



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

**EFFECTO DE UN ALAMBRE EN EL FLUJO
DENTRO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR
DE TUBO Y PLACA**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA
PABLO HERRERA HERNÁNDEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA

Ciudad Universitaria, CD. MX., Enero de 2023



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos ...

A la Universidad Nacional Autónoma de México, que desde el bachillerato hasta el posgrado me ha brindado las oportunidades para un desarrollo integral como individuo.

Al Programa de Maestría en Ingeniería Mecánica de la UNAM, por la oportunidad de profundizar mi formación como ingeniero, dando un seguimiento puntual durante el proceso formativo hasta su culminación con este trabajo de investigación.

Al personal docente y administrativo, que a pesar de las condiciones adversas de una contingencia sanitaria se adaptaron lo mejor posible para cumplir con sus actividades.

Al Dr. William Vicente Y Rodríguez, por brindarme la orientación y apoyo adecuados para alcanzar los objetivos planteados como estudiante de posgrado.

A mis sinodales, por participar en este proceso, a través de sus observaciones, comentarios y sugerencias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (**CONACyT**), por otorgarme la beca con número de registro **780820**, lo que me permitió realizar con éxito mis estudios de Maestría.

A mis padres, que pacientemente me han brindado motivación y su apoyo en todos mis proyectos.

A Soni, quién con cariño y admiración me acompañó en esta etapa de mi vida.

Índice general

Resumen	VI
Nomenclatura	VII
Objetivos	IX
Estructura del trabajo	x
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	2
1.2.1. Intercambiadores de calor	2
1.2.2. Controles de flujo	3
1.2.3. Estado del arte	4
2. Descripción del problema	9
2.1. Caso de referencia: ICTP	9
2.2. Casos de estudio: ICTP-A	13
3. Formulación física del problema	17
3.1. Ecuaciones de transporte instantáneas	17
3.1.1. Ecuación de continuidad	19
3.1.2. Ecuación de momentum	20
3.1.3. Ecuación de energía	21
3.2. Turbulencia	22
3.2.1. Características	23
3.2.2. RANS	25
3.2.3. Modelo SST $k - \omega$	27

3.3. Producción de entropía local	29
3.4. Condiciones de frontera	30
4. Metodología numérica de solución	31
4.1. Introducción a los métodos numéricos	31
4.1.1. Componentes de un método numérico	31
4.1.2. Propiedades de un método numérico	33
4.1.3. CFD	34
4.2. Pre-Procesamiento	36
4.2.1. Dominio computacional	36
4.2.2. Generación de la malla	37
4.3. Procesamiento	38
4.3.1. Configuración	38
4.3.2. Esquemas numéricos	40
4.3.3. Ejecución y monitoreo	46
4.4. Post-Procesamiento	48
4.4.1. Integrales y promedios ponderados	48
4.4.2. Validación y análisis del caso de referencia: ICTP	49
5. Resultados y análisis de ICTP-A	55
5.1. Análisis global del flujo	55
5.2. Análisis local del flujo	59
5.2.1. Velocidades y temperaturas	60
5.2.2. Coeficiente de fricción y número de Nusselt	62
5.2.3. Producción local de entropía	67
5.2.4. Números Be y Ns	69
Conclusiones	72
A. Ecuaciones $SST k - \omega$	75
B. Discretización	79
B.1. Ecuación de continuidad	79
B.2. Ecuación de momentum	80
C. Configuración de la solución numérica	81
Referencias	83

Índice de figuras

2.1. ICTP	10
2.2. Dimensiones generales de la región de análisis	12
2.3. Región de análisis simplificada: simetrías y periodicidad	13
2.4. ICTP-A: Dimensiones y parámetros geométricos	14
3.1. Escalas de turbulencia para un flujo en estado permanente	25
4.1. Dominio computacional	36
4.2. Malla computacional usada en ICTP y ICTP-A	39
4.3. Esquemas de solución basados en la presión	40
4.4. Volumen de control bidimensional	41
4.5. Monitoreo de la convergencia en ICTP	46
4.6. Vórtices de herradura en ICTP: comparación y cálculo de errores	50
4.7. Líneas de corriente del ICTP sobre el plano cercano a la placa	51
4.8. Esfuerzo cortante de pared y coeficiente de transferencia de calor sobre la placa en ICTP	52
4.9. Componentes de la producción local de entropía en ICTP sobre un plano cercano a la placa	53
5.1. Factores de rendimiento relativos	56
5.2. Números de producción de entropía relativos	58
5.3. Factores de producción de entropía relativa	59
5.4. Líneas de corriente en los planos frontales a los tubos [1B, 2B]	60
5.5. Líneas de corriente de ICTP y ICTP-A en $y/D = 1/70$	61
5.6. Líneas de corriente de ICTP y ICTP-A en $y/D = 0.5P_f/D$	63
5.7. Mapas de contorno de C_f y Nu sobre la placa en ICTP y ICTP-A	65
5.8. Promedios ponderados de C_f y Nu en ICTP y ICTP-A	66

5.9. Mapas de contorno de las componentes de producción de entropía sobre el plano $y/D = 1/70$ en ICTP y ICTP-A	68
5.10. Caracterización de las componentes de producción de entropía local . .	70

Índice de tablas

2.1. Valores de los parámetros geométricos de ICTP y ICTP-A	15
2.2. Condiciones del flujo de ICTP y ICTP-A	15
3.1. Propiedades termo-físicas a 300K del aire y aluminio	18
3.2. Condiciones de frontera	30
4.1. Independencia de malla para ICTP a $W_0 = 4.7 m/s$	37
4.2. Aspectos generales de la malla	38
A.1. Constantes del modelo SST $k - \omega$	77
C.1. Configuración de la solución numérica	81

Resumen

En este trabajo se lleva a cabo un estudio numérico sobre las características termohidráulicas y la tasa de producción local de entropía del flujo que se desarrolla dentro de un intercambiador de calor de tubo y placa (ICTP). El objetivo principal es la implementación de un alambre delgado como control pasivo para modificar el comportamiento del flujo dentro del intercambiador.

Se considera una corriente de aire atmosférico que atraviesa un arreglo de tubos y placas de aluminio, suponiendo que el flujo es tridimensional, incompresible, en régimen estacionario y con propiedades termofísicas constantes. Las etapas de Pre-Procesamiento, Procesamiento y Post-Procesamiento de la solución numérica se llevan a cabo en el software comercial ANSYS Fluent™. Para tratar con la turbulencia y los gradientes adversos presentes en el flujo se utiliza el modelo SST $k - \omega$.

En el estudio numérico se contemplan dos velocidades de entrada del aire para el caso de referencia se retoma el trabajo de Simo Tala et al. (2012) con una configuración geométrica del intercambiador de calor sin el alambre (ICTP) y para los casos de estudio (ICTP-A) se propone un alambre de diámetro relativo, $d/D = 0.05$, colocado en distintas posiciones dentro del intercambiador de calor en las coordenadas $(r/D, \theta)$, definidas con respecto a los tubos de diámetro, $D = 7 \times 10^{-3}$ m. Entonces, se plantean dos casos de referencia y veinte casos de estudio a partir de las distancias radiales relativas alambre-tubo, $r/D = \{1.0, 1.2, 1.4, 1.6\}$, los ángulos de ataque del alambre, $\theta = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ\}$ y número de Reynolds, $Re = \{1050, 2100\}$.

Después de validar la metodología numérica, los datos obtenidos se analizan globalmente y se seleccionan aquellos flujos con los cambios más significativos en el factor de rendimiento termohidráulico, η , para proceder con un análisis local del flujo. Por medio de mapas de contornos y promedios ponderados, se caracteriza localmente el comportamiento del flujo de calor, esfuerzos cortantes de pared y las componentes de la tasa local de producción de entropía.

De estos resultados y su análisis se concluye que la estela generada por el alambre modifica significativamente el flujo alrededor de los tubos aguas-abajo, al generar nuevas zonas de recirculación o inhibir la formación de vórtices de herradura, lo que afecta localmente el comportamiento del número de Nusselt, del coeficiente de fricción y del número de producción de entropía. Traducido en términos del factor de rendimiento termohidráulico, dentro de los distintos casos simulados se llegan a registrar variaciones entre el -10.4% y 4.7% para una velocidad de entrada de 2.35 m/s, y variaciones de -10.1% y 5.9% a 4.7 m/s

Nomenclatura

c	Velocidad del sonido = $\sqrt{\gamma RT}$, (m s^{-1})
c_P, c_v	Capacidades térmicas específicas, ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
d	Diámetro del alambre, (m)
D	Diámetro exterior de los tubos, (m)
e_{int}	Energía interna específica, (J kg^{-1})
E_f	Espacio entre aletas, (m)
F_t	Espesor de la aleta, (m)
h	Coefficiente convectivo, ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$)
I_0	Intensidad de la turbulencia, (%)
k	Energía cinética turbulenta, ($\text{m}^2 \text{s}^{-2}$)
L	Longitud de la aleta, (m)
P_{abs}	Presión absoluta, (Pa)
P_{atm}	Presión atmosférica, (Pa)
P_0	Presión a la salida, (Pa)
P_f	Paso de aleta = $E_f + f_t$, (m)
P_L	Paso longitudinal de los tubos, (m)
P_T	Paso transversal de los tubos, (m)
r	Distancia radial tubo-alambre, (m)
R	Constante de gas, ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
S	Tasa de producción de entropía, (WK^{-1})
T	Temperatura, (K)
T_0	Temperatura del flujo a la entrada, (K)
W_0	Velocidad del flujo a la entrada, (m s^{-1})
u, v, w	Componentes cartesianas de velocidad, (m s^{-1})
x, y, z	Coordenadas cartesianas, (m)

Letras griegas

α	Difusividad térmica, ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
θ	Ángulo de incidencia del alambre, ($^\circ$)
ω	Tasa de disipación específica de k , (s^{-1})
τ_s	Magnitud del esfuerzo cortante en la superficie, (Pa)
ρ	Densidad, (kg m^{-3})
λ	Conductividad térmica, ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)
μ	Viscosidad dinámica, ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
ν	Viscosidad cinemática = μ/ρ , ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)

Subíndices

sup, tub	superficie, tubos
term, visc, tot	Térmica, viscosa, total
prom, l, sec	Promedio, longitud transversal, sección transversal
air, alum	Aire, aluminio

Números adimensionales

γ	Relación de calores específicos = C_P/C_V
C_f	Coefficiente de fricción = $2\tau_s/\rho W_0^2$
Ma	Número de Mach = W_0/c
Nu	Número de Nusselt = hD/λ
N_S	Número de producción de entropía = $S_{tot}T_S/Q$
Pr	Número de Prandtl = ν/α
Re_D	Número de Reynolds = $\rho U_0 D/\mu$

Abreviaturas

IC	Intercambiador de calor
ICTP	Intercambiador de calor de tubo y placa
ICTP-A	Intercambiador de calor de tubo y placa con alambre
VH	Vórtices de herradura
PIV	Velocimetría por imágenes de partículas
[1A]	Tubo de la primera fila
[1B,2B]	Tubos de la segunda fila

Objetivos

Objetivo general

Analizar numéricamente el efecto de un alambre como control pasivo, dentro de un flujo de aire atmosférico que atraviesa un intercambiador de calor de tubo y placa, modificando la posición del alambre respecto a los tubos circulares del intercambiador de calor.

Objetivos particulares

- Revisar la literatura publicada sobre el tema para definir los casos de referencia y proponer los casos de estudio. Determinar los parámetros para posicionar el alambre dentro del intercambiador de calor.
- Formular las ecuaciones de continuidad, momentum y energía. Seleccionar el modelo que será utilizado como aproximación al fenómeno de la turbulencia. Describir las componentes de la producción local de entropía. Definir las propiedades termofísicas del aire y del material de las aletas.
- Proponer la metodología numérica para solucionar las ecuaciones y modelos formulados. Obtener la solución numérica de los casos de referencia y validar los datos obtenidos.
- Solucionar numéricamente los casos de estudio para obtener los campos escalares de la magnitud de velocidad, temperatura, flujo de calor, esfuerzos cortantes de pared y las componentes de la producción local de entropía.
- Calcular el rendimiento termohidráulico y la producción total de entropía para un análisis global del flujo.
- Calcular y analizar localmente el coeficiente de fricción, el número de Nusselt, el número de Bejan y el número de producción de entropía, en los casos que presenten el mayor y menor rendimiento termohidráulico.
- Describir la relación que existe entre la estructura del flujo, la transferencia local de calor, los esfuerzos cortantes de pared y las componentes de la producción local de entropía.

Estructura del trabajo

Para cumplir con los objetivos planteados este trabajo se desarrolla en cinco capítulos que se describen a continuación:

1. Introducción: En éste capítulo se exponen los motivos para seleccionar el tema de investigación, describiendo los aspectos que actualmente son de interés y la ruta que se ha seguido para su estudio. Además, se menciona de forma sucinta algunos conceptos sobre los intercambiadores de calor y los controles de flujo. Por último, se enlistan varios estudios experimentales y numéricos, relacionados con los intercambiadores de calor y los controles de flujo, que puedan aportar información sobre los distintos puntos que pueden ser relevantes para formular los casos de estudio en el presente trabajo.

2. Descripción del problema: Inicialmente, se muestran las dimensiones de la geometría simplificada del caso de referencia (ICTP), las condiciones de frontera, de simetría y de periodicidad. Así mismo, se describen las características del flujo a estudiar, las propiedades termo-físicas de las aletas y del fluido de trabajo. Finalmente, en los distintos casos de estudio se incorpora un alambre como control pasivo de flujo (ICTP-A), que modifica su posición por medio de dos parámetros geométricos.

3. Formulación física del problema: Se formulan las ecuaciones de conservación que representan al flujo planteado en el capítulo anterior. Además, se introduce un modelo de turbulencia capaz de tratar con los gradientes de presión adversos presentes en los tubos circulares del intercambiador, dicho modelo es el SST $k - \omega$.

4. Metodología numérica de solución: Las ecuaciones que describen la física del problema requieren de una solución y es lo que se pretende en este capítulo. Para lograr esto, a lo largo de tres secciones se detalla la implementación de la metodología y su ejecución en el software ANSYS Fluent TM.

5. Resultados y análisis de ICTP-A: Por último, en este capítulo se presentan los resultados para su análisis. Los campos de velocidad, temperatura, coeficiente convectivo, esfuerzo cortante de pared y la producción local de entropía, son estudiados por medio del número de Nusselt, coeficiente de fricción, número de producción de entropía y número de Bejan. Además, se calculan los promedios ponderados para caracterizar las propiedades termo-hidráulicas del flujo y las componentes de producción local de entropía, resaltando su relación con la estructura local del flujo.

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1. Motivación

Durante décadas se han desarrollado y estandarizado nuevas tecnologías que permitan mejoras en el rendimiento de los intercambiadores de calor (*IC*). Es decir, debido a que las características fluido-dinámicas y térmicas del flujo están relacionadas entre sí, se han propuesto configuraciones que reduzcan las caídas de presión y aumenten la transferencia de calor en el sistema.

Generalmente, las características fluido-dinámicas y térmicas del flujo se pueden representar por medio de coeficientes de arrastre, sustentación, de fricción y de transferencia de calor. Por ejemplo, cuando se trata de un flujo turbulento, el arrastre debido a la geometría del cuerpo inmerso en el flujo puede disminuir, en tanto que el arrastre por fricción (esfuerzos viscosos) y la transferencia de calor en algunos casos aumentan. Por otro lado, debido al desprendimiento de vórtices se pueden generar vibraciones no controladas, como ocurre en un *IC*, donde hay varios cuerpos (tubos y aletas) inmersos en el flujo que interactúan entre sí.

Actualmente, se introducen cuerpos con cierta geometría que modifican el flujo dentro del *IC* para controlar las características fluido-dinámicas y térmicas del mismo. Estos cuerpos reciben el nombre de controles activos o pasivos, según el tipo pueden o no, requerir un suministro de energía. Según el tipo de *IC*, hay ciertos controles de flujo que son más adecuados que otros. Por lo tanto, para obtener ahorros económicos, menor impacto ambiental y un mayor control de los procesos, es importante que un *IC* posea la distribución óptima entre el mínimo arrastre total, el control de las vibraciones mecánicas y una máxima transferencia de calor.

1.2. Antecedentes

En esta sección, para brindar un contexto se presentan algunos antecedentes sobre intercambiadores de calor y controles de flujo, ambos temas son amplios pero se enfatiza el interés en los intercambiadores de calor compactos y el uso de controles de flujo pasivos, se mencionan los conceptos y parámetros relevantes que se manejan en la literatura relacionada.

Además, se mencionan varios trabajos del tipo experimental y numérico que estudian la configuración más simple donde un cuerpo cilíndrico es rodeado por un flujo transversal y las configuraciones complejas que involucran un número mayor de elementos geométricos, como ocurre con el flujo que atraviesa la estructura de un IC.

1.2.1. Intercambiadores de calor

Los intercambiadores de calor se clasifican de acuerdo al tipo de construcción y en como se configura el flujo. En la configuración más sencilla, los fluidos se mueven en la misma dirección, esto es una construcción de tubos concéntricos o de doble tubo. Si ambos fluidos se mueven en el mismo sentido entonces es un flujo en paralelo, de lo contrario es un contraflujo.

En aplicaciones industriales, es común una construcción de tubos y coraza, que básicamente consta de un gran número de tubos empaquetados dentro de una carcasa. En este caso, la transferencia de calor ocurre entre un flujo al interior de los tubos y un flujo alrededor de los tubos, todo confinado por una coraza. Comúnmente, esta configuración utiliza direccionadores para generar un flujo transversal a los tubos que aumenta la transferencia de calor y da soporte al banco de tubos. Esta construcción no es adecuada si existen restricciones en el peso y el tamaño, como ocurre en aviones y automóviles. Hay una clasificación en función del número de pasos que forman los tubos dentro de la coraza, cuando los tubos forman una U en la coraza se dice que hay dos pasos en los tubos y uno en la coraza [3].

Los IC compactos son adecuados para situaciones con restricciones de peso y tamaño, porque incorporan aletas para aumentar la superficie por unidad volumétrica, lo que implica alcanzar tasas de transferencia de calor elevadas en un volumen reducido. Debido a las aletas, que pueden ser discontinuas o placas, los flujos son perpendiculares entre sí, evitando la mezcla entre ellos se tiene un *flujo cruzado sin mezcla*. En este caso, se incorporan tubos de sección transversal circular, elíptica o plana que confinan uno de los flujos y son dispuestos en serie o escalonados.

La transferencia de calor ocurre entre un flujo a mayor temperatura en el interior de los tubos y uno con una temperatura menor que atraviesa las aletas del exterior. Si las presiones manejadas son mayores a 30 MPa, el fluido con mayor presión

se encuentra dentro de los tubos [7]. Por lo regular, el fluido del exterior es un gas que debido a su bajo coeficiente de transferencia de calor requiere del uso de aletas corrugadas con un espaciamiento reducido entre ellas para lograr una densidad superficial mayor a $700 \text{ m}^2/\text{m}^3$ y así mejorar la transferencia de calor [4]. Existen varias aplicaciones, por ejemplo, los radiadores de los automóviles, los condensadores y evaporadores en refrigeración, los IC de cerámica en las turbinas de gas y el regenerador de un motor Stirling.

En el IC la transferencia de calor y caída de presión se deben a la geometría, el régimen del flujo y los efectos viscosos, estos factores se relacionan entre sí con el número de Reynolds (Re). Entonces, para caracterizar el rendimiento es necesario el factor de fricción (f) y el factor de Colburn (j). Estas cantidades adimensionales contienen información sobre la caída de presión y la transferencia de calor, respectivamente.

Por otro lado, ya que la transferencia de calor por convección se expresa como $Q = \eta h A \Delta T$, donde Q es la tasa de transferencia de calor, η la eficiencia de la superficie, h el coeficiente de transferencia de calor, A el área total y ΔT la diferencia de temperatura; tiene sentido que en diversos trabajos de investigación se usen varios tipos de aletas, se controlen las capas límites o se busque un aumento en la mezcla de los flujos [8].

1.2.2. Controles de flujo

Los controles de flujo están clasificados en métodos activos o pasivos y tienen aplicaciones en la aeronáutica, el automovilismo, las turbomáquinas, los intercambiadores de calor, interacción de estructuras (puentes, edificios, torres, etc) con corrientes atmosféricas, entre otras. En consecuencia, hay gran cantidad de estudios experimentales y numéricos que implementan algún tipo de control de flujo, con resultados prometedores.

Un método activo requiere un suministro de energía al sistema como la adición de calor, la inyección de partículas o microburbujas, rotación y oscilación de superficies, fuerzas electromagnéticas, entre otros. Mientras que, un método pasivo no requiere el suministro de energía al sistema, sino que por medio de modificaciones geométricas se logra controlar el flujo. Para ello se utilizan placas direccionadoras del flujo, perfiles aerodinámicos, barras de control, rugosidad, por mencionar algunos.

Los controles pasivos pueden acelerar el fluido en ciertas regiones, generar rotaciones, controlar el desprendimiento de vórtices e incluso modificar la estela incidente en los cuerpos localizados aguas abajo del control. Además de controlar la transición del régimen laminar al turbulento lo que aumenta la transferencia de calor, mitiga las vibraciones y reduce el arrastre [9, 10].

En IC los controles de flujo típicos van desde colocar generadores de vórtice fijos o rotatorios, arreglos de barras transversales, divisores de flujo e incluso resortes cónicos dentro de tubos y ductos, estos controles se posicionan aguas arriba en el flujo y a lo largo del canal en distintas posiciones [11–15]. En el caso de un intercambiador de calor de tubos y placas, se utilizan relieves sobre las placas que modifican su rugosidad o el redireccionamiento del flujo por medio de perfiles alares [16–19].

1.2.3. Estado del arte

Diversos trabajos numéricos y experimentales estudian la implementación de controles pasivos con aplicaciones directas o posibles en intercambiadores de calor. En estos estudios se consideran las interacciones más simples entre dos cuerpos y las más complejas entre varios elementos dispuestos, para determinar la disposición óptima de estos en función del tipo e importancia de las interacciones que se presentan [20–23].

En las investigaciones experimentales que tratan con el aspecto fluido-dinámico se considera un sistema integrado por dos cilindros dentro de un túnel de viento, uno de estos cuerpos es colocado en la estela generada por el otro, los cuales pueden ser del mismo o distinto tamaño. La geometría de los cilindros varía, en consecuencia también el número de Reynolds, ya que depende de la longitud característica y de la velocidad del aire a la entrada. La instrumentación y técnicas de visualización usados en estos experimentos permiten obtener información sobre la velocidad local, la presión, la geometría del flujo y las fuerzas que experimentan los elementos [24–30].

Sin embargo, un estudio experimental requiere de recursos económicos (para infraestructura, espacio, manufactura, instrumentación, personal, entre otros) y tiempo para el montar del experimento y realizar pruebas hasta obtener resultados coherentes, por lo tanto la alternativa numérica es atractiva. Respecto a la opción experimental, en un estudio numérico se pueden modificar fácilmente los parámetros de un caso de referencia para plantear varios casos de estudio a la vez. Por otro lado, debido a las dimensiones manejadas la instrumentación puede ser complicada, costosa, difícil de calibrar e incluso perturbar el flujo, pero con una solución numérica correcta todo ese trabajo se reduce a analizar la información almacenada en los nodos de la malla computacional. En seguida, se hará mención de varios estudios numéricos con diversas geometrías y condiciones del flujo.

En el trabajo de Zhang et al. [31], se estudian los mecanismos de formación y convección de los vórtices que se desprenden desde un cilindro circular con una barra redonda colocada aguas arriba, en un flujo de aire. Las características aerodinámicas de la barra redonda y del cilindro se modelan a partir de un flujo laminar bidimensional en estado transitorio ($Re = 100$ y 200); en los resultados el arrastre promedio y las

fluctuaciones de la fuerza de sustentación se reducen cuando el diámetro relativo de la barra está entre 0.3 y 0.5. La distancia relativa entre la barra y del cilindro, afecta los modos de oscilación del flujo, los valores *RMS* de los coeficientes de arrastre y sustentación se reducen.

Usando otras geometrías como un cilindro cuadrado inmerso en la estela generada por una placa plana, Salinas-Vazquez et al. [32], con un modelo tridimensional se obtienen distintos flujos donde la altura de la placa varía entre un 20 % y 100 % el lado del cilindro cuadrado, además la distancia entre ambos cuerpos es de 0.5 a 3.0 veces el lado del cilindro. La mayor reducción del arrastre total se registra cuando el arreglo forma un perfil más aerodinámico y un flujo turbulento no desarrollado con estructuras cuasi-bidimensionales.

Islam et al. [33], plantean un sistema en dos dimensiones, una distancia relativa entre los cuerpos de 1.0 hasta 7.0, una altura relativa de la placa de 0.1 a 1.0 y números de Reynolds en el rango de 80 a 200, todo calculado respecto al lado del cilindro. Determinan las reducciones máximas en la fuerza de arrastre, en un 99.82 % con $Re = 80$ y un 100.1 % con $Re = 200$. En tanto que Malekzadeh et al. [34], considera los flujos con una altura relativa de la placa de 0.1 a 0.9, distancia relativa entre cuerpos de 1.1 a 5.0 y un $Re = 500$, todo respecto al lado del cilindro. Los resultados indican que con una altura en la placa igual a 0.7 y una distancia relativa entre cuerpos de 2.5 a 3.0, se obtiene la mayor reducción de las fuerzas ejercidas sobre el cilindro. Analizando los distintos patrones y modos de oscilación dentro del flujo se observa una reducción en el valor promedio del arrastre total del 61.21 %; mientras que los valores RMS de arrastre y sustentación presentan una reducción del 86.63 % y 94.47 %, respectivamente.

Con una barra redonda como control del flujo, Firat et al. [35] prueban la capacidad del sistema para reducir el arrastre y suprimir las fuerzas que actúan sobre el conjunto barra-cilindro, variando el ángulo de incidencia (rotación del cilindro respecto al centro de la barra) y la distancia relativa entre los cuerpos. El flujo es laminar, $Re = 200$, muestra una reducción del coeficiente de arrastre total promedio cercana al 26 % y de la sustentación RMS del 50 – 60 %. Sin embargo, aumentar el ángulo de incidencia es equivalente a retirar el cilindro de la estela producida por la barra redonda, por lo tanto los efectos favorables desaparecen.

Ahora bien, Mahír y Altaç [36] estudian la convección forzada de aire alrededor de dos cilindros cuadrados del mismo tamaño y colocados en serie. La distancia relativa entre ellos es de 2 a 10, con números de Reynolds de 100 y 200. Se calculan los coeficientes de arrastre y sustentación, los números de Strouhal y Nusselt. Si la distancia relativa es mayor o igual a 4.0, la transferencia de calor registrada en el cilindro de aguas abajo es un 20 % menor respecto al cilindro de aguas arriba. Igualmente, Sohankar y Etminan [37], con un espacio relativo entre cilindros de 5.0 y un

número de Reynolds en el rango de 1 a 200. Suponiendo tanto el estado permanente como el transitorio de un flujo bidimensional incompresible, se obtienen las líneas de corriente instantáneas y promedio, la vorticidad y los patrones de las isotermas para diferentes números de Reynolds. Además, se determinan los coeficientes de arrastre por forma y fricción, valores RMS de los coeficientes de arrastre y sustentación, longitud de las recirculaciones, número de Strouhal y Nusselt. En el cilindro de aguas abajo se registran que las fluctuaciones de las fuerzas son mayores y el número de Nusselt es menor con $Re = 55 - 60$. En cambio, el flujo alrededor del cilindro de aguas arriba presenta un comportamiento similar al de un cilindro en solitario.

Implementado una configuración compleja, Harimi et al. [38] estudian la convección forzada que ocurre en un sistema formado por un cilindro circular principal con tres barras redondas colocadas de manera equidistante. El trabajo evalúa la efectividad de las barras para la suprimir los vórtices generados por el cilindro principal e investiga la influencia del ángulo de incidencia, el espacio relativo entre cuerpos y el número de Reynolds. El flujo es permanente, $Re = 200$ y un número de Prandtl en el intervalo $Pr = 0.7 - 7.0$. Con un menor espacio relativo entre las barras y el cilindro se provoca una reducción del número de Nusselt promedio alrededor del cilindro principal.

