



---

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS

Medida de canales contaminantes en la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$  a energías Coulombianas para descifrar el canal de ruptura en  ${}^4\text{He}$

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**Físico**

PRESENTA:

**María Jaqueline Pérez Mota**

DIRECTOR:

Dr. Luis Armando Acosta Sánchez

Ciudad Universitaria, CDMX, 2022





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



---

1. Datos del alumno

Pérez  
Mota  
María Jaqueline  
Universidad Nacional Autónoma de  
México  
Facultad de Ciencias  
Física  
312177920

2. Datos del tutor

Dr  
Luis Armando  
Acosta  
Sánchez

3. Datos del sinodal 1

Dr  
Efraín Rafael  
Chávez  
Lomelí

4. Datos del sinodal 2

Dr  
Ismael  
Martel  
Bravo

5. Datos del sinodal 3

Dr  
Elí Francisco  
Aguilera  
Reyes

6. Datos del sinodal 4

Dr  
Daniel José  
Marín  
Lambarri

7. Datos del trabajo escrito

Medida de canales contaminantes en la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$  a energías  
Coulombianas para descifrar el canal de ruptura de  ${}^4\text{He}$   
60 p.  
2020

*“Aún así, una parte de mi ser cree que lo mío es único, particular, mientras la otra me recuerda que la pasión tiene justamente esa engañosa peculiaridad: hacer sentir a quien la experimenta alguien excepcional.”*

*Carla Guelfenbein*





# Reconocimientos

---

A lo largo de este camino conocí a muchas personas que sin duda alguna han formado parte importante de este gran paso en mi vida. Y a quienes quiero agradecer por cada una de sus acciones.

A mis padres Rigoberto y Ernestina, que desde pequeña han apoyado mis sueños y han cuidado de mi en todo momento.

A mis hermanos Nancy y Luis Ángel, que sin duda algunas mis días no serían lo mismo sin ellos, gracias por motivarme día con día. Estoy segura que ustedes saben que significa esto para mí.

También quiero agradecer a cuatro personas que en su momento creyeron en una jovén desconocida y sin ser nada de ella, eligieron apoyarla gracias Iván Z., Edgar, Bernardo y Daniel por haber apoyado mis sueños.

A mis compañeros y amigos de la carrera Milo, Carlos, Antero, Michel, Eduardo, Sebastian, Enrique y Lulú que de alguna manera estuvimos en el mismo camino por un tiempo y que fueron parte importante para que yo pudiera concluir este proyecto.

A mis amigos que día con día me daban ánimos para continuar Ximena, Diego, Iván P., Carlos V., y Humberto R.

Al Dr. José Francisco Favela Pérez que dedicó su tiempo a explicarme de manera detallada el funcionamiento de isonav.

A mi asesor el Dr. Luis Armando Acosta Sánchez que me ha apoyado para llegar al término de este trabajo y de mi servicio social, gracias por compartir su experiencia y conocimiento conmigo.

Quiero agradecer a Jesús U. quien desde el momento que me conoció tomo mis sueños como suyos y me ha apoyó para crecer, gracias por todo lo que compartiste conmigo.



Por último quiero agradecer a PAPIIT IA103218 , IN107820, CONACyT 314857 y CONACyT 315839 ya que este trabajo fue parcialmente apoyado por dichas instituciones.





# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

María Jaqueline Pérez Mota. Ciudad Universitaria, CDMX, 2022



# Resumen

---

El presente trabajo muestra un re-análisis del canal de ruptura en  ${}^4\text{He}$  para ángulos hacia delante de los datos obtenidos en el experimento PH215, el cual se realizó para estudiar la dispersión de  ${}^6\text{He}$  en un blanco pesado ( ${}^{208}\text{Pb}$ ) a energías en torno a la barrera Coulombiana (22 MeV en este caso), una región energética en la que conviven procesos Coulombianos y nucleares.

El principal interés de este análisis es aportar en la descripción de la dinámica del núcleo halo  ${}^6\text{He}$  dado que este núcleo suele tener presencia en procesos estelares que dan lugar a la creación de elementos pesados, ya que la reacción de captura de dos neutrones en partículas alfa para producir  ${}^6\text{He}$ , permite evitar la brecha de inestabilidad en  $A = 5$  en entornos ricos en neutrones.

En el primer análisis realizado para este experimento, se detectó que para ángulos hacia adelante, los datos se vieron contaminados por reacciones espurias. Por lo que la finalidad de este trabajo, es identificar esas reacciones y aislar el canal de ruptura para la reacción de interés.

The present work shows a re-analysis of the breakup channel in  ${}^4\text{He}$  for forwards angles of the data obtained in the experiment PH215, which was carried out to study the scattering of  ${}^6\text{He}$  in a heavy target ( ${}^{208}\text{Pb}$ ) at energies around the Coulomb barrier (22 MeV in this case), an energetic region in which Coulomb and nuclear processes coexist.

The main interest of this analysis is to contribute in the description of dynamics of the nucleus halo  ${}^6\text{He}$ , due to this nucleus usually has a presence in stellar processes that give rise to creation of heavy elements. Since the capture reaction of two neutrons in alpha particles to produce  ${}^6\text{He}$  allows to avoid the innestability gap at  $A = 5$  in neutron-rich enviroments.

In the first analysis of this experiments, it was detected that for forwards angles, the data was contaminated by spurious reactions. So the purpose of this work is to

identify these reactions and isolate the breakup channel for the reaction of interest.

# Índice general

---

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.3. Antecedentes	2
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>5</b>
2.1. Núcleos Halo	5
2.1.1. Núcleo Halo ${}^6\text{He}$	8
2.1.2. Motivación del estudio de ${}^6\text{He}$	10
2.2. Reacciones Nucleares	12
2.3. Modelos Teóricos de Reacciones Nucleares	14
2.3.1. Modelo Óptico	15
2.3.2. Canales Acoplados con Discretización al Continuo	15
2.3.3. Método de Fotones Equivalente.	16
2.3.4. ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ a 22MeV	17
<b>3. Sistema Experimental</b>	<b>21</b>
3.1. Laboratorio CRC de Louvain-la-Neuve	21
3.2. Producción de Haz	22
3.3. Detectores	23
3.3.1. Funcionamiento de los Detectores del PH215	24
3.3.1.1. DSSSD	24
3.3.1.2. PAD	24
3.3.2. Sistema de detectores en el experimento PH215	25
3.4. Posibles Causas de la Contaminación de Datos de la Ruptura Hacia Adelante	27
<b>4. Análisis de Datos</b>	<b>31</b>
4.1. Análisis Espectroscópico	31
4.2. Análisis de las fuentes de contaminación.	32
4.3. Aislamiento del canal de ruptura directa.	34



<b>5. Resultados</b>	<b>37</b>
5.1. Objetivo 1 . . . . .	37
5.2. Objetivo 2 . . . . .	38
<b>6. Conclusiones</b>	<b>45</b>
<b>A. Apéndice: Característica de los detectores utilizados en el experimento PH215</b>	<b>47</b>
A.1. Telescopios del sistema CD . . . . .	47
A.1.1. Detectores PAD-E . . . . .	47
A.1.2. Detectores SSD - $\Delta E$ . . . . .	48
A.2. Telescopios PAD-DSSSD . . . . .	48
A.2.1. Detectores PAD-E . . . . .	48
A.2.2. Detectores DSSSD- $\Delta E$ . . . . .	49
<b>B. Datos teóricos y experimentales utilizados</b>	<b>51</b>
B.1. Datos experimentales encontrados para el re-análisis . . . . .	52
B.2. Datos experimentales encontrados en la tesis [1] . . . . .	53
B.3. Datos experimentales del modelo EPM(B1) . . . . .	54
B.4. Datos del modelo teórico EPM(B1) . . . . .	55
B.5. Datos del modelo teórico CDCC . . . . .	56

# Índice de figuras

---

2.1. Diagrama de Segré.[2] . . . . .	5
2.2. Esquematación de la localización de los núcleos halo. . . . .	6
2.3. Esquematación de las principales características y las diferencias entre los núcleos halo y un núcleo estable, en el cual podemos observar que para un núcleo halo su radio es mayor en comparación con un núcleo estable, caso contrario con su densidad. . . . .	7
2.4. Diagrama de núcleo halo ${}^6\text{He}$ . . . . .	8
2.5. Niveles de energía y resonancia del ${}^6\text{He}$ . . . . .	9
2.6. Abundancias del sistema solar de isótopos de elementos pesados desglosados en las contribuciones del proceso [3]. . . . .	11
2.7. Ilustración de un evento de fusión de estrella de neutrones (credito: Dana Berry y Erica Drezek, NASA/Goddard Space Flight Cente). . . . .	12
2.8. Esquematación de la barrera de Coulomb. . . . .	13
2.9. Discretización del continuo para el modelo CDCC. . . . .	16
2.10. Diagrama de los productos al colisiones ${}^6\text{He}$ en ${}^{208}\text{Pb}$ . . . . .	18
3.1. Vista general esquemática de la instalación de producción de haces radiactivos (RIB) del Centre de Recherches du Cyclotron de Louvain-la-Neuve hasta finales de 2008 (Bélgica) [1]. . . . .	22
3.2. Dopaje de un detector con estructura pn. Donde A representa la salida al ánodo y K la salida al cátodo. . . . .	23
3.3. Representación esquemática un detector CD. . . . .	25
3.4. Esquema de la geometría utilizada en los sistemas de detectores, y posición del blanco en el experimento PH215. . . . .	26
3.5. Representación esquemática de los detectores cuadrangulares. . . . .	27
3.6. Esquema del montaje experimental, en esta imagen se pueden visualizar algunos de los componentes que forman parte del sistema experimental. . . . .	28
3.7. Vista inferior. . . . .	29
3.8. Vista frontal, en la cual se observa el hueco que pudo provocar la dispersión en colimadores y que pudo alcanzar los detectores sin pasar por el blanco de plomo. . . . .	29
4.1. Espectro obtenido de los datos crudos para ángulos hacia adelante. . . . .	32

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.2. Espectro obtenido de los datos crudos para ángulos hacia adelante, en el cual se pueden identificar tres regiones importantes: Verde: Proceso elástico por agentes contaminantes. Roja: Proceso elástico de la reacción de interés. Azul: Banana creada por la ruptura en $^4\text{He}$ (no necesariamente debido a la ruptura del $^6\text{He}$ en el blanco de plomo, al menos en su totalidad). . . . .	33
4.3. En este espectro se puede observar las ventanas creadas al rededor del cúmulo correspondiente al proceso elástico(azul), y el cúmulo correspondiente al proceso de ruptura (verde). . . . .	35
4.4. Proyección típica en el eje de las abscisas para el canal de ruptura y elástico. . . . .	36
5.1. Identificación de los elementos contaminantes dentro del espectro, para observar la reacción que corresponde a cada intervalo de energía, pueden observarse en la tabla (5.1) . . . . .	38
5.2. Selección de la ventana correspondiente a toda la banana del canal de ruptura. . . . .	39
5.3. Proyección del canal de ruptura en dos tipos de espectros a) altamente contaminado, b) un espectro mucho más limpio. . . . .	40
5.4. Probabilidad de ruptura de la reacción $^6\text{He} + ^{208}\text{Pb}$ a 22 MeV, una vez aislado dicho canal. Se muestran también la probabilidad de ruptura extraída de un cálculo CDCC y de un EMP con B(E1) teórica y experimental. . . . .	42
5.5. Zoom angular de la figura (5.4) . . . . .	43
5.6. Probabilidad de ruptura en $^4\text{He}$ de la reacción $^6\text{He} + ^{208}\text{Pb}$ , mostrando los datos que respetan mayormente la tendencia del cálculo CDCC. . . .	43
5.7. Zoom angular de la Fig. (5.6) . . . . .	44

# Índice de tablas

---

2.1. Valores experimentales y teóricos relativos al núcleos halo de ${}^6\text{He}$ . . . .	8
5.1. En esta tabla se pueden observar las reacciones que se consideran pudieron tener lugar durante el experimento, la primera columna de la tabla hace referencia al número asignado en la figura (5.1). . . . .	37
5.2. En esta tabla se encuentran los resultados obtenidos para $P_{bu}(\theta)$ para los espectros elegidos, así como su correspondencia al ángulo y telescopio.	41
B.1. En esta tabla se encuentran los resultados obtenidos para $P_{bu}(\theta)$ para los espectros elegidos, así como su correspondencia al ángulo y telescopio.	52
B.2. En esta tabla se encuentran los resultados obtenidos para $P_{bu}(\theta)$ en el trabajo [1] . . . . .	53



---

## Capítulo 1

# Introducción

---

El presente trabajo se basa en re-analizar un experimento de dispersión en el cual se estudió la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$  a 22 MeV, en una energía en torno a la barrera de Coulomb.

El interés de este análisis, radica en la importancia de conocer la dinámica de núcleos débilmente ligados y así poder contribuir a su descripción, mediante el empleo de modelos teóricos sofisticados. Reacciones como la indicada anteriormente, son de interés fundamental en procesos astrofísicos, pues los canales de reacción estudiados, suelen tener lugar en procesos estelares.

El objetivo principal del experimento era medir la dispersión elástica y el canal de ruptura en  ${}^4\text{He}$  del  ${}^6\text{He}$ . La distribución angular fue medida con éxito, sin embargo, el canal de ruptura sólo pudo medirse con precisión a ángulos intermedios y traseros. En ángulos delanteros, el canal se contaminó con reacciones espurias, provenientes de la ruptura del  ${}^6\text{He}$  en agentes diferentes al blanco de plomo. Es por ello que el objetivo principal de este trabajo de tesis de licenciatura estuvo dedicado a extraer datos reales del canal de ruptura e identificar los posibles “blancos de fragmentación” que contribuyeron a contaminar la información esperada para la ruptura.

El re-análisis del experimento consistió en buscar entre los datos crudos los espectros de energía que resultarán más limpios, esto puede realizarse gracias a que los datos tomados a ángulos delanteros se registraron en 4 telescopios, los cuales forman un disco de detección cuyos detectores segmentados formaban anillos concéntricos. Al observar los datos crudos, hemos podido comprobar que hay telescopios que son menos favorecidos por la contaminación.

### 1.1. Objetivos

El reanálisis de este trabajo tenía dos objetivos:

- Definir la existencia de los canales contaminantes y sus posibles fuentes de producción.

- Establecer un mecanismo de extracción del canal real de ruptura, a partir de un cuidadoso estudio de los espectros de energía a ángulos pequeños.

### 1.2. Planteamiento del problema

Como anteriormente se mencionó durante el experimento existieron reacciones que contaminaron el canal de ruptura. Por lo cual se parte de dos posibles hipótesis:

- Se puede aislar el canal de ruptura para algunos ángulos hacia adelante a  $\frac{4}{6}$  de la energía total. Es decir, que se tienen canales aislados para cada contaminante por lo que se tendrían canales excitados.
- No se puede aislar completamente los elementos del canal de ruptura dado que existió dispersión en un blanco grueso, por lo que generó un continuo de alfas dispersadas desde diversas profundidades del blanco grueso.

### 1.3. Antecedentes

El núcleo  ${}^6\text{He}$  es uno de los núcleos exóticos que más ha llamado la atención en los últimos años, esto es debido a su estructura borromea <sup>1</sup> que consta de un núcleo  $\alpha$  y un halo de dos neutrones débilmente ligados, además de su vida media relativamente larga (807 ms). Lo cual convierte al  ${}^6\text{He}$  en un candidato para su estudio por medio de experimentos de dispersión. *Las reacciones inducidas por  ${}^6\text{He}$  en varios blancos a energías alrededor de la barrera de Coulomb exhiben algunas características comunes, como una sección transversal notablemente grande para la producción de partículas  $\alpha$ . Este efecto está claramente asociado con la unión débil de los neutrones de halo, que favorece la disociación del proyectil  ${}^6\text{He}$  en el campo nuclear y de Coulomb del blanco* [4].

El estudio de los núcleos halo, ha despertado gran interés, debido a sus características nucleares y a que se encuentran involucrados en procesos estelares. El estudio del  ${}^6\text{He}$  comenzó en 1993, cuando se reveló teóricamente la existencia de sus dos neutrones de valencia, que pueden estar fuertemente ligados como un par di-neutrón, fuera del núcleo de  ${}^4\text{He}$ , otra de las opciones era que los dos neutrones fueran una pareja separada del núcleo (core) para formar una configuración en forma de puro (cigar-like) [5].

