



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA-INSTRUMENTACIÓN

**DISEÑO DE PANTALLAS NULAS PARA EVALUAR POR REFRACCIÓN UNA
SUPERFICIE PLANO-CURVA ARBITRARIA SUAVE**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JESÚS ALBERTO DEL OLMO MÁRQUEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. MAXIMINO AVENDAÑO ALEJO
INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA
(ICAT-UNAM)

CIUDAD UNIVERSITARIA, CIUDAD DE MÉXICO, MARZO, 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado Asignado

Presidente:	Dra. Martha Rosete Aguilar
Secretario:	Dr. José Rufino Díaz Uribe
1 ^{er} Vocal:	Dr. Maximino Avendaño Alejo
2 ^{do} Vocal:	Dr. Agustin Santiago Alvarado
3 ^{er} Vocal:	Dr. Oscar G. Rodríguez Herrera

Lugar donde se realizó la tesis: Laboratorio de Pruebas Ópticas, Departamento de Óptica, Microondas y Acústica, ICAT-UNAM

Tutor de tesis

Dr. Maximino Avendaño Alejo

Firma

A mi esposa, Lupita Toalá,
quien llego a mi vida para hacerme muy feliz
y me motiva a ser un mejor hombre día con día.

A mi madre, María Dolores Márquez,
quien siempre ha estado para apoyarme
y me ha enseñado muchas cosas.

A mis abuelos, Juan Márquez y Cruz Méndez,
que a su manera me motivan a seguir adelante.

A mis amigos,
que no listaré para evitar olvidarme de alguien,
que siempre me inspiran y me ayudan a seguir.

A mis sobrinos,
quienes me impulsan a ser un adulto ejemplar.

Agradecimientos

Agradezco a mi tutor, el Dr. Maximino Avendaño Alejo, por compartir sus conocimientos y experiencias conmigo, además de orientarme durante la elaboración de este trabajo y ser un excelente y muy preciado amigo.

Agradezco a mi jurado, integrado por los doctores Martha Rosete, Rufino Díaz, Agustín Santiago y Oscar Rodríguez, mencionados en orden de asignación, por los comentarios, sugerencias y enseñanzas que me brindaron durante la revisión de éste trabajo.

Agradezco a los doctores Richard N. Claytor y Nelson E. Claytor de Fresnel Technologies Inc. por otorgarnos la superficie tipo Zernike que se utilizó en este trabajo.

Agradezco de manera muy especial al Dr. Gabriel Castillo Santiago, por ayudarme a entender los detalles finos del Método de Pantallas Nulas por Refracción y por todos sus comentarios constructivos alrededor de este trabajo.

Agradezco al Posgrado en Ingeniería Eléctrica y a la UNAM por todas las oportunidades que me han brindado, permitiéndome crecer y madurar como persona y como científico.

Agradezco al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT-UNAM) por permitirme utilizar sus instalaciones y equipo de laboratorio para llevar a cabo este trabajo.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la Secretaría de Energía (SENER) por la beca otorgada bajo el número 498181.

Agradezco el apoyo recibido por parte de PAPIIT-UNAM bajo el proyecto #IN116420 y CONACYT en el proyecto #A1-S-44220.

Resumen

Considerando un frente de onda plano incidente, se utiliza la Ley de Snell vectorial para obtener la ecuación exacta de los rayos refractados a través de una placa plano-curva sin simetría de revolución, como función de los parámetros de la forma de la segunda superficie y de los índices de refracción. Calculando los puntos críticos de la transformación que va del espacio objeto al espacio imagen se obtienen tanto la cáustica tangencial como la sagital. Además aplicando el principio de Huygens se deduce la expresión del frente de onda refractado y propagado a distancias arbitrarias. Estos cálculos se aplican para diseñar pantallas nulas para la evaluación de una placa plano-curva tipo Zernike.

Modificamos el arreglo que se utiliza tradicionalmente en la prueba de pantallas nulas por refracción, colocando una pantalla plana opaca en la que observaremos los patrones esperados, en lugar de utilizar un sensor CCD directamente. Esta modificación permite que los patrones esperados no estén limitados por el tamaño del sensor, pero agrega la dificultad de utilizar una cámara CCD con una lente para enfocar adecuadamente las imágenes. Realizamos la prueba considerando distintos tamaños del patrón esperado y distintas posiciones del plano de detección.

Los resultados cualitativos de nuestra prueba de pantallas nulas indican que la mejor posición para evaluar una placa plano-curva tipo Zernike es colocando el plano de detección a menos de 100 mm de la superficie bajo prueba, debido a que si este plano se ubica a distancias mayores, la distribución de luz en el plano de detección es muy particular e impide observar claramente los patrones esperados. Mientras que los mejores resultados cuantitativos se obtuvieron al reconstruir la superficie bajo prueba con un patrón de 661 puntos, donde se obtuvo un error $\text{RMS}=19 \mu\text{m}$, que es equivalente a un error del 5%, al comparar la superficie ideal con la reconstrucción experimental.

Índice general

Agradecimientos	VI
1. Introducción	4
2. Refracción en superficies de forma arbitraria	12
2.1. Antecedentes	12
2.2. Placa plano-curva tipo Zernike	13
2.3. Ecuación del trazo exacto de rayos	16
2.4. Obtención de la superficie cáustica	27
2.5. Obtención del frente de onda refractado	30
3. Diseño de pantallas nulas por refracción	35
3.1. Antecedentes	35
3.2. Pantallas nulas para una placa plano-curva	36
3.2.1. Patrón tipo Ronchi	38
3.2.2. Patrón tipo Hartmann	43
3.2.3. Patrón semi angular	48
4. Desarrollo experimental	54
4.1. Antecedentes	54
4.2. Montaje experimental	55
4.3. Evaluación cualitativa	57
4.4. Evaluación cuantitativa	73
5. Conclusiones y Trabajo a futuro	86
5.1. Conclusiones	86
5.2. Trabajo a futuro	88
A. Desarrollo de la Ec.(2.12)	89

B. Corrección de Distorsión	91
B.1. Antecedentes	91
B.2. Tipos de Distorsión	92
B.3. Corrección de Distorsión	93
C. Medición del Índice de Refracción	96
C.1. Antecedentes	96
C.2. Ecuación del índice de refracción	97
D. Trabajos publicados durante el periodo de investigación doctoral	100
D.1. Trabajos en extenso	100
D.2. Artículos de investigación	101
Índice de figuras	109

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad se observa a nivel internacional, un desarrollo de elementos ópticos con características diferentes a los ya existentes, en particular, los elementos con superficies arbitrarias o libres, denotados en inglés como superficies *freeform*. Se pueden definir como: Una superficie óptica que aprovecha un tercer eje independiente durante su proceso de creación para obtener características asimétricas en su diseño [1]. El hecho de contar con una mayor variedad de elementos ópticos permite no solo incrementar el intervalo de trabajo de los sistemas ópticos complejos, sino además diversificar sus aplicaciones para satisfacer las necesidades impuestas por el desarrollo científico y tecnológico. Para esto es necesario verificar si las técnicas y la instrumentación utilizadas tradicionalmente para evaluar las propiedades de los elementos ópticos son aplicables.

Una superficie de forma arbitraria se representa matemáticamente utilizando ecuaciones de dos variables o pequeños segmentos de ecuaciones continuas, como los SPLINES. Este tipo de superficies se han implementado en sistemas ópticos formadores y no formadores de imagen, ya que tienen la libertad de ser diseñadas para corregir alguna aberración particular presente en sistemas ópticos complejos, o para obtener una distribución de intensidad uniforme con una forma geométrica específica [2]. Las técnicas más comunes para fabricar estas superficies arbitrarias son los moldes prediseñados, la impresión 3D o utilizando máquinas de control numérico (CNC) [3].

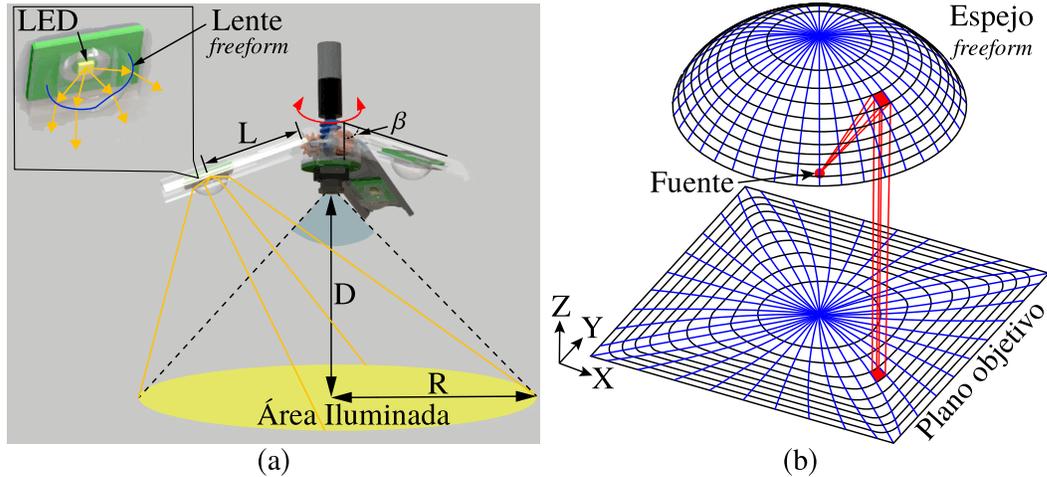


Figura 1.1: Superficies de forma arbitraria en iluminación

En el área de óptica no formadora de imagen lo más importante es la distribución de intensidad de la luz, esto puede aplicarse ampliamente en los campos de iluminación y concentración solar. Utilizando superficies refractoras de forma arbitraria, o lentes *freeform*, se desarrollan fuentes de iluminación homogénea que cubren diferentes necesidades, pueden ir desde construir un LED blanco que brinda iluminación uniforme [4], hasta el diseño de sistemas de iluminación para cirugías laparoscópicas *in vivo* [5]. Mientras que para los espejos *freeform* una aplicación es la iluminación arquitectónica, que nos permite obtener entornos visuales apropiados [6, 7]. En la Fig. 1.1 (a) observamos una lámpara que incluye una lente *freeform* para mejorar la iluminación, mientras que en la Fig. 1.1 (b) el elemento *freeform* es un espejo. Por otro lado, en el campo de concentración solar, la aplicación más importante es transformar la energía solar en otras formas de energía, principalmente eléctrica.

El sol es una fuente de energía que envía a la tierra un estimado de 174 PW (petawatts), de los cuales sólo 89 PW llegan a la superficie terrestre debido a los distintos fenómenos atmosféricos. Aún así, esta fuente de energía es prácticamente inagotable comparada con el consumo humano, sólo en México se produjeron 2.447 PW/h para este propósito durante 2019 [8]. Sin embargo, para aprovechar al máximo esta energía que proviene del sol se necesitan concentradores de luz fotovoltaicos cada vez más eficientes. Se ha propuesto utilizar lentes *freeform* para aumentar la eficiencia de estos concentradores. Si la lente se utiliza como la primera superficie del concentrador, es decir, cuando la luz proveniente del sol llega a la celda después de ser refractada por esta lente, Fig. 1.2 (a), es posible alcanzar un factor de concentración

de $494\times$ [9]. Mientras que si la lente *freeform* es utilizada como la segunda superficie del concentrador, es decir, cuando la luz del sol es reflejada por un espejo y después refractada por la lente *freeform* antes de llegar a la celda, Fig. 1.2 (b), podría alcanzarse un factor de concentración entre $800-1000\times$ [10, 11]. Cabe resaltar que al utilizar estas superficies arbitrarias la vida útil de las celdas aumenta, ya que la energía que reciben es uniforme en toda la celda.

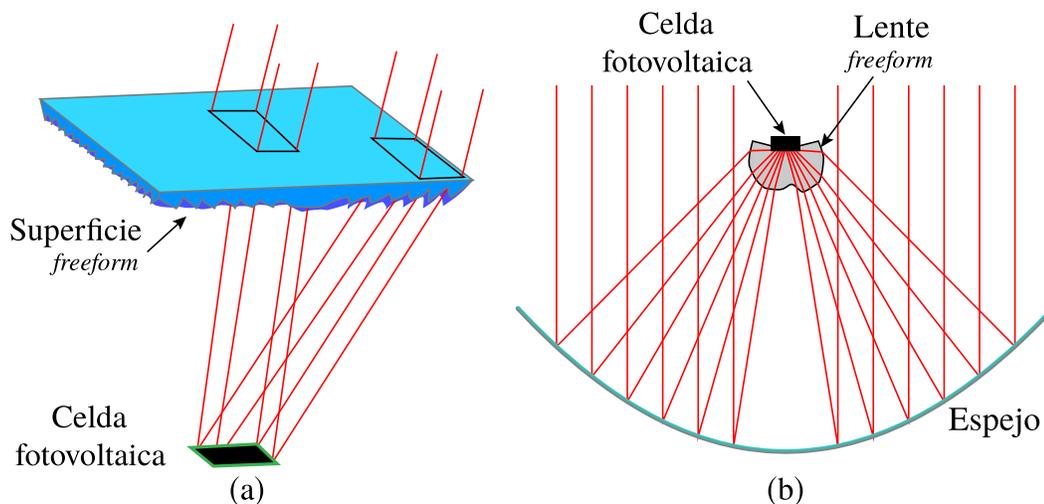


Figura 1.2: Superficies de forma arbitraria en concentración de luz

Tradicionalmente se utilizan vidrios como el BK7 para fabricar los elementos ópticos refractivos. Este material cuenta con una alta homogeneidad óptica, además de ofrecer una transmitancia mayor al 95% en un rango de longitudes de onda $\lambda \in [350, 2700]$ nm. Sin embargo, al momento de fabricar elementos ópticos *freeform*, es más común que se utilicen polímeros ópticos, ya que estos mantienen propiedades ópticas similares a las de los vidrios, pero cuentan con una mejor resistencia a variaciones de temperatura o condiciones ambientales, por ejemplo, los polímeros ópticos son más adecuados para utilizarse en concentradores solares, ya que poseen una mayor resistencia a la radiación UV. Particularmente los polímeros como el polimetilmetacrilato (PMMA) tienen un costo menor de producción y alcanzan propiedades ópticas del mismo orden que el vidrio BK7 para el espectro visible [12]. Otros polímeros que se utilizan comúnmente en aplicaciones ópticas son el poliestireno (PS), policarbonato (PC) y el polidimetilsiloxano (PDMS), todos estos mantienen un índice de refracción alrededor de 1.5 al igual que el vidrio BK7.

Un caso particular de las superficies arbitrarias son los polinomios de Zernike, éstos forman una base ortogonal dentro del disco unitario y juegan un papel muy importante en el modelado del comportamiento de haces de luz a través de un sistema óptico [13], y se definen en función de su paridad. Los polinomios pares son:

$$Z_n^m(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho)\cos(m\varphi), \quad (1.1)$$

mientras que los polinomios impares estan determinados por:

$$Z_n^{-m}(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho)\sen(m\varphi), \quad (1.2)$$

donde n y m son números enteros positivos, con la condición $n \geq m$, φ es el ángulo azimutal, ρ es la distancia radial que debe permanecer dentro del disco unitario, es decir, $\rho \in [0, 1]$ y R_n^m indica los polinomios radiales de Zernike. Además, estos polinomios están limitados en un rango de -1 a 1, es decir, $|Z_n^m(\rho, \varphi)| \leq 1$. En la Fig. 1.3 se muestran las gráficas de los primeros diez polinomios de Zernike.

