



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA – MECÁNICA APLICADA

DESARROLLO DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ELASTÓMEROS
HIPERELÁSTICOS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
LUIS CRUZ TERÁN

TUTOR PRINCIPAL
DR. ALBERTO CABALLERO RUIZ, INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y
TECNOLOGÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, AGOSTO 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Leopoldo Ruiz Huerta
Secretario: Dr. Fernando Velázquez Villegas
1^{er.} Vocal: Dr. Alberto Caballero Ruiz
2^{do.} Vocal: Dr. Alex Elías Zúñiga
3^{er.} Vocal: Dr. Oscar Martínez Romero

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA. LABORATORIO NACIONAL DE MANUFACTURA ADITIVA Y DIGITAL (MADiT)

TUTOR DE TESIS:

DR. ALBERTO CABALLERO RUIZ

FIRMA

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada durante estos dos años. Este proyecto fue realizado en el Laboratorio Nacional de Manufactura Aditiva y Digital (MADiT), con sede en el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT), ubicado en Ciudad Universitaria, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) bajo la tutoría del Dr. Alberto Caballero Ruíz, con aportaciones importantes del Dr. Leopoldo Ruíz Huerta, el Dr. Alex Elías Zúñiga, el Dr. Oscar Martínez Romero y el M. C. Stalin Muñoz Gutierrez, además del apoyo proporcionado por Marcos Velázquez en la manufactura de algunos elementos requeridos para este trabajo. Se agradece el apoyo brindado por la DGAPA con los proyectos DGAPA-UNAM IN113319 y PE113019 y del CONACyT con el Proyecto 315910.

Agradecimientos

A mi madre Noemi, por siempre impulsarme y apoyarme en cada decisión que tomo, por también formar parte de este proyecto al escuchar mis ideas y ayudarme a aclararlas. Gracias por todo tu amor incondicional y los valores de perseverancia y tenacidad que me has inculcado. Todo te lo debo a ti.

A mi hermano Carlos, gracias por las palabras de aliento, el apoyo que siempre me has brindado y el gran ejemplo de tenacidad que representas en mi vida.

En memoria de mi padre Carlos, mi abuelo Jorge y mi abuela Susana, con quienes desearía poder compartir este logro. Se que lo disfrutarían tanto como yo.

A mi abuela Mariana, mis tíos Alfonso, Esther y Federico, mis padrinos Georgina y Guillermo y mis primos Sebastián, Paola, Guillermo y Michelle, por todo el cariño y apoyo demostrado a lo largo de mi vida.

A la doctora Verena Margitta Mook y los doctores Alberto Caballero Ruiz, Leopoldo Ruiz Huerta, Alex Elías Zúñiga, Oscar Martínez Romero y Fernando Velázquez Villegas por su dirección y guía que me impulsan e inspiran a superarme día con día.

A los amigos que he conocido durante mi estancia en el MADiT, la doctora Karla, el doctor Erasmo, Marcos, Daniel, Daniela, Emmanuel, Homero, Fernando, Erick, Karen, Viridiana, Tona y a todos los que haya podido olvidar, una disculpa. Gracias por los enriquecedores intercambios de puntos de vista y los divertidos momentos en los convivios dentro y fuera del laboratorio.

Índice

Introducción	1
1. Antecedentes	2
1.1. Aplicaciones de los materiales hiperelásticos	2
1.1.1. Enfoque fenomenológico	2
1.2. Robótica blanda.....	4
1.3. Caracterización mecánica del Ecoflex 00-30	5
2. Problemática	15
2.1. Objetivo	15
2.2. Alcances.....	16
3. Marco teórico.....	17
3.1. Modelos constitutivos hiperelásticos.....	17
3.1.1. Criterio de estabilidad de Drucker	17
3.2. Algoritmos genéticos.....	18
3.2.1. Codificación	18
3.2.2. Evaluación de ajuste.....	19
3.2.3. Crianza	19
3.2.4. Selección de padres.....	19
3.2.5. Cruza.....	20
3.2.6. Mutación	21
3.2.7. Reemplazo	22
3.2.8. Condición de término.....	22
3.3. Método de elementos finitos.....	23
3.3.1. Aplicaciones del análisis por elementos finitos	23
3.3.2. Procedimiento del análisis por elementos finitos.....	23
4. Desarrollo	26
4.1. Ensayos de tracción uniaxial	26
4.1.1. Fabricación de especímenes	26
4.1.2. Realización de ensayos mecánicos.....	28
4.2. Determinación de parámetros de material.....	31
4.2.1. Procesamiento de datos experimentales.....	32
4.2.2. Algoritmo genético	34
4.2.3. Parámetros de material.....	39
4.3. Selección final de parámetros mediante FEA	39
4.4. Análisis de reproducibilidad	39
4.5. Análisis y comparación respecto a la caracterización de 2020	40

5. Resultados	42
5.1. Datos experimentales	42
5.2. Parámetros del material para los modelos propuestos	43
5.3. Selección final de parámetros del material.....	45
5.4. Análisis de reproducibilidad	49
5.5. Comparación contra los resultados de caracterización de 2020	52
6. Discusión	53
Conclusiones y trabajo a futuro	55
Referencias.....	56

Índice de figuras

Figura 1.1 Clasificación de modelos constitutivos para materiales hiperelásticos (5–7).	2
Figura 1.2 Ejemplos de pequeños sistemas robóticos blandos accionados bajo diversos estímulos; respuesta eléctrica, magnética, química, térmica, fotosensible y presión (14).....	5
Figura 1.3 Ajuste óptimo del modelo constitutivo, respecto a la curva esfuerzo-deformación (35).	6
Figura 1.4 Ángulo de flexión en la punta del módulo, datos experimentales contra predicción en FEA (35).	6
Figura 1.5 Comparación de la flexión de un módulo de actuación neumática, actuando mediante una presión de 0.1 bar. a) Módulo construido con Ecoflex 00-30 y b) módulo simulado con las propiedades mecánicas del Ecoflex 00-30 provistas por el modelo de Yeoh (35).....	6
Figura 1.6 Curvas de esfuerzo y deformación nominal para los materiales Ecoflex 00-30 y PDMS (36).	6
Figura 1.7 Comparación cualitativa entre la a) simulación del actuador aplicando las propiedades mecánicas del Ecoflex 00-30 provistas por el modelo de Yeoh para una presión de 10 kPa y el b) modo de deformación experimental del actuador construido con Ecoflex 00-30 bajo una presión de 10 kPa (36).....	7
Figura 1.8 Ensayos de tracción a diferentes velocidades (1 mm/min, 10 mm/min y 100 mm/min) en los materiales: a) Sylgard 184, b) SIL-960 y c) Ecoflex 00-30 (18).....	7
Figura 1.9 Ajuste final de parámetros a las curvas de esfuerzo-deformación experimentales (18).	8
Figura 1.10 Comparación entre datos experimentales y resultados de simulación a) Prueba de desplazamiento, b) Prueba de bloqueo de fuerza (18).....	8
Figura 1.11 Secuencia de propagación de la fisura en el Ecoflex (línea roja: precorte, línea amarilla: propagación lateral estable) (38).	9
Figura 1.12 Curvas de esfuerzo-elongación y su morfología de fractura (38).	9
Figura 1.13 A) Propagación de la fisura en espécimen precortado, B) Fisura después de la descarga (38).	9
Figura 1.14 a) Esquema del sensor, b) micrografía óptica (imagen superior), imagen SEM de la película de PEDOT:PSS serigrafada de grosor $\approx 200 \mu\text{m}$ (imagen inferior), c) fotografía de un sensor de presión de 12x12, d) esquema del proceso de fabricación del sensor (39).	10
Figura 1.15 Análisis por elementos finitos del sensor con y sin entrehierro para la capa dieléctrica del Ecoflex 00-30 (39).....	11
Figura 1.16 Resultados experimentales para una razón de elongación de 1.2/min (40).	12
Figura 1.17 a) Respuesta axial del Ecoflex 00-30 (incompresible), b) Respuesta axial del Ecoflex 00-30 (compresible) (40).....	12
Figura 1.18 Resultados de simulación del ensayo de tracción para el esfuerzo máximo registrado (5.21 [MPa]) utilizando la solución óptima para el modelo de Yeoh (2).....	13
Figura 1.19 Resultados de la realización de ensayos de tracción en probetas de diferentes durezas Shore (43).	14
Figura 1.20 Curvas experimentales de esfuerzo-elongación para tracción uniaxial hasta falla con bandas de confianza del 95% (41).....	14
Figura 3.1 Codificación binaria.	19
Figura 3.2 Codificación octal.	19

Figura 3.3 Codificación hexadecimal.....	19
Figura 3.4 Ejemplo de cruza en un punto	20
Figura 3.5 Ejemplo de cruza uniforme	21
Figura 3.6 Ejemplo de mutación por inversión.	21
Figura 3.7 Ejemplo de mutación por intercambio	21
Figura 3.8 a) Elementos lineales, b) Elementos bidimensionales, c) Elementos tridimensionales, d) Elementos triangulares y cuadriláteros axisimétricos (58).....	25
Figura 4.1 Medidas en milímetros del espécimen ensayado (tipo D) (59).	26
Figura 4.2 Diseño del troquel tipo D, basado en las medidas de la norma ASTM D412.....	27
Figura 4.3 Troquel manufacturado en acero inoxidable para el corte de probetas tipo D (ASTM D412).	27
Figura 4.4 a) Contenedor 1 con 190 [g] para la obtención de la primer placa de Ecoflex 00-30, b) Contenedor 2 con 210 [g] para la obtención de la segunda placa de Ecoflex 00-30.	28
Figura 4.5 Marco electromecánico de ensayo universal Shimadzu AGS-X Series 50 kN (61).	28
Figura 4.6 Mordazas por rodillo.	28
Figura 4.7 Componentes individuales del sistema de sujeción: a) pieza frontal, b) pieza trasera, c) prensa de resorte.	29
Figura 4.8 Esquema del acople del sistema de sujeción a las mordazas de rodillo (vista lateral).	29
Figura 4.9 Especimen tipo D, ensayado hasta ruptura a una velocidad de 500 mm/min.	31
Figura 4.10 Ejemplo del diseño de muestreo de hipercubo latino para un arreglo de dos variables (64).	35
Figura 4.11 Ejemplo de decodificación con el mismo cromosoma binario para la obtención del primer parámetro del modelo de Warner.	36
Figura 4.12 Diagrama de flujo del algoritmo genético implementado.	38
Figura 4.13 Malla de la sección de probeta utilizada para la simulación en ANSYS.	39
Figura 4.14 Diagrama de flujo del método propuesto para la caracterización de un material hiperelástico.	40
Figura 5.1 Resultados obtenidos a partir de los ensayos de tracción.....	42
Figura 5.2 Curva de datos experimentales promedio.	42
Figura 5.3 Clasificación de las soluciones provistas por el modelo de Warner siguiendo la evaluación de aptitud realizada por el algoritmo genético. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0240), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0533) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.....	43
Figura 5.4 Ajustes de curva utilizando a las tres soluciones más fuertes, provistas por el modelo de Warner, seleccionadas siguiendo la clasificación del algoritmo genético.	44
Figura 5.5 Clasificación de las soluciones a) estables e b) inestables provistas por el modelo de Yeoh siguiendo la evaluación de aptitud realizada por el algoritmo genético. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0227 y ≤ 0.0406), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0685 y ≤ 0.1640) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.	44

Figura 5.6 Ajustes de curva contra los datos experimentales provistos por el modelo de Yeoh (utilizando a las dos soluciones estables e inestables más fuertes).	45
Figura 5.7 Clasificación de las soluciones provistas por el modelo de Warner siguiendo la evaluación de aptitud de ANSYS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0224), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0530) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.	46
Figura 5.8 Clasificación de las soluciones provistas por el modelo de Warner siguiendo la evaluación de aptitud de ABAQUS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0241), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0533) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.	46
Figura 5.9 Ajustes de curva utilizando las tres soluciones más fuertes, proporcionadas por el modelo de Warner, seleccionadas siguiendo las clasificaciones de a) ANSYS y b) ABAQUS.	47
Figura 5.10 Clasificación de las soluciones a) estables e b) inestables provistas por el modelo de Yeoh siguiendo la evaluación de aptitud de ANSYS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0233 y ≤ 0.0083), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0714 y ≤ 0.0558) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.	48
Figura 5.11 Clasificación de las soluciones a) estables e b) inestables provistas por el modelo de Yeoh siguiendo la evaluación de aptitud de ABAQUS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0227 y ≤ 0.0407) resaltándolas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0689 y ≤ 0.1654) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.	48
Figura 5.12 Ajustes de curva utilizando las dos soluciones estables e inestables más fuertes, proporcionadas por el modelo de Yeoh, seleccionadas siguiendo las clasificaciones de a) ANSYS y b) ABAQUS.	49
Figura 5.13 Localización de las cinco soluciones más fuertes referentes a los resultados iniciales y las cinco pruebas de reproducibilidad dentro del espacio de búsqueda para el modelo de Warner. El mapa de color permite identificar la localización de las soluciones más fuertes para cada clasificación (algoritmo genético y ANSYS). Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la relación del mapa de color.	50
Figura 5.14 Localización de las cinco soluciones a) estables e b) inestables más fuertes referentes las cinco pruebas de reproducibilidad dentro del espacio de búsqueda para el modelo de Yeoh. El mapa de color permite identificar la localización de las soluciones más fuertes para cada clasificación (algoritmo genético y ANSYS). Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la relación del mapa de color.	52

Índice de tablas

Tabla 1.1 Relaciones entre la función de energía de deformación y el esfuerzo de Cauchy para ensayos mecánicos.....	4
Tabla 1.2 Soluciones óptimas determinadas por el algoritmo genético junto a sus valores de aptitud (2).....	13
Tabla 4.1 Descripción técnica del material Ecoflex 00-30.....	30
Tabla 5.1 Las tres soluciones más fuertes, extraídas de la clasificación del algoritmo genético para el modelo de Warner.	43
Tabla 5.2 Las dos soluciones estables e inestables más fuertes extraídas de la clasificación del algoritmo genético para el modelo de Yeoh.....	45
Tabla 5.3 Las tres soluciones más fuertes, extraídas de las clasificaciones de ANSYS y ABAQUS para el modelo de Warner.	47
Tabla 5.4 Las dos soluciones estables e inestables más fuertes, extraídas de las clasificaciones de ANSYS y ABAQUS para el modelo de Yeoh.	49
Tabla 5.5 La solución más fuerte extraída de cada clasificación obtenida (algoritmo genético, ANSYS) para el modelo de Warner.....	50
Tabla 5.6 Las soluciones estable e inestable más fuertes, extraídas de cada clasificación obtenida (algoritmo genético, ANSYS) para el modelo de Yeoh.	51
Tabla 5.7 Comparación de errores RSS y porcentual, entre parámetros de material para el modelo de Warner.	52
Tabla 5.8 Comparación de errores RSS y porcentual, entre parámetros de material para el modelo de Yeoh.	52

Nomenclatura

Simbología	Significado
A	Área transversal resultante (ecuación 15).
W	Ancho de la probeta (ecuación 15).
T	Espesor de la probeta (ecuación 15).
δ	Contracción en el área transversal (ecuaciones 15y 16).
ΔL	Cambio en la longitud de la probeta (ecuación 16).
L	Longitud inicial de la probeta (ecuación 16).
ν	Coefficiente de Poisson (ecuación 16).
W	Función de energía de deformación.
I_1, I_2, I_3	Invariantes del tensor de deformación.
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Elongaciones principales.
B	Tensor de deformación de Cauchy-Green por la izquierda.
C	Tensor de deformación de Cauchy-Green por la derecha.
F	Tensor gradiente de deformación.
I	Tensor identidad.
P	Tensor de esfuerzo ingenieril o nominal.
σ	Tensor de esfuerzo de Cauchy o verdadero.
p	Parámetro escalar.
σ	Esfuerzo de Cauchy.
λ	Elongación.
σ_1 y σ_2	Esfuerzo de Cauchy medido sobre el plano de tracción.
λ_1 y λ_2	Elongaciones medidas sobre el plano de tracción.
$d\sigma_i$	Incremento en el esfuerzo de Cauchy principal i-ésimo.
$d\varepsilon_i$	Incremento en la deformación relacionada al esfuerzo σ_i .
D	Matriz de rigidez tangencial.
s	Esfuerzo ingenieril o nominal.
F_{max}	Fuerza máxima necesaria para llevar a fractura el material.
A_0	Área transversal inicial de la sección homogénea de la probeta.
W_{Warner}	Función de energía de deformación en términos del modelo de Warner.
W_{Yeoh}	Función de energía de deformación en términos del modelo de Yeoh.
μ, J_m	Parámetros del material (modelo de Warner).
C_{i0}	Parámetros del material $i = 1, 2, 3$ (modelo de Yeoh).
e	Deformación ingenieril o nominal.
Δl	Cambio de longitud.
l	Longitud actual de la probeta.
l_0	Longitud inicial de la probeta.
F	Fuerza aplicada.
A	Área instantánea.
ε	Deformación verdadera o logarítmica.
V_0	Volumen inicial.
V	Volumen instantáneo.
σ_{Gent}	Esfuerzo verdadero descrito por el modelo de Gent.

Simbología**Significado**

σ_{Yeoh}	Esfuerzo verdadero descrito por el modelo de Yeoh.
ϕ_i	Valor codificado del parámetro iésimo.
ϕ_{max}	Valor máximo del parámetro.
ϕ_{min}	Valor mínimo del parámetro.
N	Número de genes del cromosoma (ecuación 45).
b	Valor decimal del cromosoma.
N	Número total de datos (ecuaciones 46 y 50).
x_i	Dato experimental i-ésimo (ecuaciones 46 y 50).
\bar{x}_i	Dato de ajuste i-ésimo (ecuaciones 46 y 50).
m	Intensidad de deformación.
e_i	Vectores base unitarios $i = 1, 2, 3$.
V_R	Valor real.
V_A	Valor aproximado.

Introducción

La evidencia proporcionada por Melvin Mooney y Ronald Rivlin, a partir de la realización de mediciones experimentales de la relación de esfuerzo-deformación de materiales blandos, fue suficiente para demostrar la incapacidad del enfoque provisto por la teoría lineal de elasticidad, y en especial por la ley de Hooke, para el modelado de las propiedades mecánicas no lineales de estos materiales. Debido a esto, se desarrolló una versión no lineal de la teoría de elasticidad clásica con el objetivo de estudiar materiales con propiedades mecánicas no lineales, cuyo comportamiento por lo general se caracteriza por registrar grandes deformaciones con la aplicación de pequeños esfuerzos. Esta teoría constituye las bases teóricas del estudio de los materiales hiperelásticos (como los elastómeros) utilizando una función de energía de deformación, que permite describir el comportamiento mecánico de esta clase de materiales en términos energéticos (1).

Este trabajo tiene como objetivo el desarrollo de un método versátil y reproducible para la caracterización de materiales hiperelásticos, retomando ciertos puntos del trabajo presentado por Cruz, L. (2020) (2). No obstante, el actual trabajo cuenta con ciertas modificaciones en la experimentación, así como en el algoritmo implementado para la determinación de parámetros del material.

El presente trabajo se desarrolla a lo largo de seis capítulos. En el primer capítulo se aborda el estudio de los materiales hiperelásticos y se define la rama de la robótica blanda así como los enfoques utilizados para dotar de una interacción suave, además de algunos de los antecedentes de caracterización más representativos de la literatura en el tema de materiales hiperelásticos enfocándose en el Ecoflex 00-30 (un material ampliamente utilizado en la robótica blanda). En el segundo capítulo se plantea el problema a abordar por este trabajo, así como el objetivo y los alcances a cumplir. En el tercer capítulo se presenta el marco teórico, mismo que presenta una imagen general de los conceptos e ideas aplicadas durante el desarrollo del trabajo. En el cuarto capítulo se detallan los pasos a seguir para la realización del método propuesto, así como las condiciones para la realización de un análisis de reproducibilidad de este. Asimismo, se plantea la realización de un breve análisis y comparación contra la caracterización realizada en 2020 (2). En el quinto capítulo se muestran los resultados conseguidos a partir de las modificaciones realizadas al algoritmo genético y la implementación de una etapa de selección final apoyada en los resultados de simulación por elementos finitos (FEA), así como los resultados y su comparación contra la caracterización de 2020 (2). En el sexto capítulo se discuten y analizan los resultados obtenidos para los modelos seleccionados, además de examinar las ventajas otorgadas por el método.

Finalmente, se plantea la robustez proporcionada por el método propuesto en este trabajo y se expone la capacidad de los modelos seleccionados (modelo de Warner y modelo de Yeoh) para la reproducción del comportamiento del material utilizado como caso de estudio. Además, se plantean áreas de interés a abordar en un posible trabajo a futuro.

1. Antecedentes

1.1. Aplicaciones de los materiales hiperelásticos

Los elastómeros tienen un comportamiento muy complicado que excede la teoría de elasticidad lineal; comprenden grandes deformaciones, propiedades plásticas y viscoelásticas así como ablandamiento por esfuerzos (3). Esta clase de materiales permite abordar problemas específicos como: movilidad en espacios reducidos, resistencia a impacto y absorción de cargas dinámicas (4).

Con el objetivo de estudiar materiales con propiedades mecánicas no lineales, una versión no lineal de la teoría de elasticidad fue desarrollada, esta, constituye la base para el estudio de materiales hiperelásticos, tal como los elastómeros y utiliza una función de energía de deformación (W) que describe en términos energéticos el comportamiento de esta clase de materiales (1). Los modelos hiperelásticos son clasificados dentro de dos tipos de formulación: 1) *modelos fenomenológicos*, que recurren a formulaciones frecuentemente polinómicas en términos de los invariantes del tensor de deformación (I_1, I_2, I_3) o las elongaciones principales ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$), y 2) *modelos micromecánicos*, estos se derivan de argumentos de mecánica estadística sobre redes de moléculas de cadena idealizadas (5).

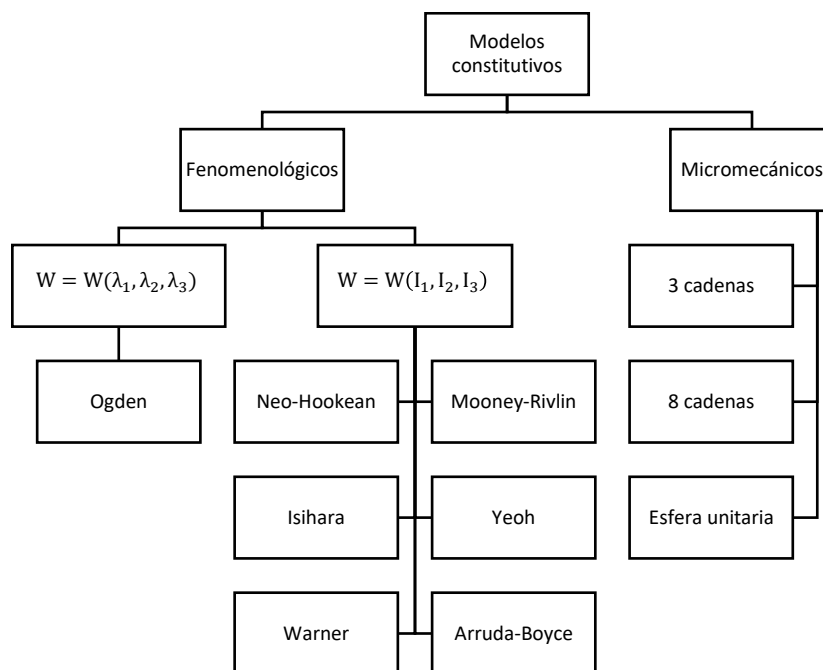


Figura 1.1 Clasificación de modelos constitutivos para materiales hiperelásticos (5–7).

1.1.1. Enfoque fenomenológico

Entre los intentos de describir los diferentes aspectos del comportamiento de los materiales hiperelásticos, la mayoría de modelos constitutivos se han basado en el enfoque fenomenológico, se han justificado matemáticamente y se han correlacionado con los datos experimentales; debido a esto este tipo de modelos se utilizan en paquetes comerciales de elementos finitos (8). Para este tipo de modelos, el número de parámetros de material depende

del nivel de no linealidad en la curva de esfuerzo elongación así como del tipo de carga del ensayo experimental realizado, entre estos ensayos se incluyen: tracción uniaxial, biaxial y ensayo cortante (3,8), donde el más empleado es el ensayo uniaxial ya que a diferencia de los ensayos biaxial y cortante no se requiere equipo especializado.

Para los modelos fenomenológicos, el punto de partida para modelar es la formulación de una función de energía de deformación isotrópica (W), misma que por lo general depende de los invariantes del tensor de deformación (I_1, I_2, I_3), ecuaciones 1-3, o también puede depender directamente de las elongaciones principales ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) (5,6).

$$I_1(\mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{B}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = I_1(\mathbf{C}) \quad [1]$$

$$I_2(\mathbf{B}) = \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{B})^2 - \text{tr}(\mathbf{B}^2)] = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 = I_2(\mathbf{C}) \quad [2]$$

$$I_3(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{B}) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = I_3(\mathbf{C}) \quad [3]$$

donde (\mathbf{B}) es el tensor de deformación de Cauchy-Green por la izquierda, ecuación 4, y (\mathbf{C}) es el tensor de deformación de Cauchy-Green por la derecha, ecuación 5:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad [4] \quad \mathbf{C} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad [5]$$

y \mathbf{F} es el tensor gradiente de deformación (utilizado para definir la deformación local) (5,6).

