



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA
INSTITUTO DE ASTRONOMÍA

POLARIZACIÓN ÓPTICA POR DISPERSIÓN
EN LA ATMÓSFERA TERRESTRE

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

PRESENTA

JOSUÉ DAVID CASTILLO ARAIZA

Director de Tesis: Dr. DAVID SALOMÉ HIRIART GARCÍA
INSTITUTO DE ASTRONOMÍA (ENSENADA, B.C.)

Ensenada, Baja California, México. Junio de 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice General

Índice de Figuras	iii
Índice de Tablas	vii
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Hipótesis	3
1.3 Objetivo	3
2 Polarización	4
2.1 Radiación completamente polarizada	4
2.2 Radiación parcialmente polarizada	8
2.3 Ecuación de Transferencia Radiativa	11
3 Dispersión atmosférica de la luz solar	13
3.1 Espectro solar	13
3.2 Dispersión atmosférica	15
3.2.1 Parámetros de Stokes modificados	15
3.2.2 Dispersión de la radiación del Sol	17
4 Dispersión de la luz de la Luna	27
4.1 Introducción	27
4.2 Albedo lunar	28
4.3 Polarización de la luz de la Luna	33

4.4	Dispersión Rayleigh	37
4.5	Dispersión de Mie	37
4.6	Absorción	38
4.7	Transferencia radiativa de la luz lunar	39
5	Comparación con datos de Polima	49
5.1	Observaciones	49
5.1.1	Cálculo de Errores	52
5.2	Resultados y análisis	53
5.2.1	Polarización del cielo nocturno	53
5.2.2	Discusión de la polarización	53
5.2.3	Brillo del cielo nocturno	55
5.2.4	Discusión del brillo del cielo nocturno	57
5.2.5	Polarización del cielo al crepúsculo	58
6	Conclusiones	61
6.1	Trabajo a futuro	63
A	Código Python para calcular la polarización en todo el cielo	64
	Referencias	68

Índice de Figuras

2.1	La elipse de polarización.	5
3.1	Espectro solar en el óptico de Neckel & Labs (1984). Este espectro es usado como la fuente de nuestro modelo de luz dispersada por la atmósfera terrestre.	14
3.2	Componentes de intensidad en la dispersión.	16
3.3	Geometría de la dispersión en la atmósfera plano paralela terrestre. La luz solar en la dirección (θ_0, ϕ_0) viaja una distancia S' en la atmósfera antes de ser dispersada el ángulo Ψ para alcanzar la dirección del observador (θ, ϕ) después de viajar una distancia S después de la dispersión. La altura vertical de la atmósfera plano paralela es Z	19
3.4	Intensidad (<i>rojo</i>) y grado de polarización (<i>azul</i>) de la luz solar en el cielo para diferentes distancias cenitales de observación θ . La intensidad está en unidades de $3F/16\pi$. La atmósfera tiene una profundidad óptica asumida de $\tau_0 = 0.2$ y la luz es incidente en un ángulo $\theta_0 = 60^\circ$. Las observaciones están en el meridiano definido por la luz incidente. Ángulos negativos corresponden a ángulos horarios negativos.	21
3.5	Geometría de la dispersión en la atmósfera. El ángulo de dispersión Ψ es la separación angular entre la dirección (θ_0, ϕ_0) de la fuente y la dirección (θ, ϕ) en la línea de visión en el cielo. El ángulo ϵ es la cantidad que se debe rotar el plano de dispersión para que coincida con el plano del meridiano (Tomado de Swihart, 1981)	23

3.6 Igual que la figura 3.4 pero para el Sol incidiendo en la dirección $\theta_0 = 60^\circ$
 $\phi_0 = 92^\circ$ observada a lo largo del meridiano $\phi = 45^\circ$ 25

3.7 Grado de polarización lineal (*izquierda*) y ángulo de posición (*derecha*)
sobre todo el cielo producido por la dispersión de la luz solar en la
atmósfera. El centro del círculo corresponde al cenit ($\theta = 90^\circ$). El Norte
es en la parte superior ($\phi = 0^\circ$) y el Este a la izquierda ($\phi = 90^\circ$). La
atmósfera tiene una profundidad óptica al cenit de $\tau_0 = 0.2$ y la luz del
Sol es incidente desde la dirección ($\theta_0 = 30^\circ, \phi_0 = 92^\circ$) marcada con una
X. El grado de polarización cubre desde 0.0 (*negro*) hasta 1.0 (*amarillo*)
y ángulo de posición desde 0° (*negro*) hasta 180° (*amarillo*). En la figura
izquierda se indica la dirección en el cielo de los ángulos de posición a 0°
(*línea blanca*) y 90° (*línea verde*). 26

4.1 Coordenadas selenográficas sobre imagen de la Luna. En la figura se indican
la longitud (*rojo*) y la latitud (*azul*) selenográficas. (Crédito: John Reid /
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moon-map.png>). 30

4.2 Albedo lunar basado en el ajuste de Kieffer & Stone (2005) como
una función del ángulo de g con la extrapolación donde $g > 97^\circ$ para
tres diferentes longitudes de onda. La variación debida a la longitud
selenográfica, Φ , se muestra en amarillo. Como puede verse de la figura,
para una longitud de onda dada no existe dependencia en la longitud
selenográfica (Tomado de Jones et al. 2013). 34

4.3 Albedo lunar dado por ROLO (Kieffer & Stone 2005) presentado por cruces
y la interpolación para el albedo lunar como una función de la longitud de
onda para varias fases lunares g (Tomado de Jones et al. 2013). 35

4.4 Polarización como función del ángulo de fase de la Luna (Lyot 1929). 36

-
- 4.5 Aspecto de Luna llena. La línea azul indica la longitud selenográfica a 0° . Nótese que en la parte izquierda (W) predominan los mares lunares, mientras que en la derecha (E) predominan las terras lunares. Esta configuración de la Luna produce las diferencias de albedo y polarización en las diferentes fases de la Luna (Crédito: Luc Viatour //https://Lucnix.be). 44
- 4.6 Polarización P_{min} como función del albedo a dos longitudes de onda (Shkuratov et al., 1992) para mares lunares (*puntos*), terras lunares (*círculos vacíos*), cráteres jóvenes en mares lunares (*cruces*) y cráteres jóvenes en terras lunares (*círculos con cruces*). 45
- 4.7 Intensidad (*rojo*) y grado de polarización (*azul*) de la luz lunar en el cielo nocturno para diferentes ángulos acimutales de observación θ según el modelo. La intensidad está en unidades de $3F^*/16\pi$. La atmósfera tiene una profundidad óptica asumida de $\tau_0 = 0.2$ y la luz es incidente en un ángulo $\theta_0 = 60^\circ$. Las observaciones fueron hechas en el meridiano definido por la luz lunar incidente. La fase lunar es $g = 50^\circ$ con una polarización de la luz de la Luna de 8%. En la gráfica se presentan también los resultados donde la fuente es el Sol (líneas punteadas). 46
- 4.8 Igual que la figura 4.7 pero para la luz lunar incidiendo desde la dirección $\theta_0 = 60^\circ$ $\phi_0 = 0^\circ$ observada a lo largo del meridiano $\phi = 45^\circ$ 47
- 4.9 Grado de polarización lineal (*izquierda*) y ángulo de posición (*derecha*) sobre todo el cielo producido por la dispersión de la luz lunar en la atmósfera. El centro del círculo corresponde al cenit ($\theta = 90^\circ$). El Norte es en la parte superior ($\phi = 0^\circ$) y el Este a la izquierda ($\phi = 90^\circ$). La atmósfera tiene una profundidad óptica al cenit de $\tau_0 = 0.2$ y la luz de la Luna es incidente desde la dirección ($\theta_0 = 30^\circ, \phi_0 = 92^\circ$) con una polarización del 8%. El grado de polarización cubre desde 0.0 (*negro*) hasta 1.0 (*amarillo*) y ángulo de posición desde 0° (*negro*) hasta 180° (*amarillo*). 48

5.1	Campo de localización del blazar Tev 3c 273. La estrella de comparación E se utilizó como estrella estándar de flujo para calcular el brillo del cielo en la banda R	56
5.2	Grado de polarización lineal (<i>izquierda</i>) y ángulo de posición (<i>derecha</i>) sobre todo el cielo producido por la dispersión de la luz solar en la atmósfera durante el crepúsculo cuando se tiene el Sol en posición $\theta_0 = 0^\circ, \phi_0 = 90^\circ$ (salida del Sol) o $\theta_0 = 0^\circ, \phi_0 = 270^\circ$ (puesta del Sol) según el modelo. La barra de la izquierda muestra el porcentaje a escala de 0 a 1 y la barra de la derecha, los ángulos del 0 a 180.	60

Índice de Tablas

4.1	Polarización de la Luna cuando la fase lunar aumenta.	32
4.2	Polarización de la Luna cuando la fase lunar disminuye.	33
5.1	Fases de la Luna durante las observaciones aquí presentadas.	50
5.2	Comparación entre la polarización del cielo observada y del modelo.	54
5.3	Comparación entre el brillo cielo observado y del modelo.	57
5.4	Valores medios de las intensidades medias de las imágenes de los campos planos.	59

RESUMEN

POLARIZACIÓN ÓPTICA POR DISPERSIÓN EN LA ATMÓSFERA TERRESTRE

JOSUÉ DAVID CASTILLO ARAIZA

MAESTRÍA EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

JUNIO 2022

Dirigida por Dr. David Salomé Hiriart García

Este trabajo presenta un modelo teórico de la producción de polarización por dispersión de luz solar en la atmósfera terrestre en el caso de una sola dispersión (*single scattering dispersion*) por la atmósfera ópticamente delgada a la radiación visible. En particular, se estudia a detalle la producción de polarización óptica nocturna producida por dispersión en la atmósfera terrestre del reflejo de la luz solar en la Luna. El modelo presentado para la predicción de la polarización de la luz lunar es función de la fase lunar, la distancia al cenit de la Luna, y de la separación angular entre la Luna y la dirección de la observación en el cielo. El modelo desarrollado es comparado con las mediciones de la polarización de la luz lunar en la banda R del Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir a 2,800 m sobre el nivel del mar. Los resultados aquí presentados pueden ser útiles para estimar la contribución de la luz lunar en las mediciones de polarización en la banda óptica R en el sitio, particularmente en el proyecto del monitoreo fotopolarimétrico de blázares TeV en la banda R desde el OAN–SPM.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes

Las mejores mediciones de la polarización óptica de los objetos astronómicos nocturnos se realizan cuando no hay un fondo brillante en el cielo. La fuente de luz natural más brillante en el cielo nocturno, y por lo tanto el mayor contribuyente al ruido de fondo del cielo, es la luz dispersa de la Luna. Esta luz dispersa de la Luna puede llegar a alcanzar porcentajes de polarización de hasta el 8% (Lyot 1929) dependiendo de parámetros como la fase lunar, la distancia cenital, la separación angular entre el objeto observado y la posición de la luna, entre otros parámetros. Tener un modelo confiable de la contribución de la polarización de la luz lunar para estimar el ruido de este fondo nocturno es crítico cuando observaciones de polarización son llevadas a cabo. El tener un modelo confiable es de utilidad cuando se pretende observar objetos débiles, como pueden ser los de magnitudes en el visible entre 18 y 19 y con valores del grado de polarización cercanos al cero por ciento. Un modelo para esta contribución de la polarización de fondo permitiría determinar los valores límites alcanzables para un cierto tiempo de exposición en una dirección dada del cielo durante una cierta fase lunar.

Desde el 2008, en el Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir (OAN-SPM), en Baja California, México, se ha estado realizando el monitoreo fotopolarimétrico óptico de Blázares TeV ¹ en la banda *R* (Benítez et al. 2011; Sorcia et al. 2011). Estos objetos son un subconjunto de galaxias con núcleo activo (AGN por sus siglas en inglés), caracterizados por emitir un "jet" (chorro) relativista que emiten radiación con energías del orden de 10^{12} eV (TeV). Estas mediciones fotopolarimétricas han sido realizadas en mayor parte bajo las mejores condiciones atmosféricas (cielo despejado, baja turbulencia, poca luz lunar, etc), aunque en diferentes fases lunares. La presencia de la luz lunar no solo afecta las mediciones fotométricas sino también las mediciones de la polarización de los blázares, por aportar una variación de polarización comparable al grado de polarización de estos. Esta luz lunar no solo varía en periodos largos dependiendo de la fase de la Luna, sino también de variaciones nocturnas por su movimiento diurno que contribuyen al ruido en las mediciones de la polarización óptica. Otras fuentes de ruido constante en la noche se pueden tener por la contaminación lumínica del cielo nocturno, como aquellas producidas por las luces de los poblados más cercanos al OAN-SPM (como lo es el de San Felipe, B.C.), sensible aun con el aislamiento del observatorio de San Pedro Mártir. En este trabajo trataremos sólo con la componente variable de la contribución de la luz lunar. Las componentes de la luz zodiacal se puede encontrar usando el modelo de Leinert et al. (1998) y el modelo del resplandor del cielo (*air glow*) se puede caracterizar de observaciones locales y modelos semi-empíricos (Patat 2008). Estas componentes son contribuciones con períodos de variación mucho más largos comparados con las variaciones de la contribución de la Luna.

Un excelente artículo sobre un modelo de dispersión de la luz lunar para el Cerro Paranal es el de Jones et al. (2013). Este modelo ha demostrado ser funcional desde el ultravioleta hasta el cercano infrarrojo y ha sido probado en la parte óptica del espectro electromagnético con excelentes resultados. Para desarrollar nuestro modelo, seguimos la metodología de ese artículo, pero se ha incluido la contribución de la polarización óptica

¹más detalles en <http://haro.astrossp.unam.mx/blazars/>

en la banda de filtro R .

1.2 Hipótesis

La hipótesis de este trabajo es que la intensidad y polarización de luz de Luna dispersada por la atmósfera terrestre se puede describir por un modelo de una sola dispersión (*single scattering dispersion*). Esta luz dispersa, más la emisión propia del cielo nocturno, forman la radiación de fondo en cualquier medición fotopolarimétrica nocturna en astronomía. En particular, es importante determinar esta contribución en el caso de observación de objetos con magnitudes del orden de esta radiación de fondo como pueden ser los blázares TeV mencionados anteriormente.

1.3 Objetivo

El objetivo de este trabajo es crear un modelo de polarización lineal y brillo del cielo producido por dispersión de luz de Luna por la atmósfera terrestre y su efecto de las mediciones de la polarización óptica nocturna. Los resultados del modelo son comparados con los resultados de observaciones realizadas en el OAN-SPM en la banda R del proyecto del monitoreo fotopolarimétrico de blázares TeV.

La estructura de este trabajo es la siguiente: el Capítulo 2 presenta la descripción de la radiación con polarización total y parcial, los parámetros de Stokes y la ecuación de transferencia radiativa; el Capítulo 3 describe el modelo de dispersión por la atmósfera terrestre para la radiación solar; en el Capítulo 4 se describe el modelo para la dispersión de la atmósfera en el caso de la luz de Luna; el Capítulo 5 presenta la comparación de los resultados del modelo con los datos de fotopolarización obtenidos con el polarímetro Polima-1; finalmente, el Capítulo 6 presenta las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 2

Polarización

En este capítulo se presenta el formalismo para describir la polarización de la radiación electromagnética para los casos de radiación completa y parcialmente polarizada a través de los parámetros de Stokes. Luego se describe la ecuación de transferencia radiativa para el caso de radiación polarizada descrita por los parámetros de Stokes. En el siguiente capítulo usaremos este formalismo para describir la polarización producida por la dispersión de la atmósfera terrestre.

2.1 Radiación completamente polarizada

Las soluciones de ondas planas en las ecuaciones de Maxwell en el vacío para los campos eléctricos y magnéticos, para una onda que se propaga en la dirección z es

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \sin(\omega t - \delta_x) \\ E_y &= a_y \sin(\omega t - \delta_y) \quad , \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde ω es la frecuencia radiación ($\omega = 2\pi\nu$), los coeficientes a_x, a_y son las amplitudes y las δ_x, δ_y son las constantes de fase de las ondas en los ejes x y y , respectivamente. Para valores arbitrarios de estos parámetros, la amplitud del vector eléctrico resultante describe una elipse, llamada *elipse de polarización* de la luz (Fig. 2.1).

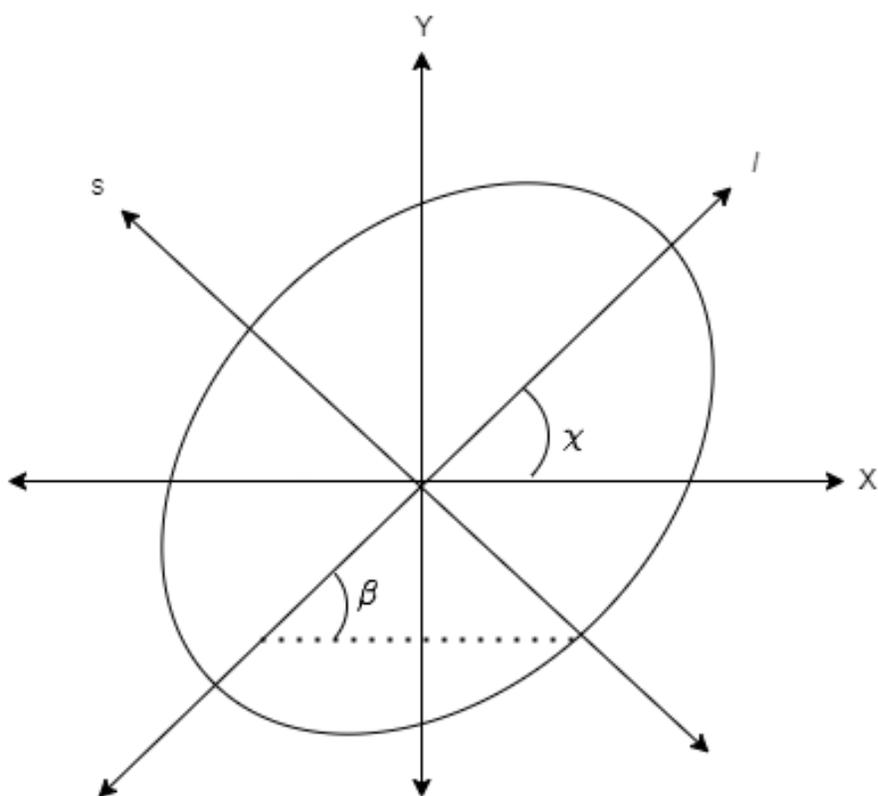


Figura 2.1: La elipse de polarización.

La radiación propagándose en la dirección z , tiene una intensidad que es proporcional a los cuadrados de las amplitudes de las componentes de las ondas (Hecht 1987)

$$I = a_x^2 + a_y^2 = I_x + I_y \quad . \quad (2.2)$$

Por simplicidad, los factores de proporcionalidad se consideran incluidos en los términos cuadráticos. Las intensidades parciales de la onda I_x y I_y son las componentes en las direcciones de vibración de x e y , respectivamente.

