



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

**COMPARACIÓN DE MODELOS NUMÉRICOS NO LINEALES DE ELEMENTOS DE
CONCRETO REFORZADO**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
DAGOBERTO RODRÍGUEZ GASTELUM

TUTOR PRINCIPAL
DR. DAVID MURIÀ VILA, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., NOVIEMBRE 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Sergio M. Alcocer Martínez De Castro

Secretario: Dr. Orlando Javier Díaz López

1^{er.} Vocal: Dr. David Murià Vila

2^{do.} Vocal: Dr. Marcos Mauricio Chávez Cano

3^{er.} Vocal: Dr. Jaime García Pérez

Lugar donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. David Murià Vila

FIRMA

Contenido

| | |
|--|----|
| 1. Introducción..... | 1 |
| 2. Estrategias de modelación numérica no lineal de elementos de concreto reforzado | 3 |
| 2.1. Vigas y columnas | 4 |
| 2.1.1. Plasticidad concentrada con resortes (PCR) | 5 |
| 2.1.2. Plasticidad concentrada con fibras (PCF)..... | 8 |
| 2.1.3. Plasticidad distribuida con fibras (PDF)..... | 9 |
| 2.2 Muros de concreto | 10 |
| 2.2.1 Modelo de cascarón en capas | 10 |
| 2.2.2. Modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante..... | 11 |
| 2.2.3 Modelo cascarón curvo | 12 |
| 2.3. Comportamiento de materiales y leyes de histéresis | 13 |
| 2.3.1. Comportamiento constitutivo de concreto | 13 |
| 2.3.1.1. Modelo de Mander | 14 |
| 2.3.1.2. Modelo de Karthik y Mander..... | 17 |
| 2.3.1.3. Modelos de Scott <i>et al.</i> y de Karsan y Jirsa | 19 |
| 2.3.1.4. Modelo parabólico | 21 |
| 2.3.1.5. Modelo de Chang y Mander..... | 22 |
| 2.3.1.6. Energía de fractura | 25 |
| 2.3.1.7. Regularización de concreto | 25 |
| 2.3.2. Comportamiento constitutivo de acero de refuerzo | 26 |
| 2.3.2.1. Modelo de Park | 27 |
| 2.3.2.2. Modelo de Karthik y Mander..... | 27 |
| 2.3.2.3. Modelo de Dodd y Restrepo – Posada | 28 |
| 2.3.2.4. Modelo de Menegotto y Pinto..... | 29 |
| 2.3.2.5. Modelo de Menegotto y Pinto extendido | 31 |
| 2.3.2.6. Pandeo de barras de refuerzo' | 31 |
| 2.3.3. Leyes de histéresis..... | 32 |
| 2.4 Parámetros de evaluación de respuestas de elementos estructurales | 34 |
| 3. Modelación numérica no lineal de columnas de concreto reforzado..... | 36 |
| 3.1. Columnas con datos experimentales seleccionadas | 36 |
| 3.2. Descripción de modelos numéricos y parámetros específicos empleados..... | 40 |
| 3.2.1. Materiales y modelos constitutivos..... | 41 |

| | |
|--|-----|
| 3.2.2. Modelos de histéresis | 42 |
| 3.2.3. Particularidades de los modelos con fibras | 43 |
| 3.3. Análisis de resultados | 44 |
| 4. Modelación numérica no lineal de vigas de concreto reforzado | 57 |
| 4.1. Vigas con datos experimentales seleccionados | 57 |
| 4.2 Descripción de modelos numéricos y parámetros específicos empleados | 59 |
| 4.2.1. Materiales y modelos constitutivos | 60 |
| 4.2.2. Modelos de histéresis | 60 |
| 4.3. Análisis de resultados | 61 |
| 5. Modelación numérica no lineal de muros de concreto reforzado | 72 |
| 5.1. Muros con datos experimentales seleccionados | 72 |
| 5.2. Descripción de modelos numéricos y parámetros específicos empleados | 76 |
| 5.2.1. Materiales y modelos constitutivos | 78 |
| 5.2.2. Modelos de histéresis | 78 |
| 5.2.3. Particularidades de modelos | 79 |
| 5.3. Análisis de resultados | 79 |
| 6. Conclusiones y recomendaciones | 96 |
| 7. Reconocimientos | 101 |
| 8. Referencias | 102 |
| Apéndice A. Comparación de resultados ciclo a ciclo de columnas | 107 |
| Apéndice B. Comparación de resultados ciclo a ciclo de vigas | 127 |
| Apéndice C. Comparación de resultados ciclo a ciclo de muros | 136 |
| Agradecimientos | 145 |

1. Introducción

Los elementos de concreto reforzado son ampliamente usados por su efectividad para dar estabilidad, resistencia y rigidez a estructuras como viviendas, escuelas, hospitales, puentes y aeropuertos, por mencionar algunas.

Las estructuras conformadas por estos elementos pueden incursionar en el intervalo no lineal ante la combinación de diferentes factores y acciones. Específicamente en el diseño de edificios altos, muy irregulares, irregulares y regulares que excedan la altura de 80, 100 o 120 m respectivamente, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS, 2020) de la CDMX establecen que debe verificarse el diseño estructural con un análisis dinámico no lineal paso a paso. Por estos motivos, es importante evaluar las herramientas de modelación no lineal que disponen programas de análisis estructural que comúnmente se utilizan en la práctica profesional.

En programas de análisis estructural de uso común por ingenieros de la práctica profesional se disponen de herramientas de modelado de las más sencillas como las de articulaciones plásticas concentradas cuyo comportamiento siguen curvas esqueléticas simples, y algunas otras herramientas de modelado que requieren mayor tiempo de elaboración y costo computacional donde es necesario definir el comportamiento no lineal de cada uno de los materiales. Mientras que en programas avanzados utilizados principalmente en áreas de investigación se disponen de modelos detallados de elementos finitos continuos.

Contar con información de pruebas experimentales de elementos de concreto reforzado es de gran ayuda para validar las distintas herramientas de modelado en los diferentes programas de cómputo, para calibrar parámetros que definen el comportamiento no lineal de los elementos y, a su vez, verificar las implicaciones de las distintas simplificaciones y suposiciones de cada estrategia de

modelado, y así poder tener bases para realizar análisis no lineales representativos de las estructuras.

Objetivos y alcances

El objetivo de este trabajo es evaluar capacidades de herramientas de modelación numérica para el análisis no lineal de vigas, columnas y muros de concreto reforzado disponibles en dos programas de análisis comúnmente utilizados en despachos de ingeniería estructural. Específicamente para vigas y columnas que presenten falla predominantemente por flexión, que tengan secciones y cuantías de armado representativas de edificios en zonas sísmicas. En el caso de vigas que también consideren el efecto de la losa cuando son coladas monolíticamente, y en muros de sección rectangular que tengan relaciones de aspecto altura/ancho de entre 1.5 y 2 y cuantías de armado típicas de muros en edificios en zonas sísmicas. Además, el objetivo de esta tesis es emitir recomendaciones sobre los parámetros que representen de la mejor manera posible el comportamiento no lineal de los elementos estructurales con las características planteadas, los cuales, se requieren al emplear dichas herramientas de modelación numérica.

Para lograr esto, se simularán con los dichos programas de cómputo, ensayos experimentales que fueron realizados previamente por diversos autores de los tres tipos de elementos. También, se simularán los ensayos experimentales con herramientas de modelación más sofisticadas disponibles en programas más avanzados. Esto último con el fin de identificar el nivel de precisión de las herramientas disponibles en los dos programas utilizados por ingenieros de la práctica profesional en comparación con herramientas de modelación más sofisticadas.

Los estudios experimentales seleccionados fueron dos columnas de sección cuadrada (Ohno y Nishioka, 1984; Tanaka, 1990) y cuatro de sección rectangular (Wehbe, 1998), tres vigas en las que se incluye una sección rectangular y dos de sección T (Shao-Yeh *et al.*, 1976), y tres muros de sección rectangular de concreto reforzado con relaciones de aspecto altura/ancho entre 1.5 y 2 (Tran, 2012). Todos los especímenes analizados fueron sometidos ante carga cíclica.

Con los programas de análisis empleados en este trabajo de uso común por ingenieros de la práctica profesional, se utilizó la estrategia de modelado de plasticidad concentrada con articulaciones tipo resorte en vigas, las estrategias de modelado de plasticidad concentrada con articulaciones tipo resorte y plasticidad concentrada con articulaciones tipo fibras en columnas, y las estrategias de modelado de columna ancha con plasticidad concentrada con articulaciones tipo fibras y modelos cascarón en capas en muros. En lo que respecta a programas con herramientas de modelado más complejas, se utilizaron los modelos de plasticidad distribuida con fibras en vigas y columnas, y los modelos de cascarón y de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante en muros.

Para evaluar los resultados obtenidos con las distintas estrategias de modelación empleadas se contrastan con los datos experimentales en términos de la respuesta global y de la energía disipada ciclo a ciclo, la resistencia máxima y los cambios de rigidez.

2. Estrategias de modelación numérica no lineal de elementos de concreto reforzado

Las estrategias de modelación numérica empleadas en el presente trabajo dependen del tipo de elemento analizado y de los programas de cómputo en que se realizan los modelos numéricos no lineales. En la tabla 1 se muestran las estrategias de modelación empleadas para cada uno de los elementos y los respectivos programas de análisis empleados.

Tabla 1. Estrategias de modelación numérica empleadas para vigas, columnas y muros, y programas de análisis empleados

| Elemento | Estrategia de modelación | Programa de análisis |
|----------|---|-----------------------------|
| Vigas | Plasticidad concentrada con resortes | ETABS y SAP2000 |
| | Plasticidad distribuida con fibras | OpenSees |
| Columnas | Plasticidad concentrada con resortes | ETABS y SAP2000 |
| | Plasticidad concentrada con fibras | ETABS, SAP2000 y Perform3D |
| | Plasticidad distribuida con fibras | Perform3D, OpenSees y DIANA |
| Muros | Columna ancha con plasticidad concentrada con fibras | ETABS y SAP2000 |
| | Cascarón en capas | ETABS y SAP2000 |
| | Cascarón curvo | DIANA |
| | Modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante | OpenSees |

Los programas utilizados en este trabajo que son de uso común por la práctica profesional debido a su relativa facilidad de uso son: ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017). Estos son programas de análisis estructural y diseño con capacidad analítica lineal y no lineal. Disponen de herramientas relativamente más simples para el análisis no lineal de elementos de concreto reforzado, así como modelos constitutivos de materiales simplificados. La diferencia entre los programas ETABS y

SAP2000, es que ETABS está más enfocado a edificaciones, mientras que el programa SAP2000 está enfocado a estructuras en general, como por ejemplo edificios, estadios, torres, plantas industriales, presas y muchos otros.

Perform-3D (CSI, 2018) es un programa de análisis estructural enfocado al análisis y diseño de edificios basado en desplazamientos y capacidad. Este programa es poco usado por ingenieros de la práctica profesional en México. Perform-3D tiene herramientas para el análisis no lineal de elementos de concreto reforzado iguales y también otras más refinadas que los programas ETABS y SAP2000. Pero al igual que estos dos programas dispone de modelos constitutivos de materiales simplificados.

OpenSees (PEER, 2013) es un programa para simular la respuesta sísmica de sistemas estructurales y geotécnicos. Tiene capacidades avanzadas para para modelar y analizar la respuesta lineal y no lineal de sistemas desde elementos viga columna hasta elementos continuos, y dispone de una extensa librería de modelos constitutivos de materiales. Para el desarrollo de un modelo analítico es necesario escribir el código que contiene la información de este (geometría, cargas, formulación y solución) lo que lo hace uno de los programas difíciles para modelar y es comúnmente utilizado en investigación.

DIANA (DIANA FEA BV, 2019) es un programa de análisis con múltiples fines desde áreas de civil como edificios, presas, túneles, así como de geotecnia, y también para resolver algunos otros problemas ingeniería. Se pueden realizar análisis lineales básicos hasta no lineales avanzados. Incluye una extensa librería de modelos constitutivos de materiales y procedimientos de análisis, lo que también lo hace uno de los programas más poderosos. En México es utilizado principalmente en investigación.

2.1. Vigas y columnas

En este apartado se describen las estrategias de modelación numérica utilizadas en este trabajo para reproducir el comportamiento no lineal de vigas y columnas. Las estrategias son plasticidad concentrada con articulaciones tipo resortes, plasticidad concentrada con fibras y plasticidad distribuida con fibras. En vigas se emplearon las estrategias de plasticidad concentrada con resortes y plasticidad distribuida con fibras, y en columnas se emplearon las tres estrategias mencionadas (Zuñiga *et al.*, 2022).

Antes de describir cada una las estrategias de modelación empleadas, se explica brevemente dónde se presenta usualmente el comportamiento inelástico en este tipo de elementos ante la acción de sismos severos.

Las deformaciones inelásticas en vigas y columnas son usualmente desarrolladas en ciertas regiones críticas. La localización de estas regiones se muestra en la figura 1. En vigas las regiones críticas se pueden presentar en el centro del claro (región 1) y en sus extremos (regiones 2 y 3), y en columnas en sus extremos (regiones 4 a 7).

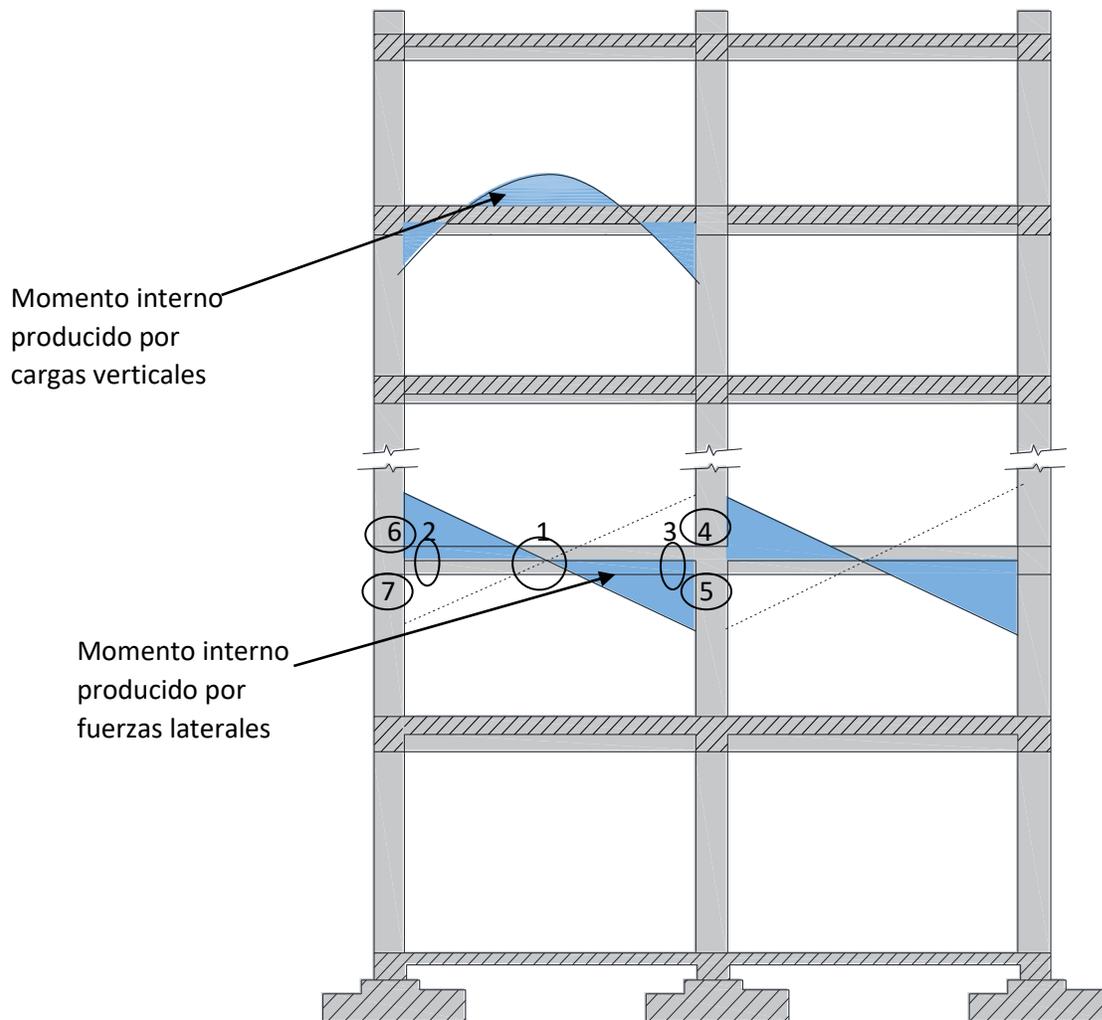


Figura 1. Regiones críticas en vigas y columnas de concreto reforzado ante la acción de sismos severos (figura modificada de Shao-Yeh et al., 1976)

2.1.1. Plasticidad concentrada con resortes (PCR)

Este es uno de los modelos más simples en el análisis no lineal. Lo conforma un elemento elástico central con rigidez efectiva y dos articulaciones plásticas en los extremos. Estas articulaciones definen el comportamiento no lineal del elemento. La articulación plástica está caracterizada por una curva esquelética carga-deformación y una ley de histéresis que incorpora el comportamiento hysterético del elemento. En la figura 2 se muestra un esquema de este tipo de modelación. Para los análisis realizados en este trabajo se emplearon los valores recomendados para elementos existentes del ASCE 41-17 (2017) para definir las curvas esqueléticas carga-deformación dado que su empleo está permitido por las NTC-SISMO (2020).

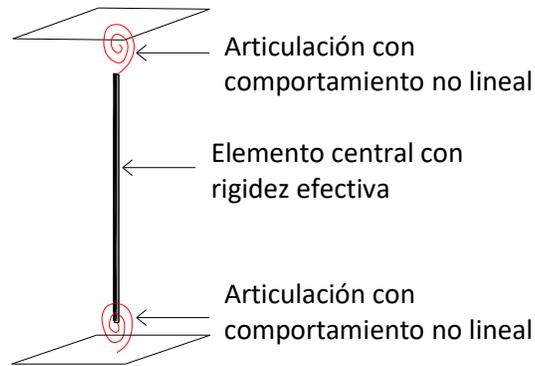


Figura 2. Componentes del modelo no lineal con plasticidad concentrada de resorte (figura modificada de NIST, 2017)

Rigidez efectiva

El PEER/ATC (2010) recomienda dos valores de rigidez efectiva, el primer valor corresponde a la rigidez asociada a eventos sísmicos menores (estado límite de servicio) donde no se esperan demandas mayores que el momento de fluencia de la sección. Esta rigidez se denomina K_{stf} y es la tangente a una resistencia igual a 0.4 veces la resistencia de fluencia (figura 3). Para cuando las deformaciones del elemento exceden la rotación de fluencia (estado límite último) se recomienda utilizar el valor correspondiente a la rigidez al punto de fluencia (K_y).

Dado que todos los especímenes analizados en el presente trabajo se llevaron a distorsiones mayor que la fluencia, se emplean los valores de rigidez al punto de fluencia en todos los modelos. En la tabla 2 se muestran los valores de rigideces efectivas utilizados en vigas, columnas y muros para las estrategias de modelado en que se requieran.

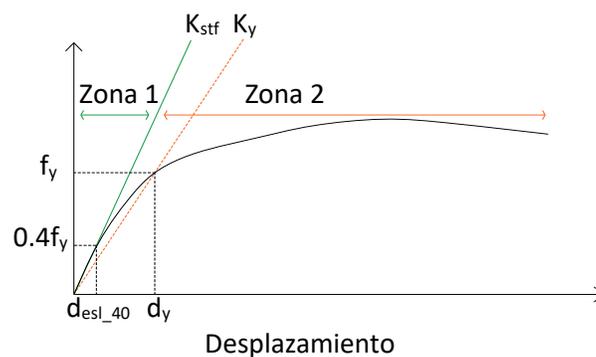


Figura 3. Variación de rigidez característica en elementos estructurales

Tabla 2. Valores de rigideces efectivas ASCE 41-17 (2017)

| | Rigidez a flexión | Rigidez a cortante | Rigidez axial |
|---|-------------------|--------------------|---------------|
| Vigas | $0.3EI$ | $0.4EA_w$ | - |
| Columnas con carga gravitacional $\geq 0.5AgF'cE$ | $0.7EI$ | $0.4 EA_w$ | EAg |
| Columnas con carga gravitacional $\leq 0.1AgF'cE$ | $0.3EI$ | $0.4 EA_w$ | EAg |
| Muros | $0.35EA$ | $0.4 EA_w$ | EAg |

Curva esquelética carga-deformación

La curva esquelética carga-deformación es una curva idealizada utilizada para representar el comportamiento no lineal de elementos estructurales. La curva esquelética carga-deformación recomendada en el ASCE 41-17 (2017) la conforma una respuesta lineal desde A a la fluencia B, luego una respuesta lineal con rigidez reducida desde el punto B a C, seguido por una reducción repentina de resistencia de fuerza sísmica al punto D, seguido por la respuesta en resistencia reducida al punto E y finalmente la pérdida de resistencia (figura 4). Q es la carga de deformación, Q_y es la carga de fluencia, y Δ es la cantidad de deformación.

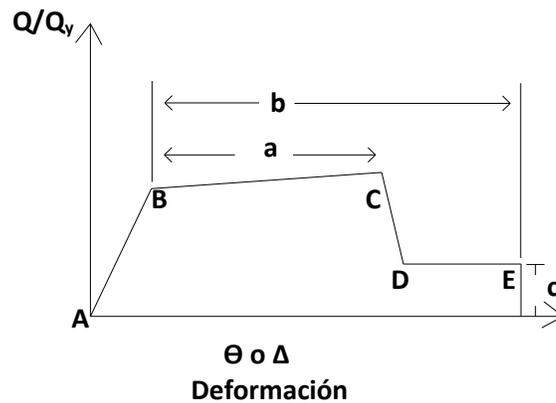


Figura 4. Curva esquelética carga-deformación (figura modificada de ASCE 41-17, 2017)

Los parámetros de deformación a y b , así como la resistencia residual c recomendados en el ASCE 41-17 (2017) para definir la curva esquelética carga-deformación han sido propuestos a partir de investigaciones de ensayos experimentales de los distintos elementos estructurales. En el caso de columnas rectangulares de concreto reforzado, en el ASCE 41-17 (2017) se menciona que los parámetros recomendados son el reflejo de una investigación a partir de una base de datos compuesta por ensayos experimentales de 319 columnas rectangulares (Ghannoum *et al.*, 2015). En el caso de vigas los parámetros recomendados en el ASCE 41-17 (2017) son los recomendados inicialmente por el ATC (1996).

En lo que respecta a la resistencia de fluencia definida para una deformación en el punto B de la curva esquelética carga-deformación se puede calcular a partir de análisis momento-curvatura, y la

resistencia máxima definida para una deformación en el punto C de la curva esquelética carga-deformación sigue la relación propuesta con la ec 1 de Haselton (2016).

$$\frac{F_u}{F_y} = 1.13 \quad (1)$$

2.1.2. Plasticidad concentrada con fibras (PCF)

Es un modelo con un grado de mayor complejidad y tiempo de análisis. Lo conforman un elemento elástico central con rigidez efectiva y articulación de longitud finita en los extremos del elemento. Las fibras son capaces detectar el agrietamiento del concreto sólo donde se ubica la articulación, por ello es necesario hacer uso de rigideces efectivas en la parte elástica central para considerar el agrietamiento del concreto. En la figura 5 se muestra un esquema de este enfoque de modelación.

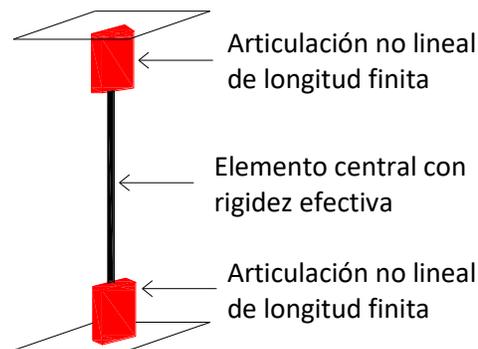


Figura 5. Componentes del modelo no lineal con plasticidad concentrada con fibras (figura modificada de NIST, 2017)

Para definir esta articulación, la sección transversal es discretizada mediante fibras, y cada una de estas fibras tiene las propiedades no lineales de un material. Para el caso de elementos de concreto reforzado se tienen fibras de concreto y acero de refuerzo, por lo que es necesario definir el comportamiento constitutivo de estos materiales. Dado que no se pueden modelar los estribos del elemento, el aporte de éstos se considera en la curva esfuerzo-deformación para el concreto confinado. Se destaca que este tipo de plasticidad considera la interacción carga-axial momento, en la figura 6 se muestra un esquema de definición de fibras en la sección transversal del elemento.

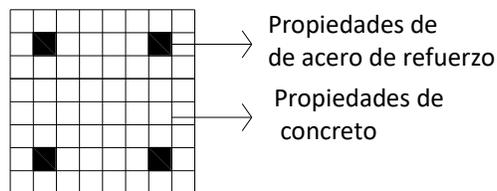


Figura 6. Definición de fibras en sección transversal

Un parámetro importante en este tipo de elementos es la longitud de la articulación plástica. En ella es donde se espera que se presente la no linealidad del elemento ante la demanda estructural. Existen diferentes expresiones propuestas en la literatura obtenidas a partir de análisis experimentales de columnas de concreto reforzado. En la ec 2 se presenta la propuesta por Berry y Eberhard (2008) a partir de resultados obtenidos mediante la modelación numérica no lineal de columnas de concreto reforzado de puentes. También existen reglas simples para obtener este parámetro suponiendo la mitad del peralte del elemento (ec 3). En los modelos empleados en este trabajo se utilizó la ec 3, dado que simplifica el cálculo de este parámetro de acuerdo a los objetivos fijados de este trabajo.

$$l_p = 0.05l + \frac{0.008d_b f_y}{\sqrt{f_c'}} \quad (2)$$

$$l_p = 0.5h \quad (3)$$

Donde:

h - peralte de sección

2.1.3. Plasticidad distribuida con fibras (PDF)

Están conformados en toda su longitud por elementos tipo fibras (figura 7), lo que les da la capacidad de representar plasticidad a todo lo largo del elemento y considerar la interacción carga axial-momento. Este enfoque es capaz de detectar el agrietamiento del elemento conforme aumenta la demanda estructural, por lo que no es necesario hacer uso de rigideces efectivas. De la misma forma, como los elementos de plasticidad concentrada con fibras, se tienen fibras de concreto y acero de refuerzo, y estas fibras tienen las propiedades no lineales de los materiales. Finalmente, es necesario definir un número de puntos de integración del elemento; este número impacta en la exactitud de los resultados por obtener, para ello existen diferentes recomendaciones en la selección de este número. Este modelo es de los más refinados para el análisis de vigas y columnas y conlleva un mayor tiempo de análisis.

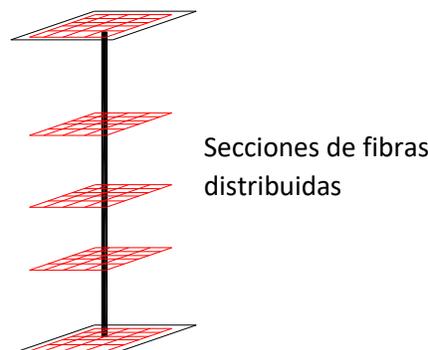


Figura 7. Componentes del modelo no lineal con plasticidad distribuidas con fibras (figura modificada de NIST, 2017)

2.2 Muros de concreto

El análisis de este tipo de elementos se realiza utilizando la estrategia de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras descrita en el apartado 2.1.2, modelo de cascarón en capas, cascarón, y el modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante.

2.2.1 Modelo de cascarón en capas

Este tipo de modelo propuesto por Miao *et al.* (2006) se basa en los principios de la mecánica de materiales. El elemento es conformado por capas (concreto y acero de refuerzo); se pueden modelar el número de capas que sea necesario, cada una es independiente de su geometría, localización, espesor, comportamiento y material. En la figura 8 se muestra un esquema de este tipo de modelado. Durante el análisis de elemento finito, la deformación axial y curvatura de la capa central se puede obtener en un elemento, después de acuerdo con la suposición que las deformaciones en el plano permanecen planas, las deformaciones y curvaturas de las otras capas se pueden obtener.

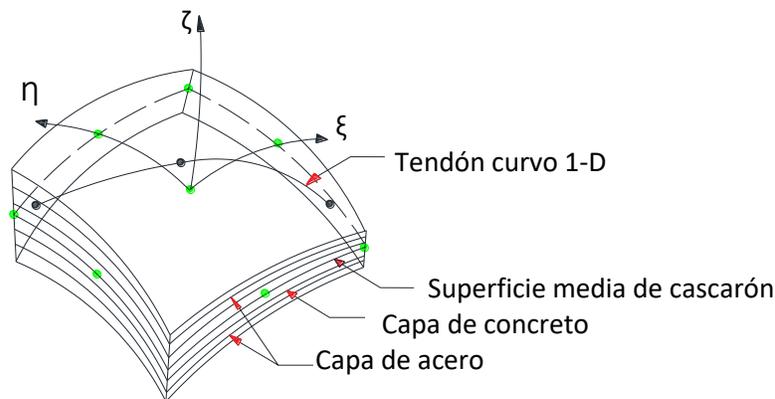


Figura 8. Modelo de cascarón en capas (figura modificada de Miao et al., 2006)

A cada capa se le asigna el comportamiento constitutivo no lineal del respectivo material seleccionado. Es importante considerar valores de rigidez efectiva para reproducir el agrietamiento del concreto, así como el aumento de resistencia del concreto en los bordes confinados debido al refuerzo transversal. Para modelar el acero se obtiene un espesor equivalente por unidad de longitud correspondiente al acero que tiene el muro en cada una de sus direcciones (horizontal y vertical). En la figura 9 se muestra un esquema del armado vertical y horizontal en este tipo de elemento.

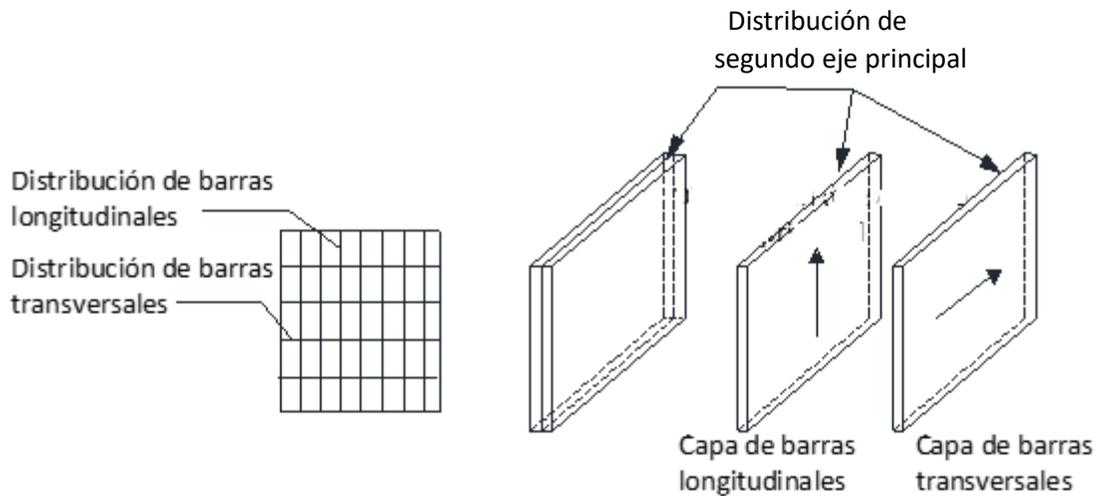


Figura 9. Esquema de modelación de barras de refuerzo en modelo de cascarón en capas (figura modificada de Miao et al., 2006)

En los modelos analizados se consideran seis capas, dos de acero de refuerzo en la dirección longitudinal, dos capas de acero en dirección transversal, una capa de concreto que da el comportamiento membrana (considera fuerzas dentro del plano) y otra capa que da el comportamiento placa (fuerzas fuera del plano).

Rigidez efectiva

Para modelación de muros con esta estrategia de modelado (cascarón en capas) y la estrategia de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras se emplean los valores de rigidez efectiva de flexión y rigidez axial de acuerdo con el ASCE 41-17 (2017), estos valores se muestran en la tabla 2. Para definir la rigidez efectiva a cortante se sigue la recomendación del PEER/ATC (2010), y se considera como $G_{ef} = G_c/10$, donde G_c es igual al módulo cortante elástico.

2.2.2. Modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante

El modelo analítico propuesto por Kolozvari *et al.* (2015), incorpora el comportamiento panel de concreto reforzado de un modelo macroscópico de fibras en dos dimensiones el cual captura interacción flexión-cortante observada experimentalmente en muros de concreto reforzado y columnas. Este modelo se basa en el modelo de múltiples elementos verticales (Orakcal *et al.*, 2004) en el cual el comportamiento a flexión y carga axial del segmento del muro es simulado mediante un número de resortes uniaxiales conectado a vigas rígidas en la parte superior e inferior del elemento, y el comportamiento a cortante del modelo es desacoplado de las repuestas de carga axial y flexión y es definido mediante un resorte horizontal. En el modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante, cada fibra uniaxial del modelo de múltiples elementos verticales es remplazada por un elemento panel de concreto reforzado sujeta a acciones de membrana como se muestra en la figura 10. El acoplamiento axial-cortante es logrado a nivel panel, el cual permite acoplamiento de respuestas a nivel elemento de modelo.

El modelo incluye tres suposiciones: secciones planas permanecen planas; deformaciones a cortante son uniformemente distribuidas a través de la sección transversal del muro; y la resultante de esfuerzos normales horizontales asociada con el concreto y acero a lo largo de la longitud del muro son equivalentes a cero. La respuesta a flexión del modelo del elemento es capturada a través de deformaciones axiales de los elementos de panel en la dirección vertical Y, el cual corresponde a deformaciones de elementos fibra uniaxiales de la formulación original del modelo de múltiples elementos verticales, y la rotación relativa entre las caras inferior y superior del elemento del muro ocurren sobre el eje central del elemento a una altura relativa (ch, figura 10). La deformación a cortante de este modelo ocurre a una altura relativa (ch, figura 10) poniendo una deformación a cortante dentro de cada panel del modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante.

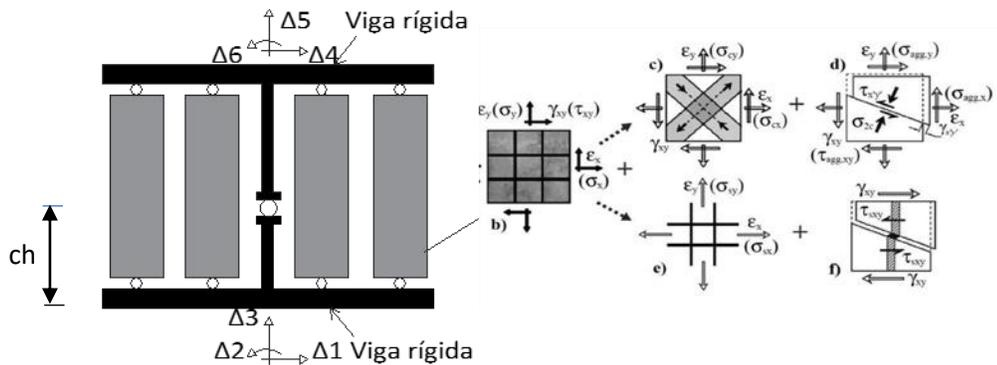


Figura 10. Formulación modelo SFI-MVLEM (figura modificada de Kolozvari et al., 2015)

2.2.3 Modelo cascarón curvo

Este elemento tiene dos hipótesis:

- 1) La deformación por cortante es incluida de acuerdo con la teoría Mindlin-Reissner (Reissner, 1945; Mindlin, 1951)
- 2) El componente de esfuerzo normal en la dirección normal al elemento tiene un valor de cero.

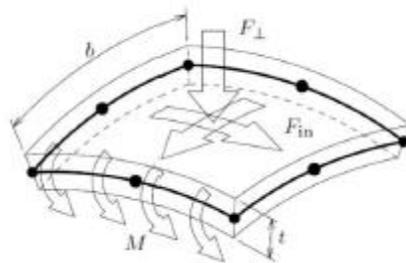


Figura 11. Características de elemento cascarón curvo (figura tomada de DIANA FEA BV, 2019)

El elemento cascarón puede capturar la variación de deformación a lo largo de su espesor y simular la deformación en la dirección fuera del plano. Tiene cinco grados de libertad en cada nodo: tres de traslación y dos de rotación (DIANA FEA BV, 2019). Su espesor debe ser pequeño en relación con las dimensiones que definen al elemento en el plano. Se considera que las barras de refuerzo están dentro del elemento si están posicionadas dentro de su espesor e intersecan uno o dos de sus ejes. Este tipo de elemento está basado en el sistema de integración de Gauss e interpolación cuadrática, y el polinomio para los desplazamientos u_x y u_y se expresa con la ec 4.

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 + a_6\xi^2\eta + a_7\xi\eta^2 \quad (4)$$

Con el polinomio definido con la ec 4 se obtienen las deformaciones:

- ϵ_{xx} la cual varía linealmente en la dirección x , y cuadráticamente en la dirección y .
- ϵ_{yy} varía linealmente en la dirección y , y cuadráticamente en la dirección x .
- γ_{xy} varía cuadráticamente en ambas direcciones.

2.3. Comportamiento de materiales y leyes de histéresis

En las estrategias de modelado es necesario definir el comportamiento constitutivo del concreto y acero de refuerzo en los modelos numéricos.

Los programas de análisis estructural utilizados en este trabajo disponen relaciones constitutivas de concreto y acero de refuerzo. Estas relaciones incluyen la curva esfuerzo-deformación del material y en el caso de programa refinados pueden incluir su comportamiento histerético, así como estar basadas en el concepto de energía de fractura por lo que evitan la influencia del tamaño de malla en los resultados obtenidos. En caso de que las relaciones constitutivas no estén basadas en el concepto de energía de fractura, es necesario ajustar la curva esfuerzo-deformación mediante regularización del material para evitar la influencia del tamaño de malla en los resultados.

En relaciones constitutivas de materiales que no se incluya el comportamiento histerético del material es necesario asignarle alguna ley de histéresis. Las leyes de histéresis también se utilizan en los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR) para definir el comportamiento cíclico de la articulación plástica.

En esta sección se describen las relaciones constitutivas de concreto y acero de refuerzo empleadas en este trabajo, los conceptos y procedimientos para calcular la energía de fractura y regularización del material, así como la ley de histéresis pivote y degradante.

2.3.1. Comportamiento constitutivo de concreto

En la tabla 3 se muestran las relaciones constitutivas de concreto descritas en esta sección y los correspondientes programas en los que se utilizan. Es de notarse que los modelos constitutivos en

los programas ETABS, SAP2000 y Perform3D no incluyen el comportamiento hysterético del material. En estos programas se optó por utilizar la ley de histéresis degradante para este material.

Tabla 3. Modelos constitutivos empleados en concreto

| Modelo Constitutivo | Programas de análisis en que se emplea | Incluye comportamiento hysterético |
|--|--|------------------------------------|
| Mander <i>et al.</i> (1988) | ETABS y SAP2000 | No |
| Karthik y Mander (2011) | ETABS, SAP2000 y Perform3D | No |
| Scott <i>et al.</i> (1982) y Karsen y Jirsa (1969) * | OpenSees | Sí |
| Chang y Mander (1994) | OpenSees | Sí |
| Modelo parabólico | DIANA | Sí |

*La combinación de estos dos modelos constitutivos se incorporan en el comando Concrete01 en el programa OpenSees. Este comando define la curva esfuerzo-deformación del concreto de acuerdo con Scott *et al.* (1982), y el comportamiento cíclico del concreto de acuerdo con Karsen y Jirsa (1969).

2.3.1.1. Modelo de Mander

En este apartado se muestra el modelo propuesto por Mander *et al.* (1988) para definir las curvas esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado, y el factor de confinamiento K debido al refuerzo transversal de los elementos.

Curva esfuerzo-deformación

En la figura 12 se muestra las curvas esfuerzo-deformación para concreto confinado y no confinado propuestas por Mander *et al.* (1988). En esta figura se observa cómo con la consideración de confinamiento del concreto se alcanza una mayor ductilidad y resistencia a compresión.

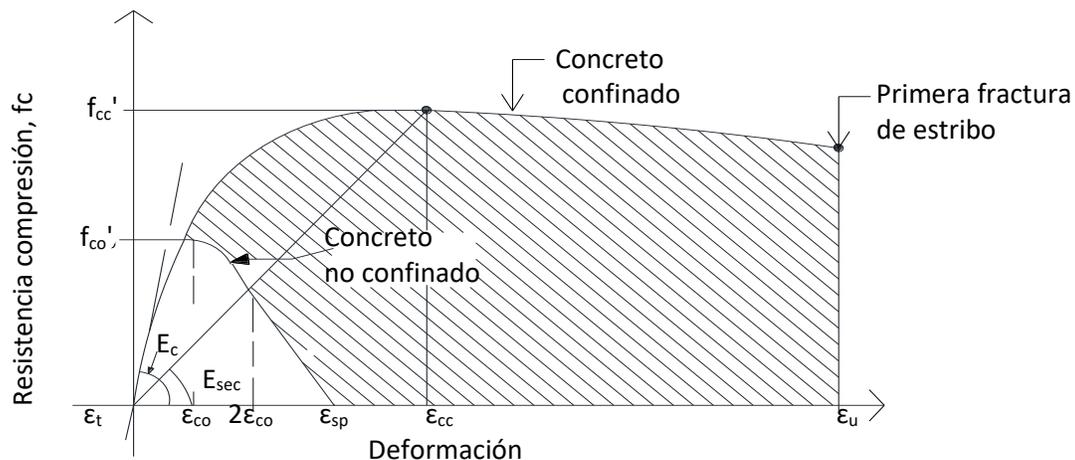


Figura 12. Modelo esfuerzo-deformación propuesto para carga monotónica de concreto confinado y no confinado (figura modificada de Mander et al., 1988)

La curva esfuerzo-deformación se define a partir de la ec 5.

$$f_c = \frac{f_{cc}' x^r}{r - 1 + x^r} \quad (5)$$

Donde f_{cc}' es el esfuerzo máximo confinado. El parámetro x se calcula con la ec 6 y depende de la deformación unitaria de concreto ε_c , y de la deformación unitaria ε_{cc} asociada a f_{cc}' . El parámetro r se obtiene con la ec 7 y está en función del módulo de elasticidad del concreto no confinado E_c y del módulo secante E_{sec} del concreto confinado asociado al esfuerzo máximo.

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (6)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (7)$$

La deformación unitaria ε_{cc} y el módulo secante E_{sec} del concreto confinado asociado al esfuerzo máximo se obtienen con las ecs 8 y 9 respectivamente.

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}'}{f_{co}'} - 1 \right) \right] \quad (8)$$

$$E_{sec} = \frac{f_{cc}'}{\varepsilon_{cc}} \quad (9)$$

Donde:

$$\varepsilon_{co} = 0.002$$

f_{co}' - resistencia a compresión máxima de concreto no confinado

Para definir la parte de la rama descendente de la curva esfuerzo-deformación del concreto no confinado donde $\varepsilon_c > 2 \varepsilon_{co}$, se supone que la curva sigue una línea recta que alcanza el esfuerzo cero en una deformación ε_{sp} .

La resistencia máxima a compresión del concreto confinado es calculada con la ec 10:

$$f_{cc}' = k f_{co}' \quad (10)$$

Donde:

k - factor de confinamiento

Obtención de factor de esfuerzo confinado

El factor de confinamiento k se obtiene a partir de la figura 13, donde las fuerzas de confinamiento f'_{ix} y f'_{iy} se definen con las ecs 11 y 12 respectivamente.

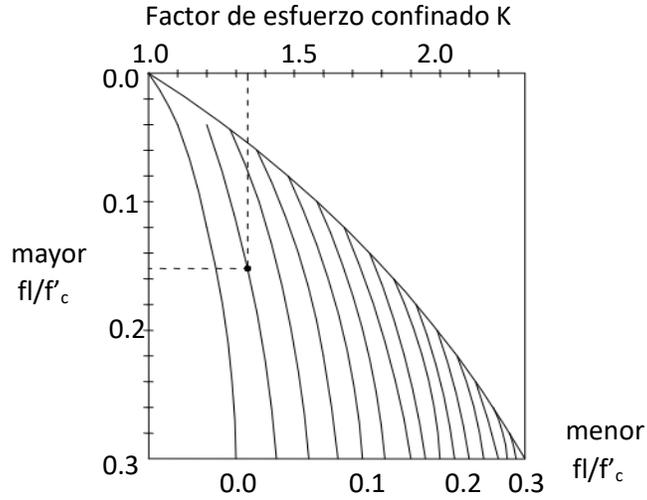


Figura 13. Factor de confinamiento K para elementos rectangulares (figura modificada de Mander et al., 1988)

$$f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} \quad (11)$$

$$f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \quad (12)$$

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i'}{6b_c d_c}\right)^2\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c}\right)}{(1 - \rho_{cc})} \quad (13)$$

Donde:

ρ_x y ρ_y - cuantía de refuerzo transversal paralela al eje x o y

f_{yh} - resistencia de fluencia de acero transversal

ρ_{cc} - Cuantía de refuerzo longitudinal

En la figura 14 se muestra un esquema del área de concreto confinado y no confinado de secciones rectangulares, así como las variables necesarias para realizar los cálculos con la ec 13.

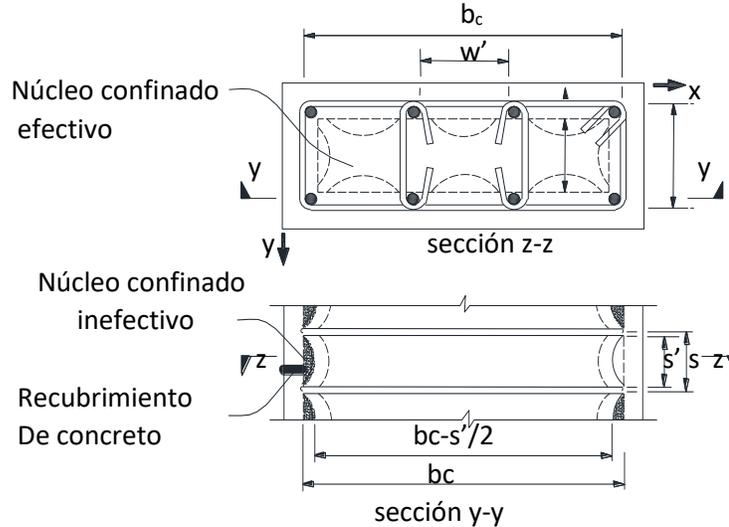


Figura 14. Concreto confinado efectivo para estribos de refuerzo rectangulares (figura modificada de Mander et al., 1988)

2.3.1.2. Modelo de Karthik y Mander

En este apartado se describe la formulación para la obtención de las curvas esfuerzo-deformación del concreto confinado y no confinado propuesta por Karthik y Mander (2011).

Curva esfuerzo-deformación

Las curvas propuestas por estos autores consisten en tres ramas: una rama inicial hacia el esfuerzo máximo, seguido por una relación bilineal en la región posterior al pico máximo (figura 15).

Para concreto no confinado la curva a compresión se define con las coordenadas: (ϵ_{co}, f_{co}') , (ϵ_{c1}, f_{c1}) y $(\epsilon_{sp}, 0)$. Donde ϵ_{co} , ϵ_{c1} , y ϵ_{sp} son las deformaciones en la resistencia a compresión máxima de concreto no confinado, la deformación en la terminación de la rama descendente después de resistencia máxima, y la deformación en la falla respectivamente. f_{co}' es la resistencia máxima a compresión del concreto no confinado y f_{c1} es la resistencia del concreto no confinado en la terminación de la rama descendente después de la resistencia máxima.

Para concreto confinado la curva a compresión se define con las coordenadas: (ϵ_{cc}, f_{cc}') , (ϵ_{cu}, f_{cu}) , y $(\epsilon_f, 0)$. Donde ϵ_{cc} , ϵ_{cu} , y ϵ_f son las deformaciones en la resistencia máxima a compresión de concreto confinado, la deformación en la terminación de la rama descendente después de resistencia máxima, y la deformación en la falla respectivamente. f_{cc}' es la resistencia máxima a compresión del concreto confinado y f_{cu} es la resistencia del concreto confinado en la terminación de la rama descendente después de la resistencia máxima.

Las ecs para calcular las coordenadas de la curva esfuerzo-deformación se muestran en la tabla 4.

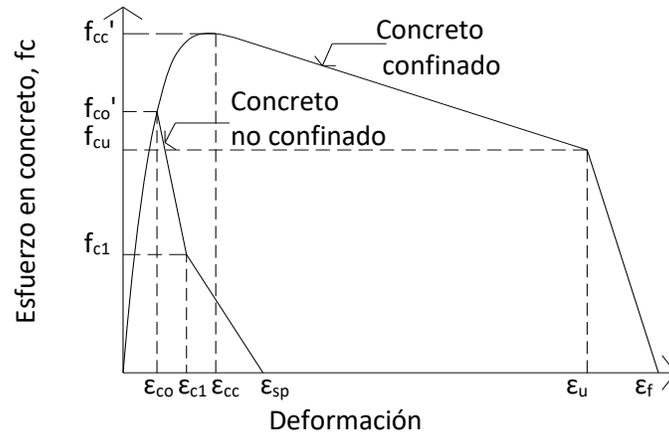


Figura 15. Curva esfuerzo-deformación concreto confinado y no confinado (figura modificada de Karthik y Mander, 2011)

Tabla 4. Valores de parámetros usados

| Parámetro | No confinado (K=1) | Confinado (K>1) |
|--------------------------------|---|---|
| Esfuerzo máximo | f_{co}' | $f_{cc}' = Kf_{co}'$ |
| Deformación en esfuerzo máximo | $\epsilon_{co} = 0.0015 + f_{co}' \text{ (MPa)}/70,000$ | $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co}[1 + 5(K-1)]$ |
| Esfuerzo ultimo | $f_{c1} = 12 \text{ MPa}$ | $f_{cu} = 12 + f_c'(K-1)$ |
| Deformación ultima | $\epsilon_{c1} = 0.0036$ | $\epsilon_u = 5\epsilon_{cc}$ |
| Deformación de falla | $\epsilon_{sp} = 0.012 - 0.0001f_c' \text{ (MPa)}$ | $\epsilon_f = 0.004 + \epsilon_{cu}$ |

Las ecs que representan los esfuerzos del concreto en función de la deformación son las siguientes:

$$0 \leq x < 1; \quad f_c = Kf_{co}' (1 - |1 - x|^n) \quad (15)$$

$$1 \leq x < 1; \quad f_c = Kf_{co}' - \left(\frac{Kf_{co}' - f_{cu}}{x_u - 1} \right) (x - 1) \quad (16)$$

$$x_u \leq x < x_f; \quad f_c = f_{cu} \left(\frac{x - x_f}{x_u - x_f} \right) \quad (17)$$

Donde:

f_{cu} - esfuerzo correspondiente a la deformación de fractura de estribo ϵ_u

K - radio de confinamiento, para concreto confinado (K>1)

X - deformación normalizada

$$x = \epsilon_c / \epsilon_{cc}$$

$$x_u = \epsilon_{cu} / \epsilon_{cc}$$

$$x_f = \epsilon_f / \epsilon_{cc}$$

ϵ_{cc} - deformación en la resistencia máxima de concreto

$$f_{cc}' = Kf_{co}'$$

ϵ_f - deformación final de falla de concreto confinado respectivamente.

$$n = E_c \epsilon_{co} / f_{co}', \text{ para concreto no confinado}$$

$$n = E_c \epsilon_{cc} / f_{cc}', \text{ para concreto confinado}$$

$$E_c = 5000 \sqrt{f_c'} \text{ (MPa)}$$

Para concreto no confinado ($K=1$), en las ecs descritas se cambian los siguientes parámetros: $\epsilon_{cc} = \epsilon_{co}$, $\epsilon_u = \epsilon_{c1}$, $\epsilon_f = \epsilon_{sp}$, y $f_{cu} = f_{c1}$.

2.3.1.3. Modelos de Scott *et al.* y de Karsan y Jirsa

En este apartado se muestra la formulación para la obtención de la curva esfuerzo-deformación del concreto, el factor de confinamiento K debido al refuerzo transversal de los elementos propuesta por Scott *et al.* (1982), y la formulación de degradación lineal de rigidez de descarga-recarga del concreto de acuerdo con Karsan y Jirsa (1969). Se muestran estos dos modelos constitutivos en conjunto porque en el programa OpenSees se implementan en un comando que lleva por nombre "Concrete01".

Curva esfuerzo-deformación

La relación esfuerzo-deformación para concreto confinado por estribos rectangulares propuesta inicialmente por Kent y Park (1971) y más recientemente modificada por Park, Priestley y Gill (1982) fue derivada de bajas velocidades de deformación. En la relación modificada de Kent y Park, el esfuerzo máximo obtenido, Kf_{co}' , se supone es obtenido en una deformación $0.002K$, y la relación esfuerzo deformación es:

Para $\epsilon_c \leq 0.002K$

$$f_c = Kf_{co}' \left[\frac{2\epsilon_c}{0.002K} - \left(\frac{\epsilon_c}{0.002K} \right)^2 \right] \quad (18)$$

Para $\epsilon_c > 0.002K$

$$f_c = Kf_{co}' [1 - Z_m(\epsilon_c - 0.002K)] \quad (19)$$

Pero no menos que $0.2Kf_{co}'$

$$K = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f_{co}'} \quad (20)$$

Y

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3+0.29f_{co}'}{145f_{co}'} - 1000 + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{h''}{s_h}}} \quad (21)$$

Donde:

ϵ_c - es la deformación longitudinal de concreto

f_c - esfuerzo longitudinal en concreto (MPa)

f_{co}' - resistencia a compresión de concreto no confinado (MPa)

f_{yh} - resistencia de fluencia de estribo de refuerzo (MPa)

ρ_s - relación de volumen de refuerzo de estribos y volumen de núcleo de concreto medido hacia el exterior de los estribos

h'' = ancho de núcleo de concreto desde la parte externa de periferia del estribo (mm)

S_h = espaciado de centro a centro de estribo (mm)

Con base en lo observado en el comportamiento esfuerzo-deformación a bajas velocidades, la relación esfuerzo-deformación modificada de Kent y Park fue adaptada para deformaciones de alta velocidad por Scott *et al.* (1982) aplicando un factor de 1.25 al esfuerzo máximo, a la deformación en el esfuerzo máximo, y a la pendiente de la rama de caída. Los valores de esfuerzo para altas velocidades de deformación son calculados con las ecs 18 y 19 pero con los valores de K y Z_m siguientes:

$$K = 1.25 \left(1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f_{co}'} \right) \quad (22)$$

Y

$$Z_m = \frac{0.625}{\frac{3+0.29f_{co}'}{145f_{co}'} - 1000 + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{h''}{S_h}} - 0.002K} \quad (23)$$

Deformación máxima

$$\epsilon_{max} = 0.004 + 0.9\rho_s \left[\frac{f_{yh}}{300} \right] \quad (24)$$

Comportamiento histerético

Karsan y Jirsa (1969) definen las pendientes de descarga y recarga mostradas en la figura 16 con las ecs 25 y 26.

