrarán las conclusiones de este trabajo obtenidas luego del análisis de los resultados obtenidos en el Capítulo 4.

A lo largo de este trabajo se estará utilizando el lenguaje de programación Python. El cual es un software de código abierto, por lo que se podrá disponer de todos los códigos escritos tanto para los análisis descriptivos como para la simulación de los precios del bono para que el lector pueda replicar el trabajo realizado o le sirva como herramienta para futuros trabajos relacionados con este tema o algún otro. Podrá acceder al repositorio aquí: https://github.com/sebastianBP26/Bono_Catastrofico_Sismos

Capítulo 1

Bonos Catastróficos

En este capítulo se presentará una breve descripción de los desastres catastróficos producidos por fenómenos naturales, los cuales son el tipo de evento aleatorio al que se desea hacer frente. Después, se definirá el bono catastrófico, sus participantes, detonantes y algunos de los beneficios que pueden generar.

1.1. Evento catastrófico

A continuación se describirán los desastres naturales, se dará una clasificación de los mismos y se definirán los desastres catastróficos. Posteriormente, haciendo uso de los datos recabados se realizará un análisis descriptivo para conocer información general de los eventos catastróficos a nivel mundial y en México.

1.1.1. Definición de desastre natural

La población coexiste constantemente con desastres, que son eventos repentinos que ocasionan serios estragos en la funcionalidad de una comunidad o sociedad causando pérdidas humanas, materiales, económicas o ambientales que exceden la capacidad de la sociedad para hacer frente a éstas con sus propios recursos ([IFRC, 2019]). Estos eventos, generalmente tienen la característica de ser aleatorios.

De acuerdo con el Centre for Research on the Epidemiology of Disasters (De ahora en adelante CRED)¹ podemos clasificarlos como se muestra en la Tabla 1.1. Se puede deducir que los desastres naturales son aquellos que no involucran al ser humano y los tecnológicos son aquellos que tienen su origen plenamente en la actividad del hombre.

Los fenómenos naturales son una constante en nuestro planeta, como son lluvias, huracanes, sequías, etc. Pero debe quedar claro que la ocurrencia de un fenómeno natural no debe asociarse directamente con un desastre o catástrofe, ya que es la forma en que el ser humano se relaciona dentro de un entorno lo que propicia esta clasificación. La degradación ambiental, el asentamiento en zonas de riesgo y la marginación social generan sociedades vulnerables, provocando que fenómenos naturales se conviertan en desastres naturales. Según Romero and Maskrey [1993], el hombre debe aceptar que está conviviendo con

¹Institución sin fines de lucro con más de 40 años en el campo de desastres internacionales y estudios de conflictos de salud. <https://www.cred.be/>

Grupo de Desastre	Subgrupo de Desastre	Tipo de Desastre
Natural	Geofísico Meteorológico Hidrológico Climatológico Biológico Extraterrestre	Sismo, Actividad Volcánica, Movimiento Masivo Tormentas, Temperaturas Extremas, Niebla. Inundación, Deslaves, Oleaje Sequía, Incendio, Estallido del Lago Glacial Epidemia, Plagas, Accidente Animal Impacto, Clima Espacial
Tecnológicos	Accidentes Industriales Accidentes Misceláneos Accidentes de transporte	Derrame químico, Explosión, Radiación, etc. Colapso, Incendio, etc. Aéreos, Carreteras, Vías, Agua.

Tabla 1.1: Clasificación de desastres.

una naturaleza viva, que ésta tiene sus propias leyes de funcionamiento contra las cuales no puede atentar, a riesgo de resultar perjudicado él mismo. Sin embargo, debe buscar alternativas que le permitan diversificar los riesgos.

En consecuencia, un desastre natural lo definiremos como aquel evento que involucra un riesgo natural y una sociedad endeble, provocando daños físicos, pérdidas humanas y/o financieras. Sin embargo, la pregunta inmediata es: ¿Qué determina si un desastre es catastrófico?

De acuerdo con CENAPRED [2019] se clasifica un desastre como catástrofe cuando, dado un determinado nivel, su impacto económico genera daños y/o pérdidas, así como afectaciones en el ámbito social, por ejemplo: personas heridas y defunciones, casas, escuelas y hospitales perjudicados.

Desde el punto de vista asegurador, se determina a un desastre natural como catastrófico cuando, dadas sus condiciones de ser extraordinario (baja frecuencia y alta severidad) tiene como resultado ser imposible de asegurar en una sola póliza.

Por lo tanto, los riesgos catastróficos los definiremos como aquellos desastres naturales que pueden conducir a una aseguradora, reaseguradora o al gobierno a pérdidas extraordinarias debido al impacto económico que éste genera al no poder cubrir la cuantía de las pérdidas ocasionadas y/o el impacto social es significativo.

1.1.2. Eventos Catastróficos

A pesar de que el daño causado por un evento puede ser subjetivo y está condicionado a diversas variables dentro de un territorio, existen parámetros generales que nos permiten cuantificar el daño provocado por éste para así poder clasificarlo como un desastre catastrófico.

El *CRED* nos brinda los siguientes lineamientos para poder determinar si un evento es un desastre, los cuales son aplicados a la base de datos International Disasters Database:

- Muertes: 10 o más personas muertas.
- Afectaciones: 100 o más personas afectadas, lesionadas o sin casa.

- Declaración: Declaratoria de estado de emergencia o solicitar asistencia internacional.

Bajo este criterio, un evento que cumpla con al menos una de las características es candidato para ser registrado en la base de datos y será equivalente para este análisis descriptivo como un evento catastrófico. Adicionalmente, si desea tener acceso a los datos, se debe solicitar al CRED para obtener la base de datos².

Los datos que se mostrarán a continuación fueron tomados de la información proporcionada por el CRED en su base de datos previamente mencionada. El periodo de observación fue del 01 de enero de 1900 al 31 de diciembre de 2021, considerando solamente desastres naturales. Cada registro es un evento catastrófico en un territorio determinado.

Al contabilizar el total de eventos por décadas, se obtuvo un total de 1,482 eventos entre las décadas de 1900 y 1960, equivalente al 9.1 % del total de eventos (Figura 1.1).

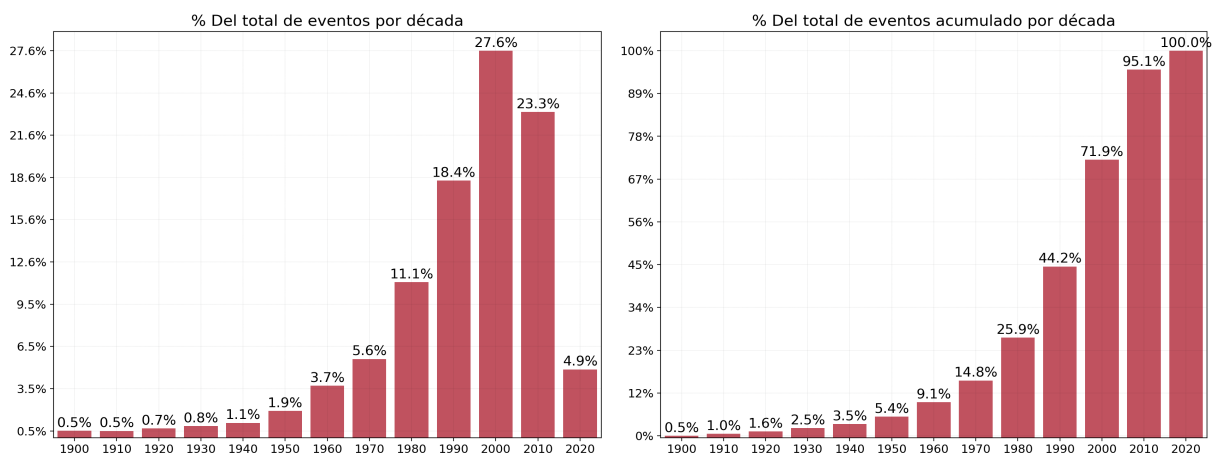


Figura 1.1: Total de eventos catastróficos por décadas.

Con este resultado no se debe interpretar que en la actualidad ocurren más desastres naturales que en tiempos pasados, realmente el hecho de que haya mayor registro de desastres naturales en la actualidad puede ser consecuencia por su interacción con los seres humanos, por lo que influye el crecimiento poblacional y que esta situación lleva a las sociedades a establecerse en zonas geográficas de mayor riesgo. Adicionalmente, el avance tecnológico nos permite identificar fenómenos con mayor exactitud y crear bases de datos de mejor calidad.

Con el fin de evitar sesgo en los datos, se optó por considerar, para nuestro análisis descriptivo, registros de 1970 en adelante, por concentrarse en este periodo el 90.9 % de la información³.

De esta forma, a nivel mundial se contabilizan 14,722 eventos, Asia es el continente que destaca por tener la mayor ocurrencia de desastres con un total de 5,832, le siguen

²Puede solicitar el acceso en el siguiente enlace: <https://public.emdat.be/register>

³Se removió el único evento que se tiene del subgrupo Extraterrestre.

América con 3,542 , África con 2,820, Europa con 1,864 y Oceanía 664. De esta manera, se tiene un promedio de 289 eventos catastróficos anualmente a nivel mundial.

Al agrupar los datos por país, los primeros tres lugares los ocupan: Estados Unidos con 956, China con 910 e India con 664. Mientras que México se ubica en la posición ocho con 264 eventos, resaltando los eventos meteorológicos, hidrológicos y geofísicos que acumulan el 95 % de los eventos en México.

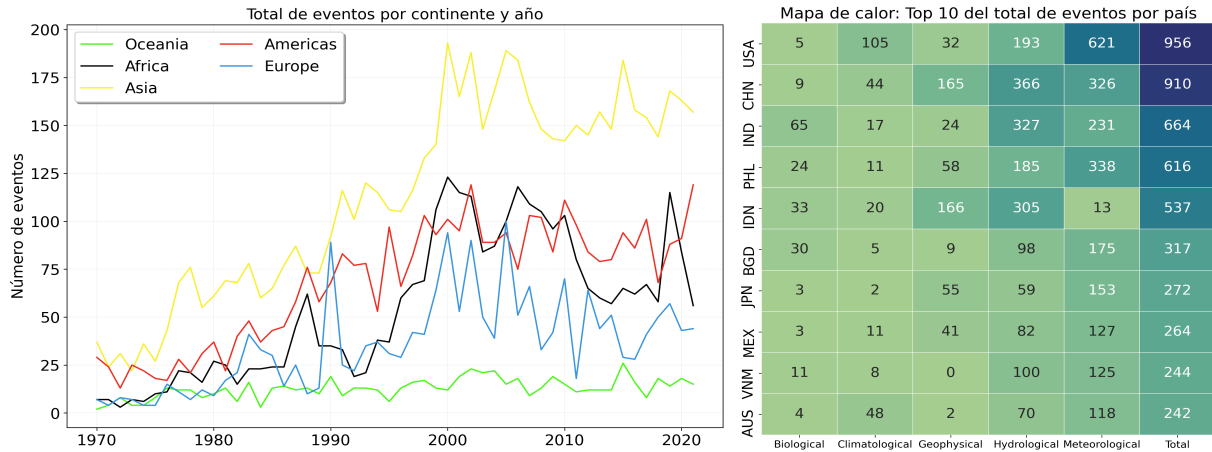


Figura 1.2: Total de eventos por continente y país.

Al agrupar los datos por Subgrupo de Desastre, a nivel mundial el 40.97 % de los eventos son hidrológicos, 31.31 % son meteorológicos, 10.4 % son biológicos, 9.56 % son geofísicos y 7.76 % son climatológicos.

A pesar de que los desastres biológicos y climatológicos cuentan una frecuencia baja, ambos subgrupos acumulan 26.1 % del total de muertes y un daño económico del 7.8 %. Mientras que los desastres geofísicos acumulan 36.5 % de las muertes y 21.8 % de los daños económicos. Los subgrupos hidrológicos y meteorológicos acumulan 37.3 % de las muertes y 70.2 % del total de daños económicos (Ver Figura 1.3).

Lo que se quiere mostrar es que podemos ver tres tipos de comportamientos en los eventos: primero, aquellos donde existe una baja frecuencia y el impacto social respecto a los afectados y defunciones es mayor que el económico como consecuencia directa del evento, como lo son los biológicos y climatológicos. Segundo, donde existe una alta frecuencia y tanto el impacto social y económico son altos, como lo son los hidrológicos y meteorológicos. Finalmente, los desastres donde existe una baja frecuencia pero alta severidad en lo económico y social, como lo son los geofísicos, subcategoría donde encontramos a los sismos.

Realizando el mismo ejercicio pero filtrando los datos solo para el país México, se observa un comportamiento similar al que se expone a nivel mundial. Sin embargo, se observa que los desastres geofísicos, donde los sismos representan un 80.5 % del total de este subgrupo de desastre, se encuentran en la tercer posición de número de eventos con un

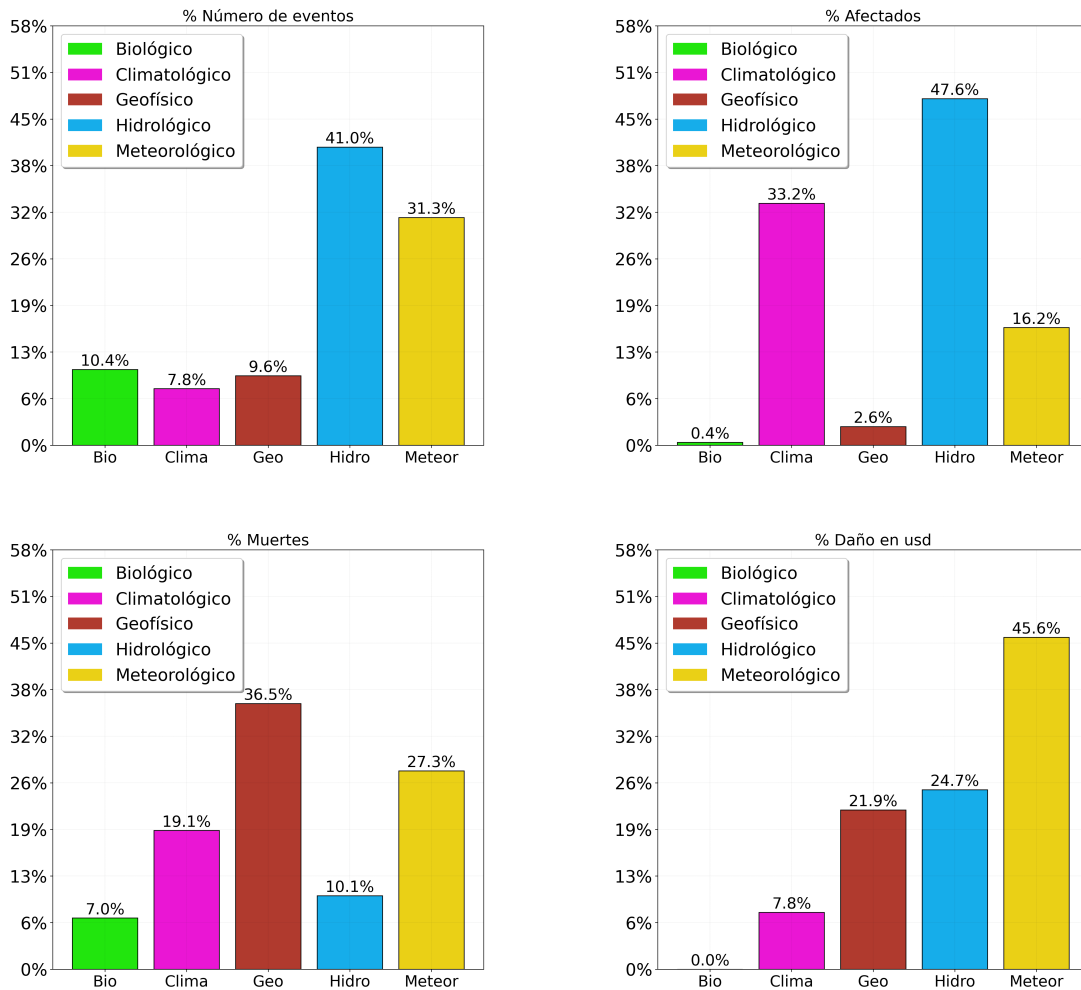


Figura 1.3: Porcentajes del total de número de eventos, afectados, muertes y daño por subgrupo de desastre a nivel mundial.

15.5% pero tienen el primer lugar en muertes con un 61.4% y el segundo lugar en daños económicos con 26.9%. Esto puede ser traducido como un evento de baja frecuencia pero alta severidad (Ver Figura 1.4).

Con el análisis anterior se quiere dar a conocer la gran variedad y cantidad de eventos que ocurren a nivel mundial con la finalidad de mostrar que se deben hallar alternativas de coberturas financieras por parte de las aseguradoras, reasegurados o el gobierno para poder hacer frente oportunamente en caso de ocurrencia del evento para mitigar el daño social y económico que se pueda generar.

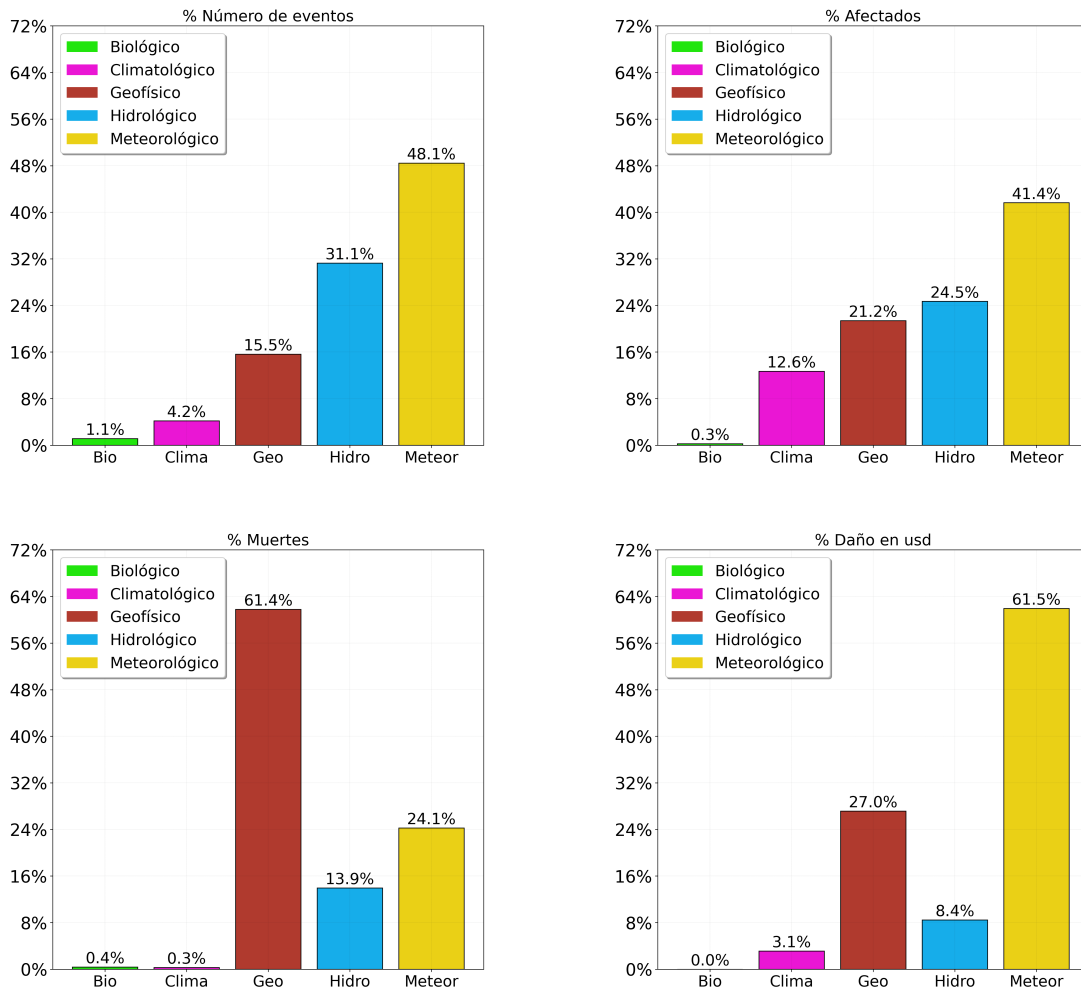


Figura 1.4: Porcentajes del total de número de eventos, afectados, muertes y daño por subgrupo de desastre para México.

1.2. Descripción y funcionamiento

En esta sección se dará la definición del Bono Catastráfico. Se hará mención de cada uno de los participantes, se describirán algunos de los detonantes y finalmente los beneficios generales que pueden generar este tipo de instrumentos financieros.

1.2.1. Descripción de los CATBOND

De acuerdo con Rincón Jaimes [2018] se define a un bono catastráfico (CAT BOND) como un instrumento financiero que tiene como objetivo transferir los riesgos cubiertos por la industria de seguros/reaseguros al mercado de capitales. Estos instrumentos se ven ligados por lo general a desastres naturales catastráficos, los cuales tienen un impacto financiero volátil y significativo para alguna entidad, población o territorio.

Para un mejor entendimiento, se comienza describiendo en términos generales a los participantes involucrados en el Bono Catastráfico:

1. **Patrocinador (Sponsor)**. Es el interesado de transferir el riesgo, comúnmente suelen ser Aseguradoras, Reaseguradoras o el Gobierno.
2. **Vehículo de Propósito Especial (Special Purpose Vehicle (SPV))**. Son entidades financieras que asumirán directamente el riesgo transferido pero lo distribuirán a partir de la emisión de los bonos catastróficos entre los inversionistas. Tienen una gran capacidad financiera y la flexibilidad para coordinar flujos de efectivo a nivel internacional ⁴.
3. **Inversionistas**. Son aquellas personas o entidades que desean comprar el Bono.

En general, el funcionamiento de este instrumento financiero es como se describe a continuación (Figura 1.5); el Patrocinador, quien busca transferir el riesgo, realiza un contrato de reaseguro con el SPV, tal que, a cambio del pago de una prima recibirá una protección de acuerdo con cierto evento catastrófico previamente definido.

El SPV a su vez transfiere el riesgo a los inversionistas mediante la emisión de deuda a través de los bonos en el mercado de capitales, con lo cual logra recabar el principal gracias al pago de los inversionistas al comprar el bono. El SPV deposita la prima y el principal recabado en una cuenta denominada colateral o trust, el cual generalmente es invertido en activos libres de riesgo y funge como la cobertura económica para el Sponsor o Patrocinador en caso de ocurrencia del evento.

Luego de esto, una estrategia común, es pactar Swaps con otra contraparte para el intercambio de tasa fija por una tasa variable. De esta manera, al invertir el colateral en activos libres de riesgo permite disminuir el riesgo de crédito, debido a que estos cuentan con una alta calificación crediticia y al recibir la tasa variable permite disminuir el riesgo de tasas de interés por parte del SPV frente a los inversionistas. Es así como se pueden garantizar mejores rendimientos, provocando confianza a los inversionistas, ya que a pesar de asumir un riesgo mayor, se les garantizan retornos más atractivos (Ma and Ma [2013]).

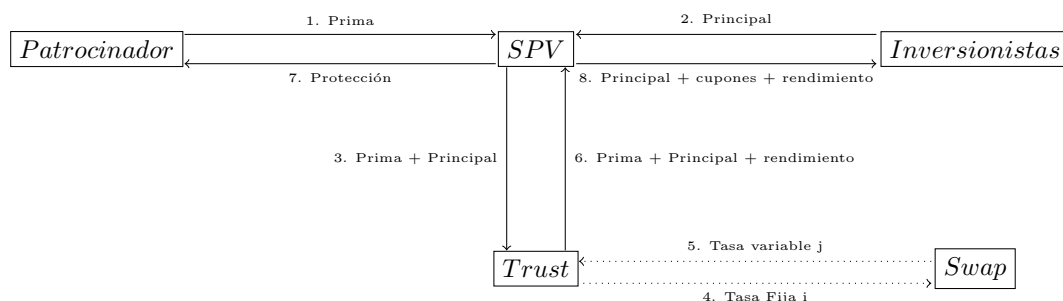


Figura 1.5: Diagrama funcionamiento del bono catastrófico, fuente: Ma and Ma [2013]

⁴Generalmente se establecen en Regímenes Fiscales preferentes por las oportunidades que brindan éstos. Para más información revisar Matteucci [2019].