En el caso de grandes deformaciones se utilizan principalmente dos tensores de esfuerzo, definidos como: el tensor de esfuerzo de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ (o verdadero) y el tensor de esfuerzo nominal \mathbf{P} (o el primer tensor de Piola-Kirchoff). Además de que se asume que los tensores de esfuerzo derivan de la función de energía de deformación, misma que depende del tensor de deformación \mathbf{B} , por lo tanto, los tensores de esfuerzo se representan como (6):

$$\text{Esfuerzo de Cauchy} \quad \boldsymbol{\sigma} = 2\mathbf{B} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{B}} - p\mathbf{I} \quad [6]$$

Donde: \mathbf{I} : Tensor identidad, p : Parámetro escalar.

$$\text{Esfuerzo nominal} \quad \mathbf{P} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{F}} - p\mathbf{F}^{-T} \quad [7]$$

Donde: p : Parámetro escalar.

Si se sigue la teoría fenomenológica de Rivlin, cualquier material gomoso que se encuentre en su comportamiento elástico será considerado como isotrópico e incompresible y debido a la consideración de isotropía la función de energía de deformación W deberá estar en función de los invariantes de la deformación (3). Mientras que la consideración de incompresibilidad se refleja en el tercer invariante de la deformación, ecuación 8 (1).

$$I_3 = 1 \quad [8]$$

Por lo tanto, las relaciones entre la función de energía de deformación y los esfuerzos de Cauchy y nominal se expresan de la siguiente forma (6):

$$\text{Esfuerzo de Cauchy} \quad \sigma_i = 2 \left(\lambda_i^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} - \frac{1}{\lambda_i^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - p; \quad i = 1, 2, 3 \quad [9]$$

Donde: p : Parámetro escalar.

$$\text{Esfuerzo nominal} \quad P_i = 2 \left(\lambda_i \frac{\partial W}{\partial I_1} - \frac{1}{\lambda_i^3} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - p \frac{1}{\lambda_i}; \quad i = 1, 2, 3 \quad [10]$$

Donde: p : Parámetro escalar.

A partir de las relaciones anteriores, es posible obtener las formulaciones para algunos ensayos mecánicos basándose en el tipo de carga asociada (Tabla 1.1). En las ecuaciones 11-14, σ y λ representan el esfuerzo de Cauchy y la elongación medida durante los ensayos. En el caso de tracción biaxial, σ_1 y σ_2 representan los esfuerzos sobre el plano de tracción (de manera análoga λ_1 y λ_2 representan las elongaciones en el plano de tracción) (6).

Tabla 1.1 Relaciones entre la función de energía de deformación y el esfuerzo de Cauchy para ensayos mecánicos.

Ensayo mecánico	Esfuerzo de Cauchy σ
Tracción uniaxial	$\sigma = 2 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$ [11]
Cortante puro	$\sigma = 2 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$ [12]
Tracción biaxial	$\sigma_1 = 2 \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$ [13]
	$\sigma_2 = 2 \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$ [14]

1.2. Robótica blanda

La robótica blanda se define como la rama de la robótica que abarca soluciones que interactúan con el entorno basándose en la flexibilidad inherente o estructural (9). Durante los últimos 20 años, el interés en la robótica blanda ha ido incrementando (10). Dentro del campo de la robótica blanda se distinguen dos enfoques principales para la proporción de una interacción suave: el uso de enlaces rígidos para controlar la rigidez de las piezas de los robots (11) y el uso de actuadores blandos que cuentan con suavidad intrínseca debido a las características pasivas del cuerpo del robot (10). El desarrollo de robots blandos presenta nuevos retos para los campos de actuadores blandos, censado y control (12,13). La implementación de mecanismos para la variación de la forma y rigidez de su cuerpo se basa en el uso de materiales hiperelásticos (12). Los actuadores blandos se pueden activar mediante estímulos externos para generar los movimientos y fuerzas/pares de fuerza deseados (14). Los estímulos externos pueden producirse por: una reacción química (solventes, agua o pH), campo eléctrico, campo magnético, calor (eléctrico o fototérmico), luz y presión (15–20) (Figura 1.2). Debido al costo y la facilidad de manufactura y operación, los actuadores blandos más utilizados son aquellos que se estimulan mediante presión y campo eléctrico (14,17,21–34).

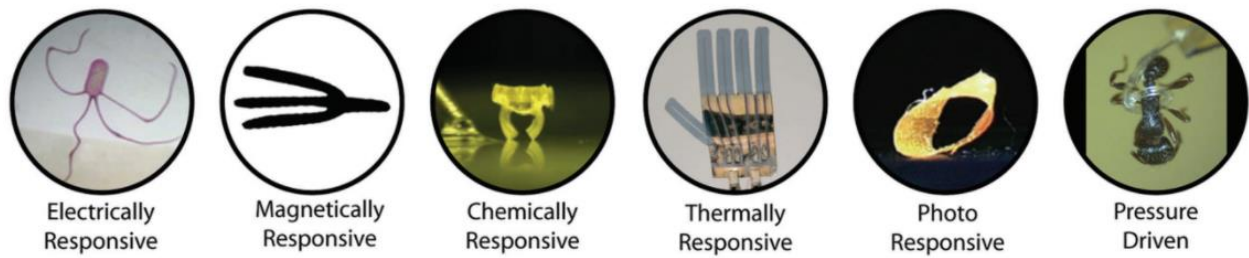


Figura 1.2 Ejemplos de pequeños sistemas robóticos blandos accionados bajo diversos estímulos; respuesta eléctrica, magnética, química, térmica, fotosensible y presión (14).

La mecánica estructural de los actuadores blandos es complicada, debido a la no linealidades presentes tanto en los materiales como en las geometrías (10). Por lo tanto, una herramienta importante durante el desarrollo de actuadores o robots blandos es la simulación computacional, a fin de predecir el comportamiento final del diseño propuesto en virtud de la selección del material (18,22,27,30–32,35–41). Respecto a esto, los fabricantes de elastómeros, en la mayoría de los casos, no ofrecen la información técnica necesaria para realizar modelos precisos. Con el objetivo de simular el comportamiento de materiales hiperelásticos con aplicaciones en el campo de los actuadores blandos se han abordado diferentes aproximaciones.

1.3. Caracterización mecánica del Ecoflex 00-30

Desde 2014 se han presentado reportes de caracterización del Ecoflex 00-30, siendo el trabajo de Elsayed *et al.* (2014) uno de los pioneros. En este trabajo realizan ensayos de tracción uniaxial y utilizan el modelo constitutivo de Yeoh para modelar su comportamiento; el material se considera como incompresible y el modelo propuesto es válido para un rango de deformación de hasta 300% (Figura 1.3). La evaluación de desempeño del modelo se realiza mediante la comparación de ángulos de flexión entre los datos experimentales medidos en función de un extremo de un módulo de actuación neumática (a partir de un sensor magnético) contra datos generados por un análisis en elementos finitos (FEA) (Figura 1.4). A partir de esta comparación concluyen que el modelo presenta un pequeño retraso respecto al desplazamiento experimental (Figura 1.5) (35).

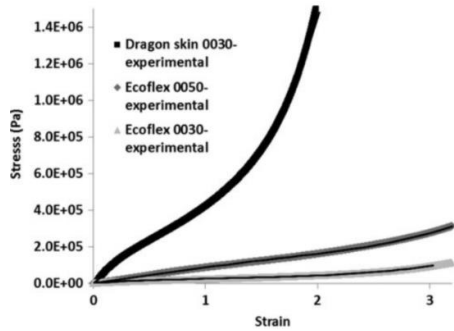


Figura 1.3 Ajuste óptimo del modelo constitutivo, respecto a la curva esfuerzo-deformación (35).

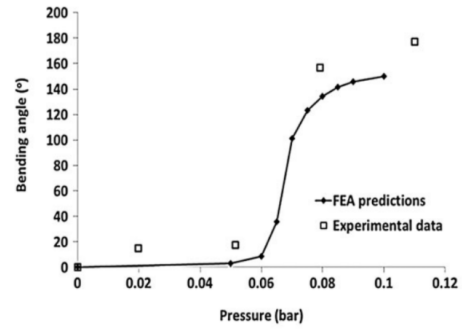


Figura 1.4 Ángulo de flexión en la punta del módulo, datos experimentales contra predicción en FEA (35).

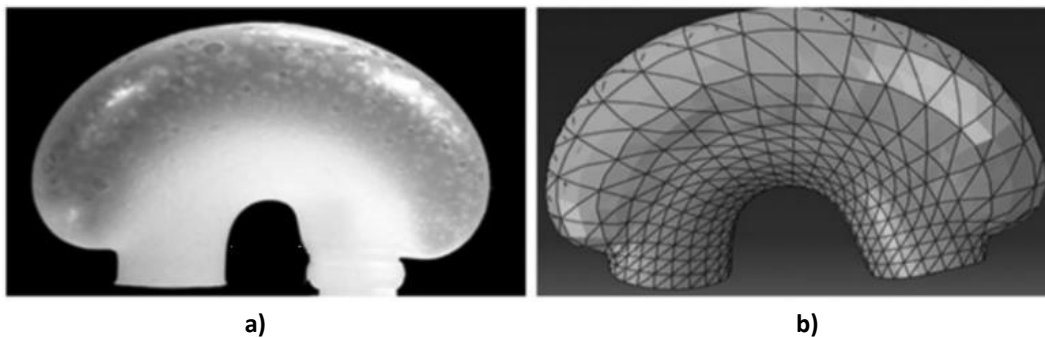


Figura 1.5 Comparación de la flexión de un módulo de actuación neumática, actuando mediante una presión de 0.1 bar. a) Módulo construido con Ecoflex 00-30 y b) módulo simulado con las propiedades mecánicas del Ecoflex 00-30 provistas por el modelo de Yeoh (35).

Zhang *et al.* (2014), también se interesan por la caracterización del material, por lo que realiza ensayos de tracción uniaxial basados en la norma GB/T528-2009, también eligen el modelo constitutivo de Yeoh; sin embargo, no mencionan las consideraciones de comportamiento del material. En este trabajo el modelo propuesto es válido para un rango de deformación nominal de 0-600% (Figura 1.6). Finalmente realizan una comparación cualitativa entre los modos de deformación del actuador blando construido que simula el tipo de nado de un pez y su respectivo análisis por elementos finitos (FEA) utilizando una presión de actuación de 10 kPa con el fin de confirmar la validez de la geometría propuesta (Figura 1.7) (36).

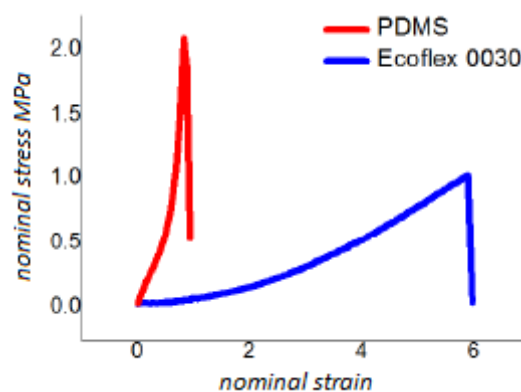


Figura 1.6 Curvas de esfuerzo y deformación nominal para los materiales Ecoflex 00-30 y PDMS (36).

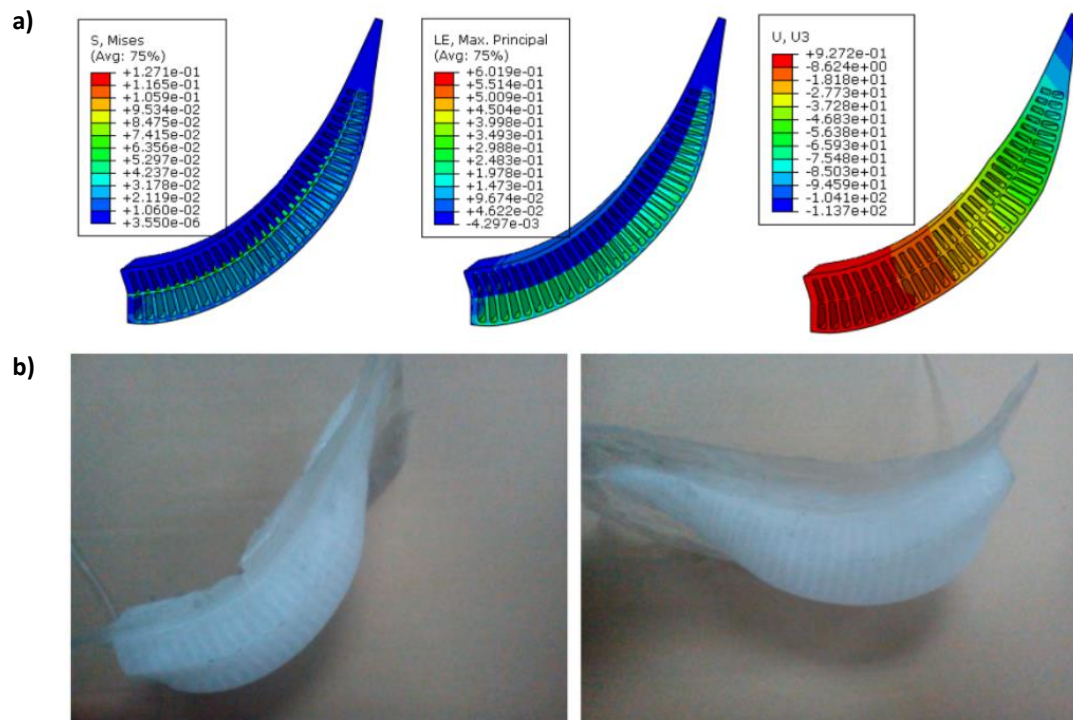


Figura 1.7 Comparación cualitativa entre la a) simulación del actuador aplicando las propiedades mecánicas del Ecoflex 00-30 provistas por el modelo de Yeoh para una presión de 10 kPa y el b) modo de deformación experimental del actuador construido con Ecoflex 00-30 bajo una presión de 10 kPa (36).

Case *et al.* (2015) consideran al Ecoflex 00-30 uno de los elastómeros más utilizados dentro del campo de la robótica blanda, por lo que valoran como importante la caracterización de su comportamiento mecánico. En este caso asumen que el material cuenta con un coeficiente de Poisson igual a 0.5. Al igual que en trabajos anteriores, realizan ensayos de tracción uniaxial (Figura 1.8) e incluyen el uso de ensayos de carga cíclica y relajación de esfuerzos (23). A diferencia de los trabajos previos, no utilizan modelos constitutivos para materiales hiperelásticos, por lo que desarrollan modelos analíticos para el área transversal de la probeta ensayada (ecuación 15), así como para la contracción que esta sufre durante la tracción (ecuación 16) (23). Al completar los ensayos, concluyen que las propiedades del material dependen del rango de deformación. Además, concluyen que las propiedades mecánicas del material son sensibles a las variaciones durante su proceso de producción (23).

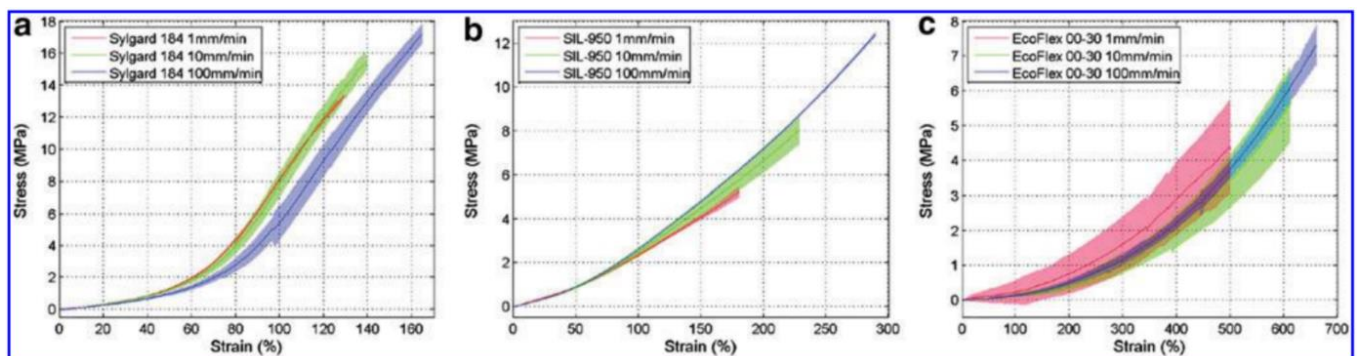


Figura 1.8 Ensayos de tracción a diferentes velocidades (1 mm/min, 10 mm/min y 100 mm/min) en los materiales: a) Sylgard 184, b) SIL-960 y c) Ecoflex 00-30 (18).

$$A = WT(1 - 2\delta + \delta^2) \quad [15]$$

Donde: δ : Contracción en el área transversal, A: Área transversal de la probeta,
W: Ancho de la probeta, T: Espesor de la probeta.

$$\delta = 1 - \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^{-\nu} \quad [16]$$

Donde: δ : Contracción en el área transversal, ΔL : Cambio en la longitud de la probeta, L: Longitud inicial de la probeta, ν : Coeficiente de Poisson.

Moseley *et al.* (2015) desarrollan una herramienta de código abierto cuyo objetivo es servir como enlace entre el diseño y la simulación de actuadores blandos neumáticos, mediante la caracterización mecánica del material y su posterior simulación mediante elementos finitos (18). Con el fin de validar esta herramienta se utiliza el material Ecoflex 00-30. Realizaron ensayos de tracción uniaxial y de tracción plana, el modelo constitutivo seleccionado fue el modelo de Ogden (Figura 1.9). Finalmente, para la validación de la herramienta, se compararon los resultados obtenidos en las pruebas de desplazamiento y bloqueo de fuerza (Figura 1.10) (18).

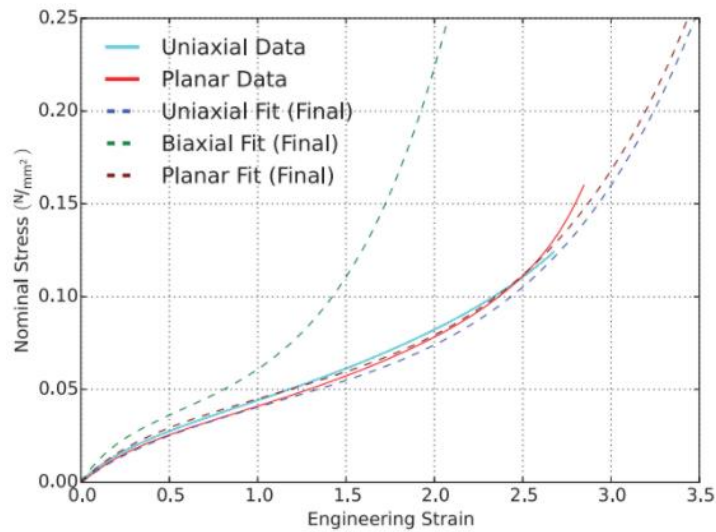


Figura 1.9 Ajuste final de parámetros a las curvas de esfuerzo-deformación experimentales (18).

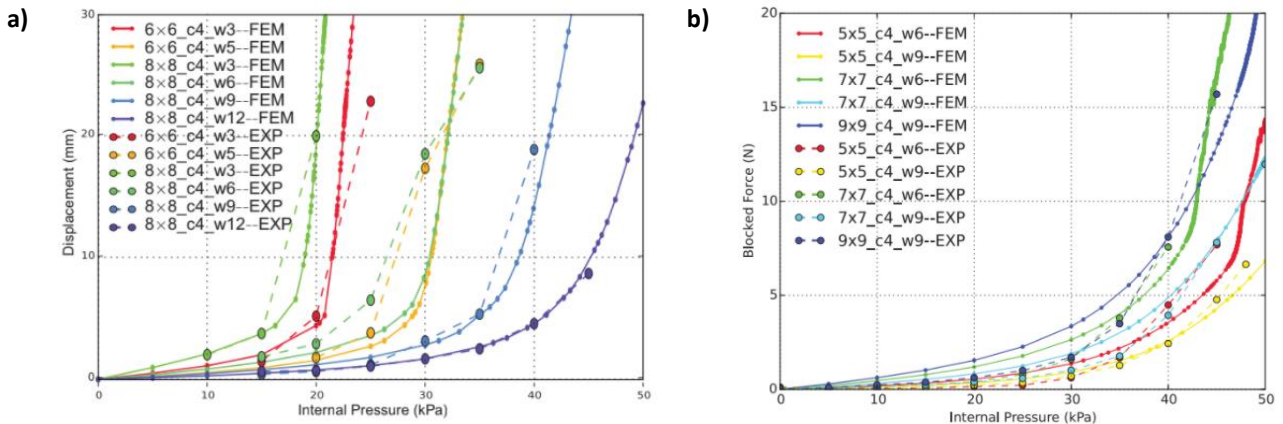


Figura 1.10 Comparación entre datos experimentales y resultados de simulación a) Prueba de desplazamiento, b) Prueba de bloqueo de fuerza (18).

Lee y Pharr (2019) realizan ensayos de fractura a fin de describir el modo de fractura de Ecoflex 00-30, debido a que consideran que es necesario proporcionar una comprensión básica de su fractura, además de que las propiedades básicas del material no han sido estudiadas sistemáticamente. Al realizar los ensayos de fractura, encontraron que, bajo ciertas condiciones, la fisura se desvía de la trayectoria inicial, propagándose perpendicularmente a ésta, conservando un comportamiento estable, sin presentar bifurcación ni regresar a la dirección de falla inicial (Figura 1.11) (38).

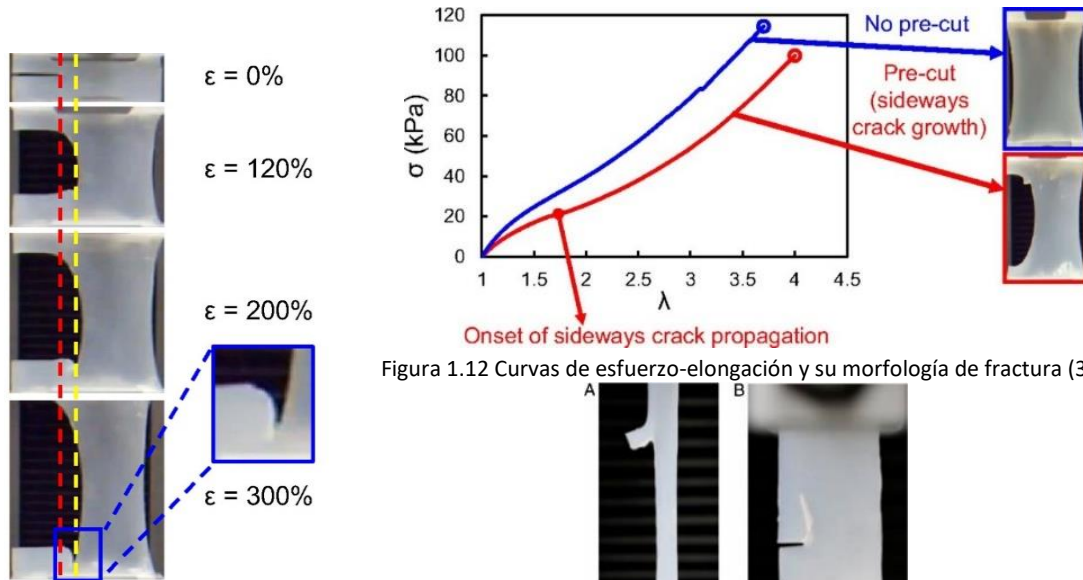


Figura 1.11 Secuencia de propagación de la fisura en el Ecoflex (línea roja: precorte, línea amarilla: propagación lateral estable) (38).

Figura 1.12 Curvas de esfuerzo-elongación y su morfología de fractura (38).

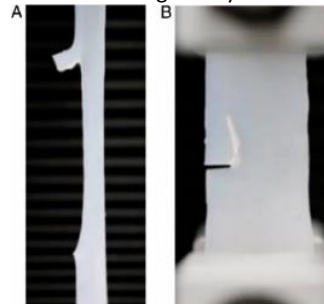


Figura 1.13 A) Propagación de la fisura en espécimen precortado, B) Fisura después de la descarga (38).

Los resultados registrados cuentan con ramificaciones importantes ya que, al detenerse las fisuras, de manera estable (es decir que el espécimen sigue soportando la carga alcanzando grandes deformaciones antes de llegar a falla), la región no fisurada frente a la grieta puede continuar sosteniendo la carga, por lo que se admiten elongaciones significativamente grandes (Figura 1.13). En cuanto a la región no fisurada esta también puede recuperarse completamente después de un ciclo de carga/descarga, por lo que consideran que la deformación continúa siendo elástica (Figura 1.12) (38).

Shi *et al.* (2019) con el objetivo de reportar un método de bajo costo para la fabricación de un sensor blando capacitivo, elástico y sensible a presiones positivas y negativas. El sensor se compone de una capa dieléctrica suave de Ecoflex 00-30, misma que cuenta con entrehierros uniformemente distribuidos; la capa de Ecoflex está intercalada con electrodos de PEDOT:PSS serigrafiados y encapsulados por PDMS (Figura 1.14) (39).