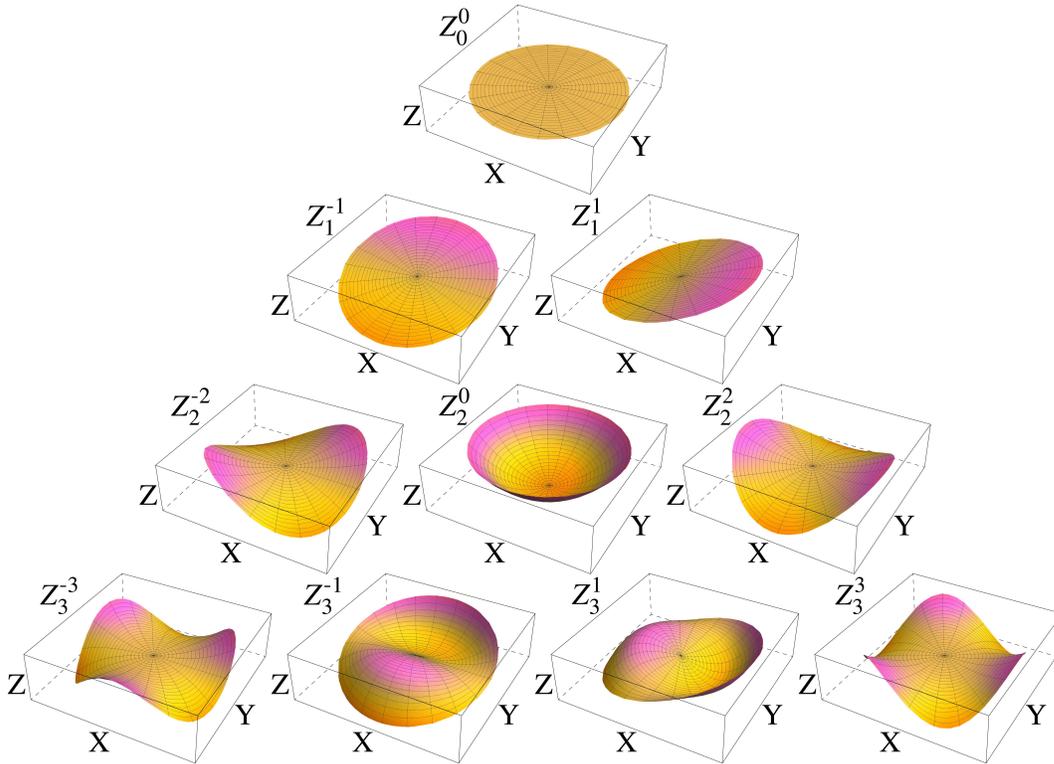


Figura 1.3: Primeros diez polinomios de Zernike

Dado que los polinomios de Zernike están definidos dentro de un disco y esta geometría coincide con la forma típica de los elementos ópticos, estos polinomios pueden utilizarse en distintas áreas de la Óptica: En fabricación óptica de precisión, se utilizan para caracterizar las deformaciones de orden superior observadas en análisis interferométricos. En optometría y oftalmología, los polinomios de Zernike describen aberraciones de la córnea o del cristalino con respecto a una esfera ideal. En astronomía visual o infrarroja y en el tratamiento de imágenes satelitales, se utilizan polinomios de Zernike para compensar la distorsión atmosférica mediante lentes o espejos deformables.

Tabla 1.1: Equivalencias de los polinomios de Zernike

Z_n^m	Grado radial	Grado azimutal	Índice Noll	Índice OSA
Z_0^0	0	0	1	0
Z_1^{-1}	1	-1	3	1
Z_1^1	1	1	2	2
Z_2^{-2}	2	-2	5	3
Z_2^0	2	0	4	4
Z_2^2	2	2	6	5
Z_3^{-3}	3	-3	9	6
Z_3^{-1}	3	-1	7	7
Z_3^1	3	1	8	8
Z_3^3	3	3	10	9

El primero en introducir una equivalencia de índices en los polinomios de Zernike fue Noll [14], con lo que pretendía facilitar la operación matemática de estos polinomios. Él propone que un polinomio de Zernike, $Z_n^m(\rho, \varphi)$, tiene una equivalencia en un polinomio de solo un índice, $Z_j(\rho, \varphi)$. Para un índice j par se tiene que $Z_j(\rho, \varphi) = \sqrt{2}\sqrt{n+1}Z_n^m(\rho, \varphi)$, mientras que para un índice j impar la equivalencia es $Z_j(\rho, \varphi) = \sqrt{2}\sqrt{n+1}Z_n^{-m}(\rho, \varphi)$, cuando el índice $m \neq 0$. En el caso de que el índice $m = 0$, la equivalencia de Noll es $Z_j(\rho) = \sqrt{n+1}R_n^0(\rho)$. Por otro lado la Sociedad Óptica Estadounidense (Optica, antes OSA) y el Instituto Nacional Estadounidense

de Estándares (ANSI), proponen una equivalencia distinta a la de Noll para los polinomios de Zernike, donde $j = [n(n + 2) + m]/2$, mientras que el programa de diseño óptico ZEMAX utiliza el sistema de indexación de Fringe [15]. En la Tabla 1.1 se muestran los primeros diez polinomios de Zernike y sus equivalencias.

Es importante mencionar que la evaluación cuantitativa de superficies *freeform*, hoy en día está muy limitada. Sin embargo, se han establecido algunas técnicas de medición, las cuales pueden realizarse con respecto a una referencia o sin referencia [16]. Además de clasificarse como “de contacto”, en las que lo más común es utilizar una máquina de medición de coordenadas (CMM), esta técnica está limitada por la resolución de esta máquina, que puede llegar a ser de algunos micrómetros, pero existe el riesgo de dañar la superficie durante su evaluación. Por otro lado se consideran las técnicas “de no contacto”, en donde se encuentran todos los métodos ópticos de medición. Los interferométricos están limitados por difracción de acuerdo con el criterio de Rayleigh, pero debido a la naturaleza de las superficies *freeform* en las que podemos encontrar grandes cambios de pendiente y curvaturas, las franjas de interferencia son difíciles de observar [17]. Los métodos geométricos están basados en la óptica de rayos, que tiene buenos resultados al medir variaciones locales de una superficie, sin embargo, esta limitada por la calibración que requiere el dispositivo que utiliza para obtener los datos experimentales [18].

La prueba de pantallas nulas es una técnica geométrica que se ha implementado para evaluar distintos tipos de elementos ópticos, como lentes y espejos. Se utiliza para encontrar las deformaciones que presenta la superficie bajo prueba y puede identificar las aberraciones ópticas introducidas por dicha superficie. El principio básico de esta prueba es diseñar un patrón ordenado, los más sencillos son de franjas o manchas circulares, que se observarán en un plano de detección predeterminado. Suponiendo que se conoce la forma del elemento óptico bajo prueba se diseña una pantalla nula mediante un trazo inverso de rayos [19,20]. La pantalla nula consiste en un arreglo no uniforme tal que por el proceso de refracción o reflexión, se recupera el patrón ordenado de forma experimental a través de fotografías. Las diferencias entre el patrón de diseño y el recuperado experimentalmente permiten estudiar la calidad del elemento óptico bajo prueba. Se han diseñado pantallas nulas de diferentes formas geométricas, como planos y cilindros, que permiten evaluar la calidad de la superficie de elementos ópticos rápidos, $F/\# \leq 1$. Para un elemento óptico que se estudia en condiciones predeterminadas se diseña una pantalla nula. Sin embargo, si alguna de estas condiciones es alterada la pantalla nula debe calcularse nuevamente [21].

En este trabajo utilizaremos el concepto de superficies cóusticas, el cual está asociado con la propagación de rayos a través de superficies ópticas, considerando un frente de onda plano incidente. El conocimiento de las superficies cóusticas nos permitirá decidir dónde colocar nuestro plano de detección para evaluar superficies arbitrarias (*freeform*). Existen varias formas equivalentes de definir el significado físico y geométrico de una cóustica, cada una con al menos un método para calcularla, además de sus ventajas y desventajas matemáticas. La definición más adecuada para este trabajo es: El conjunto de los puntos donde la intensidad de los rayos es infinita [22]. Para calcular estos puntos se puede utilizar la Teoría de Catástrofes, en la que es necesario modelar matemáticamente todo el fenómeno y maximizarlo o minimizarlo en algún punto [23]. Por otro lado también se puede utilizar la Teoría de Singularidades para calcular la cóustica. En este caso se necesita conocer la transformación que relaciona a un espacio con otro y calcular sus puntos críticos [24]. Cabe mencionar que la cóustica tendrá una dimensión menor a la de su transformación asociada, es decir, si la transformación es en tres dimensiones, la cóustica tendrá solo dos, por lo que esta cóustica es una superficie. Sin embargo, si la transformación tiene dos dimensiones, la cóustica será una curva, cuya dimensión es uno [25].

Estudiamos la propagación de los rayos refractados por una placa plano-curva, cuya segunda superficie es una superficie *freeform* definida por un polinomio de Zernike. Proponemos ligeras modificaciones al arreglo experimental de la prueba de pantallas nulas para evaluar, por refracción, la calidad de esta superficie. En el capítulo 2 de este trabajo, se obtienen las ecuaciones que describen la propagación de los rayos refractados por una superficie de forma arbitraria. Además calculamos las superficies cóusticas que envuelven a estos rayos refractados. Adicionalmente, imponiendo la condición de longitudes de camino óptico iguales, deducimos la expresión que describe al frente de onda refractado y propagado a distancias arbitrarias. Mostramos estos resultados aplicándolos a una placa plano-curva tipo Zernike.

En el capítulo 3 utilizamos las ecuaciones que se obtuvieron en el capítulo 2 para diseñar las pantallas nulas que utilizamos en la evaluación de una placa tipo Zernike. Así mismo, diseñamos pantallas tipo Ronchi, que forman arreglos de franjas verticales, y pantallas de gotas, que pueden formar un patrón de círculos con una distribución cuadrada o de anillos, y mostramos como cambia la forma de las pantallas nulas cuando queremos observar el mismo patrón de diseño en distintas posiciones del plano de detección.

En el capítulo 4 realizamos la prueba de pantallas nulas con patrones ordenados

de franjas y manchas circulares en diferentes planos de observación. En este caso, los resultados cualitativos son buenos y podemos identificar la mejor posición para el plano de observación. Además, se muestran los resultados de realizar la prueba con una pantalla nula que no está bien alineada. Realizamos diagramas de manchas para explicar porque algunos de los patrones no se observan completos. Como resultados cuantitativos, se realiza una reconstrucción experimental de la superficie bajo prueba, utilizando imágenes en las que se recuperan los patrones completos.

Finalmente, las conclusiones y el trabajo a futuro son presentados en el capítulo 5 de este trabajo.

Capítulo 2

Refracción en superficies de forma arbitraria

2.1. Antecedentes

En este capítulo se obtienen las ecuaciones que describen a los rayos refractados por una superficie de forma arbitraria. Además, se calcula la forma de las superficies cáusticas y la evolución de los frentes de onda refractados y propagados a distancias arbitrarias a lo largo del eje Z , el cual es considerado como el eje de propagación del frente de onda incidente, debido a que ahora no es posible definir un eje óptico, como es el caso de lentes convencionales, las cuales tienen simetría de revolución alrededor de este eje. Cada uno de estos conceptos físicos requiere una teoría diferente para ser calculado. Sin embargo, las consideraciones iniciales son las mismas.

Para realizar el análisis del proceso de refracción en las placas plano-curvas seguimos la convención de signos utilizada en [26], que se muestra en la Tabla 2.1, donde todas las distancias están referenciadas al vértice de la primer superficie refractora.

En la Tabla 2.1, s_o corresponde a la distancia objeto, f_o es la primera distancia focal, s_i la distancia imagen y f_i la segunda distancia focal. Así mismo, en la Tabla 2.1 R corresponde al radio de curvatura de la superficie refractora o reflectora,

Tabla 2.1: Convención de signos

s_o, f_o	+ a la izquierda del vértice
s_i, f_i	+ a la derecha del vértice
R	+ si C está a la derecha del vértice
y_o, y_i	+ arriba del eje óptico

mientras que y_o e y_i son las alturas del objeto y la imagen medidas a partir del eje de propagación, respectivamente. Algunos parámetros involucrados en el proceso del trazo de rayos se muestran en la Fig. 2.1.

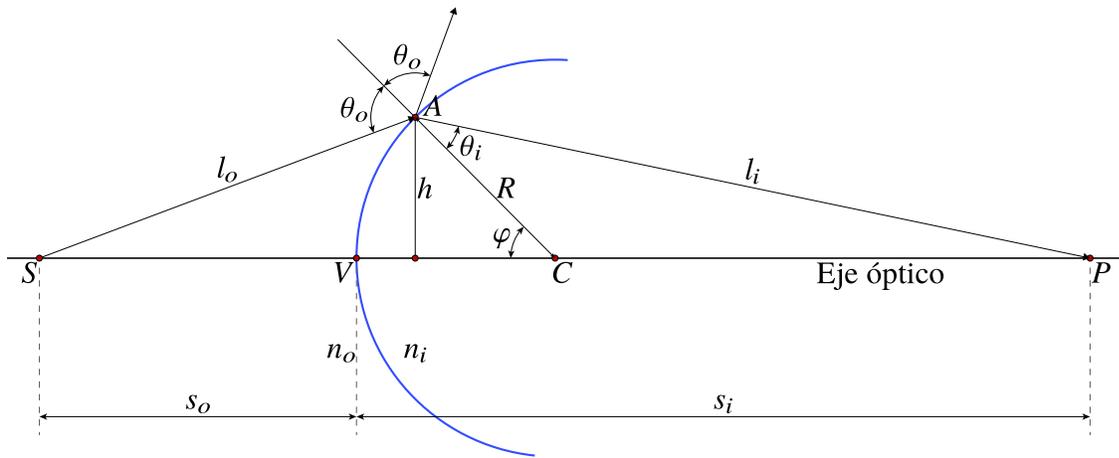


Figura 2.1: Convención de signos

2.2. Placa plano-curva tipo Zernike

Para realizar el estudio de la refracción en una placa plano-curva consideramos que la segunda superficie está descrita por una función continua y diferenciable de dos variables, $z = f(x,y)$. La primera superficie de la placa es un plano paralelo a $\{X,Y\}$, mientras que el eje Z atraviesa a la placa por su centro geométrico y es en la intersección del eje Z con el plano $\{X,Y\}$ donde se impone el origen de nuestro sistema de coordenadas. En este trabajo la segunda superficie de la placa plano curva está descrita por un polinomio de Zernike impar [27].

$$Z_{10}^{-4}(\rho, \varphi) = t + \left[\sum_{k=0}^3 \frac{(-1)^k (10-k)!}{k!(7-k)!(3-k)!} \rho^{10-2k} \right] \sin(4\varphi), \quad (2.1)$$

que es una ecuación en coordenadas polares donde la serie corresponde con una función de la forma $R_{10}^4(\rho) = \rho^4(-35 + 168\rho^2 - 252\rho^4 + 120\rho^6)$. Sin embargo, la Ec.(2.1) sólo está definida dentro del círculo unitario, es decir, cuando $\rho \leq 1$. Para simplificar los cálculos mostrados en este trabajo y con el objetivo de modelar placas de dimensiones mayores, se realiza un cambio de variable, $\rho = r/\mathcal{R}$ y una transformación de la Ec.(2.1) a coordenadas cartesianas, sustituyendo de la siguiente manera: $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$ y $r^2 = x^2 + y^2$, de este modo el polinomio de Zernike en coordenadas cartesianas y definido dentro de un círculo de tamaño arbitrario queda determinado por:

$$f(x, y) = t + \frac{Axy(x^2 - y^2)}{\mathcal{R}^2} * \sum_{i=1}^4 \frac{\mathcal{C}_i (x^2 + y^2)^{i-1}}{\mathcal{R}^{2i}}, \quad (2.2)$$

donde A es un factor de escala, con unidades de distancia, que modula el polinomio; \mathcal{R} es el semidiámetro de la placa, mientras que los coeficientes \mathcal{C}_i tienen los valores: $\mathcal{C}_1 = -140$, $\mathcal{C}_2 = 672$, $\mathcal{C}_3 = -1008$ y $\mathcal{C}_4 = 480$. Además, para la placa plano-curva completa consideramos un espesor en el centro t y un índice de refracción n_i para una longitud de onda predeterminada λ .

