



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO NUMÉRICO DEL CONFINAMIENTO DE
PARTÍCULAS NANOMÉTRICAS CON CAMPOS ÓPTICOS
EVANESCENTES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Físico

PRESENTA:

BRYAN EDGAR ALONSO GUZMÁN

TUTOR:

DR. ALEJANDRO VÁSQUEZ ARZOLA

Ciudad Universitaria, CD. MX., 2022





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mis padres, hermano y seres queridos por el apoyo infinito que me han brindado a lo largo de mi vida. Muchas gracias por confiar y luchar por mí, porque ahora estoy cumpliendo una de mis más grandes metas. Por todos los momentos que hemos vivido juntos, por crecer conmigo y acompañarme en las buenas y en las malas, ustedes son los mejores y siempre tendrán un lugar especial en mi corazón.

Un reconocimiento especial al Dr. Alejandro Vásquez Arzola, quien ha demostrado ser una gran persona y un excelente asesor, por ser tan paciente y brindarme toda la ayuda necesaria para la elaboración de esta tesis tan completa, así como guiarme para continuar mi formación como científico. Al resto de mi comite sinodal les doy las gracias por sus comentarios y sugerencias tan acertadas que permitieron mejorar la calidad de mi trabajo.

Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México por abrirme las puertas, ser mi segundo hogar y darme la oportunidad ser parte de una gran comunidad. A mis profesores y compañeros, por compartir sus experiencias y conocimientos conmigo, servir de inspiración y ayudarme a encontrar mi vocación como científico.

Finalmente, agradezco el financiamiento por parte del proyecto PAPIIT IN111919 (Estudio experimental de la dinámica de partículas brownianas autopropulsadas en campos de fuerza externos).

Índice general

Resumen	1
1 Introducción	3
1.1 Recuento histórico	3
1.2 Fuerzas ópticas y técnicas de micromanipulación óptica	6
1.2.1 Trampas y pinzas ópticas con ondas evanescentes	11
1.3 Objetivos de la tesis	16
1.4 Contenido del trabajo	17
2 Marco teórico	19
2.1 Representación angular	20
2.2 Formalismo de haces enfocados	22
2.2.1 Enfocamiento de un campo eléctrico	22
2.2.2 Enfocamiento de un campo eléctrico a través de una interfaz	24
2.3 Cálculo de fuerzas ópticas	26
2.3.1 Aproximación dipolar	26
2.3.2 Teoría electromagnética	28
2.4 Implementación numérica	30
2.4.1 Expansión multipolar de un campo enfocado	30
2.4.2 Cálculo de fuerzas ópticas con teoría electromagnética	31
2.5 Análisis de confinamiento	32
2.6 Momento angular de la luz	34
3 Fuerzas ópticas de ondas evanescentes en una interfaz vidrio-agua	36

3.1	Confinamiento y deriva de nanopartículas por un campo evanescente: incidencia perpendicular y paralela.	37
3.2	Confinamiento en 3D con la interferencia de dos ondas evanescentes: incidencia perpendicular y paralela	43
3.3	Cálculo con teoría electromagnética de fuerzas ópticas por una y dos ondas planas	49
4	Fuerzas ópticas producidas por un haz Bessel evanescente en una interfaz vidrio-agua.	54
4.1	Fuerzas ópticas y potenciales de energía.	56
4.1.1	Pinza óptica sin componente evanescente	56
4.1.2	Pinza óptica estándar	62
4.1.3	Pinza óptica evanescente	65
4.2	Cálculo de fuerzas ópticas con teoría de Mie	72
4.3	Comparación entre pinzas	75
5	Fuerzas ópticas en un haz enfocado evanescente con momento angular de espín y orbital	77
5.1	Fuerzas con momento angular orbital ℓ	78
6	Discusión general y conclusiones	86
A	Utilidades	90
A.1	Armónicos esféricos vectoriales	90
A.2	J y H multipolos	91
A.2.1	Expansión multipolar de una onda plana	91
B	Derivaciones	92
B.1	Fuerza óptica producida por una y dos ondas planas	92

Resumen

La manipulación óptica de partículas dieléctricas en agua con tamaños menores a la longitud de onda, generalmente de unos cuantos nanómetros, ha significado un gran reto debido principalmente a la baja eficiencia de los sistemas convencionales a estas escalas. De manera parcial, los campos evanescentes han resuelto este problema, permitiendo generar campos muy intensos en regiones espaciales muy pequeñas. En el presente trabajo se realiza un estudio sistemático de las fuerzas ópticas producidas por campos electromagnéticos evanescentes producidos en una interfaz vidrio-agua.

El objetivo principal es cuantificar y comparar las diferencias entre las fuerzas ópticas producidas por sistemas que emplean campos evanescentes y no evanescentes sobre partículas dieléctricas nanométricas. Para esto se realiza un análisis teórico numérico utilizando la aproximación dipolar y la teoría electromagnética para calcular las fuerzas ejercidas sobre las partículas. Se considera desde un arreglo básico de confinamiento con ondas planas hasta sistemas más complejos que involucran haces fuertemente enfocados con componentes que sean evanescentes, no evanescentes o que contengan ambas. De igual forma, aprovechando la estructura de haz Bessel obtenido por una haz enfocado puramente evanescente se introduce una fase helicoidal al haz de entrada. Esta fase, así como la polarización circular, pueden crear un haz enfocado con momento angular que hace orbitar de forma estable a las partículas.

Los resultados muestran que, para partículas nanométricas, los campos evanescentes producen mejores sistemas de manipulación y confinamiento. El rápido decaimiento exponencial de estos campos se traduce en fuerzas ópticas axiales incluso 5 veces mayores comparadas con los sistemas tradicionales. Asimismo, los campos evanescentes al romper el límite de difracción permiten crear trampas ópticas para confinar partículas mucho me-

nores que la longitud de onda. En especial, para partículas de decenas de nanómetros, se puede construir una trampa bastante eficiente pues se duplica el potencial conservativo sobre la partícula. Esto último se debe a que la conversión de momento angular de espín y orbital permite anular el momento angular total y así generar haces sumamente confinados.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presenta una breve descripción, desde el plano histórico y conceptual, de los conceptos e ideas más importantes de la micromanipulación óptica, poniendo especial énfasis en los avances de la manipulación de partículas nanométricas con campos evanescentes.

Al final del capítulo se desarrollan los objetivos de la tesis y se presenta un resumen del contenido de la misma.

1.1. Recuento histórico

Las primeras observaciones acerca de que la luz puede ejercer cierta fuerza sobre un cuerpo fueron registradas por Kepler [1] al observar las características de un cometa cuando pasa cerca del Sol. Kepler notó que parte de la cola del cometa es desviada en dirección contraria a la estrella, lo que le llevó a pensar que la luz de esta era la responsable de dicho fenómeno. Con el desarrollo de la teoría electromagnética de Maxwell se predijo que la luz es capaz de transferir momento a los objetos en los cuales incidía, mismo que sería proporcional a la intensidad de la luz. Poynting [2] demostró que la luz ejerce una presión de radiación a dichos objetos en la dirección de propagación del haz.

Fue cuestión de tiempo para que Lebedew [3] y Nichols y Hull [4] detectaran experimentalmente la existencia de la presión de radiación sobre objetos macroscópicos; también Beth [5] encontró transferencia de momento angular. Si bien se había probado la transfe-

rencia de momento de la luz sobre los objetos, esta era muy pequeña y parecía no tener una aplicación inmediata; al ser esta proporcional a la intensidad de la radiación se necesitaban campos electromagnéticos muy intensos. No fue hasta la década de 1960 que, con la invención del láser, se pudo contar con haces de luz lo suficientemente potentes e intensos para aprovechar la transferencia de momento de la radiación electromagnética.

Arthur Ashkin [6] sentó las bases de la micromanipulación óptica. A finales de los años 60 reportó la primera observación de aceleración de partículas transparentes micrométricas suspendidas en agua debido a la presión de radiación de luz láser. Como ya habían mencionado Nichols y Hull [4] y Debye [7], este problema no era sencillo de estudiar en el laboratorio debido a las fuerzas producidas por efectos térmicos. Sin embargo, Ashkin [6] encontró, debido a la potencia de la luz láser es posible generar fuerzas ópticas mayores a las térmicas, al punto de que las últimas no representen un problema.

El experimento de Ashkin [6] se muestra en la Figura 1.1. En la Figura 1.1a podemos ver un haz de luz que se propaga dentro de la cavidad. Las partículas que se encuentran dentro del camino del haz son propulsadas en la dirección de propagación de luz; para poder observar a la partícula se colocó un microscopio con un filtro para la luz láser. El experimento de la Figura 1.1b consiste en introducir un segundo haz enfocado que se propague en dirección contraria al primero. Como es de esperarse, habrá un punto a lo largo del eje horizontal en que la partícula se mantenga estable, pues es acelerada con la misma magnitud por ambos haces. Pero ¿qué pasa en el eje vertical?, dado que la partícula es afectada por la fuerza de gravedad, esta debería caer por su propio peso, lo cual no ocurre. Este resultado fue uno de los más importantes del experimento, pues puso de manifiesto la existencia de una fuerza que contrarresta o anula el efecto de la gravedad y que permite alcanzar el confinamiento.

Posteriormente, Ashkin y Dziedzic [8] lograron la levitación de una partícula de vidrio de aproximadamente $20\mu\text{m}$ de radio. El montaje que utilizaron se presenta en la Figura 1.2, donde podemos apreciar un primer haz enfocado que empuja a la partícula hacia arriba, un segundo haz es utilizado para analizar la eficiencia de la trampa. El experimento se realizó tanto en aire como en vacío. El hecho de que la partícula sea capaz de levitar en un punto estable en tres dimensiones no sólo muestra que la presión de radiación es capaz de

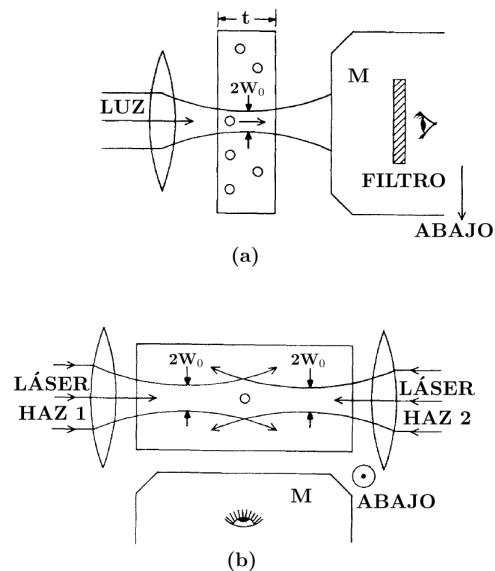


Figura 1.1: Experimento de Ashkin para manipulación y confinamiento de partículas micrométricas de latex. (a) Deriva de partículas a lo largo de un haz enfocado por una lente y (b) trampa óptica formada por dos haces enfocados contrapropagantes. Se utiliza un microscopio (M) para observar el comportamiento de la partícula. Figura adaptada de [6].

ejercer una fuerza contraria a la gravitatoria, sino que reafirma la existencia de una fuerza transversal que lleva a la partícula a la región de máxima intensidad del haz. En este punto Ashkin y Dziedzic fueron capaces de generar un potencial estable suficientemente grande para lograr confinar a la partícula; el siguiente paso era no depender de la fuerza gravitatoria para anular la *fuerza de scattering*, es decir, crear una trampa óptica en la que el haz de luz por sí mismo sea capaz de confinar a la partícula en las tres dimensiones.

Lo que hoy conocemos como *pinza óptica* fue descrito por Ashkin, Dziedzic, Bjorkholm, y Chu [9], es decir, un haz de luz fuertemente enfocado capaz de confinar partículas microscópicas en tres dimensiones. El diagrama de la pinza óptica de Ashkin se encuentra en la Figura 1.3, y su experimento confirmó que es posible crear una trampa óptica con un sólo haz enfocado para partículas de radio $\sim 10\mu\text{m}$ a $\sim 25\text{nm}$; los experimentos fueron realizados con partículas inmersas en agua. En este trabajo, Ashkin detalla totalmente la existencia de una presión de radiación negativa debido al gradiente de la intensidad de luz que es capaz de confinar a la partícula en todos los ejes, siempre que el medio donde se encuentren las partículas tengan un índice de refracción menor a estas; actualmente esta

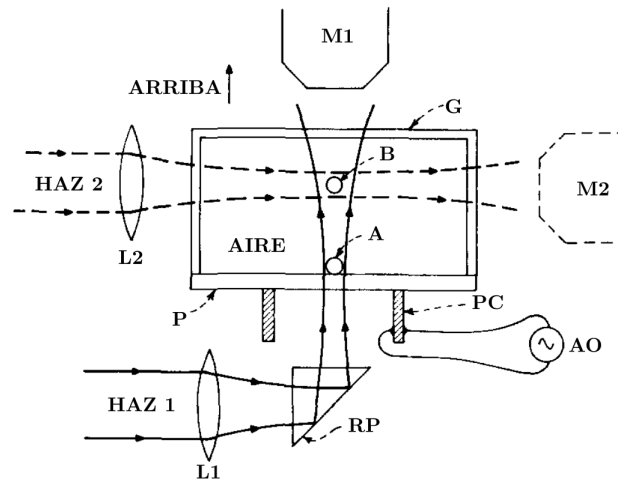


Figura 1.2: Sistema de levitación óptica. Un primer haz incidente es enfocado para elevar a una partícula micrométrica que se encuentra dentro de una cámara. El haz no es capaz de romper la atracción de van der Waals entre la partícula y la parte inferior de la cámara, por lo que se utiliza un sistema piezoeléctrico (PC) conectado a un controlador de audio (AO) para generar vibraciones que anulen tal atracción. Un segundo haz puede utilizarse para cuantificar el confinamiento, así como microscopios (M1 y M2) para observar a la partícula. Figura adaptada de [8].

fuerza se conoce como *fuerza de gradiente*.

1.2. Fuerzas ópticas y técnicas de micromanipulación óptica

Como se discutirá en la sección 2.3, el cálculo de fuerzas ópticas depende de la relación entre el tamaño de la partícula y la longitud de onda utilizada para la manipulación. Si el tamaño de la partícula es mucho mayor a la longitud de onda puede emplearse la óptica geométrica, cuya descripción puede visualizarse con ayuda de la Figura 1.4. Cuando los rayos de luz son refractados por la partícula hay un cambio en el momento con igual dirección en la que se desvía el rayo de salida con respecto al de entrada. Debido a la conservación del momento, la partícula tendrá un cambio en su momento en la dirección contraria.

Una descripción teórica que resulta muy ilustrativa es la aproximación dipolar (o de Rayleigh), que es estrictamente válida cuando el tamaño de la partícula es mucho menor

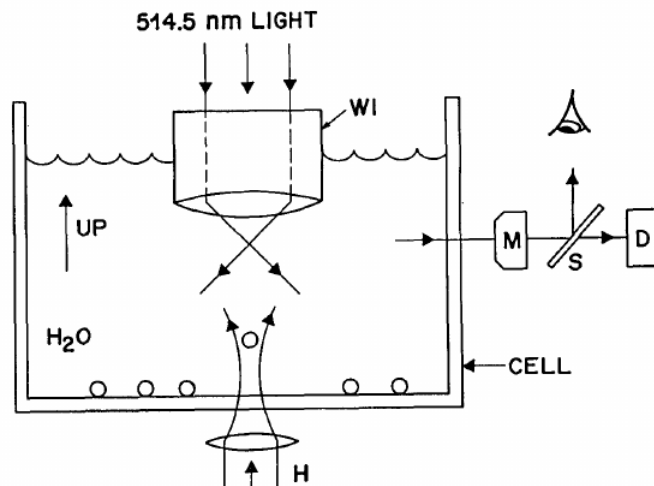


Figura 1.3: Pinza óptica construida por Ashkin. Un haz láser con longitud de onda de 514.5nm es fuertemente enfocado por objetivo de apertura numérica $NA = 1.25$. Partículas dieléctricas con tamaños entre $10\mu\text{m}$ y $\sim 25\text{nm}$ inmersas en agua son propulsadas a la trampa óptica por un haz auxiliar H. Figura adaptada de [9].

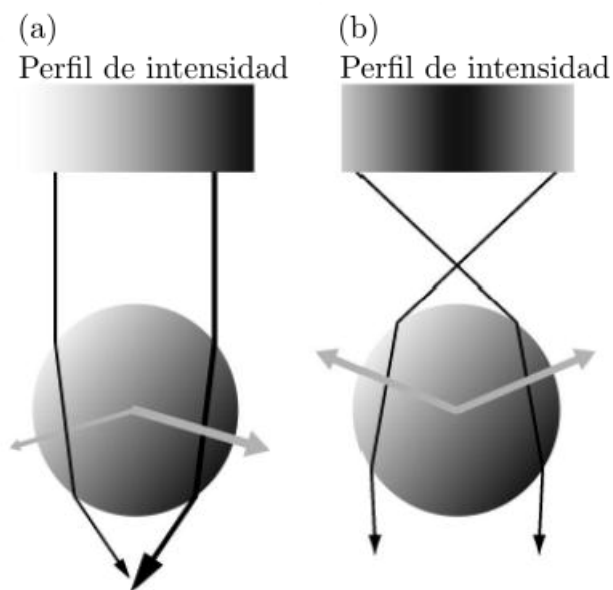


Figura 1.4: Descripción de la fuerza de gradiente desde el punto de vista de la óptica geométrica. (a) Una partícula iluminada por dos haces paralelos (flechas negras) con un gradiente que aumenta de izquierda a derecha. Los rayos son refractados por la partícula transparente, cambiando el momento de los fotones, esto se traduce en un cambio en el momento de la partícula (flechas grises) que la llevará a la partícula a la región de mayor intensidad. (b) Para lograr atrapar a la partícula se requiere un patrón con un máximo en centro. Dos rayos de luz representativos son refractados por la partícula, de tal manera que el cambio en el momento de la partícula permite que se mantenga estable. Figura adaptada de [10].

a la longitud de onda utilizada. Como se verá en en la sección 2.3.1, la fuerza óptica sobre una partícula dieléctrica esférica en vacío es [11, pp. 60-65]

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \frac{\alpha'}{c\epsilon_0} \nabla I_i(\mathbf{r}) + \frac{\sigma_{\text{ext}}}{c} \mathbf{S}_i(\mathbf{r}) - \frac{1}{2} \sigma_{\text{ext}} c \nabla \times \mathbf{s}(\mathbf{r}), \quad (1.1)$$

donde $I_i(\mathbf{r})$ es la intensidad del haz incidente, $\mathbf{S}_i(\mathbf{r})$ es el promedio temporal del vector de Poynting y $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ es el promedio temporal de la densidad de espín de la luz. Los parámetros α' y σ_{ext} de la ecuación 1.1 son, respectivamente, la parte real de la polarizabilidad de la partícula y la sección transversal de extinción. La polarizabilidad α relaciona la magnitud del momento dipolar \mathbf{p} inducido en la partícula por un campo eléctrico incidente \mathbf{E}_i por $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}_i$, mientras que la sección transversal de extinción describe la velocidad a la cual la energía es removida de la onda electromagnética por la partícula a través de los procesos de esparcimiento y absorción [11, pp. 54-56].

El primer término de la ecuación 1.1 es la *fuerza de gradiente*, que es responsable del confinamiento, pues para partículas dieléctricas con índice de refracción mayor al del medio donde están inmersas lleva a la partícula a la región de mayor intensidad; su nombre proviene del hecho que es proporcional al gradiente de la intensidad. El segundo termino es la *fuerza de scattering* y es producida por la transferencia de momento del campo eléctrico a la partícula, y como puede observa a partir de la ecuación, la dirección es la misma que la del momento de la luz. El tercer término es la fuerza *spín curl* o *rotacional del espín* y es producida por los gradientes en la polarización del campo eléctrico. Esta fuerza es nula si el haz tiene polarización lineal, o muy pequeña (comparada con las dos anteriores) al utilizar haces enfocados por objetivos de baja apertura numérica con polarización elíptica; pero cobra relevancia cuando el haz es enfocado por un objetivo de alta apertura numérica y posee polarización elíptica [12].

Entre las distintas técnicas de manipulación y confinamiento se tienen las trampas con dos haces, la primera fue propuesta por Ashkin [6] y se muestra en la Figura 1.1b. La principal ventaja de las trampas con dos haces contrapropagantes es que pueden ser construidas con lentes de baja apertura numérica, permitiendo una distancia de funcionamiento amplia; la mayor desventaja es el hecho de tener que utilizar dos haces enfocados

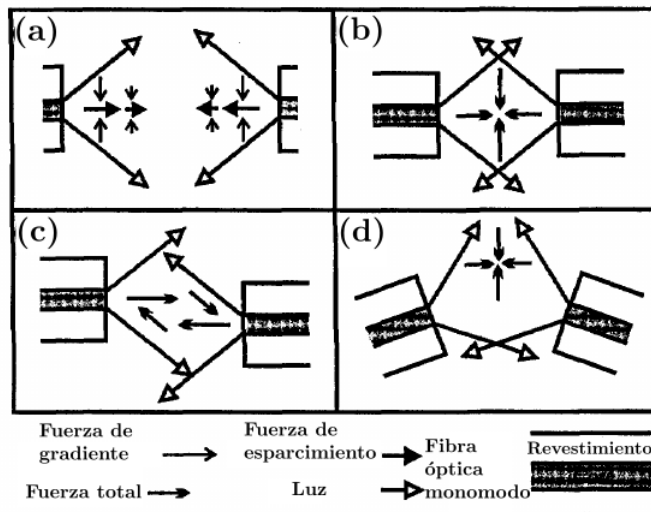


Figura 1.5: Diagrama de las fuerzas ópticas generadas en el extremo de una fibra óptica. Figura adaptada de [13].

independientes. Actualmente una forma bastante eficiente de solucionar este problema es utilizando fibras ópticas.

Constable, Kim, Mervis, Zarinetchi, y Prentiss [13] fueron los primeros en utilizar fibras ópticas para generar un sistema de confinamiento de haces contrapropagantes. En la Figura 1.5 se expone el esquema, el cual ilustra de manera cualitativa las fuerzas ópticas relevantes para cada uno de los haces en la salida de la fibra y cómo es posible usarlos para crear una trampa estable; en este caso, para partículas dieléctricas con diámetros entre $0.1 \sim 10 \mu\text{m}$. Como indican Constable *et al.* [13], las principales ventajas de este arreglo es que es sencillo de construir y que el volumen de confinamiento puede ser aproximadamente 5 ordenes de magnitud mayor comparado con las pinzas ópticas convencionales.

Como se explicó anteriormente, es posible utilizar la fuerza de dispersión para contrarrestar la fuerza gravitatoria y mantener a una partícula levitando [8]. Años después Ashkin [14] resaltó la tremenda utilidad de esto; aprovechando la distancia de funcionamiento mayor al de una pinza óptica y que la fuerza aplicada para mantener a la partícula estable es proporcional a la potencia de la luz, las fluctuaciones del haz permiten que la partícula oscile. Esto puede servir, por ejemplo, para realizar una versión moderna del experimento de Millikan para poder medir la fuerza eléctrica sobre gotas de aceite, medir fuerzas de arrastre, medir cambios en las fuerzas radiométricas con la presión o directamente medir

la fuerza de scattering a lo largo del eje axial [14].

Las pinzas ópticas son las herramientas por excelencia para atrapar partículas pequeñas. Después de la descripción que dieron Ashkin *et al.* [9] sobre la pinza óptica esta comenzó a ser mejorada y utilizada en diversas aplicaciones. Por ejemplo, Ashkin y Dziedzic [15] fueron capaces de atrapar y manipular virus y bacterias utilizando potencias de unos cientos de mW, sin causar un daño aparente al espécimen. Ghislain y Webb [16] utilizaron una pequeña aguja confinada en un campo óptico para medir fuerzas en el rango de $10^{-12} \sim 10^{-15}$ N.

Aunque la gran mayoría de pinzas ópticas pueden construirse enfocando un haz gaussiano en modo TEM₀₀, es posible emplear distintos tipos de haces para modificar la dinámica del sistema. Dholakia, Macdonald, y Spalding [17] mencionan que el momento angular de la luz puede ser impartido a las partículas, además, utilizando haces Laguerre-Gauss es posible atrapar y hacer orbitar partículas. Estos haces pueden mejorar la eficiencia en el eje axial pues reducen los efectos de la presión de radiación. Otro tipo de haces utilizados son los Bessel. En particular, un haz Bessel de orden cero presenta un centro muy brillante que idealmente se propaga de forma adifraccional y tiene la propiedad de autogenerarse [18]. Esto quiere decir que este tipo de haces no modifican su estructura en intensidad a lo largo de longitudes relativamente grandes, además, al ser obstaculizados por algún objeto recuperan su forma inmediatamente después. Por tanto, un haz Bessel de orden cero permite el confinamiento de múltiples partículas en distintos planos, así como atrapar partículas en sus múltiples anillos; esto fue probado por Garcés-Chávez, McGloin, Melville, Sibbett, y Dholakia [19] con el experimento mostrado en la Figura 1.6.

Es posible generar múltiples trampas ópticas a partir de la generación de patrones ópticos que resultan de la interferencia de varios frentes de onda. Uno de los más comunes es la interferencia de distintos haces, que puede generar patrones de luz regulares o aleatorios según sea la configuración. En la Figura 1.7 se encuentra el experimento realizado por Mikhael, Roth, Helden, y Bechinger [20], quienes utilizaron cinco haces con polarización lineal enfocados por una lente acromática sobre una muestra con partículas coloides. El patrón de interferencia permite que las partículas se ordenen en una estructura decagonal gracias a las fuerzas de gradiente. Además, pueden producirse patrones pseudo-aleatorios

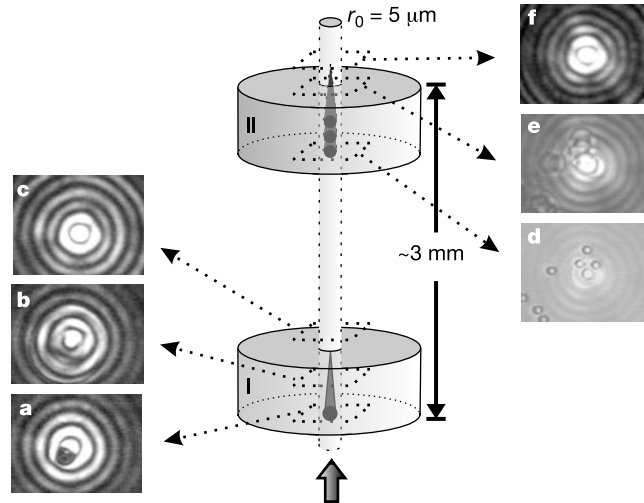


Figura 1.6: Confinamiento de partículas utilizando un haz Bessel. (a)-(c) Se muestra el confinamiento de una partícula, la deformación del haz en un plano superior y la posterior regeneración del haz. (f)-(d) Partículas atrapadas en múltiples planos. Figura tomada de [19].

utilizando elementos ópticos difractivos como un modulador espacial de luz o un deflector acústico-óptico; este tipo de sistemas se denominan *pinzas ópticas holográficas* [21]. Los patrones tipo speckle pueden considerarse totalmente aleatorios y, como probaron Volpe, Kurz, Callegari, Volpe, y Gigan [22], este tipo de patrones son capaces de confinar, guiar y clasificar partículas. En algunos de los sistemas anteriores, como los que no utilizan haces fuertemente enfocados, el confinamiento se logra contra una superficie, ya que la fuerza de gradiente axial puede no ser suficiente para anular la fuerza de scattering.

1.2.1. Trampas y pinzas ópticas con ondas evanescentes

Cuando un haz de luz en un medio con índice de refracción n_i pasa a otro medio con índice de refracción n_t , si se cumple que $n_i > n_t$, existirá un ángulo de incidencia crítico dado por $\theta_c = \sin^{-1}(n_t/n_i)$ en el cual habrá reflexión total interna. Por encima del ángulo crítico, en el medio n_t se producirán ondas evanescentes. Este tipo de ondas tiene la particularidad de que decaen exponencialmente en amplitud al alejarse de la interfaz. Los campos evanescentes pueden ser utilizados para manipulación óptica, como probaron experimentalmente Kawata y Sugiura [23] con partículas micrométricas inmersas en agua

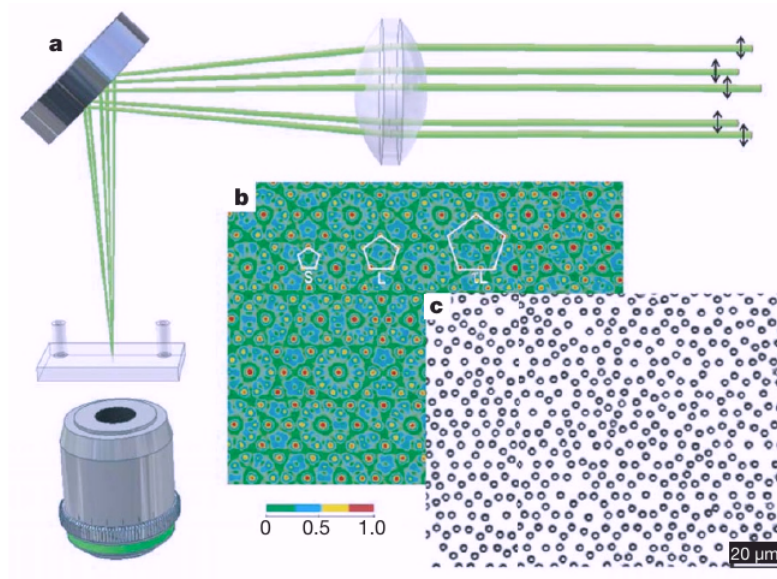


Figura 1.7: Esquema experimental de la formación de cuasicristales (a) Cinco haces linealmente polarizados son enfocados sobre una muestra con partículas coloides. (b) Intensidad del patrón óptico, se observa claramente la formación de una estructura decagonal. (c) Confinamiento de las partículas coloides en un cuasicristal debido al potencial óptico. Figura tomada de [20].

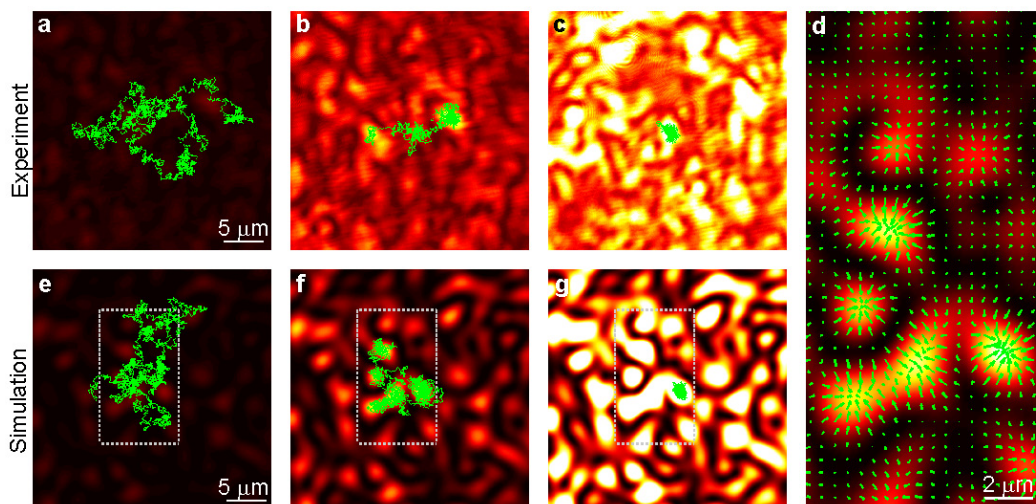


Figura 1.8: Fuerzas ópticas generadas por un patrón tipo speckle. (a)-(c) Resultados experimentales de las trayectorias (línea sólida verde) sobre un patrón speckle de una partícula de sílica con diámetro $d = 2.06 \pm 0.05 \mu\text{m}$ inmersa en agua. (d) Campo de fuerzas ejercido por el patrón. (e)-(f). Simulaciones de la partícula con la misma intensidad promedio de las figuras (a)-(c). Figura tomada de [22].

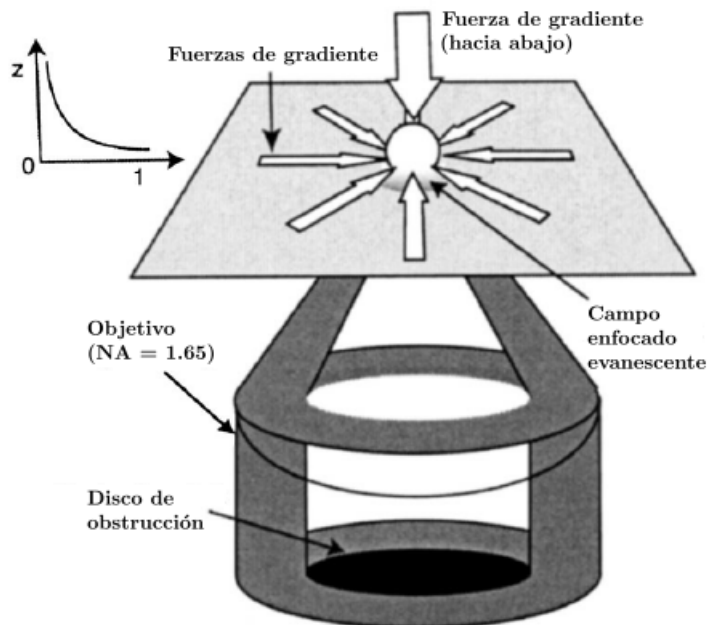


Figura 1.9: Esquema experimenta de una pinza óptica formada por un haz enfocado solo con componentes evanescentes. Un disco obstruye el haz incidente de tal manera que solo sean enfocados los rayos con ángulo mayor al crítico. El campo evanescente enfocado crea una fuerza que atrae a la partícula hacia la interfaz y la confina en el plano transversal. Figura adaptada de [25].

y un haz incidente sobre una interfaz vidrio-agua con un ángulo mayor al crítico. A la vez que estas partículas son propulsadas debido a la fuerza de scattering, son atraídas hacia la interfaz, como recalcaron Almaas y Brevik [24].

Posteriormente, enfocando un haz de luz en forma de anillo a través de un objetivo de alta apertura numérica, Gu, Haumonte, Micheau, Chon, y Gan [25] construyeron una pinza óptica que utiliza únicamente ondas evanescentes para atrapar partículas. El diagrama se aprecia en la Figura 1.9, y como se observa, las componentes enfocadas sobre la interfaz son mayores al ángulo crítico, lo que produce una región de confinamiento que lleva a la partícula a un punto estable. La mayor ventaja de este arreglo es la reducción del volumen de la trampa en el eje axial, debido al rápido decaimiento en intensidad de las ondas evanescentes.

En el experimento de Kawata y Sugiura [23] no es posible confinar a las partículas porque sólo se tiene un haz incidente, pero al usar dos haces contrapropagantes es posible

crear zonas de confinamiento debido a la interferencias de las ondas evanescentes. Esto fue realizado para partículas nanométricas por Garcés-Chávez *et al.* [19], quienes utilizando dos haces láser difractados por una rejilla de Ronchi crearon múltiples pozos de potencial donde las partículas permanecían atrapadas. Posteriormente Mellor y Bain [26] observaron la formación de arreglos hexagonales y rectangulares en las partículas atrapadas, los cuales dependen del tamaño de la partícula así como de la polarización de ambos haces. Una explicación teórica a estos trabajos ya había sido propuesta utilizando ondas planas como campos incidentes por Šiler, Čížmár, Šerý, y Zemánek [27] para partículas con un radio del orden de la longitud de onda, y posteriormente para partículas más pequeñas que la longitud de onda [28]. Los dos artículos anteriores son la base del análisis realizado en el capítulo 3.

Existen otros métodos de manipulación y confinamiento utilizando ondas evanescentes. Por ejemplo, alrededor de una guía de onda pueden generarse ondas evanescentes, ya que por lo general el medio que rodea esta tiene un índice de refracción menor, produciendo así una fuerza que atrae y propulsa a la partícula a lo largo de la guía, como realizaron Kawata y Tani [29]. Posteriormente, Novotny, Bian, y Xie [30] y Martin y Girard [31] propusieron aprovechar la concentración del campo eléctrico en puntas metálicas para atrapar partículas dieléctricas de decenas de nanómetros. La interacción de un haz láser con la estructura metálica básicamente forma una lente que puede concentrar la luz mucho mejor que un objetivo de microscopio de alta apertura numérica [32].

