



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES-YACIMIENTOS

MODELOS PARA DETERMINAR LA TEMPERATURA DE LOS YACIMIENTOS
MEDIANTE PRUEBAS DE PRESIÓN

(MODALIDAD DE GRADUACIÓN: TESIS, EXAMEN GRAL. DE CONO., ETC.)
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
REYNALDO BAUTISTA MORALES

TUTOR PRINCIPAL
FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO, DOCTOR
FACULTAD DE INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO, SEPTIEMBRE, 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Bashbush Bauza José Luis
Secretario: Dr. Ascencio Cendejas Fernando
1 er. Vocal: Dr. Samaniego Verduzco Fernando
2 do. Vocal: Dr. Rivera Rodríguez Jesús
3 er. Vocal: Dr. Suárez Arriaga César

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, Cd. de México, México, 2022.

TUTOR DE TESIS: Dr. Fernando Samaniego Verduzco

Reynaldo Bautista Morales



FIRMA

Índice.

Lista de figuras	iv
Lista de tablas	vi
Resumen	viii
Capítulo 1: Introducción	1
Capítulo 2: Modelo Transitorio radial para la Temperatura de fluidos en una sola fase en medios porosos	9
2.1 Hipótesis y suposiciones	10
2.2 Ecuación general de Balance de Energía	10
Capítulo 3: Método de Kashikar y Arnold modificado	19
3.1 Modelo para estimar la temperatura estática del yacimiento durante pruebas de decremento de presión a gasto constante.....	19
3.2 Validación de la solución	22
3.2.1 Metodología 1. Se utiliza la última temperatura registrada del fluido de circulación	24
3.2.2 Resultados y Discusión.....	25
3.2.3 Metodología 2. Se utilizan dos temperaturas medidas de fondo en un pozo productor	30

3.2.4 Resultados y Discusión.....	31
Capítulo 4: Método de Horner modificado para estimar la temperatura estática de un yacimiento durante pruebas de incremento de presión	34
4.1 Desarrollo del modelo	35
4.2 Validación del modelo.....	38
4.2.1 Caso sintético 1. Palabiyik (et al., 2016)	38
4.2.2 Metodología. Estimación de la temperatura de un yacimiento por medio de los datos registrados en pruebas de incremento de presión.....	40
4.2.3 Caso sintético 2. Onur y Cinar (2017)	42
4.2.4 Metodología. Estimación de la temperatura de un yacimiento por medio de los datos registrados en pruebas de incremento de presión.....	43
4.2.5 Análisis de sensibilidad considerando un tiempo de cierre menor en la prueba de incremento de presión.....	45
4.2.5.1 Caso sintético 1; considerando un tiempo menor de cierre en la prueba de incremento de presión	45
4.2.5.2 Caso sintético 2; considerando un tiempo menor de cierre en la prueba de incremento de presión	47
4.2.6 Porcentajes de error	48
4.3 Discusión de Resultados	49

Capítulo 5: Determinación de la temperatura estática del yacimiento durante una prueba de incremento de presión, precedida por gasto variable	51
5.1 Desarrollo del modelo	51
5.2 Validación del modelo	55
5.2.1 Caso sintético. Zhang (2015)	55
5.2.2 Estimación de la temperatura de un yacimiento por medio de los datos registrados en pruebas de incremento de presión precedida por gasto variable ...	57
Capítulo 6: Estimación de la temperatura estática de un yacimiento naturalmente fracturado	58
6.1 Suposiciones del modelo	58
6.2 Desarrollo del modelo	59
6.3 Validación del modelo	62
6.3.1 Metodología 1. Se utiliza la última temperatura registrada del fluido de circulación	63
6.3.2 Resultados y Discusión	64
6.3.3 Metodología 2. Cuando se desconoce la temperatura del pozo antes que inicie la prueba de decremento de presión	68
6.3.4 Resultados	69

Conclusiones	72
Nomenclatura	75
Referencias	77
Apéndices	81
Apéndice A. <u>Método de Kashikar y Arnold Mejorado. Derivación</u>	81
Apéndice B. <u>Método de Horner Mejorado. Derivación</u>	88
Apéndice C. <u>Determinación de la temperatura estática del yacimiento durante prueba de incremento de presión, precedida por gasto variable. Derivación</u>	92
Apéndice D. <u>Estimación de la temperatura estática de un yacimiento naturalmente fracturado. Derivación</u>	98

Lista de Figuras

Figura 3.1: Gráfica tridimensional de la temperatura estimada. Kashikar y Arnold (1991)	23
Figura 3.2: Gráfica de presión contra temperatura realizada con los datos de Kashikar y Arnold (1991)	25
Figura 3.3: Comportamiento de la temperatura durante una prueba de decremento de presión realizada con los datos de Kashikar y Arnold (1991)	26
Figura 4.1: Gráfica Temperatura vs tiempo de Horner. Hasan y Kabir (2018)	34

Figura 4.2: Gráfica del análisis de la hipérbola rectangular Temperatura vs tiempo de cierre. Hasan y Kabir (2018)	35
Figura 4.3: Comportamiento de la temperatura en una prueba de incremento de presión. Palabiyik (et al., 2016)	39
Figura 4.4: Temperatura vs tiempo de Horner del caso sintético 1. Palabiyik (et al., 2016)	41
Figura 4.5: Comparación de las soluciones de temperatura. Onur y Cinar (2017)	42
Figura 4.6: Temperatura vs tiempo de Horner para el caso sintético 2. Onur y Cinar (2017)	44
Figura 4.7: Temperatura vs tiempo de Horner del caso sintético 1, considerando un tiempo de cierre menor	46
Figura 4.8: Temperatura vs tiempo de Horner correspondiente a los datos de la Tabla 4.6	48
Figura 5.1: Presión, temperatura y gastos simulados para un pozo productor de aceite	55
Figura 5.2: Temperaturas medidas contra el tiempo de Horner	56
Lista de Tablas	
Tabla 1.1: Métodos analíticos para estimar la temperatura de los yacimientos.....	8
Tabla 3.1: Datos de entrada del caso de campo, Kashikar y Arnold (1991)	24

Tabla 3.2: Resultados obtenidos por medio del método de Kashikar y Arnold modificado.....	27
Tabla 3.3: Resultados obtenidos por el método de Kashikar y Arnold (1991)	28
Tabla 3.4: Porcentajes de error de la metodología 1	30
Tabla 3.5: Resultados obtenidos mediante las ecs.3.17 y 3.18 comparados con los de Kashikar y Arnold (1991)	32
Tabla 3.6: Porcentajes de error de la metodología 2.....	33
Tabla 4.1: Datos de entrada del caso sintético 1, Palabiyik (et al., 2016)	39
Tabla 4.2: Temperatura vs tiempo de cierre del caso sintético 1, Palabiyik (et al., 2016)	40
Tabla 4.3: Datos de entrada del caso sintético 2, Onur y Cinar (2017)	43
Tabla 4.4: Temperatura vs tiempo de cierre del caso sintético 2, Onur y Cinar (2017)	43
Tabla 4.5: Temperaturas, tiempos de cierre y tiempos de Horner del caso sintético 1, considerando tiempos de cierre menores en la prueba	46
Tabla 4.6: Temperaturas medidas, tiempos de cierre y tiempos de Horner del caso sintético 2, considerando tiempos de cierre menores en la prueba	47
Tabla 4.7: Porcentajes de error comparados con los obtenidos por el medio del método de Horner	49

Tabla 5.1: Tiempos de producción, gastos y temperaturas medidas del caso sintético. Zhang 2015	56
Tabla 5.2: Datos de entrada del caso sintético. Zhang 2015	56
Tabla 6.1: Resultados obtenidos por medio de la Ecs.6.12 y 6.13 comparados con los resultados obtenidos por las Ecs.3.14 y 3.15	65
Tabla 6.2: Porcentajes de error obtenidos por la metodología 1	67
Tabla 6.3: Resultados obtenidos por las Ecs.6.14 y 6.15 comparados con los resultados obtenidos por las Ecs.3.16 y 3.17	69
Tabla 6.4: Porcentajes de error obtenidos por la Metodología 2	71

Resumen.

En esta tesis se presentan cuatro modelos, que tienen el objetivo de estimar la temperatura estática de la formación durante pruebas de decremento e incremento de presión; para estos modelos es importante implementar las hipótesis y suposiciones adecuadas, las cuales consideran la presencia de flujo de fluidos ligeramente compresibles y propiedades del sistema roca-fluido constantes.

Se derivó una modificación para estimar la temperatura estática de un yacimiento por medio del análisis de los datos de la temperatura registrados durante una prueba de decremento de presión. Con base en esta derivación, se presentan dos nuevas metodologías fundamentalmente con enfoque práctico, cuyas soluciones se validan con un caso de campo que incluyen resultados, porcentajes de error, discusión de resultados y conclusiones.

Igualmente se presenta una modificación al método de Horner modificado para estimar la temperatura estática de un yacimiento durante una prueba de incremento de presión, la modificación se realiza utilizando un factor de corrección que consiste en multiplicar el resultado obtenido por las soluciones previamente publicadas por Hasan y Kabir (1991) aplicando el principio de superposición en el tiempo por la pendiente de la gráfica de Horner y sumarlo a la temperatura previamente obtenida al aplicar una gráfica tipo Horner. Se presentan dos ejemplos sintéticos que incluyen una metodología para aplicar, resultados, porcentajes de error y discusión de resultados.

De manera similar se desarrolla una ecuación que permite estimar la temperatura estática del yacimiento durante una prueba de incremento de presión precedida por gasto variable. El modelo se valida con un ejemplo sintético.

Se presenta una ecuación que describe el comportamiento de la temperatura de fluidos en medios porosos fracturados. El modelo propuesto se valida mediante el estudio de un caso de campo al simplificar el modelo para un yacimiento homogéneo. Se incluyen resultados, porcentajes de error y discusión de resultados.

Capítulo 1: Introducción

A lo largo de los años en las disciplinas del conocimiento que tratan con el flujo no isotérmico de fluidos transfiriéndose a través de medios porosos homogéneos o heterogéneos, con fracturas naturales o inducidas, se ha realizado un esfuerzo importante para estimar la temperatura estática de los yacimientos; desafortunadamente la mayoría de los trabajos publicados hasta la fecha, se aplican durante la etapa de perforación de los pozos, lo que ha provocado diversos problemas técnicos y económicos, ya que en la mayoría de las ocasiones era necesario detener la perforación para que el fluido de circulación permitiera la recuperación de la temperatura original de la formación.

El problema de medir o estimar la temperatura estática de los yacimientos es de índole teórico-práctica, es decir, científico e ingenieril al mismo tiempo. Al momento de perforar la formación rocosa, se introduce una perturbación térmica irreversible en esa zona del yacimiento, debida a las operaciones mismas necesarias para realizar la perforación (barrena, lodos, enfriamiento, etc.) Los métodos de estimación de la temperatura estática de los yacimientos tratan de retrodecir (lo contrario de predecir) cual era esa temperatura previa antes de perforar.

Aún más preocupante ha sido la mala práctica de suponer que la temperatura de la formación se puede obtener de la temperatura obtenida de los registros (cuya operación va normalmente precedida por "circular lodo para acondicionar el agujero" o en yacimientos naturalmente fracturados, por un período de pérdida de lodo y control de pérdida). En ambos casos la temperatura de los registros es naturalmente menor que la temperatura de la formación.

Por otra parte, el concepto mismo de "temperatura estática del yacimiento" solo es válido en intervalos de tiempo cortos, meses o unos pocos años. A escala geológica ninguna temperatura es estática, pues hay un flujo de calor continuo desde el núcleo terrestre hacia la superficie del planeta y de ahí al espacio exterior. De esta forma, la Tierra se ha estado enfriando desde hace unos 5 mil millones de años. Actualmente, el flujo de calor promedio en los continentes del planeta es de 0.06 W/m^2 y de 0.1 W/m^2 en los océanos, debido a que la corteza terrestre es más delgada bajo los océanos que

bajo los continentes. La potencia térmica que expelle la Tierra hacia el espacio exterior es de aproximadamente $45 \times 10^{12} \text{ W}$ (Joules/segundo). (Bundschuh y Suárez 2010)

Dowdle y Cobb (1975) presentaron uno de los primeros métodos analíticos, probablemente el más utilizado en la industria para estimar la temperatura estática de los yacimientos, utilizando una gráfica de Horner durante la etapa de perforación.

Roux (et al., 1980) presentaron un factor de corrección que utilizaba una gráfica tipo Horner el cual optimiza significativamente las estimaciones de la temperatura del yacimiento, su discusión incluye casos de campo en yacimientos geotérmicos.

Ascencio (et al., 1994b) presentaron un método para estimar la temperatura estática del yacimiento durante la perforación; en este modelo se toma en cuenta el calor ganado y/o perdido de las formaciones adyacentes, al realizar un análisis en coordenadas esféricas.

Hasan y Kabir (1994) presentaron una solución rigurosa para estimar la temperatura estática del yacimiento, empleando las soluciones adimensionales presentadas en su artículo de 1991, así como la transferencia de calor por convección cuando el fluido de perforación circula en el pozo. Los autores también desarrollaron tres aproximaciones i) para tiempos cortos, ii) tiempos cortos con transferencia de calor convectiva y iii) para tiempos largos.

Una estimación correcta de la temperatura estática de los yacimientos es de gran importancia para diversas operaciones, como son: establecer el gradiente geotérmico de la formación, la estimación de las propiedades físicas del sistema roca-fluido, la interpretación correcta de los registros petrofísicos, así como el desarrollo del programa de cementación del pozo, también es necesaria en los procesos de recuperación primaria y el desarrollo de programas y operaciones de recuperación secundaria y mejorada en los yacimientos, sobre todo en métodos térmicos, como son: inyección de vapor y combustión in- situ.

En la industria geotérmica es un parámetro fundamental y necesario para estimar la reserva energética de los yacimientos, así como para realizar pruebas conjuntas de presión y temperatura, que ayudan a maximizar el valor de los complejos geotérmicos y encontrar maneras más sencillas y económicas de explorar y explotar nuevos yacimientos.

Igualmente, la estimación de la temperatura estática del yacimiento es de enorme importancia para decidir la capacidad de la central geotermo eléctrica a instalar en determinado yacimiento, así como el tipo de turbina, a contrapresión o de ciclo binario o incluso, supercrítica, lo cual depende de la temperatura del yacimiento. Lo mismo ocurre con el ciclo Rankine que determina la potencia o capacidad de realizar trabajo y generar electricidad por el yacimiento geotérmico.

Es de gran importancia ligar siempre cualquier temperatura medida o calculada a una profundidad dada. Solo así, se pueden utilizar las temperaturas medidas para calcular el gradiente adecuado de temperatura en el yacimiento. De esta manera se pueden efectuar a la temperatura correcta los análisis PVT de muestras de fluidos obtenidas a profundidades específicas.

Como ya se mencionó anteriormente, un valor aproximado de la temperatura de la formación se puede calcular durante el desarrollo de la perforación, o bien cuando el pozo se encuentra en producción.

Los principales problemas surgen cuando los periodos del fluido de circulación, durante la perforación, son demasiado largos, lo cual deriva en pérdidas de circulación del fluido hacia las formaciones circundantes al pozo, o bien a través de fracturas, sea estas naturales o inducidas durante la perforación, causando problemas diversos de difícil solución, pues son muy costosos y generan pérdidas económicas, así como daño a la formación y a las tuberías.

Por otra parte, aun cuando existan tiempos de circulación relativamente cortos, es muy difícil estimar adecuadamente la temperatura de la formación, debido a que cuando el fluido desciende a una profundidad determinada, enfría la formación, ocasionando que la formación tarde mucho en recuperar su temperatura original.

Los efectos térmicos y de perturbación en la termodinámica original de la formación, son efectos meramente locales, es decir no afectan a la totalidad del yacimiento, cuyas reservas térmicas son prácticamente infinitas. Cuando se dice: "el pozo se está enfriando" o "se enfrió", esto se refiere exclusivamente al fluido extraído, no a la formación de roca porosa, la cual es muy difícil o imposible enfriar, pues cuenta con un flujo de calor constante desde la profundidad del sistema. Si a cualquier pozo "enfriado"

se le deja reposar una cantidad suficiente de tiempo, este recuperará su temperatura original por el proceso antes descrito.

Otro fenómeno físico sumamente interesante ocurre entre la presión y la temperatura del fluido. Las ondas de presión se propagan rápidamente, en segundos, minutos y horas. Las ondas térmicas en cambio son muy lentas y sólo son perceptibles en escalas mucho mayores de tiempo. Simplemente hay que comparar ambas ecuaciones, la Ley de Darcy y la de difusión del calor numéricamente.

Los métodos aplicables mediante pruebas de presión son una mejor opción, principalmente porque no se detiene la perforación, lo cual reduce los riesgos de pérdidas excesivas de fluidos durante la misma.

Actualmente se han desarrollado algunos métodos para estimar la temperatura estática de los yacimientos mediante pruebas de presión, dentro de los cuales destacan los autores siguientes:

Kashikar y Arnold (1991) desarrollaron soluciones analíticas para describir la distribución de la temperatura durante la producción de fluidos proveniente del yacimiento; Estos autores establecieron dos metodologías con el propósito de utilizar los datos registrados de temperatura durante pruebas de flujo llevadas a cabo durante tiempos cortos de producción, con el objetivo de estimar la temperatura estática de la formación. Estos autores desarrollaron expresiones adimensionales, aplicando ambas metodologías a un caso de campo para el cual incluyen resultados y gráficas. Cabe resaltar que Kashikar y Arnold (1991) consideraron al yacimiento con propiedades constantes, homogéneo y solo toman en cuenta el calor transferido por convección, despreciando los cambios de temperatura provocados por el abatimiento de presión.

Kabir (et al., 1997) presentaron un análisis para estimar la temperatura estática de los yacimientos durante una prueba de incremento de presión; los autores desarrollaron una solución semi analítica, utilizando la técnica de la hipérbola rectangular, la cual a su vez se utiliza para establecer el gradiente geotérmico de las formaciones. Para desarrollar el modelo, los autores expanden el tiempo de Horner a una serie infinita y consideran tiempos de cierre suficientemente grandes para que tanto el efecto Joule-Thomson como el almacenamiento térmico no influyan en los registros de temperatura para que así la

hipérbola se expanda de manera adecuada hasta alcanzar la temperatura original de la formación.

Al Saedi y Kabir (2019) desarrollaron el método más reciente para estimar la temperatura estática de un yacimiento; los autores presentan un desarrollo matemático para estudiar los registros de temperatura mediante pruebas de decaimiento de presión (falloff), así como para pruebas de incremento de presión. La principal aportación de estos modelos es que toman en cuenta el flujo de calor durante el cierre del pozo, al aplicar el principio de superposición en tiempo.

Para obtener modelos confiables es necesario incluir de manera estricta todas las maneras en las que se transfiere el calor en el pozo, así como analizar otros efectos que influyen en el comportamiento de la temperatura de los fluidos contenidos en su interior, como los causados por el abatimiento de la presión.

Duru y Horne (2010) desarrollaron y resolvieron el modelo para el flujo de transporte de energía que ocurre en el seno de los fluidos que fluyen a través de los fluidos que fluyen en un medio poroso, el cual involucra formular las ecuaciones de la conservación de energía y de materia.

En un pozo fluuyente, las mediciones de presión y de gasto que se obtienen mediante sensores permanentes no son constantes. Para los sensores localizados cerca del área de flujo, estos cambios reflejan los efectos resultantes del flujo en el yacimiento, manifestándose como una cierta temperatura del campo a desarrollar, impulsados principalmente por efectos termodinámicos como el efecto **Joule Thomson J-T**, el cual ocasiona calentamiento o enfriamiento, así como la expansión adiabática y el calor en las transiciones de fases. Otros efectos como la disipación viscosa, igual a la potencia mecánica necesaria para producir el fluido viscoso a través del medio poroso y el calentamiento friccional entre el fluido y la matriz de la roca durante el flujo de fluidos, son también factores que contribuyen a que evolucione un campo de temperatura no uniforme en la formación.

El efecto J-T es el cambio de temperatura del fluido causado por la expansión o compresión de un fluido, en un proceso de flujo que no involucra trabajo; es decir se desarrolla a una entalpía constante, y esto resulta de una combinación de los efectos de la compresibilidad del fluido y disipación viscosa. El efecto J-T causado por la expansión

del aceite en un yacimiento o pozo resulta en el calentamiento del fluido, debido a que el coeficiente es negativo para el caso del aceite; así mismo el coeficiente de Joule-Thomson μ_{JT} tiene valor positivo para el caso de gases reales, y por consecuencia tiende a un enfriamiento.

Combinados con otros factores, a la expansión del fluido y un flujo subsecuente de aceite y/o agua del yacimiento, el pozo y regiones cercanas al pozo pueden alcanzar temperaturas más elevadas en comparación a la temperatura estática de la formación.

La transferencia de calor por convección, conducción y nueva generación térmica ocasionada por los efectos anteriormente mencionados genera una temperatura no uniforme que se extiende hacia el yacimiento. Durante periodos donde no hay flujo (cierre de pozo), las regiones ya calentadas pierden calor a las formaciones aledañas mediante conducción y el resultado es una declinación de la temperatura, la cual se relaciona con la difusividad térmica del medio.

App (2010) estudió el comportamiento no isotérmico y la productividad en yacimientos a altas presiones; Uno de sus muchos aportes es el cálculo del coeficiente de Joule-Thomson (μ_{JT}), mediante la pendiente de una curva en una gráfica de temperatura contra presión, la cual se utiliza para el análisis modificado que se presenta en el capítulo 3 de esta tesis.

Onur y Cinar (2017) desarrollaron soluciones analíticas aplicadas a pruebas de decremento e incremento de presión en flujo de fluidos ligeramente compresibles, con el propósito de estimar propiedades tales como el coeficiente de Joule-Thomson, el coeficiente de expansión adiabática, el daño en la formación, permeabilidades, también realizaron diferentes análisis de sensibilidad en los cuales consideran diferentes valores de daño, conductividad térmica, radios dañados entre otros parámetros; sus soluciones fueron validadas con ejemplos sintéticos obtenidos por medio de un simulador no isotérmico que ellos desarrollaron, así como con simuladores comerciales.

La ecuación que presentan los autores para pruebas de decremento de presión considera la transferencia de calor por convección, así como los efectos de expansión adiabática y el efecto Joule-Thomson.

Odeh y Selig (1963) desarrollaron soluciones analíticas para el análisis de pruebas de incremento de presión, que consideran gasto variable; estos modelos se toman como

base para desarrollar el modelo que se presenta en el capítulo 5 de esta tesis, para estimar la temperatura estática de los yacimientos mediante pruebas de incremento de presión, precedidos por flujo a gasto variable.

Ascencio (1996) desarrolló una tesis donde presenta diferentes modelos para analizar el comportamiento de la temperatura durante la inyección de fluidos fríos en medios porosos fracturados, sus modelos incluyen la transferencia de calor hacia o desde los estratos adyacentes, así como distintas consideraciones cuando hay equilibrio o desequilibrio térmico entre la matriz y fracturas.

Ramírez (2016) desarrolló un modelo analítico y otro numérico para el análisis de pruebas conjuntas de presión y temperatura en medios porosos fracturados; su tesis incluye la estimación de propiedades y parámetros importantes, tales como porosidades, permeabilidades, número de Peclet, entre otras.

