



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

OBSERVADORES CON ESTRUCTURA HAMILTONIANA
CON APLICACIONES EN SISTEMAS DE POTENCIA.

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
MICHAEL JOSSUÉ ROJAS GARCÍA

TUTOR PRINCIPAL
DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ, FACULTAD
DE INGENIERÍA UNAM
COMITÉ TUTOR
DR. JAIME ALBERTO MORENO PÉREZ, INSTITUTO
DE INGENIERÍA UNAM
DR. YU TANG XU, FACULTAD DE INGENIERÍA
UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, OCTUBRE, 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Jaime Alberto Moreno Pérez
Secretario: Dr. Luis Álvarez-Icaza Longoria
Vocal: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez
1er. Suplente: Dr. Emmanuel Nuño Ortega
2o. Suplente: Dr. Efrain Alcorta García

La tesis se realizó en el laboratorio de control de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez, Facultad de ingeniería UNAM

El ser humano sólo es feliz si ocupa todas sus capacidades y posibilidades JOSTEIN GAARDER.

A la Facultad de Ingeniería y a la UNAM, por la formación y oportunidades que me han dado.

A mi familia , Eva y Rogelio por el apoyo brindo en estos tiempos inciertos, a Christian por estar ahí siempre y a Matias por hacerme recordar lo verdaderamente importante de la existencia en este mundo.

A Isaac y Nata, por ser parte de este viaje y grandes compañeros de travesía.

A Andrés por ser parte importante de este trabajo.

A Fer, Christian, Ale por todos los momentos que pasamos pre- , durante y post- pandemia gracias.

A Sofía Avila por su apoyo y a Hoover Mujica, ambos por ser ejemplos de formación y profesionalismo.

Es gracias a ustedes que es posible el presente trabajo.

Reconocimientos

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por las oportunidades profesionales y de vida que me ha brindado a lo largo de estos años.

Al Dr. Gerardo Espinosa, asesor de este trabajo, por la confianza paciencia y convicción al realizar este trabajo de investigación.

Al Dr. Johannes Schiffer y al Dr. Gustavo Rueda por el trabajo realizado en la estancia en la Universidad Tecnológica de Brandenburgo.

A the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme under the Marie Skłodowska-Curie grant agreement No. 734832 por el apoyo financiero en el desarrollo de la estancia de trabajo en la universidad de Brandenburgo (agosto 2019)

A Andrés Juárez por los conocimientos brindados y direccionamiento en la primera etapa de realización de este trabajo.

A Fernanda Ramos y Christian Granados por las discusiones, horas de trabajo y apoyo incondicional.

Al comité académico, Dr. Jaime Moreno y el Dr. Tang Yu por sus observaciones semestre a semestre, gracias por sus valiosos comentarios.

Al miembro del jurado por la revisión realizada a este trabajo escrito así como sus valiosos puntos de vista en pro de la mejora del mismo.

Al grupo de investigación que trabaja en el Laboratorio de Control de la Facultad de Ingeniería por las discusiones y apoyo brindado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y a la secretaría de energía por el apoyo económico recibido por parte de la beca CONACyT-SENER en el periodo de enero 2016 a diciembre 2020.

Por último me gustaría agradecer al Programa de Apoyos y Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) por el apoyo recibido para la finalización de este trabajo a través del proyecto IN118019.

Índice general

Índice de figuras	VIII
Índice de tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	3
1.2.1. Diseño de observadores	4
1.2.2. Sistemas Eléctricos de Potencia	8
1.3. Planteamiento del problema	9
1.4. Contribuciones	10
1.5. Publicaciones	10
1.6. Estructura de la tesis	11
2. Preliminares	13
2.1. Sistemas Hamiltonianos.	13
2.1.1. Restricciones de interconexión.	15
2.1.2. Sistemas Hamiltonianos Controlados por puerto	16
2.2. Control Basado en Pasividad	21
2.2.1. Control por asignación de interconexión y amortiguamiento.	22

2.3. Sistemas Eléctricos de Potencia.	25
2.3.1. Composición de un sistema eléctrico	25
2.3.1.1. Generadores.	25
2.3.1.2. Sistema de transmisión.	26
2.3.1.3. Cargas.	26
2.3.2. Generador síncrono conectado a bus infinito.	27
2.3.2.1. Modelo mecánico	28
2.3.2.2. Modelo eléctrico	30
2.3.2.3. Modelo de un eje (Con decaimiento de flujo)	33
2.3.3. Modelo multi-máquina por decaimiento de flujo.	36
3. Diseño de Observadores para sistemas Hamiltonianos controlados por puerto	39
3.1. Diseño de observadores de orden reducido	39
3.1.1. Sistemas Hamiltonianos no lineales.	40
3.1.2. Evaluación Numérica	51
3.2. Diseño de observadores de orden completo	56
3.2.1. Clase Lineal de sistemas Hamiltonianos	57
3.2.2. Clase no lineal de sistemas Hamiltonianos.	62
3.2.3. Sistemas Interconectados	70
3.3. Control basado en pasividad por retroalimentación de salida	75
4. Observadores para sistemas eléctricos de potencia	79
4.1. Observador para el SMIB	79
4.1.1. Diseño de observador no lineal para SMIB.	80
4.1.2. Validación numérica del observador.	84
4.1.3. Control IDA-PBC del SMIB con estados estimados observados	87

4.1.3.1.	Equilibrio del SMIB	88
4.1.3.2.	Características de la ley de control.	89
4.2.	Observadores para sistemas multimáquina	92
4.2.1.	Observador no lineal para sistemas multimáquina con generadores con modelo clásico.	92
4.2.2.	Validación numérica del observador para el modelo clásico de un sistema multimáquina.	94
4.2.3.	Observador para sistema multimáquina con modelo de decaimiento de flujo	99
4.2.3.1.	Observador basado en PMU para el SMIB	99
4.2.3.2.	Validación numérica del observador.	102
4.2.3.3.	Validación Numérica del control basado en observador para el SMIB	104
4.2.3.4.	Robustez del observador basado en PMU para el SMIB	111
4.2.3.5.	Observador para sistemas multimáquina	120
4.2.4.	Control basado en observador: Sistema de dos generadores.	123
4.2.4.1.	Validación numérica del lazo cerrado.	127
5.	Conclusiones y trabajo futuro	135
	Referencias	137

Índice de figuras

1.1. Problema de observación	4
2.1. Variables generalizadas.	14
2.2. Generador síncrono conectado a un bus infinito	28
2.3. Circuito reducido equivalente del SMIB.	31
2.4. Curva de potencia-ángulo.	32
2.5. Circuito dinámico del modelo de un eje del generador síncrono.	34
3.1. <i>Momentum p.</i> Levitador magnético	49
3.2. Error de observación	50
3.3. <i>Momentum p.</i> Desempeño del observador con estructura Hamiltoniana.	52
3.4. <i>Momentum p.</i> Desempeño del observador Venkatram 2010	52
3.5. Error de observación para el esquema con estructura Hamiltoniana.	53
3.6. Error de observación para el esquema Venkatram 2010.	54
3.7. Integral del error cuadrático medio	55
3.8. Estados del Sistema. Comparación entre los estados reales y observados.	61
3.9. Error de Observación $x_r - \hat{x}$	61
3.10. Estados del motor síncrono de imanes permanentes.	71

3.11. Error de observación de los estados del motor síncrono de imanes permanentes.	71
4.1. Estados reales y estados observados del SMIB.	86
4.2. Error de observación del SMIB.	86
4.3. Desempeño del observador con respecto a diferentes condiciones iniciales.	87
4.4. Sistema Multimáquina de 9 nodos y tres máquinas.	95
4.5. Velocidad de las máquinas del sistema multimáquina.	98
4.6. Error de observación	99
4.7. Estados reales y estados observados	103
4.8. Estados reales y estados observados	103
4.9. SMIB estados inestables	105
4.10. SMIB sometido a una falla de 0.001[s]	106
4.11. SMIB sometido a una falla de 0.2[s]	107
4.12. SMIB sometido a una falla de 0.4[s]	108
4.13. SMIB sometido a una falla de 0.4113[s]	109
4.14. SMIB sometido a una falla de 0.4116[s]	110
4.15. Mediciones PMU con ruido	112
4.16. Estados observados contra reales.	112
4.17. Error de observación	113
4.18. Integral del error cuadrático	114
4.19. Desempeño del observador para la posición del rotor x_1	116
4.20. Error de observación para el estado x_1	116
4.21. Desempeño de observador para la desviación de la velocidad.	117
4.22. Error de observación para el estado x_2	118
4.23. Desempeño de observador para el voltaje de cuadratura	119
4.24. Error de observación para el estado x_3	119

4.25. Sistema multimáquina.	128
4.26. Generador Equivalente del nodo 1	129
4.27. Sistema multimáquina: Reducción de Kron.	130
4.28. Estados del generador G_e	132
4.29. Estados del generador G_3	133
4.30. Error de observación para el generador G_e	134
4.31. Error de observación para el generador G_3	134

Índice de tablas

3.1. Parámetros del Levitador Magnético	48
3.2. Parámetros Circuito Eléctrico.	60
3.3. Parámetros del motor síncrono de imanes permanentes.	70
4.1. Parámetros del SMIB.	85
4.2. Parámetros del sistema multimáquina de nueve buses y tres máquinas.	97
4.3. Parámetros del SMIB con variación	115
4.4. Parámetros del sistema multimáquina de nueve buses y tres máquinas.	131

Introducción

El desarrollo de este trabajo se presenta bajo el estudio de dos ejes: el primero consiste en desarrollar un estudio de los sistemas Hamiltonianos con el objetivo de aprovechar las propiedades estructurales de estos sistemas para realizar el diseño de observadores; el segundo eje consiste en realizar un estudio de los sistemas eléctricos de potencia y sus problemas de observación más comunes con el objetivo de plantear algunas soluciones novedosas para la operación de este tipo de sistemas.

1.1. Motivación

El diseño de observadores para sistemas dinámicos es un tema fundamental dentro de la teoría de control ya que el objetivo principal de estos esquemas es lidiar con el hecho de que para el monitoreo y control de sistemas físicos no siempre es posible tener acceso a la medición de todas las variables. De manera afortunada, para el caso de sistemas lineales la madurez alcanzada en el tema es tan grande que desde hace varias décadas ([Luenberger, 1964](#)) se ha podido establecer una metodología clara para el diseño de observadores. Sin embargo, para el caso de sistemas no lineales no se cuenta con una metodología universal para el diseño de estos esquemas, haciendo que el diseño de observadores dinámicos para ellos sea un tema vigente en la literatura relacionada con el tema.

La razón por la que no es posible contar con una manera universal para diseñar observadores para sistemas no lineales es que cada uno de éstos presenta diferentes estructuras dinámicas. Así, la forma usual de abordar el problema es

considerar clases particulares de sistemas y proponer esquemas de observación que se apliquen a éstas.

Aunque actualmente se continúa con la presentación de resultados que pretenden cubrir clases de sistemas no lineales muy grandes (Bernard, 2019), (de Cossío y Dufour, 2020), la tendencia general es proponer estructuras particulares que son adecuadas para realizar análisis de convergencia para la estructura específica de los sistemas en estudio. En este sentido, un enfoque que ha mostrado ser útil para resolver el problema de diseño es el proponer esquemas de observación que preservan la estructura del sistema original. En particular, esta visión es atractiva cuando los modelos matemáticos corresponden a estructuras con interpretación física.

Los observadores dinámicos que preservan estructura son importantes para modelos con interpretación física debido a diferentes razones, entre las que destacan el hecho de que su interpretación es inmediata, es posible identificar la disponibilidad de variables de acuerdo a criterios y experiencia práctica y que frecuentemente su implementación es más simple. En este sentido, considerar el caso de modelos matemáticos que cubran grandes clases de sistemas físicos es importante, por lo que el considerar clases de sistema como los sistemas Lagrangianos o Hamiltonianos es una opción que se vuelve atractiva.

Por otro lado, un problema complementario que debe considerarse al diseño de observadores es el que se refiere a la implementación de esquemas de control por retroalimentación de salida utilizando observación de estado. En este contexto y dado que es ampliamente reconocido el hecho de que el principio de separación no es universalmente aplicable al caso de sistemas no lineales sino sólo a casos particulares (Atassi y Khalil, 1999), (Sassano, 2018), (Golubev y Krishchenko, 2002), las propuestas de esquemas de control y de observación de estados que permitan facilitar el establecimiento de pruebas de estabilidad para el sistema planta-control-observador son altamente deseables.

Nuevamente, el caso de observadores que preservan estructura para sistemas con interpretación física retoma importancia debido a que para éstos se pueden encontrar reportadas estrategias de control que también preservan la forma original del sistema y que han mostrado que pueden facilitar las pruebas de estabilidad mencionadas.

En el contexto de control, utilizando observación de estados para sistemas con estructura física, un caso que es de interés por la trascendencia que ha tenido en lo relacionado con la propuesta de esquemas de control, es el que se refiere al Control Basado en Pasividad (PBC, por sus siglas en inglés) de sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto (PCH, por sus siglas en inglés). Para esta clase de siste-

mas, utilizando la técnica mencionada, se han resuelto numerosos problemas de control preservando la estructura Hamiltoniana para el sistema en lazo cerrado. Así, el proponer esquemas de observación que también exhiban esta estructura permite prever que la prueba de estabilidad del sistema de control completo pueda realizarse explotando las propiedades estructurales de estos sistemas.

Una ventaja adicional de considerar sistemas con estructura física, es que la aplicación de resultados obtenidos bajo esta condición resulta inmediata para casos de estudio en los que los sistemas prácticos satisfagan la estructura considerada en el diseño. Para el caso de sistemas PCH, la gama de aplicaciones que es posible considerar es amplia, por lo que es posible seleccionar aplicaciones de gran importancia práctica. En este sentido, los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) establecen un área de oportunidad relevante dada la evolución que han presentado debido a la introducción de nuevas tecnologías en su operación y la importancia que tienen en el estilo de vida de las sociedades actuales.

Por su parte, los problemas de monitoreo y control que se presentan en los SEP representan un área de oportunidad para la comunidad en control, ya que en la actualidad el aumento de la demanda eléctrica así como la aparición de cargas altamente no lineales han generado la búsqueda de nuevas soluciones para problemas clásicos asociados a la estabilidad, así como alternativas de generación de energía eléctrica que sean lo suficientemente resilientes para poder ser interconectados con el sistema eléctrico actual. Así, para dar una solución a estos problemas existe la necesidad de conocer a lo largo de todo el sistema de potencia las diferentes variables eléctricas que lo componen y en ocasiones no es posible o resulta costoso implementar dispositivos de instrumentación capaces de realizar dichas mediciones. Con la intención de solventar esta problemática, dentro de la teoría de control los observadores representan una solución viable ya que permiten reconstruir las variables físicas de un sistema a partir de la medición de algunas de ellas.

1.2. Antecedentes

En la literatura de teoría de control han sido desarrollados diferentes metodologías de diseño de observadores, en particular son de interés para este trabajo de investigación las metodologías que consideran sistemas modelados bajo el formalismo Hamiltoniano. Con base en esto, en esta sección se revisan de manera general algunas de las soluciones propuestas en la literatura con el objetivo de establecer un punto de referencia para este trabajo de tesis.

1.2.1. Diseño de observadores

Uno de los ejes centrales del desarrollo de este trabajo se encuentra relacionado con el diseño de observadores. El problema de diseño de observadores se puede resumir en la Figura 1.1

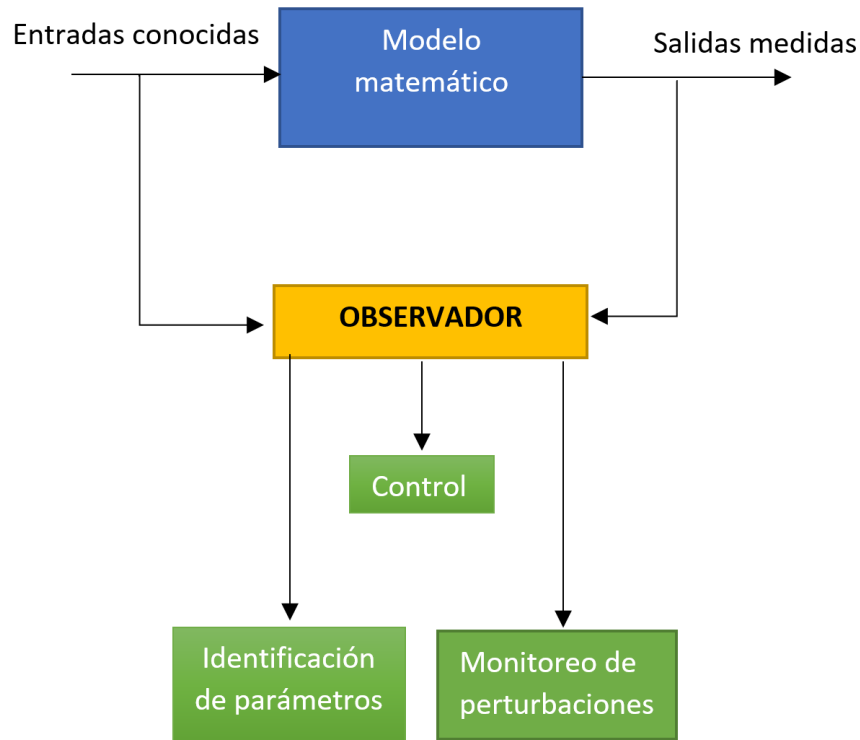


Figura 1.1: Problema de observación

en donde los observadores pueden ser empleados para resolver problemas de identificación de parámetros, compensación de perturbaciones y control (Besançon, 2007). En la literatura existen diferentes resultados que abordan el problema de diseño de observadores, es posible dividir este desarrollo en dos grandes grupos observadores de orden completo y observadores de orden reducido. Primero se abordará el problema de diseño de observadores de orden reducido. En (Sundarapandian, 2006) se aborda el problema partiendo de que el sistema puede tomar la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{x}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi(x_m, x_u) \\ \psi(x_m, x_u) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$y = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_u \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

en donde $x_m \in \mathbb{R}^p$ es el estado medido por lo tanto $y = x_m$, además $x_u \in \mathbb{R}^{n-p}$ es el estado no medido y donde ϕ y ψ son funciones clase C^1 , de esta forma en (Sundarapandian, 2006) el esquema de observación queda definido de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_u &= A_{21}y + A_{22}(Ly + \xi_u) + \psi(y, Ly + \xi_u) - L(A_{11}y + A_{12}(Ly + \xi_u) + \phi(y, Ly + \xi_u)) \\ z_u &= \xi_u + Ly \end{aligned}$$

en donde si el par (A_{12}, A_{22}) es observable entonces es posible diseñar un esquema de control en donde el estado estacionario del error dependa de los valores propios de la matriz $A_{22} - LA_{12}$. Además de esta clase de diseño existen metodologías como la presentada en (Karagiannis, Carnevale, y Astolfi, 2008), en donde se propone el diseño de observadores de orden reducido basado en espacios topológicos invariantes. Uno de los métodos de diseño de control es el denominado por Inmersión e Invariancia. Este método se encuentra reportado por (R. Astolfi Alessandro y Ortega, 2003) y para el diseño de observadores considera un sistema no lineal descrito por las ecuaciones

$$\dot{\eta} = f_1(\eta, y) \quad (1.3)$$

$$\dot{y} = f_2(\eta, y) \quad (1.4)$$

donde $\eta \in \mathbb{R}^n$ es la parte del estado que no se puede medir mientras $y \in \mathbb{R}^m$ es la parte medida del estado. Se asume que existe un sistema dinámico

$$\dot{\xi} = \alpha(y, \xi) \quad (1.5)$$

donde $\xi \in \mathbb{R}^p$, $p \geq n$, y existen dos mapeos $\beta : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ y $\phi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$, que tienen inversa izquierda con respecto al primer argumento, tales que la variedad

$$\mathbb{M} = \{(\eta, y, \xi) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p : \beta(\xi, y) = \phi(\eta, y)\} \quad (1.6)$$

es atractiva e invariante. Bajo estas condiciones, el sistema dinámico dado por (1.5) es un observador para el sistema (1.3) si se considera como salida estimada a la variable

$$\hat{\eta} = \phi^L(\beta(\xi, y)) \quad (1.7)$$

donde $\phi^L(\cdot)$ es la inversa izquierda de $\phi(\cdot)$ con respecto al primer argumento.

Para el desarrollo de este trabajo de tesis el interés de mencionar las bases del diseño de esta clase de observadores es doble: Por un lado, en los últimos años esta metodología ha sido empleada para resolver problemas en diferentes sistemas físicos (R. y V. A. Astolfi Alessandro y Ortega, 2009), (R. y V. A. Astolfi Alessandro Ortega, 2010), (Malekzadeh y Khosravi, 2019), (Keighobadi, Hosseini-Pishrobat, y Faraji, 2019), (Fu y Wang, 2018) y, por otro lado, una de las contribuciones de esta tesis emplea una variación de esta metodología para presentar el diseño de observadores para una clase de sistemas Hamiltonianos.

En cuanto al desarrollo en el estado del arte asociado al diseño de observadores para sistemas PCH es posible encontrar diferentes vertientes. Una de ellas es la que se refiere al estudio de sistemas Hamiltonianos con parámetros distribuidos (Toledo, Wu, y Ramirez, 2020), (Toledo, Ramirez, y Wu, 2020). Sin embargo, esta temática se encuentra fuera del alcance de este trabajo de tesis y no se profundizará en su presentación. Para el caso de sistemas con parámetros concentrados, en (Venkatraman, 2010) se considera una clase de sistemas PCH descritos como

$$\dot{x} = [J(x_1, u_1) - R(x_1)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(y)u_2 \quad (1.8)$$

donde $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^n$ considerando que $x_1 \in \mathbb{R}^p$ es la parte medible del estado mientras que $x_2 \in \mathbb{R}^{n-p}$ corresponde a la parte no medible del estado. En este sentido, se define $y = x_1$ como la salida del sistema y se considera que el Hamiltoniano $H(x_1, x_2) : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^{n-p} \rightarrow \mathbb{R}$ toma la forma

$$H(x_1, x_2) = x_2^T Q x_2 + K(x_1) \quad (1.9)$$

con $Q^T = Q > 0$ y $K(x_1)$ es una función suave no lineal de x_1 . Para este sistema se propone un observador de la forma

$$\dot{\hat{x}} = [J(\hat{x}_1, u_1) - R(\hat{x}_1)] \frac{\partial H}{\partial \hat{x}}(\hat{x}) + g(y)u_2 + L(\hat{x}_1)v \quad (1.10)$$

y se construye un sistema aumentado, considerando (1.8) y (1.10), para finalmente proponer

$$v = L_1^{-1}(\hat{x}_1)X^{-1}(k(y, \hat{x}, u_1)y_d + v_d) \quad (1.11)$$

y diseñar $L(\hat{x}_1)$ y $k(y, \hat{x}, u_1)$, con $X = X^T \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$, de tal forma que el sistema completo sea estrictamente pasivo con respecto a la variedad $\mathcal{M} = \{(x, \hat{x}) : x = \hat{x}\}$ desde la entrada v_d hasta la salida $y_d = \hat{x}_1 - x_1$ garantizando convergencia asintótica del observador.

Otra alternativa que ha sido reportada en la literatura considerando observadores que preservan estructura para sistemas PCH es la que se encuentra en

(M. J. Yaghmaei Abolfazl y Yazdanpanah, 2018). En este caso, se hace uso de teoría de Contracción (J.-J. E. Lohmiller Winfried y Slotine, 2000), (Jouffroy, 2004), (Tabareau, 2006) para proponer, considerando un Hamiltoniano de la forma $H(x) = \frac{1}{2}x^\top Qx$ para el sistema original, un observador de la forma

$$\dot{\hat{x}} = (J_d - R_d)Q_d(\hat{x} - C^+y) + (J - R)QC^+y + Bu \quad (1.12)$$

en donde $C^+ = C^\top(CC^\top)^{-1}$, el par $(C, (J - R)Q)$ es detectable, y existen $J_d = -J_d^\top$, $R_d \geq 0$, $Q_d \geq 0$ y C_\perp que satisfacen la condición

$$(J_d - R_d)Q_dC_\perp = (J - R)QC_\perp \quad (1.13)$$

Bajo estas condiciones, considerando que el sistema $\dot{x} = (J_d - R_d)Q_dx$ es contractivo, se garantiza que el observador dado por (1.12) tiene propiedades de convergencia exponencial. Otros trabajos que abordan el diseño de observadores para sistemas Hamiltoniano basados en la teoría de contracción son (J.-J. Lohmiller Winfried y Slotine, 1997) y (J.-J. E. Lohmiller Winfried y Slotine, 1998).

En el contexto del trabajo de tesis que se presenta, la razón de presentar los diseños descritos en los párrafos anteriores es hacer notar que en ambos casos se emplean las propiedades estructurales de los sistemas PCH. Mientras que en (Venkatraman, 2010) se emplea la estructura de la función de energía, en (M. J. Yaghmaei Abolfazl y Yazdanpanah, 2018) se emplean las propiedades de las matrices de interconexión J_d para establecer propiedades del observador.

Además de las metodologías mencionadas anteriormente, en la literatura es posible encontrar diseño de observadores para sistemas PCH pero que se concentran en aplicaciones específicas. Por ejemplo, en (Hultgren, 2004), (Hultgren, 2002) y (Meghnous y Pham, 2013) se plantea el análisis de observabilidad y diseño de observadores para convertidores de potencia resonantes y convertidores DC-DC mientras que en (Vincent, Hudon, Lefèvre, y Dochain, 2016) se encuentra reportada la solución de un problema de estimación de perfiles de plasma para reactores tipo Tokamak.

En lo que se refiere al desarrollo de esquemas de control por retroalimentación de salida utilizando observadores de estado, la literatura disponible es más restringida. Existen líneas de investigación enfocadas en determinar condiciones para las cuales se puede satisfacer el principio de separación para sistemas con estructura física. Por ejemplo en (Loría, 1999) se plantean condiciones para garantizar la existencia del principio de separación para una clase de sistemas Euler-Lagrange. Este trabajo caracteriza las condiciones necesarias que un sistema pasivo debe cumplir para garantizar la existencia de un principio de separación. En ese mismo orden de ideas, en (Biedermann, 2021) se aborda el diseño de observadores

de sistemas no lineales formados por un sistema lineal en retroalimentación con una función no lineal estática del estado. Si bien los esquemas de observación para la clase de sistemas considerados en este trabajo se encuentran reportados en (Arcak, 1999) y (J. A. Moreno, 2004), en ella la parte lineal del sistema corresponde a un sistema PCH y el resultado principal consiste en demostrar que con la técnica de control IDA-PBC y con los esquemas de observación es posible obtener un sistema en lazo cerrado cuyo punto de operación posee propiedades de estabilidad exponencial. Bajo esta misma línea de investigación se encuentra el trabajo (A. Yaghmaei y Yazdanpanah, 2019) en el que se presenta el diseño de un controlador por retroalimentación de salida obtenido utilizando la técnica IDA-PBC y considerando que el esquema de observación se diseña con base en la teoría de contracción. Nuevamente, la intención principal de citar estos trabajos es evidenciar la consideración de clases particulares de sistemas para la obtención de resultados.

1.2.2. Sistemas Eléctricos de Potencia

Concerniente al caso de estudio abordado en este trabajo de tesis, los SEP, el problema de estimación dinámica de estados es bien reconocido por la comunidad de sistemas de potencia (ver (Zhao y cols., 2019) y las referencias incluidas). En este contexto, el trabajo reportado por esta comunidad ((Singh, Ansari, Pal, y Kumawat, 2018), (Tebianian y Jeyasurya, 2015) y (Farantatos, Stefopoulos, Cokkinides, y Meliopoulos, 2009) por mencionar algunos) está caracterizado principalmente por el uso de esquemas de estimación basados en filtros de Kalman (Valverde, 2011), con las reconocidas complicaciones para su implementación, y la intención de utilizar nuevas tecnologías para la propuesta de soluciones. En este segundo caso, el uso de Unidades de Medición Fasoriales (PMU, por sus siglas en inglés) han tenido un uso creciente. Estas unidades miden las formas de onda de voltaje o corriente en un punto de conexión de la red usando muestras sincronizadas por una referencia de tiempo. Generalmente estos dispositivos son utilizados en la etapa de transmisión ya que en la etapa de distribución los voltajes de nodo pueden ser representados solamente por las magnitudes de los voltajes (Sexauer y Javanbakht, 2013). Sin embargo, cuando el sistema de potencia tiene una transición de un comportamiento casi-estacionario a uno no estacionario, el costo-beneficio de los PMUs deja de ser justificado para su aplicación en la solución de diferentes problemáticas como lo son, análisis de estabilidad, diseño y monitoreo de protecciones, estimación de estados (Nordman, 2005) y modelado de cargas (Price y cols., 1993), lo que brinda un área de oportunidad en la búsqueda de nuevas opciones para solucionar el problema del conocimiento de

variables eléctricas del sistema de potencia.

Considerando el escenario descrito en el párrafo anterior, la comunidad de teoría de control ha propuesto diferentes alternativas para hacer contribuciones en las áreas de oportunidad identificadas. Entre estas destacan las presentadas en (Bobtsov y Nikolaev, 2021), en la que explotando la utilidad de los PMU se presenta un observador para un SEP multi-máquina, y la versión que incluye estimación de parámetros reportada en (Ortega y Bobtsov, Nikolaev, Schiffer, y Dochain, 2021). A pesar de la importancia de estos trabajos, en ellos no se aborda el problema de control haciendo uso de los observadores propuestos.

1.3. Planteamiento del problema

Con base en la problemática descrita en la sección anterior, es posible formular el problema abordado en este trabajo de tesis. Para la formulación del mismo se parte de las hipótesis de trabajo dadas por:

- H.1.** Existen clases de sistemas PCH para las cuales, es posible diseñar observadores de estados dinámicos que preservan sus propiedades estructurales.
- H.2.** Considerando un esquema de observación que preserve estructura para sistemas PCH y una ley de control del tipo PBC, es posible establecer de manera formal propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado.
- H.3.** Es posible resolver el problema de observación de estados para SEP utilizando observadores que preservan estructura para sistemas PCH.

A partir de las hipótesis anteriores, el problema que se aborda en este trabajo de tesis se formula como:

Identificar clases de sistemas PCH para las cuales es posible diseñar esquemas de observación de estados, tanto de orden completo como de orden reducido, e implementar esquemas de control del tipo PBC utilizando estados estimados, probando de manera formal las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado. Adicionalmente, aplicar estos diseños para resolver problemas de estimación de estados en SEP explotando el uso de nuevas tecnologías.

1.4. Contribuciones

Como resultado del trabajo de investigación realizado para la propuesta de soluciones al problema planteado, las contribuciones que se presentan en este trabajo de tesis son:

- Identificación de una clase de sistemas PCH no lineales para la cual se desarrolla un esquema de observación de orden reducido que preserva estructura. En este caso, la parte del vector de estados que no es medible aparece de manera lineal en la estructura de los sistemas incluidos en la clase identificada.
- Identificación de una clase de sistemas PCH no lineales para la cual se desarrolla un esquema de observación de orden completo que preserva estructura. En este caso, las no linealidades admitidas son productos de las componentes del vector de estados.
- Para las clases de sistemas PCH identificadas, implementación de esquemas de control del tipo PBC, en su versión basada en observadores de estados, probando de manera formal las propiedades de estabilidad del sistema completo planta-control-observador.
- Solución al problema de control por retroalimentación de salida de un SEP formado por un Generador Síncrono conectado a un Bus Infinito (SMIB, por sus siglas en inglés). En este caso se diseña el observador de estados siguiendo los resultados reportados en este trabajo de tesis y se implementa con un controlador de tipo PBC.
- Solución al problema de control por retroalimentación de salida para SEP proponiendo un esquema de observación que basa su diseño en el uso de PMU y utilizando un esquema de control del tipo PBC. Este enfoque se aplica tanto al sistema SMIB como a un modelo multi-máquina.

1.5. Publicaciones

En esta sección se muestran los productos obtenidos del desarrollo de este trabajo de investigación:

- Congresos Internacionales
 - Rojas, M., Granados-Salazar, C., Espinosa-Pérez, G. Observer Design for a Class of Nonlinear Hamiltonian Systems. 7th IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control, October 11-13, 2021, Berlin, Germany.
 - Rojas, M., Rueda-Escobedo, J. G., Espinosa-Pérez, G., and Schiffer, J. (2020, December). Observer-Based Excitation Control for Transient Stabilization of the Single Machine Infinite Bus System. In 2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (pp. 3377-3382). IEEE.

- Congresos Nacionales
 - Zambrano, A., Ortega-Velázquez, I., Rojas, M., y Espinosa-Pérez, G. Análisis y mejora de la estabilidad transitoria en un SMIB por medio de compensación de potencia eléctrica. In Memorias del Congreso de Control Automático. Querétaro 2017.
 - Rojas, M., Juarez, A., Espinosa-Pérez, G., y Arrieta, M. Implementación de observadores para circuitos eléctricos con cargas no lineales. In Memorias del Congreso de Control Automático. San Luis Potosí 2018.
 - Rojas, M., and Vieyra, N. A Comparative Study of State Estimation Methodologies for Electric Power Systems. In Memorias del Congreso Nacional de Control Automático, Puebla 2019.
 - Juarez, A., Rojas, M., Espinosa-Pérez, G., and Arrieta, M. Observer-based Damping Low Frequency Oscillations for a SMIB system. In Memorias del Congreso Nacional de Control Automático, Puebla 2019.
 - Rojas, M., Avila-Becerril, S., and Torres, L. (2019). An energy-based approach for modeling water distribution networks with faults. In Memorias del Congreso Nacional de Control Automático (pp. 23-25), Puebla 2019.

1.6. Estructura de la tesis

Este trabajo de tesis está organizado de la siguiente forma: En el Capítulo 2 se presentan resultados que establecen el marco teórico necesario para plantear

y entender el desarrollo de los resultados obtenidos en este trabajo de tesis. El Capítulo 3 está dedicado a la presentación de las clases de sistemas PCH para las cuales se desarrollaron esquemas de observación así como la prueba de estabilidad de los sistemas en lazo cerrado obtenidos de la implementación de controladores tipo PBC en su versión basada en estimación de estados. El caso de estudio abordado en este trabajo de tesis se presenta en el Capítulo 4 para finalizar con el Capítulo 5 en el que se incluyen las conclusiones del trabajo de tesis y se mencionan algunos temas que califican como trabajo futuro.

Preliminares

En este capítulo se presentan las bases teóricas necesarias para establecer los resultados obtenidos en este trabajo de tesis. Este capítulo consta de tres partes principales. La primera aborda la teoría general de sistemas PCH así como algunas de sus propiedades más importantes. En la segunda parte se aborda la teoría del PBC para finalizar, en la tercera parte, con la presentación de los modelos con los que se trabajará en relación con los SEP.

2.1. Sistemas Hamiltonianos.

La importancia del formalismo Hamiltoniano para modelar sistemas físicos radica en que con este formalismo se puede describir la dinámica de sistemas conservativos, es decir, sistemas con estructuras que preservan potencia (Crouch, 1987). Entre estos sistemas se encuentra una gran cantidad de ejemplos de sistemas físicos, los sistemas mecánicos, los sistemas eléctricos y los sistemas electromecánicos, por mencionar algunos. Esta metodología además, permite analizar lo que sucede con los sistemas desde una perspectiva energética, es decir considera al sistema como un manipulador de energía que interactúa con el entorno a través de puertos de entrada y salida. El estudio de los puertos, la interconexión y a energía total del sistema permiten obtener una metodología unificada de modelado de sistemas físicos (Montbrun-Di Filippo, Delgado, y Brie, 1991). Los sistemas físicos, bajo este enfoque, se estudian sólo a través del análisis de las características de los elementos que conforman al sistema identificando a los elementos almacenadores de energía, a los elementos disipadores y a las fuentes de alimentación externa modelando y su efecto a través de variables generalizadas.

Estas variables se dividen en dos grupos, variables de flujo y variables de esfuerzo cuya principal característica es que el producto entre estas dos representa la potencia instantánea que el sistema transmite a su entorno a través de alguno de sus puertos (Wellstead, 2000). Así, el acto de entregar energía en un puerto se encuentra asociado a una variable de flujo, por ejemplo corriente o fuerza, y a una variable de esfuerzo, por ejemplo voltaje y velocidad. De manera general la interacción de estas variables se puede observar en la Figura 2.1.

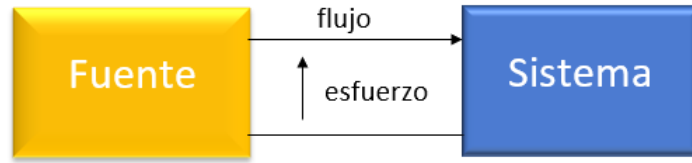


Figura 2.1: Variables generalizadas.

Dado que son dos tipos de variables con las que se pueden caracterizar las propiedades energéticas del sistema, es posible establecer las siguientes ecuaciones que caracterizan la energía almacenada en el sistema

$$e_a = \int_0^t e(t)dt; \quad f_a = \int_0^t f(t)dt \quad (2.1)$$

a partir de las cuales el comportamiento de un sistema dinámico de parámetros concentrados puede expresarse como un conjunto de ecuaciones diferenciales donde las variables de estados son los esfuerzos almacenados e_a y los flujos almacenados f_a . Estas variables caracterizan las propiedades dinámicas de los sistemas a través de las leyes constitutivas que relacionan las variables de flujo y de esfuerzo dependiendo de si el almacenador es de flujo o de esfuerzo. Por ejemplo, para definir el flujo almacenado en un elemento almacenador de flujo se establece a través de la siguiente ecuación $f_a = \varphi(e)$. De la misma forma, el esfuerzo almacenado en un elemento almacenador de esfuerzo se define a través de la siguiente expresión $e_a = \varphi(f)$, por lo tanto la energía almacenada en el sistema $U(f_a, e_a)$ es una función conocida y las variables de puerto pueden recuperarse de la siguiente forma

$$\dot{f}_a = f, \quad e = \frac{\partial U(f_a, e_a)}{\partial f_a} \quad (2.2)$$

$$\dot{e}_a = e, \quad f = \frac{\partial U(f_a, e_a)}{\partial e_a}. \quad (2.3)$$

En el caso de los elementos que disipan energía, la ley de constitución establece una relación entre las variables generalizadas de la siguiente forma $e = \varphi(f)$, en donde la potencia en estos elementos se calcula a través del producto entre ellas, es decir, $P = e^\top f \geq 0$.