Por otra parte, Herpe et al. [39] colocaron generadores de vórtices alrededor de los tubos elípticos de un IC para estudiar sus efectos en la tasa de generación de entropía. Suponiendo un flujo tridimensional, en estado transitorio y régimen laminar, se calcula la generación de entropía debido al flujo de calor y a la disipación viscosa. Los resultados indican que la tasa de generación de entropía incrementa con el factor de eficiencia de la aleta (Fi) y con el ángulo incidente de los generadores de vórtices (β); la tasa global de generación de entropía se debe mayormente a la transferencia de calor. En consecuencia, aumenta el número de unidades de transferencia térmica NTU y disminuye del número de producción de entropía, N_S .

Del mismo modo, Simo Tala et al. [40] estudian la tasa de generación de entropía, pero en un IC de placas con un arreglo escalonado de tubos con sección transversal variable. Destaca la relación directa entre la estructura del flujo, la transferencia de calor local, el esfuerzo cortante en la pared y los distintos componentes que conforman la tasa de generación de la entropía por unidad de volumen. Demostrando que los tubos con sección transversal elíptica aumentan el rendimiento del IC hasta en un 80%, reducen las irreversibilidades por efectos viscosos en un 15% y por efectos térmicos en un 50%, todo calculado respecto a los tubos de sección transversal circular. Con base en este trabajo, Guzmán et al. [41] estudian como el transporte de la entropía dentro del IC afecta los valores locales, analizando y comparando los niveles de entropía alrededor de los tubos de sección transversal circular y elíptica. Concluyen que el campo de entropía evoluciona como una respuesta al flujo, la geometría

elíptica tiene una mejor eficiencia respecto a la circular porque reduce la generación de entropía.

A su vez, Malekzadeh y Sohankar [42] estudian el flujo bidimensional que se desarrolla alrededor de un cilindro cuadrado con una placa plana aguas arriba. Las características aerodinámicas del sistema se determinan a una distancia relativa entre cuerpos que varía entre 1.1 y 7.0, la altura de la placa varía entre 0.1 y 0.9, mientras que el número de Reynolds varía desde 50 hasta 200. Mientras que el cálculo de la transferencia de calor que ocurre en el cilindro se hace con una altura de la placa de 0.5 – 0.9, $Re = 160$ y $Pr = 0.71$. La distancia relativa y altura óptimas son 3.0 y 0.5, respectivamente, con la máxima reducción en las fuerzas ejercidas por el fluido y la máxima transferencia de calor. El número de Nusselt total del cilindro decrece en presencia de la placa de control para toda distancia relativa entre cuerpos excepto con 1.1.

Zafar y Alam [43] investigan los efectos en el flujo y en la transferencia de calor cuando se varía el número de Richardson, $Ri = 0 - 2.0$, considerando dos cilindros circulares del mismo diámetro colocados en serie en un flujo con un $Re = 100$. Para el estudio se establece que las distancias relativas entre los centros de los cilindros sean de 1.2, 3.0 y 5.0, la superficie del cilindro aguas arriba se encuentra a temperatura ambiente mientras que el cilindro de aguas abajo tiene una temperatura mayor y constante. Los resultados revelan que el cilindro aguas arriba eleva su temperatura hasta en un 85 % la temperatura del cilindro de aguas abajo, esto se debe a la existencia de una recirculación entre los dos cilindros. Al aumentar el número de Richardson (mayor turbulencia esperada) los flujos que se desarrollan antes y después del cilindro aguas abajo favorecen la transferencia de calor entre ambos cilindros, entonces el número de Nusselt de ambos cuerpos aumenta.

Considerando los trabajos antes mencionados, se puede observar que el uso de controles pasivos de flujo tiene un efecto en el flujo independiente de si se trata de un solo elemento principal o de varios tubos, lo cual es una representación simplificada que permite extender y profundizar el estudio de estos dispositivos. Dicho esto, en este trabajo se tiene el interés de ahondar el estudio numérico del flujo dentro de un intercambiador de calor cuando se hace uso de un alambre (barra delgada) con varios parámetros geométricos que determinan su posición y relación respecto la geometría del sistema. No solo se busca evaluar las características aerodinámicas y térmicas típicas sino también encontrar mayor información sobre los flujos secundarios presentes al calcular la producción local de entropía.

Numéricamente hablando, algunos de los trabajos citados utilizan una aproximación RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), que introduce las fluctuaciones de las velocidades y presiones a las ecuaciones de Navier-Stokes. Aplicando promedios a los términos de las ecuaciones se obtienen ecuaciones en términos de valores me-

dios, requiriendo un cierre para los nuevos términos que aparecen, lo que se traduce en varios modelos de turbulencia. Esta opción representa un ahorro computacional debido a que promedia temporalmente las fluctuaciones.

Mientras que los estudios que usan DNS (Direct Numerical Simulation) y LES (Large Eddy Simulation) requieren de mayores recursos de cómputo por su naturaleza transitoria y porque consideran las distintas escalas de turbulencia. Una solución con DNS resuelve directamente las ecuaciones de conservación y considera las pequeñas escalas, mientras que una solución por LES considera la solución con fluctuaciones a grandes escalas, ambos casos requieren de una malla computacional y un paso de tiempo muy pequeño. Esto sugiere que la mejor opción, dadas las capacidades de calculo con las que se cuenta, son los modelos RANS, en los siguientes capítulos se dará la información sobre el modelo seleccionado y las razones de ello.

CAPÍTULO 2

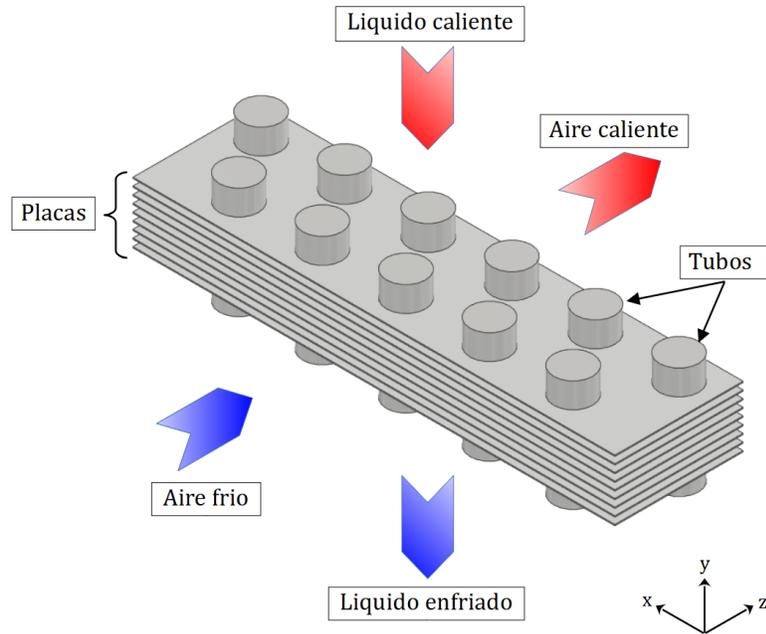
Descripción del problema

Este capítulo describe a detalle las características generales y particulares del intercambiador de calor que será estudiado numéricamente en este trabajo. Primero, se define el *caso de referencia* que será usado para verificar si los resultados de la solución numérica son correctos. Posteriormente, los *casos de estudio* son parecidos al caso de referencia, excepto que se incorpora un alambre que modifica su posición por medio de dos parámetros geométricos. En todos los casos, se especifican la geometría, propiedades del flujo y suposiciones necesarias para plantear las ecuaciones que describen el flujo estudiado y el método de solución numérica.

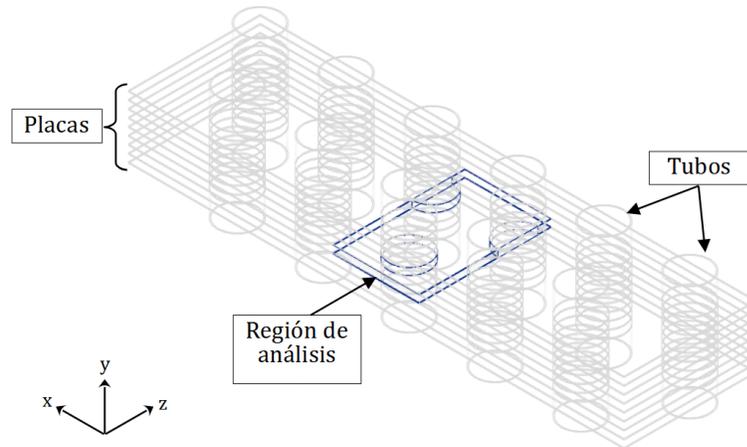
2.1. Caso de referencia: ICTP

El caso de referencia es importante porque garantiza que las ecuaciones de gobierno y al método numérico son adecuados, al verificar que los resultados sean correctos respecto a lo presentado en los trabajos de Simo Tala et al. [40] y Guzmán et al. [41]. El sistema que será estudiado se muestra en la figura 2.1a, se trata de la representación general de un intercambiador de calor de tubo y placa (ICTP). Hay un flujo de líquido *caliente* al interior de los tubos que es enfriado por un flujo de aire *frío* con una determinada velocidad que atraviesa el IC en la dirección z , por convección forzada el flujo de aire extrae energía de las superficies que se encuentran a mayor temperatura.

Las aletas son de aluminio y ocurre transferencia de calor conjugada debido a la temperatura constante de la superficie exterior de los tubos y al flujo de aire. Dichas aletas son planas y son atravesadas perpendicularmente por tubos circulares dispuestos en un arreglo escalonado de dos filas, el número de placas y aletas es arbitrario.



(a) Representación general de un ICTP.



(b) Región seleccionada.

Figura 2.1: Intercambiador de calor de placas planas con un arreglo escalonado de tubos.

Para representar el dominio de interés en un estudio del tipo numérico, se genera una malla computacional y se aplican las condiciones de frontera e iniciales apropiadas, así las ecuaciones de gobierno son resueltas para cada nodo o celda de esta malla. Cuando se dispone de recursos limitados para realizar estos cálculos, se simplifica el dominio hasta obtener una región de análisis que describa con la mayor exactitud posible las condiciones físicas del flujo para que la solución numérica sea la correcta.

Como primera simplificación, se delimita el estudio a una zona central para evitar los efectos presentes en las partes laterales, superior e inferior del IC. En consecuencia, es posible usar las condiciones de simetría y periodicidad que pueden presentarse en un arreglo regular de tubos y placas. Según estos criterios, la región de análisis se resalta en la figura 2.1b.

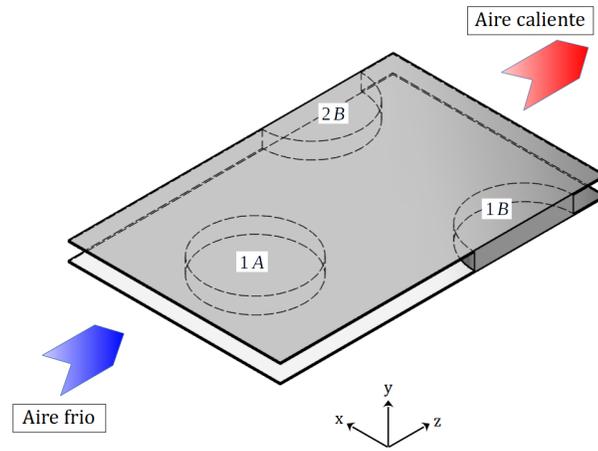
La representación general de esta región se esquematiza en la figura 2.2a. Básicamente, se observa como un flujo de aire ingresa a un canal confinado entre dos placas, según la orientación indicada en la imagen. Para facilitar el manejo de los datos generados por la solución numérica, los tubos tienen las etiquetas [1A] para referirse al tubo de la primer fila y [1B, 2B] para los dos tubos de la segunda fila.

Esta región seleccionada para su análisis posee información suficiente sobre las dimensiones geométricas generales que se requieren para describir los elementos del IC, tal como se indica en las distintas vistas de la figura 2.2b. En la vista superior (plano xz), se definen el ancho del canal o paso transversal de tubo, P_T , la longitud del canal, L , el paso longitudinal de tubo, P_L y el diámetro externo de los tubos, D . En el detalle A de la vista lateral (plano yz), se muestran la altura del canal o paso de aleta, P_f y el espesor de la aleta, F_t . Debido a la simetría utilizada solo se considera que el espesor de la aleta o placa es $0.5F_t$.

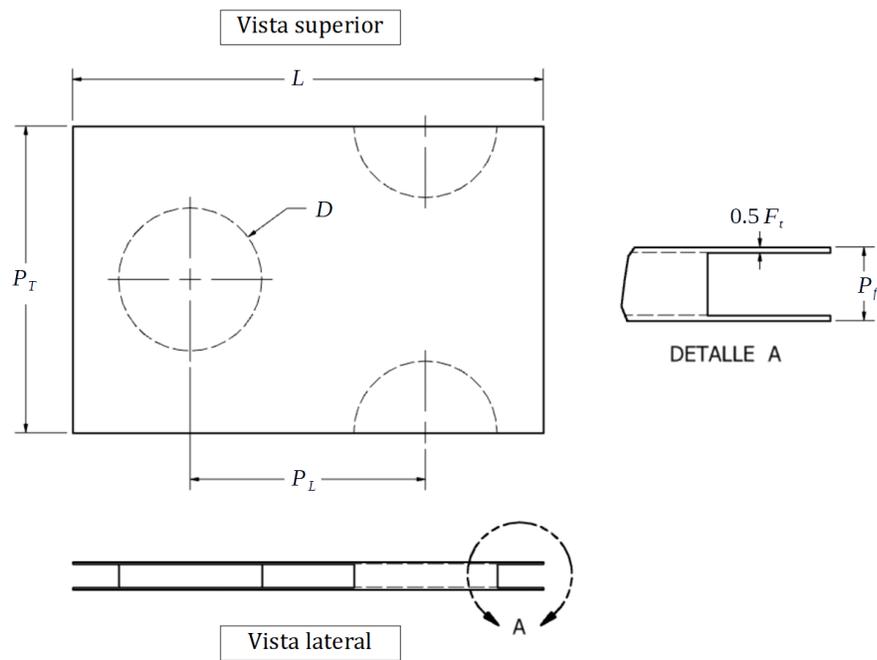
Para establecer correctamente la región de la figura 2.2, se aprovechan las características geométricas del flujo y se hacen las suposiciones adecuadas. En concreto, el flujo confinado entre dos placas del IC, admite como una suposición razonable colocar planos de simetría en las placas, de ahí que el espesor de las mismas sea $0.5F_t$. Esto significa que el desarrollo de las capas límites sobre la superficie de cualquier placa será simétrico, es decir, mientras las placas no se encuentren al exterior del IC el flujo alrededor de estas será el mismo.

Además, es conveniente suponer que el flujo se replica en intervalos constantes definidos por el paso transversal de tubo, P_T , esto se llama periodicidad. Finalmente, de estas consideraciones y suposiciones sobre el flujo se obtiene una región representativa con un volumen $P_T \times L \times P_f$, el cual es un dominio numéricamente manejable.

Sin embargo, aún es posible aplicar una segunda simetría que logre captar la física del flujo de forma aceptable. Por medio del plano $y = 0.5P_f$, se fracciona la región anterior y se consigue la definitiva con un volumen $P_T \times L \times 0.5P_f$. La región



(a) Representación general de la región de análisis.



(b) Vistas con dimensiones generales: paso transversal de los tubos P_T , paso longitudinal de los tubos P_L , longitud del canal L , diámetro de tubo D , paso de aleta P_f y espesor de la aleta F_t .

Figura 2.2: Dimensiones generales de la región de análisis.

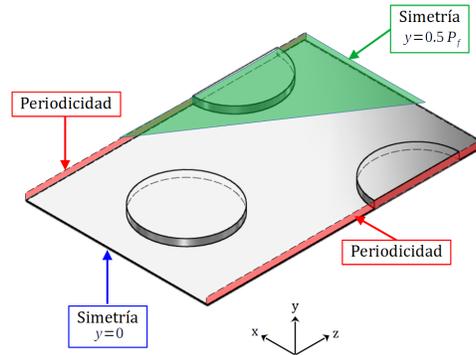


Figura 2.3: Región de análisis simplificada: simetrías y periodicidad.

de análisis simplificada con todas las simetrías y periodicidades ocupadas se ilustra en la figura 2.3. Donde, las condiciones de periodicidad se señalan con dos planos de color rojo, la primera simetría propuesta con azul y la segunda con verde. Si bien ya se definió la región de análisis del IC, aún se requiere de una extensión de esta, por cuestiones físicas y numéricas para obtener el dominio computacional final, esto será tratado en próximos capítulos.

Por último, el flujo de aire a la entrada tiene una velocidad uniforme, W_0 , un número de Reynolds, Re_D , una temperatura uniforme T_0 y una intensidad de turbulencia, I_0 ; en tanto que, a salida se fija una presión atmosférica uniforme. Sobre la superficie de los tubos y placas se establece la condición de no deslizamiento y una temperatura superficial de los tubos, T_{tub} .

2.2. Casos de estudio: ICTP-A

Ahora bien, con el caso base definido se plantean los distintos casos de estudio, que prácticamente son una modificación geométrica del caso de referencia pero conservan la geometría básica y las condiciones del flujo mencionadas en la sección anterior. Para esto, se selecciona una geometría sencilla que no repercuta en las dimensiones principales del IC (P_T , P_L , P_f , L y F_t), se opta por un alambre delgado que pueda cambiar su posición dentro del IC. La selección de este elemento como control de flujo se hizo a partir de algunos trabajos mencionados en el capítulo 1 [31, 35, 38].

Esencialmente, en los casos de estudio propuestos se afecta la estela que produce el tubo [1A] o se genera una nueva estela que impacte a los tubos [1B, 2B]. El alambre a usar tiene un diámetro constante d , para determinar su posición se recurre a

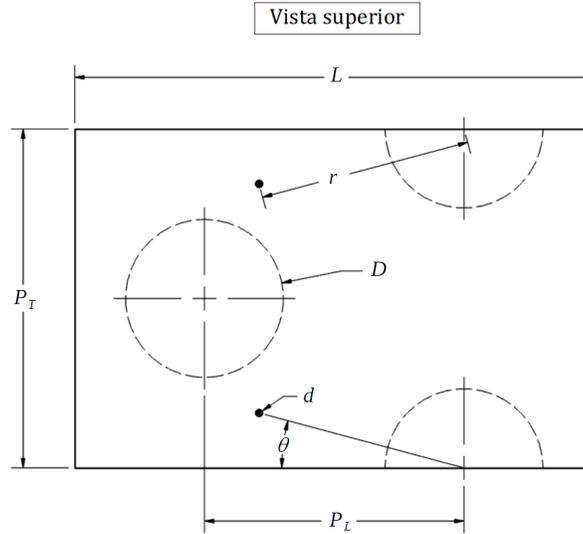


Figura 2.4: Los parámetros que definen la geometría del alambre dentro del ICTP-A son: diámetro d , longitud radial tubo-alambre r y ángulo de ataque θ . Por otro lado, las dimensiones P_T , P_L , D y L son las mismas que para el ICTP.

parámetros como la distancia radial tubo-alambre r y al ángulo de incidencia θ . En la figura 2.4, en la vista superior (plano xz) se exponen las dimensiones y parámetros del caso general de estudio; las condiciones de simetría y periodicidad son las mismas que se manejan en la figura 2.3. Una suposición adicional es que el alambre y la placa forman una sola pieza, por lo tanto no hay juntas que requieran considerar una resistencia térmica por contacto; además, se asume que existe transferencia de calor conjugada en el alambre.

Con esta configuración, al fijar $\theta = 0^\circ$ se coloca un alambre completamente frontal que solo afecta a los tubos [1B, 2B], mientras que si se cumple con la condición $\text{sen}\theta \geq d/(2r)$, entonces se posicionan dos alambres separados entre sí una distancia $2r\text{sen}\theta$ que pueden generar una estela que incida en los tubos [1B, 2B] o que interfiera con la estela que genera el tubo [1A]. En todas estas situaciones se debe cumplir con $r \geq 0.5(d + D)$ para evitar que el alambre penetre a los tubos [1B, 2B], además de que los valores seleccionados (r, θ) no posicionen el alambre dentro del tubo [1A]. Según el trabajo de Harimi et al. [38], al colocar las barras o alambres demasiado cerca de los tubos se reduce la transferencia de calor promedio, por lo tanto se requiere acotar los posibles valores de r .

Por último, considerando los trabajos consultados y cumpliendo con las condiciones geométricas establecidas, los valores de las dimensiones y parámetros manejados se recopilan en la tabla 2.1. Mientras que, las condiciones del flujo a la entrada, salida o sobre la superficie de los tubos se muestran en la tabla 2.2. Ambas tablas contienen la información usada en el caso de referencia ICTP y en los casos de estudio ICTP-A.

ICTP y ICTP-A		Alambre	
D , m	0.007	d/D	0.05
L/D	3.286	r/D	1.0, 1.2, 1.4 y 1.6
P_T/D	2.143	θ , °	0, 15, 30 y , 45
$P_L/D = 0.5L/D$	1.643		
P_f/D	0.2483		
F_t/D	0.0143		
$E_f/D = (P_f - F_t)/D$	0.234		

Tabla 2.1: Valores de los parámetros geométricos de ICTP y ICTP-A.

W_0 , m/s	2.35 y 4.70	I_0 , %	3
Re_D	1050 y 2100	P_0 , Pa	101325
T_0 , K	290	T_{tub} , K	310

Tabla 2.2: Condiciones del flujo en ICTP y ICTP-A.

CAPÍTULO 3

Formulación física del problema

Después de presentar detalladamente la geometría y condiciones del problema, se procede con una formulación y descripción de la física presente en el flujo por medio de ecuaciones que constituyan un modelo matemático, el cuál tendrá una solución numérica. Por el momento, con las suposiciones y propiedades físicas apropiadas se formulan las ecuaciones gobernantes (continuidad, momentum, energía), producción local de entropía y las dos ecuaciones del modelo de turbulencia SST $k - \omega$.

3.1. Ecuaciones de transporte instantáneas

Para empezar, son indispensables algunas suposiciones que simplifiquen las ecuaciones de transporte, pero que retengan la información suficiente para explicar correctamente el comportamiento físico del flujo. Para esto, según las geometrías tratadas y las condiciones del flujo mostradas en la tabla 2.2, el flujo es tridimensional, se encuentra en un régimen transicional y dado que $Re > 700$ es más preciso usar un modelo turbulento que uno laminar [44]. Además, se supondrá que el flujo alcanza el estado estacionario, lo que numéricamente permitirá alcanzar más rápido la condición de convergencia que se establezca.

El aire que fluye dentro del IC se considera como *gas ideal* y dado que $Ma < 0.1$ los efectos de la compresibilidad pueden despreciarse, entonces la densidad es constante. Además, debido a que las diferencias de temperatura que se registran son relativamente pequeñas ($\Delta T = T_{tub} - T_0 = 20K$) se asume que las propiedades termo-físicas del aire y aluminio, son constantes. En la tabla 3.1 se indican estas propiedades, tomadas para una presión atmosférica estándar y una temperatura media de 300 K. Ahora, se exponen las ecuaciones de transporte, las cuales gobiernan el comporta-

Propiedad	Aire	Aluminio
ρ , kg m^{-3}	1.1774	2719
C_P , $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1005.7	871
λ , $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	2.624×10^{-2}	202.4
α , $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	2.216×10^{-5}	8.546×10^{-5}
μ , $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$	1.8462×10^{-5}	—
Pr	0.708	—

Tabla 3.1: Propiedades termo-físicas a 300K del aire y aluminio [3, 4].

miento físico de un fluido y son la representación matemática de las siguientes leyes físicas de conservación:

- *La masa de un fluido se conserva.*
- *La razón de cambio de movimiento de una partícula de fluido es igual a la suma de las fuerzas que actúan sobre ella.*
- *La razón de cambio de energía de una partícula de fluido es igual a la suma de las razones de calor añadido y de trabajo realizado sobre ella.*

El comportamiento de un fluido se representa en términos de propiedades macroscópicas, tales como la velocidad, presión, densidad y temperatura. Si el fluido es un medio continuo, estas propiedades macroscópicas se pueden definir como función de sus derivadas espaciales y temporales. Según el comportamiento físico del flujo se determina si es un problema de equilibrio o uno de propagación.

La distribución de temperaturas de una barra sólida en estado permanente, la distribución de esfuerzos en equilibrio de un sólido bajo una carga aplicada o un flujo con una región de recirculación donde la información puede viajar tanto aguas arriba como aguas abajo (flujos subsónicos, incluyendo los incompresibles) son problemas de equilibrio y son gobernados por *ecuaciones elípticas*. Un ejemplo es la *Ecuación de Laplace*: $\nabla^2 \phi = 0$, donde la cantidad ϕ puede ser asociada a variables como la masa, el momentum o la temperatura.

Los flujos en estado no permanente y los fenómenos de onda son problemas de propagación gobernados por ecuaciones parabólicas o hiperbólicas. Las *ecuaciones parabólicas* representan los fenómenos dependientes del tiempo donde existe difusión y disipación en grandes cantidades, como por ejemplo el estado transitorio de

los flujos viscosos y la conducción de calor. La ecuación parabólica prototipo es la *Ecuación de Difusión* o *Segunda Ley de Fick*: $\partial\phi/\partial t = \alpha\nabla^2\phi$.

Generalmente, las *ecuaciones hiperbólicas* describen procesos dependientes del tiempo con pequeñas cantidades de energía disipada como vibraciones. La ecuación hiperbólica prototipo es la *Ecuación de Onda*: $\partial^2\phi/\partial t^2 = c^2\nabla^2\phi$, donde α es el coeficiente de difusión y c la velocidad de propagación de la onda. Para resolver las ecuaciones elípticas se requiere de las condiciones de frontera, mientras que las ecuaciones parabólicas e hiperbólicas necesitan de las condiciones iniciales y de frontera.

Es probable que un flujo sea descrito por más de un tipo de ecuación, como ocurre con los flujos compresibles en estado permanente, donde se presentan regiones supersónicas y subsónicas. Por un lado, las regiones supersónicas son del tipo hiperbólico mientras que las subsónicas del tipo elíptico. En consecuencia, según la naturaleza local del flujo se debe ajustar el método para seleccionar las ecuaciones según corresponda [5, 6, 45].

3.1.1. Ecuación de continuidad

Aplicando el *Teorema de Transporte de Reynolds* a un volumen de control se obtiene la expresión general para la conservación de masa en coordenadas cartesianas:

$$0 = \int_{VC} \frac{\partial\rho}{\partial t} dV + \int_{SC} \rho\vec{u} \cdot \vec{n} dA \quad (3.1)$$

donde \vec{n} es el vector normal a la superficie de control SC y $\vec{u} = (u, v, w)$ la velocidad absoluta del flujo. Suponiendo un volumen de control arbitrario y aplicando el Teorema de la Divergencia se deduce que el integrando debe ser igual a cero. Así, la forma diferencial de la conservación de masa o ecuación de continuidad instantánea con densidad variable es la siguiente:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}) = 0 \quad (3.2)$$

La ecuación 3.2 describe un flujo transitorio compresible, donde el primer término del lado izquierdo es la variación temporal de la densidad y el segundo término es el flujo neto de masa que cruza la superficie de control o término convectivo [6, 46].

Ahora bien, el flujo a través del IC tiene una densidad constante y no presenta fuentes de masa o cambios de fase, entonces la expresión simplificada es:

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{u} = 0} \quad (3.3)$$

Para una propiedad arbitraria por unidad de masa, denotada por ϕ , su *derivada material o total* está definida por la siguiente expresión:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla\phi \quad (3.4)$$

Por último, en la ecuación 3.2, la propiedad conservada es la masa por unidad de volumen o densidad, ρ , entonces la ecuación generalizada para cualquier propiedad conservada por unidad de volumen, $\rho\phi$, es:

$$\frac{\partial\rho\phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi\vec{u}) = \rho \frac{D\phi}{Dt} = 0 \quad (3.5)$$

3.1.2. Ecuación de momentum

En primer lugar, para formular la ecuación que describe el principio de conservación del movimiento o momentum, se deben señalar dos tipos de fuerzas que podrían actuar sobre una partícula de fluido:

- Fuerzas de superficie: Presión y esfuerzos viscosos.
- Fuerzas de cuerpo: Gravitacional, centrífuga, de Coriolis y electromagnética.