Es de suma importancia que, para el funcionamiento del bono se especifique detalladamente el territorio y el riesgo que se desea cubrir, así como también, se ve en la necesidad de asociar el bono a una serie de indicadores que permiten reconocer si se ha materializado un evento catastrófico susceptible de indemnización al patrocinador, los cuales se identifican como Triggers y son índices que nos permiten tomar la decisión de detonar el bono a favor del patrocinador o no, es decir, la decisión de indemnizar al Patrocinador.

Dado que es primordial identificar a partir de qué nivel un evento catastrófico es meritorio de una indemnización por parte del SPV al Sponsor, la determinación del índice o Trigger es una cuestión muy delicada ya que es la medida objetiva que indicará si existe obligación o no por parte del SPV. Dichos índices deben ser determinados bajo un escenario de competitividad y no deben estar sujetos a manipulación, es decir, son homogéneos y estandarizados (Rincón Jaimes [2018]).

De acuerdo con Härdle and Cabrera [2010] existen los siguientes Triggers para detonar el pago:

1. **Indemnización.** El patrocinador recibe un reembolso de acuerdo con las pérdidas reales por el evento cubierto. Este Trigger es un símil del reaseguro tradicional, con la diferencia de que involucra la ocurrencia del evento catastrófico y el riesgo operacional de la compañía cedente.
2. **Índice de la industria.** El patrocinador recupera una porción de las pérdidas totales de la empresa que excedan un cierto umbral predeterminado del remanente del principal.
3. **Índice paramétrico puro.** Los pagos son detonados por la ocurrencia de un evento catastrófico de acuerdo con ciertos parámetros físicos. Por ejemplo, la magnitud o ubicación de un sismo.
4. **Índice paramétrico.** Este Trigger utiliza diferentes ‘weighted boxes’ para mostrar la exposición del Sponsor a eventos en diferentes áreas.
5. **Mecanismo de modelo de pérdidas.** Después de la ocurrencia de un evento catastrófico los parámetros físicos del evento son usados por una ‘modeling firm’ para estimar las pérdidas esperadas del portafolio de la compañía cedente. En lugar de lidiar con las reclamaciones reales del Sponsor. La operación tiene su base en la estimación del modelo. Si las pérdidas modeladas están por encima de un umbral específico, el bono es detonado.
6. **Híbrido.** Es la combinación de uno o más tipos de Triggers en una sola transacción.

Por tanto, si durante la vida del bono no hay ningún Trigger que detone el bono, el SPV da el principal de regreso a los inversionistas, además de los respectivos cupones,

si el bono paga cupones y el rendimiento pactado. Sin embargo, en caso de ocurrencia, existen formas para pagarle al patrocinador lo acordado. Las opciones que se presentan de acuerdo con Calderón [2010] son:

1. Los inversionistas pierden parte o todo el principal del bono: El SPV usa todo el capital para indemnizar las pérdidas.
2. Los inversionistas dejan de recibir los cupones y reciben el principal al vencimiento del bono.
3. Pueden ser combinaciones de estas dos modalidades, donde los inversionistas reciben un pago parcial o total del principal.

Estas modalidades permiten hacer una distinción entre inversionistas más aversos al riesgo (donde les aseguran el principal) o los que no lo son (donde se ofrecen mayores rendimientos, pero no se asegura el principal).

1.2.2. Beneficios del Cat Bond

Este tipo de instrumentos financieros son útiles porque benefician significativamente a sus participantes; el patrocinador obtiene una cobertura financiera ante eventos de pérdidas extremas a través de la transferencia del riesgo, permitiendo gestionar el riesgo catastrófico y brindando liquidez en caso de ocurrencia.

Para los inversionistas la principal ventaja de los Cat Bonds es que su fuente de riesgo es independiente a la del riesgo de mercado. Esta diversificación del riesgo provoca una disminución del riesgo del portafolio y ofrece rendimientos prometedores.

El SPV espera rendimientos generosos ya que además de la transferencia de riesgo a los inversionistas, procura un bajo costo de gestión, fiscal y administrativo pues es muy común que sean entidades financieras domiciliadas en países con regímenes de baja tributación. Aunado a esto, el pago de la prima y los rendimientos obtenidos por los activos libres de riesgo y el Swap pactado, le permite disminuir el riesgo de crédito y de tasas de interés pues finalmente, también debe hacer frente a sus obligaciones con los inversionistas.

Capítulo 2

Ambiente mexicano

En este capítulo se presentará una semblanza histórica de los eventos catastróficos provocados por fenómenos naturales en México. Lo cual ha dado origen a diversas estrategias por parte del gobierno mexicano para hacer frente a estos eventos. Con esta premisa, se explicará el actuar del gobierno haciendo uso de diversos instrumentos. Posteriormente, se definirá brevemente el riesgo de interés para este trabajo y se describirá algunas de las tareas que realiza el Servicio Sismológico Nacional. Finalmente, se realizará un análisis descriptivo de los sismos para conocer estadísticas de los mismos en territorio mexicano.

2.1. Eventos catastróficos en México

México es, históricamente, un país vulnerable a fenómenos naturales, como lo son sismos, huracanes, inundaciones, sequías, incendios, tsunamis, etc. La extensión de nuestro país y su localización, han sido factores que favorecen la ocurrencia de dichos eventos. Aunado a lo anterior, el asentamiento humano en zonas de riesgo, la marginación social y la degradación ambiental propician que estos eventos los clasifiquemos como catastróficos y consecuentemente tengan afectaciones sociales y económicas muy elevadas.

Contabilizando un total de 264 eventos catastróficos, en la Tabla 2.1 se listan algunos de los eventos con mayor impacto social o económico¹. Cabe resaltar que el sismo de 1985 es el evento catastrófico con mayor daño tanto económico como socialmente para México.

La problemática radica en que al no ser predecibles estos eventos, el Estado se ve en la necesidad de reservar cantidades de dinero muy altas del presupuesto federal, ya que es de vital importancia actuar de manera rápida y efectiva para que las pérdidas, primeramente humanas, pero también económicas, sean reducidas ante este tipo de eventos. Dicha estrategia puede ser no óptima, ya que se priva de presupuesto a otros proyectos que pueden ser esenciales para el desarrollo económico.

Sin embargo, una vez que el Estado entra en una situación de emergencia ante un evento catastrófico, si no se cuenta con los recursos económicos adecuados para actuar frente a este evento, surge la obligación de utilizar recursos que inicialmente se destinaron a otros proyectos, generando así, un atraso en el desarrollo y crecimiento económico del país. Por lo tanto, la prevención, mitigación y reconstrucción posterior al desastre son piezas fundamentales en una Gestión Integral de Riesgos (GIR).

¹Bajo los parámetros de la EM-DAT, no exceptuando que pueda haber otros.

Año	Subgrupo	Tipo	Nombre	Defunciones	Afectados	Daño en miles de dólares
1920	Geofísico	Sismo		648	167	\$0
1949	Geofísico	Erupción	Paricutin	1,000	0	\$0
1955	Meteorológico	Tormenta	Janet	500	0	\$40,000
1959	Hidrológico	Inundación		2,000	0	\$0
1959	Meteorológico	Tormenta	Beulah	960	0	\$20,000
1961	Meteorológico	Tormenta	Tara	436	0	\$0
1973	Geofísico	Sismo		500	0	\$0
1976	Meteorológico	Tormenta	Liza	600	276,400	\$100,000
1985	Geofísico	Sismo		9,500	2,130,204	\$4,104,000
1997	Meteorológico	Tormenta	Pauline	230	800,200	\$447,800
1999	Hidrológico	Inundación		636	616,060	\$451,300
2002	Meteorológico	Tormenta	Isidore	13	500,030	\$640,000
2005	Meteorológico	Tormenta	Stan	36	1,954,571	\$2,500,000
2005	Meteorológico	Tormenta	Huracán Wilma	7	1,000,000	\$5,000,000
2007	Hidrológico	Inundación		22	1,600,000	\$3000000
2010	Hidrológico	Inundación		25	1,000,000	\$0
2010	Meteorológico	Tormenta	Huracán Karl	12	230,000	\$3,900,000
2010	Meteorológico	Tormenta	Tormenta Alex	22	170,000	\$2,000,000
2011	Climatológico	Sequía		0	2,500,000	\$0
2013	Meteorológico	Tormenta	Huracán Manuel	169	105,000	\$4,200,000
2014	Meteorológico	Tormenta	Huracán Odile	6	75,135	\$2,500,000
2017	Geofísico	Sismo		98	1,200,250	\$2,300,000
2017	Geofísico	Sismo		369	256,000	\$6,000,000

Tabla 2.1: Desastres en México, fuente: EM-DAT.

Nuestro país cuenta con una de las políticas de GIR más experimentada, ya que, como consecuencia del sismo de 1985, se suscitaron una serie de eventos encaminados a generar una adecuada administración de estos riesgos, y que hasta la fecha, continúa modificándose para fortalecerse.

En el marco histórico que nos atañe, es interesante hacer una semblanza de algunas estrategias que han servido al gobierno para su GIR. Primeramente, en septiembre de 1985 el gobierno mexicano notó la necesidad de poner en funcionamiento un sistema integral para combatir y mitigar este tipo de riesgos, por lo que un mes después del sismo, se estableció la Comisión Nacional para la Reconstrucción, en respuesta a los daños ocasionados.

El 6 de mayo de 1986, se creó el Sistema Nacional de Protección Civil (SINAPROC) como un órgano dependiente de la Secretaría de Gobernación (SEGOB), con el fin de prevenir y reducir los daños en caso de desastres naturales. En el año de 1988, en la Secretaría de Gobernación, se constituyó la dirección general de protección civil, para apoyar a la población de una manera más eficiente.

Ese mismo año por decreto presidencial, se estableció el Centro Nacional de Prevención

de Desastres (CENAPRED) como un órgano administrativo desconcentrado, con ayuda del gobierno de Japón y de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) apoyando en la construcción de las instalaciones que fueron puestas en marcha en el año de 1990.

En el año de 1996, se integró el Fondo de Desastres Naturales (FONDEN) dentro del ramo 23 del presupuesto de Egresos de la Federación (PEF), con el objetivo principal de garantizar la disponibilidad de recursos financieros una vez ocurrido un desastre natural para financiar la reconstrucción.

A continuación, se muestra la estructura jerárquica que siguen las instituciones previamente mencionadas en la administración mexicana para que la ayuda llegue a la población en caso de desastres naturales:

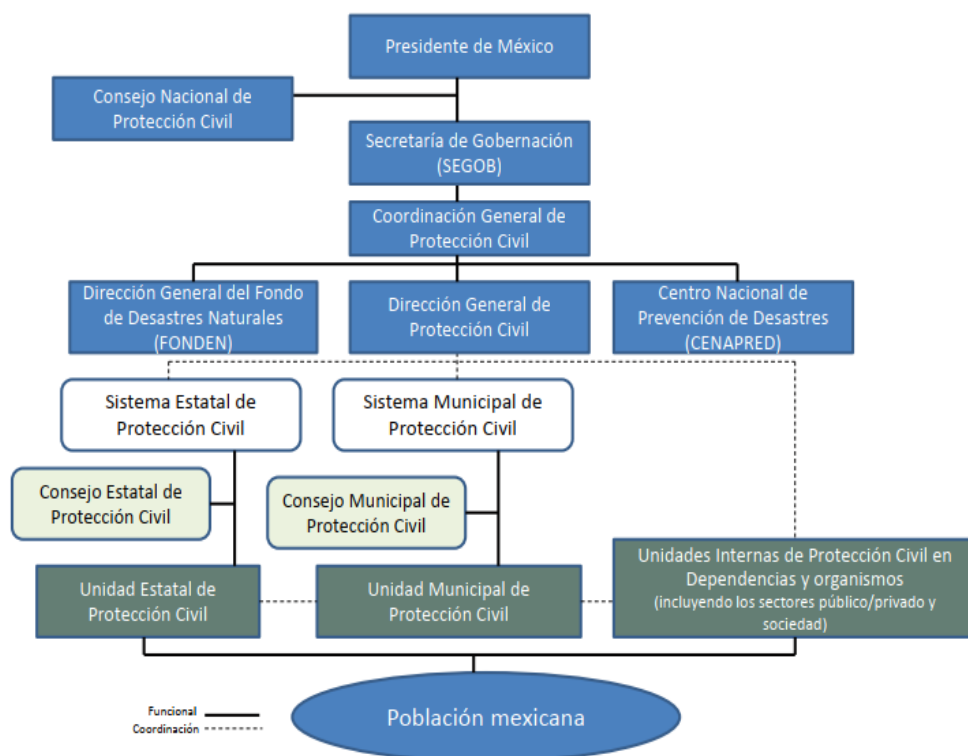


Figura 2.1: Estructura jerárquica del FONDEN, fuente: FONDEN [2012]

2.2. El Fondo de Desastre Naturales

Se hace mención que, a la fecha del estudio, el gobierno mexicano ha aprobado la disolución de este instrumento para la protección frente a eventos catastróficos. Se desconoce qué institución o proyecto se encargará de llevar a cabo estos procesos.

Un estudio adecuado de los riesgos naturales dentro de un territorio juega un rol muy importante en la prevención y mitigación de los riesgos catastróficos, mientras que una reacción oportuna permite combatir el desastre. Bajo esta premisa, el Fondo de Desastres

Naturales es la entidad encargada de realizar esta labor en México, a través de sus diversos componentes presupuestarios.

Como se mencionó anteriormente, el FONDEN recibe sus recursos a través de las asignaciones por parte del Presupuesto de Egresos de la Federación. Estos recursos están disponibles para el Gobierno Federal, así como también para los estados de la república. En un principio el objetivo era ayudar en la reconstrucción y recuperación posterior al evento. Sin embargo, con el transcurso del tiempo se ha pasado de una estrategia de sólo respuesta a una preventiva y de respuesta.

Las entidades solicitantes de estos recursos deben mostrar que el evento por el cual piden apoyo realmente sobrepasa sus capacidades económicas para que así, el FONDEN evalúe, a través de su comité la declaración de emergencia y asigne los recursos oportunamente mediante su agente fiduciario BANOBRAS.

Este programa se ve conformado por los siguientes instrumentos (FONDEN [2012]):

1. Para combatir la ocurrencia de eventos catastróficos:
 - **Programa FONDEN para la Reconstrucción:** Es un componente presupuestario que se encarga de canalizar recursos después de la ocurrencia del evento para la reconstrucción y recuperación de la población afectada.
 - **Fideicomiso FONDEN:** Es un fideicomiso público operado por BANOBRAS con el fin de administrar los recursos asignados a programas aprobados por el FONDEN de una manera eficaz. Este Fideicomiso actúa también como un vehículo financiero para adquirir instrumentos de transferencia de riesgos.
 - **Fondo para la Atención de emergencias FONDEN:** El Fideicomiso destina algunos recursos a este fondo, para suministrar a la población afectada (bajo una declaratoria de emergencia aprobada por el comité) inmediatamente con insumos esenciales como lo son: alimentos, medicamentos, herramientas de búsqueda, etc.

2. Para prevenir la ocurrencia de eventos catastróficos:
 - **FOPREDEN:** Este instrumento se encarga de financiar proyectos preventivos orientados a la reducción de los riesgos, como lo puede ser: Identificación, evaluación de riesgos, capacitaciones, etc.
 - **FIPREDEN:** Es un Fideicomiso público operado por Banobras a través del cual se canalizan recursos del FOPREDEN para la realización de actividades preventivas.

Es de importancia mencionar que el FONDEN es el encargado de asignar sus recursos a los diferentes instrumentos. Sin embargo, si los recursos no son utilizados al término del año fiscal, se transfieren a los fideicomisos FONDEN y FIPREDEN para formar parte de las reservas para el año siguiente.

2.3. Descripción del riesgo de interés

En esta Sección se definirá brevemente el riesgo de sismo, la diferencia entre la intensidad y magnitud para poder obtener una clasificación con base en sus métricas. Después, se describirán algunas de las acciones del Servicio Sismológico Nacional y la importancia de esta institución para la recolección de datos de sismos en México. Finalmente, se hará un análisis descriptivo de los sismos en México de enero de 1900 a septiembre de 2021, con el objetivo principal de encontrar patrones y conocer estadísticas de estos eventos.

2.3.1. Sismo

El planeta está constituido por diversas capas, entre las cuales podemos encontrar la litósfera. Esta capa de rocas está fragmentada en 14 placas tectónicas; 7 mayores y 7 menores, las cuales desempeñan un papel muy importante para la ocurrencia de los fenómenos geológicos.

Las placas tectónicas están en constante movimiento, ya sea por las corrientes de convección, que es el ascenso y descenso de rocas por la temperatura al interior del planeta o el simple choque entre segmentos de ellas. La fricción entre estas masas al superar la resistencia de las rocas genera la liberación de energía en forma de ondas, las cuales se clasifican en dos tipos; las ondas Primarias (P) y las ondas Secundarias (S), que dependiendo del medio es su velocidad, aunque las ondas primarias viajan más rápido que las ondas secundarias (Cruz Atienza [2017]).

En términos generales, un sismo es el movimiento repentino de las rocas cuando se rompen, que a su vez genera ondas sísmicas que se propagan en todo el planeta (Cruz Atienza [2017]). Los sismos son fenómenos que ocurren diariamente y sucede que algunos son imperceptibles y otros pueden ser catastróficos, sin embargo, es un riesgo constante para cualquier territorio.

2.3.2. Intensidad y Magnitud

Para poder cuantificar la dimensión de la ocurrencia de un terremoto, se cuenta con dos tipos de medidas: la intensidad y la magnitud, características de suma importancia de este tipo de eventos.

La intensidad de un sismo mide los daños causados a un territorio determinado por la ocurrencia del evento. Intuitivamente las áreas cercanas al epicentro, que es lugar donde comenzó la ruptura, deberían tener un mayor daño que las más alejadas. Sin embargo, no podemos generalizar esta idea, pues existen diversas variables que pueden agudizar los daños al territorio como el tipo de suelo, densidad de población, tipo de construcciones, entre otros.

Para evaluar la intensidad de un sismo existen diversas escalas como la escala MSK usada en Europa Occidental, la escala JMA usada en Japón, entre otras. No obstante, la escala más utilizada en nuestro continente es la escala Modificada de Mercalli (MM) desarrollada en 1931 y propuesta por el físico Giuseppe Mercalli. Esta escala cualitativa consta de 12 grados denotada en números romanos del I al XII, los primeros grados se asocian a la forma en que el sismo fue sentido y los últimos con los daños causados a estructuras (Mexicano [2020]).

Por otro lado, la magnitud cuantifica la energía sísmica liberada por el terremoto y se ve relacionada con la amplitud de la onda registrada. Aunque existen diversos tipos de magnitudes, la escala más famosa para cuantificar la magnitud es la escala de Richter o Magnitud Local M_L propuesta por el sismólogo Charles Richter en 1935 para cuantificar los sismos en el Estado de California, Estados Unidos. Teóricamente, esta medida cuantitativa puede tomar valores en el intervalo $[0, \infty)$, aunque la magnitud máxima registrada hasta la fecha es 9.5 M_w en el sismo de 1960 en Chile (Mexicano [2020]).

Sin embargo, la escala de Richter es una medida cualitativa local, es decir, funcionaba para medir la magnitud de sismos únicamente en el territorio de California y bajo instrumentos muy específicos. Por esta razón ha sido calibrada para funcionar en otras regiones, pero se ha optado por escalas más robustas y generales como la M_w que es una medida muy confiable (Nacional [2017]). En realidad, la escala para evaluar la magnitud dependerá del sismo y del territorio.

Es necesario tener en mente que cada sismo tiene una única magnitud que lo caracteriza y tiene tantas intensidades como territorios en los que haya provocado algún efecto. De acuerdo con Mexicano [2020] la magnitud de un sismo se puede asociar a una medida cualitativa (Tabla: 2.2).

Magnitud	Efectos del Sismo o Terremoto
Menos de 3.5	Generalmente no se siente, pero es registrado.
3.5-5.4	A menudo se siente, pero sólo causa daños menores.
5.5-6.0	Ocasiona daños ligeros a edificios
6.1-6.9	Puede ocasionar daños severos en áreas donde vive mucha gente.
7.0-7.9	Terremoto mayor. Causa graves daños
8 o mayor	Gran terremoto. Destrucción total a comunidades cercanas.

Tabla 2.2: Clasificación de intensidad de acuerdo a la magnitud del sismo.

2.3.3. El Servicio Sismológico Nacional (SSN)

El Servicio Sismológico Nacional (SSN) se encarga de monitorear, registrar, almacenar y distribuir datos para informar sobre la sismicidad en México a nivel nacional e internacional colaborando con otras instituciones como el Instituto de Ingeniería de la UNAM, la Universidad Veracruzana (UV), el CENAPRED, entre otras.

La instauración formal del SSN comenzó a finales del siglo XIX, cuando se instalaron los primeros sismógrafos en la Ciudad de México. En el año 1903, México participó en el congreso de la Asociación Sismológica Internacional, donde se dio origen a una red nacional de sismología. A raíz de esto, en el año 1910 por decreto del gobierno mexicano se fundó el Servicio Sismológico Nacional, contando con 3 estaciones en funcionamiento, una en la Ciudad de México y las otras dos en Mazatlán y Oaxaca, respectivamente.

En un principio el SSN operaba bajo la tutela del Instituto Nacional de Geología, que era una entidad gubernamental. Sin embargo, en 1929 ambas instituciones fueron transferidas a la UNAM. En 1949 se fundó el Instituto de Geofísica el cual acogió al SSN hasta la fecha.

Actualmente el SSN cuenta con 4 redes de estaciones (la red Nacional Mx, la red del Valle de México, la Red Tacaná y la red CTBTO)² para la detección de sismos en México. Al momento del estudio, la red Nacional MX cuenta con 63 estaciones distribuidas en todo el territorio. La red del Valle de México con 34 estaciones. La Red Tacaná con 3 estaciones cerca del volcán Tacaná que colindan con la frontera de Guatemala y la red CTBTO con 3 estaciones en la Isla Socorro en el Pacífico (Pérez Campos et al. [2019]).

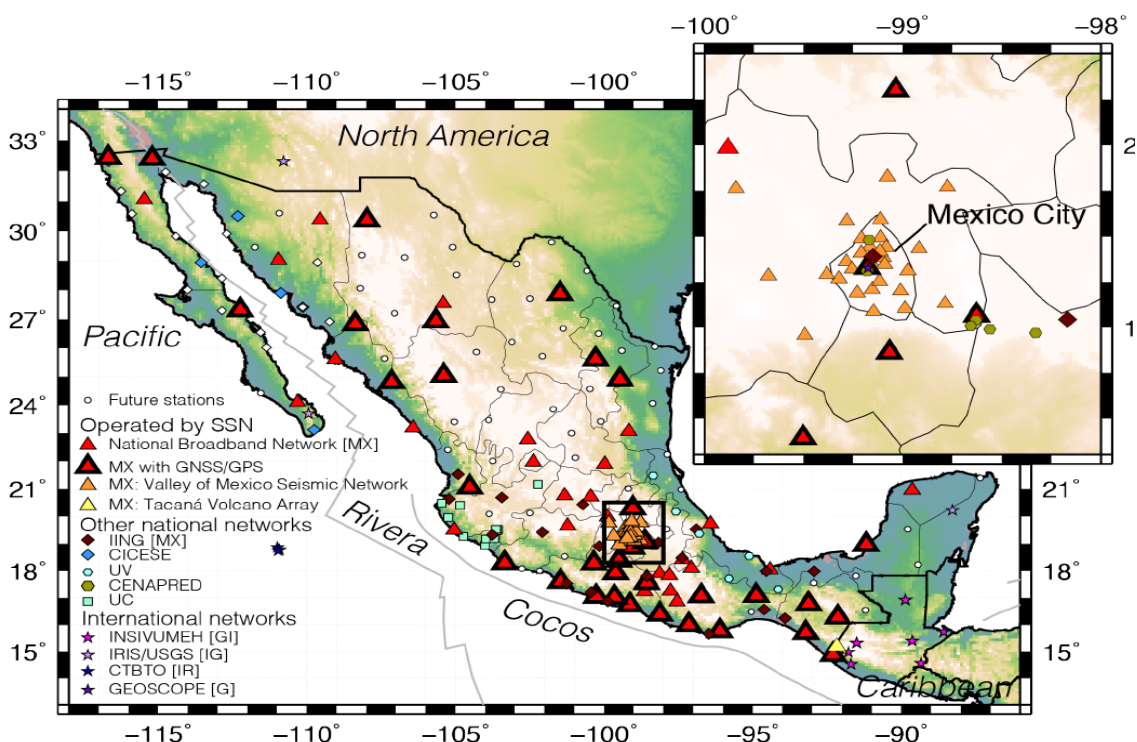


Figura 2.2: Estaciones de detección de sismos en México. Fuente: Pérez Campos et al. [2019]

Por lo anterior, el SSN tiene a disposición de la población el Catálogo de Sismos³, base de datos en la que se pueden consultar todos los sismos registrados en territorio mexicano desde el 1 de enero de 1900 a la fecha.