2.1.1. Restricciones de interconexión.

La interconexión entre los elementos de un sistema modelado bajo el formalismo Hamiltoniano se encuentran caracterizadas por la estructura de Dirac. Esta se define a partir de la definición de un espacio finito de funciones lineales de flujos $\mathcal{F} = \mathbb{R}^k$ en donde $f \in \mathcal{F}$ son llamados los vectores de flujo (comúnmente escritos como vector columna) y el espacio de esfuerzos dado por el espacio de funciones lineales dual $\mathcal{E} = \mathcal{F}^*$, en donde $e \in \mathcal{E}$ es un vector de esfuerzos (comúnmente se escriben como vector fila). Entonces el espacio total de flujos y esfuerzos se encuentra definido por el siguiente producto Cartesiano $\mathcal{F} \times \mathcal{F}^*$ y es llamado el espacio de variables de puerto. En función del espacio de variables de puerto la potencia se define de la siguiente forma

$$P = \langle e|f \rangle \quad (f, e) \in \mathcal{F} \times \mathcal{F}^* \quad (2.4)$$

donde por simplicidad el producto interno entre las variables de flujo y esfuerzo que representa la potencia en el espacio de variables de puerto se define de la siguiente forma

$$\langle e|f \rangle = ef \quad (2.5)$$

Bajo las condiciones anteriores es posible establecer la siguiente definición.

Definición 2.1 (Estructura de Dirac. ((Duindam, 2009))). *Una estructura de Dirac sobre el espacio de variables de puerto $\mathcal{F} \times \mathcal{F}^*$ es un subespacio $\mathcal{D} \subset \mathcal{F} \times \mathcal{F}^*$ tal que*

i) $\langle e|f \rangle = 0$ para todo $(f, e) \in \mathcal{D}$.

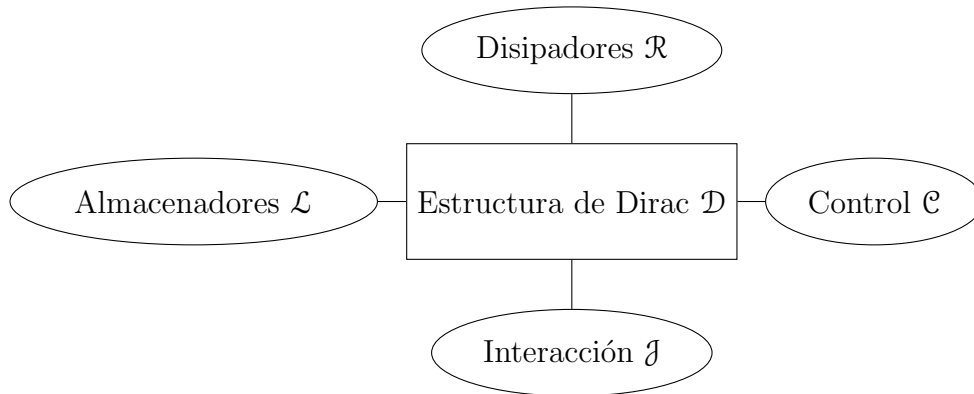
ii) $\dim \mathcal{D} = \dim \mathcal{F}$.

Las propiedades definidas en la definición de la estructura de Dirac se refieren a lo siguiente: la propiedad (i) hace referencia a la conservación de potencia y expresa el hecho de que la potencia total ya sea entregada o recibida dentro de una estructura de Dirac es cero. Esto se hace evidente debido a que la dimensión máxima de cualquier subespacio $\mathcal{D} \subset \mathcal{F} \times \mathcal{F}^*$ que satisface la propiedad (i) es $\dim \mathcal{F}$. La propiedad (ii) está relacionada con que una interconexión física no puede determinar el flujo y el esfuerzo al mismo tiempo.

2.1.2. Sistemas Hamiltonianos Controlados por puerto

Una propiedad importante de las estructuras de Dirac es que las interconexiones entre estructuras de Dirac generan nuevamente una estructura de Dirac, es decir, la interconexión entre sistemas que preservan potencia generan una nueva interconexión que también es capaz de preservar potencia. Esto da pie a considerar una metodología de modelado de sistemas físicos explotando las propiedades de las estructuras Dirac. Esta metodología corresponde a los sistemas PCH.

En general, un sistema PCH puede ser representado gráficamente por el siguiente esquema



en donde el eje central de la definición de un sistema PCH es la noción de estructura de Dirac representado en el esquema por \mathcal{D} . Como se ha mencionado a lo largo de esta sección, la propiedad básica de las estructuras de Dirac es la preservación de la potencia, es decir, la potencia total asociada a todas las variables de puerto conectadas a la estructura de Dirac es igual a cero.

De acuerdo con el esquema anterior las variables de puerto conectadas a una estructura de Dirac se pueden clasificar como puertos internos, los asociados a

los elementos almacenadores de energía definidos como \mathcal{L} y los asociados a los elementos disipadores definidos por la letra \mathcal{R} , y los puertos externos, el puerto que se encuentra asociado a las acciones de control \mathcal{C} y el puerto \mathcal{J} que define la interacción del sistema con el ambiente. Para poder definir las características de un sistema PCH, es conveniente revisar algunas generalidades de cada uno de los puertos mencionados.

Para analizar el puerto asociado a los almacenadores de energía considere las variables de puerto (f_S, e_S) que interconectan a los elementos almacenadores de energía del sistema y respecto a las cuales el sistema es definido por una variedad finita dentro del espacio de estados denominada \mathfrak{X} con coordenadas en x junto con una función escalar de variable vectorial denominada Hamiltoniano $H : \mathfrak{X} \rightarrow \mathbb{R}$ que representa la energía del sistema. Las variables de flujo f_S de la energía almacenada se encuentran dadas por la razón de cambio en las coordenadas \dot{x} , mientras que las variables de esfuerzo e_S de la energía almacenada se representan por la derivada parcial de la función de co-energía $\frac{\partial H}{\partial x}(x)$, resultado en el balance energético expresado por

$$\frac{d}{dt}H = \left\langle \frac{\partial H}{\partial x}(x) | \dot{x} \right\rangle = \frac{\partial^\top H}{\partial x}(x) \dot{x} \quad (2.6)$$

Por lo tanto, la interconexión entre los elementos que almacenan energía asociados al puerto interno \mathcal{L} cumplen con la propiedad de preservación de potencia si

$$\dot{f}_S = -x; \quad e_S = \frac{\partial H}{\partial x}(x) \quad (2.7)$$

de donde el balance energético dado por (2.6) puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} \overline{H = \frac{\partial^\top H}{\partial x} \dot{x} = -e_S^\top f_S.} \quad (2.8)$$

El segundo puerto interno que se encuentra conectado a la estructura de Dirac es el puerto de disipación de energía \mathcal{R} . Este tiene asociadas las siguientes variables de puerto (f_R, e_R) que determinan la relación de disipación estática del puerto. De manera general es posible establecer dicha relación de disipación a través de una función $R(f_R, e_R) = 0$. Si esta propiedad de se cumple para todas las variables (f_R, e_R) entonces

$$\langle e_R | f_R \rangle \leq 0. \quad (2.9)$$

En este caso es posible establecer la relación de las variables de puerto de la siguiente forma

$$R_f \varphi(f_R) + R_e \varphi(e_R) = 0 \quad (2.10)$$

en donde la desigualdad dada por (2.9) corresponde a que las matrices R_f y R_e satisfacen la propiedad dada por

$$R_f R_e^\top = R_e R_f^\top \geq 0 \quad (2.11)$$

De esta última condición es claro que la matriz $R_f R_e^\top$ es simétrica y semidefinida positiva. Además ambas matrices (R_e y R_f) cumplen con la condición de dimensión definida por la estructura de Dirac, es decir

$$\text{rango}[R_f | R_e] = \dim f_R \quad (2.12)$$

Con base en la condición (2.12) y (2.11) se puede reescribir la representación del kernel (2.10) de \mathcal{R} en una representación de la imagen

$$f_R = R_e^\top \lambda; \quad e_R = -R_f^\top \lambda \quad (2.13)$$

es decir, cualquier par (f_R, e_R) que satisfaga la condición (2.10) puede reescribirse en la forma (2.13) para alguna λ . De acuerdo a la condición (2.11) para todas las variables f_R, e_R se satisface entonces la relación de disipación

$$e_R^\top f_R = -(R_f^\top \lambda)^\top R_e^\top \lambda = -\lambda^\top R_f R_e^\top \lambda \leq 0. \quad (2.14)$$

Si se considera que el sistema sólo está conformado por puertos internos la estructura de Dirac del sistema PCH hace que se cumpla el balance de potencia

$$e_S^\top f_S + e_R^\top f_R = 0 \quad (2.15)$$

en donde, al sustituir (2.8) y (2.14) se obtiene que

$$\frac{d}{dt} H = -e_S^\top f_S = e_R^\top f_R \leq 0. \quad (2.16)$$

Para finalizar se analizan los puertos externos. En este caso, existen puertos externos de control (\mathcal{C}), en donde las variables asociadas son (f_C, e_C) , y puertos externos de interacción (\mathcal{J}), que caracterizan la interacción del sistema PCH con el ambiente y que tienen asociadas las variables (f_I, e_I) . Considerando el efecto en el balance de potencia de los puertos externos se obtiene

$$e_S^\top f_S + e_R^\top f_R + e_C^\top f_C + e_I^\top f_I = 0 \quad (2.17)$$

en donde (2.16) se extiende de acuerdo a la expresión

$$\frac{d}{dt}H = -e_S^\top f_S e_R^\top f_R + e_C^\top f_C + e_I^\top f_I \leq 0. \quad (2.18)$$

De acuerdo a las características expuestas en esta sección es posible establecer la siguiente definición de un sistema PCH.

Definición 2.2 (Sistema Hamiltoniano controlado por puerto ((Duindam, 2009))).

Un sistema Hamiltoniano controlado por puerto es un sistema que está determinado por un espacio de estado \mathfrak{X} , Hamiltoniano H , puertos internos de asociados a los almacenadores \mathcal{L} , disipadores \mathcal{R} , puertos externos de control \mathcal{C} y de interacción con el ambiente \mathcal{J} y una estructura de Dirac D definida por $\Sigma = (\mathfrak{X}, H, \mathcal{L}, \mathcal{R}, \mathcal{C}, \mathcal{J}, \mathcal{D})$. La dinámica de este sistema se define considerando las restricciones impuestas por la estructura de Dirac en las variables de puerto, es decir

$$(f_S, e_S, f_R, e_R, f_C, e_C, f_I, e_I) \in \mathcal{D} \quad (2.19)$$

Además, si se sustituye las relaciones $f_S = -\dot{x}$ y $e_S = \frac{\partial H}{\partial x}(x)$ esta dinámica se puede expresar como

$$\left(-\dot{x}, \frac{\partial H}{\partial x}(x), f_R, e_R, f_C, e_C, f_I, e_I\right) \in \mathcal{D} \quad (2.20)$$

por lo que un sistema físico puede ser representado como un sistema Hamiltoniano controlado por puerto si y sólo si el sistema físico cumple con la estructura de Dirac.

Para relacionar la teoría expuesta en esta sección con el resultado principal de este trabajo de tesis se aborda a los sistemas Hamiltonianos controlados por puerto de acuerdo a lo planteado por (Van der Schaft, 2000).

La clase de sistemas Hamiltonianos controlados por puerto pueden describirse como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= J(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \quad x \in \mathfrak{X}, u \in \mathbb{R}^m \\ y &= g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x), \quad y \in \mathbb{R}^m \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde x representan coordenadas locales de la variedad \mathfrak{X} de dimensión n , $J(x)$ es una matriz de $n \times n$ antisimétrica ($J(x) = -J^\top(x)$) y $g(x)$ es una matriz de funciones suaves de x . El sistema PCH expresado por (2.21) se encuentra definido por una variedad constituida por tres elementos (J, g, H) . El par $(J(x), g(x))$, donde $x \in \mathfrak{X}$, captura la estructura de la interconexión del sistema con $g(x)$ los puertos externos del sistema, mientras $H : \mathfrak{X} \rightarrow \mathbb{R}$ define la energía almacenada del sistema. Más aún, si se obtiene la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema (2.21) de esta función se obtiene

$$\frac{d}{dt}H = u^\top y. \quad (2.22)$$

lo que físicamente corresponde al hecho de que los puertos internos cumplen con la estructura de Dirac (esto gracias a la antisimetría de la matriz $J(x)$), mientras u e y son variables asociadas a los puertos externos definidos por $g(x)$. De esta forma, el producto entre las variables de los puertos externos asociados a la estructura de Dirac representa la potencia suministrada al sistema.

En la práctica, los sistemas físicos poseen disipación asociada en algunos estados gracias a la estructura natural de los sistemas. Esta estructura natural se puede representar a través del formalismo Hamiltoniano considerando que las fuerzas generalizadas externas $g(x)u$ se representan como

$$\begin{bmatrix} g(x) & g_R(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ u_R \end{bmatrix} = g(x)u + g_R(x)u_R \quad (2.23)$$

con lo que es posible suponer que existe una nueva salida $y_R = g_R^\top \frac{\partial H}{\partial x}$. Por lo tanto, el vector de salidas puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} y \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g^\top(x) \frac{\partial H}{\partial x} \\ g_R^\top(x) \frac{\partial H}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

donde $u_R \in \mathbb{R}^{m_r}$ son las entradas y $y_R \in \mathbb{R}^{m_r}$ las salidas asociadas a las propiedades de disipación de los sistemas. En este caso, las variables de puerto asociadas a la disipación cumplen satisfacen la relación de constitución

$$u_R = -F_R(y_R) \quad (2.25)$$

donde el mapeo $F_R : \mathbb{R}^{m_r} \rightarrow \mathbb{R}^{m_r}$ satisface $y_R^\top F_R(y_R) \geq 0$, por lo que es posible establecer la representación mostrada en la Ecuación (2.21).

2.2. Control Basado en Pasividad

Para comenzar con algunas nociones del PBC es necesario establecer una definición del concepto de pasividad. La pasividad es una propiedad intrínseca de los sistemas en donde la energía del sistema sólo se puede incrementar a través de una fuente externa. Esta propiedad, es independiente de cualquier norma, sin embargo es necesario una dualidad entre los espacios de entrada y los espacios de salida. Los espacios de entrada son definidos como espacios lineales de dimensión finita $U \in \mathbb{R}^m$, mientras los espacios de salida $Y \in \mathbb{R}^m$ son el espacio dual de los espacios de entrada, es decir, $Y = U^*$, formado por las funciones lineales de U . Teniendo esto en consideración es posible establecer la siguiente definición.

Definición 2.3 (Pasividad (Van der Schaft, 2000)). *Considere un espacio lineal de funciones $u : \mathbb{R}^+ \rightarrow U$ denotado como $L(U)$ y un espacio lineal de funciones $y : \mathbb{R}^+ \rightarrow U^*$ denotado como $L(U^*)$. Sea el mapeo $G : L(U) \rightarrow L(U^*)$ el cual es pasivo si existe alguna constante β tal que*

$$\int_0^T \langle G(u)|u \rangle dt \geq -\beta, \quad \forall u \in L(U), \forall T \geq 0 \quad (2.26)$$

en donde se asume que el lado derecho de la integral se encuentra bien definido.

El PBC define una metodología de control en donde el objetivo es lograr que el sistema en lazo cerrado posea propiedades de pasividad. Esta técnica de control fue propuesta por primera vez en (Ortega y Spong, 1989) en donde se plantea como principal objetivo el incorporar principios energéticos dentro del diseño de controladores identificando al sistema y al controlador como manipuladores de energía que se encuentran interconectados. Si el sistema dinámico tiene propiedades físicas de conservación de potencia, es decir cumple con la estructura de Dirac, es posible que el control basado en pasividad cumpla con el objetivo de control imponiendo nuevas funciones de energía en donde exista un mínimo local consistente con el valor deseado asociado al objetivo de control. Por ejemplo, los sistemas PCH cumplen con la estructura de Dirac, por lo tanto es posible adecuar al sistema para la aplicación de métodos de control basados en pasividad (Ortega, Perez, Nicklasson, y Sira-Ramirez, 2013).

El PBC, junto con el formalismo Hamiltoniano, brinda una herramienta que permiten dejar visibles ciertas propiedades estructurales que pueden ser explotadas en el diseño de los esquemas de control. Una vez diseñado el esquema de

control se busca que las soluciones de las ecuaciones diferenciales con las que se modela el sistema físico en cuestión tienden al punto de mínima energía a una velocidad proporcional a la cantidad de energía disipada. El PBC incluye las siguientes etapas del diseño del controlador:

- **Moldeo de energía.** Modificar la entrada de control del sistema a controlar de tal manera que el sistema en lazo cerrado posea una función de energía tal que su valor mínimo coincida con un punto de operación deseado.
- **Inyección de amortiguamiento.** Lograr que el sistema en lazo cerrado disipe la mayor cantidad de energía de tal forma que el punto de operación deseado se alcance en el menor tiempo posible.

El PBC se puede clasificar en dos ramas principales:

El PBC estándar, en el cual se selecciona principalmente una función de almacenamiento de energía, usualmente cuadrática, para posteriormente diseñar el controlador que logre que la función de energía sea no creciente. Esta rama está ligada fuertemente al concepto de estabilidad de puntos de equilibrio o estabilidad en el sentido de Lyapunov ¹.

En la segunda rama del PBC no se fija la función de almacenamiento de lazo cerrado, sino que se busca una estructura o una interconexión deseada para después caracterizar todas las funciones de energía asignables compatibles con dicha estructura. Esta caracterización se logra resolviendo un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales. En este trabajo se empleará una clase especial de metodología de control denominada como Control por Asignación de Interconexión y Amortiguamiento (IDA-PBC, por sus siglas en inglés).

A continuación se describen con más detalle algunas de las técnicas de control basado en pasividad que son necesarias conocer para el desarrollo de este trabajo de tesis.

2.2.1. Control por asignación de interconexión y amortiguamiento.

Entre sus principales ventajas de esta técnica se pueden enumerar las siguientes (Ortega, Van Der Schaft, y Maschke, 2002): El sistema en lazo cerrado preserva

¹Para más información revise la referencia (Khalil, 2002) y las referencias en ella

la estructura Hamiltoniana, permite moldear la energía y conservar la estructura del sistema a diferencia de otras técnicas de control basado en pasividad, la función de energía del mapeo pasivo corresponde a la función de energía del sistema en lazo cerrado, es una metodología universalmente estabilizante, es decir, se generan todos los controladores asintóticamente estabilizantes para sistemas PCH si y sólo si se prueba que la salida es detectable. Por último, la metodología permite un diseño eficiente ya que es posible establecer la dinámica deseada de manera intuitiva conociendo las propiedades físicas del sistema.

Con relación a las desventajas que exhibe la técnica, se encuentran (Ortega y cols., 2002): es necesario resolver un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales, lo que es un problema matemático difícil de abordar, además al tener un número considerable de grados de libertad por lo que lograr un desempeño deseado con este tipo de controladores depende mucho de la experiencia del diseñador con el sistema físico.

Teniendo claras las ventajas y desventajas de este diseño, se abordan los pasos necesarios para poder realizar el diseño de controladores con esta metodología.

Los sistemas representados a través del formalismo Hamiltoniano facilita el diseño de técnicas de control basadas en pasividad, sin embargo estas metodologías también pueden aplicarse a una clase más general de sistemas físicos. Así, considere un sistema dado por

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.27)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada de control. Para poder diseñar una entrada de control es necesario definir la estructura del lazo cerrado del sistema por lo que dicha estructura se supone como

$$\dot{x} = (J_d - R_d) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2.28)$$

donde $J_d = -J_d^\top$ y $R_d = R_d^\top \geq 0$, representan las matrices deseadas de disipación y de interconexión respectivamente. Además, $H_d : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función energía deseada. Si se considera que $g^\perp(x)$ es el aniquilador izquierdo de $g(x)$, i.e. $g^\perp(x)g(x) = 0$, entonces es posible establecer que

$$g^\perp(x)f(x) = g^\perp(x)(J_d(x) - R_d(x)) \frac{\partial H_d}{\partial x} \quad (2.29)$$

de tal manera que

$$x_\star = \operatorname{argmin}\{H_d(x)\} \quad (2.30)$$

con $x_\star \in \mathbb{R}^n$ representando el punto en el espacio de estados a estabilizar. Entonces el sistema representado por la ecuación (2.27) en lazo cerrado con la ley

$u = \beta(x)$ toma la forma de la ecuación (2.28), en donde la ley de control se define como

$$\beta(x) = (g^\perp(x)g(x))^{-1}g(x)^\top \left[(J_d(x) - R_d(x)) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} - f(x) \right] \quad (2.31)$$

con un punto x_* estable. Además, x_* será asintóticamente estable si x_* es un mínimo de $H_d(x)$ y el conjunto invariante más grande de la dinámica en lazo cerrado de (2.28) pertenece al conjunto

$$\mathcal{E} = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \left[\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right]^\top R_d \left[\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right] = 0 \right\} \quad (2.32)$$

Existe un problema asociado al diseño cuando se aborda el problema de control en sistemas subactuados ya que existen estados del sistema en donde no hay una entrada de control asociada, lo que limita la dinámica deseada que se le puede imponer al sistema. Para conocer estas limitaciones es necesario considerar a la ecuación de *matching* expresada por

$$g^\perp \left[(J(x) - R(x)) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right] = g^\perp \left[(J_d(x) - R_d(x)) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right] \quad (2.33)$$

para la cual es necesario encontrar la solución de una ecuación diferencial parcial, en donde encontrar una solución a dicha ecuación diferencial parcial es una desventaja de la metodología.

Por otro lado, las condiciones necesarias que debe cumplir el Hamiltoniano deseado son las siguientes: La función de energía deseada posee un punto mínimo local en la dinámica deseada, es decir $\arg\{H_d\} = x_*$, $\nabla_x H_d|_{x_*} = 0$, y la función de energía deseada es al menos semidefinida positiva con respecto a la dinámica deseada, es decir, $H_d \geq 0$. Esto significa que el Hessiano sea definido positivo al menos localmente $\nabla_x^2 H_d \geq 0$.

Para analizar las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado, se tiene que al sustituir la ley de control $\beta(x)$ en el sistema (2.27) e igualado con el modelo (2.28) se obtiene la ecuación

$$f(x) + g(x)\beta(x) = [J_d(x) - R_d(x)] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2.34)$$

en la cual, al premultiplicar por $g^\perp(x)$ se obtiene la ecuación dada por (2.29). La ley de control se obtiene premultiplicando por la pseudoinversa de $g(x)$. La estabilidad de x_* se establece porque de la expresión

$$\dot{H}_d = - \left[\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right]^\top R_d(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2.35)$$

Por lo tanto, H_d se califica como una función candidata de Lyapunov. En donde la estabilidad asintótica se puede establecer por medio de la aplicación de argumentos estándares de análisis.

2.3. Sistemas Eléctricos de Potencia.

En esta sección se abordarán algunas generalidades acerca de los sistemas eléctricos de potencia para sentar un precedente teórico y establecer algunos puntos que serán útiles para describir uno de los resultados principales de este trabajo de tesis.

2.3.1. Composición de un sistema eléctrico

Los sistemas SEP se pueden dividir en tres partes principales, la primera se encarga de generar la energía para ser distribuida al sistema de potencia, la segunda corresponde a un sistema encargado de transmitir dicha energía generada y por último el elemento que consume la energía está constituido por las llamadas cargas. En las siguientes secciones se abordará de forma muy general el funcionamiento de cada una de las partes y algunos conceptos asociados a la estabilidad dentro de los SEP.

2.3.1.1. Generadores.

El generador es la parte del sistema encargada de suministrar la energía necesaria a la carga para satisfacer condiciones de operación específicas. Dentro del estudio de los SEP la generación se clasifica de dos formas como se menciona en la referencia ([Machowski y Bialek, 2008](#)), generación centralizada y distribuida. La generación centralizada corresponde a las unidades tradicionales de generación, termoeléctricas, hidroeléctricas etc., cuya principal característica es que las unidades de generación se encuentran muy alejadas de los centros de consumo, mientras la generación distribuida generalmente corresponde a unidades de generación no convencionales o emergentes mayormente heterogéneas, como los son, celdas fotovoltaicas, turbinas de viento etc., en donde estas fuentes de generación se encuentran más cerca de los centro de consumo.

El objetivo de la unidad generadora es proporcionar una señal sinusoidal de una frecuencia constante $\omega = 2\pi f$ con un voltaje de amplitud constante v_f tal que se satisfaga cierta demanda de potencia dentro del sistema eléctrico. De acuerdo con (Cutsem y Vournas, 1998) las unidades de generación en los sistemas eléctricos poseen límites naturales en generación de potencia activa y reactiva. Estas potencias se encuentran relacionadas con las variables eléctricas de las unidades generadoras, es decir, si varía el voltaje dentro de la unidad generadora existirá una variación en la potencia reactiva, si se modifica la frecuencia de generación existirán cambios dentro de la potencia activa del sistema.

2.3.1.2. Sistema de transmisión.

Esta es la parte del sistema eléctrico encargada de transmitir la potencia de las unidades de generación a los centros de consumo. Si se habla de unidades de generación centralizada los sistemas de transmisión se dividen en líneas de transmisión de alta potencia y en centros de distribución de media y baja potencia. Si la unidad de generación es distribuida los sistemas de transmisión son de media y baja potencia, además pueden ser medios de transmisión de corriente alterna así como medios de transmisión de corriente directa como se menciona en (Machowski y Bialek, 2008).

2.3.1.3. Cargas.

Dentro del análisis de los sistemas eléctricos las cargas pueden dividirse, dependiendo su comportamiento, es tres efectos eléctricos y sus combinaciones, cargas resistivas, inductivas y capacitivas, pero con la aparición de elementos más complejos los efectos eléctricos sobre las cargas eran limitados, por esa razón comenzaron a existir clasificaciones de los comportamientos de las cargas en función de una variable eléctrica dominante. Las cargas se clasifican en

- Cargas con dependencia en voltaje.
- Cargas con dependencia en corriente.
- Cargas con dependencia en potencia.

en donde las cargas con dependencia voltaje y corriente se dividen en cargas con características exponenciales y cargas con comportamiento polinomial. Es

importante aclarar que las únicas variables que se conocen de manera común en los sistemas eléctricos son los valores de potencia nominal consumidos por la carga, por esta razón las cargas con características exponenciales tienen un comportamiento equivalente a las siguientes ecuaciones

$$P = zP_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^\alpha$$
$$Q = zQ_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^\beta$$

en donde z es una variable asociada a la demanda de potencia de la carga, V_o es un voltaje de referencia al igual que P_o y Q_o , mientras α y β son variables que dependen del tipo de carga que se encuentre conectada. Es importante mencionar que zP_o y zQ_o , según la referencia (Cutsem y Vournas, 1998), representan el valor de potencia nominal que puede demandar la carga. Por otro lado, P y Q representan la potencia total que demanda la carga.

Dentro de las cargas que se controlan por voltaje existe una representación que toma en cuenta el tipo de carga exponencial, estas cargas son llamadas cargas *ZIP*, que hace referencia a la impedancia, corriente y potencia constante. Dicho modelo se encuentra dado por

$$P = zP_o \left[a_P \left(\frac{V}{V_o} \right)^2 + b_P \left(\frac{V}{V_o} \right) + c_P \right]$$
$$Q = zQ_o \left[a_Q \left(\frac{V}{V_o} \right)^2 + b_Q \left(\frac{V}{V_o} \right) + c_Q \right]$$

donde $a_P + b_P + c_P = a_Q + b_Q + c_Q = 1$ además zP_o y zQ_o es la potencia tanto activa y reactiva real que consume la carga a un voltaje V_o . Los parámetros a , b y c están relacionados con las características eléctricas constantes así como con el tipo de carga al cual se encuentra conectado al sistema de eléctrico.

Para fines de este trabajo se abordará la teoría asociada a los generadores síncronos, ya que forman parte primordial del resultado que se establecerá en este documento.

2.3.2. Generador síncrono conectado a bus infinito.

El sistema SMIB es una idealización de un sistema eléctrico de potencia que describe la interconexión de unidades generadoras y áreas de carga a través de

líneas de transmisión, tal como se muestra en la Figura 2.2, en donde se observa un generador síncrono conectado a un bus infinito mediante una impedancia que es caracterizada a través de un circuito equivalente. Un sistema SMIB puede representar también el equivalente de Thévenin, el cual representa la reducción de toda la red eléctrica en un punto de interconexión.

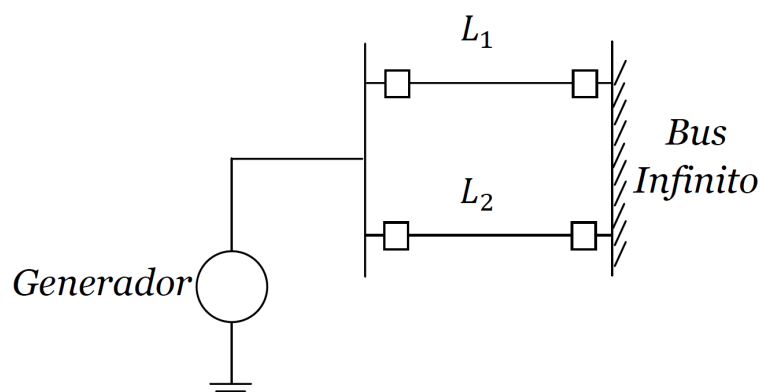


Figura 2.2: Generador síncrono conectado a un bus infinito

El SMIB representa una parte muy pequeña de un sistema eléctrico de potencia, el cual, es tan grande en términos de potencia comparado con una sola máquina que los fenómenos asociados a dicha máquina no tendrán gran efecto en el sistema, por lo que se puede considerar que la máquina mantiene constantes el voltaje y la frecuencia, lo que se puede considerar como una máquina que tiene impedancia interna nula e inercia rotacional infinita((Sauer, Pai, y Chow, 2017)).

El modelo del generador síncrono es definido considerando de manera independiente las dinámicas mecánicas y eléctricas asociadas a dicho generador con el objetivo de definir las relaciones de interconexión entre ambos sistemas. En las siguientes secciones se aborda de manera muy general la dinámica de ambos sistemas.

2.3.2.1. Modelo mecánico

La ecuación que define el movimiento del rotor del generador está descrita por una ecuación diferencial de segundo orden, la cual representa la dinámica de rotación y está dada por

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.36)$$

donde J es el momento de inercia, θ_m es la posición angular del rotor con respecto a un eje estacionario, T_m es el par mecánico de entrada, T_e es el par electromagnético. Al multiplicar ambos lados de la ecuación (2.36) por la velocidad nominal del rotor (ω_m), se obtiene la expresión

$$M \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.37)$$

donde $M = J\omega_m$ es el momento angular y a su vez θ_m se expresa como

$$\theta_m = \omega_m t + \delta_m \quad (2.38)$$

con δ_m el ángulo del rotor con respecto a un marco de referencia rotatorio síncrono con velocidad ω_m . Al sustituir (2.38) en (2.37), se obtiene

$$M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m - P_e, \quad (2.39)$$

en donde (2.39) se conoce como ecuación de oscilación y esta directamente asociada al balance de potencias dentro del generador síncrono. El parámetro M no es estrictamente constante, sin embargo su variación puede considerarse despreciable, por lo tanto es llamada constante de inercia. Para relacionar el comportamiento inercial de la máquina con la red, es más útil escribir (2.39) de forma que la posición del rotor se encuentre directamente relacionada con el ángulo eléctrico. El ángulo eléctrico es el ángulo entre la fuerza magnetomotriz de campo y la fuerza magnetomotriz resultante del *airgap*, ambos rotando a la velocidad síncrona.

El ángulo de par δ , el cual es el mismo que el ángulo eléctrico δ_e , está relacionado con el ángulo mecánico δ_m (medido de un marco de referencia rotatorio síncrono) por la expresión

$$\delta = \delta_e = (p/2)\delta_m$$

considerando que p es el número de polos del generador síncrono. Por lo tanto se tiene que

$$\frac{2M}{p} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{2M}{p} \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e$$

que relaciona la potencia de aceleración con el ángulo eléctrico δ y la velocidad angular del campo magnético giratorio ω .

Al normalizar la ecuación (2.38) en por unidad con respecto a la potencia base S_B (2.38), esta queda expresada por

$$\frac{2M}{pS_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{2M}{pS_B} \frac{d\omega}{dt} = \bar{P}_m - \bar{P}_e \quad (2.40)$$

donde $\bar{P}_m - \bar{P}_e$ es el balance de potencia normalizado en por unidad. El lado izquierdo de (2.41), puede escribirse como

$$\frac{2M}{pS_B} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \left(\frac{2H}{\omega_B} \right) \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (2.41)$$

con σ el ángulo de carga, p el número de polos, ω_B la frecuencia angular eléctrica $\frac{p}{2}\omega_m$ y H la constante de inercia dada por

$$H = \frac{1}{2} \frac{J\omega_m^2}{S_B} = \frac{\text{Energía cinética almacenada [MJ]}}{\text{Capacidad [MVA]}} \quad (2.42)$$

cuya dimensión asociada es el tiempo. Usualmente H varía en un rango reducido entre 2[s] y 10[s] para la mayoría de las máquinas independientemente a su capacidad. De (2.40) es posible definir que la unidad de inercia es

$$\bar{M} = \frac{M}{S_B} = \frac{2H}{\omega_B} \quad (2.43)$$

Por conveniencia todas las cantidades se expresan normalizadas en por unidad, de esta forma (2.39) queda expresada por la forma

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e. \quad (2.44)$$

Dicha ecuación suele ser acompañada de un término proporcional a la desviación de la velocidad, el cual corresponde al amortiguamiento K_D de la máquina síncrona, teniendo así

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e - K_D \omega \quad (2.45)$$

2.3.2.2. Modelo eléctrico

El generador síncrono se representa como una fuente de voltaje ideal detrás de la reactancia transitoria en el eje directo (X'_d), mientras que el bus infinito se representa como una fuente de voltaje de magnitud constante.

El circuito reducido equivalente para el sistema SMIB, se muestra en la Figura 2.3. Se considera que el módulo de la fuente de tensión E' detrás de la reactancia transitoria es constante, debido a que el flujo de excitación es constante durante el transitorio. Del mismo modo, el ángulo de la fuente de voltaje δ es precisamente

el ángulo del rotor. La reactancia equivalente X_E es la suma de X'_d y X_{eq} y el bus infinito es representado por una fuente de voltaje constante E_B .

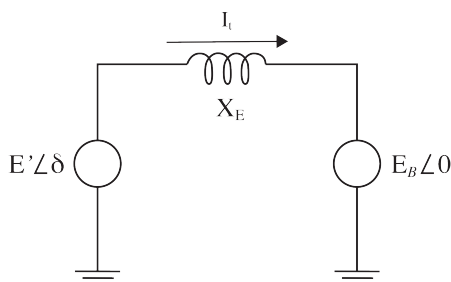


Figura 2.3: Circuito reducido equivalente del SMIB.

La potencia eléctrica de un generador síncrono conectado a un bus infinito se calcula por

$$P_e = \Re\{E_B I_t^*\} \quad (2.46)$$

en donde la corriente suministrada por el generador (I_t) se puede obtener de

$$I_t = \frac{E' - E_B}{jX_E} \quad (2.47)$$

Sustituyendo (2.47) en (2.46) se tiene

$$P_e = \frac{E' E_B}{X_E} \text{sen}(\delta) \quad (2.48)$$

La ecuación (2.48) representa la forma más simple de la ecuación del flujo de potencia. Dicha relación muestra que la potencia transmitida depende de la reactancia de transferencia y el ángulo entre los dos nodos de interconexión.

La curva P_e contra δ es ampliamente conocida como la curva de potencia-ángulo. En la figura 2.4 se muestra de manera gráfica el comportamiento de la ecuación (2.48). Cabe mencionar que como está reportado en la literatura ((Crary, 1945)), el análisis asociado a dicha curva corresponde a fijar un valor para la potencia mecánica P_m , de tal manera que se obtiene una potencia eléctrica asociada. Como resultado se encuentran dos puntos de intersección que corresponden a los puntos de equilibrio del SMIB, en donde un punto tiene características de estabilidad asintótica mientras que el otro posee características de inestabilidad.

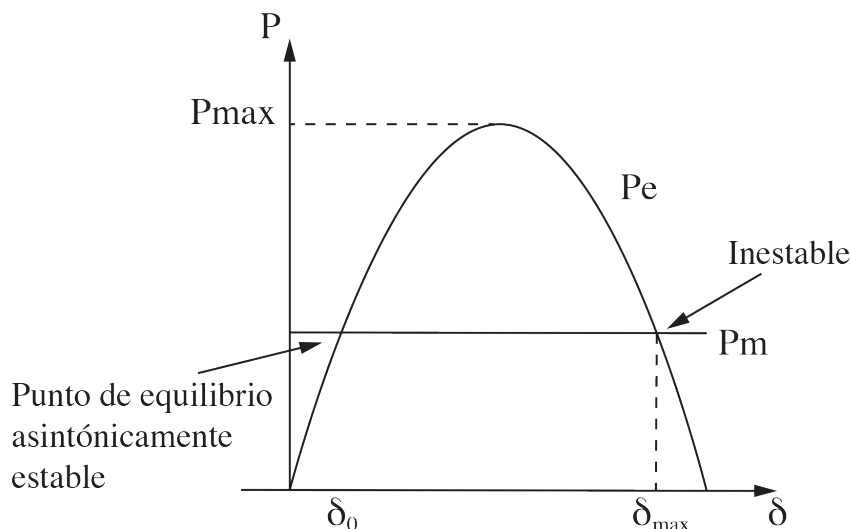


Figura 2.4: Curva de potencia-ángulo.

El aumento gradual de la potencia eléctrica de salida del generador es posible hasta que la potencia eléctrica máxima es transferida. La potencia máxima representa el límite de estabilidad del estado estacionario y ocurre cuando el desplazamiento angular es igual a 90° . Si el desplazamiento angular se incrementa más allá de 90° la potencia eléctrica de salida comenzará a disminuir pasando el punto de máxima potencia. En términos de rotación quiere decir que la máquina acelerará perdiendo el sincronismo con el bus infinito.

