



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES
FÍSICA DE ALTAS ENERGÍAS, FÍSICA NUCLEAR, GRAVITACIÓN Y FÍSICA
MATEMÁTICA

SUPERPOSICIÓN ESPACIAL CUÁNTICA, GRAVEDAD CUÁNTICA Y CONFLICTOS DE
SEÑALIZACIÓN SUPERLUMÍNICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
MARTÍN WIEDEMANN GUERRERO

TUTOR
DR. DANIEL EDUARDO SUDARSKY SAIONZ, ICN

COMITÉ TUTOR:
DR. ELÍAS OKÓN GURVICH, IIFs
DR. CHRYSOMALIS CHRYSOMALAKOS, ICN

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Estudiamos un experimento mental que involucra dos partículas cuánticas no relativistas en superposición espacial en el que aparentemente es posible enviar un bit de información a una velocidad superlumínica. Especialmente se analizan las aseveraciones hechas en el artículo “Quantum Superposition of Massive Objects and the Quantization of Gravity” [1] donde previamente se ha considerado este experimento mental y en el que muestran que si las partículas interactúan por medio del campo electromagnético las propiedades cuánticas de éste, específicamente la existencia de fluctuaciones de vacío y la cuantización de la radiación en fotones, evitan que el bit superlumínico pueda ser enviado. Posteriormente, apoyados en la analogía entre el campo gravitacional y electromagnético, muestran que en el caso donde las partículas interactúan por medio del campo gravitacional linealizado, nuevamente las fluctuaciones de vacío y la cuantización de la radiación asociadas a este campo imposibilitan el envío de la señal superlumínica, lo que les permite concluir que, si las partículas son descritas correctamente por la mecánica cuántica no relativista, entonces la gravedad (linealizada) debe poseer las propiedades cuánticas mencionadas.

Nuestro estudio exhibe que su análisis está muy idealizado, pues no consideran efectos de decoherencia inherentes al diseño experimental que podrían evitar el envío de la señal superlumínica. Además resaltamos que los autores presuponen la naturaleza cuántica de los campos para establecer el protocolo y luego la utilizan de nuevo para eliminarlo. Más aún, si esta hipótesis es removida, el canal de comunicación desaparece. Finalmente, aun si las dos últimas observaciones no evitaran la comunicación superlumínica, presentamos una variación del experimento mental en la que es posible enviar el bit superlumínico incluso considerando las propiedades cuánticas de los campos, por lo que debe existir otra solución de este problema que va más allá de las propiedades cuánticas del campo gravitacional.

Índice

1. El Experimento Mental	6
1.1. Superposición espacial cuántica	6
1.2. Protocolo de comunicación superlumínico	7
1.3. Explicación de Belenchia et.al	8
1.3.1. Caso electromagnético	9
1.3.2. Caso gravitacional	12
2. Nuestras objeciones	14
2.1. Aproximación Semiclásica de la Gravedad	14
2.2. Decoherencia debido a la trampa	17
3. Múltiples Trampas	18
3.1. Observaciones	20
3.1.1. Consideraciones acerca del centro de masa	20
3.1.2. Efectos de decoherencia si Bob no libera su partícula	22
4. Conclusiones	24

Introducción

A pesar de las numerosas y elaboradas propuestas que se han considerado para la creación de una teoría de la gravedad cuántica, todavía no tenemos una que sea completamente exitosa. Este hecho, junto con otras consideraciones [4, 5], han llevado a que algunos investigadores se planten la pregunta de si realmente es necesaria tal teoría o si deberíamos renunciar a esta idea y considerar una teoría semiclásica de la gravedad [6]. Aunque esta última cuestión sigue sin estar contestada, creemos que la teoría fundamental de la gravedad es cuántica y que la teoría semiclásica solo debe ser válida como una aproximación en algún régimen adecuado. Para entender los orígenes de este trabajo es conveniente introducir rápidamente las dos teorías involucradas.

La mecánica cuántica emerge debido a la necesidad de encontrar una teoría que describa consistentemente la física a escalas atómicas. En esta teoría el estado de un sistema queda caracterizado por un vector $|\psi\rangle$ perteneciente a un espacio de Hilbert \mathcal{H} cuya evolución temporal está regida por la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle, \quad (1)$$

donde \hat{H} es el hamiltoniano del sistema. Los observables físicos están representados por operadores hermitianos que actúan en el espacio de Hilbert y el resultado de medir una cantidad física caracterizada por el operador \hat{A} coincide con alguno de los eigenvalores de dicho operador, con probabilidad respectiva dada por la regla de Born. Uno de los postulados presentados en prácticamente todos los libros estándares de mecánica [7, 8] cuántica dicta que cuando se lleva a cabo una medida de un observable caracterizado por el operador \hat{A} , el estado (previo a la medida) cambia instantáneamente al eigenvector de \hat{A} correspondiente al eigenvalor obtenido en la medición. Este proceso es conocido como el colapso de la función de onda y ha provocado cierta intranquilidad debido a la poca claridad que se tiene sobre la causa de este fenómeno tan abrupto y las fuertes consecuencias que implica [9].

La mecánica cuántica al combinarse con la teoría clásica de campos y la relatividad especial permitió el desarrollo de la teoría cuántica de campos, dentro de la cual se ha logrado unificar tres de las cuatro interacciones fundamentales, la fuerza electromagnética, la fuerza nuclear débil y la fuerza nuclear fuerte.

Por otro lado la gravedad, fue inicialmente descrita por Isaac Newton como una fuerza presente entre cualquier par de cuerpos masivos, y es proporcional al producto de sus masas. Debido a su naturaleza acumulativa, esta es la interacción dominante a escalas cosmológicas. Un problema que molestaba a Einstein (e incluso al mismo Newton) es que esta teoría postulaba que la gravedad era una interacción que se propagaba instantáneamente.

Fue esto, junto al principio de equivalencia, lo que motivó a Einstein a formular la teoría de la relatividad general, en la que los efectos gravitacionales son atribuidos a la curvatura del espaciotiempo y no a una fuerza [10]. La relación entre la geometría del espaciotiempo y el contenido material del mismo está regida por la ecuaciones de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

en donde $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía momento, $g_{\mu\nu}$ el tensor métrico (de signatura Lorentziana) y $R_{\mu\nu}$, R el tensor y escalar de Ricci respectivamente (ambos función $g_{\mu\nu}$); el tensor métrico caracteriza la geometría del espaciotiempo y el tensor de energía momento la materia presente en él. La relatividad general es considerada una teoría más precisa que la de Newton debido a que su poder

predictivo es mayor, además, aclaró ciertos aspectos experimentales que la teoría de Newton no era capaz de explicar, como la precesión de la órbita de Mercurio o la desviación de la luz al pasar cerca de un objeto muy masivo.

Una de las predicciones más importantes de esta teoría es la existencia de regiones conocidas como singularidades, las cuales se pueden entender intuitivamente como regiones donde la curvatura se hace infinita u ocurren comportamientos patológicos de la métrica. Debido a las condiciones extremas esperadas cerca de una singularidad, se cree que en estas regiones la descripción clásica de la gravitación y la materia que ofrece la teoría de la relatividad, deje de ser válida y comiencen a dominar, junto con los efectos gravitacionales, efectos cuánticos; por lo que pensamos que para su descripción es necesaria la implementación de una teoría que describa correctamente los efectos cuánticos y gravitacionales juntos.

El éxito de la mecánica cuántica en la unificación de las otras tres interacciones fundamentales nos coloca en la tentativa opción de desarrollar una teoría cuántica de la gravedad (similar a como se hizo con la fuerza electromagnética en QED o a fuerza nuclear fuerte en QCD). Esto es el programa de la gravedad cuántica, promover la gravedad hacia los principios de la mecánica cuántica.

Entonces ¿por qué no logramos construir esta teoría? ¿por qué al día de hoy se ha dedicado tanto a este programa y aún estamos tan lejos de tener pistas definitivas? Primeramente debemos mencionar que la gravedad cuántica es intrínsecamente distinta a todas las teorías previas, pues en esta es el propio espaciotiempo la variable dinámica, a diferencia de las demás teorías donde implícita o explícitamente se trabaja con un espaciotiempo de fondo. Más aún, para cuantizar es necesario tener una estructura causal, la cual se define a través de la métrica, pero esta última es precisamente el objeto que se está intentando cuantizar. Otro problema es que actualmente se tiene muy poca evidencia experimental que nos permita inclinarnos en favor de alguna de las teorías que se han propuesto.

Hay investigadores que han planteado la opción de que simplemente la gravedad no es de naturaleza cuántica. La alternativa inmediata que contrasta con la gravedad cuántica es una teoría que trate a la materia de forma cuántica y a la gravedad clásicamente. De los distintos enfoques que implementan esta idea, el más estudiado es la teoría semiclásica de la gravedad, en donde se construye una teoría cuántica de campos en un espaciotiempo curvo y se acopla el tensor de Einstein con el valor esperado del operador de energía momento a través de las ecuaciones semiclásicas de Einstein [4]

$$R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = 8\pi \langle \psi | \hat{T}_{ab} | \psi \rangle. \quad (3)$$

Aquí \hat{T}_{ab} es el operador que se le asocia al tensor de energía momento T_{ab} cuando se promueven los campos clásicos de materia a operadores cuánticos y $|\psi\rangle$ indica el estado cuántico de los campos de materia.

A pesar de que esta teoría ha tenido éxito en la descripción de ciertos fenómenos, también existen en ella problemas de consistencia que no permiten considerarla como teoría fundamental. Los más relevantes son célebres experimentos mentales en los que explican que un tratamiento con campos de materia cuánticos interactuando con campos gravitacionales clásicos generan problemas con postulados fundamentales de la física. El primero fue debido a Eppley y Hannah en 1977 [11] y se trata de un experimento mental en donde muestran que tal tratamiento generaría violaciones a la conservación de momento o comunicación superlumínica. El segundo fue presentado por Page y Geilker en 1981 [12] y encuentran que una teoría con estas características tiene discrepancias con las observaciones experimentales. No obstante, en [4, 5, 13] analizan dichos experimentos mentales

y explican que los resultados no deben tomarse como definitivos, ya que dependen sensiblemente del colapso instantáneo de la función de onda.

La palabra final sobre la naturaleza fundamental de la gravedad dependerá, como todas las demás teorías físicas, de la evidencia experimental extraída de situaciones donde la cuántica y la gravitación jueguen un papel relevante. Existe la idea generalizada de que tales situaciones solo emergen en fenómenos de muy alta energía o en escalas próximas a la longitud de Planck, ambas inalcanzables de observar actualmente. Sin embargo, se ha propuesto estudiar campos gravitacionales de fuentes cuánticas para obtener pistas relevantes sobre la naturaleza de la gravedad [14, 15]. Esta última idea se ha llevado a cabo en artículos como [1, 2, 3] donde se plantean experimentos mentales que involucran masas en superposición espacial cuántica y en los cuales han encontrado que es necesario atribuir propiedades cuánticas al campo gravitacional para describir adecuadamente la situación física planteada en el experimento.