Si consideramos la figura 2.1, podemos describir el semi-eje mayor y semi-eje menor con la notación l y s , respectivamente. Por lo cual, en este sistema ls (*ejes principales*) las ecuaciones serían

$$\begin{aligned} E_l &= a_l \sin(\omega t - \delta_l) \\ E_s &= \pm a_s \sin(\omega t - \delta_s) \quad . \end{aligned} \quad (2.3)$$

El signo \pm en E_s refleja la diferencia de $\pm\frac{\pi}{2}$ en los ejes principales. Los diferentes signos en E_s corresponden al sentido de rotación de los campos eléctricos y magnéticos; positivo en el sentido de las manecillas del reloj y negativo en el sentido contrario. Haciendo uso de las ecuaciones (2.3), podemos introducir las nuevas cantidades

$$\begin{aligned} a_l &= a_0 \cos(\beta) \\ \pm a_s &= a_0 \sin(\beta) \quad . \end{aligned} \quad (2.4)$$

De forma equivalente se tiene

$$\begin{aligned} a_0^2 &= a_l^2 + a_s^2 \\ \tan(\beta) &= \frac{\pm a_s}{a_l} \quad , \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde el ángulo β oscila de -45° a 45° ; el signo denotando el sentido de rotación y la magnitud su excentricidad. Para $\beta = \pm 45^\circ$, la elipse se transforma en un círculo; para $\beta = 0$, la elipse se convierte en una línea recta.

Para relacionar las componentes del sistema xy con las componentes del sistema ls , aplicamos una rotación a través de un ángulo χ

$$\begin{aligned} E_x &= E_l \cos(\chi) - E_s \sin(\chi) \\ E_y &= E_l \sin(\chi) + E_s \cos(\chi) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Si usamos las ecuaciones (2.3), (2.4) y (2.6), encontramos expresiones para E_x y E_y , las cuales nos llevan a las siguientes relaciones,

$$\begin{aligned} a_x \cos(\delta_x) &= a_0 (\cos(\beta) \cos(\chi) \cos(\delta_l) \pm \sin(\beta) \sin(\chi) \sin(\delta_l)) \\ a_x \sin(\delta_x) &= a_0 (\cos(\beta) \cos(\chi) \sin(\delta_l) \mp \sin(\beta) \sin(\chi) \cos(\delta_l)) \\ a_y \cos(\delta_y) &= a_0 (\cos(\beta) \sin(\chi) \cos(\delta_l) \mp \sin(\beta) \cos(\chi) \sin(\delta_l)) \\ a_y \sin(\delta_y) &= a_0 (\cos(\beta) \sin(\chi) \sin(\delta_l) \pm \sin(\beta) \cos(\chi) \cos(\delta_l)) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Resolviendo para los coeficientes en el sistema anterior, obtenemos finalmente

$$\begin{aligned} a_x^2 + a_y^2 &= a_0^2 \\ a_x^2 - a_y^2 &= a_0^2 \cos(2\chi) \cos(2\beta) \\ 2a_x a_y \cos(\delta_x - \delta_y) &= a_0^2 \sin(2\chi) \cos(2\beta) \\ 2a_x a_y \sin(\delta_x - \delta_y) &= a_0^2 \sin(2\beta) \end{aligned} \quad (2.8)$$

El sistema de ecuaciones anterior muestra la relación entre las constantes de amplitud y fase en el sistema xy . La primera ecuación representa la intensidad de la radiación, la cual está relacionada con el tamaño de la elipse a_0 .

Para tratar con luz polarizada se simplifican las ecuaciones anteriores de la forma

$$\begin{aligned} I &= a_0^2 \\ Q &= I \cos(2\chi) \cos(2\beta) \\ U &= I \sin(2\chi) \cos(2\beta) = Q \tan(2\chi) \\ V &= I \sin(2\beta) \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde I , Q , U y V son conocidos como los *parámetros de Stokes* para la polarización de la radiación coherente puramente monocromática. El tamaño de la elipse de polarización involucra sólo a I ; su orientación a Q y U , mientras que su excentricidad la describe V .

Para el caso coherente monocromático

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad , \quad (2.10)$$

por lo cual en este caso los parámetros de Stokes no son independientes uno del otro.

2.2 Radiación parcialmente polarizada

Generalmente los coeficientes de amplitud y fase fluctúan de forma que se necesita hacer una consideración adicional en ellos

$$\begin{aligned} I &= \bar{a}_x^2 + \bar{a}_y^2 \\ Q &= \bar{a}_x^2 - \bar{a}_y^2 \\ U &= 2\overline{a_x a_y \cos(\delta_x - \delta_y)} \\ V &= 2\overline{a_x a_y \sin(\delta_x - \delta_y)} \quad , \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde \bar{x} es el promedio temporal de la cantidad x en un tiempo relativamente largo.

Cuando las amplitudes y las fases son constantes, la elipse de polarización es única y las ecuaciones (2.9) y (2.10) se mantienen; cuando fluctúan azarosamente, no hay elipse de polarización y el parámetro I es el único parámetro de Stokes diferente de cero.

En general, se tiene una situación entre esos dos extremos. Esto ocurre cuando las fluctuaciones están correlacionadas en cierta medida, i.e., todos los valores dentro de cierto rango son posibles, pero algunos son más probables que otros. En este caso, podemos ver de las ecuaciones (2.11) que Q , U y V pueden ser diferentes de cero, aunque la elipse de polarización a lo largo de β y χ no está aún bien definida.

Para hacer más clara la idea de radiación parcialmente polarizada, consideremos radiación la cual ha sido artificialmente ajustada en fase por una cantidad arbitraria. En las ecuaciones (2.11), hacemos un decremento en la fase de E_x por la cantidad ϵ con

respecto E_y . Por simplicidad consideramos $\delta_y = 0$ y $\delta_x = \delta$

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \sin(\omega t - \delta - \epsilon) \\ E_y &= a_y \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Por lo que el campo en una dirección con ángulo ϕ con respecto el eje x es

$$E_\phi = E_x \cos(\phi) + E_y \sin(\phi) \quad (2.13)$$

Haciendo uso de las ecuaciones (2.12) y (2.13)

$$E_\phi(\epsilon) = (a_x \cos(\phi) \cos(\delta + \epsilon) + a_y \sin(\phi)) \sin(\omega t) - a_x \cos(\phi) \sin(\delta + \epsilon) \cos(\omega t) \quad (2.14)$$

Si tomamos el promedio temporal del cuadrado de la amplitud, podemos encontrar la intensidad parcial $I(\phi, \epsilon)$ en esa dirección

$$I(\phi, \epsilon) = \bar{a}_x^2 \cos^2(\phi) + \bar{a}_y^2 \sin^2(\phi) + \sin(2\phi) \left(\overline{\cos(\epsilon) a_x a_y \cos(\delta)} - \overline{\sin(\epsilon) a_x a_y \sin(\delta)} \right) \quad (2.15)$$

Para tomar el promedio temporal, se establecieron ϕ y ϵ como constantes. Si ahora sustituimos los parámetros de Stokes en la ecuación (2.1), obtenemos finalmente

$$I(\phi, \epsilon) = \frac{1}{2} (I + Q \cos(2\phi) + (U \cos(\epsilon) - V \sin(\epsilon)) \sin(2\phi)) \quad (2.16)$$

Con lo cual se obtiene que los parámetros de Stokes o sus equivalentes son suficientes para determinar la intensidad parcial en una dirección arbitraria a la cual se le aplica un desplazamiento de fase también arbitrario.

Supongamos que tenemos dos haces de luz incoherentes espacialmente entre sí. Si los haces son combinados, entonces las intensidades se vuelven aditivas; se sabe de la ecuación (2.16) que todos los parámetros de Stokes son entonces aditivos. Sin embargo, este resultado no se mantiene para haces de luz que no son independientes entre ellos, es decir, haces que interfieren entre ellos.

De este resultado se obtiene que si se considera un vector $\mathbf{I} = \mathbf{I}(I, Q, U, V)$, entonces, para diferentes haces de luz se obtiene que

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \quad , \quad (2.17)$$

donde $I = I_1 + I_2$, $Q = Q_1 + Q_2$, etc.

Para la división de un número infinito de haces equivalentes de luz en I , existe una división de particular importancia; aquella en la que un haz está no polarizado y el otro está completamente polarizado. Es más, ésta división es única para un haz de luz dado .

Sea \mathbf{I}_1 el haz no polarizado y \mathbf{I}_2 uno completamente polarizado. Entonces, tenemos que $Q_1 = U_1 = V_1 = 0$, la condición para la falta de coherencia en las fluctuaciones de amplitud y fases. Para satisfacer la ecuación (2.17), tenemos que $Q_2 = Q$, $U_2 = U$ y $V_2 = V$. Pero el segundo haz esta completamente polarizado, entonces debe satisfacer la ecuación (2.10)

$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} I - \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{no polarizado}) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (\text{polarizado}) \quad (2.19)$$

El grado de polarización de un haz de radiación en general se determina através de la cantidad de radiación polarizada y no polarizada en los componentes de sus haces. Vemos entonces que el grado de polarización está dado por

$$\Pi = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad . \quad (2.20)$$

Ya que la elipse de polarización sólo está definida para radiación polarizada, podemos construir la elipse de polarización general al dividir los haces de luz en los componentes de

las ecuaciones (2.18), donde solo se utiliza el haz completamente polarizado para definir dicha elipse.

Si reescribimos las ecuaciones (2.4), (2.5) y (2.9) para considerar sólo la componente completamente polarizada, entonces

$$\begin{aligned}\cos(2\chi) \cos(2\beta) &= \frac{Q}{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}} \\ \sin(2\chi) \cos(2\beta) &= \frac{U}{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}} \\ \sin(2\beta) &= \frac{V}{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}} .\end{aligned}\tag{2.21}$$

Por lo tanto, los parámetros de Stokes de una radiación polarizada arbitraria es equivalente a la intensidad total, el grado de polarización y los ángulos β y χ de la elipse de polarización.

Notamos de nuevo que si $\beta = 0$, la elipse de polarización es una línea recta, $V = 0$, y la polarización es lineal. Para $\beta = \pm\frac{\pi}{4}$, la polarización es circular y por lo tanto $Q = U = 0$.

Análogamente, los grados de polarización lineal, Π_L , y circular, Π_C , pueden ser definidos respectivamente por

$$\begin{aligned}\Pi_L &= \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \\ \Pi_C &= \frac{V}{I} .\end{aligned}\tag{2.22}$$

2.3 Ecuación de Transferencia Radiativa

La intensidad I varía a lo largo del camino de propagación s debido a la emisión j y absorción k de la materia a lo largo de ese camino y se describe por la ecuación de transferencia radiativa

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu - \kappa_\nu I_\nu .\tag{2.23}$$

Esta ecuación también puede aplicarse al caso donde la intensidad I_ν expresada en términos de los parámetros de Stokes $\mathbf{I}_\nu = (I_\nu, Q_\nu, U_\nu, V_\nu)$, por lo cual tenemos entonces

$$\frac{d\mathbf{I}_\nu}{ds} = \mathbf{j}_\nu - \bar{\kappa}_\nu \mathbf{I}_\nu \quad , \quad (2.24)$$

donde \mathbf{I}_ν contiene la contribución de luz polarizada y no polarizada con sus respectivos cuatro parámetros de Stokes; el coeficiente de emisión $\mathbf{j}_\nu = (j_{I_\nu}, j_{Q_\nu}, j_{U_\nu}, j_{V_\nu})$ tiene componentes que le dan las propiedades de polarización a la radiación emitida. Es importante resaltar que tanto \mathbf{I}_ν como \mathbf{j}_ν son cantidades monocromáticas. La matriz $\bar{\kappa}_\nu$ de 4×4 elementos representa los coeficientes de absorción generalizados, aunque no todos sus componentes representan una verdadera absorción ya que pueden representar también términos de dispersión.

Como en el caso no polarizado, se necesitan especificar los procesos de emisión y absorción descritos por los coeficientes \mathbf{j}_ν y $\bar{\kappa}_\nu$, respectivamente. En los siguientes capítulos se definirán los coeficientes de emisión y absorción para el proceso de dispersión de radiación y se aplicará la ecuación de transferencia radiativa para la radiación polarizada, ecuación (2.24), al caso de la dispersión de radiación solar y lunar en la atmósfera terrestre.

Capítulo 3

Dispersión atmosférica de la luz solar

En este capítulo aplicaremos la ecuación de transferencia radiativa en su forma vectorial para los parámetros de Stokes a la dispersión de radiación solar por la atmósfera terrestre. Supondremos que dicha dispersión es producida por dispersión Rayleigh de las moléculas en la atmósfera. Como la atmósfera terrestre es ópticamente delgada a la radiación visible, se aplica la teoría de una sola dispersión para calcular la polarización lineal y el flujo de radiación solar en una dirección dada.

3.1 Espectro solar

La fuente de luz dispersada por la atmósfera terrestre es el Sol. En este estudio se utiliza el espectro de Neckel & Labs (1984), el cual cubre longitudes de onda calibradas en el intervalo 0.41–0.87 μm del espectro óptico. Este es el espectro de referencia estándar en el óptico, aunque muestra un flujo sistemático más bajo en el violeta con respecto a otras medidas de flujo absoluto (Colina et al. 1996). Esto último no es relevante ya que nuestro interés es en el extremo rojo del espectro visible. El espectro óptico del Sol se asemeja al modelo de un cuerpo negro con líneas de absorción típicas de una estrella G2 (Jones et al. 2013). La figura 3.1 muestra el espectro solar.

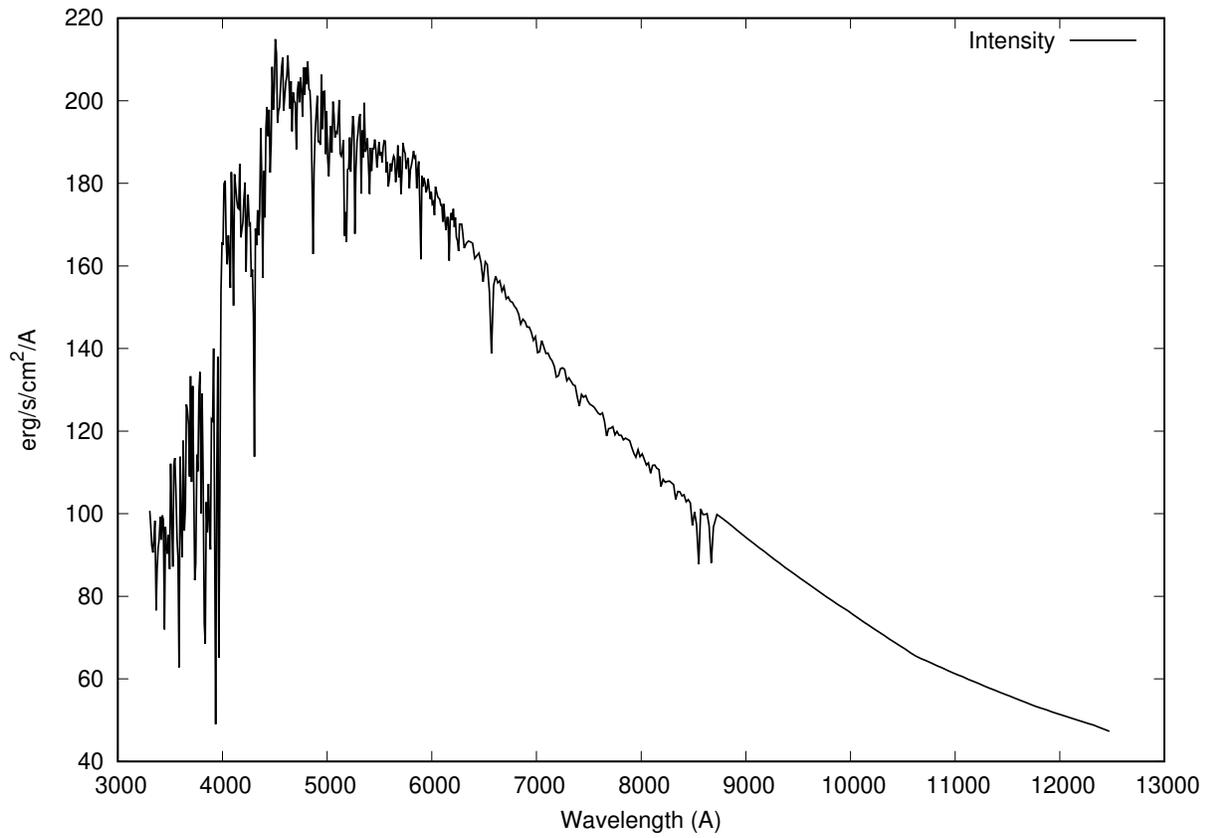


Figura 3.1: Espectro solar en el óptico de Neckel & Labs (1984). Este espectro es usado como la fuente de nuestro modelo de luz dispersada por la atmósfera terrestre.

3.2 Dispersión atmosférica

Para el caso de dispersión de radiación, en la ecuación de transferencia radiativa vectorial

$$\frac{d\mathbf{I}_\nu}{ds} = \mathbf{j}_{sc} - \tilde{k}_\nu \mathbf{I}_\nu \quad , \quad (3.1)$$

el coeficiente de emisión para la dispersión \mathbf{j}_{sc} es una generalización del coeficiente de emisión. En nuestro caso de estudio, el coeficiente de emisión por dispersión está definido por

$$\mathbf{j}_{sc}(\theta, \phi) = k_{sc} \int \tilde{P}(\Psi) \mathbf{I}_\nu(\theta', \phi') \frac{d\Omega'}{4\pi} \quad , \quad (3.2)$$

que representa la dispersión de la intensidad $\mathbf{I}_\nu(\theta', \phi')$ que viene de la dirección (θ', ϕ') y que es dispersada en un ángulo de dispersión Ψ en la dirección (θ, ϕ) . La función de fase $\tilde{P}(\Psi)$ modifica apropiadamente el vector de intensidad incidente para el caso de la dispersión Rayleigh. Aquí $d\Omega'$ representa el elemento infinitesimal de ángulo sólido. Si consideremos el caso ópticamente delgado, los elementos de la matriz \tilde{k}_ν , que representan la absorción, será cero. Así tendremos la ecuación de transferencia para la dispersión

$$\frac{d\mathbf{I}_\nu}{ds} = \mathbf{j}_{sc} \quad , \quad (3.3)$$

con el coeficiente de emisión vectorial por dispersión dado por la ecuación (3.2). Note que \mathbf{j}_{sc} sólo representa el coeficiente de emisión para la dispersión; otros procesos presentes, tales como la emisión de la atmósfera, deberán ser añadidos a la ecuación de transferencia.

3.2.1 Parámetros de Stokes modificados

En este caso de dispersión es conveniente utilizar un conjunto de parámetros de Stokes modificados que matemáticamente hablando, son más apropiados para la descripción de la radiación por dispersión Rayleigh. En lugar de I y Q se definen I_r e I_a que definen las intensidades parciales en dos direcciones perpendiculares. La intensidad I_r es la intensidad perpendicular al *plano de dispersión*, el plano que contiene a los haces incidentes y

dispersados, e I_a es la intensidad contenida en el plano de dispersión. La figura 3.2 presenta la geometría del proceso de la dispersión. De esta manera, los *parámetros de Stokes modificados* tendrán así las cuatro componentes: I_r , I_a , U , V . Su relación a los parámetros de Stokes es así $I = I_r + I_a$ y $Q = I_r - I_a$.

