



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAestrÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS Y
DE LA ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA

UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL ANÁLISIS DE LA EPIDEMIA POR
COVID-19 TRAS LA REAPERTURA DE ESCUELAS EN QUERÉTARO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO (A) EN CIENCIAS

PRESENTA:
RUTH CORONA MORENO

DIRECTOR
JORGE X. VELASCO HERNÁNDEZ
(INSTITUTO DE MATEMÁTICAS, JURQUILLA)

CIUDAD DE MÉXICO 19 DE ABRIL DE 2022.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A quienes a pesar de la distancia
y el tiempo siempre están presentes:
mis papás, mi hermana y mis abuelitos*

Agradecimientos

Gracias a mis papás y hermana por los consejos y el apoyo emocional brindado al hacer mis estudios de maestría.

A Oscar por el amor y apoyo incondicional en cada situación favorable y adversa durante estos años que también han permitido fortalecer nuestra relación.

A las amistades de antaño porque a pesar de la distancia y el tiempo continúan llenando de alegría y cariño mi vida, en particular a Arturo, Jessica, Laura, Rosa y Ulises.

Gracias a todas las personas que me abrieron un espacio en su vida durante mi estancia en Querétaro y que poco a poco hemos llegado a forjar nuestra amistad, en particular a Nancy, Ali y Marcos.

A mi asesor de tesis, el Dr. Jorge X. Velasco Hernández por la oportunidad de formar parte de su equipo de trabajo e incluirme en proyectos académicos que me han permitido crecer profesionalmente e me han impulsado a continuar con mi formación académica.

A mis sinodales el Dr. Mario Santana Cibrian, el Dr. Manuel Adrian Acuña Zegarra, el Dr. David Baca Carrasco, el Dr. Jorge Velázquez Castro y la Dra. Yendry Arguedas Flatts, por su tiempo dedicado a la revisión de mi tesis y sobre todo por sus críticas y correcciones que permitieron su conclusión.

Finalmente agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada durante mis estudios de maestría.

¡Muchas gracias a todos!

Índice general

Agradecimientos	III
1. Introducción	1
1.1. Epidemia de COVID-19 en México	2
2. Planteamiento del problema	5
3. Objetivos	6
4. Antecedentes	7
4.1. Modelo matemático para la reapertura de escuelas en EUA	7
4.2. Modelo de Reed-Frost	14
5. Modelo matemático para la reapertura de escuelas en México	18
5.1. Descripción del modelo	18
5.2. R_0 del Modelo 1	24
5.2.1. Punto de equilibrio libre de la enfermedad	24
5.2.2. Número reproductivo básico y cálculo de la probabilidad de transmisión β	24
5.3. R_0 del Modelo 2	26
5.3.1. Número reproductivo básico y cálculo de la probabilidad de transmisión β	26
5.3.2. Punto de equilibrio después de un periodo de alta incidencia	27
5.3.3. Número reproductivo efectivo endémico y cálculo de la probabilidad de transmisión.	28
5.4. Análisis de los números reproductivos básicos	29
6. Reapertura de escuelas: escenarios posibles	32
6.1. Dinámica igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020	39
6.1.1. Sin vacunación y ausencia de tamizaje	39
6.1.2. Sin Vacunación con tamizaje	40
6.1.3. Con vacunación y ausencia de tamizaje	42
6.1.4. Con vacunación y tamizaje	42
6.2. Dinámica igual a la observada de Marzo a Julio de 2021	45
6.2.1. Sin vacunación y ausencia de tamizaje	45
6.2.2. Sin Vacunación con tamizaje	46

ÍNDICE GENERAL

6.2.3. Con vacunación y ausencia de tamizaje	47
6.2.4. Con vacunación y tamizaje	48
6.3. Dinámica igual a la observada de Mayo a Septiembre de 2021	51
6.3.1. Sin vacunación y ausencia de tamizaje	51
6.3.2. Sin Vacunación con tamizaje	52
6.3.3. Con vacunación y ausencia de tamizaje	55
6.3.4. Con vacunación y tamizaje	55
6.4. Conclusiones derivadas de las simulaciones.	57
6.5. Riesgo de tener contacto con algún infectado	58
6.6. App en R	63
7. Análisis de sensibilidad del modelo	67
7.1. Análisis de Sensibilidad para los Modelos 1 y 2	68
7.1.1. Gráficas de análisis de sensibilidad.	69
8. Conclusiones	80
Apéndice A. Implementación del modelo de Paltiel en R	82
Apéndice B. Simulaciones de tasas de transmisión del Modelo 2 en R	87
Apéndice C. Series de tiempo de las distribuciones de probabilidad	89
Apéndice D. Gráficas del análisis de sensibilidad del Modelo 1	93
Apéndice E. Gráficas del análisis de sensibilidad del Modelo 2	110

1 Introducción

El COVID-19 es una enfermedad infecciosa causada por el coronavirus SARS-CoV-2, detectado por primera vez en Wuhan, China a finales de 2019. [1].

Hasta mediados de junio de 2021 esta enfermedad, declarada como pandemia, registró más de 176 millones de casos y más de 3.5 millones de muertes en todo el mundo [2]. Sin embargo, a pesar de que estas cifras son altas, se estima que desde el inicio de la pandemia y hasta mediados de 2021, el total de casos positivos fue de 3 a 5 veces mayor que el número de casos reportados [3] [4] [5]; variando esta cifra con respecto al tiempo y la localidad. Esto se debe en gran parte a que el número de casos asintomáticos es muy grande, estimando una media de un 40 % de casos asintomáticos de acuerdo a [6].

La proporción de asintomáticos ha jugado un papel muy importante durante la pandemia, ya que al no ser detectados ni aislados son los principales propagadores de la enfermedad. Sin embargo, el periodo de latencia¹ de un sintomático también contribuye en gran medida a la propagación del virus, ya que aún en este periodo, es posible transmitirlo.

La propagación del SARS-CoV-2 se da a través del contacto directo con gotículas que expulsa un enfermo al hablar, toser o estornudar. El virus es capaz de mantenerse activo en superficies, por lo que al tocarlas es posible contraer el virus por llevarse las manos sucias a boca, nariz u ojos. [8]. Existen también reportes de contagio por transmisión aérea, debido a que el virus es capaz de mantenerse suspendido en el aire por minutos u horas; en espacios mal ventilados. [9]

Los cuadros clínicos por COVID-19 son variados y pueden llegar hasta una neumonía con fiebre, tos e insuficiencia respiratoria (disnea) [9]. Hasta la fecha no se cuenta con un tratamiento específico, por lo que en cuadros leves, las recomendaciones expedidas por médicos son similares a tratamientos de enfermedades respiratorias agudas comunes.

Dada la facilidad de transmisión de esta enfermedad, los gobiernos de cada país han implementado medidas de control y mitigación, como el uso de cubrebocas, sanitización de lugares, periodos de confinamiento y cierre temporal de establecimientos, entre otros. Sin embargo, una de las medidas de mitigación establecidas en todos los países fue la suspensión de clases presenciales en todos los niveles educativos, lo cual además de afectar a la población estudiantil, también ha repercutido en todos los sectores económicos de los países.

La población de mayor afectación ante el cierre de escuelas son las clases sociales media y baja, debido a la falta de recursos para adquirir tecnología apropiada para continuar con la educación vía remota, lo cual ha propiciado la deserción de alumnos en todos los niveles educativos. A la fecha, después de tener las escuelas cerradas, su reapertura es una decisión

¹Tiempo desde la exposición hasta el inicio de síntomas de la enfermedad. [7]

que debe evaluarse detalladamente ya que esto, además de propiciar la recuperación económica, implica un incremento en la movilidad e interacción de la población, lo cual incrementa el riesgo de contagio entre sus habitantes.

1.1. Epidemia de COVID-19 en México

El primer caso de COVID-19 en México se detectó el 27 de febrero de 2020 en la Ciudad de México (CDMX), tratándose de un hombre de 35 años que regresaba de un viaje a Italia [10].

A diferencia de otros países, como por ejemplo Estados Unidos, México no implementó un rastreo de casos positivos de COVID-19, por lo que el número de casos reportados radica principalmente en casos sintomáticos que acuden a algún centro médico donde se les aplica alguna de las pruebas de detección como PCR o antígeno.

Por otro lado, a pesar de que la edad avanzada (>60 años) es un factor de alto riesgo para presentar síntomas severos o de fallecer a causa de la enfermedad de COVID-19, en México las comorbilidades como diabetes e hipertensión, presentes no sólo en adultos mayores, incrementan el riesgo de presentar cuadros graves de la enfermedad, incrementando la probabilidad de fallecer. Véase Figura [1.1].

Al igual que en la mayoría de los países, hasta la fecha la epidemia sigue activa en todo el territorio nacional, mostrando un decrecimiento global a partir de mediados de julio de 2021; sin embargo, la situación en el 2020 fue contraria, mostrando un continuo aumento en los casos positivos desde el inicio (Figura [1.2]). Este comportamiento propició la implementación y conservación de medidas de mitigación en todo el territorio nacional por un largo periodo de tiempo, resaltando la suspensión de clases presenciales en todos los niveles educativos.

Inicialmente, la suspensión de clases presenciales se había fijado del 23 de marzo al 17 de abril de 2020 [13], sin embargo, dado el incremento de casos en el país, este periodo se prolongó, abarcando completamente el ciclo escolar 2020-2021 en todo el territorio nacional. No obstante, para el periodo 2021-2022 se estableció el 30 de agosto de 2021 como la fecha de reincorporación a la modalidad presencial para la Ciudad de México, donde todos los niveles educativos de escuelas públicas y privadas regresaron a clases presenciales [14].

Esta medida de mitigación ha propiciado la disminución de casos positivos, dada la reducción de movilidad; no obstante el efecto en el nivel académico nacional se hace evidente al observar un incremento en la deserción de alumnos en todos los niveles educativos dada la falta de recursos e interés para continuar con el aprendizaje en línea.

Por esta razón y dado el decremento de casos en la mayoría de los estados, se ha considerado reabrir las escuelas en modalidad presencial a partir de agosto de 2021. Previamente, el gobierno de México optó por vacunar a todos los maestros y trabajadores de la educación a partir de abril de 2021 [15]. La reapertura de escuelas presenta la interrogante de si esta decisión es oportuna en términos del estado de la epidemia, o propiciará el incremento de casos en el país.

1.1. EPIDEMIA DE COVID-19 EN MÉXICO

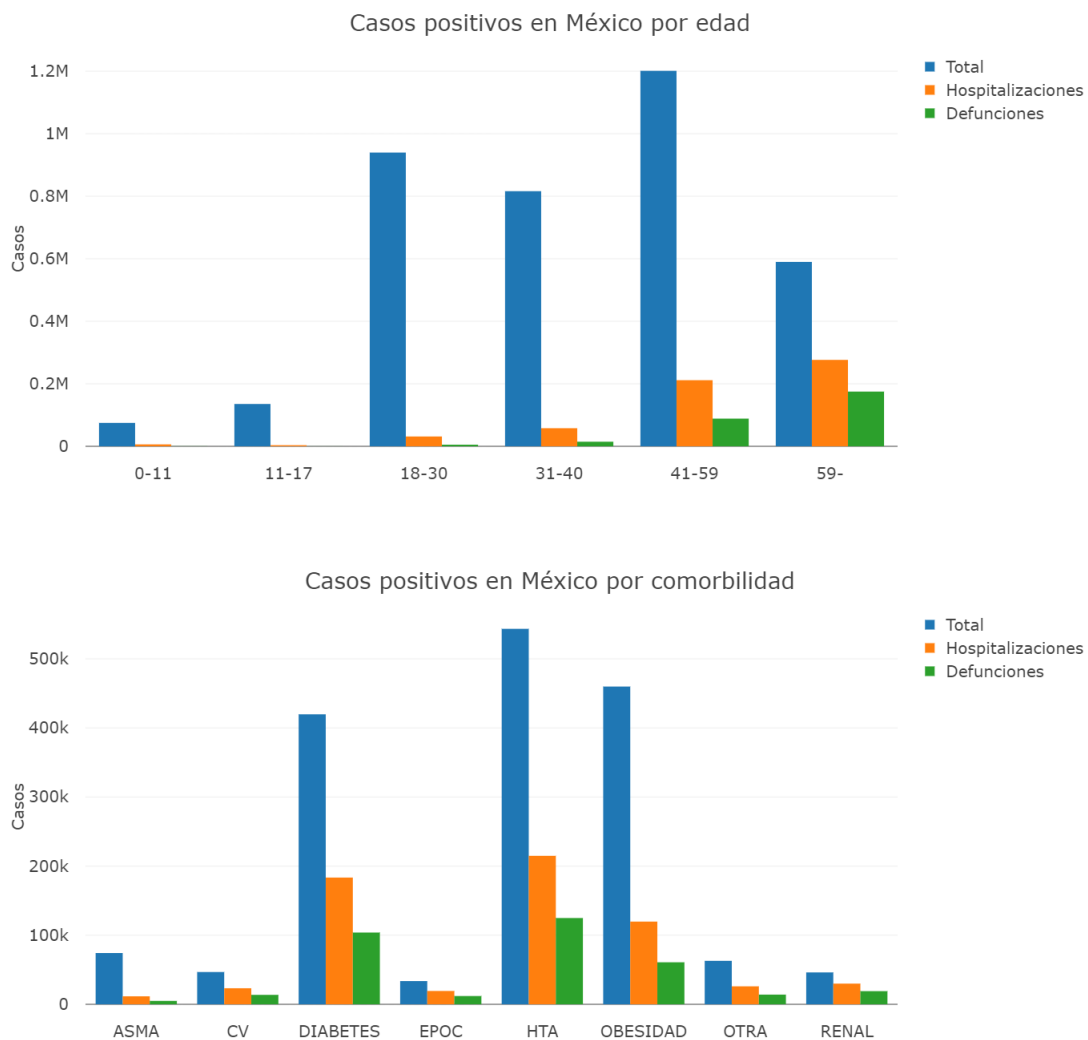


Figura 1.1: Casos positivos de COVID-19 registrados en México hasta el 10 de octubre de 2021, con datos obtenidos de [11] en dicha fecha y clasificados por edad y comorbilidad, comparados con el total de casos hospitalizados y defunciones registradas.

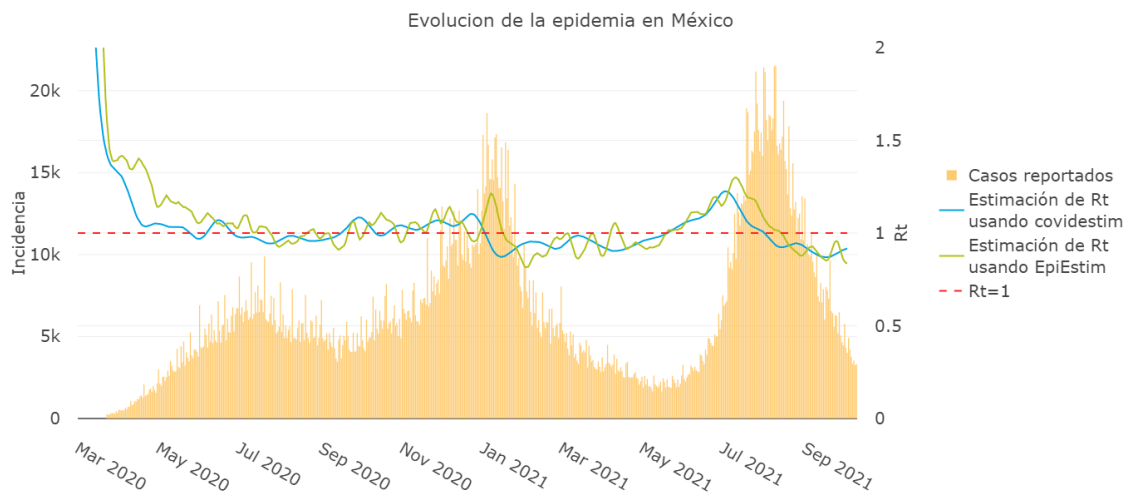


Figura 1.2: Casos positivos por COVID-19 registrados en el país, desde el 23 de marzo de 2020 hasta el 10 de octubre de 2021, de acuerdo a los datos de [11] actualizados al 17 de octubre de 2021; comparados con la estimación de los números reproductivos instantáneos usando las metodologías de [6] y [12].

2 Planteamiento del problema

En México la suspensión de clases presenciales fue una estrategia de mitigación implementada de manera oficial a partir del 23 de Marzo de 2020 y en todos los estados, a excepción de la Ciudad de México (CDMX), no se ha autorizado un regreso sino hasta agosto de 2021.

No obstante, el incremento de casos por COVID-19 no ha cesado y la aparición de nuevas cepas del virus lleva a la interrogante de qué tan riesgoso es el sector educativo ante estas condiciones, de tal manera que puedan reabrirse las escuelas de forma presencial.

Dada la presión social por parte de padres de familia y alumnos, los gobiernos se han visto obligados a presentar e incorporar estrategias de reapertura de escuelas para el ciclo escolar 2021-2022, las cuales se centran en la vacunación de maestros y personal del sector educativo, el uso de cubrebocas en aulas, mantener sana distancia, limpieza y ventilación de espacios y la aplicación de pruebas de COVID-19.

El estado de Campeche fue la primer entidad federativa en permitir el regreso a clases presenciales a partir del 19 de abril de 2021 [16], sin embargo, la aparición de casos dentro de las instituciones y el aumento de la incidencia en el estado, propició nuevamente el cierre de escuelas un mes después. [17]

Posteriormente, la Ciudad de México (CDMX) reinició clases presenciales a partir del 7 de junio de 2021 [14], sin embargo, 15 días después volvieron a cerrarse las escuelas [18].

Lo visto en Campeche y CDMX es el riesgo que corren todas las escuelas en el país, ya que la epidemia en México no ha terminado y el sector estudiantil no ha recibido vacunas contra el COVID-19 debido a que la estrategia de vacunación implementada prioriza a las personas de mayor edad y además, a nivel mundial, aún no se cuenta con vacunas aprobadas para niños menores de 12 años [19].

De esta manera, es necesario analizar posibles escenarios tras la reapertura de escuelas, considerando la vacunación del sector educativo, la toma de muestras de antígeno, el número de muestras diarias implementadas y sobre todo, qué ocurriría si a pesar de tener casos positivos en las escuelas, se continuara con las actividades presenciales.

3 Objetivos

General

Proponer un modelo matemático que permita analizar posibles escenarios de la dinámica de la epidemia de COVID-19 dentro de una escuela en la capital del estado de Querétaro, tras su reapertura en Agosto de 2021.

Específicos

1. Basándonos en los modelos de Paltiel [20] y Reed Frost [21], construir un modelo compartimental en ecuaciones en diferencias, cuya dinámica está dada por la probabilidad de permanecer en cada compartimiento al tiempo t , que describa la posible dinámica dentro de una escuela en la capital del estado de Querétaro.
2. Generar posibles escenarios para la dinámica de la epidemia de COVID-19 dentro de un campus universitario.

4 Antecedentes

Tras la pandemia de COVID-19, una de las estrategias de mitigación tomadas por los gobiernos de la mayoría de países fue la suspensión de clases presenciales en todos los niveles educativos, por lo que la problemática de permitir el regreso presencial a las aulas, es global y se ha mantenido hasta mediados de 2021. De esta manera, a lo largo de la epidemia se han desarrollado modelos matemáticos tratando de analizar posibles escenarios tras la reapertura de escuelas bajo condiciones específicas de cada lugar de interés.

4.1. Modelo matemático para la reapertura de escuelas en EUA

Paltiel et al. [20] proponen un modelo compartamental discreto para analizar el efecto de toma de muestras de COVID-19 para la detección y aislamiento de casos positivos en la población estudiantil de un campus universitario en Estados Unidos, cuyos integrantes, además de convivir en espacios académicos, también conviven en dormitorios.

El modelo [20] está constituido realmente por tres diferentes planteamientos. La estructura general de estos incluye los compartimientos de Susceptibles (U), Expuestos o en periodo de latencia (E), Asintomáticos (A), Falsos positivos (FP), Verdaderos positivos (TP), Sintomáticos (S), Recuperados (R) y Fallecidos (D).

Una vez que un individuo susceptible es infectado, pasa a un periodo de latencia, donde aún no es capaz de transmitir la enfermedad y no es posible detectarlo mediante pruebas. Posterior a este periodo, pasará al compartimiento de asintomáticos donde será transmisor de la enfermedad y, dada la sensibilidad de las pruebas, podrá ser detectado y aislado inmediatamente o permanecer en convivencia con el resto de estudiantes. Luego, cierta población infectada por COVID-19 permanecerá asintomática durante todo el periodo de la enfermedad, por lo que asintomáticos detectados y no detectados pasarán al compartimiento de recuperados con cierta tasa fija. Por otro lado, la población infectada que desarrolla síntomas, primero pasa al compartimiento de sintomáticos y luego al de recuperados o bien al de defunciones, con ciertas tasas fijas. Ver Figura 4.1

Las hipótesis del modelo son:

- Los nuevos casos surgen a partir del contagio entre estudiantes o por interacciones exógenas después de un periodo de tiempo establecido. En ciertas unidades de tiempo esta-

blecidas mediante una función indicadora $I(t)$ se instaure un número fijo X de contagios exógenos.

- La transición entre los compartimientos está dada por tasas fijas en el tiempo, las cuales se establecen por ciclo, que corresponde al número de horas entre la aplicación de una prueba y el aislamiento de un estudiante con resultado positivo.
- La tasa de recuperación (ρ) de asintomáticos y sintomáticos es la misma.
- La tasa de transmisión (β) está dada por

$$\beta = R_t(\sigma + \rho)$$

donde el número reproductivo instantáneo R_t se establece como fijo en todo el tiempo de simulación.

- La tasa de tamizaje τ en cada unidad de tiempo es fija.

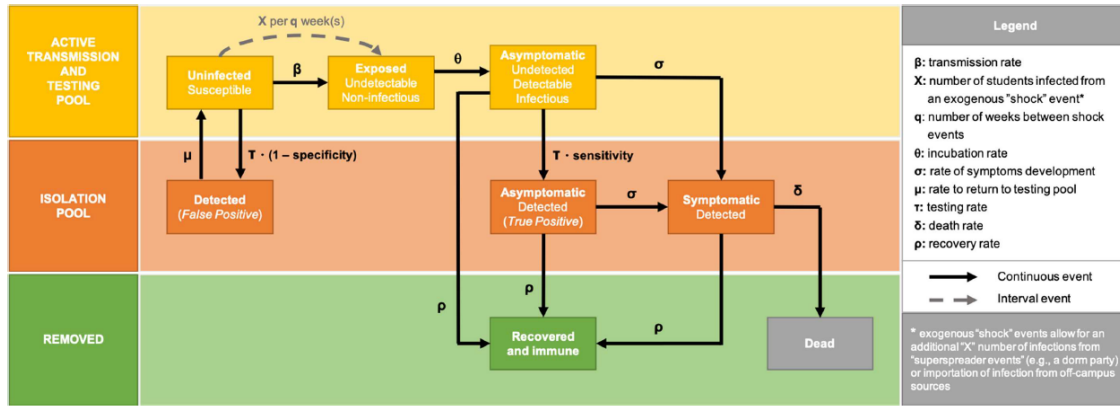


Figura 4.1: Diagrama del modelo matemático de [20]

El modelo base presentado en [20], está definido por el conjunto de ecuaciones (4.1).

$$\begin{aligned}
 U(t+1) &= U(t) \left(1 - \beta \frac{A(t)}{U(t) + A(t)} \right) - U(t-1)\tau(1 - Sp) + \mu FP(t) - X \cdot I(t+1) \\
 E(t+1) &= E(t)(1 - \theta) + \left(\beta \frac{A(t)U(t)}{U(t) + E(t) + A(t)} \right) + X \cdot I(t+1) \\
 A(t+1) &= A(t) \left(1 - \sigma - \rho + \beta \frac{U(t)}{U(t) + A(t)} \right) - A(t-1)\tau Se + E(t)\theta \\
 FP(t+1) &= FP(t)(1 - \mu) + U(t-1)\tau(1 - Sp) \\
 TP(t+1) &= TP(t)(1 - \sigma - \rho) + A(t-1)\tau Se \\
 S(t+1) &= S(t)(1 - \rho - \delta) + \sigma(TP(t) + A(t)) \\
 R(t+1) &= R(t) + \rho(TP(t) + A(t) + S(t)) \\
 D(t+1) &= D(t) + \delta S(t)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.1. MODELO MATEMÁTICO PARA LA REAPERTURA DE ESCUELAS EN EUA

Este modelo (4.1) muestra una inconsistencia con la conservación de la población constante en el tiempo, ya que al sumar las ecuaciones, no es posible eliminar el término señalado con rojo.

No obstante la implementación de estas ideas se hace de tal forma que prescinde de (4.1). Las ecuaciones (4.2) se usan para hallar la población al tiempo $t = 1$ y posterior a esto, se usan las ecuaciones (4.3) para los tiempos $t > 1$

$$\begin{aligned}
 U(1) &= U(0) \left(1 - \beta \frac{A(0)}{U(0) + E(0) + A(0)} \right) + \mu FP(0) \\
 E(1) &= E(0)(1 - \theta) + \left[\beta \frac{A(0)U(0)}{U(0) + E(0) + A(0)} \right] \\
 A(1) &= A(0) (1 - \sigma - \rho) + E(0)\theta \\
 FP(1) &= FP(0)(1 - \mu) \\
 TP(1) &= 0 \\
 S(1) &= S(0)(1 - \rho - \delta) + \sigma TP(0) + \sigma A(0) \\
 R(1) &= R(0) + \rho TP(0) + \rho [A(0) + S(0)] \\
 D(1) &= D(0) + \delta S(0)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned}
 U(t+1) &= U(t) \left(1 - \beta \frac{A(t)}{U(t) + E(t) + A(t)} \right) + \mu FP(t) - U(t-1)(1 - Sp) - X \cdot I(t+1) \\
 E(t+1) &= E(t)(1 - \theta) + \left[\beta \frac{A(t)U(t)}{U(t) + E(t) + A(t)} \right] + X \cdot I(t+1) \\
 A(t+1) &= A(t) (1 - \sigma - \rho) + E(t)\theta - A(t-1)\tau Se \\
 FP(t+1) &= FP(t)(1 - \mu) + U(t-1)\tau(1 - Sp) \\
 TP(t+1) &= TP(t)(1 - \sigma - \rho) + A(t-1)\tau Se \\
 S(t+1) &= S(t)(1 - \rho - \delta) + \sigma [TP(t) + A(t)] \\
 R(t+1) &= R(t) + \rho [TP(t) + A(t) + S(t)] \\
 D(t+1) &= D(t) + \delta S(t)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

A pesar de las modificaciones, estas ecuaciones todavía son inconsistentes, excepto bajo la suposición de que se establezca como condición inicial $TP(0) = 0$. Otra manera de mantener constante la población total en el modelo es definiendo

$$TP(1) = TP(0)(1 - \sigma - \rho).$$

Con estas modificaciones, se pueden reproducir los resultados de [20]. El código se encuentra en el Apéndice A.

En la Figura 4.2 se muestra la réplica de las simulaciones mostradas en [20], para una escuela con 5000 estudiantes cuyas condiciones iniciales son de 4990 alumnos susceptibles, 10

alumnos asintomáticos y 0 alumnos en cada uno de los compartimientos restantes del modelo. La simulación se lleva a cabo por 80 días y se establecen ciclos de 8 horas para la toma de muestras, por lo que cada unidad de tiempo t en el modelo representa un ciclo de pruebas y cada día es equivalente a 3 ciclos. El motivo por el que se establecen ciclos de 8 horas es considerando que en este periodo de tiempo se obtiene el resultado de la prueba. Se fija el valor de $R_0 = 2.5$, la función indicadora $I(t)$ se define de tal manera que cada 7 días ocurren $X = 10$ contagios exógenos, la toma de muestras es diaria con pruebas de 80% de sensibilidad y 98% de especificidad y el tiempo para que un falso positivo regrese al compartimiento de susceptibles es de un día. Con respecto a los resultados del 2020, se establecen 6 días de periodo de incubación, por lo que $\theta = 0.055$, el tiempo de recuperación es de 14 días dando $\rho = 0.023$; y considerando que el 30% de la población infectada desarrolla síntomas, entonces $\sigma = 0.0102$, $\delta = 0.00004$ y $\beta = 0.08$.

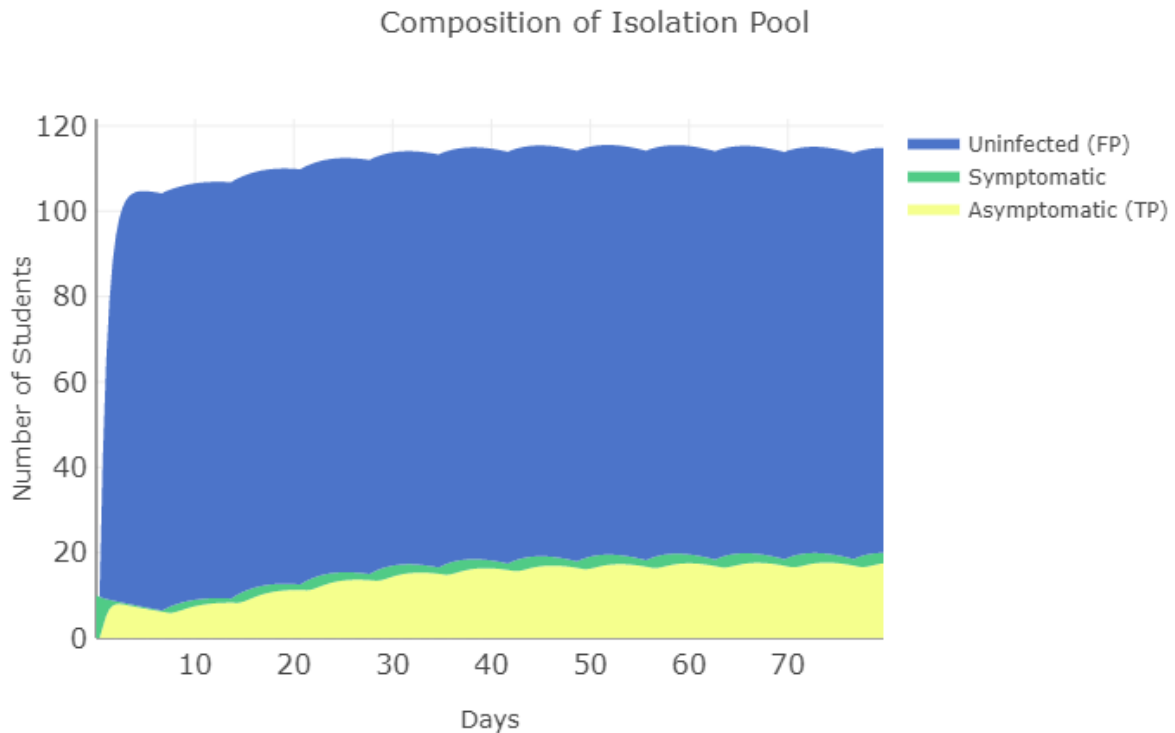


Figura 4.2: Réplica de las simulaciones mostradas en [20], hecha con el código del Apéndice A

Los parámetros usados para la simulación de la Figura 4.2 corresponden a condiciones específicas de Estados Unidos, como la periodicidad en la que ocurren los contagios vía exógena (7 días) y el tiempo entre la toma de muestra y el aislamiento de un caso positivo (ciclo de 8 horas). Las simulaciones en los compartimientos restantes se observan en la columna izquierda de la Figura 4.3.

4.1. MODELO MATEMÁTICO PARA LA REAPERTURA DE ESCUELAS EN EUA

Para adaptar estas ideas para el caso de México, debemos tomar en cuenta que en nuestro país los contagios exógenos pueden ocurrir diariamente, ya que la mayoría de los campus universitarios no cuentan con dormitorios y por tanto, los estudiantes conviven con personas ajenas al campus tanto en sus hogares como en la calle o en el transporte público. Así, la función indicadora $I(t)$ estará definida de tal manera que diariamente ocurran $X = 10$ contagios exógenos. Por otra parte, debido al tiempo limitado que un estudiante pasa en el campus universitario, aunado con la infraestructura o logística de la universidad durante la toma de muestras y la entrega de resultados, es posible que el tiempo para aislar a un caso positivo sea de al menos un día, por lo que cada ciclo t equivaldrá a este tiempo. De esta manera, usando nuestra implementación del modelo de Paltiel con el código del Apéndice [A](#) se obtienen los resultados de la columna derecha de la Figura [4.3](#).

4.1. MODELO MATEMÁTICO PARA LA REAPERTURA DE ESCUELAS EN EUA

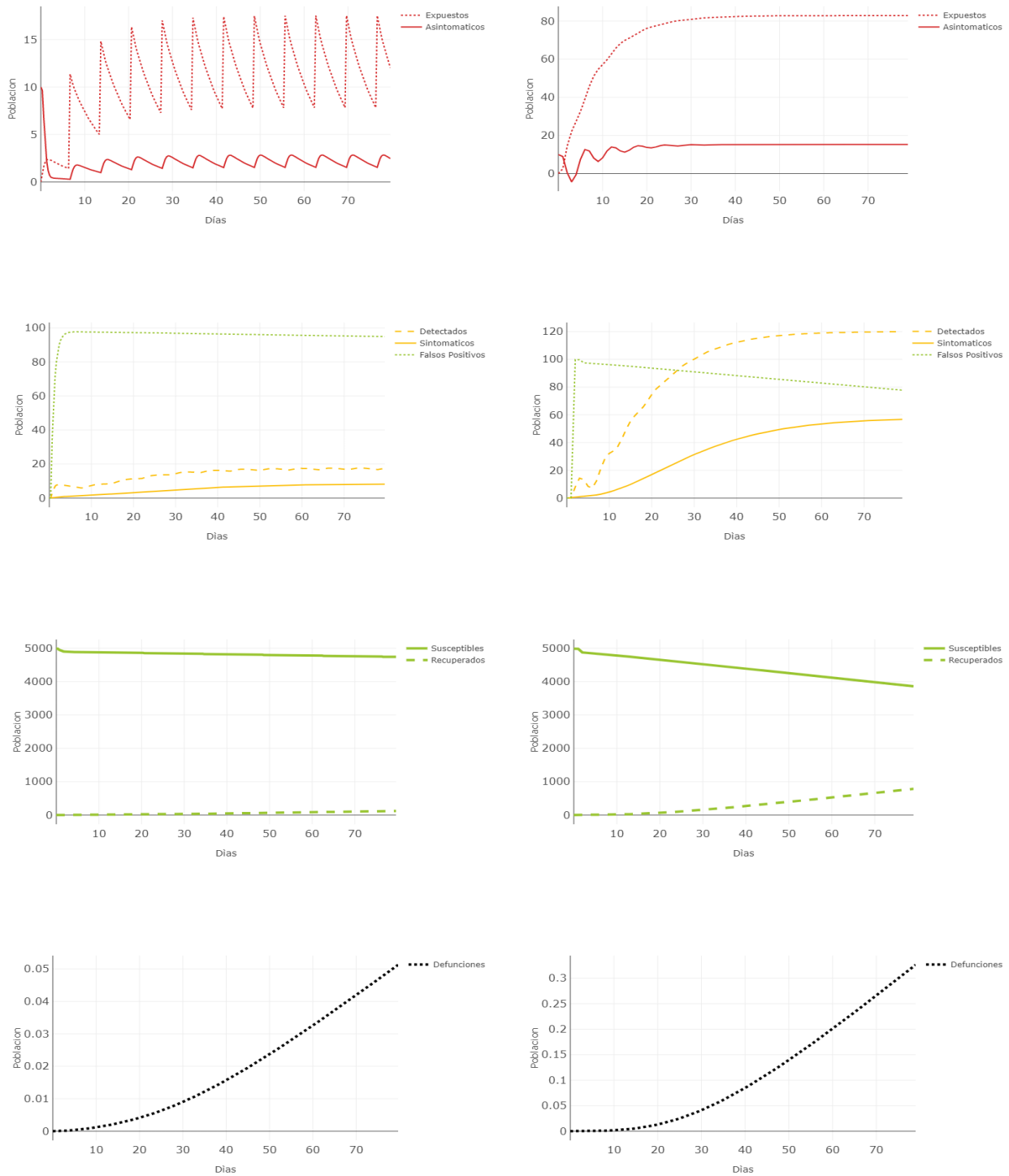


Figura 4.3: Comparación de la dinámica de cada compartimento del modelo de Paltiel [20] para una escuela en Estados Unidos (columna izquierda) y una escuela en México (columna derecha). Columna izquierda: escenarios en campus universitario de Estados Unidos con infecciones exógenas cada 7 días y ciclos de 8 horas. Columna derecha: escenarios en campus universitario de México con infecciones exógenas diarias y ciclos de 24 horas.

4.1. MODELO MATEMÁTICO PARA LA REAPERTURA DE ESCUELAS EN EUA

Las gráficas del primer renglón de la Figura 4.3 corresponden a la dinámica de los casos asintomáticos y expuestos. Se observa que con los parámetros acordes a una escuela en Estados Unidos (primer gráfica), las oscilaciones en la dinámica de casos es notoria debido a la continua aplicación de pruebas. Sin embargo, con los parámetros para México se observa la pérdida de periodicidad debido a que el periodo de tiempo entre la toma de muestras es mayor. Además, con los parámetros para México, se observa la inconsistencia para la preservación de la dinámica del modelo dentro del cuadrante positivo, misma que Paltiel resuelve al condicionar los resultados de las simulaciones tomando el máximo entre cero y el valor obtenido por el modelo. Esta condición no se especifica en [20] pero se muestra en los códigos de GitHub originales [22].

En el segundo renglón se compara la dinámica de los casos detectados, sintomáticos y falsos positivos a lo largo del semestre. Se puede observar que con los parámetros de Estados Unidos se incrementa el número de falsos positivos debido a la continua aplicación de pruebas. Sin embargo, para México se observa una reducción en la obtención de falsos positivos pero un incremento en el número de detectados debido al aumento de sintomáticos.

Por otro lado, en las gráficas del tercer y cuarto renglón de la Figura 4.3 se observa la reducción de susceptibles y el aumento de recuperados y defunciones usando los parámetros de una escuela en México a comparación de lo obtenido para Estados Unidos.

4.2. Modelo de Reed-Frost

Aunque el modelo [20] tiene deficiencias y errores de implementación, la idea representada en la Figura 4.1 es bastante adecuada para la modelación del regreso a clases. Por ello nos dimos a la tarea de desarrollar un modelo propio incorporando a las ideas en [20], la conceptualización del modelo clásico de Reed y Frost.

El modelo de Reed Frost es un modelo discreto apropiado para poblaciones cerradas y homogéneas, cuyos intervalos de tiempo son de igual longitud que el periodo de infecciosidad [21].

Las hipótesis de este modelo son:

- La población se mantiene constante en el tiempo y es homogénea, por lo que es aplicable en poblaciones pequeñas.
- La población se clasifica de acuerdo a su estatus de salud: susceptible o infectado.
- Cada individuo infectado infecta susceptibles de forma independiente.
- Todos los individuos tienen la misma tasa de contacto entre sí.
- La probabilidad p de que el contacto entre un infectado y un susceptible resulte en infección (contacto exitoso), es la misma para todos los individuos y se mantiene fija a lo largo de la epidemia.

Al definir p como la probabilidad de infección entre un individuo susceptible y un infectado, se tiene que $1-p$ es la probabilidad de no infección entre un individuo infectado y un susceptible.

Si se denota a la población susceptible como $X(t)$ y a la población infectada como $Y(t)$ para cada unidad de tiempo t entonces, la probabilidad de que un individuo susceptible no se enferme al tiempo t es $(1-p)^{Y_t}$, por lo que la población de susceptibles al tiempo $t+1$ sigue la distribución de probabilidad (4.4).

$$X_{t+1} \sim \text{Binomial}(X_t, (1-p)^{Y_t}) \quad (4.4)$$

Por tanto, la probabilidad de que un susceptible se infecte al tiempo t es $1-(1-p)^{Y_t}$ [23] [21].

En [21], Elveback implementa el modelo de Reed Frost para estudiar la dinámica de competencia por una célula entre dos virus A y B para su multiplicación. En este contexto, existe un compartimiento de células inmunes a ambos virus, tres compartimientos de células susceptibles y cuatro compartimientos de células infectadas.

Los tres compartimientos de susceptibles son: células que son susceptibles a ambos virus, células que son susceptibles al virus A pero inmune al virus B, y células que son susceptibles al virus B pero inmune al virus A.

Por otro lado, los compartimientos de células infectadas son: infectada por A pero temporalmente inmune a B, infectada por A y permanentemente inmune a B, infectada por B pero temporalmente inmune a A, infectada por B y permanentemente inmune a A.

La definición de los compartimientos y sus posibles transiciones se muestran en la Tabla 4.1, tomada directamente de [21].

Estados y posibles transiciones para el modelo de riesgo competitivo	
Estado al que cada individuo pertenece durante un intervalo de tiempo específico	Estados a los que puede migrar durante el siguiente intervalo de tiempo
1. Susceptible a A y B	1, 5, 7
2. Susceptible a A e inmune a B	2, 6
3. Susceptible a B e inmune a A	3, 8
4. Inmune a A y B	4
5. Infeccioso para A, temporalmente no susceptible a B	3
6. Infeccioso para A, permanentemente inmune a B	4
7. Infeccioso para B, temporalmente no susceptible a A	2
8. Infeccioso para B, permanentemente inmune a A	4

Tabla 4.1: Tabla 1 del artículo [21] que describe los estados de infección y migración de células en un ambiente de competencia entre dos virus, para la cual se usa un modelo de Reed Frost.

Para cada unidad de tiempo k , la dinámica del modelo consiste en calcular el número esperado de individuos en cada compartimiento con respecto a la probabilidad de permanecer en él o de llegar a él. Si cada compartimiento $i \in 1, 2, \dots, 8$, definido en la Tabla 4.1, contiene n_i individuos al tiempo k , entonces una proporción de ellos, dada por la probabilidad de permanencia, permanecerá en ese compartimiento al tiempo $k + 1$; y posiblemente una proporción de individuos de otro compartimiento j migrará al compartimiento i con cierta probabilidad de transición.

Por ejemplo, bajo la suposición de que la probabilidad p de infección por un virus tipo A y

Fórmulas de recurrencia para la epidemia esperada		
Estado	Número de personas en el estado durante el intervalo k	Número de personas en el estado durante el intervalo $k + 1$
1	n_1	$n_1 q^{n_A+n_B}$
2	n_2	$n_2 q^{n_A} + n_7$
3	n_3	$n_3 q^{n_B} + n_5$
4	n_4	$n_4 + n_5 + n_8$
5	n_5	$\frac{n_1 n_A}{n_A + n_B} (1 - q^{n_A+n_B})$
6	n_6	$n_2 (1 - q^{n_A})$
7	n_7	$\frac{n_1 n_B}{n_A + n_B} (1 - q^{n_A+n_B})$
8	n_8	$n_2 (1 - q^{n_B})$
Total	N	

Tabla 4.2: Tabla 2 del artículo [21] que describe el número de individuos en cada compartimento al tiempo k y $k + 1$ en función de la probabilidad de permanencia dentro de un ambiente de competencia entre dos virus.

por un virus tipo B es la misma, entonces la probabilidad de no infección por ninguno de los virus se define como $q = 1 - p$. Así, al denotar n_A como el total de virus tipo A y n_B como el total de virus tipo B al tiempo k , se tiene que $q^{n_A+n_B}$ es la probabilidad que tiene cada una de las células susceptibles a ambos virus, de no infectarse por ningún virus al tiempo k . Por tanto,

4.2. MODELO DE REED-FROST

si n_1 es el número de individuos susceptibles a ambos virus al tiempo k entonces, el número de individuos susceptibles a ambos virus al tiempo $k + 1$ será $n_1 q^{n_A + n_B}$. El número de individuos en cada compartimiento al tiempo k y $k + 1$ se muestra en la Tabla [4.2](#).

En las siguientes secciones, estas ideas serán adaptadas al caso de enfermedades infecciosas, donde las probabilidades de transición ponderan los cambios en el estado infeccioso de un individuo.

En el siguiente capítulo se describe un modelo compartimental discreto que combina las ideas de los modelos de Reed-Frost y de Paltiel, a modo de establecer la dinámica de contagios de COVID-19 dentro de una escuela, preservando invarianza del octante positivo en todos los compartimientos.

5 Modelo matemático para la reapertura de escuelas en México

5.1. Descripción del modelo

Usando las ideas conceptuales de [20], se construyó un modelo compartimental discreto de población constante, para analizar posibles escenarios de la epidemia por COVID-19 dentro de un campus universitario, tras la reapertura de escuelas en México durante un periodo escolar (Figura 5.1).

En este modelo se consideran condiciones específicas de un campus universitario mexicano, las cuales son:

- No se cuenta con dormitorios para estudiantes, por lo que la interacción entre toda la población universitaria se restringe a horarios académicos.
- No se establecen restricciones de convivencia entre los diferentes sectores de la población, de esta manera, todo individuo tiene el mismo riesgo de contacto con algún infectado.
- Cada individuo de la población universitaria tiene contacto diario con población ajena a la universidad, por lo que existe la probabilidad de contagiarse dentro y fuera de la institución diariamente.

El modelo de la Figura 5.1 es un sistema de ecuaciones en diferencias que incluye el tamizaje de la población. La población en cada compartimiento al tiempo $n + 1$ corresponde al número de individuos al tiempo n que permanece allí, más los que llegan de otros compartimientos, de acuerdo a la probabilidad de permanecer o migrar desde cada compartimiento al tiempo n .

La estructura del modelo consiste en un compartimiento de individuos susceptibles (U) que, al entrar en contacto con individuos infectados dentro de la institución así como fuera de ella, tienen cierta probabilidad P_c de contraer la enfermedad y pasar al compartimiento de presintomáticos (E) o de asintomáticos (A), donde se convierten en transmisores de la enfermedad.

Como el no contagiarse dentro de la escuela ni fuera de ella son eventos independientes, entonces la probabilidad P_c de contraer la enfermedad la definiremos como uno menos el producto de las probabilidades de dichos eventos.

Si definimos $N^*(n)$ como el total de la población en la escuela al tiempo n , entonces la probabilidad de encontrarse con un infectado dentro de la escuela al tiempo n es $\frac{A(n)+E(n)}{N^*(n)}$. De

5.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

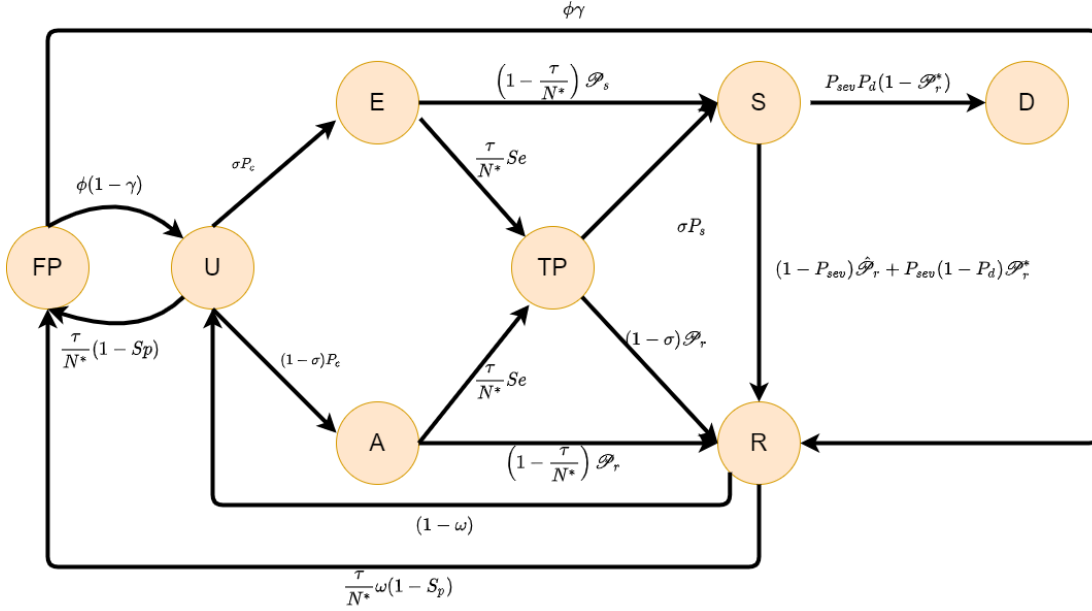


Figura 5.1: Modelo compartimental para la dinámica de la epidemia por COVID-19 dentro de un campus universitario en México, considerando los compartimientos de susceptibles (U), presintomáticos (E), asintomáticos (A), detectados por tamizaje (TP), falsos positivos (FP), sintomáticos (S), recuperados (R) y defunciones debidas a la enfermedad (D); definiendo la dinámica mediante la probabilidad de transición de cierta proporción de individuos en una unidad de tiempo para cada compartimiento; siguiendo las ecuaciones [\(5.4\)](#)

esta manera, suponiendo independencia entre la probabilidad de encuentro con algún enfermo y la probabilidad de contacto efectivo al interior de la escuela β_{int} , se tiene que la probabilidad $C_e := C_e(n)$ de no contagiarse en el interior de la escuela es

$$C_e(n) = 1 - \beta_{int} \frac{A(n) + E(n)}{N^*(n)} \quad (5.1)$$

De forma similar, definiendo $act(n)$ como el total de casos activos en el exterior al tiempo n y pop como el total de habitantes en el exterior, se tiene que $\frac{act(n)}{pop}$ es la probabilidad de encontrarse con un infectado fuera de la escuela al tiempo n . Por tanto, si β_{ext} es la probabilidad de contacto efectivo en el exterior de la escuela, se tiene que la probabilidad $C_f := C_f(n)$ de no contagiarse fuera de la escuela es

$$C_f(n) = 1 - \beta_{ext} \frac{act(n)}{pop} \quad (5.2)$$

De esta manera, P_c está dada por [\(5.3\)](#)

$$\begin{aligned} P_c &= 1 - C_e C_f \\ &= 1 - \left(1 - \beta_{int} \frac{A(n) + E(n)}{N^*(n)} \right) \left(1 - \beta_{ext} \frac{act(n)}{pop} \right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

La población a la que anteriormente se hace referencia por $N^*(n)$ son los susceptibles, los recuperados (R) que presentan cierta inmunidad y los asintomáticos y presintomáticos

no detectados que conviven al tiempo n en la escuela; bajo el supuesto de que dentro de la institución se establece un programa de monitoreo de la enfermedad por medio del aislamiento inmediato de casos detectados por inicio de síntomas o por detección mediante pruebas positivas de antígeno, aplicadas diariamente.

Gracias a la aplicación de estas pruebas dentro de la escuela, una proporción de presintomáticos y asintomáticos podrá ser detectada, pasando al compartimiento de verdaderos positivos (TP). Sin embargo, dada la sensibilidad¹ (S_e) y especificidad² (S_p) de las pruebas, los resultados podrían conducir a una clasificación errónea, por lo que cierta población permanecerá en E y A hasta la presencia de síntomas o su recuperación. Por otro lado, si las pruebas se aplican a la población en general, entonces individuos susceptibles y recuperados también podrían dar lugar a Falsos Positivos (FP), de donde posteriormente, al descartar el resultado positivo, saldrán en una proporción fija ϕ y regresarán a su respectivo compartimiento U o R , de acuerdo a la proporción (γ) de recuperados que haya en la escuela al tiempo n .

Con el transcurso del tiempo, la población de infectados presintomáticos, tanto detectados como no detectados, pasará al compartimiento de sintomáticos con cierta probabilidad \mathcal{P}_s ; y la población de asintomáticos podrá llegar al compartimiento de recuperados con cierta probabilidad \mathcal{P}_r .

Del compartimiento de sintomáticos, una proporción $(1 - P_{sev})$ se recupera con el paso del tiempo sin presentar un cuadro severo de la enfermedad, con una probabilidad $\hat{\mathcal{P}}_r$. Sin embargo, de los sintomáticos que desarrollan un cuadro severo (P_{sev}), cierta proporción $(1 - P_d)$ se recuperará en el transcurso del tiempo con una probabilidad \mathcal{P}_r^* ; y la proporción restante P_d fallecerá a lo largo del tiempo con una probabilidad $1 - \mathcal{P}_r^*$. Ver Figura 5.2

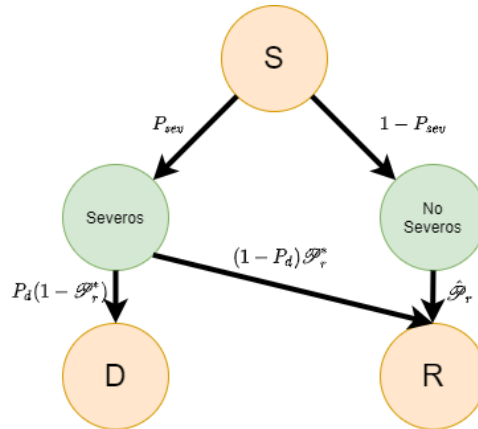


Figura 5.2: Dinámica de individuos sintomáticos en el modelo compartimental de la Figura 5.1

Finalmente, dado que el COVID-19 no genera inmunidad permanente [25], entonces se introduce el parámetro fijo ω que se refiere a la proporción de recuperados que permanecen inmunes en cada unidad de tiempo.

¹La sensibilidad de una prueba se define como la frecuencia de clasificar correctamente los resultados positivos obtenidos (tasa de verdaderos positivos) [24]

²La especificidad de una prueba se define como la frecuencia de clasificar correctamente los resultados negativos obtenidos (tasa de verdaderos negativos) [24]

Variables del modelo:

U(n) : número de susceptibles en la población al tiempo n .

E(n) : número de presintomáticos no detectados en la población en el tiempo n .

A(n) : número de asintomáticos no detectados en la población en el tiempo n .

TP(n) : número de presintomáticos y asintomáticos detectados en el tiempo n

FP(n) : número de falsos positivos en la población obtenidos en el tiempo n

S(n) : número de sintomáticos confirmados en la población en el tiempo n

R(n) : número de recuperados en el tiempo n , incluyendo asintomáticos detectados y no detectados.