Recientemente se han realizado distintos estudios al rededor de las reacciones inducidas por  ${}^6\text{He}$  en torno a la barrera de Coulomb. A continuación se presenta una lista de los experimentos y se describen a grandes rasgos sus objetivos:

---

<sup>1</sup>El nombre de borromeo proviene del escudo de la familia italiana Borromeo, en el que aparecen tres anillos entrelazados entre sí, de tal manera que si alguna de las tres estructuras se rompe, los tres quedarán libres

- En el trabajo mostrado en [6] se realizó un análisis simultáneo del canal elástico y la pérdida de dos neutrones en la reacción de  ${}^6\text{He} + {}^{209}\text{Bi}$ . En dicho trabajo se observó que a energías por debajo de la barrera de Coulomb, la sección eficaz para el canal de  $\alpha$ 's es muy grande, además en este experimento se buscaba estudiar la posible supresión de la barrera de fusión [6].
- Posteriormente se analizó nuevamente la reacción anterior en [7] donde se registraron coincidencias de neutrones- $\alpha$ , los autores concluyeron que más de la mitad de las partículas de  ${}^4\text{He}$  producidas más allá del ángulo rasante (Grazing angle <sup>1</sup>) provienen de la transferencia de dos neutrones a estados no ligados del núcleo residual, el  ${}^{211}\text{Bi}$  [7].
- En el experimento realizado en [9] en el que se estudió la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$ , se observó que el 80 % de las partículas de  ${}^4\text{He}$  provenían de transferencia o ruptura, es decir, que se obtuvieron conclusiones similares a la referencia [7].
- Otras medidas realizadas fueron para la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{65}\text{Cu}$  a  $E_{lab} = 19.5$  MeV, 30 MeV hechas por Navin et al. [10], donde se encontró que una fracción importante de los productos tienen un origen diferente a la evaporación por fusión. Es decir, que la transferencia de neutrones al blanco tiene una contribución mayor que el canal de ruptura directa de  ${}^6\text{He}$ , para blancos intermedios [10].
- En [11] se midieron los fragmentos de fisión<sup>2</sup> para la reacción de  ${}^6\text{He} + {}^{238}\text{U}$  a energías entorno a la barrera de fusión<sup>3</sup>, en dicho experimento se concluyó que el rendimiento para la fisión por debajo de la barrera se debe a un proceso directo de la transferencia de los dos neutrones. Esto se respaldó por los cálculos realizados con la aproximación de Born de onda distorsionada (DWBA, por sus siglas en inglés), para la transferencia de dos neutrones a estados excitados del blanco  ${}^{238}\text{U}$ .

---

<sup>1</sup>Una colisión rasante ocurre cuando ambos núcleos apenas logran tocar su superficie entre estos. El ángulo rasante se encuentra partir de la condición entre la sección eficaz de reacción y la sección eficaz de Rutherford;  $\frac{\sigma_R(\theta_{gr})}{\sigma_{Rutherford}(\theta_{gr})} = \frac{1}{4}$  [8].

<sup>2</sup>La energía de excitación mínima requerida para que ocurra la fisión se conoce como energía crítica ( $E_{crit}$ ) que depende de la estructura nuclear y se expresa como  $\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0(R_1 + R_2)}$  [8].

<sup>3</sup>Para lograr la fusión nuclear, las partículas involucradas deben primero superar la repulsión eléctrica para acercarse lo suficiente como para que la fuerza nuclear atractiva se haga cargo de fusionar las partículas [8].





# Marco Teórico

---

## 2.1. Núcleos Halo

Se conocen aproximadamente 3100 nucleidos, sin embargo, los modelos predicen al rededor de 7000 [8]. De acuerdo al diagrama de Segré (Fig. (2.1)), en el que se realiza un gráfica de  $Z$  vs  $N$  en la que se colocan cada uno de los nucleidos, se observan tres líneas: las líneas de inestabilidad o goteo por emisión de protones o neutrones (drip lines) y la línea en la que la barrera de fisión se anula. En núcleos cercanos a la línea de goteo, la energía de separación de los últimos nucleones puede llegar a ser extremadamente pequeña, comparada con la energía de los núcleos estables de 6 MeV a 8 MeV [2].

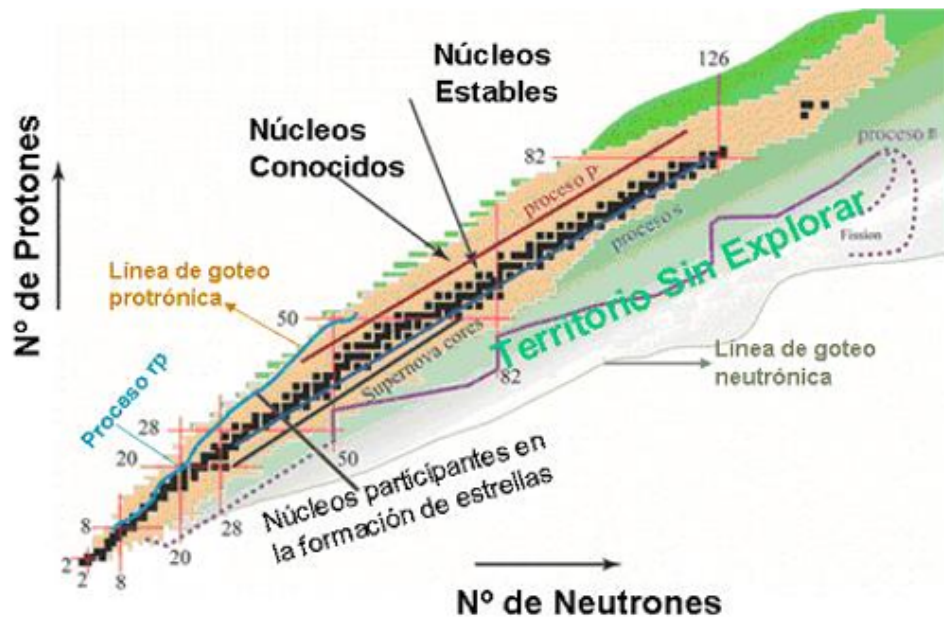


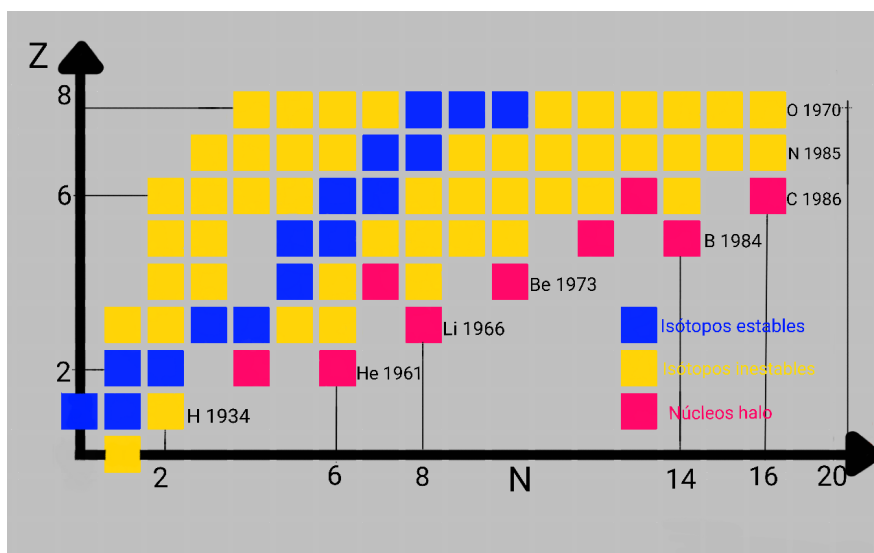
Figura 2.1: Diagrama de Segré.[2]

## 2. MARCO TEÓRICO

---

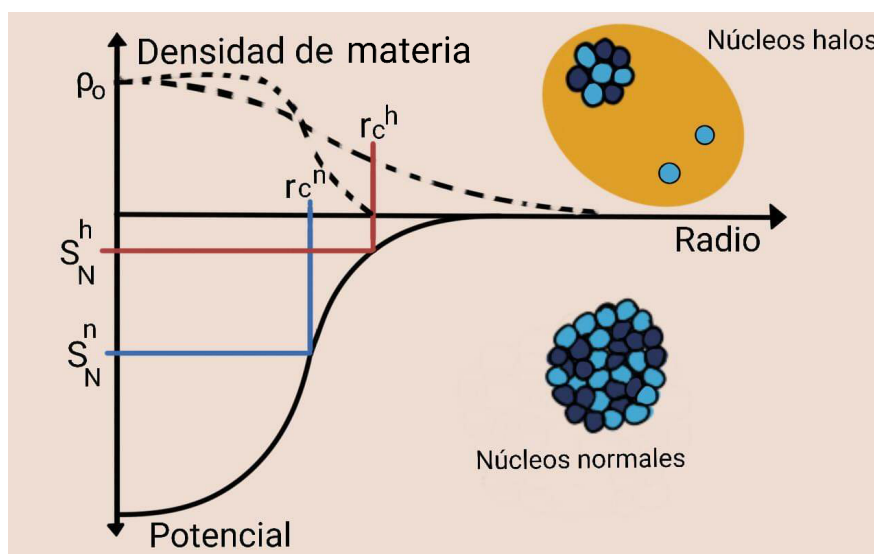
Se llaman núcleos exóticos, a aquellos lejanos al valle de estabilidad. Este alejamiento hace que no sea sencillo describir sus propiedades usando las mismas herramientas que las usadas con núcleos estables. Dichos núcleos juegan un papel importante en el proceso de nucleosíntesis estelar. Sin embargo, estos núcleos no se encuentran de manera natural en el medio, debido a su inestabilidad, es por eso, que los núcleos se sintetizan en laboratorios por medio de aceleradores o reacciones nucleares.

Los núcleos exóticos son núcleos de corta vida, inestables y con una estructura inusual, además exhiben formas de desintegración que no se ven cerca del valle de estabilidad, como la radiactividad de protones. Después de la desintegración beta, el núcleo altamente excitado puede emitir una o más partículas. Dentro de los núcleos exóticos, se encuentran los núcleos halos (en rosa en la Fig. (2.2) en un acercamiento a la zona de los núcleos ligeros del diagrama de Segré o Carta Nuclear) los cuales están caracterizados por tener en los últimos nucleones una función de onda difusa y extendida [12].



**Figura 2.2:** Esquemmatización de la localización de los núcleos halo.

Por ello, están formados por un núcleo central (core) rodeado por un halo de protones orbitales o neutrones, con una energía de separación débil. Debido a la presencia de un halo en un núcleo, el radio del núcleo es mayor a lo predicho y tiene una gran extensión en la distribución de su densidad, su energía de separación es entorno a 1 MeV (ver Fig. (2.3)) [12].



**Figura 2.3:** Esquematación de las principales características y las diferencias entre los núcleos halo y un núcleo estable, en el cual podemos observar que para un núcleo halo su radio es mayor en comparación con un núcleo estable, caso contrario con su densidad.

Los núcleos con halo que se han identificado experimentalmente se pueden clasificar, en halos de  $1n$  ( $^{11}\text{Be}$  y  $^{19}\text{C}$ ), halos de  $2n$  ( $^6\text{He}$ ,  $^{11}\text{Li}$  y  $^{14}\text{Be}$ ), halos de  $1p$  ( $^8\text{B}$  y  $^{17}\text{F}$  en su primer estado excitado) y halos de  $2p$  ( $^{17}\text{Ne}$ ) [13].

Una propiedad de los núcleos halo de dos neutrones, es que son núcleos borromeos, es decir, que se considera al núcleo como un sistema de tres cuerpos, donde ninguno de los subsistemas de dos cuerpos que se pueden formar es ligado. Esto implica que para estudiar su estructura no pueden utilizarse técnicas tradicionales de espectroscopia gamma. *Por lo que el estudio de los núcleos halo se lleva a cabo a través de la desintegración  $\beta$  o midiendo la distribución angular de los productos de la colisión en experimentos de dispersión* [1].

Sin embargo, existen efectos de distorsión debido al campo nuclear y Coulombiano del núcleo blanco, si bien, estos efectos existen en la dispersión de cualquier núcleo, en el caso de los núcleos halo aumenta considerablemente.

*Por lo cual existen aproximaciones de modelos semi-clásicos, como el modelo óptico con el uso de potenciales de polarización y los cálculos de canales acoplados con discretización del continuo (CDCC). Donde este último considera explícitamente la composición del núcleo halo (core + órbita de nucleones)* [1].

### 2.1.1. Núcleo Halo ${}^6\text{He}$

El  ${}^6\text{He}$ , esquematizado en la Fig. (2.4) es un núcleo halo borromeo, por lo cual su estudio implica un sistema de 3 cuerpos. No obstante, en 1993, un análisis teórico mostró que los dos neutrones de valencia, pueden estar fuertemente acoplados para formar un sistema di-neutrón, al rededor de núcleo de  ${}^4\text{He}$  [5].

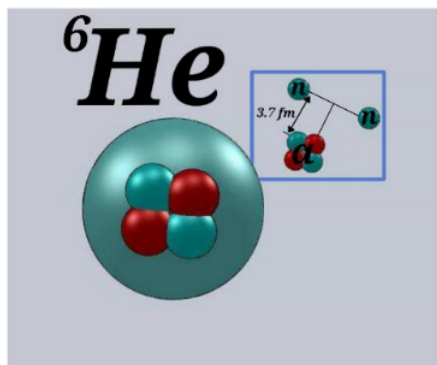


Figura 2.4: Diagrama de núcleo halo  ${}^6\text{He}$

Además, como anteriormente se mencionó el  ${}^6\text{He}$  se conforma por un núcleo  $\alpha$  más dos neutrones de halo débilmente unidos. Por lo cual a través del tiempo se han realizado medidas de la distancia de separación entre ambos neutrones y entre el centro y el halo. Estos valores se han obtenido tanto de manera experimental como teórica, algunas mediciones se pueden ver en la tabla (2.1).

Dato	$R_{rms}$ [fm]	$R_{rms}$ [fm] núcleo	Separación [fm] $\alpha - 2n$	Separación [fm] n - n
Medida Experimental	$2.30 \pm 0.07$ [14]	$1.88 \pm 0.12$ [14]	$3.36 \pm 0.39$ [15]	$5.9 \pm 1.20$ [16]
Valor Teórico	2.47 [17]	1.90 [18]	3.9 - 4.3 [19]	4.5 - 4.9 [19]

Tabla 2.1: Valores experimentales y teóricos relativos al núcleos halo de  ${}^6\text{He}$ .

Donde el  $R_{rms}$  hace referencia al tamaño completo del núcleo, es decir el core y el halo del núcleo, la siglas rms hacen referencia a root mean square, el valor cuadrático

medio o raíz cuadrada del valor medio de los cuadrados. Este radio se encuentra a partir de la idea de que los núcleos no tienen límites definidos, por lo cual se toma un rango de secciones transversales para las cuales se puede tomar una media.

El valor  $R_{rms}$  núcleo corresponde sólo a la parte del core del núcleo.

Por otra parte en la figura (2.5) se puede observar un esquema de niveles de energía y resonancia para el núcleo de  ${}^6\text{He}$ , en el cual los valores de energía se encuentran en MeV, con el estado fundamental como origen. Aquellos niveles particularmente anchos se encuentran representados por líneas diagonales y para los niveles que no están bien establecidos, las estimaciones de  $J^\pi$  y  $T$  se encuentran entre paréntesis [1].

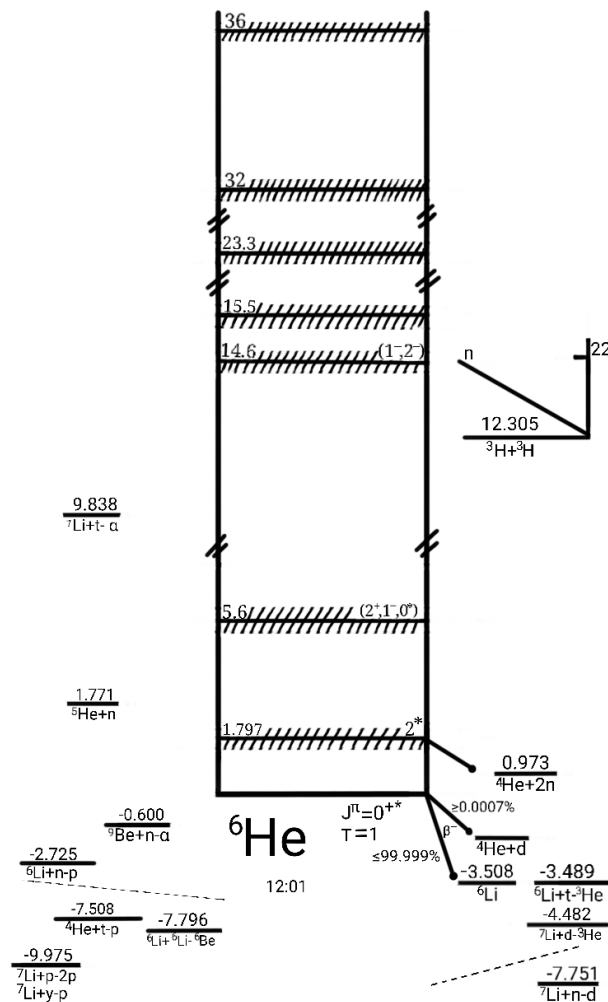


Figura 2.5: Niveles de energía y resonancia del  ${}^6\text{He}$ .

### 2.1.2. Motivación del estudio de ${}^6\text{He}$

Si bien una de las fuentes de estudio más importante a lo largo de la historia ha sido la formación del Universo, determinar cómo y cuándo se formaron los elementos que hoy día representan la integración de la materia corresponde a uno de los temas en los que el ser humano ha centrado su atención.