²Puede visitar las ubicaciones de éstas en: <http://www.ssn.unam.mx/acerca-de/estaciones/>

³Puede consultar el catálogo en: <http://www2.ssn.unam.mx:8080/catalogo/>

Es preciso mencionar que la información presentada en el Catálogo de Sismos referente al periodo de 1900 a 1974, fue extraída de un compilado⁴ de datos (Pérez Campos et al. [2019]). Esto asemeja un comportamiento de menor sismicidad en el país en comparación con las últimas décadas por la menor cantidad de registros. Sin embargo, esto es reflejo de la capacidad del SSN que ha ido mejorando a medida que se agregaron nuevas instalaciones y se mejoraron los instrumentos permitiendo la detección de sismos en más regiones y de menores magnitudes. Por tanto, la base de datos se ha vuelto más consistente en las últimas décadas respecto a la frecuencia de sismos en México⁵.

Las magnitudes presentadas en el catálogo de sismos no tienen una escala homogénea, esto es debido a que depende de las características del sismo. En general, el SSN maneja cuatro tipos de Magnitudes, la Magnitud Coda (M_c) para sismos menores a 4.0. La Magnitud de Amplitud (M_a) o la Magnitud de Energía (M_e) para sismos entre 4.1 y 5.2. Y la Magnitud de Momento (M_w) para sismos mayores (Pérez Campos et al. [2019]). Algunos eventos cuentan con un valor “No calculable”, lo cual significa que no se pudo establecer una magnitud con los datos disponibles y generalmente ocurre para sismos de magnitud pequeña.

Por último, es preciso mencionar que el histórico de sismos es aún muy joven a nivel mundial, pues contamos con información de alrededor de 120 años. Esto nos deja expuestos a que desconozcamos sismos de magnitudes elevadas que podrían tener un patrón de recurrencia cada cierta temporalidad. Sin embargo, la sociedad mexicana debe sentirse orgullosa del trabajo que realiza el SSN por estudiar, analizar y documentar los sismos que suceden en territorio nacional y de contar con esta información al alcance de todos.

2.3.4. La Sismicidad en México

La ocurrencia de la sismicidad en nuestro país es justificada por su ubicación, debido a que México se encuentra localizado dentro de la zona denominada como “El Cinturón de Fuego”. De acuerdo con Cruz Atienza [2017] en esta región se concentra aproximadamente el 90 % de la actividad sísmica de todo el planeta, 75 % de la actividad volcánica y es donde ocurre el 81 % de los sismos más grandes del mundo.

Dado lo anterior, México interactúa con cinco placas tectónicas; dos mayores: Pacífico y Norteamérica y tres menores: Rivera, Cocos y Caribe. La constante interacción con estas áreas provoca que México cuente con una gran variedad de sismos de diferentes magnitudes.

De acuerdo con Silva [2019], investigación realizada por la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS), se estima que ocurrieron 95 sismos de magnitud mayor o igual a 6 M_w en el actual territorio mexicano del año 1475 a 1899. Debido a la falta de

⁴Puede encontrarlo en: <http://usuarios.geofisica.unam.mx/vladimir/sismos/100a%F1os.html>

⁵Mención que hace el SSN en el siguiente enlace: <http://www.ssn.unam.mx/sismicidad/estadisticas/>

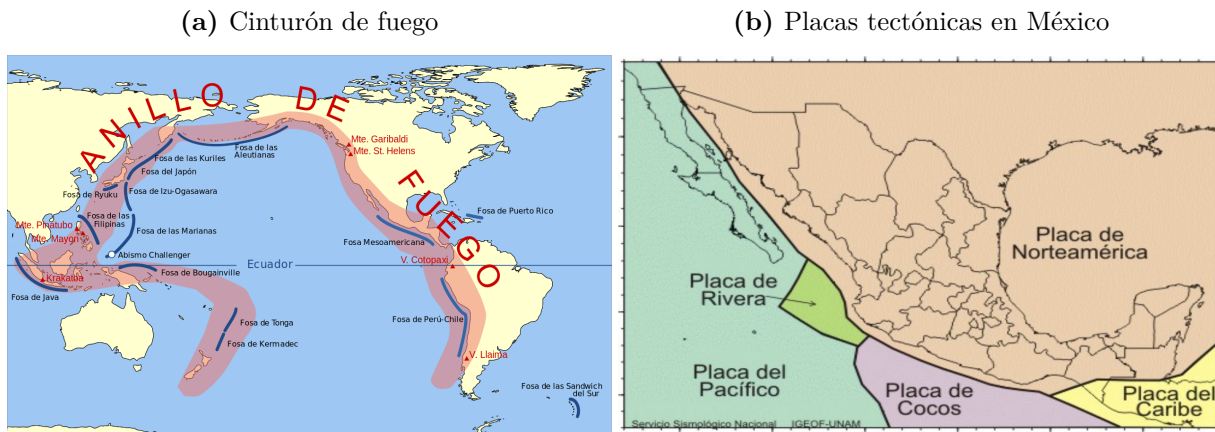


Figura 2.3: Cinturón de Fuego y Placas Tectónicas en México. Fuente: Silva [2019]

instrumentación sísmica en esa época, se cuentan con magnitudes estimadas para algunos de los eventos.

Con base en esta investigación, los sismos con mayor magnitud son: el sismo de 1711 de una magnitud de 8.3 M_w con epicentro en la Ciudad de México, el sismo de 1899 con una magnitud de 8.4 M_w con epicentro en la zona Oaxaca-Guerrero, el sismo de 1768 de una magnitud de 8.5 M_w con epicentro en la Ciudad de México y una duración aproximada de 5 minutos y el sismo de 1787 con una magnitud estimada de 8.6 M_w ocasionando un tsunami con olas de hasta 20 metros de altura y afectando principalmente las costas de lo que hoy es el estado de Oaxaca (Silva [2019]).

Epicentro	Sismos	Epicentro	Sismos
Oaxaca	33	Sonora	1
Ciudad de México y ZM	16	Morelos	1
Guerrero	13	Michoacán	1
Jalisco	12	Baja California Sur	1
Colima	7	Coah-NL-SLP-Tamps	1
Oaxaca-Guerrero	4	Puebla-Veracruz	1
Colima-Jalisco	2	n.d.	1
Puebla	1	Total	95

Tabla 2.3: Terremotos en México de 1475 a 1899.

Aunque fue a partir del año de 1900 cuando se comenzó el registro de sismos de manera formal en México, esta investigación nos permite observar que han habido sismos de grandes magnitudes en el territorio mexicano. Mostrando el potencial riesgo que tiene el país frente a este riesgo natural.

Para continuar con el análisis posterior a 1900, se utilizó el catálogo de sismos del SSN. Cada registro en la base representa un sismo. Contando con las siguientes variables:

1. Fecha: Día de la ocurrencia del evento en formato dd/mm/YYYY.

2. Hora: Momento de la ocurrencia del evento en formato HH:MM:SS.
3. Magnitud: Magnitud del evento⁶.
4. Latitud: Latitud de la ubicación del sismo.
5. Longitud: Longitud de la ubicación del sismo.
6. Profundidad: Profundidad medida en kilometros.
7. Referencia de Localización: Ubicación aproximada del epicentro del sismo.
8. Fecha UTC: Fecha de ocurrencia del evento en formato dd/mm/YYYY con base en el Tiempo Universal Coordinado.
9. Hora UTC: Hora de ocurrencia del evento en formato HH:MM:SS con base en el Tiempo Universal Coordinado.
10. Estatus: Variable que nos indica si ha sido validada la información.

Se crearon a partir de estas variables algunas otras como el Estado del epicentro, año, mes, día y categoría⁷ para poder profundizar el análisis.

Se contabilizan un total de 230,681 registros del 1 de enero de 1900 al 13 de septiembre de 2021. 17,649 registros cuentan con valor “No calculable” en la magnitud y 66 registros cuentan con un valor “En revisión” para la profundidad. Para la imputación de estos datos faltantes, se optó por la mediana para ambas variables, las cuales son 3.7 M_w y 17 km respectivamente.

En México se promedian 5 sismos diariamente con una magnitud promedio de 3.67 M_w y 33.43 KM de profundidad promedio. Sin embargo, cuando hablamos del epicentro de estos fenómenos dentro del territorio, no existe una distribución uniforme, ya que alrededor del 77% del total de sismos tuvieron su origen en alguno de los siguientes tres estados: Oaxaca 41%, Chiapas: 19% y Guerrero 17%.

Esto no significa que no haya sismos en otras partes del país, pero la frecuencia es menor en comparación. También, existe la posibilidad de que algunos sismos no sean detectados debido a que en algunas zonas del territorio nacional el SSN no cuenta con estaciones para la detección, principalmente en la zona norte del país. Figura 2.2

Observando la información por trimestre, el Q1 cuenta con la mayor actividad sísmica, el cual acumula en promedio 684 sismos. Sin embargo, es el Q3 cuenta con diversos valores atípicos. Los Trimestres Q2 y Q4 son más estables en la cantidad de sismos que tienen, debido a que sus valores oscilan entre un rango más acotado en comparación a los otros dos mencionados, pero continúan teniendo una gran cantidad de sismos.

⁶Como se mencionó anteriormente, depende del sismo la escala que puede tener.

⁷Con base en la información de la Tabla 2.2.

Al examinar la información mensual, los meses de enero, febrero y septiembre son los meses con mayor actividad sísmica, ya que en promedio acumulan 698, 744 y 690 sismos respectivamente. De aquí la razón de que los Q1 y Q3 tengan la mayor cantidad de sismos.

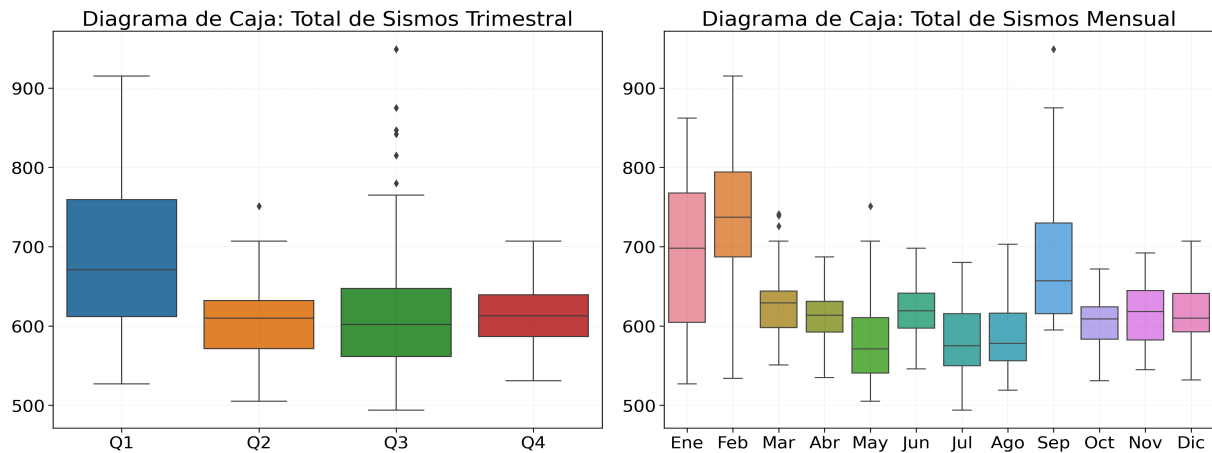


Figura 2.4: Gráfico de Caja del total de sismos acumulados por trimestre y por mes.

El día que acumula la mayor cantidad de sismos es el 8 de Septiembre, con un total de 949 sismos, es decir ocurren al rededor de 8 sismos en promedio en este día. Mientras que el menor es el 29 de Febrero, esto debido a que este día no se encuentra en todos los años. Por lo anterior, se decidió remover para cuestiones ilustrativas del Mapa de Calor. Al hacer esto, se obtiene que el mínimo se encuentra el día 29 de Julio con 494 sismos. Dado lo anterior, existe una conclusión de suma importancia, en México ocurren diariamente sismos.

Haciendo uso de algunas métricas se observa una característica de simetría en la variable magnitud, ya que la media y la mediana tienen valores similares. Este comportamiento no se presenta en la variable Profundidad, que sugiere tener una distribución de cola pesada.

Haciendo uso de las variables numéricas en el gráfico de dispersión, podemos identificar visualmente algunos puntos que son relevantes:

1. Comparando la Magnitud contra la Latitud se observa que las Magnitudes mayores tienden a encontrarse en latitudes Menores (entre 10 y 20) y en un punto parece que se acotan.
2. Comparando las variables Magnitud contra Profundidad, se observa que los sismos con Magnitudes elevadas tienden a tener profundidades menores.
3. Comparando la Latitud contra la Longitud, podemos ver las ubicaciones de los sismos, esbozando así parte del territorio Nacional y confirmando la idea de que se concentran en la parte de los estados de Oaxaca, Guerrero y Chiapas.

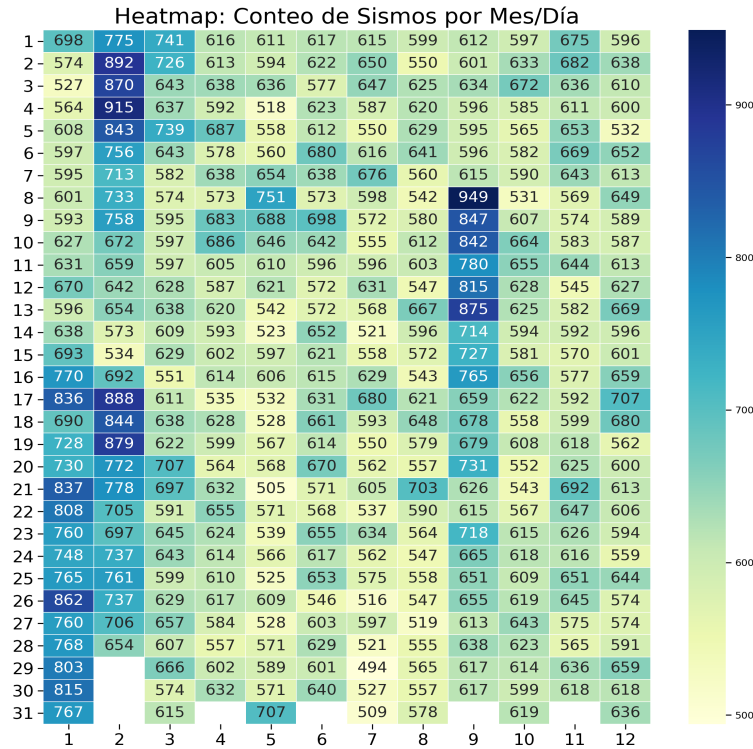


Figura 2.5: Mapa de Calor del total de sismos en México por Día y Mes.

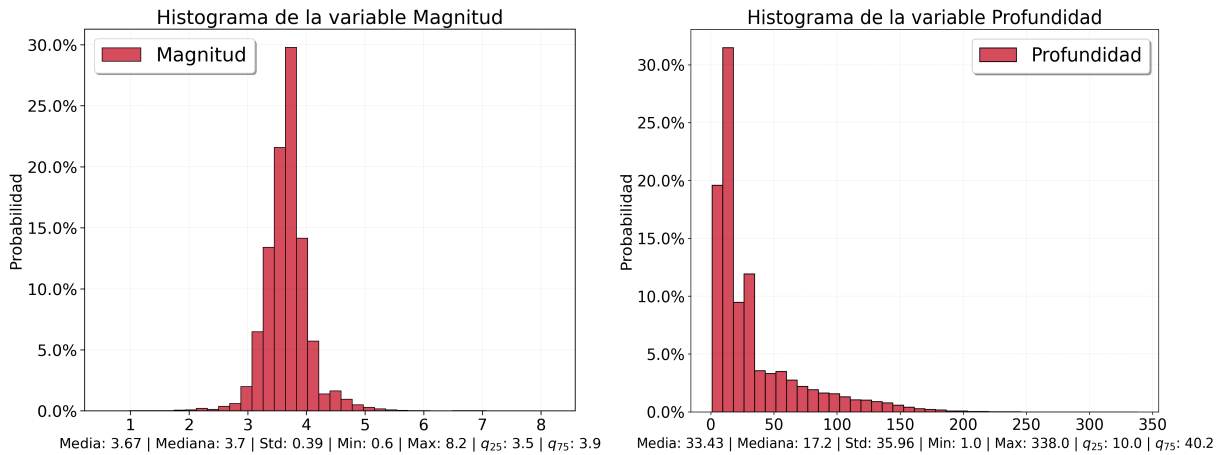


Figura 2.6: Histograma de Magnitud y Profundidad.

Observando la ubicación de los sismos por categoría de la magnitud, visualmente se pueden apreciar la gran cantidad de sismos del Q3 y la existencia de una pequeña porción (en comparación) de sismos de la categoría de Gran Terremoto.

En la Tabla 2.4 puede ver las descripciones numéricas de las variables Año, Magnitud y Profundidad.

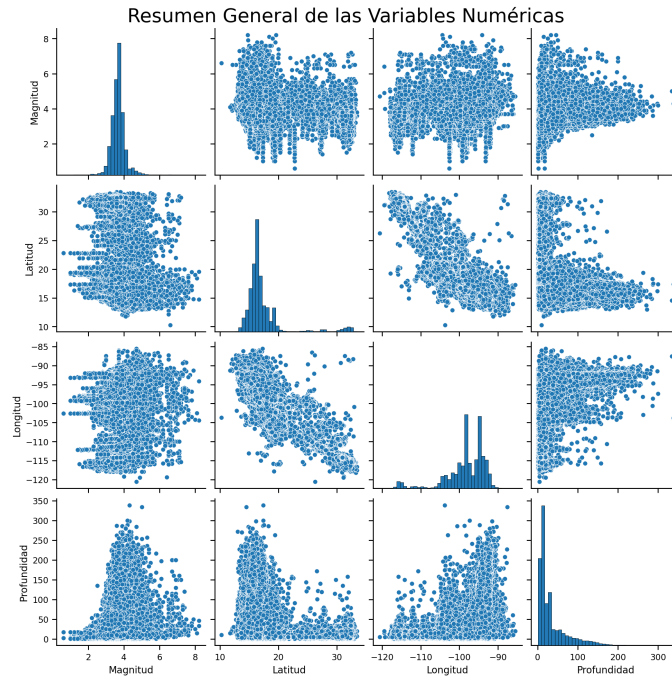


Figura 2.7: Gráfico de dispersión de magnitud, profundidad, latitud y longitud.

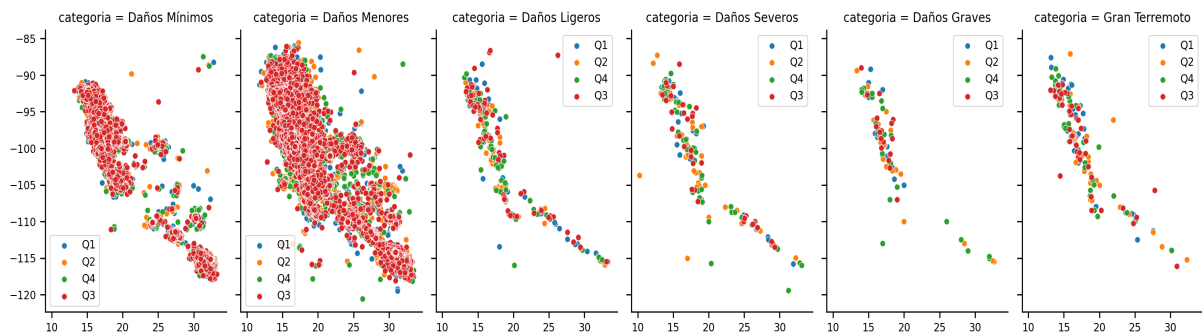


Figura 2.8: Gráfico de dispersión de Latitud y Profundidad por categoría del sismo.

Métrica	Magnitud	Latitud	Longitud	Profundidad	year	month	day	quarter
Promedio	3.67	17.35	-98.29	33.43	2012.42	6.40	15.67	2.47
Desviación Est.	0.39	3.56	5.13	35.96	11.57	3.51	8.79	1.13
Min	0.60	10.27	-120.60	1	1900	1	1	1
Q_{25}	3.50	15.77	-100.11	10	2012	3	8	1
Mediana	3.70	16.37	-97.83	17.2	2017	6	16	2
Q_{75}	3.90	17.41	-94.75	40.2	2019	9	23	3
Max	8.20	33.47	-85.55	338	2021	12	31	4

Tabla 2.4: Descripciones de las variables numéricas de sismos.

2.4. CATBOND pactados por el FONDEN

Entre las múltiples actividades del FONDEN, hay una de particular interés para nuestro trabajo, que es su facultad de contratar instrumentos de transferencia de riesgos, haciendo el cargo por concepto de primas (o costos) al fideicomiso FONDEN.

El gobierno mexicano, hasta el momento del estudio, ha contratado un total de seis Bonos Catastróficos con ayuda del Banco Mundial para la transferencia de riesgos como sismos o huracanes. A continuación, se hará una breve mención de cada uno.

Como parte de una estrategia de transferencia de riesgos con cobertura de \$450 mdd⁸, el FONDEN emitió en 2006 el primer bono catastrófico soberano del mundo por \$160 mdd con una temporalidad a 3 años mediante el programa *Cat-Mex Ltd 2006* (SPV) promovido por el Banco Mundial y mediante la contratación de un reaseguro paramétrico por \$290 mdd (FONDEN [2012]).

El objetivo principal fue transferir el riesgo de sismos al mercado de capitales y dar liquidez a la institución en caso de ocurrencia de un evento catastrófico en las zonas establecidas. El instrumento tuvo un trigger paramétrico y fue segmentado en dos clases: Clase A por \$150 mdd y Clase B por \$10 mdd (Ver Tabla: 2.5 y Figura: 2.9).

Clase	Riesgo	Nocional	Zona	Trigger	Calificación S&P
A	Sismo	\$150 mdd	Zona B	Magnitud (M_w) ≥ 8.0 , Profundidad: ≤ 200 km	BB+
B	Sismo	\$10 mdd	Zona A y C	Magnitud (M_w) ≥ 8.0 ; ≥ 7.5 , Profundidad: ≤ 200 km	BB+

Tabla 2.5: Características generales del programa Cat-Mex Ltd 2006.

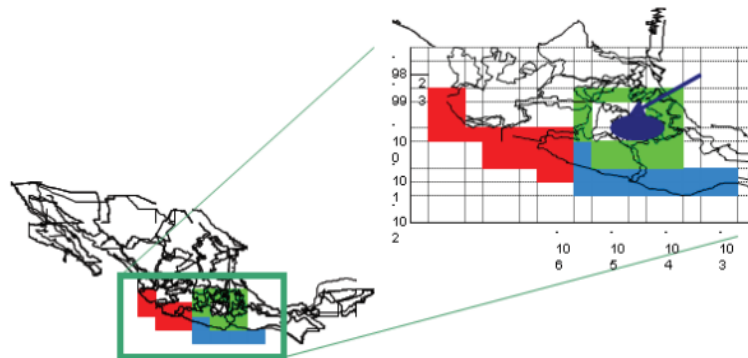


Figura 2.9: Clasificación de zonas para Sismos. Fuente: FONDEN [2012]

En el año 2009 en busca de obtener una cobertura múltiple frente a los riesgos de sismos y huracanes, el FONDEN contrató el programa *MultiCat Ltd 2009* (SPV) promovido por el Banco Mundial por \$290 mdd y una temporalidad a 3 años. Este instrumento fue segmentado en cuatro clases y en distintas zonas con diferentes características (Ver Tabla 2.6 y Figura 2.10)

La característica más importante de este instrumento fue su cobertura múltiple, que abrió una nueva posibilidad para el FONDEN de gestionar dos de los riesgos con mayor impacto financiero en México.