D(n) : número de defunciones en el tiempo n

Para definir los parámetros del modelo, mostrados en la Figura [5.1](#), se definen los siguientes parámetros auxiliares.

N : Total de población universitaria (constante).

$$N := U(n) + A(n) + E(n) + TP(n) + FP(n) + S(n) + R(n) + D(n)$$

$N^*(n)$: Total de población universitaria conviviendo en el campus al tiempo n .

$$N^*(n) := U(n) + A(n) + E(n) + R(n)$$

act : Total de casos activos al tiempo n en la población (municipio) ajena a la universidad. Estos valores corresponden a la suma de casos positivos en el municipio durante los últimos 14 días. Para las simulaciones, se usaron datos del municipio correspondiente durante un periodo de tiempo establecido [\[11\]](#).

pop : Total de la población en el municipio de acuerdo al censo de población 2020 (INEGI). Información extraída de la paquetería `mxmaps` del software estadístico R

Parámetros del modelo:

C_e : Probabilidad de no contagiarse dentro del campus universitario al tiempo n , definida como

$$C_e := 1 - \beta_{int} \frac{A(n) + E(n)}{N^*}$$

C_f : Probabilidad de no contagiarse fuera del campus universitario al tiempo n , definida como

$$C_f := 1 - \beta_{ext} \frac{act(n)}{pop}$$

P_c : Probabilidad de contagio

β_{int} : probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela

β_{ext} : probabilidad de transmisión efectiva fuera de la escuela

ϕ : proporción de falsos positivos que sale diariamente del compartimiento, al descartar infección mediante segunda prueba.

σ : proporción de población infectada que evolucionará como sintomática.

τ : Número de pruebas aplicadas diariamente

ω : proporción constante de recuperados que conservan inmunidad al tiempo n .

γ : proporción de falsos positivos que regresan al compartimiento de recuperados por conservar inmunidad.

S_e : porcentaje de sensibilidad de la prueba.

S_p : porcentaje de especificidad de la prueba.

P_{sev} : probabilidad de que un sintomático desarrolle síntomas severos.

P_d : probabilidad de que un sintomático severo fallezca.

\mathcal{P}_s : probabilidad de presentar síntomas en el tiempo n

\mathcal{P}_r : probabilidad de recuperación de asintomáticos en el tiempo n

$\hat{\mathcal{P}}_r$: probabilidad de recuperación de sintomáticos no severos en el tiempo n

\mathcal{P}_r^* : probabilidad de recuperación de sintomáticos severos en el tiempo n

El modelo de la Figura [5.1](#) está dado por el sistema de ecuaciones [\(5.4\)](#) y se analizará en la sección [5.2](#)

$$\begin{aligned}
 U(n+1) &= U(n)C_eC_f \left[1 - \frac{\tau}{N^*(n)}(1 - Sp) \right] + (1 - \gamma)\phi FP(n) + R(n)(1 - \omega) \\
 E(n+1) &= \sigma U(n)(1 - C_eC_f) + E(n) \left[\frac{\tau}{N^*(n)}(1 - Se) + \left(1 - \frac{\tau}{N^*(n)} \right) (1 - \mathcal{P}_s) \right] \\
 A(n+1) &= (1 - \sigma)U(n)(1 - C_eC_f) + A(n) \left[\frac{\tau}{N^*(n)}(1 - Se) + \left(1 - \frac{\tau}{N^*(n)} \right) (1 - \mathcal{P}_r) \right] \\
 TP(n+1) &= E(n)\frac{\tau}{N^*(n)}Se + A(n)\frac{\tau}{N^*(n)}Se + TP(n)[(1 - \sigma)(1 - Pr) + \sigma(1 - \mathcal{P}_s)] \\
 FP(n+1) &= U(n)\frac{\tau}{N^*(n)}(1 - Sp)C_eC_f + (1 - \phi)FP(n) + R(n)\omega\frac{\tau}{N^*(n)}(1 - S_p) \\
 S(n+1) &= E(n) \left(1 - \frac{\tau}{N^*(n)} \right) \mathcal{P}_s + TP(n)\sigma\mathcal{P}_s + S(n) \left[(1 - P_{sev})(1 - \hat{\mathcal{P}}_r) + P_{sev}(1 - P_d)(1 - \mathcal{P}_r^*) \right] \\
 R(n+1) &= TP(n)(1 - \sigma)\mathcal{P}_r + A(n) \left(1 - \frac{\tau}{N^*(n)} \right) \mathcal{P}_r + S(n) \left[(1 - P_{sev})\hat{\mathcal{P}}_r + P_{sev}(1 - P_d)\mathcal{P}_r^* \right] \\
 &\quad + R(n)\omega \left[\frac{\tau}{N^*(n)}S_p + \left(1 - \frac{\tau}{N^*(n)} \right) \right] + \gamma\phi FP(n) \\
 D(n+1) &= D(n) + S(n)P_{sev}P_d
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Como se explicó anteriormente, este modelo considera la aplicación diaria de un número fijo de muestras por antígeno, distribuidas de acuerdo a la población en cada compartimiento de susceptibles, presintomáticos, asintomáticos y recuperados. Sin embargo, al cambiar esta suposición por la aplicación diaria de pruebas a una proporción fija τ de la población que se encuentra en la escuela al tiempo n , es decir una proporción τ de $N^*(n)$, el modelo (5.4) se transforma al modelo dado por el sistema de ecuaciones (5.5); donde el número de muestras aplicadas diariamente cambia conforme a la población total dentro de la escuela al tiempo n . Este modelo se analizará en la sección 5.3

$$\begin{aligned}
 U(n+1) &= U(n)C_eC_f [1 - \tau(1 - Sp)] + (1 - \gamma)\phi FP(n) + R(n)(1 - \omega) \\
 E(n+1) &= \sigma U(n)(1 - C_eC_f) + E(n) [\tau(1 - Se) + (1 - \tau)(1 - \mathcal{P}_s)] \\
 A(n+1) &= (1 - \sigma)U(n)(1 - C_eC_f) + A(n) [\tau(1 - Se) + (1 - \tau)(1 - \mathcal{P}_r)] \\
 TP(n+1) &= E(n)\tau Se + A(n)\tau Se + TP(n)[(1 - \sigma)(1 - Pr) + \sigma(1 - \mathcal{P}_s)] \\
 FP(n+1) &= U(n)\tau(1 - Sp)C_eC_f + (1 - \phi)FP(n) + R(n)\omega\tau(1 - S_p) \\
 S(n+1) &= E(n)(1 - \tau)\mathcal{P}_s + TP(n)\sigma\mathcal{P}_s + S(n) \left[(1 - P_{sev})(1 - \hat{\mathcal{P}}_r) + P_{sev}(1 - P_d)(1 - \mathcal{P}_r^*) \right] \\
 R(n+1) &= TP(n)(1 - \sigma)\mathcal{P}_r + A(n)(1 - \tau)\mathcal{P}_r + S(n) \left[(1 - P_{sev})\hat{\mathcal{P}}_r + P_{sev}(1 - P_d)\mathcal{P}_r^* \right] \\
 &\quad + R(n)\omega [\tau S_p + (1 - \tau)] + \gamma\phi FP(n) \\
 D(n+1) &= D(n) + S(n)P_{sev}P_d
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

5.2. R_0 del Modelo 1

En esta sección se muestra el cálculo del número reproductivo básico (R_0) del Modelo 1, donde se considera que el tamizaje (τ) dentro de la escuela está dado por un número fijo de pruebas diarias.

Es necesario subrayar que debido a que la población de cada compartimiento al tiempo $n + 1$ está dada por la suma de proporciones de individuos de otros compartimientos al tiempo n entonces la población preserva invarianza en el octante positivo (ver Apéndice); llegando a resolver la problemática que se tenía con el modelo de Paltiel mostrado en la Figura 4.3.

Para hallar la expresión de las probabilidades de contacto efectivo β_{int} y β_{ext} se considerará que tienen la misma forma, denotándola por β ; sin embargo, sus valores difieren de acuerdo al valor de los parámetros correspondientes, considerando que el tamizaje fuera de la escuela es cero.

5.2.1. Punto de equilibrio libre de la enfermedad

Al hallar el punto de equilibrio libre de la enfermedad en (5.4), supondremos que la toma de muestras se lleva a cabo incluso sin haber casos positivos, lo que resulta en que el total de la población se reparte entre el compartimiento de susceptibles y el de falsos positivos. Partiendo de que $E(n) = A(n) = TP(n) = S(n) = R(n) = D(n) = act = 0$, el punto de equilibrio libre de la enfermedad debe satisfacer el sistema de ecuaciones (5.6), de donde de la tercer ecuación se concluye que $FP(n) = 0$, por tanto, la segunda ecuación se reduce a $0 = \tau(1 - Sp)$, que implica que la ausencia de falsos positivos ocurre si y sólo si las pruebas tienen una especificidad del 100% o no toman muestras.

$$\begin{aligned} U(n) &= U(n) \left(1 - \frac{\tau}{U(n)}(1 - Sp) \right) + (1 - \gamma)\phi FP(n) \\ FP(n) &= U(n) \frac{\tau}{U(n)}(1 - Sp) + (1 - \phi)FP(n) \\ 0 &= \gamma\phi FP(n) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Como la especificidad de las pruebas de antígeno no es del 100% entonces suponemos que en ausencia de la enfermedad, no se toman muestras en la escuela y por tanto, el punto de equilibrio libre de la enfermedad concentra a toda la población en el compartimiento de susceptibles (ecuación 5.7).

$$(U_0, E_0, A_0, TP_0, FP_0, S_0, R_0, D_0) = (N, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \quad (5.7)$$

5.2.2. Número reproductivo básico y cálculo de la probabilidad de transmisión β

Considerando las ecuaciones correspondientes a los compartimientos de presintomáticos, asintomáticos, detectados y sintomáticos del Modelo 1, se define el vector del subsistema infeccioso denotado por X_0 . Por otro lado, al vector del subsistema de ecuaciones con los estados no infectados, conformado por las ecuaciones de susceptibles, falsos positivos, recuperados y defunciones; se le denotará por X_1 . Así, los compartimientos del Modelo 1 estarán dados por el vector (5.8).

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

5.2. R_0 DEL MODELO 1

Seguindo la notación y metodología de [26], la matriz Jacobiana del sistema (5.8), evaluada en el punto de equilibrio libre de la enfermedad (5.7), está dada por (5.9), donde O es la matriz nula 4x4.

$$\begin{pmatrix} F + T & O \\ A & C \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

Las submatrices que conforman la matriz Jacobiana (5.9) se definen como

$$F + T = \begin{pmatrix} \beta\sigma + (1 - P_s)\left(1 - \frac{\tau}{N}\right) + \frac{(1 - S_e)\tau}{N} & \beta\sigma & 0 & 0 \\ \beta(1 - \sigma) & \beta(1 - \sigma) + (1 - P_r)\left(1 - \frac{\tau}{N}\right) + \frac{(1 - S_e)\tau}{N} & 0 & 0 \\ \frac{S_e\tau}{N} & \frac{S_e\tau}{N} & (1 - P_r)(1 - \sigma) + (1 - P_s)\sigma & 0 \\ P_s\left(1 - \frac{\tau}{N}\right) & 0 & P_s\sigma & (1 - P_d)(1 - \mathcal{P}_r^*)P_{sev} + (1 - \hat{\mathcal{P}}_r)(1 - P_{sev}) \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{(1 - S_p)\tau}{N} - \beta\left(1 - \frac{(1 - S_p)\tau}{N}\right) & \frac{(1 - S_p)\tau}{N} - \beta\left(1 - \frac{(1 - S_p)\tau}{N}\right) & 0 & 0 \\ -\frac{\beta(1 - S_p)\tau}{N} - \frac{(1 - S_p)\tau}{N} & -\frac{\beta(1 - S_p)\tau}{N} - \frac{(1 - S_p)\tau}{N} & 0 & 0 \\ 0 & P_r\left(1 - \frac{\tau}{N}\right) & P_r(1 - \sigma) & (1 - P_d)\mathcal{P}_r^*P_{sev} + \hat{\mathcal{P}}_r(1 - P_{sev}) \\ 0 & 0 & 0 & P_dP_{sev} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & (1 - \gamma)\phi & \frac{(1 - S_p)\tau}{N} - w + 1 & 0 \\ 0 & 1 - \phi & \frac{(1 - S_p)\tau w}{N} - \frac{(1 - S_p)\tau}{N} & 0 \\ 0 & \gamma\phi & w\left(\frac{S_p\tau}{N} - \frac{\tau}{N} + 1\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

El radio espectral de la matriz de siguiente generación definida como $F(I - T)^{-1}$, con I la matriz identidad, corresponde al R_0 (dado en [5.10]), el cual depende de la probabilidad de transmisión β .

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{\beta N(NP_r\sigma - NP_s\sigma + NP_s - P_r\sigma\tau + P_s\sigma\tau - P_s\tau + S_e\tau)}{(NP_r - P_r\tau + S_e\tau)(NP_s - P_s\tau + S_e\tau)} \\ &= \frac{N\beta [P_s(N - \tau) + P_r\sigma(N - \tau) - P_s\sigma(N - \tau) + S_e\tau]}{[P_r(N - \tau) + S_e\tau][P_s(N - \tau) + S_e\tau]} \\ &= \frac{N\beta}{[P_r(N - \tau) + S_e\tau]} + \frac{N\beta [P_r\sigma(N - \tau) - P_s\sigma(N - \tau)]}{[P_r(N - \tau) + S_e\tau][P_s(N - \tau) + S_e\tau]} \\ &= \beta \left(\frac{1}{\frac{P_r(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}} + \sigma \left[\frac{1}{\frac{P_s(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}} - \frac{1}{\frac{P_r(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}} \right] \right) \\ \therefore R_0 &= \beta \left(\frac{1 - \sigma}{\frac{P_r(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}} + \frac{\sigma}{\frac{P_s(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}} \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

El número reproductivo básico del Modelo 1 puede interpretarse como el producto de la probabilidad de contacto efectivo (β) por la suma de la razón de la proporción de asintomáticos activos ($1 - \sigma$) entre la proporción de asintomáticos inactivos $\frac{P_r(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}$ más la proporción de sintomáticos activos (σ) entre la proporción de sintomáticos inactivos $\frac{P_s(N - \tau)}{N} + \frac{S_e\tau}{N}$.

Suponiendo que $P_r = P_s$ en la ecuación (5.10), se llega a la simplificación del R_0 dada por (5.11)

$$R_0 = \frac{\beta [N(1 - \sigma) + N\sigma]}{P_r(N - \tau) + S_e\tau} \quad (5.11)$$

Entonces, $R_0 > 1$ si y sólo si $\beta [N(1 - \sigma) + N\sigma] > P_r(N - \tau) + S_e\tau$. Esto indica que para que haya un crecimiento de la epidemia ($R_0 > 1$), la probabilidad de transmisión efectiva de N infectados (sintomáticos y asintomáticos) debe ser mayor a la probabilidad de salir del compartimento de asintomáticos o de sintomáticos, lo cual es consistente con la epidemiología de la enfermedad.

Por otro lado, con base en (5.10) se llega a que la probabilidad de contagio efectivo β para el Modelo 1 está definida por (5.12), si conocemos R_0 .

$$\beta = \frac{R_0 [P_r(N - \tau) + S_e\tau] [P_s(N - \tau) + S_e\tau]}{N [P_s(N - \tau) + P_r\sigma(N - \tau) - P_s\sigma(N - \tau) + S_e\tau]} \quad (5.12)$$

5.3. R_0 del Modelo 2

De forma análoga que en la Sección 5.2.1, se tiene que el punto de equilibrio libre de la enfermedad para el Modelo 2 es $(U_0, E_0, A_0, TP_0, FP_0, S_0, R_0, D_0) = (N, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Sin embargo, la matriz Jacobiana del sistema es diferente a la obtenida para el Modelo 1, ya que ahora τ representa una proporción de la población en la escuela al tiempo n a tamizar.

5.3.1. Número reproductivo básico y cálculo de la probabilidad de transmisión β

Siguiendo la notación de la Sección 5.2.2 obtenemos que la matriz Jacobiana del Modelo 2, evaluada en el punto de equilibrio libre de la enfermedad, está dada por las siguientes submatrices:

$$F + T = \begin{pmatrix} \beta\sigma + (1 - P_s)(1 - \tau) + (1 - S_e)\tau & \beta\sigma & 0 & 0 \\ \beta(1 - \sigma) & \beta(1 - \sigma) + (1 - P_r)(1 - \tau) + (1 - S_e)\tau & 0 & 0 \\ S_e\tau & S_e\tau & (1 - P_r)(1 - \sigma) + (1 - P_s)\sigma & 0 \\ P_s(1 - \tau) & 0 & P_s\sigma & (1 - P_d)(1 - \mathcal{P}_r^*)P_{sev} + (1 - \hat{\mathcal{P}}_r)(1 - P_{sev}) \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -\beta(1 - (1 - S_p)\tau) & -\beta(1 - (1 - S_p)\tau) & 0 & 0 \\ -\beta(1 - S_p)\tau & -\beta(1 - S_p)\tau & 0 & 0 \\ 0 & P_r(1 - \tau) & P_r(1 - \sigma) & (1 - P_d)\mathcal{P}_r^*P_{sev} + \hat{\mathcal{P}}_r(1 - P_{sev}) \\ 0 & 0 & 0 & P_dP_{sev} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 - (1 - S_p)\tau & (1 - \gamma)\phi & 1 - w & 0 \\ (1 - S_p)\tau & 1 - \phi & (1 - S_p)\tau w & 0 \\ 0 & \gamma\phi & w(S_p\tau - \tau + 1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto, el número reproductivo básico (5.13) del Modelo 2, dado por el radio espectral de su matriz de siguiente generación, se interpreta como la fuerza de infección de la razón entre la proporción de asintomáticos $(1 - \sigma)$ que resultan si el total de la población es infectada, y la proporción de individuos que salen del compartimento de asintomáticos $(P_r(1 - \tau) + S_e\tau)$; más la fuerza de infección de la razón entre la proporción de presintomáticos (σ) que resultan si el total de la población es infectada, y la proporción de individuos que salen del compartimento de presintomáticos $(P_s(1 - \tau) + S_e\tau)$

$$\begin{aligned}
 R_0 &= \frac{\beta(-P_r\sigma\tau + P_r\sigma + P_s\sigma\tau + P_s(-\sigma) - P_s\tau + P_s + S_e\tau)}{(P_r\tau - P_r - S_e\tau)(P_s\tau - P_s - S_e\tau)} \\
 &= \frac{\beta(P_s(1-\tau) - P_s\sigma(1-\tau) + P_r\sigma(1-\tau) + S_e\tau)}{(P_r(1-\tau) + S_e\tau)(P_s(1-\tau) + S_e\tau)} \\
 &= \beta \left(\frac{P_s(1-\tau) + S_e\tau}{(P_r(1-\tau) + S_e\tau)(P_s(1-\tau) + S_e\tau)} + \frac{P_r\sigma(1-\tau) - P_s\sigma(1-\tau)}{(P_r(1-\tau) + S_e\tau)(P_s(1-\tau) + S_e\tau)} \right) \\
 &= \beta \left(\frac{1}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} + \sigma \left(\frac{1}{P_s(1-\tau) + S_e\tau} - \frac{1}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} \right) \right) \\
 &= \beta \left(\frac{1-\sigma}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} + \frac{\sigma}{P_s(1-\tau) + S_e\tau} \right) \\
 \therefore R_0 &= \beta \left(\frac{1-\sigma}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} + \frac{\sigma}{P_s(1-\tau) + S_e\tau} \right) \tag{5.13}
 \end{aligned}$$

La definición del número reproductivo básico del Modelo 2 y la probabilidad de transmisión efectiva (5.14) son análogas a las del Modelo 1 (5.10), por lo que la condición para que el R_0 sea mayor que 1, es similar, salvo que en este caso usamos proporciones de la población y no el número de individuos. En resumen, si conocemos R_0 , β está dada como:

$$\beta = \frac{R_0 [P_r(1-\tau) + S_e\tau] [P_s(1-\tau) + S_e\tau]}{[P_s(1-\tau) + P_r\sigma(1-\tau) - P_s\sigma(1-\tau) + S_e\tau]} \tag{5.14}$$

5.3.2. Punto de equilibrio después de un periodo de alta incidencia

Debido a que la epidemia de COVID-19 se ha mantenido activa desde Marzo del 2020, existe cierta inmunidad en la población debido a la enfermedad, la cual altera la probabilidad de transmisión β . Calculamos el punto de equilibrio endémico del sistema, considerando que la población de recuperados (R) es diferente de cero.

De esta manera, si $E(n) = A(n) = TP(n) = S(n) = D(n) = 0$ para el Modelo 2, se tiene que el punto de equilibrio después de un periodo de alta incidencia, debe satisfacer el sistema de ecuaciones (5.15)

$$\begin{aligned}
 U(n) &= U(n)(1 - \tau(1 - S_p)) + (1 - \gamma)\phi FP(n) + R(n)(1 - \omega) \\
 FP(n) &= U(n)\tau(1 - S_p) + (1 - \phi)FP(n) + R(n)\omega\tau(1 - S_p) \\
 R(n) &= R(n)\omega(\tau S_p + (1 - \tau)) + \gamma\phi FP(n)
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

En el sistema (5.15) se observa que la suma de la segunda y tercer ecuación resultan la primera, por lo que al considerar que la población es constante ($N = U + FP + R$), este sistema es equivalente al sistema (5.16)

$$\begin{aligned}
 FP(n) &= (N - FP(n) - R(n))\tau(1 - S_p) + (1 - \phi)FP(n) + R(n)\omega\tau(1 - S_p) \\
 R(n) &= R(n)\omega(\tau S_p + (1 - \tau)) + \gamma\phi FP(n)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

La solución del sistema (5.16) y por tanto, el punto de equilibrio después de un periodo de alta incidencia para el Modelo 2 está dado por (5.17)

$$\begin{aligned}
 U^* &= \frac{N\phi(\omega((\gamma-1)(S_p-1)\tau-1)+1)}{(S_p-1)\tau(-\gamma\phi+(\gamma-1)\omega\phi+\omega-1)+(S_p-1)^2\tau^2\omega-\omega\phi+\phi} \\
 FP^* &= \frac{N(S_p-1)\tau((S_p-1)\tau\omega+\omega-1)}{(S_p-1)\tau(-\gamma\phi+(\gamma-1)\omega\phi+\omega-1)+(S_p-1)^2\tau^2\omega-\omega\phi+\phi} \\
 R^* &= -\frac{\gamma N(S_p-1)\tau\phi}{(S_p-1)\tau(-\gamma\phi+(\gamma-1)\omega\phi+\omega-1)+(S_p-1)^2\tau^2\omega-\omega\phi+\phi} \\
 y \quad E^* &= A^* = TP^* = S^* = D^* = 0
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

5.3.3. Número reproductivo efectivo endémico y cálculo de la probabilidad de transmisión.

Evaluando el punto de equilibrio después de un periodo de infección para el Modelo 2 (5.17) en su matriz Jacobiana, se llega a que el número reproductivo efectivo endémico del Modelo 2, dado por el radio espectral de su matriz de siguiente generación, está definido por la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 R_0^* &= \frac{\beta(\gamma S_p\tau\omega - S_p\tau\omega - \gamma\tau\omega + \tau\omega - \omega + 1)(-P_r\sigma\tau + P_r\sigma + P_s\sigma\tau + P_s(-\sigma) - P_s\tau + P_s + S_e\tau)}{(P_r\tau - P_r - S_e\tau)(P_s\tau - P_s - S_e\tau)(\gamma\tau - \gamma S_p\tau + \gamma S_p\tau\omega - S_p\tau\omega - \gamma\tau\omega + \tau\omega - \omega + 1)} \\
 &= \frac{\beta[(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma) - S_p\omega\tau(1-\gamma)][P_s(1-\sigma) + P_r\sigma(1-\tau) - P_s\tau(1-\sigma) + S_e\tau]}{[(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)][P_r(1-\tau) + S_e\tau][P_s(1-\tau) + S_e\tau]} \\
 &= \frac{\beta((1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p))}{[(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)]} \left[\frac{P_s(1-\tau) + S_e\tau}{[P_r(1-\tau) + S_e\tau][P_s(1-\tau) + S_e\tau]} + \frac{P_r\sigma(1-\tau) - P_s\sigma(1-\tau)}{[P_r(1-\tau) + S_e\tau][P_s(1-\tau) + S_e\tau]} \right] \\
 &= \frac{\beta((1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p))}{[(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)]} \left[\frac{1}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} + \sigma \left(\frac{1}{P_s(1-\tau) + S_e\tau} - \frac{1}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} \right) \right] \\
 &= \frac{\beta((1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p))}{[(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)]} \left[\frac{1-\sigma}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} + \frac{\sigma}{P_s(1-\tau) + S_e\tau} \right] \tag{5.18}
 \end{aligned}$$

$$\therefore R_0^* = \frac{\beta((1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p))}{[(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)]} \left[\frac{1-\sigma}{P_r(1-\tau) + S_e\tau} + \frac{\sigma}{P_s(1-\tau) + S_e\tau} \right] \tag{5.19}$$

Se observa que R_0^* es proporcional a R_0 (5.13) por un factor menor que uno, si la proporción γ de FP que regresa al compartimiento de recuperados (R) es mayor que cero, lo cual significa que al haber inmunidad por la enfermedad dentro la población, se reduce el número reproductivo efectivo, sin embargo, esto implica la necesidad de contar con un número de recuperados en la población, por lo que también es necesario que la conservación de inmunidad ω sea grande.

De esta manera, R_0^* está dado por una proporción de R_0 correspondiente al cociente de la proporción de recuperados que llegan a FP o a U y no salen de estos compartimientos ($(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)$), y la suma de las proporciones del total de recuperados que salen del compartimiento más los que regresan ($(1-\omega) + \omega\tau(1-\gamma)(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p) + \gamma\tau(1-S_p)$).

De esta manera, si se conoce R_0^* la probabilidad de transmisión β para el Modelo 2 con respecto al

punto de equilibrio libre de la enfermedad después de un periodo de infección, se define por (5.20)

$$\beta^* = \frac{R_0^* [(1 - \omega) + \omega\tau(1 - \gamma)(1 - S_p) + \gamma\tau(1 - S_p)] [P_r(1 - \tau) + S_e\tau] [P_s(1 - \tau) + S_e\tau]}{[(1 - \omega) + \omega\tau(1 - \gamma) - S_p\omega\tau(1 - \gamma)] [P_s(1 - \sigma) + P_r\sigma(1 - \tau) - P_s\tau(1 - \sigma) + S_e\tau]} \quad (5.20)$$

5.4. Análisis de los números reproductivos básicos

La diferencia entre los modelos 1 y 2 radica en el número de muestras aplicadas diariamente, y como se muestra en las secciones anteriores, esto repercute en la definición del número reproductivo básico (R_0) de los modelos.

Por una parte, al establecer un número fijo de muestras diarias, el total de la población N se vuelve un parámetro importante para R_0 del Modelo 1 (ecuación 5.21). Por esta razón, es necesario analizar diferentes escenarios variando el tamaño del campus escolar.

$$R_0^{\text{Mod1}} = \beta \left(\frac{N(1 - \sigma)}{P_r(N - \tau) + S_e\tau} + \frac{N\sigma}{P_s(N - \tau) + S_e\tau} \right). \quad (5.21)$$

Por el contrario, para el Modelo 2, donde el número de pruebas aplicadas diariamente depende de una proporción fija de la población que se encuentra en la escuela al tiempo n , el tamaño total de la escuela N no influye en la definición de R_0 (ecuación 5.22).

$$R_0^{\text{Mod2}} = \beta \left(\frac{1 - \sigma}{P_r(1 - \tau) + S_e\tau} + \frac{\sigma}{P_s(1 - \tau) + S_e\tau} \right). \quad (5.22)$$

Para comparar R_0^{Mod1} y R_0^{Mod2} fijamos los valores $P_r = 0.4$, $P_s = 0.7$, $S_e = 0.8$ y $\sigma = 0.59$, graficamos sus curvas de nivel con respecto al tamizaje τ y la probabilidad de transmisión β , considerando una población escolar total de $N = 100$ y $N = 500$ para el Modelo 1, es decir $R_0 = R_0(\tau, \beta)$. Ver Figura 5.3

En la Figura 5.3 se observa que al aumentar el tamizaje, ya sea por número de pruebas o proporción, el R_0 disminuye si se logra mantener la misma probabilidad de transmisión β . Un ejemplo se ilustra con las líneas horizontales trazadas a la altura de $\beta = 0.6$ en la Figura 5.3. En la gráfica superior derecha, correspondiente a un total de población de 500, se observa que al tener una probabilidad de transmisión de 0.6, con un tamizaje diario fijo menor a 170 muestras, el R_0 se mantendrá entre 1 y 1.25. Sin embargo, si el número de muestras es mayor que 170, se logra disminuir el R_0 a valores menores que 1.

No obstante, al comparar las gráficas superiores de la Figura 5.3 correspondientes al Modelo 1, se puede ver que, en general, entre más pequeña sea la población total N , el valor del número reproductivo básico se mantendrá más o menos constante, aunque se aumente el total de pruebas. Por tanto, en poblaciones pequeñas, si se busca disminuir el R_0 es necesario disminuir la probabilidad de transmisión β en lugar de aumentar el tamizaje diario.

Por otro lado, con respecto a las curvas de nivel de R_0 para el Modelo 2 (gráfica del segundo renglón de la Figura 5.3), se observa una mayor disminución del R_0 con respecto al tamizaje y la probabilidad de transmisión. Por ejemplo, si el tamizaje es del 25% de la población total, con una probabilidad de transmisión $\beta = 0.6$ se tiene un R_0 menor que 1, sin embargo, con esa tasa de transmisión y aplicando el número de pruebas correspondiente al 25% de la población total de 100 y 500 individuos, se tienen valores de R_0 mayores que uno. Ver Figura 5.3

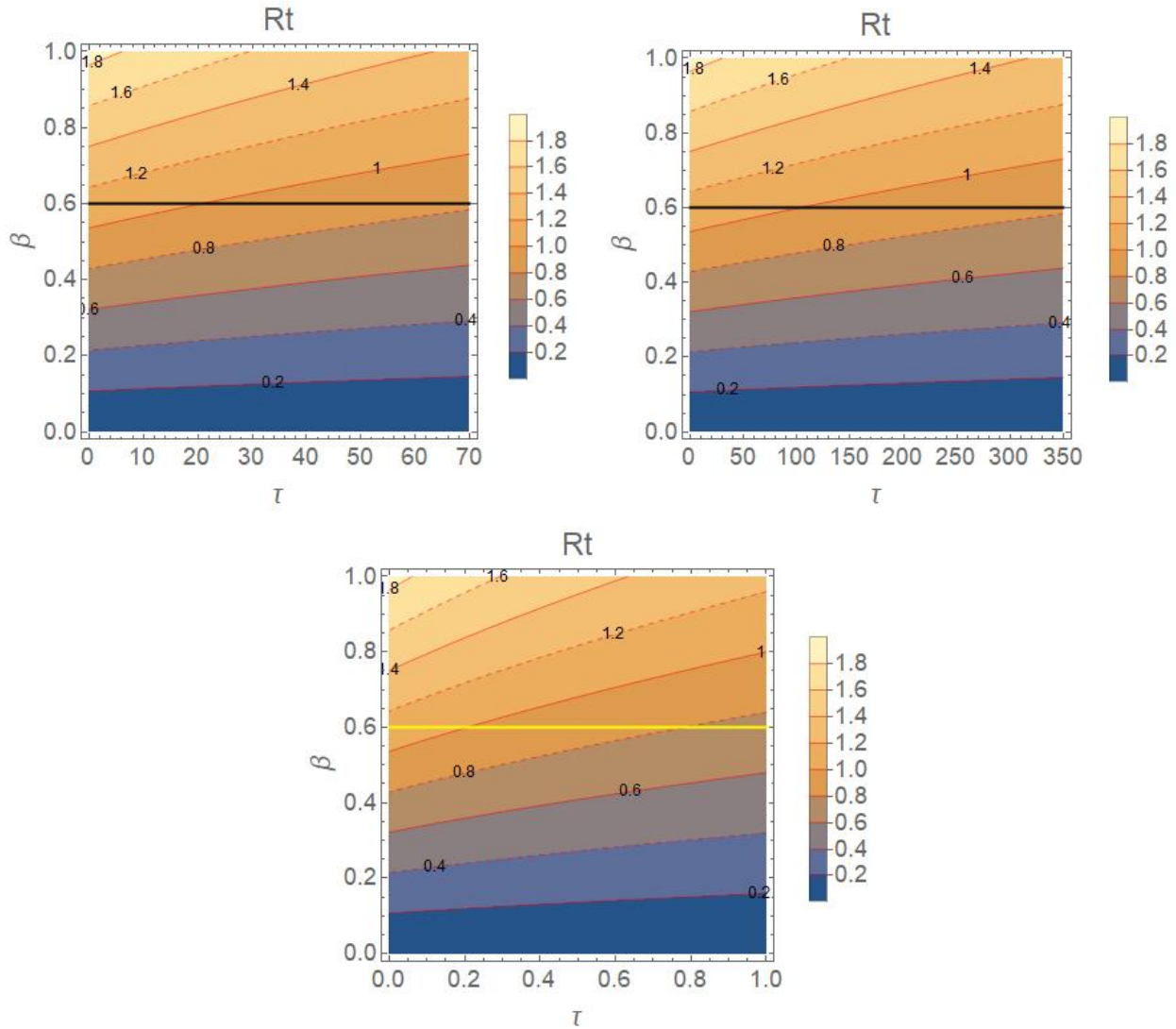


Figura 5.3: Curvas de nivel del número reproductivo básico del Modelo 1 (primer renglón) y Modelo 2 (segundo renglón) en función del tamizaje τ y la probabilidad de contacto efectivo β . Poblaciones totales para el Modelo 1: $N = 100$ (gráfica izquierda) y $N = 500$ (gráfica derecha). Las líneas horizontales negras y amarilla a la altura de $\beta = 0.6$ sirven como referencia para comparar la variación del valor de R_t en función del tamizaje τ .

En la Sección 5.3 se obtuvo de forma analítica el número reproductivo básico R_0 (5.13) y el número reproductivo efectivo R_0^* (5.18) para el Modelo 2, y aunque sus curvas de nivel e histogramas son iguales, como se observa en las Figuras 5.4 y 5.5, el hecho de que analíticamente R_0^* difiera de R_0 por un factor menor que uno, indica que el número de infecciones secundarias generadas por un individuo infectado se reduce después de un periodo de alta incidencia de la epidemia.

5.4. ANÁLISIS DE LOS NÚMEROS REPRODUCTIVOS BÁSICOS

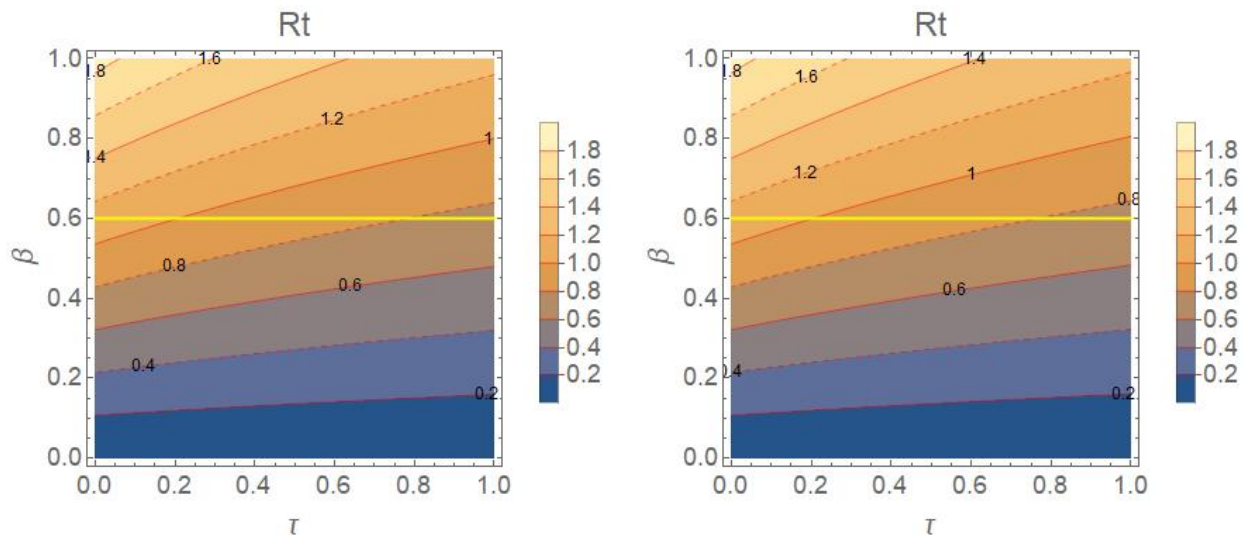


Figura 5.4: Curvas de nivel del número reproductivo básico R_0 (5.13) y el número reproductivo efectivo R_0^* (5.18) del Modelo 2, con parámetros $\omega = 0.3$, $\gamma = 0.5$, $S_p = 0.98$, $S_e = 0.8$, $\sigma = 0.59$, $Pr = 0.4$, $P_s = 0.7$

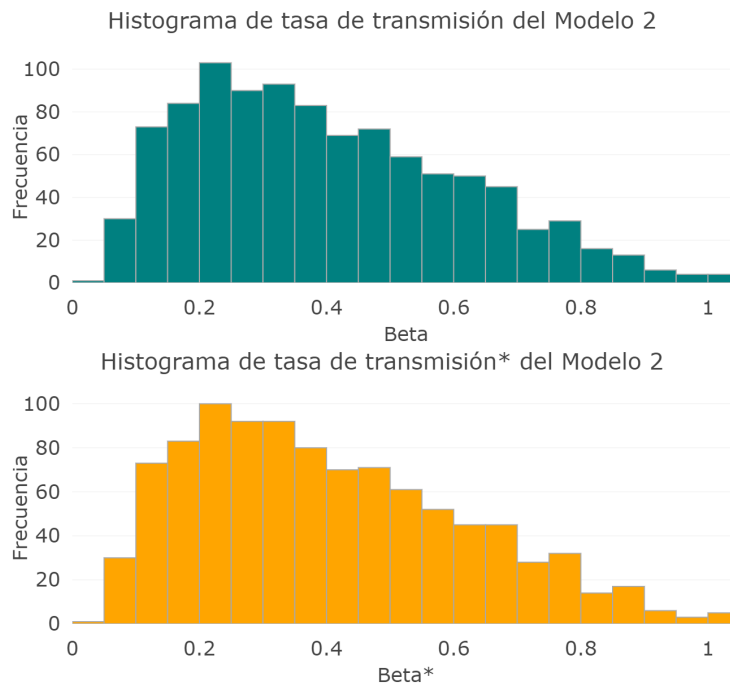


Figura 5.5: Histogramas de frecuencias de valores de la tasa de transmisión β (5.14) y β^* (5.20) del Modelo 2. Valores obtenidos al muestrear 1000 posibles combinaciones de los parámetros $R_0 \sim U(0.5, 1.7)$, $\tau \sim U(0, 0.7)$, $\gamma \sim U(0.3, 0.7)$, $\omega \sim U(0.3, 0.7)$, $P_r \sim \Gamma(14, 2)$, $P_s \sim \Gamma(3.413, 0.6051)$ y $\sigma \sim B(5.143, 3.536)$. Los parámetros de las distribuciones gamma corresponden a *forma* y *tasa*.

6 Reapertura de escuelas: escenarios posibles

Los escenarios presentados en esta sección se han pensado con el fin de analizar posibles dinámicas de la epidemia de COVID-19 dentro de un campus universitario, ubicado en la capital del estado de Querétaro, tras la reapertura de escuelas en el periodo del 02 de agosto al 17 de diciembre de 2021, que comprende 137 días.

En las simulaciones de los escenarios consideramos las condiciones estándar de vacunación de México, donde los maestros de todos los niveles escolares fueron convocados para recibir la vacuna CanSino, cuya eficacia de prevención de infecciones es del 65.28 % y de prevención de enfermedad grave del 90.07 %, después de 28 días de su aplicación [27]. Posteriormente, a los jóvenes de 18-29 años se les ha aplicado la vacuna AstraZeneca, cuya eficacia después de la segunda dosis es del 82 % para la prevención de infección; y del 100 % para la prevención de síntomas severos, de acuerdo a [28]. Con base en esto, en las simulaciones se consideró que en el escenario donde toda la población del campus universitario está vacunada, la probabilidad de infectarse fuera y dentro de la escuela se reduce en un 73 %, que corresponde al promedio de la eficacia para la prevención de infecciones entre ambas vacunas. Análogamente, se tomó que la probabilidad de presentar síntomas severos y de fallecer se reduce en un 90 %. Se resalta que no se consideró el escenario donde la vacunación no es total dentro del campus universitario, lo cual queda como trabajo futuro de esta tesis.

Dado que los valores de estos parámetros no son fijos para cada unidad de tiempo, entonces al considerar vacunación del total de la población universitaria se optó por tomar el 10 % de cada valor de las series de tiempo P_d y P_{sev} ; y con respecto a reducir la probabilidad de infección, se tomó $\alpha = 27\%$ de la probabilidad de infección dentro y fuera del campus mediante $\alpha\beta_{int} \frac{A[n]+E[n]}{N^*}$ y $\alpha\beta_{ext} \frac{act}{pop}$ dentro del modelo.

Los valores de las probabilidades \mathcal{P}_s , \mathcal{P}_r , $\hat{\mathcal{P}}_r$, \mathcal{P}_r^* , P_{sev} , P_d y σ se fijaron en cada unidad de tiempo de acuerdo al promedio de 1000 muestras de tamaño 137, para cada densidad de probabilidad.

Las densidades de probabilidad para σ , \mathcal{P}_s , \mathcal{P}_r y $\hat{\mathcal{P}}_r$ son citadas en [6] y se muestran en la Tabla 6.1. Para las simulaciones de este capítulo se considera que \mathcal{P}_r^* sigue la misma densidad de probabilidad que $\hat{\mathcal{P}}_r$ ya que la población dentro de un campus universitario es joven y los cuadros clínicos son menos graves. Estas densidades de probabilidad no pudieron estimarse con los datos abiertos del país [11] ya que no se incluyen las fechas de recuperación de los pacientes ni con el registro de casos asintomáticos.

Parámetro	Densidad
σ	$B(5.143, 3.536)$
\mathcal{P}_s	$\Gamma(\text{shape}=3.413, \text{rate} = 0.6051)$
\mathcal{P}_r	$\Gamma(14, 2)$
$\hat{\mathcal{P}}_r$	$\Gamma(8.163265, 3.02575)$
\mathcal{P}_r^*	$\Gamma(8.163265, 3.02575)$

Tabla 6.1: Densidades de probabilidad de los parámetros σ , \mathcal{P}_s , \mathcal{P}_r , $\hat{\mathcal{P}}_r$ y \mathcal{P}_r^* , de acuerdo a [6]. Los parámetros de las distribuciones Gamma para las densidades de probabilidad del tiempo de recuperación corresponden a forma y escala.

Por otro lado, las densidades de probabilidad de P_{sev} y P_d se estimaron con base a los datos públicos de México [11] actualizados el 01 de agosto de 2021, recortados hasta 14 días antes para evitar sesgos en las estimaciones. La estimación se hizo usando la paquetería `fitdistrplus` del software estadístico R versión 4.1.1, la cual usa el método de máxima verosimilitud (MLE) para hacer el ajuste de densidades de probabilidad.

Para calcular P_{sev} se definió un caso severo como un paciente que haya necesitado intubación o que haya fallecido. Sin embargo, los cuadros graves de la enfermedad son más comunes en adultos mayores, por lo que es necesario fijarnos únicamente en nuestra población de interés, donde para fines prácticos, se consideró una población de 1000 individuos con 80 % de estudiantes, que corresponden a personas entre 18 y 30 años, y 20 % de maestros entre 31 y 59 años. De esta manera, de la base de datos [11] se tomaron 1000 muestras de tamaño 1000, respetando los porcentajes anteriores. Posteriormente, de cada muestra se calculó la proporción de severos y al cuantil del 98 % de esos datos se les ajustó una distribución Beta, la cual al haber vacunación total en la escuela, se redujo en 90 % dada la eficacia promedio de las vacunas usadas en maestros y alumnos en México.

Con respecto a P_d se procedió a construir las muestras de interés de la misma forma y se calculó la proporción de fallecimientos de cada muestra, para nuevamente ajustar una distribución Beta al cuantil del 98 % del conjunto de de todas las proporciones diarias de fallecimientos con respecto al total de casos positivos.

De esta manera, las densidades de P_{sev} y P_d corresponden a las de la Tabla [6.2], cuyas gráficas del ajuste se muestran en la Figura [6.1].

Parámetro	Vacunación	Densidad
P_{sev}	NO	$B(17.1570, 1041.6287)$
P_{sev}	SI	$B(19.2635, 11657.5245)$
P_d	NO	$B(14.9227, 996.7685)$
P_d	SI	$B(17.4983, 11787.0184)$

Tabla 6.2: Densidades de probabilidad de los parámetros P_{sev} y P_d considerando o no vacunación total de la población en la escuela.

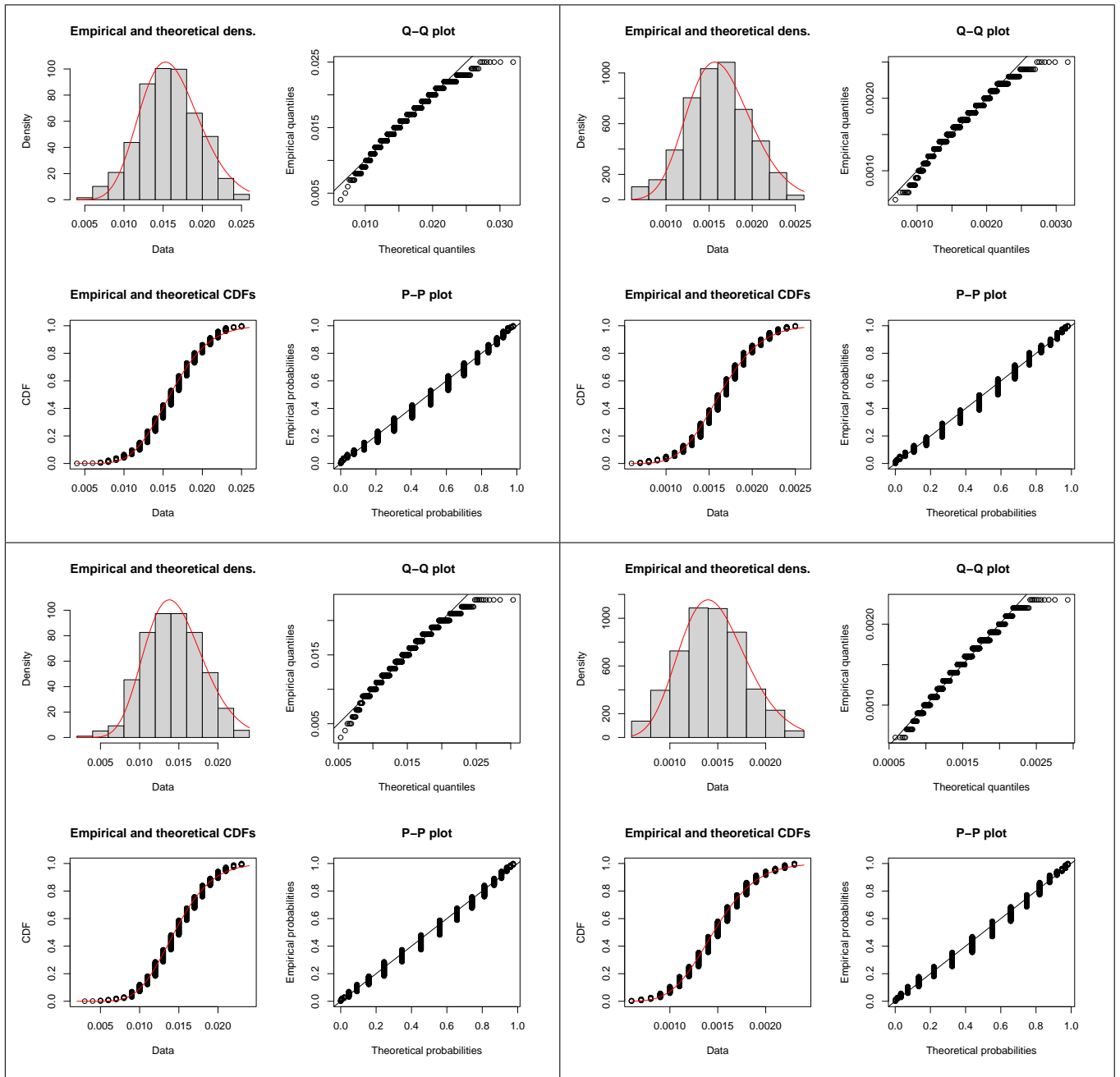


Figura 6.1: Gráficas de ajuste de las densidades de probabilidad de la Tabla 6.2. Primer renglón: densidades de P_{sev} . Segundo renglón: densidades de P_d . Primer columna corresponde a las densidades sin considerar vacunación y las de la segunda columna son con vacunación.

Las series de tiempo de las probabilidad de \mathcal{P}_s , \mathcal{P}_r , $\hat{\mathcal{P}}_r$, \mathcal{P}_r^* , (P_{sev}) y P_d , usadas para hacer las simulaciones, corresponden a las del Apéndice C, considerando o no vacunación. Los valores obtenidos se calcularon mediante el promedio de 1000 muestras de tamaño 137.

Por otro lado, para obtener las proporciones de activos con respecto a la población total

$\left(\frac{act}{pop}\right)$ y la probabilidad de transmisión efectiva en el exterior (β_{ext}), la cual depende del R_t del lugar, se usan los resultados de las estimaciones de los casos infecciosos totales y del R_t obtenidos mediante el uso de la paquetería `covidestim` [6] de R, para los datos de Querétaro, actualizados el 26 de Septiembre de 2021 y recortados hasta el 19 de Septiembre para evitar sesgos en las estimaciones. Como el comportamiento de estos parámetros varía dependiendo la ventana de tiempo de interés, nos fijaremos en 3 periodos de tiempo diferentes:

1. 2 de Agosto de 2020 al 17 de Diciembre de 2020: infecciosos activos con tendencia creciente y R_t oscilando al rededor de 1. Figura [6.2]
2. 5 de Marzo de 2021 al 20 de Julio de 2021: infecciosos activos con tendencia decreciente y $R_t < 1$ durante aproximadamente las primeras tres cuartas partes de la ventana de tiempo. Un incremento drástico tanto en infecciosos activos como en R_t durante la última cuarta parte de la venta de tiempo. Figura [6.3]
3. 1 de Mayo del 2021 al 15 de Septiembre de 2021: escenario con menos cantidad de infecciosos activos y $R_t < 1$ al inicio de la ventana de tiempo, y un pico en ambos parámetros durante la segunda mitad del periodo. Figura [6.4]

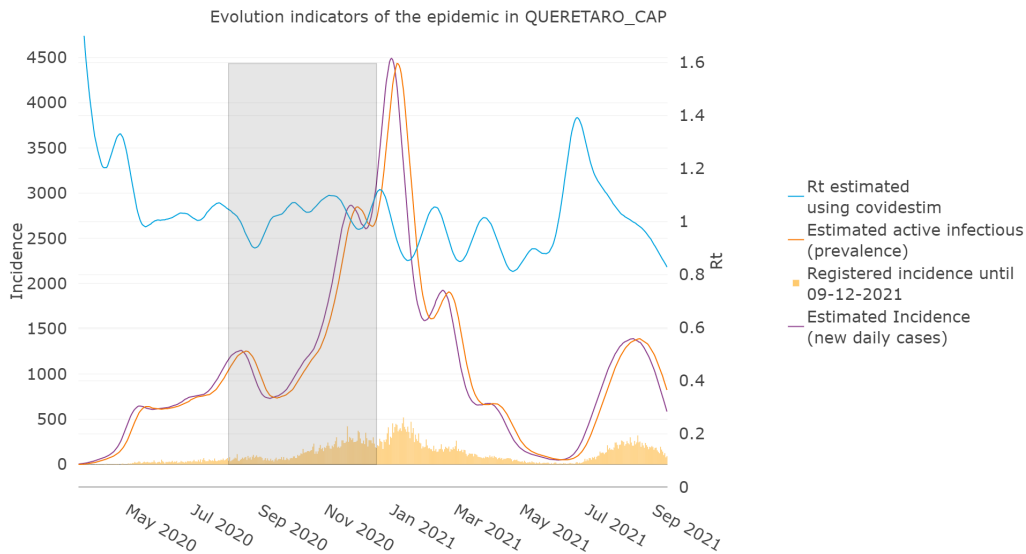


Figura 6.2: Estimación de la incidencia real y casos activos de COVID-19 en la capital de Querétaro de acuerdo a [29], comparados con la incidencia registrada desde Marzo de 2020 hasta Septiembre de 2021. Estimación del número reproductivo instantáneo (R_t) calculada con la paquetería `covidestim` [6] del software estadístico R. El recuadro gris que abarca del 2 de Agosto al 17 de Diciembre de 2020 es la ventana de tiempo que en este trabajo se caracteriza por mostrar una tendencia creciente y un R_t oscilando al rededor de 1.