La ecuación de la potencia eléctrica en términos de P_{max} se encuentra representada por

$$P_e = P_{max} \text{sen}(\delta) \quad (2.49)$$

y así, el sistema SMIB queda representado por un modelo simple de segundo orden, dado por

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (2.50)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} (P_m - P_e - D(\omega - \omega_s)) \quad (2.51)$$

donde

$$P_e = \frac{1}{X'_d + X_E} E' E_B \text{sen}(\delta)$$

con

- P_m : Potencia mecánica, [p.u.].
- P_e : Potencia eléctrica de salida, [p.u.].
- X'_d : Reactancia transitoria en el eje d, [p.u.].
- X_E : Reactancia equivalente de la línea de interconexión, [p.u.].
- E' : Voltaje interno del generador, [p.u.].
- E_B : Voltaje del bus infinito, [p.u.].
- δ : Ángulo de carga, radianes eléctricos.
- H : Constante de inercia [s]
- ω_s , velocidad síncrona del rotor, $[\frac{rad}{s}]$.
- ω_0 : Velocidad nominal, $[\frac{rad}{s}]$.
- D : Factor de amortiguamiento, [p.u.].
- t : tiempo, [s].

Es fundamental mencionar que las ecuaciones (2.50) y (2.51) definen el comportamiento dinámico del generador síncrono de una forma muy general y únicamente consideran sus dinámicas mecánicas que son: la desviación de la velocidad y la desviación del ángulo; sin embargo, existen diversos modelos que consideran más dinámicas asociadas al generador síncrono. Algunos abordados en este trabajo y otros ampliamente explicados en (Sauer y cols., 2017; Kundur, Balu, y Lauby, 1994; Milano, 2010).

2.3.2.3. Modelo de un eje (Con decaimiento de flujo)

En general los modelos dinámicos que representan al generador síncrono, tienen en común a las ecuaciones (2.50) y (2.51), que definen la dinámica del subsistema mecánico del generador. Sin embargo, estas ecuaciones además representan al modelo de segundo orden, llamado modelo clásico, que es el modelo más general de un generador síncrono. Pero dentro de la literatura de los sistemas de potencia existen modelos matemáticos que consideran un número mayor de fenómenos dinámicos asociados al generador. Estos modelos consideran la dinámica de la magnitud de la fuente ideal de voltaje detrás de una reactancia transitoria tal como se ilustra en la Figura 2.3 E' , en la cual, a diferencia del modelo de dos

ejes, considera aún la dinámica asociada al devanado de amortiguamiento E'_d . Si la constante de tiempo T'_{q0} es suficientemente pequeña es posible hacer una primera aproximación de dicha dinámica de la siguiente forma

$$\dot{E}'_d = (-E'_d + (X_q - X'_q)I_q)/T'_{q0}$$

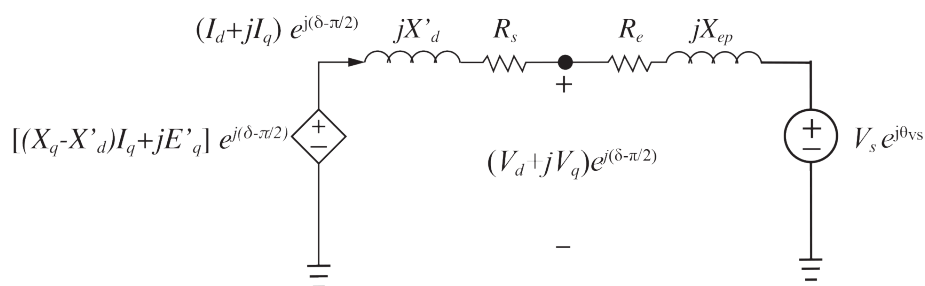


Figura 2.5: Circuito dinámico del modelo de un eje del generador síncrono.

Del circuito mostrado en la Figura 2.5, para eliminar E'_d del modelo de dos ejes, las ecuaciones del estator se definen como

$$0 = (R_s + R_e)I_d - (X'_q + X_E)I_q + E_B \sin(\delta)$$

$$0 = (R_s + R_e)I_q - (X'_d + X_E)I_d - E'_q + E_B \cos(\delta)$$

donde R_s es la resistencia de estator y R_e es una resistencia equivalente. Resolviendo para I_d e I_q , que son las corrientes de estator, se tiene

$$I_d = \frac{E'_q - E_B \cos(\delta)}{X'_d + X_E} \quad (2.52)$$

$$I_q = \frac{E_B \sin(\delta)}{X'_q + X_E} \quad (2.53)$$

con

$$V_d = R_e I_d - X_E I_q + E_B \sin(\delta)$$

$$V_q = R_e I_q + X_E I_d + E_B \cos(\delta)$$

que son los voltajes sobre los ejes d y q , y

$$V_t = \sqrt{V_d^2 + V_q^2}$$

que es el voltaje en terminales.

Así, el modelo dinámico de tercer orden del generador síncrono, queda definido por

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega & (2.54) \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_s}{2H}(T_m - E'_q I_q - (X'_q - X'_d)I_d I_q - D\omega) \\ \dot{E}'_q &= (-E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd})/T'_{d0}\end{aligned}$$

El modelo matemático dado por (2.54) se le conoce como modelo con decaimiento de flujo y es de los más empleados para plantear soluciones a problemas de control y puede ser considerado como el modelo general del SMIB ((Arjona, Escarela-Perez, y Espinosa-Perez, 2009)).

Con base en el análisis transitorio del generador síncrono es posible establecer la siguiente relación

$$T_m \approx P_m \quad (2.55)$$

Por lo tanto el modelo matemático se puede expresar de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega & (2.56) \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_s}{2H}(P_m - P_e - D\omega) \\ \dot{E}'_q &= (-E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd})/T'_{d0}\end{aligned}$$

mientras que la potencia eléctrica se encuentra definida por la siguiente expresión

$$P_e = I_q E'_q + (X'_d - X'_q)I_d I_q \quad (2.57)$$

Si las corrientes se encuentran definidas según las ecuaciones (2.53) y (2.52), entonces la potencia eléctrica es

$$P_e = E'_q E_B \sin(\delta) \left(\frac{2X'_d + X_E - X'_q}{(X'_q + X_E)(X'_d + X_E)} \right) - \frac{E_B^2 (X'_d - X'_q)}{2(X'_q + X_E)(X'_d + X_E)} \sin(2\delta)$$

Para realizar el estudio con este modelo la reactancia transitoria sobre el eje d (X'_d) es la misma reactancia transitoria sobre el eje q (X'_q), es decir $X'_d = X'_q$. Bajo esta restricción, la potencia eléctrica queda definida como

$$P_e = E'_q E_B \sin(\delta) \frac{1}{(X'_d + X_e)} \quad (2.58)$$

Para facilitar el desarrollo del modelo matemático se establecen como estados a $[\delta \ \omega \ E'_q] = [x_1 \ x_2 \ x_3]$. Las ecuaciones que representan al modelo del SMIB son (2.54), (2.58), (2.52) y (2.53), por lo que el modelo matemático del SMIB se encuentra dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 & (2.59) \\ \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \left(x_3 E_B \sin(x_1) \frac{1}{(X'_d + X_E)} \right) - D x_2 \right) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} (v + E_f - x_3 + I_d (X_d - X'_d)) \end{aligned}$$

Al sustituir la corriente I_d dada por (2.52), se tiene el siguiente modelo

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 & (2.60) \\ \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \left(\frac{E_B \sin(x_1)}{X'_q + X_E} x_3 \right) - D x_2 \right) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} \left(v + E_f - x_3 + \frac{x_3 - E_B \cos(x_1)}{X'_d + X_E} (X_d - X'_d) \right) \end{aligned}$$

y al reducir términos el modelo matemático del SMIB de tercer orden queda expresado de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 & (2.61) \\ \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \left(\frac{E_B \sin(x_1)}{X'_q + X_E} x_3 \right) - D x_2 \right) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} \left(v + E_f - \left(\frac{X_d + X_E}{X'_d + X'_E} \right) x_3 + \frac{E_B \cos(x_1) (X_d - X'_d)}{X'_d + X'_E} \right) \end{aligned}$$

2.3.3. Modelo multi-máquina por decaimiento de flujo.

El modelo matemático que caracteriza a un sistema multi-máquina se encuentra reportado en (Ortega, Galaz, Sun, y Shen, 2005) y está representado por el

siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 \dot{\delta}_i &= \omega_{i0}\omega_{Mi} & (2.62) \\
 M_i\dot{\omega}_{Mi} &= -E'_{qi} \left[\sum_{j=1, j \neq i}^n E'_{qj} \{G_{Mij}\cos(\delta_i - \delta_j) + B_{Mij}\sin(\delta_i - \delta_j)\} \right] \\
 &\quad - G_{Mii}E_{qi}^2 - D_{Mi}\omega_{Mi} + P_{mi} \\
 T_{di}\dot{E}'_{qi} &= -(x_{di} - x'_{di}) \left[\sum_{j=1, j \neq i}^n E'_{qj} \{G_{Mij}\sin(\delta_i - \delta_j) - B_{Mij}\cos(\delta_i - \delta_j)\} \right] \\
 &\quad + E_{f_{si}} + u_{fi} - [1 - B_{Mii}(x_{di} - x'_{di})]E'_{qi}
 \end{aligned}$$

donde las variables de estado son el ángulo del rotor δ_i , la velocidad del rotor ω_{Mi} y el voltaje interno de cuadratura E'_{qi} , por lo cual la dimensión del sistemas es $3n$. La entrada de control es el voltaje de campo que se encuentra dividido en dos componentes $E_{f_{si}} + u_{fi}$, en donde $E_{f_{si}}$ es la componente del voltaje de campo necesario para que el sistema se mantenga en estado estacionario. En caso de ocurrir una perturbación y el sistema pierda el estado estacionario, la componente del voltaje de campo u_{fi} es modificada a través de un esquema de control con el objetivo de recuperar el comportamiento estable del sistema en algún punto de operación. Los parámetros $G_{Mij} = G_{Mji}$, $B_{Mij} = B_{Mji}$, G_{Mii} y B_{Mii} son la conductancia y susceptancia del i -ésimo generador, P_{mi} es la potencia mecánica la cual se asume constante. Los parámetros x_{di} , x'_{di} representan las reactancias transitorias y subtransitorias del eje directo, ω_{i0} es la velocidad síncrona y D_{Mi} representa el coeficiente de amortiguamiento. Todos los parámetros son positivos y además $x_{di} > x'_{di}$. Considerando las siguientes identidades

$$\begin{aligned}
 G\cos(\delta) + B\sin(\delta) &= Y\sin(\delta + \alpha) & (2.63) \\
 G\sin(\delta) - B\cos(\delta) &= -Y\cos(\delta) = -Y\cos(\delta + \alpha)
 \end{aligned}$$

con $Y^2 = G^2 + B^2$ y $\alpha = \text{angtan}(\frac{B}{G})$ y al establecer los siguientes parámetros

$$\begin{aligned}
 E_{fi} &:= \frac{E_{f_{si}}}{T_{di}}; & u_i &:= \frac{u_{fi}}{T_{di}}; & D_i &:= \frac{D_{Mi}}{M_i}; & P_i &:= \frac{P_{mi}\omega_{i0}}{M_i}; & G_{ij} &:= \frac{G_{Mij}\omega_{i0}}{M_i} \\
 B_{ij} &:= \frac{B_{Mij}\omega_{i0}}{M_i}; & \omega_i &:= \omega_{i0}\omega_{Mi}
 \end{aligned}$$

es posible re-escribir al sistema de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 \dot{\delta}_i &= \omega_i \\
 \dot{\omega}_i &= -D_i\omega_i + P_i - G_{ii}E_{qi}^2 - E'_{qi} \sum_{j=1, j \neq i}^n E'_{qj} Y_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij}) \\
 \dot{E}'_{qi} &= -a_i E'_{qi} + b_i \sum_{j=1, j \neq i}^n E'_{qj} \text{cos}(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij}) + E_{fi} + u_i
 \end{aligned} \tag{2.64}$$

en donde, para simplificar la notación, los parámetros están definidos de la siguiente manera

$$Y_{ij} := \sqrt{G_{ij} + B_{ij}^2}; \quad \alpha_{ij} := \text{angtan}(G_{ij}) \quad a_i := \frac{1}{T_{di}} [1 - B_{Mii}(x_{di} - x'_{di})]$$

$$b_i := \frac{x_{di} - x'_{di}}{T_{di}} Y_{ij}$$

considerando que $a_i, b_i > 0$ por lo que $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.

Diseño de Observadores para sistemas Hamiltonianos controlados por puerto

En esta sección se abordará el diseño de observadores para diferentes clases de sistemas Hamiltonianos. Para el diseño de estos esquemas se usará como base las propiedades estructurales definidas en la matriz de interconexión y la función energía de esta clase de sistemas. El uso de estas propiedades permiten diseñar esquemas de observación que preservan la estructura de los sistemas Hamiltonianos lo que permite establecer condiciones de diseño y propiedades de convergencia de los esquemas de observación garantizando estabilidad asintótica del punto de equilibrio de la dinámica del error de observación. Como segundo punto en este capítulo se evidencian algunas propiedades del control basado en pasividad para establecer condiciones de un principio de separación para una clase de sistemas Hamiltonianos. Por último se muestran algunos ejemplos del diseño de los observadores para estos sistemas con aplicación en algunos sistemas electromecánicos.

3.1. Diseño de observadores de orden reducido

Para el diseño de esquemas de observación de orden reducido se caracterizará la función de energía para definir una primera clase de sistemas Hamiltonianos.

3.1.1. Sistemas Hamiltonianos no lineales.

La clase de sistemas Hamiltonianos que se consideran para el diseño de observadores en esta sección son aquellos sistemas que poseen una estructura dada por

$$\dot{x} = [J - R]\nabla H(x) + gu \quad (3.1)$$

en donde $x \in \mathbb{R}^n$, mientras $J = -J^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $R = R^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son constantes. Para establecer el resultado es necesario considerar la siguiente suposición

Suposición 3.1 (Primera clase de sistemas Hamiltonianos). *Es posible dividir al estado de la siguiente forma $x = [x_1^\top \ x_2^\top]$, en donde $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ es el estado medible y $x_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$ es el estado no medible. Bajo esta consideración es posible establecer que las matrices J y R se pueden dividir de la siguiente forma*

$$J = \begin{bmatrix} T_1 & T_3 \\ -T_3^\top & T_2 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} K_1 & K_3 \\ K_3^\top & K_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde $T_1 = -T_1^\top \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$, $T_2 = -T_2^\top \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$, $T_3 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$, $K_1 = K_1^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$, $K_2 = K_2^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$ y $K_3 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$.

Para esta clase de sistemas físicos, el Hamiltoniano tiene la estructura

$$H = \frac{1}{2}x_2^\top P x_2 + \Phi(x_1) + \Gamma(x_1)x_2 \quad (3.3)$$

donde la principal característica de esta clase de sistemas es considerar que en esta función de energía los estados no medidos x_2 se encuentran caracterizados de manera cuadrática, donde $P \in \mathbb{R}^{n_2}$ es definida positiva. Para los estados medidos x_1 se encuentran caracterizadas las relaciones: $\Phi(x_1) : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}$ que es una función no lineal positiva definida con respecto a x_{1*} y $\Gamma(x_1) : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{1 \times n_2}$ que es una función no lineal en los estados medidos pero en la función de energía el mapeo $\Gamma(x_1)$ establece una relación lineal con los estados no medidos a través del producto $\Gamma(x_1)x_2$ de tal manera que $\Gamma(x_1)x_2 > 0$. El gradiente de la función de energía expresada en (3.3) es

$$\frac{\partial H}{\partial x_1} = \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial \Gamma(x_1)}{\partial x_1} x_2 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_2} = P x_2 + \Gamma^\top(x_1) \quad (3.5)$$

De acuerdo a con la Suposición 3.1 y el Hamiltoniano dado por (3.3) es posible expresar al sistema (3.1) de en la forma

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \left((T_1 - K_1) \frac{\partial \Gamma(x_1)}{\partial x_1} P^{-1} + (T_3 - K_3) \right) P x_2 \\ &+ (T_1 - K_1) \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + (T_3 - K_3) \Gamma^\top(x_1) + g_1 u \\ \dot{x}_2 &= \left((T_2 - K_2) - (T_3^\top + K_3^\top) \frac{\partial \Gamma(x_1)}{\partial x_1} P^{-1} \right) P x_2 \\ &- (T_3^\top + K_3^\top) \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + (T_2 - K_2) \Gamma^\top(x_1) + g_2 u\end{aligned}\quad (3.6)$$

con los estados no medibles del sistema dados por x_2 y que aparecen de manera lineal dentro de la estructura del sistema gracias a la función de energía expresada en (3.3). Esta propiedad será fundamental para establecer el diseño del observador.

Para facilitar el desarrollo de los resultados se definen los siguientes elementos

$$A_1(x_1) = \left((T_1 - K_1) \frac{\partial \Gamma(x_1)}{\partial x_1} P^{-1} + (T_3 - K_3) \right) \quad (3.7)$$

$$A_2(x_1) = \left((T_2 - K_2) - (T_3^\top + K_3^\top) \frac{\partial \Gamma(x_1)}{\partial x_1} P^{-1} \right) \quad (3.8)$$

$$B_1(x_1, u) = (T_1 - K_1) \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + (T_3 - K_3) \Gamma^\top(x_1) + g_1 u \quad (3.9)$$

$$B_2(x_1, u) = -(T_3^\top + K_3^\top) \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + (T_2 - K_2) \Gamma^\top(x_1) + g_2 u \quad (3.10)$$

por lo tanto, el sistema representado por (3.6) puede re-escribirse como

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= A_1(x_1) P x_2 + B_1(x_1, u) \\ \dot{x}_2 &= A_2(x_1) P x_2 + B_2(x_1, u)\end{aligned}\quad (3.11)$$

Para esta clase de sistemas en (Espinosa-Pérez, Maya-Ortiz, Dòria-Cerezo, y Moreno, 2009) se presenta el diseño de un esquema de observación, en el presente trabajo se expone una generalización de dicho esquema. Para sistemas caracterizados por las ecuaciones anteriores se propone el siguiente esquema

$$\hat{\dot{x}}_2 = A_2(x_1) P \hat{x}_2 + B_2(x_1, u) + k_0(z - \hat{z}) \quad (3.12)$$

en donde z representa la salida medida del sistema que de acuerdo con la representación dada por (3.11) la salida medida queda expresada mediante la siguiente expresión

$$z = A_1(x_1)Px_2 \quad (3.13)$$

mientras $\hat{z} = A_1(x_1)P\hat{x}_2$. Entonces el observador queda representado de la siguiente forma

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_2(x_1)P\hat{x}_2 + B_2(x_1, u) + k_0(A_1(x_1)Px_2 - A_1(x_1)P\hat{x}_2) \quad (3.14)$$

Con esta propuesta es posible establecer propiedades de convergencia del observador a través del análisis de la dinámica del error de observación. Sin embargo, este diseño depende de los estados no medidos, por lo tanto no es implementable. Para solventar este problema se propone el siguiente cambio de variable

$$z = A_1(x_1)Px_2 = \dot{x}_1 - B_1(x_1, u) \quad (3.15)$$

Al considerar este cambio de variable y si $\hat{z} = A_1(x_1)P\hat{x}_2$ entonces el observador (3.12) queda representado por

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_2(x_1)P\hat{x}_2 + B_2(x_1, u) + k_0(\dot{x}_1 - B_1(x_1, u) - A_1(x_1)P\hat{x}_2) \quad (3.16)$$

Además, considerando que

$$\dot{\hat{x}}_2 - k_0\dot{x}_1 = A_2(x_1)P\hat{x}_2 + B_2(x_1, u) - k_0B_1(x_1, u) - k_0A_1(x_1)P\hat{x}_2 \quad (3.17)$$

si $\dot{s} = \dot{\hat{x}}_2 - k_0\dot{x}_1$ entonces

$$\dot{s} = [A_2(x_1) - k_0A_1(x_1)]P\hat{x}_2 + B_2(x_1, u) - k_0B_1(x_1, u). \quad (3.18)$$

Si se retoma la teoría detrás del diseño de observadores por medio de la técnica de Inmersión e Invariancia (R. Astolfi Alessandro y Ortega, 2003) es posible caracterizar de manera más general a la ganancia k_0 como una función de los

estados medidos x_1 , entonces es posible expresar dicha ganancia de la siguiente forma

$$k_0 \dot{x}_1 = \frac{d}{dt} \beta(x_1) \quad (3.19)$$

en donde k_0 se puede obtener a través de la regla de la cadena que caracteriza a la derivada temporal de la función $\beta(x_1) \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}$, es decir

$$k_0 \dot{x}_1 = \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} \dot{x}_1 = \frac{d}{dt} \beta(x_1) \quad (3.20)$$

Por lo tanto, queda expresado de la forma

$$\int \dot{s} dt = \int \dot{\hat{x}}_2 dt - \int \frac{d}{dt} \beta(x_1) dt \quad (3.21)$$

por lo tanto

$$s = \hat{x} + \beta(x_1) \quad (3.22)$$

Así, para poder encontrar la solución de s es necesario garantizar que la función $\beta(x_1)$ sea integrable, es decir que $\beta(x_1)$ es continua. Esta condición de integrabilidad implica un reto en el diseño del observador ya que es necesario garantizar su existencia para poder demostrar características de convergencia del observador.

Observación 3.1. *Un caso particular del caso anterior corresponde a caracterizar la función $\beta(x_1)$ de la siguiente forma*

$$\beta(x_1) = a_1 \quad (3.23)$$

donde $a_1 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}$ es una matriz constante. Este es un caso particular de ganancia para determinar la convergencia de los observadores, en donde el estado observado para este caso se encuentra definido de la siguiente forma

$$s = \hat{x}_2 - a_1 x_1 \quad (3.24)$$

En donde el grado de libertad que permitirá establecer condiciones de convergencia y desempeño del observador es la matriz constante a_1 .

Considerando el escenario descrito, es posible proponer el siguiente resultado.

Proposición 3.1. *Considere la clase de sistemas PCH con la estructura mostrada en la ecuación (3.1). Proponga un esquema de observación dado por*

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \left\{ A_2(x_1) - \frac{\partial\beta(x_1)}{\partial x_1} A_1(x_1) \right\} P \hat{x}_2 + B_2(x_1, u) - \frac{\partial\beta(x_1)}{\partial x_1} B_1(x_1, u) \\ \hat{x}_2 &= s + \beta(x_1) \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde $\beta : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}$ es una función continua y diferenciable. Si la matriz

$$\left\{ A_2(x_2) - \frac{\partial\beta(x_1)}{\partial x_1} A_1(x_1) \right\} P \quad (3.26)$$

es definida negativa generalizada $\forall x_1$ entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0. \quad (3.27)$$

de manera asintótica.

Prueba de Convergencia. De acuerdo a la proposición 3.1 y considerando que el error de observación es $\tilde{x}_2 = x_2 - \hat{x}_2$, en donde la dinámica del error para los estados no medibles está dada por la siguiente expresión

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \left\{ A_2 - \frac{\partial\beta(x_1)}{\partial x_1} A_1 \right\} P \tilde{x}_2. \quad (3.28)$$

Para determinar las características de estabilidad del punto de equilibrio se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\tilde{x}_2) = \frac{1}{2} \tilde{x}_2^\top P \tilde{x}_2 \quad (3.29)$$

en donde su derivada a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\dot{V}(\tilde{x}_2) = \tilde{x}_2^\top P \left\{ \frac{1}{2} \left[A_2(x_1) - \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} A_1(x_1) \right] + \frac{1}{2} \left[A_2(x_1) - \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} A_1(x_1) \right]^\top \right\} P \tilde{x}_2 \quad (3.30)$$

si la parte simétrica de la matriz $\left\{ A_2(x_1) - \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} A_1(x_1) \right\}$ es definida negativa, entonces el punto de equilibrio de la dinámica del error $\tilde{x}_2 = 0$ tiene propiedades de estabilidad asintótica, por lo tanto se cumple que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_2 - \hat{x}_2) = 0 \quad (3.31)$$

de manera asintótica.

□

Observación 3.2. *Es importante mencionar que la clase de sistemas considerada en la Suposición 3.1 permite caracterizar de manera general una clase de sistemas Hamiltonianos a través de la función de energía expresada por (3.3), esto permite establecer una metodología de diseño más clara y sistemática para esta clase de sistemas. Es necesario aclarar que para el diseño de observadores para sistemas Hamiltonianos no lineales existen dos enfoques, el primero de ellos consiste en emplear características de la función energía como se muestra en (Venkatraman, 2010), en este enfoque se emplean propiedades de la función energía para establecer condiciones de diseño de el esquema de observación, la principal ventaja de la*

metodología de diseño presentada en el presente trabajo consiste en que con (3.3) se caracteriza una clase de sistemas Hamiltonianos más grande, además de la sistematización del diseño; el segundo enfoque corresponde a diseño de observadores para sistemas Hamiltonianos que emplean la teoría de contracción para establecer esquemas de observación que preservan estructura Hamiltoniana tal como se muestra en (M. J. Yaghmaei Abolfazl y Yazdanpanah, 2018).

Existe una gran cantidad de sistemas físicos que se pueden caracterizar con la clase de sistemas considerada. En esta sección se muestran algunos ejemplos de sistemas además de su correspondiente diseño de observador.

Ejemplo. Este ejemplo corresponde a un levitador magnético en donde el modelo matemático Hamiltoniano se encuentra dado por la ecuación

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -R & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial q} \\ \frac{\partial H}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial H}{\partial p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

donde g es la fuerza de gravedad, m es la masa del balón del levitador, $k > 0$ es una constante asociada al número de espiras de la bobina del levitador, mientras q es la posición de la bola, p es el momentum vertical y φ es el flujo magnético del inductor. Para este sistema la función de energía está dada por

$$H(q, p, \varphi) = mgq + \frac{p^2}{2m} + \frac{\varphi^2}{2k}(1 - q) \quad (3.33)$$

y se consideran las siguientes suposiciones

Suposición 3.2. *Condiciones de diseño*

- Todos los parámetros de este sistema electromecánico se consideran conocidos.
- Las variables a medir son la posición q y el flujo magnético φ

De acuerdo con la clase definida por (3.1), el Hamiltoniano puede reescribirse como

$$H(q, p, \Phi) = \frac{1}{2m}p^2 + \Phi(x_1) \quad (3.34)$$

con $\Phi(x_1) = mgq + \frac{\varphi^2}{2k}(1-q)$. Con base en esto es posible dividir al sistema representado por (3.32) de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \hline T_1 & T_3 \end{array} - \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \hline K_1 & K_3 \end{array} \right\} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial q} \\ \frac{\partial H}{\partial p} \\ \frac{\partial H}{\partial \varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \end{bmatrix}$$

por lo que se obtiene que

$$\dot{x}_1 = T_3 P x_2 - K_1 \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + g_1 u \quad (3.35)$$

$$\dot{x}_2 = -T_3^\top \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + g_2 u \quad (3.36)$$

en donde el gradiente de la función $\Phi(x_1)$ toma la forma

$$\frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial q} = mg - \frac{\varphi^2}{2k}(1-q)^2 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial \varphi} = \frac{\varphi}{k}(1-q). \quad (3.38)$$

Para el sistema representado por (3.1.1) el observador propuesto es el siguiente

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -\frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} T_3 P \hat{x}_2 - T_3^\top \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} + g_2 u + \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} K_1 \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} g_1 u \\ \hat{x}_2 &= s + \beta(x_1) \end{aligned} \quad (3.39)$$

el cual, de acuerdo a las matrices definidas toma la forma

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -\frac{1}{m} \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial q} \hat{p} - \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial q} + \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial \varphi} \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi(x_1)}{\partial \varphi} - \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial \varphi} V \\ \hat{p} &= s + \beta(x_1) \end{aligned} \quad (3.40)$$

La dinámica del error se define de la siguiente forma $\dot{\tilde{p}} = \dot{p} - \dot{\hat{p}}$ de lo que se obtiene

$$\dot{\tilde{p}} = -\frac{1}{m} \frac{\partial \beta(x_1)}{\partial q} \tilde{p} \quad (3.41)$$

Para que se cumplan las condiciones establecidas por la Proposición 3.1 la función $\beta(x_1)$ que se propone para este sistema es

$$\beta(x_1) = L_1 q \quad (3.42)$$

donde $\frac{\partial \beta(x_1)}{\partial x_1} = L_1$. Al sustituir la ecuación anterior en la dinámica del error se tiene

$$\dot{\tilde{p}} = -\frac{1}{m}L_1\tilde{p} \quad (3.43)$$

con $L_1 \neq 0$ la ganancia de diseño del observador.

Para caracterizar las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\tilde{p}) = \frac{1}{2}\tilde{p}^2 \quad (3.44)$$

Es necesario hacer notar que para este caso específico la dinámica del error no depende del estado no medido, por lo tanto el problema de estabilidad del punto de equilibrio de esta dinámica se abordará desde una perspectiva de sistemas autónomos. Por lo tanto, para garantizar estabilidad exponencial del punto de equilibrio $\tilde{p} = 0$ es suficiente que en la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema de la función candidata de Lyapunov dada por

$$\dot{V}(\tilde{p}) = -\frac{L_1}{m}\tilde{p}^2 \quad (3.45)$$

la ganancia L_1 sea estrictamente mayor que cero.

A continuación se muestra la evaluación numérica del observador diseñado para este ejemplo. Los parámetros físicos que se emplearon para la realización de la evaluación numérica son

Parámetro	Valor
Masa m	0.1[kg]
Resistencia R	0.20[Ω]
Número de vueltas en el inductor k	50
Aceleración de gravedad g	9.81 $\frac{m}{s^2}$
Ganancia del observador L_1	10

Tabla 3.1: Parámetros del Levitador Magnético

En la Figura 3.1 se muestra el comportamiento del *mometum* (p) del levitador magnético obtenido de (3.32) (gráfica en color rojo) y se compara con el

momentum observado (\hat{p}) dado por (3.40) (gráfica en color azul) que representan el observador del sistema.

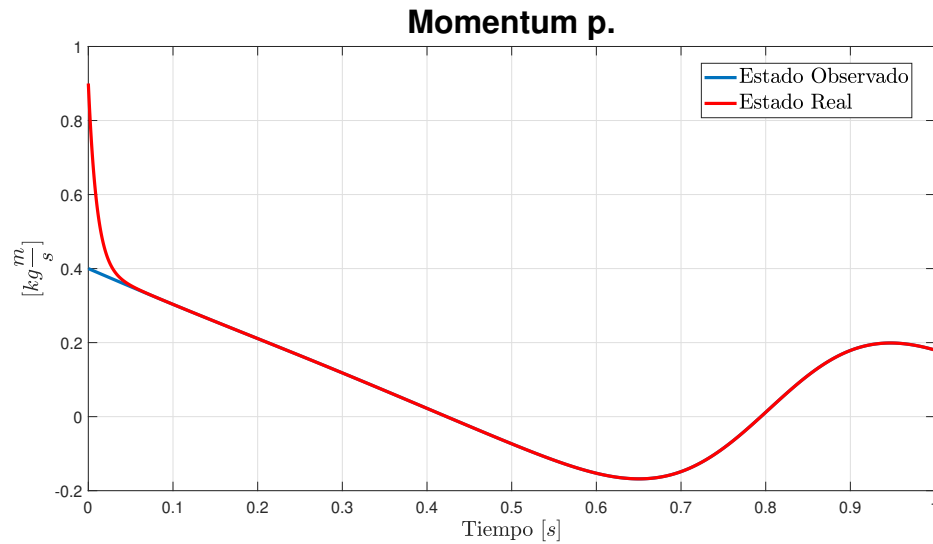
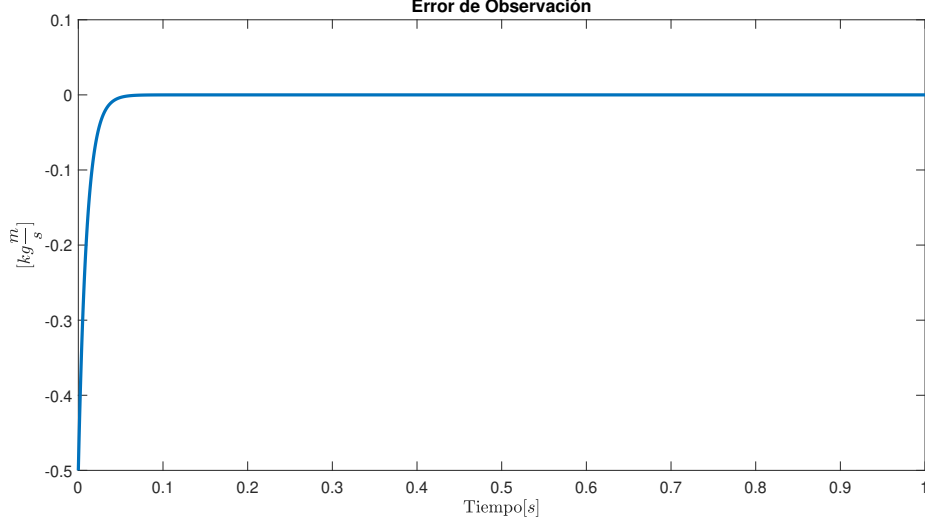


Figura 3.1: *Momentum p.* Levitador magnético

En la Figura 3.1 se puede observar el desempeño del observador pero para identificar de mejor manera el tiempo de convergencia en la Figura 3.2 se muestra el error de observación, en donde es posible notar que el tiempo de convergencia del observador es alrededor de 0.1[s].


Figura 3.2: Error de observación

Para establecer como se relaciona este resultado con lo que se encuentra reportado en la literatura, a continuación se presenta una comparación entre el esquema de observación mostrado en (Venkatraman, 2010) y el esquema de observación presentado en este trabajo de investigación.

Considere el sistema expresado por (3.32) junto con el Hamiltoniano dado por (3.33), entonces el esquema de observación propuesto en (Venkatraman, 2010) queda caracterizado por las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\varphi}} &= -\frac{R}{k}(\hat{\varphi}(1 - \hat{q})) + V + v_1 \\ \dot{\hat{q}} &= \frac{1}{m}\hat{p} + mv_2 \\ \dot{\hat{p}} &= -mg + \frac{\hat{\varphi}^2}{2k} + mv_2\end{aligned}\tag{3.46}$$

en donde

$$\begin{aligned}v_1 &= -\left[\delta + \frac{1}{m^2} + \frac{R}{k}\{|1 - \hat{q}| + |\varphi|\} + \frac{1}{4k^2}|\varphi + \hat{\varphi}|\right] \xi_1 + v_{d1} \\ v_2 &= -\left[\delta + \frac{1}{m^2} + \frac{R}{k}\{|1 - \hat{q}| + |\varphi|\} + \frac{1}{4k^2}|\varphi + \hat{\varphi}|\right] \xi_2 + v_{d2}\end{aligned}$$

para este caso considere que el error para este esquema de observación se encuentra definido por $\tilde{x} = \hat{x} - x$ por lo tanto $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\tilde{\varphi}, \tilde{q}, \tilde{p} - \tilde{q})$, bajo estas

consideraciones v_{d1} y v_{d2} quedan definidos de la siguiente forma

$$\begin{aligned} v_{d1} &= - \left[\frac{R}{k}(\hat{\varphi}\hat{q} - \varphi q) - \frac{\tilde{p}}{2km}(2\hat{\varphi} - \tilde{\varphi}) - \gamma_1\tilde{\varphi} \right] \\ v_{d2} &= - \left[\frac{2\tilde{p}}{m^2} - \frac{\hat{\varphi}^2}{2km} + \frac{\varphi^2}{2km} - \gamma_2\tilde{q} \right] \end{aligned}$$

de esta forma se garantiza que la dinámica del error es estrictamente pasiva desde (v_{d1}, v_{d2}) hasta $(\tilde{\varphi}, \tilde{q})$.

Observación 3.3. *Para el esquema de observación mostrado en (Venkatraman, 2010) se considera también que todos los parámetros son conocidos con la diferencia de que el esquema de observación citado es un observador de orden completo.*

3.1.2. Evaluación Numérica

Para realizar la evaluación numérica de los esquemas de observación se considera el análisis del levitador en lazo abierto considerando como punto de operación $(\varphi^*, q^*, p^* = (9.9045, 0.5, 0))$ con una entrada de control constante igual a $V = 0.0218$. Los parámetros empleados en el sistema para la realización de la evaluación numérica se muestran en la Tabla 3.1.

En la Figura 3.3 se muestra el comportamiento del *momentum* observado (\hat{p}), se puede observar cómo sin importar la condición inicial se cumple con el objetivo de observación en alrededor 0.04[s]; mientras que en la Figura 3.4 se muestra el desempeño del observador dado (3.46) considerando solo la estimación del *momentum* ante diferentes condiciones iniciales, se puede observar como en este caso el esquema de observación cumple con su objetivo cerca de los 0.4[s].

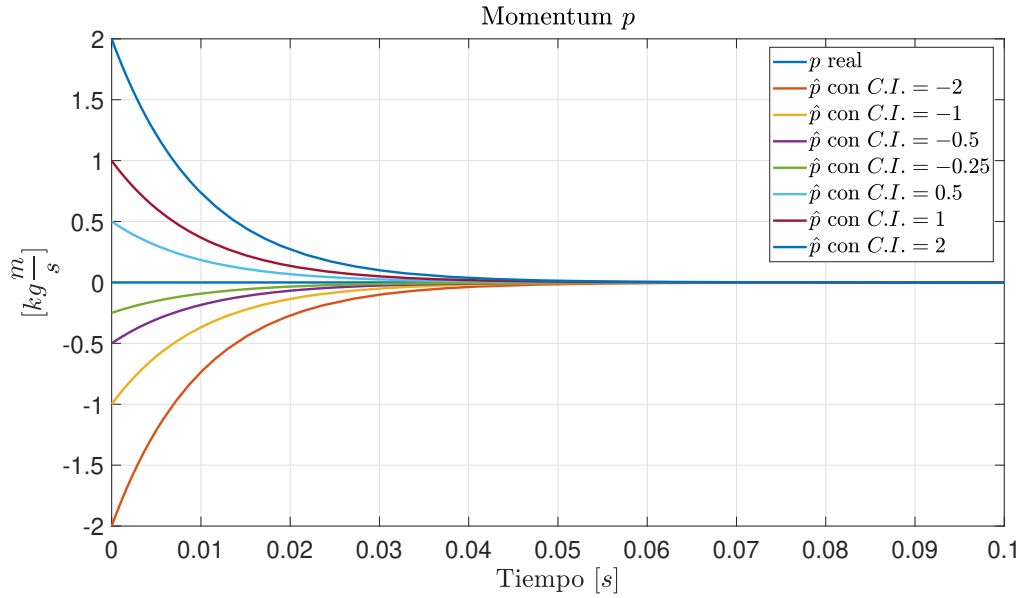


Figura 3.3: *Momentum p .* Desempeño del observador con estructura Hamiltoniana.