Tiempo después se logró aprovechar los *plasmones de superficie* para manipular y confinar partículas. Desde el punto de vista de la mecánica cuántica, los plasmones de superficie son los cuantos del plasma generado por un campo eléctrico incidente; para el electromagnetismo clásico son las oscilaciones de los electrones libres de los metales. Volpe, Quidant, Badenes, y Petrov [33] demostraron por primera vez de manera experimental la fuerza producida por plasmones de superficie en partículas micrométricas. En dicho experimento se encontró que la fuerza es capaz de atraer a partículas micrométricas hacia una interfaz oro-agua y propulsarlas a lo largo de esta. Para lograr confinamiento es necesario utilizar una capa metálica que contenga un patrón, como se muestra en la Figura 1.10 [34]. Si se desea atrapar partículas nanométricas es necesario utilizar una placa metálica con una

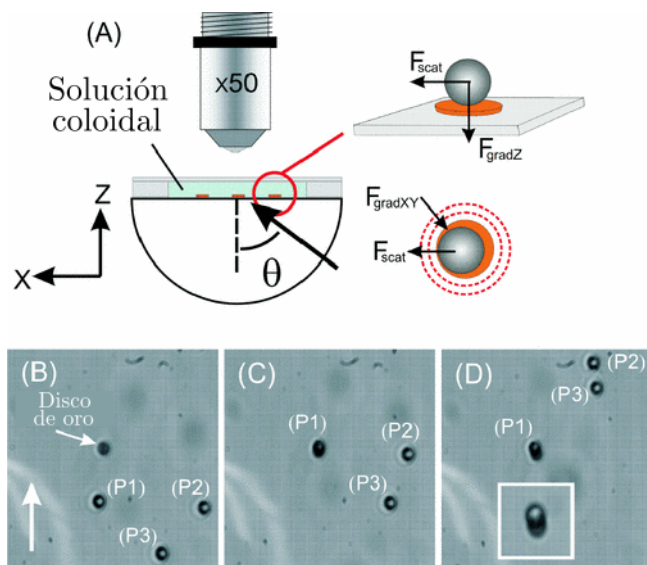


Figura 1.10: Confinamiento de partículas micrométricas utilizando plasmones de superficie en una placa de oro con un patrón. (a) Se muestra el esquema experimental y la placa de oro, la cual cuenta con discos de oro de $4.8\mu\text{m}$ de diámetro y 50nm alto; se muestra las fuerzas producidas sobre la partícula. (b)-(d) Secuencia de imágenes que muestran el confinamiento de partículas de poliestireno de $4.88\mu\text{m}$. [34].

estructura denominada *nanoantena*, que consiste en dos estructuras metálicas separadas unos cuantos nanómetros, como se ilustra en la Figura 1.11. Como indicaron Grigorenko, Roberts, Dickinson, y Zhang [35], la brecha dieléctrica producida por la nanoantena produce un punto muy intenso que es capaz de confinar partículas de 200nm de diámetro.

Un trabajo reciente que muestra la comparación al usar haces enfocados evanescentes y superficies plasmónicas fue realizado por Xiang, Tang, Min, Rui, Kuai, Lu, Wang, Ming, Zhan, Yuan, *et al.* [36]. A pesar de que los haces evanescentes enfocados fueron reportados por Gu *et al.* [25], aún no se han registrado sistemas de manipulación óptica que exploten las propiedades del haz incidente, como puede ser la polarización y la carga topológica. Por ejemplo, al revisar el trabajo de Liu, Kong, Li, Zhao, Li, Gao, Liu, y Tan [37] donde se detalla la forma del haz utilizado por Gu *et al.* [25], podemos ver que el tipo de haz óptimo para confinar partículas nanométricas en un punto sería un haz con polarización circular. Esto será la motivación del análisis en los capítulos 4 y 5.

Como encontró Beth [5], la luz también puede impartir momento angular, existiendo dos tipos de momento angular: de espín y orbital. Incluso en sistemas de manipulación

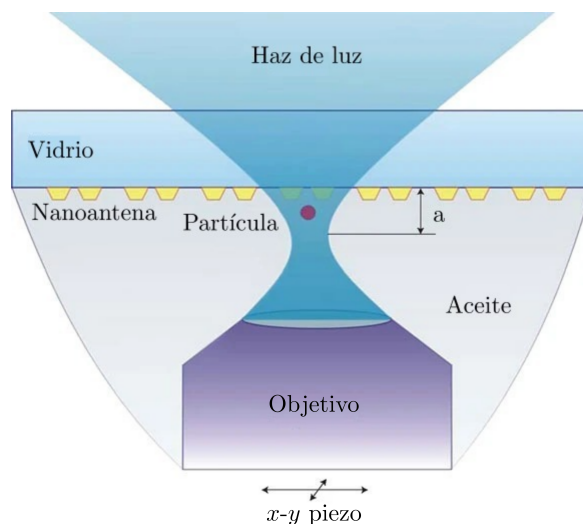


Figura 1.11: Esquema de una nanoantena inducida por láser para crear una pinza óptica. Figura adaptada de [35].

óptica con haces evanescentes se ha encontrado que el momento angular puede afectar la dinámica de partículas, como han mostrado Rui, Wang, y Cui [38] y Liu, Kheifets, Ginis, Di Donato, y Capasso [39]. Sin embargo, no se ha realizado un estudio del fenómeno de conversión de momento angular de espín a orbital en haces enfocados evanescentes. Como se explicará en la sección 2.6, no es posible hacer una separación del momento angular total como la suma de sus partes de espín y orbital en haces no paraxiales (como un haz fuertemente enfocado). Con esto en mente, en el capítulo 5 se plantea un análisis de este fenómeno en haces Bessel evanescentes para evaluar su efecto en la dinámica y confinamiento de partículas nanométricas dieléctricas.

1.3. Objetivos de la tesis

El principal objetivo del presente trabajo es investigar, mediante un enfoque teórico y computacional, la dinámica de partículas dieléctricas nanométricas, bajo la presencia de un campo electromagnético estructurado puramente evanescente.

Para lograr obtener conclusiones sobre el comportamiento de las partículas en haces evanescentes, en primera instancia se propone evaluar las fuerzas ópticas generadas por el sistema más simple, que es uno formado por ondas planas.

Posteriormente, se realiza un reconocimiento de las diferencias entre haces enfocados con y sin componentes evanescentes (las cuales son pinzas ópticas convencionales). El propósito de esto es cuantificar la eficiencia del confinamiento entre cada uno de los sistemas.

Finalmente, cambiando la carga topológica ℓ del haz enfocado puramente evanescente con polarización circular se hará el estudio de los haces con vórtices ópticos resultantes así como de las propiedades dinámicas de las partículas debido a la conversión de momento angular espín-órbita.

A lo largo de la tesis se trabaja, principalmente, con partículas esféricas de 100nm de radio y longitud de onda en vacío de 532nm. Debido a esto la partícula puede ser descrita con cierto margen de error utilizando la aproximación dipolar. Con el fin de identificar cuantitativamente el error cometido por la aproximación dipolar, los resultados más relevantes se obtendrán también con la descripción completa de la teoría electromagnética.

1.4. Contenido del trabajo

La introducción del trabajo se encuentra en el capítulo 1, en la que se resumen los principios de la manipulación óptica como lo son sus inicios, la descripción cualitativa de las fuerzas ópticas y distintas técnicas.

En el capítulo 2 se presenta la teoría básica para el cálculo de un campo eléctrico enfocado, de las fuerzas ópticas utilizando la aproximación dipolar y el tratamiento completo con la teoría electromagnética, lo anterior centrándose en partículas esféricas dieléctricas. Dado que las ecuaciones deben ser resueltas de manera numérica se incluye un pequeño apartado que explica la manera en que debe implantarse el cómputo de fuerzas con teoría electromagnética. Finalmente se propone un factor para analizar la eficiencia de una trampa óptica. A lo largo de los siguientes capítulos la mayor parte de resultados presentados fueron obtenidos por aproximación dipolar, pero se recalcularán los resultados más notables con la teoría electromagnética para explorar las discrepancias entre ambas teorías.

Como primera aproximación para estudiar las diferencias de la dinámica de partículas dieléctricas en campos evanescentes y no evanescentes, en el capítulo 3 se emplearán ondas

planas incidentes sobre una interfaz vidrio-agua. Se mostrará la dependencia de las fuerzas ópticas en función de la polarización, el ángulo de incidencia y el tamaño de la partícula. Lo anterior utilizando una onda plana, el cual es el caso más simple. Asimismo se describirá el caso con dos haces contrapropagantes para generar un patrón de intensidad cosenoidal sobre la interfaz.

Un análisis de distintas pinzas ópticas utilizando haces fuertemente enfocados sobre un interfaz vidrio-agua que contienen (o no) componentes evanescentes se expone en el capítulo 4. Se investiga la dependencia de las fuerzas al utilizar polarización lineal o circular, así como la eficiencia de confinamiento de cada uno de los sistemas.

Posteriormente, en el capítulo 5 se explora la transferencia de momento angular a partículas dieléctricas nanométricas en haces evanescentes tipo Bessel. El parámetro más relevante será la carga topológica ℓ , que altera de distintas maneras la forma del haz, formando órbitas circulares estables a través de la conversión *espín-órbita* de los momentos angulares de la luz.

Finalmente, en el capítulo 6 se realiza la discusión general de los resultados más relevantes y las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Marco teórico

En el campo de la micromanipulación óptica la variable que tiene la mayor relevancia de estudio es la fuerza óptica que ejerce la radiación electromagnética sobre la partícula. Conociendo la fuerza sobre la partícula se puede describir la dinámica del sistema.

En este capítulo se detalla la teoría general utilizada para calcular las fuerzas ópticas sobre una partícula dieléctrica. Dado que la pinza óptica estándar actual se construye utilizando un haz fuertemente enfocado, en la sección 2.1 se describe la representación angular, esencial para obtener la expresión del campo eléctrico del haz enfocado en la sección 2.2. En la sección 2.3 se muestran las ecuaciones indispensables para obtener las fuerzas ópticas en aproximación dipolar así como el cálculo con la teoría electromagnética.

La teoría explicada en este capítulo será empleada en los posteriores para analizar distintos sistemas de micromanipulación, principalmente cuando se usan ondas evanescentes. En la sección 2.4 se aclaran algunos de los pasos a seguir al realizar la implementación numérica, debido a que el cálculo de fuerzas ópticas utilizando teoría electromagnética no es evidente en algunos casos. Los algoritmos y resultados fueron desarrollados por mi cuenta en Python 3. Posteriormente, en la sección 2.5 se describe un método para cuantificar la eficiencia de un sistema de confinamiento óptico alrededor del punto de equilibrio. Para finalizar, en la sección 2.6 se discute de manera breve el momento angular de la luz, como su origen y sus implicaciones en el campo de la manipulación óptica.

2.1. Representación angular

En distintas áreas de la física al trabajar con campos electromagnéticos es esencial contar con una descripción del campo. En el caso de la óptica, dichos campos electromagnéticos suelen ser haces de luz monocromáticos en medios homogéneos. Este tipo de campos tiene la forma $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\}$, por lo que solo es necesario conocer el fador $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, el cual se puede obtener mediante la *ecuación de onda de Helmholtz*

$$(\nabla^2 + k_m^2)\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.1)$$

donde $k_m = \omega n_m/c = 2\pi n_m/\lambda_0$ es la magnitud del vector de onda \mathbf{k}_m con componentes cartesianas $(k_{m,x}, k_{m,y}, k_{m,z})$; n_m , c y λ_0 son respectivamente el índice de refracción del medio, la velocidad de la luz en el vacío y la longitud de onda en el vacío.

La solución más sencilla a la ecuación 2.1 es la onda plana, es decir

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}} \hat{\mathbf{e}}, \quad (2.2)$$

aquí $\hat{\mathbf{e}}$ es la dirección de la polarización del campo. Como se muestra a continuación, con este tipo de solución es posible describir cualquier campo eléctrico como una superposición de ondas planas.

Suponiendo que se conoce el campo electromagnético en el plano $z = 0$, es decir, se tiene $\mathbf{E}(x, y, 0)$ y queremos obtener su propagación a lo largo del eje z (Figura 2.1) podemos considerarlo como una superposición de ondas planas propagándose en tal eje. Al calcular la transformada de Fourier respecto a x y y , se tiene

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_{m,x}, k_{m,y}; 0) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(x, y, 0) e^{-i[k_{m,x}x + k_{m,y}y]} dx dy, \quad (2.3)$$

de esta manera cada componente en el espacio de Fourier se propaga a lo largo del eje z por

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_{m,x}, k_{m,y}; z) = \tilde{\mathbf{E}}(k_{m,x}, k_{m,y}; 0) e^{ik_{m,z}z},$$

y para obtener el fador $\mathbf{E}(x, y, z)$ es necesario obtener la transformada de Fourier inversa

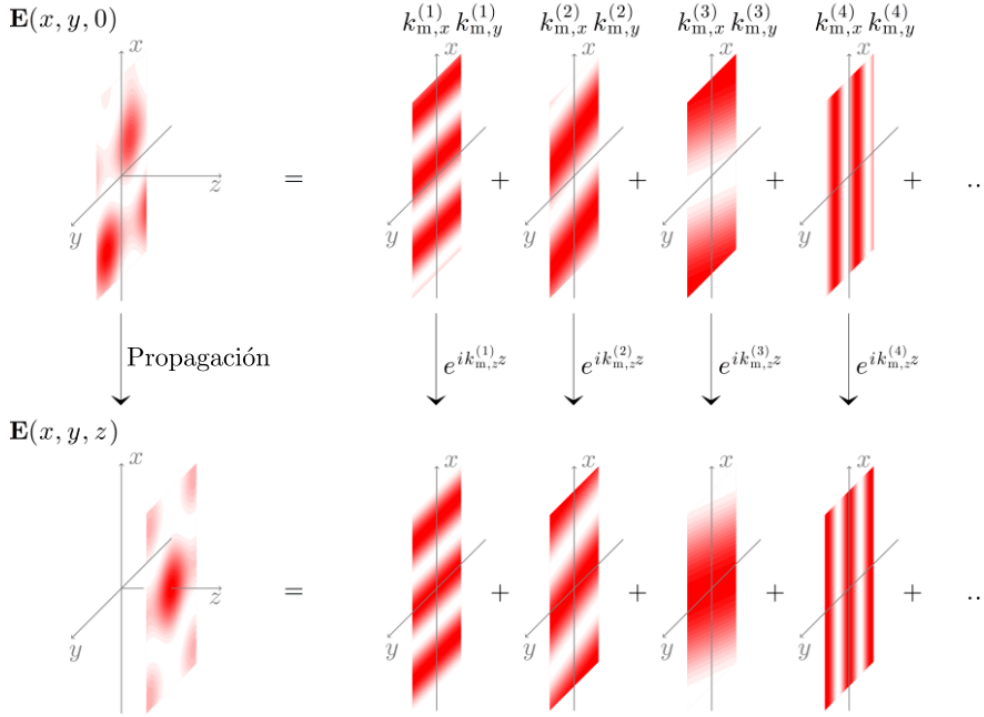


Figura 2.1: Representación angular de un campo óptico. Arriba: se observa el campo $\mathbf{E}(x, y, 0)$ como una superposición de ondas planas. Abajo: el campo $\mathbf{E}(x, y, z)$ puede ser obtenido propagando cada onda plana a lo largo del eje z y sumándolas. Figura adaptada de [11].

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int \check{\mathbf{E}}(k_{m,x}, k_{m,y}; 0) e^{i[k_{m,x}x + k_{m,y}y \pm k_{m,z}z]} dk_{m,x} dk_{m,y} \quad (2.4)$$

La ecuación 2.4 puede ser simplificada en campo lejano *i.e.*, evaluando al campo en un punto \mathbf{s} con coordenadas cartesianas (s_x, s_y, s_z) tal que $k_m s_z \gg 1$. Dado que $k_{m,z} = \sqrt{k_{m,x}^2 + k_{m,y}^2 - k_m^2}$, para valores que cumplan $k_{m,x}^2 + k_{m,y}^2 > k_m^2$ se tendrán ondas evanescentes, las cuales en campo lejano no contribuyen a este debido a su rápido decaimiento y pueden despreciarse.

El campo lejano \mathbf{E}_{ff} en representación angular está dado por la ecuación 2.4, y para planos perpendiculares al eje de propagación en los que $s_z \rightarrow \infty$ puede simplificarse, de acuerdo con Jones *et al.* [11, pp. 82] y Novotny y Hecht [40, pp. 54, 55], por

$$\check{\mathbf{E}}(k_{m,x}, k_{m,y}; 0) = \frac{ise^{-ik_m s}}{2\pi k_{m,z}} \mathbf{E}_{\text{ff}}(k_{m,x}, k_{m,y}). \quad (2.5)$$

La ecuación 2.5 resulta del hecho de que a lo largo del vector \mathbf{s} las únicas ondas que pueden propagarse son aquellas que cumplen $\mathbf{k}_m = \mathbf{s}$, mientras que el resto se cancela por interferencia destructiva. Para una deducción matemática formal puede consultarse la Sección 3.3 de la referencia [41].

De esta manera, la representación angular de un campo eléctrico se puede calcular, dado su campo lejano \mathbf{E}_{ff} , por

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{ise^{-ik_m s}}{2\pi} \iint_{k_{m,x}^2 + k_{m,y}^2 \leq k_m^2} \mathbf{E}_{\text{ff}}(k_{m,x}, k_{m,y}) e^{i[k_{m,x}x + k_{m,y}y \pm k_{m,z}z]} \frac{dk_{m,x} dk_{m,y}}{k_{m,z}}. \quad (2.6)$$

2.2. Formalismo de haces enfocados

La micromanipulación óptica actual generalmente utiliza haces de luz fuertemente enfocados para generar las fuerzas ópticas necesarias para confinar partículas de escalas micrométricas o nanométricas. Esto se puede lograr enfocando un haz láser con un objetivo comercial de microscopio de alta apertura numérica, por lo que si se desea dar una descripción de las fuerzas ópticas producidas por un haz de luz fuertemente enfocado, es necesario conocer el campo eléctrico que las produce.

En la presente sección se detalla la teoría de enfocamiento desarrollada por Richards y Wolf [42] y Wolf [43], presentadas con un enfoque más moderno como lo hacen Jones *et al.* [11, pp. 100-104] o Novotny y Hecht [40, pp. 56-64,70-75].

2.2.1. Enfocamiento de un campo eléctrico

Consideremos un campo eléctrico incidente en el plano xy que se propaga a lo largo del eje z , es decir, un campo eléctrico que en el plano es función de coordenadas polares de la forma $E_i(\rho, \varphi)$. Se utilizará el sistema de referencia en la Figura 2.2 y se asumirá que la lente es esférica, tiene apertura numérica NA, longitud focal f y cumple con la *condición de Abbe*

$$\rho = f \sin \theta = \frac{Rn_t}{\text{NA}} \sin \theta. \quad (2.7)$$

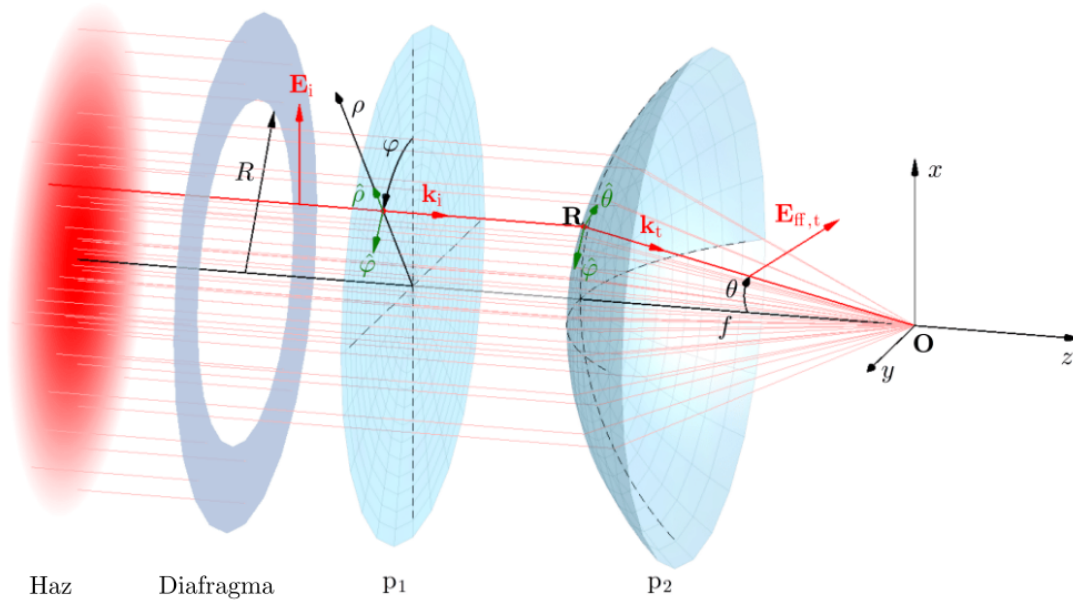


Figura 2.2: Configuración utilizada en la descripción de un haz enfocado. Una porción de un haz de luz con campo eléctrico E_i atraviesa una apertura circular de radio R , posteriormente esta incide sobre una lente esférica con longitud focal f . La lente refracta el haz un ángulo θ y todos los rayos convergen en el origen de coordenadas \mathbf{O} . Figura adaptada de [11].

Suponiendo que cada haz de luz refractado por la lente se puede describir como una onda plana, por lo que el campo eléctrico en el origen se puede obtener por su representación angular en campo lejano; es decir, por la ecuación 2.6.

El campo incidente $E_i(\rho, \varphi)$ puede descomponerse en sus componentes radial (polarización paralela) y azimutal (polarización perpendicular), de manera que

$$\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) = [\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}]\hat{\boldsymbol{\rho}} + [\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}]\hat{\boldsymbol{\varphi}}, \quad (2.8)$$

donde los vectores $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ y $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ son los vectores unitarios en el sistema de coordenadas polares:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\rho}} &= \cos \varphi \hat{\mathbf{x}} + \sin \varphi \hat{\mathbf{y}}, \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}} &= -\sin \varphi \hat{\mathbf{x}} + \cos \varphi \hat{\mathbf{y}}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

La *ley de intensidad* de la óptica geométrica establece que el flujo de energía por cada rayo debe permanecer constante, entonces se tiene que la magnitud del campo lejano refractado por la lente es $|\mathbf{E}_{\text{ff}}| = |\mathbf{E}_i| \sqrt{\frac{n_i}{n_t}} \sqrt{\cos \theta}$, donde n_i y n_t son los índices de refracción de la regiones antes y después de la lente [11, p. 94]. Para considerar cómo cambian las amplitudes del campo eléctrico, al refractarse en la superficie de la lente, debe multiplicarse la componente perpendicular y paralela por el *coeficiente de transmisión* correspondiente. Finalmente, al atravesar la lente el vector $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ es desviado un ángulo θ , alineándose al vector

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos \theta \cos \varphi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \sin \varphi \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \hat{\mathbf{z}}, \quad (2.10)$$

mientras que el vector $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ no es afectado. De esta manera, el campo transmitido es

$$\mathbf{E}_{\text{ff}}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{n_i}{n_t}} \sqrt{\cos \theta} \left(t_{\parallel}(\theta) [\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}}] \hat{\boldsymbol{\theta}} + t_{\perp}(\theta) [\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}] \hat{\boldsymbol{\varphi}} \right). \quad (2.11)$$

donde t_{\parallel} y t_{\perp} son los coeficientes de transmisión de Fresnel para incidencia paralela y perpendicular, respectivamente. Utilizando la ecuación 2.6, el campo enfocado puede calcularse por

$$\mathbf{E}_{\text{f}}(x, y, z) = \frac{ik_t f e^{ik_t f}}{2\pi} \int_0^{\theta_{\text{max}}} \sin \theta \int_0^{2\pi} \mathbf{E}_{\text{ff}}(\theta, \phi) e^{i[k_{t,x}x + k_{t,y}y]} e^{ik_{t,z}z} d\phi d\theta, \quad (2.12)$$

donde en la integración se ha realizado el cambio de variable $(k_{t,x}, k_{t,y}) \rightarrow (\theta, \phi)$, pues

$$\mathbf{k}_t = k_t \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + k_t \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + k_t \cos \theta \hat{\mathbf{z}}. \quad (2.13)$$

2.2.2. Enfocamiento de un campo eléctrico a través de una interfaz

Comúnmente, cuando se utiliza un pinza óptica construida con un haz fuertemente enfocado, la muestra a manipular se encuentra en un medio líquido, que a su vez está contenido dentro un material translúcido (generalmente vidrio). De esta manera, el haz antes de llegar la partícula a manipular, debe atravesar una interfaz formada por ambos medios.

Consideramos una interfaz plana posicionada en el plano $z = z_i$, la interfaz está formada

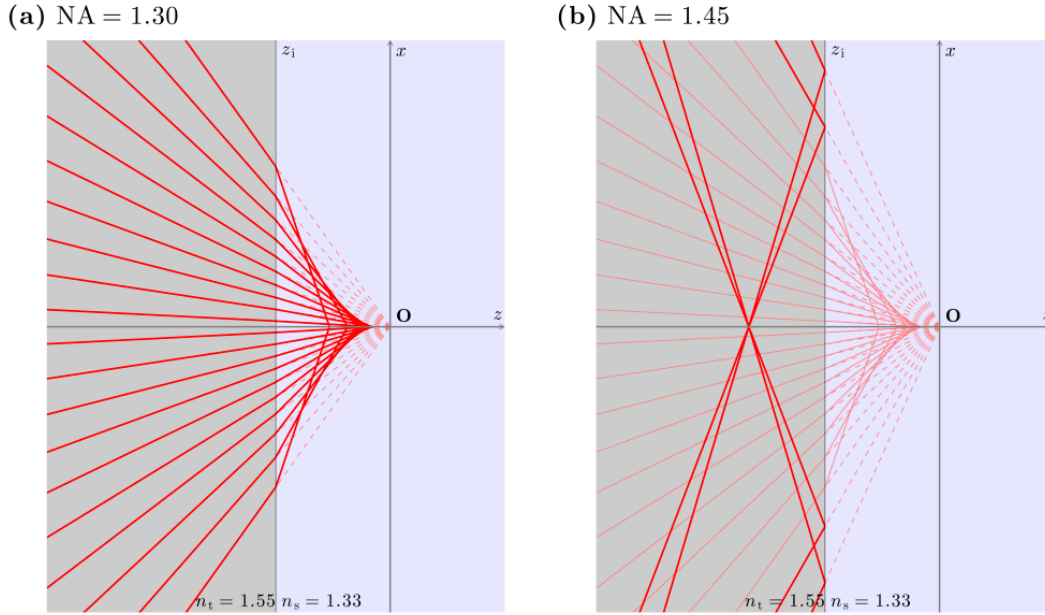


Figura 2.3: Haz enfocado a través de una interfaz posicionada en z_i . Se muestra el enfocado a través de una interfaz típica vidrio-agua ($n_t = 1.55$ y $n_s = 1.33$) para una lente de apertura numérica (a) $\mathbf{NA} = 1.30$, y (b) $\mathbf{NA} = 1.45$, en este último caso se aprecia como hay reflexión total interna, por lo que hay componentes evanescentes. Figura tomada de [11].

por dos medios distintos, con índices de refracción n_t y n_s , respectivamente. La situación anterior se muestra en la Figura 2.3.

Para obtener el campo enfocado a través de una interfaz se sigue el procedimiento de la Sección 2.2.1, pero cambiando algunos factores, debido a la refracción que ocurre en la interfaz. A partir de la ley de Snell $n_t \sin \theta_t = n_s \sin \theta_s$ se deduce que el vector $\hat{\theta}$ (ecuación 2.10) cambia por \hat{s} , donde

$$\hat{s} = \cos \theta_s \cos \phi \hat{x} + \cos \theta_s \sin \phi \hat{y} - \sin \theta_s \hat{z}. \quad (2.14)$$

De esta manera, análogo a la ecuación 2.11, para el campo a través de la interfaz se tendrá

$$\mathbf{E}_{\text{ff},s}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{n_i}{n_t}} \sqrt{\cos \theta} (t_{\parallel}(\theta_t)[\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) \cdot \hat{\rho}]\hat{s} + t_{\perp}(\theta_t)[\mathbf{E}_i(\rho, \varphi) \cdot \hat{\varphi}]\hat{\varphi}). \quad (2.15)$$

Al igual que el vector \mathbf{k}_t (ecuación 2.13), se tendrá el vector \mathbf{k}_s , que acuerdo a la ley de

Snell

$$\mathbf{k}_s = k_t \sin \theta_t \cos \varphi \hat{\mathbf{x}} k_t \sin \theta_t \sin \varphi \hat{\mathbf{y}} + k_t \sqrt{n_s^2/n_t^2 - \sin^2 \theta_t} \hat{\mathbf{z}}. \quad (2.16)$$

Para calcular el campo enfocado se utiliza la ecuación 2.6 considerando que hay un cambio de fase $e^{i(k_t z - k_s z) z_i}$ debido a la posición de la interfaz, por lo tanto,

$$\mathbf{E}_{f,s}(x, y, z) = \frac{ik_t f e^{-ik_t f}}{2\pi} \int_0^{\theta_{\max}} \sin \theta_t \int_0^{2\pi} \mathbf{E}_{\text{ff},s}(\theta_t, \phi) e^{i[k_s x + k_s y + k_s z]} e^{i[k_t z - k_s z] z_i} d\phi d\theta_t. \quad (2.17)$$

2.3. Cálculo de fuerzas ópticas

Una vez conocido el campo electromagnético en el medio donde se encuentran las partículas que se desean manipular es necesario realizar el cálculo de fuerzas producidas por la radiación. Esto puede hacerse desde la teoría electromagnética de Maxwell, sin embargo, es posible simplificar los cálculos si el tamaño de la partícula es menor o mayor que la longitud de onda utilizada.

Para una partícula de radio a , si $a \ll \lambda$, es conveniente usar la aproximación dipolar; si $a \sim \lambda$, debe recurrirse a la teoría electromagnética; finalmente, si $a \gg \lambda$, puede utilizarse óptica geométrica para describir las fuerzas ópticas. A continuación se presenta de forma breve las ecuaciones esenciales para el cálculo de fuerzas ópticas, en aproximación dipolar y teoría electromagnética, pues estas son las adecuadas cuando se trabaja con partículas micro y nanométricas utilizando longitudes de onda en el espectro visible.

2.3.1. Aproximación dipolar

La aproximación dipolar, también conocida como aproximación de Rayleigh, permite el cálculo de fuerzas ópticas cuando $a \ll \lambda$. Como mostró por primera vez Gordon [44] para medios dieléctricos, esta aproximación resulta de la polarizabilidad de la partículas, es decir, la tendencia de estas a adquirir un momento dipolar eléctrico al ser inducidas por un campo eléctrico.

Dado que en un medio dieléctrico el momento dipolar inducido $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ es proporcional al campo eléctrico incidente, se tiene

$$\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \alpha \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (2.18)$$

Al resolver las ecuaciones de movimiento en el centro del dipolo, es posible demostrar (véase por ejemplo Jones *et al.* [11, pp. 58-61]) que en aproximación dipolar, las fuerzas ópticas sobre una partícula dieléctrica en un campo eléctrico homogéneo están dadas por

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4} \alpha' \nabla |\mathbf{E}|^2 - \frac{1}{2} \alpha'' \text{Im} \{ \mathbf{E} \times (\nabla \times \mathbf{E}^*) \} - \frac{i}{4} \alpha'' \nabla \times (\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*), \quad (2.19)$$

con $\alpha' = \text{Re}\{\alpha\}$ y $\alpha'' = \text{Im}\{\alpha\}$ las partes real e imaginaria de la polarizabilidad.

Una forma más útil de la ecuación 2.19 para realizar cálculos de fuerzas a partir de las componentes cartesianas del campo eléctrico es

$$F_\eta = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\sum_{\gamma=x,y,z} \alpha E_\gamma \frac{\partial E_\gamma^*}{\partial \eta} \right], \quad (2.20)$$

donde $\eta = x, y, z$ [11, 28, 40]. Para partículas dieléctricas la polarizabilidad α está en función de la *relación de Clausius-Mossotti* [11, pp. 50],

$$\alpha_{CM} = 3V \varepsilon_m \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_m}{\varepsilon_p + 2\varepsilon_m}, \quad (2.21)$$

V es el volumen de la partícula, para una esfera de radio a , $V = \frac{4}{3}\pi a^3$; ε_p y ε_m son la permitividad de la partícula y del medio, respectivamente, las cuales se pueden aproximar por $\varepsilon_p \approx \varepsilon_0 n_p^2$ y $\varepsilon_m \approx \varepsilon_0 n_m^2$. Tomando en cuenta que el campo eléctrico cambia con el tiempo, puede demostrarse [11, pp. 50-54] que el coeficiente α para una partícula dieléctrica es

$$\alpha = \frac{\alpha_{CM}}{1 - \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_m}{\varepsilon_p + 2\varepsilon_m} \left[(k_m a)^2 + \frac{2i}{3} (k_m a)^3 \right]}. \quad (2.22)$$

En la práctica, el coeficiente α puede ser simplificado al despreciar el factor $(k_m a)^2$, pues no modifica significativamente las partes real e imaginaria de la polarizabilidad. Pero

no es posible despreciar el término $(k_m a)^3$, pues la polarizabilidad sería únicamente real, y se estaría excluyendo la fuerza de scattering. De esta manera, la ecuación 2.22 se puede aproximar por

$$\alpha \approx \alpha_{CM} \left[1 - i \frac{k_m^3 \alpha_{CM}}{6\pi \epsilon_m} \right]^{-1}. \quad (2.23)$$

2.3.2. Teoría electromagnética

Fuerzas de radiación

Las partículas iluminadas por radiación electromagnética son sometidas a una fuerza de radiación y a un torque. Utilizando las ecuaciones de Maxwell y leyes de conservación, es posible demostrar que la fuerza producida por un campo electromagnético sobre un cuerpo encerrado en una superficie S es

$$\mathbf{F} = \oint_S \bar{\mathbf{T}}_M \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dS, \quad (2.24)$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector de área unitario perpendicular a la superficie S y $\bar{\mathbf{T}}_M$ es el promedio temporal del *Tensor de Maxwell*

$$\bar{\mathbf{T}}_M = \frac{1}{2} \epsilon_m \text{Re} \left[\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^* + \frac{c^2}{n_m^2} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B}^* - \frac{1}{2} \left(|\mathbf{E}|^2 + \frac{c^2}{n_m^2} |\mathbf{B}|^2 \right) \mathbf{I} \right], \quad (2.25)$$

en donde \mathbf{B} es el vector inducción magnética.

Debido a que la partícula genera un campo electromagnético de esparcimiento, para calcular la fuerza sobre las partículas utilizando las ecuaciones 2.24 y 2.25 es necesario considerar los campos totales $\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s$ y $\mathbf{B} = \mathbf{B}_i + \mathbf{B}_s$, donde los subíndices “i” y “s” hacen referencia a los campos incidentes y esparcidos, respectivamente.

Expansión multipolar

Siguiendo la notación y desarrollo de Borghese, Denti, y Saija [45] los campos regulares en el origen (como los incidentes y dentro de la partícula) se pueden escribir como una expansión de \mathbf{J} -multipolos (véase ecuacion A.2). Para los campos eléctrico y magnético se

tiene

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i(r, \hat{\mathbf{r}}) &= E_i \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[W_{i,lm}^{(1)} \mathbf{J}_{lm}^{(1)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) + W_{i,lm}^{(2)} \mathbf{J}_{lm}^{(2)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) \right], \\ i \frac{c}{n_m} \mathbf{B}_i(r, \hat{\mathbf{r}}) &= E_i \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[W_{i,lm}^{(2)} \mathbf{J}_{lm}^{(1)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) + W_{i,lm}^{(1)} \mathbf{J}_{lm}^{(2)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) \right].\end{aligned}\tag{2.26}$$

Mientras que los campos regulares en infinito (como los esparcidos) se pueden escribir como una expansión de \mathbf{H} -multipolos (véase ecuación A.3) por

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_s(r, \hat{\mathbf{r}}) &= E_i \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[A_{s,lm}^{(1)} \mathbf{H}_{lm}^{(1)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) + A_{s,lm}^{(2)} \mathbf{H}_{lm}^{(2)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) \right], \\ i \frac{c}{n_m} \mathbf{B}_s(r, \hat{\mathbf{r}}) &= E_i \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[A_{s,lm}^{(2)} \mathbf{H}_{lm}^{(1)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) + A_{s,lm}^{(1)} \mathbf{H}_{lm}^{(2)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) \right].\end{aligned}\tag{2.27}$$

Para una partícula dieléctrica en un medio no magnético, los coeficientes $W_{i,lm}$ y $A_{s,lm}$ están relacionados por los coeficientes de Mie [11, pp. 134]

$$\begin{aligned}a_l &= -\frac{A_{s,lm}^{(2)}}{W_{i,lm}^{(2)}} = \frac{n_m u_l'(\rho_p) u_l(\rho_m) - n_p u_l(\rho_p) u_l'(\rho_m)}{n_m u_l'(\rho_p) w_l(\rho_m) - n_p u_l(\rho_p) w_l'(\rho_m)}, \\ b_l &= -\frac{A_{s,lm}^{(1)}}{W_{i,lm}^{(1)}} = \frac{n_p u_l'(\rho_p) u_l(\rho_m) - n_m u_l(\rho_p) u_l'(\rho_m)}{n_p u_l'(\rho_p) w_l(\rho_m) - n_m u_l(\rho_p) w_l'(\rho_m)},\end{aligned}\tag{2.28}$$

en donde la variable $\rho_i = n_i k_0 a$, $u_l(\rho) = \rho j_l(\rho)$ y $w_l(\rho) = \rho h_l(\rho)$ son las funciones de Riccati-Bessel y Ricatti-Hankel, respectivamente; la prima significa derivada respecto del argumento.