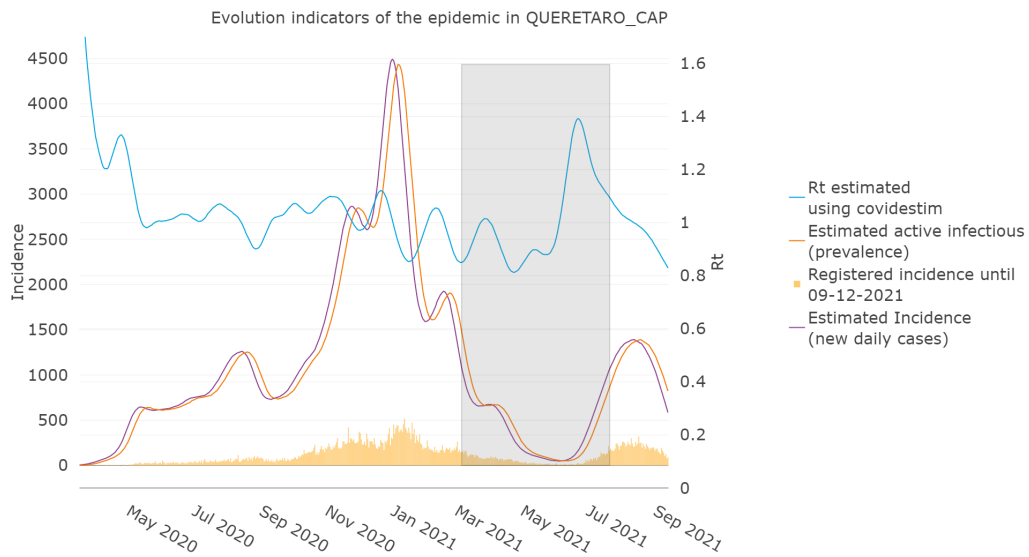


Figura 6.3: Estimación de la incidencia real y casos activos de COVID-19 en la capital de Querétaro de acuerdo a [29], comparados con la incidencia registrada desde Marzo de 2020 hasta Septiembre de 2021. Estimación del número reproductivo instantáneo (R_t) calculada con la paquetería covidestim [6] del software estadístico R. El recuadro gris que abarca del 5 de Marzo al 20 de Julio de 2021 es la ventana de tiempo que en este trabajo se caracteriza por mostrar una tendencia decreciente y $R_t < 1$ en las primeras tres cuartas partes de la ventana de tiempo

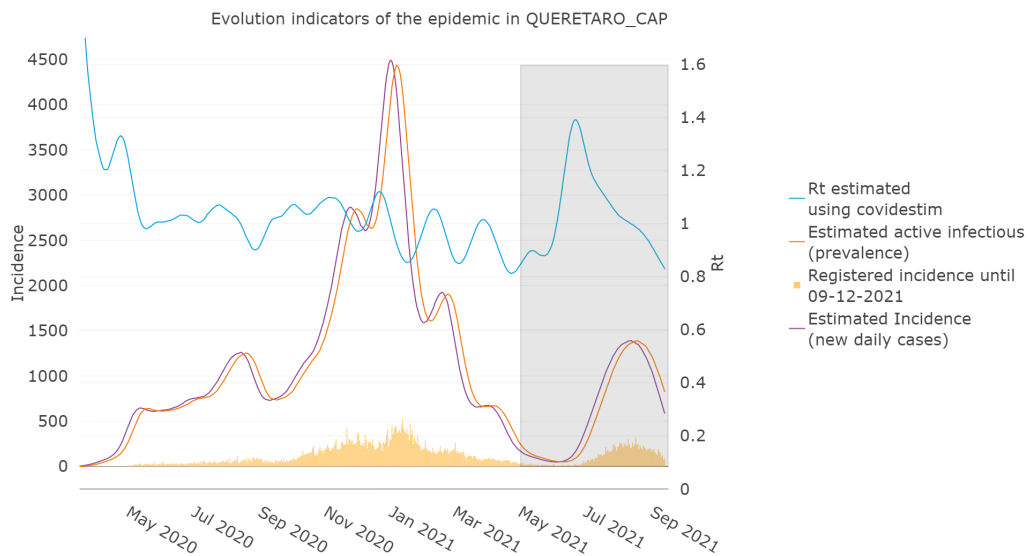


Figura 6.4: Estimación de la incidencia real y casos activos de COVID-19 en la capital de Querétaro de acuerdo a [29], comparados con la incidencia registrada desde Marzo de 2020 hasta Septiembre de 2021. Estimación del número reproductivo instantáneo (R_t) calculada con la paquetería covidestim [6] del software estadístico R. El recuadro gris que abarca del 1 de Mayo al 15 de Septiembre de 2021 es la ventana de tiempo que en este trabajo se caracteriza por mostrar una tendencia creciente y un R_t oscilando al rededor de 1.

Los parámetros de sensibilidad y especificidad de las pruebas se fijaron como los valores mínimos aceptados en CDMX [30]: $S_e = 0.8$, $S_p = 0.97$. Y el parámetro de proporción de falsos positivos que regresa diariamente al compartimento de susceptibles ϕ se fijó en 0.3.

Habiendo establecido los parámetros anteriores y sin considerar conservación de inmunidad para la población ($\omega = 0$), en las siguientes secciones se compararán las dinámicas de los compartimientos al establecer cuatro diferentes estrategias de tamizaje en una escuela de 1000 individuos que al reabrir comienza sin infectados, considerando vacunación total o no vacunación. Las estrategias de tamizaje son las siguientes:

1. Número constante de pruebas diarias

Usando el Modelo 1 se establece un número constante de pruebas diarias τ en todo el periodo escolar, correspondiente a una proporción del total de individuos en la escuela, a pesar de tener aislamiento de cierto número de personas.

2. Pruebas en función del número de individuos en escuela (Función 1)

Para el Modelo 1 se propone una función lineal para establecer el número de pruebas al tiempo t , tal que sea inversamente proporcional al número de individuos $x(n)$ en la escuela. Para construir la función, se establecen τ_0 pruebas al tener N individuos en la escuela, es decir sin aislados; y considerando que el número mínimo de individuos no aislados que se permitirá tener en la escuela es de N_{min} y que el número máximo de pruebas será τ_{max} , entonces la función lineal está dada por (6.1)

$$\tau[n + 1] = \frac{2(\tau_0 - \tau_{max})}{N_{min} - N}x(n) - \frac{N - \tau_{max}}{N_{min} - N}N + \tau_0 \quad (6.1)$$

Para fines de simulaciones de este capítulo, se considerará $N_{min} = \frac{N}{2}$ y $\tau_{max} = \frac{N}{2}$, llegando a la función (6.2)

$$\tau[n + 1] = \frac{2\tau_0 - N}{N}x + N - \tau_0 \quad (6.2)$$

3. Pruebas en función del número de casos confirmados (Función 2)

En contraste con la función 1, que establece el número de pruebas al tiempo t en función del número de individuos en la escuela, se propone la función 2 en términos del número de casos confirmados por tamizaje o sintomatología ($S[n] + TP[n]$) al tiempo t , de acuerdo a la regla de correspondencia (6.3)

$$\tau[n + 1] = \begin{cases} TP[n] + S[n] + 1 & \text{si } \frac{TP[n]+S[n]}{\tau[n]} < \frac{1}{2} \quad \text{o} \quad \frac{TP[n]+S[n]}{\tau[n]} > 1 \\ \tau[n] & \text{si } \frac{1}{2} < \frac{TP[n]+S[n]}{\tau} < 1 \end{cases} \quad (6.3)$$

4. Pruebas a una proporción fija de individuos en escuela

Usando el Modelo 2 con ambas probabilidades de contagio efectivo, dadas por las ecuaciones (5.14) y (5.20), se establece τ como una proporción de los individuos en la escuela al tiempo t ($U[n] + E[n] + A[n] + R[n]$)

6.1. Dinámica igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020

En esta sección se presentan las gráficas de las simulaciones para un campus universitario de 1000 individuos en la ciudad de Querétaro, pensando que su reapertura ocurre mientras en el exterior se observa una dinámica igual a la del periodo que abarcó del 2 de agosto al 17 de diciembre de 2020. Es necesario enfatizar que este escenario corresponde a una dinámica en el exterior donde el incremento de casos es permanente y se tiene un R_t oscilando en 1.

6.1.1. Sin vacunación y ausencia de tamizaje

En la Figura 6.5 se compara la dinámica de los compartimientos del Modelo 1 respecto a la conservación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el aligeramiento de las mismas ($\beta_{int} = 0.2$), sin considerar vacunación en los individuos de la escuela y sin aplicar tamizaje durante todo el periodo escolar.

Se observa que la aplicación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) permite un crecimiento lento de los casos durante un periodo de tiempo en el que la epidemia del exterior se mantienen en constante crecimiento y con un R_t oscilando alrededor de 1. Sin embargo, la aplicación de medidas sanitarias no es suficiente para evitar la aparición de casos dentro de la escuela.

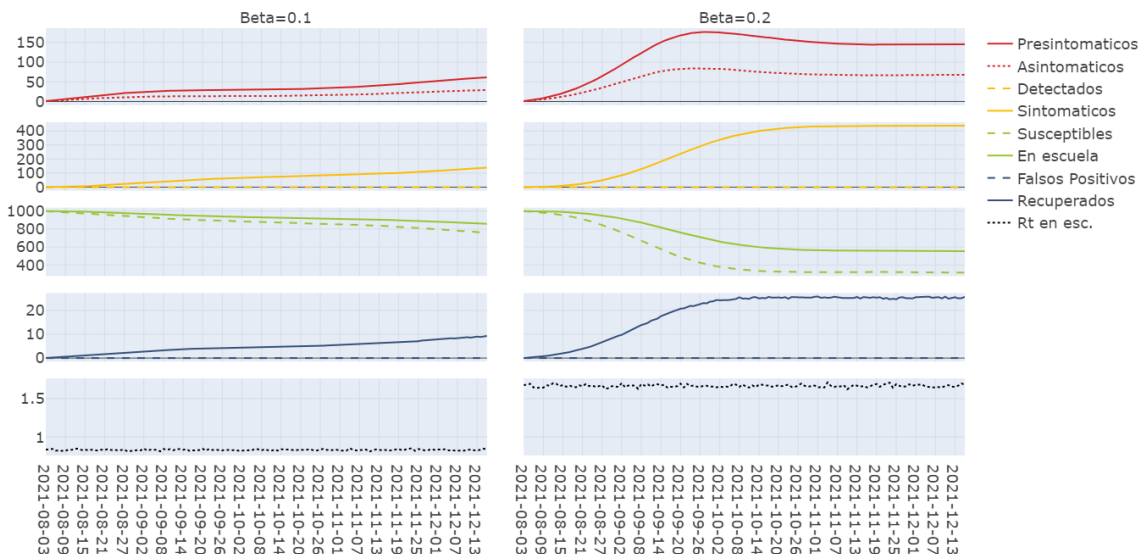


Figura 6.5: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a la implementación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el relajamiento de ellas ($\beta_{int} = 0.2$), para una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación, ausencia de tamizaje y una dinámica exterior igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020 (Figura 6.2).

6.1.2. Sin Vacunación con tamizaje

En las Figuras 6.6 y ?? se muestra el efecto favorable del tamizaje descrito anteriormente, en una escuela de 1000 individuos sin vacunación y con medidas sanitarias estrictas (β_{int}), durante un periodo de tiempo donde la dinámica en el exterior es igual a la observada de agosto a diciembre de 2020 en la capital de Querétaro.

En la primer columna de la Figura 6.6 se observan los resultados al establecer un tamizaje constante de 100 pruebas diarias, correspondientes al 10% del total de la población de la escuela. En este caso se observa un buen manejo de la epidemia en la primer mitad del periodo de tiempo simulado, sin embargo al final, las 100 pruebas diarias no son suficientes para prevenir el incremento de casos diarios, como se observa en la curva de presintomáticos, asintomáticos y sintomáticos.

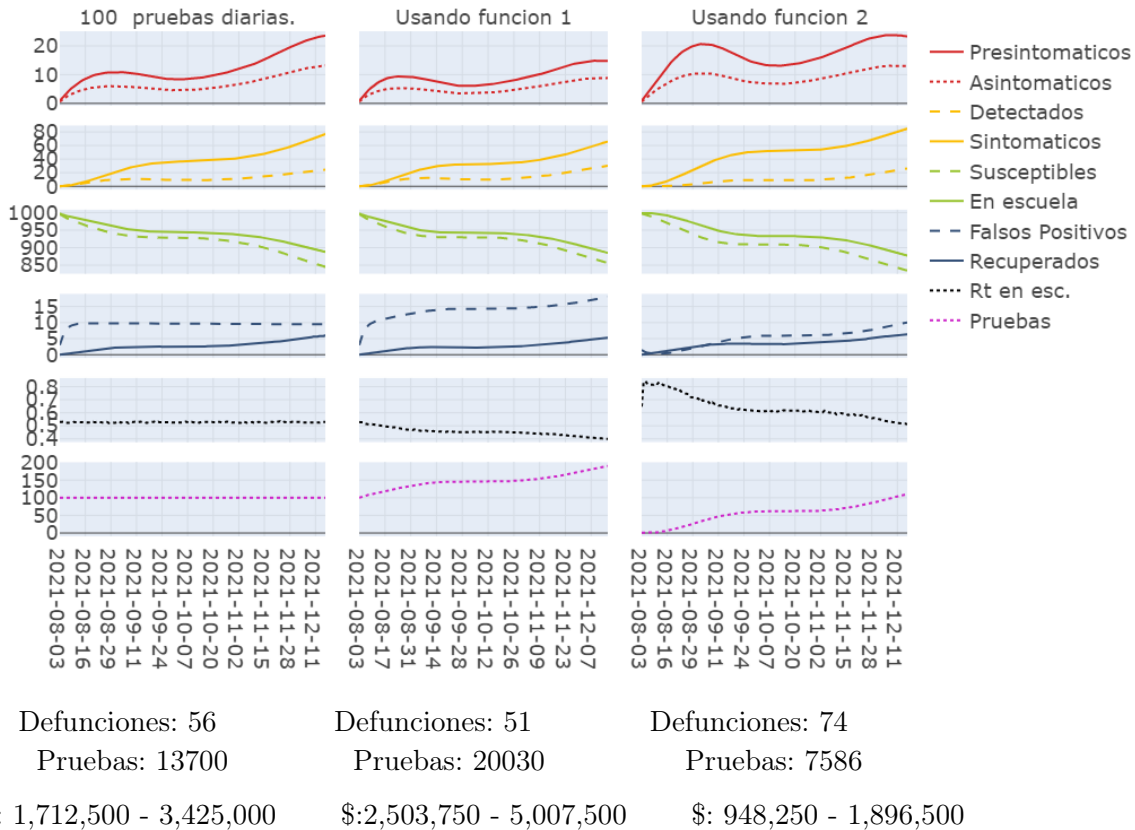


Figura 6.6: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a tres estrategias de tamizaje diario: número constante de pruebas (columna 1), número de pruebas con base en (6.2) (columna 2), número de pruebas con base en (6.3) (columna 3). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación y una dinámica exterior igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020 (Figura 6.2).

Para las simulaciones de la segunda columna se estableció el número de pruebas en función al número de individuos en la escuela en cada unidad de tiempo (Función 1), partiendo de

6.1. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE AGOSTO A DICIEMBRE DE 2020

un tamizaje inicial de 100 pruebas, correspondiente al 10 % del total de la escuela. Con esta estrategia de tamizaje se tiene un mejor manejo de la epidemia al reducir el número defunciones y de infecciones en todo el periodo de tiempo, sobre todo esto se puede notar al final del periodo de tiempo, tras evitar un brote como el mostrado en la primer columna. Sin embargo, el número de pruebas se incrementó en un 46 % sobre el número de pruebas necesarias en la primer columna, provocando también un incremento en el número de falsos positivos.

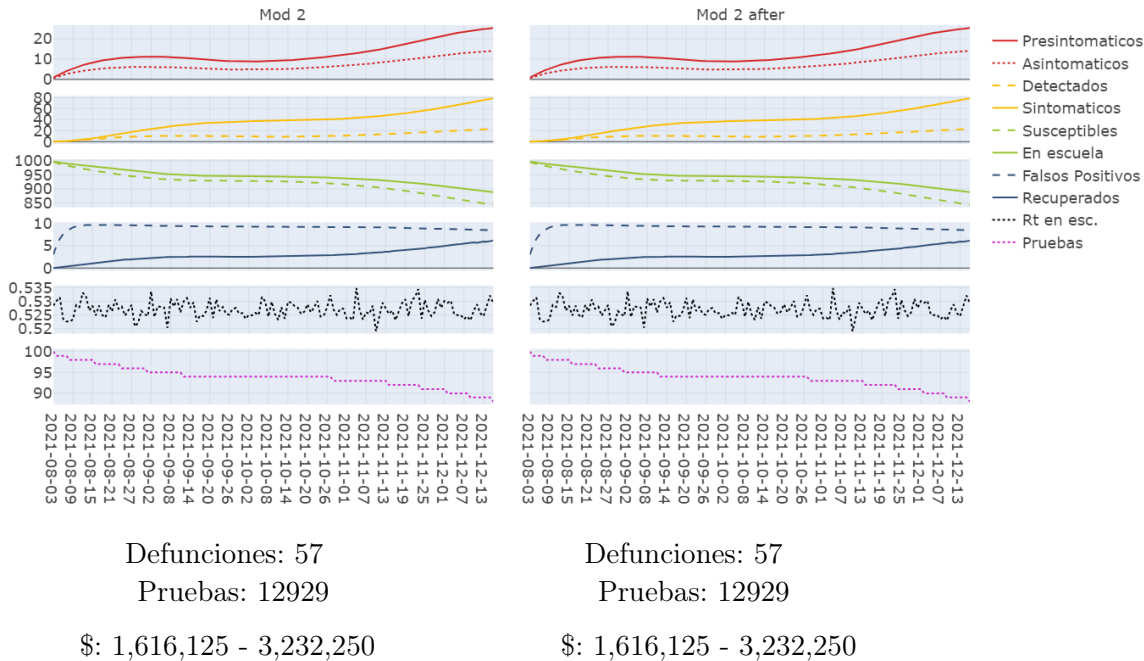


Figura 6.7: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 2 con ambas probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela: primer columna con β_{int} dada por (5.14) y segunda columna con β_{int} dada por (5.20). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación y una dinámica exterior igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020 (Figura 6.2), aplicando un tamizaje diario al 10 % de la población dentro de la escuela.

Por su parte, la tercer estrategia de tamizaje, donde el número de pruebas está en función al número de casos confirmados (tercer columna de la Figura 6.6), no muestra una mejora con respecto a las anteriores, ya que se incrementa el número de defunciones y de casos en todo el tiempo.

Finalmente, en la Figura ?? se observa que al aplicar un tamizaje diario al 10 % de la población que se encuentra en la escuela, la dinámica es muy similar a la obtenida al fijar 100 pruebas diarias (primer columna Figura 6.6), sin embargo se reduce considerablemente el número de Falsos Positivos y el total de pruebas aplicadas.

De esta manera, comparando las cuatro estrategias de tamizaje propuestas ante un escenario donde la dinámica en el exterior se mantienen con una tendencia creciente y con un R_t oscilando alrededor de 1, en una población sin vacunación pero con medidas sanitarias estrictas dentro de la escuela, se recomienda establecer un tamizaje dependiendo el número de individuos dentro

de la escuela, de acuerdo a la función (6.1), a pesar del incremento del número de pruebas y falsos positivos.

6.1.3. Con vacunación y ausencia de tamizaje

Una condición común en la mayoría de los países tercermundistas es la poca disponibilidad de pruebas debido al gasto económico que implica, por lo que en ciertos casos la vacunación y la conservación de medidas sanitarias dentro de la escuela, son las únicas medidas establecidas.

Comparando las Figuras 6.5 y 6.8 se observa una importante reducción de casos al contar con vacunación total en la escuela, sin embargo, esta estrategia no evita la aparición de casos dentro de la escuela en un escenario donde en el exterior se observa una dinámica creciente con un R_t oscilando alrededor de 1. No obstante, a diferencia de lo obtenido en el escenario donde no hay vacunación (Figura 6.5), al tener un relajamiento de las medidas sanitarias dentro de la escuela con el total de la población vacunada, el incremento de casos no es tan marcado, sin embargo aún se ve el efecto negativo de esta decisión.

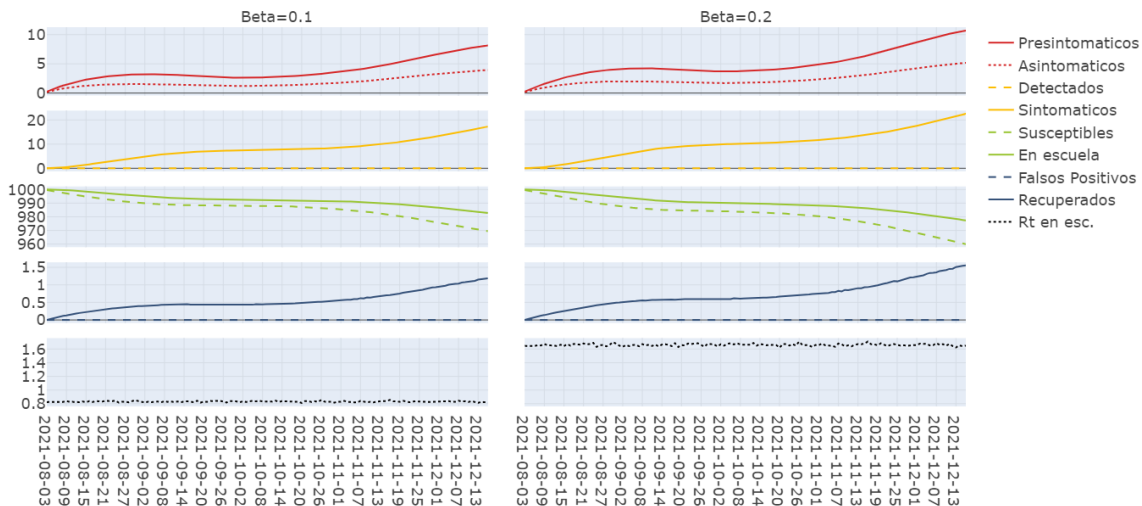


Figura 6.8: Comparación de la dinámica de cada compartimento del Modelo 1 con respecto a la implementación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el relajamiento de ellas ($\beta_{int} = 0.2$), para una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, considerando vacunación total en la escuela, ausencia de tamizaje y una dinámica exterior igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020 (Figura 6.2).

6.1.4. Con vacunación y tamizaje

Las condiciones deseadas por parte de muchos padres de familia y alumnos para la reapertura de escuelas es que esta ocurra mientras se tenga vacunación total, medidas sanitarias estrictas dentro de las escuelas y una vigilancia constante mediante la aplicación de pruebas. Sin embargo, ante la inmunidad por vacunación y dado que las pruebas tienen un porcentaje de sensibilidad, se corre el riesgo de obtener un gran número de Falsos Positivos tras el tamizaje.

6.1. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE AGOSTO A DICIEMBRE DE 2020

En la Figura 6.9 se observa que al establecer un número constante de pruebas y al usar la función dependiente del número de individuos en la escuela (función 1), las dinámicas de los compartimientos infecciosos son similares. Sin embargo, el número de pruebas totales es mayor al usar la función 1, provocando un aumento de falsos positivos. Por su parte, al usar la cuarta estrategia de tamizaje (Figura 6.10) se observa el mismo comportamiento en los compartimientos infecciosos, que los mostrados al aplicar un número constante de pruebas, sin embargo, el tamizaje es menor.

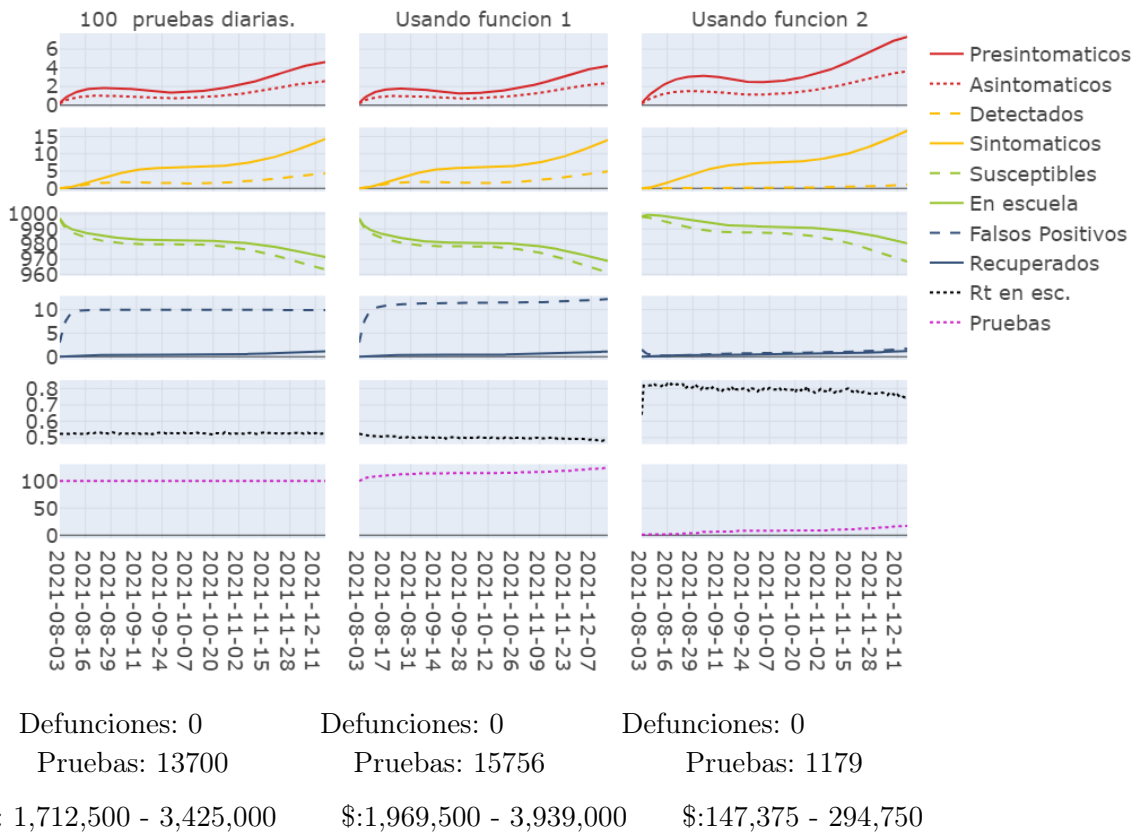


Figura 6.9: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a tres estrategias de tamizaje diario: número constante de pruebas (columna 1), número de pruebas con base en (6.2) (columna 2), número de pruebas con base en (6.3) (columna 3). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con vacunación total en la escuela y una dinámica exterior igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020 (Figura 6.2).

Por otro lado en la Figura 6.9, a pesar de que las gráficas de los compartimientos infecciosos de la tercer columna alcanzan mayores valores que los mostrados en las primeras dos columnas, la diferencia es menor de tres casos para cada compartimiento. No obstante, el número de pruebas requerido con la tercer estrategia de tamizaje disminuye en 45 % y en 63 % respecto al total mostrado en la primer y segunda columna, respectivamente.

6.1. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE AGOSTO A DICIEMBRE DE 2020

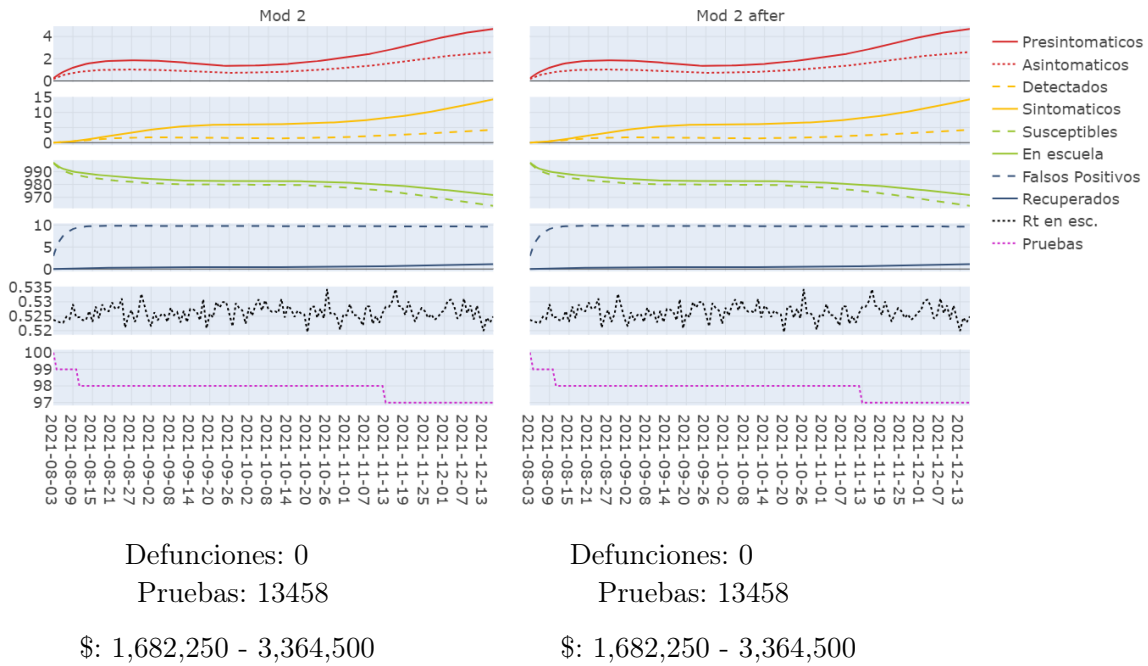


Figura 6.10: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 2 con ambas probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela: primer columna con β_{int} dada por (5.14) y segunda columna con β_{int} dada por (5.20). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con vacunación total en la escuela y una dinámica exterior igual a la observada de Agosto a Diciembre de 2020 (Figura 6.2), aplicando un tamizaje diario al 10% de la población dentro de la escuela.

El anterior análisis nos lleva a considerar factible el establecer el número de pruebas respecto al número de casos confirmados (tercer estrategia de tamizaje), cuando se tiene vacunación total en la escuela y una epidemia creciente en el exterior con un R_t oscilando alrededor de 1.

6.2. Dinámica igual a la observada de Marzo a Julio de 2021

En esta sección se presentan las gráficas de las simulaciones para un campus universitario de 1000 individuos en la ciudad de Querétaro, pensando que su reapertura ocurre mientras en el exterior se observa una dinámica igual a la del periodo que abarcó del 5 de marzo al 20 de julio de 2021.

En esta ventana de tiempo se observa una tendencia decreciente en la incidencia y un R_t menor que uno, sin embargo, al reabrir las escuelas se comienza con un número grande de casos.

6.2.1. Sin vacunación y ausencia de tamizaje

En la Figura 6.11 se compara la dinámica de los compartimientos del Modelo 1 respecto a la conservación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el aligeramiento de las mismas ($\beta_{int} = 0.2$), sin considerar vacunación en los individuos de la escuela y sin aplicar tamizaje durante todo el periodo escolar.

A pesar de que la incidencia en el exterior muestra una tendencia decreciente, al comparar ambas columnas de la Figura 6.11 se observa que tras el relajamiento de las medidas sanitarias, el incremento acelerado de casos dentro de la escuela es inevitable, llegando al menos a triplicar el número de infecciones dentro de la escuela y mantener un R_t interno de más de 1.5.

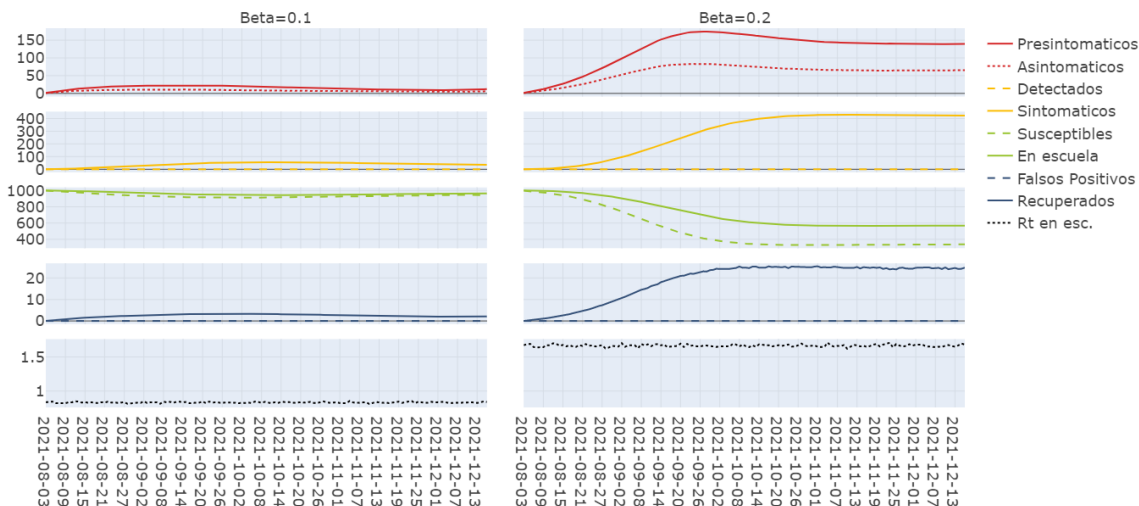


Figura 6.11: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a la implementación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el relajamiento de ellas ($\beta_{int} = 0.2$), para una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación, ausencia de tamizaje y una dinámica exterior igual a la observada de marzo a julio de 2021 (Figura 6.3).

6.2.2. Sin Vacunación con tamizaje

Al igual que en la Sección 6.1.2, en las Figuras 6.12 y 6.13 se observa la reducción de casos al implementar tamizaje mientras la epidemia en el exterior mantiene una dinámica igual a la observada de marzo a julio de 2021 en la capital de Querétaro. En las curvas de los compartimientos de presintomáticos, asintomáticos y sintomáticos de la Figura 6.12 se muestra que, al implementar la estrategia de tamizaje respecto al número de individuos en la escuela, hay una ligera reducción de infecciones respecto a los obtenidos al establecer un número constante de pruebas diarias (primer columna). Sin embargo, el número de pruebas crece con la segunda estrategia de tamizaje.

De acuerdo a las gráficas de la tercer columna de la Figura 6.12, es evidente que la tercer estrategia de tamizaje no es viable ante este escenario de la epidemia, ya que el número de infecciones y defunciones es mayor, lo cual se debe al reducido número de pruebas que se aplican a comparación del total de pruebas necesarias con las otras estrategias de tamizaje propuestas.

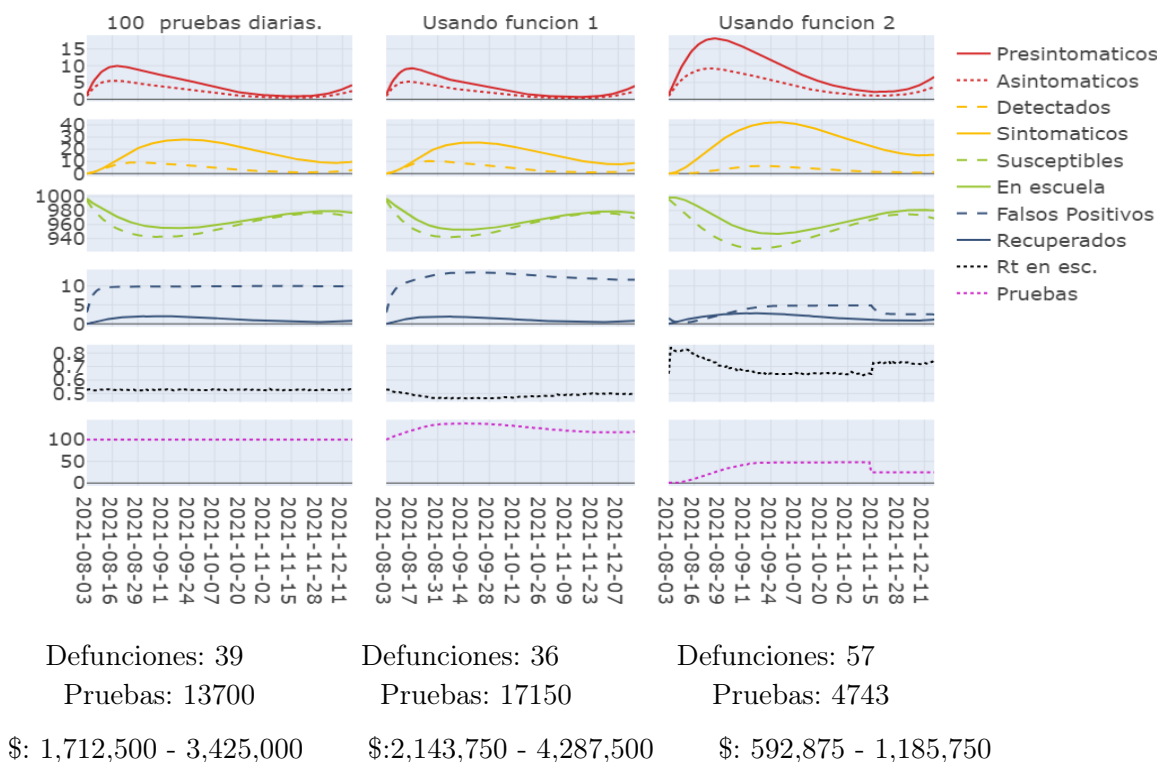


Figura 6.12: Dinámicas del Modelo 1 con tres estrategias de tamizaje diario: número constante de pruebas (columna 1), número de pruebas con base en (6.2) (columna 2), número de pruebas con base en (6.3) (columna 3). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación y una dinámica exterior igual a la observada de marzo a julio de 2021 (Fig. 6.3).

Por su parte, la cuarta estrategia de tamizaje, donde el número de pruebas se establece de acuerdo a una proporción del total de individuos en la escuela, muestra un comportamiento

similar al obtenido con un número constante de pruebas (Figura 6.13), por lo que ante este escenario se podría optar por establecer la cuarta estrategia de tamizaje a modo disminuir el número de pruebas totales empleadas. Sin embargo, sigue siendo evidente que la segunda estrategia de tamizaje, con respecto al número de individuos en la escuela, es mejor al mostrar una disminución del número de infecciones y defunciones.

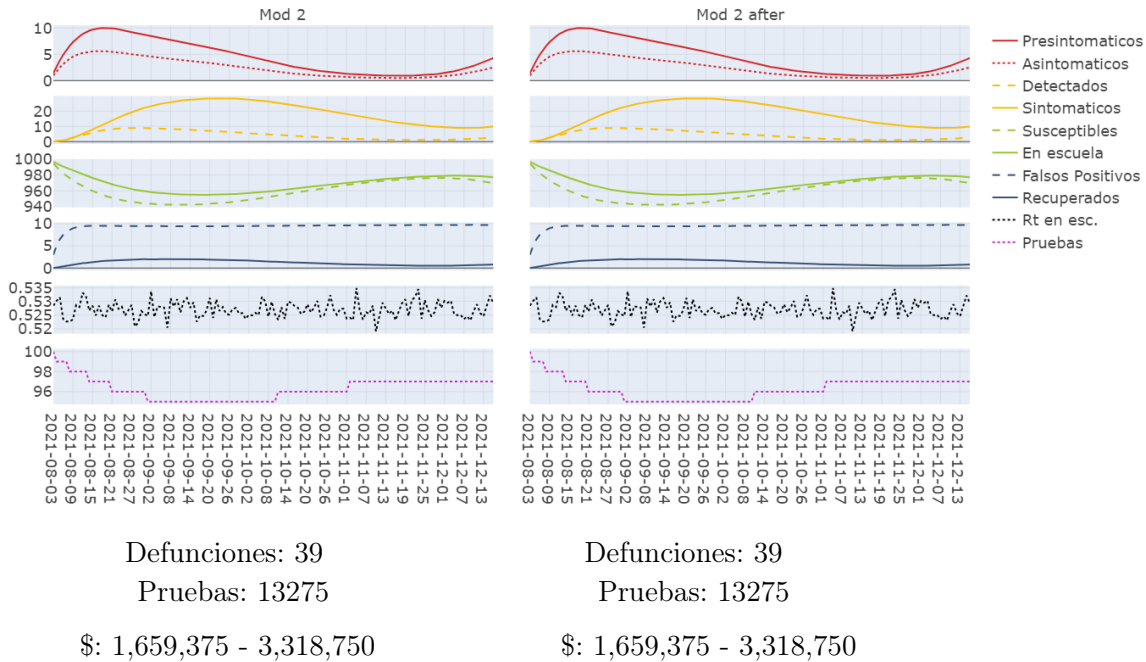


Figura 6.13: Dinámicas del Modelo 2 con ambas probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela: primer columna con β_{int} (5.14) y segunda columna con β_{int} (5.20). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación y una dinámica exterior igual a la observada de marzo a julio de 2021 (Figura 6.3), aplicando un tamizaje diario al 10 % de la población dentro de la escuela.

6.2.3. Con vacunación y ausencia de tamizaje

En la primer columna de la Figura 6.14 se observa que ante un escenario, donde la epidemia en el exterior de la escuela comienza con una tendencia decreciente y un R_t menor que 1, el total de susceptibles disminuye a lo más en 10 durante el pequeño brote que se observa al reabrir la escuela. Sin embargo, a pesar de que en este escenario (Marzo-Julio de 2021) se tiene un pico en el R_t de la epidemia exterior durante la segunda mitad de la ventana de tiempo, en el interior se muestra un ligero efecto al final del tiempo simulado, lo cual indica un retraso de los efectos sobre el incremento de casos en el interior de la escuela, provocados por la dinámica del R_t de la epidemia exterior, siempre y cuando las medidas sanitarias sigan siendo estrictas.

Por otra parte, comparando ambas columnas de la Figura 6.14 se observa que en este escenario el relajamiento de medidas sanitarias dentro de la escuela ($\beta_{int} = 0.2$) incrementa a lo más en dos el número de casos en cada compartimiento, lo cual podría considerarse aceptable.

De esta manera, al tener vacunación total en la escuela y un estricto manejo de medidas

sanitarias, es posible mantener las clases presenciales aún si se observa un incremento en el R_t de la epidemia exterior y si no se tiene alguna estrategia de tamizaje, ya que el número de casos observados respecto al total (1000 individuos) es mínimo (0.01 % aproximadamente).

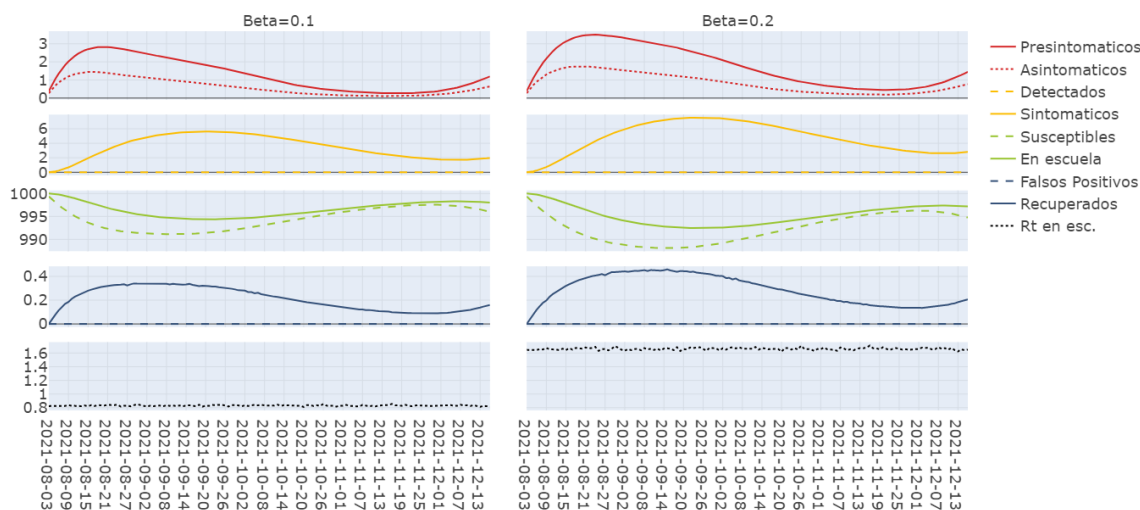


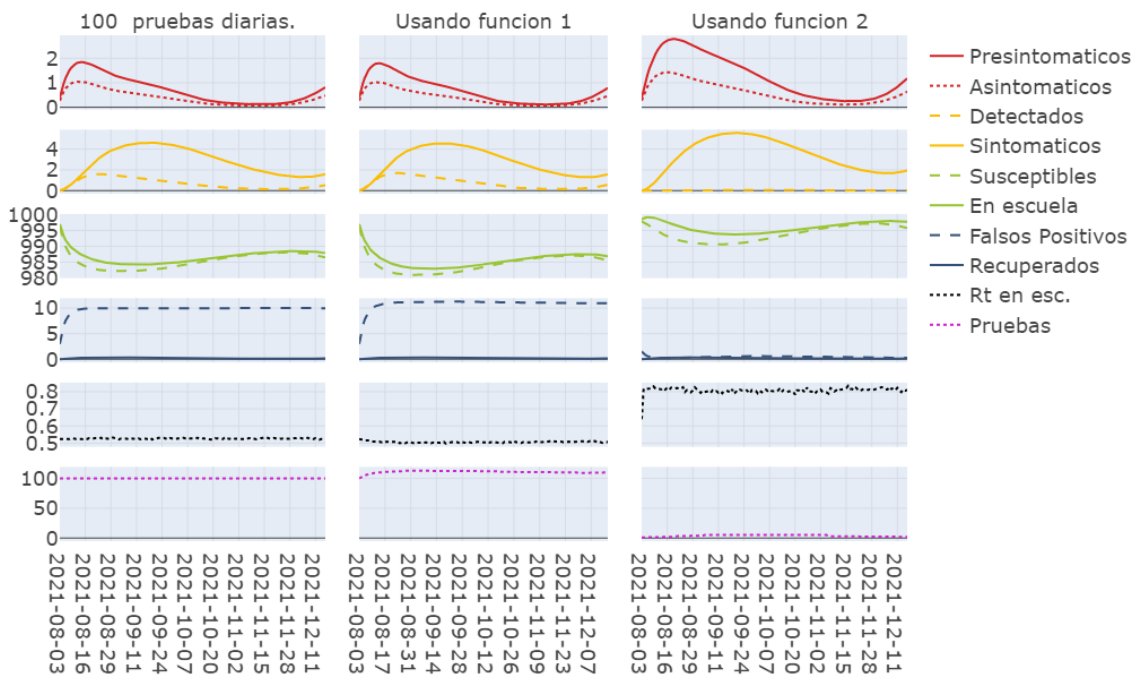
Figura 6.14: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a la implementación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el relajamiento de ellas ($\beta_{int} = 0.2$), para una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, considerando vacunación total en la escuela, ausencia de tamizaje y una dinámica exterior igual a la observada de marzo a julio de 2021 (Figura 6.3).

6.2.4. Con vacunación y tamizaje

Como se observa en la Sección 6.2.3, al tener vacunación en un escenario donde la epidemia en el exterior es decreciente con un $R_t < 1$, el número de casos dentro de la escuela es mínimo, para lo cual no hay un cambio significativo al implementar tamizaje, como se puede observar en la Figura 6.15, ya que el número de infecciones en cada compartimiento disminuye en una o dos unidades al establecer 100 pruebas diarias o al seguir la segunda estrategia de tamizaje propuesta. Por su parte, con tercer estrategia de tamizaje, que depende del número de aislados, la epidemia se mantiene igual que en ausencia de pruebas, ya que el número de pruebas es muy pequeño (Figura 6.16), reduciendo la probabilidad de detectar un caso.

Por otro lado, la cuarta estrategia de tamizaje tampoco es viable considerar (Figura 6.17), ya que de igual manera se tiene un número grande de pruebas, pero el número de casos no disminuye significativamente respecto al escenario sin tamizaje.

6.2. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE MARZO A JULIO DE 2021



Defunciones: 0

Pruebas: 13700

\$. 1,712,500 - 3,425,000

Defunciones: 0

Pruebas: 15187

\$. 1,898,375 - 3,796,750

Defunciones: 0

Pruebas: 664

\$. 83,000 - 166,000

Figura 6.15: Comparación de la dinámica de cada compartimento del Modelo 1 con respecto a tres estrategias de tamizaje diario: número constante de pruebas (columna 1), número de pruebas con base en (6.2) (columna 2), número de pruebas con base en (6.3) (columna 3). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con vacunación total en la escuela y una dinámica exterior igual a la observada de marzo a julio de 2021 (Figura 6.3).

6.2. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE MARZO A JULIO DE 2021

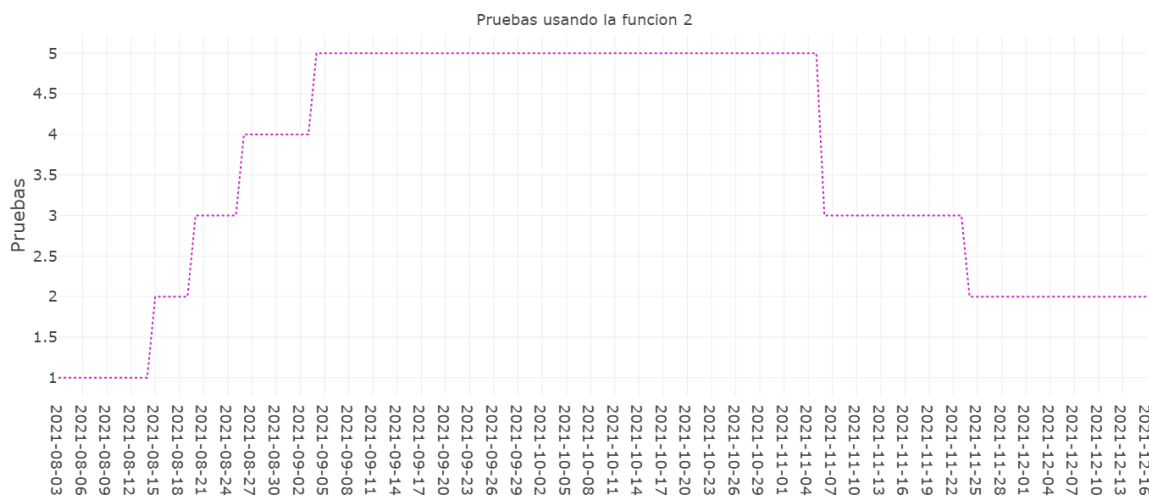
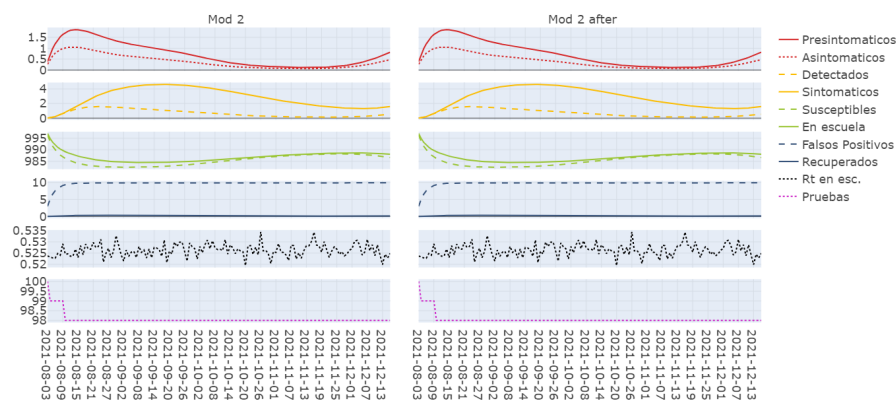


Figura 6.16: Gráfica del número de pruebas aplicadas usando la tercer estrategia de tamizaje, que depende del número de casos confirmados en la escuela; en un escenario con vacunación total e implementación de medidas sanitarias estrictas durante un periodo de tiempo donde la epidemia en el exterior es igual a la observada de Marzo a Julio de 2021 en la capital de Querétaro.



Defunciones: 0
Pruebas: 13522

\$: 1,690,250 - 3,380,500

Defunciones: 0
Pruebas: 13522

\$: 1,690,250 - 3,380,500

Figura 6.17: Comparación de la dinámica de cada compartimento del Modelo 2 con ambas probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela: primer columna con β_{int} dada por (5.14) y segunda columna con β_{int} dada por (5.20). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con vacunación total en la escuela y una dinámica exterior igual a la observada de marzo a julio de 2021 (Figura 6.3), aplicando un tamizaje diario al 10% de la población dentro de la escuela.

6.3. Dinámica igual a la observada de Mayo a Septiembre de 2021

En esta sección se presentan las gráficas de las simulaciones para un campus universitario de 1000 individuos en la ciudad de Querétaro, pensando que su reapertura ocurre mientras en el exterior se observa una dinámica igual a la del periodo que abarcó del 1 de mayo al 15 de septiembre de 2021; donde se comienza con una epidemia exterior controlada, al tener una tendencia decreciente de casos y un $R_t < 1$, pero en la segunda mitad del periodo de tiempo se tiene un pico (Figura 6.4)

6.3.1. Sin vacunación y ausencia de tamizaje

Si la reapertura de escuelas ocurre en un escenario donde la epidemia exterior esta controlada, entonces dentro de la escuela se espera ligero incremento de casos, incluso si no hay vacunación, tamizaje ni medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.2$). Sin embargo, al haber un pico en la epidemia exterior, posteriormente se espera un incremento de casos, el cual aumenta su magnitud incluso en tres veces, si las medidas sanitarias no son estrictas dentro de la escuela. Figura 6.18

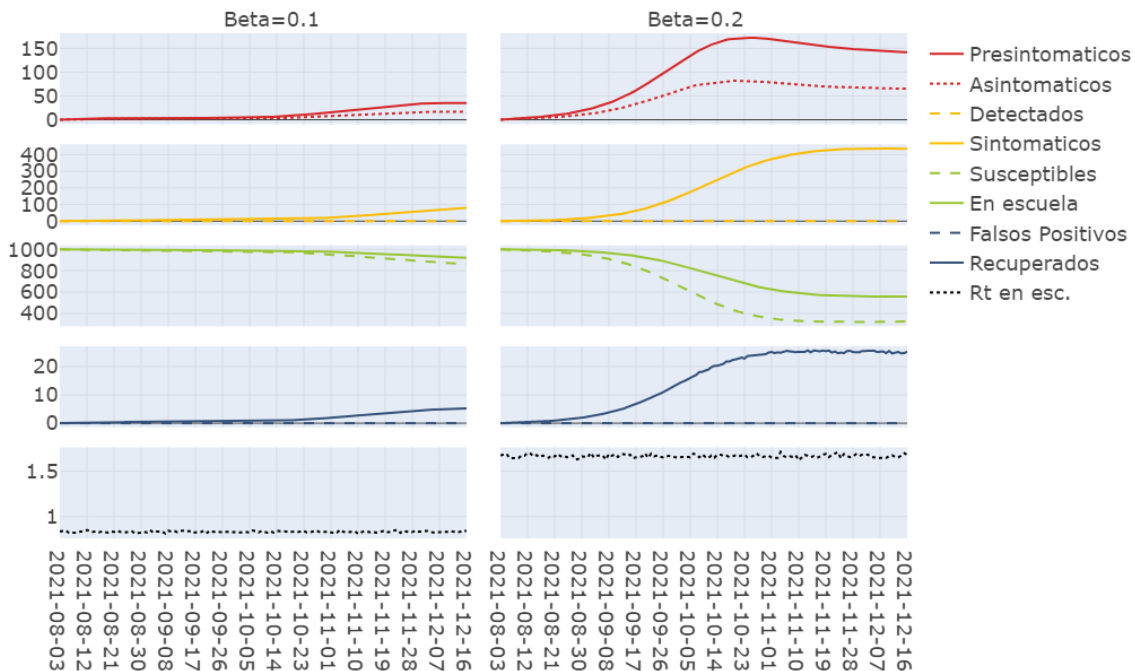


Figura 6.18: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a la implementación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el relajamiento de ellas ($\beta_{int} = 0.2$), para una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación, ausencia de tamizaje y una dinámica exterior igual a la observada de mayo a septiembre de 2021 (Figura 6.4).