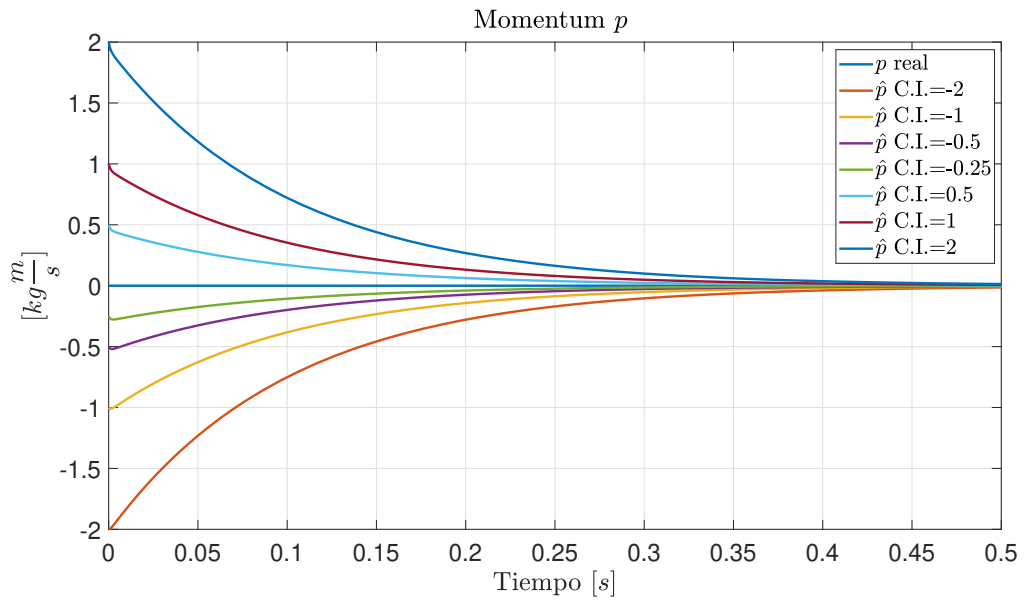


Figura 3.4: *Momentum p .* Desempeño del observador Venkatram 2010

Para complementar el análisis en la Figura 3.5 se muestra el comportamiento

del error de observación del esquema con estructura Hamiltoniana considerando el caso de la condición inicial $\hat{q}_0 = 2$, en donde se muestra que el error de observación del esquema con estructura Hamiltoniana tiende a cero aproximadamente en $0.04[s]$ mientras que el error de observación obtenido por el esquema diseñado en (Venkatraman, 2010) tiende a cero en $0.4[s]$ como se muestra en la Figura 3.6.

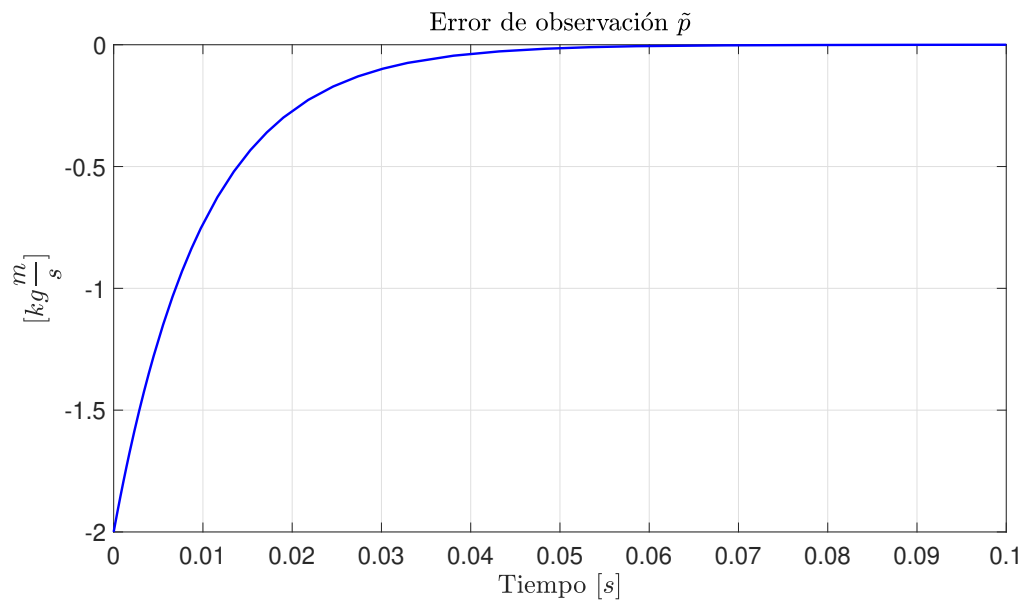


Figura 3.5: Error de observación para el esquema con estructura Hamiltoniana.

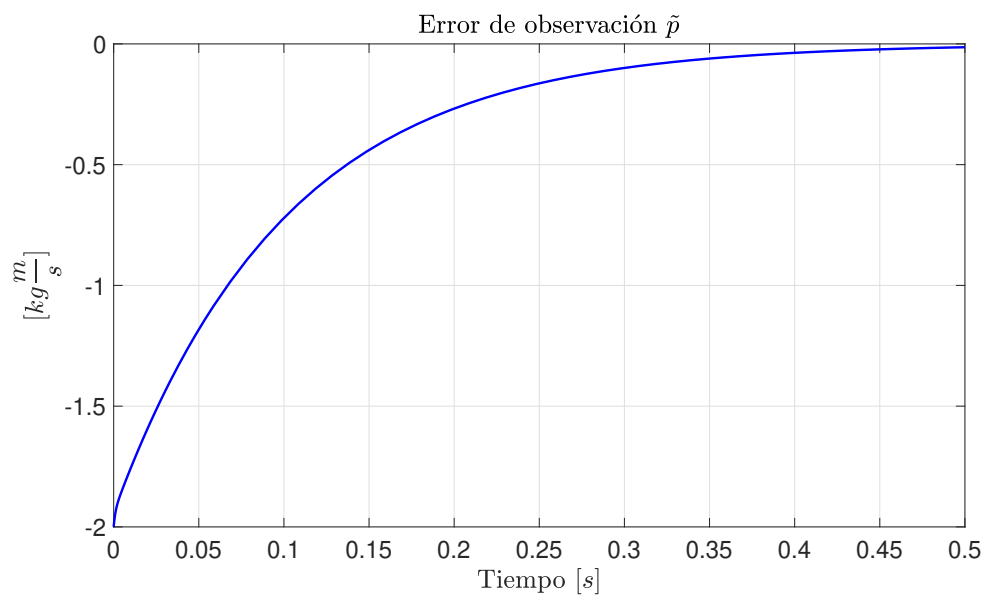


Figura 3.6: Error de observación para el esquema Venkatram 2010.

En la Figura 3.6 se muestra el comportamiento del error de observación del esquema reportado en (Venkatraman, 2010) considerando el caso de la condición inicial $\hat{q}_0 = 2$

Finalmente en la Figura 3.7 se muestra la integral del error cuadrático de medio del error de observación para ambos esquemas considerando una condición inicial $\hat{q}_0 = 2$

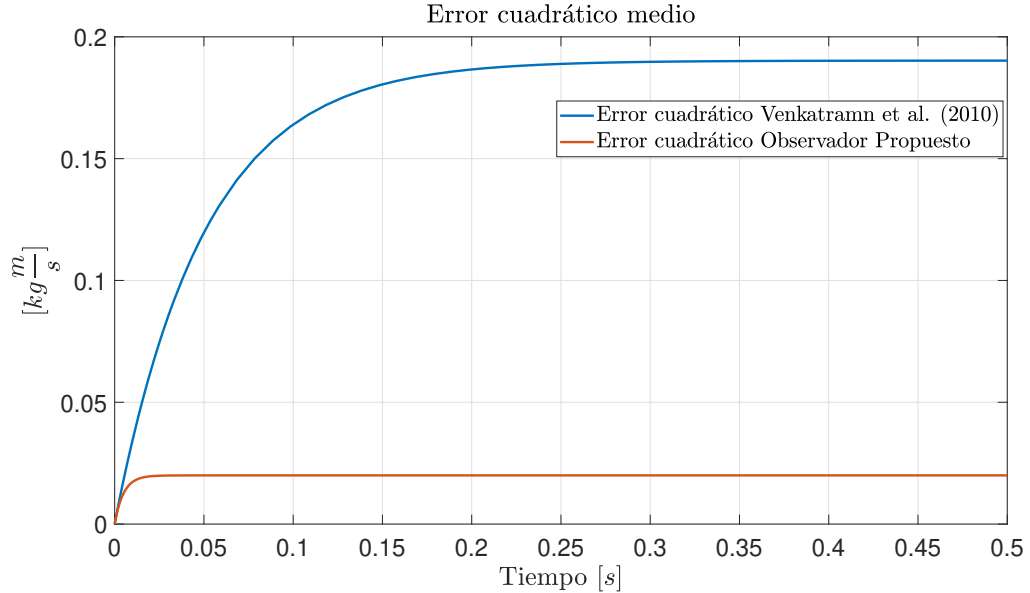


Figura 3.7: Integral del error cuadrático medio

es posible observar que ambos casos logran una medida de desempeño constante con la diferencia que el esquema diseñado por (Venkatraman, 2010) posee un error cuadrático de observación más grande que el esquema mostrado en este trabajo. Con el análisis anterior es posible establecer lo siguiente

Observación 3.4. *Para garantizar que el observador (Venkatraman, 2010) cumpla con el objetivo de observación es necesario garantizar la existencia de una ley de retroalimentación que logre que el sistema aumentado*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= [J(x_1, u) - R(x_1)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(y)u_2 \\ \dot{\hat{x}} &= [J(\hat{x}_1, u) - R(\hat{x}_1)] \frac{\partial H(\hat{x})}{\partial \hat{x}} + g(y)u_2 + L_1(\hat{x}_1)v\end{aligned}$$

sea estrictamente pasivo con respecto a la variedad $\mathcal{M} = \{(x, \hat{x}) | x = \hat{x}\}$ desde una entrada v_d hasta el error de observación, esta condición complica el diseño de las ganancias del observador; en el esquema de observación presentado en este trabajo de investigación se presenta una metodología que permite obtener de manera sistemática las ganancias del observador, la desventaja de este esquema

radica en que es necesario que se cumpla con la condición de integrabilidad de la función $\beta(x_1)$ para garantizar la convergencia del observador.

Observación 3.5. *De acuerdo a la sintonización empleada, el observador presentado en este trabajo de investigación cumple con el objetivo de observación diez veces más rápido que el observador diseñado en (Venkatraman, 2010).*

Observación 3.6. *El observador diseñado en el presente trabajo de investigación es un observador de orden reducido, mientras que el observador mostrado en (Venkatraman, 2010) corresponde a un observador de orden completo.*

Observación 3.7. *De acuerdo a la sintonización empleada, el observador presentado en este trabajo de investigación cumple con el objetivo de observación cuatro veces más rápido que el observador diseñado en (Venkatraman, 2010).*

3.2. Diseño de observadores de orden completo

En esta sección se presentan los resultados relacionados con la segunda clase de sistemas PCH identificada en este trabajo de tesis. Esta clase se encuentra caracterizada por el modelo dado por

$$\dot{x} = [J(x) - R]Px + gu \quad (3.47)$$

en donde $x \in \mathbb{R}^n$, $J(x) = -J^\top(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $R = R^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $P = P^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $u \in \mathbb{R}^m$ y $g \in \mathbb{R}^{n \times m}$; y además se considera que la salida del sistema es $y = Cx$ donde $y \in \mathbb{R}^p$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

Como se puede observar, la clase de sistemas (3.47) está caracterizada por el hecho de considerar un Hamiltoniano cuadrático, una matriz de disipación constante y una matriz de entrada también constante. En este sentido, las no linealidad que pueden aparecer en el modelo se deben al producto entre la matriz de interconexión y el gradiente del Hamiltoniano. Adicionalmente, se considera que el vector de salidas del sistema está dado por una combinación lineal de los estados.

Con la intención de mostrar la cobertura de sistemas que es posible alcanzar con la definición de esta clase, en la siguiente sección se aborda el problema de diseño de observadores para el caso en que la matriz de interconexión no depende del estado, es decir, el caso de sistemas lineales invariantes en el tiempo, para posteriormente abordar el caso en que se presentan no linealidades en el modelo.

3.2.1. Clase Lineal de sistemas Hamiltonianos

Un caso particular de la clase de sistemas representados por (3.47) se obtiene cuando la matriz de interconexión no depende del estado, es decir cuando el modelo es de la forma

$$\dot{x} = [J - R]Px + gu \quad (3.48)$$

donde $J = -J^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $R = R^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $P = P^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Considerando que la salida del sistema está dada por

$$y = Cx \quad (3.49)$$

con $y \in \mathbb{R}^p$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, es posible proponer un esquema de observación de la forma

$$\dot{\hat{x}} = [J - R]P\hat{x} + gu + L(y - \hat{y}) \quad (3.50)$$

donde $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$.

Observación 3.8. *El observador propuesto en (3.50) corresponde a un observador Luenberger clásico reportado en (Luenberger, 1964) y sirve como motivación para establecer la metodología de diseño de observadores para sistemas Hamiltonianos no lineales.*

Para esta propuesta es posible plantear la siguiente proposición.

Proposición 3.2. *Considere el sistema (3.48) operando con el observador (3.50). por lo que la dinámica del error de observación $\tilde{x} = x - \hat{x}$ está dada por*

$$\dot{\tilde{x}} = \{[J - R] - LCP^{-1}\}P\tilde{x} \quad (3.51)$$

Bajo estas condiciones, el punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ es exponencialmente estable si y sólo si la matriz $(R + \text{sym}\{LCP^{-1}\})$ es definida positiva, en donde $\text{sym}\{LCP^{-1}\}$ es la parte simétrica de la matriz LCP^{-1} .

Demostración. Considere la función candidata de Lyapunov

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top P\tilde{x} \quad (3.52)$$

con $P = P^\top \geq 0$.

Para poder establecer propiedades de estabilidad del punto de equilibrio de la dinámica del error dada por (3.51), considere la derivada de la función candidata de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top PRP\tilde{x} - \tilde{x}^\top P \left[\frac{1}{2}(LCP^{-1} + (LCP^{-1})^\top) \right] P\tilde{x} \quad (3.53)$$

en donde $\frac{1}{2}(LCP^{-1} + (LCP^{-1})^\top)$ es la parte simétrica de la matriz LCP^{-1} . De esta forma, la derivada a lo largo de la trayectoria del sistema se puede escribir como

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top P (R + \text{sym}\{LCP^{-1}\}) P\tilde{x} \quad (3.54)$$

por lo que, si la matriz $(R + \text{sym}\{LCP^{-1}\})$ es definida positiva entonces el punto de equilibrio de la dinámica del error $\tilde{x} = 0$ es exponencialmente estable. \square

A continuación se presenta un ejemplo ilustrativo de la aplicación del resultado anterior.

Ejemplo. Caso Lineal Este ejemplo corresponde a un circuito eléctrico donde las relaciones de constitución de los elementos físicos que conforman al sistema son lineales ((Van Der Schaft, 2006)). Considere el modelo

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3.55)$$

donde x_1 es la carga en un capacitor, x_2 representa los encadenamientos de flujo en un inductor y x_3 representa los encadenamientos de flujo en un segundo inductor.

La salida del sistema corresponde a la corriente de uno de los inductores y se encuentra definida por la siguiente expresión

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Para este sistema, el observador diseñado tiene la estructura

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{K_1}{L_1} \\ \frac{K_2}{L_1} \\ \frac{K_3}{L_1} \end{bmatrix} (x_2 - \hat{x}_2) \quad (3.57)$$

con $K_i = \{K_1 \ K_2 \ K_3\}$ las ganancias del observador. El observador diseñado tiene la estructura dada por (3.50). Considerando el observador dado por (3.57) y el sistema representado por (3.55) la dinámica del error se representa de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} -R_1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -R_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & K_1 L_1 & 0 \\ 0 & K_2 L_1 & 0 \\ 0 & K_3 L_1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Para demostrar las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$, es necesario que se cumplan las condiciones necesarias para que la derivada dada por (3.54) sea al menos semi-definida positiva. Para esto, es necesario que $\text{sym}\{R + LCQ^{-1}\}$ sea al menos semi-definida positiva.

Para este ejemplo se tiene que

$$\text{sym}\{R + LCQ^{-1}\} = \begin{bmatrix} R_1 & \frac{1}{2}K_1 L_1 & 0 \\ \frac{1}{2}K_1 L_1 & K_2 L_2 & \frac{1}{2}K_3 L_1 \\ 0 & \frac{1}{2}K_3 L_1 & R_2 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

por lo que, para establecer condiciones bajo las cuales la matriz dada por (3.59) es definida positiva, es posible aplicar el criterio de Sylvester, del cual se obtiene que estas condiciones están dadas por

$$\begin{aligned} R_1 &> 0 \\ K_2 L_2 &> 0 \\ R_2 &> 0 \end{aligned}$$

en conjunto con

$$\begin{aligned} K_2 L_2 R_2 - \frac{1}{4} K_3^2 L_1^2 &> 0 \\ R_1 R_2 &> 0 \\ K_2 L_2 R_1 - \frac{1}{4} K_1^2 L_1^2 &> 0 \end{aligned}$$

$$R_1 R_2 K_2 L_2 - \left[\frac{1}{4} K_1^2 L_1^2 R_2 + \frac{1}{4} K_3^2 L_1^2 R_1 \right] > 0$$

Para obtener la evaluación numérica del diseño del observador del sistema dado por (3.55), se emplearon los siguientes parámetros físicos

Parámetro	Valor
Resistencia R_1	0.2[Ω]
Resistencia R_2	0.1[Ω]
Inductancia L_1	50[mH]
Inductancia L_2	20[mH]
Capacitancia C	100[μF]
Ganancia del observador K_1	1
Ganancia del observador K_2	8.968
Ganancia del observador K_3	5

Tabla 3.2: Parámetros Circuito Eléctrico.

En este punto es pertinente hacer el comentario que el caso de los sistemas con una estructura como la que se muestra en (3.48) los observadores propuestos son de orden completo, por lo tanto en la Figura 3.8 se muestran todos los estados del sistema (3.55) así como los estados observados obtenidos de (3.57).

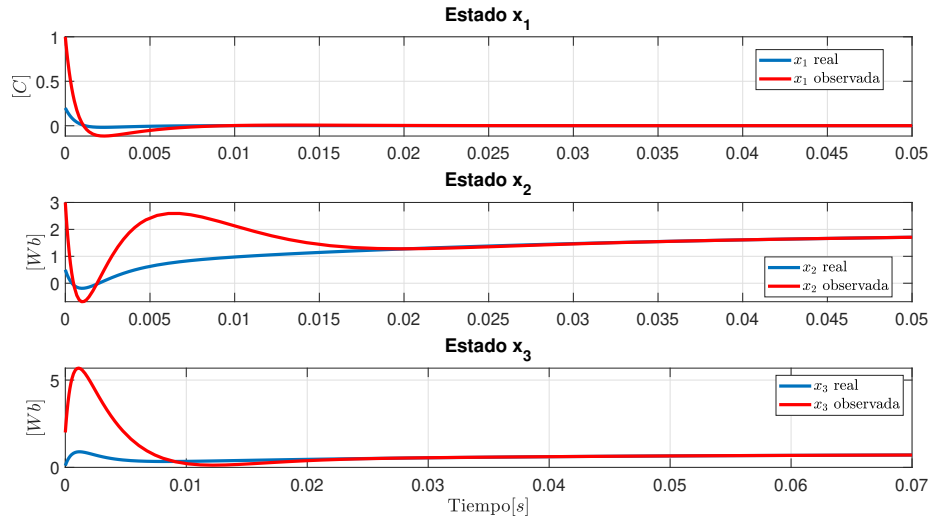


Figura 3.8: Estados del Sistema. Comparación entre los estados reales y observados.

Para analizar de mejor manera el desempeño del observador en la Figura 3.9 se puede notar la dinámica del error tiende a cero de manera exponencial en aproximadamente 0.02 segundos.

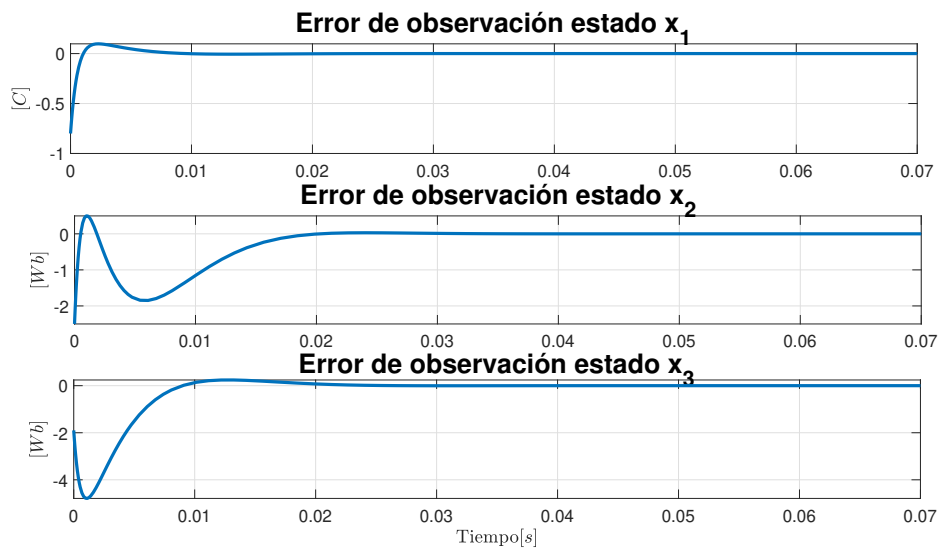


Figura 3.9: Error de Observación $x_r - \hat{x}$.

3.2.2. Clase no lineal de sistemas Hamiltonianos.

Los sistemas no lineales considerados a partir de la expresión (3.47) se estudian en esta sección. En este sentido, estos efectos no lineales están determinados por el término $J(x)Px$ los cuales corresponden a productos de las componentes del estado de la forma $x_i x_j$ con $i \in \{1, \dots, n\}$ y $j \in \{1, \dots, n\}$. Físicamente, este tipo de no linealidades expresan la ponderación que tienen algunos estados sobre el intercambio de energía en el sistema.

Para comenzar con el diseño de los esquemas de observación, la estructura descrita se caracteriza por medio de la siguiente suposición.

Suposición 3.3. *Es posible representar a la matriz de interconexión $J(x)$ como*

$$J(x) = J_0 + \sum_{i=1}^n J_i x_i \quad (3.60)$$

donde $J_0 = -J_0^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $J_i = -J_i^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices anti-simétricas constantes mientras que x_i son las componentes del vector de estados.

El observador propuesto para los sistemas representados por la Ecuación (3.47) está dado por

$$\dot{\hat{x}} = [J(\hat{x}) - R]P\hat{x} + gu + L(y - \hat{y}) \quad (3.61)$$

con $\hat{y} = C\hat{x}$, $J(\hat{x}) = -J^\top(\hat{x})$, $R = R^\top \geq 0$, mientras $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ es el vector de ganancias del observador.

Las propiedades de convergencia del esquema de observación propuesto están caracterizadas en la siguiente proposición.

Proposición 3.3. *Considere el sistema (3.47) operando con el observador (3.61). Suponga que se satisface la suposición 3.3. Bajo estas condiciones, la dinámica del error $\tilde{x} = x - \hat{x}$ está dada por*

$$\dot{\tilde{x}} = [(J(x) + B(\hat{x}) - (R + LCP^{-1}))P\tilde{x} \quad (3.62)$$

donde

$$B(\hat{x}) = [J_1 P\hat{x} \quad J_2 P\hat{x} \quad \dots \quad J_n P\hat{x}]P^{-1} \quad (3.63)$$

De esta forma, si la matriz

$$A(\hat{x}) = \text{sym}\{R + LCP^{-1}\} + \text{sym}\{B(\hat{x})\} \quad (3.64)$$

es definida positiva para todo \hat{x} , entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0 \quad (3.65)$$

Demostración. De acuerdo a la definición del error de observación, la dinámica de esta variable está dada por

$$\dot{\tilde{x}} = -(R + LCP^{-1} - J(x))P\tilde{x} + (J(x) - J(\hat{x}))P\hat{x} \quad (3.66)$$

donde, tomando en cuenta la propiedad dada por (3.60), se tiene que

$$J(x) - J(\hat{x}) = \left(J_0 + \sum_{i=1}^n J_i x_i \right) - \left(J_0 - \sum_{i=1}^n J_i \hat{x}_i \right) = \sum_{i=1}^n J_i(\tilde{x}_i) \quad (3.67)$$

entonces

$$\sum_{i=1}^n J_i(x_i - \hat{x}_i) = \sum_{i=1}^n J_i(\tilde{x}_i) \quad (3.68)$$

por lo que se obtiene que

$$\dot{\tilde{x}} = -(R + LCP^{-1} - J(x))P\tilde{x} + J(\tilde{x})P\hat{x} \quad (3.69)$$

Por otro lado y considerando nuevamente la suposición (3.60), el término $J(\tilde{x})P\hat{x}$ se puede expresar como

$$J(\tilde{x})P\hat{x} = \left(\sum_{i=1}^n J_i \tilde{x}_i \right) P\hat{x} = (J_1 \tilde{x}_1 + J_2 \tilde{x}_2 + \cdots + J_n \tilde{x}_n) P\hat{x} \quad (3.70)$$

donde

$$(J_1\tilde{x}_1 + J_2\tilde{x}_2 + \cdots + J_n\tilde{x}_n)P\hat{x} = [J_1P\hat{x} \quad J_2P\hat{x} \quad \cdots \quad J_nP\hat{x}]\tilde{x} \quad (3.71)$$

Por lo tanto, si se define la matriz (3.64), se tiene finalmente que la dinámica del error está dada por (3.62).

Considere ahora la función candidata de Lyapunov dada por

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top P\tilde{x} \quad (3.72)$$

con $P = P^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$. La derivada a lo largo de las trayectorias del sistema de esta función es

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}) &= -\tilde{x}^\top Q \left[\frac{1}{2}((R + LCP^{-1})^\top + (R + LCP^{-1})) \right] P\tilde{x} \\ &\quad + \tilde{x}^\top P \left[\frac{1}{2}((B(\hat{x}))^\top + B(\hat{x})) \right] P\tilde{x} \end{aligned}$$

donde $\frac{1}{2}((R + LCP^{-1})^\top + (R + LCP^{-1}))$ es la parte simétrica de la matriz $R + LCP^{-1}$ y $\frac{1}{2}((B(\hat{x}))^\top + B(\hat{x}))$ es la parte simétrica de la matriz $B(\hat{x})$, por lo tanto, la expresión anterior toma la siguiente forma

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top P [\text{sym}\{R + LCP^{-1}\} - \text{sym}\{B(\hat{x})\}] P\tilde{x} \quad (3.73)$$

de donde es posible concluir que si la matriz $A(\hat{x}) = \text{sym}\{R + LCP^{-1}\} - \text{sym}\{B(\hat{x})\}$ es definida positiva, entonces el punto de equilibrio de la dinámica del error $\tilde{x} = 0$ es exponencialmente estable. \square

La siguiente proposición aborda el problema de diseño de observadores para sistemas Hamiltonianos con la estructura dada por (3.47) pero analizado desde el punto de vista de teoría de sistemas perturbados.

Proposición 3.4. (*Sistemas Perturbados.*)

Considere que la dinámica del error (3.62) re-escrita en la forma

$$\dot{\tilde{x}} = [J(x) - (R + LCP^{-1})]P\tilde{x} + B(\hat{x})P\tilde{x} \quad (3.74)$$

con $B(\hat{x})$ definida en (3.63). Suponga que la entrada u es acotada.

Bajo estas condiciones, si la matriz $\text{sym}\{R + LCP^{-1}\}$ es definida positiva, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0 \quad (3.75)$$

Demostración. La prueba de la proposición se basa en la teoría de sistemas perturbados. De esta forma, primero se establecen las propiedades del sistema sin perturbación, es decir cuando $B(\hat{x})P\tilde{x}$ es igual a cero, para posteriormente demostrar que este término define una perturbación desvaneciente en el origen, es decir satisface $\|B(\hat{x})P\tilde{x}\| \leq \gamma\|\tilde{x}\|$.

Considere el sistema (3.74), suponga que no se considera el termino $B(\hat{x})P\tilde{x} = 0$. Proponga la función candidata de Lyapunov

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top P\tilde{x} \quad (3.76)$$

cuya derivada a lo largo de la trayectorias del sistema es

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top P(\text{sym}\{R + LCP^{-1}\})P\tilde{x} \quad (3.77)$$

De esta expresión es claro que si la matriz $\text{sym}\{R + LCP^{-1}\}$ es definida positiva, entonces el punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ de la dinámica del error nominal

es exponencialmente estable.

Por otro lado, note que la matriz $B(\hat{x})$ define un operador lineal acotado para \hat{x} acotado. Si esto se cumple, entonces

$$\|B(\hat{x})P\tilde{x}\| \leq \|B(\hat{x})P\|\|\tilde{x}\| \quad (3.78)$$

y por lo tanto existe una constante γ tal que

$$\|B(\hat{x})P\tilde{x}\| \leq \gamma\|\tilde{x}\| \quad (3.79)$$

lo que permite concluir que el término $B(\hat{x})P\tilde{x}$ es desvaneciente en el origen.

Para demostrar que la condición de acotamiento sobre \hat{x} se cumple, considere el sistema extendido

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (J(x) - R) & 0_p \\ LCQ^{-1} & (J(\hat{x}) - R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Px \\ P\hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G \end{bmatrix} u \quad (3.80)$$

el cual posee la estructura

$$\dot{z} = A(z)\bar{P}z + \bar{G}u \quad (3.81)$$

bajo definiciones inmediatas de los términos involucrados.

Si se considera la función

$$V(z) = \frac{1}{2}z^\top \bar{P}z \quad (3.82)$$

entonces es posible obtener que

$$\dot{V}(z) = z^\top \bar{P} \left(\frac{1}{2}A(z) + \frac{1}{2}A^\top(z) \right) \bar{P}z + \frac{1}{2}z^\top \bar{P}\bar{G}u + \frac{1}{2}u^\top \bar{G}^\top \bar{P}z \quad (3.83)$$

donde la parte simétrica de la matriz $A(z)$ está dada por

$$\text{sym}\{A(z)\} = \begin{bmatrix} -R & \frac{1}{2}(LCQ^{-1})^\top \\ \frac{1}{2}(LCQ^{-1}) & -R \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

Por otro lado, si se define la señal

$$y_p = G^\top \bar{Q}z \quad (3.85)$$

entonces la derivada de $V(z)$ se puede expresar como

$$\dot{V}(z) = z^\top \bar{Q} (\text{sym}\{A(z)\}) \bar{Q}z + y_p^\top u \quad (3.86)$$

por lo que se define un mapeo pasivo desde la entrada u hasta la salida y_p . De esta forma, es posible concluir que para toda entrada u acotada, el vector z es acotado y por lo tanto \hat{x} es también acotado.

La prueba de la proposición finaliza considerando la teoría estándar de sistemas perturbados. \square

Con la intención de ilustrar la utilidad del resultado presentado se considera el siguiente ejemplo.

Ejemplo. Caso no lineal. Considere el siguiente modelo matemático que representa a un motor síncrono de imanes permanentes modelado en el marco $dq0$, es decir, se conoce la posición del rotor para obtener esta representación

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{R_1}{L_1}x_1 + \frac{n_p}{J_m}x_2x_3 + u_d \\ \dot{x}_2 &= -\frac{R_2}{L_2}x_2 - \frac{n_p}{J_m}(x_1 + \phi)x_3 + u_q \\ \dot{x}_3 &= -\frac{n_p}{L_1}x_1x_2 + \frac{n_p}{L_2}(x_1 + \phi)x_2 - \frac{r_m}{J_m}x_3 - \tau_L \end{aligned} \quad (3.87)$$

donde $x_1 = L_1i_d$ es el encadenamiento de flujo sobre el inductor del eje d , $x_2 = L_2i_q$ es el encadenamiento de flujo sobre el inductor del eje q y x_3 es la velocidad síncrona del rotor. Además R_1 y R_2 son las resistencias de las bobinas de estator, L_1 y L_2 son las inductancias de las bobinas de estator, n_p es el número de par de polos del motor, r_m es la resistencia equivalente del motor, J_m es la inercia del motor, ϕ es el flujo magnético y τ_L es el par de carga del motor. Las señales de control u_d y u_q son los voltajes de estator de los ejes d y q . El modelo matemático del motor puede reescribirse de la siguiente forma

$$\dot{x} = [J(x) - R]Qx + Gu + \varepsilon \quad (3.88)$$

con

$$J(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p x_2 \\ 0 & 0 & -n_p(x_1 + \phi) \\ -n_p x_2 & n_p(x_1 + \phi) & 0 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_m \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\tau_L \end{bmatrix}; \quad Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}$$

y se considera como salida medible los encadenamientos de flujo, es decir

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Es importante notar que la matriz $J(x)$ del sistema representado por (3.87) se puede expresar de acuerdo a (3.68) de la siguiente forma

$$J(x) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_p \phi \\ 0 & n_p \phi & 0 \end{bmatrix}}_{J_0} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_p \\ 0 & n_p & 0 \end{bmatrix}}_{J_1} x_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p \\ 0 & 0 & 0 \\ -n_p & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J_2} x_2 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J_3} x_3 \quad (3.90)$$

Para observar el comportamiento del estado x_3 se propone un observador con estructura

$$\dot{\hat{x}} = [J(\hat{x}) - R]P\hat{x} + Gu + \varepsilon + L(y - \hat{y}) \quad (3.91)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3.92)$$

Para analizar la convergencia del observador se tiene que la siguiente dinámica del error está dada por

$$\dot{\tilde{x}} = [J(x) - R]Px - [J(\hat{x}) - R]P\hat{x} - LC\tilde{x} \quad (3.93)$$

la cual puede ser re-escrita como

$$\dot{\tilde{x}} = [J(x)P - (RP + LC)]\tilde{x} + J(\tilde{x})P\hat{x} \quad (3.94)$$

donde

$$J(\tilde{x})\hat{x} = \underbrace{[J_1 P \hat{x} \quad J_2 P \hat{x} \quad \dots \quad J_n P \hat{x}_n]}_{B(\hat{x})} \tilde{x} \quad (3.95)$$

por lo que

$$\dot{\tilde{x}} = [J(x)P - RP - LC + B(\hat{x})]\tilde{x} \quad (3.96)$$

en donde L es la ganancia del observador y tiene la siguiente estructura

$$L = \begin{bmatrix} \frac{K_1}{L_1} & K_5 \\ 0 & \frac{K_2}{L_2} \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

Considerando la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top P\tilde{x} \quad (3.98)$$

se obtiene que

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\tilde{x}^\top PRP\tilde{x} - \frac{1}{2}\tilde{x}^\top (PLC + L^\top C^\top P)\tilde{x} + \frac{1}{2}\tilde{x}^\top (PB(\hat{x}) + B^\top(\hat{x})P)\tilde{x} \quad (3.99)$$

en donde cada uno de los términos que la componen está dado por

$$\tilde{x}^\top PRP\tilde{x} = \frac{R_1}{L_1^2}\tilde{x}_1^2 + \frac{R_2}{L_2^2}\tilde{x}_2^2 + \frac{r_m}{J_m^2}\tilde{x}_3^2 \quad (3.100)$$

$$\tilde{x}^\top (PLC + (PLC)^\top)\tilde{x} = 2\frac{K_1}{L_1}\tilde{x}_1^2 + 2\frac{K_2}{L_2}\tilde{x}_2^2 + 2\frac{K_5}{L_1}\tilde{x}_2\tilde{x}_1 + 2\frac{K_3}{J_m}\tilde{x}_3\tilde{x}_1 + 2\frac{K_4}{J_m}\tilde{x}_2\tilde{x}_3 \quad (3.101)$$

$$\tilde{x}^\top (PB(\hat{x}) + B^\top(\hat{x})P)\tilde{x} = 2\tilde{x}_1\tilde{x}_2\hat{x}_3 \left(-\frac{n_p}{L_2J_m} + \frac{n_p}{L_1J_m} \right) + 2\tilde{x}_1\tilde{x}_3\hat{x}_2 \frac{n_p}{J_mL_2} - 2\hat{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3 \frac{n_p}{J_mL_1}. \quad (3.102)$$

por lo que, si se cumplen las condiciones

$$\begin{aligned} K_1 &> 0 \\ K_2 &> 0 \\ K_3 &= \frac{n_p}{L_2}\hat{x}_2 \\ K_4 &= -\frac{n_p}{L_1}\hat{x}_1 \\ K_5 &= L_1\hat{x}_3 \left(\frac{n_p}{L_1J_m} - \frac{n_p}{L_2J_m} \right) \end{aligned}$$

Parámetros	Valor
Resistencia de estator sobre el eje q	0.225[Ω]
Resistencia de estator sobre el eje d	0.225[Ω]
Fricción viscosa	0.00003[$\frac{kg}{s}$]
Número de polos	3
Inductancia del estator eje q	3.8[mH]
Inductancia del estator eje d	3.8[mH]
Inercia del motor	0.012[$\frac{kg}{m^2}$]
Flujo magnético	0.17[Wb]
Par de Carga	0

Tabla 3.3: Parámetros del motor síncrono de imanes permanentes.

entonces

$$\dot{V} = - \left(\frac{R_1}{L_1^2} + \frac{K_1}{L_1} \right) \tilde{x}_1^2 - \left(\frac{R_2}{L_2^2} + \frac{K_2}{L_2} \right) \tilde{x}_2^2 - \frac{r_m}{J_m^2} \tilde{x}_3^2 < 0 \quad (3.103)$$

garantizando el cumplimiento del objetivo deseado.

Para realizar la validación numérica del observador propuesto se emplearon los parámetros establecidos en la Tabla 3.3.

En la Figura 3.10 se muestran los estados del sistema, tanto reales como observados, y con el fin de una mejor presentación de los resultados se incluye la Figura 3.11 en la que se muestra el comportamiento del error de observación, pudiendo notar que se cumple con el objetivo planteado en alrededor 0.04[s].

