



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA EN SISTEMAS - INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

**ANÁLISIS Y PROPUESTA DE MEJORA DE LA TOMA DE
DECISIONES DE UNA EMPRESA**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
VENUS EMPERATRIZ MÉNDEZ SALAZAR

TUTOR PRINCIPAL:
DRA. PATRICIA ESPERANZA BALDERAS CAÑAS
FACULTAD DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., AGOSTO DEL 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Acosta Flores José Jesús
Secretario: Dra. Flores De La Mota Idalia
1^{er}. Vocal: Dra. Balderas Cañas Patricia Esperanza
2^{do}. Vocal: Dra. Huerta Barrientos Aida
3^{er}. Vocal: M. I. Soler Anguiano Francisca Irene

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Ciudad de México

TUTOR DE LA TESIS:

DRA. PATRICIA BALDERAS CAÑAS:



FIRMA

(Segunda hoja)

Agradecimientos

A mi familia, por el apoyo que me demuestra en todo momento.

A la Dra. Patricia Esperanza Balderas Cañas, por los consejos, y todo el apoyo y la motivación para lograr mi objetivo.

Al Mtro. Ricardo Balderas Sánchez por el apoyo desinteresado que mostró al compartir su conocimiento y siempre estar disponible para consultas.

A los directivos de la empresa “El Gatito” por permitirme acceder a sus instalaciones y, especialmente a Juan Vázquez por estar dispuesto a contestar todas mis preguntas y por el apoyo otorgado para la comprensión de su labor.

A los miembros del Jurado, Dr. Acosta Flores José Jesús, Dra. Flores De La Mota Idalia, Dra. Huerta Barrientos Aida y Mtra. Francisca Irene Soler Anguiano, por su contribución a la mejora de este trabajo y por compartir su experiencia a lo largo de mi estancia en la maestría.

*Dedicado a
mi familia.*

Resumen

El principal objetivo de las empresas es generar utilidades, y para ello requieren un uso eficiente de recursos y procesos; en específico, las empresas familiares se enfrentan a problemas muy particulares en su desarrollo, debido a que la relación parental debe considerarse en el funcionamiento de la organización, y en específico en la toma de decisiones sobre la producción y el aspecto financiero, pues requieren un consenso influido por diversas opiniones y emociones. Este trabajo se centra en el estudio de la empresa “El Gatito S.A. de C.V.”, una comercializadora de mazapán cubierto de chocolate; se analizó la situación en la que se encontraba al inicio de la evaluación en busca de áreas de oportunidad, para lo cual se implementaron metodologías de optimización; en su caso, se buscó mejorar algunos de los procesos para contribuir a una mejor toma de decisiones dentro de la empresa; entre las principales áreas de oportunidad encontradas, se destaca la dificultad de empatar la opinión de los tomadores de decisiones, y la individualidad al elegir, por el rol familiar que ostenta el director; en paralelo, se revisó el proceso de producción, al ser el principal que lleva a cabo la empresa, obteniéndose un resultado positivo, basado en la gran experiencia que tiene la familia; sin embargo, de la misma manera, en él se encontró la posibilidad de analizar a profundidad algunos subprocesos, como el pedido de insumos, el decorado, el corte y el empaque, que presentan una posibilidad de mejora en la cuál podrían generarse mayores ganancias.

Abstact

The main objective of companies is to generate profits, and for this they require an efficient use of resources and processes; Specifically, family businesses face very particular problems in their development, because the parental relationship must be considered in the operation of the organization, and specifically in decision-making about production and the financial aspect, since they require a consensus influenced by diverse opinions and emotions. This work focuses on the study of the company ".^{E1} Gatito S.A. de C.V.", a marketer of chocolate-covered marzipan; the situation in which it was found at the beginning of the evaluation was analyzed in search of areas of opportunity, for which optimization methodologies were implemented; in his case, he sought to improve some of the processes to contribute to better decision-making within the company; Among the main areas of opportunity found, the difficulty of matching the opinion of decision makers stands out, and individuality when choosing, due to the family role held by the director; In parallel, the production process was reviewed, as it is the main one carried out by the company, obtaining a positive result, based on the great experience that the family has; however, in the same way, it was possible to analyze in depth some threads, such as the ordering of supplies, decoration, cutting and packaging, which present a possibility of improvement in which greater profits could be generated.

Índice general

Introducción	1
1. Marco teórico	7
1.1. Teoría General de Sistemas	7
1.2. Optimización	9
1.3. Teoría de Inventarios	10
1.3.1. Modelo del Lote Económico EOQ básico sin faltantes con tiempo de entrega mayor a cero	11
1.3.2. Modelo del Lote Económico EOQ básico con faltantes planeados . .	15
1.3.3. Modelo Estocástico	18
1.4. Teoría de Redes	24
1.4.1. Árboles	25
1.4.2. Método PERT/CPM	25
1.4.2.1. Determinación de la trayectoria crítica	29
1.4.2.2. Aceleración del proyecto	30
1.4.2.3. PERT	32
1.5. Teoría de Líneas de espera	34
1.5.1. Determinación del número de servidores.	45
1.6. Teoría de Decisiones	47
1.6.1. Visualización	49
1.6.2. Enfoques en la toma de decisiones	54
1.6.3. Teoría de la prospectiva	56
2. Metodología	58
2.1. Obtención de los datos	59
2.2. Determinación de la empresa como un sistema	60
2.3. Aplicación de modelos y algoritmos	60
2.3.1. Modelo de inventarios	60
2.3.2. Modelo de redes - Modelo CPM/PERT	61
2.3.3. Modelo de líneas de espera	61
2.4. Análisis de la toma de decisiones	62
3. Discusión y Resultados	63
3.1. La empresa como sistema	63
3.2. Aplicación de los modelos de optimización	64
3.2.1. Modelo de inventarios	65
3.2.2. Modelo de Redes - Modelo CPM/PERT	67

3.2.3. Modelo de líneas de espera	70
3.3. Comentarios sobre la toma de decisiones	75
3.4. Propuesta en la toma de decisiones	77
Conclusiones	78
A. Anexos	80
A.1. Método SIMPLEX para minimización	80
A.2. Distribución Beta	82
A.3. Obteniendo Q^* y M^* para el modelo EOQ que permite faltantes	85
A.4. Modelado del proceso de Llegada	90
A.5. Función de densidad	91
A.6. Probabilidad de que j sea mayor o igual a s	92
A.7. Proceso de Nacimiento y Muerte	93
A.8. Datos de videos	97
A.9. Entrevista	99
A.10. Distribución de la demanda	107
A.10.1. Demanda por insumo	108
A.11. Datos monetarios de la empresa	110
A.12. Datos organizacionales de la empresa	111
A.13. Resumen de los tiempos	113
Bibliografía	116

Índice de figuras

1.	Caja de mazapanes	4
1.1.	Un sistema	8
1.2.	Una red	24
1.3.	Un árbol	25
1.4.	Una red para un proyecto	26
1.5.	Red ejemplo CPM	27
1.6.	Red ejemplo CPM Costos	32
1.7.	Un sistema de líneas de espera	35
1.8.	Un árbol de decisiones	50
1.9.	Un diagrama de influencia	51
1.10.	Árbol de decisión asociado al problema	53
1.11.	Diagrama de influencia asociado al problema	54
1.12.	Función de utilidad cóncava	56
1.13.	Función de utilidad cóncava TP	57
3.1.	Sistema “El Gatito”	63
3.2.	Sistema “Producción”	64
3.3.	Red asociada al proceso de producción como modelo CPM	68
3.4.	Sistemas de líneas de espera para los subprocesos	71
3.5.	Medidas de desempeño para los subprocesos	73
A.1.	Simplex	80
A.2.	Beta	82
A.3.	Densidad	91
A.4.	Datos de los videos	97
A.5.	Capturas de pantalla de videos	98
A.6.	Datos de pedidos	107
A.7.	Gráfica de los pedidos	107
A.8.	Gráfica datos originales	108
A.9.	Datos de la demanda	109
A.10.	Salarios	110
A.11.	Precios de insumos	110
A.12.	Organigrama	111
A.13.	Disposición de la maquinaria	112

Índice de cuadros

1.	Estratificación de las PyMEs	1
1.1.	Ejemplo CPM	27
1.2.	Ejemplo CPM - Tiempos	29
1.3.	Ejemplo CPM - Tiempos F	29
1.4.	Ejemplo CPM - Aceleración	31
1.5.	Ejemplo CPM - Parámetros	33
1.6.	Tabla de probabilidades ρ	43
1.7.	Ejemplo Decisiones	48
1.8.	Ejemplo Solución Decisiones	49
1.9.	Ejemplo Pagos de alternativas	51
1.10.	Ejemplo Probabilidades de experto	52
1.11.	Ejemplo Probabilidades normalizadas	52
3.1.	Datos de la demanda	65
3.2.	Resultados de inventarios	66
3.3.	Actividades para la producción de mazapán	67
3.4.	Tiempos de evento para la producción	68
3.5.	Tiempo Libre Total para la producción	68
3.6.	Datos para modelos de líneas de espera.	71
3.7.	Número de servidores óptimo	75
A.1.	Probabilidades de estado	94
A.2.	Composición de un mazapán	109
A.3.	Salarios en minutos	110
A.4.	Tiempos en minutos de los subprocessos	113

Introducción

Una empresa es una organización de personas y recursos que buscan la consecución de un beneficio económico con el desarrollo de una actividad en particular; “esta unidad productiva [...] debe buscar el lucro y alcanzar una serie de objetivos marcados en su formación”. Mientras que una empresa familiar se caracteriza por que los integrantes de una familia son dueños de una participación accionaria suficiente para ejercer el control e influir en las decisiones del gobierno corporativo [1].

En México, en promedio, 80 % de todas las empresas son familiares, en su mayoría de las denominadas PyMEs (Pequeñas y Medianas Empresas), de las cuales existen más de cinco millones y representan más del 70 % de los empleos formales en el país [2]; en el Diario Oficial de la Federación, el 30 de junio de 2009, se publica el “ACUERDO por el que se establece la estratificación (**Cuadro 1**) de las micro, pequeñas y medianas empresas” [3], en donde se reconoció la importancia de este grupo de empresas para el desarrollo de la economía nacional por su participación en más de la mitad del PIB.

Tamaño	Sector	Núm. de trabajadores	Ventas anuales (mdp)	Tope máximo combinado*
Pequeña	Todos	Hasta 11	Hasta 4	4.6
Mediana	Comercio	11 - 30	4.01-100	93
Mediana	Industria y Servicios	11 - 50	4.01-100	95

Cuadro 1: Estratificación de las PyMEs

*Tope Máximo Combinado = (Trabajadores) X 10 % + (Ventas Anuales) X 90 %

Es así, que existe bastante investigación sobre las PyMEs, y algunas de las características que las definen, en el país, son las siguientes:

- El capital de la sociedad es de una o dos familias.
- El capital familiar es el resultado de la acumulación de dos o más generaciones.
- Por lo general los propietarios dirigen de la empresa junto a su familia.
- Es producción no muy tecnificada: utilizan maquinaria y equipo, pero la producción se basa más en el trabajo.
- Abastecen un mercado local y/o producen para el mercado nacional, incluso exporta, pero es un porcentaje poco significativo ¹.

¹En promedio solo el 8 % de lo manufacturado en el país por las PyMEs se vende al mercado internacional.

- Una característica nueva, impulsada por la pandemia de COVID-19, es que seis de cada diez PyMEs venden en línea, en contraste con un año antes en donde eran aproximadamente la mitad [2].

Cuando la empresa familiar decide institucionalizarse, se convierte en “familia empresaria”; sin embargo, una empresa que goza de un proceso de institucionalización se define por haber establecido sus objetivos a corto, mediano y largo plazo, así como las estrategias para alcanzarlos; tener documentados e implementados sus procesos de operación, control interno y reporte financiero; contar con una adecuada segregación de funciones y responsabilidades, y efectuar análisis continuos tanto de su información financiera y operativa [4]; lo que no siempre sucede en una empresa familiar en el país.

Problemática

En México las PyMEs enfrentan un alto índice de mortalidad, la esperanza de vida para empresas recién creadas en la manufactura es en promedio de diez años mientras que en el comercio es de siete, el 65 % de ellas sólo promedian 5 años; “la mayoría de las empresas familiares están conformadas por la primera generación (66 %), un porcentaje menor por la segunda (29 %) y sólo 4 % por la tercera” [2]; según INEGI, las expectativas de vida para una empresas con edad de al menos veinticinco años es en promedio de veintitrés años [5].

Por otro lado, en lecturas como “Familia empresaria y toma de decisiones en el negocio familiar: estudio de caso” [6] se expresa que las relaciones familiares dificultan el desarrollo empresarial; mientras que en “El crecimiento de la empresa familiar: retos específicos y mejores prácticas” [7], se menciona que el crecimiento de una empresa familiar en general es casi nulo; entre las causas encontradas, en diversos estudios, destacan las siguientes:

- El desarrollo de la empresa se ve afectado por la falta de un proceso de toma de decisiones
- El crecimiento se detiene por la inactividad de sus propietarios
- Las empresas familiares cuentan con capital limitado
- No hay liderazgo fuerte en las siguientes generaciones
- Existe resistencia al cambio
- Las metas familiares no siempre coinciden
- La administración está a cargo de las familias, por lo que los puestos de decisión no necesariamente están ocupados por personas con las capacidades suficientes²
- Falta de plan de negocios: no tienen formalizadas las intenciones e interacciones entre la familia y el negocio, lo que combina sus actividades y el uso del capital con las del hogar.

Por otro lado, según un estudio a empresas familiares [8], los retos más importantes son:

²Menos del 40 % de los tomadores de decisiones en las empresas cuenta con alguna licenciatura, para el resto su gestión es, sobre todo, empírica [2].

1. Madurez del ciclo de vida de la empresa.
La lealtad a empleados o proveedores; el aferrarse a una idea inicial (por ser su única experiencia) a pesar de haber disminuido la rentabilidad, y la evolución de la empresa.
2. Capital limitado.
El impuesto de sucesión y la venta de acciones de algunos familiares (por deseo de independencia de ellos y la incapacidad de negarse de los otros), deja a la empresa con pocos recursos.
3. Debilidad de liderazgo de la siguiente generación.
Algunas empresas no cuentan con un sucesor directo para dirigir, otras aun teniéndolo, se enfrentan a un líder intimidado por su antecesor o incapaz de implementar cambios por respeto.
4. Inflexibilidad y resistencia al cambio.
Al tener éxito con una fórmula, se obsesionan con ella. Se rechaza la planeación por tener más desventajas (se divulga información, hay mayor posibilidad de discusiones, se obliga a centrarse en un objetivo en específico, se descartan ambigüedades y concentra los recursos limitados), lo que dificulta el crecimiento. Además, se tiende hacia evitar el riesgo.
5. Conflictos entre sucesores hermanos.
Los conflictos desgastan la empresa y sus recursos, y trastorna la gestión. Es más, conviene ponderar la relación sobre el crecimiento de la empresa. El problema viene de que un hogar de emprendedores no propicia las mejores relaciones interpersonales entre hermanos.
6. Metas familiares dispares.
Entre más generaciones, más dispares son las metas. La inversión no tiene liquidez: si se mantiene, se buscan beneficios especiales y las utilidades no permiten la reinversión, si no, se espera mayor beneficio económico por sus acciones, lo cual empobrece a la empresa, mientras que tener contentos a los accionistas desgasta.

Justificación

Como ya se vio, es de vital importancia para una empresa el contar con ganancias, lo cual va de la mano con un desarrollo estable y un crecimiento esperado de los procesos de producción y de los conocimientos del negocio; por lo cual, es de interés revisar que la empresa en estudio cuente con algunas de las bases para seguir este camino.

W. Edwards Deming afirma que la administración orientada hacia la optimización de un sistema, en particular una empresa, proporcionaría una mejor aproximación al éxito; en específico, hace énfasis en el análisis de los procesos [9]. En “El crecimiento de la empresa familiar: retos específicos y mejores prácticas” [7], se menciona que hay ciertas pautas que deben seguir las empresas para lograr un crecimiento, y entre ellas se encuentran innovar e implementar mecanismos basados en planeación y optimización.

Población objetivo

La empresa sobre la que se centra el estudio es la comercializadora de mazapanes cubiertos de chocolate “El Gatito”.



Figura 1: Caja en la cual se comercializan los mazapanes

Fuente: Foto tomada por azúcar dulcerías [10]

“El Gatito S.A. de C.V.” es una empresa familiar mexicana dedicada a la producción de mazapanes cubiertos de chocolate, a base de cacahuete, azúcar, cocoa, grasa hidrogenada, lecitina y sal. El producto se comercializa en presentaciones de una caja con 100 o con 200 piezas, ambas con 75g. (**Figura 1**).

Comenzó en 1938 con dos líderes (uno administrativo y otro en producción) y varios ayudantes con el mismo nivel jerárquico. En el corto plazo ha sufrido diversos cambios en su estructura, y al inicio del estudio contaba con un solo líder (la madre), mientras que los demás integrantes de la familia compartían el nivel jerárquico con los empleados, uno de los hijos era el director de producción, y el otro no tenía un rol fijo. Al final del estudio se realizó un cambio más en la estructura, sin embargo, por limitaciones del propio estudio, así como por respeto a la situación reciente de la familia, se hace referencia a la estructura previa.

Proceso en estudio

El proceso de producción se compone de 9 pasos directos, 4 pasos complementarios, que permiten desarrollar de manera adecuada los primeros, y 3 pasos posteriores que van dirigidos a la comercialización; a continuación, se describen de manera general cada uno de ellos.

Los pasos directos son:

1. Molienda, en la cual se tritura el cacahuete.
2. Mezcla, en la que se integra el cacahuete con los demás ingredientes y el excedente de la masa que va quedando en los procesos posteriores.
3. Extrusión, en la cual la masa se introduce en la máquina, al salir de la mezcladora, y sale en forma de láminas.
4. Enfriamiento, en este paso las láminas se desplazan a lo largo del túnel para enfriarse.

5. Reposo, se almacenan las láminas en rejillas apiladas para que sigan bajando su temperatura, para lo cual se ayudan también del ventilador.
6. Decorado, en esta fase se cubre la lámina de masa con el chocolate y se decora.
7. Segundo reposo, para que el chocolate solidifique.
8. Corte, en el cual se trocean 5 láminas en pequeños rectángulos.
9. Empaque, en el cual se llenan las cajas con 100 o 200 piezas de mazapanes.

Los pasos complementarios son:

- a. Se funde la grasa hidrogenada, con el fin de tener una mejor integración de ésta a la mezcla final.
- b. Se mezcla cacao con azúcar con el fin de tener lista la mezcla fundida para la decoración.
- c. Se cortan láminas de cartón sobre las cuales se van colocando las láminas de masa al salir de la extrusora.
- d. Se cortan las etiquetas para las cajas con el mayoreo y se arman dichas cajas.

Los pasos posteriores son:

- I. Sello de las cajas, con el lote y la fecha, y segundo empaque, en el cual se hacen grupos de 24 cajas para pedidos grandes
- II. Etiquetado, en el cual las cajas con mayoreo se etiquetan con los datos pertinentes.

Preguntas de investigación

- ¿Cuáles son los problemas a los que se enfrenta la empresa “El Gatito” en la toma de decisiones?
- ¿Puede mejorarse la forma en que se lleva a cabo la producción de mazapanes en la fábrica?
- De ser así, ¿De qué manera puede modificarse la producción de mazapanes en la empresa para mejorar el proceso?
- ¿Pueden reducirse los costos asociados al reabasto del inventario?
- De ser así, ¿cuál es la mejor política de pedido?

Objetivos

El objetivo principal del trabajo es coadyuvar al desarrollo la empresa “El Gatito”, mediante una propuesta de mejora en la toma de decisiones, para lo cual se requieren los siguientes objetivos particulares.

1. Definir de la empresa como un sistema
2. Determinar si existen procesos con posibles áreas de oportunidad
3. Analizar dichos procesos, con herramienta matemática, y, en su caso, obtener un mejor resultado.
4. Mostrar, con la evidencia matemática, el curso de acción a tomar para mejorar esos procesos.
5. Analizar la forma en la que se toman las decisiones dentro de la empresa.
6. Determinar, según la Teoría de Decisiones, si existe una manera más estructurada de tomar las decisiones.

Hipótesis

La hipótesis es que la empresa no cuenta con un sistema estructurado y justificado de toma de decisiones y éstas se ven afectadas por la relación familiar; así mismo, existen áreas de oportunidad en algunos de los procesos que realiza la empresa.

Estructura del documento

En el primer capítulo se presenta la revisión de la teoría que sustenta al análisis realizado en cada etapa del estudio.

En el segundo capítulo se presenta la metodología seguida para realizar el estudio.

En el capítulo 3 se presentan los resultados de cada método empleado y se realiza la discusión sobre ellos. Finalmente, se desarrolla una propuesta para la empresa con el fin de coadyubar en la mejora de la toma de decisiones dentro de la empresa.

Por último se muestran las conclusiones a las que se llegó con la realización de este trabajo.

Capítulo 1

Marco teórico

En este capítulo se desarrolla la teoría requerida para sustentar el estudio.

1.1. Teoría General de Sistemas

El estudio de los sistemas surge en respuesta a las limitaciones del proceso analítico¹ para resolver problemas; de manera que se vale de diversos enfoques para un estudio completo de una situación.

En particular, la teoría clásica de los sistemas es aquella que utiliza como herramienta a las matemáticas clásicas, más aún, las propiedades generales de ésta se formalizan con teoría de conjuntos; entre los derivados de ella se encuentran aplicaciones que usan herramientas específicas, como son: la simulación (que utiliza ecuaciones diferenciales y álgebra lineal), la teoría de compartimientos (con apoyo de transformaciones de Laplace, álgebra de matrices y teoría de gráficas), la teoría de redes (ligada a teoría de conjuntos y de gráficas), la teoría de juegos (que se apoya del análisis de probabilidad), la teoría de la decisión y la teoría de colas.

La Teoría General de Sistemas, TGS, parte de la idea de que se requiere estudiar toda la organización y no sólo las partes que la componen, por separado, de manera que se logren resolver problemas significativos y causados por la interacción de cada una de esas partes. Su objetivo es formular principios que sean válidos para sistemas en general, y tiene como meta más destacable, la interrelación de las ciencias, por lo que cumple, particularmente, con que relaciona el uso de modelos con técnicas matemáticas, siendo los primeros también de carácter verbal y menos estrictos.

La Investigación de Operaciones inició un segundo movimiento para caracterizar a la teoría, en este caso se denominó *Ingeniería de Sistemas* y tenía un enfoque más práctico; posteriormente, vinieron la *Administración Científica* y el *Análisis de Sistemas*.

¹La aplicación del proceso analítico depende de que la interacción entre las partes sea nula o despreciable, y de que las relaciones que expliquen el comportamiento de las partes sean lineales. La primera con el fin de que se puedan analizar por separado y luego reunir para tener la explicación del todo; la segunda, para que la ecuación que define al total sea de la misma forma que la de las partes.

Sistema

Un sistema es un “conjunto organizado de partes interactuantes e interdependientes, que se relacionan formando un todo unitario y complejo” [11]; más recientemente, se le agregó que debe tener un objetivo [12]. Dichas partes pueden ser funciones, las funciones básicas se clasifican en entradas (insumos que requiere el sistema), salidas (resultados de haber procesado las entradas) y procesos (transformación de la entrada en la salida). Las relaciones son la manera en la que se vinculan los subsistemas (las partes). En la **Figura 1.1** puede observarse la estructura general de un sistema:

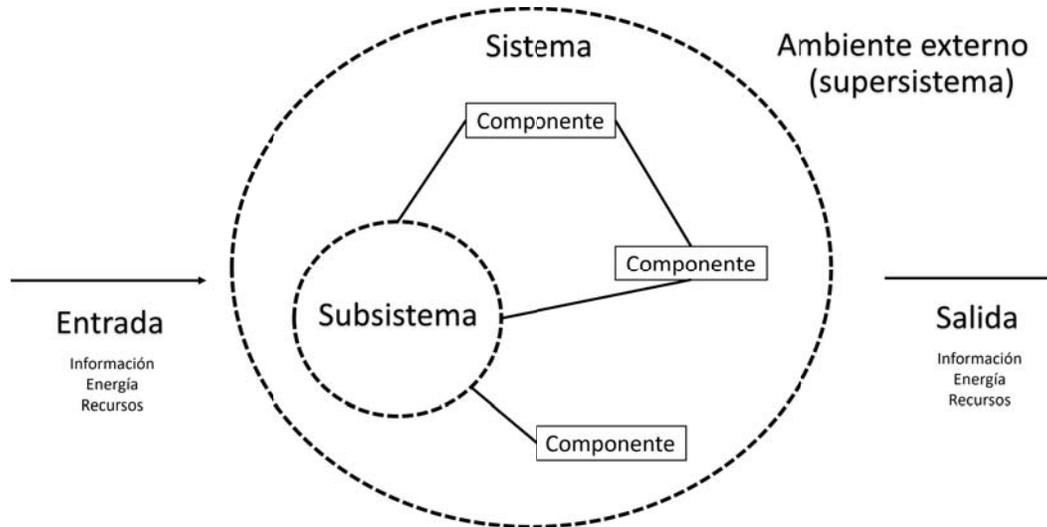


Figura 1.1: Representación de un sistema

Fuente: Elaboración propia con información de [13]

La organización se caracteriza por utilizar nociones como “la totalidad, crecimiento, diferenciación, orden jerárquico, dominancia, control, competencia, etc.” [11]. Es importante aclarar que un sistema siempre está dentro de otro sistema (suprasistema) y a su vez sus subsistemas son un sistema en sí mismos.

Se pueden encontrar sistemas cerrados o abiertos, el primero tiene como característica el estar aislado de su medio ambiente y es el tipo de sistema que estudia la física ordinaria; sin embargo, el segundo es el más común y en él hay una vía de comunicación con el exterior que le permite ser afectado por él. Además, existen otras clasificaciones, por ejemplo, según su origen, pueden ser naturales o artificiales; mientras que, según su entidad, se agrupan en reales, ideales o modelos [14].

Von Bertalanffy (1976), menciona que Boulding escribió sobre las leyes que todo sistema cumple, entre las que se encuentran:

- El incremento de la población supera al de los recursos
- Mientras más crece una organización, más se alarga el camino para la comunicación
- Muchas organizaciones exhiben fluctuaciones cíclicas por la interacción de los subsistemas

- Si hay organizaciones en competencia, la inestabilidad de sus relaciones, y con ello el peligro de conflictos, aumenta

Matemáticamente, un sistema es un conjunto de elementos p , con relaciones R , de manera que su comportamiento determina si hay o no interrelaciones, si los comportamientos de p en R y R' son iguales, significa que no hay interacción.

La empresa como un sistema

“Si existe algún campo de la actividad humana donde la perspectiva sistémica se muestre como la más eficaz y adecuada herramienta de modelización es en el ámbito empresarial” [15]. Una empresa siempre cumple con ser un sistema abierto que sigue las leyes planteadas por Boulding, que tiene una jerarquía definida, y en la que sus elementos están diferenciados con claridad.

Por su parte, Johansen (2004) menciona que un buen ejemplo de sistema es el formado por las personas de una empresa; para los propietarios, es una unidad administrativa compuesta por un grupo de personas dividido en jefes y subordinados; mientras que, los integrantes pueden observar las distintas interrelaciones entre los individuos.

1.2. Optimización

El concepto de optimización es comúnmente usado para reforzar el análisis de toma de decisiones complejas; su principal objetivo es maximizar (o minimizar) una función objetivo al involucrar la selección de valores para una serie de variables interrelacionadas buscando cuantificar el desempeño y medir la calidad de la decisión, generalmente con el fin de maximizar ganancias (o minimizar costos).

El problema general de la programación matemática se formula como sigue:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{sujeto a} \\ & h_i(x) = 0 \text{ con } i = 1, \dots, M \\ & g_j(x) \leq 0 \text{ con } j = 1, \dots, P \\ & x \in S \end{aligned}$$

donde x es un vector n -dimensional: $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; f , h_i y g_j son funciones de valor real de las variables x_1, \dots, x_n , con f la función objetivo del problema y las otras igualdades y desigualdades, las restricciones, y S es un subconjunto del espacio n -dimensional.

Si un único aspecto de un problema puede aislarse y caracterizarse por un objetivo (por ejemplo ganancia o pérdida en un entorno empresarial), la optimización puede proporcionar una base adecuada para su análisis. Como parte de la TGS, debe considerarse como una herramienta de conceptualización y análisis más que como un principio que arroja la solución correcta, pues la habilidad en el modelado, para capturar los elementos esenciales de un problema, y el buen juicio en la interpretación de los resultados son necesarios para obtener conclusiones significativas.

Un ejemplo común es la determinación de la mejor manera de combinar varios activos para maximizar una función de utilidad $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (en unidades monetarias) que depende de las cantidades x_i con $i = 1, 2, \dots, n$ y los precios unitarios de los activos son p_1, p_2, \dots, p_n .

Así debe resolverse el problema de

$$\text{maximizar } f(x_1, x_2, \dots, x_n) - p_1x_1 - p_2x_2 - \dots - p_nx_n$$

$$\text{con } x_i \geq 0$$

Las condiciones necesarias son que las derivadas parciales del objetivo a maximizar sean cero, lo que se sigue de las n ecuaciones:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, x_2, \dots, x_n) = p_i, \text{ con } i = 1, 2, \dots, n.$$

Lo que sirve para afirmar que el valor marginal debido a un pequeño incremento en el i -ésimo activo debe ser igual al precio p_i [16].

1.3. Teoría de Inventarios

Un inventario es el número de existencias de bienes mantenidos por una entidad para su uso o para satisfacer la demanda en un futuro. El manejo de inventarios es necesario para cualquier compañía que trate con productos físicos. El propósito de la Teoría de Inventarios es determinar cuándo reabastecer el inventario y la cantidad necesaria y suficiente a pedir para minimizar los costos asociados con mantener dicho inventario y satisfacer la demanda del cliente, evitando el riesgo de no tener inventario suficiente para satisfacer los pedidos.

La administración de inventarios involucra los siguientes pasos:

1. Formular un modelo matemático que describa el comportamiento del manejo de inventarios, enfocándose en los costos asociados.
2. Buscar una política que se adapte al modelo.
3. Implementar un sistema de información computarizado para mantener el registro de los niveles de inventario.
4. Utilizar lo anterior para indicar cuándo y cuánto reabastecer el inventario.

Un modelo de inventarios se considera determinista si se requieren las unidades del producto a una tasa constante; es estocástico si no se conoce la cantidad exacta que se pedirá en un determinado lapso, sin embargo, se conoce la distribución y se hace uso de ella para establecer el total de unidades a pedir en una unidad de tiempo.

Un sistema de inventario es de revisión continua si el nivel de inventario se supervisa todo el tiempo, de modo que pueda colocarse otro pedido en cualquier momento. Debido a que los sistemas de procesamiento de información computarizados ahora se usan de forma amplia para supervisar los niveles de inventarios, los sistemas de revisión continua se han convertido cada vez más en los que se usan para sistemas de tamaño significativo.

Podemos dividir a los productos, cuyo inventario se estudia, en dos tipos, perecederos y estables, donde éstos últimos son aquellos que pueden venderse por tiempo indefinido, es decir, que al no ser perecederos no tienen un límite de tiempo para estar en inventario. Uno de los principales modelos para modelar el manejo de inventarios es el EOQ (Modelo de Lote Económico), el cual tiene como propósito principal elegir la cantidad a ordenar que resulte más económica; se aplica a la situación que enfrentan, por ejemplo, los comerciantes, en la que los niveles de inventario se reducen con el tiempo y se reabastecen con la llegada de nuevas unidades, y fue introducido en 1913 por Ford W. Harris, un ingeniero de Westinghouse Corporation. Ha sido el modelo de inventario de mayor uso pues es de gran simplicidad y tiene una amplia aplicabilidad, además, aunque sus supuestos son exigentes y en la realidad rara vez se satisfacen completamente, se ha demostrado que lo normal es que proporcionen resultados muy cercanos al óptimo (aun cuando sus supuestos son una aproximación a la realidad). Es un modelo determinista y de revisión continua. Para fines de este trabajo, se usan tres de sus variantes:

- Modelo del Lote Económico EOQ básico sin faltantes con tiempo de entrega mayor a cero
- Modelo del Lote Económico EOQ básico con faltantes planeados
- Modelo Estocástico, (R,Q)

1.3.1. Modelo del Lote Económico EOQ básico sin faltantes con tiempo de entrega mayor a cero

Es el modelo clásico, y el más simple.

Los supuestos de este modelo son los siguientes:

- El pedido es repetitivo, es decir el pedido se hace de una manera regular.
- La demanda tiene una tasa constante
- La orden se puede realizar en cualquier momento o punto en el tiempo.
- El plazo de entrega es constante y mayor a cero.
- La cantidad a ordenar llega en un solo lote, una vez transcurrido el plazo de entrega.
- No se permiten faltantes planeados (No hay inventario negativo).
- El producto se puede almacenar indefinidamente.

A continuación, se describen los conceptos requeridos para la construcción del modelo EOQ básico:

Demanda

La demanda de un producto es el número de unidades que se necesitan sacar del inventario para algún uso durante una unidad de tiempo específica. Para el modelo, se denota con D .

Si la demanda en periodos futuros se puede pronosticar con precisión se emplea una política de inventarios que suponga que la demanda es conocida y que el producto se retira de inventario a tasa constante. Por el contrario, si se piensa que la demanda no es constante, se considera una variable aleatoria D que representa a la demanda y dado que el modelo es determinista, se implementará usando la esperanza de la demanda anual $E[D]$.

Plazo de entrega

Es el tiempo transcurrido entre el instante en que se hace un pedido y el instante de la recepción del pedido. Se denota con la letra L y hace referencia a una fracción de la unidad de tiempo.

Deseamos elegir la cantidad a pedir y el momento en que lo haremos de manera que el costo asociado a dichas cantidades sea el mínimo posible, por ello, consideramos los siguientes costos involucrados en el proceso del manejo del inventario:

Costo de adquisición

Es el costo de reabastecer el inventario, puede ser unitario fijo (asociado con la compra de una sola unidad) o puede existir un descuento por volumen que reduce el costo de compra por unidad, por órdenes más grandes (en el caso de este estudio no existe esa posibilidad para la farmacia en cuestión, según nos informan); se denota c . Normalmente se incluyen los costos de materiales, mano de obra, maquinaria y utilidades del proveedor, y puede incluir los costos de envío.

Costo por ordenar

Costo de preparación para realizar reabastecimiento del inventario por comenzar el surtido nuevo (asociado con hacer un pedido); incluye costos administrativos, procesamiento de compra, recepción de orden, procesamiento de pago, etc. y se denota K , siendo éste el costo inicial.

No depende del tamaño del pedido.

Costo por mantener

Se compone de los costos asociados con el mantenimiento de inventarios e involucra los gastos en los que se incurre al mantener una unidad en inventario una unidad de tiempo. Depende de los costos de almacenamiento, impuestos, seguridad, gastos financieros, los asociados a la devaluación de los artículos almacenados o bien su obsolescencia, además de costos de administración, de mano de obra, de capital invertido y sobre todo el costo de oportunidad. Lo denotamos con h .

A continuación, se construye una función de costo que dependerá de las unidades a pedir cada vez que se realiza una nueva orden de reabasto y se buscará la cantidad apropiada que minimice dicha función. Por último, con esa cantidad se establecerá en qué momento realizar la nueva orden, por medio del punto de reorden:

Punto de reorden

Nivel de inventario en el cual se coloca la orden. Nos dice en qué momento, respecto de las unidades de producto en existencia, se deben pedir más. Se denota con R .

Como la demanda decrece a tasa constante, conocer el punto de reorden es equivalente a conocer el momento en el tiempo en que debe hacer un nuevo pedido; siendo el momento en el tiempo en que se debe ordenar R/D unidades de tiempo antes de que acabe el ciclo (es decir $Q/D - R/D$ unidades de tiempo después de realizar la orden).