⁸Millones de Dólares.

Clase	Riesgo	Nocional	Zona	Trigger	Calificación S&P
A	Sismo	\$140 mdd	Zona A, B y C	Magnitud (M_w) ≥ 7.9 ; ≥ 7.4 y ≥ 8.0 , Profundidad: ≤ 200 km	B
B	Huracán	\$50 mdd	Zona B	4 Escala Saffir Simpson	B
C	Huracán	\$50 mdd	Zona C	4 Escala Saffir Simpson	B
D	Huracán	\$50 mdd	Zona D	5 Escala Saffir Simpson	BB-

Tabla 2.6: Características generales del programa MultiCat Ltd 2009. Fuente: *MultiCat Ltd 2009*

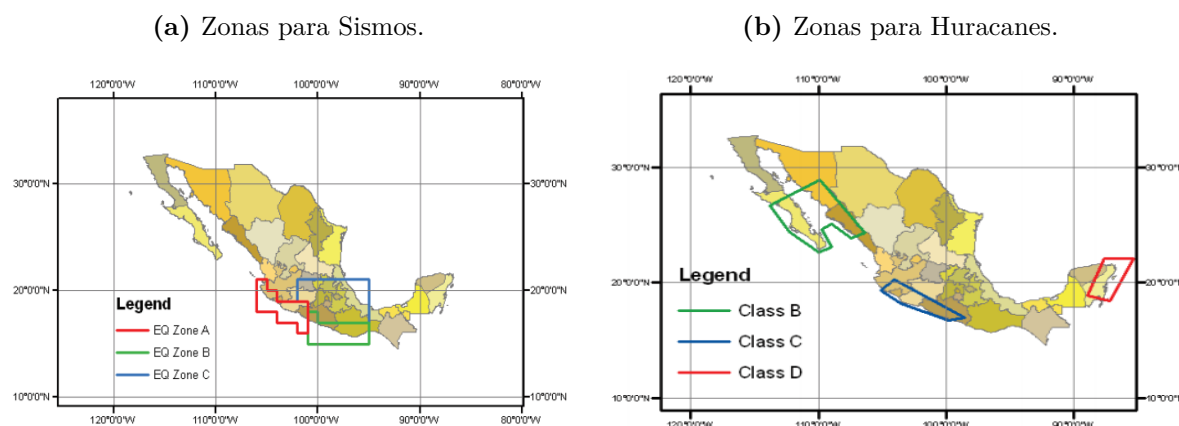


Figura 2.10: Clasificación de zonas para huracanes y sismos. Fuente: *MultiCat Ltd 2009*

Después del vencimiento del *MultiCat Ltd 2009* en octubre de 2012, nuevamente a través del Banco Mundial, el gobierno mexicano tuvo como sucesor al programa *Multicat Ltd 2012*⁹ como parte de la estrategia de transferencia de riesgos catastróficos al mercado de capitales. Este instrumento tuvo una cobertura de \$315 mdd y una temporalidad a 3 años segmentado en tres clases y con cobertura múltiple para los riesgos de sismos y huracanes. Las características generales se muestran en la Tabla 2.7

Clase	Riesgo	Nocional	Zona	Trigger	Calificación S&P
A	Sismo	\$140 mdd	Zona A, B y C	Diferentes magnitudes y profundidades para cada región	B
B	Huracán	\$75 mdd	Atlántico	920 mb	B+
C	Huracán	\$100 mdd	Pacífico	920 932 mb 50% Payout. 920 mb 100% Payout.	B-

Tabla 2.7: Características generales del programa MultiCat Ltd 2012.

El huracán Patricia de categoría 4, ocurrido en el año 2015 con una presión central de 932 mb, detonó la clase C del bono. Este evento provocó que el FONDEN recibiera un pago del 50% del nocional por una cantidad equivalente a los \$50 mdd Montañano and Prado [2018].

La estructura operativa utilizada para los programas *MultiCat Ltd 2009* y *MultiCat*

⁹Para más información ver: <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/22422>

Ltd 2012 de acuerdo con for Disasters Reduction and Recovery [2012] y for Disasters Reduction and Recovery [2013] respectivamente. Coloca como parte esencial al FONDEN ya que al buscar transferir el riesgo, actúa como el análogo al patrocinador. Entonces:

1. FONDEN recibe una cobertura frente a los riesgos especificados de parte de Agroasemex al entrar a un contrato de seguro.
2. Agroasemex accede a un contrato de reaseguro con Swiss Re para transferir todos los riesgos catastróficos.
3. Swiss Re actúa como una contraparte al contratar el SPV (*MultiCat Ltd 2009* y *MultiCat Ltd 2012*) y transferir el riesgo catastrófico.
4. El SPV coloca el bono para transferir el riesgo al mercado de capitales y hacer frente a sus obligaciones, invierte el dinero recabado por parte los inversionistas y coloca el dinero en la cuenta colateral.
5. En caso de ocurrencia del evento catastrófico, FONDEN recibe la cantidad pactada.

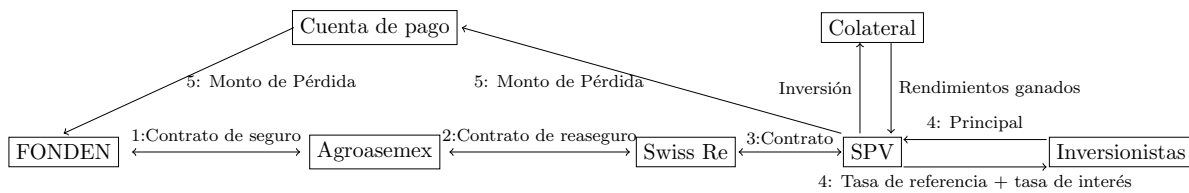


Figura 2.11: Diagrama funcionamiento general del programa MultiCat Ltd 2009 y 2012. Fuente: for Disasters Reduction and Recovery [2013]

En el año 2017 FONDEN contrató el cuarto bono, esta vez a través del programa “Capital en Riesgo” del instrumento financiero del Banco Mundial, el *Banco Internacional para la Reconstrucción y Desarrollo*. Dicho programa tuvo como objetivo transferir riesgos catastróficos de los países en desarrollo a los mercados de capitales, ofreciendo un perfil de riesgo-retorno, ya que los inversionistas pueden llegar a perder parte o toda la inversión. La cobertura fue adquirida a través del vehículo financiero *IBRD/FONDEN 2017* (SPV) por un total de \$360 mdd y una temporalidad a 2 años para huracanes y 3 años para sismos (Mundial [2017]).

Clase	Riesgo	Nocional	Zona	Trigger
A	Sismo	\$150 mdd	Distintas zonas	Al menos $7.8M_w$
B	Tormenta	\$100 mdd	Atlántico	Categoría 4
C	Tormenta	\$110 mdd	Pacífico	Categoría 4

Tabla 2.8: Características generales del programa IBRD/FONDEN 2017. Fuente: Mundial [2017]

El 7 de septiembre del 2017 se reportó un sismo de magnitud 8.2 M_w con epicentro en Pijijiapan, Chiapas. Este evento detonó el bono y el FONDEN recibió \$150 mdd agregados al presupuesto de reconstrucción. De acuerdo con cifras del CRED este sismo dejó un total de 98 defunciones, 1.2 millones de afectados y \$2,300 mdd en daños económicos (EM-DAT [2020]).

Sin embargo, el 19 de septiembre de 2017 se reportó un sismo de magnitud 7.1 M_w con epicentro en Axochiapan, Morelos. Aunque este evento no habría activado el bono por no cumplir las condiciones establecidas, es importante mencionar que de acuerdo con datos del CRED este evento tuvo un daño mayor que el anterior sismo, ya que dejó un total de 369 defunciones, 256,000 afectados y \$6,000 mdd en daños económicos (EM-DAT [2020]).

Continuando con la estrategia de protección ante eventos catastróficos originados por sismos por parte del FONDEN, en febrero del año 2018 el Banco Mundial emitió un concatenado de 5 bonos a través del programa “Capital en Riesgo” para dar cobertura múltiple a la alianza del pacífico; Chile, Colombia, Perú y México. De los cuales 2 bonos fueron pactados por el gobierno mexicano para la cobertura de sismos por un total de USD \$260 millones y una temporalidad de 2 años (Navarro Martin [2019]).

Clase	Riesgo	Nocional	Zona	Trigger
A	Sismo	\$160 mdd	Centro y Costas del país	Magnitud (M_w) $\geq 7.4M_w$ y $7.9M_w$
B	Sismo	\$100 mdd	Centro y Costas del país	Magnitud (M_w) $\geq 7.0M_w$ y $7.9M_w$

Tabla 2.9: Características generales del programa IBRD/FONDEN 2018. Fuente: Navarro Martin [2019]

La alianza del pacífico fue el primer Cat Bond emitido para cuatro estados soberanos al mismo tiempo. Permitiendo ofrecer una cobertura combinada por un total de USD 1.36 mil millones de dólares para riesgos de sismos (Navarro Martin [2019]). Este tipo de acciones permite el crecimiento de este mercado, generando confianza ante estos instrumentos financieros tanto para el patrocinador como para los inversionistas.

El sexto bono pactado por el gobierno mexicano fue emitido en marzo de 2020 a través del programa “Capital en Riesgo” por un monto equivalente a USD 485 mdd a un plazo de 4 años. Las características generales se detallan a continuación:

Clase	Riesgo	Volúmen de la emisión	Trigger
A	Sismo	\$175 mdd	Paramétrico
B	Sismo	\$60 mdd	Paramétrico
C	Tormenta nombrada del Atlántico	\$125 mdd	Paramétrico
D	Tormenta nombrada del Pacífico	\$125 mdd	Paramétrico

Tabla 2.10: Características generales del programa IBRD/FONDEN 2020.

Capítulo 3

Marco Metodológico

En este capítulo se mencionarán los conceptos y la metodología propuesta por Burnecki and Kukla [2003] para la simulación del precio de un bono catastrófico. Primeramente, se describirán algunas funciones de distribución como lo son Burr, Gamma, Lognormal y Pareto. Se explicarán brevemente las pruebas de bondad de ajuste para hallar la distribución que simule las pérdidas ocasionadas por sismos (severidad) en México. Posteriormente, se describirá el Proceso de Poisson para hallar el proceso de conteo (frecuencia) N_t que rige al riesgo en cuestión. Finalmente, se mostrará la metodología elegida, los supuestos y el teorema para el cálculo del precio del bono, en esta sección se explicará el algoritmo implementado en Python así como cada uno de los módulos creados para la simulación de precios del bono y una breve explicación de los datos utilizados.

3.1. Métodos estadísticos para eventos extremos

Cuando se trabajan con datos es difícil identificar si pertenecen a eventos catastróficos, constituye un arte el poder asociarlos con un evento extremo. Por tal motivo, existen diversos métodos que pueden ayudarnos a determinar cómo se manifiestan los eventos catastróficos en datos reales. Las preguntas al observar la distribución de la variable de interés son:

- ¿Podemos asociar una función de distribución para modelar los datos?
- ¿Es la función de distribución de colas pesadas?
- ¿Cuál es la forma de la distribución: Asimétrica, plana, unimodal, etc?

Para responder a estas preguntas, usualmente se realiza un análisis exploratorio de los datos, por lo que se puede:

- Visualizar el histograma de la variable de interés: Esto nos permite conocer la forma en la que se distribuyen los datos y poder elegir la función de distribución que podría modelar a la variable.
- Se visualiza la función de distribución empírica: Esto nos permite evaluar si la función de distribución propuesta es viable para modelar los datos.

3.1.1. Gráficos de probabilidad y cuantiles

De acuerdo con Rincón [2017], este tipo de gráficos nos permiten determinar si un conjunto de datos provienen de una variable con un modelo teórico dado. Para esto, las observaciones se comparan con los cuantiles del modelo teórico.

En general, el principal uso de los gráficos de cuantiles son (Embrechts et al. [2013]):

- Comparación de distribuciones: Si los datos fueron generados de una muestra aleatoria de la distribución propuesta, la gráfica debería ser estrictamente una línea recta.
- Valores atípicos: Permite identificar fácilmente los valores atípicos de la muestra.
- Ubicación y escala: Se pueden estimar gráficamente la ubicación (location) y la escala (scale) de la muestra.
- Forma: Se puede identificar la forma de la distribución mediante la gráfica. Por ejemplo, si los datos son de colas pesadas, tienden a tener valores más grandes en menor proporción.

3.1.2. La función exceso promedio

Otra de las herramientas gráficas bastante útil para determinar distribuciones, es la función de exceso de medias. La cual se define como

Definición 3.1.1 *Sea X una variable aleatoria con un punto final x_F , entonces:*

$$e(u) = \mathbb{E}[X - u | X > u], 0 \leq u \leq x_F$$

Existen otros métodos que pueden ser utilizados para comenzar a determinar la distribución de nuestros datos. Puede revisar más a detalle los mismos en Embrechts et al. [2013].

3.1.3. Distribuciones de valores extremos

Es importante determinar la distribución que pueda modelar las pérdidas económicas generadas por un evento catastrófico. De acuerdo con Embrechts et al. [2013] este tipo de eventos pueden ser modelados con funciones de distribución de colas pesadas o de reclamaciones altas, entre las cuales podemos encontrar: Lognormal, Pareto, Burr, Benktander Tipo I y II, Weibull y Loggamma¹. En estas distribuciones los valores extremos tienen una probabilidad mayor de lo normal y tienen una kurtosis mayor a cero.

¹En Hogg and Klugman [1984] se muestra a detalle la construcción de algunas de las distribuciones mencionadas.

En Cooke and Nieboer [2011] se muestran algunas características de las distribuciones de colas pesadas:

- El promedio histórico no es confiable para predicciones.
- La diferencia entre observaciones sucesivas incrementa.
- La relación entre valores sucesivos no disminuye.

Por lo tanto, para este trabajo una de las labores más importantes es ajustar una función de distribución a las pérdidas que ocasionan los sismos en territorio mexicano. Basándonos en trabajos anteriores que están de acuerdo con esta afirmación, de acuerdo con Burnecki and Kukla [2003] y Embrechts et al. [2013], las distribuciones de pérdida que estaremos utilizando son:

- Distribución Burr:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x^\tau} \right)^\alpha, \quad x > 0, \alpha > 0, \lambda > 0, \tau > 0 \quad (3.1)$$

- Distribución Gamma:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} y^{\alpha-1} e^{-\frac{y}{\beta}} dy, \quad x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (3.2)$$

- Distribución Lognormal:

$$F(x) = \Phi \left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right) = \int_0^x \frac{1}{y\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(y)-\mu}{\sigma}\right)^2} dy, \quad x > 0, \sigma > 0, \mu \in \mathbb{R} \quad (3.3)$$

donde $\Phi(x)$ es la función de distribución Normal Estándar con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.

- Distribución Pareto:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x} \right)^\alpha, \quad x > 0, \alpha > 0, \lambda > 0 \quad (3.4)$$

3.2. Bondad de ajuste

En diversos estudios resulta de vital importancia la estimación de una función de distribución $F_x(x)$ para una variable aleatoria X . El deseo de postular una distribución adecuada puede ser validado a través de las Pruebas de Bondad de Ajuste. Este tipo de procedimientos tienen como objetivo hallar una función de distribución que se ajuste a los datos observados (muestra) de la realización del evento aleatorio.

Aunque existen diversos tipos de procedimientos de acuerdo a las suposiciones que se tengan de $F(x; \theta)$, se utilizarán las funciones de pérdida Burr, Gamma, Lognormal y Pareto. De esta manera, las pruebas que se realizarán serán para aquellos casos donde se tiene a $F(X; \theta)$ una función continua y θ un vector de parámetros completamente especificados, se llevará a cabo la estimación de los parámetros con el método de Máxima Verosimilitud.

Las pruebas se realizarán comparando con la función de distribución empírica (También conocida como CDF por sus siglas en inglés), la cual se define formalmente como:

Definición 3.2.1 Dada una muestra aleatoria $\{x_i : i = 1, \dots, n\}$. Sea $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$ las estadísticas de orden. Suponga que la distribución de X es $F(X)$. Se define a la función Empírica de Distribución $F_n(x)$ como:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < X_{(1)} \\ \frac{i}{n}, & \text{si } X_{(i)} < x < X_{(i+1)}, i = 1, \dots, n-1 \\ 1, & \text{si } x \geq X_{(n)} \end{cases} \quad (3.5)$$

La interpretación que podemos dar es que $F_n(x)$ es la proporción de valores muestrales menores e iguales que el valor específico x . Se observa que es una función escalonada y ésta cumple las propiedades de una función de distribución.

3.2.1. Estadísticas

Una vez estimados los parámetros de la función de distribución propuesta, probaremos si se ajusta adecuadamente. Por tal motivo, haremos uso de algunas estadísticas de prueba, las cuales son funciones de la muestra aleatoria.

La primer estadística denominada como D , fue propuesta por *Kolmogorov-Smirnov* (D'Agostino and Stephens [1986]). La estadística se define como:

Definición 3.2.2 Dada una muestra aleatoria $\{x_i : i = 1, \dots, n\}$. Sea $F_n(x)$ la Función de Distribución Empírica de X y sea $F(x)$ una función de distribución elegida. Se define a la estadística D como:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| = \max\{D^+, D^-\} \quad (3.6)$$

Donde:

$$D^+ = \max_i \left\{ \frac{i}{n} - Z_{(i)} \right\}$$

$$D^- = \max_i \left\{ Z_{(i)} - \frac{i}{n} \right\}$$

La estadística mide la distancia entre la Función de distribución empírica y la función de distribución postulada.

La segunda estadística que aplicaremos es W^2 llamada Cramer-von Mises (CM) (D'Agostino and Stephens [1986]). La estadística se define como:

Definición 3.2.3 Dada una muestra aleatoria $\{x_i : i = 1, \dots, n\}$. Sea $F_n(x)$ la Función de Distribución Empírica de X y sea $F(x)$ una función de distribución elegida. Se define a W^2 como:

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 dF(x) \tag{3.7}$$

Donde:

$$W^2 = \sum_i (Z_i - \frac{(2i - 1)}{(2n)})^2 + \frac{1}{12n}$$

3.2.2. Pruebas de Hipótesis

Una vez que tenemos la Función de Distribución con sus parámetros estimados y una estadística de prueba, se puede realizar la prueba de hipótesis para verificar si los datos provienen de la distribución elegida, se tiene entonces la siguiente prueba: H_0 : Proviene $\{x_i : i = 1, \dots, n\}$ de $F(x; \theta)$, la cual es una prueba simple ya que hemos especificado los parámetros de θ .

En D'Agostino and Stephens [1986] nos proporciona una serie de pasos para realizar la prueba estadística, los cuales son:

1. Ordenar la muestra $\{x_i : i = 1, \dots, n\}$ de forma ascendente, X_1, X_2, \dots, X_n .
2. Calcular $Z_{(i)} = F(X_{(i)}; \theta) \ i = 1, \dots, n$.
3. Calcular la estadística apropiada de acuerdo a las Ecuaciones 3.6, 3.7.
4. Modificar la estadística obtenida como en la Tabla 3.1 y comparar con los valores críticos.

		Nivel de significancia							
Estadística T	Forma Modificada T*	.25	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.001
D	$D(\sqrt{n} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{n}})$	1.019	1.138	1.224	1.358	1.480	1.628	1.731	1.950
W^2	$(W^2 - \frac{0.4}{n} + \frac{0.6}{n^2})(1.0 + \frac{1.0}{n})$	0.209	0.284	0.347	0.461	0.581	0.743	0.869	1.167

Tabla 3.1: Valores críticos para las estadísticas D y W^2 . Fuente: D'Agostino and Stephens [1986]

Si la estadística modificada es mayor que el valor crítico C_α , rechazaremos H_0 al nivel de significancia α . Es decir, los datos muestrales no provienen de la función de distribución $F(x, \theta)$. Adicionalmente, se suele utilizar el *p-value*, que es la probabilidad de

obtener valores más extremos que el calculado, dado que la H_0 es verdadera. El criterio es rechazar H_0 al nivel de significancia α , si $p - value < \alpha$.

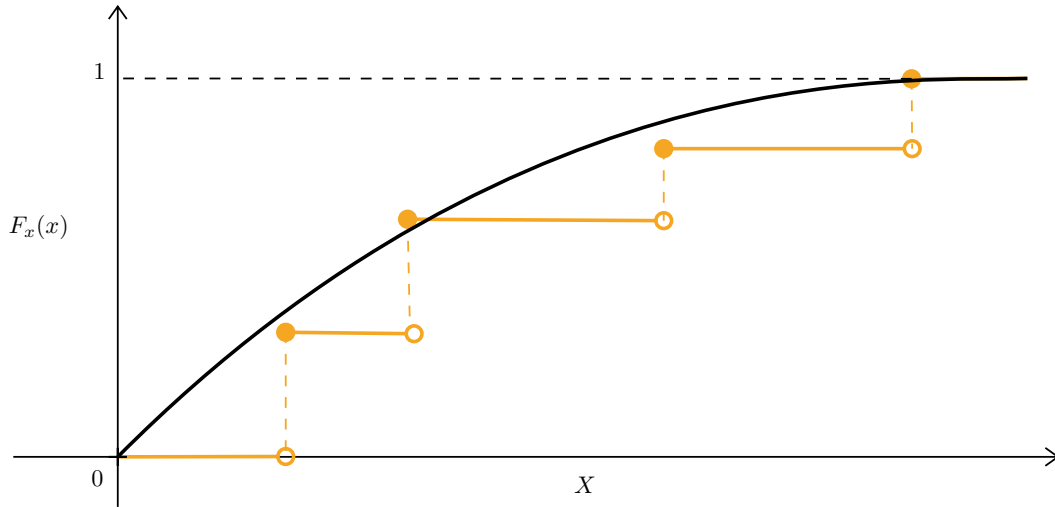


Figura 3.1: Diagrama Distribución Empírica (Línea naranja) y Distribución Teórica (Línea sólida negra).

3.3. Proceso de Poisson

El segundo reto en el que nos encontramos es el estimar el número total de eventos a tiempo t de cierto experimento aleatorio. Es bien sabido que los sismos se pueden definir como eventos aleatorios a lo largo del tiempo, pues desconocemos cuándo ocurrirán. Por tanto, como el objetivo intrínseco es contar el número de eventos, se puede hacer uso del Proceso de Poisson para conocer la frecuencia de dicho evento.

Procederemos a definir el Proceso de Poisson $\{N_t : t \geq 0\}$. Considere que un evento sucede en repetidas ocasiones aleatoriamente a través del tiempo. Suponga que $\{T_i : i = 1, 2, \dots\}$ representa los tiempos de ocurrencia del evento i y además dichas variables aleatorias son independientes y con distribución $exp(\lambda)$. En consecuencia, la variable aleatoria $W_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n$ tiene una distribución $gamma(n, \lambda)$ y ésta representa los tiempos reales en los que se observa la ocurrencia del n -ésimo evento.

Definición 3.3.1 *Un proceso de Poisson de parámetro $\lambda > 0$ es un proceso a tiempo continuo $\{N_t : t \geq 0\}$ con espacio de estados $\{0, 1, 2, \dots\}$, con trayectorias no decrecientes y que cumple las siguientes propiedades:*

1. $N_0 = 0$
2. Tiene incrementos independientes.
3. $N_{t+s} - N_s \sim Poisson(\lambda t)$ para cualesquiera $s \geq 0, t > 0$

La propiedad 2 nos habla de los incrementos independientes, lo cual hace referencia a que el número de eventos que ocurren en intervalos de tiempos disjuntos es independiente, la tercer propiedad nos habla de los incrementos estacionarios, esto se refiere a que la distribución del número de sucesos solo depende del tamaño del intervalo. Finalmente, podemos observar que N_t tiene una distribución $Poisson(\lambda t)$.

3.3.1. Proceso de Poisson Homogéneo

Anteriormente se dio una definición de manera general del Proceso de Poisson, con esto, definiremos a un Proceso de Poisson Homogéneo como aquel que cumple con las propiedades de la definición 3.3.1 y adicionalmente el parámetro λ es constante a través del tiempo.

3.3.2. Simulación de un Proceso de Poisson Homogéneo

Un estimador máximo verosímil para lambda es la media muestral, la cual se define como:

Definición 3.3.2 Sea $\{x_i : i = 1, \dots, n\}$ una m.a. con función de densidad $Poisson(\lambda)$, el estimador máximo verosímil de λ es:

$$\hat{\lambda} = \bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (3.8)$$

Contando con un estimador para el parámetro λ , el siguiente paso es conocer los tiempos en los que la trayectoria puede tener saltos. Para esto haremos uso de la proposición 3.3.1 que se encuentra demostrada en Rincón [2016].