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_o} = 0.145 \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_o} \right)^2 + 0.127 \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_o} \right), \quad \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_o} \right) < 2 \quad (25)$$

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_o} = 0.707 \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_o} - 2 \right) + 0.834, \quad \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_o} \right) \geq 2 \quad (26)$$

Estas ecs definen una línea recta conectando el punto ϵ_r donde la descarga empieza a un punto ϵ_p sobre el eje de deformación.

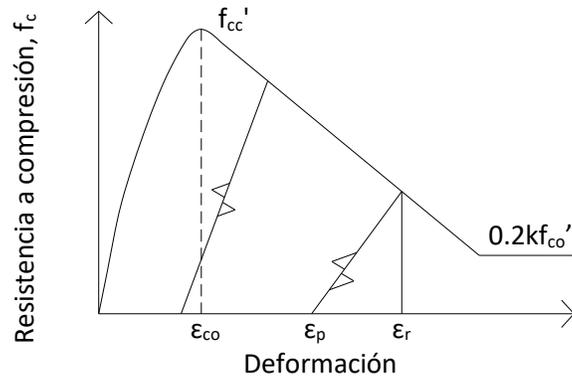


Figura 16. Comportamiento histerético de concreto (figura modificada de Karsan y Jirsa, 1969)

2.3.1.4. Modelo parabólico

En este apartado se muestra el modelo parabólico (DIANA, 2019) utilizado para definir la curva esfuerzo-deformación de concreto en el programa DIANA y el respectivo comportamiento histerético utilizado.

Curva esfuerzo-deformación

La curva que define el comportamiento del concreto a compresión con el modelo parabólico se muestra en la figura 17, y es calculada con las ecs 27 a 30.

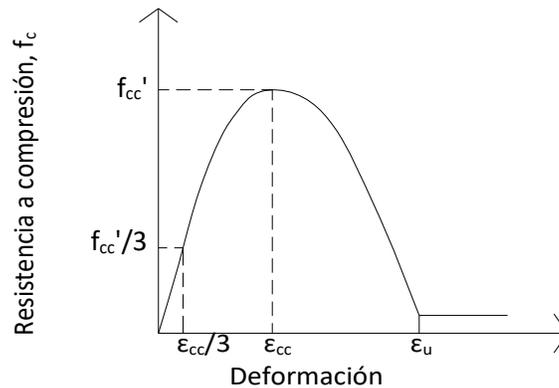


Figura 17. Curva parabólica de concreto a compresión (figura tomada de DIANA FEA BV, 2019)

$$\epsilon_{c/3} = \frac{1 f_c}{3 E} \quad (27)$$

$$\epsilon_c = \frac{5 f_c}{3 E} \quad (28)$$

$$\epsilon_u = \min \left(\epsilon_c - \frac{3 G_c}{2 h f_c}, 2.5 \epsilon_c \right) \quad (29)$$

$$f_c = \begin{cases} f_{cc}' \frac{1}{3} \frac{\epsilon_j}{\epsilon_c} & \text{si } \epsilon_c < \epsilon_j \leq 0 \\ f_{cc}' \frac{1}{3} \left(1 + 3 \left(\frac{\epsilon_j - \epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_c/3} \right) - 2 \left(\frac{\epsilon_j - \epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_c/3} \right)^2 \right) & \text{si } \epsilon_c < \epsilon_j \leq \epsilon_c \\ f_{cc}' \left(1 - \left(\frac{\epsilon_j - \epsilon_c}{\epsilon_u - \epsilon_c} \right)^2 \right) & \text{si } \epsilon_u < \epsilon_j \leq \epsilon_c \\ 0 & \text{si } \epsilon_j < \epsilon_u \end{cases} \quad (30)$$

Donde:

H - tamaño del elemento

G_c - energía de fractura

f_{cc}' - resistencia máxima a compresión de concreto confinado

E - módulo de elasticidad

Comportamiento histerético

El deterioro del material debido al agrietamiento y aplastamiento es monitoreado con seis variables internas de daño α_k , colocadas en el vector α . Las respuestas durante carga y descarga son modelados con reglas histeréticas orientadas al origen con descarga secante (figura 18). En esta figura se muestra el tipo de descarga secante orientada al origen para compresión y tensión.

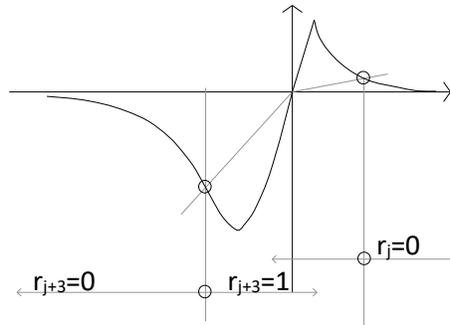


Figura 18. Comportamiento histerético de concreto (figura tomada de DIANA FEA BV, 2019)

2.3.1.5. Modelo de Chang y Mander

En este apartado se muestra la formulación propuesta para definir la curva esfuerzo-deformación y el comportamiento histerético de concreto propuesto por Chang y Mander (1994).

Curva esfuerzo-deformación

La curva envolvente a compresión (figura 19) del modelo de Chang y Mander es definida por la pendiente tangente inicial E_c , la coordenada $(\epsilon_{cc}', f_{cc}')$, un parámetro r de la ec de Tsai (1988) que define la forma de la curva envolvente y un factor $x_{cr} > 1$.

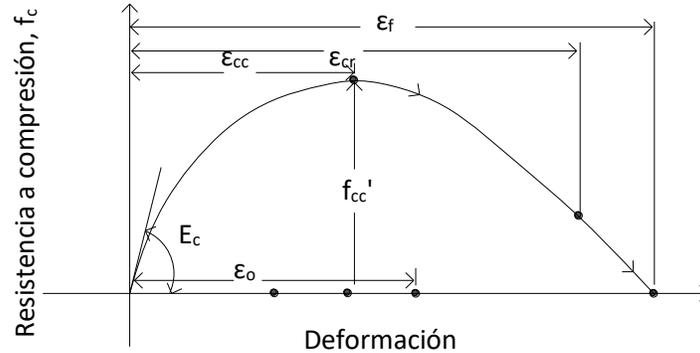


Figura 19. Curva esfuerzo-deformación de concreto (figura modificada de Chang y Mander, 1994)

La curva esfuerzo-deformación se obtiene de las ecs 31 a 39.

$$y(x) = \frac{nx}{D(x)} \quad (31)$$

Donde:

$$D(x) = 1 + \left(n - \frac{r}{r-1}\right)x + \frac{x^r}{r-1} \quad r \neq 1 \quad (32)$$

n , x y r son definidos como:

$$x = \left| \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \right| \quad (33)$$

$$n = \left| \frac{E_c \epsilon_{cc}}{f_{cc}'} \right| \quad (34)$$

$$r = \frac{f_{co}'}{5.2} - 1.9 \quad (35)$$

Donde:

ϵ_c - deformación de concreto

ϵ_{cc} - deformación de concreto asociada al máximo esfuerzo confinado

E_c - módulo inicial de Young de concreto (MPa)

x - deformación adimensional de envolvente a compresión

x_{cr} - deformación adimensional crítica de la curva envolvente a compresión

$Y(x)$ - función adimensional de esfuerzo

f_{co}' - resistencia a compresión de concreto no confinado (MPa)

n - valor n para la curva a compresión, mismo que para concreto no confinado

El esfuerzo en cualquier deformación de la envolvente a compresión está definido por:

$$f_c = f_c(x) \quad (36)$$

Donde $f_c(x')$ está definido como

(a) Para $x' < x_{cr}$ (ecuación de Tsai)

$$f_c = f_{cc}' y(x') \quad (37)$$

(b) Para $x_{cr} \leq x' \leq x_{sp}$ (línea recta)

$$f_c = f_{cc}' [y(x_{cr}') + n' z(x_{cr}') (x' - x_{cr}')] \quad (38)$$

(c) Para $x' > x_{cr}$

$$f_c = 0 \quad (39)$$

Comportamiento histerético

Para definir las propiedades cíclicas del concreto, Chang y Mander (1994) realizaron análisis estadísticos de regresión con la información experimental de Sinha *et al.*, (1964), Karsan y Jirsa (1969), Spooner y Dougill (1975), Okamoto *et al.*, (1976), y Tanigawa y Uchida (1979). El modelo propuesto se presenta en la figura 20.

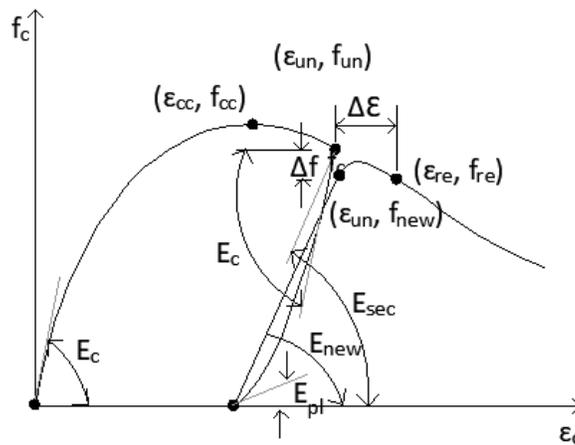


Figura 20. Comportamiento histerético de concreto (figura tomada de Chang y Mander, 1994)

Donde:

- ϵ_{un} - deformación de descarga desde una curva envolvente
- f_{un} - esfuerzo de descarga
- ϵ_{pl} - deformación plástica
- E_{pl} - módulo tangente cuando el esfuerzo es liberado
- f_{new} - nuevo esfuerzo en la deformación de descarga
- E_{new} - módulo tangente al nuevo punto de regreso
- ϵ_{re} - deformación en punto de regreso a la curva envolvente
- f_{re} - esfuerzo en el punto de regreso
- E_{re} - módulo tangente al punto de regreso.

2.3.1.6. Energía de fractura

La energía de fractura del concreto es definida como la energía requerida para propagar una grieta por unidad de área. Existen relaciones constitutivas basadas en este concepto y requieren su definición. Nakamura y Higai (2001) propusieron la ec 40 para definir la energía de fractura del concreto no confinado:

$$G_c = 8.8\sqrt{f_{co}'} \quad (40)$$

Donde:

f_{co}' - resistencia a compresión del concreto no confinado (MPa)

Para la obtención de la energía de fractura del concreto confinado, Jünemann *et al.* (2016) propusieron un procedimiento donde hace una relación de áreas bajo las curvas esfuerzo deformación después de alcanzar el esfuerzo máximo del concreto confinado y sin confinar. La energía de fractura para concreto confinado la define de la siguiente forma:

$$G_{cc} = h_{eq} \int_{\epsilon_o}^{\epsilon_u} \sigma_{cc}(\epsilon) d\epsilon \quad (41)$$

Donde:

G_{cc} - energía de fractura del concreto confinado

h_{eq} - tamaño del elemento

$\sigma_{cc}(\epsilon)$ - relación constitutiva esfuerzo deformación del concreto

2.3.1.7. Regularización de concreto

Lowes *et al.* (2016) realizaron una propuesta para regularización de concreto para ajustar la curva esfuerzo-deformación y evitar la influencia del tamaño de malla en los resultados (figura 21). En esta se considera que el concreto no confinado no tiene resistencia residual, y que el concreto confinado tiene una resistencia residual igual al 20% de la resistencia a compresión confinada R_{cc} . Además, que las deformaciones en la resistencia residual para concreto no confinado y confinado se calculan con las ecs 42 y 43 respectivamente.

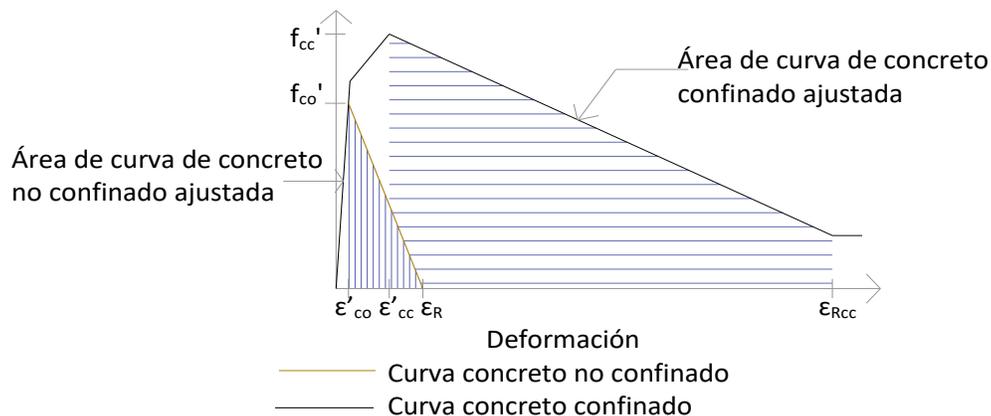


Figura 21. Regularización de material (figura modificada de Lowes et al., 2016)

$$\epsilon_R = \epsilon_u = \epsilon_{co} - \frac{f_{co}'}{E_c} + 2 \frac{\left(\frac{G_{fc}}{L_{elem}}\right)}{f_{co}'} \quad (42)$$

$$\epsilon_{R_{cc}} = \epsilon_{ucc} = \epsilon_{occ} - \frac{0.8f_{cc}'}{E_{cc}} + \frac{5}{3} \frac{\left(\frac{G_{fcc}}{L_{elem}}\right)}{f_{co}'} \quad (43)$$

Donde:

ϵ_R - deformación en el punto R

ϵ_o - deformación en compresión en la resistencia máxima del concreto

E_c - módulo de elasticidad del concreto en la deformación cero

G_{fc} - energía de fractura

L_{elem} - longitud del elemento

Para concreto no confinado los autores recomiendan un valor de energía de fractura de concreto no confinado $G_{fc}=87.5N/mm$, y definen la energía de fractura de concreto confinado G_{fcc} con la ec 44 en unidades kip/pulgada. El valor de energía de fractura se requiere para calcular la deformación asociada a la resistencia residual del concreto ($\epsilon_{R_{cc}}$) para tomar en cuenta el efecto del tamaño de malla (ec. 43).

$$G_{fcc} = 0.5 < 2.5 \left(\frac{f_{cc}'}{f_{co}'} - 0.85 \right) < 1.25 \quad (44)$$

2.3.2. Comportamiento constitutivo de acero de refuerzo

En la tabla 5 se muestran las relaciones constitutivas de acero de refuerzo descritas en esta sección y los programas en que se utilizan. Las relaciones constitutivas empleadas se seleccionaron de las disponibles en cada uno de los programas, porque OpenSees y DIANA no permiten que el usuario emplee relaciones distintas a las disponibles, además que se facilita la elaboración de los modelos numéricos. Se menciona que la curva esfuerzo-deformación que se propone en las NTC-Concreto (2017) para definir el comportamiento del acero de refuerzo no está disponible en los programas utilizados. Es de notarse en la tabla 5 que las relaciones constitutivas en ETABS, SAP2000 y Perform3D no incluyen el comportamiento hysterético del acero de refuerzo. En estos programas se optó por emplear la ley de histéresis degradante para este material.

Tabla 5. Relaciones constitutivas de acero de refuerzo

| Modelo Constitutivo | Programas de análisis en que se emplea | Incluye comportamiento hysterético |
|--|--|------------------------------------|
| Park <i>et al.</i> (1986) | ETABS y SAP2000 | No |
| Karthik y Mander (2011) | Perform3D | No |
| Dodd y Restrepo-Posada (1995) | DIANA | Sí |
| Menegotto y Pinto (1972) | OpenSees | Sí |
| Menegotto y Pinto (1972) extendido por Filippou <i>et al.</i> (1983) | OpenSees | Sí |

2.3.2.1. Modelo de Park

La curva esfuerzo-deformación propuesta por Park *et al.* (1986) tiene tres regiones (figura 22) definidas de acuerdo con las ecs 45 a 48. Son una región elástica, una región perfectamente plástica y una región de endurecimiento por deformación.

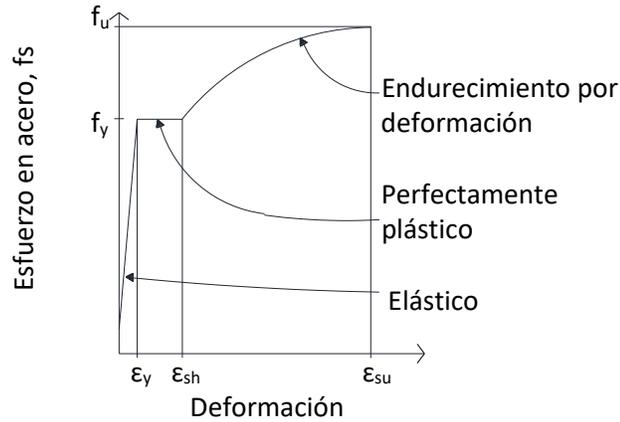


Figura 22. Curva esfuerzo-deformación acero (figura modificada de Park et al., 1988)

Para $\epsilon \leq \epsilon_y$ (región elástica)

$$f = E\epsilon \quad (45)$$

Para $\epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_{sh}$ (región perfectamente plástica)

$$f = f_y \quad (46)$$

Para $\epsilon_{sh} < \epsilon \leq \epsilon_u$ (región de endurecimiento de deformación)

$$f = f_y \left(\frac{m(\epsilon - \epsilon_{sh}) + 2}{60(\epsilon - \epsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\epsilon - \epsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right) \quad (47)$$

Donde:

$$r = \epsilon_u - \epsilon_{sh} \quad (48)$$

2.3.2.2. Modelo de Karthik y Mander

La curva esfuerzo-deformación del acero propuesta por Karthik y Mander (2011) se define con las ecs 49 y 50 y se muestra en la figura 23.

$$f_s = \frac{E_s \epsilon_s}{\left\{ 1 + \left| \frac{E_s \epsilon_s}{f_y} \right|^{20} \right\}^{0.05}} + (f_{su} - f_y) \left[1 - \frac{|\epsilon_{su} - \epsilon_s|^p}{\{ |\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}|^{20p} + |\epsilon_{su} - \epsilon_s|^{20p} \}^{0.05}} \right] \quad (49)$$

$$p = \frac{E_{sh}(\epsilon_{su} - \epsilon_{sh})}{(f_{su} - f_y)} \quad (50)$$

Donde:

- f_s - esfuerzo de acero
- ϵ_s - deformación de acero
- E_s - módulo de elasticidad de Young
- E_{sh} - módulo por deformación de endurecimiento
- f_y - resistencia de fluencia
- f_{su} - resistencia ultima de refuerzo de acero
- ϵ_{sh} - deformación por endurecimiento
- ϵ_{sy} - deformación ultima

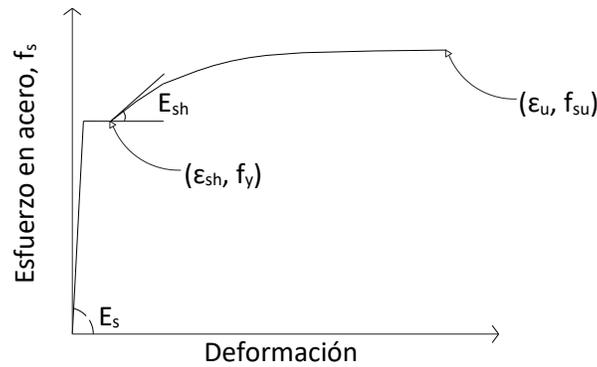


Figura 23. Curva esfuerzo-deformación de acero de refuerzo (figura modificada de Karthik y Mander, 2011)

2.3.2.3. Modelo de Dodd y Restrepo – Posada

El modelo propuesto por Dodd y Restrepo-Posada (1995) consiste inicialmente por una región elástica lineal que puede ser descrita por la siguiente relación:

$$f'_s = E_s \epsilon'_s \quad (51)$$

Y una zona de endurecimiento por deformación mediante una ecuación basada en la sugerida por Mander *et al.* (1984), y se define como sigue:

$$f'_s = s [f'_{sh} + f'^*_{su}(\epsilon'_{su} + \epsilon'_{sh}) - f'_{su}] \left\{ \frac{\epsilon'_{su} - s[\epsilon'_s - \epsilon'_o(k)]}{\epsilon'_{su} - \epsilon'_{sh}} \right\}^p - f'^*_{su} \{ s\epsilon'_{su} - [\epsilon'_s - \epsilon'_o(k)] \} + sf'_{su} \quad (52)$$

Donde:

$$p = \log \left[\frac{f'_{sh,1} + f'^*_{su}(\epsilon'_{su} + \epsilon'_{sh,1}) - f'_{su}}{f'_{sh} + f'^*_{su}(\epsilon'_{su} - \epsilon'_{sh}) - f'_{su}} \right] / \log \left(\frac{\epsilon'_{su} - \epsilon'_{sh,1}}{\epsilon'_{su} - \epsilon'_{sh}} \right) \quad (53)$$

Comportamiento histerético

El módulo de descarga E_u se define con la ec 54.

$$\frac{E'_u}{E_s} = 0.82 + \frac{1}{5.55 + 1,000\varepsilon'_M} \quad (54)$$

Las curvas de esfuerzo inversas (figura 24) empiezan con una línea recta con un módulo de descarga E_u , seguido por una curva de transición que simula el efecto Bauschinger (Bauschinger, 1881) que toma la siguiente forma:

$$f''_N = [1 - (1 - \varepsilon''_N)^2]^P \quad (55)$$

Donde el término de exponente P es determinado empíricamente.

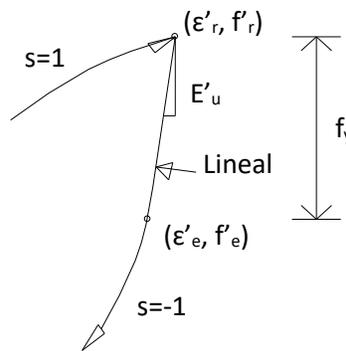


Figura 24. Comportamiento histerético de concreto (figura modificada de Dodd y Restrepo – Posada, 1995)

2.3.2.4. Modelo de Menegotto y Pinto

En la figura 25 se muestra la curva esfuerzo-deformación propuesta por Menegotto y Pinto (1972).

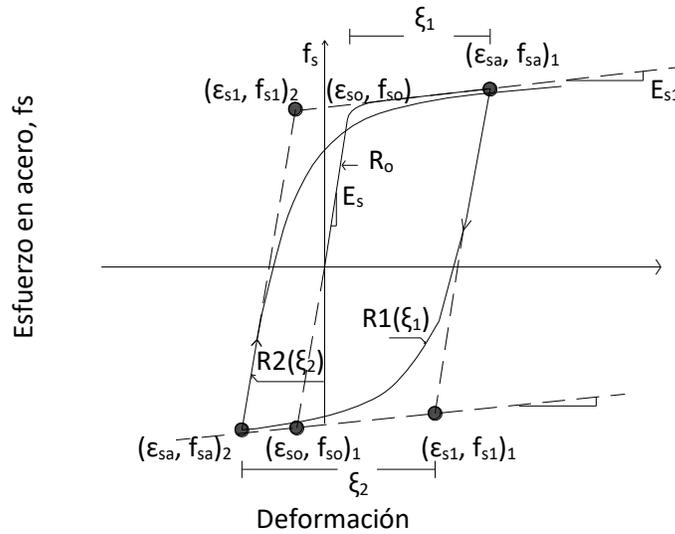


Figura 25. Curva esfuerzo-deformación de acero de refuerzo (figura modificada de Menegotto y Pinto, 1972)

Las trayectorias de carga y descarga son contenidas en una envolvente bilineal definida por la ec 56.

$$\sigma_s^* = \beta \epsilon_s^* + (1 - \beta) \frac{\epsilon_s^*}{[1 + (\epsilon_s^*)^R]^{\frac{1}{R}}} \quad (56)$$

La deformación y esfuerzo normalizado, ϵ_s^* y σ_s^* son obtenidos por una variable de sustitución dada en la primera carga, por:

$$\epsilon_s^* = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{so}} \quad \sigma_s^* = \frac{\sigma_s}{\sigma_{so}} \quad (57)$$

Y después de la primera carga inversa por

$$\epsilon_s^* = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sa}}{2\epsilon_{so}} \quad \sigma_s^* = \frac{\sigma_s - \sigma_{sa}}{2\sigma_{so}} \quad (58)$$

Donde:

$\epsilon_{so}, \sigma_{so}$ - deformación y esfuerzo respectivamente, en el punto de fluencia de la envolvente bilineal

$\epsilon_{sa}, \sigma_{sa}$ - deformación y esfuerzo respectivamente, en el punto de inversión

$\beta = \frac{E_{s1}}{E_s}$ - radio entre rigidez de endurecimiento

E_{s1} - el módulo de elasticidad tangente al origen

R - constante que toma en cuenta el efecto Bauschinger

La distancia a la curva elástica que simula el efecto Bauschinger, es una función del parámetro R definido con la ec 59.

$$R = R_0 - \frac{a_1 \xi}{a_2 + \xi} \quad (59)$$

2.3.2.5. Modelo de Menegotto y Pinto extendido

A diferencia del modelo propuesto inicialmente por Menegotto-Pinto (1972), el modelo extendido por Filippou *et al.* (1983) considera el endurecimiento por deformación cambiando la posición de la asíntota de fluencia antes de calcular el punto de intersección de la nueva asíntota siguiendo una deformación inversa. El cambio impuesto de esfuerzo depende de una cantidad de parámetros de la historia de deformaciones. La relación propuesta se muestra como sigue:

$$\frac{\sigma_{st}}{\sigma_y} = a_3 \left(\frac{\epsilon_{max}}{\epsilon_y} - a_4 \right) \quad (60)$$

Donde ϵ_{max} es la deformación máxima absoluta en el instante de la deformación inversa, ϵ_y , σ_y son, respectivamente, deformación y esfuerzo de fluencia, y a_3 y a_4 son parámetros determinados experimentalmente.

2.3.2.6. Pandeo de barras de refuerzo

El pandeo de barras de refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado es un fenómeno complejo porque involucra la interacción entre la barra y el concreto adyacente. En elementos de concreto reforzado sujetos a compresión, las fuerzas axiales de compresión provocan la dilatación del núcleo de concreto confinado, la dilatación del concreto genera presión sobre las barras de refuerzo longitudinal, provocando eventualmente su pandeo (Moehle, 2015). El recubrimiento del concreto del elemento inicialmente restringe el pandeo de las barras, pero su restricción va disminuyendo conforme el mismo recubrimiento de concreto se deteriora y se desprende. Por ello, el acero de refuerzo transversal juega un papel importante en la restricción al pandeo de las barras longitudinales.

La resistencia a compresión de las barras de refuerzo longitudinal se reduce cuando experimentan el fenómeno de pandeo. Cuando se utilizan estrategias de modelado en las que se define el comportamiento de los materiales a través de modelos constitutivos, como por ejemplo en los modelos de fibras, se puede considerar la pérdida de resistencia a compresión del acero de refuerzo debido al pandeo de las barras al definir la deformación última de la curva esfuerzo-deformación a compresión del acero longitudinal como lo proponen Pugh *et al.* (2015).

En su propuesta, Pugh *et al.* (2015) consideran la ruptura por pandeo de las barras al definir la curva esfuerzo-deformación del acero a compresión y suponen que una vez que el concreto alcanzó la deformación asociada a la resistencia a compresión residual existe una restricción mínima para el pandeo de barras, por lo que en ese momento el acero de refuerzo pierde la capacidad de resistencia a compresión. Pugh *et al.* (2015) suponen que la deformación a compresión del acero al comienzo de su pérdida de resistencia, es igual a la deformación del concreto cuando éste pierde el 80% de su resistencia a compresión tomando en cuenta los efectos del tamaño del elemento mediante regularización del material. Lowes *et al.* (2016) aplicaron la propuesta de Pugh *et al.* (2015) y también obtuvieron resultados adecuados. Lowes *et al.* (2016) definieron la deformación del concreto cuando pierde el 80% de su resistencia a compresión tomando en cuenta los efectos del

tamaño de malla a partir de la ec 43 mostrada en el apartado 2.3.1.7 de este trabajo. Es importante tener en cuenta que con la propuesta de Pugh *et al.* (2015) no se simula el proceso de pandeo de la barra, sino más bien es un modelo simple para considerar la pérdida de resistencia a compresión total del acero longitudinal debido a este fenómeno.

2.3.3. Leyes de histéresis

Las leyes de histéresis son utilizadas para determinar la degradación de rigidez y resistencia de los elementos de concreto reforzado. Éstas pueden ser aplicadas a nivel articulación plástica en modelos de plasticidad concentrada con resortes o bien a nivel material en modelos más refinados en el caso de que la relación constitutiva del material utilizada no considere el comportamiento cíclico del material.

Los programas ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) disponen de una variedad de leyes de histéresis simplificadas que pueden ser asignadas a nivel articulación plástica o material. Éstas son las leyes cinemáticas, degradante, Takeda, pivote e isotrópica. El programa Perform3D (CSI, 2018), dispone solamente de la ley de histéresis degradante.

En este trabajo, a nivel articulación plástica en modelos PCR, se utilizó la ley degradante y pivote, y en modelos PCF, PDF y cascarón en capas se utiliza la ley de histéresis degradante a nivel material. Con la ley degradante (disponible en los programas ETABS, SAP2000 y Perform3D) se ha observado una respuesta favorable cuando se emplea en el modelado de elementos de concreto reforzado en aplicación tanto a nivel articulación plástica en modelos PCR y aplicación a nivel material en modelos más refinados (Al Mamun & Saatcioglu, 2017; Lepage *et al.*, 2010; Zuñiga, 2021). La ley pivote (Dowell *et al.*, 1998) es particularmente adecuada para elementos de concreto reforzado en modelos PCR.

Ley pivote

El modelo de histéresis de pivote (Dowell *et al.*, 1998) se basa en los parámetros α_1 , α_2 , β_1 , β_2 y η .

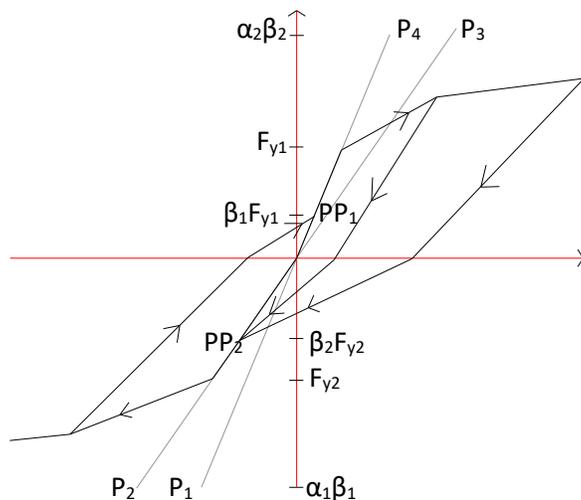


Figura 26. Designación de puntos pivote (figura modificada de Dowell et al., 1998)

Donde:

- α_1 - es un parámetro que localiza el punto pivote para descarga hasta cero desde la fuerza positiva. La descarga ocurre hacia un punto sobre la extensión de la línea positiva elástica, pero en un valor de fuerza negativa α_1 veces la fuerza positiva de fluencia.
- α_2 - es un parámetro que localiza el punto pivote para descarga hasta cero desde la fuerza negativa. La descarga ocurre hacia un punto sobre la extensión de la línea negativa elástica, pero en un valor de fuerza positiva α_2 veces la fuerza negativa de fluencia.
- β_1 - es un parámetro que localiza el punto pivote para carga inversa desde cero hacia la fuerza positiva. La recarga ocurre hacia un punto sobre línea elástica positiva con un valor de fuerza de β_1 veces la fuerza positiva de fluencia, donde, $0.0 < \beta_1 \leq 1.0$. Más allá de ese punto, la carga ocurre a lo largo de la secante al punto máximo de deformación positiva previo en la curva esquelética momento rotación.
- β_2 - es un parámetro que localiza el punto pivote para carga inversa desde cero hacia la fuerza negativa. La recarga ocurre hacia un punto sobre línea elástica negativa con un valor de fuerza de β_2 veces la fuerza negativa de fluencia, donde, $0.0 < \beta_2 \leq 1.0$. Más allá de ese punto, la carga ocurre a lo largo de la secante al punto máximo de deformación negativa previo en la curva esquelética momento rotación.
- η - el cual determina la cantidad de degradación de las pendientes elásticas después de deformación plástica, donde $0.0 < \eta \leq 1.0$

Ley degradante

La ley de histéresis degradante (Powell, 2010) es una formulación que permite representar la degradación de rigidez a través de un factor único llamado factor de degradación de energía (fde) que depende del estado de deformación alcanzado en el elemento. Los fde representan el área de un ciclo histéretico degradado por la energía de un ciclo no degradado. Por ejemplo, un fde de 0.3 significa que un ciclo completo de deformación disiparía 30% de la energía que el material no degradado disiparía. En la figura 27 se muestra un esquema de esta ley de histéresis.

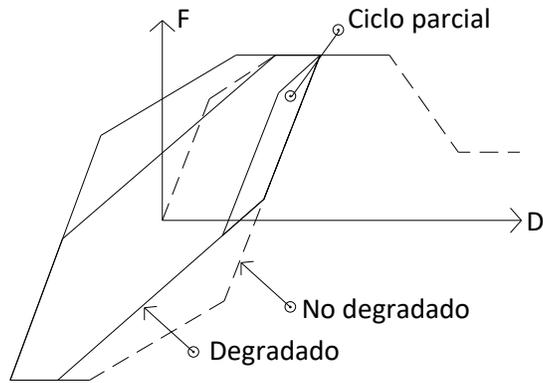


Figura 27. Ley de histéresis degradante (figura modificada de Powell, 2010)

2.4 Parámetros de evaluación de respuestas de elementos estructurales

Para evaluar la respuesta de los elementos estructurales obtenidas con las distintas herramientas de análisis seleccionadas se compara la resistencia máxima, rigidez y energía disipada para cada uno de los ciclos de carga. La resistencia máxima se considera como el cortante registrado en la base de los modelos y que corresponde a la reacción de la fuerza aplicada en el extremo superior de los elementos. La rigidez entre ciclos se obtiene de la pendiente de la recta que forma el par cortante-deformación en los extremos positivo y negativo para cada ciclo. Finalmente, la energía disipada se calcula como el área total dentro del anillo de histéresis de cada ciclo. En la figura 28 se presenta de manera gráfica los parámetros de respuesta antes mencionados.

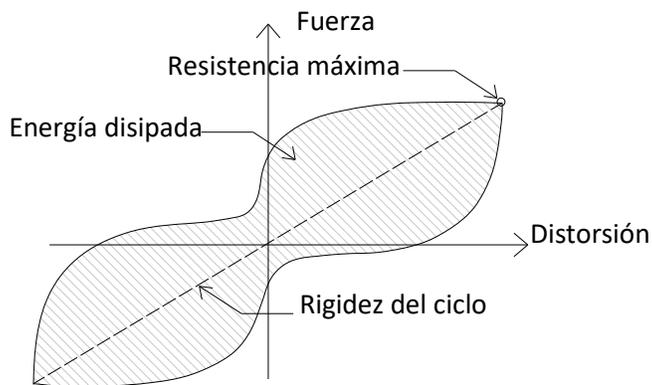


Figura 28. Esquema de los resultados que se comparan en este trabajo

En la descripción de resultados de cada parámetro evaluado se toman como referencia dos niveles de distorsión reportados experimentalmente (puntos B y C, figura 29). El punto B corresponde a la distorsión asociada a la resistencia experimental de fluencia del elemento (γ_{VY_exp}), y el punto C corresponde a la distorsión asociada a la resistencia experimental máxima del elemento ($\gamma_{VMÁX_exp}$).

Además, en la evaluación de resultados de vigas y muros, se agrupan los ciclos en tres intervalos de distorsión (AB, BC y CD), y se muestran las diferencias obtenidas con cada estrategia de modelación empleada respecto a los resultados experimentales para cada uno de los intervalos. Los tres intervalos se señalan en la figura 29. El intervalo AB incluye ciclos que tienen distorsión máxima menor que la distorsión de resistencia de fluencia experimental del elemento (punto B, figura 29). El intervalo BC incluye ciclos que tienen distorsión máxima mayor que la distorsión de resistencia de fluencia experimental del elemento (punto B, figura 29) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima del elemento (punto C, figura 29). Finalmente, el intervalo CD incluye ciclos que tienen distorsión máxima igual o mayor que la distorsión de resistencia máxima experimental del elemento (punto C, figura 29).

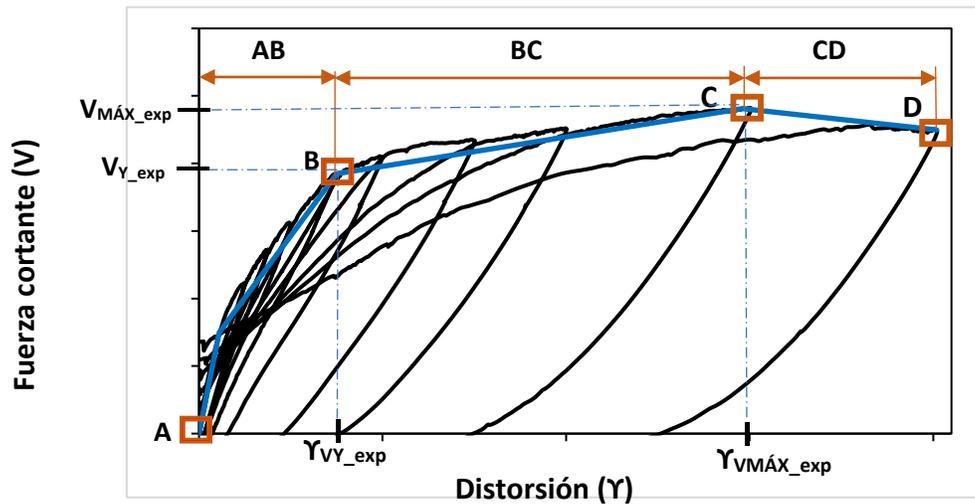


Figura 29. Intervalos de distorsión (figura modificada de Kolozvari et al., 2018)

3. Modelación numérica no lineal de columnas de concreto reforzado

En este capítulo se presenta el análisis no lineal de seis columnas de concreto reforzado con los programas de cómputo ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) que son programas de cómputo de uso común en la práctica profesional, y los programas Perform3D (CSI, 2018), OpenSees (PEER, 2013) y DIANA (DIANA FEA BV, 2019) que son programas con herramientas de modelación numérica no lineal más refinadas. Se buscó que los especímenes a modelar tuvieran secciones y cuantías de armado típicas en edificios en zonas sísmicas, fueran sometidos ante carga cíclica, y que cuando incursionaran en el rango no lineal se formaran articulaciones plásticas por flexión en sus extremos. Además, de que los ensayos seleccionados debían estar bien documentados.

3.1. Columnas con datos experimentales seleccionadas

Los especímenes se buscaron en la base de datos del PEER *Structural Performance Database* (Berry, 2004). Esta base está compuesta por los resultados experimentales de más de 400 columnas de concreto reforzado ensayadas ante la acción de cargas laterales monotónicas o cíclicas con diferentes configuraciones de acero transversal (helicoidal o rectangular).

Se seleccionaron dos columnas cuadradas (Ohno y Nishioka, 1984; Tanaka, 1990) y cuatro rectangulares (Wehbe, 1998) ensayadas bajo cargas cíclicas, con diferentes relaciones de carga axial. En la tabla 6 se muestra un resumen de las características donde se incluye la resistencia de los materiales, relaciones de acero de refuerzo longitudinal y transversal, así como la carga axial aplicada durante todo el ensayo.

Tanaka (1990) ensayó siete columnas de concreto reforzado con el propósito de evaluar la influencia del detallado de los estribos. De los diferentes especímenes se eligió la columna TK-U5 que hace uso de grapas con un lado a 90° y el otro a 135°. Esta especificación es la recomendada por las NTC-

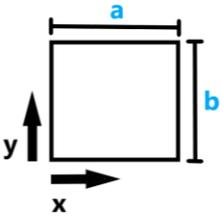
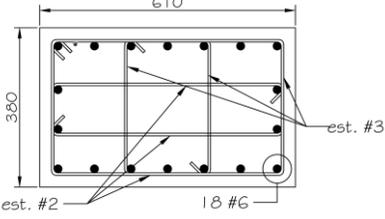
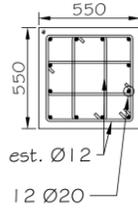
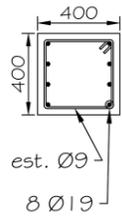
Concreto (2017) y el ACI 318 (2019). Ohno y Nishioka (1984) estudiaron la capacidad de absorción de energía en columnas de concreto reforzado. Se probaron cinco especímenes con las mismas características de armado de acero, pero sometidas a diferentes ciclos de carga. El espécimen OH-02 fue sometido a una historia de desplazamiento incremental ciclo a ciclo hasta la falla.

Finalmente, las pruebas experimentales de las columnas rectangulares (Wehbe, 1998) fueron realizadas con el propósito de evaluar la capacidad dúctil de los elementos rectangulares para uso de columnas en puentes. Las secciones fueron diseñadas a escala para representar este tipo de elementos y se estudió el efecto de la cantidad de refuerzo transversal y la relación de carga axial aplicada. Se trata de las columnas A1, A2, B1 y B2, cuya nomenclatura indica la separación de estribos en la letra (A para 110 mm y B para 83 mm) y la relación de carga axial en el número (1 para 0.1 y 2 para 0.24 veces la relación $P/A_g f'_c$).

Las características de las columnas seleccionadas pueden considerarse representativas de columnas que trabajan a flexión, cuadradas y rectangulares, con cuantías longitudinales entre 1.3 y 2.2%, cuantías transversales de entre 0.3 y 0.75%, y relaciones de altura/ancho de seis para columnas rectangulares y de tres y cuatro para columnas cuadradas (tabla 6). Cabe mencionar que a pesar de que existen estudios experimentales de columnas más recientes a las seleccionadas, éstos se han centrado en explorar sus capacidades y comportamiento considerando situaciones muy particulares y diferentes a las comunes en las edificaciones del país. Este tipo de elementos y comportamiento queda fuera de los alcances de este trabajo.

En las figuras 30 y 31 se muestran las historias de distorsión aplicadas a las columnas. Las distorsiones máximas aplicadas del primer ciclo de las columnas rectangulares A1 y A2 son 0.1% menor y mayor que la distorsión de resistencia experimental de fluencia respectivamente. En las columnas rectangulares B1 y B2 y en la columna cuadrada OH-02 la distorsión máxima aplicada en el primer ciclo es igual a la distorsión de resistencia experimental de fluencia, mientras que, en la columna TK-U5 es aproximadamente dos veces mayor.

Tabla 6. Secciones geométricas y materiales de columnas rectangulares y cuadradas

| Características ↓ | Sección rectangular | | | | Sección cuadrada | |
|---|---|-------|------|-------|---|---|
| | A1 | A2 | B1 | B2 | TK-U5 | OH-02 |
| Autores → | Wehbe | | | | Tanaka | Ohno y Nishioka |
|  |  | | | |  |  |
| a, en mm | 610 | | | | 550 | 400 |
| b, en mm | 380 | | | | 550 | 400 |
| altura (h), en mm | 2335 | | | | 1650 | 1600 |
| relación h/b | 6.1 | | | | 3 | 4 |
| recubrimiento, en mm | 28 | | | | 40 | 31 |
| ρ_{long} , % | 2.2 | | | | 1.34 | 1.59 |
| ρ_{trans} , % | 0.35 | | 0.46 | | 0.75 | 0.32 |
| carga axial (P), en kN | 615 | 1,505 | 601 | 1,514 | 968 | 127 |
| $P/(A_g f'_c)$ | 0.10 | 0.24 | 0.09 | 0.24 | 0.1 | 0.032 |
| Materiales | | | | | | |
| f'_{co} , en MPa | 27.6 | | | | 32 | 24.8 |
| f_{ylong} , en MPa | 448 | | | | 511 | 362 |
| f_{ytrans} , en MPa | 428 | | | | 319 | 325 |

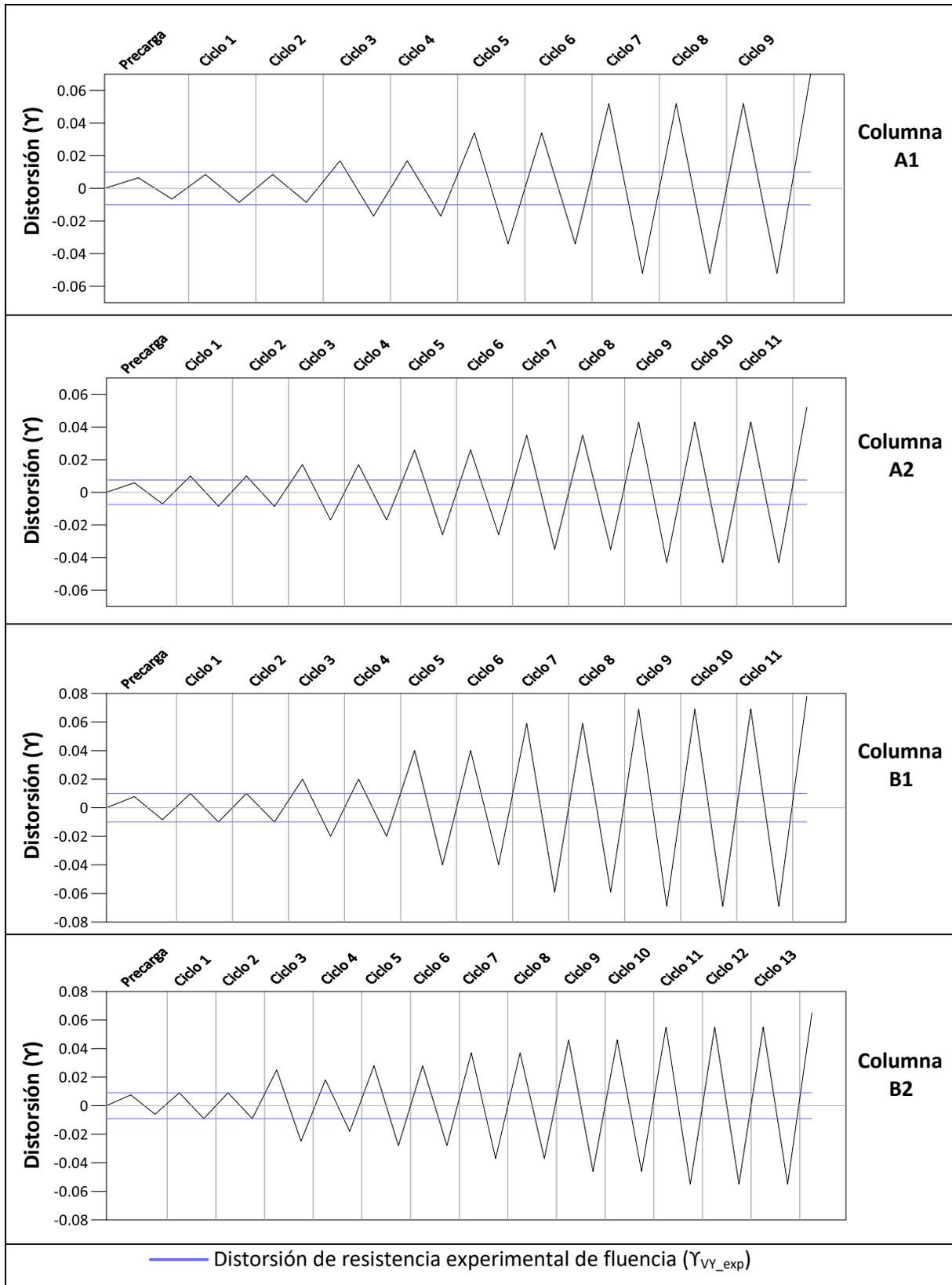


Figura 30. Historias de distorsión aplicadas en cada prueba experimental para columnas rectangulares (adaptado de Wehbe, 1998)

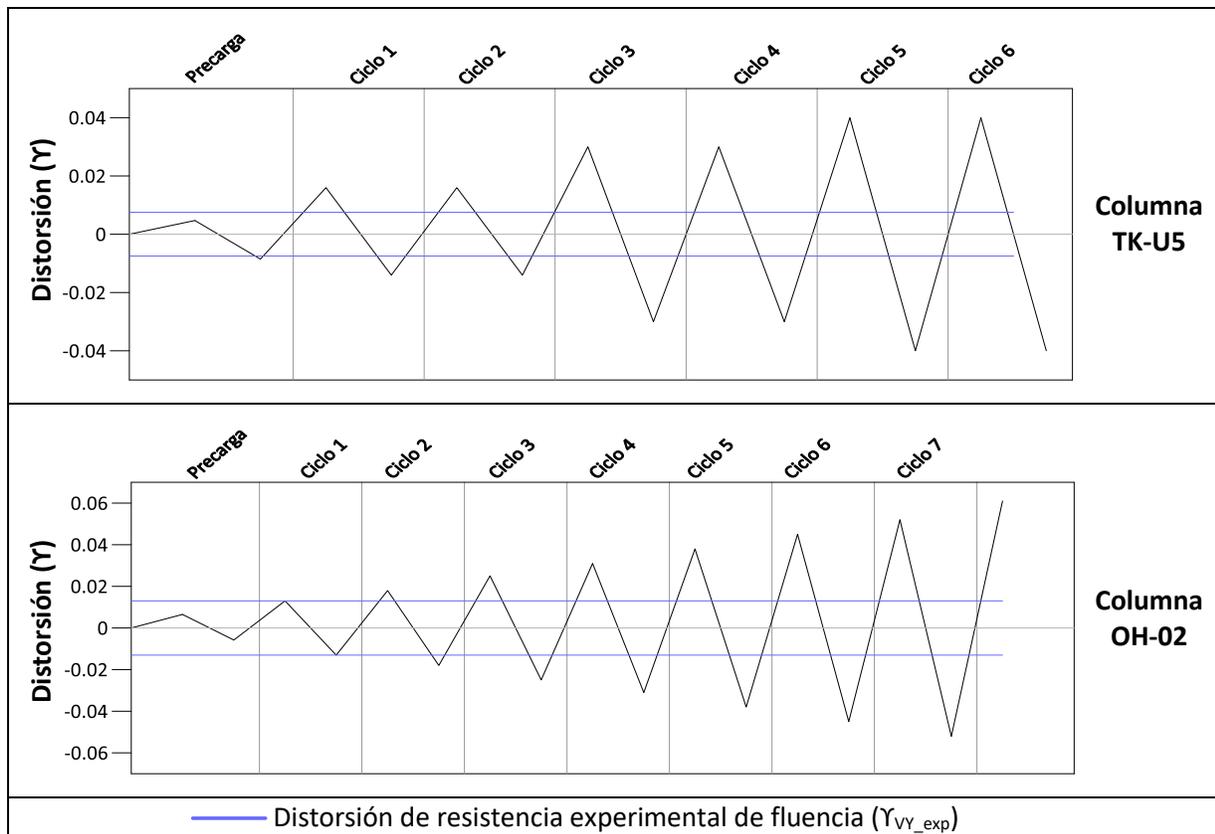


Figura 31. Historias de distorsión aplicadas en cada prueba experimental para columnas cuadradas (adaptado de Ohno y Nishioka, 1984; Tanaka, 1990)

3.2. Descripción de modelos numéricos y parámetros específicos empleados

En la tabla 7 se muestra un resumen de las estrategias de modelación utilizadas en cada uno de los programas y los respectivos nombres de los modelos. Se emplearon las estrategias de plasticidad concentrada con resortes (PCR) y plasticidad concentrada con fibras (PCF) en los programas ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017), plasticidad concentrada y distribuida con fibras (PCF y PDF) en el programa Perform3D (CSI, 2018), y plasticidad distribuida con fibras (PDF) en DIANA (DIANA FEA BV, 2019) y OpenSees (PEER, 2013). Se destaca que los modelos numéricos y resultados obtenidos fueron presentados en Zúñiga *et al.* (2022) y forman parte de este trabajo.

Tabla 7. Estrategias de modelación empleadas

| Tipo de modelado | Programa | Ley de histéresis | Nombre modelo |
|--|-----------|-------------------|---------------|
| Plasticidad concentrada con resortes (PCR) | ETABS | Degradante | ETABS PCR D |
| | ETABS | Pivote | ETABS PCR P |
| | SAP2000 | Degradante | SAP PCR D |
| | SAP2000 | Pivote | SAP PCR P |
| Plasticidad concentrada con fibras (PCF) | ETABS | Degradante | ETABS PCF |
| | SAP2000 | Degradante | SAP PCF |
| | Perform3D | Degradante | Perform PCF |
| Plasticidad distribuida con fibras (PDF) | Perform3D | N/A | Perform PDF |
| | OpenSees | N/A | OpenSees |
| | DIANA | N/A | DIANA |

Las columnas se modelaron en voladizo porque así se ensayaron, su base se consideró empotrada y la carga se aplicó en la parte superior de cada columna de acuerdo con la historia de desplazamiento de cada espécimen (figura 32). La carga axial fue aplicada en el nodo superior. Para todos los modelos se emplearon las propiedades de materiales proporcionadas por los respectivos autores de los ensayos seleccionados.