Estas tesis se tomaron como base para desarrollar la ecuación general del capítulo 6 para estimar la temperatura estática de un yacimiento naturalmente fracturado (YNF), con fracturas uniformemente distribuidas y bloques de matriz de dimensiones homogéneas tipo Warren y Root.

En la **Tabla 1.1** se enlistan varios modelos que han sido publicados para estimar la temperatura estática de la formación mediante pruebas de presión, incluyendo sus principales características.

Tabla 1.1: Métodos analíticos para estimar la temperatura de los yacimientos

Autores	Ecuaciones	Mecanismo	Flujo	Ventajas	Desventajas	Tipo de prueba
Kashikar y Arnold (1991)	$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-(1 + 2P_e t_D)}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)}$	Convección	Radial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sencillo de utilizar 2. Se pueden utilizar propiedades de otros pozos similares 	<ol style="list-style-type: none"> 1. No toma en cuenta os efectos provocados por el abatimiento de presión. 2. No esta probado en caos con abatimientos de presión grandes 	Decremento
Kabir (et al., 1997)	$T_{ws} = T_i - \frac{m_t}{2.303} (\ln \alpha - 2) - \frac{4m_t(t_p + \Delta t)}{2.303(t_p + (\alpha + 1)\Delta t)}$	Conducción	Radial	<ol style="list-style-type: none"> 1. El método es muy preciso 2. Se puede establecer el gradiente geotérmico 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Necesita periodos grandes de cierre en el pozo 2. Es un método semianalítico 3. No esta claro como se obtiene el coeficiente de Joule-Thomson 	Incremento
Saedi y Kabir (2019)	$T_{ws} = T_i - \left(\frac{1.566q}{kk_e}\right) \left[\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)\right]$	Conducción	Radial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Toma en cuenta el flujo de calor durante el cierre del pozo 2. Se puede aplicar a pozos de gas 	<ol style="list-style-type: none"> 1. No toma en cuenta el efecto Joule-Thomson 2. Considera flujo de calor isotérmico 	Falloff, incremento

Capítulo 2: Modelo Transitorio Radial de la Temperatura de los Fluidos en una Sola Fase en Medios Porosos.

A lo largo de los años se ha estudiado el fenómeno de flujo de calor durante el transporte de fluidos en medios porosos.

Ramey (1962) desarrolló un modelo para predecir la temperatura del fluido de un pozo como función de la profundidad para pozos inyectoros. También, expandió su modelo para estimar el flujo de calor transmitido del pozo hacia la formación, considerando flujo estacionario en el pozo y conducción no estacionaria en coordenadas radiales, para estudiar la transferencia de calor hacia la formación.

Hasan y Kabir (1991) presentaron una solución adimensional rigurosa empleando el principio de superposición en el tiempo, así como soluciones aproximadas para tiempos cortos y largos para la ecuación de transferencia de calor por conducción en la interface pozo-formación, en coordenadas radiales. Estas soluciones se aplican en pozos productores, pero pueden adaptarse para casos de inyección de fluido aplicando modificaciones menores.

Horne y Shinohara (1979) derivaron ecuaciones de transferencia de calor en una sola fase en pozos geotérmicos para producción e inyección, con las cuales se pueden calcular las pérdidas de calor entre la superficie y el yacimiento, con el objetivo de evaluar la temperatura del yacimiento.

Shen y Beck (1986) presentaron otra modificación del modelo de Ramey para predecir el perfil de temperatura de un pozo productor, donde se conoce la temperatura del fluido que entra al pozo desde el yacimiento. Estos modelos consideraban la transferencia de calor como fenómenos estrictamente de convección y conducción con fluido que ingresa a la formación a una temperatura constante desde el yacimiento.

Bejan (2004) y Bear (1972) presentaron un modelo de la distribución de la temperatura en un medio poroso para el balance masa, energía y cantidad de movimiento, en el que se incorporan la difusión térmica, la convección y los efectos que

se deben a la compresibilidad del fluido, además la disipación viscosa, obteniéndose una ecuación de difusión-advección con términos fuentes o sumideros.

Ramazov y Parshin (2006) desarrollaron un método analítico que describe la distribución de la temperatura en un yacimiento al tener en cuenta una transición de fase. Los autores resolvieron un modelo térmico convectivo estacionario a flujo constante, extendiéndolo a casos donde hay cambios de fases.

Ramazov y Nagimov (2007) presentaron un modelo analítico para estimar la distribución de la temperatura en un medio poroso a presión de fondo variable. Los autores mostraron que, para un fluido en una sola fase en un yacimiento homogéneo, los efectos de presión y temperatura, así como el efecto de J-T, pueden causar un cambio significativo en la temperatura del yacimiento cuando la presión cambie con respecto al tiempo. Así mismo resolvieron el modelo de transporte convectivo con presión variable y gasto constante.

Dawkrajai (2004) y Yoshioka (2007) presentaron ecuaciones para el flujo de calor en un yacimiento y en un pozo; desarrollaron modelos para predecir la temperatura y presión resolviendo la ecuación rigurosa de balance de energía.

2.1 Hipótesis y suposiciones:

Esta hipótesis y suposiciones se aplican para los modelos de los capítulos 3, 4 y 5 presentados en esta tesis.

1. Flujo radial en una dimensión.
2. Flujo de aceite o agua ligeramente compresible.
3. Flujo gobernado por la ley de Darcy.
4. Los parámetros del yacimiento y las propiedades térmicas no varían con la presión o la temperatura.
5. La matriz, el aceite y el agua congénita están en equilibrio térmico y sus temperaturas se consideran las mismas
6. Se desprecian los efectos de la gravedad y la capilaridad.

2.2 Ecuación general de Balance de Energía

Para realizar el balance de energía se siguen los pasos presentados por Onur y Cinar (2016); se supone que fluye un fluido en fase líquida a través del medio poroso (aceite/ agua) y además se supone equilibrio térmico entre la matriz y la fase líquida (*matriz + fase líquida*), tal como lo expresaron Barenblatt (et al., 1990), mediante la Ec.2.1:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi(s_f \rho_f U_f) + (1 - \phi) \rho_s U_s] + \nabla \cdot (\rho_f U_f v_f) + \nabla \cdot (p v_f) - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) = 0, \dots \dots \dots (2.1)$$

donde el subíndice *f* corresponde a la fase móvil (aceite/agua), *s* corresponde a la fase sólida (roca), *U* es la energía interna específica y λ_t es la conductividad térmica total del medio poroso saturado.

El primer término de la Ec.2.1 representa el término de acumulación del sistema, el segundo término representa la transferencia de calor por convección, el tercero representa el trabajo ejercido por la presión en el fluido y el último representa la transferencia de calor por conducción.

Modell y Reid (1974) presentaron una relación para expresar la ecuación en términos de la entalpía específica, en lugar de la energía específica como se expresa en la Ec.2.2:

$$\rho_f H_f = \rho_f U_f + p, \dots \dots \dots (2.2)$$

donde H_f representa la entalpía específica del fluido, así que el segundo y tercer término de la Ec.2.1 se expresa de la manera siguiente:

$$\nabla \cdot (\rho_f U_f v_f) + \nabla (p v_f) = \nabla \cdot [(\rho_f U_f + p) v_f] = \nabla \cdot (\rho_f H_f v_f); \dots \dots \dots (2.3)$$

Si el lado derecho de la Ec.2.3 se sustituye en la Ec.2.1, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_f U_f) + (1 - \phi)\rho_s U_s] + \nabla \cdot (\rho_f H_f v_f) - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) = 0. \dots\dots\dots (2.4)$$

El segundo término de la Ec.2.4 se puede expandir de la forma siguiente:

$$\nabla \cdot (H_f \rho_f v_f) = \rho_f v_f \cdot \nabla H_f + H_f \nabla \cdot (\rho_f v_f); \dots\dots\dots (2.5)$$

el término de acumulación se puede expresar en términos de la entalpía específica como se muestra en la Ec.2.6:

$$\frac{\partial(\phi s_f \rho_f U_f)}{\partial t} = \frac{\partial(\phi s_f \rho_f H_f - \phi s_f p)}{\partial t}, \dots\dots\dots (2.6)$$

y el miembro izquierdo se puede expandir de la forma siguiente:

$$\frac{\partial(\phi s_f \rho_f U_f)}{\partial t} = H_f \frac{\partial(\phi s_f \rho_f)}{\partial t} + \phi s_f \rho_f \frac{\partial H_f}{\partial t} - \frac{\partial(\phi s_f p)}{\partial t}; \dots\dots\dots (2.7)$$

el tercer término del lado derecho de la Ec.2.7 se puede expandir como:

$$\frac{\partial(\phi s_f p)}{\partial t} = s_f \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} + \phi p \frac{\partial s_f}{\partial t}; \dots\dots\dots (2.8)$$

se sustituye la Ec.2.8 en la Ec.2.7 de la manera siguiente:

$$\frac{\partial(\phi s_f \rho_f U_f)}{\partial t} = H_f \frac{\partial(\phi s_f \rho_f)}{\partial t} + \phi s_f \rho_f \frac{\partial H_f}{\partial t} - s_f \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} - \phi p \frac{\partial s_f}{\partial t}. \dots\dots\dots (2.9)$$

Para la ecuación de la matriz sólida, igualmente se reescribe en términos de la entalpía específica de la forma siguiente:

$$\frac{\partial[(1 - \phi)\rho_s U_s]}{\partial t} = \frac{\partial[(1 - \phi)\rho_s H_s]}{\partial t}, \dots \dots \dots (2.10)$$

donde el lado derecho se puede expresar en términos de la entalpía específica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial[(1 - \phi)\rho_s U_s]}{\partial t} \\ = H_s \frac{\partial[(1 - \phi)\rho_s]}{\partial t} + (1 - \phi)\rho_s \frac{\partial H_s}{\partial t}; \dots \dots \dots (2.11) \end{aligned}$$

sustituyendo las ecuaciones 2.5, 2.9 y 2.11 en la Ec.2.4, y se obtiene la Ec.2.12:

$$\begin{aligned} H_f \frac{\partial(\phi s_f \rho_f)}{\partial t} + \phi s_f \rho_f \frac{\partial H_f}{\partial t} - s_f \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} - \phi p \frac{\partial s_f}{\partial t} + H_s \frac{\partial[(1 - \phi)\rho_s]}{\partial t} + (1 - \phi)\rho_s \frac{\partial H_s}{\partial t} + \rho_f v_f \\ \cdot \nabla H_f + H_f \nabla \cdot (\rho_f v_f) - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) \\ = 0; \dots \dots \dots (2.12) \end{aligned}$$

se agrupan los términos similares en la Ec.2.12 en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} H_f \left[\frac{\partial(\phi s_f \rho_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f v_f) \right] + \phi s_f \rho_f \frac{\partial H_f}{\partial t} - (s_f) \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} - \phi p \frac{\partial(s_f)}{\partial t} + H_s \frac{\partial[(1 - \phi)\rho_s]}{\partial t} \\ + (1 - \phi)\rho_s \frac{\partial H_s}{\partial t} + \rho_f v_f \cdot \nabla H_f - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) \\ = 0; \dots \dots \dots (2.13) \end{aligned}$$

a continuación, se usa la ecuación para la matriz sólida y las ecuaciones de balance de materia para el agua y el aceite, y al considerar que $s_o + s_w = s_f = 1$ para cualquier tiempo, así que la Ec.2.13 se reduce a:

$$\phi s_f \rho_f \frac{\partial H_f}{\partial t} - \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} + (1 - \phi)\rho_s \frac{\partial H_s}{\partial t} + \rho_f v_f \cdot \nabla H_f - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) = 0. \dots \dots \dots (2.14)$$

La Ec.2.14 se puede expresar en términos de presión y temperatura, es necesario emplear las relaciones termodinámicas pertinentes, por lo que se requieren definir los efectos Joule-Thomson(J-T) y de expansión adiabática.

El efecto J-T es el cambio de temperatura del fluido cuando se encuentra en un proceso de flujo sin intercambio de calor ni cambio en la entalpía (H).

El efecto J-T que causa la expansión del aceite, el agua o gases a alta presión en un yacimiento o pozo, resulta en un calentamiento gradual del fluido; por el contrario, en gases reales a presiones bajas se presenta un enfriamiento gradual.

Así que el coeficiente de Joule-Thomson (μ_{JT}) se puede definir como el cambio de temperatura de un fluido al forzarse a fluir por un medio poroso o tubería, donde el cambio de temperatura depende de la energía generada por la presión del yacimiento; matemáticamente esto se define como:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H \dots\dots\dots (2.15)$$

El coeficiente de Joule-Thomson puede comportarse de las maneras siguientes:

Si la temperatura incrementa:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H < 0; \dots\dots\dots (2.16)$$

si la temperatura decrece:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H > 0; \dots\dots\dots (2.17)$$

si no hay cambio en la temperatura:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = 0. \dots\dots\dots (2.18)$$

Las unidades que se utilizan en esta tesis son $\left(\frac{^{\circ}\text{F}}{\text{psi}}\right)$, $\left(\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{Kg-cm}^2}\right)$.

La expansión adiabática es el proceso termodinámico por el cual un fluido pasa de una presión mayor a una menor, sin que tome o ceda calor al exterior, realizando un trabajo sobre su entorno y bajando su temperatura, el cual no debe confundirse con el intercambio de calor que, por definición de proceso adiabático, es nulo.

De acuerdo con Onur y Cinar (2016), el coeficiente de expansión adiabática se puede representar por la Ec.2.19:

$$\varphi = \frac{\beta T}{c_{pf}}, \dots \dots \dots (2.19)$$

donde β representa el coeficiente de expansión térmica de la fase móvil y c_{pf} es la capacidad calorífica del fluido.

Las unidades de expansión adiabática φ , que se utilizan en esta tesis son $\left(\frac{^{\circ}\text{F}}{\text{psi}}\right)$, $\left(\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{Kg-cm}^2}\right)$

Bird (et al.,1960) y Moore (1972) presentaron las relaciones termodinámicas siguientes, las cuales toman en cuenta las ecuaciones auxiliares de fluido isotérmico compresible, el coeficiente de expansión térmica isobárica, así como compresibilidad isotérmica efectiva de la roca y los coeficientes de expansión térmica isobárica de la roca.

$$\partial H_f = c_{pf}(\partial T - \mu_{JTf} \partial p), \dots \dots \dots (2.20)$$

$$\nabla H_f = c_{pf}(\nabla T - \mu_{JTf} \nabla p), \dots \dots \dots (2.21)$$

y

$$\partial H_s = c_{pf} \partial T. \dots \dots \dots (2.22)$$

Al sustituir las Ecs.2.20 a 2.22 en la Ec.2.14, se obtiene:

$$\phi \rho_f c_{pf} \left(\frac{\partial T}{\partial t} - \mu_{JTf} \frac{\partial p}{\partial t} \right) - \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} + (1 - \phi) \rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f c_{pf} v_f \cdot (\nabla T - \mu_{JTf} \nabla p) - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) = 0; \dots \dots \dots (2.23)$$

si la porosidad se supone como constante, el tercer término de la Ec.2.23 se expresa de la manera siguiente:

$$\frac{\partial(\phi p)}{\partial t} = \phi \frac{\partial p}{\partial t}; \dots \dots \dots (2.24)$$

a continuación, se sustituye la Ec.2.24 en la Ec.2.23 obteniéndose la Ec.2.25:

$$[\phi (s_f \rho_f c_{pf}) + (1 - \phi) \rho_s c_{ps}] \frac{\partial T}{\partial t} - [\phi (s_f \rho_f c_{pf} \varphi_f)] \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f c_{pf} v_f \cdot (\nabla T - \mu_{JTf} \nabla p) - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) = 0; \dots \dots \dots (2.25)$$

la Ec.2.25 se expresa de la manera siguiente:

$$(\rho c_p)_t \frac{\partial T}{\partial t} - (\rho c_p \varphi)_t \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f c_{pf} v_f \cdot (\nabla T - \mu_{JTf} \nabla p) - \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) = 0, \dots \dots \dots (2.26)$$

donde:

$$(\rho c_p)_t = \phi (s_f \rho_f c_{pf}) + (1 - \phi) \rho_s c_{ps}; \dots \dots \dots (2.27)$$

Y

$$(\rho c_p \varphi)_t = \phi (s_f \rho_f c_{pf} \varphi_f). \dots \dots \dots (2.28)$$

Para flujo radial en una dimensión, la Ec.2.25 se escribe de la forma siguiente:

$$(\rho c_p)_t \frac{\partial T}{\partial t} - (\rho c_p \varphi)_t \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f c_{pf} v_f \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \rho_f c_{pf} v_f \mu_{JTf} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_t \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0; \dots\dots (2.29)$$

la velocidad local del fluido se puede estimar con la ecuación de Darcy:

$$v_f = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi r h} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}; \dots\dots\dots (2.30)$$

sustituyendo la Ec.2.30 en 2.29,

$$(\rho c_p)_t \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\rho_f c_{pf} q}{2\pi h} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_t \frac{\partial T}{\partial r} \right) + (\rho c_p \varphi)_t \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho_f c_{pf} q}{2\pi h} \mu_{JTf} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}. \dots\dots\dots (2.31)$$

La Ec.2.31 modela la transferencia radial de calor de un fluido en una sola fase en un medio poroso homogéneo.

Se definen las variables adimensionales. (Duru y Horne 2010), donde P_e es el número de Peclet, que es la constante adimensional que relaciona el flujo de calor convectivo entre el flujo de calor conductivo, T_D es la temperatura adimensional, r_D es el radio adimensional, t_D el tiempo adimensional, μ_{JT_D} el coeficiente adimensional de Joule-Thomson, y φ_D el coeficiente adimensional de expansión adiabática.

$$P_e = \frac{\rho_f c_{pf} q}{2\pi h \lambda_t}, \dots\dots\dots (2.32)$$

$$T_D = \frac{T - T_\infty}{T_\infty}, \dots\dots\dots (2.33)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \dots\dots\dots (2.34)$$

$$t_D = \frac{\alpha t}{r_w^2}, \dots\dots\dots (2.35)$$

$$\mu_{JTD} = \mu_{JT} \frac{p_0}{T_\infty}, \dots\dots\dots (2.36)$$

$$\varphi_D = \varphi \frac{p_0}{T_\infty}. \dots\dots\dots (2.37)$$

La Ec.2.31 en su forma adimensional se presenta de la manera siguiente:

$$\frac{\partial T_D}{\partial t_D} + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} + \varphi_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D} + \mu_{JTD} \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}. \dots\dots\dots (2.38)$$

La Ec.2.38 es el modelo adimensional que gobierna el transporte térmico 1D en coordenadas radiales en un medio poroso homogéneo, para un fluido ligeramente compresible en una sola fase.

Capítulo 3: Método de Kashikar y Arnold modificado.

En este capítulo se realiza una modificación al método desarrollado por Kashikar y Arnold (1991). Esta modificación se realiza con base en la Ec.2.38 desarrollada por Duru y Horne (2010), la cual toma en cuenta el transporte de calor por convección, así como el efecto J-T y los efectos de la expansión adiabática. Se desprecia el primer término del lado derecho, debido a que durante el flujo de fluidos la convección es el mecanismo dominante de transporte de calor y la conducción es prácticamente nula.

3.1 Modelo para estimar la temperatura estática del yacimiento mediante pruebas de decremento de presión a gasto constante.

Para resolver el problema de la estimación de la temperatura estática del yacimiento durante una prueba de decremento de presión a gasto constante, es necesario establecer la condición inicial que puede ser la solución a la ecuación de conducción, que modela la pérdida de calor o el enfriamiento del pozo, durante el periodo de circulación cuando el pozo se encuentra en la etapa de perforación, expresada en forma adimensional por la Ec.3.1:

$$\frac{\partial^2 T_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (3.1)$$

con las condiciones siguientes:

$$T_D(r_D, 0) = 0, \quad \dots \dots \dots (3.2)$$

$$T_D(1, t_D) = f(t_D), \quad \dots \dots \dots (3.3)$$

$$T_D(\infty, t_D) = 0. \quad \dots \dots \dots (3.4)$$

La función $f(t_D)$ se desconoce, sin embargo, se conoce que alcanza un régimen pseudo estacionario de flujo de calor en el pozo después de poco tiempo de circulación del fluido en su interior, así que, la función $f(t_D)$ se aproxima a 1.

La solución de la Ec.3.1 se simplifica a:

$$T_D = \frac{Ei\left(-\frac{r_D^2}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)}, \dots\dots\dots (3.5)$$

donde t_{kD} es el tiempo de circulación adimensional.

La Ec.3.5 describe la distribución de la temperatura durante la circulación del fluido de perforación y es la condición inicial para resolver la Ec.3.6, la cual se expresa en la forma siguiente:

$$\frac{\partial T_D}{\partial t_D} + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \varphi_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D} + \mu_{JTD} \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}; \dots\dots\dots (3.6)$$

la condición de frontera es cero, que corresponde a la temperatura estática del yacimiento; la Ec.3.6 es una ecuación cuasi lineal y se resuelve por medio del método de las características. La Ec.3.6 modela el flujo de calor durante la producción en un pozo que fluye a gasto constante.

Es importante establecer la condición inicial y las condiciones de frontera para la ecuación de variación de la presión de un yacimiento infinito, en el que fluye un fluido ligeramente compresible en una sola fase (agua/ aceite) que fluye a gasto constante, las cuales se expresan de la manera siguiente:

$$p_D(r_D, 0) = 0, \dots\dots\dots (3.7)$$

$$\left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=0} = -1, \dots\dots\dots (3.8)$$

$$p_D(\infty, t_D) = 0. \dots\dots\dots (3.9)$$

La solución para la ecuación de presión es la ya conocida **solución línea fuente**, dada por la Ec.3.10:

$$p_D = -\frac{1}{2} Ei \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right). \dots\dots\dots (3.10)$$

La solución a la Ec.3.6 se expresa por medio de la Ec.3.11. El detalle de la solución se presenta en el **Apéndice A**.

$$T_D = \frac{Ei \left(\frac{-(1 + 2P_e t_D)}{4t_{kD}} \right)}{Ei \left(\frac{-1}{4t_{kD}} \right)} + [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_D}{\partial \tau} d\tau + \mu_{JTD} \left[-\frac{1}{2} Ei \left(-\frac{1}{4t_D} \right) \right]. \dots\dots\dots (3.11)$$

Onur y Cinar (2017) establecen que los efectos de la expansión adiabática se presentan para tiempos cortos que cumplen con la condición siguiente:

$$\frac{25r_w^2}{\eta} < t < \frac{\pi h r_w^2}{20c_{pt}qB}, \dots\dots\dots (3.12)$$

donde η es la difusividad hidráulica (constante de difusión), h el espesor neto, r_w el radio del pozo y $c_{pt} = \frac{\rho_f c_f}{(\rho c_p)_t}$.

Para tiempos largos, el efecto J-T afecta el comportamiento de la temperatura del pozo, para tiempos que cumplen con la condición siguiente:

$$t > \frac{20hr_w^2}{c_{pt}qB}. \dots\dots\dots (3.13)$$

3.2 Validación de la solución

Caso de campo: Yacimiento que produce agua (salmuera) probado a una profundidad de 5666 *ft.* Kashikar y Arnold (1991).

La **Tabla 3.1** muestra los datos de entrada y las propiedades aproximadas de la roca y el fluido a partir de pozos similares; también se observa que el periodo de circulación es de 4 *h*, ya que el pozo probó inmediatamente después de la perforación y su temperatura correspondiente es de 51.5 °C.