3.2.3. Sistemas Interconectados

En esta sección se presenta una variante de diseño a la reportada en la sección anterior y que está motivada por resultados como el presentado en (Besancon, 1998) en donde se aborda el problema de diseño de observadores para sistemas interconectados. La motivación de este enfoque se basa en el hecho de que en algunas ocasiones el representar un sistema como la interconexión de sistemas

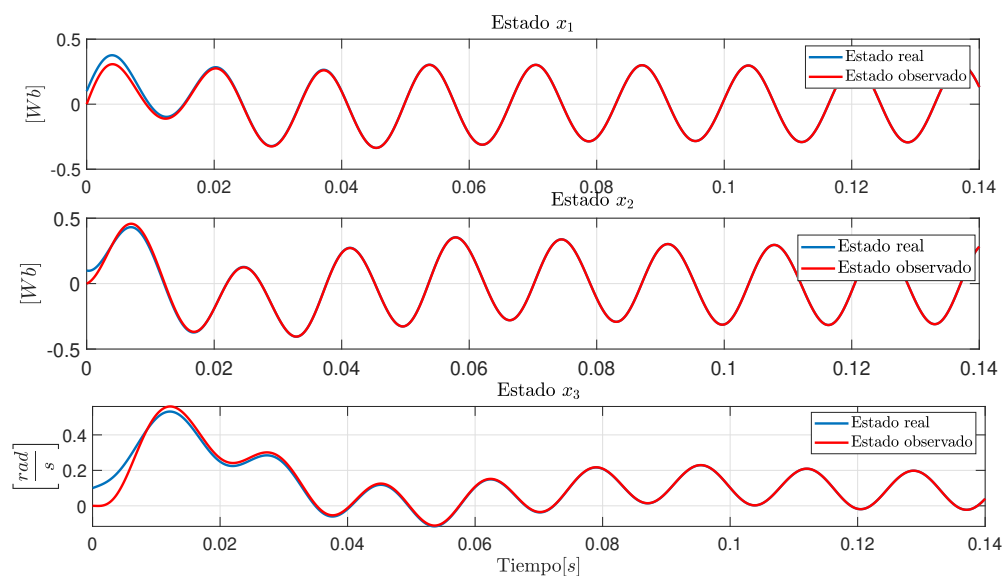


Figura 3.10: Estados del motor síncrono de imanes permanentes.

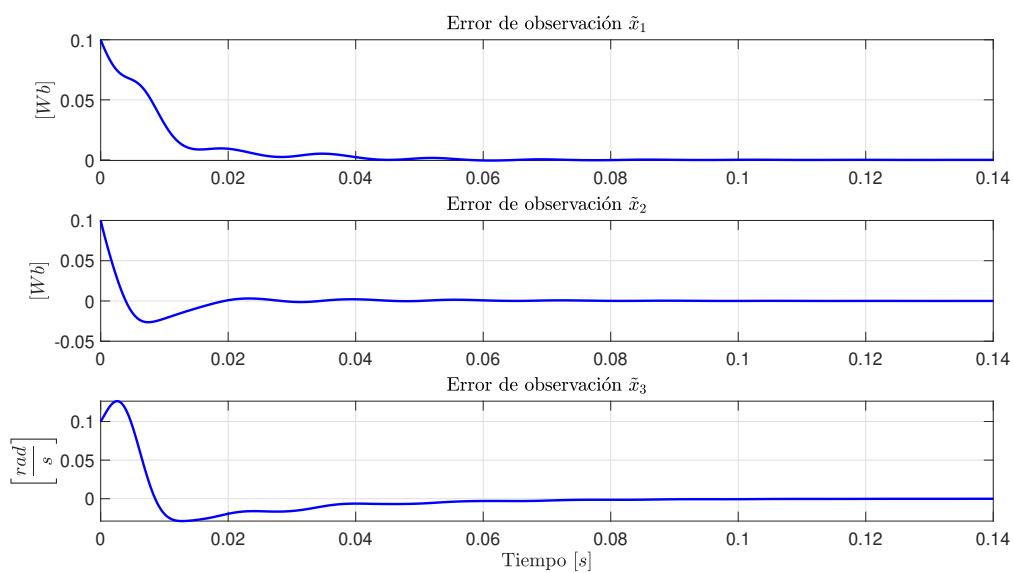


Figura 3.11: Error de observación de los estados del motor síncrono de imanes permanentes.

puede reducir los requisitos de observabilidad necesarios para la existencia de observadores.

La metodología que se sigue en este trabajo de tesis considera como premisa fundamental el hecho de que un sistema PCH siempre puede ser descompuesto en la interconexión de dos (o más) sistemas PCH. Así, es posible diseñar un observador para cada sistema individual aplicando el mismo resultado reportado en la Sección 3.2.2.

Considere el siguiente sistema Hamiltoniano no lineal

$$\begin{aligned}\dot{x} &= [J(x) - R(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u \\ y &= g(x)^T \frac{\partial H(x)}{\partial x}\end{aligned}$$

el cual puede descomponerse en dos sistemas interconectados en retroalimentación dados por

$$\dot{x}_1 = [J_1(x_1) - R_1]P_1x_1 + G_1u_1 + D_1x_2 \quad (3.104)$$

$$y_1 = C_1x_1 \quad (3.105)$$

$$\dot{x}_2 = [J_2(x_2) - R_2]P_2x_2 + G_2u_2 + D_2x_1 \quad (3.106)$$

$$y_2 = C_2x_2 \quad (3.107)$$

donde $x_1 \in \mathbb{R}^p$, $x_2 \in \mathbb{R}^q$ son los estados del sistema, $J_1(x_1) = -J_1(x_1)^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ es la matriz de interconexión del sistema (3.104) mientras $J_2(x_2) = -J_2(x_2)^T \in \mathbb{R}^{q \times q}$ es la matriz de interconexión del sistema (3.106). $R_i = R_i^T \geq 0$, $i = 1, 2$, son las matrices de disipación y $P_i = P_i^T > 0$ son las matrices que definen los Hamiltonianos de cada sistema. La interconexión de los sistema queda caracterizada por las matrices $D_1 \in \mathbb{R}^{p \times q}$, $D_2 \in \mathbb{R}^{q \times p}$ y $y_1 \in \mathbb{R}^m$, $y_2 \in \mathbb{R}^r$ son las salidas de cada sistema. Finalmente, el vector de entradas se divide en $u_1 \in \mathbb{R}^m$ y $u_2 \in \mathbb{R}^r$.

Los observadores diseñados tienen la estructura dada por (3.61) en donde la estructura para los observadores interconectados quedan representados de la siguiente forma

$$\dot{\hat{x}}_1 = [J_1(\hat{x}_1) - R_1]P_1\hat{x}_1 + G_1u_1 + L_1(y_1 - \hat{y}_1) + D_1\hat{x}_2 \quad (3.108)$$

$$\hat{y}_1 = C_1\hat{x}_1 \quad (3.109)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = [J_2(\hat{x}_2) - R_2]P_2\hat{x}_2 + G_2u_2 + L_2(y_2 - \hat{y}_2) + D_2\hat{x}_1 \quad (3.110)$$

$$\hat{y}_2 = C_2\hat{x}_2 \quad (3.111)$$

Con esta propuesta de observadores, las dinámicas de los errores presentan las estructuras

$$\dot{\tilde{x}}_1 = [J_1(x_1) - (R_1 + L_1 C_1 P_1^{-1})] P_1 \tilde{x}_1 + B_0(\hat{x}_1) \tilde{x}_1 + D_1 \tilde{x}_2 \quad (3.112)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = [J_2(x_2) - (R_2 + L_2 C_2 P_2^{-1})] P_2 \tilde{x}_2 + B_1(\hat{x}_2) \tilde{x}_2 + D_2 \tilde{x}_1 \quad (3.113)$$

donde $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$. Además, se tiene que

$$B_0(\hat{x}_1) = [J_{11} P_1 \hat{x}_1 \quad J_{12} P_1 \hat{x}_1 \quad \dots \quad J_{1n} P_1 \hat{x}_1] \quad (3.114)$$

y

$$B_1(\hat{x}_2) = [J_{21} P_2 \hat{x}_2 \quad J_{22} P_2 \hat{x}_2 \quad \dots \quad J_{2n} P_2 \hat{x}_2]. \quad (3.115)$$

Proposición 3.5. *Considere la dinámica del error dada por (3.112), (3.113), los dos observadores para el sistema interconectado convergen a los estados reales del sistema de manera asintótica, es decir se cumple el siguiente objetivo de observación*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_i = 0 \quad (3.116)$$

donde $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$ si y sólo si se cumple la siguiente característica de interconexión

$$\tilde{x}_1^T P_1 D_1 \tilde{x}_2 = -\tilde{x}_2^T D_2^T P_2^T \tilde{x}_1 \quad (3.117)$$

y las matrices $A_1(t) = [J_1(x_1) - (R_1 + L_1 C_1 P_1^{-1}) + B_0(\hat{x}_1) P_1^{-1}]$ y $A_2(t) = [J_2(x_2) - (R_2 + L_2 C_2 P_2^{-1}) + B_1(\hat{x}_2) P_2^{-1}]$ son definidas negativas generalizadas.

Demostración. Para establecer las condiciones de convergencia para los observadores de sistemas interconectados mostrados en la presente sección se parte de la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_i(\tilde{x}_i) = \frac{1}{2} \tilde{x}_i^T P_i \tilde{x}_i \quad (3.118)$$

con $i = 1, 2$. Siguiendo un procedimiento similar al presentado en la Sección 3.2.2 para cada uno de los sistemas interconectados se tiene la siguiente derivada a lo largo de las trayectorias del sistema

$$\dot{V}_1(\tilde{x}_1) = \frac{1}{2}P_1(A_1(t) + A_1^\top(t))P_1\tilde{x}_1 + \tilde{x}_1^\top P_1 D_1 \tilde{x}_2 \quad (3.119)$$

$$\dot{V}_2(\tilde{x}_2) = \frac{1}{2}P_2(A_2(t) + A_2^\top(t))P_2\tilde{x}_2 + \tilde{x}_2^\top P_2 D_2 \tilde{x}_1 \quad (3.120)$$

en donde se considera la siguiente función candidata de Lyapunov para el sistema interconectado

$$V(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = V_1(\tilde{x}_1) + V_2(\tilde{x}_2) \quad (3.121)$$

en donde la derivada a lo largo de \tilde{x}_1 y \tilde{x}_2 es

$$\dot{V}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \dot{V}(\tilde{x}_1) + \dot{V}(\tilde{x}_2) \quad (3.122)$$

por lo tanto

$$\dot{V}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{1}{2}P_1(A_1(t) + A_1^\top(t))P_1\tilde{x}_1 + \tilde{x}_1^\top P_1 D_1 \tilde{x}_2 + \frac{1}{2}P_2(A_2(t) + A_2^\top(t))P_2\tilde{x}_2 + \tilde{x}_2^\top P_2 D_2 \tilde{x}_1 \quad (3.123)$$

dado que la interconexión cumple con la siguiente característica

$$\tilde{x}_1^\top P_1 D_1 \tilde{x}_2 = -\tilde{x}_2^\top D_2^\top P_2^\top \tilde{x}_1 \quad (3.124)$$

entonces

$$\dot{V}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = \frac{1}{2}P_1(A_1(t) + A_1^\top(t))P_1\tilde{x}_1 + \frac{1}{2}P_2(A_2(t) + A_2^\top(t))P_2\tilde{x}_2 \quad (3.125)$$

dado que las matrices $A_1(t)$ y $A_2(t)$ son matrices negativas generalizadas, entonces el punto de equilibrio de las dinámicas del error (3.112) y (3.113) son asintóticamente estables.

□

Observación 3.9. *La condición fundamental que garantiza la convergencia de los errores de observación a cero está dada por (3.117). Esta condición no impone ninguna restricción ya que se considera que la interconexión entre los sistemas preservan potencia, condición que satisface de manera natural la clase de sistemas Hamiltonianos controlados por puerto.*

3.3. Control basado en pasividad por retroalimentación de salida

En esta sección se presentan las bases a partir de las cuales es posible establecer propiedades de estabilidad de un sistema de control del tipo PCB, para los sistemas PCH identificados en el Capítulo 3, utilizando para su implementación estados observados en lugar de estados medidos. En este sentido, se introducen controladores PBC por retroalimentación de salida.

El resultado principal de esta sección se refiere al hecho de que considerando una estructura del control que es frecuente encontrar en la práctica, es posible establecer propiedades de estabilidad Entrada-Estado (ISS, por sus siglas en inglés) desde el error de observación hasta el error de control, lo que permite sentar las bases para el establecimiento de un tipo de principio de separación. Esta propiedad ya ha sido identificada, en el contexto de control de sistemas Lagrangianos

(G. Moreno Jaime A y Espinosa-Perez, 2007) y en esta sección se presenta su extensión al caso de sistemas PCH.

Considere la ley de control IDA-PBC presentada en (2.31) y suponga que se puede expresar como

$$u(x) = \gamma(x_1) + \Gamma x_2 \quad (3.126)$$

donde $u(x) \in \mathbb{R}^m$, $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ es la parte medible del estado y $x_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$ es el estado no medido. La función $\gamma(x_1) : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n_2}$ es una función no lineal que depende de los estados medidos, mientras que $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times n_2}$ es una matriz constante de parámetros del sistema y del controlador.

Para obtener la versión basada en observador de la ley de control, defina

$$u(\hat{x}) = \gamma(x_1) + \Gamma \hat{x}_2 \quad (3.127)$$

la cual, a partir de la definición del error de observación, toma la forma

$$u(\hat{x}) = \gamma(x_1) + \Gamma(x_2 - \tilde{x}_2)$$

de donde

$$u(\hat{x}) = \gamma(x_1) + \Gamma x_2 - \Gamma \tilde{x}_2 \quad (3.128)$$

por lo que

$$u(\hat{x}) = u(x) - \Gamma \tilde{x}_2. \quad (3.129)$$

Implementando la ley de control por retroalimentación de salida, el sistema en lazo cerrado toma la forma

$$\dot{x} = [J(x) - R] \frac{\partial H}{\partial x} + g u(\hat{x}) \quad (3.130)$$

el cual, tomando en cuenta (3.129), toma la forma

$$\dot{x} = [J(x) - R] \frac{\partial H}{\partial x} + g(u(x) - \Gamma \tilde{x}_2) \quad (3.131)$$

Suponiendo que la ley de control (3.126) satisface las condiciones impuestas por la técnica de control IDA-PBC, entonces el sistema en lazo cerrado, cuando $\tilde{x}_2 = 0$, exhibe la estructura

$$\dot{x} = [J_d(x) - R_d] \frac{\partial H_d}{\partial x} \quad (3.132)$$

por lo que, en presencia de un error de observación diferente de cero está dado por

$$\dot{x} = [J_d(x) - R_d] \frac{\partial H_d}{\partial x} + \Phi \tilde{x}_2 \quad (3.133)$$

donde $\Phi = -g\Gamma$.

En la siguiente proposición se establecen las propiedades ISS del sistema (3.133) las cuales facilitan el establecimiento de un tipo de principio de separación para el control (3.127) y los observadores presentados en el Capítulo 3.

Proposición 3.6. *Considere un sistema Hamiltoniano representado por (3.47) en lazo cerrado con la ley de control basada en observador (3.127). Considere que existe una función definida positiva $H_d(x)$ que satisface las condiciones impuestas por la técnica IDA-PBC.*

Bajo estas condiciones y debido a las propiedades de estabilidad garantizadas por la ley de control, si $\tilde{x}_2 = 0$, el punto de mínima energía x_ del Hamiltoniano $H_d(x)$ es asintóticamente estable. En caso contrario, si $\tilde{x}_2 \neq 0$, el sistema (3.133) es ISS desde la entrada \tilde{x}_2 hasta la salida x .*

Demostración. Considere la derivada temporal de $H_d(x)$ a lo largo de las trayectorias del sistema dada por

$$\dot{H}_d = -\frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x} \mathbf{R}_d \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} + \frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x} \Phi \tilde{x}_2. \quad (3.134)$$

Si se considera que \mathbf{R}_d es una matriz simétrica definida positiva, entonces se cumple que

$$\dot{H}_d \leq -(1 - \theta) \frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x} \mathbf{R}_d \frac{\partial H_d(x)}{\partial x},$$

con $0 < \theta < 1$ y bajo la restricción

$$\|\tilde{x}_2\| \geq \frac{\|\Phi\|}{\theta \lambda_{\min}(\mathbf{R}_d)} \left\| \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \right\|.$$

De la expresión anterior se verifica que el mapeo dado por

$$\Sigma : \tilde{x}_2 \rightarrow x$$

es ISS. □

La importancia del resultado presentado radica en el hecho de que la propiedad ISS establecida permite considerar de manera relativamente independiente el diseño del observador que genera el estado observado \hat{x}_2 .

Por supuesto, una vez que se cuenta con el diseño del esquema del observador es necesario verificar las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado completo al incluir el controlador por retroalimentación de salida y el esquema de observación.

Observadores para sistemas eléctricos de potencia

En este capítulo se aborda el diseño de observadores para algunas clases de SEPs. El análisis se abordará, primero, estudiando el caso del sistema SMIB, para posteriormente considerar el caso de un SEP multimáquina.

4.1. Observador para el SMIB

Considere el modelo matemático para el SMIB presentado en la Sección 2.3.2 y que por facilidad se repite como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \left(\frac{E_B \sin(x_1)}{X'_q + X_E} x_3 \right) - D x_2 \right) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T'_{do}} \left(v + E_f - \left(\frac{X_d + X_E}{X'_d + X_E} \right) x_3 + \frac{E_B \cos(x_1)(X_d - X'_d)}{X'_d + X'_E} \right). \end{aligned} \tag{4.1}$$

Si se considera la definición de los parámetros dada por

$$b_1 = \frac{\omega_s E_B}{2H(X'_q + X_E)}; \quad b_2 = \frac{\omega_s D}{2H}$$

$$b_3 = \frac{E_B(X_d - X'_d)}{(X'_d + X_E)T'_{do}}; \quad b_4 = \frac{X_d + X_E}{(X'_d + X_E)T'_{do}}$$

$$P = \frac{\omega_s P_m}{2H}; \quad u = \frac{v}{T'_{do}}; \quad E = \frac{E_f}{T_{do}}$$

entonces el modelo matemático expresado por la ecuación (4.1) toma la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 & (4.2) \\ \dot{x}_2 &= P - b_1 x_3 \sin(x_1) - b_2 x_2 \\ \dot{x}_3 &= E + u + b_3 \cos(x_1) - b_4 x_3 \end{aligned}$$

4.1.1. Diseño de observador no lineal para SMIB.

Para el diseño del observador no lineal del SMIB se toma en cuenta que el sistema dado por (4.2) se puede representar de acuerdo a la estructura general dada por (3.1), esta propuesta de diseño corresponde a una extensión del resultado reportado en (Maya-Ortiz y Espinosa-Pérez, 2004). Adicionalmente, se consideran las siguientes suposiciones:

Suposición 4.1. *Se considera que sólo se tiene acceso a la medición del ángulo del rotor x_1 .*

Suposición 4.2. *La desviación de la velocidad síncrona x_2 y el voltaje detrás del eje de cuadratura x_3 son las variables no medidas.*

Bajo las consideraciones anteriores, es posible definir

$$y = x_1 \in \mathbb{R}; \quad \eta = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad (4.3)$$

por lo que el sistema puede ser re-escrito como

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= A(y)\eta + B(y, u) & (4.4) \\ \dot{y} &= \psi^\top \eta \end{aligned}$$

donde

$$A(y) = \begin{bmatrix} -b_2 & -b_1 \sin(x_1) \\ 0 & -b_4 \end{bmatrix}; \quad B(y, u) = \begin{bmatrix} P \\ b_3 \cos(x_1) + E + u \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\psi = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De acuerdo a la metodología de diseño presentada en el Capítulo 3, se propone el observador dado por

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \left(A(y, u) - \frac{\partial \beta(y)}{\partial y} \psi^\top \right) \hat{\eta} + B(y, u) \\ \hat{\eta} &= s + \beta(y) \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde $\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ es un mapeo que depende del estado medido y .

Con esta definición, el observador del SMIB toma la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_2 - \frac{\partial \beta_1(y)}{\partial x_1} & -b_1 \text{sen}(x_1) \\ -\frac{\partial \beta_2}{\partial y} & -b_4 \end{bmatrix} \hat{\eta} + \begin{bmatrix} P \\ b_3 \text{cos}(x_1) + E + u \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\eta}_1 \\ \hat{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 + \beta_1(y) \\ s_2 + \beta_2(y) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Para establecer las propiedades de convergencia del observador considere la siguiente proposición.

Proposición 4.1. *Considere que el sistema (4.4) y el observador dado por (4.6).*

Bajo estas condiciones, la dinámica del error $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ está dada por

$$\dot{\tilde{\eta}} = \left(A(y, u) - \frac{\partial \beta(y)}{\partial y} \psi^\top \right) \tilde{\eta} \quad (4.9)$$

la matriz $\left(A(y, u) - \frac{\partial \beta(y)}{\partial y} \psi^\top \right)$ es definida negativa generalizada, por lo tanto el punto de equilibrio de la dinámica del error $\tilde{\eta} = 0$ es asintóticamente estable

Demostración. Primero, note que en la ecuación de la dinámica del error se tiene que

$$A_e = A(y, u) - \frac{\partial \beta(y)}{\partial y} \psi^\top$$

en donde para este caso la ganancia del observador se define como

$$\beta(y) = \begin{bmatrix} \beta_1(y) \\ \beta_2(y) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

por lo tanto la matriz A_e se encuentra definido de la siguiente forma

$$A_e = \begin{bmatrix} -\left(b_2 + \frac{\partial\beta_1}{\partial x_1}\right) & -b_1 \sin(x_1) \\ -\frac{\partial\beta_2}{\partial y} & -b_4 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

para para poder cumplir con las condiciones de la prueba de convergencia es necesario que la matriz A_e sea negativa definida generalizada, entonces es necesario obtener y caracterizar su parte simétrica, en donde la parte simétrica se encuentra dada por la siguiente expresión

$$\text{sym}\{A_e\} = \begin{bmatrix} -\left(b_2 + \frac{\beta_1(y)}{\partial x_1}\right) & -\frac{1}{2}\left(b_1 \sin(x_1) + \frac{\partial\beta_2(y)}{\partial x_2}\right) \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\beta_2(y)}{\partial x_2} + b_1 \sin(x_1)\right) & -b_4 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

para establecer las características que debe de cumplir la matriz $\text{sym}\{A_e\}$ se emplea el complemento de Schur de $-\left(b_2 + \frac{\beta_1(y)}{\partial x_1}\right)$ en $\{\text{sym}\}(A_e)$, entonces para que la matriz $\text{sym}\{A_e\}$ sea debe cumplir que

$$b_2 + \frac{\beta_1(y)}{\partial x_1} > 0 \quad (4.13)$$

y

$$b_4 - \frac{\left[\frac{1}{2}\left(b_1 \sin(x_1) + \frac{\partial\beta_2(y)}{\partial x_2}\right)\right]^2}{\left(b_2 + \frac{\beta_1(y)}{\partial x_1}\right)} > 0. \quad (4.14)$$

Para satisfacer las condiciones del complemento de Schur expresadas en (4.13) y (4.14) es necesario diseñar la ganancia del observador dadas por las funciones $\beta(y)$. Partiendo de la condición dada por (4.13) y dado que el parámetro b_2 en los generadores síncronos se encuentra asociado al amortiguamiento de la máquina, es razonable suponer que dicho parámetro es igual a cero, por lo que la condición dada por (4.13) se reduce a

$$\frac{\beta_1(y)}{\partial x_1} > 0 \quad (4.15)$$

es suficiente que

$$\frac{\beta_1(y)}{\partial x_1} = k_1 \quad (4.16)$$

donde k_1 es escalar, constante y positiva, por lo tanto la función $\beta_1(y)$ se define como

$$\beta_1(y) = k_1(x_1 - x_{1\star}) \quad (4.17)$$

además considerando la condición establecida por (4.14) entonces tiene la siguiente desigualdad

$$b_4 > \frac{\left[\frac{1}{2} \left(b_1 \sin(x_1) + \frac{\partial \beta_2(y)}{\partial x_2} \right) \right]^2}{\left(b_2 + \frac{\beta_1(y)}{\partial x_1} \right)}. \quad (4.18)$$

Observación 4.1. Dado que b_4 es un parámetro del sistema y siempre es positivo entonces para el SMIB siempre se cumplirá que $b_4 > 0$

En este caso una posible solución de esta desigualdad ocurre cuando

$$b_1 \sin(x_1) + \frac{\partial \beta_2(y)}{\partial x_2} = 0. \quad (4.19)$$

entonces se tiene que

$$\frac{\partial \beta_2(y)}{\partial x_2} = -b_1 \sin(x_1) \quad (4.20)$$

por lo tanto la ganancia $\beta_2(y)$ se encuentra definida de la siguiente forma

$$\beta_2(y) = b_1 \cos(x_1 - x_{1\star}) \quad (4.21)$$

por lo tanto, el observador dado por (4.7) tiene propiedades de convergencia asintótica si las ganancias del observador se encuentran definidas por (4.17) y (4.21) .

□

4.1.2. Validación numérica del observador.

Para validar de manera numérica el observador mostrado en la sección anterior considere los siguientes parámetros incluidos en la Tabla 4.1.

Parámetros	Valor
Reactancia en el eje q , X_q	1.1[Ω]
Reactancia en el eje d , X_d	1.12[Ω]
Constante de tiempo transitoria asociada al eje q , T'_q	0.6[s]
Constante de tiempo transitoria asociada al eje d , T'_d	5[s]
Reactancia transitoria del eje d , X'_d	0.3[Ω]
Reactancia transitoria del eje q , X'_q	0.3[Ω]
Reactancia equivalente de la línea de transmisión X_E	0.5[Ω]
Velocidad síncrona nominal ω_0	120 π [$\frac{rad}{s}$]
Constante de tiempo asociada a la inercia H	6[s]
Factor de amortiguamiento D	0[p.u.]
Voltaje de Bus infinito E_B	1[p.u.]

Tabla 4.1: Parámetros del SMIB.

La evaluación numérica se realizó en un entorno MATLAB-SIMULINK y consistió en considerar que las trayectorias del sistema comienzan muy cerca de uno de los puntos de equilibrio del generador. Para esta validación se considera el análisis de la respuesta entrada cero del SMIB con el objetivo de sólo analizar el desempeño del observador diseñado para este sistema.

En la Figura 4.1 se muestra como las trayectorias del observador tienden a los estados reales, por lo tanto se cumple el objetivo de observación.

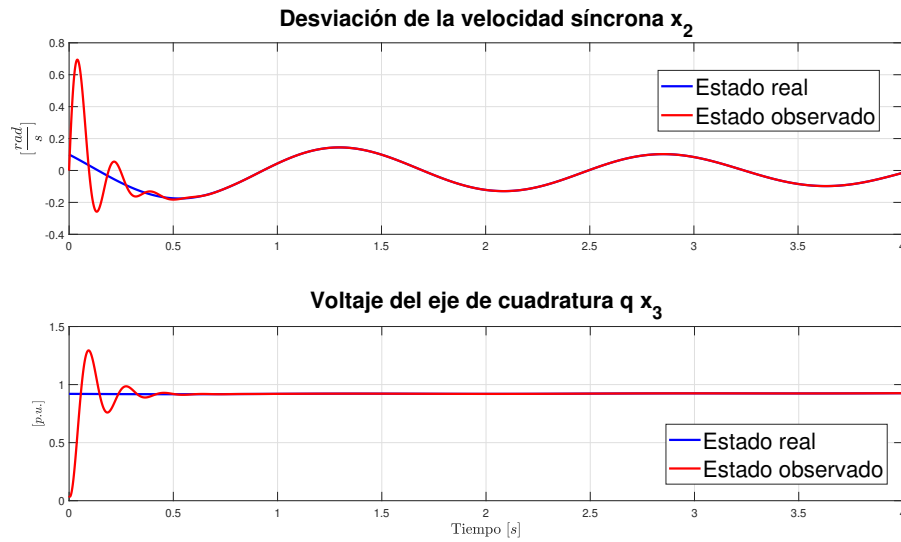


Figura 4.1: Estados reales y estados observados del SMIB.

Para analizar el desempeño del comportamiento del observador, en la Figura 4.2 se puede observar de manera más clara que las trayectorias del observador tiende a las trayectorias del sistema real en aproximadamente 0.5[s].

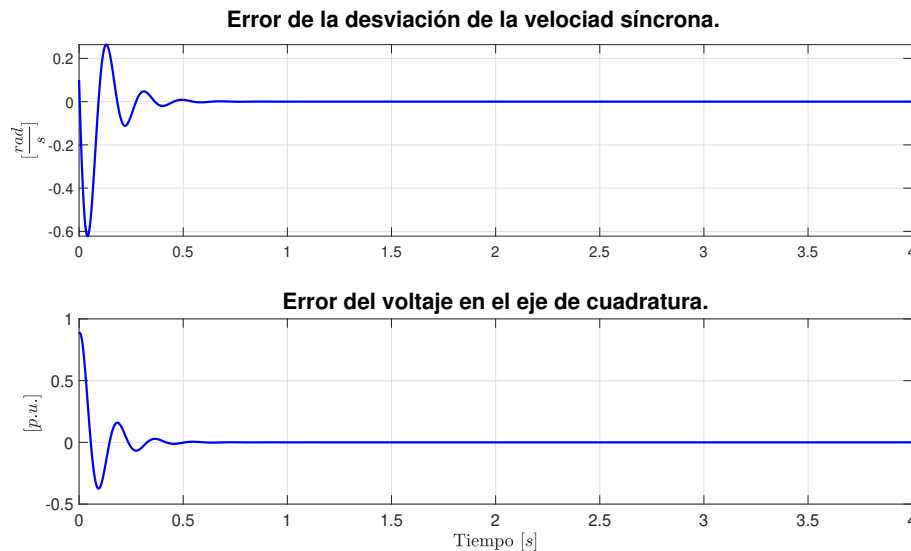


Figura 4.2: Error de observación del SMIB.

Para completar el análisis de desempeño, en la Figura 4.3 se muestra el com-

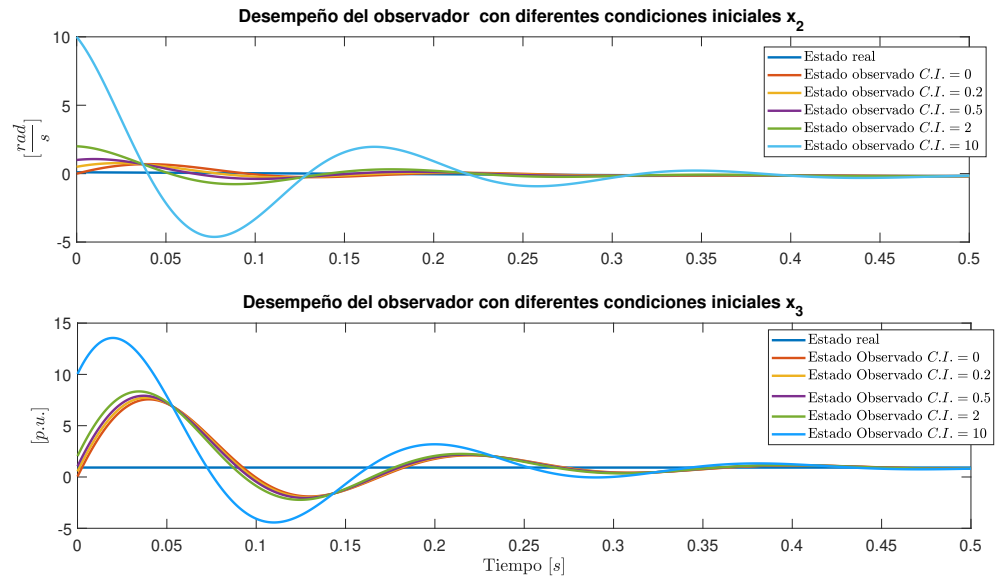


Figura 4.3: Desempeño del observador con respecto a diferentes condiciones iniciales.

portamiento del observador ante diferentes condiciones iniciales, por lo que se puede ilustrar que sin importar la condición inicial el observador mantiene sus propiedades de convergencia.

4.1.3. Control IDA-PBC del SMIB con estados estimados observados

El problema principal de la aplicación de esquemas de control en sistemas físicos radica en que es necesario tener acceso a la medición de todo el estado del sistema para poder implementar dicho algoritmo de control, en el caso del SMIB, no es posible tener acceso a la medición de todas las variables de estado, por lo tanto es necesario buscar una metodología que permita reconstruir los estados del generador a través de las variables que son posible medir. Para establecer la ley de control para el SMIB es necesario conocer las condiciones de equilibrio del SMIB.

4.1.3.1. Equilibrio del SMIB

Para el caso del SMIB, de acuerdo con la relación que existe entre el ángulo del rotor y la potencia eléctrica mostrada en la Figura 2.4, existen dos puntos de equilibrio. Un punto de equilibrio es asintóticamente estable mientras el otro es inestable. Por esa razón, la operación del sistema de potencia se encuentra restringido al conjunto cerrado

$$\mathcal{D}_\delta = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2} - \epsilon_1; \epsilon_1 \leq x_3 \right\} \quad (4.22)$$

en que está contenido un punto de equilibrio, local y asintóticamente estable, expresado con la siguiente notación $x_\star = [x_{1\star} \quad x_{2\star} \quad x_{3\star}]$. Este punto es solución de las siguientes restricciones

$$\begin{aligned} x_{2\star} &= 0 \\ P &= b_1 x_{3\star} \sin(x_{1\star}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$E = b_4 x_{3\star} - b_3 \cos(x_{1\star}) \quad (4.24)$$

de donde, ya que es necesario que se cumpla el teorema de máxima transferencia de potencia ¹, se cumple la restricción para el voltaje E dada por

$$E > \frac{b_4 P}{b_1} - b_3 \quad (4.25)$$

que representa el voltaje máximo necesario para que exista una transferencia de potencia máxima equivalente a P .

Observación 4.2. *El problema de estabilidad transitoria para el sistema SMIB se formula con respecto a un punto de equilibrio x_\star . En este sentido, la región de atracción debería ser lo más grande posible, de modo que cuando el sistema sea perturbado las trayectorias del sistema permanezcan acotadas dentro de dicha región de atracción.*

Observación 4.3. *Una práctica usual es el evaluar el tamaño de la región de atracción de x_\star a través del uso de la variable de desempeño denominada **tiempo crítico de liberación de falla**, que se refiere al tiempo máximo que puede*

¹Para conocer más acerca de este teorema consulte (Desoer, 1969)

durar una falla antes de que el sistema de potencia sea incapaz de rechazar la perturbación ((Kundur y cols., 2004)).

Una vez establecidas las condiciones de equilibrio del SMIB así como las principales observaciones acerca de las características dinámicas de este sistema en la siguiente subsección se plantean las propiedades de la ley de control a emplear en este trabajo.

4.1.3.2. Características de la ley de control.

La metodología empleada para el diseño de la ley de control mostrada en esta sección corresponde a la técnica IDA-PBC. El objetivo de la ley de control consiste en aumentar la región de atracción del punto de equilibrio estable del SMIB. La ley reportada en (Galaz, Ortega, y Bazanella, 2003) garantiza que en lazo cerrado con el modelo del SMIB se tenga la siguiente estructura

$$\dot{x} = (J_d - R_d)\nabla H_d(x) \quad (4.26)$$

donde $H_d(x)$ es la función de energía deseada la cual tiene un mínimo en \bar{x} . Además, $J_d = -J_d^\top$, $R_d = R_d^\top \leq 0$ representan las matrices de interconexión y disipación deseadas y tienen la siguiente estructura

$$J_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & -\alpha_1 & 0 \end{bmatrix}; \quad R_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_3}{b_1} + k_v \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

donde k_v y α_1 son parámetros de diseño del controlador. La función de energía deseada se encuentra dada por

$$\begin{aligned} H_d(x) &= H(x) + b_1\alpha_1 \left[e_1 \cos(x_{1\star}) - \sin(x_1) + \frac{b_4\alpha_1}{2b_3} \left(e_1^2 + \frac{2}{\alpha_1} e_1 e_3 + x_{1\star}^2 \right) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left(\alpha_2 - \frac{b_1 b_4}{b_3} \right) (\alpha_1 e_1 + e_3)^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

con $e_i = x_i - x_{i\star}$ mientras que

$$H = \frac{1}{2}x_2^2 + b_1x_3(\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) - P(x_1 - x_{1\star}) + \frac{b_1b_4}{2b_3}(x_3 - x_{3\star})^2 \quad (4.29)$$

Bajo las condiciones anteriores, la ley de control toma la forma

$$\begin{aligned} u(x) &= -k_v b_1 (\cos(x_{1\star}) - \cos(x_1)) - \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{b_3}{b_1} + k_v \right) (x_1 - x_{1\star}) \\ &\quad - \alpha_1 x_2 - \left(\frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) (x_3 - x_{3\star}). \end{aligned} \quad (4.30)$$

La principal característica de la ley de control recae en el hecho de que es lineal en los estados no medidos x_2 , x_3 , propiedad que es heredada de la función de energía del SMIB. En este sentido, cumple con las condiciones necesarias para establecer su versión basada en observador dada por

$$u(\hat{x}) = u(x) + \Phi^T \varepsilon, \quad (4.31)$$

en donde $u(x)$ es la ley de control nominal dada por (4.30), $\tilde{x} = \hat{x} - x$ y

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha_1 \\ -\left(\frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2 \right) \end{bmatrix}.$$

Considerando la ley de control (4.31) da como resultado que el sistema en lazo cerrado tome la forma

$$\dot{x} = [\mathbf{J}_d - \mathbf{R}_d] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} + \Gamma \tilde{x}, \quad (4.32)$$

con $\Gamma \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ que se define como

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Phi^T \end{bmatrix}$$

En la siguiente proposición se establecen las propiedades de estabilidad del sistema (4.32).

Proposición 4.2. *Considere un sistema SMIB representado por la ecuación (4.2) en lazo cerrado con la ley de control basada en observador (4.31). Bajo estas condiciones, el sistema dinámico (4.32) que describe la relación entre la variable de error de observación \tilde{x} y el estado x define un mapeo entrada–salida estable.*

Demostración. Considere la función definida positiva $H_d(x)$ cuya derivada a lo largo de las trayectorias del sistema (4.32) se encuentra dada por

$$\dot{H}_d = -\frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x} \mathbf{R}_d \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} + \frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x} \Gamma \varepsilon. \quad (4.33)$$

Si $\tilde{x} = 0$, por las propiedades del esquema de control nominal, el punto de equilibrio x_* es asintóticamente estable.

