



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA**

**CARRERA DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**Efecto del gradiente de presión pulsátil en el  
flujo volumétrico de geometrías simples:  
rendijas y capilares**

**Tesis**

**Qué Para Obtener El Título De:**

**Ingeniero Químico**

**Presenta**

**Morán Cedillo Brenda Raziel**

**Jurado De Examen**

**Director de Tesis: Dr. Herrera Valencia Edtson Emilio**

**Asesor: Dr. Calderas García Fausto**

**Asesor: M. En C. Ramírez Torres Luis Antonio**

**Sinodal: M. En C. Mendoza Vizcaya Ricardo**

**Sinodal: I.Q Ortiz Bautista Dominga**



**Ciudad de México, Mayo 2022**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

RESUMEN.....	6
CAPÍTULO I.....	7
INTRODUCCIÓN.....	7
1.1 SANGRE HUMANA.....	7
II. GRADIENTE DE PRESION PULSÁTIL.....	9
CAPÍTULO 2.....	10
ANTECEDENTES.....	10
2.1 ESTADO DEL ARTE DEL FLUJO PULSÁTIL.....	10
2.2 HIPOTÉISIS.....	11
2.3 OBJETIVO GENERAL.....	12
2.4 OBJETIVO PARTICULAR.....	12
CAPÍTULO 3.....	13
MARCO TEÓRICO.....	13
2.1 FLUIDO NEWTONIANO.....	13
2.2 FLUIDOS NO NEWTONIANOS.....	13
2.3 MODELO DE REINER PHILIPPOFF.....	15
2.4 FLUJO DE POISEUILLE.....	16
CAPÍTULO 4.....	17
SISTEMA FÍSICO Y MODELADO MATEMÁTICO.....	17
4.1 GEOMETRÍA TIPO RENDIJA.....	18
4.1.3 MODELADO MATEMÁTICO: RENDIJA.....	21
4.2 GEOMETRÍA DE UN CAPILAR.....	25
4.3 FLUJO VOLUMÉTRICO PULSATIL.....	28
4.4 FUNCIÓN ESTOCÁSTICA Y AUMENTO DE FLUJO.....	29
4.5 ESQUEMA PERTUBATIVO REGULAR.....	30
CAPÍTULO 5.....	33
SIMULACIONES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	33
5.1 GEOMETRÍA I: RENDIJA.....	34
I.EFECTO DEL PARÁMETRO C.....	35
II. EFECTO DEL PARÁMETRO B.....	35
5.2 GEOMETRÍA II: CAPILAR.....	37

I. EFECTO DEL PARÁMETRO B .....	37
II. EFECTO DEL PARÁMETRO C.....	38
5.3 COMPARACIÓN DE LA FLUIDEZ EN LAS GEOMETRIAS. EFECTO DEL NÚMERO ADIMENSIONAL B .....	39
I. MECANISMOS ADELGAZANTES .....	41
II. MECANISMOS TIXOTRÓPICOS.....	43
II. MECANISMOS TIXOTROPICOS.....	45
5.4 COMPARACIÓN DEL FLUJO PULSÁTIL .....	47
A) MECANISMOS ADELGAZANTES .....	47
B) TIXOTROPICOS .....	48
CAPÍTULO 7 .....	50
CONCLUSIONES.....	50
7.1 TRABAJO A FUTURO .....	52
REFERENCIAS .....	53
GLOSARIO:.....	55

## AGRADECIMIENTOS

- Al Dr. Edtson Emilio Herrera Valencia trabajo el cual fue derivado de su estancia sabática realizada del en el departamento de ingeniería química de la universidad de McGill con el apoyo de la UNAM y el programa PASPA de la DGAPA., y quien represento la dirección, asesoría y apoyo en el logro de este trabajo.
- Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPITT) de la UNAM <<IN115919>> <<Análisis del flujo pulsátil de sangre humana con hipercolesterolemia, mediante una ecuación constitutiva nueva, caracterización reológica y simulación computacional en venas elásticas e inelásticas>>. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.
- Al laboratorio de reología de fenómenos de transporte de fluidos complejos por las facilidades otorgadas para este proyecto de investigación.
- Al seminario de investigación de las líneas de investigación: Fenómenos de Transporte y Reología de Fluidos Complejos (LI-FESZ-420415) y Reología Teórica y Reometría de Fluidos Estructurados (LI-FESZ-570619) por todas las observaciones y aportaciones realizadas a este trabajo. Dr. Fausto Calderas. M en C Ramírez Torres Luis Antonio. M en C Mendoza Vizcaya Ricardo e I.Q Ortiz Bautista Dominga.
- A la carrera de ingeniería química de la FES Zaragoza de la Universidad Nacional Autónoma de México por la formación recibida.
- A mis padres, hermanas y sobrino, por su paciencia y confianza en mí desempeño.

## NOMENCLATURA Y SIMBOLOS

$a$	Radio del tubo capilar [m]
$f$	Función de caracterización PTT [m/s]
$G_0$	Módulo elástico [Pa]
$I\%$	Aumento de flujo [1]
$L$	Longitud del capilar [m]
$n(t)$	Función estocástica [1]
$P$	Presión [Pa]
$Q_0$	Flujo volumétrico independiente del flujo pulsátil [m <sup>3</sup> /s]
$\langle Q(t) \rangle$	Flujo volumétrico dependiente del flujo pulsátil [m <sup>3</sup> /s]
$r$	Coordenada radial [m]
$z$	Coordenada rectangular [m]

### Letras griegas

$\eta$	Función de viscosidad [Pa s]
$\dot{\gamma}_{ji}$	Escalar rapidez de deformación de $i$ respecto a $j$ [1/s]
$\lambda$	Tiempo estructural [s]
$\sigma_{ij}$	Componente $ij$ del tensor de esfuerzos [Pa]
$\theta$	Componente angular [1]
$\varepsilon$	Parámetro de pequeñez para una función [1]

### Vectores y tensores

$V$	Vector velocidad [m/s]
$D$	Tensor rapidez de deformación [1/s]
$f$	Fuerza de cuerpo [N/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Tensor de esfuerzos [Pa]
$\nabla V$	Tensor gradiente del vector velocidad [1/s]

## Operadores diferenciales y otros símbolos

$( )^T$	Transpuesta para la matriz $m \times n$ [1]
$\nabla$	Operador gradiente (Nabla) [1/m]
$\nabla \cdot$	Operador divergencia [1/m]
$\nabla^2$	Operador Laplaciano [1/m]

## RESUMEN

El presente trabajo se enfoca en el estudio de los efectos que tienen dos diferentes geometrías en el aumento del flujo volumétrico de sangre humana, inducido por un gradiente de presión pulsátil. Para el estudio se supone una geometría cilíndrica tipo capilar con longitud radial  $r = a$ , esto por el símil que tiene con las venas y arterias del sistema circulatorio y una geometría rectangular tipo rendija la cual puede aproximarse de manera importante a la geometría de tipo corona circular análoga a sistemas que presentan oclusiones en sangre con alto contenido colesterol. El comportamiento del flujo se modela mediante la ecuación constitutiva de Reiner-Phillipoff que consta de tres constantes materiales, dos viscosidades a bajo y alto corte respectivamente y una viscosidad constante que tiene unidades de inverso del esfuerzo, la cual cuantifica la transición de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo. Para poder obtener el flujo volumétrico se supone un sistema estacionario, proceso isotérmico, en régimen laminar, además se desprecian los efectos inerciales y gravitacionales. Se parte de la ecuación de continuidad y de la ecuación de momento con condiciones de no deslizamiento en la pared. A partir de la expresión analítica del flujo volumétrico se calcula el aumento de este, mediante el uso de una función estocástica simple. Se realizan simulaciones en el software Mathematica (Licencia UNAM, generando curvas reológicas que son utilizadas para describir los diferentes comportamientos de ambos sistemas.



# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

Importantes problemas de salud pública tales como la obesidad, diabetes, hiperlipidemia y enfermedades coronarias son bastante comunes, estas enfermedades surgen de numerosos factores tales como dietas altas en calorías, sedentarismo y otros factores genéticos. Los valores de referencia de la población oscilan alrededor de 200 mg/dL, sin embargo, una gran proporción presenta niveles altos de colesterol. Resultados de investigaciones<sup>1</sup> muestran que la sangre humana con niveles altos de colesterol (400 mg/dL) presenta propiedades completamente diferentes, alta viscosidad y un comportamiento más adelgazante al corte que la sangre con niveles de colesterol bajo, tendencia a un comportamiento newtoniano o una meseta de viscosidad a bajas velocidades de corte. (Herrera et al. 2017, 2019; Moreno et al. 2015).

### 1.1 SANGRE HUMANA

La sangre humana, una suspensión de glóbulos rojos en un líquido llamado plasma, que recorre conductos de diferentes diámetros a través de todo el cuerpo, encargada de transportar gases, nutrientes, metabolitos y calor a los tejidos. Formada por eritrocitos (glóbulos rojos RCB), leucocitos, (glóbulos blancos) y trombocitos (plaquetas). Los glóbulos rojos constituyen aproximadamente el 45% de la sangre total en volumen, el plasma aproximadamente 54,3% y glóbulos blancos aproximadamente 0,7%. Actualmente los estudios de sangre se centran en un enfoque bajo diferentes trastornos alimenticios (Moreno et al. 2015).

Desde un punto de vista reológico, la sangre entera (plasma y células) es un fluido no newtoniano complejo, y la principal explicación de su comportamiento complejo (visco elasticidad, adelgazamiento por cizallamiento, tixotropía) se encuentra en la capacidad de agregación, desagregación, deformación, orientación y migración de los eritrocitos, estructuras transitorias las cuales se construyen o destruyen de acuerdo a la fuerza del flujo sanguíneo (Moreno et al. 2015; Macosko 1994; Morrison 2001). Las propiedades reológicas son medidas y relacionadas a la estructura y composición de la sangre humana que son forzados por un gradiente de presión periódico que circula a través del cuerpo humano (Herrera et al. 2009, 2010).

El flujo sanguíneo es en general una combinación compleja de varios flujos, incluido el de corte simple y pulsátil en canales de diámetros oscilantes (arterias y venas) a través del sistema cardiovascular (Herrera-Valencia et al. 2016).

---

<sup>1</sup> E.E. Herrera-Valencia, M.L. Sánchez-Villavicencio, F. Calderas, M. Pérez-Camacho and L. Medina-Torres. (2016). Simultaneous pulsatile flow and oscillating wall of a non-Newtonian liquid. Korea-Australia Rheology Journal. 28(4), 281-300

En general las propiedades del flujo sanguíneo son afectadas por el arreglo, orientación y deformabilidad de los glóbulos rojos, estructuras transitorias que se generan y destruyen continuamente debido a la fuerza del flujo, haciendo que la sangre presente un comportamiento adelgazante al corte (Herrera-Valencia et al. 2016, 2017, 2019).

Las macromoléculas de colesterol promueven la agregación de estas células sanguíneas generando “puentes” entre membranas que reduce la repulsión electrostática natural entre células, estas agregaciones se ven inducidas por interacciones moleculares, propiedades viscoelásticas, rompimiento y formación de estructuras por efecto de una fuerza externa (gradiente de presión, pulsátil, Herrera-Valencia et al. 2017, 2019).

Cuando la fuerza del pulso es alta los procesos de rotura dominan, mientras que en el caso de flujos lentos el proceso de reformación domina con características viscosas (Moreno et al. 2015).

En el siguiente esquema se muestra la función viscosidad en función de la rapidez de deformación, experimentalmente, la muestra de sangre se corta y se coloca en el reómetro con una geometría de placa cónica.

Aquí, el sistema presenta tres zonas importantes {S1, S2, S3} que se pueden resumir de la siguiente manera:

S1: A bajas velocidades de corte el fluido presenta una zona de viscosidad constante, físicamente los glóbulos rojos se agregan a bajas velocidades de deformación y son compactadas como una estructura tipo sólido capaz de almacenar energía elástica.

A velocidades de corte bajas la viscosidad decrece (comportamiento adelgazante al corte) debido a la desegregación de la red de conglomerados por fricción interna.

S2: Para una velocidad de corte crítica, el sistema sufre una transición de un estado de estructura moderado a uno de estructura bajo (segunda meseta). Aquí algunos grupos están orientados por el efecto del flujo (Herrera-Valencia et al. 2016)

S3: La estructura es completamente destruida por el flujo y el valor de la viscosidad de los eritrocitos es del orden del plasma y su arreglo o disposición es aleatoria y

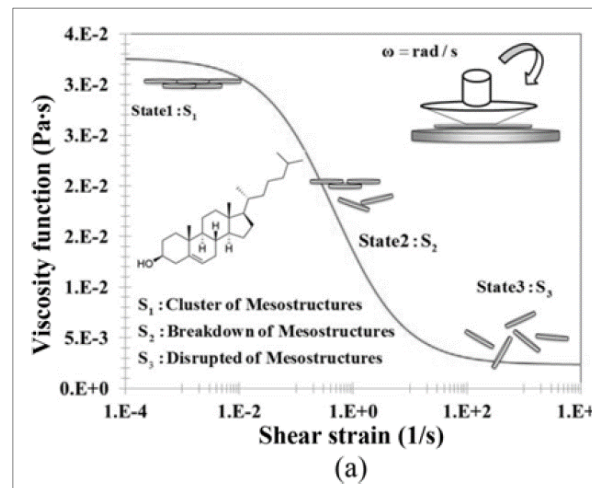


Figura 1. Herrera-Valencia et al. (2016) Viscosidad de la sangre en función de la rapidez de deformación aplicada para el modelo de Carreau.

se puede suponer que es isotrópico con respecto a la configuración natural actual (Herrera-Valencia et al. 2016).

## II. GRADIENTE DE PRESION PULSÁTIL

El flujo pulsátil se origina cuando a un gradiente de presión se le añade una contribución que depende del tiempo.

$$\nabla P(t) = \nabla P_0(1 + \varepsilon n(t)) \quad (1)$$

La Ec. (1) describe las variaciones temporales del valor promedio del gradiente de presión, esta contribución tiene un impacto en la viscosidad y por consiguiente en el flujo. El hecho que el flujo sea pulsátil nos dice que no hay una relación lineal con el gradiente de presión, sino que intervienen una serie de parámetros que modifican la forma y relación temporal de la presión (Herrera-Valencia et al. 2016, 2017, 2019).

El análisis del gradiente de presión en flujo pulsátil se centra en estudiar el comportamiento del aumento del flujo el cual puede ser calculado mediante la diferencia entre el flujo volumétrico transitorio  $\langle Q(t) \rangle$  y el flujo volumétrico promedio estacionario a través de la Ec. (2) la cual nos conduce a una mejora del flujo I% (Herrera-Valencia et al. 2016, 2017, 2019)

$$I(\%) = 100 \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (2)$$

La Ec. (2) ha sido punto de partida en el estudio de fluidos complejos tipo micelas gigantes, fluidos biológicos y materia suave en general. Una aplicación de esta, es el flujo pulsátil que produce el corazón humano para garantizar el flujo de la sangre en el sistema circulatorio (Herrera-Valencia et al. 2016, 2017, 2019). El corazón humano es una bomba de desplazamiento positivo que se puede simular mediante una función estocástica. El flujo a gradiente de presión dependiente del tiempo puede expresarse como la suma de dos contribuciones, la primera asociada al gradiente de presión constante y la segunda por contribución que depende de la función estocástica multiplicada por un parámetro de pequeñez denotado en la literatura como  $\varepsilon$ . Estudios han demostrado que el adelgazamiento al corte, i.e, la disminución de la viscosidad en función de la rapidez de deformación por corte, es el mecanismo que influye en el aumento del flujo (Herrera et al. 2009; Herrera-Valencia et al. 2010; Herrera-Valencia et al. 2016, 2017)

En este trabajo de tesis se pretende analizar el efecto que tiene un gradiente de presión pulsátil dependiente del tiempo en función de los parámetros materiales y geométricos asociados a la rendija de área  $2aW$  y el capilar de área  $\pi a^2$ .

La geometría tipo rendija está asociada a las oclusiones centrales que se presentan en capilares y arterias humanas debido a un alto contenido de colesterol.