Así, la Segunda Ley de Newton aplicada a dicha partícula de fluido puede expresarse de la siguiente manera:

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{cuerpo} + \sum \vec{F}_{superficie} = \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} \quad (3.6)$$

Aplicando de nueva cuenta el Teorema del Transporte de Reynolds, se obtiene la expresión integral para la conservación de cantidad de momentum lineal, $\rho\vec{u}$:

$$\sum \vec{F} = \int_{VC} \rho \vec{g} dV + \int_{SC} \sigma \cdot \vec{n} dA = \int_{VC} \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} dV + \int_{SC} (\rho\vec{u}) \vec{u} \cdot \vec{n} dA \quad (3.7a)$$

$$\sigma = -pI + \tau \quad (3.7b)$$

$$\tau = \mu (\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T) + \zeta (\nabla \cdot \vec{u})I \quad (3.7c)$$

donde σ es el tensor de esfuerzos de Cauchy, p la presión, τ el tensor de esfuerzos viscosos, I el tensor identidad y \vec{g} la aceleración gravitacional. La ecuación 3.7c es la *Ley de Viscosidad de Newton* generalizada [47, 48], siendo μ la viscosidad dinámica, que relaciona los esfuerzos con las deformaciones lineales, y la segunda viscosidad o viscosidad volumétrica ζ , que relaciona los esfuerzos con la deformación volumétrica. Para gases, una buena aproximación es considerar que $\zeta = -2\mu/3$, que se obtiene de la llamada *Hipótesis de Stokes* [49]. La ecuación 3.2 considera volúmenes de control VC, tanto fijos como en movimiento y con una velocidad absoluta \vec{u} .

Suponiendo un volumen de control arbitrario, el Teorema de la Divergencia para la ecuación 3.7a indica que el integrando debe ser igual a cero. Por lo tanto, la forma diferencial de la conservación de cantidad de momentum lineal o la también llamada *Ecuación de Cauchy* [50], se escribe como:

$$\rho \frac{D \vec{u}}{Dt} = \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla(\rho \vec{u}) = \rho \vec{g} + \nabla \cdot \sigma + \vec{S}_M \quad (3.8)$$

donde \vec{S}_M es el término que incluye todas aquellas fuerzas de cuerpo distintas a $\rho \vec{g}$.

Ecuaciones de Navier - Stokes

El esfuerzo de corte en un *fluido newtoniano* es linealmente proporcional a la razón de deformación por corte, similar a lo que ocurre con un sólido elástico. Numerosos fluidos presentan este comportamiento, tales como, aire, agua, queroseno, gasolina y aceites. Sustituyendo las relaciones de esfuerzo (ec. 3.7b y ec. 3.7c) en la ecuación 3.8 se obtiene la ecuación de momentum instantánea para fluidos newtonianos (ec. 3.9). Las tres componentes de esta ecuación se les conoce como las *Ecuaciones de Navier - Stokes* [49, 50].

$$\begin{aligned} \rho \frac{D \vec{u}}{Dt} &= \nabla \cdot (-p \mathbf{I} + \tau) + \rho \vec{g} + \vec{S}_M \\ &= -\nabla p + \nabla \cdot \mu \left[(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \mathbf{I} \right] + \rho \vec{g} + \vec{S}_M \end{aligned} \quad (3.9)$$

Finalmente, para un flujo newtoniano incompresible ($\nabla \cdot \vec{u} = 0$), con viscosidad constante y despreciando todas las fuerzas de cuerpo, la forma simplificada de las ecuaciones de Navier-Stokes es:

$$\boxed{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{u}} \quad (3.10)$$

3.1.3. Ecuación de energía

La primera ley de la termodinámica establece que el incremento de la energía total de un sistema es igual a la suma del trabajo realizado sobre el sistema y del calor añadido (ec. 3.11a). Por otra parte, se asume que la energía total E_{tot} del sistema es igual a la suma de las energías interna y cinética específicas (ec. 3.11b).

$$dE_{tot} = dW + dQ \quad (3.11a)$$

$$E_{tot} = \rho e_{int} + \frac{1}{2} \rho \vec{u} \cdot \vec{u}, \text{ con } e_{int} = c_v T \quad (3.11b)$$

El teorema del transporte de Reynolds aplicado a la energía total determina que:

$$\int_{VC} \rho \frac{DE_{tot}}{Dt} dV = \int_{SC} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{n} dA + \int_{VC} \rho (\vec{u} \cdot \vec{g}) dV + \int_{SC} \vec{q} \cdot \vec{n} dA \quad (3.12)$$

Usando el teorema de divergencia y suponiendo que la integración es sobre un volumen de control arbitrario, se obtiene la forma diferencial de la ecuación general de la energía:

$$\rho \frac{DE_{tot}}{Dt} = \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{u}) + \rho (\vec{u} \cdot \vec{g}) + \nabla \cdot \vec{q} + S_E \quad (3.13)$$

Ahora, aplicando la definición de la derivada material (ec. 3.4), expandiendo el término $\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{u})$ con la ecuación 3.7b y usando la Ley de Fourier para un material isotrópico: $\vec{q} = \lambda \nabla T$, entonces la ecuación 3.13 queda expresada como:

$$\frac{\partial \rho E_{tot}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}(\rho E_{tot} + p)) = \nabla \cdot [\lambda \nabla T + \boldsymbol{\tau} \cdot \vec{u}] + \rho (\vec{u} \cdot \vec{g}) + S_E \quad (3.14)$$

En la ecuación instantánea de energía (ec. 3.14), los términos del lado derecho indican los dos flujos de energía por conducción térmica y por disipación viscosa, el trabajo debido a la fuerza de gravedad y el término S_E donde se agrupan las fuentes volumétricas de energía, como puede serlo un campo eléctrico o una reacción química.

Considerando las suposiciones aplicadas a la ecuación de momentum, además de que la viscosidad no depende de la temperatura y que no existen fuentes volumétricas de energía, entonces la ecuación de energía instantánea se expresa como sigue [6, 47]:

$$\boxed{\frac{\partial \rho E_{tot}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}(\rho E_{tot} + p)) = \nabla \cdot [\lambda \nabla T + \boldsymbol{\tau} \cdot \vec{u}]} \quad (3.15)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mu [\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T]$$

3.2. Turbulencia

El movimiento turbulento es una condición irregular del flujo, que presenta variaciones aleatorias con respecto al tiempo y posición. Todos los flujos pueden presentar turbulencia si el número de Reynolds es lo suficientemente grande. Naturalmente, estos flujos se encuentran en océanos, en ríos y en la atmósfera, mientras que en la industria están presentes en intercambiadores de calor, reactores químicos, etc.

3.2.1. Características

Para modelar correctamente un flujo turbulento se deben tomar en cuenta varias características de su comportamiento físico:

Irregularidad

En un flujo turbulento coexisten remolinos de un amplio rango de escalas de longitud, de velocidad y de tiempo. La viscosidad del fluido restringe la escala de longitud mínima, mientras que la geometría del flujo limita la escala de longitud máxima. Frecuentemente, en simulaciones de ingeniería práctica se prefieren los modelos estadísticos a los determinísticos, debido a las fluctuaciones irregulares propias de un flujo turbulento.

Continuidad

La turbulencia es un fenómeno continuo porque las escalas turbulentas mínimas son mucho mayores que la escala de longitud molecular. Por lo tanto, su comportamiento puede ser descrito por las ecuaciones de conservación para un fluido.

Estructuras tridimensionales

Esencialmente, la turbulencia es un fenómeno tridimensional, debido a que el alargamiento e inclinación de los vórtices no ocurren en dos dimensiones. Sin embargo, con un enfoque estadístico los flujos turbulentos pueden ser tratados como bidimensionales. Habitualmente, para modelar la turbulencia, primero se filtran las fluctuaciones tridimensionales y después se acopla el campo promedio del flujo con las fluctuaciones.

Inestabilidad

La turbulencia ocurre cuando el número de Reynolds es lo suficientemente elevado y las perturbaciones presentes generan inestabilidades. Físicamente, ocurre que la escala de tiempo necesaria para amortiguar una de estas perturbaciones es mucho mayor que la escala de tiempo del transporte convectivo. En las ecuaciones adimensionales de Navier-Stokes, al aumentar el número de Reynolds se observa que el término convectivo es mayor que el viscoso y en consecuencia aumenta la tendencia a la inestabilidad [5]:

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + \vec{u}^* \cdot \nabla^* \vec{u}^* = -\nabla^* P^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} \vec{u}^*$$

Difusividad

Una de las características más importantes es la difusividad turbulenta, que presen-

ta transferencias de masa y energía superiores en varios órdenes de magnitud a la difusividad molecular.

Disipación de la energía cinética turbulenta

En todos los flujos turbulentos hay transferencia de energía desde las escalas más grandes a las más pequeñas donde la energía cinética turbulenta se disipa como calor debido a los esfuerzos viscosos. En consecuencia, la turbulencia decae rápidamente si no hay un suministro constante de energía al sistema.

DNS, LES y RANS

En varias aplicaciones de ingeniería se busca evitar o promover la turbulencia y para esto se han desarrollado métodos numéricos que capturen los efectos más relevantes de la turbulencia. Estos métodos se agrupan en tres categorías:

Direct numerical simulation (DNS)

En este tipo de simulaciones se calculan el flujo medio y todas las fluctuaciones de la velocidad. Las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes se resuelven con mallas suficientemente finas para capturar las escalas de Kolmogorov donde ocurre la disipación de energía y pasos de tiempo adecuados para las fluctuaciones más rápidas. Esto implica un costo computacional elevado como para aplicarse en la industria.

Large eddy simulation (LES)

Este método implica filtrar las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes antes de los cálculos, descartando los remolinos más pequeños y conservando los más grandes. Las ecuaciones de conservación instantáneas se resuelven y los efectos de los remolinos más pequeños se incluyen en la solución con un modelo *escala de sub-malla*. Aunque, los recursos de cálculo y almacenamiento son grandes, esta técnica es el inicio para tratar con geometrías complejas.

Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS)

La finalidad de este método es calcular el flujo promedio y modelar los efectos de la turbulencia en las propiedades del flujo promedio. Primero, se aplica la descomposición de Reynolds a las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes y se promedian. Los términos adicionales que aparecen describen la interacción entre las fluctuaciones turbulentas y son tratados con modelos de turbulencia clásicos ($k - \epsilon$, $k - \omega$ y RSM). En la **figura 3.1** se comparan las escalas que manejan los tres métodos.

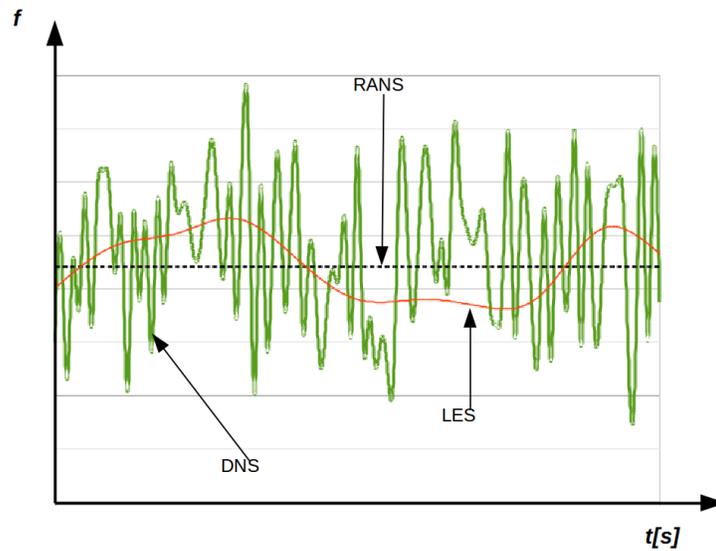


Figura 3.1: Representación de las tres escalas de turbulencia resueltas para un flujo turbulento en estado permanente [5].

3.2.2. RANS

Hace más de un siglo, Reynolds utilizó métodos estadísticos para modelar el comportamiento de un flujo turbulento. Estos métodos trabajan con los valores promedio de las variables que describen el flujo, las cuales son función tanto de la posición como del tiempo. Para promediar las propiedades de un fluido turbulento se recurre a la llamada *Descomposición de Reynolds*. Las ecuaciones de conservación son promediadas temporalmente para un flujo incompresible y con respecto a la masa (promedio de Favre) para flujos compresibles. Las ecuaciones de conservación promediadas son conocidas como RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) [5, 51].

Promedios temporales

En el promediado de Reynolds, se supone que cualquier variable instantánea f (velocidad, presión, temperatura, etc.) puede descomponerse en la suma de una cantidad promedio \bar{f} y la fluctuación sobre dicho promedio, f' .

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.16)$$

donde el promedio temporal de f se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} f dt \quad (3.17)$$

Adicionalmente, se resumen las reglas que aplican a los promedios temporales de propiedades fluctuantes:

$$\begin{aligned} \overline{f'} &= 0, & \overline{f'g'} &\neq 0, & \overline{f+g} &= \overline{f} + \overline{g}; \\ \overline{\overline{f}} &= \overline{f}, & \overline{fg} &= \overline{f}\overline{g} + \overline{f'g'}, & \overline{f\overline{g}} &= \overline{f}\overline{g}; \\ \overline{f'\overline{g}} &= 0, & \frac{\partial \overline{f}}{\partial g} &= \frac{\partial \overline{f}}{\partial g} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Retomando las ecuaciones instantáneas de continuidad y de Navier-Stokes para flujos incompresibles (ecs. 3.3 y 3.10), al sustituir sus variables instantáneas por la descomposición de Reynolds y calculando el promedio temporal con la ecuación 3.17, se obtienen las ecuaciones RANS expresadas en su forma indicial:

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0} \quad (3.19a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{p} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (3.19b)$$

La ecuación 3.19b es muy similar a la ecuación instantánea de Navier-Stokes, excepto por el término adicional $(-\rho \overline{u'_i u'_j})$, nombrado como *Esfuerzos de Reynolds*. Este término es un tensor de esfuerzos ficticio que representa al momento de segundo orden de las componentes de velocidad en un solo punto del espacio. El objetivo del modelado RANS es determinar y calcular este término para dar un cierre a las ecuaciones.

Aproximación de Boussinesq

La aproximación de Boussinesq supone que las componentes del tensor de esfuerzos de Reynolds son proporcionales a los gradientes de velocidad promedio. Además, el transporte de momentum por turbulencia es un proceso difusivo y los esfuerzos de Reynolds pueden ser modelados usando una viscosidad turbulenta (*eddy viscosity*), con un comportamiento análogo a la viscosidad molecular. Entonces, la aproximación de Boussinesq se expresa como sigue:

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = -\overline{u'_i u'_j} = \nu_{turb} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(k + \nu_{turb} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (3.20a)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad \text{y} \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.20b)$$

donde \bar{S}_{ij} es el tensor de la razón de deformación promedio, k la energía cinética tur-

bulenta por unidad de masa y ν_{turb} la viscosidad turbulenta, que no es una propiedad del fluido pero si depende fuertemente del estado de la turbulencia. Finalmente, con la ecuación de continuidad 3.19a ($\partial \bar{u}_k / \partial x_k = 0$) y la aproximación de Boussinesq, se puede expresar la ecuación 3.19b para un flujo incompresible:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_{turb}) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.21)$$

De igual manera, la ecuación de energía para un fluido newtoniano incompresible indicada en la ecuación 3.15, se puede expresar en su forma RANS con la conductividad efectiva, λ_{eff} y la viscosidad efectiva, μ_{eff} . Para esto se aplican los promedios de Reynolds y la aproximación de Boussinesq para los flujos de calor, según la Ley de Fourier [1]:

$$\frac{\partial \rho \bar{E}_{tot}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [\bar{u}_i (\rho \bar{E}_{tot} + \bar{p})] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\lambda_{eff} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + 2\mu_{eff} \bar{S}_{ij} \bar{u}_j \right] \quad (3.22)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda + \lambda_{turb}$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_{turb}$$

3.2.3. Modelo SST $k - \omega$

En la mayoría de los casos, resulta innecesario resolver detalladamente las fluctuaciones turbulentas de un flujo, es suficiente con la información proporcionada por los promedios temporales considerados en el método RANS. Las ecuaciones de momento promediadas descartan información contenida en las fluctuaciones instantáneas, pero los efectos de la turbulencia en el flujo promedio aparecen en seis incógnitas conocidas como esfuerzos de Reynolds, aproximados con la ecuación 3.20a.

Para simular flujos turbulentos con la formulación RANS se han desarrollado modelos de turbulencia capaces de predecir los esfuerzos de Reynolds y poder cerrar el sistema de ecuaciones del flujo promedio. Un modelo de turbulencia implementado en un código de propósito general puede aplicarse a varios tipos de flujos con simplicidad y precisión, además de ser una opción económica en su ejecución. Estos modelos se clasifican según el número de ecuaciones de transporte adicionales que deben resolverse junto con las ecuaciones del flujo promedio (ecs. 3.21).

En las simulaciones que involucran geometrías complejas se presentan varias longitudes de escala, por lo que no es posible especificar la longitud de mezcla. En este contexto se enlistan los siguientes problemas:

- En superficies curvas que presentan gradientes de presión adversos, en este caso el modelo $k - \varepsilon$ predice valores de esfuerzos cortantes turbulentos tan elevados que la separación de la capa límite se suprime.
- Si en las zonas de estancamiento/choque se obtienen niveles elevados de turbulencia, entonces en las regiones donde se reincorpora el flujo desprendido la transferencia de calor es excesiva.

Para tratar con estos problemas, Menter [52] desarrolló el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ (Shear-Stress Transport) que combina dos modelos; aplicando el modelo $k - \omega$ en la región cercana a la pared y el modelo $k - \varepsilon$ en el flujo libre lejano a la pared.

El modelo $k - \varepsilon$ predice niveles de turbulencia físicamente aceptables independientemente de los valores que se asuman en la corriente libre, pero su desempeño es insatisfactorio cerca de la pared donde se desarrollan capas límites con gradientes de presión adversos. De manera que, se utiliza un modelo híbrido que transforma el modelo $k - \varepsilon$ a una formulación $k - \omega$ para aplicarlo en la región cercana a la pared, mientras que en el flujo completamente turbulento y lejano a la pared se recurre al modelo $k - \varepsilon$ estándar. La ecuación de transporte para k es la misma que en el modelo estándar de Wilcox [53], pero al sustituir $\varepsilon = k\omega$, la ecuación de transporte para ε se transforma una formulación en términos de ω .

Según la experiencia y los resultados de varios flujos simulados, Menter compila una serie de ajustes que optimizan el funcionamiento del modelo SST:

- El modelo $k - \omega$ estándar y el modelo $k - \varepsilon$ transformado son multiplicados por una función de combinación y se suman entre sí. Para activar el modelo $k - \omega$ estándar dicha función vale 1.0 cerca de la pared y 0.0 cuando se localiza lejos para activar el modelo $k - \varepsilon$ transformado.
- El modelo SST incorpora un término derivado de difusión cruzada amortiguada en la ecuación de ω .
- La viscosidad turbulenta se modifica para tomar en cuenta el transporte de los esfuerzos cortantes turbulentos y se limita para mejorar el desempeño del modelo donde hay gradientes de presión adversos y estelas, controlando la producción de energía cinética turbulenta en las regiones de estancamiento.
- Las constantes del modelo se ajustan según los distintos flujos simulados.

En conclusión, el modelo SST $k - \omega$ es más preciso y confiable que el modelo $k - \varepsilon$ estándar para flujos con gradientes adversos de presión, perfiles aerodinámicos y ondas de choque transónicas. Debido a las geometrías relativamente complejas y a las propiedades del flujo ya consideradas en los capítulos previos, este modelo es el

adecuado para modelar la turbulencia presente en el flujo estudiado en este trabajo. En el apéndice A se presentan las dos ecuaciones de transporte (k , ω) y se define cada término junto con las constantes del modelo.

3.3. Producción de entropía local

El uso eficiente de la energía es de los principales objetivos en el diseño moderno de sistemas térmicos. Sin embargo, utilizando la Segunda Ley de la Termodinámica se puede definir un parámetro de eficiencia donde la cantidad de trabajo disponible se relacione con la entropía producida. Este tipo de análisis se ha utilizado ampliamente para evaluar las fuentes de irreversibilidad en el sistema y representa una metodología interesante en estudios numéricos como el que se presenta en este trabajo.

La producción de entropía local en un flujo turbulento se puede calcular aplicando el promedio de Reynolds para identificar los términos fuente debidos al campo promedio del flujo y de las fluctuaciones. Con esta metodología no es necesario resolver la ecuación diferencial de transporte, simplemente calcular los términos fuente en la etapa de post-procesamiento. Por lo tanto, el tiempo de cálculo se reduce y la implementación en el código CFD es sencilla.

Esto puede aplicarse en dispositivos térmicos con grandes superficies de contacto e intercambio, donde se presentan pequeños gradientes de temperatura y disipación viscosa que producen una tasa total de entropía. Entonces, es posible describir el rendimiento global del dispositivo como una relación entre la transferencia de calor y la caída de presión, con menos irreversibilidades aumenta la eficiencia total.

Ahora bien, según algunos trabajos publicados [54–56], en la ecuación 3.23a la producción de entropía ocurre debido a los gradientes promedio de velocidad y se le conoce como *disipación directa*. En cambio, al considerar las fluctuaciones de la velocidad se trata de *disipación indirecta o turbulenta* y se estima con ayuda del modelo de turbulencia SST $k - \omega$. Por lo tanto, en la ecuación 3.23b, aparecen cantidades como la energía cinética turbulenta, la tasa de disipación específica y la constante del modelo de turbulencia, $\beta_\infty^* = 0.09$.

$$s_{visc} = \frac{\mu}{T} \left[2 \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1 - \delta_{ij}}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \right] \quad (3.23a)$$

$$s_{visc,turb} = \frac{\rho \beta_\infty^* k \omega}{T} \quad (3.23b)$$

Por otra parte, en la ecuación 3.24a se consideran los gradientes promedio de temperatura, mientras que en la ecuación 3.24b se consideran las fluctuaciones de temperatura por medio de una conductividad turbulenta, la suma de ambas ecuaciones implica la presencia de una conductividad efectiva.

$$s_{term} = \frac{\lambda}{T^2} \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right]^2 \quad (3.24a)$$

$$s_{term,turb} = \frac{\lambda_{turb}}{T^2} \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right]^2 \quad (3.24b)$$

Para calcular la distribución local de la producción de entropía, las ecuaciones 3.23 y 3.24 se resuelven directamente en ANSYS FLUENT al sustituir los campos promedio y las cantidades turbulentas, obtenidos en la solución numérica del flujo. Finalmente, la producción total de entropía es la suma de todos los términos de producción de entropía por el flujo promedio y las fluctuaciones:

$$s_{tot} = s_{term} + s_{term,turb} + s_{visc} + s_{visc,turb} \quad (3.25)$$

3.4. Condiciones de frontera

Cuando existe una mezcla de flujos elípticos, parabólicos e hiperbólicos se afecta el modo en que las condiciones de frontera se aplican, en particular donde hay interfaces de fluido. Las condiciones de frontera para un flujo viscoso incompresible se presentan en la **tabla 3.2**; Los subíndices n y t indican las direcciones normal y tangencial a la frontera, respectivamente; los esfuerzos de superficie se representan con F [6].

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Superficie: $\vec{u} = \vec{u}_{sup} = 0$ (condición de no deslizamiento)
$T = T_{sup}$ y $k\partial T/\partial n = -q_{sup}$ • Interfaces: Entrada: W_0 y T_0
Salida: $F_n = P_0 = P_{atm}$ y $F_t = \mu \partial u_t/\partial n$
Simetría: $\partial \phi/\partial n = 0$
Periodicidad: $\phi_1 = \phi_2$ |
|---|

Tabla 3.2: Condiciones de frontera.

CAPÍTULO 4

Metodología numérica de solución

En este capítulo se describe el proceso para resolver numéricamente las ecuaciones de transporte y las condiciones del flujo descritas en el capítulo anterior. Primero se da una visión sobre los métodos numéricos y el software ANSYS Fluent™ que será utilizado en todo el proceso de solución. Posteriormente, se abordan las distintas etapas de la metodología numérica de solución (Pre-Procesamiento, Procesamiento y Post-Procesamiento), detallando cada uno de los aspectos que las conforman.

4.1. Introducción a los métodos numéricos

Los fenómenos relacionados con un fluido en movimiento son descritos por ecuaciones en derivadas parciales (o integro-diferenciales), las cuales en algunos casos especiales tienen solución analítica. Sin embargo, utilizando algún método de discretización es posible obtener una solución numérica aproximada y única de estas ecuaciones para un caso en particular [45].

4.1.1. Componentes de un método numérico

Tanto en códigos comerciales como en el desarrollo de nuevos códigos, los distintos métodos de solución numérica constan de varios componentes importantes :

Modelo matemático

Para un problema determinado se define el conjunto de ecuaciones diferenciales y condiciones de frontera que conforman el modelo matemático. Debido a la variedad de fenómenos físicos, existen tanto códigos de propósito general como aquellos con

aplicaciones en áreas o fenómenos específicos.

Método de discretización

Para dar solución al modelo matemático se utiliza algún método de discretización que genera un conjunto de ecuaciones algebraicas definidas en un dominio discreto. Estos métodos llegan a la misma solución si el mallado computacional es lo suficientemente fino, pero cada uno de estos tiene un mejor desempeño para determinada clase de problemas. Los principales enfoques de discretización son las diferencias finitas, los volúmenes finitos y elemento finito.

Malla computacional

Las distintas variables del modelo tienen una posición según la malla computacional que divide el dominio de solución en un número finito de subdominios. En función de la geometría y complejidad del fenómeno físico se determina si la construcción de la malla computacional será estructurada, no estructurada o una combinación de éstas.

Aproximaciones finitas

En los métodos de diferencias y volúmenes finitos se hace una aproximación de las derivadas e integrales de superficie o volumen. Mientras que en el método de elemento finito se seleccionan las funciones de forma y ponderación. La exactitud y complejidad del método de solución depende de la aproximación seleccionada, además de afectar la codificación, depuración y velocidad de solución del propio código.

Método de solución

La discretización deriva en grandes sistemas algebraicos de ecuaciones no lineales, por lo que el método de solución depende del problema. Debido a que las ecuaciones no son lineales se recurre a una linealización sucesiva de las ecuaciones, resultando en sistemas lineales que son resueltos con técnicas iterativas. El método de solución depende tanto del tipo de malla como del número de nodos involucrados en cada ecuación algebraica.

Criterio de convergencia

Existen dos niveles en la solución: las iteraciones internas que resuelven la ecuación lineal y las iteraciones externas que tratan con la no linealidad y el acople de las ecuaciones. Un criterio de convergencia permite decidir cuando detener el proceso iterativo de cada nivel y lograr una solución eficiente con la exactitud requerida.

4.1.2. Propiedades de un método numérico

Además, tanto el método de solución como cada uno de sus componentes deben cumplir con ciertas propiedades deseadas, las cuales se mencionan enseguida:

Consistencia

Un método es consistente si los elementos discretos de la malla tienden a un tamaño cero, entonces el error de truncamiento entre la ecuación discretizada y la exacta también tiende a cero. Aunque, las aproximaciones sean consistente puede ocurrir que la solución de la ecuación diferencial no tienda a ser exacta.

Estabilidad

Un método numérico que no magnifica los errores durante el proceso de solución se considera estable. El estudio de la estabilidad puede ser difícil, especialmente cuando hay condiciones de frontera y no linealidad. Por esta razón, es común estudiar la estabilidad de un método aplicado a problemas lineales con coeficientes constantes y sin condiciones de frontera. En varios esquemas de solución se requiere que los pasos de tiempo sean inferiores a cierto límite o que en cada iteración se haga uso de una sub-relajación.

Convergencia

Generalmente, la convergencia se estudia al repetir la solución numérica para diferentes mallas, con espaciados cada vez menores. Si el método es estable y todas las aproximaciones son consistentes, usualmente se converge en una solución independiente de la malla.

Conservación

Los esquemas numéricos deben respetar las leyes de conservación que están resolviendo, esto impone una restricción sobre el error de la solución. Si la conservación de masa, momentum y energía no se cumplen, el error puede distribuir estas cantidades sobre todo el dominio de la solución de forma incorrecta.