Por otro lado, si $\varepsilon \neq 0$ entonces (4.33) puede escribirse como

$$\dot{H}_d = -\frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x_{23}} \mathbf{R}_{d1} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} + \frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x_{23}} \Phi_1^T \tilde{x}_{23},$$

con $x_{23} = [x_2, x_3]^T$ y

$$\frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_3} \end{bmatrix}, \quad \Phi_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ -\left(\frac{b_3}{b_1} \alpha_2 - b_4 + k_v \alpha_2\right) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{d1} = \begin{bmatrix} b_2 & 0 \\ 0 & \frac{b_3}{b_1} + k_v \end{bmatrix}$$

Dado que \mathbf{R}_{d1} es una matriz definida positiva, entonces se cumple que

$$\dot{H}_d \leq -(1 - \theta) \frac{\partial H_d(x)^T}{\partial x_{23}} \mathbf{R}_{d1} \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}},$$

con $0 < \theta < 1$ y para todo

$$\|\tilde{x}_{23}\| \geq \frac{\|\Phi_1\|}{\theta \lambda_{\min}(\mathbf{R}_{d1})} \left\| \frac{\partial H_d(x)}{\partial x_{23}} \right\|.$$

por lo que es posible concluir que el mapa

$$\Sigma : \varepsilon \rightarrow x$$

es entrada-estado estable. □

4.2. Observadores para sistemas multimáquina

En esta sección se aborda el problema de diseño de observadores para SEP multimáquina. El estudio realizado en este sentido, muestra que cuando se consideran sistemas de tercer orden para los generadores síncronos considerados en el modelo, la estructura necesaria para proponer esquemas de observación como los desarrollados en el Capítulo 3 no se cumple. En este sentido, para proponer una alternativa viable se explota, como es actualmente usual en el área de SEP, el uso de nuevas tecnologías. De esta forma, en la primera parte del capítulo se presenta brevemente el diseño de un observador para un modelo multimáquina considerando modelos de segundo orden para los generadores síncronos, mientras que la segunda parte del capítulo está dedicada a presentar el diseño considerando el uso de PMU.

4.2.1. Observador no lineal para sistemas multimáquina con generadores con modelo clásico.

Dentro del estudio de estabilidad transitoria para SEP, el modelo de máquina síncrona más simple es el llamado modelo clásico introducido en la Sección 2.3.2.2. Este modelo está compuesto básicamente por la dinámica mecánica de la máquina, por lo que, de acuerdo a (Anderson, 2008), su uso en la representación de un sistema formado por n máquinas genera un modelo dado por

$$\frac{1}{\omega_R} H \dot{\bar{\omega}} = P_m - [EG + \Lambda(\delta_i)] \quad (4.34)$$

$$\dot{\bar{\delta}} = \bar{\omega} - \underline{1}\omega_r \quad (4.35)$$

donde $\bar{\delta} \in \mathbb{R}^n$ es el vector formado por los ángulos de rotor de cada máquina, $\bar{\omega}$ el vector de velocidades, P_m el vector de potencias mecánicas, EG y $\Lambda(\delta_i) \in \mathbb{R}^m$ contienen los términos de interconexión entre unidades generadoras, $H \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es la matriz (de rango completo) de constantes de inercia, $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es la matriz de coeficientes de amortiguamiento y ω_R es la velocidad síncrona de los generadores.

Para facilitar la presentación se define

$$\begin{aligned}
\bar{\omega} &:= [\omega_i, \dots, \omega_n]^\top \\
\bar{\delta} &:= [\delta_i, \dots, \delta_n]^\top \\
EG &:= [E_i^2 G_{ii}, \dots, E_n^2 G_{nn}]^\top \\
\Lambda(\delta_i) &:= \left[\sum_{j=1; j \neq i}^n \{E_i E_j (B_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j))\}, \right. \\
&\quad \left. \dots, \sum_{j=1; j \neq i}^n \{E_n E_j (B_{nj} \text{sen}(\delta_n - \delta_j) + G_{nj} \text{cos}(\delta_n - \delta_j))\}, \right]^\top \\
\underline{1} &:= [1, \dots, 1]^\top
\end{aligned}$$

En este caso las variables medibles son $\bar{\delta}$ mientras que las variables no medibles son $\bar{\omega}$. Con base en esta consideración el modelo puede reescribirse de la siguiente forma

$$\dot{\eta} = \dot{\omega} = \omega_R H^{-1} P_m - \omega_R H^{-1} [EG + \Lambda(\delta_i)] - \omega_R H^{-1} D \bar{\omega} \quad (4.36)$$

$$\dot{y} = \dot{\bar{\delta}} = I_m \bar{\omega} - \underline{1} \omega_R \quad (4.37)$$

para hacerlo compatible con la notación utilizada en este trabajo de tesis, donde I_m es una matriz identidad de dimensiones adecuadas.

De esta forma, el observador para este sistema multimáquina tiene la siguiente estructura

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= \left(-\omega_R H^{-1} D - \frac{\partial \beta}{\partial y} I_m \right) \hat{\eta} + \omega_R H^{-1} [EG + \Lambda(\delta_i)] + \frac{\partial \beta}{\partial y} \underline{1} \omega_r \\
\hat{\eta} &= s + \beta(y)
\end{aligned} \quad (4.38)$$

y si se considera la condición

$$-\omega_R H^{-1} D - \frac{\partial \beta}{\partial y} I_m < 0 \quad (4.39)$$

entonces, la condición anterior se cumple si la función $\beta(y)$ se satisface que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial y} &> -\omega_R H^{-1} D \\ \text{si} \\ \frac{\partial \beta}{\partial y} &= -(\omega_R H^{-1} D - I_m) \end{aligned}$$

y por lo tanto esta función queda dada por

$$\beta(\bar{\delta}) = -(\omega_R H^{-1} D - I_m)(\bar{\delta} - \bar{\delta}^*)$$

Tomando en cuenta lo anterior, el observador queda establecido por

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -I_m \hat{\eta} + \omega_R H^{-1} [EG + \Lambda(\delta_i)] - (\omega_R H^{-1} - I_m) \underline{1} \omega_R \\ \hat{\eta} &= s - (\omega_R H^{-1} D - I_m)(\bar{\delta} - \bar{\delta}^*) \end{aligned} \quad (4.40)$$

4.2.2. Validación numérica del observador para el modelo clásico de un sistema multimáquina.

En esta sección se muestra la validación numérica del observador diseñado para un sistema multimáquina conformado de tres máquinas y nueve nodos como el que se muestra en la Figura 4.4.

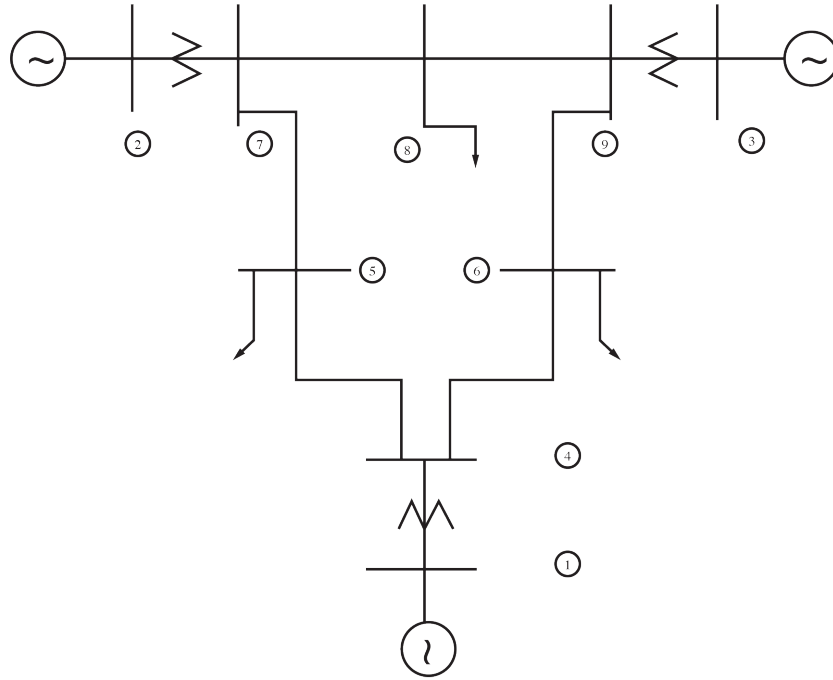


Figura 4.4: Sistema Multimáquina de 9 nodos y tres máquinas.

Para el análisis de este sistema se considera el modelo matemático dado por (4.36), por lo tanto el sistema mostrado en la Figura 4.4 se representa a través de las siguientes expresiones

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 - \omega_R \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 = & \frac{\omega_R}{H_1} P_{m1} - \frac{\omega_R}{H_1} E_1^2 G_{11} - \frac{\omega_R}{H_1} E_1 E_2 (B_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) + G_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)) \\ & - \frac{\omega_R}{H_1} E_1 E_3 (B_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3) + G_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3)) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 - \omega_R \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_2 &= \frac{\omega_R}{H_2} P_{m2} - \frac{\omega_R}{H_2} E_2^2 G_{22} - \frac{\omega_R}{H_2} E_2 E_1 (B_{21} \sin(\delta_2 - \delta_1) + G_{21} \cos(\delta_2 - \delta_1)) \\ &\quad - \frac{\omega_R}{H_2} E_2 E_3 (B_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3) + G_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3))\end{aligned}\quad (4.44)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 - \omega_R \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_3 &= \frac{\omega_R}{H_3} P_{m3} - \frac{\omega_R}{H_3} E_3^2 G_{33} - \frac{\omega_R}{H_3} E_3 E_1 (B_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1) + G_{31} \cos(\delta_3 - \delta_1)) \\ &\quad - \frac{\omega_R}{H_3} E_3 E_2 (B_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2) + G_{32} \cos(\delta_3 - \delta_2))\end{aligned}\quad (4.46)$$

Ahora bien, para el modelo dado por el conjunto de ecuaciones (4.41)-(4.46) se considera que es posible medir la posición de los rotores, es decir, δ_1 , δ_2 y δ_3 . Considerando el siguiente punto de operación

$$\begin{aligned}\delta_{1\star} &= 2.2717^\circ \\ \delta_{2\star} &= 19.7315^\circ \\ \delta_{3\star} &= 13.1752^\circ\end{aligned}$$

y los parámetros del sistema multimáquina se encuentran definidos en la Tabla 4.2 es posible establecer condiciones para la realización de la simulación.

Parámetro	Valor
Frecuencia síncrona f	$120\pi[\frac{rad}{s}]$
Constante de Inercia H_1	$23.64[s]$
Constante de Inercia H_2	$6.4[s]$
Constante de Inercia H_3	$3.01[s]$
Reactancia sobre el eje d X_{d1}	$0.146[\Omega]$
Reactancia sobre el eje d X_{d2}	$0.8958[\Omega]$
Reactancia sobre el eje d X_{d3}	$1.3125[\Omega]$
Reactancia síncrona sobre el eje d X'_{d1}	$0.0608[\Omega]$
Reactancia síncrona sobre el eje d X'_{d2}	$0.1198[\Omega]$
Reactancia síncrona sobre el eje d X'_{d3}	$0.1813[\Omega]$
Reactancia sobre el eje q X_{q1}	$0.0969[\Omega]$
Reactancia sobre el eje q X_{q2}	$0.8645[\Omega]$
Reactancia sobre el eje q X_{q3}	$1.2578[\Omega]$
Constante de tiempo T_{d01}	$8.96[s]$
Constante de tiempo T_{d02}	$6[s]$
Constante de tiempo T_{d03}	$5.89[s]$
Constante de amortiguamiento D_1	$0.1[s]$
Constante de amortiguamiento D_2	$0.1[s]$
Constante de amortiguamiento D_3	$0.1[s]$

Tabla 4.2: Parámetros del sistema multimáquina de nueve buses y tres máquinas.

La simulación en la presente sección fue realizada en un entorno MATLAB-Simulink, en donde se parte de que el sistema multimáquina se encuentra en una condición de operación post-falla. Desde esta perspectiva, en la Figura 4.5 se muestran las velocidades estimadas de cada una de las máquinas de este sistema, se hace notar que las velocidades observadas tienden a las velocidades reales de este sistema eléctrico en aproximadamente dos segundos para las máquinas 2 y

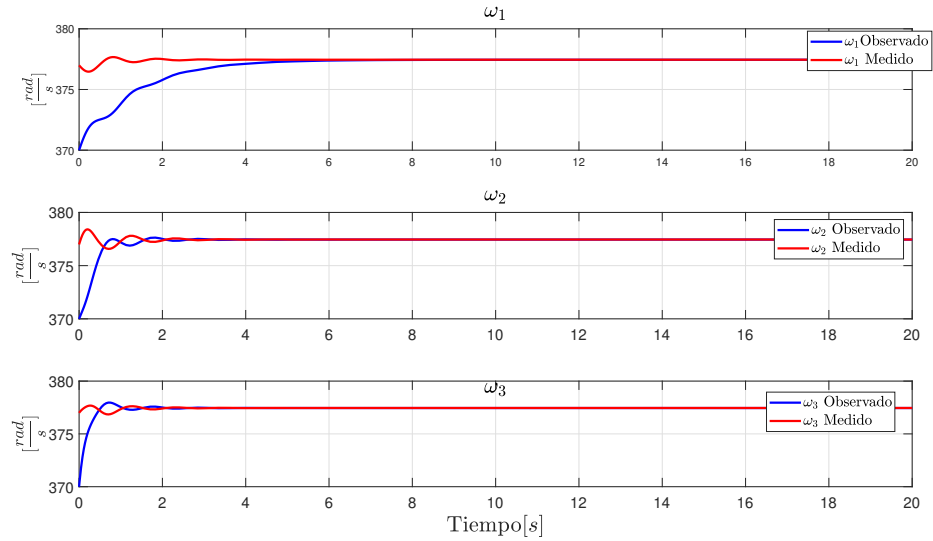


Figura 4.5: Velocidad de las máquinas del sistema multimáquina.

3, y en cuatro segundos en la máquina número uno.

Para completar el análisis en la Figura 4.6 se muestra el comportamiento del error de observación con el objetivo hacer más evidente la conclusión mostrada en la Figura 4.5 que es que el observador diseñado dado por la Ecuación (4.40) cumple con el objetivo de observación.

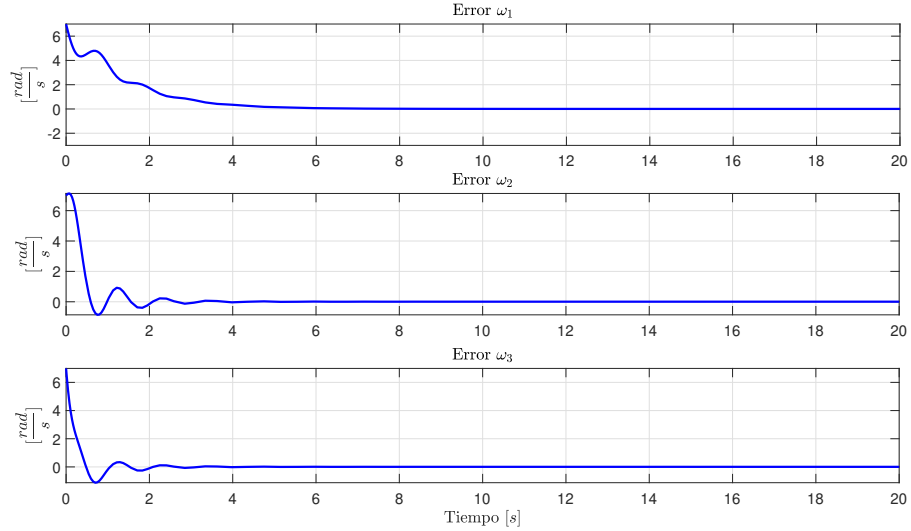


Figura 4.6: Error de observación

En la siguiente sección se plantea el diseño de un observador para sistemas multimáquina de tercer orden modelados por medio de la técnica de decaimiento de flujo.

4.2.3. Observador para sistema multimáquina con modelo de decaimiento de flujo

Con la intención de cubrir una clase más amplia de SEPs, en esta sección se aborda el problema de diseño de observadores para el modelo multimáquina con decaimiento de flujo mostrado en la Sección 2.3.3. Este modelo es ampliamente utilizado en la literatura de sistemas de potencia ya que captura de una manera adecuada la operación de un sistema de potencia tal y como se presenta en (Arjona y cols., 2009).

4.2.3.1. Observador basado en PMU para el SMIB

El problema fundamental, desde la perspectiva de las contribuciones hechas en este trabajo de tesis, es que este modelo no cumple con las condiciones impuestas

para los modelos Hamiltonianos considerados. Específicamente, los estados no medibles del sistema no aparecen de manera lineal en la estructura del modelo.

Sin embargo, en esta sección se demuestra que haciendo uso de las nuevas tecnologías de medición disponibles para la operación de SEP es posible considerar la medición de variables del sistema que permiten el diseño del observador. En este sentido, se considera la siguiente suposición.

Observación 4.4. *Debido a la existencia de dispositivos de medición, como son los PMU, es posible considerar que para una máquina síncrona, además de la medición del ángulo del rotor x_1 , es posible tener acceso a las mediciones de potencia activa y corrientes en terminales en el marco de referencia dq .*

Por esta razón, este escenario tiene una ventaja adicional en cuestión del diseño del observador con respecto al escenario anterior. La principal radica en que la representación matemática del SMIB puede ser analizada como un sistema lineal variante en el tiempo sujeto a algunas variables externas que pueden ser medidas. Por lo tanto, es posible considerar como esquema de observación un observador tipo Luenberger ((Luenberger, 1964)) el cual, si bien es un esquema altamente estudiado en la teoría de sistemas lineales, para el diseño desarrollado es necesario tomar en cuenta algunas consideraciones sobre la estructura del observador.

De las variables mecánicas solo es posible realizar la medición del ángulo del rotor x_1 , por tal motivo el término de corrección del observador para el subsistema mecánico debe involucrar dicha variable. Bajo estas condiciones, el esquema de observación se encuentran representado por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - L_1(\hat{x}_1 - x_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= a_1(P_m - P_e - a_2\hat{x}_2) - L_2(\hat{x}_1 - x_1),\end{aligned}\tag{4.47}$$

con $L_1 \in \mathbb{R}$, $L_2 \in \mathbb{R}$ como ganancias mecánicas.

Debido a la imposibilidad de medir el voltaje interno de la máquina x_3 , pero al considerar que la potencia eléctrica P_e y las corrientes I_d y I_q son medidas, el tercer término correctivo depende de la potencia activa estimada

$$\hat{P}_e = I_q\hat{x}_3 + a_5I_dI_q.$$

por lo tanto, la tercera ecuación del observador toma la forma

$$\dot{\hat{x}}_3 = a_3(u + E - \hat{x}_3 + a_4 I_d) - L_3(I_q \hat{x}_3 + a_5 I_d I_q - P_e), \quad (4.48)$$

con $L_3 \in \mathbb{R}$ como la ganancia eléctrica.

Proposición 4.3. *Dado el observador representado por (4.47)-(4.48), si la matriz*

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\varepsilon}}_1 \\ \dot{\hat{\varepsilon}}_2 \\ \dot{\hat{\varepsilon}}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -L_1 & 1 & 0 \\ -L_2 & -\frac{D}{M} & 0 \\ 0 & 0 & -(\frac{1}{T'_{do}} + L_3 I_q) \end{bmatrix}}_{A_e} \quad (4.49)$$

es Hurwitz, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0$$

es decir, se cumple con el objetivo de observación.

Demostración. Si el error de observación se define como

$$\varepsilon = x - \hat{x} \quad (4.50)$$

en donde la representación matricial se representa a través de la siguiente expresión

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\varepsilon}}_1 \\ \dot{\hat{\varepsilon}}_2 \\ \dot{\hat{\varepsilon}}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -L_1 & 1 & 0 \\ -L_2 & -\frac{D}{M} & 0 \\ 0 & 0 & -(\frac{1}{T'_{do}} + L_3 I_q) \end{bmatrix}}_{A_e} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Para probar las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio de la dinámica del error ($\varepsilon = 0$), se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_o = \varepsilon^\top P \varepsilon \quad (4.52)$$

en donde la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema se encuentra definida por la siguiente ecuación

$$\dot{V}_o = \varepsilon^\top (P A_e + A_e^\top P) \varepsilon$$

si la matriz A_e es Hurwitz, entonces existe una matriz P donde $P = P^\top > 0 \in \mathbb{R}^3$, tal que $P A_e + A_e^\top P = -Q$ where $Q = Q^\top > 0$, entonces

$$\dot{V}_o = -\varepsilon^\top Q \varepsilon \quad (4.53)$$

donde \dot{V}_o es una función negativa negativa por lo tanto el punto de equilibrio es global y exponencialmente estable.

□

4.2.3.2. Validación numérica del observador.

Para validar este observador se propone un SMIB con los parámetros mostrados en la Tabla 4.1. La simulación se realizó en un entorno MATLAB-SIMULINK, el experimento consistió en considerar que las trayectorias del sistema comienzan muy cerca de un punto de equilibrio del generador, para esta validación se considera el análisis de la respuesta entrada cero del SMIB con el objetivo de sólo representa el desempeño del observador diseñado para este sistema.

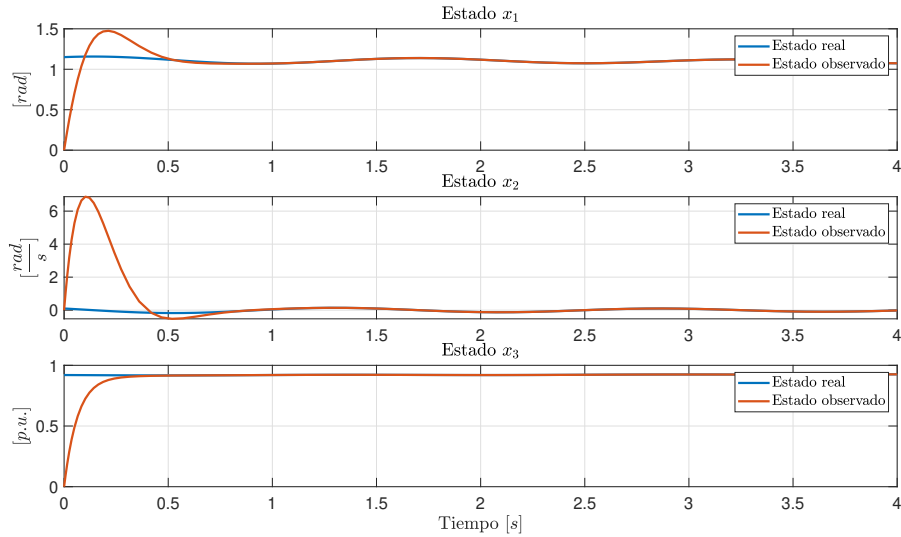


Figura 4.7: Estados reales y estados observados

En la Figura 4.7 se muestra el comportamiento de los estados del sistema real contra los estados del sistema observado, realizando una inspección del resultado es posible concluir que las trayectorias del observador tienden a los estados reales del sistema. Para poder realizar de una manera más clara el desempeño del observador, en la Figura 4.8 se muestra el comportamiento del error de observación.

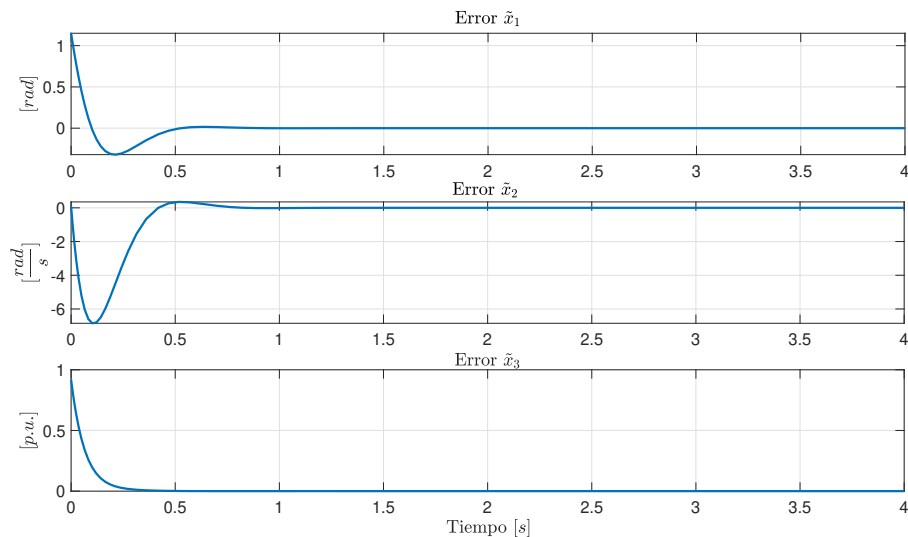


Figura 4.8: Estados reales y estados observados

Con base en la Figura 4.8 se puede observar que las trayectorias del observador tienden a las trayectorias del sistema real de manera exponencial, de acuerdo con dicha figura el objetivo de observación se cumple en alrededor 0.5[s].

Para poder analizar los posibles alcances prácticos del observador en la siguiente subsección se muestra la validación numérica del esquema de control descrito en (Galaz y cols., 2003) basado en estados observados, con el objetivo de mostrar como aún con este esquema es posible garantizar, a través del tiempo crítico de liberación de falla, que la región de atracción del SMIB aumenta con la acción de control.

4.2.3.3. Validación Numérica del control basado en observador para el SMIB

En la Sección 4.1.3 se estudia la prueba formal de estabilidad para el esquema de control basado en estados observados, por lo tanto en la presente sección sólo se realizará una evaluación numérica del esquema de control dado por (4.30) basado los estados observados estimados por (4.47) y (4.48). El objetivo de esta sección esta relacionado directamente con evidenciar las propiedades de estabilidad del SMIB y como estas propiedades mejoran con el controlador basado en estados observados.

Considere que el SMIB, sin acción de control, es sometido a los 30[s] de operación a una falla trifásica con una duración de 0.00001[s], en la Figura 4.9 se puede observar como el SMIB no es capaz de recuperar la falla *i.e.* el SMIB no es capaz de mantener las propiedades de estabilidad asintótica una vez que la falla termina.

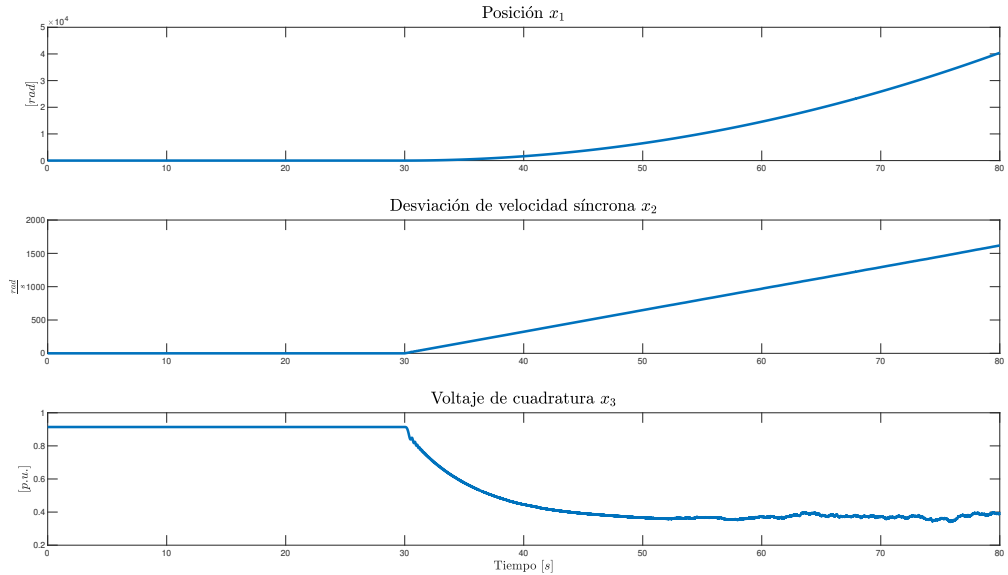


Figura 4.9: SMIB estados inestables

Se puede observar en la Figura 4.9 que antes que suceda el evento los estados del sistema se encuentran en un punto de operación asintótico, una vez que sucede la falla los estados del sistema tienen un comportamiento inestable, por esta razón el objetivo de control es garantizar que los estados del SMIB se mantengan en un punto de operación asintóticamente estable una vez que se supera la falla, esto es equivalente a agrandar la región de atracción del punto de operación asintótico.

En la Figura 4.10 se muestra el comportamiento que tiene el SMIB, con acción de control, sometido a una falla de una duración de $0.001[s]$.

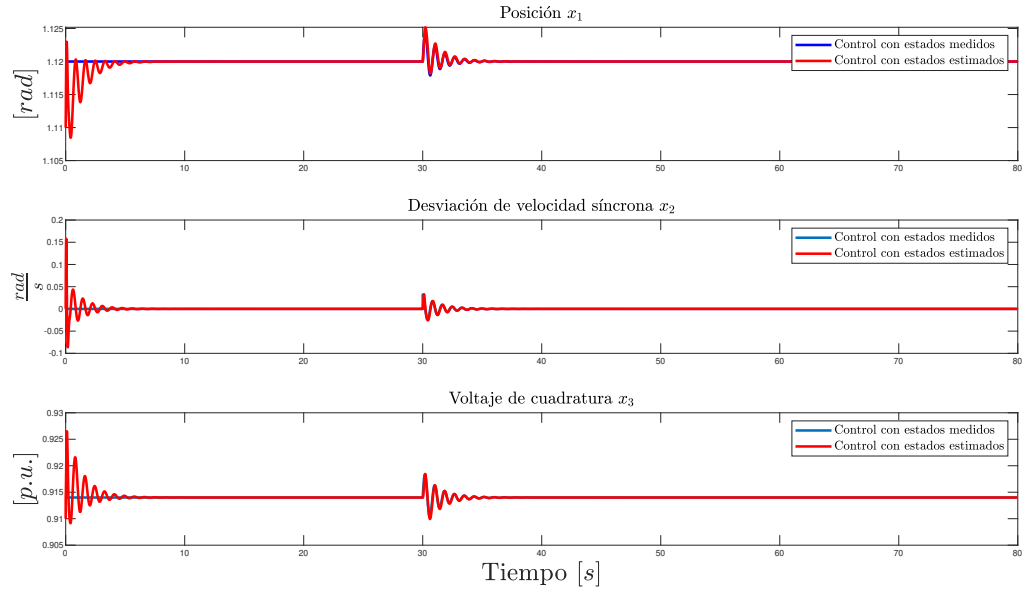


Figura 4.10: SMIB sometido a una falla de $0.001[s]$

Es posible observar en la Figura 4.10 que el SMIB es capaz de recuperar la falla, *i.e.* después de la acción de una falla de $0.001[s]$ el sistema es capaz de regresar a operar a un punto de equilibrio con propiedades de estabilidad asintótica

Observación 4.5. *Para el análisis mostrado en esta sección se considera que el punto de operación prefalla y postfalla es el mismo.*

Complementado este análisis, en la Figura 4.11 se muestra el comportamiento del sistema cuando es sometido a una falla de $0.2[s]$

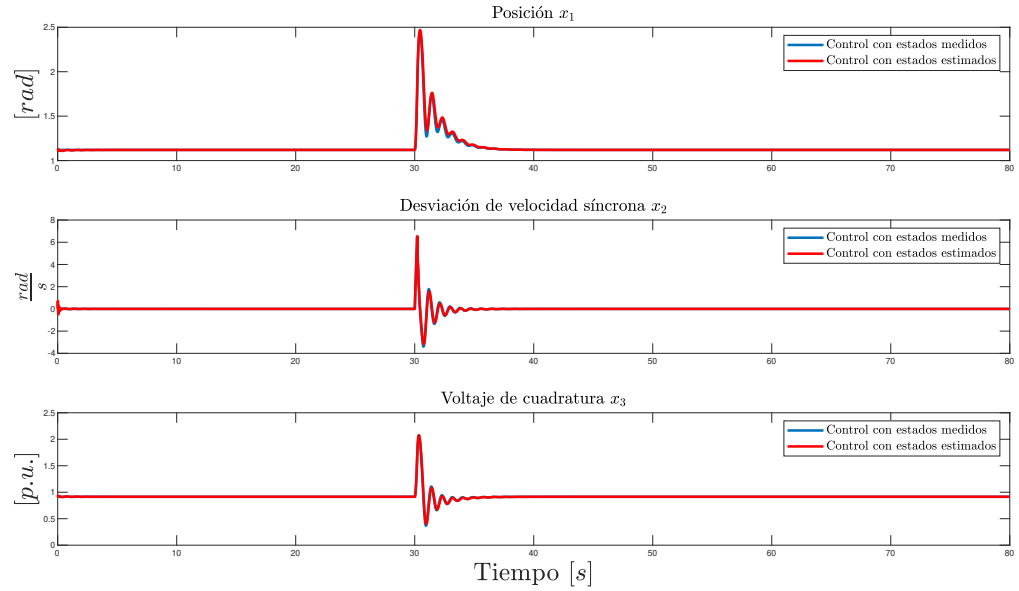


Figura 4.11: SMIB sometido a una falla de 0.2[s]

en la Figura 4.11 se muestra como el SMIB aún tiene la capacidad para recuperar una falla de 0.2[s] de duración. En la Figura 4.12 se muestra el comportamiento del SMIB cuando es sometido a una falla que tiene una duración de 0.4[s]

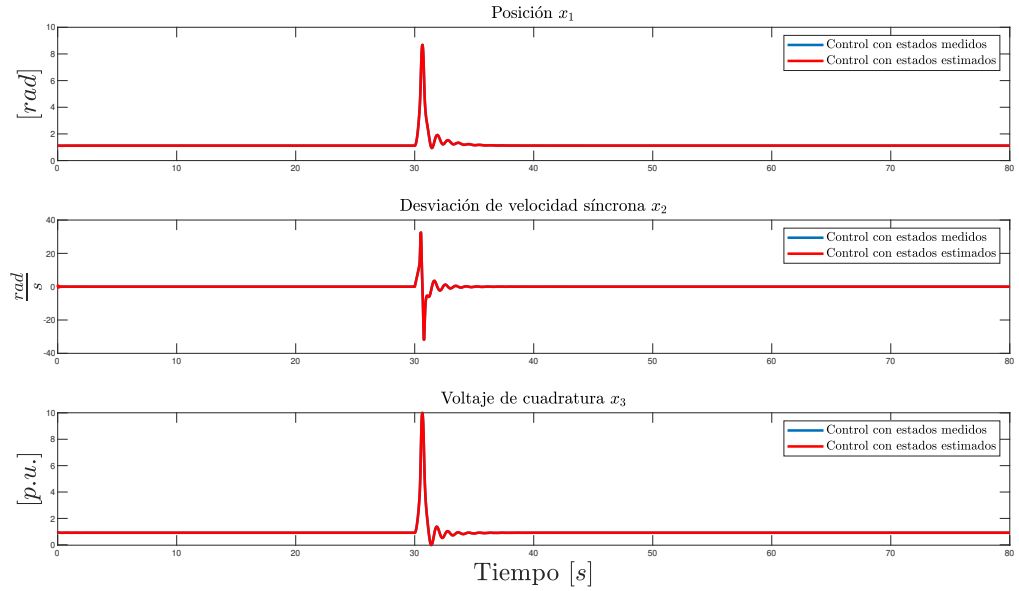


Figura 4.12: SMIB sometido a una falla de 0.4[s]

en la Figura 4.12 se puede observar que el SMIB aún tiene la capacidad de recuperar la falla y regresar al punto de operación. Cuando el SMIB es sometido a una falla de 0.4113[s] se puede observar que el SMIB que es controlado por el esquema basado en observador se inestabiliza tal y como se muestra en la Figura 4.13

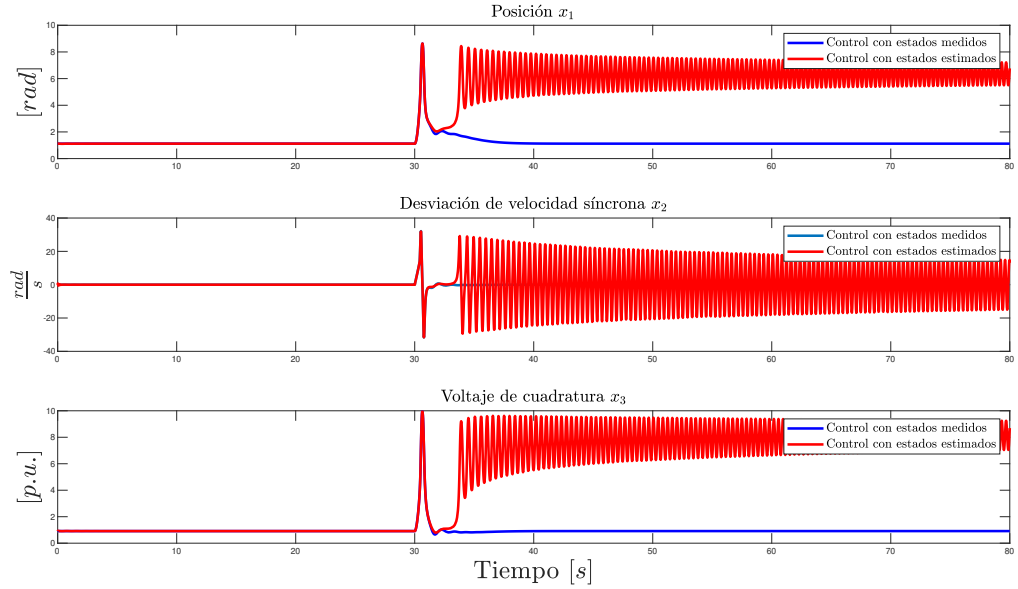


Figura 4.13: SMIB sometido a una falla de 0.4113[s]

El SMIB con control basado en estados observados no tiene la capacidad de recuperar una falla con una duración superior a 0.4113, por lo tanto el tiempo crítico de liberación de falla del SMIB con el esquema de control basado en estados observados es $t_{CL} = 0.4113[s]$. Para poder analizar que tanto se incrementa el tiempo crítico de liberación de falla en el caso del SMIB con esquema de control basado en estados medidos, en la Figura 4.14 se muestra el comportamiento de los estados del SMIB cuando el sistema es sometido a una falla de 0.4116[s] de duración

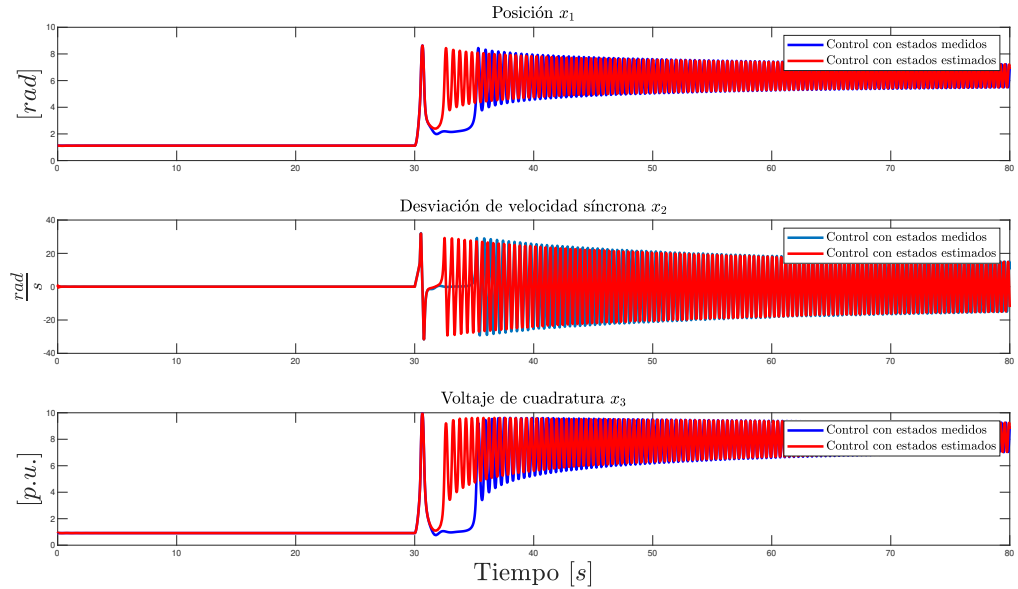


Figura 4.14: SMIB sometido a una falla de $0.4116[s]$

En la Figura 4.14 se muestra como el SMIB con esquema de control basado en estados medidos no es capaz de recuperar una falla con una duración de $0.4116[s]$ por lo tanto el tiempo critico de liberación de falla para este caso es de $t_{CL} = 0.4116[s]$.

