



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelado de la radiación
ultrasónica de mediana intensidad
focalizada con arreglos de fase
anulares para tratamientos de
retina**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero en Sistemas Biomédicos

P R E S E N T A

Alejandro Rodríguez Peña

DIRECTORA DE TESIS

Dra. Michelín Álvarez Camacho



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

En primer lugar agradezco a mi universidad “UNAM” por haberme brindado todos los conocimientos y oportunidades tanto académicas como culturales, los cuales me han permitido desde el bachillerato, seguir avanzando de la mejor manera con mi formación académica y proyecto de vida, gracias. A mi facultad “Facultad de Ingeniería” por haberme ofrecerme todas las herramientas académicas necesarias para formar mi educación universitaria de la mejor manera posible. A mis profesores, quienes no solo compartieron sus conocimientos sino que fueron y serán fuente de inspiración a lo largo de mi vida.

Agradezco a mi asesora de tesis la Dra. Michelin Álvarez Camacho, por haberme guiado pacientemente en el desarrollo de este trabajo y por compartir conmigo sus conocimientos y su tiempo.

Mi profundo agradecimiento al Dr. Mario Ibrahín Gutiérrez Velasco, por brindarme la oportunidad de desarrollar este trabajo relacionado a sus investigaciones y también por compartir conmigo sus conocimientos, su tiempo, sus consejos y por darme la oportunidad de participar en sus proyectos.

A mis padres, hermana, compañera de vida y amigos por acompañarme y apoyarme en este camino.

Agradecimientos especiales:

A la División de Investigación en Ingeniería Médica del Instituto Nacional de Rehabilitación Luis Guillermo Ibarra Ibarra, por recibirme en sus instalaciones y permitirme trabajar en su proyecto 09/16, de donde se originó la presente tesis, cuyo Investigador a Cargo es el Dr. Mario Ibrahín Gutiérrez Velasco.

Al CONACyT, por haberme otorgado la beca de tesis con número de registro 29586 como apoyo en la participación del proyecto CONACYT CB2015-257966, cuyo Investigador Responsable Técnico es el Dr. Mario Ibrahín Gutiérrez Velasco.

Dedicatoria

A mis padres, ustedes son los pilares de lo que soy y lo que seré, gracias por enseñarme e inculcarme gran parte de lo que conforma mi persona, les debo tanto que no encuentro palabras suficientes para describir lo que siento, al saber que ustedes siempre estarán apoyándome, gracias por los consejos del día a día, por siempre brindarme su apoyo, por darme siempre lo mejor, por los lunch de cada mañana, por nunca abandonarme en ningún sentido, en fin, gracias por ser tan increíbles, los amo.

A mis abuelos, gracias por siempre apoyarme y permitir que siguiera caminando este camino de la mejor manera, gracias por siempre apoyarme y ayudarme en todos los sentidos. Forman parte invaluable de lo que he logrado, los amo.

A mi hermana, gracias por siempre ayudarme y estar ahí cada que te necesitaba, no hay duda de que cumplirás todas tus metas, sabes que yo siempre estaré para ti, te amo.

A mis amigos, gracias por formar parte de este camino, con ustedes aprendí las cosas que en verdad valen la pena, sin ustedes esta formación hubiera estado totalmente incompleta, se les quiere.

A mi compañera de vida, gracias por estar todo este tiempo a mi lado, por compartir tus deseos, metas, sueños y demás conmigo y hacerme parte de ellos. Gracias por día con día decidir seguir caminando a mi lado, por llenarme de energía y darme motivación para seguir avanzando hasta lograr el futuro que queremos. Te amo, X.

Resumen

Una de las enfermedades con mayor prevalencia en México es la diabetes, si no se realizan los cuidados necesarios esta enfermedad tiene como consecuencia la retinopatía diabética, en donde se ve afectada la visión debido a complicaciones en la vascularización retiniana. En esta tesis, se pretende estudiar la radiación ultrasónica, utilizando transductores en cierta posición específica, para de esta manera lograr inducir ondas de ultrasonido en la retina, evitando dañar estructuras sensibles en el ojo como lo son el cristalino. En principio, se utilizaron las ondas Bessel para encontrar la mínima distancia entre transductores. Lo siguiente realizado, fue utilizar las ondas de focalización para ahora, encontrar el número mínimo de anillos transductores y por último, se realizaron simulaciones en un modelo ocular con el fin de obtener el mejor resultado de focalización acústica exclusivamente en el área de la retina, superando las dificultades generadas por la geometría y composición anatómica del ojo humano. Con estas simulaciones fue posible observar cómo este tipo de ondas dependen de parámetros específicos como la frecuencia, el valor del kerf, el número de anillos transductores y la restricción de propagación. Al elegir correctamente los valores de estos parámetros se puede lograr una focalización de presión acústica exclusivamente en la retina, evitando las demás zonas delicadas del ojo para un posible tratamiento terapéutico en retinopatía diabética.

Índice

1	Introducción.....	1
2	Planteamiento del proyecto	4
2.1	Definición del problema.....	4
2.2	Solución propuesta	5
2.3	Justificación.....	5
3	Aspectos metodológicos	7
3.1	Pregunta de investigación.....	7
3.2	Hipótesis	7
3.3	Objetivo.....	7
3.3.1	Objetivos específicos.....	8
4	Antecedentes	9
4.1	Anatomía del ojo humano y patología diabética	9
4.2	Retinopatía diabética	12
4.2.1	Retinopatía diabética en México.....	14
4.3	Ondas acústicas.....	16
4.3.1	Ultrasonido	19
4.4	Transductores	21
4.4.1	Transductores ultrasónicos.....	21
4.4.2	Ondas Bessel.....	24
4.4.3	Ondas de focalización controlada.....	28
5	Materiales y métodos.....	30
5.1	Modelado de Ondas Bessel.....	30
5.2	Generación de focos controlados	34
5.3	Focalización controlada en modelo ocular	40
6	Resultados y discusión.....	47
6.1	Modelado de Ondas Bessel.....	47
6.2	Generación de focos controlados	55
6.3	Focalización controlada en modelo ocular	61
7	Conclusiones.....	69
8	Productos de la tesis	71
9	Referencias	76

1 Introducción

En México, una de las enfermedades con mayor prevalencia es la diabetes. Con esta enfermedad es bien sabido que si no se realizan los cuidados adecuados provoca complicaciones en la salud, entre las cuales se encuentran el pie diabético, enfermedades renales, neuropatías, pérdida de la visión, e incluso la muerte [1].

En el caso de la pérdida de la visión, la diabetes provoca retinopatía diabética, en donde se ve afectada paulatinamente la vascularización de la retina hasta el punto en donde se pierde la capacidad visual. Desafortunadamente para este padecimiento no existe un tratamiento que asegure por completo el restablecimiento de la salud, por lo que una vez que aparecen los primeros síntomas de esta enfermedad hay una alta probabilidad de perder la vista [2].

En esta tesis se estudia mediante modelos computacionales una manera de hacer llegar presión acústica exclusivamente en el área de la retina para así estimular su vascularización. En el área de salud constantemente se intentan adecuar nuevas metodologías a tratamientos, medicamentos y tecnologías de la salud con el fin de mejorar la atención médica, y el caso de la retinopatía diabética no es la excepción, pues se espera que, utilizando las propiedades de propagación que caracterizan a las ondas de focalización controlada, poder inducir presión acústica en un área determinada evitando las demás zonas delicadas del ojo.

Uno de los fenómenos físicos con mayor utilidad en la medicina, sobre todo en el área de diagnóstico, es la acústica. En medicina, la acústica ha tenido auge recientemente, cuando se descubrió que modificando su frecuencia y focalizando su propagación se podía utilizar para aplicaciones en imagenología, terapéuticas, oncológicas, entre otras más [3].

Una de las aplicaciones recientemente descubiertas, son las llamadas ondas de focalización controlada, estas ondas acústicas utilizan propiedades mecánicas para provocar interferencias en su propagación, que permiten focalizar la presión acústica generada en áreas específicas. Esta cualidad acústica de las ondas no ha logrado aplicarse de manera concreta a la resolución de algún problema relacionado con el área médica, debido a que sus principales características y posibles aplicaciones siguen en investigación, por lo que en esta tesis se busca proponer una aplicación médica que permita el uso de esta tecnología y de esta manera focalizar ondas ultrasónicas a la retina [4].

Para iniciar con el estudio de los efectos que genera la aplicación de presión acústica en el área de la retina, primero se puede diseñar un modelo computacional, en donde se observen resultados de focalización acústica exclusivamente en la zona objetivo. En esta tesis se presenta una forma de generar ondas de focalización controlada que puedan ser focalizadas a la retina en un modelo computacional simulado en el programa computacional "COMSOL Multiphysics", aplicando el método de elementos finitos.

Para lograr que efectivamente se estén generando las ondas con las características deseadas, fue necesario generar un modelo matemático que las representara, en donde se definieran valores de parámetros como la frecuencia y la distancia entre transductores, para de esta manera lograr una simulación que representara la respuesta de distintas ondas en la realidad. Entre las variables estudiadas y simuladas se eligieron ondas Bessel, debido a que estas ondas son necesarias para el modelado de ondas de focalización controlada y se simularon distintos valores en las distancias de los transductores.

A lo largo del capítulo 2 se exponen los antecedentes de los temas generales que se abarcan en esta tesis. El capítulo 3 contiene el estado del arte y las diferentes aportaciones que se han realizado y se utilizan en la actualidad, con respecto a los temas de ultrasonido, ondas Bessel y ondas de focalización controlada.

En el capítulo 4 se desarrolla la formulación del planteamiento del problema, en donde se describe el panorama general de la problemática que se intenta resolver con esta

tesis. El capítulo 5 contiene tanto el objetivo general de esta tesis como sus objetivos específicos.

En el capítulo 6 se presenta la metodología, la cual abarcó 3 procedimientos importantes, el primero fue encontrar un valor del parámetro *kerf* que permitiera modelar correctamente ondas Bessel, el segundo fue encontrar el menor número de anillos transductores que lograra modelar ondas de focalización controlada y el tercero fue simular ondas de focalización controlada en un modelo ocular hasta encontrar el mejor resultado de focalización.

En el capítulo 7 se presentan los resultados y la discusión de dichos resultados. Entre los resultados más relevantes se encuentran que las ondas de focalización controlada dependen en gran medida de parámetros importantes como la frecuencia a la que se generan las ondas y la restricción de propagación a lo largo del modelo, satisfaciendo correctamente estos parámetros y con el modelado de las ondas predecesoras, llamadas ondas Bessel, se pueden lograr resultados de focalización acústica exclusivamente en un área determinada.

El capítulo 8 y último, contiene las conclusiones obtenidas de los resultados de la tesis desarrollada y expone los alcances y sus limitaciones. Se espera que el trabajo desarrollado en esta tesis pueda servir como base en futuras investigaciones hacia la búsqueda de efectos terapéuticos para tratamientos de retinopatía diabética. Este trabajo fue realizado en el Instituto Nacional de Rehabilitación Luis Guillermo Ibarra Ibarra como parte de un proyecto interno registrado con el número 09/16, el cual está financiado por el CONACYT con el proyecto CB2015-257966.

2 Planteamiento del proyecto

2.1 Definición del problema

Actualmente la tecnología acústica y de ultrasonido ha avanzado significativamente, permitiendo generar nuevas investigaciones en relación a nuevos tipos de tratamientos médicos. En el caso del ultrasonido, el avance en las investigaciones relacionadas con ondas Bessel y ondas de focalización controlada, permite generar modelos computacionales, como se plantea en esta tesis, en donde se aplican las propiedades acústicas de las ondas para inducir radiación ultrasónica exclusivamente en el área de la retina y buscar generar efectos positivos en la recuperación del funcionamiento de la vascularización retiniana, como por ejemplo, estimular la vascularización retiniana para evitar la formación de microaneurismas en cualquier parte del globo ocular y en caso de ya existir microaneurismas, se espera evitar la continua formación de cierres capilares que dan paso a la pérdida visual [5].

El modelado de las ondas con focalización controlada permite generar modelos computacionales que simulan el comportamiento acústico en situaciones específicas, de esta manera y con modelos computacionales bien desarrollados, se pueden obtener resultados que se asemejen lo más posible a la realidad. Sin embargo, al obtener resultados prometedores existen limitaciones, ya que en un futuro estos modelos deben ser probados y analizados en experimentos reales, debido a que se pueden presentar situaciones aleatorias en la realidad que no se pueden simular computacionalmente, ralentizando el resultado final de la funcionalidad deseada.

En el Instituto Nacional de Rehabilitación Luis Guillermo Ibarra Ibarra, se han desarrollado diversas investigaciones que tienen como objetivo el mejoramiento de la salud, una de estas investigaciones corresponde con la propagación de ondas acústicas, en donde se está desarrollando una nueva forma de focalizar radiación ultrasónica en el área de la retina, evitando las demás zonas delicadas del ojo, mediante un arreglo de transductores con amplitudes específicas que logran generar ondas de focalización controlada, que dirigen toda la presión acústica exclusivamente en área de la retina. De

esta manera y con estudios posteriores, esta investigación podría desembocar en un nuevo tratamiento preventivo para la retinopatía diabética.

2.2 Solución propuesta

En esta tesis se analiza el comportamiento acústico en tres modelos computacionales diferentes, con el objetivo de hacer llegar ondas ultrasónicas a la retina, para prevenir la consecuencia mayor de la retinopatía diabética, la pérdida de la capacidad visual. A lo largo de los modelos computacionales desarrollados, se plantea una técnica de ultrasonido de mediana intensidad, mediante la aplicación de ondas de focalización controlada. Con este tipo de ondas, se puede lograr focalizar presión ultrasónica en un área predefinida, en este caso se busca la focalización ultrasónica solamente en el área de la retina, evitando las demás áreas anatómicas del ojo, las cuales son más delicadas y susceptibles a daño si se les aplica directamente presiones acústicas.

Al lograr aplicar ondas ultrasónicas solamente en el área de la retina, y con diversos estudios posteriores referentes al efecto que causan las ondas ultrasónicas, se lograría obtener un posible tratamiento no invasivo que estimula la zona vascularizada de la retina y de esta manera prevenir la formación de microaneurismas, que son los primeros síntomas y precursores de la pérdida visual por retinopatía diabética.

2.3 Justificación

En el caso del ultrasonido, los fenómenos como las vibraciones mecánicas y las presiones acústicas, están presentes durante la aplicación de ondas ultrasónicas, estos fenómenos podrían representar un papel muy importante en este posible tratamiento para la retinopatía diabética. Existen antecedentes de aplicaciones similares, por ejemplo, en el tratamiento para el cáncer de próstata, se han implementado técnicas

ultrasónicas focalizadas de alta intensidad (HIFU, *High Intensity Focused Ultrasound* por sus siglas en inglés), en donde se incrementa la temperatura del tejido maligno, provocando desnaturalización proteica y por consiguiente necrosis en el tejido tumoral [6]. Con la retinopatía diabética, se busca focalizar ondas ultrasónicas en el área de la retina a una frecuencia moderada y adecuada para no lastimar ninguna de las áreas delicadas del ojo, esto se logra al tener en cuenta parámetros importantes dentro de las simulaciones que permiten obtener diferentes resultados, al utilizar los valores correctos en los parámetros se puede conseguir aplicar las características físicas del ultrasonido para estimular la vascularización retiniana y buscar generar cambios en las principales causas que son precursoras en la pérdida visual por retinopatía diabética, como lo son: la pérdida de pericitos, los cambios en la presión hidrostática y la oxigenación defectuosa [7].

Sin duda cualquier tipo de tratamiento novedoso debe de estar sujeto a un gran número de pruebas antes de catalogarlo como tratamiento funcional, lo que se busca en esta tesis, es estudiar una manera viable de focalizar ondas ultrasónicas en el área de la retina, con el objetivo de obtener un posible tratamiento contra la retinopatía diabética.

En México existen diversas entidades que se dedican a la investigación, una de estas entidades es el Instituto Nacional de Rehabilitación Luis Guillermo Ibarra Ibarra. La oportunidad de participar en proyectos de investigación en el Instituto permite la formación de personas capacitadas que apliquen los conocimientos, propongan nuevas metodologías para así ofrecer nuevas tecnologías, como la desarrollada en esta tesis, enfocada a la salud.

3 Aspectos metodológicos

3.1 Pregunta de investigación

¿Cómo se puede desarrollar una nueva forma de focalizar radiación ultrasónica en el área de la retina, evitando las demás zonas delicadas del ojo?

¿Por qué utilizar un arreglo de transductores con amplitudes específicas que logren generar ondas de focalización controlada para el tratamiento de retinopatía diabética?

3.2 Hipótesis

La focalización de radiación ultrasónica en el área de la retina, se puede lograr utilizando un arreglo de transductores específico para el tratamiento de retinopatía diabética.

3.3 Objetivo

Mediante el modelado computacional con elementos finitos, investigar el comportamiento de la radiación ultrasónica de mediana intensidad, utilizando transductores anulares de arreglos de fase en la retina para el tratamiento de la retinopatía diabética.

3.3.1 Objetivos específicos

- Generar un modelo acústico de ondas Bessel para encontrar el valor óptimo de *kerf*, usando el método de elementos finitos en las siguientes condiciones: Simetría 2D axial, estudio dependiente de la frecuencia, fuente de radiación esférica.
- Generar un modelo acústico de ondas de focalización controlada para encontrar el mínimo número de anillos transductores, usando el método de elementos finitos en las siguientes condiciones: Simetría 2D axial, estudio dependiente de la frecuencia, fuente de radiación esférica.
- Generar un modelo ocular aplicando ultrasonido terapéutico continuo en la retina, usando el método de elementos finitos en las siguientes condiciones: Simetría 2D axial, estudio dependiente de la frecuencia, fuente de radiación esférica.

4 Antecedentes

4.1 Anatomía del ojo humano y patología diabética

El ojo es el órgano sensitivo encargado de la percepción de los estímulos visuales, los cuales posteriormente se transmiten al cerebro para su interpretación

El globo ocular (Figura 1) se compone de tres capas separadas. La capa más externa la conforman la esclerótica y la córnea. La esclerótica es una cubierta densa que protege y apoya físicamente las estructuras internas del ojo y se ubica anterior a la córnea. Por otro lado, la córnea permite la entrada de luz que pasa a través de la lente hacia la retina, cuenta con terminaciones nerviosas, por lo que responde al dolor y al tacto.

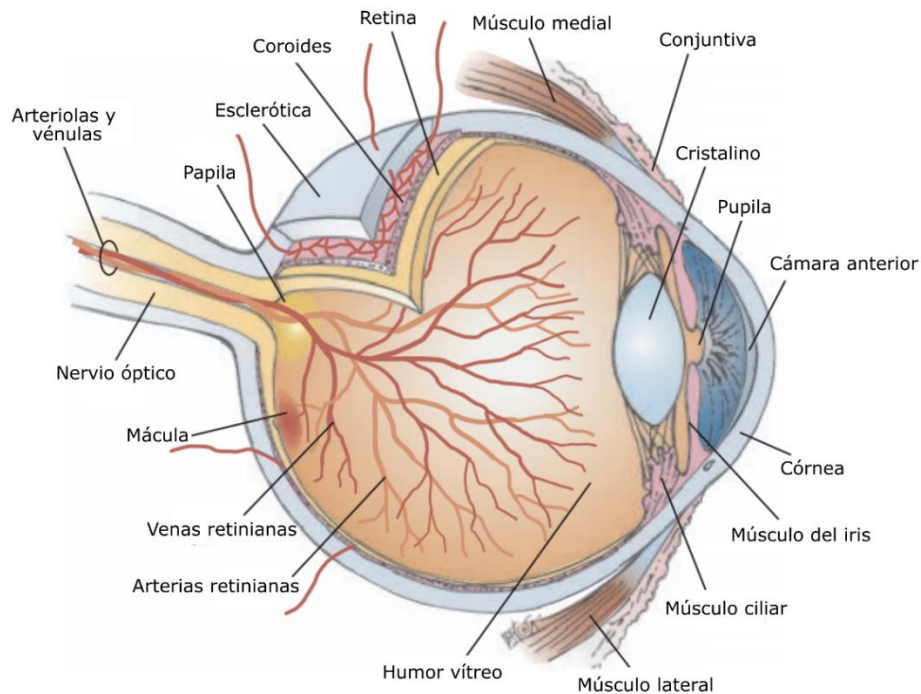


Fig. 1. Representación esquemática de la anatomía del ojo humano y sus partes. Extraída de [6].

La capa central del ojo contiene una porción anterior, que incluye el iris y el cuerpo ciliar, y en la capa posterior se encuentra la coroides. El cuerpo ciliar consiste de un tejido muscular que controla el grosor del cristalino, el cual continuamente se adapta para centrar la vista en objetos cercanos y lejanos [8].

Como se mencionó, en la capa central se encuentra el iris, esta estructura es un disco circular de músculo que contiene pigmentos que determinan el color de los ojos. La abertura central del iris es llamada pupila. Las fibras musculares del iris se ajustan para variar su tamaño y así controlar la cantidad de luz que entra al ojo [9].

El cristalino es una lente frágil, biconvexa, transparente y avascular situada inmediatamente después del iris. Los ligamentos suspensivos unidos al cuerpo ciliar y al cristalino permiten posicionar su ubicación. La función del cristalino consta de refractar la luz que se dirige a la retina, esta refracción de luz depende de la distancia del objeto que se esté observando, aplanando o redondeando la lente, cambiando su capacidad de enfocar objetos situados a diferentes distancias, es decir, cambiando la distancia focal [10].

En la capa posterior se encuentra la coroides, esta estructura contiene la vascularización necesaria para proporcionar nutrientes al interior del ojo y previene la reflexión interna de la luz. Por último, en la capa más interna, se encuentra la retina, la cual se extiende anteriormente hasta la ubicación del cuerpo ciliar, las diferentes estructuras mencionadas de la anatomía del ojo se pueden observar en la figura 1. La retina recibe estímulos visuales y los envía al cerebro, consta de numerosas capas de células nerviosas, incluyendo las células llamadas conos y bastones. La papila es una zona circular ubicada en la retina hacia el lado medial del ojo, en esta estructura es por donde el nervio óptico entra al globo ocular [10].