En comparación y de acuerdo a Kashikar y Arnold (1991), Voigt y Warner estimaron una temperatura inicial de la formación aproximada de 59 °C.

Kashikar y Arnold (1991) realizaron una gráfica tridimensional de la temperatura estimada para varias combinaciones de tiempos de producción. Los tiempos de producción se grafican en los ejes *x* y *y* y la temperatura en el eje *z*; la gráfica se realizó con las propiedades térmicas propias del yacimiento e ignorando los datos influidos por el almacenamiento térmico. En la **Figura 3.1** se observa que las estimaciones calculadas de tiempos de producción mayores a 1.6 *h* convergen a una temperatura de 61°C, así que esta temperatura se tomará como la mejor aproximación realizada por los autores.

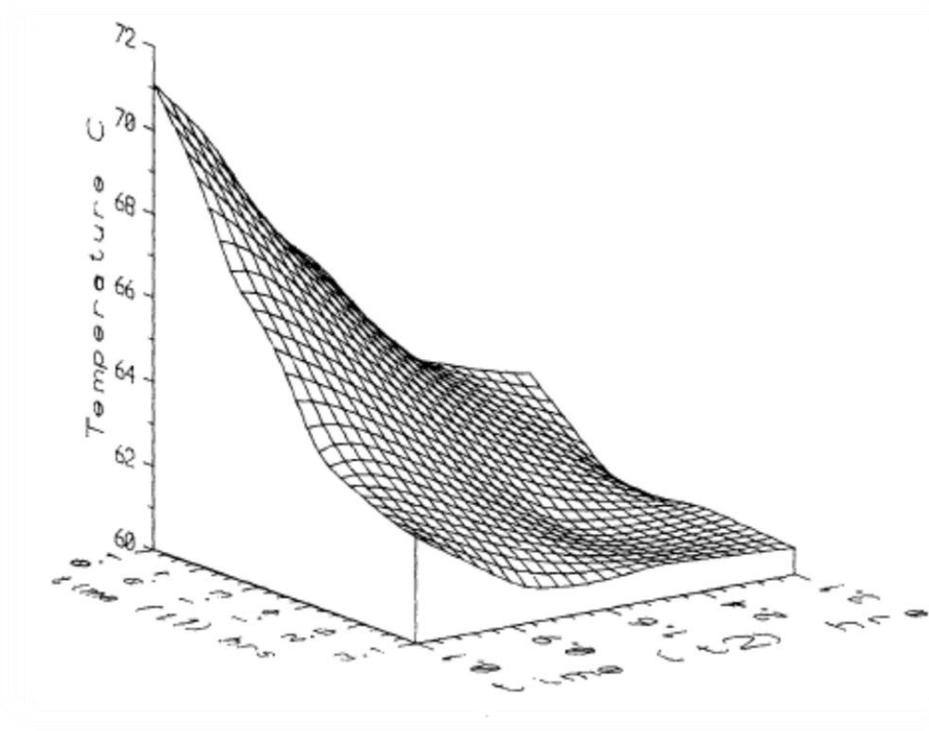


Figura 3. 1: Gráfica tridimensional de la temperatura estimada. Kashikar y Arnold (1991)

En este caso se desprecia el coeficiente de expansión adiabática φ , debido a que los tiempos de producción son suficientemente largos, para que no cumpla el límite superior que se tiene en la Ec.3.12.

Tabla 3.1: Datos de entrada del caso de campo. Kashikar y Arnold (1991)

t_k	4, h
t_{kD}	1
T_k	51.5, °C
q	15.8, m ³ /h
$\frac{\alpha}{r_w^2}$	0.27
qB	380, m ³ /h
h	25, m
$\rho_f c_f$	4024, J/m ³ °C
$\rho_s c_s$	2150, J/m ³ °C
r_w	0.1065, m
P_e	0.78

3.2.1 Metodología 1. Se utiliza la última temperatura registrada del fluido de circulación

La metodología siguiente se utiliza cuando se tiene como dato de entrada la temperatura de circulación:

1. Dato de la profundidad de la formación de interés.
2. Tiempo de circulación del lodo t_k y su temperatura T_k correspondiente.
3. Expresar el tiempo de circulación t_k como tiempo adimensional t_{kD}
4. Dejar fluir el pozo a gasto constante y tomar las temperaturas medidas a distintos tiempos de producción.
5. Transformar el tiempo de producción a su forma adimensional, y calcular el número de Peclet P_e por medio de la Ec.2.32.
6. Calcular el coeficiente de Joule-Thomson μ_{JT} el cuál es la pendiente de la gráfica de p_{ws} vs T_{ws} (**Figura 3.2**)
7. Calcular la presión adimensional con la Ec.3.10

8. Calcular la temperatura adimensional T_D con la Ec.3.14

$$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-(1 + 2P_e t_D)}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)} - \mu_{JTD} \left[-\frac{1}{2} Ei\left(-\frac{1}{4t_D}\right) \right], \dots\dots\dots (3.14)$$

9. Calcular la T_i con la Ec. 3.15

$$T_i = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D}, \dots\dots\dots (3.15)$$

3.2.2 Resultados y Discusión.

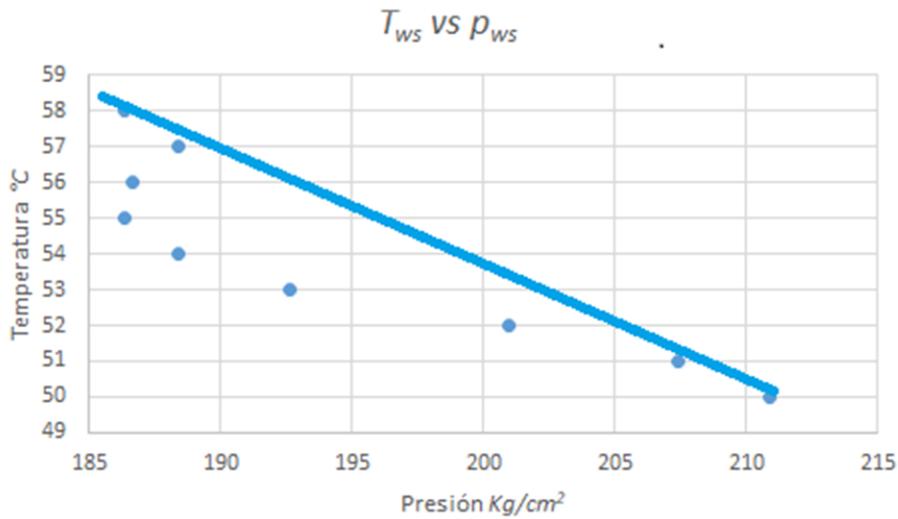


Figura 3.2: Gráfica de presión contra temperatura realizada con los datos de Kashikar y Arnold (1991)

En la Figura 3.2 se estima la pendiente $m = -0.31 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{Kg/cm}^2}$, obteniéndose los resultados presentados en la **Tabla 3.2**.

En la **Figura 3.3** se observó que, para este caso de campo, la influencia del almacenamiento térmico en el pozo termina a las 0.632 h; después de este tiempo la gráfica comienza a tener una tendencia lineal, y los datos de temperatura medida en el registrador son útiles para estimar la temperatura estática del yacimiento con las ecuaciones 3.14 y 3.15.

Onur y Cinar (2017) definieron una función derivada, similar a la de Bourdet (et al; 1989), pero para el caso de la temperatura, con el propósito de identificar los regímenes de flujo exhibidos por los datos transitorios de temperatura durante la prueba de decremento de presión:

$$abs(T'_{ln\Delta t}) = \left| \frac{dT}{dln\Delta t} \right|, \dots\dots\dots (3.16)$$

para una prueba de decremento de presión, Δt representa el tiempo de la prueba.

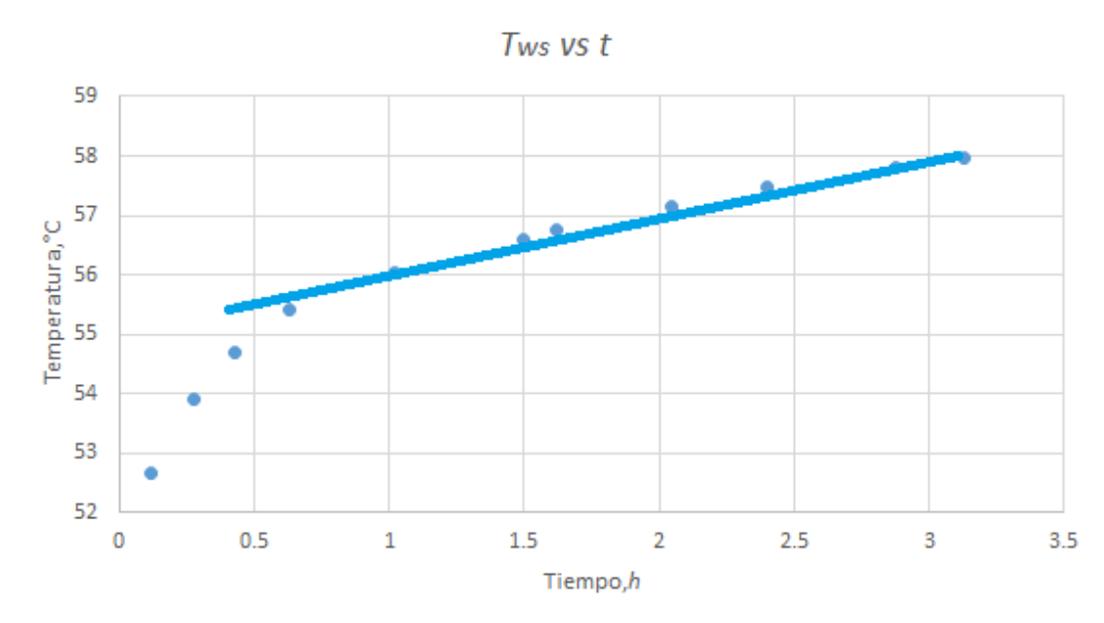


Figura 3.3: Comportamiento de la temperatura durante una prueba de decremento de presión realizada con los datos de Kashikar y Arnold (1991).

En la **Tabla 3.2** se presentan los resultados obtenidos por el método de Kashikar y Arnold modificado (Ec.3.14 y Ec.3.15), donde en la primera columna se observan los tiempos de producción a las diferentes temperaturas medidas las cuales se presentan en la tercera columna; en la segunda columna se muestran los tiempos adimensionales de producción; en la cuarta columna las temperaturas adimensionales calculadas con la Ec.3.14 y finalmente en la quinta columna se muestran las temperaturas del yacimiento calculadas por medio de la Ec.3.15, en grados centígrados.

Tabla 3.2: Resultados obtenidos por el método de Kashikar y Arnold modificado				
Tiempo de prueba	Tiempo de prueba adimensional	Temperatura medida	Temperatura adimensional	Temperatura estática del yacimiento
t, h	t_D	$T_{ws}, ^\circ C$	T_D	$T_i, ^\circ C$
0.117	0.0315	52.68	0.969	90
0.276	0.074	53.92	0.939	91.3
0.427	0.115	54.68	0.885	79.3
0.632	0.170	55.4	0.822	73.4
1.023	0.276	56.04	0.713	67.3
1.5	0.405	56.6	0.611	64.6
1.62	0.437	56.76	0.589	64.3
2.046	0.552	57.16	0.439	62.7
2.4	0.648	57.48	0.436	62.1
2.88	0.777	57.8	0.361	61.4
3.13	0.845	57.96	0.329	61.1

La **Tabla 3.3** muestra de forma análoga a la Tabla 3.2 los resultados de las temperaturas adimensionales y de las temperaturas del yacimiento en grados centígrados, pero calculadas por el método de Kashikar y Arnold (1991).

Tabla 3.3: Resultados obtenidos por el método de Kashikar y Arnold (1991)

Tiempo de prueba	Tiempo de prueba adimensional	Temperatura medida	Temperatura adimensional	Temperatura estática del yacimiento
t, h	t_D	$T_{ws}, ^\circ C$	T_D	$T_i, ^\circ C$
0.117	0.031	0.031	0.97	90
0.276	0.074	0.074	0.91	92.2
0.427	0.115	0.115	0.89	79.7
0.632	0.170	0.170	0.84	75.6
1.023	0.276	0.276	0.76	69.9
1.5	0.405	0.405	0.67	67.4
1.62	0.437	0.437	0.64	67.1
2.046	0.552	0.552	0.58	65.3
2.4	0.648	0.648	0.53	64.8
2.88	0.777	0.777	0.48	63.9
3.13	0.845	0.845	0.46	63.7

La **Tabla 3.4** muestra los porcentajes de error de los resultados obtenidos mediante la Ec.3.15 comparados con la temperatura de 61 °C y con la temperatura de 59°C.

En la primera columna se observan las temperaturas calculadas con la Ec.3.15, en la segunda columna se aprecian las temperaturas calculadas por el método de Kashikar y Arnold (1991), en la tercera columna se muestran los porcentajes de error de los resultados obtenidos mediante la Ec.3.15 con respecto a la temperatura de 59 °C , en la cuarta columna se aprecian los porcentajes de error de los resultados obtenidos mediante la Ec.3.15 en comparación a la temperatura de 61°C y en la quinta columna se muestran los porcentajes de error de los resultados obtenidos por Kashikar y Arnold (1991) en comparación a la temperatura de 61°C.

Se observa que los porcentajes de error disminuyen si la temperatura estática del yacimiento se calcula mediante las Ecs.3.14 y 3.15 utilizando la metodología 1, en la que se considera que se conoce la temperatura del fluido, al iniciar la prueba de decremento de presión.

Se observa que los resultados más confiables son aquellos que se calcularon a tiempos de producción suficientemente largos, para que los efectos de almacenamiento térmico no interfieran en las estimaciones.

La aproximación realizada por las Ecs.3.14 y 3.15, es de 61.1 °C, mientras que con el método de Kashikar y Arnold (1991), 63.7 °C es el valor de la mejor aproximación.

El porcentaje de error de 61.1°C es de 3.55 % si se compara con la temperatura de 59 °C, calculada por Voigt y Warner; si se compara con 61 °C, el porcentaje de error es de 0.16 %, mientras que el error es de 4.42 %, si la temperatura se calcula con el método de Kashikar y Arnold (1991) y se compara con la temperatura de 61 °C.

Se puede decir que al utilizar las Ecs.3.14 y 3.15, las estimaciones de la temperatura inicial del yacimiento son más exactas que si se utiliza el método de Kashikar y Arnold (1991).

Tabla 3.4: Porcentajes de error de la metodología 1

$T_i, ^\circ\text{C}$	$T_i, ^\circ\text{C}$	<i>error, 59 °C</i>	<i>error, 61°C</i>	<i>error(1991), 61°C</i>
Temperatura inicial del yacimiento Ec.3.15	Temperatura inicial del yacimiento (1991)	Porcentaje de error de la Ec.3.15 comparado con 59 °C	Porcentaje de error de la Ec. 3.15 comparado con 61°C	Porcentaje de error de Kashikar y Arnold comparado con 61°C
90	90	52.54	47.54	47.54
91.3	92.2	54.74	49.67	51.14
79.3	79.7	34.40	30	30.65
73.4	75.6	24.4	20.32	23.93
67.3	69.9	14	10.32	14.59
64.6	67.4	9.49	5.90	10.49
64.3	67.1	8.98	5.40	10
62.7	65.3	6.27	2.78	7.04
62.1	64.8	5.25	1.80	6.22
61.4	63.9	4.06	0.65	4.75
61.1	63.7	3.55	0.16	4.42

3.2.3 Metodología 2. Se utilizan dos temperaturas medidas de fondo en un pozo productor.

Esta metodología se utiliza cuando no se tiene disponible la temperatura de circulación del fluido de perforación; se requiere el uso de dos temperaturas que correspondan a dos tiempos de producción del pozo. El procedimiento a seguir es el siguiente:

1. Determinar la profundidad de la formación de interés.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k .
3. Transformar el tiempo de circulación t_k a un tiempo adimensional t_{kD} .
4. Fluir el pozo a gasto constante y registrar dos temperaturas T_1 y T_2 , que correspondan a dos tiempos distintos de prueba t_1 y t_2 respectivamente; se sugiere tomar estas temperaturas a tiempos de producción suficientemente largos para evitar la influencia del almacenamiento térmico en el pozo.
5. Transformar los tiempos de producción a su forma adimensional t_{D1} y t_{D2} , calcular el número de Peclet P_e empleando la Ec. 2.32 y la pendiente con una gráfica de presión vs. Temperatura, en este caso previamente presentada en la Figura 3.2
6. Calcular la temperatura adimensional T_D utilizando la Ec. 3.17

$$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-(1 + 2At_{D1})}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-(1 + 2At_{D2})}{4t_{kD}}\right)} + \mu_{JTD} \left[-\frac{1}{2} Ei\left(-\frac{1}{4t_{D2}}\right) \right], \quad \dots \dots \dots (3.17)$$

7. Calcular la temperatura estática de la formación con la Ec. 3.17

$$T_i = \frac{T_1 - T_D(T_2)}{1 - T_D}, \quad \dots \dots \dots (3.18)$$

3.2.4 Resultados y Discusión.

La **Tabla 3.5** muestra los resultados obtenidos por las ecs.3.17 y 3.18 utilizando la metodología 2 que es cuando la temperatura de circulación del fluido no se conoce al iniciar la prueba de decremento de presión y los cálculos requieren del conocimiento de dos temperaturas medidas a dos diferentes tiempos de producción. En la última columna se observan las temperaturas medidas a los diferentes tiempos de producción adimensionales que se muestran en las columnas anteriores

En color verde se marcan los resultados obtenidos por Kashikar y Arnold (1991) para las temperaturas adimensionales y las temperaturas del yacimiento y en color rojo se marcan las temperaturas adimensionales y las temperaturas del yacimiento calculadas con las Ecs.3.17 y 3.18 respectivamente, utilizando diferentes temperaturas medidas con diferentes dúos de tiempos adimensionales de producción.

Tabla 3.5: Resultados obtenidos mediante las ecs. 3.17 y 3.18 comparados con los de Kashikar y Arnold (1991).										
t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	$T_{ws}, ^\circ C$
Tiempo de prueba adimensional										Temperatura medida
0.03	0.03	0.03	0.03							52.68
0.07										53.92
	0.11									54.68
										55.40
				0.27	0.27	0.27				56.04
				0.40						56.60
										56.76
		0.55			0.55		0.55	0.55		57.16
							0.64			57.48
									0.77	57.80
			0.84		0.84		0.84	0.84		57.96
Temperatura adimensional de Kashikar y Arnold, T_D										
1.0	1.09	1.64	2.04	1.10	1.27	1.59	1.07	1.24	1.04	
Temperatura adimensional Ec.3.16, T_D										
1.0	1.09	1.64	2.05	1.07	1.24	1.55	0.97	1.15	0.91	
Temperatura inicial del yacimiento, Kashikar y Arnold, T_i										
94.3	76.3	64.1	62.9	61.8	61.2	61.2	61.9	61.1	61.6	
Temperatura inicial del yacimiento Ec.3.17, T_i										
94.4	76.3	64.1	63	65	61.9	61.4	61	63.3	59.6	

La **Tabla 3.6** muestra las temperaturas del yacimiento calculadas con la Ec.3.18 conjuntamente, con los porcentajes de error de los resultados comparados con las temperaturas de 59 °C y 61 °C, respectivamente.

En la primera columna de la Tabla 3.6 se observan los resultados obtenidos con la Ec.3.18; la segunda columna muestra los resultados obtenidos por Kashikar y Arnold (1991); en la tercera columna se aprecian los porcentajes de error de los resultados obtenidos mediante la Ec.3.18 comparados con la temperatura de 59 °C; en la cuarta columna se observan los porcentajes de error de los resultados obtenidos con la Ec.3.18 comparados con la temperatura de 61 °C y en la quinta columna se muestran los porcentajes de error de los resultados obtenidos por Kashikar y Arnold (1991) comparados con la temperatura de 61 °C.

Se observa que las aproximaciones mejores obtenidas mediante la Ec.3.18 son de 61.90,61.4 y 59.6 °C, las cuales tienen porcentajes de error de 4.91,4.06 y 1.01%, respectivamente, si se comparan con la temperatura de 59 °C estimada por Voigt y Wagner. Estas mismas temperaturas tienen porcentajes de error de 1.47,0.65 y 2.29 % si se comparan con la temperatura de 61°C, mientras que las mejores aproximaciones calculadas por el método de Kashikar y Arnold (1991) son de 61.61,61.21 y 61.20 °C, con porcentajes de error de 1,0.34 y 0.32 % si se comparan con la temperatura de 61 °C.

Tabla 3.6: Porcentajes de error de la metodología 2				
$T_i, ^\circ\text{C}$	$T_i, ^\circ\text{C}$	% error	% error	% error
Temperatura estática del yacimiento calculada con la Ec.3.18	Temperatura estática del yacimiento calculada por Kashikar y Arnold (1991)	Porcentajes de error comparando los resultados de la Ec.3.18 con 59 °C	Porcentajes de error obtenidos por la Ec.3.18 comparados con 61°C	Porcentajes de error obtenidos por Kashikar y Arnold comparados con 61°C
94.4	94.37	60	54.75	54.70
76.30	76.32	29.32	25.08	25.11
64.1	64.13	8.64	5.08	5.13
63	62.99	6.77	3.27	3.26
65	61.81	10.16	6.55	1.32
61.90	61.21	4.91	1.47	0.34
61.4	61.20	4.06	0.65	0.32
63.3	61.92	7.2	3.77	1.5
59.6	61.61	1.01	2.29	1

Capítulo 4: Método de Horner modificado para estimar la temperatura estática del yacimiento durante pruebas de incremento de presión.

Kabir (et al., 1997) presentaron un modelo semi-analítico para estimar la temperatura estática de la formación, el cual involucra la técnica de la hipérbola rectangular, que tiene la ventaja con respecto al método convencional de Horner, de tratar con más tiempos de cierre con los cuales el efecto del almacenamiento térmico causado por diversos factores, tales como: el coeficiente de Joule-Thomson, la colocación del sensor de temperatura arriba del intervalo de interés, cierre en el cabezal del pozo, tipo de fluido, condiciones de operación en el pozo, tubulares y cementación se pueden despreciar .

Este problema se puede observar en la **Figura 4.1**; en este caso se muestra que la extrapolación llega a $214.5\text{ °F} = 101.38\text{ °C}$, pero se desprecia una gran parte del registro de temperatura debido a que estos datos son influenciados por el almacenamiento térmico.