En conclusión el tiempo critico de liberación de falla del SMIB con esquema de control basado en estados observados es de 0.072% más grande que el tiempo critico de liberación de falla del SMIB con estados medidos, lo que nos permite concluir que el esquema de control con base en estados estimados para el SMIB cumple con el objetivo de control ya que la región de atracción del punto de operación asintóticamente estable se incrementó en donde la diferencia entre un tiempo critico de liberación de falla y otro es de $0.0003[s]$.

Como puede observarse en este diseño el observador depende de manera general de los parámetros del sistema, por esa razón se realizará un análisis a través de simulación del comportamiento de este observador ante presencia de ruido y la presencia de variación paramétrica.

4.2.3.4. Robustez del observador basado en PMU para el SMIB

El primer análisis que se realizará en esta sección es el desempeño del observador ante presencia de ruido. El ruido empleado para probar la robustez de este diseño es ruido blanco Gaussiano que afecta de manera aditiva a las mediciones, por lo tanto las mediciones dadas por el PMU se pueden representar a través de las siguientes expresiones

$$x_{1m} = x_1 + \varrho \quad (4.54)$$

$$P_{em} = P_e + \varrho \quad (4.55)$$

$$I_{dm} = I_d + \varrho \quad (4.56)$$

$$I_{qm} = I_q + \varrho \quad (4.57)$$

en donde ϱ es el ruido y de acuerdo al estudio realizado en (Brown, Biswal, Brahma, Ranade, y Cao, 2016) los PMUs tienen una relación señal/ruido (SNR por sus siglas en inglés) de 44.39[*dB*] a 49.12[*dB*], en donde el valor de esta relación depende principalmente del nivel de voltaje de los SEPs siendo una SNR de 45[*dB*] una buena aproximación para caracterizar el nivel de ruido en los PMUs actuales. Para caracterizar al ruido Gaussiano se empleará un valor medio de cero y una varianza que se encuentra asociada con la SNR a través de la siguiente expresión

$$SNR = 20 \log \left(\frac{1}{\sigma} \right) \quad (4.58)$$

donde σ es la varianza del ruido Gaussiano. De acuerdo a las condiciones del párrafo anterior la varianza característica del ruido presente en los PMUs es de 5.6234×10^{-3} .

El experimento consiste en considerar un SMIB que se encuentra operando en lazo abierto en el punto de operación $x_{1\star} = 1.12, x_{2\star} = 0, x_{3\star} = 0.914$ y es sometido a una falla trifásica de 0.05[s] de duración ocasionando que el SEP pierda estabilidad transitoria.

Para comenzar el análisis considere que en la Figura 4.15 se muestran las mediciones del PMU afectado por ruido.

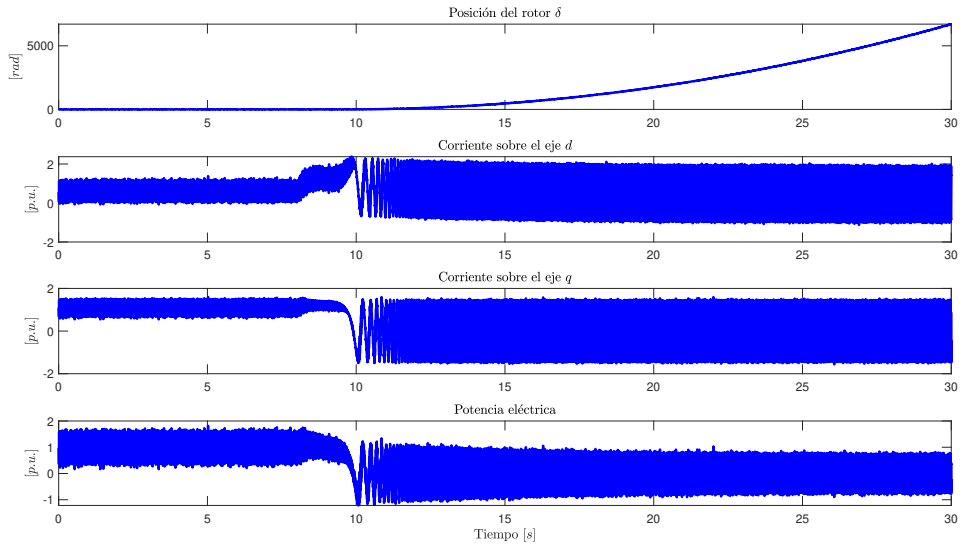


Figura 4.15: Mediciones PMU con ruido

en donde el ruido tiene una magnitud máxima entre 0.35 y -0.35 . El desempeño del observador se muestra en la Figura 4.16

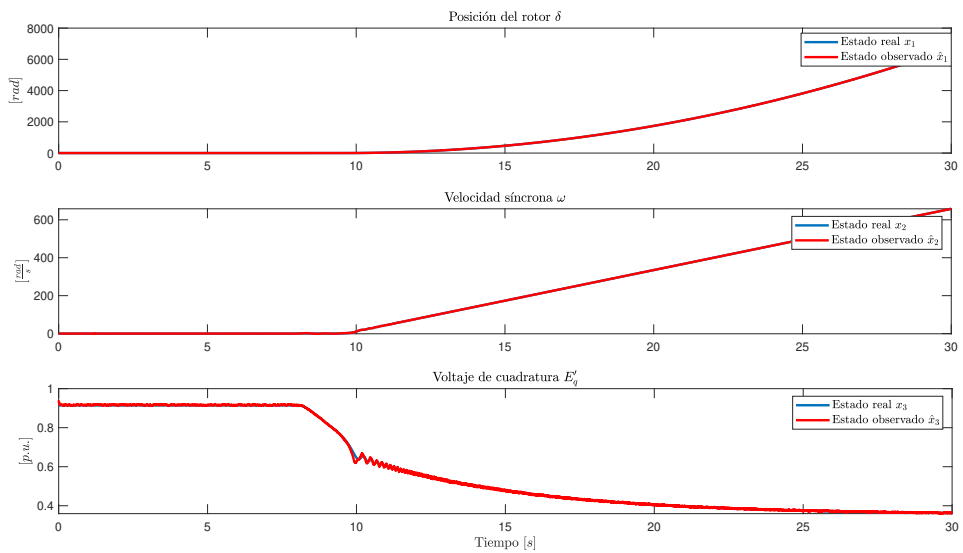


Figura 4.16: Estados observados contra reales.

Observación 4.6. En la Figura 4.16 se muestra el estado real contra el estado observado, es importante hacer la anotación que el comportamiento del sistema es inestable ya que el SMIB fue sometido a una falla y el sistema por si solo no tiene la capacidad de recuperar la estabilidad.

Para poder analizar de una mejor manera el desempeño del observador en la Figura 4.17 se muestra el error de observación

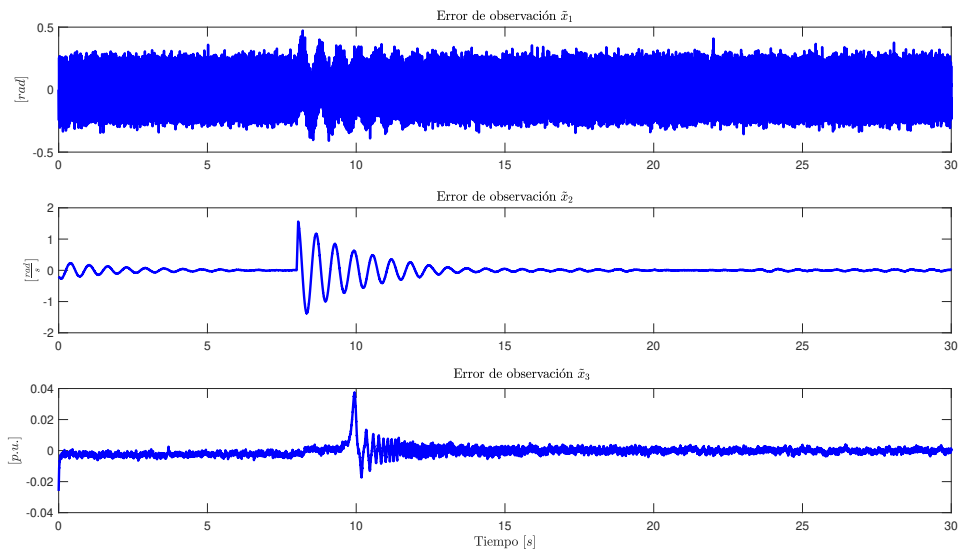


Figura 4.17: Error de observación

en donde se puede observar que el error de observación para los estados x_1 y x_2 tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito, mientras que el error de observación para el estado x_1 se quede oscilando entre los valores 0.2 y -0.2 ya que el ruido afecta de una manera más significativa a la posición del rotor, para complementar este análisis en la Figura 4.18 se muestra la integral del error cuadrático con el objetivo de tener una medida de desempeño para establecer una conclusión de como el ruido presente en las mediciones afecta el comportamiento del observador

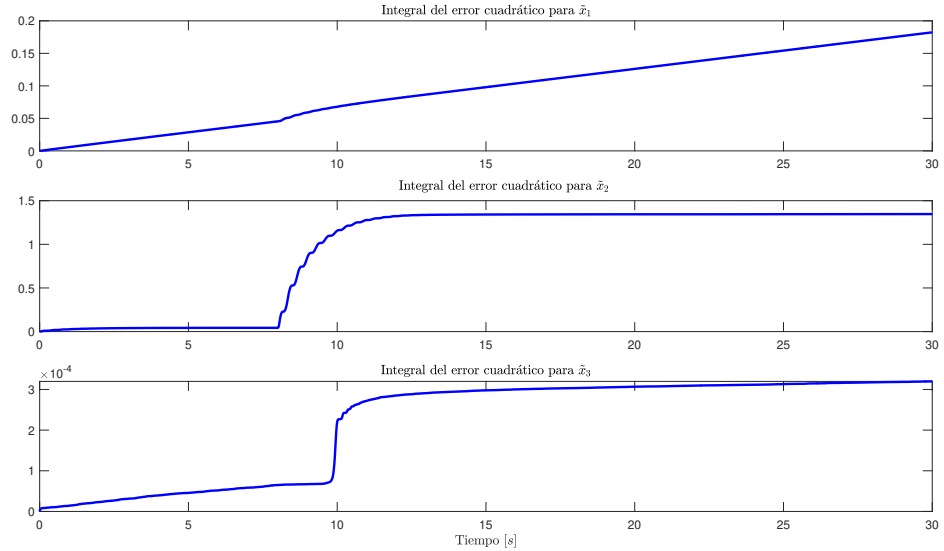


Figura 4.18: Integral del error cuadrático

en este caso es posible observar que para los errores de observación \tilde{x}_2 y \tilde{x}_3 , de acuerdo al criterio de la integral de error al cuadrado, tienen un buen desempeño ya que dicho índice permanece en valores de 1.1 para el error de observación \tilde{x}_2 y 3×10^{-4} para el error de observación \tilde{x}_3 , con esto podemos concluir que se cumple el objetivo de observación ante la presencia de ruido característico en los PMUs siendo el estado x_1 el que se ve más afectado por la presencia de ruido.

El segundo análisis tiene que ver con el desempeño que tiene el observador ante la existencia de variación de parámetros en el sistema, este análisis se realiza ya que el observador depende del conocimiento de los parámetros y es necesario analizar como será el comportamiento de éste ante cierta incertidumbre paramétrica.

Para realizar este primer análisis se considera se consideran que los parámetros presentan la variación mostrada en la Tabla 4.3

Parámetros	Valor
Reactancia en el eje q , X_q	$1.1[\Omega] + \omega$
Reactancia en el eje d , X_d	$1.12[\Omega] + \omega$
Constante de tiempo transitoria asociada al eje q , T'_q	$0.6[s] + \omega$
Constante de tiempo transitoria asociada al eje d , T'_d	$5[s] + \omega$
Reactancia transitoria del eje d , X'_d	$0.3[\Omega] + \omega$
Reactancia transitoria del eje q , X'_q	$0.3[\Omega] + \omega$
Reactancia equivalente de la línea de transmisión X_E	$0.5[\Omega] + \omega$
Velocidad síncrona nominal ω_0	$120\pi[\frac{rad}{s}] + \omega$
Constante de tiempo asociada a la inercia H	$6[s] + \omega$
Factor de amortiguamiento D	$0[p.u.] + \omega$
Voltaje de Bus infinito E_B	$1[p.u.] + \omega$

Tabla 4.3: Parámetros del SMIB con variación

donde $\omega = P(\Delta p)$, donde P es el valor nominal del parámetro del sistema y Δp es el porcentaje en el que el parámetro varía. Se considera para este análisis cinco casos de estudio en donde la variación de parámetros va desde 10% hasta el 50% de su valor nominal. Para observar claramente como la variación de parámetros afecta el desempeño del observador se analizará como se comporta cada uno de los estados del sistema eléctrico. En la Figura 4.19 se muestra el desempeño del observador para el estado x_1 .

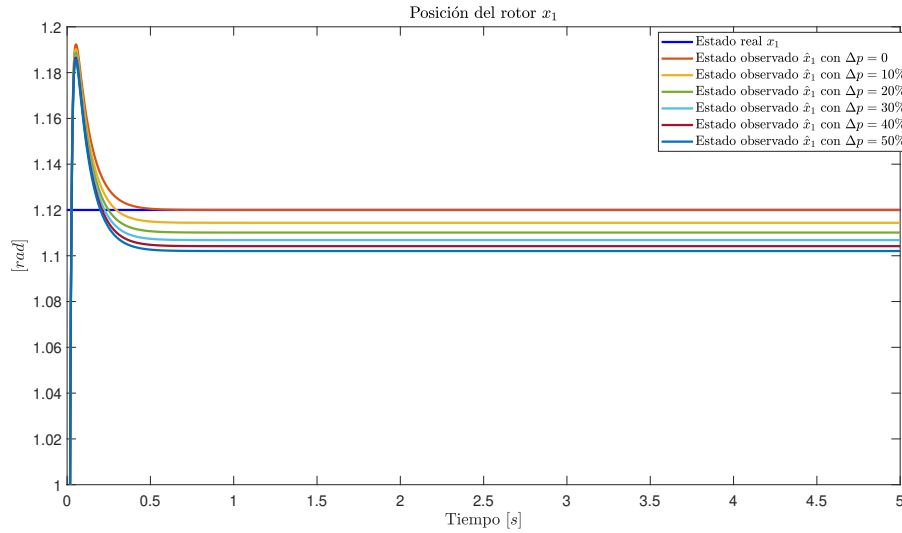


Figura 4.19: Desempeño del observador para la posición del rotor x_1 .

En la Figura 4.19 se muestra el efecto de la variación de parámetros en en la posición del rotor, donde entre la respuesta con parámetros nominales y la respuesta con variación de parámetros al 50 % existe un error relativo de 1.60 %. Para poder complementar este análisis en la Figura 4.20 se muestra el error para cada uno de los casos considerados en esta sección

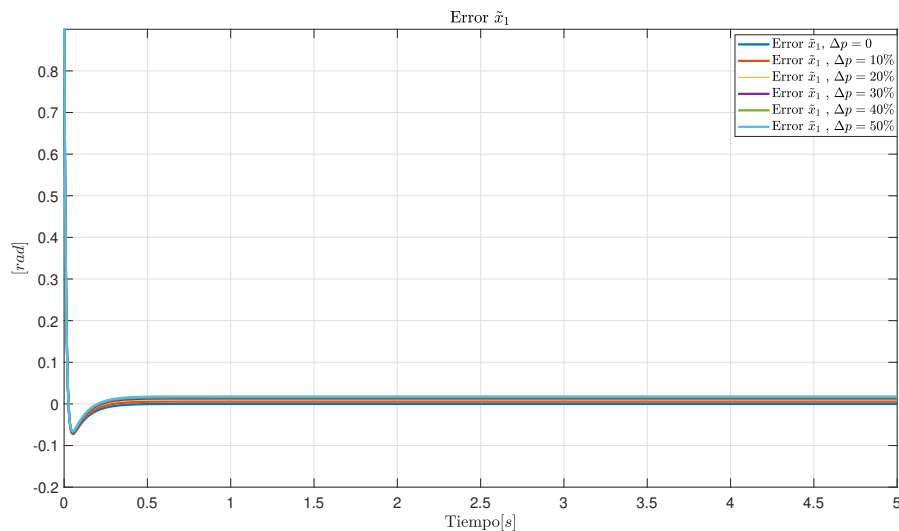


Figura 4.20: Error de observación para el estado x_1

en la Figura 4.20 se hace notar que aunque los parámetros varían en un 50% podemos llegar a la conclusión de que se cumple el objetivo de observación.

En la Figura 4.21 se muestra el efecto de la variación de parámetros en en la desviación de la velocidad

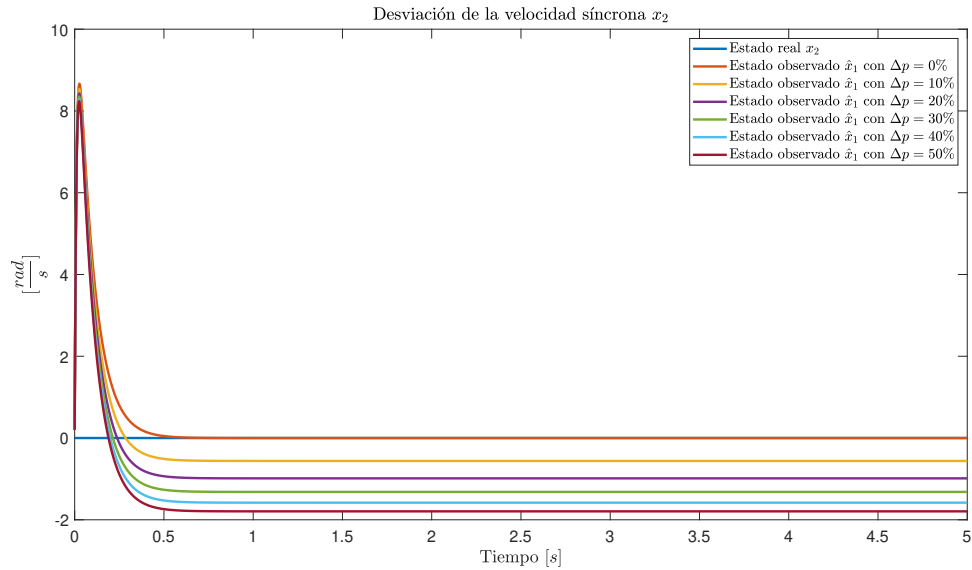


Figura 4.21: Desempeño de observador para la desviación de la velocidad.

para poder analizar el efecto de los parámetros es necesario considerar lo siguiente

$$x_2 = \omega - \omega_0 \quad (4.59)$$

donde ω_0 es la velocidad síncrona del sistema de potencia, para este caso $\omega_0 = 377\left[\frac{rad}{s}\right]$, cuando el sistema se encuentra en sincronía el valor de $x_2 = 0$, por lo tanto el observador debe tender a este valor. Cuando existe una variación del 50% en los parámetros del sistema el valor del observador tiende a $1.78\left[\frac{rad}{s}\right]$, considerando (4.59) el valor real de la frecuencia es

$$\omega = 1.78 + 377 = 378.78\left[\frac{rad}{s}\right] \quad (4.60)$$

entonces el error relativo entre el valor nominal de la frecuencia síncrona ($377\left[\frac{rad}{s}\right]$) y el valor de la frecuencia síncrona estimada considerando un 50% de la variación de parámetros (378.78), es 0.4721%, según la norma **NOM-008-SCFI-2002** la frecuencia síncrona puede tener un error relativo con respecto a la velocidad

síncrona nominal del 5 % por lo tanto, considerando un 50 % en la variación de los parámetros el observador cumple con las características establecidas en la norma y por lo tanto se puede concluir que se cumple con el objetivo de observación. Para poder complementar este análisis en la Figura 4.22 se muestra el error para cada uno de los casos considerados en esta sección.

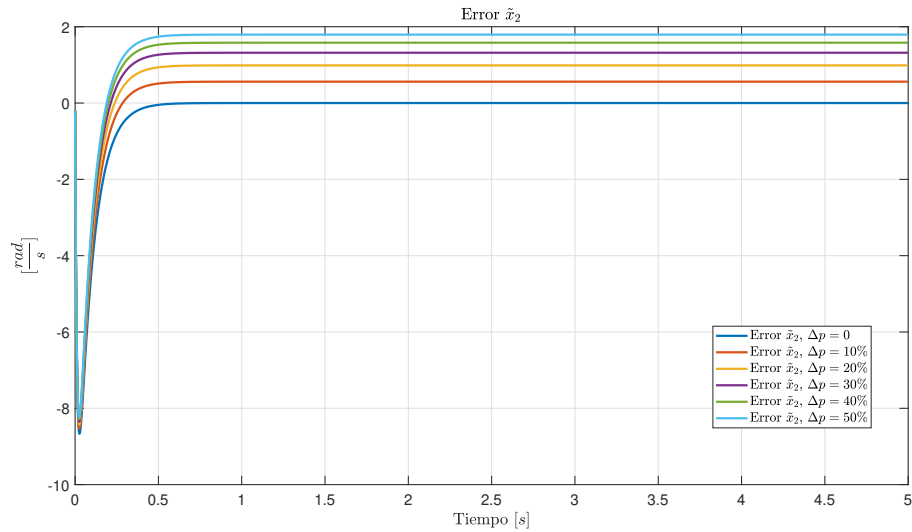


Figura 4.22: Error de observación para el estado x_2

Para finalizar con el análisis del comportamiento del sistema ante variación de parámetros en la Figura 4.23 se muestra el comportamiento del voltaje de cuadratura del SMIB

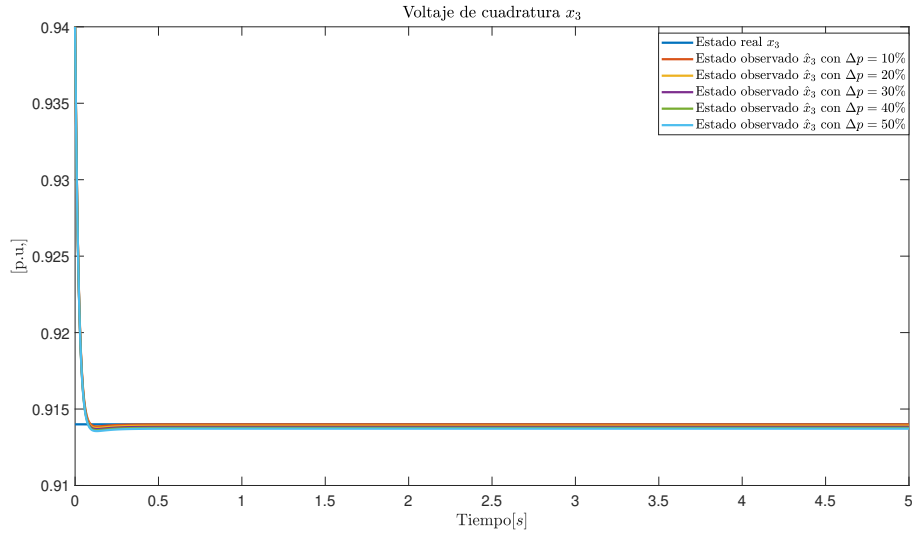


Figura 4.23: Desempeño de observador para el voltaje de cuadratura

en donde el error considerando el 50% para el estado x_3 se tiene un error relativo de 0.04%, por lo tanto también es posible concluir que se cumple con el objetivo de observación. Para poder complementar este análisis en la Figura 4.24 se muestra el error para cada uno de los casos considerados en esta sección.

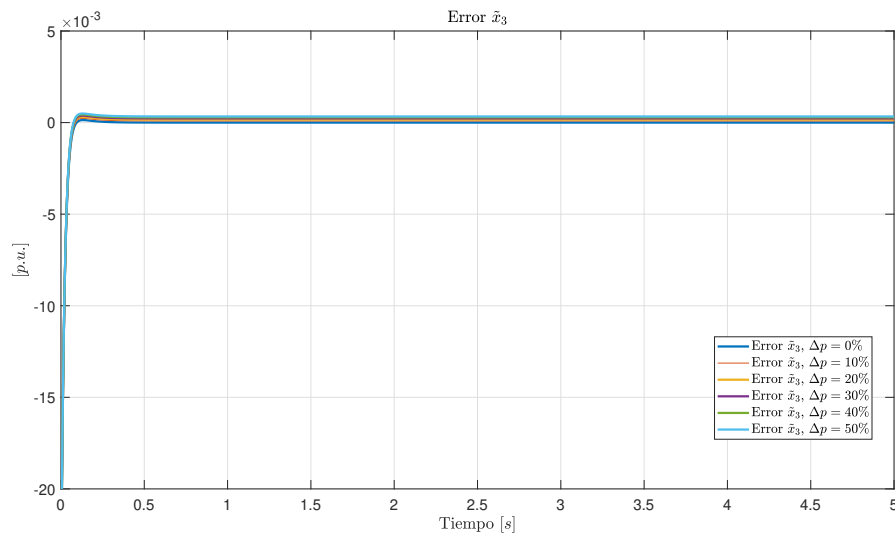


Figura 4.24: Error de observación para el estado x_3

De lo anterior podemos concluir que los estados del observador que se ven más afectados por la variación de parámetros son las variables mecánicas del sistema de potencia.

4.2.3.5. Observador para sistemas multimáquina

Para el caso del sistema multimáquina, se considera su modelo matemático re-escrito como

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1i} &= x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} &= -\Gamma_1 x_{2i} + \Gamma_2 (P_{mi} - P_{ei}) \\ \dot{x}_{3i} &= -\Gamma_3 x_{3i} - \Gamma_4 I_{di} + E_i + u_i\end{aligned}\tag{4.61}$$

en donde $x_{1i} \in \mathbb{R}^n$ son los ángulos de rotor, $x_{2i} \in \mathbb{R}^n$ son las desviaciones de la velocidad angular, $x_{3i} \in \mathbb{R}^n$ son los voltajes detrás del eje de cuadratura de los generadores E_{qi} , $\Gamma_1 = H_i^{-1} D_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ en donde H_i es la constante de tiempo asociada a la inercia mientras D_i es el coeficiente de amortiguamiento para la i -ésima máquina, $\Gamma_2 = \omega_0 H_i^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma_3 = T_{d0}'^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la constante de tiempo subtransitoria y $\Gamma_4 = T_{d0}'^{-1} (X_{di} - X_{di}') \in \mathbb{R}^{n \times n}$ con X_{di} y X_{di}' las reactancias transitorias y subtransitorias respectivamente. Finalmente las variables asociadas a los voltajes de excitación son $E_i = T_{d0}'^{-1} E_{fi} \in \mathbb{R}^n$ y $u_i = T_{d0}'^{-1} v_i \in \mathbb{R}^n$.

En el modelo anterior se definen las potencias eléctricas y las corrientes de los generadores en el marco de referencia dq de la forma

$$P_{ei} = x_{3i} I_{qi}\tag{4.62}$$

$$Q_{ei} = x_{3i} I_{di}\tag{4.63}$$

$$I_{qi} = G_{ii} x_{3i} + \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{3j} Y_{ij} \sin((x_{1i} - x_{1j}) + \alpha_{ij})\tag{4.64}$$

$$I_{di} = -B_{ii} x_{3i} - \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{3j} Y_{ij} \cos((x_{1i} - x_{1j}) + \alpha_{ij})\tag{4.65}$$

Para establecer el diseño del esquema de observación es necesario considerar la siguiente suposición

Suposición 4.3. *El sistema multimáquina esta formado sólo por máquinas síncronas, es decir, en cada nodo del sistema multimáquina se encuentra conectado solamente un generador síncrono*

Suposición 4.4. *Se consideran medidos los estados x_{1i} , las potencias P_{ei} y las corrientes I_{di} e I_{qi} .*

Suposición 4.5. *Existe un PMU en cada nodo del sistema de potencia.*

Con base en las suposiciones anteriores, el observador para el sistema multimáquina se encuentra definido por las expresiones

$$\begin{aligned}\hat{x}_{1i} &= \hat{x}_{2i} + L_1(x_{1i} - \hat{x}_{1i}) \\ \hat{x}_{2i} &= -\Gamma_1\hat{x}_{2i} + \Gamma_2(P_{mi} - P_{ei}) + L_2(x_{1i} - \hat{x}_{1i}) \\ \hat{x}_{3i} &= -\Gamma_3\hat{x}_{3i} - \Gamma_4I_{di} + E_i + u_i + L_3(P_{ei} - \hat{x}_{3i}I_{qi})\end{aligned}\tag{4.66}$$

en donde $L_1 = \text{diag}\{\ell_{1i}\} \in R^{n \times n}$, $L_2 = \text{diag}\{\ell_{2i}\} \in R^{n \times n}$ y $L_3 = \text{diag}\{\ell_{3i}\} \in R^{n \times n}$ son las ganancias del observador.

Proposición 4.4. *Considere el observador expresado en 4.66, si la matriz*

$$\begin{bmatrix} -L_1 & I_n & 0 \\ -L_2 & -\Gamma_1 & -\Gamma_2I_{qi} \\ 0 & 0 & -(\Gamma_3 + L_3I_{qi}) \end{bmatrix}\tag{4.67}$$

es Hurwitz, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - \hat{x}_i) \quad \text{donde } i \text{ es el número de máquinas}\tag{4.68}$$

es decir, se cumple el objetivo de observación.

Demostración. Bajo esta propuesta de esquema de observación, la dinámica de las variables de error toma la forma

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}}_{1i} &= \tilde{x}_{2i} - L_1 \tilde{x}_{1i} \\
 \dot{\tilde{x}}_{2i} &= -\Gamma_1 \tilde{x}_{2i} - \Gamma_2 I_{qi} \tilde{x}_{3i} - L_2 \tilde{x}_{1i} \\
 \dot{\tilde{x}}_{3i} &= -(\Gamma_3 + L_3 I_{qi}) \tilde{x}_{3i}
 \end{aligned} \tag{4.69}$$

la cual puede ser representada como

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_{1i} \\ \dot{\tilde{x}}_{2i} \\ \dot{\tilde{x}}_{3i} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -L_1 & I_n & 0 \\ -L_2 & -\Gamma_1 & -\Gamma_2 I_{qi} \\ 0 & 0 & -(\Gamma_3 + L_3 I_{qi}) \end{bmatrix}}_{A_e} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1i} \\ \tilde{x}_{2i} \\ \tilde{x}_{3i} \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

Para probar las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio de la dinámica del error ($\varepsilon = 0$), se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_o = \varepsilon^\top P \varepsilon \tag{4.71}$$

en donde la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema se encuentra definida por la siguiente ecuación

$$\dot{V}_o = \varepsilon^\top (P A_e + A_e^\top P) \varepsilon$$

si la matriz A_e es Hurwitz, entonces existe una matriz P donde $P = P^\top > 0 \in \mathbb{R}^3$, tal que $P A_e + A_e^\top P = -Q$ where $Q = Q^\top > 0$, entonces

$$\dot{V}_o = -\varepsilon^\top Q \varepsilon \tag{4.72}$$

donde \dot{V}_o es una función negativa negativa por lo tanto el punto de equilibrio es global y exponencialmente estable. \square

En la siguiente sección se muestra el diseño de un esquema de control basado en observador para un sistema multimáquina compuesto por dos generadores.

4.2.4. Control basado en observador: Sistema de dos generadores.

En esta sección se muestra el planteamiento del diseño de un esquema de control basado en pasividad abordado en (Galaz, Ortega, Shen, y cols., 2004). Para comenzar con este planteamiento considere el sistema descrito por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (4.73)$$

$$\dot{\omega}_1 = -D_1\omega_1 + P_1 - G_{11}E_1^2 - YE_1E_2 \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) \quad (4.74)$$

$$\dot{E}_1 = -a_1E_1 + b_1E_2 \cos(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) + E_{f1} + u_1 \quad (4.75)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (4.76)$$

$$\dot{\omega}_2 = -D_2\omega_2 + P_2 - G_{22}E_2^2 - YE_1E_2 \sin(\delta_1 - \delta_2 - \alpha) \quad (4.77)$$

$$\dot{E}_2 = -a_2E_2 + b_2E_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 + \alpha) + E_{f2} + u_2 \quad (4.78)$$

en donde el observador, de acuerdo al esquema mostrado en la sección anterior, se define a través de las siguientes ecuaciones

$$\dot{\hat{\delta}}_1 = \hat{\omega}_1 + L_{11}(\delta_1 - \hat{\delta}_1) \quad (4.79)$$

$$\dot{\hat{\omega}}_1 = \frac{1}{H_1}(-D_1\hat{\omega}_2 + w_o(P_{m1} - P_{e1})) + L_{12}(x_1 - \hat{x}_1) \quad (4.80)$$

$$\dot{\hat{E}}_1 = \frac{1}{T_{do1}}(-x_{3o} - (X_{d1} - X'_{d1})I_{d1} + E_{f1} + u_1) + L_{13}(P_{e1} - I_{q1}\hat{E}_1) \quad (4.81)$$

$$\dot{\hat{\delta}}_2 = \hat{\omega}_2 + L_{21}(\delta_2 - \hat{\delta}_2) \quad (4.82)$$

$$\dot{\hat{\omega}}_2 = \frac{1}{H_2}(-D_2\hat{\omega}_2 + w_o(P_{m2} - P_{e2})) + L_{22}(\omega_2 - \hat{\omega}_2) \quad (4.83)$$

$$\dot{\hat{E}}_2 = \frac{1}{T_{do2}}(-\hat{E}_2 - (X_{d2} - X'_{d2})I_{d2} + E_{f2} + u_2) + L_{23}(P_{e2} - I_{q2}\hat{E}_2) \quad (4.84)$$

Para establecer el diseño del controlador considere que existe un punto de operación deseado dado por $x_\star = [\delta_{1\star} \ \delta_{2\star} \ \omega_{1\star} \ \omega_{2\star} \ E_{1\star} \ E_{2\star}]$, además es necesario considerar las siguientes suposiciones sobre el punto de operación

Suposición 4.6.

$$|\delta_{1\star} - \delta_{2\star}| \leq \frac{\pi}{2} \quad (4.85)$$

Suposición 4.7.

$$P_1 + P_2 > 4G_{12}E_{1\star}E_{2\star} \quad (4.86)$$

Suposición 4.8.

$$(P_1 + P_2)B_{12} \cos(\delta_{1\star} - \delta_{2\star}) + (P_1 + P_2)G_{12} \sin(\delta_{1\star} - \delta_{2\star}) > 0 \quad (4.87)$$

El diseño del controlador parte de considerar que la función Hamiltoniana para el sistema tiene la siguiente forma

$$H_d = \psi(\delta) + \frac{1}{2}|\omega|^2 + \frac{1}{2}[E - \lambda(\delta)E_\star]^\top \Gamma [E - \lambda(\delta)E_\star] \quad (4.88)$$

con $\delta = [\delta_1 \ \delta_2]$, $\omega = [\omega_1 \ \omega_2]$, $E = [E_1 \ E_2]$ y $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1 \ \gamma_2\} > 0$.