Acotabilidad

Físicamente, las cantidades como densidad, energía cinética y turbulencia siempre deben ser positivas, otras cantidades como la concentración deben estar entre 0% y 100%. En ausencia de fuentes algunas ecuaciones requieren que los valores mínimos y máximos de la variable se encuentren dentro de las fronteras del dominio.

Factibilidad

Los modelos de fenómenos complejos deben ser diseñados para garantizar que su solución tenga un significado físicamente realista. En caso contrario, además de obtener soluciones sin un significado físico, el método puede no converger.

Exactitud

Las soluciones numéricas son aproximaciones y siempre introducen tres tipos de errores sistemáticos en su algoritmo, programación o ajuste de las condiciones de frontera:

- *Errores en el modelado*: la diferencia entre el flujo real y la solución exacta del modelo matemático.
- *Errores de discretización*: la diferencia entre la solución exacta de las ecuaciones de conservación y la solución exacta del sistema algebraico de ecuaciones obtenidas por la discretización de estas ecuaciones.
- *Errores por iteración o de convergencia*: la diferencia entre las soluciones iterativa y exacta de los sistemas algebraicos de ecuaciones.

La meta es reducir estos errores para obtener la exactitud deseada, siempre con el mínimo esfuerzo o aprovechando al máximo los recursos disponibles.

4.1.3. CFD

Al estudiar el comportamiento de los fluidos, una herramienta muy valiosa es la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), la cual genera simulaciones de los flujos con la ayuda de computadoras. Esta metodología tiene los componentes antes mencionados y debe cumplir con las propiedades que aseguren una solución numérica correcta del arreglo de ecuaciones que describen la dinámica de los fluidos.

Por ejemplo, es posible comprender como se desempeñan varios equipos, dispositivos e incluso sistemas biológicos, sin requerir de una instrumentación experimental para medir diversas cantidades físicas en las zonas de interés. Además de esto, hay varias razones que la vuelven una opción atractiva, algunas son:

- Los resultados están disponibles para su estudio aún después de terminado el análisis. En cambio, esto no es posible en un estudio experimental donde existe una ventana de tiempo limitada para recabar información.

- Respecto a los instrumentos convencionales de medición, en una simulación se puede recabar información sin perturbar el flujo.
- Es posible observar y recabar información en zonas que son técnicamente complicadas de instrumentar debido a su accesibilidad o en donde los instrumentos pueden dañarse.
- Ayuda a descartar opciones de diseño para manufacturar y probar experimentalmente solo aquellos prototipos que tenga más probabilidades de éxito.

A pesar de todas estas bondades, existen limitantes significativas que deben considerarse antes de utilizar alguna herramienta del tipo CFD:

- Para obtener resultados factibles es necesario tener conocimiento práctico de las cantidades calculadas.
- Aunque las computadoras cada vez son más potentes, se requiere de mucho tiempo para la configuración y el análisis numérico.
- Es una herramienta que se utiliza junto a los estudios matemáticos y experimentales, no los sustituye, sino que facilita el análisis.

Códigos

Existen varios códigos CFD comerciales y libres, que pueden ser de uso general o específico. Cada código es configurable en un grado menor o mayor según los objetivos del mismo en cuanto al nivel de análisis que se pretende. El proceso de solución numérica consta de tres etapas: pre-procesamiento (generación de geometría y malla), procesamiento (configuración de condiciones, modelos matemáticos y esquema de solución) y post-procesamiento (recopilación, visualización y análisis de datos).

Hay varias opciones de código que se enfocan exclusivamente a una de éstas etapas pero también plataformas o un código principal que trabaja con cada una de las tres etapas de manera modular. En este último caso, se tiene a ANSYS™ que realiza análisis estructural, térmico, fluidodinámico y electromagnético a través de su plataforma ANSYS Workbench™, que por medio de módulos o códigos específicos se puede realizar un análisis numérico completo.

Este código comercial cuenta con bastante información en manuales y guías teóricas que facilitan su uso. Por lo tanto, este software se utilizará para obtener la solución numérica de las ecuaciones y condiciones planteadas en capítulos anteriores, a través de las tres etapas del análisis en CFD.

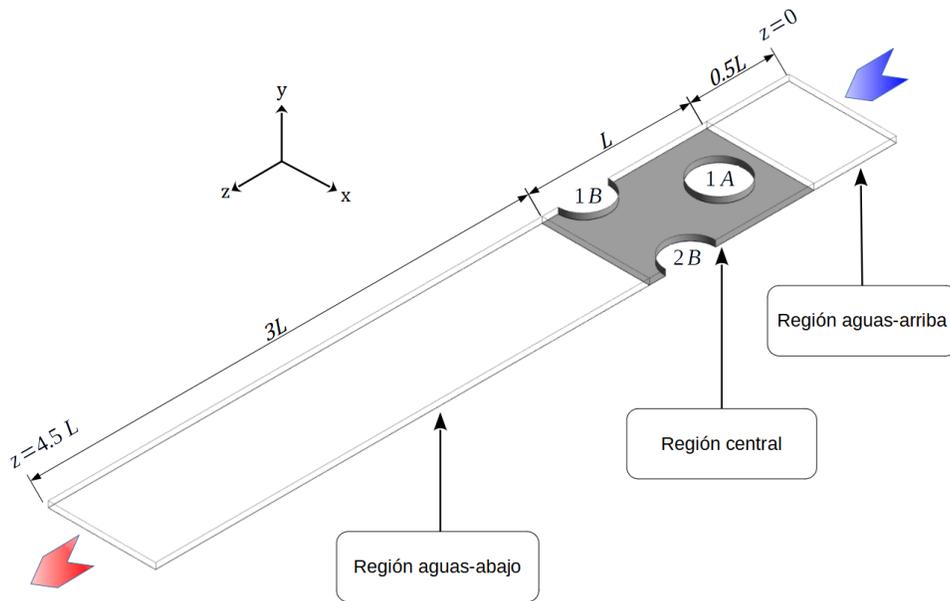


Figura 4.1: Dominio computacional.

4.2. Pre-Procesamiento

Para abordar esta etapa es necesario utilizar la información sobre la geometría y condiciones en el flujo que ya fue descrita en el capítulo 2. El primer paso es generar la geometría utilizando algún software de diseño asistido por computadora, en este rubro hay infinidad de opciones pero se hará uso de del módulo DesignModeler™. La geometría o dominio computacional es la base que permite generar la malla computacional utilizando el módulo ANSYS Meshing™. Ambos módulos se encuentran incorporados en la plataforma ANSYS Workbench™ y se utilizan en un proyecto principal con varios casos de estudio ajustados según la geometría y condiciones del flujo propuestas.

4.2.1. Dominio computacional

En DesignModeler™ se introducen las dimensiones especificadas en la figura 2.2 y en la tabla 2.1 que describen el caso de referencia ICTP. Es importante considerar el efecto de la corriente de entrada sobre el borde de la placa y evitar inestabilidades numéricas a la salida del IC debido a flujos de retorno. Por esto se añaden dos regiones, finalmente se tiene una región *aguas-arriba* que incorpora los efectos del borde la placa al análisis, una región *central* que contiene al IC y una región *aguas-abajo* que numéricamente evitará los flujos de retorno.

En la figura 4.1 se muestran las tres regiones que forman el dominio computacional con las dimensiones de cada una en la dirección z , cabe mencionar que las

Malla	# Celdas	$Q(W)$	$Q(\% \text{ var})$
1	3.2×10^6	0.52256	–
2	4.6×10^6	0.55783	6.7498
3	5.9×10^6	0.56809	1.8392
4	6.8×10^6	0.56867	0.1021

Tabla 4.1: Independencia de malla para ICTP a $W_0 = 4.7 \text{ m/s}$.

condiciones de simetría y periodicidad mostradas en la figura 2.3 se extienden a las regiones *aguas-arriba* y *aguas-abajo*. Finalmente, las condiciones de frontera de entrada y salida al dominio se encuentran localizadas en los planos $z = 0$ y $z = 4.5L$.

4.2.2. Generación de la malla

Para generar la malla se importa la geometría en ANSYS Meshing™ y a través de su interfaz gráfica se introducen los parámetros de mallado. En todo el dominio se aplica una malla híbrida donde las regiones *aguas-arriba* y *aguas-abajo* son mallas estructuradas con celdas *prismáticas/hexaédricas*, mientras que la complejidad geométrica de la región *central* (debido a la placa y tubos se) requiere de una malla no estructurada construida con celdas *tetraédricas*.

Para determinar el número mínimo de celdas se realizó un estudio de independencia de malla, en cuál se calculó la transferencia de calor neta y el porcentaje de variación para cuatro mallas con un número de celdas distinto. Estos cálculos se realizaron para el caso ICTP y $W_0 = 4.7 \text{ m/s}$, los resultados se presentan en la tabla 4.1 donde el número de celdas adecuado se alcanza con la malla 4.

El dominio computacional además de dividirse en tres regiones principales, se crearon varias subregiones que permiten aplicar controles para refinamiento y estructuración de la malla. Los aspectos generales que describen el mallado se recopilan en la tabla 4.2, estos serán utilizados en todos los casos a simular aunque con variaciones numéricas en cuanto a su implementación.

Como resultado, la malla obtenida tiene un tamaño de celda mayor en las regiones de *aguas-arriba* y *aguas-abajo*, pero la densidad de celdas es mayor en la región *central* donde los gradientes de velocidad y temperatura son mayores. La malla presenta un mucho mayor refinamiento o reducción de tamaño de celda cerca de las superficies de la placa y tubos, tal como se muestran en la figura 4.2 para los casos ICTP y ICTP-A.

En las figuras 4.2a y 4.2c se observa el mallado de las tres regiones principales en una vista isométrica, donde cada una tiene un color diferente. La región central se

# Nodos	5.7×10^6
# Celdas	6.8×10^6
Tamaño de elementos	7×10^{-5} m (global)
Método	<i>Multizone</i>
Controles	<i>Inflation, Edge sizing</i> <i>Face sizing</i>

Tabla 4.2: Aspectos generales de la malla.

muestra ampliada en las figuras 4.2b y 4.2d, es perceptible el refinamiento cerca de las superficies sólidas del IC (tubos, placa y alambre).

Finalmente, se asigna a los subdominios correspondientes el tipo de material (fluido o sólido) y se nombran las superficies del dominio que serán tratadas como condiciones de frontera: entrada, salida, simetría, periodicidad y tubos.

4.3. Procesamiento

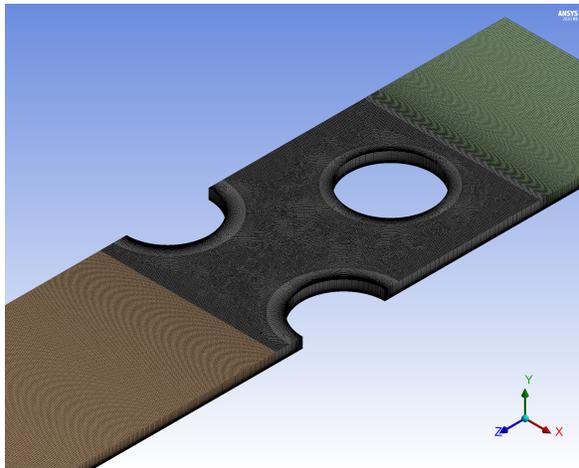
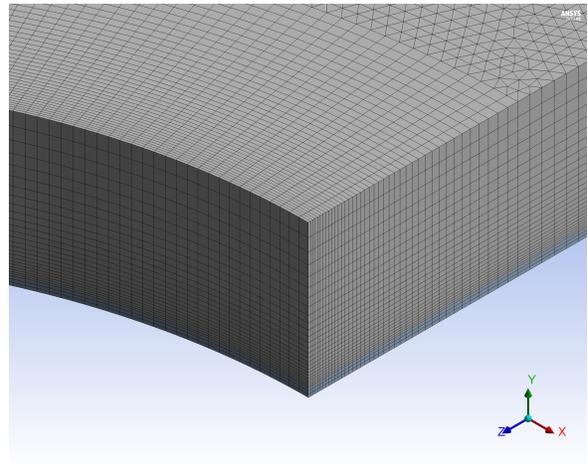
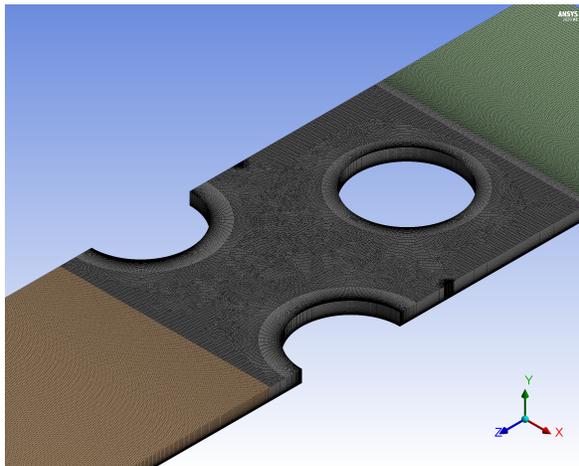
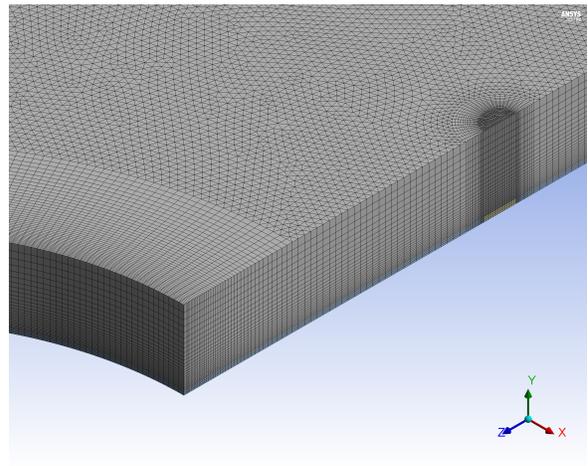
La siguiente etapa en la solución numérica es el Procesamiento donde se asignan las propiedades de los materiales, condiciones de frontera e iniciales. Además, en una secuencia de pasos se activan y ajustan los distintos modelos físicos formulados, los esquemas numéricos de discretización y solución. Finalmente, se ejecuta y monitorea el cálculo de la solución hasta determinar que se ha cumplido con los criterios de convergencia establecidos.

4.3.1. Configuración

En la primera parte del Procesamiento, según el flujo y sus características se selecciona el tipo de solucionador y si hay dependencia temporal. En consecuencia, según la selección, se definirá la disponibilidad de los ajustes dentro del código. Es posible elegir una de las siguientes dos opciones:

- Solucionador basado en la presión (segregado y acoplado)
- Solucionador basado en la densidad (implícito y explícito)

Ambos enfoques son utilizados en una gama amplia de flujos, pero en determinados casos un enfoque es mejor que su contraparte, porque resuelve las ecuaciones de conservación más rápidamente o la solución es de mayor calidad. En general, los

**(a)** Vista isométrica ICTP.**(b)** Vista ampliada ICTP.**(c)** Vista isométrica ICTP-A.**(d)** Vista ampliada ICTP-A.**Figura 4.2:** Malla computacional usada en ICTP y ICTP-A.

solucionadores basados en presión son utilizados en flujos incompresibles o poco compresibles, en cambio, aquellos basados en la densidad son más precisos en casos compresibles de alta velocidad.

En este trabajo, el flujo estudiado se ha formulado como incompresible y estacionario, en consecuencia el solucionador basado en presión es la mejor opción. Además, se necesita memoria de la máquina para almacenar las variables solución en cada elemento de la malla, por ello se utilizará un algoritmo segregado que resuelva de manera secuencial (no simultáneamente como el acoplado, figura 4.3) las ecuaciones de conservación, reduciendo la memoria requerida por iteración.

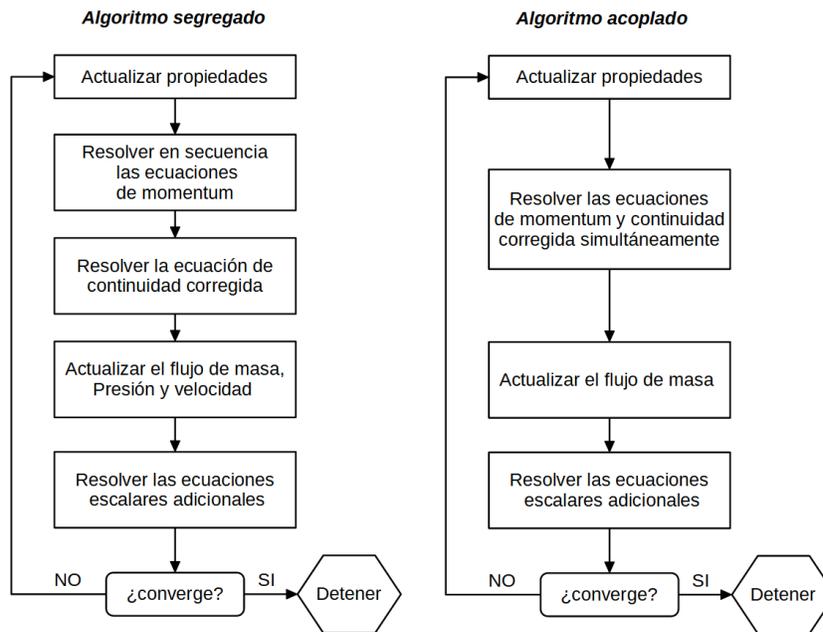


Figura 4.3: Esquemas de solución basados en la presión [1].

Finalmente, se activan los modelos físicos correspondientes, se especifican las propiedades de los materiales asignados a las distintas regiones fluidas y sólidas. Además, las condiciones de frontera se aplican a las superficies nombradas y en función de ello los valores de referencia.

4.3.2. Esquemas numéricos

En ANSYS Fluent™ se utiliza el método de volúmenes finitos, que consiste en integrar la ecuación de transporte sobre un volumen de control discreto, generando una ecuación discretizada por cada celda de la malla, o sea, un sistema de ecuaciones algebraicas que puede resolverse numéricamente.

En un primer paso de la discretización, se utiliza la forma integral de la ecuación de transporte estacionaria para una cantidad escalar ϕ , aplicada a un volumen de control arbitrario (VC), con una superficie (SC):

$$\int_{SC} \rho \phi \vec{u} \cdot \vec{n} dA = \int_{SC} \Gamma_{\phi} \nabla \phi \cdot \vec{n} dA + \int_{VC} S_{\phi} dV \quad (4.1)$$

Por simplicidad, la ecuación 4.1 aplicada al volumen de control bidimensional de la figura 4.4, resulta en la ecuación discretizada 4.2. Donde $\vec{u} = (u, v, w)$, \vec{n} es el vector normal a la superficie, Γ_{ϕ} el coeficiente difusivo de ϕ , S_{ϕ} la fuente volumétrica de ϕ ,

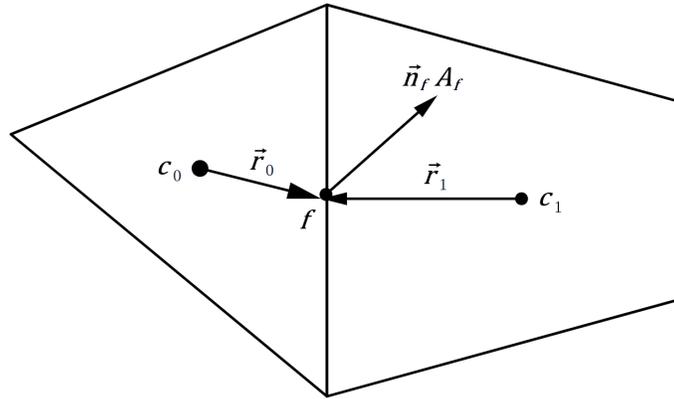


Figura 4.4: Volumen de control bidimensional [1].

N es el número de caras que delimitan a la celda y f es la cara analizada. Entonces, ϕ_f es el valor de ϕ por convección en f , $\rho_f \phi_f \vec{u}_f \cdot \vec{n}_f A_f$ es el flujo másico a través de f , $\vec{n}_f A_f$ es el vector de área en f y V el volumen de la celda.

$$\sum_f^N \rho_f \phi_f \vec{u}_f \cdot \vec{n}_f A_f = \sum_f^N \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{n}_f A_f + S_\phi V \quad (4.2)$$

En la ecuación 4.2 los valores de la variable desconocida ϕ se evalúan en los centros de la celda principal y de sus celdas vecinas. Sin embargo, para solucionar esta ecuación no lineal respecto a ϕ , se obtiene la siguiente forma linealizada:

$$a_P \phi = \sum_{vec} a_{vec} \phi_{vec} + b \quad (4.3)$$

donde el subíndice (*vec*) se refiere a las celdas vecinas, a_P y a_{vec} son los coeficientes linealizados de ϕ y ϕ_{vec} , respectivamente.

Generalmente, el número de celdas vecinas será al número de caras que encierran a la celda, de modo que es posible escribir una ecuación algebraica por cada celda y en la que aparece un determinado número de nodos vecinos. El conjunto de ecuaciones algebraicas que resulta, se resuelve mediante los métodos de Gauss-Seidel y AMG útil en mallas no estructuradas.

Esquemas de discretización

Por defecto, los valores de ϕ se almacenan en los centroides de las celdas, o sea, en c_0 y c_1 (Fig. 4.4). Sin embargo, los términos de convectivos de la ecuación 4.2 requieren los valores centrados en las caras de la celda, ϕ_f . Para esto, el esquema Upwind interpola el valor ϕ_f a partir la celda localizada aguas-arriba, respecto a la velocidad normal \vec{u}_n en la ecuación de transporte escalar discretizada.

Existen varios esquemas Upwind que pueden aplicarse, entre ellos: de Primer Orden, de Segundo Orden y QUICK. En mallas no estructuradas y con un solucionador basado en presión, los esquemas de segundo orden son más precisos al momento de discretizar e interpolar. A partir de una expansión en series de Taylor centrada en los centroides de la celda, el esquema Upwind de Segundo Orden (USO) calcula el valor ϕ_f con:

$$\phi_{f,USO} = \phi + \nabla\phi \cdot \vec{r} \quad (4.4)$$

donde ϕ es el valor en el centroide de la celda, $\nabla\phi$ el gradiente en la celda aguas-arriba y \vec{r} el vector de desplazamiento desde el centroide de la celda aguas-arriba hasta el centroide de la cara.

Además de asignar los valores escalares en las caras, los gradientes permiten calcular los términos de difusión y las derivadas de velocidad. Se tienen tres métodos para estimar los gradientes: Green-Gauss Basado en las Celdas, Green-Gauss Basado en los Nodos y Mínimos Cuadrados Basado en las Celdas.

En mallas no estructuradas e irregulares (sesgadas y distorsionadas), la mejor opción es el gradiente calculado con mínimos cuadrados porque es más preciso que el basado en las celdas y menos costoso de calcular que el basado en los nodos pero con una precisión comparable. Respecto a la figura 4.4, el gradiente por mínimos cuadrados basado en los centroides de las celdas c_0 y c_1 , a lo largo del vector \vec{r}_1 se expresa como:

$$(\nabla\phi)_{c_0} \cdot \Delta\vec{r}_1 = (\phi_{c_1} - \phi_{c_0}) \quad (4.5)$$

En general, se obtienen ecuaciones similares para cada celda vecina a c_0 y el sistema obtenido tiene la siguiente forma compacta:

$$[J](\nabla\phi)_{c_0} = \Delta\phi \quad (4.6)$$

donde $[J]$ es la matriz de coeficientes no cuadrada que depende de la geometría. Este sistema lineal de ecuaciones se encuentra sobre determinado y se resuelve al descomponer $[J]$ en una matriz de ponderaciones usando el proceso de Gram-Schmidt.

El esquema centrado en la celda implica tener tres componentes de ponderación para cada una de las caras de la celda: W^x_{i0} , W^y_{i0} , W^z_{i0} . Multiplicando estas componentes de ponderación por el vector $\nabla\phi = (\phi_{c_i} - \phi_{c_0})$, se obtiene que las componentes del gradiente centrado en la celda c_0 de N caras, son:

$$(\phi_x)_{c_0} = \sum_{i=1}^N W^x_{i0} \cdot (\phi_{c_i} - \phi_{c_0}) \quad (4.7a)$$

$$(\phi_y)_{c_0} = \sum_{i=1}^N W^y_{i0} \cdot (\phi_{c_i} - \phi_{c_0}) \quad (4.7b)$$

$$(\phi_z)_{c_0} = \sum_{i=1}^N W^z_{i0} \cdot (\phi_{c_i} - \phi_{c_0}) \quad (4.7c)$$

Estos esquemas de discretización utilizaron como base la ecuación de transporte escalar discretizada, pero se puede hacer una extensión a cualquier ecuación de transporte al redefinir ϕ . La discretización de las ecuaciones de continuidad y momento se describen brevemente en el apéndice B.

Acoplamiento presión-velocidad

Un solucionador basado en la presión requiere de un algoritmo para acoplar el campo de presiones con el de velocidades. Los algoritmos disponibles del tipo segregado utilizan un enfoque predictor-corrector y son SIMPLE, SIMPLEC y PISO (Fig. 4.3). En este trabajo se utilizará el algoritmo SIMPLE, que relaciona la velocidad con correcciones de presión para cumplir con la ecuación de continuidad y obtener el campo de presión. Si la ecuación de momentum se resuelve con un campo de presión supuesto p^* , el flujo másico resultante en la cara, J_f^* , se calcula con:

$$J_f^* = \hat{J}_f^* + d_f(p_{c_0}^* - p_{c_1}^*) \quad (4.8)$$

El término d_f es una función del promedio de los coeficientes de la ecuación de momentum, \bar{a}_P para las celdas a cada lado de la cara f . Esta expresión no satisface la ecuación de continuidad, se debe sumar una corrección J'_f al flujo másico en la cara, tal que la expresión corregida del flujo que satisface la ecuación de continuidad es:

$$J_f = J_f^* + J'_f \quad (4.9)$$

Aquí el algoritmo SIMPLE propone que

$$J'_f = d_f(p'_{c_0} - p'_{c_1}) \quad (4.10)$$

donde p' es la corrección de la presión en la celda. El algoritmo sustituye las ecuaciones de corrección de flujo dentro ecuación de continuidad para obtener una ecuación corregida de la presión en la celda:

$$a_P p' = \sum_{vec} a_{vec} p'_{vec} + \sum_f J_f^* A_f \quad (4.11)$$

Esta ecuación de presión corregida puede resolverse con el método AMG. Una vez

obtenida la solución, se corrigen la presión de la celda y el flujo másico en la cara, de la siguiente manera:

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.12a)$$

$$J_f = J_f^* + d_f(p'_{c_0} - p'_{c_1}) \quad (4.12b)$$

El flujo corregido en la cara J_f satisface la ecuación de continuidad discreta idénticamente durante cada iteración. El factor α_p es la sub-relajación de la presión.

Debido a la no linealidad del conjunto de ecuaciones que se resuelven, es necesario controlar el cambio de ϕ mediante la sub-relajación de las variables, lo que reduce el cambio de ϕ producido durante cada iteración. Simplemente, el nuevo valor de la variable ϕ dentro de la celda depende del valor anterior ϕ_o , el cambio calculado $\Delta\phi$ y del factor de sub-relajación α :

$$\phi = \phi_o + \alpha\Delta\phi \quad (4.13)$$

Inicialización

Ahora se procede con la inicialización de los campos escalares y vectoriales a partir de los cuales la solución se desarrollará en cada iteración hasta llegar al estado estacionario y alcanzar la convergencia. La inicialización es del tipo híbrida, por medio de interpolación en las fronteras se obtienen los campos de velocidad y presión. Posteriormente, con los valores promedio e interpolaciones se obtienen los campos de las demás cantidades como temperatura o turbulencia.

1. **Campo de velocidad:** Se genera al resolver la ecuación de Laplace con las condiciones de frontera apropiadas:

$$\nabla^2\phi = 0$$

Si ϕ es la velocidad potencial, entonces las componentes de la velocidad se calculan con el gradiente:

$$\vec{u} = \nabla\phi$$

Para diversas condiciones de frontera, la velocidad potencial se define como:

- **Paredes:** La velocidad normal a la pared es cero.

$$\left. \frac{\partial\phi}{\partial n} \right|_{pared} = 0 \quad (4.14)$$

- **Entrada:** La velocidad normal a las entradas se calcula a partir de los valores introducidos por el usuario.

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_{\text{entrada}} = U_{\perp} \quad (4.15)$$

- **Campo lejano:** Lejos de superficies sólidas, el flujo se asemeja al flujo libre especificado en la configuración de la solución.