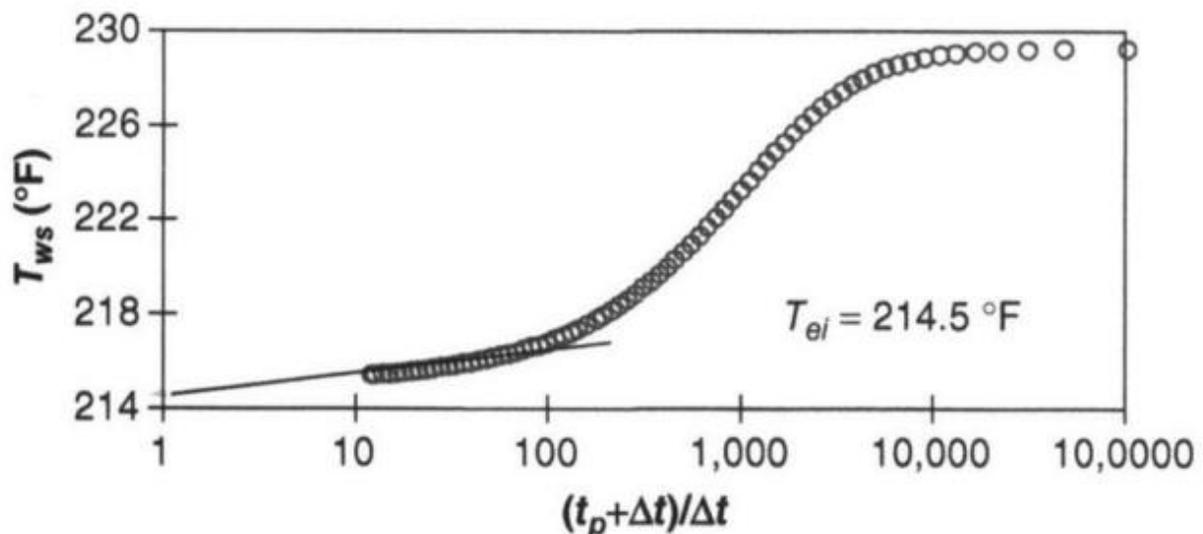


Figura 4.1: Gráfica Temperatura vs Tiempo de Horner. Hasan y Kabir (2018)

En la **Figura 4.2** se muestra el mismo ejemplo, pero se utiliza el método de la hipérbola rectangular, se puede observar que trata con mayor cantidad de datos y se

desprecian aquellos datos influenciados por el almacenamiento térmico debido a los largos tiempos de cierre; al realizar la extrapolación se observa que llega a una temperatura de $215.1\text{ }^{\circ}\text{F} = 101.72\text{ }^{\circ}\text{C}$.

La desventaja de este método es que necesita periodos muy largos de cierre en el pozo que pueden a variar entre 15 y 80 *horas*.

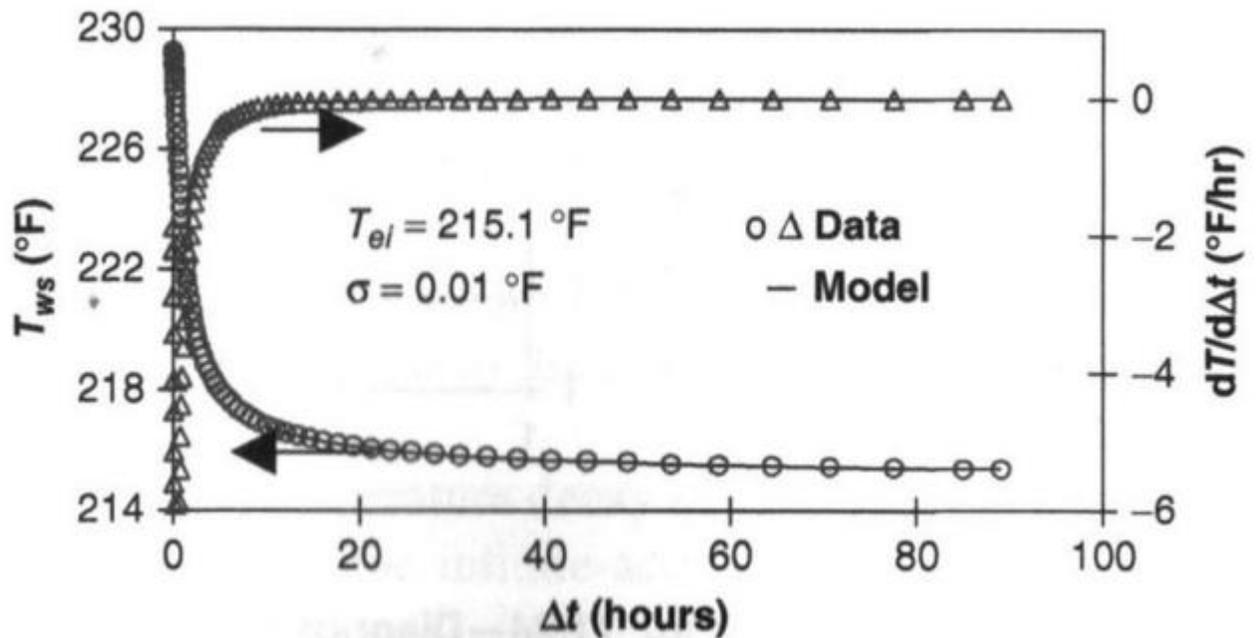


Figura 4.2: Gráfica del análisis de la hipérbola rectangular Temperatura vs Tiempo de cierre. Hasan y Kabir (2018).

4.1 Desarrollo del modelo

Este modelo se basa en la Ec.2.38 pero se desprecia el segundo término del lado izquierdo y el segundo y tercer término del lado derecho, por lo que solamente se toma en cuenta el calor transferido por conducción que es el mecanismo predominante de transporte térmico durante una prueba de incremento de presión, cuyas soluciones han presentado Hasan y Kabir (1991).

Para poder realizar la modificación se utiliza un factor de corrección similar al que desarrollaron Roux y cols. (et al., 1980), para estimar la temperatura estática de la

formación durante la etapa de perforación; pero en este análisis se aplica en una prueba de incremento de presión y se utilizan las soluciones de Hasan y Kabir (1991). Este factor de corrección consiste en multiplicar la pendiente m , que se obtiene de una gráfica de temperatura contra tiempo de Horner, por la solución adimensional de temperatura de Hasan y Kabir (1991), aplicando el principio de superposición en el tiempo.

Tal como se discutió en el capítulo 2, el coeficiente de Joule-Thomson ocasiona que la pendiente sea negativa en yacimientos de fluidos ligeramente compresibles (aceite o agua).

La ecuación adimensional que modela la conducción de calor en un pozo en una dimensión se expresa por la Ec.4.1 en la forma siguiente:

$$\frac{\partial^2 T_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (4.1)$$

con las condiciones inicial y de frontera siguientes:

$$T_D(r_D, 0) = 0, \quad \dots \dots \dots (4.2)$$

$$\left(r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1, \quad \dots \dots \dots (4.3)$$

$$T_D(\infty, t_D) = 0. \quad \dots \dots \dots (4.4)$$

Las soluciones aproximadas para la Ec.4.1 presentadas por Hasan y Kabir (1991) se expresan mediante las Ecs.4.5 y 4.6 de la manera siguiente:

$$T_D = (0.4063 + 0.5 \ln t_D) \left(1 + \frac{0.6}{t_D} \right), \quad \forall t_D > 1.5, \quad \dots \dots \dots (4.5)$$

y

$$T_D = 1.1281\sqrt{t_D}(1 - 0.3\sqrt{t_D}) \cdot \forall t_D \leq 1.5, \dots\dots\dots (4.6)$$

Se aplica el principio de superposición en el tiempo a las Ecs.4.5 y 4.6, obteniéndose las Ecs.4.7 y 4.8:

$$\begin{aligned} T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D) \\ = (0.4063 + 0.5\ln(t_D + \Delta t_D)) \left(1 + \frac{0.6}{t_D + \Delta t_D}\right) \\ - (0.4063 + 0.5\ln\Delta t_D) \left(1 + \frac{0.6}{\Delta t_D}\right), \dots\dots\dots (4.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D) \\ = 1.1281\sqrt{(t_D + \Delta t_D)}(1 - 0.3\sqrt{t_D + \Delta t_D}) - 1.1281\sqrt{\Delta t_D}(-0.3\sqrt{\Delta t_D}) \dots\dots (4.8) \end{aligned}$$

La solución para el caso de la temperatura durante una prueba de incremento de presión se expresa por medio de la Ec.4.9:

$$T_i^* = T_{ws} - m \ln\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right), \dots\dots\dots (4.9)$$

donde m es igual a:

$$m = \mu_{JT} \frac{162.6qB\mu}{kh}, \dots\dots\dots (4.10)$$

el coeficiente de Joule-Thomson μ_{JT} es igual a:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H, \dots\dots\dots (4.11)$$

y T_i^* es la temperatura inicial del yacimiento estimada mediante el método convencional de Horner.

La temperatura estática del yacimiento se estima por medio de la Ec.4.12, donde el primer término del lado derecho representa la temperatura estática obtenida por una extrapolación de una gráfica convencional tipo Horner y se suma el segundo término del lado derecho, el cual se compone de multiplicar la pendiente de la gráfica por la solución adimensional de Hasan y Kabir (1991), aplicando el principio de superposición en el tiempo.

$$T_i = T_i^* + m[T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D)]. \dots \dots \dots (4.12)$$

La derivación detallada de las ecuaciones se presenta en el **Apéndice B**.

4.2. Validación del modelo

4.2.1 Caso sintético 1. Palabiyik (et al., 2016)

En la **Figura 4.3** se observa la gráfica de temperatura contra el tiempo de cierre en una prueba de incremento de presión. Palabiyik (et al., 2016) comparan sus aproximaciones analíticas para modelar la temperatura con dos simuladores comerciales (**CMG-STARs** y **TOUGH2**) y con un simulador propio (**In-house simulator**).

La línea punteada roja es la aproximación a tiempos cortos de Palabiyik (et al., 2016), mientras que la línea recta representa la aproximación a tiempos largos de Palabiyik (et al., 2016).

Su trabajo se centra en las respuestas transitorias de temperatura en yacimientos geotérmicos homogéneos donde fluye un fluido en una sola fase durante pruebas de decremento de presión a gasto constante y pruebas de incremento de presión. Sus soluciones incluyen los efectos de calentamiento/enfriamiento de Joule-Thomson, efectos de compresión/expansión adiabática, así como los mecanismos de transferencia de calor por conducción y convección.

Así mismo, se investiga el impacto de varios parámetros como el almacenamiento en el pozo, zonas dañadas cercanas al pozo, conductividad térmica, así como otros parámetros importantes.

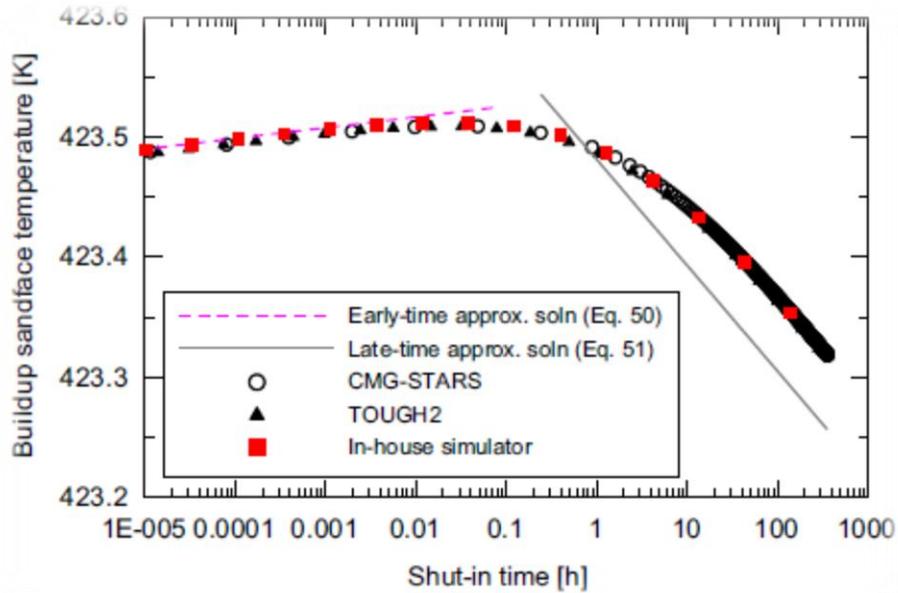


Figura 4.3: Comportamiento de la temperatura en una prueba de incremento de presión. (---) representa la aproximación a tiempos cortos, (-) representa la aproximación a tiempos cortos de Palabiyik et al. (2016), (o) representa el simulador comercial CMG-STARS, (Δ) representa el simulador TOUGH 2 y (\blacksquare) el simulador hecho en casa. Palabiyik (et al., 2016)

La **Tabla 4.1** muestra la temperatura estática del yacimiento que es un dato de entrada para los propósitos del trabajo de Palabiyik (et al., 2016), el tiempo de producción de la prueba de presión-temperatura, la difusividad térmica, el radio del pozo y el tiempo de producción adimensional.

Tabla 4.1: Datos de entrada del caso sintético 1. Palabiyik (et al., 2016)

Temperatura inicial	T_i	302, °F
Tiempo de producción	t_p^*	100, h
Difusividad térmica	α	0.0407, ft^2/h
Radio del pozo	r_w	0.328, ft
Tiempo de producción adimensional	t_{pD}	37.38

La **Tabla 4.2** muestra las temperaturas estimadas a los distintos tiempos de cierre de la prueba.

Tabla 4.2: Temperatura vs tiempo de cierre del caso sintético 1. Palabiyik (et al.,2016)

Tiempo de cierre	Temperatura medida
$\Delta t, h$	$T_{ws}, ^\circ F$
1	302.61
5	302.48
10	302.45
20	302.37
30	302.34
40	302.30

4.2.2 Metodología. Estimación de la temperatura de un yacimiento por medio de los datos registrados en pruebas de incremento de presión

1. Calcular el tiempo de Horner y realizar una gráfica de temperatura contra tiempo de Horner, de acuerdo con los datos de la tabla 4.2

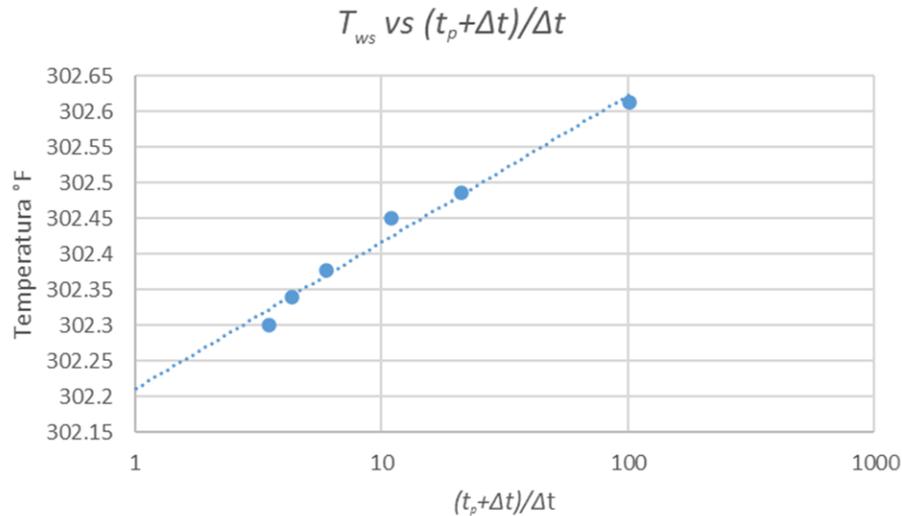


Figura 4.4: Temperatura vs tiempo de Horner del caso sintético 1, Palabiyik (et al.,2016)

2. Extrapolar hasta un tiempo de Horner igual a uno y obtener la pendiente m , que en este caso es $-0.22 \frac{^{\circ}\text{F}}{\text{ciclo}}$
3. Expresar en forma adimensional el tiempo de producción y el último tiempo de cierre que se observan en la tabla 4.2, empleando la Ec.4.13.

$$\frac{\alpha t_p}{r_w^2}, \dots \dots \dots (4.13)$$

4. Calcular T_D utilizando la Ec.4.6, obteniéndose como resultado 0.65.

5. Calcular la temperatura inicial del yacimiento.

$$T_i = 302.22 - 0.22(0.651) = 302.07^{\circ}\text{F} = 150.03^{\circ}\text{C}$$

6. Calcular el porcentaje de error con respecto a la temperatura inicial del yacimiento dada por Palabiyik y cols. (2016), que corresponde a 423.15°K (302°F) = **150 °C**.

$$\frac{302.07 - 302}{302} * 100 = 0.023 \%$$

4.2.3 Caso sintético 2. Onur y Cinar (2017)

La **Figura 4.5** muestra una prueba sintética de incremento de presión realizada con un simulador no isotérmico, con la cual Onur y Cinar (2017) validaron sus aproximaciones analíticas.

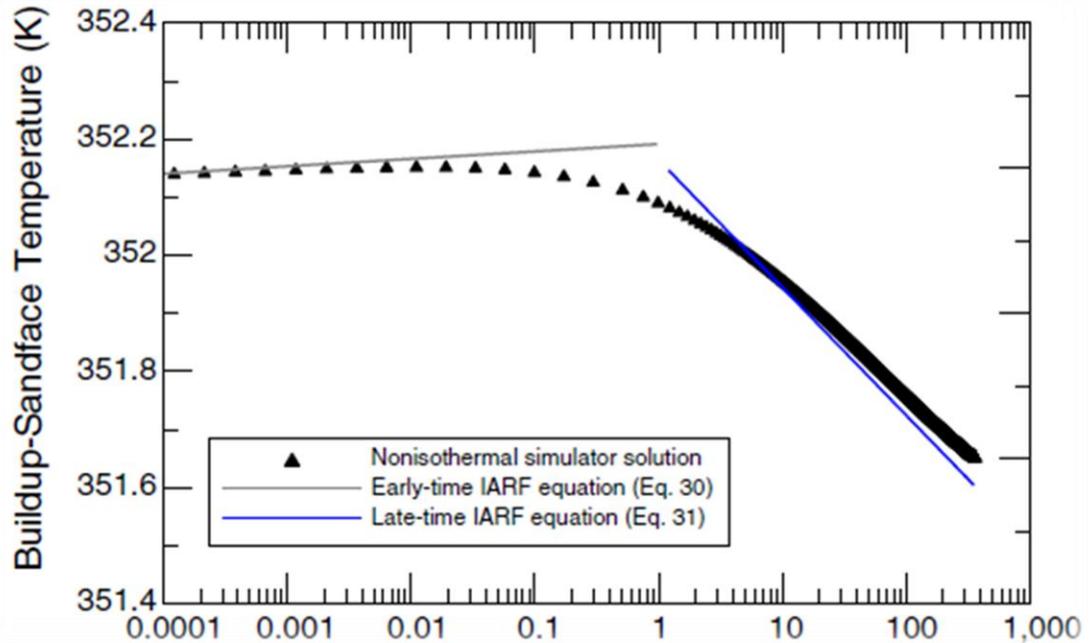


Figura 4.5: Comparación de las soluciones de temperatura, Onur y Cinar (2017). (Δ) representa los datos del simulador no isotérmico, (-) representa su aproximación a tiempos cortos y (-) representa su aproximación a tiempos largos.

La **Tabla 4.3** muestra la temperatura estática del yacimiento para verificar los resultados así, como los datos necesarios para el cálculo.

Tabla 4.3: Datos de entrada del caso sintético 2. Onur y Cinar (2017)

Temperatura inicial	T_i	172.99, °F
Tiempo de producción	t_p	100, h
Difusividad térmica	α	0.055, ft^2/h
Radio del pozo	r_w	0.41, ft
Tiempo de producción adimensional	t_{pD}	32.71

La **Tabla 4.4** muestra las temperaturas medidas y los tiempos de cierre del caso sintético 2 de Onur y Cinar (2017).

Tabla 4.4: Temperatura vs tiempo de cierre del caso sintético 2. Onur y Cinar (2017)

Tiempo de cierre	Temperatura medida
$\Delta t, h$	$T_{ws}, °F$
1	174.99
5	173.99
10	173.82
20	173.64
30	173.57
40	173.53

4.2.4 Metodología. Estimación de la temperatura de un yacimiento por medio de los datos registrados en pruebas de incremento de presión.

1. Calcular el tiempo de Horner y realizar una gráfica de temperatura contra tiempo de acuerdo con los datos de la **Tabla 4.4**

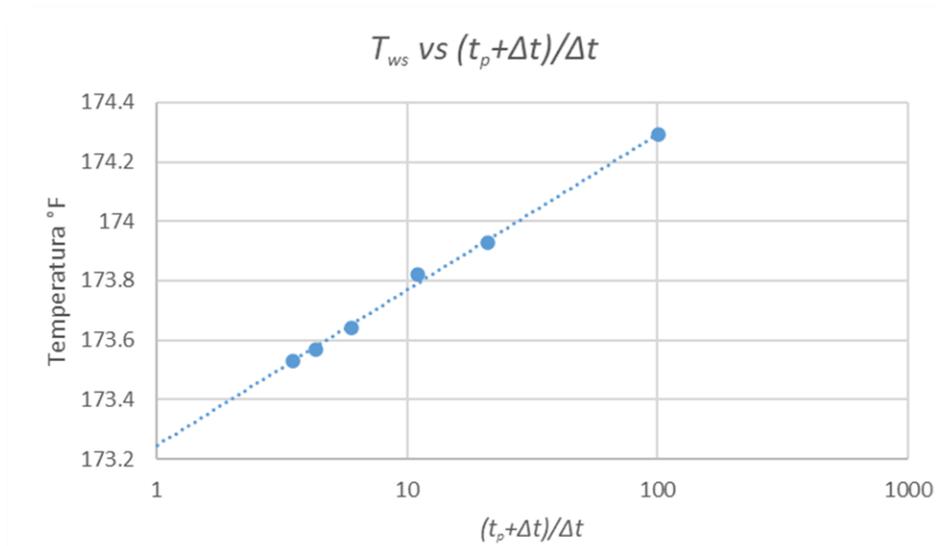


Figura 4.6: Temperatura vs tiempo de Horner para el caso sintético 2, Onur y Cinar 2017

2. Extrapolar hacia un tiempo de Horner igual a uno y estimar la pendiente de esta gráfica semilogarítmica por medio de la diferencia en temperatura en un ciclo logarítmico, que en este caso es $-0.58 \frac{^{\circ}\text{F}}{\text{ciclo}}$
3. Expresar en forma adimensional el tiempo de producción y el último tiempo de cierre de la Tabla 4.3
4. Calcular T_D utilizando la Ec. 4.6, obteniéndose 0.579
5. Calcular la temperatura inicial del yacimiento

$$T_i = 173.24 - 0.58(0.579) = 172.92 \text{ } ^{\circ}\text{F} = 78.28 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

6. Calcular el porcentaje de error con respecto a la temperatura inicial del yacimiento suministrada al simulador por Onur y Cinar (2017), que corresponde a $351.48 \text{ } ^{\circ}\text{K}$ (172.99°F) = $78.32 \text{ } ^{\circ}\text{C}$.

$$\frac{172.99 - 172.92}{172.99} * 100 = 0.040 \%$$

4.2.5 Análisis de sensibilidad considerando un tiempo de cierre menor en la prueba de incremento de presión.

Se realizó un análisis de sensibilidad para los casos sintéticos presentados. Este análisis se basa en suponer que el pozo estuvo cerrado por tiempos menores que en los análisis anteriores. Cuando en la prueba, se toman menos tiempos de cierre Δt y se estima la temperatura estática del yacimiento con el método convencional tipo Horner, se obtiene un valor más elevado que si se tuvieran todos los tiempos de cierre.

El objetivo de este análisis es mostrar que cuando se estima la temperatura estática del yacimiento con la Ec.4.12, el error en el valor es mínimo, muy aproximado al que se obtendría si se tuvieran un tiempo de cierre máximo de la prueba mayor.