Los vasos retinianos se pueden ver fácilmente con la ayuda de un oftalmoscopio. Viajan cuatro conjuntos de arteriolas y vénulas a través de la papila, para después bifurcarse y extenderse hacia la periferia. Los vasos son de color rojo oscuro y se estrechan progresivamente a medida que se extienden a las áreas periféricas. El fondo de ojo varía en color, dependiendo del tono de piel, en el fondo de ojo se encuentra la fovea central, la cual es una depresión en la superficie interna de la retina. Esta zona está rodeada por

la mácula y presenta una tonalidad más oscura que el resto del fondo, estas estructuras se pueden observar en la figura 2. La fovea central y el área macular contienen la mayor concentración de conos y conforman la mayor área de resolución visual y visión del color. Según ocurre un alejamiento del área sensible, las células con forma de cono se vuelven más escasas y en los bordes exteriores de la retina sólo existen las células con forma de bastones.

El globo ocular contiene varias cámaras que sirven para mantener su estructura, protegerse contra lesiones y transmitir los rayos de luz. En primer lugar, se encuentra la cámara anterior, entre la córnea y el iris y consecuentemente la cámara posterior, la cual es el área entre el iris y el cristalino. Ambas cámaras están llenas de una sustancia llamada humor acuoso. El humor acuoso es una sustancia líquida de color claro producida por el cuerpo ciliar, esta sustancia ayuda a limpiar y nutrir la córnea y el cristalino, así como para mantener constante la presión intraocular (16mmHg). Por otro lado, la cámara vítrea, esta se encuentra en el área detrás del cristalino y se extiende hasta la retina, esta cámara está llena de un humor vítreo, el cual es más denso y gelatinoso que el humor acuoso, este líquido tiene como función principal mantener la forma del globo ocular.

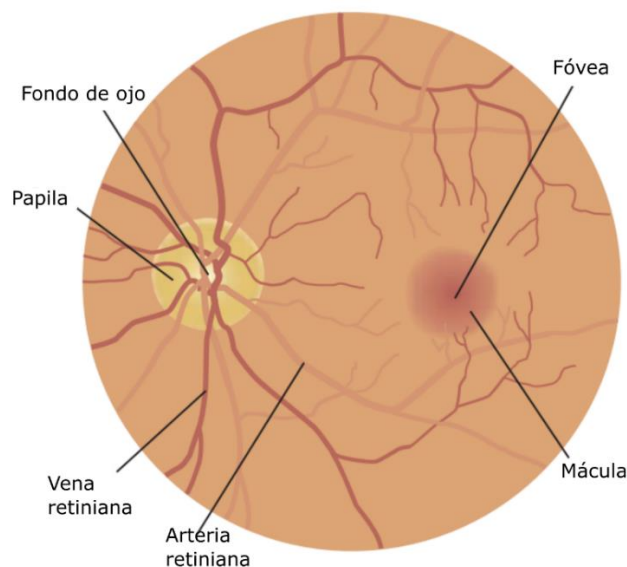


Fig. 2. Representación esquemática de la anatomía interna del ojo humano y sus partes. Extraída de [6].

La percepción visual ocurre cuando los rayos de luz inducen en la retina, donde posteriormente se transforman en impulsos nerviosos, llevados hacia el cerebro a través del nervio óptico para ser interpretado. La córnea y el cristalino son los principales componentes oculares que manipulan los rayos de luz antes de llegar a la retina. La imagen proyectada en la retina está al revés e invertida de derecha a izquierda [8].

4.2 Retinopatía diabética

La retinopatía diabética es la principal alteración ocular en personas con diabetes tipo I o tipo II y su severidad se clasifica con base en las variaciones no proliferativas y proliferativas con o sin edema macular, esta enfermedad deriva de las alteraciones metabólicas intracelulares que produce la hiperglucemia, estas alteraciones producen un aumento de sorbitol que provoca el engrosamiento de la membrana basal endotelial y la pérdida de pericitos (células de sostén que existen en los capilares de la retina y conforman la barrera hemato-retiniana interna). Estas implicaciones tienen como resultado final, el cierre capilar en las capas de la retina interna [7].

La presencia de una microaneurisma representa la primera señal de retinopatía diabética, las microaneurismas se observan mediante oftalmoscopia como una mancha roja puntiforme y se forman debido a que el cierre de zonas capilares tiene como consecuencia un aumento de la presión intraluminal, que sin la presencia de los pericitos genera una dilatación (microaneurisma) en la pared capilar, la representación de una microaneurisma se puede observar en la figura 3. Poder observar una microaneurisma significa que existe cierre capilar, si existe cierre capilar las paredes se debilitan y eventualmente se generan rupturas que a su vez dan como resultado hemorragias, ocasionando edemas.

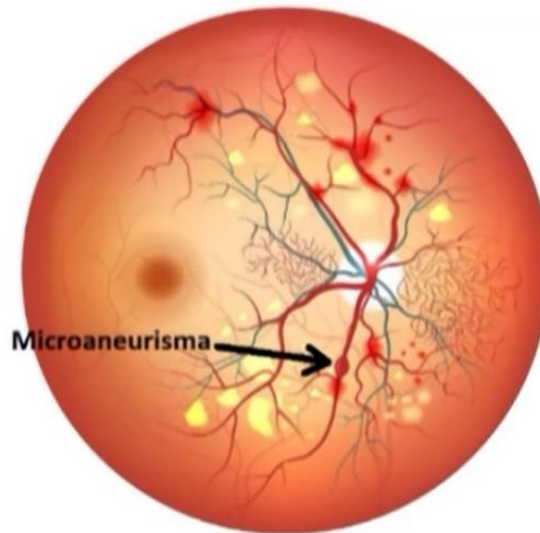


Fig. 3. Representación gráfica de la presencia de microaneurismas en el ojo humano. Extraída de [7].

Sin embargo, las paredes adyacentes cuentan con redes capilares que pueden retirar el líquido extravasado, pero el riesgo importante ocurre cuando el edema se genera en la mácula, dando como consecuencia edema macular, el cual es la causa más frecuente de pérdida visual en pacientes diabéticos con retinopatía [7].

Por otro lado si los edemas no ocurren en la macula no quiere decir que no exista peligro, ya que, si se siguen generando cierres en las zonas capilares, se manifiesta otro gran problema, como resultado del cierre de dichas zonas se aumenta la presencia de microaneurismas, este aumento de microaneurismas genera en la retina la liberación del factor de crecimiento vascular endotelial, y como las superficies en esta área son limitadas, este crecimiento deriva en el surgimiento de un edema en la retina. Si el edema generado es de tamaño importante, se da la oportunidad a la aparición de neovasos (nuevos vasos sanguíneos) entre la retina y el vítreo, estos neovasos eventualmente son sustituidos por tejido glial, el cual cuenta con características contráctiles que generan fuerzas de tracción sobre la retina hasta eventualmente desprenderla y terminar con la visión del paciente. Además, si las fuerzas aplicadas sobre la retina no logran su desprendimiento, los neovasos generados eventualmente colapsan, dando paso a hemorragias dentro del vítreo, teniendo igualmente como resultado la pérdida visual [11].

4.2.1 Retinopatía diabética en México

Para poder hablar de la retinopatía diabética en México, primero se tiene que tener contexto acerca del alto porcentaje de personas con esta enfermedad, debido a que la retinopatía diabética es una enfermedad consecuente de la diabetes. De acuerdo con la Encuesta Nacional de Salud y Nutrición en México (Ensanut) la prevalencia de la diabetes estimada en 2018 fue del 10.3%, y esta enfermedad representa el 15.7% del total de muertes en el país. Según la Ensanut, 54.5% de las personas con diabetes refiere una visión disminuida, 11.2% sufre daño en la retina y 9.95% perdió la vista [12].

Esta enfermedad crónica, en la que el cuerpo no es capaz de eliminar correctamente la glucosa, se presenta en aproximadamente 6 millones y medio de mujeres y 5 millones de hombres, lo que equivale al 10.3% y 8.4% de la población total en México respectivamente [41], [42]. Esta enfermedad, muy presente en la población mexicana, da como consecuencia una ocupación del 15.4% de todas las defunciones reportadas en el país [43] y es la primera casusa de defunciones entre personas de 45 a 64 años de edad. En la diabetes constantemente se presentan diversas complicaciones antes de presentar una consecuencia fatal, estas complicaciones son la principal causa de defunciones y la razón por la cual la calidad de vida de las personas se ve altamente reducida. Entre las más comunes se encuentran por ejemplo: hipoglucemia, hiperglucemia, acidosis láctica, nefropatía diabética, neuropatía diabética, cardiopatía isquémica, retinopatía diabética, entre otras.

En México la retinopatía diabética es la principal causa de ceguera monocular o binocular entre los 16 y 60 años. Las personas mayores de 60 años con diabetes tienen 1.5 veces mayor probabilidad de desarrollar ceguera a causa de esta enfermedad.

Esta enfermedad representa en el país la principal causa de ceguera y se estima que aproximadamente 2.3 millones de personas la padecen y un 31.5% del total de personas con diabetes en México tiene sintomatología leve o grave de retinopatía diabética. Esta enfermedad tiene un alto índice de presencia debido, en parte, a que no existe algún tipo de tratamiento preventivo que garantice la recuperación total de los pacientes. Los

tratamientos que actualmente se utilizan parten desde terapias con láser (fotocoagulación), medicamentos o intervenciones quirúrgicas. Estos tratamientos tienen como desventaja que solo se pueden utilizar en situaciones específicas, dependiendo de las condiciones de salud del paciente y del grado de avance en el que se encuentra la enfermedad, también dichos tratamientos no garantizan una completa recuperación de la vista [44]. Existen además múltiples factores que contribuyen a una rápida progresión del daño en este grupo de edad, como la hipertensión arterial no controlada, el tabaquismo, la proteinuria, la dislipidemia y la obesidad [13].

4.2.2 Aplicación actual de ultrasonido en Retinopatía Diabética

Las propiedades físicas de las ondas acústicas, han sido aplicadas en procedimientos diagnósticos y en tratamientos tanto preventivos como correctivos [14], [15]. En particular, para retinopatía diabética es posible obtener un diagnóstico vascular no invasivo, para así identificar, medir y diferenciar las arterias y venas oculares en condiciones normales o patológicas y obtener un diagnóstico médico. Las imágenes por ultrasonido se utilizan principalmente para el diagnóstico y seguimiento de múltiples afecciones oftalmológicas [16]. En la actualidad se utilizan transductores lineales de doble elemento para ultrasonido ocular, mediante técnicas de ultrasonido (ecografía) Doppler a frecuencias de entre 7.5 y 13 MHz.

Sin embargo, la aplicación de otras propiedades acústicas podrían ser útiles para tratamientos correctivos, ya que, se ha observado como en particular los diferentes fenómenos acústicos se pueden aplicar de diversas maneras para favorecer la salud, por lo que es importante conocer con más detalle las características de los fenómenos acústicos.

4.3 Ondas acústicas

El sonido se puede definir como cualquier disturbio vibratorio que se propaga a través de un medio, causando alteraciones en la presión del medio por donde se propaga [17]. Para el estudio de los fenómenos acústicos, la atención se centra en las alteraciones de las presiones, estas alteraciones se pueden detectar por instrumentos de captación programados a diferentes frecuencias, dependiendo de la aplicación que se le vaya a dar.

Las vibraciones que normalmente perciben los seres humanos como sonido, se encuentran en un rango de frecuencias de entre 20 Hz a 20 kHz, en donde 1 Hz es igual a 1 ciclo por segundo, en el rango por arriba de 20 kHz a las ondas acústicas se les conoce como ultrasonido y por debajo de 20 Hz son llamadas infrasonido [18].

Las ondas acústicas se propagan a través de diferentes medios, como ejemplo uno de los más estudiados: el aire, en donde gracias a diferentes estudios se pueden establecer que dependiendo de la presión, la temperatura y la densidad del medio, la velocidad de las ondas acústicas al viajar por el aire es de aproximadamente 320 m/s, este valor se calcula con la siguiente ecuación:

$$v = \sqrt{\gamma P / \rho} \quad (1)$$

En donde γ (constante adiabática del gas), $P =$ densidad del gas (kg/m^3) y $\rho =$ presión del gas (N/m^2), las ondas acústicas también se puede propagar en medios líquidos, como el agua en donde su velocidad de propagación, al igual que en el aire depende de la presión, temperatura y densidad, y da resultado aproximadamente 1500 m/s, se puede calcular con la ecuación:

$$v = \sqrt{B / \rho} \quad (2)$$

En donde B = módulo de compresibilidad (N/m^2) y ρ = presión del fluido (N/m^2). También se propaga por medios sólidos, en donde dependiendo de la densidad y la temperatura del sólido las características de propagación de las ondas acústicas cambian.

A los medios gaseosos y líquidos, se les da el nombre de medios fluidos, debido a que su comportamiento es muy similar. En los fluidos las ondas acústicas se propagan de manera longitudinal, esto quiere decir que se transmiten mediante desplazamientos longitudinales al impactar unas moléculas con otras, provocando variaciones en la densidad y sobre todo en la presión del fluido, lo que da lugar al término de presión acústica. Mientras que en los medios sólidos, las ondas acústicas se pueden propagar tanto de manera longitudinal como de manera transversal [19].

Las ondas acústicas tienen cuatro importantes características: frecuencia, longitud de onda, periodo y amplitud. La frecuencia (f) se puede definir como el número de oscilaciones, u ondas, por unidad de tiempo y su unidad de medida son los Hercios (Hz). La longitud de onda (λ) se define como la distancia entre dos puntos consecutivos con el mismo movimiento oscilatorio, su unidad de medida son los metros (m) y se calcula de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (3)$$

En donde v es igual a la velocidad de propagación.

El periodo de una onda acústica (T) se define como el intervalo de tiempo entre la emisión de dos ondas, se caracteriza por ser el inverso de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} \quad (4)$$

Y la amplitud es la desviación máxima en la oscilación relativa a la posición de equilibrio y su unidad de medida es en metros (m).

Durante la propagación de una onda acústica en un fluido, las partículas del medio están sujetos a desplazamientos tomando como punto de partida su posición inicial. La velocidad de estos desplazamientos se denomina velocidad propagación (v). Para ondas planas en un medio sin pérdidas (medio no atenuante), la presión acústica P y la velocidad de partículas v están relacionados entre sí, de la siguiente manera:

$$P = \rho c v = Z v \quad (5)$$

En donde, ρ corresponde a la densidad del medio en reposo (kg/m^3), c a la velocidad del sonido en el medio (m/s) y $Z = \rho \cdot c$ se denomina impedancia acústica específica [17].

Al modificar la frecuencia de las ondas acústicas, se pueden obtener ondas con diferentes características y comportamientos, que dan a paso a nuevas aplicaciones en diversas áreas, por ejemplo en el área de la medicina, el tipo de ondas acústicas con alta frecuencia (ondas ultrasónicas) son de mucha utilidad en distintos tipos de procedimientos y tratamientos [20].

4.3.1 Ultrasonido

El ultrasonido es un tipo de onda, en donde su propagación genera perturbaciones mecánicas a diferentes frecuencias, cuya frecuencia de vibración es mayor a los 20,000 ciclos por segundo, por ese motivo el oído humano no lo puede percibir. Las perturbaciones que generan las ondas ultrasónicas inducen desplazamiento de las partículas, las cuales se van transmitiendo paso a paso a través del medio. La interacción entre las partículas puede ser descrita usando una analogía mecánica del movimiento de un resorte. En particular, la ola de propagación depende de las propiedades elásticas intrínsecas del medio, así como de su densidad y de su masa [21].

Desde el punto de vista de su aplicabilidad en diversos campos, ofrece ciertas ventajas: puede ser dirigido como un haz, cumple las leyes de reflexión y refracción y puede ser reflejado por objetos de pequeño tamaño. Sin embargo, también tiene limitaciones: se propaga muy poco a través de medios gaseosos y la cantidad de energía acústica reflejada depende de las desigualdades acústicas del medio [22].

La energía transportada en una onda ultrasónica generalmente se mide con la intensidad acústica, que se define como la energía transmitida por unidad de tiempo y por unidad de área en dirección normal. La intensidad de una onda está relacionada con la presión acústica de la siguiente manera:

$$I = \frac{p^2}{2Z} \quad (6)$$

Donde, I es igual a la intensidad acústica medida en $W \times cm^{-2}$, p es la presión acústica y Z es la impedancia acústica [17].

El ultrasonido ha encontrado diversas aplicaciones en el campo de la medicina, desde aplicaciones para uso en imagenología, hasta su amplio uso en el área terapéutica

En el año 1949, fue cuando las ondas ultrasónicas se utilizaron por primera vez con fines médicos, utilizando una frecuencia de 2.5 MHz y mediante métodos de pulso-eco, fue posible detectar diferentes composiciones de materiales en el cuerpo. Posteriormente hasta el año de 1970, el ultrasonido médico tendría su auge en imagenología, cuando se lograron obtener las primeras imágenes anatómicas a escala de grises, a finales de esta década surgieron los primeros microcontroladores los cuales dieron paso a las primeras imágenes en tiempo real de alta resolución [35].

El avance del ultrasonido en imagenología ha avanzado hasta alcanzar el punto de ofrecer imágenes de alta resolución en 4D a color, presentes en las ecografías obstétricas que se realizan en neonatos, estas imágenes se obtienen gracias a la emisión de ondas ultrasónicas en diferentes ángulos y direcciones para después reconstruir toda la información en una sola imagen [3].

Gracias a las diferentes aplicaciones que se lograron implementar con ultrasonido, poco a poco se fueron descubriendo nuevas formas de aplicarlos a la medicina, no solamente para favorecer a la imagenología médica, sino también adaptándolo para poder aplicarse en terapias diatérmicas, técnicas quirúrgicas abrasivas y técnicas de flujo continuo (Efecto Doppler) [36].

En el área terapéutica, el ultrasonido ofrece diferentes ventajas, debido a su capacidad de inducir radiación térmica elevada, así incrementar la temperatura de alguna sección del cuerpo en específico y provocar estimulaciones a nivel celular y metabólico. El ultrasonido también puede estimular las células de algún tejido, generando vibraciones mecánicas, esto permite aumentar la elasticidad de las células y mejorar la movilidad [23].

Otro de los efectos ultrasónicos que se aprovechan en la medicina, es el efecto acústico de la cavitación. La cavitación acústica se genera debido a que pequeñas cantidades de vapor (o gas) del medio, entran en forma de burbujas, estas burbujas crecen durante un corto período hasta alcanzar un tamaño de equilibrio dependiendo de las frecuencias a la que se estén generando las ondas. Posteriormente, estas burbujas colapsan en sucesivos ciclos de compresión lo que provoca liberación energía y así inducir efectos químicos y mecánicos en el cuerpo [24].

Con las nuevas investigaciones desarrolladas en torno a las ondas ultrasónicas, se han ido descubriendo nuevas formas de focalizar la presión acústica generada, modificando principalmente la forma y los materiales de los transductores con los que se generan dichas ondas [25]. Las ondas ultrasónicas pueden tener diversos efectos cuando se aplican directamente al cuerpo humano, estos efectos se caracterizan principalmente por la frecuencia a la que se manejen y por los transductores de salida, que dependiendo de su forma, focalizan la presión acústica de diferentes maneras [26].

4.4 Transductores

Un transductor se define como un dispositivo capaz de transformar o convertir un determinado tipo de energía de entrada, en otra diferente a la salida.

4.4.1 Transductores ultrasónicos

En el caso de los transductores de ultrasonido, la energía ultrasónica se genera en el transductor que contiene cristales piezoeléctricos. Éstos poseen la capacidad de transformar la energía eléctrica en sonido y viceversa, de tal manera que el transductor actúa como emisor y receptor de ultrasonidos [27].

El titanato circonita de plomo (PZT) es una cerámica usada frecuentemente como cristal piezoeléctrico y constituye el alma del transductor; recientemente se desarrollaron polímeros piezoeléctricos como polivinilideno (PVDF) y trifluoroetileno (TrFE) que han demostrado ser útiles para la producción de frecuencias altas, mayores a 100 MHz [28].

Al transmitirse el impulso eléctrico a los cristales, éstos vibran de manera proporcional a la potencia de la electricidad dentro del transductor generando así ondas [25]. Los

componentes mínimos principales que debe contener un transductor para funcionar correctamente se muestran representados en la figura 4.

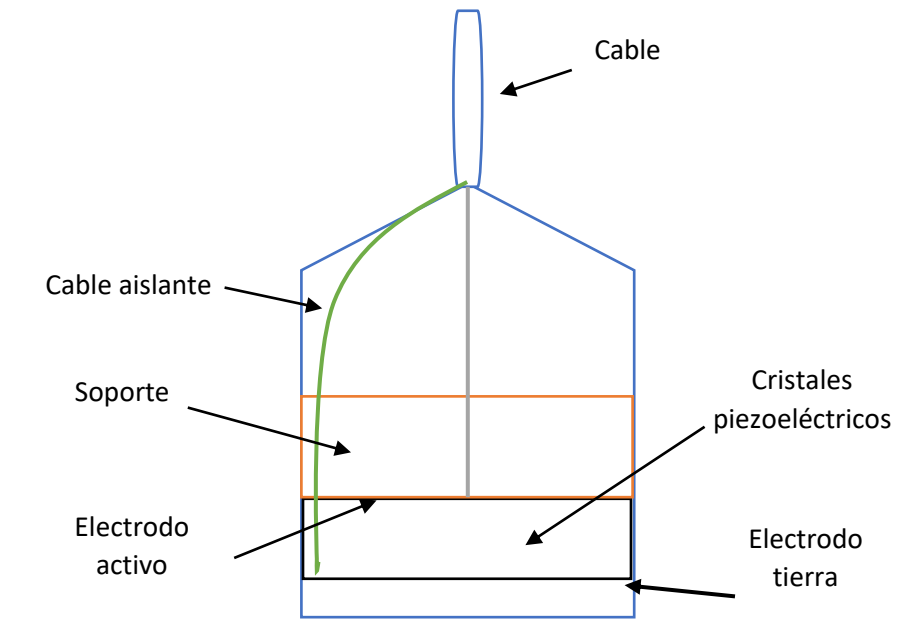


Fig. 4. Representación gráfica de un transductor ultrasónico plano.