## CAPÍTULO 2

### ANTECEDENTES

#### 2.1 ESTADO DEL ARTE DEL FLUJO PULSÁTIL

El flujo pulsátil en líquidos newtonianos y no-newtonianos ha sido un tema de estudio en diferentes grupos de investigación nacionales e internacionales (Castro et al. 2008; Collepardo-Guevara and Corvera Poiré 2007; Herrera et al. 2009, 2010; Herrera-Valencia et al. 2016, 2017, 2019). La idea básica es modificar el gradiente de presión introduciendo una contribución que dependa del tiempo y de un parámetro perturbativo (Herrera-Valencia et al. 2017, 2019). Este cambio en el gradiente de presión induce un cambio en el flujo volumétrico (Herrera-Valencia et al. 2017). El mecanismo responsable de este cambio en el flujo volumétrico, es el adelgazamiento al corte, es decir, cuando la función viscosidad modifica su estructura por efecto de la rapidez de deformación o del esfuerzo en la pared (Herrera-Valencia et al. 2019). Los resultados encontrados es que existe un aumento en el flujo a un valor de esfuerzo en la pared crítico. Las curvas obtenidas por efecto de este sistema se conocen como curvas resonantes las cuales se aproximan a campanas como las descritas por la campana Gaussiana (Herrera et al. 2009, 2010)

El máximo en estas curvas se debe a un acoplamiento entre las propiedades viscosas o viscoelásticas del material (Bird et al. 2002). Se ha demostrado que la elasticidad de los fluidos solo juega un papel secundario en el aumento del flujo y que el cambio de viscosidad es el responsable de todo este fenómeno (Herrera et al. 2009, 2010, Herrera-Valencia et al. 2017, 2019).

Por otra parte, existen otros mecanismos importantes en los fluidos no-newtonianos los cuales son mencionados a continuación: (i) Engrosamiento al corte. Este efecto disminuye el aumento de flujo por lo que juega un papel negativo en el contexto del flujo pulsátil. (ii) Competencia entre los mecanismos de ruptura y de flujo (Bautista et al. 1999). Estos mecanismos inducen a que las curvas se desplacen hacia valores de mayor o menor esfuerzo (Herrera 2009, 2010; Herrera-Valencia et al. 2017, 2019). Este tipo de mecanismos son conocidos como tixotrópicos y se pueden considerar como fenómenos irreversibles, es decir fenómenos que dependen de la estructura y la historia de deformación del material. (ii) La forma de la onda con la que se produce el pulso. La mayoría de los sistemas presentan funciones oscilatorias para predecir el gradiente de presión pulsátil, pero se han generalizado mediante series de Fourier para tomar en cuenta los efectos armónicos de las series

(Del Rio et al. 1998; ). Estos gradientes de presión pulsátil junto con la amplitud de las ondas inducen un aumento en el flujo volumétrico.

Por otra parte, el estudio de materiales plásticos que presentan esfuerzo de cedencia ha sido estudiados y se ha demostrado que este tipo de fluidos presentan un aumento y que la transición del fluido Newtoniano al Sólido de Hooke induce un aumento (Herrera et al. 2017 2019).

Por otra parte, el efecto de la geometría ha sido poco estudiado en la literatura, por lo regular, la mayoría de trabajos se centran en estudiar capilares, i.e. sistemas cilíndricos de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$ . Este sistema presenta ciertas ventajas por su sencillez en comparación con otros sistemas más complejos (Bird et al 1977).

Una de las aplicaciones más importantes del flujo pulsátil se centra en el flujo pulsátil sanguíneo con sangre fresca y con sangre con diferentes patologías. El hipercolesterolemia es un exceso de colesterol en la sangre (Moreno et al. 2015). El colesterol se adhiere a las paredes de las venas por efecto del calcio. Este sirve como puente entre uno y otro, por lo que se tiene una placa que va aumentando en la frontera, a medida que aumenta el tiempo (Morena et al. 2015). El estudio de fluidos viscoelásticos que puedan ser utilizados para mimetizar fluidos biológicos en diferentes geometrías, ha sido punto de partida en el estudio de oclusiones centrales y periféricas (Collepardo-Guevara y Corvera-Poiré 2007). En estos sistemas, la sangre humana es modelada por un fluido de Maxwell el cual, simula los mecanismos disipativos y de almacenamientos asociados a la elasticidad. El sistema inercial-viscoelástico se resuelve mediante transformada de Fourier la cual se analiza en el espacio de las frecuencias y se deduce una expresión analítica para la función de transferencia compleja (Collepardo-Guevara y Corvera-Poiré 2007). La mayoría de los trabajos en el régimen de viscoelasticidad lineal relacionados con materia suave (sangre, sistemas micelares, coloidales, polímeros, etc), se han estudiado por medio de la permeabilidad dinámica. La permeabilidad dinámica es una respuesta que se presentan entre el gradiente de presión y el flujo volumétrico. En oclusiones centrales la función de transferencia tiene una mayor recuperación de flujo que aquellas en donde la oclusión fue periférica (Del Rio et al. 2001). Para describir el flujo pulsátil, utilizaron una serie de Fourier en términos del seno y coseno. Finalmente, probaron las bondades de sus predicciones teóricas con datos de sangre humana fresca (Del rio et al. 1998; Collepardo-Guevara y Corvera Poire 2007; Flores et al. 2016).

## 2.2 HIPOTÉISIS

Si el efecto de la geometría modifica el flujo de un líquido pulsátil entonces este cambio, será cuantificado a través del cambio del cambio del flujo volumétrico en función de la geometría y la propiedades materiales a través de los grupos adimensionales correspondientes.

### 2.3 OBJETIVO GENERAL

Estudiar el efecto de la geometría en el flujo pulsátil en un fluido inelástico modelado con la ecuación constitutiva de Reinner-Philippoff.

### 2.4 OBJETIVO PARTICULAR

1. Caracterizar las propiedades de flujo y reológica a través de las ecuaciones de continuidad, transporte y reológicas.
2. Estudiar el flujo pulsátil en dos geometrías: (i) rectangular y (ii) cilíndrica.
3. Proponer un conjunto de variables adimensionales con el fin de obtener grupos adimensionales que describan la parte física del sistema a través de los diferentes mecanismos.
4. Proponer un método perturbativo con el fin de resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales y obtener contribuciones a ordenes cero y primero.
5. Analizar los efectos del adelgazamiento y la tixotropía en el flujo pulsátil y obtener las curvas correspondientes al aumento de flujo volumétrico.

## CAPÍTULO 3

### MARCO TEÓRICO

En este capítulo se centran las bases para entender los elementos mínimos para entender esta tesis a nivel licenciatura. Como parte de las bases físicas que estudia la ingeniería química, se encuentran los fenómenos de transporte, caracterizados por el estudio de:

- a) Transferencia de momento
- b) Transferencia de energía
- c) Transferencia de masa

La transferencia de momento se caracteriza por el estudio y su aplicación en la mecánica de fluidos, la cual analiza dos partes fundamentales como la propia mecánica clásica: la cinemática y dinámica de los fluidos (Currie 1974). Analizar la dinámica de los fluidos implica conocer las fuerzas superficiales que deforman el elemento de control de forma continua e irreversible. Enfatizando en la naturaleza del fluido y en las razones por las cuáles éste se mueve, en la primera clasificación se pueden definir los fluidos newtonianos y no newtonianos.

#### 2.1 FLUIDO NEWTONIANO

Para un fluido newtoniano, el esfuerzo es una relación lineal con la rapidez de deformación del sistema y solo contiene una propiedad material  $\mu$  llamada viscosidad cortante. El comportamiento reológico en estado estacionario de un fluido newtoniano puede ser expresado mediante la ecuación reológica de Newton:

$$\sigma_{yx} = \mu \frac{dV_x}{dy} \quad (1)$$

En la Ec. (1)  $\sigma_{yx}$  (Pa) es la componente xy del tensor de esfuerzos,  $\mu$  es la viscosidad cortante en el sistema (Pas) y  $dV_x/dy$  es la rapidez de deformación (1/s).

#### 2.2 FLUIDOS NO NEWTONIANOS

Un fluido no newtoniano es aquel cuya curva (tensor de esfuerzos vs gradiente de velocidad) no es lineal, es decir su viscosidad no será constante a una temperatura y presión dada pero si dependerá de las condiciones del flujo, como la geometría, el esfuerzo aplicado, su respectiva deformación, velocidad de corte, etc.

Las cuatro clases de fluidos no newtonianos dependen de cómo la viscosidad del flujo (medida de la resistencia de un fluido a fluir) varía en respuesta a la duración y magnitud de la velocidad de corte aplicada.

- Fluido tixotrópico: Su viscosidad reduce con el tiempo en condiciones de esfuerzo cortante (cizalla), por ejemplo, la miel en estado sólido se vuelve líquida después de la agitación constante.
- Fluido engrozante al corte: Su viscosidad se incrementa con el tiempo de esfuerzo cortante. Por ejemplo, la crema se espesa después de la agitación constante (punto de turrón)
- Fluido adelgazante al corte: Su viscosidad reduce al incrementar la velocidad de corte, estos exhiben un tipo de fluidificación por esfuerzo cortante. Por ejemplo, la Ketchup sale en forma de gusano a alta velocidad a través del agujero, pero se mantiene estable cuando se sirve como porción en un plato.
- Fluidos dilatantes: Su viscosidad se incrementa con el incremento de la velocidad de corte, espesamiento por esfuerzo.

Existen diversas ecuaciones empíricas o modelos que expresan la relación entre la velocidad de deformación y el tensor de esfuerzos, tales modelos contienen parámetros empíricos positivos cuyo valor puede determinarse correlacionando datos experimentales a presión y temperatura constante. Independientemente del modelo para el fluido no newtoniano, la expresión de la viscosidad, es remplazado por la función viscosidad.

Para un fluido no newtoniano la Ec. (1) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\sigma_{yx} = \eta \left( \frac{dV_x}{dy} \right) \frac{dV_x}{dy} \quad (1)$$

En la Ec. (2)  $\eta$  es la función viscosidad la cual depende de la rapidez de deformación, la cual tiene tres comportamientos bien establecidos:

1. Sí  $\eta$  disminuye por el aumento de la velocidad de deformación  $dV_x/dy$ , el comportamiento será de un fluido adelgazante al corte
2. Sí  $\eta$  aumenta por el aumento de la velocidad de deformación  $dV_x/dy$ , el comportamiento será de un fluido espesante al corte
3. Sí  $\eta$  no depende de la velocidad de deformación  $dV_x/dy$ , el comportamiento será de un fluido newtoniano. Esto implica que no importa la rapidez con la que es deformado el fluido, su viscosidad permanecerá constante (Fredrickson AG 1964; Currie 1974; Bird et al. 1987, 2002).

La parte simétrica del gradiente de velocidad de deformación  $D$  describe como el elemento de control es deformado, la expresión tensorial que relaciona de manera simple este gradiente de velocidad de deformación con el tensor de esfuerzos  $\sigma$  es el modelo tensorial de Newton:

$$\sigma = 2\mu D \quad (2)$$

El tensor rapidez de deformación  $D$  tiene la siguiente forma:

$$2D = \nabla V + \nabla V^T \quad (3)$$



Al trazar una gráfica entre el tensor de esfuerzos respecto al gradiente de velocidad, para todos los fluidos newtonianos se obtendrá una recta con pendiente igual al valor de su viscosidad.

### 2.3 MODELO DE REINER PHILIPPOFF

Este modelo describe el comportamiento del fluido a bajas y altas velocidades de corte. Contiene tres parámetros positivos ajustables:  $\eta_0$ ,  $\eta_\infty$  y  $\sigma_s$ , teniendo en cuenta que frecuentemente se ha observado que el comportamiento newtoniano se presenta tanto para valores muy bajos como muy elevados del gradiente de velocidad, la ecuación de Reiner ha sido planteada con el fin de que se transforme en estos dos casos límites en la Ley de Newton haciéndose:  $\eta_0 = \eta_\infty$  respectivamente, al representarse gráficamente  $\sigma_{yx}$  frente a  $dV_x/dy$  se muestran dos puntos de inflexión que corresponden a valores de:

$$\sigma_{xy} = \pm \sigma_s \sqrt{\frac{3\eta_0}{\eta_\infty}} \quad (4)$$

Al dar valores de los parámetros reológicos es preciso especificar cuidadosamente las condiciones en que han sido determinados.

$$\frac{dV_x}{dy} = \frac{1 + \left(\frac{\sigma_{yx}}{\sigma_s}\right)^2}{\eta_0 + \eta_\infty \left(\frac{\sigma_{yx}}{\sigma_s}\right)^2} \sigma_{xy} \quad (5)$$

#### A) ECUACIONES DE CONSERVACIÓN

El estudio reológico implica el conocimiento de las propiedades del material, cálculo de esfuerzos, velocidades y deformaciones. Se implica el uso de las leyes físicas ya que estas se mantienen cuando la materia fluye además nos proporcionan restricciones matemáticas sobre las variables del problema. Las dos leyes físicas que gobiernan la deformación de la materia son la ley de conservación de masa y de momento.

#### B) ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Para resolver problemas de flujo, necesitamos una ecuación de conservación de masa que sea aplicable en cualquier punto de un fluido en movimiento. La ecuación de continuidad generalmente se escribe en términos de la derivada material

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (6)$$

Donde la derivada material es la derivada del tiempo seguido del movimiento

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \quad (7)$$

Para un fluido incompresible la densidad es constante y la ecuación se simplifica a:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (8)$$

La Ec. (8) describe que las líneas de corriente en un volumen de control, es decir el flujo es solenoidal en analogía con las líneas de campo magnético.

### C) ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

La ley de conservación del momento es la segunda ley de Newton de movimiento extendida a un sistema fuera de equilibrio. Cuando hay múltiples fuerzas  $f_i$  y la masa del cuerpo puede estar cambiando, la segunda ley de Newton nos dice que las fuerzas provocan cambios en la cantidad de movimiento, es decir, las fuerzas son un tipo de flujo de momento:

$$\sum \frac{d(mv)_i}{dt} = 0 \quad (9)$$

Para que podamos aplicar este principio a una parte de un flujo, debemos tener en cuenta todas las fuerzas que actúan sobre el flujo, y debemos tener en cuenta cualquier tipo de flujo de movimiento que se produce debido a la transferencia de masa a través de los límites de un sistema elegido en el flujo, la siguiente ecuación muestra las fuerzas que inducen la aceleración asociada a la divergencia del tensor de esfuerzo total (fuerzas superficiales) y fuerzas de bulto (gravitacionales, inerciales, eléctricas, magnéticas, etc.). Esta ecuación describe las fuerzas que hacen que el elemento de control sea deformado de forma continua e irreversible (Fredrickson AG 1964; Bird et al. 1987, 2002)

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad (10)$$

En la Ec. (10)  $\rho$  es la densidad del líquido,  $DV/Dt$  es la derivada de material del vector velocidad  $V$ ,  $\nabla$  es el operador nabla,  $P$  es la presión del sistema,  $\boldsymbol{\sigma}$  es el tensor de esfuerzos,  $\mathbf{g}$  es el vector aceleración de la gravedad.

### D) CONDICIÓN DE NO DESLIZAMIENTO

Esta condición de frontera predice que el fluido en contacto con una pared tiene la misma velocidad que la pared, si la pared no está en movimiento en ese punto la velocidad es igual a cero.

$$\mathbf{V} = 0 \text{ en } \Omega \text{ (frontera)} \quad (11)$$

## 2.4 FLUJO DE POISEUILLE

Si suponemos que el fluido es caracterizado por la ecuación constitutiva de Newton, y en el líquido no hay cambios de forma en su volumen y el proceso es isotérmico, el balance de fuerzas se reduce a la clásica ecuación de Navier-Stokes.