Una vez obtenidos los campos totales $\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s$ y $\mathbf{B} = \mathbf{B}_i + \mathbf{B}_s$, con las ecuaciones 2.24 y 2.25 integradas sobre una esfera de radio r , se puede calcular la fuerza óptica como

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \varepsilon_m r^2 \text{Re} \left\{ \oint_{\Omega} \left[\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^* + \frac{c^2}{n_m^2} \mathbf{B} \otimes \mathbf{B}^* - \frac{1}{2} \left(|\mathbf{E}|^2 + \frac{c^2}{n_m^2} |\mathbf{B}|^2 \right) \mathbf{I} \right] \cdot \hat{\mathbf{r}} \, d\Omega \right\}. \quad (2.29)$$

2.4. Implementación numérica

Algunos de los métodos presentados requieren ser tratados numéricamente pues en la mayoría de los casos no es posible dar una descripción analítica para los campos enfocados y/o las fuerzas ópticas. A continuación se muestran algunos aspectos a tomar en cuenta para implementar las ecuaciones correspondientes en un algoritmo computacional.

2.4.1. Expansión multipolar de un campo enfocado

Es posible obtener la expansión multipolar de un campo enfocado. Aquí se detallará el proceso para hacerlo con el campo enfocado en una interfaz (ecuación 2.17), aunque puede aplicarse al caso sin interfaz (ecuación 2.12). Se sigue el formalismo descrito por Neves, Fontes, Padilha, Rodriguez, de Brito Cruz, Barbosa, y Cesar [46] adaptado a la notación ya introducida en el texto; los resultados son similares a los presentados por Jones *et al.* [11, pp. 160, 161]. Supongamos que queremos encontrar la expansión en multipolos para el campo enfocado alrededor de un punto \mathbf{P} ; comenzamos escribiendo el campo enfocado como una expansión en \mathbf{J} -multipolos

$$\mathbf{E}_i(r, \hat{\mathbf{r}}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[\mathcal{W}_{i,lm}^{(1)} \mathbf{J}_{lm}^{(1)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) + \mathcal{W}_{i,lm}^{(2)} \mathbf{J}_{lm}^{(2)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) \right], \quad (2.30)$$

donde por conveniencia, la variable $\mathcal{W}_{i,lm}^{(p)}$ ya contiene el factor E_i de la expansión (ecuación 2.26). Basta con ver la ecuación 2.17 para notar que el factor $\mathbf{E}_{\text{ff},s}$ es una onda plana, por lo que esta también se puede descomponer en \mathbf{J} -multipolos, es decir

$$\mathbf{E}_{\text{ff},s}(\theta, \phi) e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}} = E_{\text{ff},s} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[W_{i,lm}^{(1)} \mathbf{J}_{lm}^{(1)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) + W_{i,lm}^{(2)} \mathbf{J}_{lm}^{(2)}(kr, \hat{\mathbf{r}}) \right]. \quad (2.31)$$

Los coeficientes $W_{i,lm}^{(p)}$ puede obtenerse numéricamente, así como de forma analítica

utilizando las ecuaciones A.5 o A.6 si el vector de onda \mathbf{k} tiene componentes reales o complejas. El campo enfocado se obtiene al realizar la doble integral en la ecuación 2.17 así como añadiendo la fase acumulada por el desplazamiento del punto \mathbf{P} ($e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{P}}$) y el cambio de fase debido a la posición de la interfaz. De esta manera, es fácil ver que los coeficientes $\mathcal{W}_{i,lm}^{(p)}$ se pueden obtener por

$$\mathcal{W}_{i,lm}^{(p)}(\mathbf{P}) = \frac{ik_t f e^{-ik_t f}}{2\pi} \int_0^{\theta_{\max}} \sin \theta_t \int_0^{2\pi} \mathbf{E}_{\text{ff},s}(\theta_t, \phi) W_{i,lm}^{(p)} e^{i(k_t z - k_s z) z_i} e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{P}} d\phi d\theta_t \quad (2.32)$$

A partir de los coeficientes $\mathcal{W}_{i,lm}^{(p)}$ es posible calcular los coeficientes $\mathcal{A}_{s,lm}^{(p)}$ utilizando las ecuaciones 2.28, luego hacer la expansión en \mathbf{H} -multipolos con el análogo a la ecuación 2.27 para obtener los campos electromagnéticos esparcidos.

2.4.2. Cálculo de fuerzas ópticas con teoría electromagnética

Para obtener las fuerzas ópticas por medio de la integración del tensor de Maxwell (ecuación 2.29), para una partícula con centro en el punto \mathbf{P} , es necesario conocer los campos electromagnéticos totales en una esfera de radio r centrada en \mathbf{P} . En el caso de un campo enfocado en una interfaz es posible calcularlos a través de expansiones en multipolos y la teoría descrita en la sección 2.4.1.

La cantidad de multipolos a sumar en las expansiones debe ser finita, y como cota superior sobre l puede emplearse el entero más cercano a $l_{\max} = k_m a$, con k_m la magnitud del vector de onda en el medio y a el radio de la partícula. Una mejor aproximación se consigue utilizando la siguiente formula presentada por Wiscombe [47]

$$L_W = \begin{cases} \text{floor}\{k_m a + 4(k_m a)^{\frac{1}{3}} + 1\} & k_m a \leq 8, \\ \text{floor}\{k_m a + 4.05(k_m a)^{\frac{1}{3}} + 2\} & 8 < k_m a < 4200, \\ \text{floor}\{k_m a + 4(k_m a)^{\frac{1}{3}} + 2\} & k_m a \geq 4200, \end{cases} \quad (2.33)$$

donde “floor” es la *función parte entera* [48, pp. 71-78].

Tomar $l_{\max} = L_W$ garantiza que los campos esparcidos tendrán suficiente precisión para cualquier valor de r , en el caso de los campos incidentes solo aproximará de manera adecuada para valores de $r \leq a$.

2.5. Análisis de confinamiento

Con la finalidad de realizar una comparación equitativa entre los distintos sistemas de confinamiento, especialmente las pinzas ópticas estudiadas en el capítulo 4, se propone un factor que cuantifique de manera local la eficiencia de cada una. Este número es útil si el sistema atrapa a la partícula en una zona brillante del patrón de luz.

Cuando se tiene una fuerza confinante de cualquier tipo, alrededor del punto de equilibrio x_{eq} , el potencial asociado puede ser descrito, en primera aproximación, por un potencial armónico. En una dimensión se tiene

$$U(x) = \frac{1}{2}\kappa_x(x - x_{\text{eq}})^2. \quad (2.34)$$

Dado que una partícula pequeña inmersa en un medio experimenta movimiento browniano, esto implica que la partícula se encontrará moviéndose en todo momento alrededor de la posición de equilibrio. Tal como indican Jones *et al.* [11, pp. 276, 277], si el sistema es puramente conservativo, uno puede obtener el promedio temporal de la ecuación 2.34, así como usar el teorema de equipartición de energía; de esta manera

$$\langle U(x) \rangle = \frac{1}{2}\kappa_x \langle (x - x_{\text{eq}})^2 \rangle = \frac{1}{2}k_B T, \quad (2.35)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann y T es la temperatura del sistema. La cantidad $\langle (x - x_{\text{eq}})^2 \rangle$ es la varianza de la posición de la partícula alrededor del punto de equilibrio, *i.e.*, $\sigma_x^2 = \langle (x - x_{\text{eq}})^2 \rangle$.

Como podemos observar, la constante κ_x es un parámetro que ofrece mucha información acerca del confinamiento de una trampa óptica. Por una parte, es directamente proporcional a la fuerza confinante cerca del punto de equilibrio; por otro lado, guarda una

relación inversa con la varianza de la posición alrededor del punto de equilibrio debido al movimiento browniano de la misma.

Debido a que la constante κ_x es dependiente de la intensidad de la luz I que incide sobre la partícula, tomar únicamente κ_x no sería lo más adecuado para definir un parámetro de comparación de efectividad entre las trampas. Para quitar la dependencia en intensidad es necesario dividir entre esta. Al incluir algunos parámetros relevantes del sistema, se propone el factor adimensional sobre el eje x

$$\mathcal{C}_x = \frac{c}{n_m \lambda_0} \frac{\kappa_x}{I}, \quad (2.36)$$

donde c , n_m y λ_0 son la velocidad de la luz en vacío, el índice de refracción del medio y la longitud de onda del haz incidente. De igual manera se construye el factor de confinamiento para los ejes y y z .

En pinzas ópticas a menudo se utiliza el factor Q [49] para medir la eficiencia de un sistema óptico de confinamiento, este parámetro relaciona la fuerza ejercida por la trampa óptica F con Q por medio de

$$F = Q \frac{n_m P}{c}, \quad (2.37)$$

donde P es la potencia total del sistema. Debido a que la cantidad $n_m P/c$ es el momento incidente por segundo en un medio de índice de refracción n_m , el parámetro Q establece una relación directa entre dicho momento y la magnitud de la fuerza generada por el sistema.

De esta forma, podemos diferenciar la utilidad de ambos factores. \mathcal{C} mide la eficiencia del potencial armónico para trampas ópticas con zonas de confinamiento brillantes, mientras Q valúa la cantidad de momento total contenido en el haz transformado en fuerza óptica por el sistema.

2.6. Momento angular de la luz

En la sección 1.1 se había mencionado brevemente que la luz posee un momento angular y que puede ser transferido a los objetos, lo cual fue demostrado experimentalmente por Beth [5]. Actualmente es bien sabido que los fotones pueden tener dos componentes distintas de momento angular: momento angular de espín (SAM) y momento angular orbital (OAM).

En haces de luz como los monocromáticos, SAM está asociado con el espín del fotón y con la polarización circular; para polarización circular derecha (izquierda) el momento angular por fotón es $+\hbar$ ($-\hbar$). OAM fue por reconocido por Allen, Beijersbergen, Spreeuw, y Woerdman [50] por medio de haces Laguerre-Gauss, que se definen con una fase helicoidal $e^{i\ell\varphi}$, donde φ es ángulo azimutal; dicha fase produce que el momento angular por fotón sea igual a $\ell\hbar$.

El valor ℓ en la fase helicoidal se conoce como *carga topológica* y es un valor entero (positivo o negativo). Además, OAM esta asociado con la generación de vórtices ópticos, los cuales son singularidades de la fase azimutal del campo óptico, y por lo tanto producen patrones ópticos con intensidad cero en el centro [51, pp. 24, 25].

Aunque SAM y OAM aparenten ser cantidades separadas, lo cierto es que dadas ciertas condiciones [52], puede existir una interacción entre estos. Para haces paraxiales puede esperarse una perfecta separación entre momento angular total, donde las contribuciones debido a OAM y SAM simplemente se sumen como $j = l + s$, sin embargo, para haces no paraxiales esta separación no es posible [53]. De manera particular, una conversión SAM a OAM puede presentarse al enfocar haces de luz con momento angular utilizando objetivos de alta apertura numérica. Como presentaron Nieminen, Stilgoe, Heckenberg, y Rubinsztein-Dunlop [54], un haz gaussiano fuertemente enfocado con polarización circular a través de una interfaz muestra una conversión de SAM a OAM, así como que esta conversión necesariamente debe de ser acompañada por un torque. Simpson, Dholakia, Allen, y Padgett [55] y Zhao *et al.* [53] exponen que es posible generar un torque sobre partículas de teflón y oro, respectivamente. De esta manera, se probó con haces Laguerre-Gauss, que SAM puede contribuir a aumentar (o disminuir) OAM. Recientemente Arzola, Chvátal,

Jákl, y Zemánek [56] reportaron un estudio teórico experimental del comportamiento de partículas micrométricas caracterizando, la conversión de momento angular de espín a orbital, al observar los efectos en la dinámica de la partículas. En particular, se menciona que el radio de la órbita muestra ser un parámetro que valora la eficiencia de la conversión de momento angular, independiente de la potencia del haz sobre la partícula.

En haces evanescentes también es posible observar la transferencia de momento angular. Rui *et al.* [38] reportaron la transferencia de momento angular a partículas metálicas producida por un anillo de luz fuertemente enfocado sobre una interfaz y que produce un haz Bessel evanescente. El sistema utilizado es similar al de la Figura 1.9 y los tipos de haces resultantes son parecidos a los discutidos en el capítulo 5. Como resaltaron Mei, Huang, Zhang, Mehmood, Liu, Lim, Teng, y Qiu [57], los vórtices ópticos evanescentes, al romper el límite de difracción permiten manipular objetos más pequeños que la longitud de onda de haz incidente.

Capítulo 3

Fuerzas ópticas de ondas evanescentes en una interfaz vidrio-agua

Uno de los fenómenos ópticos más interesantes es la reflexión total interna. La reflexión ocurre cuando un haz de luz incide sobre una interfaz entre dos medios. Si los medios son transparentes, es fácil ver a simple vista que parte del haz es reflejado por la interfaz y otra parte la atraviesa, propagándose en el segundo medio. Ahora bien, si se cumple que el índice de refracción del primer medio n_i es mayor que el del segundo medio n_t , y el haz incide sobre la interfaz con un ángulo mayor o igual que $\theta_c = \sin^{-1}(n_t/n_i)$, este se reflejará totalmente.

Por supuesto, desde un punto de vista teórico, el campo electromagnético del haz de luz no puede ser nulo inmediatamente en el segundo medio, pues no cumpliría con las condiciones de continuidad impuestas por las ecuaciones de Maxwell. Debido a esto, en el segundo medio se forma un campo electromagnético, que decae en magnitud rápidamente y de manera exponencial con la distancia al plano de la interfaz, esto es un campo evanescente.

El decaimiento de un campo evanescente puede ser explotado en micromanipulación óptica, pues la intensidad de este campo también decaerá rápidamente (casi a cero en distancias del orden de la longitud de onda utilizada). Como la intensidad del campo es proporcional a la fuerza de gradiente, se desea que este gradiente sea lo más grande para generar fuerzas ópticas más confinantes con la menor energía posible.

En este capítulo se hará el análisis teórico y numérico de las fuerzas ópticas generadas por ondas planas sobre partículas dieléctricas. Se toma como base el trabajo de Šiler *et al.* [28] en el cual se estudian los casos de una sola onda y dos ondas contrapropagantes, además de que se presentan resultados experimentales que confirman la validez de la teoría empleada. A diferencia del artículo de Šiler *et al.* en este trabajo se enfatiza el estudio de las fuerzas ópticas en función de las variables relevantes en el fenómeno como el ángulo de incidencia, polarización de la onda, índices de refracción de los medios, radio de las partículas así como la magnitud de los campos incidentes.

La mayor parte del estudio de las fuerzas ópticas se hará utilizando la aproximación de dipolar, pues es posible obtener una expresión analítica. En las simulaciones numéricas se han fijado las componentes del campo eléctrico perpendicular (E_{\perp}) o paralela (E_{\parallel}) igual a 1.86×10^6 V/m. Esta amplitud de campo eléctrico es equivalente a tener un haz gaussiano con una potencia $P = 1.15$ mW y cintura $w_0 = 0.4 \mu\text{m}$, que corresponde a un valor típico de una pinza óptica. Los resultados esperan ser comprobados de manera experimental para manipular partículas con radios de 100 nm y utilizando luz con longitud de onda de 532 nm. Debido que el radio de las partículas es ligeramente menor que la longitud de onda, las partes más relevantes del análisis se calcularán nuevamente, pero utilizando la teoría electromagnética para detectar las limitaciones y errores cometidos por la teoría de Rayleigh.

3.1. Confinamiento y deriva de nanopartículas por un campo evanescente: incidencia perpendicular y paralela.

Para comenzar, se discutirán las características básicas de una onda evanescente producida por reflexión total interna. Si una interfaz plana se coloca en un plano $z = \text{constante}$ y una onda incidente, proveniente del medio con mayor índice de refracción, incide con un ángulo por encima del crítico, entonces el campo eléctrico en el medio con el índice menor es de la forma

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(x, y)e^{-k'z}, \quad (3.1)$$

donde la magnitud del vector de onda es $k' = (2\pi/\lambda_0)\sqrt{n_i^2 \sin^2 \theta - n_t^2}$. De esta manera, la intensidad del campo eléctrico será de la forma

$$I(z) = I_0 e^{-2k'z} = I_0 e^{-z/L_c}, \quad (3.2)$$

con el parámetro $L_c = 1/2k'$, que se conoce como *longitud de penetración* de la onda evanescente.

La longitud de penetración representa la distancia a la cual la intensidad del campo eléctrico a lo largo del eje z decae a $1/e$ de su intensidad máxima. Debido a que las ondas evanescentes no se extienden de manera indefinida a lo largo del eje z , este parámetro permite conocer su alcance efectivo. En sistemas de manipulación óptica con campos evanescentes, conocer los valores típicos de la longitud de penetración permite establecer sus límites de funcionamiento en el eje z . En la Figura 3.1 se muestra el comportamiento de la longitud de penetración incidiendo a distintos ángulos, para distintos medios de incidencia n_1 y como medio de transmisión se considera agua ($n_2 = 1.33$); la longitud de onda que se elige es $\lambda_0 = 532$ y corresponde a un haz láser verde con el que se planea reproducir de manera experimental los resultados de los siguientes capítulos. Como se aprecia, se puede obtener (aunque difícilmente) una longitud de penetración grande si el ángulo de incidencia es muy cercano al crítico, al aumentar el ángulo de incidencia esta disminuirá a una pequeña fracción de la longitud de onda. Además, vemos que las longitudes de penetración para ángulos distintos del crítico suelen ser menores a media longitud de onda, lo que impone un límite en el rango de operación de sistemas con campos evanescentes.

Como primer caso se considera una onda plana incidente sobre una interfaz vidrio-agua (véase Figura 3.2). Dado que los índices de refracción de los medios son $n_1 = 1.52$ y $n_2 = 1.33$, entonces se cumple la condición para tener reflexión total interna. Para ángulos menores al crítico se tendrá (en agua) una onda plana, mientras que para ángulos mayores se tendrá una onda evanescente.

Para estudiar la fuerza óptica producida por la incidencia de una onda en una interfaz

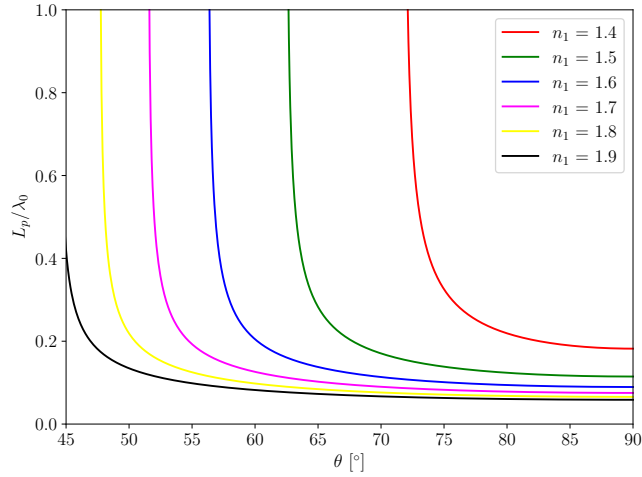


Figura 3.1: Longitud de penetración de un campo eléctrico evanescente en agua ($n_2 = 1.332$) como función del ángulo de incidencia θ y distintos índices de refracción del medio incidente n_1 .

sobre una partícula esférica dieléctrica se utilizará la aproximación dipolar, pues es posible tener un análisis a detalle al poder deducir expresión analítica. El campo incidente es con una onda plana cuya longitud de onda en el vacío es $\lambda_0 = 532\text{nm}$ y con partículas de radio menor a 100nm . La amplitud de las ondas planas incidentes polarizadas de manera perpendicular y paralela al plano de incidencia (denotadas respectivamente por E_{\perp} y E_{\parallel}) será igual a $1.86 \times 10^6\text{V/m}$.

En aproximación dipolar, la fuerza óptica sobre la partícula inmersa en agua puede ser calculada con la ecuación 2.20. La fuerza será de la forma $\mathbf{F} = \frac{1}{2}\text{Re}\{\alpha(F_{0x}\hat{\mathbf{x}} + F_{0z}\hat{\mathbf{z}})\}$ y es posible demostrar (véase Apéndice B.1) que

$$\begin{aligned}
 F_{0x} &= \begin{cases} -ik_x^{(2)}(|t_{\perp}|^2 E_{\perp}^2 + |t_{\parallel}|^2 E_{\parallel}^2) & \text{si } \theta < \theta_c \\ -ik_x^{(2)} e^{-2k_z^{(2)} z} [|t_{\perp}|^2 E_{\perp}^2 + |t_{\parallel}|^2 E_{\parallel}^2 (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1)] & \text{si } \theta \geq \theta_c \end{cases} \\
 F_{0z} &= \begin{cases} -ik_z^{(2)}(|t_{\perp}|^2 E_{\perp}^2 + |t_{\parallel}|^2 E_{\parallel}^2) & \text{si } \theta < \theta_c \\ -k_z^{(2)} e^{-2k_z^{(2)} z} [|t_{\perp}|^2 E_{\perp}^2 + |t_{\parallel}|^2 E_{\parallel}^2 (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1)] & \text{si } \theta \geq \theta_c \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

donde $k_z^{(2)} = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} \sqrt{\sin^2 \theta - n_{21}^2}$ y $k_x^{(2)} = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} \sin \theta$ son las componentes del vector de onda

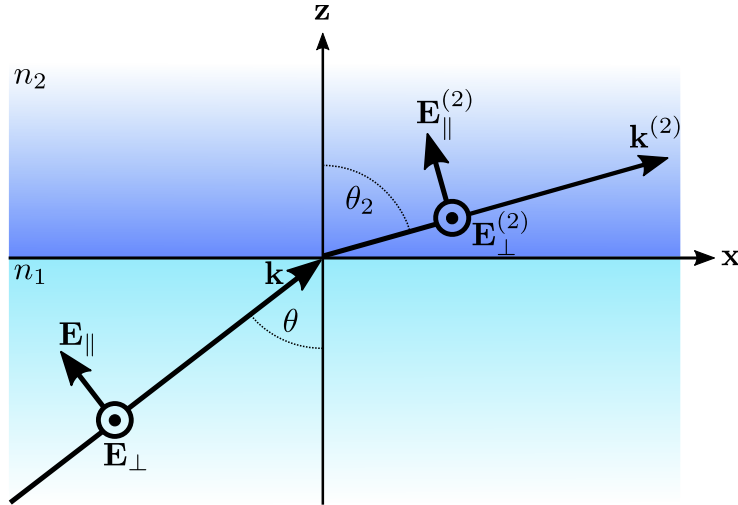


Figura 3.2: Esquema de una onda plana incidente sobre una interfaz plana entre dos medios de índice de refracción n_1 y n_2 . La onda plana con campo eléctrico $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{E}_{\perp}$ y vector de onda \mathbf{k} incide sobre la interfaz con un ángulo θ , al atravesar el medio (2) el vector de onda es desviado un ángulo θ_2 . El campo eléctrico en el medio (2) tendrá componentes $\mathbf{E}^{(2)} = \mathbf{E}_{\parallel}^{(2)} + \mathbf{E}_{\perp}^{(2)}$ y vector de onda $\mathbf{k}^{(2)}$. Por simplicidad se ha omitido la componente reflejada.

del campo eléctrico en el medio 2, $t_{\perp}(\theta)$ y $t_{\parallel}(\theta)$ son los coeficientes de transmisión de Fresnel. Se ha definido $n_{ij} \equiv n_i/n_j$ como el cociente entre los índices de refracción.

La fuerza producida por una sola onda plana no es confinante, es decir, no permite mantener a la partícula estable en un sólo punto. Esto se ve fácilmente a partir de la ecuación 3.3, debido a que la componente de la fuerza F_x es independiente de la posición en x para cualquier ángulo de incidencia. Sin embargo, es posible notar que existe dependencia en z cuando se tienen ondas evanescentes ($\theta > \theta_c$). Se aprecia que la magnitud de esta fuerza decae con la posición a lo largo z , además de que es debida en su totalidad al gradiente de la intensidad.

Como primer análisis se considera la dependencia de la fuerzas en función del ángulo de incidencia θ . Se tomará, por separado, la incidencia de una onda plana con polarización perpendicular y paralela al plano de incidencia utilizando tres distintos tamaños de partículas. Los resultados numéricos se encuentran en la Figura 3.3, donde podemos notar algunas similitudes generales para F_x y F_z respecto al tamaño de la partícula y la polarización del campo. Principalmente, la fuerza óptica para la partícula de 100nm es mucho mayor que el resto de casos, debido a que α (ecuación 2.23) es proporcional a a^3 . Am-

bas fuerzas, producidos tanto por E_{\perp} y E_{\parallel} tienen el mismo comportamiento cualitativo, es decir, ambas fuerzas son capaces de realizar un confinamiento en z pues obligan a la partícula a estar en la interfaz, así como que ambas producen una deriva en dirección de $k_x^{(2)}$. De manera cuantitativa, para la configuración propuesta, se concluye que las fuerzas ópticas al utilizar polarización paralela son mayores, esto es más evidente para el caso con ondas evanescentes. De manera analítica esto es descrito por el factor $2n_2^2 \sin^2 \theta - 1$ que multiplica a dicha componente en la ecuación 3.3.

En la Figura 3.3(a) podemos notar que la componente F_x siempre es positiva, independientemente del ángulo, por lo que produce una fuerza de deriva a lo largo del eje x . Además podemos ver que hay un máximo de esta componente cuando la onda incide con el ángulo crítico $\theta_c \approx 61.04^\circ$. Respecto a la Figura 3.3(b) podemos ver el comportamiento de F_z , la cual para valores de $\theta < \theta_c$ es una fuerza positiva, que aumenta a medida que el ángulo es menor; en contraste, para $\theta > \theta_c$ la fuerza cambia de signo y tiene un valor máximo en magnitud alrededor de 63° .

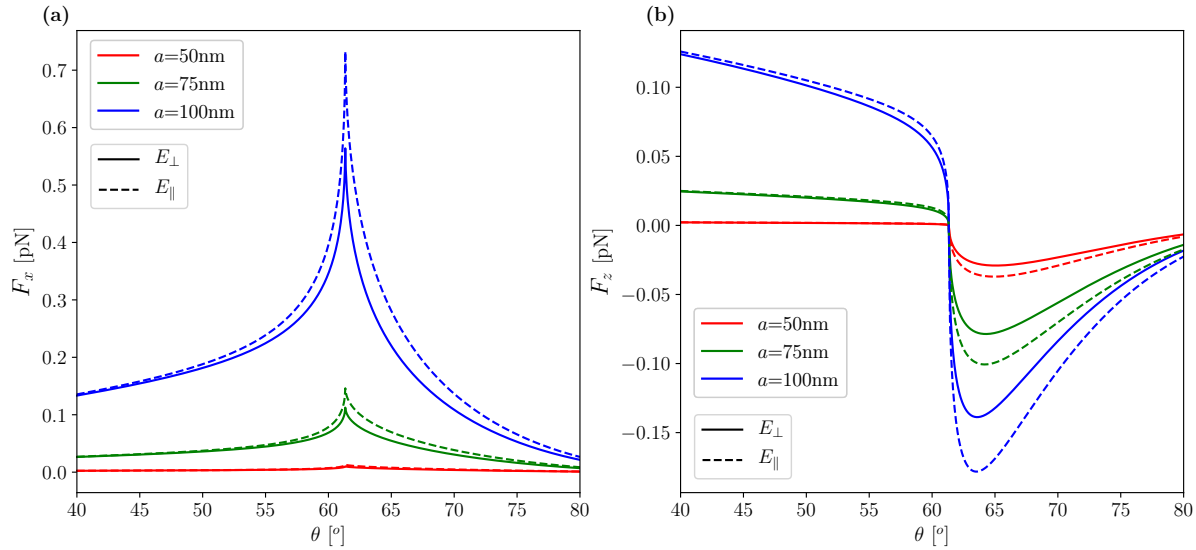


Figura 3.3: Fuerza óptica (a) F_x y (b) F_z , en $(x, z) = (0, a)$ producida por una onda plana incidente con ángulo θ y polarización E_{\perp} o E_{\parallel} para distintos radios de partículas a y $n_p = 1.5$.

En la Figura 3.4 podemos observar la magnitud de la fuerza como función del ángulo de incidencia y de la posición a lo largo de z para una partícula de 100nm de radio e

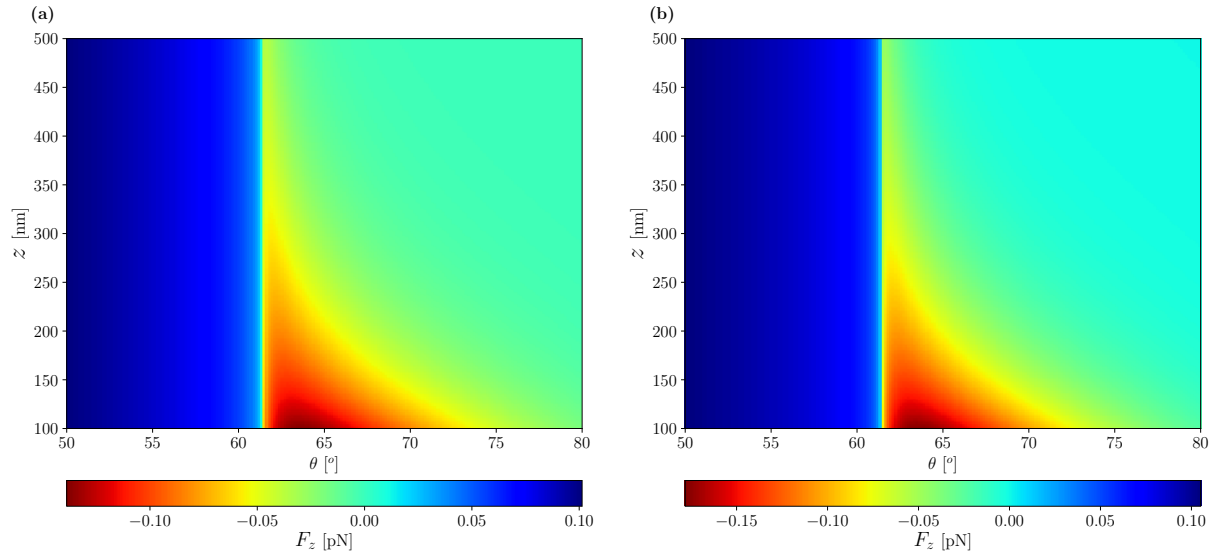


Figura 3.4: Fuerza óptica $F_z(\theta, z)$ en $x = 0$ producida por una onda plana incidente con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} . El radio e índice de refracción de la partícula son, respectivamente $a = 100\text{nm}$, $n_p = 1.5$.

índice de refracción $n_p = 1.5$. Asimismo, a ángulos menores al crítico la fuerza siempre es positiva y decrece a medida que aumenta θ , aparte es constante en función de la posición z . Posteriormente, para ángulos mayores al crítico se tiene que esta fuerza es negativa en todo momento; además, disminuye a medida que aumenta z y siempre se tiene un máximo alrededor de $\theta \approx 63^\circ$.

Es interesante ver qué pasa cuando se cambia el índice de refracción de la partícula. En la Figura 3.5 se grafica la fuerza en función del ángulo de incidencia para una partícula de radio $a = 100\text{nm}$. En este caso las fuerzas en magnitud son mayores para una partícula con índice de refracción $n_p = 1$, que es equivalente a una burbuja de aire y se considera para ilustrar el comportamiento cuando $n_p < n_2$. Es importante notar que en el caso de la componente F_z la fuerza es positiva para $n_p < n_2$ incluso para ondas evanescentes, lo que implica que partículas de este tipo se alejarían de la interfaz. Sí se tiene $n_p > n_2$ siempre se tendrá una fuerza F_z negativa, como reportan Šiler *et al.* [28].

El hecho de que se tengan fuerzas negativas en la componente F_z al tener ondas evanescentes es muy útil, pues garantiza que la partícula tenderá a moverse hacia la interfaz, llegando a la barrera definida por el vidrio y produciendo un confinamiento a lo largo del

eje z .

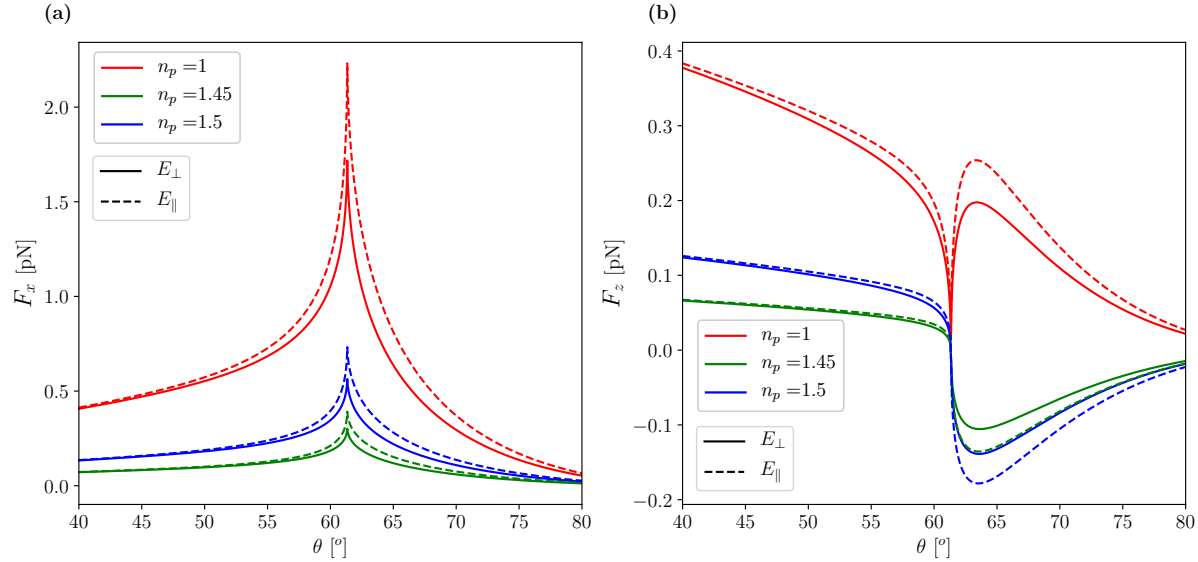


Figura 3.5: Fuerza óptica (a) F_x y (b) F_z , en $(x, z) = (0, a)$ producida por una onda plana incidente con ángulo θ para distintos índices de refracción de la partícula n_p y radio $a = 100$ nm.

3.2. Confinamiento en 3D con la interferencia de dos ondas evanescentes: incidencia perpendicular y paralela

En esta sección se estudiarán las fuerzas ópticas producidas por dos ondas planas contrapropagantes. Este sistema es el mismo que el usado en la sección 3.1, pero con una onda que se propaga en la dirección contraria al eje x . En la Figura 3.6 se presenta el esquema de la situación.