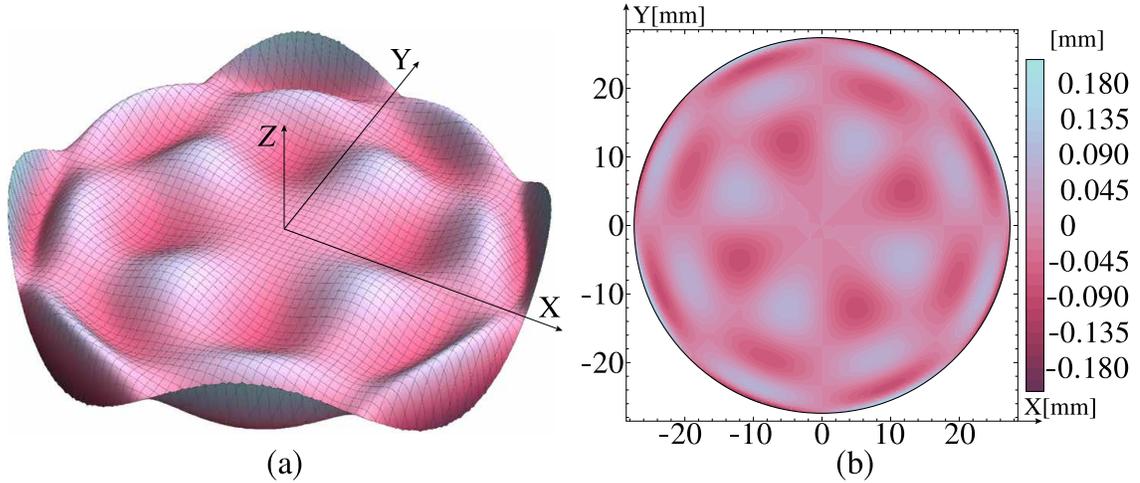


Figura 2.2: Superficie tipo Zernike: (a) Representación en tres dimensiones. (b) Mapa de contornos

En la Fig. 2.2 (a) se muestra la superficie tipo Zernike modelada por la Ec. (2.2), cuyos parámetros de diseño son $A = 0.2$ mm, $\mathcal{R} = 27.4$ mm. Por otro lado, en la Fig. 2.2 (b) se encuentra un mapa de elevación de la misma superficie Zernike, en donde se aprecia que la distancia pico-valle de esta superficie es del orden de 0.4 mm. Los demás parámetros involucrados en el proceso de refracción son $t = 1.56$ mm y $n_l = 1.51508$ para una $\lambda = 633$ nm. El índice de refracción del medio en el que se encuentra la placa, $n_a = 1$, que es aire.

Tabla 2.2: Parámetros de diseño de la placa tipo Zernike

\mathcal{R} [mm]	t [mm]	A [mm]	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	\mathcal{C}_3	\mathcal{C}_4	$n_l(633 \text{ nm})$
27.4	1.56	0.2	-140	672	-1008	480	1.51508

La Tabla 2.2 muestra los parámetros de diseño completos de la placa plano curva tipo Zernike que aparece en la Fig. 2.2.

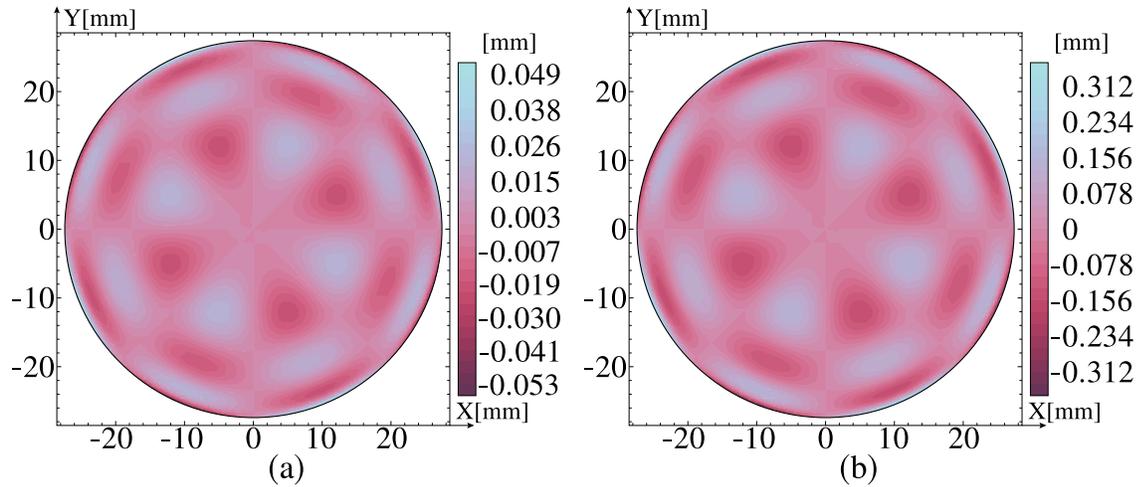


Figura 2.3: Superficies tipo Zernike con diferente factor de escala: (a) $A = 0.05$ mm. (b) $A = 0.35$ mm

En la Fig. 2.3 mostramos las gráficas de contornos de dos superficies tipo Zernike simuladas que tienen un factor de escala diferente al de la superficie de la Fig. 2.2.

Para obtener la Fig. 2.3 (a) se utiliza un factor de escala $A = 0.05$ mm y podemos apreciar que la forma general de la superficie es la misma. Sin embargo, la distancia pico-valle es 0.114 mm, mientras que en la Fig. 2.3 (b) el factor de escala es $A = 0.35$ mm, con el que obtenemos una distancia pico-valle de 0.728 mm. De este modo podemos observar que al hacer cambios en el valor del factor de escala A , podemos aumentar o disminuir considerablemente la distancia pico-valle de las superficies tipo Zernike modeladas con la Ec.(2.2).

2.3. Ecuación del trazo exacto de rayos

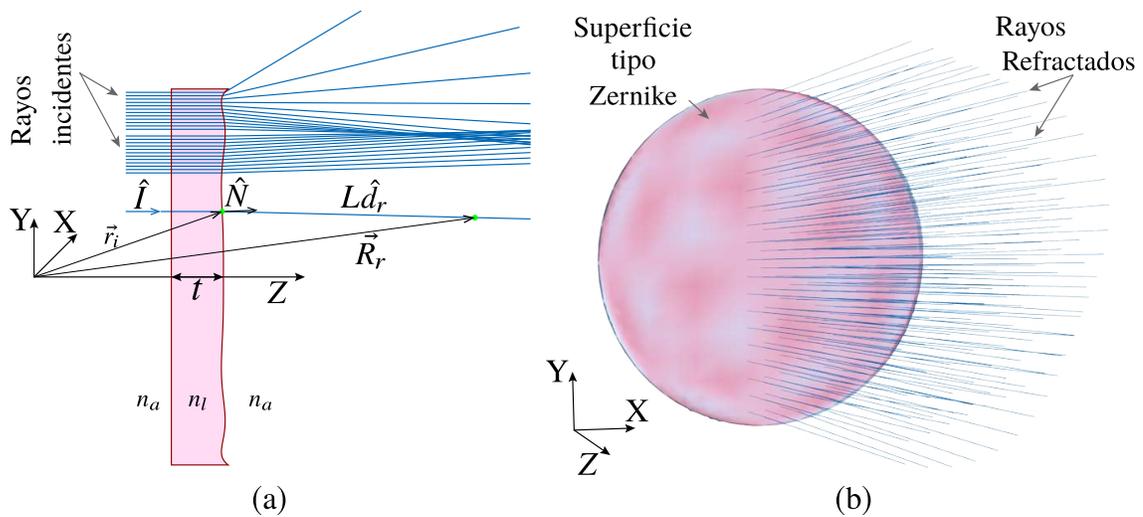


Figura 2.4: (a)Proceso de refracción. (b) Rayos refractados por una placa tipo Zernike

Consideramos un conjunto de rayos incidentes sobre la cara plana, que se propagan paralelos al eje Z, estos no se desvían al cruzar la primera cara de la placa plano-curva y avanzan hasta llegar a la superficie descrita por el polinomio de Zernike donde son desviados, Fig. 2.4 (a). Sin pérdida de generalidad, consideramos un solo rayo cuyo vector director es \vec{I} , este rayo llega a un punto sobre la superficie Zernike indicado por el vector $\vec{r}_i = \{x_i, y_i, t + f(x_i, y_i)\}$. Para conocer el vector del rayo refractado utilizamos la forma vectorial de la ley de Snell:

$$\vec{I} \times \vec{N} = \vec{R} \times \vec{N}, \quad (2.3)$$

donde \vec{R} indica el vector director del rayo refractado mientras \vec{N} es el vector normal a la superficie. Manipulando un poco esta ecuación obtenemos:

$$(\vec{I} - \vec{R}) \times \vec{N} = 0.$$

Entonces, podemos afirmar que el vector $\vec{I} - \vec{R}$ y el vector normal, \vec{N} , son paralelos, por lo que existe una constante de proporcionalidad, α , tal que:

$$\vec{I} - \vec{R} = \alpha \vec{N}. \quad (2.4)$$

Recordemos que los vectores pueden expresarse en términos de su magnitud y un vector director unitario y que las magnitudes del vector de rayo incidente y el vector de rayo refractado están asociadas a los índices de refracción:

$$|\vec{I}| = n_l, \quad |\vec{R}| = n_a, \quad (2.5)$$

mientras que el vector normal unitario se define como:

$$\hat{N} = \left\{ \frac{\partial_x f(x, y)}{|\vec{N}|}, \frac{\partial_y f(x, y)}{|\vec{N}|}, \frac{1}{|\vec{N}|} \right\}, \quad (2.6)$$

donde $|\vec{N}| = \sqrt{\partial_x f(x, y)^2 + \partial_y f(x, y)^2 + 1}$ se refiere a la magnitud del vector normal, mientras que ∂_i indica la derivada parcial de la función f con respecto a la variable $i = x, y$ respectivamente. Cabe mencionar que con esta definición el vector normal apunta en la dirección positiva del eje Z, es decir, hacia afuera de la superficie tipo Zernike. De este modo podemos escribir la Ec.(2.4) en función de los vectores unitarios y los índices de refracción:

$$n_l \hat{I} - n_a \hat{d}_r = \alpha \hat{N}. \quad (2.7)$$

Despejamos la dirección del rayo refractado:

$$\hat{d}_r = \frac{n_l}{n_a} \hat{I} - \frac{\alpha}{n_a} \hat{N}. \quad (2.8)$$

Sin embargo, aún no conocemos la forma explícita de α . Para resolver esta incógnita utilizamos la Ec.(2.8) y la multiplicamos por ella misma, reduciendo los términos

semejantes se obtiene la siguiente ecuación de segundo grado:

$$\alpha^2 - 2n_l (\hat{I} \cdot \hat{N}) \alpha + n_l^2 - n_a^2 = 0,$$

que podemos resolver utilizando la fórmula general de las ecuaciones de segundo grado, para conocer las dos soluciones de α , en función de los vectores que ya conocemos y los índices de refracción,

$$\alpha_{1,2} = n_l (\hat{I} \cdot \hat{N}) \pm \sqrt{n_a^2 - n_l^2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]}, \quad (2.9)$$

sustituimos esta expresión en la Ec.(2.8) y reducimos los términos semejantes, para obtener la expresión completa del vector unitario que indica la dirección de los rayos refractados:

$$\hat{d}_r = \frac{n_l}{n_a} \left[\hat{I} - (\hat{I} \cdot \hat{N}) \hat{N} \right] \mp \frac{1}{n_a} \sqrt{n_a^2 - n_l^2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]} \hat{N}. \quad (2.10)$$

Construimos la ecuación del vector que indica los puntos sobre cada rayo refractado a partir de un punto y la dirección del rayo:

$$\vec{R}_r = \vec{r}_i + \frac{L}{n_a} \left(n_l \left[\hat{I} - (\hat{I} \cdot \hat{N}) \hat{N} \right] - \sqrt{n_a^2 - n_l^2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]} \hat{N} \right), \quad (2.11)$$

donde hemos utilizado el signo negativo para que los rayos viajen en dirección positiva del eje Z para valores positivos de la constante L , que tiene unidades de distancia a lo largo de la propagación de los rayos refractados e indica la distancia entre el punto de incidencia sobre la superficie, \vec{r}_i , y un punto sobre el rayo refractado. En la Fig. 2.4 (b), podemos apreciar los rayos refractados por una sección de la superficie tipo Zernike. Lo primero que podemos decir es que los rayos pueden ser convergentes o divergentes de acuerdo con la zona por la que cruzan la placa tipo Zernike. Para apreciar de mejor manera el comportamiento de los rayos refractados, consideramos una distribución de anillos para los rayos refractados y los cortamos en un plano paralelo a la cara plana de la placa tipo Zernike. De este modo se obtiene una aproximación a la distribución de intensidad que se observará experimentalmente.