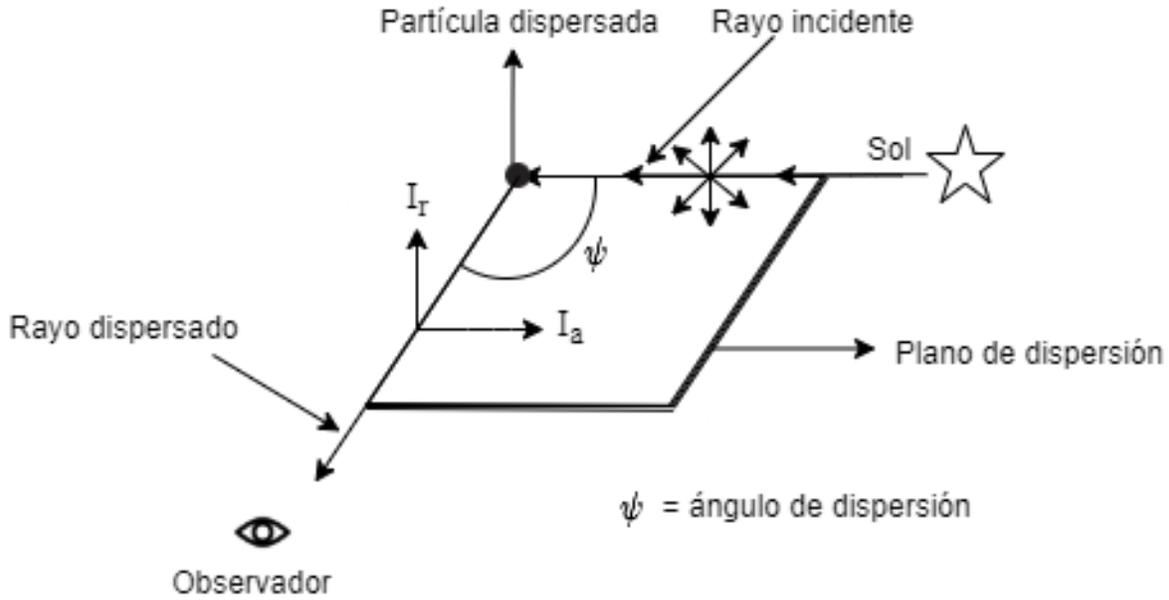


Figura 3.2: Componentes de intensidad en la dispersión.

Para las componentes I_a e I_r , la relación entre sus fases no cambia por el efecto de la dispersión, mientras que la amplitud de la componente paralela I_a se disminuye con respecto a la componente perpendicular I_r por el factor $\cos \Psi$, donde Ψ es el ángulo de dispersión. De esta manera las componentes dispersadas de I_r , I_a , U , V serán proporcionales a $(1, \cos^2 \Psi, \cos \Psi, \cos \Psi)$, respectivamente y la matriz de fase, \tilde{P} , estará dada por

$$\tilde{P}(\Psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \Psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Psi \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

3.2.2 Dispersión de la radiación del Sol

Si la radiación incidente es no polarizada tendremos que $I_r = I_a = I/2$ y la radiación incidente del Sol es un vector columna con componentes $(1/2, 1/2, 0, 0)$ escrito en forma horizontal para ahorrar espacio.

Se supone que la radiación del Sol incide en la atmósfera desde la parte superior. Esta radiación se supone no polarizada y dirigida en un haz paralelo a lo largo de los ángulos de incidencia (θ_0, ϕ_0) . Con $\mu_o = \cos \theta_0$, la magnitud del vector de intensidad total de la radiación incidente está dada por

$$I_{in} = F\delta(\mu - \mu_0)\delta(\phi - \phi_0) \quad , \quad (3.5)$$

donde F es el flujo de la luz solar y las δ s son las funciones δ de Dirac. Es decir, aquí suponemos que el Sol es una fuente puntual en esa dirección. Luego, el vector de intensidad de la radiación solar incidente se puede escribir como

$$\mathbf{I}_{in} = F\delta(\mu - \mu_o)\delta(\phi - \phi_0)\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0\right) \quad . \quad (3.6)$$

Por conveniencia el ángulo θ se mide positivo en la dirección hacia la Tierra.

En el problema de dispersión usaremos la teoría de una sola dispersión. Esto es, los fotones que son dispersados dos o más veces son ignorados, así que el problema es simplificado. La atmósfera de la Tierra es lo suficientemente transparente a la luz visible para que esta aproximación de una sola dispersión sea razonablemente buena.

La figura 3.3 presenta la geometría del proceso de dispersión en la atmósfera plano paralela. Para ser observado desde la Tierra a lo largo de los ángulos θ y ϕ , un fotón debe entrar a la atmósfera a lo largo de los ángulos θ_0, ϕ_0 , y entonces en el punto correcto en la atmósfera se deberá dispersar por un ángulo Ψ de manera que el rayo dispersado sale en los ángulos apropiados para ser observado.

La intensidad observada se obtiene integrando el coeficiente de emisión de la

ecuación (3.3) a lo largo de la línea de vista; la cantidad que va en el integrando de la ecuación (3.3) es la intensidad incidente, ecuación (3.6), atenuada por la absorción antes de la dispersión.

Sea s' la distancia que un fotón viaja desde el punto que entra a la atmósfera hasta el punto que es dispersado. Sea s la distancia entre el punto de dispersión y el observador. Entonces

$$s'\mu_0 + s\mu = z \quad , \quad (3.7)$$

donde z es la altura vertical de la atmósfera.

Para una atmósfera plano paralela, la ecuación anterior se puede convertir inmediatamente a la correspondiente distancia óptica

$$\tau'\mu_0 + \tau\mu = \tau_0 \quad , \quad (3.8)$$

donde τ_0 es la profundidad óptica de la atmósfera al cenit, la cual deberá no ser muy grande si la teoría de una sola dispersión entrega un resultado significativo. Note que la ecuación (3.8) no supone que la atmósfera sea uniforme con la altura.

Podemos escribir la integral para una sola dispersión en la atmósfera como

$$\mathbf{I}_\nu(sc) = \int_0^{z/\mu} \mathbf{j}_\nu(sc) ds = \int_0^{\tau_0/\mu} \frac{\mathbf{j}_\nu(sc)}{k} e^{-\tau} d\tau = \int_0^{\tau_0/\mu} \left\{ \int \tilde{P}(\psi) \mathbf{I}_{in} \frac{d\Omega}{4\pi} \right\} e^{-\tau} d\tau \quad . \quad (3.9)$$

Las variables y funciones con (sc) denotan la fuente. La primera integral sobre trayectoria, ds , es convertida a una integral sobre la opacidad $d\tau = k ds$ que se integra sobre todo los ángulos sólidos $d\Omega$.

Debido a la naturaleza de la función delta de \mathbf{I}_{in} , la integral sobre $d\Omega'$ simplemente cambia las funciones de (θ', ϕ') a una función de (θ_0, ϕ_0) . Definiendo el vector $\mathbf{J} = (1, \cos^2 \Psi, 0, 0)$, entonces vemos que la solución a la ecuación (3.9) queda

$$\mathbf{I}_\nu(sc) = \frac{3F}{16\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu} (e^{-\tau_0/\mu_0} - e^{-\tau_0/\mu}) \mathbf{J} \quad . \quad (3.10)$$

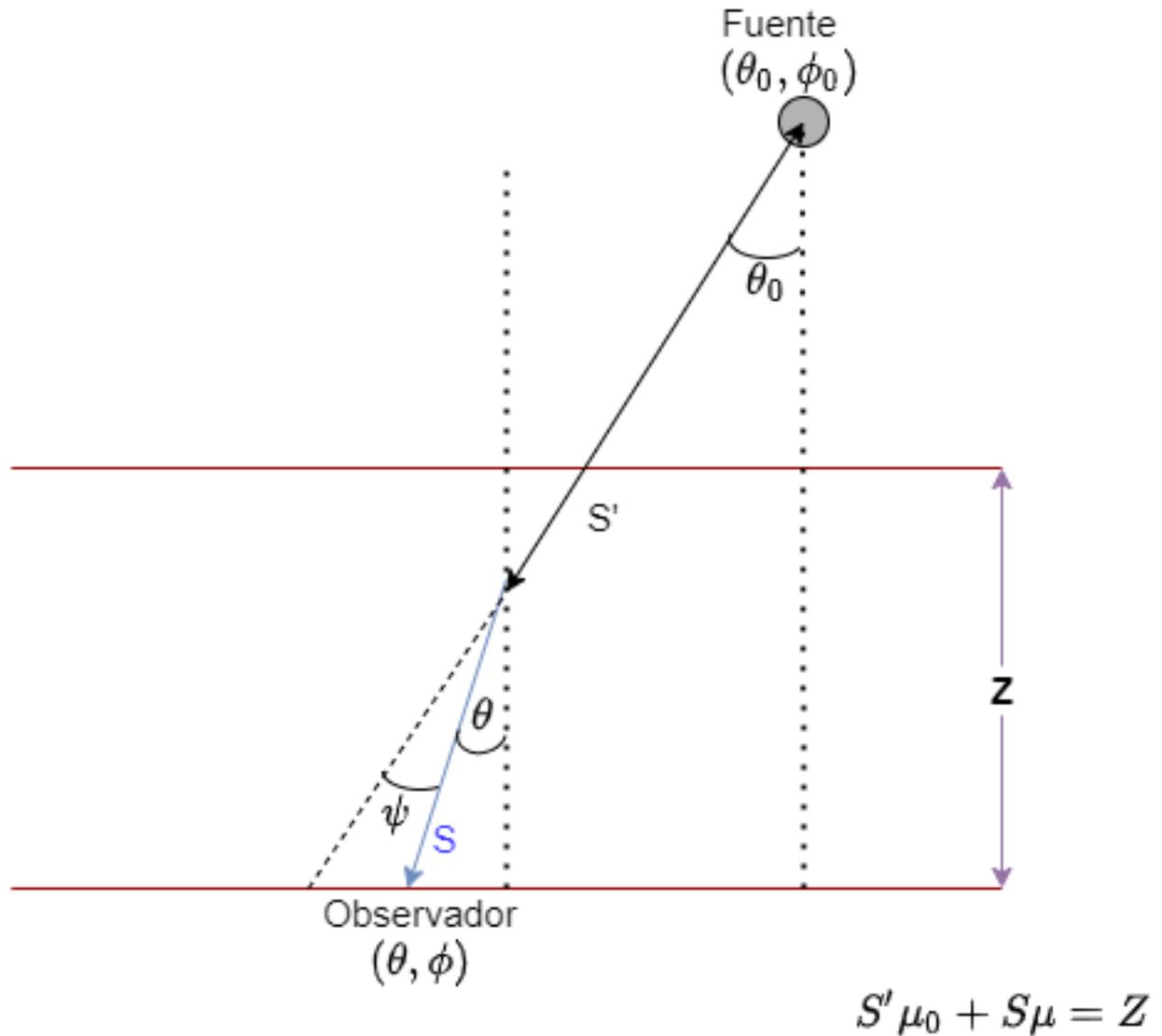


Figura 3.3: Geometría de la dispersión en la atmósfera plano paralela terrestre. La luz solar en la dirección (θ_0, ϕ_0) viaja una distancia S' en la atmósfera antes de ser dispersada el ángulo ψ para alcanzar la dirección del observador (θ, ϕ) después de viajar una distancia S después de la dispersión. La altura vertical de la atmósfera plano paralela es Z .

Para el límite en el que $\mu = \mu_0$, es decir, viendo directamente al Sol, el paréntesis de la ecuación (4.13) se reduce a $(\tau_0/\mu e^{\tau_0/\mu})$. Esto se sigue de aplicar la regla de l'Hopital para el límite indedeterminado.

La ecuación (4.13) es la solución al problema. Escribiendo esta solución en componentes los parámetros de Stokes modificados

$$\begin{aligned} I_r &= \frac{3Fr}{16\pi} \\ I_a &= \frac{3Fr}{16\pi} \cos^2 \Psi \\ U &= 0 \\ V &= 0 \quad , \end{aligned} \tag{3.11}$$

donde

$$r = \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu} (e^{-\tau_0/\mu_0} - e^{-\tau_0/\mu}) \quad . \tag{3.12}$$

La intensidad total de la luz del Sol es

$$\boxed{I = I_r + I_a = \frac{3Fg}{16\pi} (1 + \cos^2 \Psi)} \quad . \tag{3.13}$$

No hay polarización circular ($V = 0$), ya que el proceso de dispersión solo polariza linealmente. El grado de polarización lineal está dado por

$$\boxed{\Pi_L = \frac{I_r - I_a}{I_r + I_a} = \frac{1 - \cos^2 \Psi}{1 + \cos^2 \Psi}} \quad . \tag{3.14}$$

La figura 3.4 muestra la intensidad y el grado de polarización para el caso donde $\theta_0 = 60^\circ$ y $\tau_0 = 0.2$. Esta figura está preparada para el ángulo θ que se extiende a lo largo del mismo meridiano con acimut ϕ igual al acimut de la luz solar incidente (ϕ_0). En la figura, θ positivo corresponde a la distancia cenital hacia el ángulo acimutal de observación. θ negativo se mide pasando el cenit en un ángulo de acimut a 180° de distancia.

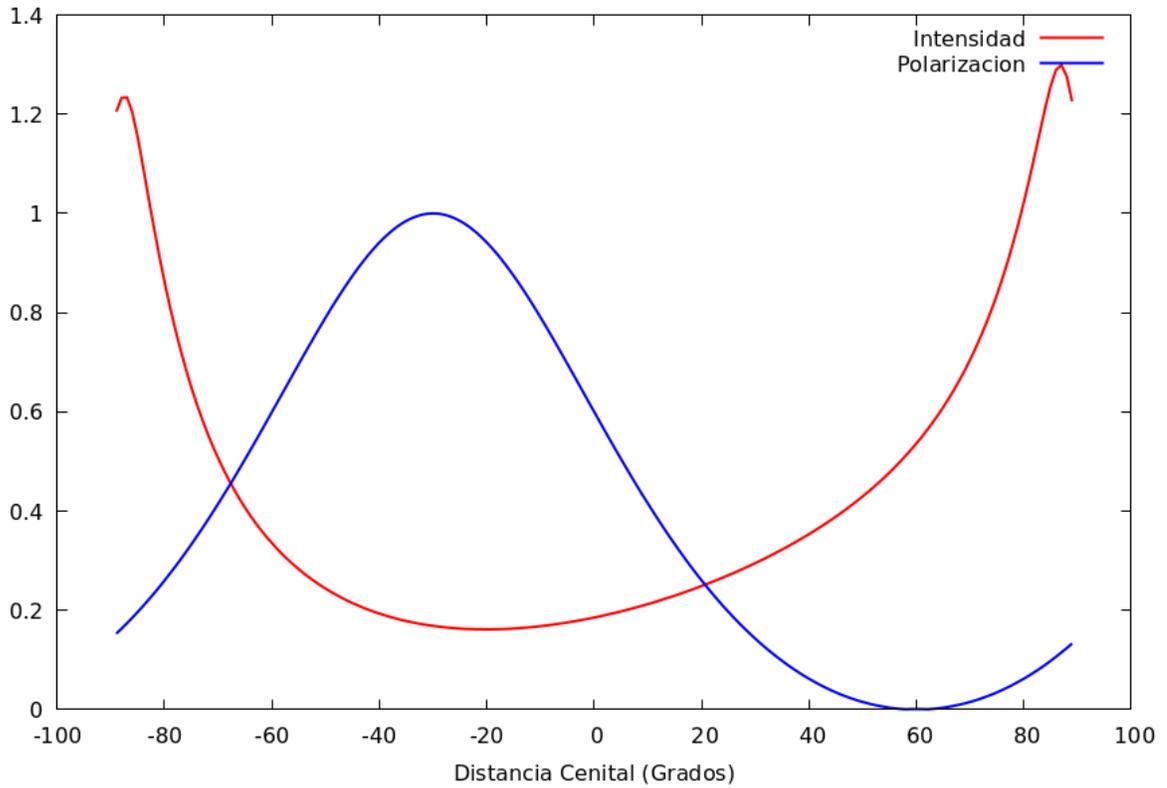


Figura 3.4: Intensidad (*rojo*) y grado de polarización (*azul*) de la luz solar en el cielo para diferentes distancias cenitales de observación θ . La intensidad está en unidades de $3F/16\pi$. La atmósfera tiene una profundidad óptica asumida de $\tau_0 = 0.2$ y la luz es incidente en un ángulo $\theta_0 = 60^\circ$. Las observaciones están en el meridiano definido por la luz incidente. Ángulos negativos corresponden a ángulos horarios negativos.

Cuando se produce una dispersión, el fotón del ángulo sólido $d\Omega'$ se desviará a través del ángulo Ψ hacia el ángulo sólido $d\Omega$. Por lo tanto, el ángulo de dispersión Ψ , será el ángulo entre la dirección incidente a lo largo de $d\Omega'$ y la dirección de dispersión a lo largo de $d\Omega$. Si (θ, ϕ) y (θ', ϕ') son los ángulos esféricos de las dispersiones y direcciones incidentes, entonces de la geometría esférica se tiene

$$\cos \Psi = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi') \quad . \quad (3.15)$$

Nótese que Ψ es simétrico en $d\Omega$ y $d\Omega'$, entonces el ángulo de dispersión es el mismo si los roles de fotones incidentes y dispersados fueran intercambiados. También, nótese que para que Ψ tenga un valor real, en la ecuación (3.15) debemos tener que

$$|\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi')| \leq 1.0 \quad . \quad (3.16)$$

Se debe tener en cuenta que las ecuaciones (3.11) se refieren a un sistema de coordenadas fijo al plano de dispersión, el cual incluye la dirección de la línea de visión (θ, ϕ) y la dirección hacia el Sol (θ_0, ϕ_0) . Si se desea un sistema más apropiado, es decir, uno fijo al meridiano pasando a través de la línea de visión, entonces las componentes de las ecuaciones (3.11) se deben sujetar a una rotación apropiada.