En [3] analizan una situación que involucra dos masas mesoscópicas de prueba (del orden de 10^{-14}kg) separadas y preparadas en superposición espacial en la que el campo gravitacional crea un entrelazamiento detectable caracterizado por una fase inducida en el estado del sistema. Esto les permite certificar a la gravedad como una interacción mediada por una entidad física coherente cuántica (gravitones). Sin embargo, en [16] muestran que en el régimen que el experimento funciona (weak-gravity, non-relativistic limit) la constricción escalar de la relatividad general $\nabla^2\phi = -4\pi G\rho(\mathbf{r})$ genera el término de interacción en el hamiltoniano $H_I = \int d\mathbf{r}d\mathbf{r}' \rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')/|r-r'|$ el cual es capaz de generar un entrelazamiento entre un sistema de dos partículas puestas en superposición espacial como el propuesto en [3], independientemente de si los grados de libertad del campo gravitacional son cuantizados o no. Por tanto, no es posible concluir nada acerca de la naturaleza cuántica de la radiación gravitacional a través de este entrelazamiento.

Por otro lado, en [1, 2] proponen un experimento (similar al de [3]) que involucra dos partículas controladas por los observadores Alice y Bob respectivamente. La partícula controlada por Alice se encuentra en superposición espacial y Bob puede decidir por medio de una trampa armónica que su partícula interactúe o no con la de Alice; de esta manera Alice puede saber midiendo su partícula la decisión de Bob, lo que permite crear un canal de comunicación superlumínico entre ambos. Apegados al principio fundamental de Einstein de que ningún tipo de información puede propagarse más rápido que la luz, los autores se ven obligados a buscar alternativas que eliminen consistentemente esta posibilidad y encuentran que en el primer caso la cuantización de la radiación electromagnética y la existencia de fluctuaciones de vacío son propiedades que permiten retirar satisfactoriamente la posibilidad de comunicación superlumínica. Posteriormente, apoyados en la analogía entre el campo gravitacional y electromagnético, muestran que en el caso que las partículas interactúan por medio del campo gravitacional linealizado, nuevamente las fluctuaciones de vacío y la cuantización de la radiación asociadas a este campo imposibilitan el envío de la señal superlumínica. Lo anterior les da motivos para concluir que las propiedades cuánticas de la gravedad linealizada son esenciales para obtener una descripción consistente de un sistema que, de otro modo, debería estar bien descrito por la mecánica cuántica no-relativista.

En este trabajo mostraremos que esta última afirmación en favor de una teoría cuántica de la gravedad no es conclusiva, ya que, uno, la solución que proponen no contempló latentes efectos de decoherencia debido a la trampa que controla Bob que podrían anular el canal de comunicación superlumínico, y dos, dicho canal de comunicación depende de la suposición inicial de que los campos son cuánticos; misma que es utilizada para evitar el canal. Más aún, resulta que, si removemos esta premisa inicial de la naturaleza cuántica de la gravedad, se puede demostrar que el canal de comunicación no puede ser establecido.

Por último, independientemente de los argumentos previos, el análisis que llevan a cabo los

autores no contemplo una modificación del experimento mental en la que, aun considerando las propiedades cuánticas de los campos, es posible el envío del bit superlumínico. Esta última posibilidad, nos pone en la necesidad de buscar una solución a este problema si queremos mantener los principios de la relatividad intactos.

El contenido de este trabajo esta estructurado en tres capítulos. En el capítulo 1 presentaremos detalladamente el experimento mental que permite el envío del bit superlumínico presentado en [1], así como la explicación que los autores proponen para eliminar el aparente conflicto y sus conclusiones. En el capítulo 2 exponemos las dos objeciones referentes a las suposiciones realizadas por los autores: los posibles efectos de decoherencia debido a la trampa y la presuposición de la naturaleza cuántica de los campos y finalmente, en el capítulo 3 mostramos la modificación del experimento mental que permite el envío del bit de comunicación incluso considerando las propiedades cuánticas de los campos.

1. El Experimento Mental

Comenzaremos este trabajo con un desarrollo suficientemente exhaustivo del experimento mental y el análisis que se ha hecho sobre éste. Para hacer este escrito autocontenido es conveniente explicar primero en qué consiste la superposición espacial cuántica ya que este concepto es fundamental para el experimento.

1.1. Superposición espacial cuántica

Consideremos el operador de un observable arbitrario \hat{O} con eigenvectores $\{|\phi_k\rangle\}$; es posible demostrar que cualquier estado cuántico $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ se puede escribir como una combinación lineal de los eigenvectores del operador \hat{O}

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |\phi_i\rangle, \quad (4)$$

donde el módulo de $c_i = \langle\phi_i|\psi\rangle$ es la probabilidad de obtener en una medición el eigenvalor asociado al eigenvector $|\phi_i\rangle$. Tenemos entonces que los estados cuánticos se encuentran en superposición cuántica de todos los valores posibles del observable representado por el operador \hat{O} . Por ejemplo, en el oscilador armónico cuántico el estado

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle) \quad (5)$$

se encuentra simultáneamente en estados de energía $E_1 = \hbar\omega/2$, $E_2 = 3\hbar\omega/2$, $E_3 = 5\hbar\omega/2$, correspondientes a los tres eigenestados menos energéticos del operador hamiltoniano (con probabilidad 1/3 de medir alguno de estos tres valores).

Ya que la expansión anterior es válida para cualquier operador hermitiano, en particular es posible expandir un estado como combinación lineal de los eigenestados del operador de posición \hat{r} , esto es, el estado se encuentra en una superposición de cada una de las distintas posiciones espaciales. Cuando tenemos un sistema caracterizado por uno de estos estados decimos que el sistema está en superposición espacial cuántica. Aunque resulta un concepto difícil de asimilar, un sistema así literalmente se encuentran en más de un lugar a la vez.

Típicamente las superposiciones espaciales presentes en la naturaleza están restringidas a escalas microscópicas, por ejemplo en el estado base del átomo de hidrógeno la función de onda del electrón es una superposición espacial distribuida en un volumen esférico de medio ángstrom de

radio ($\sim 10^{-10}\text{m}$). Sin embargo, en laboratorios se han creado sistemas como algunos condensados de Bose-Einstein donde las funciones de onda se pueden expandir en regiones macroscópicas.

Una clase especial de sistemas y particularmente relevante para este trabajo son aquellos cuya superposición espacial consiste en una distribución macroscópica y localizada en dos regiones disjuntas. Matemáticamente un sistema así está caracterizado por un estado que es suma de dos paquetes de onda espacialmente localizados y disjuntos. A partir de ahora nos referiremos a este tipo de superposición como superposición espacial cuántica localizada macroscópica que abreviaremos con las siglas SECLM. Aunque los estados en SECLM son matemáticamente fáciles de entender y estudiar, su preparación experimental representa un desafío debido a que las características cuánticas de un sistema macroscópico son más complicadas de mantener por los efectos de decoherencia cada vez más latentes provocados por la interacción con el exterior. Aún así, existen trabajos que muestran protocolos basados en interferometría y en el efecto Stern-Gerlach que permitirían la creación de estados en SECLM con separaciones de aproximadamente 100 nm utilizando masas del orden de magnitud de 10^{10} amu [17, 18, 19]. La base de estos protocolos consiste en considerar masas localizadas con espín en superposición up-down y posteriormente encender un gradiente magnético haciendo que cada componente experimente una fuerza de igual magnitud pero con dirección opuesta, dividiendo así el estado para crear un sistema en SECLM (ver fig. 1).

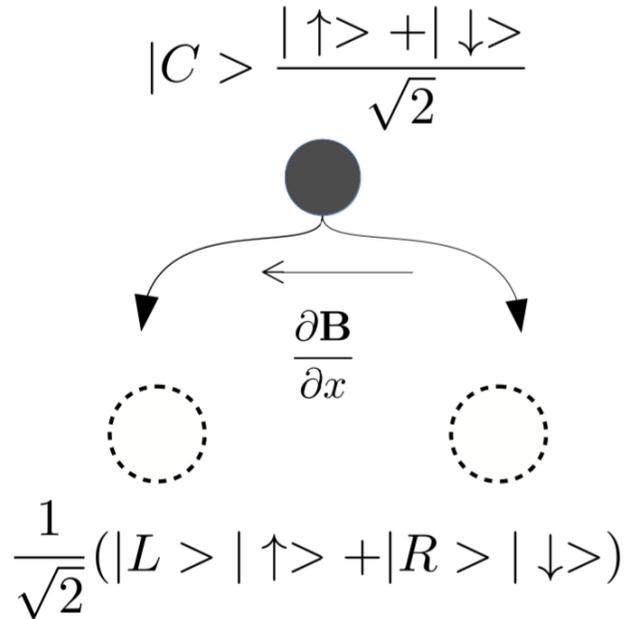


Figura 1: Producción de un estado en SECLM a través del efecto Stern-Gerlach. $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ son los estados de espín up-down, respectivamente; $|L\rangle, |R\rangle$ los estados de la superposición espacial y \mathbf{B} el campo magnético.

1.2. Protocolo de comunicación superlumínico

El experimento mental que permite el protocolo de comunicación superlumínico fue planteado por primera vez en [2] y reexaminado posteriormente en [1]. El planteamiento del experimento es ligeramente distinto en cada artículo, en este trabajo nos apegaremos a la versión de [1].

Experimento Mental: Consideremos dos partículas (no-relativistas) separadas por una distancia D , controladas por los observadores Alice y Bob. Vamos a analizar dos casos, en el primero

se supondrá que las partículas son cargadas y de masa despreciable y en el segundo serán masivas y sin carga. En el primer caso la interacción predominante es la electromagnética y en el segundo la gravitacional.

I: Supongamos que la partícula de Alice está caracterizada por un estado que se encuentra en SECLM y la de Bob está atrapada en el estado base de un potencial armónico. En cierto instante $t = 0$ Bob puede decidir liberar su partícula del potencial o mantenerla ahí. Si libera su partícula interactuará inmediatamente con cada uno de los campos electromagnéticos generados por las dos componentes $|L\rangle$ y $|R\rangle$ del estado de Alice, provocando que la ubicación de la partícula de Bob se entrelace con la ubicación de la partícula de Alice. Al mismo tiempo, $t = 0$, Alice comienza a realizar una medición en su laboratorio con la intención de discriminar la decisión hecha por Bob. Si liberó su partícula el entrelazamiento generará decoherencia en la partícula de Alice y en caso contrario el estado mantiene su coherencia.