Proposición 3.3.1 Dado el evento $(N_t = n)$ el vector de tiempos reales (W_1, \dots, W_n) tiene la misma distribución que el vector de las estadísticas de orden $(Y_{(1)}, \dots, Y_{(n)})$ de una muestra aleatoria Y_1, \dots, Y_n de la distribución uniforme en el intervalo $[0, t]$, es decir:

$$f_{W_1, \dots, W_n | X_t}(w_1, \dots, w_n | n) = \begin{cases} \frac{n!}{t^n}, & \text{si } 0 < w_1 < \dots < w_n < t \\ 1, & \text{Otro caso} \end{cases} \quad (3.9)$$

Por lo tanto, la simulación de un proceso de Poisson Homogéneo puede ser realizada de la siguiente manera:

1. Dado un tiempo t y una $\hat{\lambda}$ del experimento, se genera un valor aleatorio de la variable N_t , la cual tiene una distribución $Poisson(\lambda t)$.
2. Bajo el supuesto de que a tiempo t , han sucedido $N_t = n$, se generan n variables aleatorias de $Y \sim Unif(0, t)$.

3. Se ordenan de menor a mayor las $u_{(1)}, \dots, u_{(n)}$, las cuales representan los tiempos (W_1, \dots, W_n) en los que la trayectoria N_t ha tenido saltos.

3.4. Metodología

Los autores Burnecki y Kukla proponen en su trabajo Burnecki and Kukla [2003] una solución para la simulación libre de arbitraje del precio de un CAT Bond, derivado de lo expuesto por Baryshnikov en su artículo Baryshnikov et al. [2001]. En éste último, se modela al proceso estocástico (riesgo catastrófico) subyacente al CAT Bond como un proceso de Poisson Doblemente estocástico. A continuación se muestran las definiciones y supuestos necesarios para la simulación del precio de un bono catastrófico que no paga cupones.

Definición 3.4.1 *Una filtración, a tiempo continuo, es una colección no numerable de sub σ -álgebras $\{\mathcal{F}\}_{n \geq 0}$ tal que $\mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t$, con $0 \leq s \leq t$.*

La interpretación que puede darse es que una filtración es una sucesión de σ -álgebras la cual contiene la historia o información del proceso hasta tiempo t .

Por otro lado, se definirá un proceso de Poisson doblemente estocástico. De acuerdo con Brémaud [1981], la definición formal para este tipo de procesos es:

Definición 3.4.2 *Sea N_t un proceso de conteo adaptado a la historia \mathcal{F}_t , y sea λ_t un proceso medible no negativo, todos en el mismo espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) . Supongamos que:*

- λ_t es \mathcal{F}_0 - medible, $t \geq 0$
- $\int_0^t \lambda_s ds \leq \infty, t \geq 0$
- Si $0 \leq s \leq t$ y para todo $u \in \mathbb{R}$:

$$\mathbb{E} \left[e^{iu(N_t - N_s)} | \mathcal{F}_s \right] = e^{(e^{iu} - 1) \cdot \int_s^t \lambda_v dv}$$

Entonces, si N_t cumple con las propiedades anteriores, será llamado un proceso de Poisson doblemente estocástico o proceso condicionado de Poisson con intensidad λ_t

En Brémaud [1981] se menciona que si $\mathcal{F}_t \equiv \mathcal{F}_t^N$ y que $\lambda(t) = 1$, entonces N_t es un proceso de Poisson estándar. Dado lo anterior, se puede hacer uso de un proceso de Poisson Homogéneo dentro de la metodología elegida para la estimación del número de sismos.

Consideremos a la variable aleatoria $V_t, t \in [0, T]$ como el precio del Bono. Dado que el precio puede ser afectado por diversos factores, como lo son el riesgo, la región, etc.

En Baryshnikov et al. [2001] describen al bono a través de medias del proceso de pérdida agregado L_t y el valor detonante D (Umbral). De acuerdo con Burnecki and Kukla [2003], dado un espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) y una filtración $F_t \subset \mathcal{F}$, $t \in [0, T]$. El Precio del bono se encuentra definido por:

- Un Proceso de Poisson Doblemente estocástico M_s , $s \in [0, T]$ el cual describe al proceso del evento catastrófico de cierto tipo en una región en específico. Se asume que la intensidad del proceso es m_s .
- Las pérdidas $\{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$, son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas no negativas con función de distribución $F(x) = P(X_i \leq x)$. Además, X es independiente a M .
- Se define al Proceso de pérdidas agregadas como:

$$L_t = \sum_{i=1}^{M_t} X_i$$

- Tasa r . Se asume que el proceso es continuo. Este proceso describe el valor en el tiempo de s pagado a tiempo $t \geq s$ por:

$$\exp(-R(s, t)) = \exp\left(-\int_{-s}^t r(\xi) d\xi\right)$$

- Tiempo de maduración T y el umbral D .
- El tiempo de detonación se define como: $\tau = \inf\{t : L_t \geq D\}$. El cual indica el momento en el que el proceso de pérdidas agregadas ha excedido a D .
- En el caso de un bono que no paga cupones, se define a Z , cantidad (que puede ser aleatoria) que es pagada al tiempo de maduración T contingente a el tiempo de detonación $\tau > T$.
- Se define un nuevo proceso $N_{\{t\}} = \mathbb{1}_{\{L_t < D\}}$, Baryshnikov en su artículo Baryshnikov et al. [2001] demostró que este proceso es un Proceso de Poisson Doblemente Estocástico con intensidad:

$$\lambda_s = m_s(1 - F(D - L_s))\mathbb{1}_{\{L_s < D\}} \tag{3.10}$$

Bajo todos los supuestos anteriores, haremos uso del teorema 2.1 demostrado en Burnecki and Kukla [2003], para la valuación del Bono Catastrófico que no paga cupones. El cual enuncia lo siguiente:

Teorema 3.4.1 *El precio libre de arbitraje para un CAT Bond que no paga cupones asociado al umbral D , al proceso catastrófico M_s y a la función de distribución $F(x)$ de*

las pérdidas ocasionadas, que paga Z_t a tiempo de maduración, está dado por:

$$V_t = \mathbb{E} \left[Z_t e^{-R(t,T)} \left(1 - \int_t^T m_s (1 - F(D - L_s)) \mathbb{1}_{\{L_s < D\}} ds \right) \mid \mathcal{F}_t \right]$$

3.5. Implementación de la metodología

Para realizar la simulación del precio del Bono Catastrófico se utilizó el Teorema 3.4.1, para esto se realizaron una serie de códigos en el lenguaje de programación Python, los cuales pueden ser encontrados en el siguiente enlace: https://github.com/sebastianBP26/Bono_Catastrofico_Sismos

Los módulos externos utilizados para la valuación son numpy², pandas³, scipy⁴, matplotlib⁵ y seaborn⁶. En esta sección nos enfocamos en describir el algoritmo utilizado para la simulación del precio del bono así como también, de manera general, los scripts escritos en Python. Cada uno de los scripts se encuentra comentado en su totalidad para un mejor seguimiento y pueden ser encontrados en el repositorio y en la parte de anexos.

3.5.1. Explicación del Algoritmo Implementado

Una vez que se ha seleccionado la función de distribución $F(X)$ y que se ha estimado la tasa del Proceso de Poisson Homogéneo \hat{m}_s , nos encontramos en facultad de realizar la simulación. Contando además con los parámetros del tiempo de Maduración T , un tiempo $t \in [0, T]$, una tasa de interés r , un umbral d y el valor facial Z . Para replicar la Ecuación 3.4.1 realizaremos lo siguiente:

1. Se genera una trayectoria del Proceso de Poisson Homogéneo de parámetro \hat{m}_s para obtener el total de eventos estimados N_i a tiempo T . Es decir, obtenemos un valor aleatorio de la función de distribución Poisson($\hat{m}_s T$) pronosticando el número de eventos que se tendrán hasta tiempo T .
2. Se generan N_i variables aleatorias de $F(X)$ para posteriormente sumarlas y poder obtener la trayectoria:

$$L_{t_i} = \sum_{i=1}^{N_i} X_i$$

3. Se realiza el proceso anterior hasta generar n trayectorias, es decir, hasta contar con $L_t = \{L_{t_1}, L_{t_2}, \dots, L_{t_n}\}$. Como se muestra en la Figura 3.2, donde cada línea de color es un Proceso de Pérdida Agregado y cada salto representa un evento, que en

²<https://numpy.org/doc/>

³<https://pandas.pydata.org/docs/>

⁴<https://docs.scipy.org/doc/>

⁵<https://matplotlib.org/>

⁶<https://seaborn.pydata.org/>

nuestro caso es un sismo. La línea roja representa el umbral d , que es el límite de pérdidas que se está dispuesto a cubrir.

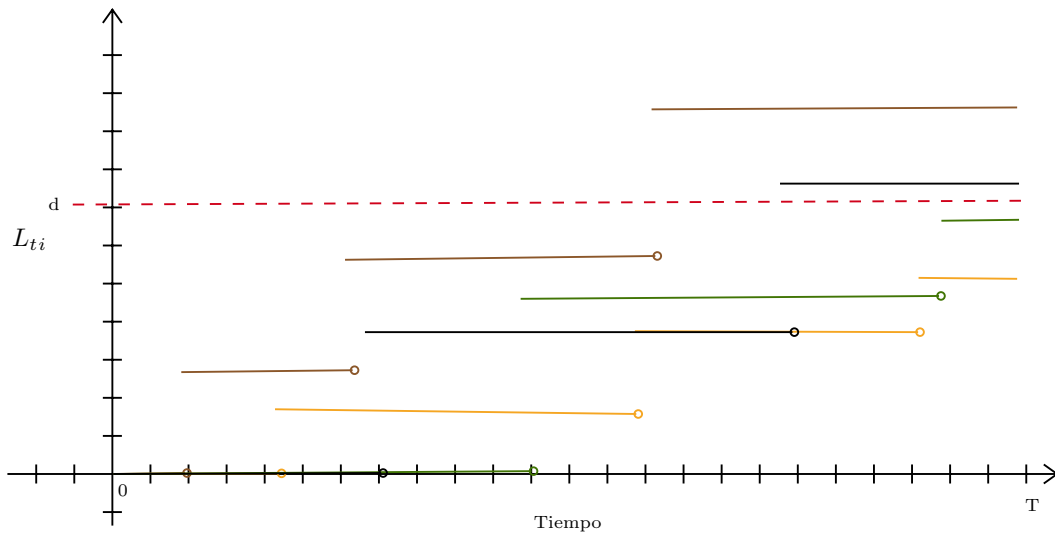


Figura 3.2: Diagrama ejemplo de simulación: Cada línea representa un proceso de L_t a través del tiempo.

- Una vez que se simulan las trayectorias L_{t_i} , para cada $t \in [0, T]$ y para cada $d \in (0, D]$, con $D \in \mathbb{R}$, se puede calcular la proporción $p_{(t,d)}$, la cual es:

$$p_{(t,d)} = \frac{\#\{L_{t_i} > d\}}{\#\{L_{t_i}\}} \quad (3.11)$$

Es decir, a tiempo t se cuentan las trayectorias que han sobrepasado el umbral d y lo dividimos entre el total de trayectorias que se tienen a tiempo t .

- Finalmente, el precio del bono para el tiempo t es:

$$V_t = Ze^{-R(t,T)} \cdot (1 - p_{(t,u)}) \quad (3.12)$$

Por lo tanto, el precio del bono es el valor presente de Z multiplicado por uno menos la probabilidad de tener eventos que sobrepasen el umbral d . Intuitivamente, entre mayor número de eventos que sobrepasen el umbral, mayor probabilidad de que el patrocinador solicite el apoyo, llevando a los inversionistas a tener menor probabilidad de recibir su pago a tiempo T .

3.5.2. Explicación de Módulos en Python

El programa cuenta con 5 módulos, los cuales se encuentran en el repositorio de Github o en la parte de anexos:

1. `catbond_module` (Script A.1): Módulo donde se almacenan las funciones principales para las pruebas de Bondad de Ajuste, simulación del Proceso de Poisson Homogéneo y simulación del precio del bono:
 - **cdf**: Función que permite obtener la Función de Distribución Empírica de Probabilidad como se menciona en la definición 3.2.1. La salida es un objeto pandas DataFrame.
 - **hypothesis_testing**: Función que permite realizar el ajuste de parámetros por Máxima Verosimilitud⁷ y las pruebas Kolmogorov - Smirnov⁸ y Cramer Von Mises⁹ para las distribuciones Burr, Gamma, Lognormal y Pareto¹⁰. Se elige la mejor distribución con base en el máximo p-value encontrado.
 - **PPH**: Función que permite simular el Proceso de Poisson Homogéneo de parámetro m_s como se explicó en la proposición 3.3.1. La salida de esta función es un objeto pandas DataFrame.
 - **generate_process**: La función permite generar un pandas DataFrame con todas las trayectorias L_{t_i} como se explica en el punto 3 de la subsección 3.5.1. La salida de esta función es un objeto pandas DataFrame.
 - **price_bond**: Función que nos permite calcular el precio del bono haciendo uso del objeto DataFrame generado con la función `generate_process` y como se menciona en el punto 5 de la subsección 3.5.1.
2. `class_hypothesis_testing` (Script A.2): Módulo donde se almacena la clase *HypothesisTesting()*, la cual permite al usuario estimar los parámetros para un vector de pérdidas, las distribuciones elegidas por Máxima Verosimilitud para realizar la Prueba de Bondad de Ajuste como se menciona en la sección 3.2.2. Finalmente, se selecciona a la mejor distribución con base en el máximo valor de los p-values. Esta clase cuenta con el método *fit()* el cual realiza todos los cálculos mencionados.
3. `class_HomogeneousPoissonProcess` (Script A.3): Módulo donde se almacena la clase *HomogeneousPoissonProcess()*, la cual estima \hat{m}_s haciendo uso de la base de datos del SSN para simular el número de eventos en un intervalo de tiempo. La clase cuenta con dos métodos *fit()*, que estima el parámetro \hat{m}_s y *simulate_process()* el cual simula el total de eventos acumulados y compara con el total de eventos reales.
4. `catbond_class` (Script A.4): Módulo donde se almacena la clase *CatBond()*, la cual permite realizar el cálculo del precio del bono, haciendo uso de las clases menciona-

⁷https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.rv_continuous.fit.html

⁸<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.kstest.html>

⁹<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.cramervonmises.html>

¹⁰<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/stats.html>

das, las cuales actúan como atributos de la misma. Cuando se utilizan los métodos de la clase `get_price()` y `get_sheet()`, se deben proporcionar los parámetros: n número de simulaciones, T tiempo de maduración, m_s tasa estimada del Proceso de Poisson, Z valor facial del bono, r tasa de interés y $F(X)$ la función de Distribución.

5. Main (Script A.5): Archivo principal en el cual se crea una instancia de la clase `CatBond()` para la simulación del bono.

3.6. Descripción de los datos

En esta sección se exponen las bases de datos que fueron utilizadas para la simulación del precio del bono. Principalmente se contaron con 2 diferentes fuentes de datos:

3.6.1. Datos de Frecuencia

Como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, para la estimación de la frecuencia se utilizó la base del SSN <http://www2.ssn.unam.mx:8080/catalogo/>. Donde cada registro representa un sismo y se contaron con un total de 230,681 registros del 1 de enero de 1900 al 13 de septiembre de 2021 para nuestro análisis.

3.6.2. Datos de Severidad

Para la obtención de la muestra de pérdidas ocasionadas, se recolectaron datos de tres diferentes bases de datos, las cuales fueron las bases EM-DAT ¹¹, NOAA ¹² y del CENAPRED ¹³. Teniendo la siguiente estructura:

- EM-DAT: 16 registros con un valor en pérdidas económicas. Cifras en millones de dólares.
- NOAA: 15 registros con un valor en pérdidas económicas. Cifras en miles de dólares
- CENAPRED: 20 registros con un valor en pérdidas económicas. Cifras en millones de dólares.

Al unir las bases de datos y tomando valores únicos, se contó con un total de 31 registros de 1900 a 2021 (Ver Tabla 3.2). Para los registros en donde coincidían eventos, se tomó el máximo valor reportado. Todas las cifras fueron ajustadas por la inflación a Enero del 2022 haciendo uso de la siguiente página: https://www.bls.gov/data/inflation_calculator.htm.

¹¹<https://public.emdat.be/>

¹²<https://www.ngdc.noaa.gov/hazel/view/hazards/earthquake/search>

¹³<http://www.atlasmnacionalderiesgos.gob.mx/archivo/descargas.html>

YEAR	MONTH	DAY	Damaged
1954	2	5	178.34
1957	7	28	248.36
1964	7	6	27.12
1968	8	2	19.28
1979	3	14	120.84
1980	10	24	16.58
1982	3	28	9.82
1985	9	19	10654.03
1995	9	14	38.72
1999	6	15	383.66
1999	9	30	275.96
2001	10	7	4.9
2002	6	10	0.02
2002	9	27	0.23
2003	1	21	184.12
2003	1	22	179.95
2008	2	12	1.26
2009	4	27	2.58
2009	10	29	3.71
2010	4	4	1483.06
2011	12	10	3.51
2012	3	20	735.37
2012	11	15	2.47
2013	8	21	16.17
2014	4	18	58.58
2014	7	7	145.1
2017	9	8	4556.34
2017	9	17	6834.51
2017	9	19	9112.69
2020	6	23	81.79
2021	9	8	204.99

Tabla 3.2: Severidad de sismos en México de 1900 a 2021 en millones de dólares.

Capítulo 4

Desarrollo

En esta capítulo se mostrará la simulación del precio del bono catastrófico para sismos en México, utilizando los datos descritos en la sección 3.6, los conceptos definidos, supuestos y el algoritmo propuesto en la sección 3.5.1. Primeramente, se expondrán los resultados de las pruebas de bondad de ajuste realizadas para hallar la distribución que modela la severidad de sismos en México. Después, se mostrará el ajuste del Proceso de Poisson Homogéneo para hallar el proceso de conteo que nos permita estimar el número de sismos en México a tiempo t . Finalmente, haciendo uso de la metodología elegida, se mostrarán las sábanas de precios simuladas utilizando diversos parámetros de tiempo, umbral, distribución, entre otros.

Por lo tanto, recordemos que el objetivo principal de la simulación es hallar el precio justo que debería de pagar el inversionista bajo los supuestos establecidos por un bono catastrófico para sismos en México que no paga cupones. Haciendo uso del diagrama 1.5, en la figura 4.1 se señala en rojo qué parte del proceso se estará calculando:

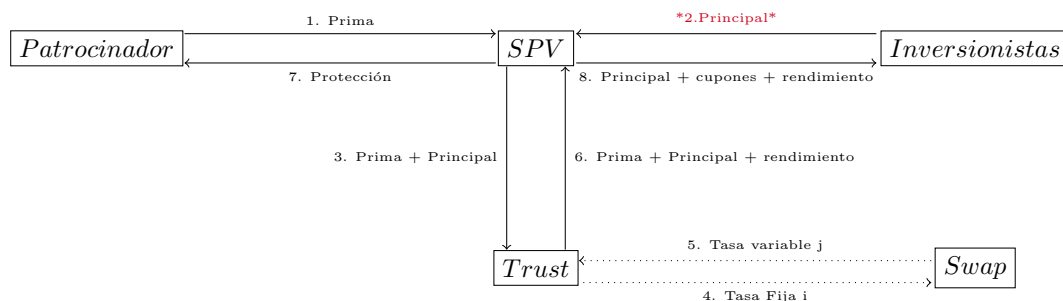


Figura 4.1: Diagrama funcionamiento del bono catastrófico, fuente: Ma and Ma [2013]

Los códigos para la simulación pueden ser encontrados en el siguiente repositorio: https://github.com/sebastianBP26/Bono_Catastrofico_Sismos.

4.1. Severidad de Sismos en México

Para realizar el ajuste para la variable aleatoria X , que representa las pérdidas ocasionadas por terremotos en territorio mexicano, se siguieron los pasos mencionados en la sección 3.2.2 y algunos de los métodos mostrados en la sección 3.1. La estimación de los parámetros se realizó a través del método de máxima verosimilitud para calcular las

estadísticas D y W^2 . Se decidió utilizar un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ y se calcularon las estadísticas modificadas para cada una de las pruebas. En resumen, se obtuvieron los siguientes resultados:

Métrica	Burr	Pareto	Gamma	Lognormal
D	0.5592	0.9485	1.2991	1.7694
p-value	0.8991	0.3222	0.0681	0.0038
W^2	0.0660	0.2356	0.3337	0.8391
p-value	0.8773	0.2412	0.1266	0.0069

Tabla 4.1: Resumen pruebas de Bondad de Ajuste

Por lo tanto, a excepción de la distribución Lognormal, todas las distribuciones cuentan con un p-value mayor al 0.05, lo cual nos permite concluir que no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula. Es decir, podemos asumir que las pérdidas ocasionadas por sismos en México pueden ser modeladas con la distribución Burr, Pareto o Gamma.

Mediante los métodos estadísticos, en la figura 4.2 podemos observar el histograma y el gráfico de las funciones de distribución postuladas contra la función de distribución empírica. Nuevamente, nos permite confirmar que las funciones de distribución enunciadas en la sección 3.1.3 son adecuadas y que el ajuste de los datos a estas distribuciones es correcto.

Al observar los gráficos de cuantiles en la figura 4.3 se confirma que los datos siguen una distribución de colas pesadas ya que se cuenta con un conjunto de datos atípicos.

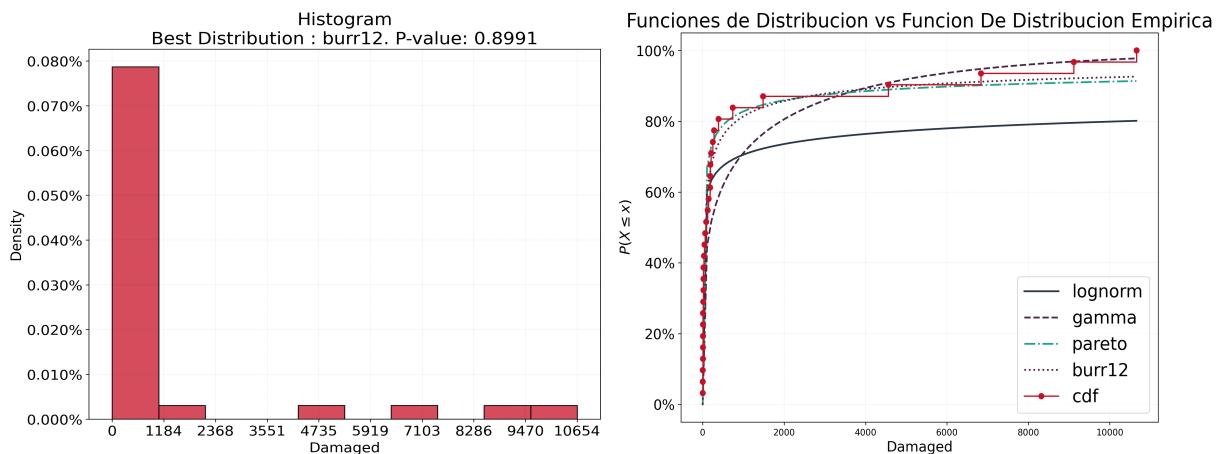


Figura 4.2: Histograma de la variable severidad y gráfico de la función de Distribución Empírica versus las Distribuciones Teóricas.

4.2. Frecuencia de Sismos en México

En Härdle and Cabrera [2010] se menciona que a través del gráfico de eventos acumulados podemos verificar si el conteo de sismos obedece un Proceso de Poisson Homogéneo.