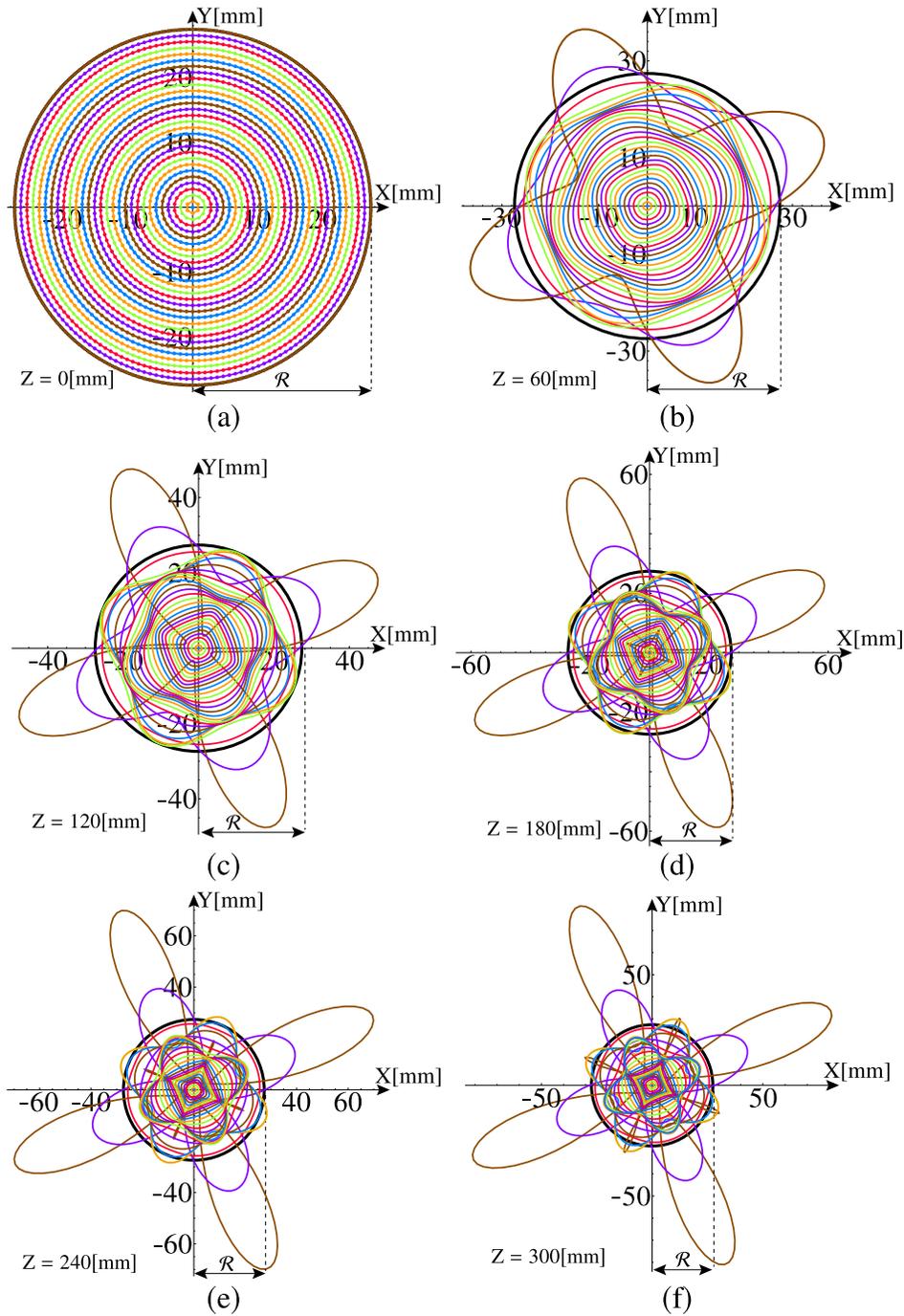


Figura 2.5: Distribución de los anillos refractados por la placa tipo Zernike

En la Fig. 2.5 (a) podemos notar un arreglo de puntos distribuidos en 29 anillos y un punto central, esta distribución de puntos se coloca sobre la superficie tipo Zernike y calculamos su rayo refractado. La Fig. 2.5 (b) muestra como se han deformado los rayos al refractarse y propagarse hasta un plano colocado en la posición $Z = 60$ mm, delante de la placa tipo Zernike. Se puede apreciar que hay regiones donde los anillos se separan y otras donde se juntan. Sin embargo, solo dos de estos anillos sobresalen del tamaño original de la placa. En la Fig. 2.5 (c) el plano se encuentra en $Z = 120$ mm y podemos apreciar perfectamente cuatro zonas donde los anillos se curvan hacia el origen y se acumulan con esta curvatura, mientras que en otras cuatro regiones se curvan alejándose del origen y se separan. Por otro lado en la Fig. 2.5 (d), con el plano en $Z = 180$ mm, las zonas donde los anillos convergen y divergen están tan definidas que podemos distinguir dos estructuras con forma de cruz rotadas 45° entre sí. Además el último anillo café, que indica como se refracta la luz que incide muy cerca del perímetro de la placa tipo Zernike, presenta auto intersecciones en el centro de la distribución, mientras que los anillos centrales empiezan a tomar forma de cuadrados. La Fig. 2.5 (e) nos muestra una distribución de los anillos casi del doble de tamaño que la placa, además de varias estructuras principales, los cuadrados en el centro y las tres cruces. Sin embargo, las intersecciones que aparecían en el centro comienzan a crecer y a alinearse con la cruz que no tiene salientes muy grandes. Finalmente en la Fig. 2.5 (f), tenemos una estructura muy compleja, pues los cuadrados comienzan a tener autointersecciones en sus vértices, los anillos más grandes también se autointersectan creando rizos y las dos cruces son más definidas y empiezan a crecer.

Para mostrar el comportamiento de los rayos refractados debido a la asimetría de la placa tipo Zernike, creamos una malla cuadrada con líneas horizontales y verticales, la cual refractamos a través de la placa tipo Zernike y observamos en un plano fijo, $Z = 120$ mm y giramos esta malla a partir del eje X un ángulo θ , observamos en la Fig. 2.6 y en la Fig. 2.7 que la distribución de las líneas refractadas cambia en función de este ángulo, pero mantiene un tamaño y una forma constantes.

En la Fig. 2.6 (a) mostramos la malla cuadrada formada por veinticinco líneas verticales en azul y veinticinco líneas horizontales en rojo. La Fig. 2.6 (b) nos muestra como se distribuyen estas líneas al ser refractadas por la placa tipo Zernike, se observan cuatro áreas donde algunos extremos de las líneas crecen formando una cruz que no está alineada con los ejes, intercalando con estas cuatro zonas, aparecen otras cuatro en las que las líneas parecen doblarse y regresar hacia el centro de la figura. Podemos notar que dos de los brazos de la cruz son formados por más líneas azules

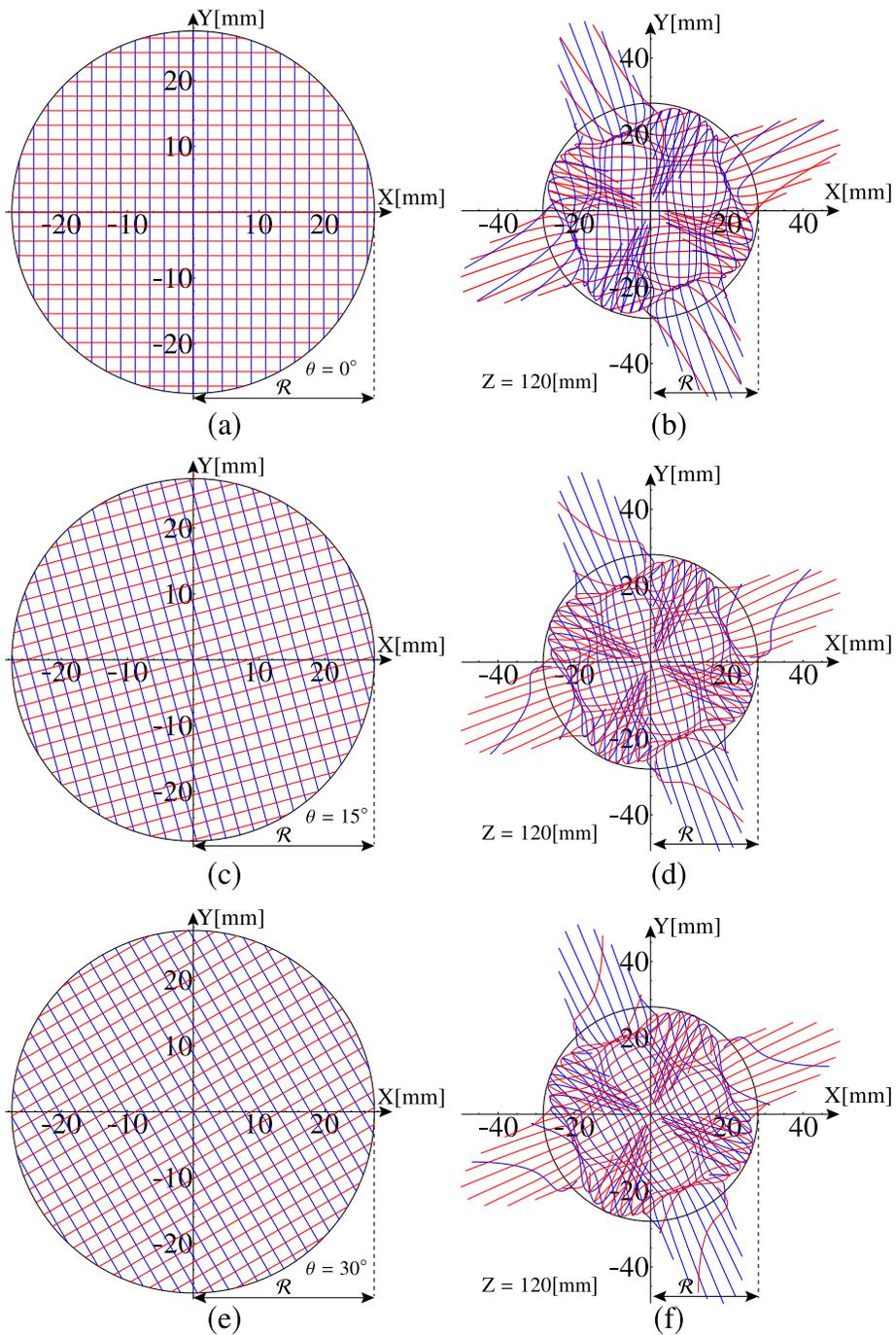


Figura 2.6: Distribución de la malla refractada por la placa tipo Zernike.

y en los otros dos hay mayor presencia de líneas rojas. Esto indica que la cruz tiene dos brazos formados casi por puras líneas verticales, mientras que los otros dos son formados por casi puras líneas horizontales.

Además en la Fig. 2.6 (c) se muestra la malla cuadrada, después de ser girada un ángulo $\theta = 15^\circ$, la Fig. 2.6 (d) nos muestra la refracción de esta malla girada, podemos apreciar que dos de los brazos de la cruz tienen mayor presencia de líneas azules, mientras que los otros dos contienen en su mayoría líneas rojas, en las cuatro zonas en que las líneas regresan al centro tenemos una presencia similar de líneas azules y rojas. Por otro lado, en la Fig. 2.6 (e) la malla se giró el ángulo $\theta = 30^\circ$ y su refracción muestra también dos brazos de la cruz en su mayoría azules y los otros dos en su mayoría rojos, Fig. 2.6 (f). Cabe resaltar que los pocos rayos azules y rojos que se distribuyen dentro de los brazos de la cruz tienen curvaturas opuestas a los que aparecen en la Fig. 2.6 (d). En la parte central de la figura se muestra una distribución casi homogénea de líneas.

Mientras que en la Fig. 2.7 (a) se muestra la malla girada con $\theta = 45^\circ$. En la Fig. 2.7 (b) observamos la distribución de estas líneas, en los brazos de la cruz aumenta la presencia de las líneas del color opuesto y parecen un poco más homogéneos, a la vez que en las cuatro zonas del centro la distribución de líneas empieza a cambiar dejando dos zonas un poco más azules y las otras dos un poco más rojas. Además en la Fig. 2.7 (c) apreciamos la malla girada un ángulo de 60° . En su refracción, Fig. 2.7 (d), podemos notar que los cuatro brazos de la cruz son casi homogéneos, en tanto que las cuatro zonas centrales de la figura se dividen casi completamente en dos azules, es decir, con líneas originalmente verticales y dos rojas con una mayoría de líneas que eran horizontales antes de la rotación.

Finalmente en la Fig. 2.7 (e) mostramos la malla cuadrada después de ser girada un ángulo $\theta = 75^\circ$, la refracción de esta distribución de líneas se muestra en la Fig. 2.7 (f) en la que observamos una cruz con sus cuatro brazos casi con la misma cantidad de líneas azules y rojas. Sin embargo, en la parte central observamos que hay dos zonas de líneas azules que se doblan hacia el centro y dos zonas de líneas rojas que también se doblan hacia el centro, es decir, estas cuatro zonas se integraron con un solo tipo de línea en la malla original. Además podemos notar que en todas las subfiguras las líneas refractadas se curvan del modo adecuado para identificar cuatro zonas donde los rayos refractados son convergentes y cuatro donde los rayos son divergentes, intercaladas entre si. Este fenómeno es equivalente al observado en la Fig. 2.5.

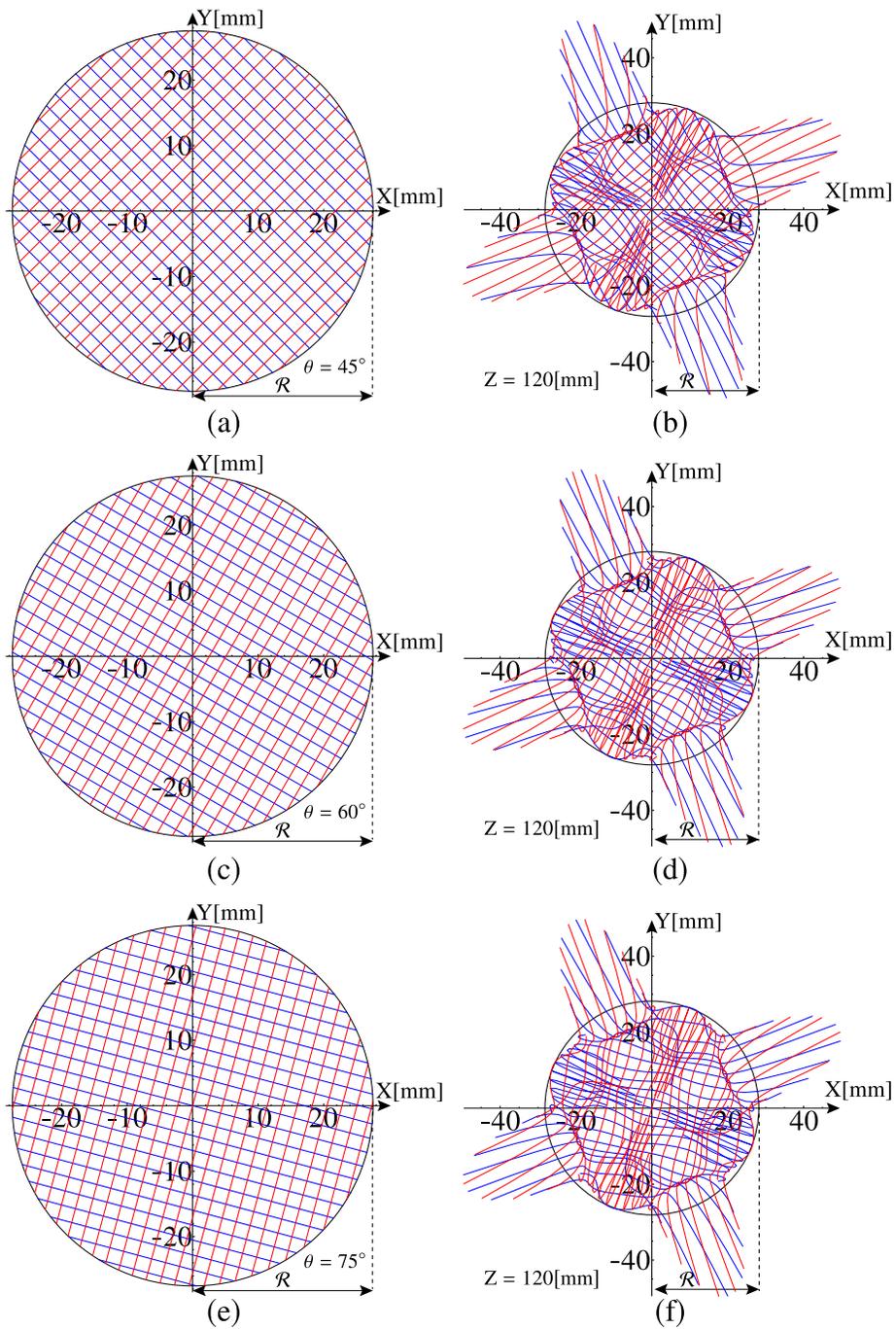


Figura 2.7: Distribución de la malla refractada por la placa tipo Zernike.