El protocolo anterior crea un canal de comunicación entre Alice y Bob, pues Bob puede enviar un bit de información a Alice decidiendo o no liberar su partícula. Observemos que el envío del bit puede hacerse tan rápido como se desee si Alice realiza su medición en un tiempo suficientemente corto, de modo que se puede generar un canal de comunicación superlumínico

II: En este caso se asume que las partículas no están cargadas y que interactúan a través del campo gravitacional. El protocolo de comunicación sigue una línea totalmente análoga al caso anterior salvo que aquí la interacción gravitacional es la encargada de crear el entrelazamiento.

1.3. Explicación de Belenchia et.al

Apegados al principio elemental de la relatividad de que ningún tipo de información puede viajar más rápido que la luz, los autores de [1] llevan a cabo un análisis en el que exhiben que las propiedades cuánticas de los campos, específicamente las fluctuaciones de vacío y la emisión de radiación cuantizada, no permiten que el protocolo de comunicación pueda ser ejecutado superlumínicamente.

Para entender el papel de estas propiedades se deben tener presentes dos detalles del experimento no mencionadas en la sección anterior por cuestiones de claridad. El primero es que en la medición de Alice necesariamente se debe acelerar su partícula para recombinarla, ya que en caso contrario existirá un entrelazamiento de su partícula con su propio campo que ocasionaría que el estado de Alice esté en decoherencia desde $t = 0$, deshabilitando el canal de comunicación.¹ Esta aceleración debe hacerse en un tiempo T_A suficientemente lento para procurar que no se generen fotones que también provocarían decoherencia.

El segundo es que Bob debe esperar un tiempo T_B para que los estados de las dos localizaciones del centro de masa de su partícula sean suficientemente ortogonales y así poder causar decoherencia en el experimento de Alice (ver figura 2). Nótese que entre más localizada esté su partícula, más pronto los estados serán ortogonales, por lo que, en principio, es posible reducir T_B tanto como se quiera localizando cada vez mejor la partícula de Bob. Sin embargo, de acuerdo a los autores, las fluctuaciones de vacío imponen una incertidumbre σ en la partícula de Bob, por lo que lo mejor que puede hacer para reducir el tiempo de su experimento es localizar a su partícula con una incertidumbre de σ .

La combinación de estos dos hechos permiten eliminar consistentemente la posibilidad de una

¹Pues si en $t = 0$ hay decoherencia en la partícula de Alice la decisión de Bob de liberar su partícula no genera un efecto distinto a la situación en la que decide no liberar su partícula y por tanto no se puede establecer un canal de comunicación entre ambos.

señal superlumínica, pues imponen condiciones en los tiempos T_A y T_B de tal forma que el envío del bit de información se puede realizar únicamente a velocidad menor al de la luz. Para el caso masivo se hace la suposición de que el campo gravitacional linealizado es mediado por un campo cuántico y se apela nuevamente a las fluctuaciones y la emisión de gravitones para evitar el envío de información superlumínica.

En las siguientes dos secciones se discutirá detalladamente el papel de estas propiedades y se demostrará que no es posible enviar el bit de información a una velocidad mayor que la luz.

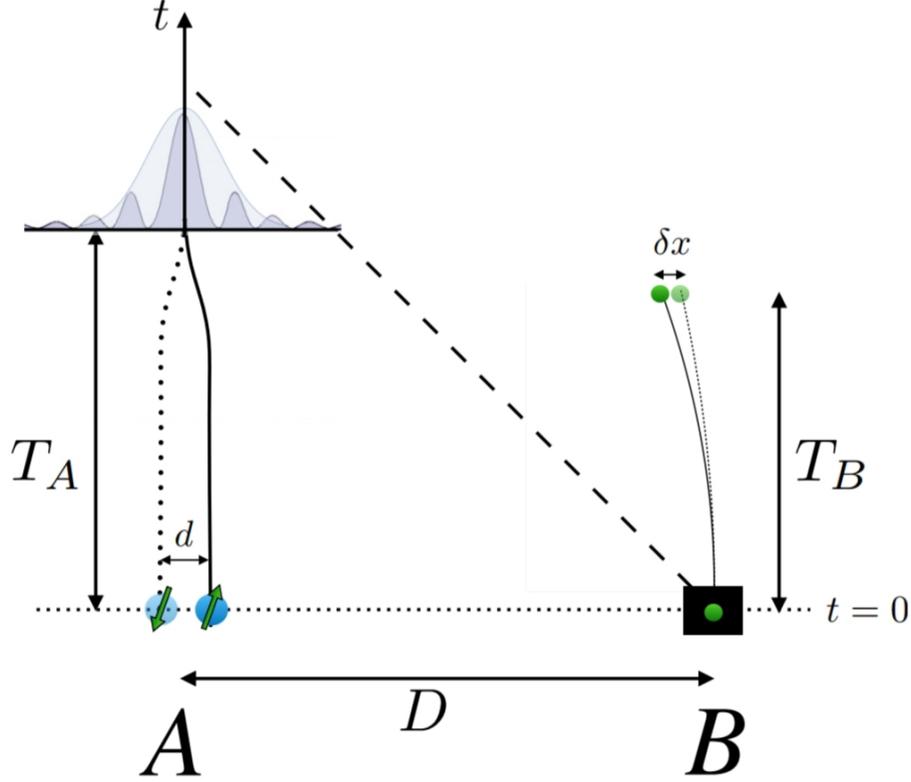


Figura 2: Arreglo experimental del protocolo de comunicación. T_A, T_B es la duración del experimento de Alice y Bob, respectivamente; $d, \delta x$ la separación de sus respectivas componentes y D la separación de sus partículas.

1.3.1. Caso electromagnético

En el análisis del caso electromagnético las partículas controladas por Alice y Bob tienen una carga q_A y q_B respectivamente y se supondrá que son cuánticas y no-relativistas, mientras que el campo electromagnético se asumirá que es cuántico y relativista. Como ya se mencionó, los aspectos claves serán la emisión de radiación de la partícula de Alice al hacer su recombinación y las fluctuaciones de vacío. Las estimaciones cuantitativas hechas a partir de ahora serán solo del orden de magnitud, por lo que las constantes de orden uno se descartarán, también se trabajará con unidades tales que $c = \hbar = 1$.

Analicemos primero la radiación emitida por la partícula de Alice. Recordemos que en $t = 0$ se encuentra en SECLM y la de Bob atrapada en un potencial armónico; así que el estado del sistema total en este tiempo se ve como

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|L\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_A \otimes |\alpha_L\rangle_F + |R\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_A \otimes |\alpha_R\rangle_F \right) \otimes |\psi\rangle_B. \quad (6)$$

El estado $|\psi\rangle_B$ corresponde a la partícula de Bob dentro de la trampa y los términos dentro del paréntesis representan el estado de Alice; $|L\rangle$, $|R\rangle$ son las componentes del estado en superposición de su partícula que están a la izquierda y derecha respectivamente, y $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$ los estados de espín arriba y abajo. Los kets $|\alpha_L\rangle_F$ y $|\alpha_R\rangle_F$ representan los estados del campo electromagnético correspondientes a las componentes $|L\rangle$ y $|R\rangle$, más precisamente $|\alpha_{L(R)}\rangle_F$ es el estado del campo electromagnético asociado a la solución retardada correspondiente a una densidad de carga $\rho_{L(R)} = q_A|\psi_{L(R)}|^2$ y densidad de corriente $\mathbf{j}_{L(R)} = q_A/m_A\text{Im}(\bar{\psi}_{L(R)}\nabla\psi_{L(R)})$, con $\psi_{L(R)}$ la función de onda del estado $|L\rangle$ ($|R\rangle$).

Los estados $|\alpha\rangle_F$ del campo electromagnético son esencialmente los campos de Coulomb de las componentes de la partícula de Alice y aunque normalmente no se considera que un campo de Coulomb tenga “grados de libertad independientes”, las partículas de Alice y Bob interactúan solo a través del campo electromagnético local, no entre sí, por lo que es fundamental incluir el estado completo del campo electromagnético en el análisis del sistema [20].

Es razonable suponer que $|\langle\alpha_L|\alpha_R\rangle_F| \approx 0$ así que ya en $t = 0$ hay decoherencia en el estado de Alice debido al entrelazamiento con su propio campo. Entonces Alice, independiente de lo que decida Bob, obtendrá el mismo resultado en su medición, por lo que no puede existir comunicación entre ellos. Sin embargo, esta decoherencia generada por el propio campo electromagnético es una “Falsa Decoherencia” [21], pues Alice puede restablecer la coherencia del estado de su partícula si la recombina adiabáticamente, o sea, que los estados $|\alpha\rangle_F$ del campo regresen al estado cero o vacío. Para conseguir esto es necesario que al momento de la recombinación la aceleración de las partículas sea suficientemente lenta y así no haya emisión de fotones.

Si asumimos que la recombinación se lleva a cabo acelerando uniformemente la componente $|R\rangle$ hacia la componente $|L\rangle$, al ser no relativista la partícula de Alice, podemos estimar la potencia total radiada a través de la formula de Larmor

$$P = \frac{2}{3}q_A^2a^2, \quad (7)$$

con $a = 2d/T_A^2$ y d es la distancia que separa a las componentes $|L\rangle$ y $|R\rangle$ (ver figura 3). Luego la energía total radiada durante el tiempo T_A es $E = \int_0^{T_A} P dt = \frac{2}{3}q_A^2a^2T_A = \frac{8}{3}\frac{q_A^2d^2}{T_A^3}$, y ya que en mecánica cuántica esta energía se manifiesta en fotones de frecuencia $\nu = 1/T_A$ (y por tanto de energía $\varepsilon = 1/T_A$) el número de fotones irradiados durante la recombinación es

$$N = E/\varepsilon = \frac{8}{2}\frac{(q_Ad)^2}{T_A^2} \sim \left(\frac{\mathcal{D}_A}{T_A}\right)^2, \quad (8)$$

donde $\mathcal{D}_A = q_Ad$ es el momento dipolar efectivo de la superposición de la partícula de Alice.