De manera análoga al caso de una onda plana, la fuerza óptica producida por dos ondas planas incidentes sobre una partícula esférica inmensa en el medio 2 de la interfaz (vease Figura 3.6) puede calcularse aplicando la ecuación 2.20 al campo eléctrico $E^{(2)} = {}^{(1)}E^{(2)} + {}^{(2)}E^{(2)}$. Puede demostrarse (vease Apéndice B.1) que la fuerza será de la forma $\mathbf{F} = \frac{1}{2}\text{Re}\{\alpha(F_{0x}\hat{\mathbf{x}} + F_{0z}\hat{\mathbf{z}})\}$, donde:

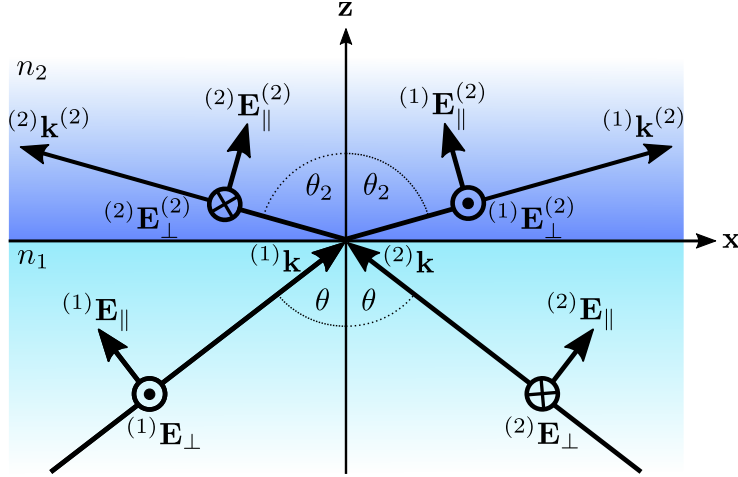


Figura 3.6: Esquema de dos ondas planas incidentes sobre una interfaz plana entre dos medios de índice de refracción n_1 y n_2 . La onda plana incidente número i con campo eléctrico $(i)\mathbf{E} = (i)\mathbf{E}_{\parallel} + (i)\mathbf{E}_{\perp}$ y vector de onda $(i)\mathbf{k}$ incide sobre la interfaz con un ángulo θ , al atravesar el medio (2) el vector de onda es desviado un ángulo θ_2 . El campo eléctrico número i en el medio (2) tendrá componentes $(i)\mathbf{E}^{(2)} = (i)\mathbf{E}_{\parallel}^{(2)} + (i)\mathbf{E}_{\perp}^{(2)}$ y vector de onda $(i)\mathbf{k}^{(2)}$. Por simplicidad se han omitido las componentes reflejadas.

$$F_{0x} = \begin{cases} k_x^{(2)} \{ 2\sin(2k_x^{(2)} x) [|t_{\perp}|^2 (1)E_{\perp}^{(2)}E_{\perp} + (1 - 2n_{12}^2 \sin^2 \theta) |t_{\parallel}|^2 (1)E_{\parallel}^{(2)}E_{\parallel}] \\ + i |t_{\parallel}|^2 [(2)E_{\parallel}^2 - (1)E_{\parallel}^2] + i |t_{\perp}|^2 [(2)E_{\perp}^2 - (1)E_{\perp}^2] \} & \theta < \theta_c \\ k_x^{(2)} e^{-2k'z} \{ 2\sin(2k_x^{(2)} x) [|t_{\perp}|^2 (1)E_{\perp}^{(2)}E_{\perp} - |t_{\parallel}|^2 (1)E_{\parallel}^{(2)}E_{\parallel}] \\ + i |t_{\parallel}|^2 [(2)E_{\parallel}^2 - (1)E_{\parallel}^2] (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1) + i |t_{\perp}|^2 [(2)E_{\perp}^2 - (1)E_{\perp}^2] \} & \theta \geq \theta_c \end{cases}$$

$$F_{0z} = \begin{cases} ik_z^{(2)} \{ 2\cos(2k_x^{(2)} x) [|t_{\perp}|^2 (1)E_{\perp}^{(2)}E_{\perp} + (1 - 2n_{12}^2 \sin^2 \theta) |t_{\parallel}|^2 (1)E_{\parallel}^{(2)}E_{\parallel}] \\ - |t_{\parallel}|^2 [(2)E_{\parallel}^2 + (1)E_{\parallel}^2] - |t_{\perp}|^2 [(2)E_{\perp}^2 + (1)E_{\perp}^2] \} & \theta < \theta_c \\ -k_z^{(2)} e^{-2k'z} \{ -2\cos(2k_x^{(2)} x) [|t_{\perp}|^2 (1)E_{\perp}^{(2)}E_{\perp} - |t_{\parallel}|^2 (1)E_{\parallel}^{(2)}E_{\parallel}] \\ + |t_{\parallel}|^2 [(2)E_{\parallel}^2 + (1)E_{\parallel}^2] (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1) + |t_{\perp}|^2 [(2)E_{\perp}^2 + (1)E_{\perp}^2] \} & \theta \geq \theta_c \end{cases} \quad (3.4)$$

Dado que se tienen dos ondas planas contrapropagantes, se espera que exista un patrón de interferencia a lo largo del eje x en el que sea posible confinar a la partícula en tal eje. En la Figura 3.7 se aprecia el perfil de intensidad en el medio (2) así como la fuerza

sobre las partículas en función de la posición x . Referente a las amplitudes se observa lo esperado, aumenta conforme aumenta el tamaño de la partícula. Además, se produce un confinamiento en el eje x , específicamente en las zonas más brillantes del perfil, pues es aquí donde la fuerza puede aproximarse a la de un oscilador armónico, *i.e.*, $F \approx -\kappa x$.

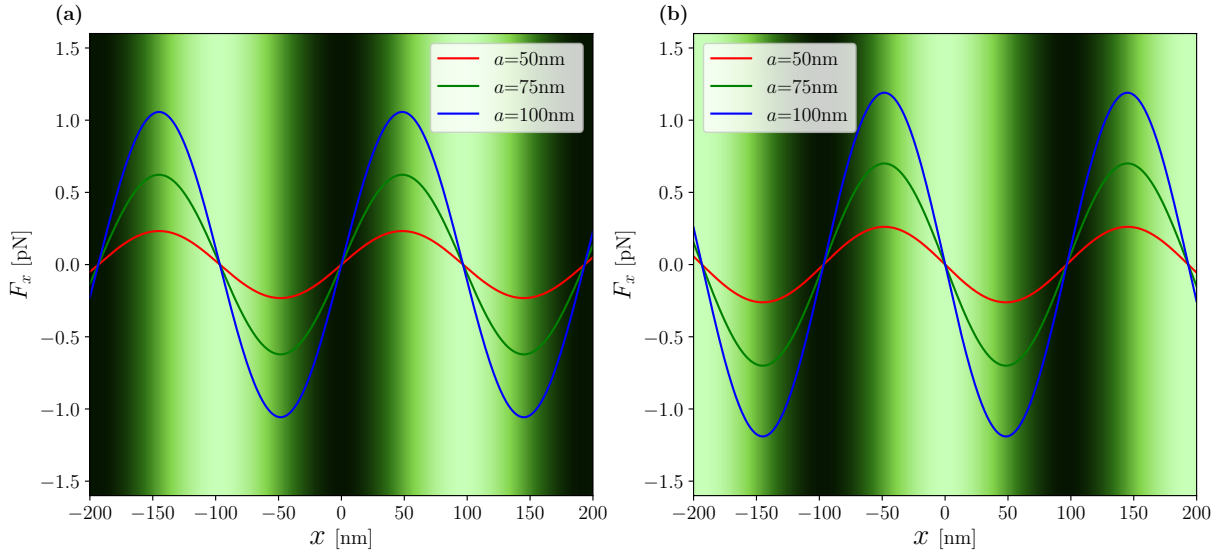


Figura 3.7: Fuerza óptica F_x en $z = a$ producida por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo $\theta = 65^\circ$ para distintos radios de partículas “ a ” y $n_p = 1.5$. En el fondo se muestra el perfil de intensidad, cuya parte más brillante corresponde a $I_{\max} = 132 \text{ mW}/\mu\text{m}^2$.

La fuerza óptica producida por dos ondas planas incidentes al ser periódica tiene varios máximos y mínimos. Al ver la Figura 3.7 notamos que, para el caso evanescente cerca de 50nm ($x = \pi/4k_x^{(2)}$), se encuentra un máximo utilizando polarización perpendicular y un mínimo utilizando polarización paralela. En la Figura 3.8 al cambiar el tamaño de la partícula así como su índice de refracción podemos apreciar un comportamiento parecido al caso de una sola onda plana incidente. La fuerza máxima F_x^{\max} aumenta en magnitud con el tamaño de la partícula así como el índice de refracción, además se consigue un máximo de esta cuando $\theta = \theta_c$. Cabe mencionar que en el caso de dos ondas planas incidentes, el sentido de la fuerza cambia cuando se tiene $\theta < \theta_c$ o $\theta > \theta_c$. Para este caso es importante recalcar como la polarización paralela ejerce una mayor fuerza óptica que la polarización perpendicular.

Analizando la fuerza F_z en la Figura 3.9 para el caso evanescente y una partícula con

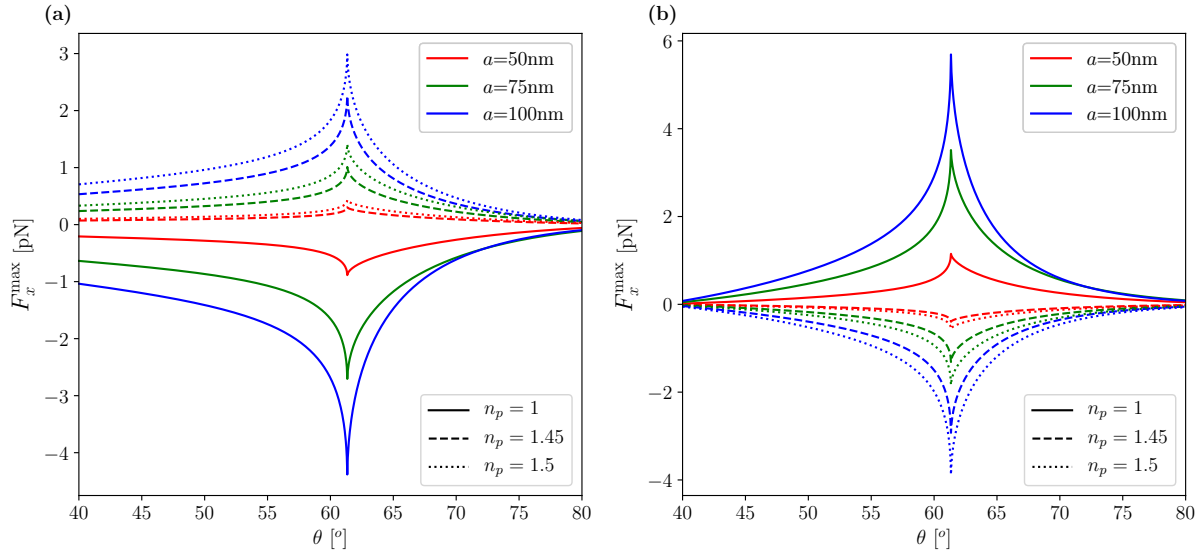


Figura 3.8: Fuerza óptica F_x^{max} en $(x, z) = (\pi/4k_x^{(2)}, a)$ producida por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo θ para distintos radios de partícula “ a ” y distintos índices de refracción “ n_p ”.

índice $n_p = 1.5$, al igual que en el caso de una onda plana incidente se tiene una fuerza negativa F_z , que nos garantiza el confinamiento de la partícula para los valores de a , n_p y $|E|$ adecuados. Debido a la interferencia de las ondas, existen zonas donde la fuerza F_z es mayor en magnitud, que al comparar con la Figura 3.7 notamos que se tratan de las zonas de confinamiento en el eje x . De nueva cuenta, podemos notar que la magnitud de la fuerza es mayor cuando se usa E_{\parallel} . Es importante notar que, de acuerdo con la Figura 3.9 se hace esencial tener a la partícula cerca de la zona de mayor intensidad, pues en el resto de zonas posiblemente la fuerza no sea lo suficientemente grande como para atraer a la partícula al área confinante.

Respecto al ángulo de incidencia, se aprecia en la Figura 3.10 cómo, para una partícula con índice de refracción $n_p = 1.5$ y radio 100nm, tener un ángulo de incidencia $\theta < \theta_c$ no se produce confinamiento. Además, es necesario recalcar que, de acuerdo a la aproximación dipolar, hay posiciones en x en los que la partícula puede tener una fuerza nula en z , por lo en estas posiciones no se garantiza el confinamiento. Otro detalle es que es posible cambiar muy ligeramente el espaciamiento de las zonas confinantes, esto debido a la distancia entre las zonas brillantes producidas por la interferencia de las ondas.

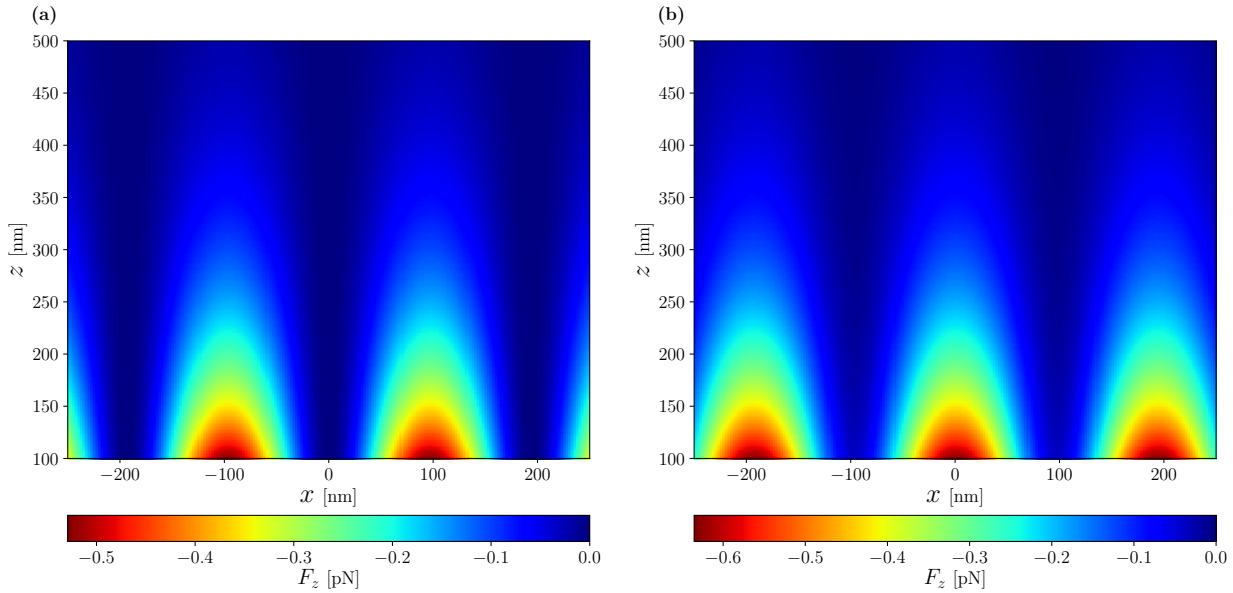


Figura 3.9: Fuerza óptica $F_z(x, z)$ producida por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo $\theta = 65^\circ$, radio e índice de refracción de la partícula son, respectivamente $a = 100\text{nm}$, $n_p = 1.5$.

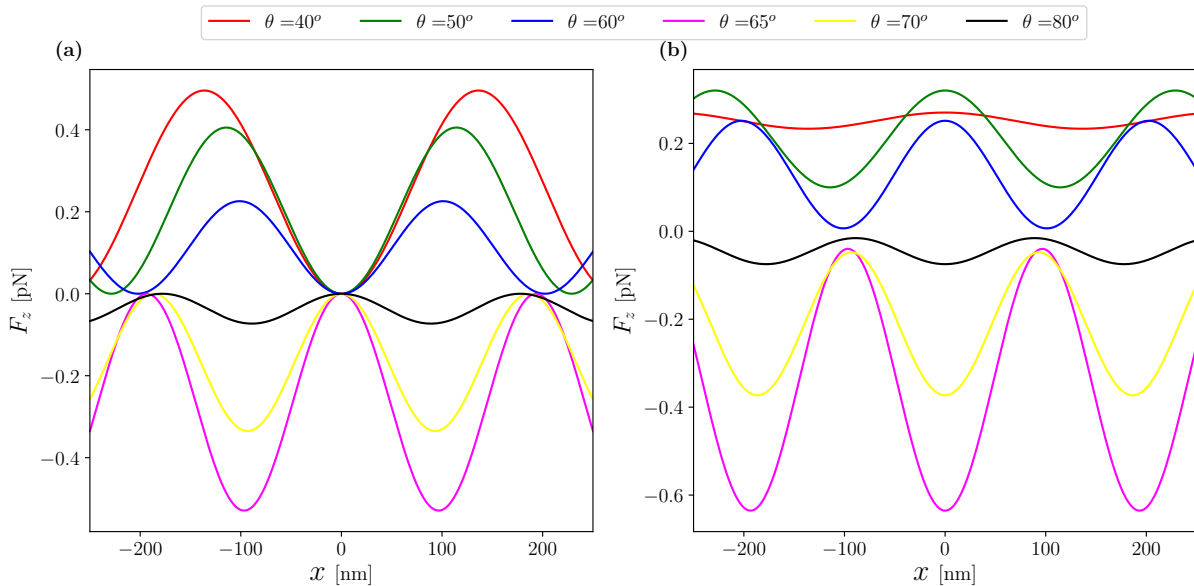


Figura 3.10: Fuerza óptica F_z como función de x en $z = a$ producida por dos ondas planas con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con distintos ángulos de incidencia θ . El radio e índice de refracción de la partícula son, respectivamente $a = 100\text{nm}$ y $n_p = 1.5$.

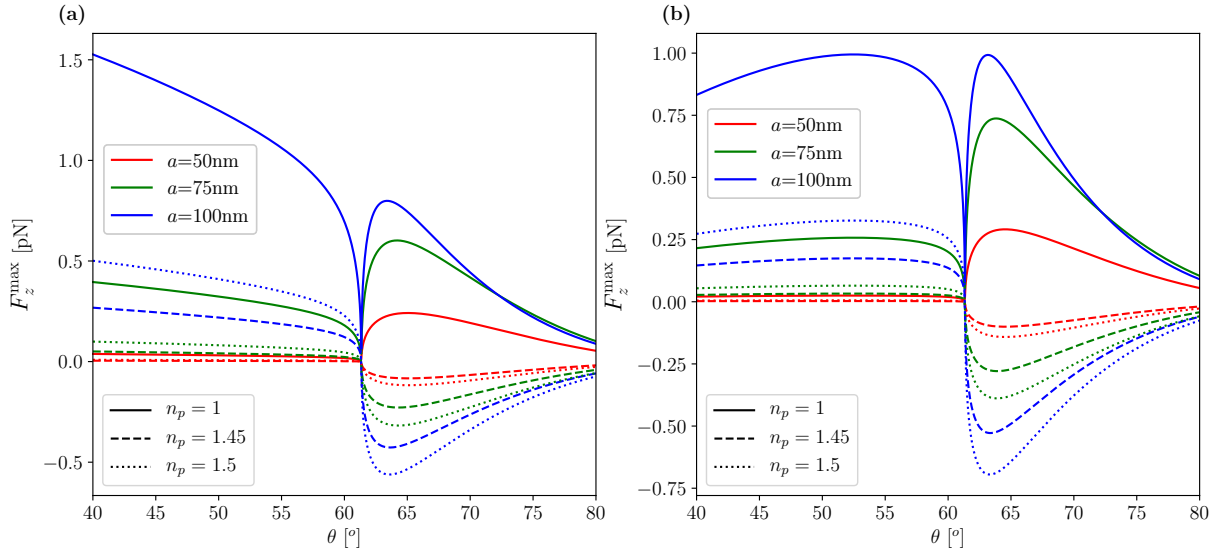


Figura 3.11: Fuerza óptica F_z^{\max} en un punto de equilibrio producida por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo θ para distintos radios de partícula “ a ” y distintos índices de refracción “ n_p ”.

La fuerza máxima F_z^{\max} en magnitud que se puede obtener con dos ondas contrapropagantes sobre la partícula con distintos radios y distintos índices de refracción se muestra en la Figura 3.11. A partir de esta podemos concluir y asegurar dos cosas esenciales: para asegurar el confinamiento de la partícula, al menos hasta donde la aproximación dipolar es válida, se requiere tener ondas evanescentes y que $n_p > n_2$. De esta manera la fuerza F_z negativa llevará a las partículas a la barrera física producida por la interfaz de vidrio, al contrario del caso donde no hay ondas evanescentes donde no hay zonas confinantes.

En la Figura 3.11 podemos ver cómo es el campo de fuerzas y el potencial conservativo sobre una partícula de 100nm con $n_p = 1.5$. Al utilizar la amplitud de los campos eléctricos incidentes utilizadas a lo largo de este capítulo (E_{\perp} o E_{\parallel} igual a 1.86×10^6 V/m) para una temperatura de $295K$ se consigue un potencial conservativo $\Delta U > 10K_bT$ el cual, de acuerdo a Jones *et al.* [11], es un criterio que nos permite asegurar el confinamiento. Resultados experimentales fueron obtenidos por Šiler *et al.* [28] en los que logra un pozo de potencial con características similares y muestra que la partícula es confinada.

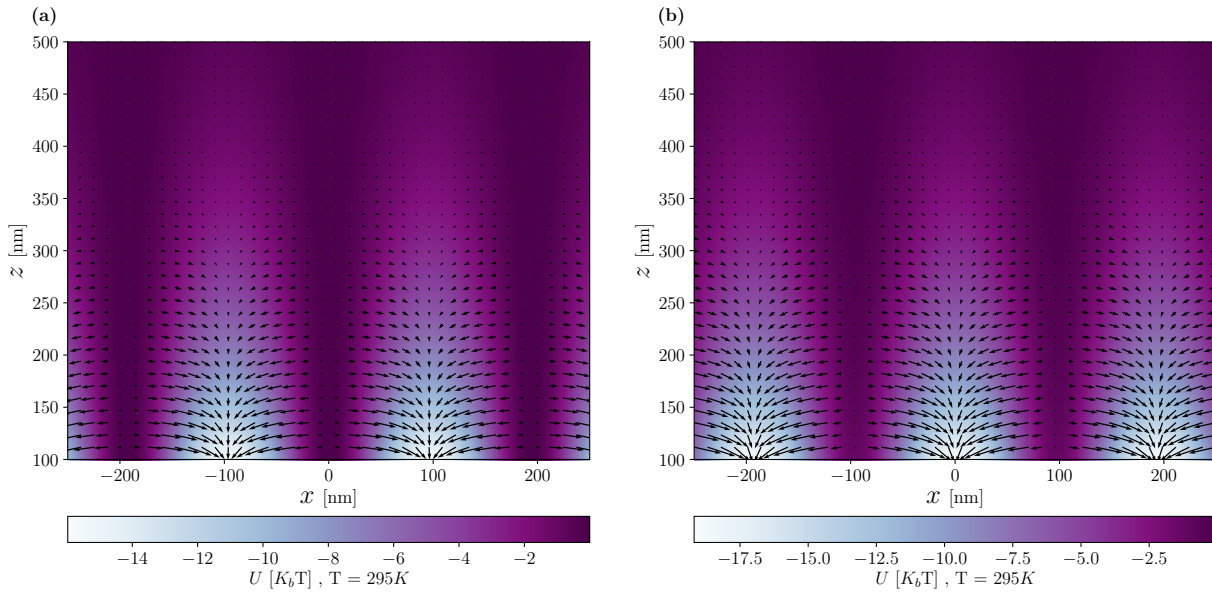


Figura 3.12: Potencial U y campo de fuerzas producido por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo $\theta = 65^{\circ}$, para una partícula de radio $a = 100\text{nm}$ e índice de refracción $n_p = 1.5$. Ambos haces son equivalentes dos gaussianos con $P = 2\text{W}$ y $\omega_0 = 10\mu\text{m}$.

3.3. Cálculo con teoría electromagnética de fuerzas ópticas por una y dos ondas planas

Finalmente se revisarán algunos aspectos estudiados en el caso más relevante, que es el de dos ondas planas incidentes contrapropagantes cuando se producen ondas evanescentes. Šiler *et al.* [28] muestran numéricamente como, para el caso de una onda plana evanescente, la aproximación dipolar tiene un error porcentual por encima del 100 % para una partícula dieléctrica de $a = 100\text{nm}$ y $n_p = 1.5$. Sobre los mismos parámetros se harán nuevamente algunos cálculos para el caso de dos ondas planas evanescentes mostrados en la sección 3.2 pero utilizando la teoría electromagnética.

En la Figura 3.13 se reproduce la Figura 3.7 utilizando teoría electromagnética, la cuál nos permite destacar varios aspectos que la aproximación dipolar es incapaz de reproducir. Por ejemplo, vemos que para el caso de la partícula de 100nm la magnitud de la fuerza es menor a la calculada en la Figura 3.7, de hecho, tanto para $a = 75\text{nm}$ como para

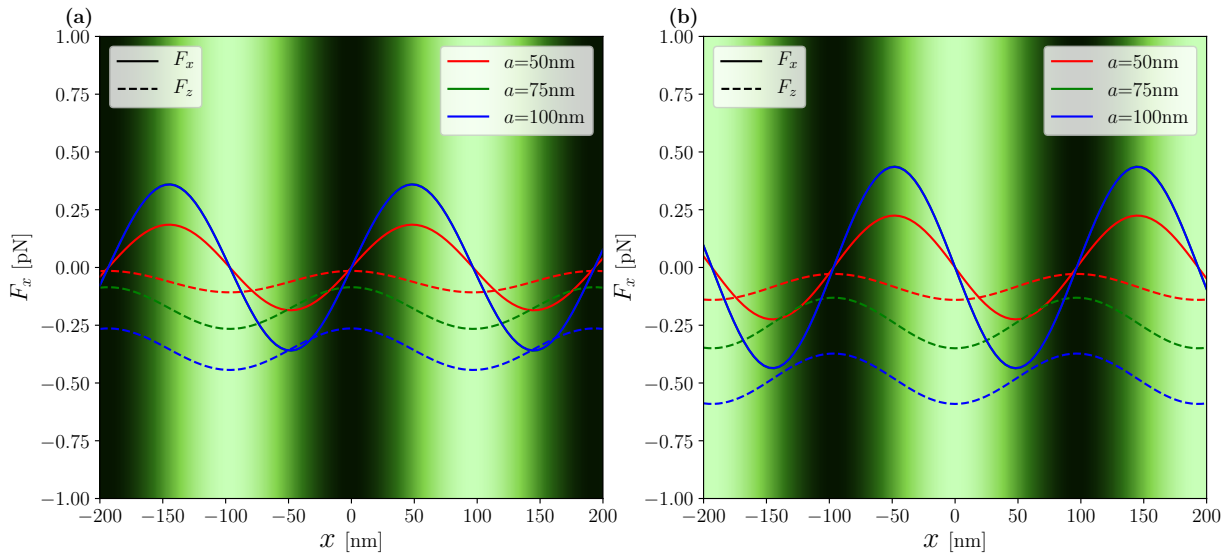


Figura 3.13: Fuerza óptica F_x en $z = a$ producida por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo $\theta = 65^{\circ}$ para distintos radios de partículas “ a ” y $n_p = 1.5$. En el fondo se muestra el perfil de intensidad, cuya parte más brillante corresponde a $I_{\max} = 132\text{mW}/\mu\text{m}^2$. Esta es análoga a la Figura 3.8 pero los cálculos realizados con teoría de Mie.

$a = 100\text{nm}$ las fuerzas F_x tienen una magnitud muy similar, tanto que en la gráfica se superponen.

Otro aspecto realmente de interés es que conforme aumenta el radio de la partícula se tiene una fuerza que es puramente negativa para cualquier posición x , esto permite ahora que en las zonas oscuras la partícula también sea atraída hacia la interfaz.

Respecto a F_x^{\max} y F_z^{\max} podemos observar en la Figura 3.14 que en el caso de F_x , cuando se tiene una partícula de $n_p = 1.5$ a medida que se aumenta el radio de la partícula llega un valor (aprox. $a = 130\text{nm}$) en que esta cambia de signo, lo que supone que las partes con la menor intensidad ahora sean las confinantes y que las zonas con mayor intensidad sean repulsivas. Este fenómeno se conoce como *efecto tamaño* [58, pp. 165-170] y representa una modificación en la forma del potencial que siente la partícula cuando el tamaño de la partícula es mayor que la estructura del patrón de interferencia. Respecto la fuerza F_z , vemos que en la posición de equilibrio que se observa en la Figura 3.12 que, al menos para partículas con radio menor a 200nm , la magnitud de esta fuerza siempre aumenta y será negativa, lo que implica que la partícula permanece cerca de la interfaz.

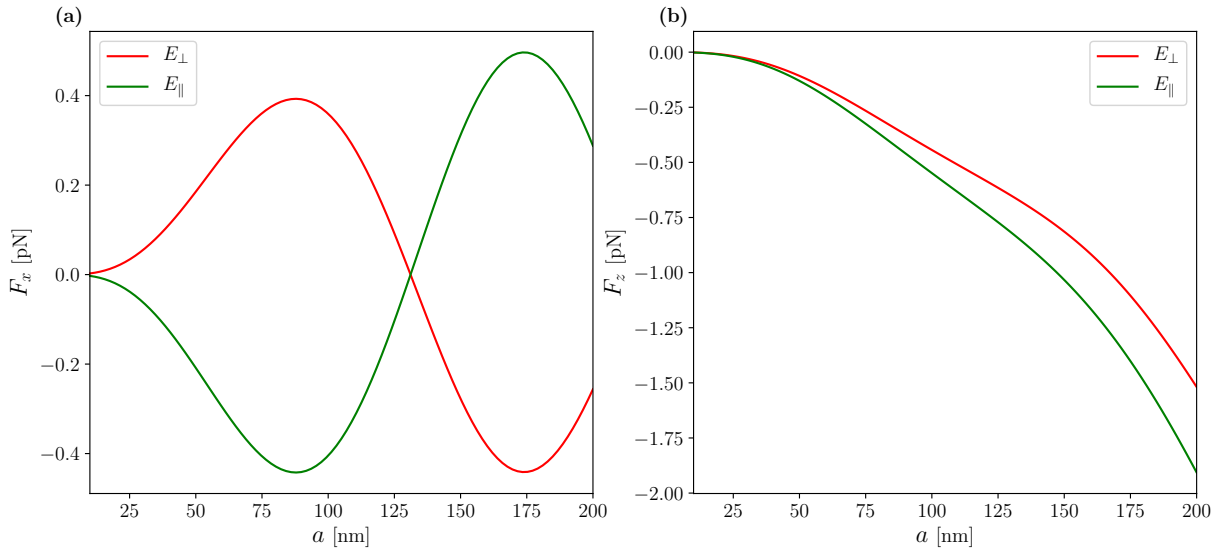


Figura 3.14: Fuerzas ópticas (a) F_x en $x = L/4$ y (b) F_z en el punto de equilibrio dado por la ecuación 3.4 para dos ondas planas incidentes con ángulo $\theta = 65^\circ$ y con polarización E_{\perp} y E_{\parallel} . Los cálculos fueron realizados con teoría de Mie para partículas con índice de refracción $n_p = 1.5$ y distintos radios a .

En la Tabla 3.1 se calculan los factores de confinamiento \mathcal{C}_x y \mathcal{C}_z (ecuación 2.36), para el sistema de confinamiento con dos ondas planas evanescentes en los puntos de equilibrio, y ambas polarizaciones. Para \mathcal{C}_x podemos notar que la teoría electromagnética predice un factor de confinamiento menor, reduciéndose poco más de la mitad, lo cual implica una disminución en la eficiencia local comparado con el que predice la teoría de Rayleigh. En el caso de \mathcal{C}_z se observa como estos valores son similares en ambas teorías. Ahora bien, el hecho de que este parámetro sea menor y por ende también la eficiencia da a entender que la partícula se moverá en un área más amplia a lo largo del eje correspondiente, pues como se mostró en la sección 2.5, el factor \mathcal{C} es inversamente proporcional a la desviación estándar de la partícula en un eje. Dados los datos de la Tabla 3.1, se puede concluir que la trampa con dos haces evanescentes con polarización paralela es ligeramente más eficiente comparada al usar polarización perpendicular.

	E_{\perp}		E_{\parallel}	
	\mathcal{C}_x	\mathcal{C}_z	\mathcal{C}_x	\mathcal{C}_z
Rayleigh	0.4342	0.0532	0.4070	0.0519
Mie	0.1475	0.0423	0.1489	0.0497

Tabla 3.1: Factor de confinamiento \mathcal{C} definido en la ecuación 2.36 para el caso de una partícula de $a = 100\text{nm}$ y $n_p = 1.5$ con dos ondas planas incidentes con $\theta = 65^\circ$. Se observa cómo, la teoría de Mie predice un confinamiento efectivo menor que la teoría de Rayleigh.

Como vemos, las discrepancias entre ambas teorías para los casos considerados en este capítulo son más grandes sobre el eje x . Además, la Figura 3.14 muestra que para cierto tamaños de partícula los puntos de equilibrio pasan a ser las zonas oscuras en lugar de las brillantes, un comportamiento imposible de explicar utilizando la aproximación dipolar. El efecto tamaño generado por este sistema de confinamiento puede imponer límites a los tamaños de partículas que se pueden confinar, ya que tener una partícula con tamaños mayores a la estructura del patrón de interferencia podría cambiar el potencial sobre la partícula a uno incapaz de confinarla. Sumado a esto, hay que tomar en cuenta que si la partícula es de mayor tamaño puede ocurrir que el alcance del campo evanescente no sea suficiente para confinar a la partícula a lo largo del eje z . Para partículas más pequeñas que la estructura del patrón no hay efecto tamaño, por lo que los efectos térmicos y la potencia máxima que soporte la partícula son los que impondrán el límite inferior.

La Figura 3.15 muestra el campo eléctrico dispersado por una partícula de 150nm y se puede apreciar una contribución importante a lo largo del eje x , exponiendo la posibilidad de tener *reflexión total interna frustrada*. Esta contribución debe ser la responsable de afectar el comportamiento de las fuerzas en el eje x para distintos tamaños de partículas. El campo de fuerzas que debe esperarse al utilizar partículas de 100nm debe ser el predicho por la teoría electromagnética, el cual se expone en la Figura 3.16.

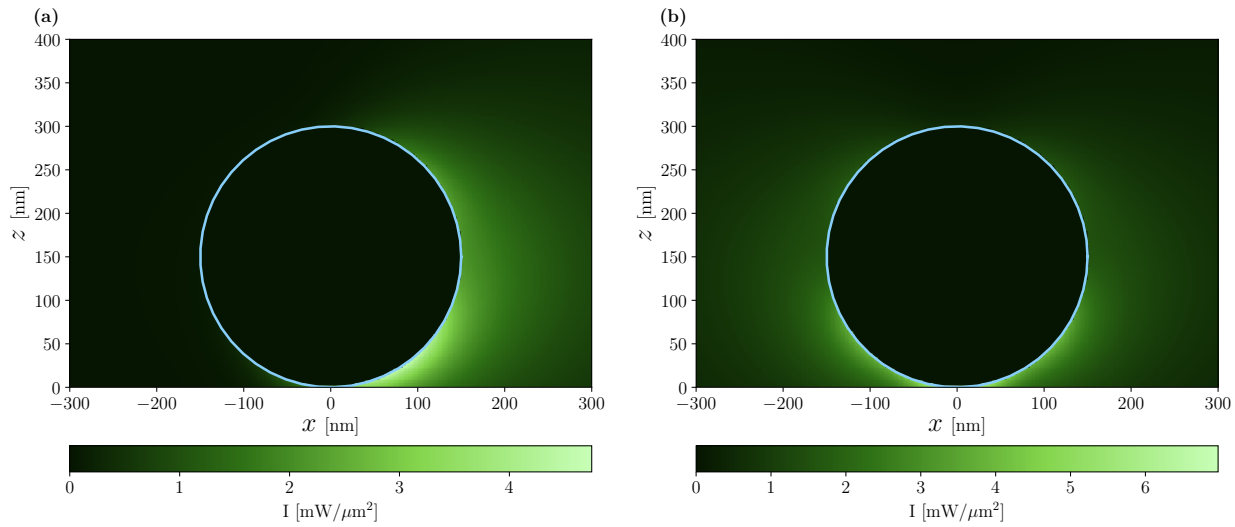


Figura 3.15: Campos esparcidos por una partícula de $a = 100\text{nm}$ para (a) una onda plana incidente y (b) dos ondas planas incidentes contrapropagantes. En ambos casos el campo eléctrico tiene polarización paralela.