Cabe recalcar que en casos reales los tiempos tienen que ser suficientemente largos para que la influencia del almacenamiento térmico no afecte los registros de temperatura pero con el factor de corrección que se presenta no es necesario tener muchos tiempos de cierre después de termine la influencia del almacenamiento térmico; los transitorios en un caso real, pueden obtenerse mediante la función derivada (Ec.3.16), pero para cuestiones prácticas del método no es necesario un tiempo máximo en la prueba.

4.2.5.1 Caso sintético 1; considerando un tiempo menor de cierre en la prueba de incremento de presión

En la **Tabla 4.5** se observan solamente cuatro tiempos de cierre en la prueba con sus correspondientes registros de temperatura correspondiente al Caso sintético 1.

En la **Figura 4.7** se presenta el gráfico de temperatura contra tiempo correspondiente a la Tabla 4.5.

Se realizó la estimación de la temperatura estática del yacimiento utilizando la Ec.4.12 y se calculó el porcentaje de error comparándose con la temperatura suministrada en el simulador de Palabiyik (et al.,2016).

Se aprecia que, a pesar de solamente considerar cuatro tiempos de cierre para la prueba, la aproximación realizada por la Ec.4.12 da un porcentaje de error de 0.016% si se compara con la temperatura.

Tabla 4.5: Temperaturas medidas, tiempos de cierre y tiempos de Horner del caso sintético 1 considerando tiempos de cierre menores en la prueba

Tiempo de cierre $\Delta t, h$	Tiempo de Horner $(t_p + \Delta t)/\Delta t$	Temperatura medida $T_{ws}, ^\circ F$
1	101	302.61
5	21	302.48
10	11	302.45
20	6	302.37

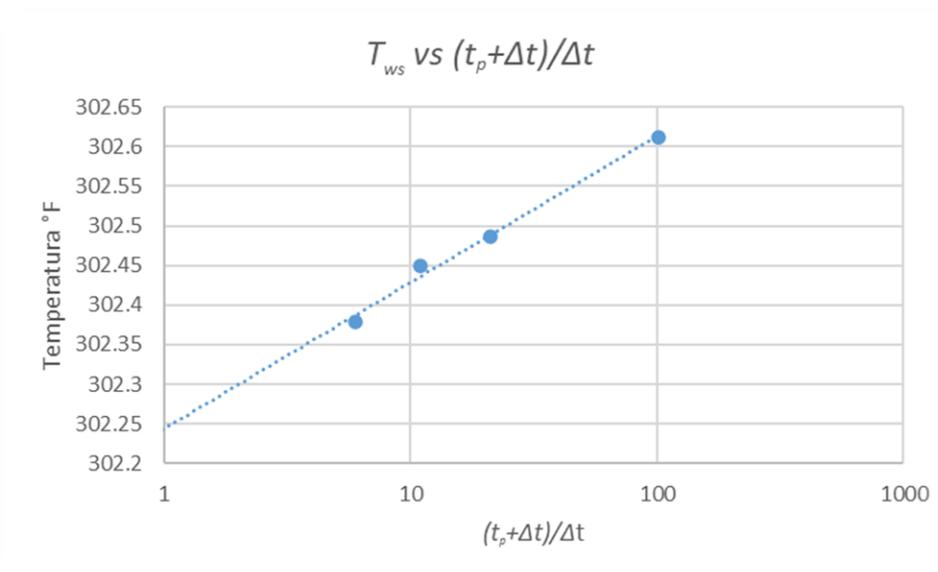


Figura 4.7: Temperatura vs tiempo de Horner del caso sintético 1, considerando un tiempo de cierre menor

$$T_i = 302.25 - 0.2(0.966) = 302.05 \text{ } ^\circ F = 150.02 \text{ } ^\circ C$$

$$\frac{302.05 - 302}{302} * 100 = 0.016 \%$$

4.2.5.2 Caso sintético 2; considerando un tiempo menor de cierre en la prueba de incremento de presión

En la **Tabla 4.6** se presenta el caso sintético 2 pero considerando solamente 3 tiempos de cierre en la prueba, con sus respectivos registros de temperatura.

En la **Figura 4.8** se aprecia el gráfico de temperatura contra tiempo correspondiente a la Tabla 4.6.

Se estimó la temperatura estática del yacimiento utilizando la Ec.4.12 y dio como resultado una temperatura de 172.83 °F; al calcular el porcentaje de error comparando con el dato de entrada del simulador de Onur y Cinar (2017) se calculó un porcentaje de error de 0.09%, por lo tanto, se puede decir que es una aproximación muy buena.

Tabla 4.6: Temperaturas medidas, tiempos de cierre y tiempos de Horner del caso sintético 2 considerando tiempos de cierre menores en la prueba

Tiempo de cierre	Tiempo de Horner	Temperatura medida
$\Delta t, h$	$(t_p + \Delta t)/\Delta t$	$T_{ws}, ^\circ F$
1	101	174.29
5	21	173.93
10	11	173.82

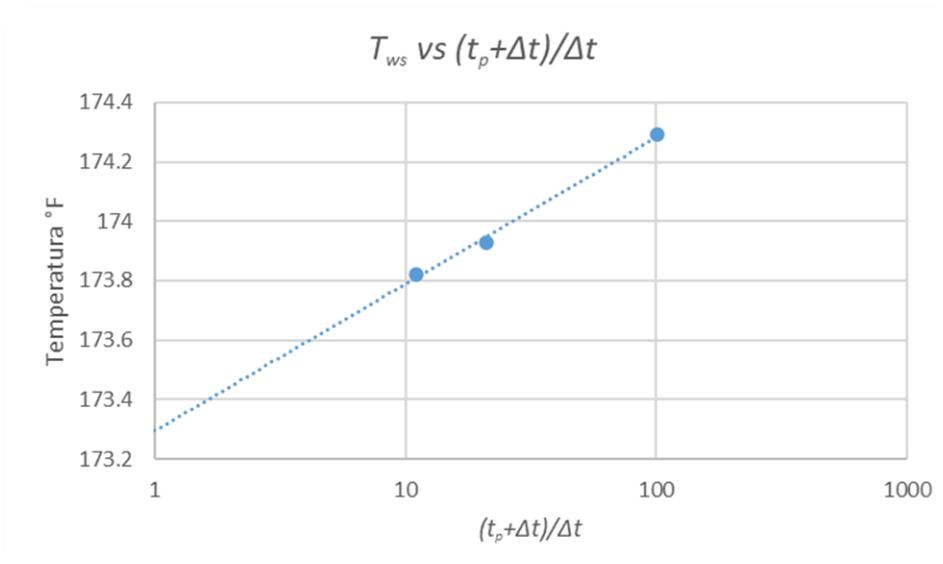


Figura 4.8 Temperatura vs tiempo de Horner correspondiente a los datos de la Tabla 4.6

$$T_i = 173.33 - 0.47(3.271) = 172.83 \text{ °F} = 78.23 \text{ °C}$$

$$\frac{172.99 - 172.83}{172.99} * 100 = 0.09 \%$$

4.2.6 Porcentajes de Error

En la **Tabla 4.7** se observan los casos 1 y 2 marcados con asteriscos, los cuales se utilizan para resaltar que se toman menores tiempos de cierre Δt . En el caso sintético 1 se muestra que el porcentaje de error fue de 0.016 % al utilizar la Ec. 4.12, y un error de 0.082 % si se usa el método tipo Horner. Por lo tanto, el cálculo se mejora en un 0.066 %.

Tabla 4.7: Porcentajes de error comparados con los obtenidos por medio del método de Horner

Número de ejemplo	Porcentaje de error comparado con la temperatura del yacimiento	Porcentaje de error comparado con el obtenido con Método de Horner
Caso	% error	% error, MH
Caso 1	0.023	0.072
Caso 2	0.04	0.144
Caso 1*	0.016	0.082
Caso 2*	0.09	0.19

*Mismos ejemplos pero con menos tiempos de cierre en la prueba

4.3 Discusión de Resultados

Se validó el método de Horner modificado con dos ejemplos sintéticos presentados por Palabiyik (et al.,2016) y Onur y Cinar (2017). En la **Tabla 4.7** se observa que para el caso sintético 1 el error respecto a la temperatura original del yacimiento es de 0.023 %.

Si el caso sintético 1 se compara con el método convencional tipo Horner el error es de 0.072 % , por lo tanto, se concluye que el error se mejora en un 0.049 % si se utiliza la Ec. 4.12.

Para el caso sintético 2 se muestra un error de 0.04 % . Si el caso sintético 1 se compara con el método convencional tipo Horner el error es de 0.144 % , así que se puede concluir que el error se mejora en un 0.104 % si se utiliza la Ec.4.12.

En el caso que se consideren menos tiempos de cierre y por ende se disponga de menos temperaturas medidas, se extrapola la línea de tendencia y resulta en un valor de temperatura más elevado y con menor precisión, pero al utilizar el factor de corrección se optimiza el resultado y el porcentaje de error se reduce significativamente con respecto al obtenido empleando el método convencional, sin importar que se utilice un número menor de mediciones para la temperatura.

Para el caso sintético 2 se obtiene un porcentaje de error del 0.09 % al utilizar la Ec.4.12 y un porcentaje de 0.19 % si se usa el método tipo Horner. El cálculo se optimiza en un 0.1 % al utilizar la Ec. 4.12.

En los ejemplos mostrados, la optimización en el cálculo de la temperatura fue mínima, pero en el caso de yacimientos geotérmicos donde la temperatura estática del yacimiento determina la reserva energética, es de gran importancia obtener la mejor aproximación posible de este valor.

Cabe resaltar que el método debe probarse en casos de campo y analizar los porcentajes de error en comparación a la temperatura original del yacimiento, así como los resultados que se obtienen utilizando el método convencional tipo Horner.

Se puede concluir que el factor de corrección utilizado en el método tipo Horner modificado; mejora el cálculo de la temperatura estática del yacimiento, proporcionando una aproximación muy buena para la temperatura original del yacimiento.

Capítulo 5: Determinación de la temperatura estática del yacimiento durante una prueba de incremento de presión, precedida por gasto variable

En el capítulo 4 se realizó una mejora al método convencional tipo Horner y se validó con dos ejemplos sintéticos; desafortunadamente una prueba de incremento de presión no siempre está precedida por condiciones de gasto constante. En este capítulo se propone un modelo para estimar la temperatura inicial del yacimiento durante una prueba de incremento de presión, cuyas condiciones de flujo previas ocurrieron a gasto variable.

Odeh y Selig (1963) presentaron una solución exacta a la ecuación de difusión que corresponde a una prueba de incremento de presión de un pozo que produce a gasto variable.

5.1 Desarrollo del modelo

El modelo que se describe en este capítulo tiene un enfoque similar al que presentaron Odeh y Selig (1963), pero modificado al caso de temperatura. Se toma en cuenta el coeficiente de Joule- Thomson μ_{JT} , cuyo comportamiento para la temperatura de fondo del pozo es inversamente proporcional al de la solución de presión, esto quiere decir que se presenta un calentamiento gradual mientras el pozo se encuentra cerrado.

La forma general de la solución se expresa mediante la Ec.5.1.

$$T = T_i - \mu_{JT} \frac{162.6q^*B\mu}{kh} \ln\left(\frac{t_p^* + \Delta t}{\Delta t}\right), \quad \dots \dots \dots (5.1)$$

donde q^* y t_p^* son el gasto y el tiempo de producción modificado, respectivamente; empleando estas modificaciones se puede utilizar el método tipo Horner.

Al considerar que el pozo produce a gasto variable el término fuente se puede representar por medio de la integral siguiente:

$$Q = \int_0^t q(\tau) d\tau, \dots\dots\dots (5.2)$$

de tal forma que la solución para la ecuación de conducción de calor precedida de gasto variable se expresa por la Ec.5.3:

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{q(\tau)}{t - \tau} e^{-\frac{r^2 \phi \mu c_t}{4kt}} d\tau. \dots\dots\dots (5.3)$$

En el caso de un yacimiento infinito con el pozo localizado en $r = 0$, el pozo fluye por un tiempo t , cerrándose para una prueba de incremento de presión; despreciando los efectos subsecuentes a la producción que genera el almacenamiento de fluidos en el pozo, la temperatura de fondo del pozo cerrado se expresa por medio de la Ec.5.4.

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu}{4\pi kh} \left[\int_0^{t+\Delta t} \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau - \int_t^{t+\Delta t} \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau \right]; \dots\dots\dots (5.4)$$

la Ec. 5.4 puede simplificarse en la forma siguiente:

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau; \dots\dots\dots (5.5)$$

donde:

$$A = \frac{r_w^2 \phi \mu c_t}{4k}. \dots\dots\dots (5.6)$$

Considerando el gasto modificado $q^* = constante$ (Ec.5.10), y un tiempo modificado t^* (Ec.5.9),—la integral del lado derecho de la Ec.5.5 se puede resolver analíticamente. Así que q^* y t^* se tienen que determinar de tal manera que:

$$\int_0^t \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t + \Delta t - \tau}} d\tau \approx q^* \left[-Ei\left(-\frac{A}{t^* + \Delta t}\right) + Ei\left(-\frac{A}{\Delta t}\right) \right]; \dots\dots\dots (5.7)$$

donde la integral exponencial se define como:

$$-Ei(-x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du; \dots\dots\dots (5.8)$$

mediante la expansión apropiada de la función Ei y la integral en la Ec. 5.7, se llega a la ecuación 5.1 (la expansión a detalle se puede observar en el **Apéndice C**), donde:

$$t^* = 2 \left(t - \frac{\int_0^t q(\tau) \tau d\tau}{V} \right); \dots\dots\dots (5.9)$$

V es el volumen del fluido producido desde a—un tiempo $t = 0$ hasta el tiempo cuando se cierre del pozo.

$$q^* = \frac{V}{t^*}, \dots\dots\dots (5.10)$$

La Ec.5.1 es válida solo cuando t y t^* son menores que Δt , que es una condición para que las ecuaciones C.12 a C.15 del Apéndice C sean válidas. Esta condición es fácil de obtener fácilmente en una prueba de formación (PF, o en inglés drill-stem test) y en pruebas de producción de corta duración.

Durante una prueba de producción corta, en la que el gasto varía como función del tiempo, la Ec.5.9 se puede expresar de la forma siguiente:

$$t^* \approx 2 \left[t - \frac{\delta t}{2V} \sum q_{\frac{t_i + t_{i+1}}{2}} (t_i + t_{i+1}) \right]. \dots\dots\dots (5.11)$$

donde se asume que la curva $q - t$ se divide en n intervalos de tiempo con longitud δt .

Para una PF, el gasto como función del tiempo normalmente se desconoce, pero la presión como función del tiempo si se conoce, así que la Ec.5.9 se puede expresar de la forma siguiente:

$$t^* \approx 2 \left[t - \frac{1 \sum_0^{n-1} [(p_{t_{i+1}} - p_{t_i})(t_{i+1} + t_i)]}{\sum_0^{n-1} (p_{t_{i+1}} - p_{t_i})} \right] \dots \dots \dots (5.12)$$

Considerando que el comportamiento de la temperatura en un yacimiento homogéneo donde fluye un fluido ligeramente compresible es inversamente proporcional al de la presión; la Ec.5.12 para el caso de temperatura se aproxima a la Ec.5.13 de la forma siguiente:

$$t^* \approx \frac{1}{2 \left[t - \frac{1 \sum_0^{n-1} [(T_{t_{i+1}} - T_{t_i})(t_{i+1} + t_i)]}{\sum_0^{n-1} (T_{t_{i+1}} - T_{t_i})} \right]} \dots \dots \dots (5.13)$$

la Ec.5.13 en términos de temperatura se escribe como:

$$t^* \approx 2 \left[t - \frac{1 \sum_0^{n-1} [(T_{t_{i+1}} - T_{t_i})(t_{i+1} + t_i)]}{\sum_0^{n-1} (T_{t_{i+1}} - T_{t_i})} \right] \dots \dots \dots (5.14)$$

Una vez que se han obtenido el gasto q^* y el tiempo modificado t^* , se procede a realizar la gráfica tipo Horner para obtener una estimación de la temperatura estática del yacimiento.

Se procede a aplicar un factor de corrección similar al del capítulo 4, utilizando las Ecs.4.7 o 4.8 según corresponda el caso; la pendiente de la gráfica se obtiene de la misma manera que en el capítulo 4.

Tomando en cuenta lo anterior se procede a sumar la temperatura estática del yacimiento que se obtiene de la gráfica tipo Horner T_i^* , al factor de corrección que

corresponde a la multiplicación de la pendiente y el valor dado por las ecuaciones 4.7 o 4.8 en función del último tiempo de cierre adimensional Δt_D de la prueba.

Finalmente, la ecuación que se emplea para estimar la temperatura estática de un yacimiento durante una prueba de incremento de presión precedida de gasto variable, se expresa por medio de la Ec.5.15:

$$T_i = T_i^* + m[T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D)]. \dots \dots \dots (5.15)$$

m se define por la Ec.4.10

5.2 Validación del modelo.

5.2.1 Caso sintético. Zhang (2015).

La **Figura 5.1** ilustra las gráficas de los datos de presión, temperatura y gasto simulados a una profundidad de 100 *ft* arriba de la zona productora; (es decir, los datos no presentan ruido). La localización de los medidores se encuentra muy cerca del intervalo productor.

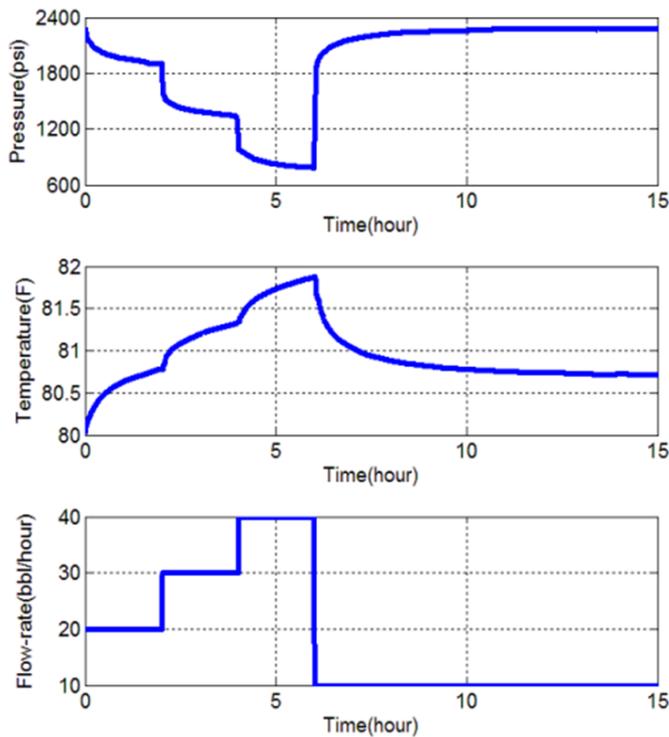


Figura 5.1: Presión, temperatura y gasto simulados para un pozo productor de aceite

La **Tabla 5.1** muestra los tiempos de producción, gastos y temperaturas medidas correspondientes a la Figura 5.1.

Tabla 5.1: Tiempos de producción, gastos y temperaturas medidas del caso sintético. Zhang 2015

Tiempos de producción	Gastos	Temperaturas medidas
t_p, h	$q, bbl/h$	$T_{ws}, ^\circ F$
2	20	80.75
4.2	30	81.4
6.25	40	81.9

La **Tabla 5.2** muestra los parámetros del pozo, fluido y yacimiento usados para el caso sintético presentado.

Tabla 5.2: Datos de entrada del caso sintético. Zhang. 2015

Presión inicial	p_i	2900, psi
Tiempo de producción modificado	t_p^*	12.45, h
Difusividad térmica	α	0.055, ft^2/h
Radio del pozo	r_w	0.328, ft
Tiempo de producción adimensional	t_{pD}	6.364

La **Figura 5.2** presenta una gráfica de temperatura contra el tiempo de Horner.

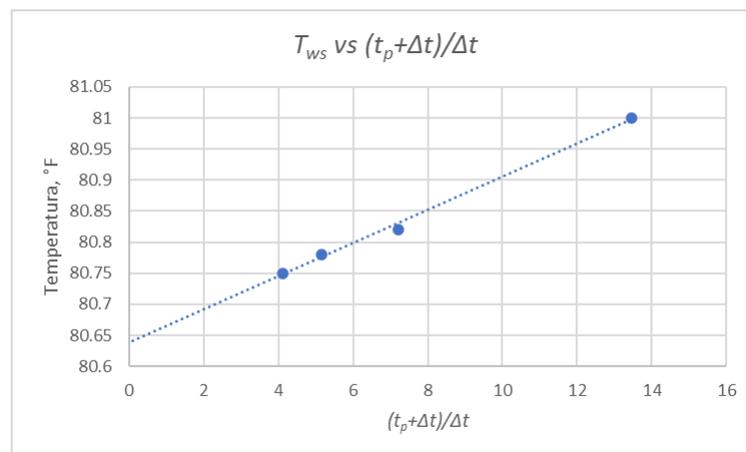


Figura 5.2: Temperaturas medidas contra tiempo de Horner.

5.2.2 Estimación de la temperatura de un yacimiento por medio de los datos registrados en pruebas de incremento de presión precedida por gasto variable.

1. Calcular el tiempo de producción modificado, con base en los datos de la Tabla 5.1, utilizando la Ec.5.14
2. Realizar una gráfica de la temperatura contra el tiempo tipo Horner, utilizando el tiempo de producción modificado t_p^*
3. Extrapolar hacia un tiempo tipo Horner igual a uno; estimar la pendiente de esta gráfica semilogarítmica por medio de la diferencia en temperatura en un ciclo logarítmico m , que en este caso es $-0.11 \frac{^{\circ}\text{F}}{\text{ciclo}}$
4. Expresar en forma adimensional el tiempo de producción y el tiempo de cierre que corresponde a 4 h de acuerdo a la Figura 5.1
5. Calcular T_D utilizando la Ec.4.6, obteniéndose 0.125
6. Calcular la temperatura inicial del yacimiento

$$T_i = 80.64 - 0.11(0.686) = 80.56 \text{ } ^{\circ}\text{F} = 26.97 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

7. Calcular el porcentaje de error con respecto a la temperatura inicial del yacimiento que se observa en la Figura 5.1, que corresponde a **80.60 °F = 26.97 °C**:

$$\frac{80.60 - 80.56}{80.60} * 100 = 0.0496\%$$

Capítulo 6: Estimación de la temperatura estática de un yacimiento naturalmente fracturado.

Los yacimientos naturalmente fracturados son de gran importancia en la industria petrolera y geotérmica, por lo que se han estudiado de una manera amplia en la literatura.

En este capítulo se propone un modelo para estimar la temperatura estática en un yacimiento naturalmente fracturado (YNF). Para desarrollar el modelo se considera un yacimiento idealizado tipo Warren y Root, se toman las ecuaciones de conservación de energía en un medio poroso fracturado para un fluido ligeramente compresible, presentadas por Ascencio (1996); se añaden los efectos causados por el abatimiento de presión (efecto Joule Thomson y expansión adiabática), de manera parecida a como lo presenta Ramírez (2016). Para la solución de presión se aplica la aproximación a tiempos cortos presentada por Cinco Ley y Samaniego (1982), para yacimientos naturalmente fracturados con bloques uniformemente distribuidos.

El modelo se valida con el ejemplo de Kashikar y Arnold (1991) al suponer un yacimiento homogéneo; esta suposición se realiza al igualar a uno los parámetros adimensionales de almacenaje térmico y de fluidos en las fracturas.