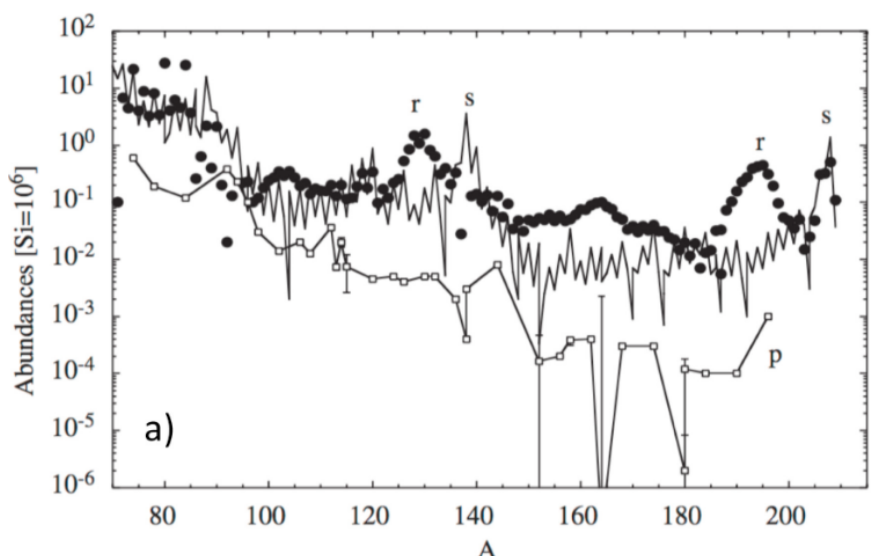
La observación de líneas de tecnecio por Paul Merrill en 1952 fue la primera evidencia directa del proceso de nucleosíntesis para elementos pesados en una estrella. Dicho descubrimiento se encuentra plasmado en el artículo *Spectroscopic Observation of Stars of Class S* [20]. Paul Merrill por medio del proceso de espectroscopía observó cuatro líneas espectrales que correspondían al tecnecio en estrellas gigantes rojas, en particular, luz con longitudes de onda de 403.1 nm, 423.8 nm, 426.2 nm y 429.7 nm. Dado que el tecnecio es un elemento sin isótopos estables y el isótopo de vida más larga tiene una semi-vida de 4 millones de años, esto correspondía a una evidencia del proceso de nucleosíntesis.

*La sorprendente observación del Merrill mostró por primera vez que las estrellas son el lugar de nacimiento de elementos pesados en el Universo, ya que cualquier tecnecio producido durante el Big Bang debería haberse desintegrado hace mucho tiempo* [21].

Tras este descubrimiento, en 1957, Burbidge, Fowler y Hoyle e independientemente Cameron, esbozaron los principales procesos de nucleosíntesis en el Universo. Para elementos más pesados que el hierro (número de protones  $Z = 26$ ), se describieron tres procesos principales [3]:

- proceso de captura rápida de neutrones ( proceso r)
- proceso de captura lenta de neutrones ( proceso s)
- proceso de captura / fotodesintegración de protones ( proceso p)

El proceso de captura rápida de neutrones (r-process) se considera como el productor de al rededor del 50 % de elementos más pesados que el hierro y es el único capaz de producir actínidos, (véase figura (2.6)). Dicho proceso requiere un entorno astrofísico en el que exista un alto flujo de neutrones durante un periodo corto ( $\approx$  segundos) lo que crea núcleos ricos en neutrones que decaen emitiendo  $\beta^-$  [3].

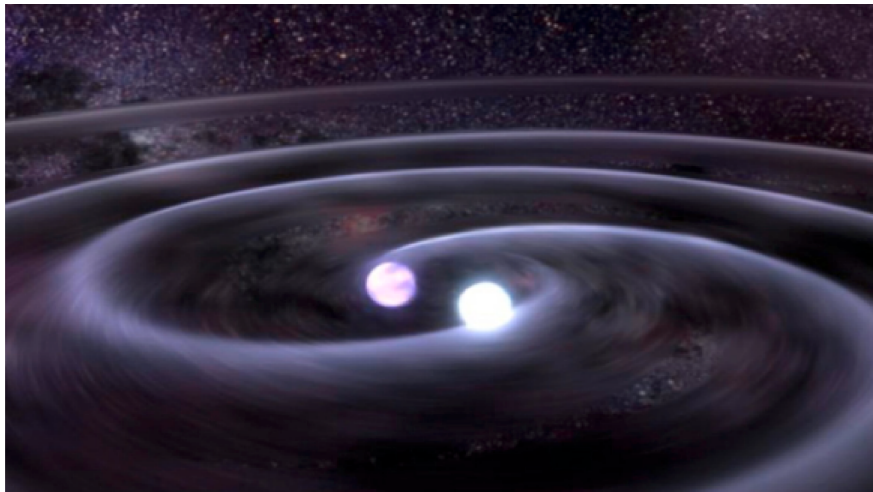


**Figura 2.6:** Abundancias del sistema solar de isótopos de elementos pesados desglorados en las contribuciones del proceso [3].

Recientemente, se ha informado de pruebas experimentales de la nucleosíntesis del proceso r en una doble fusión de estrellas de neutrones identificada como el origen de la fuente de ondas gravitacionales GW170817 (véase la figura (2.7)). Aquí, el principal parámetro que determina la viabilidad del entorno astrofísico para producir elementos pesados mediante el proceso r es la proporción de neutrones semilla. En este contexto, se espera que las reacciones de captura de tres cuerpos como  ${}^4\text{He}(2n, \gamma){}^6\text{He}$  sean importantes en la producción de núcleos pesados, por lo que desempeñan un papel relevante [22], dado que se busca estudiar la dinámica del núcleo  ${}^6\text{He}$  que participa en la reacción  ${}^4\text{He}(2n, \gamma){}^6\text{He}$ , la cual corresponde a la reacción inversa que se produce al suceder la ruptura del  ${}^6\text{He}$  y obtener como resultado  ${}^4\text{He}$ .

La reacción de captura de dos neutrones en partículas alfa para producir  ${}^6\text{He}$  permite evitar la brecha de inestabilidad en  $A = 5$  en entornos ricos en neutrones [12].





**Figura 2.7:** Ilustración de un evento de fusión de estrella de neutrones (credito: Dana Berry y Erica Drezek, NASA/Goddard Space Flight Cente).

## 2.2. Reacciones Nucleares

Recordemos que para lograr estudiar la estructura de una determinada partícula, es importante que la longitud de onda (De Broglie) sea del orden de fermi ( $10^{-15}$ ). Sin embargo, no es suficiente para su estudio, ya que se necesita penetrar el núcleo, lo cuál no es difícil para partículas no cargadas (fotón, neutrón), pero no es lo mismo para partículas cargadas, dado que se requiere romper la barrera de Coulomb (energía de repulsión electrostática para dos partículas), la cual se expresa como:

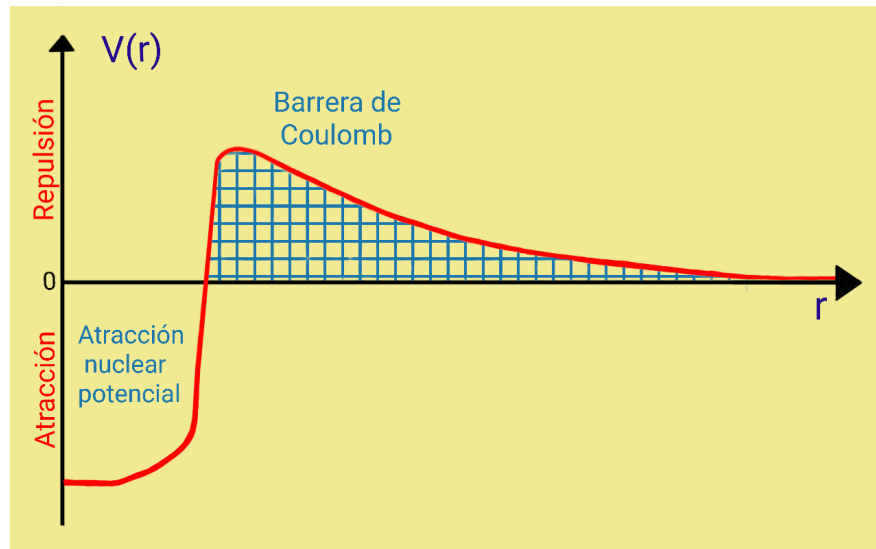
$$V_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_c} \quad (2.1)$$

donde  $R_c$  es la distancia entre los centros de las dos partículas y se expresa como:

$$R_c = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (2.2)$$

Donde  $r_0$  tiene un valor cercano a 1.2 fm y  $A_1, A_2$  son los números másicos de los núcleos.

Por lo que en una colisión de núcleos, para que la barrera de Coulomb (véase figura (2.8)) sea superada o no, sólo dependerá de la energía disponible para producir la colisión. Es decir, que se pueden esperar tres posibles situaciones, que se encuentre por debajo, alrededor o encima de la barrera de Coulomb. De tal forma que se pueden hacer las siguientes observaciones:



**Figura 2.8:** Esquemmatización de la barrera de Coulomb.

- Por debajo de la barrera de Coulomb, dichas regiones solo son accesibles a través del efecto túnel. En estas regiones, sólo intervendrá la fuerza electrostática y ocurre dispersión de Rutherford. En este tipo de reacciones nucleares el núcleo blanco sólo se excita a niveles colectivos entorno a su estado base, para núcleos deformados y pesados. Para núcleos esféricos o ligeros la excitación Coulombiana procede por medio de estados de partícula independiente y obedece el modelo de capas. Sin embargo, para los proyectiles poco ligados aparece la llamada ruptura Coulombiana [23].
- En torno a la barrera de Coulomb habrá una combinación de las fuerza nuclear y coulombiana. Además la sección eficaz diferencial elástica, presenta un comportamiento característico, conocido como dispersión de Fresnel. De igual manera, suelen aparecer oscilaciones conocidas como arcoiris de Coulomb. [24].
- Por encima de la barrera de Coulomb sólo se verá relacionada la fuerza nuclear y comenzarán los efectos cuánticos de difracción. En esta región, la sección eficaz diferencial elástica, presenta un comportamiento oscilante, que se conoce como dispersión elástica de Fraunhofer [25].

Al realizar una reacción nuclear, es importante considerar el valor  $Q$ , que corresponde a la energía disponible de la diferencias de masa entre los elementos iniciales, y los finales. La cual se puede expresar en términos de las energías cinéticas de los elementos finales e iniciales.

$$Q = \sum_k T_{k,f} - \sum_k T_{k,i} \quad (2.3)$$

Cuándo  $Q > 0$  la reacción se denomina exotérmica, es decir, que libera energía. Si  $Q < 0$  la reacción se denomina endotérmica, y es necesario introducir energía de una fuente externa, para que la reacción se lleve a cabo. Por último si  $Q = 0$  entonces la reacción es elástica.

Entonces una reacción es un proceso que se puede esquematizar como:



Donde  $N_p$  es el núcleo (haz) proyectil,  $N_b$  es el núcleo blanco, y  $b_i$  son los productos de la reacción. Y cada uno de los posibles resultados de la reacción se les llaman canales, cuando  $|Q|$  es menor a la energía disponible en el centro de masa (CM), se dice, que el canal está abierto (es posible la reacción). Esto es válido solo para  $Q < 0$ . Si  $Q > 0$ , no hay una condición de umbral y la reacción tendrá lugar, incluso para energías muy pequeñas

### 2.3. Modelos Teóricos de Reacciones Nucleares

Las peculiares características de los núcleos halo generan una serie de procesos que no se observan en los núcleos estables. Que un núcleo sea débilmente ligado, no sólo implica que la sección eficaz total de ruptura aumente proporcional a la disminución de energía de ligadura, sino que genera variaciones en otros observables. *La extensión del halo en este tipo de núcleos, hace que los fragmentos en reacciones de ruptura presenten distribuciones de momentos anormalmente estrechas* [26].

*Además existe un importancia de la interacción Coulombiana con núcleos pesados, dado que pueden encontrarse casos en los que esta contribución sea varios ordenes de magnitud superior a la nuclear* [26]. Esto debido principalmente al halo de neutrones, que a pesar de no tener carga, pueden separar los centros de masas, a causa de la extensión espacial del halo. De tal manera, que la fuerza de repulsión del core con el blanco, es suficiente para romper el núcleo halo.

Por lo cual a continuación, se realizará una descripción de los métodos teóricos utilizados para describir los comportamientos característicos de este tipo de núcleos.

### 2.3.1. Modelo Óptico

El modelo óptico, consiste en describir la interacción entre proyectil y blanco, mediante un potencial efectivo, llamado potencial óptico. Este potencial suele expresarse por medio de un potencial complejo,  $V_{nuc}(r) = V(r) + iW(r)$ , donde  $V(r)$  y  $W(r)$  están en función de la distancia blanco-proyectil. La parte real  $V(r)$  describe a la interacción nuclear y la parte compleja  $W(r)$  representa la perdida de flujo del canal elástico por reacciones nucleares.

El potencial nuclear, se puede parametrizar de diversas maneras, sin embargo, la más conocida es por medio del factor de forma de Wood-Saxon:

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (2.5)$$

Donde  $R$  es el radio de alcance de interacción y  $a$  la difusividad. Así que se puede expresar  $U(r)$  como  $U(r) = V_C(r) + V(r) + iW(r)$ .

Así  $V_C$  corresponde al término Coulombiano, el cuál se puede expresar como:

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_p Z_b e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2}\right) & r < R_c \\ \frac{Z_p Z_b e^2}{r} & r \geq R_c \end{cases} \quad (2.6)$$

Donde  $Z_p$ ,  $Z_b$  son los números atómicos del núcleo proyectil y blanco respectivamente y  $R_C$  es la suma de los radios de ambos núcleos.

Y la parte  $V_{nuc}(r) = V(r) + iW(r)$  suele expresarse a través del factor de forma de la ecuación 2.5, así se tiene que:

$$V_{nuc}(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R_v}{a_v}\right)} + \frac{iW_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R_w}{a_w}\right)} \quad (2.7)$$

Así  $R_v = r_v(A_p^{1/3} + A_b^{1/3})$  y  $R_w = r_w(A_p^{1/3} + A_b^{1/3})$ ;  $V_0$  y  $W_0$  se denominan profundidades real e imaginaria del pozo. Además los parámetros  $r_v, r_w, V_0, W_0, a_v$  y  $a_w$  se ajustan a los datos experimentales.

### 2.3.2. Canales Acoplados con Discretización al Continuo

Una de las principales características de los núcleos halo es que el core y su halo se encuentran débilmente ligados, como es el caso de  ${}^6\text{He}$ , razón por la cual estos núcleos pueden sufrir ruptura directa al interactuar con un blanco pesado dejándolos en su estado fundamental. En el estudio de los núcleos halo no es sencillo aislar los efectos de

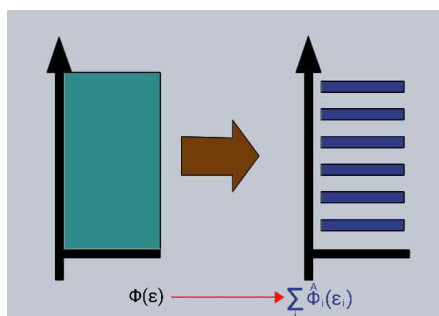
Coulomb de los efectos nucleares. Un método no perturbativo que trata la ruptura de todos los órdenes e incluye los efectos de Coulomb y nucleares en pie de igualdad es el método de Canales Acoplados con Discretización al Continuo (CDCC por sus siglas en inglés) surge como una extensión del método de Canales Acoplados (CC por sus siglas en inglés).

Dado que en núcleos halo existen estados no ligados es necesario sustituir el espectro continuo de estados de energía positiva por un conjunto discreto y finito de estados, llamados bins, donde cada bin representa un intervalo de energía del continuo, hasta llegar a un máximo. Cada estado de un bin esta representado por una función de onda cuadrado integrable, que se construye como la suma de los estados de dispersión dentro del bin [1].

Es decir, que este método consiste en considerar una solución a un pequeño conjunto de ecuaciones acopladas que surgen de una función de onda modelo ( $\Psi_{modelo}$ ) con un número pequeño de términos, por lo que se supone el uso de un Hamiltoniano efectivo [27].

El método CDCC original intenta resolver el problema de tres cuerpos centrándose en la expansión en un conjunto de coordenadas de Jacobi elegido. La suposición implícita en el método CDCC es que el acoplamiento entre el canal de transferencia y el canal de ruptura es pequeño y, por lo tanto, la ruptura puede desacoplarse de la transferencia.

En el método CDCC estándar, el proyectil se describe en términos de un modelo de dos cuerpos. Sin embargo, en muchos núcleos de halo, hay dos nucleones de valencia orbitando el núcleo y, por lo tanto, la elección natural es un modelo de tres cuerpos. El método CDCC de cuatro cuerpos ha sido desarrollado de forma independiente por dos grupos ([28] , [29]) y se ha aplicado principalmente a reacciones con  ${}^6\text{He}$ .



**Figura 2.9:** Discretización del continuo para el modelo CDCC.

### 2.3.3. Método de Fotones Equivalente.

El estudio de núcleos cercanos a las líneas de goteo de neutrones y protones requiere la medición de observables que muestran sus propiedades de estructura inusuales. El estudio de la ruptura de Coulomb de núcleos halo es una herramienta importante para

investigar información sobre sus respuestas multipolares y, por lo tanto, los detalles de su estructura.

Para describir cómo el campo electromagnético conecta el estado fundamental de un núcleo débilmente unido a su continuo, esto se puede estudiar por medio de reacciones nucleares, es decir, el estudio de la excitación de un proyectil bajo campos electromagnéticos causados por un núcleo blanco, sin embargo, en este tipo de reacciones existe no sólo interacción electromagnética sino también interacción nuclear.

Es posible reducir la interacción nuclear y obtener una reacción de ruptura dominada por la interacción de Coulomb. Esto se puede lograr experimentalmente por medio de la elección adecuada del blanco, energía de colisión y ángulos de dispersión.