Existen varios tipos de transductores que generan respuestas distintas al variar la forma en la que están dispuestos sus componentes. Los transductores convexos tienen una amplia propagación a distancia y los transductores lineales se caracterizan por tener un amplio plano de contacto, ideal para pequeñas estructuras, se componen de un número variable de cristales piezoeléctricos que se disponen de forma rectangular, se sitúan uno frente al otro y funcionan en grupos, de modo que al ser estimulados eléctricamente producen o emiten simultáneamente un haz ultrasónico [29].

Algunos ejemplos de tipos de transductores ultrasónicos son:

- Transductores de contacto:

Los transductores de contacto de elemento sencillo son transductores de ondas longitudinales diseñadas para usos generales en la inspección ultrasónica manual, donde los materiales de prueba son relativamente planos y uniformes.

- Transductores de haz angular:

Los transductores de haz angular son transductores de elemento sencillo o doble diseñados para inspección en soldadura o detección de fallas donde las fallas tienen una orientación angular con respecto a la superficie del material.

- Transductores de doble elemento:

Los transductores de contacto de doble elemento son transductores de onda longitudinal con el elemento dividido; una mitad funciona como un transmisor mientras que la otra funciona como un receptor. Cada mitad del elemento está ligeramente inclinada hacia el otro, formando un ángulo superior.

- Transductores de inmersión:

Los transductores de inmersión de un solo elemento son transductores que generan ondas longitudinales usadas típicamente en sistemas de barrido manual, semiautomático y automático. El barrido de partes con geometrías irregulares o complejas es posible debido a la columna de agua que se forma entre el transductor y el objeto.

- Transductores de arreglo de fase:

Los transductores de arreglo de fase funcionan por medio de disparo secuencial, con pequeñas diferencias en tiempo y de elementos individuales, en donde la onda frontal

ultrasónica puede ser focalizada o dirigida a una dirección específica. Pueden ser de tipo arreglos de fase anular, fase linear y fase curvo [27].

Utilizando las distintas características de los transductores: su forma, posición y acomodo, las ondas a determinadas frecuencias generan resultados de focalización completamente diferentes. Las ondas Bessel presentan un tipo de focalización característico y uniforme y son utilizadas tanto en aplicaciones de óptica y de acústica [30].

4.4.2 Ondas Bessel

Las ondas Bessel tienen como característica principal, ser del tipo de ondas que no se difractan al propagarse en un medio, en cambio su propagación se da sin una pérdida de energía significativa. En 1987, las ondas Bessel fueron estudiadas por primera vez por Durnin, y se han utilizado ampliamente en aplicaciones tanto en óptica, como en acústica.

En acústica, las ondas Bessel se utilizan generalmente en aplicaciones ultrasónicas, debido a que con su focalización y su profundidad de campo extendido, proporcionan un escaneo preciso de las ondas transmitidas. Además, su cualidad para no difractarse proporciona una muy buena resolución de imagen. También las ondas Bessel permiten penetrar profundamente en el volumen de una muestra, resistir las refracciones en entornos caóticos y proporcionar una resolución axial en comparación con diferentes tipos de onda, como por ejemplo las ondas Gaussianas.

Recientemente las ondas Bessel, han ganado mucho interés debido a sus propiedades distintivas para rotar y capturar partículas. Las ondas Bessel también se han empleado en fotopolimerización, así como en el procesamiento de materiales [31].

Las ondas Bessel se pueden representar utilizando un modelo matemático que relacione la ecuación de onda lineal con una función Bessel. Las funciones Bessel también son llamadas ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden o funciones cilíndricas y fueron ampliamente estudiadas por Friedrich W. Bessel en 1824. Para poder simular correctamente una onda Bessel, en el modelo matemático se tiene que utilizar la función Bessel de primera clase orden 0 (J_0), la cual tiene como característica representar una solución simétrica circular [32]. En la figura 5 se puede la función Bessel de primera clase orden 0, 1, 2, 3 y 4, expuestas en conjunto en una sola gráfica.

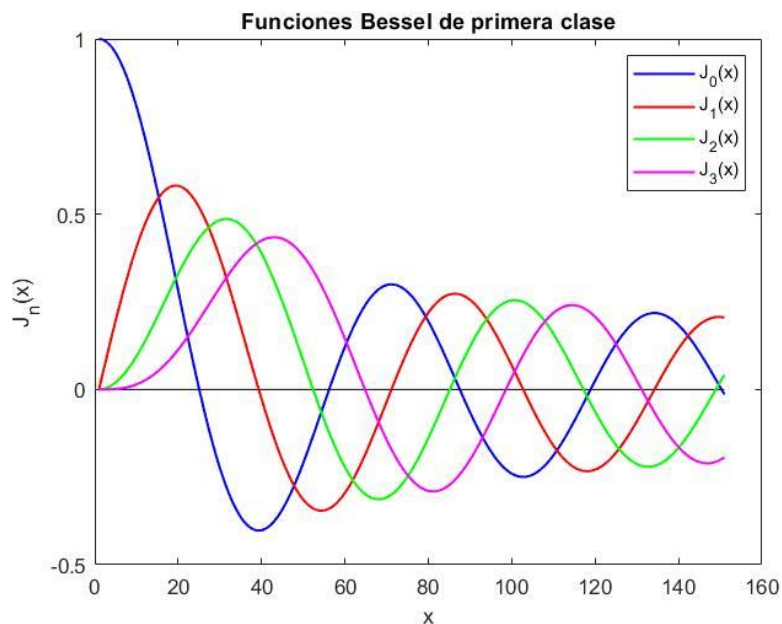


Fig. 5. Representación gráfica del conjunto de funciones Bessel de primera clase.

La función Bessel de primera clase orden cero se define de la siguiente manera:

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} \quad (7)$$

Y junto con la ecuación de onda lineal, se logra obtener el modelo matemático (ecuación 8) con el cual se puede a simular ondas Bessel.

$$p(r, z, t) = J_0(\alpha r) e^{j(\beta z - ft)} \quad (8)$$

En donde, r representa la distancia radial desde el origen, z es la distancia perpendicular a la distancia radial, t el tiempo y por último α y β son parámetros que se relacionan de la siguiente manera (ecuación 9) con el número de onda k :

$$\beta = \sqrt{k^2 - \alpha^2} \quad (9)$$

Donde, $k = f/c$, f es la frecuencia y c representa la velocidad del sonido en el medio [33].

Conforme se fueron estudiando más a fondo las ondas Bessel, se han ido descubriendo diferentes aplicaciones, como por ejemplo se han utilizado ondas Bessel para capturar partículas específicas en un medio controlado, esto se realiza con un haz fuertemente enfocado gracias a las propiedades de las ondas Bessel, para de esta manera capturar o rotar micro partículas dieléctricas (con índices refractivos altos y bajos) [30].

También en el área de ingeniería de materiales, es donde se aprovecha la capacidad no difractante de las ondas Bessel, para la formación de micro canales y fotopolimerizaciones en materiales transparentes como el vidrio. De esta manera se logra manufacturar piezas con especificaciones nanométricas, con el fin de ser utilizadas en diferentes áreas como la industria, la electrónica y la medicina.

Recientemente en el campo de las telecomunicaciones las ondas Bessel se han utilizado para transmitir información, específicamente en comunicaciones inalámbricas submarinas, en este tipo de aplicaciones, debido a la variación de temperaturas y la

salinidad del fondo marino, al hacer uso de las ondas Bessel, permite transmitir datos a altas velocidades sin interferencias [34].

En medicina han encontrado su aplicación en la tomografía de coherencia óptica, para obtener imágenes en corte transversal de la retina, el hígado, el estómago, el pulmón, el colon y de arterias dentro del cuerpo. Al aplicar ondas Bessel se pueden obtener imágenes con un rango de enfoque amplio, sin perder resolución [35].

Una de esas investigaciones desarrolladas por Zamboni-Rached en 2004, fue posible descubrir un tipo de onda con características distintas que se derivaban de las ondas Bessel. Estas investigaciones descubrieron que al superponer ondas Bessel a una misma dirección de propagación y con una misma frecuencia, se podía controlar la intensidad de las ondas en una ubicación determinada, a lo largo de la misma dirección de propagación [5], [36].

Recientemente se han realizado investigaciones para aplicar la focalización controlada con transductores anulares de arreglo de fases (phase arrays) en el campo de la medicina, específicamente donde se pueda inducir presión acústica a diferentes frecuencias dependiendo de la aplicación, como por ejemplo en terapias diatérmicas, hipertérmicas y ablación de tejido, pero hasta el momento solo se han realizado investigaciones sobre su correcto modelado [37].

Aunque las primeras aplicaciones se realizaron en el campo de la óptica, en el campo de la acústica, este tipo de ondas nos ayudan a entender cómo se transmite la onda si se modifica la cantidad y la posición de los transductores de salida, obteniendo así un tipo de onda diferente, en donde al variar la amplitud y el foco de radiación, se obtiene una focalización de campo que puede ser de utilidad en diferentes aplicaciones e incluso dar paso a nuevos tipos de ondas, como por ejemplo las ondas de focalización controlada [20], [38].

4.4.3 Ondas de focalización controlada

Las ondas de focalización controlada se obtienen gracias a la superposición de ondas Bessel, recientemente se han descubierto nuevas interacciones acústicas que se presentan cuando se superponen sumando o integrando ondas Bessel, ya sea cada onda Bessel a la misma frecuencia o a diferentes frecuencias y también en el caso con igual o diferentes números de onda [39].

Este tipo de ondas tienen la propiedad de poder focalizar la presión acústica generada en un solo punto específico y con un amplio rango de propagación. Logran esta cualidad gracias a que aprovechan las características constructivas y destructivas de las ondas, para de esta manera generar un campo acústico constante que permanece estático en el espacio [40].

Se representan matemáticamente como la suma o la integración de ondas Bessel, si se toma la ecuación 6 correspondiente a la representación matemática de ondas Bessel, las ondas de focalización controlada quedarían representadas de la siguiente manera

$$p(r, z) = \int_{-B_{\max}}^{B_{\max}} d\beta A(\beta) J_0(\alpha r) \quad (10)$$

En donde, r corresponde a la distancia radial desde el origen, z representa la distancia perpendicular a la distancia radial, α y β son parámetros que se relacionan con el número de onda k (ecuación 11). A su vez, $A(\beta)$ representa la función espectral y B_{\max} es igual a:

$$B_{\max} = k - Q \quad (11)$$

Y por último, Q corresponde a la constante que limita la propagación a lo largo del eje y y z respeta la condición: [4].

$$0.5k \leq Q \leq k \quad (12)$$

Para el estudio de las características y los efectos que generan las ondas de focalización directa, es necesario la utilización de arreglos de transductores específicos. Debido a que en las investigaciones que se han realizado con las ondas Bessel, existen diferentes arreglos de transductores que se pueden utilizar para lograr un correcto modelado de las ondas, siempre y cuando se aseguren parámetros importantes como la forma de los transductores y su posicionamiento [41].

Las ondas de focalización controlada requieren de ciertos parámetros específicos, los cuales son de suma importancia si se quiere obtener un modelo que genere este tipo de ondas de manera correcta. El *kerf* o distancia de separación entre transductores representa un parámetro importante, debido a que este tipo de ondas dependen en gran medida de la interacción acústica que se genera en cada transductor individualmente, por lo que se debe de buscar, no solo una correcta colocación de cada transductor sino también, un número total de transductores que permita obtener los resultados deseados [42].

Así mismo, se debe de tener muy en cuenta el valor que se vaya a utilizar tanto en la frecuencia como en la restricción de propagación, ya que, dependiendo de la aplicación, el medio en el que se propaguen las ondas será diferente y dichos valores deben ser ajustados para permitir una correcta propagación de las ondas [40].

5 Materiales y métodos

5.1 Modelado de Ondas Bessel

Para poder obtener una propagación adecuada de las ondas, se deben tener en cuenta diferentes factores, como el número de transductores de arreglo es fase, la amplitud de la onda y su frecuencia, a parte de estos parámetros, se debe tener en cuenta uno muy importante, el cual es la distancia de separación entre transductores, denominada como *kerf*. En esta sección el objetivo es encontrar un valor de *kerf* que permita modelar una onda Bessel sin mayor alteración, para realizar esto, se modeló una onda Bessel a partir de su representación matemática y se analizó la propagación de las ondas acústicas en 4 modelos virtuales con diferente valor de *kerf*, para así obtener un valor de *kerf* que cumpla con el objetivo.

La importancia de encontrar un valor óptimo para el *kerf*, radica en dos importantes situaciones, la primera es que entre menos sea la distancia de separación entre los transductores, las vibraciones acústicas y mecánicas que produce cada uno de ellos, se transmiten entre sí, provocando de esta manera alteraciones en las propagaciones de las ondas que generan, y por el contrario una amplia separación entre transductores presentan interferencias, debido a que las ondas generadas no pueden interactuar entre sí de una correcta manera, por lo que se busca encontrar una separación ideal entre transductores que permita obtener un resultado óptimo en las ondas Bessel y por consiguiente un correcto modelado para la focalización controlada [41].

Para encontrar un valor de *kerf* que permita generar ondas Bessel de una manera correcta, primero es necesario obtener un modelo virtual que simule el comportamiento de dichas ondas. El modelo utilizado para simular este tipo de ondas, utilizó un arreglo de 10 transductores en fase con forma de anillo. Dichos transductores cuentan con radio interior r^- y un radio exterior r^+ , los cuales fueron colocados sobre un eje r , como se puede observar en la figura 6. De esta manera se puede variar el valor del radio interior

r^- o *kerf* y conformar distintos arreglos de transductores, dependiendo de la validez de los resultados.

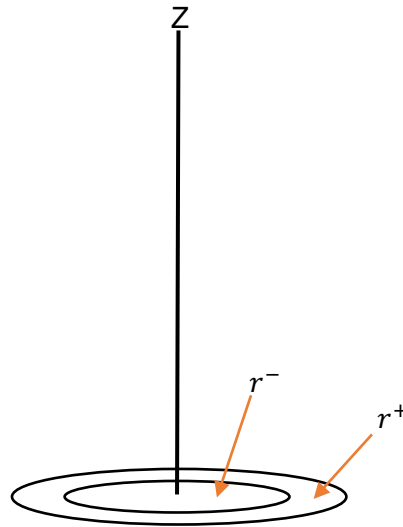


Fig. 6. Representación gráfica de un transductor anular de arreglo de fases con sus respectivos radios (radio exterior - r^+ , radio interior - r^-).

Para obtener un modelo manipulable de la ecuación de ondas Bessel con el cual se puedan trabajar las simulaciones, se utilizó el programa computacional MATLAB, donde se graficó la función Bessel de primera clase orden cero con una longitud máxima total de 2 cm, se definió esta longitud máxima total, debido a que corresponde aproximadamente con la longitud del diámetro transversal del ojo humano.

Esta gráfica de la función Bessel, se dividió en 10, correspondiendo con el arreglo de 10 transductores en forma de anillo que se utilizó. De esta manera, se calcularon las presiones promedio en cada una de las amplitudes máximas, las cuales correspondieron a cada uno de los 10 transductores previamente definidos para así obtener un valor individual de amplitud.

Se realizaron 4 variaciones del modelo, cada uno con un valor de *kerf* diferente, en estas variaciones de ondas Bessel se buscó modificar el valor del *kerf*, hasta encontrar un valor

óptimo que no alterara los resultados finales, ya sea por interferencias acústicas debido a una poca separación entre transductores o caso contrario, por una incorrecta interacción entre ondas, debido a una amplia separación. Las diferentes variaciones se realizaron en un modelo de forma axial - 2D (figura 7), programando los parámetros de propagación de onda, de modo que las presiones acústicas se expandan a lo largo de un área rectangular de 50x50 mm, utilizando como medio de propagación el agua y a una frecuencia de 1 MHz. Las paredes 1 y 2 cuentan con una impedancia acústica similar a la del agua.

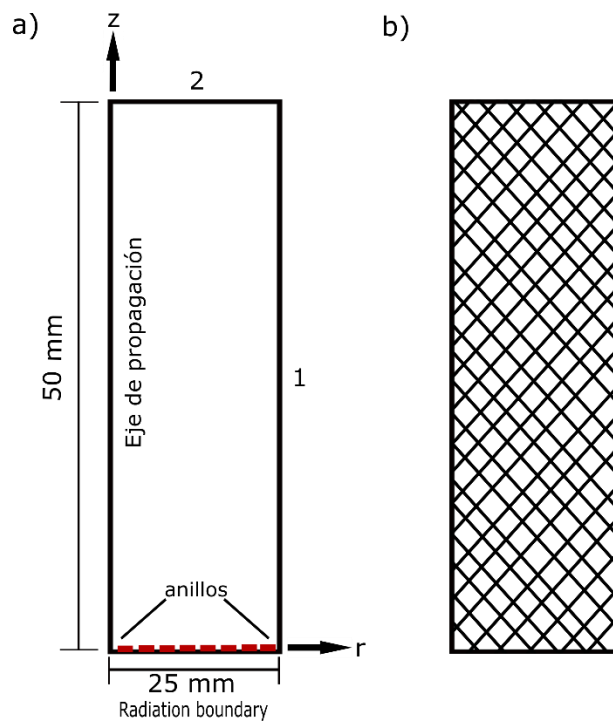


Fig. 7. (a) Modelo computacional, (b) representación de mallado para el modelo computacional.

Los parámetros físicos para las simulaciones que se llevaron a cabo en cada variación estuvieron determinados por una distribución de presión en agua, asumiendo una geometría en forma 2D asimétrica y resolviendo la siguiente ecuación de onda armónica para medios sin pérdida:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (13)$$

Las simulaciones de las variaciones del modelo se realizaron utilizando el programa computacional COMSOL Multiphysics 5.4 (Licencia del Instituto Nacional de Rehabilitación LGII), el cual es un software de análisis y resolución por elementos finitos. Las simulaciones se llevaron a cabo en una computadora de 8 núcleos, procesador de 3 GHz y 64 Gb de RAM (Dell, Round Rock, TX, USA). Nos obstante, por los requisitos del modelo, se pudo haber usado una computadora con menores requerimientos.

Para la primera variación del modelo se definió el siguiente arreglo de 10 transductores en fase: $r^+ = \textit{kerf} = 0.001\text{mm}$ y $r^- = 2\text{mm}$, este fue el caso ideal en donde se tenía la mínima separación entre los anillos para así emular una onda Bessel continua. Para las siguientes variaciones, esta fue la variación referencia con el cual posteriormente se compararían los resultados para así obtener un valor de *kerf* que nos permita avanzar a las siguientes aplicaciones.

En la segunda variación del modelo se definió el siguiente arreglo de transductores en fase: $r^+ = \textit{kerf} = 0.01\text{mm}$ y $r^- = 2\text{mm}$, en esta segunda variación se incrementó considerablemente el valor del *kerf* y se buscó averiguar qué tanta alteración se produce al cambiar el valor del *kerf* con respecto a la primera variación, a pesar de que aún se estén manejando valores relativamente reducidos.

En la tercera variación del modelo se definió un arreglo de transductores con $r^+ = \textit{kerf} = 0.2\text{mm}$ y $r^- = 1.82\text{mm}$, en esta variación se continuó con el patrón de ampliación del valor del *kerf*, aunque en este caso se tuvo que reducir ligeramente la distancia del radio interno de los transductores debido a que la distancia radial debía permanecer constante, para satisfacer correctamente el modelo de onda Bessel propuesto. Con esta variación se pudo observar el efecto que genera un *kerf* de mayor valor en la simulación de una onda Bessel, teniendo como consecuencia modificar el valor del radio interno de los transductores.

Por último, se realizó una cuarta variación del modelo con un arreglo de transductores que sigue las siguientes características: $r^+ = \text{kerf} = 0.5\text{mm}$ y $r^- = 1.55\text{mm}$, con esta última variación se pretendió observar una amplia alteración en la onda Bessel, debido a que el valor del *kerf* se encuentra muy elevado y el radio interno de los transductores presentan una gran alteración.

Con los resultados de las cuatro variaciones, se realizó una comparación entre la primera variación ideal y las otras tres variaciones realizadas, para así observar como la onda Bessel puede irse alterando dependiendo del valor de *kerf* que se utilice. Para realizar esta comparación se calculó el error relativo, sobre el conjunto de puntos que van desde el punto (0,0) hasta el punto (0,50) y se tomó como el valor de *kerf* óptimo, aquel modelo que presentara el menor error.

Como se mencionó, en la práctica se tiene que tener en cuenta las interacciones que suceden entre los transductores cuando existe poca separación entre estos, debido a esto y a los resultados que se obtuvieron de los modelos, se tomó como valor de *kerf* igual a 0.01 mm o 10 μm , ya que con este valor de *kerf* existe una diferencia mínima con respecto a una onda Bessel continua y en la práctica resultará más sencillo fabricar transductores con dichas especificaciones.

5.2 Generación de focos controlados

Para realizar simulaciones y focalizar dinámicamente las ondas aplicadas a un modelo bidimensional del ojo, primero se hizo una investigación acerca del número ideal de transductores que se van a utilizar, debido a que si se realizan las simulaciones con un número de transductores que no sea el suficiente para lograr la focalización requerida, los resultados correctos nunca se verán reflejados, y en su contra si se utiliza un número muy grande de transductores es posible que se vea afectada su viabilidad práctica debido a la limitante de que los transductores deben de ubicarse en una sola área y al

haber un mayor número de transductores, la única solución es su reducción de tamaño, lo que aumenta significativamente el costo de su manufactura e incluso impide el propio desarrollo de transductores con tamaños muy reducidos.