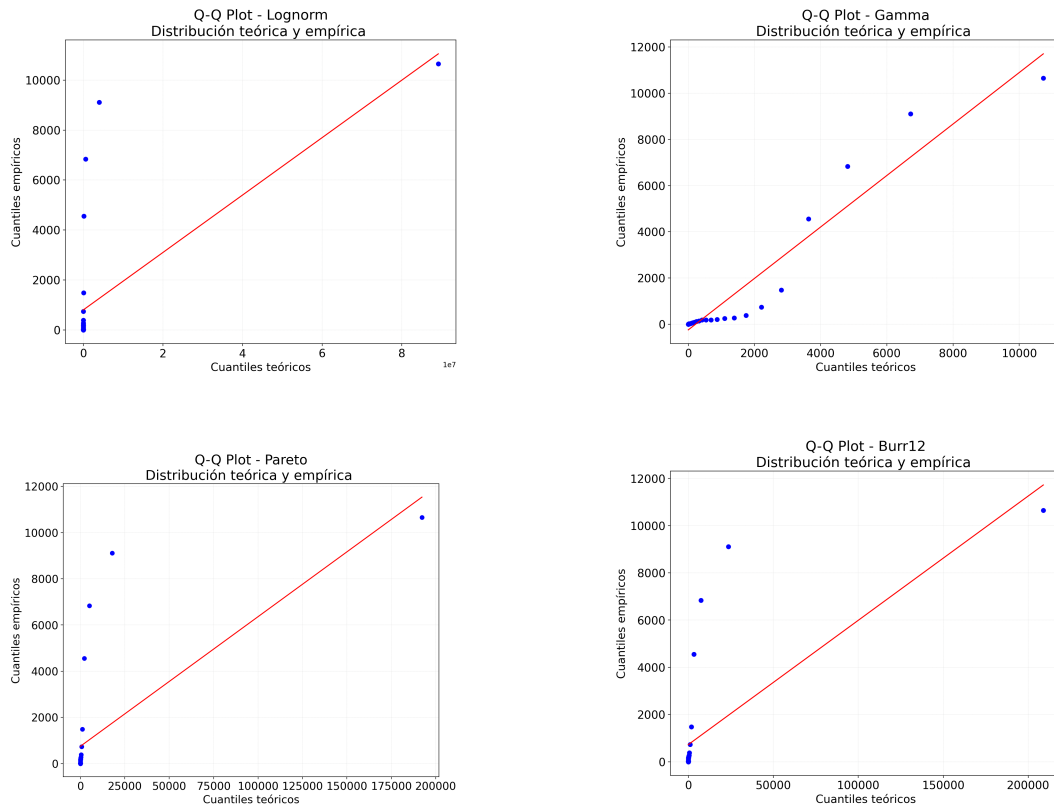


Figura 4.3: Gráfico de cuantiles de las distribuciones empíricas vs teóricas

En la figura 4.4 se puede observar el total de eventos acumulados y el total de eventos estimados haciendo uso de un Proceso de Poisson Homogéneo de parámetro \hat{m}_s . Se utilizaron sismos de magnitud mayor o igual 6.5, 6.7, 7 y 7.5 respectivamente.

Podemos deducir que efectivamente el número de sismos en México puede ser modelado mediante el uso del Proceso de Poisson Homogéneo. Sin embargo, conforme aumentó la magnitud, la precisión de la estimación comienza a ser deficiente, esto se ve ejemplificado en el último gráfico.

En la Tabla 4.2 se muestra \hat{m}_s estimada para cierta magnitud elegida. Haciendo uso del PPH(\hat{m}_s) se muestran las probabilidades de que no haya ningún evento $P(N_t = 0)$ o de que haya al menos uno $P(N_t > 0)$ para $t = 1$, es decir, en el próximo año.

En particular, se observa que la probabilidad de que no haya ningún sismo de magnitud mayor o igual a 6.5 es 16.92 % mientras que la probabilidad de que haya al menos uno es 83.08 %. Esto ratifica que los sismos de gran magnitud son una constante en el territorio.

Adicionalmente, aunque conforme aumenta la magnitud, la probabilidad de ocurrencia de al menos un evento disminuye, podemos observar que la ocurrencia de al menos un sismo de magnitud mayor o igual a 7.5 es de 19.54 %. Lo cual nos indica que el invertir en este tipo de instrumentos, tanto para hacer frente por parte del patrocinador como en la búsqueda de rendimientos por parte de los inversionistas, resulta bastante atractivo.

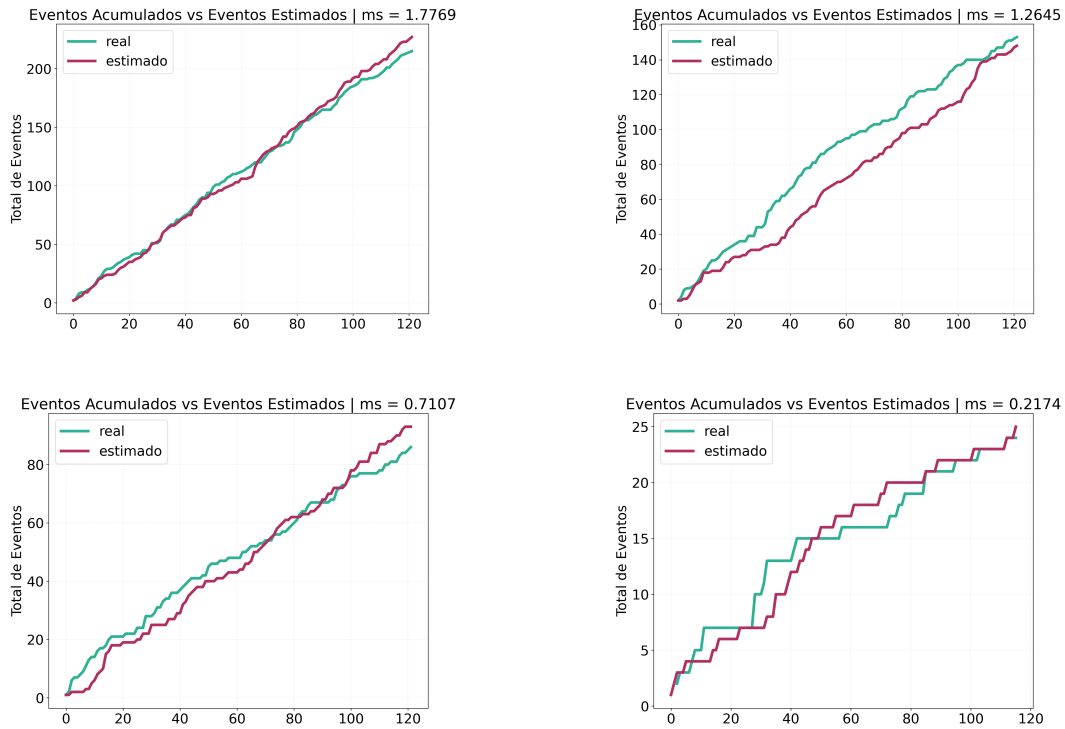


Figura 4.4: Gráficos del Número total de sismos acumulados (línea verde) y número total de sismos acumulados de la simulación de un PPH con \hat{m}_s (línea roja).

Magnitud (y)	Total	\hat{m}_s	$P(N_t = 0)$	$P(N_t > 0)$
6.5	215	1.7769	0.1692	0.8308
6.6	179	1.4793	0.2278	0.7722
6.7	153	1.2645	0.2824	0.7176
6.8	124	1.0248	0.3589	0.6411
6.9	110	0.9091	0.4029	0.5971
7	86	0.7107	0.4913	0.5087
7.1	67	0.5537	0.5748	0.4252
7.2	53	0.4417	0.6429	0.3571
7.3	44	0.3667	0.693	0.307
7.4	35	0.2917	0.747	0.253
7.5	25	0.2174	0.8046	0.1954

Tabla 4.2: $P(N_t = 0)$ y $P(N_t > 0)$, donde N_t es la variable aleatoria que contabiliza el total de sismos de magnitud $\geq y$ para $t = 1$.

4.3. Valuación del Bono Catastrófico

Con base en la metodología elegida y para fines ilustrativos, se realizó la simulación con las distribuciones de pérdidas seleccionadas. Se utilizó la tasa CETES28 promedio¹ del 01 de Enero del 2020 al 31 de Marzo de 2022, la cual es equivalente a $r = 5.0\%$, un tiempo de maduración $T = 4$ años, tal que $t \in [0, 1460]$. Se utilizó $\hat{m}_s = 1.7769$ (tasa

¹La consulta puede ser realizada en el siguiente enlace: <https://www.banxico.org.mx/tipcomb/main.do?page=tas&idioma=sp>

anual), que es la tasa estimada para sismos mayores o iguales a $6.5 M_w$. Un valor facial de $Z_t = 1$, equivalente a una unidad monetaria y el umbral fue generado con un rango de valores entre el percentil 0.7 y 0.9 de cada una de las distribuciones. Después de realizar 10,000 simulaciones, los resultados pueden ser vistos en la figura 4.5.

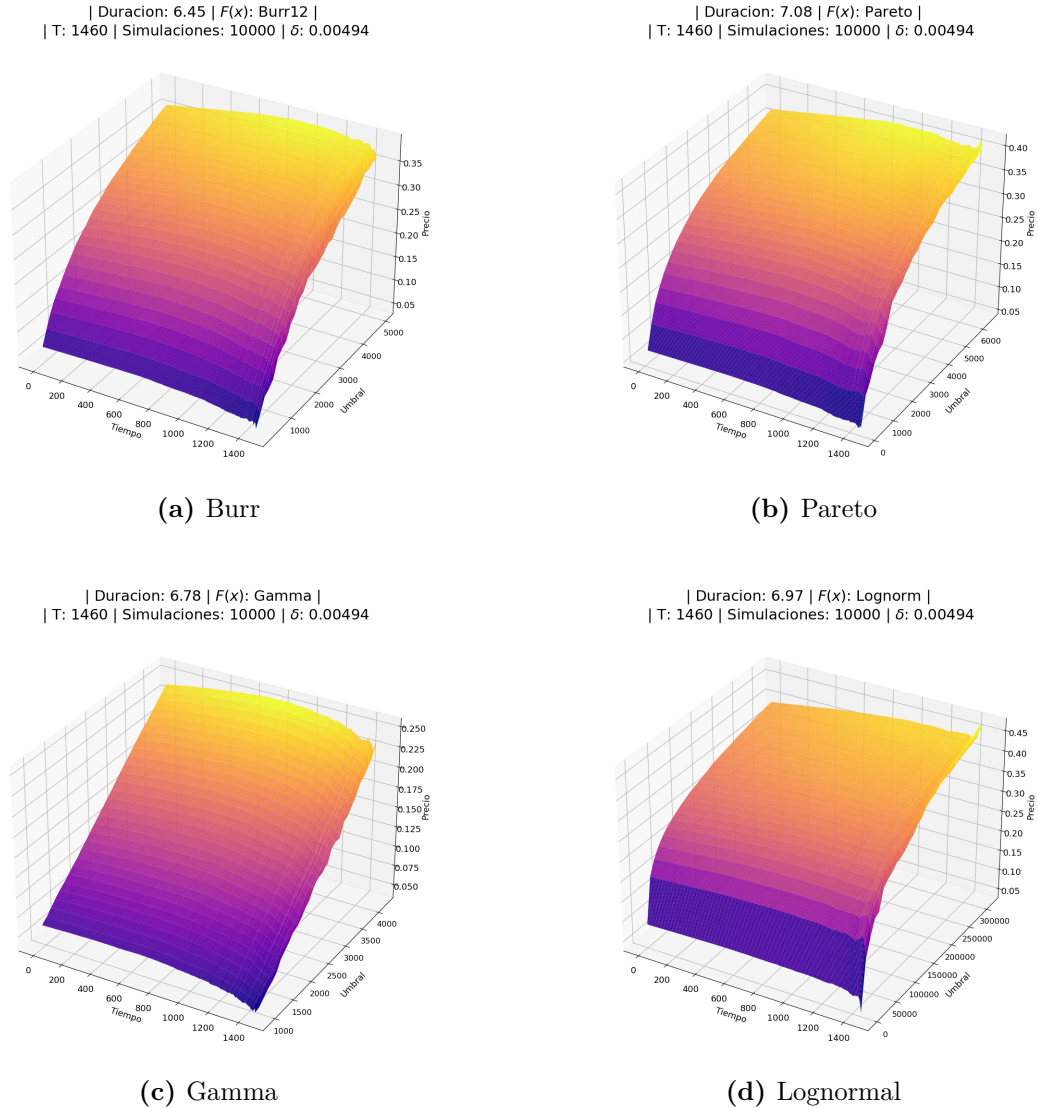


Figura 4.5: Precios simulados de un Bono Catastráfico que no paga cupones con respecto a su nivel de cobertura y tiempo.

Al observar las sábanas de precios se concluyó que la distribución que modela las pérdidas afecta directamente a los precios sugeridos. Por lo que la elección de esta función es fundamental para la simulación.

En la tabla 4.3 se muestran los precios mínimos y máximos que se obtuvieron para cada sábana generada, suponiendo un valor facial de $Z_t = \$10,000,000.00$, la columna Precio· Z_t representa el pago que debería dar el inversionista para obtener el bono con las características definidas:

Por otro lado, la tasa del proceso también puede tener una afectación directa, esto debido a que entre mayor sea la tasa, el precio debe disminuir, porque existe una mayor

Distribución	Tiempo (Días)	Umbral (Millones)	Valor	Precio	Precio $\cdot Z_t$
Lognormal	1455	\$ 883.79	Min	\$ 0.05	\$ 503,500
	1455	\$ 300,651.80	Max	\$ 0.44	\$ 4,376,900
Gamma	1375	\$ 927.14	Min	\$ 0.04	\$ 446,400
	830	\$ 4,214.95	Max	\$ 0.26	\$ 2,633,400
Pareto	1420	\$ 147.55	Min	\$ 0.05	\$ 472,400
	1430	\$ 6,455.84	Max	\$ 0.42	\$ 4,195,300
Burr	1455	\$ 263.43	Min	\$ 0.04	\$ 366,100
	1150	\$ 4,994.91	Max	\$ 0.40	\$ 4,014,300

Tabla 4.3: Precio mínimo y máximo obtenidos en la simulación para cada una de las sábanas, respecto a su temporalidad y umbral.

probabilidad de ocurrencia de un evento catastrófico, generando que los inversionistas tengan un mayor riesgo de perder su inversión.

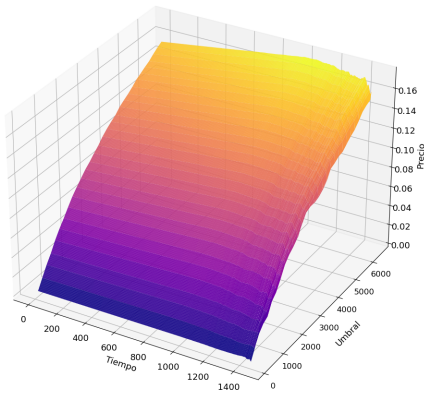
Para ejemplificar esta situación, se dejaron fijos los parámetros mencionados anteriormente y se seleccionó la distribución Pareto. Se eligió \hat{m}_s de 0.01 a 0.04, los resultados pueden ser vistos en la figura 4.6.

Se puede observar que al incrementar la tasa del proceso, los precios sugeridos comienzan a disminuir, a tal grado que parecen ser cero. Esto nos indica que existe un riesgo muy alto de ocurrencia de al menos un evento que pueda causar pérdidas mayores al umbral establecido y por lo tanto comienza a ser muy arriesgado (para los inversionistas) entrar a la apuesta.

De manera general, los resultados muestran que entre más alejados estemos de la fecha de expiración del bono, menor será el costo de éste, ya que a medida que aumente el tiempo, la probabilidad de un evento catastrófico también aumenta. Por otro lado, al incrementar el umbral de cobertura, los precios incrementan, ya que deben ocurrir una mayor cantidad de eventos para sobrepasar el umbral, lo que provoca que, si se sobrepasa, el monto de pérdidas sea mayor, por lo que se debe tener una mayor cantidad de dinero para hacer frente.

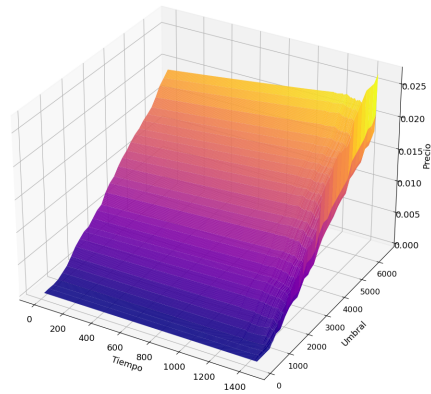
Finalmente, con base en los comentarios anteriores y al analizar los resultados numéricos se concluyó que la simulación realizada es una apuesta justa tanto para los inversionistas como para el patrocinador, por lo que los Bonos Catastróficos pueden ser una alternativa para mitigar y transferir riesgos.

| Duracion: 9.15 | $F(x)$: Pareto |
| T: 1460 | Simulaciones: 10000 | δ : 0.01



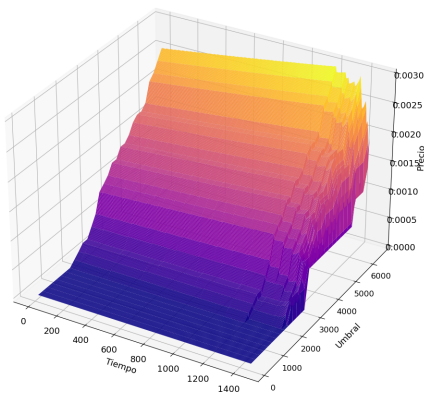
(a) Pareto $\hat{m}_s = 0.01$

| Duracion: 14.37 | $F(x)$: Pareto |
| T: 1460 | Simulaciones: 10000 | δ : 0.02



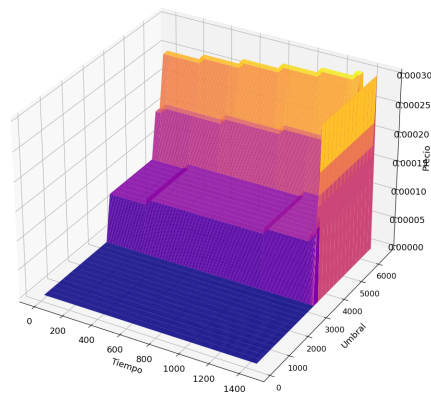
(b) Pareto $\hat{m}_s = 0.02$

| Duracion: 19.06 | $F(x)$: Pareto |
| T: 1460 | Simulaciones: 10000 | δ : 0.03



(c) Pareto $\hat{m}_s = 0.03$

| Duracion: 23.58 | $F(x)$: Pareto |
| T: 1460 | Simulaciones: 10000 | δ : 0.04



(d) Pareto $\hat{m}_s = 0.04$

Figura 4.6: Precios simulados de un Bono Catastrófico que no paga cupones con respecto a su nivel de cobertura (Threshold) y tiempo para la función de distribución Pareto con \hat{m}_s de 0.01 a 0.04

Capítulo 5

Conclusiones

La gran exposición del territorio mexicano ante fenómenos naturales de diversas índoles, tiene como consecuencia una probabilidad mayor de eventos catastróficos que en otros países. Entre todos los fenómenos mencionados, los sismos resaltan debido a su baja frecuencia pero alta severidad, haciéndolos difíciles de asegurar en una sola póliza.

A pesar de que en México ocurren sismos diariamente, no todos tienen un impacto significativo. Sin embargo, el daño social y económico que pueden causar cuando tienen magnitudes elevadas (generalmente mayores a 6.5) pueden mermar el crecimiento, provocando un atraso en ciertos sectores. Por esta razón, una respuesta eficaz y oportuna, permite hacer frente a estos eventos y reducir el daño provocado. En consecuencia, una de las labores que debe realizar el gobierno mexicano, es buscar continuamente alternativas que le permitan mitigar y diversificar estos riesgos.

La oportunidad de transferir a los mercados financieros los eventos catastróficos generados por un fenómeno natural a través de la emisión de un Bono Catastrófico resulta ser muy atractivo, ya que permite generar una cobertura financiera ante estos eventos para que, en caso de ocurrencia se tenga una respuesta inmediata.

En este trabajo se mostró la necesidad que tienen ciertas regiones y/o países a nivel mundial de protegerse ante eventos catastróficos, a través de la información obtenida se observó el comportamiento que tienen estos eventos anualmente. Se hizo énfasis en el territorio mexicano y se detalló las estrategias que a través de los años ha realizado el gobierno mexicano para hacer frente.

Después, con la gran labor que realiza el SSN al recolectar datos de sismos en México, pudimos analizar el riesgo en cuestión para encontrar patrones y estadísticas de los sismos en México. Estos datos nos permitieron observar que los sismos en México pueden ser modelados con un Proceso de Poisson Homogéneo, el cual fue utilizado como proceso de conteo para la estimación del número de sismos.

Aunado a lo anterior, haciendo uso de las bases de datos de la EM-DAT, NOAA y CENAPRED, pudimos recolectar los datos de la severidad de algunos sismos en México. Con estos datos realizamos algunas pruebas de Bondad de Ajuste para la elección de una función de distribución que nos permitiera modelar la severidad de estos eventos en México.

Siguiendo la metodología propuesta por Burnecki and Kukla [2003] se realizó la simulación de un bono catastrófico para el riesgo de sismos en México, haciendo uso del

proceso de conteo y las funciones de distribución seleccionadas previamente. Al analizar los resultados numéricos, se concluyó lo siguiente:

- La elección de la distribución que modela las pérdidas, el umbral y la intensidad del proceso tienen un impacto importante en los precios simulados.
- Entre mayor sea el tiempo de expiración, menor será el precio del bono. Esto debido a que conforme incrementa el tiempo, la probabilidad de ocurrencia de un evento catastrófico también incrementará.
- Entre mayor sea el umbral de cobertura, mayor será el precio del bono.
- Por lo anterior y al observar los resultados numéricos, se concluyó que la metodología genera una apuesta justa para ambas partes.

Finalmente, la extensión a este trabajo puede ser llevada a cabo para aquellos instrumentos que paguen cupones, haciendo uso de un Proceso de Poisson No Homogéneo para la frecuencia de sismos o con algún riesgo diferente, como podrían ser los huracanes.