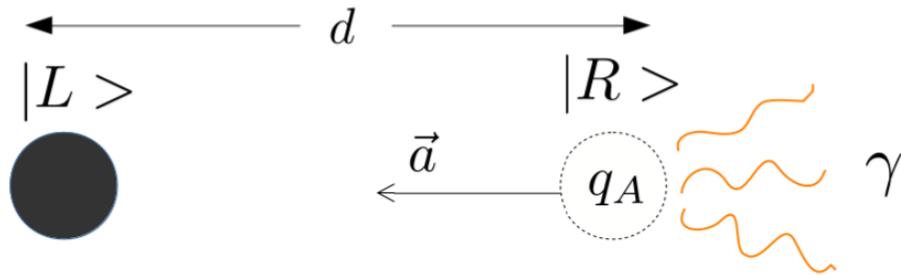


Figura 3: Recombinación de la partícula de Alice. $|L\rangle$, $|R\rangle$ son los estados de la superposición espacial de la partícula de Alice, d la separación entre las componentes y \vec{a} la aceleración con la que es recombinada la partícula

Para evitar decoherencia en la partícula de Alice debido a su propio campo electromagnético debemos imponer $N < 1$, obteniendo así la siguiente condición

$$\boxed{\mathcal{D}_A < T_A}. \quad (9)$$

Analícemos ahora las implicaciones de las fluctuaciones de vacío. Genéricamente podemos justificar su existencia apelando al principio de incertidumbre de Heisenberg $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$, el cual implica que pares de partículas y antipartículas virtuales con energía ΔE y vida media menor a Δt son continuamente creadas y aniquiladas en el vacío.

Promediando sobre una región del espaciotiempo de dimensión R la magnitud de las fluctuaciones de vacío del campo eléctrico son de orden [22]

$$\Delta E \sim 1/R^2. \quad (10)$$

Si promediamos sobre una línea de universo de dimensión $R = T$ el campo eléctrico fluctuará aleatoriamente una magnitud $\Delta E \sim 1/T^2$, provocando que el movimiento de una partícula libre no relativista de carga q y masa m se vea influenciada por este campo de acuerdo a la segunda ley de Newton $m\ddot{x} = q\Delta E$. Integrando esta ecuación ($x = (q/m)\Delta E t^2/2$) tenemos que las fluctuaciones de vacío del campo electromagnético desplazarán la posición de cualquier partícula libre y cargada en el tiempo T la distancia

$$\Delta x \sim q/m. \quad (11)$$

Con lo anterior concluyen que a consecuencia de las fluctuaciones del vacío, una partícula cargada no puede ser localizada con precisión mayor a su radio de carga² $\sigma = q/m$ y, por tanto, para que Bob logre un entrelazamiento suficiente y genere decoherencia en el experimento de Alice, después de liberar su partícula, es necesario que la separación entre sus estados, δx , sea mayor que σ , es decir

$$q_B/m_B < \delta x. \quad (12)$$

Ya que esta separación depende de la aceleración que experimenta la componente $|L\rangle_B$ respecto a $|R\rangle_B$, que a su vez depende de la diferencia en los campos eléctricos de las dos componentes de la partícula de Alice $\Delta E = E_{|R\rangle} - E_{|L\rangle} = q_A \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D+d}\right) \sim \mathcal{D}_A/D^3$ (ver figura 4), se tiene que después de un tiempo T_B la separación entre las componentes del estado de Bob será

$$\delta x \sim \frac{q_B}{m_B} \frac{\mathcal{D}_A}{D^3} T_B^2. \quad (13)$$

Comparando esta última ecuación con (12) se sigue que para lograr entrelazamiento significativo se necesita que

$$\boxed{\sqrt{\frac{D}{\mathcal{D}_A}} D < T_B}. \quad (14)$$

Ahora sí podemos explicar como las fluctuaciones del campo y la emisión de radiación eliminan la posibilidad de comunicación superlumínica entre Alice y Bob. Obsérvese que de acuerdo a (9), para evitar que la partícula de Alice radie y se pueda establecer el canal de comunicación necesariamente $\mathcal{D}_A < T_A$, y como $T_A < D$ se sigue que $1 < D/\mathcal{D}_A$; así, por (14), obtenemos $D < T_B$ por lo que la comunicación solo puede ejecutarse de manera causal.

²Nótese que el radio de carga es un límite de localización más restrictivo que la limitación dada por la longitud de onda de Compton ($\lambda_C = 1/m$) solo si $|q| > 1$.

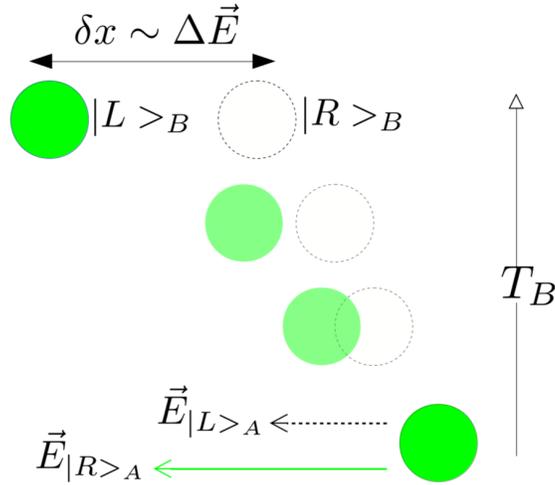


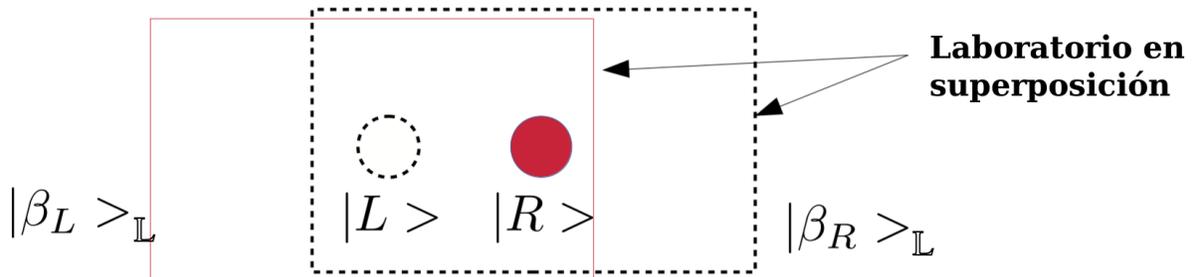
Figura 4: Los campos de cada componente del estado de Alice ($\vec{E}_{|R\rangle_A}, \vec{E}_{|L\rangle_A}$) inducen una superposición espacial en la partícula de Bob caracterizada por la distancia δx .

1.3.2. Caso gravitacional

En este caso se asume que las partículas no están cargadas y que la interacción entre ellas es la gravitacional. Nuevamente las partículas son cuánticas, no-relativistas y se hace la suposición de que el campo gravitacional es cuántico y relativista, de forma que podríamos proseguir de manera idéntica al caso anterior estimando la radiación emitida en gravitones y las condiciones para que la partícula de Bob genere decoherencia significativa. Sin embargo existe una diferencia importante. Ya que el sistema total de Alice consiste en su partícula y el laboratorio donde realiza su experimento y el tensor de energía-momento debe ser conservado, necesariamente el centro de masa del sistema debe moverse inercialmente, sin importar cambios internos en el sistema³. Es decir, si la partícula de Alice se mueve a la derecha (o izquierda), el laboratorio debe moverse a la izquierda (o derecha). Como la partícula de Alice se encuentra en una superposición de estar a la derecha e izquierda, el laboratorio entra también en una superposición espacial y se entrelaza con la partícula de Alice. De este modo el estado del sistema se escribe como

$$|\psi\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|L\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_A \otimes |\alpha_L\rangle_F \otimes |\beta_R\rangle_{\mathbb{L}} + |R\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_A \otimes |\alpha_R\rangle_F \otimes |\beta_L\rangle_{\mathbb{L}} \right). \quad (15)$$

Los estados $|\alpha_{L(R)}\rangle$ son los estados del campo gravitacional (análogos a los estados de la ecuación (6)) y $|\beta_L\rangle_{\mathbb{L}}, |\beta_R\rangle_{\mathbb{L}}$ los estados en superposición del laboratorio (\mathbb{L}) que “fueron” a la izquierda y derecha respectivamente.



³Esta última implicación es válida solo en espaciotiempos planos, lo cual es nuestro caso.

Figura 5: Entrelazamiento entre el laboratorio y la partícula de Alice. $|\beta_L\rangle_{\mathbb{L}}$, $|\beta_R\rangle_{\mathbb{L}}$ son los estados en superposición del laboratorio.

En principio, estos últimos estados podrían causar decoherencia, pero sería insignificante y, en dado caso, se trataría de una “falsa decoherencia” que se elimina si Alice hace la recombinación de su estado. Lo relevante de considerar el laboratorio es que las dos componentes de la ecuación (15) tienen el mismo centro de masa y por tanto la contribución dipolar que resulta de la separación de la partícula de Alice desaparece. Como consecuencia el efecto gravitacional dominante sobre la partícula de Bob y la emisión de radiación por la partícula de Alice al recombinar su partícula están mediados por el momento cuadrupolar $(\mathcal{Q}_A)_{ij}$ y no por el dipolar como en el caso electromagnético.

La potencia radiada cuando Alice “cierra su cuadrupolo” esta dada por [10]

$$P = \frac{1}{45} \sum_{i,j} (\ddot{\mathcal{Q}}_A)_{ij}^2, \quad (16)$$

con $Q_{ij} = \sum_l m_l (3r_{il}r_{jl} - |r_l|^2 \delta_{ij})$. Alineando el eje x con las componentes del estado de Alice tenemos que $(\mathcal{Q}_A)_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y $(\mathcal{Q}_A)_{xx} \sim (\mathcal{Q}_A)_{yy} \sim (\mathcal{Q}_A)_{zz} \sim m_A d^2 \equiv \mathcal{Q}_A$ por lo que, considerando nuevamente aceleración uniforme, obtenemos que $P \sim (m_A \ddot{d})^2 = m_A^2 a^4 t^2 = \mathcal{Q}_A^2 t^2 / T_A^8$ y así una energía $E \sim \mathcal{Q}_A^2 / T_A^5$. Por tanto el número de gravitones radiados es

$$N \sim \left(\frac{\mathcal{Q}_A}{T_A^2} \right)^2; \quad (17)$$

de manera que Alice puede recombinar su partícula sin perder la coherencia de su estado solo si

$$\boxed{\mathcal{Q}_A < T_A^2}. \quad (18)$$

Por otro lado, cuando promediamos sobre una región de dimensión R la magnitud de las fluctuaciones de vacío del tensor de Riemann son del orden

$$\Delta \mathcal{R} \sim l_P / R^3, \quad (19)$$

donde l_P es la longitud de Planck ($\sim 10^{-35}m$ en SIU). Si integramos la ecuación geodésica durante un tiempo R se obtiene que dos cuerpos deben fluctuar de su posición relativa una cantidad

$$\Delta x \sim l_P, \quad (20)$$

por lo que no es posible localizar ningún cuerpo con una precisión mayor a la longitud de Planck. Esta conclusión también ya ha sido encontrada en otros trabajos [23, 24, 25].