Lo primero que se realizó, fue la obtención de un modelo matemático que representara el comportamiento de estas ondas, posteriormente se realizó un modelo virtual. En este modelo virtual, se fue variando el número total de transductores, empezando por un solo transductor continuo y continuando con discretizaciones de 10, 20, 30, 40 y 50 transductores, de esta manera se analizó la propagación acústica que presentaron cada uno de los modelos para al final compararlos y elegir el que cumpliera con las características requeridas.

En estas simulaciones para poder obtener la función que modele las ondas de focalización controlada, se obtuvo la transformada de Fourier de una función discretizada que defina el comportamiento de la señal acústica que se quiere modelar, en esta caso se utilizaron dos funciones escalón desplazadas diferentes puntos F_z , para de esta manera modelar una señal cuadrada que genere un área específica de focalización y poder analizar de una mejor manera los resultados.

$$F_z = u(z - Z_{p1}) - u(z - Z_{p2}); \quad (14)$$

En donde, u corresponde a la función escalón Heaviside, Z_{p1} y Z_{p2} son las constantes que definen el área de focalización acústica. Teniendo como restricciones:

$$Z_{p1} < Z_{p2}; \quad (15)$$

$$Z_{p2} - Z_{p1} \approx \frac{L}{2}; \quad (16)$$

En esta última restricción, L se refiere a la máxima propagación a lo largo del eje z , en donde se pueden generar las ondas focalizadas.

Siguiendo la metodología descrita en Dartora para un modo similar de ondas [4], al resolver la transformada de Fourier de la ecuación 14 que se definió:

$$F\{F_z\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_z e^{-j\beta z} dz; \quad (17)$$

Se obtiene $F(\beta)$ al resolver la ecuación 17:

$$F(\beta) = \frac{e^{-j\beta z_{p1}}}{j\beta} - \frac{e^{-j\beta z_{p2}}}{j\beta}; \quad (18)$$

Esta ecuación $F(\beta)$ representa la solución para los casos continuos (transductores de amplitud completa) y discretos (arreglo concatenado de anillos o arreglo de fases) que se utilizarán en la siguiente función F_{ap} , y que junto con la función Bessel de primer orden $J(\alpha r)$, logran la focalización deseada. A esta última función se le conoce como función de apodización (F_{ap}), de donde se obtienen los valores de amplitud y fase que se establecen para cada transductor [4].

$$F_{ap} = \int_{-\beta_{\max}}^{\beta_{\max}} F(\beta) J_0(\alpha r) d\beta; \quad (19)$$

En donde $\alpha = \sqrt{k^2 - (Q + \beta)^2}$, β es una variable que viene de la transformación $k = Q + \beta$ y Q es una contante positiva igual a $Q = 0.99 * k$ que restringe la propagación

máxima a lo largo del eje z. Por último $\beta_{\max} = k - Q$, donde k es igual al número de onda ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

Como se había mencionado, a partir de los resultados obtenidos de los modelos de ondas Bessel, se decidió utilizar el kerf de 0.01 mm, ya que este resultó con un error casi nulo con respecto a la onda original y además lo más importante, en la práctica se pueden generar transductores con dicha separación.

El objetivo de estos modelos es obtener el número óptimo de transductores a utilizar, lo primero que se necesitó fue de un modelo computacional donde se pudieran realizar las simulaciones acústicas. En estos modelos, las ondas de focalización controlada se modelaron con los siguientes valores de Z_p : $Z_p = 40\text{mm}$ y $Z_p = 60\text{mm}$. Los valores Z_p se definieron de esta manera para así poder generar una focalización acústica a lo largo del eje z aproximadamente en el centro del modelo, el cual fue una base rectangular 2D de 20x100 mm, siendo $L=100$ mm debido a la restricción $Z_{p2} - Z_{p1} \approx \frac{L}{2}$ y al rango máximo de propagación establecido por las dimensiones del modelo. De esta manera se tuvo como zona de focalización acústica, el área definida entre los puntos (0,40) y (0,60).

En el modelo computacional se utilizó como medio de propagación el agua, se eligió este líquido debido a que tiene similitudes en sus propiedades físicas con el líquido que se encuentra dentro y alrededor del ojo. Las paredes 1 y 2 cuentan con una impedancia acústica similar a la del agua (figura 8) y la propagación acústica se da desde el eje $r=0$, justo en la ubicación donde se colocaron las diferentes cantidades de anillos.

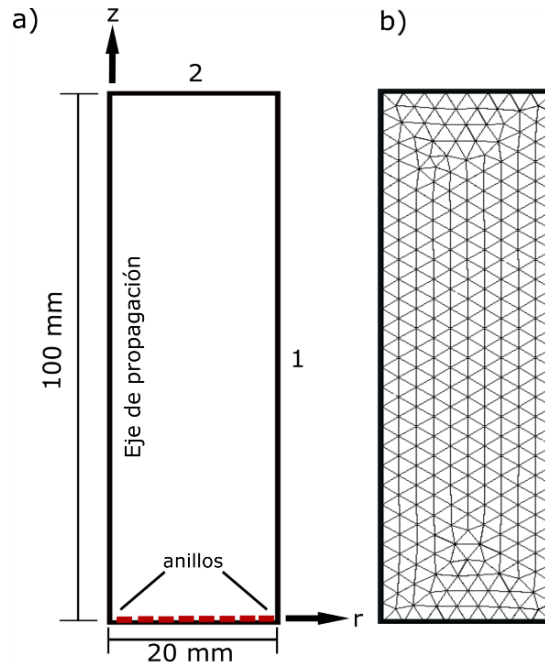


Fig. 8. (a) Modelo computacional, (b) representación de mallado para el modelo computacional.

Los parámetros físicos para las simulaciones que se llevaron a cabo en estos modelos, fueron muy similares a los que se llevaron a cabo en los modelos de ondas Bessel, estos parámetros estuvieron determinados por una distribución de presión en agua, asumiendo una geometría en forma 2D asimétrica y resolviendo la siguiente ecuación de onda armónica para medios sin pérdida:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (20)$$

Esta vez se estableció una frecuencia acústica de 3 Mhz y se aplicó un mallado triangular al modelo de tamaño $\frac{1}{3}\lambda$ (λ es igual a la longitud de onda total en un ciclo) y resultando en 196,000 elementos.

Se realizaron 6 simulaciones utilizando un caso ideal de señal continua como referencia. A la señal continua de referencia modelada a lo largo de un solo transductor continuo,

se le realizaron discretizaciones con 10, 20, 30, 40 y 50 anillos transductores, para encontrar la cantidad de transductores óptima que se pueda aplicar a un modelo de ojo bidimensional. Se eligió 10 transductores como número mínimo de discretización, debido a que fue el mismo número de transductores que se estuvo utilizando en los modelos con ondas Bessel y en los cuales se logró una buena representación de dichas ondas.

Por el contrario, se eligió 50 transductores como número máximo de discretización debido a que a partir de esta cantidad de transductores, el radio interno de cada transductor se reduce significativamente debido a que para asegurar el correcto modelado, se tiene que mantener el valor del *kerf* óptimo constante, y como consecuencia se empiezan a presentar complicaciones en la manufactura del diseño para la aplicación de ondas acústicas a lo largo de la cavidad ocular. Se espera que entre mayor sea la cantidad de transductores, la señal discretizada que se genere, se asemeje cada vez más a la de la señal continua, es aquí donde se busca encontrar el balance entre una discretización que arroje resultados óptimos y un número mínimo de transductores anulares que favorezcan la practicidad.

Por último, con los resultados obtenidos de los modelos de onda focalizada, se graficaron los valores de las presiones acústicas que se registraron a lo largo del eje z, desde el punto (0,0) al punto (0,100). De esta manera, al igual que con los datos obtenidos en las ondas Bessel, se obtuvo el error relativo que presentaron cada uno de los 5 modelos discretizados, al compararlos con el resultado de focalización ideal con señal continua.

Al tomar como factores de decisión la representación óptima de la señal continua y el menor número posible de transductores. Se pudo obtener la configuración de 20 transductores que se utilizó en el modelo ocular para generar correctamente ondas de focalización controlada.

Con los resultados obtenidos de los modelos de ondas Bessel y de las simulaciones con focalización controlada, se obtuvieron dos parámetros importantes: la distancia del valor del *kerf* de 0.01 mm que permite modelar ondas Bessel sin alteraciones y un número de 20 anillos transductores en arreglo de fase, sin comprometer su asequibilidad, debido a que en la práctica se pueden generar transductores con dicha separación. Estos dos parámetros nos permiten avanzar hacia la aplicación de focalización controlada a un

modelo bidimensional del ojo, teniendo como objetivo generar focos de presión acústica específicamente en la región de la retina, evitando a toda que se focalicen las presiones acústicas en el área del cristalino.

5.3 Focalización controlada en modelo ocular

En esta sección, primero se obtuvo el modelo matemático que representara correctamente las ondas de focalización controlada que se requerían generar, posteriormente se realizó un modelo virtual del ojo, con sus respectivas características y se construyó un modelo donde se pudiera analizar el comportamiento de la propagación acústica generada, por último se analizaron los resultados que se generaron al variar los parámetros determinantes en cada simulación, hasta obtener el mejor resultado de focalización.

Para poder generar nuevamente una focalización acústica, pero en esta ocasión aplicadas a un modelo virtual del ojo humano, se utilizó el mismo modelo matemático, pero con la importante diferencia de que el punto de focalización ya no será un área entre dos puntos Z_p predefinidos, sino que ahora el área de focalización estará definida solamente por un punto Z_p .

Este cambio fue realizado debido a que ya no se busca analizar la diferencia entre una focalización con señal continua y sus discretizaciones, en donde se modelaba un área cuadrada relativamente grande para de esta manera poder analizar de mejor manera las presiones acústicas generadas. En cambio, en este nuevo modelo la focalización tiene como objetivo inducir presiones acústicas solamente en un área seccionada, el área donde se encuentra la retina. Así, al establecer en el modelo un solo punto Z_p , se asegura que las presiones acústicas no se dispersen hacia otras áreas y que por el contrario se concentren lo mejor posible en el punto que se predefina.

En este modelo la transformada de Fourier utilizada, fue definida solamente por una función escalón desplazada (F_w) hacia un punto Z_p , el cual fue el punto en donde se quiera generar la mayor cantidad de presión acústica.

$$F_w = u(z - Z_p) \quad (21)$$

En la ecuación 21, u corresponde a la función escalón Heaviside y Z_p es la constante que define el punto de focalización acústica. Al resolver la transformada de Fourier de la ecuación 22 que se definió:

$$F\{F_w\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_w e^{-j\beta z} dz \quad (22)$$

Se obtiene la función ($F_w(\beta)$) que se aplicará al modelo en ojo:

$$F_w(\beta) = \frac{e^{-j\beta Z_p}}{j\beta} \quad (23)$$

Al juntar la ecuación 23 obtenida ($F_w(\beta)$) con la función Bessel de primer orden $J(ar)$ que se ha estado manejando, y utilizando los valores óptimos del valor de $kerf$ y el número de anillos transductores que se han obtenido, se pueden aplicar todos estos parámetros a la nueva función de apodización que modelará las ondas de focalización controlada:

$$F_{apw} = \int_{-\beta_{max}}^{\beta_{max}} F_w(\beta) J_0(\alpha r) d\beta \quad (24)$$

Esta última ecuación (ecuación 24) cuenta con las mismas variables y los mismos parámetros que se utilizaron en la anterior ecuación 17, donde el único diferenciador entre ambas se encuentra en $F_w(\beta)$

Es por lo anterior mencionado que las variables de la ecuación 22 quedan de la siguiente manera, en donde: $\alpha = \sqrt{k^2 - (Q + \beta)^2}$, β es una variable que proviene de la transformación $k=Q+\beta$, Q es una constante positiva dentro del rango de $0.5k < Q < k$ que restringe la propagación máxima a lo largo del eje z y por último $\beta_{\max} = k - Q$, donde k es igual al número de onda ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

Las simulaciones se llevaron a cabo alrededor de un modelo bidimensional a escala del ojo, en donde se incluyeron las partes anatómicas más importantes, con sus respectivas características de interacción acústica, como densidades y velocidades de propagación acústica, para de esta manera buscar obtener resultados que más se asemejen a la realidad.

Para realizar el modelo a escala del ojo, se tomaron como base las medidas de un dibujo a escala de una sección transversal del ojo, de Light & Vision por Mueller & Rudolph [21]. El modelo a escala del ojo (figura 9) fue desarrollado sobre la vista anatómica coronal y contiene las siguientes medidas específicas en milímetros: Grosor de la córnea = 0.449 mm, grosor del cristalino = 4.979 mm, distancia de córnea a cristalino = 2.794 mm, radio frente cornea = 7.259 mm, radio atrás cornea = 5.585 mm, radio frente cristalino = 8.672 mm, radio atrás cristalino = 6.328 mm, distancia desde la superficie frontal de la córnea a la retina = 24 mm.

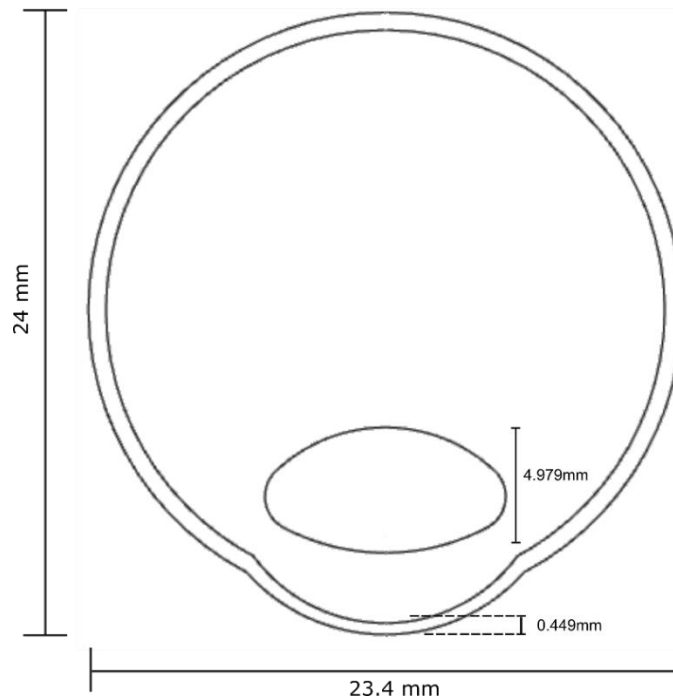


Fig. 9. Representación visual del modelo a escala virtual del ojo.

A parte de un modelo ocular que se asemejara en medidas a uno real, fue importante definir las principales propiedades anatómicas con las que cuenta cada estructura, tanto en su interior como en su conformación. De esta manera, gracias a las ventajas que nos proporciona el programa computacional COMSOL Multiphysics, fue definida la velocidad de propagación del sonido en diferentes secciones del modelo, así como también su densidad, las propiedades que se establecieron se muestran en la tabla 1:

Tabla 1. Parámetros físicos de las estructuras internas del modelo virtual del ojo [39].

Coroides	Densidad = $1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
	Velocidad del sonido = 1550 m/s
Cristalino	Densidad = $1300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
	Velocidad del sonido = 2000 m/s

Humor	Densidad = $1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
	Velocidad del sonido = 1550 m/s

Con el modelo virtual del ojo, el siguiente paso fue construir un espacio virtual en donde se pudieran realizar las simulaciones acústicas, en este caso, el procedimiento fue sumergir el modelo del ojo en un área rectangular de 44x40 mm llena de agua, esto para tener un punto de colocación para los 20 anillos transductores de radio interno igual a 1 mm con un valor de *kerf* igual a 0.01 mm, los cuales fueron colocados sobre la parte inferior del área cuadrada, para así propagar las ondas acústicas y ver cómo interactúan entre sí, hasta lograr irradiar el área posterior del ojo (figura 10). Precisando la mayor parte de la radiación acústica sobre la retina, como lo marca el objetivo.

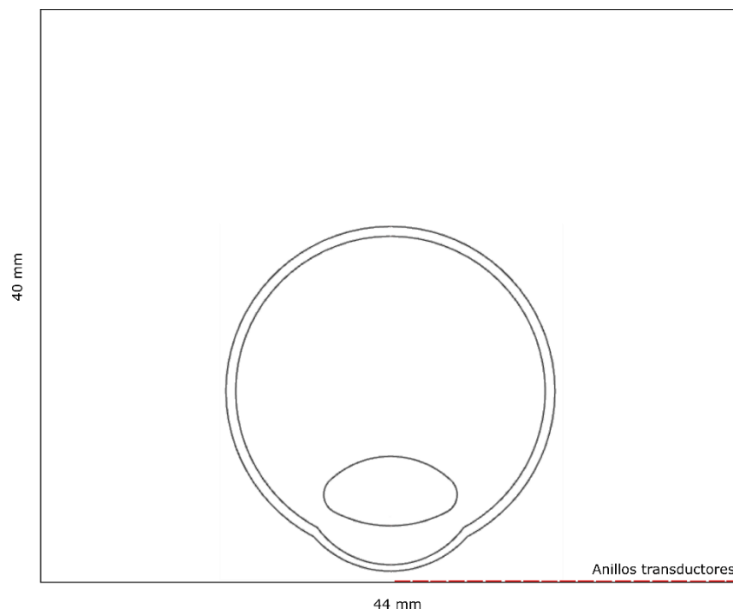


Fig. 10. Representación visual del modelo a escala virtual del ojo inmerso en el área rectangular llena de agua con los transductores posicionados.

En el modelo computacional se utilizaron como medios de propagación, las distintas propiedades físicas de estructuras anatómicas preestablecidas del ojo (coroides,

cristalino, humor), así como las propiedades de propagación acústica del agua, en donde las paredes 1 y 2 de la figura 10 cuentan con una impedancia acústica similar a la de este líquido.

Los parámetros físicos para las simulaciones que se llevaron a cabo en estos modelos, fueron muy similares a los que se llevaron a cabo en los modelos de ondas con focalización controlada, estos parámetros estuvieron determinados por las distintas distribuciones acústicas, dependiendo del medio que atravesarían, asumiendo una geometría en forma 2D asimétrica (figura 11). Por último, al modelo computacional se le fue aplicado un mallado triangular de tamaño específico, debido a que el valor de la frecuencia no es constante, resultando en 210,847 elementos.

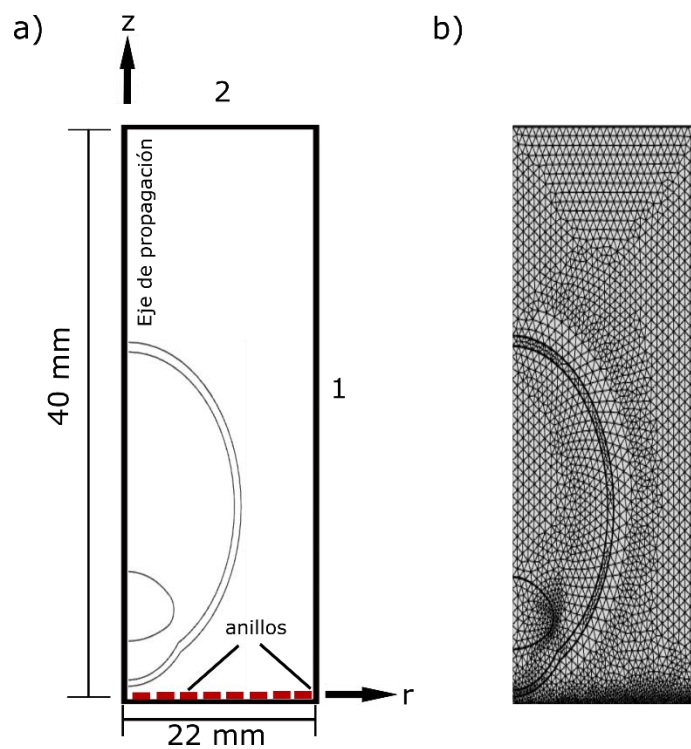


Fig. 11. (a) Modelo computacional del ojo, (b) representación de mallado para el modelo computacional del ojo.

Para encontrar la mejor focalización de ondas acústicas exclusivamente en la retina, fue necesario definir un valor de Z_p igual a 0.02099, ya que en el modelo computacional esta

es la distancia a la cual se encuentra el área de la retina. Posteriormente, se tuvieron que realizar diferentes simulaciones variando los parámetros modificables dentro del modelo, afortunadamente dentro del modelo los parámetros que podían variar fueron solamente el valor de la frecuencia y el valor del parámetro que restringe la propagación (Q) respetando su restricción ($0.5k < Q < k$), esto redujo en gran medida el número de simulaciones que se tuvieron que realizar para encontrar la mejor focalización.

El procedimiento para encontrar los valores que nos permitieron obtener un resultado óptimo, fue el de realizar diferentes simulaciones, primero iterando con el valor de la frecuencia hasta encontrar el resultado con menor presión acústica en la región del cristalino y mayor presión acústica en el área de la retina, se tomó la decisión de iterar primero el valor de la frecuencia debido a que al modificar este parámetro, se presentaban cambios significativos en la simulación, en contra de solamente modificar el valor de Q a una sola frecuencia. Posteriormente, ya con el valor de frecuencia, lo siguiente a realizar fue la modificación del valor de Q y repetir el mismo procedimiento, realizar diferentes simulaciones a la misma frecuencia pero esta vez iterando el valor de Q hasta encontrar nuevamente el mejor resultado.