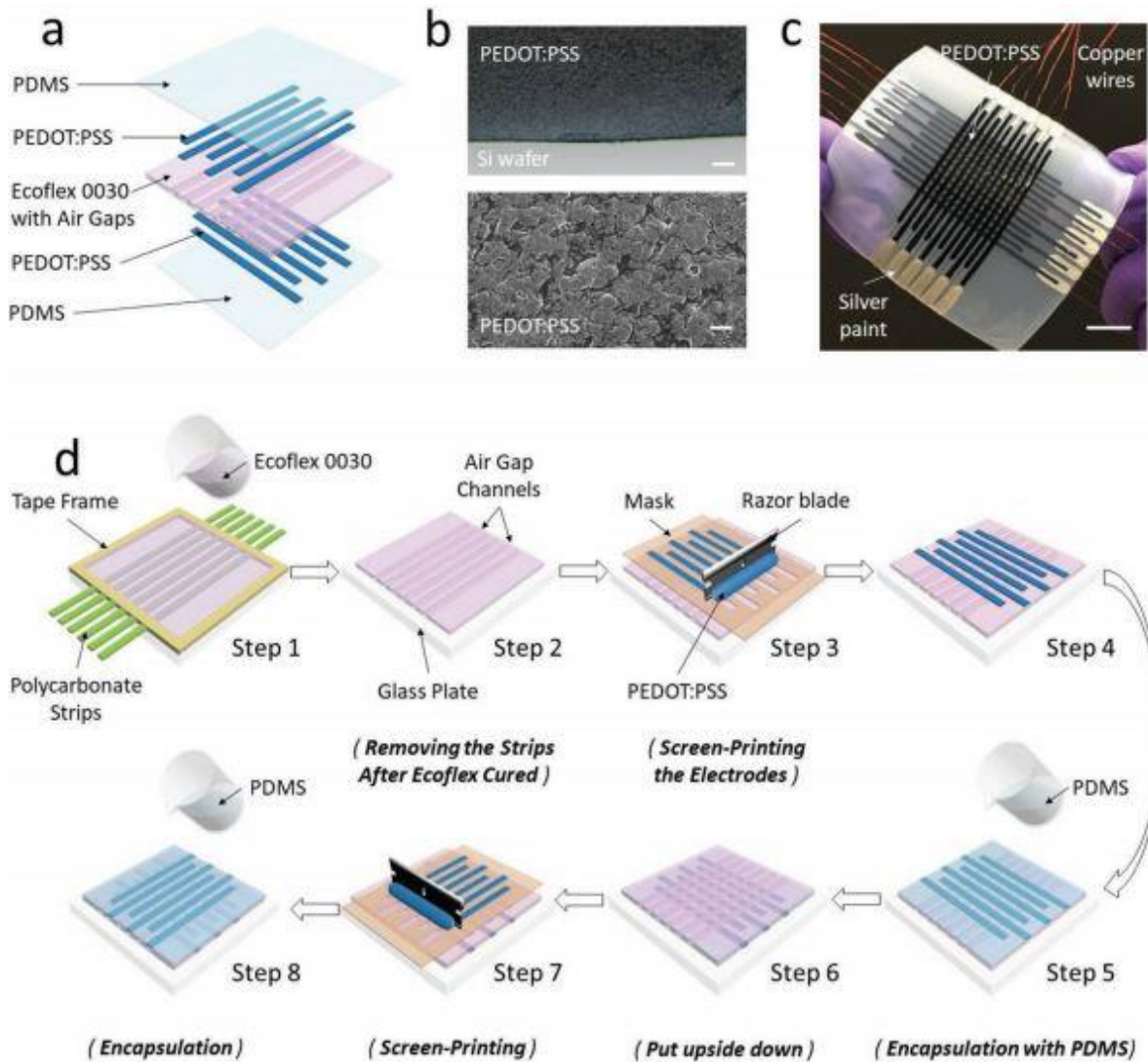


Figura 1.14 a) Esquema del sensor, b) micrografía óptica (imagen superior), imagen SEM de la película de PEDOT:PSS serigrafiada de grosor $\approx 200 \mu\text{m}$ (imagen inferior), c) fotografía de un sensor de presión de 12x12, d) esquema del proceso de fabricación del sensor (39).

Probando diseños iniciales de sensor, encontraron que la geometría del entrehierro tiene una influencia significativa en la sensibilidad de respuesta del sensor, por lo tanto, identifican la necesidad de estudiar las propiedades mecánicas de los materiales que lo componen con el fin de comprender la deformación inducida por la presión del sensor y la respuesta capacitiva bajo presiones externas. A fin de caracterizar al Ecoflex 00-30, realizan ensayos de tracción uniaxial para 5 especímenes siguiendo la norma ASTM D412-15, donde los resultados experimentales promedio fueron ingresados a un programa de análisis por elementos finitos a fin de ajustar los datos y obtener el mejor modelo hiperelástico. Finalmente, una vez modelados los materiales se analizaron dos tipos de sensores mediante el análisis por elementos finitos (Figura 1.15), llevando a la conclusión que para mejorar la sensibilidad de medición tanto para presiones positivas como negativas es necesario aumentar la medida inicial del entrehierro (39).

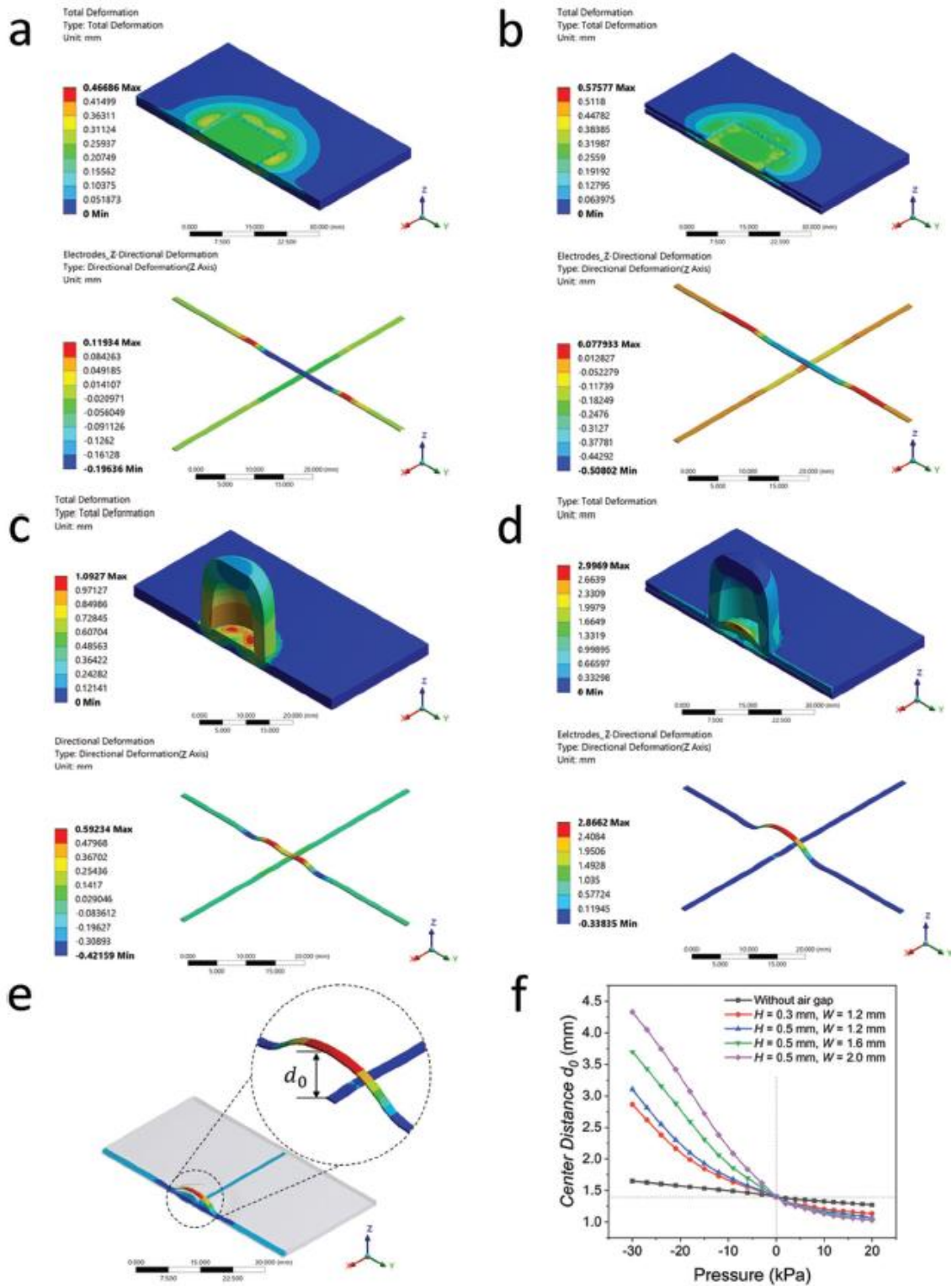


Figura 1.15 Análisis por elementos finitos del sensor con y sin entrehierro para la capa dieléctrica del Ecoflex 00-30 (39).

Steck *et al.* (2019) reportan la caracterización del material, considerándolo como compresible e incompresible; en este trabajo llevan a cabo ensayos de tracción uniaxial para especímenes tipo 5, definidos por la norma ISO 527-3 (40).

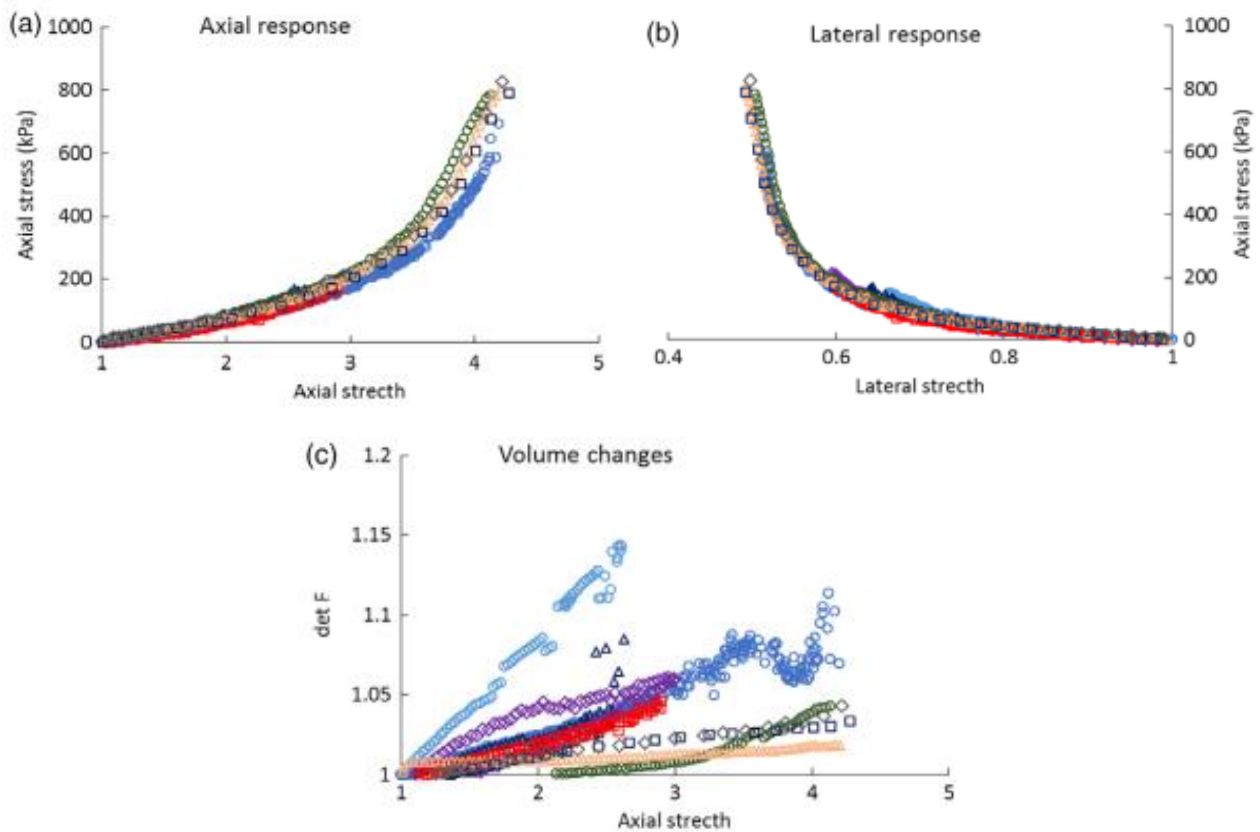


Figura 1.16 Resultados experimentales para una razón de elongación de 1.2/min (40).

Consideran tanto modelos constitutivos clásicos (Ogden, Gent, Yeoh y Mooney-Rivlin), así como un modelo reciente (42); para modelar los comportamientos incompresible y compresible del material (Figura 1.17) (40).

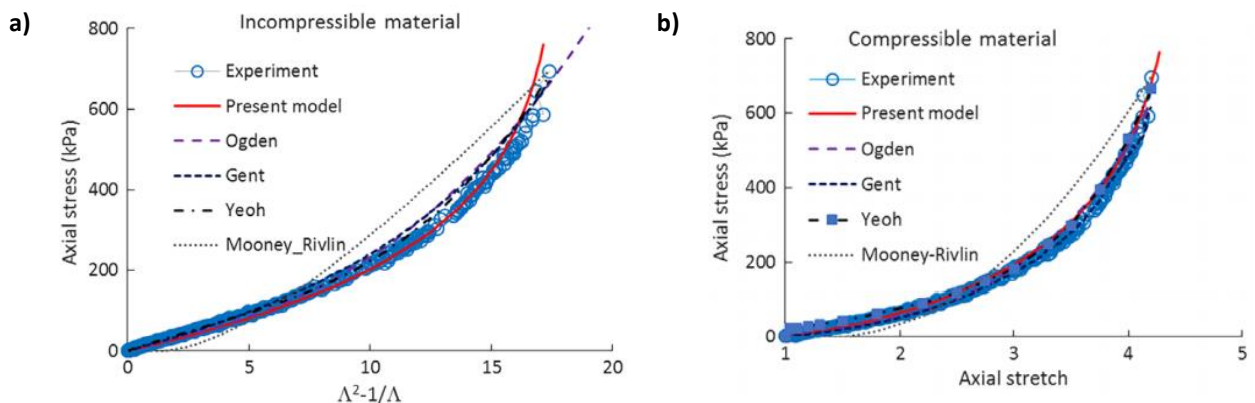


Figura 1.17 a) Respuesta axial del Ecoflex 00-30 (incompresible), b) Respuesta axial del Ecoflex 00-30 (compresible) (40).

Cruz, L. (2020) presentó la caracterización del Ecoflex 00-30 utilizando una herramienta computacional (algoritmo genético) para la determinación de los parámetros óptimos del material; donde los datos se obtuvieron a partir de ensayos de tracción uniaxial siguiendo la norma ASTM D412; en este caso los modelos seleccionados para el modelado del comportamiento físico fueron el modelo de Warner y el modelo de Yeoh donde para la evaluación de su aptitud como solución se recurrió a la función de suma de los cuadrados del

error residual (RSS), además de también referir el coeficiente de correlación de Pearson. Una vez determinadas estas soluciones (Tabla 1.2), se simuló el ensayo de tracción siguiendo las condiciones del ensayo experimental (una carga axial de 9.36 [N] durante 45.5 [s]) para finalmente comparar los valores máximos de esfuerzo (Figura 1.18) y deformación registrados mediante el error porcentual. En este caso, el modelo de Yeoh, demostró una mejor aproximación obteniendo un error de 4.88% para la comparación entre esfuerzos máximos y un valor de error de 1.01% para la comparación entre deformaciones máximas; mientras que el modelo de Warner arrojó un error de 7.26% en la comparación de esfuerzos y un error de 1.22% en la comparación de deformaciones máximas (2).

Tabla 1.2 Soluciones óptimas determinadas por el algoritmo genético junto a sus valores de aptitud (2).

Modelo	Parámetros óptimos	Error RSS	Coef. Correlación
Warner	$\mu = 121012.6$ [Pa] $J_m = 45.62$	8.653×10^{13}	0.99560
Yeoh	$C_{10} = 19113.7$ [Pa] $C_{20} = 3672.91$ [Pa] $C_{30} = -46.98$ [Pa]	6.648×10^{12}	0.99964

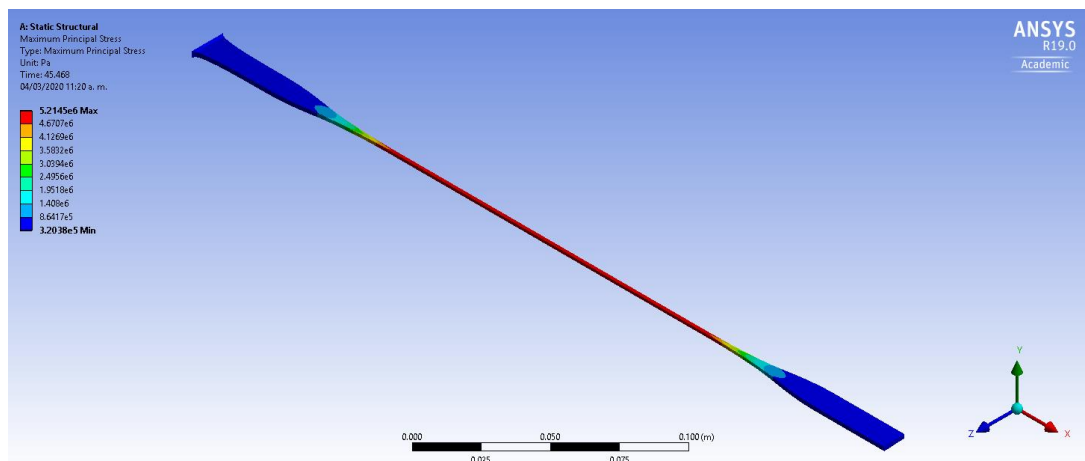


Figura 1.18 Resultados de simulación del ensayo de tracción para el esfuerzo máximo registrado (5.21 [MPa]) utilizando la solución óptima para el modelo de Yeoh (2).

Liao *et al.* (2020) considera a las investigaciones experimentales previas muy limitadas, por lo que realizan pruebas cíclicas de carga-descarga-recarga a diferentes velocidades y niveles de deformación, pruebas de relajación de un solo paso con varias deformaciones y tiempos de retención y pruebas de ablandamiento de tensiones para identificar el efecto Mullins. Estas pruebas fueron realizadas para los materiales Ecoflex, con un rango de dureza Shore desde 00-10 hasta 00-50 (durezas Shore consideradas: 00-10, 00-20, 00-30 y 00-50; Figura 1.19) (43).

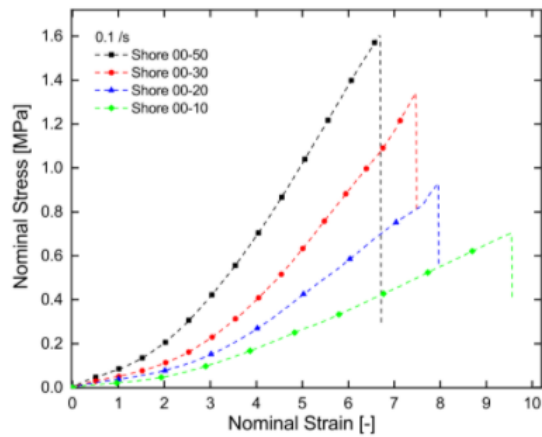


Figura 1.19 Resultados de la realización de ensayos de tracción en probetas de diferentes durezas Shore (43).

Con el fin de modelar los materiales, los modelos Neo-Hookean y Yeoh de tres parámetros fueron seleccionados. Además, para identificar los valores de los parámetros se recurrió a la aproximación de curva mediante el método de mínimos cuadrados (43).

Finalmente, uno de los trabajos más recientes es el que reportan Marechal *et al.* (2020), donde realizan ensayos de tracción uniaxial basados en la norma ASTM D412 (Figura 1.20) para definir los parámetros de varias clases de elastómeros (Ecoflex 00-10, Ecoflex 00-30, Ecoflex 00-50, Platsil Gel-10, SORTA-Clear 40, RTV 615, Body Double SILK, Rebound 25, Dragon Skin FX-Pro, Dragon Skin 10 MEDIUM, Dragon Skin 20, Dragon Skin 30, Dragon Skin FX-Pro + Slacker, Psycho Paint, Mold Star 16 FAST, Mold Star 20T y SOLOPLAST 150318), considerando los modelos de Neo-Hookean, Mooney-Rivlin, Yeoh, Ogden, Hupfrey y Veronda-Westmannn. El objetivo de este trabajo es proveer un conjunto común de parámetros de material para modelar, con el fin de edificar una base de datos colaborativa para la comunidad de robótica blanda y ayudar a elegir apropiadamente los materiales para una aplicación particular (41).

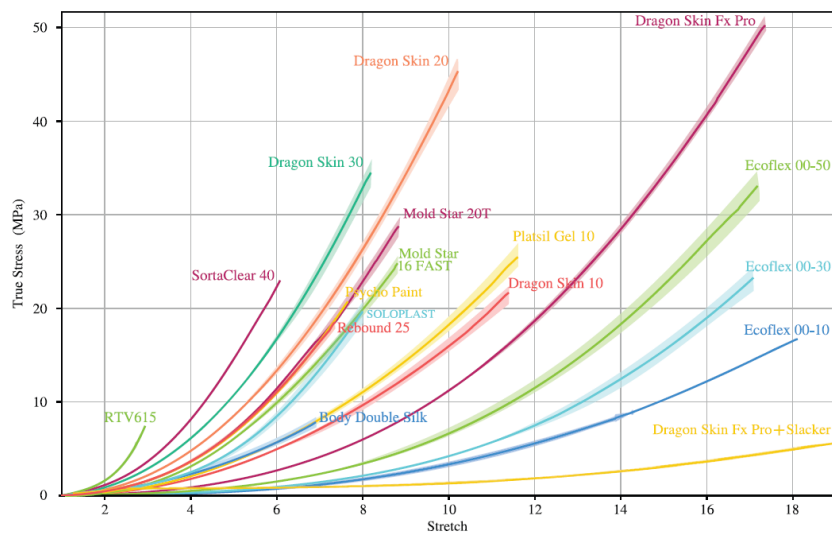


Figura 1.20 Curvas experimentales de esfuerzo-elongación para tracción uniaxial hasta falla con bandas de confianza del 95% (41).

2. Problemática

A pesar de que en la literatura se han abordado diferentes propuestas para el modelado de materiales blandos, se ha detectado que existen variaciones entre los métodos de caracterización utilizados. Estas se presentan desde los ensayos mecánicos utilizados para la obtención de datos experimentales (22,36,39–41), mismos que no siempre siguen una norma (18,23,32,35,43), hasta las consideraciones requeridas para correlacionar los modelos matemáticos con los datos experimentales. Asimismo, también existen diferencias entre las formas de determinar las constantes de los modelos constitutivos, algunas se basan en el uso de las herramientas que ofrecen los programas de análisis por elemento finito (FEA) (39), otras utilizan el ajuste de curvas mediante mínimos cuadrados (18,35), la utilización del método de Levenberg-Marquardt (41) o el uso de algoritmos evolutivos (2,44,45). Además, una vez determinados los parámetros de los modelos, no todos los trabajos desarrollados reportan una validación entre la simulación y los datos experimentales (22,27,32,37–39) y aquellos que realizan este paso reportan una correlación cualitativa (36) o cuantitativa (18,30,31,35,40,41) entre los resultados experimentales y de FEA para un caso particular de estudio. Por estas razones, es necesaria la propuesta de un método claro que permita la caracterización estructurada de materiales blandos.

En el caso particular del material Ecoflex 00-30, los resultados obtenidos durante el trabajo realizado en 2020 (2) demuestran que tanto el modelo de Warner como el modelo de Yeoh son aptos para modelar su comportamiento mecánico. Estas soluciones tuvieron valores asociados de RSS iguales a 8.653×10^{13} y 6.648×10^{12} , dichos valores se interpretan como la exactitud alcanzada por los datos predichos respecto a los datos experimentales, donde al tener valores cercanos a cero, indica que la exactitud de predicción es casi perfecta. Por otro parte, sus coeficientes de correlación fueron 0.99560 y 0.99964, donde el obtener un valor cercano a +1 se indica una relación fuertemente positiva entre variables, es decir, a medida que la elongación incrementa, también lo hace el valor de esfuerzo, por lo que se respeta el comportamiento físico del material.

A pesar de lo anterior, los valores de los parámetros determinados difieren en comparación con los resultados reportados en literatura previamente. Por lo tanto, se establece como una necesidad el desarrollar un método que permita validar la confiabilidad de los resultados obtenidos y perfeccionar aspectos de la propuesta anterior.

Este trabajo retoma ciertos puntos desarrollados por Cruz, L. (2020) (2), aunque presenta modificaciones al algoritmo genético y al criterio para determinar la solución óptima, que se basa en la simulación FEA empleando dos programas computacionales distintos. Además, se realizan mejoras en el desarrollo de los ensayos experimentales y se incorpora una evaluación de la reproducibilidad del método propuesto.

2.1. Objetivo

Proponer un método reproducible para realizar la caracterización de elastómeros y la determinación de parámetros de modelos constitutivos, utilizando el material Ecoflex 00-30 como caso de estudio.