6.1 Hipótesis y suposiciones del modelo.

1. El sistema se compone de dos medios homogéneos e isotrópicos.
2. Las propiedades de la roca y los fluidos son constantes.
3. La conducción de calor entre la matriz y las fracturas es despreciable, debido a que la convección es rápida cuando el pozo se encuentra en producción.
4. Se considera equilibrio térmico entre la matriz y las fracturas.
5. El flujo de fluidos ocurre en las fracturas y el flujo de la matriz hacia las fracturas se presenta en condiciones pseudo estacionarias.

6.2 Desarrollo del modelo.

En un medio poroso, el fluido tiene un área efectiva de contacto muy grande con la parte sólida de la roca y el contacto térmico puede considerarse como eficiente, lo que favorece el equilibrio térmico entre la roca y los fluidos que la saturan.

Por lo tanto, para las velocidades con que suele ocurrir el movimiento de un fluido en este medio es razonable considerar para propósitos prácticos, que el fluido y la roca tienen la misma temperatura en cualquier punto en el espacio (Ascencio, 1996).

Al suponer equilibrio térmico entre la matriz y las fracturas se utiliza la ecuación de Ascencio (1996), para representar el flujo de calor durante la producción o inyección de fluidos en un yacimiento naturalmente fracturado.

Al considerar equilibrio térmico entre la matriz y las fracturas, la ecuación que modela el flujo de calor de un fluido ligeramente compresible en un medio fracturado es la Ec.6.1 que se presenta con dos sistemas sólidos, fractura y matriz de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 & (1 - \phi)\rho_m c_{pm} \frac{\partial T_m}{\partial t} + \phi\rho_f c_{pf} \frac{\partial T_f}{\partial t} - (1 - \phi)\lambda_m \nabla^2 T_m + \phi\lambda_f \nabla^2 T_f - \rho_f c_{pf} \phi v \nabla T_f \\
 & + \phi\rho_f c_{pf} \phi_f \frac{\partial p_f}{\partial t} + (1 - \phi)\rho_m c_{pm} \frac{\partial p_m}{\partial t} + \mu_{JT} \left((1 - \phi)\rho_m c_{pm} + \phi\rho_f c_{pf} \right) v \nabla p_f \\
 & = 0, \quad \dots \dots \dots (6.1)
 \end{aligned}$$

donde el subíndice m representa el sistema matriz y el f representa el sistema fractura, que es donde ocurre el flujo de fluidos. El primer y segundo término representan los términos de acumulación de temperatura en la matriz y en la fractura, respectivamente; el tercer y cuarto termino representan la conducción de calor en la matriz y fractura respectivamente, el quinto término representa la transferencia de calor por convección en las fracturas; el sexto y séptimo término representan los efectos de la expansión adiabática y el último término representa el efecto Joule-Thomson, ambos efectos generados por el abatimiento de presión en el pozo.

En la Ec.6.1 se desprecian el tercer y cuarto término que representan la transferencia de calor por conducción y así la Ec.6.1 se expresa en términos de variables adimensionales en la forma siguiente:

donde los parámetros adimensionales se definen a continuación:

Relación de las energías almacenadas en el fluido y la total en el medio poroso fracturado, θ , definida por Ascencio (et al.,2014) como:

$$\theta = \frac{\phi_m \rho_f c_{pf}}{(\phi_f + \phi_m) \rho_f c_f + \rho_m c_m (1 - \phi_f - \phi_m)}, \dots \dots \dots (6.2)$$

Relación del volumen de fluido almacenado y el volumen de fluido total almacenado en el medio poroso fracturado, ω , definida por Cinco Ley y Samaniego (1982) como:

$$\omega = \frac{\phi_f c_{tf}}{\phi_f c_{tf} + \phi_m c_{tm}}, \dots \dots \dots (6.3)$$

temperatura adimensional, T_D

$$T_D = \frac{T_{fi} - T_f}{T_k - T_i}, \dots \dots \dots (6.4)$$

donde T_{fi} la temperatura inicial de las fracturas, T_k representa la temperatura de circulación del fluido de perforación, o la temperatura antes de iniciar la prueba de decremento de presión.

Tiempo adimensional t_D :

$$t_D = \frac{A_{HTb} (\lambda_t / l)}{(1 - \phi_f) \rho_m c_{pm}} t, \dots \dots \dots (6.5)$$

donde A_{HTb} es el área efectiva de transferencia de calor por unidad del volumen total de la formación, m^{-1} , λ_t es la conductividad térmica total del sistema roca-fluido y l es la magnitud del bloque de la matriz de la roca, m .

Radio adimensional r_D :

$$r_D = \frac{r}{r_w}; \dots \dots \dots (6.6)$$

Número de Peclet P_e , que relaciona la transferencia de calor por convección y la transferencia de calor por conducción y se define como:

$$P_e = \frac{\rho_f c_{pf} q}{4\pi h \lambda_t}; \dots \dots \dots (6.7)$$

donde c_t corresponde a la compresibilidad total del sistema roca-fluido.

La Ec.6.1 en su forma adimensional se expresa por medio de la Ec.6.8 de la manera siguiente:

$$\theta \frac{\partial T_D}{\partial t_D} + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = f(r_D, t_D); \dots \dots \dots (6.8)$$

donde:

$$f(r_D, t_D) = \varphi_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D} + \mu_{JTD} \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}. \dots \dots \dots (6.9)$$

La condición inicial es la misma que en el capítulo 3 la cual describe la distribución de la temperatura durante la circulación del fluido de perforación y se expresa por medio de la Ec.6.10 de la manera siguiente:

$$T_D = \frac{Ei\left(-\frac{r_D^2}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)} \dots\dots\dots (6.10)$$

La Ec.6.8 se resuelve por medio del método de las características, obteniéndose la solución expresada por la Ec.6.11: (la derivación detallada se presenta en el **Apéndice D**)

$$T_D = \frac{Ei\left(-\left(\frac{\left(\frac{r_D^2 + 2P_e t_D}{\theta}\right)}{4t_{kD}}\right)\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)} + [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_D}{\partial \tau} d\tau + \mu_{JTD} \left[\ln\left(\frac{t_D}{\omega} + 0.80907\right) \right] \dots\dots\dots (6.11)$$

Al considerar $r_D = 1$ en la Ec.6.11, queda de la forma siguiente:

$$T_D = \frac{Ei\left(-\left(\frac{\left(\frac{1 + 2P_e t_D}{\theta}\right)}{4t_{kD}}\right)\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)} + [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_D}{\partial \tau} d\tau + \mu_{JTD} \left[\ln\left(\frac{t_D}{\omega} + 0.80907\right) \right] \dots\dots\dots (6.12)$$

6.3 Validación del modelo

Para validar el modelo se utiliza el caso de campo de Kashikar y Arnold (1991), pero antes se deben considerar dos suposiciones importantes.

1. Para este caso se desprecian los efectos de la expansión adiabática, debido a que los tiempos de prueba son demasiado largos para cumplir con la condición presentada por la Ec.3.12.

2. Debido a que el yacimiento de este caso real no es fracturado, se consideran los parámetros $\omega = 1$ y $\theta = 1$.

Caso de campo: Acuífero probado a una profundidad de 5666 *ft.* Kashikar y Arnold (1991).

La Tabla 3.1 muestra los datos de entrada y las propiedades de la roca y el fluido; también se observa que el periodo de circulación es de 4 *h*, ya que el pozo se probó inmediatamente después de la perforación y la temperatura correspondiente es de 51.5 °C.

De acuerdo con Kashikar y Arnold (1991), Voigt y Warner estimaron una temperatura inicial de la formación aproximada de 59 °C.

Kashikar y Arnold (1991) realizaron una gráfica tridimensional de la temperatura estimada para varias combinaciones de tiempos de producción. Los tiempos de producción se grafican en los ejes *x* y *y* y la temperatura en el eje *z*. De la figura 3.1 se observa que las estimaciones calculadas para tiempos de producción mayores de 1.6 *h* convergen a una temperatura de 61°C.

6.3.1 Metodología 1. Se utiliza la última temperatura registrada del fluido de circulación.

Esta metodología se utiliza cuando se tiene como dato de entrada la temperatura de circulación.

1. Determinar la profundidad de la formación de interés.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su temperatura T_k correspondiente.
3. Transformar el tiempo de circulación t_k a un tiempo adimensional t_{kD}
4. Dejar fluir el pozo a gasto constante y tomar las temperaturas medidas a los distintos tiempos de producción correspondientes.
5. Expresar el tiempo en forma adimensional t_D y calcular el número de Peclet P_e con la Ec.6.7.

6. Calcular el coeficiente de Joule-Thomson μ_{JT} , el cuál es la pendiente de la gráfica de p_{ws} vs T_{ws} (**Figura 3.2**)
7. Calcular la temperatura adimensional T_D con la Ec. 6.12
8. Calcular la T_i con la Ec. 6.13

$$T_i = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D}, \dots \dots \dots (6.13)$$

6.3.2 Resultados y Discusión.

La **Tabla 6.1** muestra los resultados obtenidos con las Ecs.3.14 y 3.15, así como los resultados obtenidos con las Ecs.6.12 y 6.13.

En la tercera columna se observan las temperaturas medidas a los diferentes tiempos de producción, los cuales se aprecian en la primera columna; en la segunda columna se presentan los tiempos adimensionales de producción, los resultados obtenidos por las Ecs.3.14 y 3.15 (cuarta columna) y en la última columna se muestran los resultados obtenidos por las Ecs.6.12 y 6.13.

Tabla 6.1: Resultados obtenidos por las Ecs. 6.12 y 6.13 comparados con los resultados obtenidos por las Ecs.3.14 y 3.15

Tiempo de prueba	Tiempo de prueba adimensional	Temperatura medida	Temperatura adimensional	Temperatura estática del yacimiento obtenida por las ecs 3.14 y 3.15	Temperatura estática del yacimiento obtenida por las ecs. 6.12 y 6.13
t, h	t_D	$T_{ws}, ^\circ C$	T_D	$T_i, ^\circ C$	$T_i, ^\circ C$
0.117	0.031	52.68	1.379	90	48.4
0.276	0.074	53.92	1.217	91.3	40.4
0.427	0.115	54.68	1.096	79.3	18.7
0.632	0.170	55.40	0.987	73.4	361.1
1.023	0.276	56.04	0.827	67.3	77.7
1.5	0.405	56.60	0.694	64.6	68.2
1.62	0.437	56.76	0.666	64.3	67.2
2.046	0.552	57.16	0.566	62.7	64.2
2.4	0.648	57.48	0.492	62.1	63.2
2.88	0.777	57.80	0.407	61.4	62.1
3.13	0.845	57.96	0.373	61.1	61.8

La **Tabla 6.2** muestra los porcentajes de error de los resultados obtenidos mediante las Ecs.6.12 y 6.13, comparados con las temperaturas de 59 °C y 61°C, así como los porcentajes de error de los resultados obtenidos por las Ecs.3.14 y 3.15, comparados con la temperatura de 61°C.

En la primera columna se aprecian los resultados obtenidos por las Ecs.6.12 y 6.13 y en la segunda mediante las Ecs.3.14 y 3.15; en la tercera columna se observan los porcentajes de error de los resultados obtenidos por las Ecs.6.12 y 6.13 comparados con la temperatura de 59°C, en la cuarta columna se tienen los porcentajes de error se comparan con la temperatura de 61°C y en la quinta última columna, se listan los porcentajes de error de los resultados obtenidos mediante las Ecs.3.14 y 3.15 comparados con la temperatura de 61°C.

Se observa que la mejor aproximación utilizando las Ecs.6.12 y 6.13 es de 61.8 °C, la cual tiene un porcentaje de error de 4.74 % si se compara con 59 °C y de 1.31 % si se compara con 61°C.

Las Ecs.6.12 y 6.13 proporcionan buenos resultados cuando se utilizan temperaturas medidas a tiempos de producción mayores 1.5 *h* debido a dos factores; uno es que se evita la influencia del almacenamiento térmico y el otro es que cuando se considera ω y θ igual a 1, la solución se convierte automáticamente en la aproximación a tiempos largos propuesta por Cinco Ley y Samaniego (1982) y cuando los cálculos se realizan a tiempos de producción cortos, los resultados de esta aproximación no da resultados adecuados debido a la naturaleza de la solución.

Se puede decir que en este caso de campo que considera un yacimiento homogéneo, las Ecs.6.12 y 6.13 dan resultados confiables y satisfactorios.

Tabla 6.2: Porcentajes de error obtenidos por la metodología 1				
Temperatura estática del yacimiento obtenida por las ecs. 6.12 y 6.13	Temperatura estática del yacimiento obtenida por las ecs. 3.14 y 3.15	Porcentajes de error de los resultados obtenidos por las ecs. 6.12 y 6.13 comparados con 59 °C	Porcentajes de error de los resultados obtenidos por las ecs. 6.12 y 6.13 comparados con la temperatura de 61°C	Porcentajes de error de los resultados obtenidos por las ecs. 3.14 y 3.15 comparados con la temperatura de 61°C
$T_i, ^\circ\text{C}$	$T_i, ^\circ\text{C}$	% error	% error	% error
48.39	90	17.98	20.67	47.54
40.37	91.3	31.57	33.81	49.67
18.65	79.3	68.38	69.42	30
361	73.4	511	491	20.32
77.7	67.3	31.69	27.37	10.32
68.2	64.6	15.59	11.80	5.90
67.2	64.3	13.89	10.16	5.40
64.2	62.7	8.81	5.24	2.78
63.2	62.1	7.11	3.60	1.80
62.1	61.4	5.25	1.80	0.65
61.8	61.1	4.74	1.31	0.16

6.3.3 Metodología 2. Cuando se desconoce la temperatura del pozo antes de que inicie la prueba de decremento de presión

Esta metodología se utiliza cuando no se tiene disponible la temperatura de circulación del fluido de perforación, así que se utilizan dos temperaturas que corresponden a dos tiempos de producción.

1. Encontrar la profundidad de la formación de interés.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k .
3. Transformar el tiempo de circulación t_k a un tiempo adimensional t_{kD} .
4. Fluir el pozo a gasto constante y tomar dos temperaturas T_1 y T_2 que correspondan a dos tiempos de prueba t_1 y t_2 , respectivamente; se sugiere tomar estas temperaturas a tiempos de prueba suficientemente largos para evitar el almacenamiento térmico en el pozo, el cual en este caso se termina después de las 0.632 h como se observa en la Figura 3.3.
5. Transformar los tiempos de prueba a su forma adimensional t_{D1} y t_{D2} , calcular el número de Peclet P_e con la Ec. 6.5 y la pendiente de la gráfica presentada en la figura 3.2.
6. Calcular la temperatura adimensional T_D utilizando la Ec. 6.14,

$$T_D = \frac{Ei\left(-\frac{(1 + 2At_{D1}/\theta)}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{(1 + 2At_{D2}/\theta)}{4t_{kD}}\right)} + \mu_{JTD} \left[\ln\left(\frac{t_{D1}}{\omega} + 0.80907\right) \right]. \dots\dots\dots (6.14)$$

7. Calcular la temperatura estática de la formación con la Ec. 6.15

$$T_i = \frac{T_1 - T_D(T_2)}{1 - T_D}, \dots\dots\dots (6.15)$$

6.3.4 Resultados y Discusión

La **Tabla 6.3** muestra los resultados obtenidos empleando las Ecs.6.14 y 6.15, así como los resultados obtenidos por medio de las Ecs.3.16 y 3.17.

En la última columna se observan las temperaturas medidas a los diferentes tiempos adimensionales de prueba, que se observan en las columnas anteriores, de los cuales se utilizan dos tiempos diferentes para realizar el cálculo de la temperatura del yacimiento. Los resultados que se marcan con rojo se obtuvieron con las Ecs. 6.14 6.15, mientras que los resultados que se resaltan en verde con las Ecs. 3.16 y 3.17.

Tiempo de prueba adimensional										Temperatura medida
t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	t_D	$T_{ws}, ^\circ\text{C}$
0.03	0.03	0.03	0.03							52.68
0.07										53.92
	0.11									54.68
										55.40
				0.27	0.27	0.27				56.04
				0.40						56.60
										56.76
		0.55			0.55		0.55	0.55		57.16
							0.64			57.48
									0.77	57.80
			0.84			0.84		0.84	0.84	57.96
Temperatura adimensional (Ec. 6.14), T_D										
0.62	0.68	1.22	1.62	1.08	1.30	1.68	1.12	1.27	1.12	
Temperatura inicial del yacimiento (Ec.6.15), T_i										
7.31	48.43	76.64	66.34	63.1	60.8	60.7	59.9	60.83	59.22	
Temperatura adimensional (Ec.3.16), T_D										
1.03	1.09	1.64	2.05	1.07	1.24	1.55	0.97 5	1.15	0.911	
Temperatura inicial del yacimiento (Ec.3.17), T_i										
99.4	77.1	64.1	63	65	61.9	61.4	64.6	63.3	59.6	

La **Tabla 6.4** muestra los porcentajes de error de los resultados obtenidos con las Ecs. 6.14 y 6.15 comparados con las temperaturas de 59°C obtenida por Voigt y Wagner y de 61°C, que es la mejor aproximación de acuerdo a Kashikar y Arnold (1991); también se aprecian los porcentajes de error de los resultados obtenidos por las Ecs.3.16 y 3.17 comparados con la temperatura de 61°C.

Se observa que al utilizar las Ecs.6.14 y 6.15 las mejores aproximaciones que se obtuvieron fueron 60.83,60.7,59.9,60.83,59.22 °C, con porcentajes de error de 3.10,2.88,1.52,3.10,0.37 %, comparados con la temperatura de 59°C; y porcentajes de error de 0.27,0.49,1.80,0.27 y 2.91% con respecto a 61°C. También se aprecia que las mejores aproximaciones obtenidas con las Ecs.3.16 y 3.17 son de 61.9,61.4,64.6 63.3 y 59.6 °C, con porcentajes de error de 1.47,0.65,5.90,3.77 y 2.29 %. Con base en los porcentajes de error de la Tabla 6.4, se puede concluir que los resultados obtenidos por las Ecs.6.14 y 6.15 son confiables, con errores relativamente bajos; en algunos casos, estas aproximaciones tienen porcentajes de error menores que si se obtienen utilizando con las Ecs.3.16 y 3.17.

Como se mencionó anteriormente, el caso de campo analizado corresponde a un yacimiento homogéneo, por lo que quedó pendiente por la carencia de un ejemplo-validar la solución con un yacimiento naturalmente fracturado, que tenga los dos sistemas (matriz/fractura).

Tabla 6.4: Porcentajes de error obtenidos por la metodología 2				
Temperatura estática del yacimiento obtenida por las ecs. 6.14 y 6.15	Temperatura estática del yacimiento obtenida por las ecs. 3.16 y 3.17	Porcentajes de error de los resultados obtenidos por la Ec. 6.15 comparados con 59°C	Porcentajes de error de los resultados obtenidos por la Ec. 6.15 comparados con 61°C	Porcentajes de error de los resultados obtenidos por la Ec.3.17 comparados con 61°C
$T_i, ^\circ\text{C}$	$T_i, ^\circ\text{C}$	% error	% error	% error
7.31	99.4	87.61	88	62.95
48.43	77.1	17.91	20.60	26.39
76.64	64.1	29.89	25.63	5.08
66.34	63	12.44	8.75	3.27
63.16	65	7.05	3.54	6.55
60.8	61.9	3.05	0.32	1.47
60.7	61.4	2.88	0.49	0.65
59.9	64.6	1.52	1.80	5.90
60.83	63.3	3.10	0.27	3.77
59.22	59.6	0.37	2.91	2.29

Conclusiones.

El propósito de esta tesis ha sido el de presentar métodos para estimar la temperatura estática de los yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados, por medio de la interpretación de las mediciones para la temperatura de fondo en pozos fluyentes, o cerrados.

Con base en los resultados obtenidos, se pueden listar las conclusiones siguientes:

1. Se realizó una modificación al método de Kashikar y Arnold (1991) al tomar en cuenta la ecuación completa de flujo de calor en medios porosos durante la producción de un pozo, que incluye el transporte de calor por convección y los efectos causados por el abatimiento de presión, como el efecto Joule-Thomson y la expansión adiabática, en coordenadas radiales; la conducción se desprecia debido a que la transferencia de calor por este mecanismo es mínima comparada con la de convección.
2. La Ec.3.6 se resuelve por el método de las características y se toma la solución línea fuente para representar los cambios de temperatura causados por el abatimiento de presión en el pozo.
3. Se presentaron dos metodologías para aplicar en dos casos posibles, una donde se conoce la temperatura del fluido de circulación inmediatamente después del término de la perforación y otra donde este valor no se conoce, requiriéndose utilizar dos tiempos de producción durante la prueba de decremento de presión.
4. Las metodologías se validaron con un caso de campo presentado por Kashikar y Arnold, estimándose valores considerados confiables con respecto a los obtenidos por estos autores para las temperaturas de 59°C y de 61 °C, las cuales se toman como las mejores aproximaciones realizadas por los autores.
5. Se discutieron los resultados obtenidos y se concluye que, de acuerdo con la validación realizada, los resultados obtenidos por la primera metodología tienen mayor precisión que aquellos calculados por Kashikar y Arnold (1991) y los resultados obtenidos por la segunda metodología son confiables con porcentajes

de error muy bajos y en algunos casos mejoran los resultados obtenidos por Kashikar y Arnold (1991).

6. Se realizó una modificación al método convencional tipo Horner para estimar la temperatura estática del yacimiento, al implementar un factor de corrección que es la multiplicación de la pendiente obtenida de una gráfica de presión contra temperatura por la solución adimensional de Hasan y Kabir (1991), a esta solución se le aplica el principio de superposición en el tiempo hasta el último tiempo de cierre de la prueba de incremento de presión.
7. El método modificado se validó con dos ejemplos sintéticos presentados por Palabiyik (et al.,2016) y por Onur y Cinar (2017), calculándose porcentajes de error menores en relación con los que se obtuvieron por el método convencional tipo Horner, disminuyendo adicionalmente si se comparan con las temperaturas presentadas por los autores.
8. Se realizó un análisis de sensibilidad para el caso en el que se reducen los tiempos de cierre de la prueba, en el cual se calcularon resultados con porcentajes de error que tienden a cero; por lo tanto, se concluye con base en los ejemplos analizados, que no es necesario emplear tiempos de cierre muy largos para obtener resultados confiables.
9. Se desarrolló un modelo para estimar la temperatura estática de los yacimientos mediante pruebas de incremento de presión, precedidas durante el periodo de flujo por gasto variable.
10. El modelo para estimar la temperatura estática de los yacimientos mediante pruebas de incremento de presión, precedidas durante el periodo de flujo por gasto variable se validó con un caso sintético presentado por Zhang (2015), obteniéndose un error de 0.0496% con respecto al que se observa en la Figura 5.1
11. Con base en los modelos de Ascencio y Ramírez L.M., se desarrolló un modelo para estimar la temperatura estática en yacimientos naturalmente fracturados, con bloques de matriz con dimensiones iguales y fracturas uniformemente distribuidas tipo Warren y Root.
12. El modelo para YNF se resolvió con el método de las características y se implementa la solución aproximada de presión para tiempos cortos presentada por

Cinco Ley y Samaniego (1982), para representar los efectos de Joule-Thomson y de la expansión adiabática causados por el abatimiento de presión.