La figura 3.5 muestra la geometría de la dispersión en la atmósfera. Las líneas sólidas separadas por el ángulo Ψ representan los rayos antes y después de la dispersión. El ángulo ϵ es la cantidad que uno debe de rotar el plano de dispersión para hacerlo coincidir con el meridiano de la observación. Aplicando la ley seno de la trigonometría esférica al triángulo que converge hacia el cenit

$$\sin \epsilon = \frac{\sin \theta_0 \sin(\phi_0 - \phi)}{\sin \Psi} \quad . \quad (3.17)$$

De nuevo, debemos tener

$$\left| \frac{\sin \theta_0 \sin(\phi_0 - \phi)}{\sin \Psi} \right| \leq 1.0 \quad , \quad (3.18)$$

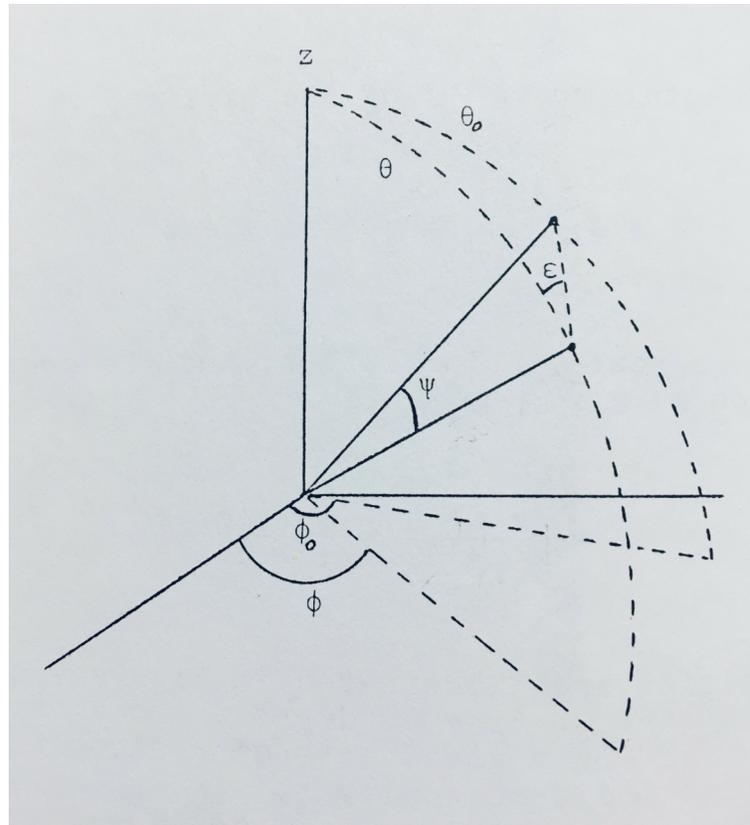


Figura 3.5: Geometría de la dispersión en la atmósfera. El ángulo de dispersión Ψ es la separación angular entre la dirección (θ_0, ϕ_0) de la fuente y la dirección (θ, ϕ) en la línea de visión en el cielo. El ángulo ϵ es la cantidad que se debe rotar el plano de dispersión para que coincida con el plano del meridiano (Tomado de Swihart, 1981)

para que exista el ángulo de dispersión Ψ que lleve al fotón de la dirección (θ_0, ϕ_0) a la dirección (θ, ϕ) .

Supongase que el sistema xy se gira a la derecha a través del ángulo ϵ , lo que significa que el ángulo de orientación efectivamente se convierte en $(\chi - \epsilon)$. La intensidad total I y V no se ve afectada por la rotación. Encontramos que, si Q' y U' son los valores después de la rotación

$$\begin{aligned} Q' &= Q \cos 2\epsilon + U \sin 2\epsilon \\ U' &= -Q \sin 2\epsilon + U \cos 2\epsilon \end{aligned} \quad (3.19)$$

Si cambiamos de I, Q a I_r, I_l , encontramos que la rotación a través del ángulo ϵ es equivalente a multiplicar el vector intensidad por la siguiente matriz

$$\tilde{R}(\epsilon) = \begin{pmatrix} \cos^2 \epsilon & \sin^2 \epsilon & \frac{1}{2} \sin 2\epsilon & 0 \\ \sin^2 \epsilon & \cos^2 \epsilon & -\frac{1}{2} \sin 2\epsilon & 0 \\ -\sin^2 2\epsilon & \sin 2\epsilon & \cos 2\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Entonces, se pueden obtener los parámetros de Stokes en el plano del meridiano, luego usando la ecuación (3.17) para ϵ , y entonces multiplicando la matriz anterior por el vector de intensidad de las ecuaciones (4.13) o la ecuación (3.11).

Una vez rotado el vector, el grado de polarización lineal es

$$P = \sqrt{Q'^2 + U'^2} / I \quad (3.21)$$

con el ángulo de polarización del vector eléctrico

$$\Theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{U'}{Q'} \quad (3.22)$$

La figura 3.6 presenta la intensidad y el grado de polarización para el caso donde $(\theta_0 = 60^\circ, \phi_0 = 92^\circ)$ y $\tau_0 = 0.2$ observada a lo largo del meridiano $\phi = 45^\circ$. Esta figura está preparada para el ángulo θ que se extiende a lo largo del mismo meridiano con acimut $\phi = 45^\circ$, es decir, la distancia cenital indicada en la gráfica es a lo largo de este meridiano.

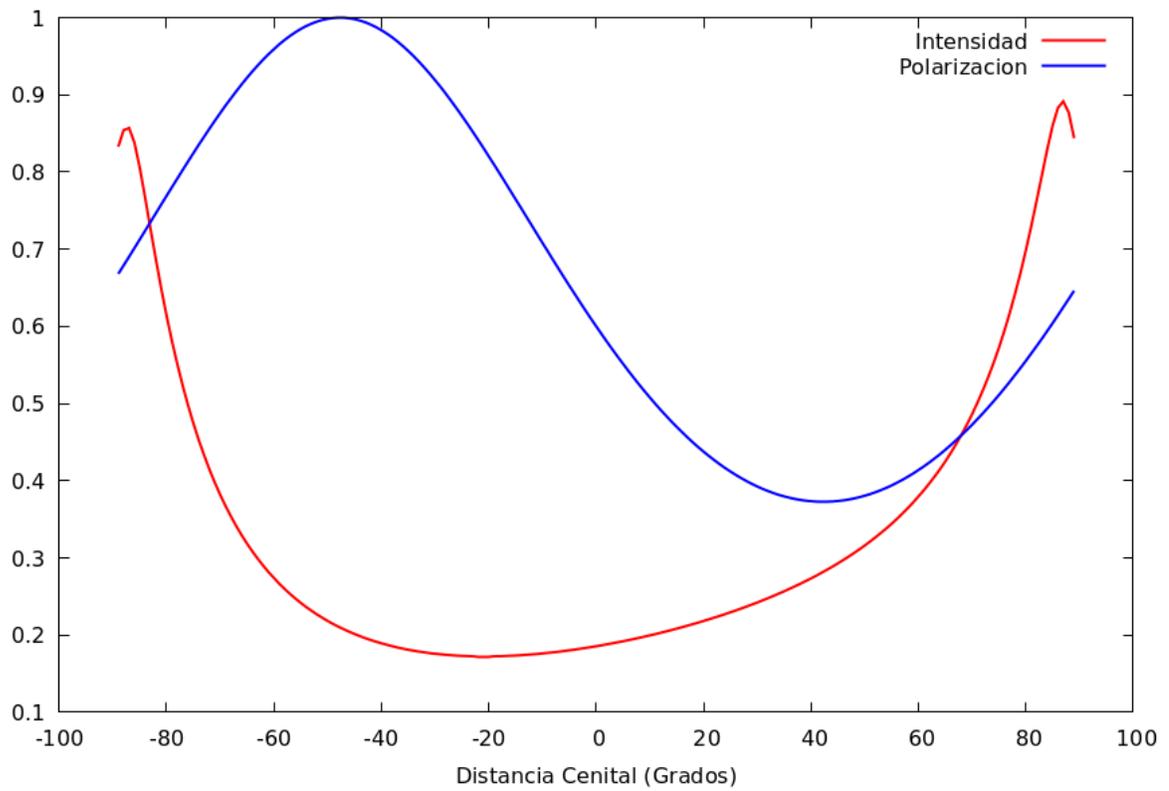


Figura 3.6: Igual que la figura 3.4 pero para el Sol incidiendo en la dirección $\theta_0 = 60^\circ$ $\phi_0 = 92^\circ$ observada a lo largo del meridiano $\phi = 45^\circ$.

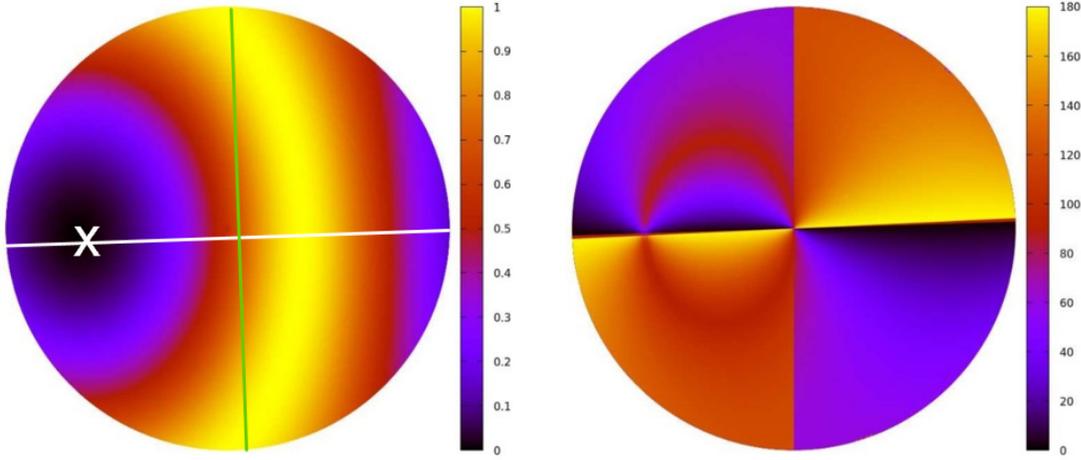


Figura 3.7: Grado de polarización lineal (*izquierda*) y ángulo de posición (*derecha*) sobre todo el cielo producido por la dispersión de la luz solar en la atmósfera. El centro del círculo corresponde al cenit ($\theta = 90^\circ$). El Norte es en la parte superior ($\phi = 0^\circ$) y el Este a la izquierda ($\phi = 90^\circ$). La atmósfera tiene una profundidad óptica al cenit de $\tau_0 = 0.2$ y la luz del Sol es incidente desde la dirección ($\theta_0 = 30^\circ, \phi_0 = 92^\circ$) marcada con una X. El grado de polarización cubre desde 0.0 (*negro*) hasta 1.0 (*amarillo*) y ángulo de posición desde 0° (*negro*) hasta 180° (*amarillo*). En la figura izquierda se indica la dirección en el cielo de los ángulos de posición a 0° (*línea blanca*) y 90° (*línea verde*).

La Figura 3.7 presenta el grado de polarización y el ángulo de polarización para una atmósfera plano paralela para la dispersión de la luz solar incidiendo desde la dirección $\phi_0 = 92^\circ, \theta_0 = 30^\circ$. Considere ahora una línea de visión a lo largo de la dirección $\phi = 92^\circ, \theta_0 = 60^\circ$. Este es el caso similar al mostrado en la figura 3.4 y se obtiene un grado de polarización del 100 por ciento en la dirección de observación ($\theta = 30^\circ, \phi = 0^\circ$).

Para la longitud de onda efectiva del filtro R , $\lambda_{eff} = 6,500 \text{ \AA}$, se obtiene del espectro solar (Figura 3.1) y de la ecuación (3.13) un flujo específico $I_\lambda = 0.261 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ \AA}^{-1}$ para la radiación solar dispersada en esta dirección.

Capítulo 4

Dipsersión de la luz de la Luna

En este capítulo extendemos el estudio de la polarización por dispersión de la luz solar en la atmósfera terrestre al caso de esa misma dispersión durante la noche para la dispersión de la luz de la Luna. Dicha luz lunar es producida por el reflejo de la luz solar sobre su superficie y depende tanto del albedo lunar como de la fase de la órbita en que la Luna se encuentre. Primero se revisó la formación de esta luz lunar y luego su dispersión en la atmósfera terrestre.

4.1 Introducción

Para calcular la polarización de la luz lunar debida a la dispersión causada por la atmósfera terrestre, varios componentes deben de ser considerados. La forma más simple de analizar estas componentes es a través del seguimiento del camino óptico de la luz desde la fuente hasta el instrumento. La fuente de la luz lunar dispersada es el Sol. La luz solar reflejada por la Luna, la cual depende del albedo lunar, es mayormente una función de la fase lunar. La luz lunar que entra a la atmósfera terrestre es dispersada por las moléculas (Rayleigh) y aerosoles (Mie) y a su vez es absorbida. La luz puede ser dispersada varias veces antes de que alcance el telescopio. Para el presente trabajo se considera un modelo

de dispersión simple (*single scattering*). Todos los procesos de dispersión considerados dependerán de las propiedades de la atmósfera y las posiciones de la Luna, además de la dirección de observación.

En las siguientes secciones, se discute cada uno de los pasos descritos arriba con mayor detalle. En la sección 4.2 se discute el albedo lunar. La polarización de la luz de la Luna se presenta en la sección 4.3. En las secciones 4.4, 4.5 y 4.6 se tiene una discusión más detallada de la dispersión de Rayleigh, la dispersión de Mie y la absorción en la atmósfera, respectivamente. Por último, en la sección 4.7 se presenta una discusión de la ecuación de transferencia radiativa aplicada cuando la fuente es la luz lunar polarizada.

4.2 Albedo lunar

El albedo lunar (A) determina la cantidad de luz solar que es reflejada por la superficie lunar hacia la Tierra. Está directamente relacionada con la intensidad de la luz que entra en la atmósfera terrestre I^* . Estas dos cantidades están relacionados por (Kieffer & Stone 2005)

$$I^* = I_{sol} A \frac{\Omega_M}{\pi} \left(\frac{384,400}{M_{dis}} \right)^2, \quad (4.1)$$

donde I_{sol} es el espectro de la intensidad de la luz solar (ver Sección 3.1), Ω_M es el ángulo sólido de la Luna, donde se toma el valor de $\Omega_M = 6.4177 \times 10^{-5}$ sr en nuestro caso. Los valores de la fase lunar y la distancia de la Luna a la Tierra (M_{dis}) se obtienen a partir de las utilerías de *Astropython* y de los algoritmos dados en Meeus (1998). La distancia de 384,400 km es la distancia promedio de la Luna respecto a la Tierra.

El albedo lunar A depende de varios factores; la fase lunar, la longitud selenográfica y la longitud de onda observada. La longitud selenográfica es la distancia entre un punto y otro usando un sistema coordenado de longitud y latitud ubicado en la Luna (ver figura 4.1).

En este trabajo para el albedo lunar se usó un ajuste empírico basado en el catálogo del Observatorio Lunar Robótico o ROLO por sus siglas en inglés (Kieffer & Stone 2005). Ellos usaron alrededor de 100,000 imágenes de la Luna en 32 diferentes bandas fotométricas del óptico y del cercano infrarrojo para ciertas fases lunares. El ajuste dado en Kieffer & Stone (2005) es,

$$\ln A_\lambda = \sum_{i=0}^3 a_{i,\lambda} g^i + \sum_{j=1}^3 b_{j,\lambda} \Phi^{2j-1} + d_{1,\lambda} e^{-g/p_1} + d_{2,\lambda} e^{-g/p_2} + d_{3,\lambda} \cos[(g - p_3)/p_4] \quad . \quad (4.2)$$

La fase lunar es descrita por el parámetro g , donde $g = 0^\circ$ corresponde a la Luna llena y $g = 180^\circ$ a la Luna nueva; Φ es la longitud selenográfica solar, la cual describe si la Luna es creciente o menguante. Debido a que los mares lunares (planicies extensas, oscuras y basálticas de la Luna) no están uniformemente distribuidas en la superficie lunar, la reflectividad general de la Luna varía dependiendo de qué parte de la Luna está iluminada. En la ecuación (4.2) los parámetros $a_{i,\lambda}$, $b_{j,\lambda}$ y $d_{x,\lambda}$ para las 32 diferentes longitudes de onda λ se muestran en la Tabla 4 y las constantes p_n de la ecuación (11) de Kieffer & Stone (2005).

Los últimos tres términos en la ecuación (4.2) son para corregir el efecto de oposición de la Luna (las funciones exponenciales) y minimizar los residuos entre los datos y el ajuste (la función coseno). El efecto de oposición de la Luna, cuando se encuentra del lado opuesto del Sol respecto a la Tierra, corresponde a aquel con un brillo cercano al de Luna llena (Whitaker 1969). En este trabajo se despreciaron los términos que dependen de las longitudes y latitudes selenográficas del observador, cuya convención de coordenadas se muestra en la figura 4.1. Estos términos tienen un impacto pequeño, máximo 7% sobre un ciclo Saros completo (Jones et al. 2013). El ciclo de Saros es un período de aproximadamente 18 años, 11 días y 8 horas tras el cual la Luna y la Tierra regresan aproximadamente a la misma posición en sus órbitas. Los valores de estas variables no son fácilmente accesibles en las fuentes de datos astronómicos y se tomaron los valores aproximados dados en Meeus (1998) para cada fase lunar.

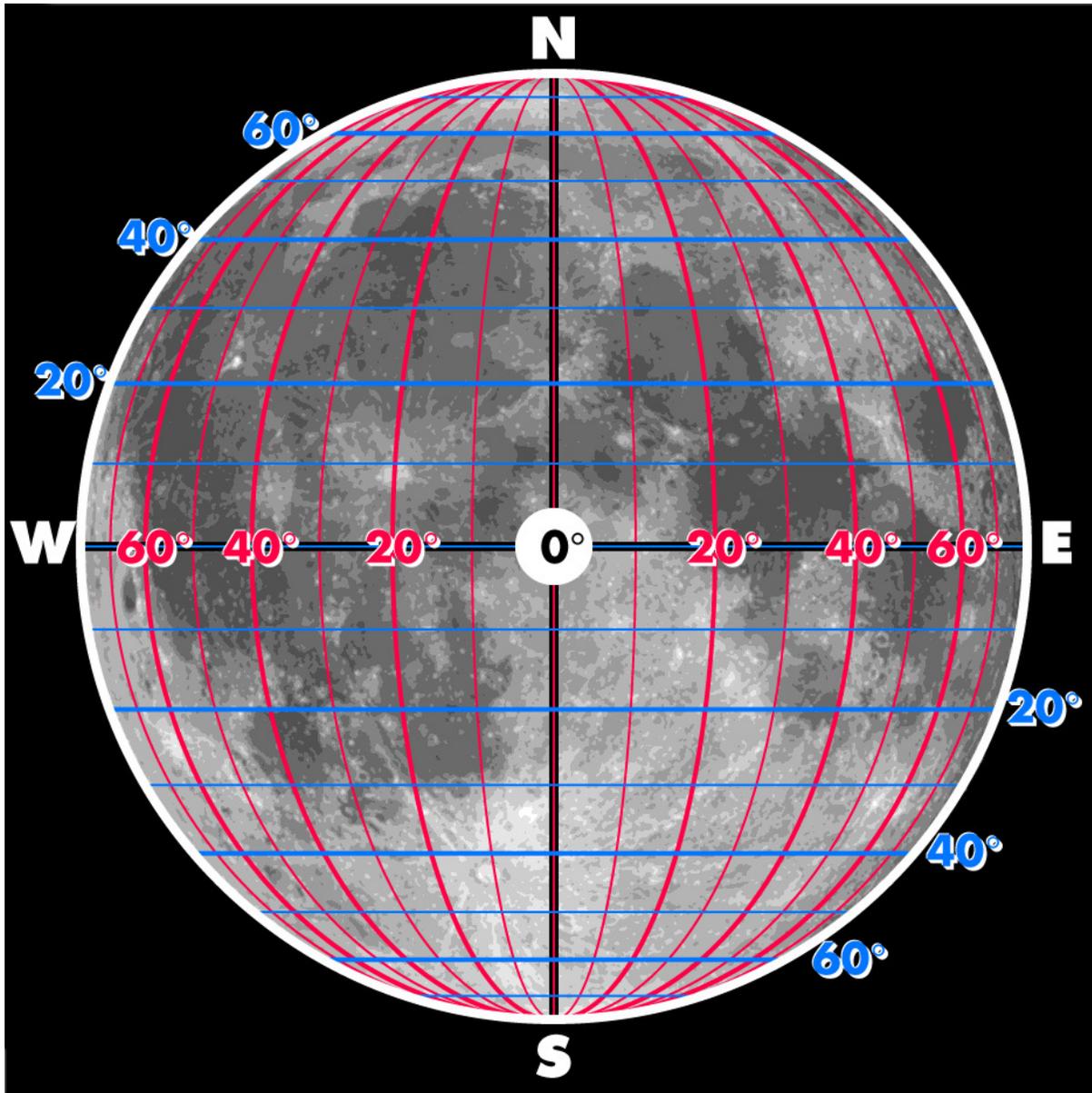


Figura 4.1: Coordenadas selenográficas sobre imagen de la Luna. En la figura se indican la longitud (*rojo*) y la latitud (*azul*) selenográficas. (Crédito: John Reid / <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moon-map.png>).