En las Figs. 2.6 y 2.7 hemos observado que al cambiar la orientación de una estructura de luz incidente. La figura que representa a la luz refractada por una placa plano-curva tipo Zernike y que llega a un plano de observación definido, puede cambiar drásticamente. De este modo, si queremos observar experimentalmente la refracción de una distribución de luz incidente en particular. Es necesario que dicha estructura sea orientada correctamente, con respecto a los ejes coordenados X o Y. De no ser así, el resultado obtenido será muy diferente al esperado. Ya que cuando una estructura no se refracta en la posición correcta sobre la superficie tipo Zernike. La forma que obtendrá después de ser refractada y propagada hasta el plano de observación puede tener posición, orientación o curvaturas diferentes a las que se habían predicho.

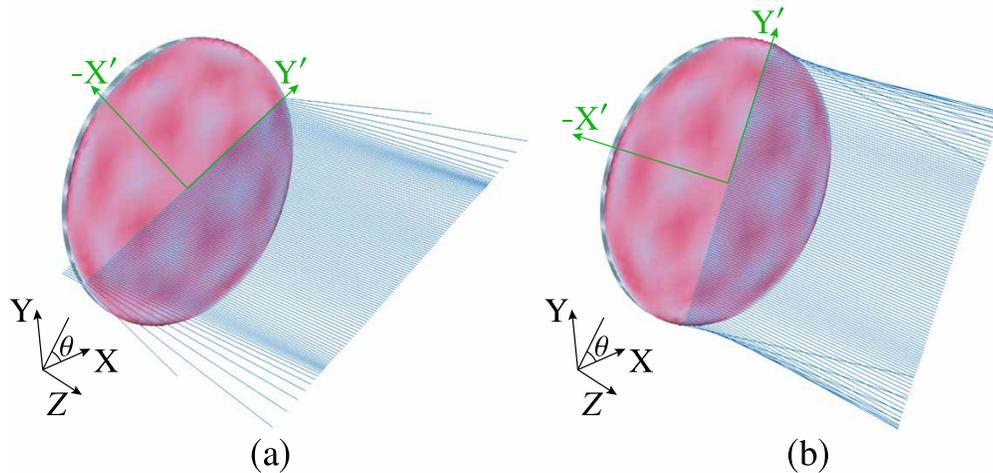


Figura 2.8: Refracción de un conjunto de rayos distribuidos en un mismo plano incidente: (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$

Por otro lado realizamos un trazo de rayos en el que consideramos un conjunto de rayos paralelos que están distribuidos en un plano incidente con una inclinación determinada por el ángulo θ y son refractados a través de la placa tipo Zernike. En la Fig. 2.8 (a) se muestra este trazo de rayos para un conjunto de rayos con inclinación $\theta = 25^\circ$, mientras que en la Fig. 2.8 (b) los rayos tienen una inclinación de $\theta = 65^\circ$, ambos ángulos medidos a partir del eje X. Utilizamos estas dos direcciones porque son las que muestran cambios más evidentes en la superficie tipo Zernike. Definiendo un eje Y' que sea paralelo al conjunto de rayos incidentes, fijamos el ángulo θ en la Ec.(2.1) y podemos representar el perfil de la superficie tipo Zernike para realizar el

trazo de rayos en un plano definido por $\{Z, Y'\}$, que mostramos en la Fig. 2.9 (a) cuando el ángulo $\theta = 25^\circ$, mientras que en la Fig. 2.9 (b) $\theta = 65^\circ$.

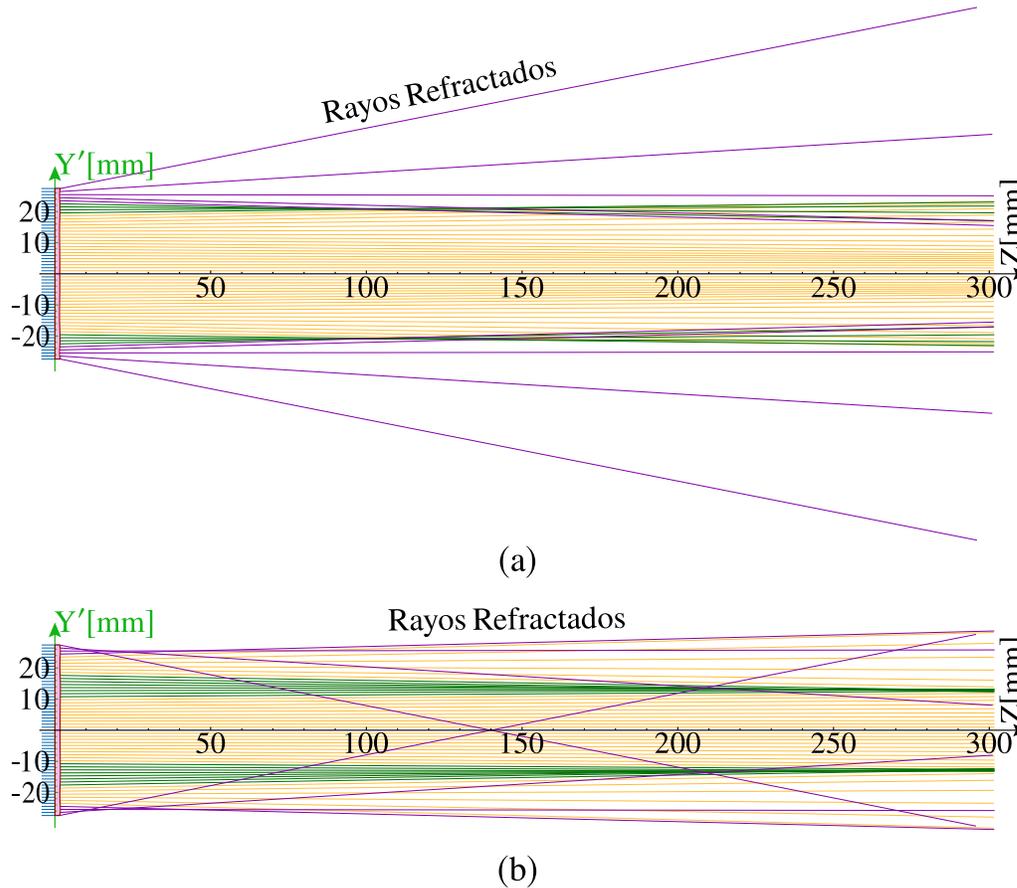


Figura 2.9: Rayos refractados vistos desde el plano $\{Z, Y'\}$ (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$

En la Fig. 2.9 (a) podemos identificar tres comportamientos de los rayos refractados. Los rayos amarillos que atraviesan la placa tipo Zernike por el área central son ligeramente divergentes, también se muestran dos zonas de rayos verdes, en las que estos son convergentes, pero el punto de convergencia no está sobre el eje Z . Además están los rayos morados que se refractan cercanos a los bordes de la placa tipo Zernike y son completamente divergentes. Por otro lado en la Fig. 2.9 (b), identificamos tres grupos de rayos ligeramente divergentes, indicados en amarillo, intercalados con los grupos amarillos están los dos grupos verdes que son convergentes fuera del eje Z , en los bordes de la placa los rayos son convergentes hacia el eje Z , pero se vuelven

divergentes mientras se acercan hacia el centro de la misma, estos rayos los indicamos con color morado.

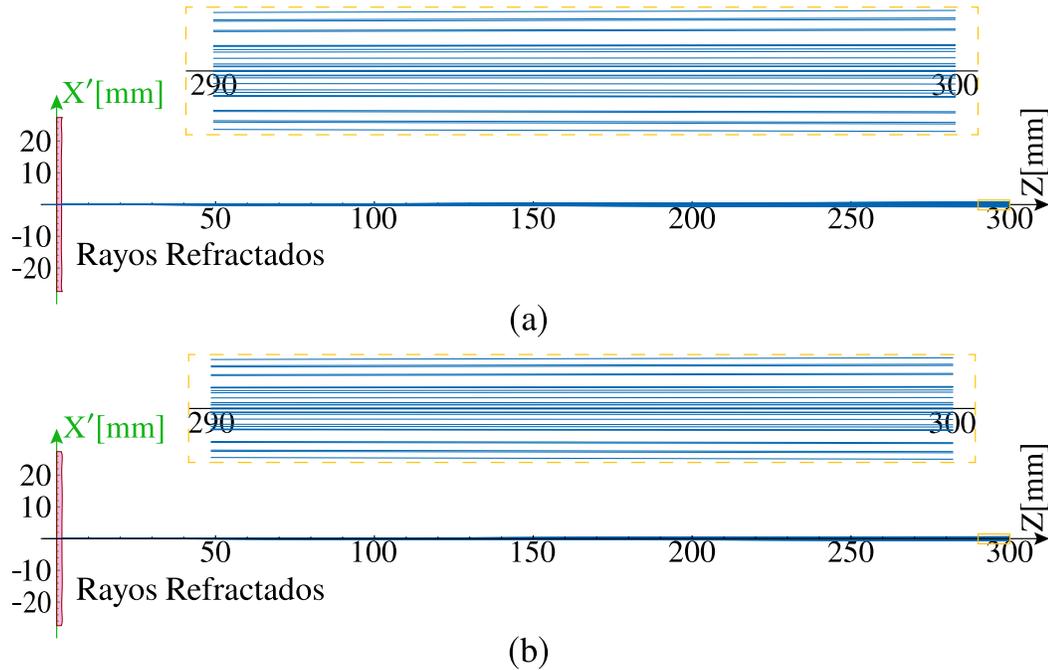


Figura 2.10: Rayos refractados vistos desde el plano $\{Z, X'\}$ (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$

Aparentemente estos rayos refractados se mantienen dentro del plano $\{Z, Y'\}$. Sin embargo, al observar los rayos refractados desde el plano $\{Z, X'\}$, que es un plano ortogonal a los planos mostrados en la Fig. 2.9, comprobamos que los rayos refractados no se quedan en un mismo plano. En la Fig. 2.10 podemos apreciar que estos rayos forman triángulos muy delgados en lugar de una sola línea recta, indicando que los rayos se desvían del eje Z. En la Fig. 2.10 (a) apreciamos los rayos refractados que incidieron con ángulo $\theta = 25^\circ$, mientras que en la Fig. 2.10 (b) mostramos los rayos refractados que incidieron con $\theta = 65^\circ$. Deteniéndonos en los acercamientos debemos notar que la distribución de los rayos refractados alrededor del eje Z no es igual en ambas inclinaciones, aunque los rayos refractados muestran un comportamiento idéntico, en general. Cabe resaltar que es posible encontrar orientaciones de este conjunto de rayos en las que los rayos refractados si permanezcan en un mismo plano.

2.4. Obtención de la superficie cáustica

Para calcular la cáustica producida por una placa plano-curva utilizamos la Teoría de Singularidades, esto implica que debemos conocer una transformación que vaya de un espacio a otro y calcular sus puntos críticos. La transformación que utilizamos está representada por la Ec.(2.11). En esta ecuación se obtiene un vector \vec{R}_r a partir del vector \vec{r}_i ambos definidos por tres coordenadas, de este modo como la transformación es en tres dimensiones, la cáustica será de un orden menor, es decir, debemos encontrar una superficie cáustica. Los puntos críticos se calculan resolviendo un determinante, que puede estar expresado en coordenadas generalizadas [28], en nuestro caso la Ec.(2.11) está expresada en coordenadas cartesianas, por lo que nuestro determinante tiene la siguiente forma:

$$\det \begin{pmatrix} \partial_x R_{r1} & \partial_x R_{r2} & \partial_x R_{r3} \\ \partial_y R_{r1} & \partial_y R_{r2} & \partial_y R_{r3} \\ \partial_L R_{r1} & \partial_L R_{r2} & \partial_L R_{r3} \end{pmatrix} = 0, \quad (2.12)$$

donde $\{R_{r1}, R_{r2}, R_{r3}\}$ indican las componentes del vector del rayo refractado. Al resolver este determinante por menores y reducir los términos semejantes se obtiene un polinomio de segundo grado para una variable a la que llamamos L_c , como se muestra con más detalle en el apéndice A. Esta variable indica la distancia medida sobre cada rayo refractado entre el punto de incidencia y el punto donde la superficie cáustica es tangente al rayo. Para determinar L_c se debe resolver la siguiente ecuación de segundo grado

$$a_L L_c^2 + b_L L_c + c_L = 0, \quad (2.13)$$

donde los coeficientes se pueden expresar en su forma reducida como la combinación de los vectores que ya conocemos:

$$a_L = \hat{d}_r \cdot \left[\frac{\partial \hat{d}_r}{\partial x} \times \frac{\partial \hat{d}_r}{\partial y} \right], \quad b_L = \hat{d}_r \cdot \left[\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial x} \times \frac{\partial \hat{d}_r}{\partial y} + \frac{\partial \hat{d}_r}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial y} \right], \quad c_L = \hat{d}_r \cdot \left[\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial y} \right]. \quad (2.14)$$