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{\infty} = u_{\infty}, \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{\infty} = v_{\infty} \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{\infty} = w_{\infty} \quad (4.16)$$

- **Salidas:** Se especifican con potencial cero.

$$\phi = 0 \quad (4.17)$$

2. **Campo de presión:** Si hay información disponible de la presión en la entrada o en la salida del dominio, se resuelve una ecuación de Laplace adicional. De lo contrario, el campo se inicializa con el promedio de todas las fronteras.

$$\nabla^2 p = 0$$

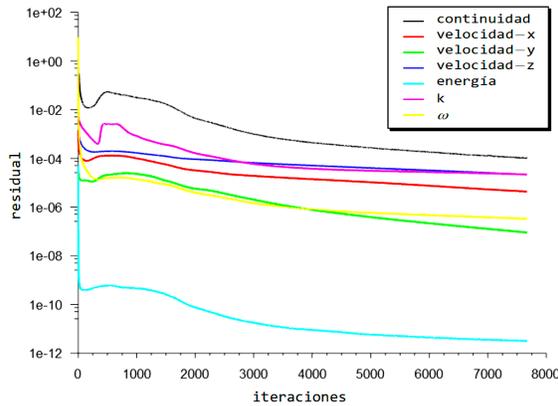
En las diversas condiciones de frontera, el valor de p se define como:

- **Entradas:** Por defecto, se determina si el flujo en las fronteras es subsónico o supersónico. Para un flujo subsónico, el valor de p es la presión total especificada. En caso de un flujo supersónico, p es igual a la presión manométrica supersónica especificada.
- **Salidas:** Se utiliza la presión manométrica especificada en estas fronteras.
- **Entradas con caudal/velocidad:** Se utiliza la presión manométrica inicial que ha sido especificada.
- **Paredes:** El gradiente normal a la pared se establece en cero.

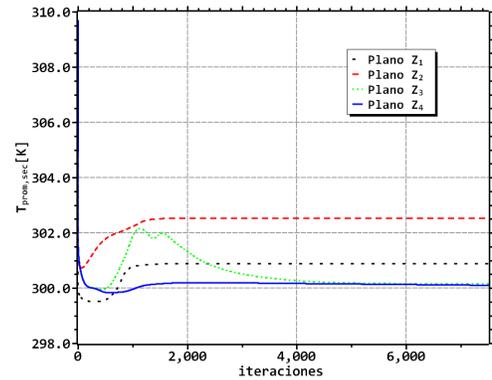
$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\text{pared}} = 0 \quad (4.18)$$

3. **Campo de temperatura:** Se utiliza el promedio de temperaturas en el dominio.
4. **Parámetros turbulentos:** Se utilizan los valores promedio del dominio.

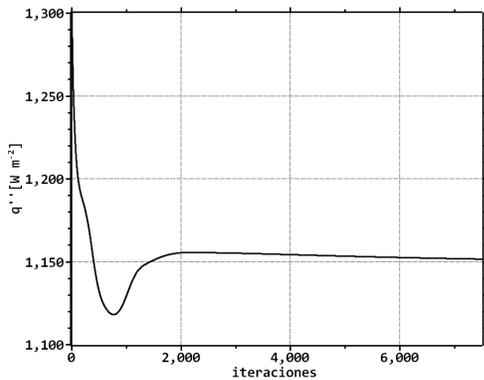
En la tabla del apéndice C se recopilan los aspectos más importantes de la configuración dentro de ANSYS Fluent™. Estos ajustes son los mismos para todos los casos que serán simulados, aunque el número de iteraciones necesarias para cumplir con los criterios de convergencia puede variar entre cada simulación.



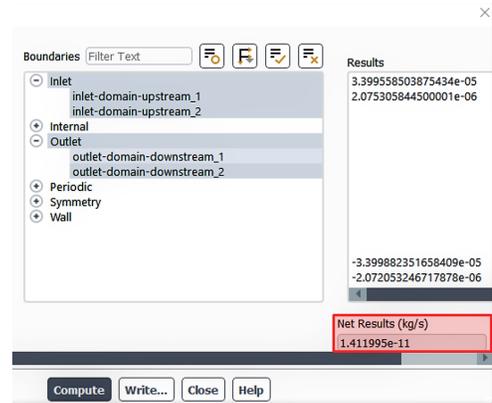
(a) Residuales



(b) Temperaturas promedio.



(c) Flujo de calor promedio en la placa.



(d) Balance de masa.

Figura 4.5: Monitoreo de la convergencia en ICTP con $W_0 = 4.7 \text{ m/s}$.

4.3.3. Ejecución y monitoreo

El solucionador y los esquemas numéricos son procesos iterativos que requieren de criterios para evaluar si la solución converge y en consecuencia detener la ejecución. En caso de no converger, se hacen modificaciones en los parámetros de la solución, se selecciona otro esquema numérico e incluso se reconsidera el modelo físico utilizado, para obtener una solución precisa y correcta. Para esta fin se cuenta con tres criterios/metodologías: Residuales, Monitoreo de Variables y Balances de Masa.

Los residuales son la diferencia entre el valor presente y el pasado para las distintas cantidades calculadas en las ecuaciones de transporte discretizadas. Esta diferencia debe disminuir hasta ser menor a un valor fijado, que puede ser distinto para cada una de las ecuaciones resueltas. Se da seguimiento durante la etapa de Procesamiento, en cada iteración hasta que el criterio se ha cumplido. Para las distintas

soluciones en este trabajo, se ajusta el valor de 1×10^{-4} y si todos los residuales son menores entonces la solución cumple con el criterio.

Además, en una solución estacionaria, es posible monitorear la evolución de las variables relevantes, sea en un punto, o promediadas sobre una línea o plano. El objetivo es que los valores monitoreados respeten la física del flujo estudiado, en cada iteración calculada.

En este trabajo se monitorea la temperatura promedio del flujo en distintos planos transversales a la dirección z del flujo. Según las dimensiones mostradas en la figura 4.1, el plano $Z_1 = L$ entre los tubos [1A] y [1B, 2B], el plano $Z_2 = 1.25L$ en los centros de los tubos [1B, 2B], el plano $Z_3 = 1.5L$ a la salida del IC y el plano $Z_4 = 4.5L$ a la salida del dominio computacional. También se monitorea el valor promedio del flujo por área de calor neto en la placa. Para el criterio, se busca que estos valores promedio tengan porcentajes de variación entre cada iteración, menores al 0.01 %.

Si estos dos criterios se cumplen, la solución ha convergido y se da por terminado el proceso iterativo. Sin embargo, si la diferencia entre los flujos que entran y salen del dominio es cercana a cero o muy pequeña, entonces se cumple también con el balance de masa y la solución ha finalizado con errores mínimos de convergencia.

Ahora, es posible ejecutar la solución numérica para los distintos casos de referencia y estudio propuestos. Sin embargo, es necesario verificar que los ajustes y esquemas de la metodología numérica permiten obtener una solución correcta del flujo. Esto se comprueba primero en los casos de referencia, ICTP, revisando que se cumplan los criterios de convergencia y validando los resultados de la simulación.

En los casos de referencia el número máximo de iteraciones se ajusta a 8000, que es suficiente para cumplir con los criterios de convergencia, si no fuera el caso se incrementaría este valor. Tal como se muestra en las figuras 4.5, para el caso ICTP con velocidad de entrada $W_0 = 4.7 \text{ m/s}$ se alcanza la convergencia después de 6000 iteraciones.

Analizando las gráficas de monitoreo, los residuales de las ecuaciones discretizadas (Fig. 4.5a) indican valores elevados e inestables en las primeras 1000 iteraciones, después se marca una tendencia de reducción en los residuales. La ecuación de energía es la primera en cumplir con el criterio, incluso alcanzando un residual menor al 1×10^{-11} . En cambio, la ecuación de continuidad es la última en reducir el residual hasta 1×10^{-4} .

Por otro lado, los valores de las temperaturas y flujo de calor promedio (Figs. 4.5b y 4.5c), son inestables y no muestran alguna tendencia en las primeras 2000 iteraciones. Después de esto, se presenta un comportamiento estacionario hasta alcanzar una variación entre cada iteración menor al 0.01 %. Finalmente, en el balance de masa en el dominio (Fig. 4.5d), se observa que el flujo másico en la entrada es casi idéntico al de salida, con una diferencia de $1.4 \times 10^{-11} \text{ kg/s}$. En conclusión, la metodología

numérica utilizada cumple con la propiedad de la convergencia.

4.4. Post-Procesamiento

Después de comprobar la convergencia en los dos casos de referencia, se procede a validar los datos obtenidos y determinar si la metodología numérica utilizada es la correcta para el tipo de flujo estudiado. Para esto, se comparan los datos por medio de gráficas y mapas con los resultados presentados en el trabajo de Simo Tala et al. [40], que fue la base para plantear los casos de referencia y de estudio en la sección 2.1.

Para continuar con la validación y en general con la etapa de Post-Procesamiento, es necesario definir primero el cálculo de algunas integrales y promedios ponderados. Dichas operaciones serán muy utilizadas para comparar y analizar todo el conjunto de datos, generado por un total de 22 simulaciones.

4.4.1. Integrales y promedios ponderados

Es posible calcular distintas cantidades integradas sobre líneas, superficies o volúmenes definidas en el dominio computacional. Esto se calcula en Post-Procesamiento por medio de ciertas órdenes según la sintaxis del software, por lo mientras la definición matemática y la forma de calcularlo internamente se explica enseguida.

Las integración sobre una curva C permite obtener cantidades como la longitud de la curva $long(C)$, la propiedad ϕ por unidad de longitud ϕ_C y el promedio de ϕ ponderado por longitud $\phi_{prom,C}$. Para un número N de segmentos l_i que conforman la curva C se tiene:

$$long(C) = \int_C dl = \sum_{i=1}^N |l_i| \quad (4.19a)$$

$$\phi_C = \int_C \phi dl = \sum_{i=1}^N \phi_i |l_i| \quad (4.19b)$$

$$\phi_{prom,C} = \frac{1}{long(C)} \int_C \phi dl = \frac{1}{long(C)} \sum_{i=1}^N \phi_i |l_i| \quad (4.19c)$$

Por otro lado, las integrales sobre una superficie S las cantidades obtenidas para un número N de caras con área A_i que conforman a S son: Área de la superficie o frontera $\text{Área}(S)$, la cantidad ϕ por unidad de área ϕ_S , promedios ponderados por área $\phi_{prom,S}$ y tasas de flujo $\dot{\phi}_S$.

Las tasas de flujo calculadas en este trabajo son el flujo másico en las entradas o salidas del dominio \dot{m} , y la tasa de flujo de transferencia de calor desde la superficie

del IC hacia el flujo de aire. Las expresiones para calcular estas cantidades son las siguientes:

$$\text{Área}(S) = \int_S dA = \sum_{i=1}^N |A_i| \quad (4.20a)$$

$$\phi_S = \int_S \phi dA = \sum_{i=1}^N \phi_i |A_i| \quad (4.20b)$$

$$\phi_{prom,S} = \frac{1}{\text{Área}(S)} \int_S \phi dA = \frac{1}{\text{Área}(S)} \sum_{i=1}^N \phi_i |A_i| \quad (4.20c)$$

$$\dot{\phi}_S = \int_S \rho \phi \vec{u} \cdot d\vec{A} = \sum_{i=1}^N \rho_i \phi_i \vec{u}_i \cdot \vec{A}_i \quad (4.20d)$$

$$\dot{m}_S = \int_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{A} = \sum_{i=1}^N \rho_i \vec{u}_i \cdot \vec{A}_i \quad (4.20e)$$

Finalmente, con la integral sobre un volumen V_{dom} conformado por N celdas de volumen V_i se puede calcular las siguientes cantidades:

$$\text{Vol}(V_{dom}) = \int_{V_{dom}} dV = \sum_{i=1}^N |V_i| \quad (4.21a)$$

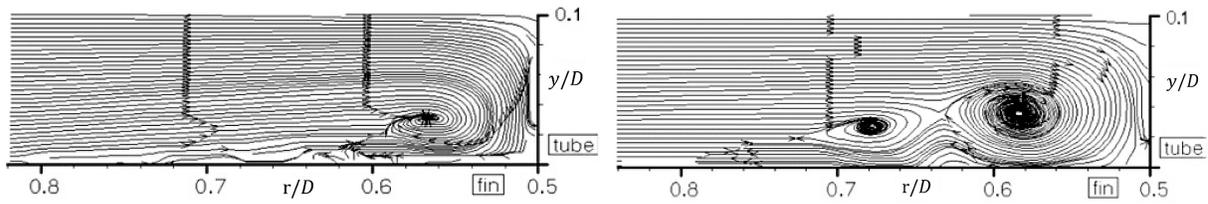
$$\phi_{V_{dom}} = \int_{V_{dom}} \phi dV = \sum_{i=1}^N \phi_i |V_i| \quad (4.21b)$$

$$\phi_{prom,V_{dom}} = \frac{1}{\text{Vol}(V_{dom})} \int_{V_{dom}} \phi dV = \frac{1}{\text{Vol}(V_{dom})} \sum_{i=1}^N \phi_i |V_i| \quad (4.21c)$$

Todas estas cantidades permiten analizar el comportamiento de algunas variables del campo de flujo de manera local como global. Por ejemplo, al posicionar los valores promediados en función de una coordenada espacial, como el coeficiente de transferencia de calor h , el esfuerzo cortante en la pared τ_s y la producción local de entropía S .

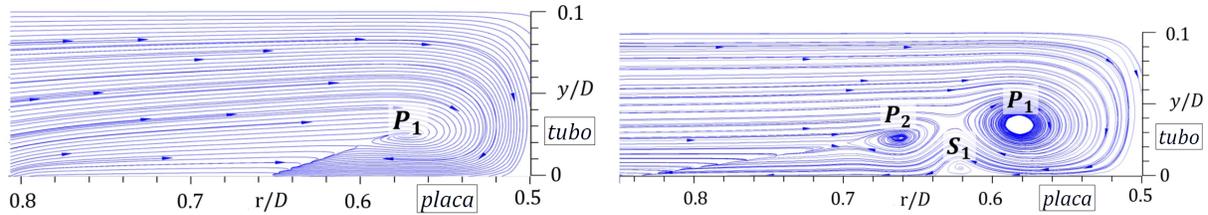
4.4.2. Validación y análisis del caso de referencia: ICTP

Las características térmicas e hidráulicas de un ICTP en situaciones prácticas de diseño, se basan en las variables promediadas. Entonces, para validar los datos de la solución numérica, la estructura del flujo promedio en cada unión tubo-placa se compara localmente con datos experimentales, obtenidos con la técnica PIV [2]. Estos resultados se presentan en las figuras 4.6, donde las líneas de corriente en el



(a) PIV: Tubo [1A].

(b) PIV: Tubos [1B, 2B].



(c) CFD: Tubo [1A].

(d) CFD: Tubos [1B, 2B].

[1A]	Experimental		Numérico		Porcentaje de error	
	r/D	y/D	r/D	y/D	% r/D	% y/D
P_1	0.567	0.0312	0.571	0.0303	0.8	2.9

(e) Comparación de vórtice (P_1).

[1B] [2B]	Experimental		Numérico		Porcentaje de error	
	r/D	y/D	r/D	y/D	% r/D	% y/D
P_1	0.584	0.0356	0.582	0.0359	0.3	0.8
P_2	0.678	0.0269	0.662	0.0262	2.3	2.6
S_1	0.627	0.0054	0.621	0.0052	1.0	3.6

(f) Comparación de vórtices (P_1, P_2, S_1).

Figura 4.6: Vórtices de herradura en ICTP sobre planos frontales a los tubos: (a,b) estudio experimental [2], (c,d) estudio numérico presente y (e,f) cálculo de errores.

plano frontal a cada unión tubo-aleta indican la formación de sistemas de *Vórtices de Herradura* (VH) para una velocidad de entrada $W_0 = 2.35 \text{ m/s}$.

Resalta en el flujo aguas-arriba del tubo [1A] un sistema VH, con un vórtice primario P_1 (Figs.4.6a y 4.6c). Mientras que, en el plano frontal a los tubos [1B, 2B] se observa un flujo con una estructura más compleja, donde se forma un sistema VH con dos vórtices primarios (P_1, P_2) y uno secundario (S_1) que se forma cerca de la placa o aleta (figs. 4.6b y 4.6d). Comparando los datos experimentales y numéricos cualitativamente, las líneas de corriente de la simulación concuerdan con la descripción de la estructura del flujo y las formación de los sistemas VH observados experimentalmente. Para verificar cuantitativamente que los modelos físicos y numéricos seleccionados son capaces de predecir este comportamiento del flujo, se compara la posición ($r/D, y/D$) del núcleo de cada vórtice y se calculan los porcentajes de error (ver figs. 4.6e y 4.6f).

En el sistema de vórtices (P_1, P_2, S_1), las coordenadas radial (r/D) y axial (y/D) presentan porcentajes de error máximos del 2.3% y 3.6%, respectivamente. En con-

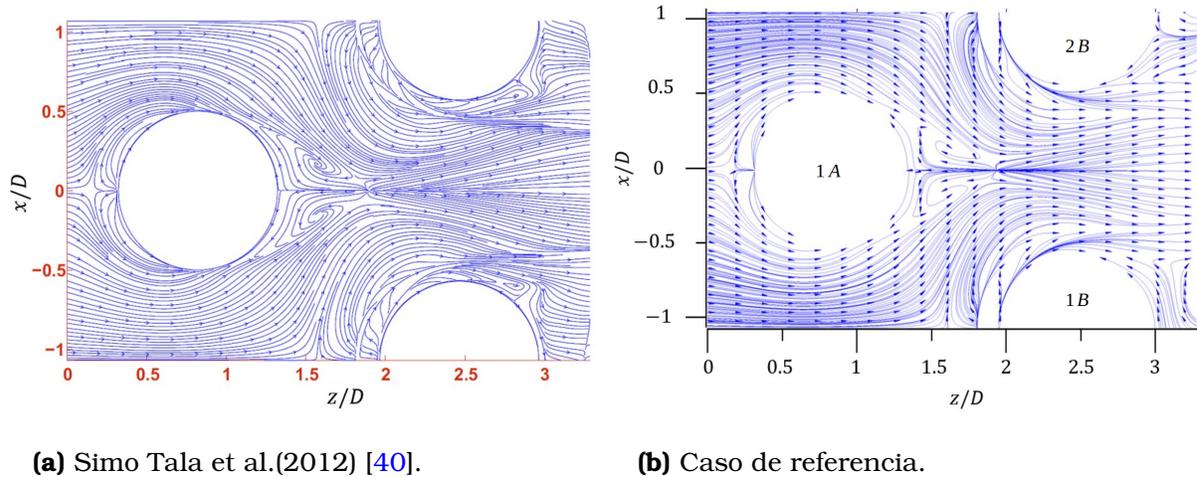


Figura 4.7: Líneas de corriente del flujo promedio en el ICTP sobre el plano cercano a la placa $Y/D = 1/70$ con $W_0 = 2.35 \text{ m/s}$.

secuencia, los modelos físicos y numéricos escogidos predicen correctamente el comportamiento del flujo en la región aguas-arriba donde los tubos y las placas se unen.

En las figuras 4.7 se comparan las líneas de corriente reportadas por [40] y obtenidas en este trabajo, ambos casos sobre un plano cercano a la placa, $Y/D = 1/70$. Ambas figuras coinciden en como se desarrollan las distintas estructuras en el flujo, como vórtices de herradura y burbujas de recirculación.

En esta representación del flujo, se observa la formación de los vórtices de herradura (figs. 4.6), como se desarrollan alrededor de los tubos hasta que se desprenden y generan una estela. Según se trate de los tubos [1A] o [1B, 2B], los vórtices tendrán un efecto distinto en la formación de las estelas y zonas de recirculación, esto repercutirá en la transferencia de calor y el rendimiento en general del IC.

Por otro lado, las *burbujas* o *zonas de recirculación* ocurren debido a que el flujo se desprende de la superficie de los tubos y se reincorpora aguas-abajo. Estas zonas son de importancia porque resultan ineficientes para transferir calor con la superficie correspondiente de la placa, debido a que el aire no se renueva sino que recircula lentamente hasta recalentarse, se les considera como *zonas térmicamente muertas*.

En la figura 4.8, se representan los mapas de contorno y los promedios ponderados por longitud para el coeficiente de transferencia de calor y los esfuerzos cortantes de pared. Para validar estos datos, en las figuras 4.8d y 4.8c se hace una comparación con los resultados reportados por [40]. Resulta que las curvas son mayormente coincidentes, excepto los esfuerzos cortantes en la zona de recirculación de los tubos [1B, 2B].

En el comportamiento local de los promedios ponderados de τ_S y h , se observan los efectos producidos por las estructuras de flujo descritas en la figura 4.7. Esto se

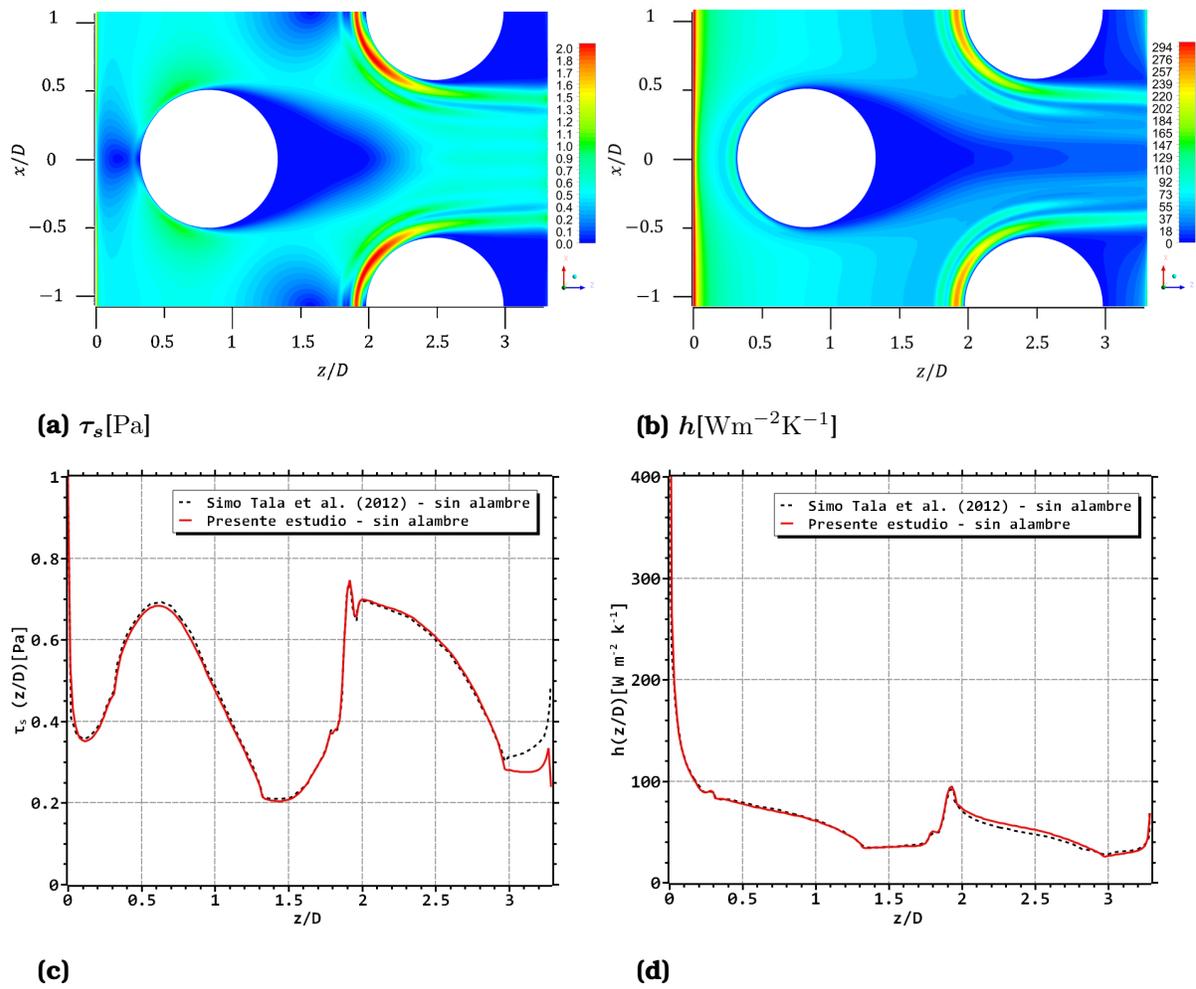


Figura 4.8: Esfuerzo cortante de pared y coeficiente de transferencia de calor sobre la placa en ICTP con $W_0 = 2.35\text{m/s}$: (a,b) Mapas de contornos y (c,d) promedios ponderados por longitud.

nota en las figuras 4.8a y 4.8b, donde las bandas de colores delimitan la formación de vórtices y recirculaciones. De este modo, se identifican las regiones con la mayor caída de presión por esfuerzos cortantes de pared o de mayor transferencia de calor sobre la placa.

Los valores máximos del esfuerzo cortante de pared se localizan en el borde de ataque de la placa y alrededor de los tubos. Específicamente, los picos registrados aguas-arriba de los tubos [1B, 2B] son el resultado del desarrollo de los sistemas VH (bandas naranjas, 4.8a). Mientras que los valores mínimos ocurren en las zonas muertas (bandas azules, fig. 4.8a). Esto es producido por la fricción elevada en el borde de la placa ($z/D = 0$), el gradiente elevado de velocidad por la reducción de la sección transversal por la que el aire fluye entre los tubos y los gradientes de baja

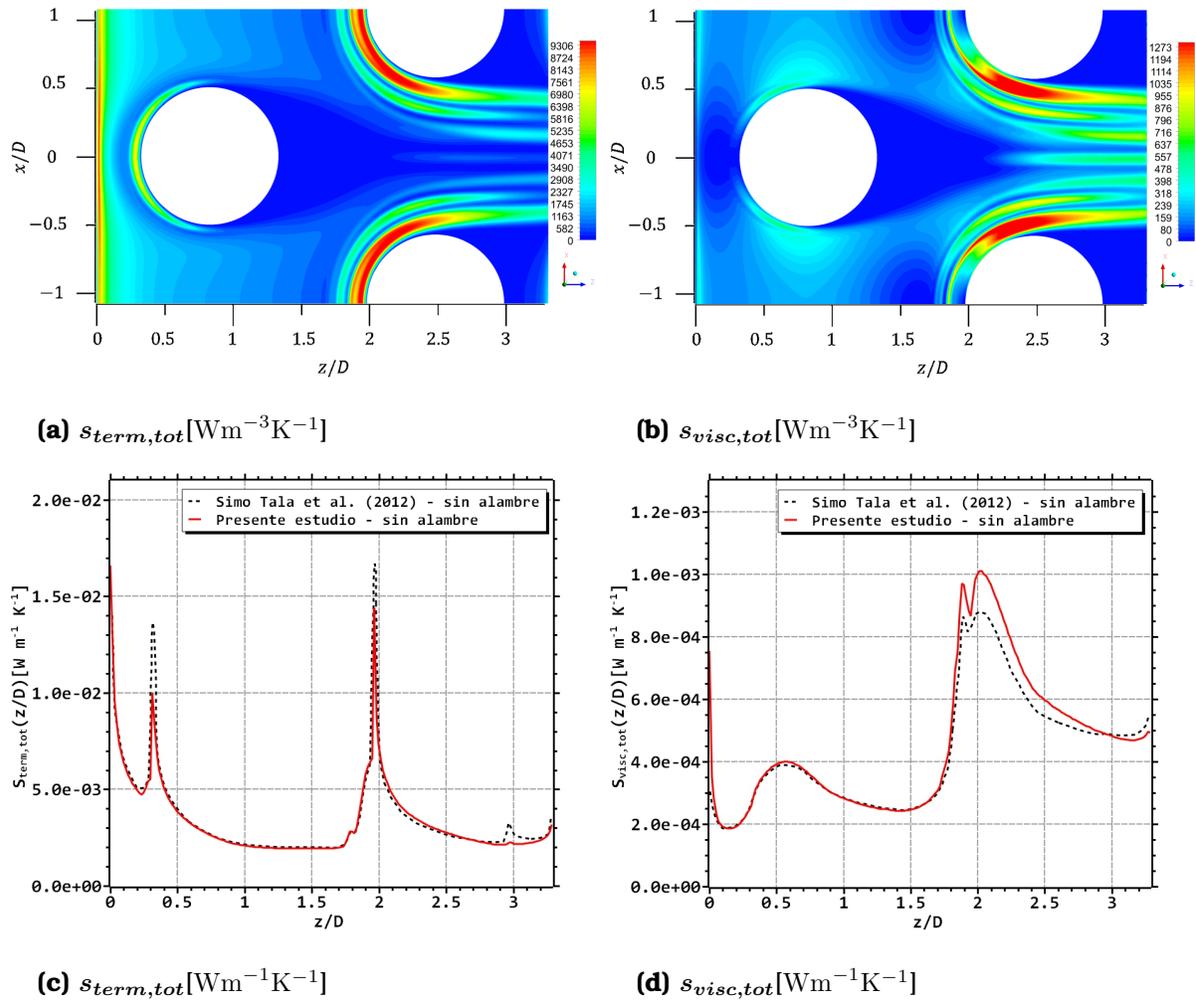


Figura 4.9: Componentes de la producción local de entropía en ICTP sobre un plano cercano a la placa $y/D = 1/70$ con $W_0 = 4.7 m/s$: (a,b) Mapas de contorno y (c,d) integrales sobre planos seccionales.

velocidad en las zonas de recirculación.