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g}$$

(12)

La Ec. (12), es la segunda ley de Newton aplicada a un medio continuo. Si el fluido se mueve a través de un ducto por efecto de un gradiente  $\nabla p$  de presión en dirección del campo de velocidades  $\mathbf{V}$ . Si suponemos por simplicidad, que el flujo está completamente desarrollado, es decir, el sistema se encuentra en estado estacionario o régimen transitorio, el proceso es isotérmico (Temperatura constante), Flujo uni-direccional, es decir, el vector velocidad solamente contiene una componente diferente de cero (Flujo unidireccional). Finalmente, suponemos que los mecanismos inerciales y gravitacionales son despreciables en comparación con los otros mecanismos, se obtiene

$$\nabla^2 \mathbf{V} = \frac{1}{\mu} \nabla p$$

(13)

Suponiendo que el campo de velocidades solo tiene una componente en  $z$  y depende de  $r$ , asumiendo simetría cilíndrica e integrando sobre una sección de área circular, se tiene la famosa ecuación de Hagen y Poiseuille para un fluido Newtoniano.

$$Q = \frac{\pi a^3}{4} \varphi_{\mu} \sigma_w$$

(14)

Nótese, que el flujo volumétrico  $Q$  dependen de: (i) propiedades materiales, (ii) del material y (iii) de la fuerza motriz del sistema asociado al esfuerzo en la pared. La Ec. (14) puede ser extendida para tomar en cuenta la naturaleza no-newtoniana del fluido a través de la fluidez aparente, i.e., se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{\pi a^3}{4} \varphi_{app} (\sigma_w) \sigma_w$$

(15)

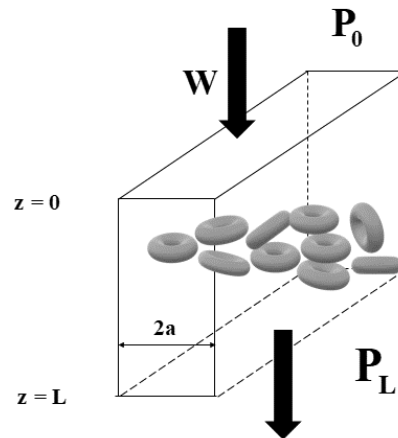
La Ec. (15) es punto de partida en la presente tesis de licenciatura. En el siguiente capítulo, se expondrán los antecedentes del flujo pulsátil.

## CAPÍTULO 4

### SISTEMA FÍSICO Y MODELADO MATEMÁTICO

En este capítulo se desarrollan las ecuaciones para el cálculo del perfil de velocidad, y el flujo volumétrico impulsado por un gradiente de presión. Para caracterizar el fluido se propone la ecuación constitutiva de Reiner Philippoff para el sistema de estudio: geometría rectangular tipo rendija y geometría cilíndrica tipo capilar.

## 4.1 GEOMETRÍA TIPO RENDIJA



*Herrera E.E. (2019) Diagrama de la geometría de una rendija. [Figura.] Recuperado: Physics of fluids. New simple analytical method for flow enhancement predictions of pulsatile flow of a structured fluid.*

### 4.1.1 ANÁLISIS DE PROCESO

En esta geometría, las longitudes características son: (i)  $2a$ , (ii)  $z = L$ , (iii)  $y = W$ . Para analizar la reología y el flujo, se hacen las siguientes consideraciones físicas:

1. Estado estacionario (Las propiedades cinemáticas y dinámicas del sistema no dependen del tiempo)
2. Fluido incompresible (La densidad no depende de la posición y del tiempo)
3. Proceso isotérmico (La temperatura es constante)
4. Los efectos gravitacionales se desprecian i.e.,  $g=0$ .
5. El fluido es deformado mediante un gradiente de presión constante y pulsátil.
6. Coordenadas cartesianas y cilíndricas
7. La velocidad del fluido se desarrolla en el eje  $Z$  y en coordenadas cartesianas:

#### 4.1.2 ECUACIONES TEÓRICAS

Las ecuaciones teóricas para describir la conservación de la masa, transferencia de momento y reología se pueden escribir en forma vectorial de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

La ecuación de momento

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

La ecuación de Reiner-Philippoff

$$2\mathbf{D} = \varphi(|\boldsymbol{\sigma}|) \boldsymbol{\sigma} \quad (3)$$

En donde la fluidez está dada por:

$$\varphi = \varphi(|\boldsymbol{\sigma}|) = \varphi_{\infty} \frac{1 + (k|\boldsymbol{\sigma}|)^2}{\varphi_r + (k|\boldsymbol{\sigma}|)^2} \quad (4)$$

En la Ec. (4)  $\varphi_{\infty}$  es la fluidez a alto corte,  $\varphi_r$ , es la fluidez reducida y  $k$  es el inverso de un esfuerzo y relaciona la transición del comportamiento newtoniano al no-newtoniano.

El vector de velocidad para este sistema se define como:

$$\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z) = (0, 0, V_z) \quad (5)$$

El gradiente de velocidad, tiene la forma:

$$\nabla \mathbf{V} = \nabla (V_x, V_y, V_z) = \nabla (0, 0, V_z) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

El gradiente de velocidad transpuesta

$$\nabla \mathbf{V}^T = (\nabla(V_x, V_y, V_z))^T = (\nabla(0, 0, V_z))^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

El tensor rapidez de deformación D toma la forma:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial V_z}{\partial x} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

El tensor de esfuerzos para este sistema tiene la forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

El vector aceleración de gravedad

$$\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z) = (0, 0, g_z) \quad (10)$$

El flujo volumétrico puede ser calculado a través de una integración por partes de la integral doble de la definición del flujo volumétrico

$$Q = \int_0^W \int_{-a}^a V_z(x) dx dy = 2W \int_0^a V_z(x) dx \quad (11)$$

Integrando por partes la Ec. (11) y aplicando la condición de no deslizamiento en las paredes, se obtiene lo siguiente:

$$Q = 2W \int_0^a V_z(x) dx = -2W \int_0^a \frac{\partial V_z(x)}{\partial x} x dx \quad (12)$$

El aumento en el flujo volumétrico, puede ser expresado de la siguiente manera:

$$I(\%) = 100 \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (13)$$

En donde, en la Ec. (13) se ha definido el promedio temporal del flujo volumétrico de la siguiente forma:

$$\langle Q(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt \quad (14a)$$

El periodo esta dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (14b)$$

En la Ec. (14),  $\omega$  es la frecuencia del sistema (rad/s).

#### 4.1.3 MODELADO MATEMÁTICO: RENDIJA

En esta sección se obtendrá la expresión analítica para el flujo volumétrico de la ecuación constitutiva del modelo de Reiner-Philippoff. Al sustituir las variables cinemáticas en las ecuaciones de conservación, transporte y reológica, se obtienen las siguientes expresiones:

Continuidad

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

Componente z de la ecuación de movimiento

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} = \nabla_z p(t) = \nabla_z p_0 (1 + \varepsilon n(t)) \quad (16)$$

La Ec. (15) esta sujeta a la siguiente condición de frontera para el esfuerzo

$$r = 0; \sigma_{zr} = 0 \quad (17)$$

A partir del modelo constitutivo de Reiner-Philippoff, se tiene la siguiente expresión para la rapidez de deformación:

$$\varphi(\sigma_{zr}) = \varphi_\infty \frac{1 + (k\sigma_{zr})^2}{\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} + (k\sigma_{zr})^2} = \varphi_\infty \frac{1 + (k\sigma_{zr})^2}{\varphi_r + (k\sigma_{zr})^2} \quad (18)$$

En la Ec. (18) la fluidez reducida se define como:

$$\varphi_r = \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \quad (19)$$

Las Ecs. (1-19) son las más importantes de este análisis. En la siguiente sección, se combinarán y se obtendrán el esfuerzo cortante y el flujo volumétrico.

#### 4.1.4 FLUJO VOLUMÉTRICO RENDIJA

Integrando la componente rz del tensor de esfuerzos, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_{zr} = \nabla z p(t)r + C \quad (20)$$

Aplicando la condición de frontera Ec. (17) en la Ec. (20), por lo que la constante C =0, así que:

$$\sigma_{zr} = \nabla z p(t)r \quad (21)$$

La rapidez de deformación, se puede expresar como el producto de la fluidez y la componente zx del tensor de esfuerzos.

$$\frac{dVz(r)}{dr} = \varphi(\sigma_{zr})\sigma_{zr} \quad (22)$$

Por lo que el flujo volumétrico, puede expresarse como:

$$\frac{dVz(r)}{dr} = \varphi_{\infty} \frac{1 + (k\sigma_{zr})^2}{\varphi_r + (k\sigma_{zr})^2} \sigma_{zr} \quad (23)$$

Al sustituir la Ec. (23) en el flujo volumétrico, se tiene lo siguiente:

$$Q = -2W\varphi_{\infty} \int_0^a \frac{1 + (k\sigma_{zr})^2}{\varphi_r + (k\sigma_{zr})^2} \sigma_{zr} r dr \quad (24)$$

Si realizamos el siguiente cambio de variable:

$$k = \frac{1}{\sigma_s} \quad y \quad \sigma_{zr} = -\sigma_w \frac{r}{a} \quad (25)$$

Sustituyendo (104) en (103)

$$\varphi(\sigma_{zr}) = \varphi_{\infty} \frac{1 + \left( \frac{1}{\sigma_s} \left( -\sigma_w \frac{r}{a} \right) \right)^2}{\varphi_r + \left( \frac{1}{\sigma_s} \left( -\sigma_w \frac{r}{a} \right) \right)^2} \quad (26)$$

Si definimos los siguientes grupos adimensionales:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_w}{\sigma_s} \quad y \quad \varphi_r = \frac{\varphi_{\infty}}{\varphi_0} \quad (27)$$

Por lo tanto, la fluidez, queda expresada como



$$\varphi(\sigma_r) = \varphi_\infty \frac{1 + \left( \sigma_r^2 \frac{r^2}{a^2} \right)}{\varphi_r + \left( \sigma_r^2 \frac{r^2}{a^2} \right)} \quad (28)$$

Sustituyendo la Ec. (28) en la Ec. (23)

$$\frac{dV_z(r)}{dr} = \varphi_\infty \frac{1 + \left( \sigma_r^2 \frac{r^2}{a^2} \right)}{\varphi_r + \left( \sigma_r^2 \frac{r^2}{a^2} \right)} \left( -\sigma_w \frac{r}{a} \right) \quad (29)$$

Finalmente, si sustituimos la rapidez de deformación Ec. (29), en el flujo volumétrico para una rendija, se tiene lo siguiente:

$$Q = 2Wa^2\sigma_w\varphi_\infty \int_0^1 \frac{1 + \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right)^2}{\varphi_r + \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right)^2} \left( \frac{r}{a} \right) \left( \frac{r}{a} \right) d\left( \frac{r}{a} \right) \quad (30)$$

En la Ec. (30) se escaló la coordenada radial “r” con la longitud característica “a” para homogenizar los términos, además se escalan los límites de la integral.

$$Q = \frac{2Wa^2\sigma_w\varphi_\infty}{\sigma_r^3} \int_0^{\sigma_r} \frac{1 + \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right)^2}{\varphi_r + \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right)^2} \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right) \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right) d\left( \sigma_r \frac{r}{a} \right) \quad (31)$$

Si se define el siguiente cambio de variable:

$$Q = \frac{2Wa^2\sigma_w\varphi_\infty}{\sigma_r^3} \int_0^{\sigma_r} \frac{1 + \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right)^2}{\varphi_r + \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right)^2} \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right) \left( \sigma_r \frac{r}{a} \right) d\left( \sigma_r \frac{r}{a} \right) \quad (31)$$

Se realiza el siguiente cambio de variable:

$$x = \frac{r}{a} \sigma_r \quad (32)$$

Sustituyendo la Ec. (32) en la Ec. (31), se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{2Wa^2\sigma_w\varphi_\infty}{\sigma_r^3} \int_0^{\sigma_r} \frac{1+x^2}{\varphi_r+x^2} x^2 du \quad (31)$$

A partir de la Ec. (31), se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{2W a^2 \varphi_\infty \sigma_w}{\sigma_r^3} \int_0^{\sigma_r} \left[ \frac{x^2 + \varphi_r + 1 - \varphi_r}{x^2 + \varphi_r} \right] x^2 dx \quad (32)$$

Separando la Ec. (32), se tiene lo siguiente

$$Q = \frac{2W \varphi_\infty a^2 \sigma_w}{\sigma_r^3} \int_0^{\sigma_r} \left[ \frac{x^2 + \varphi_r}{x^2 + \varphi_r} + \frac{1 - \varphi_r}{x^2 + \varphi_r} \right] x^2 dx \quad (33)$$

Simplificando

$$Q = \frac{2W \varphi_\infty a^2 \sigma_w}{\sigma_r^3} \int_0^{\sigma_r} \left[ 1 + \frac{1 - \varphi_r}{x^2 + \varphi_r} \right] x^2 dx \quad (34)$$

Distribuyendo, se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{2W \varphi_\infty a^2 \sigma_w}{\sigma_r^3} \left[ \int_0^{\sigma_r} x^2 dx + (1 - \varphi_r) \int_0^{\sigma_r} \frac{x^2}{x^2 + \varphi_r} dx \right] \quad (35)$$

Sumando y restando el término  $\varphi_r$ :

$$Q = \frac{2W a^2 \varphi_\infty \sigma_w}{\sigma_r^3} \left[ \int_0^{\sigma_r} x^2 dx + 1 - \varphi_r \int_0^{\sigma_r} \frac{x^2 + \varphi_r - \varphi_r}{x^2 + \varphi_r} dx \right] \quad (36)$$

Simplificando

$$Q = \frac{2W a^2 \varphi_\infty \sigma_w}{\sigma_r^3} \left[ \int_0^{\sigma_r} x^2 dx + (1 - \varphi_r) \int_0^{\sigma_r} dx - (1 - \varphi_r) \int_0^{\sigma_r} \frac{\varphi_r}{x^2 + \varphi_r} dx \right] \quad (37)$$

Integrando, se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{2W \varphi_\infty \sigma_w}{\sigma_r^3} \left[ \frac{x^3}{3} + (1 - \varphi_r) \left[ x - \sqrt{\varphi_r} \arctan \left( \frac{x}{\sqrt{\varphi_r}} \right) \right] \right] \Bigg|_0^{\sigma_r} \quad (38)$$

En la Ec. (38), se aplica el teorema fundamental del cálculo, por lo que se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{2W a^2 \varphi_\infty}{3} \left[ 1 + 3 \frac{1 - \varphi_r}{\sigma_r^3} \left( \sigma_r - \sqrt{\varphi_r} \arctan \left( \frac{\sigma_r}{\sqrt{\varphi_r}} \right) \right) \right] \sigma_w \quad (39)$$

La Ec. (39) se puede expresar en términos de la fluidez aparente de la siguiente forma:

$$Q = \frac{2W a^2}{3} \varphi_{app} (\sigma_r, \varphi_\infty) \sigma_w \quad (40)$$

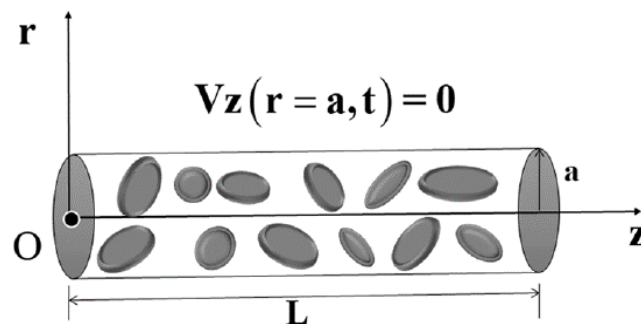
En donde la fluidez aparente tiene la siguiente forma:

$$\varphi_{app} (\sigma_r, \varphi_\infty, \varphi_r) = \varphi_\infty \left[ 1 + 3 \frac{1 - \varphi_r}{\sigma_r^3} \left( \sigma_r - \sqrt{\varphi_r} \arctan \left( \frac{\sigma_r}{\sqrt{\varphi_r}} \right) \right) \right] \quad (41)$$

## 4.2 GEOMETRÍA DE UN CAPILAR

En esta sección se calcula el flujo volumétrico de Hagen y Poiseuille de un fluido de Reiner-Philippoff. El análisis de proceso es el mismo que en la rendija.

- El sistema de flujo isotérmico se analiza en una geometría rígida tipo capilar de Radio constante  $r=a$  y longitud  $z= L$ .
- Coordenadas cilíndricas  $(r,\Theta,z)$
- Capilar inextensible (La elasticidad se desprecia).
- Fluido incomprensible (densidad constante)
- Se desprecian las fuerzas inerciales, i.e., los efectos de la aceleración instantánea del fluido se desprecian.
- Los mecanismos gravitacionales se desprecian
- El líquido viscoso se deforma continua e irreversiblemente debido a un gradiente de presión pulsátil.
- No hay mecanismos deslizantes en el sistema físico.