Sin embargo, también podemos expresar los coeficientes en función las derivadas parciales de la Ec.(2.11), que pueden reducirse a las derivadas del vector \vec{r}_i más otros

términos, y las componentes de la Ec.(2.10), de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
a_L &= \left(\partial_x \hat{d}_{r_2} \partial_y \hat{d}_{r_3} - \partial_x \hat{d}_{r_3} \partial_y \hat{d}_{r_2} \right) \hat{d}_{r_1} + \left(\partial_x \hat{d}_{r_3} \partial_y \hat{d}_{r_1} - \partial_x \hat{d}_{r_1} \partial_y \hat{d}_{r_3} \right) \hat{d}_{r_2} + \\
&\quad + \left(\partial_x \hat{d}_{r_1} \partial_y \hat{d}_{r_2} - \partial_x \hat{d}_{r_2} \partial_y \hat{d}_{r_1} \right) \hat{d}_{r_3}, \\
b_L &= \left(\partial_y r_{i_3} \partial_x \hat{d}_{r_2} - \partial_x r_{i_3} \partial_y \hat{d}_{r_2} - \partial_x \hat{d}_{r_3} \right) \hat{d}_{r_1} + \left(\partial_x r_{i_3} \partial_y \hat{d}_{r_1} - \partial_y r_{i_3} \partial_x \hat{d}_{r_1} - \partial_y \hat{d}_{r_3} \right) \hat{d}_{r_2} + \\
&\quad + \left(\partial_x \hat{d}_{r_1} + \partial_y \hat{d}_{r_2} \right) \hat{d}_{r_3}, \\
c_L &= -\partial_x r_{i_3} \hat{d}_{r_1} - \partial_y r_{i_3} \hat{d}_{r_2} + \hat{d}_{r_3}.
\end{aligned} \tag{2.15}$$

En estas expresiones los subíndices $\{1, 2, 3\}$ indican las componentes $\{x, y, z\}$ de cada vector. Las soluciones de la Ec.(2.13) se determinan utilizando la fórmula general de las ecuaciones de segundo grado y se sustituyen en lugar de la distancia L en la Ec.(2.11) para obtener las soluciones de la superficie cáustica

$$\vec{C}_{\pm} = \vec{r}_i + \frac{-b_L \pm \sqrt{b_L^2 - 4a_L c_L}}{2a_L n_a} \left[n_i \left[\hat{I} - (\hat{I} \cdot \hat{N}) \hat{N} \right] - \sqrt{n_a^2 - n_i^2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]} \hat{N} \right] \tag{2.16}$$

donde el doble signo nos indica que hemos obtenido en un mismo paso las dos soluciones de la superficie cáustica, la solución C_+ indica la superficie cáustica tangencial, mientras que C_- proporciona la superficie cáustica sagital, de acuerdo con [28]. Para el caso de la superficie tipo Zernike hemos dibujado ambas superficies cáusticas utilizando una representación de puntos, ya que estas superficies son muy complicadas de visualizar. En la Fig. 2.11 (a) se observan ambas superficies cáusticas y apreciamos que es posible definir una superficie cáustica real y una virtual para cada solución de la Ec.(2.16). Las superficies cáusticas reales están formadas por los puntos que se encuentran a la derecha de la superficie refractora, mientras que las cáusticas virtuales se forman con los puntos que se encuentran a la izquierda de esta superficie. Las zonas donde la superficie tipo Zernike es convergente producen superficies cáusticas reales mientras que las zonas en las que la luz refractada es divergente producen

superficies cáusticas virtuales [29].

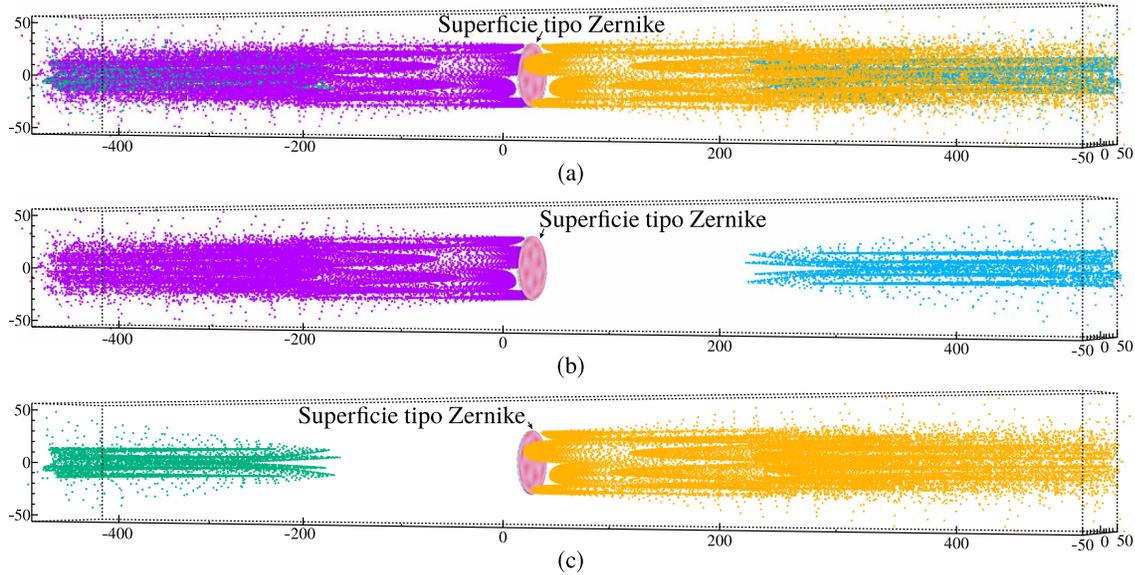


Figura 2.11: (a) Superficies cáusticas. (b) Cáustica tangencial. (c) Cáustica sagital.

En la Fig. 2.11 (b) se muestran la superficie cáustica tangencial, diferenciando su parte real y su parte virtual, mientras que en la Fig. 2.11 (c) tenemos la cáustica sagital también diferenciada en sus dos partes, todas estas figuras están graficadas con unidades de milímetros. Desde este punto de vista ambas superficies cáusticas parecen similares o complementarias y podemos apreciar que son muy grandes en comparación con el tamaño de la placa tipo Zernike. Mientras que en la Fig. 2.12 observamos una vista desde el plano $\{X,Y\}$ con la coordenada $Z \rightarrow \infty$, de estas superficies cáusticas.

La Fig. 2.12 (a) muestra la cáustica tangencial, podemos notar que la parte virtual de esta cáustica, indicada en puntos morados, tiene una estructura muy particular con formas tipo cruces, además la cáustica es más grande que la superficie refractora, mientras que la parte real, indicada con puntos en azul, se mantiene concentrada cerca del centro de la superficie y con una estructura más sencilla en forma de una cruz. Por otro lado en la Fig. 2.12 (b) está la cáustica sagital que en la parte virtual, indicada en verde, tiene la estructura más sencilla con la forma de cruz, mientras que la estructura compleja con forma de dos cruces es la parte real de esta cáustica,

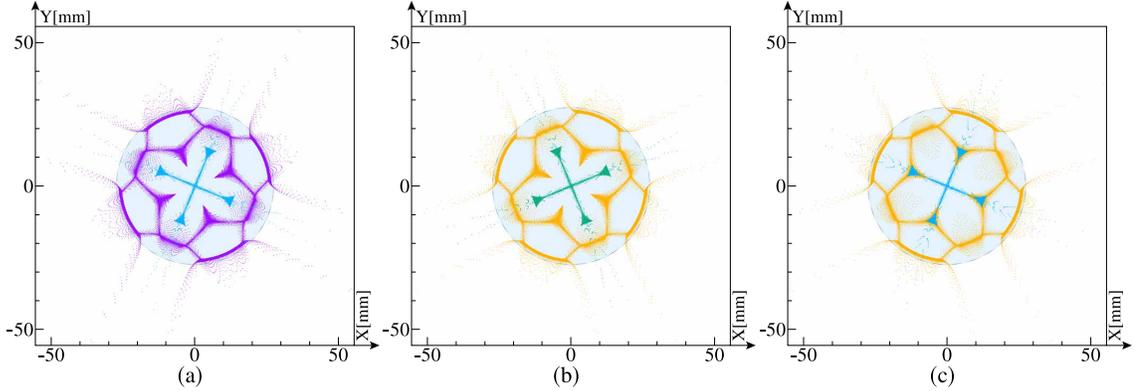


Figura 2.12: (a) Cáustica tangencial. (b) Cáustica sagital. (c) Cáusticas reales

indicada en amarillo. Es importante notar que ambas cáusticas tienen formas similares, pero con orientación diferente. Además, en la Fig. 2.12 (c) observamos las partes reales de ambas superficies cáusticas, ya que es importante tener una idea de cómo se observarían estas superficies en un trabajo experimental.

2.5. Obtención del frente de onda refractado

Para una onda propagándose con un vector de dirección \vec{k} , el frente de onda o superficie de onda, es el lugar geométrico de todos los puntos donde la fase toma un valor constante al mismo tiempo, es decir, cuando la fase cumple que:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = C_o, \quad (2.17)$$

donde C_o es un número real constante, lo que indica que para distintos valores de C_o se obtendrá un frente de onda diferente. Además, los frentes de onda se mantienen ortogonales al vector de dirección \vec{k} , en el caso de medios isotrópicos. Para conocer el frente de onda refractado por la placa plano-curva tipo Zernike, se identifican los puntos sobre cada rayo refractado, con la misma longitud de camino óptico, que es equivalente a la Ec.(2.17) y al mismo tiempo es equivalente al principio de Huygens.

En las secciones anteriores se ha considerado un frente de onda plano incidente, este frente de onda mantiene su forma hasta llegar al plano $Z = z_m$, que es donde se en-

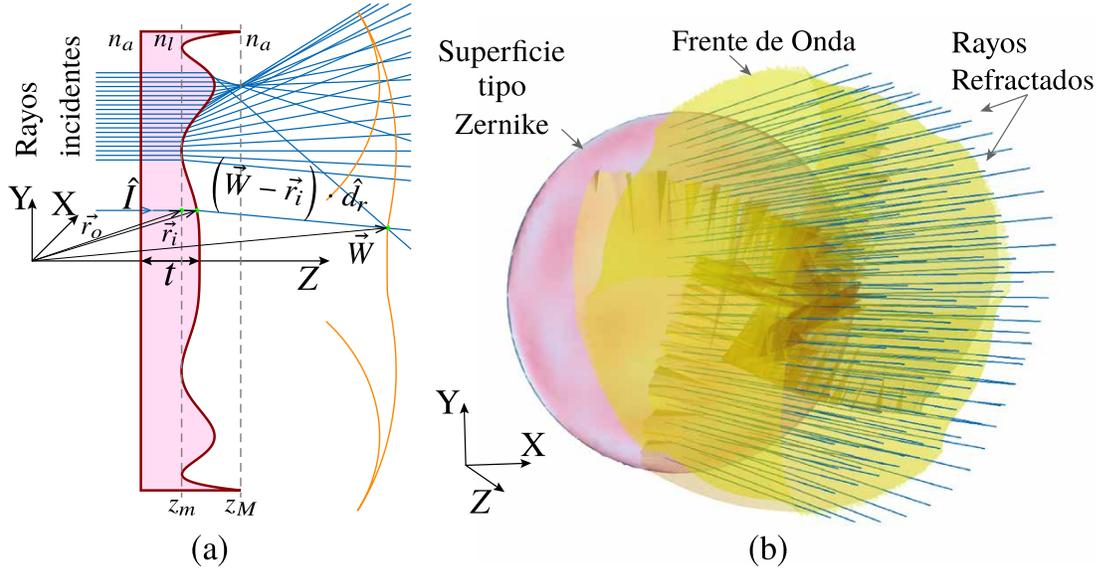


Figura 2.13: (a) Longitud de camino óptico. (b) Frente de onda refractado.

cuentra el punto mínimo de la segunda superficie de la placa plano-curva. Utilizando el vector $\vec{r}_o = \{x_i, y_i, z_m\}$ para indicar la posición en la que se encuentra este punto, la longitud de camino óptico sobre un rayo que atraviesa la placa plano-curva está determinada por:

$$LCO = n_a \mathcal{L} = n_l (\vec{r}_i - \vec{r}_o) \cdot \hat{I} + n_a (\vec{W} - \vec{r}_i) \cdot \hat{d}_r, \quad (2.18)$$

donde el parámetro \mathcal{L} corresponde a una distancia arbitraria sobre el rayo refractado y cada término de la ecuación indica una longitud de camino óptico dentro de los medios por los que viajan los rayos, ver Fig. 2.13 (a). Despejando el término $(\vec{W} - \vec{r}_i)$ de la Ec.(2.18) y reduciendo los términos adecuadamente se obtiene que la distancia, medida sobre el rayo, entre el punto de incidencia y el frente de onda es:

$$\|\vec{W} - \vec{r}_i\| = \mathcal{L} - \frac{n_l}{n_a} \{f(x_i, y_i) - z_m\}, \quad (2.19)$$

sustituyendo esta expresión en lugar de L en la Ec.(2.11) se obtiene la ecuación que describe al frente de onda refractado.

$$\vec{W} = \vec{r}_i + \left[\mathcal{L} - \frac{n_l}{n_a} \{f(x_i, y_i) - z_m\} \right] \hat{d}_r, \quad (2.20)$$

donde $f(x_i, y_i)$ corresponde con la coordenada Z del punto de incidencia de cada rayo refractado. En la Fig. 2.13 (b) se aprecia un frente de onda refractado y podemos notar que en esta distancia la superficie tiene una especie de dobleces cerca de los bordes y vuelve hacia el centro.

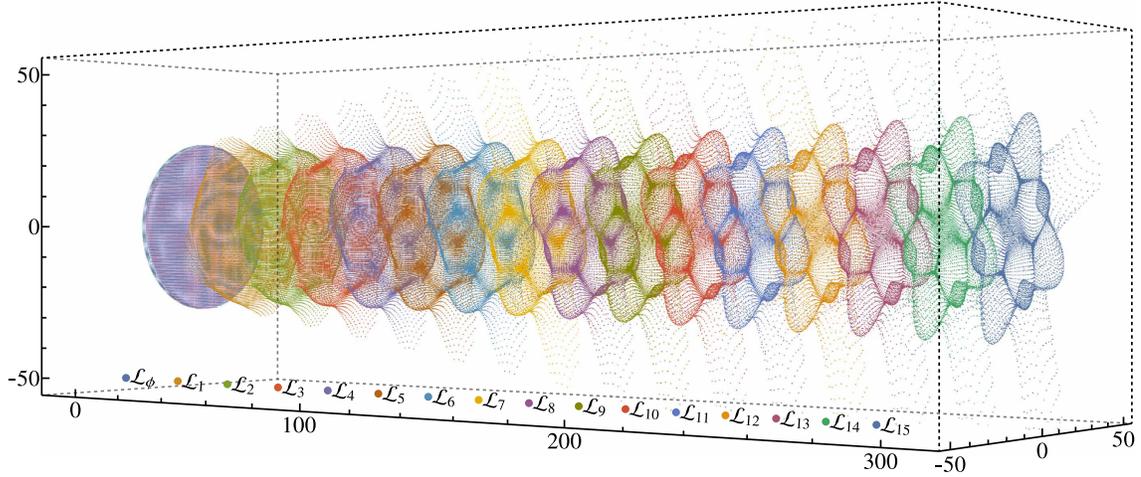


Figura 2.14: Frentes de onda propagados

En particular, cuando el parámetro \mathcal{L} es igual a la máxima longitud de camino óptico que la luz viaja dentro de la placa plano-curva, es decir, la luz viaja desde el punto mínimo, z_m , hasta el punto máximo de la segunda superficie refractora, z_M . Se cumple que $\mathcal{L}_\phi = n_l(z_M - z_m)/n_a$ y obtenemos el frente de onda de fase cero, que es el primer frente de onda que sale completamente de la placa plano-curva, determinado por:

$$\vec{W}_\phi = \vec{r}_i + \frac{n_l}{n_a} [z_M - f(x_i, y_i)] \hat{d}_r, \quad (2.21)$$

además, en el caso de la superficie tipo Zernike, este frente de onda es tangente a la superficie refractora en por lo menos un punto. En un caso aún más particular la ecuación se reduce considerando que la placa se encuentra inmersa en aire, es decir, cuando $n_a = 1$ el frente de onda de fase cero adquiere la forma

$$\vec{W}_\phi|_{n_a=1} = \vec{r}_i + n_l [z_M - f(x_i, y_i)] \hat{d}_r, \quad (2.22)$$

No debemos olvidar que estas ecuaciones de los frentes de onda están únicamente en función de los parámetros que describen a la superficie refractora y de los índices de refracción. En la Fig. 2.14 se observa la gráfica tridimensional de los frentes de onda refractados por la placa tipo Zernike, se ha utilizado una representación de puntos para poder apreciar mejor los detalles de los frentes de onda, cada frente de onda se ha propagado una distancia de 20 mm, a partir del frente de onda de fase cero. Podemos notar que mientras el frente de onda avanza a lo largo del eje Z la estructura de estas superficies se vuelve cada vez más compleja, mostrando formas tipo cruz con cuatro regiones donde los puntos se concentran permitiéndonos identificar zonas de convergencia del frente de onda. También identificamos zonas donde aparecen dobleces del frente de onda y apreciamos un efecto de doble superficie.