El coeficiente de transferencia de calor tiene un máximo en el borde de la placa debido al desarrollo de la capa límite térmica. Además, los picos observados aguas-arriba de los tubos $[1B, 2B]$ son el resultado del adelgazamiento de la capa límite por los sistemas VH. (bandas naranjas, fig. 4.8b). Mientras que, los valores mínimos ocurren en la zona de recirculación por el recalentamiento del aire (bandas azules, fig. 4.8b).

Ahora, en la figura 4.9 se representa la distribución local de la tasa de producción de entropía del flujo con una velocidad constante de entrada de $W_0 = 4.7 m/s$. Para validar estos resultados se grafican los valores integrados de $s_{term,tot}$ y $s_{visc,tot}$, sobre planos seccionales y comparándolos con [40]. Aunque hay discrepancias, atribuibles

a la configuración del modelo numérico, se siguen presentando los puntos de máxima producción local de entropía en las mismas posiciones dentro del flujo.

El mapa de contornos de la figura 4.9a, indica que las regiones con las mayores tasas de de producción térmica de entropía se localizan en el borde de ataque de la placa, aguas-arriba y alrededor de los tubos, especialmente en [1B, 2B]. Como ya se mencionó, el desarrollo de la capa límite en el borde ataque de la placa y el adelgazamiento de la capa límite por sistemas VH, generan gradientes elevados de temperatura. Así mismo, en las estelas de los tubos se registra la menor tasa de producción térmica de entropía, debido a la recirculación del flujo que iguala las temperaturas del aire y de la placa.

Similarmente, la tasa de producción viscosa de entropía obtenida en la figura 4.9b presenta valores elevados aguas-arriba y alrededor de los tubos, debido al desarrollo de los sistemas VH. Mientras que los valores más bajos ocurren en las regiones de recirculación donde los gradientes de velocidad también son bajos.

Finalmente, en las figuras 4.9c y 4.9d, las componentes de la producción de entropía integradas sobre los planos seccionales evolucionan de manera semejante a los promedios ponderados de los esfuerzos cortantes de pared y del coeficiente de transferencia de calor.

Por medio de los casos de referencia, se concluye que la metodología numérica seleccionada provee una solución válida porque describe adecuadamente el flujo dentro del intercambiador de calor. De igual manera, se llevará acabo la ejecución de las soluciones numéricas de los casos de estudio según los ajustes y criterios de convergencia presentados. Como parte de la etapa de Post-Procesamiento, en el siguiente capítulo se presentarán y analizarán los datos obtenidos en los casos de estudio.

CAPÍTULO 5

Resultados y análisis de ICTP-A

En este capítulo se presentan los datos obtenidos por las soluciones numéricas de los distintos casos de estudio y se analizan globalmente sus características termohidráulicas para seleccionar aquellos casos relevantes según su rendimiento. Posteriormente, los casos seleccionados son estudiados localmente por medio de gráficas y mapas de contorno que describen distintas cantidades conforme el flujo atraviesa el intercambiador de calor.

5.1. Análisis global del flujo

Primero, es importante mencionar que el número de casos simulados implica una cantidad considerable de trabajo si se optara por analizar localmente cada uno de estos flujos. Adicionalmente, varios de los casos no exhiben diferencias significativas entre sí y respecto a los casos de referencia.

Por esta razón, se efectúa un análisis global de las características termohidráulicas de cada flujo y se seleccionan aquellos casos con las variaciones más significativas en el rendimiento del intercambiador de calor. Luego se procede con el análisis local de los flujos seleccionados para entender como la posición del alambre modifica el comportamiento del fluido en determinadas regiones.

Para ejecutar el análisis global de los resultados se implementan dos puntos de vista: la primera y segunda ley de la termodinámica. Ambas visiones complementan y proveen la información básica para determinar el efecto del alambre en todo el flujo sin la necesidad de especificar el comportamiento local del mismo. Con la primera ley de la termodinámica, el incremento en la energía interna del aire, ΔE_{int} , entre la entrada y salida del intercambiador de calor se escribe como:

$$\Delta E_{int} = Q \left(1 - \frac{1}{\eta} \right), \quad \eta = \frac{Q}{\dot{v} \Delta p} \quad (5.1)$$

donde Q [W] es el flujo de calor transferido a la corriente aire, \dot{v} [m³/s] el flujo volumétrico de aire y η el factor de rendimiento termohidráulico del IC.

En la ecuación 5.1, el flujo de calor y la energía mecánica necesaria para atravesar el IC están relacionados entre sí por el factor de rendimiento. De modo que, aumentar el flujo de calor mientras se reduce la caída de presión permite mayores incrementos en la energía interna del aire, o sea, η debe aumentar para un mejor rendimiento.

Habiendo evaluado todos los factores de rendimiento, los valores resultantes en los casos de estudio (η_A) se comparan con los rendimientos de referencia (η). Para cuantificar estas variaciones, se calcula un factor de rendimiento relativo, $\eta_r = \eta_A/\eta$, en la velocidad de entrada correspondiente y modificando la posición del alambre respecto a los tubos, $(r/D, \theta)$ (fig. 5.1).

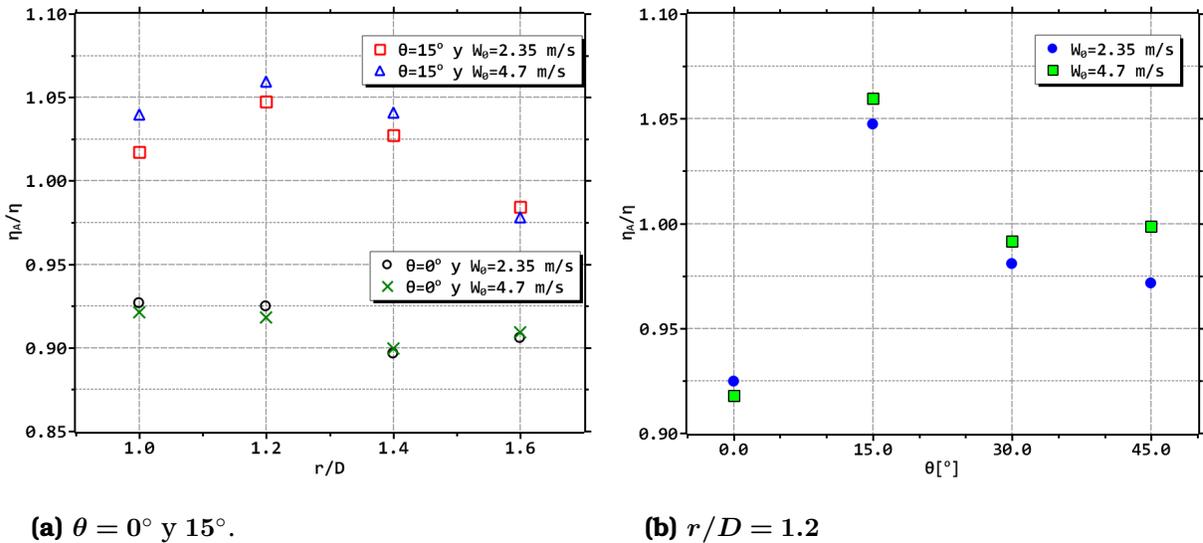


Figura 5.1: Factores de rendimiento relativos.

En la figura 5.1a, se calculan los factores de rendimiento relativos para los ángulos de incidencia $\theta = \{0^\circ, 15^\circ\}$ como función de $r/D = \{1.0, 1.2, 1.4, 1.6\}$ y considerando $W_0 = \{2.35 \text{ m/s}, 4.7 \text{ m/s}\}$. El incremento en los rendimientos solo ocurre en los casos donde $\theta = 15^\circ$ y $r/D = \{1.0, 1.2, 1.4\}$, con sus máximos registrados en $(1.2, 15^\circ)$. Para el resto de las posiciones el rendimiento disminuye y los valores mínimos se presentan en la posición $(1.4, 0^\circ)$. Mientras que, en la figura 5.1b se fija la distancia radial en $r/D = 1.2$ y los ángulos de incidencia varían según $\theta = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ\}$. Los valores mínimo y máximo ocurren en la posición $(1.2, 0^\circ)$ y $(1.2, 15^\circ)$, respectivamente.

Para ambas gráficas, incrementar la distancia radial alambre-tubo implica un mayor desarrollo de la estela generada por el alambre y una incidencia directa de la misma en los tubos [1B, 2B] ocurre con valores de θ cercanos a cero, provocando una reducción importante en el rendimiento del intercambiador de calor. Sin embargo, reducir demasiado la incidencia de la estela sobre los tubos (valores altos de θ), mitiga también su efecto en el flujo. En conclusión, las distintas posiciones del alambre si logran modificar, en menor o mayor grado, las características globales del flujo como la transferencia de calor y la caída de presión dentro del intercambiador de calor.

Desde la perspectiva de la segunda ley de la termodinámica, la tasa de producción de entropía dentro del intercambiador de calor es resultado de las irreversibilidades generadas por la transferencia de calor y la disipación viscosa, por lo tanto es importante entender como la producción de entropía afecta el rendimiento termohidráulico del flujo.

Para lograrlo, se calcula una cantidad adimensional conocida como número de producción de entropía, Ns , que considera tanto el calor transferido al flujo de aire como la tasa total de producción de entropía dentro del intercambiador:

$$Ns = \frac{T_{tub} S_{tot}}{Q} \quad (5.2)$$

donde T_{tub} es la temperatura superficial de los tubos, S_{tot} la producción total de entropía dentro del IC y Q el flujo de calor total. De este modo, calculando Ns_A para cada caso de estudio se determina si la producción de entropía varía respecto a los casos de referencia, Ns y comparando sus valores por medio del número de producción de entropía relativo, $Ns_r = Ns_A/Ns$, que es graficado en las figuras 5.2.

En la figura 5.2a, se aprecia que la tasa de producción de entropía incrementa colocando el alambre en un ángulo de incidencia $\theta = 0^\circ$. En cambio, Ns_A disminuye hasta valores mínimos en $r/D = \{1.2, 1.4\}$, cuando el alambre es fijado en $\theta = 15^\circ$. Estableciendo $r/D = 1.2$ pero variando θ , en la figura 5.2b se verifica que en $\theta = 0^\circ$, el valor Ns_A se incrementa, pero disminuye si $\theta = 15^\circ$. También, si se aumenta el ángulo de incidencia se reduce el efecto del alambre en el flujo, como ocurre en las gráficas de η_r .

En general, ambas gráficas manifiestan que la tasa de producción de entropía es mayor en los flujos con velocidad, $W_0 = 4.7$ m/s, aún si el valor r/D es el mismo. Relacionando η_A con Ns_A , se concluye que un decremento en la tasa de producción de entropía implica un incremento en el rendimiento. No obstante, los resultados anteriores no ofrecen información sobre como cambian las componentes de la producción de entropía entre casos. Para esto se definen las tasas de producción de entropía relativas, S_r , en las ecuaciones 5.3.

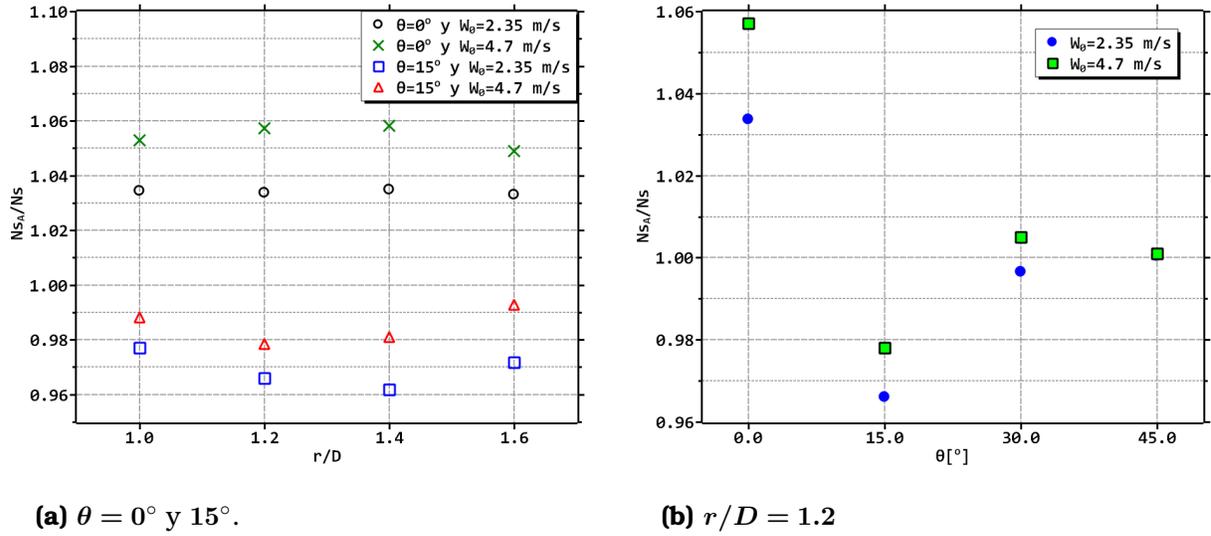


Figura 5.2: Números de producción de entropía relativos.

$$S_{vis,r} = \frac{S_{vis,A}}{S_{vis}} \quad \text{y} \quad S_{term,r} = \frac{S_{term,A}}{S_{term}} \quad (5.3)$$

Así, en la figura 5.3 se detallan si hay incrementos o decrementos en las componentes térmica y viscosa de la tasa de producción de entropía para dos velocidades de entrada del flujo. En las figuras 5.3a y 5.3b, una para cada velocidad, se advierte que las componentes se reducen cuando el ángulo de incidencia es de 0° y la situación opuesta ocurre con 15° . Como lo muestra la figura 5.3c con $r/D = 1.2$, el comportamiento apreciado en las gráficas anteriores se repite, los ángulos $\theta = \{30^\circ, 45^\circ\}$ tienen un efecto reducido en las componentes de producción de entropía.

Inspeccionando η_r , Ns_r y S_r , puede resultar contradictorio que un decremento en la tasa de producción de entropía que mejore el rendimiento ocurra a la vez que las componentes registran incrementos. Sin embargo, Ns_r se calcula a partir de la producción de entropía dividida por el flujo de calor, a la vez que el rendimiento incrementa con el flujo de calor. En cambio, S_r , se calcula directamente de las componentes térmica y viscosa porque no considera el flujo de calor en su cálculo.

Aunque, se cuantifique una mayor producción de entropía dentro del flujo, no implica necesariamente que el rendimiento disminuya porque depende de como evolucione el flujo localmente. Por esto, es preciso realizar un estudio detallado del flujo, para entender como en distintas regiones, las cantidades C_f , Nu , $S_{term,tot}$ y $S_{visc,tot}$ se relacionan con las estructuras formadas dentro del flujo, como se señaló en las figuras 4.8 y 4.9.

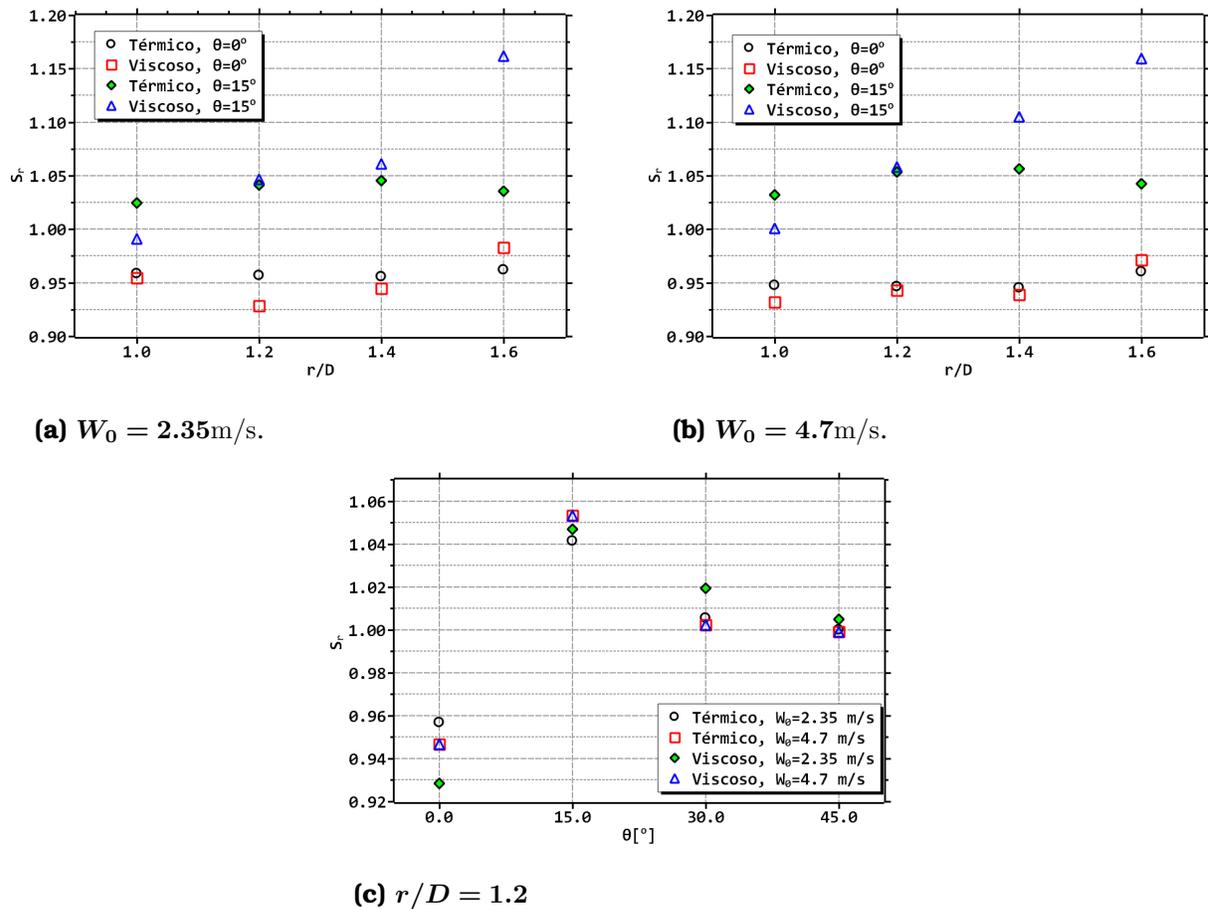


Figura 5.3: Factores de producción de entropía relativa, $S_{term,r}$ y $S_{visc,r}$.

5.2. Análisis local del flujo

Para analizar localmente el flujo (con $W_0 = \{2.35 \text{ m/s}, 4.7 \text{ m/s}\}$) se consideran los casos de referencia ICTP y los casos de estudio ICTP-A con los valores de rendimiento, máximo y mínimo alcanzados: $\{(1.2, 15^\circ), (1.4, 0^\circ)\}$. En la figura 5.4 se examinan las líneas de corriente del flujo promedio sobre un plano frontal a los tubos [1B, 2B] para comparar el efecto del alambre colocado aguas-arriba y relacionar las estructuras generadas dentro del flujo con el comportamiento local de la transferencia de calor y de los esfuerzos cortantes de pared.

Considerando las figuras 5.4a, 5.4b, 5.4e y 5.4f, al colocar el alambre en $(1.2, 15^\circ)$ aparecen los mismos vórtices de herradura que se generan sin el alambre, formando regiones sobre la placa con niveles elevados de transferencia de calor y esfuerzos cortantes. Por el contrario, al colocar el alambre en la posición $(1.4, 0^\circ)$ este sistema de vórtices desaparece en las figuras 5.4c y 5.4d

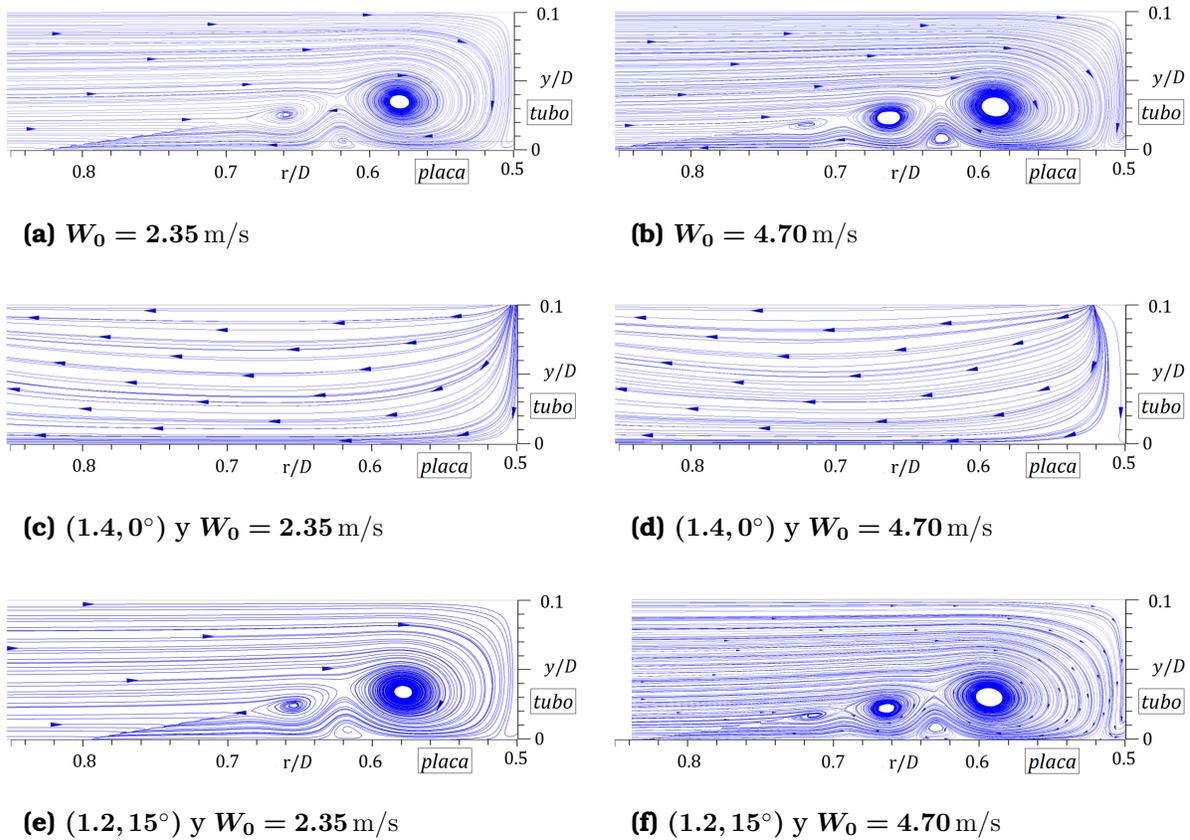


Figura 5.4: Líneas de corriente del flujo promedio en los planos frontales a los tubos [1B, 2B]: (a,b) ICTP y (c,d,e,f) ICTP-A .

5.2.1. Velocidades y temperaturas

Se requiere extender la región de análisis usando planos paralelos a la placa para trazar las líneas de corriente del flujo promedio donde se pueda visualizar a detalle la evolución de los vórtices de herradura y zonas de recirculación. El primer plano se encuentra cerca de placa en $y/D = 1/70$ y el segundo en la simetría $y/D = 0.5P_f/D$. Además, en las líneas de corriente se aplica un mapa de colores para indicar localmente las magnitudes de la velocidad y temperatura, tal como se muestra en las figuras 5.5 y 5.6, .

Empezando con el análisis del plano $y/D = 1/70$, en las figuras 5.5a y 5.5b se ilustran las líneas de corriente sin colocar el alambre con $W_0 = 2.35$ m/s. En este flujo se aprecian las regiones de recirculación detrás de los tubos donde la magnitud de la velocidad es cercana a cero y las temperaturas con valores de 308 – 310 K. En cambio, los vórtices de herradura alrededor de los tubos [1B, 2B] provocan una aceleración del flujo hasta 4 m/s y una temperatura en el rango de 302 – 304 K.

Asimismo, respecto al caso de referencia, en las figuras 5.5c y 5.5d, como se ob-

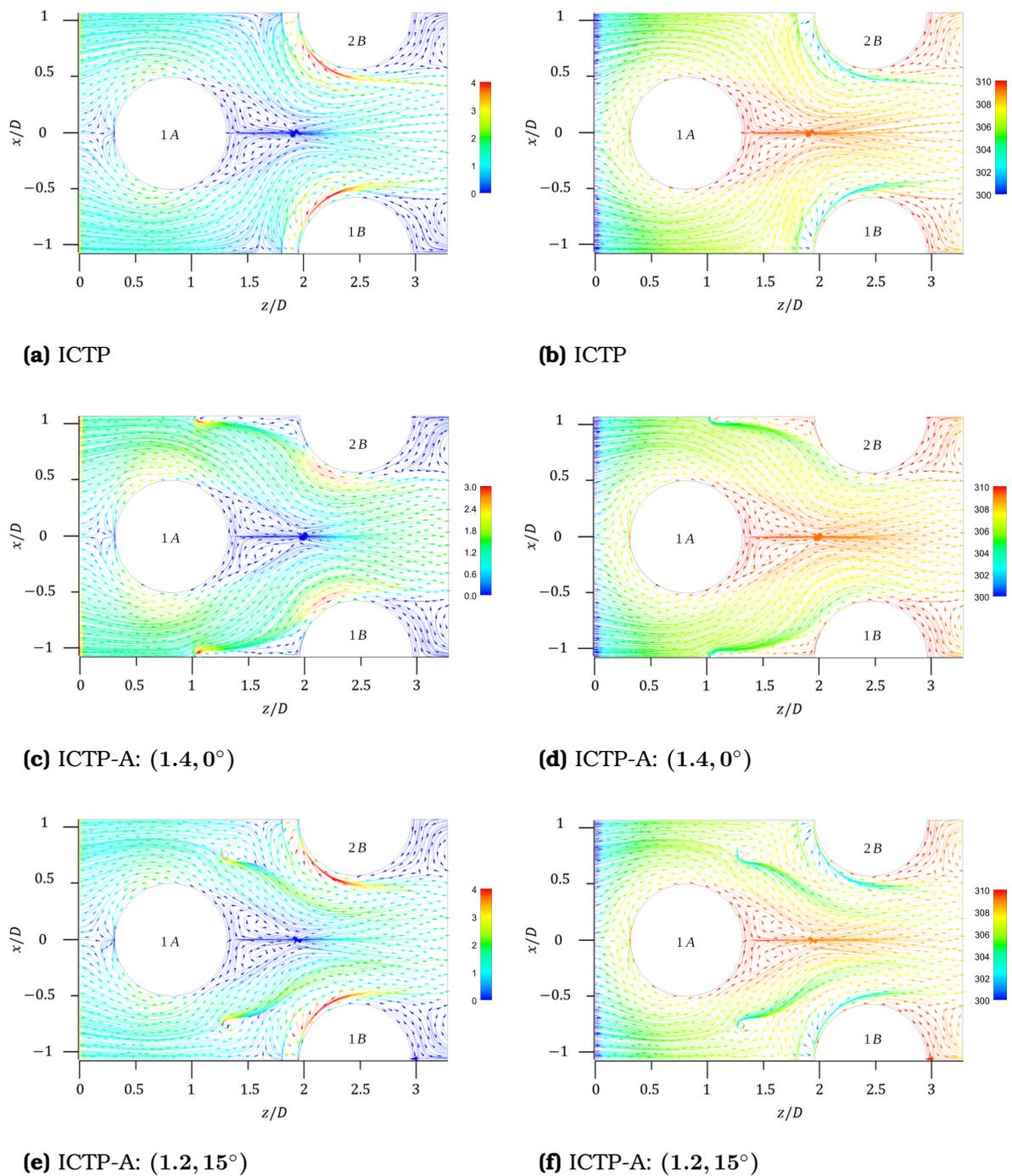


Figura 5.5: Líneas de corriente del flujo promedio en $y/D = 1/70$ con $W_0 = 2.35$ m/s : (a,c,e) magnitud de la velocidad [m/s] y (b,d,f) temperatura [K].

servó en los planos frontales el alambre en la posición $(1.4, 0^\circ)$ inhibe la formación de los vórtices de herradura que se habían generado alrededor de los tubos [1B, 2B].