Los resultados de los modelos realizados, se analizaron graficando el conjunto de puntos a lo largo del eje z que van desde el punto (0,0) hasta el punto (0,40), tomando en cuenta las presiones acústicas que se generaban en la zona de la retina definida entre los puntos (0,4) y (0,9) al igual que en la zona del cristalino definida entre los puntos (0,22) y (0,24). Buscando obtener presiones acústicas mínimas en la zona del cristalino y una alta focalización de presión acústica a lo largo del área de la retina.

6 Resultados y discusión

6.1 Modelado de Ondas Bessel

Al graficar la ecuación de onda lineal ondas Bessel, definida con 10 transductores y con una distancia radial $r=20$ mm (Figura 12), se calcularon las presiones promedio en cada una de las amplitudes máximas, las cuales corresponden a la distancia de cada uno de los 10 transductores previamente definidos.

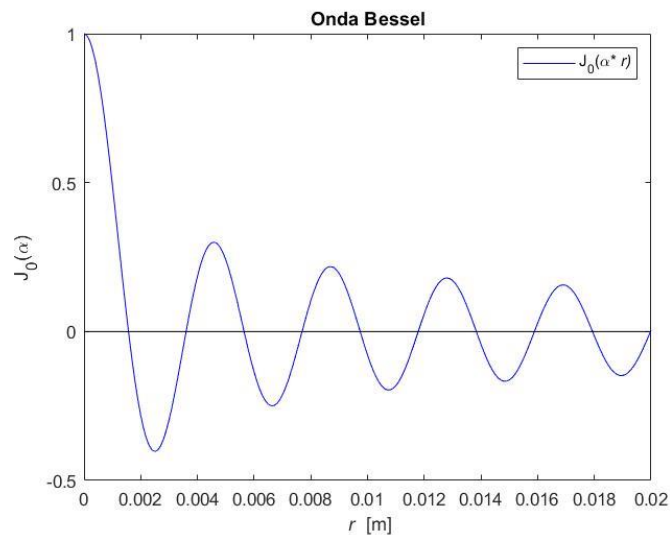


Fig. 12. Gráfica de onda Bessel con $r=20$ mm.

Para definir las amplitudes de las presiones acústicas de los transductores que se establecerían en las diferentes variaciones, se tomaron como punto de partida los datos de la gráfica de la figura 12, de donde se calcularon los valores promedio de las presiones presentes en el intervalo de cada una de las amplitudes máximas (figura 13).

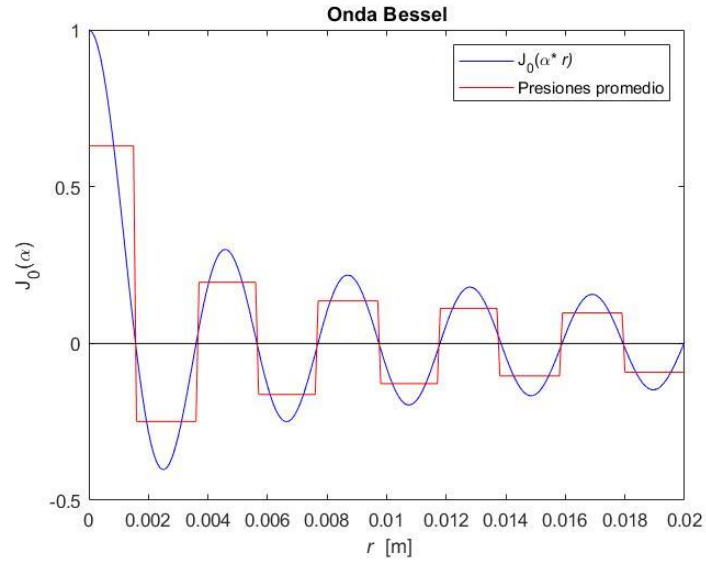


Fig. 13. Gráfica de los promedios de amplitudes en la onda Bessel con 10 transductores.

El resultado de la primera variación del modelo de onda Bessel se puede observar en la figura 14, en esta variación con $r^+ = \text{kerf} = 0.001\text{mm}$ y $r^- = 2\text{mm}$, las mayores presiones acústicas se encuentran acumuladas a lo largo del eje z , con diferentes lóbulos de presiones contiguos de menor amplitud extendiéndose a lo largo de ambos ejes. El área de propagación principal se focaliza hasta el punto $z(0,12)$, a partir de ese punto la focalización se empieza a difractar y las ondas acústicas se dispersan. En esta simulación, los lóbulos de energía contiguos presentan una dispersión uniforme y una variación de energía bien definida a lo largo del eje r , esto se debe a que como se utilizó una distancia muy reducida en el valor del kerf , se dio paso a un modelo de onda Bessel que se asemeja mucho a una simulación de onda Bessel con transductor continuo. [33].

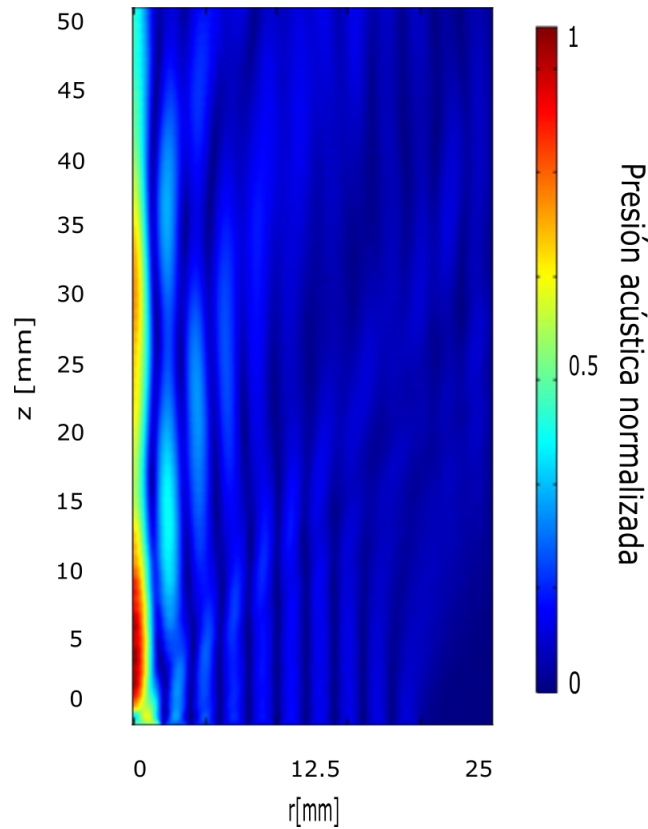


Fig. 14. Simulación de la primera variación del modelo de onda Bessel con $kerf$ igual a 0.001 mm.

En la segunda variación realizada, el transductor anular de arreglo de fases se definieron con los siguientes parámetros: $r^+ = kerf = 0.01\text{mm}$ y $r^- = 2\text{mm}$, donde la única modificación se encuentran en el aumento del valor del $kerf$, lo que ocasiona que exista una mayor separación entre los anillos.

En el resultado de la segunda variación del modelo, destaca en un gran parecido con el resultado de la primera variación. Esto es, debido a que los valores de separación entre anillos siguen siendo relativamente reducidos como para presentar un resultado muy diferente, en esta variación se puede apreciar como la energía logra propagarse de igual manera hasta el punto $z(0,12)$, donde a partir de dicho punto, como se observa en la figura 15, la focalización se difracta y se presenta una variación uniforme a lo largo del eje r .

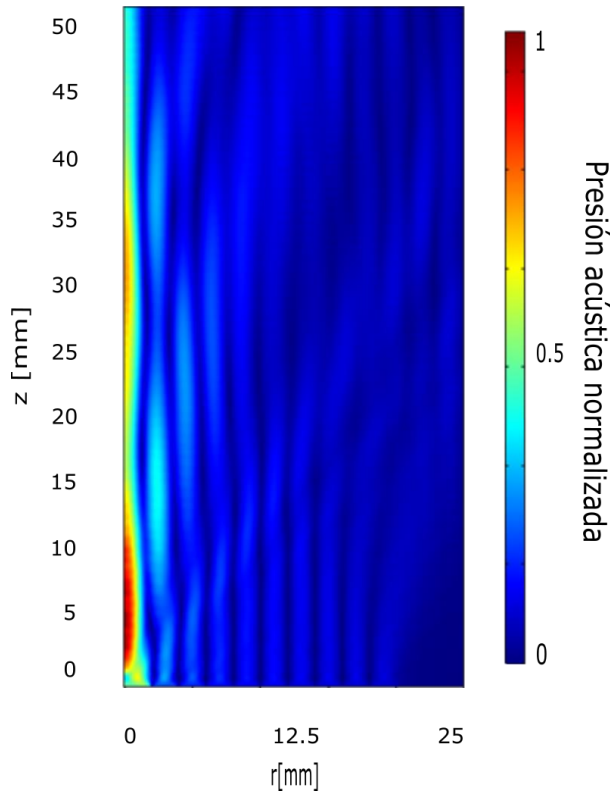


Fig. 15. Simulación de la segunda variación del modelo de onda Bessel con *kerf* igual a 0.01 mm.

La tercera variación del modelo fue realizada con un arreglo de anillos de fases definido por: $r^+ = \text{kerf} = 0.2\text{mm}$ $r^- = 1.82\text{mm}$, en esta simulación se continua con el patrón de ampliación del *kerf*, llegando a un valor de 0.2 mm, aunque en este caso se tuvo que reducir la distancia del radio interno de los transductores debido a que la distancia radial debía de permanecer constante en 20 mm, para satisfacer correctamente el modelo de onda Bessel propuesto.

Al aumentar en mayor medida el valor del *kerf*, se tiene como resultado la presencia de ligeras alteraciones en el modelo de onda Bessel. En esta tercera variación, la energía se logra propagar solamente hasta el punto $z(0,10)$ y sin presentar una focalización uniforme como se observa en la figura 16, también los lóbulos de energía contiguos ya no presentan una continuidad en la variación de energía a lo largo del eje r , sino que se observan pequeños cambios en las amplitudes, por lo que se comienza a registrar una

evidente alteración en la simulación de onda Bessel, esto por incrementar el tamaño del valor del *kerf*.

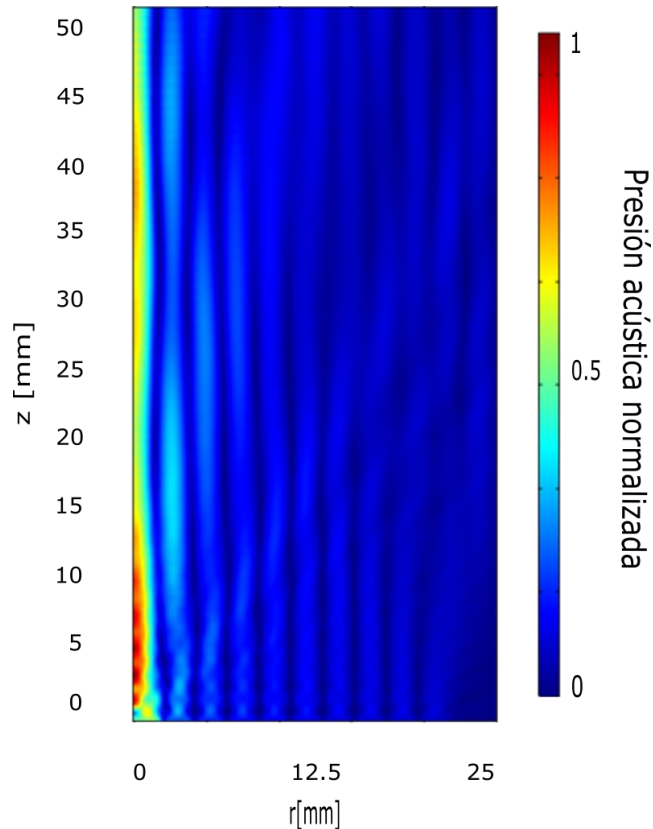


Fig. 16. Simulación de la tercera variación del modelo de onda Bessel con *kerf* igual a 0.2 mm.

En la cuarta y última variación, la cual tiene como objetivo representar una gran alteración de la onda Bessel, fue realizada con el siguiente arreglo de anillos de fases: $r^+ = \text{kerf} = 0.5\text{mm}$ y $r^- = 1.55\text{mm}$. En esta simulación, las presiones acústicas no muestran una focalización intensa en ningún punto a lo largo del eje z , al igual, como no existe una focalización intensa de energía, los lóbulos continuos que se encuentran a lo largo del eje r , aunque se pueden visualizar más uniformes que los de las anteriores simulaciones, en los primeros puntos del eje z , presentan amplitudes con perturbaciones importantes y por ende, el modelo de onda Bessel representado en la figura 17 se

encuentra alterado. Al final, al establecer un *kerf* de mayor tamaño, efectivamente se pudo observar una gran alteración de la onda Bessel.

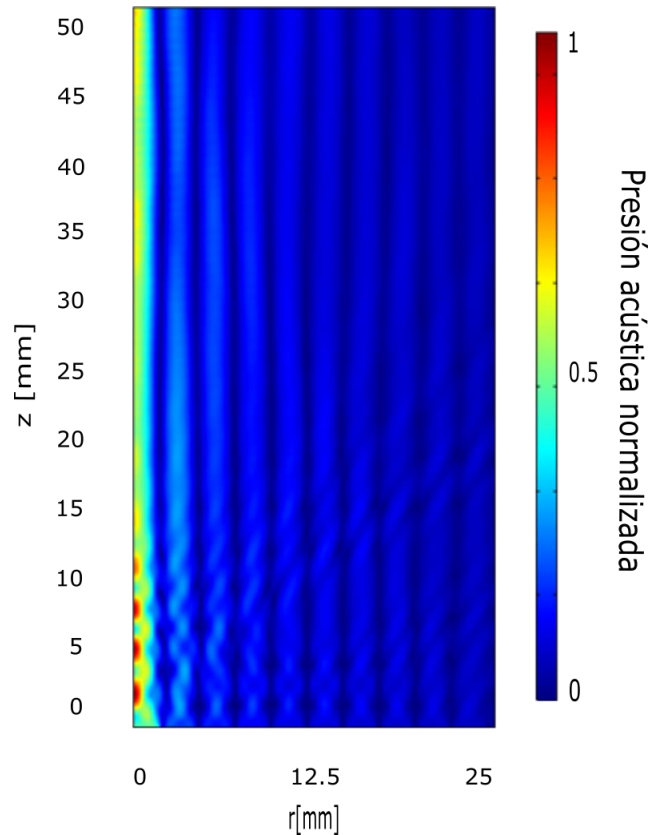


Fig. 17. Simulación de la cuarta variación del modelo de onda Bessel con *kerf* igual a 0.5 mm.

Para saber la diferencia entre las energías de propagación de manera objetiva en las diferentes variaciones del modelo realizadas, se graficaron las presiones acústicas del conjunto de datos que se encuentran desde el punto $z(0,0)$ hasta el punto $z(0,50)$.

En la gráfica del efecto del *kerf* en la propagación de energía de las cuatro variaciones realizadas, se puede observar una evidente diferencia en la cuarta variación con *kerf* igual a 0.5 mm de mayor separación, como era de esperarse en esta variación se presentaron anomalías en la propagación de la energía, principalmente en los

primeros puntos del eje r como se observa en la figura 18, mientras que entre el *kerf* igual a 0.011 mm y 0.01 mm correspondientes a la primera y segunda variación respectivamente, a pesar de que es una diferencia significativa, no existe mayor desigualdad en los resultados y por último en el caso de la tercera variación cuando el *kerf* es igual a 0.2 mm, la diferencia es palpable pero sin llegar a alterar de gran manera la propagación de energía como en el caso cuando el *kerf* fue igual a 0.5 mm.

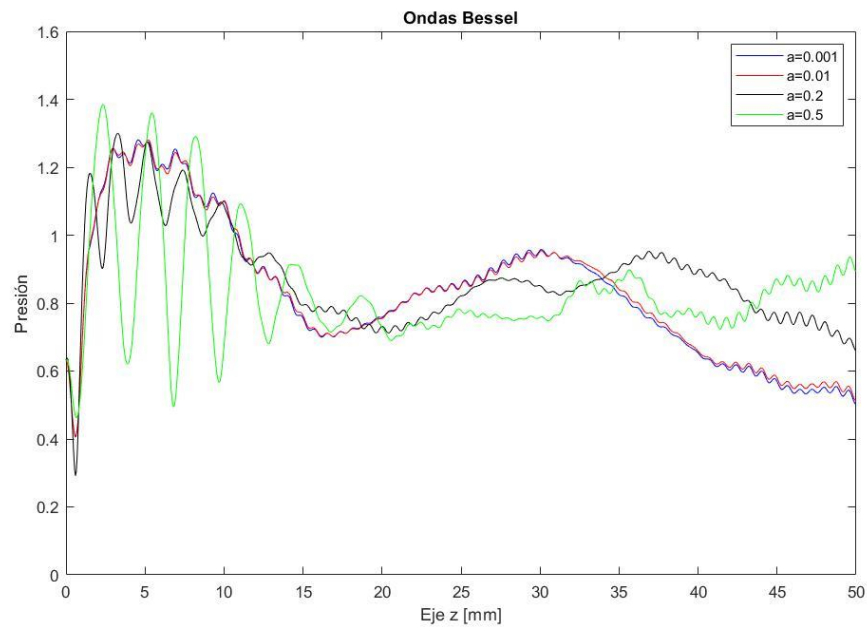


Fig. 18. Gráfica de las presiones acústicas presentes sobre el conjunto de datos que van del punto $z(0,0)$ al $z(0,50)$ de las 4 variaciones realizadas.

Por último, tomando los datos de la figura 18, fue calculado el error relativo para tener un punto de comparación objetivo entre las distancias de separación de los transductores que presentan las diferentes propagaciones de energía, sobre el conjunto de puntos que van desde el punto $z(0,0)$ hasta el punto $z(0,50)$. Con estos datos se puede observar en la figura 19 como cuando el *kerf* se establece con valores pequeños, el error prácticamente no existe, en ninguno de los casos cuando el *kerf* es igual a 0.001 mm o cuando es igual a 0.01 mm. Pero cuando se establece el *kerf* con valor de 0.2 mm, la

diferencia entre la energía de propagación aumenta y por consiguiente el error también, dando como resultado un error relativo de 6.28%, y a su vez, comprobando un incremento constante del error si se sigue aumentando el valor del *kerf*, llegando hasta 14.96% en el caso máximo cuando el *kerf* es igual a 0.5 mm.

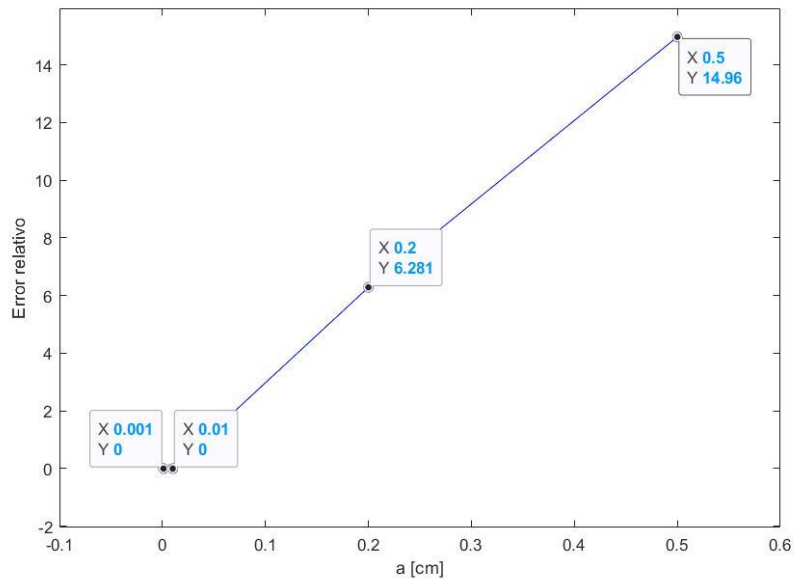


Fig. 19. Gráfica del porcentaje de error, dependiente del valor de *kerf*.

Es de mucha utilidad tener parámetros base, debido a que con estos, se puede asegurar un correcto modelado el fenómeno físico que se quiera analizar, al tener estos parámetros, se pueden realizar comparaciones y así obtener resultados certeros, como en este caso, se pudo demostrar que a una cierta distancia de separación entre anillos, la onda Bessel generada cambia demasiado y en caso contrario, generando cambios en separaciones pequeñas, existen nulas alteraciones. Logrando obtener como resultado final un valor de *kerf* de 0.01mm, el cual permite modelar ondas Bessel sin alteraciones y nos permite avanzar con el modelado de las ondas de focalización controlada.

6.2 Generación de focos controlados

Con el valor de *kerf* definido, el siguiente paso es modelar las ondas de focalización controlada para encontrar un número de transductores, que permita modelar un punto de focalización predefinido utilizando el menor número de anillos transductores. Para esto en la figura 20 a) y b) se muestra la señal continua en amplitud y en fase de la función de apodización representada en la ecuación 17 la cual fue modelada específicamente para generar ondas de focalización controlada. En c) y d) se muestra la misma señal continua pero discretizada, aplicando un promedio móvil para así obtener la señal para cada uno de los anillos transductores que se utilizaron, tanto en amplitud como en fase.