*Herrera E.E. (2019) Representación esquemática del sistema físico un capilar, sangre con colesterol. Physics of fluids. New simple analytical method for flow enhancement predictions of pulsatile flow of a structured fluid.*

### 4.2.1 ECUACIONES TEÓRICAS: CAPILAR

Las ecuaciones para la corona circular son las mismas que en la rendija si embargo, el flujo volumétrico contiene un término cuadrático en la coordenada radial “ $r$ ”. La componente  $z$  de la ecuación de movimiento tiene la siguiente forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_z) = \nabla p(t) = \nabla p_0 (1 + \varepsilon n(t)) \quad (42)$$

Al integrar el balance de momento, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_{zr} = \frac{1}{2} \nabla p_0 (1 + \varepsilon n(t)) r + \frac{C_1}{r} \quad (43)$$

Asumiendo que en  $r = 0$ , el esfuerzo debe permanecer acotado por lo que, se tiene lo siguiente:

$$C_1 = 0 \quad (44)$$

Por lo que, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_{zr} = \frac{1}{2} \nabla p_0 (1 + \varepsilon n(t)) r \quad (45)$$

La Ec. (45) se puede expresar en términos del esfuerzo en la pared,

$$\sigma_{zr} = -\sigma_w(t) \frac{r}{a} \quad (46)$$

En donde, el esfuerzo en la pared se definió como:

$$\sigma_w(t) = -\sigma_{zr}(t) = -\frac{1}{2} \nabla p_0 (1 + \varepsilon n(t)) a \quad (47)$$

El flujo volumétrico para el capilar de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$ , se puede expresar como:

$$Q = -\pi \int_0^a \frac{\partial V_z(r,t)}{\partial r} r^2 dr \quad (48)$$

#### 4.2.2 FLUJO VOLÚMETRICO: CAPILAR

Sustituyendo la rapidez de deformación deducida en la rendija y tomando en cuenta el esfuerzo cortante en un tubo, se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\pi a^3 \sigma_w \varphi_\infty}{\sigma_r^4} \int_0^1 \frac{1 + \left(\sigma_r \frac{r}{a}\right)^2}{\varphi_r + \left(\sigma_r \frac{r}{a}\right)^2} \left(\sigma_r \frac{r}{a}\right)^2 d\left(\sigma_r \frac{r}{a}\right) \quad (49)$$

En la Ec. (49) se define el siguiente cambio de variable, por lo que tenemos lo siguiente:

$$X = \left(\sigma_r \frac{r}{a}\right)^2 \quad (50)$$

Sustituyendo la Ec. (50) en la Ec. (49), obtenemos lo siguiente:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\pi a^3 \sigma_w \phi_\infty}{\sigma_r^4} \int_0^{\sigma_r^2} \frac{1+X}{\phi_r + X} X dX \quad (51)$$

Arreglando la Ec. (51) se tiene lo siguiente;

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\pi a^3 \sigma_w \phi_\infty}{\sigma_r^4} \int_0^{\sigma_r^2} \left( \frac{X + \phi_r + 1 - \phi_r}{\phi_r + X} \right) X dX \quad (52)$$

Simplificando la Ec. (52), se tiene la siguiente expresión analítica:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\pi a^3 \sigma_w \phi_\infty}{\sigma_r^4} \left( \int_0^{\sigma_r^2} X dX + (1 - \phi_r) \int_0^{\sigma_r^2} \frac{X}{X + \phi_r} dX \right) \quad (53)$$

De la misma manera,

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\pi a^3 \sigma_w \phi_\infty}{\sigma_r^4} \left( \int_0^{\sigma_r^2} X dX + (1 - \phi_r) \int_0^{\sigma_r^2} \left( \frac{X + \phi_r - \phi_r}{X + \phi_r} \right) dX \right) \quad (54)$$

Por lo que,

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\pi a^3 \sigma_w \phi_\infty}{\sigma_r^4} \left( \int_0^{\sigma_r^2} X dX + (1 - \phi_r) \left( \int_0^{\sigma_r^2} 1 dX - \phi_r \int_0^{\sigma_r^2} \frac{1}{X + \phi_r} dX \right) \right) \quad (55)$$

Finalmente, el flujo volumétrico toma la forma:

$$Q = \frac{\pi a^3}{4} \phi_{app} (\sigma_w) \sigma_w \quad (56a)$$

En donde la fluidez aparente está definida como:

$$\phi_{app} (\sigma_w, \sigma_r, \phi_\infty) = \phi_\infty \frac{\sigma_r^4 + 2(1 - \phi_r) \sigma_r^2 - 2(1 - \phi_r) \phi_r \text{Ln} \left| \frac{\sigma_r^2 + \phi_r}{\phi_r} \right|}{\sigma_r^4} \quad (56b)$$

Las Ecs. (56) son punto de partida para el análisis de esta investigación. En la siguiente sección, se presentará el método perturbativo para deducir una expresión para el flujo volumétrico a primer orden.

### 4.3 FLUJO VOLUMÉTRICO PULSATIL

En esta sección se presenta el flujo volumétrico de un gradiente de presión pulsátil.

- a) Los resultados obtenidos en la sección anterior son validos para cualquier valor de gradiente de presión pulsátil.
- b) El valor del gradiente de presión se puede expresar mediante una función oscilatorio la cual, se puede extender a cualquier clase de ruido estocástico que representa un el ruido de una señal.
- c) La expresión matemática para el gradiente de presión pulsátil está definida como:

$$\nabla p_z(t) = \nabla p_z(1 + \varepsilon n(t)) \quad (57)$$

En la expresión anterior  $\varepsilon$  es un parámetro de pequeñez,  $n(t)$  es una función oscilatoria.

#### a) Rendija

El componente rz del tensor de esfuerzos para la rendija, tiene la forma:

$$\sigma_{rz}(t) = \nabla p_z(1 + \varepsilon n(t))r \quad (58)$$

Y que, en términos del esfuerzo en la pared, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_w(t) = -\sigma_{rz}(t) = -\nabla p_z(1 + \varepsilon n(t))a \quad (59)$$

Entonces, tenemos la siguiente expresión analítica para la rendija toma la forma:

$$\sigma_{rz}(t) = -\sigma_w(t) \frac{r}{a} \quad (60)$$

#### b) Capilar

Para la geometría del capilar, ser tiene lo siguiente:

$$\sigma_{rz}(t) = \frac{1}{2} \nabla p_z(1 + \varepsilon n(t))r \quad (61)$$

Y que, en términos del esfuerzo en la pared, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_w(t) = -\sigma_{rz}(t) = -\frac{1}{2} \nabla p_z(1 + \varepsilon n(t))a \quad (62)$$

De la misma manera, tenemos que el esfuerzo cortante para la corona circular se puede expresar como:

$$\sigma_{rz}(t) = -\sigma_w(t) \frac{r}{a} \quad (63)$$

## Fluidez pulsátil

A partir de estos resultados, se puede expresar el flujo volumétrico en función del gradiente de presión pulsátil, por lo que, se tiene lo siguiente:

a) Rendija

$$\varphi_{\text{app}}(\sigma_r(t), \varphi_\infty, \varphi_r) = \varphi_\infty \left[ 1 + 3 \frac{1 - \varphi_r}{(\sigma_r(t))^3} \left( \sigma_r(t) - \sqrt{\varphi_r} \text{Arc tan} \left( \frac{\sigma_r(t)}{\sqrt{\varphi_r}} \right) \right) \right] \quad (64)$$

En donde, el esfuerzo reducido

$$\sigma_r(t) = \frac{\sigma_w(t)}{\sigma_s} = \frac{\sigma_{w0}}{\sigma_s} (1 + \varepsilon n(t)) = \sigma_{r0} (1 + \varepsilon n(t)) \quad (65)$$

b) Capilar de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$

$$\varphi_{\text{app}}(\sigma_r(t), \varphi_\infty) = \varphi_\infty \frac{\sigma_r^4(t) + 2(1 - \varphi_r)\sigma_r^2(t) - 2(1 - \varphi_r)\varphi_r \text{Ln} \left| \frac{\sigma_r^2(t) + \varphi_r}{\varphi_r} \right|}{\sigma_r^4(t)} \quad (66)$$

En donde, el esfuerzo reducido

$$\sigma_r(t) = \frac{\sigma_w(t)}{\sigma_s} = \frac{\sigma_{w0}}{\sigma_s} (1 + \varepsilon n(t)) = \sigma_{r0} (1 + \varepsilon n(t)) \quad (67)$$

En la siguiente sección, se presentará los pormenores del método perturbativo que será punto de partida en la resolución del problema principal de esta tesis de estudio.

## 4.4 FUNCIÓN ESTOCÁSTICA Y AUMENTO DE FLUJO

En el gradiente de presión pulsátil se definió un parámetro de perturbación el cual, se define como una pequeña desviación del comportamiento en estado estacionario y homogéneo (Phan-Thien 1978, 1980a, b, 1982; Phan-Thien and Dudek 1982a, b; Lin et al. 2015). La forma más simple de esta función estocástica, es una función periódica que evoluciona en el tiempo, es decir:

$$n(t) = A \cos(\omega t) \quad (68)$$

Esta función  $n(t)$  satisface la relación de Wiener-Kinchin para un ruido estocástico, donde  $\langle \rangle$  denota un conjunto de promedios, asociada a los coeficientes de Fourier se demostró que la frecuencia armónica puede aumentar o disminuir la magnitud del aumento de flujo para un líquido no newtoniano (Herrera et al. 2017, 2019)

$$\langle n(t) \rangle = \text{constante} \quad (69)$$

Uno de los efectos más interesantes para el área de estudio de la reología es el aumento de flujo 1% el cual, es inducido por el aumento debido al gradiente de

presión pulsátil. Este aumento, va a ser calculado comparando el flujo volumétrico sin perturbar  $Q_0$ , con respecto al promedio del flujo volumétrico pulsátil  $\langle Q(t) \rangle$ , mediante la siguiente expresión asociada al porcentaje de mejora del flujo:

$$I(\%) = \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (70)$$

#### 4.5 FLUJO VOLUMÉTRICO PULSÁTIL PROMEDIADO

El promedio temporal descrito en la Ec. (70) se puede calcular mediante un promedio integral, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\langle Q(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt \quad (71)$$

En la Ec. (71)  $T$  es el periodo definido como el inverso de la frecuencia del sistema:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (72)$$

En la ecuación anterior,  $\omega$  es la frecuencia del sistema. Las Ecs. (68-72) son los resultados más importantes del presente análisis. Estos resultados pueden ser resueltos mediante un esquema numérico o perturbativo.

#### 4.5 ESQUEMA PERTUBATIVO REGULAR

Para resolver el problema del aumento de flujo volumétrico, se utiliza una serie de potencias para el flujo volumétrico el cual, puede expandirse en serie de potencias del parámetro  $\varepsilon$ , por lo que:

$$Q(t) = \varepsilon^0 Q_0 + \varepsilon^1 Q_1(t) + O(\varepsilon^1) \quad (73)$$

Sustituyendo la Ec. (73) en la Ec. (70):

$$I(\%) = 100 \frac{\langle Q_0 + \varepsilon^1 Q_1(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (74)$$

Desarrollando los términos internos:

$$I(\%) = 100 \frac{\langle Q_0 \rangle + \langle \varepsilon^1 Q_1(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (75)$$

Como el promedio de una constante es la misma constante se pueden anular los términos  $Q_0$  quedando la siguiente expresión:

$$I(\%) = 100 \frac{Q_0 + \langle \varepsilon^1 Q_1(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (76)$$

Simplificando, se tiene lo siguiente:

$$I(\%) = 100 \frac{\langle \varepsilon^1 Q_1 \rangle}{Q_0} \quad (77)$$

El aumento a primer orden, indica el efecto del pulso de la función periódica:



$$I(\%) = 100\varepsilon^1 \frac{\langle Q_1(t) \rangle}{Q_0} \quad (78)$$

En la Ec. (78) el aumento en el flujo volumétrico depende del parámetro perturbativo y del cociente entre el promedio del flujo volumétrico a primer orden y a orden cero.

#### 4.7 SERIE DE TAYLOR

En esta sección, se calcula el flujo volumétrico a primer orden mediante una expansión en serie de Taylor. La base se centra en expandir el flujo volumétrico en torno a una vecindad del flujo volumétrico a orden cero, por lo que:

$$f(x) = f(x_0) + (x-x_0) \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_0} + \frac{(x-x_0)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} + R_n$$

Aplicando la serie de Taylor al flujo volumétrico transitorio, se tiene la siguiente expresión:

$$Q(t) = Q(\sigma_w) + (\sigma_w(t) - \sigma_w) \left. \frac{\partial Q}{\partial \sigma_w(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} + R_n \quad (79)$$

El esfuerzo transitorio se puede expresar como el esfuerzo en la pared en estado estacionario, más una fluctuación que depende del tiempo y de la función estocástica:

$$\sigma_w(t) = \sigma_w + \varepsilon \sigma_{w1}(t) \quad (80)$$

Agregando la función  $n(t)$  como parte de la contribución del tiempo en el esfuerzo transitorio, la Ec. (98) queda de la siguiente manera:

$$\sigma_w(t) = \sigma_w + \varepsilon n(t) \sigma_w \quad (81)$$

Al sustituir la Ec (81) en la Ec. (79), se tiene lo siguiente:

$$Q(\sigma_w(t)) = Q(\sigma_w) + \varepsilon n(t) \sigma_w \left. \frac{\partial Q}{\partial \sigma_w(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} \quad (82)$$

Si se define el flujo volumétrico a orden cero como:

$$Q_0 = Q(\sigma_w) \quad (83)$$

Y las derivadas del flujo volumétrico por lo que, se tiene lo siguiente:

$$\left. \frac{\partial Q}{\partial \sigma_w(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} = \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} \quad (84)$$

El cálculo de  $Q_1$  se realiza como una aproximación mediante la expansión de la serie de Taylor:

$$Q_1 = \sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} n(t) \quad (85)$$

Por lo tanto, el aumento a primer orden, se define

$$I_1 = \varepsilon^1 \frac{\left\langle \sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} n(t) \right\rangle}{Q_0} \quad (86)$$

Como el promedio es temporal, éste solo afectara a la función con la variable tiempo:

$$I_1 = 100\varepsilon^1 \frac{\sigma_w}{Q_0} \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} \langle n(t) \rangle \quad (87)$$

El promedio de la función  $n(t)$  se calcula de la siguiente manera:

$$n(t) = M_1 + M_2 \cos(\omega t) \quad (88)$$

Se integra con respecto al tiempo, de cero a  $\frac{2\pi}{\omega}$  que representa el periodo de la onda del pulso y donde omega representa la frecuencia.

$$\langle n(t) \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (M_1 + M_2 \cos(\omega t)) dt \quad (85)$$

Al integrar la Ec. (85) se tiene lo siguiente:

$$\langle n(t) \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \left( M_1 t \Big|_0^{\frac{2\pi}{\omega}} + \frac{M_2}{\omega} \sin(\omega t) \Big|_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \right) \quad (86)$$

Al aplicar el teorema fundamental del cálculo en la Ec. (86) se tiene lo siguiente:

$$\langle n(t) \rangle = M_1 \quad (87)$$

Ahora, si se introduce este resultado en la Ec. (87), se obtiene la contribución del flujo volumétrico a primer orden

$$I_1 (\%) = 100\varepsilon^1 M_1 \frac{\sigma_w}{Q_0} \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} \quad (88)$$

La Ec. (88) es punto de partida en los cálculos del flujo volumétrico de la rendija y el capilar.

A partir de estos resultados, se puede expresar el flujo volumétrico en función del gradiente de presión pulsátil, por lo que, se tiene lo siguiente:

a) Rendija de espesor  $2a$ , anchura  $W$  y longitud  $L$

$$\varphi_{\text{app}}(\sigma_r(t), \varphi_\infty, \varphi_r) = \varphi_\infty \left[ 1 + 3 \frac{1 - \varphi_r}{(\sigma_r(t))^3} \left( \sigma_r(t) - \sqrt{\varphi_r} \operatorname{Arc tan} \left( \frac{\sigma_r(t)}{\sqrt{\varphi_r}} \right) \right) \right] \quad (89)$$

En donde, el esfuerzo reducido

$$\sigma_r(t) = \frac{\sigma_w(t)}{\sigma_s} = \frac{\sigma_{w0}}{\sigma_s} (1 + \varepsilon n(t)) = \sigma_{r0} (1 + \varepsilon n(t)) \quad (90)$$

c) Capilar de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$

$$\varphi_{\text{app}}(\sigma_r(t), \varphi_\infty) = \varphi_\infty \frac{\sigma_r^4(t) + 2(1 - \varphi_r)\sigma_r^2(t) - 2(1 - \varphi_r)\varphi_r \text{Ln} \left| \frac{\sigma_r^2(t) + \varphi_r}{\varphi_r} \right|}{\sigma_r^4(t)} \quad (91)$$

En donde, el esfuerzo reducido

$$\sigma_r(t) = \frac{\sigma_w(t)}{\sigma_s} = \frac{\sigma_{w0}}{\sigma_s} (1 + \varepsilon_n(t)) = \sigma_{r0} (1 + \varepsilon_n(t)) \quad (92)$$

En la siguiente sección, se presentará los pormenores del método perturbativo que será punto de partida en la resolución del problema principal de esta tesis de estudio.