De esta manera, recalcamos la conservación de medidas sanitarias estrictas dentro de la escuela, aún observando una epidemia controlada en el exterior. Además es necesario que las escuelas monitoreen el R_t de la epidemia exterior a modo de anticipar un incremento de casos en el exterior, ya que de suceder, se reflejará dentro de la escuela.

6.3.2. Sin Vacunación con tamizaje

En las Figuras [6.19](#) y [6.20](#) nuevamente se observa el efecto positivo del tamizaje cuando no se tiene vacunación en la escuela, sin embargo, ninguna estrategia de tamizaje propuesta evita el impacto del pico de la epidemia exterior.

En la primer mitad del periodo de tiempo, donde la epidemia exterior se mantiene con una tendencia decreciente y un $R_t < 1$, se tiene una dinámica similar al aplicar un número constante de pruebas diarias, que al determinar el número de pruebas de acuerdo a la función 1 (Figura [6.19](#)). Posteriormente, al tener el pico en la epidemia exterior, se observa una ligera reducción en el número de infecciones al usar la función 1, sin embargo la diferencia no es muy significativa, pero con base en el número de pruebas aplicadas en todo el semestre, la estrategia de considerar un número constante diario se considera mejor.

No obstante, usando una proporción fija diaria del número de individuos en la escuela (Figura [6.20](#)) se observa una dinámica similar a la obtenida en la primer columna de la Figura [6.19](#), aunque las defunciones aumentan en una unidad, sin embargo el número total de pruebas necesitadas se reduce, por lo que en lugar de usar un número constante de pruebas diarias se sugiere usar la cuarta estrategia de tamizaje a modo de economizar en el número de pruebas.

6.3. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE MAYO A SEPTIEMBRE DE 2021

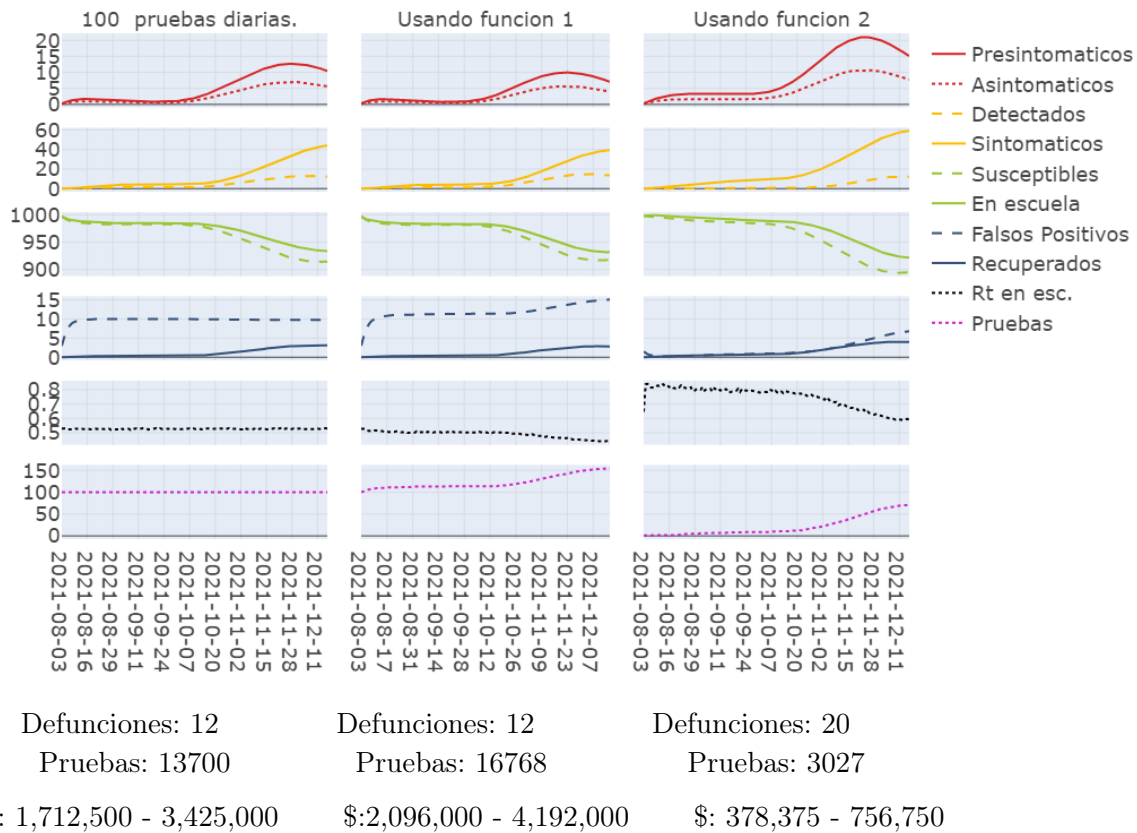
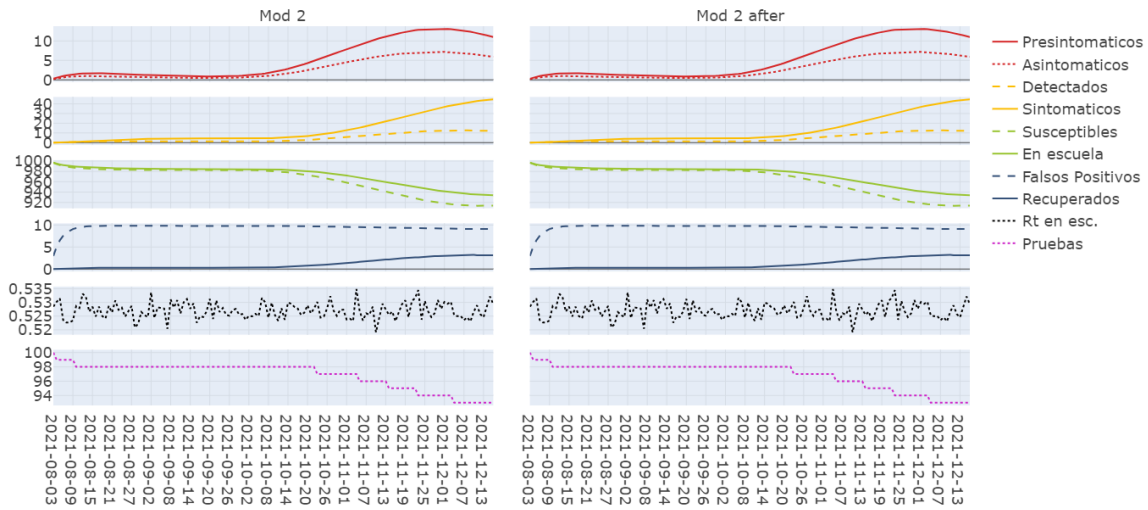


Figura 6.19: Comparación de la dinámica de cada compartimento del Modelo 1 con respecto a tres estrategias de tamizaje diario: número constante de pruebas (columna 1), número de pruebas con base en (6.2) (columna 2), número de pruebas con base en (6.3) (columna 3). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación y una dinámica exterior igual a la observada de mayo a septiembre de 2021 (Fig. 6.4).

6.3. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE MAYO A SEPTIEMBRE DE 2021



Defunciones: 13

Defunciones: 13

Pruebas: 13337

Pruebas: 13337

\$. 1,667,125 - 3,334,250

\$. 1,667,125 - 3,334,250

Figura 6.20: Comparación de la dinámica de cada compartimento del Modelo 2 con ambas probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela: primer columna con β_{int} dada por (5.14) y segunda columna con β_{int} dada por (5.20). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con ausencia de vacunación y una dinámica exterior igual a la observada de mayo a septiembre de 2021 (Figura 6.4), aplicando un tamizaje diario al 10% de la población dentro de la escuela.

6.3.3. Con vacunación y ausencia de tamizaje

En este escenario se vuelve a ver la ventaja de tener a la población vacunada aún sin aplicar alguna estrategia de tamizaje, ya que como se observa en la Figura 6.21, si la escuela aligera las medidas sanitarias establecidas, el crecimiento de casos no es tan grande, incluso teniendo un pico en la epidemia exterior.

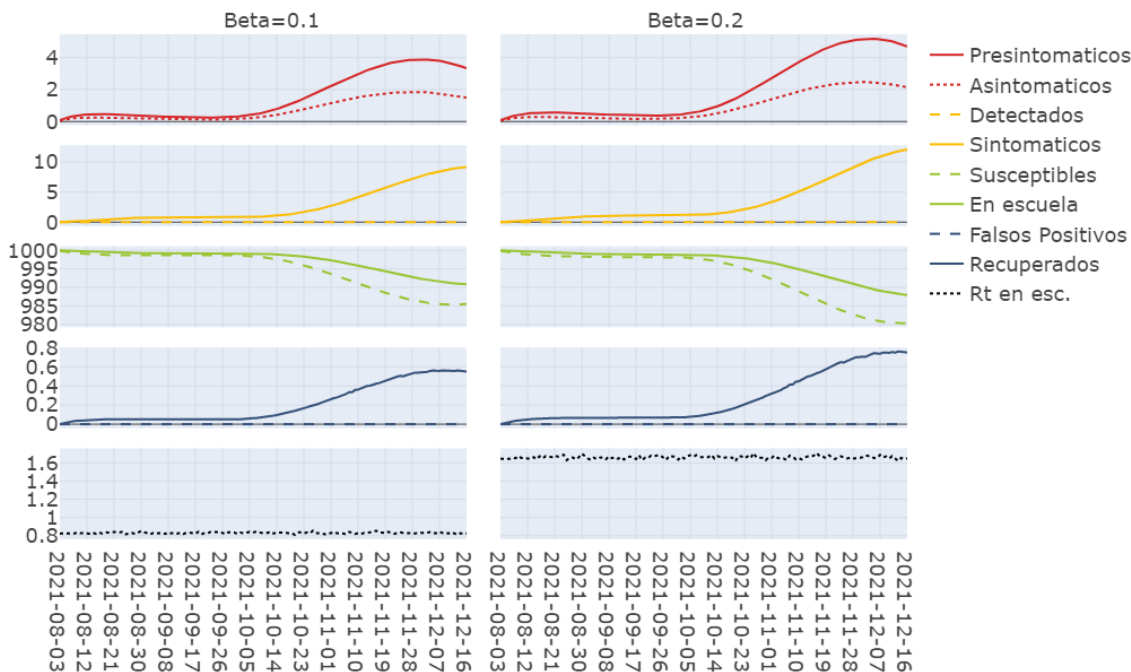


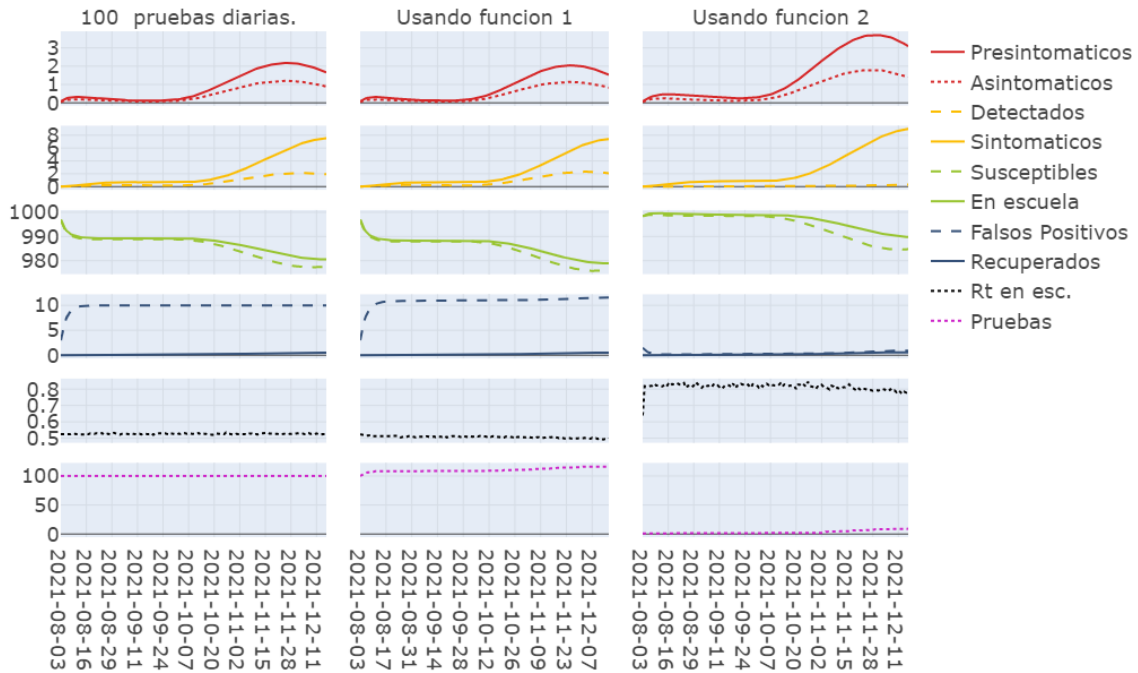
Figura 6.21: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a la implementación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$) y el relajamiento de ellas ($\beta_{int} = 0.2$), para una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, considerando vacunación total en la escuela, ausencia de tamizaje y una dinámica exterior igual a la observada de mayo a septiembre de 2021 (Figura 6.4).

6.3.4. Con vacunación y tamizaje

Como se puede observar en la tercer columna de la Figura 6.22, aunque nuevamente hay un ligero incremento de casos aplicando la tercer estrategia de tamizaje, este aumento no es muy significativo salvo en el periodo de tiempo donde ocurre el pico de la epidemia exterior, cuyo efecto podría reducirse al reforzar las medidas sanitarias.

Esta comparación se mantiene incluso con las gráficas resultantes al establecer una proporción fija de la población en la escuela a tamizar. comparando la tercer columna de la Figura 6.22 con las gráficas de la Figura 6.20.

6.3. DINÁMICA IGUAL A LA OBSERVADA DE MAYO A SEPTIEMBRE DE 2021



Defunciones: 0

Pruebas: 13700

\$: 1,712,500 - 3,425,000

Defunciones: 0

Pruebas: 15133

\$: 1,891,625 - 3,783,250

Defunciones: 0

Pruebas: 519

\$: 64,875 - 129,750

Figura 6.22: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 1 con respecto a tres estrategias de tamizaje diario: número constante de pruebas (columna 1), número de pruebas con base en (6.2) (columna 2), número de pruebas con base en (6.3) (columna 3). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con vacunación total en la escuela y una dinámica exterior igual a la observada de mayo a septiembre de 2021 (Figura 6.4).

6.4. CONCLUSIONES DERIVADAS DE LAS SIMULACIONES.

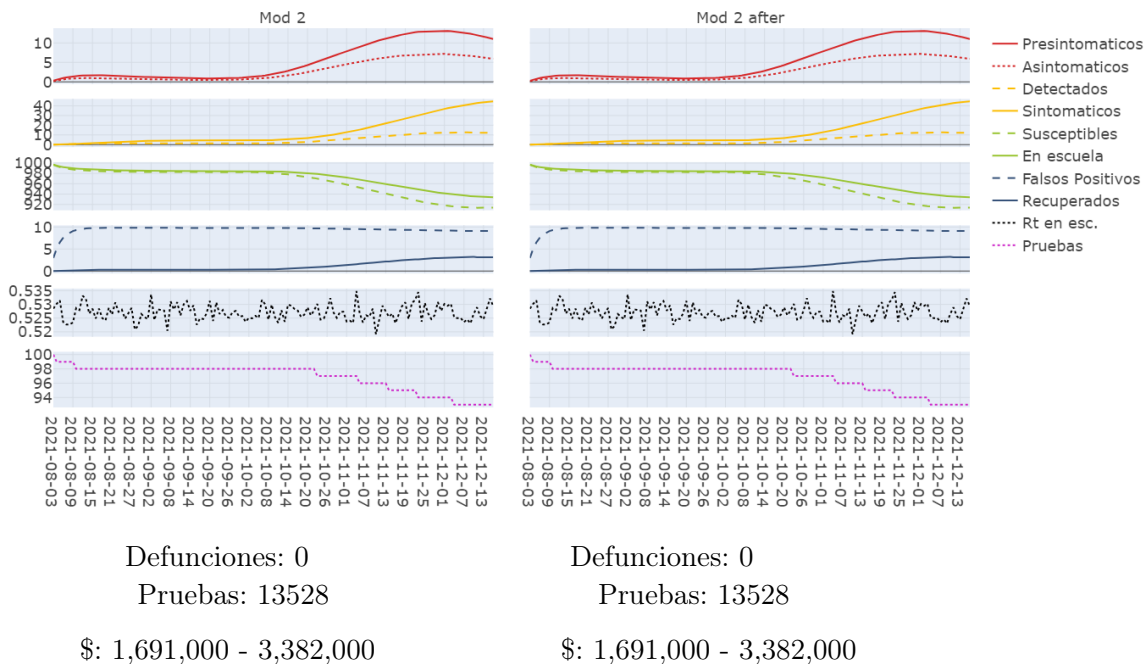


Figura 6.23: Comparación de la dinámica de cada compartimiento del Modelo 2 con ambas probabilidades de transmisión efectiva dentro de la escuela: primera columna con β_{int} dada por (5.14) y segunda columna con β_{int} dada por (5.20). Se considera una escuela de 1000 integrantes en la capital de Querétaro durante el periodo escolar Agosto-Diciembre de 2021, con vacunación total en la escuela y una dinámica exterior igual a la observada de mayo a septiembre de 2021 (Figura 6.4), aplicando un tamizaje diario al 10% de la población dentro de la escuela.

6.4. Conclusiones derivadas de las simulaciones.

Las simulaciones presentadas en este capítulo son evidencia de la dificultad de establecer una estrategia de tamizaje mediante un modelo matemático determinista, que se adapte a cualquier escenario en general. Sin embargo, con base en las cuatro estrategias de tamizaje propuestas podemos dar las siguientes conclusiones.

1. En ausencia de vacunación no es recomendable prescindir del tamizaje, sin importar que las medidas sanitarias sean estrictas dentro de la escuela y qué tan controlada parezca la epidemia en el exterior de ella.
2. Con base en las simulaciones de la Sección 6.1.2 podemos sugerir que si la epidemia en el exterior se mantiene en crecimiento y no se cuenta con vacunación de la población, entonces la estrategia de tamizaje más recomendable, dentro de las cuatro propuestas en esta tesis, es siguiendo la Función 1, la cual es inversamente proporcional al total de la población dentro del campus universitario.
3. Si la epidemia en el exterior se mantiene en decrecimiento con un $R_t < 1$ y el total de la población en la escuela está vacunada, entonces se podría prescindir del tamizaje,

siempre y cuando se mantengan las medidas sanitarias estrictas dentro de la escuela. Sin embargo, al observar un crecimiento en la epidemia exterior se recomienda implementar el tamizaje de acuerdo al número de confirmados en la escuela (ecuación 6.3), incluso teniendo vacunación; haciendo hincapié que esta estrategia reduce el total de pruebas aplicadas, pero muestra un número poco mayor de casos, a diferencia del que se estima con la estrategia de tamizaje dada por el Modelo 2.

6.5. Riesgo de tener contacto con algún infectado

Habiendo estimado el total de infecciones diarias en la escuela, es posible calcular el porcentaje de riesgo de estar en contacto con alguna persona infectada al convivir con n individuos dentro la escuela. Este cálculo desarrollado por el Dr. Joshua S. Weitz del Georgia Institute of Technology [31], parte de calcular la probabilidad p de que, al día t un individuo sano se encuentre con exactamente una persona enferma (6.4).

$$p = \frac{\text{Número de casos activos al día } t}{\text{Población total de la escuela}} \quad (6.4)$$

De esta manera, la probabilidad de no encontrarse con una persona infectada es $1-p$, lo cual implica que al considerar independencia para los eventos de encontrar a un individuo infectado, la probabilidad de no encontrarse con ningún infectado en un grupo de n individuos es $(1-p)^n$. Por tanto, la probabilidad de encontrarse con al menos un individuo infectado en un grupo de n individuos en la escuela es $(1 - (1-p)^n)$, lo cual al representarse mediante porcentaje resulta (6.5)

$$\mathcal{R}_N = (1 - (1-p)^n) \cdot 100 \quad (6.5)$$

Es necesario recalcar que el cálculo de esta probabilidad no incluye el periodo de tiempo de convivencia, por lo que no se hace distinción entre individuos que pasan un periodo de tiempo corto o largo dentro de la escuela.

A continuación se muestran las gráficas del riesgo de contacto de un individuo con algún infectado, dentro de un grupo de 50 personas en un campus universitario de tamaño 1000, considerando vacunación o no vacunación total dentro de la escuela y tres niveles de conservación de medidas sanitarias:

- Estrictas ($\beta_{int} = 0.1$): el uso de gel antibacterial es obligatorio y constante, uso de cubrebocas en todo el tiempo, distanciamiento mínimo de metro y medio entre personas.
- Parcialmente estrictas ($\beta_{int} = 0.2$): el uso de gel antibacterial no es constante, uso de cubrebocas obligatorio en todo el tiempo y no se mantiene el distanciamiento mínimo de metro y medio entre las personas.
- No estrictas ($\beta_{int} = 0.4$): se reduce el uso de gel antibacterial y de cubrebocas, y no se mantiene el distanciamiento mínimo de metro y medio entre las personas.

Sin Vacunación con $\beta = 0.1$

En la Figura 6.24 se muestra la dinámica del riesgo de contacto que tiene un individuo a lo largo del semestre, en los tres diferentes escenarios considerados para la dinámica exterior (Figuras 6.2, 6.3, 6.4), con el supuesto de ausencia de vacunación dentro de la escuela, pero con uso estricto de medidas sanitarias. Además, se comparan las cuatro estrategias de tamizaje (últimos cuadro renglones) con respecto al escenario sin tamizar (primer renglón).

En la tercer columna de la Figura 6.24 se observa que si la reapertura de escuelas ocurre durante un periodo de tiempo donde la epidemia exterior comienza de forma controlada pero posteriormente ocurre un pico de infección, el riesgo comenzará bajo (25 %), pero a medida que comienza el pico del exterior, aumentará a un valor mayor de 75 %, aunque se tengan medidas sanitarias estrictas.

Para las tres ventanas de tiempo consideradas se observa que en un escenario sin vacunación pero con medidas sanitarias estrictas, el menor riesgo de contagio se tiene al implementar la estrategia de tamizaje dada por la función lineal (6.2).

Por otro lado, el mejor escenario para mantener la escuela abierta durante todo el semestre, dadas las condiciones de ausencia de vacunación y uso estricto de medidas sanitarias, es cuando en el exterior se tiene una epidemia con tendencia decreciente y un $R_t < 1$ (ventana de tiempo 2021-03-05 al 2021-07-20), implementando un tamizaje en función al número de individuos en la escuela (6.2).

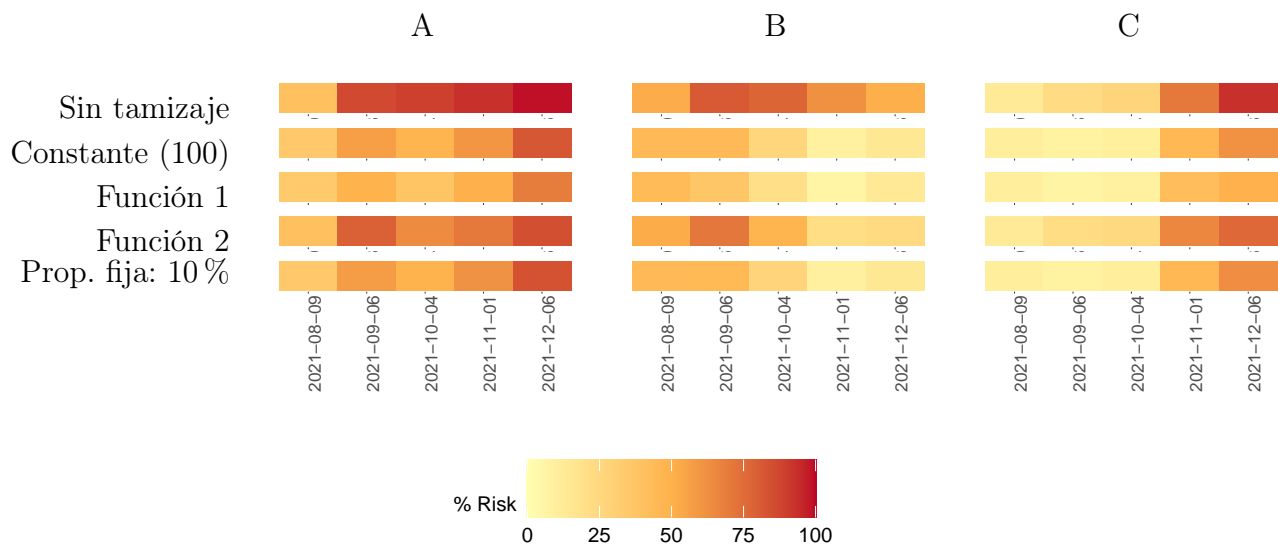


Figura 6.24: Evolución del porcentaje de riesgo de que un individuo sano se encuentre con un enfermo, al convivir diariamente con 50 personas en una escuela con **ausencia de vacunación** y conservación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$). Se compara la ausencia de tamizaje contra las cuatro estrategias planteadas en este trabajo en los tres escenarios para la epidemia exterior: (A) del 2 de Agosto al 17 de Diciembre de 2020, (B) del 5 de Marzo al 20 de Julio de 2021 y (C) del 1 de Mayo al 15 de Septiembre de 2021.

Con Vacunación con $\beta = 0.1$

En el primer renglón de gráficas de la Figura 6.25 se observa que a pesar de la ausencia de tamizaje, el riesgo es menor al 50% en los tres escenarios considerados para la dinámica exterior, de los cuales el que presenta menor riesgo es donde la epidemia se mantiene con tendencia decreciente y $R_t < 1$ en la primer mitad de la ventana de tiempo (2021-03 al 2021-07-20). Esta gráfica es ejemplo de que al mantener las medidas sanitarias estrictas dentro de la escuela, el nivel de riesgo puede mantenerse bajo aunque afuera de la escuela la epidemia comience a crecer o el R_t sea mayor que uno.

Se observa que para el escenario correspondiente a la primer columna, las mejores estrategias de tamizaje que logran disminuir el nivel de riesgo dentro de la escuela son la función (6.2) y el Modelo 2 que usa la proporción fija del 10%

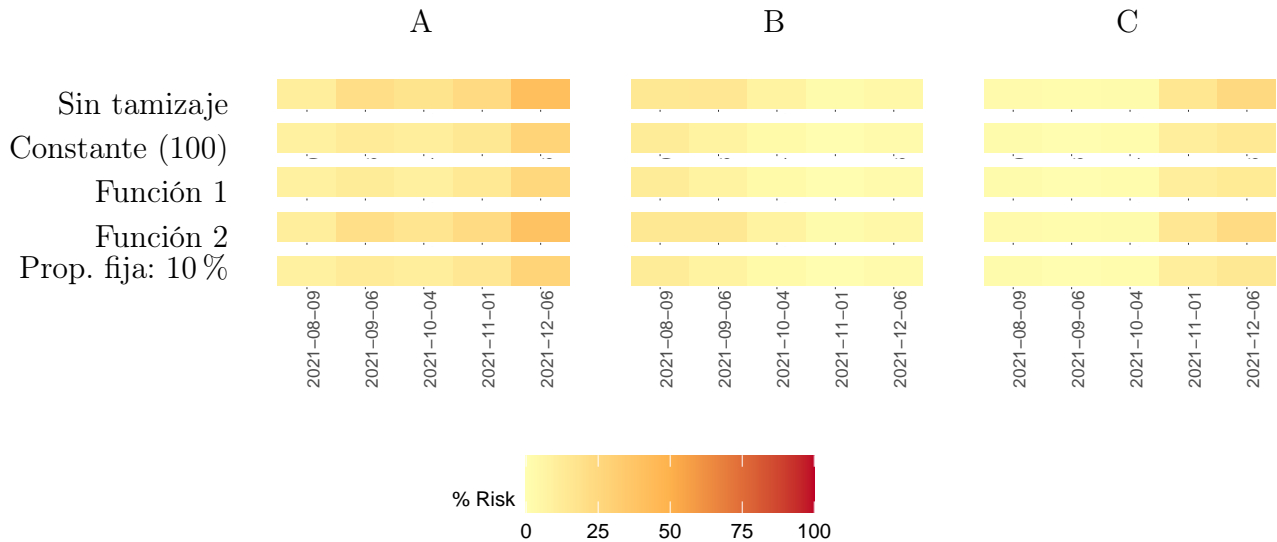


Figura 6.25: Evolución del porcentaje de riesgo de que un individuo sano se encuentre con un enfermo, al convivir diariamente con 50 personas en una escuela con **vacunación** y conservación de medidas sanitarias estrictas ($\beta_{int} = 0.1$). Se compara la ausencia de tamizaje contra las cuatro estrategias planteadas en este trabajo en los tres escenarios para la epidemia exterior: (A) del 2 de Agosto al 17 de Diciembre de 2020, (B) del 5 de Marzo al 20 de Julio de 2021 y (C) del 1 de Mayo al 15 de Septiembre de 2021.

Sin Vacunación con $\beta = 0.2$

Las gráficas de la Figura 6.26 son muestra de que la vacunación y la conservación de medidas sanitarias son esenciales para mantener un nivel de riesgo bajo en los tres escenarios considerados para la epidemia exterior.

Las gráficas del tercer renglón de la Figura 6.26 muestran que con en ausencia de vacunación y un aligeramiento de las medidas sanitarias, el nivel de riesgo puede reducirse implementando la estrategia de tamizaje dada por la Función 1 (ecuación 6.2), resaltando que el mejor escenario

para la reapertura de escuelas es cuando la epidemia en el exterior se mantiene controlada y no se tienen picos durante el tiempo que la escuela permanece abierta.

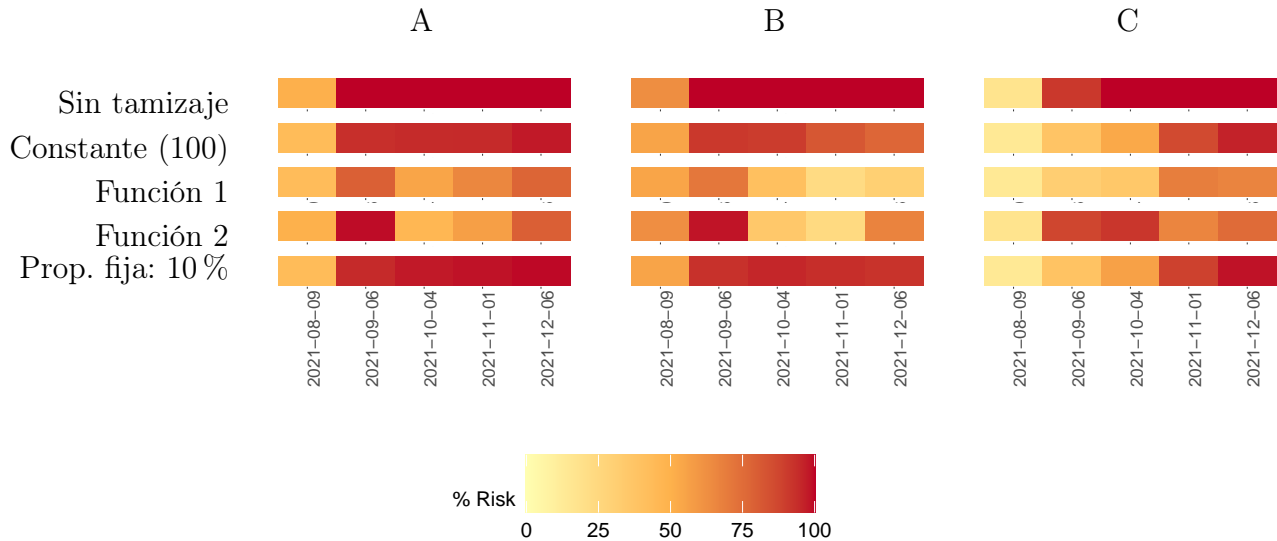


Figura 6.26: Evolución del porcentaje de riesgo de que un individuo sano se encuentre con un enfermo, al convivir diariamente con 50 personas en una escuela con **ausencia de vacunación** y medidas sanitarias no estrictas ($\beta_{int} = 0.2$). Se compara la ausencia de tamizaje contra las cuatro estrategias planteadas en este trabajo en los tres escenarios para la epidemia exterior: (A) del 2 de Agosto al 17 de Diciembre de 2020, (B) del 5 de Marzo al 20 de Julio de 2021 y (C) del 1 de Mayo al 15 de Septiembre de 2021.

Con Vacunación con $\beta = 0.2$

En la Figura 6.27 se observa que teniendo vacunación total de la población en la escuela y un escenario donde la epidemia del exterior se mantiene controlada (segunda columna), es posible prescindir del tamizaje, incluso aligerando las restricciones sanitarias. Sin embargo, el nivel de riesgo puede disminuirse aún más si se tamiza usando el Modelo 1 con un tamizaje constante diario o se sigue la Función 2 (ecuación 6.3), o en su defecto, se usa el Modelo 2.

Por otro lado, si la epidemia exterior se mantiene en crecimiento con un $R_t > 1$ y dentro de la escuela las medidas sanitarias se relajan, es posible reducir el riesgo que se tiene sin tamizar, al usar el Modelo 2 como estrategia de tamizaje, manteniendo un riesgo de alrededor del 25 %.

Si la epidemia en el exterior comienza de forma controlada y posteriormente se observa un pico, el riesgo de contagio dentro de la escuela se verá afectado, más aún si no se tiene tamizaje dentro de la escuela y las medidas sanitarias no se refuerzan ($\beta_{int} = 0.2$). No obstante, teniendo un tamizaje con base en la Función 1 (ecuación 6.2) o de acuerdo a una proporción fija del 10 % (Modelo 2), el riesgo se reduce considerablemente en el periodo de tiempo donde la epidemia en el exterior tiene el pico.

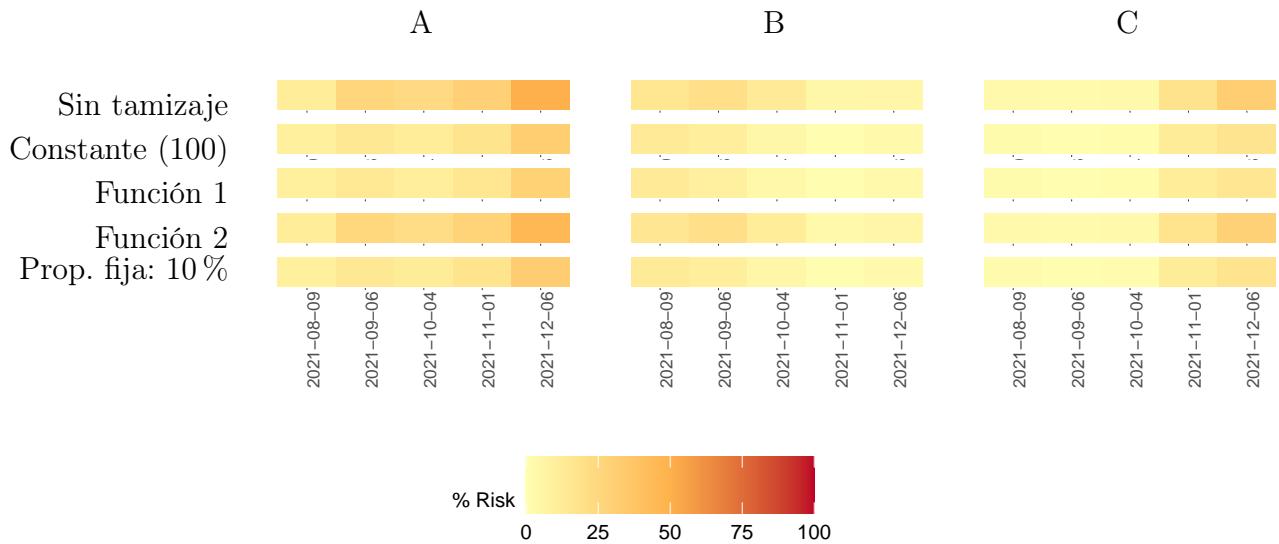


Figura 6.27: Evolución del porcentaje de riesgo de que un individuo sano se encuentre con un enfermo, al convivir diariamente con 50 personas en una escuela con **vacunación** y medidas sanitarias no estrictas ($\beta_{int} = 0.2$). Se compara la ausencia de tamizaje contra las cuatro estrategias planteadas en este trabajo en los tres escenarios para la epidemia exterior: (A) del 2 de Agosto al 17 de Diciembre de 2020, (B) del 5 de Marzo al 20 de Julio de 2021 y (C) del 1 de Mayo al 15 de Septiembre de 2021.

Con Vacunación con $\beta = 0.4$

Al considerar el parámetro $\beta = 0.4$ se piensa en un escenario donde las medidas sanitarias se aligeran mucho más.

Como se observa en el primer renglón de la Figura [6.28](#), la vacunación no evita que el riesgo de contagio alcance valores mayores del 50% cuando la epidemia en el exterior de la escuela se mantiene en crecimiento, como en el escenario de la ventana de tiempo de agosto a diciembre del 2020 o en la última mitad de la ventana de tiempo de mayo a septiembre de 2021. Sin embargo, al tener una epidemia controlada como de marzo a julio de 2021, se observa que el riesgo de contagio aumenta pero se mantiene por debajo del 50%.

De esta manera, si las medidas sanitarias se aligeran dentro de la escuela, es necesario implementar estrategias de tamizaje que permitan reducir el riesgo. Con base en la Figura [6.28](#), las medidas que permiten hacer una mejor reducción son aplicando la Función 1, de acuerdo a la ecuación [6.2](#) o el Modelo 2, que corresponde a tamizar una proporción fija de la población dentro de la escuela.

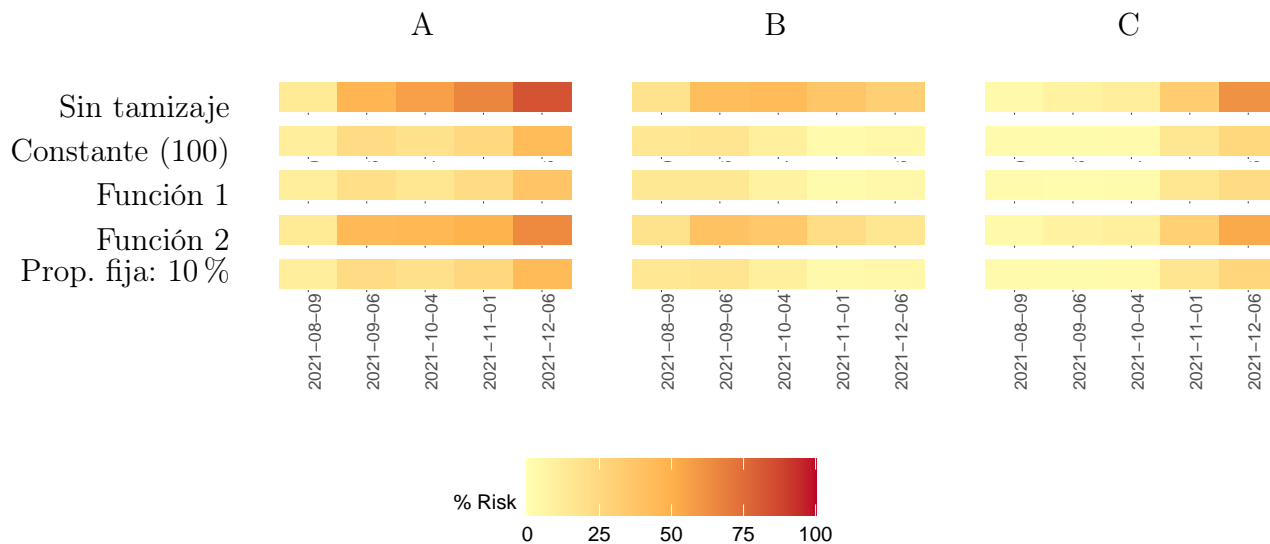


Figura 6.28: Evolución del porcentaje de riesgo de que un individuo sano se encuentre con un enfermo, al convivir diariamente con 50 personas en una escuela con **vacunación** y medidas sanitarias menos estrictas ($\beta_{int} = 0.4$). Se compara la ausencia de tamizaje contra las cuatro estrategias planteadas en este trabajo en los tres escenarios para la epidemia exterior: (A) del 2 de Agosto al 17 de Diciembre de 2020, (B) del 5 de Marzo al 20 de Julio de 2021 y (C) del 1 de Mayo al 15 de Septiembre de 2021.

Ante estos escenarios, es evidente que la conservación de medidas sanitarias es necesaria para reducir el riesgo de contagio aunque la población dentro de la escuela esté completamente vacunada.

6.6. App en R

Usando la paquetería **shiny** del software estadístico R, se desarrolló una aplicación interactiva que permite al usuario comparar escenarios para la reapertura de escuelas en la capital de Querétaro de acuerdo a la variación de los siguientes parámetros:

- Modelo 1 o Modelo 2 con ambas probabilidades de transmisión efectiva
- Ventana de tiempo
- Población total en la escuela
- Condiciones iniciales de asintomáticos (A) y presintomáticos (E)
- Vacunación (SI o NO)
- Valor de β_{int} de acuerdo al nivel de conservación de medidas sanitarias dentro de la escuela
 1. $\beta_{int} \leq 0.1$: Medidas estrictas

2. $\beta_{int} > 0.1$: Medidas relajadas

- Porcentaje de conservación de inmunidad
- Porcentaje diario de pruebas
- Aforo para el cálculo del porcentaje de riesgo

En la primera parte de la ventana de salida se muestran una gráfica con los datos reales observados hasta el 15 de Septiembre de 2021, de acuerdo a los datos de [11] actualizados el 22 de Septiembre, además de la estimación de infecciosos totales y de R_t , calculados con la paquetería `covidestim` de R.

Una vez que el usuario fija los parámetros del escenario a estudiar se muestra el número total de pruebas de antígeno aplicadas en todo el semestre junto con su costo total aproximado, considerando un precio mínimo de 150 pesos mexicanos y un precio máximo de 250 [32]. Además, se presenta el total de defunciones en todo el semestre.

Posteriormente se podrá observar un gráfica donde se compara la población en la escuela, la población aislada y la tamizada al tiempo t bajo las condiciones establecidas por el usuario.

Después se observarán las gráficas de las dinámicas de salida del Modelo seleccionado haciendo las siguientes comparaciones entre compartimientos:

- Presintomáticos y asintomáticos
- Detectados y sintomáticos
- Susceptibles y población total en la escuela
- Falsos positivos y recuperados

Debajo de estas gráficas se observará la dinámica de la probabilidad de transmisión efectiva en el exterior de la escuela (β_{ext}), de acuerdo a cada ventana de tiempo; y la dinámica del R_t en el interior de la escuela, a modo de comparar el control de la dinámica exterior con la interior.

Finalmente se podrá ajustar el parámetro de aforo total con el que se calculará el riesgo de que una persona al convivir con ese número de individuos dentro de la escuela, entre en contacto con al menos una persona infectada. Una vez ajustado el parámetro se observará una gráfica del porcentaje de riesgo a lo largo del semestre.

A continuación se muestran dos capturas de pantalla de la aplicación.



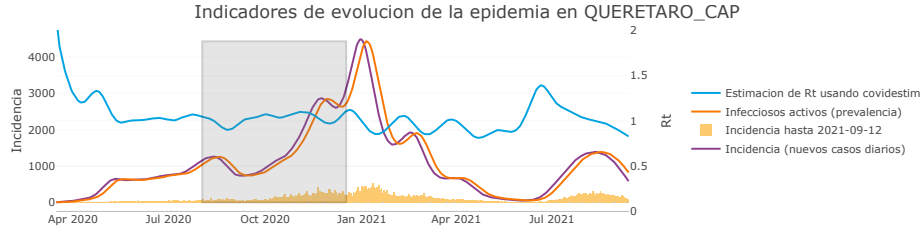
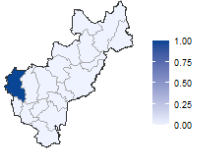
Escenarios generales para la reapertura de escuelas estimando Rt.



Lugar: QUERETARO_CAP

DINAMICA SELECCIONADA

Escenario: 2020-08-02_2020-12-17



Nivel escolar: universidad | Poblacion total en esc.: 1000 | A=E=: 0 | Vacunacion: NO | Beta_int: 0.1 | Conservacion de inmunidad: 0

TAMIZAJE

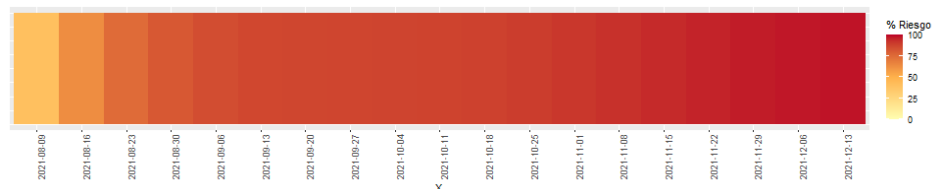
% diario de pruebas (del Total de pob.): 0 | Pruebas Totales 0 | Costo de Pruebas 0-0 | Defunciones Totales 97

SIMULACIONES



% RIESGO DE CONTACTO CON AL MENOS UNA PERSONA INFECTADA

Aforo: 50





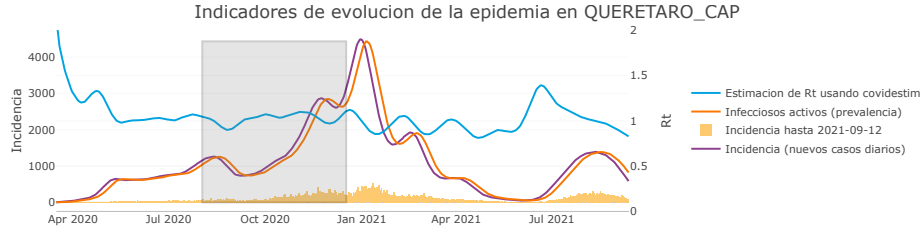
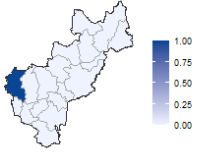
Escenarios generales para la reapertura de escuelas estimando Rt.



Lugar: QUERETARO_CAP

DINAMICA SELECCIONADA

Escenario: 2020-08-02_2020-12-17

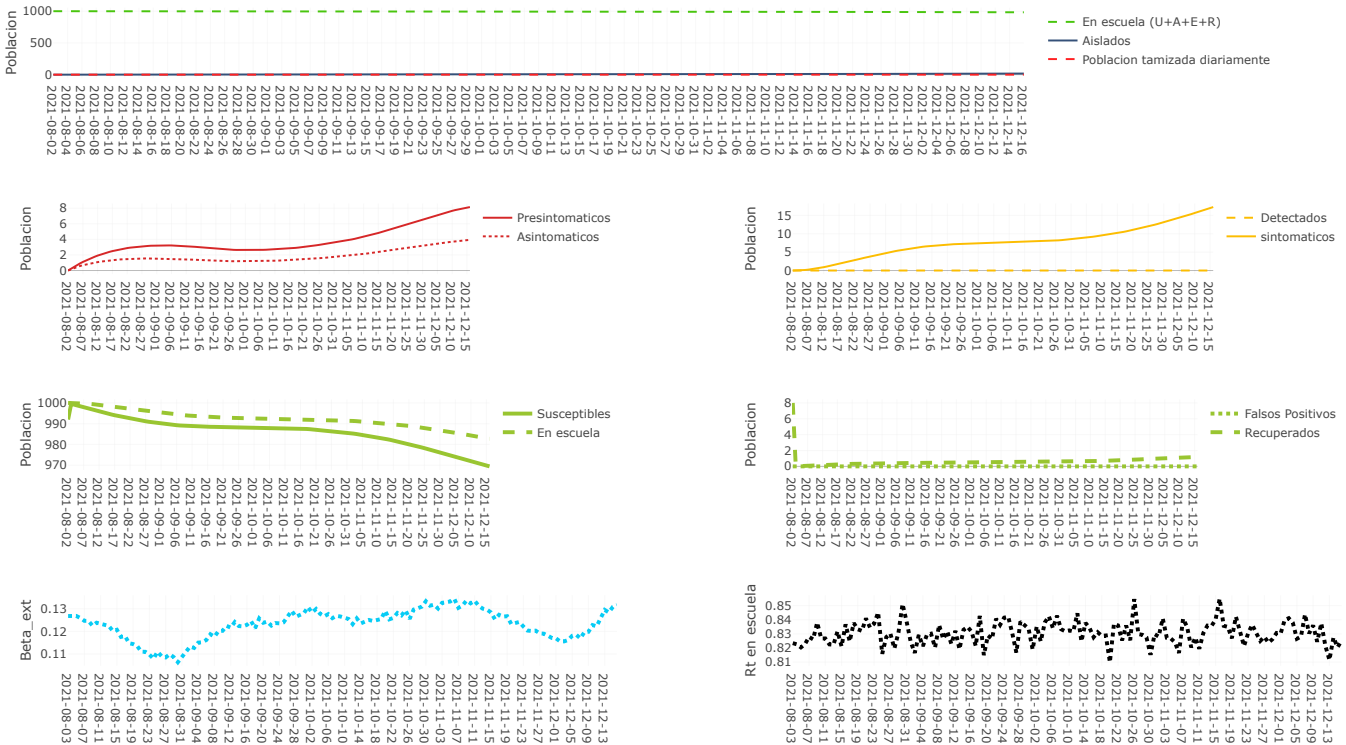


Nivel escolar: universidad | Poblacion total en esc.: 1000 | A=E=: 0 | Vacunacion: SI | Beta_int: 0.1 | Conservacion de inmunidad: 0

TAMIZAJE

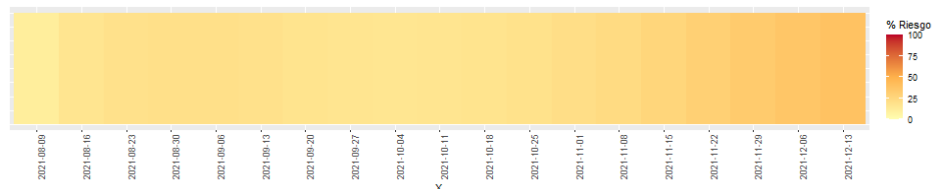
% diario de pruebas (del Total de pob.): 0 | Pruebas Totales 0 | Costo de Pruebas 0-0 | Defunciones Totales 0

SIMULACIONES



% RIESGO DE CONTACTO CON AL MENOS UNA PERSONA INFECTADA

Aforo: 50



7 Análisis de sensibilidad del modelo

El análisis de sensibilidad es una herramienta para identificar la influencia de los parámetros de un modelo matemático y optimizar su estructura. [33]

Existen dos tipos de análisis de sensibilidad, el local y el global. El análisis de sensibilidad local consiste en evaluar las diferentes salidas del modelo con base en cambios de los valores de un sólo parámetro [34]. En cambio, el análisis de sensibilidad global considera las salidas del modelo con respecto a varios parámetros.

Se han desarrollado diferentes metodologías para llevar a cabo un análisis de sensibilidad. Para este trabajo se usó la metodología implementada en la paquetería `multisensi` del software estadístico R versión 4.1.1, que permite hacer un análisis de sensibilidad global de un modelo con una salida multivariada mediante técnicas de reducción de dimensión. [35]

Sin embargo, esta metodología hace un análisis de sensibilidad de modelos completamente deterministas, donde todos los parámetros que intervienen en el modelo son fijos en toda unidad de tiempo de simulación. Debido a esto y dado que en los modelos propuestos en el Capítulo 5 intervienen probabilidades no fijas en el tiempo, las cuales son simuladas por valores obtenidos de un muestreo de las distribuciones o densidades de probabilidad que siguen, es necesario fijar los valores como la media de k muestras de cada parámetro para cada unidad de tiempo. Las series de tiempo usadas se muestran en el Apéndice C.

Ya con los valores fijos de las probabilidades, se ejecuta el modelo las veces necesarias para hacer el análisis de sensibilidad, de acuerdo al método seleccionado de la paquetería `multisensi`.

Uno de los métodos implementados en ésta es ajustar un modelo de análisis de varianza (AOV), a los datos de las series de tiempo de salida del total de ejecuciones del modelo, realizadas con todas las posibles combinaciones (*full factorial design*) entre los diferentes valores de cada parámetro, proporcionados por el usuario mediante vectores. El análisis de varianza implementado en `multisensi` incluye efectos principales e interacciones de 2 factores. Este método brinda información sobre la evolución de la influencia, a través del tiempo, de cada parámetro sobre la variable de salida, así como de la influencia de la interacción entre los mismos parámetros. [35]

Otro de los métodos implementados en la paquetería `multisensi` se basa en técnicas multivariadas como el análisis de componentes principales (PCA), B-splines o proyecciones sobre bases polinomiales; las cuales brindan información del total de influencia de los parámetros sobre la dinámica de cada variable de salida.