Se comienza por construir una función que represente al costo en que se incurre en total y que dependa de la cantidad a ordenar, Q y del momento en que se ordena (punto de reorden), la cual se usará para minimizar el costo asociado.

Es de importancia aclarar que definir el tiempo, en este caso, es equivalente a definir el punto de reorden y éste último depende de la cantidad en existencia, la cual, a su vez, depende de la cantidad inicial, Q (unidades); por lo cual, la función que se construirá dependerá únicamente de la cantidad a ordenar.

Suponemos que el nivel de inventario inicial es de Q unidades; dado que la demanda por unidad de tiempo es D y se piden Q unidades cada vez (y el nivel de inventario va disminuyendo en el tiempo a una tasa constante hasta que llega a cero) el número de inicios de ciclo (momento en que se realiza una orden de pedido) es:

$$\text{Inicios al año} = \frac{D}{Q}.$$

Además, dada la consideración de que el nivel máximo de inventario, en cada uno de los ciclos, es Q (y el mínimo es cero), el nivel promedio de inventario será:

$$\text{Nivel promedio de Inventario} = \frac{\text{nivel máximo} - \text{nivel mínimo}}{2} = \frac{Q}{2}$$

Considerando todo lo anterior, se llega a que, por unidad de tiempo, se incurre en los siguientes gastos:

- Costo de adquisición por unidad de tiempo:

$$c * \text{unidades agregadas al año} = cD$$

- Costo por ordenar por unidad de tiempo:

$$K * \text{número de inicios anuales} = k \frac{D}{Q}$$

- Costo por mantener por unidad de tiempo:

$$h * \text{número promedio de unidades en inventario en un año} = h \frac{Q}{2}$$

Luego, el costo total está dado por:

$$TC(Q) = cD + k \frac{D}{Q} + h \frac{Q}{2} \tag{1.1}$$

Ya se cuenta con una función del costo que depende de la cantidad a ordenar, ahora se desea minimizar ese costo, para lo cual, se procede de la manera común; se obtiene la

derivada de la función objetivo y se iguala a cero, obteniendo así la cantidad óptima a pedir en una nueva orden de reabasto Q^* :

$$TC'(Q) = (cD + k\frac{D}{Q} + h\frac{Q}{2})' = -k\frac{D}{Q^2} + \frac{h}{2}$$

Luego:

$$TC'(Q) = 0 \iff -k\frac{D}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \iff \frac{h}{2} = \frac{kD}{Q^2} \iff Q^2 = \frac{2kD}{h}$$

Por tanto

$$Q^* = \sqrt{\frac{2kD}{h}} \quad (1.2)$$

Observamos que $TC''(Q^*) = \frac{2kD}{Q^{*3}} > 0$, por lo que en Q^* la función objetivo $TC(Q)$, de costos totales por el inventario, a minimizar, tiene su mínimo local y global.

A continuación, se obtiene el punto de reorden para saber en qué momento en el tiempo es conveniente hacer una orden de reabasto. Se consideran 2 casos, cuando la demanda durante el plazo de entrega no excede a la cantidad a ordenar y cuando sí la excede:

Caso 1. Demanda durante el plazo de entrega no excede a Q^*

Dado que L es el plazo de entrega, la demanda en ese periodo está dada por LD , esto significa que $LD \leq Q^*$.

Se desea que la nueva orden llegue justo cuando hay cero unidades en inventarios, por lo que se debe hacer un pedido al final del periodo en que disminuye el inventario LD unidades. En este caso el punto de reorden ocurre cuando el nivel de inventario es igual a LD (al llegar el pedido el nivel de inventario será $LD - LD = 0$).

Así

$$R^* = LD \quad (1.3)$$

Caso 2. Demanda durante el plazo de entrega excede a Q^*

Esto es, $LD > Q^*$.

Dado el supuesto de la cantidad inicial en el inventario es Q^* y que el nivel de inventario va decreciendo, jamás llegará a ser LD , así, el punto de reorden no puede ser nuevamente LD .

Como $LD > Q^*$, se tiene que $L > Q^*/D$, es decir, que el tiempo de retraso es mayor que la longitud del ciclo. Se observa que el tiempo en que se puede poner una nueva orden de manera que llegue cuando el nivel de inventarios es cero, debe ser el tiempo que tarda en disminuir el inventario LD unidades, pero eso ocurre después de LD/Q^* ciclos, es decir, se recorrerá un número de ciclos, representado por la parte entera de LD/Q^* y una fracción de ciclo, tras la cual se realizará la orden, por lo que el punto de reorden se encuentra en el residuo de la proporción LD/Q^* .

Es decir

$$R^* = \text{mod}(LD, Q^*) \quad (1.4)$$

donde " $\text{mod}(x,y)$ " es la función del software "Excel" que genera el residuo de dividir x

entre y

En conclusión, debe pedirse Q^* unidades del producto en el momento en que haya R^* unidades en el inventario.

Ejemplo: Tim Madsen es el gerente de compras de Computer Center, una gran tienda de descuento de computadoras. Recientemente añadió la nueva computadora más popular, el modelo Power, a los bienes de la tienda. Las ventas de este modelo son cerca de 13 por semana. Tim compra estas computadoras directo al fabricante a un costo unitario de \$3000, donde cada entrega tarda media semana en llegar. Tim estima que el costo anual de mantener los productos en inventario es de \$600. También estima que el costo administrativo asociado con colocar las órdenes es \$75. Tim desea obtener la política de decisión adecuada para la cantidad a ordenar y el momento en que debe hacerlo [17].

Del problema, resumimos los datos siguientes por año:

- Dado que se venden 13 computadoras por semana, al año la demanda es de $D = 13 * 52 = 676$;
- El costo unitario es $c = 3000$ pesos;
- El tiempo de entrega es de media semana, es decir $L = \frac{1}{52 * 2} = \frac{1}{104}$ de año;
- El costo por ordenar es $K = 75$ pesos;
- El costo por mantener es $h = 600$ pesos.

Por tanto, la cantidad a ordenar es de $Q^* = \sqrt{\frac{2 * 75 * 676}{600}} = 13$, además el punto de reorden es $L * D = \frac{1}{104} * 676 \approx 7$

Es decir, se deben pedir 13 unidades cada vez que se tenga en existencia 7 unidades en inventario. El momento en el tiempo en que se debe ordenar es $R^*/D = 7/676 = 0.0104$ (aproximadamente media semana).

Lo que costaría anualmente

$$TC(Q^*) = 3000(676) + 75\frac{676}{13} + 600\frac{13}{2} = 2,035,800 \text{ pesos.}$$

1.3.2. Modelo del Lote Económico EOQ básico con faltantes planeados

Es común que la demanda no se satisfaga a tiempo; cuando esto ocurre hay un desabasto por lo que se incurre en diversos costos; en general se busca que la demanda se satisfaga en su totalidad, sin embargo, hay algunos casos en que tiene sentido permitir cierta cantidad de faltantes planeados a priori, estos casos requieren que los clientes estén dispuestos a aceptar un retraso razonable en el surtido de sus pedidos y en tal caso, la administración esperaría que los costos en los que incurra a causa de esta situación, no sean excesivos. El

modelo a estudiar ahora modifica al modelo anterior de manera que se tomen en cuenta dichos costos.

Los supuestos del modelo básico con faltantes son los siguientes:

- El pedido es repetitivo, es decir el pedido se hace de una manera regular.
- La demanda tiene una tasa constante
- La orden se puede realizar en cualquier momento o punto en el tiempo.
- El plazo de entrega es constante y mayor a cero.
- La cantidad a ordenar llega en un solo lote, una vez transcurrido el plazo de entrega.
- Se permiten faltantes planeados (Puede haber inventario negativo). Los clientes esperan la disponibilidad y la orden se surte en cuanto se cuenta con el producto.
- El producto se puede almacenar indefinidamente.

Los conceptos necesarios para la construcción del modelo EOQ con faltantes incluyen los del modelo básico y se añade uno nuevo.

Costo por faltantes

Es el costo en que se incurre cuando hay necesidad de retirar una unidad del inventario y no hay en existencia durante una unidad de tiempo, es decir, cuando la demanda de un comprador no puede ser satisfecha en el momento en que se requiere; lo denotamos con la letra p . Considera “pedidos pendientes”, es decir, unidades en espera de recibirse para ser entregadas (para los cuales hay un costo extra por su colocación extemporánea) y puede incluir: costo por pérdida de clientes, costo por pérdida de renombre, y en el caso particular de este trabajo, costo por pérdida de tiempo esperando un medicamento que no está disponible.

Para darle solución a este modelo, se requiere de una cantidad auxiliar: sea M el nivel máximo de inventario, entonces $Q - M$ será la cantidad máxima de faltantes planeados; así, se permite un nivel de inventario de $-(Q - M)$. Dado que se hace un pedido de Q unidades cada vez que se tiene un déficit de $M - Q$ unidades, se tendrá un nivel máximo de inventario de $(M - Q) + Q = M$ unidades.

El propósito del modelo es encontrar Q y M para los cuales el costo se minimice.

Es importante señalar previamente algunas situaciones:

- como el nivel máximo de inventario es M , después de que son requeridas esas M unidades, se llega a un nivel de inventario cero, y como la demanda decrece a tasa constante, el punto donde ocurre esto es el M/D .
- Consideramos un ciclo, al periodo comprendido entre cada nueva orden. Dado que la orden ocurre cuando el inventario decrece en $M + (Q - M) = Q$ unidades (el máximo número de existencias más el número máximo de faltantes planeados), se tiene que el punto en que se hace la primera orden es en Q/D (pues la demanda decrece a tasa constante), es decir, el ciclo tiene esa longitud.

- El tiempo en que hay faltantes, es el periodo comprendido entre los puntos en que el inventario es cero, y en el que se han pedido $Q - M$ unidades, así, este periodo queda determinado por $Q/D - M/D = \frac{Q - M}{D}$.
- Se calcularán los costos por unidad de tiempo, mediante el costo en que se incurre por cada ciclo, y el número de ciclos que hay en un año (D/Q).

Considerando lo anterior, se llega a que, por unidad de tiempo, se incurre en los siguientes gastos:

- Costo de adquisición por unidad de tiempo:
 $c * \text{unidades agregadas al año} = cD$ (análogo al modelo básico)
- Costo por ordenar por unidad de tiempo:
 $k * \text{número de inicios anuales} = k \frac{D}{Q}$ (análogo al modelo básico)
- Costo por mantener por unidad de tiempo:
 $h * \text{número promedio de unidades en inventario en un ciclo} * \frac{D}{Q} = h * \left(\frac{M}{2} * \frac{M}{D}\right) * \frac{D}{Q} = \frac{M^2 h}{2Q}$
- Costo por faltantes por unidad de tiempo:
 $p * \text{unidades faltantes en un ciclo} * \frac{D}{Q} = p * \left(\frac{(Q - M)}{2} * \frac{Q - M}{D}\right) * \frac{D}{Q} = \frac{(Q - M)^2 p}{2Q}$

Luego, el costo total viene dado por:

$$TC(Q, M) = cD + k \frac{D}{Q} + \frac{M^2 h}{2Q} + \frac{(Q - M)^2 p}{2Q} \quad (1.5)$$

Teniendo la ecuación del costo, ahora lo que resta es minimizarlo, por lo que, de nuevo, se obtienen las derivadas parciales de la función objetivo y se igualan a cero (Véase A.3), obteniendo la cantidad óptima a pedir en una nueva orden de reabasto Q^* y la cantidad máxima de faltantes permitidos $Q^* - M^*$:

$$Q^* = \left(\frac{h + p}{p}\right)^{1/2} \left(\frac{2kD}{h}\right)^{1/2} \quad (1.6)$$

$$M^* = \left(\frac{p}{h + p}\right)^{1/2} \left(\frac{2kD}{h}\right)^{1/2}$$

Así, el nivel máximo óptimo de faltantes está dado por

$$Q^* - M^* = \left(\frac{h + p}{p}\right)^{1/2} \left(\frac{2kD}{h}\right)^{1/2} - \left(\frac{p}{h + p}\right)^{1/2} \left(\frac{2kD}{h}\right)^{1/2} \quad (1.7)$$

Ejemplo: Reconsidere el problema de la sección anterior. Debido a la popularidad de la computadora Power, Tim Madsen ha comprobado que los clientes están dispuestos a comprar una computadora aun cuando no se tenga en inventario siempre que se les asegure que la tendrán en un periodo razonable. Por lo tanto, ha decidido cambiar del modelo EOQ básico al EOQ con faltantes planeados, con base en un costo por faltantes de 200 dólares por computadora [17].

Ahora tenemos los siguientes datos:

- $D = 676$;
- $c = 3000$;
- $L = \frac{1}{104}$;
- $K = 75$;
- $h = 600$.
- $p = 200$

Por tanto, la cantidad a ordenar es de $Q^* = \sqrt{\frac{2 * 75 * 676}{600} * \frac{600 + 200}{200}} = 26$, además, el

nivel máximo de faltantes es de $Q^* - M^* = Q^* - \sqrt{\frac{2 * 75 * 676}{600} * \frac{600}{600 + 200}} \approx 15$

Es decir, se deben pedir 13 unidades cada vez que falten en inventario 15 unidades, es decir, se hayan pedido 15 computadoras y no se hayan podido entregar inmediatamente. Lo que costaría anualmente

$$TC(Q^*, M^*) = 3000(676) + 75 \frac{676}{26} + 600 \frac{126.75}{2 * 26} + 200 \frac{15}{2 * 26} = 2031469.2$$

pesos

1.3.3. Modelo Estocástico

Si se desconoce cuándo los clientes acuden por algún artículo, se tiene una situación de incertidumbre respecto a la demanda de ese nuevo artículo; cuando la demanda cambia conforme el tiempo transcurre, el problema de planeación del inventario asociado, se dice que es dinámico y para estas situaciones, se requiere hacer alguna clase de pronósticos sobre la demanda esperada y la variabilidad que podría presentar.

Una consecuencia importante de tener incertidumbre en la demanda es que se tiene un gran riesgo de incurrir en faltantes, a menos que se maneje cuidadosamente el inventario. Se necesita colocar una orden de reabastecimiento del inventario antes de agotarse, debido principalmente al retraso en el suministro; sin embargo, si se reabastece demasiado inventario demasiado pronto, se paga un costo alto por mantener un inventario grande; por ello, frecuentemente se busca el mejor intercambio entre las consecuencias de tener demasiado y escaso inventario.

Este modelo está basado en dos variables: R el punto de reorden y Q la cantidad a ordenar. Cada vez que el nivel de inventario baja a R unidades, se coloca una orden de Q unidades para reabastecer el inventario. En este caso, como la demanda no disminuye a tasa constante, debemos sólo considerar las unidades con que contamos, y no el momento en el tiempo, para realizar una nueva orden.

La idea se explica más claramente si se piensa en un sistema de dos contenedores, las unidades totales de inventario se colocan dentro de ellos, la característica del primer contenedor es que tiene capacidad R ; así, del segundo contenedor que tiene el sobrante se comienzan a sacar las unidades según sean demandadas, y la nueva orden se hará cuando este contenedor quede vacío, pudiéndose ocupar las unidades del primer contenedor en el tiempo de entrega.

Los supuestos que tiene este modelo son los siguientes:

- Sólo se modela el comportamiento de un producto estable.
- El nivel de inventario está bajo revisión continua, por lo que su valor actual siempre se conoce.
- Las únicas decisiones que se toman son los valores de R y Q .
- Hay un tiempo de entrega entre colocar la orden y recibirla, L (constante).
- La demanda durante el tiempo de entrega es incierta, pero se conoce su distribución de probabilidad.
- Si ocurre un faltante antes de recibir un pedido, este se vuelve “pedido pendiente” y se surte cuando llega la orden.
- El producto se puede almacenar indefinidamente.

Para este nuevo modelo se conservan las definiciones de los modelos anteriores, excepto la de la demanda; además, se agrega el concepto de nivel de servicio:

Demanda

Para este caso la demanda es aleatoria y se debe contar con su función de distribución, por lo que tendremos ahora que D es una variable aleatoria que tiene una media $E[D]$ y una varianza $var(D)$.

Nivel de servicio

Es la probabilidad deseada por la administración de que no ocurra un faltante entre el tiempo en que se coloca una orden y en que se recibe. Lo denotamos por T .

Para solucionar este modelo, se requiere definir previamente algunas variables que nos servirán de apoyo en la obtención de los parámetros:

- c_B = Costo generado por cada faltante.
- $OHI(t)$ = Inventario disponible en el tiempo t .
- $B(t)$ = Cantidad de pedidos pendientes en el tiempo t .

- $I(t)$ = Nivel neto de existencias en el tiempo t : $OHI(t) - B(t)$.
- B_R = Variable aleatoria que representa el agotamiento de existencias o pedidos pendientes durante un ciclo, si R es el punto de reabasto.
- D_1 = Variable aleatoria que representa la demanda durante el plazo de entrega L . Si suponemos que las demandas en puntos distintos en el tiempo son independientes, se tiene lo siguiente:

$$E[D_1] = L * E[D]$$

$$\sigma_{D_1} = \sigma_D * \sqrt{L}$$

Además, si D es una variable aleatoria normal, se tiene que D_1 también lo será.

Queremos elegir Q y R que minimicen el costo anual total (excluyendo el precio de compra, pues este no depende de la cantidad a pedir ni del punto de reorden). Si $TC(Q, R)$ el costo esperado por unidad de tiempo (sin costo de adquisición) generado al pedir Q unidades en el punto de reorden R , se tiene que:

$$TC(Q, R) = \text{Costo esperado, por unidad de tiempo, por ordenar} +$$

$$\text{Costo esperado, por unidad de tiempo, por mantener} + \text{Costo, por unidad de tiempo, por faltantes}$$

Suponemos que la cantidad promedio de pedidos pendientes ($B(t)$) es pequeña en relación con el nivel promedio de existencias disponibles (es razonable, pues si ocurren faltantes es por lo general durante una pequeña parte del ciclo), por lo que

$$\text{valor esperado } I(t) \equiv \text{valor esperado } OHI(t)$$

Dado que

Costo esperado, por unidad de tiempo, por mantener = h *Valor esperado del nivel de existencias disponibles
y podemos expresar

$$\text{Valor esperado del nivel de existencias disponible en un ciclo} =$$

$$= \frac{\text{Valor esperado de } I(t) \text{ al inicio del ciclo} + \text{Valor esperado de } I(t) \text{ al final del ciclo}}{2}$$

Además, al final del ciclo el nivel esperado de existencias será igual al nivel de existencias en el punto de reabasto menos la demanda durante el plazo de entrega, es decir

$$\text{valor esperado de } I(t) \text{ al principio del ciclo} = R - E[D_1]$$

Por otro lado, al principio del ciclo, el nivel de existencias al final del ciclo aumenta con la llegada de un pedido de tamaño Q , por lo que el valor esperado al inicio del ciclo es:

$$\text{valor esperado de } I(t) \text{ al principio del ciclo} = R - E[D_1] + Q$$

Luego:

$$\text{valor esperado de } I(t) \text{ durante el ciclo} = \frac{Q}{2} + R - E[D_1]$$

Por tanto, podemos obtener el costo por mantener como sigue:

$$\text{Costo esperado, por unidad de tiempo, por mantener} = h * \left(\frac{Q}{2} + R - E[D_1] \right)$$

Para determinar el costo esperado, por unidad de tiempo, por faltantes, tenemos

$$\text{Costo por faltantes anual esperado} = \frac{\text{Costo esperado por faltantes}}{\text{ciclo}} \frac{\text{Ciclos esperados}}{\text{Año}}$$

Además

$$\frac{\text{Costo esperado por faltantes}}{\text{ciclo}} = C_B * E[B_R]$$

Como a la larga la demanda se cumplirá, cada año se hará un promedio de $\frac{E[D]}{Q}$ pedidos.

Luego

$$\text{Costo por faltantes esperado, por unidad de tiempo} = \frac{c_B E[B_R] E[D]}{Q}$$

Por último, para obtener el costo por ordenar esperado, por unidad de tiempo:

$$\text{Costo por ordenar, por unidad de tiempo, esperado} = k \frac{\text{Pedidos esperados}}{\text{año}} = \frac{kE[D]}{Q}$$

Así, se concluye que el costo total en que se incurre por unidad de tiempo (sin el costo de adquisición) es:

$$TC(Q, R) = h * \left(\frac{Q}{2} + R - E[D_1] \right) + \frac{c_B E[B_R] E[D]}{Q} + \frac{kE[D]}{Q} \quad (1.8)$$

Se pueden obtener Q^* y R^* tal que minimicen a la función $TC(Q, R)$, mediante:

$$\frac{\partial TC(Q^*, R^*)}{\partial Q} = 0 = \frac{\partial TC(Q^*, R^*)}{\partial R}$$

Sin embargo, en la mayoría de los casos, el valor de Q^* que satisface lo anterior está muy cercano al

$$EOQ = \sqrt{\frac{h + p}{p} \frac{2kD}{h}}$$

Por tanto, supondremos en este caso que $Q^* = EOQ$, donde sustituiremos D por $E[D]$ y p por c_B .

Para obtener R , suponemos un valor dado de Q^* , el costo, por unidad de tiempo, esperado por hacer pedidos es independiente de R , por lo que podemos sólo minimizar la suma del costo anual esperado por almacenar los bienes y el costo por faltantes al determinar un valor R que minimice $TC(Q, R)$. Para ello, haremos uso del análisis marginal (al incrementar el punto de reabasto en Δ pequeño, ¿ $TC(Q, R)$ aumenta o disminuye?). Si aumentamos R a $R + \Delta$:

- El costo por almacenar aumentará:

$$h \left(\frac{Q}{2} + R + \Delta - E[D_1] \right) - h \left(\frac{Q}{2} + R - E[D_1] \right) = h\Delta$$

- El costo por faltantes disminuirá, pues en cualquier ciclo en el que la demanda en el plazo para la entrega es por lo menos R , la cantidad de producto agotado se reducirá en Δ unidades, es decir que los costos por faltantes se reducirán $c_B\Delta$ con una probabilidad $P[D_1 \geq R]$ cada ciclo; y dado que hay un promedio de $\frac{E[D]}{Q}$ ciclos por unidad de tiempo, el costo esperado, por unidad de tiempo, por faltantes, será:

$$\frac{\Delta E[D] c_B P[D_1 \geq R^*]}{Q}$$

Buscamos R^* para el cual el beneficio marginal y el costo marginal sean iguales, pues ahí ocurre un óptimo local de la función de costos, es decir, resolvemos la ecuación para R^* :

$$\frac{\Delta E[D] c_B P[D_1 \geq R^*]}{Q} = h\Delta$$

es decir

$$P[D_1 \geq R^*] = \frac{hQ}{c_B E[D]}$$

Teniendo ya la Q óptima, podemos establecer que el valor de R que satisface la disminución de costos es aquel que cumple con:

$$P[D_1 \geq R^*] = \frac{hQ^*}{c_B E[D]}$$

Observamos que si

$$\frac{hQ^*}{c_B E[D]} > 1$$

no habrá solución, pues el costo de almacenamiento es muy alto en relación con el costo por faltantes. La administración debe establecer el punto de reabastecimiento en el nivel más bajo aceptable.

Sin embargo, el punto de reabastecimiento puede obtenerse a partir de un nivel de servicio que desea la administración. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Elegimos T .
2. Despejar R^* tal que $P[D_1 \leq R^*] = T$

Si la demanda en el tiempo de entrega se distribuye normal $N(\mu, \sigma)$, despejamos R tal que $P[D_1 \leq R] = T$, obteniendo que R es el resultado de evaluar la función inversa de la normal en el punto T . Donde D_1 es la variable aleatoria que representa a la demanda en el tiempo de entrega, por lo que:

$$R = \mu + Z^T \sigma \tag{1.9}$$

donde Z^T es el valor de tablas de una normal estándar asociado a la probabilidad T . Para un desarrollo alternativo véase

Ejemplo: Jed Walker es el gerente de Have a Cow, un restaurante de hamburguesas en el centro. Jed compra toda la carne a Ground Chuck. Jed estima que el costo de mantener anual es de 30 centavos por libra. Cuando se queda sin carne, debe comprarla en el supermercado cercano. Se estima que el alto costo de compra y la molestia que implica tienen un costo de 3 dólares por libra que le falta. Para evitar esta situación, Jed ha decidido tener suficiente inventario de seguridad para que no le falte carne antes de que llegue la entrega, un nivel de 95%. Colocar una orden sólo requiere mandar un fax, por lo que el costo administrativo es despreciable.

El contrato de Have a Cow con Ground Chuck es el siguiente: el precio de compra es de 1.49 dólares por libra. Se agrega un costo fijo de 25 dólares por orden, por envío. Se garantiza que llega en 2 días. Jed estima que la demanda de carne estos días tiene distribución normal con media 100 libras y una desviación de 50 libras [17].

Contamos con los siguientes datos:

- La unidad de tiempo es una semana.
- $c_B = 3$
- $h = .3$
- $c = 1.49$
- $K = 25$
- $E[D_1] = 100$
- $\sigma = 50$
- $E[B_R] = \frac{2}{365}$

Calculamos el costo asociado a comprarle a Ground Chuck:

Obtenemos Q^* :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * 25 * (100 * 365/2)}{0.3} * \frac{0.3 + 3}{3}} \approx 1829$$

Obtenemos R :

$$R = 100 + Z^{.95} * 200 = 100 + 1.96 * 200 = 198$$

Obtenemos el costo total asociado:

$$.3\left(\frac{1829}{2} + 198 - 100\right) + \frac{3 * (100 * 365/2) * \frac{2}{365}}{1829} + \frac{25 * (100 * 365/2)}{1829} = 553.37$$

Por tanto, se deben pedir 1829 libras de carne cuando queden 198 en inventario, y se tendrá un costo asociado de 553.37 dólares.

1.4. Teoría de Redes

Los problemas de redes son aquellos que utilizan redes como modelo de representación; éstos son diversos y pueden tener una amplia variedad de áreas de aplicación, como son: producción, distribución, planeación de proyectos, localización de instalaciones, administración de recursos y planeación financiera, entre otros. Una gran variedad de éstos son problemas específicos de la programación lineal, que encontraron una manera más eficiente de ser resueltos mediante metodología de gráficas [17].

La principal utilidad de la representación con redes es que se puede visualizar de manera clara todo el problema (en relación con la TGS, un sistema), su estructura y relaciones entre componentes, lo que permite un mejor análisis.

Con el fin de hacer una más clara explicación de la resolución de problemas de este tipo, es necesario introducir algunos términos básicos:

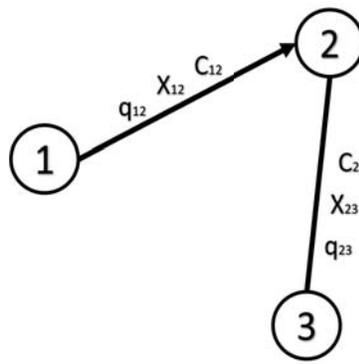


Figura 1.2: Representación en una red

Fuente: Elaboración propia

Una **red**, G , es una representación como la que se observa en la **Figura 1.2**, conformada por:

- Un conjunto de **Nodos**, N , que son los círculos de la **Figura 1.2**, cuyo nombre se representa con un número dentro de él, i
- Un conjunto de **Arcos**, A , que son las líneas de la **Figura 1.2**, representan la relación entre nodos y pueden contener:
 - **Flujo**, la cantidad que se “transporta” de un nodo a otro, representada por el número X_{ij} ;
 - **Costo unitario por flujo**, la cantidad que “cuesta transportar” una unidad de flujo de un nodo a otro, representada por el número C_{ij} ;
 - **Capacidades**, cantidades que limitan el flujo de un nodo a otro, representada por el número q_{ij} ;

Los arcos se nombran por los nodos a los que unen y, a su vez, se subdividen en:

- **Dirigidos**, aquellos que terminan en una flecha, y representan una relación unidireccional

- **No dirigidos**, los que son representados por una línea simple

Análíticamente, la red requiere de una función $\rho : A \rightarrow NxN$, **función de adyacencia**, que asigna a cada arco, una pareja de vértices, $J \mapsto (i, j)$ [18]

Como ejemplo, considemos la **Figura 1.2** (mostrada al principio de la descripción de una red), sus componentes son

$$N = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{J_1, J_2\}$$

$$\text{y } \rho : A \rightarrow NxN \text{ tal que } \rho(J_1) = (1, 2) \text{ y } \rho(J_2) = (2, 3)$$

1.4.1. Árboles

Es importante mencionar un concepto particular en redes, los árboles. En la definición de la teoría de gráficas un árbol es una gráfica conexa y acíclica, como la que se muestra en la **Figura 1.3**; en términos de redes, se reduce a lo siguiente: un árbol es un subconjunto de los arcos de la red original que conecta a todos los nodos sin formar ningún circuito [18].

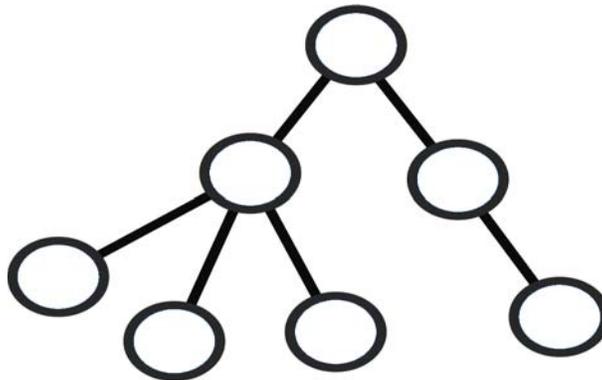


Figura 1.3: Representación de un árbol (gráfica)

Fuente: Elaboración propia con información de [19]

Los problemas que se resuelven con árboles en la teoría de redes requieren de una red general, en la que se conocen los costos o distancias entre diferentes nodos; sin embargo, los arcos no están determinados y lo que se trata de encontrar es un árbol que comunique a todos los nodos de la red, pero cuyo costo o distancia total sea mínima.

1.4.2. Método PERT/CPM

Una de las funciones de la metodología de redes, como se mencionó al principio, es la de apoyar en la gestión de proyectos, para lo cual, la Investigación de Operaciones desarrolló dos métodos, que con el tiempo se unificaron. Los métodos PERT (técnica de evaluación y revisión de programas o program evaluation and review technique) y CPM (método de la trayectoria crítica o critical path method), surgieron como herramientas para la planeación y coordinación de actividades [17].

El modelo CPM se utiliza para determinar el tiempo total que tardará un proyecto en terminarse, o qué tanto tiempo se puede retrasar una actividad del proyecto, sin evitar la conclusión de éste; este método es utilizado cuando se conoce con certeza la cantidad de tiempo en que se realiza cada actividad del proyecto [20].

El método PERT tiene la misma finalidad, pero se utiliza cuando la duración de las actividades no se conoce con certeza, y por ello requiere de estimar la probabilidad de que el proyecto se termine en una fecha específica [20].

Requieren la lista de actividades que conforman al proyecto, con su respectivo tiempo de culminación, el proyecto se va a considerar completo si cada una de ellas está terminada; cada actividad tendrá predecesores, esto es actividades que es necesario terminar para poder comenzar con ella. Así la representación en red será la siguiente: los nodos representan la terminación de un conjunto de actividades mientras que los arcos son las actividades, la función de adyacencia representa la relación de precedencia y el flujo está determinado por el tiempo que dura cada actividad.

Tomemos como ejemplo la **Figura 1.4**, las actividades que representa son las *A* y *B*, donde la *B* tiene como precedente a la actividad *A*.

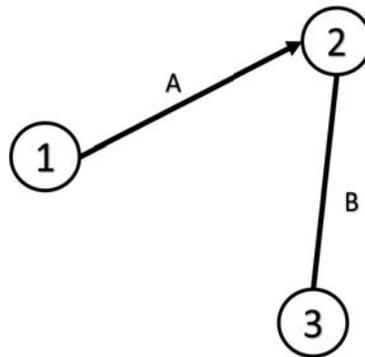


Figura 1.4: Representación en una red para la gestión de un proyecto

Fuente: Elaboración propia

Además, deben seguirse ciertas reglas para tener una **Red del proyecto**:

1. El nodo 1 representa el inicio del proyecto (se unirá a todas las actividades sin predecesores)
2. Debe incluirse un nodo final que represente la terminación del proyecto
3. Los arcos deberán tener su inicio sea en un nodo con un número menor al de su final.
4. Cada actividad tiene asociado sólo un arco.
5. Dos nodos no pueden estar conectados por más de un arco.

Ejemplo: Widgetco está a punto de introducir un nuevo producto; para lo cual se ensamblan dos productos anteriores; previamente se deben conseguir los insumos y capacitar al personal; además, se tiene que inspeccionar uno de los dos primeros productos antes de ensamblar el nuevo producto. En el **Cuadro 1.1** se muestran las actividades y la información requerida para un modelo CPM; mientras que en la **Figura 1.5** se muestra la red asociada al problema; en la cual se agregó un nodo y un arco con una actividad ficticia con el fin de permitir que se cumpliera la regla 5.

Actividad	Predecesores	Duración (días)
A=Capacitar a los trabajadores	-	6
B=Comprar materias primas	-	9
C=Producir el producto 1	A,B	8
D=Producir el producto 2	A,B	7
E=Probar el producto 2	D	10
F=Ensamblar el producto 3	C,E	12

Cuadro 1.1: Duración de las actividades y relaciones predecesoras para Widgetco [20]

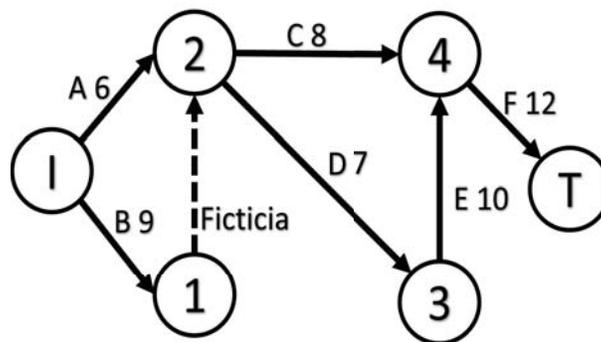


Figura 1.5: Diagrama de proyecto para Widgetco

Fuente: Elaboración propia con información de [20]

Para poder resolver un problema CPM o PERT, es relevante conocer dos conceptos importantes; para un nodo i , y un arco (i, j) , con $i, j \in \{I, 1, \dots, n, T\}$ se definen:

Tiempo de evento inicial para el nodo i , $ET(i)$

El primer momento en que ocurre el evento que corresponde al nodo i

Para encontrarlo observemos que como el nodo I representa el comienzo del proyecto, $ET(I) = 0$, y para los siguientes nodos se realiza el algoritmo siguiente:

1. Encuentre cada evento anterior al nodo i que esté conectado mediante un arco a este nodo (los predecesores inmediatos del nodo i).
2. Para el ET de cada predecesor inmediato del nodo i agregue la duración de la actividad que conecta el predecesor inmediato al nodo i .
3. $ET(i)$ es igual al máximo de las sumas calculadas en el paso 2.

Se puede demostrar que $ET(i)$ es la longitud de la trayectoria más larga en la red de proyecto del nodo I al nodo i .

Tiempo de evento tardío para el nodo i , $LT(i)$

El último momento en que puede ocurrir un evento que corresponde al nodo i sin retrasar la terminación del proyecto.

Para determinar LT , comenzamos con el nodo T y nos movemos hacia atrás, hasta determinar $LT(I)$, mediante el siguiente algoritmo:

1. Encuentre cada nodo que ocurre después del nodo i y está conectado a éste por un arco (los sucesores inmediatos del nodo i).
2. A partir del LT para cada sucesor inmediato al nodo i , reste la duración de la actividad que une al sucesor con el nodo i .
3. $LT(i)$ es la más pequeña de las diferencias determinadas en el paso 2.

Es de notar que si $LT(i) = ET(i)$, cualquier retardo en la ocurrencia del nodo i retrasará la terminación del proyecto.