La ventaja de esta reacción es que el espectro de energía de disociación se puede relacionar directamente con el elemento  $B(E\lambda)$  de la matriz de transición electromagnética que contiene información sobre la estructura del estado fundamental del proyectil.

En el caso de la excitación E1, el espectro de energía de la disociación de Coulomb se expresa como

$$\frac{d^2\sigma}{d\Sigma d\epsilon} = \frac{dB(E_1, \epsilon)}{d\epsilon} F_1(\theta, \xi) \quad (2.8)$$

donde  $F_1(\theta, \xi)$  es la función de excitación dipolo de Coulomb, que depende del ángulo de dispersión y del parámetro de adiabaticidad de Coulomb  $\xi$ , que es proporcional a la energía de excitación

En la ruptura de Coulomb de los núcleos de halo, se ha establecido que la excitación E1 aparece a bajas energías de excitación para los núcleos de halo.

Como anteriormente se mencionó, un experimento de disociación de Coulomb implica considerar un cierto rango angular, determinado por la configuración experimental, sobre el cual se integra la sección eficaz de doble diferencial. Por lo tanto, las cantidades medidas son un conjunto discreto de secciones eficaces diferenciales promediadas  $\sigma_i$ , que, dentro del enfoque de EPM, están dadas por

$$\sigma_i = B(\bar{E}_1, \epsilon_i) F_1(\bar{\epsilon}_i) \quad (2.9)$$

donde  $F_1(\epsilon_i)$  es la función dipolo de Coulomb integrada en los rangos de energía angular y de excitación.

#### 2.3.4. ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ a 22MeV

El experimento abordado en esta tesis se llevó a cabo en el laboratorio CRC de Louvain-la-Neuve, Bélgica, en diciembre del 2004, asignándole la clave PH215. El experimento consistió en colisionar un haz de  ${}^6\text{He}$  a una energía de 22 MeV en un blanco de  ${}^{208}\text{Pb}$ . En dicho experimento se tenían los siguientes objetivos:

- *Obtener los parámetros del potencial nuclear óptico para la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$  a 22MeV y su variaciones con la energía de colisión [1].*

## 2. MARCO TEÓRICO

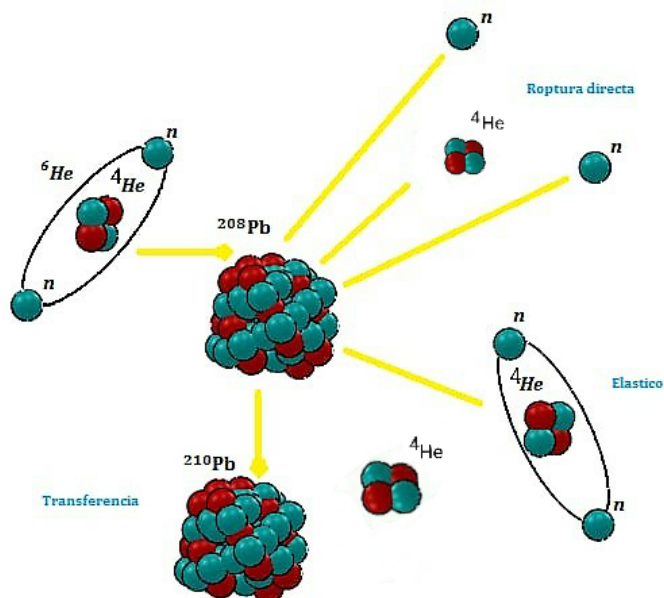
---

- *Estudiar el efecto de polarizabilidad dipolar en la dispersión elástica y la validez de las relaciones de dispersión que ligan las partes real e imaginaria del potencial óptico nuclear [1].*

Al colisionar el haz de  ${}^6\text{He}$  en el blanco de  ${}^{208}\text{Pb}$  se presentan tres principales canales de reacción:

- **Colisión elástica :** Es decir que los canales de entrada y salida son idénticos. Se esquematiza como  $A + B \longrightarrow A + B + Q = 0$ .
- **Transferencia:** Se transfieren uno o más nucleones entre el proyectil  $A$  y el objetivo  $B$ . En este caso, existen diferentes canales de salida, y depende de la probabilidad de cada canal, es decir, de la interacción núcleo-núcleo. Esquemáticamente se puede representar como  $A + B \longrightarrow C + D + Q$ . Donde  $A \neq C$  y  $A \neq D$ .
- **Ruptura directa:** Estas reacciones tienen lugar en colisiones lejanas de núcleos débilmente ligados. Donde hay al menos tres cuerpos en el estado final. Recientemente se han estudiado en detalle en los núcleos con halo, entre los cuales se encuentran el  ${}^{11}\text{Li}$  y el  ${}^6\text{He}$ .

En la figura (2.10) se muestra una esquematización de los productos subsecuentes de la colisión de  ${}^6\text{He}$  en un blanco de  ${}^{208}\text{Pb}$ .



**Figura 2.10:** Diagrama de los productos al colisiones  ${}^6\text{He}$  en  ${}^{208}\text{Pb}$ .

Es importante hacer notar que los núcleos de  ${}^4\text{He}$  se pueden obtener a través de dos procesos: el primero es por ruptura directa, en cuyo caso el halo de dos neutrones

se separa del core; y el segundo proceso es por transferencia de uno o dos neutrones al blanco de  $^{208}\text{Pb}$  formando  $^{209}\text{Pb}$  y  $^{210}\text{Pb}$  en estado fundamental o excitado. *Recordemos que el núcleo  $^5\text{He}$  es no ligado, por lo que al expulsar un neutrón se obtendrá nuevamente  $^4\text{He}$ . Por otra parte se puede obtener  $^6\text{He}$ , al existir una colisión elástica con  $^{208}\text{Pb}$ , es importante para el  $^6\text{He}$  el acoplamiento o excitación virtual al continuo [1].*





---

## Capítulo 3

# Sistema Experimental

---

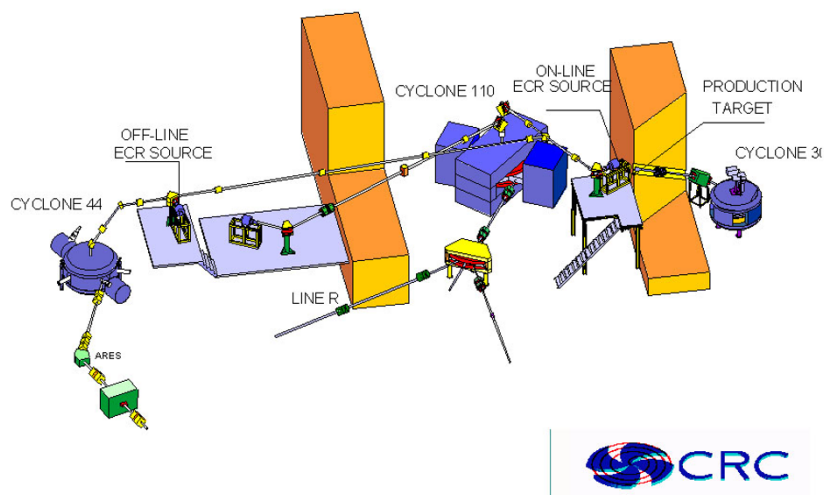
El experimento PH215 se realizó en el Laboratorio CRC (Centre de la Recherche du Cyclotron) de Louvain-la-Neuve, donde se utiliza la técnica ISOL (Isotope Separation On Line), para crear un haz del núcleo  ${}^6\text{He}$ ; en el experimento PH215 se utilizaron dos tipos de detectores de silicio, para estudiar los productos de la reacción de  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$  a 22 MeV. En este capítulo se explican cada uno de los componentes más importantes que se utilizaron en el sistema experimental, así como las complicaciones que se presentaron en el experimento.

### 3.1. Laboratorio CRC de Louvain-la-Neuve

El Centre de la Recherche du Cyclotron se encuentra situado en la ciudad belga de Louvain-la-Neuve, en esta institución se llevaron a cabo varios experimentos de núcleos exóticos, como es el caso del experimento PH215. En la actualidad el ciclotrón del CRC ha dejado de producir haces exóticos, destinando sus altas intensidades de haces estables a la modificación de diversos materiales para distintas áreas industriales.

### 3. SISTEMA EXPERIMENTAL

---



**Figura 3.1:** Vista general esquemática de la instalación de producción de haces radiactivos (RIB) del Centre de Recherches du Cyclotron de Louvain-la-Neuve hasta finales de 2008 (Bélgica) [1].

A grandes rasgos el ciclotrón CYCLONE 30 producía un haz de protones que impactaba sobre un blanco donde se generaba el haz radiactivo, que posteriormente era ionizado en la fuente ECR (Electron Cyclotron Resonance) y post-acelerado en el ciclotrón CYCLONE 110 (ver figura (3.1)).

### 3.2. Producción de Haz

Como ya se ha mencionado, los núcleos exóticos no se encuentran de manera natural en la Tierra, debido a su inestabilidad. Por ello, es necesario crearlos a través de técnicas específicas como ISOL, en la que se hacen colisionar partículas ligeras (generalmente protones) sobre un blanco primario de cierto espesor. Esto genera un amplio abanico de núcleos inertes, entre los cuales se encuentra el núcleo a estudiar. En una segunda etapa, el núcleo deseado se aísla utilizando selectores magnéticos y se post-acelera, hasta hacer llegar el haz exótico a la cámara de reacción en la que será colisionado para su estudio.

Para generar un haz de  ${}^6\text{He}$ , se utilizó un haz de protones a una energía de 30 MeV que incidió sobre un blanco primario de polvo de LiF depositado en un contenedor de grafito, a través de la reacción  ${}^7\text{Li}(p,2p){}^6\text{He}$  [30]. El haz atómico se ionizó en una fuente ECR, se purificó por separación magnética y se aceleró de nuevo en el ciclotrón CYCLONE110 en el CRC. Para la normalización de la sección eficaz elástica, se utilizó un haz de  ${}^4\text{He}$  de alta intensidad a energía de laboratorio de 12 MeV asegurando el régimen de Rutherford [4].

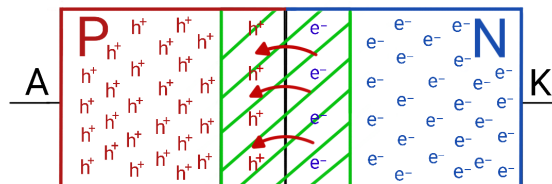
### 3.3. Detectores

Los detectores de silicio se utilizan comúnmente para la detección de partículas cargadas. Dichos detectores consisten en una oblea de silicio que contiene dopajes diferentes en diferentes capas, formando una unión p-n. Es decir, que contiene un lado n, que se refiere a una capa con un exceso de portadores de carga negativa (electrones), y un segundo lado con dopaje p que tiene un exceso de portadores de carga positiva (huecos) [31].

El silicio es un semiconductor, por lo que al incidir una partícula a través de un detector de silicio, excita los electrones hacia la banda de conducción, produciendo los llamados pares de electrón-hueco. Si esto sucede en la región de carga espacial, los electrones pueden estar en un lado de la unión, mientras que los agujeros pueden estar en el otro (ver figura (3.2)).

Mediante la polarización inversa de un detector, se aumenta la región de carga espacial y se mejora la fuerza con la que se atraigan los electrones y los huecos. Se llama polarización inversa debido a que el lado p se conecta a una tensión negativa mientras que el lado n se conecta a una tensión positiva, esto hace que los electrones se atraen hacia el lado rico en electrones de la unión y los huecos hacia el lado deficiente en electrones.

La polarización inversa minimiza la probabilidad de que un electrón se re-combine en el material del detector. Dado que la energía necesaria para excitar un electrón a la banda de conducción puede considerarse definida, el número de los electrones del silicio (la carga integrada), es proporcional a la energía perdida por la partícula cargada y produce una señal eléctrica que puede digitalizarse [31].



**Figura 3.2:** Dopaje de un detector con estructura pn. Donde A representa la salida al ánodo y K la salida al cátodo.

### 3. SISTEMA EXPERIMENTAL

---

Existen limitaciones físicas tal como el volumen que puede cubrir la región de carga espacial. Hay una característica de voltaje de funcionamiento para la polarización de cada detector, cuando se llega al máximo voltaje de funcionamiento la señal que recibe el detector no se amplificara, a esto se le conoce como capas muertas. Es decir, que en estas capas las partículas pierden energía en ellas, pero no se produce señal eléctrica.

A la región en la cual existe amplificación de la señal, se le conoce como volumen sensible del detector.

Las capas muertas son típicamente, capas delgadas en ambas superficies de cada detector. Además de la región donde el silicio no puede producir una señal, hay otros contribuyentes a las capas muertas, que son conocidos como los contactos óhmicos.

Los contactos óhmicos son producidos por el material utilizado para la conexión eléctrica, típicamente de aluminio, y se usa tanto para polarizar el detector, como para transportar la señal generada. Esta tira o capa que se utiliza es un obstáculo en el camino de las partículas cargadas. Al incidir las partículas cargadas y estas viajen a través del aluminio utilizado para las conexiones de las tiras se pierde cierta información [31].

#### 3.3.1. Funcionamiento de los Detectores del PH215

##### 3.3.1.1. DSSSD

En un Detector de tiras de Silicio de Doble Cara (DSSSD por sus siglas en inglés) los electrones y los huecos transportan la misma información de energía, y ambos producen una corriente que integrada en el tiempo es proporcional a la energía que queda en el volumen sensible del detector. Este hecho se utiliza en el DSSSD para la determinación del ángulo. Uno de los lados, generalmente el frontal dopado con p, se divide en tiras verticales, y el lado posterior (dopado con n) en tiras horizontales. Cuando una partícula golpea el detector, se recoge una señal en una de las tiras verticales y en una de las tiras horizontales, dando información sobre la posición de impacto en los ejes Y y X del detector.

##### 3.3.1.2. PAD

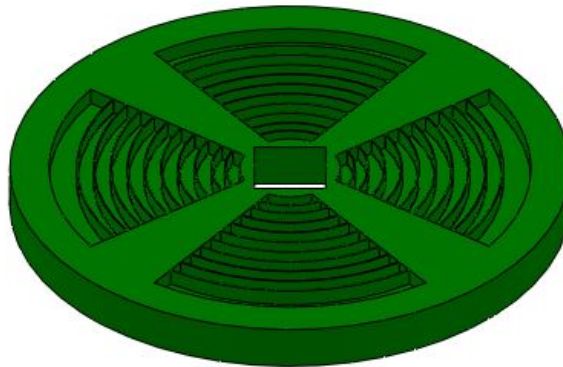
Un detector PAD es un detector de silicio simple y relativamente grueso de área activa de detección amplia con una sola conexión para polarizar y leer la señal que se produce cuando las partículas pierden energía cinética. Estos tipos de detectores no son sensibles a la posición, generalmente se suelen usar para garantizar que las partículas se detengan en ellos (como detectores E).

### 3.3.2. Sistema de detectores en el experimento PH215

Para analizar los productos de la reacción, se utilizaron dos tipos de detectores, formando dos sistemas de telescopios  $\Delta E$ -E : un detector muy delgado (que llamamos  $\Delta E$ ) que los iones de interés atraviesan, seguido de uno mucho más grueso (que llamamos E), en el cual los iones de interés se frenan totalmente, asegurando la medida de la Energía Total ( $E_{tot}$ ). El funcionamiento de un telescopio se explicará con más detalle en la sección (4.1)

El primer sistema de telescopios consistió en dos estructuras en forma de detectores circulares (CD's), este sistema se alineó con la trayectoria del haz, de tal manera que lo CD's quedaron perpendiculares al haz, el cual pasaba por el centro de este sistema, tal como se muestra en la figura (3.4) [1].

Cada arreglo de CD (Fig. (3.3)), cuenta con cuatro cuadrantes independientes, y cada cuadrante esta formado por dos detectores, el primero, un detector de silicio (PAD) de  $500 \mu\text{m}$  de espesor, como detector E. Y el segundo, es un detector delgado SSD (Silicon Strip Detector) de  $40 \mu\text{m}$  de espesor, el cual esta dividido en 16 microtiras cada una de 2 mm de ancho, como detector  $\Delta E$ . Por lo que se contó con un sistema de detección de dos telescopios, con 16 micro-telescopios cada uno (detectores independientes) [1].



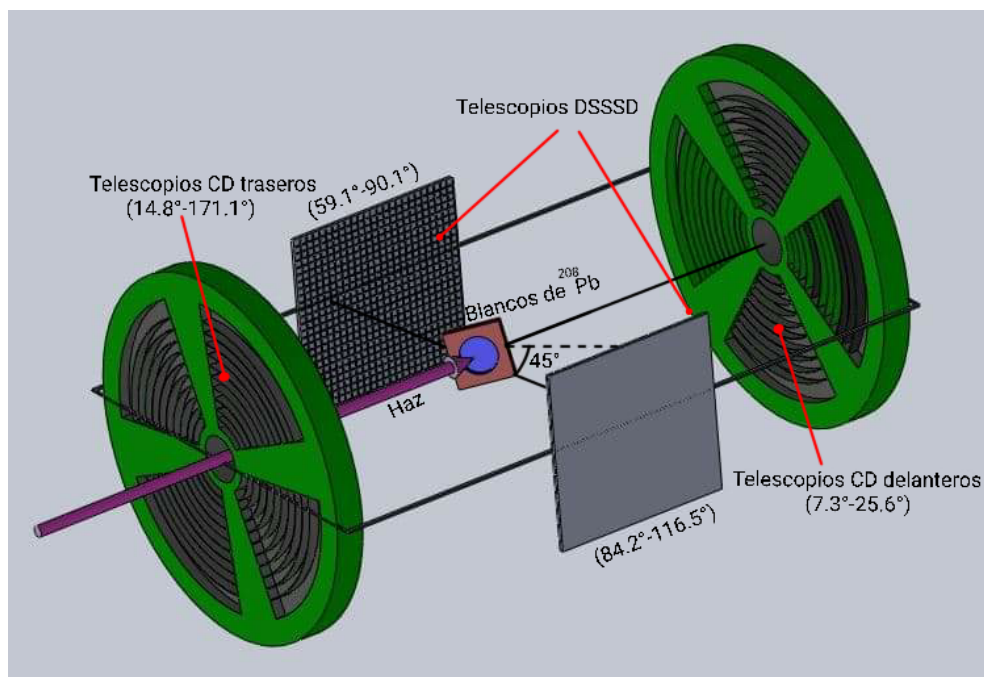
**Figura 3.3:** Representación esquemática un detector CD.