2.2. Alcances

- Diseñar y fabricar un troquel de acero inoxidable basado en la norma ASTM D412 para el corte de especímenes de ensayo.
- Diseñar y fabricar un sistema de sujeción externo para ensayos de tracción con probetas de elastómeros.
- Rediseñar el algoritmo genético propuesto en el trabajo presentado en 2020 (2).
- Identificar una zona óptima dentro de los espacios de búsqueda de los parámetros relacionados a los modelos constitutivos empleados.
- Analizar y comparar resultados contra los resultados obtenidos previamente en el trabajo presentado en 2020 (2).
- Proponer un método para la caracterización de materiales hiperelásticos.
- Analizar la reproducibilidad del método y su consistencia entre resultados de simulación y modelado matemático.

3. Marco teórico

3.1. Modelos constitutivos hiperelásticos

Con el fin de modelar el comportamiento mecánico de un material hiperelástico, cualquier modelo puede considerarse; sin embargo, existen limitaciones inherentes a los modelos que deben ser evaluadas antes de seleccionarlo para modelar un material determinado. En el caso del modelo de Mooney, presenta una correlación cercana a los datos experimentales para rangos de deformación menores al 200% (6); el modelo Neo-Hookean asume un comportamiento perfectamente elástico para todos los perfiles de deformación y por lo general entrega resultados válidos para deformaciones inferiores al 20% (46); el modelo de Mooney-Rivlin es una versión extendida del modelo de Mooney expresado como una serie polinomial (6); el modelo de Valanis-Landel, ofrece una correlación cercana para datos experimentales (obtenidos por ensayos uniaxiales y biaxiales) para un rango de elongación (λ) de 0.6 a 2.5; Ellen M. Arruda y Mary C. Boyce, propusieron un modelo constitutivo de polímero reticulado de ocho cadenas (modelo de Arruda-Boyce) con aplicación específica a los sólidos en red y puede predecir con precisión el comportamiento de cierta clase de elastómeros (46); el modelo de Warner (7) (conocido mayormente como modelo de Gent) ofrece buenas predicciones para perfiles complejos de deformación con una formulación matemática muy simple; el modelo de Yeoh otorga predicciones aceptables para rangos más amplios de deformación en comparación con los modelos de Mooney-Rivlin y Neo-Hookean (46).

Es posible definir un modelo constitutivo hiperelástico eficiente, utilizando cuatro consideraciones principales (47):

- a) **Debe ser capaz de reproducir con precisión toda la respuesta en forma de “S” de la curva experimental de los elastómeros.**
- b) **Los cambios en los modos de deformación no deben representar un obstáculo para el modelo**, es decir, si el modelo reproduce con exactitud el comportamiento bajo tracción uniaxial, también debe conservar esta exactitud bajo cortante puro o en tracción equibiaxial.
- c) **El número de parámetros de material relevantes debe ser el mínimo posible**, esto con el fin de reducir el número de pruebas experimentales necesarias para su identificación.
- d) **La formulación matemática debe ser lo bastante simple para facilitar la implementación numérica del modelo.**

3.1.1. Criterio de estabilidad de Drucker

Además de modelar el comportamiento mecánico de los materiales hiperelásticos, las funciones de energía son utilizadas para relacionar el esfuerzo y la deformación en los programas de elementos finitos. En consecuencia, es importante que estas funciones obedezcan las leyes termodinámicas; esto implica que las funciones de energía deben ser estables (lo que significa que las funciones matemáticamente le requieran al sólido que aumente su energía interna cuando se aplique trabajo en él). En caso de que las funciones de energía de deformación sean

inestables pueden causar grandes estragos en los algoritmos de solución presentes en los códigos de elemento finito (48).

Para considerar como estable una función de energía de deformación esta debe obedecer el criterio de estabilidad de Drucker, que se expresa a continuación:

$$\sum_i d\sigma_i d\varepsilon_i \geq 0 \quad [17]$$

Donde: $d\sigma_i$: Incremento en el esfuerzo de Cauchy principal i ésimo, $d\varepsilon_i$: Incremento en la deformación relacionada al esfuerzo σ_i .

Debido a esto, la matriz de rigidez tangencial \mathbf{D} debe definirse de manera positiva (49). No obstante, la restricción de los coeficientes para mantener su estabilidad en modelos basados en el primer invariante de la deformación (I_1) puede reducir la calidad del ajuste a los datos experimentales (50). Además, cabe señalar que tanto las constantes en el modelo de Arruda-Boyce, así como en el modelo de Warner son incondicionalmente estables (51).

3.2. Algoritmos genéticos

La técnica de algoritmo genético ha sido la más popular en el campo de investigación de la computación evolutiva. Los algoritmos genéticos fueron inventados y desarrollados por John Holland en 1975, proponiéndolos como un método heurístico basado en el principio de Darwin “la supervivencia del más apto”. Parten de una metáfora en la que se considera al problema de optimización como un ambiente en el que un conjunto de candidatos a solución vivirá, lo que hace posible aplicarlos a una gran variedad de problemas de optimización además de ser una herramienta interesante para problemas prácticos (52,53).

En algoritmos genéticos existen dos elementos principales: las poblaciones y los individuos, cada individuo representa una única solución, mientras que una población es un conjunto de individuos que están involucrados en el proceso de búsqueda (52).

Cada individuo está compuesto por dos tipos de representación de la solución candidato; el cromosoma, que representa la información “genética” (genotipo) codificada y contiene información característica de la solución, y el fenotipo, que decodifica al cromosoma (mediante la función de morfogénesis) en términos del modelo (52).

3.2.1. Codificación

La codificación permite representar a los genes individuales utilizando bits, números, árboles, cadenas, listas u otro objeto (52).

3.2.1.1. Codificación binaria

Se trata de la codificación más común, donde cada cromosoma se codifica como una cadena binaria (0-1) y cada bit dentro de la cadena representa alguna característica de la solución. Para este tipo de codificación se tiene que: los enteros son representados de manera exacta, es

posible representar una cantidad finita de números reales, la precisión dependerá de la longitud de la cadena (mayor longitud mayor cantidad de números reales representables) (52).

Cromosoma 1	1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1
Cromosoma 2	0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 1

Figura 3.1 Codificación binaria.

3.2.1.2. Codificación octal

La diferencia con la codificación binaria es que las cadenas se basan en el sistema octal (0-7) (52).

Cromosoma 1	76514362
Cromosoma 2	63457143

Figura 3.2 Codificación octal.

3.2.1.3. Codificación hexadecimal

En este caso las cadenas utilizan números hexadecimales (0-9, A-F) (52).

Cromosoma 1	A501F362
Cromosoma 2	23B5794C

Figura 3.3 Codificación hexadecimal.

3.2.2. Evaluación de ajuste

Este proceso se lleva a cabo con la ayuda de una función de ajuste, dicha función mide la calidad de las soluciones que el algoritmo genético ha generado (53).

3.2.3. Crianza

Este proceso es la esencia del algoritmo genético; se realiza una búsqueda de nuevos y mejores individuos en comparación a la generación anterior, este proceso consta de tres pasos principales (52):

- Selección de padres.
- Cruza entre padres para generar descendencia (nuevos individuos).
- Reemplazo de los individuos anteriores.

3.2.4. Selección de padres

En el proceso de selección dos individuos son seleccionados como padres para el posterior proceso de cruce. El objetivo de este proceso es destacar a los mejores individuos, para que su descendencia conserve dichas características (52).

3.2.4.1. Selección por ruleta

Esta es una de las técnicas más tradicionales de selección en algoritmos genéticos. Se trata de una técnica simple pero ineficiente ya que el individuo menos apto puede seleccionarse en más de una ocasión (54).

3.2.4.2. Selección por Torneo

La técnica de selección por torneo tiene como principio de selección la competencia de torneo entre un número N de individuos, donde el individuo con mayor valor de aptitud es el que gana el torneo y por ende es seleccionado. Con esta técnica se impulsa a que los individuos de generaciones posteriores tengan mejores valores de aptitud (52).

3.2.5. Cruza

La cruce permite la combinación de material genético de dos o más individuos, en sistemas biológicos, se trata de un proceso complejo en el que parejas de cromosomas se alinean, se fragmentan en ciertas secciones y finalmente se intercambian dichos fragmentos entre sí. En computación evolutiva la cruce es simulada al intercambiar segmentos de un cromosoma (53,54).

3.2.5.1. Cruza en un punto

A partir de dos cromosomas padres se selecciona una posición aleatoria dentro de la cadena, en dicha posición se realizará un corte en ambos cromosomas y las secciones posteriores a dicho corte se intercambiarán (52).

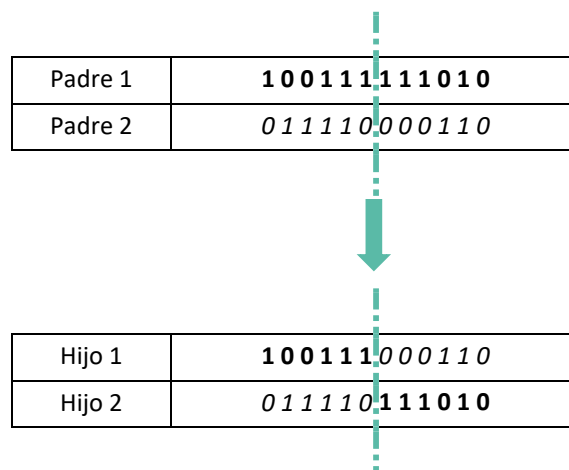


Figura 3.4 Ejemplo de cruce en un punto

3.2.5.2. Cruza uniforme

Este método es completamente diferente del método de cruce de puntos, para la cruce uniforme cada gen es copiado de uno u otro padre con base en una tercera cadena binaria con la misma longitud que los padres, esta cadena se genera al azar y se denomina "máscara de cruce". Para

el primer hijo, en caso de que el gen de la máscara de cruce sea 1 el gen es copiado del primer padre, si por el contrario el gen en la máscara de cruce es 0 el gen se copia del segundo padre, caso contrario para el segundo hijo. El número de puntos de cruce efectivo en por lo general es igual a la mitad de la longitud del cromosoma (52).

Padre 1	1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1
Padre 2	<i>0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1</i>
Máscara de cruce	1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0
Hijo 1	1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1
Hijo 2	0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 1

Figura 3.5 Ejemplo de cruce uniforme

3.2.6. Mutación

El operador de mutación evita que el algoritmo quede atrapado en un mínimo local, al recuperar material genético perdido durante la cruce o perturbando la información genética de forma aleatoria. Se trata de un operador que conserva la diversidad genética en la población (52).

3.2.6.1. Probabilidad de mutación

La probabilidad de mutación es un parámetro importante, ya que a partir de este se decide la cantidad de genes mutados en un cromosoma. Además, debe ser un valor pequeño, por lo general se toma como $1/L$ donde L representa la longitud del cromosoma y no debe ocurrir con mucha frecuencia, ya que puede generar que el algoritmo genético se torne a una búsqueda aleatoria (52).

3.2.6.2. Mutación por inversión

Este tipo de mutación involucra un cromosoma “padre” y un cromosoma de mutación generado de manera aleatoria (de igual longitud al primer cromosoma). Cuando un gen del cromosoma de mutación tiene como dígito a un 1, ese mismo gen del cromosoma padre deberá invertirse (1 por 0 o viceversa) dando como resultado un cromosoma “hijo” (52).

Padre	1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1
Cromosoma de mutación	1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0
Hijo	0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1

Figura 3.6 Ejemplo de mutación por inversión.

3.2.6.3. Mutación por intercambio

En este caso se selecciona un par de posiciones dentro de la cadena de forma aleatoria y los genes que pertenecen a dichas posiciones se intercambian (52).

Padre	1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1
Hijo	0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 1

Figura 3.7 Ejemplo de mutación por intercambio

3.2.7. Reemplazo

Se trata de la última etapa del proceso de crianza. Por lo general dos padres son seleccionados de una población de tamaño fijo y crían dos hijos; sin embargo, los cuatro no pueden regresar a la población, por lo que se debe determinar un método para decidir qué individuos permanecen y qué individuos son reemplazados.

3.2.7.1. Reemplazo aleatorio

Los hijos reemplazan dos individuos de manera aleatoria en la población; es una técnica útil para búsquedas continuas en poblaciones pequeñas (52).

3.2.7.2. Reemplazo de padre débil

Para el reemplazo de un padre débil, este es reemplazado por un hijo fuerte. En caso de contar con cuatro individuos, sólo los dos más aptos, padre o hijo, regresan a la población. Esta técnica mejora la aptitud general de la población cuando se utiliza junto a una técnica de selección que elige tanto padres fuertes como débiles para el proceso de cruce (52).

3.2.7.3. Ambos padres

Esta técnica de reemplazo es simple, ya que el hijo reemplaza al padre. En este caso cada individuo solamente se reproduce una vez y como resultado, la población y el material genético se mueven, pero generan un problema si se combina con una técnica de selección que favorece a los padres aptos, ya que estos después de reproducirse son eliminados (52).

3.2.8. Condición de término

La condición de término indica cuándo terminará el ciclo evolutivo principal, existen diferentes tipos de condición de término, algunas se enlistan a continuación (52,54,55):

- a) *Máximo número de generaciones.* El algoritmo genético para en un número finito de generaciones previamente fijado.
- b) *Tiempo transcurrido.* El algoritmo genético parará una vez que se alcance un tiempo predefinido. En este caso se informa de la mejor solución disponible en ese momento; esto no asegura que sea óptima.
- c) *Generaciones estancadas.* El algoritmo se detiene si no hay una mejora para la función objetivo durante una secuencia consecutiva de generaciones.

3.3. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos (*finite element method*, FEM) es una herramienta matemática que permite establecer y resolver sistemas de ecuaciones diferenciales, o integrales, parciales. Este método es utilizado en ingeniería para resolver sistemas complejos cuyo comportamiento no es posible predecir al utilizar ecuaciones de forma cerrada. El sistema se divide en elementos más pequeños donde la solución es conocida o es posible aproximarla. El método exige que la geometría del sistema sea definida por un número finito de puntos en el espacio, a estos puntos se les llama nodos y cada nodo tiene un conjunto de grados de libertad que pueden variar en función de las excitaciones que entren al sistema (por ejemplo, temperatura o desplazamientos). Además, estos nodos están conectados entre sí por elementos que definen las interacciones matemáticas de los grados de libertad (56).

3.3.1. Aplicaciones del análisis por elementos finitos

- a) **Análisis estructural.** A partir de este tipo de análisis se determinan desplazamientos y esfuerzos bajo condiciones de carga estática. Existen dos tipos de análisis, lineal y no lineal, para el caso lineal se asume que el material trabaja en la región elástica y no existe deformación plástica, mientras que, en el caso no lineal, existe deformación plástica en el material. Este tipo de análisis es utilizado para marcos y armaduras y geometrías en las que se puede encontrar concentradores de esfuerzos.
- b) **Análisis modal.** Se utiliza para evaluar las frecuencias naturales y los patrones de vibración (cuando una excitación externa tiene una frecuencia cercana a una frecuencia natural la estructura falla).
- c) **Análisis de fatiga.** Este tipo de análisis sirve para predecir el ciclo de vida de una pieza o componente en un modelo que se encuentra bajo una carga cíclica.
- d) **Análisis de transferencia de calor.** Es posible realizar dos tipos de análisis, estacionario y transitorio, en el caso estacionario se consideran como constantes las propiedades térmicas, por el contrario, en el caso transitorio se toma en cuenta los cambios de temperatura.
- e) **Simulación de flujo.** Este tipo de análisis simula flujos de aire o líquido en condiciones reales y se utiliza para predecir la distribución de presión y perfiles de velocidad.
- f) **Diagnóstico de falla.** A partir de este análisis se determinan las causas de falla para una pieza, componente o estructura (57).

3.3.2. Procedimiento del análisis por elementos finitos

El procedimiento general para realizar un análisis por elementos finitos es el siguiente.

1. **Creación del modelo.** Antes de realizar un análisis por elementos finitos, es necesario desarrollar un modelo virtual del modelo, la pieza o el ensamble que se desea analizar. Además, también es necesario definir las propiedades del o los materiales de los que se compone dicho modelo (56).

2. Discretización del modelo. En este paso se procede a discretizar el modelo, es decir, el cuerpo se dividirá en un sistema equivalente de elementos finitos que tienen nodos específicos para cada elemento (58).

2.1 Definición de los elementos. El tipo de análisis, así como la definición de los elementos está basada en el comportamiento físico del modelo. Por lo tanto, se seleccionarán los elementos cuyo comportamiento sea el más cercano al comportamiento físico, en cuanto al número de elementos y su tamaño, idealmente se buscan elementos lo suficientemente pequeños que permitan obtener resultados aceptables, pero lo suficientemente grandes para reducir el tiempo de procesamiento (58).

a) Elementos lineales. Se utilizan para modelar estructuras de tipo armadura o tipo marco, el elemento lineal más simple está compuesto por dos nodos, uno en cada extremo, aunque también existen elementos lineales de mayor orden, con tres o más nodos.

b) Elementos bidimensionales. También conocidos como elementos tipo plano, pueden ser triangulares o cuadriláteros, los elementos bidimensionales más simples solamente se componen por nodos en los vértices y límites rectos o curvos.

c) Elementos tridimensionales. Los elementos tridimensionales básicos solamente cuentan con nodos en los vértices y pueden ser tetraedros o hexaedros con lados rectos, en el caso de elementos de mayor orden pueden tener nodos intermedios y superficies o lados curvos.

d) Elementos triangulares y cuadriláteros axisimétricos. Utilizados para problemas axisimétricos. Estos elementos se generan a partir de rotar 360 un elemento bidimensional alrededor de un eje fijo (58).

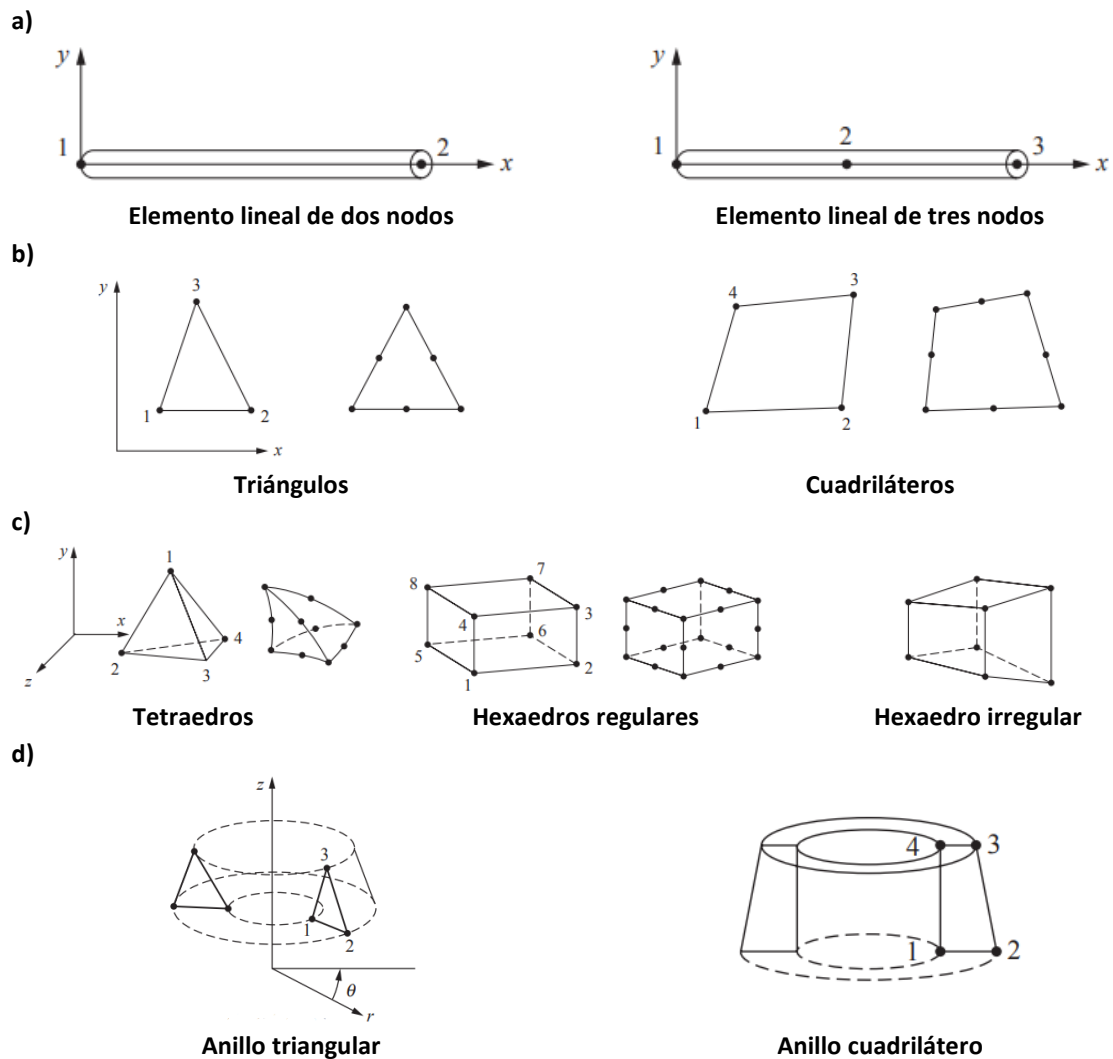


Figura 3.8 a) Elementos lineales, b) Elementos bidimensionales, c) Elementos tridimensionales, d) Elementos triangulares y cuadriláteros axisimétricos (58).

3. **Ensamble de elementos.** En esta parte los modelos de elementos en sistemas de coordenadas locales se convierten en elementos de un sistema global que permite su ensamblaje.
4. **Definición de condiciones de frontera y cargas.** La interacción que existe entre el modelo y el ambiente se representa mediante la definición de condiciones de frontera y cargas.
5. **Solución de incógnitas primarias.** Contar con condiciones de frontera suficientes permiten obtener una solución para el sistema global del modelo, que consta por lo general de una gran cantidad de ecuaciones lineales.
6. **Cálculo de variables dependientes.** A partir de la solución de variables independientes es posible resolver a las variables dependientes, por ejemplo a partir de la deformación (variable independiente) junto con el modelo constitutivo del material, es posible obtener el valor de esfuerzo (variable dependiente) (57).
7. **Interpretación de resultados.** El objetivo principal es que la interpretación de los resultados obtenidos sirvan como herramienta en el proceso de diseño y análisis (58).

4. Desarrollo

Como punto de partida para la caracterización de un elastómero es necesario contar con datos experimentales, estos se deben obtener a partir de la realización de ensayos mecánicos tales como: el ensayo de tracción uniaxial, el ensayo de tracción biaxial o el ensayo de cortante puro. Posteriormente se definen las consideraciones pertinentes acerca de su comportamiento, en este caso el material se considera como isotrópico e incompresible. A partir de estas consideraciones algunos modelos constitutivos pueden ser descartados previo a la selección. Asimismo, dentro de la selección del modelo constitutivo se debe tomar en cuenta los rangos de deformación para los que los modelos constitutivos son válidos; los modelos seleccionados en este caso fueron el modelo de Warner y el modelo de Yeoh, debido a su capacidad de predicción. Una vez seleccionados los modelos constitutivos se determinaron sus parámetros para reconstruir la curva experimental. Finalmente, la selección final de la solución óptima se llevó a cabo a partir de los resultados de simulación del ensayo de tracción.

4.1. Ensayos de tracción uniaxial

Los ensayos de tracción uniaxial se realizaron siguiendo el método A, descrito en la norma ASTM D412 (59), donde el espécimen ensayado fue del tipo D (Figura 4.1), debido a que la distancia entre marcas, dentro de la longitud calibrada, era la máxima en comparación a los demás especímenes (12.5 mm de distancia respecto al centro de la probeta, Figura 4.1). Además, el espesor del espécimen se fijó en 3 mm (espesor máximo permitido por la norma).

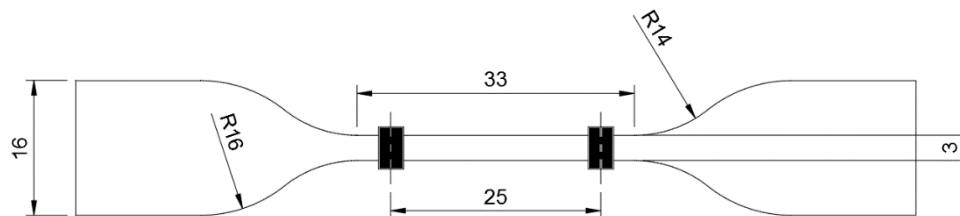


Figura 4.1 Medidas en milímetros del espécimen ensayado (tipo D) (59).

4.1.1. Fabricación de especímenes

Para la obtención de las dimensiones requeridas por los especímenes se diseñó un troquel en el programa de cómputo *Autodesk Fusión 360* (Figura 4.2), este fue manufacturado en un bloque de acero inoxidable utilizando una cortadora CNC y corte con chorro de agua (Figura 4.3).