Para determinar la influencia de los parámetros, primero se aplican los métodos multivariados, con el fin de descomponer las dinámicas simuladas $Y_{i,t}$, en una base de d dinámicas canónicas $(Z_{j,t})_{t=1,\dots,T}$ con $j = 1, \dots, d$, a las cuales se les conoce como trayectorias base. De tal

manera que para cada simulación i al tiempo t se tiene que

$$Y_{i,t} = \sum_{j=1}^d \alpha_{ij} Z_{j,t} + \eta_{i,t} \quad (7.1)$$

donde el coeficiente α_{ij} es el coeficiente de la simulación i asociado con la trayectoria base j , y $\eta_{i,t}$ es el error de aproximación en la simulación i al tiempo t debido a la reducción de dimensión. Posterior a esto, se aplica el análisis de sensibilidad por el método AOV a los coeficientes asociados α_{ij} de cada trayectoria base.

El método de reducción de dimensiones usado en esta tesis fue el PCA, ya que con las trayectorias base consideradas en [7.1](#) se maximiza la variabilidad descrita en cada salida del modelo, donde cada trayectoria base $(Z_{j,t})_{t=1,\dots,T}$ corresponde a un eigenvector de la matriz de varianza-covarianza de los T vectores de salida de las simulaciones $(Y_{i,t})_{i=1,\dots,N}$.

Las gráficas del análisis de sensibilidad por PCA usando la paquetería `multisensi` muestran los índices de sensibilidad de primer orden y los totales. Los de primer orden corresponden a la influencia individual de cada parámetro sobre la variable de salida, y los índices totales muestran la influencia de la interacción de ese parámetro con el resto sobre la variable de salida.

7.1. Análisis de Sensibilidad para los Modelos 1 y 2

Dado que los Modelos 1 y 2 difieren por el número de pruebas diarias esfigurecidas, es necesario hacer un análisis de sensibilidad para cada uno.

Para hacer el análisis de sensibilidad se fijaron las series de tiempo de: la probabilidad de desarrollar síntomas en el tiempo (\mathcal{P}_s), las probabilidades de recuperarse en el tiempo dependiendo de si es asintomático (\mathcal{P}_r), sintomático no severo ($\hat{\mathcal{P}}_r$) o sintomático severo (\mathcal{P}_s^*); además de las probabilidades de desarrollar síntomas severos (P_{sev}) y de fallecer (P_d). Los valores obtenidos se calcularon mediante el promedio de 1000 muestras de tamaño 137, que corresponde al número de días a simular, para cada distribución de probabilidad considerando vacunación de maestros. Apéndice [C](#)

Los parámetros que se consideraron para hacer el análisis de sensibilidad son el tamizaje (τ), la proporción de pérdida de inmunidad (ω), la probabilidad de transmisión efectiva dentro de la escuela β_{int} y la probabilidad de infección fuera de la escuela $\epsilon = \beta_{ext} \frac{act}{pop}$. La denotación en las gráficas de los análisis de sensibilidad para cada uno de estos parámetros es `tau`, `w`, `b_esc` y `ep`, respectivamente.

Los valores de los parámetros para hacer el *full factorial design* del análisis de sensibilidad fueron $\omega \in \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$, $\beta_{int} \in \{0.1, 0.2, 0.4, 0.5\}$, $\epsilon \in \{0.004, 0.007, 0.02, 0.06\}$. Con respecto a τ para el Modelo 1, se consideró el conjunto de valores $\{0.05N, 0.1N, 0.3N, 0.4N\}$, donde N es el total de la población en la escuela. Y para el Modelo 2 se consideró el conjunto de valores $\{0.05, 0.1, 0.3, 0.4\}$.

Inicialmente, se consideraron diferentes tamaños de la población total en la escuela: 300, 500 y 1000. Y dado que se pretende reabrir las escuelas de forma presencial una vez que las infecciones totales del lugar de interés, muestren una reducción considerable, se tomaron en cuenta dos posibles condiciones iniciales:

1. Ausencia de infectados ($A_0 = E_0 = 0$) con 8 recuperados y el resto de la población susceptible.
2. Presencia de infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0 = E_0 = 3$) con 8 recuperados y el resto de la población susceptible.

En los Apéndices [D](#) y [E](#) se proporcionan las gráficas de los análisis de sensibilidad de los modelos sin considerar vacunación obtenidas por AOV y PCA, haciendo la comparación por población total en la escuela y por condiciones iniciales. Como se puede ver, el tamaño de la población y la condición inicial no son factores relevantes que alteren la influencia de los parámetros $\tau, \omega, \beta_{int}$ y ϵ en el tiempo. De esta manera, se procede a comparar las gráficas de los análisis de sensibilidad entre los modelos para cada variable de salida.

7.1.1. Gráficas de análisis de sensibilidad.

A continuación se muestran las gráficas de los análisis de sensibilidad para ambos modelos. En la parte superior de cada Figura se muestran las gráficas correspondientes al modelo sin considerar vacunación, y en la parte inferior considerando la vacunación total de la población de la institución. En cada uno de estos apartados se observan 4 gráficas, las de los renglones superiores corresponden al análisis de sensibilidad por AOV y las de los renglones inferiores por PCA. Los renglones correspondientes al análisis de sensibilidad por AOV, en la parte superior muestran la mediana (línea gruesa), los valores extremos (líneas punteadas) y el rango intercuartil¹ (zona gris) de las simulaciones en cada unidad de tiempo. Debajo de estas gráficas se observa la proporción de influencia de los índices de sensibilidad de cada parámetro sobre la variable de salida en el tiempo. Por otro lado, respecto a las gráficas por PCA, en la parte superior se observan los boxplots funcionales de las componentes principales, mostrando la contribución de los parámetros al tamaño de la población en cada unidad de tiempo. Y finalmente, las gráficas inferiores muestran los índices de sensibilidad de primer orden (gris claro) y los totales (gris oscuro).

En cada figura mostrada a continuación se puede observar que al tener vacunación total en la escuela, el parámetro de mayor influencia en las simulaciones para todas las variables de salida, excepto para los detectados (TP), es ϵ , lo que corresponde a la dinámica en el exterior. Sin embargo, al no tener vacunación, la influencia de los parámetros es distinta e incluso cambia en el tiempo, como se explica en seguida.

En las Figuras [7.1](#), [7.2](#) y [7.3](#) se observa que al inicio de dinámica de los susceptibles, presintomáticos y asintomáticos, el parámetro de mayor influencia para ambos modelos es ϵ , es decir el incremento en las infecciones dentro la escuela depende de la probabilidad de infección fuera de ella, por tanto depende de la proporción de infectados en el exterior. Sin embargo, con el transcurso del tiempo se observa que al considerar un número fijo de pruebas diarias (Modelo 1) el decrecimiento de susceptibles depende tanto de la probabilidad de trasmisión efectiva interna β_{int} como de la probabilidad de infección externa ϵ en similares proporciones; pero para el Modelo 2 el factor que influye más es la probabilidad de infección interna, por tanto al tener un número variable de pruebas es necesario mantener medidas sanitarias estrictas.

¹El rango intercuartil es la diferencia entre el tercer y primer cuartil de la distribución

Con respecto a la reducción de los presintomáticos (E) y asintomáticos (A) para el Modelo 1 se tiene que, al inicio de las simulaciones, el parámetro de mayor influencia es la probabilidad de transmisión exterior, sin embargo, después de los primeros 20 días, el número de pruebas τ es el principal parámetro, prescindiendo de la dinámica exterior de la epidemia y de las medidas implementadas, ya que al detectar los casos se pueden aislar (TP) y por tanto frenar la propagación del virus. Sin embargo, para el Modelo 2 se observa que la probabilidad de transmisión interna influye considerablemente en la dinámica de estos compartimientos, por lo que es necesario no descuidar las medidas de seguridad sanitarias cuando el total de pruebas varía de acuerdo al total de alumnos en la escuela. Ver Figuras [7.2](#) y [7.3](#).

En relación con los detectados (TP) para ambos modelos se observa que al inicio de las simulaciones, los parámetros de mayor influencia son el número de pruebas τ y la probabilidad de infección externa, por lo que es necesario cuidar que la reapertura de escuelas ocurra cuando se tenga una epidemia controlada en el exterior y programas de vigilancia diaria mediante pruebas. Después de los primeros 20 días de simulación, para el Modelo 1 se observa que al tener un número de pruebas diarias fijo, los detectados dependerán de las infecciones tanto en el interior como en el exterior, por lo que es necesario mantener las medidas sanitarias en ambos sitios. Sin embargo, si el número de pruebas varía, como en el Modelo 2, se tiene que la probabilidad de transmisión efectiva interna y el tamizaje son los principales factores, por lo que se necesita mantener estrictamente las medidas sanitarias en colaboración con el tamizaje variable. Ver Figura [7.4](#).

Por otro lado, al tener un número fijo de pruebas diarias se tiene el riesgo de incrementar el número de falsos positivos debido a la sensibilidad de las pruebas, lo cual puede controlarse si el número de pruebas varía de forma decreciente con respecto a la población, para lo cual es necesario que haya más personas dentro de la escuela y por tanto, que se mantengan estrictamente las medidas de vigilancia sanitaria en la escuela y de control de la epidemia en el exterior. Ver Figura [7.5](#).

Respecto al número de sintomáticos, al inicio de las simulaciones esta cantidad depende estrictamente de la epidemia exterior. Posterior a los 30 días de simulación en el Modelo 1, se puede ver que el incremento de sintomáticos depende principalmente del tamizaje seguido en gran proporción de las probabilidades de transmisión internas y externas. Sin embargo, para el Modelo 2 el principal factor que contribuye al incremento de sintomáticos es la probabilidad de transmisión efectiva en la escuela, seguida de la probabilidad de infección en el exterior y en menor proporción del tamizaje, por lo que en este caso el mantener estrictamente las medidas sanitarias contribuirá en gran medida a reducir el número de sintomáticos, dejando poca responsabilidad a tamizaje diario. Ver Figura [7.6](#).

Por su parte, aunque la contribución del parámetro ω en la dinámica de los recuperados es mínima, se muestra una mayor influencia que en otras variables de salida. Ver Figura [7.7](#). Sin embargo, en los recuperados del Modelo 1 se observa una influencia casi equitativa por parte del tamizaje y las probabilidades de transmisión. Esto quiere decir que el mantener la inmunidad de la población depende también de la no exposición de los individuos a casos positivos, es decir reducir su probabilidad de contagio, mediante el tamizaje, la vigilancia interna y control externo de la epidemia. Sin embargo, la probabilidad de transmisión efectiva interna es el factor de mayor influencia para los recuperados en el Modelo 2, notando que el tamizaje juega un papel

en mucho menor proporción, por lo que en este caso se observa una mayor necesidad de mantener estrictas medidas sanitarias para disminuir la probabilidad de contagio de los recuperados.

Finalmente, debido a que se está considerando una población con docentes vacunados y con la mayoría de su población joven, entonces la población en general tiene poca probabilidad de presentar síntomas severos y por tanto de fallecer, lo cual se observa en las simulaciones del análisis de sensibilidad, mostradas en las gráficas superiores de la Figura 7.8, observando una nula presencia de fallecimientos, ya que muestran un valor máximo menor a 0.2 individuos.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

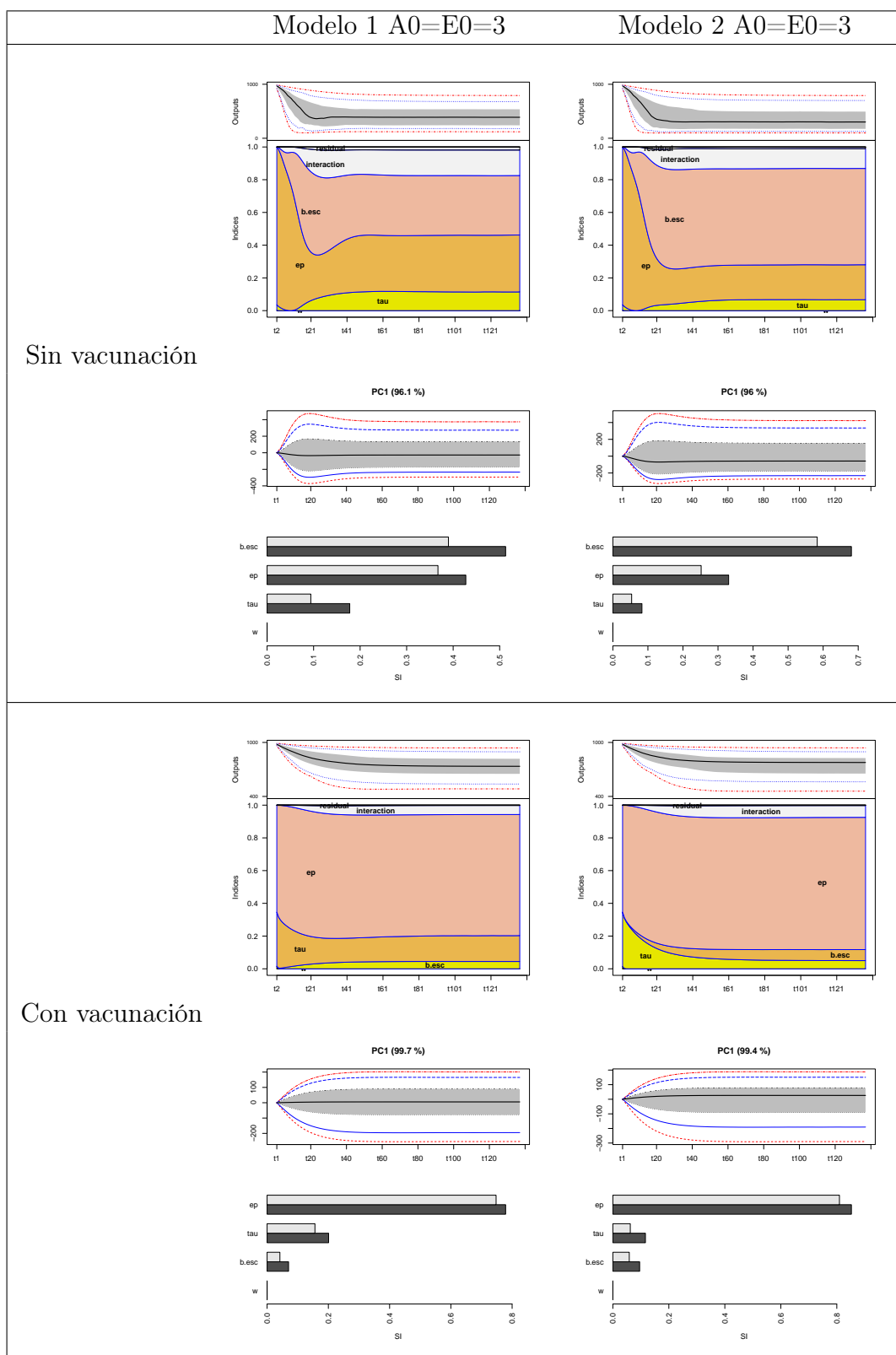


Figura 7.1: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de susceptibles (U) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

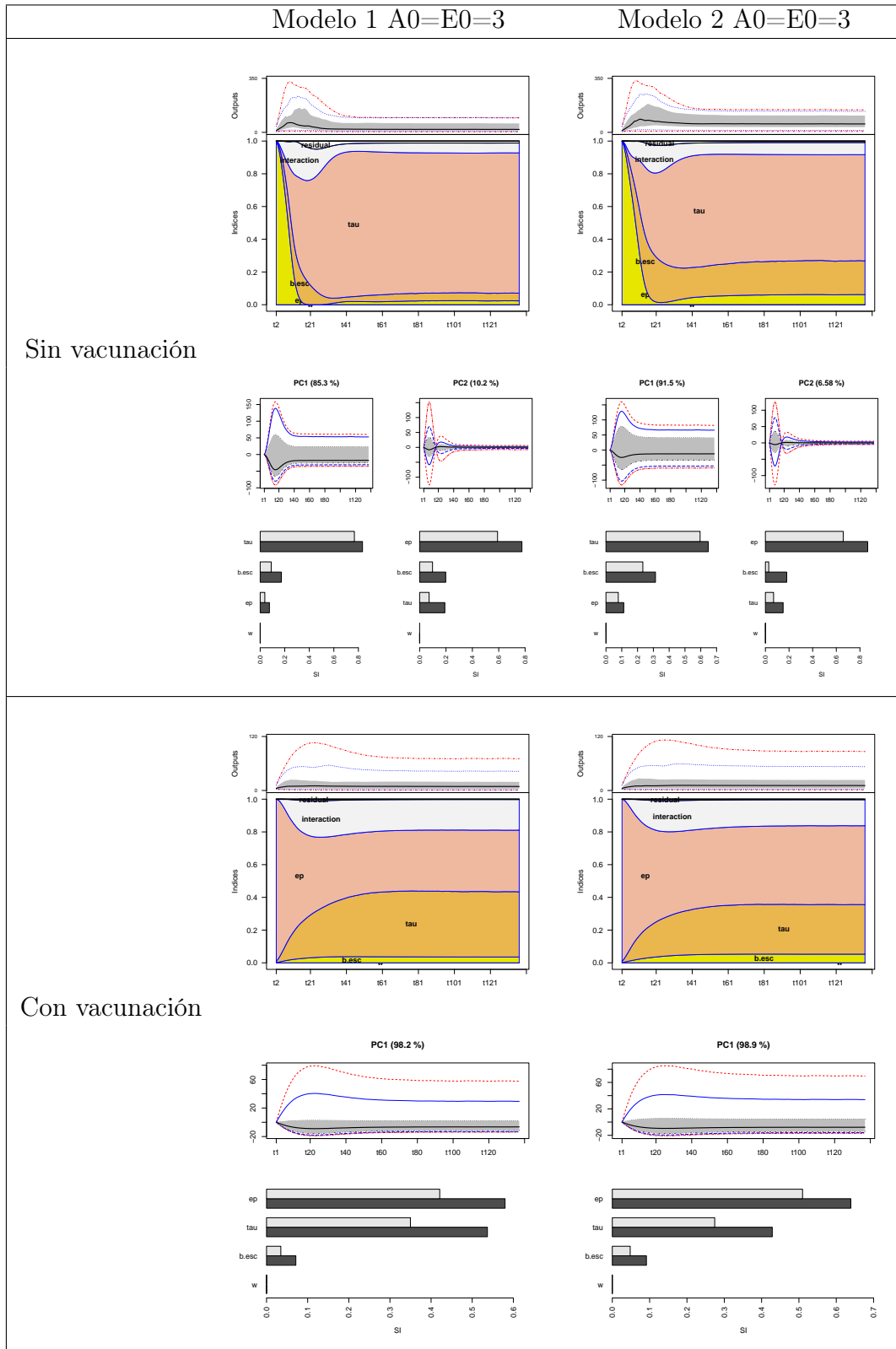


Figura 7.2: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de presintomáticos (E) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

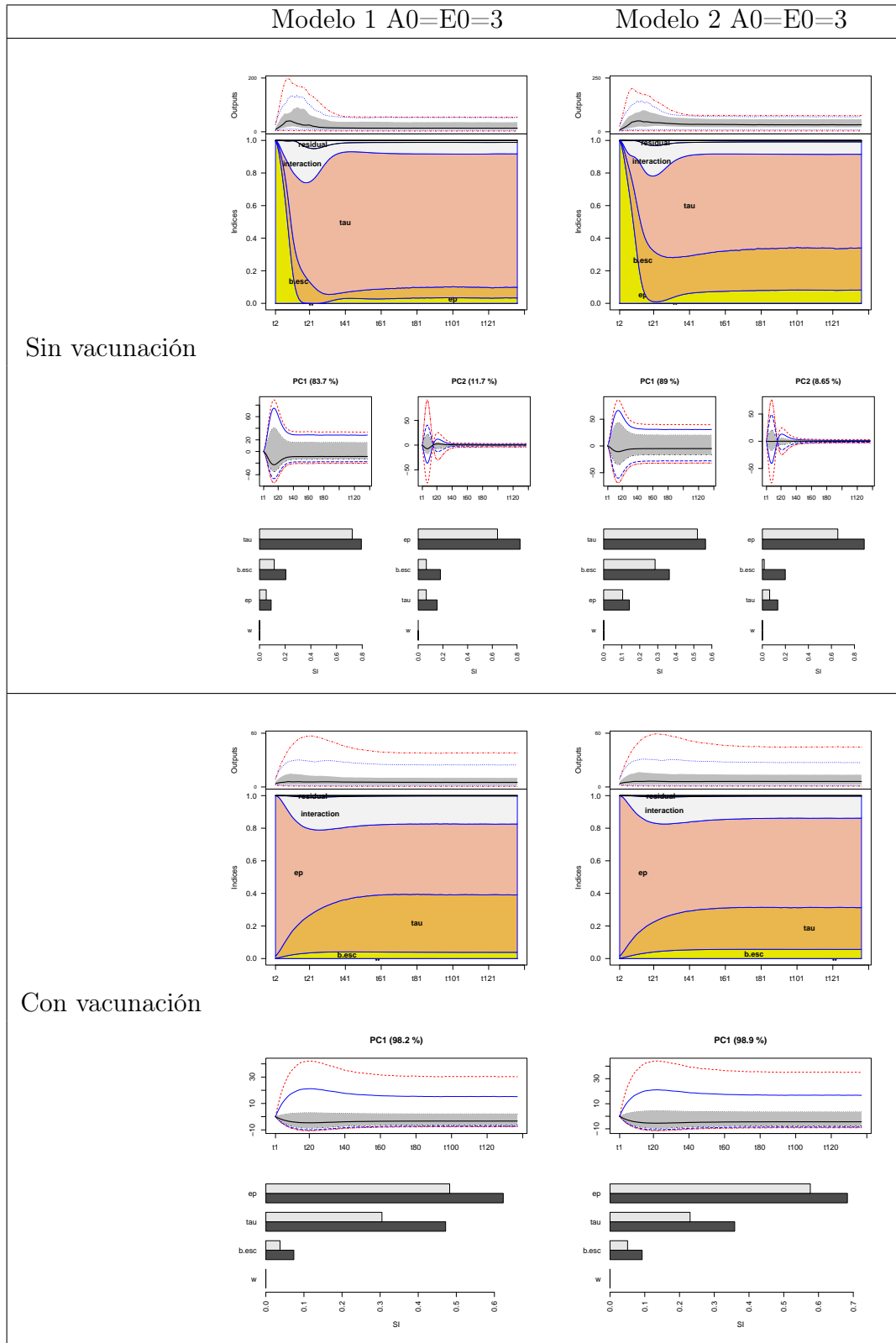


Figura 7.3: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de asintomáticos (A) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

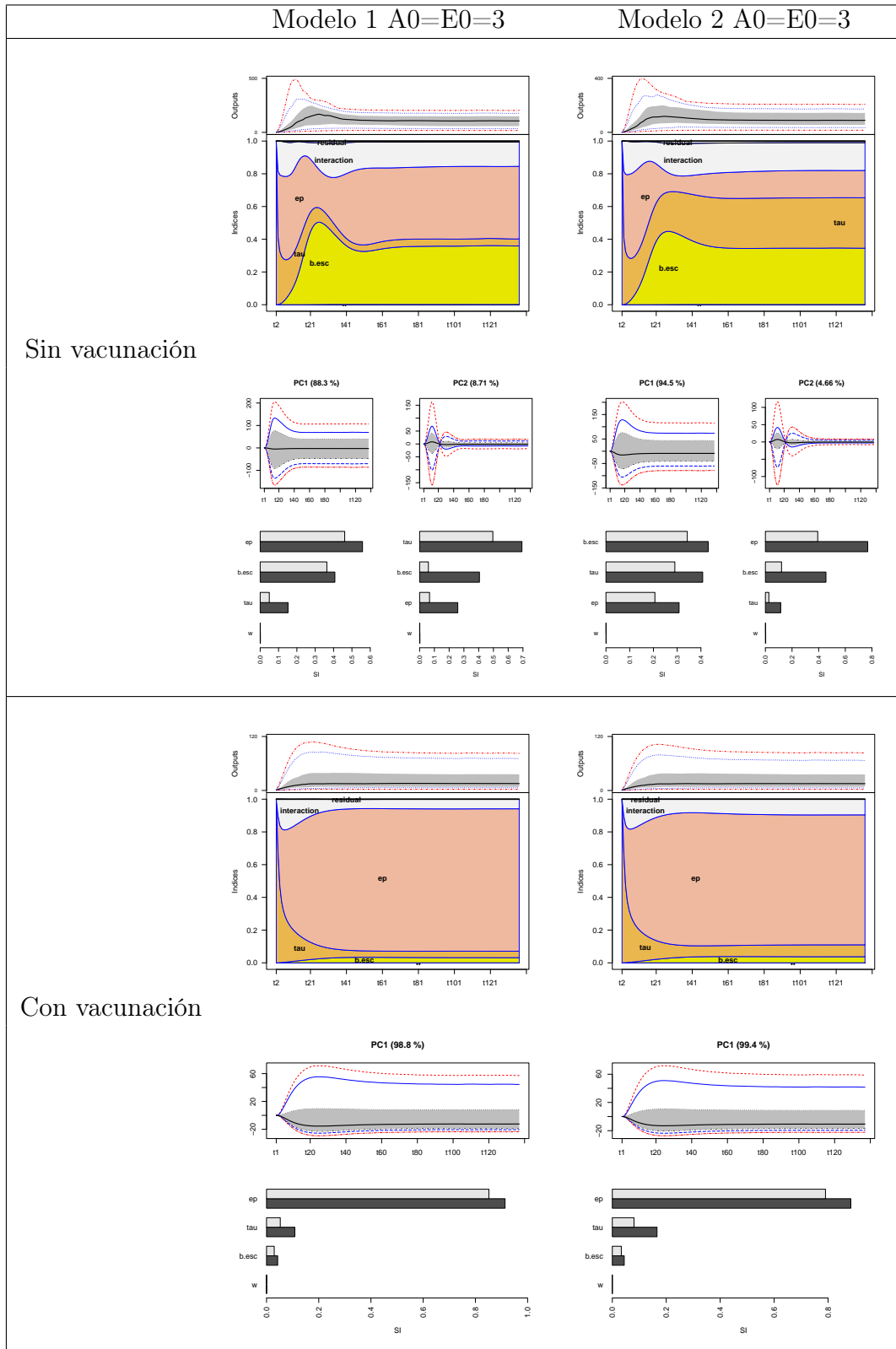


Figura 7.4: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de detectados (TP) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

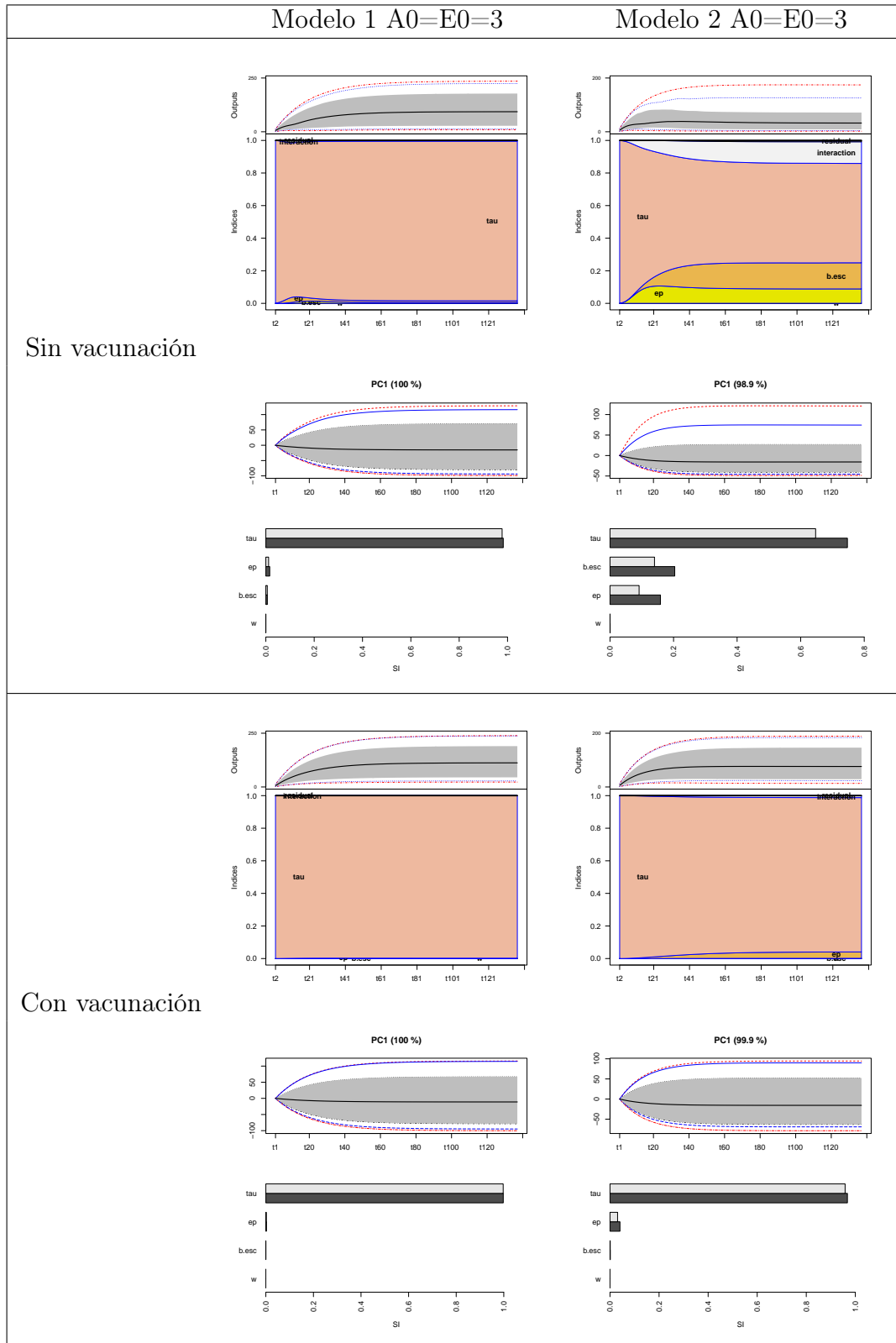


Figura 7.5: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de falsos positivos (FP) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

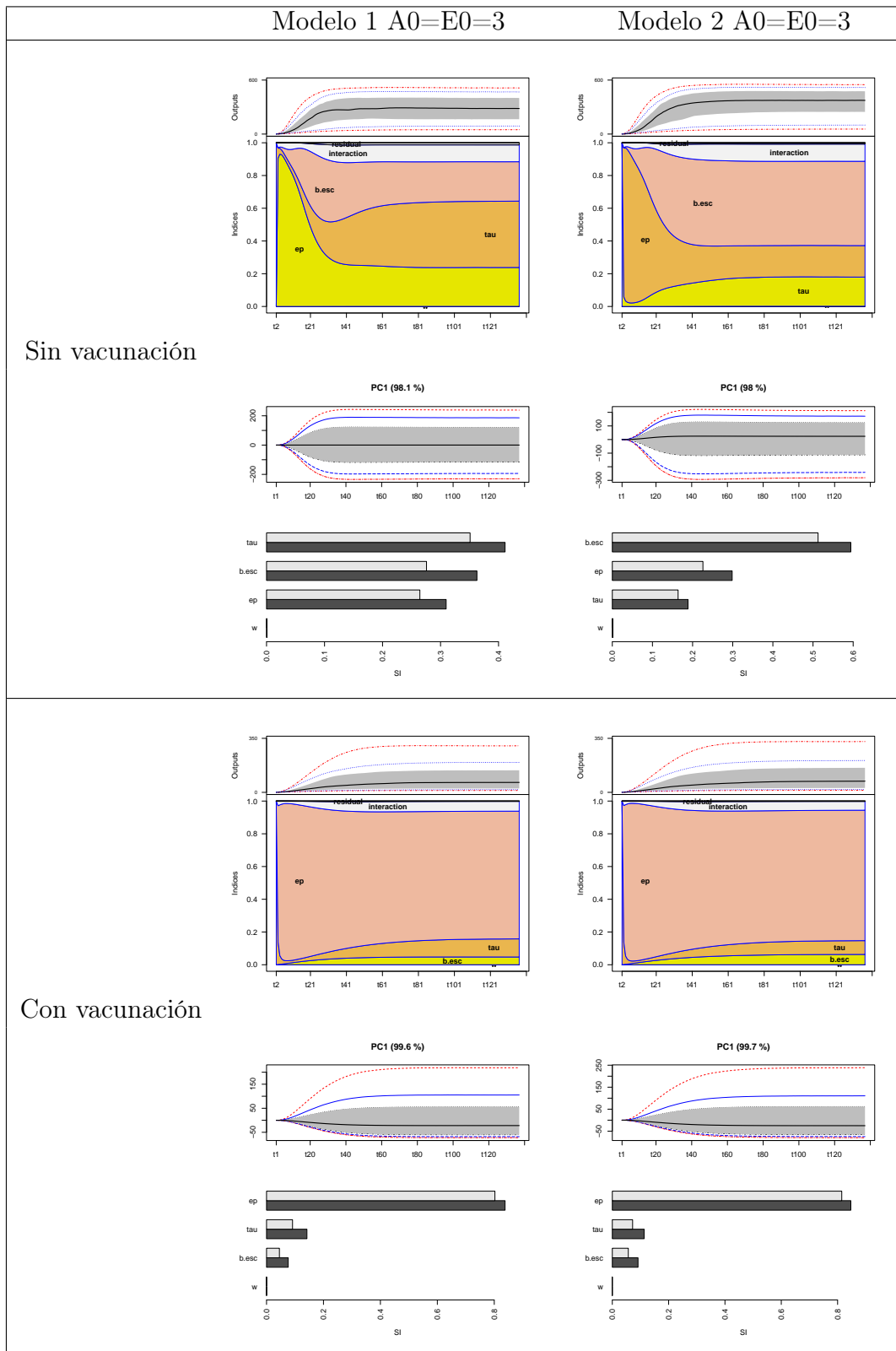


Figura 7.6: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de sintomáticos (S) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

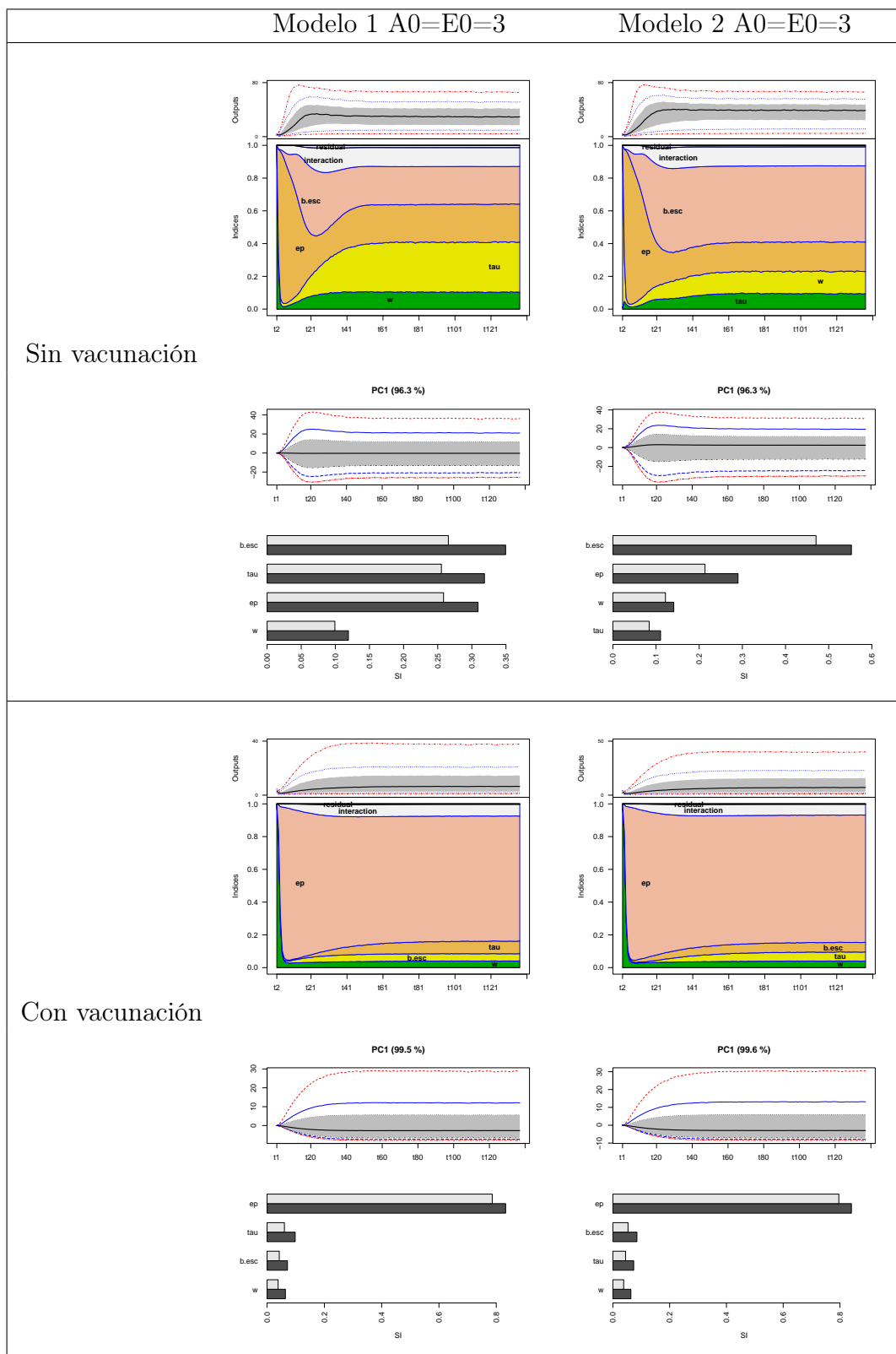


Figura 7.7: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de recuperados (R) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

7.1. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA LOS MODELOS 1 Y 2

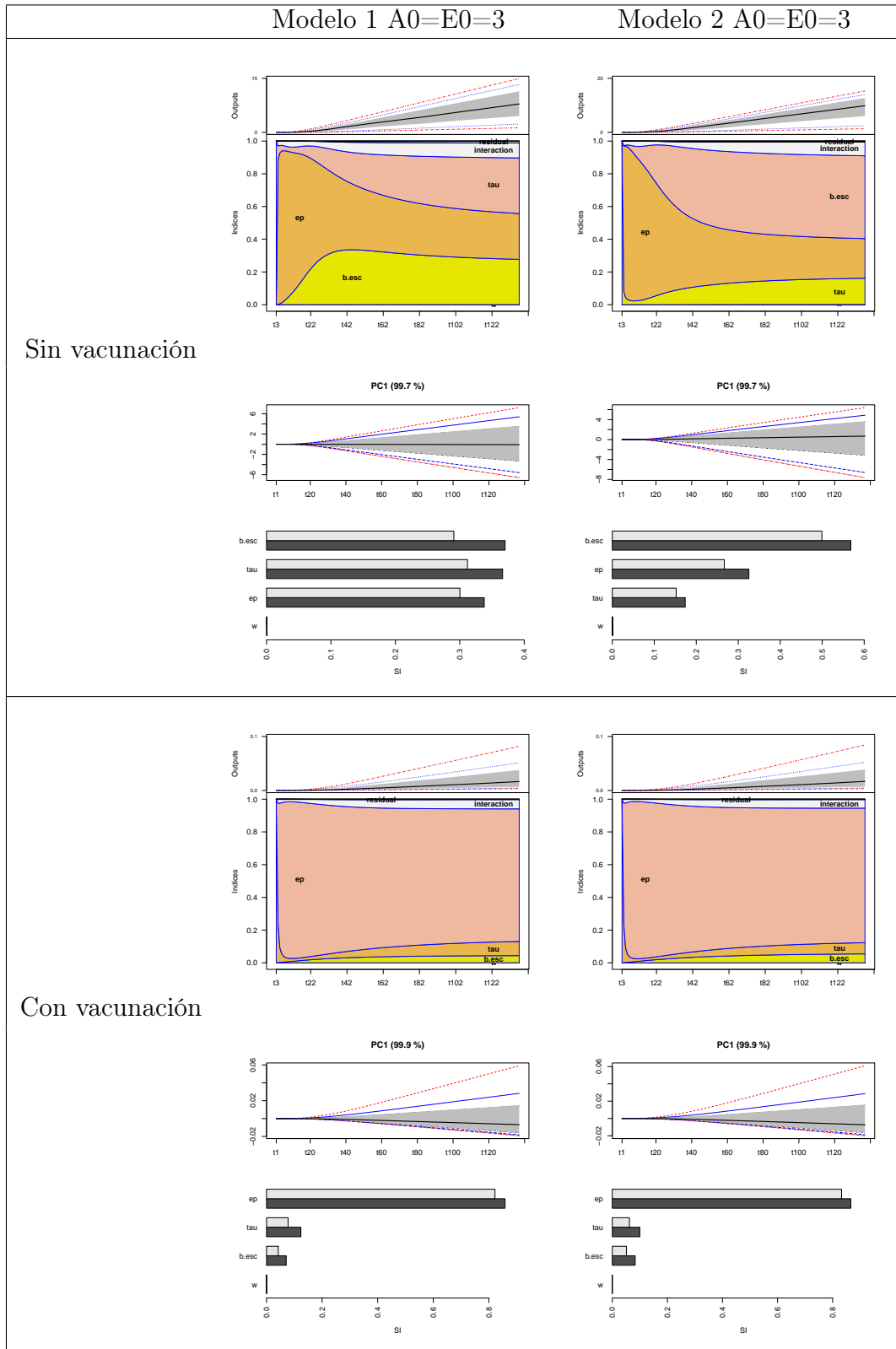


Figura 7.8: Análisis de sensibilidad por AOV (renglón 1 de cada celda) y PCA (renglón 2 de cada celda) para las simulaciones de defunciones (D) de los Modelos 1 y 2 en ausencia y presencia de vacunación, comenzando con tres casos asintomáticos y tres casos presintomáticos. Las gráficas correspondientes al método AOV (gráficas de colores) muestran la dinámica del índice de sensibilidad a lo largo del tiempo. Las gráficas del método PCA (gráficas de barras) muestran el índice de sensibilidad de cada parámetro dentro de los componentes principales con mayor porcentaje de variabilidad descrita.

8 Conclusiones

El modelo propuesto en esta tesis combina los modelos de Reed Frost y Paltiel a tiempo discreto consistentes con los postulados biológicos fundamentales que preservan invarianza del octante positivo, ya que la población en cada uno de ellos al tiempo n está dada por la probabilidad de permanencia o llegada de proporciones del total de individuos de los compartimientos, las cuales toman valores mayores o iguales a cero.

En nuestro modelo es posible incluir el efecto de eventos masivos dentro de la escuela y fuera de ella, por medio del incremento de la respectiva probabilidad de contagio (β_{int} , β_{ext}) durante una ventana de tiempo. Otros autores han incorporado este efecto dentro de sus modelos a partir de funciones indicadoras, sin embargo en estos casos es necesario incorporar el número exacto de contagios, lo cual resulta ser una limitación para el modelo [20].

Mediante las simulaciones se observa que aún con vacunación total en la escuela, la conservación de las medidas sanitarias es esencial para prevenir el aumento de casos y de riesgo de contagio en la escuela, incluso si la epidemia en el exterior muestra tendencias a la baja y valores de $R_t < 1$

Una observación importante es que si el total de la población está vacunada, entonces el aplicar diariamente un número constante de pruebas no conlleva a una reducción de casos más significativa, por lo que únicamente se tendría un aumento en el gasto económico. La razón es que en situaciones de baja prevalencia, la gente está sana y entonces los falsos positivos contribuyen en la aumento de individuos aislados. Sin embargo, como se observa en la Sección [6.1.2] si la población de la escuela no ha sido vacunada, una estrategia para controlar la epidemia, sin cerrar las escuelas, es aplicar medidas sanitarias estrictas y la estrategia de tamizaje de acuerdo a la Función 1, la cual es inversamente proporcional al total de la población dentro del campus universitario.

Por otro lado, si la epidemia en el exterior se mantiene en decrecimiento con un $R_t < 1$ y el total de la población en la escuela está vacunada, entonces se podría prescindir del tamizaje, siempre y cuando se mantengan las medidas sanitarias estrictas dentro de la escuela. Sin embargo, al observar un crecimiento en la epidemia exterior se recomienda implementar el tamizaje de acuerdo al número de confirmados en la escuela (ecuación [6.3]), incluso teniendo vacunación; haciendo hincapié que esta estrategia reduce el total de pruebas aplicadas, pero muestra un número poco mayor de casos, a diferencia del que se estima con la estrategia de tamizaje dada por el Modelo 2.

Se recalca que con base en el Capítulo [7] de análisis de sensibilidad del modelo, el incremento de casos dentro de las escuelas, en principio se debe a la dinámica mostrada en el exterior que a la convivencia en el interior, incluso si no hay vacunación; llegando a observar una epidemia

interna con la misma tendencia que la mostrada en el exterior, aun si no se comienza con casos positivos.

Es necesario mencionar que en el modelo se pudieron haber incorporado funciones indicadoras para la aplicación de tamizaje no diario, sin embargo esto no se consideró ya que una de las conclusiones de Paltiel [20] es que la aplicación de pruebas periódicas de más de un día, incrementa el número de casos positivos. Sin embargo, una posible área de mejora en nuestro modelo es incorporar un tamizaje en función de la dinámica exterior para hallar un número de pruebas óptimo de acuerdo a lo observado en la dinámica global.

Debido a que las simulaciones mostradas en esta tesis se refieren exclusivamente a una población universitaria, como trabajo futuro queda por desarrollar el ajuste de las densidades de probabilidad para los diferentes niveles educativos que incluyen menores de edad a quienes, hasta Octubre de 2021, no se les ha aplicado vacunación. Además del análisis de posibles escenarios en municipios pequeños del estado de Querétaro.

Finalmente, con la posibilidad de que el SARS-CoV2 se vuelva una enfermedad endémica, se enfatiza la necesidad de mantener la vigilancia epidemiológica en cada localidad mediante el registro y estimación de casos totales, ya que como se ha visto en las simulaciones, estas tendencias se replican dentro de las escuelas, incluso si se comienza con cero infecciones dentro de la población. Por tanto, la vigilancia en el exterior puede ayudar a dirigentes académicos a tomar decisiones de reforzamiento de las medidas sanitarias o de aplicación de tamizaje dentro de las instituciones.

A Implementación del modelo de Paltiel en R

```
*****
#Universidad Nacional Autonoma de Mexico
#Instituto de Matematicas, Juriquilla.
#Tesisista: Ruth Corona Moreno
#Codigo: Implementacion de modelo de Paltiel para reapertura de escuelas
*****

#NOTA: Para cambiar la periodicidad de screening se modifica
#tau=1/(cycles*n) con n el número de días para aplicar la prueba

library(ggplot2)
library(reshape2) #For melt function
library(plotly)

#-----
n=80 #days to simulate
days_for_exo_shock=7
cycles=3 #3 #cycles of 8 hours
new_infec_per_shock=10

I<-function(t){
  if (t%%(days_for_exo_shock*cycles)==0){
    res=1
  }
  else{
    res=0
  }
  return(res)
}
```

```

Paltiel<-function(U0, E0, A0, FP0, TP0, S0, Rec0, D0, generations, R0)
{
  tau= 1/(cycles*1) #screening rate
  Sp=0.98
  Se=0.8
  mu=1/(cycles*1)
  theta=1/(cycles*6) #incubation
  rho=1/(cycles*14) #Assuming a mean recovery time of 14 days
  sigma=rho*0.3/(1-0.3) #Assuming 30% of infected develop symptoms
  delta=rho/(sigma/((sigma+rho)*0.0005)-1)
  b=R0*(sigma+rho) #Rt=b/(sigma+rho)
  X=new_infec_per_shock

  U<-c(U0, numeric(generations-1))
  E<-c(E0, numeric(generations-1))
  A<-c(A0, numeric(generations-1))
  FP<-c(FP0,numeric(generations-1))
  TP<-c(TP0,numeric(generations-1))
  S<-c(S0,numeric(generations-1))
  R<-c(Rec0,numeric(generations-1))
  D<-c(D0,numeric(generations-1))

  for (t in (1:(generations-1))) {
    if(t!=1){
      U[t+1]=U[t]*(1-b*A[t]/(U[t]+A[t]+E[t]))-U[t-1]*tau*(1-Sp)+
        mu*FP[t]-X*I(t+1)
      E[t+1]=E[t]*(1-theta)+b*(U[t]*A[t]/(U[t]+A[t]+E[t]))+X*I(t+1)
      A[t+1]=A[t]*(1-sigma-rho)+E[t]*theta-A[t-1]*tau*Se
      FP[t+1]=FP[t]*(1-mu) +U[t-1]*tau*(1-Sp)
      TP[t+1]=TP[t]*(1-sigma-rho)+A[t-1]*tau*Se
      S[t+1]=S[t]*(1-rho-delta)+sigma*(TP[t]+A[t])
      R[t+1]=R[t]+rho*(TP[t]+A[t]+S[t])
      D[t+1]=D[t]+delta*S[t]
    }else{
      U[t+1]=U[t]*(1-b*A[t]/(U[t]+A[t]+E[t]))+FP[t]*mu
      E[t+1]=E[t]*(1-theta)+b*U[t]*A[t]/(U[t]+E[t]+A[t])
      A[t+1]=A[t]*(1-sigma-rho)+E[t]*theta
      FP[t+1]=FP[t]*(1-mu)
      TP[t+1]=TP[t]*(1-sigma-rho) #####This does not appear in Excel
      S[t+1]=S[t]*(1-delta-rho)+(A[t]+TP[t])*sigma
      R[t+1]=R[t]+(A[t]+S[t]+TP[t])*rho
      D[t+1]=delta*S[t]+D[t]
    }
  }
}

```

```

    }
  }
  ciclo<-seq(0,n*cycles-1)
  suma_nat=U+FP+E+A+S+TP+R+D
  result=data.frame(ciclo, U, FP, E, A, S, TP, R, D, suma_nat)
  return(result)
}

#----- Execution-----
simul=Paltiel(4990, 0, 10, 0, 0, 0, 0, 0, n*cycles, 2.5)

#----- Plot ggplot -----
#Exposed, Asymptomatic, Detected, False Positive, Symptomatic and Dead
df <- data.frame(simul$ciclo, simul$FP,
                 simul$S, simul$TP, simul$E, simul$A, simul$R, simul$D, simul$U)
df2 <- melt(data = df, id.vars = "simul.ciclo")
pdf("Paltiel_replica.pdf")
ggplot(data = df2, aes(x = simul.ciclo,
                      y = value, colour = variable)) + geom_line(size=1.2)
dev.off()

#----- Plot -----
fig1<- plot_ly(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.E, type='scatter', mode= 'lines',
              name="Expuestos", line = list(color = "rgb(214, 39, 40)", width = 2,
              dash = 'dot'))
fig1<- fig1 %>% add_trace(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.A, type = 'scatter',
              mode = 'lines',name = "Asintomaticos", line = list(color = "rgb(214, 39, 40)",
              width = 2, dash = FALSE))
fig1<- fig1 %>%layout("topright", inset = c(- 0.4, 0), xaxis=list(ticktext =
              as.list(as.character(seq(10,n, by=10))), tickvals = as.list(seq(10*cycles,
              n*cycles, by=10*cycles)), tickmode = "array", title="Días", showgrid = TRUE,
              tickfont=list(size=16)), yaxis = list(title = 'Poblacion', showgrid = TRUE,
              tickfont=list(size=16)), autosize = F, height = 500,
              margin = list(l=50, r=50, b=100, t=100, pad=4))
fig1

fig1<- plot_ly(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.TP, type='scatter', mode= 'lines',
              name="Detectados", line = list(color = "rgb(252, 189, 1)", width = 2,
              dash = 'dash'))
fig1<- fig1 %>%add_trace(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.S, type = 'scatter',
              mode = 'lines',name = "Sintomaticos", line = list(color = "rgb(252, 189, 1)",

```

```

        width = 2, dash = FALSE))
fig1<- fig1 %>%add_trace(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.FP, type = 'scatter',
  mode = 'lines',name = "Falsos Positivos", line = list(color =
  "rgb(153, 197, 49)", width = 2, dash = 'dot'))
fig1<- fig1 %>%layout("topright", inset = c(- 0.4, 0),
  xaxis = list(ticktext = as.list(as.character(seq(10,n, by=10))),
  tickvals = as.list( seq(10*cycles, n*cycles, by=10*cycles)),
  tickmode = "array",title="Días", showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)),
  yaxis = list(title = 'Poblacion', showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)),
  autosize = F, height = 500, margin = list(l=50, r=50, b=100, t=100, pad=4))
fig1

fig1<-plot_ly(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.U, type="scatter", mode="lines",
  name= 'Susceptibles', line = list(color = "rgb(153, 197, 49)", width = 4,
  dash = FALSE))
fig1<- fig1 %>%add_trace(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.R, name = "Recuperados",
  type = 'scatter', mode = 'lines', line = list(color = "rgb(153, 197, 49)",
  width = 4, dash='dash'))
fig1<- fig1 %>% layout("topright", inset = c(- 0.4, 0),
  xaxis=list(ticktext = as.list(as.character(seq(10,n, by=10))),
  tickvals = as.list(seq(10*cycles, n*cycles, by=10*cycles)),
  tickmode = "array",title="Días", showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)),
  yaxis = list(title = 'Poblacion', showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)),
  autosize = F, height = 500, margin = list(l=50, r=50, b=100, t=100, pad=4))
fig1

fig1<-plot_ly(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.D, type="scatter", mode="lines",
  name= 'Defunciones', line = list(color = "rgb(0,0,0)", width = 4, dash='dot'))
fig1<- fig1 %>% layout("topright", showlegend = TRUE, inset = c(- 0.4, 0),
  xaxis=list(ticktext = as.list(as.character(seq(10,n, by=10))),
  tickvals = as.list(seq(10*cycles, n*cycles, by=10*cycles)),
  tickmode = "array",title="Días", showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)),
  yaxis = list(title = 'Poblacion', showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)),
  autosize = F, height = 500, margin = list(l=50, r=50, b=100, t=100, pad=4))
fig1

#----- Plotly -----
fig <- plot_ly(df, x = ~simul.ciclo, y = ~simul.TP, name = 'Asymptomatic (TP)',
  type = 'scatter', mode = 'none', stackgroup = 'one', fillcolor = '#F5FF8D')
fig <- fig %>% add_trace(y = ~simul.A, name = 'Symptomatic',
  fillcolor = '#50CB86')
fig <- fig %>% add_trace(y = ~simul.FP, name = 'Uninfected (FP)',