Este sistema cubrió un rango angular, hacia adelante [ $7.3^\circ - 25.6^\circ$ ] y hacia atrás de [ $149.8^\circ - 171.1^\circ$ ]. Sin embargo, el primer detector se cubrió con una mascara de cobre, para evitar dañar el detector, debido a la alta corriente de haz hacia delante y los muy pequeños ángulos cubiertos por las primeras micro-tiras de los cuadrantes del CD, por lo que se anularon las cinco primeras micro tiras, quedando un rango angular hacia

### 3. SISTEMA EXPERIMENTAL

---

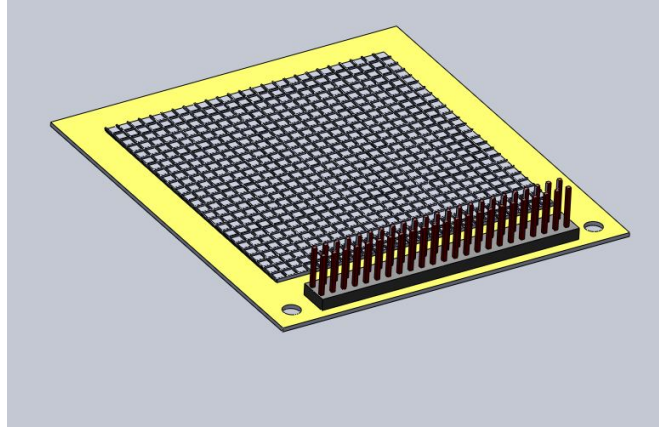
adelante de  $[13.8^\circ - 25.6^\circ]$  [1].



**Figura 3.4:** Esquema de la geometría utilizada en los sistemas de detectores, y posición del blanco en el experimento PH215.

El segundo sistema consistió en colocar dos telescopios de forma cuadrangular (ver figura (3.5)), paralelos al haz y a los lados del blanco. Estos telescopios estaban formados por un detector PAD de silicio con un espesor de  $1500 \mu\text{m}$ , como detector E. Y un detector DSSSD (Fig. (3.5)) de  $60 \mu\text{m}$  como  $\Delta E$  [1].

Cada detector  $\Delta E$  del segundo sistema, consta de 16 micro-tiras verticales y 16 micro-tiras horizontales de 3 mm de espesor cada una, conformando detectores independientes en una área de  $5 \times 5 \text{ cm}^2$ . Es importante mencionar, que la información angular en  $\theta$ , fue proporcionada por las micro-tiras en dirección perpendicular al haz, en este caso la cara N. Este sistema cubrió un intervalo angular de  $[59.1^\circ - 90.1^\circ]$  y  $[84.2^\circ - 116.5^\circ]$  (ver cuadrados en la figura (3.4)) [1].



**Figura 3.5:** Representación esquemática de los detectores cuadrangulares.

La calibración de energía se realizó utilizando una fuente triple alfa en todos los detectores, añadiendo las posiciones de los picos elásticos en los distintos ángulos de dispersión ([1], [4]).

Para evaluar las pérdidas de energía del haz y los eyectiles en los diferentes medios, es decir, el espesor objetivo y las capas muertas de los detectores delantero y trasero, se utilizó el programa LISE (para el re-análisis que se presenta en este trabajo) [32].

El blanco de  $^{208}\text{Pb}$  fue colocado a  $45^\circ$  respecto a vertical formada por el haz, con la finalidad de permitir que los telescopios colocados a  $90^\circ$  pudieran ser iluminados por las partículas dispersadas [1].

### 3.4. Posibles Causas de la Contaminación de Datos de la Ruptura Hacia Adelante

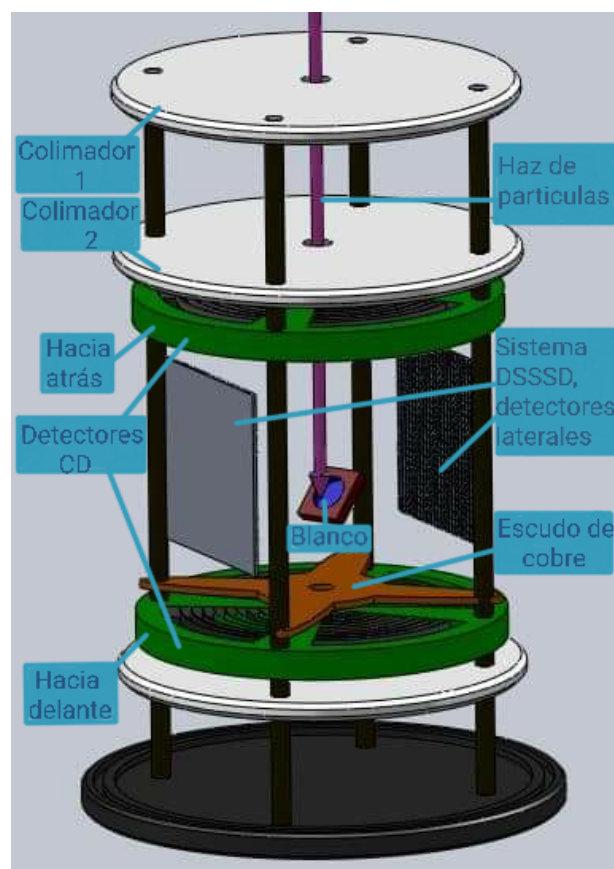
Uno de los principales objetivos de este experimento era medir la probabilidad de ruptura directa, sin embargo, los datos se vieron contaminados para el sistema de detectores que medía ángulos hacia adelante.

En la figura (3.6) se encuentran representado el sistema experimental principal que se tenía contemplado para realizar el experimento. El cual a grandes rasgos constaba de dos colimadores, dos detectores de CD's, dos detectores cuadrangulares, un escudo de cobre y un blanco.



### 3. SISTEMA EXPERIMENTAL

---



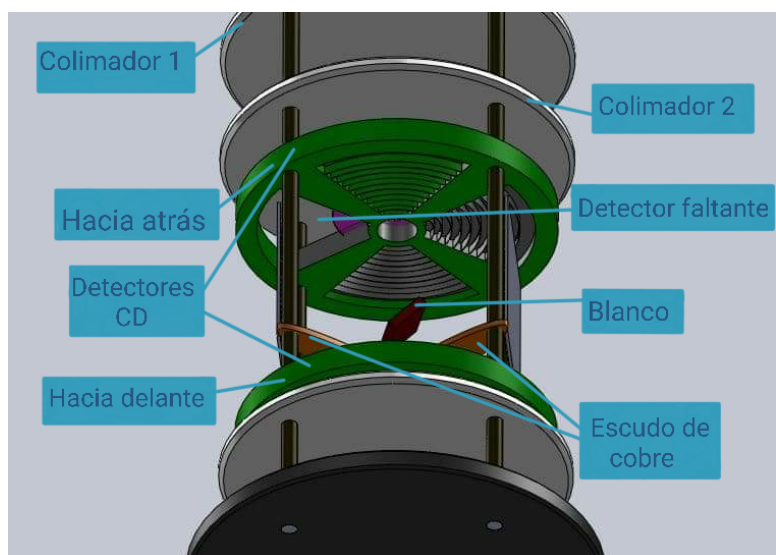
**Figura 3.6:** Esquema del montaje experimental, en esta imagen se pueden visualizar algunos de los componentes que forman parte del sistema experimental.

No obstante, este se vio modificado por lo cual a continuación se presentarán algunas de las causas que se consideran responsables de la contaminación de las medidas:

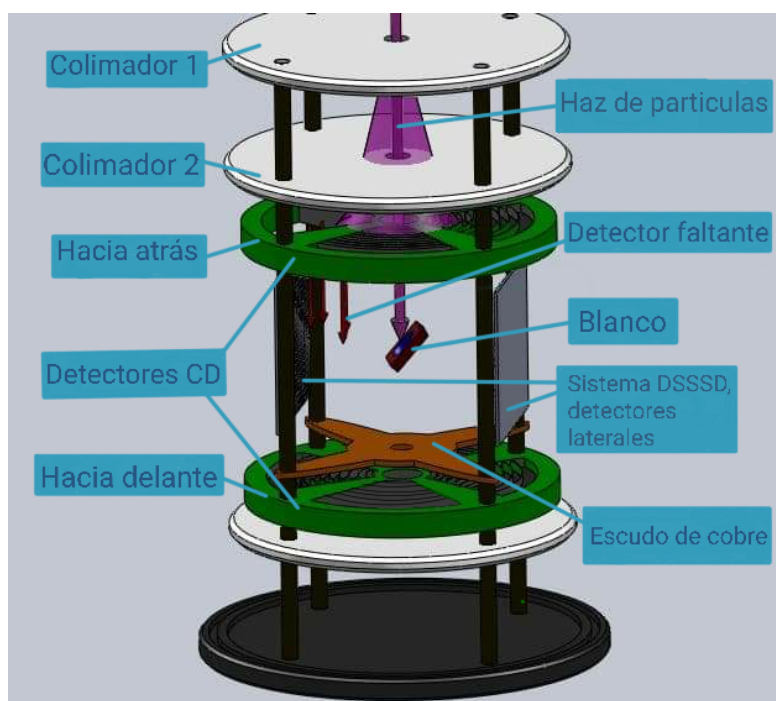
- Es importante mencionar, que uno de los cuadrantes del detector de CD hacia atrás se quitó debido a que sufrió una ruptura, lugar por el cual el haz pudo pasar directamente ocasionando la contaminación de los datos.
- Como anteriormente se mencionó se contaba con un escudo de cobre de un espesor aproximado de 2 mm, el cual se colocó frente al detector que medía ángulos hacia adelante, para evitar dañar el detector. Por lo que es posible, que el haz colisionara directamente con dicho recubrimiento, es decir, sin interactuar con el blanco de  $^{208}\text{Pb}$ .
- Otra opción, es que una parte del haz colisionara y se fragmentara con alguno de los colimadores de aluminio que se encontraba delante del CD hacia atrás. Nuevamente existiendo la posibilidad de que ya no hubiese colisión con el blanco original.

### 3.4 Posibles Causas de la Contaminación de Datos de la Ruptura Hacia Adelante

En las figuras (3.7) , (3.8) se puede observar una representación del sistema de detectores que se utilizó durante el experimento PH215.



**Figura 3.7:** Vista inferior.



**Figura 3.8:** Vista frontal, en la cual se observa el hueco que pudo provocar la dispersión en colimadores y que pudo alcanzar los detectores sin pasar por el blanco de plomo.

### 3. SISTEMA EXPERIMENTAL

---

Por lo que se plantearon los siguientes objetivos:

- Definir la existencia de los canales contaminantes y sus posibles fuentes de producción.
- Establecer un mecanismo de extracción de los datos verdaderamente relacionados con el canal de ruptura, a partir de un cuidadoso estudio de los espectros de energía a ángulos pequeños.

# Análisis de Datos

---

## 4.1. Análisis Espectroscópico

Para comprender la información recolectada en los detectores, es indispensable utilizar la ecuación de Bethe-Bloch. Dicha ecuación relaciona la pérdida de energía  $\Delta E$  de una partícula con su energía  $E_t$ , con el número atómico  $Z$  y la masa  $m$  al atravesar un material de espesor  $\Delta x$ . En su primera aproximación se puede escribir como:

$$\Delta E \cong C \frac{mZ^2}{E_t} \Delta x \quad (4.1)$$

Por otra parte, al impactar una partícula en un telescopio, podemos expresar su energía total como:

$$E_t = \alpha(nc)_E + \beta(nc)_{\Delta E} + k \quad (4.2)$$

donde  $\alpha(nc)_E$  corresponde a la energía  $E$  depositada en el detector grueso y  $\beta(nc)_{\Delta E}$  corresponde a la energía  $\Delta E$  depositada en el detector delgado, recordemos que para el offset existe una constante  $k$ . La variable  $nc$  corresponde al número del canal en el espectro de amplitud de pulso obtenida por cada señal colectada. De manera independiente las variables  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes que se requieren ajustar para cada detector y se utilizan para optimizar la dispersión estadística del pico elástico [1].

De tal manera que podemos re-escribir la ecuación (4.1) como:

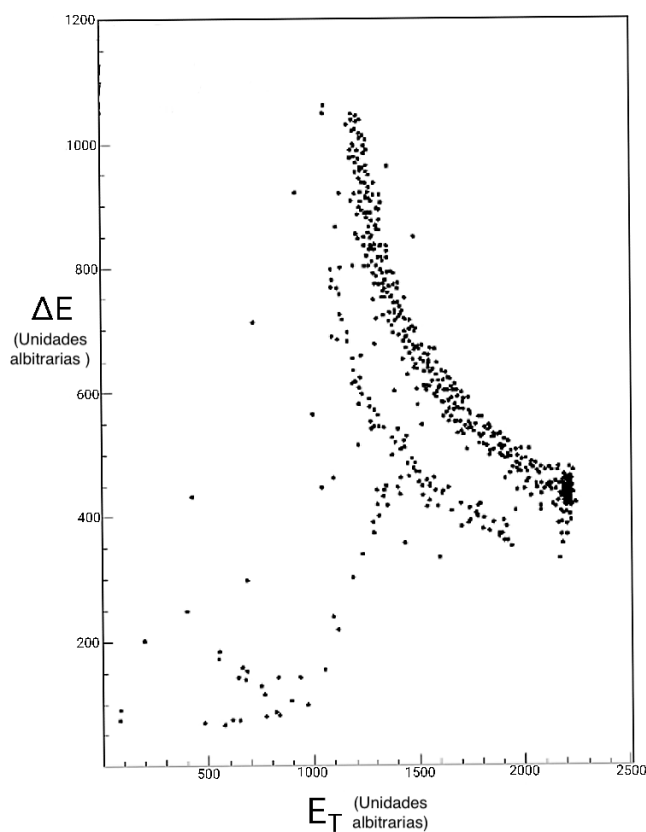
$$\Delta E = C \frac{mZ^2}{E + \Delta E} \Delta x \quad (4.3)$$

Por lo que la ecuación (4.3) relaciona la energía depositada en el detector grueso y en el detector delgado, así como el número atómico  $Z$  y la masa  $m$  de las partículas colisionantes.

## 4. ANÁLISIS DE DATOS

---

Para obtener la separación de partículas se construyen espectros  $E - \Delta E$  dentro de la herramienta PAW++ [33], en estos histogramas bidimensionales, se puede identificar el eje de las ordenadas que corresponde a la energía  $\Delta E$  mientras que el eje de las abcisas corresponde a la suma de energías  $E + \Delta E$ . Un ejemplo de los espectros construidos se puede visualizar en la Fig. (4.1).

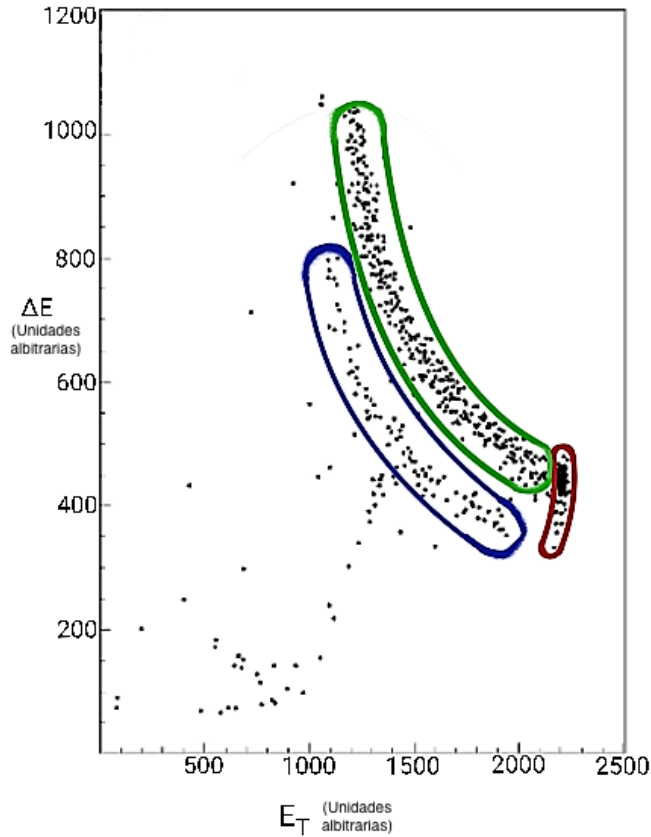


**Figura 4.1:** Espectro obtenido de los datos crudos para ángulos hacia adelante.

Cabe mencionar que las partículas que se estudiaron en el experimento PH215 y las energías elegidas, no pueden atravesar por completo el telescopio, es decir, que son frenadas por el detector  $E$ . Por lo cual, se tiene completa certeza de que se midió la energía total de la partícula producida después de la colisión [1].