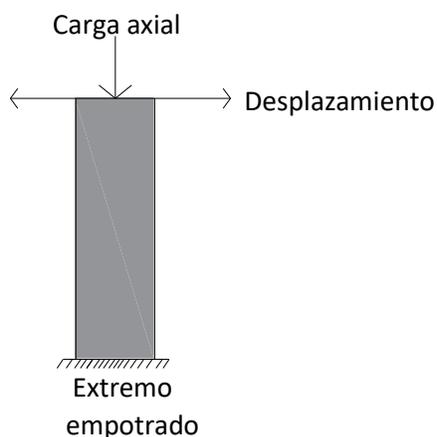


Figura 32. Esquema de aplicación de carga de columna con base empotrada

3.2.1. Materiales y modelos constitutivos

En los modelos PCR, se requiere un análisis momento-curvatura para obtener las resistencias de fluencia que determinan la articulación tipo resorte (NIST, 2017).

Los modelos constitutivos para acero y concreto empleados en los modelos PCF y PDF en cada programa se presentan en la tabla 8. Los modelos constitutivos del acero de refuerzo son diversos debido a la disponibilidad de ellos en cada programa de cómputo. Para considerar el comportamiento de concreto confinado, se utilizan los modelos de Scott (1982), Mander (1998), Karthik y Mander (2011) para obtener el incremento de resistencia y deformación en el material en todos los modelos numéricos PCF y PDF, esto debido a la disponibilidad de los programas.

Tabla 8. Modelos constitutivos de materiales empleados en los modelos PCF y PDF

| Programa | Modelo concreto | Modelo de acero de refuerzo |
|-------------|--|-------------------------------|
| Perform3D | Karthik y Mander (2011) | Karthik y Mander (2011) |
| DIANA | Modelo Parabólico | Dodd & Restrepo-Posada (1995) |
| OpenSees | Scott <i>et al.</i> (1982) y Karsen y Jirsa (1969) | Menegotto y Pinto (1972) |
| SAP2000-PCF | Mander <i>et al.</i> (1984) | Park <i>et al.</i> (1986) |
| ETABS-PCF | Mander <i>et al.</i> (1984) | Park <i>et al.</i> (1986) |

3.2.2. Modelos de histéresis

En los modelos PCR que utilizan la ley de histéresis degradante se emplearon los valores de factor de degradación de energía (fde) de 0.3 y factor de rigidez de descarga (frd) de 0.5. Los elementos que hacen uso de la ley de histéresis pivote emplean los valores de α y β recomendados en Dowell *et al.* (1998) que varían de acuerdo con el armado y relación de carga axial.

Para los modelos con fibras PCF y PDF, el comportamiento histerético se define a nivel material y no a nivel global como en el caso anterior. En el caso de Perform3D, éste sólo admite la ley de histéresis degradante en sus materiales y se decidió emplear la misma ley en ETABS y SAP2000 para comparar. En DIANA y OpenSees, el comportamiento histerético es definido como parte integral del modelo constitutivo del material seleccionado. Los parámetros empleados en los diferentes programas para obtener los resultados mostrados en el presente trabajo se indican en la tabla 9.

Tabla 9. Parámetros de leyes de histéresis en modelos PCF y PDF a nivel material

| Programa | Nombre | Parámetros para concreto | Parámetros para acero |
|----------------------|------------|--------------------------|------------------------------------|
| Perform3D | Degradante | fde: 0.3, frd: N/A | fde: 0.6, frd: 0.5 |
| DIANA | N/A | $\beta=0.6$ | N/A |
| OpenSees | N/A | N/A | $\alpha=0.36$ $C_f=0.4$ $C_d=0.38$ |
| SAP2000/ETABS PCF | Degradante | fde: 0.3, frd: N/A | fde: 0.6, frd: 0.5 |

fde: Factor de degradación de energía; frd: Factor de rigidez de descarga.

α , C_f , constantes de Coffin-Mason; C_d , constante de reducción de resistencia cíclica.

3.2.3. Particularidades de los modelos con fibras

En los modelos de plasticidad distribuida, es necesario tener en cuenta que la reproducción del comportamiento post-resistencia máxima del concreto puede estar influenciado por efectos del tamaño de malla, por lo tanto, es necesario implementar un procedimiento de regularización para reducir esta dependencia. Los modelos de materiales con base en energía de fractura tales como el modelo parabólico disponible en DIANA tienen la ventaja de considerar este efecto, por lo que no es necesario modificar la curva de comportamiento al cambiar el tamaño de elemento. Sin embargo, es necesario definir la energía de fractura tanto a compresión como a tensión. Para esta consideración, los valores de energía de fractura de los modelos DIANA son calculados para cada columna siguiendo lo propuesto por Jünemann *et al.*, (2016). En Perform3D, la modificación de las curvas esfuerzo-deformación en relación con el tamaño de malla se realiza por separado utilizando las recomendaciones de Lowes *et al.* (2016). Ambas propuestas utilizadas para el cálculo de energía de fractura y regularización de malla se presentan en la sección 2.3.

En los modelos de fibras, tanto concentradas como distribuidas se requieren de más pasos para la aplicación de la carga que los modelos más sencillos (PCR). Esto se debe a que los modelos PCF y PDF presentan mayores problemas numéricos de convergencia que son evitados al reducir el desplazamiento aplicado en cada paso.

En la tabla 10 se muestran para los modelos con fibras distribuidas la cantidad de fibras en la sección y la cantidad de elementos en su longitud en que se dividió cada elemento columna. En el NIST (2017) se menciona que una cantidad óptima de fibras para obtener resultados suficientemente precisos de la respuesta de los elementos es de cuatro a diez en cada dirección de la sección transversal. Una cantidad menor que cuatro fibras en cada dirección puede conducir a resultados con poca precisión, mientras que, una cantidad mayor que diez fibras tiene un mayor costo computacional y no presenta mejora significativa en los resultados que cuando se emplean de cuatro a diez fibras. La cantidad de fibras en que se discretizaron las secciones transversales de los elementos se definieron de acuerdo con la recomendación del NIST (2017) y el tiempo de procesamiento de cada uno de los programas. La cantidad de elementos en su longitud en que se dividieron los elementos columna fue la que resultó óptima de acuerdo con los métodos de integración de cada uno de los programas, el empleo de distintas cantidades de elementos condujo a resultados con poca precisión y a problemas numéricos de convergencia.

Tabla 10. Subelementos de los modelos de fibras

| Programa | Cantidad de fibras en la sección | Cantidad de elementos en longitud |
|-----------------|---|--|
| Perform3D | 30 | 5 |
| DIANA | 25 | 10 |
| OpenSees | 196 | 5 |
| SAP2000-PCF | 30 | N/A |
| ETABS-PCF | 30 | N/A |

3.3. Análisis de resultados

En la figura 33, se observan las historias fuerza cortante-distorsión para todas las columnas y modelos. Ésta y las subsecuentes figuras de la presente sección siguen el mismo formato: las tres columnas agrupan los tres tipos de modelación empleados (PCR, PCF y PDF) mientras que las seis filas corresponden a cada columna seleccionada.

En los tres siguientes subapartados se evalúa la reproducción experimental de cortantes resistentes, rigidez y energía disipada de los modelos. Se evalúan los tres parámetros para cada ciclo de carga (sin incluir ciclos de precarga), además, se evalúa la resistencia a cortante y rigidez en la distorsión de resistencia experimental de fluencia de los elementos en caso de que el elemento no sea sometido ante ciclos con distorsión máxima en este punto.

En cada subapartado se muestra una figura con comparación gráfica de valores normalizados de modelos respecto a datos experimentales para el correspondiente parámetro evaluado. En el Apéndice A se muestran las historias fuerza cortante-distorsión ciclo por ciclo obtenidas con los modelos en comparación con los resultados experimentales, y se presentan los valores normalizados de modelos respecto a los resultados experimentales calculados de cada uno de los parámetros evaluados para cada ciclo.

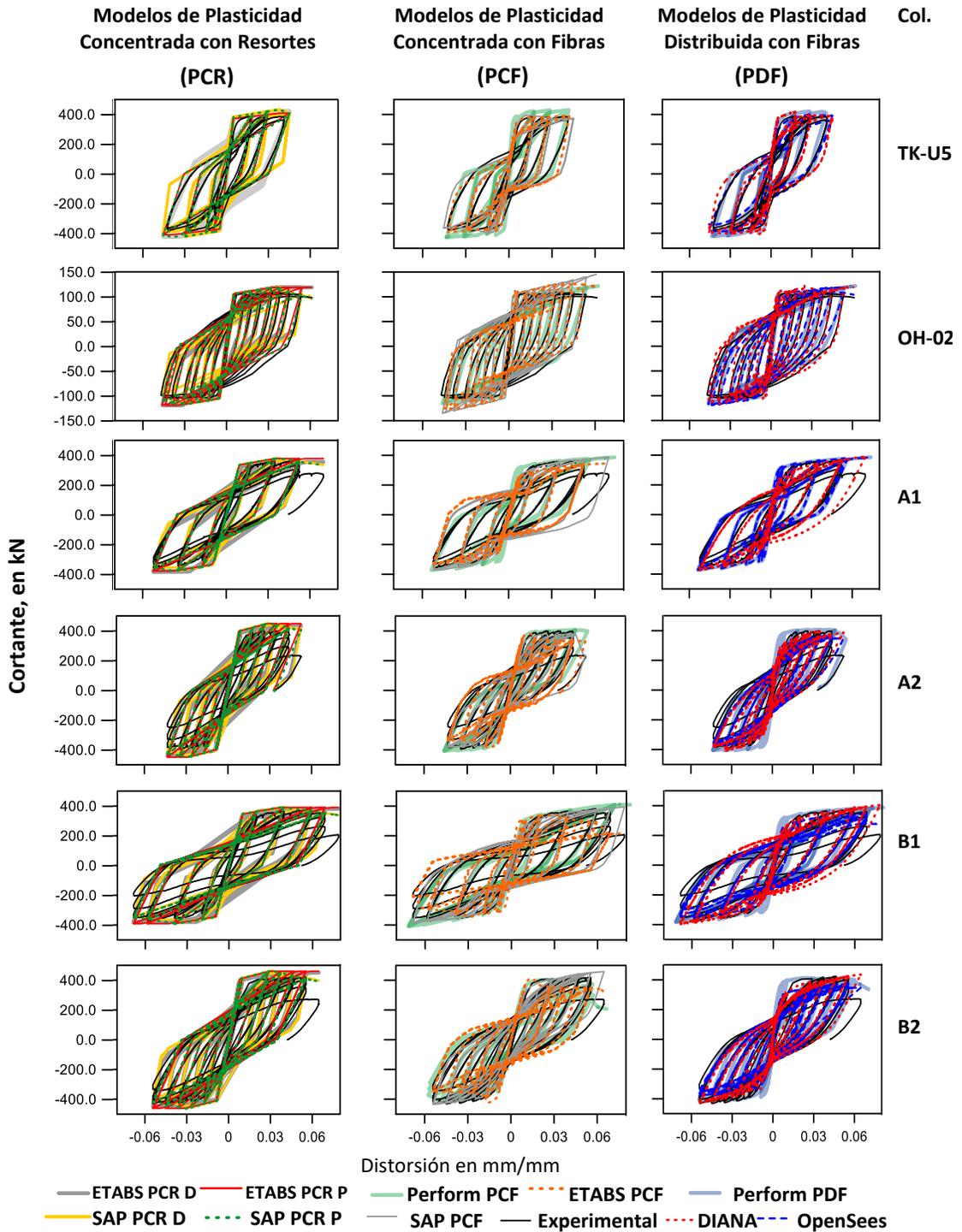


Figura 33. Comparaciones de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF y PDF con los experimentales de cada columna (Zúñiga et al., 2022)

Cortantes resistentes

En las figuras 34 y 35 se muestran las comparaciones de resistencias máximas calculadas normalizadas con respecto a las experimentales. En las cuatro columnas rectangulares, con los modelos PCR y PCF en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia se observan sobrestimaciones. Las sobrestimaciones alcanzan valores máximos de 54%. En cambio, en estos niveles de distorsión dos modelos más refinados presentan diferencias menores que 19% respecto a datos experimentales. Para ciclos con distorsión mayor, las diferencias respecto a datos experimentales de los tres tipos de modelado son menores que 23% excepto en ciclos con distorsión igual o mayor que la de resistencia experimental máxima. En columnas cuadradas todos los modelos muestran mayor similitud a los valores experimentales.

Particularmente, con los modelos PDF, en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia en columnas rectangulares, los modelos DIANA y OpenSees reproducen la resistencia a cortante con diferencias menores que 19% respecto a datos experimentales, mientras que, el modelo Perform PDF alcanza sobrestimaciones máximas de 54%. En distorsiones mayores de estos niveles y menores que la de resistencia experimental máxima, tanto en columnas cuadradas como rectangulares, se observan valores de resistencia con diferencias menores que 19% respecto al experimental con los tres modelos PDF a excepción del segundo ciclo de la TK-U5. En ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la de resistencia experimental máxima, en columnas cuadradas las diferencias se mantienen menores que 19%, sin embargo, en columnas rectangulares, las diferencias respecto a lo experimental son mayores. En estos niveles de distorsión se alcanzan diferencias de hasta 92%.

Para los modelos PCF la tendencia es similar principalmente con el modelo Perform PDF ya que también en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia en columnas rectangulares sobrestiman la resistencia a cortante (sobrestimaciones máximas de 53%). Al igual que los modelos PDF, estos modelos no capturaron de manera exacta la degradación de resistencia en ciclos con distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima en columnas rectangulares. Por ejemplo, el modelo de ETABS PCF tiende a sobrestimar el valor de resistencia, con diferencias localizadas de hasta 98% en el último ciclo de la prueba B1. En el caso de las columnas cuadradas la diferencia es menor que 19% para ambas columnas y todos los modelos, excepto el modelo SAP PCF, el cual presenta una sobrestimación máxima de 39%.

En el caso de los modelos PCR se observaron sobrestimaciones en la resistencia menores de 20% en columnas cuadradas excepto en el segundo ciclo de la columna TK-U5 (diferencia máxima de 32%). Respecto a las columnas rectangulares, la tendencia también es a sobrestimar las resistencias. En ciclos con distorsiones máximas mayor que la resistencia experimental de fluencia (sin incluir los primeros dos ciclos de columna A2) las diferencias son menores de 20% excepto en ciclos con distorsión igual o mayor a la de resistencia experimental máxima donde se presenta un error máximo del 90%, una tendencia similar a los modelos PCF.

En lo que respecta a la respuesta promedio de resistencia a cortante obtenidas con las distintas estrategias de modelado, con los modelos PDF se tiene una diferencia respecto a lo experimental de 6% con desviación estándar de 22%, con los modelos PCF se tiene una diferencia de 10% con desviación estándar de 30%, y con los modelos PCR la diferencia es de 18% con una desviación estándar de 42%.

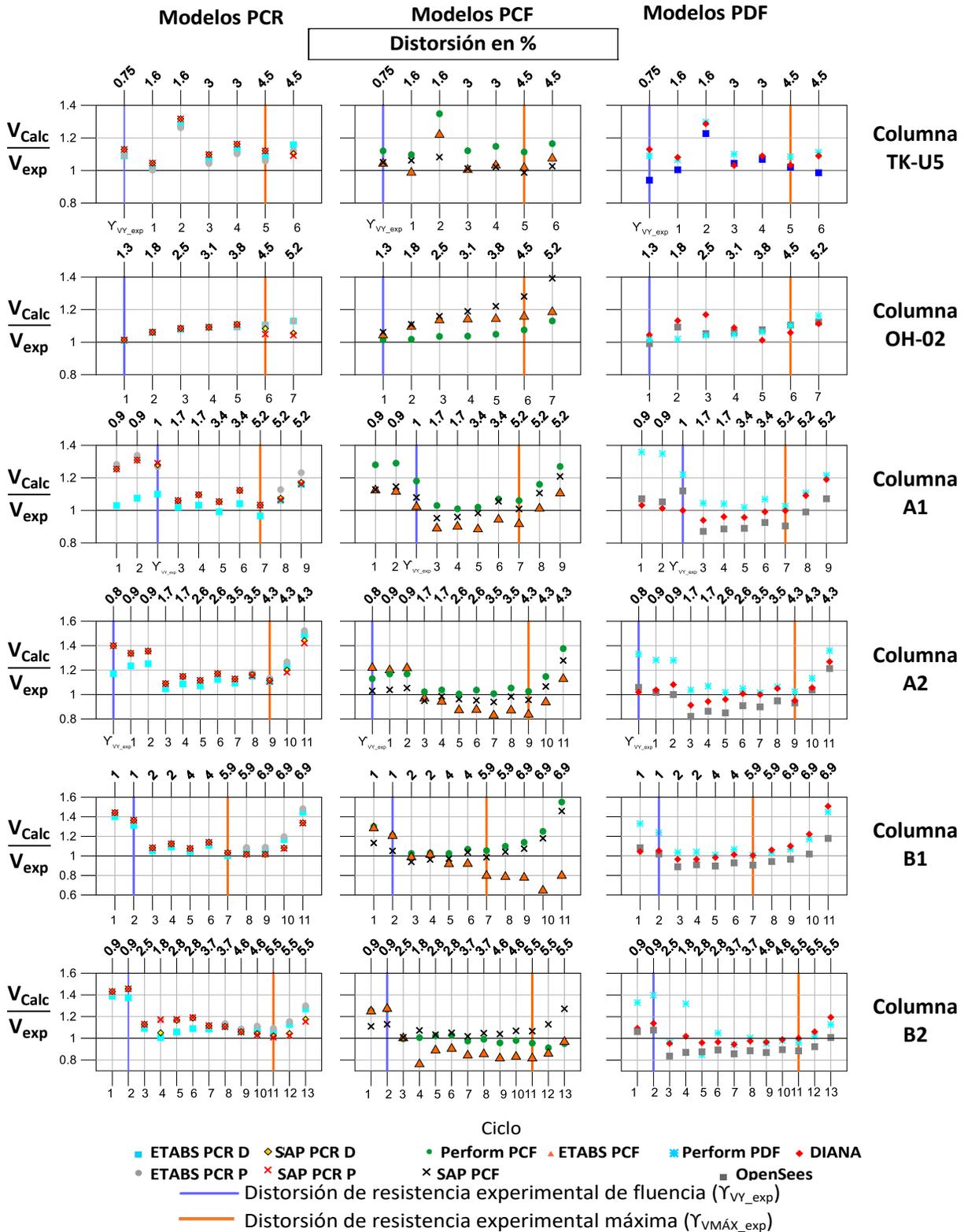


Figura 34. Comparación de valores de resistencias a cortante positivo calculada con modelos (V_{Calc}) normalizados respecto al experimental (V_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR), modelos de plasticidad concentrada con fibras (PCF) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) de cada columna (Zúñiga et al., 2022)

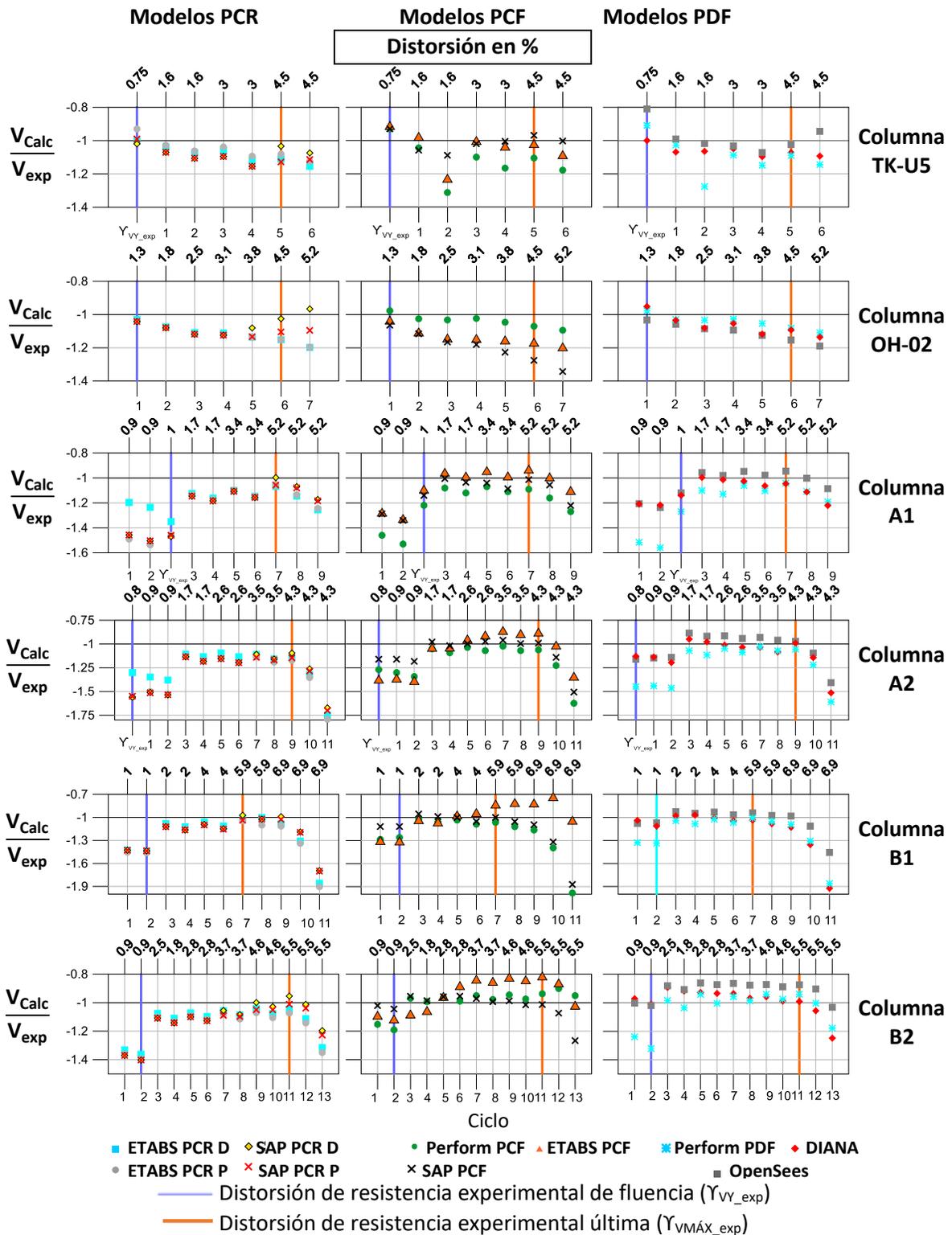


Figura 35. Comparación de valores de resistencias a cortante negativa calculada con modelos (V_{Calc}) normalizados respecto al experimental (V_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR), modelos de plasticidad concentrada con fibras (PCF) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) de cada columna (Zúñiga et al., 2022)

Rigidez

De manera general, los modelos con menores diferencias y dispersión en su comparación de resultados son los modelos PDF (figura 36). En columnas rectangulares, en ciclos distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia (primeros dos ciclos), los modelos PCR y PCF, y el modelo Perform PDF sobrestiman la rigidez y en algunos casos hasta en 39%. En el caso de distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima los tres tipos de modelado sobrestiman la rigidez. Estos efectos pueden deberse a la degradación de resistencia para ciclos de deformación altos y a las consideraciones iniciales de rigidez para ciclos bajos.

Para los modelos PDF, en el caso de columnas cuadradas, las diferencias de rigidez respecto a datos experimentales son menores que 17%. En el caso de los primeros dos ciclos de columnas rectangulares, los modelos DIANA y OpenSees reprodujeron la rigidez con diferencias menores que 14% respecto a datos experimentales, y el modelo Perform PDF alcanzó diferencias máximas de 32%. En distorsiones mayores que la resistencia experimental de fluencia y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima no se superaron diferencias de 15% con los tres modelos.

Para el caso de los modelos PCF, se observan mayores errores en la rigidez calculada que con los modelos PDF. Tal es el caso en la columna OH-02 donde todos los modelos tienden a sobrestimar la rigidez en ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia experimental máxima, siendo los modelos ETABS y SAP PCF los que presentan mayor diferencia con hasta 34%. Para las columnas rectangulares la tendencia general es una sobrestimación de la rigidez en los primeros dos ciclos y en distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima (diferencias máximas de 34 y 43% respectivamente), mientras que, en distorsiones intermedias los modelos presentan subestimaciones menores al 17%.

En los modelos PCR, para las columnas cuadradas, las diferencias son menores que 18% y la respuesta sigue la tendencia de la experimental al encontrarse con valores normalizados cercanos a la unidad. En las columnas rectangulares, todos los modelos tienden a sobrestimar la rigidez hasta en 42% en los primeros dos ciclos. Para los ciclos con distorsión mayor que este nivel y menor que la resistencia experimental máxima las diferencias no superan 20%. Para ciclos repetidos con distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima de las pruebas A2, B1 y B2 las diferencias llegan hasta 65%.

Con la respuesta promedio de rigidez con las distintas estrategias de modelado, se tiene una diferencia respecto a lo experimental de 2% con una desviación estándar de 13% para los modelos PDF, una diferencia de 3% con desviación estándar de 13% con los modelos PCF, y una diferencia de 13% con desviación estándar de 14% para los modelos PCR.

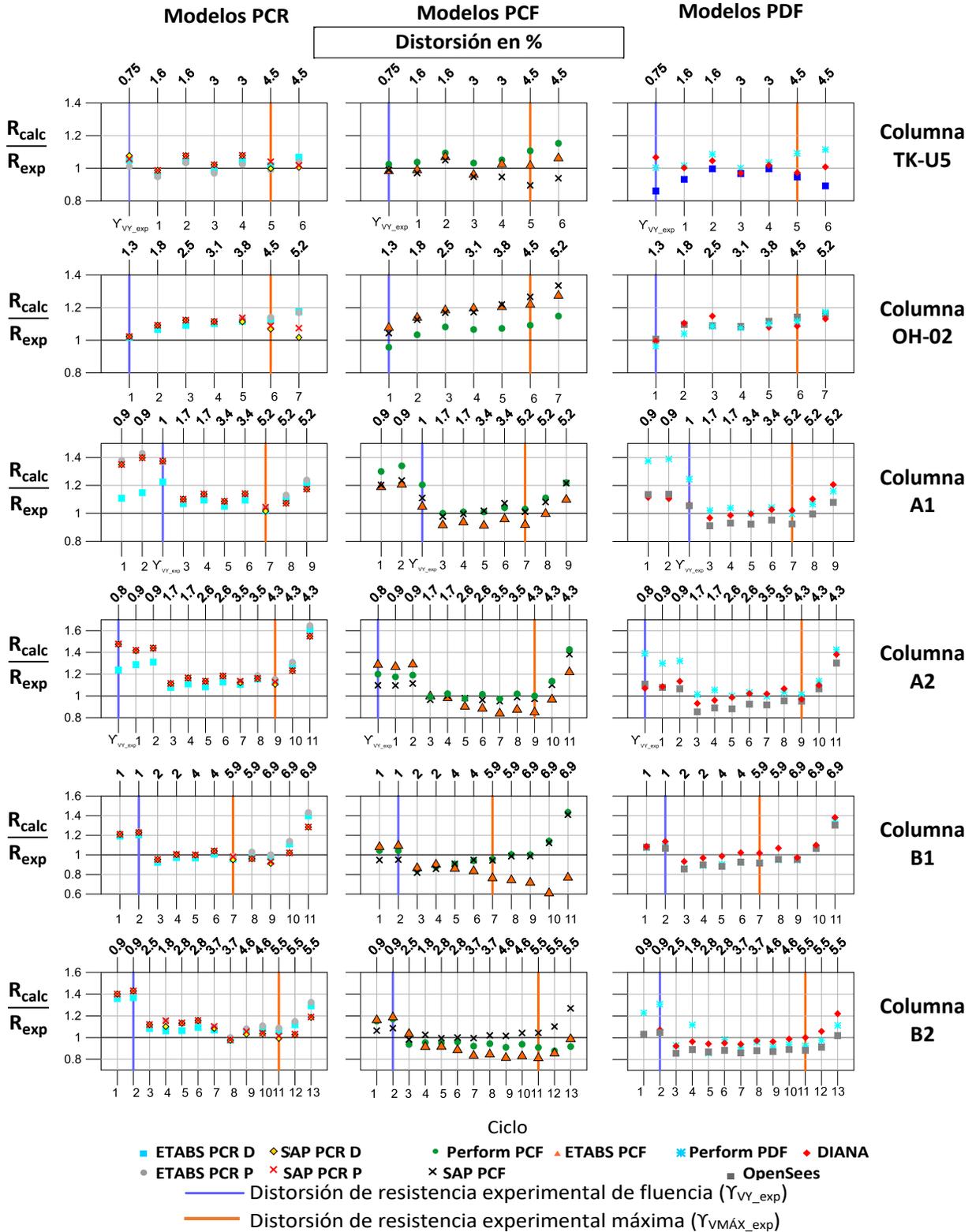


Figura 36. Comparación de valores de rigidez calculada con modelos (R_{calc}) normalizados respecto al experimental (R_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR), modelos de plasticidad concentrada con fibras (PCF) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) de cada columna (Zúñiga et al., 2022)

Energía disipada

La energía disipada se calcula como el área total dentro del anillo de histéresis de cada ciclo (figura 28). En la figura 37 se muestra la comparación gráfica de valores de energía disipada normalizada con respecto a las experimentales para todos los modelos. En general, se observa que, en columnas rectangulares en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia (primeros dos ciclos), todos los modelos tienden a subestimar la energía disipada. Esto puede deberse a un posible agrietamiento inicial en los ensayos, problemas de condiciones de frontera en los mismos o una misma incapacidad de los modelos numéricos para representar esta característica ante distorsiones bajas. En distorsiones mayores, la reproducción de energía disipada de los modelos se acerca a la reproducida experimentalmente, obteniendo valores normalizados cercanos a la unidad especialmente en distorsiones mayores que 3.5%. Además, se observa que, en relaciones de carga axial bajas (0.1), la respuesta tiene mayor dispersión al compararla con ensayos con relación de carga axial intermedia (0.24). Todo lo anterior no aplica para las columnas cuadradas donde la respuesta queda en todos los casos cercana a la unidad.

En los modelos PDF la energía disipada acumulada en las columnas cuadradas tienen diferencias menores que 21%. En cuanto a la comparación de columnas rectangulares se observan dos grupos. Por un lado, las columnas A1 y B1, con una relación $P/A f'c$ de 0.1, y por el otro, las columnas A2 y B2 con una relación de 0.24. Con el modelo Perform3D, se observa que, para el primer grupo, en distorsiones menores que la resistencia experimental máxima, la energía disipada acumulada se sobrestima hasta dos veces el valor experimental. Esto indicaría que para relaciones de carga axial de 0.1 con distorsiones menores que la resistencia experimental máxima, este programa con configuración PDF tenderá a sobrestimar la energía disipada. En cambio, los modelos DIANA y OpenSees para este primer grupo tienen diferencias menores que 35%. En lo que respecta al segundo grupo de columnas el modelo Perform presenta diferencias menores que 34% en distorsiones mayores que la de resistencia experimental de fluencia excepto en los ciclos 1 y 2 de la columna A2 y el tercer ciclo de la columna B2 (diferencia máxima de 54%). Mientras que en este grupo de columnas los modelos DIANA y OpenSees presentan diferencias menores que 23% excepto el modelo DIANA en los ciclos 3 y 4 (diferencias máximas de 45%).

Los modelos PCF, para columnas cuadradas presentan diferencias menores que 40%. Con las columnas rectangulares, los resultados tienen una dispersión notable y tienden a subestimar la energía disipada en los primeros dos ciclos y sobrestimarla en ciclos distorsión mayor. Dentro del primer grupo de relación de carga axial mencionado (columnas A1 y B1), el modelo Perform3D tiene menores diferencias que los modelos ETABS y SAP2000. Las diferencias de Perform3D en los ciclos menores que la distorsión de resistencia experimental máxima son menores que 41%, mientras que en los modelos ETABS y SAP2000 se llega a diferencias de hasta dos veces el valor experimental. Con el segundo grupo de columnas rectangulares (A2 y B2) todos los modelos PCF subestiman la energía disipada en los primeros dos ciclos (hasta 0.18 veces la experimental), y en ciclos con distorsión mayor la respuesta mejora manteniéndose con una diferencia (sobrestimada) menor que 40%.

Los modelos PCR para columnas cuadradas tienen un comportamiento similar para todo el rango de distorsiones, aunque la respuesta de la columna TK-U5 tiende a sobrestimarse hasta en 70%. Para las columnas rectangulares, los modelos PCR, en los primeros dos ciclos, prácticamente no son

capaces de representar energía disipada sobre todo para las pruebas A1 y B1. Para distorsiones mayores de este nivel y menor al de resistencia experimental máxima, todos los modelos PCR tienden a sobrestimar los valores de energía disipada hasta en 60%. En distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima todos los modelos PCR otorgan diferencias muy similares de energía disipada acumulada sobrestimándola en menos de 27%. Para el segundo grupo de columnas los resultados distan más de los experimental, con diferencias respecto a lo experimental que van del 24 a 80%.

En términos de respuesta promedio de energía disipada con las distintas estrategias de modelado, con los modelos PDF se tiene una diferencia respecto a lo experimental de 6% con una desviación estándar de 22%, con los modelos PCF la diferencia respecto a lo experimental es de 10% con una desviación estándar de 31%, y con los modelos PCR la diferencia es de 18% con una desviación estándar de 42%.

Análisis general

Los modelos PCR y PCF tuvieron respuestas similares en términos de resistencia a cortante y rigidez. En el caso de columnas rectangulares, en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia se sobrestimaron ambos parámetros (sobrestimaciones máximas de 50%). En ciclos con distorsión mayor, en columnas rectangulares, ambos parámetros presentaron diferencias menores que 23% excepto en el caso de ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la de resistencia experimental máxima de los elementos. En este caso, los modelos PCR y PCF sobrestimaron ambos parámetros, y en un elemento la resistencia se llegó a sobrestimar dos veces el valor experimental y la rigidez en un 65%. En columnas cuadradas la resistencia a cortante y rigidez, en general, presentaron diferencias menores que 23% respecto a datos experimentales en todos los niveles de distorsión analizados (distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental de fluencia). En lo que respecta a respuesta promedio de resistencia a cortante, los modelos PCR y modelos PCF presentaron diferencias respecto a lo experimental de 18 y 10% respectivamente con desviación estándar de 42 y 30%. En términos de respuesta promedio de rigidez los modelos PCR y PCF tuvieron diferencia respecto a lo experimental de 13 y 3% respectivamente con desviación estándar de 14 y 13%.

En lo que respecta a disipación de energía, en columnas cuadradas los modelos PCF presentaron diferencias menores que 40% respecto a datos experimentales. En columnas rectangulares, los modelos PCF subestiman la energía disipada en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia. En distorsiones mayores, en columnas rectangulares con relación de carga axial $P/A f'c$ intermedia (0.24) no excedieron 40% de diferencia respecto a datos experimentales, mientras que en columnas rectangulares con relación de carga axial $P/A f'c$ baja (0.1) en algunos ciclos se disipó hasta dos veces la energía experimental. En lo que respecta a los modelos ETABS PCR y SAP PCR, presentaron un comportamiento similar, aunque en columnas cuadradas presentaron diferencias máximas de 70% respecto a datos experimentales. En columnas rectangulares en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia prácticamente no fueron capaces de representar la energía disipada, y en distorsiones mayores la sobrestimaron de un 20 a 80%. Con el análisis de respuesta promedio de energía disipada, con los modelos PCR se obtuvo una diferencia de 18% con desviación estándar de 42%, y con los modelos PCF se obtuvo una diferencia de 10% con desviación estándar de 31%.

De los modelos más refinados (PDF), los modelos DIANA y OpenSees condujeron a mejores resultados que los modelos PCR y PCF en términos de resistencia a cortante y rigidez en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia y con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia en columnas rectangulares (diferencias respecto a datos experimentales menores que 19%). En ciclos con distorsión mayor las diferencias de los modelos respecto a datos experimentales fueron similares a las de los modelos PCR y PCF. En ciclos de repetición de carga en distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima los modelos PDF no lograron mejorar la respuesta de resistencia a cortante y rigidez de los modelos PCR y PCF. En términos de disipación de energía los modelos PDF otorgaron mejores resultados. Por ejemplo, en columnas cuadradas los tres modelos (Perform, DIANA y OpenSees) tienen diferencias

menores que 21% respecto a datos experimentales. Mientras que en columnas rectangulares con relación de carga axial $P/A f'c$ baja (0.1) donde los modelos PCR y PCF sobrestimaron hasta dos veces la energía disipada experimental, los modelos DIANA y OpenSees no excedieron 33% de diferencias respecto a datos experimentales. En el análisis de respuesta promedio, con los modelos PDF se reprodujo la resistencia a cortante, rigidez y energía disipada con una diferencia respecto a lo experimental de 6, 2 y 6% con desviación estándar de 22, 13 y 22% respectivamente.

4. Modelación numérica no lineal de vigas de concreto reforzado

En este capítulo se presenta el análisis no lineal de tres vigas de concreto reforzado con los programas de cómputo ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) que son utilizados comúnmente en la práctica profesional, y el programa OpenSees (PEER, 2013). Se buscó que los especímenes analizados tuvieran secciones y cuantías de armado típicas a las de edificios en zonas sísmicas, fueran sometidos ante carga cíclica. Además, que dos de las vigas fueran de sección T para tener en cuenta el efecto de la losa cuando es colada monolíticamente.

4.1. Vigas con datos experimentales seleccionados

Las tres vigas se seleccionaron del trabajo de Shao-Yeh *et al.* (1976). Los objetivos del trabajo de Shao-Yeh *et al.* (1976) fueron investigar el comportamiento en la región crítica de los extremos de vigas de edificios altos a base de marcos ante acciones esperadas durante sismos severos. Para lograrlo, Shao-Yeh *et al.* (1976) realizaron nueve ensayos experimentales de vigas en voladizo ante cargas cíclicas aplicadas en sus extremos, con el objetivo de investigar la resistencia, rigidez, capacidad de deformación y absorción de energía de cada uno de los elementos. Las secciones fueron diseñadas a escala 1:2, y se estudió el efecto de la losa en la viga, cantidad de refuerzo en el lecho superior e inferior, fuerzas cortantes altas e historias de carga.

Los especímenes seleccionados representan una parte aislada de una viga cerca de su conexión con la columna (figura 38), y son denominados R1, T1 y T3. Las propiedades geométricas y de materiales de los especímenes se muestran en la tabla 11. El espécimen R1 es de sección rectangular, y los especímenes T1 y T3 son de sección T. Las tres vigas tienen cuantías de refuerzo longitudinal a compresión de 1.2%, a tensión las vigas R1 y T1 de 0.72%, y la viga T3 de 1.2%. Las tres vigas tienen estribos del n° 2, y son clasificadas de ductilidad baja de acuerdo con las NTC-Concreto (2017), dado que, para ser de ductilidad intermedia o alta una de las condiciones que establecen las NTC-Concreto (2017) es que deben de tener estribos de al menos n°2.5. Para el análisis del efecto de losa

en las vigas T1 y T3 se consideró un ancho de patín de 914.4mm con un espesor de 57.15mm; los lechos superiores e inferiores de losa fueron reforzados con barras del n°2.

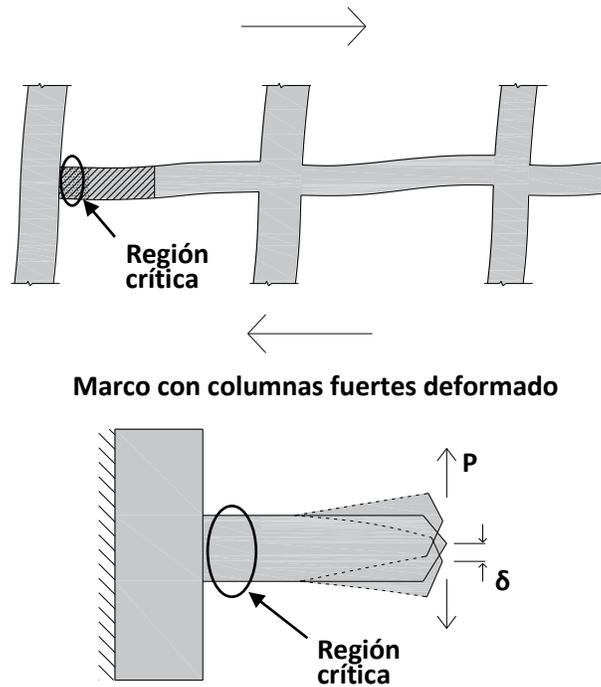


Figura 38. Representación esquemática de especímenes seleccionados y método de aplicación de carga experimental (figura adaptada de Shao- Yeh et al.,1976)

Tabla 11. Propiedades geométricas y de materiales de vigas seleccionadas (Shao- Yeh et al.,1976)

| Características | R1 | T1 | T3 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|
| | | | |
| a | 406.4 | 406.4 | 406.4 |
| b | 228.6 | 228.6 | 228.6 |
| Longitud | 1585 | 1585 | 1585 |
| ρ'_{long} , % | 1.2 | 1.2 | 1.2 |
| ρ_{long} , % | 0.74 | 0.74 | 1.2 |
| ρ_{trans} , % | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| f_{co'} , en MPa | 33.03 | 33.03 | 33.03 |
| f_{ylong} , en MPa | 448.1 | 448.1 | 448.1 |
| f_{ytrans} , en MPa | 414 | 414 | 414 |

En la figura 39 se muestran las historias de distorsión aplicadas a la viga R1, T1 y T3 (Shao-yeh et al., 1976). Se aprecia que los ciclos de precarga son aplicados en una dirección en la viga R1 y T1, y en

ambas direcciones en la viga T3, también que, la distorsión asociada a la resistencia experimental de fluencia se excede en el tercer ciclo de la viga R1 y en el primer ciclo de las vigas T1 y T3. Las curvas experimentales fuerza cortante distorsión de cada viga fueron extraídas del documento de Shao-Yeh *et al.* (1976) y fueron convertidas a formato digital.

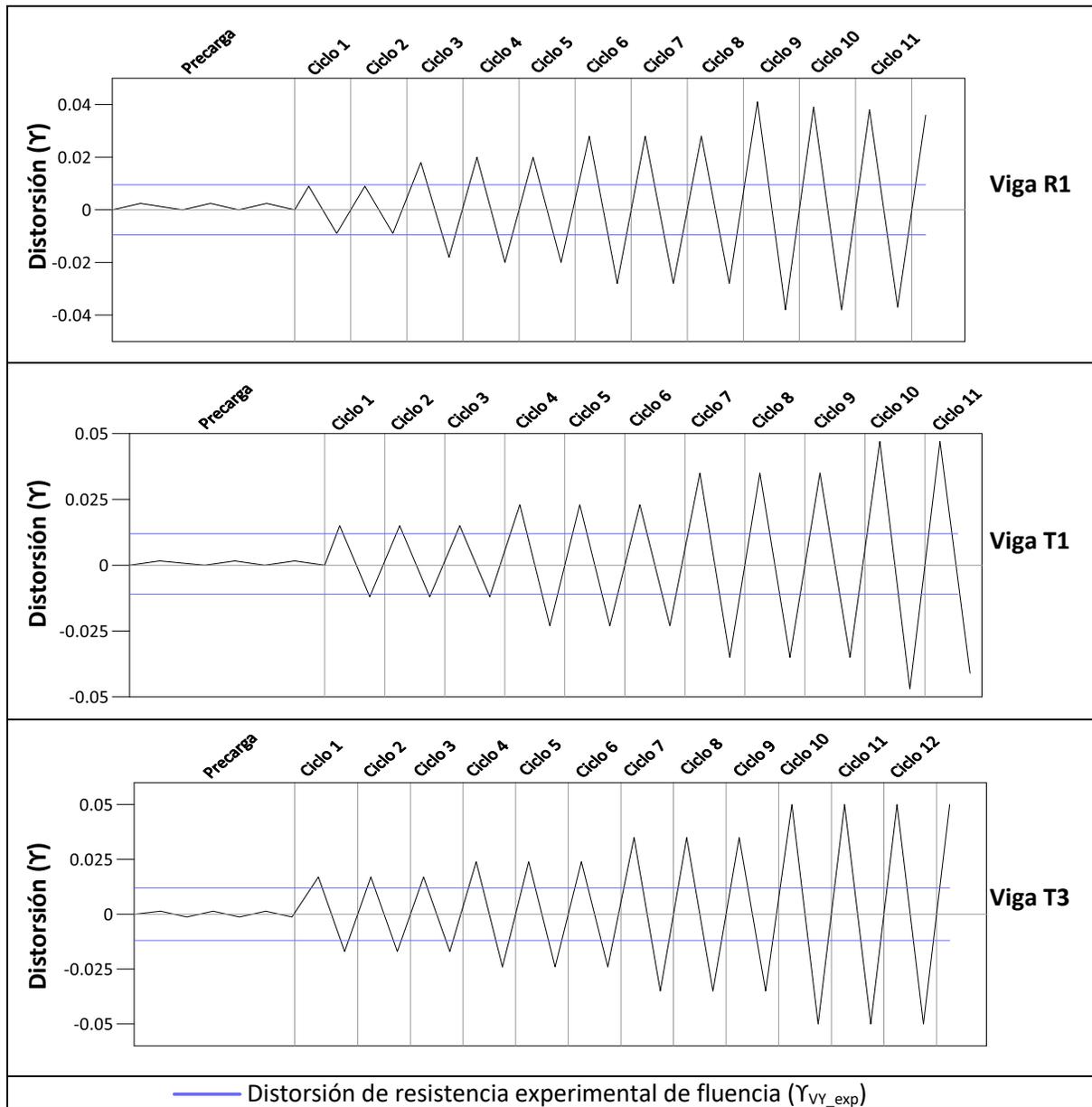


Figura 39. Historias de carga (figura adaptada de Shao- Yeh et al., 1976)

4.2 Descripción de modelos numéricos y parámetros específicos empleados

En la tabla 12 se muestra un resumen de las estrategias de modelación utilizada en cada uno de los programas y los respectivos nombres de los modelos

Tabla 12. Modelos empleados

| Tipo de modelado | Programa | Ley de histéresis | Nombre modelo |
|--|----------|-------------------|---------------|
| Plasticidad concentrada con resortes (PCR) | ETABS | Pivote (P) | SAP PCR P |
| | SAP2000 | Pivote (P) | ETABS PCR P |
| Plasticidad distribuida con fibras (PDF) | OpenSees | N/A | OpenSees PDF |

En la figura 40 se muestra el esquema de modelación empleado, se observa que el extremo izquierdo fue considerado empotrado y en el extremo derecho se aplicó la historia de desplazamiento.

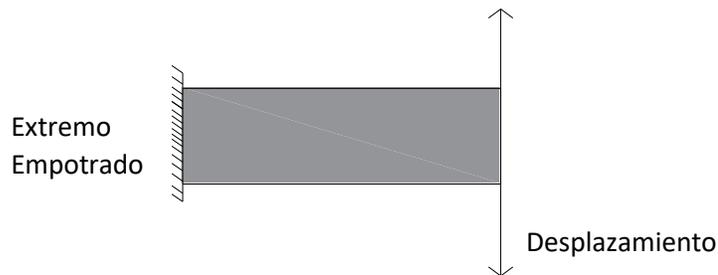


Figura 40. Esquema de aplicación de carga de viga en voladizo

4.2.1. Materiales y modelos constitutivos

En los modelos PCR, se debe realizar previamente un análisis momento-curvatura para obtener las resistencias de fluencia que se incluirá en la articulación tipo resorte (NIST, 2017). Por otra parte, en los modelos OpenSees PDF para el comportamiento constitutivo de concreto se utilizó la propuesta de Scott *et al.* (1982) y Karsan y Jirsa (1969), y para el acero de refuerzo se utilizó la relación de Menegotto y Pinto (1972) extendida por Filippou *et al.* (1983) el cual considera el efecto Bauschinger y el endurecimiento por deformación. Además, se emplea la propuesta de Pugh *et al.* (2015) para representar la pérdida de resistencia a compresión del acero de refuerzo longitudinal en la curva esfuerzo-deformación debido al fenómeno del pandeo de barras. Esta propuesta está descrita en el apartado 2.3.2.6 de este trabajo.

4.2.2. Modelos de histéresis

En los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P se utilizó la ley de histéresis pivote con los valores de α y β recomendados por Dowell *et al.* (1998). En el modelo OpenSees PDF el comportamiento histerético es definido como parte integral del modelo constitutivo del material seleccionado. En el caso de concreto no es necesario definir parámetros de comportamiento histerético debido a que la relación constitutiva utilizada se calcula este comportamiento en términos de deformación. En el acero de refuerzo los valores empleados son $a_1=0.925$; $a_2=0.0015$; $R=18$, donde a_1 y a_2 son parámetros de degradación de curvatura, y R es el valor inicial del parámetro de curvatura.

4.3. Análisis de resultados

En la figura 41 se muestran las historias fuerza cortante-distorsión obtenidas con las dos estrategias de modelado en comparación con los resultados experimentales para las tres vigas. La figura sigue la siguiente organización: las columnas agrupan los dos tipos de modelación empleados (PCR y PDF), mientras que las tres filas corresponden a cada viga seleccionada.

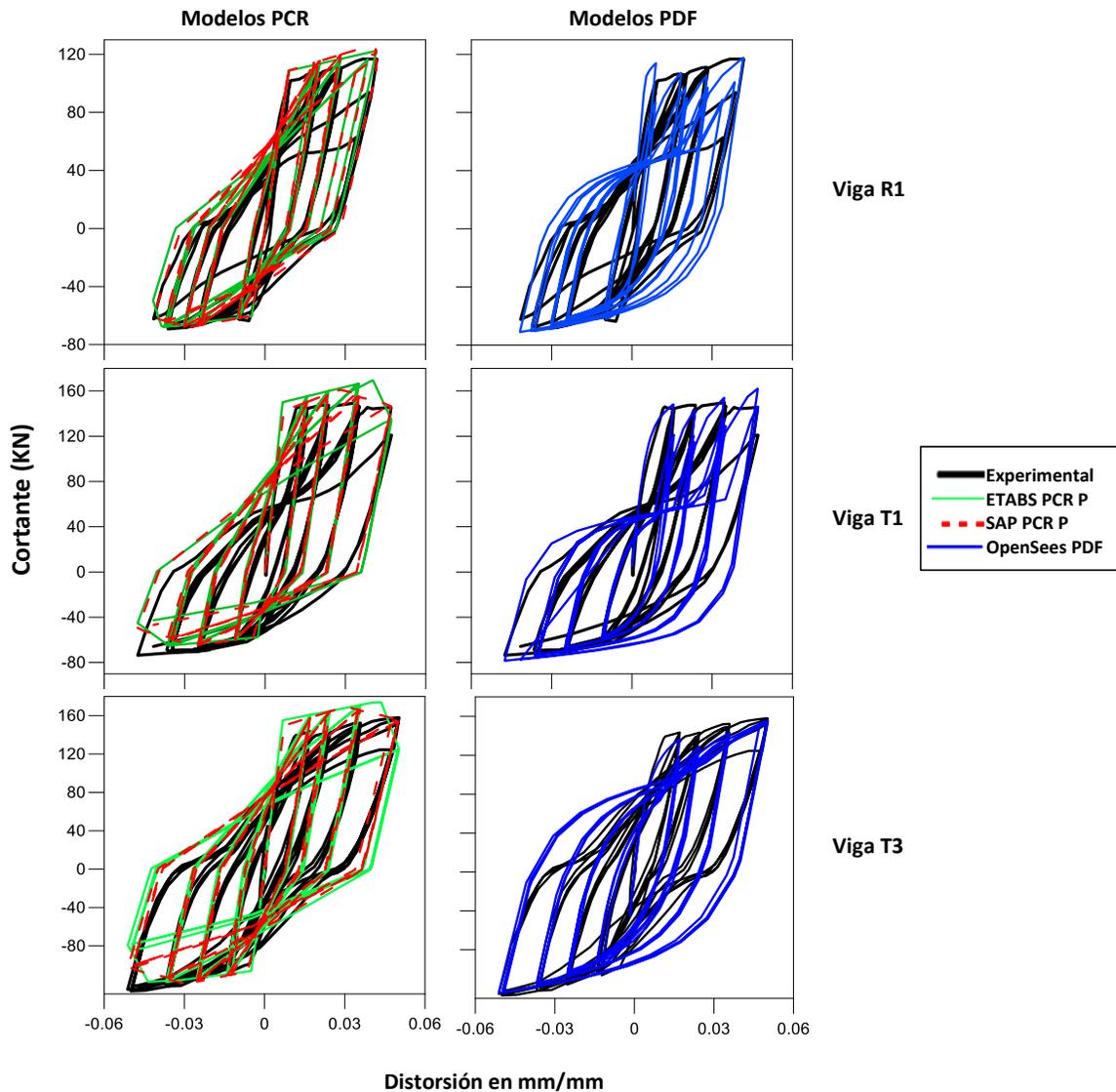


Figura 41. Comparaciones de resultados numéricos de los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) con los experimentales de cada viga.

En los tres siguientes subapartados se evalúa la reproducción experimental de resistencia a cortante, rigidez y energía disipada de los modelos numéricos. Se evalúan los tres parámetros para cada ciclo, además, se evalúa la resistencia a cortante y rigidez en la distorsión máxima de las

envolventes de ciclos de precarga y en la distorsión de resistencia experimental de fluencia de cada una de las vigas.

En cada subapartado se muestra una figura con comparación gráfica de valores normalizados de modelos respecto a datos experimentales del correspondiente parámetro evaluado. También se presenta una tabla de diferencias obtenidas con las estrategias de modelado respecto a los datos experimentales. En las tablas de diferencias los ciclos se agrupan en tres intervalos de distorsión denominados AB, BC y CD (figura 29). El intervalo AB corresponde a ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia, el intervalo BC corresponde a ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia y menor que la resistencia experimental máxima, y el intervalo CD corresponde a ciclos con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental máxima de los elementos. Además, en la tabla de diferencias, en el caso de evaluación de resistencia a cortante y rigidez, se muestran las diferencias respecto a datos experimentales en la distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga y en la distorsión de resistencia experimental de fluencia de los elementos.

En caso de que se requiera ver a detalle los resultados obtenidos, en el Apéndice B se muestran las gráficas cortante distorsión y los valores normalizados para cada ciclo en comparación con los datos experimentales.