Para facilitar los cálculos y simulaciones se introducirán variables adimensionales con el fin de escalar los resultados obtenidos.

## CAPÍTULO 5

### SIMULACIONES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se presentan las simulaciones realizadas con ayuda del software de simulación: Wolfram Mathematica 12. Se hace uso de las ecuaciones (166 y 130) del capítulo anterior. Con el fin de facilitar cálculos se hace uso de variables adimensionales, lo cual ayuda a delimitar el sistema y un manejo simple de las ecuaciones.

#### Variables adimensionales

Las variables adimensionales utilizadas en este sistema son: (i) Función fluidez, (ii) esfuerzo cortante y (iii) coordenada radial adimensional.

$$\varphi = \frac{\varphi}{\varphi_\infty}; \sigma_w = \frac{\sigma_w}{\varphi_\infty^{-1} \langle Vz \rangle / a}; Q = \frac{Q}{A \langle Vz \rangle}; r = \frac{r}{a}$$

El caso de la rendija, el área de sección transversal es:  $2aW$  y para el capilar de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$  es:  $\pi a^2$ . Sustituyendo estas variables en las ecuaciones generales, se tienen los siguientes grupos adimensionales:

a) Número adimensional B

$$B = \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \Rightarrow \begin{cases} B > 1: \text{Adelgazamiento} \\ B = 1: \text{Newtoniano} \\ B < 1: \text{Engrozamiento} \end{cases}$$

Este número adimensional esta relacionado con los mecanismos adelgazantes y engrozantes al corte por efecto del flujo

b) Número adimensional C

$$C = \frac{\phi_{\infty}^{-1} \langle Vz \rangle / a}{\sigma_s} \Rightarrow \begin{cases} C=0: \text{Newtoniano (Primera meseta)} \\ C \neq 0: \text{No-Newtoniano} \\ C \rightarrow 0: \text{Newtoniano (Segunda meseta)} \end{cases}$$

Ecuaciones adimensionales para el flujo volumétrico

(i) Rendija de espesor  $2^a$ , anchura W y longitud L

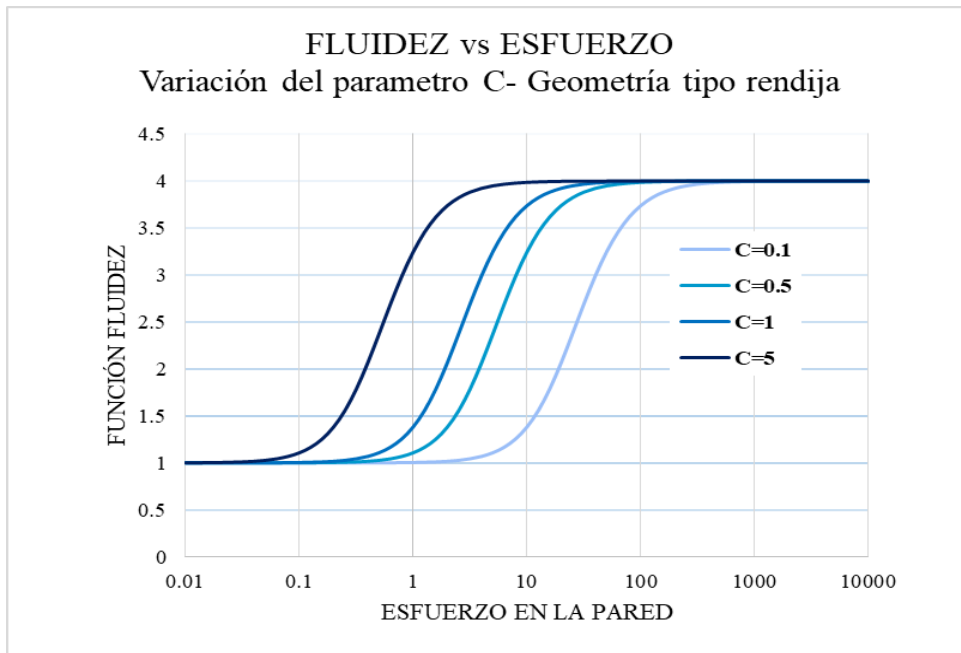
$$\phi_{\text{app}}(\sigma_r(t), \phi_{\infty}, \phi_r) = 1 + 3 \frac{1 - \phi_r}{(C\sigma_w(t))^3} \left( C\sigma_w(t) - \sqrt{\phi_r} \text{Arc tan} \left( \frac{C\sigma_w(t)}{\sqrt{\phi_r}} \right) \right)$$

(ii) Capilar de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$

$$\phi_{\text{app}}(\sigma_r(t)) = \frac{(C\sigma_w(t))^4 + 2(1 - \phi_r)(C\sigma_w(t))^2 - 2(1 - \phi_r)\phi_r \text{Ln} \left| \frac{\phi_r + (C\sigma_w(t))^2}{\phi_r} \right|}{(C\sigma_w(t))^4}$$

## 5.1 GEOMETRÍA I: RENDIJA

En esta sección, se analiza numéricamente las predicciones de las fluidez aparente y aumento en el flujo volumétrico a través del esquema perturbativo propuesto en las secciones anteriores. Los parámetros de interés en esta simulación son dos: (i) B y (C). El primero de ellos, esta relacionado con los procesos de adelgazamiento y engrosamiento. Mientras que, el parámetro C, esta relacionado con la transición de propiedades no-newtonianos.



*Figura 1. Ilustra la fluidez aparente en el sistema geométrico rendija en función del esfuerzo en la pared para diferentes valores del número adimensional "C".*

## I. EFECTO DEL PARÁMETRO C

En la Fig. 1 se muestra las predicciones del modelo deducido para la fluidez de la rendija correspondiente al modelo constitutivo de Reinner-Phillipoff. Como se observa, a rapidez de deformación baja se presenta una fluidez constante mientras que, a un esfuerzo crítico de la pared, el fluido presenta un cambio en su estructura y esto es medible a través de la zona adelgazante al corte (zona monótona creciente). A un segundo esfuerzo crítico, la fluidez es de nueva cuenta constante e independiente del esfuerzo en la pared (segunda zona newtoniana).

Nótese, que tanto esta grafica para la geometría de rendija como para el capilar tienen el mismo comportamiento matemático y físico debido a los mecanismos adelgazantes al corte, y el efecto que produce el número adimensional C es el de modificar los valores de energía para los cuales sucede el cambio en la reología del fluido es decir, que el fluido necesita para un valor de C muy pequeño una mayor energía para cambiar su estructura mientras que, para un valor muy grande de C el fluido se desestructura a menores valores de energía o esfuerzo en la pared. El número C representa la energía por unidad de volumen que necesita el fluido para presentar la transición no newtoniana en el sistema.

## II. EFECTO DEL PARÁMETRO B

En esta subsección, se analiza el efecto del cociente de fludeces a través del parámetro B del cual, este asociado a las propiedades adelgazantes al corte.

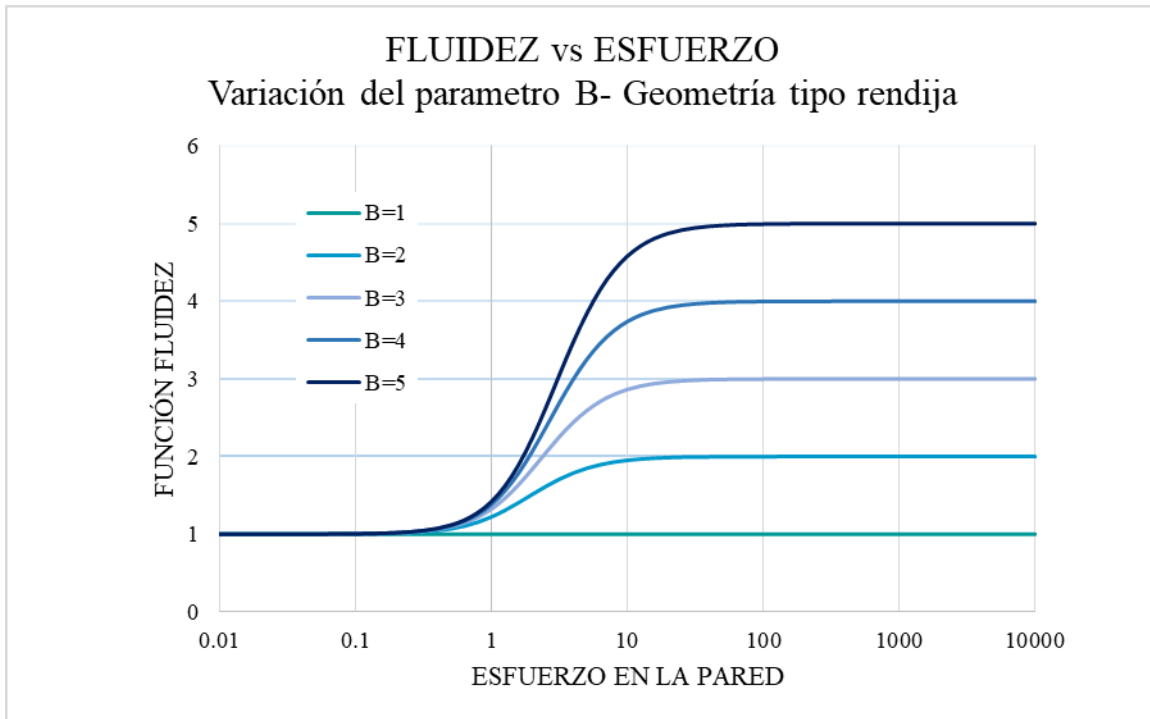


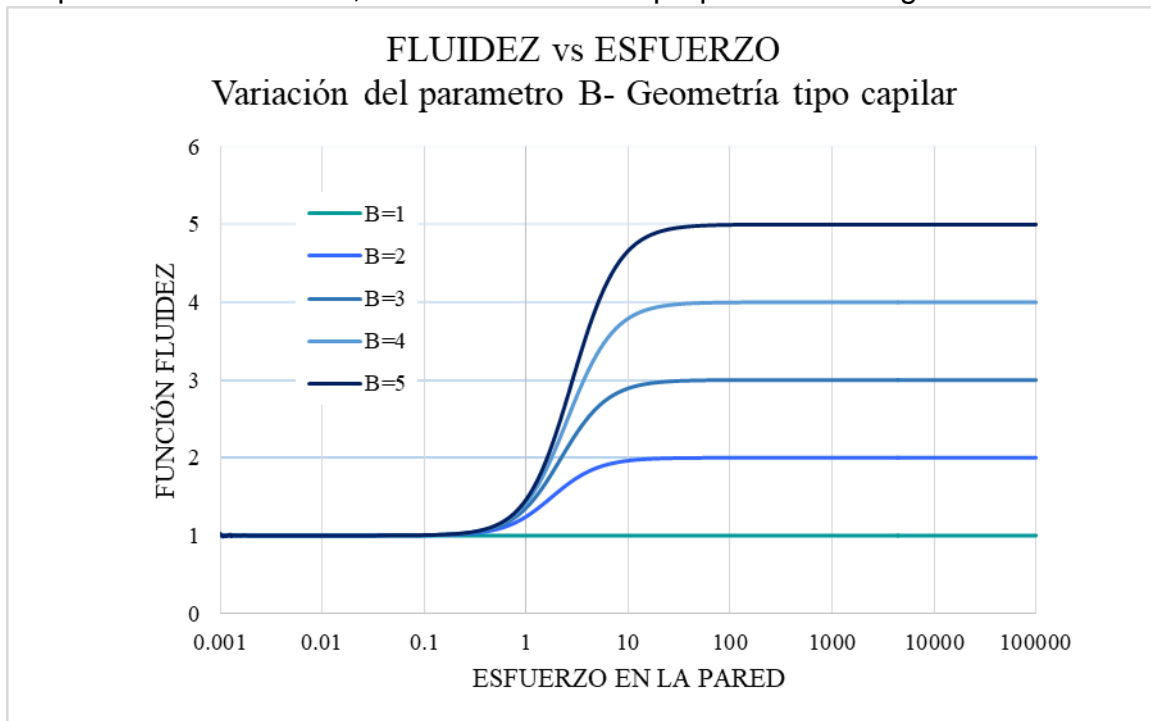
Figura 2. Ilustra la fludez aparente en el sistema geométrico rendija en función del esfuerzo en la pared para diferentes valores del número adimensional "B".

En la Fig. 2 se muestra la fludez aparente vs esfuerzo en la pared en función de las propiedades adelgazantes a través del número adimensional B. La geometría empleada en la deducción es la de una rendija con coordenadas geométricas 2B, W, L. Es claro en la Figura 2, que la fludez aparente muestra un comportamiento constante para una rapidez de deformación baja, mientras que, al aumentar el esfuerzo en la pared la estructura interna del fluido decrece por efecto de la fuerza por unidad de área que se aplica al elemento de control. Este es observable a través de la fludez aparente mostrada en la figura 2. Matemáticamente y físicamente estos cambios son observables a bajo, medio y alto esfuerzo en la pared. En el primer punto la fludez muestra una zona constante seguida de una zona tipo ley de potencia y finalmente una zona constante. Se aprecia que la primera curva (línea roja) presenta un comportamiento constante esto para valores del número adimensional B=1, las curvas restantes presentan un comportamiento idéntico variando el parámetro B en valores de 2,3, 4 y 5, el efecto que produce la variación de este parámetro es el de aumentar el valor de la función fludez, modificando el valor de la energía para que suceda un cambio en la estructura del fluido.

## 5.2 GEOMETRÍA II: CAPILAR

### I. EFECTO DEL PARÁMETRO B

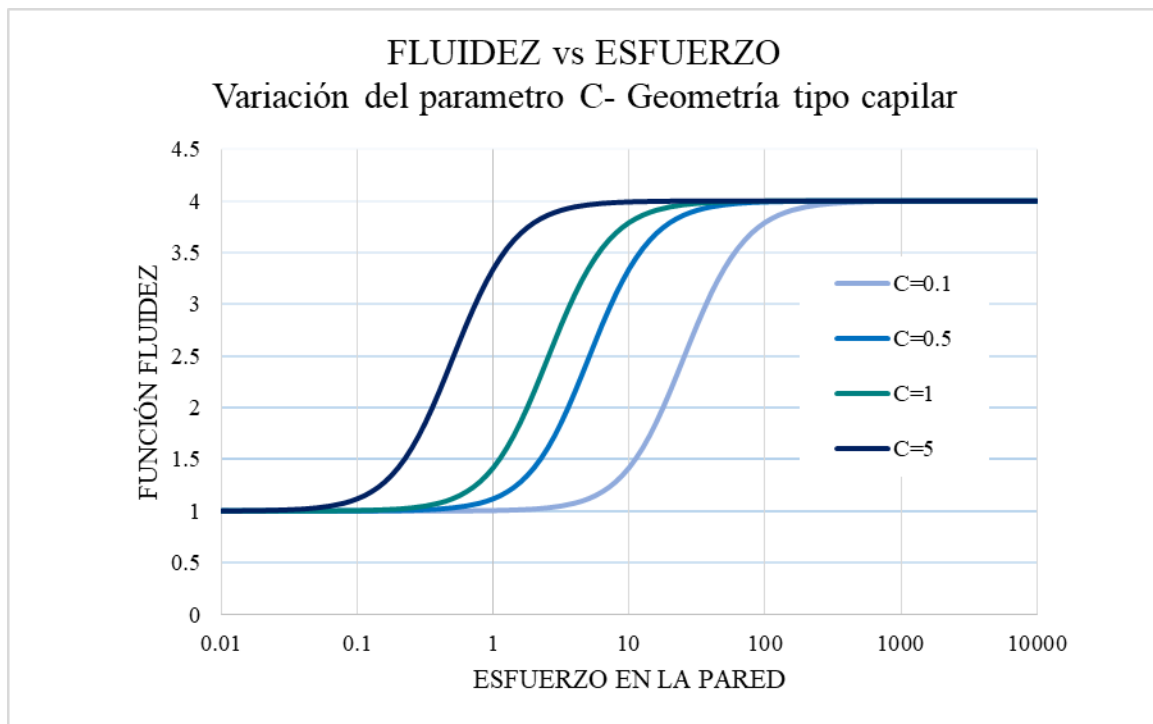
En esta subsección, se analiza el efecto del cociente de fluidez a través del parámetro B del cual, este asociado a las propiedades adelgazantes al corte.