Similar al caso anterior, para que Bob logre un entrelazamiento significativo después de liberar su partícula es necesario que la separación entre las componentes de su superposición sea mayor a l_P . Como aquí la interacción dominante está mediada por el momento cuadrupolar la aceleración entre las componentes de Bob es

$$\ddot{x}_B = \frac{\mathcal{Q}_A}{D^4}; \quad (21)$$

así que después de un tiempo T_B la separación entre estas es

$$\delta x \sim \frac{\mathcal{Q}_A}{D^4} T_B^2. \quad (22)$$

Considerando $c = \hbar = G = 1$ (y por tanto $l_P = 1$), para que Bob logre entrelazar su partícula con la de Alice es necesario cumplir siguiente condición

$$\boxed{\frac{Q_A T_B^2}{D^4} > 1}. \quad (23)$$

Similar al caso electromagnético, con las condiciones (18) y (23) ya podemos dar solución al aparente problema de la comunicación superlumínica para el caso gravitacional: Para establecer el canal de comunicación es necesario cumplir (18), por lo que $Q_A < D^2$ y por (23) $D < T_B$, es decir, la comunicación solo se puede ejecutar de manera causal.

En resumen, en el caso electromagnético los autores encuentran resultados consistentes con el principio de causalidad, pero fue esencial considerar el carácter cuántico del campo electromagnético: las fluctuaciones del vacío que limitan la capacidad de Bob para obtener información acerca de la trayectoria de la partícula de Alice y las propiedades cuánticas de la radiación que generan entrelazamiento con la partícula de Alice si realiza la recombinación muy rápido.

Posteriormente, apoyados en la analogía entre el campo electromagnético y el gravitacional, muestran que en caso gravitacional las fluctuaciones del vacío y la cuantización de la radiación nuevamente evitan el envío de la señal superlumínica, lo que les permite concluir que si las partículas de Alice y Bob son descritas correctamente por la mecánica cuántica no relativista entonces la gravedad linealizada debe poseer las propiedades cuánticas mencionadas.

2. Nuestras objeciones

2.1. Aproximación Semiclásica de la Gravedad

La existencia del protocolo de comunicación superlumínico es consecuencia de la suposición de que la interacción es mediada por un campo cuántico que tiene la capacidad de estar en una superposición de dos campos y entrelazar las partículas. Posteriormente los autores argumentan que las propiedades cuánticas del campo (fluctuaciones de vacío y cuantización de la radiación) son necesarias para erradicar el canal superlumínico, pero esto es un argumento circular, pues su conclusión está implícita en la hipótesis. Esta postura en el caso electromagnético no es tan problemática, pues tenemos suficiente evidencia de que la naturaleza fundamental del campo electromagnético efectivamente es cuántica. Sin embargo, en el caso gravitacional no, y es precisamente lo que el artículo trata de esclarecer, pero la circularidad del argumento debilita su razonamiento y por tanto sus conclusiones en favor de una teoría cuántica de la gravedad. Sumado a lo anterior, resulta que si cambiamos esta hipótesis por una en la que el campo se mantiene clásico, entonces no es posible establecer el canal de comunicación. Esto nos sugiere que, al menos en los regímenes en los que funciona el experimento, una descripción clásica de la gravedad, podría ser más apropiada que una cuántica.

La teoría más estudiada que implementa esto es la teoría semiclassical de la gravedad, que es considerada por la mayoría de la comunidad científica como una aproximación válida en algún régimen de una teoría de gravedad cuántica, en gran medida influenciados por los experimentos mentales de Eppley y Hannah [11] y Page y Geilker [12], los cuales describiremos brevemente a continuación

Eppley y Hannah (1977): Preparemos un objeto cuántico con una incertidumbre muy pequeña en el momento, si dispersamos una onda gravitacional de longitud de onda muy corta a través de éste es posible medir con suficiente precisión la posición del objeto, haciendo así que (en virtud del

principio de incertidumbre de Heisenberg) el momento adquiriera una incertidumbre muy grande. Ya que la onda gravitacional es clásica, es posible prepararla con un momento tan pequeño como se desee, independientemente de su longitud de onda, haciendo que el proceso viole la conservación del momento. Si por otro lado sucediera que la interacción gravitacional no colapsa la función de onda, entonces, si colocamos un protón en una caja con la misma probabilidad de estar a la derecha que a la izquierda, luego la dividimos y separamos cada parte, midiendo en un lado la función de onda mediante la dispersión de una onda gravitacional y colapsando del otro lado, es posible enviar un bit de información superlumínico.

Page y Geilker (1981): Asumen que las dos interpretaciones de la mecánica cuántica más razonables son la del colapso instantáneo o la de universos paralelos. Si la primera es correcta, entonces, durante un colapso, la derivada covariante del lado derecho de las ecuaciones semiclásicas no necesariamente es cero. Sin embargo, por definición, el lado izquierdo siempre lo es, por lo que existe una inconsistencia con la teoría. Por otro lado si la segunda es la interpretación correcta entonces las ecuaciones semiclásicas no describen correctamente los resultados experimentales cuando se considera el campo gravitacional de un objeto masivo en superposición espacial.

Es importante resaltar que las hipótesis en las que se fundamentan no son lo suficientemente sólidas, tal como se discute en [4, 5, 13] donde analizan exhaustivamente los experimentos y exhiben que todos los resultados descansan fuertemente en el postulado del colapso instantáneo de la función de onda. También se ha resaltado [26] que el concepto de conservación de la energía en mecánica cuántica (y por tanto de momento) carece de sentido cuando ocurren colapsos, por lo que la inconsistencia que Eppley y Hannah encuentran es un problema general de la teoría cuántica y no de su experimento mental particular. Más aún, en [27] se demuestra que los experimentos mentales planteados por Eppley y Hannah son físicamente imposibles de realizar.

Con lo anterior enfatizamos que una teoría semiclásica como descripción fundamental de la gravedad, a pesar de que está lejos de ser definitiva, es posible siempre y cuando se implemente una prescripción consistente del colapso de la función de onda. En este espíritu existen trabajos [28, 29] donde exponen implicaciones de considerar dicha teoría. Particularmente en [28] muestran estimaciones numéricas que podrían medirse experimentalmente de efectos no lineales en la ecuación de Schrödinger consecuencia de considerar una teoría semiclásica de la gravedad.

En esta sección estudiaremos el experimento utilizando la aproximación semiclásica de la gravedad y mostraremos explícitamente que no es posible establecer un canal de comunicación entre Alice y Bob. Para calcular el efecto del campo de Alice sobre la partícula de Bob usaremos las ecuaciones semiclásicas de Einstein (3). Ya que la masa de la partícula de Alice es pequeña y la separación con la partícula de Bob es muy grande en comparación con el tamaño de las partículas podemos usar la aproximación débil de la gravedad. Supondremos entonces que existe un sistema de referencia global en el que la métrica se puede escribir como

$$g_{ab} = \eta_{ab} + \gamma_{ab}, \quad (24)$$

con $|\gamma_{\mu\nu}| \ll 1$ y η_{ab} la métrica de Minkowski. Reteniendo únicamente términos de primer orden en γ y definiendo $\tilde{\gamma}_{ab} = \gamma_{ab} - \frac{1}{2}\eta_{ab}\gamma$, con $\gamma = \gamma^c_c$, las ecuaciones semiclásicas de Einstein se reducen a

$$G_{ab}^{(1)} = -\frac{1}{2}\partial^c\partial_c\tilde{\gamma}_{ab} + \partial^c\partial_{(c}\tilde{\gamma}_{a)b} - \frac{1}{2}\eta_{ab}\partial^c\partial^d\tilde{\gamma}_{cd} = 8\pi\langle\Psi|\hat{T}_{ab}|\Psi\rangle. \quad (25)$$

Considerando un cambio de coordenadas $\gamma_{ab} \rightarrow \gamma_{ab} + \partial_a\xi_b + \partial_b\xi_a$ tal que $\partial^b\tilde{\gamma}_{ab} = 0$ las ecuaciones se ven como

$$\square\tilde{\gamma}_{ab} = -16\pi\langle\Psi|\hat{T}_{ab}|\Psi\rangle, \quad (26)$$

donde el operador $\square = -\partial_t^2 + \nabla^2$ es el operador d'alambertiano. Ya que las partículas son no relativistas la velocidad de la partícula de Alice satisface $v_A \ll c$, por lo que los eson mucho más pequeños que la densidad de energía. Así la única componente del tensor de energía momento que es relevantes es $\hat{T}_{00} = \hat{\rho} = m\hat{\psi}^\dagger\hat{\psi}$. Con estas aproximaciones (26) se escribe como

$$\square\bar{\gamma}_{00} = -16\pi \langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle, \quad \square\bar{\gamma}_{ab} = 0 \quad a, b \neq 0. \quad (27)$$

Considerando que en el infinito el campo debe reducirse a cero necesariamente $\bar{\gamma}_{ab} = 0$ si $a, b \neq 0$, mientras que la solución (retardada) para $\phi := -\frac{1}{4}\bar{\gamma}_{00}$ es

$$\phi(\mathbf{r}, t) = - \int d^3r' \frac{\langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (28)$$

Para los tiempos en los que se lleva a cabo el experimento $t \leq T_B$ se tiene que $t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \simeq t - D < 0$ (pues recordemos que nos interesa la situación cuando $T_B < D$). Es decir la retardación de la interacción implica que la partícula de Bob no detectará cuando Alice comienza a recombinar su partícula y la “verá” como si todo el tiempo se hubiera mantenido estática. Por tanto ϕ satisface la ecuación de Laplace $\nabla^2\phi = 4\pi \langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle$ y entonces

$$\phi(\mathbf{r}, t) = - \int d^3r' \frac{\langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (29)$$

De esta manera obtenemos que

$$\gamma_{ab} = \bar{\gamma}_{ab} - \frac{1}{2}\eta_{ab}\bar{\gamma} = (t_a t_b + \frac{1}{2}\eta_{ab})\bar{\gamma}_{00} = -(4t_a t_b + 2\eta_{ab})\phi, \quad (30)$$

y así la métrica se ve como

$$g_{\mu\nu} = -(1 + 2\phi)dt^2 + (1 - 2\phi)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (31)$$

Esta métrica reproduce los efectos gravitacionales (newtonianos) de un objeto con densidad de masa $\rho = \langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle$ [30]. Considerando que en el límite no-relativista el número de partículas es conservado, podemos escribir el estado para un sistema de N partículas como [29]

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} \int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N \Psi(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}_1) \dots \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}_N) |0\rangle, \quad (32)$$

donde $\Psi(t, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$ representa la función de onda del sistema. Así, el estado de la partícula en superposición de Alice es