Cortantes resistentes

En las figuras 42 y 43 se muestran los valores de resistencia a cortante de modelos normalizados respecto a datos experimentales. Con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P se observan subestimaciones de la resistencia en la distorsión máxima de las envolventes de ciclos de precarga de las tres vigas (subestimaciones del 20 a 37%, tabla 13). Esto se debe a que son niveles de distorsión de cuatro a ocho veces menores que la distorsión experimental de fluencia de las vigas y que los modelos tienen condiciones iniciales de rigidez efectiva. En los dos ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia en la viga R1, las diferencias respecto a datos experimentales son menores de 10%. Se destaca que, sin incluir los ciclos de precarga, esta es la única viga en la que experimentalmente se analizan ciclos con distorsión máxima menor que la de resistencia experimental de fluencia (figura 39).

Se observan los mejores resultados de resistencia a cortante con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P en la distorsión de resistencia experimental de fluencia y en el intervalo de distorsión BC que agrupa ciclos con distorsión mayor del nivel de fluencia y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de las vigas (diferencias menores de 21%, tabla 13). En lo que respecta a ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia experimental máxima de los elementos (intervalo CD) se observan mayores diferencias respecto a datos experimentales en las tres vigas. En este intervalo en la viga R1 con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P se alcanzan sobrestimaciones máximas de 60% (tabla 13). Las mayores diferencias respecto a datos experimentales en esta viga se presentan específicamente a partir del ciclo 10 que corresponde al ciclo siguiente después del alcanzar la resistencia experimental máxima del elemento, y se deben a

la significativa degradación de resistencia experimental del elemento por el pandeo de barras en el lecho a compresión de la viga en este ciclo. En cambio, en las vigas T1 y T3, desde el inicio del intervalo de distorsión CD los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P tienden a subestimar la resistencia a cortante (subestimaciones máximas de 39%, tabla 13).

Por otro lado, con los modelos OpenSees PDF se observa que tienen diferencias respecto a datos experimentales similares a las obtenidas con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P en la distorsión de resistencia experimental de fluencia e intervalo de distorsión BC. Conducen a mejores resultados que los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P en la distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga e intervalo de distorsión CD en las tres vigas analizadas. En la distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga las diferencias respecto a datos experimentales van del 10 a 20%, mientras que en el intervalo CD de la viga R1 las diferencias son menores al 30% y son menores de 20% en las vigas T1 y T3 (tabla 13).

Tabla 13. Diferencias de resistencia a cortante obtenidas con estrategias de modelado respecto a resultados experimentales de vigas

| Viga | Intervalo | Número de ciclos | % de distorsión (γ) | Diferencias | |
|------|--------------------|------------------|------------------------------|-------------------------|--------------|
| | | | | ETABS PCR P y SAP PCR P | OpenSees PDF |
| R1 | EP | - | $\gamma=0.23$ | 33% | 16% |
| | AB | 2 | $0.9 \leq \gamma < 0.95$ | $\leq 10\%$ | $\leq 13\%$ |
| | γ_{VY_exp} | - | $\gamma=0.95$ | $\leq 8\%$ | $\leq 16\%$ |
| | BC | 6 | $0.95 < \gamma < 3.4$ | $\leq 9\%$ | $\leq 17\%$ |
| | CD | 3 | $\gamma \geq 3.4$ | $\leq 60\%$ | $\leq 31\%$ |
| T1 | EP | - | $\gamma=0.15$ | 20 a 25% | 10% |
| | γ_{VY_exp} | - | $\gamma=1.1$ | $< 6\%$ | $< 5\%$ |
| | BC | 6 | $1.1 < \gamma < 3.5$ | $\leq 13\%$ | $\leq 20\%$ |
| | CD | 5 | $\gamma \geq 3.5$ | $\leq 39\%$ | $\leq 21\%$ |
| T3 | EP | - | $\gamma=0.14$ | 28 a 37% | 18 a 20% |
| | γ_{VY_exp} | - | $\gamma=1.2$ | $\leq 12\%$ | $< 11\%$ |
| | BC | 9 | $1.2 < \gamma < 5$ | $\leq 21\%$ | $\leq 19\%$ |
| | CD | 3 | $\gamma \geq 5$ | $\leq 37\%$ | $\leq 3\%$ |

EP: envolvente de ciclos de precarga

γ_{VY_exp} : distorsión asociada que la resistencia experimental de fluencia de viga

AB: ciclos con distorsión máxima menor que la de resistencia experimental de fluencia de viga (γ_{VY_exp}) sin incluir ciclos de precarga

BC: ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia (γ_{VY_exp}) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de viga (γ_{VMAX_exp})

CD: ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia experimental máxima de viga (γ_{VMAX_exp})

En cuanto a la respuesta promedio, con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P se presentó una diferencia respecto a lo experimental de 1% con una desviación estándar de 15%, mientras que, los modelos OpenSees PDF la diferencia fue de 4% con desviación estándar de 10%.

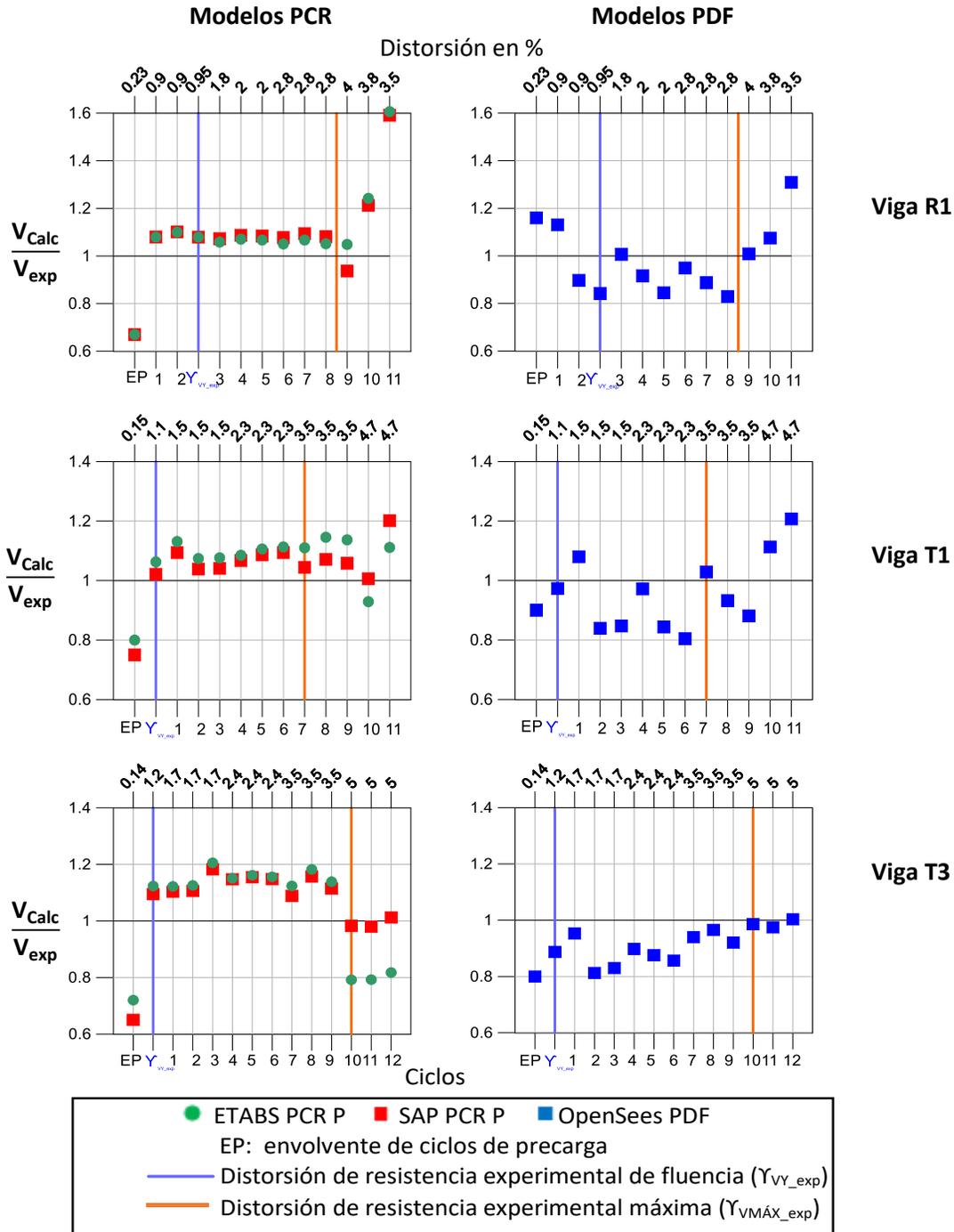


Figura 42. Comparaciones de valores de resistencia a cortante positiva calculada con los modelos (V_{calc}) normalizados respecto al experimental (V_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) para cada viga

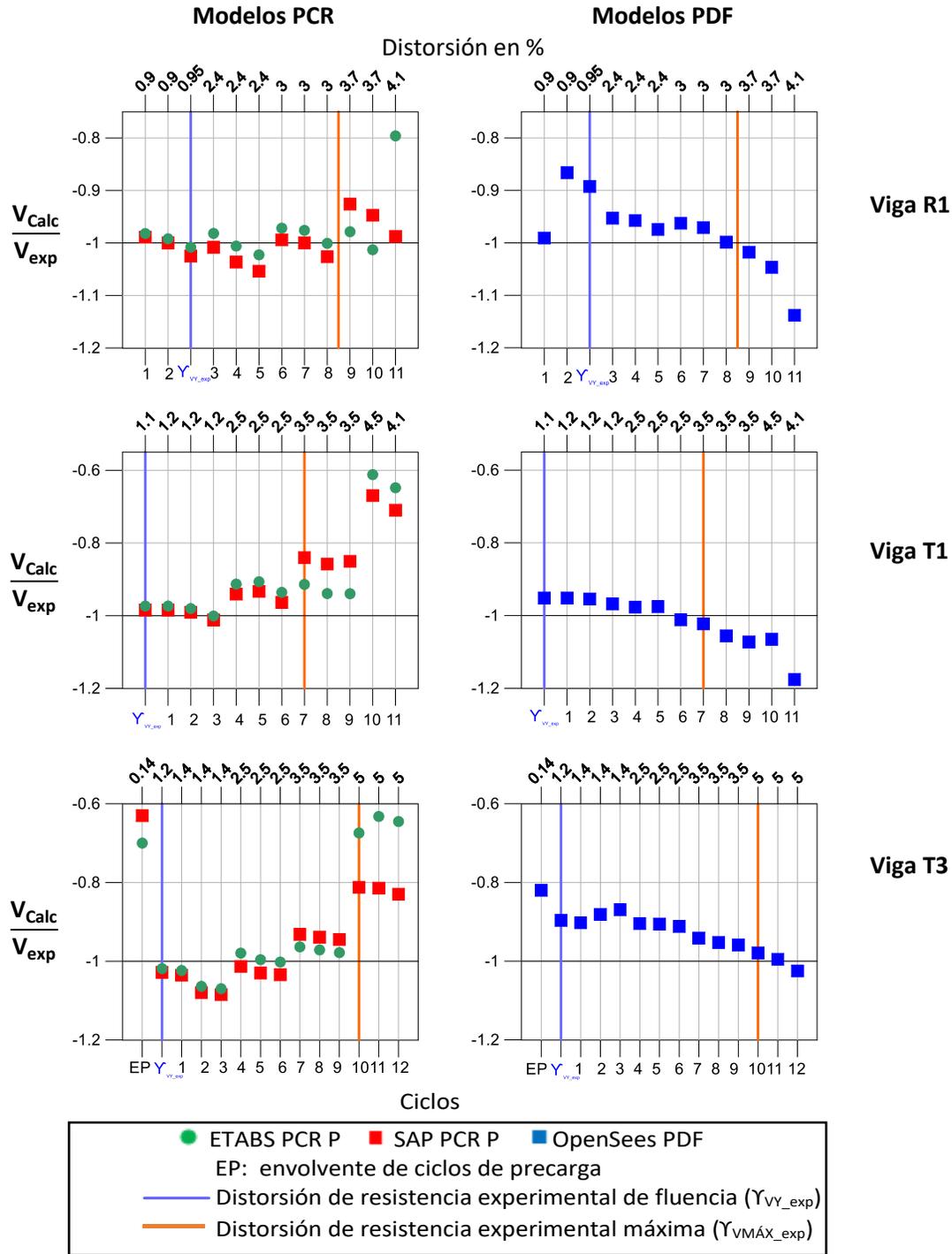


Figura 43. Comparaciones de valores de resistencia a cortante negativa calculada con los modelos (V_{calc}) normalizados respecto al experimental (V_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) para cada viga

Rigidez

En términos de este parámetro se observan tendencias de resultados similares a los descritos para la resistencia a cortante (figura 44). Los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P exhiben subestimaciones de rigidez en los tres elementos en el punto de distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga. Las subestimaciones van del 20 a 36% (tabla 14), y se presentan porque son niveles de distorsión de 4 a 8 veces menores que los de resistencia experimental de fluencia y que se emplean valores de rigidez efectiva para reproducir el agrietamiento del concreto en los modelos. En el intervalo AB de la viga R1, el punto de resistencia experimental de fluencia e intervalo de distorsión BC de las tres vigas los modelos muestran los mejores resultados (diferencias menores que 15%, tabla 14). Mientras que, en el intervalo de distorsión CD los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P alcanzaron sobrestimaciones máximas de 30%, y exhiben subestimaciones en las vigas T1 y T3 desde el inicio del intervalo de distorsión (subestimaciones máximas de 28%, tabla 14).

Por otro lado, los modelos OpenSees PDF muestran mejores resultados que los modelos simples en el punto de distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga y en el intervalo de distorsión CD de los elementos. Para el primer caso las diferencias de los modelos OpenSees PDF respecto a datos experimentales fueron menores de 19%, y para el segundo son menores que 22% (tabla 14).

Tabla 14. Diferencias de rigidez obtenidas con estrategias de modelado respecto a resultados experimentales de vigas

| Viga | Intervalo | Número de ciclos | % de distorsión (γ) | Diferencias | |
|-----------|--------------------|------------------|------------------------------|-------------------------|--------------|
| | | | | ETABS PCR P y SAP PCR P | OpenSees PDF |
| R1 | EP | - | $\gamma=0.23$ | 33% | 16% |
| | AB | 2 | $0.9 \leq \gamma < 0.95$ | 4 a 6% | 7 a 12% |
| | γ_{VY_exp} | - | $\gamma=0.95$ | 5 a 6% | 14% |
| | BC | 6 | $0.95 < \gamma < 3.4$ | 4 a 7% | 2 a 11% |
| | CD | 3 | $\gamma \geq 3.4$ | 2 a 30% | 1 a 22% |
| T1 | EP | - | $\gamma=0.15$ | 20 a 25% | 10% |
| | γ_{VY_exp} | - | $\gamma=1.1$ | 1 a 4% | 3% |
| | BC | 6 | $1.1 < \gamma < 3.5$ | 3 a 8% | 3 a 13% |
| | CD | 5 | $\gamma \geq 3.5$ | 3 a 18% | 3 a 20% |
| T3 | EP | - | $\gamma=0.14$ | 29 a 36% | 19% |
| | γ_{VY_exp} | - | $\gamma=1.2$ | 7 a 8% | 11% |
| | BC | 9 | $1.2 < \gamma < 5$ | 2 a 15% | 4 a 16% |
| | CD | 3 | $\gamma \geq 5$ | 7 a 28% | $\leq 2\%$ |

EP: envolvente de ciclos de precarga

γ_{VY_exp} : distorsión asociada que la resistencia experimental de fluencia de viga

AB: ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia de viga (γ_{VY_exp}) sin incluir ciclos de precarga

BC: ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia (γ_{VY_exp}) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de viga (γ_{VMAX_exp})

CD: ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia máxima experimental de viga (γ_{VMAX_exp})

En el análisis de respuesta promedio de rigidez con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P se obtuvo una diferencia respecto a lo experimental de 1% con una desviación estándar de 13%, en tanto que con los modelos OpenSees PDF la diferencia respecto a lo experimental fue de 4% con desviación estándar de 9%.

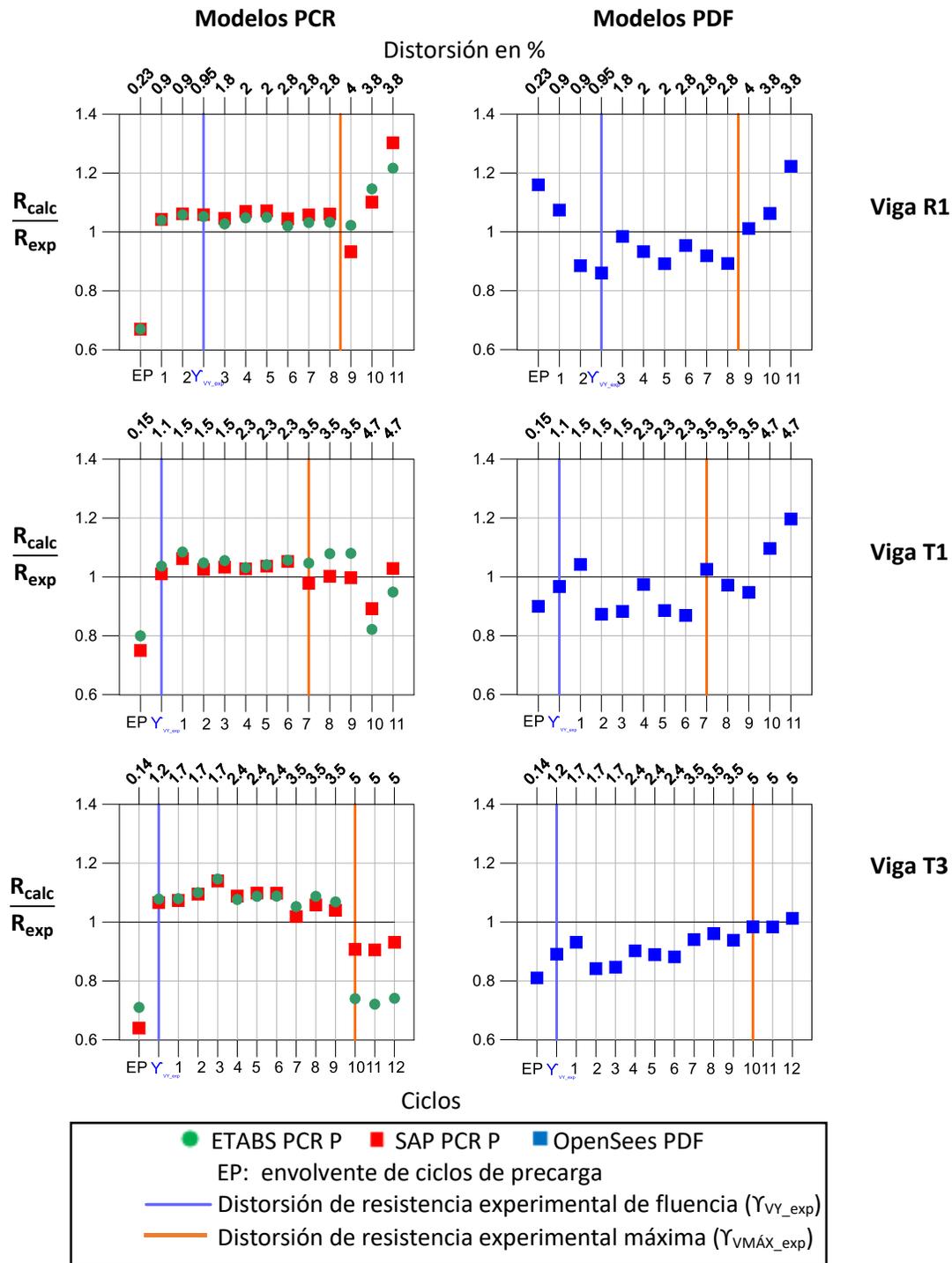


Figura 44. Comparaciones de valores de rigidez calculada con los modelos (R_{calc}) normalizados respecto al experimental (R_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) para cada viga

Energía disipada

Es notorio en la figura 45 de valores de energía disipada acumulada normalizados respecto a datos experimentales que los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P predicen la disipación de energía con mayor precisión en la viga rectangular R1 que en las vigas T1 y T3. En la viga R1, los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P muestran diferencias máximas de 40% respecto a datos experimentales en el intervalo de distorsión AB (tabla 15) pero mejoran la respuesta notablemente en distorsiones mayores no excediendo 17% de diferencia respecto a datos experimentales. En las vigas T1 y T3 las diferencias de los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P van del 13 a 65% respecto a datos experimentales.

Con los modelos refinados OpenSees PDF, en la viga R1 se tienen diferencias del 40 a 75% respecto a datos experimentales en el intervalo de distorsión AB, pero en distorsiones mayores, las diferencias son menores al 20% (intervalos BC y CD, tabla 15). En las vigas T1 y T3, se aprecian mejores resultados con los modelos refinados OpenSees PDF que con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P (diferencias menores que 31%, tabla 15).

Tabla 15. Diferencias de energía disipada acumulada obtenidas con estrategias de modelado respecto a resultados experimentales de vigas

| Viga | Intervalo | Número de ciclos | % de distorsión (γ) | Diferencias | |
|------|-----------|------------------|------------------------------|-------------------------|--------------|
| | | | | ETABS PCR P y SAP PCR P | OpenSees PDF |
| R1 | AB | 2 | $0.9 \leq \gamma < 0.95$ | 14 a 40% | 44 a 76% |
| | BC | 6 | $0.95 < \gamma < 3.4$ | 2 a 10% | 16 a 20% |
| | CD | 3 | $\gamma \geq 3.4$ | 5 a 17% | 14 a 23% |
| T1 | BC | 6 | $1.1 < \gamma < 3.5$ | 8 a 65% | 8 a 18% |
| | CD | 4 | $\gamma \geq 3.5$ | 23 a 38% | 13 a 14% |
| T3 | BC | 9 | $1.2 < \gamma < 5$ | 13 a 56% | 3 a 31% |
| | CD | 3 | $\gamma \geq 5$ | 16 a 31% | 25 a 27% |

AB: ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia de viga (γ_{VY_exp}) sin incluir ciclos de precarga

BC: ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia (γ_{VY_exp}) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de viga (γ_{VMAX_exp})

CD: ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia máxima experimental de viga (γ_{VMAX_exp})

En cuanto a la respuesta promedio de energía disipada, los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P otorgaron una diferencia respecto a lo experimental de 21% con una desviación estándar de 21%, mientras que, los modelos OpenSees PDF también presentaron una diferencia respecto a lo experimental de 21% pero con desviación estándar del 12%.

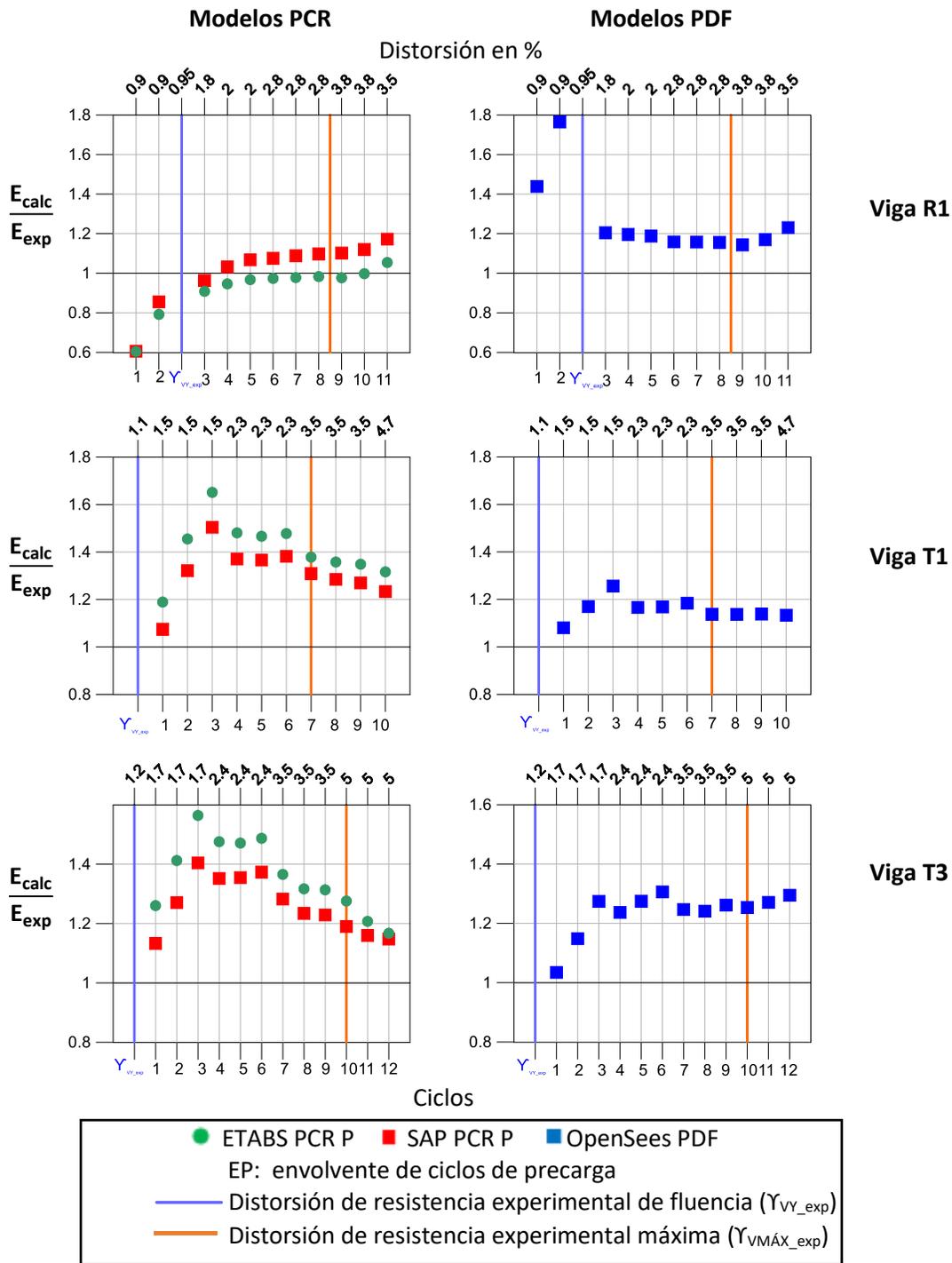


Figura 45. Comparaciones de valores de energía disipada calculada con los modelos (E_{calc}) normalizados respecto al experimental (E_{exp}) obtenidos con los modelos de plasticidad concentrada con resortes (PCR) y modelos de plasticidad distribuida con fibras (PDF) para cada viga

Análisis general

Los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P presentaron respuestas similares en términos de resistencia a cortante y rigidez. Ambos parámetros fueron subestimados en las tres vigas analizadas en la distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga (subestimaciones del 20 a 37%, tablas 13 y 14). A partir de la distorsión de resistencia experimental de fluencia se presentaron mejores resultados. En este nivel de distorsión e intervalo BC que corresponde a ciclos con distorsión mayor que la resistencia experimental de fluencia y menor que la resistencia experimental máxima reprodujeron la resistencia a cortante y rigidez con diferencias menores de 21 y 15% respectivamente en comparación con datos experimentales (tablas 13 y 14). En distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P alcanzaron sobrestimaciones máximas de 60% de resistencia a cortante y de 30% de rigidez respecto a los datos experimentales en la viga R1. En cambio, en estos niveles de distorsión presentaron resultados conservadores en vigas T (subestimaciones máximas de 39 y 28% respectivamente). En lo que respecta a la respuesta promedio de resistencia a cortante, los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P presentaron diferencia respecto a lo experimental de 1% con una desviación estándar de 15%. La respuesta promedio de rigidez con los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P otorgó también una diferencia respecto a lo experimental de 1% pero con desviación estándar de 13%.

En términos de disipación de energía, los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P tuvieron más precisión en la viga R1 que en las vigas T1 y T3. En la viga R1 las diferencias respecto a datos experimentales en general fueron menores que 20%, mientras que, en las vigas T1 y T3 las diferencias fueron del 10 a 56% (tabla 15). En términos de la respuesta promedio de energía disipada, los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P presentaron una diferencia respecto a lo experimental de 21% con desviación estándar de 21%.

El empleo de modelos más refinados (OpenSees PDF) condujo a mejores resultados que los modelos ETABS PCR P y SAP PCR P en términos de resistencia a cortante y rigidez en la distorsión máxima de envolvente de ciclos de precarga y en ciclos con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental máxima. En la distorsión máxima de la envolvente de ciclos de precarga las diferencias de los modelos OpenSees PDF de resistencia a cortante y rigidez respecto a los datos experimentales fueron de 10 a 20% (tablas 13 y 14). En tanto que, en el intervalo CD, la resistencia a cortante alcanzó sobrestimaciones máximas de 30% en la viga R1, y diferencias menores que 20% en las vigas T1 y T3. Mientras que la rigidez tuvo diferencias menores que 22% en los tres elementos. En términos de disipación de energía conducen a mejores resultados en las vigas T1 y T3, no excediendo 26% de diferencia respecto a los datos experimentales (tabla 15). En el análisis de respuesta promedio, en términos de resistencia a cortante, rigidez y energía disipada, los modelos OpenSees PDF presentaron diferencias respecto a lo experimental de 4, 4 y 21% respectivamente con desviación estándar de 10, 9 y 12% también respectivamente.

5. Modelación numérica no lineal de muros de concreto reforzado

En este capítulo se presenta el análisis no lineal de tres muros de concreto reforzado utilizando los programas de cómputo ETABS y SAP2000, y los programas OpenSees y DIANA que incorporan herramientas de análisis más refinadas. Se buscó que los especímenes tuvieran sección transversal rectangular y cuantías de armado que son típicas de edificios ubicados en zonas sísmicas. Además de que fueran ensayados ante cargas cíclica y tuvieran relación de aspecto entre 1.5 y 2, y que estuvieran bien documentados.

5.1. Muros con datos experimentales seleccionados

Con base en los factores planteados se seleccionaron tres muros para modelación numérica no lineal del trabajo de Tran (2012). La documentación de los especímenes a modelar se encuentra en la base de datos del NEES (NEES, 2016).

En el trabajo de Tran (2012) se diseñaron, construyeron y se ensayaron cinco muros de concreto reforzado. Los especímenes fueron diseñados para que fallaran predominantemente por flexión, pero se esperaba que las deformaciones por cortante contribuyeran significativamente en la respuesta de desplazamiento lateral total. Los principales objetivos del trabajo de Tran (2012) fueron analizar la respuesta cíclica de muros con relación de aspecto de 1.5 a 2 donde las deformaciones por cortante impactan en el comportamiento global de los muros; determinar la distribución y magnitudes de deformaciones debido a flexión y cortante, deslizamiento por cortante en la base de espécimen y anclaje; proveer de información de respuestas para el desarrollo y validación de modelos analíticos; e investigar la capacidad de los muros para soportar carga axial tras el inicio de degradación de resistencia lateral.

Las características y propiedades de materiales de los muros seleccionados se muestran en la tabla 16, y sus secciones transversales se muestran en la figura 46.

Tabla 16. Características y propiedades de materiales de muros de concreto reforzado experimentales seleccionados (Tran, 2012)

| Características | Muro | | |
|---|-------|-------|-------|
| | S78 | S63 | S38 |
| ancho (L), en mm | 1,219 | 1,219 | 1,219 |
| altura (H), en mm | 2057 | 2,667 | 2,667 |
| espesor (t), en mm | 152.4 | 152.4 | 152.4 |
| Relación de aspecto H/L | 1.5 | 2.0 | 2.0 |
| f_{co}' en MPa | 55.8 | 48.6 | 47.1 |
| f_y , en MPa | 475 | 475 | 475 |
| f_u , en MPa | 620 | 620 | 620 |
| $\rho_{v,b}$, % | 6.06 | 7.11 | 3.3 |
| ρ_s , % | 0.8 | 0.82 | 0.82 |
| $\rho_{v,a}$, % | 0.73 | 0.61 | 0.31 |
| $\rho_{h,a}$, % | 0.73 | 0.61 | 0.3 |
| Carga axial, % | 6.4 | 7.3 | 6.4 |
| Contribución de cortante en desplazamiento lateral total, % | 35 | 30 | 20 |

$\rho_{v,b}$: cuantía de acero longitudinal en bordes confinados; ρ_s : cuantía de acero transversal en bordes confinados; $\rho_{v,a}$: cuantía de acero vertical en el alma; $\rho_{h,a}$: cuantía de acero horizontal en el alma; carga axial = $P/A_g f'_{co}$ (%), donde p: carga axial, y $A_g = L t$

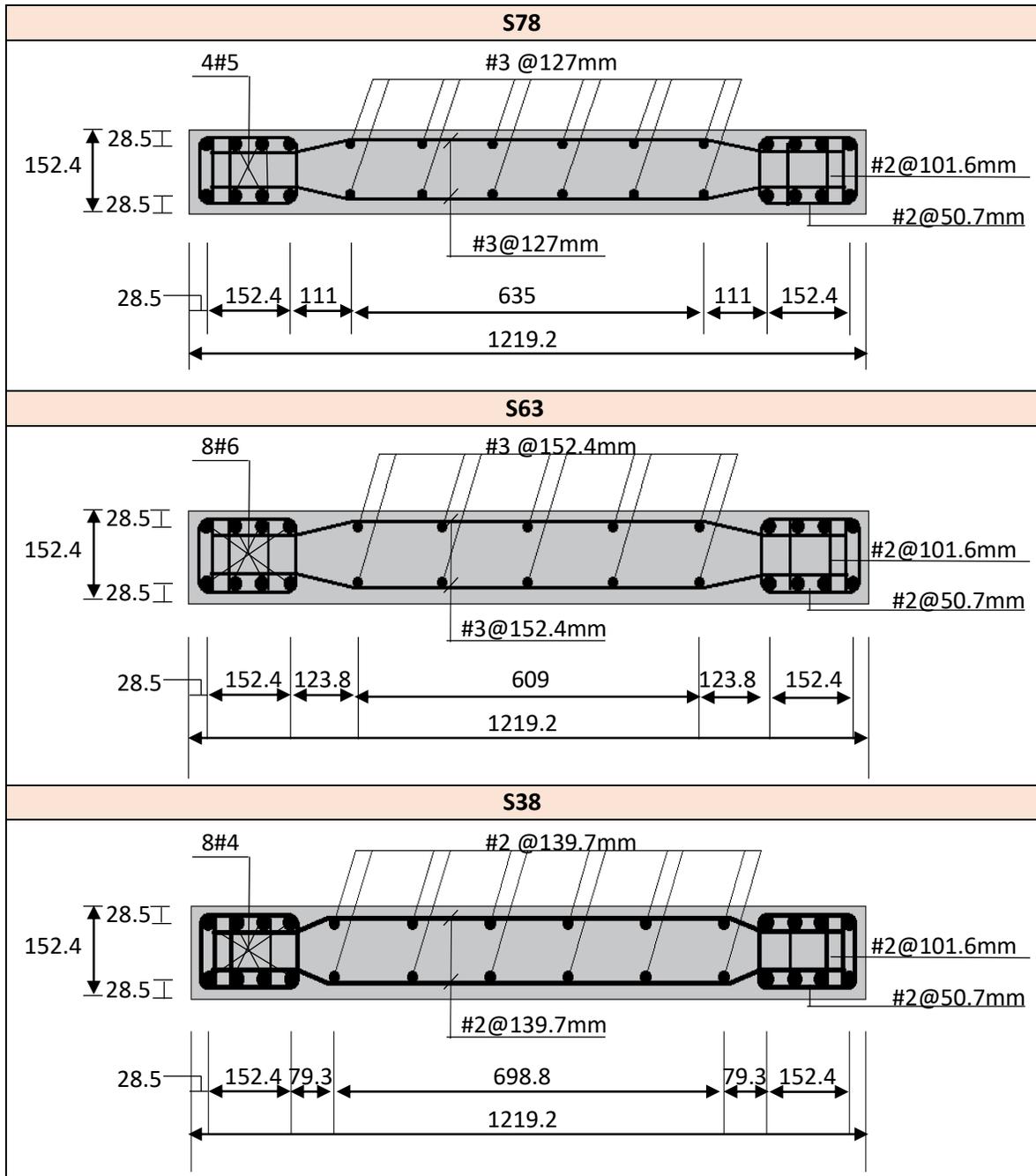


Figura 46. Secciones transversales de muros (figura modificada de Tran, 2012)

En la figura 47 se muestra la posición de ensaye de los especímenes, en esta se observa que el muro se encuentra anclado a una viga de cimentación, también se observa que la carga lateral es aplicada mediante un actuador hidráulico con la ayuda de placas metálicas conectadas a cada lado del muro. La historia de distorsiones aplicadas a los muros se muestra en la figura 48.

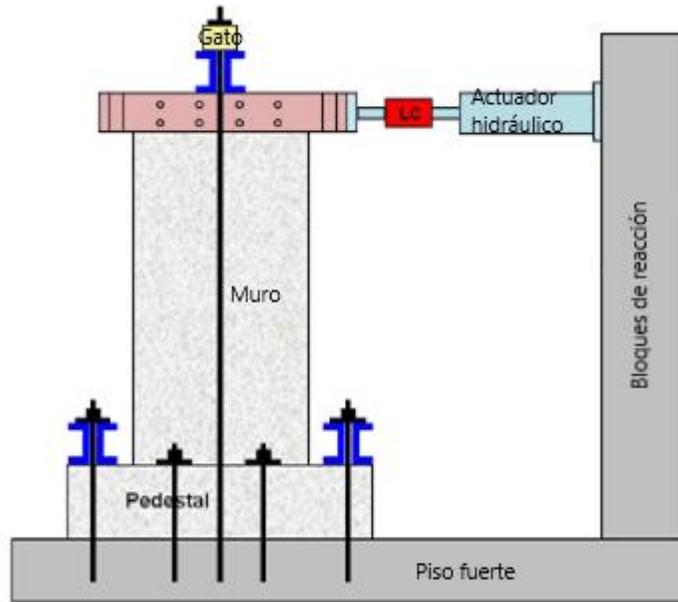


Figura 47. Esquema de configuración de prueba (figura modificada de Tran, 2012)

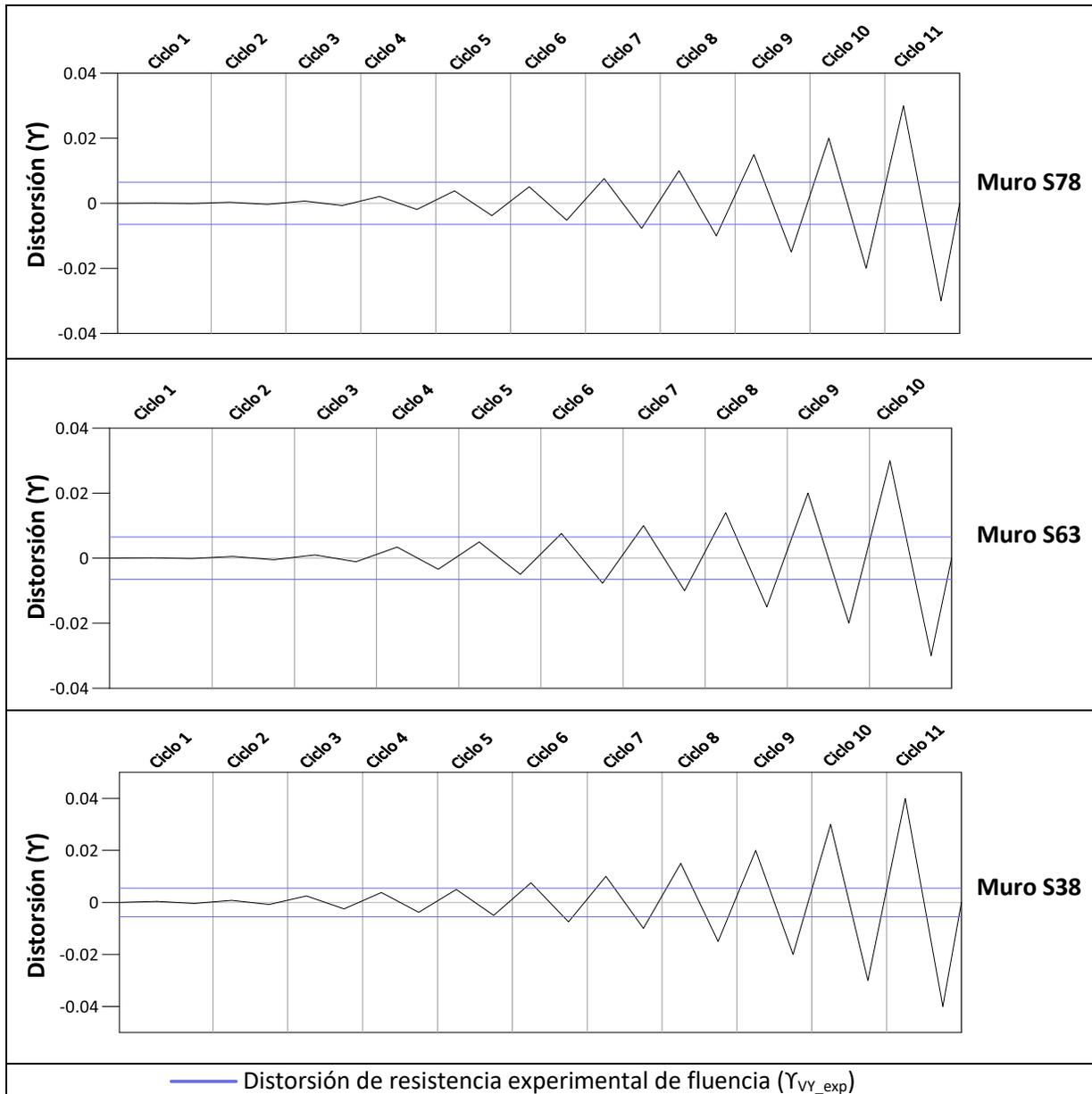


Figura 48. Historia de distorsiones (figura adaptada de Tran, 2012)

5.2. Descripción de modelos numéricos y parámetros específicos empleados

En la tabla 17 se enlistan los tipos de modelos empleados en cada uno de los programas y la nomenclatura utilizada. En los programas ETABS y SAP2000 se realizaron los modelos de cascarón en capas y columna ancha con plasticidad concentrada con fibras, y en los programas DIANA y OpenSees se realizaron los modelos de cascarón curvo y modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante respectivamente. Se destaca que los modelos DIANA cascarón fueron realizados por Arias-Lara y Murià-Vila (2022).

Tabla 17. Modelos empleados

| Tipo de modelado | Programa | Nombre modelo |
|---|----------|----------------|
| modelo agrietado de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras | ETABS | ETABS CA-PCF |
| | SAP2000 | SAP CA-PCF |
| modelo agrietado de cascarón en capas | ETABS | ETABS CC |
| | SAP2000 | SAP CC |
| cascarón | DIANA | DIANA Cascarón |
| modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante | OpenSees | OpenSees SFI |

Con la finalidad de reproducir el cabeceo de la base del espécimen ante la aplicación de carga durante el ensaye experimental, se consideró la base del muro apoyada en un resorte rotacional con los valores de rigidez calculados por Arias-Lara y Murià-Vila (2022). La rotación de la base se calculó como la diferencia de desplazamientos verticales medidos con los sensores de desplazamiento vertical ubicados en los extremos de la base durante el ensaye experimental dividido entre su separación.

En la figura 49 se muestra la discretización adaptada para cada uno de los modelos, la condición de apoyo y el esquema de aplicación de carga. La carga lateral se aplicó en la parte superior de cada muro de acuerdo con la historia de desplazamiento de cada espécimen (figura 49). En todos los casos, para la modelización se emplearon las propiedades de materiales proporcionadas por los autores de los ensayos seleccionados.

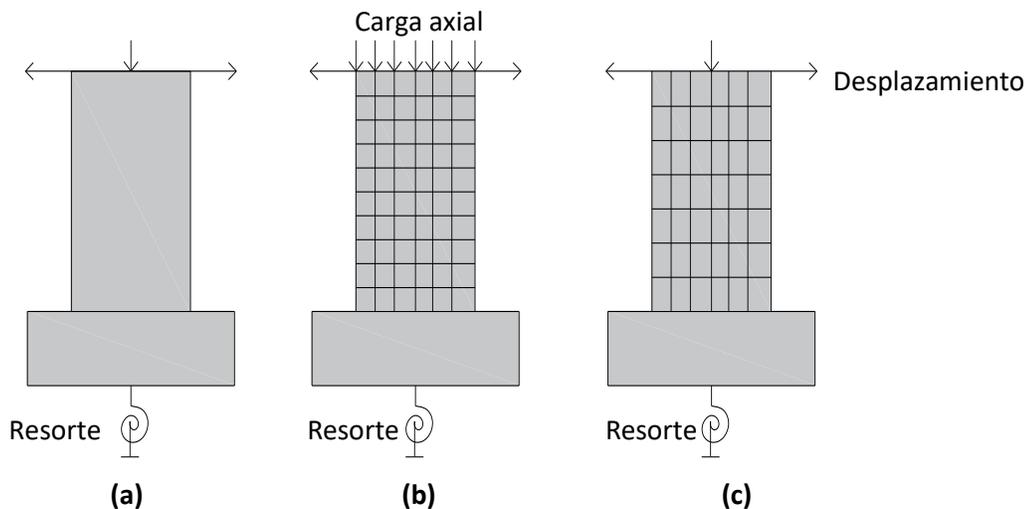


Figura 49. Esquema de aplicación de carga y discretización de modelos (a) columna ancha, (b) modelos de cascarón en capas y cascarón, (c) Modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante

5.2.1. Materiales y modelos constitutivos

En la tabla 18 se muestran los modelos constitutivos utilizados para concreto y acero de refuerzo en cada modelo. El incremento de resistencia y deformación del concreto confinado se calculó de acuerdo con Mander *et al.* (1984).

Tabla 18. Relaciones constitutivas para materiales empleados en los modelos

| Programa | Modelo de concreto | Modelo de acero de refuerzo |
|-----------------|---------------------------|------------------------------------|
| DIANA cascarón | Modelo parabólico | Dodd y Restrepo-Posada. (1995) |
| OpenSees SFI | Chang y Mander (1994) | Menegotto y Pinto. (1972) |
| SAP CC | Karthik y Mander (2011) | Park <i>et al.</i> (1986) |
| ETABS CC | Karthik y Mander (2011) | Park <i>et al.</i> (1986) |
| SAP2000 CA-PCF | Karthik y Mander (2011) | Park <i>et al.</i> (1986) |
| ETABS CA-PCF | Karthik y Mander (2011) | Park <i>et al.</i> (1986) |

5.2.2. Modelos de histéresis

En los modelos OpenSees SFI y DIANA cascarón el comportamiento histerético es definido como parte integral del modelo constitutivo del material seleccionado, mientras que en los modelos de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras y cascarón en capas realizados en los programas ETABS y SAP2000 se empleó la ley de histéresis degradante para concreto y acero de refuerzo. Los parámetros utilizados para definir el comportamiento histerético en todos los modelos se presentan en la tabla 19.

Tabla 19. Parámetros de leyes de histéresis en modelos PCF y PDF a nivel material

| Programa | Nombre | Parámetros para concreto | Parámetros para acero |
|----------------------|------------|--------------------------|---|
| DIANA | N/A | $\beta=0.6$ | $\Omega=0.75$; $p=3.474$ con $\phi < \frac{1}{2}$ " $p=3.474$ con $\phi > \frac{1}{2}$ " |
| OpenSees | N/A | $\mu=0.2$ | $a_3=0.925$; $a_4=0.15$; $\alpha=0.012$ |
| SAP2000/ETABS CA-PCF | Degradante | fde=0.3, fdr: N/A | fde: 0.6, fdr: 0.5 |
| SAP2000 /ETABS CC | Degradante | fde: 0.3, fdr: N/A | fde: 0.6, fdr: 0.5 |

ϕ : diámetro varilla

fde: factor de degradación de energía; fdr: Factor de rigidez de descarga.

μ : coeficiente de fricción de concreto; α : coeficiente de fricción de refuerzo

β : factor de reducción máxima de resistencia a compresión debido a la fisuración lateral del concreto

5.2.3. Particularidades de modelos

En los modelos de cascarón curvo realizado en el programa DIANA y cascarón en capas realizado en los programas ETABS y SAP2000 es necesario tener en cuenta que la reproducción del comportamiento post-resistencia máxima del concreto puede estar influenciada por efectos del tamaño de malla. El modelo parabólico utilizado en DIANA tiene la ventaja de evitar esta influencia, pero es necesario definir la energía de fractura tanto a compresión como a tensión. En los modelos de cascarón en capas para evitar este problema se hizo regularización de materiales ajustando las curvas esfuerzo-deformación. Se utilizó la formulación propuesta por Jünemann *et al.* (2016) para obtención de valores de energía de fractura para el modelo parabólico en DIANA, y la propuesta por Lowes *et al.* (2016) para regularización de materiales para los modelos de cascarón en capas, estas formulaciones se presentan en la sección 2.3.

5.3. Análisis de resultados

En la figura 50 se observan las historias fuerza cortante-distorsión obtenidas con todas las estrategias de modelado en comparación con resultados experimentales para los tres muros analizados. La figura sigue la siguiente organización: la primera columna muestra los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (ETABS CA-PCF y SAP CA-PCF) y cascarón en capas (ETABS CC y SAP CC). Mientras que la segunda columna muestra los modelos más refinados: cascarón (modelos cascarón) y modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante (modelos SFI). Los últimos dos ciclos del modelo OpenSees SFI del muro S38 no se muestran debido a que no se pudo finalizar el análisis por problemas de convergencia.

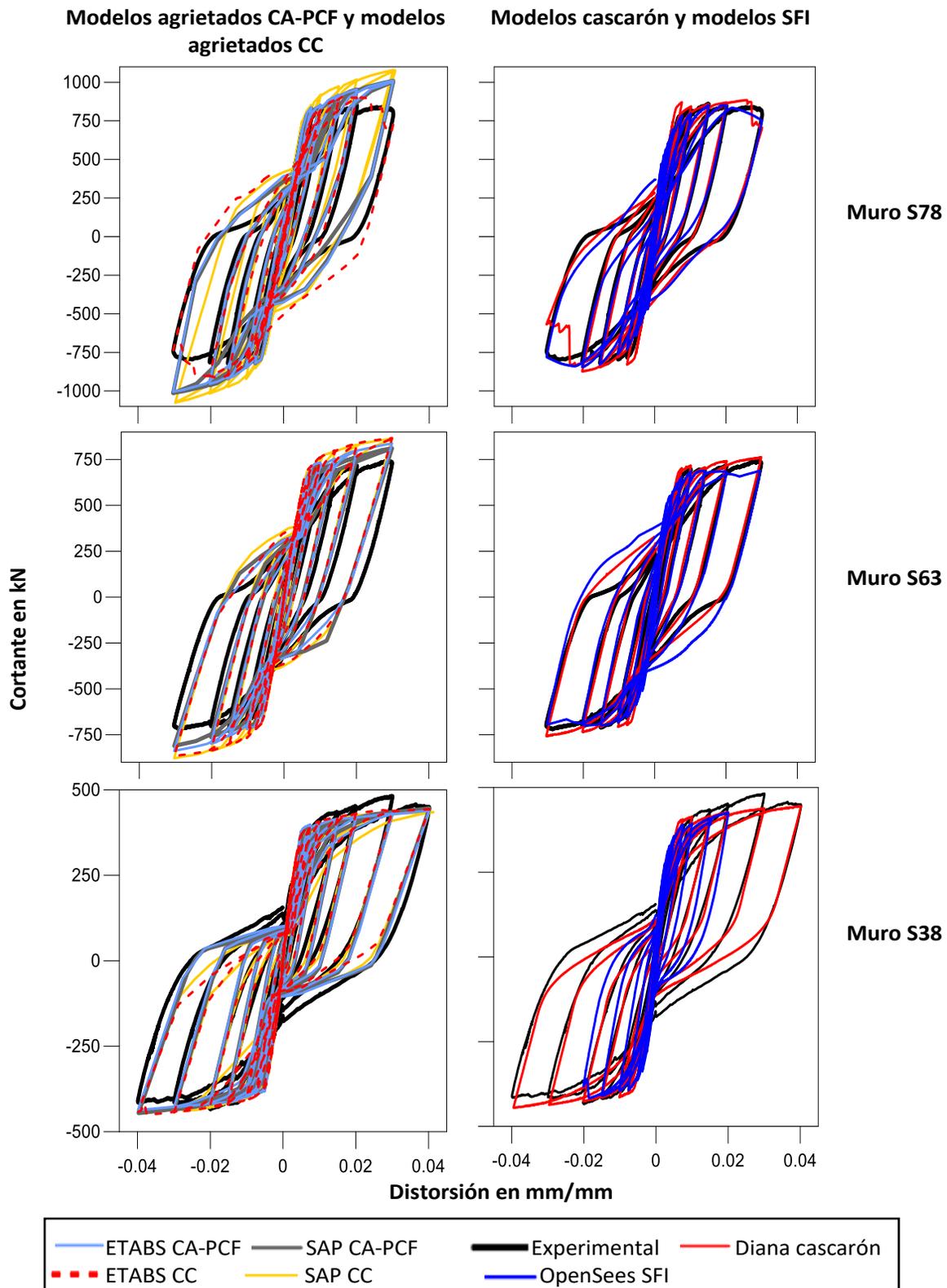


Figura 50. Comparaciones de resultados numéricos de los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (casarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI) con los resultados experimentales de cada muro

En cada uno de los tres siguientes subapartados de evaluación de resultados se muestra una figura con comparación gráfica de valores normalizados de modelos respecto a datos experimentales para el correspondiente parámetro evaluado (resistencia a cortante, rigidez y energía disipada). También, se presenta una tabla de diferencias obtenidas con las estrategias de modelado respecto a datos experimentales. En las tablas de diferencias los ciclos se agrupan en tres intervalos de distorsión denominados AB, BC y CD (figura 29). El intervalo AB corresponde a ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia, el intervalo BC corresponde a ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia y menor que la resistencia experimental máxima, y el intervalo CD corresponde a ciclos con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental máxima de los elementos. Además, en la tabla de diferencias, en el caso de evaluación de resistencia a cortante y rigidez, se muestran las diferencias respecto a datos experimentales en la distorsión de resistencia experimental de fluencia de los muros.

En caso de que se requiera ver a detalle los resultados obtenidos, en el Apéndice C se muestran los valores normalizados de cada parámetro evaluado para cada ciclo, y las gráficas cortante distorsión para cada ciclo en comparación los datos experimentales.