```

```
    fillcolor = '#4C74C9')
fig <- fig %>% layout(title = 'Composition of Isolation Pool',
  xaxis = list(ticktext = as.list(as.character(seq(10,n, by=10))),
  tickvals = as.list(seq(10*cycles, n*cycles, by=10*cycles)),
  tickmode = "array",title = "Days", showgrid = TRUE,
  tickfont=list(size=16)), yaxis = list(title = "Number of Students",
  showgrid = TRUE, tickfont=list(size=16)), autosize = F, height = 500,
  margin = list(l=50, r=50, b=100, t=100, pad=4))
fig
```

B Simulaciones de tasas de transmisión del Modelo 2 en R

```
*****
#Universidad Nacional Autonoma de Mexico
#Instituto de Matematicas, Juriquilla.
#Tesisista: Ruth Corona Moreno
#Codigo: Analisis de tasas de transmision (beta)
*****

library(plotly)

#----- Parameters -----
n=1000 #samples number

Se=0.8
Sp=0.98
R0=runif(n, min=0.5, max=1.7)
Pr=dgamma(rgamma(n, shape=14, rate= 2), shape=14, rate= 2)
Ps=dgamma(rgamma(n, shape=3.413, rate = 0.6051),shape=3.413, rate = 0.6051 )
tau=runif(n, min=0, max=0.7)
sigma=rbeta(n, shape1 = 5.143, shape2=3.536)
g=runif(n, min=0.3, max=0.7)
w=runif(n, min=0.3, max=0.7)

#----- Beta (Model 2) -----
beta_R0_Mod2<-function(R0, Pr, Ps, tau, sigma){
  res=R0*(Pr*(1-tau)+Se*tau)*(Ps*(1-tau)+Se*tau)/(Ps*(1-tau)+Pr*sigma*(1-tau)
  -Ps*sigma*(1-tau)+Se*tau)
  return(res)
}

beta=beta_R0_Mod2(R0,Pr,Ps,tau,sigma)

fig <- plot_ly( type='histogram', x=beta, marker = list(color = "teal",
```

```

        line = list(color = "darkgray",width = 2))
fig <- fig %>% layout(barmode = "stack", title = "Histograma de tasa de
  transmisión del Modelo 2", xaxis = list(title = "Beta", zeroline = FALSE),
  yaxis = list(title = "Frecuencia", zeroline = FALSE))
fig

#----- Beta* (Model 2) -----
beta_R0_After_Mod2<-function(R0, Pr, Ps, tau, sigma, g, w){
  res=R0*((1-w)+w*tau*(1-g)*(1-Sp)+g*tau*(1-Sp))*(Pr*(1-tau)+Se*tau)*(Ps*(1-tau)
    +Se*tau)/((Ps*(1-tau)+Pr*sigma*(1-tau)-Ps*sigma*(1-tau)+Se*tau)*
    ((1-w)+w*tau*(1-g)-Sp*w*tau*(1-g)))
  return(res)
}

beta2=beta_R0_After_Mod2(R0, Pr, Ps,tau, sigma,g, w)

fig <- plot_ly( type='histogram', x=beta2, marker = list(color = "orange",
  line = list(color = "darkgray", width = 2)))
fig <- fig %>% layout(barmode = "stack", title = "Histograma de tasa de
  transmisión* del Modelo 2", xaxis = list(title = "Beta*",
  zeroline = FALSE), yaxis = list(title = "Frecuencia", zeroline = FALSE))

fig

```

C Series de tiempo de las distribuciones de probabilidad

	Ps_output	Pr_output	Pr2_output	Pr3_output	sigma_output	Psev_output	Pd_output
1	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
2	0.11	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
3	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
4	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
5	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
6	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
7	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
8	0.10	0.16	0.04	0.03	0.59	0.00	0.00
9	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
10	0.11	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
11	0.11	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
12	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
13	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
14	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
15	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
16	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
17	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
18	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
19	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
20	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
21	0.10	0.16	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
22	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
23	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
24	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
25	0.11	0.15	0.03	0.04	0.59	0.00	0.00
26	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
27	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
28	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
29	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
30	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
31	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
32	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
33	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
34	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
35	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
36	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
37	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
38	0.11	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
39	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
40	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
41	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
42	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
43	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
44	0.10	0.16	0.04	0.03	0.60	0.00	0.00
45	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
46	0.11	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
47	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
48	0.11	0.16	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
49	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
50	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00

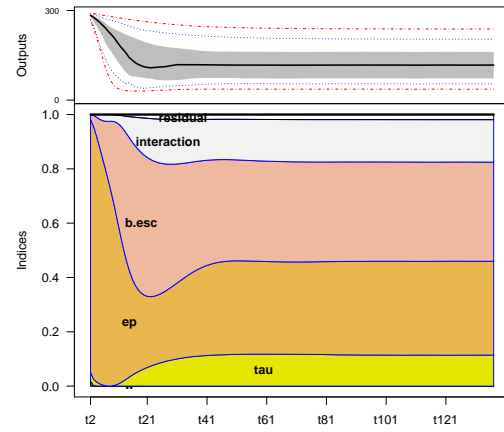
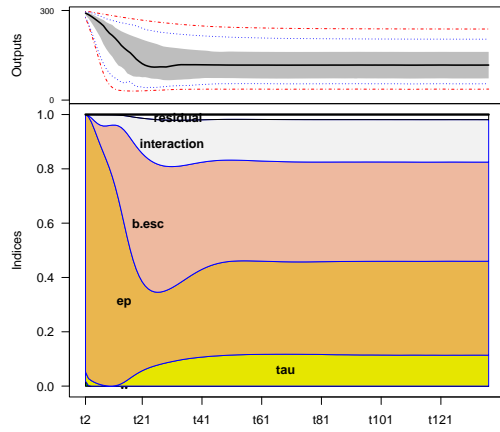
	Ps_output	Pr_output	Pr2_output	Pr3_output	sigma_output	Psev_output	Pd_output
51	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
52	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
53	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
54	0.10	0.15	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
55	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
56	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
57	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
58	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
59	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
60	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
61	0.10	0.15	0.04	0.03	0.60	0.00	0.00
62	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
63	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
64	0.10	0.15	0.03	0.04	0.60	0.00	0.00
65	0.10	0.16	0.04	0.03	0.59	0.00	0.00
66	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
67	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
68	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
69	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
70	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
71	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
72	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
73	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
74	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
75	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
76	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
77	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
78	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
79	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
80	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
81	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
82	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
83	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
84	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
85	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
86	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
87	0.11	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
88	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
89	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
90	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
91	0.10	0.16	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
92	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
93	0.11	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
94	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
95	0.11	0.15	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
96	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
97	0.10	0.16	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
98	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
99	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
100	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00

	Ps_output	Pr_output	Pr2_output	Pr3_output	sigma_output	Psev_output	Pd_output
101	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
102	0.10	0.16	0.03	0.04	0.59	0.00	0.00
103	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
104	0.10	0.15	0.03	0.04	0.59	0.00	0.00
105	0.10	0.15	0.04	0.03	0.60	0.00	0.00
106	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
107	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
108	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
109	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
110	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
111	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
112	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
113	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
114	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
115	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
116	0.11	0.15	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
117	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
118	0.10	0.16	0.03	0.03	0.58	0.00	0.00
119	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
120	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
121	0.11	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
122	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
123	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
124	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
125	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
126	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
127	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
128	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
129	0.10	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
130	0.10	0.16	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
131	0.10	0.15	0.03	0.03	0.60	0.00	0.00
132	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
133	0.11	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
134	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
135	0.11	0.16	0.03	0.04	0.59	0.00	0.00
136	0.11	0.15	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00
137	0.10	0.16	0.03	0.03	0.59	0.00	0.00

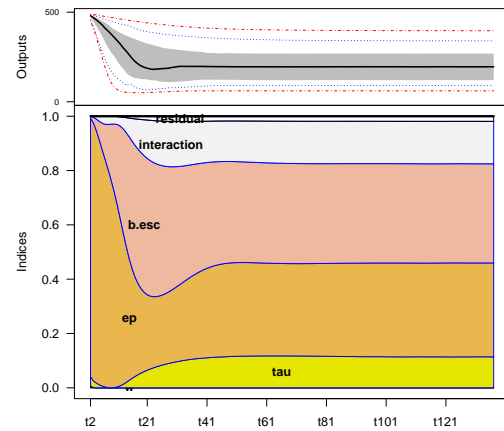
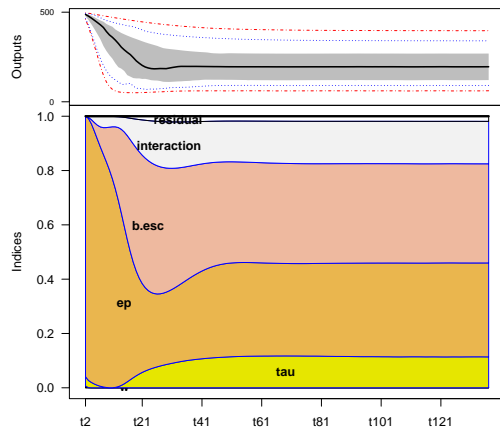
D Gráficas del análisis de sensibilidad del Modelo 1

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

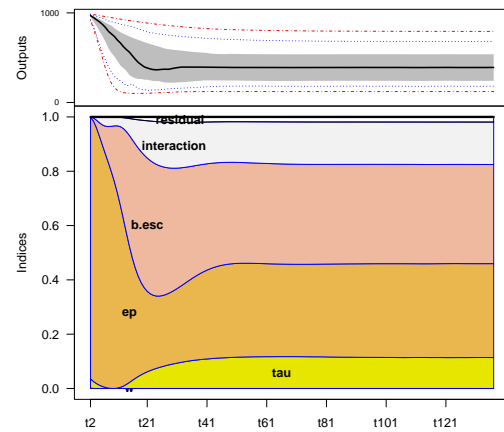
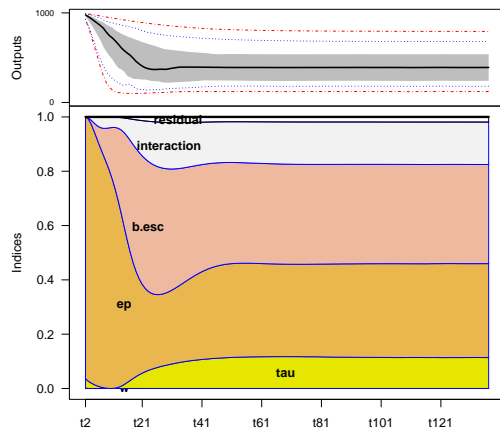
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



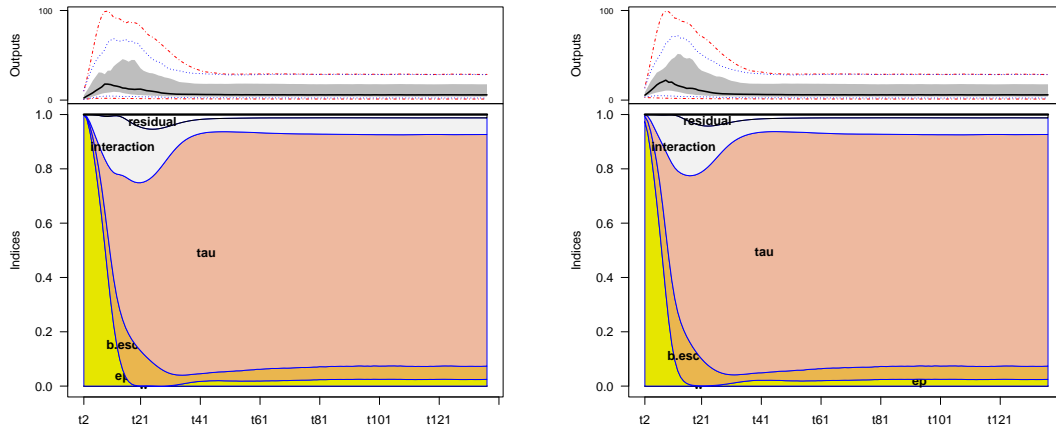
1000

Tabla D.1: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de susceptibles (U) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

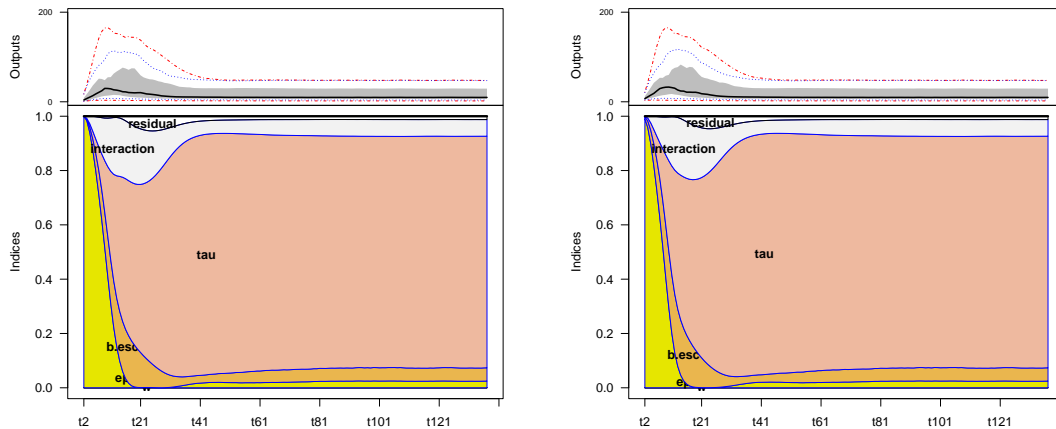
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

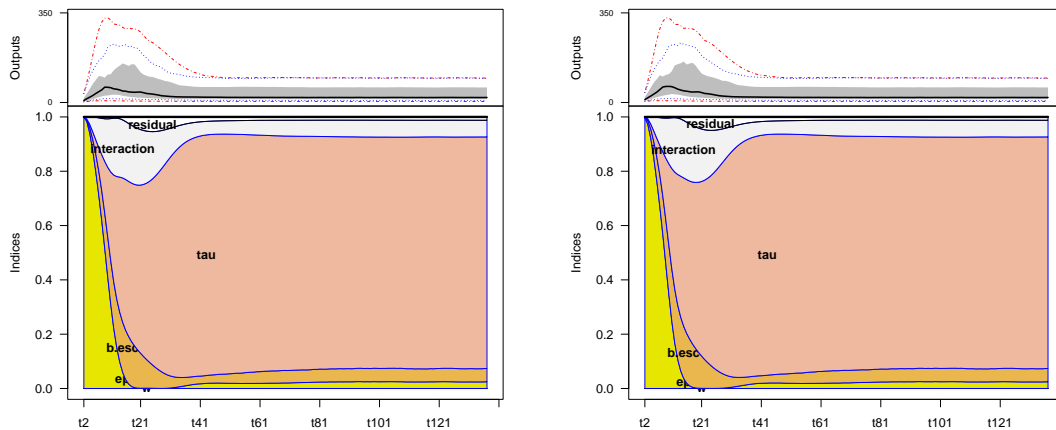
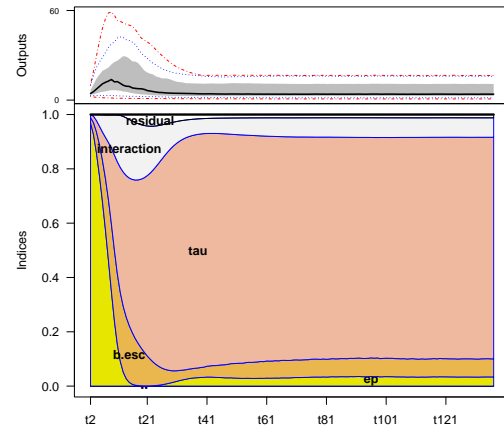
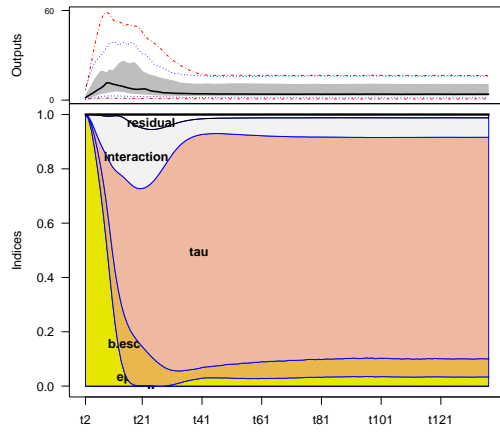


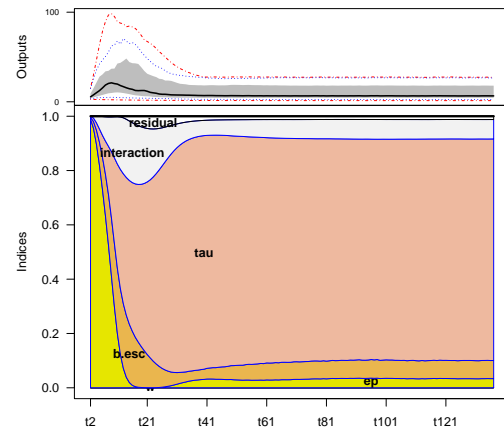
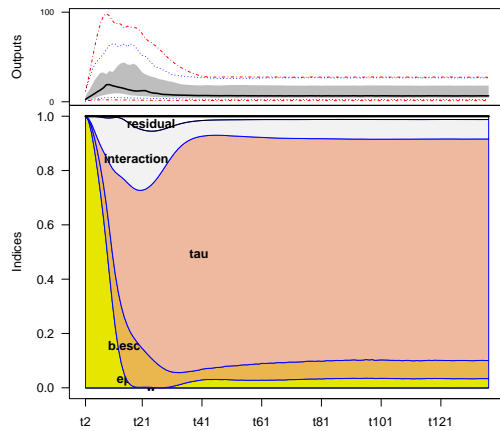
Tabla D.2: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de presintomáticos (E) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

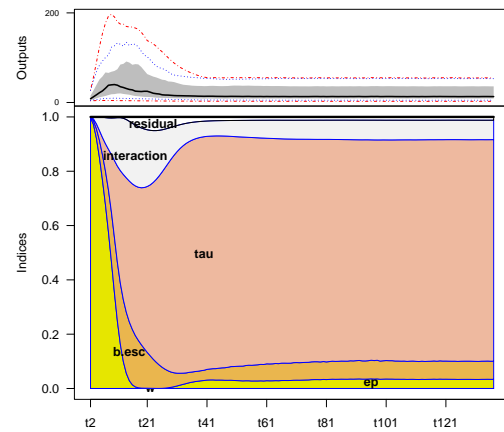
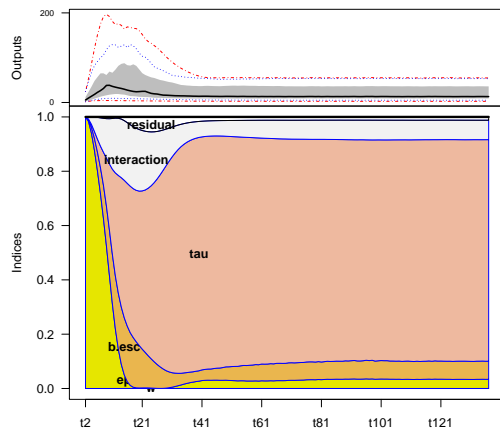
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



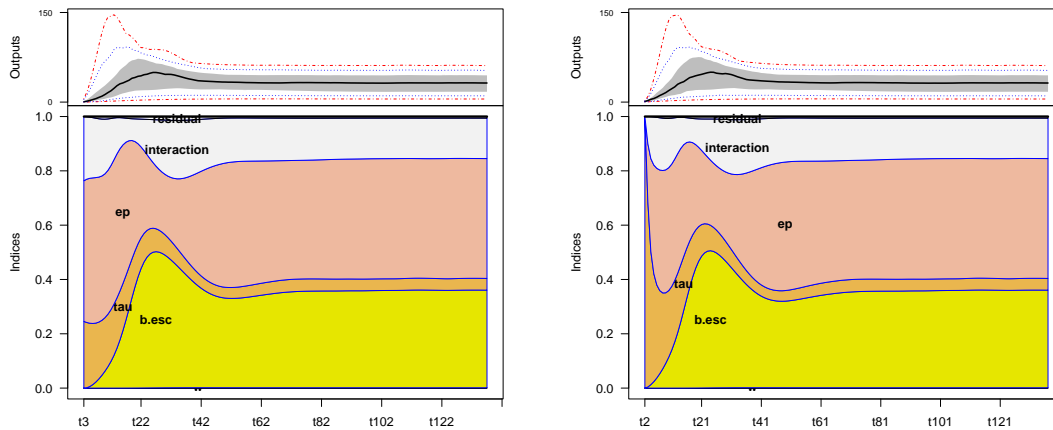
1000

Tabla D.3: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de asintomáticos (A) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

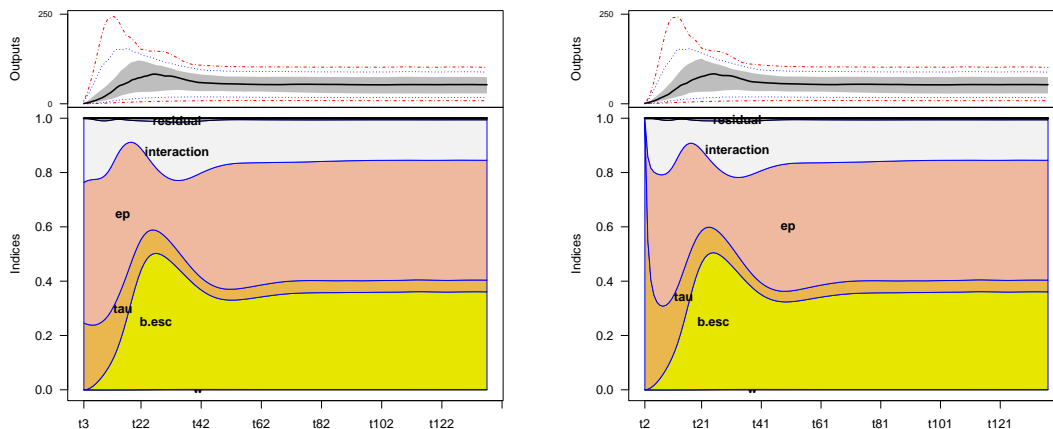
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

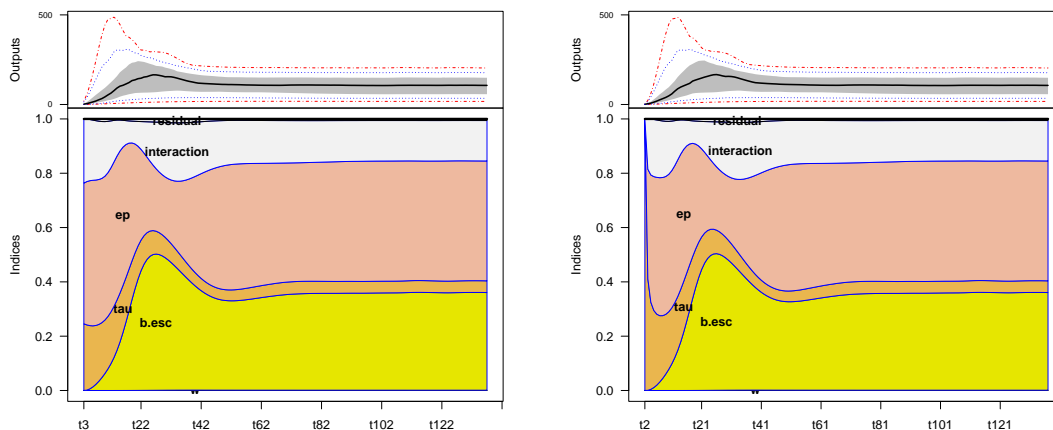
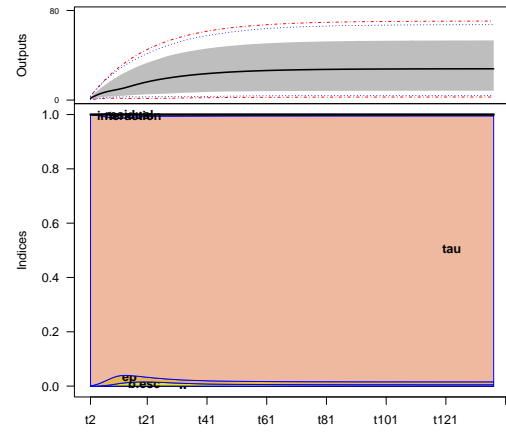
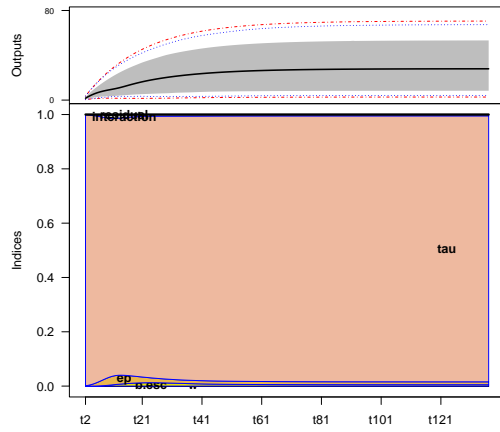


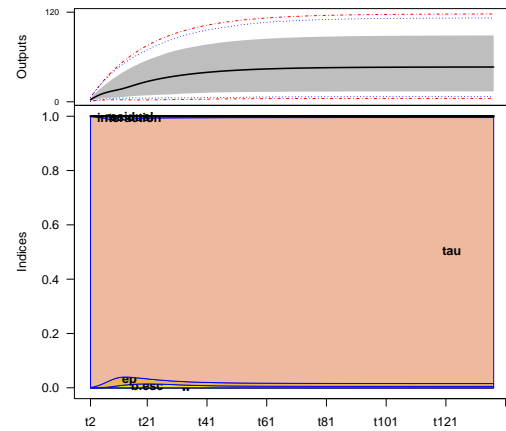
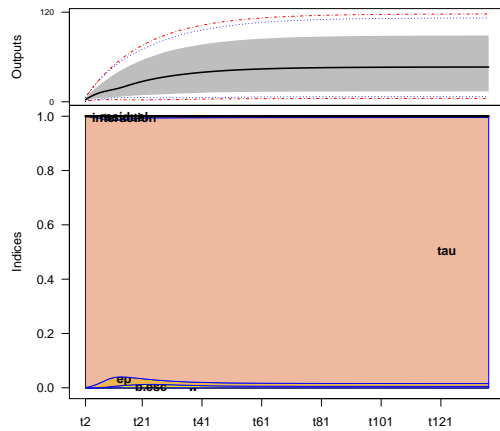
Tabla D.4: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de detectados (TP) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

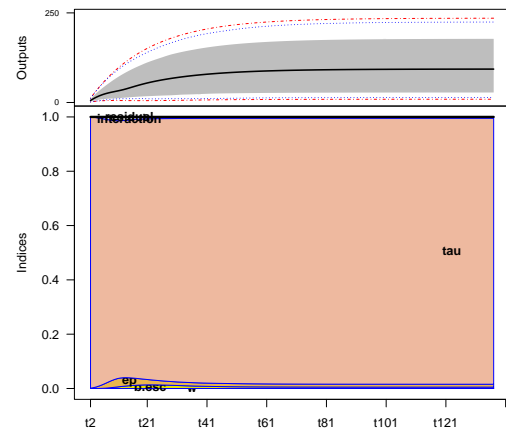
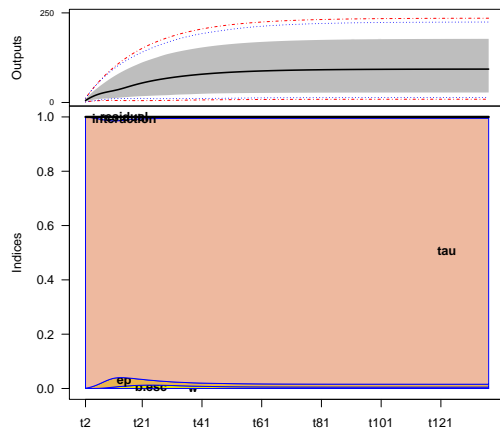
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



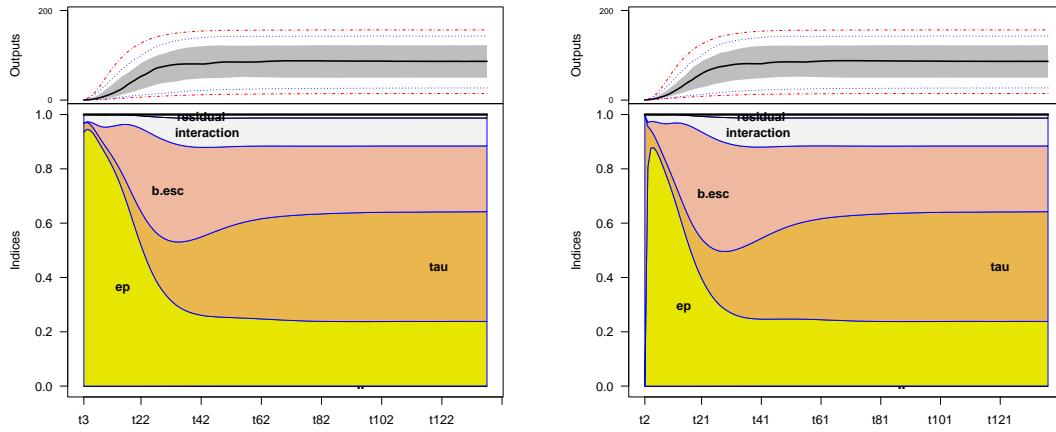
1000

Tabla D.5: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de falsos positivos (FP) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

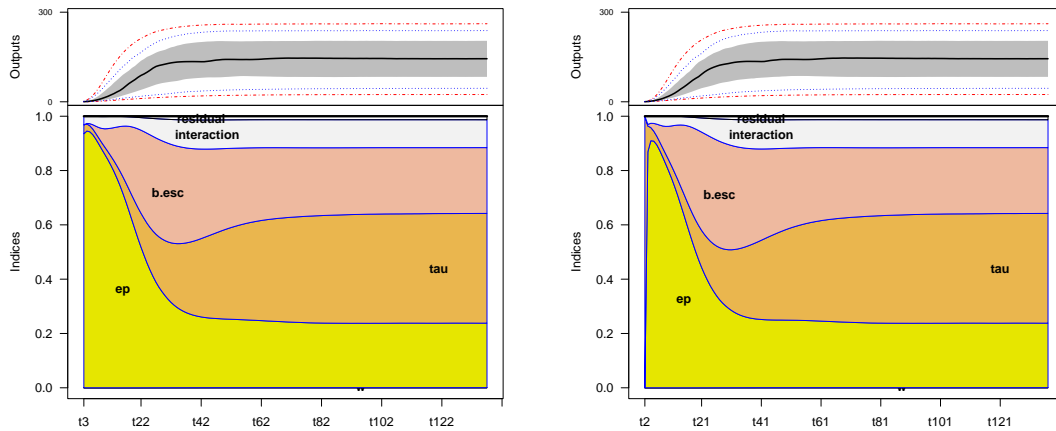
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

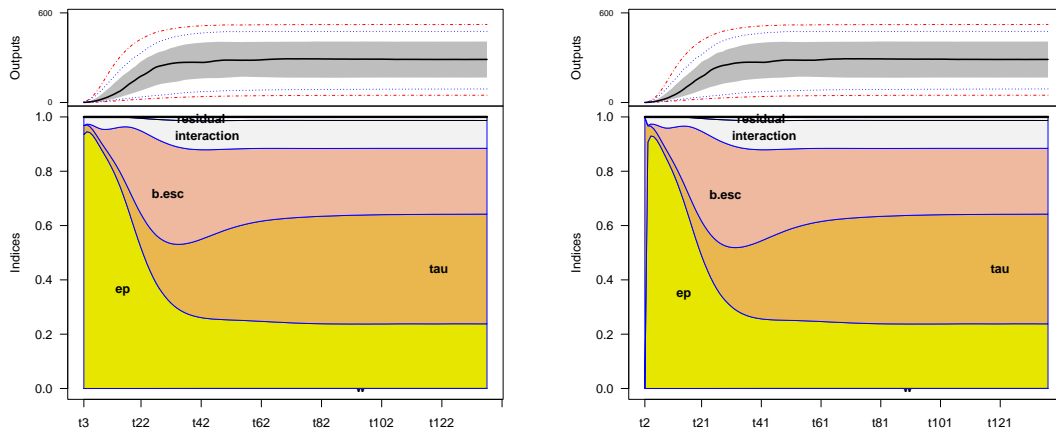
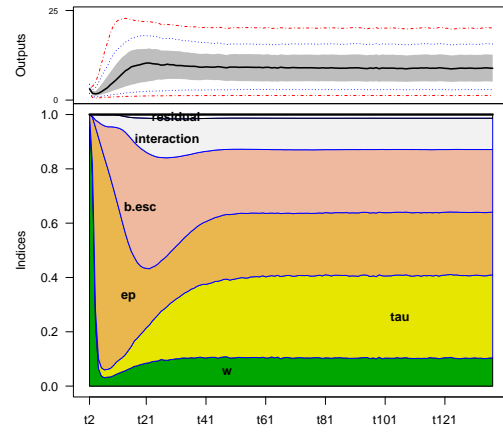
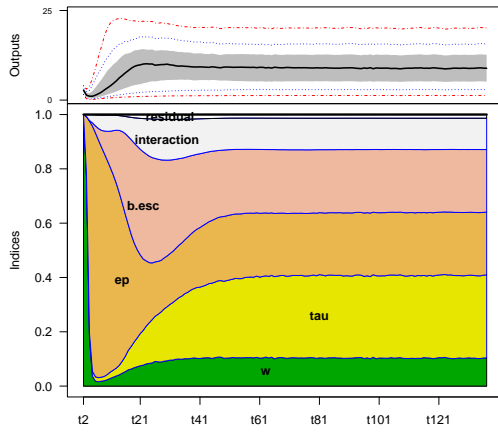


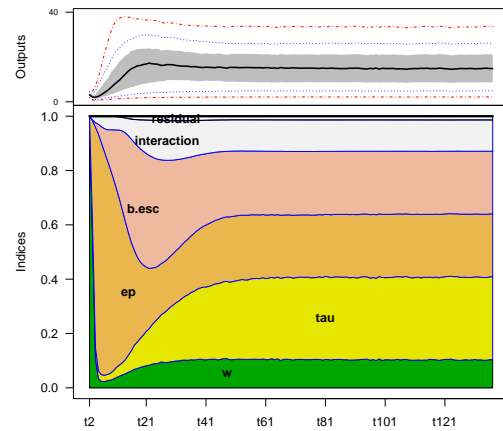
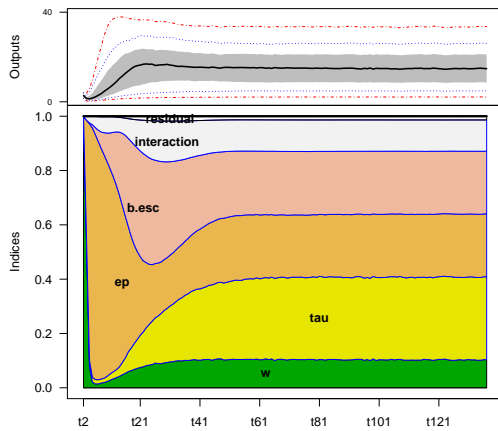
Tabla D.6: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de sintomáticos (S) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

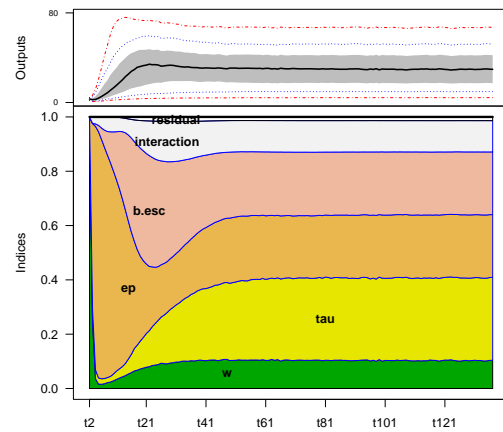
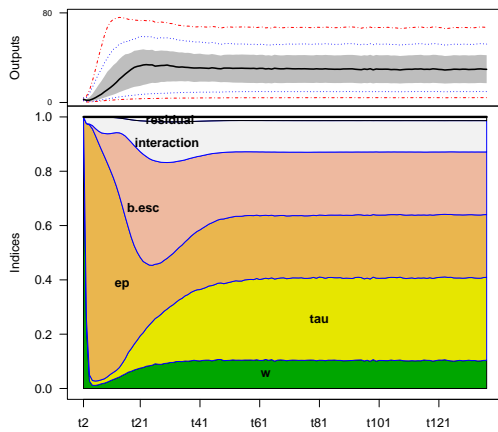
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



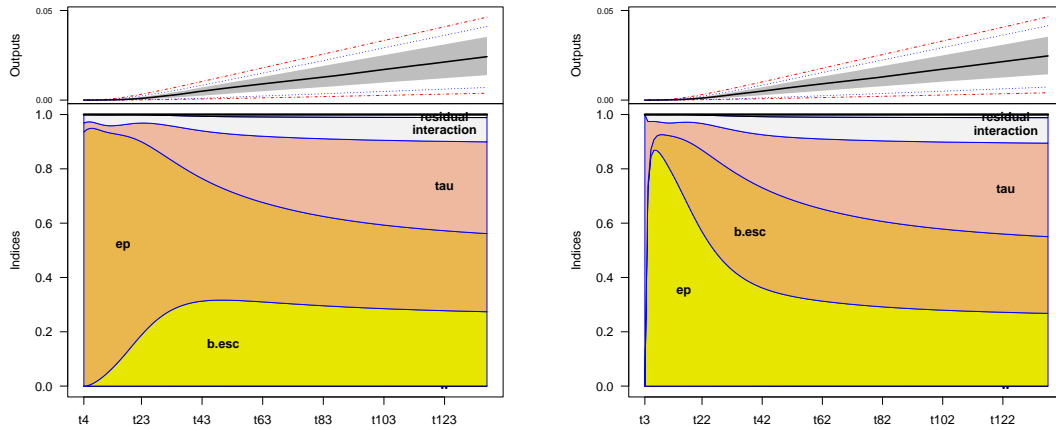
1000

Tabla D.7: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de recuperados (R) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

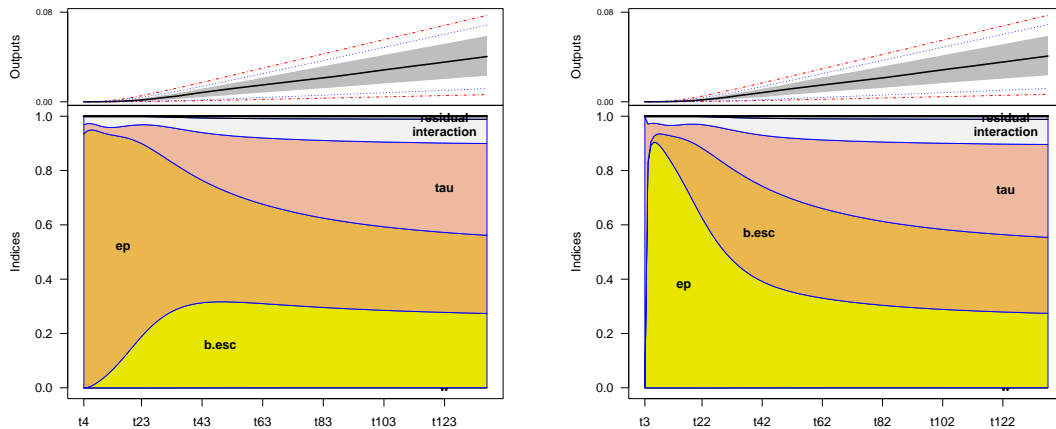
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

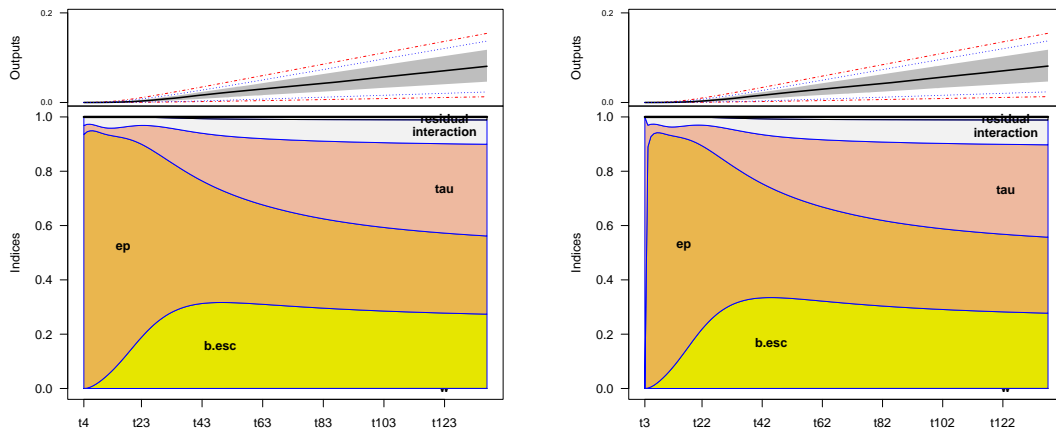
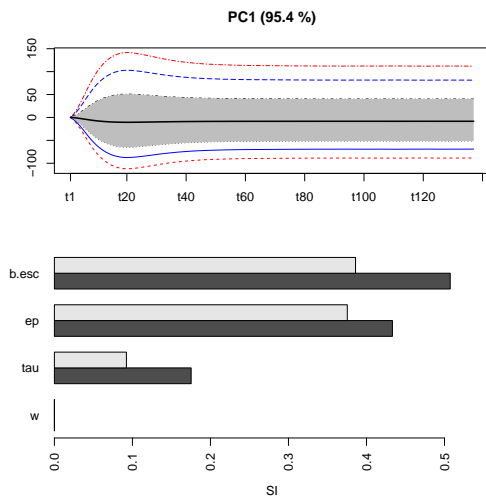
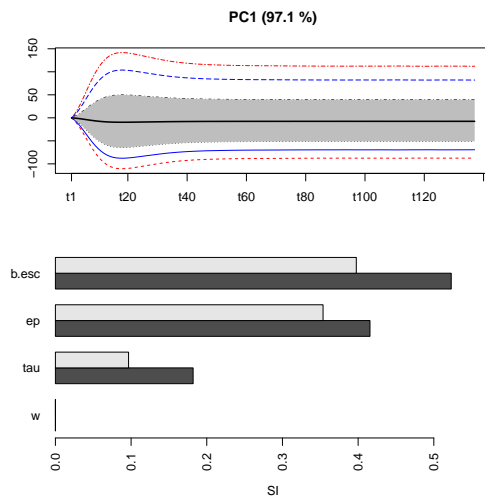


Tabla D.8: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de fallecimientos (D) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

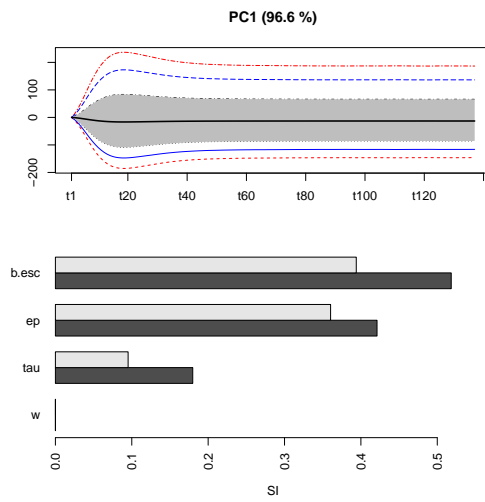
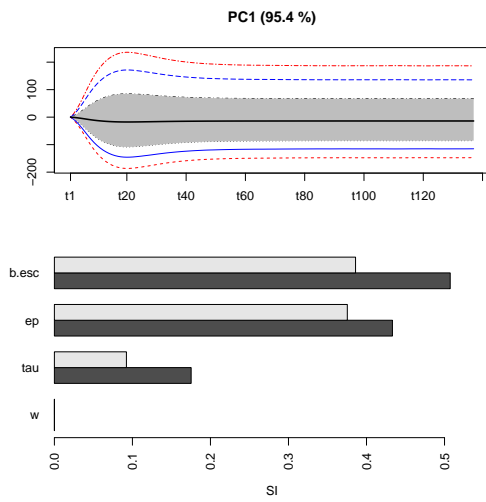
Modelo 1 $A_0=E_0=0$



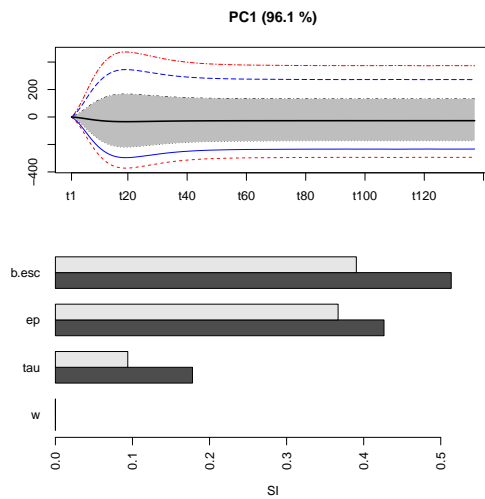
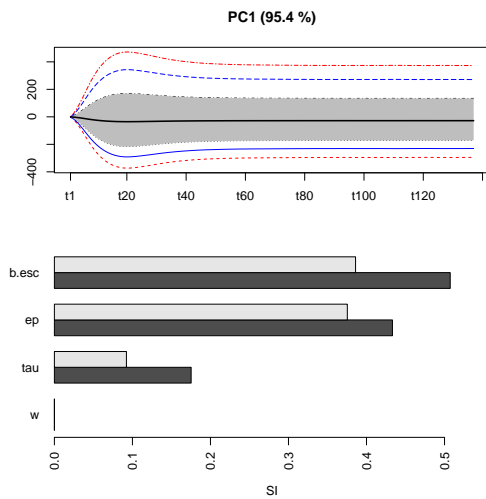
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



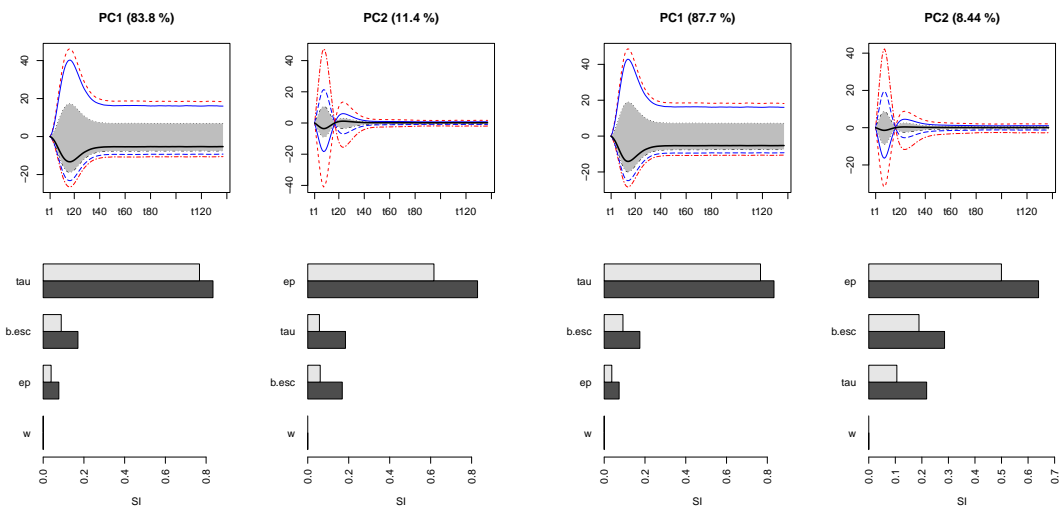
1000

Tabla D.9: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de susceptibles (U) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

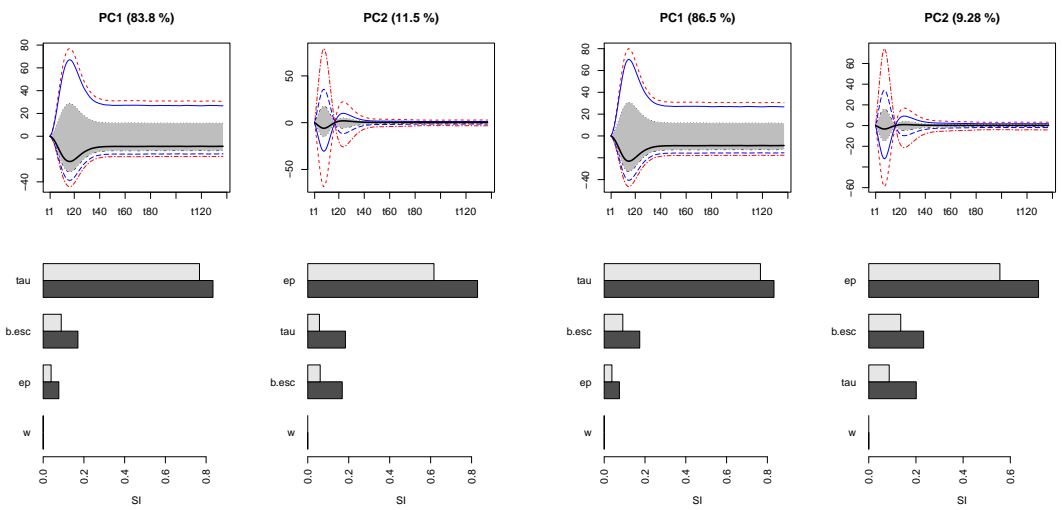
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

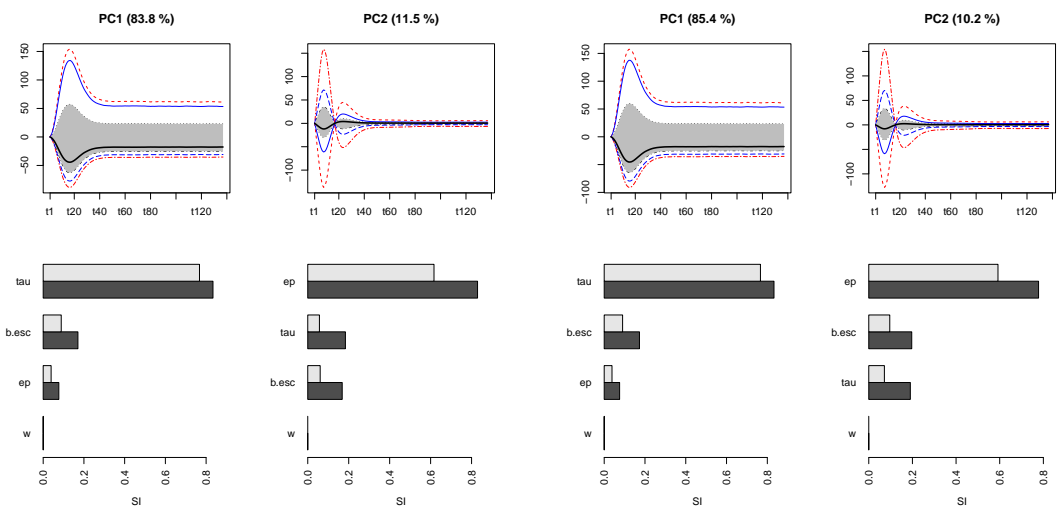


Tabla D.10: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de presintomáticos (E) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

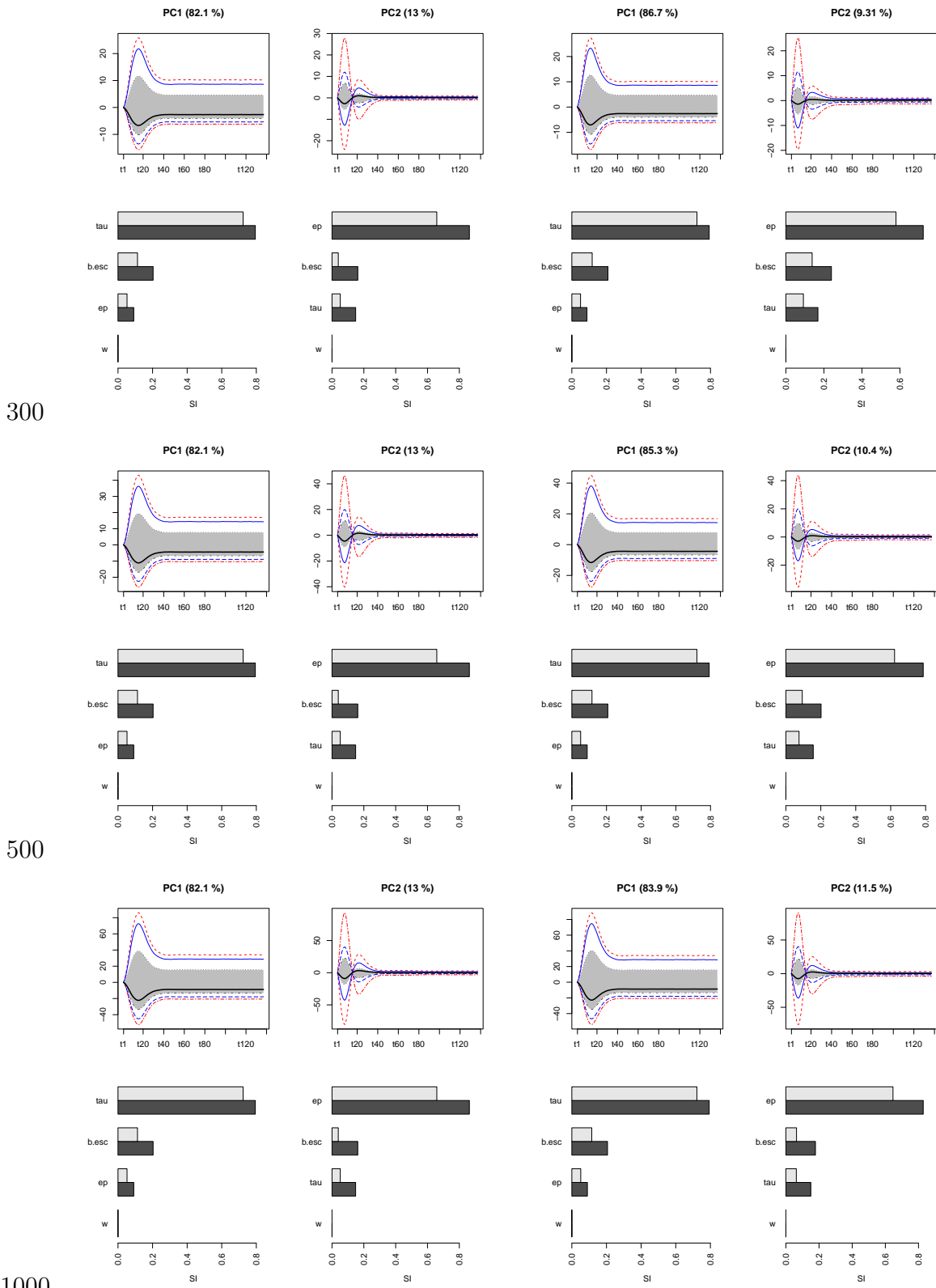
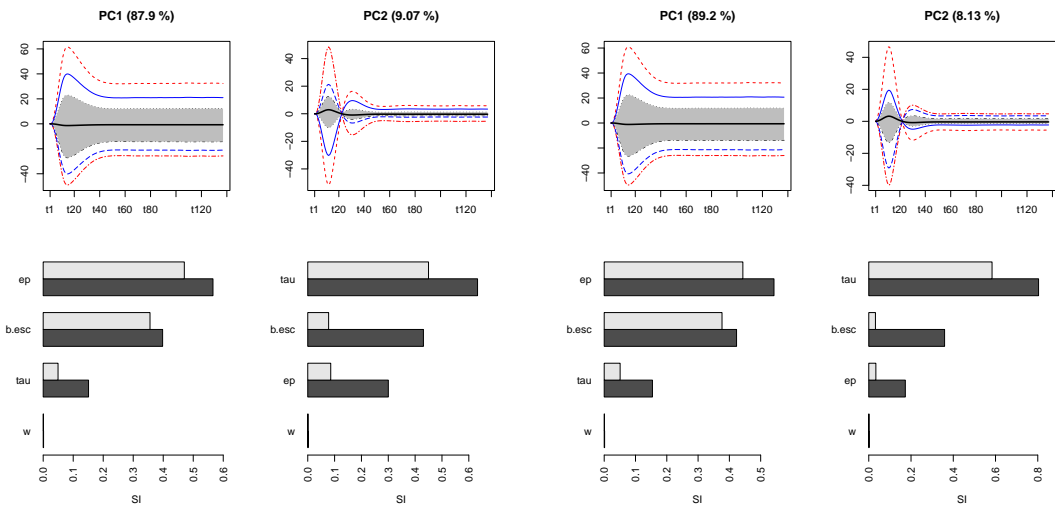