Tiempo libre total para el arco (i, j) , $TF(i, j)$

La cantidad por la que se podría retrasar el tiempo de inicio de la actividad (i, j) más allá de su tiempo de inicio más próximo posible sin retrasar la terminación del proyecto (suponiendo que ninguna otra actividad se retrasa).

Si definimos t_{ij} como la duración de la actividad (i, j) , entonces $TF(i, j)$ se expresa fácilmente en términos de $LT(j)$ y $ET(i)$; la actividad (i, j) comienza en el nodo i , y si la ocurrencia del nodo i , o la duración de la actividad (i, j) , se retarda por k unidades de tiempo, entonces la actividad (i, j) se completará en el tiempo $ET(i) + k + t_{ij}$. Así, la terminación del proyecto no se retardará si

$$ET(i) + k + t_{ij} \leq LT(j) \text{ o } k \leq LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Por lo que,

$$TF(i, j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Tiempo libre para el arco (i, j) , $FF(i, j)$

La cantidad por la que el tiempo de inicio (o la duración) de la actividad que corresponde al arco (i, j) se puede retrasar sin retardar el inicio de cualquier actividad posterior más allá de su tiempo de inicio más próximo posible.

Si la ocurrencia del nodo i , o la duración de la actividad (i, j) , se retrasa por k unidades, lo más pronto que puede ocurrir el nodo j es $ET(i) + t_{ij} + k$. Así, si

$$ET(i) + t_{ij} + k \leq ET(j) \text{ o } k \leq ET(j) - ET(i) - t_{ij},$$

no se retarda el nodo j y en tal caso, ninguna otra actividad se retarda más allá de su tiempo de inicio posible más próximo. Por lo que

$$FF(i, j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$

Ejemplo: Continuando con el caso Widgetco, el **Cuadro 1.2** muestra los tiempos inicial y tardío de cada nodo del proyecto, mientras que el **Cuadro 1.3** muestra el tiempo libre (y total) asociado a cada arco (o actividad) del proyecto:

Nodo	Sucesores	$ET(i)$	$LT(i)$
I	1,2	$ET(I) = 0$	$LT(I) = \min\{LT(2) - 6, LT(2) - 9\} = 0$
1	2	$ET(1) = \max\{ET(I) + 9\} = 9$	$LT(1) = \min\{LT(2) - 0\} = 9$
2	3,4	$ET(2) = \max\{ET(I) + 6, ET(1) + 0\} = 9$	$LT(2) = \min\{LT(3) - 7, LT(4) - 8\} = 9$
3	4	$ET(3) = \max\{ET(2) + 7\} = 16$	$LT(3) = \min\{LT(4) - 10\} = 16$
4	T	$ET(4) = \max\{ET(2) + 8, ET(3) + 10\} = 26$	$LT(4) = \min\{LT(T) - 12\} = 26$
T	-	$ET(T) = \max\{ET(4) + 12\} = 38$	$LT(T) = ET(T) = 38$

Cuadro 1.2: Tiempos de evento inicial y de evento tardío para el proyecto de Widgetco

El tiempo más próximo en el que se puede ensamblar el producto 3 es de 38 días, a partir de ahora; además, como en todos los nodos se cumple que $LT(i) = ET(i)$, un retardo en la ocurrencia de cualquier nodo retrasará la terminación del proyecto.

Actividad	Arco	$TF(i)$	$FF(i)$
B	(I,1)	$TF(I, 1) = LT(1) - ET(I) - 9 = 0$	$FF(I, 1) = ET(1) - ET(I) - 9 = 0$
A	(I,2)	$TF(I, 2) = LT(2) - ET(I) - 6 = 3$	$FF(I, 2) = ET(2) - ET(I) - 6 = 3$
D	(2,3)	$TF(2, 3) = LT(3) - ET(2) - 7 = 0$	$FF(2, 3) = ET(3) - ET(2) - 7 = 0$
C	(2,4)	$TF(2, 4) = LT(4) - ET(2) - 8 = 9$	$FF(2, 4) = ET(4) - ET(2) - 8 = 9$
E	(3,4)	$TF(3, 4) = LT(4) - ET(3) - 10 = 0$	$FF(3, 4) = ET(4) - ET(3) - 10 = 0$
F	(4,T)	$TF(4, T) = LT(T) - ET(4) - 12 = 0$	$FF(4, T) = ET(T) - ET(4) - 12 = 0$
Ficticia	(1,2)	$TF(1, 2) = LT(2) - ET(1) - 0 = 0$	$FF(1, 2) = ET(2) - ET(1) - 0 = 0$

Cuadro 1.3: Tiempo libre y Tiempo libre total de cada actividad para el proyecto de Widgetco

Como el tiempo libre para la actividad C son 9 días, si se retrasa más de ese tiempo al inicio o la duración de esa actividad, retardará el inicio de la actividad posterior, así como del proyecto. El mismo caso con la actividad A, en 3 días.

1.4.2.1. Determinación de la trayectoria crítica

Si una actividad tiene un tiempo libre total de cero, entonces cualquier retraso en el comienzo (o la duración) de la actividad retardará la terminación del proyecto; aún más, incrementar A días la duración de una actividad aumentará A días la duración del proyecto. Por lo anterior, esta clase de actividad se denomina crítica para la terminación del proyecto; y una trayectoria del nodo I al nodo T que consiste por completo en actividades críticas se llama **trayectoria crítica**, ésta puede no ser única, pero cumple con que es la más larga de I a T .

En el ejemplo que venimos trabajando, del **Cuadro 1.3** se desprende que las actividades B, D, E, F y la ficticia son actividades críticas, y por tanto, la trayectoria $I-1-2-3-4-T$ es la trayectoria crítica.

La programación lineal también se puede utilizar para determinar la longitud de la trayectoria crítica; para este método, se define

$$x_j = \text{tiempo en el que ocurre el evento que corresponde al nodo } j$$

Para cada actividad (i, j) , se sabe que antes que ocurra el nodo j , debe ocurrir el nodo i , y se debe completar la actividad (i, j) ; lo que significa que para cada arco (i, j) en la red del proyecto,

$$x_j \geq x_i + t_{ij}$$

Sean I y T los nodos que representan el inicio y la terminación del proyecto, respectivamente; dado que nuestro objetivo es minimizar el tiempo requerido para completar el proyecto, la función objetivo será $Z = x_T - x_I$ y el problema de programación lineal quedaría de la siguiente fórmula

$$\begin{aligned} & \text{Min } Z = x_T - x_I \\ & \text{sujeto a} \\ & \quad x_j \geq x_i + t_{ij} \text{ con } i, j = I, \dots, T \\ & \quad x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Este problema se puede resolver con el método SIMPLEX (Véase A.1) y puede tener muchas otras soluciones óptimas; en general, el valor de x_i podría ser cualquier valor entre $ET(i)$ y $LT(i)$; sin embargo, las soluciones óptimas indicarán que la duración de cualquier trayectoria crítica es Z

En el ejemplo, el problema se representa como sigue:

$$\begin{aligned} & \text{Min } Z = x_T - x_I \\ & \text{sujeto a} \\ & \quad x_2 \geq x_I + 6 \text{ (Restricción del arco } (I, 2)) \\ & \quad x_1 \geq x_I + 9 \text{ (Restricción del arco } (I, 1)) \\ & \quad x_4 \geq x_2 + 8 \text{ (Restricción del arco } (2, 4)) \\ & \quad x_3 \geq x_2 + 7 \text{ (Restricción del arco } (2, 3)) \\ & \quad x_4 \geq x_3 + 10 \text{ (Restricción del arco } (3, 4)) \\ & \quad x_T \geq x_4 + 12 \text{ (Restricción del arco } (4, T)) \\ & \quad x_2 \geq x_1 + 0 \text{ (Restricción del arco } (1, 2)) \\ & \quad x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Una solución óptima es $Z = 38$, $x_I = 0$, $x_1 = 9$, $x_2 = 9$, $x_3 = 16$, $x_4 = 26$ y $x_T = 38$.

1.4.2.2. Aceleración del proyecto

En muchas situaciones, el administrador del proyecto debe completarlo en un tiempo menor a la duración de la trayectoria crítica. En esta situación, la programación lineal

se utiliza a menudo para determinar la asignación de recursos que minimiza el costo de satisfacer la fecha límite del proyecto.

Ejemplo: Suponga que Widgetco cree que tiene alguna oportunidad de ser un éxito, el producto 3 debe estar disponible en el mercado antes que el del competidor; Widgetco sabe que el producto del competidor está programado para que aparezca en el mercado 26 días a partir de ahora, así que Widgetco debe introducir el producto 3 dentro de 25 días. Debido a que la trayectoria crítica del ejemplo 6 tiene una duración de 38 días, Widgetco tendrá que gastar más recursos para cumplir con la fecha límite del proyecto de 25 días. Supóngase que al asignar recursos adicionales (**Cuadro 1.4**) a una actividad, Widgetco reduce la duración de cualquier actividad por unos cinco días.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
\$10	\$20	\$3	\$30	\$40	\$50

Cuadro 1.4: Costo por día de reducir la duración de una actividad

Para hallar el costo mínimo de completar el proyecto por la fecha límite de 25 días, se definen las variables A , B , C , D , E y F como sigue:

A = número de días por los que se reduce la duración de la actividad A

·
·
·

F = número de días por los que se reduce la duración de la actividad F

Además, x_j = tiempo en que ocurre el evento que corresponde al nodo j .

Entonces Widgetco debe resolver el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 10A + 20B + 3C + 30D + 40E + 50F \\ \text{sujeto a} \\ A &\geq 5 \\ B &\geq 5 \\ C &\geq 5 \\ D &\geq 5 \\ E &\geq 5 \\ F &\geq 5 \\ x_2 &\geq x_1 + 9 - B \text{ (Restricción del arco } (I, 1)) \\ x_3 &\geq x_1 + 6 - A \text{ (Restricción del arco } (I, 2)) \\ x_5 &\geq x_3 + 8 - C \text{ (Restricción del arco } (2, 4)) \\ x_4 &\geq x_3 + 7 - D \text{ (Restricción del arco } (2, 3)) \\ x_5 &\geq x_4 + 10 - E \text{ (Restricción del arco } (3, 4)) \end{aligned}$$

$$x_6 \geq x_5 + 12 - F \text{ (Restricción del arco (4, T))}$$

$$x_3 \geq x_2 + 0 \text{ (Restricción del arco (1, 2))}$$

$$x_6 - x_1 \leq 25$$

$$x_i \geq 0$$

Las primeras seis restricciones estipulan que la duración de cada actividad se puede reducir a lo más 5 días; las siguientes siete restricciones aseguran que el evento i no puede ocurrir hasta después que ocurre el nodo i y se completa la actividad (i, j) ; la décima cuarta restricción asegura que el proyecto se complete dentro de la fecha límite de 25 días; la función objetivo es el costo total en que se incurre al reducir la duración de las actividades.

Una solución óptima para este PL es $z = \$390$, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 4$, $x_4 = 6$, $x_5 = 13$, $x_6 = 25$, $A = 2$, $B = 5$, $C = 0$, $D = 5$, $E = 3$, $F = 0$.

Después de reducir las duraciones de los proyectos B , A , D y E por las cantidades especificadas, se obtiene la red de proyecto ilustrada en la **Figura 1.6**.

Se puede verificar que A , B , D , E y F son actividades críticas y que $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6$ y $1 - 3 - 4 - 5 - 6$ son trayectorias críticas.

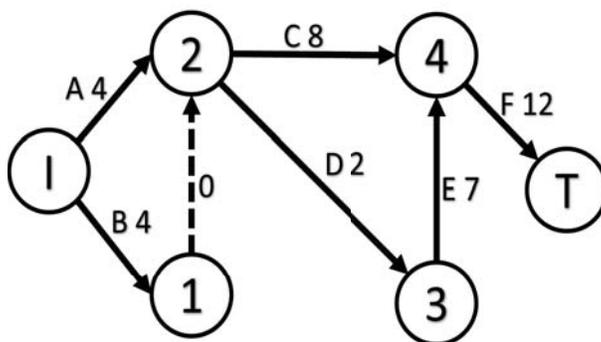


Figura 1.6: Red asociada a la solución de aceleración del proyecto

Fuente: Elaboración propia con información de [20]

Así, la fecha límite del proyecto de 25 días se puede satisfacer por un costo de \$390.00.

1.4.2.3. PERT

Como ya se mencionó, CPM supone que la duración de cada actividad se conoce con certeza, y, tratando de compensar esa falta, PERT modela la duración de cada actividad como una variable aleatoria, para lo cual, se calcula lo siguiente:

a = estimación de la duración de la actividad en las condiciones más favorables

b = estimación de la duración de la actividad en las condiciones menos favorables

m = valor más probable para la duración de la actividad

Además, tomemos \mathbf{T}_{ij} la duración de la actividad (ij) , la cual se supone con una distribución beta (Véase A.2), y, se puede demostrar que, la media y la varianza de \mathbf{T}_{ij} se

podrían aproximar por:

$$E[\mathbf{T}_{ij}] = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \text{var}(\mathbf{T}_{ij}) = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2$$

PERT requiere la suposición de que las duraciones de las actividades son independientes. Entonces para cualquier trayectoria en la red de proyecto, la media y la variancia del tiempo requerido para completar las actividades de la trayectoria están dadas por

$$\sum_{(i,j) \in \text{trayectoria}} E[T_{ij}] = \text{duración esperada de las actividades en cualquier trayectoria}$$

$$\sum_{(i,j) \in \text{trayectoria}} \text{var}(T_{ij}) = \text{varianza de la duración de las actividades en cualquier trayectoria}$$

Ahora, sea CP la variable aleatoria que denota la duración total de las actividades en una trayectoria crítica encontrada por CPM; PERT supone que la trayectoria crítica encontrada contiene suficientes actividades que permiten utilizar el Teorema del límite central y concluir que

$$CP = \sum_{(i,j) \in \text{trayectoria}} T_{ij}$$

se distribuye normal; lo que, aunado al supuesto de que *sin importar cuáles resulten ser las duraciones de las actividades del proyecto, la trayectoria crítica se mantiene*, permite que se puedan responder preguntas sobre la probabilidad de que el proyecto se complete en una fecha específica:

Estandarizando y aplicando la suposición de que CP está normalmente distribuida, se encuentra que Z es una variable aleatoria normal estandarizada con media 0 y variancia 1 y:

$$P[CP \leq X] = P\left[\frac{CP - E[CP]}{\sqrt{\text{var}(CP)}} \leq \frac{X - E[CP]}{\sqrt{\text{var}(CP)}}\right] = P\left[Z \leq \frac{X - E[CP]}{\sqrt{\text{var}(CP)}}\right]$$

donde

$$F\left(\frac{X - E[CP]}{\sqrt{\text{var}(CP)}}\right)$$

se puede obtener mediante la función **DISTR.NORM.ESTAND.N(X,1)**.

Ejemplo: Suponga que Widgetco tiene asociadas a , b y m como lo muestra el **Cuadro 1.5**; ¿cuál es la probabilidad de que el proyecto se complete en 35 días?

Actividad	a	b	c
(I,1)	5	13	9
(I,2)	2	10	6
(2,4)	3	13	8
(2,3)	1	13	7
(3,4)	8	12	10
(4,T)	9	15	12

Cuadro 1.5: a , b y m para las actividades en Widgetco

Primero se calcularán $E[T_{ij}]$, $var(T_{ij})$ y CP .

$$\begin{aligned}
 E[\mathbf{T}_{I1}] &= \frac{5 + 36 + 13}{6} = 9 & var(\mathbf{T}_{I1}) &= \left(\frac{13 - 5}{6}\right)^2 = 1.78 \\
 E[\mathbf{T}_{I2}] &= \frac{2 + 24 + 10}{6} = 6 & var(\mathbf{T}_{I2}) &= \left(\frac{10 - 2}{6}\right)^2 = 1.78 \\
 E[\mathbf{T}_{24}] &= \frac{3 + 32 + 13}{6} = 8 & var(\mathbf{T}_{24}) &= \left(\frac{13 - 3}{6}\right)^2 = 2.78 \\
 E[\mathbf{T}_{23}] &= \frac{1 + 28 + 13}{6} = 7 & var(\mathbf{T}_{23}) &= \left(\frac{13 - 1}{6}\right)^2 = 4 \\
 E[\mathbf{T}_{34}] &= \frac{8 + 40 + 12}{6} = 10 & var(\mathbf{T}_{34}) &= \left(\frac{12 - 8}{6}\right)^2 = 0.44 \\
 E[\mathbf{T}_{4T}] &= \frac{9 + 48 + 15}{6} = 12 & var(\mathbf{T}_{4T}) &= \left(\frac{15 - 9}{6}\right)^2 = 1
 \end{aligned}$$

$$E[\mathbf{T}_{12}] = 0 = var(\mathbf{T}_{12}) \text{ Por ser un arco ficticio.}$$

Como la trayectoria crítica fue $I - 1 - 2 - 3 - 4 - T$, se tiene que:

$$E[CP] = 9 + 0 + 7 + 10 + 12 = 38 \quad var(CP) = 1.78 + 0 + 4 + .44 + 1 = 7.22$$

Así, la probabilidad del proyecto se complete en 35 días es

$$P[CP \leq 35] = P\left[\frac{CP - 38}{\sqrt{7.22}} \leq \frac{35 - 38}{\sqrt{7.22}}\right] = P[Z \leq -1.12] = .1313$$

Por lo tanto, bajo esas condiciones, la probabilidad del proyecto se complete en 35 días es de 0.13.

1.5. Teoría de Líneas de espera

Se presentan en la vida cotidiana líneas de espera (compras, depósitos bancarios, envío de correo, etc.) y tener que esperar en ella, en exceso, además de ser un desperdicio de tiempo para los individuos en la fila, puede generar un problema para la calidad de vida y la eficiencia de la economía de un país, por lo cual se busca que el tiempo de espera en una sea el mínimo posible, sin embargo, es necesario tener en cuenta que un servicio más veloz resulta más costoso.

La teoría de líneas de espera se basa en modelos matemáticos que representan la situación para mejorar el desempeño del sistema de colas, encontrando un equilibrio entre el costo asociado al servicio y el costo asociado al tiempo promedio de espera. Un esquema básico de un sistema de líneas de espera se muestra en la **Figura 1.7**. Eliminar la espera por completo no es siempre una opción factible, debido a que el costo de instalación y operación del centro de operación puede ser prohibitivo; así, el único recurso es buscar el equilibrio entre el costo de ofrecer un servicio y el de esperar a que lo atiendan. El estudio de las

líneas de espera tiene que ver con la cuantificación del fenómeno de esperar por medio de medidas de desempeño representativas, como tiempo de espera promedio en la fila y el tiempo de espera promedio para el servicio, además puede incorporarse a un modelo de optimización de costos que busca minimizar la suma de los costos de ofrecer el servicio y el asociado a la espera por parte de los clientes, pues al mismo tiempo el costo de esperar se reduce con el incremento del nivel de servicio. Para construir el modelo de líneas de espera, requerimos de las siguientes definiciones:

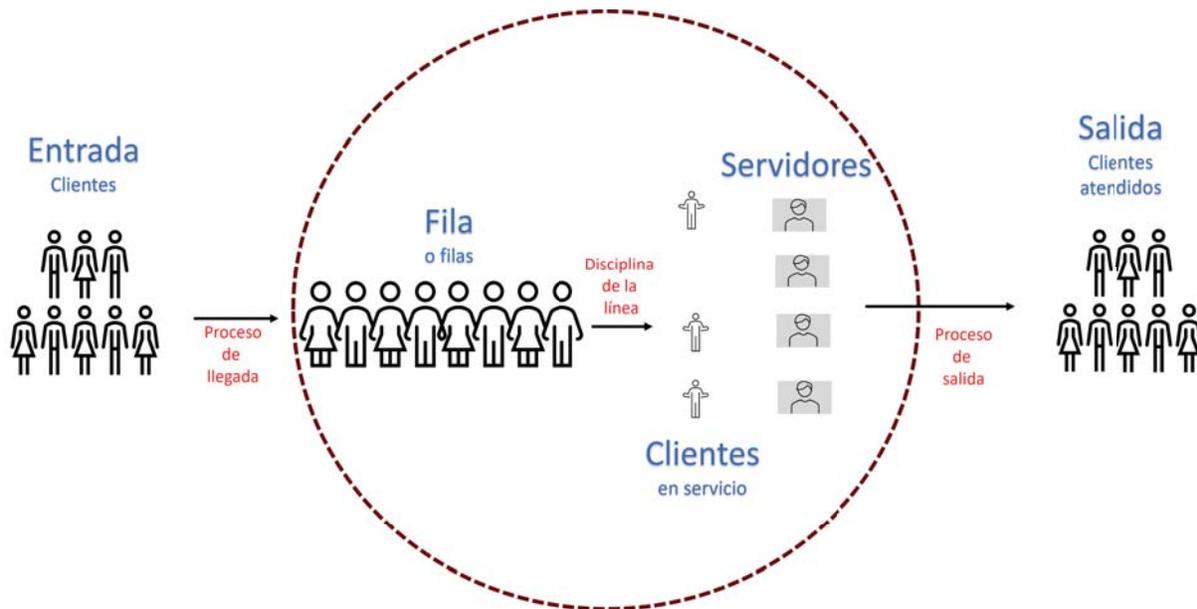


Figura 1.7: Esquema de un sistema de líneas de espera

Fuente: Elaboración propia

Clientes

Aquellos que hacen uso del sistema de líneas de espera. Llegan de forma individual a recibir un servicio. En algunos casos pueden no ser personas.

Cola, Fila o Línea de espera

Se forma al incluirse clientes que no pueden ser atendidos inmediatamente. Puede ser una fila ordinaria o los clientes podrían estar dispersos, sin embargo, mantendrían un orden.

Servidores

Quienes proporcionan el servicio o la atención en el sistema. Puede haber servidores en serie o en paralelo. Los servidores trabajando en paralelo dan todos el mismo servicio y el cliente sólo requiere pasar con uno para completar su servicio, por el contrario, si están en serie, el cliente debe de pasar con cada uno a recibir una atención distinta, en cuyo caso, se considera un sople servidor; si es el caso de servidores en paralelo, denotamos a la cantidad de ellos por s . Puede tratarse de máquinas que realizan un servicio.

Proceso de llegada

Es el instante en que un cliente llega a la fila. Suponemos que sólo puede haber una

entrada al sistema en un instante dado y que es independiente del número de clientes en la línea de espera, en tal caso lo expresamos especificando una distribución de probabilidad que gobierna el tiempo entre llegadas sucesivas.

Tiempo entre llegadas

El tiempo que transcurre entre dos llegadas consecutivas; para estimar su distribución de probabilidad se hace uso, generalmente, de una distribución exponencial, pues:

- a) La última llegada no influye en las siguientes, por lo que se tiene la propiedad de pérdida de memoria (lo que quiere decir que la probabilidad del tiempo restante desde ahora hasta que ocurra la siguiente llegada es siempre la misma) y la única función de distribución que cumple con dicha propiedad es la exponencial [21].
- b) Existe una alta posibilidad de que lleguen clientes uno tras otro en periodos cortos y en menor medida que ocurra una pausa prolongada entre una llegada y otra, lo que es consistente con la probabilidad alta de valores pequeños y baja de valores muy grandes de la distribución exponencial.

Sin embargo, pueden existir:

- M - *iid* exponencial.
- D - *iid* determinista.
- E_k - *iid* Erlang con parámetro de forma k .
- G - *iid* con alguna distribución general.

Tasa media de llegadas

Número esperado de llegadas por unidad de tiempo². Se denota por λ . De aquí derivamos que el tiempo esperado entre llegadas es $\frac{1}{\lambda}$.

Proceso de salida

Con frecuencia llamado *proceso de servicio*. Es el momento en que el cliente sale del sistema o se cumplió con su servicio. El modelo supone que no se ve afectado por el número de clientes presentes, así como del servidor que atienda. Depende del tiempo de servicio.

Tiempo de servicio

Es el tiempo transcurrido entre el principio y el fin del servicio. Para un caso en que se cumplen las condiciones a) y b) de los tiempos de llegada, se utiliza la distribución exponencial, sin embargo, pueden existir:

- M - *iid* exponencial.
- D - *iid* determinista.
- E_k - *iid* Erlang con parámetro de forma k .
- G - *iid* con alguna distribución general.

²Para ver el modelado del proceso de llegada, Véase A.4

- **Tasa media de servicio**

Es el número esperado de terminaciones de servicio por unidad de tiempo para un servidor continuamente ocupado (que mientras esté en horario de labores se pueda suponer que habrá un cliente después). Si lo denotamos con la letra μ , el tiempo de servicio esperado está dado por $\frac{1}{\mu}$. Sea σ la variabilidad en los tiempos de servicio, si σ se aproxima a $\frac{1}{\mu}$, habrá un alto grado de variabilidad. Suponemos que los tiempos de servicio se rigen por variables aleatorias S tal que el tiempo para un cliente es independiente del tiempo para otro y tiene una función de distribución $s(t)$. Se cumple que:

$$\frac{1}{\mu} = \int_0^{\infty} ts(t) \cdot dx$$

Factor de Utilización

Representa la función promedio que utiliza cada servidor para atender a los clientes. Se denota y calcula como sigue: $\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$. Con el fin de que el servicio sea manejable, se requiere que $\rho < 1$; esto es, $\lambda < s\mu$, es decir, que lleguen menos clientes de los que se pueden atender.

Número de clientes en la fila

El número de clientes que esperan el servicio.

Número de clientes en el sistema

Clientes en la fila y quienes reciben el servicio.

Capacidad de la fila

El número máximo de clientes que pueden permanecer en la fila. Por convención se suponen infinitas, en caso contrario, si está llena y un cliente llega, se va sin recibir el servicio.

Disciplina de la fila

Método que se usa para determinar el orden en que se seleccionan clientes de la fila para ser atendidos. La más común es *Primero en llegar – Primero en servir (PLPS)*, sin embargo, existen otros como la selección aleatoria (*SEOA*), algunos procedimientos con prioridades o inclusive *Último en llegar – Primero en servir (ULPS)*.

Método para unirse a la fila

Depende de la cantidad de filas que haya, puede ser un sistema con una sola fila, o uno con múltiples, y en tal caso cuando un cliente llega, habría un método para la elección de fila, con restricciones del mismo cliente o de la empresa.

Los supuestos que se requieren para un modelo de líneas de espera son los siguientes:

- Los tiempos entre llegadas son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.) de acuerdo con una función de distribución especificada.

- Todos los clientes que entran al sistema de líneas de espera permanecen ahí hasta que termina el servicio.
- El sistema de líneas de espera tiene un número especificado de servidores.
- Cada cliente es atendido de forma individual por cualquiera de los servidores.
- Los tiempos de servicio son i.i.d. de acuerdo con una distribución de probabilidad especificada.

Para una mejor comprensión de todos los elementos que se requieren para construir un sistema de líneas de espera, considerando los supuestos, Kendall (1951) inventó la siguiente notación para definir el tipo de sistema de líneas de espera con que se está trabajando: $1/2/3/4/5/6$ [22], donde:

1. Proceso de llegada.
2. Tiempos de servicio.
3. Número de servidores en paralelo.
4. Disciplina de la fila.
5. Número máximo de clientes en el sistema.
6. Tamaño de la población de la que vienen los clientes.

Teniendo la especificación del modelo, se mide su desempeño mediante cuántos clientes suelen esperar en el sistema y cuánto tiempo suelen esperar.

Los sistemas de servicios comerciales, que se relacionan más con lo que busca este trabajo, tienden a dar más importancia a la segunda medida, pues es más relevante mantener a los clientes satisfechos.

Las dos medidas se expresan en términos de sus valores esperados, y es importante hacer la distinción entre si los clientes se encuentran esperando en la fila o están esperando en cualquier parte del sistema (en la fila o siendo atendidos), en el segundo caso un cliente que se encuentra en el sistema, pero siendo atendido, no tendrá tanta insatisfacción como uno que está en la fila.

Los sistemas de líneas de espera con tiempos entre llegadas y de servicio exponenciales pueden modelarse como procesos de nacimiento y muerte (*Véase A.7*):

Para el caso de que $s = 1$, es decir, sólo hay un servidor en el sistema; suponiendo que la tasa media de llegadas por unidad de tiempo es λ y el servidor tiene una tasa media de servicio de μ .

Si el estado en el tiempo t es j , entonces la propiedad de amnesia de la distribución exponencial quiere decir que la probabilidad de un nacimiento durante el intervalo de tiempo $[t, t + \Delta t]$ no dependerá de cuánto tiempo ha estado el sistema en el estado j y por tanto, se puede determinar como si acabara de ocurrir una llegada en el tiempo t ; entonces la probabilidad de que se tenga un nacimiento durante $[t, t + \Delta t]$ es

$$\int_0^{\Delta t} \lambda e^{-\lambda t} \cdot dt$$

Según el desarrollo en series de Taylor es:

$$e^{-\lambda t} = 1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

Así, la probabilidad de que suceda un nacimiento durante $[t, t + \Delta t]$ es $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$, por lo que podemos concluir que la tasa de natalidad en el estado j simplemente es la tasa de llegadas λ . Para determinar la tasa de mortalidad cuando el tiempo es t , observe que si el estado es cero cuando el tiempo es t , entonces no hay nadie siendo atendido por el servidor y, por lo tanto, no se puede completar un servicio entre t y Δt y así, $\mu_0 = 0$; si el estado es $j \geq 1$ cuando el tiempo es t , entonces sabemos que hay exactamente un cliente con el servidor (pues sólo hay uno), y por la propiedad de amnesia de la distribución exponencial significa entonces que la probabilidad de que un cliente termine sus trámites entre t y $t + \Delta t$ está expresada por

$$\int_0^{\Delta t} \mu e^{-\mu t} \cdot dt = 1 - e^{-\mu t} = \mu \Delta t + o(\Delta t)$$

Así, $\mu_j = \mu$ cuando $j \geq 1$.

Este sistema se puede modelar mediante un proceso de nacimiento y muerte con parámetros:

- $\lambda_j = \lambda$, con $j = 0, 1, 2, \dots$
- $\mu_0 = 0$
- $\mu_j = \mu$, con $j = 1, 2, 3, \dots$

A continuación, se deducen las probabilidades de Estado Estable:

De las ecuaciones de las π_j con los parámetros actuales, se tiene que:

$$\pi_1 = \frac{\lambda \pi_0}{\mu}, \pi_2 = \frac{\lambda^2 \pi_0}{\mu^2}, \dots, \pi_j = \frac{\lambda^j \pi_0}{\mu^j}$$

es decir

$$\pi_1 = \pi_0 \frac{\lambda}{\mu}, \pi_2 = \pi_0 \frac{\lambda^2}{\mu^2}, \dots, \pi_j = \pi_0 \frac{\lambda^j}{\mu^j}$$

Luego, bajo la suposición de que $0 \leq \rho < 1$, como $\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = 1$, tenemos que

$$1 = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = \pi_0 \frac{\lambda^0}{\mu^0} + \pi_0 \frac{\lambda}{\mu} + \dots + \pi_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{\mu^2} + \dots \right) = \pi_0 (\rho + \rho^2 + \dots)$$

Definimos $S = \rho + \rho^2 + \dots$, se tiene que $\rho S = \rho^2 + \rho^3 + \dots$, y así

$$S = \frac{1}{1 - \rho}$$

Por lo que, en la ecuación anterior, se tiene que

$$\pi_0 = 1 - \rho$$

y así

$$\pi_j = (1 - \rho)\rho^j, \text{ con } 0 \leq j < \infty$$

Ahora, consideremos las medidas de desempeño:

- **L -Número esperado de clientes en el sistema**
- **L_q -Número esperado de clientes en la fila**
- **L_s -Número esperado de clientes en el servicio (ventanilla)**
- **W -Tiempo de espera esperado en el sistema**
- **W_q -Tiempo de espera esperado en la fila**
- **W_s -Tiempo de espera esperado en el servicio**

Se observan algunas relaciones:

- La única diferencia entre W y W_q es el tiempo que pasa el cliente en servicio, y dado que $1/\mu$ es la tasa media de servicio, se tiene que $W = W_q + 1/\mu$.
- Como cada cliente está o en la fila o en la ventanilla, se cumple que:
 - $L = L_q + L_s$
 - $W = W_q + W_s$
- En 1961, John D. C. Little desarrolló la primera prueba rigurosa de una relación importante entre las medidas de desempeño (fórmula de Little) [23]:
 - $L = \lambda W$
 - $L_q = \lambda W_q$
 - $L_s = \lambda W_s$

Intuitivamente, la relación se explica dado que si un cliente que en ese instante terminó su servicio observa la fila, verá L clientes en promedio; y dada la disciplina de la fila, los L clientes llegaron durante el tiempo de espera de este cliente en la fila (W en promedio); puesto que λ es el número promedio de llegadas por unidad de tiempo, λW es el número de llegadas esperado mientras el cliente espera en la línea del sistema; por tanto, se concluye la fórmula. De la misma forma se cumple $L_q = \lambda W_q$ y $L_s = \lambda W_s$

- De las relaciones anteriores, fácilmente se obtiene que $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$

Para estas medidas se requiere que el sistema esté en condición de estado estable.

Suponemos que el sistema está en estado estable, por lo que $\rho < 1$.

- El número promedio de clientes presentes en el sistema está dado por:

$$L = \sum_{i=0}^{\infty} j\pi_j = \sum_{i=0}^{\infty} j\rho^j(1-\rho) = (1-\rho) \sum_{i=0}^{\infty} j\rho^j$$

Si definimos $S' = \rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots$, se tiene que $\rho S' = \rho^2 + 2\rho^3 + 3\rho^4 + \dots$, por lo que

$$S' = \frac{\rho}{(1-\rho)^2}$$

De donde

$$L = (1-\rho) \frac{\rho}{(1-\rho)^2} = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda/\mu}{1-\lambda/\mu} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

- Para deducir L_q , observe que, si hay 0 o 1 clientes en el sistema, no habrá nadie en la fila, sin embargo, para $j \geq 1$ personas, habrá $j-1$ esperando en la fila. Así, el número promedio de clientes en la fila será:

$$L_q = \sum_{i=1}^{\infty} (j-1)\pi_j = \sum_{i=1}^{\infty} j\pi_j - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_j = L - (1-\pi_0) = L - (1 - (1-\rho)) = L - \rho$$

Por lo que

$$L_q = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\mu\lambda - \lambda(\mu-\lambda)}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

- El número esperado de clientes en la ventanilla se obtiene de:

$$\begin{aligned} L_s &= 0\pi_0 + 1(\pi_1 + \pi_2 + \dots) = -\pi_0 + \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \dots = -\pi_0 + (\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \dots) = \\ &= -\pi_0 + 1 = -(1-\rho) + 1 = \rho = \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned}$$

- El tiempo de espera que pasa un cliente en el sistema está dado por

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

- El tiempo de espera que pasa un cliente en la fila se calcula como sigue

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

- Por tanto, el tiempo de espera esperado en la ventanilla es

$$W_s = W - W_q = \frac{1}{\mu-\lambda} - \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{\mu-\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{1}{\mu}$$

Ejemplo: Los clientes llegan a un sistema de líneas de espera con tasa media de llegadas de 2 clientes por minuto (el tiempo se distribuye exponencial). Los tiempos de servicio tienen distribución exponencial con media de 0.75 minutos. Existe un único servidor. Se desea conocer la probabilidad de estado estable de que haya justo un cliente en el sistema, además del factor de utilización, así como el número esperado de clientes en la fila y el tiempo promedio que pasará un cliente en el sistema.

Sabemos que $\lambda = 2$, $\mu = \frac{1}{1/4} = 4$; por tanto, el factor de utilización resulta ser de $\rho = \frac{2}{4} = 0.5$.

Luego, sabemos que la probabilidad de que haya un cliente exactamente en el sistema está dado por $\pi_1 = (1 - \rho) * \rho = (1 - 0.5) * 0.5 = 0.25$.