Además en la Fig. 2.15 aparecen los mismos frentes de onda refractados y propagados a lo largo del eje óptico, ahora proyectados en un plano sagital. En la Fig. 2.15 (a) el plano sagital forma un ángulo con el eje X de $\theta = 25^\circ$, observamos curvas planas del frente de onda convexo que es ortogonal a los rayos refractados por los bordes de la placa tipo Zernike, existe una ligera desviación para mantener la ortogonalidad en la zona de los rayos convergentes que no se dirigen al eje óptico y en la parte central el frente de onda refractado y propagado mantiene una forma muy cercana a un plano. Por otro lado, en la Fig. 2.15 (b) se proyectan los frentes de onda sobre el plano con $\theta = 65^\circ$, en esta gráfica el frente de onda refractado se mantiene casi plano en la parte central de la superficie tipo Zernike y crece conforme los rayos refractados son divergentes, hasta llegar a un punto donde los rayos ahora son convergentes y se dirigen al eje óptico, allí el frente de onda cambia a una curvatura convexa que se mantiene detrás de la sección casi plana, dando la apariencia de una doble superficie, esta zona convexa crece mientras el frente de onda se propaga a lo largo del eje óptico. También es posible apreciar zonas de rayos refractados convergentes hacia un punto fuera del eje óptico, sin embargo no se aprecia claramente el cambio de forma de los frentes de onda en estas regiones.

Podemos aproximar la distancia pico valle que tiene cada frente de onda propagado que aparece en la Fig. 2.14, al restar la coordenada Z del punto máximo con la misma coordenada en el punto mínimo. De este modo el frente de onda de fase cero tiene una distancia pico valle de 0.1817 mm. Mientras que el frente de onda propagado una distancia $\mathcal{L}_{15} = 300$ mm, que es el frente más alejado de la superficie tipo Zernike en la Fig. 2.14, tendría una distancia pico valle de 5.7293 mm aproximadamente.

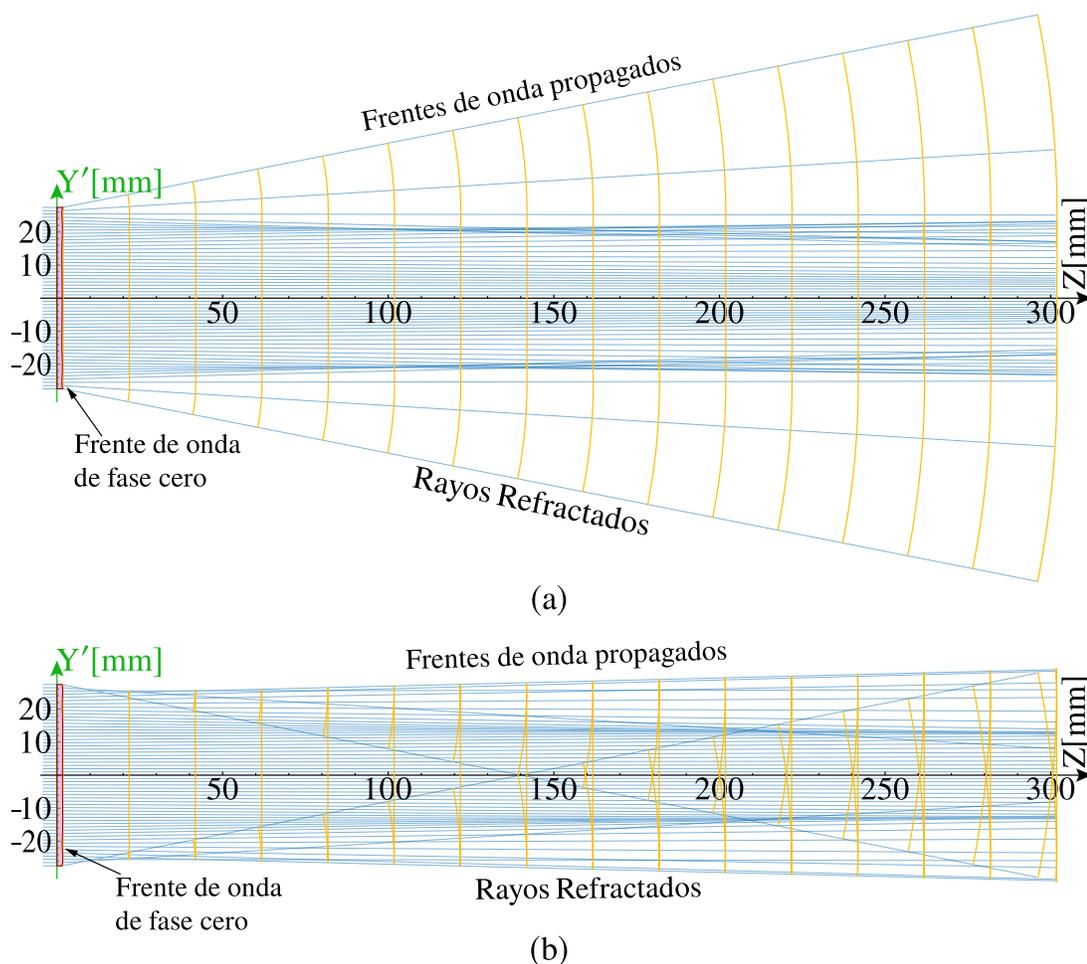


Figura 2.15: Frentes de onda propagados vistos desde el plano $\{Z, Y'\}$. (a) $\theta = 25^\circ$
 (b) $\theta = 65^\circ$

Estas distancias aparentan ser pequeñas, pero si quisieramos medir estos frentes de onda utilizando métodos de interferencia, sólo podemos compensarlos en distancias del orden de unas cuantas longitudes de onda. En nuestro caso utilizamos un láser He-Ne cuya longitud de onda es 633 nm. Entonces nuestras aproximaciones de la distancia pico valle son de 287λ para el frente de onda de fase cero y de 9051λ para el frente de onda propagado a 300 mm, podemos intuir que es muy difícil realizar una prueba en la que podamos hacer interferir algún frente de onda refractado por esta superficie. Por esta razón en los siguientes capítulos de este trabajo desarrollamos una prueba geométrica para evaluar esta superficie tipo Zernike.

Capítulo 3

Diseño de pantallas nulas por refracción

3.1. Antecedentes

En la prueba de pantallas nulas por refracción se diseña un patrón ordenado, que se observará en un tamaño predeterminado por un sensor CCD (Charge Coupled Device) que se coloca después del elemento óptico bajo prueba para grabar las fotografías experimentales. En esta prueba las pantallas son planas y pueden imprimirse sobre acetatos fotográficos transparentes o en moduladores espaciales de luz por transmisión [30]. Estas pantallas se colocan cerca del elemento óptico bajo prueba y tienen las dimensiones de la pupila de entrada, que puede estar limitada por reflexión total interna. Existen dos tipos principales de pantallas nulas, las pantallas de franjas y las pantallas de manchas circulares. Con ambos tipos pueden realizarse pruebas cualitativas y cuantitativas [31, 32].

En este trabajo se diseñan pantallas nulas para ser utilizadas en la evaluación por refracción de una placa plano-curva y comprobar la calidad de la segunda superficie, que está descrita por un polinomio de Zernike. Utilizando los resultados obtenidos en el Cap. 2, hemos definido una nueva condición para las pantallas nulas que se utilizan en este trabajo. La placa tipo Zernike no concentra los rayos refractados en una región pequeña donde se colocaría un sensor CCD, por lo que se define un área de detección dentro de un plano, en la que se observará el patrón ordenado. Por otro lado, como las superficies cáusticas producidas por la placa tipo Zernike

son muy grandes, debemos considerar que el plano de observación estará dentro de ellas [33]. Diseñamos varias pantallas nulas que producen el mismo patrón ordenado en diferentes posiciones del plano de observación.

3.2. Pantallas nulas para una placa plano-curva

Para diseñar las pantallas nulas, utilizamos el mismo sistema de referencia que en el Cap. 2 y lo primero que debemos determinar es la posición sobre el eje Z en la que debe ser colocado el plano de detección y el tamaño del área de observación, estas condiciones son tan libres como queramos pero limitarán la pupila de entrada y el área de evaluación sobre la superficie bajo prueba. Una vez establecidas estas dos longitudes podemos definir los patrones de diseño y calcular las pantallas nulas mediante un trazo inverso de rayos, el cual se obtiene utilizando la ecuación:

$$\{x_d, y_d, z_d\} = \{x_i, y_i, z_i\} + L_i \hat{d}_r, \quad (3.1)$$

donde $\{x_d, y_d, z_d\}$ definen los puntos que forman el patrón esperado dentro del plano de detección, ubicado en la coordenada z_d que es medida desde el origen de coordenadas definido en la cara plana de la placa tipo Zernike. De la Ec.(3.1) debemos resolver las variables $\{x_i, y_i\}$ que indican la posición sobre la superficie refractora por la que pasa un rayo de luz que llega al plano de detección. Como no hay refracción en la cara plana de la placa estas coordenadas pueden proyectarse hasta cualquier plano antes del origen de coordenadas que es donde se ubicará la pantalla nula. Además resolvemos L_i que nos indica la distancia sobre el rayo refractado entre cada punto de la pantalla nula y su correspondiente punto en el plano de detección.

En la Fig. 3.1 se mantiene fija la coordenada Z del plano de detección en $z_d = 50$ mm, mientras se cambia el tamaño del área de detección. En la Fig. 3.1 (a) esta área es un cuadrado de 20 mm por lado. Se puede apreciar que al resolver el trazo inverso de rayos los puntos sobre la superficie quedan cercanos al centro de la misma, por lo que en una prueba experimental no se puede evaluar una gran parte de la superficie. En la Fig. 3.1 (b) el área de detección mide 50 mm por lado y se puede cubrir gran parte de la superficie bajo prueba, aunque aparecen las soluciones múltiples de la Ec.(3.1), es decir, dos o más rayos refractados pueden llegar al mismo punto en el plano de

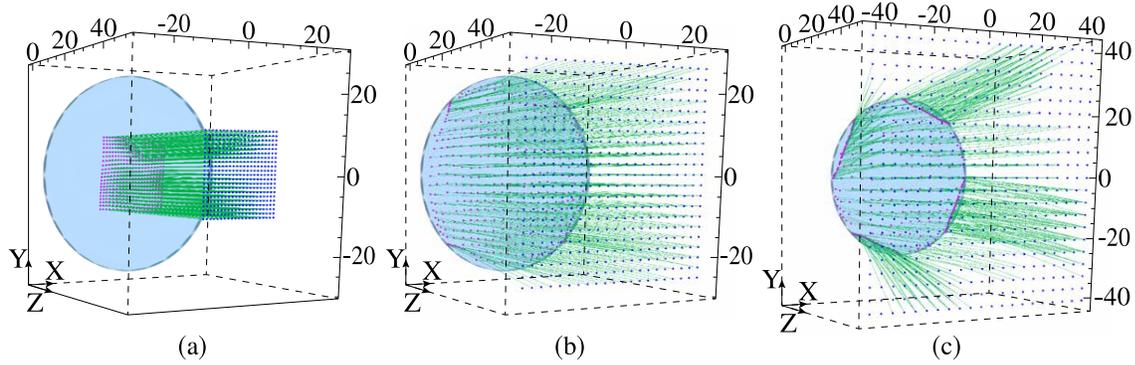


Figura 3.1: Trazo inverso de rayos para distintas áreas de detección: (a) $l = 20$ mm. (b) $l = 50$ mm. (c) $l = 80$ mm.

detección. Además, existen puntos cerca de las esquinas que no tienen solución a esta ecuación, implicando que no podemos utilizar toda el área de detección. Por otro lado en la Fig. 3.1 (c), con un área de detección de 80 mm por lado, se puede notar que son más los puntos que no tienen solución a la Ec.(3.1), por lo que un área de detección tan grande no se aprovecha completamente en una prueba experimental.