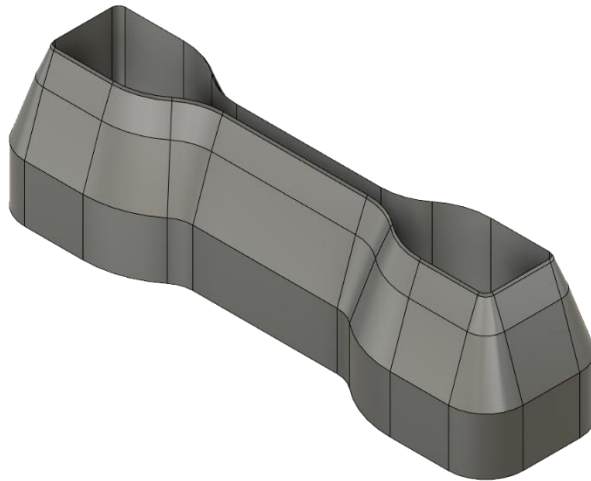


Figura 4.2 Diseño del troquel tipo D, basado en las medidas de la norma ASTM D412.

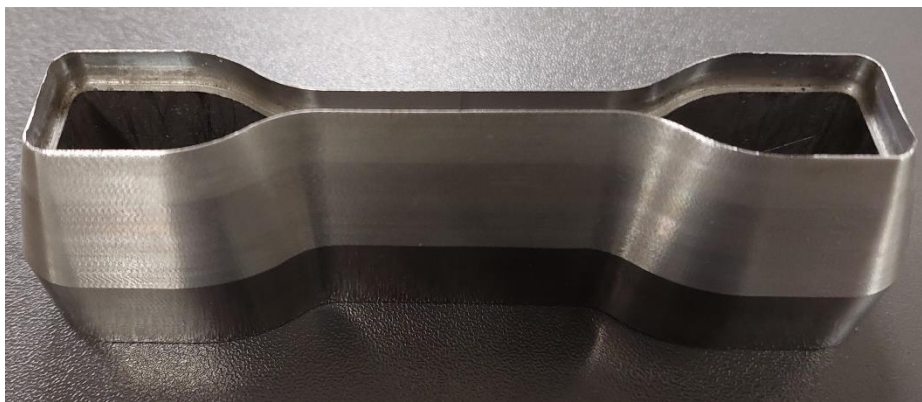


Figura 4.3 Troquel manufacturado en acero inoxidable para el corte de probetas tipo D (ASTM D412).

Para la preparación del material se siguieron las indicaciones de la hoja técnica del material, misma que menciona que la mezcla de material compuesta por parte A y parte B debe estar formada uno a uno de peso o volumen (1A:1B). Para ello se construyeron un par de contenedores de acrílico (medidas de largo y ancho de los contenedores 1 y 2 :42.9 x 13.8 cm y 40.7 x 16.1 respectivamente) a fin de mantener un espesor homogéneo en todas las probetas utilizadas generando placas de Ecoflex 00-30. La cantidad de material mezclado necesario en peso para cada uno de los contenedores, se calculó a partir del volumen total requerido por placa (para asegurar un espesor de 3 mm) y el volumen específico del material (60).

Volumen de material por placa		Volumen específico (Ecoflex 00-30)
Placa 1	$V_{P1} = 177.6 \text{ [cm}^3\text{]}$	$v = 26 \left[\frac{\text{in}^3}{\text{lb}} \right]$
Placa 2	$V_{P2} = 196.6 \text{ [cm}^3\text{]}$	

A partir de la relación entre volumen específico y densidad $v = \frac{1}{\rho}$ es posible obtener directamente el valor de densidad del material: $\rho = 1.06461 \text{ [g/cm}^3\text{]}$. En consecuencia, el peso requerido por la placa 1 y la placa 2 es de aproximadamente 190 [g] y 210 [g] respectivamente.

El material se curó durante 24 horas a temperatura ambiente, antes de obtener los especímenes de ensayo. Además, los contenedores se colocaron sobre una mesa de granito facilitada por el Laboratorio Acreditado de Metrología del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología de la Universidad Nacional Autónoma de México con el fin de obtener un espesor homogéneo. Bajo estas condiciones, se obtuvieron placas con un espesor de 2.72 y 2.69 mm, dichos espesores son válidos ya que se encuentran dentro del rango de espesores permisibles (1.5 – 3 mm) definidos por la norma ASTM D412. A partir de estas placas se obtuvieron 38 especímenes de ensayo.



Figura 4.4 a) Contenedor 1 con 190 [g] para la obtención de la primer placa de Ecoflex 00-30, b) Contenedor 2 con 210 [g] para la obtención de la segunda placa de Ecoflex 00-30.

4.1.2. Realización de ensayos mecánicos

Los ensayos mecánicos se realizaron en un marco electromecánico de ensayo universal *Shimadzu AGS-X Series* con capacidad máxima de 50 kN (Figura 4.5) (61). Para la sujeción de las probetas la norma ASTM D412 provee cuatro opciones de sujeción: 1) mordazas neumáticas, 2) mordazas manuales de cuña, 3) mordazas por rodillo y 4) sujeción de tijeras (62). Debido a razones de disponibilidad se optó por la utilización de mordazas por rodillo (Figura 4.6).



Figura 4.5 Marco electromecánico de ensayo universal Shimadzu AGS-X Series 50 kN (61).



Figura 4.6 Mordazas por rodillo.

A fin de evitar el fenómeno de deslizamiento observado durante la realización del ensayo de tracción se optó por la fabricación de un sistema de sujeción externo; dicho sistema se compone

por cuatro piezas manufacturadas mediante manufactura aditiva, que se colocarían delante del rodillo y atrás de la mordaza, para acoplar un par de prensas de resorte, que aumentan la fuerza de sujeción (Figura 4.7). Al igual que el troquel, estas piezas fueron diseñadas en el programa de cómputo Autodesk Fusión 360.

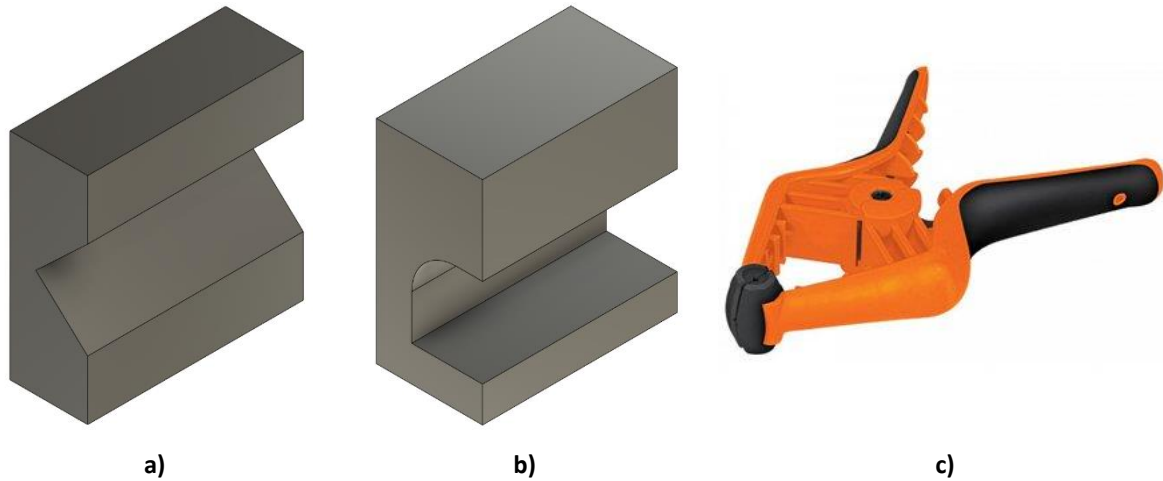


Figura 4.7 Componentes individuales del sistema de sujeción: a) pieza frontal, b) pieza trasera, c) prensa de resorte.

La Figura 4.8 muestra esquemáticamente, la forma de acoplamiento del sistema de sujeción a las mordazas de rodillo.

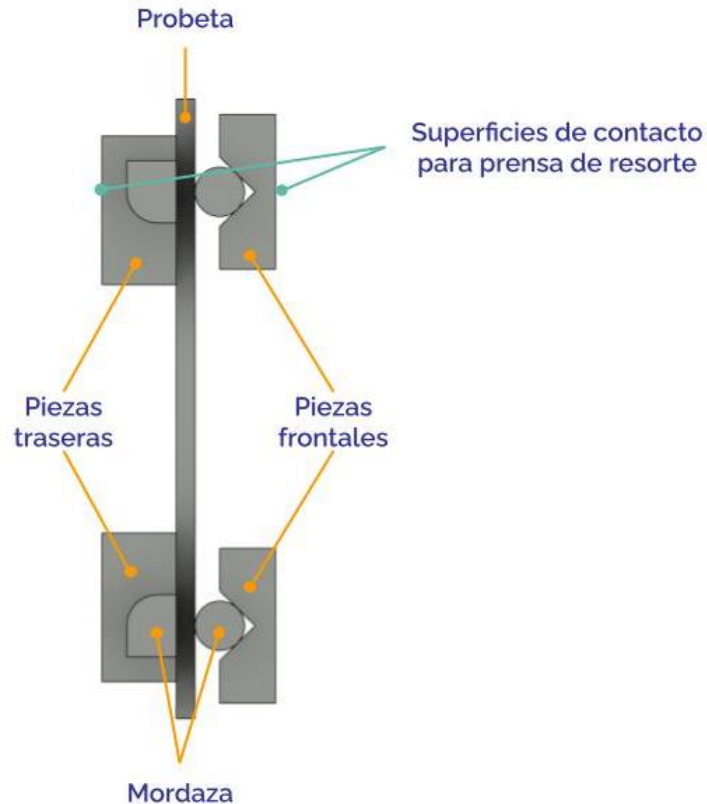


Figura 4.8 Esquema del acople del sistema de sujeción a las mordazas de rodillo (vista lateral).

Para la selección de la celda de carga, se recurrió a los datos provistos por el fabricante (Tabla 4.1) para calcular una aproximación de la fuerza máxima requerida para llevar hasta ruptura el material.

Tabla 4.1 Descripción técnica del material Ecoflex 00-30

Propiedad	Dato del fabricante
Resistencia a la tracción	200 psi
Módulo de elasticidad (E)	10 psi
Elongación %	900%

A partir de la definición de esfuerzo nominal, ecuación 18, es posible calcular la fuerza máxima necesaria para llevar hasta ruptura el material, ecuación 19, utilizando las medidas ideales del espécimen seleccionado (tres milímetros de ancho en la longitud calibrada por tres milímetros de espesor de la probeta).

$$s = \frac{F_{\text{máx}}}{A_0} \quad [18]$$

Donde: s : Esfuerzo nominal $F_{\text{máx}}$: Fuerza máxima, A_0 : Área inicial.

$$F_{\text{máx}} = s \cdot A_0 \quad [19]$$

Donde: $F_{\text{máx}}$: Fuerza máxima, s : Esfuerzo nominal, A_0 : Área inicial.

Por lo tanto, el cálculo de $F_{\text{máx}}$, se realiza con los siguientes datos:

$$s = 200 \text{ [psi]} = 1\,378\,952 \text{ [Pa]}$$

$$A_0 = (3 \times 10^{-3} \text{ [m]})(3 \times 10^{-3} \text{ [m]}) = 9 \times 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}$$

Dando como resultado:

$$F_{\text{max}} = (1\,378\,952 \text{ [Pa]}) \cdot (9 \times 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}) = 12.41 \text{ [N]}$$

A partir de este valor se consideró utilizar la celda de carga de 50 [N]; sin embargo, las mordazas seleccionadas no eran compatibles con dicha celda debido a su tamaño, en consecuencia, se decidió utilizar la celda de carga de 500 [N] para realizar los ensayos (Figura 4.9).



Figura 4.9 Especímen tipo D, ensayado hasta ruptura a una velocidad de 500 mm/min.

Para considerar como válidos los datos obtenidos a partir de los ensayos mecánicos es necesario que al menos cinco de todos los especímenes ensayados presenten ruptura dentro de la zona delimitada por las marcas localizadas sobre la longitud calibrada (marcas negras presentes en la Figura 4.1) (59).

4.2. Determinación de parámetros de material

Este trabajo está basado en la teoría fenomenológica de Rivlin, es decir se considera al material como incompresible e isotrópico, por lo tanto, sólo se utilizarán modelos constitutivos que estén en término de los invariantes de deformación; los modelos seleccionados para caracterizar al Ecoflex 00-30 fueron el modelo de Warner, ecuación 20, y el modelo de Yeoh, ecuación 21, debido a su buena predicción en perfiles complejos de deformación. Los conjuntos de parámetros a determinar son μ , J_m y c_{10} , c_{20} , c_{30} para el modelo de Warner y el modelo de Yeoh respectivamente. Donde las constantes del modelo de Yeoh deben ser positivas a fin de cumplir con el criterio de estabilidad de Drucker (63). No obstante, durante el proceso de búsqueda estas constantes se dejaron sin restricción, siguiendo la afirmación de que los mejores ajustes en modelos fenomenológicos se pueden alcanzar con constantes inestables (51).

$$W_{\text{Warner}} = -\frac{\mu J_m}{2} \ln \left(1 - \frac{I_1 - 3}{J_m} \right) \quad [20]$$

Donde: W_{Warner} : Función de energía de deformación en términos del modelo de Warner, I_1 : Primer invariante de la deformación, μ , J_m : parámetros del material.

$$W_{\text{Yeoh}} = \sum_{i=0}^3 c_{i0} (I_1 - 3)^i \quad [21]$$

Donde: W_{Yeoh} : Función de energía de deformación en términos del modelo de Yeoh, I_1 : Primer invariante de la deformación, c_{i0} : parámetros del material
 $i = 1, 2, 3$.

4.2.1. Procesamiento de datos experimentales

Antes de determinar los valores de los parámetros, es necesario procesar los datos experimentales debido a que están descritos en términos de fuerza y desplazamiento, mientras que los modelos constitutivos para materiales hiperelásticos se encuentran en términos del esfuerzo de Cauchy y la elongación.

El primer paso es transformar los valores de fuerza y desplazamiento a esfuerzo y deformación nominal, ecuaciones 22 y 23.

$$s = \frac{F}{A_0} \quad [22]$$

Donde: s : *Esfuerzo nominal*, F : *Fuerza aplicada*, A_0 : *Área inicial*.

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 \quad [23]$$

Donde: e : *Deformación nominal*,
 Δl : *Cambio de longitud*, l : *Longitud actual*, l_0 : *Longitud inicial*.

A partir de la deformación nominal es posible obtener la elongación, ecuación 24, que se define como longitud actual entre longitud inicial:

$$\lambda = \frac{l}{l_0} = e + 1 \quad [24]$$

Donde: λ : *Elongación*, l : *Longitud actual*, l_0 : *Longitud inicial*, e : *Deformación nominal*.

Por otra parte, el esfuerzo verdadero o de Cauchy está definido como la fuerza aplicada entre el área instantánea, ecuación 25, mientras que la deformación verdadera o logarítmica se define como el logaritmo natural de la elongación, ecuación 26.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad [25]$$

Donde: σ : *Esfuerzo de Cauchy o verdadero*, F : *Fuerza aplicada*, A : *Área instantánea*.

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad [26]$$

Donde: ε : *Deformación verdadera o logarítmica*, l : *Longitud actual*, l_0 : *Longitud inicial*.

A pesar de no conocer los valores de área instantánea, al considerar al material como incompresible, es posible asumir, que el volumen siempre es constante, por lo que es posible afirmar que el volumen inicial es igual al volumen instantáneo, ecuación 27:

$$V_0 = V \quad [27]$$

Donde: V_0 : *Volumen inicial*, V : *Volumen instantáneo*.

Y definiendo al volumen como área por altura, se obtiene la ecuación 28:

$$A_0 \cdot l_0 = A \cdot l \quad [28]$$

Donde: A : *Área instantánea*, A_0 : *Área inicial*, l : *Longitud actual*, l_0 : *Longitud inicial*.

Por lo que es posible obtener directamente, la relación $\frac{1}{A}$, ecuación 29, para sustituirla en la ecuación 25, dando como resultado la ecuación 30:

$$\frac{1}{A} = \frac{l}{A_0 l_0} \quad [29]$$

Donde: A: Área instantánea, A_0 : Área inicial, l: Longitud actual, l_0 : Longitud inicial.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{l}{l_0} \quad [30]$$

Donde: σ : Esfuerzo de Cauchy o de Cauchy, F: Fuerza aplicada, A_0 : Área inicial, l: Longitud actual, l_0 : Longitud inicial.

A partir de la sustitución anterior, es posible reescribir al esfuerzo de Cauchy (σ) en términos de los esfuerzos (s) y deformaciones ingenieriles (e), ecuación 31:

$$\sigma = s (1 + e) \quad [31]$$

Al contar con los datos experimentales procesados es posible definir la relación entre las funciones de energía de deformación previamente seleccionadas, ecuaciones 20 y 21 y el esfuerzo de Cauchy a partir de la ecuación 11:

Esfuerzo de Cauchy

Modelo de Warner
$$\sigma_{\text{Warner}} = -\frac{\mu J_m (\lambda^3 - 1)}{\lambda (I_1 - J_m - 3)} \quad [32]$$

Modelo de Yeoh
$$\sigma_{\text{Yeoh}} = 2 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) (C_{10} + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2) \quad [33]$$

Para definir los invariantes de deformación relacionados al ensayo de tracción uniaxial, es importante definir el tensor gradiente de deformación (**F**), ecuación 34.

$$\mathbf{F}: \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad [34]$$

En este caso (tracción uniaxial), sólo se conoce un valor de elongación (λ), es decir, la elongación que se produce en dirección de la tracción, ecuación 35; si se selecciona la primer dirección principal como dirección de tracción, entonces se tendría la ecuación 36:

$$\lambda_1 \rightarrow \lambda \quad [35] \quad \mathbf{F}: \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad [36]$$

mientras que las contracciones en las direcciones principales 2 y 3 son desconocidas (ecuación 36). No obstante, al retomar la consideración de isotropía (las propiedades mecánicas y térmicas

son iguales en todas direcciones), es posible afirmar que estas contracciones son iguales, ecuación 37:

$$\lambda_2 = \lambda_3 \quad [37]$$

Y al considerar incompresible al material, es posible definir cualquiera de las contracciones en términos de la única elongación conocida (λ), ya que esto implica que el determinante del tensor gradiente de deformación debe ser igual a 1:

$$\det(\mathbf{F}) = 1 \quad [38]$$

$$\det(\mathbf{F}) = \lambda \lambda_2 \lambda_3 \quad [39]$$

Utilizando la condición descrita en la ecuación 37 en la ecuación 39 e igualando con la ecuación 38:

$$\lambda \lambda_2 \lambda_2 = \lambda \lambda_2^2 = 1 \quad [40]$$

Es posible reescribir a ambas contracción en términos de la elongación λ :

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad [41]$$

Finalmente, una vez determinados los valores de las elongaciones principales es posible definir a los invariantes de la deformación, ecuaciones 1-3, para el ensayo de tracción:

$$I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \quad [42]$$

$$I_2 = 2\lambda + \frac{1}{\lambda^2} \quad [43]$$

$$I_3 = 1 \quad [44]$$

El tercer invariante siempre será igual a 1 siempre que se considera incompresible al material.

4.2.2. Algoritmo genético

Para la determinación de los parámetros de los modelos seleccionados se recurrió a la utilización de un algoritmo genético, ya que es una técnica con simplicidad conceptual, presenta robustez respecto a cambios dinámicos y puede resolver problemas que no cuenten con soluciones conocidas (50).

En comparación con el algoritmo implementado en el trabajo de 2020 (2), los principales cambios del actual algoritmo, se centran en la inicialización de la población y la etapa de crianza y sustitución. En el actual algoritmo, se utiliza el muestreo de hipercubo latino en lugar del muestreo aleatorio para iniciar la población original, que no elimina el muestreo aleatorio completamente pero permite explorar zonas que tal vez con el muestreo aleatorio se puedan

ignorar; en cuanto a la etapa de crianza, para la selección de padres se mantuvieron las mismas técnicas (elitismo y torneo); sin embargo, a diferencia de la versión anterior, en este caso la selección elitista se limitó al 10% de la población total en lugar del 25%. Además, para la etapa de sustitución se recurrió a la técnica de padre débil para obtener el resto de la nueva generación, en lugar de conservar únicamente la descendencia y desechar a todos los padres seleccionados mediante torneo. Asimismo, el algoritmo se ejecutó 30 ocasiones en lugar de una sola vez.

4.2.2.1. Codificación de los soluciones

Para inicializar la población se seleccionó el método de muestreo de hipercubo latino (LHS); este diseño es una forma de generar puntos que pueden distribuir las observaciones de manera uniforme en el rango de cada variable de entrada (64).

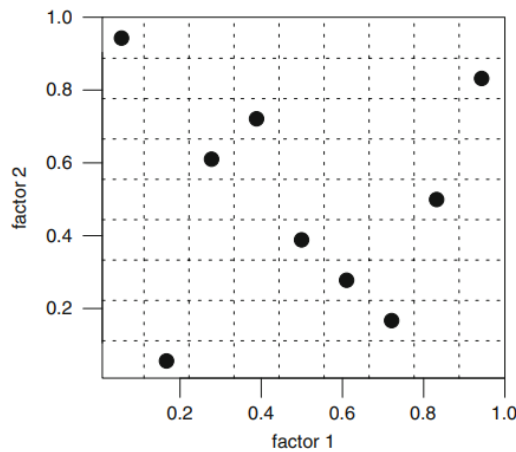


Figura 4.10 Ejemplo del diseño de muestreo de hipercubo latino para un arreglo de dos variables (64).

En este caso, se definió un tamaño de población de 200 individuos por generación, por lo que los rangos de búsqueda para cada parámetro debían de distribuirse de tal manera que cada rango se compusiera de 200 divisiones. Para codificar cada parámetro en ambos casos se utilizó un cromosoma de 16 genes (el modelo de Warner contaría con 2 cromosomas mientras que el modelo de Yeoh tendría 3); y para obtener el valor del parámetro i -ésimo (ϕ_i) en cada modelo se recurrió a la función que definieron Karr *et al.* (65), ecuación 45, ya que relaciona el tamaño del cromosoma N , con el espacio de búsqueda (el valor mínimo ϕ_{\min} y máximo ϕ_{\max} del parámetro) y el valor decimal del cromosoma (b).

$$\phi_i = \phi_{\min} + \frac{b}{2^N - 1} (\phi_{\max} - \phi_{\min}) \quad [45]$$

La Figura 4.11 muestra un ejemplo corto de decodificación para el primer parámetro del modelo de Warner usando la ecuación 45.

Cromosoma codificado	→	Valor decimal
1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1		57 737
Modelo de Warner		
$\mu = 199\,000 + \frac{57\,737}{2^{16} - 1} (200\,000 - 199\,000)$		
$\mu = 199\,881 \text{ [Pa]}$		

Figura 4.11 Ejemplo de decodificación con el mismo cromosoma binario para la obtención del primer parámetro del modelo de Warner.

Con el fin de definir los espacios de interés para cada modelo se generó una primera generación con rangos de búsqueda amplios. A partir de estos se determinaron los espacios de búsqueda para el modelo de Warner ($\mu \in [0, 200000]$ y $J_m \in [0, 1000]$) y el modelo de Yeoh ($c_{10} \in [0, 100000]$, $c_{20} \in [0, 10000]$ y $c_{30} \in [-1000, 1000]$).

4.2.2.2. Evaluación de aptitud de las soluciones

Para la evaluación de aptitud de las soluciones, se utilizó la función del error cuadrático medio (RMSE), ecuación 46. Esta función objetivo fue seleccionada debido a su simplicidad, carencia de parámetros y memoria, lo que hace posible evaluarlo en cada muestra de manera independiente a otras. Además, es una excelente métrica en el contexto de optimización (66).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2} \quad [46]$$

Donde: x_i : Dato experimental i ésimo, \bar{x}_i : Dato de ajuste i ésimo, N : Número de muestras.

El proceso de evaluación para cada solución se llevó a cabo sobre curvas normalizadas, tanto las curvas reconstruidas mediante el modelo matemático como las curvas reconstruidas mediante FEA. Esta normalización se realizó utilizando el valor máximo del esfuerzo de Cauchy de la curva promedio, obteniendo $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{máx}}}$; por otra parte, utilizando los valores de elongación, se obtuvo la intensidad de deformación (67), denotada por m , definida como:

$$m = \sqrt{\text{tr} \mathbf{B}^2} \quad [47]$$

donde \mathbf{B} es el tensor de deformación de Cauchy-Green por la izquierda y para el caso del ensayo de tracción uniaxial, considerando que el material es isotrópico e incompresible, este toma la forma:

$$\mathbf{B} = \lambda^2 \mathbf{e}_1 + \frac{1}{\lambda} \mathbf{e}_2 + \frac{1}{\lambda} \mathbf{e}_3 \quad [48]$$

Donde: \mathbf{e}_i : Vectores base unitarios. $i = 1, 2, 3$

En consecuencia, la intensidad de deformación queda definida como:

$$m = \sqrt{\lambda^2 + \frac{2}{\lambda}} \quad [49]$$

Donde: m : *Intensidad de deformación*, λ : Elongación medida durante el ensayo.

4.2.2.3. Selección de padres

Para seleccionar a los padres se utilizaron dos técnicas, elitismo y Torneo. Con la primer técnica el 10% más apto de la población automáticamente formaría parte de la nueva generación, mientras que, con la segunda técnica, la población es mezclada y se seleccionan un par de soluciones, comparando entre sí su valor de aptitud, donde aquella que tenga un mejor valor de aptitud sería quien ganaría el torneo y podría tener la posibilidad de intercambiar sus genes durante el proceso de cruce.