Por otro lado, por las fórmulas vistas anteriormente, $L_q = \frac{2^2}{4 * (4 - 2)} = 0.5$ y $W = \frac{1}{4 - 2} = 0.5$, así concluimos que número de clientes esperado en la fila es de 1/2 y el tiempo promedio que esperará un cliente en el sistema es de 0.5 minutos [20].

Ahora, consideremos la situación en que hay una sola fila de clientes esperando servicio en las s ventanillas o servidores, además, hay $j \leq s$ clientes que se encuentran siendo atendidos. Observe que si hay j servidores ocupados, el servicio se terminó con una frecuencia de $\mu + \mu + \dots + \mu = j\mu$, y siempre que hayan j clientes, habrá $\min\{j, s\}$ servidores ocupados, por lo que $\mu_j = \min\{j, s\}\mu$. De esta forma, se concluye que el sistema $M/M/s/PLPS/\infty/\infty$ se puede modelar con un proceso de nacimiento y muerte con parámetros:

- $\lambda_j = \lambda$, con $j = 0, 1, \dots$
- $\mu_j = j\mu$, con $j = 0, 1, \dots, s$
- $\mu_j = s\mu$, con $j = 1 + s, 2 + s, \dots$

y

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} \quad (1.10)$$

Sustituyéndose en las ecuaciones mencionadas para un servidor, se obtiene que:

$$\pi_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{(s\rho)^i}{i!} + \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)}} \quad (1.11)$$

$$\pi_j = \frac{(s\rho)^j \pi_0}{j!} \text{ para } j = 1, 2, \dots, s \quad (1.12)$$

$$\pi_j = \frac{(s\rho)^j \pi_0}{s!s^{j-s}} \text{ para } j = s + 1, s + 2, \dots \quad (1.13)$$

De nuevo, buscamos que $\rho < 1$, es decir que la rapidez de llegadas sea mayor que la rapidez máxima posible del servicio.

Se puede mostrar (Véase A.6) que la probabilidad de estado estable de que todas las ventanillas estén ocupadas es

$$P[j \geq s] = \frac{(s\rho)^s \pi_0}{s!(1-\rho)}$$

Y se presentan los resultados en el **Cuadro 1.6** para el sistema de líneas de espera $M/M/s/PLPS/\infty/\infty$:

ρ	s=2	s=3	s=4	s=5	s=6	s=7
.1	.02	.00	.00	.00	.00	.00
.2	.07	.02	.00	.00	.00	.00
.3	.14	.07	.04	.02	.00	.00
.4	.23	.14	.09	.06	.04	.03
.5	.33	.24	.17	.13	.10	.08
.55	.39	.29	.23	.18	.14	.11
.6	.45	.35	.29	.24	.20	.17
.65	.51	.42	.35	.30	.26	.21
.7	.57	.51	.43	.38	.34	.30
.75	.64	.57	.51	.46	.42	.39
.8	.71	.65	.60	.55	.52	.49
.85	.78	.73	.69	.65	.62	.60
.9	.85	.83	.79	.76	.74	.72
.95	.92	.91	.89	.88	.87	.85

Cuadro 1.6: Tabla de probabilidades ρ

Además:

$$L_q = \frac{P[j \geq s]\rho}{1-\rho} \quad (1.14)$$

Por lo que

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{P[j \geq s]}{s\mu - \lambda} \quad (1.15)$$

Por otro lado

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu} \quad (1.16)$$

y se sabe que

$$W_s = \frac{1}{\mu} \quad (1.17)$$

Por lo que

$$L = L_q + L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{P[j \geq s]\rho}{1-\rho} + \frac{\lambda}{\mu} \quad (1.18)$$

y

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{L_q}{\lambda} + \frac{\lambda/\mu}{\lambda} = \frac{L_q}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{P[j \geq s]}{s\mu - \lambda} + \frac{1}{\mu} \quad (1.19)$$

Así, para obtener las medidas de desempeño, se comienza por buscar $P[j \geq s]$ en la tabla y se usan las ecuaciones anteriores.

Si nos interesa la distribución de probabilidad de estado estable, usamos la ecuación de π_0 tras buscar la probabilidad en la tabla.

Ejemplo: Con los datos del ejemplo anterior, lo resolvemos para dos y tres servidores.

Tenemos que $\lambda = 2$ y $\mu = 4$.

Para el primer caso, $s = 2$, y por tanto, el factor de utilización resulta ser de $\rho = \frac{2}{2 * 4} = 0.25$.

Calculamos primero, π_0 con (2.12):

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \frac{1}{1 + s\rho + \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)}} \\ &= \frac{1}{1 + 2 * .25 + \frac{(2 * .25)^2}{2!(1 - .25)}} \\ &= \frac{6}{10} \end{aligned}$$

Luego, según (2.13), la probabilidad de que haya un cliente exactamente en el sistema está dado por

$$\pi_1 = s\rho\pi_0 = 2 * .25 * \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$

Por otro lado, por las fórmulas (2.15) y (2.20), y la tabla de probabilidades:

$$\begin{aligned} L_q &= \frac{P[j \geq s]\rho}{1 - \rho} = \frac{.105 * .25}{1 - .25} = 0.35 \\ W &= \frac{P[j \geq s]}{s\mu - \lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{.105}{2 * 4 - 2} + \frac{1}{4} = 0.2675 \end{aligned}$$

Así, concluimos que el número de clientes esperado en la fila es de 0.35 y el tiempo promedio que esperará un cliente en el sistema es de 0.2675 minutos.

Para el caso en que $s = 3$ el factor de utilización es $\rho = \frac{2}{3 * 4} = \frac{1}{6}$.

$$\begin{aligned}\pi_0 &= \frac{1}{1 + s\rho + \frac{(s\rho)^2}{2} + \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)}} \\ &= \frac{1}{1 + 3 * \frac{1}{6} + \frac{(3 * \frac{1}{6})^2}{2} + \frac{(3 * \frac{1}{6})^3}{3!(1 - \frac{1}{6})}} \\ &= \frac{20}{33}\end{aligned}$$

Entonces, la probabilidad de que haya un cliente exactamente en el sistema, está dado por

$$\pi_1 = s\rho\pi_0 = 3 * \frac{1}{6} * \frac{20}{33} = \frac{10}{33}$$

y

$$\begin{aligned}L_q &= \frac{P[j \geq s]\rho}{1 - \rho} = \frac{\frac{1}{66} * \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1}{330} \\ W &= \frac{P[j \geq s]}{s\mu - \lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{\frac{1}{66}}{3 * 4 - 2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{10}\end{aligned}$$

Así, concluimos que el número de clientes esperado en la fila es de $\frac{1}{330}$ y el tiempo promedio que esperará un cliente en el sistema es de 0.1 minutos.

Es claro que entre más servidores haya, el tiempo promedio de espera es menor.

1.5.1. Determinación del número de servidores.

Por último, es importante definir un número adecuado de servidores para un sistema de líneas de espera; pues proporcionar demasiados provoca costos excesivos, y, en cambio, tener pocos ocasiona una espera excesiva por parte de los clientes, lo que se puede asociar a un **costo de espera**.

Es de interés minimizar el costo total asociado:

Definimos

- CT = Costo total esperado por unidad de tiempo.
- CS = Costo esperado del servicio por unidad de tiempo.
- CW = Costo de espera esperado por unidad de tiempo.

Así, el objetivo es Minimizar $CT = CS + CW$.

Cuando cada servidor cuesta lo mismo, $CS = s * C_s$, con C_s el costo de un servidor por unidad de tiempo.

Cuando el tiempo de espera es proporcional a la cantidad de la espera, este costo puede expresarse como $CW = L * C_w$, donde C_w es el costo de espera por unidad de tiempo para cada cliente en el sistema de líneas de espera. Entonces, después de estimar C_s y C_w , la meta es elegir el valor de s que minimice:

$$CT = s * C_s + L * C_W \quad (1.20)$$

Tras seleccionar el modelo de líneas de espera que se ajuste, se puede obtener varios valores de L asociados a cada s , considerando que el aumento de s produce una disminución de L , y bajo la restricción del factor de utilización, obtener un número s de servidores que optimice el modelo.

Ejemplo: Con los datos del ejemplo anterior y suponiendo los costos por esperar de \$2 el minuto y por el servicio de \$1.50, lo resolvemos para uno, dos y tres servidores y por medio de una comparación, se obtiene el número de servidores que minimiza el costo asociado.

Se tiene que $\lambda = 2$, $\mu = 4$, $C_s = 1.5$ y $C_W = 2$

Para un servidor:

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{2}{4 - 2} = 1$$

Entonces

$$CT_1 = 1 * 1.5 + 1 * 2 = 3.5$$

Para dos servidores:

$$L = \frac{P[j \geq s]\rho}{1 - \rho} + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{.105 * .25}{1 - .25} + \frac{2}{4} = .535$$

Entonces

$$CT_2 = 2 * 1.5 + .535 * 2 = 4.07$$

Para tres servidores:

$$L = \frac{P[j \geq s]\rho}{1 - \rho} + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\frac{1}{66} * \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} + \frac{2}{4} = \frac{67}{330}$$

Entonces

$$CT_3 = 3 * 1.5 + \frac{67}{330} * .535 * 2 = 4.9061$$

Dados estos costos, se concluye que lo más conveniente es tener únicamente un servidor, pues el costo es el mínimo posible (no se puede tener un número negativo de servidores). Además, en este caso, observamos que, a pesar de que la eficiencia del sistema es mayor con más servidores, si se asocia un costo alto al servicio (respecto del de espera), la mejor decisión es tener el mínimo número de servidores.

1.6. Teoría de Decisiones

La teoría de la decisión es el estudio de cómo conviene tomar las decisiones frente a preguntas de incertidumbre; intenta explicar y describir cómo se realizan decisiones y cuáles son las variables que determinan la conducta de elección de los seres humanos; se aplica en diversos campos de estudio, como, por ejemplo, administración, psicología, economía, derecho, política, entre otros.

En el contexto empresarial, es función del gerente la toma de decisiones para la maximización de los recursos en la empresa, para lo cual deben valerse de indicadores o medidas del estado de la Empresa, ya sean físicos o económicos, y la toma de decisiones está restringida por variables como los objetivos de la organización, las políticas, la oportunidad, el tiempo, los recursos económicos, la tecnología y las experiencias anteriores, así como los factores sociológicos y culturales.

En diversos contextos, es un asunto en parte psicológico [8], pero existe una teoría formal de la decisión que trata sobre las decisiones óptimas, para lo cual, el tomador de decisiones debe considerar los pasos que proponen los matemáticos para la solución de problemas, en general:

- Diagnóstico del problema: Se detecta la desviación entre lo que se había planeado y lo realizado.
- Investigación u obtención de información.
- Desarrollo de alternativas.
- Experimentación.
- Análisis de restricciones.

El análisis de decisiones es un proceso que le permite al tomador de decisiones seleccionar una alternativa entre un conjunto de ellas, en un contexto de incertidumbre, con el objetivo de optimizar el beneficio, en términos de algún criterio de decisión; de esta manera, los elementos de los problemas de análisis de decisiones son los siguientes:

1. Tomador de decisiones
2. Un número finito de estados de la naturaleza (escenarios posibles).
3. Un conjunto finito de alternativas.

Ejemplo: Considere que un individuo busca invertir en algún producto financiero y se le presentan las siguientes opciones: bonos, acciones o depósitos, con un rendimiento (en porcentaje) como se muestra en el **Cuadro 1.7**.

Instrumento	Alto*(0.4)	Medio*(0.2)	Sin cambio*(0.3)	Bajo*(0.1)
Bonos	12	8	6	3
Acciones	15	7	3	-2
Depósito	7	7	7	7

Cuadro 1.7: Rendimiento esperado por cada instrumento dependiendo de la economía del país

* Crecimiento de la economía del país

El tomador de decisiones es el inversionista, los estados de la naturaleza son los diferentes crecimientos que puede tener la economía del país y las alternativas con cada uno de los instrumentos.

En ese sentido, dependiendo del tipo de problema de decisión, hay técnicas para obtener la mejor opción [24], se describen a continuación:

En incertidumbre.

El tomador de decisiones no tiene conocimiento de los resultados de ninguno de los estados de la naturaleza o es costoso obtener la información necesaria para saberlo; en tal caso, la forma de tomar la decisión depende completamente del tipo de personalidad que tenga el tomador de decisiones. Normalmente es un tipo de decisiones que se presentan en la vida privada, de manera común y su impacto no es significativo en el rumbo de vida del individuo.

Pesimista

Suponiendo que es seguro que suceda lo malo, se concentra en el mínimo pago que puede dar cada alternativa, y con ellos se elige la alternativa asociada al máximo.

Optimista

Suponiendo que es seguro que suceda lo bueno, se concentra en el máximo pago que puede dar cada alternativa, y con ellos se elige la alternativa asociada al máximo.

Ni demasiado optimista ni demasiado pesimista

Suponiendo que hay cierta probabilidad, $\alpha \in (0, 1)$, de que suceda lo bueno, se toman en cuenta el máximo y el mínimo pagos que puede dar cada alternativa, y se ponderan con el parámetro:

$$\alpha * Max + (1 - \alpha) * Min$$

Con los resultados obtenidos, se elige la opción asociada al máximo.

No le gusta arrepentirse

Considera los costos de oportunidad: se toma el máximo pago que puede dar un estado de la naturaleza en cada alternativa y a cada entrada asigna el valor $Max - Valor_{Inicial}$, con el fin de obtener una nueva configuración asociada a los costos en vez de los pagos. Posteriormente se procede suponiendo que se tendrá la máxima pérdida, por lo que de cada alternativa se elige el máximo y la elección será la alternativa asociada al mínimo.

Con riesgo.

En este caso se conoce *a priori*, de alguna manera, la probabilidad de ocurrencia de los estados de la naturaleza. Es de importancia aclarar que la suma de las probabilidades de todos los estados de la naturaleza debe ser igual a uno. Contar con dichas probabilidades permite una mejor evaluación de cada alternativa, y desprende nuevas formas de tomar la decisión:

Beneficio esperado

Para cada alternativa, se multiplica cada pago por la correspondiente probabilidad del estado de la naturaleza asociado y finalmente, se suma, obteniendo un pago ponderado por las probabilidades.

Con los valores obtenidos, se elige la alternativa con el mayor pago ponderado.

Estado de la naturaleza más probable

Se considera únicamente el estado de la naturaleza más probable, y se elige la alternativa con el mayor pago asociado.

Pérdida de oportunidad esperada

Se construye una matriz de costos como en el caso del costo de oportunidad visto en la clasificación anterior. Posteriormente, por cada alternativa se obtiene un costo ponderado como en el caso del beneficio esperado. Finalmente se elige la alternativa asociada al mínimo valor (le menor pérdida esperada)

Igual probabilidad de ocurrencia

Por cada alternativa se elige el promedio de los pagos y se elige la alternativa con el máximo pago asociado.

Ejemplo. Continuando con el ejemplo que introdujimos en este capítulo, la decisión a elegir con los diferentes métodos se muestra en el **Cuadro 1.8**:

Característica de TD	Cálculo	Elección
Incertidumbre		
Pesimista	$Max\{3, -2, 7\}=15$	Depósitos
Optimista	$Max\{12, 15, 7\}=15$	Acciones
Pesimista/Optimista ($\alpha = 0.4$)	$Max\{0.4 * 12 + 0.6 * 3, 0.4 * 15 + 0.6 * (-2), 0.4 * 7 + 0.6 * 7\} = 7.6$	Acciones
Sin arrepentirse	$Min\{7 - 3, 7 - (-2), 15 - 7\} = 4$	Bonos
Con Riesgo		
Beneficio esperado	$Max\{0.4 * 12 + 0.2 * 8 + 0.3 * 6 + 0.1 * 3, 0.4 * 15 + 0.2 * 7 + 0.3 * 3 + 0.1 * (-2), 0.4 * 7 + 0.2 * 7 + 0.3 * 7 + 0.1 * 7\} = 8.5$	Bonos
Estado más probable	$Max\{12, 15, 7\}=15$	Acciones
Pérdida de oportunidad esperada	$Min\{0.4 * (15 - 12) + 0.2 * (8 - 8) + 0.3 * (7 - 6) + 0.1 * (7 - 3), 0.4 * (15 - 15) + 0.2 * (8 - 7) + 0.3 * (7 - 3) + 0.1 * (7 - (-2)), 0.4 * (15 - 7) + 0.2 * (8 - 7) + 0.3 * (7 - 7) + 0.1 * (7 - 7)\} = 1.9$	Bonos
Igual probabilidad de ocurrencia	$Max\{\frac{12+8+6+3}{4}, \frac{15+7+3+(-2)}{4}, \frac{7+7+7+7}{4}\} = 7.25$	Bonos

Cuadro 1.8: Diferentes elecciones con diferentes métodos

1.6.1. Visualización

Para todos los casos, cuando se tiene una serie de decisiones, una manera de visualizar el problema en su conjunto son los diagramas, ya sean de árbol o de influencia:

Árbol de decisiones

Es una representación cronológica del proceso de decisión, mediante una red (*Véase*

1.4) que utiliza dos tipos de nodos: los nodos de decisión, representados por medio de una forma cuadrada (el nodo de elección), y los nodos de estados de la naturaleza, representados por círculos (el nodo de probabilidad), como se muestra en la **Figura 1.8**. En cada cuadrado se tiene control, es decir, se puede tomar una decisión; mientras que, en cada círculo la fortuna determina la dirección.

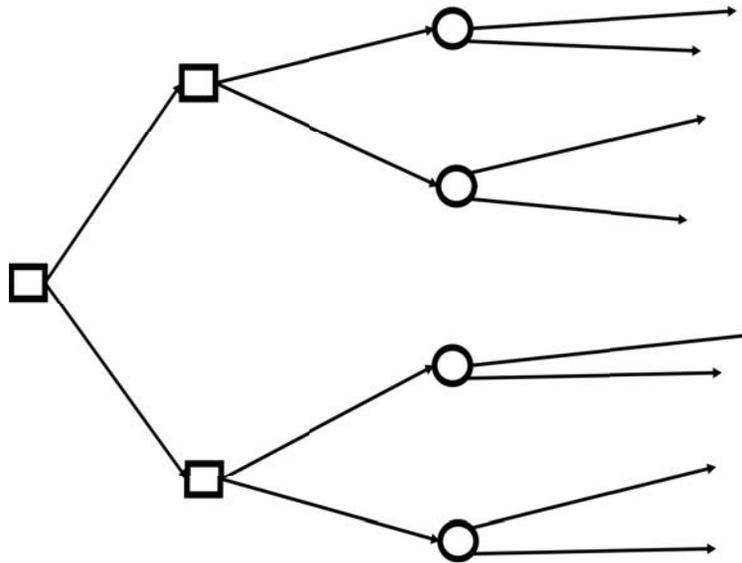


Figura 1.8: Esquema de un árbol de decisión

Fuente: Elaboración propia

Para utilizar un diagrama de árbol con el fin de resolver un problema de decisión se siguen los pasos descritos a continuación:

1. Dibujar el árbol de decisiones siguiendo la descripción de su estructura.
2. Calcular los valores asociados a los nodos, trabajando en retroceso (desde las ramas hasta la raíz):
 - El valor de un nodo de elección es el valor más alto de todos los nodos que le siguen inmediatamente.
 - El valor de un nodo de probabilidad es el valor esperado de los valores de los nodos que le siguen, usando la probabilidad de los arcos.
3. Elegir el nodo cuadrado, de la elección más cercana a la raíz, con el valor más alto.
4. Desglosar dicha elección hasta llegar a la rama, de manera iterativa.

Diagrama de influencia

En ciertas ocasiones es menos difícil dibujar el árbol de decisión, de forma que preserve únicamente las relaciones que realmente manejan las decisiones; la gráfica resultante no necesariamente es un árbol.

En este diagrama, se simplifica aún más el problema: los nodos de decisión y de probabilidad son ilustrados similarmente con cuadrados y círculos; sin embargo, los

arcos implican relaciones en general, incluyendo probabilísticas. Un ejemplo de este tipo de diagramas se muestra en la **Figura 1.9**

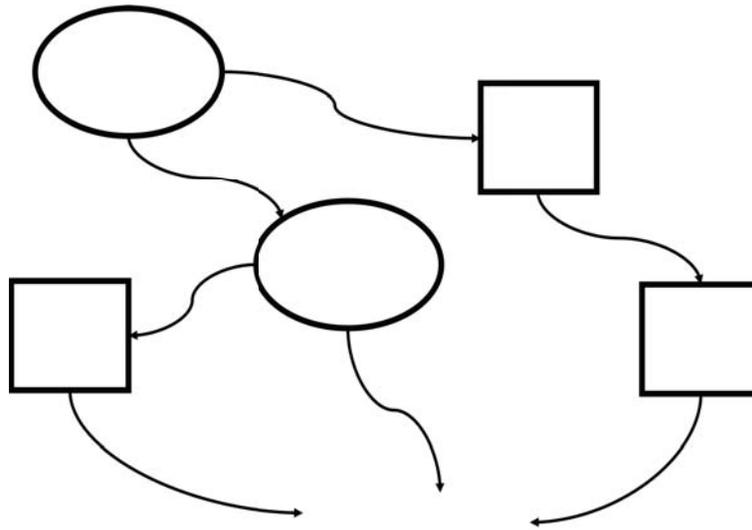


Figura 1.9: Esquema de un diagrama de influencia

Fuente: Elaboración propia con información de [25]

Ejemplo. En algunos casos, el tomador de decisiones utiliza la opinión de un especialista sobre la probabilidad de cada uno de los estados de la naturaleza, con el fin de reducir la incertidumbre; así, la probabilidad asociada a cada estado de la naturaleza tiene dos vertientes, la probabilidad *a priori* y la definida por una persona externa, que lleva asociada un costo. Para resolver este tipo de problemas, se construye el árbol de decisión en base a probabilidades bayesianas.

Consideremos los siguientes datos (**Cuadro 1.9**) para que un gerente elija entre desarrollar o no un proyecto:

Alternativas	A-Mucha venta (0.2)	B-Venta media (0.5)	C-Poca venta (0.3)
A_1	3000	2000	-6000
A_2	0	0	0

Cuadro 1.9: Diferentes pagos asociados a elegir desarrollar o no

Con las probabilidades *a priori* que se presentan, el beneficio esperado de cada curso de acción es $A_1 = 0.2 + (3000) + 0.5(2000) + 0.3(-6000) = -\200 y $A_2 = 0$; entonces corresponde elegir A_2 (no desarrollar).

Sin embargo, al gerente no le gusta esa opción, por lo que solicita la asistencia de una firma de investigación de mercado; de tal manera, debe tomar una decisión acerca de cuán confiable es la firma consultora, para lo cual, consultó una matriz de confiabilidad (**Cuadro 1.10**), y obtuvo que $P(A_p|A) = 0.8$, $P(B_p|A) = 0.1$ y $P(C_p|A) = 0.1$ en la columna 1; así pueden construirse las demás probabilidades.

Alternativas	A	B	C
A_p^*	0.8	0.1	0.1
B_p^*	0.1	0.9	0.2
C_p^*	0.1	0.0	0.7

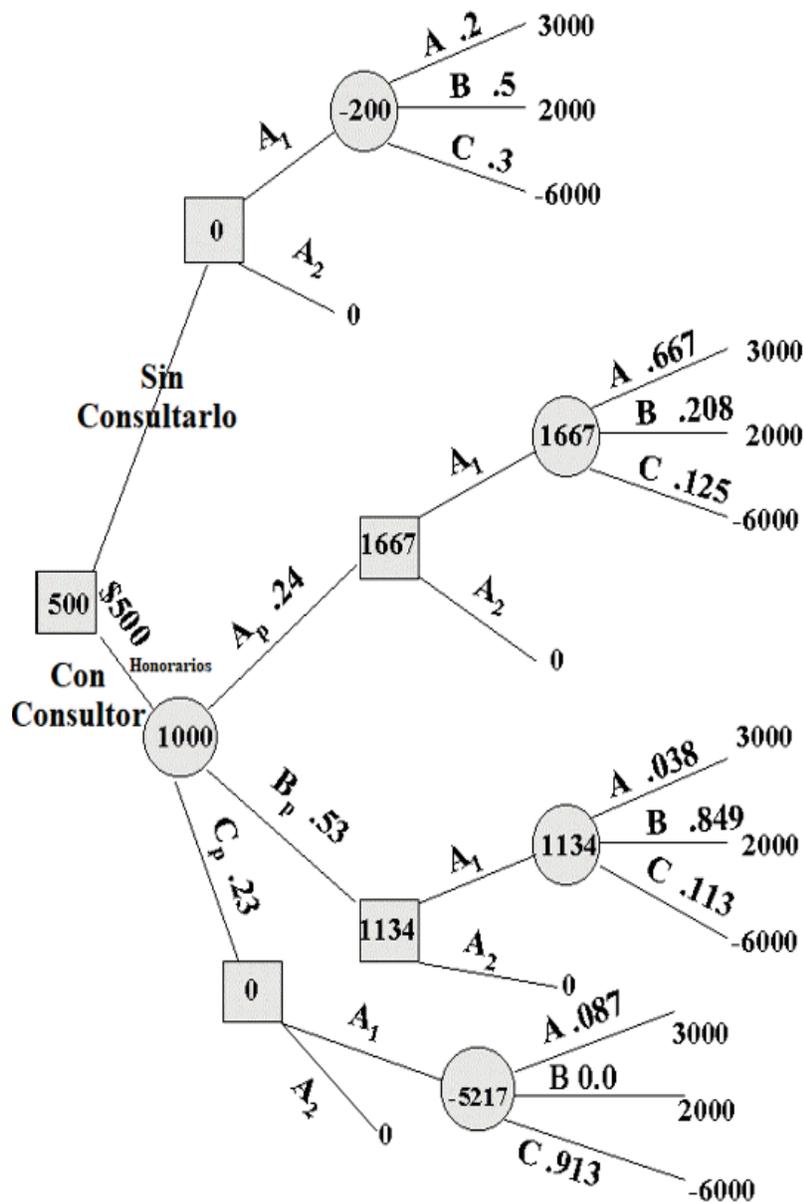
Cuadro 1.10: Comparación entre lo predicho* y lo que realmente sucedió

A continuación, se construye una nueva matriz (Segunda fila del **Cuadro 1.11**) considerando las nuevas probabilidades y que esté normalizada (las probabilidades de cada columna suman 1):

A (0.2)	B (0.5)	C (0.3)	Suma
$0.2 \cdot 0.8 = 0.16$	$0.5 \cdot 0.1 = 0.05$	$0.3 \cdot 0.1 = 0.03$	0.24
$0.2 \cdot 0.1 = 0.02$	$0.5 \cdot 0.9 = 0.45$	$0.3 \cdot 0.2 = 0.06$	0.53
$0.2 \cdot 0.1 = 0.02$	$0.5 \cdot 0.0 = 0.00$	$0.3 \cdot 0.7 = 0.21$	0.23
$0.16/0.24=0.667$	$0.05/0.53=0.208$	$0.03/0.23=0.125$	
$0.02/0.24=0.038$	$0.45/0.53=0.849$	$0.06/0.23=0.113$	
$0.02/0.24=0.087$	$0.00/0.53=0.000$	$0.21/0.23=0.913$	

Cuadro 1.11: Construcción de la matriz de probabilidades, normalizada

A partir de ellas, se puede construir el diagrama de árbol asociado (**Figura 1.10**), con las probabilidades de la matriz en la rama correspondiente:



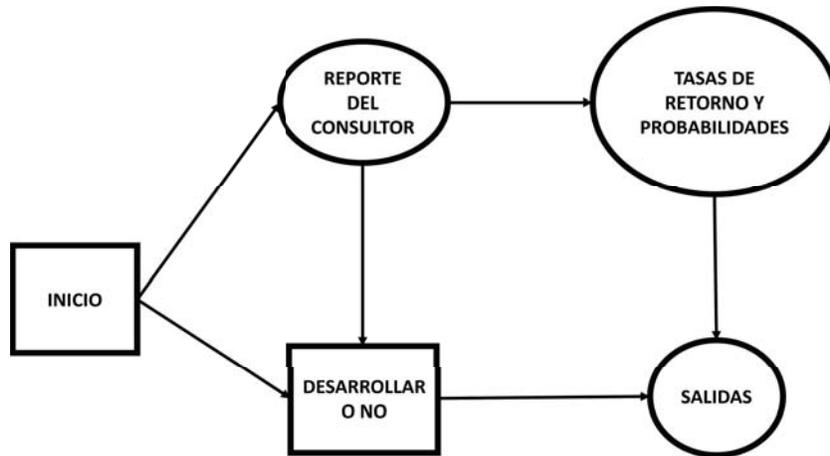
Fuente: Elaboración propia

Figura 1.10: Árbol de decisión asociado al problema

Fuente: Ejemplo tomado de Herramientas para el Análisis de Decisión [24]

En él puede notarse que lo más conveniente es tomar la consultoría y, dependiendo del informe de éste, si es positivo (Mucha venta o venta media), desarrollar el proyecto; sin embargo, es de aclarar, que también puede verse cuál es la elección más conveniente en caso de no aceptar la consultoría, la cual coincide con lo encontrado anteriormente.

Por último, a modo de comparación y visualización, se presenta el diagrama de influencia (**Figura 1.11**); en el cual sólo se hace referencia a las decisiones, estados de la naturaleza y relaciones.



Fuente: Elaboración propia

Figura 1.11: Diagrama de influencia asociado al problema

Fuente: Ejemplo tomado de [24]

1.6.2. Enfoques en la toma de decisiones

De manera general, se presenta la siguiente clasificación de enfoques al abordar un problema de decisión [26]:

Normativo

Conlleva la teoría de la decisión racional, clásica y matemática; éste enfoque se compone de estados de la naturaleza y cursos de acción, cada estado de la naturaleza lleva asociada una probabilidad de ocurrencia y a cada curso de acción se le asocia un resultado; se construye una función de valor sobre el conjunto de alternativas, y con ello una función de utilidad (incluyendo la incertidumbre —función de valor ordinal-), que, cuando se maximiza (la utilidad esperada), señala la alternativa que debería ser adoptada.

Se destaca la estructura axiomática que sustenta a este enfoque:

Dados A un conjunto de alternativas, y \sim , \succeq y \succ relaciones de equivalencia, preferencia débil y preferencia estricta, respectivamente; se cumple lo siguiente:

Ax.I (Comparabilidad) $\forall \alpha, \beta \in A (\alpha \succeq \beta \vee \beta \succeq \alpha)$

Ax.II (Transitiva) $\forall \alpha, \beta, \gamma \in A (\alpha \succeq \beta, \beta \succeq \gamma \Rightarrow \alpha \succeq \gamma)$

Ax.III (Consistencia de la indiferencia y la preferencia débil)
 $\forall \alpha, \beta \in A (\alpha \sim \beta \Leftrightarrow (\beta \succeq \alpha \wedge \alpha \succeq \beta))$

Ax.IV (Consistencia de la preferencia estricta y la preferencia débil)
 $\forall \alpha, \beta \in A (\alpha \succ \beta \Rightarrow \beta \not\sim \alpha)$

Descriptivo

Este enfoque no necesariamente respeta los axiomas de la teoría de las decisiones clásica, se basa más bien en una legitimación empírica (en lugar de teórica): define modelos y estrategias de decisión basados en la observación de tomadores de decisiones reales.

La personalidad del tomador de decisiones es considerada como una fuente de información, y el problema no se resolverá necesariamente como una optimización, sino que varias alternativas serán posibles; además, la alternativa se seleccionará con cierto grado de subjetividad, a un nivel inconsciente.

Prescriptivo Considerado una mezcla de los dos anteriores, este enfoque se enfoca en observar un modelo racional contingente, en el que se busca un correcto proceso de decisión, pero matizado, adaptado a las percepciones del tomador de decisiones. No imponer un modelo de racionalidad, permite ser más pragmáticos y no forzar al tomador de decisiones, sino que se busca dentro de la situación problemática (situación de elección). Este enfoque se centra en dos hipótesis

1. La situación problemática del tomador de decisiones es conocida y clara.
2. El tomador de decisiones tiene un modelo de racionalidad (posiblemente uno muy personal) y es posible identificarlo.

De este enfoque, con el tiempo ha surgido un caso particular:

Constructivo

Este enfoque hace énfasis en la existencia de un *analista de decisiones*, quien ayudará al tomador de decisiones en el proceso; se parte de que éste último no conoce su situación problemática, y tiene que ser llevado por un proceso de *meta decisión*, en el que va a construir dicha situación, así como su solución; de tal manera que se espera una constante retroalimentación de información de parte de ambos actores.

Lo relevante del enfoque es que prioriza el aprendizaje mutuo, el tomador de decisiones aprende a razonar sobre su situación problemática mientras que el analista aprende acerca de la situación problemática siguiendo el punto de vista del tomador de decisiones.

Con fines teóricos, no hay un enfoque que se considere superior a otro en todo sentido; se esperaría que los resultados óptimos del enfoque normativo fueran preferibles; sin embargo, se presentan muy comúnmente contradicciones con la racionalidad; algunos de los principales obstáculos para que la humanidad tome decisiones con un enfoque clásico son los siguientes:

1. Las alternativas no siempre son comparables
El enfoque normativo presupone que existe el tomador de decisiones ideal con una capacidad de discriminación infinita, teniendo el poder de ordenar cada par de alternativas; lo cual es una situación perfecta, poco probable para la sociedad en la que vivimos.
2. El pensamiento intuitivo supera al racional, como se verá en secciones posteriores.
3. No siempre se cuenta con la información completa.
4. Las preferencias no necesariamente se mantienen a largo plazo.
5. El orden general de elección se altera al ingresar o retirar alternativas.

6. Las preferencias no son necesariamente transitivas.
7. Es común que se presente un bloqueo de la decisión por exceso de información.

El proceso de decisión puede ser lo más automatizado posible, pero el factor humano no va a desaparecer, y “una persona que se valga de la información, las metodologías, los algoritmos, etc. quizás sea “racional” pero no deja de ser subjetivo, inconsciente y parcial” [26]; por lo anterior, el enfoque constructivo es el que, hasta la fecha, se mantiene como el más apegado a la realidad, mientras que se dirige a la optimización: es mejor llevar de la mano al tomador de decisiones, sin conocimiento de un proceso estructurado para la elección, preguntando sobre sus preferencias y encausándolo hacia la mejor forma de tomar la decisión.

1.6.3. Teoría de la prospectiva

La teoría de la utilidad esperada ha dominado el análisis de la toma de decisiones bajo riesgo, más aún, se toma como normativa de la elección racional, lo que presupone que cualquier persona sensata preferiría seguir los axiomas de la teoría; uno de los conceptos relevantes en ésta es el de **aversión al riesgo**: Una persona tiene aversión por el riesgo si prefiere una determinada alternativa (x) a cualquier otra alternativa arriesgada cuyo valor esperado sea x ; dicha definición, implica una forma cóncava de la función de utilidad esperada, como lo muestra la **Figura 1.12**,

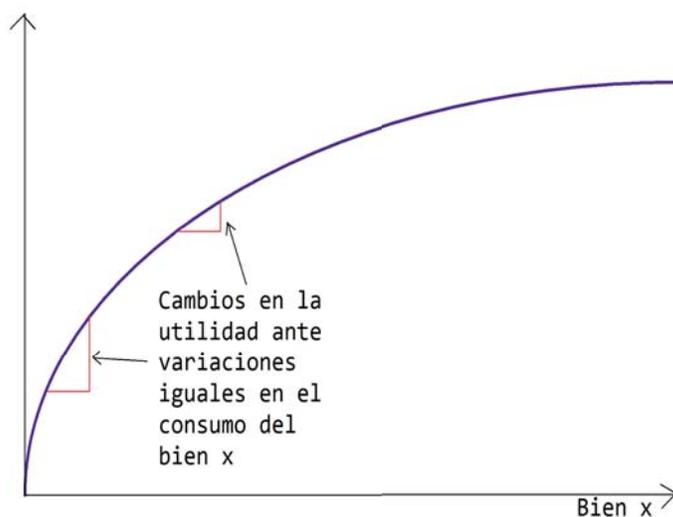


Figura 1.12: Función de utilidad cóncava

Fuente: Elaboración propia con información de [27]

Contrario a ello, se ha visto que la psicología y la economía son complementarias en el análisis de las decisiones económicas, debido a que los razonamientos de los seres humanos son mucho más complejos que los que propone la maximización de la economía clásica. Existen diferentes procesos cognitivos que utilizamos en los cálculos de las transacciones económicas, así como una aversión a las pérdidas caracterizadora de nuestra manera de pensar, lo que influye en nuestras decisiones, haciendo que seamos menos libres y racionales de lo que se suponía [8].