*Figura 3 Ilustra la función fluidez aparente en un sistema geométrico de tipo cilindro (capilar) en función del esfuerzo en la pared, esto variando el número adimensional B*

A bajos valores de rapidez de deformación la función fluidez presenta una zona constante e independiente de la variación del parámetro B, al aumentar gradualmente los valores del esfuerzo en la pared el fluido comienza a experimentar la desestructuración en una zona de adelgazamiento, es decir aumenta su fluidez, finalmente para valores de rapidez de deformación críticos el fluido regresa a un estado de fluidez constante.

## II. EFECTO DEL PARÁMETRO C



*Figura 4 Ilustra la función fluidez aparente en un sistema geométrico de tipo cilindro (capilar) en función del esfuerzo en la pared, esto variando el número adimensional B.*

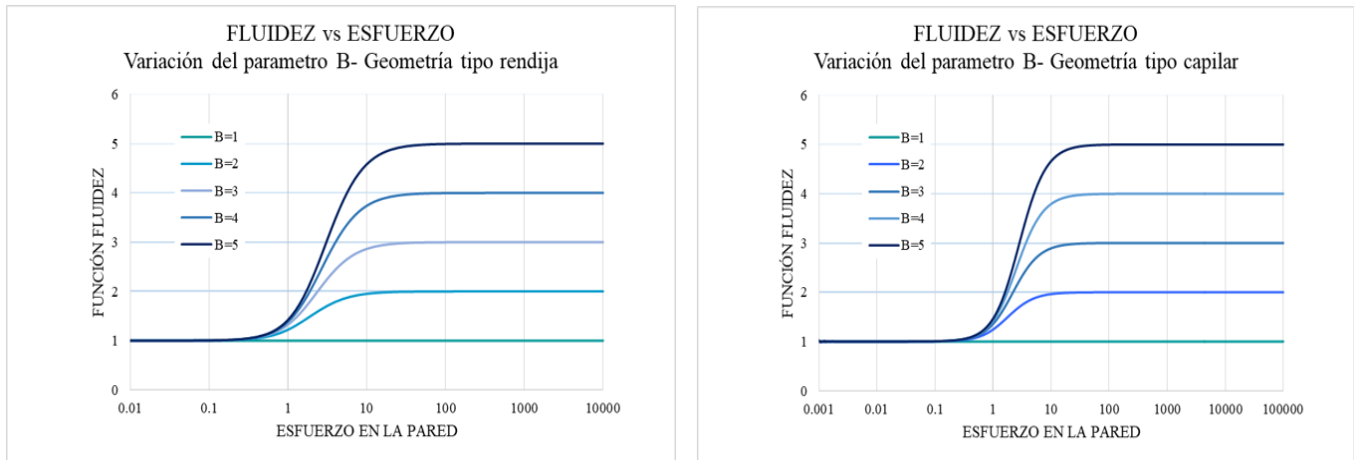
Se observa que al variar el valor del número adimensional C y cuando los valores del esfuerzo en la pared son mínimos, la función fluidez se mantiene constante. De la misma manera para valores críticos del esfuerzo el comportamiento de la fluidez es constante. Para valores intermedios de la rapidez de deformación se muestra un comportamiento monótono creciente, adelgazando el fluido.



### 5.3 COMPARACIÓN DE LA FLUIDEZ EN LAS GEOMETRIAS. EFECTO DEL NÚMERO ADIMENSIONAL B

En esta sección se presentan las comparaciones de los dos sistemas variando los parámetros B y C respectivamente. Se observa que cualitativamente las curvas son similares, pero, el efecto geométrico induce que la fluidez aparente en la rendija sea

menor que en el capilar. Este hecho es interesante debido a que la rendija es



*Figura 5 Función fluidez de una geometría rendija vs geometría tipo capilar, ambas con variación en el número adimensional B.*

aproximadamente el flujo en una corona circular cuando  $R_2 - R_1$  es igual a  $2B$ . Este hecho corresponde al caso de una vena ocluida es decir una vena que se tapa por tejido muerto. Esto implicaría que el flujo asociado al gradiente de presión pulsátil se modificara por efecto en este cambio en la viscosidad. Nuestra hipótesis será que el efecto de la oclusión modifica la respuesta dinámica entre el gradiente de presión pulsátil y el flujo volumétrico.

## I. EFECTO DEL NÚMERO ADIMENSIONAL C

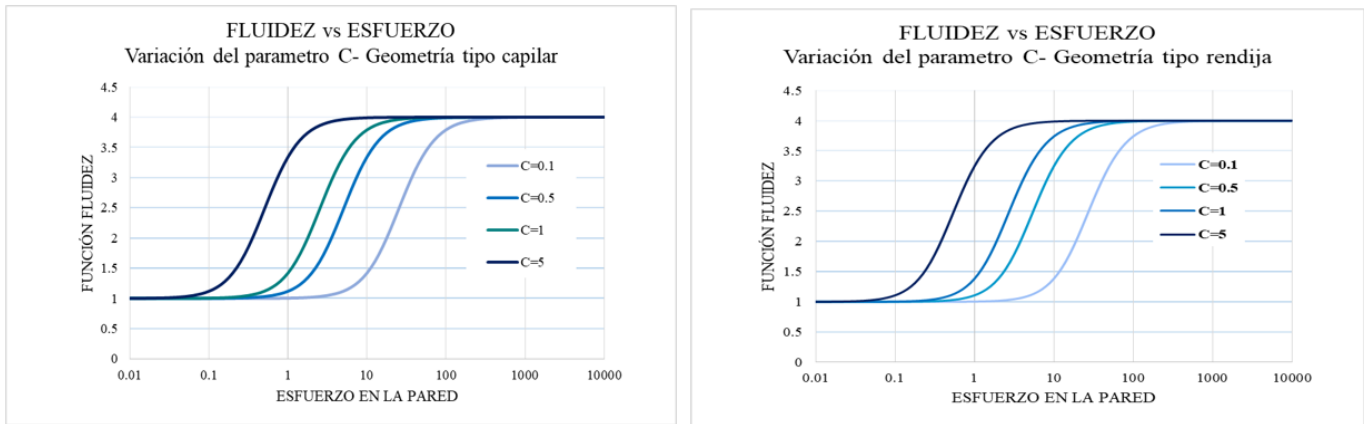


Figura 6 Función fluidez de una geometría rendija vs geometría tipo capilar, ambas con variación en el número adimensional C.

Al igual que en la Fig. 5, en esta comparación que se hace a la función fluidez de la rendija y el cilindro variando el parámetro C, podemos observar que el comportamiento de las curvas es bastante similar, al enfocarnos en la variable de rapidez de deformación para la geometría de rendija notamos que el desarrollo de la función implica valores menores del esfuerzo que para la geometría de cilindro, esto indica que requiere de valores mínimos de esfuerzo para poder aumentar la fluidez contrastando con la geometría de tipo cilindro que requiere de un mayor valor en el esfuerzo para adelgazar el fluido.

### 5.3 AUMENTO DE FLUJO

#### A) RENDIJA

En esta sección, se presentan los resultados del gradiente de presión pulsátil en las dos geometrías: (i) Rendija, (ii) Capilar: La primera geometría que se analiza es la de la rendija de espesor  $2^a$ , anchura W y longitud L.

## I. MECANISMOS ADELGAZANTES

En la Fig.7 se observa tres curvas resonantes (En analogía con las curvas de un sistema de vibraciones). En los tres casos descritos, se tiene un aumento considerable en función de las propiedades materiales a través de los números adimensionales. En esta simulación se fija el número adimensional  $C = 1$  el cual está relacionado con el esfuerzo en la pared para el cual el sistema muestra el máximo aumento.

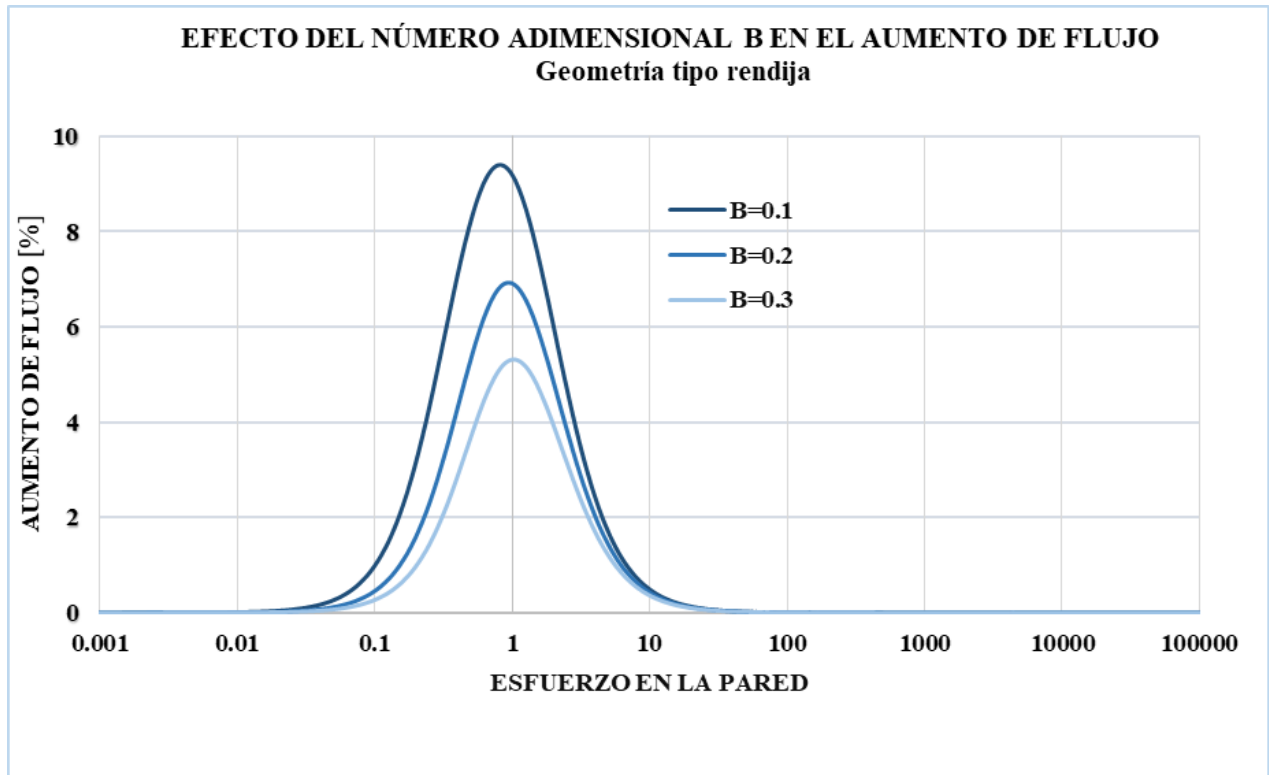


Figura 7. Ilustra el aumento de flujo volumétrico vs Esfuerzo en la pared, para una geometría de rendija. En esta simulación se analiza el número adimensional B el cual, está relacionado con los mecanismos adelgazantes, engrosantes.

A bajos esfuerzos en la pared, el aumento es constante y para un valor crítico del esfuerzo, el flujo aumenta en forma monótonica hasta un valor máximo asociado con el esfuerzo resonante. Siguiendo, para valores mayores de ese esfuerzo crítico, el aumento decrece considerablemente hasta un valor asintótico que tiende a un valor mínimo (cero).

El número adimensional B, el cual relaciona las fluideces o viscosidades a bajo y alto corte está asociado a los mecanismos adelgazantes o engrosantes en función del esfuerzo en la pared. En este caso, el líquido más adelgazante presenta el

mayor máximo. El ancho de la curva es proporcional a los mecanismos adelgazantes, i.e., si aumenta o disminuye el número  $B$  la anchura se mantiene. Nótese que el aumento en la rendija es apenas íntimamente menor que el aumento en el capilar y por lo tanto, este sistema puede ser una buena aproximación de una corona circular, es decir cuando tengo dos capilares concéntricos, el flujo anular se puede aproximar como el de una rendija. El mérito de esta investigación es ver esa aproximación debido a que el flujo en una corona circular es más complicado que el de una rendija y por lo tanto, se puede utilizar los resultados de esta investigación para aproximarlos. Este tipo de sistema se presentan en oclusiones en sangre con alto contenido colesterol (Moreno et al. 2015; Herrera-Valencia et al. 2017, 2019).

## II. MECANISMOS TIXOTRÓPICOS

En la Fig. 8 se aprecia las curvas resonantes asociadas al aumento del flujo

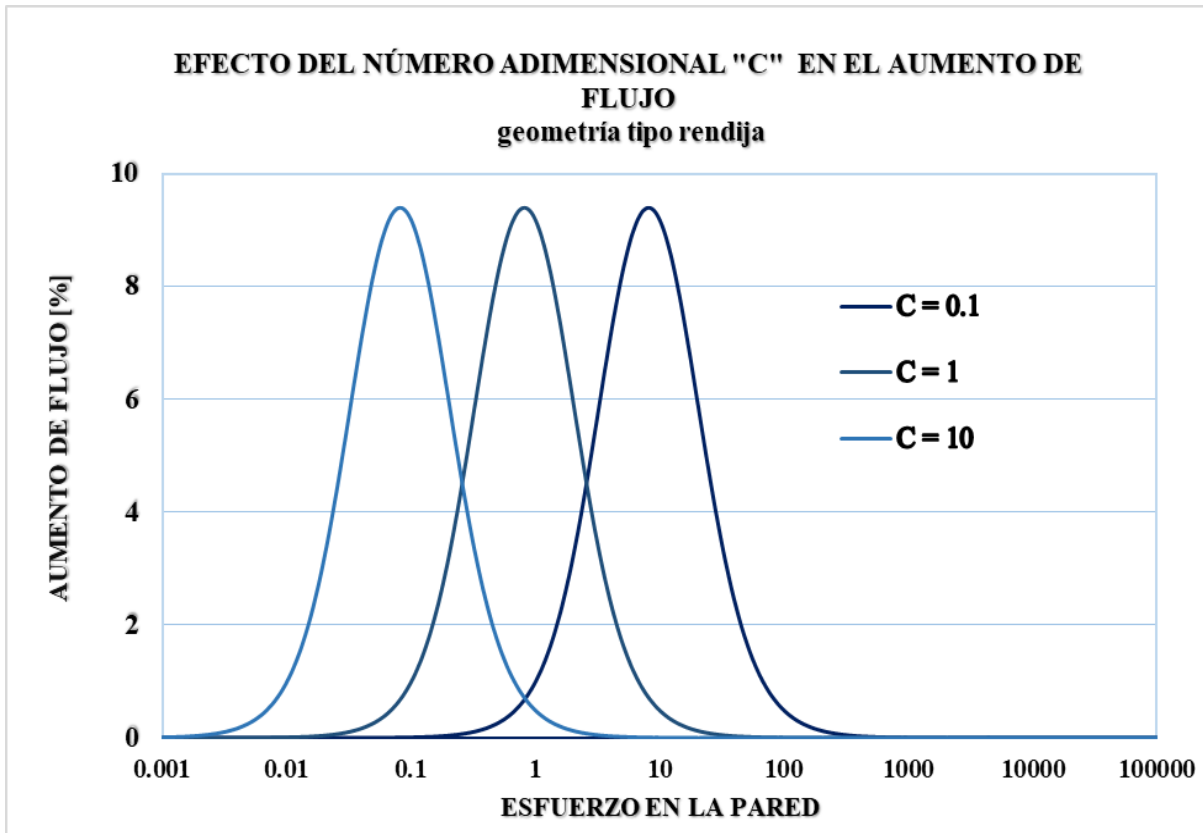


Figura 8. Ilustra el aumento de flujo volumétrico vs Esfuerzo en la pared, para una geometría en forma de rendija. En esta simulación se analiza el número C asociado a la energía para obtener el máximo en las curvas resonantes.

volumétrico, debido a que el sistema presenta adelgazamiento ( $B = 0.1$ ), en función del valor del esfuerzo a través del número adimensional C. La física de este número relaciona el esfuerzo interno del material (energía) entre el esfuerzo cortante a baja rapidez de deformación o esfuerzo reométricos. Nótese que el comportamiento resonante es el mismo que en la Fig.3. A bajos esfuerzos, el aumento es constante y a un esfuerzo crítico el aumento es monótono decreciente hasta un valor máximo en la curva y para esfuerzos mayores al crítico, decrece monótonicamente hasta un valora asintótico a cero.