Cortantes resistentes

La comparación de cortantes resistentes normalizados de los modelos respecto a datos experimentales se muestra en las figuras 51 y 52. Se observan tendencias de resultados similares con los modelos agrietados cascarón en capas (ETABS CC y SAP CC) y modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (ETABS CA-PCF y SAP CA-PCF). Los mejores resultados con estas estrategias de modelado se observan principalmente en la distorsión de resistencia experimental de fluencia, en el intervalo BC que corresponde a ciclos con distorsión mayor que la resistencia experimental de fluencia y menor que la resistencia experimental máxima de los elementos, y en el intervalo CD que corresponde a ciclos con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental máxima de los elementos. En estos casos las diferencias de ambas estrategias de modelado respecto a datos experimentales fueron menores que 22% (tabla 20) excepto en el intervalo CD del muro S78. Los modelos más refinados, en la distorsión de resistencia experimental de fluencia e intervalos de distorsión BC y CD, en general, presentaron diferencias menores que 15% respecto a datos experimentales (tabla 20).

En particular, con los modelos agrietados de cascarón en capas y de columna ancha, en el intervalo AB que corresponde a ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia de los muros, subestiman la resistencia a cortante en los primeros dos o tres ciclos y tienden a acercarse a los valores experimentales conforme el nivel de distorsión aplicado aumenta y se acerca a la distorsión de resistencia experimental de fluencia. Las subestimaciones son atribuidas a los valores de rigidez efectiva utilizados en los modelos para reproducir el agrietamiento del concreto, y alcanzan valores máximos de 67 y 60% con los modelos de cascarón en capas y columna ancha respectivamente (tabla 20). Las diferencias de los modelos columna ancha y cascarón en capas respecto a datos experimentales fueron menores que 22% en niveles de distorsión igual que la resistencia experimental de fluencia y ciclos con distorsión mayor (intervalos BC y CD) excepto en el intervalo CD del muro S78 donde los modelos cascarón en capas presentaron diferencias máximas

de 35% y los modelos de columna ancha de 27%. El incremento de diferencia en el muro S78 se debe a que los modelos no son capaces de reproducir la interacción flexión cortante, y el muro S78 es el que tiene mayor contribución del cortante en el desplazamiento lateral del muro (contribución de 35%, tabla 16).

Con los modelos DIANA cascarón y OpenSees SFI se observa menor precisión en el intervalo de distorsión AB. En este intervalo los modelos tienden a sobrestimar la resistencia a cortante, alcanzando valores máximos de sobrestimación de 22 y 41% respectivamente (tabla 20). Esto se debe a que los modelos no son capaces de reproducir el micro agrietamiento del concreto (Kolozvari *et al.*, 2018). En el punto de resistencia experimental de fluencia e intervalos de distorsión BC y CD las diferencias respecto a datos experimentales fueron menores que 15% excepto el modelo DIANA cascarón en el intervalo CD que presenta una subestimación máxima de 29%.

Tabla 20. Diferencias de resistencia a cortante obtenidas con estrategias de modelado respecto a resultados experimentales de muros

| Muro | Intervalo | % de distorsión | Diferencias | | | |
|------|--------------------|------------------------|--|--|----------------|--------------|
| | | | Modelos agrietados SAP y ETABS cascarón en capas | Modelos agrietados SAP y ETABS columna ancha | DIANA cascarón | OpenSees SFI |
| S78 | AB | $\gamma < 0.65$ | $\leq 67\%$ | $\leq 60\%$ | 3 a 22% | 2 a 41% |
| | γ_{vy_exp} | $\gamma = 0.65$ | 7 a 11% | 4 a 10% | 11% | 4 a 11% |
| | BC | $0.65 < \gamma < 1.5$ | $\leq 16\%$ | $\leq 7\%$ | $\leq 10\%$ | $\leq 4\%$ |
| | CD | $\gamma \geq 1.5$ | $\leq 35\%$ | $\leq 27\%$ | $\leq 29\%$ | $\leq 11\%$ |
| S63 | AB | $\gamma < 0.65$ | $\leq 34\%$ | $\leq 51\%$ | 2 a 16% | 8 a 33% |
| | γ_{vy_exp} | $\gamma = 0.65$ | 10 a 17% | $\leq 15\%$ | 8 a 12% | $\leq 3\%$ |
| | BC | $0.65 < \gamma < 2.82$ | $\leq 19\%$ | $\leq 13\%$ | $\leq 5\%$ | $\leq 5\%$ |
| | CD | $\gamma \geq 2.82$ | $\leq 22\%$ | $\leq 16\%$ | $\leq 5\%$ | $\leq 7\%$ |
| S38 | AB | $\gamma < 0.53$ | $\leq 28\%$ | $\leq 38\%$ | 5 a 15% | 11 a 27% |
| | γ_{vy_exp} | $\gamma = 0.53$ | 12 a 16% | 16 a 20% | 11 a 15% | 10 a 11% |
| | BC | $0.53 < \gamma < 3$ | $\leq 6\%$ | $\leq 8\%$ | $\leq 6\%$ | $\leq 6\%$ |
| | CD | $\gamma \geq 3$ | $\leq 11\%$ | $\leq 11\%$ | $\leq 7\%$ | - |

γ_{vy_exp} : distorsión asociada a la resistencia experimental de fluencia de muro

AB: ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia de muro (γ_{vy_exp})

BC: ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia (γ_{vy_exp}) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de muro ($\gamma_{vM\acute{A}X_exp}$)

CD: ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia máxima experimental de muro ($\gamma_{vM\acute{A}X_exp}$)

En términos de respuesta promedio de resistencia a cortante, con los modelos de columna ancha se presentó una diferencia respecto a lo experimental de 6% con desviación estándar de 21%, con los modelos cascarón en capas la diferencia respecto a lo experimental fue de 2% con desviación estándar de 20%. El modelo DIANA cascarón presentó una diferencia de 5% con desviación estándar de 8%, y el modelo OpenSees SFI una diferencia de 9% con desviación estándar de 14%.

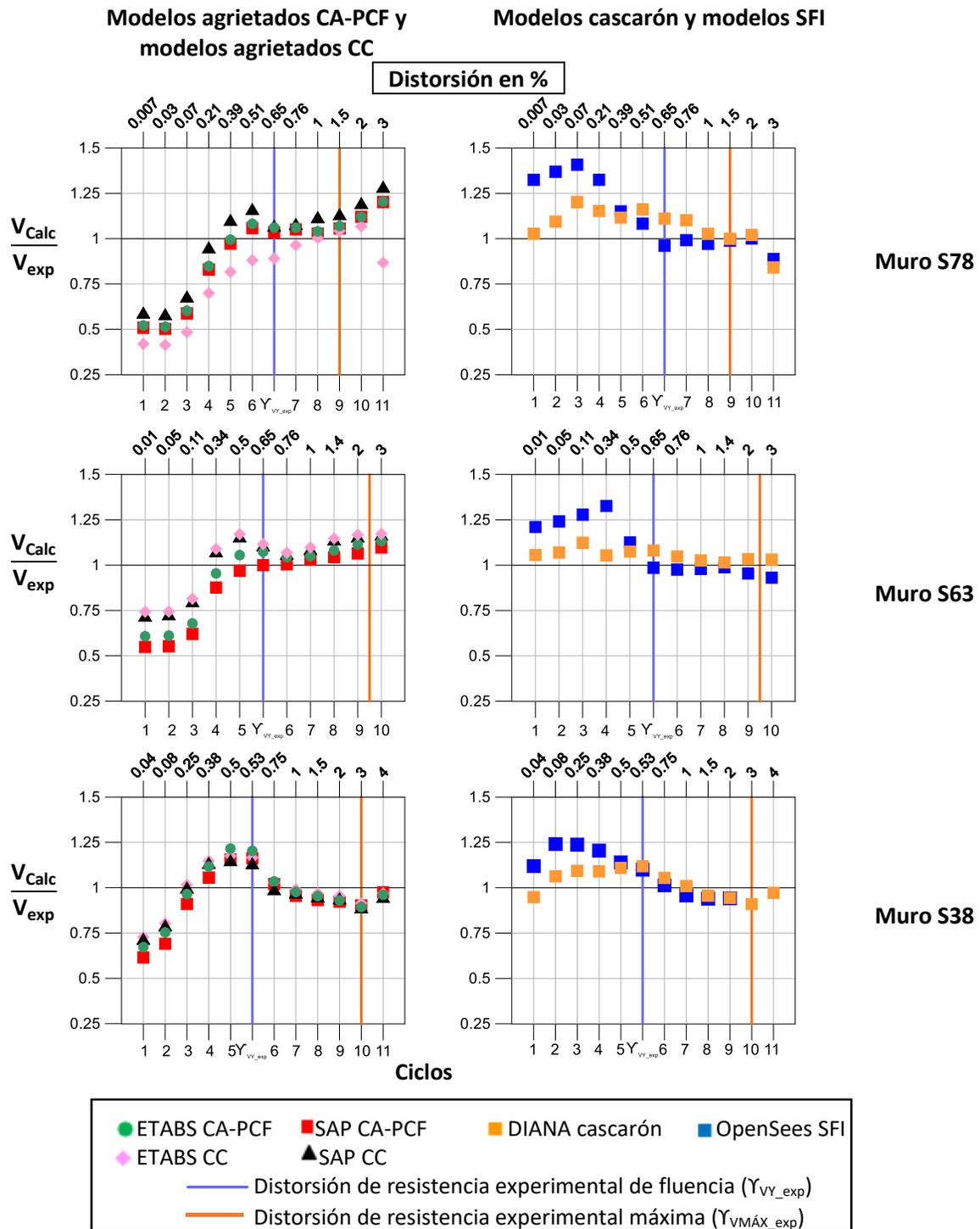


Figura 51. Comparaciones de valores de resistencias a cortante positivo calculada con modelos (V_{calc}) normalizados respecto al experimental (V_{exp}) obtenidos con los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (cascarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI) de cada muro

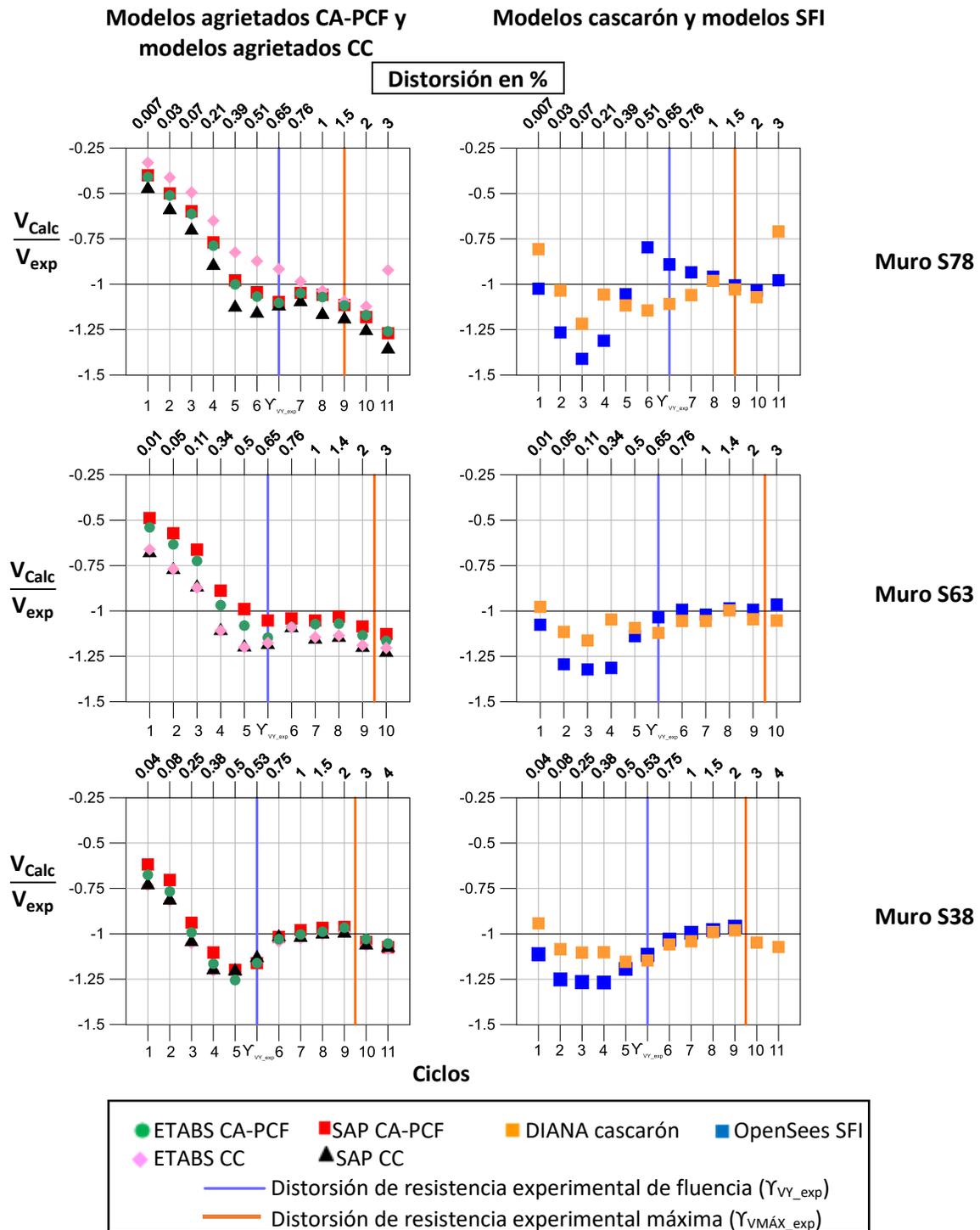


Figura 52. Comparaciones de valores de resistencias a cortante negativo calculada con modelos (V_{calc}) normalizados respecto al experimental (V_{exp}) obtenidos con los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (cascarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI) de cada muro

Rigidez

En la figura 53 de valores de rigidez normalizados de modelos respecto a datos experimentales se observan tendencias similares a las obtenidas en términos de resistencia a cortante. Tal es el caso con los modelos agrietados cascarón en capas (ETABS CC y SAP CC) y modelos agrietados de columna ancha (ETABS CA-PCF y SAP CA-PCF) que presentan resultados similares en términos de este parámetro. Los mejores resultados se observan principalmente en la distorsión de resistencia experimental de fluencia y en ciclos con distorsión mayor (intervalos de distorsión BC y CD). En estos niveles de distorsión las diferencias respecto a datos experimentales fueron menores que 19% (tabla 21) a excepción del intervalo CD del muro S78. Los modelos más refinados en estos niveles de distorsión en general presentaron diferencias respecto a datos experimentales menores que 13%.

En lo que respecta a los modelos cascarón en capas y columna ancha en el intervalo AB que corresponde a ciclos con distorsión menor que la de resistencia experimental de fluencia, subestiman la rigidez en ciclos iniciales del intervalo y tienden a acercarse a los datos experimentales conforme el nivel de distorsión se acerca a la de resistencia experimental de fluencia. Las subestimaciones máximas respecto a datos experimentales presentadas en este intervalo fueron de 63% para los modelos cascarón en capas y 55% para los modelos de columna ancha (tabla 21), y se deben a los valores de rigidez efectiva utilizados en los modelos. En otras investigaciones también se ha demostrado que el empleo de valores de rigidez efectiva conduce a subestimaciones de la rigidez inicial (Koložvari *et al.*, 2018). En el caso del intervalo CD del muro S78 los modelos cascarón en capas y columna ancha alcanzaron diferencias máximas de 37 y 24% respectivamente, y se debe a la incapacidad de los modelos para reproducir la interacción flexión cortante.

Con los modelos refinados DIANA cascarón y OpenSees se tiende a sobrestimar la rigidez en el intervalo de distorsión AB, presentando valores máximos de sobrestimación de 21% con el modelo DIANA cascarón y de 43% con el modelo OpenSees SFI. En el punto de distorsión de resistencia experimental de fluencia e intervalos de distorsión BC y CD con ambas estrategias de modelado no se excede el 13% de diferencia respecto a datos experimentales a excepción del modelo DIANA cascarón en el intervalo de distorsión CD del muro S78 que tiene diferencia máxima de 22% (tabla 21).

Tabla 21. Diferencias de rigidez obtenidas con estrategias de modelado respecto a resultados experimentales de muros

| Muro | Inter- valo | % de distorsión | Diferencias | | | |
|------------|----------------------|--------------------------|--|--|-------------------|-----------------|
| | | | Modelos agrietados SAP y ETABS cascarón en capas | Modelos agrietados SAP y ETABS columna ancha | DIANA cascarón | OpenSees SFI |
| S78 | AB | $\Upsilon < 0.65$ | $\leq 63\%$ | $\leq 55\%$ | $\leq 21\%$ | $\leq 43\%$ |
| | Υ_{VY_exp} | $\Upsilon = 0.65$ | 9% | 7 a 8% | 11% | 7% |
| | BC | $0.65 < \Upsilon < 1.5$ | $\leq 14\%$ | $\leq 6\%$ | $\leq 8\%$ | $\leq 4\%$ |
| | CD | $\Upsilon \geq 1.5$ | $\leq 37\%$ | $\leq 24\%$ | $\leq 22\%$ | $\leq 7\%$ |
| S63 | AB | $\Upsilon < 0.65$ | $\leq 30\%$ | $\leq 48\%$ | $\leq 14\%$ | $\leq 32\%$ |
| | Υ_{VY_exp} | $\Upsilon = 0.65$ | 14% | 3 a 11% | 10% | 1% |
| | BC | $0.65 < \Upsilon < 2.82$ | $\leq 18\%$ | $\leq 13\%$ | $\leq 5\%$ | $\leq 3\%$ |
| | CD | $\Upsilon \geq 2.82$ | $\leq 19\%$ | $\leq 15\%$ | $\leq 4\%$ | $\leq 5\%$ |
| S38 | AB | $\Upsilon < 0.53$ | $\leq 28\%$ | $\leq 38\%$ | $\leq 13\%$ | $\leq 25\%$ |
| | Υ_{VY_exp} | $\Upsilon = 0.53$ | 13 a 16% | 16 a 18% | 13% | 8% |
| | BC | $0.53 < \Upsilon < 3$ | $\leq 4\%$ | $\leq 6\%$ | $\leq 6\%$ | $\leq 5\%$ |
| | CD | $\Upsilon \geq 3$ | $\leq 3\%$ | $\leq 4\%$ | $\leq 3\%$ | - |

Υ_{VY_exp} : distorsión asociada a la resistencia experimental de fluencia de muro

AB: ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia de muro (Υ_{VY_exp})

BC: ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia (Υ_{VY_exp}) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de muro ($\Upsilon_{VMÁX_exp}$)

CD: ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia máxima experimental de muro ($\Upsilon_{VMÁX_exp}$)

Con relación a la respuesta promedio, con los modelos de columna ancha la diferencia respecto a lo experimental fue de 6% con una desviación estándar de 21%, con los modelos cascarón en capas fue de 2% con una desviación estándar de 20%, con el modelo DIANA cascarón fue de 5% con desviación estándar de 8%, y con el modelo OpenSees SFI se presentó una diferencia de 10% con desviación estándar de 14%.

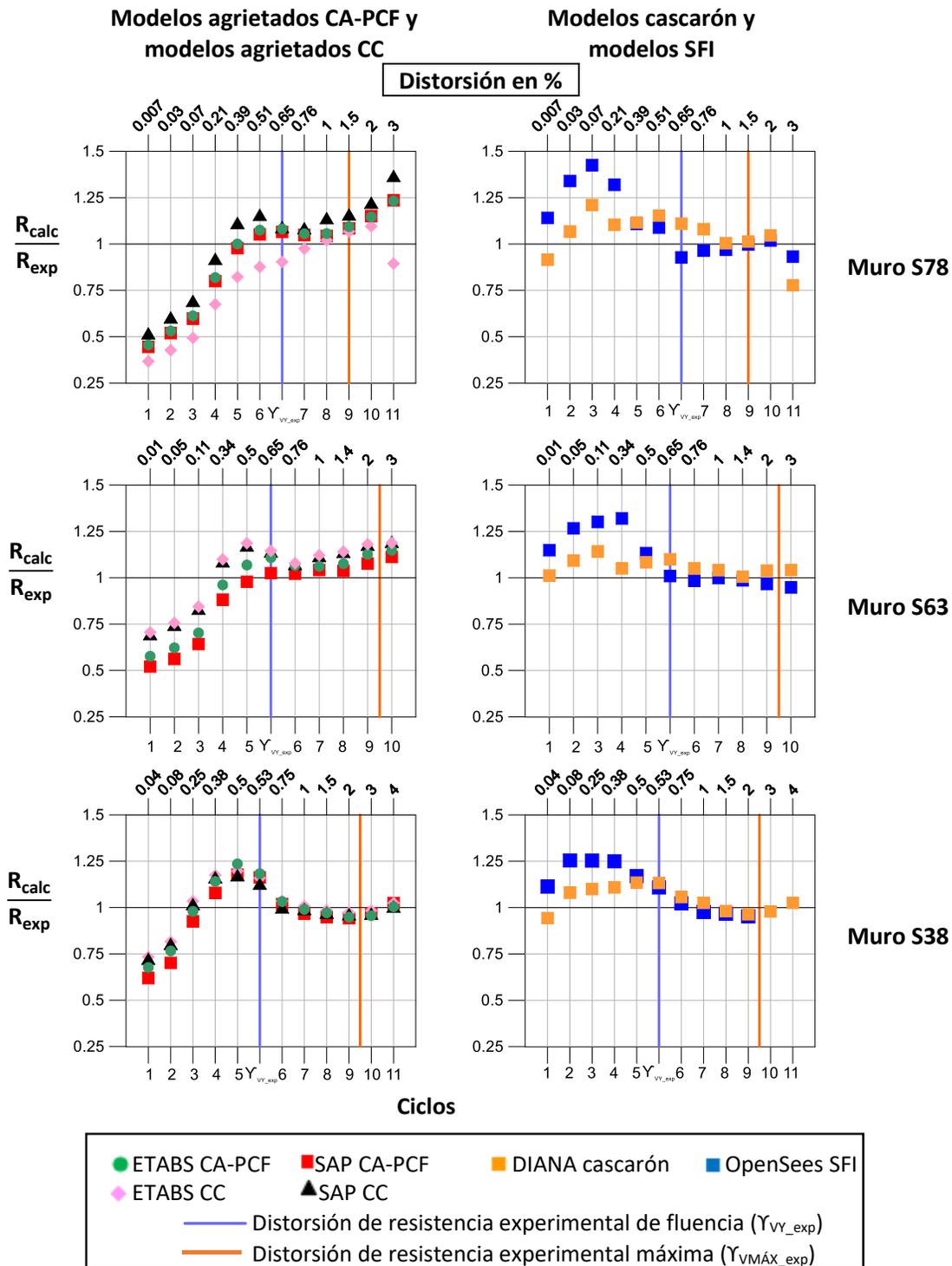


Figura 53. Comparaciones de valores de rigidez calculada con modelos (R_{calc}) normalizados respecto al experimental (R_{exp}) obtenidos con los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (cascarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI) de cada muro

Energía disipada

En las figuras 54, 55 y 56, se observa que todos los modelos tienen menor precisión en ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia, y que en ciclos con distorsión mayor empiezan a mejorar la respuesta. También es notorio que en ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia, la energía disipada acumulada experimental es considerablemente baja (menor que 3% de la energía disipada total en cada uno de los muros durante los ensayos experimentales) en comparación con los ciclos con distorsión mayor a la de resistencia experimental de fluencia.

Particularmente, con los modelos agrietados cascarón en capas (ETABS CC y SAP CC) y modelos agrietados de columna ancha (ETABS CA-PCF y SAP CA-PCF), se observa que prácticamente no disipan energía en ciclos con distorsión menor que la de resistencia experimental de fluencia de los muros. Es de esperarse que estos modelos no disipen energía en ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia porque no son capaces de capturar el daño en estos niveles de distorsión, por ello es que se emplean valores de rigidez efectiva al punto de fluencia. En ciclos con distorsión mayor que la de resistencia experimental de fluencia y menor o igual de 1%, se aprecia que los modelos empiezan a disipar energía, pero se tiene un intervalo de diferencias considerable respecto a datos experimentales para ambas estrategias (diferencias del 2 a 80%, tabla 22). En distorsiones mayores que 1% se observan los mejores resultados en los tres muros analizados. En estos niveles de distorsión las diferencias respecto a datos experimentales son menores al 24% para las dos estrategias (tabla 22).

Los modelos refinados DIANA cascarón y OpenSees SFI reproducen la energía disipada con menor precisión en ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia porque no son capaces de reproducir el micro agrietamiento del concreto (Kolozvari *et al.*, 2018). En estos ciclos, el modelo que mejores resultados presenta es el OpenSees SFI, y su intervalo de diferencias respecto a datos experimentales va del 4 a 100%, mientras que, el modelo DIANA cascarón tiene diferencias que van del 78 a 100% (tabla 22). En ciclos con distorsión mayor de este nivel y menor o igual que 1% el modelo OpenSees tiene diferencias del 4 a 75% y el modelo DIANA Cascarón del 4 a 49%. En distorsiones mayores que 1% el modelo DIANA cascarón otorga los mejores resultados dado que sus diferencias respecto a datos experimentales son menores que 9%, y el modelo OpenSees SFI presenta resultados variables con diferencias menores que 16% en el muro S78, 27% en el muro S63 y 46% en el muro S38 (tabla 22).

Tabla 22. Diferencias de energía disipada acumulada obtenidas con estrategias de modelado respecto a resultados experimentales de muros

| Muro | Inter- valo | % de distorsión | Diferencias | | | |
|------|----------------|---------------------------|--|--|-------------------|-----------------|
| | | | Modelos agrietados SAP y ETABS cascarón en capas | Modelos agrietados SAP y ETABS columna ancha | DIANA cascarón | OpenSees SFI |
| S78 | AB | $\gamma < 0.65$ | 89 a 100% | 100% | 78 a 100% | 4 a 100% |
| | BC | $0.65 \leq \gamma < 1.5$ | 2 a 79% | 25 a 53% | 12 a 38% | 4 a 16% |
| | | $\gamma \geq 1.5$ | $\leq 24\%$ | $\leq 14\%$ | $\leq 7\%$ | $\leq 19\%$ |
| S63 | AB | $\gamma < 0.65$ | 95 a 100% | 100% | 83 a 100% | 26 a 100% |
| | BC | $0.65 \leq \gamma \leq 1$ | 2 a 22% | 22 a 81% | 20 a 49% | 44 a 63% |
| | | $1.01 < \gamma < 2.82$ | $\leq 14\%$ | $\leq 15\%$ | $\leq 7\%$ | $\leq 27\%$ |
| | CD | $\gamma \geq 2.82$ | $\leq 16\%$ | $\leq 2\%$ | $\leq 6\%$ | $\leq 23\%$ |
| S38 | AB | $\gamma < 0.53$ | 73 a 100% | 93 a 100% | 83 a 100% | 20 a 100% |
| | BC | $0.53 \leq \gamma \leq 1$ | 6 a 17% | 12 a 22% | 20 a 46% | 73 a 75% |
| | | $1 < \gamma < 3$ | $\leq 14\%$ | $\leq 22\%$ | $\leq 9\%$ | 35 a 46% |
| | CD | $\gamma \geq 3$ | $\leq 10\%$ | $\leq 9\%$ | $\leq 6\%$ | - |

AB: ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia de muro (γ_{vy_exp})

BC: ciclos con distorsión máxima mayor que la resistencia experimental de fluencia (γ_{vy_exp}) y menor que la distorsión de resistencia experimental máxima de muro (γ_{vMAX_exp})

CD: ciclos con distorsión máxima igual o mayor que la resistencia máxima experimental de muro (γ_{vMAX_exp})

Para analizar la respuesta promedio de energía disipada se dividieron los ciclos en dos grupos, el primer grupo corresponde a ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia, y el segundo a ciclos con distorsión mayor que la resistencia experimental de fluencia. Para el primer grupo, con el modelo OpenSees SFI se tiene una diferencia respecto a lo experimental de 53% con una desviación estándar de 47%, mientras que en los demás modelos la diferencia respecto a lo experimental es mayor que 90%. Para el segundo grupo de ciclos (distorsión mayor que la resistencia experimental de fluencia), con los modelos de columna ancha se tiene una diferencia respecto a lo experimental de 9% con desviación estándar de 24%, con los modelos cascarón en capas se tiene diferencia de 2% con desviación estándar de 20%, con el modelo DIANA cascarón se tiene una diferencia de 13% con desviación estándar de 17%, y con el modelo OpenSees SFI la diferencia es de 26% con desviación estándar de 30%.

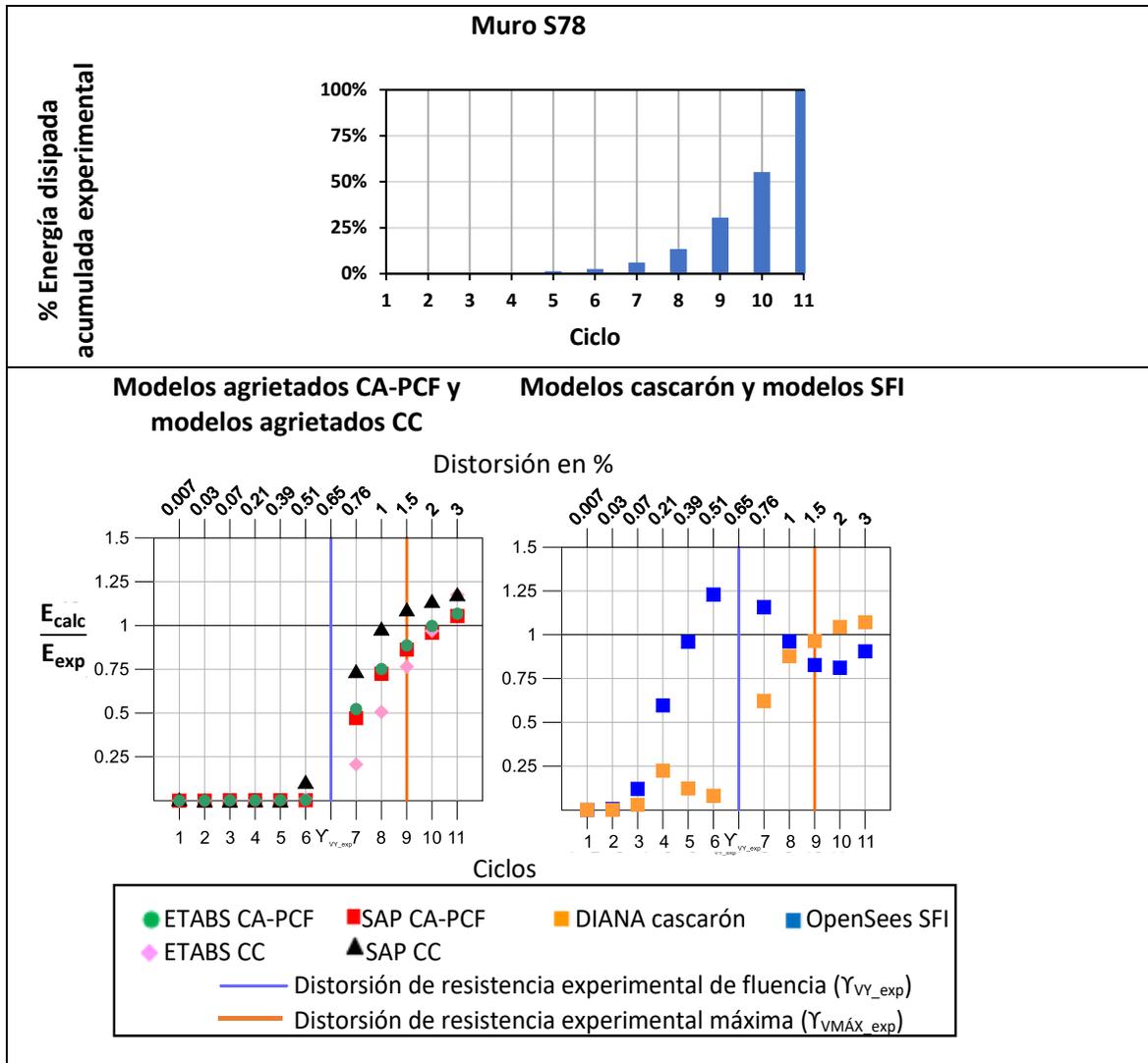


Figura 54. Porcentajes de energía disipada acumulada en cada ciclo y comparaciones de valores de energía disipada calculada con modelos (E_{calc}) normalizados respecto al experimental (E_{exp}) del muro S78 obtenidos con los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (cascarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI)

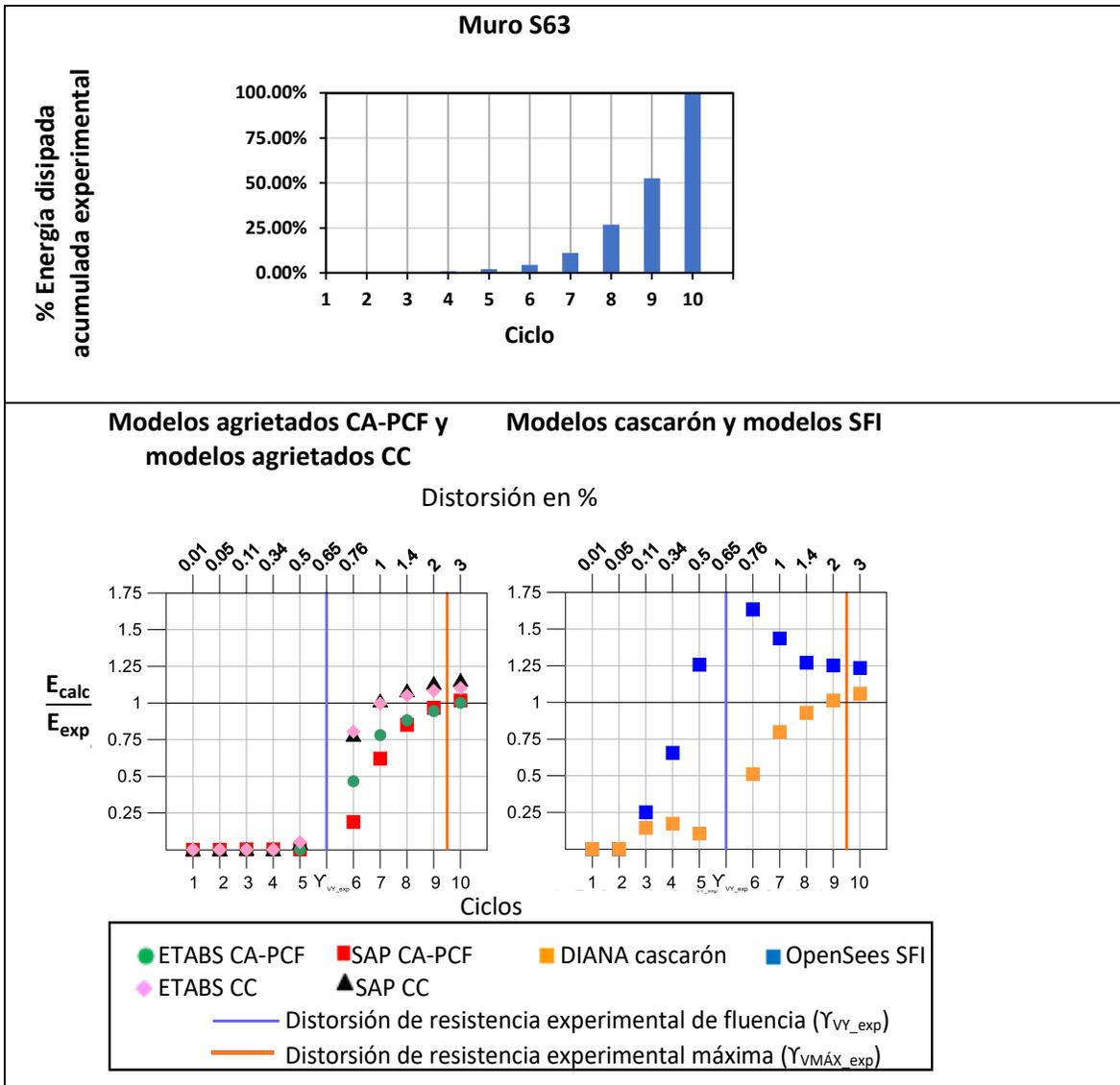


Figura 55. Porcentajes de energía disipada acumulada en cada ciclo y comparaciones de valores de energía disipada calculada con modelos (E_{calc}) normalizados respecto al experimental (E_{exp}) del muro S63 obtenidos con los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (cascarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI)

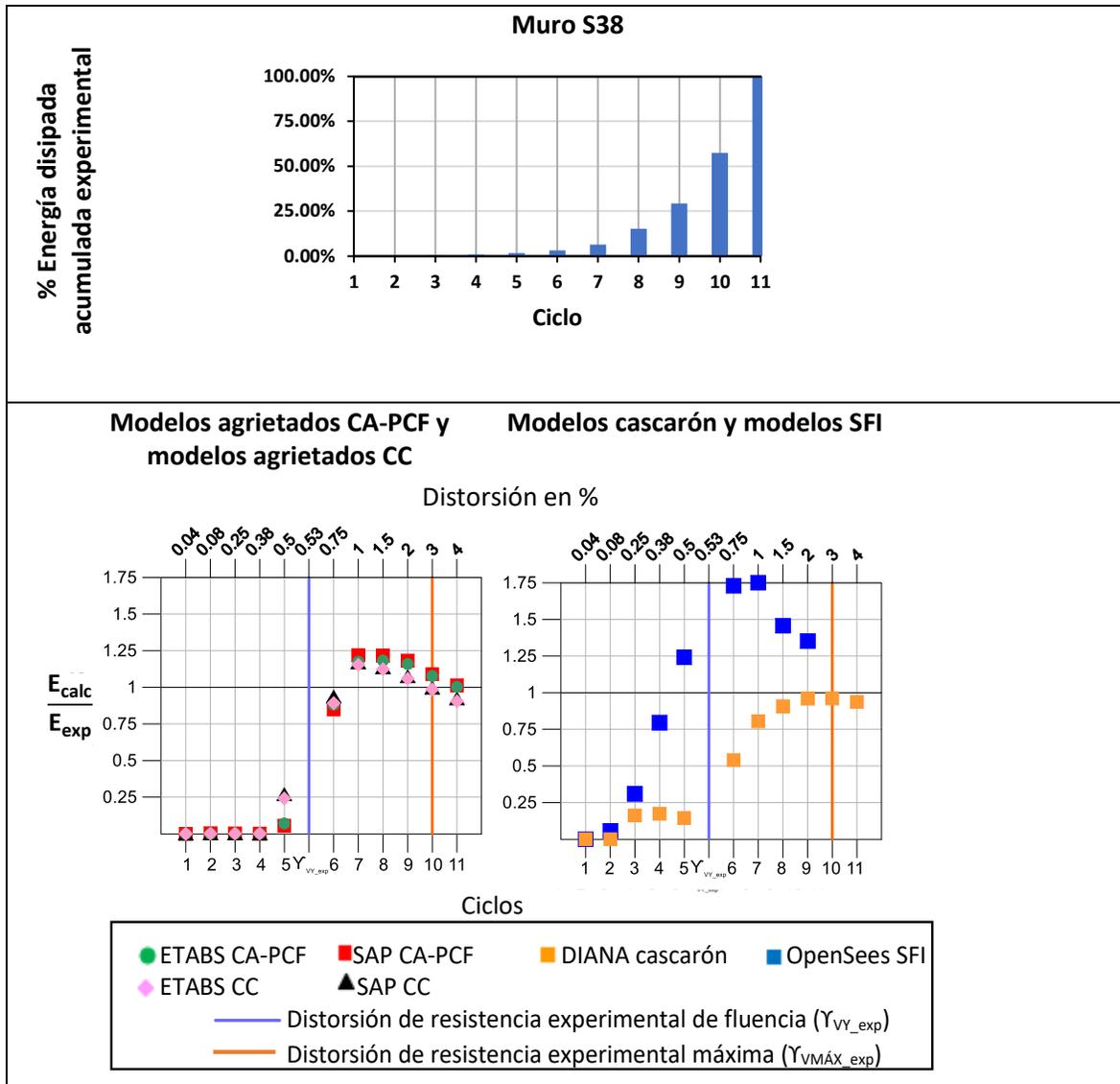


Figura 56. Porcentajes de energía disipada acumulada en cada ciclo y comparaciones de valores de energía disipada calculada con modelos (E_{calc}) normalizados respecto al experimental (E_{exp}) del muro S38 obtenidos con los modelos agrietados de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (CA-PCF), modelos agrietados de cascarón en capas (CC), modelos de cascarón (cascarón) y modelos de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante (SFI)

Análisis general

Los modelos agrietados cascarón en capas (ETABS CC y SAP CC) y columna ancha con plasticidad concentrada con fibras (ETABS CA-PCF y SAP CA-PCF) presentan resultados similares en términos de resistencia a cortante y rigidez. En ciclos iniciales subestiman ambos parámetros y tienden acercarse a los datos experimentales conforme el nivel de distorsión máxima aumenta y se acerca a la distorsión de resistencia experimental de fluencia de los elementos (subestimación máxima de 67%, tablas 20 y 21). Esto es de esperarse dado que en los modelos se emplean valores de rigidez efectiva para reproducir el agrietamiento del concreto. En la distorsión de resistencia experimental de fluencia y en ciclos con distorsión mayor (intervalos de distorsión BC y CD) las diferencias respecto a datos experimentales fueron menores que 22% con los modelos cascarón en capas y menores que 18% con columna ancha (tablas 20 y 21) a excepción del intervalo CD del muro S78. En el intervalo CD del muro S78 los modelos cascarón en capas y columna ancha alcanzan diferencias máximas de 37 y 27%, respectivamente. El incremento de diferencia en este muro se debe a que los modelos no reproducen la interacción flexión-cortante y este es el muro que tiene mayor contribución de cortante en el desplazamiento lateral (contribución de 35%, tabla 16). En el análisis de respuesta promedio, tanto en términos de resistencia a cortante y rigidez, con los modelos de columna ancha la diferencia respecto a lo experimental fue de 6% con desviación estándar de 21%, y con el modelo de cascarón en capas fue de 2% con desviación estándar de 20%.

Lo que respecta a disipación de energía, los modelos cascarón en capas y columna ancha prácticamente no disipan energía en ciclos con distorsión máxima menor que la resistencia experimental de fluencia de los muros. Se destaca que en estos ciclos la disipación de energía disipada en los muros es baja, por lo que influyen más otros parámetros en el comportamiento global del muro como resistencia a cortante y rigidez. En distorsiones mayores que la resistencia experimental de fluencia ambos tipos de modelado empiezan a disipar energía, pero algunas diferencias respecto a datos experimentales siguen siendo considerables (diferencias máximas de 79% cascarón en capas y de 81% con columna ancha, tabla 22). En ciclos con distorsión mayor que 1% las diferencias son menores que 24% para ambas estrategias de modelado (tabla 22). En términos de respuesta promedio de energía disipada, en ciclos con distorsión mayor que la resistencia experimental de fluencia con los modelos de columna ancha se presentó una diferencia respecto a lo experimental de 9% con desviación estándar de 24%, y con los modelos cascarón en capas se presentó diferencia de 2% con desviación estándar de 20%.

Por otro lado, los modelos refinados DIANA cascarón y OpenSees SFI tienden a sobrestimar la resistencia a cortante y rigidez en el intervalo de distorsión AB dado que no pueden reproducir el microagrietamiento del concreto (Kolozvari *et al.*, 2018). Presentan los mejores resultados en el punto de distorsión de resistencia experimental de fluencia e intervalos de distorsión BC y CD, con diferencias que no exceden 15% respecto a datos experimentales con ambos parámetros excepto en el intervalo CD del muro S78 con el modelo DIANA cascarón que presenta diferencias máximas de 29% (tablas 20 y 21). En términos de disipación de energía, en ciclos con distorsión menor que la resistencia experimental de fluencia, de los modelos refinados, el modelo OpenSees SFI es el que más se acerca a los resultados experimentales (rango de diferencias de 4 a 100%, tabla 22). En cambio, en ciclos con distorsión igual o mayor que este nivel, el modelo DIANA Cascarón es el que

mejores resultados otorga. El modelo DIANA cascarón presenta diferencias del 12 a 49% respecto a datos experimentales en ciclos con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental de fluencia y menor que 1%, y otorga diferencias menores que 9% en distorsiones mayores que 1% (tabla 22).

En cuanto a las respuestas promedios, con los modelos DIANA cascarón en términos de resistencia a cortante se presentó una diferencia respecto a lo experimental de 5% con desviación estándar de 8%, en términos de rigidez la diferencia fue de 5% con desviación estándar de 8%, y en energía disipada para distorsiones mayores que la resistencia experimental de fluencia la diferencia fue 13% con desviación estándar de 17%. Con el modelo OpenSees SFI las diferencias respecto a lo experimental de resistencia a cortante y rigidez fueron de 9 y 10%, con desviación estándar de 14 y 13% respectivamente, en energía disipada para ciclos con distorsión mayor que la resistencia experimental de fluencia la diferencia fue de 26% con una desviación estándar de 30%.

6. Conclusiones y recomendaciones

Se simularon ensayos experimentales de vigas, columnas y muros de concreto reforzado (realizados previamente por diversos autores) con herramientas de modelación numérica no lineal disponibles en los programas de cómputo ETABS (CSI,2017) y SAP2000 (CSI, 2017), los cuales, son programas de análisis de uso común en la práctica profesional, y se evaluaron los resultados obtenidos en comparación con los resultados experimentales. También se simularon los ensayos experimentales con programas más complejos, y se evaluaron los resultados obtenidos en comparación con los resultados experimentales. Esto último, con el fin de identificar el nivel de precisión de las herramientas disponibles en programas de uso común en la práctica profesional en comparación con las de programas más complejos. Los parámetros evaluados obtenidos con las distintas herramientas de modelación en comparación con los datos experimentales fueron resistencia a cortante, rigidez y energía disipada.

Con los programas de cómputo ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) se utilizaron las estrategias de modelado de plasticidad concentrada con articulaciones tipo resorte (PCR) en vigas, las estrategias de plasticidad concentrada con articulaciones tipo resorte (PCR) y plasticidad concentrada con fibras (PCF) en columnas, y los modelos de columna ancha con plasticidad concentrada con fibras y modelos cascarón en capas en muros. En lo que respecta a programas con herramientas de modelado más sofisticadas, se utilizaron las estrategias de plasticidad distribuida con fibras en vigas y columnas, y los modelos de cascarón y de múltiples elementos verticales con interacción flexión cortante en muros.

Con las estrategias de modelación numérica no lineal utilizadas en los programas de cómputo ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) para simular los ensayos experimentales de vigas, columnas y muros de concreto reforzado se obtuvieron resultados satisfactorios. Sin embargo, se debe tener en cuenta los siguientes aspectos cuando se empleen estas estrategias en el análisis no lineal de

vigas, columnas y muros que sean de características de las características estudiadas en el presente trabajo:

- **Empleo de valores de rigidez efectiva.** El empleo de valores de rigidez efectiva en los modelos para reproducir el agrietamiento del concreto conducirá a subestimaciones de resistencia a cortante y rigidez en ciclos iniciales, y en general, conducirá a resultados cercanos a los reales a partir de la distorsión de resistencia experimental de fluencia de los elementos. En otras investigaciones también se ha demostrado que el empleo de valores de rigidez efectiva conduce a subestimaciones de la rigidez inicial (Kolozvari *et al.*, 2018).
- **Vigas.** En vigas rectangulares, los modelos PCR sobrestimarán la resistencia a cortante y rigidez en distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima. En cambio, en vigas T, en distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima, los modelos PCR tenderán a subestimar ambos parámetros.
- **Columnas.** En columnas rectangulares, los modelos PCR y PCF tenderán a sobrestimar la resistencia a cortante y rigidez en ciclos con distorsión en la resistencia experimental de fluencia, con distorsión 0.1% menor o mayor que la resistencia experimental de fluencia y con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental máxima. En lo que respecta a disipación de energía, los modelos PCF otorgan mejores resultados que los modelos PCR.
- **Muros.** En muros con relación de aspecto altura/ancho de 1.5 se sobrestimará la resistencia a cortante y rigidez en ciclos con distorsión igual o mayor que la resistencia experimental máxima de los elementos tanto con los modelos agrietados de cascarón en capas y con columna ancha con plasticidad concentrada con fibras. En lo que respecta a disipación de energía, con ambas estrategias de modelado se presentarán los mejores resultados en distorsiones mayores que 1%.

El empleo de modelos más refinados, en términos de resistencia a cortante y rigidez en vigas y muros condujeron a mejores resultados principalmente en distorsiones menores e iguales que la resistencia experimental de fluencia y en distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima de los elementos, mientras que, en columnas condujeron a mejores resultados principalmente en la distorsión de resistencia experimental de fluencia. En términos de disipación de energía los modelos refinados condujeron a mejores resultados en todos los niveles de distorsión analizados en los tres tipos de elementos. Esto se debe a que los modelos constitutivos que se utilizan en los programas más refinados incluyen como parte integral el comportamiento histerético de los materiales, y en los programas de cómputo ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) se utilizan leyes de histéresis simplificadas.

Se considera importante que en los programas de cómputo ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017), en sus nuevas versiones se mejoren las capacidades de las herramientas para que puedan reproducir con mayor precisión la degradación de resistencia a cortante y rigidez de los elementos en distorsiones iguales o mayores que la resistencia experimental máxima de los elementos.

En lo que respecta a dificultad de modelado, de las estrategias utilizadas en los programas de análisis ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017), el enfoque que requiere menos tiempo de elaboración y costo computacional es el de plasticidad concentrada con articulaciones tipo resortes. Los siguientes son los modelos de plasticidad concentrada con fibras y cascarón en capas, dado que requieren definir el comportamiento no lineal de materiales y más pasos para la aplicación de carga. En lo que corresponde a modelos más refinados todos requieren mayor tiempo de elaboración y costo computacional que los empleados en los programas ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017).

Recomendaciones

Se emiten recomendaciones sobre las estrategias de modelado numérico no lineal de vigas, columnas y muros de concreto reforzado estudiadas.

Se sugiere que las recomendaciones sean evaluadas para su posible consideración en la nueva versión de las NTC-Concreto con comentarios de la CDMX. Esto, porque son estrategias de modelado que han mostrado resultados satisfactorios, y algunas están disponibles en ciertos programas que comúnmente utilizan diseñadores de estructuras. Las recomendaciones o posible texto para incluir en las normas es el siguiente:

Columnas

Se permitirá emplear los métodos a) a c) para análisis no lineal de columnas:

- a) **Plasticidad concentrada con resortes.** La columna se deberá modelar como elemento tipo barra. La parte central del elemento se considerará con comportamiento lineal con rigidez a flexión efectiva, y en cada uno de los extremos del elemento se asignarán articulaciones plásticas tipo resorte. Cabe mencionar que el método de plasticidad concentrada con resortes no toma en cuenta la influencia de carga axial en el elemento. La articulación plástica se definirá mediante una curva esquelética momento-rotación. Se deberá emplear la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) con un factor de degradación de energía (fde) de 0.3 y un factor de rigidez de descarga (frd) de 0.5.
- b) **Plasticidad concentrada con fibras.** La columna se deberá modelar como elemento tipo barra. La parte central del elemento se considerará con comportamiento lineal con rigidez a flexión efectiva, y en cada uno de los extremos del elemento se asignarán articulaciones plásticas de longitud finita tipo fibras. Se empleará la curva esfuerzo-deformación propuesta por Mander (1988) para concreto confinado y no confinado, y la curva esfuerzo-deformación propuesta por Park *et al.* (1986) para acero de refuerzo. Se debe considerar el aumento de resistencia debido al efecto del confinamiento de concreto. Se utilizará la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) para concreto con un factor de degradación de energía (fde) de 0.3, y la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) para acero de refuerzo con fde de 0.6 y un factor de rigidez de descarga (frd) de 0.5.

- c) **Plasticidad distribuida con fibras.** La columna se deberá modelar como elemento tipo barra con fibras uniaxiales distribuidas a lo largo del elemento. Para definir el comportamiento de concreto se utilizará el modelo parabólico o el propuesto por Scott *et al.* (1982), y para acero de refuerzo el propuesto por Dodd y Restrepo-Posada (1995) y el modelo de Menegotto y Pinto (1972). Debe considerarse el aumento de resistencia debido al efecto de confinamiento de concreto, y evitar la influencia del efecto del tamaño de malla de los elementos en los resultados.

Comentario:

Los métodos de modelación 1 y 2 están disponibles en los programas ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017) los cuales son utilizados comúnmente por diseñadores de estructuras, mientras que, el método 3 se dispone en programas más complejos como por ejemplo OpenSees (PEER, 2013) y DIANA (DIANA FEA BV, 2019). Con los tres métodos se han obtenido resultados satisfactorios al comparar con resultados experimentales de columnas que presentan falla predominantemente por flexión con cuantía longitudinales de entre 1.3 y 2.2% y relaciones de aspecto altura/base entre 3 y 6.

Vigas

Se permitirá emplear los métodos a) y b) para análisis no lineal de vigas:

- a) **Plasticidad concentrada con resortes.** La viga se deberá modelar como elemento tipo barra. La parte central del elemento se considerará con comportamiento lineal con rigidez a flexión efectiva, y en cada uno de los extremos del elemento se asignarán articulaciones plásticas tipo resorte. La articulación plástica se definirá mediante una curva esquelética momento-rotación. Se empleará la ley de histéresis pivote (Dowell *et al.*, 1998).
- b) **Plasticidad distribuida con fibras.** La viga se deberá modelar como elemento tipo barra con fibras uniaxiales distribuidas a lo largo del elemento. Para definir el comportamiento de concreto se utilizará el modelo propuesto por Scott *et al.* (1982), y para acero de refuerzo el modelo de Menegotto y Pinto extendido por Filippou *et al.* (1983).

Comentario: Con los dos métodos de modelación se obtuvieron resultados satisfactorios al comparar con resultados experimentales de vigas rectangular y de sección T que presentan falla predominantemente por flexión y que tienen cuantías longitudinales de 0.7 a 1.2%.