### 4.2. Análisis de las fuentes de contaminación.

Debido a los percances que existieron durante el desarrollo del experimento PH215, se registró una contaminación de datos. Dicha contaminación se observa en la figura (4.2) que corresponde a un espectro en el que se aprecia contaminación notable.



**Figura 4.2:** Espectro obtenido de los datos crudos para ángulos hacia adelante, en el cual se pueden identificar tres regiones importantes: Verde: Proceso elástico por agentes contaminantes. Roja: Proceso elástico de la reacción de interés. Azul: Banana creada por la ruptura en  ${}^4\text{He}$  (no necesariamente debido a la ruptura del  ${}^6\text{He}$  en el blanco de plomo, al menos en su totalidad).

En dicho espectro podemos observar tres regiones importantes, la región encerrada en verde que corresponde al proceso elástico por agentes contaminantes, la región encerrada en rojo que corresponde al efecto elástico de la reacción de interés, y la región encerrada en azul que corresponde a la banana de ruptura. Enfocaremos este apartado en la descripción del área correspondiente al canal de ruptura.

Si en los datos del experimento, no existieran agentes contaminantes, solo se esperaría observar un cúmulo de eventos alrededor de la energía equivalente a  $\frac{4}{6}$  de la energía total, considerando que cinemáticamente, la ruptura directa representa sólo la energía de las alfas, una vez perdidos los neutrones, sin embargo, en la figura (4.2) se puede observar una banana, en la cual se localizaron posibles canales de ruptura para los agentes contaminantes.

El proceso de identificación de los agentes contaminantes consistió en determinar

los componentes que fueron parte del sistema experimental y determinar los elementos que predominaban. Dichos componentes y factores se describieron en el capítulo 3.4. A continuación se muestra una lista de las posibles reacciones, que causaron la contaminación de los datos.

- ${}^6\text{He} + {}^{63}\text{Cu}$  a 22 MeV
- ${}^6\text{He} + {}^{35}\text{Cl}$  a 22 MeV
- ${}^6\text{He} + {}^{27}\text{Al}$  a 22 MeV
- ${}^6\text{He} + {}^{16}\text{O}$  a 22 MeV
- ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$  a 22 MeV

Sin bien, existen una extensa cantidad de posibles canales, sólo se consideraron aquellos en los que su  $Q$  fuera positiva, y que la energía del ejectil ( ${}^4\text{He}$ ) se encontrara en el intervalo de la banana correspondiente al canal de ruptura. Para determinar dichos canales, se utilizó ISONAV [34], en el cual se colocó cada una de las reacciones elegidas a un ángulo fijo.

Las strips cubrían entre  $13^\circ$  y  $40^\circ$ , por lo cual se consideró un ángulo intermedio de  $22^\circ$ , dado que se ve el mismo efecto para todos los ángulos.

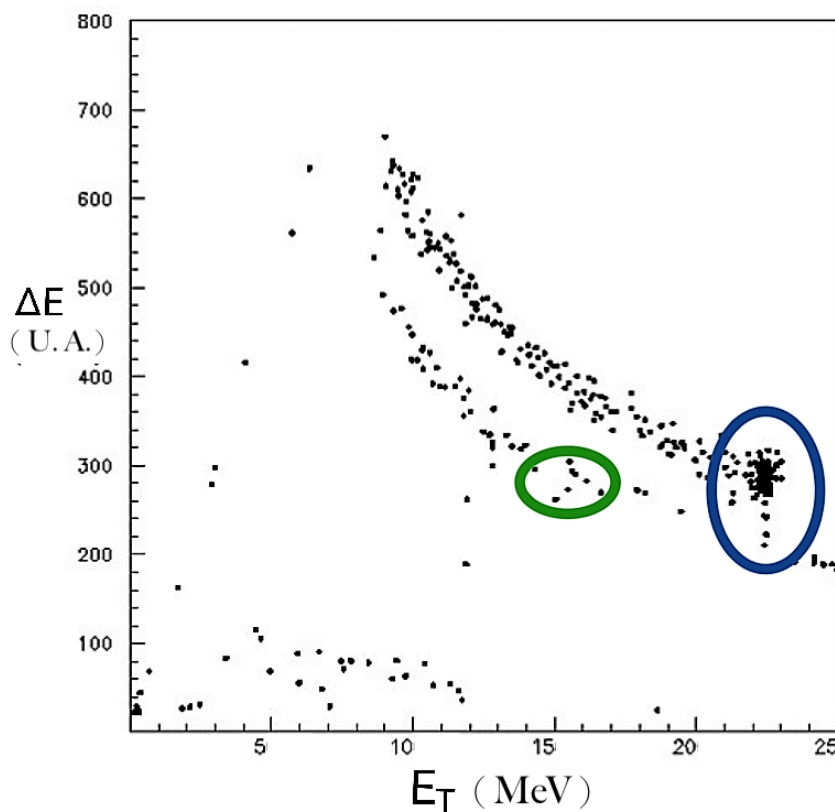
### 4.3. Aislamiento del canal de ruptura directa.

Como anteriormente se mencionó, existió una contaminación en los datos recolectados para el canal de ruptura hacia adelante. Por tal razón se llevo a cabo un proceso para aislar dicha información, de aquellos espectros menos favorecidos por la contaminación. Tal proceso se explicará a lo largo de esta sección.

Para la recreación de estos espectros y adquisición de datos útiles, se siguieron los pasos enlistados a continuación:

1. Se eligieron los runs (corridas) preferenciales que contenían el mismo tamaño de información almacenada y menor contaminación.
2. Se realizó un script con el cual se visualizaban los espectros correspondientes a los runs elegidos.
3. De los espectros obtenidos, se eligieron aquellos en los que era posible visualizar con mayor claridad el cúmulo de eventos esperados alrededor de los  $\frac{4}{6}$  de la energía total.

4. se realizó una calibración para cada strip (espectro utilizado).
5. Se volvieron a realizar los espectros, con la finalidad de crear ventanas al rededor de los cúmulos buscados del canal de ruptura y elástico (ver Fig. (4.3)).



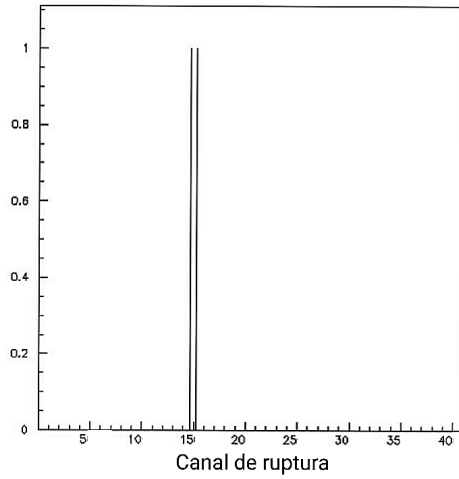
**Figura 4.3:** En este espectro se puede observar las ventanas creadas al rededor del cúmulo correspondiente al proceso elástico (azul), y el cúmulo correspondiente al proceso de ruptura (verde).

6. Se realizó un segundo script con el cual se proyectaba en el eje de las abscisas la región seleccionada por las ventanas (ver proyecciones de la Fig. (4.4)).
7. Por último, se obtiene la integración para cada uno de los telescopios, a ciertos ángulos (ver ejemplo de la Fig. (4.4)).

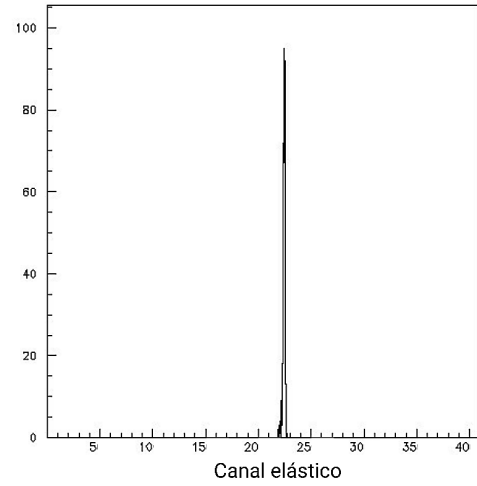


#### 4. ANÁLISIS DE DATOS

---



(a) Integración del canal de ruptura



(b) Integración del canal elástico para ángulos hacia delante

**Figura 4.4:** Proyección típica en el eje de las abscisas para el canal de ruptura y elástico.

Una vez que se tenía la integración y suma de los datos del canal de ruptura y elásticos, se calculó la probabilidad de ruptura, que consiste en dividir el número de eventos de ruptura entre el número de eventos elásticos, y se expresa como:

$$P_{bu} = \frac{N_{ruptura}}{N_{elástico}} \quad (4.4)$$

donde  $N_{ruptura}$  corresponde al número de cuentas del canal de ruptura y  $N_{elástico}$  al número de cuentas del canal elástico, de igual forma se realizó la propagación de error.

---

## Capítulo 5

# Resultados

---

Dado que se hicieron dos análisis diferentes para cada una de las hipótesis, se presenta en este capítulo el resultado para ambos análisis. El primero que se presentará corresponde a la detección de los contaminantes, posteriormente se mostrarán los resultados para el aislamiento del canal de ruptura de interés.

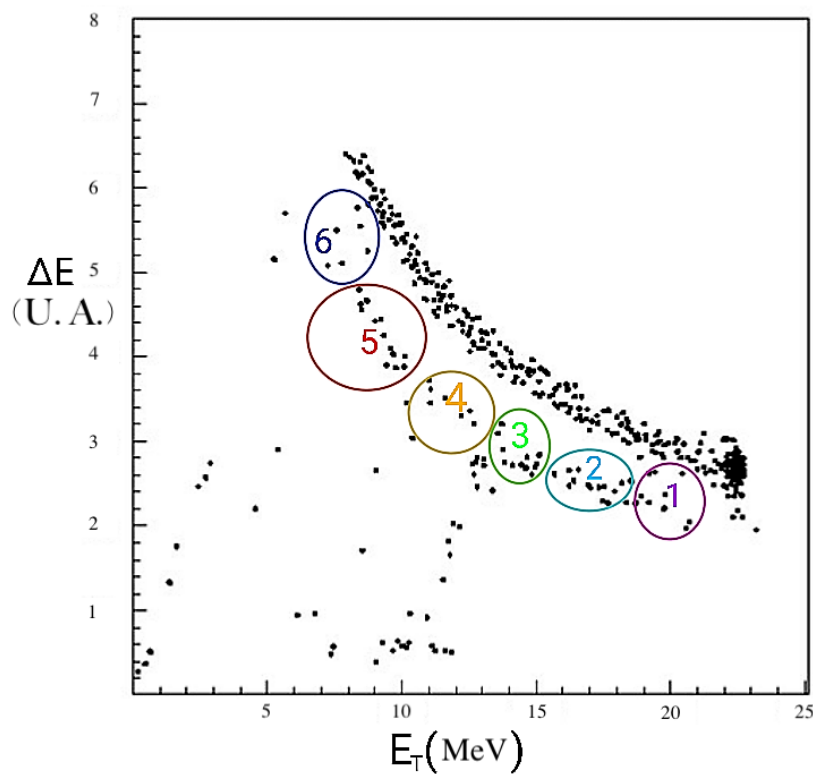
### 5.1. Objetivo 1

Después de realizar el análisis de canales con apoyo del código ISONAV para determinar los agentes contaminantes e identificar los canales de ruptura para cada uno de éstos, se obtuvo la información que se puede visualizar en la tabla (5.1).

Número asignado	Reacción entrante	Reacción resultante	Energía del ejectil ( $^4\text{He}$ )
1	$^6\text{He} + ^{16}\text{O}$	$^4\text{He} + ^{18}\text{O}$	20.9 MeV
2	$^6\text{He} + ^{12}\text{C}$	$^4\text{He} + ^{14}\text{C}$	17.0 MeV
3	$^6\text{He} + ^{208}\text{Pb}$	$^4\text{He} + ^{210}\text{Pb}$	14.6 MeV
4	$^6\text{He} + ^{35}\text{Cl}$	$^4\text{He} + ^{37}\text{Cl}$	11.5 MeV
5	$^6\text{He} + ^{63}\text{Cu}$	$^4\text{He} + ^{65}\text{Cu}$	9.8 MeV
6	$^6\text{He} + ^{27}\text{Al}$	$^4\text{He} + ^{29}\text{Al}$	8.3 MeV

**Tabla 5.1:** En esta tabla se pueden observar las reacciones que se consideran pudieron tener lugar durante el experimento, la primera columna de la tabla hace referencia al número asignado en la figura (5.1).

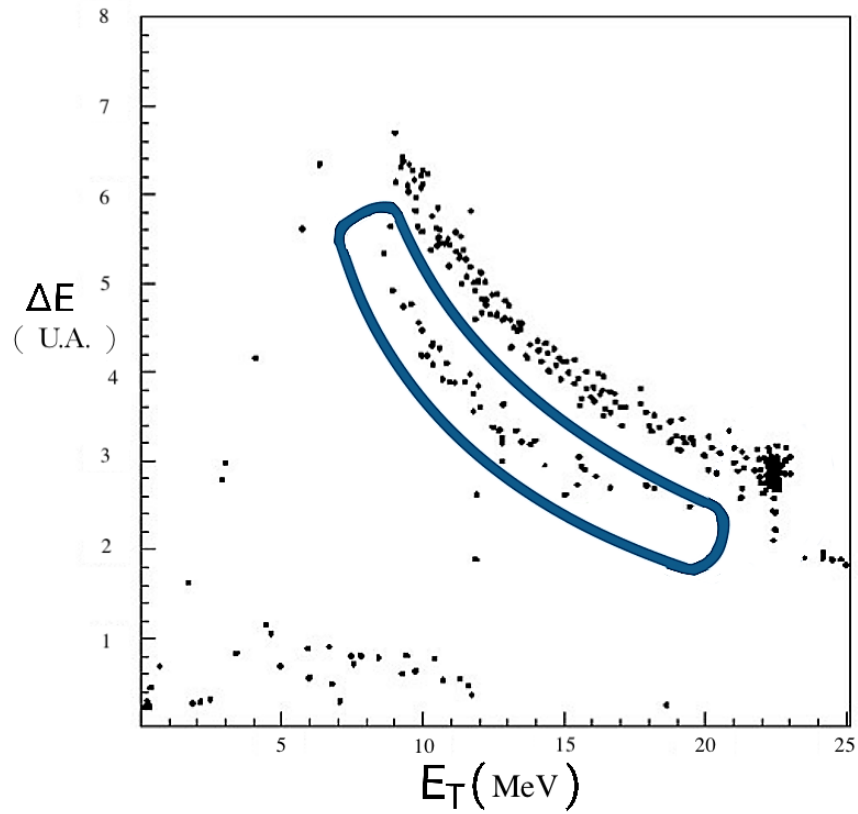
Dichos datos, se identificaron en el espectro correspondiente al ángulo que se fijó, obteniendo el espectro de la figura (5.1).



**Figura 5.1:** Identificación de los elementos contaminantes dentro del espectro, para observar la reacción que corresponde a cada intervalo de energía, pueden observarse en la tabla (5.1)

## 5.2. Objetivo 2

Se realizaron los pasos del 1 al 5 planteados en la sección 4.3 del tratamiento del aislamiento del canal de ruptura, no obstante, en este caso sólo se obtuvo la ventana para toda la banana del canal de ruptura (ver Fig. (5.2)).

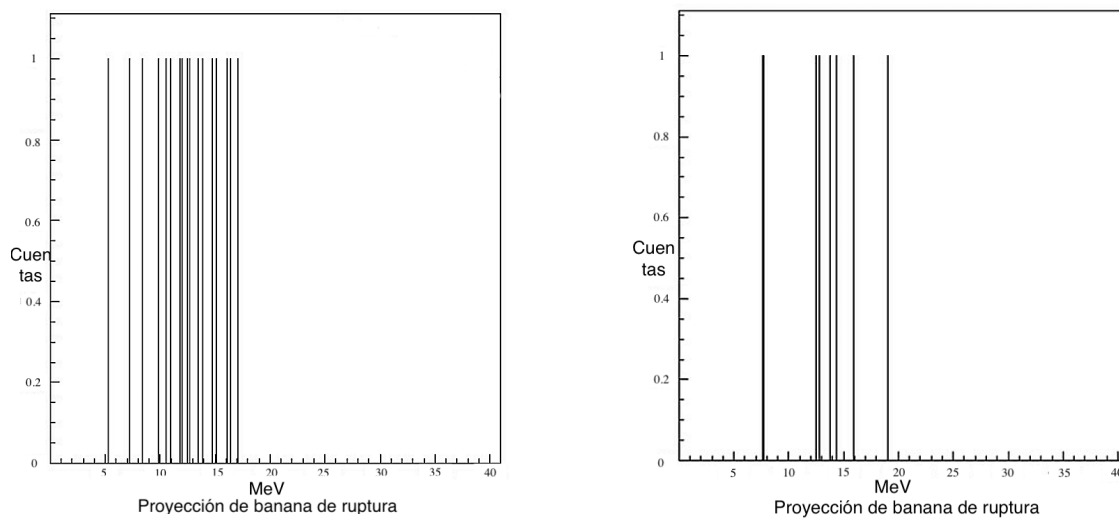


**Figura 5.2:** Selección de la ventana correspondiente a toda la banana del canal de ruptura.

Dicho proceso se realizó para dos espectros, el primero corresponde a un espectro altamente contaminado por los agentes ajenos al experimento; y el segundo que corresponde a un espectro menormente contaminado (ver figura (5.3)).