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{\int dy \langle y|L\rangle \hat{\psi}^\dagger(y) |0\rangle}_{|L\rangle} + \underbrace{\int dy \langle y|R\rangle \hat{\psi}^\dagger(y) |0\rangle}_{|R\rangle} \right), \quad (33)$$

con $\langle y|L\rangle$ y $\langle y|R\rangle$ la funciones de onda de las componentes del estado de Alice. Luego

$$\langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle(\mathbf{r}') = \frac{1}{2} \langle L | \hat{\rho} | L \rangle(x') + \frac{1}{2} \langle R | \hat{\rho} | R \rangle(x') + \text{Re}[\langle L | \hat{\rho} | R \rangle(x')]. \quad (34)$$

Escribiendo explícitamente ρ y desarrollando

$$\begin{aligned}
\langle L|\hat{\rho}|L\rangle(x) &= \int dy \langle 0|\hat{\psi}(y)\langle y|L\rangle^* [m\hat{\psi}^\dagger(x)\hat{\psi}(x)] \int dy' \langle y'|L\rangle \hat{\psi}^\dagger(y')|0\rangle \\
&= m \int dydy' \langle y|L\rangle^* \langle y'|L\rangle \langle 0|(\hat{\psi}(y)\hat{\psi}^\dagger(x))(\hat{\psi}(x)\hat{\psi}^\dagger(y'))|0\rangle \\
&= m \int dydy' \langle y|L\rangle^* \langle y'|L\rangle \langle 0|\delta(x-y)\delta(x-y')|0\rangle \\
&= m|\langle x|L\rangle|^2;
\end{aligned} \tag{35}$$

donde en la penúltima ecuación se ocupa la relación de conmutación $[\hat{\psi}^\dagger(x), \hat{\psi}(x')] = \delta(x-x')$ del operador de campo y que $\hat{\psi}(x)|0\rangle = 0$. Similarmente se puede obtener que $\langle R|\hat{\rho}|R\rangle(x) = m|\langle x|R\rangle|^2$ y ya que las funciones de onda $\langle x|R\rangle$ y $\langle x|L\rangle$ son de soporte disjunto

$$\begin{aligned}
\langle L|\hat{\rho}|R\rangle(x) &= m \int dydy' \langle L|y\rangle \langle y'|R\rangle \langle 0|(\hat{\psi}(y)\hat{\psi}^\dagger(x))(\hat{\psi}(x)\hat{\psi}^\dagger(y'))|0\rangle \\
&= m \langle L|x\rangle \langle x|R\rangle = 0.
\end{aligned} \tag{37}$$

Sustituyendo en (34) obtenemos que

$$\langle \Psi|\hat{\rho}|\Psi\rangle(\mathbf{r}') = \frac{m}{2}|\langle x|L\rangle|^2 + \frac{m}{2}|\langle x|R\rangle|^2. \tag{38}$$

Concluimos que, utilizando la aproximación semiclásica de la gravedad, la partícula de Bob percibe el mismo campo que el de dos partículas clásicas ubicadas en (el valor esperado de) $|L\rangle$ y $|R\rangle$. En particular, esta interacción no tiene la capacidad de generar entrelazamiento entre las partículas de Alice y Bob, por lo que no es posible establecer un canal de comunicación entre ambos.

2.2. Decoherencia debido a la trampa

En el experimento mental se desprecia la influencia de cualquier otro objeto que no sea la partícula de Alice y la de Bob. Esta clase de idealizaciones suele implementarse en prácticamente todos los experimentos reales de la física, pues es imposible aislar totalmente el arreglo experimental del exterior. De hecho, estrictamente hablando, ningún experimento es completamente fiel a la situación teórica que pretende reproducir. No obstante, en la mayoría de los casos se logra un control y sistematización de los agentes externos de manera que se pueden extraer resultados significativos del experimento.

En el experimento presentado en este trabajo se discrimina la coherencia de una partícula. Tal propiedad es muy sensible a cualquier clase de influencia. Más problemático aún: los efectos externos al experimento son indistinguibles de los internos, por lo que es necesario tener un aislamiento total. Un diseño así, en principio, podría ser logrado. Sin embargo, la trampa que sujeta a la partícula de Bob es parte inherente y fundamental del arreglo experimental, pues el estado encendido/apagado de ésta implica coherencia/decoherencia en la partícula de Alice y así, Bob envía un bit de información sí/no a Alice, por lo que es necesario considerar sus efectos. Esto no fue tomado en cuenta en los artículos mencionados previamente y aquí presentaremos al menos dos situaciones en las que la trampa podría influir en el experimento.

La primera surge al notar que, ya que la partícula de Alice se encuentra en una superposición de estar en dos localizaciones, cada una influenciando a la partícula de Bob con dos distintas fuerzas,

la trampa tiene que entrar también en una superposición de dos estados distintos. Entonces, al tiempo $t = 0$, el estado del sistema debe escribirse como (ignorando los factores de espín)

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle_A \otimes |\alpha_L\rangle_F \otimes |T_L\rangle_B + |R\rangle_A \otimes |\alpha_R\rangle_F \otimes |T_R\rangle_B), \quad (39)$$

donde $|T_L\rangle_B$ es el estado de la trampa cuando la partícula de Bob interactúa con el campo de la componente $|L\rangle_A$ del estado de la partícula de Alice y $|T_R\rangle_B$ el estado cuando interactúa con el campo de $|R\rangle_A$. Por lo tanto, debido a estos dos factores, aunque Bob no libere su partícula, podría haber decoherencia en el experimento de Alice y esto deshabilitaría el canal de comunicación.

Existe otra manera en que la trampa podría anular la comunicación. Obsérvese que la capacidad de Bob para causar decoherencia en el experimento de Alice depende de la generación de entrelazamiento significativo entre sus partículas, lo cual se consigue si los estados de la partícula de Bob están suficientemente separados. Pero, de acuerdo a las ecuaciones (14) y (23), esta separación depende únicamente del tiempo de interacción, la magnitud del dipolo/cuadrupolo y la distancia entre las partículas, por lo que cualquier objeto libre colocado a esta misma distancia tendría la misma capacidad de causar decoherencia en la partícula de Alice. En particular, la trampa (o sus millones de partículas constituyentes) podría provocar este efecto, impidiendo nuevamente la posibilidad de crear un canal de comunicación.

3. Múltiples Trampas

En esta sección mostraremos que, aun si las dos últimas objeciones que hicimos no fueran suficientes para eliminar el protocolo, es posible enviar el bit de comunicación superlumínico si consideramos una variación del experimento mental en la que Bob controla múltiples trampas en lugar de una. Antes de presentar esta variación recordemos que, de acuerdo a los autores de [1], para lograr un entrelazamiento significativo es necesario que la separación entre las componentes del estado de Bob sea mayor que $\sigma = q/m$ en el caso electromagnético o $\sigma = l_P$ en el gravitatorio. Consideremos ahora la situación en la que la partícula de Bob se mueve una fracción de σ , por lo anterior la decoherencia causada no será suficiente y Bob no podrá comunicarse con Alice. Sin embargo, si Bob controla varias partículas sino varios los efectos de decoherencia de cada partícula se “acumulan” y es posible alcanzar decoherencia significativa incluso si las partículas se desplazan una cantidad menor que σ . Esta última afirmación es la base de la variación del experimento, pues así Bob puede generar decoherencia en el experimento de Alice tan rápido como desee.

Para mostrar lo anterior, primero debemos cuantificar la decoherencia causada por Bob cuando controla solo una partícula. Antes de que la libere el estado del sistema se puede escribir (ignorando los grados de libertad del campo y del espín)

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle_A + |R\rangle_A) \otimes |\psi\rangle_B. \quad (40)$$

Cuando la libera, interactúa inmediatamente con el campo de la partícula de Alice y el sistema se entrelaza

$$|\Psi(t > 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle_A \otimes |R\rangle_B + |R\rangle_A \otimes |L\rangle_B). \quad (41)$$

Consideremos dos observables \hat{O}_A , \hat{O}_B con eigenvectores $\{|\epsilon\rangle_A\}$, $\{|\epsilon'\rangle_B\}$ y eigenvalores $\{\epsilon\}$, $\{\epsilon'\}$ del sistema de Alice y Bob respectivamente. La probabilidad de obtener en una medición el eigenvalor

ϵ y ϵ' antes de que Bob libere su partícula es

$$\begin{aligned} P_0(\epsilon, \epsilon') &= \frac{1}{2} |({}_A \langle \epsilon | \otimes {}_B \langle \epsilon' |) |\Psi(0)\rangle|^2 = \frac{1}{2} |(\langle \epsilon | L \rangle_A + \langle \epsilon | R \rangle_A) \langle \epsilon' | \psi \rangle_B|^2 \\ &= \frac{1}{2} (|\langle \epsilon | L \rangle_A|^2 + 2\text{Re}[\langle \epsilon | L \rangle_A \langle R | \epsilon \rangle_A] + |\langle \epsilon | R \rangle_A|^2) |\langle \epsilon' | \psi \rangle_B|^2. \end{aligned} \quad (42)$$

Si solo nos interesa el subsistema de Alice integramos (sumamos) sobre todos los valores ϵ' , obteniendo así que la probabilidad de que Alice mida ϵ es

$$P_0(\epsilon) = \frac{1}{2} |\langle \epsilon | L \rangle_A|^2 + \frac{1}{2} |\langle \epsilon | R \rangle_A|^2 + \text{Re}[\langle \epsilon | L \rangle_A \langle R | \epsilon \rangle_A]. \quad (43)$$

El tercer término del miembro derecho se conoce como término de interferencia y es característico de los estados cuánticos coherentes. Al calcular $P_{t>0}(\epsilon)$ de manera similar obtenemos

$$P_{t>0}(\epsilon) = \frac{1}{2} |\langle \epsilon | L \rangle_A|^2 + \frac{1}{2} |\langle \epsilon | R \rangle_A|^2 + \text{Re}[\langle \epsilon | L \rangle_A \langle R | \epsilon \rangle_A \langle L | R \rangle_B]. \quad (44)$$