Aunque, esta modificación del flujo no afecta la formación de recirculaciones detrás de los tubos, si se genera una nueva recirculación entre el alambre y los tubos. A pesar de esto, el flujo todavía sufre una aceleración alrededor de los tubos pero en una región de menor tamaño y alcanzando valores de 3 m/s. En cambio, el flujo que se desprende del alambre y que pasa alrededor de los tubos, registra temperaturas en el rango de 304 – 306 K.

Ahora bien, siguiendo con las figuras 5.5e y 5.5f, cuando el alambre se coloca en $(1.2, 15^\circ)$ la estela que produce no perturba la generación de los vórtices de herradura alrededor de los tubos [1B, 2B]. Además, en las zonas de recirculación se registran velocidades cercanas a cero con temperaturas de 308 – 310 K. Por otro lado, el flujo se acelera alrededor de los tubos hasta valores cercanos a los 4 m/s y temperaturas entre 302 – 304 K.

Lejos de los efectos de la placa, en el plano de simetría, $y/D = 0.5P_f/D$, el flujo se mueve con una velocidad de entrada, $W_0 = 4.7$ m/s. En las figuras 5.6a y 5.6b, se observa que sin el alambre las zonas de recirculación detrás de [1A] se perciben de mayor tamaño, con magnitudes de velocidad de 0 – 3 m/s y temperaturas de 305 – 307 K. Mientras que, el fluido se acelera junto con la estela dejada por el tubo [1A] al pasar entre los tubos [1B, 2B], llegando a los 12 – 15 m/s y 290 – 294 K. No se perciben los vórtices de herradura, porque estos ocurren cuando el flujo incide en la unión placa-tubo, pero si se logra apreciar la capa límite sobre la superficie de los tubos.

Colocando el alambre en $(1.4, 0^\circ)$, en las figuras 5.6c y 5.6d se distingue la recirculación del flujo entre el alambre y el tubo, donde el fluido se mueve lentamente a 0 – 3 m/s con temperaturas de 302 – 304 K. Las otras zonas de recirculación ocurren de forma similar al caso de referencia sin alambre. También, el flujo se acelera al pasar entre los tubos [1B, 2B], hasta los 12 – 15 m/s con temperaturas de 290 – 292 K.

En las figuras 5.6e y 5.6f, al colocar el alambre en $(1.2, 15^\circ)$ el flujo que pasa entre los tubos [1B, 2B] se comporta distinto al registrar valores entre los 9 – 15 m/s y temperaturas en un rango más amplio de 290 – 298 K; debido a que el alambre funciona como superficie para el intercambio de calor y al desarrollo de su estela. Igualmente, las zonas de recirculación tras los tubos tienen valores de velocidad y temperatura similares a los dos casos anteriores.

5.2.2. Coeficiente de fricción y número de Nusselt

Prosiguiendo con el análisis, se ubica sobre la superficie de la placa un tercer plano para representar los esfuerzos cortantes y la transferencia de calor en la pared. Para lo

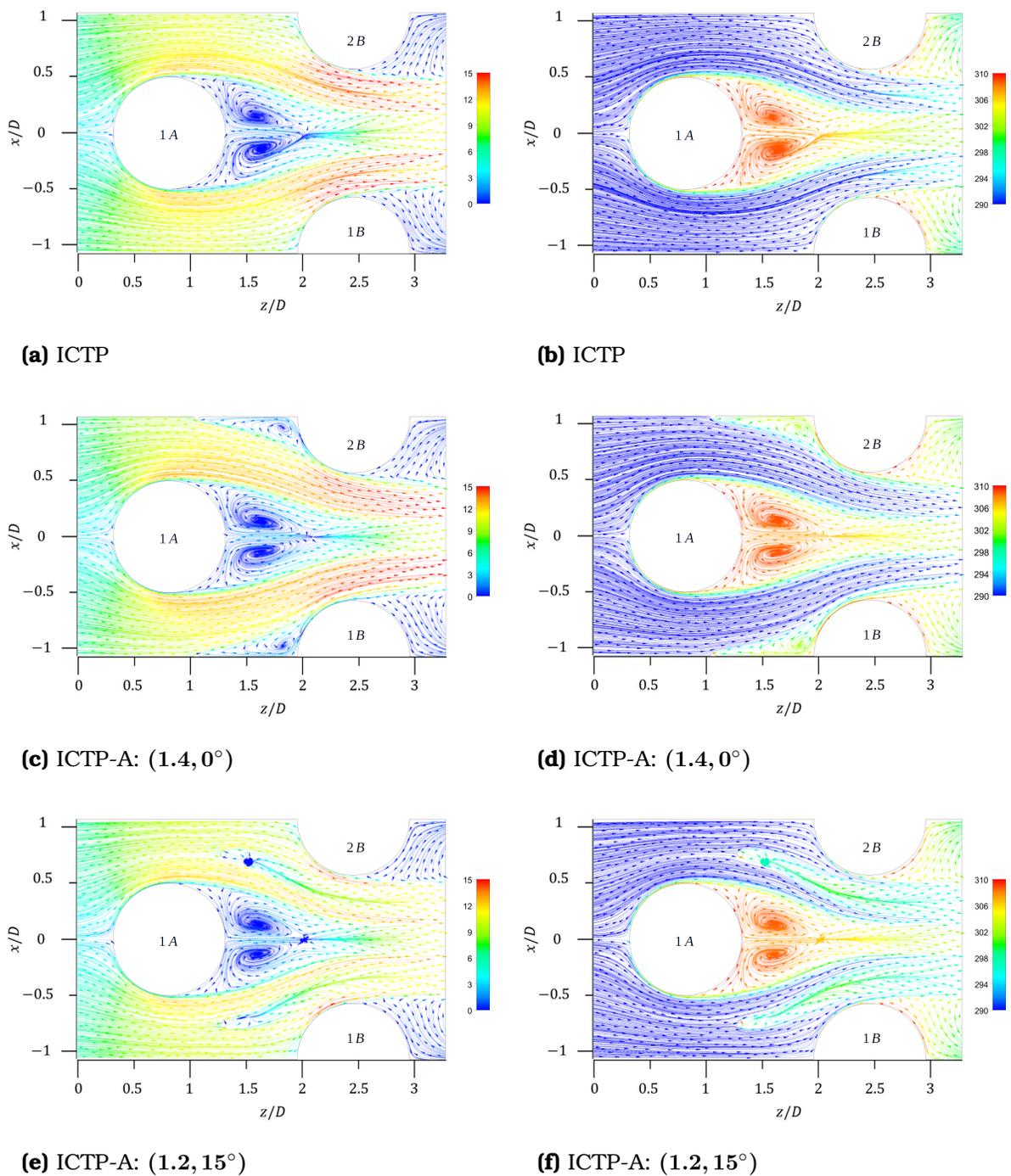


Figura 5.6: Líneas de corriente del flujo promedio en $y/D = 0.5P_f/D$ con $W_0 = 4.7$ m/s: (a,c,e) magnitud de la velocidad [m/s] y (b,d,f) temperatura [K].

cual, se calculan dos números adimensionales conocidos como coeficiente de fricción, $C_f = \tau_s / (0.5\rho W_0^2)$ y número de Nusselt, $Nu = hD/\lambda$. Dichas cantidades son representadas por mapas de contorno que permiten apreciar las diferentes estructuras de flujo formadas y sus efectos locales sobre la placa.

Dichos mapas de contorno, para flujos con velocidad en la entrada de 2.35 m/s, se exhiben en la figura 5.7. En caso de no colocar un alambre en el intercambiador, en la figura 5.7a se representa C_f , donde se distinguen las zonas de estancamiento del flujo y los sistemas VH, ambos al frente de los tubos; así también, se observa aguas-abajo de los tubos las recirculaciones del fluido. Según la banda de colores, en las zonas coloreadas de azul se presentan los valores más bajos de fricción por esfuerzos cortantes porque la velocidad del fluido sobre la placa es la más baja. En cambio, las zonas de color rojo (valores hasta 0.6) corresponden al borde de ataque de la placa y a la formación de sistemas VH que provocan una aceleración del fluido sobre la placa, con valores 0.3 – 0.60.

Ahora bien, en la figura 5.7b se representa Nu , donde las zonas de color azul indican que la transferencia de calor es mínima. De acuerdo con los mapas de contorno antes vistos, esto pasa porque el fluido se mueve lentamente hasta recalentarse y ser ineficiente para extraer calor de la placa, convirtiéndose en zonas sobre la placa, *térmicamente muertas*. Las zonas de color rojo (valores cercanos a 100) indican que la transferencia de calor por convección ocurre principalmente en el borde de ataque de la placa porque la diferencia de temperaturas es la mayor posible, el fluido se encuentra a $T_0 = 290$ K. Enseguida, le siguen las regiones bajo los sistemas VH (50 – 80), esto debido al adelgazamiento de la capa límite y a las velocidades elevadas que se desarrollan, lo que se traduce en una mayor extracción de energía en la placa.

La posición del alambre tiene principalmente un efecto sobre el sistema VH, como ocurre en las posiciones (1.4, 0°) y (1.2, 15°). Sin embargo, la mayoría de las estructuras del flujo y su distribución tienen una correspondencia con lo mostrado en la figura 5.5. De modo que, el coeficiente de fricción y número de Nusselt, presentan valores mínimos en todas las regiones con recirculación y valores elevados en el borde de ataque de la placa y alrededor de los tubos.

Las figuras 5.7c y 5.7d, muestran la aparición de una zona de recirculación que inhibe la presencia del sistema VH, lo que se traduce en valores de C_f y Nu menores. Así que, al colocar el alambre en la posición (1.2, 15°), según los mapas de contornos, se reduce la caída de presión por fricción sobre la placa pero disminuye la transferencia de calor.

En el otro caso, donde el alambre se coloca en (1.2, 15°), se debe notar que el propio alambre genera un sistema VH y una estela con su propia recirculación, pero sin afectar la formación del sistema VH en los tubos [1B, 2B]. Es decir, el valor de C_f en la figura 5.7e presenta la misma distribución en sus mínimos y máximos, excepto

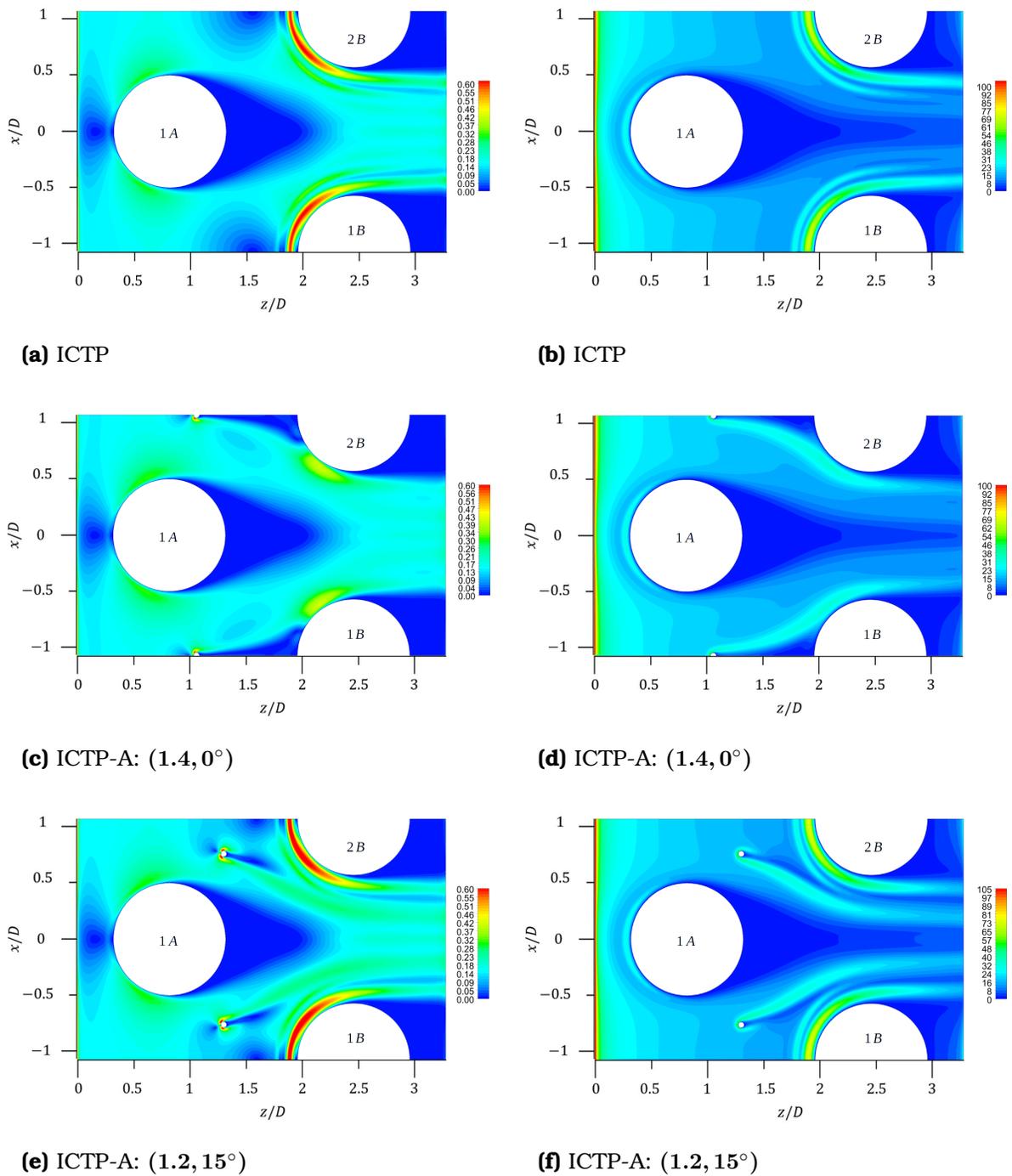


Figura 5.7: Mapas de contorno de C_f y Nu sobre la placa con $W_0 = 2.35$ m/s: (a,c,e) coeficiente de fricción y (b,d,f) número de Nusselt.

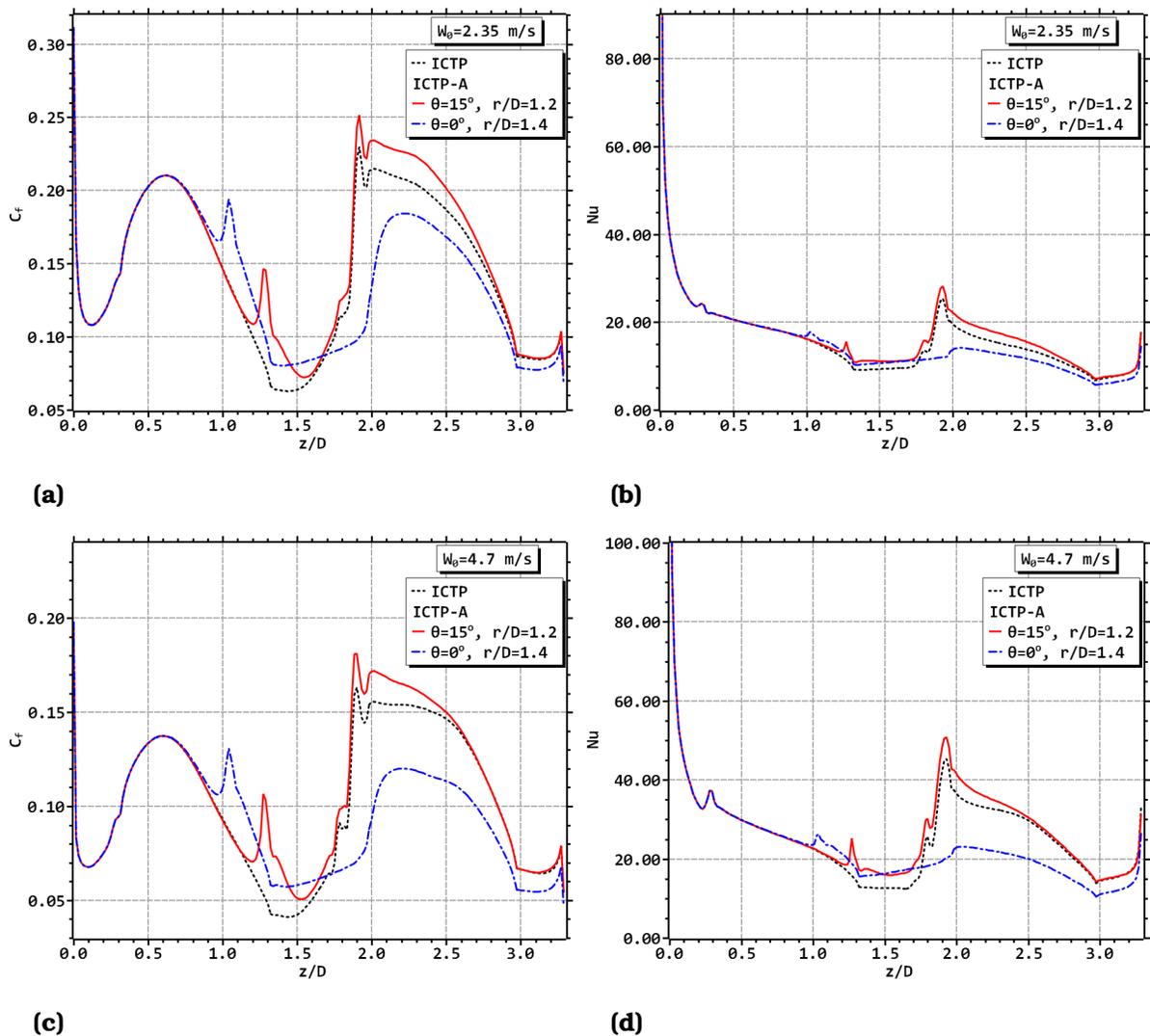


Figura 5.8: Promedios ponderados por longitud de C_f y Nu .

que la estela se incrementa la fricción hasta salir del intercambiador de calor. En la figura 5.7f, el número de Nusselt también es mayor en donde la estela dejada por el alambre pasa sobre la placa, sumado a que no destruye el sistema VH.

Los mapas de contorno proveen información sobre la distribución de los esfuerzos cortantes y transferencia de calor sobre la placa, pero es conveniente caracterizar estas cantidades por medio de perfiles que describan el comportamiento del flujo conforme pasa a través del intercambiador. De este modo, utilizando la ecuación 4.19c para calcular los promedios ponderados por longitud es posible ubicar con precisión las diferentes estructuras del flujo sobre la placa. Esto se grafica en la figura 5.8 para los flujos con velocidades de entrada: 2.35 m/s y 4.7 m/s.

En la gráfica de la figura 5.8a se representa a C_f ponderado por longitud y a lo

largo de la dirección z/D . De esta gráfica se puede distinguir en donde están colocados los alambres y los frentes de los tubos, porque en estas posiciones aparecen picos. Se observa que al colocar el alambre en $(1.4, 0^\circ)$, desaparecen los picos generados el sistema VH pero incrementan cuando es colocado en la posición $(1.2, 15^\circ)$, el mismo comportamiento se presenta en ambas velocidades. Por otro lado, en la figura 5.8b se grafica el número de Nusselt, aquí se observa que en $(1.2, 15^\circ)$ los valores incrementan aguas-abajo pero en la posición $(1.4, 0^\circ)$ esta cantidad cae.

5.2.3. Producción local de entropía

Ahora, se examina la producción local de entropía y como es afectada por las condiciones del flujo generadas por el alambre. Para esto, se calculan las componentes térmica y viscosa de la tasa de producción de entropía y se representa su distribución con mapas de contorno sobre el plano cercano a la placa, $y/D = 1/70$. En la figura 5.9 se representan dichos mapas de contorno para flujos con una velocidad de entrada, $W_0 = 4.7$ m/s.

El primer caso analizado es el de referencia, mostrado en las figuras 5.9a y 5.9b, se observa una correspondencia con las magnitudes de velocidad y temperatura. La componente térmica presenta valores elevados donde hay más transferencia de calor en el fluido, esto ocurre primero en el borde de ataque de la placa y luego en los sistemas VH alrededor de los tubos. En cambio, la componente por disipación viscosa tiene valores altos en los sistemas VH alrededor de los tubos [1B, 2B] y entre ellos. En ambas componentes, los valores mínimos ocurren detrás de los tubos, donde el fluido se mueve a bajas velocidades y tiene mayor temperatura.

Respecto a lo anterior y como se ha venido señalando, el alambre en la posición $(1.4, 0^\circ)$, genera una recirculación e inhibe los sistemas de vórtices de herradura, reduciendo los gradientes de velocidad y temperatura. Según las figuras 5.9c y 5.9d, los valores más altos en la componente térmica ocurren en el borde de ataque de la placa, en el sistema VH alrededor del tubo [1A] y en la estela del alambre que se desarrolla al rodear los tubos [1B, 2B]. Para la componente viscosa, los valores más altos ocurren alrededor de los tubos [1B, 2B], pero son menores que en el caso de referencia de casi 1500 a 900. En ambas componentes, los valores mínimos ocurren en las zonas de estancamiento y recirculaciones detrás de los tubos y del alambre.

En el otro caso, en la posición $(1.2, 15^\circ)$, la estela del alambre no solo preserva los vórtices de herradura frontales a los tubos [1B, 2B] sino que se convierte en una región que incrementa la producción de entropía tanto térmica como viscosa. Fuera de esto, el resto del flujo tiene un comportamiento bastante similar al caso de referencia, en cuanto los niveles bajos y altos en la producción local de entropía.

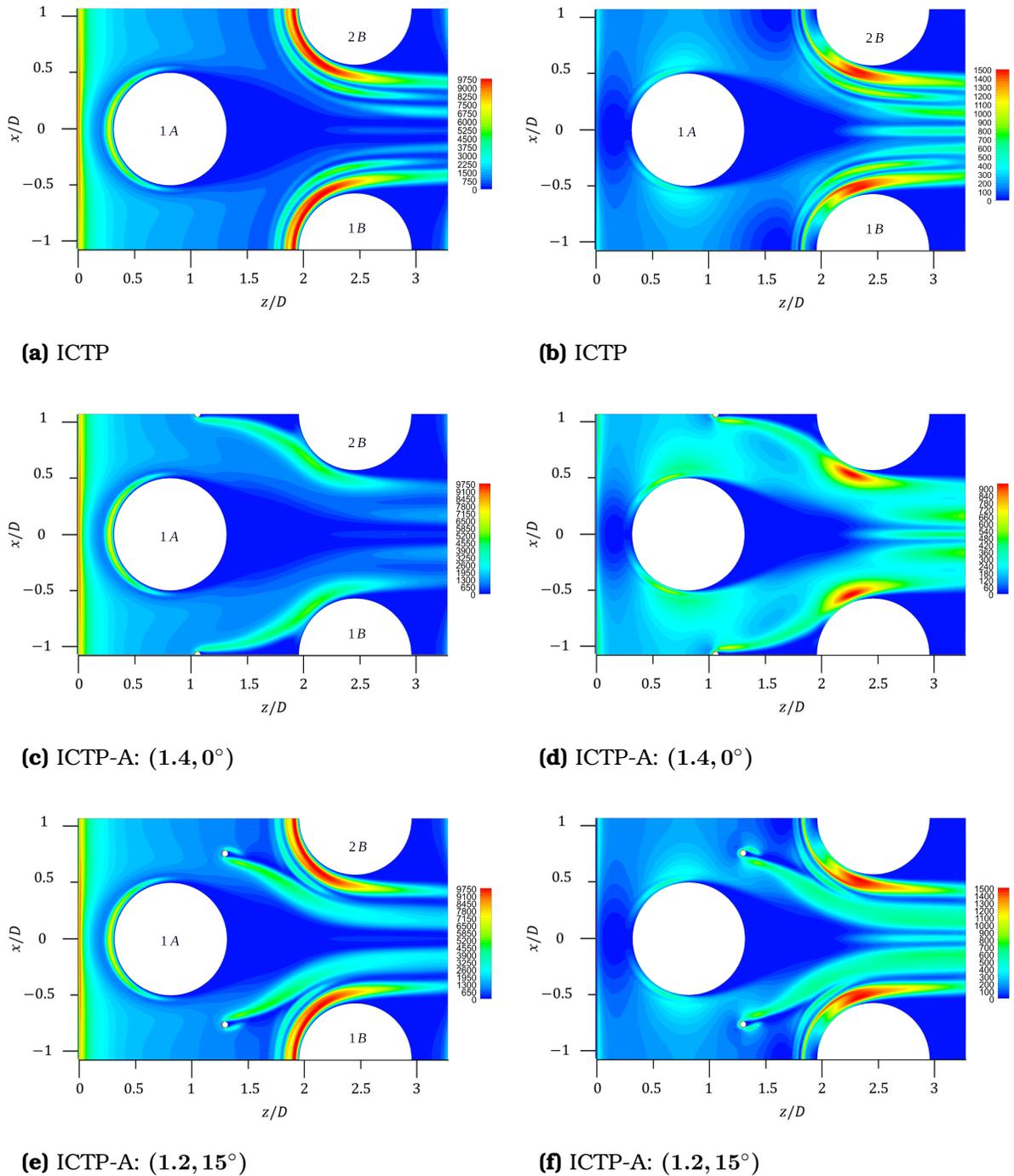


Figura 5.9: Mapas de contorno de las componentes de producción de entropía sobre el plano $y/D = 1/70$ con $W_0 = 4.70$ m/s: (a,c,e) térmica [$\text{W m}^{-3} \text{K}^{-1}$] y (b,d,f) viscosa [$\text{W m}^{-3} \text{K}^{-1}$].

5.2.4. Números de Bejan y de producción de entropía

Como se hizo antes con el coeficiente de fricción y el número de Nusselt, se caracteriza el comportamiento de la producción local de entropía, calculando las integrales de los planos seccionales para obtener el perfil con el comportamiento de la tasa de producción de entropía a través del intercambiador de calor en la dirección z/D , como se hace en las gráficas de la figura 5.10.

Para flujos con una velocidad de entrada, $W_0 = 4.7$ m/s, la producción local de entropía por transferencia de calor (ver fig. 5.10a) al colocar el alambre en la posición $(1.4, 0^\circ)$ provoca un pico en la gráfica, debido a la presencia de un sistema VH generado en el frente del alambre, aguas-abajo la cantidad de entropía se mantiene por encima a lo obtenido por el caso de referencia, o sea, la propia estela del alambre produce entropía a la vez que destruye el sistema VH de mayor tamaño que se forma alrededor de los tubos $[1B, 2B]$, reduciendo el pico en un 76 %.

En la posición $(1.2, 15^\circ)$, se genera un pico por el alambre, aunque aguas-abajo el flujo replica el comportamiento del caso de referencia, pero con niveles de producción de entropía térmica superiores, hasta un 7 % en el pico producido por el sistema VH. En otro sentido, la producción de entropía por disipación viscosa tiene un comportamiento similar en las dos posiciones del alambre, aunque en la posición $(1.2, 15^\circ)$, la entropía producida es mucho más elevada que en la otra posición (127 % mayor), indicando que los gradientes de velocidad son mayores alrededor del alambre.