## 5. RESULTADOS

---



(a) Proyección correspondiente a la banana de ruptura para un espectro que fue favorecido por la contaminación de sustancias espurias.

(b) Proyección correspondiente a la banana de ruptura para un espectro que no fue altamente favorecido por la contaminación de sustancias espurias.

**Figura 5.3:** Proyección del canal de ruptura en dos tipos de espectros a) altamente contaminado, b) un espectro mucho más limpio.

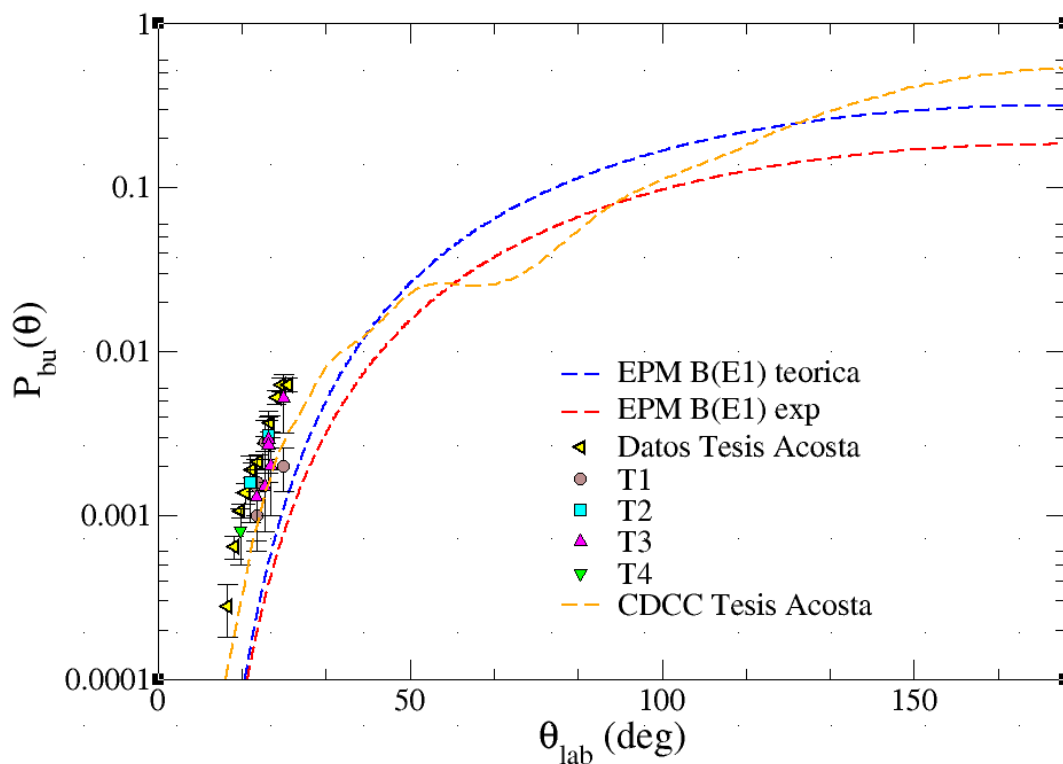
En dicha proyección se puede notar que existen sólo algunos canales excitados, es decir, que es posible tener canales aislados para cada contaminante.

Se continuó con el análisis propuesto para el aislamiento del canal de interés, obteniendo los datos que se muestran en la tabla (B.1).

Telescopio	$\Theta_{lab}(\text{deg})$	$P_{bu}(\theta)$	$\Delta P_{bu}(\theta)$
1	19.5	$1.5 \times 10^{-3}$	$0.7 \times 10^{-3}$
1	19.5	$2.8 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-3}$
1	19.5	$1.0 \times 10^{-3}$	$0.4 \times 10^{-3}$
1	21.1	$1.6 \times 10^{-3}$	$0.6 \times 10^{-3}$
1	24.9	$2.0 \times 10^{-3}$	$0.6 \times 10^{-3}$
2	18.3	$1.6 \times 10^{-3}$	$0.7 \times 10^{-3}$
2	21.9	$3.1 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-3}$
3	19.5	$1.3 \times 10^{-3}$	$0.6 \times 10^{-3}$
3	21.1	$1.5 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-3}$
3	21.9	$2.9 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$
3	21.9	$2.7 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-3}$
3	22.3	$2.0 \times 10^{-3}$	$0.7 \times 10^{-3}$
3	24.9	$5.2 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-3}$
4	16.3	$0.8 \times 10^{-3}$	$0.3 \times 10^{-3}$

**Tabla 5.2:** En esta tabla se encuentran los resultados obtenidos para  $P_{bu}(\theta)$  para los espectros elegidos, así como su correspondencia al ángulo y telescopio.

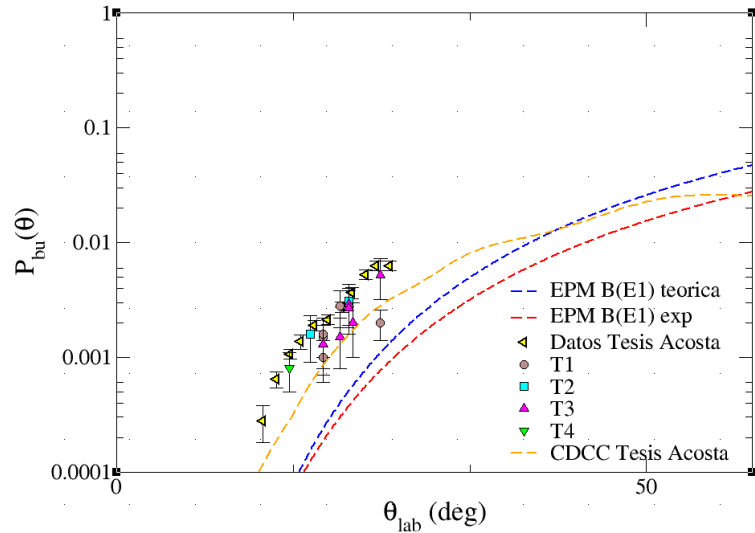
Al graficar estos datos junto a los modelos teóricos expuestos en secciones anteriores, se obtuvo los resultados mostrados en la figura (5.4). Es decir, se muestra el modelo CDCC con un potencial double folding y un modelo dineutron (Tomado de [1]). También se muestra el modelo EPM con B(E1) en dos versiones: el primero utiliza un valor de B(E1) experimental, mientras que el segundo, utiliza un valor B(E1) teórico [35]. Además se agregan los datos experimentales obtenidos en [1], los cuales fueron extraídos generando ventanas en torno a la energía de ruptura, pero sin realizar un análisis exhaustivo run por run, como el desarrollado en esta tesis. Por último se encuentran los datos experimentales obtenidos después de realizar el re-análisis presentado en este trabajo, es importante mencionar que los datos obtenidos a partir del re-análisis se encuentran cercanos al modelo CDCC, de lo cual se puede inferir que muy probablemente correspondan a la ruptura directa.



**Figura 5.4:** Probabilidad de ruptura de la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$  a 22 MeV, una vez aislado dicho canal. Se muestran también la probabilidad de ruptura extraída de un cálculo CDCC y de un EMP con B(E1) teórica y experimental.

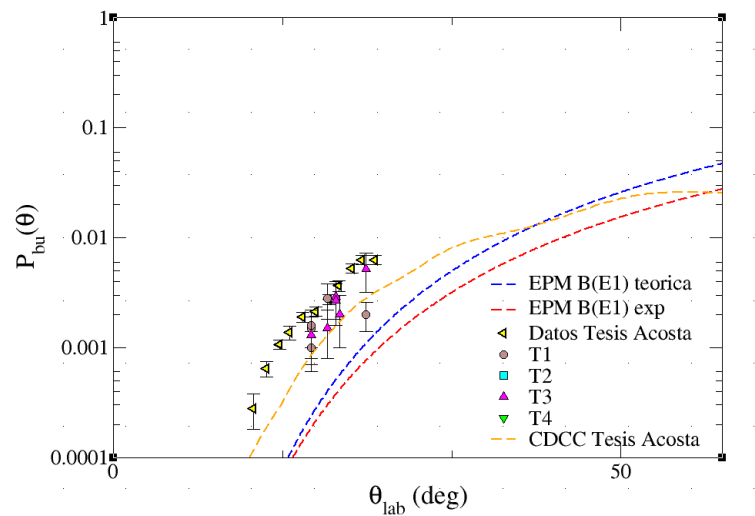
En las figuras ((5.5), (5.6), (5.7)), se busca representar un acercamiento en los que sea posible visualizar con mayor precisión los resultados presentados en la gráfica (5.4).

En la figura (5.5), se encuentra los mismos datos que en la gráfica (5.4), sin embargo, en esta ocasión se limitó el eje  $\theta_{lab}$  donde  $\theta_{lab} \in [0,60]$ .



**Figura 5.5:** Zoom angular de la figura (5.4)

Para la figura (5.6), sólo se incluyen los datos más cercanos a los modelos teóricos, buscando demostrar indicios de la eficiencia de la metodología utilizada.



**Figura 5.6:** Probabilidad de ruptura en  ${}^4\text{He}$  de la reacción  ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ , mostrando los datos que respetan mayormente la tendencia del cálculo CDCC.

Por último se limitó con las condiciones:  $\theta_{lab} \in [0,60]$  y  $P_{bu}(\theta) \in [0,0.01]$  y se eliminaron aquellos puntos que no se acercaban a algún modelo, obteniendo como resultado la figura (5.7)



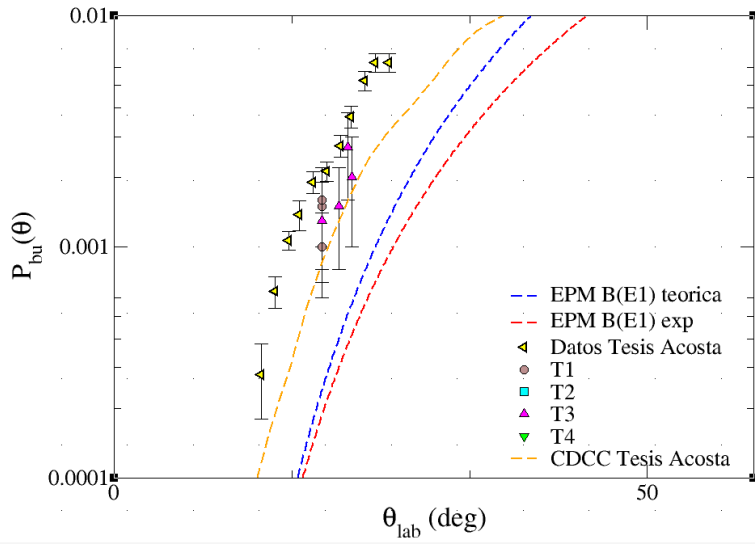


Figura 5.7: Zoom angular de la Fig. (5.6)

---

## Capítulo 6

# Conclusiones

---

En este trabajo se realizó un reanálisis del canal de ruptura en  $^4\text{He}$  de la reacción  $^6\text{He} + ^{208}\text{Pb}$  a 22 MeV, una energía cercana a la barrera de Coulomb, en la que se espera la combinación entre procesos coulombianos y nucleares, dada la débil ligadura del núcleo halo  $^6\text{He}$ , utilizando como proyectil y cuya dinámica motivó el estudio de la reacción en cuestión.

El reanálisis se propuso, dado que se encontraron altas cantidades de alfas, muy lejanas a las esperadas para la ruptura directa, particularmente en ángulos hacia adelante, por lo que en su momento, dicho análisis no se pudo establecer, a pesar de que se midió satisfactoriamente el canal elástico.

El reanálisis de este trabajo tenía dos objetivos:

- Definir la existencia de los canales contaminantes y sus posibles fuentes de producción.
- Establecer un mecanismo de extracción del canal real de ruptura, a partir de un cuidadoso estudio de los espectros de energía a ángulos pequeños.

Del estudio aquí realizado se puede concluir lo siguiente:

Se encontraron al menos 6 posibles reacciones, dados los componentes del dispositivo experimental, que pudieron suceder para producir alfas espurias en la identificación de canales en los espectros de energía.

Se establece que pudo haber una fuerte contaminación debida a la dispersión en colimadores y el escudo de cobre, utilizado en el experimento.

Sin embargo, realizando un análisis run por run de los distintos telescopios utilizados hacia adelante, se puede discernir el posible canal elástico, buscando estructuras de cúmulos en la región de  $\frac{4}{6}$  de la energía del canal elástico, en la que se esperaría la

## 6. CONCLUSIONES

---

mayor intensidad del canal verdadero de ruptura, obteniendo una serie de puntos experimentales de la probabilidad de ruptura, los cuales al ser comparados con los cálculos teóricos realizados para la descripción del proceso, parecen aproximarse bastante a la tendencia de estos, particularmente al cálculo de CDCC, con lo que podríamos considerar que la aproximación al aislamiento de dicho canal es aceptable, a pesar de la intensa contaminación.

---

Apéndice A

## Apéndice: Característica de los detectores utilizados en el experimento PH215

---

Los datos presentados en este apéndice fueron extraídos del trabajo [1].

### A.1. Telescopios del sistema CD

#### A.1.1. Detectores PAD-E

Espesor	$500 \pm 40 \mu\text{m}$
Área activa	$173.10 \text{ mm}^2$
Radio interior	9.0 mm
Radio exterior	50.0 mm
Voltaje de operación	80-100 V cada sector
Corriente de fuga	150-900 nA

### A.1.2. Detectores SSD - $\Delta E$

Espesor	$40 \pm 4 \mu\text{m}$
Área activa	$1139.0 \text{ mm}^2$
Radio interior	9.0 mm
Radio exterior	41.0 mm
Número de micro-tiras	16 por cada sector
Ancho de micro-tira	2 mm
Separación entre micro-tiras	0.1 mm
Voltaje de operación	5-8 V cada sector
Corriente de fuga	0.02 - 0.06 nA cada sector
Marco	PBC

## A.2. Telescopios PAD-DSSSD

### A.2.1. Detectores PAD-E

Espesor	$600 \pm 0.4 \mu\text{m}$ y $1500 \pm 0.4 \mu\text{m}$
Área activa	$50.0 \times 50.0 \text{ mm}^2$
Lado	49.5 mm
Voltaje de operación	5-8 V cada sector
Corriente de fuga	80-200 nA
Marco	PBC

**A.2.2. Detectores DSSSD- $\Delta E$** 

Número de elementos de unión	16
Número de elementos óhmicos	16
Longitud de microtiras	49.5 mm
Ancho de microtira	3.1 mm
Ancho de separación	0.03 mm
Área activa	50.0 x 50.0 mm <sup>2</sup>
Dimensión con chip	52.25 x 52.25 mm <sup>2</sup>
Espesor	44 ± 0.4 μm y 42 ± 0.4 μm
Voltaje de operación	2.0-4.0 V
Corriente de fuga	0.01 - 0.05 nA
Marco	PBC con conexiones de borde en un lado







Apéndice B

# Datos teóricos y experimentales utilizados

---

## B.1. Datos experimentales encontrados para el re-análisis

Telescopio	$\Theta_{lab}(\text{deg})$	$P_{bu}(\theta)$	$\Delta P_{bu}(\theta)$
1	19.5	$1.5 \times 10^{-3}$	$0.7 \times 10^{-3}$
1	19.5	$2.8 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-3}$
1	19.5	$1.0 \times 10^{-3}$	$0.4 \times 10^{-3}$
1	21.1	$1.6 \times 10^{-3}$	$0.6 \times 10^{-3}$
1	24.9	$2.0 \times 10^{-3}$	$0.6 \times 10^{-3}$
2	18.3	$1.6 \times 10^{-3}$	$0.7 \times 10^{-3}$
2	21.9	$3.1 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-3}$
3	19.5	$1.3 \times 10^{-3}$	$0.6 \times 10^{-3}$
3	21.1	$1.5 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-3}$
3	21.9	$2.9 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$
3	21.9	$2.7 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-3}$
3	22.3	$2.0 \times 10^{-3}$	$0.7 \times 10^{-3}$
3	24.9	$5.2 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-3}$
4	16.3	$0.8 \times 10^{-3}$	$0.3 \times 10^{-3}$

**Tabla B.1:** En esta tabla se encuentran los resultados obtenidos para  $P_{bu}(\theta)$  para los espectros elegidos, así como su correspondencia al ángulo y telescopio.

## B.2. Datos experimentales encontrados en la tesis [1]

$\Theta_{lab}(\text{deg})$	$P_{bu}(\theta)$
13.7837	
$0.2 \times 10^{-3}$	$15.0810$
$0.6 \times 10^{-3}$	
16.3783	$1.0 \times 10^{-3}$
17.3513	$1.3 \times 10^{-3}$
18.6486	$1.9 \times 10^{-3}$
19.9459	$2.1 \times 10^{-3}$
21.2432	$2.7 \times 10^{-3}$
22.2162	$3.6 \times 10^{-3}$
23.5135	$5.2 \times 10^{-3}$
24.4864	$6.2 \times 10^{-3}$
25.7837	$6.2 \times 10^{-3}$

**Tabla B.2:** En esta tabla se encuentran los resultados obtenidos para  $P_{bu}(\theta)$  en el trabajo [1]

### B.3. Datos experimentales del modelo EPM(B1)

El cálculo original cuenta con más de 1799 datos. Aquí se expresan sólo 73 sin pérdida de generalidad.