Notemos que en este caso aparece el factor $\langle L | R \rangle_B$ en el término de interferencia, el cual es el responsable de causar decoherencia al atenuar el término de interferencia dependiendo del grado de ortogonalidad de los kets $|L\rangle_B$, $|R\rangle_B$ inducidos en la partícula de Bob. La influencia de este término es el que permite distinguir experimentalmente la decisión de Bob cuando Alice mide su partícula. Definimos así la decoherencia como

$$D = 1 - \langle L | R \rangle_B. \quad (45)$$

Por tanto, si Bob libera su partícula y asumimos que las funciones de onda de esta son modeladas por paquetes de onda gaussianos con varianza σ (pues recordemos que esta es la mejor localización que se puede lograr)

$$\langle x | R \rangle_B = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{x^2}{4\sigma^2}}, \quad \langle x | L \rangle_B = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{(x-\sigma/M)^2}{4\sigma^2}}. \quad (46)$$

la decoherencia después de que sus estados están separados una distancia σ es

$$D_\sigma = 1 - e^{-1/8} \simeq 0,12. \quad (47)$$

Imaginemos ahora que Bob controla N partículas independientes en N distintas trampas separadas de la partícula de Alice una distancia D y que puede decidir liberarlas o mantenerlas en su respectiva trampa. Si decide liberarlas el estado del sistema inmediatamente después de interactuar se ve como

$$|\Psi_N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle_A \otimes |R_1\rangle_B \otimes |R_2\rangle_B \otimes \dots \otimes |R_N\rangle_B + |R\rangle_A \otimes |L_1\rangle_B \otimes |L_2\rangle_B \otimes \dots \otimes |L_N\rangle_B), \quad (48)$$

donde $|R_i\rangle_B$ y $|L_i\rangle_B$ son las componentes que “fueron” a la izquierda y derecha respectivamente de la partícula i -ésima que controla Bob. Procediendo de manera análoga a como se hizo en (42) tenemos que la probabilidad de medir ϵ para este estado es

$$P_{N_{t>0}}(\epsilon) = \frac{1}{2} |\langle \epsilon | L \rangle_A|^2 + \frac{1}{2} |\langle \epsilon | R \rangle_A|^2 + \text{Re}[\langle \epsilon | L \rangle_A \langle R | \epsilon \rangle_A \langle L_1 | R_2 \rangle_B \langle L_2 | R_2 \rangle_B \dots \langle L_N | R_N \rangle_B]. \quad (49)$$

Así, en este caso, la decoherencia es

$$D = 1 - \langle L_1 | R_2 \rangle_B \langle L_2 | R_2 \rangle_B \dots \langle L_N | R_N \rangle_B. \quad (50)$$

Si la separación de las componentes de cada una de las partículas que controla Bob es σ/M se tiene

$$D = 1 - e^{-\frac{N}{8M^2}}; \quad (51)$$

de modo que si queremos causar un grado de decoherencia igual a D_σ debemos satisfacer $1 - e^{-\frac{1}{8}} = 1 - e^{-\frac{N}{8M^2}}$, es decir, se debe cumplir que

$$M = \sqrt{N}. \quad (52)$$

Esto quiere decir que si Bob controla N partículas es posible causar decoherencia significativa ($D = 0,12$) si cada una se desplaza una cantidad σ/\sqrt{N} , por lo que el tiempo requerido en el experimento de Bob disminuye a

$$\sqrt{\frac{D}{\mathcal{D}_A}} \frac{D}{\sqrt[4]{N}} < T_B \quad (\text{caso electromagnético}) \quad \sqrt{\frac{D^2}{\mathcal{Q}_A}} \frac{D}{\sqrt[4]{N}} < T_B \quad (\text{caso gravitacional}). \quad (53)$$

Por tanto Bob puede causar decoherencia en el experimento de Alice tan rápido como quiera controlando suficientes partículas, de manera que es posible mandar un bit de información a Alice superlumínicamente.

En efecto, supongamos que Alice recombina su partícula sin emitir radiación, es decir supongamos que se cumple $\mathcal{D}_A < T_A$ (o $\mathcal{Q}_A < T_A^2$ en el caso gravitacional) y tenemos un numero de partículas

$$N > \left(\frac{D}{\mathcal{D}_A}\right)^2 \quad (N > \left(\frac{D^2}{\mathcal{Q}_A}\right)^2 \quad \text{en el caso gravitacional}) \quad (54)$$

entonces

$$\sqrt{\frac{D}{\mathcal{D}_A}} \frac{D}{\sqrt[4]{N}} < D \quad \left(\sqrt{\frac{D^2}{\mathcal{Q}_A}} \frac{D}{\sqrt[4]{N}} < D \quad \text{en el caso gravitacional}\right) \quad (55)$$

por lo que, de acuerdo a (53), podemos causar decoherencia en un tiempo $T_B < D$ y por tanto es posible crear un canal de comunicación superlumínico entre Alice y Bob.

3.1. Observaciones

3.1.1. Consideraciones acerca del centro de masa

Del análisis anterior inevitablemente surge la cuestión sobre la validez de considerar las N partículas con grados de libertad independientes. Por ejemplo, la partícula mesoscópica considerada en los artículos en principio está compuesta de N partículas constituyentes. Sin embargo, se considero como una sola y únicamente se tomó en cuenta los grados de libertad del centro de masa (CM).

Intuitivamente es razonable suponer que si las partículas están sujetas a interacciones mutuas de manera que en conjunto constituyen algo parecido a un cuerpo rígido, es válido solo considerar los grados de libertad del CM, y que si están suficientemente alejadas, de modo que sus interacciones

sean despreciables, se deba tomar cada una como independiente. A continuación mostraremos que las afirmaciones anteriores son correctas.

Consideremos la situación en la que el sistema ha interactuado lo suficiente y se ha entrelazado tal como se muestra esquemáticamente en la siguiente figura

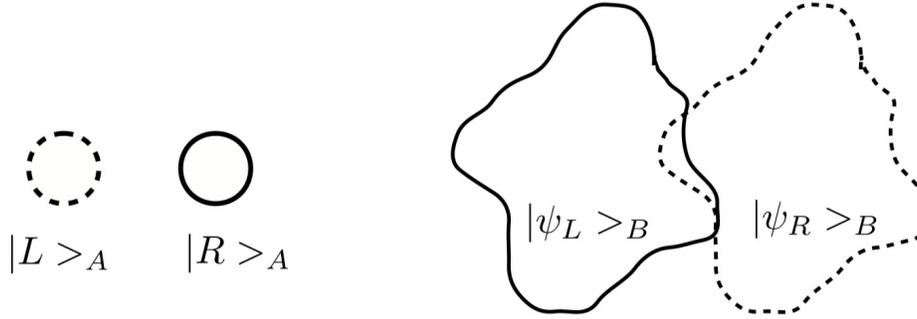


Figura 6

Genéricamente el estado del sistema se escribe

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle_A |\psi_R\rangle_B + |R\rangle_A |\psi_L\rangle_B) \quad (56)$$

y la decoherencia de tal estado es

$$D = 1 - \langle \psi_L | \psi_R \rangle_B. \quad (57)$$

Si las N partículas que controla Bob no interactúan mutuamente y cualquier posible entrelazamiento entre ellas en un remoto pasado ya fue perdido, los estados L y R se puede descomponer de la siguiente manera

$$\begin{aligned} |\psi_L\rangle_B &= |\psi_{1L}\rangle |\psi_{2L}\rangle \dots |\psi_{NL}\rangle, \\ |\psi_R\rangle_B &= |\psi_{1R}\rangle |\psi_{2R}\rangle \dots |\psi_{NR}\rangle. \end{aligned} \quad (58)$$

Esta última condición es con lo que caracterizamos que las partículas sean independientes, la cual se asumió implícitamente en la ecuación (48). Notemos que con esta suposición se tiene

$$D = 1 - \langle \psi_{1L} | \psi_{1R} \rangle \langle \psi_{2L} | \psi_{2R} \rangle \dots \langle \psi_{NL} | \psi_{NR} \rangle, \quad (59)$$

tal como en la ecuación (50). Por otro lado, en la situación en la que las partículas están unidas debido a interacciones mutuas, no es posible hacer tal descomposición. Sin embargo, podemos escribir la función de onda del sistema como una parte referente al centro de masa y otra referente a las distancias relativas

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{x} | \psi_L \rangle_B &= \psi_L(\mathbf{c}) \psi_L(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N-1}), \\ \langle \mathbf{x} | \psi_R \rangle_B &= \psi_R(\mathbf{c}) \psi_R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N-1}). \end{aligned} \quad (60)$$

Es difícil ir más allá de la ecuación anterior sin especificar explícitamente un potencial, pero para nuestro sistema podemos hacer la suposición de que, en el caso que las partículas se comportan como un cuerpo rígido, la componente del estado de Bob que “fue” a la izquierda es el mismo que el de la derecha desplazado rígidamente por $\delta \mathbf{x}$, esto es

$$\langle \mathbf{x} | \psi_L \rangle_B = \langle \mathbf{x} - \delta \mathbf{x} | \psi_R \rangle_B. \quad (61)$$

Es decir, si $\langle \mathbf{x} | \psi_R \rangle_B = \psi_R(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ entonces $\langle \mathbf{x} | \psi_L \rangle_B = \psi_R(\mathbf{x}_1 - \delta \mathbf{x}, \dots, \mathbf{x}_N - \delta \mathbf{x})$ y ya que $\mathbf{r}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ y $\mathbf{c} = \frac{1}{N} \sum \mathbf{x}_k$, se sigue que

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{x} | \psi_L \rangle_B &= \psi_R\left(\frac{1}{N} \sum_k (\mathbf{x}_k - \delta \mathbf{x})\right) \psi_R((\mathbf{x}_2 - \delta \mathbf{x}) - (\mathbf{x}_1 - \delta \mathbf{x}), \dots, (\mathbf{x}_N - \delta \mathbf{x}) - (\mathbf{x}_{N-1} - \delta \mathbf{x})) \\ &= \psi_R\left(\frac{1}{N} \sum_k \mathbf{x}_k - \frac{1}{N}(N\delta \mathbf{x})\right) \psi_R(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N - \mathbf{x}_{N-1}) \\ &= \psi_R(\mathbf{c} - \delta \mathbf{x}) \psi_R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N-1}). \end{aligned} \quad (62)$$

Por tanto se tiene que

$$\begin{aligned} \langle \psi_L | \psi_R \rangle_B &= \int d^3 r_1 \dots d^3 r_{N-1} d^3 c \psi_R^*(\mathbf{c} - \delta \mathbf{x}) \psi_R^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N-1}) \psi_R(\mathbf{c}) \psi_R(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N-1}) \\ &= \int d^3 c \psi_R^*(\mathbf{c} - \delta \mathbf{x}) \psi_R(\mathbf{c}) \int d^3 r_1 \dots d^3 r_{N-1} |\psi_R(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N-1})|^2 \\ &= \int d^3 c \psi_R^*(\mathbf{c} - \delta \mathbf{x}) \psi_R(\mathbf{c}). \end{aligned} \quad (63)$$

Vemos que si las partículas están sujetas a interacciones mutuas que las hace comportarse como un cuerpo rígido, entonces la decoherencia generada depende únicamente de los grados de libertad del centro de masa.