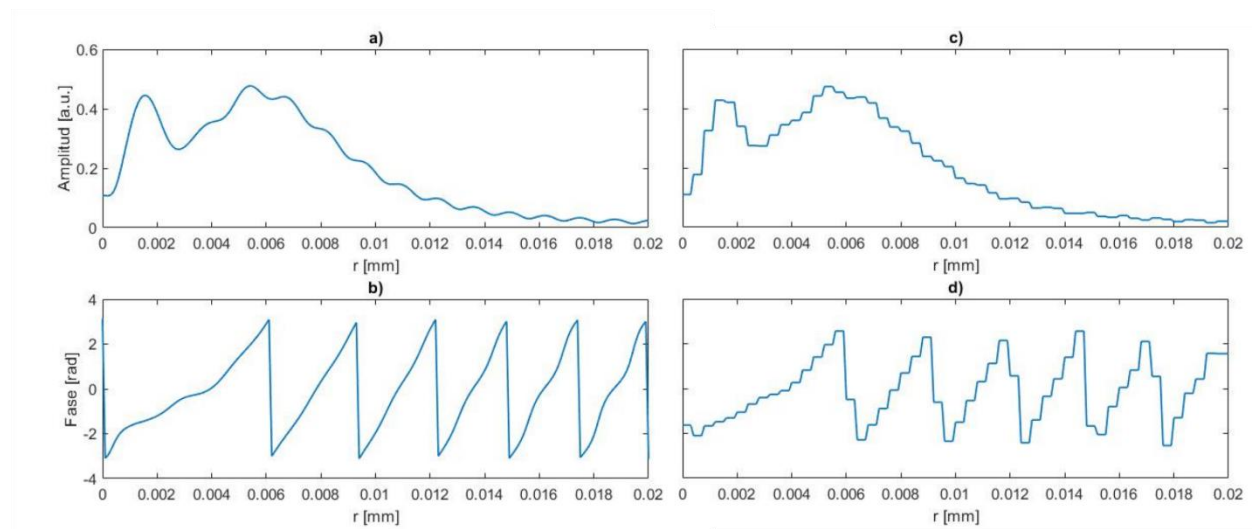


Fig. 20. Representación gráfica de la señal continua con amplitud a) y fase b). Y de la señal discretizada para 50 anillos con amplitud c) y fase d).

En las diferentes discretizaciones que se utilizaron, se puede apreciar como conforme van aumentando en número (figura 21), la señal poco a poco se va asimilando más a la señal continua mostrada en la figura 20 a).

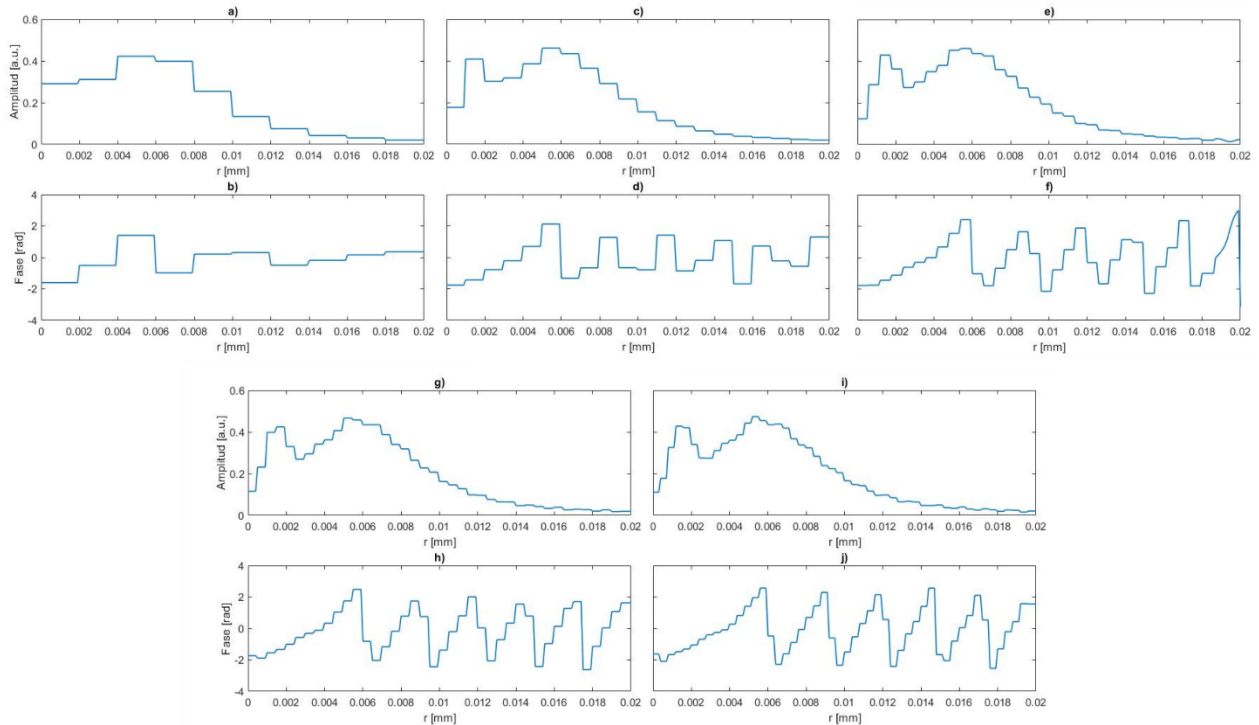


Fig. 21. Representación gráfica de las señales discretizadas en amplitud y fase para 10 anillos a) y b), 20 anillos c) y d), 30 anillos e) y f), 40 anillos g) y h) y 50 anillos transductores i) y j).

Al realizar la simulación con los diferentes modelos de 10, 20, 30, 40 y 50 anillos transductores, se pueden observar a simple vista diferencias en los resultados de la propagación y focalización de las ondas acústicas (figura 22). En el primer modelo con la señal continua, representado en la figura 22 - a), se puede observar como la presión acústica se concentra casi en su totalidad en el eje z , principalmente en el área entre los puntos (0,40) y (0,60). Esta área corresponde precisamente al área predefinida en la ecuación 16, lo cual muestra un correcto modelado tanto de nuestra función de apodización como del modelo de ondas de focalización controlada. Las demás simulaciones dependiendo del grado de discretización, también presentan una focalización de ondas acústicas entre los mismos puntos que el de la señal continua, teniendo como diferencias dependiendo del número de anillos utilizados, desfases en el área de focalización, algunos más marcados que otros y también presentando en algunos casos mayor presión acústica de manera irregular a lo largo del eje r .

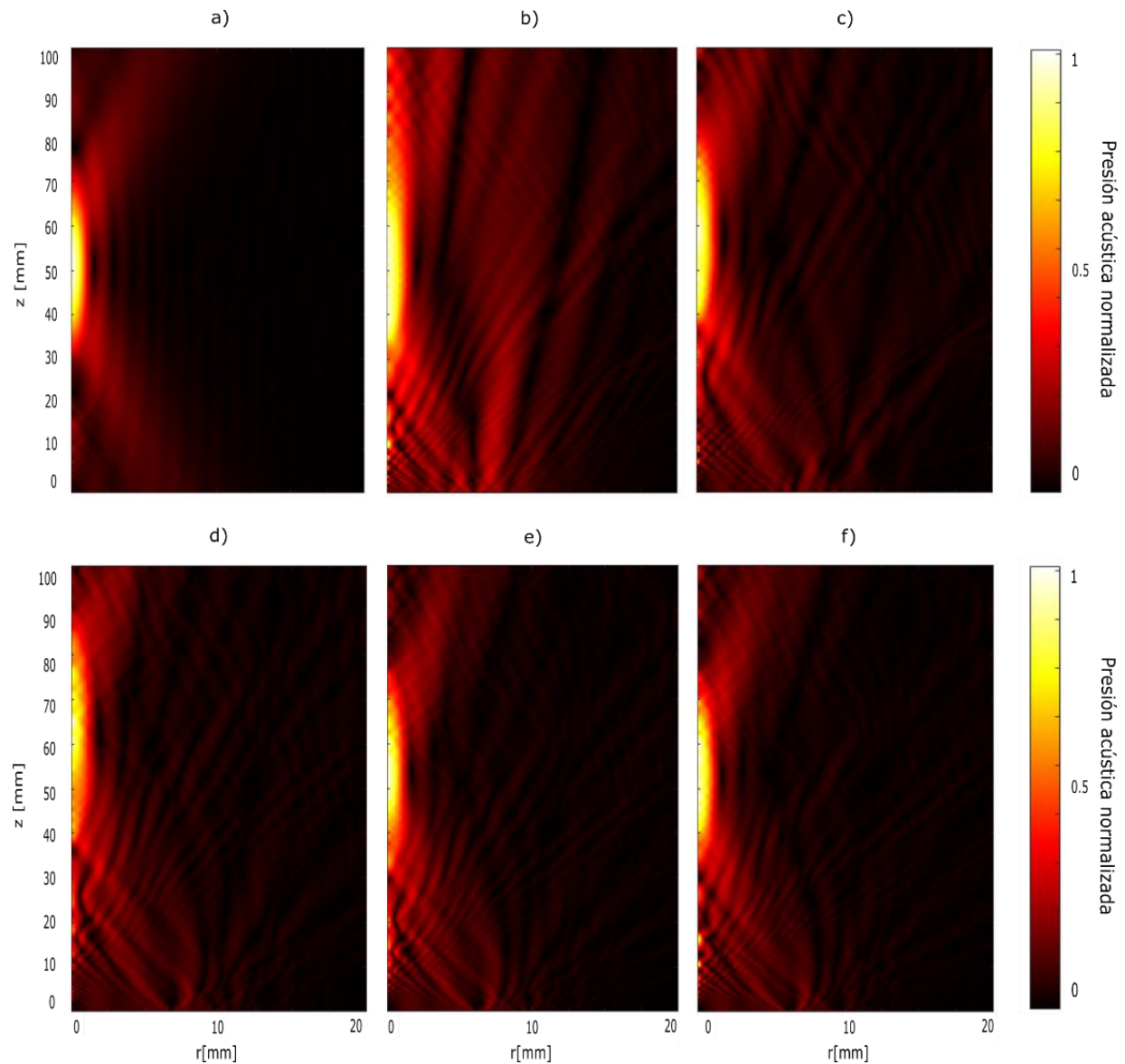


Fig. 22. Representación gráfica de los resultados de simulaciones para señal continua a), 10 b), 20 c), 30 d), 40 e) y 50 f) anillos transductores.

Al analizar el modelo con 10 anillos transductores, se puede observar una focalización acústica que inicia aproximadamente en el punto (0,35) y se extiende a lo largo del eje z hasta llegar al límite del modelo, desfasando la zona de focalización ampliamente al compararlo con el modelo de la señal continua. También presenta una dispersión considerable de presión acústica que se propaga a lo largo del eje r de manera caótica. El modelo con 20 anillos transductores deja ver una mejor área de focalización que se

asemeja al modelo de la señal continua, aunque igualmente sigue presentando una dispersión acústica caótica a lo largo del eje r . El modelo con 30 anillos transductores presenta un desplazamiento del área de focalización, iniciando correctamente en el punto (0,40) pero ampliándose hasta el punto (0,80), esta alteración se pudo haber dado debido a las interacciones acústicas que se presentaron en los primeros puntos del eje r , cuando las ondas acústicas interactúan en mayor medida debido a poca distancia, debido al número específico de anillos transductores que se utilizó. Para el modelo con 40 anillos transductores, se puede apreciar una correcta área de focalización, establecida entre los puntos predefinidos y presentando una propagación acústica más uniforme a lo largo del eje r .

Por último, comparando el modelo de la señal continua con los demás modelos, el mejor resultado fue el modelo con 50 anillos transductores, claramente debido a que en su discretización, contenía la mayor cantidad de información con respecto a la señal continua. En este modelo aun así, se presentan diferencias significativas en el área pre focal, en donde se aprecian puntos de presión acústica intensa debido posiblemente al número específico de anillos transductores ya las interacciones acústicas que se generan. También, presenta un poco de dispersión acústica a lo largo del eje r , aunque con menor intensidad comparándola con las demás discretizaciones (10, 20, 30 y 40 anillos).

En la representación de las presiones acústicas normalizadas a lo largo del eje z de todos los modelos realizados, la señal continua marca un máximo de focalización entre los valores de $z=40$ y $z=60$ como se había modelado, pero con alteraciones en su propagación cerca del área pre focal, a partir de $z=0$ y hasta aproximadamente $z=20$, como se puede observar en la gráfica de la figura 23, por lo cual, si en esta área prefocal se presentaron interferencias con la señal continua, en las demás discretizaciones igual se presentarán y por consecuencia se magnificarán, esto puede ser debido a la geometría en donde se trabaja y principalmente también a la manera en que las ondas interactúan entre sí para poder lograr correctamente la focalización, lo importante es que tanto el área prefocal como el área posfocal presentan una gran diferencia de presión acústica comparándolas con el área designada de focalización $z=40$ y $z=60$.

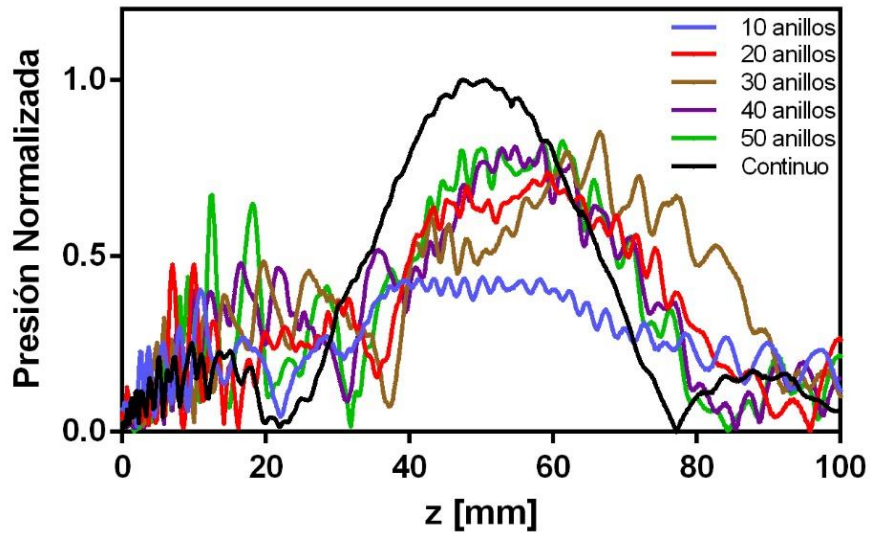


Fig. 23. Representación gráfica de los valores a lo largo del eje z para el caso continuo y sus discretizaciones con 10, 20, 30, 40 y 50 anillos transductores.

Al analizar los valores representados en la figura 23, se puede apreciar una evidente diferencia entre cada una de las señales discretizadas y la señal continua, cada una de ellas con sus particularidades, pero en general presentan una mayor interferencia en el área prefocal, un desfase en la focalización y un decremento de la presión acústica en el foco.

A pesar de estas diferencias, debido a la limitante que nos impulsa a utilizar un número reducido de transductores, se compararon punto por punto cada uno de los valores de las señales discretizadas, con los de la señal continua para obtener el error relativo que presenta cada uno y seleccionar el número de anillos transductores.

El valor del error relativo que presentan las diferentes discretizaciones al compararlas con la simulación de la señal continua, se muestra en la tabla 2. En esta tabla se puede apreciar que la mayor diferencia existe cuando se utilizan 30 anillos transductores, a pesar de ser un número elevado de discretización, este resultado pudo deberse al desplazamiento del área focal en esta simulación, debido a una específica interacción entre las ondas cuando se utiliza este número de transductores.

Tabla 2. Resultado del valor de los errores relativos entre la señal continua y las discretizaciones con 10, 20, 30, 40 y 50 anillos transductores.

Configuración	Errores relativos (%)
10 anillos	20.14
20 anillos	16.85
30 anillos	24.95
40 anillos	16.16
50 anillos	15.74

Por otra parte, la simulación con 10 anillos transductores es la segunda que presenta un mayor error, esto tiene sentido debido a que es la simulación con menos información, y comparando directamente el resultado del error de las simulaciones con 20, 40 y 50 anillos, se observa una ligera diferencia entre cada una de ellas.

Si se tomara únicamente como factor de decisión el error relativo, el número de transductores a utilizar sería de 50 e incluso se buscaría implementar más anillos transductores, debido a que el error tiende a reducirse conforme se aumenta la información en las discretizaciones, pero como se tiene presente que el número de anillos debe ser el menor posible, la simulación con 20 anillos transductores resulta ser la respuesta para poder lograr una manufactura más asequible y accesible sin alterar en gran medida el modelo requerido.

En las diferentes simulaciones que se realizaron, se observaron cambios dependiendo del grado de discretización, los cuales se asemejaban cada vez más a la señal continua de referencia, estos cambios se dieron principalmente por el número de anillos transductores que se utilizaron, existiendo una tendencia a aproximarse cada vez más a la señal continua de referencia, si a su vez se aumenta el número de transductores. Con estos modelos se obtuvo como resultado final, un número de anillos transductores (20

anillos transductores), que permite simular de una manera adecuada ondas de focalización controlada sin comprometer su manufactura.

6.3 Focalización controlada en modelo ocular

Los modelos de focalización controlada en el modelo virtual del ojo, se llevaron a cabo ajustando los valores de las amplitudes y de las fases resultantes de la función de apodización (ecuación 22) sobre cada uno de los 20 anillos transductores, para esto como en las demás simulaciones, utilizando el programa computacional MATLAB se dividió la señal de apodización dependiendo del radio interno de cada transductor, después, con los valores que se encontraron en cada división, se obtuvo el promedio de estos valores, para de esta manera saber las magnitudes de amplitud y fase que se establecerían en cada transductor [5].

Con el valor del *kerf* y el número de anillos transductores a utilizar fue generado el modelo y se utilizaron los siguientes parámetros para obtener la primera simulación en el modelo virtual del ojo, figura 24: frecuencia igual a 3 MHz, velocidad del sonido igual a 1520 (m/s), radio interno de los anillos transductores igual a 1 mm, *kerf* igual a 0.01 mm, número de anillos transductores igual a 20, $Q=0.99*k$ y punto de focalización Z_p igual a 0.02099, el cual es el punto en metros donde aproximadamente se encuentra la retina en el modelo virtual.

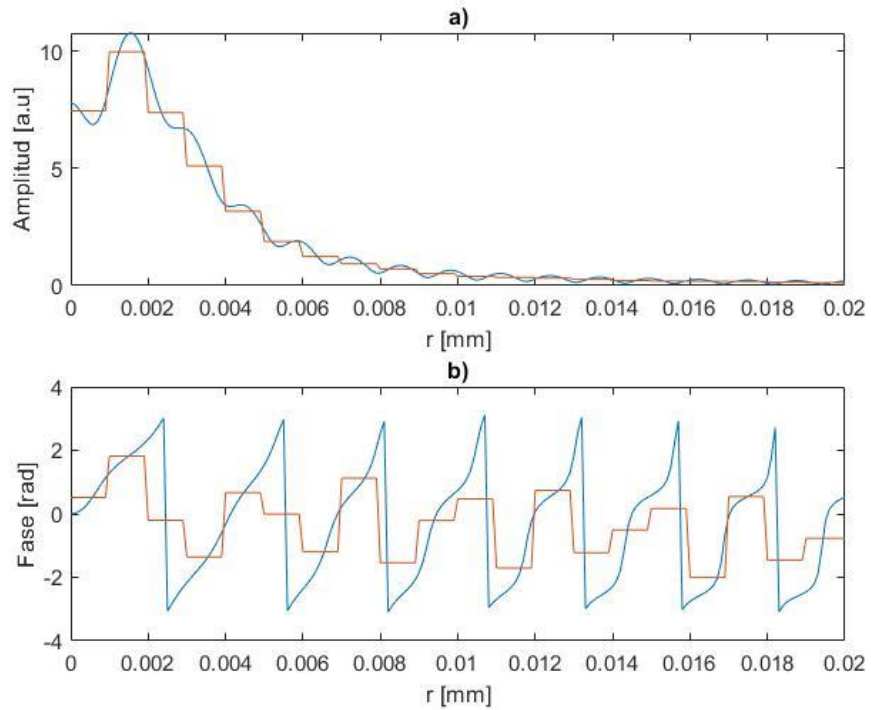


Fig. 24. Representación gráfica de los valores de magnitud y fase que se establecieron en cada uno de los veinte anillos transductores.

Con los valores de magnitud y fase que se obtuvieron para cada uno de los transductores (figura 24), se establecieron todos los parámetros anteriores para poder generar como resultado la siguiente imagen mostrada en la figura 25.

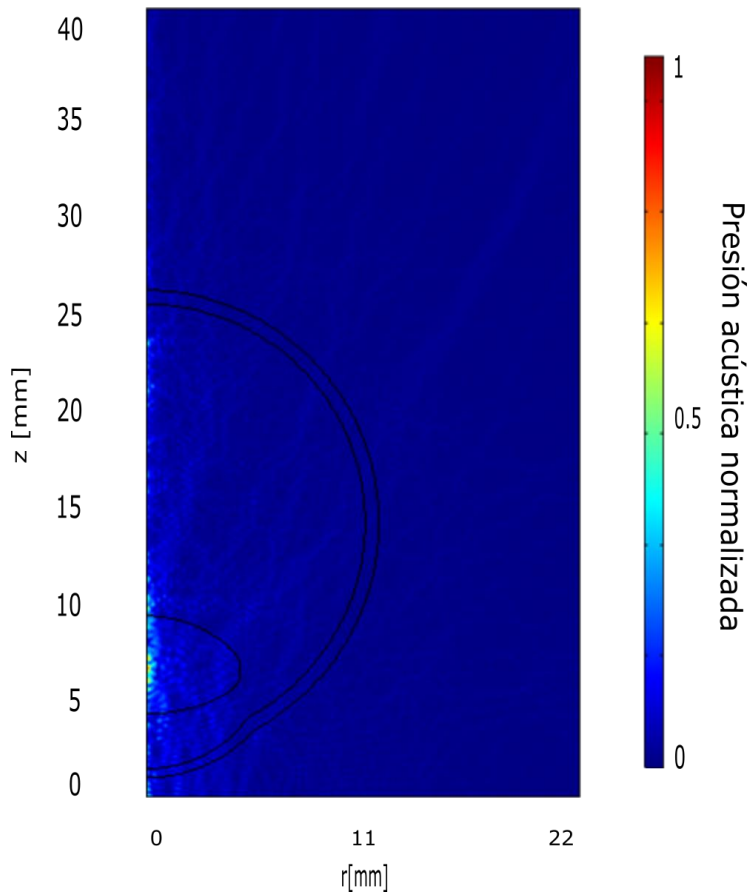


Fig. 25. Representación gráfica de la primera simulación con focalización controlada.