4.2.2.4. Cruza de individuos

Para el proceso de cruce, se utilizó el método de cruza en un punto, donde los padres se seleccionan de manera aleatoria entre los ganadores del torneo. A diferencia del algoritmo presentado anteriormente donde el punto de cruza podía tomar cualquier valor de posición en el cromosoma, en este algoritmo, con el objetivo de que toda la descendencia realmente compartiera genes de los padres, el punto de cruza se seleccionaría dentro de un rango entre el 25 y 75% de la longitud del cromosoma, debido a que en caso de que el punto de cruza fuera igual a la posición del primer o del último gen, la descendencia sería una copia de los padres. Además, este rango busca mantener fuera de la cruza a los bits más significativos, con el fin de mantener los rasgos más significativos de los padres. Esto conlleva a un poco de pérdida de diversidad por cruza.

4.2.2.5. Reemplazo de individuos

Con el objetivo de tener la mezcla más apta entre nuevos y viejos individuos, se recurrió a la técnica de reemplazo de padre débil. En este proceso, los cuatro individuos involucrados en la cruza (dos padres y su descendencia, dos hijos) son evaluados y sólo los dos más aptos son aquellos que formarán parte de la nueva generación junto a la selección elitista (esta técnica se puede considerar como un torneo simple). Este operador no se encuentra presente en el algoritmo previamente presentado.

4.2.2.6. Mutación

Una vez obtenida la nueva generación, la probabilidad de que ésta fuera mutada fue fijada en 6.25% (es decir, igual a 1/16), donde aquellos individuos a mutar eran seleccionados de manera aleatoria y representan el 10% de la población total. La técnica de mutación utilizada fue la de mutación por intercambio.

4.2.2.7. Condición de término

Para terminar con la búsqueda de soluciones, se emplearon dos condiciones de término, la primer condición fue la de máximo número de generaciones y la segunda fue generaciones estancadas, donde a diferencia de la anterior propuesta de algoritmo en el que el proceso de búsqueda se detiene si la generación actual es igual a la anterior, en este caso se definió que tres generaciones consecutivas sean iguales para detener el ciclo evolutivo de 100 generaciones. Esta condición se determinó de esta manera con el fin de evitar que el ciclo evolutivo se alargue innecesariamente. Si bien no garantiza la inalterabilidad de posibles generaciones futuras, el mantener una solución dominante sobre 200 individuos durante tres generaciones se consideró como suficiente para detener el ciclo evolutivo.

La Figura 4.12 muestra el diagrama de flujo del algoritmo genético implementado.

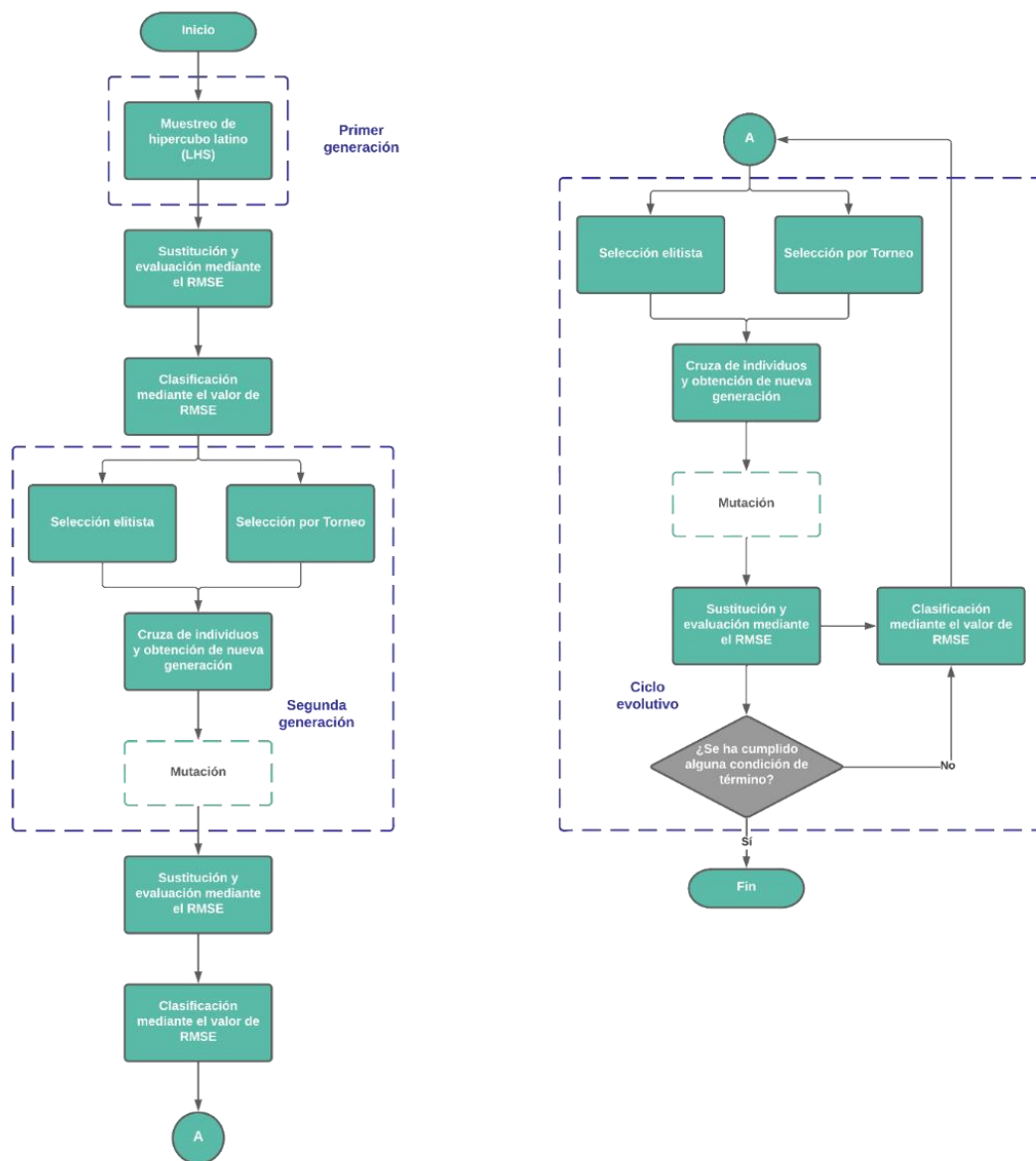


Figura 4.12 Diagrama de flujo del algoritmo genético implementado.

4.2.3. Parámetros de material

Para ambos modelos se utilizaron las mismas condiciones, una población de 200 individuos (por generación) y un ciclo de evolución de 100 generaciones (es decir, que después de 100 generaciones, el proceso de búsqueda se detendrá en caso de no cumplir con la condición de generaciones estancadas).

4.3. Selección final de parámetros mediante FEA

Para seleccionar el conjunto de parámetros óptimos a partir de los resultados previos se utilizaron las licencias académicas de ANSYS v19 y ABAQUS donde se simuló el ensayo para un cuarto de la probeta tipo D, bajo una carga uniaxial de 2.41[N] aplicada durante 46 [s], con restricciones de desplazamiento en las caras internas de la probeta, debido a que se optó por utilizar un cuarto de la probeta completa. Para ambos casos se procuró trabajar con la misma malla para realizar los análisis y obtener resultados comparables (Figura 4.13).

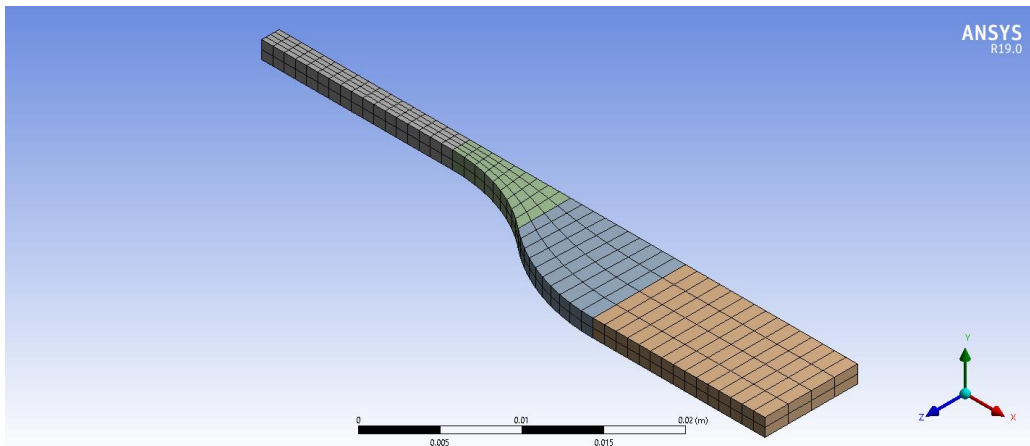


Figura 4.13 Malla de la sección de probeta utilizada para la simulación en ANSYS.

Una vez simulados todas las soluciones, las curvas de esfuerzo-deformación obtenidas fueron normalizadas y evaluadas mediante el RMSE para clasificar las soluciones respecto a los resultados de simulación y finalmente seleccionar la solución más fuerte referente a cada caso (ANSYS y ABAQUS).

4.4. Análisis de reproducibilidad

Con el propósito de evaluar la reproducibilidad del método, se realizaron cinco pruebas de reproducibilidad; en estas se siguieron las mismas condiciones utilizadas previamente, es decir: el mismo tamaño de población (200 individuos por generación), el mismo ciclo de evolución (100 generaciones), los mismos espacios de búsqueda para la determinación de parámetros en ambos modelos, así como el mismo tamaño de distribución de soluciones (30 soluciones por prueba). En este caso solamente se utilizó el programa computacional de ANSYS v 19, para

simular y comparar los resultados obtenidos contra los datos experimentales. La Figura 4.14 muestra el diagrama de flujo del método propuesto para la caracterización de materiales hiperelásticos donde el análisis de reproducibilidad se encuentra en líneas punteadas de color anaranjado ya que no forma parte del método en realidad, pero si del desarrollo de este trabajo.

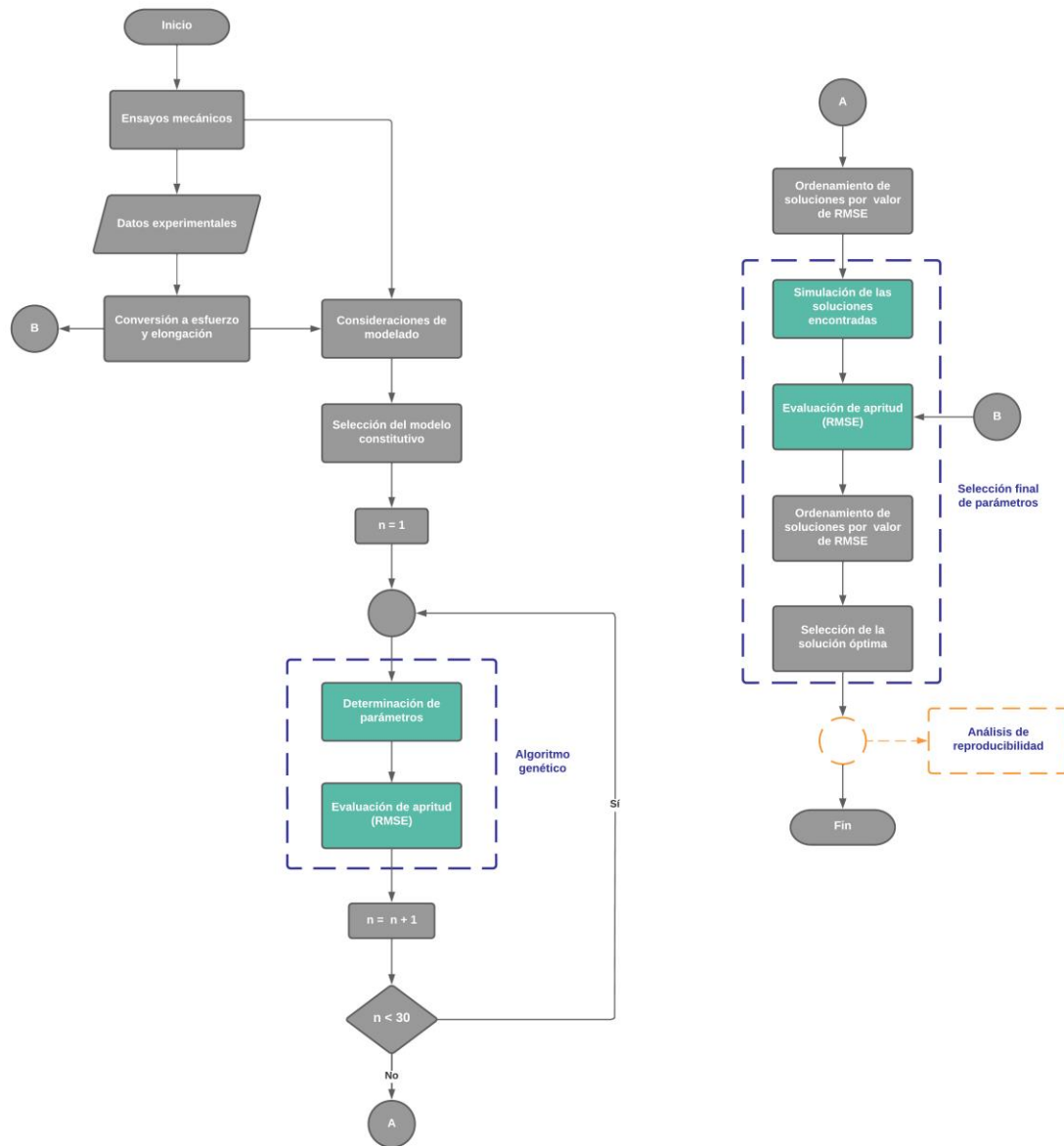


Figura 4.14 Diagrama de flujo del método propuesto para la caracterización de un material hiperelástico.

4.5. Análisis y comparación respecto a la caracterización de 2020

Respecto a la experimentación y fabricación de especímenes, en el actual trabajo se recurrió a la fabricación de un troquel de acero inoxidable y la fabricación de especímenes mediante el corte de patrones normalizados en placas de espesor homogéneo, en lugar de vaciar el material sobre moldes con patrones normalizados (en ambos casos se siguió la norma ASTM D412) (2). Además, se observó que durante la realización de ensayos se presentaba cierto deslizamiento entre el espécimen y las mordazas de sujeción, por lo que se tuvo que ajustar la sujeción para evitar este fenómeno.

Finalmente, para realizar una comparativa entre los resultados reportados del trabajo de 2020 (2) y los resultados actuales, se recurrió a las mismas funciones de error; la suma de los cuadrados del error residual (RSS, ecuación [50]), para evaluar el ajuste matemático; y el error porcentual (%Err, ecuación 51) para evaluar los valores máximos de esfuerzo verdadero y deformación verdadero resultados de la simulación.

$$RSS = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2 \quad [50]$$

Donde: x_i : Dato experimental i ésimo, \bar{x}_i : Dato de ajuste i ésimo, N: Número de muestras.

$$\%Err = \frac{|V_R - V_A|}{V_R} \times 100 \quad [51]$$

Donde: V_R : Valor real, V_A : Valor aproximado.

5. Resultados

5.1. Datos experimentales

Después de realizar 38 ensayos, 22 de ellos cumplieron con los requisitos para considerar sus datos como válidos (Figura 5.1). Los datos reportados por la máquina no toman en cuenta las marcas de la sección homogénea ya que no se encontró una tinta adecuada para el registro del video extensómetro, por lo tanto, los datos de desplazamiento fueron procesados considerando la distancia entre mordazas que fue fijada en 70 [mm].

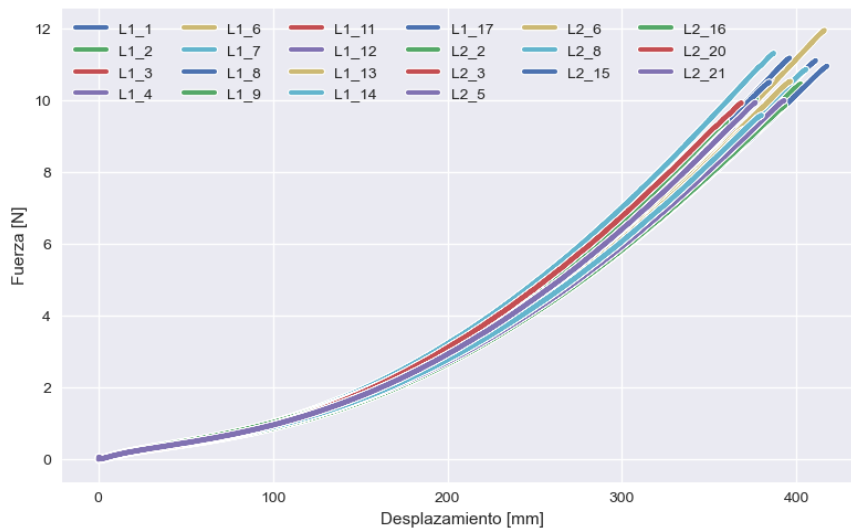


Figura 5.1 Resultados obtenidos a partir de los ensayos de tracción.

Una vez obtenidos y procesados los datos experimentales se calculó una curva promedio y se determinó una región de confianza a partir del cálculo de la desviación estándar entre la curva promedio y los 22 ensayos válidos (Figura 5.2). En esta curva promedio se realizaría la determinación de parámetros.

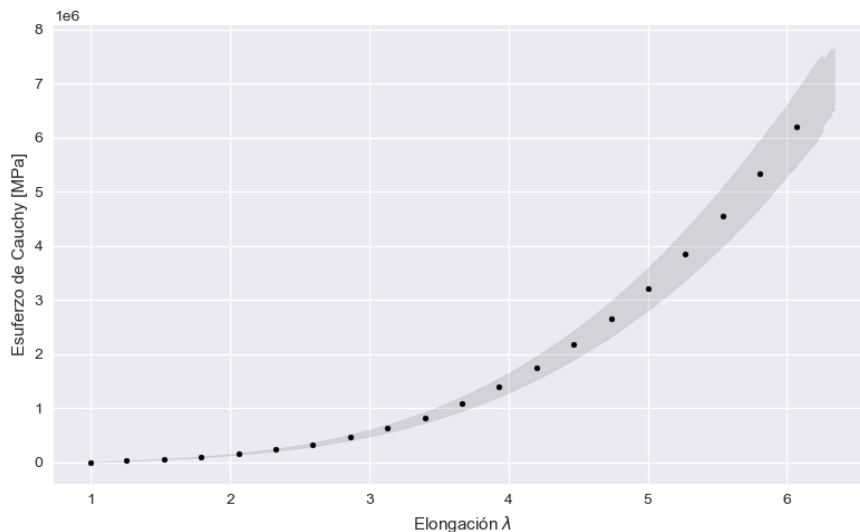


Figura 5.2 Curva de datos experimentales promedio.

5.2. Parámetros del material para los modelos propuestos

Con el fin de graficar las relaciones entre los parámetros, se seleccionó el gráfico *PairGrid*, este gráfico pertenece a la librería *seaborn* (68), donde en los gráficos fuera de la diagonal se presentan gráficas de dispersión, mientras que en la diagonal, se muestran distribuciones marginales para cada parámetro. Adicionalmente, a fin de identificar a las soluciones más fuertes se implementó un mapa de color, basado en los valores de RMSE, donde aquellas soluciones con un valor de RMSE menor sería resaltados por colores claros y a medida que su valor de RMSE incrementa, se resaltan por colores más oscuros.

En el caso del modelo de Warner las 30 soluciones (Figura 5.3) se obtuvieron después de un ciclo de evolución promedio de 18 generaciones por cada conjunto de parámetros y un tiempo total de ejecución de 2 horas y 18 minutos; se localizaron en una zona descrita por los rangos: $\mu \in (74000, 112000)$ y $J_m \in (60, 130)$.

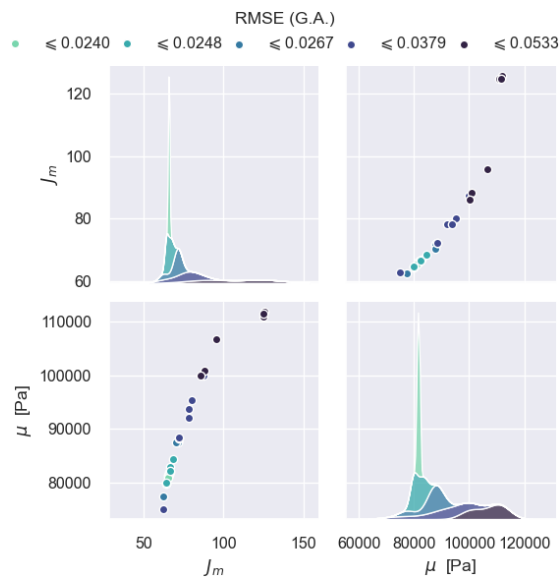


Figura 5.3 Clasificación de las soluciones provistas por el modelo de Warner siguiendo la evaluación de aptitud realizada por el algoritmo genético. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0240), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0533) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.

Con la clasificación de las soluciones a partir de sus valores de RMSE, se filtraron las tres más fuertes, mismas que se muestran en la Tabla 5.1. Posteriormente, las curvas de esfuerzo-elongación normalizadas, provistas por estas soluciones, se compararon gráficamente contra los datos experimentales (Figura 5.4).

Tabla 5.1 Las tres soluciones más fuertes, extraídas de la clasificación del algoritmo genético para el modelo de Warner.

Solución	μ [Pa]	J_m	RMSE
9	81290.91	65.71	0.023954
2	81321.43	65.71	0.023956
13	80836.19	65.32	0.023962

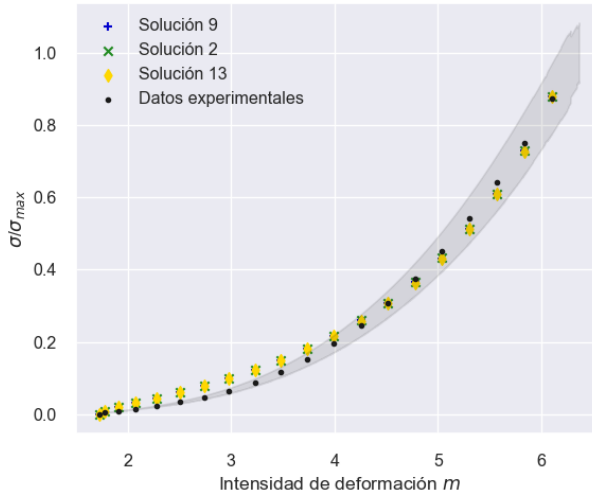


Figura 5.4 Ajustes de curva utilizando a las tres soluciones más fuertes, provistas por el modelo de Warner, seleccionadas siguiendo la clasificación del algoritmo genético.

Para el modelo de Yeoh las 30 soluciones se obtuvieron después de un ciclo de evolución promedio de 21 generaciones para cada conjunto de parámetros y un tiempo total de ejecución de 2 horas y 32 minutos; las soluciones se localizaron en una zona descrita por los rangos $c_{10} \in (4, 96000)$, $c_{20} \in (1, 4600)$ y $c_{30} \in (-71, 16)$. La Figura 5.5 muestra las distribuciones de soluciones estables e inestables (catalogadas así de acuerdo con el criterio de Drucker), clasificadas a partir de las evaluaciones realizadas por el algoritmo genético para el modelo de Yeoh.

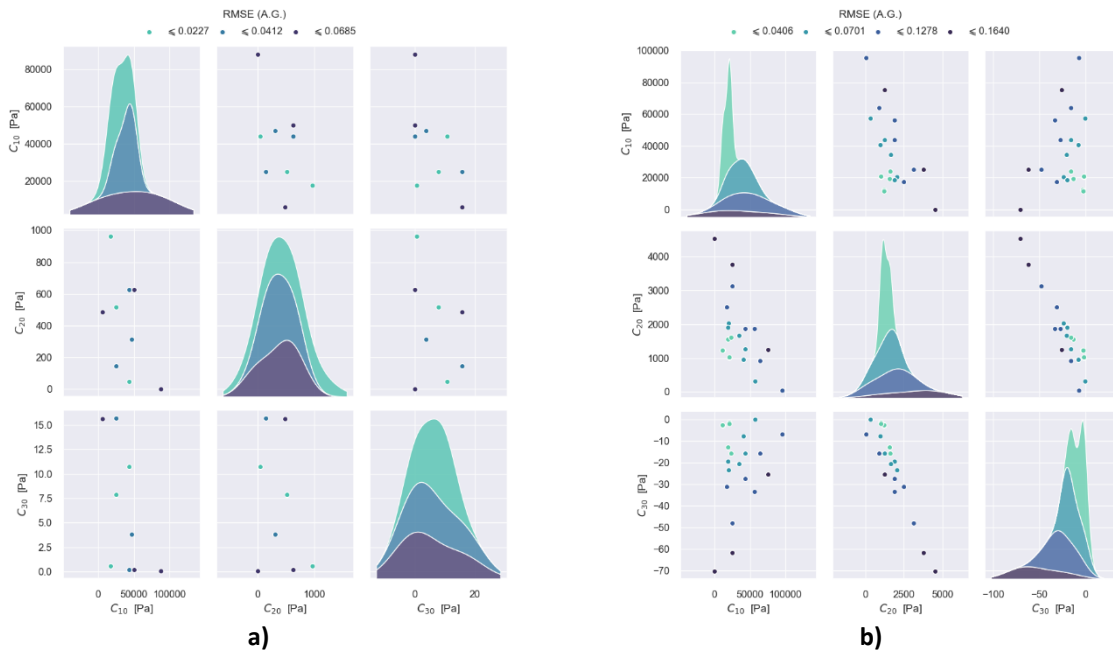


Figura 5.5 Clasificación de las soluciones a) estables e b) inestables provistas por el modelo de Yeoh siguiendo la evaluación de aptitud realizada por el algoritmo genético. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0227 y ≤ 0.0406), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0685 y ≤ 0.1640) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.