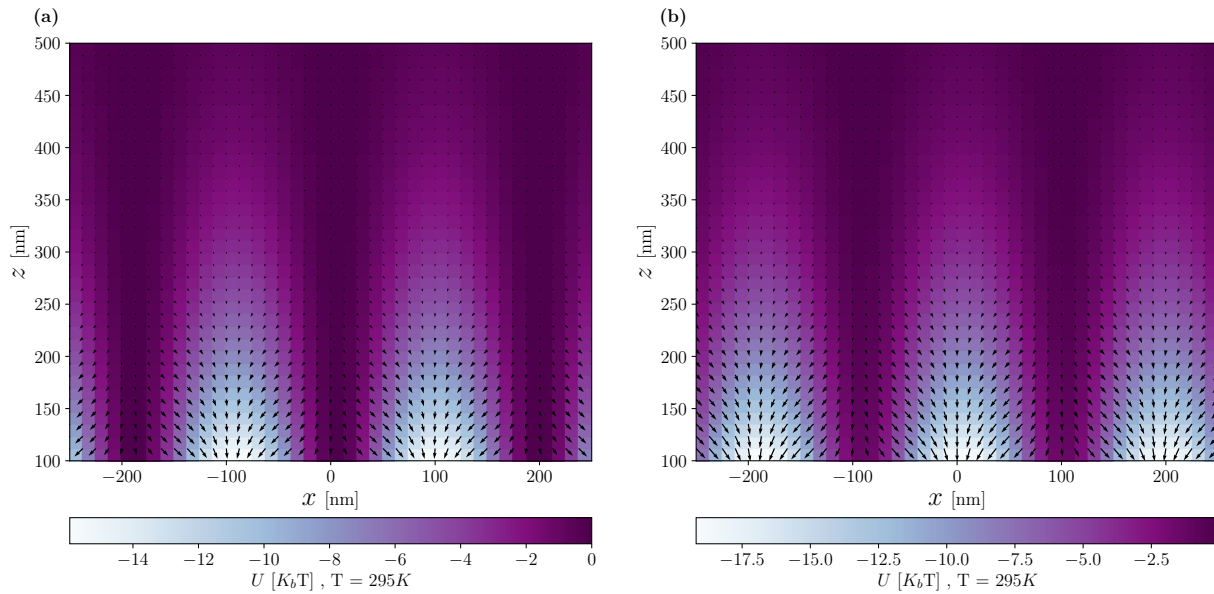


Figura 3.16: Potencial U y campo de fuerzas producido por dos ondas planas incidentes con polarización (a) E_{\perp} y (b) E_{\parallel} , con ángulo $\theta = 65^{\circ}$, para una partícula de radio $a = 100\text{nm}$ e índice de refracción $n_p = 1.5$. Cada uno de las ondas planas es equivalente a un haz gaussiano con $P = 1.15\text{mW}$ y $w_0 = 0.4\mu\text{m}$. Esta Figura es el análogo a la 3.12 pero los cálculos realizados con teoría electromagnética.

Capítulo 4

Fuerzas ópticas producidas por un haz Bessel evanescente en una interfaz vidrio-agua.

Como vimos en el capítulo 3, al incidir dos ondas planas contrapropagantes sobre una interfaz vidrio-agua con un ángulo de incidencia θ mayor al ángulo crítico θ_c la partícula es atraída hacia el patrón de ondas evanescente generados y fuertemente hacia la interfaz debido al rápido decaimiento en la intensidad del campo eléctrico de las ondas evanescentes. En este capítulo se estudiarán distintos sistemas de micromanipulación construidos a partir de pinzas ópticas con el propósito de analizar el efecto de las componentes evanescentes.

En la sección 4.1 se realiza el análisis numérico, utilizando aproximación dipolar, de las fuerzas en distintas pinzas ópticas enfocando luz que producen tres tipos de haces al atravesar la interfaz vidrio-agua. El primer haz está formado únicamente por campos no evanescentes, el segundo contiene ambos tipos de componentes y el último tiene solo componentes evanescentes. Además de esto, se hará una comparación entre la eficiencia de las pinzas estudiadas. En todos los casos anteriores el haz que incide sobre el objetivo será gaussiano y se usará tanto polarización lineal (PL) como polarización circular derecha (PCD).

En la sección 4.2 se presentan los cálculos numéricos para las pinzas ópticas descritas en la sección 4.1 pero utilizando teoría electromagnética. El propósito es encontrar las

principales diferencias entre ambas teorías; además se desea mostrar cómo se comporta la componente F_z de la fuerza óptica en función del radio de las partículas.

Todo el análisis está pensado para poder ser reproducido experimentalmente enfocando un haz láser con longitud de onda $\lambda_0 = 532\text{nm}$ sobre una interfaz vidrio-agua (índices de refracción $n_t = 1.52$ y $n_m = 1.33$, respectivamente) utilizando un objetivo TIRF con apertura numérica $\text{NA} = 1.49$ (como el NIKON Apo TIRF 60X/1.49 Oil Objective), partículas dieléctricas esféricas con índice de refracción $n_p = 1.5$ y radio $a = 100\text{nm}$. Las configuraciones propuestas en este y el siguiente capítulo pueden ser realizadas con el mismo objetivo de microscopio, pero cambiando los radios internos y externos del haz gaussiano circular que incide sobre el objetivo de microscopio, como se representa en la Figura 4.1.

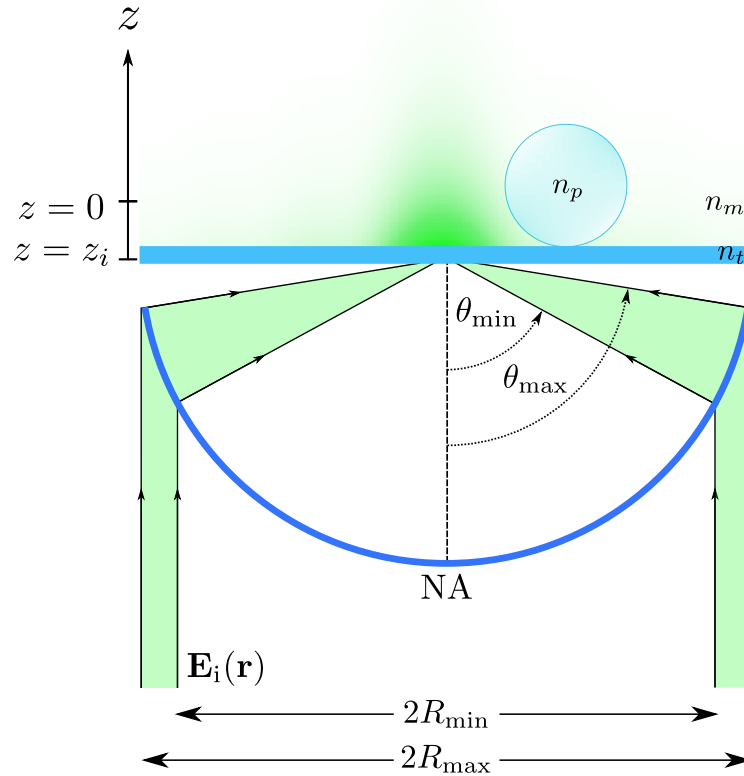


Figura 4.1: Esquema geométrico de un haz enfocado para construir una pinza óptica cambiando el tamaño del haz circular de entrada. Se emplea un objetivo de apertura numérica NA para enfocar un haz descrito por el campo incidente $\mathbf{E}_i(\mathbf{r})$. R_{\max} y R_{\min} corresponden a los radios externo e interno del haz incidente, cada uno incide sobre la interfaz vidrio-agua con un ángulo θ distinto. En $z = 0$ se encuentra el punto focal del objetivo y la posición de la interfaz es $z = z_i$.

4.1. Fuerzas ópticas y potenciales de energía.

A lo largo de la presente sección se mostrarán los resultados de las simulaciones numéricas de las distintas pinzas estudiadas. En la sección 4.1.1 se analizará una pinza óptica sin componente evanescente y posteriormente en la sección 4.1.2 se hará lo mismo para una pinza óptica estándar, es decir, que tiene tanto componentes evanescentes como no evanescentes. Este primer análisis nos permitirá identificar algunas de las principales diferencias en el confinamiento de las partículas utilizando ondas evanescentes. Posteriormente en la sección 4.1.3 se utilizará un haz enfocado solamente evanescente.

Finalmente en la sección 4.3 se hará una comparación de la efectividad de confinamiento de las pinzas estudiadas. En cada uno de los sistemas la potencia que entra al sistema es distinta, sin embargo, la intensidad en el centro del plano $z = 100\text{nm}$ es la misma para todos; lo anterior está construido para poder hacer una comparación justa que no dependa de la intensidad del haz sobre la partícula. En todos los tipos de pinzas la cintura del haz gaussiano que incide sobre el objetivo es igual al radio determinado por la ecuación 2.7, *i.e.*, $\omega_0 = R$.

4.1.1. Pinza óptica sin componente evanescente

Comencemos por la pinza óptica sin componentes evanescentes. Esta puede ser construida con un objetivo de apertura numérica $\text{NA} = 1.33$, o con un objetivo de mayor apertura numérica propuesto (TIRF, $\text{NA} = 1.49$) reduciendo el radio de su apertura R . A lo largo de la sección la magnitud del campo incidente es de $|\mathbf{E}_i| = 3.452 \times 10^2 \text{V/m}$, que es una intensidad de campo eléctrico suficiente para tener un potencial conservativo superior a los $10K_B T$.

Los perfiles de intensidad del haz enfocado en el plano xy y xz se muestran, respectivamente, en las Figuras 4.2 y 4.3. Podemos observar que, para el caso de la polarización lineal en x , el haz enfocado es más extendido en este eje a diferencia de la polarización circular (derecha), en la que el haz presenta una perfecta simetría circular. De esta manera, es de esperarse que la fuerza F_x sea mayor en el caso de la polarización circular al estar la energía del campo más concentrada en el eje x .

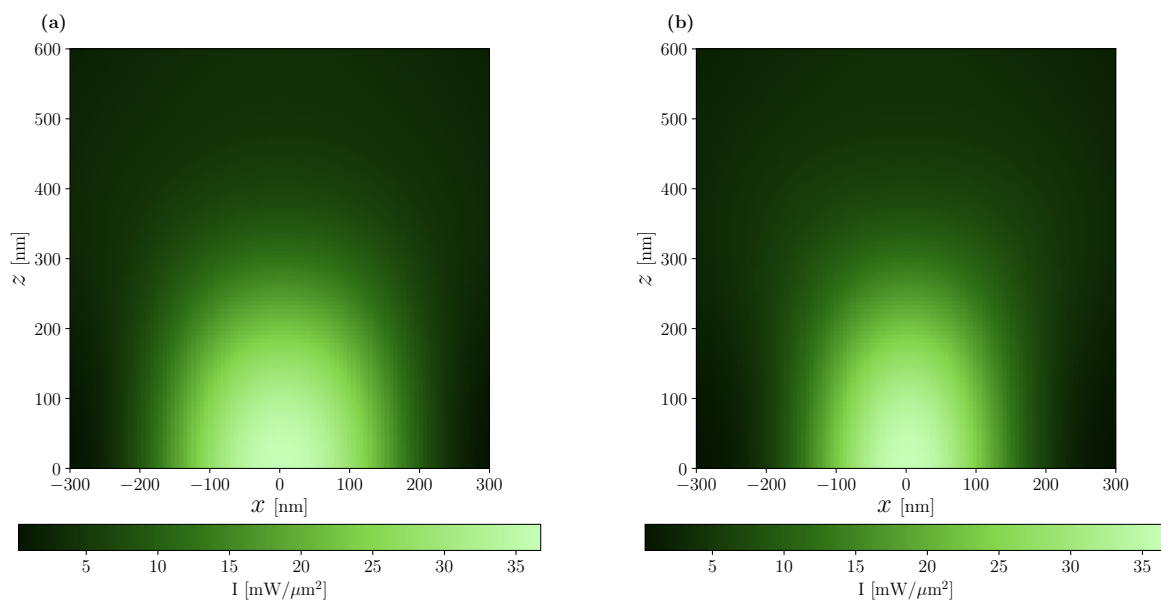


Figura 4.3: Perfil de intensidad en el plano xz en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

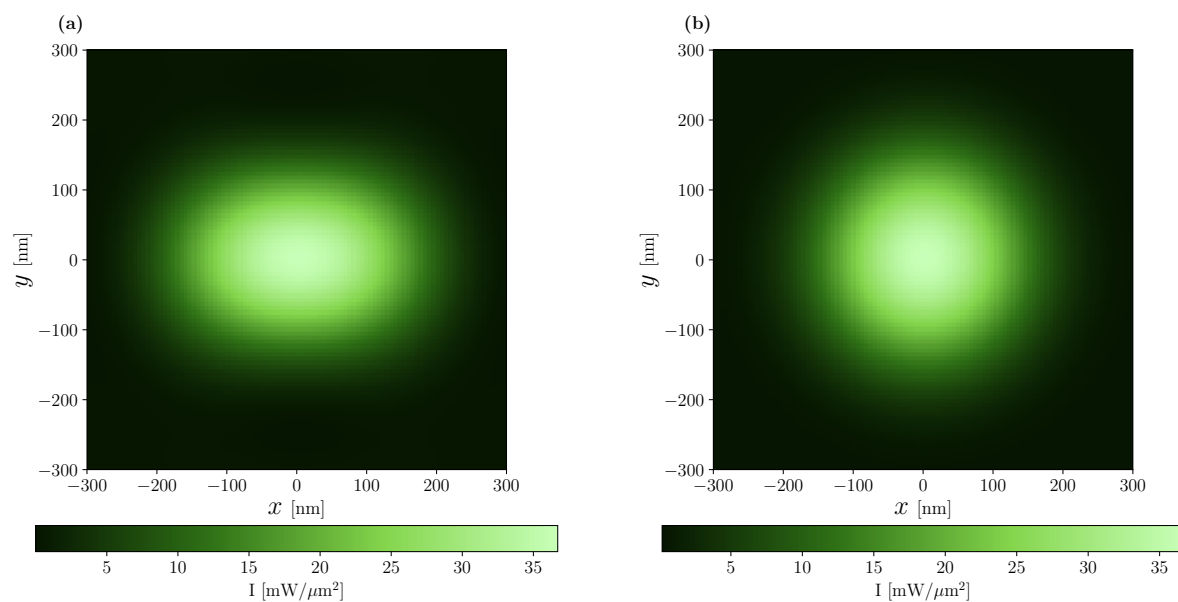


Figura 4.2: Perfil de intensidad en el plano xy en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

En la Figura 4.4 se muestra el campo de fuerzas en el plano xy y $z = 100\text{nm}$. En el fondo se ha graficado el potencial conservativo. Ya que el potencial es mayor a $10K_B T$ es

posible garantizar confinamiento utilizando la magnitud del campo eléctrico indicada. En esta se aprecia el dominio de la fuerza de gradiente en el plano xy , debido que las fuerzas ópticas lleven a la partícula al punto de mayor intensidad del haz enfocado. Esto es de esperarse debido a la simetría del haz.

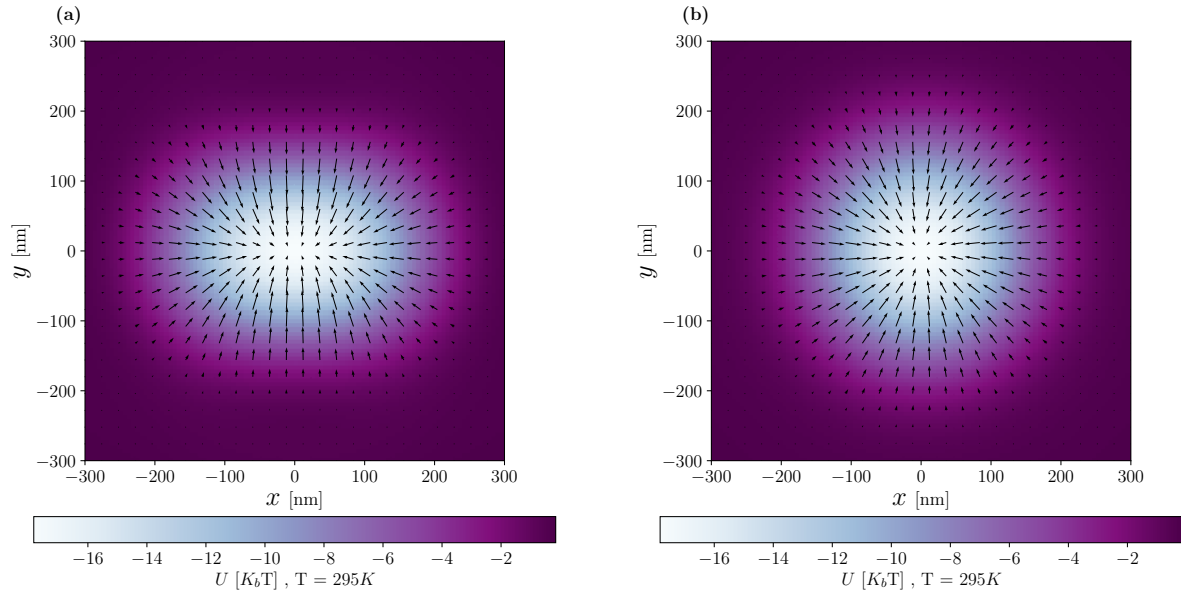


Figura 4.4: Campo de fuerzas y potencial U en $z = a$ e interfaz en $z_i = 0$ producido por haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

En la Figura 4.5 se grafica cada componente cartesiana de la fuerza óptica en función de algún eje que pase por el centro, en este caso, el eje x . Como función de y se espera un comportamiento similar para el caso de polarización lineal e idéntico para polarización circular. Como se previó, la componente F_x para el caso de PCD es mayor en magnitud al usar PL; no solo en magnitud, para PCD la región alrededor de $x = 0$ tiene una mayor pendiente, lo que implicaría un potencial efectivo mayor y un mejor confinamiento. En el caso de PL vemos que la fuerza F_y es nula para cualquier valor de x , mientras que en PCD hay una leve contribución de esta componente. El hecho de que haya una contribución en F_y con PCD posiblemente se deba a una ligera transferencia de momento angular. Para el caso de la fuerza F_z en función de z y en $(x, y) = (0, 0)$ se tiene el mismo comportamiento tanto para PL y PCD. Además, se tiene una fuerza negativa significativa cuando $z < 350\text{nm}$; para $z > 350\text{nm}$ hay puntos en z para los cuales F_z es positiva, al ver el perfil de intensidad

de las Figuras 4.2 es claro que para tales puntos hay una contribución mayor de la fuerza de scattering.

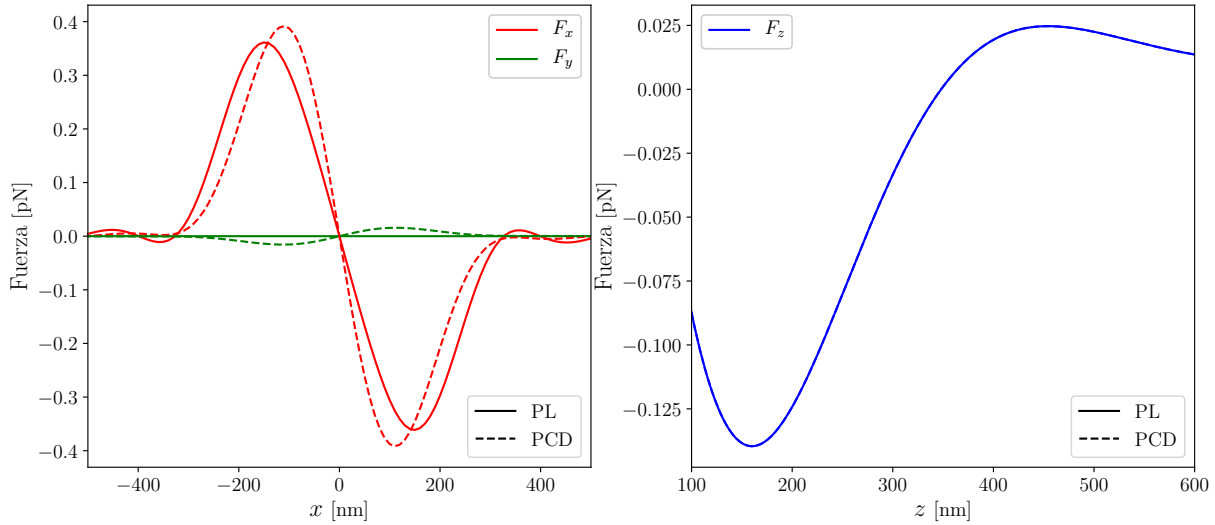


Figura 4.5: Fuerzas ópticas en $z = a$ e interfaz en $z_i = 0$ como función de una coordenada espacial producido por un haz gaussiano enfocado con polarización lineal en x y polarización circular derecha.

¿Qué pasa al variar la posición de la interfaz? Dado que la posición del foco no puede ir más allá de $z > 0$, es claro que para tener un haz enfocado que tenga la máxima intensidad del haz, es necesario mover la posición de la interfaz a valores negativos de z , pues así el foco se encontrará en el medio donde está la partícula. Cabe resaltar que al variar la posición de la interfaz aparecen aberraciones esféricas en el haz, lo que provoca que haya distintos máximos, como se muestra en la Figura 4.6. En la Figura 4.7 se dibuja la magnitud máxima de las fuerzas como función de la posición de la interfaz. Los resultados muestran que la magnitud máxima de la fuerza se alcanza cerca del foco en $z_i = 0$ tanto para F_x como para F_y . Las discontinuidades en la curva son producto de los múltiples máximos que se generan, y que van desapareciendo conforme se alcanza $z_i = 0$. Respecto a F_z se grafican tanto F_z^{\max} y F_z^{\min} debido a que no hay simetría axial y como podemos notar, F_z^{\max} para posiciones de $z_i \ll 0$ siempre es mucho mayor en magnitud a F_z^{\min} , por lo que no se tendrían puntos de equilibrio con la suficiente estabilidad para confinar partículas. Pero, para posiciones de z_i cercanas al foco, F_z^{\max} disminuye drásticamente, pues la región

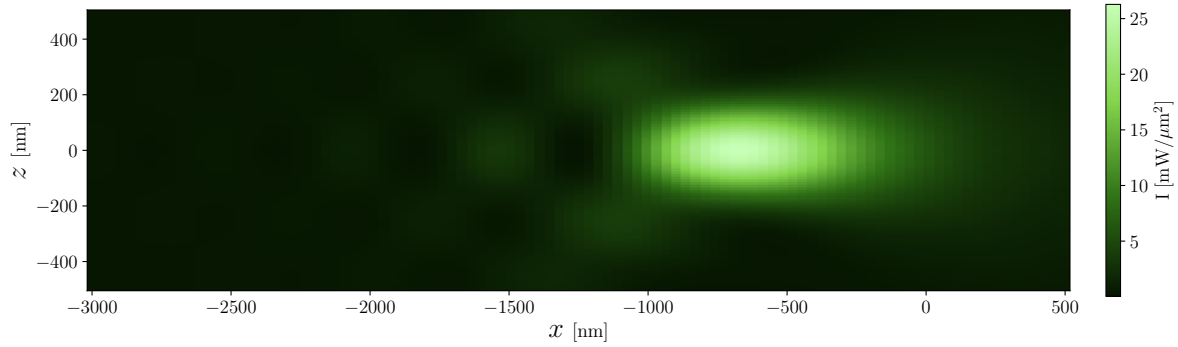


Figura 4.6: Aberraciones esféricas producidas en un haz enfocado por un objetivo de apertura numérica $NA = 1.33$, posición de la interfaz $z_i = -3\mu\text{m}$ y magnitud del campo incidente $|\mathbf{E}_i| = 3.452 \times 10^2 \text{V/m}$. La polarización del haz es circular derecha.

del único máximo ya se encuentra entre el vidrio y el agua, de tal manera que cuando $z_i = 0$ la fuerza positiva y la negativa son comparables, generando un potencial estable.

En la Figura 4.8 se grafica F_z como función de z para distintas posiciones de la interfaz z_i ; se utiliza PCD con partículas de $a = 50\text{nm}$ y 100nm . Pueden apreciarse varios puntos de estabilidad (regiones alrededor de $F_z = 0$ con pendiente negativa) como puntos de inestabilidad (regiones donde $F_z = 0$ con pendiente positiva). Evidentemente, aunque algunas de estas regiones tengan puntos de estabilidad no pueden ser confinantes al no producir un potencial lo suficientemente grande para mantener atrapada a la partícula. Cabe mencionar como, para partículas de 100nm , en la fuerza F_z a lo largo del eje z algunos de los puntos de estabilidad se pierden en el caso de partículas de 100nm . Lo anterior se debe a que la fuerza de gradiente no es suficiente para confinar a las partículas en el eje z , siendo superada por la fuerza de scattering.

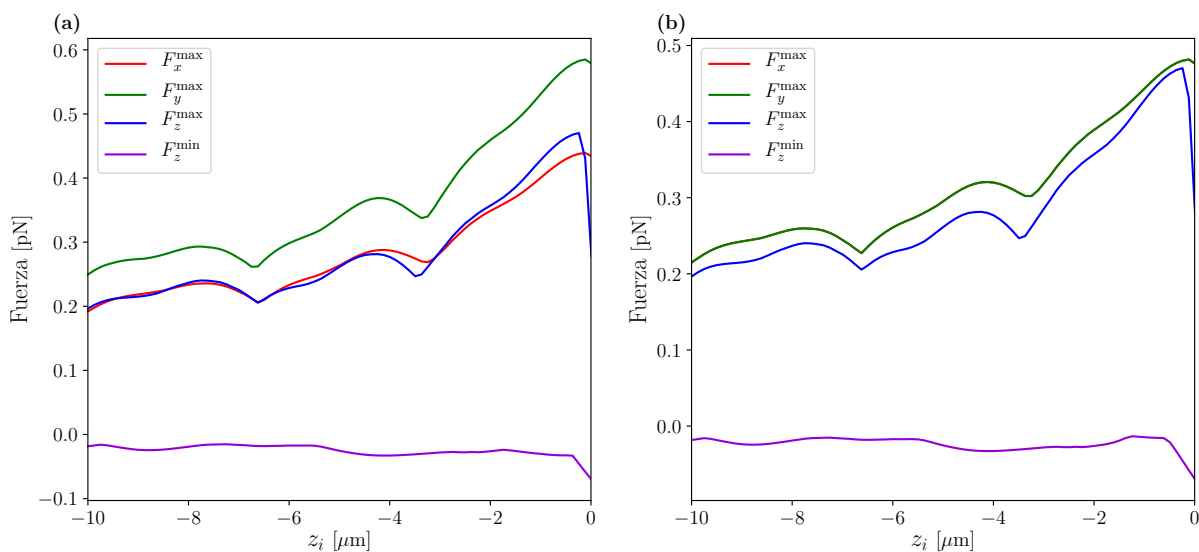


Figura 4.7: Fuerzas ópticas máximas como función de la posición de la interfaz z_i producido por un haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

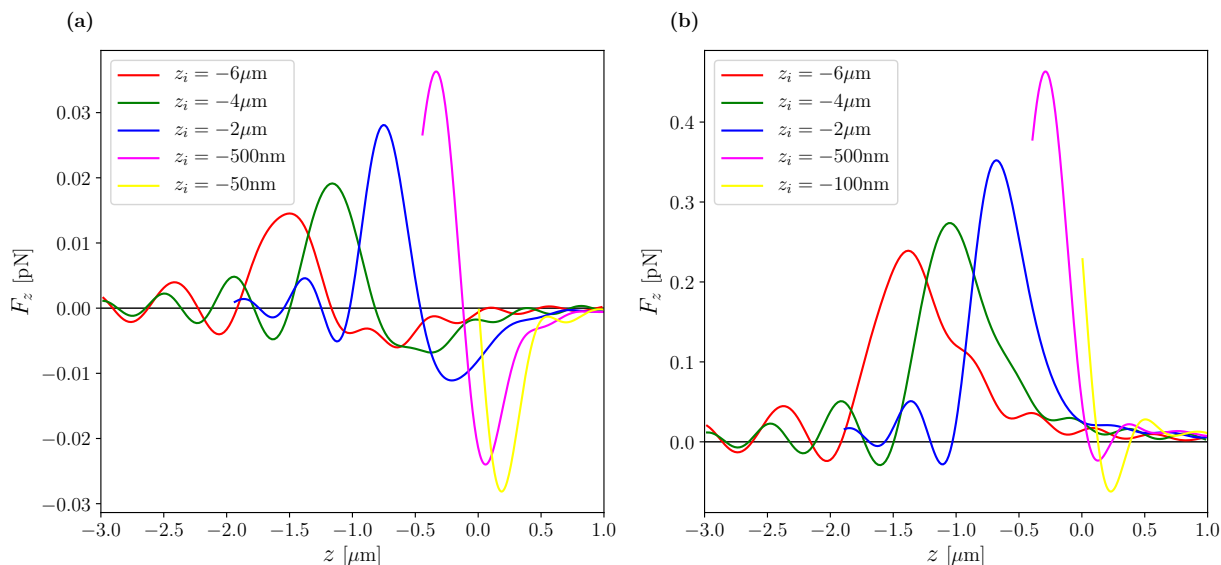


Figura 4.8: Fuerzas ópticas F_z como función de z para distintas posiciones de interfaz z_i , producido por haz gaussiano enfocado con polarización circular derecha y partículas de radio (a) $a = 50 \text{ nm}$ y (b) $a = 100 \text{ nm}$.

4.1.2. Pinza óptica estándar

En esta sección se detalla el comportamiento de la pinza óptica estándar, tal como la concibieron Ashkin *et al.* [9], es decir, un haz fuertemente enfocado utilizando un objetivo de gran apertura numérica, sin importar que haya o no componentes evanescentes. Para este sistema se enfoca un haz gaussiano con $w_0 = 3.27\text{mm}$ con magnitud del campo eléctrico $|\mathbf{E}_i| = 2.972 \times 10^2\text{V/m}$, sobre el objetivo TIRF con $\text{NA} = 1.49$. Los resultados cualitativamente son muy similares a la pinza óptica sin componente evanescente, pero cuantitativamente hay algunas diferencias importantes las cuales no son totalmente evidentes.

Como se puede apreciar en las Figuras 4.9 y 4.10 el perfil de intensidad es bastante similar para el caso sin componente evanescente (Figuras 4.2 y 4.3). Sin embargo, podemos ver que la intensidad a lo largo del eje z decrece más rápido en la pinza óptica estándar.

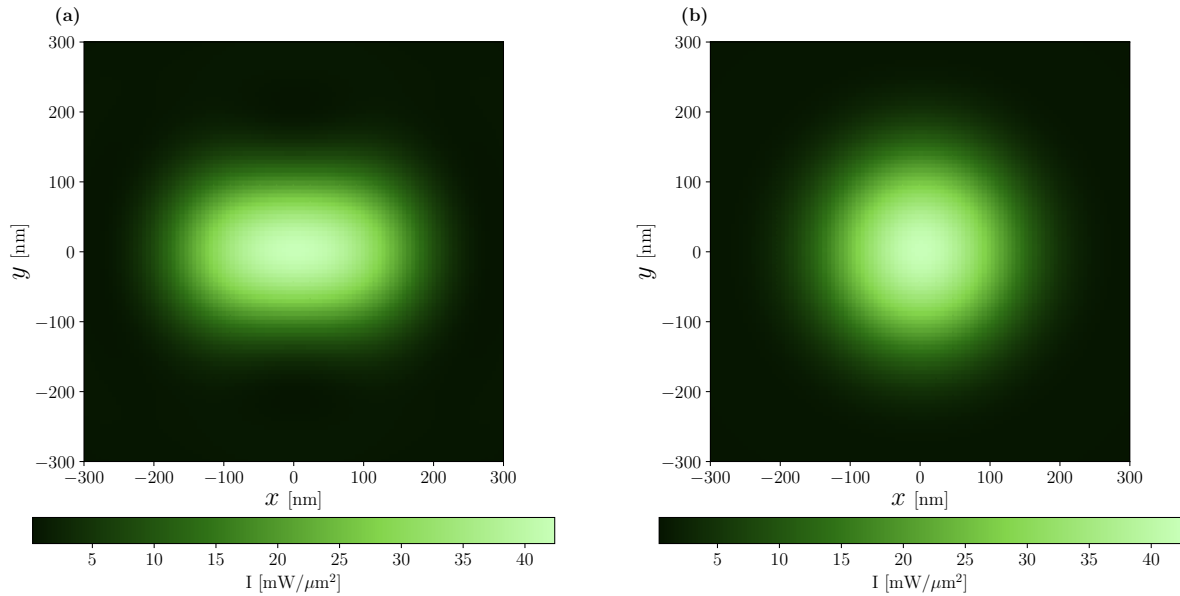


Figura 4.9: Perfil de intensidad en el plano xy en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

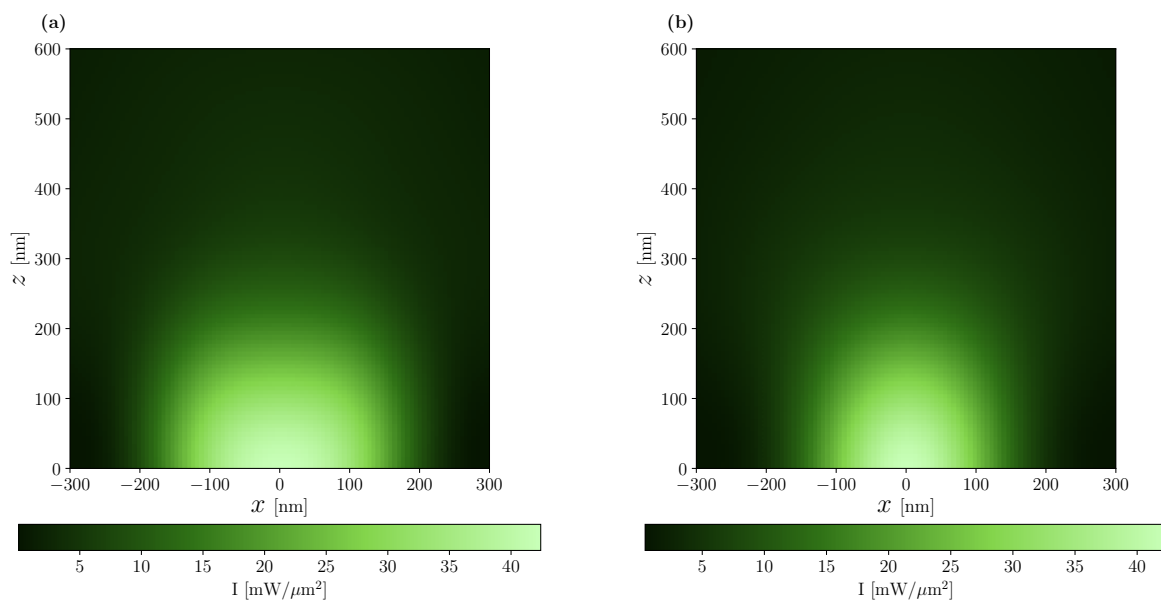


Figura 4.10: Perfil de intensidad en el plano xz en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado con componente evanescente y (a) polarización lineal en x , (b) polarización circular derecha.

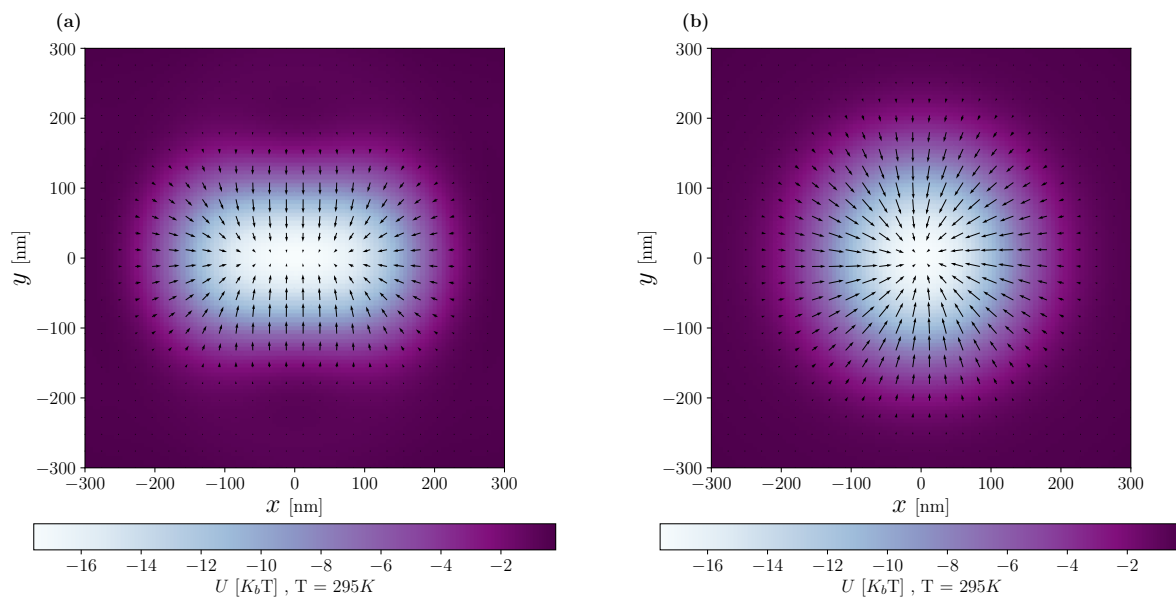


Figura 4.11: Campo de fuerzas y potencial U en $z = a$ e interfaz en $z_i = 0$ producido por haz gaussiano enfocado con componente evanescente y (a) polarización lineal en x , (b) polarización circular derecha.