El número adimensional de Bejan, Be , es una relación entre la entropía por transferencia de calor y la entropía total:

$$Be = \frac{s_{term,tot}}{s_{term,tot} + s_{visc,tot}} \quad (5.4)$$

donde valores $Be \approx 1$ indican que la producción de entropía por transferencia de calor es muchísimo mayor a la disipación viscosa. Graficando localmente el número de Bejan, figura 5.10c, se observa que las curvas tienen comportamientos irregulares, pero semejantes entre sí en algunos intervalos z/D . En los tres casos se observa que entre $0.2 \leq z/D \leq 0.3$, aparece el valor máximo relacionado al vórtice de herradura que coincide con los valores máximos de la producción de entropía térmica y mínimos por disipación viscosa.

Después, en el intervalo $0.3 \leq z/D \leq 0.8$ hay un decremento, donde los esfuerzos cortantes sobre la placa aumentan pero la transferencia de calor decae. Enseguida, aparece un pico que indica mayor disipación viscosa del alambre en la posición $(1.4, 0^\circ)$, esto se acompaña de varias fluctuaciones por debajo del caso de referencia y posteriormente un incremento sostenido por el aumento de la componente térmica y reducción de la viscosa. En $z/D = 2$ se alcanza un nuevo pico aproximado de 0.89

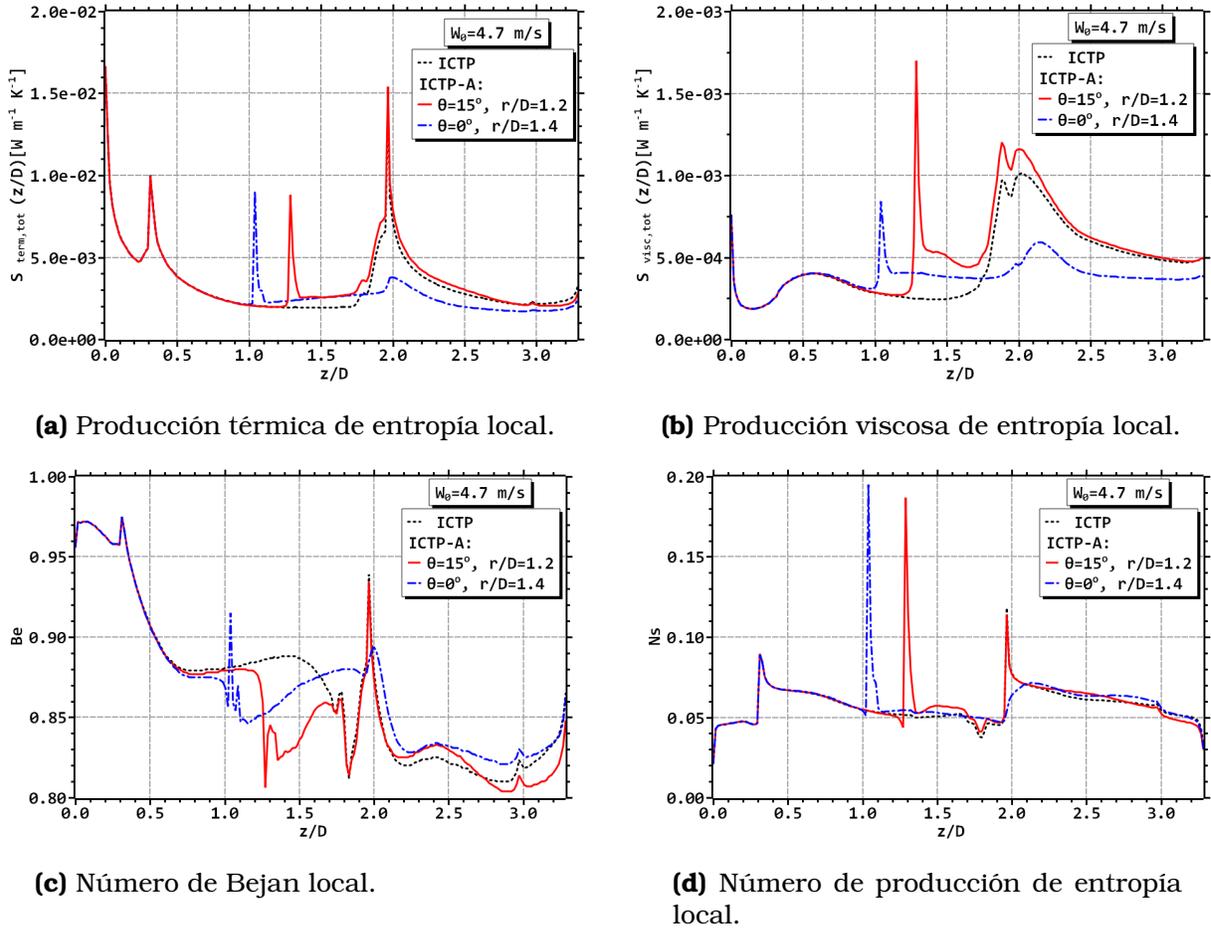


Figura 5.10: Caracterización de las componentes de producción de entropía local.

y luego termina por decaer.

En la curva con el alambre en la posición $(1.2, 15^\circ)$, se registra un pico mínimo de 0.81 indicando un incremento repentino y muy alto de la componente viscosa. También, hay un comportamiento fluctuante por la disipación viscosa, que luego es coincidente con el caso de referencia en el intervalo $1.7 \leq z/D \leq 2.1$. Los vórtices de herradura provocados por los tubos $[1B, 2B]$ se distinguen como dos picos, cercanos a $z/D = 1.75$ y 1.95 . Estas posiciones coinciden con los picos del coeficiente de fricción y número de Nusselt, así como en las componentes de producción de entropía. Finalmente, se observa una caída en el número Be , debido a las zonas de recirculación aguas-abajo.

La otra cantidad utilizada es el número de producción local de entropía, calculado según la siguiente expresión:

$$N_{s,loc} = \frac{S_{tot,sec} T_s}{Q_l} \quad (5.5)$$

donde T_s es la temperatura de referencia, en este caso al exterior de los tubos, $S_{tot,sec}$ la entropía total integrada sobre un plano seccional y Q_t el flujo de calor integrado en la línea sobre la placa correspondiente al plano seccional.

En la gráfica de la figura 5.10d, resaltan los picos donde ocurren los vórtices en las zonas frontales de los tubos y el alambre. En los casos de referencia y con el alambre en la posición (1.2, 15°) el comportamiento es muy similar. En cambio, al colocar el alambre en la posición (1.4, 0°) el flujo tiene un comportamiento similar a las gráficas anteriores, donde la producción de entropía se reduce aguas-abajo del alambre y sin la presencia de los vórtices no ocurren picos en los tubos [1B, 2B].

Conclusiones

En este trabajo se estudia numéricamente como un alambre que varía su posición modifica localmente el patrón de flujo, las características termohidráulicas y la tasa de producción de entropía dentro de un intercambiador de calor compacto con una configuración geométrica basada en el trabajo de Simo Tala et al. [40]. Los veinte casos de estudio se definieron según la distancia radial, r/D , el ángulo de ataque θ y la velocidad de entrada del aire, W_0 .

A partir de un análisis global se calculó el rendimiento termohidráulico y se seleccionaron los casos adecuados para ejecutar un análisis local del flujo. Por medio de mapas de contorno y gráficas de cantidades integradas o promediadas, se caracterizó el comportamiento de la transferencia de calor, los esfuerzos cortantes y las componentes de la tasa de producción de entropía. Las principales conclusiones de este estudio se presentan enseguida:

- Las ángulos de ataque que registran variaciones significativas del factor de rendimiento termohidráulico son 0° y 15° , respecto al caso de referencia. En cambio, los ángulos 30° y 45° con una distancia radial $r/D = 1.2$, tienen un efecto reducido en el rendimiento.
- Los casos con variaciones significativas del factor de rendimiento termohidráulico, en la posición $(1.2, 15^\circ)$, se registran incrementos del 4.7% y 5.9% con $W_0 = 2.35$ m/s y 4.7 m/s, respectivamente. Por otro lado, en la posición $(1.4, 0^\circ)$, el factor de rendimiento termohidráulico disminuye un -10.4% y -10.1% para $W_0 = 2.35$ m/s y 4.7 m/s, respectivamente.
- Las variaciones significativas en la producción de entropía por transferencia de calor, en la posición $(1.4, 15^\circ)$, se registran incrementos del 4.5% y 5.6% con $W_0 = 2.35$ m/s y 4.7 m/s, respectivamente. En la posición $(1.4, 0^\circ)$, las irreversibilidades térmicas disminuyen un -4.4% y -5.5% para $W_0 = 2.35$ m/s y 4.7 m/s, respectivamente.
- Las variaciones más importantes en la producción de entropía por disipación viscosa, en la posición $(1.6, 15^\circ)$, se registran incrementos del 16.2% y 15.9% con $W_0 = 2.35$ m/s y 4.7 m/s, respectivamente. Por otro lado, en la posición $(1.2, 0^\circ)$ el decremento es del -7.2% y en $(1.0, 0^\circ)$ es del -6.8% para $W_0 = 2.35$ m/s y 4.7 m/s, respectivamente.
- El alambre puede tener un efecto significativo en la estructura local del flujo. A velocidad constante, colocando el alambre con un ángulo de ataque $\theta = 0^\circ$ se genera una estela que forma una zona de recirculación e inhibe la presencia de

vórtices de herradura en los tubos [1*B*, 2*B*]. En cambio, con el de ángulo $\theta = 15^\circ$ el sistema VH no se ve alterado y la estela dejada por el alambre no forma alguna otra estructura de flujo secundaria.

- La estructura local del flujo tiene una relación directa con el número de Nusselt, el coeficiente de fricción y las componentes de las tasa de producción de entropía. Se observa, como los picos producidos por los vórtices de herradura pueden aumentar o disminuir sus valores respecto a los casos de referencia, afectando el comportamiento global del intercambiador de calor. Además, las zonas de recirculación implican valores mínimos de transferencia de calor y esfuerzos cortantes de superficie.

Este trabajo se centra en el efecto del patrón de flujo sobre la caracterización del rendimiento del intercambiador conservando sus dimensiones y configuración básica, pero agregando un control de flujo de geometría simple. En el futuro, para lograr una optimización de los parámetros geométricos, el estudio se puede extender agregando posiciones, modificando la forma o tamaño de la sección transversal del alambre.

APÉNDICE A

Ecuaciones SST $k - \omega$

El modelo SST $k - \omega$ tiene una forma similar a la formulación estándar:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \quad (\text{A.1a})$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (\text{A.1b})$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j}) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (\text{A.1c})$$

En estas ecuaciones, \tilde{G}_k representa la generación de energía turbulenta debido a los gradientes de velocidad promedio, G_ω es la generación de ω , Γ_k y Γ_ω representan la difusividad de k y ω , respectivamente. Por otro lado, Y_k y Y_ω son los términos de disipación debido a la turbulencia de k y ω . Finalmente, D_ω es el término de difusión cruzada, S_k y S_ω son los términos fuente definidos por el usuario.

Difusividad efectiva

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_k}, \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_{turb}}{\sigma_\omega} \quad (\text{A.2})$$

donde σ_k y σ_ω son los número de Prandtl turbulentos para k y ω , respectivamente. La viscosidad turbulenta μ_{turb} , se calcula como sigue:

$$\mu_{turb} = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]} \quad (\text{A.3})$$

donde S es la magnitud de la tasa de deformación:

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (\text{A.4})$$

y

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1 - F_1)/\sigma_{k,2}} \quad , \quad \sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1 - F_1)/\sigma_{\omega,2}} \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left[\frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \right] \quad (\text{A.6})$$

donde $Re_t = \rho k / \mu \omega$, $\alpha_0^* = \beta_i / 3$ y $\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2}$.

Las funciones de combinación, F_1 y F_2 , están dadas por:

$$F_1 = \tanh \Phi_1^4 \quad , \quad \Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho\omega y^2} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right] \quad (\text{A.7a})$$

$$D_\omega^+ = \max \left[\frac{2\rho}{\omega\sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right]$$

$$F_2 = \tanh \Phi_2^2 \quad , \quad \Phi_2 = \max \left[\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho\omega y^2} \right] \quad (\text{A.7b})$$

donde y es la distancia hasta la siguiente superficie y D_ω^+ es la porción positiva del término de difusión cruzada.

Producción de k y ω

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^* k\omega) \quad , \quad G_k = \mu_t S^2 \quad (\text{A.8a})$$

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k \quad (\text{A.8b})$$

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left[\frac{\alpha_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} \right] \quad , \quad \alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty,2}$$

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta_\infty^*}}$$

$\sigma_{k,1} = 1.176$	$\beta_{i,1} = 0.075$	$\beta_{\infty}^* = 0.09$
$\sigma_{k,2} = 1.0$	$\beta_{i,2} = 0.0828$	$R_{\beta} = 8$
$\sigma_{\omega,1} = 2.0$	$\kappa = 0.41$	$R_k = 6$
$\sigma_{\omega,2} = 1.168$	$\alpha_{\infty}^* = 1.0$	$R_{\omega} = 2.95$
$a_1 = 0.31$	$\alpha_0 = 1/9$	

Tabla A.1: Constantes del modelo SST $k - \omega$ [5, 6].

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta_{\infty}^*}}$$

Disipación de k y ω

$$Y_k = \rho \beta_i^* k \omega \tag{A.9a}$$

$$\beta_i^* = \beta_{\infty}^* \left[\frac{4/15 + (Re_t/R_{\beta})^4}{1 + (Re_t/R_{\beta})^4} \right]$$

$$Y_{\omega} = \rho \beta_i \omega^2 \tag{A.9b}$$

Difusión cruzada

$$D_{\omega} = 2(1 - F_1) \frac{\rho}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{A.10}$$

APÉNDICE B

Discretización

B.1. Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad discretizada es:

$$\sum_f^N J_f A_f = 0 \quad (\text{B.1})$$

donde $J_f = \rho \vec{u}_n$ es el flujo de masa a través de la cara f . Para relacionar la componente normal de la velocidad en la cara, \vec{u}_n , con los centroides de las celdas vecinas se utiliza una interpolación de alto orden para calcular el flujo en la cara, \hat{J}_f , y hacer correcciones al gradiente de presión. El flujo en la cara se puede expresar como:

$$J_f = \hat{J}_f + d_f(p_{c_0} - p_{c_1}) \quad (\text{B.2a})$$

$$d_f(p_{c_0} - p_{c_1}) = d_f((p_{c_0} + (\nabla p)_{c_0} \cdot \vec{r}_0) - (p_{c_1} + (\nabla p)_{c_1} \cdot \vec{r}_1)) \quad (\text{B.2b})$$

La definición de \hat{J}_f depende del método seleccionado:

- Basado en la distancia: $\hat{J}_f = \frac{\rho_f}{2} (\vec{u}_{c_0} + \vec{u}_{c_1}) \cdot \vec{n} + J_{ho,d}$
- Basada en el momentum: $\hat{J}_f = \rho_f \left(\frac{a_{P,c_0} \vec{u}_{c_0} + a_{P,c_1} \vec{u}_{c_1}}{a_{P,c_0} + a_{P,c_1}} \right) \cdot \vec{n} + J_{ho,a_P}$

El término d_f depende del valor promedio de los coeficientes en la ecuación de momentum, \bar{a}_P , para las celdas vecinas a f . El término $J_{ho,d}$ es una corrección para mallas no ortogonales basada en las distancias entre los centros de las celdas y el centro de la cara. En cambio, J_{ho,a_P} es una corrección para mallas no ortogonales, basada en los coeficientes de momentum de las celdas adyacentes a la cara.

B.2. Ecuación de momentum

Las componentes de la ecuación de momentum discretizada son:

$$a_P u = \sum_{vec} a_{vec} u_{vec} + \sum p_f A \cdot \hat{i} + S_u \quad (\text{B.3a})$$

$$a_P v = \sum_{vec} a_{vec} v_{vec} + \sum p_f A \cdot \hat{j} + S_v \quad (\text{B.3b})$$

$$a_P w = \sum_{vec} a_{vec} w_{vec} + \sum p_f A \cdot \hat{k} + S_w \quad (\text{B.3c})$$

Estas ecuaciones pueden resolverse con el proceso descrito en la sección 4.3.2, si el campo de presión y los flujos de masa son conocidos. En general, no se conocen de antemano y deben obtenerse como parte de la solución. Utilizando un esquema de diferencias centradas en la celda se hace una interpolación para colocar la presión en las caras de la celda:

$$p_f = \frac{1}{2}(p_{c_0} + p_{c_1}) + \frac{1}{2}(\nabla p_{c_0} \cdot \vec{r}_{c_0} + \nabla p_{c_1} \cdot \vec{r}_{c_1}) \quad (\text{B.4})$$

APÉNDICE C

Configuración de la solución numérica

General		Factores de relajación	
Solucionador	Basado en Presión/Segregado	Presión	0.1
Tiempo	Estacionario	Densidad	1.0
Modelos		Fuerzas de cuerpo	1.0
Energía	Activado	Momentum	0.4
Viscoso	SST $k - \omega$	k	0.8
Materiales		ω	0.8
Fluido	Aire (Gas Ideal)	Viscosidad turbulenta	1.0
Sólido	Aluminio	Energía	1.0
Propiedades	Tabla 3.1	Criterio absoluto de convergencia	
Esquemas numéricos		Continuidad	0.0001
Acople Presión-Velocidad	SIMPLE	Velocidad-x	0.0001
Presión	2º Orden	Velocidad-y	0.0001
Movimiento	Upwind 2º Orden	Velocidad-z	0.0001
k	Upwind 2º Orden	Energía	1×10^{-8}
ω	Upwind 2º Orden	k	0.0001
Energía	Upwind 2º Orden	ω	0.0001

Tabla C.1: Configuración de la solución numérica.

Referencias

- [1] ANSYS FLUENT Theory Guide 14.0, 2011.
- [2] M. Nacer-Bey, Serge Russeil, and Bernard Baudoin. Piv visualizations of the flow structure upstream of the tubes in a two-rows plate-fin-and-tube heat exchanger. *Proceeding of 4th International Conference on Compact Heat Exchangers and Enhancement Technology for the Process Industries*, 3:63–68, 01 2003.
- [3] J.P. Holman. *Heat Transfer*. McGraw-Hill Education, 2009.
- [4] T.L. Bergman, A.S. Lavine, and F.P. Incropera. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 7th Edition*. John Wiley & Sons, Incorporated, 2011.
- [5] B. Andersson, R. Andersson, L. Håkansson, M. Mortensen, R. Sudiyo, and B. van Wachem. *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. Cambridge University Press, 2011.
- [6] H.K. Versteeg and W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Approach*. Longman Scientific & Technical, 1995.
- [7] Y.A. Çengel. *Transferencia de Calor y Masa*. McGraw-Hill Interamericana de España S.L., 2011.
- [8] G.R.S. Assi, R.M. Orselli, and M. Silva-Ortega. Control of vortex shedding from a circular cylinder surrounded by eight rotating wake-control cylinders at $re=100$. *Journal of Fluids and Structures*, 89:13 – 24, 2019. Bluff Body Wakes and Vortex-induced Vibrations (BBVIV-7).
- [9] Lin Lu, Ming ming Liu, Bin Teng, Zhen dong Cui, Guo qiang Tang, Ming Zhao, and Liang Cheng. Numerical investigation of fluid flow past circular cylinder with multiple control rods at low reynolds number. *Journal of Fluids and Structures*, 48:235 – 259, 2014.

- [10] M.J. Li, H. Zhang, J. Zhang, Y.T. Mu, E. Tian, D. Dan, X.D. Zhang, and W.Q. Tao. Experimental and numerical study and comparison of performance for wavy fin and a plain fin with radiantly arranged winglets around each tube in fin-and-tube heat exchangers. *Applied Thermal Engineering*, 133:298 – 307, 2018.
- [11] Nidal H. Abu-Hamdeh, Rashad A.R. Bantan, and Ashkan Alimoradi. Study of heat transfer intensification through new types of tubular heat exchangers with rod bank insert. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*, 152:107912, 2020.
- [12] Leon Hui Keat Goh, Yew Mun Hung, G.M. Chen, and C.P. Tso. Entropy generation analysis of turbulent convection in a heat exchanger with self-rotating turbulator inserts. *International Journal of Thermal Sciences*, 160:106652, 2021.
- [13] Sandeep P. Nalavade, Chandrakant L. Prabhune, and Narayan K. Sane. Effect of novel flow divider type turbulators on fluid flow and heat transfer. *Thermal Science and Engineering Progress*, 9:322 – 331, 2019.
- [14] Fabio Ribeiro, Kevin E. de Conde, Ezio Castejon Garcia, and Idario P. Nascimento. Heat transfer performance enhancement in compact heat exchangers by the use of turbulators in the inner side. *Applied Thermal Engineering*, 173:115188, 2020.
- [15] Rahim Hassanzadeh and Nehir Tokgoz. Analysis of heat and fluid flow between parallel plates by inserting triangular cross-section rods in the cross-stream plane. *Applied Thermal Engineering*, 160:113981, 2019.
- [16] Arvind Gupta, Aditya Roy, Sachin Gupta, and Munish Gupta. Numerical investigation towards implementation of punched winglelet as vortex generator for performance improvement of a fin-and-tube heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 149:119171, 2020.
- [17] José Carpio and Alvaro Valencia. Heat transfer enhancement through longitudinal vortex generators in compact heat exchangers with flat tubes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, page 105035, 2020.
- [18] Zhi-Min Lin, Liang-Bi Wang, and Yong-Heng Zhang. Numerical study on heat transfer enhancement of circular tube bank fin heat exchanger with interrupted annular groove fin. *Applied Thermal Engineering*, 73(2):1465 – 1476, 2014. Special Issue for the 2nd International Workshop on Heat Transfer Advances for Energy Conservation and Pollution Control (IWHT2013).
- [19] Ali Sadeghianjahromi and Chi-Chuan Wang. Heat transfer enhancement in fin-and-tube heat exchangers – a review on different mechanisms. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 137:110470, 2021.

- [20] Xiaowei Li and Xinxin Wu. Thermal mixing of the cross flow over tube bundles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 67:352 – 361, 2013.
- [21] A. Ahmed, R. Manzoor, S.U. Islam, and H. Rahman. Numerical investigation for flow over a square rod through a passive control method at various reynolds numbers. *Canadian Journal of Physics*, 98(5):425–432, 2020.
- [22] J.M. Gorman, E.M. Sparrow, and J. Ahn. In-line tube-bank heat exchangers: Arrays with various numbers of thermally participating tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 132:837 – 847, 2019.
- [23] N. Hosseini, M.D. Griffith, and J.S. Leontini. The flow past large numbers of cylinders in tandem. *Journal of Fluids and Structures*, 98:103103, 2020.
- [24] H. Sakamoto, K. Tan, N. Takeuchi, and H. Haniu. Suppression of fluid forces acting on a square prism by passive control. *Journal of Fluids Engineering*, 1997.
- [25] Tamotsu Igarashi and Nobuaki Terachi. Drag reduction of flat plate normal to airstream by flow control using a rod. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90(4):359 – 376, 2002. Bluff Body Aerodynamics and Applications.
- [26] M.D. Mahbub Alam, M. Moriya, K. Takai, and H. Sakamoto. Suppression of fluid forces acting on two square prisms in a tandem arrangement by passive control of flow. *Journal of Fluids and Structures*, 16(8):1073–1092, 2002.
- [27] Sang-Joon Lee, Sang-Ik Lee, and Cheol-Woo Park. Reducing the drag on a circular cylinder by upstream installation of a small control rod. *Fluid Dynamics Research*, 34(4):233 – 250, 2004.
- [28] Mustafa Sarioglu, Yahya Erkan Akansu, and Tahir Yavuz. Control of the flow around square cylinders at incidence by using a rod. *AIAA Journal*, 43(7):1419–1426, 2005.
- [29] F.J. Huera-Huarte and J.I. Jiménez-González. Effect of diameter ratio on the flow-induced vibrations of two rigidly coupled circular cylinders in tandem. *Journal of Fluids and Structures*, 89:96 – 107, 2019. Bluff Body Wakes and Vortex-induced Vibrations (BBVIV-7).
- [30] Wenchao Yang and Mark A. Stremler. Critical spacing of stationary tandem circular cylinders at re-100. *Journal of Fluids and Structures*, 89:49 – 60, 2019. Bluff Body Wakes and Vortex-induced Vibrations (BBVIV-7).

- [31] P.F. Zhang, J.J. Wang, and L.X. Huang. Numerical simulation of flow around cylinder with an upstream rod in tandem at low reynolds numbers. *Applied Ocean Research*, 28(3):183 – 192, 2006.
- [32] M. Salinas-Vazquez, W. Vicente, E. Barrera, and E. Martinez. Numerical analysis of the drag force of the flow in a square cylinder with a flat plate in front. *Revista mexicana de física*, 60:102 – 108, 04 2014.
- [33] S. Islam, R. Manzoor, and A. Tareen. Numerical investigation for flow over a square rod through a passive control method at various reynolds numbers. *Canadian Journal of Physics*, 98(5):425–432, 2020.
- [34] S. Malekzadeh, I. Mirzaee, N. Pourmahmoud, and H. Shirvani. The passive control of three-dimensional flow over a square cylinder by a vertical plate at a moderate reynolds number. *Fluid Dynamics Research*, 49(2):025515, feb 2017.
- [35] Erhan Fırat, Yahya Erkan Akansu, and Huseyin Akilli. Flow past a square prism with an upstream control rod at incidence to uniform stream. *Ocean Engineering*, 108:504 – 518, 2015.
- [36] N. Mahır and Z. Altaç. Numerical investigation of convective heat transfer in unsteady flow past two cylinders in tandem arrangements. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29(5):1309–1318, 2008.
- [37] A. Sohankar and A. Etminan. Forced-convection heat transfer from tandem square cylinders in cross flow at low reynolds numbers. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 60(7):733–751, 2009.
- [38] S. Harimi, A. Marjani, and S. Moradi. Numerical simulation of fluid flow and forced convection heat transfer around a circular cylinder with control rods located in equilateral triangular arrangement. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 30, 2016.
- [39] J. Herpe, D. Bougeard, S. Russeil, and M. Stanciu. Numerical investigation of local entropy production rate of a finned oval tube with vortex generators. *International Journal of Thermal Sciences*, 48(5):922–935, 2009.
- [40] J.V. Simo Tala, D. Bougeard, S. Russeil, and J.-L. Harion. Tube pattern effect on thermalhydraulic characteristics in a two-rows finned-tube heat exchanger. *International Journal of Thermal Sciences*, 60:225–235, 2012.
- [41] J.E.V. Guzmán, I. Hernández-Arrieta, W. Vicente, M. Salinas-Vazquez, and E. Martínez-Espinosa. Non-local entropy evolution in heat exchangers with ellip-

- tical and circular tube geometries. *International Journal of Thermal Sciences*, 134:601 – 611, 2018.
- [42] S. Malekzadeh and A. Sohankar. Reduction of fluid forces and heat transfer on a square cylinder in a laminar flow regime using a control plate. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 34:15–27, 2012.
- [43] F Zafar and Md. M. Alam. Mixed convection heat transfer from a circular cylinder submerged in wake. *International Journal of Mechanical Sciences*, 183:105733, 2020.
- [44] S.F. Tsai and Sheu T.W.H. Some physical insights into a two-row finned-tube heat transfer. *Computers and Fluids*, 27(1):29–46, 1998.
- [45] J.H. Ferziger and M. Perić. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 2002.
- [46] Y.A. Çengel and M.A. Boles. *Thermodynamics: An Engineering Approach*. McGraw-Hill, 2011.
- [47] R.B. Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. John Wiley and Sons, Inc., 2002.
- [48] J.N. Reddy. *An Introduction to Continuum Mechanics*. Cambridge University Press, 2013.
- [49] F.M. White. *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, 1974.
- [50] Y.A. Çengel and J.M. Cimbala. *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*. McGraw-Hill, 2006.
- [51] T.J. Chung. *Computational Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2010.
- [52] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- [53] David C Wilcox et al. *Turbulence modeling for CFD*, volume 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [54] Fabian Kock and Heinz Herwig. Local entropy production in turbulent shear flows: a high-reynolds number model with wall functions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(10):2205–2215, 2004.
- [55] O. B. Adeyinka and G. F. Naterer. Modeling of Entropy Production in Turbulent Flows . *Journal of Fluids Engineering*, 126(6):893–899, 03 2005.

- [56] Heinz Herwig and F. Kock. Local entropy production in turbulent shear flows: A tool for evaluating heat transfer performance. *Journal of Thermal Science*, 15:159–167, 06 2006.