Muros

Se permitirá emplear los métodos a) a d) para análisis no lineal de muros rectangulares:

- a) **Columna ancha con plasticidad concentrada con fibras.** El muro se modelará como elemento tipo barra. La parte central del elemento se considerará con comportamiento

lineal con rigidez a flexión y cortante efectivas, y en cada uno de los extremos del elemento se asignarán articulaciones plásticas de longitud finita tipo fibras. Este método de modelación no considera la interacción flexión-cortante. Se empleará la curva esfuerzo-deformación propuesta por Karthik y Mander (2011) para definir el comportamiento de concreto confinado y no confinado, y la curva esfuerzo-deformación propuesta por Park *et al.* (1986) para acero de refuerzo. Debe considerarse el aumento de resistencia debido al efecto del confinamiento de concreto. Se utilizará la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) para concreto con fde de 0.3, y la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) para acero de refuerzo con fde de 0.6 y frd de 0.5.

- b) Cascarón en capas.** El muro se conformará por capas de concreto y acero de refuerzo. Se discretizará en elementos a lo largo de su altura y ancho. Este método de modelación no considera la interacción flexión-cortante. Se empleará la curva esfuerzo-deformación propuesta por Karthik y Mander (2011) para definir el comportamiento de concreto confinado y no confinado, y la curva esfuerzo-deformación propuesta por Park *et al.* (1986) para acero de refuerzo. Debe considerarse el aumento de resistencia debido al efecto de confinamiento de concreto, y evitar la influencia del efecto del tamaño de malla de los elementos en los resultados. Se utilizará la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) para concreto con un fde de 0.3, y la ley de histéresis degradante (Powell, 2010) para acero de refuerzo con fde de 0.6 y frd de 0.5.
- c) Modelo de múltiples elementos verticales con interacción flexión-cortante.** El muro se discretizará en elementos a lo largo de su altura y ancho. Para definir el comportamiento constitutivo de concreto se utilizará la propuesta por Chang y Mander (1994), y la propuesta por Menegotto y Pinto (1972) para acero de refuerzo. Debe considerarse el aumento de resistencia debido al efecto de confinamiento de concreto.
- d) Cascarón curvo.** El muro se modelará como elemento cascarón curvo, y se discretizará en elementos a lo largo de su altura y ancho. Para definir el comportamiento constitutivo de concreto se utilizará el modelo parabólico, y para acero de refuerzo el propuesto por Dodd y Restrepo-Posada (1995). Debe considerarse el aumento de resistencia debido al efecto de confinamiento de concreto.

Comentario: Los métodos 1 y 2 se encuentran disponibles en los programas ETABS (CSI, 2017) y SAP2000 (CSI, 2017), el método 3 se encuentra disponible en OpenSees (PEER, 2013), y el método 4 en DIANA (DIANA FEA BV, 2019). Con los cuatro métodos de modelación se han obtenido resultados satisfactorios al comparar con resultados experimentales de muros rectangulares con relaciones de aspecto altura/ancho de 1.5 a 2, cuantías de acero longitudinal en bordes confinados del 3.3 al 7.11%, y cuantías de acero vertical y horizontal en el alma del 0.3 al 0.73%.

7. Reconocimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

A CONACYT por la beca otorgada y el apoyo brindado mediante el proyecto FORDECYT 297246.

Al INSTITUTO DE INGENIERÍA de la UNAM, por las herramientas brindadas y apoyo económico para poder culminar mi tesis.

Al Dr. David Murià Vila, por ser guía para desarrollar esta investigación, sus constantes revisiones y comentarios.

Al grupo de trabajo del Instituto de Ingeniería de la UNAM con el que me tocó participar en el tema de simulación numérica no lineal de columnas de concreto reforzado: M.I. Martín D. Zúñiga Ontiveros, M.I. Karen Pérez Liévana, Dr. David Murià Vila, Dr. Marcos M. Chávez Cano, M.I. Daniel Sánchez Arriaga, M.I. José J. Pérez Fabila, y M.C. Damaris S. Arias Lara.

Al Dr. Sergio M. Alcocer Martínez De Castro, por revisar esta tesis y por su disposición para resolver cualquier duda. Sus aportaciones enriquecieron la calidad del trabajo.

A Damaris S. Arias Lara, por elaborar los modelos de muros en DIANA, y revisar el capítulo de muros.

A Karen Pérez Liévana, por revisar el capítulo de columnas y recopilar información sobre el pandeo de barras de refuerzo.

A Daniel Sanchez Arriaga, por ayudar en la elaboración de modelos de muros en OpenSees.

8. Referencias

ACI Committee 318. (2019). Building code requirements for structural concrete: (ACI 318-19); and commentary (ACI 318M-19). Farmington Hills, MI.

Al Mamun, A., y Saatcioglu, M. (2017). "Seismic fragility curves for reinforced concrete frame buildings in Canada designed after 1985." *Canadian Journal of Civil Engineering*, 44(7), 558–568.

Arias-Lara, D. y Murià-Vila D. (2022). "A parametric analysis of smeared crack FE model configurations to simulate the cyclic response of reinforced concrete rectangular walls." *Advances in Civil Engineering*.

ASCE/SEI. (2017). ASCE/SEI, 41-17, Seismic evaluation and retrofit of existing buildings. American Society of Civil Engineers.

ATC. (1996). "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings." Applied Technology Council. Report No. SSC 96-0, Redwood City, CA.

Bathe, K. J. 2014. "Finite element procedures." Segunda edición, Prentice Hall.

Bauschinger, J. (1881). "Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und des Elastizitätsmoduls verschiedener Metalle." In *Civilingenieur XXVII*, Leipzig, Germany, 289–348.

Berry, M. (2004). PEER structural performance database user's manual (version 1.0). University of California, Berkeley.

Berry, P., y Eberhard, O. (2008). "Performance Modeling Strategies for Modern Reinforced Concrete Bridge Columns." PEER Report 2007/07, University of California, Berkeley.

Chang, G.A. y Mander, J.B. (1994). "Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns: Part I – Evaluation of Seismic Capacity." NCEER Technical Report No. NCEER-94-0006, State University of New York, Buffalo.

CSI. (2017). Computers and Structures Analysis Reference Manual for SAP2000 and ETABS. Computers & Structures, Inc. Berkeley, California.

CSI. (2018). Perform 3D: Components and Elements. Computers & Structures, Inc. Berkeley, California.

DIANA FEA BV. (2019). User manual Diana.

Dodd, L. L. y Restrepo-Posada, J. I. (1995). "Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel." Journal of Structural Engineering, 121(3), 433–445.

Dowell, R., Seible, F. y Wilson, E. (1998). "Pivot Hysteresis Model for Reinforced Concrete Members." ACI STRUCTURAL JOURNAL, 95(5), 607–617.

Filippou F.C., Popov, E.P. y Bertero, V.V. (1983). "Effects of Bond Deterioration on Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Joints." Report EERC 83-19, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.

Ghannoum, W., Sivaramakrishnan, B., Pujol, S., Catlin, C., Fernando, S., Yoosuf, N., y Wang, Y. (2015), "NEES: ACI 369 Rectangular Column Database," <https://datacenterhub.org/resources/255>

Haselton, B., Liel, A., Taylor, S. y Deierlein, G. (2016). "Calibration of Model to Simulate Response of Reinforced Concrete Beam-Columns to Collapse." ACI Structural Journal, 113(6), 1141-1152.

Jünemann, R., de la Llera, J. C., Hube, M. A., Vásquez, J. A. y Chacón, M. F. (2016). "Study of the damage of reinforced concrete shear walls during the 2010 Chile earthquake: Study of Damage of RC Shear Walls during the 2010 Chile Earthquake." Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 45(10), 1621–1641.

Karsan, I. D. y Jirsa, J. O. (1969). "Behavior of concrete under compressive loading." Journal of Structural Division. ASCE, 95(12): 2543-2563.

Karthik, M. y Mander, J. (2011). "Stress-Block Parameters for Unconfined and Confined Concrete Based on a Unified Stress-Strain Model." Journal of Structural Engineering, 137(2), 270–273.

Kent D. y Park R. (1971). "Flexural members with confined concrete." *Journal of the Structural Division, ASCE*, 97(7):1969-1990.

Kolozvari K., Orakcal K. y Wallace J. W. (2015). "Shear-Flexure Interaction Modeling of reinforced Concrete Structural Walls and Columns under Reversed Cyclic Loading." *Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley*.

Kolozvari, K., Arteta, C., Fischinger, M., Gavridou, S., Hube, M., Isakovic, T., Lowes, J., Orakcal, K., Vásquez, J., y Wallace, J. (2018). "Comparative study of state-of-the-art macroscopic models for planar reinforced concrete walls." *ACI Structural Journal*, 115(6), 1637–57.

Lepage, A., Hopper, M. W., Delgado, S. A. y Dragovich, J. J. (2010). "Best-fit models for nonlinear seismic response of reinforced concrete frames." *Engineering Structures*, 32(9), 2931–2939.

Lowes, L. N., Lehman, D. E., Baker, C. y Lundeen, C. P. (2016). "Recommendations for Modeling the Nonlinear Response of Slender Reinforced Concrete Walls Using PERFORM-3D." *SEAOC Convention*, 17.

Mander, J. B., Priestley, M. J. N. y Park, R. (1988). "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete." *Journal of Structural Engineering*, 114(8), 1804-1826.

Menegotto, M. y Pinto, P. (1972). "Method of analysis for cyclically loaded RC plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending." *Instituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni*.

Miao, Z., Lu, X., Jiang, J., y Ye, L. (2006), "Nonlinear FE Model for RC Shear Walls Based on Multi-layer Shell Element and Microplane Constitutive Model." *Computational Methods In Engineering and science, Hainan, China*.

Mindlin RD. (1951). "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates." *J Appl Mech*, 18(1), 31–8.

Moehle, K. (2015), "Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings." *New York: Mc Graw Hill*.

Nakamura H., y Higai T., (2001) "Compressive fracture energy and fracture zone length of concrete." *Modelling of inelastic behavior of RC structures under seismic loads*, 471–487.

NEES (2016), "The NEES Databases," <https://datacenterhub.org/resources/395>.

NIST. (2017). "Recommended modeling parameters and acceptance criteria for nonlinear analysis in support of seismic evaluation, retrofit, and design (NIST GCR 17-917-45; p. NIST GCR 17-917-45)." *National Institute of Standards and Technology*.

NTC-Concreto. (2017). *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto. Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal*.

NTC-Concreto con comentarios. (2021). Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto con comentarios. Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal.

NTC-Sismo. (2020). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal.

Orakcal, K. (2004). "Nonlinear Modeling and Analysis of Slender Reinforced Concrete Walls", PhD Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Los Angeles.

Ohno, T., y Nishioka, T. (1984), "An Experimental Study on Energy Absorption Capacity of Columns in Reinforced Concrete Structures,". *Doboku Gakkai Ronbunshu*, 350, 23–33.

Okamoto, S., Shiomi, S. y Yamabe, K., (1976). "Earthquake Resistance of Prestressed Concrete Structures." *Proceeding of AIJ Annual Convention*, 1251-1252.

Park, Y. J., Wen, Y. K., y Ang, A. H.-S. (1986). "Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motions." *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 14(4), 543–557.

PEER/ATC. (2010). "Modeling and acceptance criteria for seismic design and analysis of tall buildings (PEER/ATC 72-1)." Applied Technology Council.

PEER. (2013). Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSess). University of California, Berkeley.

PEER. (2017). Guidelines for Performance-Based Seismic Design of Tall Buildings. Report No. 2017/06.

PEER/ATC. (2010). Modeling and acceptance criteria for seismic design and analysis of tall buildings (PEER/ATC 72-1). Applied Technology Council.

Powell, G. (2010). Modeling for structural analysis: Behavior and basics. Computers and Structures.

Pugh, J.S., Lowes, L.N., y Lehman, D.E. (2015). "Nonlinear line-element modeling of flexural reinforced concrete walls," *Engineering Structures* 104: 174-192.

Reissner E. (1945). "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates." *J Appl Mech*, 12(2), 69–77.

Shao-Yeh, M., Bertero, V., y Popov, E. (1976), "Experimental and analytical studies on the hysteretic behavior of reinforced concrete of rectangular and T- Beams." University of California, Berkeley.

Scott, B., Park, R., y Priestley, M. J. N. (1982). "Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at high strain rates." *ACI Structural Journal*, 79(1), 13-27

Sinha, B.P., Gerstle, K.H. y Tulin L.G., (1964), "Stress-strain Relation for concrete under cycling loading." *ACI Structural Journal*, 61(2), 195-112

Spooner, D.C. y Dougill, J.W., (1975), "A quantitative assessment of damage sustained in concrete during compression loading", *Magazine Concrete Research*, 27, 51-160.

Tanaka, H y Park, R. (1990), "Effect of Lateral Confining Reinforcement on the Ductile Behavior of Reinforced Concrete Columns,". PhD Dissertation, University of Canterbury.

Tanigawa, Y. y Uchida, Y., (1979), "Hysteretic Characteristics Of Concrete in the Domain of High Compressive Strain". *Proceeding of AIJ Annual Convention*, 449-450.

Tran, T. (2012), "Experimental and Analytical Studies of Moderate Aspect Ratio Reinforced Concrete Structural Walls". PhD Dissertation, University of California.

Tsai, W.T., (1988), "Uniaxial Compressional Stress-strain Relation of Concrete." *Journal of Structural Engineering*, 114(9), 2133-2136.

Wehbe., M. Said., y David H. (2001), "Effects of Confinement and Flares on the Seismic Performance of Reinforced Concrete Bridge Columns". *Earthquake Spectra*, 14(2), 397-406.

Zúñiga, M. (2021). "Comportamiento no lineal de un edificio de concreto reforzado instrumentado" Tesis de Maestría. UNAM.

Zúñiga, M., Pérez, K., Rodríguez, D., Murià-Vila, D., Chávez, M., Sánchez, D., Pérez, J., y Arias-Lara, D. (2022). "Comparación de modelos numéricos no lineales de columnas de concreto reforzado." Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Juriquilla, Querétaro.

Apéndice A. Comparación de resultados ciclo a ciclo de columnas

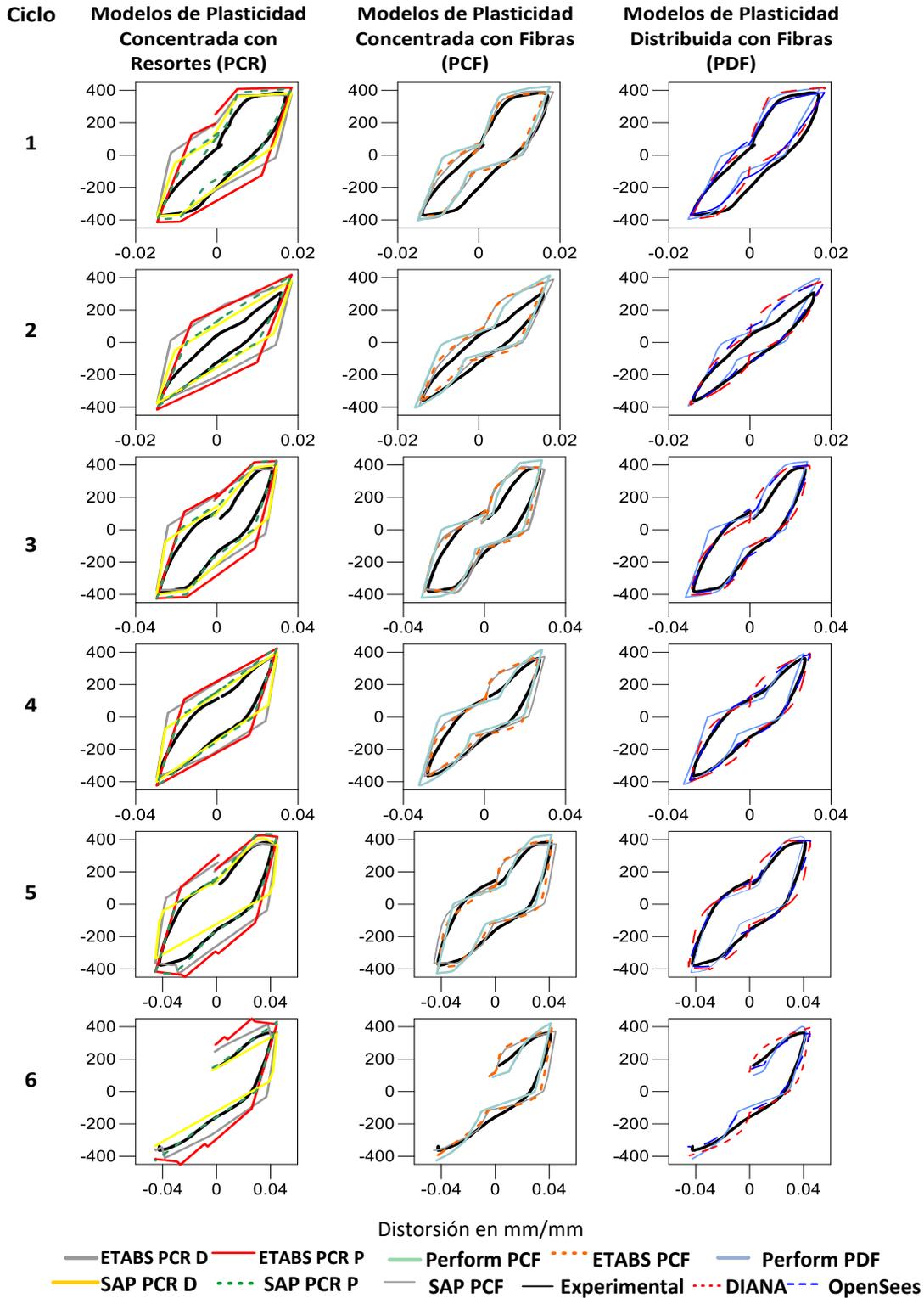


Figura A1. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales ciclo a ciclo de columna TK-U5

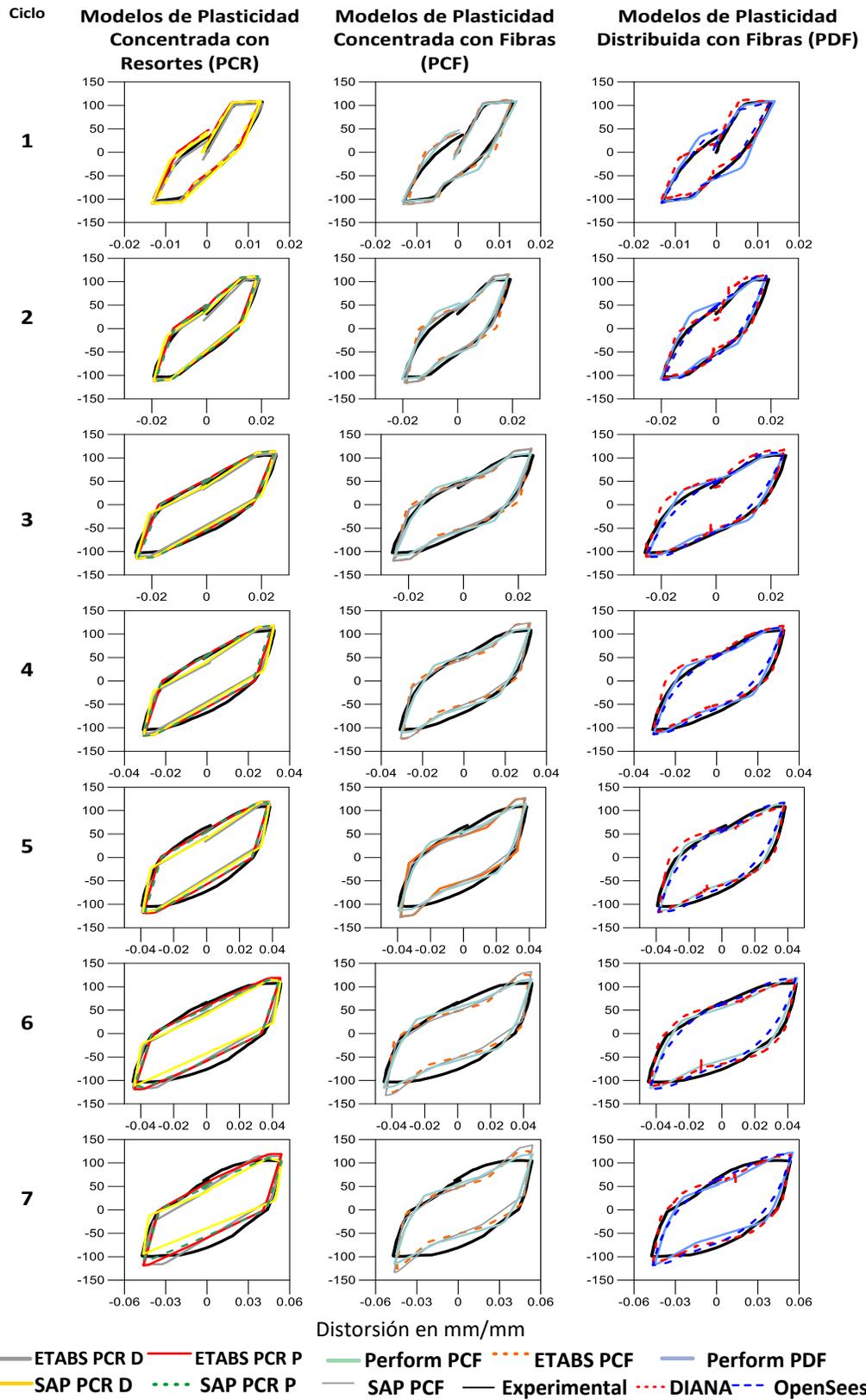


Figura A2. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales ciclo a ciclo de columna OH-02

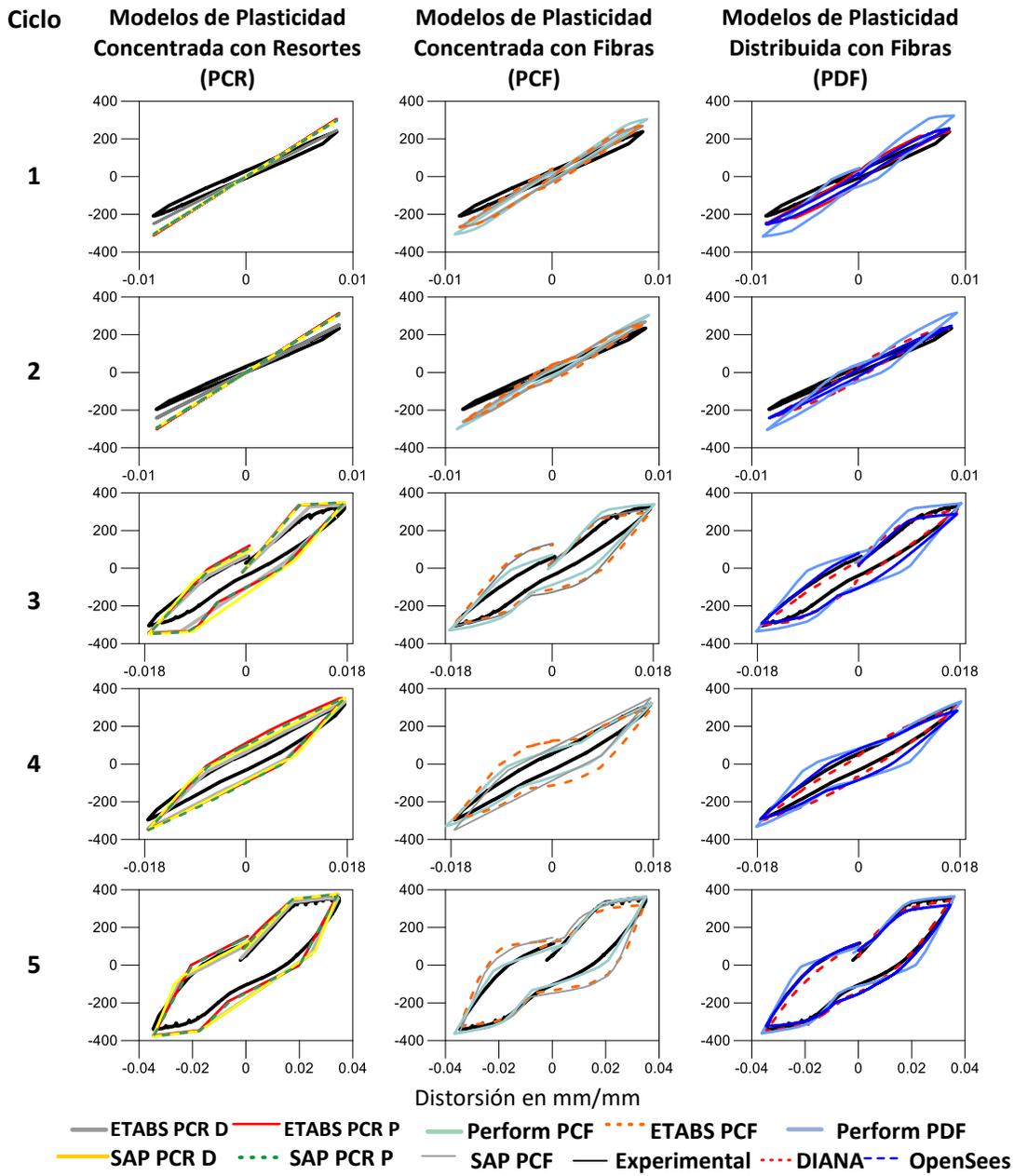


Figura A3. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 5 de columna A1

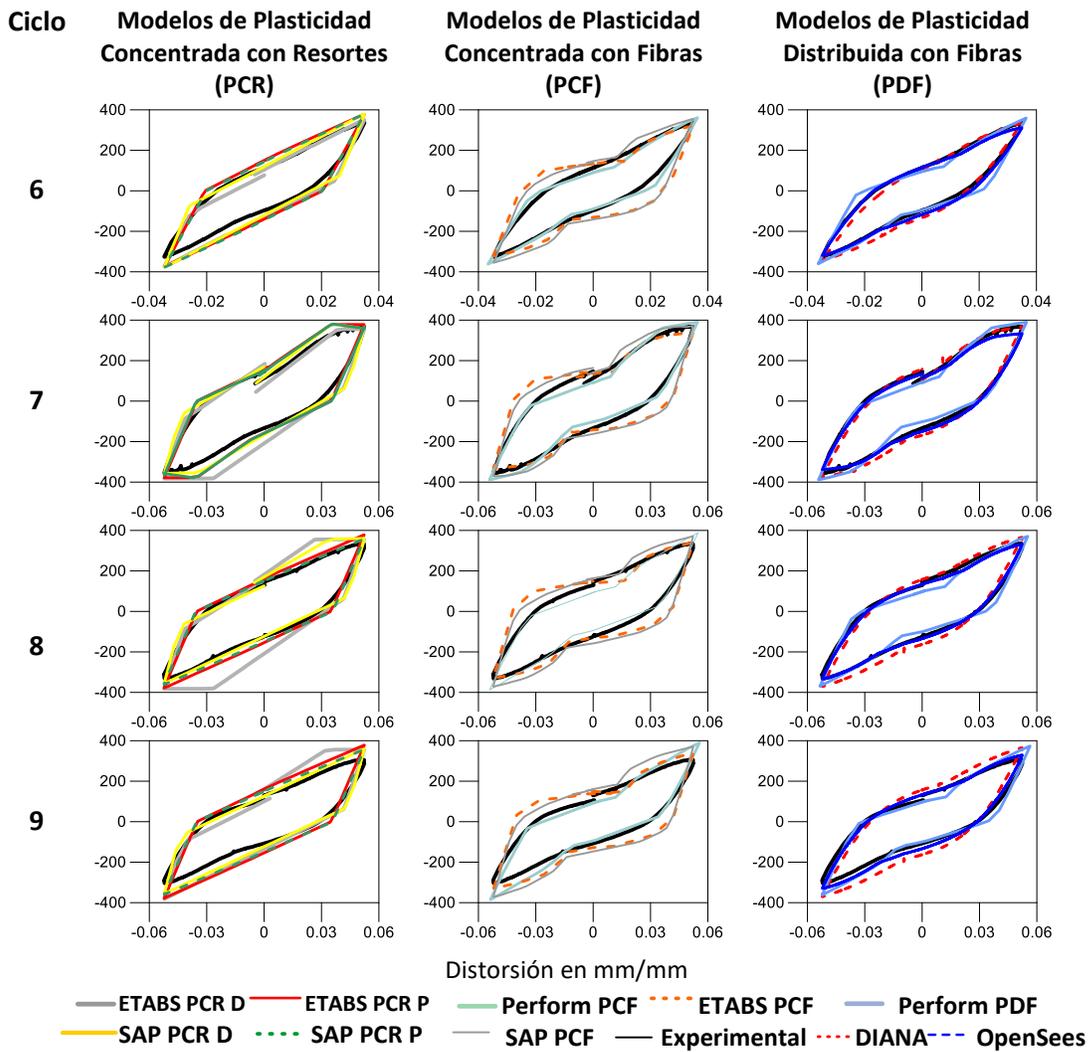


Figura A4. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 6 a 9 de columna A1

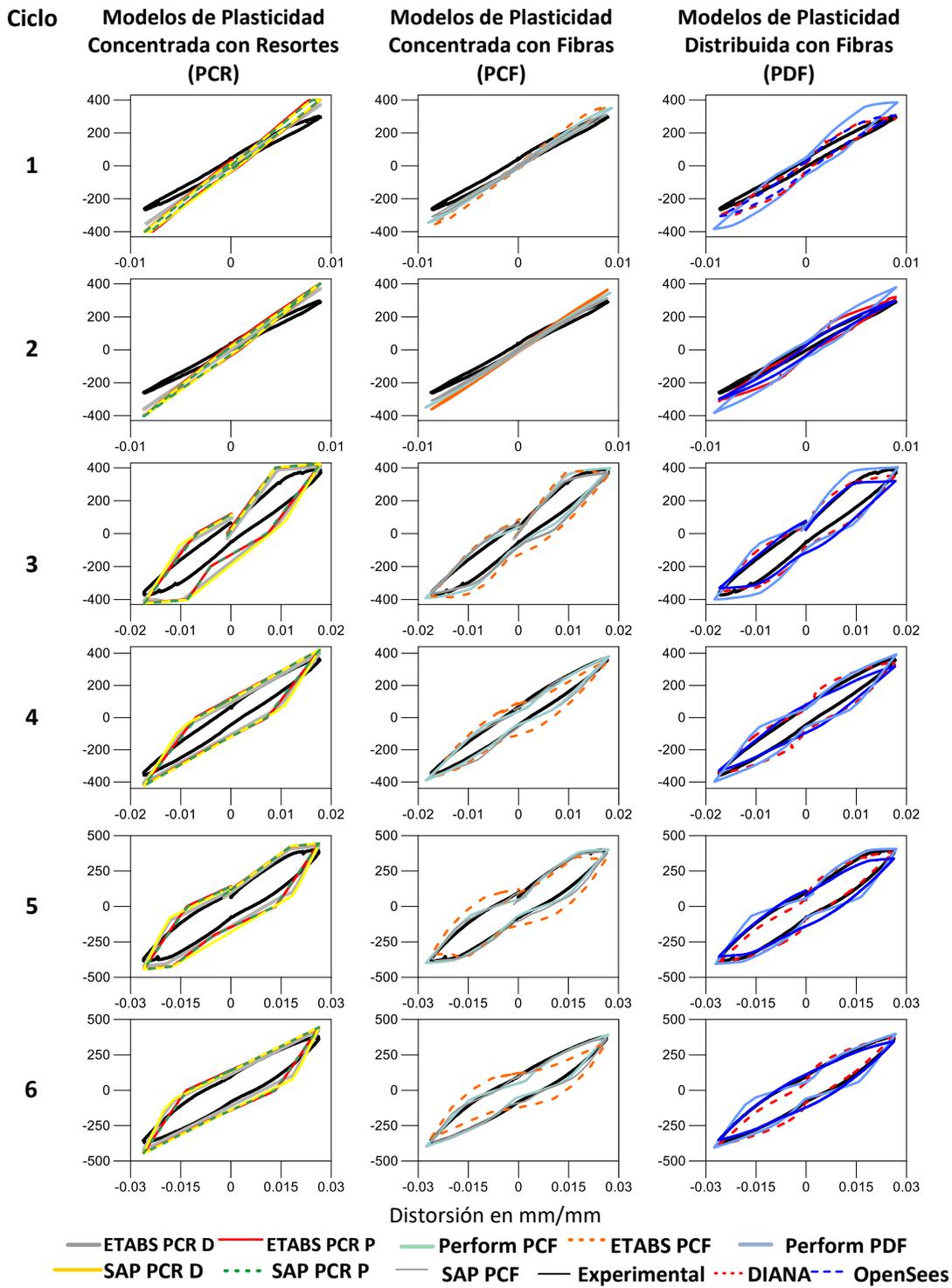


Figura A5. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 6 de columna A2

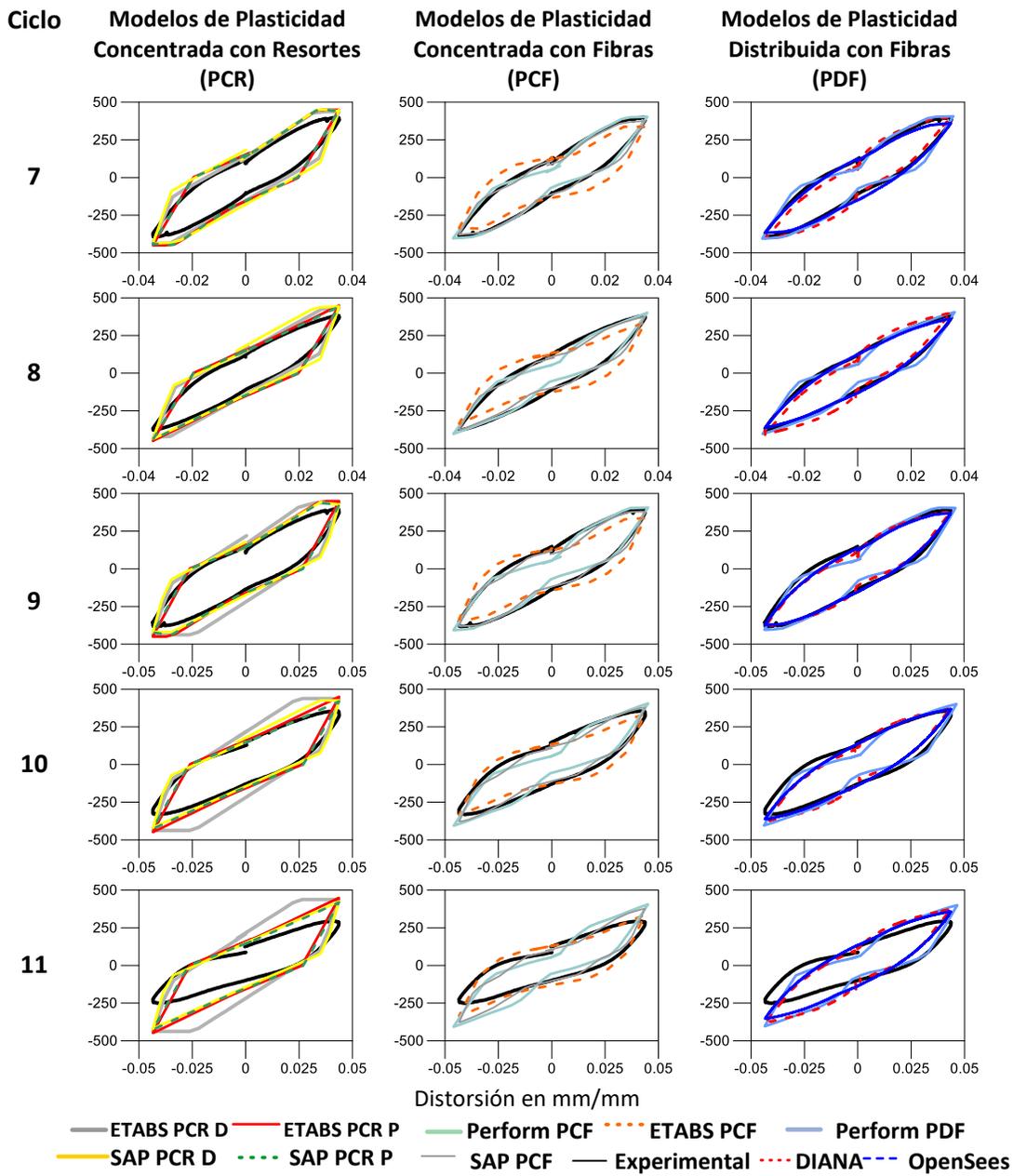


Figura A6. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 7 a 11 de columna A2

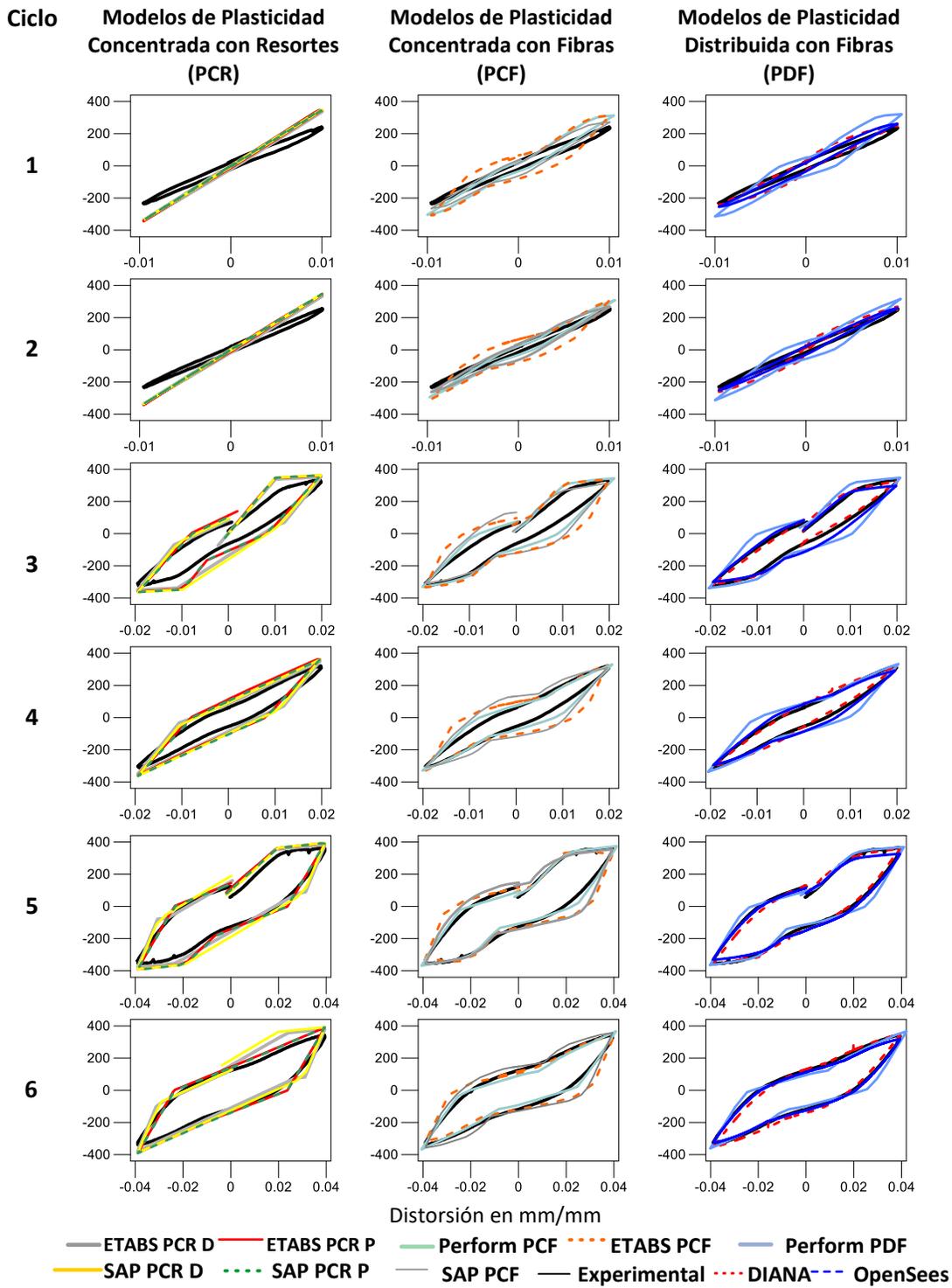


Figura A7. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 6 de columna B1

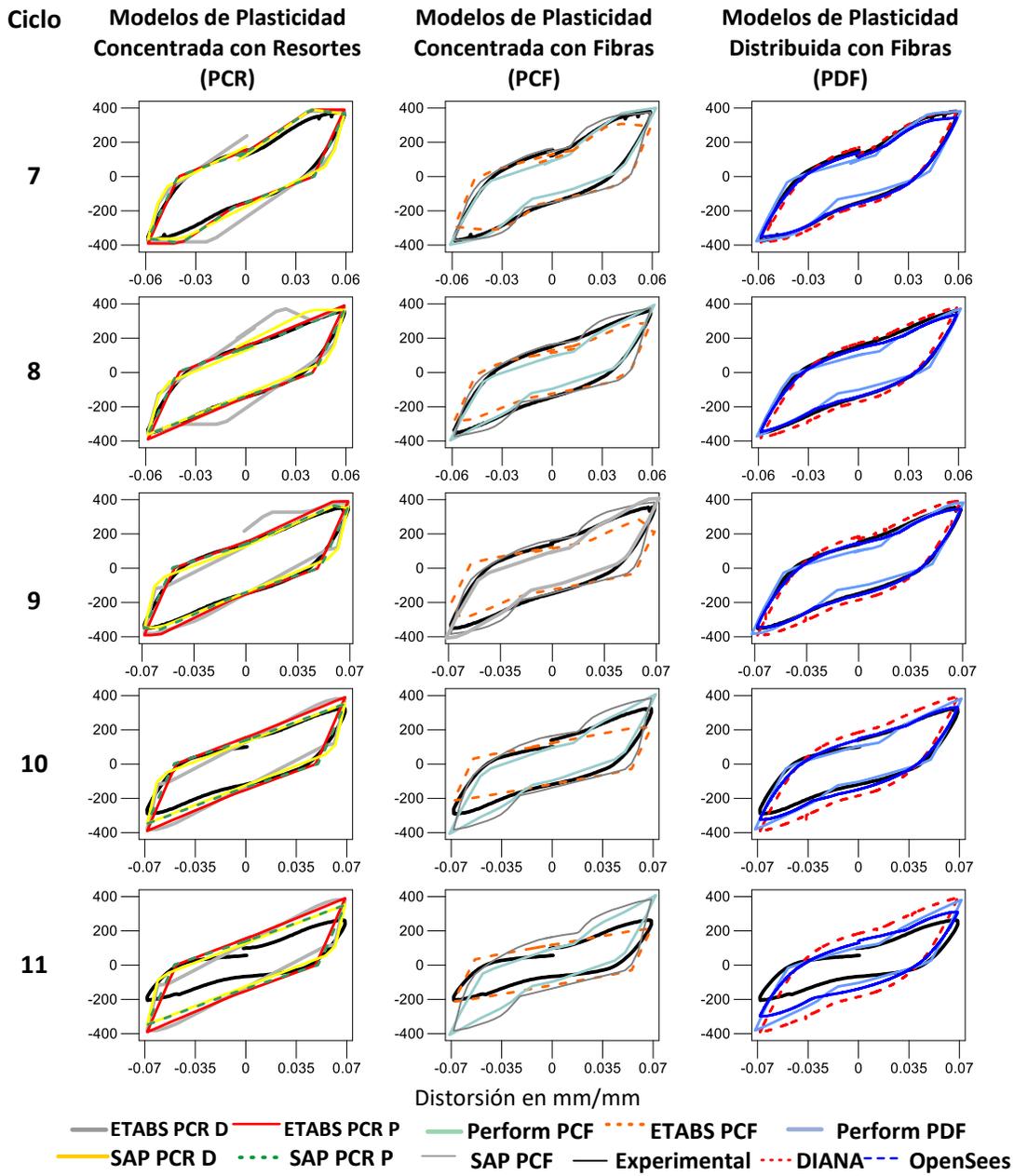


Figura A8. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 7 a 11 de columna B1

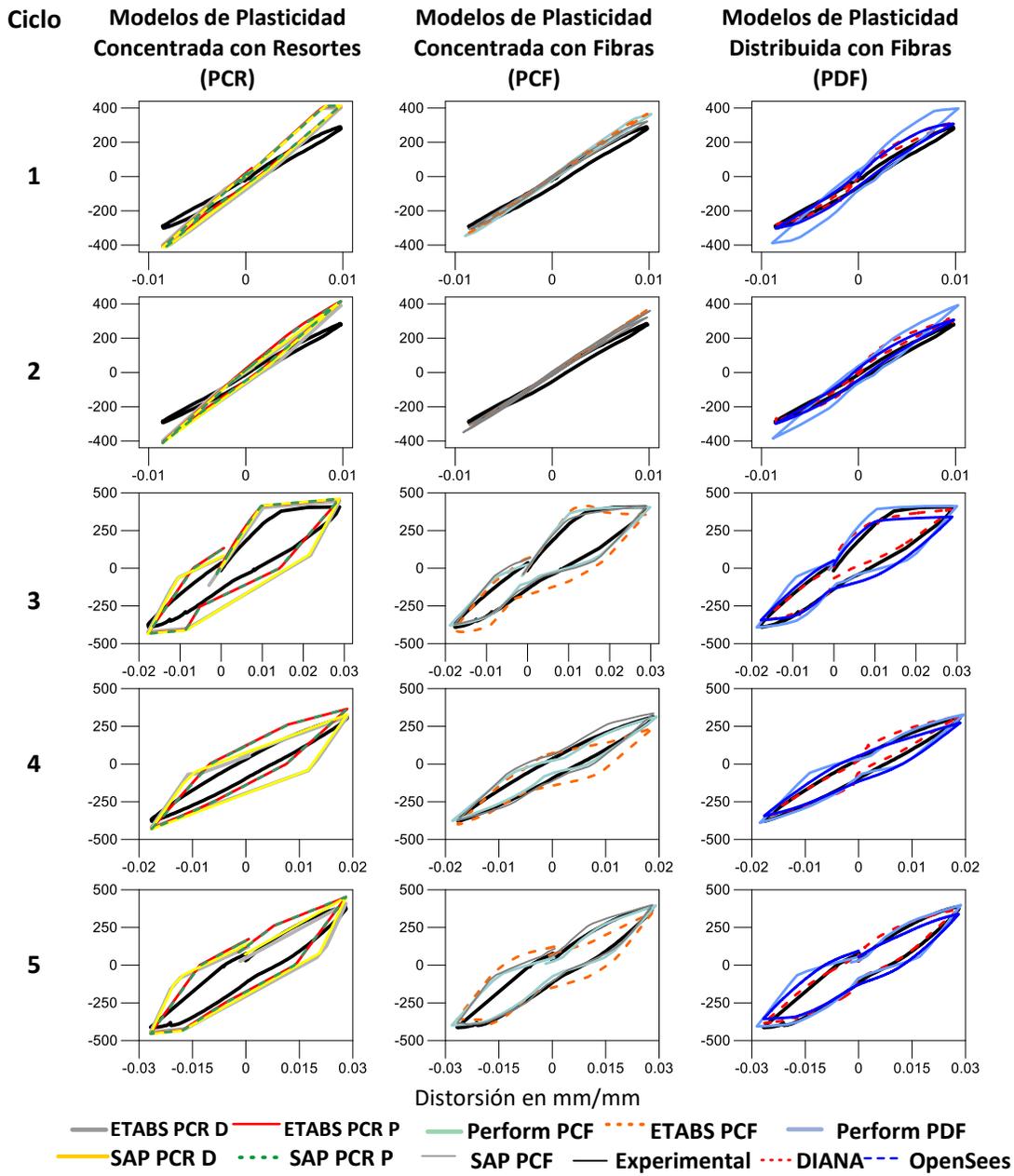


Figura A9. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 5 de columna B2

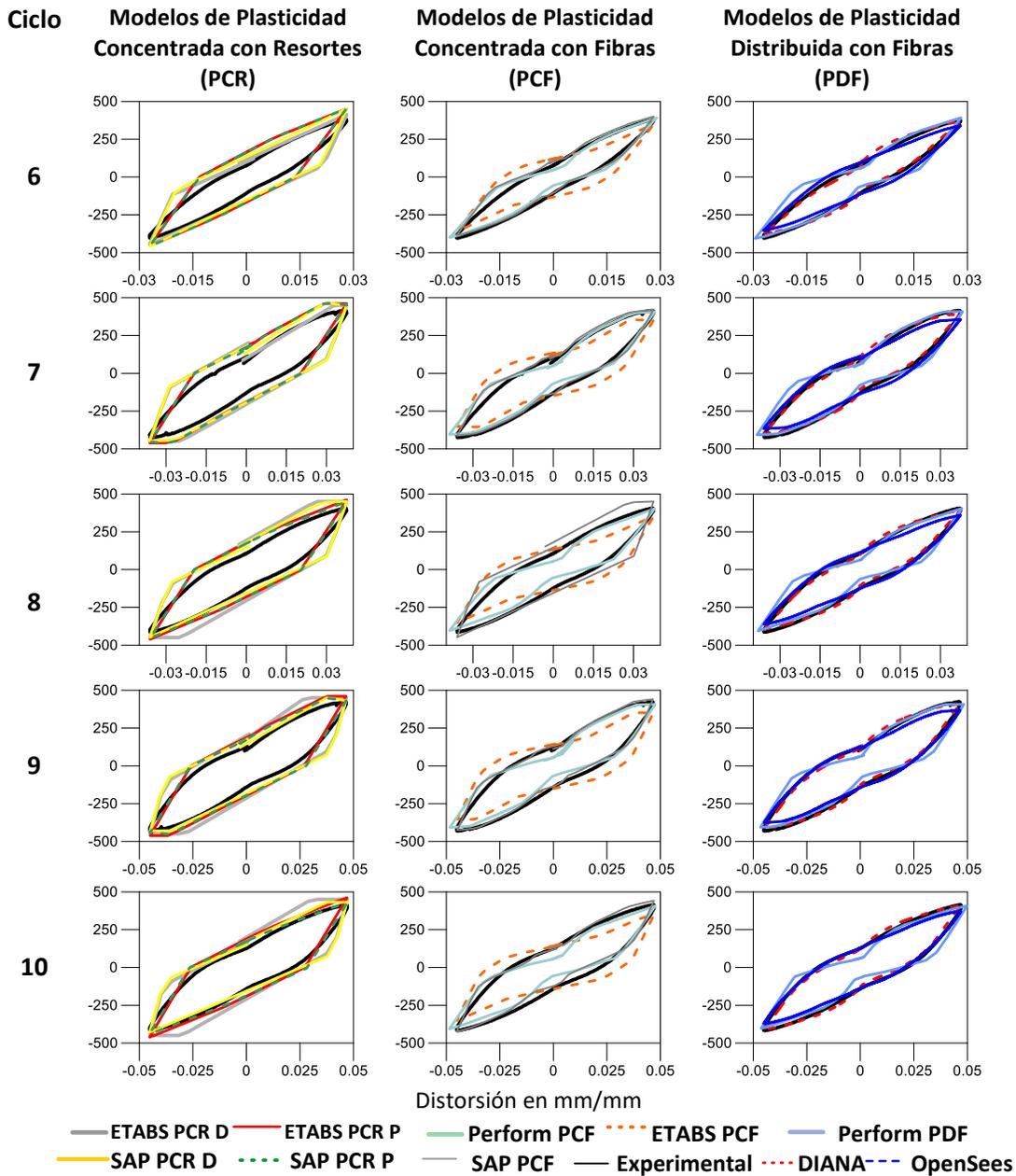


Figura A10. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 6 a 10 de columna B2

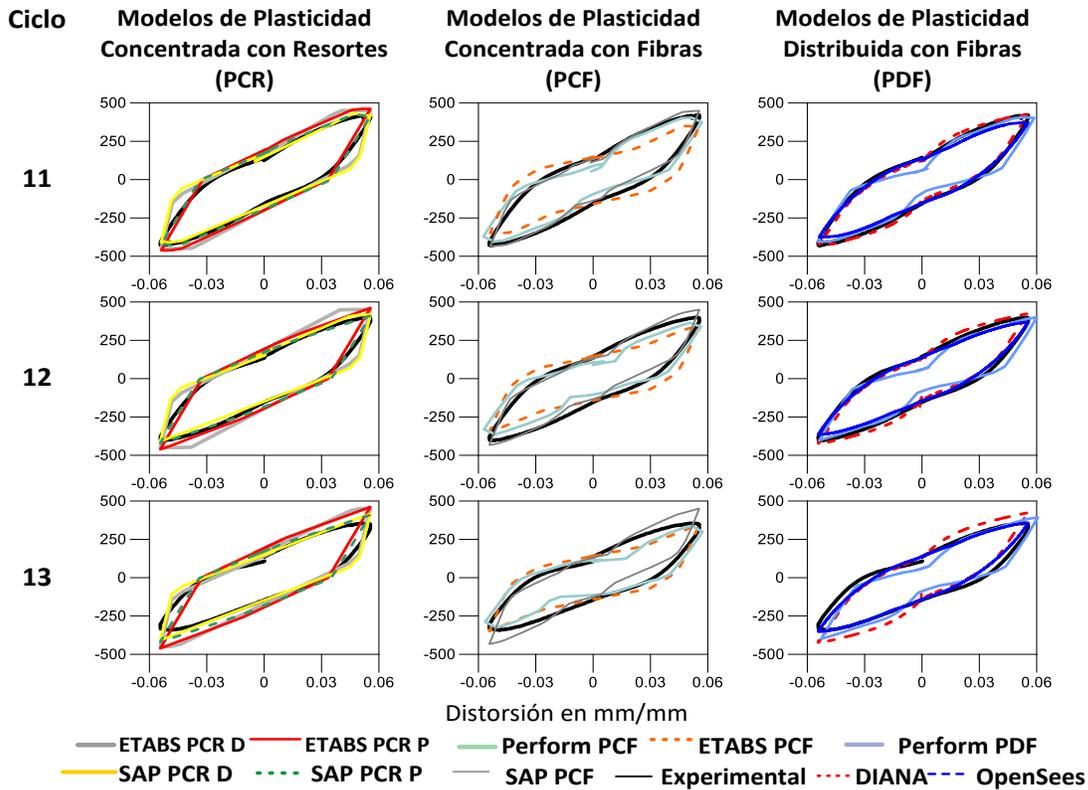


Figura A11. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PCF, PDF y resultados experimentales de los ciclos 11 a 13 de columna B2