El ajuste de ROLO sólo cubre los ángulos de fases entre $g = 1.55^\circ$ y 97° . Se extrapola este ajuste hasta $g = 180^\circ$. Para los términos que dependen de Φ , cuando $g > 97^\circ$, se tomaron los valores de Φ en $g = 97^\circ$. Esto físicamente significa que estamos asumiendo que el efecto de la superficie lunar es la misma cuando $g > 97^\circ$ que cuando $g = 97^\circ$. Los otros términos en la Ec. (4.2) que no dependen de Φ son bien comportados cuando $g > 97^\circ$.

De estudios de la dependencia general de A sobre g determina que esta dependencia es exponencial para todos los valores de g (fuera del efecto de oposición) (ver Lane & Irvine (1973)). Esto es equivalente a la extrapolación que aquí se aplica para valores de $g > 97^\circ$. A medida que g aumenta, el flujo general de la Luna disminuye y se vuelve menos importante en comparación con los otros componentes del fondo del cielo. Por lo tanto, la extrapolación a g más altos es razonable. La Figura 4.2 muestra la dependencia del albedo lunar con la fase de la Luna, g , incluyendo una extrapolación con $g > 97^\circ$. En esa misma figura se muestra el efecto de Φ sobrepuesto en amarillo sobre el valor correspondiente de g para cada longitud de onda.

Fase (°)	Polarización (%)
4.67	-0.74
12.00	-1.11
18.67	-0.53
23.33	0.00
30.00	1.06
41.33	2.55
56.67	5.11
60.67	6.54
74.67	7.45
80.67	8.14
88.67	8.46
106.00	8.83
113.33	8.78
120.00	7.18
132.67	5.96
148.00	4.10

Tabla 4.1: Polarización de la Luna cuando la fase lunar aumenta.

El ajuste de los datos de ROLO fue hecho solo para algunas bandas fotométricas, sin embargo, se necesita un espectro completo de I^* para el modelo de la luz lunar dispersada para convolucionar con el filtro respectivo. Para lograr un ajuste para todo el espectro óptico, se realiza una interpolación lineal simple entre los valores de las longitudes de onda ajuste proporcionados. La figura 4.3 presenta la extrapolación en longitud de onda del albedo.

Fase (°)	Polarización (%)
4.67	-0.74
12.00	-1.11
18.67	-0.53
23.33	0.00
30.00	1.06
41.33	2.55
56.00	4.15
59.33	4.89
63.33	5.32
69.33	5.74
74.67	6.06
81.33	6.38
91.33	6.60
104.00	6.54
112.00	6.54
118.00	6.28
123.33	5.80
132.67	5.27
144.00	4.15
152.00	3.35

Tabla 4.2: Polarización de la Luna cuando la fase lunar disminuye.

De acuerdo a Velikodsky et al. (2011), hay algunas discrepancias en la calibración del flujo general entre las diversas observaciones de la Luna. Ellos encontraron que los datos de ROLO a 603 nm son 13% demasiado débiles. Usaron una interpolación del ajuste de ROLO para encontrar el albedo a 603 nm para compararlo con sus observaciones. Debido a que no hay información sobre la dependencia de la longitud de onda con esta corrección, en este trabajo se dividió el albedo en todas las longitudes de onda entre 0.87.

4.3 Polarización de la luz de la Luna

La polarización de la luz lunar es producida por la reflexión de la luz sin polarizar del Sol en la superficie de la Luna. Al reflejarse en la superficie de la Luna, la radiación del

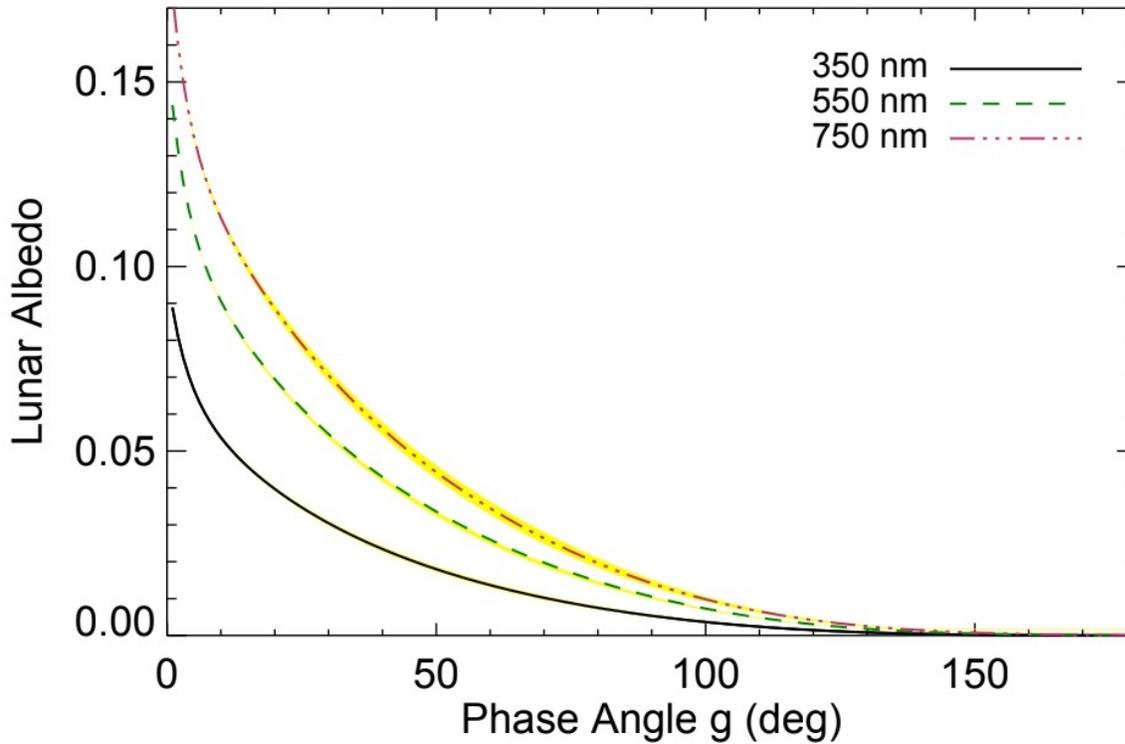


Figura 4.2: Albedo lunar basado en el ajuste de Kieffer & Stone (2005) como una función del ángulo de g con la extrapolación donde $g > 97^\circ$ para tres diferentes longitudes de onda. La variación debida a la longitud selenográfica, Φ , se muestra en amarillo. Como puede verse de la figura, para una longitud de onda dada no existe dependencia en la longitud selenográfica (Tomado de Jones et al. 2013).

Sol se polariza con un grado de polarización P que depende del ángulo de fase de la Luna α . La polarización es definida aquí como

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} \quad , \quad (4.3)$$

donde I_{\perp} y I_{\parallel} son las intensidades medidas en las posiciones perpendicular y paralela del eje de análisis de la polarización con respecto al plano de dispersión.

La primera curva de fase de polarización de la Luna fue medida por Lyot (1929). Esta curva muestra valores máximos a mayores ángulos de fase. La figura 4.4 muestra

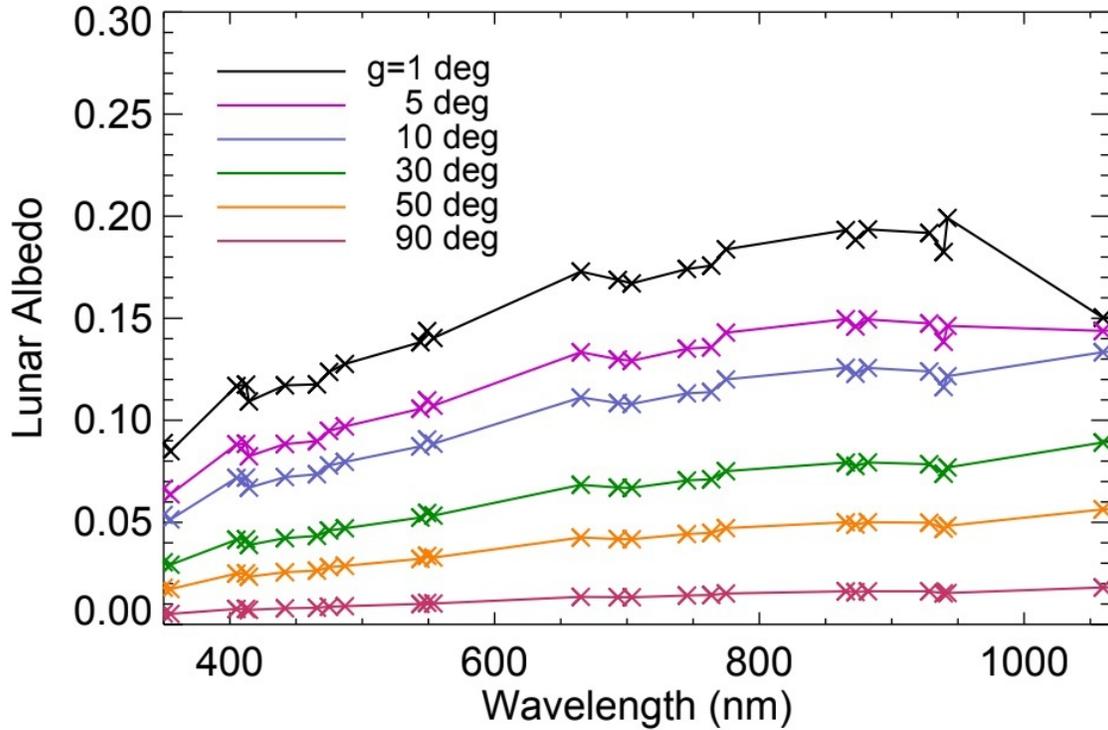


Figura 4.3: Albedo lunar dado por ROLO (Kieffer & Stone 2005) presentado por cruces y la interpolación para el albedo lunar como una función de la longitud de onda para varias fases lunares g (Tomado de Jones et al. 2013).

la polarización de la luz de la Luna como un función del ángulo de fase. Para ángulos de fase pequeños, la Luna tiene una rama de polarización negativa con $P_{min} \sim 1\%$ y un ángulo de inversión alrededor de 23° . En la rama positiva de la curva, a 90° del ángulo de fase, la polarización puede alcanzar hasta 8% en la fase creciente y alrededor de 6% en la decreciente. La diferencia en los dos casos se debe a los diferentes lugares que se iluminan en cada fase, con los mares lunares teniendo una polarización más alta y los cráteres jóvenes la polarización más baja (ver figura 4.5). Esto es mayormente a causa de que los cráteres jóvenes se crean dentro de un cráter viejo, así que dispersan aún más la radiación incidente. En general, la polarización de la superficie lunar es baja, menos del 10% como máximo, pero los mares lunares pueden tener una cantidad de polarización de

hasta el 30% (Dollfus & Bowell 1971) como se muestra en la figura 4.6.

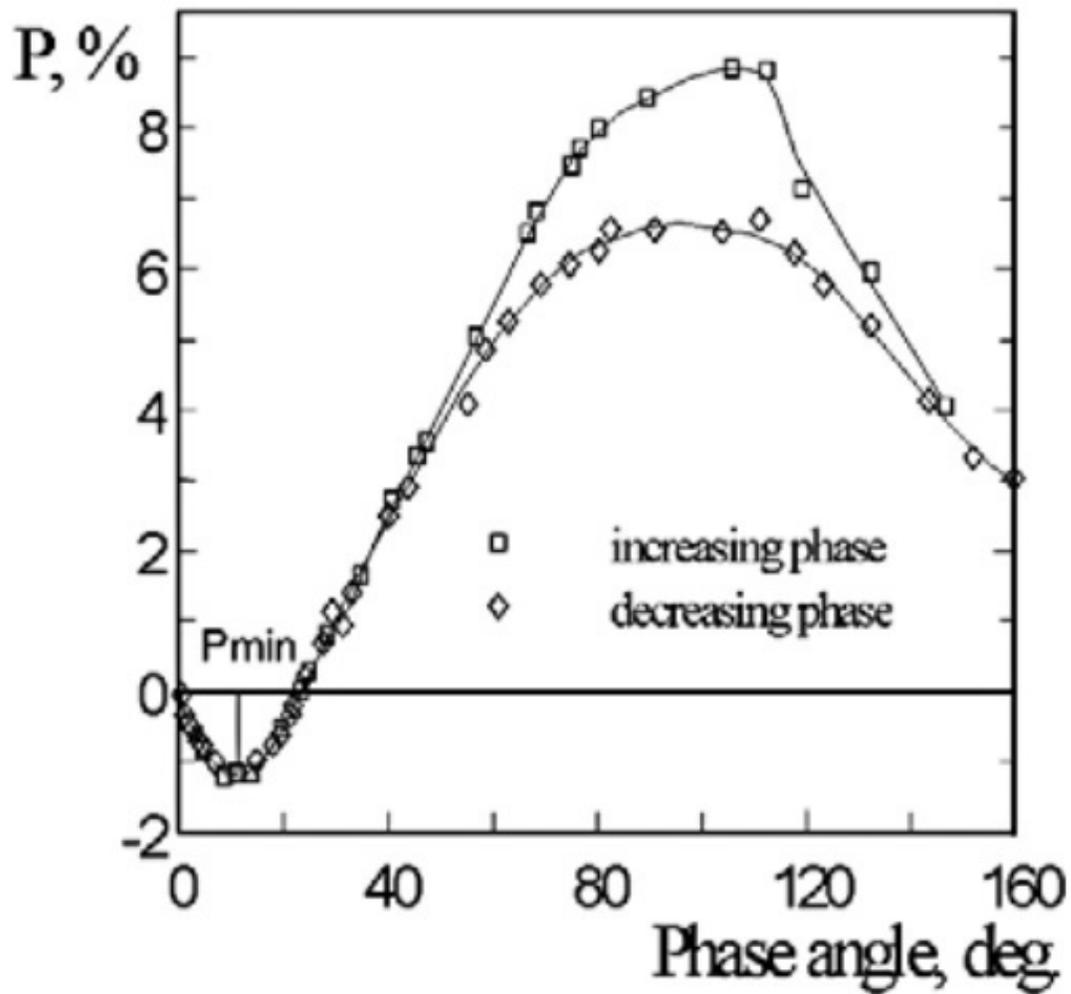


Figura 4.4: Polarización como función del ángulo de fase de la Luna (Lyot 1929).

4.4 Dispersión Rayleigh

La dispersión causada por las moléculas de la atmósfera terrestre puede ser descrita por la dispersión de Rayleigh, la cual supone que las partículas son mucho más pequeñas que la longitud de onda de la radiación incidente. La dispersión de Rayleigh está caracterizada por tener una dependencia muy pronunciada en la longitud de onda $\sim \lambda^{-4}$.

Para la extinción debida a la dispersión de Rayleigh se puede utilizar la parametrización de Liou (2002)

$$\tau_R(\lambda) = \frac{P}{1013} (8.6 \times 10^{-3} + 6.5 \times 10^{-6} H) \lambda^{-(3.9+0.074\lambda+0.050/\lambda)} \quad . \quad (4.4)$$

Aquí, λ está dada en μm , y P es la presión a una altura H del observador, el cual se toma a 740 ± 1.3 hPa y 2.86 km, respectivamente, para el observatorio de San Pedro Mártir. Con estos valores se obtiene

$$\tau_R(\lambda) = 0.020 \lambda^{-(3.9+0.074\lambda+0.050/\lambda)} \quad . \quad (4.5)$$

La función de fase, $P(\Psi)$, para la dispersión de Rayleigh, donde Ψ es el ángulo de dispersión, está bien definida y está dada por la expresión descrita en el capítulo anterior. La dispersión de Rayleigh es una componente estable y bien definida del modelo.

4.5 Dispersión de Mie

La dispersión de Mie es producida por partículas con diámetros igual o mayores a las longitudes de onda de la radiación incidente. La dispersión de Mie produce una dispersión predominantemente siguiendo la dirección de propagación y es producida principalmente por aerosoles suspendidos en la atmósfera.

Un estudio del espesor óptico del aerosol atmosférico en el observatorio astronómico de San Pedro Mártir, B. C., México, durante el período 2000–2008 ha sido presentado por

Araiza & Cruz-González (2011). Ellos identificaron valores estacionales característicos que mostraban una mayor transparencia atmosférica en otoño. Las mejores condiciones de transparencia atmosférica se producen en octubre y noviembre. El comportamiento anual arroja valores promedios para San Pedro Mártir durante los años 2000–2008 de 0.147 ± 0.103 , 0.128 ± 0.090 , 0.11 ± 0.081 , 0.087 ± 0.066 como índices adimensionales de la ley de potencias de la opacidad para longitudes de onda de 4700, 5500, 6600 y 21300 Å, respectivamente.

Estos valores medios se usaron para analizar la dependencia con la longitud de onda de la opacidad por la dispersión por aerosoles sobre el sitio de San Pedro Mártir. Araiza & Cruz-González (2011) encontraron una relación para el óptico y el infrarrojo para la opacidad al cenit

$$\tau_M(\lambda) = 0.0061\lambda^{-0.31} \quad . \quad (4.6)$$

4.6 Absorción

Schuster et al. (2002) concluyeron que los mejores meses para observaciones fotométricas en San Pedro Mártir son octubre y noviembre, cuando la extinción atmosférica es bastante baja, $k_y \sim 0.1223 \pm 0.0022$ para octubre y 0.1195 ± 0.0022 para noviembre, además de que durante esos meses las observaciones son bastante estables. De su fotometría de 13 colores concluyen que durante los meses de septiembre, octubre y noviembre la extinción atmosférica media observada en 5827 Å alcanza los valores más bajos 0.1042 ± 0.0021 , 0.1155 ± 0.0022 y 0.1128 ± 0.0028 , respectivamente.

El modelo de Schuster & Parrao (2001) para la opacidad nocturna al cenit del sitio de San Pedro Mártir produce

$$k(\lambda) = 0.0254\lambda^{-0.87} + 0.0067^{-4.05} + 0.2581k_{ozono} \quad , \quad (4.7)$$

donde λ está dado en micras. El primer término representa la contribución de los aerosoles;

el segundo término es la contribución de la dispersión de Rayleigh; el tercer término es la contribución de la capa de ozono de la atmósfera. La transmisión $t(\lambda)$ de la atmósfera se puede asociar a la profundidad óptica al cenit $\tau_0(\lambda)$ y el coeficiente de extinción cenital $k(\lambda)$ por

$$t(\lambda) = \exp^{-\tau_0(\lambda)X} = 10^{-0.4k(\lambda)X} \quad . \quad (4.8)$$

La masa de aire X se puede calcular de la fórmula de Rozenberg (1966)

$$X = (\cos(z) + 0.025 \exp^{-1/\cos(z)})^{-1} \quad , \quad (4.9)$$

donde z es la distancia cenital.