13. La solución para el YNF se simplificó para validarla con el caso de campo presentado por Kashikar y Arnold (1991), para un yacimiento homogéneo al considerar los parámetros ω y θ igual a uno.
14. Se validaron dos metodologías; una en la que se conoce la temperatura del fluido de circulación al terminar la perforación y la otra donde no se conoce este valor requiriéndose utilizar dos tiempos de producción para realizar el cálculo. Cuando se aplica la primera metodología los resultados obtenidos tienen porcentajes de error muy bajos en comparación con los obtenidos por el método de Kashikar y Arnold modificado, siempre y cuando los tiempos de producción sean mayores de 1.023 h; cuando los resultados se comparan con la temperatura de 61°C los porcentajes de error suben, pero todavía se consideran resultados muy confiables. En el caso de aplicar la segunda metodología, los resultados que se obtienen presentan porcentajes de error bajos, considerándose como muy confiables.

Nomenclatura

A: parámetro definido por la Ec. 5.6

B: factor de volumen, $\frac{V_{cs}}{V_{cy}}$

c: compresibilidad, psi^{-1}

c_p: capacidad calorífica, $\frac{\text{Btu}}{\text{lbm} - ^\circ\text{F}}, \frac{\text{kJ}}{\text{kg} - ^\circ\text{C}}$

Ei: integral exponencial

H: entalpía, $\frac{\text{kcal}}{\text{g}}, \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$

h: espesor, *ft*, *m*

k: permeabilidad, *md*

m: pendiente, $\frac{^\circ\text{F}}{\text{ciclo}}, \frac{^\circ\text{C}}{\text{ciclo}}$ definido por la Ec. 4.10

P_e: número de Peclet, definido por la Ec. 2.32

p: presión, *psi*, $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Q: gasto acumulado, $\frac{\text{bbl}}{\text{día}}$ definido por la Ec. 5.2

q: gasto másico, $\frac{\text{bbl}}{\text{día}}$

*q**: gasto másico modificado, $\frac{\text{bbl}}{\text{día}}$ definido por la Ec. 5.10

r: radio, *m*

s: saturación de la fase, fracción

T: temperatura, $^\circ\text{F}$, $^\circ\text{C}$

t: tiempo, *h*

U: energía específica, $\frac{\text{J}}{\text{kg}}, \frac{\text{J}}{\text{mol}}$

v: velocidad de la fase móvi

Subíndices:

D: adimensional

f: fluido y fractura

i: inicial

k: circulación

m: matriz

o: aceite

p: producción

s: sólido

t: total

w: pozo, agua

Letras griegas:

α : difusividad térmica, $\frac{ft^2}{h}$, $\frac{m^2}{h}$

β : coeficiente de expansión térmica de la fase móvil

Δ : incremento

θ : parámetro adimensional definido por la Ec. 6.6

λ : conductividad térmica, $\frac{Btu}{h - ft - ^\circ F}$, $\frac{kJ}{h - m - ^\circ C}$

μ : viscosidad, cp

μ_{JT} : coeficiente Joule – Thomson, $\frac{^\circ F}{psi}$, $\frac{^\circ C}{kg - cm^2}$

π : número pi

ρ : densidad, $\frac{lbm}{ft^3}$, $\frac{kg}{m^3}$

φ : coeficiente de expansión, $\frac{^\circ F}{psi}$, $\frac{^\circ C}{kg - cm^2}$

ω : parámetro adimensional definido por la Ec. 6.7

REFERENCIAS:

1. Al Saedi, A., Flori, R., Kabir, C.S., 2019. Estimating the initial -formation temperature and flowing -temperature gradient with transient-temperature analysis: applications in gas reservoirs. *J. Nat. Gas Sci. Eng.* **66**, 126-137. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2019.03.008>.
2. App, J.F. 2010. Nonisothermal and Productivity Behavior of High-Pressure Reservoirs. *SPE Journal* **15**(1): 50-63. SPE-114705-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/114705-PA>
3. Ascencio F, García A, Rivera J and Arellano V. 1994. Estimation of undisturbed formation temperatures under spherical-radial heat flow conditions *Geothermics* **23** 317–26 [https://doi.org/10.1016/0375-6505\(94\)90027-2](https://doi.org/10.1016/0375-6505(94)90027-2)
4. Ascencio, C.F., Rivera, J., 1994. Heat transfer processes during low or high enthalpy fluid injection into naturally fractured reservoir. In: Proceedings 19th Annual Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, CA, USA, pp. 81–87.
5. Ascencio Cendejas, F. 1996. Procesos de transferencia de calor en medios naturalmente fracturados. Tesis Doctoral, División de estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Ciudad de México, México.
6. Barenblatt, G.I., Entov, V.M., y Ryshik, V.M. 1990. *Theory of Fluid Flows through Natural Rocks*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
7. Bear, J. 1972 *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Dover.
8. Bejan, A. 2013 *Convection Heat Transfer*, Wiley, fourth ed.
9. Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.N., 1960. *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, New York, USA.
10. Bourdet, D., Ayoub, J.A., and Pirard, Y.M. 1989. Use of Pressure Derivative in Well Test Interpretation. *SPE Form Eval* **4** (2): 293-302; Trans., AIME, 287. SPE-12777-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/12777-PA>
11. Bundschuh J and Suárez-Arriaga M C. *Introduction to the Numerical Modeling of Groundwater and Geothermal Systems – Fundamentals of mass, energy and solute transport in poroelastic rocks*. (London UK, Leiden, The Netherlands; 1st Edition, Multiphysics Modeling Series **2**, CRC Press/Balkema – Taylor & Francis Group), (2010).

12. Cinco-Ley, H. and Samaniego, F. 1982. Pressure Transient Analysis for Naturally Fractured Reservoirs. Paper SPE 11026 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana, 26–29 September. <https://doi.org/10.2118/11026-MS>
13. Dake, L.P. 1978. *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam: Elsevier.
14. Dawkrajai, P, Analis, A.R., Yoshioka,K., Zhu,D., Hill A.D., and Lake,L.W. 2004. A comprehensive statistically-based method to interpret real-time flowing measurements, DOE Report.
15. Dowdle, W. L. y Cobb, W. M. 1975. Static Formation Temperature from Well Logs - An Empirical Method. *J. Pet. Technol.* **27** (11): 1326-1330. SPE-5036-PA. <https://doi.org/10.2118/5036-PA>
16. Duru,O.O and Horne, R:N. 2010. Modeling Reservoir Temperature Transients and Reservoir Parameter Estimation Constrained to the Model. *SPE Res Eval & Eng* **13** (6): 873-833. SPE-15791-PA. <https://dx.doi.org/10.2118/115791-PA>.
17. Hasan AR, Kabir CS. Heat transfer during two-phase flow in wellbores: part I formation temperature. In: Proceedings of the 66th annual technical conference and exhibition; 1991. p. 469e78. Dallas, TX: SPE 22866. <https://doi.org/10.2118/22866-MS>
18. Hasan, A. R. y Kabir, C. S. 1994. Determination of Static Reservoir Temperature Determination from Trasient Data After Mud Circulation. *SPE Drill & Compl* **19** (3): 211-216. SPE-24085-PA. <https://doi.org/10.2118/24085-PA>.
19. Hasan, R. y Kabir, S. 2018. Fluid Flow and Heat Transfer, second edition. Richardson, Texas, EUA: SPE Textbook Series.
20. Horne, R.N. and Shinohara, K. 1979. Wellbore Heat Loss in Production and Injection Wells. *J. Pet Technol* **31** (1): 116-118. SPE-7153-PA. <https://doi.org/10.2118/7153-PA>
21. Horner, D.R. 1951. Pressure Build-up in Wells. Presentado en Third World Pet. Congr., E.J Brill, Leiden. 11,503.
22. Jones, C. 1988. The Use of Bottomhole Temperature Variation in Production Testing. Presentado en el 88th SPE European Conference, Londres, R.U. SPE- 18381. <https://doi.org/10.2118/18381-MS>
23. Kabir, C. S., Del Signore, A. G., Hasan, A. R. et al. 1997. Establishing Geothermal Gradient Using a New Static-Temperature Analysis Method. Presentado en SPE Annual Technical

Conference and Exhibition, San Antonio Texas, EUA, octubre 5-8. SPE-38667- MS.
<https://doi.org/10.2118/38667-MS>

24. Kashikar, S. V y Arnold, F. C. 1991. Determination of Formation Temperature From Flow Test: A New Solution. Artículo presentado en SPE Production Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, EUA, abril 7-9. SPE-21707-MS. <https://doi.org/10.2118/21707-MS>.
25. Modell, M., y R.C. Reid,. 1974. *Thermodynamics and Its Applications*, Ch.5,7, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., U.S.A.
26. Moore, W.J. 1972. *Physical Chemistry*. Fourth edition. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
27. Odeh, A.S. y Selig, F. 1963. Pressure Buildup Analysis, Variable Rate Case. *JPT* 790-94; *Trans.*, AIME, 288. <https://doi.org/10.2118/546-PA>.
28. Onur, M. y Cinar, M. 2016. Temperature Transient Analysis of Slightly Compressible, Single Phase Reservoirs. Artículo presentado en SPE European featured at 78th EAGE Conference and Exhibition, Vienna, Austria, mayo 30 a junio 2. SPE-180074-MS. <https://doi.org/10.2118/180074-MS>.
29. Onur, M. y Cinar M. 2017^a. Analysis of Sandface-Temperature-Transient Data for Slightly Compressible, Single-Phase Reservoirs. *SPE J.* **22** (4): 1134-1155. SPE-180074-PA. <https://doi.org/10.2118/180074-PA>.
30. Ramazanov, A.Sh. y Nagimov, V.M. 2007. Analytical model for the calculation of temperature distribution in the oil reservoir during unsteady flow inflow. *Oil and Gas Business* 1/2007 (17.05.07): 532.546-3:536.42.
31. Palabiyik, Y., Onur, M., Tureyen, O.I. et al. 2016 Transient Temperature Behavior and Analysis of Single-Phase Liquid-Water Geothermal Reservoirs During Drawdown and Buildup Tests: Part I. Theory, New Analytical and Approximate Solutions. *J. Pet. Sci. Eng.* 146 (October): 637-656. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.08.003>.
32. Ramazanov, A.Sh. y Parshin, A.V.2006. Temperature distribution in oil and water saturated reservoir with account of oil degassing. *Oil and Gas Business* 1/2006 (10.04.06): 532.546-3:536.42.
33. Ramey, H. J., Jr. 1962. Wellbore Heat Transmision. *J Pet Technol* **14** (04): 427-435. SPE-96-PA. <https://doi.org/10.2118/96-PA>

34. Ramírez López, E.M. 2016. Temperature Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs. Tesis Doctoral. Department of Energy Resources Engineering of Stanford University. 450 Serra Mall, Stanford, CA 94305, EE.UU.
35. Roux, B., Sanyal, S. K. y Brown, S. L 1980. An Improved Approach to Estimating True Reservoir Temperature from Transient Temperature Data. Artículo presentado en SPE California Regional Meeting, Los Angeles, California, EUA, abril 9-11. SPE-8888-MS. <https://doi.org/10.2118/8888-MS>.
36. Shen, P. Y. y Beck, A. E. 1986. Stabilization of Bottom Hole Temperature With Finite Circulation Time and Fluid Flow. *Geophys J Roy Astr S* **86** (1): 63-90. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1986.tb01073.x>.
37. Warren, J.E. y Root, P.J. 1963. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. *SPE. J.* **3** (03): 245-255. SPE-426-PA. <https://doi.org/10.2118/426-PA>.
38. van Everdingen, A. F. y Hurst, W. 1949. The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. *J Pet Technol* **1** (12): 305-324. SPE-949305-G. <https://doi.org/10.2118/949305-G>.
39. Yoshioka, K. 2007. Detection of water or gas entry into horizontal Wells by using permanent downhole monitoring systems. Tesis Doctoral. Texas A and M University, Department of Petroleum Engineering.
40. Zhang, Y. 2015. Interpretation of Transient Temperature Data from Permanent Down-Hole Gauges. Tesis Doctoral, School of Energy, Geoscience, Infrastructure and Society of Heriot-Watt University, Edinburgh, Scotland.

Apéndices.

Apéndice A

Método de Kashikar y Arnold Mejorado. Derivación.

El modelo adimensional que representa la producción del pozo y en el cual el mecanismo de transporte de calor es la convección, despreciando la conducción e incluyendo los efectos de la expansión adiabática y el efecto Joule-Thomson (J-T), se expresa por medio de la Ec.A.1:

$$\frac{\partial T_D}{\partial t_D} + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = f(r_D, t_D), \dots \dots \dots (A.1)$$

donde:

$$f(r_D, t_D) = \varphi_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D} + \mu_{JTD} \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}, \dots \dots \dots (A.2)$$

y

φ_D es el coeficiente adimensional de expansión adiabática, μ_{JTD} es el coeficiente adimensional de Joule-Thompson y P_e es el número de Peclet, que representa la relación de la transferencia de calor por convección y la transferencia de calor por conducción.

con la condición inicial siguiente:

$$T_D(r_D, 0) = \frac{Ei\left(-\frac{r_D^2}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)}, \dots \dots \dots (A.3)$$

la Ec.A.3 es la solución línea fuente que representa la distribución de la temperatura durante el periodo de circulación del fluido de perforación.

La Ec.A.1 es una ecuación cuasi lineal y se resuelve mediante el método de las características, el objetivo del método es encontrar una transformación de la ecuación diferencial parcial, tal que sobre las líneas formadas en el plano de las variables independientes (r_D, t_D) , las ecuaciones contengan solamente derivadas ordinarias y de ese modo se puedan integrar de manera sencilla.

En la Ec.A.1 el número de Peclet P_e y la función $f(r_D, t_D)$ son función de r_D, t_D y T_D pero no son función de $\frac{\partial T_D}{\partial r_D}$ y de $\frac{\partial T_D}{\partial t_D}$, esta condición la hace una ecuación cuasi lineal. La derivada total de T_D , se expresa por la Ec.A.4 de la manera siguiente:

$$dT_D = \frac{\partial T_D}{\partial r_D} dr_D + \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D; \dots\dots\dots (A. 4)$$

de la Ec.A.1 se despeja $\frac{\partial T_D}{\partial r_D}$ y se obtiene:

$$\frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{f(r_D, t_D) - \frac{\partial T_D}{\partial t_D}}{\frac{P_e}{r_D}}; \dots\dots\dots (A. 5)$$

la Ec.A.5 se sustituye en A.4:

$$dT_D = \frac{f(r_D, t_D) - \frac{\partial T_D}{\partial t_D}}{\frac{P_e}{r_D}} dr_D + \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D; \dots\dots\dots (A. 6)$$

se multiplica por $\frac{P_e}{r_D}$ y se despeja:

$$-\frac{P_e}{r_D} dT_D + \left\{ f(r_D, t_D) - \frac{\partial T_D}{\partial t_D} \right\} dr_D + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D = 0; \dots\dots\dots (A. 7)$$

desarrollando el segundo término:

$$-\frac{P_e}{r_D} dT_D + f(r_D, t_D) dr_D - \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dr_D + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D = 0; \dots\dots\dots (A. 8)$$

agrupando términos:

$$\left[f(r_D, t_D) dr_D - \frac{P_e}{r_D} dT_D \right] + \left[\frac{P_e}{r_D} dt_D - dr_D \right] \frac{\partial T_D}{\partial t_D}; \dots\dots\dots (A. 9)$$

La Ec.A.9 es independiente de $\frac{\partial T_D}{\partial r_D}$, para que fuera independiente de $\frac{\partial T_D}{\partial t_D}$, se tiene que:

$$\frac{P_e}{r_D} dt_D - dr_D = 0, \dots\dots\dots (A. 9)$$

esta consideración es necesaria para poder estimar el perfil de temperatura durante la producción del pozo a partir de las curvas características se sustituye en la Ec.A.9

$$f(r_D, t_D) dr_D - \frac{P_e}{r_D} dT_D = 0. \dots\dots\dots (A. 10)$$

La Ec.A.9 expresa las curvas características. La Ec.A.10 es una ecuación diferencial para los valores solución de la variable dependiente T_D , donde las curvas generadas por la Ec.A.9 son:

de la Ec.A.9:

$$dt_D = \frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}}, \dots\dots\dots (A. 11)$$

y de la Ec.A.10:

$$\frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}} = \frac{dT_D}{f(r_D, t_D)}, \dots\dots\dots (A.12)$$

por lo tanto, de la Ec.A.11 y de la Ec.A.12 se observa que:

$$\frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}} = dt_D = \frac{dT_D}{f(r_D, t_D)}, \dots\dots\dots (A.13)$$

la Ec.13 se despeja e integra con respecto a un parámetro s como sigue:

$$\frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}} = dt_D = \frac{dT_D}{f(r_D, t_D)} = ds. \dots\dots\dots (A.14)$$

$$r_D dr_D = P_e ds, \dots\dots\dots (A.15)$$

$$\int r_D dr_D = P_e \int ds, \dots\dots\dots (A.16)$$

$$\frac{r_D^2}{2} = P_e s + f_1(\tau), \dots\dots\dots (A.17)$$

$$r_D^2 = 2P_e s + 2f_1(\tau). \dots\dots\dots (A.18)$$

$$dt_D = ds, \dots\dots\dots (A.19)$$

$$\int dt_D = \int ds, \dots\dots\dots (A.20)$$

$$t_D = s + f_2(\tau); \dots\dots\dots (A.21)$$

despejando la variable s de la Ec. A.18:

$$t_D - f_2(\tau) = \frac{r_D^2 - 2f_1(\tau)}{2P_e} = s, \dots\dots\dots (A.22)$$

$$2P_e t_D - 2P_e f_2(\tau) = r_D^2 - 2f_1(\tau) = s, \dots\dots\dots (A.23)$$

se despejan las funciones que dependan de la variable τ :

$$r_D^2 - 2P_e t_D = 2P_e f_2(\tau) - 2f_1(\tau), \dots\dots\dots (A.21)$$

se obtiene la inversa del lado derecho de la Ec.A.21, de la forma siguiente:

$$g^{-1}[2P_e f_2(\tau) - 2f_1(\tau)], \dots\dots\dots (A.22)$$

$$r_D^2 - 2P_e t_D = \tau, \dots\dots\dots (A.23)$$

se despeja r_D^2 :

$$r_D^2 = \tau + 2P_e t_D, \dots\dots\dots (A.24)$$

la variable $\tau = r_D^{02}$ y se sustituye en la Ec. A.24

$$r_D^2 = r_D^{02} + 2P_e t_D. \dots\dots\dots (A.25)$$

se procede a integrar el último término de la Ec.A.14:

$$dT_D = f(r_D, t_D) ds, \dots\dots\dots (A.26)$$

$$\int dT_D = \varphi_D \int \frac{\partial p_D}{\partial t_D} dr_D + \mu_{JTD} \int \frac{\partial p_D}{\partial r_D} dr_D, \dots\dots\dots (A.27)$$

$$T_D = [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_D}{\partial \tau} d\tau - \mu_{JTD} p_D(r_D, t_D) + T_D (r_D^0)^2. \dots\dots\dots (A. 28)$$

Ahora se toman las condiciones siguientes para la ecuación de presión:

$$p_D(r_D, 0) = 0, \dots\dots\dots (A. 29)$$

$$\left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=0} = -1, \dots\dots\dots (A. 30)$$

$$p_D(\infty, t_D) = 0, \dots\dots\dots (A. 31)$$

entonces se obtiene la solución clásica línea fuente para yacimiento infinito que produce a gasto constante.

Y al considerar que T_D es función de r_D^0 , la Ec.A.18 queda de la forma siguiente:

$$T_D = \frac{Ei \left(\frac{-(r_D^2 + 2P_e t_D)}{4t_{kD}} \right)}{Ei \left(\frac{-1}{4t_{kD}} \right)} + [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_D}{\partial \tau} d\tau - \mu_{JTD} \left[-\frac{1}{2} Ei \left(\frac{-r_D^2}{4t_D} \right) \right], \dots\dots\dots (A. 32)$$

se considera $r_D = 1$ en la Ec.A.22:

$$T_D = \frac{Ei \left(\frac{-(1 + 2P_e t_D)}{4t_{kD}} \right)}{Ei \left(\frac{-1}{4t_{kD}} \right)} + [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_D}{\partial \tau} d\tau - \mu_{JTD} \left[-\frac{1}{2} Ei \left(-\frac{1}{4t_D} \right) \right]. \dots\dots\dots (A. 33)$$

Debido a que la expansión adiabática se presenta a tiempos muy cortos durante la producción del pozo, en la mayoría de los casos se desprecia el segundo término del lado derecho de la ecuación (A.20), por lo tanto, para aspectos prácticos, la solución se expresa de la forma siguiente:

$$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-(1 + 2P_e t_D)}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)} - \mu_{JTD} \left[-\frac{1}{2} Ei\left(-\frac{1}{4t_D}\right) \right], \dots\dots\dots (A.34)$$

finalmente, para estimar la temperatura estática del yacimiento se utiliza la ecuación dada por Kashikar y Arnold (1991).

$$T_i = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D}. \dots\dots\dots (A.35)$$

Apéndice B

Método de Horner Mejorado. Derivación

La ecuación que gobierna el flujo de calor cuando el pozo se encuentra cerrado durante una prueba de incremento de presión, es la ecuación de conducción de calor convencional en donde se aplica el principio de superposición en el tiempo, se considera gasto constante y se desprecia la convección; Esta última suposición es válida ya que el pozo no está fluyendo. Esta ecuación se expresa por B.1:

$$\frac{\partial^2 T_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (B.1)$$

con las condiciones siguientes:

$$T_D(r_D, 0) = 0, \quad \dots \dots \dots (B.2)$$

$$\left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1, \quad \dots \dots \dots (B.3)$$

$$T_D(\infty, t_D) = 0. \quad \dots \dots \dots (B.4)$$

Las soluciones de esta ecuación están dadas por van Everdingen y Hurst (1949) para el caso de presión. Hasan y Kabir (1991) realizaron un ajuste para el caso de la solución para la temperatura.

Las soluciones presentadas por Hasan y Kabir (1991) se expresan por las ecuaciones siguientes:

$$T_D = (0.4063 + 0.5 \ln t_D) \left(1 + \frac{0.6}{t_D} \right), \quad \forall t_D > 1.5, \quad \dots \dots \dots (B.5)$$

y

$$T_D = 1.1281 \sqrt{t_D} (1 - 0.3 \sqrt{t_D}). \quad \forall t_D \leq 1.5. \quad \dots \dots \dots (B.6)$$

Se aplica el principio de superposición en el tiempo a las ecuaciones B.5 y B.6 en la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D) &= (0.4063 + 0.5 \ln(t_D + \Delta t_D)) \left(1 + \frac{0.6}{t_D + \Delta t_D}\right) \\
 &- (0.4063 + 0.5 \ln \Delta t_D) \left(1 + \frac{0.6}{\Delta t_D}\right), \dots \dots \dots (B.7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D) &= 1.1281 \sqrt{(t_D + \Delta t_D)} (1 - 0.3 \sqrt{t_D + \Delta t_D}) - 1.1281 \sqrt{\Delta t_D} (-0.3 \sqrt{\Delta t_D}) \dots (B.8)
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones B.7 y B.8, se utilizan para obtener el factor de corrección y calcular una temperatura inicial T_i con mayor precisión.