En la Figura 4.11 se encuentra el campo de fuerzas así como el potencial conservativo

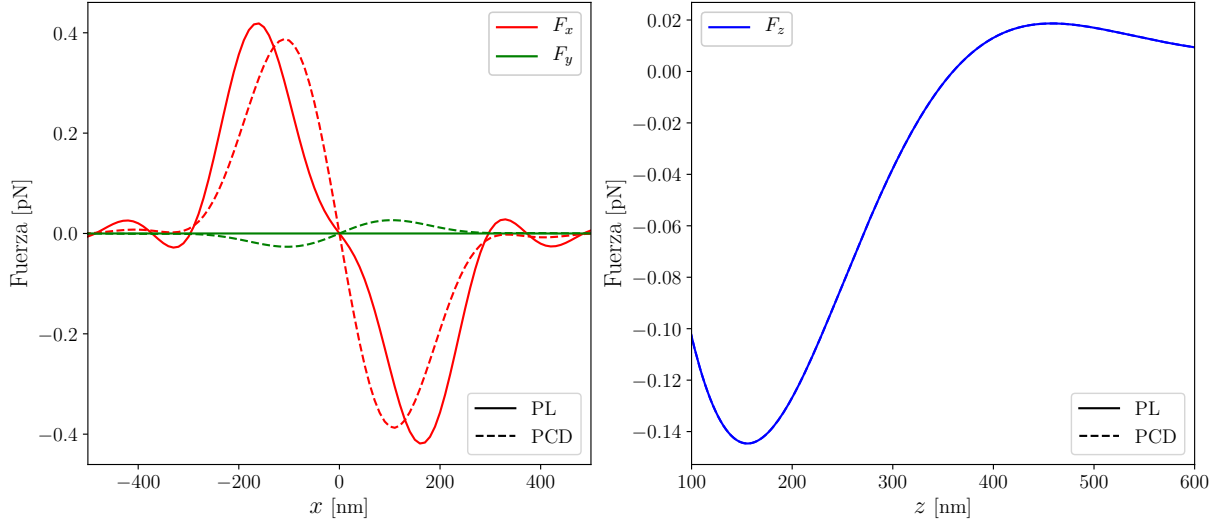


Figura 4.12: Fuerzas ópticas en $z = a$ e interfaz en $z_i = 0$ como función de una coordenada espacial producido por haz gaussiano enfocado con polarización lineal en x y polarización circular derecha.

en el plano $z = a$. Como se mencionó al principio, la intensidad del haz enfocado se elige de tal manera que el máximo en $z = a$ sea la misma para todas las pinzas; esto se ve al comparar con la Figura 4.4. En la Figura 4.11 podemos apreciar que esta pinza es capaz de confinar en este plano debido a la fuerza de gradiente.

De nueva cuenta, podemos observar en la Figura 4.12a que usar PCD ejerce un mejor confinamiento que utilizar PL. Además, a comparación del caso sin evanescencia (véase Figura 4.5a), PL tiene un peor confinamiento al reducirse la pendiente de F_x alrededor de $x = 0$. Cuando se tiene PCD no se tiene una diferencia entre ambas pinzas. En la Figura 4.12b se encuentra F_z como función de z en $(x, y) = (0, 0)$. A pesar de que al principio vimos que en la pinza óptica estándar la intensidad decae más rápido en z se tiene la misma fuerza en ambas pinzas.

Al obtener las fuerzas máximas al desplazar la posición de la interfaz, en la Figura 4.14, se obtiene un comportamiento muy similar al caso de la pinza sin componente evanescente. A diferencia al caso sin componentes evanescentes, al aprovechar toda la apertura del objetivo las fuerzas F_x^{\max} y F_y^{\min} disminuyen levemente cerca de $z_i = 0$, posiblemente debido a la forma en que se distribuye la energía del haz cerca del máximo.

Nuevamente en la Figura 4.14 vemos el efecto de las aberraciones al desplazar la po-

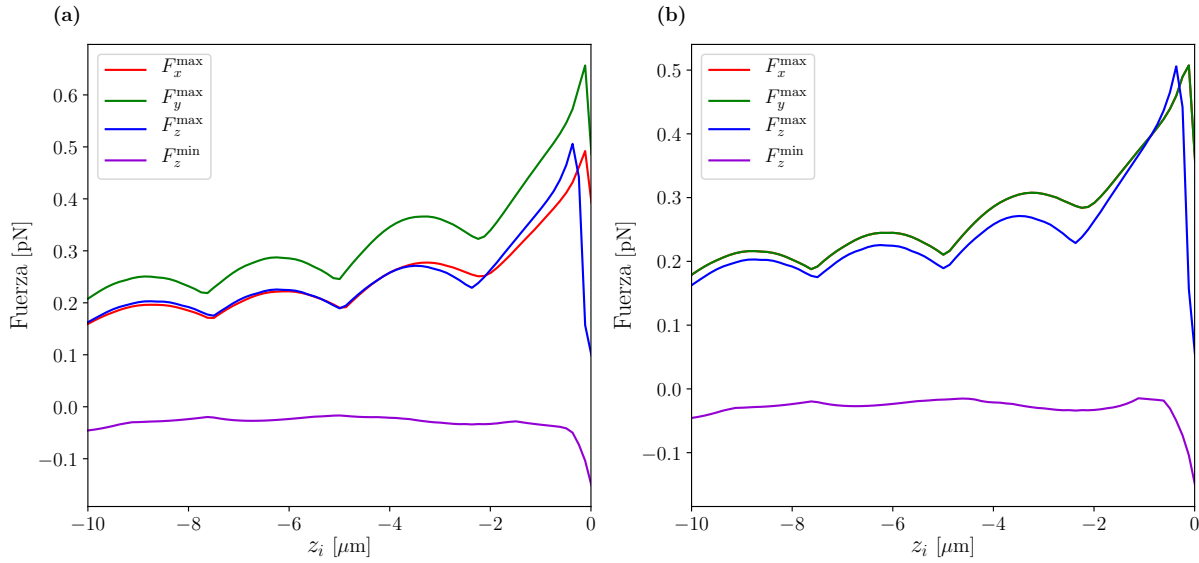


Figura 4.13: Fuerzas ópticas máximas como función de la posición de la interfaz z_i producido por haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

sición de la interfaz z_i . Para ambas partículas el comportamiento es el mismo comparado con pinza sin evanescencia (vease la Figura 4.8). La cantidad de aberraciones y su posición parecen ser las mismas, lo cual se debe a que las componentes no evanescentes tienen mayor magnitud. Sin embargo, cuando la interfaz se encuentra en $z_i = -a$, la magnitud de F_z es mucho mayor y posiblemente se deba al gradiente producido por el rápido decaimiento en intensidad de las componentes evanescentes.

4.1.3. Pinza óptica evanescente

En esta sección se considera el estudio de una pinza óptica en la que el haz enfocado está constituido solamente de componentes evanescentes. Al tener una interfaz vidrio-agua es necesario enfocar únicamente las componentes del haz con $\theta > \theta_c$ (vease la Figura 2.2). El haz gaussiano incidente tendrá una cintura $w_0 = 3.27\text{mm}$ con magnitud $|\mathbf{E}_i| = 3.01 \times 10^3\text{V/m}$ y se aprovecha toda la apertura numérica del objetivo ($\text{NA} = 1.49$).

Utilizando el objetivo propuesto para este capítulo, sobre este se debe incidir un anillo, cuyo radio mínimo corresponde a $\theta = \theta_c$ por la condición de Abbe (ecuación 2.7). Este sistema de manipulación óptico fue propuesto por primera vez por Gu *et al.* [25].

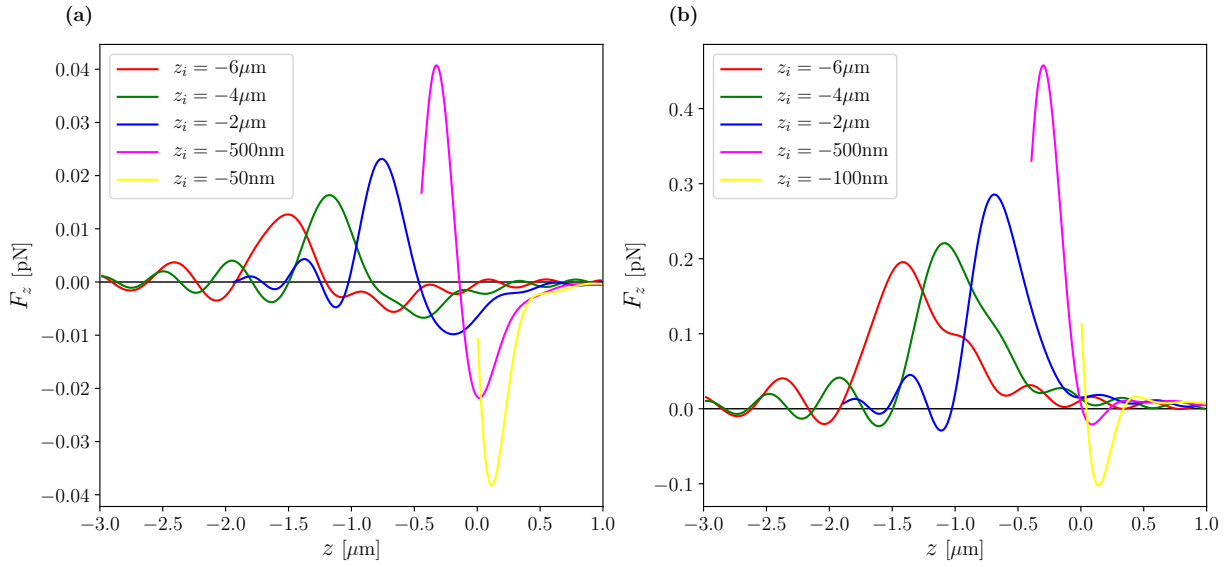


Figura 4.14: Fuerzas ópticas F_z como función de z para distintas posiciones de interfaz z_i , producido por haz gaussiano enfocado con polarización circular derecha y partículas de radio (a) $a = 50\text{nm}$ y (b) $a = 100\text{nm}$.

En la Figura 4.15 se encuentra la intensidad del campo eléctrico enfocado en el plano $z = 0$. Sin duda alguna la diferencia más importante respecto a los sistemas estudiados en las subsecciones 4.1.1 y 4.1.2 es la descomposición del haz cuando se tiene PL, así como que ambos haces tienen una estructura anillada. En particular, el caso con PL fue reportado por Chon, Gu, Bullen, y Mulvaney [59] y posteriormente utilizado para confinar partículas [25]. Un estudio reciente con una configuración similar con ambas polarizaciones fue realizado por Liu *et al.* [37]. Como explican Gu *et al.* [25], este tipo de haz permite una reducción significativa en el tamaño de la región de máxima intensidad, así como un aumento en su magnitud; por tanto la fuerza de gradiente debe ser mucho mayor a las pinzas estudiadas con anterioridad.

Aunque al tener polarización lineal el gradiente es mayor al tener más concentrado el haz, como en las Figuras 4.16a y 4.17b, el hecho de tener las dos regiones brillantes puede no ser lo más óptimo cuando se desea confinar una partícula en un punto. Como podemos ver en las Figuras 4.16b y 4.17b, al utilizar polarización circular el haz vuelve a estar concentrado en un punto, como es deseable para confinamiento. A pesar de esto, aunque con PCD se tiene un único punto de equilibrio, este posee un gradiente radial muy

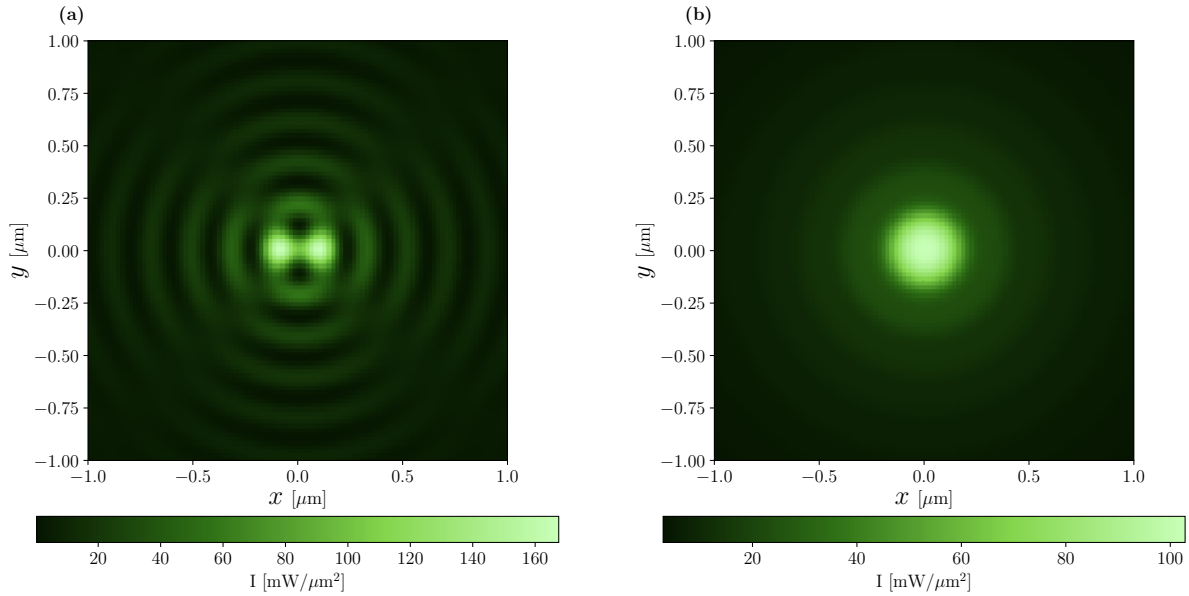


Figura 4.15: Perfil de intensidad en el plano xy en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado puramente evanescente con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

pequeño, además el tamaño del haz enfocado es más amplio respecto a las pinzas ópticas anteriormente estudiadas con PCD; esto se resolverá en el capítulo 5. El hecho de obtener un haz enfocado con una estructura anillada como se muestra en la Figura 4.15 no es una sorpresa, pues Durnin, Miceli Jr, y Eberly [60] ya habían reportado que enfocar un haz con forma de anillo producirá un haz Bessel. Es importante destacar que el haz obtenido al enfocar un anillo sobre la interfaz con componentes mayores al ángulo crítico en el plano xy tiene las características de un haz Bessel, pero a lo largo de z decaerá en amplitud de manera exponencial debido a que esta formado por ondas evanescentes.

Al analizar el campo de fuerzas con tener PL, podemos ver en la Figura 4.18a que en los dos puntos de máxima intensidad las fuerzas de gradiente obligan a la partícula a ir hacia estos. Aunque la intensidad y su gradiente sean grandes, si la partícula logra escapar ligeramente del potencial es muy posible que sea desviada a la otro punto de equilibrio. En cuanto a PCD, como se aprecia en la Figura 4.18b, a pesar de que sólo hay una región de máxima intensidad, y que el gradiente de la fuerza conservativa sea mayor a $10K_B T$, la fuerza de scattering ya ejerce un efecto considerable, produciendo que el centro no sea un punto tan estable. Para evaluar realmente el confinamiento de la trampa será necesario

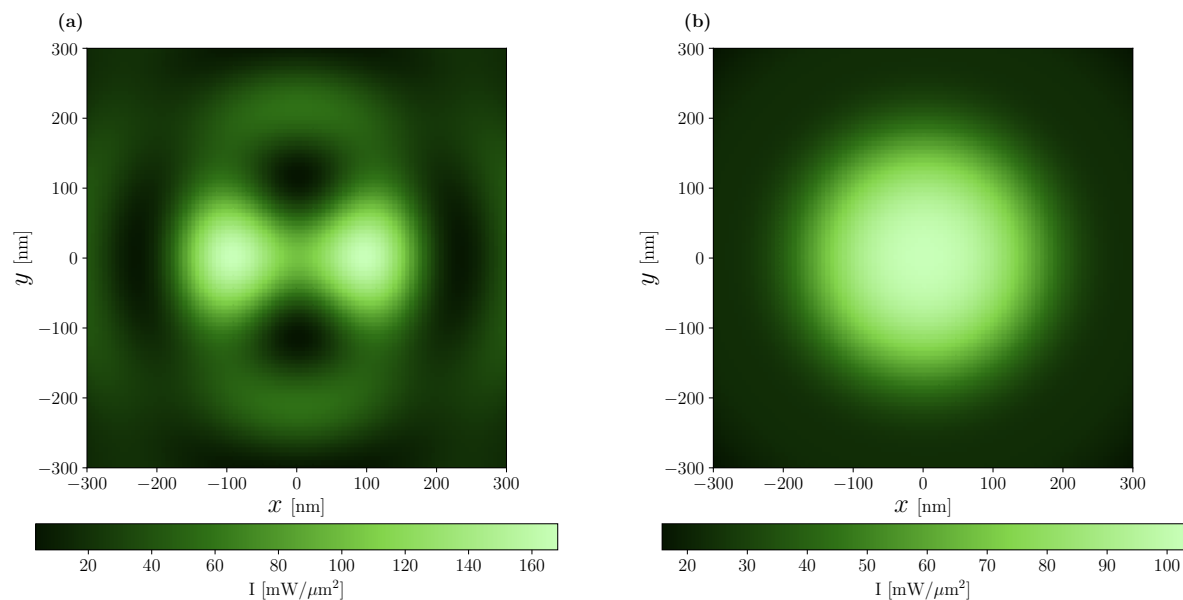


Figura 4.16: Perfil de intensidad en el plano xy en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado puramente evanescente con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

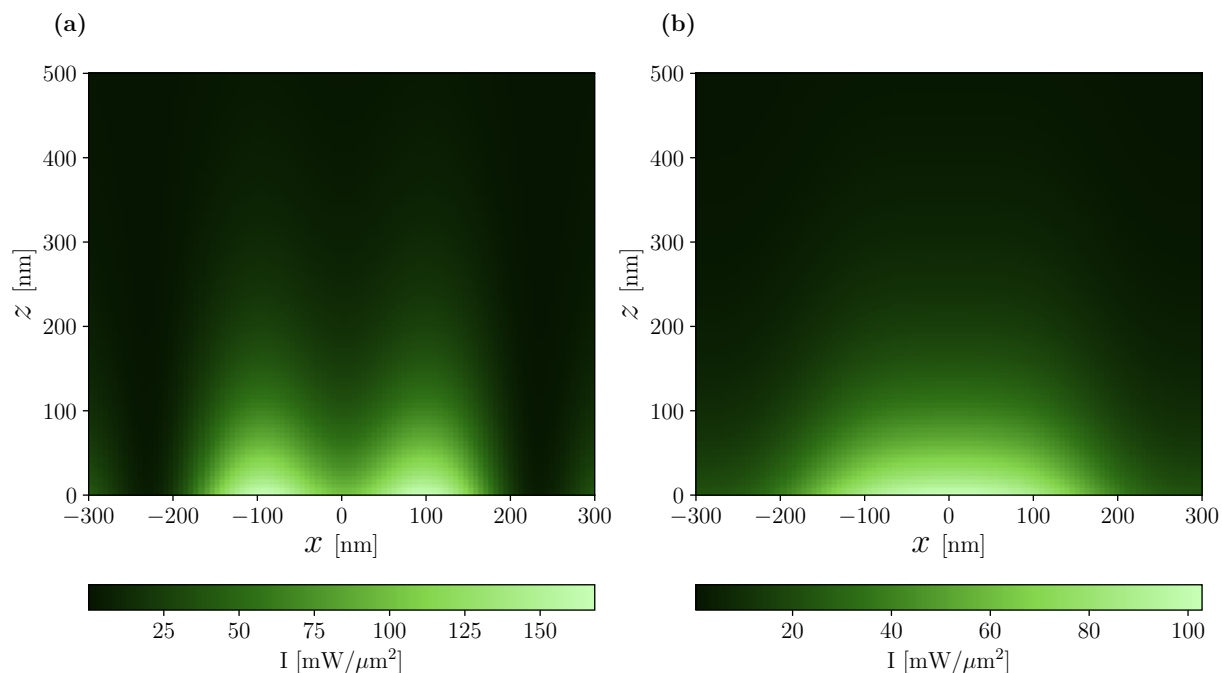


Figura 4.17: Perfil de intensidad en el plano xz en $z = 0$ e interfaz en $z_i = 0$ de un haz gaussiano enfocado puramente evanescente con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

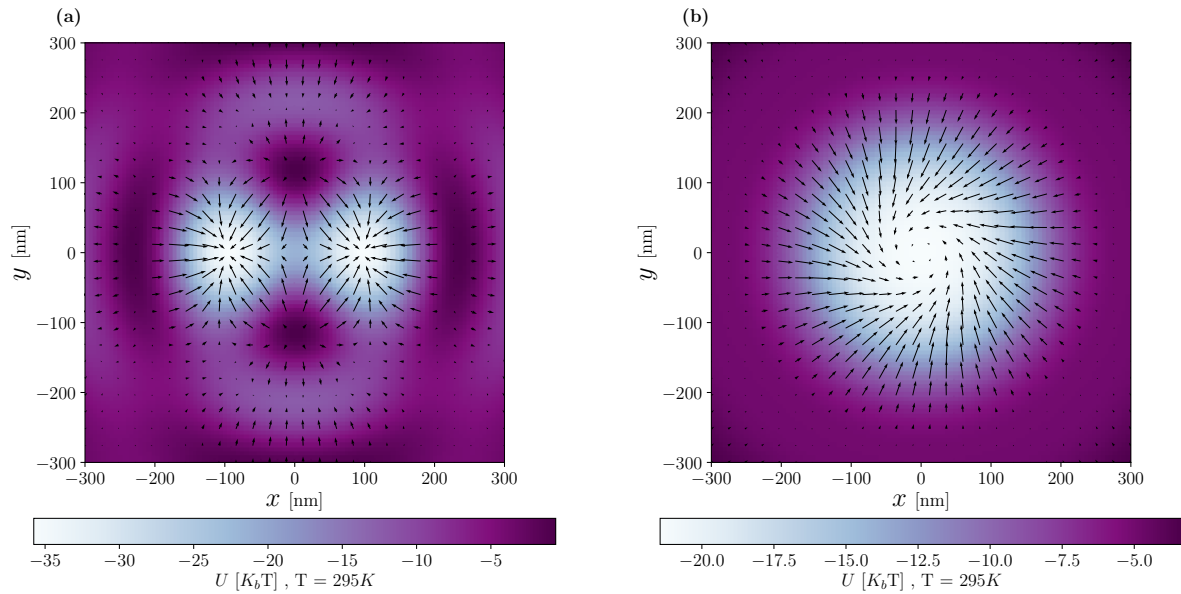


Figura 4.18: Campo de fuerzas y potencial U en $z = a$ e interfaz en $z_i = 0$ producido por haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

obtener un potencial efectivo alrededor del punto de equilibrio, lo cuál se hará utilizando el factor adimensional C (ecuación 2.36). Como se visualiza en la gráfica, el gradiente es incapaz de mantener una fuerza confinante lo suficientemente grande; por tanto, el momento angular debido a la polarización circular [50] hace rotar a la partícula alrededor del centro.

El usar PCD aparenta no ser lo más efectivo para confinar a una partícula de estas características en una posición estable, pero si se logra anular la transferencia de momento angular es posible crear una trampa óptica mucho mejor a todas las estudiadas en el presente capítulo; esto se hará en el capítulo 5.

Las fuerzas F_x y F_y generadas por el campo puramente evanescente respecto a las pinzas sin evanescencia y la estándar son bastante distintas. En la Figura 4.19a podemos ver para PL, que hay dos puntos de equilibrio sobresalientes que corresponden a los máximos de intensidad, no sólo la pendiente de la curva es mayor (y por ende, un potencial efectivo mayor) sino que la magnitud de las fuerzas llega a ser más del doble. Evidentemente, cuando se tiene PL no hay rastro de transferencia de momento angular, por lo que F_y es nula para $y = 0$. Al tener PCD vemos que, en el centro efectivamente el potencial es muy

pobre, impidiendo un confinamiento en el centro; sin embargo, la fuerza máxima ejercida es comparable con las pinzas ya estudiadas. Evidentemente aquí la componente F_y es comparable con F_x , produciendo una rotación efectiva de la partícula.

La fuerza F_z también resulta cualitativamente distinta a los sistemas estudiados en las secciones 4.1.1 y 4.1.2. Como se expone en la Figura 4.19b, para el caso puramente evanescente se tiene una fuerza totalmente negativa, debido al intenso decaimiento en la intensidad de las ondas evanescentes. Evidentemente, debido a que en PL el haz se concentra más fuertemente en dos puntos, la magnitud de F_z será mayor, casi el doble que en PCD. La principal ventaja al usar ondas evanescentes es la magnitud de esta fuerza axial, la cual es prácticamente un orden de magnitud mayor comparado con los sistemas anteriores; además, no se tienen los puntos de inestabilidad en este eje.

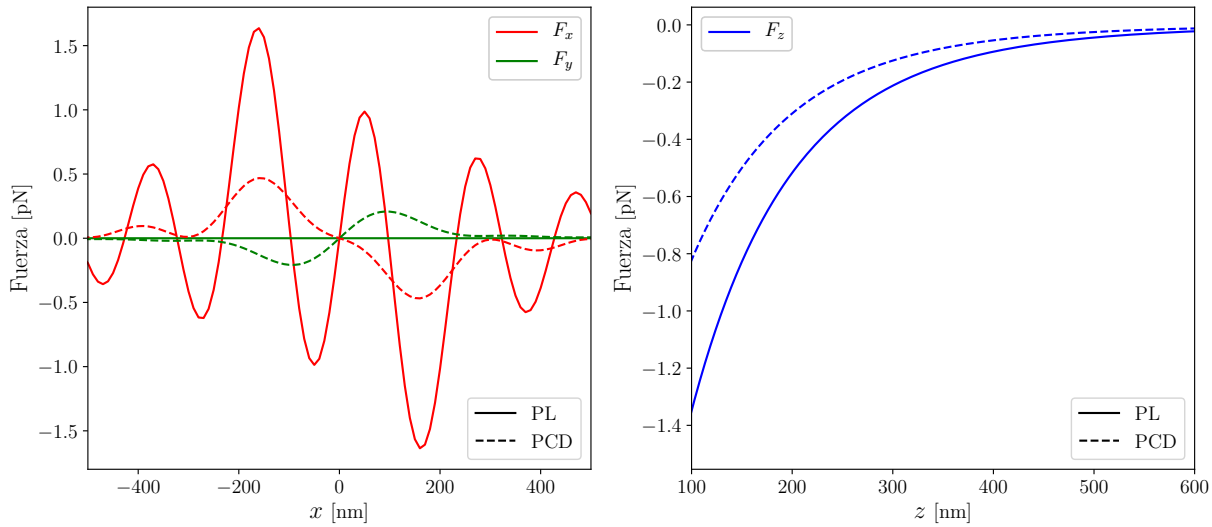


Figura 4.19: Fuerzas ópticas en $z = a$ e interfaz en $z_i = 0$ como función de una coordenada espacial producido por haz enfocado con componentes puramente evanescentes y (a) polarización lineal en x , (b) polarización circular derecha.

Cuando se cambia la posición de la interfaz las múltiples aberraciones que se tienen en los sistemas con componentes no evanescentes desaparecen. De esta manera, las fuerzas máximas que se muestran en la Figura 4.20, no presentan discontinuidades, además la fuerza F_z^{\max} prácticamente se anula y es la fuerza F_z^{\min} quien realiza el confinamiento axial al llevar a la partícula contra la interfaz. Es evidente que la posición óptima es $z_i = 0$, pues

es donde todas las fuerzas tiene su valor máximo. Para el caso de PL se tienen fuerzas transversales y axiales mayores que al usar PCD, esto es claro pues como se discutió anteriormente, la energía del haz se concentra de manera más eficiente, solo que ocurre en dos puntos.

Como se comentó y se exhibe en la Figura 4.21, cuando se tienen componentes que sólo son evanescentes hay un punto de estabilidad, y por lo general es pegado a la interfaz o muy cerca de esta. Hay pequeñas zonas en las que el máximo no se genera sobre la interfaz, sino unas decenas de nanómetros por encima de esta. Es de esperarse que las aberraciones a lo largo del eje axial desaparezcan, pues como se mostró en las Figuras 4.8 y 4.14, estas se generan varias micras después de la interfaz, algo que un campo evanescente como el utilizado no puede alcanzar.

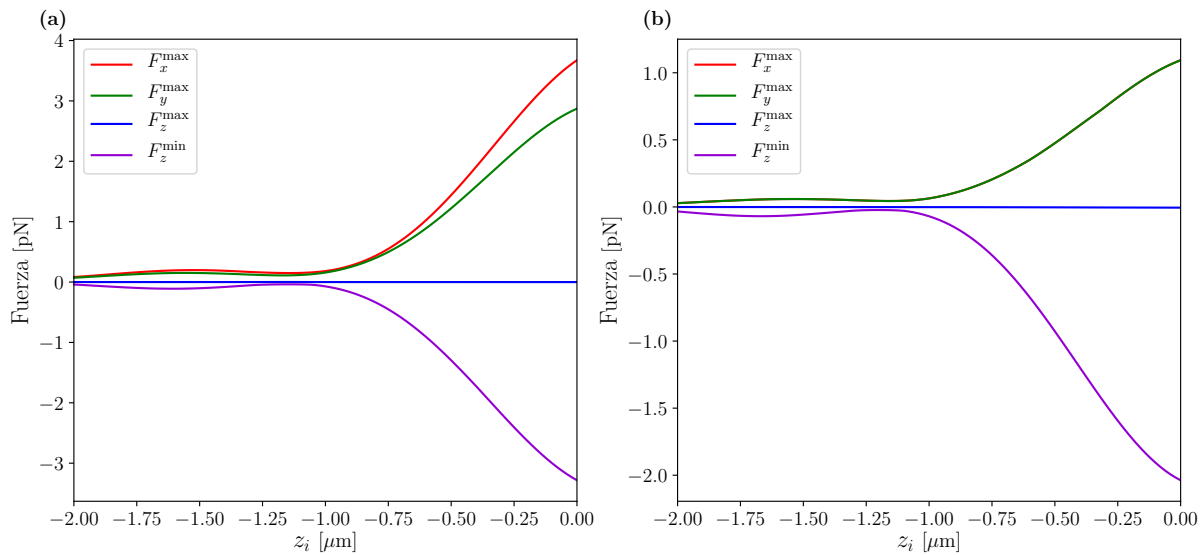


Figura 4.20: Fuerzas ópticas máximas como función de la posición de la interfaz z_i producido por haz gaussiano enfocado con (a) polarización lineal en x y (b) polarización circular derecha.

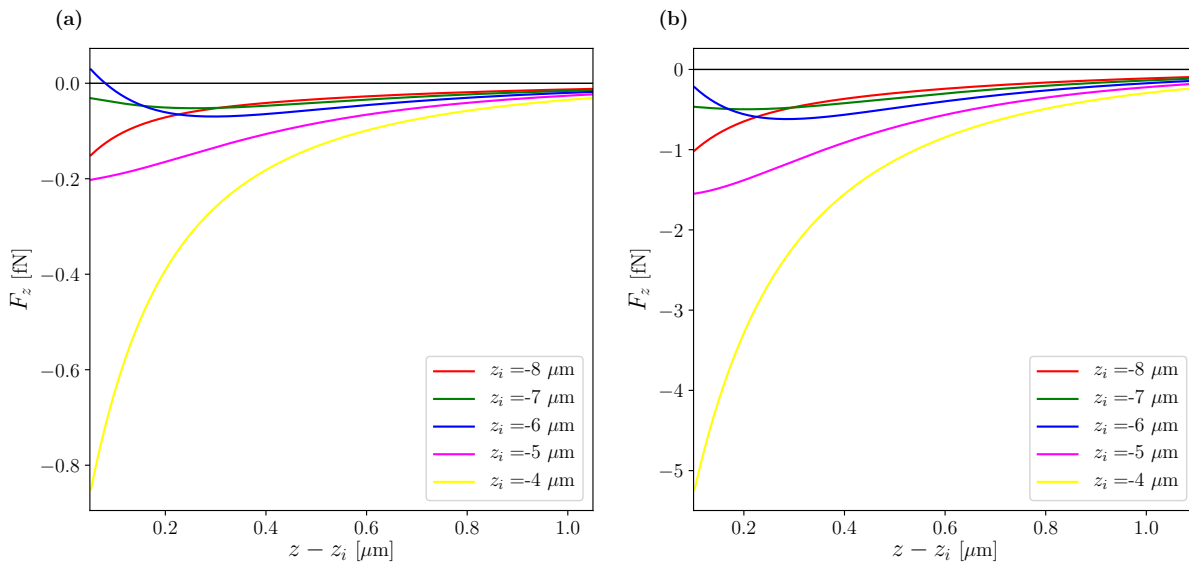


Figura 4.21: Fuerzas ópticas F_z como función de z para distintas posiciones de interfaz z_i , producido por haz gaussiano enfocado con polarización circular derecha y partículas de radio (a) $a = 50\text{nm}$ y (b) $a = 100\text{nm}$.

4.2. Cálculo de fuerzas ópticas con teoría de Mie

Para finalizar, se recalcularán algunas de las fuerzas ópticas con mayor relevancia para el estudio de las pinzas ópticas de esta sección, pero utilizando teoría electromagnética con el propósito de reconocer el error cometido utilizando aproximación dipolar.

Como se recalcó en las subsecciones anteriores, es de suma importancia conocer las fuerzas transversales F_x y F_y a lo largo del eje x . En las Figuras 4.22a, 4.23a y 4.24a se exhibe cómo cualitativamente las fuerzas son muy parecidas (vease las Figuras 4.5a, 4.12a y 4.19a, respectivamente). Sin embargo, el cambio más drástico es que éstas son menores, en magnitud, comparadas con lo que predice la aproximación dipolar. Particularmente cabe resaltar el caso puramente evanescente, donde la fuerza óptica se reduce aproximadamente a la mitad, además, la transferencia de momento angular es menos efectiva.

Una duda que surge es, si sobre el eje axial, se sigue cumpliendo que el punto de equilibrio es en el punto $z = a$. Evidentemente, esto ocurrirá mientras la fuerza F_z sea negativa, pues llevará a la partícula hacia la interfaz. En las Figuras 4.22b, 4.23b y 4.24b se grafica la fuerza a lo largo del eje axial para distintos tamaños de partículas. Como es de esperar-

se, para radios de partícula pequeños (*i.e.*, menores a 50nm) siempre debería tenerse una fuerza negativa; para partículas más grandes esto se sigue cumpliendo. Comparado con aproximación dipolar, cabe mencionar que la teoría electromagnética predice fuerzas mayores en el eje axial para una partícula de 100nm, contrario a lo que pasa con evanescencia pura, en el cual la magnitud de la fuerza se ve disminuida.

Un aspecto a destacar de F_z , de la Figura 4.19b, vemos que la fuerza axial al tener el haz con PL siempre mayor que PCD; la aproximación dipolar siempre predice eso para cualquier tamaño de partícula. Sin embargo, al utilizar teoría electromagnética, como vemos en la Figuras 4.24, para partículas con $a > 125\text{nm}$ la polarización circular derecha ejerce un mejor confinamiento en este eje.

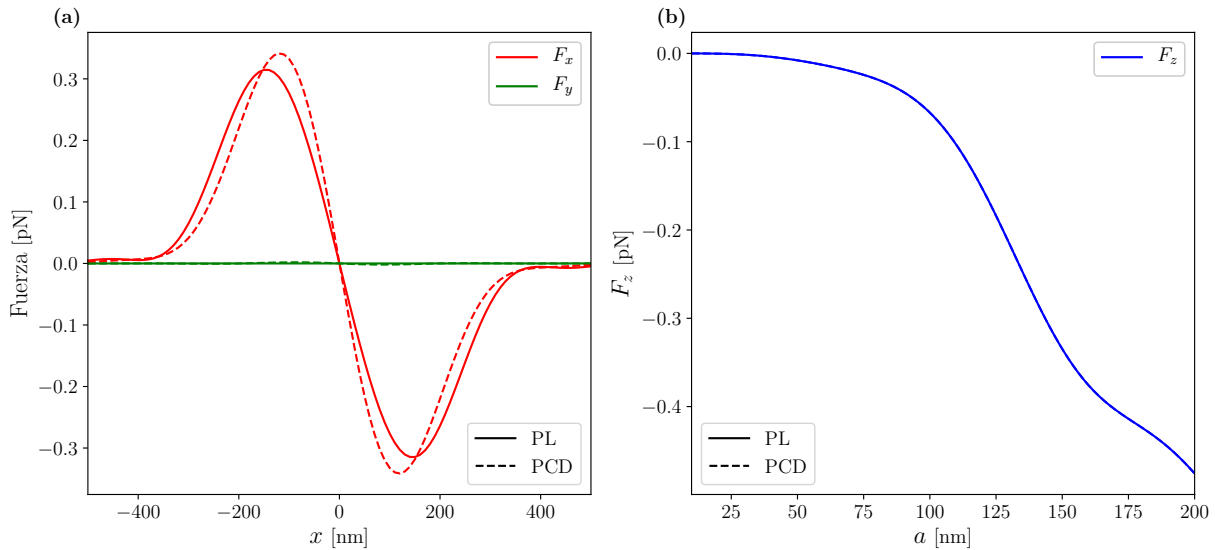


Figura 4.22: (a) Fuerzas ópticas F_x , F_y en $(y, z) = (0, a)$ para una partícula de radio $a = 100\text{nm}$ como función de x producido por haz gaussiano enfocado con polarización lineal en x y polarización circular derecha; (b) Fuerza F_z en $(x, y, z) = (0, 0, a)$ en función del radio de la partícula. La posición de la interfaz es $z_i = 0$, la magnitud $|\mathbf{E}_i| = 3.542 \times 10^2 \text{V/m}$ y $w_0 = 2.92\text{mm}$. Sólo se enfocan componentes de \mathbf{E}_i menores ángulo crítico *i.e.* $\text{NA}=1.33$.