Tomando para el filtro R una $\lambda_{eff} = 0.634 \mu\text{m}$ con un ancho de banda (FWHM) de $0.106 \mu\text{m}$ de Schuster & Parrao (2001) se obtiene una $\tau_0 = 0.185$ por lo cual la atmósfera en San Pedro Mártir cumple con la condición de ser ópticamente delgada y por lo que nuestro modelo de una sola dispersión esta justificado satisfactoriamente para el sitio en esta banda para calcular la polarización producida por la dispersión atmosférica.

4.7 Transferencia radiativa de la luz lunar

En esta sección aplicaremos el modelo de transferencia radiativa desarrollado en el capítulo anterior para el caso donde la fuente es la luz del Sol reflejada en la Luna. La modificación es ahora que el flujo luminoso se ve disminuido por el albedo lunar y que éste está polarizado como se indicó en la sección 4.3. De los datos de Lyot y de la ecuación (4.3) encontramos que para las componentes I_r e I_a de la polarización P de la Luna en una fase g está dada por

$$\begin{aligned} I_r &= \frac{1}{2}(1 - P) \\ I_a &= \frac{1}{2}(1 + P) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Asimismo, el flujo F^* dependerá de la fase de la Luna, g , a través de la variación del albedo A con la fase lunar y descrito por la ecuación

$$F^* = I_{sol} A \frac{\Omega_M}{\pi} \left(\frac{384,400}{M_{dis}} \right)^2 . \quad (4.11)$$

De esta manera, tanto el grado de polarización, P , y el flujo de la Luna, F^* , dependen de la fase lunar.

De aquí que se tiene que la radiación incidente en la parte superior de la atmósfera incidiendo desde la dirección (θ_0, ϕ_0) en el caso nocturno está dada por

$$\mathbf{I}_{in} = F^* \delta(\mu - \mu_o) \delta(\phi - \phi_0) \left(\frac{1+P}{2}, \frac{1-P}{2}, 0, 0 \right) , \quad (4.12)$$

Cuando $P = 0$ recuperamos el caso de la polarización solar tratado anteriormente.

Consideremos que el observador tiene una línea de visión en la dirección (θ, ϕ) . En esta línea de visión además de la luz dispersa de la Luna se observa una radiación de fondo por el brillo del cielo (*air glow*), la posible luz zodiacal y alguna posible fuente de contaminación lumínica. La luz zodiacal es causada por dispersión de la luz del Sol por las partículas de polvo que se encuentran esparcidas a lo largo de todo el plano del sistema solar, mientras que la contaminación lumínica es producida por luz dispersada de la iluminación de poblaciones aledañas como San Felipe, B.C. Durante el día, esta radiación de fondo es mucho menor que la radiación del Sol dispersada en la atmósfera.

Aplicando el método del capítulo anterior al flujo dado por la ecuación (4.12), obtenemos la solución para el flujo dispersado de la Luna por la atmósfera

$$\mathbf{I}_\nu(sc) = \frac{3F^*}{16\pi} \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu} (e^{-\tau_0/\mu_0} - e^{-\tau_0/\mu}) \mathbf{J} , \quad (4.13)$$

donde $\mathbf{J} = (1, \cos^2 \Psi, 0)$.

Escribiendo esta solución en componentes dadas por los parámetros de Stokes

modificados

$$\begin{aligned}
 I_r &= \frac{3F^*r}{16\pi}(1 + P) \\
 I_a &= \frac{3F^*r}{16\pi}(1 - P) \cos^2 \Psi \\
 U &= 0 \\
 V &= 0 \quad .
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

donde

$$r = \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu} (e^{-\tau_0/\mu_0} - e^{-\tau_0/\mu}) \quad . \tag{4.15}$$

El modelo de dispersión para la Luz de la Luna predice una intensidad total dada por la ecuación

$$I = I_r + I_a = \frac{3F^*g}{16\pi}(1 + \cos^2 \Psi) \quad . \tag{4.16}$$

El grado de polarización lineal de la radiación dispersada está dado por

$$\Pi_L = \frac{I_r - I_a}{I_r + I_a} = \frac{1 - \cos^2 \Psi}{1 + \cos^2 \Psi} \quad . \tag{4.17}$$

El flujo de la luz lunar que incide en la parte superior de la atmósfera, F^* es una función del espectro solar reflejado en la Luna y de la fase lunar. Ambos parámetros son a su vez función de la longitud de onda. Asimismo, la polarización de la Luna, P , es una función de la fase lunar g . El otro parámetro del modelo es la opacidad al cenit τ_0 a la frecuencia de la banda R para el OAN-SPM. Los resultados observables del modelo serán el flujo dispersado y su polarización lineal para una dirección de línea de vista en el cielo, la dirección de la Luna y su fase orbital. Cuando $\mu = \mu_0$, mirando directamente a la Luna, obtenemos $I = F^*$ y P_L dado por la gráfica en la figura 4.4 para una fase orbital de la Luna.

La figura 4.7 muestra la intensidad y el grado de polarización de la luz lunar dispersa para el caso donde $\theta_0 = 60^\circ$ y $\tau_0 = 0.2$. Esta figura está preparada para el ángulo θ

que se extiende a lo largo del mismo meridiano ϕ que el de la luz lunar incidente (ϕ_0). En la figura, θ positivo corresponde a la distancia cenital hacia el ángulo acimutal de observación. θ negativo se mide pasando el cenit en un ángulo de acimut a 180° de distancia. Así, los ángulos acimutales ϕ tienen valores $0 \leq \phi < 180$. Cuando se mira directamente a la Luna se tiene la polarización lunar con la intensidad de la luz lunar atenuada por la atmósfera. No llega al cero porque hay una pequeña polarización de la Luna.

Para el caso donde la dirección del rayo incidente (θ_0, ϕ_0) , y línea de visión (θ, ϕ) tienen diferente acimut $\phi_0 \neq \phi$ (ver figura 3.5), aplicamos la matriz de rotación dada por la ecuación (3.22) como se hizo en el capítulo anterior.

La figura 4.8 muestra la intensidad y el grado de polarización de la luz lunar dispersa para el caso donde $\theta_0 = 60^\circ$ y $\tau_0 = 0.2$. En esta figura el ángulo θ se extiende a lo largo del mismo meridiano con el acimut ϕ igual al acimut de la luz lunar incidente (ϕ_0). En la figura, θ positivo corresponde a la distancia cenital hacia el ángulo acimutal de observación. θ negativo se mide pasando el cenit en un ángulo de acimut a 180° de distancia.

La Figura 4.9 presenta el grado de polarización y el ángulo de polarización en todo el cielo para una atmósfera plano paralela para la dispersión de la luz lunar incidiendo desde la dirección $\phi_0 = 92^\circ$, $\theta_0 = 30^\circ$. Considere ahora una línea de visión a lo largo de la dirección $\phi = 92^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$.

Este es el caso similar al mostrado en la figura 3.4 y se obtiene un grado de polarización del 100 por ciento en la dirección de observación ($\theta = 30^\circ$, $\phi = 0^\circ$).

Para la longitud de onda efectiva para el filtro R , $\lambda_{eff} = 6,500 \text{ \AA}$, se obtiene del espectro solar (Figura 3.1) y de la ecuación (3.13) un flujo específico $F_\lambda = 2.7 \times 10^{-7} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ \AA}^{-1}$ para la radiación lunar dispersada en esta dirección. Es decir, un flujo para la luz lunar menor por un factor $\sim 10^{-6}$ que el caso correspondiente al de luz solar en la

misma configuración.

En conclusión, los procesos físicos presentes en el modelo de luz solar están presentes en el modelo de la dispersión nocturna de la luz lunar. En el caso del modelo de luz lunar, el cambio fundamental es que la fuente de luz es el reflejo de la luz del Sol en la Luna. Para la polarización en el caso de la luz lunar se obtienen los mismos valores que para la polarización solar más un offset. Para la intensidad, la luz dispersa de la Luna tiene un valor similar a la comparada con la radiación de la luz de fondo. Estos modelos ayudan así a determinar teóricamente la polarización y dispersión de la fuente lunar y para determinar su influencia en la medición de la polarización.

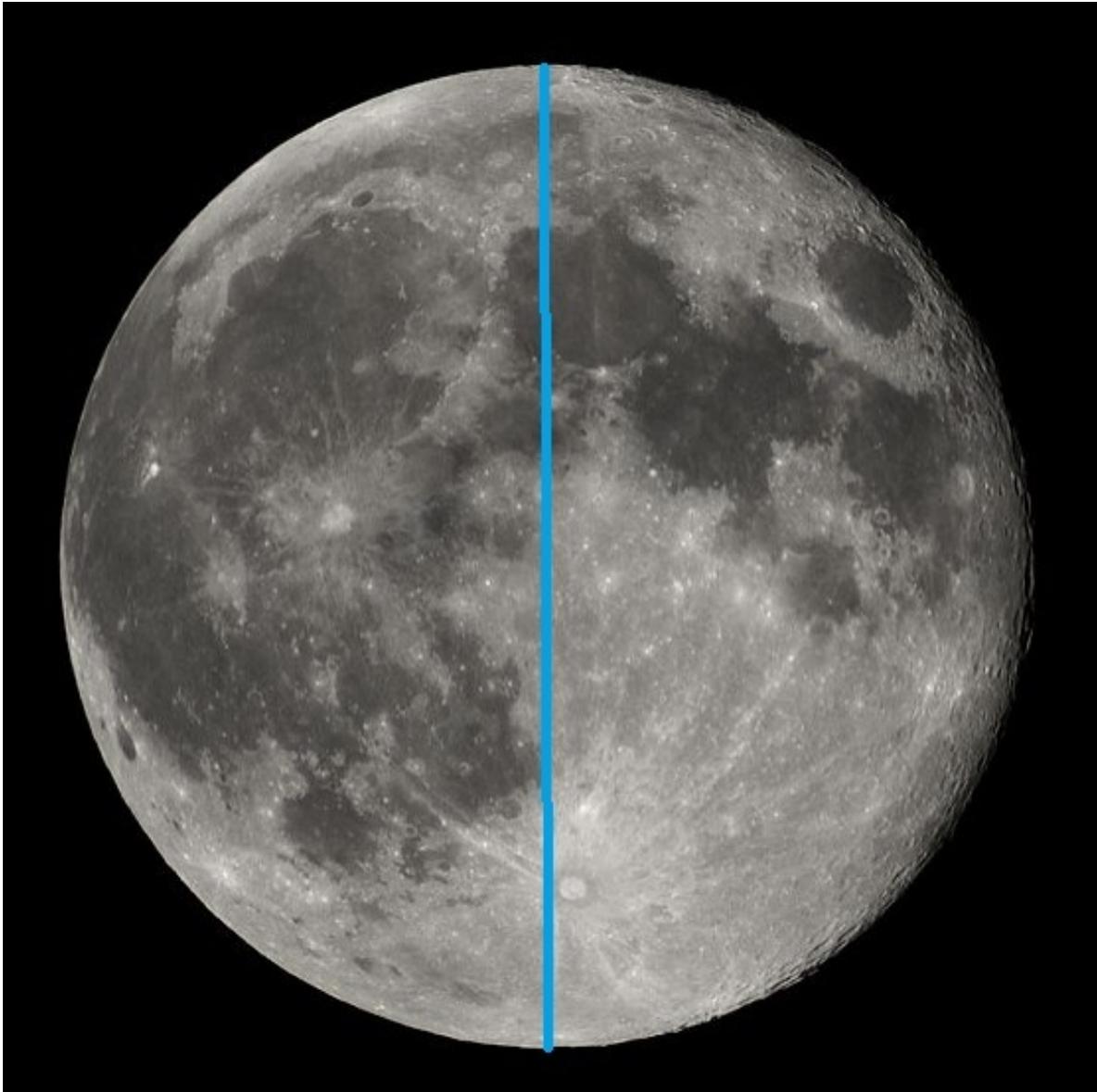


Figura 4.5: Aspecto de Luna llena. La línea azul indica la longitud selenográfica a 0° . Nótese que en la parte izquierda (W) predominan los mares lunares, mientras que en la derecha (E) predominan las terras lunares. Esta configuración de la Luna produce las diferencias de albedo y polarización en las diferentes fases de la Luna (Crédito: Luc Viatour //https://Lucnix.be).

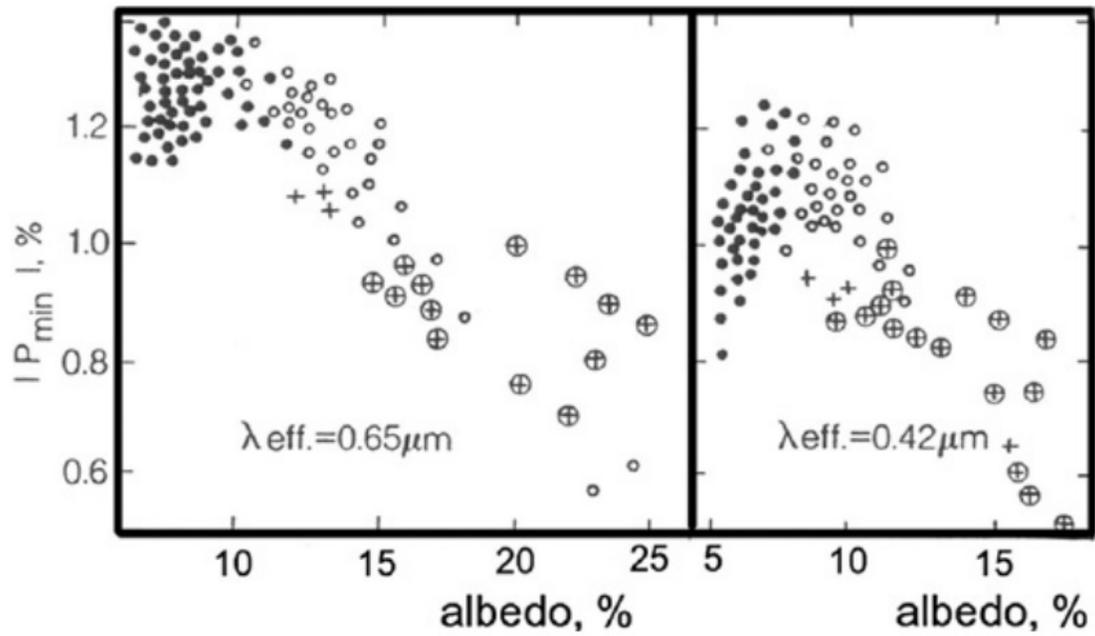


Figura 4.6: Polarización P_{\min} como función del albedo a dos longitudes de onda (Shkuratov et al., 1992) para mares lunares (*puntos*), terras lunares (*círculos vacíos*), cráteres jóvenes en mares lunares (*cruces*) y cráteres jóvenes en terras lunares (*círculos con cruces*).

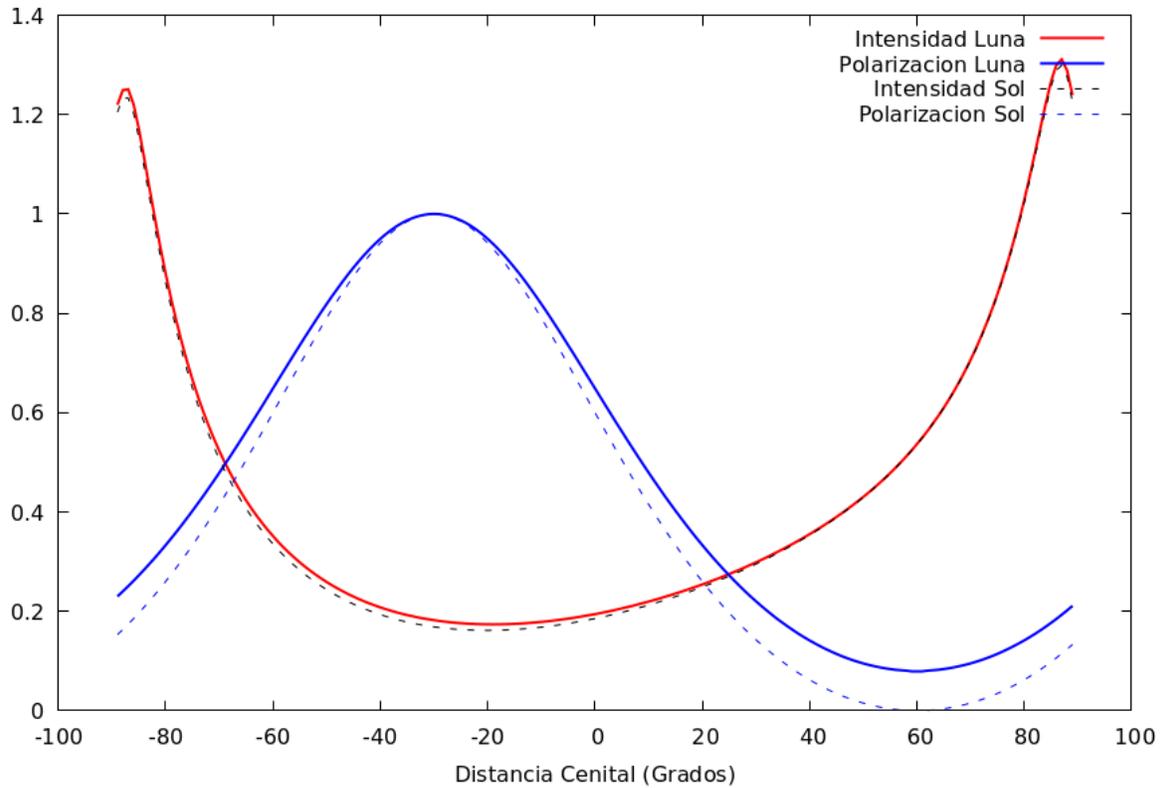


Figura 4.7: Intensidad (*rojo*) y grado de polarización (*azul*) de la luz lunar en el cielo nocturno para diferentes ángulos acimutales de observación θ según el modelo. La intensidad está en unidades de $3F^*/16\pi$. La atmósfera tiene una profundidad óptica asumida de $\tau_0 = 0.2$ y la luz es incidente en un ángulo $\theta_0 = 60^\circ$. Las observaciones fueron hechas en el meridiano definido por la luz lunar incidente. La fase lunar es $g = 50^\circ$ con una polarización de la luz de la Luna de 8%. En la gráfica se presentan también los resultados donde la fuente es el Sol (líneas punteadas).