Apéndice A

Anexos

A continuación se muestran los scripts hechos en Python para la simulación del precio del bono:

```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Tue Dec 14 21:04:42 2021
4
5 @author: Sebastian Barroso
6 """
7
8 # Modulos
9 # Pre -instalacion
10 from scipy import stats
11 import pandas as pd
12 from scipy.stats import poisson, uniform
13 import numpy as np
14 import matplotlib.pyplot as plt
15 import matplotlib.ticker as mtick
16 import seaborn as sns
17
18 def cdf(x):
19
20     '''Permite obtener la funcion de distribucion empirica para un
21     vector x.
22     Salida: Regresa un pd DataFarme que contiene dos columnas: x | P(X
23     <= x)'''
24
25     tr = pd.DataFrame(x, columns = ['damaged']) # Construimos un
26     dataFrame con el vector de entrada.
27     cdf = [] # List: Sera llenada en el ciclo for con cada una de las
28     probabilidades estimadas.
29
30     a = list(set(x)) # Valores unicos del vector x.
31     a.sort() # Se ordena la lista.
32
33     for value in a:
34         temp = tr[tr.damaged <= value] # Filtramos el df con valores <=
35         x.
```

```

31     cdf.append(np.round(len(temp)/len(tr),4)) # P(X <= x): count(
temp) / len(df)
32
33     cdf = pd.DataFrame({'x':a, 'cdf':cdf}) # salida.
34
35     return cdf
36
37 def hypothesis_testing(x, distributions = ['lognorm', 'gamma', 'pareto',
'burr12'], print_hist = False, bn = 50):
38
39     '''
40     La funcion hypothesis testing tiene como objetivo dar una respuesta
al usuario de si sus datos
41     de severidad de cierto evento aleatorio (en este caso sismos), se
ajusta a alguna de las funciones
42     de distribucion elegidas. Para esta funcion, se tienen dos
parametros:
43
44     1. x: Vector de observaciones del evento: Array.
45     2. distributions: Lista de distribuciones que se ajustaran, con
base en la documentacion de scipy.
46     Por defecto, se tienen las distribuciones lognormal, gamma,
pareto y burr12.
47     3. print_hist: Parametro booleano que nos permite indicar si
queremos imprimir o no el histograma
48     del vector x.
49     4. bn: numero de bins del histograma en caso de imprimir el
histograma.
50
51     El ajuste tiene dos faces:
52
53     1. Se ajustan los parametros con Maxima Verosimilitud.
54     2. Se aplica la prueba de Kolmogorov - Smirnov. Se pide un p-
value > 0.05 para
55     aceptar la Hipotesis Nula de que los datos siguen la
distribucion elegida.
56     3. Se elige la distribucion mayor P-Value.
57
58     Finalmente, la funcion regresa los siguientes objetos:
59     1. best_dist: Nombre de la mejor distribucion ajustada con base
al p-value.
60     2. best_p: P-value de la mejor distribucion ajustada.
61     3. values[best_dist]: Parametros y distribucion ya inicializada
con los parametros.
62     4. values: Parametros y distribuciones ajustadas.
63     5. df: Resumen de las pruebas realizadas |distribucion| D | P-
VALUE

```

```
64     6. distributions: Nombres de las distribuciones que hemos
        probado.
```

```
65
66     OBS: El hecho de que se seleccione una distribucion haciendo uso
        del maximo p-value,
67     no implica que la distribucion ajusta a los datos. Para esto,
        solicitaríamos un p-value > 0.05
```

```
68
69     Para mas informacion sobre las distribuciones: atributos, metodos y
        parametrizacion, puede revisar las siguientes ligas:
```

```
70     gamma: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/
        scipy.stats.gamma.html#scipy.stats.gamma
71     lognorm:https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/
        scipy.stats.lognorm.html#scipy.stats.lognorm
72     pareto: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/
        scipy.stats.pareto.html#scipy.stats.pareto
73     burr12: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/
        scipy.stats.burr12.html#scipy.stats.burr12
```

```
74
75     El ajuste y las pruebas por default se realizan con la lista de
        distribuciones que viene en los
76     parametros de la funcion. Si desea agregar una nueva distribucion (o
        una nueva lista), debera
77     agregar los parametros de las mismas como se muestra al final de la
        funcion, para poder obtener
78     los parametros.
```

```
79     '''
```

```
80     try:
```

```
81
82
83         values = {} # Dic: Tendra parametros y distribuciones
84         dist_results = [] # List: Sera llenado con tuplas para crear un
        dataframe
85         p = [] # List: Metricas Calculadas para cada distribucion.
```

```
86
87         # El ciclo for nos permite realizar el ajuste de parametros y la
        prueba para cada distribucion.
```

```
88         for k in distributions:
```

```
89
90             dist = getattr(stats, k) # Inicializamos la distribucion.
91             param = dist.fit(x) # Ajustamos los parametros por maxima
        verosimilitud.
```

```
92
93             # D y p-value de la prueba Kolmogorov - Smirnov.
```

```
94             D, p_value = stats.kstest(x, k, args = param)
```

```
95             # D y p-value de la prueba Cramer Von Mises.
```

```
96             cr = stats.cramervonmises(x, k, args = param)
```



```

97
98     dist_results.append((k, p_value)) # Agregamos los resultados
99     .
100
101     test = {} # Llenaremos este diccionario temporal con los
102     parametros, estadística y p-value.
103     test['Parametros'] = param # Parametros
104     test['D_Kolmogorov'] = D # Estadística D
105     test['p_value'] = p_value # P-value.
106     test['W_Cramer'] = cr.statistic # Estadística Cramer
107     test['w_p_value'] = cr.pvalue # p-value Cramer
108
109     valores[k] = test # Agregamos al diccionario el diccionario "
110     temporal" creado
111     p.append((k,D,p_value, cr.statistic, cr.pvalue)) # Misma
112     idea, pero con los valores de nombre de la dist, D y p-value.
113
114     # Obtenmos la "mejor" distribución con base en el p-value mas
115     grande.
116     best_dist, best_p = (max(dist_results, key = lambda item: item
117     [1]))
118
119     # Creamos un pandas DataFrame con la lista que tiene tuplas.
120     df = pd.DataFrame(p)
121     df.columns = ['distribucion', 'D', 'p_value', 'W', 'W_p_value'] #
122     Cambiamos los nombres de las columnas
123     df.reset_index(drop = True, inplace = True) # reset index
124     df.sort_values( by = ['p_value'], ascending = [False], inplace =
125     True) # Ordenamos descendientemente por el p-value.
126     df['d_mod'] = df['D'].values * (np.sqrt(len(x)) + 0.12 + (0.11/
127     np.sqrt(len(x))))
128     df['w_mod'] = (df['W'].values + (0.4/len(x)) + (0.6/(len(x)**2))
129     ) * (1 + (1/ len(x)))
130     df = df.loc[:, ['distribucion', 'D', 'd_mod', 'p_value', 'W', '
131     w_mod', 'W_p_value']]
132
133     # Inicializamos las distribuciones, aqui es donde deberia
134     agregar una nueva distribución, en caso de que lo necesite.
135
136     lognorm_p = valores['lognorm']['Parametros']
137     gamma_p = valores['gamma']['Parametros']
138     pareto_p = valores['pareto']['Parametros']
139     burr_p = valores['burr12']['Parametros']
140
141     # Indicamos los parametros de la distribución, parametros
142     ajustados previamente.

```

```

130     values['lognorm']['model'] = stats.lognorm(s = lognorm_p[0], loc
    = lognorm_p[1], scale = lognorm_p[2])
131     values['gamma']['model'] = stats.gamma(a = gamma_p[0], loc =
gamma_p[1], scale = gamma_p[2])
132     values['pareto']['model'] = stats.pareto(b = pareto_p[0], loc =
pareto_p[1], scale = pareto_p[2])
133     values['burr12']['model'] = stats.burr12(c = burr_p[0], d =
burr_p[1], loc = burr_p[2], scale = burr_p[3])
134
135     # Imprimimos en consola la mejor distribucion y su
correspondiente p-value.
136     print(f'''La mejor distribucion para sus datos es: {best_dist}
con un P-value de {np.round(best_p,4)}.''' )
137
138     if print_hist:
139
140         # st: string que nos permite agregar los titulos a los
graficos.
141         st = 'Best Distribution : ' + str(best_dist) + '. P-value: '
+ str(np.round(best_p,4))
142
143         # colors: diccionario con los colores para cada distribucion
.
144         colors = {'lognorm': '#273746', 'gamma': '#432746', 'pareto':
'#17a589', 'burr12': '#581845'}
145         linestyle = {'lognorm': 'solid', 'gamma': 'dashed', 'pareto'
: 'dashdot', 'burr12': 'dotted'}
146
147         # Histograma del vector x (sin fx(X))
148         xt = np.linspace(min(x), max(x), 10)
149         figure, ax = plt.subplots(nrows = 1, ncols = 1, figsize =
(10,8), dpi = 250)
150         ax.set_title('Histogram' + '\n' + st, fontsize = 20)
151         sns.histplot(data = pd.DataFrame(x, columns = ['Siniestros'
]), x = 'Siniestros', color = '#c81025',
152             bins = bn, stat = 'density', label = 'Damaged'
, ax = ax)
153         ax.yaxis.set_tick_params(labelsize = 16)
154         ax.yaxis.set_major_formatter(mtick.PercentFormatter(1))
155         ax.set_xlabel('Damaged', size = 16)
156         ax.set_ylabel('Density', size = 16)
157         plt.xticks(ticks = xt, size = 16)
158         plt.grid(color = '#191a1a', linestyle='--', linewidth = 0.1,
alpha = 0.5)
159         plt.show()
160
161

```

```

162     # Histograma de x y la mejor distribucion. (No es figura de
    la tesis)
163     xt = np.linspace(min(x), max(x), 10)
164     plt.figure(dpi = 150, figsize = (10,8))
165     plt.title('Histogram' + '\n' + st, fontsize = 15)
166     sns.histplot(data = pd.DataFrame(x, columns = ['Siniestros'
    ]), x = 'Siniestros', color = '#c81025',
167         bins = bn, stat = 'density', label = 'Damaged'
    )
168
169     dist_hist = values[best_dist]['model']
170     rango = np.linspace(min(x), max(x), 100)
171     fx = dist_hist.pdf(rango)
172     plt.plot(rango,fx, linewidth = 2, label = dist_hist.dist.
name, color = colors[best_dist])
173     plt.ylabel('Probabilidad')
174     plt.xlabel('Damaged')
175     plt.xticks(xt)
176     plt.legend()
177     plt.grid(color = '#191a1a', linestyle='--', linewidth = 0.1,
alpha = 0.5)
178     plt.show()
179
180
181     cdf_function = cdf(x)
182     rango = np.linspace(min(x), max(x), 100)
183
184     # Inicio de figura
185
186     figure, ax = plt.subplots(nrows = 1, ncols = 1, figsize =
(10,8), dpi = 250)
187     # Agregamos el titulo de la grafica
188     ax.set_title('Funciones de Distribucion vs Funcion De
Distribucion Empirica', fontsize = 22)
189
190     # Graficamos cada una de las lineas
191     for dist in distributions:
192         dist_hist = values[dist]['model']
193         Fx = dist_hist.cdf(rango)
194         ax.plot(rango,Fx, linewidth = 2, label = dist_hist.dist.
name, color = colors[dist],
195             linestyle = linestyles[dist])
196
197     # Graficamos la distribucion empirica
198     ax.plot(cdf_function.x.values, cdf_function.cdf.values,
drawstyle = 'steps-post', marker = 'o',
199         color = '#c81025', label = 'cdf')

```

```

200
201     # Cambiamos ejes, y size de las xlabel, ticks, etc.
202     ax.yaxis.set_tick_params(labelsize = 16)
203     ax.yaxis.set_major_formatter(mtick.PercentFormatter(1.0))
204     ax.set_xlabel('Damaged', size = 16)
205     ax.set_ylabel(r'$P(X \leq x)$', size = 16)
206     ax.legend(fontsize = 20)
207     plt.grid(color = '#191a1a', linestyle='--', linewidth = 0.1,
alpha = 0.5)
208     plt.show()
209
210     # Fin de la figura
211
212     return best_dist, best_p, values[best_dist], values, df,
distributions
213
214     except ValueError:
215
216         print('La muestra debe tener al menos un valor. Por favor,
intente de nuevo.')
217
218     except TypeError:
219
220         print('Por favor, agregue un valor numerico.')
221
222
223 def PPH(t,tasa):
224
225     '''
226     Permite simular un Proceso De Poisson Homogeneo de parametro Lambda
a tiempo t.
227     Parametros:
228         * t: Tiempo a estimar.
229         * tasa: Estimador M.V. de Lambda = Media Muestral
230
231     Salida: Regresa un objeto pandas DataFrame con los tiempos donde un
evento ocurrio.
232
233     '''
234     proceso = poisson(t*tasa) # Se genera una clase de poisson con
parametro t*tasa.
235     u = uniform(loc = 0, scale = t) # Se genera una clase de uniform de
0 a t.
236     xt = proceso.rvs() # Generamos un numero aleatorio de la
distribucion Poisson.
237     t = np.sort(np.round(u.rvs(xt))) # Redondeamos los valores de las v.
a. Unif para tener num de dias enteros.

```

```
238     # t = np.sort(u.rvs(xt)) # Se generan xt numeros aleatorios de la
dist uniforme y se ordenan.
239     t = t.tolist() # Cambiamos el tipo de dato de t a lista.
240     t.insert(0,0) # Agregamos un 0 al inicio de t (No = 0).
241     seq = list(range(0,xt)) # Hacemos un rango de valores de 0 a xt.
242     seq.insert(0, 0) # Agregamos un 0 al inicio de la secuencia t = 0.
243     df = pd.DataFrame(t,seq, columns = ['Value']) # Creamos un data
frame con las listas seq y t.
244
245     return df
246
247 def generate_process(n, T, m, dist, umbral = [0.8], plot = False, dpi =
150, figsize = (10,8)):
248
249     ''' Funcion para generar las simulaciones del Lt.
250
251     El objetivo de esta funcion es el obtener un objeto pandas dataframe
en donde se almacenen todas
252     las simulaciones de tiempo 0 hasta T, de el numero de sismos usando
un PPH(Lambda).
253
254     Recordando que Lt es la suma de los danos provocados hasta Nt.
255
256     Para esto, la funcion tiene 5 Parametros:
257
258     1. n: Numero de caminatas aleatorias que se generan.
259     2. T: Temporalidad maxima (tiempo de maduracion del CatBond).
260     3. m: Tasa del Proceso de Poisson Homogeneo.
261     4.dist: Funcion de Distribucion elegida.
262     5. plot: Permite imprimir la grafica de las caminatas aleatorias
, por default es False.
263
264     Esto debido a que entre mayor sea n, mayor el tiempo
que toma en imprimir la grafica.
265
266     6. umbral: Nivel de Threshold, por default se utiliza el cuantil
0.8 de la distribucion elegida.
267
268     Output: La funcion regresa un objeto DataFrame, donde se almacenan
cada una de las simulaciones
269     generadas, ademas les genera una etiqueta para poder diferenciarlas
.
270
271     '''
simulaciones = {} # Diccionario donde almacenaremos los datos
concat = pd.DataFrame() # Dataframe donde concatenaremos cada uno de
los dfs
272
273     for i in range(n):
```

```
274
275     # Se genera una caminata aleatoria del PPH(Lambda) para simular
    el numero de sismos
276     # En cada iteracion se estima el numero de sismos entre tiempo
    [0,T]
277     # Se le da como parametros la temporalidad T y la lambda (ms)
    del proceso.
278
279     pph = PPH(T, m) # Se genera una caminata aleatoria del PPH de
    parametro m a tiempo T.
280
281     # Dado que el proceso inicia en cero, se elimina un elemento de
    la longitud del DataFrame
282     num = len(pph) - 1
283
284     # Se obtiene el Proceso de perdidas agregado sumando las Xi
    simuladas.
285     # Simulamos num (Que es el numero de eventos que se estiman) v.a
    de la Fx(X) elegida
286     # haciendo uso del metodo .rvs(num) de la distribucion elegida.
287
288     damaged = list(dist.rvs(num)) # random_state = 42 si queremos
    fijar
289     damaged.insert(0,0) # Se agrega un 0 al inicio porque comienza
    en 0 el PPH
290
291     # El DataFrame t va acumulando a D
292     t = pd.DataFrame( {'pph':pph.Value.values, 'damaged':np.cumsum(
    damaged)})
293     # Agregamos una etiqueta para saber que caminata aleatoria
    representa.
294     t['tipo'] = 'data_' + str(i)
295
296     # Se agrega la simulacion i en el diccionario simulaciones.
297     simulaciones[i] = t
298
299     # Concatenamos el DF concat (que inicio vacio) con cada
    simulacion que vamos generando.
300     concat = pd.concat([concat,t])
301
302     # Si el usuario desea ver la grafica de todas las caminatas
    aleatorias
303     if plot:
304
305     # Generamos las paletas de colores 1 para cada simulacion.
306     colors = np.random.rand(len(simulaciones),3)
307
```

```

308     # Se calcula el umbral (D), este puede se un array o un escalar.
309     umbral_test = dist.ppf(umbral)
310
311     # Generamos la figura
312     plt.figure(dpi = dpi, figsize = figsize)
313
314     # Agregamos el titulo al grafico
315     plt.title('Proceso de Perdidas Agregadas  $L_{t} = \sum_{i = 1}^{M_{t}} X_{i}$ ', fontsize = 16)
316
317     # Ciclo for para graficar cada una de las caminatas generadas.
318     for key in simulaciones.keys():
319         plt.plot(simulaciones[key].pph.values, simulaciones[key].
320                 damaged.values,
321                 color = colors[key], linewidth = 0.6, marker = 'o',
322                 drawstyle = 'steps-post')
323
324     # Graficamos cada uno de los umbrales.
325     for u in umbral_test:
326         plt.axhline(y = u, color = '#000000', linestyle = '-.')
327
328     # Etiquetas de los ejes, grid y mostramos el grafico.
329     plt.xlabel('Dias')
330     plt.ylabel(r' $L_{t}$ ')
331     plt.grid()
332     plt.show()
333
334     return concat
335
336 def price_bond(lt,zt,r,t,T,D):
337     '''
338     Esta funcion calcula el precio del CatBond. Los parametros que se
339     solicitan son:
340
341     lt: DataFrame que contiene el proceso de Perdida agregada.
342     Idealmente, este objeto
343     es el que generamos con la funcion 'generate_process'.
344     zt: Valor Facial del bono.
345     r: Tasa de interes / descuento.
346     t: Tiempo al que queremos valorar el precio del bono.
347     T: Tiempo de maduracion del bono.
348     D: Umbral.
349
350     Salida: Regresa el precio del bono (float)
351     '''

```

```

351
352 df = pd.DataFrame()
353 df['pph'] = lt['pph'].values # Tiempos donde ocurren los eventos
354 df['damaged'] = lt['damaged'].values # Perdidas agregadas
355 df['tipo'] = lt['tipo'].values # Etiqueta de la caminata aleatoria
356
357 # Haciendo uso del valor D, verificamos para cada caminata cual ha
sobrepasado el valor de D.
358 # Para aquellos que hayan rebasado, se les asigna el valor 1 y si no
tienen un valor 0.
359 df['umbral'] = (df.damaged > D).astype('int32')
360
361 # Filtramos el dataframe con base en el tiempo t, que es donde
queremos valuar el precio del bono.
362 df = df[df.pph >= t]
363
364 # rt es la agrupacion por caminata aleatoria, donde calculamos el
maximo de la columna 'umbral'.
365 # Previamente creada, por construccion, una caminata aleatoria puede
tener multiples "unos", pero
366 # al caclular el maximo podemos saber si en esa caminata se
sobrepaso o no a D.
367 rt = df.groupby(['tipo'])['umbral'].max().reset_index()
368
369 # Verificamos que haya al menos una simulacion para calcular la
proporcion:
370 # Numero de simulaciones que rebasaron el umbral / total de
simulaciones.
371
372 if len(rt) > 0:
373     # Porporcion de simulaciones que rebasan el umbral
374     p = sum(rt['umbral'])/len(rt)
375 else:
376     p = 0
377
378 # Calculamos el precio del bono, que es el valor presente
multiplicado por 1 - proporcion.
379 a = np.exp(-r*(T-t)/360)*zt
380
381 # Finalmente, redondeamos el precio a 5 digitos.
382 precio = np.round(a*(1-p),5)
383
384 return precio

```

Script A.1: CatBond Module

```

1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """

```



```
3 Created on Tue Feb 8 21:52:34 2022
4
5 @author: Sebastian Barroso
6 """
7
8 # Modulos
9 # Pre - instalacion
10 import pandas as pd
11 import numpy as np
12 # Propios
13 import catbond_module as cm
14
15 class HypothesisTesting():
16
17     def __init__(self):
18
19         # La clase HypothesisTesting nos permite realizar la prueba de
20         hipotesis para nuestro vector X.
21
22         self.damages = None # Observaciones del vector X, en nuestro
23         caso seran los danos provocados.
24         self.plot_hist = None # objeto boolean que nos permite imprimir
25         el histograma de nuestros datos
26         self.plot_bins = None # Numero de bins del histograma
27
28         # Atributos de la clase:
29         self.best_dist = '' # String: Mejor distribucion con base en el
30         maximo p-value.
31         self.best_pvalue = 0.0 # Float: p-value Maximo obtenido
32         self.best_dist_attributes = {} # Dictionary: Atributos de la
33         mejor distribucion elegida.
34         self.dist_attributes = {} # Dict: Atributos, modelo para todas
35         las distribuciones probadas
36         self.summary_ht = pd.DataFrame() # pd.DataFrame: Resumen de la
37         Prueba de Kolmogorov (Dist | D | p-value)
38         self.distributions_names = [] # List: Almacena el nombre de cada
39         una de las distribuciones probadas.
40
41     def __str__(self):
42         # Nos permite imprimir los "valores" de la clase
43         str_self = 'Best Distribution: ' + self.best_dist + ' | p-value
44         ' + str(np.round(self.best_pvalue,4))
45         return str_self
46
47     def fit(self, x, params = {'plot_hist': False, 'bins': 30}):
48         # El metodo fit nos permitira realizar la graficacion y
49         obtencion de resultados de las prueba.
```

```

40
41     self.damages = x # Danios del evento aleatorio.
42     self.plot_hist = params['plot_hist'] # Revisamos si se desea o
no imprimir el histograma
43     self.plot_bins = params['bins'] # Numero de bins
44
45     # Llamamos a la funcion hypothesis_testing que nos permite
realizar todo el proceso.
46     self.best_dist, self.best_pvalue, self.best_dist_attributes,
self.dist_attributes, self.summary_ht, self.distributions_names\
47         = cm.hypothesis_testing(x = self.damages, print_hist= self.
plot_hist, bn = self.plot_bins)
48
49     self.dist = self.best_dist_attributes['model']

```

Script A.2: Hypothesis Testing

```

1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Tue Feb  8 22:17:30 2022
4
5 @author: Sebastian Barroso
6 """
7
8 import pandas as pd
9 import numpy as np
10 from scipy.stats import poisson
11 from catbond_module import PPH
12 import matplotlib.pyplot as plt
13
14 def get_lambda(path, mw):
15
16     '''
17     Permite obtener el estimador para el parametro del Proceso de
18     Poisson Homogeneo, el cual es
19     la media muestral:
20         Total de eventos (Mayores o iguales a la mw elegida) / total
21     de tiempo transcurrido.
22     path: Es la ubicacion de la base del SSN limpiada.
23     mw: Magnitud minima para filtrar los datos
24
25     Output:
26     lambda_m: Parametro lambda (ms) estimado.
27     size: Total de eventos.
28     total: Rango del periodo.
29     df: Siniestros.
30     '''

```

```

30 df = pd.read_csv(path, encoding = 'unicode_escape', engine = 'python
    ') # Leemos el csv
31 df = df[df.Magnitud >= mw] # Se filtra la base
32 df = df[['Fecha', 'Magnitud', 'Profundidad', 'Hora']] # Elegimos las
    columnas necesarias
33 df.Fecha = pd.to_datetime(df['Fecha'].values + ' ' + df['Hora'].
    values, dayfirst = True)
34 df.sort_values(by = ['Fecha'], ascending = [True], inplace = True)
35 df.drop(['Hora'], axis = 1, inplace = True)
36 df['year'] = df['Fecha'].dt.year # Agregamos el año
37
38 years = list(set(df.year.values)) # lista de valores unicos de los
    años
39 total = int(max(years)) - int(min(years)) # Rango del periodo
40 size = len(df) # Total de eventos mayores o iguales a mw
41
42 lambda_m = np.round(size / total, 4) # Parametro estimado
43
44 return lambda_m, size, total, df
45
46 def get_accumulated(data, rango, mu, print_plot = True):
47
48     '''
49     Permite realizar la grafica del total de eventos acumulados vs total
    de eventos estimados
50     haciendo uso del Proceso de Poisson Homogeneo.
51     data: DataFrame con los datos filtrados.
52     rango: Hasta que periodo estaremos simulando.
53     mu: Tasa del PPH
54
55     Output:
56     main: pandas DataFrame con los datos simulados y datos reales.
57     '''
58
59     df = data
60     df = df.groupby(['year'])['Magnitud'].count().reset_index()
61     df['cummulative'] = df['Magnitud'].cumsum()
62     df['key'] = df['year'].values - 1900
63     df = df[['key', 'cummulative']]
64     df.columns = ['key', 'cummulative_df']
65
66     p = PPH(rango, mu)
67     p = p.reset_index()
68     p = p.groupby(['Value'])['index'].count().reset_index()
69     p['cummulative'] = p['index'].cumsum()
70     p = p[['Value', 'cummulative']]
71     p.columns = ['key', 'cummulative_est']

```

```

72
73     # par = np.linspace(0, pph.year, pph.year + 1)
74     main = pd.DataFrame({'key': np.linspace(0, rango, rango + 1)})
75     main = pd.merge(main, df, how = 'left', left_on = ['key'], right_on
76     = ['key'])
77     main = pd.merge(main, p, how = 'left', left_on = ['key'], right_on =
78     ['key'])
79     main['cummulative_df'] = main['cummulative_df'].fillna(method = 'pad
80     ')
81     main['cummulative_est'] = main['cummulative_est'].fillna(method = '
82     pad')
83     main.columns = ['tiempo', 'real', 'estimado']
84
85     # # Agregar las etiquetas
86     # clr = {'real': '#2eb094', 'estimado': '#b02e61'}
87     # plt.figure(dpi = 150, figsize = (10,8))
88     # plt.title('Eventos Acumulados vs Eventos Estimados | ms = ' + str(
89     np.round(mu,4)), fontsize = 15)
90
91     # for col in list(main.columns[1:]):
92     #     plt.plot(main.tiempo.values, main[col].values, linewidth = 2,
93     label = col, color = clr[col])
94
95     # plt.ylabel('Total de Eventos')
96     # plt.legend()
97     # plt.grid(color = '#191a1a', linestyle='--', linewidth = 0.1, alpha
98     = 0.5)
99     # plt.show()
100
101     # INICIO DE LA FIGURA
102     clr = {'real': '#2eb094', 'estimado': '#b02e61'}
103     fig, ax = plt.subplots(nrows = 1, ncols = 1, dpi = 250, figsize =
104     (10,8))
105     ax.set_title('Eventos Acumulados vs Eventos Estimados | ms = ' + str
106     (np.round(mu,4)), fontsize = 22)
107
108     for col in list(main.columns[1:]):
109         ax.plot(main.tiempo.values, main[col].values, linewidth = 4,
110 label = col, color = clr[col], markersize = 1)
111
112     ax.yaxis.set_tick_params(labelsize = 20)
113     ax.xaxis.set_tick_params(labelsize = 20)
114     ax.set_ylabel('Total de Eventos', size = 20)
115     ax.legend(fontsize = 20)
116     plt.grid(color = '#191a1a', linestyle='--', linewidth = 0.1, alpha =
117     0.5)
118     plt.show()