Tabla D.11: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de asintomáticos (A) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

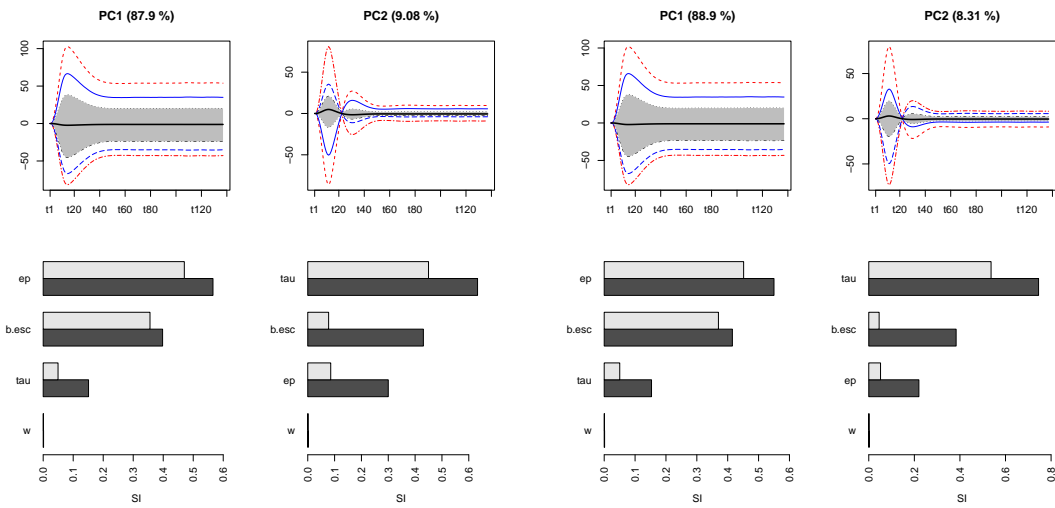
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

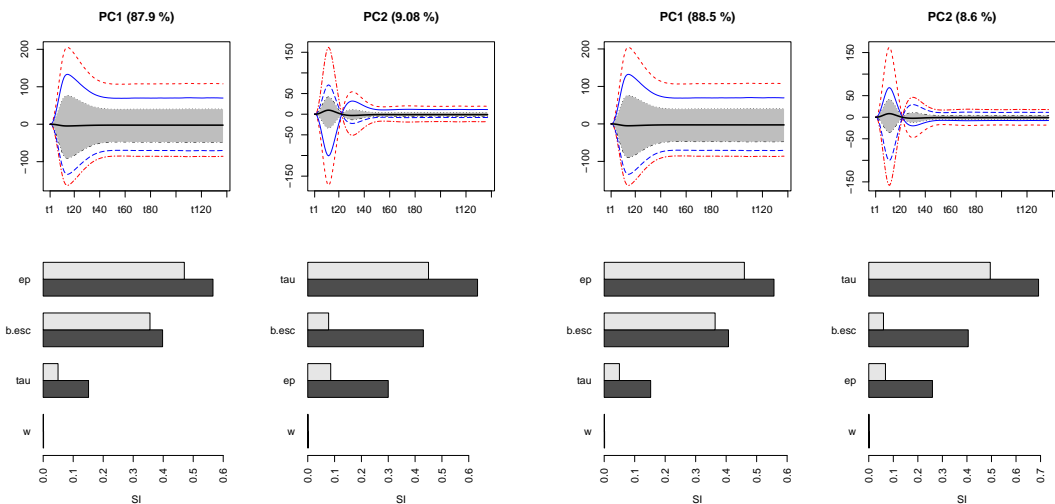
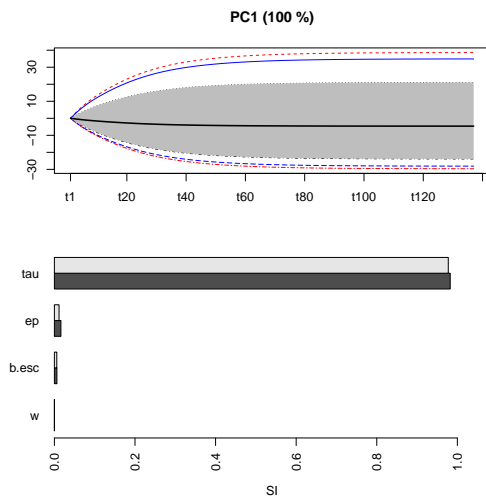
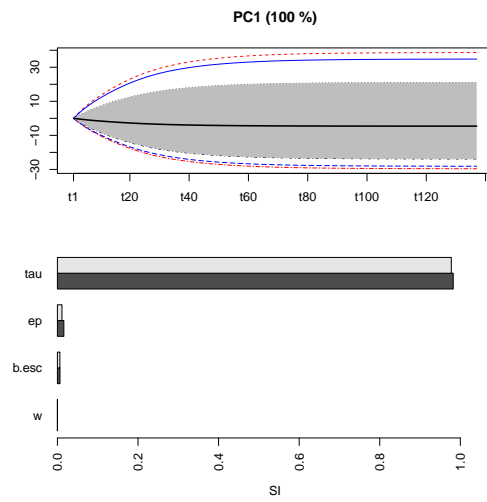


Tabla D.12: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de detectados (TP) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

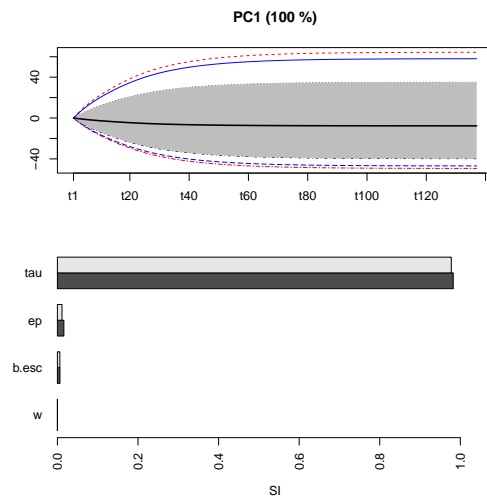
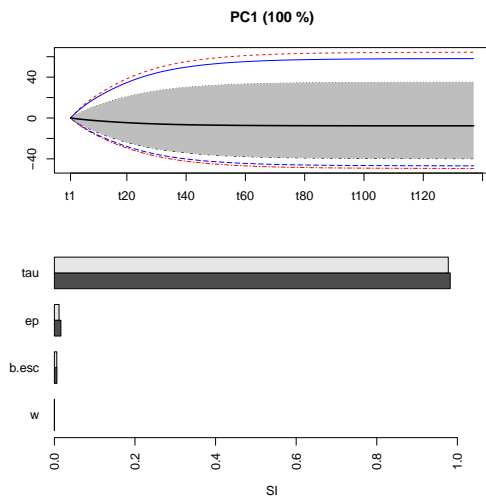
Modelo 1 $A_0=E_0=0$



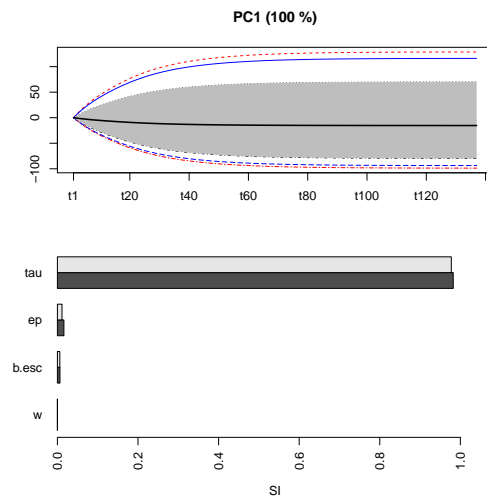
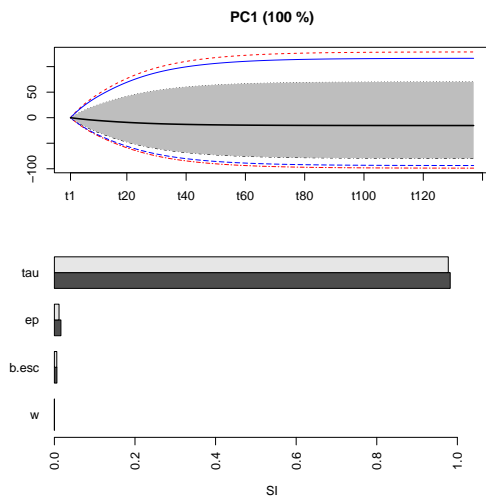
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



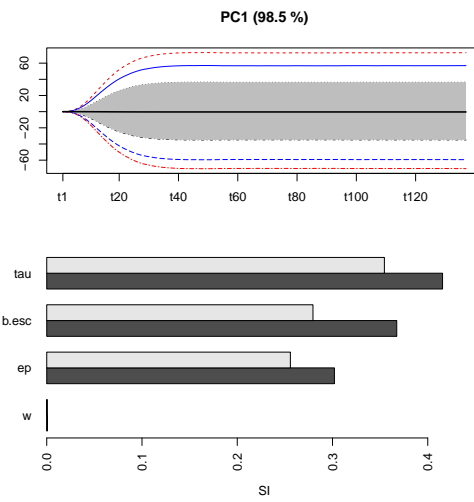
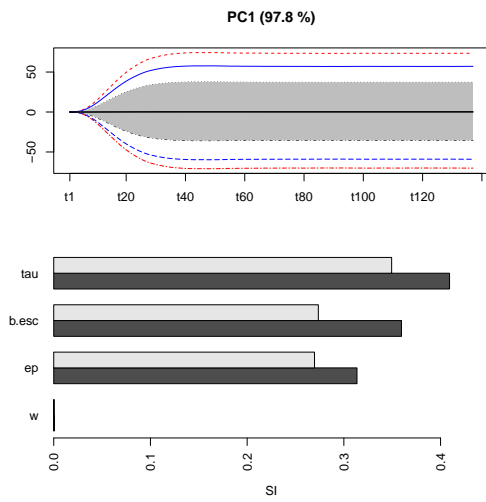
1000

Tabla D.13: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de falsos positivos (FP) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

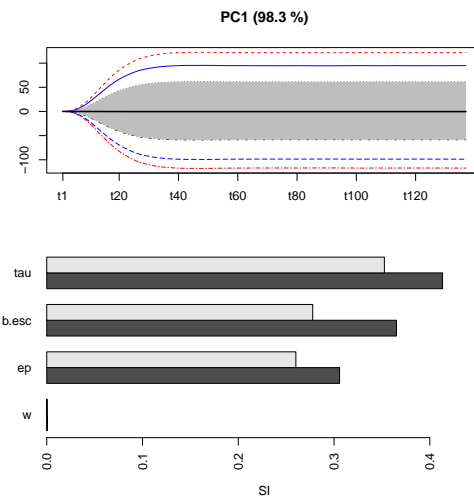
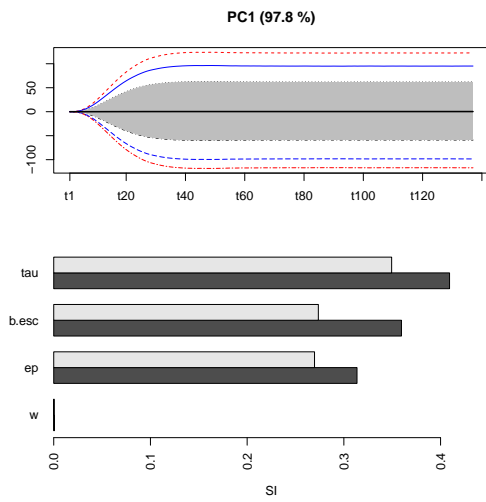
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

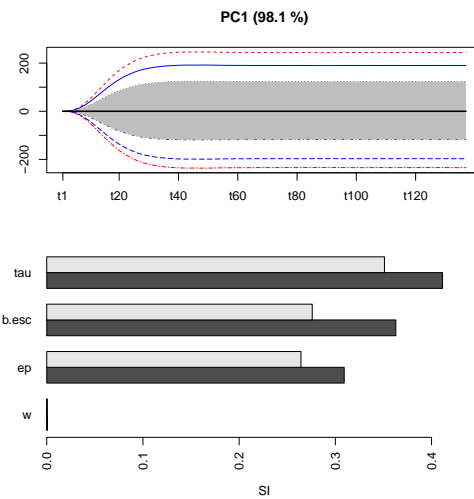
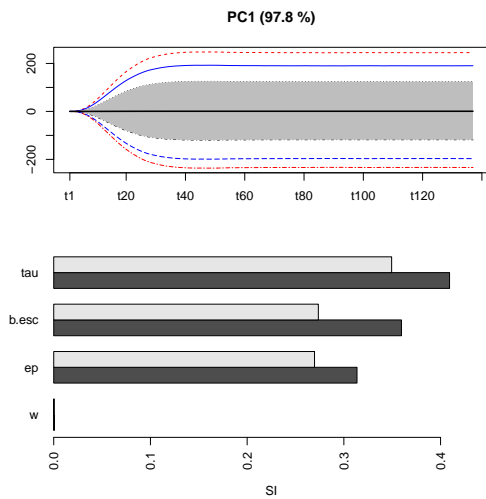
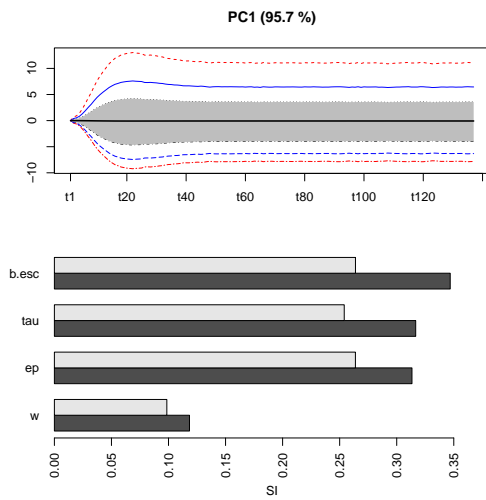


Tabla D.14: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de sintomáticos (S) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$



Modelo 1 $A_0=E_0=3$

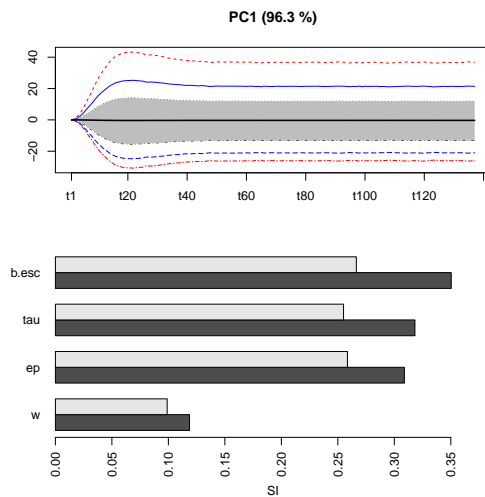
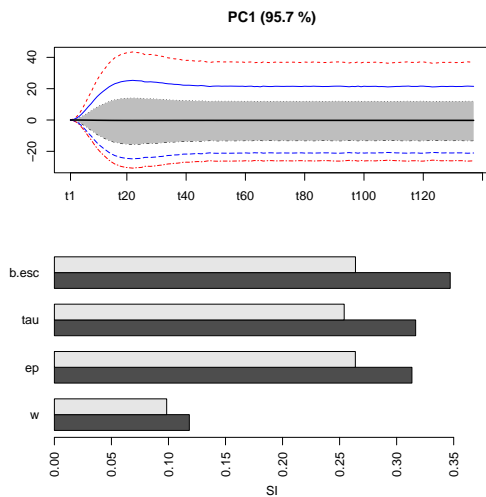
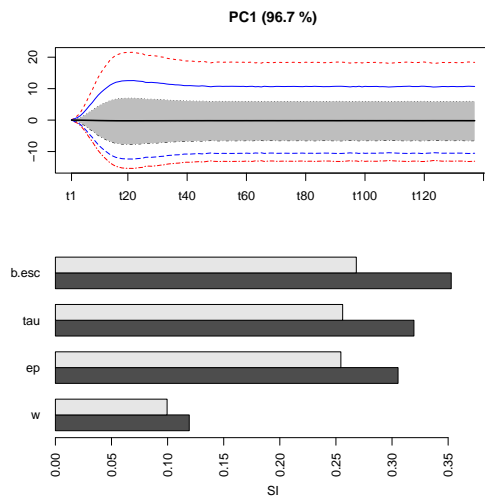
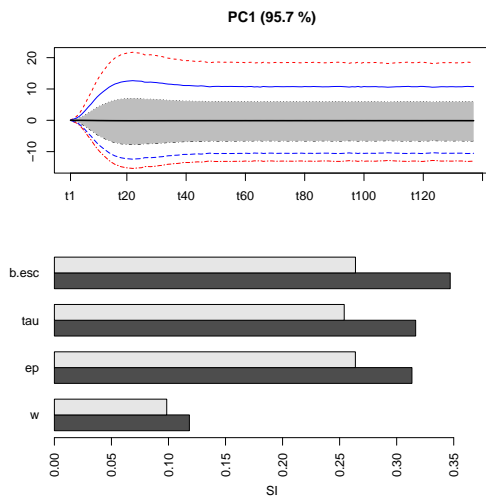
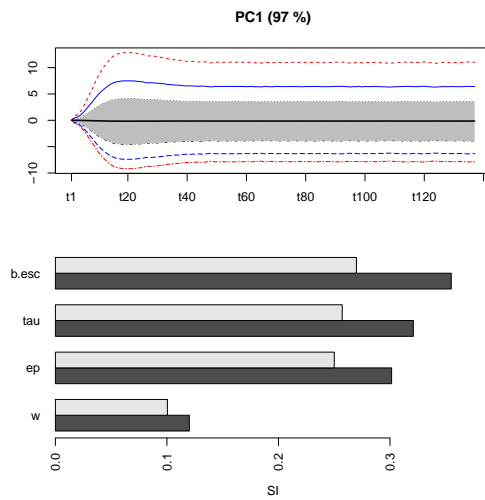
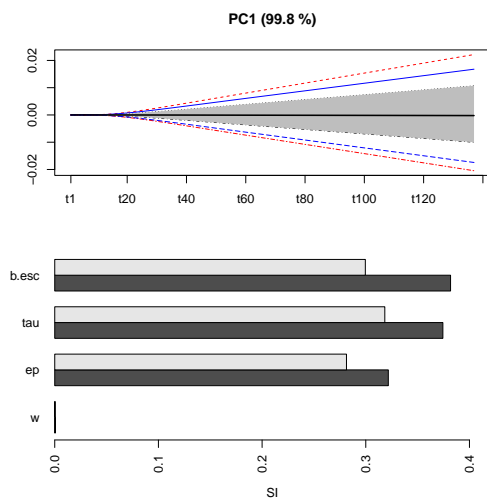
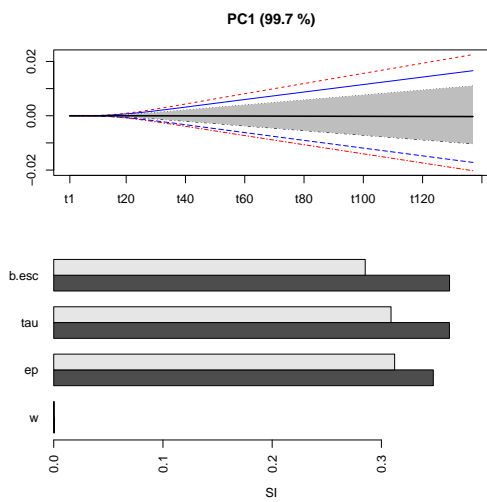


Tabla D.15: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de recuperados (R) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

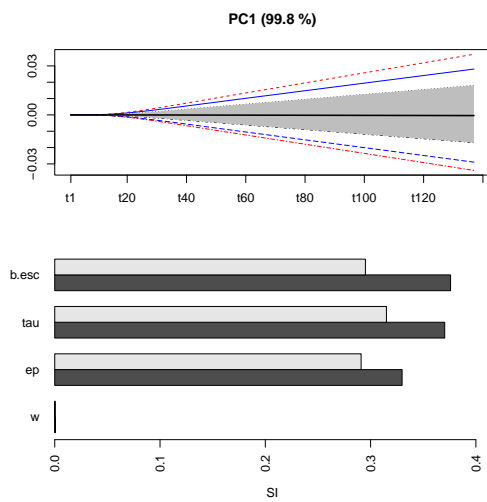
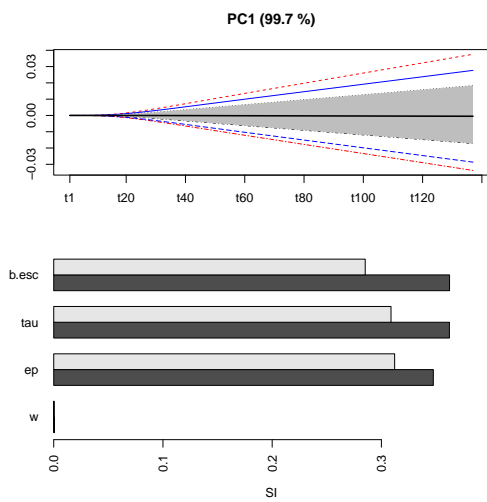
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

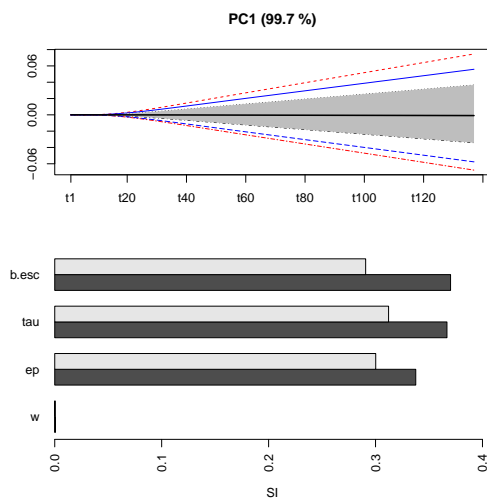
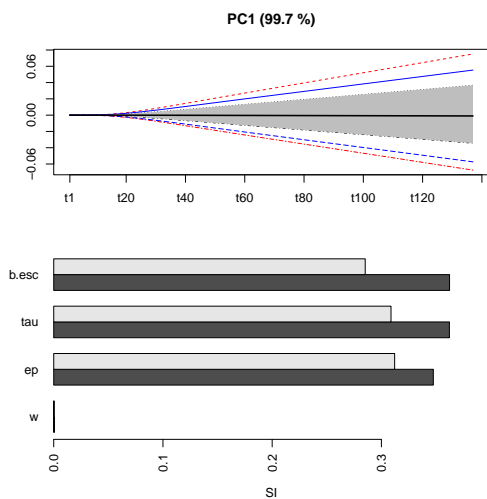


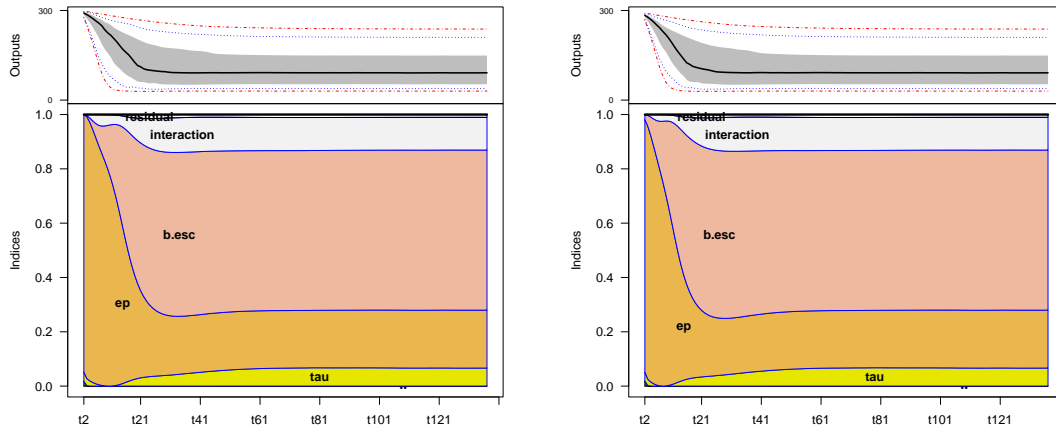
Tabla D.16: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de fallecimientos (D) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

E Gráficas del análisis de sensibilidad del Modelo 2

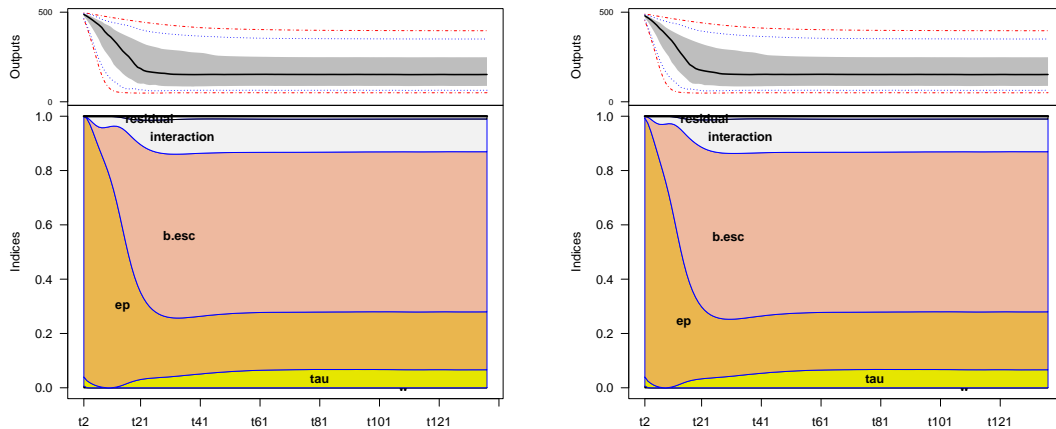
Modelo 2 $A_0=E_0=0$

Modelo 2 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

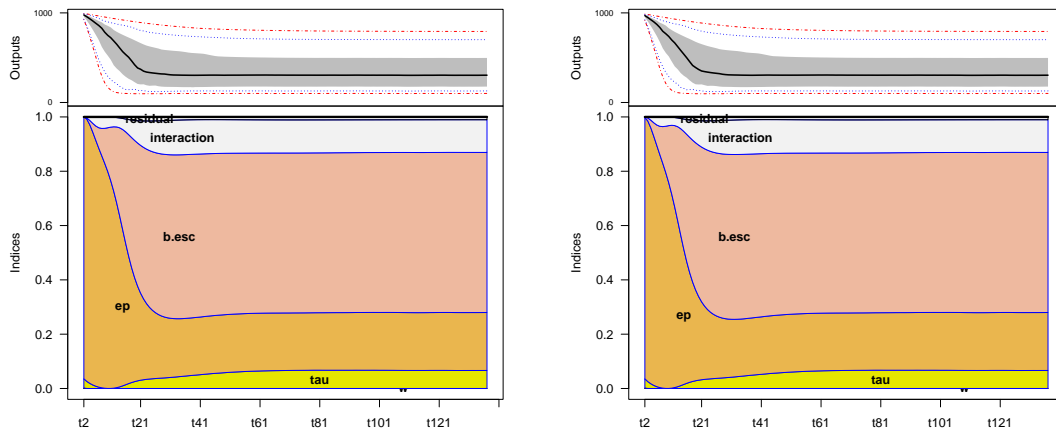
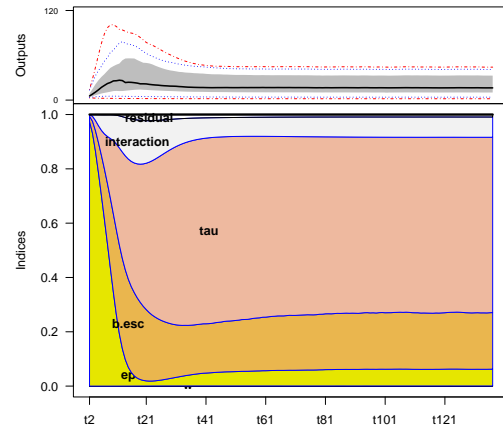
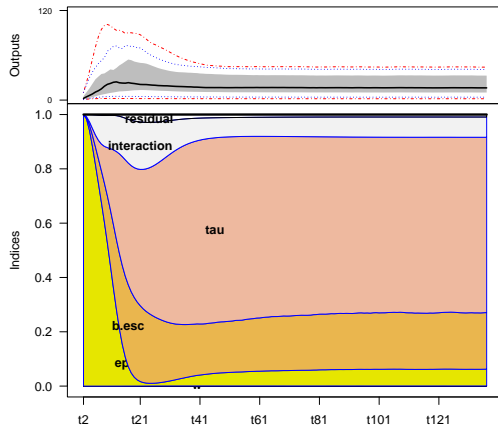


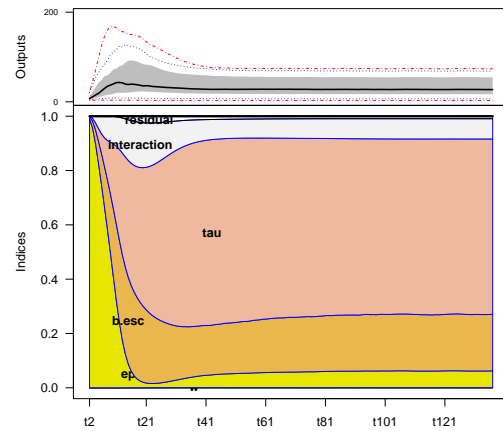
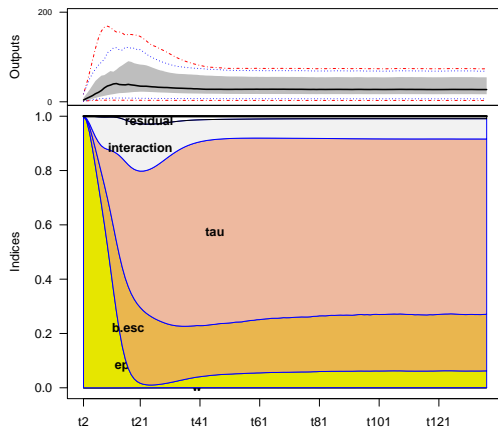
Tabla E.1: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de susceptibles (U) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 2 $A_0=E_0=0$

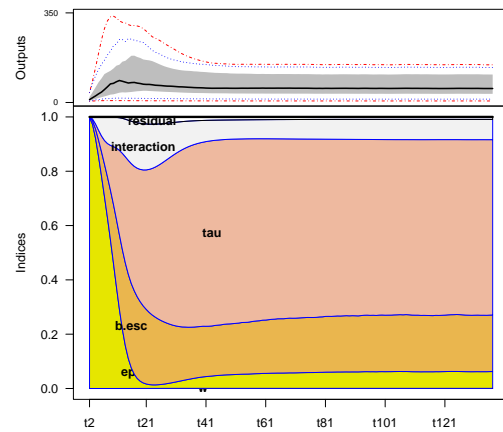
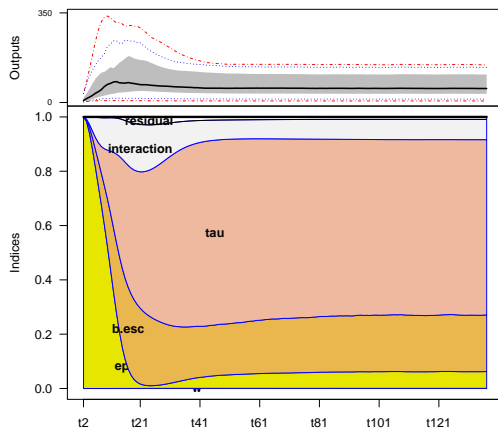
Modelo 2 $A_0=E_0=3$



300



500



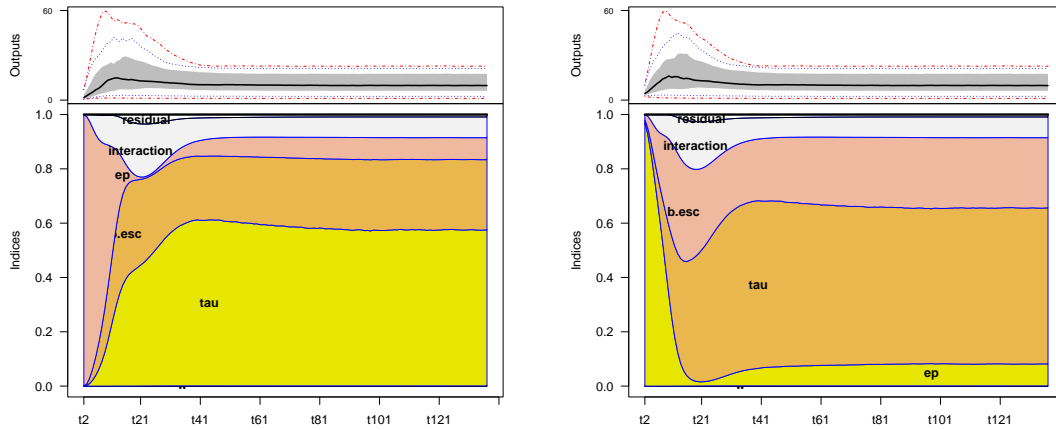
1000

Tabla E.2: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de presintomáticos (E) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

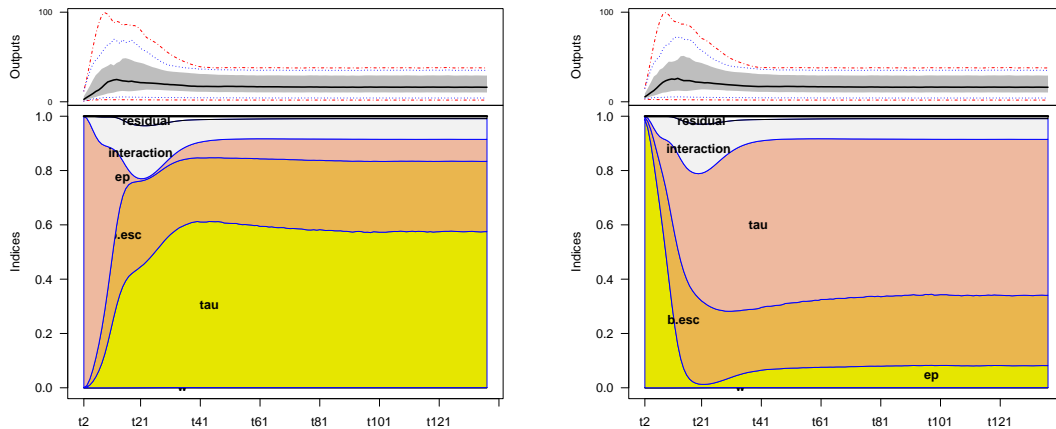
Modelo 2 $A_0=E_0=0$

Modelo 2 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

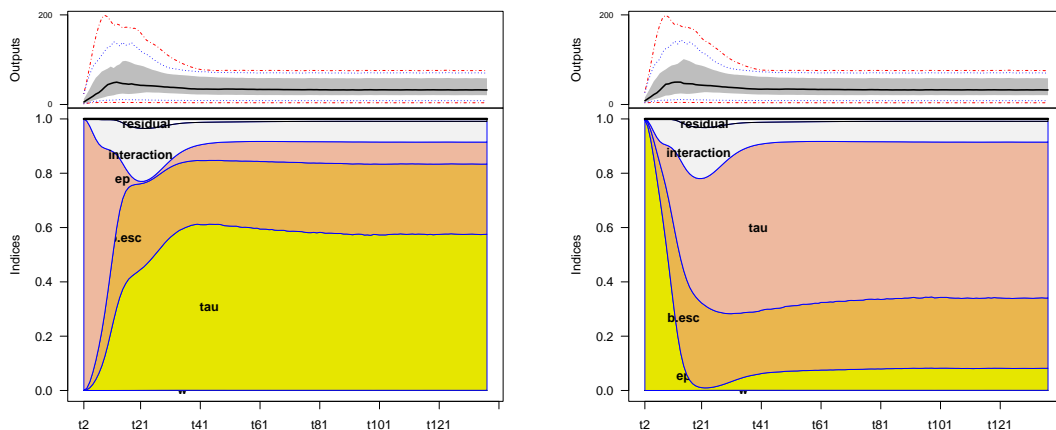
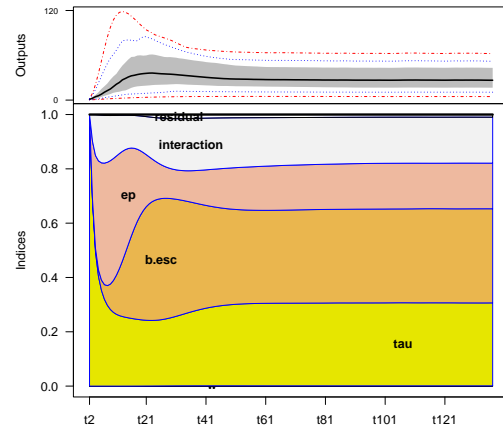
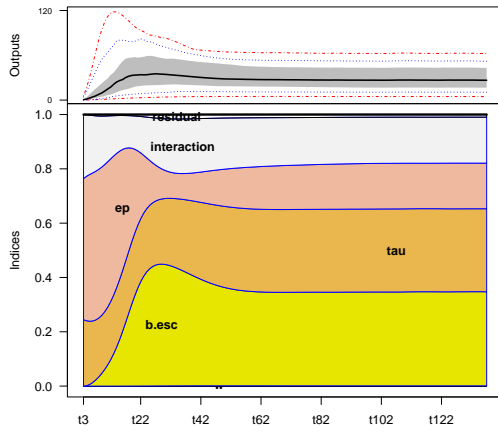


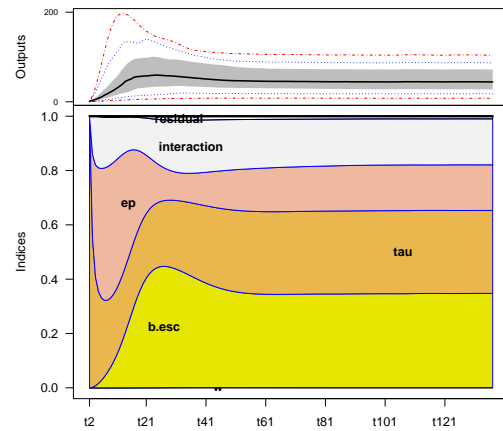
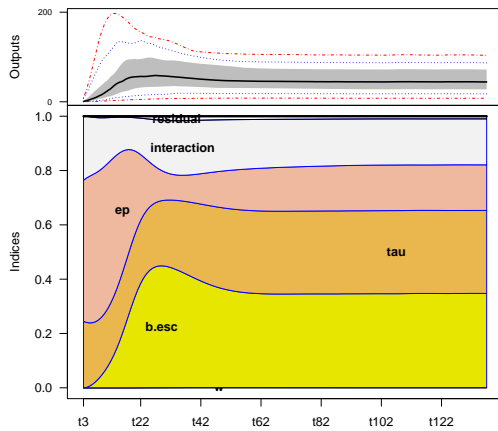
Tabla E.3: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de asintomáticos (A) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 2 $A_0=E_0=0$

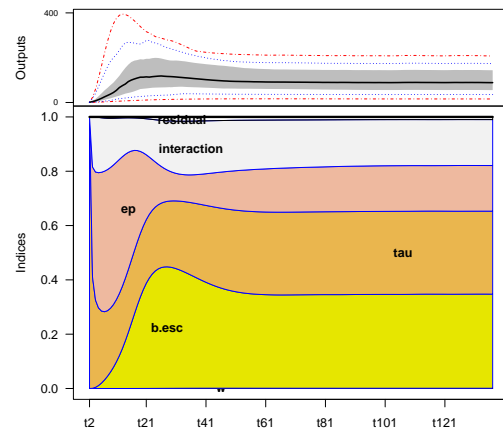
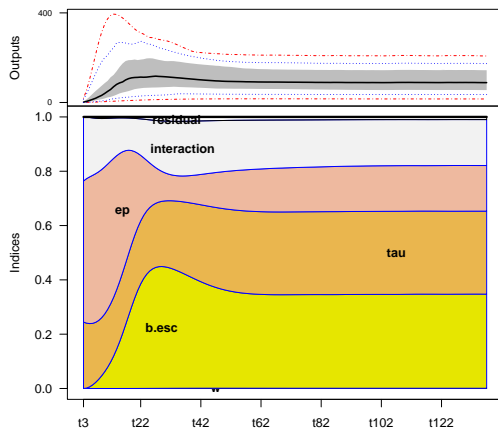
Modelo 2 $A_0=E_0=3$



300



500



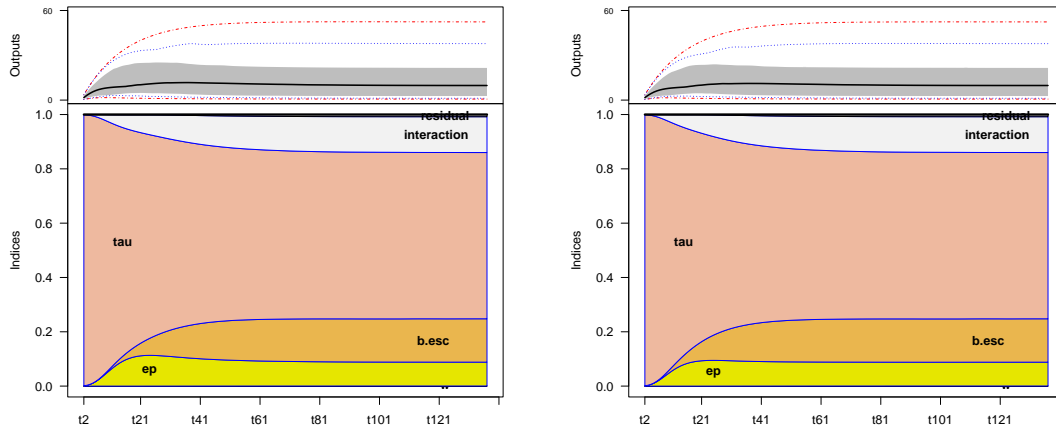
1000

Tabla E.4: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de detectados (TP) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

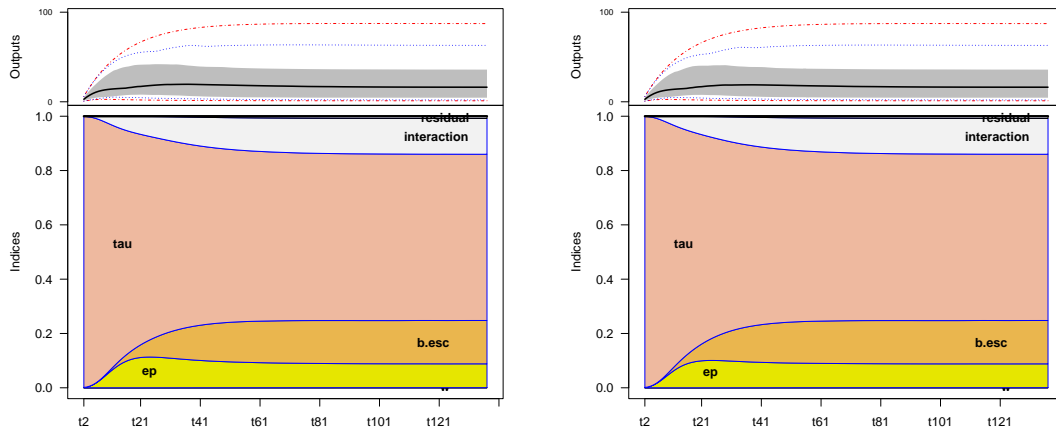
Modelo 2 $A_0=E_0=0$

Modelo 2 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

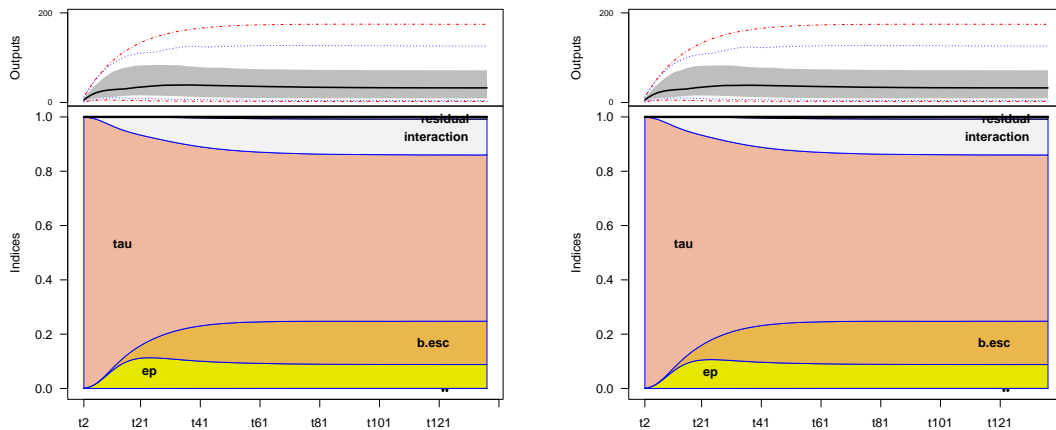
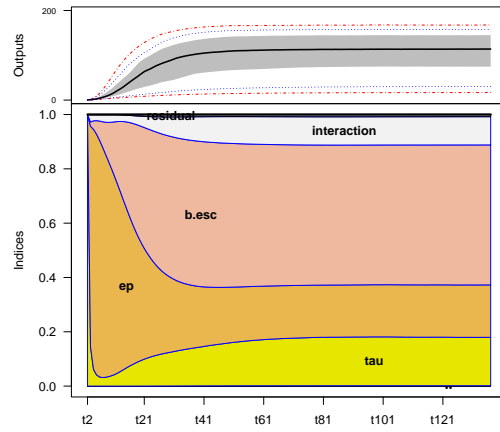
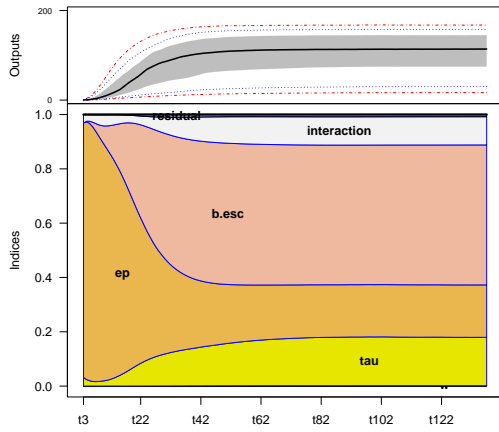


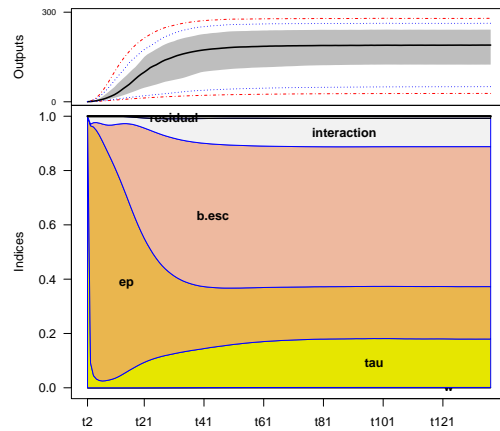
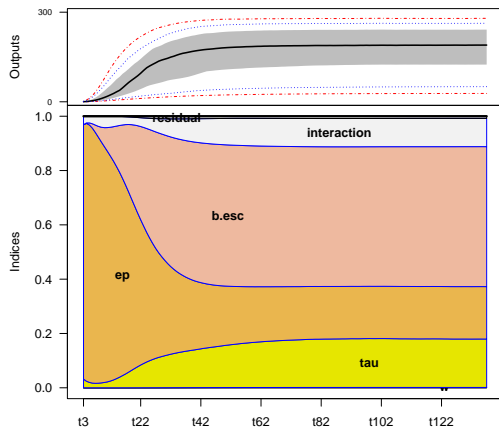
Tabla E.5: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de falsos positivos (FP) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 2 $A_0=E_0=0$

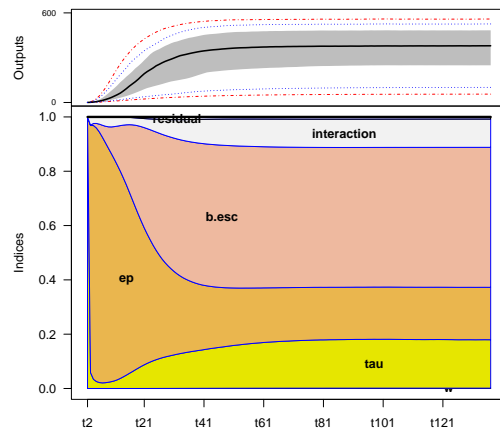
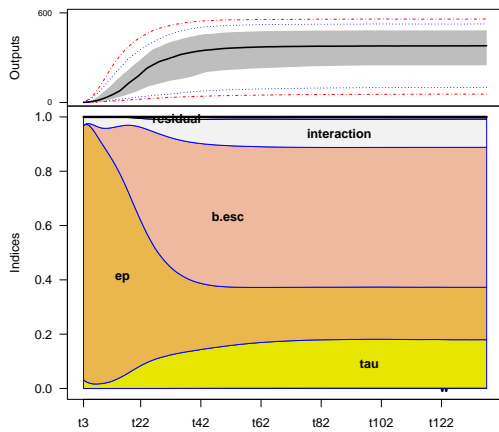
Modelo 2 $A_0=E_0=3$



300



500



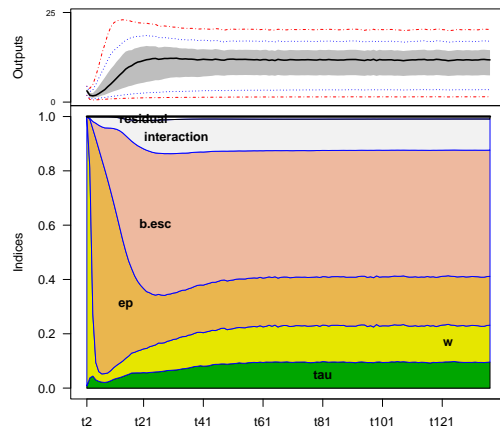
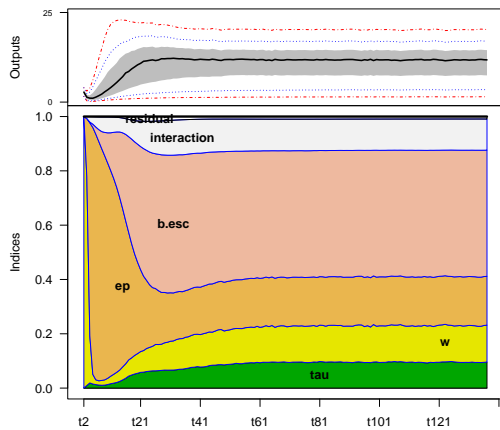
1000

Tabla E.6: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de sintomáticos (S) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

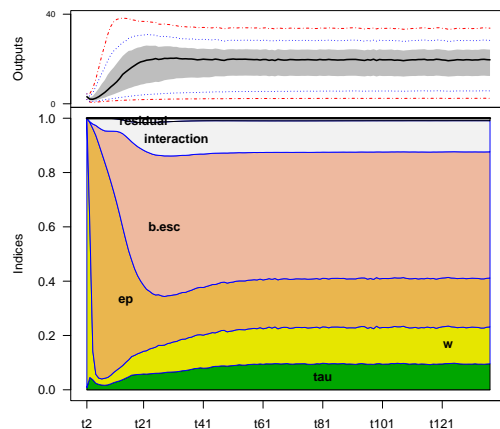
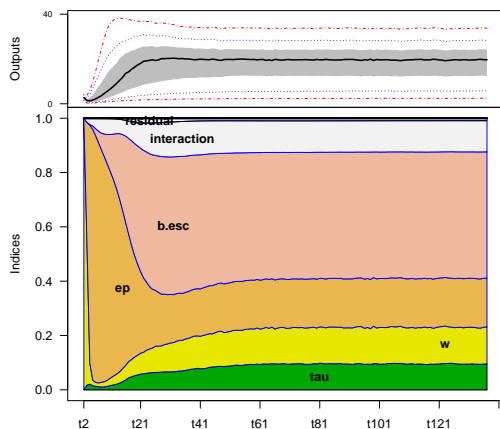
Modelo 2 $A_0=E_0=0$