Es importante resaltar lo siguiente:

- A valores pequeños del número adimensional C, el sistema se desplaza a valores mayores del esfuerzo adimensional en la pared.

- b) A valores grandes del número adimensional  $C$ , el sistema se desplaza a valores menores del esfuerzo adimensional en la pared.
- c) Físicamente, este sistema describe que un fluido con un valor  $C$  muy grande presenta una estructura interna que fácilmente es deformable y su viscosidad cambia con rapidez de deformación baja y moderada (Cambio de estructura).
- d) Para un valor muy pequeño, la estructura es más compacta y por lo tanto el sistema necesita mayor energía para modificar su estructura interna.

Importante mencionar que los parámetros pueden ser modificados en función de la concentración del fluido que se esté trabajando. En este caso, es la concentración de la sangre con hipercolesterolemia.

## B) CAPILAR

En esta sección se presentan los resultados del aumento del flujo en la geometría de sección capilar de radio  $r = a$  y longitud  $z = L$ .

### I. MECANISMOS ADELGAZANTES O ENGRASANTES

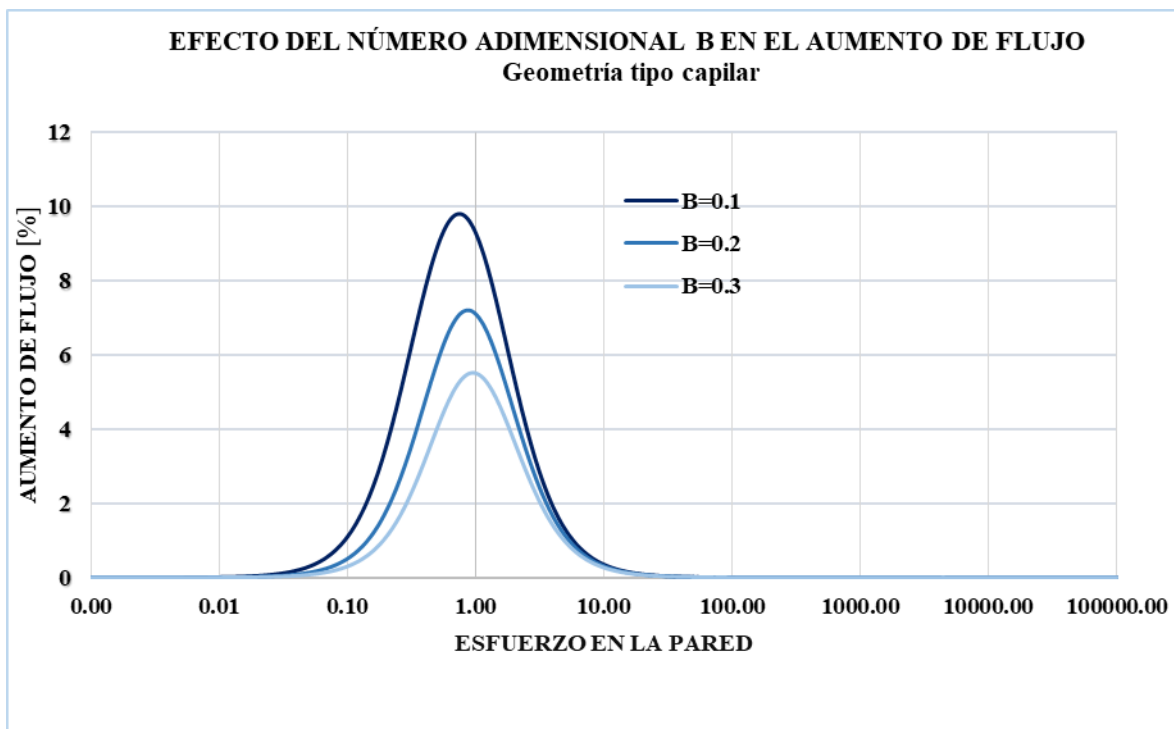


Figura 5. Ilustra el aumento de flujo volumétrico vs esfuerzo en la pared para una geometría tipo capilar. Se observa el comportamiento del aumento de flujo para diferentes valores del número adimensional  $B$ , asociado a los mecanismos adelgazantes y engrasantes del fluido.

Se observa en la figura 5, tres curvas resonantes con un comportamiento similar al de la geometría de rendija, las cuales representan el aumento del flujo volumétrico en función del esfuerzo en la pared para los valores propuesto del número adimensional B, asociado a la estructuración a diferentes magnitudes del corte, manifestando una zona constante a valores mínimos del esfuerzo, nos indica que para estos valores en el flujo domina una estructura constante, siguiendo a esto la función presenta un comportamiento monótonamente creciente, indicando una pendiente diferente para cada curva con valor diferente de B.

Cuando el esfuerzo alcanza un valor crítico, la función empieza a decrecer mientras se aproxima a la unidad. Para valores mayores a 10 se observa nuevamente un comportamiento constante, lo que ofrece información de una estructura nuevamente constante, es decir el flujo a altos valores de corte. El aumento en el flujo se ve determinado por el cambio en el número B, el flujo disminuye por efecto de los mecanismos adelgazantes.

## II. MECANISMOS TIXOTROPICOS

En esta sección, se presentan los efectos de grupo adimensional C sobre el aumento en el flujo.

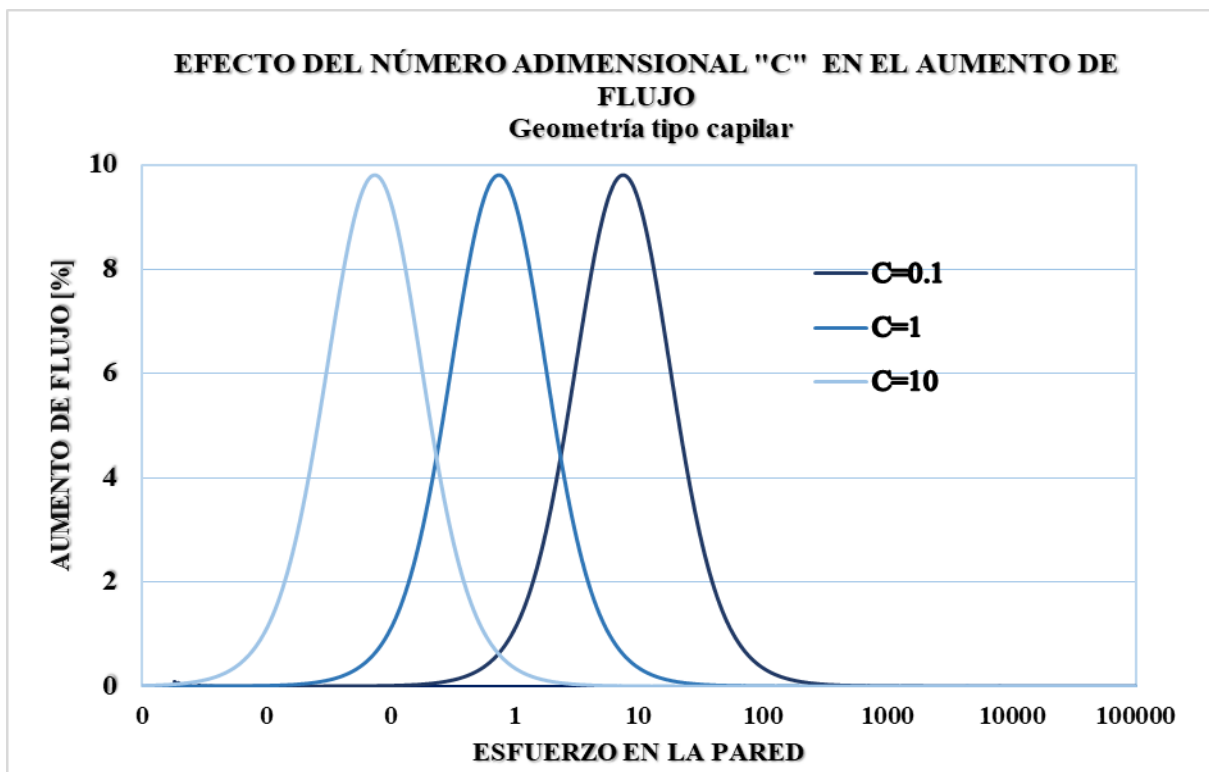


Figura 6. Ilustra el aumento de flujo volumétrico vs esfuerzo en la pared para una geometría tipo capilar. Se observa el comportamiento del aumento de flujo, fijando el número B=0.1 y modificando el valor del número C, relacionado con las fuerzas viscosas y la estructuración del sistema: tixotropía.

Esta figura nos muestra los efectos tixotrópicos que tiene el número adimensional  $C$ , en el aumento de flujo volumétrico, se propone un valor fijo para el número adimensional  $B= 0.1$  asociado a los mecanismos adelgazantes y engrosantes. Analizando la simulación se puede observar:

- a) Valores constantes para esfuerzos relativamente bajos en cada una de las curvas resonantes.
- b) Comportamiento monótonamente creciente cuando el esfuerzo tiende a uno (valor del flujo newtoniano).
- c) Apreciación de un valor máximo en el flujo, debido al acoplamiento de las propiedades adelgazantes y de restructuración del sistema.
- d) Valores constantes del flujo para esfuerzos relativamente altos del esfuerzo cortante, asociados a la destrucción de las estructuras.
- e) La diferencia en los valores de " $C$ " no afecta el flujo, ya que este se mantiene constante en las tres curvas.

Se distingue claramente que el efecto de " $C$ " en las curvas, es de desplazarlas hacia la izquierda entre mayor sea su valor. Relacionando íntimamente el esfuerzo interno del material con el esfuerzo cortante que simula el gradiente de presión.

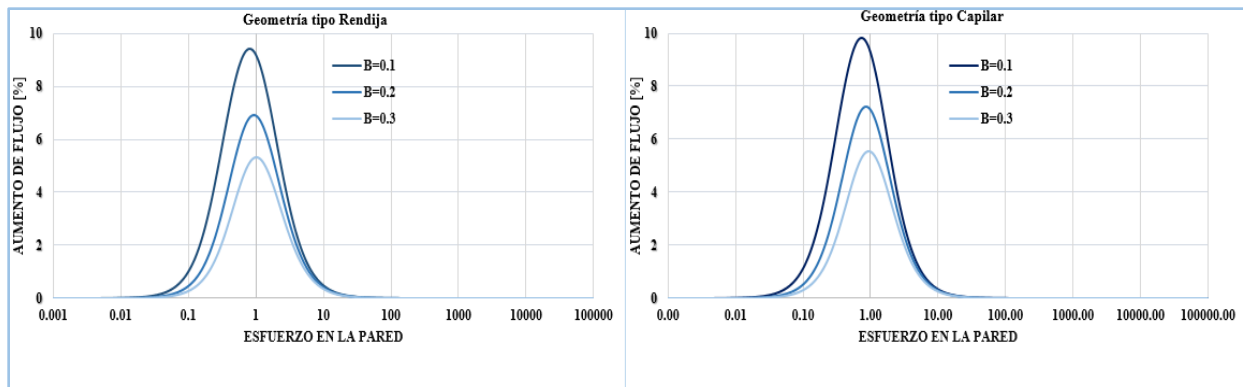
Físicamente esto quiere decir que para valores altos de " $C$ " la energía necesaria que imprime el esfuerzo es menor para alcanzar el mismo valor del flujo que para valores menores de " $C$ ".

Biológicamente hablando, se aprecia que para valores altos de  $C$  la sangre tendrá un comportamiento más adelgazante requiriendo esfuerzos menores para un determinado flujo.



## 5.4 COMPARACIÓN DEL FLUJO PULSÁTIL

### A) MECANISMOS ADELGAZANTES



*Figura 8, Comparación gráfica del efecto del número adimensional "B" en el aumento del flujo volumétrico para para ambas geometrías: Rendija y Capilar.*

En la Fig. 8 se muestra la comparación entre geometrías, el máximo muestra diferentes valores. El análisis proyecta las siguientes aseveraciones:

- Valores menores del número adimensional "B" reflejan un aumento claramente visible en el flujo para ambas geometrías, prediciendo un comportamiento más adelgazante.
- Para ambas geometrías se observa que el punto de inflexión inicia antes de llegar a la unidad para valores del esfuerzo, es decir un esfuerzo menor en el gradiente de presión pulsátil. Esto nos indica que la desestructuración se desarrolla a valores mayores a uno.
- Es considerable que el mayor máximo en el flujo se alcanza con la GEOMETRÍA TIPO CAPILAR.
- Se confirma que los mecanismos adelgazantes afectan considerablemente la geometría del capilar, suponiendo que los ángulos de la rendija afectan el aumento en el flujo.

## B) TIXOTROPICOS

En la Fig. 9 se observa gráficamente el aumento de flujo vs el esfuerzo para ambas geometrías. En las dos simulaciones se mantiene un valor constante para  $B=0.1$  y se alternan los valores para el número adimensional "C" = 0,1,1, y 10. Se observa que el aumento de flujo presenta un comportamiento similar para las dos simulaciones. Con un valor constante para valores pequeños del esfuerzo en la pared, para valores mayores de éste se muestra un comportamiento monótonamente creciente hasta llegar a un punto máximo del flujo, donde la función empieza a decrecer en valores críticos del esfuerzo.