El controlador basado en medición de estados propuesto en ([Galaz y cols., 2004](#)) para un sistema de dos generadores tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned} u_1 &= a_1 E_1 - b_1 E_2 \cos(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) \\ &\quad - E_{f1} - J_{23}(\delta, E)\omega_1 - r_1 \gamma_1 [E_1 - E_{1\star} \lambda(\delta)] + J_{35}(\delta, \omega)\omega_2 \\ u_2 &= a_2 E_2 - b_2 E_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 + \alpha) \\ &\quad - E_{f2} - J_{26}(\delta, E)\omega_1 - r_2 \gamma_2 [E_2 - E_{2\star} \lambda(\delta)] - J_{56}(\delta, E)\omega_2 \end{aligned}$$

donde

$$\lambda(\delta) = \sqrt{\frac{P_1 + P_2}{P_1 + P_2 + 2G_{12}E_{1\star}E_{2\star}[\cos \delta_1 - \delta_2 - \cos \delta_{1\star} - \delta_{2\star}]}}$$

considerando

$$\begin{aligned}
 J_{23}(\delta, E) &= -\frac{Y E_{2\star}}{\gamma_1} \lambda(\delta) \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) - \frac{G_1}{\gamma_1} [E_1 + E_{1\star} \lambda(\delta)] - E_{1\star} \nabla_{\delta_1} \lambda \\
 J_{26}(\delta, E) &= -\frac{Y E_1}{\gamma_2} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) + E_{2\star} \nabla_{\delta_1} \lambda \\
 J_{35}(\delta, E) &= \frac{Y E_{2\star}}{\gamma_1} \lambda(\delta) \sin \delta_2 - \delta_1 + \alpha + E_{1\star} \nabla_{\delta_1} \lambda \\
 J_{56}(\delta, E) &= -\frac{Y}{\gamma_2} E_1 \sin \delta_2 - \delta_1 + \alpha - \frac{G_2}{\gamma_2} [E_2 + E_{2\star} \lambda(\delta)] + E_{2\star} \nabla_{\delta_1} \lambda
 \end{aligned}$$

con

$$\nabla_{\delta_1} \lambda = \frac{\sqrt{P_1 + P_2} G_{12} E_{1\star} E_{2\star} \sin \delta_1 - \delta_2}{2\{P_1 + P_2 + 2G_{12} E_{1\star} E_{2\star} [\cos \delta_1 - \delta_2 - \cos \delta_{1\star} - \delta_{2\star}]\}^{\frac{3}{2}}}.$$

Ahora, para poder establecer la ley de control basada en observador se sustituye en la ley de control los estados medidos por los estados observados dando como resultado las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}
 u_{1e} &= a_1 \hat{E}_1 - b_1 \hat{E}_2 \cos(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) \\
 &\quad - E_{f1} - J_{23}(\delta, \hat{E}) \hat{\omega}_1 - r_1 \gamma_1 [\hat{E}_1 - E_{1\star} \lambda(\delta)] + J_{35}(\delta, E) \hat{\omega}_2 \\
 u_{2e} &= a_2 \hat{E}_2 - b_2 \hat{E}_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 + \alpha) \\
 &\quad - E_{f2} - J_{26}(\delta, \hat{E}) \omega_1 - r_2 \gamma_2 [\hat{E}_2 - E_{2\star} \lambda(\delta)] - J_{56}(\delta, \hat{E}) \hat{\omega}_2
 \end{aligned}$$

si se define el error de observación de la siguiente forma $\varepsilon = x - \hat{x}$, en donde $\varepsilon = [\tilde{\omega}_1 \ \tilde{\omega}_2 \ \tilde{E}_1 \ \tilde{E}_2]^\top$, entonces la ley de control puede re-escribirse de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 u_{1e} &= u_1 + \tilde{\omega}_1 \tilde{E}_1 \frac{G_1}{\gamma_1} + \Phi_1^\top(x) \varepsilon \\
 u_{2e} &= u_2 + \frac{Y}{\gamma_2} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2) + \frac{G_2}{\gamma_2} \tilde{E}_2 \tilde{\omega}_2 + \Phi_2^\top(x) \varepsilon
 \end{aligned}$$

en donde $\Phi_1(x)$ y $\Phi_2(x)$ se definen a través de las siguientes expresiones

$$\Phi_1(x) = \begin{bmatrix} J_{23}(\delta, E) \\ -\omega_1 \frac{G_1}{\gamma_1} + (r_1 + \gamma_1 - a_1) \\ -J_{35}(\delta, E) \\ -b_1 \cos(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

$$\Phi_2(x) = \begin{bmatrix} J_{26}(\delta, E) \\ -\frac{Y}{\gamma_2} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha)(\omega_1 + \omega_2) \\ J_{56}(\delta, E) \\ -a_2 + b_2 \cos(\delta_2 - \delta_1 + \alpha) + r_2 \gamma_2 - \frac{G_2}{\gamma_2} \omega_2 \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

entonces, la ley de control basada en observador queda definido de la siguiente forma

$$u_e = u + \Gamma(\delta, \varepsilon) + \Phi(x)\varepsilon \quad (4.91)$$

donde $u_e \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$, $u \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$, $\Gamma(\delta, \varepsilon) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$, $\Phi(x) \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ y $\tilde{x} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$, considere que

$$\Gamma(\delta, \tilde{x}) = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_1 \tilde{E}_1 \frac{G_1}{\gamma_1} \\ \frac{Y}{\gamma_1} \tilde{E}_1 \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha)(\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2) + \frac{G_2}{\gamma_2} \tilde{E}_2 \tilde{\omega}_2 \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

y

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi_1^\top(x) \\ \Phi_2^\top(x) \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

antes de pasar al análisis de estabilidad se deben realizar las siguientes observaciones:

Observación 4.7. *Es importante hacer notar que si $\varepsilon \rightarrow 0$ entonces $\Gamma(\delta, 0) \rightarrow 0$.*

Observación 4.8. *La ecuación (4.91) se puede expresar de la siguiente forma*

$$u_e = u + u_o \quad (4.94)$$

donde u es la señal de control nominal y u_o es parte de la ley de control que depende del efecto del observador, donde $u_o = \Gamma(\delta, \varepsilon) + \Phi(x)\varepsilon$

Para analizar las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado, considere la función candidata de Lyapunov la función de energía expresada en (4.88), cuya derivada a lo largo de las trayectorias del sistema (4.74)-(4.78), considerando la señal de control definida en (4.91), toma la siguiente forma

$$\dot{H}_d = - \left(\frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^\top R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} + \left(\frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^\top (\bar{\Gamma}(\delta, \varepsilon) + \Phi(x)) \varepsilon \quad (4.95)$$

donde

$$\bar{\Gamma}(\delta, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{G_1}{\gamma_1} \tilde{E}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Y}{\gamma_1} \tilde{E}_1 \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) & \frac{Y}{\gamma_1} \tilde{E}_1 \sin(\delta_1 - \delta_2 + \alpha) & 0 & \frac{G_2}{\gamma_2} \tilde{\omega}_3 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

Si $\varepsilon = 0$, por la propiedades del control nominal, el punto de operación del sistema multimáquina (x_*) es asintóticamente estable. Por otro lado, si $\varepsilon \neq 0$ entonces (4.95) puede expresarse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{H}_d &\leq -(1 - \theta) \left(\frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^\top R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} - \theta \left(\frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^\top R_d \frac{\partial H_d}{\partial x} \\ &\quad + \left\| \left(\frac{\partial H_d}{\partial x} \right) \right\| \left\| (\bar{\Gamma}(\delta, \varepsilon) + \Phi(x)) \varepsilon \right\| \end{aligned}$$

por lo tanto, se tiene que

$$\dot{H}_d \leq -(1 - \theta) \left(\frac{\partial H_d}{\partial x} \right)^\top R_d \frac{\partial H_d}{\partial x}$$

con $0 < \theta < 1$ para todo

$$\|\varepsilon\| \geq \frac{\|\bar{\Gamma} + \Phi\|}{\theta \sqrt{\lambda_{\max}(R_d R_d^\top)}} \left\| \frac{\partial H_d}{\partial x} \right\|$$

por lo que es posible concluir que el mapa

$$\Sigma : \varepsilon \rightarrow x$$

4.2.4.1. Validación numérica del lazo cerrado.

Para hacerla validación numérica del lazo cerrado del controlador basado en observador presentado en la sección anterior se emplea el sistema multimáquina mostrado en la Figura 4.25, este sistema multimáquina consta de tres generadores, tres cargas, seis líneas de transmisión y tres nodos.

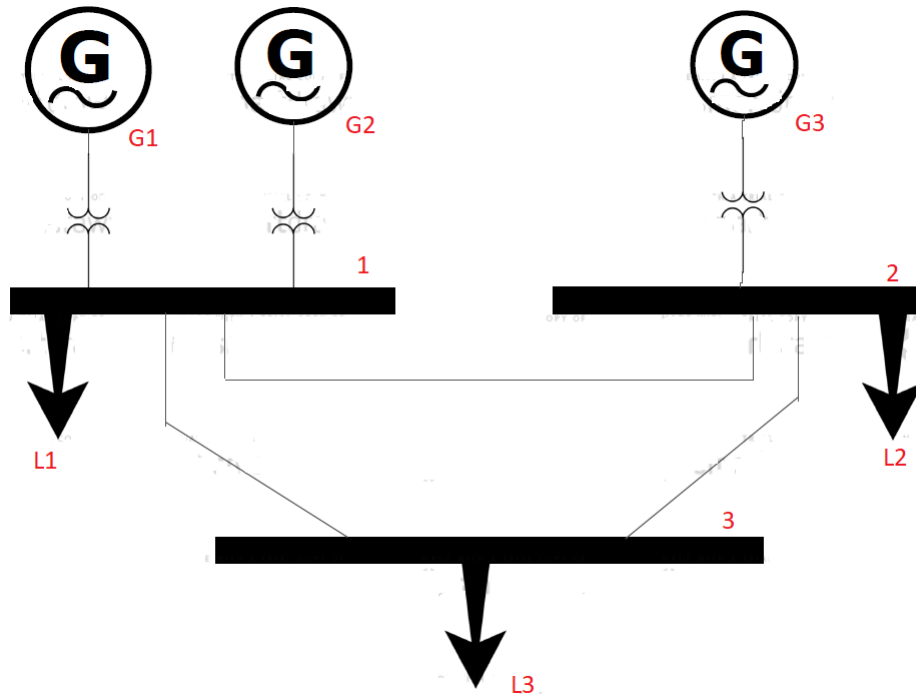


Figura 4.25: Sistema multimáquina.

En (Florenzana Lara, 2002) se menciona que el sistema mostrado en la Figura 4.25 corresponde al sistema de generación de Baja California, lo que hace el análisis de este caso de estudio interesante para el área de sistemas eléctricos de potencia. Para establecer la metodología de diseño y de acuerdo a la Suposición 4.3 es necesario que el caso de estudio este compuesto sólo por un generador en cada uno de sus nodos, para esto es necesario reducir al sistema de potencia a través de la reducción de Kron. La reducción de Kron es una herramienta empleada en sistemas eléctricos con el objetivo de encontrar un circuito eléctrico equivalente sin importar el tipo de aplicación que se desee analizar (Dorfler y Bullo, 2012). Para el sistema eléctrico de potencia mostrado en la Figura 4.25 se puede observar que en el nodo número uno se encuentran conectados dos generadores, debido a la conexión es posible establecer un generador equivalente como se muestra en la Figura 4.26, se toma este circuito equivalente debido a que los generadores G_1 y G_2 se encuentran conectados en paralelo

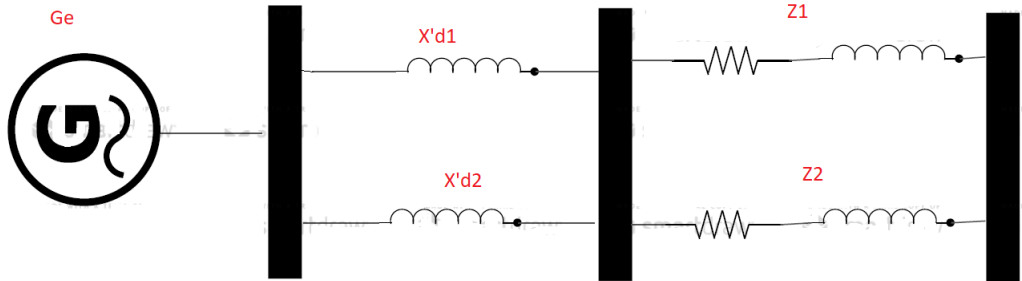


Figura 4.26: Generador Equivalente del nodo 1

en donde se tienen los siguientes parámetros provenientes del circuito equivalente

$$\begin{aligned}
 Z_e &= \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)^{-1} \\
 X_{de} &= \left(\frac{1}{X_{d1}} + \frac{1}{X_{d2}} \right)^{-1} \\
 X'_{de} &= \left(\frac{1}{X'_{d1}} + \frac{1}{X'_{d2}} \right)^{-1} \\
 D_e &= D_1 = D_2 \\
 T'_{d0e} &= T'_{d01} = T_{d02} \\
 P_{me} &= P_{m1} + P_{m2} \\
 H_e &= H_1 + H_2.
 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta la reducción de Kron, el sistema de potencia mostrado en la Figura 4.25 queda representado como en la Figura 4.27, en donde se tiene un sistema compuesto por dos generadores, por lo tanto es posible representarlo a través del modelo matemático dado por (4.74)-(4.78)

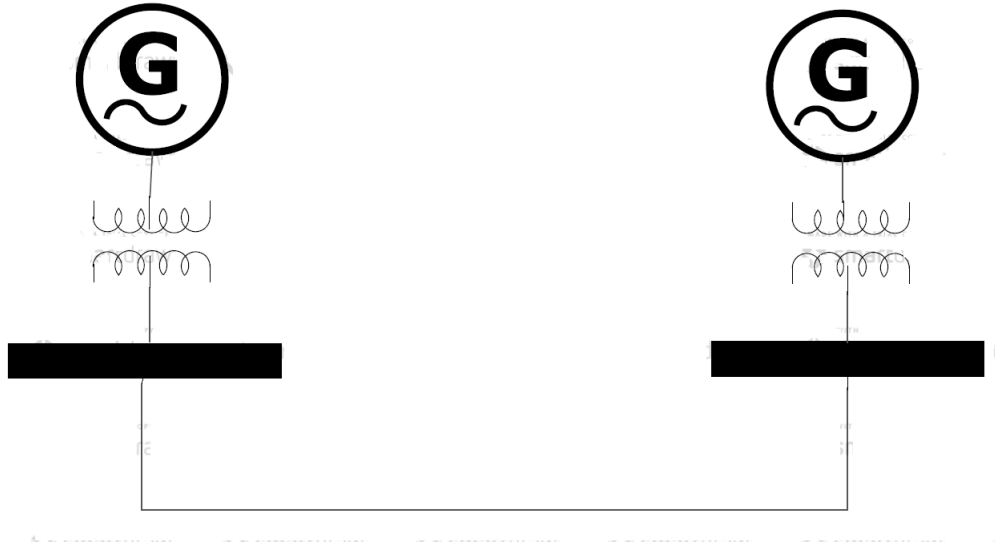


Figura 4.27: Sistema multimáquina: Reducción de Kron.

En donde, la matriz de impedancia queda representada de acuerdo a la siguiente ecuación

$$Y = \begin{bmatrix} 1.9019 - j26.9663 & -1.7026 + j18.4271 \\ -1.7026 + j18.4271 & 6.9151 - j929.4400 \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

en donde los parámetros de los generadores se encuentran dados en la [Tabla 4.4](#)

Parámetro	Valor
Frecuencia síncrona f	$120\pi[\frac{rad}{s}]$
Constante de Inercia H_e	$5[s]$
Constante de Inercia H_3	$7[s]$
Reactancia sobre el eje d X_{de}	$1.8[\Omega]$
Reactancia sobre el eje d X_{d3}	$2.3[\Omega]$
Reactancia síncrona sobre el eje d X'_{de}	$0.5[\Omega]$
Reactancia síncrona sobre el eje d X'_{d3}	$0.5[\Omega]$
Constante de tiempo T_{d0e}	$6[s]$
Constante de tiempo T_{d03}	$7[s]$
Constante de amortiguamiento D_e	$1[s]$
Constante de amortiguamiento D_3	$0.2[s]$
Ganancias del observador L	$[10, 1, 10, 10, 10, 1]$

Tabla 4.4: Parámetros del sistema multimáquina de nueve buses y tres máquinas.

Las simulaciones realizadas para llevar a cabo la validación se realizaron en un entorno MATLAB-Simulink y el experimento consiste en permitir que el controlador estabilice al sistema en el punto de operación

$$x_{\star} = [0.7581, 0, 1, 0.363, 0.8033, 0, 1, 0.559]^T$$

para después aplicar una falla trifásica de una duración de $10[ms]$ con el objetivo de mostrar que la ley de control presentada en esta sección es capaz de recuperar la estabilidad transitoria del sistema.

En la Figura 4.28 se muestra el comportamiento de los estados del generador equivalente G_e conectado en el nodo uno, se realiza la comparación entre la acción de control del sistema nominal, es decir sin observador, y el comportamiento del sistema ante la acción de control basado en los estados observado, se puede notar que después de que ocurre la falla trifásica el generador es capaz de recuperar la estabilidad transitoria, tanto en el caso nominal como en el caso basado en observador, gracias a la acción del controlador. En la Figura 4.29 se puede observar una situación similar en donde el sistema con control es capaz de recuperar la falla,

la principal diferencia entre ambas máquinas es que por la constante de inercia del generador G_3 es mayor absorbe las oscilaciones presentes después de la falla; en el contexto del diseño del observador para ambos generadores se cumple con el objetivo de observación además que con el esquema de observación propuesto en la sección anterior es posible garantizar que el objetivo de control se cumple con la acción del control basado en observador.

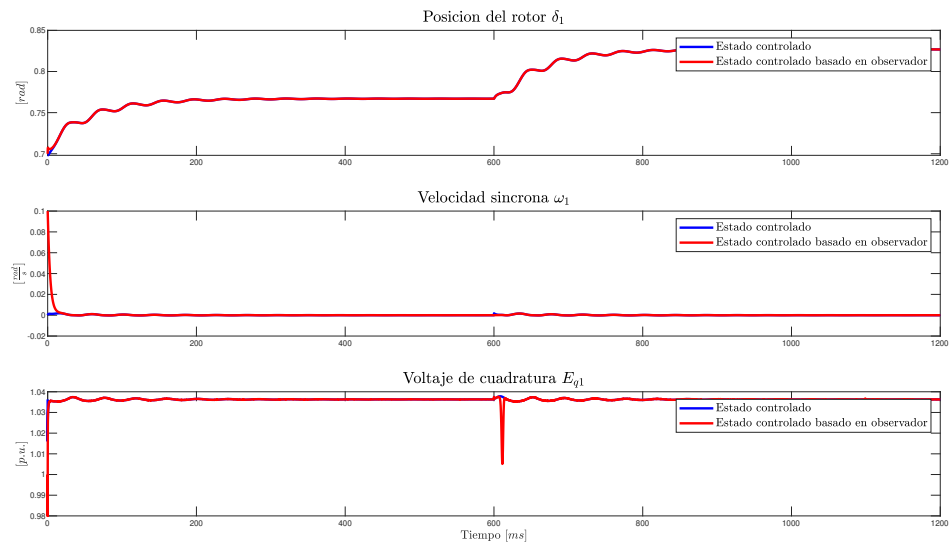
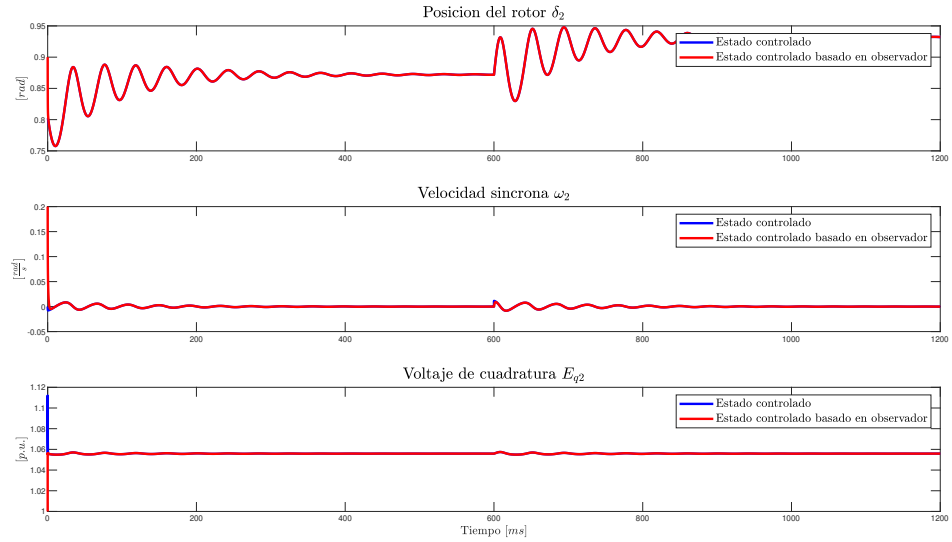


Figura 4.28: Estados del generador G_e

**Figura 4.29:** Estados del generador G_3

Para complementar este análisis en las figuras 4.30 y 4.31 se muestra el comportamiento del error de observación en donde se observa que el error tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito con lo que se comprueba que se cumple con el objetivo de observación.

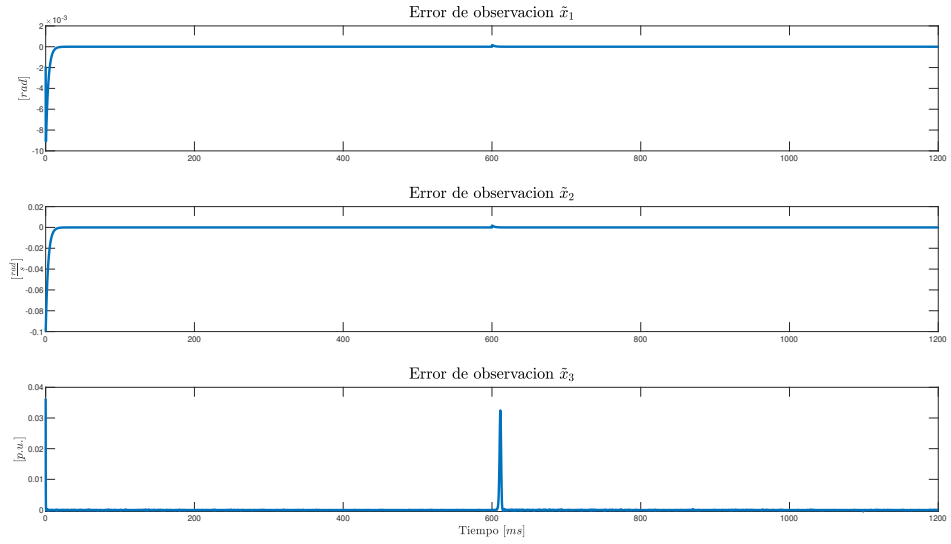


Figura 4.30: Error de observación para el generador G_e

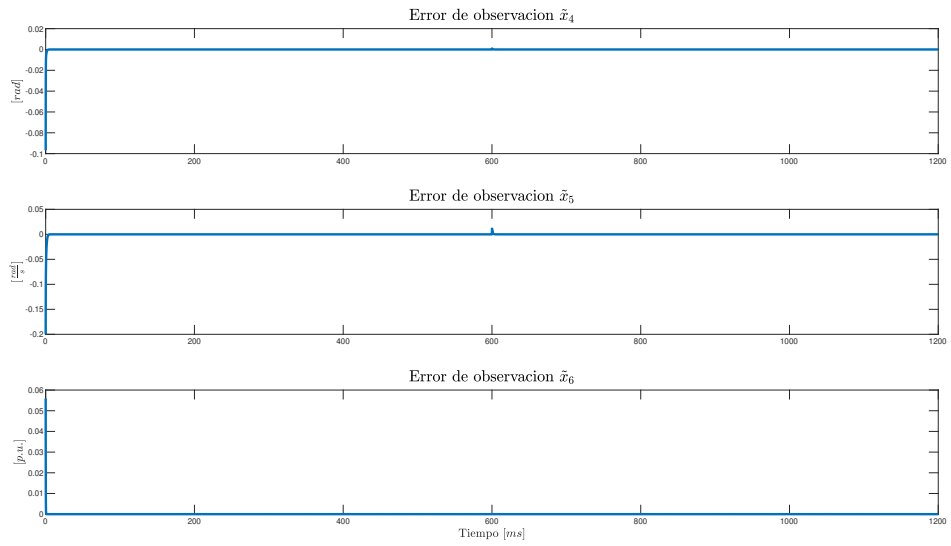


Figura 4.31: Error de observación para el generador G_3

Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo de investigación se estudiaron las propiedades estructurales de los sistemas Hamiltonianos controlados por puerto con el objetivo de diseñar observadores que preservaran dicha estructura para así establecer propiedades de convergencia del error de observación. También se abordó el problema de diseño de observadores para sistemas de potencia. Específicamente dos casos, diseño de observadores para el SMIB y diseño de observadores para un sistema multimáquina. Adicionalmente, se identificaron propiedades de estabilidad entrada-estado de una clase de esquemas de control del tipo IDA-PBC y se establecieron propiedades de estabilidad de su implementación utilizando estados observados.

Diseño de observadores para sistemas Hamiltonianos.

Para realizar el diseño de esquemas de observación para sistemas Hamiltonianos se consideraron dos clases de sistemas, la primera clase de sistemas Hamiltonianos se obtuvo a través de la caracterización de la función de energía del sistema. Se logró extender la clase de sistemas definidos en (Venkatraman, 2010) y se propuso una metodología sistemática para el diseño del observador y la elección de la ganancia de observación. La segunda clase de sistemas se caracterizó por medio de un sistema Hamiltoniano controlado por puerto no lineal a través de las propiedades de interconexión dadas por la matriz de interconexión y su intercambio de energía con el resto del estado. El emplear propiedades estructurales para el diseño de observadores no lineales para sistemas Hamiltonianos controlados por puerto facilitó la obtención de las propiedades de la dinámica del error y permitió, para la segunda clase de sistemas, diseñar esquemas de observación para sistemas Hamiltonianos interconectados.

Aplicaciones en sistemas eléctricos de potencia.

En el caso de los sistemas de potencia, se logró, a través de la técnica de inmersión e invariancia reportada en (R. Astolfi Alessandro y Ortega, 2003), diseñar un observador para el SMIB. Este esquema no puede ser extendido a un modelo de mayor orden de la máquina síncrona y tampoco puede ser extendido a un sistema multimáquina. Según el estudio práctico realizado por (Arjona y cols., 2009) el modelo de tercer orden es suficiente para representar la mayor parte de los fenómenos que caracterizan la respuesta de la máquina síncrona, la principal limitación entonces es el no poder extender el resultado a un sistema multimáquina. Para poder solucionar este problema se empleó el uso de instrumentos de medición como los PMUs que permiten obtener mediciones de variables eléctricas que ayudaron a diseñar esquemas de observación tipo Luenberger que se pueden extender a sistemas de n máquinas lo que da una solución valiosa en el área de sistemas de potencia ya que el diseño de estimadores de estados para sistemas multimáquina es una tema abierto y de interés general para esta área de estudio.

Referencias

- Anderson, A. A., Paul M y Fouad. (2008). *Power system control and stability*. John Wiley & Sons. [92](#)
- Arcak, P., Murat y Kokotovic. (1999). Nonlinear observers: A circle criterion design. En *Decision and control, 1999. proceedings of the 38th ieee conference on* (Vol. 5, pp. 4872–4876). [8](#)
- Arjona, M., Escarela-Perez, R., y Espinosa-Perez, J., G y Alvarez-Ramirez. (2009). Validity testing of third-order nonlinear models for synchronous generators. *Electric Power Systems Research*, 79(6), 953–958. [35](#), [99](#), [136](#)
- Astolfi, R., Alessandro y Ortega. (2003). Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic control*, 48(4), 590–606. [5](#), [42](#), [136](#)
- Astolfi, R. y V. A., Alessandro Ortega. (2010). A globally exponentially convergent immersion and invariance speed observer for mechanical systems with non-holonomic constraints. *Automatica*, 46(1), 182–189. [6](#)
- Astolfi, R. y V. A., Alessandro y Ortega. (2009). A globally exponentially convergent immersion and invariance speed observer for n degrees of freedom mechanical systems. En *Proceedings of the 48th ieee conference on decision and control (cdc) held jointly with 2009 28th chinese control conference* (pp. 6508–6513). [6](#)
- Atassi, A. N., y Khalil, H. K. (1999). A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(9), 1672–1687. [2](#)
- Bernard, P. (2019). Observer design for nonlinear systems. [2](#)
- Besançon, G. (2007). *Nonlinear observers and applications* (Vol. 363). Springer.

4

- Besancon, H., Gildas y Hammouri. (1998). Summary: On observer design for interconnected systems. *Journal of Mathematical Systems Estimation and Control*, 8(3), 377. 70
- Biedermann, T., Bastian y Meurer. (2021). Observer design for a class of nonlinear systems combining dissipativity with interconnection and damping assignment. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 7
- Bobtsov, R., Alexey y Ortega, y Nikolaev, M. N. L. y. S. J., Nikolay y Lorenz-Meyer. (2021). State observation of power systems equipped with phasor measurement units: The case of fourth order flux-decay model. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 9
- Brown, M., Biswal, M., Brahma, S., Ranade, S. J., y Cao, H. (2016). Characterizing and quantifying noise in pmu data. En *2016 ieee power and energy society general meeting (pesgm)* (pp. 1–5). 111
- Crary, S. B. (1945). *Power system stability*. Wiley. 31
- Crouch, A. J., Peter E y van der Schaft. (1987). Variational and Hamiltonian control systems. 13
- Cutsem, T. V., y Vournas, C. (1998). *Voltage stability of electric power systems* (Vol. 75). Springer-Verlag. (Birkhäuser Verlag) 26, 27
- de Cossío, M., Francisco González y Nadri, y Dufour, P. (2020). Observer design for nonlinear systems with output transformation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 65(12), 5205–5219. 2
- Desoer, C. A. (1969). *Basic circuit theory* (Mc-GrawHill, Ed.). McGraw-Hill Book Company. 88
- Dorfler, F., y Bullo, F. (2012). Kron reduction of graphs with applications to electrical networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular*

-
- Papers*, 60(1), 150–163. [128](#)
- Duindam, A. y. S. S. y. B. H., Vincent y MDuindam. (2009). *Modelling and control of complex physical systems* (L. of Congress Control Number, Ed.). Springer. [15](#), [19](#)
- Espinosa-Pérez, G., Maya-Ortiz, P., Dòria-Cerezo, A., y Moreno, J. A. (2009). Output-feedback ida control design via structural properties: Application to thyristor controlled series capacitors. En *Proceedings of the 48th iee conference on decision and control (cdc) held jointly with 2009 28th chinese control conference* (pp. 2837–2842). [41](#)
- Farantatos, E., Stefopoulos, G. K., Cokkinides, G. J., y Meliopoulos, A. (2009). PMU-based dynamic state estimation for electric power systems. En *2009 iee power & energy society general meeting* (pp. 1–8). [8](#)
- Florenzana Lara, F. H. (2002). *Diseño de algoritmos de control para sistemas multimáquina* (Tesis de Master no publicada). Universidad Autónoma de Nuevo León. [128](#)
- Fu, B., y Wang, W., Qingzhi y He. (2018). Nonlinear disturbance observer-based control for a class of port-controlled Hamiltonian disturbed systems. *IEEE Access*, 6, 50299–50305. [6](#)
- Galaz, M., Ortega, A., Romeo y Astolfi, Shen, T., y cols. (2004). Transient stablization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductances. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(13), 1033–1038. [123](#), [124](#)
- Galaz, M., Ortega, R., y Bazanella, A. M., Alexandre S y Stankovic. (2003). An energy-shaping approach to the design of excitation control of synchronous generators. *Automatica*, 39(1), 111–119. [89](#), [104](#)
- Golubev, A. E., y Krishchenko, S. B., Alexander P y Tkachev. (2002). Separation principle for a class of nonlinear systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 35(1), 447–452. [2](#)
-

-
- Hultgren, M., Anders y Lenells. (2002). Convergence of a switched Hamiltonian observer applied to an slr converter. *IFAC Proceedings Volumes*, 35(1), 19–24. [7](#)
- Hultgren, M., Anders y Lenells. (2004). Stability of a Hamiltonian observer applied to a resonant converter. En *2004 IEEE 35th annual power electronics specialists conference (IEEE cat. no. 04ch37551)* (Vol. 3, pp. 2448–2453). [7](#)
- Jouffroy, J.-J., Jerome y Slotine. (2004). Methodological remarks on contraction theory. En *2004 43rd IEEE conference on decision and control (CDC)(IEEE cat. no. 04ch37601)* (Vol. 3, pp. 2537–2543). [7](#)
- Karagiannis, D., Carnevale, D., y Astolfi, A. (2008). Invariant manifold based reduced-order observer design for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(11), 2602–2614. [5](#)
- Keighobadi, J., Hosseini-Pishrobat, M., y Faraji, M. N., Javad y Langehbiz. (2019). Design and experimental evaluation of immersion and invariance observer for low-cost attitude-heading reference system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(9), 7871–7878. [6](#)
- Khalil, H. (2002). *Nonlinear systems* (Third ed.). New Jersey: Prentice-Hall. [22](#)
- Kundur, P., Balu, N. J., y Lauby, M. G. (1994). *Power system stability and control* (Vol. 7). McGraw-hill New York. [33](#)
- Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., ... others (2004). Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions. *IEEE transactions on Power Systems*, 19(3), 1387–1401. [89](#)
- Lohmiller, J.-J., Winfried y Slotine. (1997). Simple observers for Hamiltonian systems. En *American control conference, 1997. proceedings of the 1997* (Vol. 5, pp. 2748–2753). [7](#)
- Lohmiller, J.-J. E., Winfried y Slotine. (1998). On contraction analysis for non-

- linear systems. *Automatica*, 34(6), 683–696. 7
- Lohmiller, J.-J. E., Winfried y Slotine. (2000). Nonlinear process control using contraction theory. *AIChE journal*, 46(3), 588–596. 7
- Loría, E., Antonio y Panteley. (1999). A separation principle for a class of Euler-Lagrange systems. En *New directions in nonlinear observer design* (pp. 229–247). Springer. 7
- Luenberger, D. G. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE transactions on military electronics*, 8(2), 74–80. 1, 57, 100
- Machowski, J., y Bialek, W. y. B. J. R., Janusz. (2008). *Power system dynamics: Stability and control* (L. of Congress, Ed.). WILEY. 25, 26
- Malekzadeh, M., y Khosravi, M., Alireza y Tavan. (2019). Immersion and invariance-based filtered transformation with application to estimator design for a class of DC-DC converters. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 41(5), 1323–1330. 6
- Maya-Ortiz, P., y Espinosa-Pérez, G. (2004). Output feedback excitation control of synchronous generators. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 14(9-10), 879–890. 80
- Meghnous, A.-R., y Pham, X., Minh Tu y Lin-Shi. (2013). Averaged port-hamiltonian modeling based observer for DC-DC power converters. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(2), 827–832. 7
- Milano, F. (2010). *Power system modelling and scripting*. Springer Science & Business Media. 33
- Montbrun-Di Filippo, J., Delgado, M., y Brie, H. M., Claude y Paynter. (1991). A survey of bond graphs: Theory, applications and programs. *Journal of the Franklin Institute*, 328(5-6), 565–606. 13
- Moreno, G., Jaime A y Espinosa-Perez. (2007). Sensorless PBC of induction motors: A separation principle from iss properties. En *46th ieee conference*

-
- on decision and control* (pp. 6094–6099). [76](#)
- Moreno, J. A. (2004). Observer design for nonlinear systems: A dissipative approach. *IFAC Proceedings Volumes*, *37*(21), 681–686. [8](#)
- Nordman, M., Mikael M y Lehtonen. (2005). Distributed agent-based state estimation for electrical distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, *20*(2), 652–658. [8](#)
- Ortega, R., Galaz, A., Martha y Astolfi, Sun, Y., y Shen, T. (2005). Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *50*(1), 60–75. [36](#)
- Ortega, R., Perez, J. A. L., Nicklasson, P. J., y Sira-Ramirez, H. J. (2013). *Passivity-based control of euler-lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media. [21](#)
- Ortega, R., y Spong, M. W. (1989). Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial. *Automatica*, *25*(6), 877–888. [21](#)
- Ortega, R., Van Der Schaft, A., y Maschke, G., Bernhard y Escobar. (2002). Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems. *Automatica*, *38*(4), 585–596. [22](#), [23](#)
- Ortega y Bobtsov, R. y. A., Nikolaev, N., Schiffer, J., y Dochain, D. (2021). Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. *Automatica*, *129*, 109635. [9](#)
- Price, W., Chiang, H., Clark, H., Concordia, C., Lee, D., Hsu, J., ... others (1993). Load representation for dynamic performance analysis. *IEEE Transactions on Power Systems (Institute of Electrical and Electronics Engineers);(United States)*, *8*(2). [8](#)
- Sassano, A., Mario y Astolfi. (2018). A local separation principle via dynamic approximate feedback and observer linearization for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *64*(1), 111–126. [2](#)
-

-
- Sauer, P. W., Pai, M. A., y Chow, J. H. (2017). *Power system dynamics and stability: with synchrophasor measurement and power system toolbox*. John Wiley & Sons. 28, 33
- Sexauer, J., y Javanbakht, S., Pirooz y Mohagheghi. (2013). Phasor measurement units for the distribution grid: Necessity and benefits. En *Innovative smart grid technologies (isgt), 2013 ieee pes* (pp. 1–6). 8
- Singh, M., Ansari, M., Pal, N., y Kumawat, S. (2018). Comparison of control techniques for damping of oscillations in power system using statcom. En *International conference on computational and characterization techniques in engineering & sciences (cctes)* (pp. 188–191). 8
- Sundarapandian, V. (2006). Reduced order observer design for nonlinear systems. *Applied mathematics letters*, 19(9), 936–941. 4, 5
- Tabareau, J.-J., Nicolas y Slotine. (2006). Notes on contraction theory. *arXiv preprint nlin/0601011*. 7
- Tebianian, H., y Jeyasurya, B. (2015). Dynamic state estimation in power systems: Modeling, and challenges. *Electric Power Systems Research*, 121, 109–114. 8
- Toledo, J., Ramirez, H., y Wu, Y., Yongxin y Le Gorrec. (2020). Passive observers for distributed port-Hamiltonian systems. En *Proc. 21st ifac world Congr.* (pp. 7677–7682). 6
- Toledo, J., Wu, Y., y Ramirez, Y., Hector y Le Gorrec. (2020). Observer-based boundary control of distributed port-Hamiltonian systems. *Automatica*, 120, 109130. 6
- Valverde, V., Gustavo y Terzija. (2011). Unscented Kalman filter for power system dynamic state estimation. *IET generation, transmission & distribution*, 5(1), 29–37. 8
- Van Der Schaft, A. (2006). Port-Hamiltonian systems: an introductory survey.
-

- En *Proceedings of the international congress of mathematicians* (Vol. 3, pp. 1339–1365). [58](#)
- Van der Schaft, A. J. (2000). *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control* (Vol. 2). Springer. [19](#), [21](#)
- Venkatraman, A., Aneesh y Van der Schaft. (2010). Full-order observer design for a class of port-Hamiltonian systems. *Automatica*, *46*(3), 555–561. [6](#), [7](#), [45](#), [50](#), [51](#), [53](#), [54](#), [55](#), [56](#), [135](#)
- Vincent, B., Hudon, N., Lefèvre, L., y Dochain, D. (2016). Port-Hamiltonian observer design for plasma profile estimation in tokamaks. *IFAC-PapersOnLine*, *49*(24), 93–98. [7](#)
- Wellstead, P. (2000). *Introduction to physical system modelling*. www.control-systems-principles.co.uk. [14](#)
- Yaghmaei, A., y Yazdanpanah, M. J. (2019). Output control design and separation principle for a class of port-hamiltonian systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, *29*(4), 867–881. [8](#)
- Yaghmaei, M. J., Abolfazl y Yazdanpanah. (2018). Structure preserving observer design for port-Hamiltonian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *64*(3), 1214–1220. [7](#), [46](#)
- Zhao, J., Gomez-Exposito, A., Netto, M., Mili, L., Abur, A., Terzija, V., . . . others (2019). Power system dynamic state estimation: motivations, definitions, methodologies and future work. *IEEE Trans. Power Syst.* [8](#)