Algunas de las situaciones que muestran las contradicciones [28] en las que incurrimos las personas, son las siguientes:

- Los meseros tienen preferencia por el pago semanal al mensual.
- No cambiar de compañía telefónica por temor a tener pérdidas.
- No vender un piso por apego emocional, aun cuando genere pérdidas.

Como respuesta a lo anterior, surgió la Teoría de la Prospectiva, en la cual se modifica la curva de la función de utilidad **Figura 1.13**, siendo, además de cóncava (en las ganancias), convexa (en las pérdidas) y tal que permite menos rigidez en la teoría.

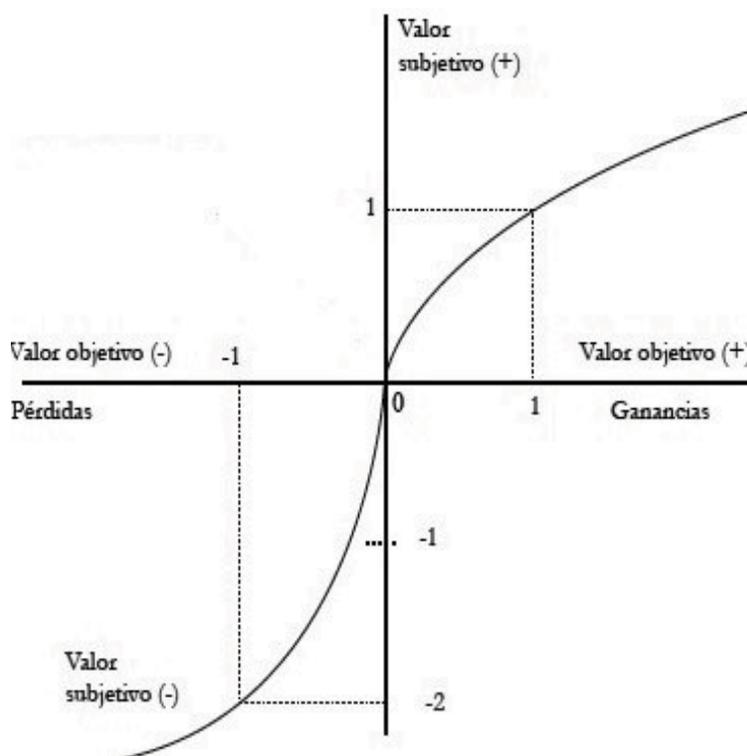


Figura 1.13: Función de utilidad cóncava TP [29]

Fuente: Ejemplo tomado de Análisis Económico [29]

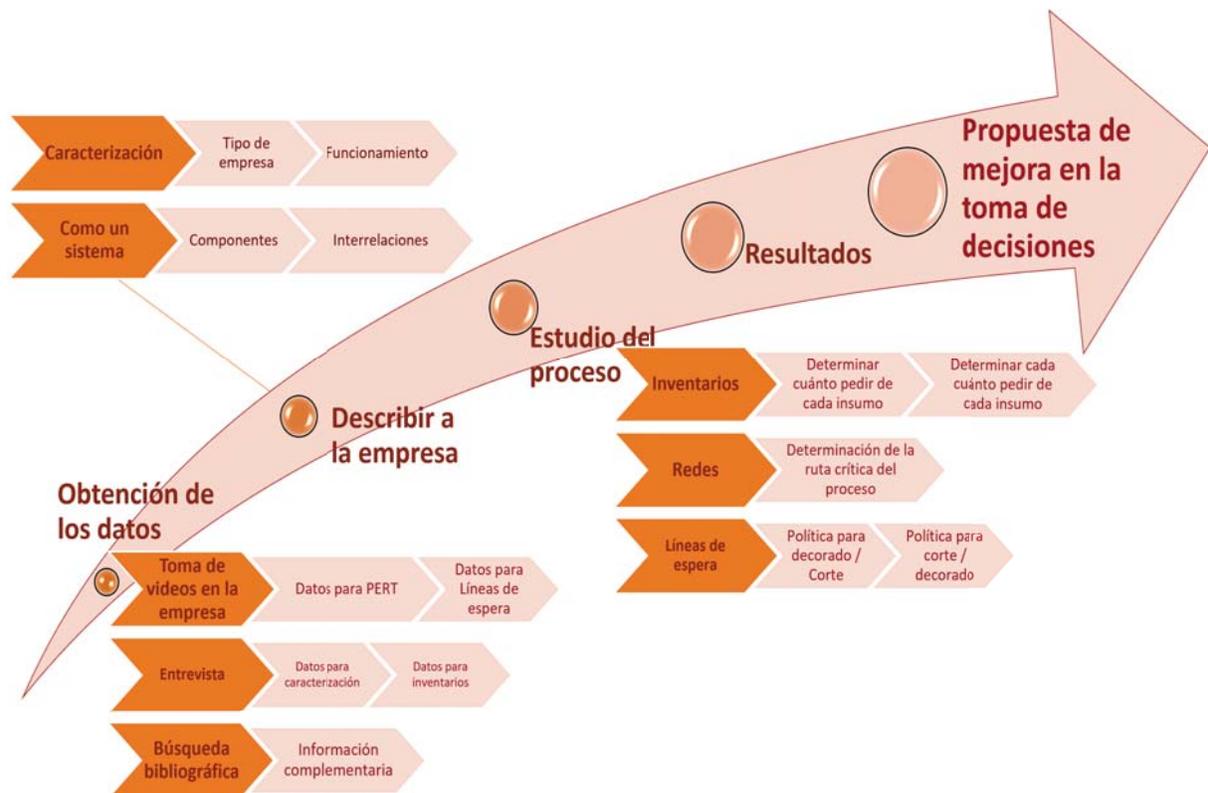
Las principales características [29] de esta *nueva* teoría son las siguientes:

- Los individuos tienen aversión a las pérdidas (se valoran más las pérdidas que las ganancias).
- No se mide la utilidad por la cantidad total del bien sino por la variación con respecto a lo que se tenía antes y a lo que tienen otros individuos (punto de referencia).
- Minimizar pérdidas en lugar de maximizar beneficios.
- Aversidad al riesgo en las ganancias (función valor cóncava con utilidad marginal decreciente) y propensión al riesgo en las pérdidas (función valor convexa con la utilidad marginal decreciente)

Capítulo 2

Metodología

Siguiendo un enfoque constructivo de toma de decisiones, se realizaron visitas a la fábrica y entrevistas con el contacto de la empresa con el objetivo de determinar cuáles eran las decisiones que conviene tomar como parte de un impulso al desarrollo de la empresa; con la información obtenida, se procedió a implementar la herramienta de sistemas y de optimización para sustentar cada uno de los posibles problemas de decisión a evaluar. A continuación, se detalla la metodología con la que se abordó el “problema” de impulsar el desarrollo de la empresa en varios aspectos.



En primer lugar, se obtuvieron los datos de la empresa, tanto administrativos como financieros y de la producción; en segundo lugar, se relacionó la TGS con la empresa para poder verla como un sistema y trabajar de manera más sencilla con cada uno de sus com-

ponentes, lo que permitió determinar qué partes de ésta eran, posiblemente, susceptibles a una mejora; en tercer lugar, se aplicaron las diferentes teorías de optimización a los componentes específicos como sigue:

- En conversaciones con el contacto de la empresa, se informó que estaba en busca de una mejor forma de realizar el pedido de los insumos, por lo que se buscó implementar la Teoría de Inventarios, con el fin de determinar cómo estaba funcionando la política de pedido que manejan hasta el momento, y de ser necesario, sugerir una política adecuada.
- Pasando al proceso de producción de los mazapanes, se determinó que podía analizarse mediante la metodología PERT/CPM y con ello verificar si es la mejor estructura de tiempos o es factible mejorarlos.
- Posteriormente, al considerar que tres de los subprocesos de la producción (decochado, corte, empaque) eran llevados a cabo enteramente por el personal (sin una parte automatizada), se determinó que, era pertinente revisar qué tan adecuados resultaban los tiempos; para lo cuál se utilizó la Teoría de Líneas de Espera.
- Por último, se concluye con un análisis de la forma en la que se toman las decisiones en la empresa, para determinar si se siguen unas pautas correctas o si puede mejorarse, y se plantean los resultados de las metodologías como un proceso de toma de decisiones.

A partir de la aplicación de los métodos, se llegó al último paso que fue dar bases sólidas para la toma de decisiones sobre cambios en los procedimientos; así como un análisis de la situación de la empresa y una propuesta para mejorar su proceso de toma de decisiones de manera general.

2.1. Obtención de los datos

Para obtener los datos para los modelos, se acudió personalmente a la empresa para grabar el proceso de producción de los mazapanes (*Véase A.8*); además se realizó una entrevista virtual con el contacto de la empresa (*Véase A.9*). Por último, se realizó una búsqueda bibliográfica con el fin de estimar algunos parámetros que no se pudieron cuantificar con información directa.

Información tomada de videos proporcionada por los operarios de la empresa

Se realizó una toma de videos a lo largo de una semana, con los que se documentó la forma de trabajar en las diversas áreas de producción, así como los tiempos en los que se realiza cada procedimiento y las personas responsables de ello.

Posterior a las grabaciones, la información fue traducida en datos cuantificables que permitieron realizar los análisis correspondientes (*Véase A.8*).

Entrevista

Se realizó una entrevista de reconocimiento con el contacto de la empresa (Véase A.9), la cual fue dividida en tres partes con el fin de no saturarlo de información y concentrar cada parte en un tema de interés:

1. La primera parte se enfocó en temas sobre la estructura de la empresa y su historia.
2. La segunda parte versó sobre cuestiones administrativas y financieras de la empresa.
3. En la última parte se desarrolló la forma en la que la empresa maneja su política de inventarios.

Además, como parte de la revisión de sus respuestas, se le solicitó al contacto de la empresa información sobre las ventas, por lo que se obtuvo un archivo .xlsx con información sobre los precios de su producto, costos de los insumos y distribución de la demanda de los mazapanes.

2.2. Determinación de la empresa como un sistema

En primer lugar, se muestra la información obtenida por medio de la entrevista, de la estructura de la empresa y, posteriormente, se utilizó la TGS para determinar los componentes e interacciones entre ellos con el fin de modelar a la empresa como un sistema.

Así mismo, se identificó como subsistema relevante con áreas de oportunidad, al proceso de producción de los mazapanes, por lo cual, se utilizó la información obtenida por medio de las grabaciones en la fábrica para construir una visualización de la disposición de la maquinaria en la fábrica y la secuencia en que se desarrolla la producción de mazapanes, seguido de la caracterización de este proceso como un sistema en sí mismo.

2.3. Aplicación de modelos y algoritmos

A continuación, se desarrolla el proceso realizado con cada metodología de optimización.

2.3.1. Modelo de inventarios

Observación: Dado que la empresa trabaja con productos de una gran movilidad, no permanecen en inventario por un lapso prolongado, aunado a ello, la caducidad de éstos es de por lo menos un año, por lo que podemos considerar que, para este estudio en particular, el último supuesto del modelo EOQ básico siempre se cumple.

Para el modelo de inventarios se estimó lo siguiente:

- Demanda mensual de mazapanes en la empresa (por método discreto y asociando una función de distribución):

Se determinó la distribución de la demanda con los datos mensuales de cuatro años consecutivos, por medio de metodologías de series de tiempo y de promedios móviles, así como estimación de su función de distribución (normal) y se validó con los

datos del año 2019.

Por otro lado, como se trabajó por separado con cada insumo, se determinó la demanda de cada insumo como porcentaje de utilización en la receta de los mazapanes.

- Costos
 - Almacén:
Se determinó como porcentaje (proporción del espacio utilizado para almacén) del pago de renta en un inmueble bodega en la zona donde se encuentra la fábrica.
 - Adquisición:
El costo de cada uno de los insumos.
 - Por ordenar:
Se consideró el salario del encargado, por una hora estimada que tarda en realizar el pedido
 - Por faltantes:
El contacto de la empresa afirmó que no hay costos asociados a los faltantes; sin embargo, sí han llegado a incurrir en faltantes, de hasta un mes, por lo que se establece un costo asociado a un salario mínimo [30] por los días en que no se obtiene el producto.

Se aplicaron tres modelos de inventarios y se eligió, para cada insumo, el que mejor resultado ofrecía, con respecto a la disminución de costo asociado. Los modelos fueron:

- EOQ básico
- EOQ con faltantes
- EOQ con función de distribución

2.3.2. Modelo de redes - Modelo CPM/PERT

En primera instancia, a partir del esquema que muestra el proceso de producción de mazapanes como un sistema, se determinó la lista de actividades a seguir para completar el proceso; además, con la información proporcionada por los diferentes videos grabados en la fábrica, se le asociaron los tiempos que requiere a cada actividad; a partir de lo cual, se construyó la tabla de actividades; posteriormente, se construyó una red que cumple con las características requeridas por el modelo PERT/CPM, para que, con la aplicación de la metodología, se pudiera obtener la trayectoria crítica.

Posterior a la aplicación del modelo, se verificó si la forma en que se manejaba la producción estaba dando buenos resultados, en busca de una posible mejora de la manera en que se cumple con el proceso.

2.3.3. Modelo de líneas de espera

Para esta parte, como paso previo, se modeló cada uno de los subprocesos como un sistema de líneas de espera y se realizó un análisis de los datos de los tiempos obtenidos por las grabaciones, tanto de los subprocesos en estudios como del túnel, ya que este precede al

decorado y dará el parámetro del tiempo de llegada.

Con lo anterior se determinaron los parámetros para expresarlos en la notación de Kendall, a partir de la cual, se inicia el análisis de los sistemas de líneas de espera: se realizaron los cálculos para obtener las medidas de desempeño de cada uno de los subprocesos y, considerando los costos asociados (salarios) se determinó si podía disminuirse el costo total, para, con ello, proponer una mejora para estos tres subprocesos.

2.4. Análisis de la toma de decisiones

Posterior a la aplicación de las metodologías de optimización, se mostró una forma estructurada de tomar decisiones; además, se analizaron los problemas a los que se enfrentan en este rubro, en términos de personalidades y resolución de problemas; finalmente, con la información de éste análisis, se da paso a la propuesta de mejora en la toma de decisiones en la empresa.

Capítulo 3

Discusión y Resultados

En este capítulo se revisan los resultados obtenidos de la revisión bibliográfica y el análisis de los datos.

3.1. La empresa como sistema

Desde 2017 a la actualidad el organigrama de la empresa se ha modificado muy poco, y, sobre todo por situaciones de fuerza mayor más que, por mejora de la estructura, en la **Figura A.12** se puede observar dicha estructura, para el inicio del estudio. A partir de las entrevistas y la revisión de literatura sobre modelación de sistemas, se caracterizó a la empresa como un sistema, quedando como lo muestra la **Figura 3.1**:

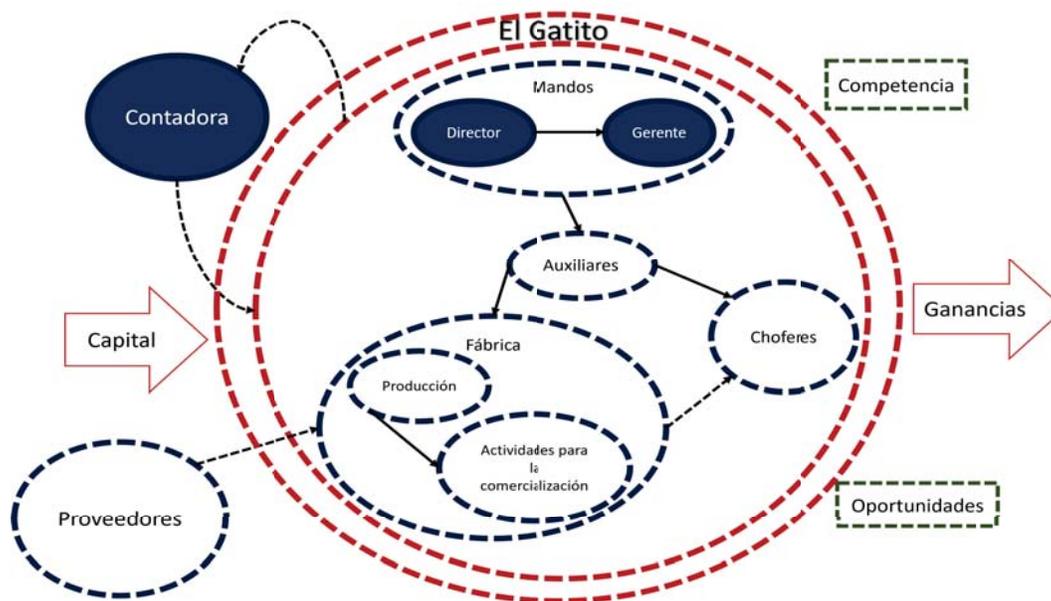


Figura 3.1: Sistema "El Gatito"

Fuente: Entrevista con el contacto de la empresa (2019)

El sistema se considera abierto, artificial y real, en el que la entrada va a ser el capital, monetario y social que aportan los propietarios, y las salidas son las ganancias obtenidas

por la empresa. Se compone de cuatro partes principales, a saber, los mandos, los auxiliares, los empleados de fábrica y los choferes; las relaciones entre ellos son de dos tipos, las líneas sólidas señalan subordinación, mientras que las líneas punteadas muestran alguna otra relación entre las partes. El medio ambiente contiene situaciones externas que afectan a este, ya sea directa (la contadora) o indirectamente (competencia y oportunidades).

Además de considerar la empresa como un sistema, con sus particularidades, para determinar una propuesta de mejora en la toma de decisiones, el análisis también se centró en el proceso de producción, que fue perfectible mediante técnicas de optimización, por lo que se caracterizó a este proceso como un sistema en sí mismo: en la **Figura A.13** se puede observar la disposición de la maquinaria para realizar los mazapanes cubiertos de chocolate, en la fábrica. El sistema que deriva del proceso de producción se presenta en la **Figura 3.2**:

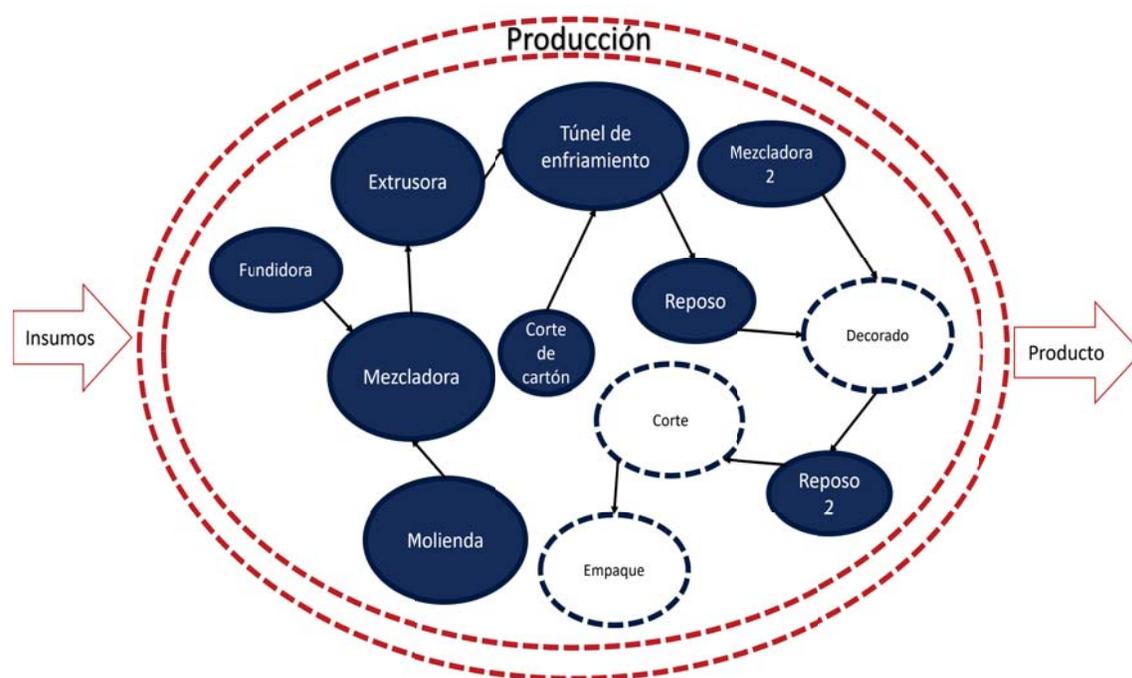


Figura 3.2: Sistema "Producción"

Fuente: Trabajo de campo (2019)

El sistema asociado a la producción de mazapanes se compone de 10 partes que son cada uno de los subprocesos que requiere la producción para transformar las entradas (insumos) en la salida (el producto final); las relaciones entre ellos son de precedencia; el medio ambiente es el sistema determinado por la empresa.

3.2. Aplicación de los modelos de optimización

A partir de los datos obtenidos por las entrevistas, y la grabación del proceso de producción, se desarrollaron los modelos de inventarios, redes y líneas de espera.

3.2.1. Modelo de inventarios

La empresa cuenta con una demanda de, aproximadamente, 337 mil cajas al año, por lo que debe contar con los insumos necesarios, para producir los mazapanes, en la proporción en la que están presentes en la mezcla del mazapán con el chocolate, por lo que los datos de la demanda, anual, quedaron distribuidos como lo muestra el **Cuadro 3.1**.

	%	En cajas	En Kg	Determinista en cajas	Determinista en Kg.	Media	DesvEst
Azúcar	75.91	255480.69	191610.52	364348.90	273261.68	209243.64	5510.50
Cacahuete	6.40	21554.69	16166.02	30739.81	23054.86	17653.71	464.92
Cocoa	6.84	23025.98	17269.48	32838.06	24628.55	18858.72	496.65
Grasa	10.38	34947.44	26210.58	49839.62	37379.72	28622.63	753.79
Otros	0.47	1566.20	1174.65	2233.60	1675.20	1282.75	33.78
Total	100	336575	252431.25	480000	360000	275661.45	7259.64

Cuadro 3.1: Datos de la demanda por insumo

Para contar con los insumos, el director o el gerente realiza una orden de manera telefónica (por cada uno), y estos son entregados por medio de camiones a la empresa, en promedio, 4 días después de realizada la orden. El costo asociado a esta entrega se incluye en el precio de los insumos y no cuenta con descuentos por parte de los proveedores.

Cuando el producto está terminado, para la distribución, consideran dos tipos de clientes: los locales y los foráneos; en el caso de los primeros, la entrega va por cuenta de la empresa, en tanto que los segundos deben pagar el flete, sin embargo, la empresa también tiene un gasto, ya que paga el transporte hasta la fletera. El contacto afirma que nunca se ha presentado un caso en el que no haya cumplido con la demanda del producto, y que este se entrega en un máximo de cinco días.

En cuanto a los costos en los que incurre la empresa se obtuvo la siguiente información:

- Los costos de los insumos, costos de adquisición, se muestran en Anexo A.11, que sería el costo unitario, sin embargo, para fines de la optimización sólo se toman como referencia.
- En cuanto a la entrega del producto al cliente, en general, se incurre en un gasto promedio de \$700, que incluye el costo del seguro y la depreciación del auto, el salario del chofer y la gasolina.
- Dado que utilizan un octavo de la planta para almacenaje, y por esta se consideró una renta de \$46,000.00 al mes (con una distribución equitativa por insumo), se considera un gasto anual de \$27.60 para este rubro.
- Los salarios se distribuyen como los muestra el Anexo A.11, por lo que, considerando el sueldo del gerente (quien realiza la orden) durante 1 hora aproximadamente, se asoció un costo por ordenar de \$288.88
- Por último, considerando un salario mínimo de \$123.22 al día, y un periodo máximo en demora de la entrega de 5 días, se asoció un costo por faltantes de \$616.10

Obteniéndose los siguientes parámetros (excepto la demanda que se presenta en el **Cuadro 3.1**):

$$k = 288.88$$

$$h = 27.60$$

$$p = 616.10$$

$$L = 0.010989011$$

Los resultados obtenidos por cada uno de los modelos, en los diferentes insumos, se presentan en el **Cuadro 3.2**.

Insumo	Modelo	Q	R	CTV
Azúcar	EOQ Básico	2268.99	2992.60	62624.09
	EOQ con Faltantes	2319.25	2992.60	61945.45
	Modelo (Q,R)	2029.48	3421.76	86703.37
Cacahuete	EOQ Básico	659.06	252.48	18190.02
	EOQ con Faltantes	673.66	252.48	17992.90
	Modelo (Q,R)	589.49	288.69	18755.09
Cocoa	EOQ Básico	681.18	269.72	18800.59
	EOQ con Faltantes	696.27	269.72	18596.85
	Modelo (Q,R)	609.28	308.40	19475.93
Grasa	EOQ Básico	839.19	409.36	23161.68
	EOQ con Faltantes	857.78	409.36	22910.68
	Modelo (Q,R)	750.61	468.07	24797.14
Otros	EOQ Básico	177.65	18.35	4903.27
	EOQ con Faltantes	181.59	18.35	4850.13
	Modelo (Q,R)	158.90	20.98	4537.38

Cuadro 3.2: Resultados de los modelos de Inventarios, por insumo

En todos los casos, excepto para otros, es más conveniente seguir el modelo EOQ con faltantes planeados, por lo que conviene una política, para cada insumo, como se describe a continuación:

Con respecto al azúcar, conviene pedir 2319.25 Kg. cada que queden en inventario 2992.60 Kg.

Con respecto a los cacahuates, conviene pedir 673.66 Kg. cada que queden en inventario 252.48 Kg.

Con respecto a la cocoa, conviene pedir 696.27 Kg. cada que queden en inventario 269.72 Kg.

Con respecto a la grasa, conviene pedir 857.78 Kg. cada que queden en inventario 409.36 Kg.

Con respecto a otros, conviene pedir 158.90 Kg. cada que queden en inventario 20.98 Kg.

Se destaca que determinar una política de inventarios es una manera de tomar decisiones estructurada y justificada; en contraparte, la forma en la que se lleva a cabo actualmente es pedir todos los insumos cuando escaseaba alguno, únicamente previendo los cuatro días en que tardan en surtirles.

3.2.2. Modelo de Redes - Modelo CPM/PERT

Como ya se detalló en secciones anteriores, el proceso de producción de mazapanes consta de nueve pasos, a saber, molienda, mezcla, extrusión, enfriamiento, reposo, decorado, reposo 2, corte y empaque; de tal manera que el “proyecto” consiste en la culminación del empaque. Para tratar nuestro problema actual como uno CPM/PERT, se construyó una tabla (**Cuadro 3.3**) con las actividades, sus precedentes y el tiempo estimado en el que se realizan (éste último, se estimó como el promedio de las duraciones de todas las veces que se grabó un mismo subproceso); para lo cual se revisaron los datos obtenidos de las grabaciones (*Véase A.8*) en la fábrica y se estimaron los tiempos de cada subproceso.

Es importante aclarar que los tiempos definidos para las actividades con duración menor a media hora, se relacionaron con la terminación de cinco láminas de mazapán, debido a que es el menor número de láminas que se encuentran en un subproceso, el corte; aquellos procesos de mayor duración, se mantuvieron de esa manera, debido a que se llevan a cabo en unidades más grandes de todos los ingredientes y no es posible asociarle una proporción determinada por el tiempo, aunado a que, por ejemplo, no es posible comenzar con la extrusión de una lámina si no se ha mezclado la totalidad del producto que se ingresa a la mezcladora.

Actividad	Predecesores	<i>a</i>	Duración	<i>b</i>
		Duración mínima	en min	Duración máxima
A-Fundidora para grasa	-	42.50	42.50	42.50
B-Mezcladora de chocolate	-	48.43	48.43	48.43
C-Corte de cartón	-	0.75	0.75	0.75
D-Molino	-	73.14	73.14	73.14
E-Mezcladora	A D	84.00	84.00	84.00
F-Extrusora	E	0.45	0.50	0.53
G-Túnel de enfriamiento	C F	3.08	3.15	3.18
H-Reposo	G	80.00	80.00	80.00
I-Decorado	B G	1.68	1.97	2.00
J-Corte	I	1.83 s	1.87	1.90
K-Reposo 2	J	40.00	40.00	40.00
L-Empaque	K	1.00 s	1.04	1.09

Cuadro 3.3: Actividades para la producción de mazapán

Posteriormente se construyó la red asociada (**Figura 3.3**), para comenzar la metodología CPM, y, posteriormente la PERT.

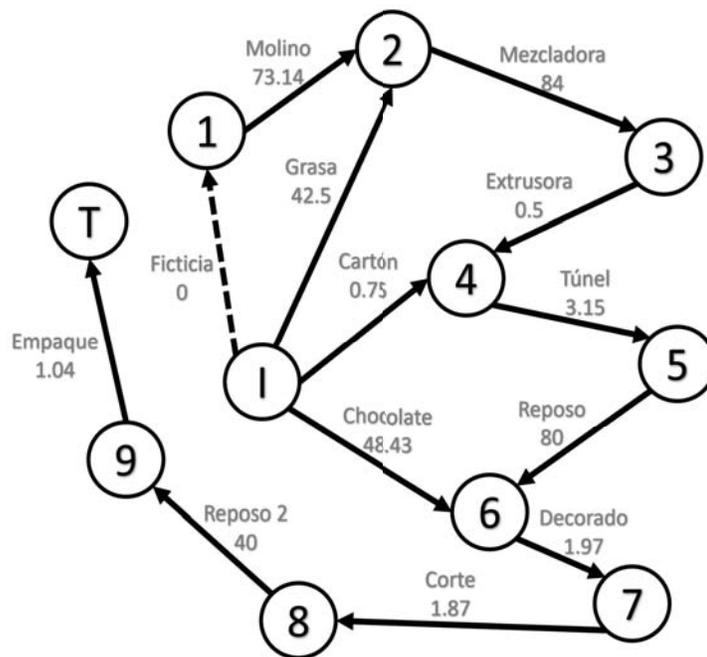


Figura 3.3: Red asociada al proceso de producción como modelo CPM

Fuente: Trabajo de campo (2019)

Comenzamos por calcular los tiempos de evento inicial y de evento tardío (**Cuadro 3.4**), como se muestra en la sección 1.4.2.

Nodo	Sucesores	$ET(i)$	$LT(i)$	Nodo	Sucesores	$ET(i)$	$LT(i)$
I	1,2,4,6	0	0	6	7	240.34	240.34
1	2	0	0	7	8	242.31	242.31
2	3	73.14	73.14	8	9	244.18	244.18
3	4	157.14	157.14	9	T	284.18	284.18
4	5	157.19	157.19	T	-	285.22	285.22
5	6	160.34	160.34				

Cuadro 3.4: Tiempos de evento inicial y de evento tardío para el proceso de producción

En cada una de las actividades no puede haber un retraso; para determinar la trayectoria crítica, se presentan en el **Cuadro 3.5** los tiempos libres totales, nuevamente con las fórmulas de la sección 1.4.2:

Actividad	Arco	$TF(i)$	Actividad	Arco	$TF(i)$
A	(I,2)	30.64	H	(5,6)	0
B	(I,6)	191.81	I	(6,7)	0
C	(I,4)	156.44	J	(7,8)	0
D	(1,2)	0	K	(8,9)	0
E	(2,3)	0	L	(9,T)	0
F	(3,4)	0	Ficticia	(I,1)	0
G	(4,5)	0			

Cuadro 3.5: Tiempo libre total de cada actividad para el proceso de producción

La trayectoria $I - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - T$ es la trayectoria crítica, con una longitud de 285.22, o 4 horas y 48 minutos, aproximadamente; mientras que, las actividades: fundido de grasa, corte de cartón y mezcla de chocolate, pueden atrasarse y no causar que el proceso entero se retrase.

Para el modelo PERT, primero se calcularán $E[T_{ij}]$, $var(T_{ij})$ y CP .

$$\begin{aligned}
 E[\mathbf{T}_{I2}] &= \frac{42.5 + 4 * 42.5 + 42.5}{6} = 42.5 & var(\mathbf{T}_{I2}) &= \left(\frac{42.5 - 42.5}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{I6}] &= \frac{48.43 + 4 * 48.43 + 48.43}{6} = 48.43 & var(\mathbf{T}_{I6}) &= \left(\frac{48.43 - 48.43}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{I4}] &= \frac{0.75 + 4 * 0.75 + 0.75}{6} = 0.75 & var(\mathbf{T}_{I4}) &= \left(\frac{0.75 - 0.75}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{I2}] &= \frac{73.14 + 4 * 73.14 + 73.14}{6} = 73.14 & var(\mathbf{T}_{I2}) &= \left(\frac{73.4 - 73.14}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{23}] &= \frac{84 + 4 * 84 + 84}{6} = 84 & var(\mathbf{T}_{23}) &= \left(\frac{84 - 84}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{34}] &= \frac{0.45 + 4 * 0.5 + 0.53}{6} = 0.50 & var(\mathbf{T}_{34}) &= \left(\frac{0.53 - 0.45}{6} \right)^2 = 0.00018 \\
 E[\mathbf{T}_{45}] &= \frac{3.08 + 4 * 3.25 + 3.18}{6} = 3.14 & var(\mathbf{T}_{45}) &= \left(\frac{3.18 - 3.08}{6} \right)^2 = 0.00028 \\
 E[\mathbf{T}_{56}] &= \frac{80 + 4 * 80 + 80}{6} = 80 & var(\mathbf{T}_{56}) &= \left(\frac{80 - 80}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{67}] &= \frac{1.68 + 4 * 1.97 + 2}{6} = 1.93 & var(\mathbf{T}_{67}) &= \left(\frac{2 - 1.68}{6} \right)^2 = 0.0028 \\
 E[\mathbf{T}_{78}] &= \frac{1.83 + 4 * 1.87 + 1.9}{6} = 1.87 & var(\mathbf{T}_{78}) &= \left(\frac{1.9 - 1.83}{6} \right)^2 = 0.00014 \\
 E[\mathbf{T}_{89}] &= \frac{40 + 4 * 40 + 40}{6} = 40 & var(\mathbf{T}_{89}) &= \left(\frac{40 - 40}{6} \right)^2 = 0 \\
 E[\mathbf{T}_{9T}] &= \frac{1 + 4 * 1.04 + 1.09}{6} = 1.04 & var(\mathbf{T}_{9T}) &= \left(\frac{1.09 - 1}{6} \right)^2 = 0.00025
 \end{aligned}$$

$$E[\mathbf{T}_{I1}] = 0 = var(\mathbf{T}_{I1}) \text{ Por ser un arco ficticio.}$$

Como la trayectoria crítica fue $I - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - T$, se tiene que:

$$E[CP] = 0 + 73.14 + 84 + 0.5 + 3.14 + 80 + 1.93 + 1.87 + 40 + 1.04 = 285.62$$

$$var(CP) = 0 + 0 + 0 + 0.00018 + 0.00028 + 0 + 0.0028 + 0.00014 + 0 + 0.00025 = 0.00365$$

Así, la probabilidad del proyecto se complete en 4 horas, 45 minutos y 30 segundos es:

$$P[CP \leq 285.5] = P\left[\frac{CP - 285.62}{\sqrt{0.00365}} \leq \frac{285.5 - 285.62}{\sqrt{0.00365}}\right] = P[Z \leq -1.7736] = 0.0235$$

Por lo tanto, bajo esas condiciones, la probabilidad del proceso se termine en 4 horas, 45 minutos y 30 segundos es de 0.0235.