$\theta_{lab}[deg]$	$P_{bu}(\theta)$
0.0971	0
1.0684	8.83e-36
3.0111	7.61e-16
7.0911	1.26e-08
9.0343	2.60e-07
11.0750	2.28e-06
13.0188	1.04e-05
15.0604	3.57e-05
19.0478	0.20e-03
23.0379	0.69e-03
25.0827	1.14e-03
29.0777	2.54e-03
31.0279	3.53e-03
33.0766	4.80e-03
35.0288	6.25e-03
39.0344	10.01e-03
41.9685	13.46e-03
43.0451	14.87e-03
45.0035	17.65e-03
49.0226	24.17e-03
55.0138	35.82e-03
59.0489	44.88e-03
61.0198	49.63e-03
63.0912	54.82e-03
65.0657	59.96e-03
69.0201	70.75e-03
73.0812	82.43e-03
75.0651	88.33e-03
79.0388	10.04e-02
81.0286	10.66e-02
83.0205	11.28e-02

Continúa en la siguiente columna

#### Continuación de la columna previa

$\theta_{lab}[deg]$	$P_{bu}(\theta)$
85.0143	11.92e-02
89.0082	13.20e-02
91.0082	13.84e-02
95.0144	15.13e-02
99.0289	16.42e-02
101.0392	17.06e-02
105.0661	18.33e-02
109.0001	19.55e-02
115.0673	21.36e-02
119.0204	22.49e-02
121.0504	23.05e-02
123.0823	23.60e-02
125.0142	24.11e-02
130.0039	25.37e-02
132.0435	25.85e-02
136.0252	26.76e-02
138.0694	27.19e-02
141.0360	27.80e-02
145.0303	28.55e-02
149.0293	29.23e-02
151.0819	29.55e-02
155.0873	30.11e-02
159.0963	30.59e-02
161.0506	30.80e-02
164.1375	31.08e-02
169.0795	31.43e-02
171.0364	31.54e-02
173.3027	31.63e-02
175.0541	31.69e-02
176.1875	31.71e-02
178.0422	31.74e-02
180	31.75e-02

Fin

### B.4. Datos del modelo teórico EPM(B1)

El cálculo original cuenta con más de 1799 datos. Aquí se expresan sólo 73 sin pérdida de generalidad.

$\theta_{lab}[deg]$	$P_{bu}(\theta)$
0.0971	0
2.0397	6.33e-21
4.0796	2.23e-12
8.0627	9.25e-08
10.0060	9.51e-07
12.0469	5.34e-06
16.0327	5.07e-05
18.0750	0.11e-03
20.0207	0.22e-03
24.0115	0.63e-03
26.0568	0.97e-03
32.0033	2.65e-03
34.0526	3.49e-03
36.0054	4.44e-03
40.0122	6.82e-03
44.0241	9.82e-03
48.0418	13.45e-03
50.0038	15.43e-03
56.0957	22.47e-03
58.0641	25.01e-03
60.0342	27.67e-03
64.0782	33.48e-03
66.0536	36.48e-03
68.0308	39.57e-03
72.0899	46.17e-03
74.0729	49.52e-03
76.0578	52.93e-03
81.0286	61.712e-03
83.0205	65.30e-03
85.0143	68.94e-03
89.0082	76.29e-03

Continúa en la siguiente columna

#### Continuación de la columna previa

$\theta_{lab}[deg]$	$P_{bu}(\theta)$
91.0082	79.99e-03
93.0103	83.71e-03
97.0206	91.15e-03
98.0245	93.01e-03
104.0586	10.40e-02
106.0741	10.76e-02
108.0916	11.12e-02
112.0315	11.82e-02
114.0549	12.16e-02
116.0803	12.50e-02
120.0352	13.15e-02
124.0989	13.79e-02
128.0679	14.38e-02
130.0039	14.66e-02
132.0435	14.94e-02
136.0252	15.47e-02
140.0127	15.95e-02
144.0056	16.40e-02
146.0552	16.61e-02
148.0035	16.81e-02
152.0058	17.17e-02
154.0599	17.34e-02
156.0122	17.49e-02
160.0219	17.76e-02
162.0794	17.88e-02
164.0346	17.98e-02
168.0496	18.15e-02
170.0064	18.22e-02
172.0664	18.28e-02
176.0844	18.35e-02
178.0422	18.37e-02
180	18.38e-02

Fin

### B.5. Datos del modelo teórico CDCC

El cálculo original cuenta con 360 datos. Aquí se expresan sólo 73 sin pérdida de generalidad.

$\theta_{lab}[deg]$	$P_{bu}(\theta)$
0	1.37e-17
2.0	2.06e-08
4.0	2.55e-07
8.0	8.02e-06
10.0	2.66e-05
12.0	5.91e-05
18.0	5.32e-04
20.0	9.84e-04
24.0	2.44e-03
26.0	3.26e-03
28.0	4.13e-03
34.0	8.57e-03
36.0	9.78e-03
40.0	1.18e-02
42.0	1.33e-02
44.0	1.52e-02
48.0	2.01e-02
50.0	2.26e-02
52.0	2.45e-02
56.0	2.60e-02
58.0	2.58e-02
64.0	2.51e-02
66.0	2.55e-02
68.0	2.61e-02
72.0	2.97e-02
76.0	3.57e-02
80.0	4.51e-02
82.0	5.08e-02
83.0	5.38e-02
86.0	6.40e-02
88.0	7.11e-02

Continúa en la siguiente columna

#### Continuación de la columna previa

$\theta_{lab}[deg]$	$P_{bu}(\theta)$
92.0	8.55e-02
94.0	9.23e-02
96.0	9.85e-02
102.0	1.18e-01
104.0	1.25e-01
108.0	1.40e-01
110.0	1.48e-01
116.0	1.77e-01
118.0	1.89e-01
120.0	2.02e-01
124.0	2.29e-01
126.0	2.43e-01
128.0	2.56e-01
132.0	2.83e-01
134.0	2.97e-01
136.0	3.12e-01
138.0	3.26e-01
140.0	3.39e-01
142.0	3.51e-01
146.0	3.81e-01
148.0	3.99e-01
150.0	4.14e-01
154.0	4.35e-01
156.0	4.45e-01
158.0	4.57e-01
162.0	4.77e-01
164.0	4.85e-01
166.0	4.90e-01
170.0	5.13e-01
172.0	5.23e-01
174.0	5.26e-01
178.0	5.32e-01
180.0	5.31e-01

Fin

# Bibliografía

---

- [1] D. Escrig, A. Sánchez-Benítez, A. Moro, M. Alvarez, M. Andrés, C. Angulo, M. Borge, J. Cabrera, S. Cherubini, P. Demaret, J. Espino, P. Figuera, M. Freer, J.-E. García-Ramos, J. Gómez Camacho, M. Gulino, O. Kakuee, I. Martel, C. Metelko, and V. Ziman, “ $\alpha$ -particle production in the scattering of  ${}^6\text{he}$  by  ${}^{208}\text{pb}$  at energies around the coulomb barrier,” *Nuclear Physics A*, vol. 792, 08 2007. [2](#), [22](#), [27](#)
- [2] e. a. Y. L. Ye, “Study of the halo nucleus  ${}^6\text{he}$  through the direct nuclear reactions,” *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics.*, vol. 31, pp. S1647–S1653, 2005. [2](#), [8](#)
- [3] E. Aguilera, J. Kolata, F. Nunes, F. Becchetti Jr, P. Young, M. Goupell, V. Guimarães, B. Hughey, M. Lee, D. Lizcano, E. Martinez Quiroz, A. Nowlin, T. O’Doonnell, G. Peaslee, D. Peterson, P. Santi, and R. White-Stevens, “Transfer and/or breakup modes in the  ${}^6\text{he} + {}^{209}\text{bi}$  reaction near the coulomb barrier,” *Physical Review Letters*, vol. 84, pp. 5058–5061, 05 2000. [3](#)
- [4] P. Deyoung, P. Mears, J. Kolata, E. Aguilera, F. Becchetti Jr, Y. Chen, M. Cloughesy, H. Griffin, C. Guess, J. Hinnefeld, H. Jiang, S. Jones, U. Khadka, D. Lizcano, E. Martinez Quiroz, M. Ojaniega, G. Peaslee, A. Pena, J. Rieth, and J. Zimmerman, “Two-neutron transfer in the  ${}^6\text{he} + {}^{209}\text{bi}$  reaction near the coulomb barrier,” *Physical Review C*, vol. 71, p. 051601, 08 2005. [3](#)
- [5] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*. John Wiley Sons, 1995. [3](#), [5](#)
- [6] A. Di Pietro, P. Figuera, F. Amorini, C. Angulo, G. Cardella, S. Cherubini, T. Davinson, D. Leanza, J. Lu, H. Mahmud, M. Milin, A. Musumarra, A. Ninane, M. Papa, M. G. Pellegriti, R. Raabe, F. Rizzo, C. Ruiz, A. Shotter, and L. Weissman, “Reactions induced by the halo nucleus  ${}^6\text{he}$  at energies around the coulomb barrier,” *Phys. Rev. C*, vol. 69, 04 2004. [3](#)
- [7] A. Navin, V. Tripathi, and Blumenfeld, “Direct and compound reactions induced by unstable helium beams near the coulomb barrier,” *Phys. Rev. C*, vol. 70, 10 2004. [3](#)

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [8] S. J. C. J. e. a. Raabe, R., “No enhancement of fusion probability by the neutron halo of  ${}^6\text{he}$ ,” *Nature.*, vol. 431, pp. 823–6., 2004. [3](#)
- [9] P.-A. Söderström, “Development of neutron detectors for the next generation of radioactive ion-beam facilities,” 05 2009. [5](#)
- [10] I. Tanihata, “Neutron halo nuclei,” *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, vol. 22, pp. 157–198, feb 1996. [6](#), [11](#)
- [11] A. P. M.J.G Borge, “Estructura nuclear: A la búsqueda de los límites,” *Física nuclear.*, vol. 22, 2008. [7](#)
- [12] L. A. A. Sánchez, *Estudio de las reacciones inducidas por núcleos halo a energías cercanas a la barrera de Coulomb*. PhD thesis, Universidad de Huelva , Departamento de Física Aplicada., Noviembre 2009. [7](#), [9](#), [16](#), [17](#), [18](#), [19](#), [22](#), [25](#), [26](#), [27](#), [31](#), [32](#), [41](#), [47](#), [53](#), [55](#)
- [13] P. Egelhof, “Nuclear matter distributions of neutron-rich halo nuclei from intermediate energy elastic proton scattering in inverse kinematics,” *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 46, no. 1, pp. 307 – 316, 2001. [8](#)
- [14] T. Aumann, D. Aleksandrov, L. Axelsson, T. Baumann, M. Borge, L. Chulkov, J. Cub, W. Dostal, B. Eberlein, T. Elze, H. Emling, H. Geissel, V. Goldberg, M. Golovkov, A. Grünschoß, M. Hellström, K. Hencken, J. Holeczek, R. Holzmann, and M. Zhukov, “Continuum excitations in  ${}^6\text{he}$ ,” *Phys. Rev. C*, vol. 59, p. 1252. 3.715 Impact Factor., 03 1999. [8](#)
- [15] F. Marqués, M. Labiche, N. Orr, J. Angélique, L. Axelsson, B. Benoit, U. Bergmann, M. Borge, W. Catford, S. Chappell, N. Clarke, G. Costa, N. Curtis, A. D’Arrigo, F. de Oliveira Santos, E. de Góes Brennand, O. Dorvaux, M. Freer, B. Fulton, G. Giardina, C. Gregori, S. Grévy, D. Guillemaud-Mueller, F. Hanappe, B. Heusch, B. Jonson, C. L. Brun, S. Leenhardt, M. Lewitowicz, M. López, K. Markenroth, M. Motta, A. Mueller, T. Nilsson, A. Ninane, G. Nyman, I. Piqueras, K. Riisager, M. S. Laurent, F. Sarazin, S. Singer, O. Sorlin, and L. Stuttgé, “Two-neutron interferometry as a probe of the nuclear halo,” *Physics Letters B*, vol. 476, no. 3, pp. 219 – 225, 2000. [8](#)
- [16] J. Wurzer and H. M. Hofmann, “Structure of the helium isotopes  ${}^4\text{he}$ – ${}^8\text{he}$ ,” *Phys. Rev. C*, vol. 55, pp. 688–698, Feb 1997. [8](#)
- [17] Z. M. K. A. . C. L. Danilin, B.V., “Study of nuclear states with  $a = 6$  ( $j\pi = 0+, 1+$ ) in the microscopic  $\alpha + 2n$  model by the method of hyperspherical functions,” *Soviet Journal of Nuclear Physics*, vol. 53, pp. 45 – 54, 199—. [8](#)
- [18] M. Zhukov, “Light halo nuclei - achievements and problems,” *Nuclear Physics A - NUCL PHYS A*, vol. 689, pp. 257–268, 06 2001. [8](#)

- 
- [19] P. W. Merrill, “Spectroscopic Observations of Stars of Class S,” , vol. 116, p. 21, July 1952. [10](#)
- [20] A. C. Larsen, A. Spyrou, S. Liddick, and M. Guttormsen, “Novel techniques for constraining neutron-capture rates relevant for r-process heavy-element nucleosynthesis,” 04 2019. [10](#)
- [21] M. Arnould, S. Goriely, and K. Takahashi, “The r-process of stellar nucleosynthesis: Astrophysics and nuclear physics achievements and mysteries,” *Physics Reports*, vol. 450, no. 4, pp. 97 – 213, 2007. [10](#), [11](#)
- [22] J. Casal, M. Rodríguez-Gallardo, J. M. Arias, and J. Gómez-Camacho, “Determining astrophysical three-body radiative capture reaction rates from inclusive coulomb break-up measurements,” *Phys. Rev. C*, vol. 93, p. 041602, Apr 2016. [11](#)
- [23] A. Sánchez-Benítez, D. Escrig, M. Alvarez, M. Andrés, C. Angulo, M. Borge, J. Cabrera, S. Cherubini, J. Espino, P. Figuera, M. Freer, J.-E. García-Ramos, J. Gómez Camacho, M. Gulino, O. Kakuee, I. Martel, C. Metelco, A. Moro, J. Rahighi, and V. Ziman, “Scattering of  ${}^6\text{He}$  at energies around the coulomb barrier,” *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, vol. 31, p. S1953, 09 2005. [13](#)
- [24] M. Aygun, I. Boztosun, and Y. Sahin, “A study on the fresnel diffraction of  ${}^6\text{He}$  by means of different microscopic density distributions,” *Physics of Atomic Nuclei*, vol. 75, 08 2012. [13](#)
- [25] L. de la Peña, *Introducción a la mecánica cuántica*. Compañía Editorial S.A., 1980. [13](#)
- [26] J. A. L. Valera, *Descripción de la estructura y reacciones de núcleos exóticos en una base de oscilador armónico transformado*. PhD thesis, Universidad de Sevilla, Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Octubre 2012. [14](#)
- [27] T. Matsumoto, K. Ogata, K. Minomo, and M. Yahiro, “Cdcc studies on clustering physics,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 569, 12 2014. [16](#)
- [28] [16](#)
- [29] M. Rodríguez-Gallardo, J. M. Arias, J. Gómez-Camacho, R. C. Johnson, A. M. Moro, I. J. Thompson, and J. A. Tostevin, “Four-body continuum-discretized coupled-channels calculations using a transformed harmonic oscillator basis,” *Phys. Rev. C*, vol. 77, p. 064609, Jun 2008. [16](#)
- [30] L. Acosta, A. M. Sánchez-Benítez, M. E. Gómez, I. Martel, F. Pérez-Bernal, F. Pizarro, J. Rodríguez-Quintero, K. Rusek, M. A. G. Alvarez, M. V. Andrés, J. M. Espino, J. P. Fernández-García, J. Gómez-Camacho, A. M. Moro, C. Angulo, J. Cabrera, E. Casarejos, P. Demaret, M. J. G. Borge, D. Escrig, O. Tengblad, S. Cherubini, P. Figuera, M. Gulino, M. Freer, C. Metelko, V. Ziman, R. Raabe, I. Mukha,



## BIBLIOGRAFÍA

---

- D. Smirnov, O. R. Kakuee, and J. Rahighi, “Elastic scattering and  $\alpha$ -particle production in  ${}^6\text{he} + {}^{208}\text{pb}$  collisions at 22 mev,” *Phys. Rev. C*, vol. 84, p. 044604, Oct 2011. [22](#)
- [31] G. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley Sons, Inc., 1989. [23](#), [24](#)
- [32] “Lise++,” <http://lise.nscl.msu.edu/lise.html>. [27](#)
- [33] R. Brun, O. Couet, C. Vandoni, and P. a. Zananni, “PAW++ : Physics Analysis Workstation : User’s Guide,” 1999. CERN Program Library Long Writeups. [32](#)
- [34] F. Francisco, “Isonav,” <https://github.com/ffavela/isonav/blob/master/README>. [34](#)
- [35] M. Rodríguez-Gallardo and J. Casal (Private Communication). [41](#)