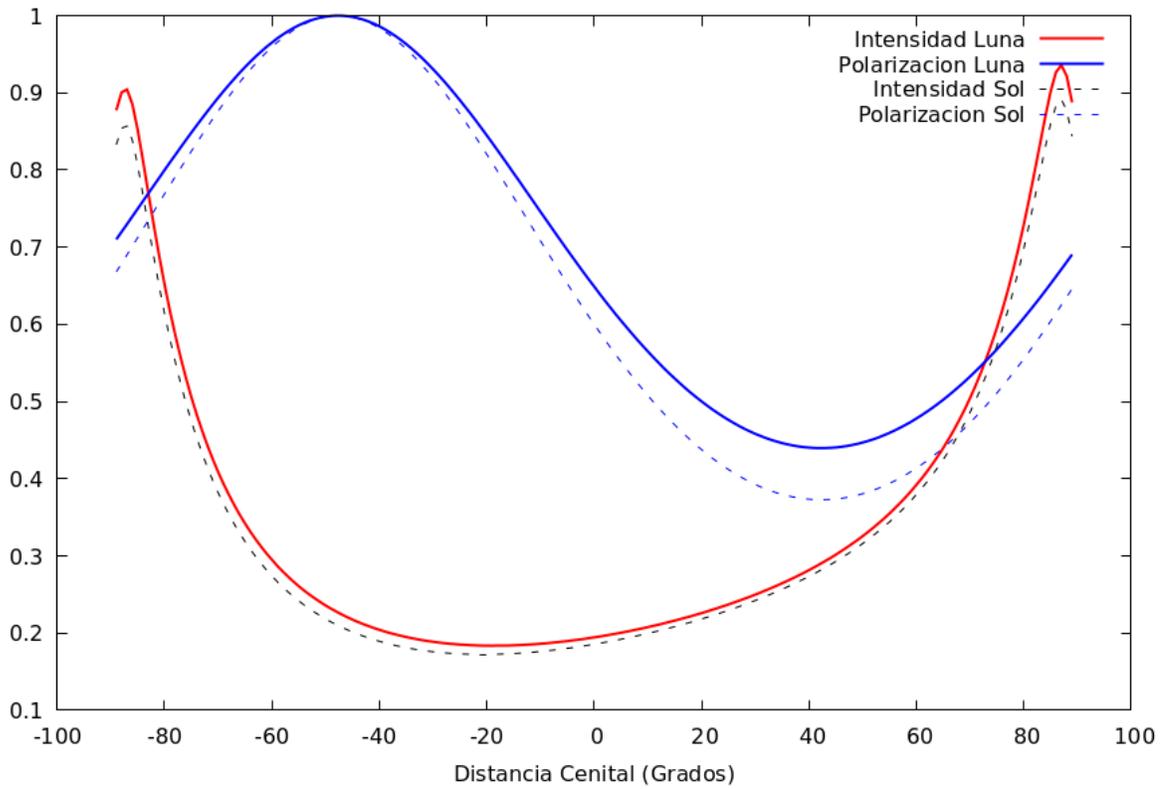


Figura 4.8: Igual que la figura 4.7 pero para la luz lunar incidiendo desde la dirección $\theta_0 = 60^\circ$ $\phi_0 = 0^\circ$ observada a lo largo del meridiano $\phi = 45^\circ$.

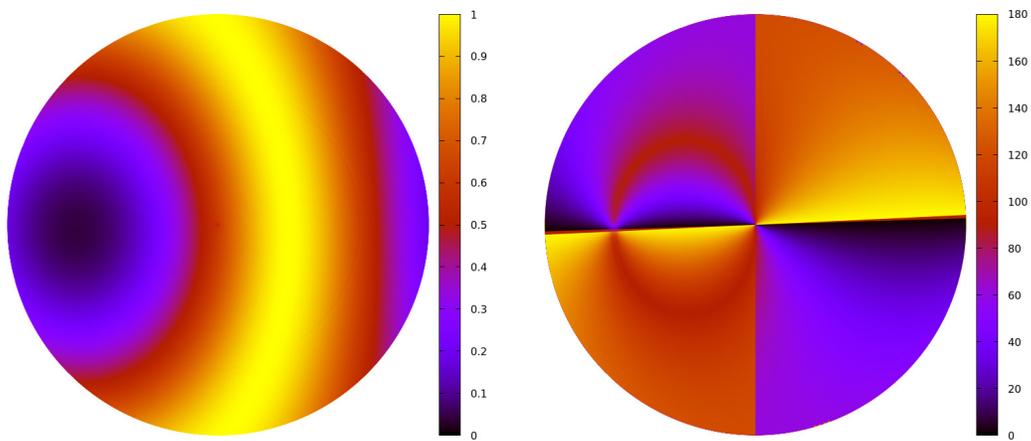


Figura 4.9: Grado de polarización lineal (*izquierda*) y ángulo de posición (*derecha*) sobre todo el cielo producido por la dispersión de la luz lunar en la atmósfera. El centro del círculo corresponde al cenit ($\theta = 90^\circ$). El Norte es en la parte superior ($\phi = 0^\circ$) y el Este a la izquierda ($\phi = 90^\circ$). La atmósfera tiene una profundidad óptica al cenit de $\tau_0 = 0.2$ y la luz de la Luna es incidente desde la dirección ($\theta_0 = 30^\circ, \phi_0 = 92^\circ$) con una polarización del 8%. El grado de polarización cubre desde 0.0 (*negro*) hasta 1.0 (*amarillo*) y ángulo de posición desde 0° (*negro*) hasta 180° (*amarillo*).

Capítulo 5

Comparación con datos de Polima

En este capítulo se comparan datos obtenidos con el polarímetro Polima-1 en el telescopio de 84 cm del OAN-SPM con resultados del modelo de dispersión desarrollado en los capítulos anteriores. En la sección 5.1 se presentan las observaciones y el modo de reducción para luego en la sección 5.2 realizar las comparaciones entre la polarización observada y la obtenida del modelo de dispersión.

5.1 Observaciones

Las mediciones de polarización lineal fueron hechas en el telescopio de 0.84 m, f/15, del Observatorio Astronómico Nacional en la Sierra de San Pedro Mártir, México usando una cámara CCD y el polarímetro de un solo haz Polima¹ (Hiriart et al. 2005; López & Hiriart 2011). Todos los CCDs utilizados contienen un chip de 2048×2048 pixeles cuadrados de $13 \mu m$ por lado, la cual proporciona una escala de placa de 0.44 segundos de arco pixel^{-1} en un binning de 2×2 utilizado.

Los datos se tomaron en octubre y noviembre de 2021 durante el monitoreo a largo

¹También llamado polima-1 para diferenciarlo del polarímetro de doble haz polima-2.

plazo de los blazares TeV desde el OAN-SPM ² donde se pudo extraer la polarización del cielo en la banda *R*. En esas noches se tuvieron un buen muestreo de las fases de la Luna como se muestra en la Tabla 5.1.

De los objetos observados en ese período, se seleccionaron los datos en la banda *R* para el blazar 3C 273. Para obtener la polarización en esa banda, se tomaron cuatro imágenes en ángulos de polarización del prisma a los ángulos relativos del instrumento a 0, 45, 90 y 135 grados del analizador de polarización. El tiempo de integración para cada imagen fue 30 segundos. Asimismo, se tomaron imágenes de campos planos durante el crepúsculo en la banda *R*.

Fecha	Fase	Iluminación
Oct.11	WAXING CRESCENT	(31.73% full)
Oct.12	WAXING CRESCENT	(42.81% full)
Oct.13	WAXING GIBBOUS	(54.04% full)
Oct.14	WAXING GIBBOUS	(64.86% full)
Oct.15	WAXING GIBBOUS	(74.76% full)
Oct.17	WAXING GIBBOUS	(90.36% full)
Nov.03	WANING CRESCENT	(02.84% full)
Nov.04	NEW MOON	(00.00% full)
Nov.05	WAXING CRESCENT	(00.55% full)
Nov.06	WAXING CRESCENT	(03.86% full)
Nov.07	WAXING CRESCENT	(10.20% full)
Nov.08	WAXING CRESCENT	(18.54% full)

Tabla 5.1: Fases de la Luna durante las observaciones aquí presentadas.

Polima-1 consiste de un prisma de Glan-Taylor que rota en el eje óptico del instrumento por medio de un motor de pasos. Como el polarímetro es un dispositivo de un solo haz con una modulación muy lenta se requiere de condiciones fotométricas para una polarimetría exacta.

Para realizar la fotopolarimetría con este instrumento se requieren cuatro imágenes en

²ver <http://haro.astrossp.unam.mx/blazars/>

el filtro deseado a ángulos relativos del prisma de 0° , 45° , 90° y 135° . El ángulo de posición cero del instrumento se estableció de observaciones de estándares polarizadas y se encontró un valor de $-(91 \pm 2)^\circ$. La polarización instrumental se determina observando estándares no polarizadas y se encuentra que es $(0.3 \pm 0.2)\%$. Este error para la polarización instrumental es relativamente alta porque las mediciones de polarización de un solo haz son afectadas por las variaciones del cielo durante la adquisición de las imágenes en los cuatro ángulos del prisma. Se utilizaron las estrellas estándar polarizadas de Schmidt, Elston & Lupie (1992).

Los datos se reducen usando el programa *flujo* desarrollado por Hiriart (2021). Las observaciones de flujo del cielo para cada imagen se obtiene de las mismas imágenes a los ángulos correspondientes. No se necesitan imágenes de corriente oscura debido al bajo ruido del detector al operar a temperaturas criogénicas (-112°C). Durante el crepúsculo, al inicio y final de la noche, se toman campos planos en las cuatro ángulos del polarizador en el filtro R . Se obtuvieron imágenes de 'bias' a la mitad de la noche de observación. A las imágenes observadas en cada ángulo del polarizado se les sustrae la imagen del bias maestro y luego la imagen es dividida por el campo plano maestro.

El flujo del objeto se determina de dos mediciones ortogonales $f_1 = f(0^\circ) + f(90^\circ)$ y $f_2 = f(45^\circ) + f(135^\circ)$, donde $f(\theta)$ es el flujo del objeto en la imagen tomado en la posición relativa del prisma. El flujo instrumental es el promedio de estos dos flujos. La magnitud en la banda R se obtiene de estos mismos flujos de las estrellas estándar en el mismo conjunto de imágenes. La conversión se realiza con las estrellas estándar fotométricas en el mismo campo.

Los parámetros normalizados de Stokes q y u en cada caso están definidos por

$$q \equiv \frac{f(0^\circ) - f(90^\circ)}{f(0^\circ) + f(90^\circ)} \quad (5.1)$$

y

$$u \equiv \frac{f(45^\circ) - f(135^\circ)}{f(45^\circ) + f(135^\circ)} \quad (5.2)$$

Los parámetros q y u están relacionados a la fracción de polarización p

$$p = \sqrt{q^2 + u^2} \quad (5.3)$$

y el ángulo relativo del vector eléctrico $\theta_{relativo}$

$$\theta_{relativo} = \frac{1}{2} \arctan \frac{u}{q} \quad (5.4)$$

Este ángulo relativo tiene que ser corregido por el ángulo de de posición del instrumento para obtener el verdadero ángulo de posición del vector eléctrico.

En este caso estamos suponiendo que la polarización circular se puede ignorar.

5.1.1 Cálculo de Errores

La incertidumbre del flujo medido de la estrella está dado por

$$\sigma_f = \sqrt{f_* + 2f_c} \quad (5.5)$$

donde f_* y f_c son los flujos de la estrella y el cielo, respectivamente. De las ecuaciones (5.1) y (5.2), se utiliza una propagación gaussiana de errores para u y q

$$\sigma_u = \sqrt{\left[\frac{2f_{135}}{(f_{45} + f_{135})^2} \sigma_{f_{45}} \right]^2 + \left[\frac{2f_{45}}{(f_{45} + f_{135})^2} \sigma_{f_{135}} \right]^2} \quad (5.6)$$

y

$$\sigma_q = \sqrt{\left[\frac{2f_{90}}{(f_0 + f_{90})^2} \sigma_{f_0} \right]^2 + \left[\frac{2f_0}{(f_0 + f_{90})^2} \sigma_{f_{90}} \right]^2} \quad (5.7)$$

donde σ_f es el error en el flujo y f_x es el flujo en la orientación x del prisma analizador.

Similarmente, los errores en el grado de polarización ϵ_p y el ángulo de posición ϵ_θ se sigue de las ecuaciones (5.3) y (5.4). Usando propagación de errores gaussianos obtenemos

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_q^2} \quad (5.8)$$

y

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2p} \sqrt{(q\sigma_u)^2 + (u\sigma_q)^2} \quad , \quad (5.9)$$

donde σ_u y σ_q están dadas por las ecuaciones (5.6) y (5.7), respectivamente, y p es la polarización medida.

5.2 Resultados y análisis

5.2.1 Polarización del cielo nocturno

La polarización del cielo nocturno se determinó observacionalmente de una región del cielo cercana a una estrella estándar no polarizada de la lista de Elston and Lupie (1992). Utilizando fotometría de apertura se calcularon los flujos para cada ángulo de posición del polarizador y de ahí se obtuvieron, utilizando el método descrito anteriormente, la polarización del cielo.

La tabla 5.2 muestra los resultados para las polarizaciones encontradas para el cielo y las calculadas con el modelo de dispersión de la luz lunar para una fase angular de la Luna que produce una separación angular. La Col.(1) y la Col.(2) son la fecha y el tiempo, ambos en UTC, para el tiempo de la observación; Col.(3) es la estándar no polarizada observada; Col.(4) es el valor de polarización del cielo en la banda R ; Col.(5) es el valor de polarización obtenida del modelo; Col.(6) es la separación angular entre la posición en el cielo y la de la Luna; la Col. (7) es la fase de la Luna.

5.2.2 Discusión de la polarización

- El grado de polarización lineal de la luz dispersada por la atmósfera es menor a menores distancias angulares entre la dirección de observación y la posición de la Luna: a menor distancia angular menor grado de polarización.

Fecha	UTC	Nombre	Observación [%]	Modelo [%]	Separación [°]	Fase Lunar [°]
Nov-07	02:27:02	bdp28	0.641± 0.166	0.287	10.6	10.20
Nov-07	02:12:30	bdp32	0.758± 0.159	0.147	11.7	10.20
Nov-06	02:14:32	bdp28	0.498± 0.167	0.183	09.7	03.86
Nov-06	02:04:15	bdp32	0.718± 0.138	0.227	08.6	03.86
Nov-05	02:59:12	bdp28	0.417± 0.221	0.220	11.0	0.55
Nov-05	02:44:17	bdp32	0.688± 0.245	0.112	08.1	0.55
Nov-04	02:31:15	bdp28	0.736± 0.166	0.167	11.0	0.55
Nov-04	02:09:05	bdp32	0.688± 0.137	0.209	08.1	0.55
Nov-04	02:12:25	bdp32	0.734± 0.120	0.175	13.0	0.00
Nov-03	06:49:44	bdp28	0.891± 0.085	0.352	12.9	0.00
Nov-03	10:58:46	g191b	0.415± 0.116	0.226	13.4	2.84
Oct-17	02:27:49	bdp28	0.675± 0.138	3.059	14.4	90.36
Oct-11	04:42:22	h2123	0.857± 0.206	0.123	16.4	90.36

Tabla 5.2: Comparación entre la polarización del cielo observada y del modelo.

- El valor máximo del grado de polarización de la luz de la Luna dispersada se alcanza cuando la separación angular entre la línea de observación y la Luna es de 90° . Este valor máximo depende del grado de polarización lineal de la Luna en la fase orbital en que se encuentre.

- El círculo máximo que el meridiano de la luna y el Polo Norte Celeste define el plano de dispersión y el ángulo de posición del vector eléctrico (o EVPA por las siglas en inglés de Electric Vector Position Angle) EVPA de cero grados para la polarización de la Luna. El meridiano a $\pm 90^\circ$ del plano de dispersión define el EVPA de 90° .

- El círculo máximo que pasa por la posición de la Luna y la dirección de observación definen el *plano de dispersión* donde el EVPA es ortogonal a este plano.

- Cuando el ángulo θ del eje óptico del analizador de polarización de Polima-1 queda alineado con el EVPA de la luz dispersada de la Luna se obtiene la máxima contribución de la luz dispersada al flujo que se mide en esa dirección. El flujo medido es entonces

$$f(\theta) = f_*(\theta) + f_{sc}(\theta) + f_{bck} \quad , \quad (5.10)$$

donde $f_*(\theta)$ es el flujo del objeto de estudio, $f_{sc}(\theta)$ es la luz dispersada de la Luna y f_{bck} es el flujo de fondo que generalmente es no polarizada. Dado que los parámetros de Stokes estan definidos por

$$u, q = \frac{f(\theta) - f(\theta + \frac{\pi}{2})}{[f_*(\theta) + f_*(\theta + \frac{\pi}{2})] + [f_{sc}(\theta) + f_{sc}(\theta + \frac{\pi}{2})] + 2f_{bck}} \quad , \quad (5.11)$$

donde $[f_{sc}(\theta) + f_{sc}(\theta + \frac{\pi}{2})] = I_{sc}$ es el flujo total de la radiación dispersada. De esta manera, el efecto del flujo de la dispersión lunar, más el flujo de fondo, en el cálculo de los parámetros de Stokes es disminuir el grado de polarización medido por Polima-1. De ahí que el grado de polarización del cielo medido por Polima-1 y presentado en la Tabla 5.2 sea bastante bajo.

En la siguiente sección se presenta la comparación del brillo de cielo medido con Polima-1 con el resultado obtenido del modelo desarrollado.

5.2.3 Brillo del cielo nocturno

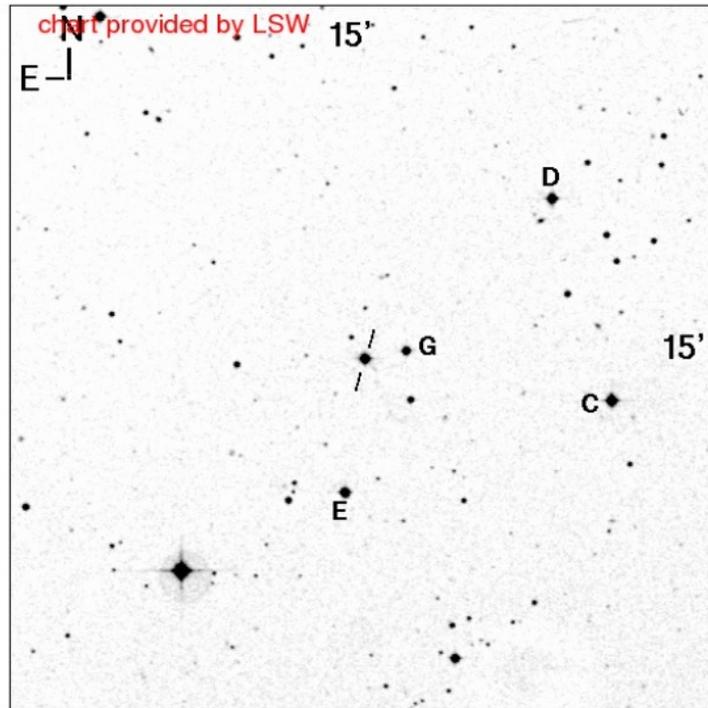
El flujo luminoso nocturno del cielo que el observador recibe esta compuesto por la radiación dispersa de la Luna por la atmósfera terrestre I_{sc} más la radiación de fondo del cielo I_{bck} . El brillo del cielo nocturno en la banda R se obtuvo de las de las observaciones de Polima-1 de la siguiente manera:

1. Usando fotometría de apertura se calcula el flujo N_0 de la estrella de comparación E en el campo de 3C 273 de magnitud m_0 (ver figura 5.1).
2. Se calcula el flujo N del cielo en una apertura similar.
3. Se reduce el campo a flujo por segundos de arco dividiendo por la área de la apertura convertida a segundos de arco al cuadrado (mag arc-sec^{-2}).
4. Se obtiene la brillantez del cielo m , en mag arc-sec^{-2} , utilizando la ecuación

$$m = -2.5[\log N - \log N_0] + m_0 \quad (5.12)$$

1226+023 (3C 273)

Coordinates
 R.A. = 12:29:06.698, Dec. = +02:03:08.58 (2000)
 z = 0.158339



Landessternwarte Heidelberg-Königstuhl

GASP suggested stars: C D E G

Comparison stars

Star	U	B	V	R	I
C	13.37 (0.03)	12.85 (0.05)	11.87 (0.04)	11.30 (0.04)	10.74 (0.04)
D	13.15 (0.05)	13.17 (0.05)	12.68 (0.04)	12.31 (0.04)	11.99 (0.06)
E	13.39 (0.09)	13.33 (0.07)	12.69 (0.04)	12.27 (0.05)	11.84 (0.04)
G	14.21 (0.07)	14.12 (0.05)	13.56 (0.05)	13.16 (0.05)	12.83 (0.05)

comparison stars from Smith et al., 1985, AJ 90, 1184

Figura 5.1: Campo de localización del blazar Tev 3c 273. La estrella de comparación E se utilizó como estrella estándar de flujo para calcular el brillo del cielo en la banda *R*.