Al igual que para el modelo de Warner, una vez clasificadas las soluciones proporcionadas por el modelo de Yeoh, se filtraron a las soluciones más fuertes; en este caso se tomaron las dos soluciones estables e inestables más fuertes, que se muestran en la Tabla 5.2. Posteriormente, las curvas de esfuerzo-elongación normalizadas, obtenidas mediante estas soluciones, se compararon gráficamente contra los datos experimentales (Figura 5.6).

Tabla 5.2 Las dos soluciones estables e inestables más fuertes extraídas de la clasificación del algoritmo genético para el modelo de Yeoh.

Criterio de Drucker	Solución	C_{10} [Pa]	C_{20} [Pa]	C_{30} [Pa]	RMSE
Estables	4	17567.71	961.93	0.595	0.01214
	29	24852.37	516.06	7.858	0.02163
Inestables	21	20924.70	1028.92	-1.999	0.00472
	28	20636.30	1013.20	-1.572	0.00481

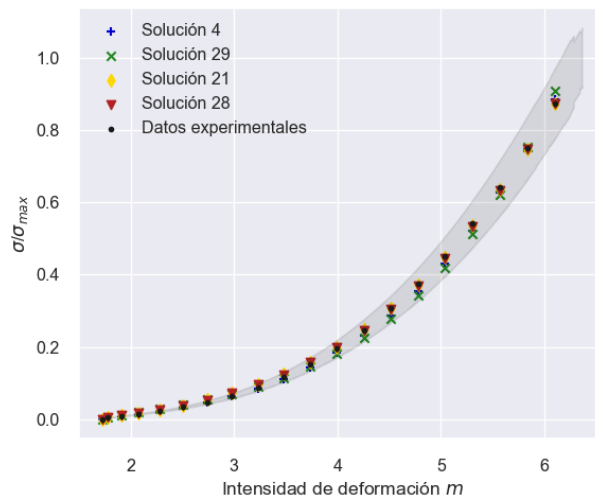


Figura 5.6 Ajustes de curva contra los datos experimentales provistos por el modelo de Yeoh (utilizando a las dos soluciones estables e inestables más fuertes).

5.3. Selección final de parámetros del material

Respecto al modelo de Warner; en el caso de ANSYS las soluciones más fuertes (resaltadas en color verde claro) cuentan con un valor de $RMSE \leq 0.0224$ mientras que las soluciones más débiles (resaltadas en color morado oscuro) cuentan con un valor ≤ 0.0530 (Figura 5.7).

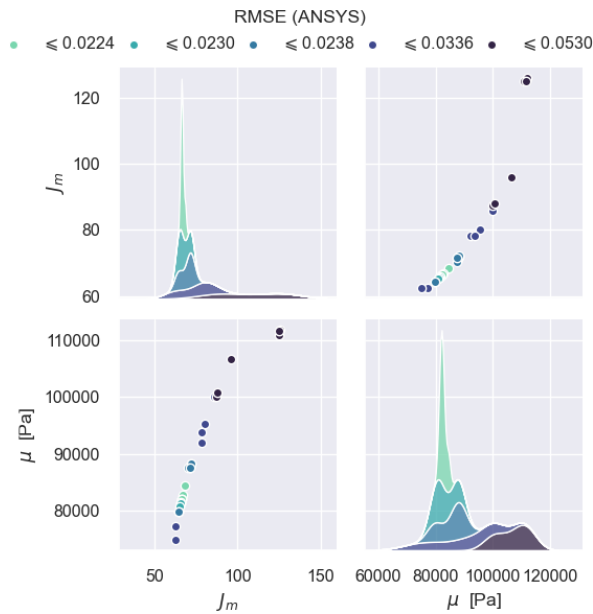


Figura 5.7 Clasificación de las soluciones provistas por el modelo de Warner siguiendo la evaluación de aptitud de ANSYS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0224), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0530) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.

Por otra parte, en el caso de ABAQUS las soluciones más fuertes (resaltadas en color verde claro) cuentan con un valor de RMSE ≤ 0.0241 mientras que las soluciones más débiles (resaltadas en color morado oscuro) cuentan con un valor ≤ 0.0533 (Figura 5.8).

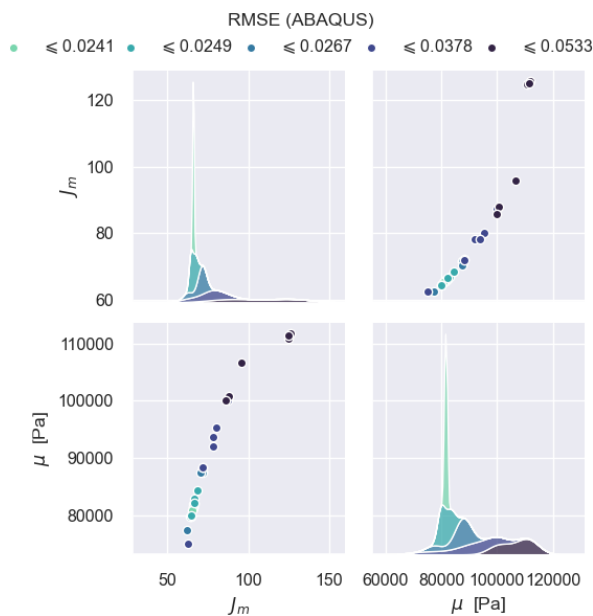


Figura 5.8 Clasificación de las soluciones provistas por el modelo de Warner siguiendo la evaluación de aptitud de ABAQUS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0241), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0533) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.

Al igual que para los resultados del algoritmo genético las tres soluciones más fuertes se filtraron, pero respecto a los resultados de las clasificaciones de ANSYS y ABAQUS. Estas

soluciones se muestran a continuación en la Tabla 5.3. La Figura 5.9 muestra la comparación entre datos experimentales y las curvas de esfuerzo-elongación normalizadas, obtenidas a partir de estas soluciones.

Tabla 5.3 Las tres soluciones más fuertes, extraídas de las clasificaciones de ANSYS y ABAQUS para el modelo de Warner.

	Solución	μ [Pa]	J_m	RMSE
ANSYS	21	82816.82	66.93	0.02206
	22	84403.75	68.45	0.02211
	12	82032.50	66.32	0.02226
ABAQUS	6	81492.33	65.96	0.02404
	9	81290.91	65.71	0.02405
	2	81321.43	65.71	0.02405

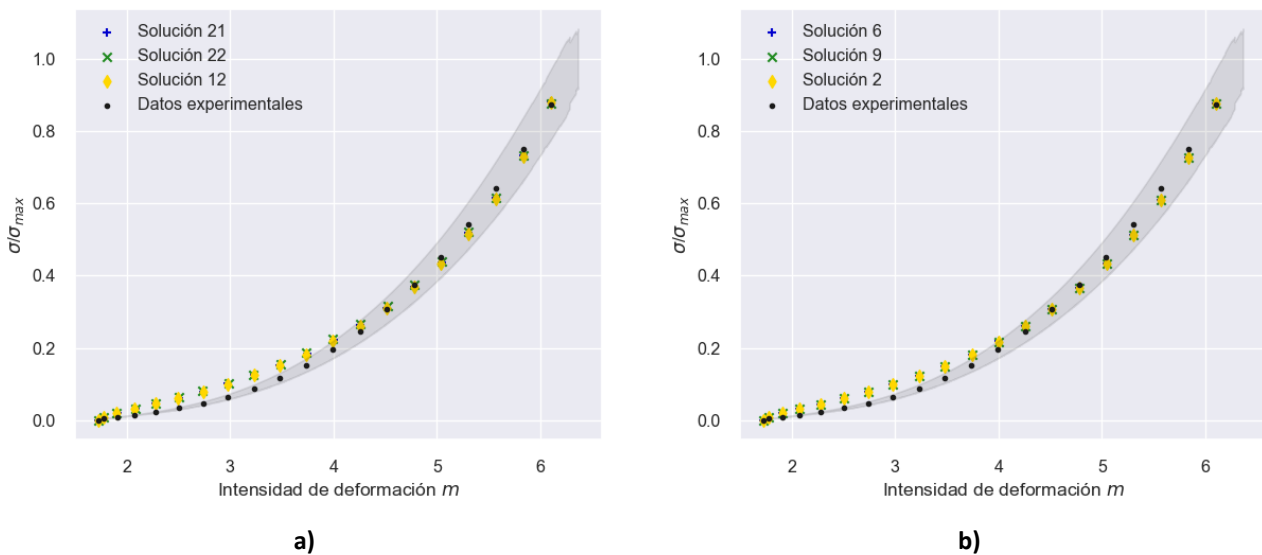


Figura 5.9 Ajustes de curva utilizando las tres soluciones más fuertes, proporcionadas por el modelo de Warner, seleccionadas siguiendo las clasificaciones de a) ANSYS y b) ABAQUS.

En cuanto al modelo de Yeoh, al simularlo en ANSYS de las 30 soluciones solamente 16 se pudieron simular; esta distribución se localizó dentro de los rangos $c_{10} \in (5800, 88000)$, $c_{20} \in (1, 1600)$ y $c_{30} \in (-12, 16)$. En este caso se encontró que las soluciones más fuertes eran provistas por conjuntos inestables cuyo valor de RMSE fue ≤ 0.00083 (Figura 5.10 b) mientras que las soluciones estables más fuertes cuentan con valor de RMSE ≤ 0.0233 (Figura 5.10 a). Por otro lado, en el caso de ABAQUS a diferencia de ANSYS, todas las soluciones se pudieron simular donde las más fuertes también resultaron formar parte de los conjuntos inestables; sin embargo, a diferencia de los resultados de ANSYS las soluciones estables más fuertes cuentan con un valor de RMSE similar ≤ 0.0227 (Figura 5.11).

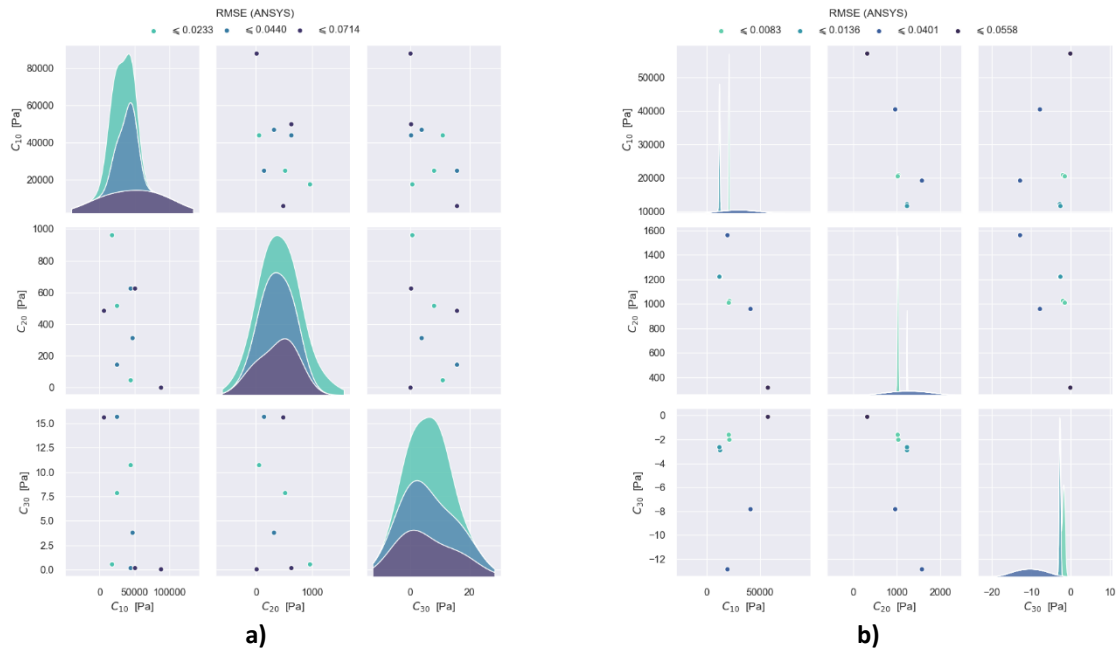


Figura 5.10 Clasificación de las soluciones a) estables e b) inestables provistas por el modelo de Yeoh siguiendo la evaluación de aptitud de ANSYS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0233 y ≤ 0.0083), resaltadas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0714 y ≤ 0.0558) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.

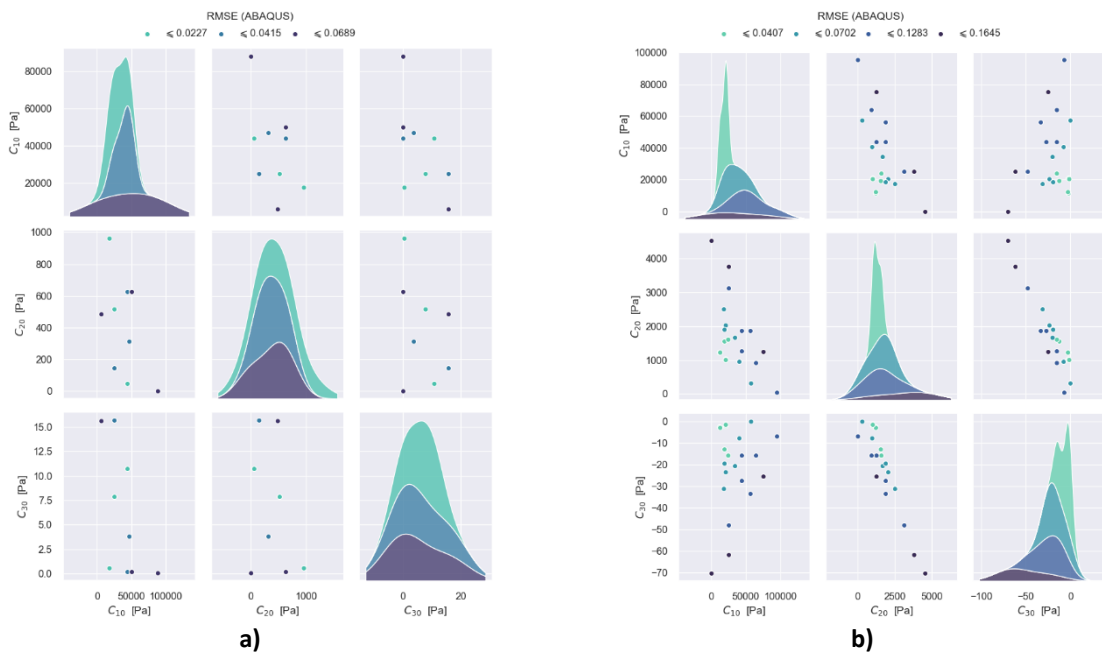
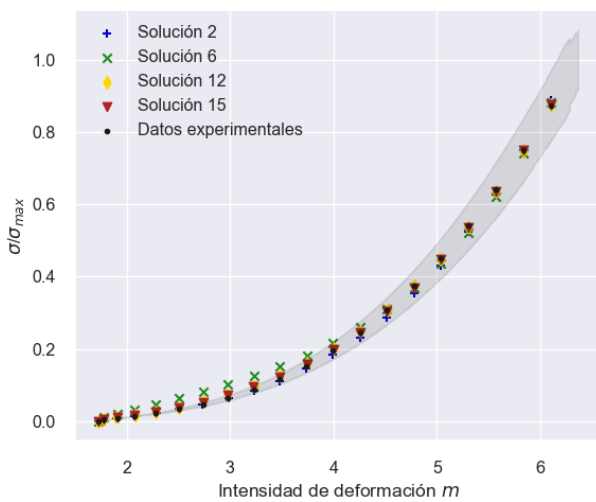


Figura 5.11 Clasificación de las soluciones a) estables e b) inestables provistas por el modelo de Yeoh siguiendo la evaluación de aptitud de ABAQUS. El mapa de color permite identificar a las soluciones más fuertes con un valor de RMSE más bajo (≤ 0.0227 y ≤ 0.0407) resaltándolas en color verde claro, mientras que las soluciones más débiles con un valor de RMSE mayor (≤ 0.0689 y ≤ 0.1654) se resaltan en morado oscuro. Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la clasificación del mapa de color.

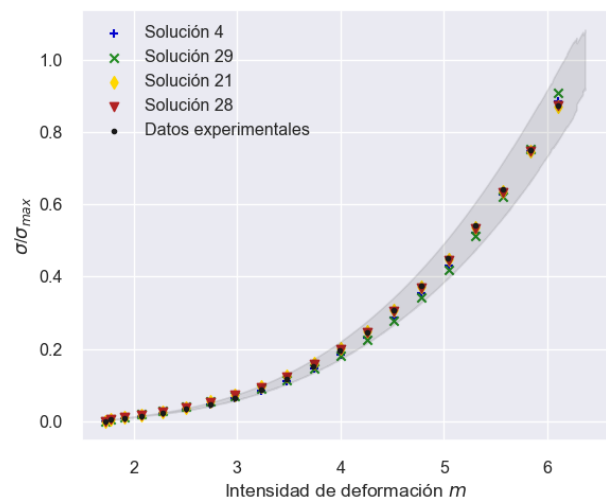
Utilizando las soluciones más fuertes del modelo de Yeoh clasificadas a partir de los resultados de simulación (ANSYS y ABAQUS, presentes en Tabla 5.4) se realizaron los ajustes de curva contra los datos experimentales; estos se muestran en la Figura 5.12.

Tabla 5.4 Las dos soluciones estables e inestables más fuertes, extraídas de las clasificaciones de ANSYS y ABAQUS para el modelo de Yeoh.

	Criterio de Drucker	Solución	C ₁₀ [Pa]	C ₂₀ [Pa]	C ₃₀ [Pa]	RMSE
ANSYS	Estables	2	17567.71	961.93	0.595	0.01386
		6	43819.33	50.66	10.758	0.01988
	Inestables	12	20924.70	1028.92	-1.999	0.00444
		15	20636.30	1013.20	-1.572	0.00486
ABAQUS	Estables	4	17567.71	961.93	0.595	0.01221
		29	24852.37	516.06	7.858	0.02185
	Inestables	21	20924.70	1028.92	-1.999	0.00474
		28	20636.30	1013.20	-1.572	0.00484



a)



b)

Figura 5.12 Ajustes de curva utilizando las dos soluciones estables e inestables más fuertes, proporcionadas por el modelo de Yeoh, seleccionadas siguiendo las clasificaciones de a) ANSYS y b) ABAQUS.

5.4. Análisis de reproducibilidad

Para el análisis de reproducibilidad del modelo de Warner (compuesto por 5 pruebas de reproducibilidad), al igual que en los resultados iniciales (mostrados anteriormente) cada conjunto de 30 soluciones se obtuvo después de un ciclo de evolución promedio igual a 18 generaciones mientras que cada prueba tuvo un tiempo de duración promedio de 2 horas y 18 minutos.

Filtrando a la solución más fuerte de cada caso de clasificación (algoritmo genético y ANSYS) para todas las pruebas de reproducibilidad se encontró que la región óptima descrita se limitaba por los rangos: $\mu \in (80000, 85000)$ y $J_m \in (64, 69)$. La Figura 5.13 muestra la localización de la región óptima dentro del espacio de búsqueda; la solución más fuerte de cada caso de clasificación (algoritmo genético y ANSYS) se muestra en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5 La solución más fuerte extraída de cada clasificación obtenida (algoritmo genético, ANSYS) para el modelo de Warner.

Prueba	Clasificación	Solución	μ [Pa]	J_m	RMSE
1	Algoritmo genético	21	81150.53	65.60	0.02395
	ANSYS	15	82835.13	67.02	0.02212
2	Algoritmo genético	13	81113.91	65.58	0.02395
	ANSYS	19	84403.75	68.39	0.02208
3	Algoritmo genético	6	81171.89	65.61	0.02395
	ANSYS	24	82813.76	66.96	0.02209
4	Algoritmo genético	17	81217.67	65.69	0.02395
	ANSYS	27	82829.02	67.02	0.02212
5	Algoritmo genético	11	81229.88	65.67	0.02395
	ANSYS	30	84391.55	68.65	0.02225

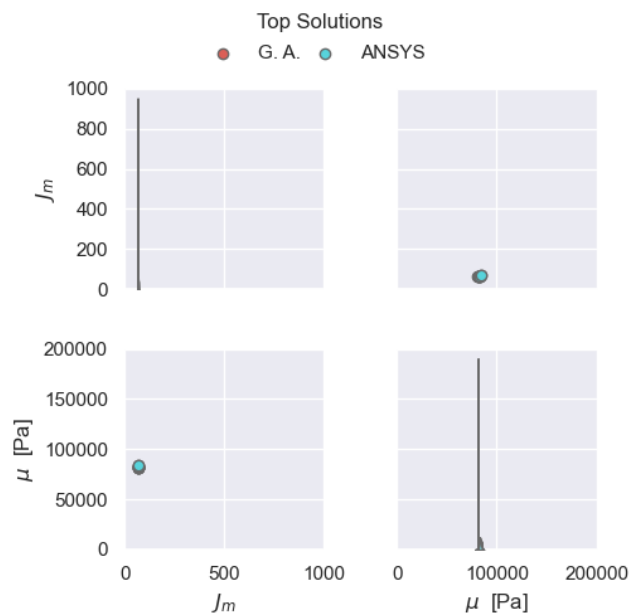


Figura 5.13 Localización de las cinco soluciones más fuertes referentes a los resultados iniciales y las cinco pruebas de reproducibilidad dentro del espacio de búsqueda para el modelo de Warner. El mapa de color permite identificar la localización de las soluciones más fuertes para cada clasificación (algoritmo genético y ANSYS). Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la relación del mapa de color.

Respecto a las pruebas realizadas para el modelo de Yeoh, al igual que en los resultados iniciales, cada conjunto de parámetros se obtuvo tras un ciclo de evolución promedio de 21 generaciones; cada prueba tuvo una duración promedio de 2 horas y 32 minutos. Para graficar la distribución de soluciones, se consideraron a las cinco soluciones clasificadas globalmente como las más fuertes para cada caso (resultados iniciales y las cinco pruebas de reproducibilidad) resultando en una región óptima limitada dentro de los rangos: $c_{10} \in (1050, 38000)$, $c_{20} \in (330, 2000)$ y $c_{30} \in (-16, 10)$. La Figura 5.14 muestra la localización de la región óptima dentro del espacio de búsqueda y en la Tabla 5.6 se muestran el par de soluciones estable e inestable más fuerte de cada caso de clasificación (algoritmo genético y ANSYS).

Tabla 5.6 Las soluciones estable e inestable más fuertes, extraídas de cada clasificación obtenida (algoritmo genético, ANSYS) para el modelo de Yeoh.

Prueba	Criterio de Drucker	Clasificación	Solución	C ₁₀ [Pa]	C ₂₀ [Pa]	C ₃₀ [Pa]	RMSE
Prueba 1	Estable	Algoritmo genético	7	24342.72	783.09	2.060	0.00934
		ANSYS					0.01008
Prueba 2		Algoritmo genético	16	24097.05	853.59	0.687	0.00760
		ANSYS					0.00769
Prueba 3		Algoritmo genético	19	22412.45	904.71	0.168	0.00686
		ANSYS					0.00733
Prueba 4		Algoritmo genético	30	25081.25	815.14	1.083	0.00825
		ANSYS					0.00807
Prueba 5		Algoritmo genético	8	30280	580.76	4.227	0.01237
		ANSYS					0.01183
Prueba 1	Inestable	Algoritmo genético	24	16313.42	1222.10	-4.440	0.00124
		ANSYS					0.00183
Prueba 2		Algoritmo genético	29	31320.67	909.74	-3.067	0.02224
		ANSYS					0.02204
Prueba 3		Algoritmo genético	18	12213.32	1408.26	-6.943	0.00228
		ANSYS					0.00266
Prueba 4		Algoritmo genético	24	15600.82	1193.26	-3.647	0.00383
		ANSYS	1	10012.97	1496.91	-8.072	0.00386
Prueba 5		Algoritmo genético	9	15075.91	1281.91	-5.264	0.00062
		ANSYS					0.00166

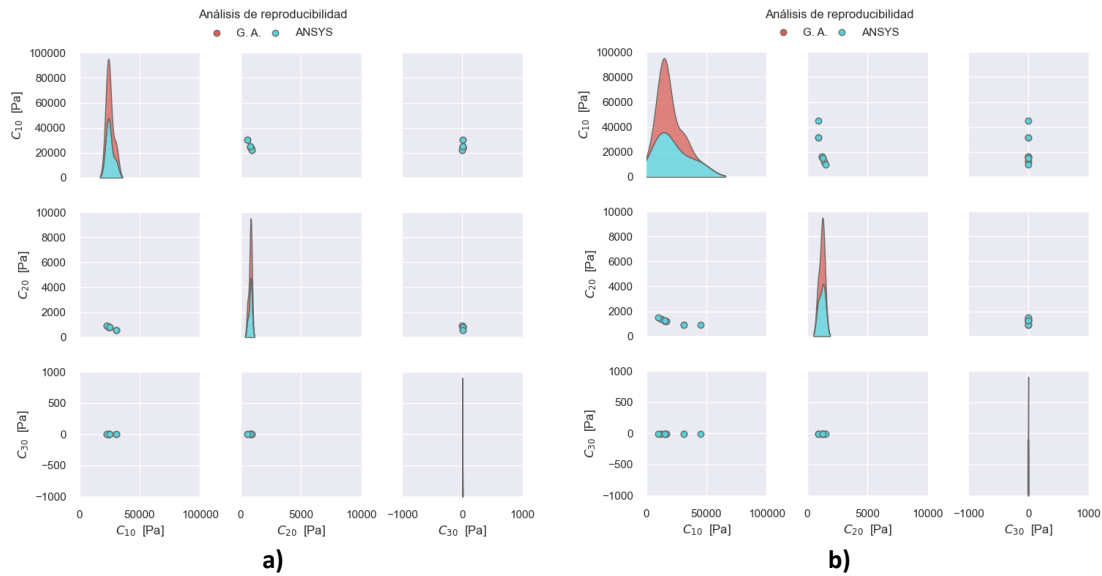


Figura 5.14 Localización de las cinco soluciones a) estables e b) inestables más fuertes referentes las cinco pruebas de reproducibilidad dentro del espacio de búsqueda para el modelo de Yeoh. El mapa de color permite identificar la localización de las soluciones más fuertes para cada clasificación (algoritmo genético y ANSYS). Las distribuciones marginales presentes en las gráficas de la diagonal también siguen la relación del mapa de color.