```

```
108     # FIN DE LA FIGURA
109
110     return main
111
112 class HomogeneousPoissonProcess():
113
114     def __init__(self):
115
116         self.data = None # Base de datos del SSN
117         self.magnitud = None # Float: Valores a ser filtrados (>=)
118         self.mu = 0.0 # Float: Tasa del proceso de Poisson que
estimaremos
119         self.size = 0.0 # Int: Total de eventos
120         self.year_max = 0.0
121         self.model = 0.0 # scipy.poisson: Instancia de la clase Poisson
de Scipy
122         self.mean = 0.0 # Media del modelo Poisson
123         self.var = 0.0 # Varianza del modelo Poisson
124         self.skew = 0.0 # Skewness del modelo Poisson
125         self.kurtosis = 0.0 # Kurtosis del modelo Poisson
126
127         self.summary = pd.DataFrame() # Resumen que queremos obtener
128         self.nbr_rnd = 4
129
130         self.accumulatted = pd.DataFrame()
131
132     def fit(self, path, mw):
133
134         self.data = path
135         self.magnitud = mw
136
137         # Obtenemos el parametro lambda y el total de sismos para esa
lambda
138         self.mu, self.size, self.year_max, self.data = get_lambda(self.
data, self.magnitud)
139
140         # Creamos el modelo, el cual utiliza la clase stats.poisson
141         self.model = poisson(self.mu)
142
143         # Medidas estadisticas: Media, Varianza, Kurtosis y Skweness
144         self.mean, self.var, self.skew, self.kurtosis = self.model.stats
('mvks')
145
146         # Redondeamos los valores
147         self.mean = round(float(self.mean), self.nbr_rnd)
148         self.var = round(float(self.var), self.nbr_rnd)
149         self.skew = round(float(self.skew), self.nbr_rnd)
```

```

150     self.kurtosis = round(float(self.kurtosis), self.nbr_rnd)
151     self.desv = round(np.sqrt(float(self.var)), self.nbr_rnd) #
Desviacion estandar
152
153     # Calculo de probabilidades
154     probabilities = []
155     cum_p = []
156     sup_p = []
157
158     values = [0,1,2,3,4,5,6,7,8]
159     for w in values:
160         probabilities.append(round(self.model.pmf(w),4))
161         cum_p.append(round(self.model.cdf(w),4))
162         sup_p.append(round(self.model.sf(w),4))
163
164     # Asignamos los valores en un Data Frame de Pandas.
165     self.summary['x'] = values
166     self.summary['P(X=x)'] = probabilities
167     self.summary['P(X<=x)'] = cum_p
168     self.summary['P(X>=x)'] = sup_p
169
170     self.mu = round(self.mu,4)
171
172     def simulate_process(self):
173
174         # Get the Accumulated Events vs Estimated
175         self.accumulatted = get_accumulatted(self.data, self.year_max,
self.mu)
176         print(f'''Total de Eventos Acumulados vs Estimados: \n {self.
accumulatted.iloc[-1]}''')
```

Script A.3: Homogeneous Poisson Process

```

1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Wed Feb  9 22:30:20 2022
4
5 @author: Sebastian Barroso
6 """
7 # Clase para modelar el precio del CatBond para Sismos en Mexico.
8
9 # MODULOS
10 import time # Modulos de Python
11 # Pre-instalacion
12 import pandas as pd
13 import numpy as np
14 import matplotlib.pyplot as plt
15 import plotly.graph_objects as go
```

```
16 import plotly.io as pio
17 # Propios
18 import catbond_module as cm
19 from class_hypothesis_testing import HypothesisTesting
20 from class_HomogeneousPoissonProcess import HomogeneousPoissonProcess
21
22 class CatBond():
23
24     def __init__(self):
25
26         '''
27         La clase tiene como objetivo poder realizar el analisis del
28         precio del bono (CatBond) para
29         sismos en Mexico de una manera "directa". Concretamente, nos
30         referimos a que si se cuenta con una
31         base (archivo csv o vector) con los datos de la severidad y de
32         la frecuencia (Se supone la base del SSN)
33         se pueda realizar la valuacion del bono con la metodologia
34         elegida.
35
36         Para esto, la clase CatBond tendra diversos atributos para hacer
37         referencia a aquellos que
38         afectan al precio del bono (Distribucion, tiempo de maduracion,
39         tasa, etc.). Sin embargo,
40         tendra dos atributos que a su vez son dos clases y que nos
41         permitiran ajustar las distribuciones elegidas
42         ('lognorm', 'gamma', 'pareto', 'burr12') para la Severidad y
43         ajustar el PPH(m) para la severidad.
44
45         HypothesisTesting: La clase permite realizar la prueba
46         Kolmogorov-Smirnov y Cramer para las distribuciones
47         mencionadas.
48
49         HomogeneousPoissonProcess: Permite estimar la lambda del
50         proceso de Poisson Homogeneo con la informacion
51         proporcionada por el Servicio
52         Sismologico Nacional (SSN).
53
54         Para mas informacion acerca de los atributos y metodos de
55         estas dos clases, favor de acceder a su archivo,
56         donde se encuentran comentados.
57
58         Una vez que contamos con la distribucion y la tasa del proceso
59         de Poisson, se podran usar estos atributos como
60         parametros del metodo get_price() o get_sheet() para calcular
61         los precios del bono.
```

```

49     * Cuando se llame a los metodos para obtener precios ,
    solicitaran un diccionario con los parametros del precio del bono ,
50     los cuales son:
51         n: Numero de simulaciones (caminatas aleatorias) de Lt.
52         maturity_time: Tiempo de maduracion del bono.
53         delt_pph: Delta del PPH().
54         face_value: Valor facial del Bono.
55         rate: Tasa de interes/descuento del bono.
56         *umbral: threshold.
57         *tiempo: Tiempo al cual se valua el precio del bono.
58         plot: Boolean que permite imprimir la grafica de las
    caminatas aleatorias.
59         print_sheet: Boolean que permite imprimir la surface de los
    precios.
60
61     Los campos marcados con * solo son para el metodo get_price()
    pues es para un solo valor y se debe especificar
62     el threshold y el tiempo.
63
64     Observaciones:
65         Por como esta construida la clase, no es necesario ejecutar
    self.hom_poisson.fit(), ya que podemos asignar
66         "manualmente" la tasa, es decir, la clase se encarga de
    estimar lambda, pero si deseara valuar con otra lambda,
67         se podria asignar este valor al atributo de la clase.
68
69     '''
70     # Atributos de la clase.
71
72     # Variables de entrada para inicializar la clase: Datos de la
    severidad.
73     self.hyp_test = HypothesisTesting() # Para mayor detalle de la
    clase, ir al archivo.
74
75     # Variables de entrada para inicializar la clase: Datos de la
    frecuencia.
76     self.hom_poisson = HomogeneousPoissonProcess() # Para mayor
    detalle de la clase, ir al archivo.
77
78     # Atributos: Metodo get_price: para calcular el precio del bono
    a tiempo t.
79     self.n = 0 # int: Numero de simulaciones a realizar.
80     self.Lt = pd.DataFrame() # Lt: Proceso de Perdida Agregado
81     self.maturity_time = 0 # int: Tiempo de Maduracion.
82     self.face_value = 0.0 # Float: Valor Faciald del Bono
83     self.rate = 0.0 # Float: Tasa del Proceso de Poisson.
84     self.umbral = 0.0 # Float: Umbral (Threshold)

```



```

85     self.price = 0.0 # Float: Precio del Bono.
86
87     # Atributos del metodo get_sheet: Permite calcular el precio del
      bono para todo t y D.
88     self.time_range = [] # Lista que tiene los tiempos en los que
      haremos la simulacion (particion del intervalo).
89     self.umbrales = [] # Lista que tiene los umbrales en los que
      haremos la simulacion (particion del intervalo).
90     self.sheet = pd.DataFrame() # pd.DF que tendra los precios del
      bono para cada tiempo y umbral.
91     self.time_spend = 0.0 # Variable que nos indicara el tiempo en
      segundos que tardo el proceso en encontrar los precios.
92     self.print_sheet = False # Bool: Permite imprimir la sabana de
      precios (Estatica).
93
94
95     def get_price(self, params):
96
97         self.n = params['simulaciones']
98         self.maturity_time = params['maduracion']
99         self.delta_pph = params['delta_pph']
100        self.face_value = params['valor_facial']
101        self.rate = params['tasa']
102        self.umbral = params['umbral']
103        self.time = params['tiempo']
104
105        re = cm.generate_process(n = self.n, T = self.maturity_time, m =
      self.delta_pph,
106                                dist = self.hyp_test.dist, plot =
      params['plot'])
107        self.price = cm.price_bond(lt = re, zt = self.face_value, r =
      self.rate, t = self.time,
108                                T = self.maturity_time, D = self.
      umbral)
109
110        print(f'''El precio del bono es: {self.price} a tiempo {self.
      time}.'''')
111
112     def get_sheet(self, params):
113
114         # Parametros de entrada
115         self.n = params['simulaciones']
116         self.maturity_time = params['maduracion']
117         self.delta_pph = params['delta_pph']
118         self.face_value = params['valor_facial']
119         self.rate = params['tasa']
120

```

```

121     # Se crean dos listas para tener los tiempos y los umbrales
122
123     # Saltos de tiempo de 5 en 5 dias
124     self.time_range = list(range(0,params['maduracion'],5))
125     # Umbral de cuantil de 0.7 a 0.9 de la distribucion elegida
126     self.umbrales = list(np.linspace(self.hyp_test.dist.ppf(0.7),
self.hyp_test.dist.ppf(0.9), 30))
127
128     # ''' INICIO DEL PROCESO '''
129
130     # La variable start_time nos permitira visualizar el tiempo en
segundos para realizar todo el proceso
131     start_time = time.time()
132
133     print('Inicio del proceso: ')
134
135     # Se genera el proceso con los parametros
136     self.Lt = cm.generate_process(n = self.n, T = self.maturity_time
, m = self.delta_pph,
137                                     dist = self.hyp_test.dist, plot =
params['plot'])
138
139     # Se crea una matriz de n (tiempos) x m (umbrales) de 0s
140     ta = np.zeros([len(self.time_range), len(self.umbrales)])
141
142     # El ciclo for nos poermitira ir llenando la matriz ta con los
precios estimados, para cada umbral y cada tiempo
143     for i in range(len(self.umbrales)):
144         for j in range(len(self.time_range)):
145
146             ta[j][i] = cm.price_bond(lt = self.Lt, zt = self.
face_value, r = self.rate,
147                                     t = self.time_range[j], T =
self.maturity_time ,
148                                     D = self.umbrales[i])
149
150             print('Umbral: ' + str(i))
151
152             print("--- %s seconds ---" % (time.time() - start_time))
153
154     # Al tiempo en el que estemos se le resta start_time = tiempo
utilizado
155     self.time_spend = time.time() - start_time
156
157     # Se asigna ta al atributo sheet
158     self.sheet = ta
159     # Se transforma en un pandas DataFrame

```

```

160     self.sheet = pd.DataFrame(self.sheet)
161
162     # Se asignan los nombres de los renglones y columnas de la
163     # sabana
164     self.sheet.columns = self.umbrales
165     self.sheet.index = self.time_range
166
167     # Se obtiene el valor para ver si se quiere imprimir la sabana
168     self.print_sheet = params['print_sheet']
169
170     if self.print_sheet:
171
172         # Se obtienen las variables X: tiempo, Y: umbrales y Z:
173         # Precios
174         X, Y = np.meshgrid(self.time_range, self.umbrales)
175         Z = np.array(self.sheet).T
176
177         # INICIO DE LA FIGURA
178         plt.figure(dpi = 100, figsize = (12,12))
179         ax = plt.axes(projection = '3d')
180         ax.plot_surface(X, Y, Z, rstride=1, cstride=1,
181                        cmap='plasma', edgecolor='none') # ['viridis
182                        ', 'plasma', 'inferno', 'magma', 'cividis']
183         ax.set_xlabel('Tiempo', fontsize = 13, labelpad = 6) # Se
184         # agrega nombre eje X
185         ax.set_ylabel('Umbral', fontsize = 13, labelpad = 10) # Se
186         # agrega nombre eje Y
187         ax.set_zlabel('Precio', fontsize = 13, labelpad = 6) # Se
188         # agrega nombre eje Z
189         ax.xaxis.set_tick_params(labelsize = 13) # size de los ticks
190         X
191         ax.yaxis.set_tick_params(labelsize = 12) # size de los ticks
192         Y
193         ax.zaxis.set_tick_params(labelsize = 13) # size de los ticks
194         Y
195         ax.set_title(f''' Duracion: {str(round(self.time_spend
196 /60,2))} | $F(x)$: {self.hyp_test.dist.name.capitalize()} | \n |
197 T: {str(self.maturity_time)} | Simulaciones: {str(self.n)} | $\
198 delta$: {str(round(self.delta_pph,5))}''',
199                    fontsize = 22)
200
201     def interactive_surface(self):
202
203         pio.renderers.default = 'browser' # Se elige esta opcion para
204         # poder imprimir la grafica interactiva en el navegador web
205

```

```

194     fig = go.Figure(data = [go.Surface(z = self.sheet.values)])
195     text_title = f'''F(x): {self.hyp_test.dist.dist.name.capitalize
196     ()} | T: {str(self.maturity_time)} | Simulaciones: {str(self.n)} | mu
197     : {str(round(self.delta_pph,5))}'''
198     title = {'text': text_title}
199
200     fig.update_layout(title = title, autosize=False, width = 800,
201     height = 750,
202
203     scene = dict(xaxis_title='Tiempo',
204     yaxis_title='Umbral',
205     zaxis_title='Precio'
206     ),
207     xaxis_aurange = 'reversed',
208     yaxis_aurange = 'reversed')
209
210     fig.show()

```

Script A.4: Clase Catbond

```

1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Sat Feb 12 22:02:24 2022
4
5 @author: Sebastian Barroso
6 """
7 # Archivo principal donde se realizan las simulaciones de los precios
8 # sugeridos.
9 # Carga de modulos
10
11 # Pre - instalacion
12 import pandas as pd
13 import numpy as np
14 import scipy.stats as stats
15 import matplotlib.pyplot as plt
16
17 # Propios
18 from catbond_class import CatBond
19
20 # Carga de datos para la frecuencia (Base del Servicio Sismologico
21 # Nacional: http://www2.ssn.unam.mx:8080/catalogo/)
22 path = r'D:\Tesis\BASES\SSNMX_catalogo_19000101_20210913.csv'
23 mw = 6.5 # Magnitud de sismos que utilizaremos como "filtro", es decir,
24 # sismos mayores o iguales a mw
25
26 # Carga de datos de severidad de sismos (Recoleccion de datos de la EM-
27 # DAT, NOAA y CENAPRED)
28 severidad = pd.read_csv(r'D:\Tesis\BASES\damaged.csv', engine = 'python',
29 # encoding = 'unicode_escape')
30
31 x = severidad.Damaged.values # Numpy array x con los valores de la

```

```

    severidad
26
27 cb = CatBond() # Creamos una instancia de la clase CatBond
28
29 cb.hyp_test.fit(x, {'plot_hist': True, 'bins':10}) # Se llama el metodo
    fit para ajustar las distribuciones de perdidas.
30 out_dist = cb.hyp_test.summary_ht # Resultados del ajuste (Estadisticas
    y p-values)
31 att = cb.hyp_test.dist_attributes # Parametros estimados
32 print(cb.hyp_test.summary_ht) # Imprimimos los resultados
33
34 cb.hom_poisson.fit(path, mw) # Estimamos la tasa del proceso de poisson
35 cb.hom_poisson.simulate_process() # Simulamos el proceso con la tasa
    estimada.
36
37 distributions = cb.hyp_test.dist_attributes # Valores de las
    distribuciones ajustadas
38
39
40 # Parametros para la simulacion
41 params = {'simulaciones': 10000, # n (Numero de caminatas de Lt a
    generar)
42           'maduracion': 365*4, # Tiempo de maduracion del Bono.
43           'delta_pph': cb.hom_poisson.mu/360, # Tasa del proceso de
    Poisson (Tasa estimada con la clase Homogeneous Poisson Process)
44           'valor_facial': 1, # Valor Facial del Bono.
45           'tasa': -np.log(1/(1 + 0.05)), # Tasa de descuento/interes del
    bono (Se transforma a una tasa continua).
46           'print_sheet': True, # Permite imprimir en pantalla la sabana.
47           'plot': False} # Permite imprimir las simulaciones de Lt (No
    se recomienda cuando n es granda, ya que demora un poco mas).
48
49 sheets = [] # Lista para guardar las sabanas
50 lts = [] # Lista para guardar las simulaciones del Proceso de Perdida
    Agregado Lt_{i}
51
52 # Se utiliza un ciclo for para realizar la simulacion para cada una de
    las distribuciones
53 for distribution in distributions.keys():
54
55     cb.hyp_test.dist = cb.hyp_test.dist_attributes[distribution]['model'
    ] # Se selecciona la distribucion x
56     cb.get_sheet(params) # Se calcula la sabana con el etodod
57     sheets.append(cb.sheet) # Se hace un append del dataframe con los
    precios
58     lts.append(cb.Lt) # Se hace un append del dataframe con las
    simulaciones de Lt

```

```
59 # cb.interactive_surface() # Si desea imprimir una superficie
interactiva en su navegador web.
60
61 print(f''' Se realizo el ejercicio para la distribucion: {
distribution}''')
```

```
62
63
64 table = pd.DataFrame()
65
66 for x in range(len(sheets)):
67
68     ss = sheets[x]
69
70     mm_d = [ss.values.min(), ss.values.max()]
71     t_out = []
72     u_out = []
73
74     for i in mm_d:
75         pos = np.where(ss.values == i)
76         t_out.append(ss.index[pos[0][0]])
77         u_out.append(np.round(ss.columns[pos[1][0]], 2))
78         print(i)
79
80     out = pd.DataFrame({'valor': mm_d,
81                        't': t_out,
82                        'U': u_out,
83                        'dist': list(distributions.keys())[x]
84                        })
85
86     table = pd.concat([table, out])
87     print(list(distributions.keys())[x])
88
89 # qqplot
90
91 colors = {'lognorm': '#273746', 'gamma': '#432746', 'pareto': '#17a589', '
burr12': '#581845'}
```

```
92
93 for key in distributions.keys():
94
95     figure, ax = plt.subplots(nrows = 1, ncols = 1, figsize = (10,8),
96                               dpi = 200, sharex = True, sharey = True)
97
98     stats.probplot(x, dist = key, sparams = distributions[key]['
99     Parametros'], plot = ax)
100     ax.set_label(key)
101     ax.set_title('Q-Q Plot - ' + key.capitalize() + '\n' + 'Distribucion
102     teorica y empirica ', fontsize = 20)
```

```
100
101     ax.set_xlabel('Cuantiles teóricos', size = 16)
102     ax.set_ylabel('Cuantiles empíricos', size = 16)
103     plt.xticks(size = 16)
104     plt.yticks(size = 16)
105     plt.grid(color = '#191a1a', linestyle='--', linewidth = 0.1, alpha =
106           0.5)
106     plt.show()
```

Script A.5: Simulación

Bibliografía

- Baryshnikov, Y. et al. (2001). Pricing of cat bonds. *preprint*.
- Brémaud, P. (1981). *Point Processes and Queues: Martingale dynamics*. Springer series in statistics.
- Burnecki, K. and Kukla, G. (2003). Pricing of zero-coupon and coupon cat bonds. *Applícationes Mathematicae*, 30:315–324.
- Calderón, M. (2010). Bono catástrofe: Análisis financiero y propuesta de implementación en argentina. *Nueva Sociedad*.
- CENAPRED (2019). Desastres en México: Impacto social y económico.
- Cooke, R. M. and Nieboer, D. (2011). Heavy-tailed distributions: Data, diagnostics, and new developments. *Resources for the Future Discussion Paper*.
- Cruz Atienza, M. V. (2017). Los sismos, una amenaza cotidiana. *Ciudad de México, México: La caja de cerillos ediciones*.
- D’Agostino, R. B. and Stephens, M. A. (1986). *Goodness of fit Techniques*. Marcel Dekker.
- EM-DAT, C. (2020). The international disaster database. *EM-DAT: The Emergency Events Database - Université catholique de Louvain (UCLouvain) - CRED, D. Guha-Sapir - www.emdat.be, Brussels, Belgium [Last Updated on 31/01/2020]*.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C., and Mikosch, T. (2013). *Modelling extremal events: for insurance and finance*, volume 33. Springer Science & Business Media.
- FONDEN (2012). *El Fondo de Desastres Naturales de México: una reseña*. Banco Mundial.
- for Disasters Reduction, G. F. and Recovery (2012). Mexico multicat bond 2009: Transferring catastrophe risk to the capital markets.
- for Disasters Reduction, G. F. and Recovery (2013). Mexico multicat bond 2012: Transferring catastrophe risk to the capital markets.
- Härdle, W. K. and Cabrera, B. L. (2010). Calibrating cat bonds for mexican earthquakes. *Journal of Risk and Insurance*, 77(3):625–650.
- Hogg, R. V. and Klugman, S. A. (1984). *Loss Distributions*. John Wiley & Sons.

- IFRC (2019). What is a disaster? <https://www.ifrc.org/en/what-we-do/disaster-management/about-disasters/what-is-a-disaster/>.
- Ma, Z.-G. and Ma, C.-Q. (2013). Pricing catastrophe risk bonds: A mixed approximation method. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2):243–254.
- Matteucci, M. A. (2019). ¿qué es lo que debe conocer sobre los paraísos fiscales? *Actualidad Empresarial*, 420:I-1-I-6.
- Mexicano, S. G. (2020). Escala de los sismos. <http://www.ssn.unam.mx/jsp/reportesEspeciales/Magnitud-de-un-sismo.pdf>.
- Montaño, M. and Prado, L. (2018). Trending tremors: Cat bond developments in mexico and latin america. *Insurance & Reinsurance*, pages 23–26.
- Mundial, B. (2017). Bonds to provide \$360 million in catastrophe protection for mexico. <https://www.worldbank.org/en/news/press-release/2017/08/04/bonos-del-banco-mundial-proporcionarán-a-mexico-us360-millones-en-proteccion-ante-catastrofes>.
- Nacional, S. S. (2017). Magnitud de un sismo.
- Navarro Martin, M. (2019). Super-sized catastrophe bond for earthquake risk in latin america. <http://pubdocs.worldbank.org/en/192341554318525877/case-study-financial-products-Pacific-Alliance-final-4-1-2019.pdf>.
- Pérez Campos, X. et al. (2019). Operational procedures of agencies contributing to the isc: Servicio sismológico nacional. *Summary of the Bulletin of the International Seismological Centre*, 53(II):29–40.
- Rincón, L. (2016). *Introducción a los procesos estocásticos*. Las Prensas de Ciencias.
- Rincón, L. (2017). *Estadística Descriptiva*. Las Prensas de Ciencias.
- Rincón Jaimes, N. C. (2018). Valuación de bonos catastróficos para colombia.
- Romero, G. and Maskrey, A. (1993). Cómo entender los desastres naturales. *Los desastres no son naturales*.
- Silva, L. M. (2019). *Crónica de Seis Siglos de Sismos en México: Lecciones aprendidas y perspectivas*. Asociación Mexicana De Instituciones de Seguros.