En la Tabla 5.3 se presentan los resultados de los valores obtenidos de la observación y aquellos obtenidos del modelo conociendo la posición de la Luna (θ_0, ϕ_0) , y la dirección de la posición de la estrella estándar de flujo (θ, ϕ) para una fase lunar.

Fecha	UTC	Observado [mag arc-sec ⁻²]	Modelo [mag arc-sec ⁻²]	Separación [°]	Fase Lunar [°]
Nov-07	02:27:02	18.1±0.5	18.0	10.6	10.20
Nov-07	02:12:30	18.7±0.7	18.2	11.7	10.20
Nov-06	02:14:32	19.5±0.4	19.7	09.7	03.86
Nov-06	02:04:15	20.4±0.7	20.4	08.6	03.86
Nov-05	02:59:12	20.6±0.3	21.3	11.0	0.55
Nov-05	02:44:17	20.4±0.6	21.6	08.1	0.55
Nov-04	02:31:15	20.5±0.4	18.1	13.0	0.00
Nov-04	02:09:05	21.0±0.6	20.5	12.9	0.00
Nov-04	02:12:25	21.5±0.7	20.1	14.0	0.00
Nov-03	06:49:44	20.5±0.4	20.3	13.0	2.84
Nov-03	10:58:46	19.6±0.5	19.1	13.4	2.84
Oct-17	02:27:49	18.5±0.6	18.2	14.4	90.36
Oct-11	04:42:22	18.7±0.6	18.6	16.4	90.36

Tabla 5.3: Comparación entre el brillo cielo observado y del modelo.

5.2.4 Discusión del brillo del cielo nocturno

- Plauchu et al. (2017) han determinado para el OAN-SPM un brillo del cielo para el periodo de 2013 a 2016 un valor típico de $R= 21.88$ mag arcsec² una vez corregida por la luz zodiacal. Ellos reportan que no hay variación estacional en las noches medidas con el SQM (*Sky Quality Meter*).

- De los resultados de las mediciones de la magnitud del brillo del cielo realizadas con Polima-1, el brillo del cielo en la banda R y presentados en Tabla 5.3, siempre se tiene una magnitud menor (más brillante) que el reportado por Plauchu et al. (2017) para el visible. Esta diferencia es de hasta 4 magnitudes.

- Como es de esperarse, el brillo del cielo medido es mayor cuando la fase de la Luna

se encuentra cerca de la fase llena y menor cuando se tiene la fase de Luna Nueva.

- Como $I_{\text{cielo}} = I_{\text{sc}} + I_{\text{bck}}$, en la fase de Luna Nueva se tendrá que $I_{\text{sc}} \approx 0$ y por lo tanto del valor medido podemos estimar que $I_{\text{bck}} \approx 20.5 \text{mag arc-sec}^{-2}$ para la banda R .

- El valor medido de I_{sc} para fase de Luna Llena permite ajustar el valor de $3F/16\pi$ para una dirección de la Luna en posición (θ_0, ϕ_0) observando el cielo en la dirección (θ, ϕ) .

- En la Tabla 5.3 se compara el valor observado del brillo del cielo en la banda R con Polima-1 con el resultado del modelo para una fase lunar dada y a una distancia angular entre la dirección del cielo y el de la Luna.

5.2.5 Polarización del cielo al crepúsculo

Los únicos datos que se disponían donde la fuente de luz era el Sol fueron aquellos para obtener los campos planos y que se toman durante el crepúsculo. Se utilizaron estos datos para determinar la polarización del cielo y compararla con la que se obtienen del modelo desarrollado.

Durante las temporadas de observación con Polima, durante el crepúsculo se realiza la toma de imágenes de campo plano en el filtro R en los ángulos relativos 0° , 45° , 90° y 135° del polarizador.

Estos campos planos son tomados durante la puesta o salida del Sol con el telescopio apuntando a una posición cercana al cenit. De esta manera, la intensidad de la luz dispersada del Sol tendrá una polarización lineal máxima en la dirección norte-sur, perpendicular al plano de dispersión, y un valor mínimo en la dirección este-oeste. La figura 5.2 presenta el grado de polarización lineal y el ángulo de posición del vector eléctrico para todo el cielo durante el crepúsculo a la puesta y salida del Sol.

Se utilizó la sección del cálculo de los campos planos maestros del programa

flujo para calcular los flujos del cielo (cuentas por segundo) en el crepúsculo de mediciones en la banda R para ángulos del polarizador a 0° , 45° , 90° y 135° . La Tabla 5.4 presenta los valores medidos en la región libre de viñeteo de Polima para los campos planos tomados en el crepúsculo con la posición del Sol a $\theta_0 = 0^\circ$, $\phi = 282^\circ$ y con el telescopio apuntando a la posición $\theta_0 = 71^\circ$, $\phi = 0^\circ$. El telescopio apunta a una distancia cenital de 19° (declinación de 50°) para evitar la obstrucción del cenit por el domo.

En la Tabla 5.4 la Col.(1) presenta el ángulo relativo instrumental, Col.(2) es el ángulo de posición del instrumento corregido a la polarización instrumental de aproximadamente -90° ; la Col.(3) presenta el valor medido de la región libre de viñeteo del campo plano.

Los valores medidos de la intensidad son consistentes con la orientación del plano de dispersión que contiene la posición del Sol, el punto de dispersión cerca del cenit y el punto de observación. El valor máximo de la intensidad es aquel cuando el eje óptico del polarizador es perpendicular al plano de dispersión.

Ángulo Ins. [$^\circ$]	Ángulo Corr. [$^\circ$]	Cuentas [s^{-1}]
0	90	$7,584 \pm 87$
45	-45	$16,276 \pm 127$
90	0	$29,356 \pm 171$
135	+45	$17,678 \pm 133$

Tabla 5.4: Valores medios de las intensidades medias de las imágenes de los campos planos.

De los resultados obtenidos, entonces el orden recomendado para la toma de los campos planos en el filtro R es primero al ángulo del instrumento de 0° y el último el de 90° . Los campos planos a 45° o 135° del instrumento se pueden tomar indistintamente después de la posición de 0° pero antes de la imagen a 90° .

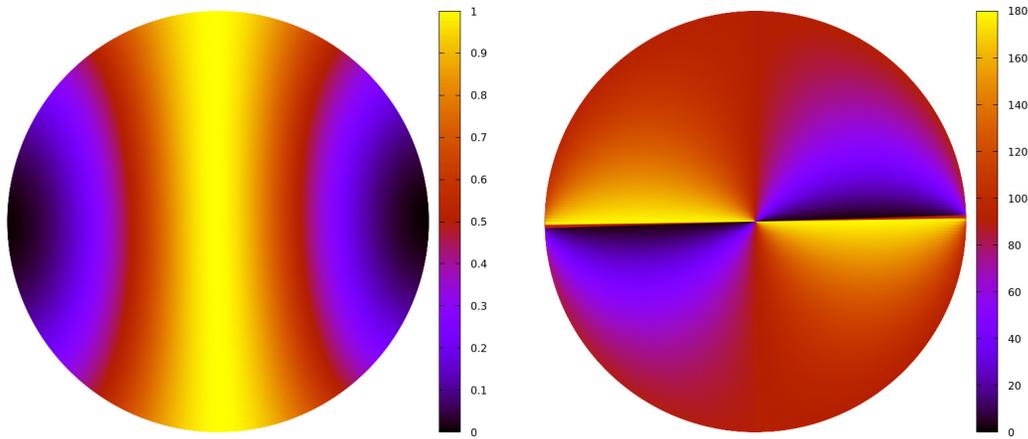


Figura 5.2: Grado de polarización lineal (*izquierda*) y ángulo de posición (*derecha*) sobre todo el cielo producido por la dispersión de la luz solar en la atmósfera durante el crepúsculo cuando se tiene el Sol en posición $\theta_0 = 0^\circ, \phi_0 = 90^\circ$ (salida del Sol) o $\theta_0 = 0^\circ, \phi_0 = 270^\circ$ (puesta del Sol) según el modelo. La barra de la izquierda muestra el porcentaje a escala de 0 a 1 y la barra de la derecha, los ángulos del 0 a 180.

Capítulo 6

Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo de la luz polarizada producida por la dispersión de luz del Sol y la Luna por la atmósfera terrestre. El modelo está basado en los procesos físicos implicados en la generación de esta luz polarizada y en datos disponibles. El modelo tiene pocas parametrizaciones empíricas y se ha aplicado a las condiciones atmosféricas presentes en el OAN-SPM.

Los resultados del modelo han sido evaluados contra datos de observaciones nocturnas de polarización en la banda R obtenidos con el polarímetro de un solo haz Polima-1 y se ha llegado a las siguientes conclusiones generales:

- De los resultados se encuentra que la intensidad y polarización de luz de Luna dispersada por la atmósfera terrestre se pueden describir por un modelo de una sola dispersión (*single scattering dispersion*).
- Se encuentra que la luz observada no sola es la luz dispersa de la Luna sino que también contiene la emisión propia del cielo nocturno, forman la radiación de fondo por lo que deben tomarse en cuenta en cualquier medición fotopolarimétrica

- De la comparación con los datos de Polima-1 en la banda R se concluye que el mayor efecto de la luz dispersada en las mediciones de polarización es por la intensidad dispersa más que la polarización de la misma. El efecto de esta intensidad dispersada de la luz de la Luna es disminuir el valor de la polarización que se mide. De aquí que las mejores fechas de observación sean cuando se tiene la fase alrededor de la Luna Nueva.
- En particular, es importante determinar esta contribución en el caso de observación de objetos con magnitudes del orden de esta radiación de fondo como pueden ser los blázares Tev mencionados anteriormente.
- Del modelo desarrollado se encuentra que el efecto de la Luz dispersa de la Luna en la observación de blázares Tev en la banda R es disminuir el valor de la polarización observada. El mayor efecto ocurre en fase cercana a Luna llena y a las menores separaciones angulares entre la Luna y la línea de observación. Estos efectos deberán tomarse en cuenta en el programa *flujo* de reducción de datos de los blazares.
- El modelo predice que la distribución de la polarización de la luz de la Luna en el cielo es prácticamente idéntica con la de la luz solar si la posición de la Luna en el firmamento es la misma que la del Sol.
- Asimismo, las distribuciones de las intensidades de la luz del Sol y la Luna en el cielo por dispersión de la atmósfera son idénticas pero con valores muchísimo más pequeños (del orden de 10^{-6} menor) para la luz de la Luna aun en el caso de Luna llena.
- La contribución máxima de la polarización de la luna a la medición de polarización ocurre cuando hay una distancia angular de 90 grados entre el observador, el punto de dispersión y la posición de la fuente.

- La polarización de la luz de la Luna ocurre en ángulos de fase a 90 grados. Esta contribución es mayor cuando la fase lunar está aumentando (cuarto creciente).
- Comparando con las imágenes de campos planos obtenidos en la banda R durante el ocaso al principio y al final de la noche, las mediciones son consistentes con los patrones de distribución de polarización para la luz solar.
- Debido a la dependencia con la longitud de onda de la dispersión de Rayleigh, es de esperar que la polarización de la luz de la Luna, y su contribución del fondo, sea mayor en la banda V comparada a la banda R .
- Además de las variaciones de fase de la Luna, que toma en cambiar varias noches, deben de considerarse los efectos de las variaciones del cambio de la Luna durante la noche. Ya que algunos objetos del monitoreo fotopolarimétrico de blazares que se observan tienen tiempos de exposición de 600 segundos en cada posición de las cuatro posiciones del prisma polarizador, llevando a un total de 2,400 segundos (alrededor de 40 minutos) para completar el ciclo de integración. Estos cambios de iluminación Lunar introducidos por el cambio en la luz dispersa de la Luna pueden introducir errores en la medición de la polarización.

6.1 Trabajo a futuro

- Se considera como un posible trabajo a futuro la confrontación de los resultados del modelo en el caso de la dispersión solar diurna con datos obtenidos con una cámara tipo '*all-sky*' en los filtros BVRI de Johnson.
- Asimismo, es sugerible un trabajo en la medición de la polarización lunar como función de la fase lunar en los filtros BVRI.

Apéndice A

Código Python para calcular la polarización en todo el cielo

En este apéndice se presenta el código en *Python* para calcular la polarización y la intensidad por dispersión de la atmósfera en todo el cielo.

```
import numpy as np
import scipy
import matplotlib
from matplotlib import pyplot as plt
from math import pi
from numpy import inf
from numpy import nan

#ctes
R = 57.29578
TAU_0 = 0.2
F = 1.0
PI = np.pi
```

```
#Parametros usados en el paper
phi = 45
theta_0 = 45
phi_0 = 0

#calculos
epsilon_num = np.sin((theta_0/R))*np.sin(((phi_0-phi)/R))

theta = np.arange(-89 89 1)
arg = np.cos(theta/R) * np.cos((theta_0/R)) + np.sin((theta/R)) * np.sin((theta_0/R))

Psi = np.arccos(arg)

epsilon = epsilon_num/np.sin(Psi)
if np.any(np.absolute(epsilon)<1):
    epsilon = np.arcsin(epsilon)

mu_0 = np.cos(theta_0/R)
mu    = np.cos(theta/R)
g     = (np.exp(-TAU_0/mu_0)-np.exp(-TAU_0/mu)) * (mu_0/(mu_0-mu));
g[g==--inf] = 0

L_pol = 0.06

I_r   = (3.0*F/(16.0*PI))*g*(1.0+L_pol);
```

```
I_l = (3.0*F/(16.0*PI))*g*np.cos(Psi)*np.cos(Psi)*(1.0-L_pol);

#Parametros de Stokes en el meridiano
I = I_r + I_l
Q = I_r - I_l
U = 0
I_r[np.isnan(I_r)] = 0
I_l[np.isnan(I_l)] = 0
I[np.isnan(I)] = 0

#Parametros rotados en el meridiano por un angulo epsilon
Q_p = Q*np.cos(2*epsilon) + U*np.sin(2*epsilon)
U_p = -Q*np.sin(2*epsilon) + U*np.cos(2*epsilon)

#Grado de polarizacion lineal posicion angular del vector electrico
P_L =np.sqrt(Q_p**2 + U_p**2)/I;
P_L[np.isnan(P_L)] = 0
Theta = 0.5*np.arctan2(U_p Q_p)

plt.figure(figsize = (8 8))
plt.plot(theta I/((3*F)/(16*PI)) r--" label=""Intensidad"")
plt.plot(theta P_L b--" label=""Grado de polarizacion"")
plt.xlabel(""angulo"")
plt.ylabel(""% de polarizacion"")
plt.title(""Intensidad y grado de polarizacion"")
plt.grid()
plt.legend(loc=1)
plt.xlim(-100 100);
```

```
plt.show()
```

```
plt.scatter(theta P_L alpha=1 s =0.6)
```

```
plt.scatter(theta I/((3*F)/(16*PI)) alpha=1 s =0.6)
```

```
plt.show()
```

```
I_2 = I/((3*F)/(16*PI))
```

```
P_Lm P_Lm = np.meshgrid(P_L P_L)
```

```
Theta
```

Referencias

- Araiza Quijano, M. R. & Cruz-González, I. 2011, RMxAA, 47, 409
- Benítez, E., Heidt, J., Hiriart, D., et al. 2011, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Conference Series, 40, 44
- Colina, L., Bohlin, R. C., & Castelli, F. 1996, AJ, 112, 307
- Dollfus, A. & Bowell, E. 1971, A&A, 10, 29
- Jones, A., Noll, S., Kausch, W., et al. 2013, A&A, 560, 91
- Hecht, E. "Óptica", 2da. edición, Addison-Wesley (1987). ISBN 0-201-11609-X.
- Hiriart, D., Valdez, J., Quirós, F., García, B., & Luna, E. 2005, POLIMA Manual de Usuario MU-2005-08, Instituto de Astronomía, UNAM
- Kieffer, H. H. & Stone, T.C. 2005, AJ, 129, 288
- Lane, A. P. & Irvine, W. M. 1973, AJ, 78, 267
- Liou, K. N. 2002, An introduction to atmospheric radiation, 2nd ed
- López, J. M. & Hiriart, D. 2011, RMxAA, 47, 63
- Leinert, C., Bowyers, S., Haikala, L.K., et al. 1998, A&A, 127, 1
- Lyot, B., 1929. Recherches sur la polarisation de la lumiere des planetes et de quelques substances terrestres. Ann. Obs. Meudon 8 (1), 1-161
- Meeus J., 1998, Astronomical Algorithms, Richmond: Willman-Bell Ed.
- Neckel, H. & Labs, D. 1984, Sol. Phys., 90, 205
- Patat, F. 2008, A&A, 481, 575
- Plauchu-Frayn, I., Richer, M. G., Colorado, E. et al. 2017, PASP, 129, 973
- Rozenberg, G.V. 1966. Twilight: A Study in Atmospheric Optics, New York: Plenum Press, 160
- Shkuratov, Yu.G., Opanasenko, N.V., 1992, Icarus 99, 468
- Shkuratov, Yu.G., Opanasenko, N.V., Kreslavsky, M.A., 1992, Icarus 95, 283
- Schuster, W. J., Parrao, L. & Guichard, J. 2002, J. Astron. Data, 8, 2
- Schuster, W. J. & Parrao, L. RevMexAA 2001, 37, 187
- Sorcía, M., et al., 2011, RMxAC, 40 131
- Velikodsky, Y. I., Opanasenko, N. V., Akimov, L. A., et al. 2011, Icarus, 214, 30
- Wallace, L., Hinkle, K. H., Livingston, W. C., & Davis, S. P. 2011, ApJS, 195, 6
- Whitaker, E. A. 1969, NASA, Special Publication, 201, 38