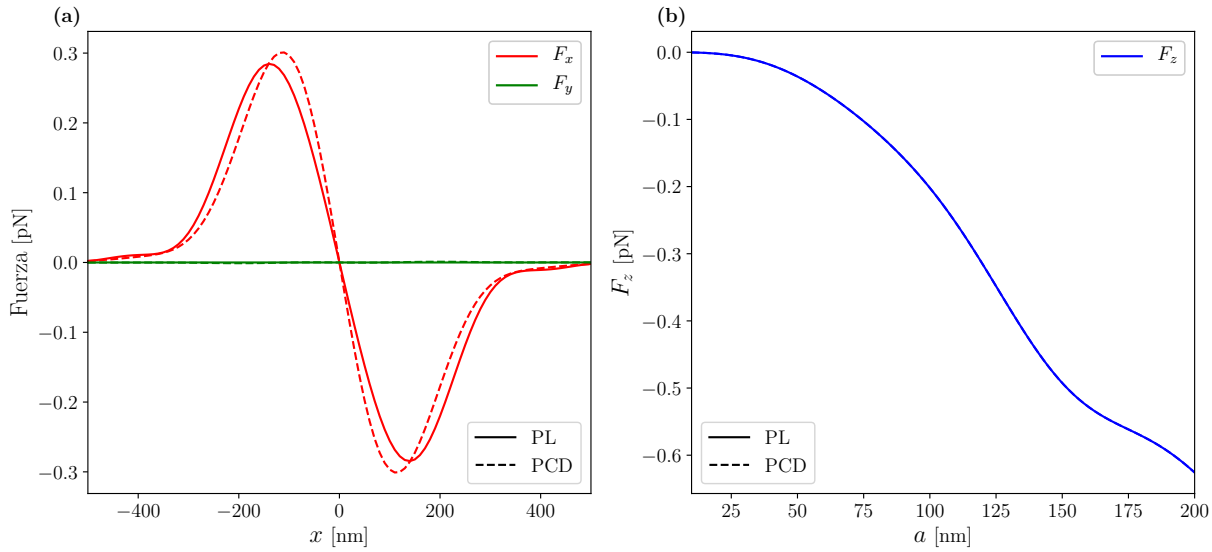


Figura 4.23: (a) Fuerzas ópticas F_x , F_y en $(y, z) = (0, a)$ para una partícula de radio $a = 100\text{nm}$ como función de x producido por haz gaussiano enfocado con polarización lineal en x y polarización circular derecha; (b) Fuerza F_z en $(x, y, z) = (0, 0, a)$ en función del radio de la partícula. La posición de la interfaz es $z_i = 0$, la magnitud $|\mathbf{E}_i| = 2.972 \times 10^2 \text{V/m}$ y $w_0 = 3.27\text{mm}$.

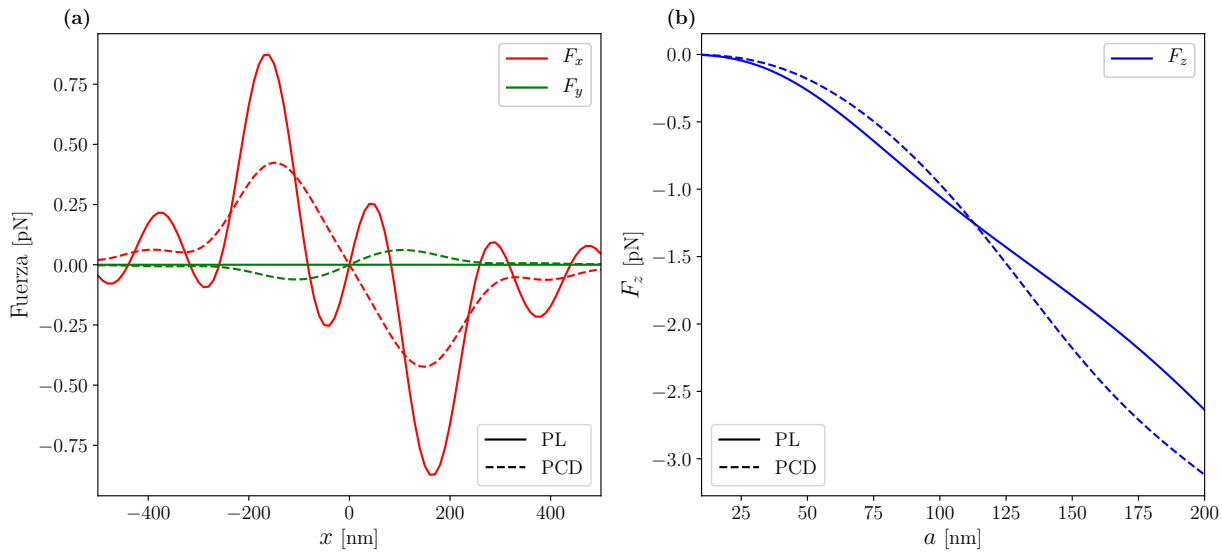


Figura 4.24: (a) Fuerzas ópticas F_x , F_y en $(y, z) = (0, a)$ para una partícula de radio $a = 100\text{nm}$ como función de x producido por haz gaussiano enfocado con polarización lineal en x y polarización circular derecha; (b) Fuerza F_z en un punto de equilibrio como función del radio de la partícula. La posición de la interfaz es $z_i = 0$, la magnitud $|\mathbf{E}_i| = 3.01 \times 10^3 \text{V/m}$ y $w_0 = 3.27\text{mm}$. Sólo se enfocan componentes de \mathbf{E}_i mayores al ángulo crítico.

4.3. Comparación entre pinzas

A lo largo del presente capítulo se realizó el cálculo de fuerzas para distintos sistemas de manipulación óptica utilizando haces enfocados a través de una superficie vidrio-agua. En particular, varios de los sistemas presentan la capacidad de poder atrapar partículas de 100nm de radio en un punto de equilibrio, comúnmente en el centro.

Sin embargo, para el caso en que el haz enfocado es puramente evanescente con polarización lineal, es claro que este sistema no es el más adecuado para atrapar partículas nanométricas en un único punto. Aunque se ha demostrado previamente [25] que se puede limitar el movimiento de una partícula dieléctrica en una región, las comparaciones entre pinzas se realizarán únicamente con PCD.

En las Figuras 4.8, 4.14 y 4.21 se concluyó que en el centro del plano transversal y sobre el eje axial z pueden existir múltiples puntos de equilibrio, por lo que el factor \mathcal{C}_z se elige como el máximo en caso de existir más de uno. En dicho punto se calcula \mathcal{C}_{rad} (debido a la simetría circular del haz en el plano transversal).

En la Figura 4.25 se grafican los valores del factor de confinamiento \mathcal{C} definido en la ecuación 2.36 para las tres pinzas previamente estudiadas, utilizando únicamente PCD para distintas posiciones de la interfaz z_i . Los cálculos fueron realizados con teoría electromagnética, pues en algunos casos la aproximación dipolar ya no predice confinamiento debido al tamaño de la partícula.

Como se puede notar, y era de esperarse, el confinamiento de la pinza evanescente en el eje axial es muchísimo mejor que el resto de sistemas, generando valores de \mathcal{C}_z más del triple. La eficiencia radial \mathcal{C}_{rad} se calculó en el centro del plano xy , esperando aquí se encuentre el punto de equilibrio. Sin embargo, como se aprecia en las gráficas, existen algunas posiciones de la interfaz donde el centro no es un punto de equilibrio y se obtiene valores de \mathcal{C}_{rad} negativos. Como se había previsto en la Figura 4.18b el centro no es un punto de equilibrio, sino que la partícula gira alrededor debido a la transferencia de momento angular de espín; esto produce que en el haz evanescente en algunos casos el centro no sea punto estable.

Las otras dos pinzas que incluyen componentes no evanescentes presentan un com-

portamiento bastante similar, pero con una mejor eficiencia en el eje transversal. Cabe mencionar que la pinzas óptica estándar, que incluye tanto componentes evanescente y no evanescentes es la menos eficiente en el eje axial cerca de $z_i = 0$.

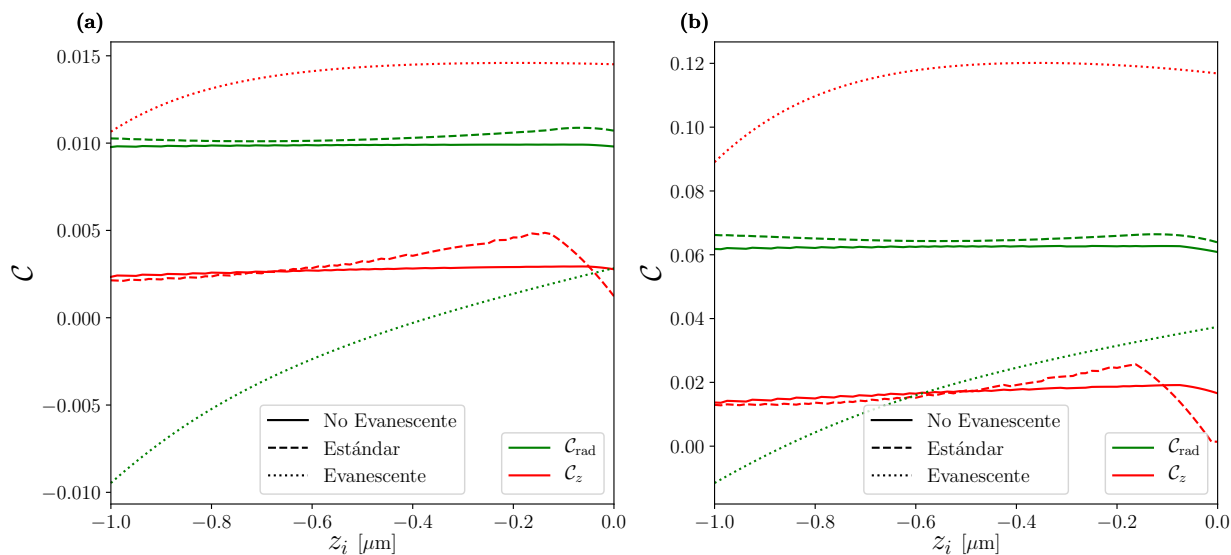


Figura 4.25: Comparación entre pinzas ópticas con PCD utilizando el parámetro \mathcal{C} para partículas con radio (a) $a = 50\text{nm}$ y (b) $a = 100\text{nm}$. Se muestran los distintos tipos de pinzas estudiados.

Capítulo 5

Fuerzas ópticas en un haz enfocado evanescente con momento angular de espín y orbital

En la sección 4.1.3 se consideró una pinza óptica con componentes puramente evanescentes al enfocar un anillo mediante un objetivo de alta apertura numérica, sobre una interfaz vidrio-agua. Este tipo de haz hereda la forma anillada típica de un haz Bessel, con la peculiaridad de que si el haz tiene polarización circular, partículas dieléctricas medianas como una de 100nm experimentan un torque que la hace girar en el plano transversal alrededor del centro. Debido a que el haz introducido no tiene una fase helicoidal, pero sí está polarizado circularmente es visible una conversión de momento angular de espín a momento angular orbital.

En el presente capítulo se introducirá una fase helicoidal $e^{i\ell\varphi}$ al haz a enfocar, y cómo se describió en la sección 2.6, se espera que este haz evanescente genere vórtices y pueda transferir momento angular a la partícula. El campo incidente será el mismo que en la sección 4.1.3, con la misma amplitud y misma cintura w_0 .

5.1. Fuerzas con momento angular orbital ℓ

Comencemos por considerar cargas topológicas positivas, desde $\ell = 0$ hasta $\ell = 3$. De esta manera, el haz gaussiano incidente es de la forma

$$\mathbf{E}_i = \frac{E_0}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{x}} + \sigma\hat{\mathbf{y}})e^{i\ell\varphi}, \quad (5.1)$$

donde $\sigma = \pm 1$, lo que implica respectivamente, polarización circular izquierda y derecha.

En la Figura 5.1 se muestra el potencial conservativo y el campo de fuerzas que ejerce el haz enfocado. Cuando el haz de entrada no posee momento angular orbital ($\ell = 0$) sólo posee momento angular de espín, por lo que el potencial es idéntico para $\sigma = \pm 1$, pero el torque sobre la partícula es en el sentido opuesto. Un caso de interés es cuando se tienen momento angular orbital y de espín en sentidos opuestos, como $\ell = 1$ y $\sigma = -1$, produciendo que la zona brillante sea aún más pequeña con un potencial conservativo mayor; en pocas palabras, la potencia entrante en el sistema es mejor aprovechada cuando el momento angular total es nulo.

Al aumentar la carga topológica ℓ se hace evidente la aparición de un vórtice óptico definido por un anillo principal que aumenta de radio conforme ℓ es mayor. Como menciona Nieminen *et al.* [54], la transferencia de momento angular en haces enfocados no paraxiales no es separable a $j = \ell + \sigma$ en todas las componentes del campo; únicamente es válido en la componente axial E_z , como se verá más adelante. Esto se puede observar en la Figura 5.1, donde los potenciales producidos por haces con el mismo valor de j muestran un comportamiento de fuerzas y perfil similar, pero los potenciales no son iguales, lo que se aprecia de manera sencilla porque difieren levemente en magnitud.

A primera vista, al tener $\ell = 0$ en la Figura 5.1, no se nota un vórtice óptico: no hay una región de intensidad cero en el centro. Para poder apreciar el vórtice así como la conversión de momento angular de espín a orbital es necesario concentrarse en la intensidad y fase de la componente E_z del campo eléctrico. En la Figura 5.2 se exhibe los perfiles de intensidad de un haz evanescente con $\sigma = 1$ y $\ell = 0$. Claramente, la intensidad debida a las componentes transversales no exhiben un vórtice óptico, ya que la conversión de momento angular ocurre únicamente en la componente z . En I_z podemos ver claramente la presencia

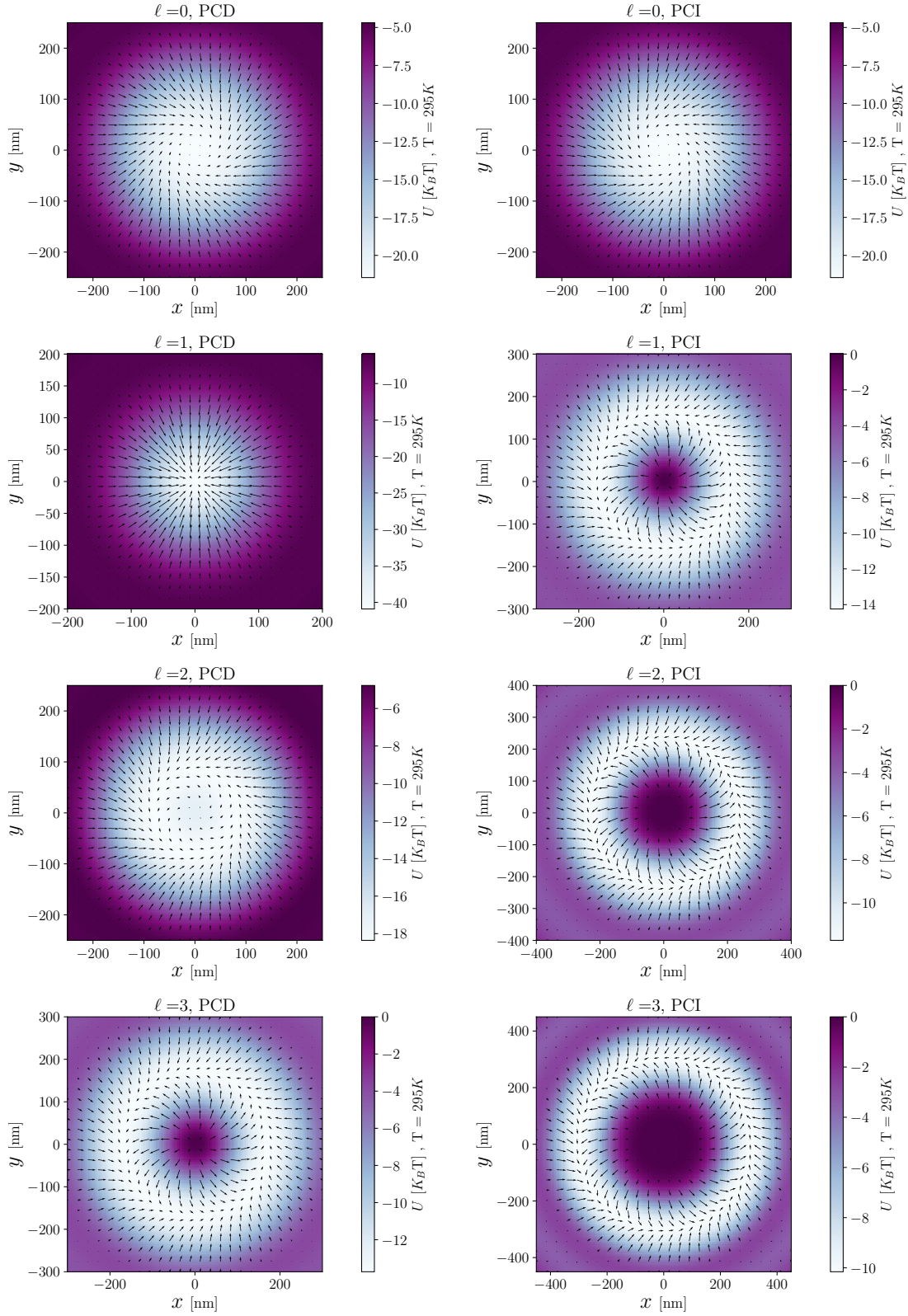


Figura 5.1: Campo de fuerzas y potencial U producidas por un haz evanescente con polarización circular y distintas cargas topológicas ℓ .

del vórtice, debido a que la fase del campo E_z es de la forma $e^{i1\varphi}$, es decir, va de 0 a 2π una vez. Esta es la responsable del torque en las partículas, como ya señalaban Nieminen *et al.* [54].

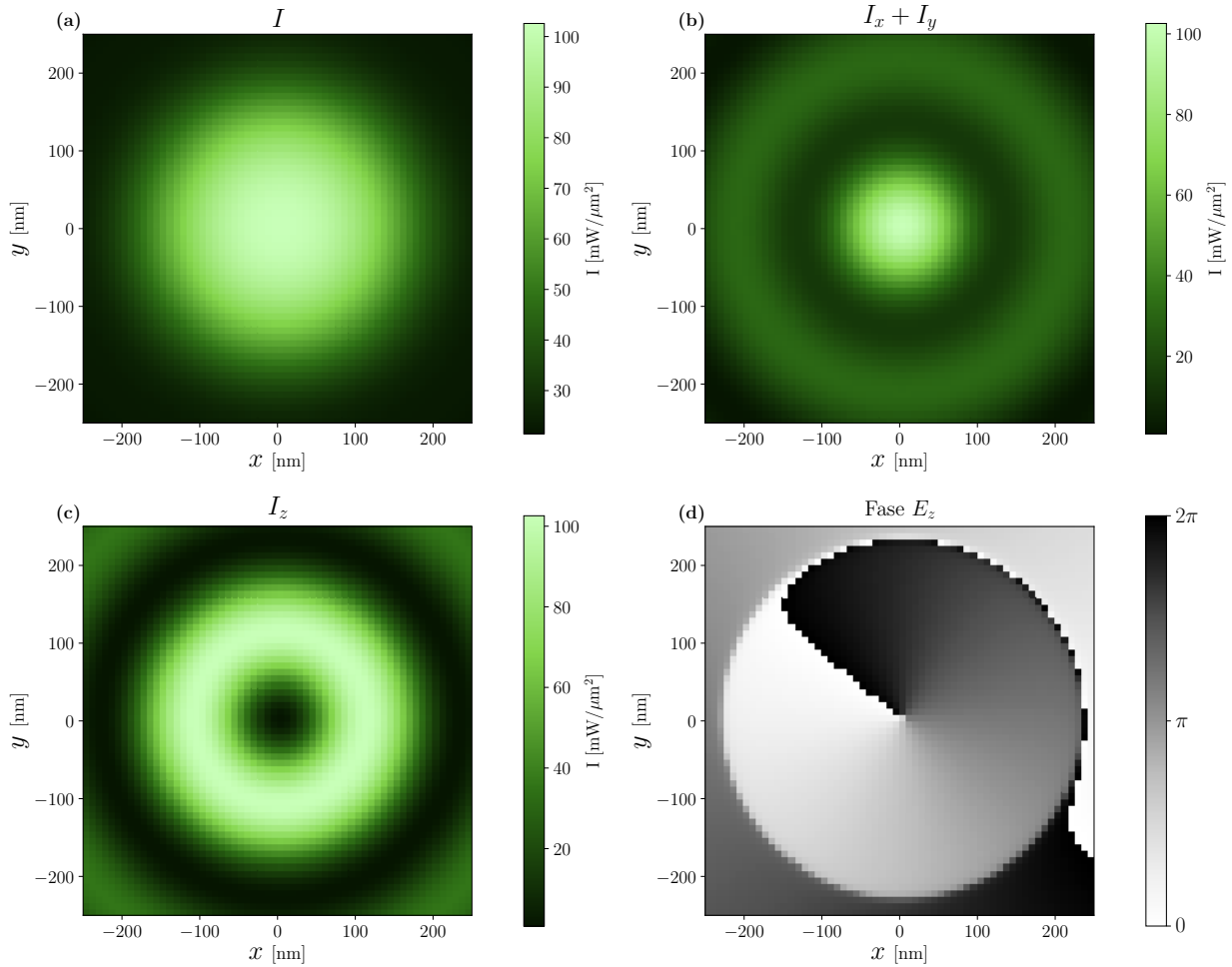


Figura 5.2: Perfiles de intensidad en el plano $z = 0$ para un haz evanescente con $\ell = 0$ y $\sigma = 1$, y fase de la componente z del campo eléctrico enfocado.

Trabajos previos ya mostraban una relación entre el radio y la frecuencia a la que orbitan las partículas cuando se presentan el fenómeno de conversión de momento angular de espín a orbital. Particularmente, un trabajo reciente fue realizado por Arzola *et al.* [56], en el que de manera teórica y experimental se caracterizó la dinámica de partículas micrométricas dadas las condiciones del haz enfocado, como su polarización y su carga topológica. Además, se encontró que el radio de la órbita es un parámetro relevante que depende de la eficiencia en la conversión de momento angular. Para cuantificar experimen-

talmente la conversión de de momento angular espín a orbital mediante la visualización de la trayectoria de partículas en haces evanescentes, así como reconstruir el campo de fuerzas total sobre la partícula se puede implementar el método descrito por García, Pérez, Volpe, Arzola, y Volpe [61]. En dicho trabajo, se propone un algoritmo mucho más eficiente que los métodos tradicionales para cuantificar experimentalmente las fuerzas conservativas y no conservativas. Además, como comprobaron los autores, el método permite evaluar la transferencia de momento angular por un haz fuertemente enfocado a partículas del orden de cientos de nanómetros.

A partir de la ecuación 2.17 es posible mostrar la conversión de momento de espín a orbital como una fase adicional $e^{\pm i\varphi}$ en la componente E_z , como muestran Youngworth y Brown [62] y Zhao *et al.* [53]. Considerando el campo eléctrico descrito en la ecuación 5.1, el campo eléctrico a través de una interfaz estará dado por

$$\mathbf{E}_{f,s}(r, \varphi, z) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \frac{ik_t f e^{-ik_t f} E_0}{2\pi} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \sqrt{\frac{n_i}{n_t}} \sqrt{\cos \theta_t} \sin \theta_t \int_0^{2\pi} e^{-\frac{(f \sin \theta_t)^2}{w^2}} e^{i\ell\phi} \left(e^{\pm i\phi} \begin{bmatrix} \cos \theta_t \sin \phi \\ \cos \theta_t \sin \phi \\ \sin \theta_t \end{bmatrix} \pm i e^{\pm i\phi} \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \right) d\phi d\theta_t, \quad (5.2)$$

al integrar sobre la ϕ , la componente E_z será

$$E_z(r, \varphi, z) = ik_t f e^{-ik_t f} \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n_i}{n_t}} e^{i(\ell \pm 1)\varphi} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \sin^2 \theta_t \sqrt{\cos \theta_t} e^{-\frac{(f \sin \theta_t)^2}{w^2}} e^{ik_t z \cos \theta} i^{\ell \pm 1} J_{\ell \pm 1}(k_t r \sin \theta_t) d\theta_t, \quad (5.3)$$

en donde se ha recurrido a la definición integral de la función Bessel.

También es sencillo de visualizar la conversión de momento angular mediante las fuerzas ejercidas sobre las partículas, dada la simetría radial, basta con las componentes F_x y F_y

de la fuerza a lo largo del eje x , como se expone en la Figura 5.3. La teoría de aproximación dipolar predice para el caso en que $\ell = 1$ y $\sigma = -1$ que la fuerza F_x es bastante mayor en comparación a cuando se tiene carga topológica $\ell = 0$, produciendo una pinza óptica que confina mucho mejor a la partícula. Para el mismo caso, en la componente F_y se observa que esta trampa aún presenta una leve transferencia de momento angular, sin embargo, es un orden de magnitud menor, por lo que se puede asegurar el confinamiento en un punto. El resto de curvas se empatan casi perfectamente para el mismo valor de $j = \ell + \sigma$ tanto para F_x y F_y , pero al no ser iguales podemos ver que la conversión de momento orbital para este sistema es muy cercano a j , pero no igual.

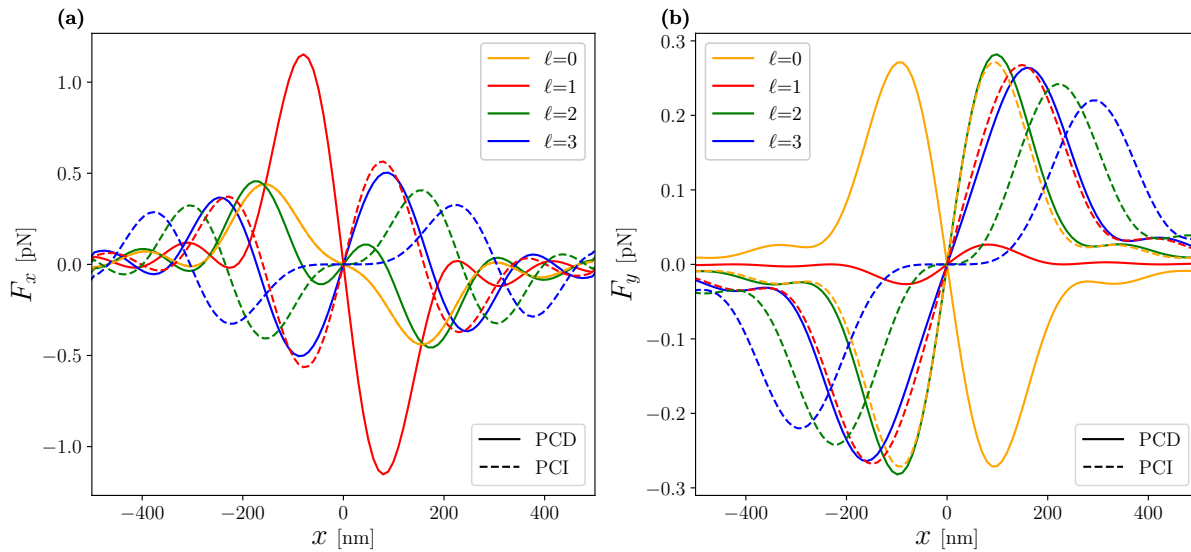


Figura 5.3: Fuerzas ópticas (a) $F_x(x, 0, 0)$ y (b) $F_y(x, 0, 0)$ producidas por un haz evanescente enfocado para distintas cargas topológicas ℓ y dirección de la polarización circular (PCD o PCI). La magnitud del haz gaussiano incidente es $|\mathbf{E}_i| = 3.01 \times 10^3 \text{V/m}$ y $w_0 = 3.27 \text{mm}$. Solo se enfocan componentes de \mathbf{E}_i mayores al ángulo crítico.

Al realizar el cálculo con la teoría electromagnética apreciamos que el comportamiento se mantiene, pero las fuerzas en ambas componentes se multiplican. La fuerza F_x es prácticamente seis veces mayor que el obtenido con aproximación dipolar, mientras que la fuerza F_y se duplica. Nuevamente, la aproximación dipolar permite visualizar la dinámica de la partícula de una manera intuitiva, pues se esperaba que la partícula fuese confinada cerca de la zona más brillantes del anillo, y que rotara debido al scattering producido por el momento angular.

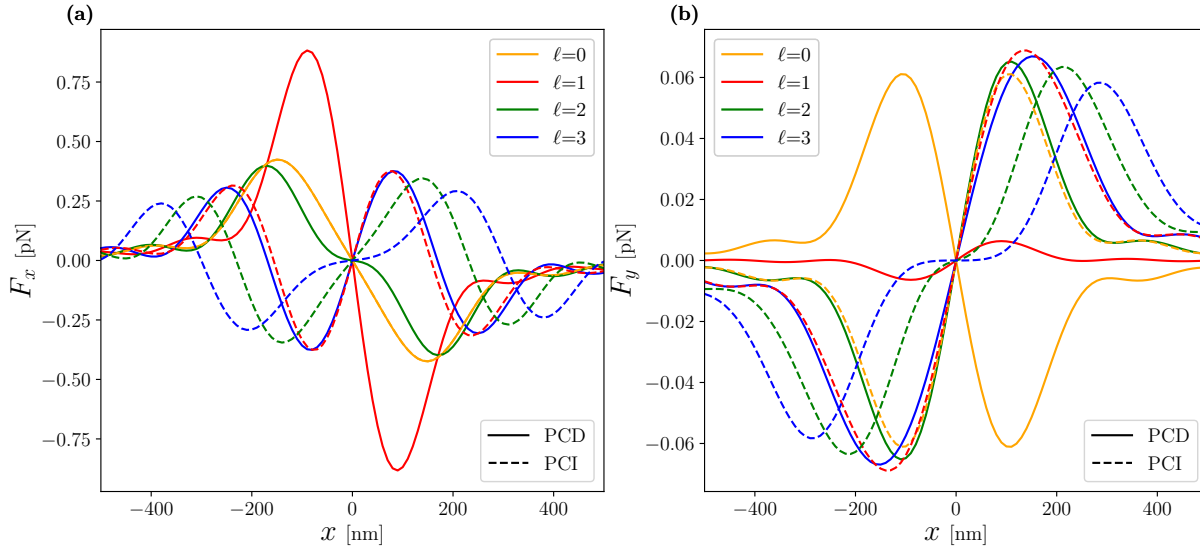


Figura 5.4: Fuerzas ópticas (a) $F_x(x, 0, 0)$ y (b) $F_y(x, 0, 0)$ producidas por un haz evanescente enfocado para distintas cargas topológicas ℓ y dirección de la polarización circular (PCD o PCI). La magnitud del haz gaussiano incidente es $|\mathbf{E}_i| = 3.01 \times 10^3 \text{V/m}$ y $w_0 = 3.27 \text{mm}$. Solo se enfocan componentes de \mathbf{E}_i mayores al ángulo crítico. Esta Figura es análoga a la 5.3 pero utilizando teoría electromagnética.

Una comparación entre las pinzas ópticas evanescentes, sin carga topológica y momentos angulares opuestos se presenta en la Figura 5.5. En 5.5a podemos apreciar cómo la pinza evanescente cuyos momentos angulares son opuestos siempre mantiene a la partícula confinada tanto en el eje axial como en el plano transversal; contrario al caso cuando $\ell = 0$, donde algunos valores de la eficiencia \mathcal{C} son negativos en el centro del plano transversal, por tanto, resultan en puntos de inestabilidad. Asimismo, se aprecia una reducción en la eficiencia en z , a cambio de que la eficiencia radial sea del mismo orden. Sin embargo, en la Figura 5.5b, al graficar la eficiencia en función del radio de la partícula, notamos que la pinza con momentos angulares opuestos parece ser más eficiente solo para partículas pequeñas. Para partículas mayores a 150nm, la eficiencia radial de dicha pinza disminuye de forma drástica, haciendo más viable utilizar un haz únicamente con polarización circular.

Como se comentó en la sección 2.5, los factores \mathcal{C} y Q miden la eficiencia de un sistema óptico de distintas manera. Mientras que \mathcal{C} es una eficiencia local asociada a un potencial conservativo por intensidad, el parámetro Q relaciona el momento por segundo total que entra al sistema y es transformado en fuerza. De esta manera, aunque en la Figura 5.5, la

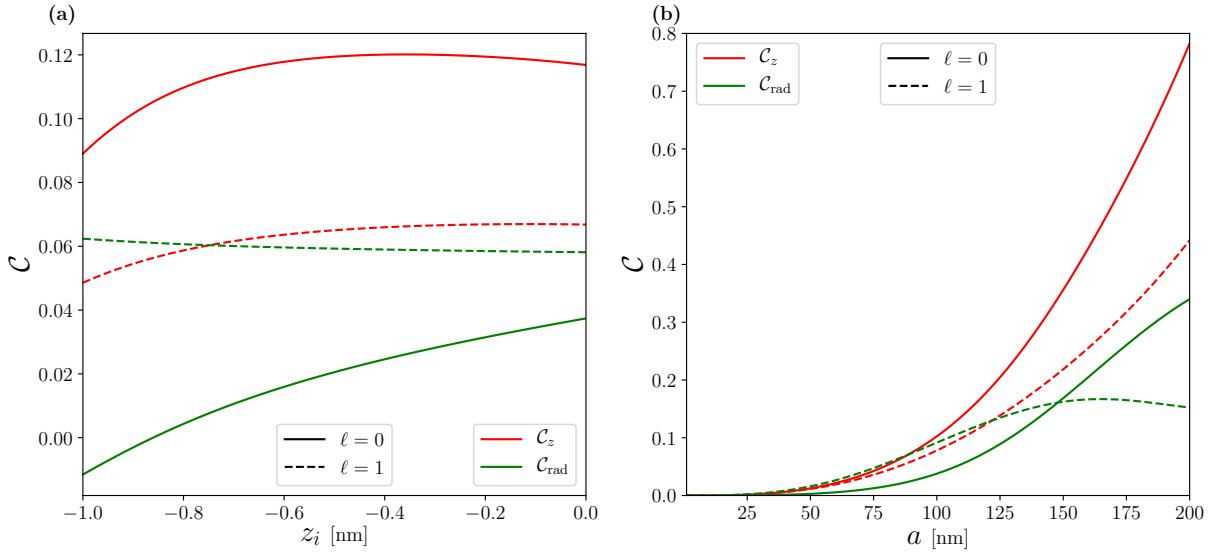


Figura 5.5: Comparación entre pinzas ópticas con $\sigma = -1$ (PCD) y dos distintas ℓ como función de (a) la posición de la interfaz para una partícula de 100nm y (b) como función del radio de la partícula con $z_i = 0$.

eficiencia \mathcal{C} es menor cuando $\ell = 1$ y $\sigma = -1$, al calcular Q^{\max} vemos que la pinza óptica es más eficiente al producir fuerzas más grandes con la misma potencia entrante al sistema, como se presenta en la Figura 5.6a. El valor Q^{\max} se calcula en el punto donde la fuerza respectiva es máxima.

Tanto en la Figura 5.3 y 5.4 los puntos máximos de la fuerza F_y representan el radio de giro de la partícula, además, conforme se aumenta la carga topológica esta fuerza disminuye, pero ¿qué sucede con la torca?. Dado que podemos definir la magnitud de la torca máxima como $\tau_{\max} = x_{\max} F_y^{\max}$, en la Figura 5.6b podemos apreciar que la torca máxima incrementa a medida que se introduce un momento angular orbital mayor. Cuando los momentos angulares son contrarios, la torca prácticamente es nula comparada con el resto de casos.