3.2.3. Modelo de líneas de espera

Se determinaron los sistemas de líneas de espera de cada proceso como se muestra en la **Figura 3.4**.

- (a) Representa al subproceso de decorado, en el cual las entradas son las láminas de mazapán sin cubierta de chocolate y el chocolate derretido, y salen de ese proceso las láminas de mazapán cubiertas de chocolate y decoradas; así mismo, se puede observar que la fila se forma al acumularse las láminas, y éstas entran a servicio con una disciplina de selección aleatoria¹; el servicio consiste en distribuir el chocolate derretido sobre la lámina y, posteriormente, realizar un rayado de la capa de chocolate para formar la decoración, por último, se coloca la lámina en una pila cercana al siguiente proceso; se considera que los servidores están en serie y el servicio completo será denominado decorado.
- (b) Se centra en el subproceso de corte, en el cuál entran grupos de 5 láminas decoradas y sales troceadas en rectángulos (los cuáles ya son los mazapanes que se comercializan); la fila se forma al acumularse las láminas decoradas, las cuáles entran a servicio con una disciplina PLPS²; en este caso, el servicio consiste en colocar los grupos de 5 láminas en la cortadora (presionando para que entren correctamente), encender la máquina, esperar a que termine de pasar el grupo de láminas, quitar el exceso para dejar prácticamente sólo los rectángulos perfectos y colocar en la pila más cercana al siguiente proceso. El servicio se realiza en serie, donde el primer servidor es el trabajador, y el segundo la cortadora, luego regresa el trabajador para terminar.
- (c) Se observa el subproceso de empaque, en el cual la entrada son los rectángulos de 5 láminas decoradas y la salida son las cajas con 100 o 200 piezas (750 g.); se entra al servicio con una disciplina ULPS³; el servicio consiste en tomar los rectángulos e ir acomodándolos en las cajas de cartón; los servidores tienen una configuración en paralelo.

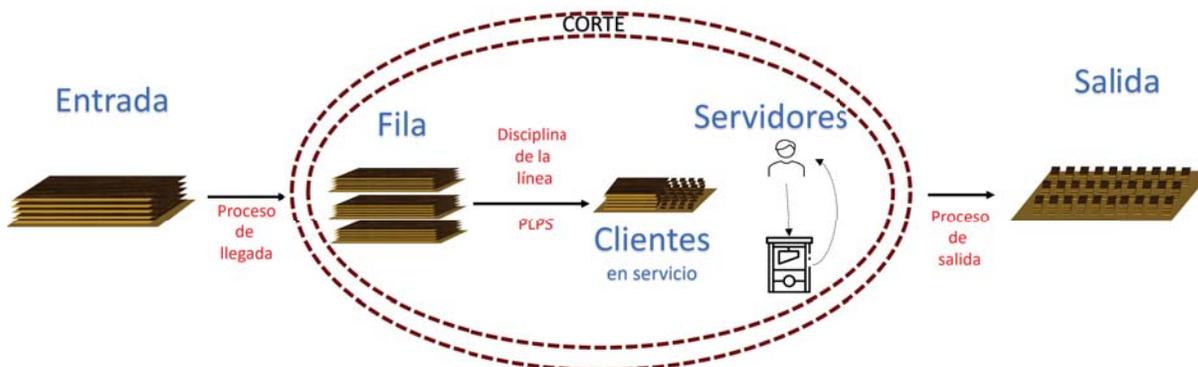
¹Ésto debido a que vienen de estar en reposo y se comienza con el carrito más cercano, los cuales no necesariamente se acomodan en el orden en que salieron.

²Debido a que, al terminar el decorado, se van colocando los carritos más cerca del área de corte, y se puede ir tomando los primeros disponibles.

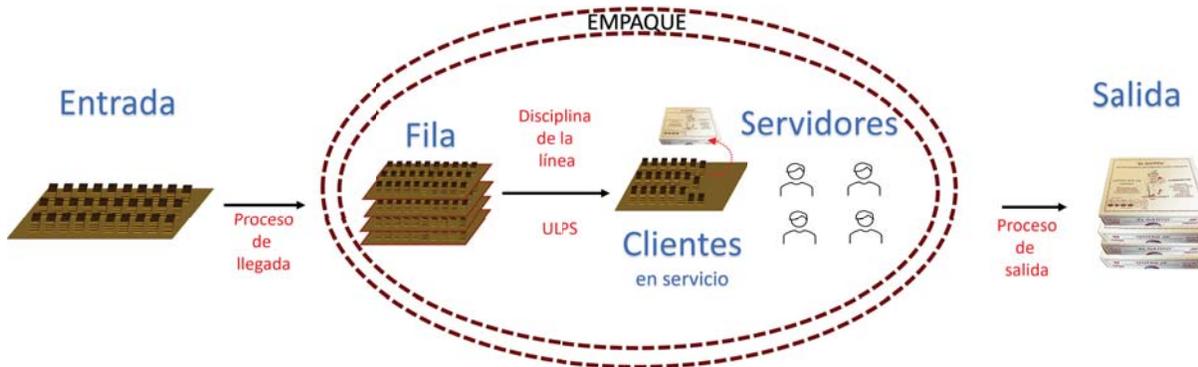
³Debido a que se toman de encima de la pila que va formando el subproceso anterior.



(a) Modelo de líneas de espera para el subproceso “Decorado”



(b) Modelo de líneas de espera para el subproceso “Corte”



(c) Modelo de líneas de espera para el subproceso “Empaque”

Figura 3.4: Sistemas de líneas de espera para los diferentes subprocesos a estudiar

Fuente: Trabajo de campo (2019)

Con base en los datos de los tiempos en que se realizan los subprocesos en estudio (Véase A.13) se determinaron las siguientes medidas:

Subproceso	(a)-Promedio	$\mu = \frac{1}{(a)}$	Subproceso	(a)-Promedio	$\mu = \frac{1}{(a)}$
Decorado	1.97	0.50847458	Empaque	4.17	0.24
Corte	1.87	0.53571429	Túnel	3.15	0.32

Cuadro 3.6: Datos para modelos de líneas de espera.

Posteriormente, considerando la aproximación a la exponencial de cada uno de los sub-

procesos, se determinó que los tiempos de llegada y de servicio para cada subprocesso son los siguientes:

tiempos de llegada:

- El proceso de decorado tiene una llegada de 0.32 láminas por minuto
- El proceso de corte tiene una llegada de 0.51 láminas por minuto
- El proceso de empaque tiene una llegada de 0.54 láminas por minuto

tiempos de servicio:

- El proceso de decorado tiene un servicio de 0.51 láminas por minuto
- El proceso de corte tiene un servicio de 0.54 láminas por minuto
- El proceso de empaque tiene un servicio de 0.24 láminas por minuto, en promedio, por empacador

Por lo que la ρ asociada a cada uno es de:

- El proceso de decorado, $\rho = \frac{0.32}{0.51} = 0.63 < 1$
- El proceso de corte, $\rho = \frac{0.51}{0.54} = 0.94 < 1$
- El proceso de empaque, $\rho = \frac{0.54}{4 * 0.24} = 0.56 < 1$

En todos los casos se puede realizar un modelo de líneas de espera; los modelos asociados para cada subprocesso son los siguientes:

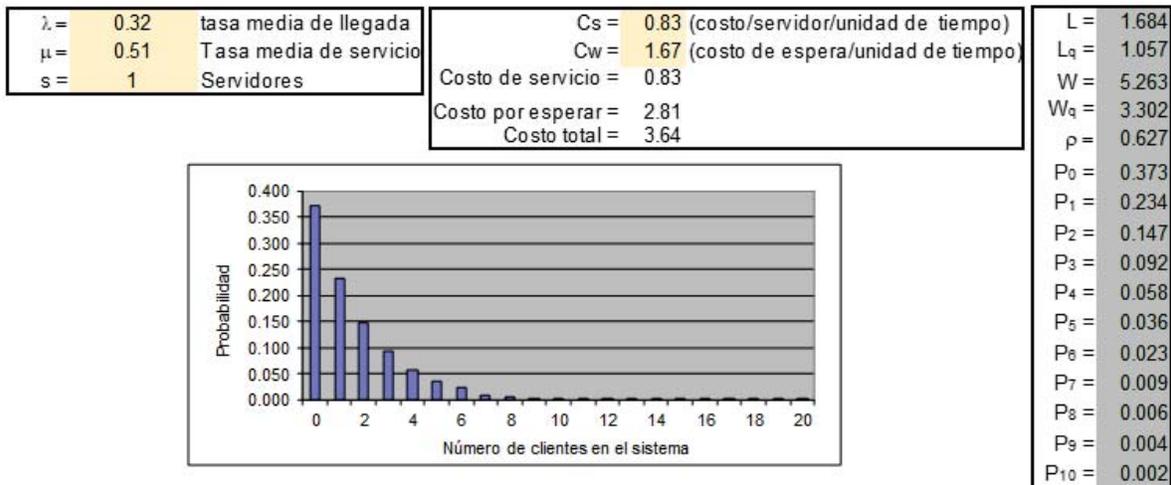
Decorado: $M/M/1/SEOA/\infty/\infty$

Corte: $M/M/1/PLPS/\infty/\infty$

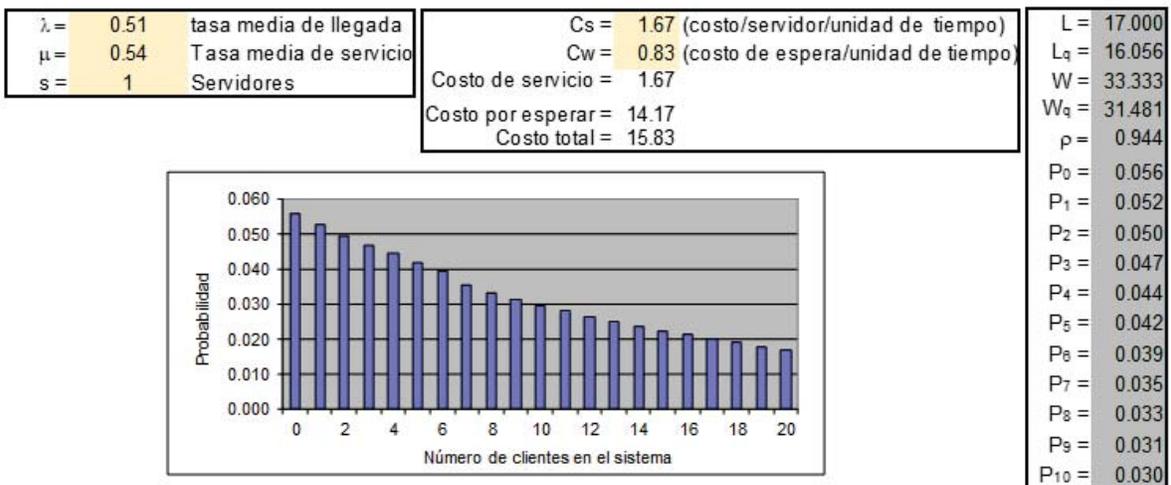
Empaque: $M/M/4/ULPS/\infty/\infty$

En la **Figura 3.5** se muestran las medidas de desempeño obtenidas en cada uno de los sistemas de líneas de espera⁴. Además, para asociarle un costo al servicio y al costo de espera se consideraron los salarios de los decoradores, el cortador y los empacadores (*Véase Cuadro A.3*), todos ellos por minuto, que es la unidad de tiempo para el modelo de líneas de espera.

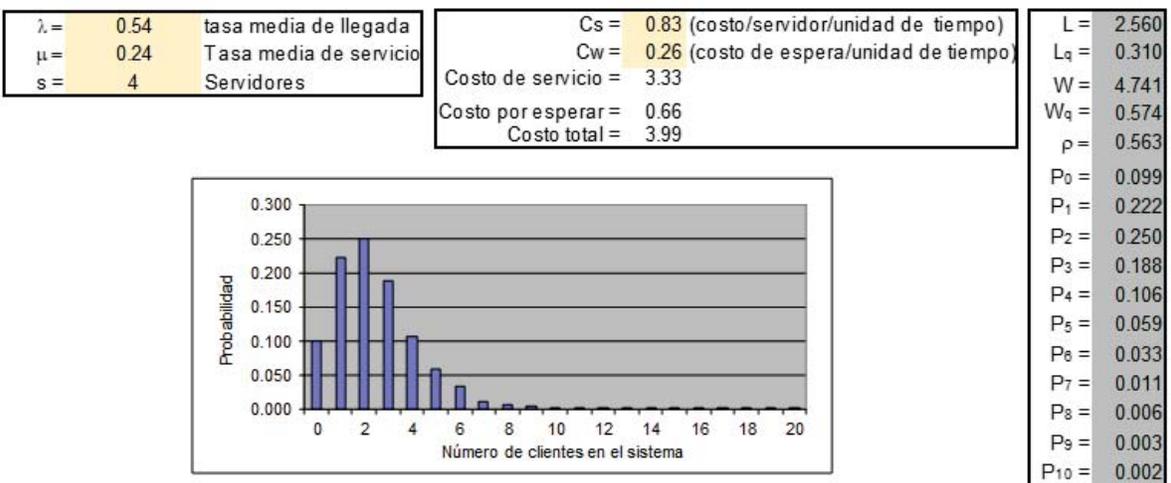
⁴Se utilizaron las plantillas predeterminadas para el capítulo sobre Líneas de espera de [17].



(a) Medidas de desempeño del subproceso “Decorado”



(b) Medidas de desempeño del subproceso “Corte”



(c) Medidas de desempeño del subproceso “Empaque”

Figura 3.5: Medidas de desempeño para los diferentes subprocesos

Fuente: Elaboración propia con información del Trabajo de campo (2019)

(a) Para el decorado:

- El número esperado de láminas en el sistema de líneas de espera es 1.68; es decir, en un minuto habrá aproximadamente dos láminas que deben ser decoradas por los servidores.
- El tiempo medio que pasa cada lámina en el sistema de líneas de espera es de 5.26 minutos.
- El número esperado de láminas en la fila es 1.06, por tanto, en un minuto se espera que haya una lámina en la fila, aproximadamente.
- El tiempo medio de espera de cada lámina en la fila es de 3.30 minutos.
- La probabilidad de que haya cero láminas en el sistema de líneas de espera es de 0.37, lo que quiere decir que hay una probabilidad menor a un medio de que los servidores estén ociosos.
- El costo asociado al servicio resultó ser de \$0.83 y el costo asociado a la espera de cada lámina de \$2.81, por tanto, el costo total en que se incurre es de \$3.64; con un costo considerablemente mayor por esperar.
- Además, la eficiencia del sistema es de 0.63.

(b) Para el corte:

- El número esperado de grupos de 5 láminas en el sistema de líneas de espera es 17; es decir, en un minuto habrá 17 grupos de 5 láminas que deben ser cortados por el servidor.
- El tiempo medio que pasa cada grupo en el sistema de líneas de espera es de 33.33 minutos.
- El número esperado de grupos en la fila es 16.06, por tanto, en un minuto se espera que haya 16 grupos en la fila, aproximadamente.
- El tiempo medio de espera de cada grupo en la fila es de 33.02 minutos.
- La probabilidad de que haya cero grupos en el sistema de líneas de espera es de 0.06, lo que quiere decir que hay una probabilidad casi cero de que el servidor esté ocioso.
- El costo asociado al servicio resultó ser de \$1.67 y el costo asociado a la espera de cada grupo de \$14.17, por tanto, el costo total en que se incurre es de \$15.83; con un costo considerablemente mayor por esperar.
- Además, la eficiencia del sistema es de 0.94.

(c) Para el empaque:

- El número esperado de grupos de láminas cortadas en rectángulos en el sistema de líneas de espera es 2.56; es decir, en un minuto habrá aproximadamente tres grupos de láminas cortadas en rectángulos que deben ser empacados por uno de los cuatro servidores.
- El tiempo medio que pasa cada grupo en el sistema de líneas de espera es de 4.74 minutos.

- El número esperado de grupos en la fila es 0.31, por tanto, en un minuto se espera que haya cero grupos en la fila, aproximadamente.
- El tiempo medio de espera de cada grupo en la fila es de 0.57 minutos.
- La probabilidad de que haya de cero a tres grupos en el sistema de líneas de espera es de 0.76, lo que quiere decir que hay una probabilidad alta de que al menos uno de los servidores esté ocioso.
- El costo asociado al servicio resultó ser de \$3.33 y el costo asociado a la espera de cada grupo de \$0.66, por tanto, el costo total en que se incurre es de \$3.99; con un costo considerablemente mayor por el servicio.
- Además, la eficiencia del sistema es de 0.56.

En todos los casos se hizo variar el número s de servidores, de manera que el costo total en que se incurre fuera mínimo, y buscando una mayor eficiencia. Los resultados se muestran a continuación:

	Costo total (\$)	Eficiencia (ρ)	Servidores
Decorado	2.83	0.31	2
Corte	4.35	0.47	2
Empaque	3.51	0.75	3

Cuadro 3.7: Número de servidores óptimo

Como puede observarse en el **Cuadro 3.7**, en el caso del decorado y del corte, aumentar un servidor disminuye los costos, sin embargo, esto sucede a costa de una disminución de la eficiencia del sistema; en contraparte, en el caso del decorado, disminuir el número de servidores disminuye el costo asociado y a su vez aumenta la eficiencia del sistema.

Es importante considerar que en el caso del empaque es factible aumentar un servidor, debido a que el salario de estos empleados es, en promedio, la mitad del salario de los demás empleados; en el caso del corte, no se considera un resultado concluyente, debido a que se estimó el costo de la cortadora; por último, para el caso de los empacadores, además de fijarnos en la eficiencia del sistema, y en el costo total asociado, es importante observar que la probabilidad de que alguno de ellos esté ocioso es alta, por lo que en este caso sería más relevante considerar disminuir uno de los servidores.

En suma, la propuesta que se ofrece al respecto de los subprocesos llevados a cabo por el personal, en mayor medida, es que se disminuya el número de empacadores y se aumente el número de decoradores; más específicamente, puede darse un cambio de rol, debido a que el salario de un empacador puede cubrir el salario de los dos decoradores que trabajan en serie.

3.3. Comentarios sobre la toma de decisiones

La empresa “El Gatito” es una empresa familiar con más de 80 años en el mercado y de tercera generación; se encuentra clasificada en las PyMEs, particularmente, al contar con 16 empleados de planta y tener una venta anual de 36 mdp⁵, se considera una pequeña

⁵Cada caja la comercializa en \$75.00 y tiene una venta mensual promedio de 40,000 cajas

empresa. De tal manera que puede ser susceptible a presentar las problemáticas mencionadas en la introducción de este trabajo.

De la entrevista realizada al contacto de la empresa se obtuvo lo siguiente:

- Las decisiones de la empresa recaen en su mayoría en el director (renovación de contratos, compras de material e insumos, pagos y créditos), aun cuando comparte la responsabilidad con el gerente (investigación y desarrollo de nuevos productos).
- En cuanto a la parte administrativa, desde la perspectiva del contacto con la empresa, la dirección unipersonal complica la situación, al retrasar la toma de decisiones o afectar la relación con otros miembros familiares.

De lo anterior podemos constatar que la dificultad más relevante encontrada en la toma de decisiones es el perfil averso al riesgo del director, en contraste con el perfil propenso al riesgo del gerente.

Se puede observar tres de los principales problemas descritos en la introducción del estudio: resistencia al cambio, las metas familiares no necesariamente coinciden y la toma de decisiones se realiza siguiendo pautas anteriores por haber funcionado en su momento, no necesariamente por dar los mejores resultados ahora. Para compensar esa situación se buscó el asesoramiento externo, en busca de una manera de dar propuestas sustentadas que contribuyeran al cambio de opinión del principal tomador de decisiones.

- Respecto a la producción, los problemas que se han presentado son referentes a los precios de los insumos, situaciones macroeconómicas que afectan al suministro, así como la dependencia de proveedores únicos. Sus planes a futuro se enfocan a la producción de artículos gourmet para la repostería (crema de frutos secos en presentaciones de 5 Kg.) y a la mejora de la textura del mazapán.

En este sentido se realizaron los análisis de optimización en diferentes pasos de la producción de los mazapanes.

Además, se propone realizar un análisis de los precios de diversos proveedores para conocer otras áreas de oportunidad en la empresa bajo la influencia de un medio ambiente difícil de controlar.

- Sobre las finanzas, el contacto considera que una mayor preparación sobre el tema les permitiría acceder a mejores oportunidades para maximizar las utilidades, sin embargo, al inicio del estudio, la empresa presentaba ganancias, las cuales hasta 2 años antes, iban destinadas a ahorro únicamente, lo cual cambió y sólo el 20 % es para este rubro, en tanto que el resto se invierte en la empresa misma. A futuro, consideran la posibilidad de incrementar sus utilidades, mediante instrumentos financieros; el gerente considera que tienen oportunidades para implementar un plan de inversión, realizar mejora en el proceso de toma de decisiones, aumentar el presupuesto para innovación y aplicar una política de crédito a los clientes.

Para realizar este análisis era preciso contar con los estados financieros de la empresa, información que no fue posible obtener; sin embargo, en este punto, es de considerarse que el análisis de la toma de decisiones en situación de riesgo era pertinente en este rubro.

A grandes rasgos, se puede mencionar que la decisión de invertir el capital en instrumentos con riesgo no era una opción que se planteara el principal tomador de decisiones, por su aversión al riesgo, razón por la cual las ganancias se reinvertían en la empresa.

3.4. Propuesta en la toma de decisiones

A manera de resumen, se describen en este capítulo las propuestas a las que se llegó en cada uno de los desarrollos de este estudio:

- El enfoque constructivo (*Véase 1.6.2*) es la opción a elegir, para permitir una guía de los tomadores de decisiones basada en el análisis de su *status quo* con el fin de buscar áreas de oportunidad y mejorar los procesos.
- La toma de decisiones estructuradas, además de apoyar en la mejora de la empresa, permite una compaginación de las ideas entre los tomadores de decisiones (*Véase 3.3*)
- En cuanto a la mejora de los subprocesos de la producción de mazapanes:
 - Sobre los pedidos de los insumos; la forma en la que actualmente se lleva a cabo, no está documentada; se determinó que la forma óptima de hacer el pedido para cada insumo es como se muestra en la sección de resultados; sin embargo, es un resultado no concluyente al no poder ser comparado con la situación actual en cuanto al costo en que se incurre. La propuesta en este sentido es cuantificar la forma en que se realizan las ordenes hasta el momento e implementar los resultados obtenidos en este estudio (*Véase 3.2.1*), en busca de un menor gasto, pues son los resultados óptimos, considerando los datos con los que se cuenta.
 - En cuanto al proceso de producción de mazapanes, se encontró que la ruta crítica la conforman precisamente los subprocesos a los que se les pone más atención en la actualidad (*Véase 3.2.2*), por lo que se concluye que están siguiendo los procedimientos adecuados. Cabe señalar que a lo largo de la existencia de la empresa el proceso de producción es el que se considera más importante y por ello, las mejoras continuas que se realizan han logrado buenos resultados para este momento.
 - Por último, respecto a los procesos que se realizan en su mayoría por empleados (sin maquinaria) se encontró que una posible mejora vendría de cambiar uno de los empacadores al subproceso de decorado (*Véase 3.2.3*), buscando disminuir costos y aumentar la eficiencia del subproceso de empaque.

Conclusiones

El principal objetivo se cumplió de manera parcial, debido a que la situación en la que se encontraba el país no permitió una reunión final con los tomadores de decisiones de la empresa, evitando la comprobación de los resultados de cada una de las propuestas que se plantea en este estudio, sin embargo, con los datos recabados y las reuniones virtuales, se puede confiar en los resultados obtenidos por las diferentes metodologías presentadas a lo largo del estudio. En cuanto a los objetivos particulares, se cumplieron en su totalidad, pues la empresa se describió como un sistema, se encontró que el proceso de producción de mazapanes tenía áreas de oportunidad, mediante el análisis de sus subprocesos, con diferentes herramientas matemáticas, logrando dar algunas propuestas de mejora con suficiente sustento; además se pudo determinar la forma en que se tomaban decisiones dentro de la empresa, concluyendo que un enfoque constructivo era una mejor opción.

De igual manera, la hipótesis del trabajo se cumplió, pues la empresa no cuenta con un sistema de toma de decisiones estructuradas y las ideas de un tomador de decisiones se contraponen a las ideas del otro, sin embargo, se impone el rango familiar; además, pudieron encontrarse áreas de oportunidad en diferentes pasos del proceso de producción, así como en otras áreas de la empresa.

Es importante destacar que en transcurso del estudio se encontraron otras posibles áreas de oportunidad dentro de la empresa, como son el análisis de costos de diferentes proveedores, y la decisión de invertir sus ganancias en activos de riesgo, los cuáles no se llevaron a cabo debido a la imposibilidad de acceder a la información necesaria; además cuando se concluyó el estudio, se informó del desarrollo de un nuevo producto, con el uso de algunas máquinas que quedaron en desuso para la producción de mazapanes, por lo que sería relevante estudiar el nuevo proceso individualmente y simultáneamente, ya que ambos se llevan a cabo en la misma fábrica. Por otro lado, con el cambio de organigrama, hay una nueva estructura de empresa y un nuevo sistema de toma de decisiones, por lo que sería de interés un nuevo análisis.

Para quien realiza el estudio, este trabajo permitió la apertura al gran campo de estudio que son las empresas familiares, pues como un sistema tiene una amplia variedad de áreas para estudiar y distintos enfoques para implementar.

En el caso particular de la empresa, tiene sus defectos y sus virtudes; sin embargo, por diversos artículos revisados, se concluye que la gran trayectoria que tiene y la directiva que ahora la conforma, su futuro se presenta prometedor. Por último, es relevante hacer una mención de las capacidades de la empresa; su principal ventaja competitiva es la adaptabilidad al cambio, pues, según se descubrió en el último periodo en que se tuvo

comunicación con el contacto de la empresa, ésta mostró gran resiliencia: en un ambiente hostil como lo fue la pandemia de COVID-19, presentó, incluso, un incremento en sus ventas, y a pesar de los problemas personales posteriores que le afectaron, la directiva fue capaz de iniciar un proyecto con el fin de impulsar la elaboración de un nuevo producto⁶.

⁶Cabe mencionar que, el cambio de directiva permitió evitar uno de los principales problemas que le afectaban en la toma de decisiones y que fue enfatizado a lo largo de este trabajo

Apéndice A

Anexos

A.1. Método SIMPLEX para minimización

Considere el problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= c_1x_1 + \dots + c_nx_n + 0s_1 + \dots + 0s_m \\
 &\text{sujeto a} \\
 a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + 1s_1 + 0s_2 + \dots + 0s_m &= b_1 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n + 0s_1 + \dots + 0s_{m-1} + 1s_m &= b_m \\
 x_i &\geq 0; s_j \geq 0
 \end{aligned}$$

Las variables s_1, \dots, s_m son las variables de holgura asociadas con las restricciones respectivas.

De esta manera, la tabla inicial simplex [31] se representa como lo muestra la **Figura A.1**:

Básica	No básicas				Básicas			Solución	
	z	x₁	...	x_n	s₁	...	s_m		
Z	1	c₁	...	c_n	0	...	0	0	Fila Z
s₁	0	a₁₁	...	a_{1n}	I_m			b₁	Fila s₁
.
.
.
s_m	0	a_{m1}	...	a_{mn}				b_m	Fila s_m

Figura A.1: Simplex

Fuente: Elaboración propia

El diseño de la tabla simplex provee automáticamente la solución en la iteración inicial: se inicia en el origen $(x_1, \dots, x_n) = (0, \dots, 0)$, por lo que (x_1, \dots, x_n) se definen como las variables no básicas y (s_1, \dots, s_m) como las variables básicas. La variable objetivo z y las

variables básicas aparecen en la columna de la extrema izquierda (Básica), los lados derechos de las ecuaciones del modelo dan sus valores, como se muestra en la columna de la extrema derecha (Solución) de la tabla. El resultado puede verse igualando las variables no básicas a cero en todas las ecuaciones y también observando la configuración de matriz identidad especial de los coeficientes de las variables básicas.

Teniendo la tabla construida, los pasos del método simplex, para resolver el problema de programación lineal, son los siguientes:

- P0. Determine la solución factible básica inicial.
- P1. Seleccione una variable de entrada utilizando la condición de optimalidad*. Deténgase si no hay variable de entrada; la última condición es óptima. De otro modo, prosiga con el paso 2.
- P2. Seleccione una variable de salida utilizando la condición de factibilidad**.
- P3. Aplique los cálculos de Gauss-Jordan*** para determinar la nueva solución básica. Vaya al paso 1.

* **Condición de optimalidad.** La variable de entrada en un problema de minimización es la variable no básica con el coeficiente más positivo en la fila z . Los vínculos se rompen arbitrariamente. El óptimo se alcanza en la iteración en la cual los coeficientes en la fila z son no positivos.

** **Condición de factibilidad.** La variable de salida es la variable básica asociada con la relación mínima no negativa con el denominador estrictamente positivo. Los vínculos se rompen arbitrariamente.

*** Operaciones de filas de Gauss-Jordan

1. Fila pivote
 - a) Reemplace la variable de entrada en la columna *Básica* con la variable de entrada.
 - b) Nueva fila pivote = Fila pivote actual / Elemento pivote.
2. Todas las demás filas, incluida la z :
 Nueva fila = (Fila actual) - (Su coeficiente en la columna pivote) * (Nueva fila pivote).

A.2. Distribución Beta

La distribución beta es muy flexible y es comúnmente usada para representar la variabilidad sobre un rango fijo; en una de sus más importantes aplicaciones se usa para representar la incertidumbre en la probabilidad de ocurrencia de un evento. Su valor reside en que proporciona una densidad positiva en un intervalo de longitud finita y en la amplia variedad de formas que puede asumir cuando se varían los parámetros α y β : Si son iguales es simétrica, si alguno tiene valor uno y el otro es mayor la distribución tiene forma de "J", en caso de que α sea mayor, la mayoría de los datos están más cerca del valor máximo, y en caso contrario más cerca del mínimo [32].

La función beta desplazada, se obtiene multiplicando la distribución beta por un factor y desplazando los resultados de algunos parámetros de ubicación para permitir que el rango de resultados se expanda más de sus límites, cero y uno.

Esta distribución, abreviadamente $\beta(A, B, \alpha, \beta)$, ($\alpha > 0, \beta > 0$), tiene por función de densidad:

$$f_X(x) = \frac{(x - A)^{\alpha-1} * (B - x)^{\beta-1}}{\beta(\alpha, \beta) * (B - A)^{\alpha+\beta-1}}$$

donde $\beta(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha) * \Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)}$ es la denominada "Función Beta". En la **Figura A.2** se muestran diversas formas de la función Beta.

Cuando $A = 0$ y $B = 1$, se tiene la función de distribución beta estándar.

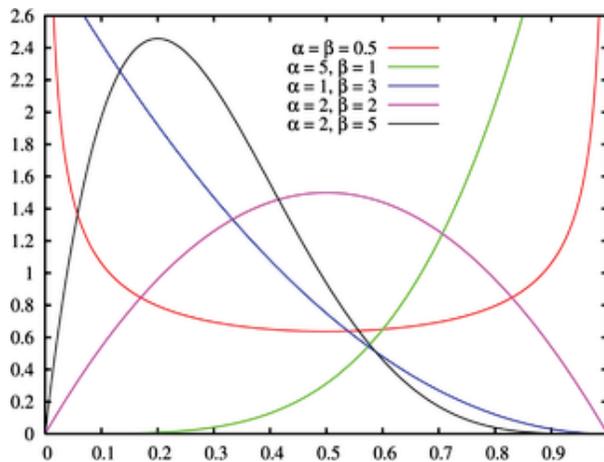


Figura A.2: Beta

Fuente: Ejemplo tomado de [33]

Aproximaciones por el "Método Beta"

Se usan tres tipos de estimaciones para obtener información básica de la distribución de probabilidad:

- **Estimación más probable (m)**
- **Estimación optimista (a):** En las condiciones más favorables.

- **Estimación pesimista (b):** En las condiciones más desfavorables.

Las estimaciones optimista y pesimista se encuentran en los extremos de lo que es posible; mientras que la estimación más probable proporciona el punto más alto de la distribución de probabilidad.

Por la descripción de la distribución, se supone que la forma de la distribución de probabilidad es una distribución beta.

Definimos

$$\begin{aligned}\mu &= \text{Media de la distribución de probabilidad beta} \\ \sigma^2 &= \text{Varianza de la distribución de probabilidad beta}\end{aligned}$$

En particular para la distribución beta casi todos los datos se encuentran dentro del siguiente intervalo: $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$, es decir que en este caso la diferencia entre la observación mayor y la menor es $|b - a| = 6\sigma$, por lo que una expresión aproximada para la varianza es:

$$\sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2$$

De la misma forma, obtenemos que una expresión aproximada para la media es:

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$$

La media (μ) no necesariamente coincide con el dato más probable (m), pues la posibilidad de valores *mucho* más grande “empuja” la media hacia arriba, pero μ por lo general está bastante cerca de m .

Para cualquier distribución beta, su media y su varianza están dadas por las expresiones:

$$\begin{aligned}\mu &= A + (B - A)\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \\ \sigma^2 &= \frac{(B - A)^2\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}\end{aligned}$$

De esta manera, mediante la resolución de un sistema de ecuaciones [34], llegamos a que los valores de α y β dependientes de la media y la varianza, están dados por las siguientes expresiones:

$$\alpha = -\frac{(A - \mu) * (\mu^2 + \sigma^2 + B * A - \mu(A + B))}{(A - B) * \sigma^2} \quad (\text{A.1})$$

$$\beta = \frac{(A + 2B) * \mu^2 - 2A * B * \mu + B^2 * (A - \mu) + \sigma^2 * (B - \mu) - \mu^3}{(A - B) * \sigma^2} \quad (\text{A.2})$$

Ejemplo: Tomemos el caso en que se debe realizar una actividad, se quiere saber el

tiempo estimado que tardará llevar a cabo dicha actividad y se sabe que las estimaciones optimista, más probable y la pesimista son: $a = 6$, $m = 9$ y $b = 18$ (en horas).

Aplicando las fórmulas descritas anteriormente para los parámetros de la distribución beta:

$$\sigma^2 = \left(\frac{18 - 6}{6} \right)^2 = 4,$$

$$\mu = \frac{6 + 4 * 9 + 18}{6} = 10,$$

$$\alpha = - \frac{(6 - 10) * (10^2 + 4 + 18 * 6 - 10(6 + 18))}{(6 - 18) * 4} = \frac{7}{3} \text{ y}$$

$$\beta = \frac{(6 + 2 * 18) * 4^2 - 2 * 6 * 18 * 10 + 18^2 * (6 - 10) + 4 * (18 - 10) - 10^3}{(6 - 18) * 4} = \frac{14}{3}$$

y de la función “INV.BETA.N(ALEATORIO(), α,β,a,b)”¹, obtenemos una simulación de una función de distribución Beta: 7.50055606367277.

Así, se concluye que el tiempo estimado en que se terminará de realizar la actividad es de siete horas y media.

¹El aleatorio genera un dato entre cero y uno que se asocia a la probabilidad de la simulación [17].