En esta simulación no se aprecia a simple vista una gran diferencia entre las diferentes presiones acústicas a lo largo del modelo (figura 25), por lo que para poder visualizar objetivamente las presiones generadas por los transductores en el modelo virtual del ojo, se graficaron las amplitudes acústicas registradas a lo largo del conjunto de puntos que van del punto (0,0) al punto (0,40) presentadas en la figura 26.

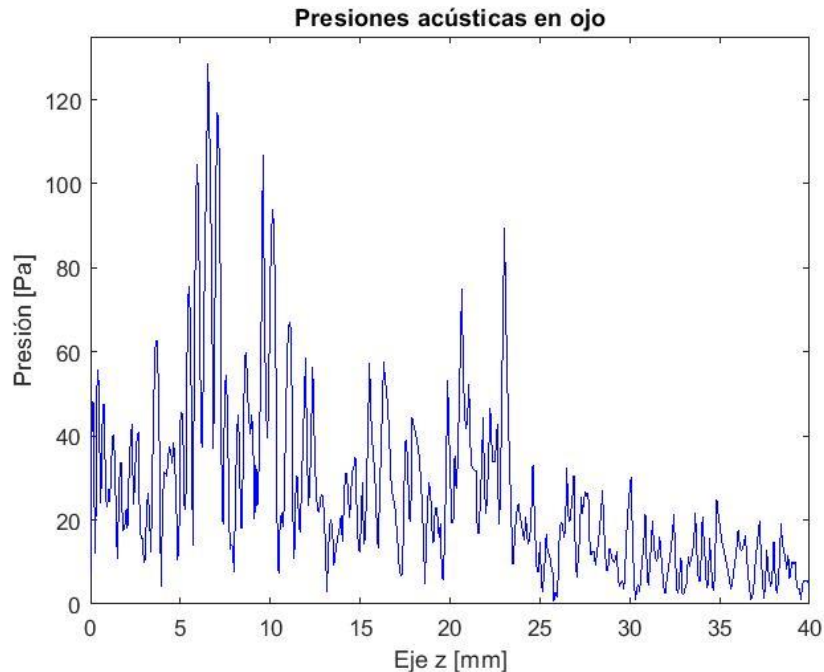


Fig. 26. Representación gráfica de los valores de las presiones acústicas inducidas a lo largo del eje Z .

En los resultados de esta primera simulación, el punto de mayor focalización se encuentra en $z = 6.82$ alcanzando una presión acústica de 126 Pa, este valor no corresponde con el punto que se había predefinido y se presenta gran variación en los valores de las presiones acústicas a lo largo del modelo.

También se aprecia un aumento en la presión acústica entre los valores de z igual a 20 y z igual a 23.5, que corresponden con el punto Z_p pero igualmente presentando mucha variación en los resultados. El cristalino como se había mencionado se encuentra entre el rango $4 \leq z \leq 9$, por lo que el punto con mayor focalización se sitúa dentro del cristalino, lo cual nos demuestra que el resultado no está produciendo el efecto deseado y por sus propiedades físicas y geométricas, el cristalino continúa absorbiendo una gran cantidad de presión acústica.

Esta primera simulación realizada con los mismos parámetros de las simulaciones anteriores nos permite observar cómo los aspectos físicos y geométricos presentes en el nuevo modelo virtual del ojo, alteran en gran medida la propagación acústica, por lo

que fue fundamental analizar los parámetros utilizados para así buscar nuevos valores que logran la propagación acústica deseada.

Partiendo del resultado de la primera simulación, se pudo observar que las presiones acústicas a lo largo del modelo presentan un alto nivel de variación, teniendo el valor máximo aproximadamente en z igual a 6.82, este punto z coincide con la ubicación del cristalino. Por lo que, para intentar mejorar los resultados de las siguientes simulaciones, un punto clave era el de utilizar un menor valor en el parámetro de la frecuencia, para así intentar reducir los altos picos presentes en las presiones acústicas y lograr una propagación acústica menos caótica.

Para obtener un mejor resultado, primero se fue disminuyendo el valor de la frecuencia hasta encontrar la mejor simulación. Posteriormente con el valor de la frecuencia encontrado, se fue disminuyendo el valor de Q hasta nuevamente volver a encontrar la mejor simulación. Con este procedimiento y después de 36 simulaciones, se encontraron los valores que generaron el mejor resultado de focalización, con una frecuencia igual a 1.41 MHz y una restricción de propagación con valor de $Q=0.8622*k$.

Los valores de las amplitudes y fases que se definieron en cada uno de los 20 transductores de esta simulación se muestran en la gráfica de la figura 27.

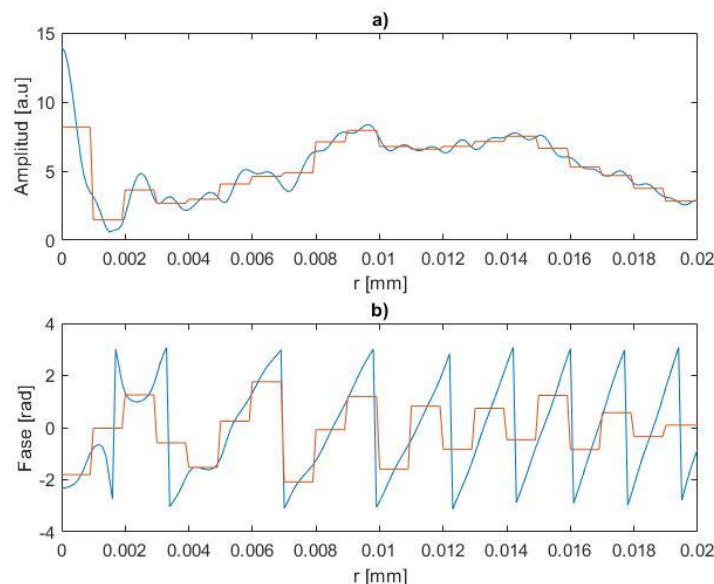


Fig. 27. Representación gráfica de los valores de magnitud y fase que se establecieron en cada uno de los veinte anillos transductores.

La simulación con el mejor resultado de focalización acústica que se presenta a continuación en la figura 28, fue realizada utilizando los siguientes parámetros: Frecuencia igual a 1.41 MHz, velocidad del sonido igual a 1520 m/s, radio interno de los anillos transductores igual a 1 mm, *kerf* igual a 0.01 mm, número de anillos transductores igual a 20, $Q=0.8622*k$ y Z_p igual a 0.02099.

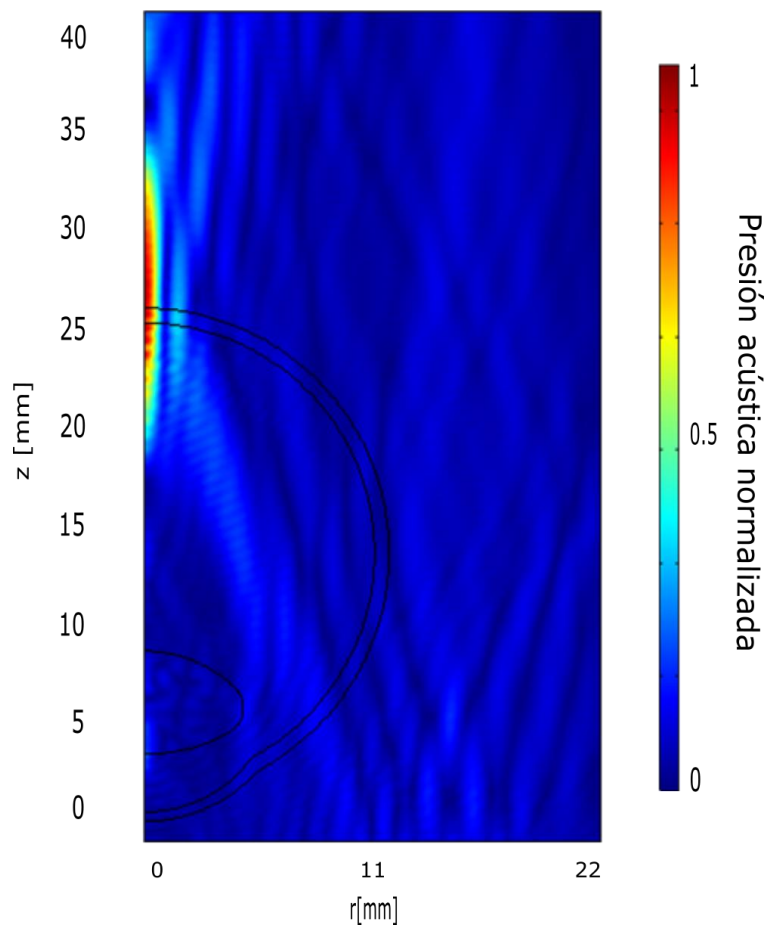


Fig. 28. Representación gráfica de la simulación con focalización controlada aplicada al modelo virtual del ojo.

Con los valores de parámetros adecuados, las mayores amplitudes acústicas en la focalización se dan exclusivamente en área de la retina del modelo virtual del ojo, por lo que a pesar de las complicaciones generadas por las características físicas y geométricas del cristalino y del ojo en sí, fue posible llegar a un resultado, como se puede observar en la figura 28. Y al igual que en la anterior simulación presentada, para poder observar los datos de la propagación acústica de una manera más objetiva, en la figura 29 se graficaron las amplitudes acústicas registradas a lo largo del mismo conjunto de puntos que van del punto (0,0) al punto (0,40).

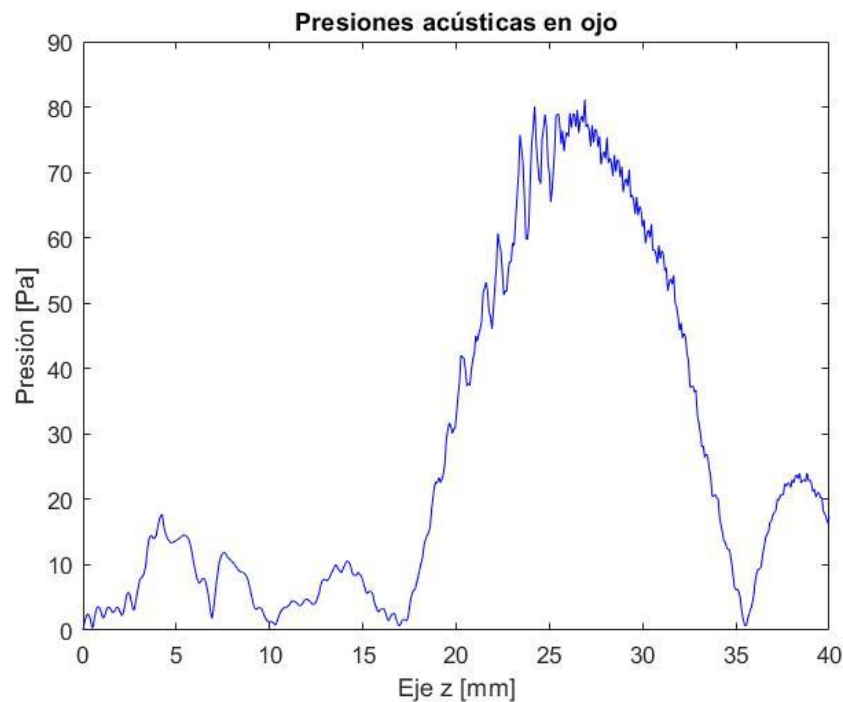


Fig. 29. Representación gráfica de los valores de las presiones acústicas inducidas a lo largo del eje z.

Los valores de las presiones acústicas que se fueron presentadas a lo largo del conjunto de puntos del eje z, se pueden observar en la figura 29, donde se aprecia una propagación acústica mucho más uniforme, teniendo como puntos de interés dos importantes secciones.

La primera sección se encuentra en $4 \leq z \leq 9$, esta es la sección en donde se encuentra el cristalino, aquí se puede apreciar como las presiones acústicas no generan picos máximos y se tiene como mayor presión acústica el punto (0,4.5) con 16.8 Pa, lo cual es una presión acústica relativamente reducida, si se compara con la presión máxima generada en la segunda sección. La segunda sección se encuentra en $22 \leq z \leq 24$, la cual es el área en donde está presente la retina, en esta sección la mayor presión acústica se registra en el punto (0,23.2) con 80.1 Pa, este punto coincide con la máxima presión acústica registrada a lo largo del modelo, está muy cercano al punto Z_p predefinido (Z_p igual a 0.02099) y mantiene este aumento de presión acústica hasta aproximadamente el punto (0,32) para después apreciar una reducción en la presión acústica hasta casi el valor de cero, demostrando un correcto funcionamiento y modelado de ondas acústicas con focalización controlada.

7 Conclusiones

Para poder obtener modelos con resultados concretos que se asemejen a la realidad, es necesario conocer la información presente alrededor del experimento que se vaya a realizar. En el caso de la focalización controlada usando transductores anulares de arreglo en fases, primero se tuvieron que realizar simulaciones en diferentes modelos con ondas Bessel para conocer el valor de *kerf* que permitiera obtener un resultado de modelado que no presentara alteraciones significativas y que se asemejara lo más posible al modelo base de onda Bessel, en estos modelos al variar el valor de *kerf* se pudo observar cómo entre mayor era la distancia de separación entre transductores, proporcionalmente se iba modificando la simulación de onda Bessel, hasta presentar errores significativos que no permitirían avanzar con el modelado de ondas con focalización controlada, como resultado final se obtuvo un valor de *kerf* óptimo que pudo permitir modelar correctamente una onda Bessel y de esta manera avanzar hacia el modelado de las ondas con focalización controlada.

Posteriormente, fue necesario simular la interacción de las ondas con focalización controlada en un modelo aparte, para encontrar el número de anillos transductores que posibilitara obtener el mejor resultado de focalización con el menor número de anillos, y de esta manera asegurar en un futuro una manufactura asequible. Para estos modelos se analizaron 5 casos con diferente número de transductores y se compararon con una señal continua de referencia, gracias a esto fue posible obtener un número de transductores con el cual fue posible satisfacer el objetivo de mejor resultado y mínimo número de anillos transductores.

Finalmente, con el valor óptimo de los dos parámetros encontrados, el valor del *kerf* y el número de anillos, se realizaron simulaciones con ondas de focalización controlada en un modelo ocular, en estas simulaciones se tuvieron que ir adecuando y modificando los parámetros clave encontrados, los cuales fueron la frecuencia y la restricción de propagación, para así lograr obtener una focalización acústica exclusivamente en el área de la retina, evitando todas áreas sensibles del ojo y superando las dispersiones

acústicas que se generan principalmente por la composición y la geometría que se presentaron debido al modelo ocular desarrollado.

Al analizar los resultados de diferentes escenarios de simulaciones con ondas de focalización controlada en un modelo ocular, fue posible observar cómo este tipo de ondas en este caso específico, dependen de cuatro parámetros clave: la frecuencia, el valor del *kerf*, el número de anillos transductores y la restricción de propagación. Estos cuatro parámetros pueden variar de distintas maneras para así obtener las distribuciones de focalización requeridas, dependiendo de la aplicación que se le quiera dar. Al investigar metodologías previamente aplicadas para generar con éxito este tipo de ondas principalmente la metodología aplicada por C.A. Dartora en 2006 [5], donde describe el modelado de este tipo de ondas utilizando una apertura finita, fue factible aplicar esta teoría a un modelo en donde fue posible obtener como resultado final una focalización de presión acústica exclusivamente en la retina, evitando en gran medida la dispersión de ondas acústicas hacia diferentes áreas sensibles del globo ocular como el cristalino.

El efecto de la presión acústica inducida en el área de la retina utilizando ondas de focalización controlada debe ser estudiado en modelos *in vitro*, para así poder cuantificar de manera real, los resultados que se puedan generar en la vascularización retiniana debido a las ondas ultrasónicas, ya que, independientemente de que tan aproximado sea un modelo computacional, al compararlo con su contraparte física, es imposible obtener y asegurar resultados reales. Además, tratando con temas de la salud como es el caso, se deben de ser aún más minucioso con el estudio y la aprobación de los resultados. Es por ello, que esta metodología presentada a lo largo de esta tesis para inducir exitosamente radiación ultrasónica en la zona de la retina es el primer paso para en un futuro, si se obtienen los resultados esperados en estudios con modelos reales, poder desarrollar una nueva herramienta contra la retinopatía diabética.

8 Productos de la tesis

Durante el desarrollo de esta tesis en el Instituto Nacional de Rehabilitación LGII, se obtuvo un artículo de congreso internacional:

Título: Feasibility of Producing Acoustic Frozen Waves with Limited Number of Rings

Autores: Alejandro Rodríguez Peña, Arturo Vera, Lorenzo Leija, Josefina Gutierrez, Mario Ibrahín Gutierrez* (autor de correspondencia)

Congreso: 2020 17th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), IEEE.

Lugar: Ciudad de México, México

Fecha: 11 de noviembre de 2020

Feasibility of Producing Acoustic Frozen Waves with Limited Number of Rings

A. Rodríguez-Peña¹, A. Vera², L. Leija², J. Gutierrez³, J. Pérez-Orive⁴, M.I. Gutierrez^{5*}

¹Instituto Nacional de Rehabilitación LGII – UNAM, DIIM, Mexico City, Mexico

²CINVESTAV-IPN, Department of Electrical Engineering, Bioelectronics, Mexico City, Mexico

³Instituto Nacional de Rehabilitación LGII, DIIM, Mexico City, Mexico

⁴Instituto Nacional de Rehabilitación LGII, Dirección de Investigación, Mexico City, Mexico

⁵CONACYT – Instituto Nacional de Rehabilitación LGII, SIB, DIIM, Mexico City, Mexico

*Email: m.ibrahin.gutierrez@gmail.com

Abstract — In optics and acoustics, a particular solution of the wave equation, created by the superposition of Bessel beams of the same frequency, permits obtaining a stationary wave field with a static envelope in space. These solutions are called Frozen Waves and could have multiple potential applications. In this paper, the analysis of frozen waves using different levels of discretized finite aperture annular radiators is presented. The produced fields with these discretized radiators are compared with the field produced by a continuous finite aperture with the same radial distribution calculated to produce a single focus. The discretized radiator was based on a Bessel transducer varying the number of rings for each studied condition. Even though the acoustic frozen field is improved for the most numbers of rings (50 rings transducer), results with the 20 rings transducer show a similar pressure pattern at the focus. This would facilitate experiments for our future applications in ophthalmic ultrasound therapy.

Keywords — Frozen Waves, Kerf, Parametrization, Acoustic pressure.

I. INTRODUCTION

The nondiffracting waves called Frozen Waves (FW) were first studied in optics, where different investigations established their main properties, such as stationary wave field, large depth of field and static envelope in space [1]. Such special solutions of the wave equation were first obtained theoretically in optics when using superimposed Bessel beams to produce a static and previously planned radiation pattern [1]–[3]. Ring based radiators have been proposed to produce the Bessel beams, and artificial “off-line” superpositions have been required to produce the resulted “Frozen” field [4]. Recent works have been proposing ways of combining the individual Bessel beams required to generate the prospected field pattern into just one field and be able to obtain experimentally the desired Frozen optical profile [5]. Applications in optical tweezers for small particle manipulation have been proposed using FW [3], [6].

After those initial works, some groups have extended the application of the FW to Acoustics, but still without concrete practical examples [7]. In this paper, an analysis of producing controlled acoustic radiation patterns with FW using a Bessel-ring finite aperture with a limited number of rings is

presented. The distance between rings, named *kerf*, was kept constant [8], varying only the quantity of rings for radiating the field. A comparison is made versus the ideal situation when using a continuous finite radiator. The final intended application of this radiator is for ophthalmic ultrasound therapy in which we would reach the retina without damaging the most external tissues.

II. METHODOLOGY

A. Theory

Based on Dartora et al. [5], being $F(z)$ the desired longitudinal pattern for $r = 0$ and $F(z) = 0$ for $r \neq 0$, the radiation function for $z = 0$ can be found by

$$p(r) = \int_{-\beta_{\max}}^{\beta_{\max}} F(\beta) J_0(\alpha r) d\beta, \quad (1)$$

where $\alpha = \sqrt{k^2 - (Q + \beta)^2}$, β is a variable coming from the transformation $k = Q + \beta$, Q is a positive constant in the range of $0.5k < Q < k$ restricted for forward propagation, and $F(\beta)$ is an adequate spectral function that can be determined based on the desired longitudinal pattern according to

$$F(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(z) e^{-j\beta z} dz; \quad (2)$$

equation (2) is clearly showing a Fourier transform.

The amplitude and phase of the radiating pressure profile at the transducer surface can be obtained from the desired acoustic distribution substituting Eq. (2) into Eq. (1). For this paper, we were comparing the ideal continuous radiation with the discretization using a small number of rings. In this calculation, the chosen constants for the above equations in the interval $0 < z < 0.1$ m were given by

$$Q = 0.99 \cdot k$$

$$\beta_{\max} = k - Q$$

$$k = \text{wavenumber.}$$

The obtained pressure of Eq. (1) is the solution for continuous cases limited only by the resolution of the acoustic field calculation and the discrete cases (concatenated arrangement of rings) that will be used to model the FW for discretized cases [5]. The desired longitudinal profile was given by

$$F(z) = u(z - Z_{p1}) - u(z - Z_{p2}) \quad (3)$$

where u is the Heaviside step function, Z_{p1} and Z_{p2} are configurable depth-shift constants (time-shift of the real function).