Se supone un medio homogéneo, isotrópico, con flujo dominado por la ley de Darcy a gasto constante en coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \dots \dots \dots (B.9)$$

se consideran las condiciones siguientes:

$$p(r, 0) = p_i, \dots \dots \dots (B.10)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{q \mu}{2 \pi k h}, \dots \dots \dots (B.11)$$

$$p(\infty, t) = p_i, \dots \dots \dots (B.12)$$

la Ec.B.9 la resolvió Dake (1978), mediante la transformada de Boltzmann:

$$p = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} Ei \left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt} \right); \dots\dots\dots (B.13)$$

al utilizar unidades de campo y aplicando el principio de superposición, la ecuación queda como la desarrolló Horner (1951):

$$p = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right). \dots\dots\dots (B.14)$$

Diversos autores tales como Kabir y cols. (1997) y Jones (1988), discutieron que la temperatura del fluido durante pruebas de incremento de presión en pozos de aceite o de gas a alta presión se comporta de manera inversamente proporcional a la presión, debido al coeficiente de Joule-Thomson μ_{JT} ; Kabir y cols. (1997) se refieren a este cambio como “mirror image”.

Por lo tanto, la solución para el caso de la temperatura durante una prueba de incremento de presión queda en la forma siguiente:

$$T = T_i - \mu_{JT} \frac{162.6qB\mu}{kh} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right), \dots\dots\dots (B.15)$$

donde:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H ; \dots\dots\dots (B.16)$$

Y

$$m = \mu_{JT} \frac{162.6qB\mu}{kh}. \dots\dots\dots (B.17)$$

La pendiente m que es la Ec.B.17, se obtiene de una gráfica de Horner, la cual también permite calcular al extrapolar la porción recta semilogarítmica a un tiempo de

cierre infinito la temperatura T_i^* la cual es una temperatura inicial del yacimiento sin considerar el factor de corrección.

Una vez que se obtiene T_i^* se suma a la Ec.B.18, que es el factor de corrección:

$$m[T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D)]; \dots \dots \dots (B. 18)$$

y se obtiene la Ec.B.19:

$$T_i^* + m[T_D(t_D + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D)]. \dots \dots \dots (B. 19)$$

La Ec.B.19 se utiliza para obtener con mayor precisión la temperatura estática del yacimiento T_i , en comparación a una gráfica convencional de Horner; además que se puede obtener una buena aproximación aun teniendo pocos tiempos de cierre en el pozo.

Apéndice C

Determinación de la temperatura estática del yacimiento durante prueba de incremento de presión, precedida por gasto variable. Derivación

Para realizar este análisis se toma el mismo principio presentado por Odeh y Selig (1963) utilizado para pruebas de incremento de presión precedido de gasto variable; el enfoque es similar modificado al caso de temperatura, el cual toma en cuenta el coeficiente de Joule Thompson, determinándose que el comportamiento de la temperatura es proporcional al inverso al de la presión.

La forma general del modelo está expresada por la Ec.C.1.

$$T = T_i - \mu_{JT} \frac{162.6q^* B\mu}{kh} \ln\left(\frac{t_p^* + \Delta t}{\Delta t}\right), \quad \dots \dots \dots (C.1)$$

donde q^* y t_p^* son el gasto y el tiempo de producción modificado respectivamente; empleando estos parámetros se puede usar el método convencional de Horner.

Al considerar que el pozo produce a gasto variable el término fuente se puede representar con la integral siguiente:

$$Q = \int_0^t q(\tau) d\tau, \quad \dots \dots \dots (C.2)$$

de tal forma que la solución para la ecuación de conducción de calor precedida de gasto variable se expresa por la Ec.C.3:

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{q(\tau)}{t - \tau} e^{-\frac{r^2 \phi \mu c_t}{4kt}} d\tau. \quad \dots \dots \dots (C.3)$$

En el caso de un yacimiento infinito con el pozo localizado en $r = 0$, el pozo fluye a un tiempo t luego se cierra a un tiempo Δt , y sin tomar en cuenta los efectos

subsecuentes a la producción, la temperatura al tiempo de cierre se da por medio de la Ec.C.4.

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu}{4\pi kh} \left[\int_0^{t+\Delta t} \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau - \int_t^{t+\Delta t} \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau \right]; \dots\dots\dots (C. 4)$$

la Ec.C.4 puede simplificarse de la forma siguiente:

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau, \dots\dots\dots (C. 5)$$

donde:

$$A = \frac{r_w^2 \phi \mu c_t}{4k}. \dots\dots\dots (C. 6)$$

Considerando el gasto modificado $q^* = cte$, y un tiempo modificado t^* , tal que la integración del lado derecho de la Ec.C.5 se pueda resolver analíticamente. Así que q^* y t^* se tienen que determinar de tal manera que:

$$\int_0^t \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t+\Delta t-\tau}} d\tau \approx q^* \left[-Ei\left(-\frac{A}{t^* + \Delta t}\right) + Ei\left(-\frac{A}{\Delta t}\right) \right], \dots\dots\dots (C. 7)$$

donde la integral exponencial se define:

$$-Ei(-x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du, \dots\dots\dots (C. 8)$$

el gasto de producción modificado q^* y del tiempo modificado t^* se introduce de tal forma que la diferencia dada por la Ec.C.9:

$$\delta = \int_0^t \frac{q(\tau)}{t + \Delta t - \tau} e^{-\frac{A}{t + \Delta t - \tau}} d\tau - q^* \left[Ei\left(-\frac{A}{\Delta t}\right) - Ei\left(-\frac{A}{t^* + \Delta t}\right) \right], \dots \dots \dots (C. 9)$$

tienda a cero para tiempos de cierre grandes del pozo Δt . La Ec. C.9 se escribe como una serie de potencias en Δt^{-1} de la forma siguiente:

$$\delta = a_0 + \frac{a_1}{\Delta t} + \frac{a_2}{\Delta t^2} + \frac{a_3}{\Delta t^3} + \dots \dots \dots (C. 10)$$

Se puede observar inmediatamente que $a_0 = 0$ para cualquier valor de q^* y t^* . Por lo tanto, si se ajustan estos parámetros de modo que δ desaparezca al menos como Δt^{-2} , entonces q^* y t^* serán una solución de las dos ecuaciones:

$$a_1 = 0, a_2 = 0, \dots \dots \dots (C. 11)$$

se usan las expansiones siguientes:

$$\frac{1}{t + \Delta t - \tau} = \frac{1}{\Delta t} \left[1 - \frac{t - \tau}{\Delta t} + \frac{(t - \tau)^2}{\Delta t^2} + \dots \right], \dots \dots \dots (C. 12)$$

$$e^{-\frac{A}{t + \Delta t - \tau}} = 1 + \frac{A}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t^2} \left[\frac{A^2}{2} + A(t - \tau) \right] + \dots, \dots \dots (C. 13)$$

$$\left[Ei\left(-\frac{A}{\Delta t}\right) - Ei\left(-\frac{A}{t^* + \Delta t}\right) \right] = \ln\left(1 + \frac{t^*}{\Delta t}\right) - \frac{At^*}{\Delta t^2} + \frac{1}{\Delta t^3} \left(\frac{At^*}{2} + At^{*2} \right) + \dots, \dots \dots (C. 14)$$

y con la Ec.C.14:

$$\ln\left(1 + \frac{t^*}{\Delta t}\right) = \frac{t^*}{\Delta t} - \frac{t^{*2}}{2\Delta t^2} + \frac{t^{*3}}{3\Delta t^3} + \dots, \dots \dots (C. 15)$$

se reordena y se obtiene:

$$a_1 = \int_0^t q(\tau) d\tau - q^* t^*, \quad \dots \dots \dots (C. 16)$$

$$a_2 = - \int_0^t (A + t - \tau) q(\tau) d\tau + q^* \left(\frac{t^*}{2} + At^* \right), \quad \dots \dots \dots (C. 17)$$

$$a_3 = \int_0^t \left[(t - \tau)^2 + 2A(t - \tau) + \frac{A^2}{2} \right] q(\tau) d\tau - q^* \left[\frac{t^*}{3} + At^{*2} + \frac{A^2 t^*}{2} \right], \quad \dots \dots \dots (C. 18)$$

se ajusta $a_1 = 0$ y se obtiene:

$$q^* t^* = \int_0^t q(\tau) d\tau = V; \quad \dots \dots \dots (C. 19)$$

donde V es el volumen del fluido producido del $t = 0$ hasta que se cierre el pozo.

Si se ajusta $a_2 = 0$, se obtiene:

$$AV + tV - \int_0^t q(\tau) \tau d\tau = \frac{V t^*}{2} + AV, \quad \dots \dots \dots (C. 20)$$

la Ec.C.20, también se puede expresar como:

$$t^* = 2 \left[t - \frac{\int_0^t q(\tau) \tau d\tau}{V} \right], \quad \dots \dots \dots (C. 21)$$

si el gasto $q(\tau)$ se gráfica con respecto al tiempo t , la coordenada t del centro de gravedad t_s , se da por:

$$t_s = \frac{\int_0^t q(\tau) \tau d\tau}{\int_0^t q(\tau) d\tau}, \quad \dots \dots \dots (C. 22)$$

y se obtiene la forma final de la solución por medio de la Ec. C.23:

$$t^* = 2(t - t_s), \dots\dots\dots (C.23)$$

donde:

$$q^* = \frac{V}{t^*}, \dots\dots\dots (C.24)$$

El coeficiente a_3 se puede expresar como:

$$a_3 = \frac{q^* t^{*3}}{3} - \int_0^t (t - \tau)^2 q(\tau) d\tau. \dots\dots\dots (C.25)$$

El cual resulta ser muy pequeño para la mayoría de los casos.

Ahora tomando en cuenta las ecuaciones C.10 a C.14, la Ec.C.5 se puede expresar de la forma siguiente:

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{\mu q^*}{4\pi k h} \left[\ln \frac{t^* + \Delta t}{\Delta t} - \frac{A t^*}{\Delta t^2} + \dots \right]. \dots\dots\dots (C.26)$$

Si se usa la expresión completa para A , se puede observar que $\frac{\phi \mu^2 r_w^2 c_t t^*}{16 k^2 h \pi \Delta t^2}$, es despreciable y se obtiene la Ec.C.27:

$$T_i - T = \mu_{JT} \frac{162.6 q^*}{k h} \ln \left(\frac{t^* + \Delta t}{\Delta t} \right). \dots\dots\dots (C.27)$$

Donde t^* y q^* están definidos por las ecuaciones C.21 y C.24 respectivamente.

La Ec.C.27 es válida cuando t y t^* son menores que Δt .

Durante una prueba de producción, el gasto como función del tiempo se representa por la ecuación (C.21) la se vuelve:

$$t^* \approx 2 \left[t - \frac{\delta t}{2V} \sum q_{\frac{t_i+t_{i+1}}{2}} (t_i + t_{i+1}) \right]. \dots\dots\dots (C.28)$$

Donde se asume que la curva $q - t$ se divide en n intervalos de tiempo cada uno de longitud Δt .

Para una prueba **drill-stem**, el gasto como función del tiempo usualmente no se conoce, pero la presión como función del tiempo si se conoce, así que la Ec. C.21 se puede derivar de la forma siguiente:

$$q = \frac{\delta V}{\delta t}, \dots\dots\dots (C.29)$$

$$\int_0^t q(\tau)\tau d\tau \approx \sum_0^{n-1} \frac{V_{t_{i+1}} - V_{t_i}}{t_{i+1} - t_i} \frac{t_{i+1} + t_i}{2} (t_{i+1} - t_i), \dots\dots\dots (C.30)$$

y

$$V = \int_0^t q(\tau)d\tau \approx \sum_0^{n-1} (V_{t_{i+1}} - V_{t_i}), \dots\dots\dots (C.31)$$

se asume que los cambios de compresibilidad y temperatura del fluido durante los periodos de flujo son despreciables; para cualquier tiempo t durante los periodos de flujo se puede escribir como:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2g} = Z + h_L = CV + h_L. \dots\dots\dots (C.32)$$

Donde p y v son la presión medida y la velocidad en el medidor en superficie, z es la cabeza del fluido encima del medidor en superficie y h_L representa las pérdidas por fricción. Así que,

$$V = \frac{1}{C} \left(\frac{p}{\rho} - p_f \right), \quad \dots \dots \dots (C.33)$$

donde:

$$p_f = h_L - \frac{v^2}{2g}, \quad \dots \dots \dots (C.34)$$

se sustituye la Ec.C.33 en las ecuaciones C.30 y C.31 y dividiendo se obtiene la Ec.C.22, que a su vez se puede representar por la ecuación C.35:

$$\frac{1}{2} \frac{\sum_0^{n-1} \left\{ \left[\left(\frac{p}{\rho} - p_f \right)_{t_{i+1}} - \left(\frac{p}{\rho} - p_f \right)_{t_i} \right] (t_{i+1} + t_i) \right\}}{\sum_0^{n-1} \left[\left(\frac{p}{\rho} - p_f \right)_{t_{i+1}} - \left(\frac{p}{\rho} - p_f \right)_{t_i} \right]}. \quad \dots \dots \dots (C.35)$$

Para consideraciones físicas y si los incrementos con suficientemente pequeños, se puede despreciar el cambio en p_f y p entre t_i y t_{i+1} , y la Ec. C.35 se convierte en:

$$t_s \approx \frac{1}{2} \frac{\sum_0^{n-1} [(p_{t_{i+1}} - p_{t_i})(t_{i+1} + t_i)]}{\sum_0^{n-1} (p_{t_{i+1}} - p_{t_i})}. \quad \dots \dots \dots (C.36)$$

Donde p_0 y p_n son las presiones medidas por el medidor en superficie al comienzo del primer periodo de flujo a tiempo $t = 0$, y al final del segundo periodo previo al cierre del pozo durante una prueba de incremento de presión.

Por lo tanto, la Ec. C.21 en términos de temperatura se puede expresar del a forma siguiente:

$$t^* \approx 2 \left[t - \frac{1}{2} \frac{\sum_0^{n-1} [(T_{t_{i+1}} - T_{t_i})(t_{i+1} + t_i)]}{\sum_0^{n-1} (T_{t_{i+1}} - T_{t_i})} \right]. \quad \dots \dots \dots (C.37)$$

Apéndice D

Estimación de la temperatura estática de un yacimiento naturalmente fracturado.

Derivación.

El modelo adimensional que se presenta se basa en el de Warren y Root (1963) para el caso de un pozo que produce en un yacimiento naturalmente fracturado (YNF), en el que se tienen dos tipos de porosidades que corresponden a la de la matriz y la de la fractura, la cual se basa en el balance de energía que presenta Ascencio (1996).

Para el desarrollo del modelo se parte de las suposiciones siguientes:

1. El sistema se compone de dos medios homogéneos e isotrópicos.
2. Las propiedades de la roca y los fluidos son constantes.
3. La conducción de calor entre la matriz y las fracturas es despreciable debido a que la convección es rápida cuando el pozo se encuentra en producción.
4. Se considera equilibrio térmico entre la matriz y las fracturas.
5. El flujo de fluidos ocurre en las fracturas y el flujo de la matriz hacia las fracturas se presenta en condiciones pseudo estacionarias.

La ecuación adimensional que describe la distribución de la temperatura del fluido en un medio poroso fracturado durante la producción de un pozo, se expresa por medio de la Ec.D.1:

$$\theta \frac{\partial T_D}{\partial t_D} + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = f(r_D, t_D), \dots \dots \dots (D.1)$$

donde:

θ es la relación de la energía almacenada del fluido y la energía total almacenada en el medio poroso.

$$f(r_D, t_D) = \varphi_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D} + \mu_{JTD} \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}, \dots \dots \dots (D.2)$$

donde:

φ_D es el coeficiente adimensional de expansión adiabática y μ_{JTD} es el coeficiente adimensional de Joule Thompson.

La Ec.D.1 está sujeta a la condición inicial siguiente, que describe la distribución de temperatura durante la circulación del fluido de perforación en el pozo antes de poner el pozo a producir:

$$T_D(r_D, 0) = \frac{Ei\left(-\frac{r_D^2}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)} \dots\dots\dots (D.3)$$

En la Ec.D.1, los coeficientes $\frac{P_e}{r_D}$, θ , y la función $f(r_D, t_D)$ dependen de r_D , t_D y T_D , pero no son función de $\frac{\partial T_D}{\partial r_D}$ y de $\frac{\partial T_D}{\partial t_D}$, así que la Ec.D.1 es una ecuación cuasi lineal.

Se requiere que la Ec.D.1 se convierta en varias ecuaciones diferenciales ordinarias. La solución de cada ecuación en conjunto, forma las curvas características del perfil de temperatura con respecto al tiempo.

La derivada total de T_D , se expresa por la Ec.D.4 de la manera siguiente:

$$dT_D = \frac{\partial T_D}{\partial r_D} dr_D + \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D; \dots\dots\dots (D.4)$$

de la Ec.D.1 se despeja $\frac{\partial T_D}{\partial r_D}$ y se obtiene:

$$\frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{-f(r_D, t_D) - \theta \frac{\partial T_D}{\partial t_D}}{\frac{P_e}{r_D}}; \dots\dots\dots (D.5)$$

sustituyendo la Ec.D.5 en D.4:

$$dT_D = \frac{-f(r_D, t_D) - \theta \frac{\partial T_D}{\partial t_D}}{\frac{P_e}{r_D}} dr_D + \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D, \dots \dots \dots (D.6)$$

multiplicando por $\frac{P_e}{r_D}$:

$$-\frac{P_e}{r_D} dT_D + \left\{ f(r_D, t_D) - \theta \frac{\partial T_D}{\partial t_D} \right\} dr_D + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D = 0; \dots \dots \dots (D.7)$$

desarrollando el segundo término:

$$-\frac{P_e}{r_D} dT_D + f(r_D, t_D) dr_D - \theta \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dr_D + \frac{P_e}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D = 0; \dots \dots \dots (D.8)$$

agrupando términos:

$$\left\{ f(r_D, t_D) - \frac{P_e}{r_D} dT_D \right\} + \left\{ \frac{P_e}{r_D} dt_D - \theta dr_D \right\} \frac{\partial T_D}{\partial t_D} = 0; \dots \dots \dots (D.9)$$

la Ec.D.9 es independiente de $\frac{\partial T_D}{\partial r_D}$; para que fuera independiente de $\frac{\partial T_D}{\partial t_D}$ se tiene que:

$$\frac{P_e}{r_D} dt_D - \theta dr_D = 0. \dots \dots \dots (D.10)$$

Esta consideración es necesaria para poder el perfil de temperatura durante la producción del pozo a partir de las curvas características.

sustituyendo en la Ec.D.9:

$$f(r_D, t_D) dr_D - \frac{P_e}{r_D} dT_D = 0. \dots \dots \dots (D.11)$$

La Ec.D.10 expresa las curvas características. La Ec.D.11 es una ecuación diferencial para la variable dependiente T_D , en las curvas características generadas por la Ec.D.10.

De D.10:

$$\frac{dt_D}{\theta} = \frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}}, \dots\dots\dots (D.12)$$

y de la Ec.D.11:

$$\frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}} = \frac{dT_D}{f(r_D, t_D)}, \dots\dots\dots (D.13)$$

por lo tanto, de la Ec.D.12 y D.13 se observa que:

$$\frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}} = \frac{dt_D}{\theta} = \frac{dT_D}{f(r_D, t_D)}, \dots\dots\dots (D.14)$$

Se despeja la Ec.D.14 e integra con respecto a un parámetro s :

$$\frac{dr_D}{\frac{P_e}{r_D}} = \frac{dt_D}{\theta} = \frac{dT_D}{f(r_D, t_D)} = ds, \dots\dots\dots (D.15)$$

$$\theta \int r_D dr_D = P_e \int ds, \dots\dots\dots (D.16)$$

$$\theta \frac{r_D^2}{2} = P_e s + f_1(\epsilon), \dots\dots\dots (D.17)$$

$$r_D^2 = \frac{2P_e s + 2f_1(\epsilon)}{\theta}, \dots\dots\dots (D.18)$$

$$dt_D = ds, \dots\dots\dots (D.19)$$

$$\int dt_D = \int ds, \quad \dots \dots \dots (D.20)$$

$$t_D = s + f_2(\epsilon); \quad \dots \dots \dots (D.21)$$

donde ϵ es el parámetro del que depende la función de integración.

Igualando las expresiones para s que se tienen en las ecuaciones D.18 y D.20:

$$t_D - f_2(\epsilon) = \left[\frac{r_D^2 - 2f_1(\epsilon)}{2P_e} \right] \theta = s, \quad \dots \dots \dots (D.22)$$

$$2P_e t_D - 2P_e f_2(\epsilon) = [r_D^2 - 2f_1(\epsilon)] \theta = s, \quad \dots \dots \dots (D.23)$$

$$\theta r_D^2 - 2P_e t_D = 2P_e f_2(\epsilon) - 2\theta f_1(\epsilon); \quad \dots \dots \dots (D.24)$$

obteniendo la inversa del lado derecho de la Ec.D.24:

$$g^{-1}[2P_e f_2(\epsilon) - 2\theta f_1(\epsilon)]; \quad \dots \dots \dots (D.25)$$

Entonces, la Ec.D.25 puede expresarse en la forma siguiente:

$$\theta r_D^2 - 2P_e t_D = \epsilon; \quad \dots \dots \dots (D.26)$$

se despeja r_D^2 y se considera $\epsilon = r_D^{02}$:

donde r_D^{02} representa el radio adimensional al cuadrado a un $t_D = 0$

$$r_D^2 = \frac{r_D^{02} + 2P_e t_D}{\theta}, \quad \dots \dots \dots (D.27)$$

se integra el tercer término de la Ec.D.14:

$$dT_D = f(r_D, t_D) ds; \quad \dots \dots \dots (D.28)$$

empleando la Ec.D.2:

$$T_D = [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_{fD}}{\partial \tau} d\tau + \mu_{JTD} p_{fD} + T_D(r_D^0), \quad \dots \dots \dots (D.29)$$

las condiciones para un pozo que produce a gasto constante, en un yacimiento infinito naturalmente fracturado son:

Condición inicial:

$$p_{fD}(r_D, 0) = 0, \quad \dots \dots \dots (D.30)$$

condiciones de frontera:

$$\frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = -1, \quad \dots \dots \dots (D.31)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{fD}(r_D, t_D) = 0. \quad \dots \dots \dots (D.32)$$

La solución aproximada para tiempos cortos la presentan Cinco Ley y Samaniego (1982) de la manera siguiente:

$$p_{fD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_D}{\omega} \right) + 0.80907 \right]. \quad \dots \dots \dots (D.33)$$

Por lo tanto, la Ec.D.29 se expresa de la forma siguiente:

$$T_D = \frac{Ei \left(- \frac{\left(\frac{r_D^2 + 2P_e t_D}{\theta} \right)}{4t_{kD}} \right)}{Ei \left(\frac{-1}{4t_{kD}} \right)} + [\varphi_D + \mu_{JTD}] \int \frac{\partial p_{fD}}{\partial \tau} d\tau + \mu_{JTD} \left[\ln \left(\frac{t_D}{\omega} \right) + 0.80907 \right], \quad (D.33)$$

finalmente, para estimar la temperatura dimensional estática del yacimiento se despeja de la definición para la temperatura adimensional:

$$T_i = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D} \dots \dots \dots (D.34)$$