A.3. Obteniendo Q^* y M^* para el modelo EOQ que permite faltantes

Para obtener Q^* y M^* que minimizan la función $TC(Q, M)$, procedemos a resolver lo siguiente [34]:

$$\frac{\partial TC(Q, M)}{\partial Q} = 0 = \frac{\partial TC(Q, M)}{\partial M}$$

1. Para la primera derivada tenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial TC(Q, M)}{\partial Q} = -\frac{kD}{Q^2} - \frac{M^2h}{2Q^2} + \frac{p2(Q-M)Q - (Q-M)^2}{2Q^2} \\ &= -\frac{kD}{Q^2} - \frac{M^2h}{2Q^2} + \frac{p(Q-M)2Q - (Q-M)^2}{2Q^2} \\ &= -\frac{kD}{Q^2} - \frac{M^2h}{2Q^2} + \frac{p(Q-M)Q + M}{Q^2} = -\frac{kD}{Q^2} - \frac{M^2h}{2Q^2} + \frac{pQ^2 - M^2}{2Q^2} \\ &= \frac{-2kD - M^2h + p(Q^2 - M^2)}{Q^2} \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} 0 &= -2kD - M^2h + p(Q^2 - M^2) = -2kD - M^2h + pQ^2 - pM^2 \\ &= -2kD - M^2(h + p) + pQ^2 \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$Q^2 = \frac{2kD + M^2(h + p)}{p} \tag{A.3}$$

2. Para la segunda derivada:

$$0 = \frac{\partial TC(Q, M)}{\partial M} = \frac{2Mh}{2Q} - \frac{2(Q-M)p}{2Q} = \frac{Mh - Qp + Mp}{Q} = \frac{M(p+h) - Qp}{Q}$$

\Rightarrow

$$M = Q \frac{p}{p+h} \tag{A.4}$$

Ahora, sustituyendo A.2 en A.1, tenemos que:

$$Q^2 = \frac{2kD \left(\frac{Qp}{p+h} \right)^2 (h+p)}{p} = \frac{2kD}{p} + \frac{pQ^2}{p+h}$$

⇒

$$\frac{2kD}{p} = Q^2 \left(1 - \frac{p}{p+h}\right) = Q^2 \left(\frac{(p+h) - p}{p+h}\right) = Q^2 (hp + h)$$

⇒

$$Q^2 = \frac{2kD(p+h)}{ph}$$

⇒

$$Q = \sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}$$

⇒ (en A.2)

$$M = \frac{p}{p+h} \sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}$$

⇒

$$M = \frac{p}{p+h} \sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}} = \sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph} \left(\frac{p}{p+h}\right)^2} = \sqrt{\frac{2kDp}{(p+h)h}}$$

⇒

$$Q^* = \left(\frac{h+p}{p}\right)^{1/2} \left(\frac{2kD}{h}\right)^{1/2}$$

$$M^* = \left(\frac{p}{h+p}\right)^{1/2} \left(\frac{2kD}{h}\right)^{1/2}$$

Veamos ahora que son mínimos: Calculamos el Hessiano, revisamos que su determinante evaluado en el punto (Q^*, M^*) es positivo y $\frac{\partial^2 TC(Q^*, M^*)}{\partial Q^2} > 0$.

1. Primero calculamos las cuatro parciales:

a)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial Q^2} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{-2kD - M^2h + pQ^2 - pM^2}{Q^2} \right) \\ &= \frac{2pQ * Q^2 - 2Q * (-2kD - M^2h + pQ^2 - pM^2)}{Q^4} \\ &= \frac{2pQ^2 - 2(-2kD - M^2h + pQ^2 - pM^2)}{Q^3} \\ &= \frac{4kD + 2M^2(h+p)}{Q^3} \end{aligned}$$

b)

$$\frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial M^2} = \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{M(p+h) - Qp}{Q} \right) = \frac{\partial}{\partial M} \left(M \frac{p+h}{Q} - p \right) = \frac{p+h}{Q}$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial Q, \partial M} &= \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{-2kD - M^2h + pQ^2 - pM^2}{Q^2} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial M} \left(M^2 \frac{-(h+p)}{Q^2} + \frac{pQ^2 - 2kD}{Q^2} \right) = \frac{-2M(h+p)}{Q^2} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial M, \partial Q} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{M(p+h) - Qp}{Q} \right) = \frac{-pQ - 1(M(p+h) - Qp)}{Q^2} \\ &= \frac{-M(p+h)}{Q^2} \end{aligned}$$

2. Ahora evaluamos en el punto (Q^*, M^*) cada una de las parciales:

a)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial Q^2} (Q^*, M^*) &= \frac{4kD + 2M^{*2}(h+p)}{Q^{*3}} \\ &= \frac{4kD + 2\sqrt{\frac{2kDp}{(p+h)h}}^2 (h+p)}{\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}^3} = \frac{4kD + 2\frac{2kDp}{(p+h)h}(h+p)}{\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}^3} \\ &= \frac{4kD + \frac{4kDp}{h}}{\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}^3} = 4 \frac{kDh + kDp}{h\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}^3} = \frac{4kD(h+p)}{h\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}^3} \\ &= \frac{4kD(h+p)}{h\frac{(2kD(p+h))^{3/2}}{(ph)^{3/2}}} = \frac{4kD(h+p)h^{1/2}p^{3/2}}{4 * 2^{1/2}(kD(p+h))^{3/2}} \\ &= p\sqrt{\frac{hp}{2kD(p+h)}} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial M^2} (Q^*, M^*) &= \frac{p+h}{Q^*} = \frac{p+h}{\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}} = \sqrt{\frac{(p+h)^2}{2kD(p+h)}} \\ &= \sqrt{\frac{ph(p+h)}{2kD}} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial Q \partial M}(Q^*, M^*) &= \frac{-2M^*(h+p)}{Q^{*2}} \\
 &= \frac{-2\sqrt{\frac{2kDp}{(p+h)h}}(h+p)\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}}{Q^{*2}} \\
 &= \frac{-\sqrt{\frac{2kDp}{(p+h)h}}}{\frac{kD}{ph}} = \frac{(2kDp)^{1/2}}{\frac{((p+h)h)^{1/2}}{ph}} = -\frac{(2kDp)^{1/2}ph}{((p+h)h)^{1/2}kD} \\
 &= -p\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}}
 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 TC(Q, M)}{\partial M \partial Q}(Q^*, M^*) &= \frac{-M^*(p+h)}{Q^{*2}} = \frac{-\sqrt{\frac{2kDp}{(p+h)h}}(p+h)}{\sqrt{\frac{2kD(p+h)}{ph}}^2} \\
 &= \frac{-\sqrt{\frac{2kDp}{(p+h)h}}}{\frac{2kD}{ph}} = -\frac{(2kDp)^{1/2}}{\frac{2kD}{ph}} \\
 &= -\frac{ph(2kDp)^{1/2}}{((p+h)h)^{1/2}2kD} = -p\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}}
 \end{aligned}$$

3. Notamos que, dado que cada parámetro del modelo es positivo y de la raíz tomamos únicamente el valor positivo, se cumple que

$$\frac{\partial^2 TC(Q^*, M^*)}{\partial Q^2} > 0$$

4. Por último, comprobamos la positividad del determinante:

$$\begin{aligned}
 \det(H(Q^*, M^*)) &= \det \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 TC(Q,M)}{\partial Q^2}(Q^*, M^*) & \frac{\partial^2 TC(Q,M)}{\partial Q \partial M}(Q^*, M^*) \\ \frac{\partial^2 TC(Q,M)}{\partial M \partial Q}(Q^*, M^*) & \frac{\partial^2 TC(Q,M)}{\partial M^2}(Q^*, M^*) \end{pmatrix} \\
 &= \det \begin{pmatrix} p\sqrt{\frac{hp}{2kD(p+h)}} & -p\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}} \\ -p\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}} & \sqrt{\frac{ph(p+h)}{2kD}} \end{pmatrix} \\
 &= p\sqrt{\frac{hp}{2kD(p+h)}}\sqrt{\frac{ph(p+h)}{2kD}} - p^2\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}}\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}} \\
 &= p\sqrt{\frac{hp}{2kD(p+h)}\frac{ph(p+h)}{2kD}} - p^2\sqrt{\frac{ph}{2kD(p+h)}\frac{ph}{2kD(p+h)}} \\
 &= p\frac{ph}{2kD} - p^2\frac{ph}{2kD(p+h)} = \frac{p^2h}{2kD}\left(1 - \frac{p}{h+p}\right)
 \end{aligned}$$

Como $\frac{p}{h+p} < 1$, $1 - \frac{p}{h+p} > 0$ y dado que cada parámetro del modelo es positivo, se tiene que $\frac{p^2h}{2kD} > 0$, por lo que $\det(H(Q^*, M^*)) > 0$

De esta manera se cumple que Q^* y M^* minimizan a la función de costo.

A.4. Modelado del proceso de Llegada

Definimos t_i el tiempo en el cual llega el i -ésimo cliente. Para $i \geq 1$ definimos $T_i = t_{i+1} - t_i$ como el i -ésimo tiempo entre llegadas. Suponemos que las T_i con variables independientes, aleatorias y continuas, descritas por la variable aleatoria Λ .

Es importante aclarar que, a causa de fenómenos como horas en que hay una gran cantidad de clientes que llegan, con frecuencia la hipótesis de tiempos estables entre llegadas (la distribución de las llegadas no depende de a hora del día o del día de la semana) no es real, pero podemos aproximar el caso real descomponiendo el día en segmentos y durante cada de los cuales los tiempos entre llegadas pueden ser estables.

Suponga que Λ tiene una función de densidad $\alpha(t)$. Tenemos que para Δt pequeña, se tiene que $P[t \leq \Lambda \leq t + \Delta t] \approx \Delta t \alpha(t)$ (Véase A.5). Así, podemos calcular la tasa media entre llegadas como

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\infty} t \alpha(t) \cdot dt \quad (\text{A.5})$$

El problema importante es escoger Λ de una manera adecuada. Por lo general se hace uso de la función de densidad de una distribución exponencial (dadas a) y b)), y eso se justifica con el *Lema* que se presenta enseguida:

Sabemos que, si Λ se distribuye exponencialmente con parámetro λ , se cumple que

$$E[\Lambda] = \frac{1}{\lambda} \text{ y } \text{var}(\Lambda) = \frac{1}{\lambda^2}$$

. **Lema.** Propiedad de Amnesia de la Distribución Exponencial.

Si Λ tiene una distribución exponencial, entonces para todo valor no negativo de t y h ,

$$P[\Lambda > t + h | \Lambda > t] = P[\Lambda > h]$$

Demostración

Por **2.10**

$$P[\Lambda > h] = \int_h^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} \cdot dx = [-e^{-\lambda t}]_h^{\infty} = e^{-\lambda h}$$

Entonces

$$P[\Lambda > t + h | \Lambda > t] = \frac{P[(\Lambda > t + h) \cap (\Lambda > t)]}{P[\Lambda > t]} = \frac{e^{-\lambda(t+h)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda h} = P[\Lambda > h]$$

Por otro lado, en [21] se prueba que no hay otra función de densidad que cumpla la propiedad de amnesia.

A.5. Función de densidad

Sea $f(x)$ la función de densidad de una variable aleatoria X , es decir, la que asocia a cada valor posible de X su probabilidad de ocurrencia. Puede interpretarse, f , como sigue: para Δ pequeña, se tiene que $P[x \leq \Lambda \leq x + \Delta] \approx \Delta f(x)$.

En la siguiente figura se muestra la razón:

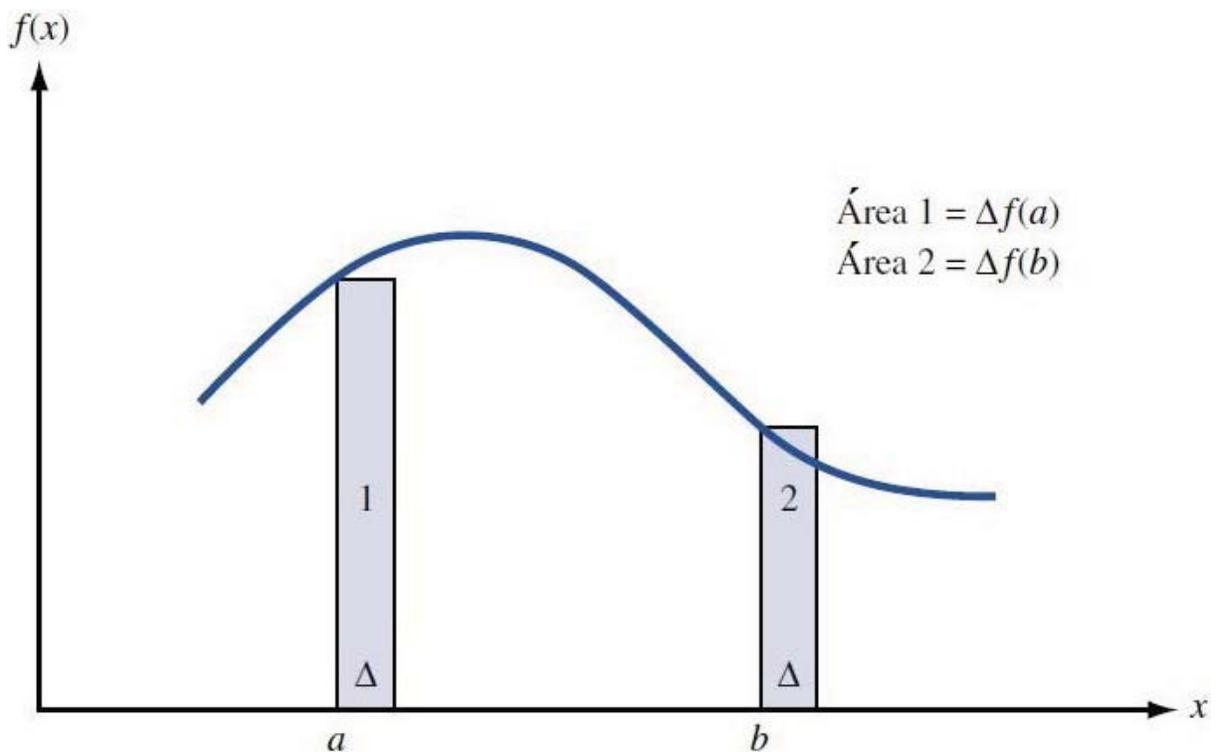


Figura A.3: Función de densidad

Fuente: Elaboración propia con información de [20]

La gráfica representa a f , por lo que es claro que se cumple lo siguiente:

$$\text{Área 1} = P[a \leq \Lambda \leq a + \Delta] \approx \Delta f(a)$$

$$\text{Área 2} = P[b \leq \Lambda \leq b + \Delta] \approx \Delta f(b)$$

Además, para una variable aleatoria X con función de densidad $f(x)$ como se muestra en la figura, los valores de X cerca de a son mucho más probables que los valores de X cerca de b [20].

A.6. Probabilidad de que j sea mayor o igual a s

Como

$$\pi_j = \frac{(s\rho)^j \pi_0}{s!s^{j-s}} \text{ para } j = s + 1, s + 2, \dots$$

La probabilidad de que j sea mayor o igual a s está dada por la suma de las π_j , es decir:

$$\begin{aligned} P[j \geq s] &= \sum_{j=s}^{\infty} \frac{(s\rho)^j \pi_0}{s!s^{j-s}} \\ &= \frac{s^s \pi_0}{s!} \sum_{j=s}^{\infty} \rho^j \\ &= \frac{s^s \pi_0}{s!} \sum_{j=s}^{\infty} \rho^{j-s} \rho^s \\ &= \frac{s^s \pi_0}{s!} \rho^s \sum_{j=s}^{\infty} \rho^{j-s} \\ &= \frac{s^s \pi_0}{s!} \rho^s \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j \\ &= \frac{s^s \pi_0}{s!} \rho^s \frac{1}{1 - \rho} \\ &= \frac{(s\rho)^s \pi_0}{s!(1 - \rho)} \end{aligned}$$

A.7. Proceso de Nacimiento y Muerte

Definimos el *Estado* del sistema en el tiempo t como el número de personas presentes en cualquier sistema de líneas de espera en el tiempo t . Es de nuestro interés la cantidad $P_{ij}(t)$, la probabilidad de que haya j personas en el sistema de líneas de espera en el tiempo t dado que en el tiempo 0 había i personas, que, como una probabilidad de transición de t pasos de una Cadena de Markóv (la probabilidad de que después de t transiciones una cadena de Markóv esté en el estado j , dado que la cadena empezó en el estado i), tenderá a un límite π_j , independiente del estado inicial i , al que se le denomina *Estado Estable* o *Probabilidad de equilibrio del estado j* . Para un sistema de líneas de espera, π_j representa la fracción del tiempo en que hay j clientes presentes.

Para t pequeña, el valor de $P_{ij}(t)$ dependerá de i ; la pregunta a responder es qué tan grande debe ser t para que $P_{ij}(t)$ sea independiente del estado inicial; sin embargo, esta pregunta es difícil de contestar. El comportamiento de $P_{ij}(t)$ antes de alcanzar el Estado Estable se llama *Comportamiento Transitorio* de sistema de cola, y para la mayoría de los sistemas de cola, es muy difícil el análisis de este comportamiento, por lo cual se supone que un sistema de fila ha alcanzado el estado estable (lo que se puede hacer siempre que t sea grande), permitiéndonos trabajar con las π_j en vez de las P_{ij} .

Un **Proceso de nacimiento y muerte** es un proceso estocástico continuo en el tiempo para el que el estado del sistema en cualquier tiempo es un entero no negativo. Para un proceso de nacimiento y muerte, es fácil determinar las π_j (si es que existen). Algunas definiciones pertinentes son:

- $o(\Delta t)$ es cualquier función que cumpla con: $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$.
- λ_j es la tasa de natalidad en el estado j .
- μ_j es la tasa de mortalidad del estado j .
Se debe cumplir que $\mu_0 = 0$.

El movimiento de un proceso de nacimiento y muerte en el estado j en el tiempo t está gobernado por las siguientes Leyes:

1. Con probabilidad $\lambda_j \Delta t + o(\Delta t)$ sucede un nacimiento entre los tiempos t y $t + \Delta t$. Un nacimiento aumenta en 1 el estado (j) del sistema (alcanzando $j + 1$). En el caso del sistema de líneas de espera un nacimiento es simplemente una llegada.
2. Con probabilidad $\mu_j \Delta t + o(\Delta t)$ sucede una muerte entre el tiempo t y el tiempo $t + \Delta t$. Una muerte disminuye en 1 el estado (j) del sistema (para llegar a $j - 1$). En el caso del sistema de líneas de espera una muerte es simplemente el término del servicio.
3. Los nacimientos y muertes son independientes entre sí.

Con estas tres leyes, puede demostrarse que la probabilidad de que se tenga un evento (nacimiento o muerte) entre los tiempos t y $t + \Delta t$ es $o(\Delta t)$.

Para la construcción de las probabilidades de Estado Estable (π_j) basta relacionar de

manera adecuada para Δt pequeño a $P_{ij}(t + \Delta t)$ con $P_{ij}(t)$. Notamos que para $t \geq 1$ se pueden dividir en cuatro las formas en que el estado sea j cuando el tiempo sea $t + \Delta t$: Si el estado en el tiempo t es:

- (i) $j - 1$ (ii) $j + 1$ (iii) j (iv) cualquier otro estado

Se muestran en el **Cuadro A.1** las probabilidades asociadas:

Caso	Estado en el tiempo t	Probabilidad de la sucesión
(i)	$j+1$	$P_{i,j-1}(t)(\lambda_{j-1}\Delta t + o(\Delta t))$
(ii)	$j-1$	$P_{i,j+1}(t)(\mu_{j+1}\Delta t + o(\Delta t))$
(iii)	j	$P_{i,j}(t)(1 - \lambda_j\Delta t - \mu_j\Delta t - 2o(\Delta t))$
(iv)	Otro estado	$o(\Delta t)$

Cuadro A.1: Probabilidades de estado

Se cumple que la suma de las probabilidades asociadas a todas las posibilidades anteriores es la probabilidad del estado j en el tiempo $t + \Delta t$, por lo que

$$\begin{aligned}
 P_{i,j}(t + \Delta t) &= P_{i,j-1}(t)(\lambda_{j-1}\Delta t + o(\Delta t)) \text{ (i)} \\
 &\quad + P_{i,j+1}(t)(\mu_{j+1}\Delta t + o(\Delta t)) \text{ (ii)} \\
 &\quad + P_{i,j}(t)(1 - \lambda_j\Delta t - \mu_j\Delta t - 2o(\Delta t)) \text{ (iii)} \\
 &\quad + o(\Delta t) \text{ (iv)} \\
 &= P_{i,j}(t) + \Delta t(\lambda_{j-1}P_{i,j-1}(t) + \mu_{j+1}P_{i,j+1}(t) - P_{i,j}(t)\mu_j - P_{i,j}(t)\lambda_j) \\
 &\quad + o(\Delta t)(P_{i,j-1}(t) + P_{i,j+1}(t) + 1 - 2P_{i,j}(t)) \\
 &= P_{i,j}(t) + \Delta t(\lambda_{j-1}P_{i,j-1}(t) + \mu_{j+1}P_{i,j+1}(t) - P_{i,j}(t)\mu_j - P_{i,j}(t)\lambda_j) + o(\Delta t)
 \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$P_{i,j}(t + \Delta t) - P_{i,j}(t) = \Delta t(\lambda_{j-1}P_{i,j-1}(t) + \mu_{j+1}P_{i,j+1}(t) - P_{i,j}(t)\mu_j - P_{i,j}(t)\lambda_j) + o(\Delta t)$$

Luego, dividiendo ambos lados entre Δt y haciendo que ésta tienda a cero, vemos que para toda i y $j \geq 1$, se tiene que

$$P'_{i,j}(t) = \frac{\partial P_{i,j}(t)}{\partial t} = \lambda_{j-1}P_{i,j-1}(t) + \mu_{j+1}P_{i,j+1}(t) - P_{i,j}(t)\mu_j - P_{i,j}(t)\lambda_j$$

Para t grande y cualquier estado inicial i , $P_{i,j}(t)$ no cambia mucho y se puede decir que es constante. Luego, para un Estado Estable (t grande) se cumple que $P'_{i,j} = 0$, $P_{i,j-1}(t) = \pi_{j-1}$, $P_{i,j}(t) = \pi_j$ y $P_{i,j+1}(t) = \pi_{j+1}$, por lo que al sustituirlo en la ecuación se obtiene que:

$$0 = \lambda_{j-1}\pi_{j-1} + \mu_{j+1}\pi_{j+1} - \mu_j\pi_j - \lambda_j\pi_j$$

⇒

$$\lambda_{j-1}\pi_{j-1} + \mu_{j+1}\pi_{j+1} = \pi_j(\mu_j + \lambda_j) \text{ con } j = 1, 2, \dots$$

Por lo que para $j = 0$, se tiene que

$$\mu_1\pi_1 = \pi_0\lambda_0$$

En este momento, se hace la siguiente observación: *En cualquier tiempo que observemos un proceso de nacimiento y muerte, debe cumplirse que para cada estado j , el número de veces que hemos entrado al estado j difiere cuando mucho en 1 del número de veces que hemos dejado el estado j .* Intuitivamente esto sugiere que para t grande, $j = 0, 1, 2, \dots$ y para cualesquiera condiciones iniciales se cumplirá:

$$\frac{\text{Núm. esperado de salidas del estado } j}{\text{unidad de tiempo}} = \frac{\text{Núm. esperado de entradas en el estado } j}{\text{unidad de tiempo}}$$

Si se supone que el sistema se ha asentado en el estado estable, sabemos que pasa una fracción π_j del tiempo en el estado j . Ahora, dado que para $j \geq 1$ sólo podemos dejar al estado j pasando al estado $j + 1$ o al $j - 1$, se tiene que

$$\frac{\text{Núm. esperado de salidas del estado } j}{\text{unidad de tiempo}} = \pi_j(\lambda_j + \mu_j)$$

$$\frac{\text{Núm. esperado de entradas en el estado } j}{\text{unidad de tiempo}} = \pi_{j-1}\lambda_{j-1} + \pi_{j+1}\mu_{j+1}$$

Y aplicando la igualdad:

$$\pi_j(\lambda_j + \mu_j) = \pi_{j-1}\lambda_{j-1} + \pi_{j+1}\mu_{j+1} \text{ para } j = 1, 2, \dots$$

Además, si $t = 0$, $\mu_0 = \pi_{-1} = 0$, por lo que

$$\pi_0\lambda_0 = \pi_1\mu_1$$

A estas ecuaciones se les conoce como *Ecuaciones de balance de flujo* o *Ecuaciones de conservación de flujo* para un proceso de nacimiento y muerte. La primera representa que la rapidez a la que se tienen transiciones de entrada a cualquier estado i debe ser igual a la rapidez a la que se tienen transiciones de salida del estado i ; de lo contrario la probabilidad se “acumularía” en algún estado y no existiría un estado estable.

Resolvamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \pi_0\lambda_0 &= \pi_1\mu_1 && \text{si } j = 0 \\ \pi_1(\lambda_1 + \mu_1) &= \pi_0\lambda_0 + \pi_2\mu_2 && \text{si } j = 1 \\ \pi_2(\lambda_2 + \mu_2) &= \pi_1\lambda_1 + \pi_3\mu_3 && \text{si } j = 2 \\ &\vdots && \\ \pi_j(\lambda_j + \mu_j) &= \pi_{j-1}\lambda_{j-1} + \pi_{j+1}\mu_{j+1} && \text{j-ésima ecuación} \end{aligned}$$

Para $j = 0$, tenemos que

$$\pi_1 = \frac{\pi_0 \lambda_0}{\mu_1}$$

Sustituyendo en $j = 1$

$$\lambda_0 \pi_0 + \mu_2 \pi_2 = \frac{(\lambda_1 + \mu_1) \pi_0 \lambda_0}{\mu_1}$$

es decir

$$\mu_2 \pi_2 = \frac{\pi_0 (\lambda_0 \lambda_1)}{\mu_2}$$

por lo que

$$\pi_2 = \frac{\pi_0 (\lambda_0 \lambda_1)}{\mu_1 \mu_2}$$

Podríamos continuar así, y definiendo $c_j = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{j-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j}$, obtener que

$$\pi_j = \pi_0 c_j$$

Como en cualquier momento debemos estar en algún estado, las probabilidades de estado estable deben sumar 1:

$$\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = 1$$

Luego

$$1 = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_0 c_j = \pi_0 \sum_{j=0}^{\infty} c_j = \pi_0 \left(1 + \sum_{j=1}^{\infty} c_j\right)$$

Y si $\sum_{j=1}^{\infty} c_j$ es finita, obtenemos que

$$\pi_0 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{\infty} c_j}$$

Y así, podemos obtener las π_j con $j = 0, 1, 2, \dots$

A.8. Datos de videos

En la **Figura A.5** se muestran capturas de las grabaciones en la fábrica, en ellas se pueden observar los lugares en los que se llevan a cabo los principales subprocesos de la producción de los mazapanes; mientras que, en la **Figura A.4** los datos ya fueron procesados para tenerlos disponibles con el fin de determinar la duración de cada proceso.

Día	Máquina	Proceso	- LT1	- LT2	- LT3	- F_T1	- F_T2	- F_T3	- D_1	- D_2	- D_3	- Promedi	- Máximo	- Mínimo	- Ubicación	- Toma	- Observa	- Ines
Martes	Empacador	Desplazamiento al lugar de trabajo	00:01	00:01	00:01	00:05	00:05	00:05	00:04	00:04	00:04	00:04	00:04	00:04	00:04	Martes_VM_01_01		Se toma a partir de que se dirige por la ta
Martes	Empacador	Empacar una plancha	00:10	00:10	00:09	04:11	04:11	04:11	04:01	04:01	04:02	04:01	04:02	04:01	04:02	Martes_VM_01_01		6 cajas y una incompleta
Martes	Empacador	Desplazamiento a dejar la tabla	04:11	04:11	04:11	04:15	04:15	04:15	00:04	00:04	00:04	00:04	00:04	00:04	00:04	Martes_VM_01_01		Se toma a partir de que se dirige al área (
Martes	Empacador	Desplazamiento al lugar de trabajo	04:15	04:14	04:15	04:19	04:19	04:19	00:04	00:05	00:04	00:04	00:05	00:04	00:04	Martes_VM_01_01		Se toma a partir de que se dirige por la ta
Martes	Tunel inicio	Desplazar masa de la mezcladora al tunel	00:00	00:00	00:00	00:14	00:13	00:13	00:13	00:14	00:13	00:13	00:13	00:14	00:13	Martes_VM_01_06		
Martes	Tunel inicio	Vaciar la masa en la extrusora	02:19	02:18	02:18	4142	4142	4142	#####	#####	#####	#####	#####	#####	#####	Martes_VM_01_06 y 01		Se tardan en iniciar el proceso / Se term,
Martes	Corte	Retira el exceso y acomoda en la tabla	00:53	00:58	00:57	01:13	01:13	01:13	00:14	00:15	00:16	00:16	00:16	00:16	00:16	Martes_VM_01_03		01:51
Martes	Corte	Trasladada para empaque	01:13	01:13	01:13	01:18	01:17	01:17	00:05	00:04	00:04	00:04	00:05	00:04	00:04	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Prepara la cortadora	01:24	01:23	01:23	01:40	01:39	01:39	00:16	00:16	00:16	00:16	00:16	00:16	00:16	Martes_VM_01_03		Pone 5 láminas y las ajusta
Martes	Corte	La máquina corta	01:40	01:40	01:40	02:28	02:28	02:28	00:48	00:48	00:48	00:48	00:48	00:48	00:48	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Coloca las 5 láminas sin el papel	01:43	01:42	01:42	02:11	02:10	02:11	00:28	00:28	00:29	00:28	00:29	00:28	00:29	Martes_VM_01_03		No se ve claramente el final, se intuye pc
Martes	Corte	Retira el exceso y acomoda en la tabla	02:21	02:20	02:19	02:40	02:39	02:39	00:19	00:19	00:20	00:19	00:20	00:19	00:20	Martes_VM_01_03		02:01
Martes	Corte	Trasladada para empaque	02:40	02:40	02:40	02:43	02:43	02:43	00:03	00:03	00:03	00:03	00:03	00:03	00:03	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Prepara la cortadora	02:46	02:45	02:45	03:06	03:06	03:06	00:20	00:21	00:21	00:20	00:21	00:20	00:20	Martes_VM_01_03		Pone 5 láminas y las ajusta
Martes	Corte	La máquina corta	03:07	03:07	03:06	03:57	03:57	03:56	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Coloca las 5 láminas sin el papel	03:10	03:08	03:09	03:38	03:37	03:36	00:28	00:29	00:27	00:28	00:29	00:27	00:27	Martes_VM_01_03		No se ve claramente el final, se intuye pc
Martes	Corte	Retira el exceso y acomoda en la tabla	03:47	03:46	03:46	04:08	04:08	04:08	00:21	00:22	00:22	00:21	00:22	00:21	00:22	Martes_VM_01_03		02:13
Martes	Corte	Trasladada para empaque	04:08	04:08	04:08	04:11	04:10	04:11	00:03	00:02	00:03	00:02	00:03	00:02	00:03	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Prepara la cortadora	04:15	04:15	04:15	04:35	04:35	04:34	00:20	00:20	00:19	00:19	00:20	00:19	00:19	Martes_VM_01_03		Pone 5 láminas y las ajusta
Martes	Corte	La máquina corta	04:35	04:35	04:35	05:25	05:25	05:25	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Coloca las 5 láminas sin el papel	04:38	04:37	04:37	05:17	05:16	05:17	00:39	00:39	00:40	00:39	00:40	00:39	00:40	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Retira el exceso y acomoda en la tabla	05:35	05:34	05:34	05:49	05:48	05:48	00:14	00:14	00:14	00:14	00:14	00:14	00:14	Martes_VM_01_03		01:47
Martes	Corte	Trasladada para empaque	05:48	05:48	05:48	05:52	05:51	05:52	00:04	00:03	00:04	00:03	00:04	00:03	00:04	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Prepara la cortadora	05:57	05:56	05:56	06:14	06:13	06:14	00:17	00:17	00:16	00:17	00:16	00:17	00:16	Martes_VM_01_03		Pone 5 láminas y las ajusta
Martes	Corte	La máquina corta	06:14	06:14	06:14	07:07	07:06	07:07	00:53	00:52	00:53	00:52	00:53	00:52	00:53	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Coloca las 5 láminas sin el papel	06:16	06:16	06:15	06:36	06:35	06:35	00:20	00:19	00:20	00:19	00:20	00:19	00:20	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Retira el exceso y acomoda en la tabla	06:44	06:43	06:43	07:16	07:16	07:15	00:32	00:33	00:32	00:32	00:33	00:32	00:33	Martes_VM_01_03		02:05
Martes	Corte	Trasladada para empaque	07:16	07:16	07:16	07:19	07:19	07:18	00:03	00:03	00:02	00:02	00:03	00:02	00:03	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Prepara la cortadora	07:21	07:21	07:21	07:42	07:42	07:42	00:21	00:21	00:21	00:21	00:21	00:21	00:21	Martes_VM_01_03		Pone 5 láminas y las ajusta
Martes	Corte	La máquina corta	07:43	07:43	07:42	08:33	08:33	08:32	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	00:50	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Coloca las 5 láminas sin el papel	07:46	07:45	07:45	08:05	08:05	08:05	00:19	00:20	00:20	00:19	00:20	00:19	00:20	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Retira el exceso y acomoda en la tabla	08:26	08:25	08:25	08:42	08:42	08:41	00:16	00:17	00:16	00:16	00:17	00:16	00:16	Martes_VM_01_03		01:55
Martes	Corte	Trasladada para empaque	08:42	08:42	08:42	08:46	08:45	08:45	00:04	00:03	00:03	00:03	00:04	00:03	00:03	Martes_VM_01_03		
Martes	Corte	Prepara la cortadora	08:48	08:48	08:48	09:08	09:08	09:08	00:20	00:19	00:20	00:19	00:20	00:19	00:20	Martes_VM_01_03		Pone 5 láminas y las ajusta
Martes	Corte	La máquina corta	09:10	09:10	09:10	10:01	10:00	10:00	00:51	00:50	00:50	00:51	00:50	00:51	00:50	Martes_VM_01_03		

Figura A.4: Datos de los videos recabados para su análisis posterior

Fuente: Trabajo de campo (2019)



(a) Entrada de la fábrica



(b) Molino



(c) Mezcladora



(d) Extrusora



(e) Laminadora entre la extrusora y el túnel



(f) Túnel



(g) Bahía de espera



(h) Corte



(i) Zona de empaque

Figura A.5: Capturas de pantalla de algunos videos grabados en la fábrica

Fuente: Trabajo de campo (2019)

A.9. Entrevista con el contacto de la empresa

Se muestran las entrevistas tal cual fueron respondidas por el contacto de la empresa.

Parte 1

Objetivo: Conocer a la empresa para analizar áreas de oportunidad.

Datos

Nombre de la empresa: El Gatito Fecha: 09/11/2020 Hora: 17:00

Nombre del entrevistador: Venus Emperatriz Méndez Salazar

Nombre del contacto de la empresa: Juan Carlos Vazquez del Valle

Puesto que tiene dentro de la empresa: Director de operaciones

Actividades que desarrolla dentro de la empresa: Labores administrativas, pagos y desarrollos de nuevos productos

Sobre la empresa

¿Cuándo se originó la empresa? En el año 1938

¿Cuál era la estructura organizacional de ese tiempo? (funciones y obligaciones de cada puesto) Dos lideres uno administrativo y otro de producción, el de producción tenia varios ayudantes todos en el mismo nivel jerarquico

¿Cuál es la estructura jerárquica actual de la empresa? Un solo líder de producción y administración, los demás empleados en el mismo nivel jerárquico

¿Qué miembros de la familia están involucrados en la empresa y qué roles manejan? Juan Carlos (director de operaciones) Jesus Vazquez (sin rol fijo) Maria del Valle (gerente general)

¿Qué dificultades ha enfrentado la empresa a lo largo del tiempo respecto a desarrollo de actividades? En el ambito administrativo

¿Qué dificultades ha enfrentado la empresa a lo largo del tiempo respecto a abastecimiento de insumos? Cada vez las cuotas de pedido son mayores para que nos respeten precios, asi como que los problemas macroeconómicos nos afectan en el sentido que se puede generar escasos o aumento de precios

¿Qué dificultades ha enfrentado la empresa a lo largo del tiempo respecto a relaciones familiares? La reticencia al cambio por parte de mi mama complica mucho la vida, en ocasiones hay problemas muy fuertes porque no quiere aceptar que no siempre tiene la razón, esa reticencia al cambio nos cuesta mucho dinero en tiempo desperdiciado

¿Qué dificultades ha enfrentado la empresa a lo largo del tiempo respecto a proveedores? Tenemos el gran defecto de que solo contamos un proveedor para cada insumo entonces en ocasiones cuando el proveedor no tiene el producto o aumenta sus costos arbitrariamente nos pone en aprietos

respecto a manejo de la producción?