Tabla A1. Valores de resistencia a cortante de modelos PCR y PCF normalizados respecto a valores experimentales de columnas OH-02 y TK-U5

| Columna | Ciclo | ETABS PCR D | | ETABS PCR P | | SAP PCR D | | SAP PCR P | | ETABS PCF | | SAP PCF | | Perform PCF | |
|---------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|---------|-------|-------------|-------|
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| TK-U5 | 1 | 1.01 | -1.04 | 1.00 | -1.03 | 1.05 | -1.07 | 1.05 | -1.07 | 1.00 | -0.98 | 1.06 | -1.06 | 1.10 | -1.04 |
| | 2 | 1.28 | -1.07 | 1.26 | -1.06 | 1.32 | -1.11 | 1.32 | -1.11 | 1.23 | -1.23 | 1.08 | -1.09 | 1.35 | -1.31 |
| | 3 | 1.06 | -1.06 | 1.04 | -1.04 | 1.10 | -1.10 | 1.10 | -1.10 | 1.01 | -1.00 | 1.01 | -1.02 | 1.12 | -1.10 |
| | 4 | 1.12 | -1.12 | 1.10 | -1.09 | 1.16 | -1.15 | 1.16 | -1.15 | 1.04 | -1.03 | 1.02 | -1.00 | 1.15 | -1.17 |
| | 5 | 1.09 | -1.11 | 1.06 | -1.08 | 1.12 | -1.03 | 1.12 | -1.13 | 1.02 | -1.02 | 0.99 | -0.97 | 1.11 | -1.11 |
| | 6 | 1.16 | -1.15 | 1.12 | -1.12 | 1.10 | -1.07 | 1.09 | -1.11 | 1.08 | -1.09 | 1.03 | -1.00 | 1.16 | -1.18 |
| OH-02 | 1 | 1.01 | -1.03 | 1.016 | -1.04 | 1.013 | -1.04 | 1.014 | -1.04 | 1.05 | -1.03 | 1.061 | -1.06 | 1.014 | -0.98 |
| | 2 | 1.06 | -1.07 | 1.063 | -1.08 | 1.061 | -1.08 | 1.061 | -1.08 | 1.103 | -1.1 | 1.109 | -1.12 | 1.018 | -1.03 |
| | 3 | 1.078 | -1.11 | 1.086 | -1.12 | 1.084 | -1.12 | 1.084 | -1.12 | 1.143 | -1.14 | 1.16 | -1.17 | 1.036 | -1.03 |
| | 4 | 1.092 | -1.11 | 1.093 | -1.12 | 1.092 | -1.12 | 1.092 | -1.12 | 1.149 | -1.14 | 1.19 | -1.18 | 1.037 | -1.02 |
| | 5 | 1.094 | -1.14 | 1.094 | -1.14 | 1.11 | -1.08 | 1.108 | -1.13 | 1.151 | -1.15 | 1.221 | -1.23 | 1.048 | -1.05 |
| | 6 | 1.104 | -1.15 | 1.105 | -1.15 | 1.084 | -1.02 | 1.049 | -1.1 | 1.164 | -1.17 | 1.281 | -1.28 | 1.075 | -1.07 |
| | 7 | 1.13 | -1.2 | 1.131 | -1.2 | 1.055 | -0.97 | 1.043 | -1.1 | 1.193 | -1.19 | 1.393 | -1.34 | 1.131 | -1.09 |

Tabla A2. Valores de resistencia a cortante de modelos PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas OH-02 y TK-U5

| Columna | Ciclo | Perform PDF | | DIANA PDF | | OpenSees PDF | |
|---------|-------|-------------|-------|-----------|-------|--------------|-------|
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| TK-U5 | 1 | 1.06 | -1.03 | 1.08 | -1.07 | 1.00 | -0.99 |
| | 2 | 1.30 | -1.28 | 1.29 | -1.07 | 1.23 | -1.02 |
| | 3 | 1.10 | -1.09 | 1.03 | -1.05 | 1.04 | -1.03 |
| | 4 | 1.08 | -1.15 | 1.09 | -1.10 | 1.07 | -1.07 |
| | 5 | 1.08 | -1.09 | 1.03 | -1.07 | 1.02 | -1.02 |
| | 6 | 1.11 | -1.15 | 1.09 | -1.09 | 0.99 | -0.94 |
| OH-02 | 1 | 1.02 | -0.98 | 1.04 | -0.95 | 0.99 | -1.03 |
| | 2 | 1.02 | -1.03 | 1.13 | -1.03 | 1.09 | -1.06 |
| | 3 | 1.04 | -1.03 | 1.17 | -1.08 | 1.05 | -1.09 |
| | 4 | 1.05 | -1.03 | 1.09 | -1.05 | 1.06 | -1.09 |
| | 5 | 1.06 | -1.05 | 1.01 | -1.12 | 1.08 | -1.12 |
| | 6 | 1.10 | -1.08 | 1.06 | -1.09 | 1.11 | -1.15 |
| | 7 | 1.16 | -1.11 | 1.11 | -1.14 | 1.12 | -1.19 |

Tabla A3. Valores de resistencia a cortante de modelos PCR y PCF normalizados respecto a valores experimentales de columnas A1 y A2

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | | ETABS PCR P | | SAP PCR D | | SAP PCR P | | ETABS PCF | | SAP PCF | | Perform PCF | |
|-----------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|---------|-------|-------------|-------|
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| A1 | 1 | 1.03 | -1.20 | 1.28 | -1.49 | 1.25 | -1.46 | 1.25 | -1.46 | 1.13 | -1.27 | 1.13 | -1.29 | 1.28 | -1.46 |
| | 2 | 1.07 | -1.24 | 1.34 | -1.54 | 1.31 | -1.50 | 1.31 | -1.50 | 1.12 | -1.33 | 1.15 | -1.34 | 1.29 | -1.53 |
| | 3 | 1.02 | -1.12 | 1.05 | -1.14 | 1.06 | -1.15 | 1.06 | -1.15 | 0.90 | -0.95 | 0.95 | -1.00 | 1.03 | -1.08 |
| | 4 | 1.03 | -1.16 | 1.10 | -1.17 | 1.10 | -1.18 | 1.10 | -1.18 | 0.91 | -0.98 | 0.96 | -1.04 | 1.01 | -1.12 |
| | 5 | 0.99 | -1.10 | 1.05 | -1.10 | 1.05 | -1.11 | 1.05 | -1.11 | 0.89 | -0.94 | 0.98 | -1.04 | 1.02 | -1.07 |
| | 6 | 1.04 | -1.15 | 1.12 | -1.15 | 1.12 | -1.16 | 1.12 | -1.16 | 0.95 | -0.98 | 1.06 | -1.09 | 1.07 | -1.11 |
| | 7 | 0.97 | -1.07 | 1.03 | -1.06 | 1.03 | -1.00 | 1.03 | -1.06 | 0.93 | -0.93 | 1.01 | -1.01 | 1.06 | -1.09 |
| | 8 | 1.06 | -1.15 | 1.13 | -1.13 | 1.07 | -1.07 | 1.06 | -1.08 | 1.02 | -0.99 | 1.11 | -1.06 | 1.16 | -1.16 |
| | 9 | 1.16 | -1.26 | 1.23 | -1.24 | 1.17 | -1.17 | 1.16 | -1.18 | 1.11 | -1.10 | 1.21 | -1.22 | 1.27 | -1.27 |
| A2 | 1 | 1.23 | -1.35 | 1.33 | -1.50 | 1.34 | -1.51 | 1.34 | -1.51 | 1.21 | -1.36 | 1.04 | -1.16 | 1.17 | -1.30 |
| | 2 | 1.25 | -1.38 | 1.35 | -1.53 | 1.36 | -1.53 | 1.35 | -1.54 | 1.23 | -1.38 | 1.05 | -1.18 | 1.17 | -1.34 |
| | 3 | 1.05 | -1.11 | 1.09 | -1.13 | 1.09 | -1.14 | 1.09 | -1.14 | 0.98 | -1.04 | 0.95 | -0.98 | 1.02 | -1.05 |
| | 4 | 1.09 | -1.13 | 1.14 | -1.18 | 1.15 | -1.18 | 1.15 | -1.18 | 0.95 | -1.03 | 0.99 | -1.02 | 1.04 | -1.09 |
| | 5 | 1.07 | -1.09 | 1.11 | -1.15 | 1.12 | -1.15 | 1.12 | -1.15 | 0.88 | -0.95 | 0.96 | -1.00 | 1.00 | -1.04 |
| | 6 | 1.12 | -1.13 | 1.17 | -1.19 | 1.17 | -1.20 | 1.17 | -1.20 | 0.89 | -0.91 | 0.95 | -0.97 | 1.04 | -1.07 |
| | 7 | 1.09 | -1.11 | 1.12 | -1.14 | 1.13 | -1.11 | 1.13 | -1.14 | 0.84 | -0.86 | 0.94 | -0.96 | 1.01 | -1.02 |
| | 8 | 1.15 | -1.16 | 1.18 | -1.19 | 1.16 | -1.16 | 1.15 | -1.17 | 0.88 | -0.89 | 0.98 | -0.99 | 1.05 | -1.07 |
| | 9 | 1.11 | -1.14 | 1.13 | -1.17 | 1.12 | -1.10 | 1.11 | -1.15 | 0.85 | -0.88 | 0.96 | -0.99 | 1.03 | -1.06 |
| | 10 | 1.24 | -1.32 | 1.27 | -1.35 | 1.20 | -1.26 | 1.18 | -1.28 | 0.95 | -1.01 | 1.07 | -1.14 | 1.15 | -1.23 |
| | 11 | 1.49 | -1.75 | 1.52 | -1.79 | 1.44 | -1.67 | 1.42 | -1.70 | 1.14 | -1.34 | 1.28 | -1.51 | 1.38 | -1.62 |

Tabla A4. Valores de resistencia a cortante de modelos PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas A1 y A2

| Columna | Ciclo | Perform PDF | | DIANA PDF | | OpenSees PDF | |
|-----------|-----------|-------------|-------|-----------|-------|--------------|-------|
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| A1 | 1 | 1.36 | -1.52 | 1.03 | -1.21 | 1.07 | -1.21 |
| | 2 | 1.35 | -1.56 | 1.01 | -1.22 | 1.05 | -1.24 |
| | 3 | 1.04 | -1.10 | 0.94 | -1.00 | 0.87 | -0.96 |
| | 4 | 1.04 | -1.13 | 0.96 | -1.01 | 0.89 | -0.98 |
| | 5 | 1.02 | -1.06 | 0.96 | -1.03 | 0.89 | -0.95 |
| | 6 | 1.07 | -1.10 | 0.99 | -1.06 | 0.93 | -0.98 |
| | 7 | 1.03 | -1.04 | 1.00 | -1.05 | 0.91 | -0.95 |
| | 8 | 1.11 | -1.11 | 1.09 | -1.11 | 0.99 | -1.00 |
| | 9 | 1.22 | -1.19 | 1.19 | -1.22 | 1.07 | -1.09 |
| A2 | 1 | 1.28 | -1.44 | 1.04 | -1.14 | 1.02 | -1.15 |
| | 2 | 1.28 | -1.46 | 1.08 | -1.20 | 1.00 | -1.14 |
| | 3 | 1.04 | -1.07 | 0.91 | -0.95 | 0.82 | -0.89 |
| | 4 | 1.07 | -1.12 | 0.94 | -0.98 | 0.86 | -0.92 |
| | 5 | 1.02 | -1.05 | 0.96 | -1.01 | 0.85 | -0.92 |
| | 6 | 1.05 | -1.09 | 1.01 | -1.04 | 0.91 | -0.94 |
| | 7 | 1.02 | -1.03 | 1.00 | -1.03 | 0.90 | -0.93 |
| | 8 | 1.06 | -1.07 | 1.05 | -1.09 | 0.95 | -0.96 |
| | 9 | 1.02 | -1.06 | 0.95 | -0.99 | 0.93 | -0.97 |
| | 10 | 1.13 | -1.22 | 1.06 | -1.14 | 1.04 | -1.10 |
| | 11 | 1.36 | -1.61 | 1.27 | -1.51 | 1.21 | -1.41 |

Tabla A5. Valores de resistencia a cortante de modelos PCR y PCF normalizados respecto a valores experimentales de columnas B1 y B2

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | | ETABS PCR P | | SAP PCR D | | SAP PCR P | | ETABS PCF | | SAP PCF | | Perform PCF | |
|-----------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|---------|-------|-------------|-------|
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| B1 | 1 | 1.40 | -1.43 | 1.44 | -1.45 | 1.44 | -1.43 | 1.44 | -1.43 | 1.30 | -1.30 | 1.13 | -1.12 | 1.30 | -1.29 |
| | 2 | 1.31 | -1.44 | 1.36 | -1.46 | 1.37 | -1.44 | 1.37 | -1.44 | 1.22 | -1.31 | 1.05 | -1.12 | 1.21 | -1.26 |
| | 3 | 1.05 | -1.08 | 1.08 | -1.11 | 1.08 | -1.12 | 1.08 | -1.12 | 1.00 | -1.03 | 0.94 | -0.95 | 1.03 | -1.02 |
| | 4 | 1.09 | -1.12 | 1.13 | -1.15 | 1.12 | -1.16 | 1.12 | -1.16 | 1.03 | -1.06 | 0.96 | -0.99 | 1.03 | -1.06 |
| | 5 | 1.04 | -1.06 | 1.07 | -1.09 | 1.08 | -1.09 | 1.08 | -1.10 | 0.93 | -0.97 | 0.97 | -1.00 | 1.02 | -1.03 |
| | 6 | 1.11 | -1.11 | 1.14 | -1.15 | 1.14 | -1.15 | 1.14 | -1.15 | 0.93 | -0.94 | 1.04 | -1.05 | 1.07 | -1.09 |
| | 7 | 1.00 | -1.02 | 1.03 | -1.04 | 1.03 | -0.97 | 1.03 | -1.04 | 0.81 | -0.83 | 0.99 | -1.00 | 1.05 | -1.06 |
| | 8 | 1.06 | -1.00 | 1.09 | -1.10 | 1.02 | -1.02 | 1.02 | -1.02 | 0.80 | -0.81 | 1.04 | -1.05 | 1.10 | -1.12 |
| | 9 | 1.06 | -1.09 | 1.09 | -1.11 | 1.02 | -0.99 | 1.02 | -1.03 | 0.79 | -0.81 | 1.07 | -1.09 | 1.14 | -1.16 |
| | 10 | 1.17 | -1.31 | 1.20 | -1.34 | 1.08 | -1.19 | 1.08 | -1.20 | 0.66 | -0.73 | 1.18 | -1.32 | 1.25 | -1.40 |
| | 11 | 1.45 | -1.86 | 1.48 | -1.90 | 1.34 | -1.69 | 1.33 | -1.70 | 0.81 | -1.04 | 1.46 | -1.87 | 1.55 | -1.98 |
| B2 | 1 | 1.39 | -1.33 | 1.42 | -1.36 | 1.43 | -1.37 | 1.43 | -1.37 | 1.26 | -1.09 | 1.11 | -1.02 | 1.26 | -1.15 |
| | 2 | 1.37 | -1.36 | 1.45 | -1.39 | 1.46 | -1.40 | 1.46 | -1.40 | 1.28 | -1.11 | 1.13 | -1.04 | 1.27 | -1.19 |
| | 3 | 1.09 | -1.08 | 1.12 | -1.10 | 1.13 | -1.11 | 1.13 | -1.11 | 1.01 | -1.08 | 1.01 | -0.96 | 0.99 | -0.97 |
| | 4 | 1.01 | -1.11 | 1.17 | -1.13 | 1.05 | -1.14 | 1.17 | -1.14 | 0.77 | -1.05 | 1.07 | -0.99 | 1.01 | -0.99 |
| | 5 | 1.06 | -1.07 | 1.17 | -1.09 | 1.17 | -1.10 | 1.17 | -1.10 | 0.90 | -0.96 | 1.03 | -0.96 | 1.02 | -0.96 |
| | 6 | 1.09 | -1.10 | 1.19 | -1.12 | 1.19 | -1.13 | 1.19 | -1.13 | 0.92 | -0.88 | 1.05 | -0.95 | 1.03 | -0.99 |
| | 7 | 1.08 | -1.06 | 1.11 | -1.08 | 1.12 | -1.05 | 1.12 | -1.09 | 0.85 | -0.84 | 1.02 | -0.97 | 0.97 | -0.95 |
| | 8 | 1.11 | -1.09 | 1.14 | -1.11 | 1.11 | -1.08 | 1.11 | -1.10 | 0.87 | -0.85 | 1.05 | -0.99 | 0.99 | -0.98 |
| | 9 | 1.06 | -1.04 | 1.09 | -1.07 | 1.06 | -1.00 | 1.06 | -1.05 | 0.83 | -0.82 | 1.04 | -0.99 | 0.96 | -0.95 |
| | 10 | 1.09 | -1.08 | 1.11 | -1.11 | 1.04 | -1.03 | 1.03 | -1.05 | 0.84 | -0.84 | 1.07 | -1.02 | 0.98 | -0.97 |
| | 11 | 1.07 | -1.05 | 1.09 | -1.07 | 1.02 | -0.95 | 1.01 | -1.01 | 0.83 | -0.81 | 1.07 | -1.01 | 0.96 | -0.94 |
| | 12 | 1.13 | -1.11 | 1.15 | -1.14 | 1.04 | -1.01 | 1.03 | -1.04 | 0.87 | -0.86 | 1.13 | -1.07 | 0.91 | -0.90 |
| | 13 | 1.27 | -1.32 | 1.30 | -1.35 | 1.17 | -1.20 | 1.15 | -1.23 | 0.98 | -1.02 | 1.27 | -1.27 | 0.95 | -0.95 |

Tabla A6. Valores de resistencia a cortante de modelos PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas B1 y B2

| Columna | Ciclo | Perform PDF | | DIANA PDF | | OpenSees PDF | |
|-----------|-----------|-------------|-------|-----------|-------|--------------|-------|
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| B1 | 1 | 1.33 | -1.33 | 1.04 | -1.04 | 1.08 | -1.08 |
| | 2 | 1.24 | -1.34 | 1.05 | -1.11 | 1.02 | -1.07 |
| | 3 | 1.04 | -1.04 | 0.96 | -0.98 | 0.89 | -0.92 |
| | 4 | 1.04 | -1.08 | 0.97 | -0.97 | 0.91 | -0.95 |
| | 5 | 1.01 | -1.02 | 0.98 | -1.01 | 0.89 | -0.93 |
| | 6 | 1.07 | -1.07 | 1.01 | -1.04 | 0.93 | -0.97 |
| | 7 | 1.01 | -1.01 | 1.00 | -1.04 | 0.90 | -0.94 |
| | 8 | 1.04 | -1.05 | 1.06 | -1.08 | 0.94 | -0.97 |
| | 9 | 1.07 | -1.09 | 1.10 | -1.13 | 0.96 | -0.98 |
| | 10 | 1.17 | -1.31 | 1.22 | -1.35 | 1.02 | -1.11 |
| | 11 | 1.45 | -1.86 | 1.51 | -1.92 | 1.18 | -1.46 |
| B2 | 1 | 1.33 | -1.24 | 1.09 | -0.97 | 1.06 | -1.00 |
| | 2 | 1.40 | -1.32 | 1.14 | -1.01 | 1.08 | -1.02 |
| | 3 | 0.96 | -0.98 | 0.95 | -0.89 | 0.84 | -0.88 |
| | 4 | 1.32 | -1.04 | 1.02 | -0.92 | 0.87 | -0.91 |
| | 5 | 0.85 | -0.94 | 0.96 | -0.93 | 0.88 | -0.86 |
| | 6 | 1.05 | -1.00 | 0.97 | -0.93 | 0.89 | -0.87 |
| | 7 | 0.94 | -0.96 | 0.95 | -0.94 | 0.86 | -0.86 |
| | 8 | 1.00 | -0.99 | 0.98 | -0.97 | 0.89 | -0.88 |
| | 9 | 0.95 | -0.94 | 0.97 | -0.96 | 0.87 | -0.87 |
| | 10 | 0.98 | -0.97 | 0.99 | -0.99 | 0.90 | -0.89 |
| | 11 | 0.96 | -0.94 | 1.00 | -0.99 | 0.89 | -0.87 |
| | 12 | 1.02 | -1.00 | 1.06 | -1.06 | 0.92 | -0.90 |
| | 13 | 1.13 | -1.18 | 1.19 | -1.25 | 1.01 | -1.03 |

Tabla A7. Valores de rigidez de modelos PCR, PCF y PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas TK-U5 y OH-02

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | ETABS PCR P | SAP PCR D | SAP PCR P | ETABS PCF | SAP PCF | Perform PCF | Perform PDF | DIANA PDF | OpenSees PDF |
|-----------|-------|----------------|----------------|--------------|--------------|--------------|---------|----------------|----------------|--------------|-----------------|
| TK- U5 | 1 | 0.96 | 0.95 | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 0.97 | 1.04 | 1.02 | 1.00 | 0.93 |
| | 2 | 1.04 | 1.03 | 1.08 | 1.08 | 1.08 | 1.05 | 1.09 | 1.08 | 1.05 | 1.00 |
| | 3 | 0.99 | 0.97 | 1.02 | 1.02 | 0.97 | 0.95 | 1.03 | 1.00 | 0.97 | 0.97 |
| | 4 | 1.04 | 1.02 | 1.08 | 1.08 | 1.03 | 0.95 | 1.05 | 1.04 | 1.02 | 1.00 |
| | 5 | 1.02 | 0.99 | 1.00 | 1.04 | 1.02 | 0.90 | 1.11 | 1.09 | 0.97 | 0.95 |
| | 6 | 1.07 | 1.04 | 1.01 | 1.02 | 1.07 | 0.94 | 1.15 | 1.11 | 1.01 | 0.89 |
| OH- 02 | 1 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.08 | 1.04 | 0.96 | 0.96 | 0.99 | 1.01 |
| | 2 | 1.07 | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.15 | 1.13 | 1.03 | 1.04 | 1.10 | 1.10 |
| | 3 | 1.09 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 1.19 | 1.17 | 1.08 | 1.09 | 1.15 | 1.09 |
| | 4 | 1.10 | 1.11 | 1.12 | 1.12 | 1.20 | 1.17 | 1.07 | 1.08 | 1.08 | 1.08 |
| | 5 | 1.12 | 1.13 | 1.11 | 1.14 | 1.21 | 1.22 | 1.07 | 1.10 | 1.08 | 1.12 |
| | 6 | 1.13 | 1.14 | 1.07 | 1.09 | 1.23 | 1.27 | 1.09 | 1.12 | 1.09 | 1.14 |
| | 7 | 1.18 | 1.17 | 1.02 | 1.07 | 1.28 | 1.34 | 1.15 | 1.17 | 1.13 | 1.16 |

Tabla A8. Valores de rigidez de modelos PCR, PCF y PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas A1 y A2

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | ETABS PCR P | SAP PCR D | SAP PCR P | ETABS PCF | SAP PCF | Perform PCF | Perform PDF | DIANA PDF | OpenSees PDF |
|------|-------|----------------|----------------|--------------|--------------|--------------|---------|----------------|----------------|--------------|-----------------|
| A1 | 1 | 1.11 | 1.38 | 1.35 | 1.35 | 1.20 | 1.20 | 1.30 | 1.38 | 1.11 | 1.13 |
| | 2 | 1.15 | 1.43 | 1.40 | 1.40 | 1.22 | 1.23 | 1.34 | 1.39 | 1.11 | 1.14 |
| | 3 | 1.07 | 1.09 | 1.10 | 1.10 | 0.93 | 0.98 | 1.00 | 1.02 | 0.97 | 0.91 |
| | 4 | 1.09 | 1.13 | 1.14 | 1.14 | 0.95 | 1.00 | 1.01 | 1.04 | 0.99 | 0.93 |
| | 5 | 1.05 | 1.08 | 1.09 | 1.09 | 0.92 | 1.02 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 0.92 |
| | 6 | 1.09 | 1.13 | 1.14 | 1.14 | 0.97 | 1.07 | 1.04 | 1.04 | 1.03 | 0.95 |
| | 7 | 1.02 | 1.04 | 1.02 | 1.04 | 0.93 | 1.01 | 1.03 | 1.00 | 1.02 | 0.93 |
| | 8 | 1.10 | 1.13 | 1.07 | 1.07 | 1.01 | 1.08 | 1.11 | 1.07 | 1.10 | 1.00 |
| | 9 | 1.21 | 1.24 | 1.17 | 1.17 | 1.11 | 1.22 | 1.22 | 1.16 | 1.21 | 1.08 |
| A2 | 1 | 1.29 | 1.41 | 1.42 | 1.42 | 1.28 | 1.10 | 1.17 | 1.30 | 1.08 | 1.08 |
| | 2 | 1.31 | 1.43 | 1.44 | 1.44 | 1.30 | 1.11 | 1.19 | 1.32 | 1.14 | 1.07 |
| | 3 | 1.08 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 1.01 | 0.96 | 0.99 | 1.01 | 0.93 | 0.85 |
| | 4 | 1.11 | 1.16 | 1.17 | 1.17 | 0.99 | 1.00 | 1.02 | 1.05 | 0.96 | 0.89 |
| | 5 | 1.08 | 1.13 | 1.13 | 1.13 | 0.91 | 0.98 | 0.98 | 1.00 | 0.99 | 0.88 |
| | 6 | 1.13 | 1.18 | 1.18 | 1.18 | 0.90 | 0.96 | 1.02 | 1.03 | 1.02 | 0.93 |
| | 7 | 1.10 | 1.13 | 1.12 | 1.14 | 0.85 | 0.95 | 0.97 | 1.00 | 1.02 | 0.92 |
| | 8 | 1.15 | 1.18 | 1.16 | 1.16 | 0.89 | 0.99 | 1.02 | 1.04 | 1.07 | 0.95 |
| | 9 | 1.12 | 1.15 | 1.11 | 1.13 | 0.86 | 0.97 | 1.00 | 1.01 | 0.97 | 0.95 |
| | 10 | 1.28 | 1.31 | 1.23 | 1.23 | 0.98 | 1.10 | 1.13 | 1.14 | 1.10 | 1.07 |
| | 11 | 1.61 | 1.65 | 1.55 | 1.55 | 1.23 | 1.38 | 1.43 | 1.42 | 1.38 | 1.30 |

Tabla A9. Valores de rigidez de modelos PCR, PCF y PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas B1 y B2

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | ETABS PCR P | SAP PCR D | SAP PCR P | ETABS PCF | SAP PCF | Perform PCF | Perform PDF | DIANA PDF | OpenSees PDF |
|-----------|-------|----------------|----------------|--------------|--------------|--------------|---------|----------------|----------------|--------------|-----------------|
| B1 | 1 | 1.19 | 1.22 | 1.21 | 1.21 | 1.09 | 0.95 | 1.04 | 1.07 | 1.08 | 1.08 |
| | 2 | 1.20 | 1.23 | 1.23 | 1.23 | 1.11 | 0.95 | 1.04 | 1.09 | 1.14 | 1.07 |
| | 3 | 0.92 | 0.95 | 0.95 | 0.95 | 0.88 | 0.82 | 0.85 | 0.86 | 0.93 | 0.85 |
| | 4 | 0.97 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.91 | 0.86 | 0.88 | 0.89 | 0.97 | 0.90 |
| | 5 | 0.97 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.87 | 0.91 | 0.91 | 0.90 | 0.99 | 0.88 |
| | 6 | 1.01 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 0.85 | 0.95 | 0.94 | 0.92 | 1.02 | 0.93 |
| | 7 | 0.96 | 0.98 | 0.95 | 0.98 | 0.78 | 0.94 | 0.96 | 0.92 | 1.02 | 0.92 |
| | 8 | 0.97 | 1.03 | 0.96 | 0.96 | 0.76 | 0.99 | 1.00 | 0.95 | 1.07 | 0.95 |
| | 9 | 0.98 | 1.00 | 0.91 | 0.93 | 0.73 | 0.99 | 1.00 | 0.95 | 0.97 | 0.95 |
| | 10 | 1.11 | 1.14 | 1.02 | 1.02 | 0.62 | 1.12 | 1.14 | 1.07 | 1.10 | 1.07 |
| | 11 | 1.40 | 1.43 | 1.28 | 1.28 | 0.78 | 1.41 | 1.43 | 1.34 | 1.38 | 1.30 |
| B2 | 1 | 1.36 | 1.39 | 1.40 | 1.40 | 1.17 | 1.06 | 1.15 | 1.23 | 1.03 | 1.03 |
| | 2 | 1.37 | 1.42 | 1.43 | 1.43 | 1.20 | 1.09 | 1.17 | 1.31 | 1.07 | 1.05 |
| | 3 | 1.08 | 1.11 | 1.12 | 1.12 | 1.05 | 0.98 | 0.94 | 0.93 | 0.92 | 0.86 |
| | 4 | 1.06 | 1.15 | 1.10 | 1.16 | 0.93 | 1.03 | 0.96 | 1.12 | 0.96 | 0.89 |
| | 5 | 1.06 | 1.13 | 1.13 | 1.14 | 0.93 | 0.99 | 0.95 | 0.86 | 0.94 | 0.87 |
| | 6 | 1.09 | 1.15 | 1.16 | 1.16 | 0.90 | 1.00 | 0.96 | 0.98 | 0.95 | 0.88 |
| | 7 | 1.07 | 1.10 | 1.09 | 1.10 | 0.84 | 0.99 | 0.92 | 0.91 | 0.94 | 0.86 |
| | 8 | 0.98 | 1.00 | 0.98 | 0.98 | 0.86 | 1.02 | 0.94 | 0.96 | 0.97 | 0.88 |
| | 9 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.06 | 0.83 | 1.02 | 0.91 | 0.92 | 0.96 | 0.87 |
| | 10 | 1.08 | 1.11 | 1.04 | 1.04 | 0.84 | 1.04 | 0.94 | 0.94 | 0.99 | 0.89 |
| | 11 | 1.06 | 1.09 | 0.99 | 1.01 | 0.82 | 1.04 | 0.91 | 0.92 | 1.00 | 0.88 |
| | 12 | 1.12 | 1.15 | 1.03 | 1.03 | 0.87 | 1.10 | 0.88 | 0.98 | 1.06 | 0.91 |
| | 13 | 1.29 | 1.32 | 1.19 | 1.19 | 1.00 | 1.27 | 0.92 | 1.11 | 1.22 | 1.02 |

Tabla A10. Valores de energía disipada acumulada de modelos PCR, PCF y PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas TK-U5 y OH-02

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | ETABS PCR P | SAP PCR D | SAP PCR P | ETABS PCF | SAP PCF | Perform PCF | Perform PDF | DIANA PDF | OpenSees PDF |
|-------|-------|-------------|-------------|-----------|-----------|-----------|---------|-------------|-------------|-----------|--------------|
| TK-U5 | 1 | 1.50 | 1.27 | 1.50 | 1.25 | 1.02 | 1.04 | 1.30 | 1.04 | 0.94 | 0.91 |
| | 2 | 1.66 | 1.45 | 1.68 | 1.43 | 1.19 | 1.24 | 1.40 | 1.12 | 1.11 | 1.06 |
| | 3 | 1.59 | 1.39 | 1.61 | 1.40 | 1.22 | 1.30 | 1.34 | 1.16 | 1.15 | 1.12 |
| | 4 | 1.53 | 1.35 | 1.55 | 1.35 | 1.21 | 1.30 | 1.29 | 1.12 | 1.16 | 1.12 |
| | 5 | 1.52 | 1.32 | 1.52 | 1.33 | 1.21 | 1.31 | 1.21 | 1.08 | 1.20 | 1.15 |
| OH-02 | 1 | 0.81 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.19 | 1.04 | 1.09 | 1.21 | 1.05 | 0.93 |
| | 2 | 0.88 | 1.06 | 1.05 | 1.04 | 1.13 | 1.03 | 1.06 | 1.12 | 1.06 | 0.95 |
| | 3 | 0.86 | 1.02 | 0.99 | 1.01 | 1.07 | 1.00 | 1.00 | 1.04 | 1.07 | 0.93 |
| | 4 | 0.84 | 1.00 | 0.94 | 0.99 | 1.01 | 0.97 | 0.96 | 0.99 | 1.06 | 0.90 |
| | 5 | 0.82 | 0.97 | 0.90 | 0.95 | 0.97 | 0.93 | 0.93 | 0.94 | 1.03 | 0.89 |
| | 6 | 0.82 | 0.94 | 0.86 | 0.92 | 0.93 | 0.90 | 0.91 | 0.92 | 1.02 | 0.89 |
| | 7 | 0.82 | 0.92 | 0.82 | 0.90 | 0.90 | 0.88 | 0.89 | 0.89 | 1.02 | 0.89 |

Tabla A11. Valores de energía disipada acumulada de modelos PCR, PCF y PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas A1 y A2

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | ETABS PCR P | SAP PCR D | SAP PCR P | ETABS PCF | SAP PCF | Perform PCF | Perform PDF | DIANA PDF | OpenSees PDF |
|------|-------|-------------|-------------|-----------|-----------|-----------|---------|-------------|-------------|-----------|--------------|
| A1 | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.91 | 0.65 | 0.66 | 1.44 | 0.99 | 0.65 |
| | 2 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 1.22 | 0.93 | 0.75 | 1.92 | 1.28 | 0.75 |
| | 3 | 1.01 | 1.25 | 1.38 | 1.21 | 1.65 | 1.64 | 1.41 | 2.01 | 1.13 | 1.21 |
| | 4 | 1.19 | 1.55 | 1.59 | 1.49 | 1.91 | 1.98 | 1.49 | 2.01 | 1.16 | 1.33 |
| | 5 | 1.21 | 1.36 | 1.40 | 1.33 | 1.49 | 1.57 | 1.19 | 1.44 | 1.03 | 1.13 |
| | 6 | 1.15 | 1.33 | 1.32 | 1.32 | 1.43 | 1.54 | 1.09 | 1.30 | 1.01 | 1.08 |
| | 7 | 1.18 | 1.27 | 1.27 | 1.26 | 1.34 | 1.45 | 1.00 | 1.15 | 1.02 | 1.03 |
| | 8 | 1.26 | 1.24 | 1.23 | 1.22 | 1.30 | 1.43 | 0.96 | 1.08 | 1.04 | 1.00 |
| | 9 | 1.26 | 1.26 | 1.22 | 1.23 | 1.32 | 1.45 | 0.96 | 1.07 | 1.07 | 1.01 |
| A2 | 1 | 0.00 | 0.64 | 0.54 | 0.43 | 0.54 | 0.25 | 0.33 | 1.02 | 1.08 | 1.01 |
| | 2 | 0.00 | 0.83 | 0.67 | 0.56 | 0.55 | 0.30 | 0.36 | 1.83 | 1.20 | 1.05 |
| | 3 | 1.30 | 1.53 | 1.71 | 1.41 | 1.35 | 0.98 | 1.00 | 0.81 | 1.34 | 1.23 |
| | 4 | 1.41 | 1.65 | 1.80 | 1.55 | 1.40 | 1.08 | 1.02 | 1.34 | 1.45 | 1.22 |
| | 5 | 1.40 | 1.56 | 1.74 | 1.50 | 1.41 | 1.15 | 1.04 | 0.98 | 1.20 | 1.15 |
| | 6 | 1.37 | 1.52 | 1.68 | 1.48 | 1.34 | 1.13 | 1.00 | 1.11 | 1.12 | 1.12 |
| | 7 | 1.34 | 1.45 | 1.62 | 1.41 | 1.26 | 1.09 | 0.98 | 0.95 | 1.06 | 1.07 |
| | 8 | 1.34 | 1.39 | 1.57 | 1.36 | 1.21 | 1.05 | 0.95 | 0.99 | 1.03 | 1.03 |
| | 9 | 1.37 | 1.33 | 1.49 | 1.31 | 1.15 | 1.01 | 0.92 | 0.89 | 0.98 | 0.99 |
| | 10 | 1.41 | 1.28 | 1.43 | 1.25 | 1.10 | 0.98 | 0.88 | 0.91 | 0.95 | 0.96 |
| | 11 | 1.49 | 1.29 | 1.43 | 1.26 | 1.11 | 0.99 | 0.89 | 0.93 | 0.97 | 0.98 |

Tabla A12. Valores de energía disipada acumulada de modelos PCR, PCF y PDF normalizados respecto a valores experimentales de columnas B1 y B2

| Col. | Ciclo | ETABS PCR D | ETABS PCR P | SAP PCR D | SAP PCR P | ETABS PCF | SAP PCF | Perform PCF | Perform PDF | DIANA PDF | OpenSees PDF |
|-----------|-------|-------------|-------------|-----------|-----------|-----------|---------|-------------|-------------|-----------|--------------|
| B1 | 1 | 0.25 | 0.12 | 0.06 | 0.05 | 1.55 | 1.21 | 1.07 | 1.33 | 1.08 | 0.85 |
| | 2 | 0.30 | 0.15 | 0.07 | 0.06 | 2.09 | 1.45 | 1.14 | 1.73 | 1.04 | 0.89 |
| | 3 | 1.22 | 1.13 | 1.24 | 1.07 | 1.89 | 1.54 | 1.32 | 1.68 | 0.99 | 1.12 |
| | 4 | 1.31 | 1.28 | 1.34 | 1.23 | 1.85 | 1.68 | 1.29 | 1.63 | 1.00 | 1.15 |
| | 5 | 1.24 | 1.23 | 1.33 | 1.20 | 1.42 | 1.41 | 1.10 | 1.27 | 0.97 | 1.04 |
| | 6 | 1.22 | 1.21 | 1.32 | 1.19 | 1.31 | 1.38 | 1.02 | 1.17 | 0.98 | 1.00 |
| | 7 | 1.25 | 1.17 | 1.25 | 1.16 | 1.19 | 1.30 | 0.95 | 1.06 | 1.00 | 0.97 |
| | 8 | 1.27 | 1.13 | 1.20 | 1.11 | 1.10 | 1.27 | 0.90 | 1.00 | 1.01 | 0.95 |
| | 9 | 1.23 | 1.12 | 1.16 | 1.09 | 1.04 | 1.25 | 0.88 | 0.97 | 1.04 | 0.95 |
| | 10 | 1.20 | 1.14 | 1.14 | 1.10 | 1.02 | 1.26 | 0.88 | 0.97 | 1.09 | 0.97 |
| | 11 | 1.24 | 1.20 | 1.18 | 1.15 | 1.06 | 1.34 | 0.92 | 1.01 | 1.17 | 1.01 |
| B2 | 1 | 0.91 | 0.63 | 0.71 | 0.54 | 0.19 | 0.26 | 0.37 | 0.76 | 0.33 | 0.98 |
| | 2 | 1.07 | 0.84 | 0.85 | 0.71 | 0.15 | 0.33 | 0.40 | 1.53 | 0.49 | 1.06 |
| | 3 | 1.67 | 1.40 | 1.65 | 1.37 | 1.18 | 1.00 | 1.01 | 0.46 | 0.77 | 1.13 |
| | 4 | 1.78 | 1.51 | 1.79 | 1.49 | 1.23 | 1.14 | 1.01 | 1.19 | 0.83 | 1.16 |
| | 5 | 1.75 | 1.57 | 1.78 | 1.55 | 1.29 | 1.20 | 1.04 | 0.98 | 0.90 | 1.16 |
| | 6 | 1.69 | 1.57 | 1.74 | 1.55 | 1.26 | 1.19 | 1.03 | 1.07 | 0.92 | 1.13 |
| | 7 | 1.64 | 1.52 | 1.68 | 1.52 | 1.24 | 1.16 | 1.00 | 0.93 | 0.93 | 1.08 |
| | 8 | 1.66 | 1.47 | 1.62 | 1.47 | 1.19 | 1.11 | 0.96 | 0.98 | 0.93 | 1.04 |
| | 9 | 1.61 | 1.42 | 1.55 | 1.41 | 1.16 | 1.08 | 0.94 | 0.89 | 0.94 | 1.00 |
| | 10 | 1.59 | 1.38 | 1.48 | 1.36 | 1.13 | 1.06 | 0.90 | 0.91 | 0.94 | 0.98 |
| | 11 | 1.53 | 1.33 | 1.41 | 1.31 | 1.10 | 1.03 | 0.90 | 0.85 | 0.94 | 0.95 |
| | 12 | 1.49 | 1.30 | 1.36 | 1.26 | 1.07 | 1.01 | 0.88 | 0.86 | 0.95 | 0.93 |
| | 13 | 1.45 | 1.28 | 1.32 | 1.24 | 1.06 | 1.00 | 0.88 | 0.86 | 0.96 | 0.92 |

Apéndice B. Comparación de resultados ciclo a ciclo de vigas

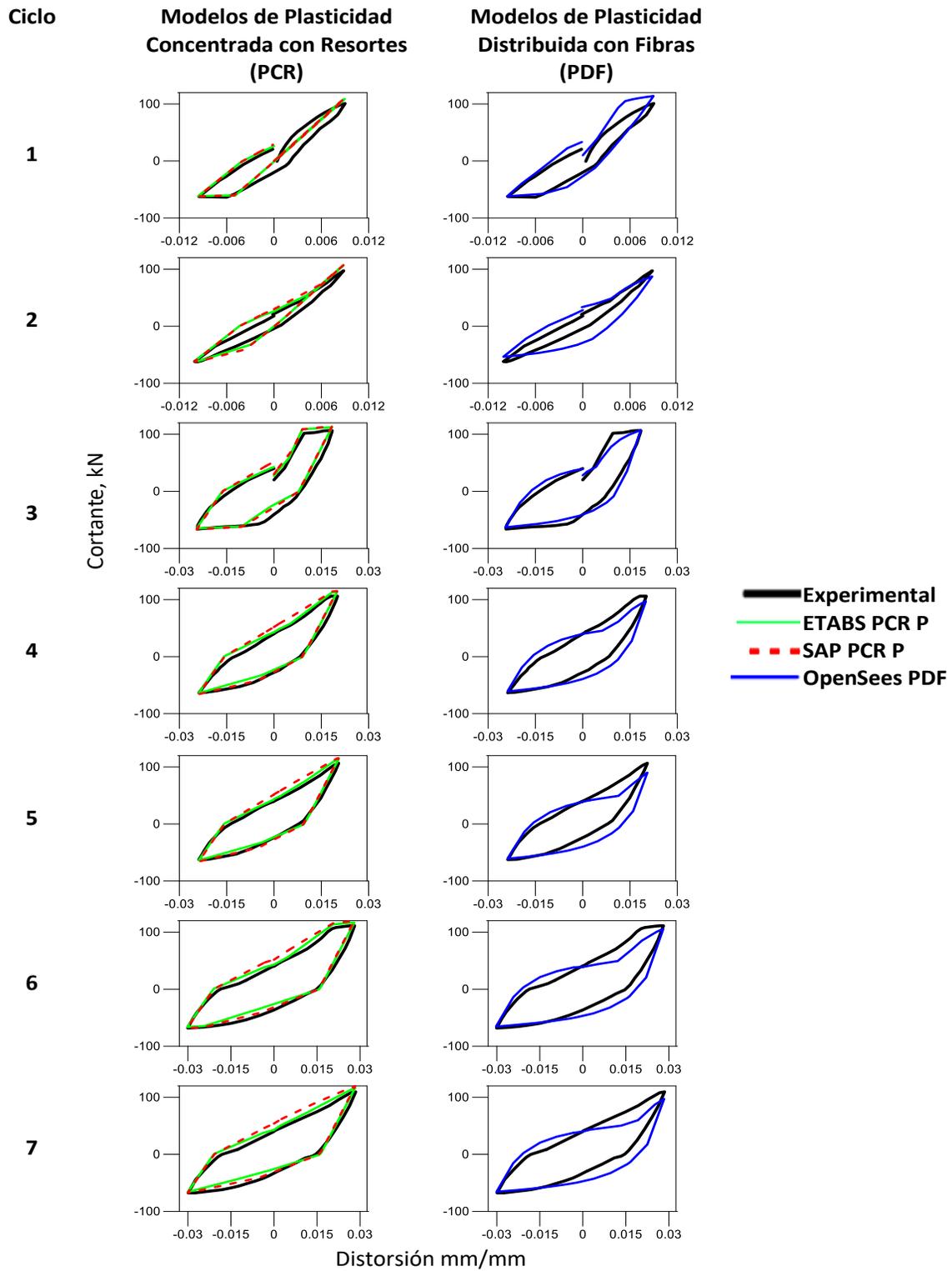


Figura B1. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 7 de viga R1

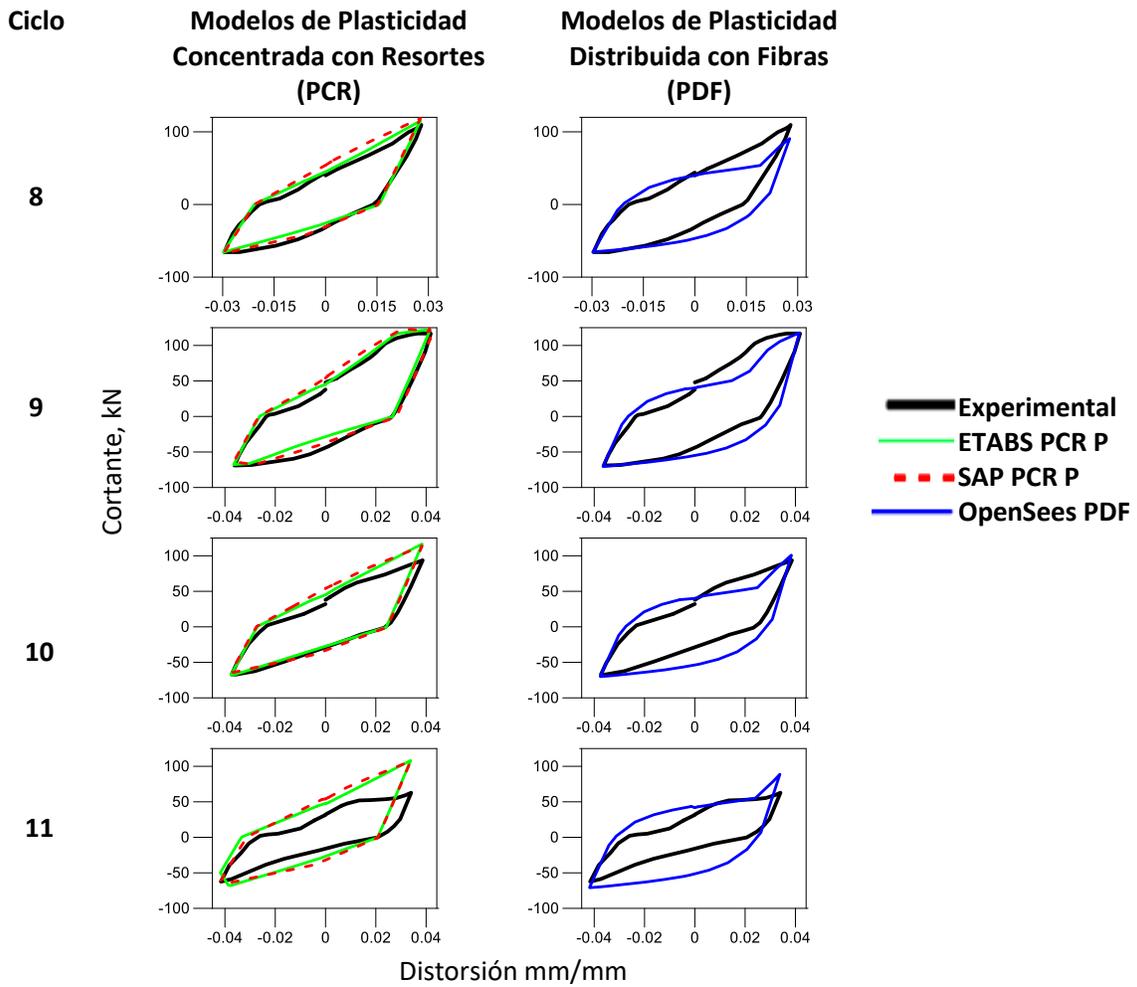


Figura B2. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PDF y resultados experimentales de los ciclos 8 a 11 de viga R1

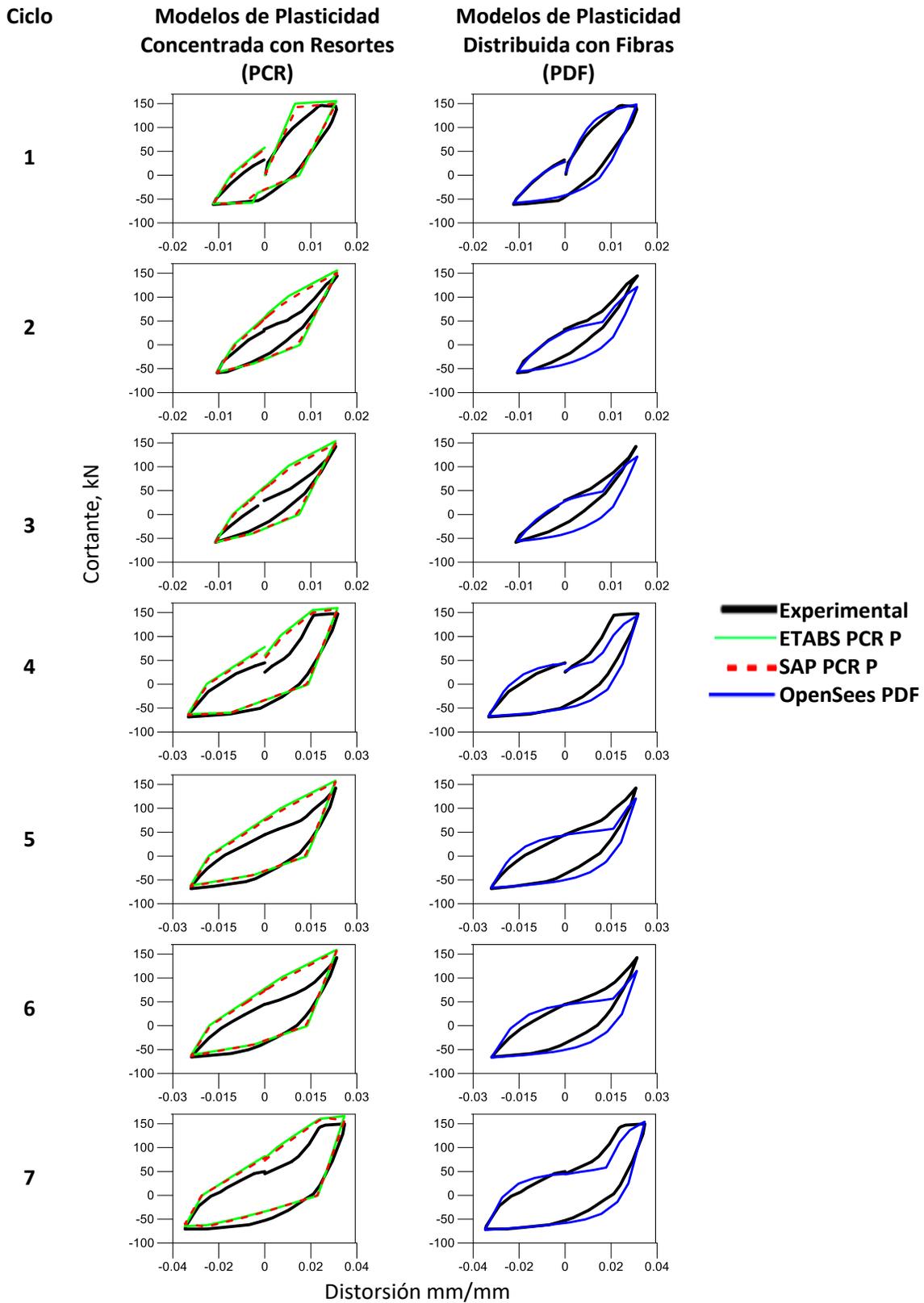


Figura B3. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 7 de viga T1

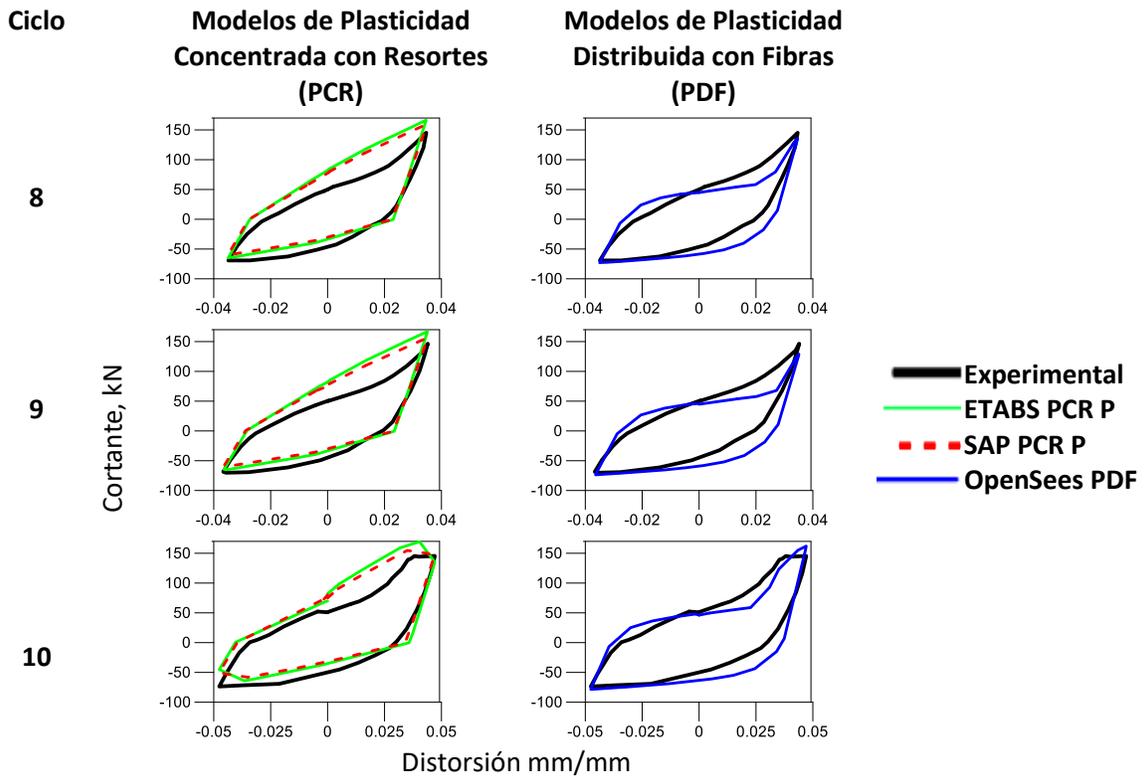


Figura B4. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PDF y resultados experimentales de los ciclos 8 a 10 de viga T1