5.5. Comparación contra los resultados de caracterización de 2020

Para el modelo de Warner, se evaluaron los parámetros de material provistos por la solución más fuerte de las 30 soluciones disponibles; los valores de error se muestran en la Tabla 5.7 junto a los valores previamente reportados.

Tabla 5.7 Comparación de errores RSS y porcentual, entre parámetros de material para el modelo de Warner.

	μ [Pa]	J_m	RSS	%Err (Esfuerzo)	%Err (Deformación)
Versión 2020	121012.60	45.62	8.653×10^{13}	7.26%	1.23%
Versión 2022	81290.91	65.71	1.367×10^{14}	1.01%	0.64%

En cuanto al modelo de Yeoh, las soluciones evaluadas fueron la solución inestable y estable más fuertes, clasificadas en la primera y cuarta posición respectivamente. La Tabla 5.8 muestra la comparativa de los valores de error entre la caracterización de 2020 y los resultados actuales.

Tabla 5.8 Comparación de errores RSS y porcentual, entre parámetros de material para el modelo de Yeoh.

	C_{10} [Pa]	C_{20} [Pa]	C_{30} [Pa]	RSS	%Err (Esfuerzo)	%Err (Deformación)
Versión 2020	19113.7	3672.91	-46.98	6.648×10^{12}	4.88%	1.01%
Versión 2022	20924.70	1028.92	-1.999	5.310×10^{12}	0.04%	0.22%
	17567.71	961.93	0.595	3.508×10^{13}	0.18%	0.63%

6. Discusión

Los resultados obtenidos mediante la aplicación de este método muestran que no siempre la solución que el algoritmo genético considera como la más fuerte se refleja como la solución óptima en la etapa de selección final. Esto es atribuible a la función objetivo, que se encuentra limitada por la brecha existente entre la aplicación del algoritmo genético (proceso de determinación y selección de parámetros) y la simulación de las soluciones en FEA (selección de parámetros óptimos). Donde lo ideal sería aplicar el algoritmo genético dentro del programa computacional FEA ya que la selección final se realiza respecto a los resultados obtenidos mediante su uso.

Para el modelo de Warner la solución que el algoritmo genético (AG) considera como la más fuerte (solución 9 de 30) difiere de las soluciones óptimas en la etapa de selección final (solución 21 de 30 para el caso de ANSYS y solución 6 de 30 para el caso de ABAQUS); sin embargo, para este modelo en particular, las diferencias entre las soluciones seleccionadas cuentan con una diferencia promedio de 0.0013 entre sus valores asociados de RMSE. Esta ligera variación se refleja en el comportamiento mostrado, donde se presenta una sobreestimación del valor de esfuerzo registrado para valores de intensidad de deformación menores a 4 pero una reproducción fiel del resto del comportamiento mecánico.

Respecto al modelo de Yeoh, a diferencia del modelo de Warner, este provee una reproducción fiel del comportamiento mecánico completo, donde las soluciones seleccionadas para cada caso de clasificación (AG, ANSYS y ABAQUS) cuentan con una diferencia promedio de 0.0011 para soluciones catalogadas como estables y de 0.0002 para soluciones catalogadas como inestables de acuerdo con el criterio de estabilidad de Drucker respecto a su valor de RMSE. Además, durante el proceso de selección final de parámetros mediante la simulación del ensayo de tracción en FEA, la elección de las soluciones más fuertes es consistente en los tres casos de clasificación; donde la elección de la solución óptima fue un conjunto inestable cuyo valor de RMSE para cada clasificación (AG, ANSYS y ABAQUS) fue de 0.00472, 0.00444 y 0.00474 respectivamente. A partir de estos resultados se confirma la validez de la declaración de Boyce y Arruda (2000) (51) acerca de que el uso de conjuntos inestables proveen un mejor modelado que los conjuntos estables, ya que el mejor conjunto estable corresponde a la 4ª solución más fuerte en todas las clasificaciones. No obstante, esto no es una declaración que justifica la utilización de conjuntos inestables catalogados así por el criterio de estabilidad de Drucker, ya que como se mostró en el caso de ANSYS, las 14 soluciones que no se pudieron simular, tenían en común la condición de inestabilidad. Asimismo, a pesar de que estas 14 soluciones si se pudieron simular en ABAQUS, los resultados obtenidos a partir de estas no eran coherentes con el comportamiento físico del material.

En relación con el análisis de reproducibilidad para el caso del modelo de Warner se encontró poca consistencia, pero una alta precisión entre la localización de las soluciones que el algoritmo genético y los resultados de simulación por elemento finito identifican como óptimas, lo que hace claro la necesidad de la utilización de este paso. Además, la precisión mostrada se traduce en el reconocimiento de una zona óptima altamente reproducible (que debido a su cercada localización impide identificar las distribuciones marginales para cada parámetro de material, Figura 5.13). Por otra parte, respecto al modelo de Yeoh, el uso de soluciones inestables si bien reduce la diferencia entre datos experimentales y de modelado, carece de la precisión con la que cuentan las soluciones estables, que, a pesar de no otorgar los mismos valores de error,

también cuentan con una reproducción fiel del comportamiento del material, además de que al cumplir con el criterio de estabilidad se asegura que no se quebrante ninguna ley termodinámica.

Finalmente respecto a la comparación de resultados contra la caracterización realizada en 2020 (2), se ha demostrado la ventaja que otorga la múltiple determinación de soluciones, dado que pueden existir parámetros de material con mayor aptitud para un exacto modelado de materiales hiperelásticos y estos pueden diferir de la selección realizada por el método de determinación de parámetros, en este caso el algoritmo genético.

Conclusiones y trabajo a futuro

Debido a la complejidad del comportamiento mecánico de los elastómeros provista por sus propiedades mecánicas, es necesario identificar el modelo constitutivo que mejor se adapte al comportamiento particular de cada elastómero, considerando sus limitaciones y virtudes. Por lo tanto, se debe contar con un método versátil que proporcione valores de parámetros que aseguren consistencia entre los resultados obtenidos mediante el modelado matemático y los resultados de simulación.

El método propuesto en este trabajo relaciona las herramientas computacionales de algoritmos genéticos y el análisis por elementos finitos para la realización de una caracterización robusta. En contraste con la literatura, esta propuesta basa los ensayos experimentales realizados en una norma estándar dedicada a la determinación de propiedades de elastómeros, lo que evita un modelado erróneo sobre el comportamiento real del material. Además, también se sigue el criterio de estabilidad de Drucker, que a pesar de concordar con que la utilización de valores inestables mejora el modelado del material, lo recomendable siempre será la utilización de constantes estables, ya que también ofrecen resultados aceptables y bastante cercanos a la realidad.

Respecto a la capacidad de la herramienta de algoritmos genéticos para la determinación y optimización de parámetros de modelos constitutivos hiperelásticos, esta queda demostrada, encontrando que puede ofrecer parámetros que reproducen de manera válida el comportamiento experimental desde el enfoque del modelado matemático, así como desde los resultados de simulación numérica.

En cuanto a los resultados de caracterización del Ecoflex 00-30, tanto el modelo de Warner como el modelo de Yeoh proporcionan un modelado adecuado para el material y dado que el interés en este tipo de materiales se centra en su comportamiento bajo grandes deformaciones cualquiera de los dos modelos representa una buena opción. No obstante, en caso de que se requiera utilizar al material para pequeñas deformaciones, la recomendación sería la utilización del modelo de Yeoh, debido a su buena reproducción para todo el rango de deformación.

En relación con el análisis de reproducibilidad se puede concluir que la estructura propuesta del algoritmo genético desarrollado en este trabajo permite una reproducibilidad identificable tanto para el modelo de Warner como para el modelo de Yeoh.

Con relación al trabajo a futuro, es deseable la realización de ensayos bajo diferentes estados de deformación, como: el ensayo de tracción biaxial, el ensayo de compresión y el ensayo de membrana, utilizando condiciones de ensayo similares, por ejemplo, velocidad de deformación o espesor del espécimen de ensayo. Esto con el fin de identificar la existencia de posibles diferencias o similitudes entre los valores determinados para los parámetros de los modelos constitutivos empleados. A partir de los resultados obtenidos sería posible definir la necesidad de obtener información de este tipo de ensayos especializados o si es suficiente la información proporcionada por el ensayo de tracción para modelar la respuesta mecánica completa de este tipo de materiales.

Referencias

1. Martins P a. LS, Jorge RMN, Ferreira AJM. A Comparative Study of Several Material Models for Prediction of Hyperelastic Properties: Application to Silicone-Rubber and Soft Tissues. *Strain*. 2006;42(3):135–47.
2. Cruz Terán L. Caracterización de elastómeros para modelado de actuadores blandos. [México]: Universidad Nacional Autónoma de México; 2020.
3. Ali A, Hosseini M, Sahari BB. A Review of Constitutive Models for Rubber-Like Materials. 2010;8.
4. Majidi C. Soft-Matter Engineering for Soft Robotics. *Adv Mater Technol*. 2019;4(2):1800477.
5. Steinmann P, Hossain M, Possart G. Hyperelastic models for rubber-like materials: consistent tangent operators and suitability for Treloar's data. *Arch Appl Mech*. septiembre de 2012;82(9):1183–217.
6. Marckmann G, Verron E. Comparison of Hyperelastic Models for Rubber-Like Materials. *Rubber Chem Technol*. el 1 de noviembre de 2006;79(5):835–58.
7. Rickaby SR, Scott NH. A comparison of limited-stretch models of rubber elasticity. *Int J Non-Linear Mech*. enero de 2015;68:71–86.
8. Darijani H, Naghdabadi R. Hyperelastic materials behavior modeling using consistent strain energy density functions. *Acta Mech*. septiembre de 2010;213(3–4):235–54.
9. Wang L, Nurzaman SG, Iida F. *Soft-Material Robotics*. Place of publication not identified: NOW Publishers; 2017.
10. Trivedi D, Rahn CD, Kier WM, Walker ID. Soft robotics: Biological inspiration, state of the art, and future research. *Appl Bionics Biomech*. el 16 de diciembre de 2008;5(3):99–117.
11. Albu-Schaffer A, Eiberger O, Grebenstein M, Haddadin S, Ott C, Wimbock T, et al. Soft robotics. *IEEE Robot Autom Mag*. septiembre de 2008;15(3):20–30.
12. Laschi C, Cianchetti M. Soft Robotics: New Perspectives for Robot Bodyware and Control. *Front Bioeng Biotechnol* [Internet]. 2014 [citado el 23 de enero de 2022];2. Disponible en: <http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fbioe.2014.00003/abstract>
13. Wang H, Totaro M, Beccai L. Toward Perceptive Soft Robots: Progress and Challenges. *Adv Sci*. septiembre de 2018;5(9):1800541.
14. Hines L, Petersen K, Lum GZ, Sitti M. Soft Actuators for Small-Scale Robotics. *Adv Mater*. 2017;29(13):1603483.
15. Pelrine RE, Kornbluh RD, Joseph JP. Electrostriction of polymer dielectrics with compliant electrodes as a means of actuation. *Sens Actuators Phys*. enero de 1998;64(1):77–85.
16. Chen JK, Chang CJ. Fabrications and Applications of Stimulus-Responsive Polymer Films and Patterns on Surfaces: A Review. *Materials*. el 28 de enero de 2014;7(2):805–75.
17. Taccola S, Greco F, Sinibaldi E, Mondini A, Mazzolai B, Mattoli V. Toward a New Generation of Electrically Controllable Hygromorphic Soft Actuators. *Adv Mater*. marzo de 2015;27(10):1668–75.
18. Moseley P, Florez JM, Sonar HA, Agarwal G, Curtin W, Paik J. Modeling, Design, and Development of Soft Pneumatic Actuators with Finite Element Method. *Adv Eng Mater*. 2016;18(6):978–88.
19. Rogóż M, Zeng H, Xuan C, Wiersma DS, Wasylczyk P. Light-Driven Soft Robot Mimics Caterpillar Locomotion in Natural Scale. *Adv Opt Mater*. noviembre de 2016;4(11):1689–94.
20. Ijaz S, Li H, Hoang MC, Kim CS, Bang D, Choi E, et al. Magnetically actuated miniature walking soft robot based on chained magnetic microparticles-embedded elastomer. *Sens Actuators Phys*. enero de 2020;301:111707.
21. Shepherd RF, Ilievski F, Choi W, Morin SA, Stokes AA, Mazzeo AD, et al. Multigait soft robot. *Proc Natl Acad Sci*. el 20 de diciembre de 2011;108(51):20400–3.
22. Chen FJ, Dirven S, Xu WL, Li XN. Soft Actuator Mimicking Human Esophageal Peristalsis for a Swallowing Robot. *IEEEASME Trans Mechatron*. agosto de 2014;19(4):1300–8.

23. Case JC, White EL, Kramer RK. Soft Material Characterization for Robotic Applications. *Soft Robot.* el 1 de junio de 2015;2(2):80–7.
24. Chossat JB, Yiwei Tao, Duchaine V, Park YL. Wearable soft artificial skin for hand motion detection with embedded microfluidic strain sensing. En: 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) [Internet]. Seattle, WA, USA: IEEE; 2015 [citado el 1 de abril de 2020]. p. 2568–73. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7139544/>
25. Shintake J, Rosset S, Schubert B, Mintchev S, Floreano D, Shea H. DEA for soft robotics: 1-gram actuator picks up a 60-gram egg. En: *Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2015* [Internet]. International Society for Optics and Photonics; 2015 [citado el 13 de abril de 2020]. p. 94301S. Disponible en: <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/9430/94301S/DEA-for-soft-robotics--1-gram-actuator-picks-up/10.1117/12.2084043.short>
26. Galloway KC, Becker KP, Phillips B, Kirby J, Licht S, Tchernov D, et al. Soft Robotic Grippers for Biological Sampling on Deep Reefs. *Soft Robot.* el 20 de enero de 2016;3(1):23–33.
27. Lu X, Xu W, Li X. A soft biomimetic tongue: model reconstruction and motion tracking. En: *Bioinspiration, Biomimetics, and Bioreplication 2016* [Internet]. International Society for Optics and Photonics; 2016 [citado el 12 de febrero de 2020]. p. 97970Y. Disponible en: <http://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/9797/97970Y/A-soft-biomimetic-tongue-model-reconstruction-and-motion-tracking/10.1117/12.2218318.short>
28. Mohammed MG, Kramer R. All-Printed Flexible and Stretchable Electronics. *Adv Mater.* 2017;29(19):1604965.
29. Kurumaya S, Phillips BT, Becker KP, Rosen MH, Gruber DF, Galloway KC, et al. A Modular Soft Robotic Wrist for Underwater Manipulation. *Soft Robot.* el 19 de abril de 2018;5(4):399–409.
30. Caballero-Ruiz A, Hernández-Angulo JA, Ascanio Gasca G, Vega-Alvarado L, Ruiz-Huerta L, Brito-de la Fuente E. Impact of the Chamber Shape on a Soft Actuator Mechanism to Mimic the Esophageal Swallowing Process. En *American Society of Mechanical Engineers Digital Collection*; 2019 [citado el 14 de abril de 2020]. Disponible en: <http://asmedigitalcollection.asme.org/IMECE/proceedings/IMECE2018/52149/V009T12A033/276496>
31. Ellis DR, Venter MP, Venter G. Computational Design for Inflated Shape of a Modular Soft Robotic Actuator. En: 2019 2nd IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft). 2019. p. 7–12.
32. Huang J, Liu N, Wang H, Cui L, Bai N, Tian S. Design and Simulation of Spine Rehabilitation Soft Robotic Actuator. En: 2019 5th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR). 2019. p. 188–93.
33. Li Y, Fortner L, Kong F. Development of a Gastric Simulation Model (GSM) incorporating gastric geometry and peristalsis for food digestion study. *Food Res Int.* noviembre de 2019;125:108598.
34. Mazzolai B, Mondini A, Tramacere F, Riccomi G, Sadeghi A, Giordano G, et al. Octopus-Inspired Soft Arm with Suction Cups for Enhanced Grasping Tasks in Confined Environments. *Adv Intell Syst.* 2019;1(6):1900041.
35. Elsayed Y, Vincensi A, Lekakou C, Geng T, Saaj CM, Ranzani T, et al. Finite Element Analysis and Design Optimization of a Pneumatically Actuating Silicone Module for Robotic Surgery Applications. *Soft Robot.* el 31 de octubre de 2014;1(4):255–62.
36. Zhang J, Tang J, Hong J, Lu T, Wang H. The Design and Analysis of Pneumatic Rubber Actuator of Soft Robotic Fish. En: Zhang X, Liu H, Chen Z, Wang N, editores. *Intelligent Robotics and Applications*. Cham: Springer International Publishing; 2014. p. 320–7. (Lecture Notes in Computer Science).
37. Xuanming Lu, Xu W, Li X. Concepts and simulations of a soft robot mimicking human tongue. En: 2015 6th International Conference on Automation, Robotics and Applications (ICARA) [Internet]. Queenstown, New Zealand: IEEE; 2015 [citado el 23 de enero de 2022]. p. 332–6. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7081169/>

38. Lee S, Pharr M. Sideways and stable crack propagation in a silicone elastomer. *Proc Natl Acad Sci*. el 7 de mayo de 2019;116(19):9251–6.
39. Shi H, Al-Rubaiai M, Holbrook CM, Miao J, Pinto T, Wang C, et al. Screen-Printed Soft Capacitive Sensors for Spatial Mapping of Both Positive and Negative Pressures. *Adv Funct Mater*. junio de 2019;29(23):1809116.
40. Steck D, Qu J, Kordmahale SB, Tscharnuter D, Muliana A, Kameoka J. Mechanical responses of Ecoflex silicone rubber: Compressible and incompressible behaviors. *J Appl Polym Sci* [Internet]. el 5 de febrero de 2019 [citado el 1 de mayo de 2019];136(5). Disponible en: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/app.47025>
41. Marechal L, Balland P, Lindenroth L, Petrou F, Kontovounisios C, Bello F. Toward a Common Framework and Database of Materials for Soft Robotics. *Soft Robot*. el 1 de junio de 2021;8(3):284–97.
42. Muliana A, Rajagopal KR, Tscharnuter D, Pinter G. A nonlinear viscoelastic constitutive model for polymeric solids based on multiple natural configuration theory. *Int J Solids Struct*. diciembre de 2016;100–101:95–110.
43. Liao Z, Hossain M, Yao X. Ecoflex polymer of different Shore hardnesses: Experimental investigations and constitutive modelling. *Mech Mater*. mayo de 2020;144:103366.
44. Fernández JR, López-Campos JA, Segade A, Vilán JA. A genetic algorithm for the characterization of hyperelastic materials. *Appl Math Comput*. julio de 2018;329:239–50.
45. López-Campos JA, Segade A, Casarejos E, Fernández JR, Días GR. Hyperelastic characterization oriented to finite element applications using genetic algorithms. *Adv Eng Softw*. julio de 2019;133:52–9.
46. Latif RF, Shafi Khan N. Comparative Analysis of Various Hyperelastic Models for Neoprene Gasket at Ranging Strains. En: 2019 16th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST) [Internet]. Islamabad, Pakistan: IEEE; 2019 [citado el 25 de enero de 2022]. p. 179–88. Disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8667253/>
47. Chagnon G, Marckmann G, Verron E. A comparison of the Hart-Smith model with the Arruda-Boyce and Gent formulations for rubber elasticity. *Rubber Chem Technol*. 2004;77(4):724–35.
48. Johnson AR, Quigley CJ, Mead JL. Large Strain Viscoelastic Constitutive Models for Rubber, Part I: Formulations. *Rubber Chem Technol*. el 1 de noviembre de 1994;67(5):904–17.
49. Guo Z, Sluys LJ. Application of a new constitutive model for the description of rubber-like materials under monotonic loading. *Int J Solids Struct*. el 1 de mayo de 2006;43(9):2799–819.
50. Przybylo PA, Arruda EM. Experimental Investigations and Numerical Modeling of Incompressible Elastomers during Non-Homogeneous Deformations. *Rubber Chem Technol*. el 1 de septiembre de 1998;71(4):730–49.
51. Boyce MC, Arruda EM. Constitutive Models of Rubber Elasticity: A Review. *Rubber Chem Technol*. el 1 de julio de 2000;73(3):504–23.
52. Sivanandam SN, Deepa SN. Introduction to genetic algorithms. Berlin ; New York: Springer; 2007. 442 p.
53. Kramer O. Genetic Algorithm Essentials [Internet]. Cham: Springer International Publishing; 2017 [citado el 25 de enero de 2022]. (Studies in Computational Intelligence; vol. 679). Disponible en: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-52156-5>
54. Coello CA. Introducción a la Computación Evolutiva (Notas de Curso). México: CINVESTAV-IPN;
55. Bozorg-Haddad O, Solgi M, Loaiciga HA. Meta-heuristic and evolutionary algorithms for engineering optimization. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons; 2017. 1 p. (Wiley series in operations research and management science).
56. Thompson MK, Thompson JM. ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis [Internet]. San Diego: Elsevier Science; 2017 [citado el 25 de enero de 2022]. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/book/9780128129814>

57. Bi Z. Finite element analysis applications: a systematic and practical approach. London San Diego, CA Cambridge, MA Oxford: Elsevier, Academic Press; 2018. 504 p.
58. Logan DL. A first course in the finite element method. 5th ed. Stamford, CT: Cengage Learning; 2012. 954 p.
59. American Society for Testing and Materials. ASTM D412: Standard Test Methods for Vulcanized Rubber and Thermoplastic Elastomers-Tension.
60. Smooth-On. Ecoflex Series. Super-Soft, Addition Cure Silicone Rubbers.
61. Autograph AGS-X Series [Internet]. s/f [citado el 24 de enero de 2022]. Disponible en: <https://www.shimadzu.com/an/products/materials-testing/uni-ttm/autograph-ags-x-series/index.html>
62. MTS Systems Corporation. MÉTODO DE ENSAYO NOTA TÉCNICA. HULE: ASTM D412 Propiedades de tensión de caucho vulcanizado y elastómeros termoplásticos [Internet]. Ecuador Documents. 2018 [citado el 22 de julio de 2022]. Disponible en: <https://fddocuments.ec/document/astm-d412-propiedades-de-tension-de-caucho-astm-d412-propiedades-de-tension.html>
63. Dempsey SCH, O'Hagan JJ, Samani A. Measurement of the hyperelastic properties of 72 normal homogeneous and heterogeneous ex vivo breast tissue samples. J Mech Behav Biomed Mater. diciembre de 2021;124:104794.
64. Hung Y. Optimal Experiment Design, Latin Hypercube. En: Dubitzky W, Wolkenhauer O, Cho KH, Yokota H, editores. Encyclopedia of Systems Biology [Internet]. New York, NY: Springer New York; 2013 [citado el 26 de enero de 2022]. p. 1583–5. Disponible en: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-9863-7_1233
65. Karr CL, Weck B, Massart DL, Vankeerberghen P. Least median squares curve fitting using a genetic algorithm. Eng Appl Artif Intell. abril de 1995;8(2):177–89.
66. Zhou Wang, Bovik AC. Mean squared error: Love it or leave it? A new look at Signal Fidelity Measures. IEEE Signal Process Mag. enero de 2009;26(1):98–117.
67. Elías-Zúñiga A, Rodríguez CA. A non-monotonous damage function to characterize stress-softening effects with permanent set during inflation and deflation of rubber balloons. Int J Eng Sci. diciembre de 2010;48(12):1937–43.
68. Waskom M. seaborn: statistical data visualization. J Open Source Softw. el 6 de abril de 2021;6(60):3021.