¿Qué dificultades ha enfrentado la empresa a lo largo del tiempo respecto a aspectos contables y administrativos?

La falta de preparación no nos ha dejado utilizar herramientas financieras para poder maximizar las utilidades de la empresa

Mencione alguna otra dificultad que haya ocurrido que le parezca relevante.

¿Cuáles son sus planes de crecimiento a futuro?

Queremos incursionar en el mercado de articulos goirmet con cremas de frutos secos

Sobre el producto

¿Cómo describe la presentación del producto?:

Presentaciones de 200 y 100 piezas con el mismo peso neto por cajas (850)

¿Cuál es la composición del producto?

Cacahuete, grasa hidrogenada azucar y cocoa

¿Qué tanto ha cambiado el producto con el tiempo en cuanto a composición?

Se ha mantenido sin ningun cambio aparente

¿Qué tanto ha cambiado el producto con el tiempo en cuanto a presentación?

¿Qué mejoras planea del producto?

Mejorar la consistencia en la textura

¿Introducirá nuevos productos en el futuro?

Si,

En caso de afirmación, ¿Qué producto y cuál será su composición y presentación para la venta?

Cremas de frutos secos que se usan como bases en la reposteria en presentaciones de food service (5kg)

Parte 2

Objetivo: Conocer el proceso de toma de decisiones de la empresa, así como los estados financieros.

Datos

Nombre de la empresa: El Gatito Fecha: 16/11/2020 Hora: 17:00

Nombre del entrevistador: Venus Emperatriz Méndez Salazar

Nombre del contacto de la empresa: Juan Carlos Vázquez del Valle

Sobre la toma de decisiones en la empresa

Confirme el siguiente organigrama o modifique según la situación actual, agregando los nombres correspondientes.



¿Qué miembros de la familia están involucrados en la toma de decisiones de la empresa? María de la Luz del Valle y Juan Carlos Vázquez del Valle

¿Qué tipo de decisiones toman cada uno?

Integrante	Decisiones
Juan Carlos Vázquez del Valle	Investigación y desarrollo de nuevos productos
Madre:	Renovación de contratos, compras de material e insumos, pagos y créditos.
Hermano:	Aún no tiene la experiencia necesaria

Sobre el manejo financiero de la empresa (2017 al 2020)

¿Qué porcentaje del capital corresponde a gastos fijos? (luz, salarios, gas,...) No hay porcentaje porque no hay volumen grueso total, pero el gasto total es de \$437,000

¿Qué porcentaje del capital corresponde a gastos variables? La suma de todos \$510,000

¿Qué porcentaje del capital corresponde a las ganancias?	Varía dependiendo, pero en general es de 10 y 17% (promedio al mes)
¿Qué porcentaje de las ganancias se destina al ahorro?	Hasta hace dos años 100%, 20 a 30% actualmente, ya que se usa para mejoras de la empresa
¿Qué porcentaje de las ganancias se destina a inversiones?	80% para inversión en activos para la empresa, se busca iniciar con instrumentos financieros.

Sobre el riesgo financiero de la empresa (2017 al 2020)

¿Qué situaciones riesgosas financieramente ha enfrentado la empresa?	Quedarse con poco capital de trabajo Aunque hay una recuperación lenta, se tiene certeza de recuperación.														
¿Qué emociones se han presentado en los miembros de la familia y en los tomadores de decisiones?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Integrante</th> <th>Emociones (Comportamiento)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Juan Carlos Vázquez del Valle</td> <td>Se estresa, pero es más tranquilo.</td> </tr> <tr> <td>Madre:</td> <td>Se estresa y se enoja. Prefiere no llevar a cabo las acciones riesgosas.</td> </tr> <tr> <td>Hermano:</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Integrante	Emociones (Comportamiento)	Juan Carlos Vázquez del Valle	Se estresa, pero es más tranquilo.	Madre:	Se estresa y se enoja. Prefiere no llevar a cabo las acciones riesgosas.	Hermano:							
Integrante	Emociones (Comportamiento)														
Juan Carlos Vázquez del Valle	Se estresa, pero es más tranquilo.														
Madre:	Se estresa y se enoja. Prefiere no llevar a cabo las acciones riesgosas.														
Hermano:															

NOTAS

¿Podría compartir los estados financieros de la empresa?

Presupuesto de \$50,000 para invertir (desarrollo de ideas).

Resiliencia (diversificación, la empresa, como sistema, tiene una alta medida de adaptabilidad).

Hasta 50 días de crédito (no hay convenios de crédito).

Cuestiones de pago de impuestos (invertir correctamente el dinero), debido a que si se recibe un pago el día 29 ya no se puede gastar y genera impuestos.

Parte 3

Objetivo: Conocer la información relevante para el modelo de inventarios.

Datos

Nombre de la empresa: El Gatito Fecha: 23/11/2020 Hora: 17:00

Nombre del entrevistador: Venus Emperatriz Méndez Salazar

Nombre del contacto de la empresa: Juan Carlos Vázquez del Valle

Sobre la composición del producto

¿Cuánta demanda de cajas de mazapanes tiene, en promedio, por semana/mes? 40000 cajas al mes

NOTA: ¿Podría compartir la demanda del producto a la semana/mes del producto de 2017 a 2020?

Sobre la composición del producto

¿Qué porcentaje de los insumos se utilizan para una caja de mazapanes de 850g?

Insumo	Porcentaje
Cacahuete	23%
Grasa hidrogenada	5%
Azúcar	68%
Cocoa	3.8%
Otros	0.2%

Sobre el pedido y entrega de insumos

¿Cómo se realiza el pedido de insumos? Se pone orden de compra vía telefónica (en la mayoría de los casos)

¿Quién realiza el pedido de insumos? Director o gerente

¿Cómo se entregan los insumos? Llega en camiones y el costo viene cubierto en el costo de los insumos

¿Cuánto tardan en llegar los insumos después de hacer el pedido? 4 días en promedio

Sobre descuentos de los proveedores en precios de insumos

¿Existe algún descuento de parte de los proveedores? No hay descuentos por los insumos

Si es así, ¿Cómo funciona el descuento?

Sobre la entrega del producto terminado

¿Cómo se entrega el producto a los clientes? La empresa paga por la entrega a clientes locales (con camioneta y chofer). Los clientes foráneos pagan el flete pero la empresa lleva el producto a la fletera.

¿Qué ocurre si no se cuenta con el pedido a tiempo? Nunca ha pasado (máximo de cinco días).

Sobre los costos (al mes)

¿Cuáles son los costos de los insumos?

Insumo	Montos
Cacahuete	253,200
Grasa hidrogenada	64,000
Azúcar	340,000
Cocoa	13,333
Otros	2,200
Empaque	133,333

¿Cuál es el costo asociado al almacén de los insumos? No pagan renta ya que son propietarios del lugar, sin embargo, pagan \$32,000 al año por el predio, y consideran que la mitad está destinada a almacén, por lo que \$16,000 se destina a este rubro.

(Calcularlo a partir del costo de arrendamiento)

¿Cuál es el costo asociado a la entrega del producto? Cada viaje cuesta \$700 (incluye el seguro del carro y su depreciación, el salario del chofer y la gasolina)

¿Quién cubre ese costo? (cliente o empresa) Foráneos cubren flete (desde la fletera), para los locales lo cubre la empresa.

¿Cuál es el salario mensual de cada miembro de la empresa?

Miembro	Monto
Director	90,000
Gerente	52,000
Jefe de mantenimiento	14,000
Administrativo auxiliar	30,000
Molienda y pastas	8,000
Estirador	6,000
Decorador (1)	10,000
Decorador (2)	6,000
Empacador (1)	12,000
Empacador (2)	11,000
Empacador (3)	5,000
Cortador	12,000
Cortador / Empacador	6,000
Pivote	6,000
Chofer (1)	12,000

A.10. Distribución de la demanda

Para determinar la distribución de la demanda por mes, se utilizaron los datos otorgados por el contacto de la empresa en un archivo .xlsx (**Figura A.6**); posteriormente, se graficaron los datos (**Figura A.7**), buscando estimar la distribución de frecuencias con una función de distribución conocida. Por último, se graficaron los datos originales vs. los datos estimados con una distribución normal (**Figura A.8**). es así, que se supone que la demanda del producto se distribuye normal

Año	Mes	Código	Nombre	cantidad	Neto	Descuent	Neto-Des	Impuesto	Total
2016	Enero	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	29,030.00	715,860.00	0.00	715,860.00	57,268.80	773,128.80
2016	Enero	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	830.00	20,920.00	0.00	20,920.00	1,673.60	22,593.60
2016	Enero	SER001	Servicio Genérico	1.00	10,000.00	0.00	10,000.00	0.00	10,000.00
2016	Febrero	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	26,990.00	693,720.00	0.00	693,720.00	55,497.60	749,217.60
2016	Febrero	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	3,220.00	80,900.00	0.00	80,900.00	6,472.00	87,372.00
2016	Marzo	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	21,730.00	572,110.00	0.00	572,110.00	45,768.80	617,878.80
2016	Marzo	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	1,090.00	28,340.00	0.00	28,340.00	2,267.20	30,607.20
2016	Abril	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	30,970.00	813,690.00	0.00	813,690.00	65,095.20	878,785.20
2016	Abril	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	6,200.00	161,220.00	0.00	161,220.00	12,897.60	174,117.60
2016	Mayo	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	20,790.00	547,550.00	0.00	547,550.00	43,804.00	591,354.00
2016	Mayo	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	1,510.00	39,350.00	0.00	39,350.00	3,148.00	42,498.00
2016	Junio	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	31,530.00	829,530.00	0.00	829,530.00	66,362.40	895,892.40
2016	Junio	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	2,460.00	63,990.00	0.00	63,990.00	5,119.20	69,109.20
2016	Julio	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	27,220.00	716,690.00	0.00	716,690.00	57,335.20	774,025.20
2016	Julio	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	2,700.00	70,360.00	0.00	70,360.00	5,628.80	75,988.80
2016	Agosto	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	25,030.00	658,650.00	0.00	658,650.00	52,692.00	711,342.00
2016	Agosto	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	1,030.00	26,820.00	0.00	26,820.00	2,145.60	28,965.60
2016	Septiembre	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	24,770.00	652,890.00	0.00	652,890.00	52,231.20	705,121.20
2016	Septiembre	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	1,660.00	43,180.00	0.00	43,180.00	3,454.40	46,634.40
2016	Octubre	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	28,310.00	746,910.00	0.00	746,910.00	59,752.80	806,662.80
2016	Octubre	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	1,530.00	39,810.00	0.00	39,810.00	3,184.80	42,994.80
2016	Noviembre	01	Barrita chocolate Picón 200 pza.	37,660.00	991,700.00	0.00	991,700.00	79,336.00	1,071,036.00
2016	Noviembre	02	Barrita chocolate Picón 100 pza.	3,150.00	81,920.00	0.00	81,920.00	6,553.60	88,473.60

Figura A.6: Datos de los pedidos, en bruto

Fuente: Trabajo de campo (2019)

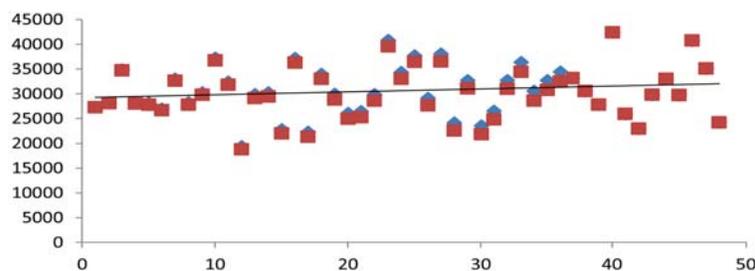


Figura A.7: Gráfica de los pedidos

Fuente: Trabajo de campo (2019)

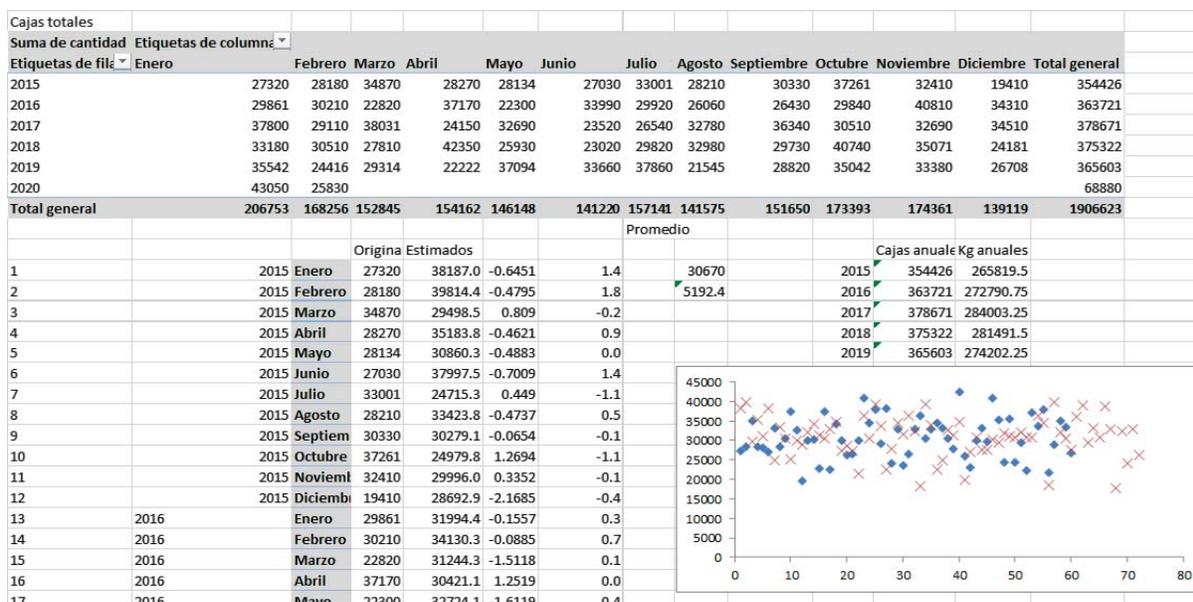


Figura A.8: Gráfica datos originales, estimación de la Normal

Fuente: Trabajo de campo (2019)

A.10.1. Demanda por insumo

Como era de interés conocer cuándo pedir cada insumo, se distribuyó la demanda en proporción a lo que la masa contiene de cada ingrediente, como lo muestra la **Figura A.9**.

En primer lugar, se describen a continuación las porciones de insumos que se utilizan en cada paso del proceso:

La mezcla sin cobertura se compone de:

- 190 Kg. de mezcla de polvos
- 60 Kg. del recorte²
- 10.5 Kg. de grasa
- 0.47 Kg. de lecitina

La cobertura se compone de:

- 190 Kg. de azúcar
- 16.5 Kg. de cocoa
- 0.45 Kg. de lecitina
- 39 Kg. de grasa

La mezcla de polvos se compone de:

²El sobrante que se va recabando de cada parte del proceso posterior, por ejemplo, al cortar las orillas de la lámina para que queden rectángulos perfectos.

- 150 Kg. de azúcar
- 25 Kg. de cacahuete
- 14 Kg. de cocoa
- 1 Kg. de sal

Por lo que la proporción de elementos totales sería la mostrada en el siguiente cuadro y la subsecuente figura:

Mazapán	Masa	Con recorte	Con cobertura
Azúcar	150	194.78	384.78
Cacahuete	25	32.46	32.464
Cocoa	14	18.18	34.68
Sal	1	1.30	1.2986
Lecitina	0.47	0.61	1.06
Grasa	10.5	13.63	52.63
Otros	1.47	1.91	2.36
Total	200.97	260.97	506.92

Cuadro A.2: Composición de un mazapán

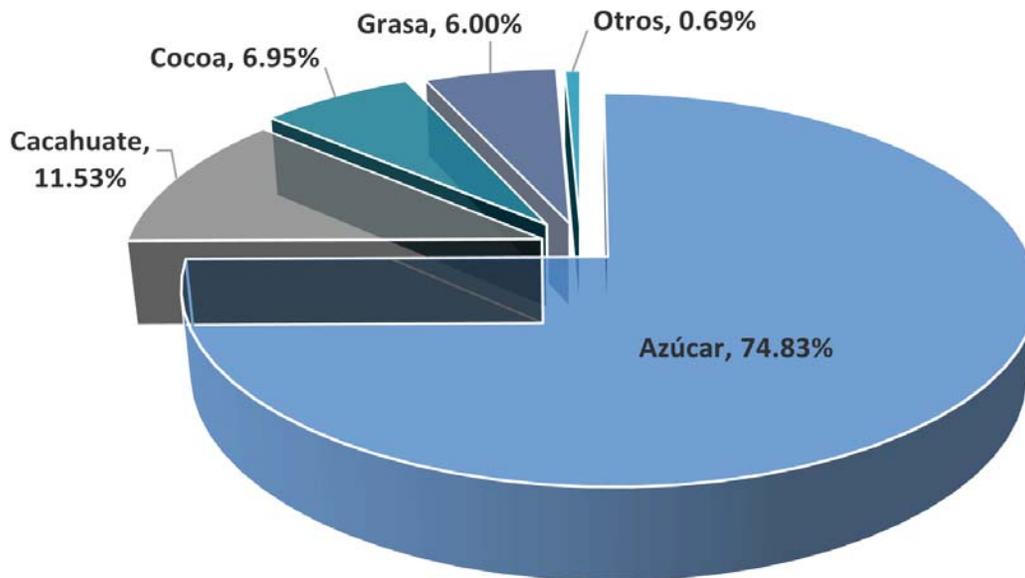


Figura A.9: Datos de la demanda por cada uno de los insumos

Fuente: Trabajo de campo (2019)

A.11. Datos monetarios de la empresa

La **Figura A.10** muestra los salarios de todos los empleados de la empresa, y el **Cuadro A.3** muestra los salarios por minuto para los subprocesos llevados a cabo, en su mayor parte, por empleados (sin maquinaria); mientras que la **Figura A.11** muestra los costos de cada uno de los insumos.

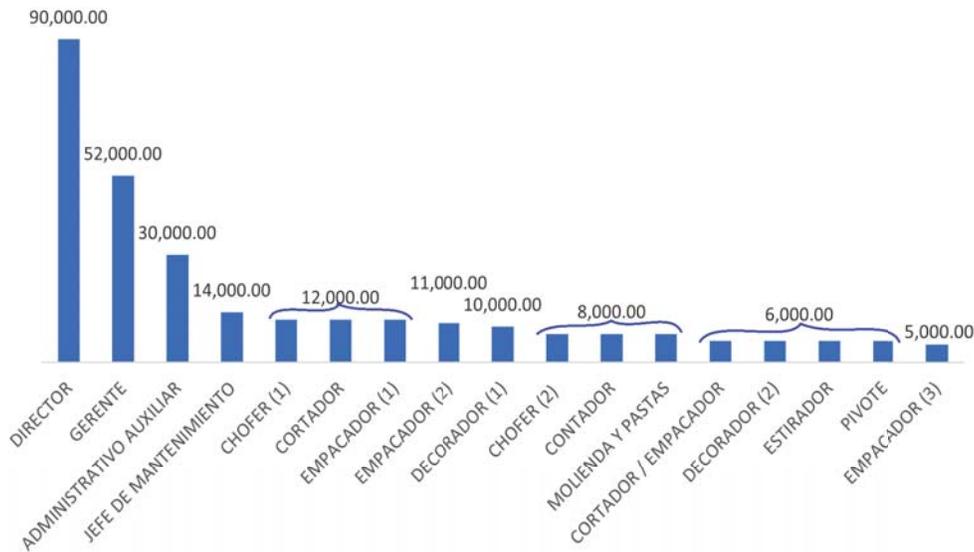


Figura A.10: Salarios

Fuente: Entrevista con el contacto de la empresa (2019)

Salario	Al mes	Por minuto
Decorador (ambos)	12000	0.83333333
Corte (incluye máquina)	24000	1.66666667
Empaque	12000	0.83333333
Mínimo [30]	3696.6	0.25670833

Cuadro A.3: Salarios en minutos

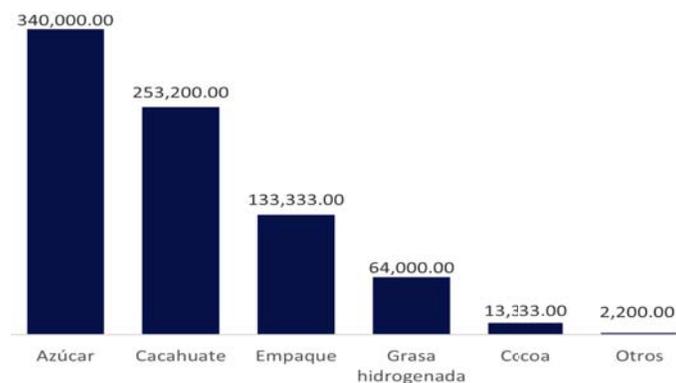


Figura A.11: Precios unitarios de adquisición de cada uno de los insumos

Fuente: Entrevista con el contacto de la empresa (2019)

A.12. Datos organizacionales de la empresa

En la **Figura A.12** se puede observar el último organigrama de la empresa (antes de terminar el estudio).

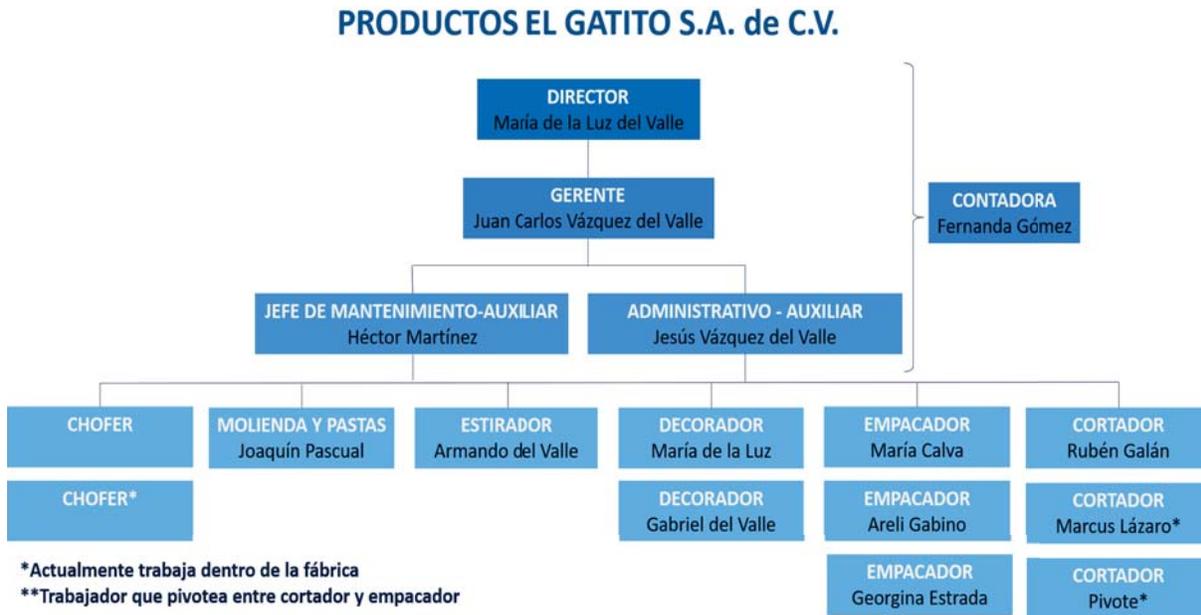
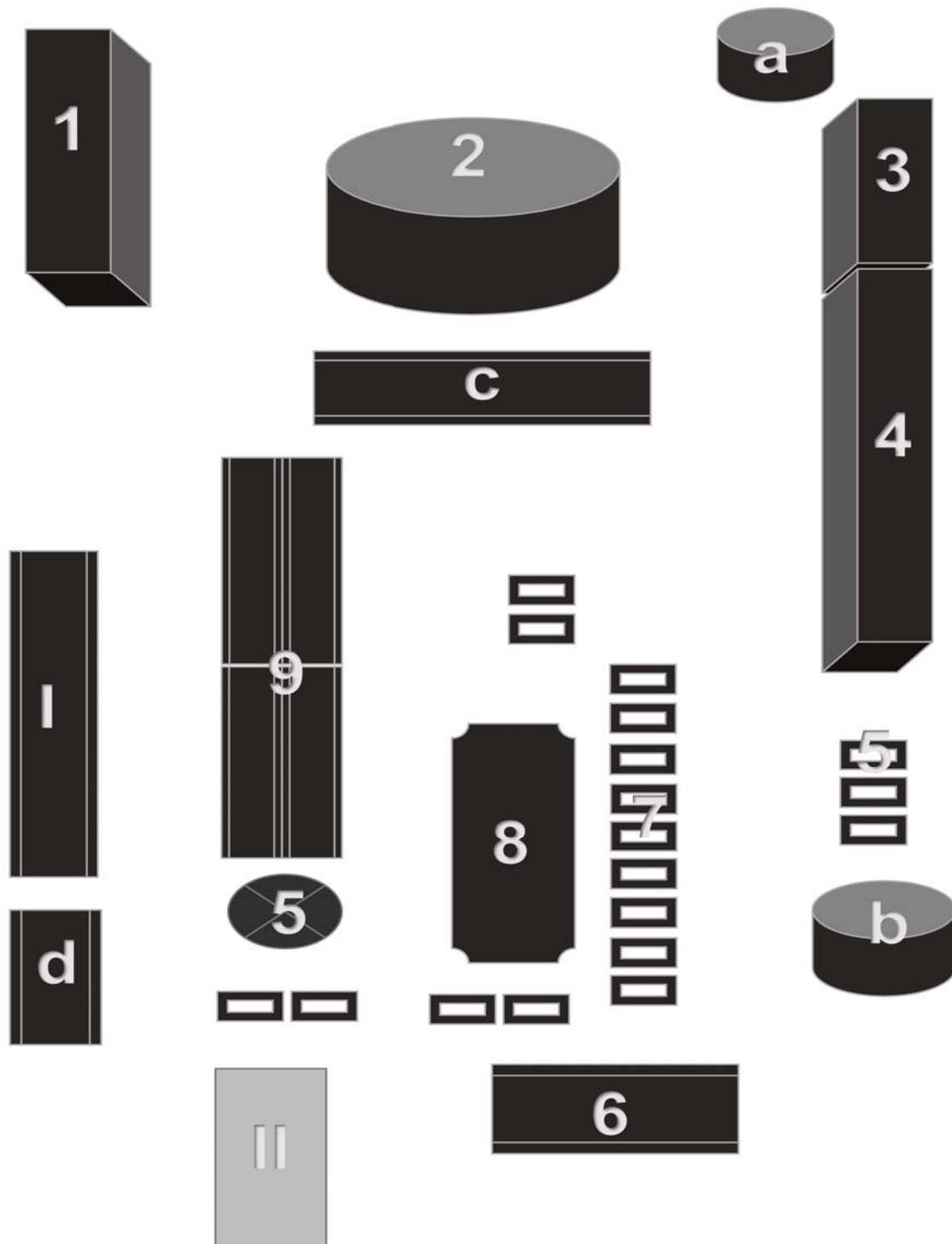


Figura A.12: Organigrama de la Empresa “El Gatito”
Fuente: Entrevista con el contacto de la empresa (2019)

En la **Figura A.13** se muestra la disposición de la maquinaria dentro de la empresa. El proceso de producción abarca los primeros nueve pasos descritos en la figura, los cuales comienzan con la molienda del cacahuate y concluyen con el empaquetado de los mazapanes en las cajas de 100 o 200 piezas. Además, se complementa con los pasos de a. a d., que son las acciones previas para poder llevar a cabo la producción.



- | | | |
|---|---------------------------------|--|
| 1. Molino | 7. Reposo 2 | a. Fundidora de manteca |
| 2. Mezcladora | 8. Corte | b. Mezcladora de cacao |
| 3. Extrusora | 9. Empacado | c. Corte de láminas de cartón |
| 4. Túnel de enfriamiento | f. Sellado y Segundo empaque | d. Corte de etiquetas y formado de cajas |
| 5. Almacenamiento de las láminas / ventilador | II. Etiquetado de cajas grandes | |
| 6. Decorado | | |

Figura A.13: Disposición de la maquinaria en la fábrica

Fuente: Trabajo de campo (2019)

A.13. Resumen de los tiempos

En el Cuadro A.4 se muestran los tiempos en los que se llevaron a cabo cada uno de los subprocesos realizados por el personal.

	Decorado	Corte	Empaque	Túnel		Decorado	Corte	Empaque	Túnel
1	1.96	1.87	4.02	3.13	39	1.96	1.88	4.1	3.14
2	1.99	1.89	4.25	3.15	40	1.97	1.89	4.08	3.17
3	1.96	1.88	4.31	3.15	41	1.96	1.85	4.11	3.16
4	1.92	1.86	4.24	3.14	42	1.95	1.89	4.21	3.16
5	1.98	1.87	4.24	3.13	43	1.92	1.86	4.18	
6	1.92	1.9	4.33	3.08	44	2	1.86	4.08	
7	1.95	1.9	4.16	3.14	45	1.97	1.89	4.05	
8	1.99	1.88	4.12	3.16	46	2	1.86	4.31	
9	1.92	1.86	4.17	3.09	47	1.94	1.86	4.1	
10	2	1.9	4.07	3.13	48	1.98	1.86	4.24	
11	1.96	1.89	4.34	3.11	49	1.91	1.88	4.29	
12	1.98	1.87	4	3.17	50	2	1.85	4.25	
13	1.99	1.89	4.15	3.18	51	1.93	1.87	4.26	
14	1.96	1.87	4.04	3.16	52	1.95	1.86	4.04	
15	1.96	1.9	4.16	3.17	53	1.96	1.86	4.07	
16	2	1.9	4.15	3.14	54	1.96	1.9	4.2	
17	1.94	1.89	4.3	3.17	55	2	1.9	4.35	
18	1.99	1.88	4.34	3.16	56	1.97	1.87	4.32	
19	1.98	1.84	4.36	3.13	57	1.99	1.86	4.36	
20	1.99	1.9	4	3.16	58	1.68	1.88	4.31	
21	2	1.89	4.25	3.11	59	1.98	1.88	4.23	
22	1.97	1.85	4.2	3.17	60	1.97	1.89	4.29	
23	2	1.86	4.34	3.08	61	1.99	1.9	4.21	
24	1.97	1.9	4.3	3.1	62	2	1.9	4.03	
25	2	1.89	4.2	3.18	63	2	1.84	4.29	
26	1.98	1.85	4.32	3.11	64	1.99	1.9	4.19	
27	2	1.86	4.1	3.15	65		1.85	4.32	
28	2	1.86	4	3.17	66		1.86	4.09	
29	1.99	1.9	4	3.16	67		1.84	4.12	
30	1.98	1.87	4.23	3.15	68		1.85	4.15	
31	1.98	1.83	4.11	3.15	69			4.03	
32	1.97	1.85	4.16	3.08	70			4.13	
33	1.99	1.9	4	3.17	71			4.15	
34	1.96	1.89	4.01	3.15	72			4.05	
35	1.87	1.85	4.14	3.17	73			4.03	
36	1.99	1.84	4.03	3.18	74			4.08	
37	1.98	1.86	4.22	3.18	75			4.11	
38	2	1.89	4.33	3.17					

Cuadro A.4: Tiempos (en minutos) en los que se completan los subprocesos

Bibliografía

- [1] Javier Sánchez Galán. Empresa, 2015.
- [2] Meza Elizabeth. Sólo 73 por ciento de las empresas familiares cuentan con un plan de sucesión. *El Economista*, 2017.
- [3] Secretaría de Gobernación. Acuerdo por el que se establece la estratificación de las micro, pequeñas y medianas empresas. *Diario Oficial de la Federación*, 2009.
- [4] Argentina Soto. La empresa familiar en México. situación actual de la investigación. *Scielo*, 58(2), 2013.
- [5] INEGI. Esperanza de vida de los negocios en México. *Economía, Sectores y Productivos*, 2017.
- [6] Fernando M. Gaona-Tamez Laura Leticia Saldaña-Contreras, Yolanda Ruiz-Díaz and Castillo-Camacho María Viririana. Familia empresaria y toma de decisiones en el negocio familiar: estudio de caso. *Vinculatégica EFAN*, junio 2016.
- [7] John L. Ward. Empresa familiar: un enfoque multidisciplinar. *Family business review*, VII(2), 1994.
- [8] Quintanilla Ismael. Daniel Kahneman y la psicología económica. *Revista de Psicología del Trabajo y de las Organizaciones*, 18(1), 2002.
- [9] Walton Mary. *El método Deming en la práctica*. Grupo Editorial Norma, Bogotá, primera edición edition, 1992.
- [10] Dulce María. Chocolate gatito 10/200, 2019.
- [11] Von Bertalanffy Ludwig. *Teoría General de Sistemas*. Fondo de Cultura Económica, México, primera edición edition, 1976.
- [12] Johansen Oscar. *Introducción a la Teoría General de Sistemas*. Limusa, México, primera edición edition, 2004.
- [13] Universidad Católica de Oriente. Componentes de un sistema. *Teoría General de Sistemas*, 2011.
- [14] Osorio Francisco Arnold Marcelo. Introducción a los conceptos básicos de la teoría general de sistemas. *Cinta de Moebio*, 18(3), 1998.

- [15] Sarabia Ángel. *La Teoría General de Sistemas*. Isdefe, Madrid, primera edición edition, 1995.
- [16] David G. y Yung Ye Luendberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Springer, New York, tercera edición edition, 2016.
- [17] Frederick S. y Gerald J. Lieberman Hillier. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Mc Graw Hill, México, novena edición edition, 2010.
- [18] Idalia Flores. Apuntes de teoría de redes. *División de estudios de posgrado, Departamento de Sistemas*, 1999.
- [19] Freepng. De red la topología de red en árbol red en estrella red de ordenadores de la red de autobuses.
- [20] Wayne L Winston. *Investigación de Operaciones*. Thompson, México, cuarta edición edition, 2005.
- [21] W Feller. *An Introduction to Probability Theory and its Applications*. John Wiley and Sons, Inc., Publishers, Nueva York, segunda edición edition, 1957.
- [22] David Kendall. Some problems in the theory of queues. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 13(2), Julio 1951.
- [23] John Little. Una prueba de la fórmula de la cola: $L = \lambda w$. *Investigación operativa*, 9(3), 1961.
- [24] Arsham Hossein. Herramientas para el análisis de decisión: Análisis de decisiones riesgosas, 2015.
- [25] Ca Rdz. Diagramas de influencia.
- [26] Marco Ayala. La competitividad y la definición de racional, caso de estudio ajedrez. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, México, Octubre 2017.
- [27] Jack Ocrosopoma. La función de utilidad, 2021.
- [28] Daniel Kahneman and Amos Tversky. Teoría prospectiva: un análisis de la decisión bajo riesgo. *Infancia y Aprendizaje*, 30(1).
- [29] Economía en Casa. Análisis económico turismo tema 2 teoría organización deseos, 2018.
- [30] Deloitte. Nuevos salarios mínimos 2020, 2020.
- [31] Hamdy Taha. *Investigación de Operaciones*. Pearson Educación, México, novena edición edition, 2012.
- [32] Johnathan Mun. *SIMULADOR DE RIESGO. Manual de Usuario en Español*. Real Options Valuation, Inc., Estados Unidos de América, 1 edition, 2011.
- [33] ACADEMIC. Distribución beta.

- [34] Venus Méndez. Propuesta para optimizar el inventario y la entrega de medicamentos en una institución de salud pública mexicana. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2019.