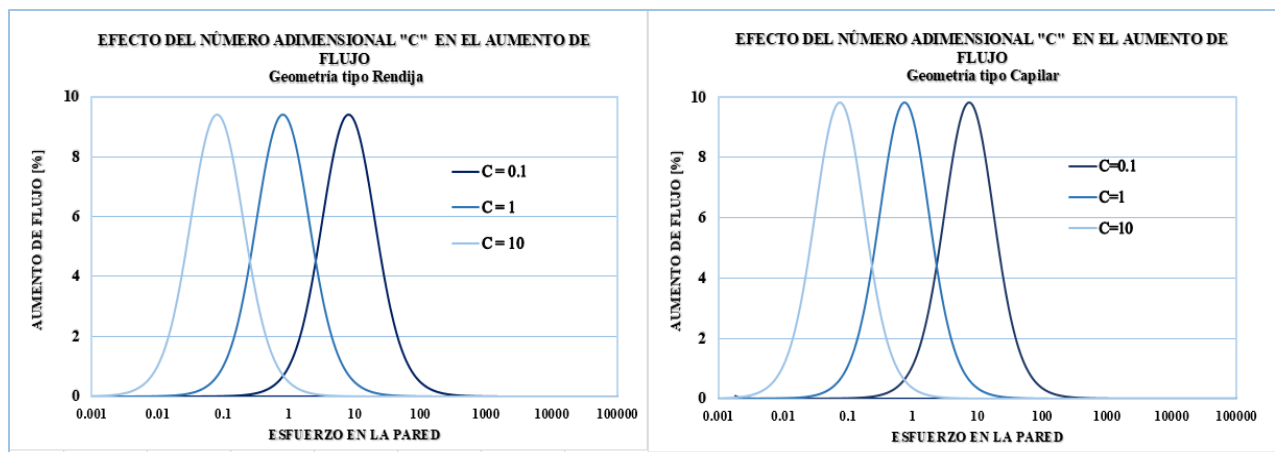
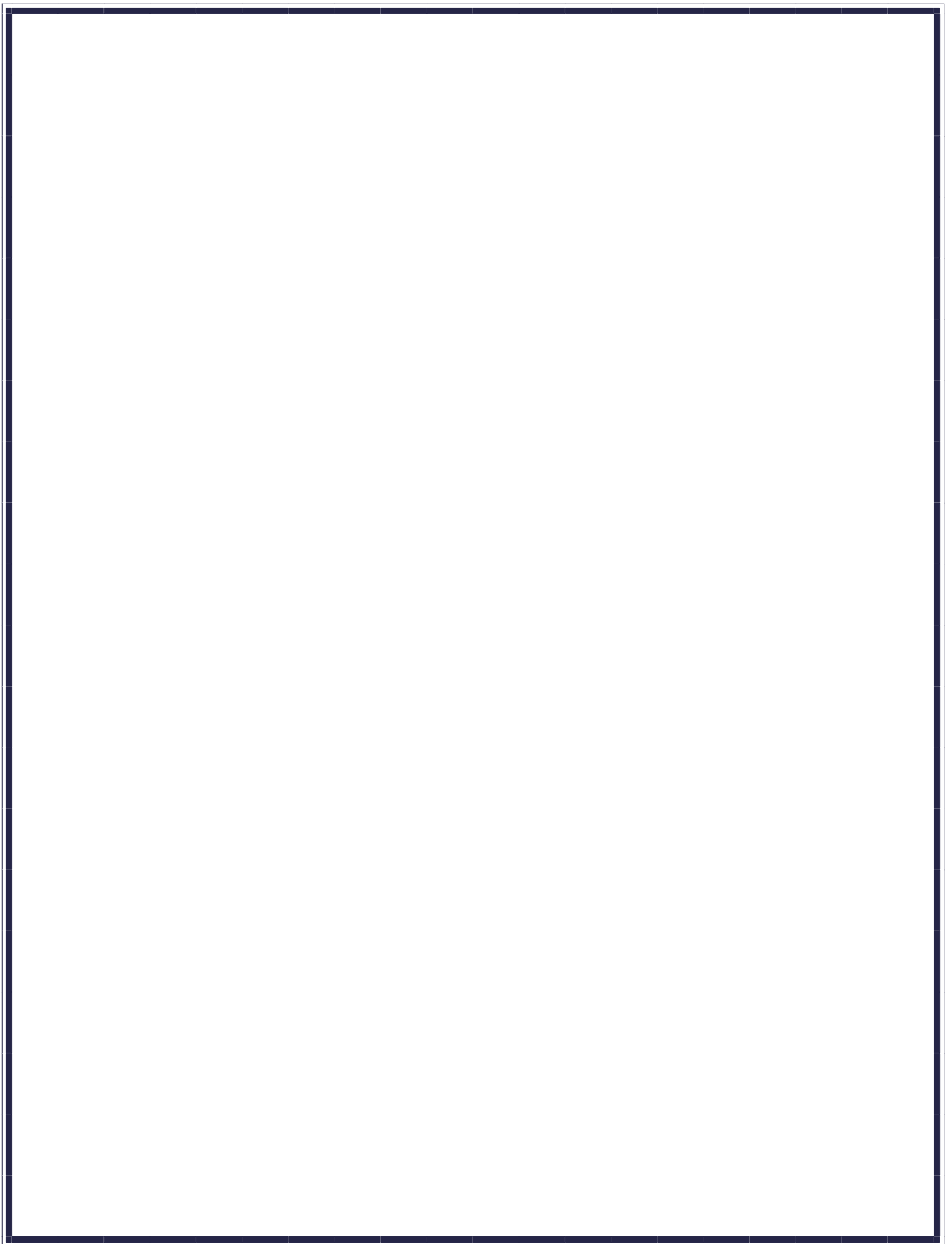


Figura 9, Comparación gráfica del efecto del número adimensional "C" en el aumento del flujo volumétrico para para ambas geometrías: Rendija y Capilar.

Analizando ambos sistemas podemos distinguir los siguientes puntos:

- Se considera que el mayor máximo para aumento de flujo es alcanzado con la función del capilar.
- El cambio en el grupo C, es decir los mecanismos tixotrópicos afectan de una trasladando la curva de estados de mayor a menor esfuerzo en la pared.
- Las fuerzas viscosas que actúan sobre el sistema impactan de la misma manera para ambas geometrías.

La desestructuración en el sistema comienza a valores iguales del esfuerzo en la pared para ambas simulaciones.



## CAPÍTULO 7

### CONCLUSIONES

Este trabajo centra su estudio en el efecto que tiene en el aumento de flujo de un fluido biológico (sangre humana) en dos diferentes geometrías, caracterizado mediante la ecuación constitutiva de Reiner Philippoff el cual, es capaz de describir los procesos de adelgazamiento y engrosamiento al corte para fluidos no newtonianos. Se introduce una función estocástica y un parámetro de pequeñez para poder simular los procesos de variación en la presión que genera el sistema cardiaco de un mamífero en particular, nos interesamos en el corazón humano.

Se analizaron dos diferentes geometrías: (i) Cilíndrica-capilar y (ii) Rectangular-rendija. A partir de las cuales se calcula para régimen estacionario el perfil de velocidades y el flujo volumétrico mediante las ecuaciones de continuidad (conservación de masa sin generación) y de momento (segunda ley de Newton aplicada a un medio continuo). Posteriormente, se calcula el flujo volumétrico en estado no estacionario (flujo pulsátil). Mediante un esquema perturbativo combinado con una expansión en series de Taylor, en donde las variables perturbadas son la velocidad y los esfuerzos y el flujo volumétrico se obtienen contribuciones a orden cero y primer orden.

Para facilitar la interpretación física de los mecanismos se tomó en cuenta el uso de variables adimensionales, esto no solo para minimizar la complejidad de las ecuaciones sino también para describir la física del sistema. A partir de esto, se obtuvieron dos grupos adimensionales: (i) El número adimensional B el cual relaciona los mecanismos adelgazantes y engrosantes al corte del fluido. El segundo número, es el número adimensional C, el cual es un cociente de energías asociadas a la fuerza por unidad de volumen necesaria para el sistema experimente un cambio en la función viscosidad. Este número, se puede asociar a los mecanismos de rompimiento y reformación de la estructura por efecto del flujo. Estos mecanismos también son conocidos en la literatura como fenómenos tixotrópicos.

El análisis de este trabajo se centró en los siguientes puntos:

- a) Cálculo del flujo volumétrico para dos geometrías distintas mediante el uso de la ecuación constitutiva Reiner Philippoff
- b) Cálculo del flujo a presión pulsátil ( régimen no estacionario)
- c) Efectos del pulso en cada una de las geometrías
- d) Efecto que muestra el aumento de flujo debido las variables materiales.
- e) Análisis en el efecto de adelgazamiento y tixotropía en el caudal.
- f) Uso de la condición de no deslizamiento en la pared.

Las principales contribuciones de este trabajo se resumen a continuación:

- a) El modelo de Reiner-Philippoff contiene la física necesaria para describir las propiedades no newtonianas asociadas al adelgazamiento, engrosamiento y tixotropía.
- b) Este modelo nos permite deducir ecuaciones o resultados analíticos para el perfil de velocidades, concentración y aumento de flujo a primer orden.
- c) Los mecanismos son controlados por dos grupos adimensionales que describen el adelgazamiento y la tixotropía del sistema. Si el número adimensional B es mayor a 1 el fluido es adelgazante al corte mientras que, menor a 1 el fluido es engrosante al corte. Para  $B=1$  el fluido es newtoniano y no presenta aumento. El número adimensional C está relacionado con la energía necesaria para destruir la estructura interna del sistema y pasar de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo.
- d) Las curvas resonantes obtenidas en la literatura son una consecuencia de los mecanismos adelgazantes al corte, es decir, que solamente son un efecto del cambio de viscosidad ( adelgazamiento).
- e) Dependiendo de la naturaleza del fluido, el máximo o la resonancia máxima se obtiene a un esfuerzo en la pared crítico para el cual está relacionado con el número C. Sí el número C es menor a 1, el fluido necesita mayor energía(esfuerzo en la pared) para cambiar su estado de viscosidad mientras que, a un valor de C mayor a 1, el sistema necesita menos energía para experimentar cambios en su estructura.
- f) Las variables de interés en este trabajo son el máximo de las curvas resonantes y la anchura de la campana. Físicamente la anchura tiene que ver con la zona en donde el fluido experimenta efectos en su estructura debido al pulso.
- g) La manera de adaptar este trabajo es por medio de las geometrías un capilar es una vena inextensible en un sistema de flujo y puede ser aprovechada para estudiar la reología de la sangre. Este modelo representa una ecuación constitutiva simple que nos permite representar estos modelos complejos.
- h) La mayor resonancia se encontró en la primera geometría de estudio que fue el capilar, mientras que, la geometría de la rendija el aumento de flujo fue

mucho menor. Este trabajo implica que la geometría de la rendija capilar es una aproximación a un flujo de dos cilindros concéntricos de una corona circular asociada a la obstrucción de objetos en sistemas de flujo y tiene una potencial aplicación en sangre en oclusiones centrales y periféricas.

- i) La geometría (ii) asociada a la rendija presenta una ventaja desde el punto de vista energético al capilar. El máximo resonante se obtiene a menores valores de esfuerzo en la pared lo que significa que para alcanzar el mismo aumento de flujo el sistema geométrico más adecuado sería el de la rendija.
- j) En este punto, se necesitaría comparar datos experimentales en dispositivos de flujo de tal manera que se pudiera constatar lo deducido en esta de licenciatura.

## 7.1 TRABAJO A FUTURO

Este trabajo puede ser extendido fácilmente en el régimen de visco elasticidad lineal es decir a altas deformaciones con ecuaciones constitutivas más complejas. Una extensión natural del mismo sería acoplar la transferencia de momento con la transferencia de masa. Esto podría permitir estudiar diferentes patologías que puedan modificar la estructura interna de la sangre como son:

- i) Cáncer
- ii) Diabetes
- iii) Hipercolesterolemia
- iv) Cirrosis Hepática

Finalmente, este trabajo el modelado matemático, las simulaciones computacionales y el esquema perturbativo representan un esfuerzo en la búsqueda constante de modelos matemáticos que puedan complementar los sistemas de estudio en la medicina como son:

- v) Bioquímica
- vi) Medicina
- vii) Biología molecular
- viii) Biología experimental

Por lo tanto, se complementarían con resultados e información de otras técnicas experimentales. Las aportaciones se basan en los dos sistemas de estudio que pueden representar patologías específicas y los números adimensionales encontrados en donde a través de estos se puede encontrar expresiones en función del porcentaje de hematocrito, plasma, electrolitos y otros componentes de la sangre. Por último, cabe señalar que una de las extensiones naturales es la simulación en venas elásticas en donde se tienen que tomar en cuenta las contribuciones extensionales y cortantes de la sangre. Estos trabajos son puntos de partida para estudios de posgrados, maestría y doctorado.

## REFERENCIAS

- Bautista F, de Santos, J.M. Puig, J.E., Manero, O., (1999). "Understanding thixotropic and antithixotropic behavior of viscoelastic micellar solutions and liquid crystalline dispersions". *Journal Non-Newtonian Fluid Mech*, 80.
- Bird, R.B., Stewart E. & Lighfoot E.N. (2002). *Transport Phenomena*, Second Edition. John Wiley and Sons, Inc.
- Castro, M., Bravo-Gutiérrez, M.E., Hernández-Machado, A., Corvera-Poiré, E., (2008) Dynamic Characterization of Permeabilities and Flows in Microchannels. *Physical Review Letters*, 101, 224501.
- Collepardo-Guevara, R., Corvera Poiré, E., (2007) Controlling viscoelastic flow tuning frequency during occlusions, *Phys. Rev. E*, 76, 02630.
- Cuevas, S., Del Rio, J.A., (2001) Dynamical permeability of electrically conducting fluids under magnetic fields in annular ducts. *Phys. Rev. E*. 64, 016313/1-7.
- Del Rio JA, López de Haro, M., Whitaker, S., (1998) "Enhancement in Dynamic response of a viscoelastic flowing in a tube", *Phys. Rev. E* 58: 6323-6327.
- Flores, J., Alastruey, J., Corvera-Poiré, E., (2016) A novel analytical approach to pulsatile blood flow in the arterial network, *Annals of Biomedical Engineering*, 44, 3047-3068.
- Herrera-Valencia, E.E., Sánchez-Villavicencio, M.L., Medina-Torres, L., Nuñez Ramírez, D.M., Hernández-Abad, V.J., Calderas, F., Manero, O. (2019). "New simple analytical method for flow enhancement predictions of pulsatile flow of a structured fluid". *Physics of Fluids* 31, 063104.
- Herrera-Valencia, E.E., Calderas, F., Medina-Torres, L., Pérez-Camacho, M., Moreno, L., Manero, O., (2017), "On the pulsating Flow behavior of a biological fluid: Human Blood", *Rheol. Acta* 56, 387-407.
- Herrera-Valencia, E.E., Calderas F., Sánchez-Villavicencio, M.L., Calderas, F., Pérez-Camacho, M., Medina-Torres, L., (2016). "Simultaneous pulsatile flow and oscillating wall of a non-Newtonian liquid". *Korea-Aust.Rheol.J.*28,281–300.

- Herrera, E., Calderas, F., Chávez, A., Manero, O., (2010). Study on the pulsating flow of a worm-like micellar solution. *Journal of Non-newtonian Fluid Mechanics*.174-183.
- Macosko Christopher W.(1994). *Rheology Principles, Measurements and Applications*. Wiley-VCH.
- Moreno, L., Calderas, F., Sánchez-Olivares, G., Medina-Torres, L., Sánchez-Solís, A., Manero, O., (2015). “Effect of cholesterol and triglycerides levles on rheological behavior of human blood”, *Korea-Aust. Rheol. J.* 27, 1-10.
- Morrison, Faith A. *Understanding rheology*. (2001). Oxford University Press Inc.
- Sarabia Aldana, C.A., Medina-Torres, L., Calderas, F., Ramírez-Torres, A., Núñez-Ramirez, D.M., Herrera-Valencia, E.E., Bernard-Bernard, M.J., Manero, O. (2022). Hemorheological and biochemical study in patients with liver cirrhosis. *Physics of Fluids* 34, 041907.



## GLOSARIO:

**BOMBA HIDRAÚLICA:** Dispositivo que transforma la energía mecánica en energía hidráulica, su acción mecánica crea un vacío en la succión, lo cual permite que la presión atmosférica fuerce el líquido del tanque hacia la entrada de la bomba.

**CICLO CARDIACO:** Secuencia de eventos mecánicos, sonoros y de presión, relacionados con el flujo de sangre a través de las cavidades cardiacas, la contracción, relajación, cierre y apertura de válvulas que transcurre en menos de un segundo.

**ECUACIÓN CONSTITUTIVA:** Aquellas ecuaciones que tienen en cuenta la cinética de la acumulación y descomposición de una estructura de fluido compleja para modelar sistemas.

En un sólido visco elástico la deformación generalmente depende del tiempo aun en ausencia de fuerzas, la velocidad de deformación puede ser diferente de cero.

**ESFUERZO CORTANTE:** Se conoce como el que resulta de aplicar dos fuerzas paralelamente a una superficie y en un sentido contrario, de esta forma se puede dividir a un objeto en dos partes.

**ESFUERZO:** Aquella fuerza que puede deformar o romper un objeto.

**FLUIDO INCOMPRESIBLE:** Un gas se expande completamente hasta ocupar su volumen, los líquidos en cambio no llegan a tanto ya que poseen un volumen determinado, por eso un líquido se considera incompresible y los gases no. Por tanto cuando se habla de un fluido incompresible se refiere a un líquido no a un gas, su densidad será siempre constante

**GRADIENTE DE VELOCIDAD:** Fuerza impulsora del transporte de cantidad de movimiento.

**LEY DE NEWTON DE LA VISCOSIDAD:** El esfuerzo cortante o fuerza de cizalla por unidad de área es proporcional al gradiente negativo de la velocidad local o la disminución de la velocidad con la distancia.

**NÚMEROS ADIMENSIONALES:** Nos permiten interpretar en términos de mecanismos de los principales hechos físicos en el sistema.

Para un determinado valor del esfuerzo cortante, el fluido experimentara una velocidad de deformación constante, cuya magnitud depende intrínsecamente del tipo de fluido.

**REOLOGÍA:** Constituye la ciencia del flujo y la deformación, estudia las propiedades mecánicas de gases, líquidos y plásticos, sustancias asfálticas y materiales cristalinos extendiéndose desde la mecánica de fluidos hasta la elasticidad de Hooke. Comprende deformación y flujo de todos los materiales pastosos y suspensiones.

**VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN:** Mide el cambio de deformación respecto al tiempo, para situaciones uniaxiales es la derivada temporal de la deformación longitudinal mientras que para situaciones tridimensionales se representa por un tensor de segundo grado.

**VISCOELASTICIDAD:** Comportamiento reológico que presentan ciertos materiales que presenta propiedades viscosas y elásticas cuando se deforman.

**VISCOSIDAD:** Es la propiedad física que caracteriza la resistencia al flujo de los fluidos. La viscosidad varía con la temperatura.