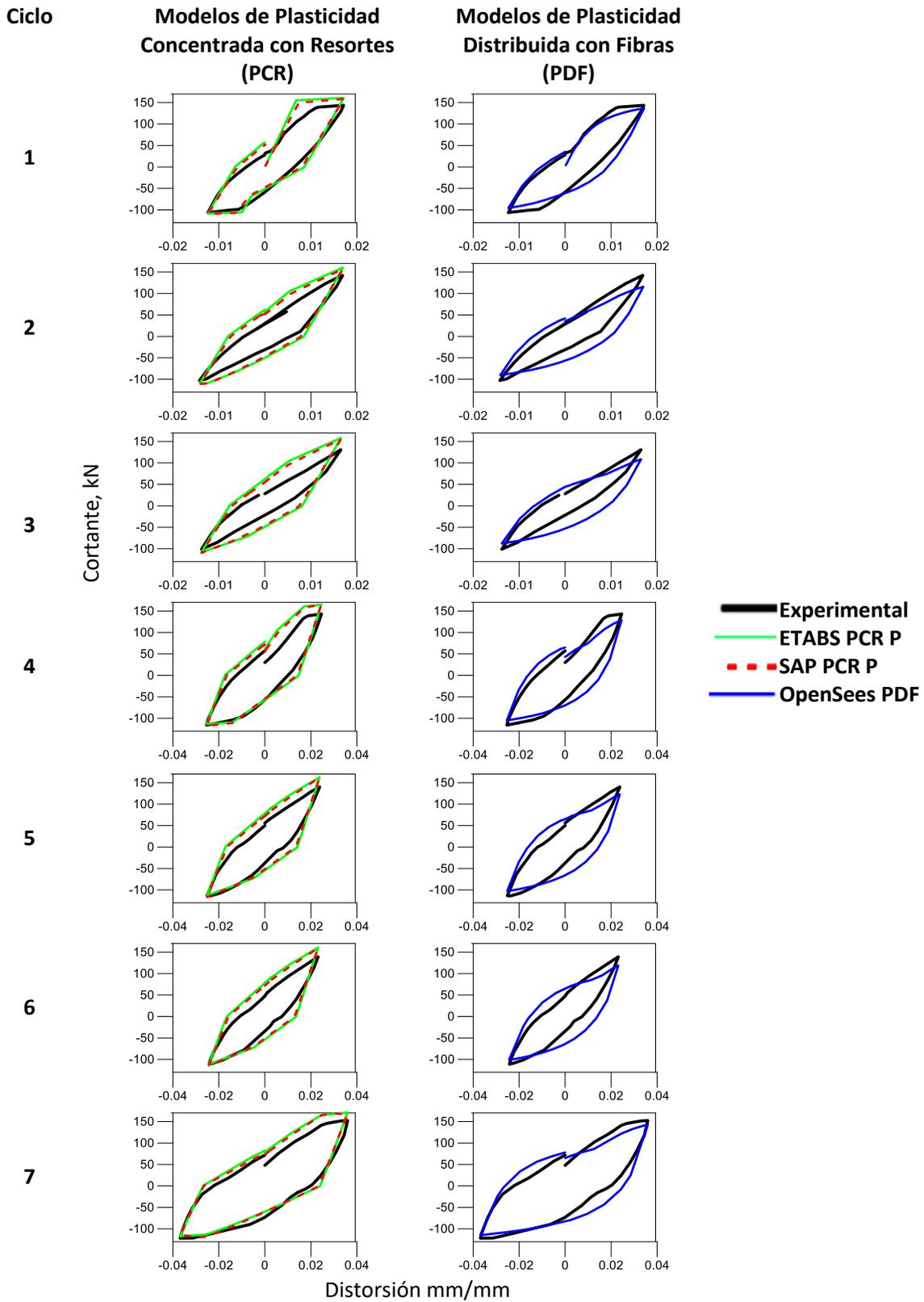


Figura B5. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PDF y resultados experimentales de los ciclos 1 a 7 de viga T1

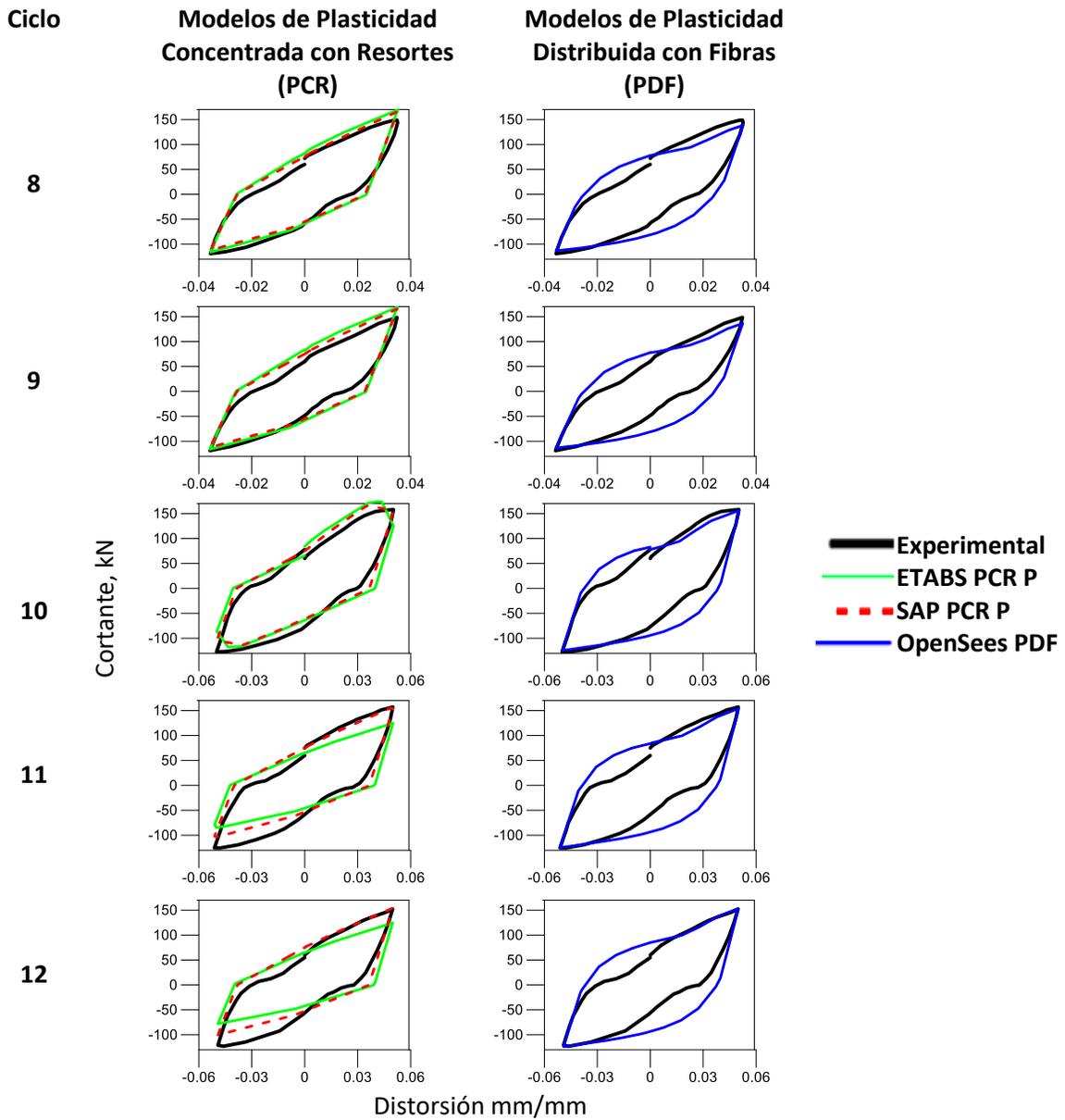


Figura B6. Comparación de resultados numéricos de los modelos PCR, PDF y resultados experimentales de los ciclos 8 a 12 de viga T3

Tabla B1. Valores de resistencia a cortante de modelos PCR y PDF normalizados respecto a valores experimentales de vigas

| Viga | Ciclo | $V_{\text{modelo}}/V_{\text{exp}}$ | | | | | |
|------|-------|------------------------------------|-------|-----------|-------|--------------|-------|
| | | ETABS PCR P | | SAP PCR P | | OpenSees PDF | |
| | | Max. | Min. | Max. | Min. | Max. | Min. |
| R1 | 1 | 1.08 | -0.98 | 1.08 | -0.99 | 1.13 | -0.99 |
| | 2 | 1.10 | -0.99 | 1.10 | -1.00 | 0.90 | -0.87 |
| | 3 | 1.06 | -0.98 | 1.07 | -1.01 | 1.01 | -0.95 |
| | 4 | 1.07 | -1.01 | 1.09 | -1.04 | 0.92 | -0.96 |
| | 5 | 1.07 | -1.02 | 1.08 | -1.05 | 0.84 | -0.97 |
| | 6 | 1.05 | -0.97 | 1.08 | -0.99 | 0.95 | -0.96 |
| | 7 | 1.07 | -0.98 | 1.09 | -1.00 | 0.89 | -0.97 |
| | 8 | 1.05 | -1.00 | 1.08 | -1.03 | 0.83 | -1.00 |
| | 9 | 1.05 | -0.98 | 0.94 | -0.93 | 1.01 | -1.02 |
| | 10 | 1.24 | -1.01 | 1.21 | -0.95 | 1.07 | -1.05 |
| | 11 | 1.61 | -0.80 | 1.59 | -0.99 | 1.31 | -1.14 |
| T1 | 1 | 1.13 | -0.97 | 1.09 | -0.98 | 1.08 | -0.95 |
| | 2 | 1.07 | -0.98 | 1.04 | -0.99 | 0.84 | -0.95 |
| | 3 | 1.08 | -1.00 | 1.04 | -1.01 | 0.85 | -0.97 |
| | 4 | 1.08 | -0.91 | 1.07 | -0.94 | 0.97 | -0.98 |
| | 5 | 1.11 | -0.91 | 1.09 | -0.93 | 0.84 | -0.98 |
| | 6 | 1.11 | -0.94 | 1.09 | -0.96 | 0.80 | -1.01 |
| | 7 | 1.11 | -0.91 | 1.04 | -0.84 | 1.03 | -1.02 |
| | 8 | 1.15 | -0.94 | 1.07 | -0.86 | 0.93 | -1.06 |
| | 9 | 1.14 | -0.94 | 1.06 | -0.85 | 0.88 | -1.07 |
| | 10 | 0.93 | -0.61 | 1.01 | -0.67 | 1.11 | -1.06 |
| | 11 | 1.11 | -0.65 | 1.20 | -0.71 | 1.21 | -1.18 |
| T3 | 1 | 1.12 | -1.02 | 1.10 | -1.04 | 0.95 | -0.90 |
| | 2 | 1.13 | -1.06 | 1.11 | -1.08 | 0.81 | -0.88 |
| | 3 | 1.21 | -1.07 | 1.18 | -1.08 | 0.83 | -0.87 |
| | 4 | 1.15 | -0.98 | 1.15 | -1.01 | 0.90 | -0.90 |
| | 5 | 1.16 | -1.00 | 1.15 | -1.03 | 0.88 | -0.91 |
| | 6 | 1.16 | -1.00 | 1.15 | -1.03 | 0.86 | -0.91 |
| | 7 | 1.12 | -0.96 | 1.09 | -0.93 | 0.94 | -0.94 |
| | 8 | 1.18 | -0.97 | 1.16 | -0.94 | 0.97 | -0.95 |
| | 9 | 1.14 | -0.98 | 1.11 | -0.94 | 0.92 | -0.96 |
| | 10 | 0.79 | -0.67 | 0.98 | -0.81 | 0.99 | -0.98 |
| | 11 | 0.79 | -0.63 | 0.98 | -0.81 | 0.97 | -1.00 |
| | 12 | 0.82 | -0.65 | 1.01 | -0.83 | 1.00 | -1.02 |

Tabla B2. Valores de rigidez de modelos PCR y PDF normalizadas respecto a valores experimentales de vigas

| Viga | Ciclo | $K_{\text{modelo}}/K_{\text{exp}}$ | | |
|------|-------|------------------------------------|-----------|--------------|
| | | ETABS PCR P | SAP PCR P | OpenSees PDF |
| R1 | 1 | 1.04 | 1.04 | 1.07 |
| | 2 | 1.06 | 1.06 | 0.88 |
| | 3 | 1.03 | 1.05 | 0.98 |
| | 4 | 1.05 | 1.07 | 0.93 |
| | 5 | 1.05 | 1.07 | 0.89 |
| | 6 | 1.02 | 1.04 | 0.95 |
| | 7 | 1.03 | 1.06 | 0.92 |
| | 8 | 1.03 | 1.06 | 0.89 |
| | 9 | 1.02 | 0.93 | 1.01 |
| | 10 | 1.15 | 1.10 | 1.06 |
| | 11 | 1.22 | 1.30 | 1.22 |
| T1 | 1 | 1.08 | 1.06 | 1.04 |
| | 2 | 1.05 | 1.03 | 0.87 |
| | 3 | 1.06 | 1.03 | 0.88 |
| | 4 | 1.03 | 1.03 | 0.97 |
| | 5 | 1.04 | 1.04 | 0.89 |
| | 6 | 1.06 | 1.05 | 0.87 |
| | 7 | 1.05 | 0.98 | 1.03 |
| | 8 | 1.08 | 1.00 | 0.97 |
| | 9 | 1.08 | 1.00 | 0.95 |
| | 10 | 0.82 | 0.89 | 1.10 |
| | 11 | 0.95 | 1.03 | 1.20 |
| T3 | 1 | 1.08 | 1.07 | 0.93 |
| | 2 | 1.10 | 1.09 | 0.84 |
| | 3 | 1.15 | 1.14 | 0.85 |
| | 4 | 1.08 | 1.09 | 0.90 |
| | 5 | 1.09 | 1.10 | 0.89 |
| | 6 | 1.09 | 1.10 | 0.88 |
| | 7 | 1.05 | 1.02 | 0.94 |
| | 8 | 1.09 | 1.06 | 0.96 |
| | 9 | 1.07 | 1.04 | 0.94 |
| | 10 | 0.74 | 0.91 | 0.98 |
| | 11 | 0.72 | 0.91 | 0.98 |
| | 12 | 0.74 | 0.93 | 1.01 |

Tabla B3. Valores de energía disipada acumulada de modelos PCR y PDF normalizadas respecto a valores experimentales de vigas

| Viga | Ciclo | $E_{\text{modelo}}/E_{\text{exp}}$ | | |
|------|-------|------------------------------------|-----------|--------------|
| | | ETABS PCR P | SAP PCR P | OpenSees PDF |
| R1 | 1 | 0.60 | 0.61 | 1.44 |
| | 2 | 0.79 | 0.86 | 1.76 |
| | 3 | 0.91 | 0.96 | 1.20 |
| | 4 | 0.95 | 1.03 | 1.20 |
| | 5 | 0.97 | 1.07 | 1.19 |
| | 6 | 0.97 | 1.08 | 1.16 |
| | 7 | 0.98 | 1.09 | 1.16 |
| | 8 | 0.98 | 1.10 | 1.16 |
| | 9 | 0.98 | 1.10 | 1.14 |
| | 10 | 1.00 | 1.12 | 1.17 |
| | 11 | 1.05 | 1.17 | 1.23 |
| T1 | 1 | 1.19 | 1.08 | 1.08 |
| | 2 | 1.45 | 1.32 | 1.17 |
| | 3 | 1.65 | 1.50 | 1.26 |
| | 4 | 1.48 | 1.37 | 1.17 |
| | 5 | 1.47 | 1.37 | 1.17 |
| | 6 | 1.48 | 1.38 | 1.18 |
| | 7 | 1.38 | 1.31 | 1.14 |
| | 8 | 1.36 | 1.28 | 1.14 |
| | 9 | 1.35 | 1.27 | 1.14 |
| | 10 | 1.32 | 1.23 | 1.13 |
| T3 | 1 | 1.26 | 1.13 | 1.03 |
| | 2 | 1.41 | 1.27 | 1.15 |
| | 3 | 1.56 | 1.40 | 1.27 |
| | 4 | 1.48 | 1.35 | 1.24 |
| | 5 | 1.47 | 1.35 | 1.27 |
| | 6 | 1.49 | 1.37 | 1.31 |
| | 7 | 1.37 | 1.28 | 1.25 |
| | 8 | 1.32 | 1.23 | 1.24 |
| | 9 | 1.31 | 1.23 | 1.26 |
| | 10 | 1.28 | 1.19 | 1.25 |
| | 11 | 1.21 | 1.16 | 1.27 |
| | 12 | 1.17 | 1.15 | 1.29 |

Apéndice C. Comparación de resultados ciclo a ciclo de muros

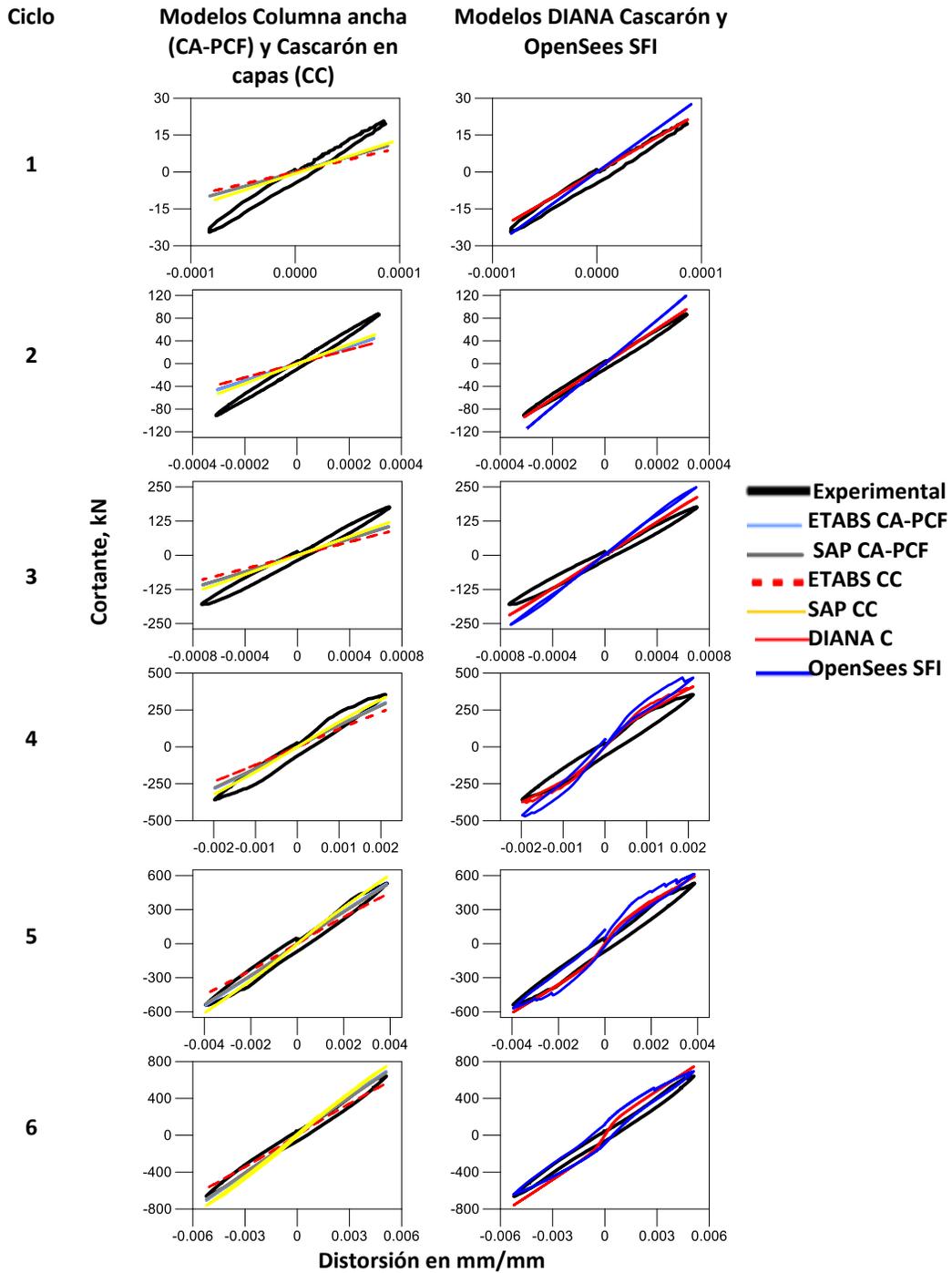


Figura C1. Comparación de resultados de modelos numéricos y resultados experimentales de muro S78 de ciclos 1 a 6

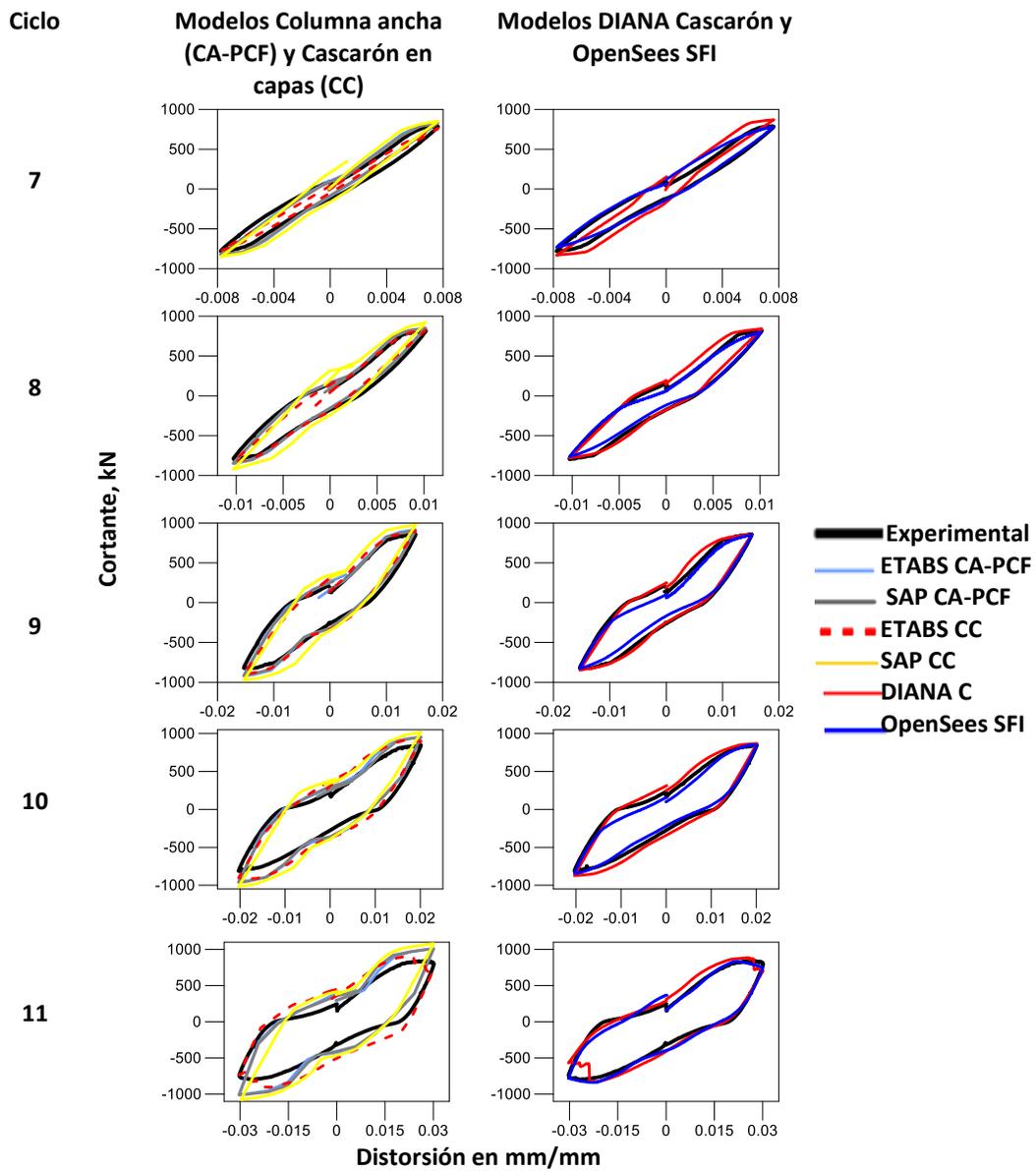


Figura C2. Comparación de resultados de modelos numéricos y resultados experimentales de muro S78 de ciclos 7 a 11

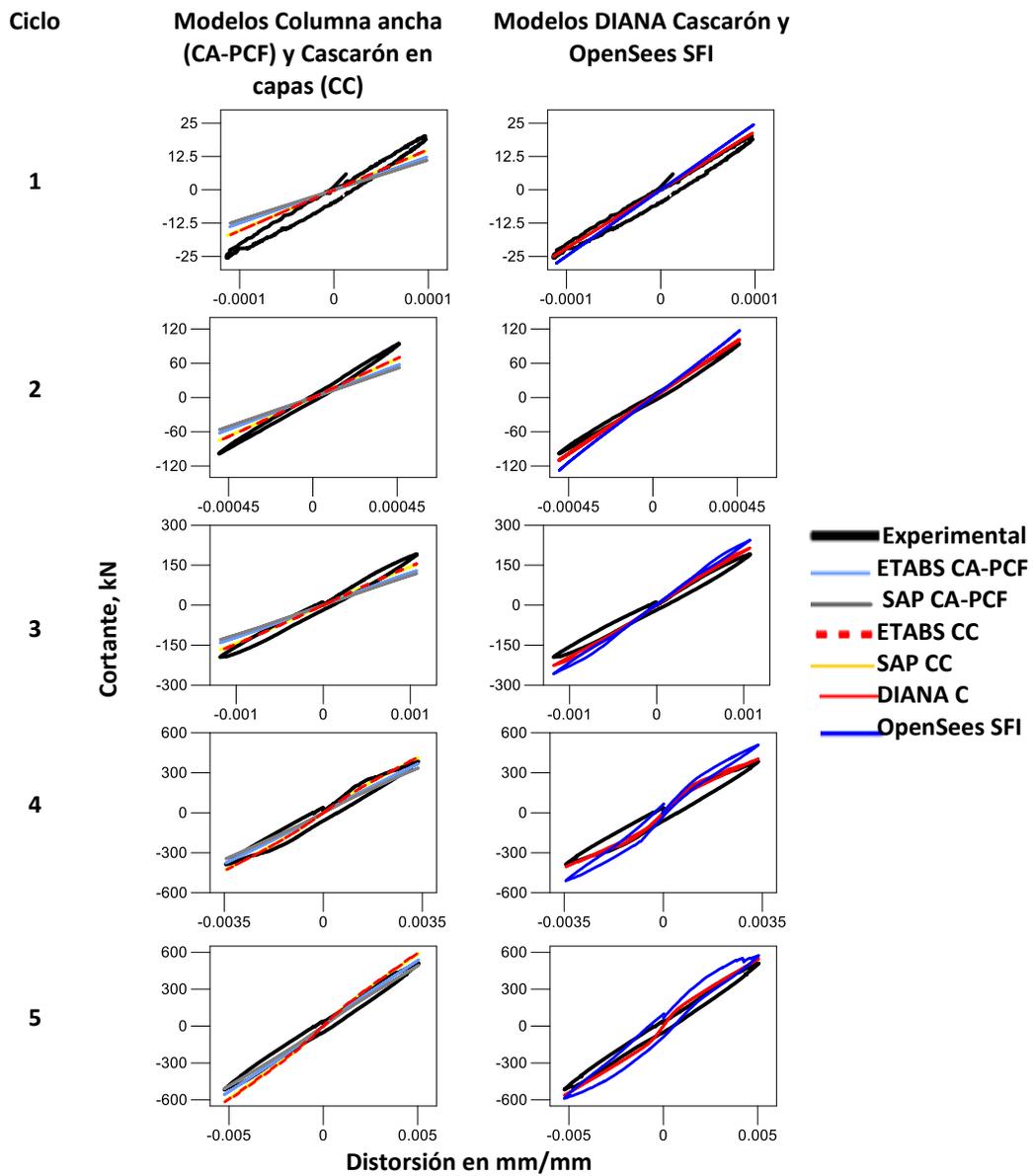


Figura C3. Comparación de resultados de modelos numéricos y resultados experimentales de muro S63 de ciclos 1 a 5

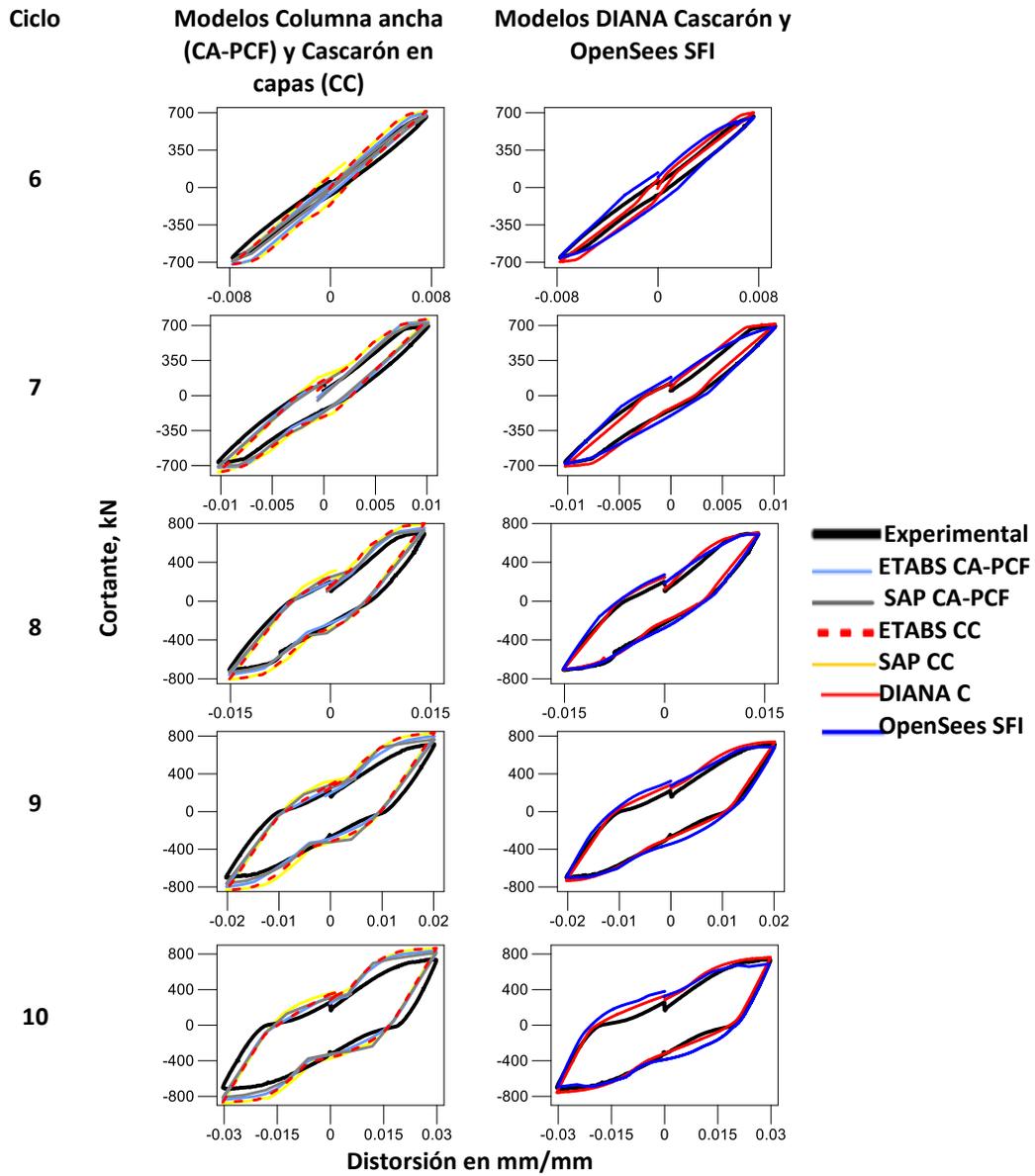


Figura C4. Comparación de resultados de modelos numéricos y resultados experimentales de muro S63 de ciclos 6 a 10

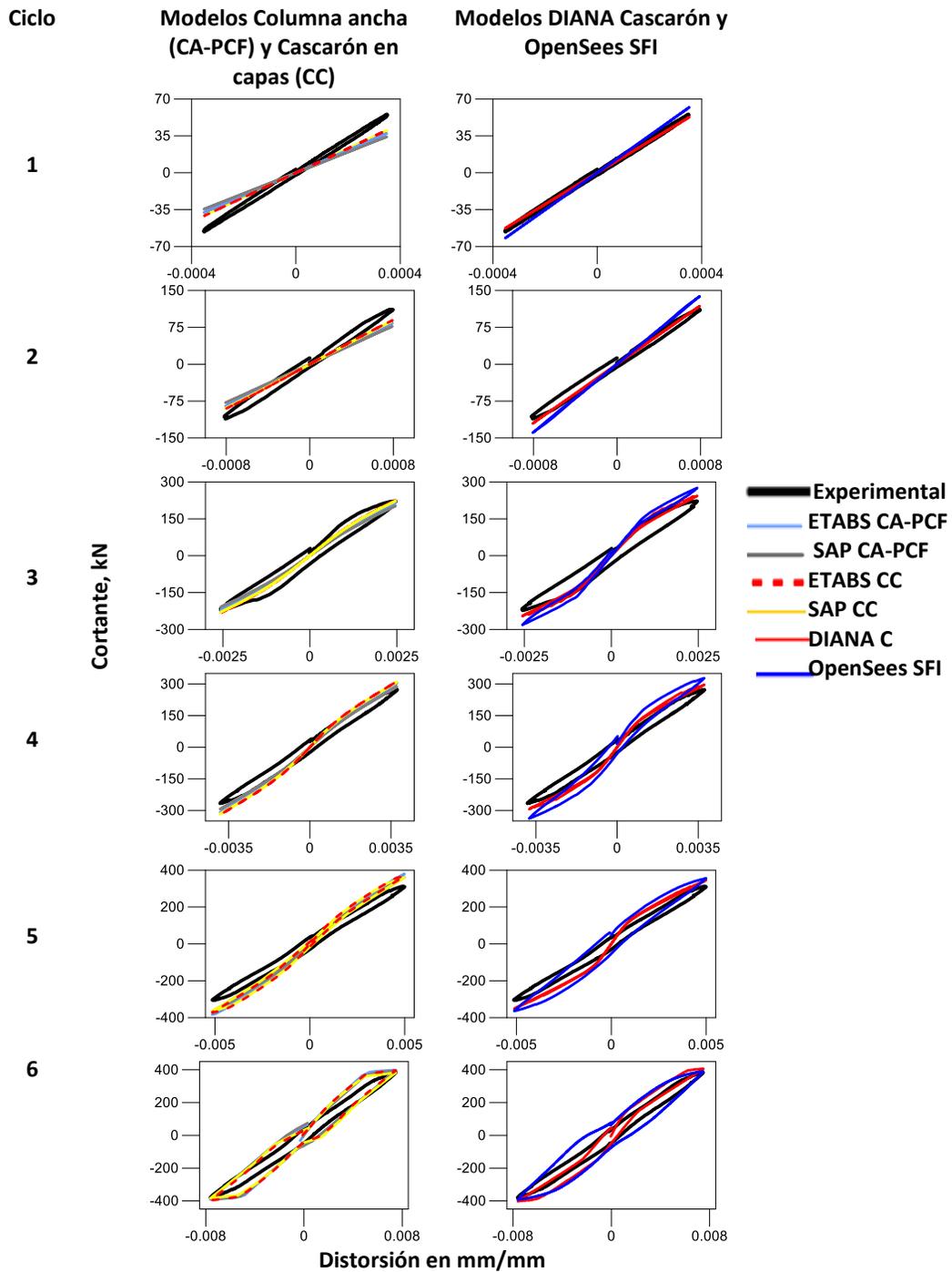


Figura C5. Comparación de resultados de modelos numéricos y resultados experimentales de muro S38 de ciclos 1 a 6

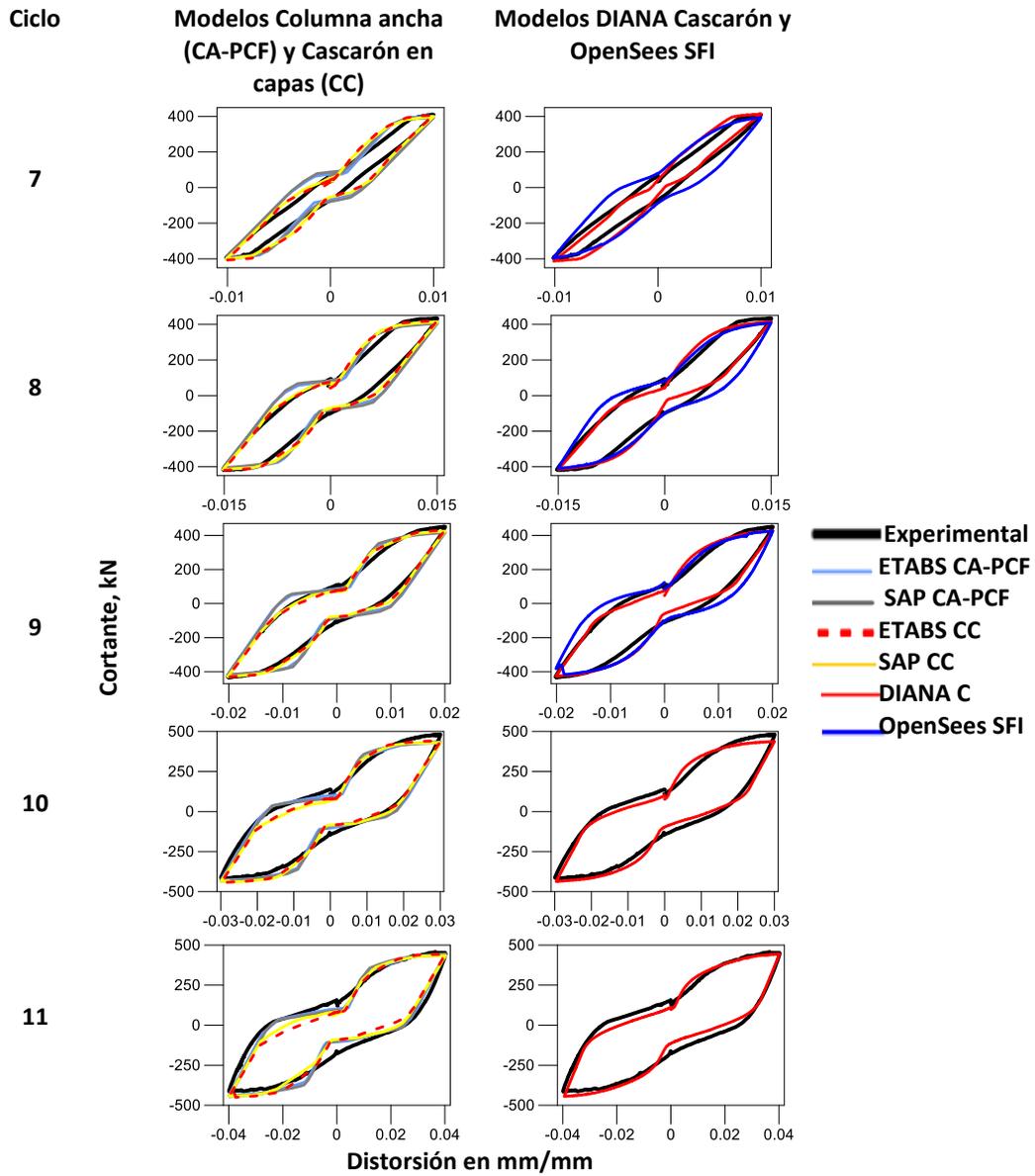


Figura C6. Comparación de resultados de modelos numéricos y resultados experimentales de muro S38 de ciclos 7 a 11

Tabla C1. Valores de resistencia a cortante de modelos normalizados respecto a valores experimentales de todos los muros

| Muro | Ciclo | $V_{\text{modelo}}/V_{\text{exp}}$ | | | | | | | | | | | |
|------|-------|------------------------------------|-------|------------|-------|----------|-------|--------|-------|---------|-------|--------------|-------|
| | | ETABS CA-PCF | | SAP CA-PCF | | ETABS CC | | SAP CC | | DIANA C | | OpenSees SFI | |
| | | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min |
| S78 | 1 | 0.52 | -0.41 | 0.51 | -0.40 | 0.42 | -0.33 | 0.59 | -0.46 | 1.03 | -0.81 | 1.32 | -1.02 |
| | 2 | 0.51 | -0.51 | 0.50 | -0.50 | 0.41 | -0.41 | 0.58 | -0.58 | 1.09 | -1.04 | 1.37 | -1.27 |
| | 3 | 0.60 | -0.61 | 0.59 | -0.60 | 0.48 | -0.49 | 0.68 | -0.69 | 1.20 | -1.22 | 1.41 | -1.41 |
| | 4 | 0.85 | -0.79 | 0.83 | -0.77 | 0.70 | -0.65 | 0.95 | -0.89 | 1.15 | -1.06 | 1.32 | -1.31 |
| | 5 | 0.99 | -1.00 | 0.97 | -0.98 | 0.82 | -0.82 | 1.10 | -1.12 | 1.12 | -1.12 | 1.15 | -1.05 |
| | 6 | 1.08 | -1.07 | 1.06 | -1.04 | 0.88 | -0.87 | 1.16 | -1.15 | 1.16 | -1.14 | 1.08 | -0.80 |
| | 7 | 1.06 | -1.05 | 1.05 | -1.05 | 0.96 | -0.98 | 1.08 | -1.09 | 1.10 | -1.06 | 0.99 | -0.93 |
| | 8 | 1.04 | -1.07 | 1.03 | -1.06 | 1.00 | -1.04 | 1.12 | -1.16 | 1.03 | -0.98 | 0.97 | -0.96 |
| | 9 | 1.07 | -1.12 | 1.06 | -1.11 | 1.04 | -1.09 | 1.13 | -1.18 | 1.00 | -1.03 | 0.99 | -1.01 |
| | 10 | 1.12 | -1.17 | 1.12 | -1.18 | 1.07 | -1.12 | 1.20 | -1.25 | 1.02 | -1.07 | 1.00 | -1.04 |
| | 11 | 1.20 | -1.26 | 1.20 | -1.27 | 0.87 | -0.92 | 1.29 | -1.35 | 0.84 | -0.71 | 0.89 | -0.98 |
| S63 | 1 | 0.61 | -0.54 | 0.55 | -0.49 | 0.74 | -0.66 | 0.72 | -0.67 | 1.06 | -0.98 | 1.21 | -1.08 |
| | 2 | 0.61 | -0.63 | 0.55 | -0.57 | 0.74 | -0.77 | 0.73 | -0.76 | 1.07 | -1.11 | 1.24 | -1.29 |
| | 3 | 0.68 | -0.72 | 0.62 | -0.66 | 0.81 | -0.87 | 0.80 | -0.86 | 1.12 | -1.16 | 1.28 | -1.32 |
| | 4 | 0.95 | -0.97 | 0.88 | -0.89 | 1.09 | -1.11 | 1.08 | -1.10 | 1.05 | -1.05 | 1.33 | -1.31 |
| | 5 | 1.06 | -1.08 | 0.97 | -0.99 | 1.17 | -1.20 | 1.16 | -1.19 | 1.07 | -1.09 | 1.13 | -1.14 |
| | 6 | 1.04 | -1.09 | 1.00 | -1.04 | 1.07 | -1.09 | 1.06 | -1.08 | 1.05 | -1.05 | 0.98 | -0.99 |
| | 7 | 1.05 | -1.07 | 1.03 | -1.05 | 1.10 | -1.14 | 1.09 | -1.15 | 1.03 | -1.05 | 0.98 | -1.02 |
| | 8 | 1.08 | -1.07 | 1.04 | -1.03 | 1.15 | -1.14 | 1.14 | -1.14 | 1.01 | -1.00 | 0.99 | -0.98 |
| | 9 | 1.11 | -1.13 | 1.06 | -1.08 | 1.17 | -1.19 | 1.16 | -1.19 | 1.03 | -1.04 | 0.95 | -0.99 |
| | 10 | 1.13 | -1.16 | 1.10 | -1.13 | 1.17 | -1.20 | 1.17 | -1.22 | 1.03 | -1.05 | 0.93 | -0.96 |
| S38 | 1 | 0.67 | -0.68 | 0.62 | -0.62 | 0.73 | -0.73 | 0.72 | -0.72 | 0.95 | -0.94 | 1.12 | -1.11 |
| | 2 | 0.75 | -0.77 | 0.69 | -0.70 | 0.80 | -0.82 | 0.79 | -0.81 | 1.06 | -1.08 | 1.24 | -1.25 |
| | 3 | 0.96 | -0.99 | 0.91 | -0.94 | 1.02 | -1.05 | 1.00 | -1.04 | 1.09 | -1.10 | 1.24 | -1.27 |
| | 4 | 1.12 | -1.17 | 1.06 | -1.10 | 1.15 | -1.20 | 1.14 | -1.19 | 1.09 | -1.10 | 1.21 | -1.27 |
| | 5 | 1.22 | -1.26 | 1.16 | -1.20 | 1.18 | -1.22 | 1.15 | -1.20 | 1.11 | -1.15 | 1.14 | -1.19 |
| | 6 | 1.03 | -1.03 | 1.02 | -1.02 | 1.03 | -1.04 | 0.99 | -1.01 | 1.05 | -1.06 | 1.01 | -1.03 |
| | 7 | 0.98 | -1.00 | 0.96 | -0.98 | 0.99 | -1.02 | 0.97 | -1.01 | 1.01 | -1.04 | 0.96 | -0.99 |
| | 8 | 0.95 | -0.99 | 0.93 | -0.97 | 0.97 | -1.00 | 0.95 | -0.99 | 0.96 | -0.99 | 0.94 | -0.98 |
| | 9 | 0.93 | -0.97 | 0.92 | -0.96 | 0.95 | -0.99 | 0.94 | -0.99 | 0.94 | -0.98 | 0.94 | -0.96 |
| | 10 | 0.89 | -1.03 | 0.90 | -1.04 | 0.91 | -1.06 | 0.89 | -1.05 | 0.91 | -1.05 | - | - |
| | 11 | 0.96 | -1.05 | 0.97 | -1.07 | 0.97 | -1.09 | 0.95 | -1.07 | 0.97 | -1.07 | - | - |

Tabla C2. Valores de rigidez de modelos normalizados respecto a valores experimentales de todos los muros

| Muro | Ciclo | $K_{\text{modelo}}/K_{\text{exp}}$ | | | | | |
|------|-------|------------------------------------|------------|----------|--------|---------|--------------|
| | | ETABS CA-PCF | SAP CA-PCF | ETABS CC | SAP CC | DIANA C | OpenSees SFI |
| S78 | 1 | 0.46 | 0.45 | 0.37 | 0.52 | 0.92 | 1.14 |
| | 2 | 0.53 | 0.52 | 0.43 | 0.60 | 1.07 | 1.34 |
| | 3 | 0.61 | 0.60 | 0.49 | 0.69 | 1.21 | 1.43 |
| | 4 | 0.82 | 0.80 | 0.67 | 0.92 | 1.10 | 1.32 |
| | 5 | 1.00 | 0.98 | 0.82 | 1.11 | 1.12 | 1.11 |
| | 6 | 1.07 | 1.05 | 0.88 | 1.16 | 1.15 | 1.09 |
| | 7 | 1.05 | 1.05 | 0.97 | 1.08 | 1.08 | 0.96 |
| | 8 | 1.06 | 1.04 | 1.02 | 1.14 | 1.00 | 0.97 |
| | 9 | 1.09 | 1.08 | 1.07 | 1.16 | 1.01 | 1.00 |
| | 10 | 1.15 | 1.15 | 1.10 | 1.22 | 1.05 | 1.02 |
| | 11 | 1.23 | 1.24 | 0.89 | 1.37 | 0.78 | 0.93 |
| S63 | 1 | 0.58 | 0.52 | 0.71 | 0.70 | 1.01 | 1.15 |
| | 2 | 0.62 | 0.56 | 0.76 | 0.75 | 1.09 | 1.27 |
| | 3 | 0.70 | 0.64 | 0.84 | 0.83 | 1.14 | 1.30 |
| | 4 | 0.96 | 0.88 | 1.10 | 1.09 | 1.05 | 1.32 |
| | 5 | 1.07 | 0.98 | 1.19 | 1.17 | 1.08 | 1.13 |
| | 6 | 1.07 | 1.02 | 1.08 | 1.07 | 1.05 | 0.98 |
| | 7 | 1.06 | 1.04 | 1.12 | 1.12 | 1.04 | 1.00 |
| | 8 | 1.08 | 1.04 | 1.14 | 1.14 | 1.01 | 0.99 |
| | 9 | 1.13 | 1.08 | 1.18 | 1.18 | 1.04 | 0.97 |
| | 10 | 1.15 | 1.11 | 1.19 | 1.19 | 1.04 | 0.95 |
| S38 | 1 | 0.68 | 0.62 | 0.73 | 0.72 | 0.94 | 1.11 |
| | 2 | 0.77 | 0.70 | 0.82 | 0.80 | 1.08 | 1.25 |
| | 3 | 0.98 | 0.93 | 1.03 | 1.02 | 1.10 | 1.25 |
| | 4 | 1.14 | 1.08 | 1.17 | 1.16 | 1.11 | 1.25 |
| | 5 | 1.24 | 1.18 | 1.20 | 1.17 | 1.13 | 1.17 |
| | 6 | 1.03 | 1.02 | 1.04 | 1.00 | 1.06 | 1.02 |
| | 7 | 0.99 | 0.97 | 1.01 | 0.99 | 1.03 | 0.98 |
| | 8 | 0.97 | 0.95 | 0.99 | 0.97 | 0.98 | 0.97 |
| | 9 | 0.95 | 0.94 | 0.97 | 0.96 | 0.96 | 0.95 |
| | 10 | 0.96 | 0.97 | 0.98 | 0.97 | 0.98 | - |
| | 11 | 1.00 | 1.02 | 1.02 | 1.01 | 1.03 | - |

Tabla C3. Valores de energía disipada acumulada de modelos normalizados respecto a valores experimentales de todos los muros

| Muro | Ciclo | ETABS CA-PCF | SAP CA-PCF | ETABS CC | SAP CC | DIANA C | OpenSees SFI |
|------------|-----------|--------------|------------|----------|--------|---------|--------------|
| S78 | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.00 |
| | 2 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | 3 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.03 | 0.12 |
| | 4 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.22 | 0.60 |
| | 5 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.12 | 0.96 |
| | 6 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.11 | 0.08 | 1.23 |
| | 7 | 0.52 | 0.47 | 0.21 | 0.74 | 0.62 | 1.16 |
| | 8 | 0.75 | 0.72 | 0.51 | 0.98 | 0.88 | 0.96 |
| | 9 | 0.89 | 0.86 | 0.76 | 1.09 | 0.96 | 0.83 |
| | 10 | 1.00 | 0.96 | 0.97 | 1.14 | 1.04 | 0.81 |
| | 11 | 1.07 | 1.05 | 1.17 | 1.18 | 1.07 | 0.90 |
| S63 | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | 2 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | 3 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.14 | 0.25 |
| | 4 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.17 | 0.66 |
| | 5 | 0.00 | 0.00 | 0.05 | 0.05 | 0.11 | 1.26 |
| | 6 | 0.47 | 0.19 | 0.80 | 0.78 | 0.51 | 1.63 |
| | 7 | 0.78 | 0.62 | 1.00 | 1.02 | 0.80 | 1.44 |
| | 8 | 0.88 | 0.85 | 1.05 | 1.09 | 0.93 | 1.27 |
| | 9 | 0.94 | 0.97 | 1.08 | 1.14 | 1.01 | 1.25 |
| | 10 | 1.00 | 1.02 | 1.10 | 1.16 | 1.06 | 1.23 |
| S38 | 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | 2 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.06 |
| | 3 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.16 | 0.31 |
| | 4 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.17 | 0.80 |
| | 5 | 0.07 | 0.05 | 0.24 | 0.27 | 0.14 | 1.24 |
| | 6 | 0.88 | 0.85 | 0.89 | 0.94 | 0.54 | 1.73 |
| | 7 | 1.17 | 1.22 | 1.15 | 1.17 | 0.80 | 1.75 |
| | 8 | 1.18 | 1.22 | 1.12 | 1.14 | 0.91 | 1.46 |
| | 9 | 1.16 | 1.18 | 1.06 | 1.07 | 0.96 | 1.35 |
| | 10 | 1.08 | 1.09 | 0.99 | 1.00 | 0.96 | - |
| | 11 | 1.00 | 1.01 | 0.90 | 0.92 | 0.94 | - |

Agradecimientos

A cada momento de la vida que me trajo hasta aquí.

Al Dr. David Murià Vila. Valoro el tiempo que dedicó a este trabajo, su mentoría, paciencia, y atención hacia mi persona. Siempre impulsa a dar lo mejor de uno mismo.

A los doctores Sergio M. Alcocer Martínez De Castro, Orlando Javier Díaz López, Marcos M. Chávez Cano y Jaime García Pérez, por darse el tiempo revisar este trabajo y por sus recomendaciones.

A mis compañeros del Instituto de Ingeniería, por siempre estar dispuestos a ayudar de la forma más amable posible.

A mis compañeros y amigos de la maestría.

A mis padres Isidra y Dagoberto, por su apoyo y amor incondicional.

A mis hermanas Paloma y Pamela por estar ahí cuando les necesito, y a mi sobrina Ivanna quien nos ha traído mucha felicidad.

A mi novia Roxana, por el amor que demuestra al escucharme y apoyarme en lo que me proponga. Me alegra compartir este logro contigo.

A mis amigos, por los momentos compartidos en este trayecto.

A cada uno de los profesores que han sido parte de mi formación académica. Especialmente a quienes, con sus conocimientos y profesionalismo, han sido parte de mi inspiración para ser un mejor profesionista.

A cada una de las personas que de una u otra manera influyeron para que pudiera concluir mi maestría.