The frozen waves were generated by integrating the difference of the Fourier transforms of two step signals, both signals depth-shifted at different points, to thereby obtain a configurable focus. The depth-shift of the signals is defined by the values Z_p previously selected for each of the two signals. The conditions for these shifts are given by

$$Z_{p1} < Z_{p2} \quad (4)$$

$$Z_{p2} - Z_{p1} \approx \frac{L}{2}, \quad (5)$$

where L is the maximum z -length on the field in which the frozen waves remain static [5]. For the models and graphs presented in this study, $L = 10$ cm, $Z_{p1} = 4$ cm and $Z_{p2} = 6$ cm; these parameters were set with the objective to obtain a focal acoustic pressure preferably at the center of our model, with a shape of a square from 4 cm to 6 cm. The final application of this field is not discussed in this paper, since it only has the purpose of study the effect of the number of rings in the result with this kind of transducer.

B. Modeling setup

The simulations were carried out using the finite element method (FEM) with COMSOL Multiphysics 5.3 (COMSOL AB., Sweden) in a workstation 64 GB-RAM, 8 core-3.0 GHz microprocessor (Dell, USA). The pressure distribution was determined in water assuming the geometry is 2D axisymmetric and by solving the harmonic wave equation for lossless media given by

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0. \quad (6)$$

The solution was found for 3 MHz harmonic frequency using a triangular mesh of size $\frac{1}{5}\lambda$ resulting in 196,000 elements. Solution time using this configuration was about 10 s. Data were exported to MATLAB (MathWorks, USA) for postprocessing and graphing. After studying the radiation field in water, we could adapt the procedure to other water-based media as ocular tissues.

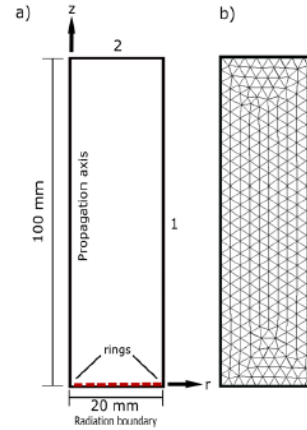


Fig. 1. (a) FEM geometry. (b) representation of the triangular mesh used (not showing the actual size).

The FEM geometry is shown in Fig. 1 which was designed to have the maximum length L and enough width to have a reduced reflection at boundary 1. Boundaries 1 and 2 were set with an acoustic impedance condition like that of water (propagating medium), which would help to reduce the ultrasound reflection at those boundaries. The ultrasound radiation was set at the bottom part of the geometry using two different approaches. The first one using a single boundary of 20 mm with the defined radiation of Eq. (1), with a radial resolution limited by the mesh size. The result of this approach was called “continuous” and was used as the “ideal” result for comparing the discretized approaches to be explained later. The second approach was carried out using a boundary discretization with an annular Bessel distribution [8].

C. Transducer annular discretization

The application of FW requires more realistic situations to be capable of producing the required distribution with a real transducer. A practical transducer capable of being driven with a controllable radiation pattern adaptable to the calculated required beam of Eq. (1) would require a level of discretization. Considering the FW are products of the superposition of Bessel beams, this discretization was made based on a Bessel annular transducer with a limited number of rings. The quantity of these rings was varied but keeping *kerf* constant at 10 μm , and their result were compared with the continuous radiation. It is expected that a transducer with

a very large number of rings would produce a better profile of FW; however, the challenge is to find an acceptable result with a small number of rings to be able to reduce the required practical amplifiers.

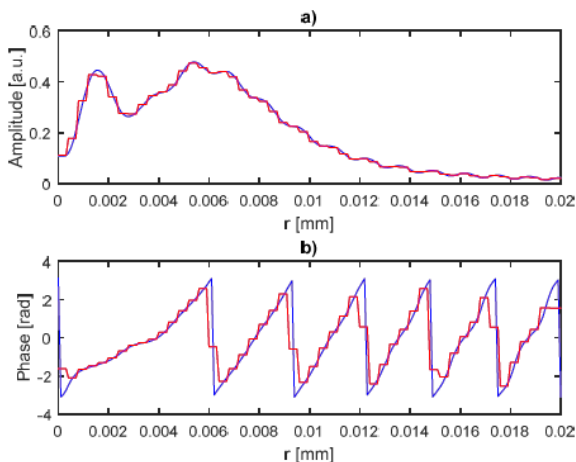


Fig. 2. Graph of the amplitude (a) and phase (b) of radiating pressure. *Blue*, continuous radiation; *red*, discretized for 50 rings.

Discretization of radiation function of Eq. (1) was carried out by averaging the data at different radial ranges controlled by the length of Bessel rings. Four different emissions were calculated for different quantity of rings: 10, 20, 40 and 50; the field of the transducer with 30 rings was also calculated but omitted in this paper for clarity, because its field did not significantly vary from that of 20 rings transducer. These levels of discretization corresponded to four different Bessel radiators [9]. The radial range between zeros of the Bessel function corresponded to a radial length of a ring. Figure 2 is showing a characteristic discretization with 50 rings of the

amplitude and phase of an emitted radial profile determined with Eq. (1).

III. RESULTS AND DISCUSSION

The simulations were made according to the conditions explained above. The most representative results are shown in Fig. 3 (results with 10 rings, 20 rings and 50 rings). The results of 40 rings are not shown because, in this kind of 2D representation, the acoustic field is very similar to each other and a more noticeable difference is more clear between the acoustic fields of 20 and 50 rings, especially on deeper areas; more discussion can be made at those different situations. The ideal case of Fig. 3a, when using a continuous radiator, shows how the field is concentrated at the expected zone (between 40 and 60 mm) with a very important reduction at other regions of the field. However, some extra waves were formed around the focus that could be the product of residual field that was not completely suppressed by the destructive interference. This could be due to the frequency used for the simulations, which could not be large enough to make some regions smoother.

The results with the discretized radiator using a finite number of rings are shown in Fig 3b to 3d for the cases with 10, 20 and 50 rings, respectively. Comparing the continuous case with these three figures, the best result was obviously the one using the greater number of rings, i.e. 50 rings. When using 10 rings, the field is very chaotic with too much energy out of focus. The pre-focal field is large, and the focus is not well defined. The result with 20 rings is comparable to that of 50 rings with just little improvement of the former at deeper regions, but not too much difference in the pre-focal zone. When using 50 rings, some important hot-spots appear in the pre-focal zone on the propagation axis ($r = 0$).

Some of these aspects can be more noticeable in the plots of Fig. 4. The acoustic pressure of these graphs was

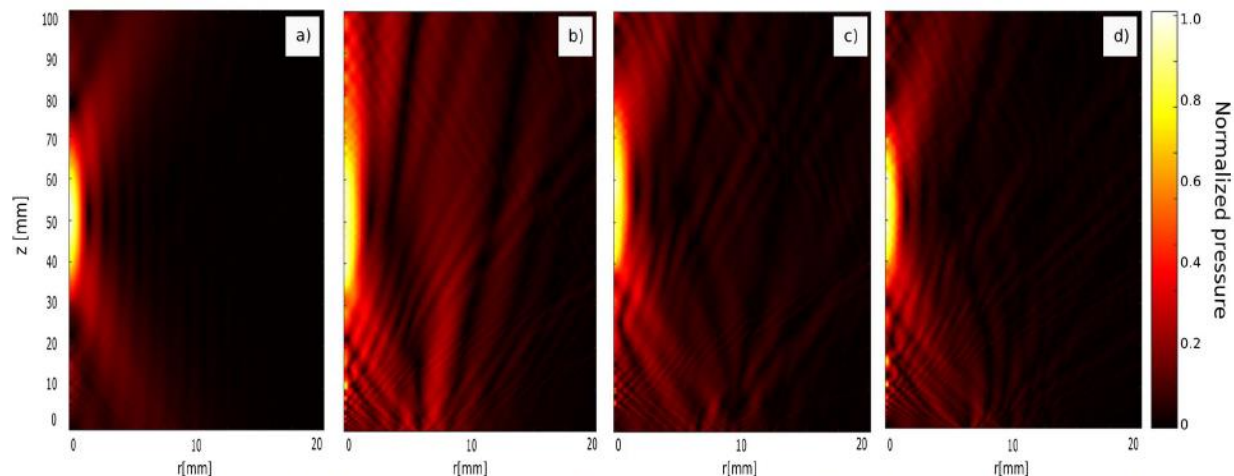


Fig. 3. Modeled acoustic field for the continuous radial distribution (a); discretization using 10 rings (b); 20 rings (c); and 50 rings (d).

normalized vs. the continuous result, assuming the discretization at the emitting boundary should produce the same average acoustic intensity at the source. From these graphs, we can see an improvement at the focus when using more rings started with 20, with minor variations in the pre-focal zone. The position of the focus was displaced from the continuous case, showing an improvement when a greater number of rings was used. As explained before, the result when using 50 rings produced some undesired hot-spots in the pre-focal zone not present in other graphs. The reasons of this could be coincidental since they could be product of some resonances at that specific combination of pressure, geometry, mesh, etc. and they may not be necessarily present in experimental radiators. However, this will be validated experimentally in the near future by our group.

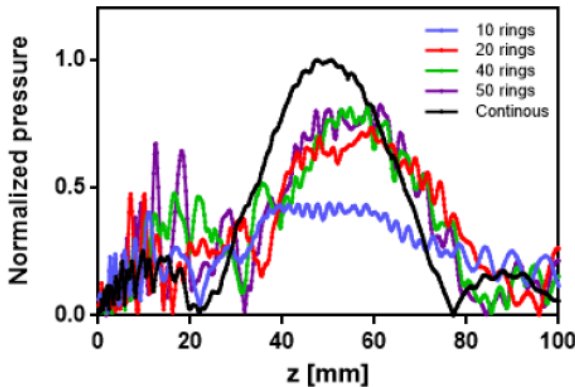


Fig. 4. Graph of the normalized acoustic pressures with different ring arrangements vs. the continuous radiation. Using discretized radiation produced larger pre-focal lobes than those in the ideal case. Using more than 20 rings did not significantly improve the results for this simulation.

IV. CONCLUSION

In the different simulations performed, comparing the baseline with the others, we observed significant changes that approach the continuous reference signal. Multiple variations are caused mainly by parameters like the width of the *kerf* and the total number of rings.

There is a tendency for the variations of the field to approach the result with the continuous signal for a larger number of rings, excepting at the pre-focal zone where the field distribution did not follow a predictive behavior. However, other parameters should be adjusted accordingly to obtain a more accurate result as the frequency, and the constants of the presented equations. Although theoretically

there is no limit for choosing a very large number of rings for the radiator, in practice the required instruments should be considered, as the effect of a reduced *kerf*; increasing the number of rings implies having thinner rings, in which the ratio between the size of the ring and the size of the *kerf* would be smaller. The effect of this reduction should be also analyzed.

ACKNOWLEDGMENT

Authors would like to thank funding support by CONACyT CB2015-257966, ERAnet-EMHE 200022, CYTED-DITECROD-218RT0545, and Proyecto IV-8 call AMEXCID-AUCI 2018-2020. A. Rodríguez would like to thank CONACyT for undergrad thesis scholarship 29586.

REFERENCES

- [1] M. Zamboni-Rached, "Stationary optical wave fields with arbitrary longitudinal shape by superposing equal frequency Bessel beams: Frozen Waves," *Opt. Express*, vol. 12, no. 17, p. 4001, Aug. 2004.
- [2] T. A. Vieira, M. R. R. Gesualdi, and M. Zamboni-Rached, "Frozen waves: experimental generation," *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 11, p. 2034, Jun. 2012.
- [3] T. A. Vieira, M. R. R. Gesualdi, M. Zamboni-Rached, and E. Recami, "Production of dynamic frozen waves: controlling shape, location (and speed) of diffraction-resistant beams," *Opt. Lett.*, vol. 40, no. 24, p. 5834, 2015.
- [4] J. L. Prego-Borges, M. Zamboni-Rached, E. Recami, and H. E. Hernández-Figueroa, "Producing acoustic frozen waves: Simulated experiments," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 60, no. 11, pp. 2414–2425, 2013.
- [5] C. A. Dartora, K. Z. Nobrega, A. Dartora, G. A. Viana, and H. S. Filho, "A general theory for the Frozen Waves and their realization through finite apertures," *Opt. Commun.*, vol. 265, no. 2, pp. 481–487, Sep. 2006.
- [6] M. Corato-Zanarella and M. Zamboni-Rached, "Electromagnetic frozen waves with radial, azimuthal, linear, circular, and elliptical polarizations," *Phys. Rev. A*, vol. 94, no. 5, pp. 1–9, 2016.
- [7] J. L. Prego-Borges, M. Zamboni-Rached, E. Recami, and E. T. Costa, "Producing acoustic 'Frozen Waves': Simulated experiments with diffraction/attenuation resistant beams in lossy media," *Ultrasonics*, vol. 54, no. 6, pp. 1620–1630, 2014.
- [8] L. Castellanos, I. Bazan, and A. Ramirez-Garcia, "A transducer array design for acoustic frozen waves generation with a *kerf* optimization for biomedical applications," *Pan Am. Heal. Care Exch. PAHCE*, no. 4, pp. 1–4, 2014.
- [9] M. I. Gutierrez, H. Calas, A. Ramos, A. Vera, and L. Leija, "Acoustic Field Modeling for Physiotherapy Ultrasound Applicators by Using Approximated Functions of Measured Non-Uniform Radiation Distributions," *Ultrasonics*, vol. 52, no. 6, pp. 767–777, 2012.

9 Referencias

- [1] R.-N. N. Hernández-Ávila M, Gutiérrez JP, “Diabetes En Mexico,” *El Estado La Epidemia*, vol. 55, no. 1, pp. 129–136, 2013.
- [2] José Javier Mediavilla Bravo, “Complicaciones de la diabetes mellitus. Diagnóstico y tratamiento,” *Elsevier*, 2018.
- [3] L. Aguirre García, Almudena. Figueroa García, M. Munar Gelabert, and M. Peralejo Martín, “Ultrasonidos Y Sus Aplicaciones Sanitarias,” *Univ. Complut. MADRID*, 2014.
- [4] C. A. Dartora, K. Z. Nobrega, A. Dartora, G. A. Viana, and H. T. S. Filho, “A general theory for the Frozen Waves and their realization through finite apertures,” *Opt. Commun.*, vol. 265, no. 2, pp. 481–487, Sep. 2006, doi: 10.1016/j.optcom.2006.03.057.
- [5] M. Zamboni-Rached, E. Recami, and H. E. Hernández-Figueroa, “Theory of ‘frozen waves’: modeling the shape of stationary wave fields,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 22, no. 11, p. 2465, Nov. 2005, doi: 10.1364/josaa.22.002465.
- [6] A. Durán-Rivera, A. Montoliu García, J. Juan Escudero, P. Garrido Abad, M. Fernández Arjona, and E. López Alcina, “High-intensity focused ultrasound therapy for the treatment of prostate cancer: Medium-term experience,” *Actas Urol. Esp.*, vol. 42, no. 7, pp. 450–456, 2018, doi: 10.1016/j.acuro.2017.11.007.
- [7] M. Porta and F. Bandello, “Diabetic retinopathy: A clinical update,” *Diabetologia*, vol. 45, no. 12, pp. 1617–1634, 2002, doi: 10.1007/s00125-002-0990-7.
- [8] Gerard J. Tortora and B. Derrickson, *Anatomía y Fisiología Humana*. 2013.
- [9] J. A. F. Tresguerres, M. . Á. V. Bernués, and A. L.-C. Barreda, “Anatomía y Fisiología del Cuerpo Humano,” *McGrawhill*, p. 281, 2009.
- [10] H. McGuinness, *Anatomy & Physiology 5th Edition*, 5th ed. H.E, 2018.

- [11] J. Tang and T. S. Kern, "Inflammation in diabetic retinopathy," *Prog. Retin. Eye Res.*, vol. 30, no. 5, pp. 343–358, 2011, doi: 10.1016/j.preteyeres.2011.05.002.
- [12] "ENSANUT 2018." .
- [13] D. J. T. C. B. Dr. Ariel Prado Serrano, Dra. Marilu Anahí Guido-Jiménez, "Prevalencia de retinopatía diabética en México." medigraphic, México, 2009.
- [14] CENETEC, "Diagnostico y tratamiento de retinopatía diabética." 2015.
- [15] H. M. Frost, *Electromagnetic–Ultrasound Transducers: Principles, Practice, and Applications*, vol. 14, no. C. ACADEMIC PRESS, INC., 1979.
- [16] L. S. Alfonso and M. M. Ramírez, "Revista Cubana de Oftalmología , Volumen 31 , EcoDoppler orbitario y valores de referencia del flujo sanguíneo arterial en una población cubana Orbital Doppler ultrasonography and reference arterial blood flow values in a Cuban population," vol. 3, no. 2018, pp. 1–12, 2021.
- [17] G. D. BAUER, Wolfgang, WESTFALL, *Física para ingeniería y ciencias con física moderna*. México, 2011.
- [18] L. K. E., *Fundamentos de Acústica*. 1992.
- [19] Rick Altman, *Sound Theory/Sound Practice*, 1st Editio. 1992.
- [20] Q. Zhou, K. H. Lam, H. Zheng, W. Qiu, and K. K. Shung, "Piezoelectric single crystal ultrasonic transducers for biomedical applications," *Prog. Mater. Sci.*, vol. 66, pp. 87–111, 2014, doi: 10.1016/j.pmatsci.2014.06.001.
- [21] C. and R. Mueller, *Light and Vision*, Time-Life. NY, 1966.
- [22] P. Laugier and G. Haïat, "Bone quantitative ultrasound," *Bone Quant. Ultrasound*, no. November, pp. 1–468, 2011, doi: 10.1007/978-94-007-0017-8.
- [23] G. H. Ñ, "Therapeutic applications of ultrasound," vol. 93, pp. 111–129, 2007, doi: 10.1016/j.pbiomolbio.2006.07.005.
- [24] G. ter Haar and C. Coussios, "High intensity focused ultrasound: Physical principles and devices," *Int. J. Hyperth.*, vol. 23, no. 2, pp. 89–104, 2007, doi:

10.1080/02656730601186138.

- [25] G. Rizzatto, "Ultrasound transducers," 1998.
- [26] B. Drafts, "Acoustic Wave Technology Sensors," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 2001.
- [27] P. Thomas L. Szabo, PhD, Peter A. Lewin, MSc, "Ultrasound Transducer Selection in Clinical Imaging Practice," *J. Ultrasound Med.*, 2013.
- [28] M. I. G. Velasco, "Modelado del calentamiento de radiación acústica generada por equipos de fisioterapia ultrasónica, validación experimental en medios homogéneos y diseño de la instrumentación," Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2011.
- [29] J. W. Hunt, M. Arditi, and F. S. Foster, "Ultrasound Transducers for Pulse-Echo Medical Imaging," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-30, no. 8, pp. 453–481, 1983, doi: 10.1109/TBME.1983.325150.
- [30] S. N. Khonina, N. L. Kazanskiy, S. V. Karpeev, and M. A. Butt, "Bessel beam: Significance and applications —A progressive review," *Micromachines*, vol. 11, no. 11, pp. 1–27, 2020, doi: 10.3390/mi11110997.
- [31] Y. Lin, W. Seka, J. H. Eberly, H. Huang, and D. L. Brown, "Experimental investigation of Bessel beam characteristics," *Appl. Opt.*, vol. 31, no. 15, p. 2708, 1992, doi: 10.1364/ao.31.002708.
- [32] J. Durnin and J. J. Miceli, "Comparison of Bessel and Gaussian beams," vol. 13, no. 2, pp. 79–80, 1988.
- [33] S. Holm, "Bessel and conical beams and approximation with annular arrays," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 45, no. 3, pp. 712–718, 1998, doi: 10.1109/58.677615.
- [34] H. Kaushal and G. Kaddoum, "Optical Communication in Space: Challenges and Mitigation Techniques," *IEEE Commun. Surv. Tutorials*, vol. 19, no. 1, pp. 57–96, 2017, doi: 10.1109/COMST.2016.2603518.

- [35] J. G. Fujimoto, C. Pitris, S. A. Boppart, and M. E. Brezinski, "Optical coherence tomography: An emerging technology for biomedical imaging and optical biopsy," *Neoplasia*, vol. 2, no. 1–2, pp. 9–25, 2000, doi: 10.1038/sj.neo.7900071.
- [36] M. Zamboni-Rached, "Stationary optical wave fields with arbitrary longitudinal shape by superposing equal frequency Bessel beams: Frozen Waves," *Opt. Express*, vol. 12, no. 17, p. 4001, 2004, doi: 10.1364/opex.12.004001.
- [37] L. Castellanos, I. Bazan, and A. Ramirez-Garcia, "A transducer array design for acoustic frozen waves generation with a kerf optimization for biomedical applications," 2014, doi: 10.1109/PAHCE.2014.6849635.
- [38] T. A. Vieira, M. R. R. Gesualdi, M. Zamboni-Rached, and E. Recami, "Production of dynamic frozen waves: controlling shape, location (and speed) of diffraction-resistant beams," *Opt. Lett.*, vol. 40, no. 24, p. 5834, Dec. 2015, doi: 10.1364/ol.40.005834.
- [39] J. L. Prego-Borges, M. Zamboni-Rached, E. Recami, and H. E. Hernández-Figueroa, "Producing acoustic frozen waves: Simulated experiments," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 60, no. 11, pp. 2414–2425, 2013, doi: 10.1109/TUFFC.2013.6644744.
- [40] T. A. Vieira, M. R. R. Gesualdi, and M. Zamboni-Rached, "Frozen waves: experimental generation," *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 11, p. 2034, Jun. 2012, doi: 10.1364/ol.37.002034.
- [41] N. Jiménez *et al.*, "Acoustic Bessel-like beam formation by an axisymmetric grating," *Epl*, vol. 106, no. 2, pp. 1–5, 2014, doi: 10.1209/0295-5075/106/24005.
- [42] J. L. Prego-Borges, M. Zamboni-Rached, E. Recami, and E. T. Costa, "Producing acoustic 'Frozen Waves': Simulated experiments with diffraction/attenuation resistant beams in lossy media," *Ultrasonics*, vol. 54, no. 6, pp. 1620–1630, 2014, doi: 10.1016/j.ultras.2014.03.008.