3.1.2. Efectos de decoherencia si Bob no libera su partícula

Para que se pueda generar un canal de comunicación entre Alice y Bob es necesario que la partícula de Alice no detecte ninguna influencia por parte de las partículas de Bob cuando no son liberadas de sus respectivas trampas. Esto podría no cumplirse si Bob controla muchas partículas, pues la influencia de la partícula de Alice induce una superposición en cada partícula de Bob aún si son mantenidas en la trampa (análoga a cuando son liberadas de ésta) debido a que la acción de una fuerza externa en un potencial armónico desplaza la posición de equilibrio. Este efecto inevitablemente entrelazará el sistema y, al considerar más y más partículas, podría volverse suficiente para causar decoherencia y deshabilitar el canal de comunicación entre Alice y Bob. En esta sección estimaremos la decoherencia causada por este efecto y mostraremos que siempre es posible hacerla tan pequeña como se deseé.

El hamiltoniano de un oscilador armónico al que se le aplica una fuerza constante es

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{x}^2 + F \hat{x} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \left(\hat{x} + \frac{F}{m \omega^2} \right)^2 - \frac{F^2}{m \omega^2}. \quad (64)$$

Si definimos $\hat{X} = \hat{x} + \frac{F}{m \omega^2}$ y reescalamos el cero de energía podemos escribir el hamiltoniano anterior de la siguiente manera

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{X}^2. \quad (65)$$

Este sistema representa un oscilador armónico idéntico a uno con hamiltoniano $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ salvo que su posición de equilibrio se encuentra desplazada una cantidad

$$\Delta X = \frac{F}{mw^2}. \quad (66)$$

Considerando que F es la fuerza generada por el dipolo/cudrupolo efectivo de la partícula de Alice y que $w^2 = k/m$ tenemos que el desplazamiento del punto de equilibrio de las partículas de Bob debido a la superposición de la partícula de Alice es

$$L = \frac{\mathcal{D}_A q_B}{D^3 m_B w^2} \quad (\text{caso electromagnético}), \quad L = \frac{\mathcal{Q}_A}{D^4 w^2} \quad (\text{caso gravitacional}). \quad (67)$$

Si Bob controla N partículas en el estado base de una trampa armónica con ancho espacial σ , el desplazamiento anterior de cada una de estas generará una decoherencia

$$D = 1 - e^{-\frac{NL^2}{8\sigma^2}}. \quad (68)$$

De acuerdo a la suposición de que la decoherencia es experimentalmente observable para valores $D \geq 1 - e^{-1/8}$ tenemos que Alice no observará decoherencia en el caso de que Bob no libere sus partículas si se cumple

$$\frac{L\sqrt{N}}{\sigma} < 1. \quad (69)$$

Analicemos las condiciones necesarias para cumplir la desigualdad anterior. En el caso electromagnético vimos que se requería tener un número de partículas N igual o superior a $(D/\mathcal{D}_A)^2$, por lo que tomando el número más pequeño obtenemos que $\sqrt{N} \sim D/\mathcal{D}_A$. Por otro lado, considerando que el experimento se lleva a cabo preparando las partículas en el estado base del oscilador armónico con la mejor localización posible se tiene que $\sigma = q_B/m_B$ y ya que en el oscilador armónico

$$\sigma^2 = \frac{1}{mw} \quad (70)$$

se sigue que $w = m_B/q_B^2$ y, por tanto, para cumplir la condición (69) y poder generar un canal de comunicación entre Alice y Bob es necesario que

$$\frac{q_B^2}{m_B D} < 1. \quad (71)$$

Obsérvese que siempre es posible cumplir (71) eligiendo la separación D entre el laboratorio de Alice y Bob suficientemente grande.

Analicemos ahora el caso gravitacional. Aquí se necesita tener un número de partículas $N = (D^2/\mathcal{Q}_A)^2$ por lo que $\sqrt{N} \sim D^2/\mathcal{Q}_A$ y la mejor localización de estas es $\sigma = l_P = 1$, que implica $w = 1/m_B$. Tenemos así que para cumplir la condición (69) se requiere

$$\frac{m_B}{D} < 1, \quad (72)$$

lo cual nuevamente se puede cumplir eligiendo D suficientemente grande.

4. Conclusiones

Después de examinar el experimento mental presentado en [1, 2], mostramos que los autores realizaron un razonamiento circular, pues asumieron la naturaleza cuántica de los campos para establecer el protocolo de comunicación y posteriormente la ocuparon para eliminarlo. Además no contemplaron efectos de decoherencia debido a la trampa que podrían anular el protocolo. Sumado a esto, exhibimos una modificación del experimento mental en la que si Bob controla suficientes partículas en trampas distintas, aun si nos mantenemos en su posición e ignoramos nuestras dos objeciones previas, es posible el envío del bit superlumínico. Estas observaciones ponen en evidencia que es necesario un análisis más profundo de este experimento mental para mantener la causalidad relativista intacta y, en particular, refutan la propuesta de los autores de que la gravedad debe poseer las propiedades cuánticas mencionadas.

Por otro lado, la similitud que comparte este experimento con otras situaciones donde ha sido advertido que el colapso de la función de onda conduce a violaciones con la causalidad [31, 32] nos motivan a suponer que toda esta clase de situaciones podrían compartir una solución genérica relacionada con el problema de la medida en mecánica cuántica y la teoría fundamental de la gravedad.

Referencias

- [1] A. Belenchia, R. M. Wald, F. Giacomini, E. Castro-Ruiz, Č. Brukner, and M. Aspelmeyer, “Quantum superposition of massive objects and the quantization of gravity,” *Physical Review D*, vol. 98, no. 12, p. 126009, 2018.
- [2] A. Mari, G. De Palma, and V. Giovannetti, “Experiments testing macroscopic quantum superpositions must be slow,” *Scientific reports*, vol. 6, no. 1, pp. 1–9, 2016.
- [3] S. Bose, A. Mazumdar, G. W. Morley, H. Ulbricht, M. Toroš, M. Paternostro, A. A. Geraci, P. F. Barker, M. Kim, and G. Milburn, “Spin entanglement witness for quantum gravity,” *Physical review letters*, vol. 119, no. 24, p. 240401, 2017.
- [4] J. Mattingly, “Is quantum gravity necessary?,” in *The universe of general relativity*, pp. 327–338, Springer, 2005.
- [5] N. Huggett and C. Callender, “Why quantize gravity (or any other field for that matter)?,” *Philosophy of Science*, vol. 68, no. S3, pp. S382–S394, 2001.
- [6] R. M. Wald, *Quantum field theory in curved spacetime and black hole thermodynamics*. University of Chicago press, 1994.
- [7] J. Sakurai and J. Napolitano, “Modern quantum mechanics, 2: nd edition,” *Person New International edition*, 2011.
- [8] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum mechanics: non-relativistic theory*, vol. 3. Elsevier, 2013.
- [9] T. Norsen, *Foundations of quantum mechanics*. Springer, 2017.
- [10] R. M. Wald, *General relativity*. University of Chicago press, 2010.

- [11] K. Eppley and E. Hannah, “The necessity of quantizing the gravitational field,” *Foundations of Physics*, vol. 7, no. 1, pp. 51–68, 1977.
- [12] D. N. Page and C. Geilker, “Indirect evidence for quantum gravity,” *Physical Review Letters*, vol. 47, no. 14, p. 979, 1981.
- [13] A. Großardt, “Three little paradoxes: making sense of semiclassical gravity,” *arXiv preprint arXiv:2201.10452*, 2022.
- [14] H. D. Zeh, “Feynmans interpretation of quantum theory,” *The European Physical Journal H*, vol. 36, no. 1, pp. 63–74, 2011.
- [15] C. M. DeWitt and D. Rickles, *The role of gravitation in physics: report from the 1957 Chapel Hill Conference*, vol. 5. epubli, 2011.
- [16] C. Anastopoulos and B.-L. Hu, “Comment on a spin entanglement witness for quantum gravity and on gravitationally induced entanglement between two massive particles is sufficient evidence of quantum effects in gravity,” *arXiv preprint arXiv:1804.11315*, 2018.
- [17] S. Machluf, Y. Japha, and R. Folman, “Coherent stern–gerlach momentum splitting on an atom chip,” *Nature communications*, vol. 4, no. 1, pp. 1–9, 2013.
- [18] C. Wan, M. Scala, G. Morley, A. A. Rahman, H. Ulbricht, J. Bateman, P. Barker, S. Bose, and M. Kim, “Free nano-object ramsey interferometry for large quantum superpositions,” *Physical review letters*, vol. 117, no. 14, p. 143003, 2016.
- [19] H. Pino, J. Prat-Camps, K. Sinha, B. P. Venkatesh, and O. Romero-Isart, “On-chip quantum interference of a superconducting microsphere,” *Quantum Science and Technology*, vol. 3, no. 2, p. 025001, 2018.
- [20] R. M. Wald, “Quantum superposition of massive bodies,” *International Journal of Modern Physics D*, vol. 29, no. 11, p. 2041003, 2020.
- [21] W. G. Unruh, “False loss of coherence,” in *Relativistic quantum measurement and decoherence*, pp. 125–140, Springer, 2000.
- [22] N. Bohr and L. Rosenfeld, “Det kongelige danske videnskabernes selskab,” *Mathematiks-fysike Meddeleser*, vol. 12, p. 65, 1933.
- [23] L. J. Garay, “Quantum gravity and minimum length,” *International Journal of Modern Physics A*, vol. 10, no. 02, pp. 145–165, 1995.
- [24] X. Calmet, M. Graesser, and S. D. Hsu, “Minimum length from quantum mechanics and classical general relativity,” *Physical review letters*, vol. 93, no. 21, p. 211101, 2004.
- [25] S. Hossenfelder, “Minimal length scale scenarios for quantum gravity,” *Living Reviews in Relativity*, vol. 16, no. 1, pp. 1–90, 2013.
- [26] T. Maudlin, E. Okon, and D. Sudarsky, “On the status of conservation laws in physics: Implications for semiclassical gravity,” *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, vol. 69, pp. 67–81, 2020.

- [27] J. Mattingly, “Why eppley and hannah’s thought experiment fails,” *Physical Review D*, vol. 73, no. 6, p. 064025, 2006.
- [28] S. Carlip, “Is quantum gravity necessary?,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 25, no. 15, p. 154010, 2008.
- [29] M. Bahrami, A. Großardt, S. Donadi, and A. Bassi, “The schrödinger–newton equation and its foundations,” *New Journal of Physics*, vol. 16, no. 11, p. 115007, 2014.
- [30] B. Schutz, *A first course in general relativity*. Cambridge university press, 2009.
- [31] R. D. Sorkin, “Impossible measurements on quantum fields,” in *Directions in general relativity: Proceedings of the 1993 International Symposium, Maryland*, vol. 2, pp. 293–305, 1993.
- [32] A. Garcia-Chung, B. A. Juárez-Aubry, and D. Sudarsky, “What happens once an accelerating observer has detected a rindler particle?,” *arXiv preprint arXiv:2105.01831*, 2021.