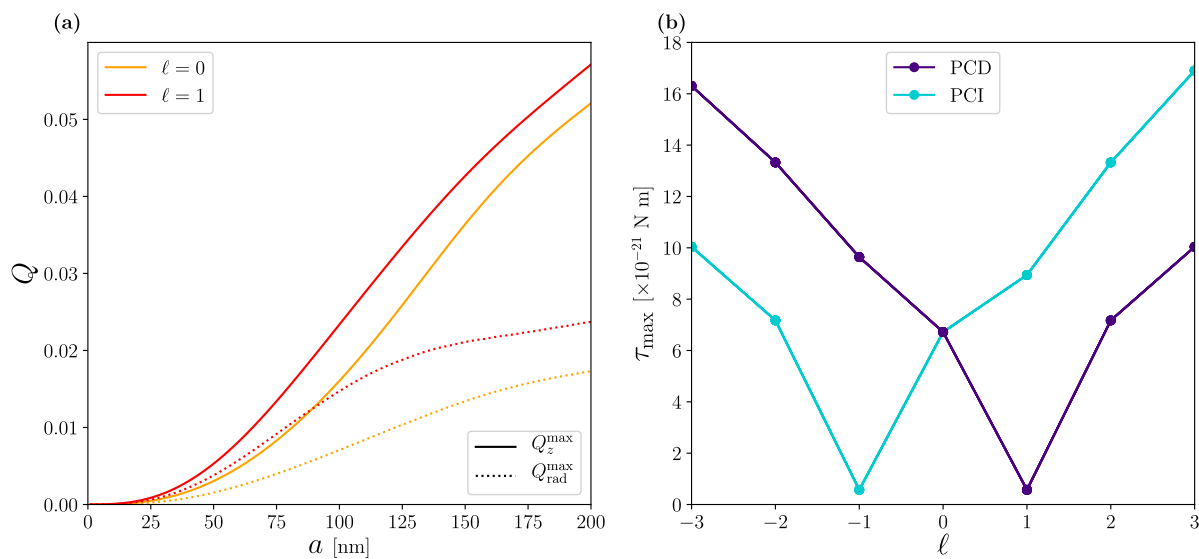


Figura 5.6: (a) Eficiencia Q en el punto de equilibrio para dos pinzas con $\sigma = -1$. (b) Torca máxima $\tau_{\max} = x_{\max} F_y^{\max}$ producida por un haz enfocado evanescente con distintas cargas topológicas ℓ y polarizaciones PCD y PCI.

Capítulo 6

Discusión general y conclusiones

A lo largo del presente trabajo se han discutido las principales diferencias al utilizar campos evanescentes en sistemas de manipulación óptica. Como se mostró en el capítulo 3, un sistema con una onda plana incidente sobre una interfaz puede ser usado como un sistema de deriva de partículas. Cuando se forma una onda evanescente la partícula se dirige hacia la zona de máxima intensidad, que sería la interfaz, caso contrario a cuando no se tienen ondas evanescentes, donde la fuerza de scattering impulsa a la partícula lejos de la interfaz. Cuando se tienen dos ondas planas incidentes con ángulos mayores al crítico se crea un patrón de interferencia en el cuál múltiples partículas pueden ser confinadas. Estos dos sistemas básicos permiten describir de forma analítica las fuerzas ópticas mediante aproximación dipolar, mostrando como el rápido decaimiento en la intensidad del campo evanescente permite obtener grandes fuerzas de gradiente en el eje axial, pudiendo ignorar casi por completo la contribución de la fuerza de scattering en este eje.

Este comportamiento se mantiene al construir pinzas ópticas que utilicen componentes evanescentes. Como se detalló ampliamente en el capítulo 4, las trampas con ondas evanescentes permiten obtener fuerzas axiales incluso 5 veces mayores comparadas con las trampas ópticas convencionales, en las que se pueden incluir componentes tanto evanescentes como no evanescentes. En el arreglo propuesto para una trampa puramente evanescente requiere emplear polarización circular en el haz incidente, debido a que la polarización lineal produce un rompimiento del haz el cual genera dos puntos brillantes en el plano transversal, lo cual no es óptimo si se desean confinar partículas nanométricas en un punto

estable. Debido a que se usa polarización circular se está añadiendo un momento angular al haz enfocado, el cual resulta en un torque sobre partículas nanométricas medianas, como una de 100nm, sobre la cuál se enfatizó todo el trabajo.

El torque resultante es producto a la conversión de momento angular de espín a orbital puede ser contrarrestado o aumentado al introducir en el haz incidente una fase helicoidal. Al aumentar el momento angular total del haz enfocado es posible hacer orbitar a las partículas dieléctricas, como es de esperarse, debido a que las contribuciones de scattering que ya no son despreciables para partículas del orden de la longitud de onda. Un caso bastante especial es tener un haz enfocado puramente evanescente con momento de espín y orbital opuestos, pues se crea una trampa óptica bastante eficiente que transforma una gran parte del momento por segundo que entra al sistema en fuerza óptica restaurativa, especialmente para partículas menores a la longitud de onda; aunque la eficiencia del potencial local se ve levemente disminuida si se compara cuando solo se tiene momento angular de espín. Además, tanto la trampa evanescente con momentos angulares de espín y orbital opuestos como la trampa con dos ondas planas incidentes muestran como los haces evanescentes permiten construir trampas ópticas por debajo del límite de difracción, lo cual permite que incluso partículas mucho menores que la longitud de onda puedan ser manipuladas.

Como se ha resaltado a lo largo de la tesis, el uso de la aproximación dipolar para partículas mucho menores a la longitud de onda es buen punto de partida, pues permite conocer fácilmente de manera cualitativa el comportamiento de las partículas en un patrón óptico, inclusive conocer la magnitud de las fuerzas resultantes. Sin embargo, para partículas que ya se encuentren en el orden de la longitud de onda, es indispensable emplear la teoría electromagnética para conocer de manera precisa el valor de las fuerzas ópticas. Incluso para partículas levemente menores que la longitud de onda, la aproximación dipolar no es capaz de predecir algunos aspectos de las trampas ópticas; como el caso de las dos ondas planas donde se invierten los puntos de equilibrio estables e inestables, o las pinzas ópticas que incluyen componentes no evanescentes, donde la aproximación dipolar para ciertos parámetros no reproduce confinamiento.

El sistema con dos haces incidentes permite crear arreglos periódicos de múltiples

partículas como lo han demostrado Mellor y Bain [26], así como la posibilidad de clasificar partículas por tamaño y crear sistemas de transporte de incluso cientos de partículas, como indican Šiler, Čižmár, Jonáš, y Zemanek [63], evitando así el uso de varias pinzas ópticas. También es posible introducir una mayor cantidad de haces para generar distintos patrones periódicos como hicieron Han, Luo, Xiao, y Jones [64], especialmente útil para crear arreglos de partículas pequeñas, como pueden ser coloides. Debido a la posibilidad de manipular partículas nanométricas con tamaños mucho menores a la longitud de onda es fácil implementar haces evanescentes para ser utilizados en sistemas de optofluidos, teniendo aplicación en sistemas *Lab-on-a-Chip* [65].

La pinza puramente evanescente con momentos angular opuestos, como mostramos en el capítulo 5 es una trampa óptica extremadamente eficiente para partículas mucho menores que la longitud de onda, por lo que es excelente para ser utilizada en sistemas de microscopia de fluorescencia de reflexión interna total así como en el estudio de sistema biológicos, como puede ser la caracterización de motores moleculares [66].

Todo el análisis realizado se hizo sin considerar los efectos térmicos que sufren las partículas. Esto se omitió con el propósito de examinar con amplio detalle el comportamiento de las fuerzas ópticas y porque las potencias necesarias en estos sistemas son bajas incluso para partículas de 100nm, por lo que aseguramos tener un potencial lo suficientemente grande para despreciar movimientos de origen térmico. Sin embargo, para partículas más pequeñas puede ser necesario introducir estos efectos. Como menciona Jones *et al.* [11, pp. 191-197] hay dos maneras para introducir efectos térmicos y se basan en el movimiento browniano de las partículas en un medio a cierta temperatura. El primer esquema considera trayectorias estocásticas para una única partícula, cuyo movimiento se modela a partir de la fuerza óptica más un término de fuerza estocástico. La segunda forma es considerar un ensamble de partículas para determinar la distribución de densidad de probabilidad $\rho(r, t)$, cuya evolución puede ser determinada a partir las ecuaciones de difusión.

Como trabajo a futuro se espera comprobar de manera experimental los resultados mostrados, así como cuantificar el comportamiento real de partículas dieléctricas en las distintas trampas y sistemas de manipulación propuestas. Aunque las fuerzas de mayor relevancia son las ópticas, es necesario continuar una investigación para determinar los

efectos de otras fuerzas como puedan ser la fuerza de arrastre y las fuerzas debido a fluctuaciones térmicas. En la pinza óptica con componentes evanescentes es necesario enfocar un anillo, y la formación de este anillo puede conseguirse de múltiples maneras, como la obstrucción de la parte central del haz incidente, el uso de lentes cónicas o emplear un *modulador espacial de luz* (SLM). Asimismo, para añadir la fase helicoidal puede aprovecharse el SLM, o construir un arreglo que incluya una *placa de fase espiral* [52].

Apéndice A

Utilidades

A.1. Armónicos esféricos vectoriales

Como una extensión de los armónicos esféricos $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ es posible definir su análogo vectorial. Una definición de estos es la siguiente [45]:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) &= Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})\hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{Z}_{lm}^{(1)}(\hat{\mathbf{r}}) &= -\frac{i}{\sqrt{l(l+1)}}r\hat{\mathbf{r}} \times \nabla Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathbf{Z}_{lm}^{(2)}(\hat{\mathbf{r}}) &= \mathbf{Z}_{lm}^{(1)}(\hat{\mathbf{r}}) \times \hat{\mathbf{r}}\end{aligned}\tag{A.1}$$

Estas funciones cumplen las siguientes propiedades de ortogonalidad:

$$\oint \mathbf{Y}_{lm} \cdot \mathbf{Y}_{l'm'}^* d\Omega = \oint \mathbf{Z}_{lm}^{(1)} \cdot \mathbf{Z}_{l'm'}^{(1)*} d\Omega = \oint \mathbf{Z}_{lm}^{(2)} \cdot \mathbf{Z}_{l'm'}^{(2)*} d\Omega = \delta_{l,l'}\delta_{m,m'}$$

$$\oint \mathbf{Y}_{lm} \cdot \mathbf{Z}_{l'm'}^{(1)*} d\Omega = \oint \mathbf{Z}_{lm}^{(1)} \cdot \mathbf{Z}_{l'm'}^{(2)*} d\Omega = \oint \mathbf{Z}_{lm}^{(2)} \cdot \mathbf{Y}_{l'm'}^* d\Omega = 0$$

A.2. J y H multipolos

Con los armónicos esféricos en la ecuación A.1 se construyen los **J**-multipolos y los **H**-multipolos con los que se puede hacer una expansión de los campos electromagnéticos.

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{lm}^{(1)} &= j_l(kr)\mathbf{Z}_{lm}^{(1)}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathbf{J}_{lm}^{(2)} &= \frac{i}{kr}\sqrt{l(l+1)}j_l(kr)\mathbf{Y}_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) - \frac{u'_l(kr)}{kr}\mathbf{Z}_{lm}^{(2)}(\hat{\mathbf{r}})\end{aligned}\tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{lm}^{(1)} &= h_l(kr)\mathbf{Z}_{lm}^{(1)}(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathbf{H}_{lm}^{(2)} &= \frac{i}{kr}\sqrt{l(l+1)}h_l(kr)\mathbf{Y}_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) - \frac{w'_l(kr)}{kr}\mathbf{Z}_{lm}^{(2)}(\hat{\mathbf{r}})\end{aligned}\tag{A.3}$$

donde $u_l(\rho) = \rho j_l(\rho)$ y $w_l(\rho) = \rho h_l(\rho)$ son las funciones de Riccati-Bessel y Riccati-Hankel, respectivamente; la prima significa derivada respecto del argumento.

A.2.1. Expansión multipolar de una onda plana

Suponiendo una onda plana de la forma

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = E_i e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\mathbf{e}}\tag{A.4}$$

donde $\hat{\mathbf{e}}$ es el vector unitario que describe la polarización del campo. Tal como demuestra Borghese *et al.* [45], al realizar una expansión en **J**-multipolos para una onda plana con un vector de onda $\hat{\mathbf{k}}$ con componentes reales se tiene

$$W_{i,lm}^{(p)}(\hat{\mathbf{e}}, \hat{\mathbf{k}}) = 4\pi i^{p+l-1} \hat{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{Z}_{lm}^{(p)*}(\hat{\mathbf{k}})\tag{A.5}$$

mientras que si el vector de onda tiene componentes complejas

$$W_{i,lm}^{(p)}(\hat{\mathbf{e}}, \hat{\mathbf{k}}) = 4\pi i^{p+l-1} (-1)^{m+1} \hat{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{Z}_{l,-m}^{(p)}(\hat{\mathbf{k}})\tag{A.6}$$

Apéndice B

Derivaciones

B.1. Fuerza óptica producida por una y dos ondas planas

Consideremos el sistema de referencia de la Figura 3.6. El campo eléctrico de la onda plana incidente con campo eléctrico número i en el medio j se denota por ${}^{(i)}\mathbf{E}^{(j)}$, de una manera similar para el vector de onda ${}^{(i)}\mathbf{k}^{(j)}$; por conveniencia se omitirá el índice correspondiente al medio (1), *i.e.* ${}^{(i)}\mathbf{E}^{(1)} \equiv {}^{(i)}\mathbf{E}$. Supondremos que ambas ondas planas inciden con el mismo ángulo sobre la superficie, así como que tienen la misma amplitud. A partir de la Figura se observa que, para el campo incidente (1) se tiene que

$$\begin{aligned} {}^{(1)}\mathbf{E} &= [{}^{(1)}E_{\perp}\hat{\mathbf{y}} + {}^{(1)}E_{\parallel}(-\cos\theta\hat{\mathbf{x}} + \sin\theta\hat{\mathbf{z}})] e^{i{}^{(1)}\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \\ {}^{(1)}\mathbf{k} &= {}^{(1)}k\sin\theta_1\hat{\mathbf{x}} + {}^{(1)}k\cos\theta_1\hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \tag{B.1}$$

mientras que para el campo incidente número (2) se tiene

$$\begin{aligned} {}^{(2)}\mathbf{E} &= [{}^{(2)}E_{\perp}\hat{\mathbf{y}} + {}^{(2)}E_{\parallel}(\cos\theta\hat{\mathbf{x}} + \sin\theta\hat{\mathbf{z}})] e^{i{}^{(2)}\mathbf{k}^{(1)}\cdot\mathbf{r}} \\ {}^{(2)}\mathbf{k} &= {}^{(2)}k\sin\theta_1\hat{\mathbf{x}} + {}^{(2)}k\cos\theta_1\hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \tag{B.2}$$

y evidentemente, el campo eléctrico incidente total será $\mathbf{E}^{(1)} = {}^{(1)}\mathbf{E} + {}^{(2)}\mathbf{E}$.

Utilizando la ley de Snell, así como multiplicando las componentes perpendicular y paralela por sus respectivos coeficientes de transmisión, es fácil ver que las componentes del campo transmitido tendrán la siguiente forma

$$\begin{aligned} E_x^{(2)} &= Ae^{\beta z} ({}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x}) \\ E_y^{(2)} &= Be^{\beta z} ({}^{(2)}E_{\perp}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\perp}e^{i\kappa x}) \\ E_z^{(2)} &= Ce^{\beta z} ({}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} + {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x}) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Los factores escalares de la ecuación B.3 pueden obtenerse a partir de la *Ley de Snell* así como multiplicando cada componente por su correspondiente *coeficiente de transmisión*. En caso de cumplirse la condición para que ocurra reflexión total interna ($n_2 > n_1$), se tiene que

$$A = \begin{cases} t_{\parallel}n_{12}\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2\theta} & \theta < \theta_c \\ it_{\parallel}n_{12}\sqrt{\sin^2\theta - n_{21}^2} & \theta \geq \theta_c \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} ik_z^{(2)} & \theta < \theta_c \\ -k_z^{(2)} & \theta \geq \theta_c \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

$$B = -t_{\perp}$$

$$C = t_{\parallel}n_{12}\sin\theta$$

$$\kappa = k_x^{(2)}$$

Para calcular la fuerza óptica producida en el medio (2), basta con aplicar la ecuación 2.20 a la ecuación B.3. la fuerza resultante será de la forma $\mathbf{F} = \frac{1}{2}\text{Re}\{\alpha(F_{0x}\hat{\mathbf{x}} + F_{0y}\hat{\mathbf{y}} + F_{0z}\hat{\mathbf{z}})\}$ en donde

$$\begin{aligned}
F_{0x} &= i\kappa|A|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x} \right) \left({}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} + {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x} \right) \\
&\quad + i\kappa|B|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\perp}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\perp}e^{i\kappa x} \right) \left({}^{(2)}E_{\perp}e^{-i\kappa x} + {}^{(1)}E_{\perp}e^{i\kappa x} \right) \\
&\quad + i\kappa|C|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} + {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x} \right) \left({}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x} \right) \\
F_{0y} &= 0 \\
F_{0z} &= \beta^*|A|^2|e^{\beta z}|^2 \left| {}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x} \right|^2 \\
&\quad + \beta^*|B|^2|e^{\beta z}|^2 \left| {}^{(2)}E_{\perp}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\perp}e^{i\kappa x} \right|^2 \\
&\quad + \beta^*|C|^2|e^{\beta z}|^2 \left| {}^{(2)}E_{\parallel}e^{-i\kappa x} - {}^{(1)}E_{\parallel}e^{i\kappa x} \right|^2
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Las ecuaciones B.5 pueden reescribirse como

$$\begin{aligned}
F_{0x} &= i\kappa|A|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\parallel}^2 - 2i{}^{(1)}E_{\parallel}{}^{(2)}E_{\parallel}\sin(2\kappa x) - {}^{(1)}E_{\parallel} \right) \\
&\quad + i\kappa|B|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\perp}^2 - 2i{}^{(1)}E_{\perp}{}^{(2)}E_{\perp}\sin(2\kappa x) - {}^{(1)}E_{\perp} \right) \\
&\quad + i\kappa|C|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\parallel}^2 + 2i{}^{(1)}E_{\parallel}{}^{(2)}E_{\parallel}\sin(2\kappa x) - {}^{(1)}E_{\parallel} \right) \\
F_{0y} &= \beta^*|A|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\parallel}^2 - 2i{}^{(1)}E_{\parallel}{}^{(2)}E_{\parallel}\cos(2\kappa x) - {}^{(1)}E_{\parallel} \right) \\
&\quad + \beta^*|B|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\perp}^2 - 2{}^{(1)}E_{\perp}{}^{(2)}E_{\perp}\cos(2\kappa x) - {}^{(1)}E_{\perp} \right) \\
&\quad + \beta^*|C|^2|e^{\beta z}|^2 \left({}^{(2)}E_{\parallel}^2 + 2i{}^{(1)}E_{\parallel}{}^{(2)}E_{\parallel}\cos(2\kappa x) - {}^{(1)}E_{\parallel} \right)
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Al reagrupar los términos en la ecuación B.6 se obtiene

$$\begin{aligned}
F_{0x} &= i\kappa|e^{\beta z}|^2 \left\{ -2i \sin(2\kappa x) \left[|B|^2 {}^{(1)}E_{\perp} {}^{(2)}E_{\perp} + (|A|^2 - |C|^2) {}^{(1)}E_{\parallel} {}^{(2)}E_{\parallel} \right] \right. \\
&\quad \left. + (|A|^2 + |C|^2) \left[{}^{(2)}E_{\parallel}^2 - {}^{(1)}E_{\parallel}^2 \right] + |B|^2 \left[{}^{(2)}E_{\perp}^2 - {}^{(1)}E_{\perp}^2 \right] \right\} \\
F_{0z} &= \beta^*|e^{\beta z}|^2 \left\{ -2\cos(2\kappa x) \left[|B|^2 {}^{(1)}E_{\perp} {}^{(2)}E_{\perp} + (|A|^2 - |C|^2) {}^{(1)}E_{\parallel} {}^{(2)}E_{\parallel} \right] \right. \\
&\quad \left. + (|A|^2 + |C|^2) \left[{}^{(2)}E_{\parallel}^2 + {}^{(1)}E_{\parallel}^2 \right] + |B|^2 \left[{}^{(2)}E_{\perp}^2 + {}^{(1)}E_{\perp}^2 \right] \right\}
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Los coeficientes numéricos que aparecen en la ecuación B.7 pueden obtenerse de manera muy sencilla a partir de la ecuación B.4, resultando ser

$$\begin{aligned}
|A|^2 - |C|^2 &= \begin{cases} |t_{\parallel}|^2 (1 - 2n_{12}^2 \sin^2 \theta) & \theta < \theta_c \\ -|t_{\parallel}|^2 & \theta \geq \theta_c \end{cases} \\
|A|^2 + |C|^2 &= \begin{cases} |t_{\parallel}|^2 & \theta < \theta_c \\ |t_{\parallel}|^2 (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1) & \theta \geq \theta_c \end{cases} \\
|B|^2 &= |t_{\perp}|.
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Al sustituir estos valores, así como los coeficientes κ y β (ecuación B.4) se obtiene que la fuerza óptica producida por dos ondas planas contrapropagantes es de la forma $\mathbf{F} = \frac{1}{2}\{\alpha(F_{0x}\hat{\mathbf{x}} + F_{0z}\hat{\mathbf{z}})\}$, donde

$$\begin{aligned}
F_{0x} &= \begin{cases} k_x^{(2)} \{ 2\sin(2k_x^{(2)}x) [|t_{\perp}|^2 {}^{(1)}E_{\perp} {}^{(2)}E_{\perp} + (1 - 2n_{12}^2 \sin^2 \theta) |t_{\parallel}|^2 {}^{(1)}E_{\parallel} {}^{(2)}E_{\parallel}] \\ + i|t_{\parallel}|^2 [{}^{(2)}E_{\parallel}^2 - {}^{(1)}E_{\parallel}^2] + i|t_{\perp}|^2 [{}^{(2)}E_{\perp}^2 - {}^{(1)}E_{\perp}^2] \} & \theta < \theta_c \\ k_x^{(2)} e^{-2k'z} \{ 2\sin(2k_x^{(2)}x) [|t_{\perp}|^2 {}^{(1)}E_{\perp} {}^{(2)}E_{\perp} - |t_{\parallel}|^2 {}^{(1)}E_{\parallel} {}^{(2)}E_{\parallel}] \\ + i|t_{\parallel}|^2 [{}^{(2)}E_{\parallel}^2 - {}^{(1)}E_{\parallel}^2] (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1) + i|t_{\perp}|^2 [{}^{(2)}E_{\perp}^2 - {}^{(1)}E_{\perp}^2] \} & \theta \geq \theta_c \end{cases} \\
F_{0z} &= \begin{cases} ik_z^{(2)} \{ 2\cos(2k_x^{(2)}x) [|t_{\perp}|^2 {}^{(1)}E_{\perp} {}^{(2)}E_{\perp} + (1 - 2n_{12}^2 \sin^2 \theta) |t_{\parallel}|^2 {}^{(1)}E_{\parallel} {}^{(2)}E_{\parallel}] \\ - |t_{\parallel}|^2 [{}^{(2)}E_{\parallel}^2 + {}^{(1)}E_{\parallel}^2] - |t_{\perp}|^2 [{}^{(2)}E_{\perp}^2 + {}^{(1)}E_{\perp}^2] \} & \theta < \theta_c \\ -k_z^{(2)} e^{-2k'z} \{ -2\cos(2k_x^{(2)}x) [|t_{\perp}|^2 {}^{(1)}E_{\perp} {}^{(2)}E_{\perp} - |t_{\parallel}|^2 {}^{(1)}E_{\parallel} {}^{(2)}E_{\parallel}] \\ + |t_{\parallel}|^2 [{}^{(2)}E_{\parallel}^2 + {}^{(1)}E_{\parallel}^2] (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1) + |t_{\perp}|^2 [{}^{(2)}E_{\perp}^2 + {}^{(1)}E_{\perp}^2] \} & \theta \geq \theta_c \end{cases}
\end{aligned} \tag{B.9}$$

que es precisamente la ecuación 3.4. Para obtener la ecuación de las fuerzas ópticas para una sola onda plana incidente se hace ${}^{(2)}E_{\perp} = {}^{(2)}E_{\parallel} = 0$ en la ecuación B.9, de esta manera se obtiene

$$\begin{aligned}
F_{0x} &= \begin{cases} -ik_x^{(2)}(|t_\perp|^2 E_\perp^2 + |t_\parallel|^2 E_\parallel^2) & \text{si } \theta < \theta_c \\ -ik_x^{(2)} e^{-2k_z^{(2)} z} [|t_\perp|^2 E_\perp^2 + |t_\parallel|^2 E_\parallel^2 (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1)] & \text{si } \theta \geq \theta_c \end{cases} \\
F_{0z} &= \begin{cases} -ik_z^{(2)}(|t_\perp|^2 E_\perp^2 + |t_\parallel|^2 E_\parallel^2) & \text{si } \theta < \theta_c \\ -k_z^{(2)} e^{-2k_z^{(2)} z} [|t_\perp|^2 E_\perp^2 + |t_\parallel|^2 E_\parallel^2 (2n_{12}^2 \sin^2 \theta - 1)] & \text{si } \theta \geq \theta_c \end{cases}
\end{aligned} \tag{B.10}$$

que es la ecuación 3.3.

Referencias

- [1] Johannes Kepler. De cometis libelli tres, 1619.
- [2] John Henry Poynting. Xv. on the transfer of energy in the electromagnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (175):343–361, 1884.
- [3] Peter Lebedew. Untersuchungen über die druckkräfte des lichtes. *Annalen der Physik*, 311(11):433–458, 1901.
- [4] Ernest Fox Nichols y Gordon Ferrie Hull. A preliminary communication on the pressure of heat and light radiation. *Physical Review (Series I)*, 13(5):307, 1901.
- [5] Richard A Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Physical Review*, 50(2):115, 1936.
- [6] Arthur Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical review letters*, 24(4):156, 1970.
- [7] P Debye. The heliograph of spheres of any material. *Annalen Der Physik*, 30(11): 57–136, 1909.
- [8] Arthur Ashkin y JM Dziedzic. Optical levitation by radiation pressure. *Applied Physics Letters*, 19(8):283–285, 1971.
- [9] Arthur Ashkin, James M Dziedzic, John E Bjorkholm, y Steven Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics letters*, 11(5): 288–290, 1986.

- [10] Keir C Neuman y Steven M Block. Optical trapping. *Review of scientific instruments*, 75(9):2787–2809, 2004.
- [11] Philip H Jones, Onofrio M Maragò, y Giovanni Volpe. *Optical tweezers: Principles and applications*. Cambridge University Press, 2015.
- [12] Ignacio Iglesias y Juan José Sáenz. Scattering forces in the focal volume of high numerical aperture microscope objectives. *Optics Communications*, 284(10-11):2430–2436, 2011.
- [13] A Constable, Jinha Kim, J Mervis, F Zarinetchi, y M Prentiss. Demonstration of a fiber-optical light-force trap. *Optics letters*, 18(21):1867–1869, 1993.
- [14] Arthur Ashkin. Optical trapping and manipulation of neutral particles using lasers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 94(10):4853–4860, 1997.
- [15] Arthur Ashkin y James M Dziedzic. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science*, 235(4795):1517–1520, 1987.
- [16] Lucien P Ghislain y Watt W Webb. Scanning-force microscope based on an optical trap. *Optics Letters*, 18(19):1678–1680, 1993.
- [17] Kishan Dholakia, Michael Macdonald, y Gabriel Spalding. Optical tweezers: the next generation. *Physics world*, 15(10):31, 2002.
- [18] Zdenek Bouchal, J Wagner, y M Chlup. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam. *Optics Communications*, 151(4-6):207–211, 1998.
- [19] V Garcés-Chávez, David McGloin, H Melville, Wilson Sibbett, y Kishan Dholakia. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam. *Nature*, 419(6903):145–147, 2002.
- [20] Jules Mikhael, Johannes Roth, Laurent Helden, y Clemens Bechinger. Archimedean-like tiling on decagonal quasicrystalline surfaces. *Nature*, 454(7203):501–504, 2008.
- [21] Miles Padgett y Roberto Di Leonardo. Holographic optical tweezers and their relevance to lab on chip devices. *Lab on a Chip*, 11(7):1196–1205, 2011.

- [22] Giorgio Volpe, Lisa Kurz, Agnese Callegari, Giovanni Volpe, y Sylvain Gigan. Speckle optical tweezers: micromanipulation with random light fields. *Optics express*, 22(15):18159–18167, 2014.
- [23] Satoshi Kawata y Tadao Sugiura. Movement of micrometer-sized particles in the evanescent field of a laser beam. *Optics letters*, 17(11):772–774, 1992.
- [24] Eivind Almaas y Iver Brevik. Radiation forces on a micrometer-sized sphere in an evanescent field. *JOSA B*, 12(12):2429–2438, 1995.
- [25] Min Gu, Jean-Baptiste Haumonte, Yoan Micheau, James WM Chon, y Xiaosong Gan. Laser trapping and manipulation under focused evanescent wave illumination. *Applied Physics Letters*, 84(21):4236–4238, 2004.
- [26] Christopher D Mellor y Colin D Bain. Array formation in evanescent waves. *ChemPhysChem*, 7(2):329–332, 2006.
- [27] M Šiler, T Čižmár, M Šerý, y P Zemánek. Submicron particle localization using evanescent field. In *Optical Trapping and Optical Micromanipulation II*, volume 5930, page 59300R. International Society for Optics and Photonics, 2005.
- [28] M Šiler, T Čižmár, M Šerý, y P Zemánek. Optical forces generated by evanescent standing waves and their usage for sub-micron particle delivery. *Applied Physics B*, 84(1-2):157–165, 2006.
- [29] Satoshi Kawata y T Tani. Optically driven mie particles in an evanescent field along a channeled waveguide. *Optics letters*, 21(21):1768–1770, 1996.
- [30] Lukas Novotny, Randy X Bian, y X Sunney Xie. Theory of nanometric optical tweezers. *Physical Review Letters*, 79(4):645, 1997.
- [31] Olivier JF Martin y Christian Girard. Controlling and tuning strong optical field gradients at a local probe microscope tip apex. *Applied physics letters*, 70(6):705–707, 1997.

- [32] Mathieu L Juan, Maurizio Righini, y Romain Quidant. Plasmon nano-optical tweezers. *Nature photonics*, 5(6):349, 2011.
- [33] Giovanni Volpe, Romain Quidant, Gonçal Badenes, y Dmitri Petrov. Surface plasmon radiation forces. *Physical review letters*, 96(23):238101, 2006.
- [34] Maurizio Righini, Giovanni Volpe, Christian Girard, Dmitri Petrov, y Romain Quidant. Surface plasmon optical tweezers: tunable optical manipulation in the femto-newton range. *Physical review letters*, 100(18):186804, 2008.
- [35] AN Grigorenko, NW Roberts, MR Dickinson, y YJNP Zhang. Nanometric optical tweezers based on nanostructured substrates. *Nature Photonics*, 2(6):365–370, 2008.
- [36] Yifeng Xiang, Xi Tang, Changjun Min, Guanghao Rui, Yan Kuai, Fengya Lu, Pei Wang, Hai Ming, Qiwen Zhan, Xiacong Yuan, *et al.* Optical trapping with focused surface waves. *Annalen der Physik*, 532(4):1900497, 2020.
- [37] Jian Liu, Chenqi Kong, Qiang Li, Weisong Zhao, Mengzhou Li, Shan Gao, Chenguang Liu, y Jiubin Tan. Artifact-free, penetration-adjustable elliptical-mirror-based tirl microscopy. *Optics express*, 26(20):26065–26079, 2018.
- [38] Guanghao Rui, Xiaoyan Wang, y Yiping Cui. Manipulation of metallic nanoparticle with evanescent vortex bessel beam. *Optics express*, 23(20):25707–25716, 2015.
- [39] Lulu Liu, Simon Kheifets, Vincent Ginis, Andrea Di Donato, y Federico Capasso. Elliptical orbits of microspheres in an evanescent field. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 114(42):11087–11091, 2017.
- [40] Lukas Novotny y Bert Hecht. *Principles of nano-optics*. Cambridge university press, 2012.
- [41] Leonard Mandel y Emil Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press, 1995.

- [42] Bernard Richards y Emil Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems, ii. structure of the image field in an aplanatic system. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 253(1274):358–379, 1959.
- [43] Emil Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems-i. an integral representation of the image field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 253(1274):349–357, 1959.
- [44] James P Gordon. Radiation forces and momenta in dielectric media. *Physical Review A*, 8(1):14, 1973.
- [45] Ferdinando Borghese, Paolo Denti, y Rosalba Saija. *Scattering from model nonspherical particles: theory and applications to environmental physics*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [46] Antonio Alvaro Ranha Neves, Adriana Fontes, Lazaro Aurelio Padilha, Eugenio Rodriguez, Carlos Henrique de Brito Cruz, Luiz Carlos Barbosa, y Carlos Lenz Cesar. Exact partial wave expansion of optical beams with respect to an arbitrary origin. *Optics letters*, 31(16):2477–2479, 2006.
- [47] Warren J Wiscombe. *Mie scattering calculations: Advances in technique and fast, vector-speed computer codes*, volume 10. National Technical Information Service, US Department of Commerce, 1979.
- [48] Jerome Spanier y Keith B Oldham. *An atlas of functions*. Taylor & Francis/Hemisphere, 1987.
- [49] Arthur Ashkin. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophysical journal*, 61(2):569–582, 1992.
- [50] Les Allen, Marco W Beijersbergen, RJC Spreeuw, y JP Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Physical review A*, 45(11):8185, 1992.

- [51] David L Andrews y Mohamed Babiker. *The angular momentum of light*. Cambridge University Press, 2012.
- [52] Alison M Yao y Miles J Padgett. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications. *Advances in Optics and Photonics*, 3(2):161–204, 2011.
- [53] Yiqiong Zhao, J Scott Edgar, Gavin DM Jeffries, David McGloin, y Daniel T Chiu. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam. *Physical Review Letters*, 99(7):073901, 2007.
- [54] Timo A Nieminen, Alexander B Stilgoe, Norman R Heckenberg, y Halina Rubinsztein-Dunlop. Angular momentum of a strongly focused gaussian beam. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 10(11):115005, 2008.
- [55] NB Simpson, K Dholakia, L Allen, y MJ Padgett. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. *Optics letters*, 22(1):52–54, 1997.
- [56] Alejandro V Arzola, Lukáš Chvátal, Petr Ják, y Pavel Zemánek. Spin to orbital light momentum conversion visualized by particle trajectory. *Scientific reports*, 9(1):1–7, 2019.
- [57] Shengtao Mei, Kun Huang, Tianhang Zhang, Muhammad Qasim Mehmood, Hong Liu, Chwee Teck Lim, Jinghua Teng, y Cheng-Wei Qiu. Evanescent vortex: Optical subwavelength spanner. *Applied Physics Letters*, 109(19):191107, 2016.
- [58] Jan Gieseler, Juan Ruben Gomez-Solano, Alessandro Magazzù, Isaac Pérez Castillo, Laura Pérez García, Marta Gironella-Torrent, Xavier Viader-Godoy, Felix Ritort, Giuseppe Pesce, Alejandro V Arzola, *et al.* Optical tweezers—from calibration to applications: a tutorial. *Advances in Optics and Photonics*, 13(1):74–241, 2021.
- [59] James WM Chon, Min Gu, Craig Bullen, y Paul Mulvaney. Two-photon fluorescence scanning near-field microscopy based on a focused evanescent field under total internal reflection. *Optics letters*, 28(20):1930–1932, 2003.

- [60] JJJM Durnin, JJ Miceli Jr, y JH Eberly. Diffraction-free beams. *Physical review letters*, 58(15):1499, 1987.
- [61] Laura Pérez García, Jaime Donlucas Pérez, Giorgio Volpe, Alejandro V Arzola, y Giovanni Volpe. High-performance reconstruction of microscopic force fields from brownian trajectories. *Nature communications*, 9(1):1–9, 2018.
- [62] Kathleen S Youngworth y Thomas G Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Optics Express*, 7(2):77–87, 2000.
- [63] Martin Šiler, Tomáš Čižmár, Alexandr Jonáš, y Pavel Zemanek. Surface delivery of a single nanoparticle under moving evanescent standing-wave illumination. *New Journal of Physics*, 10(11):113010, 2008.
- [64] Xiang Han, Hui Luo, Guangzong Xiao, y Philip H Jones. Optically bound colloidal lattices in evanescent optical fields. *Optics letters*, 41(21):4935–4938, 2016.
- [65] L Liang, YF Zuo, W Wu, XQ Zhu, y Y Yang. Optofluidic restricted imaging, spectroscopy and counting of nanoparticles by evanescent wave using immiscible liquids. *Lab on a Chip*, 16(16):3007–3014, 2016.
- [66] Derek Toomre y Dietmar J Manstein. Lighting up the cell surface with evanescent wave microscopy. *Trends in cell biology*, 11(7):298–303, 2001.