Modelo 2 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

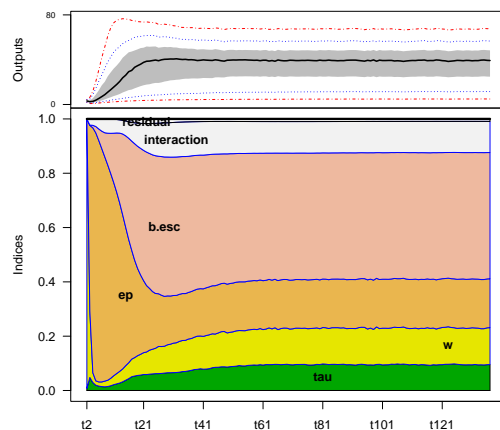
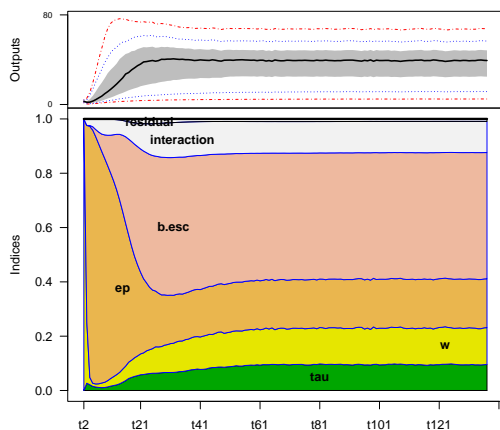
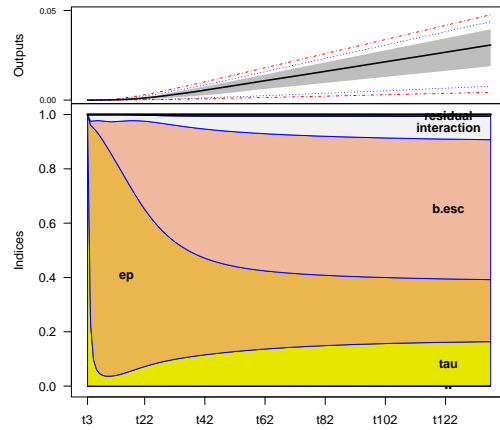
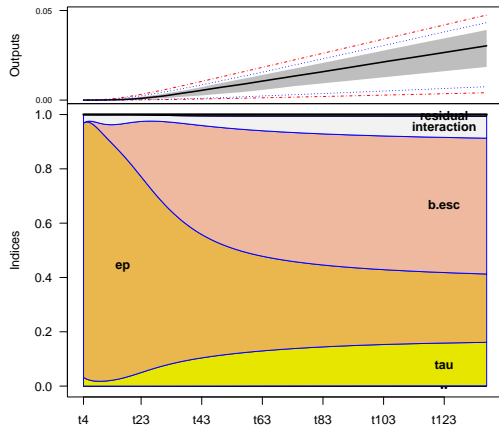


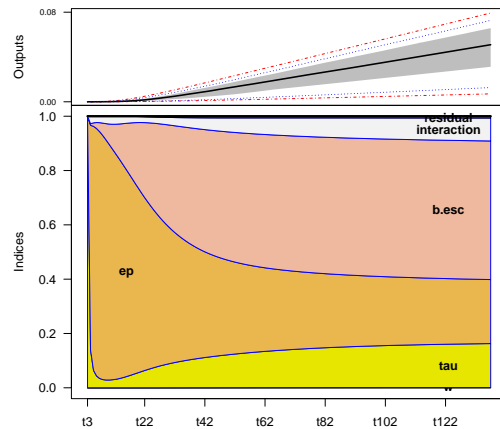
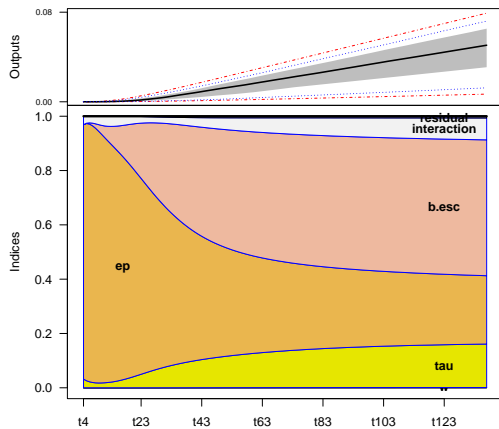
Tabla E.7: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de recuperados (R) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 2 $A_0=E_0=0$

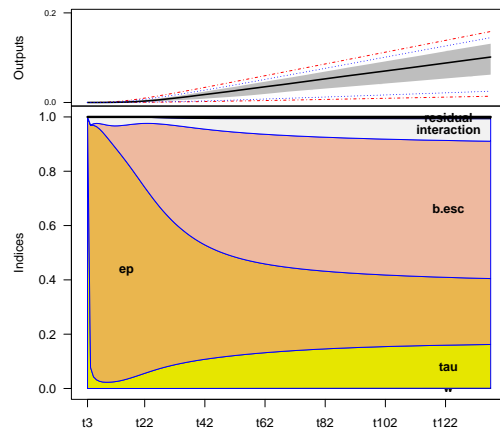
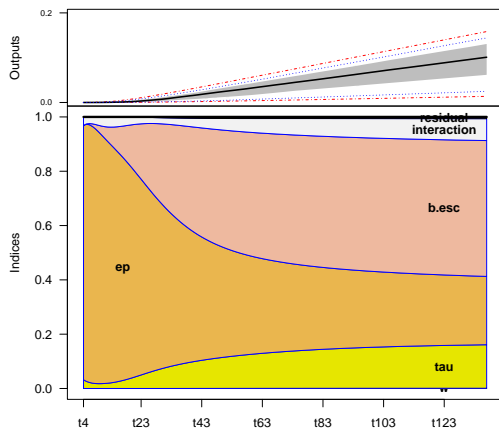
Modelo 2 $A_0=E_0=3$



300



500



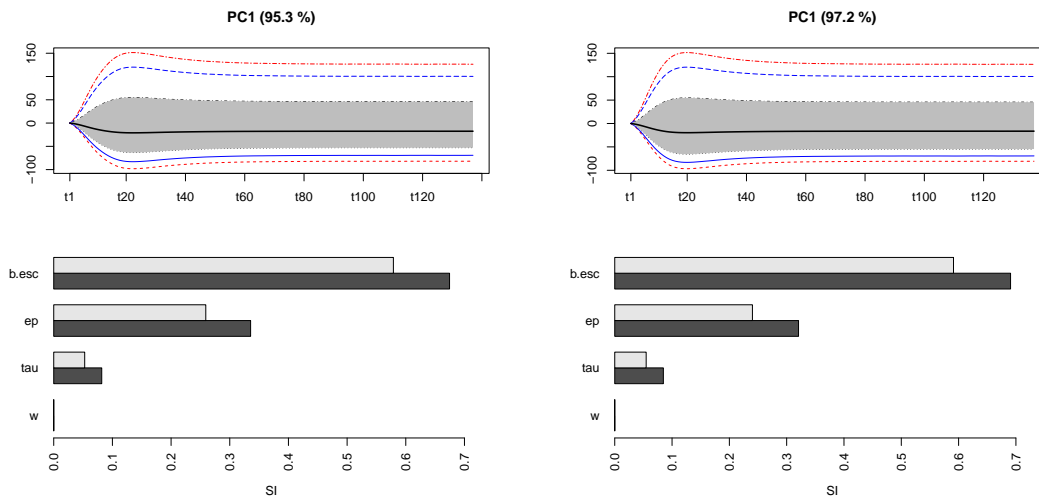
1000

Tabla E.8: Análisis de sensibilidad por AOV para las simulaciones de fallecimientos (D) del Modelo 2, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

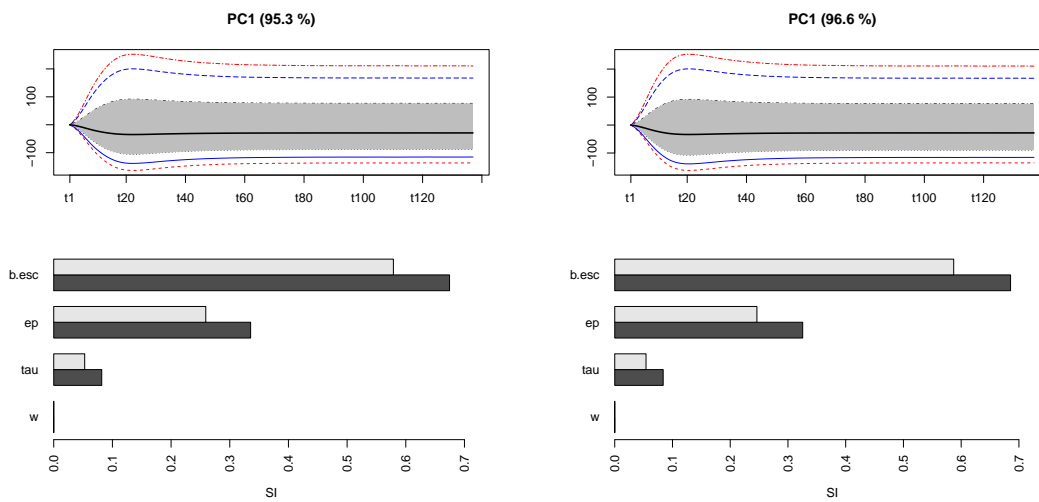
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

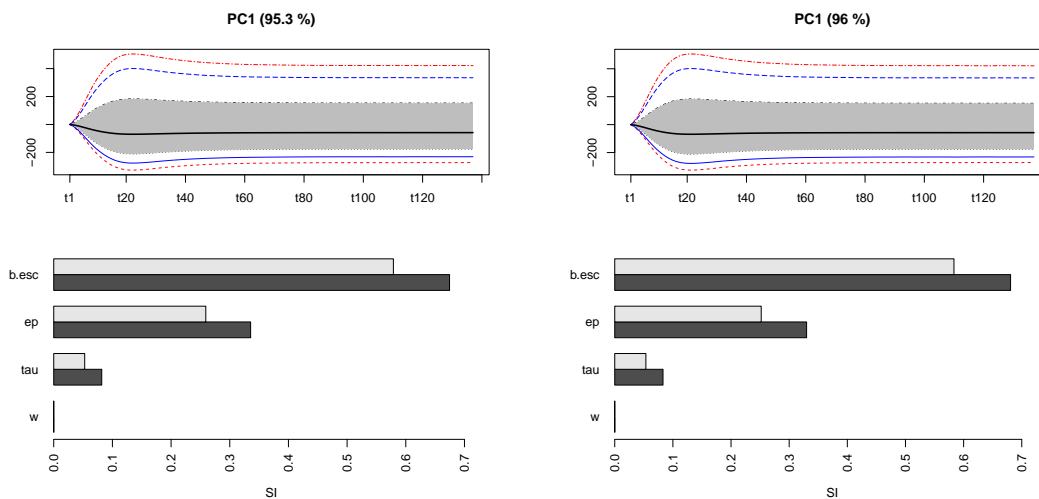
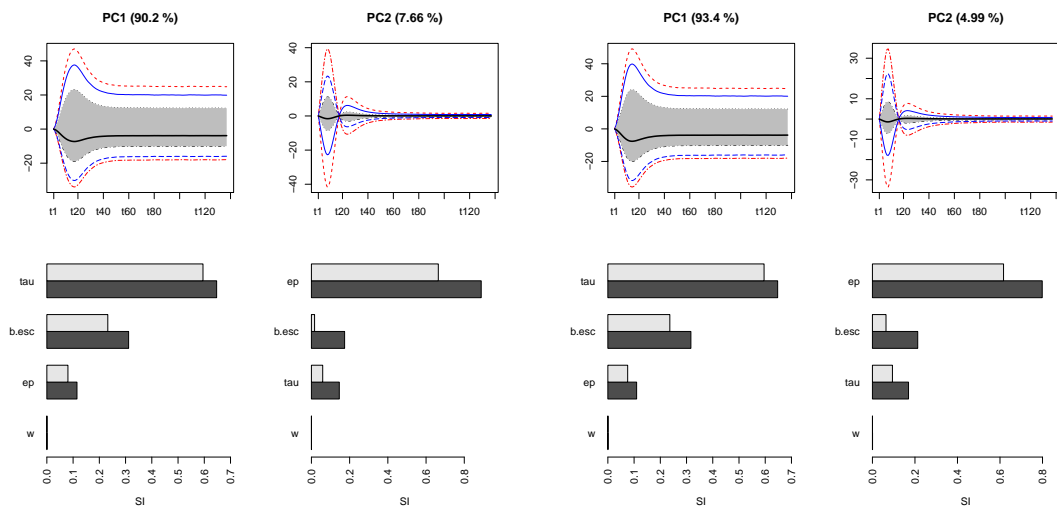


Tabla E.9: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de susceptibles (U) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

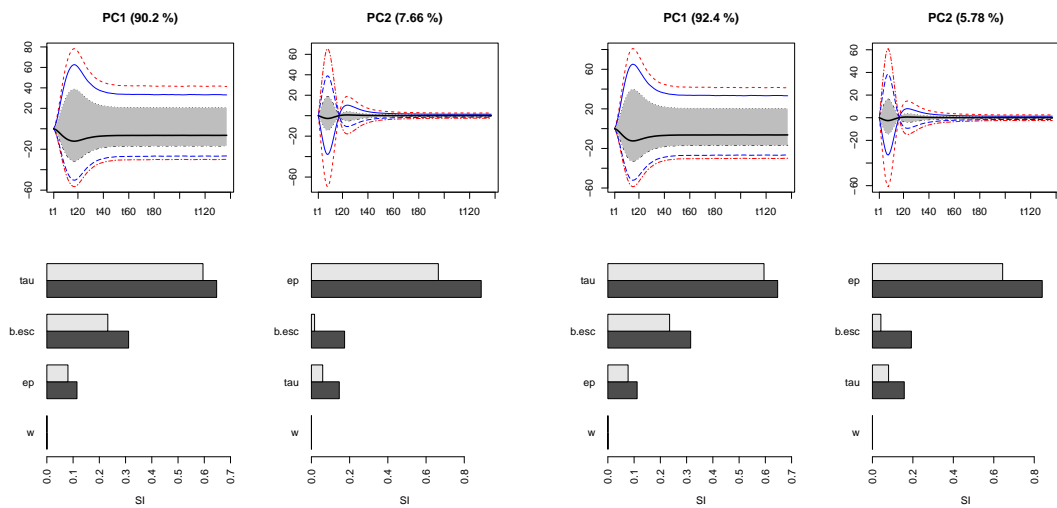
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

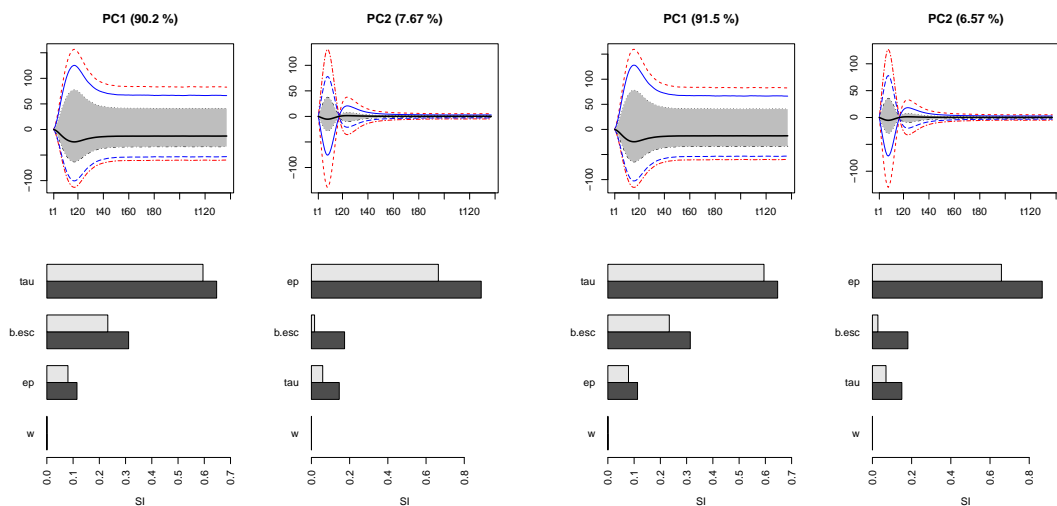
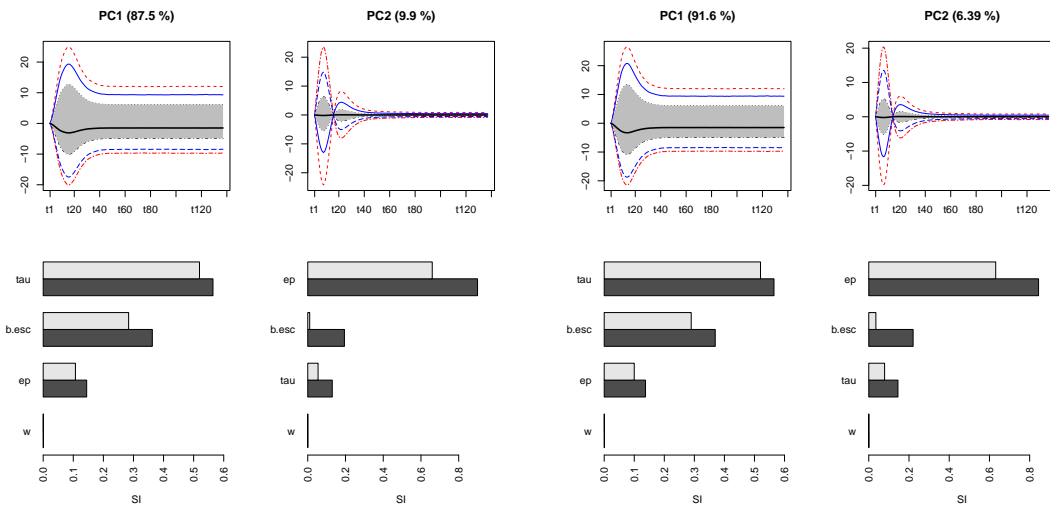


Tabla E.10: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de presintomáticos (E) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

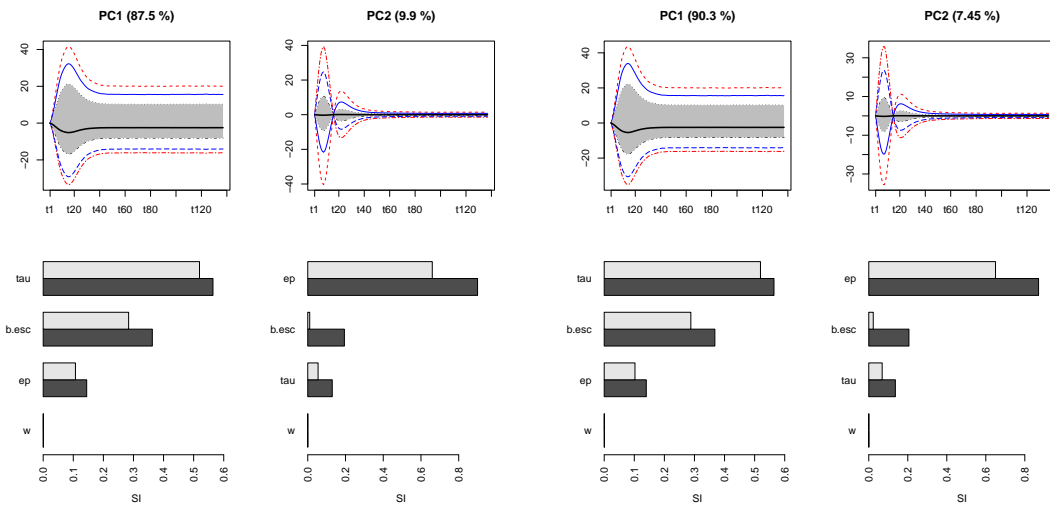
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

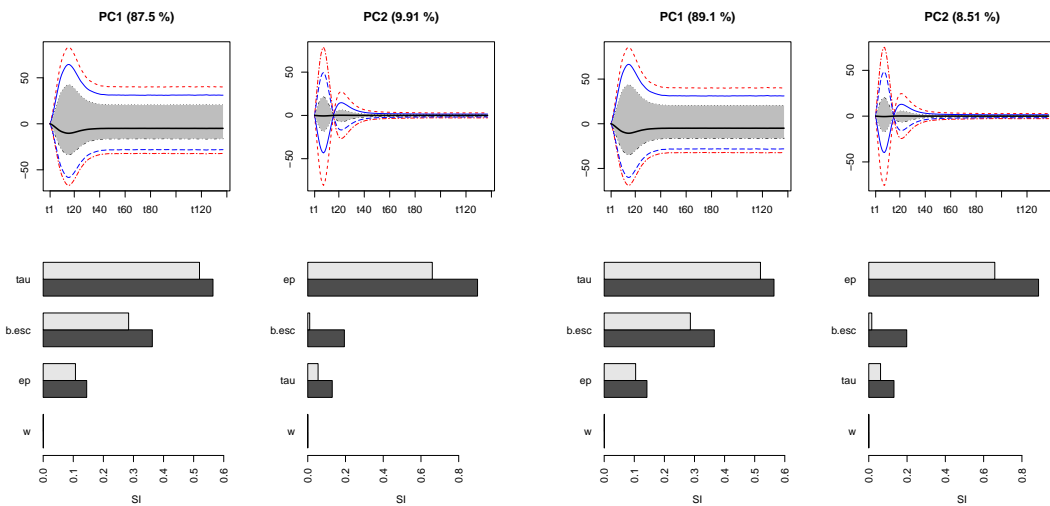


Tabla E.11: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de asintomáticos (A) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

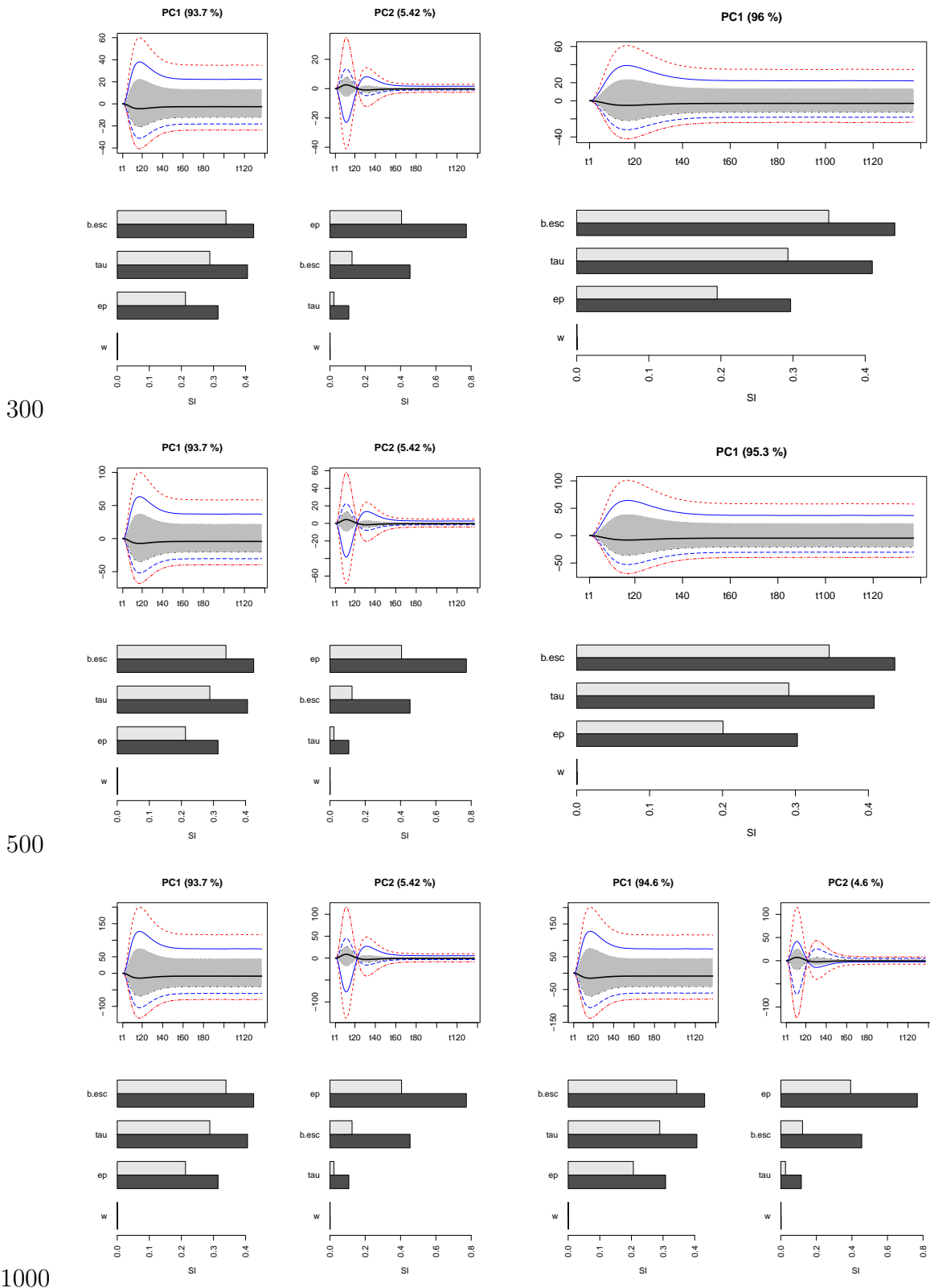
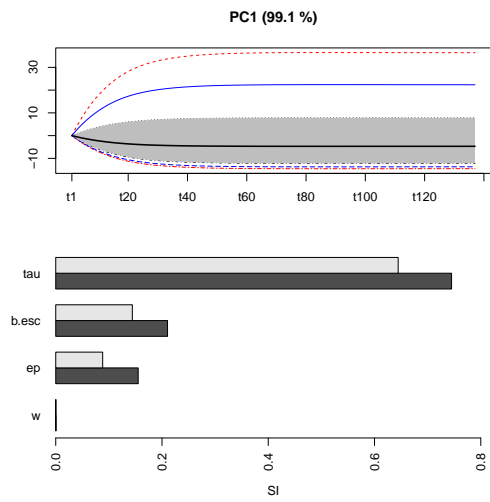
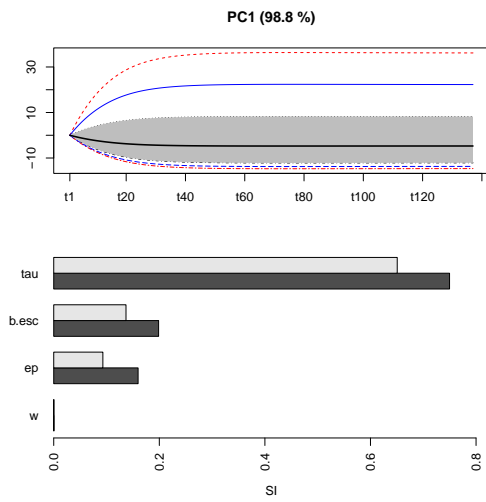


Tabla E.12: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de detectados (TP) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

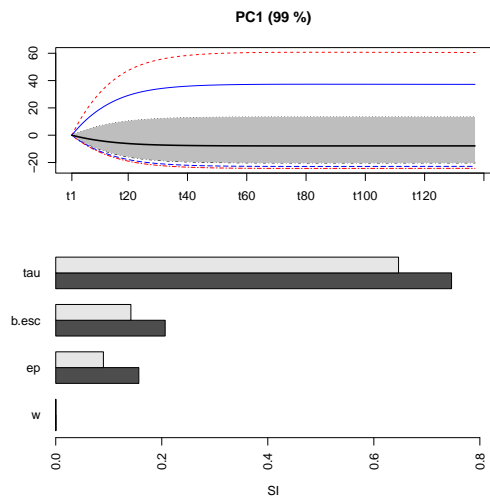
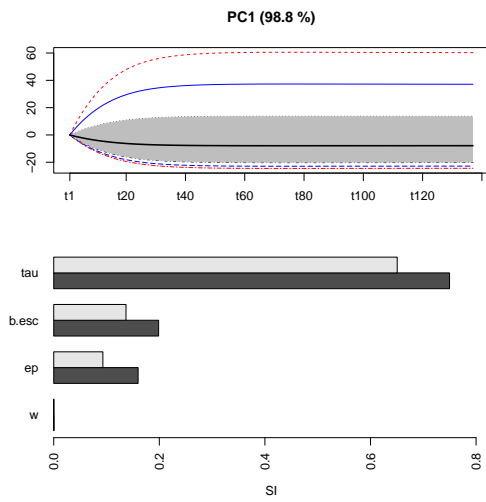
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

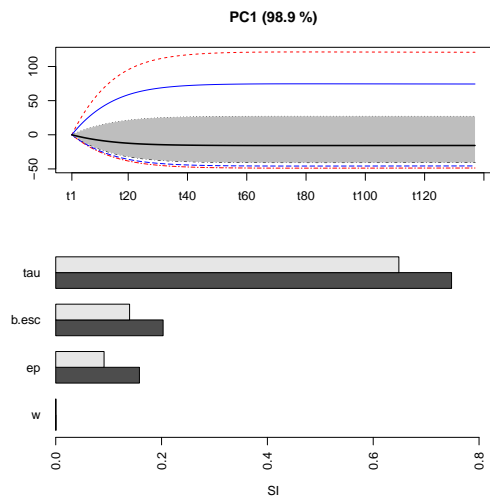
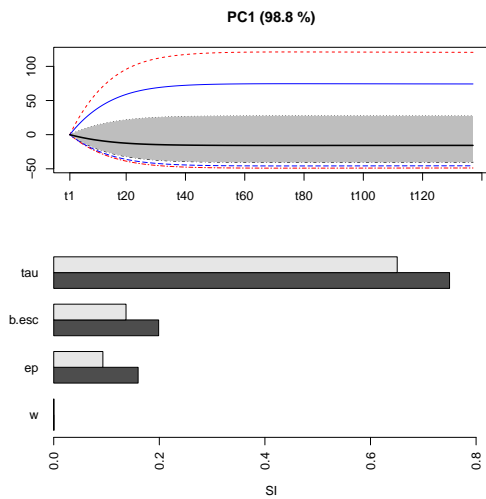
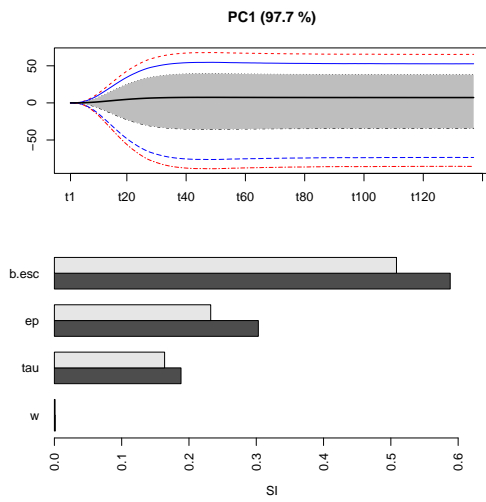
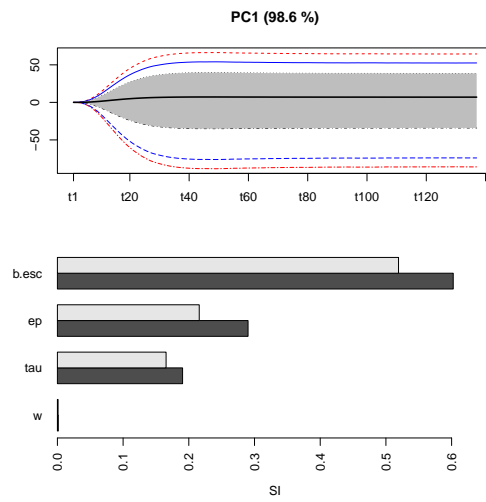


Tabla E.13: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de falsos positivos (FP) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 1000 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela $A_0=E_0=0$ y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

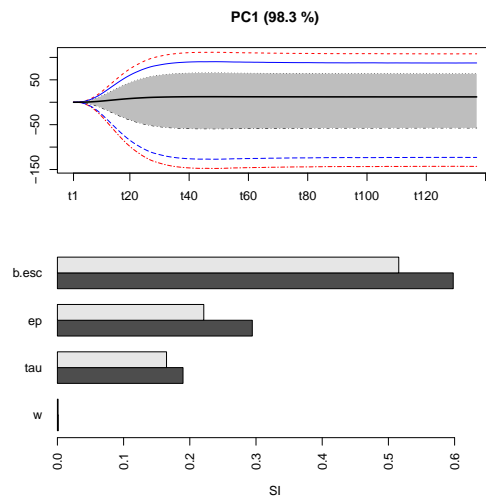
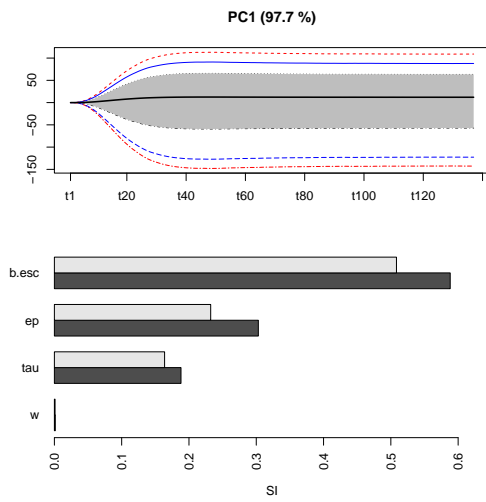
Modelo 1 $A_0=E_0=0$



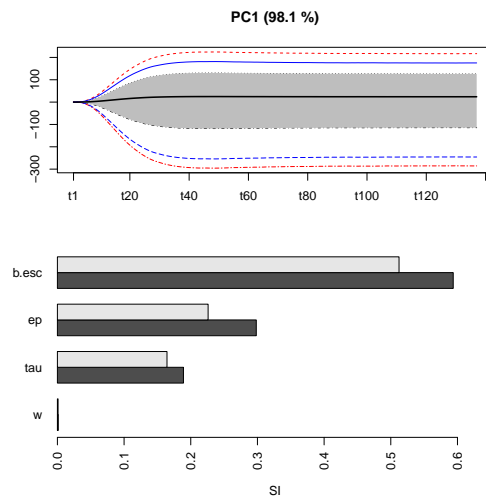
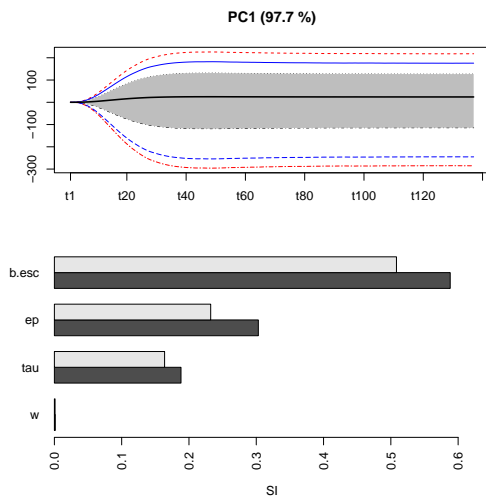
Modelo 1 $A_0=E_0=3$



300



500



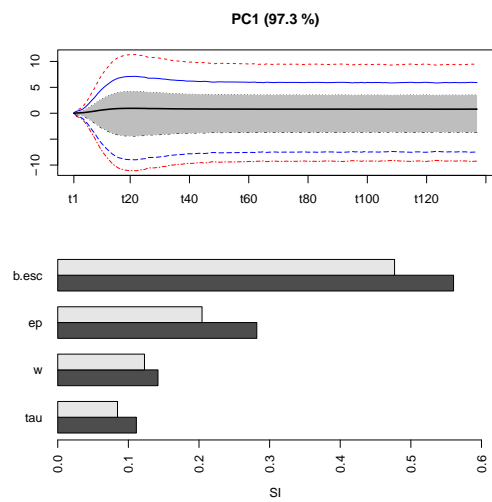
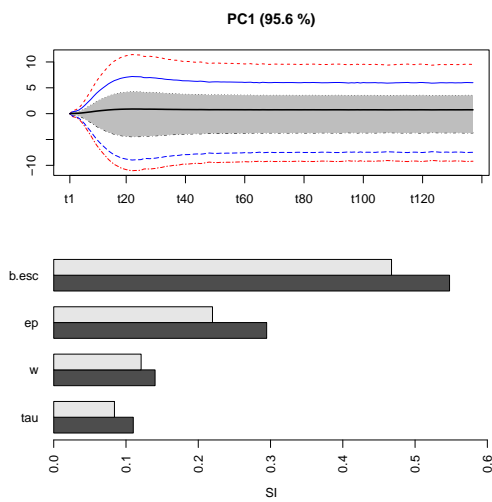
1000

Tabla E.14: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de sintomáticos (S) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

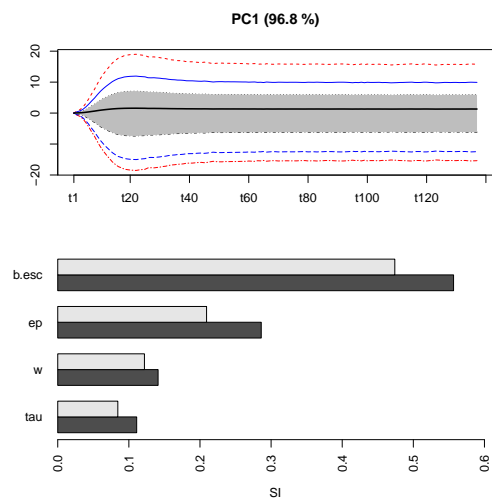
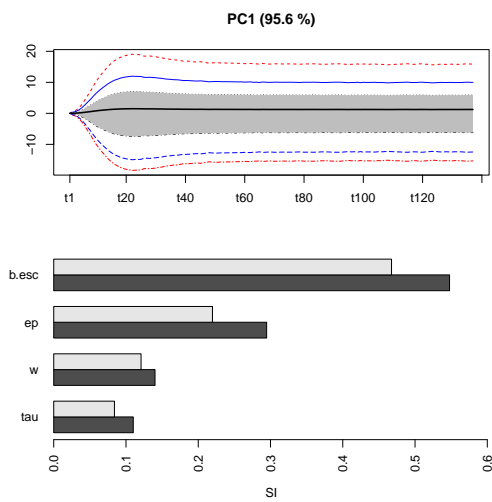
Modelo 1 $A_0=E_0=0$

Modelo 1 $A_0=E_0=3$

300



500



1000

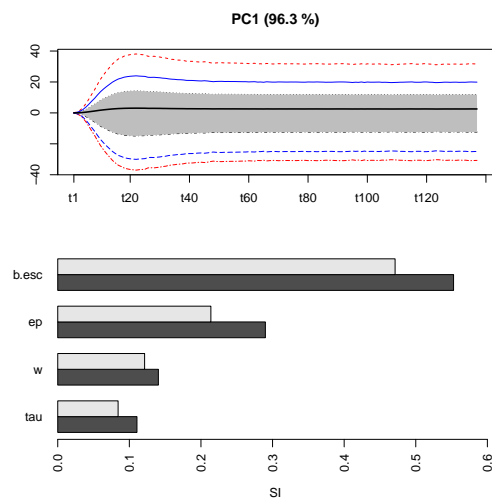
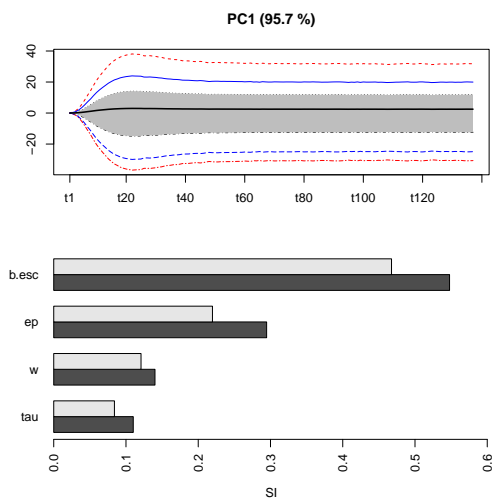
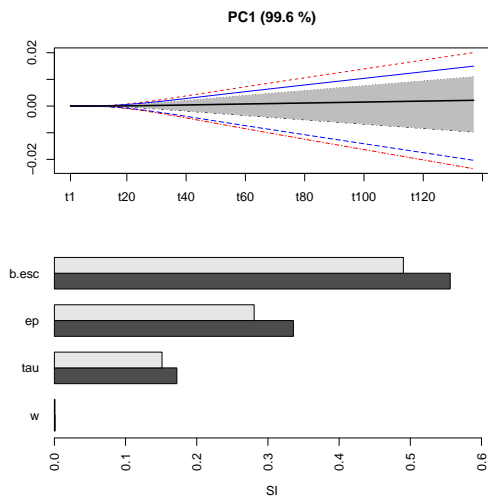


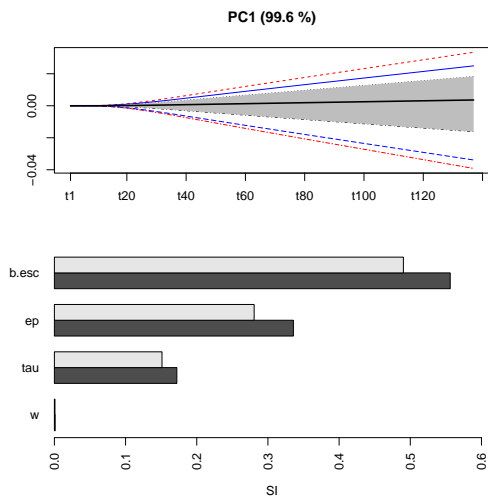
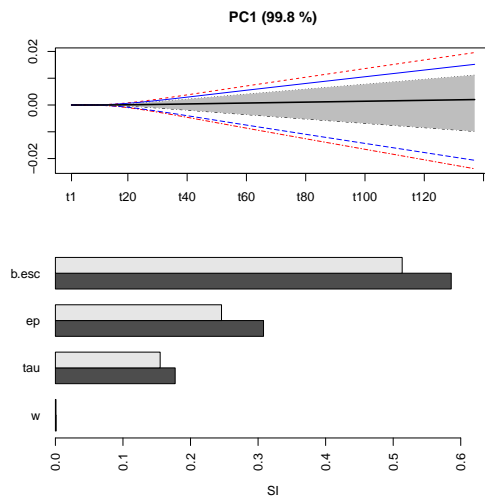
Tabla E.15: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de recuperados (R) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Modelo 1 $A_0=E_0=0$

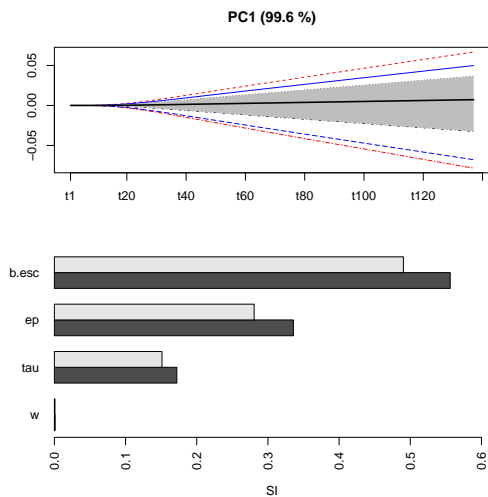
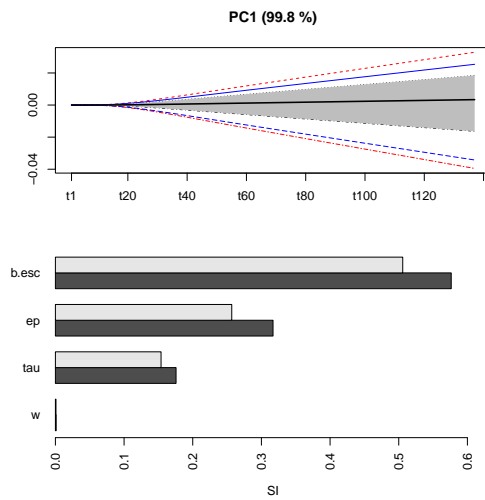


300

Modelo 1 $A_0=E_0=3$



500



1000

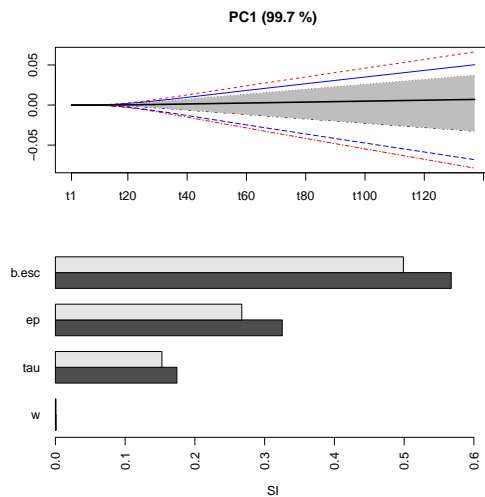


Tabla E.16: Análisis de sensibilidad por PCA para las simulaciones de fallecimientos (D) del Modelo 1, considerando poblaciones de 300, 500 y 100 individuos en la escuela y partiendo de las condiciones iniciales de no tener infectados en la escuela ($A_0=E_0=0$) y comenzando con infectados asintomáticos y presintomáticos ($A_0=E_0=3$)

Bibliografía

- [1] World Health Organization. Coronavirus disease (covid-19) pandemic <https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019>, 2021.
- [2] Johns Hopkins University. Covid-19 data repository by the center for systems science and engineering (csse) at johns hopkins university, year = 2021, url = <https://github.com/CSSEGISandData/COVID-19>, urldate = 2021-06-17.
- [3] Centers for Disease Control and Prevention. Estimated disease burden of covid-19 <https://www.cdc.gov/coronavirus/2019-ncov/cases-updates/burden.html>, 2021.
- [4] Bicher M. Urach C. et al. Rippinger, C. Evaluation of undetected cases during the covid-19 epidemic in austria. *BMC Infect Dis* 21, 70, 2021.
- [5] Antonello Maruotti Heinz Holling Dankmar Böhning, Irene Rocchetti. Estimating the undetected infections in the covid-19 outbreak by harnessing capture–recapture methods. *International Journal of Infectious Diseases, Volume 97, 2020, Pages 197-201, ISSN 1201-9712*, 2020.
- [6] M Chitwood. <https://covidestim.org/>, 2020.
- [7] Centers for Disease Control and Prevention. Principles of epidemiology in public health practice, third edition an introduction to applied epidemiology and biostatistics <https://www.cdc.gov/csels/dsepd/ss1978/lesson1/section9.html>, 2012.
- [8] Secretaría de Salud. Gobierno de México. Covid-19 <https://coronavirus.gob.mx/covid-19/>, year = 2021, url = <https://coronavirus.gob.mx/covid-19/>, urldate = 2021-06-17.
- [9] Cristián Deza Jorge Dreyse Matías Florenzano Cristián Ibarra Jorque Jorquera Joel Melo Henry Olivi María Teresa Parada Juan Carlos Rodríguez Álvaro Undurraga Rodrigo Gil, Patricia Bitar. Cuadro clínico del covid-19. *Revista Médica Clínica Las Condes, Volume 32, Issue 1, 2021, Pages 20-29, ISSN 0716-8640*, 2021.
- [10] Suarez Quezada M. Oros Ruiz S. Ronquillo De Jesús E. Suárez, V. Epidemiology of covid-19 in mexico: from the 27th of february to the 30th of april 2020. *Revista clinica espanola*, 220(8), 463–471., 2020.

-
- [11] SSA. Información referente a casos covid-19 en México, 2020.
- [12] Christophe Fraser Anne Cori*, Neil M. Ferguson and Simon Cauchemez. A new framework and software to estimate time-varying reproduction numbers during epidemics. *American Journal of Epidemiology*, 178(9), 2013.
- [13] Secretaría de Gobernación. Diario oficial de la federación (dof: 16/03/2020) https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5589479&fecha=16/03/2020, 2020.
- [14] El País. CARLOS SALINAS MALDONADO. Ciudad de México anuncia el retorno a las escuelas el 7 de junio tras un año de cierre por la pandemia <https://elpais.com/mexico/sociedad/2021-05-19/ciudad-de-mexico-anuncia-el-retorno-a-las-escuelas-el-7-de-junio-tras-un-ano-de-cierre-por-la-pandemia.html>, 2021.
- [15] Secretaría de Educación Pública. Gobierno de México. Boletín sep no. 71 para un reinicio seguro a clases, comienza vacunación para maestros y trabajadores de la educación en cinco estados. <https://www.gob.mx/sep/articulos/boletin-sep-no-71-para-un-reinicio-seguro-a-clases-comienza-vacunacion-para-maestros-y-trabajadores-de-la-educacion-en-cinco-estados?state=published>, 2021.
- [16] El País. Carlos Salinas Maldonado. La reapertura de escuelas en Campeche: "nos urgía que abrieran, los niños tienen un gran rezago" <https://elpais.com/mexico/sociedad/2021-04-19/la-reapertura-de-escuelas-en-campeche-nos-urgia-que-abrieran-los-ninos-tienen-un-gran-rezago.html>, 2021.
- [17] Forbes México. Campeche suspende clases en aulas tras incremento de casos covid-19 <https://www.forbes.com.mx/campeche-suspende-clases-en-aulas-tras-incremento-de-casos-covid-19/>, 2021.
- [18] El País. ELÍAS CAMHAJI. Ciudad de México suspende las clases por el regreso del semáforo amarillo <https://elpais.com/mexico/2021-06-19/ciudad-de-mexico-vuelve-a-semaforo-amarillo-por-el-riesgo-frente-a-la-covid.html>, 2021.
- [19] Kids Health. Coronavirus (covid-19): Preguntas y respuestas sobre las vacunas <https://kidshealth.org/es/parents/covid-vaccines.html?WT.ac=pairedLink>, 2021.
- [20] Walensky RP Paltiel AD, Zheng A. Assessment of sars-cov-2 screening strategies to permit the safe reopening of college campuses in the united states. *JAMA Netw Open*, 2020.
- [21] Varma A. Elveback L., Fox J. An extension of the reed-frost epidemic model for the study of competition between viral agents in the presence of interference.
- [22] Paltiel AD. <https://github.com/UW-Madison-DataScience/Paltiel-COVID-19-Screening-for-College/blob/master/Screening/app.R>, 2021.

BIBLIOGRAFÍA

- [23] O'Neill P. D. Perfect simulation for reed-frost epidemic models. *Statistics and Computing* 13: 37–44, 2003, 2002.
- [24] University of MinnesotaHealth news review. Understanding medical tests: sensitivity, specificity, and positive predictive value, 2021.
- [25] National Institutes of Health. Lasting immunity found after recovery from covid-19 <https://www.nih.gov/news-events/nih-research-matters/lasting-immunity-found-after-recovery-covid-19>, 2021.
- [26] Linda J.S. Allen P. van den Driessche. The basic reproduction number in some discretetime epidemic models. *Journal of Difference Equations and Applications*, 2008.
- [27] Gobierno de México Secretaría de Salud. Guía técnica para la aplicación de la vacuna recombinante de vector de adenovirus tipo 5 contra el virus sars-cov-2 de cansino biologics. actualización: 11 de mayo de 2021, year = 2021, url = http://vacunacovid.gob.mx/wordpress/wp-content/uploads/2021/05/GTAppCanSino_10521.pdf page = 10
- [28] AstraZeneca. Covid-19 vaccine astrazeneca confirms 100% protection against severe disease, hospitalisation and death in the primary analysis of phase iii trials, year = 2021, url = <https://www.astrazeneca.com/media-centre/press-releases/2021/covid-19-vaccine-astrazeneca-confirms-protection-against-severe-disease-hospitalisation-and-death-in-the-primary-analysis-of-phase-iii-trials.html>
- [29] Ruth Corona Moreno, Mario Santana-Cibrian, and Jorge X. Velasco-Hernández. Estimaciones de incidencia real y número reproductivo: informe preliminar 15 de marzo de 2021. Technical report, 2021. Available on https://www.researchgate.net/profile/Jorge-Velasco-Hernandez/publication/350185209_Estimacion_del_numero_reproductivo_instantaneo_usando_incidencia_total_con_base_en_parametros_epidemiologicos_nacionales/links/6054a2e492851cd8ce5272bb/Estimacion-del-numero-reproductivo-instantaneo-usando-incidencia-total-con-base-en-parametros-epidemiologicos-nacionales.pdf (Accessed March 10, 2022).
- [30] Subsecretaría de Prevención y Promoción de la Salud Dirección General de Epidemiología. Comunicado emergente sobre el uso de pruebas para la detección de antígeno sars-cov-2 en México, 2020.
- [31] Joshua Weitz and Prof. Clio Andris at the Georgia Institute of Technology. Covid-19 event risk assessment planning tool, year = 2021, url = <https://covid19risk.biosci.gatech.edu/>, urldate = 2021-11-06.
- [32] Poc en Línea. Sars-cov-2 prueba rápida de antígenos, year = 2021, url = <https://www.tiendarochediagnostica.mx/>, urldate = 2021-10-14.
- [33] Gambhir M Remais JV. Wu J, Dhingra R. Sensitivity analysis of infectious disease models: methods, advances and their application. *NCBI*, 2013.

- [34] M. Ye and M.C. Hill. Chapter 10 - global sensitivity analysis for uncertain parameters, models, and scenarios. In George P. Petropoulos and Prashant K. Srivastava, editors, *Sensitivity Analysis in Earth Observation Modelling*, pages 177–210. Elsevier, 2017.
- [35] Marie-Luce Taupin Caroline Bidot, Herve Monod. A quick guide to multisensi, an r package for multivariate sensitivity analyses, 2018.