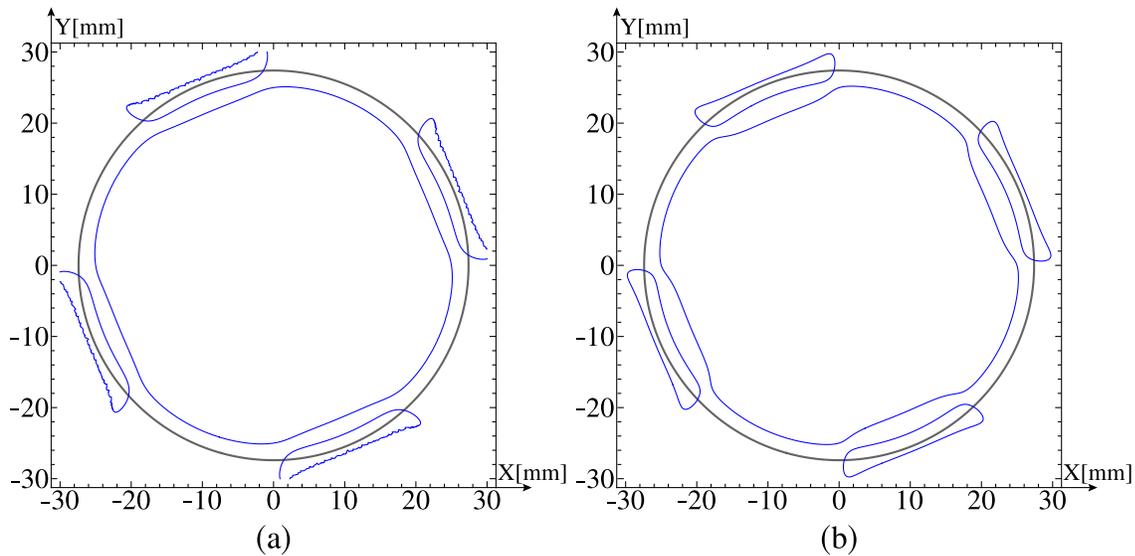


Figura 3.2: Trazo inverso de un área de detección circular (a) plano de observación en $z_d = 60$ mm. (b) plano de observación en $z_d = 120$ mm

Antes de presentar los distintos diseños de los patrones esperados en la prueba de pantallas nulas, debemos analizar como se comporta el perímetro del área de detección, ya que esto nos ayudará a identificar las múltiples soluciones del trazo inverso de rayos [34]. Definimos el área de detección como una circunferencia de diámetro l_d y realizamos el trazo inverso de rayos de esta circunferencia resolviendo la Ec.(3.1). En la Fig. 3.2 se muestra la solución obtenida. Podemos notar cinco estructuras bien definidas por lo que es posible afirmar que pueden existir hasta cinco soluciones diferentes a la Ec.(3.1). Además, en las gráficas se agregó una circunferencia que representa el tamaño de la placa tipo Zernike que vamos a evaluar. En la Fig. 3.2 (a) se resolvió la Ec.(3.1), para un círculo de diámetro $l_d = 50\text{mm}$ colocado en un plano ubicado en $z_d = 60\text{ mm}$. Podemos notar que las cuatro estructuras exteriores no se cierran y tienen un lado con muchas irregularidades. Esto se debe al error numérico asociado a los métodos que utilizamos para resolver el trazo inverso. También notamos que la estructura central es muy parecida a un cuadrado con las esquinas redondeadas. Además, al restringir la solución al tamaño de la placa tipo Zernike, podemos notar que las regiones alargadas contribuyen muy poco a la información que llegaría al plano de detección bajo estas condiciones.

Por otro lado, en la Fig. 3.2 (b) utilizamos el mismo tamaño para el área de detección, un círculo de diámetro $l_d = 50\text{mm}$, pero el plano de observación está colocado en $z_d = 120\text{ mm}$, es decir, más alejado de la superficie bajo prueba. En este caso podemos apreciar que las cuatro estructuras externas están bien definidas y tienen la misma forma pero diferente orientación, mientras que la estructura central ya no es tan suave, en los lados que eran casi rectos ahora se muestran curvas suaves cuyo vértice va hacia el centro de la estructura. Restringiéndolos al tamaño de la placa Zernike, podemos identificar que mientras más alejamos el plano de detección las soluciones exteriores aumentan su contribución a la información que llega al mismo. Sin utilizarse completamente, la región central sigue siendo la que tiene una mayor contribución.

3.2.1. Patrón tipo Ronchi

El patrón tipo Ronchi consiste en un arreglo de franjas horizontales o verticales que se alternan con una franja blanca, que se verá iluminada y una franja oscura, que obstruirá la luz. Además imponemos la condición de que el patrón inicia y termina con una franja blanca. Esto permite que obtengamos una franja brillante en el centro del patrón tipo Ronchi, con lo que se obtiene un mayor control durante el experimento. Para diseñar el patrón Ronchi de franjas verticales, primero consideramos el

tamaño del área de detección l_d y lo dividimos en un número impar, \mathcal{P} , de partes iguales a lo largo del eje X en el plano de detección. De este modo en cada partición podemos definir líneas verticales equidistantes con una separación $\Delta = l_d/\mathcal{P}$, que serán cortadas con el círculo de diámetro l_d . La ecuación que describe a esta familia de rectas es:

$$x_i = \frac{(2i - \mathcal{P})\Delta}{2}, \quad y_i \in \left[-\Delta\sqrt{\frac{(\mathcal{P} - 4i)i}{2}}, \Delta\sqrt{\frac{(\mathcal{P} - 4i)i}{2}} \right], \quad (3.2)$$

donde el subíndice i es un entero positivo en el intervalo $[0, \mathcal{P}]$. Sin embargo, para formar las franjas del patrón tomamos $i \in [1, \mathcal{P} - 1]$, ya que en los extremos, cuando $x_i = \pm l_d/2$, la coordenada y_i no está definida. La primer franja se une con el segmento de círculo al que intersecta dos veces igual que la última franja, mientras que las franjas centrales se integran de dos líneas rectas y los dos segmentos de círculo que se encuentran entre ellas, como podemos ver en la Fig. 3.3 (a), donde además utilizamos un código de colores para identificar las líneas que pertenecen a la misma franja brillante. Este diseño utiliza un número $\mathcal{P} = 9$, su tamaño es $l_d = 50$ mm, con lo que se obtiene un espesor de las franjas de $\Delta = 5.555$ mm.

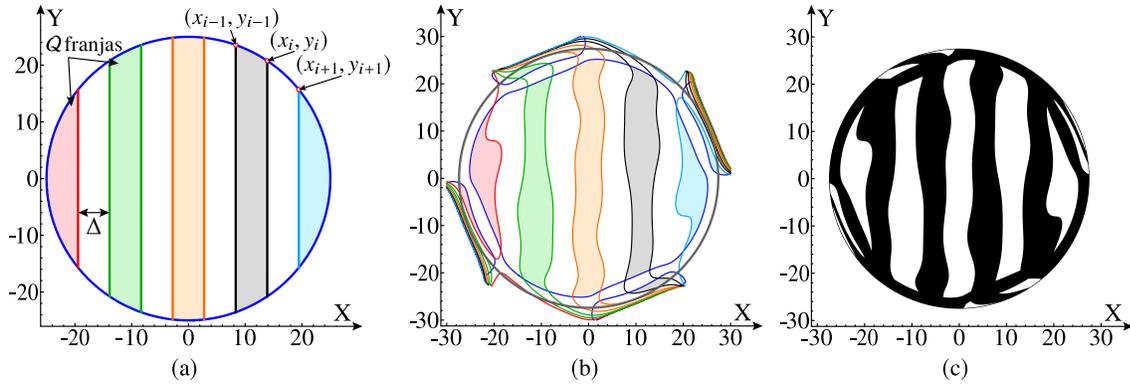


Figura 3.3: Diseño de pantallas nulas tipo Ronchi: (a) Patrón esperado. (b) Solución al trazo inverso de rayos. (c) Pantalla nula.

Una vez completado el diseño, que debe incluir el perímetro del patrón esperado, fijamos la coordenada del plano de detección que en este caso es $z_d = 90$ mm y resolvemos la Ec.(3.1) utilizando métodos numéricos, para conocer la distribución tanto de las líneas rectas, como del círculo que las limita, antes de ser refractados por la placa plano-curva tipo Zernike. En la Fig. 3.3 (b) se muestra el resultado completo

de este proceso. Podemos identificar las cinco regiones similares a la Fig. 3.2 que están relacionadas con el perímetro del patrón esperado, es decir, todo lo que quede dentro de estas cinco regiones forma parte de nuestra pantalla nula. Además, para integrar la regiones blancas de la pantalla nula unimos dos líneas del mismo color con los segmentos del perímetro que quedan entre ellas. De este modo resaltamos con colores las regiones que nos interesan. Por otro lado, podemos apreciar que esta figura es de dimensiones mayores al tamaño de la placa tipo Zernike, así que utilizamos una segunda restricción: sólo la información que está dentro del círculo color gris forma parte de la pantalla nula. En la Fig. 3.3 (c) se aprecia la pantalla nula completa, cuyo tamaño corresponde con el de la placa tipo Zernike que evaluaremos y podemos observar que en la región central tenemos las cinco figuras blancas que formarán las franjas de nuestro diseño, mientras que existen contribuciones fuera de éstas que sólo aportan información a unas partes del patrón esperado, ya que en las cuatro regiones externas no aparecen cinco figuras.

En la Fig. 3.4 (a) mostramos un patrón Ronchi con $\mathcal{P} = 9$, franjas totales. El número de franjas brillantes de este tipo de patrones queda determinado por:

$$Q = \frac{\mathcal{P} + 1}{2}. \quad (3.3)$$

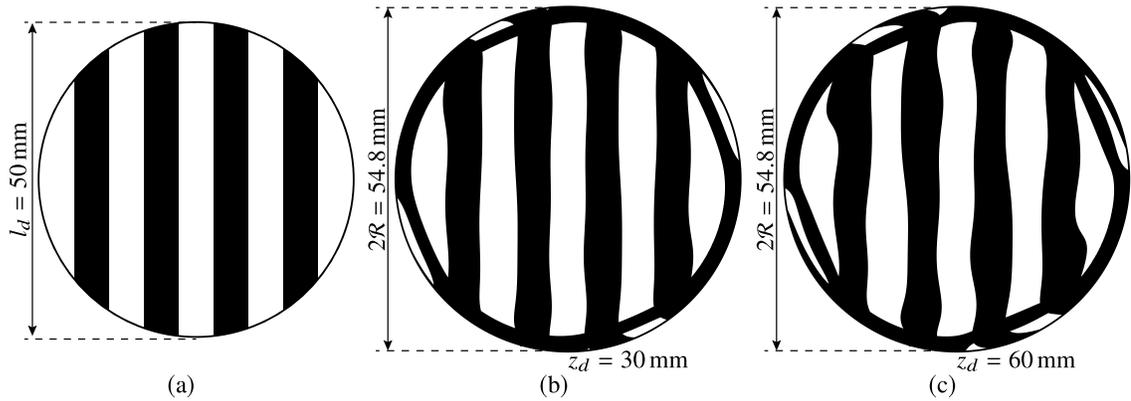


Figura 3.4: Pantallas nulas tipo Ronchi, $Q = 5$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

Entonces, en la Fig. 3.4 podemos identificar $Q = 5$ franjas brillantes con un espesor

$\Delta = 5.55$ mm, ya que este patrón es el mismo que aparece en la Fig. 3.3 con el que explicamos el diseño de una sola pantalla nula. En la Fig. 3.4 (b) se muestra la pantalla nula calculada para obtener el patrón de cinco franjas brillantes en un plano de detección colocado en $z_d = 30$ mm. Podemos apreciar que la contribución de las cuatro regiones externas tiene unas dimensiones considerables, pero solo aporta información a una sola franja, mientras que en la región central aparecen las cinco figuras blancas con muy pocas deformaciones si comparamos con las franjas ideales. Mientras que la pantalla nula de la Fig. 3.4 (c) forma el patrón esperado en el plano $z_d = 60$ mm, en esta pantalla podemos apreciar que las figuras están más deformadas y la información en las regiones externas ahora contribuye a formar dos franjas, aunque las figuras sean de dimensiones pequeñas.

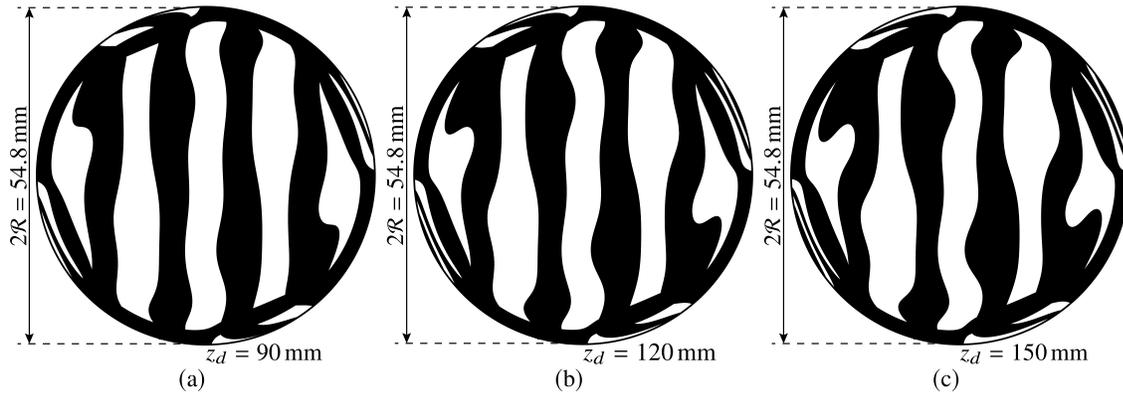


Figura 3.5: Pantallas nulas tipo Ronchi, $\mathcal{Q} = 5$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Utilizando la pantalla nula de la Fig. 3.5 (a) se observará el diseño de cinco franjas brillantes, en un plano de detección ubicado en $z_d = 90$ mm. En esta pantalla se observan figuras más deformadas que incluso tienen regiones donde se vuelven angostas y otras donde son más anchas. La Fig. 3.5 (b) muestra la pantalla nula que produce el patrón esperado en el plano con coordenada $z_d = 120$ mm. En las regiones externas de esta pantalla nula, las figuras blancas empiezan a alejarse del perímetro de la pantalla, y por ende son más angostas que en los casos anteriores, a la vez que las figuras del centro son muy asimétricas teniendo curvas con diferentes orientaciones. Por otro lado, la pantalla nula de la Fig. 3.5 (c) está diseñada para producir el patrón esperado en un plano con coordenada $z_d = 150$ mm, al ser el plano más alejado que utilizamos se puede notar que la pantalla nula muestra deformaciones ligeramente

diferentes al compararla con las anteriores.

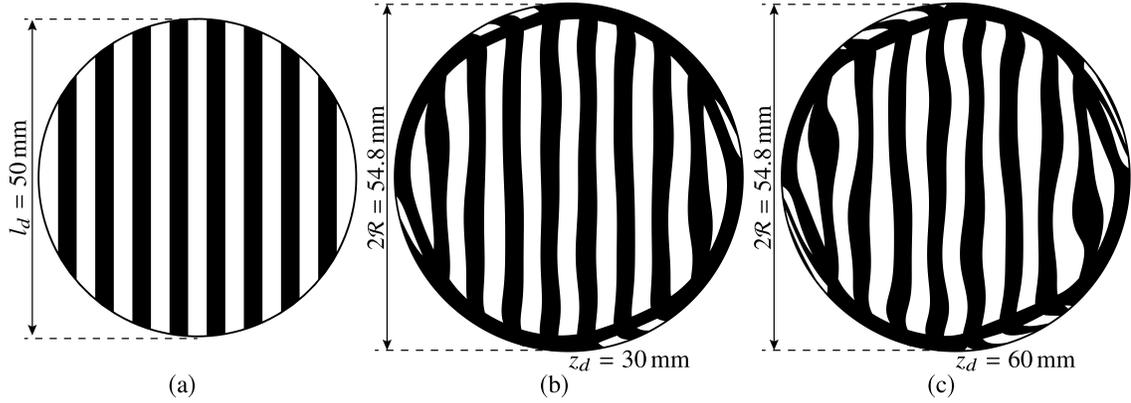


Figura 3.6: Pantallas nulas tipo Ronchi, $\mathcal{Q} = 9$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

Además en la Fig. 3.6 (a) podemos identificar un patrón tipo Ronchi con $\mathcal{Q} = 9$ franjas brillantes, las cuales tienen un espesor $\Delta = 2.941$ mm y están limitadas por una circunferencia de diámetro $l_d = 50$ mm. En la Fig. 3.6 (b) se aprecia la pantalla nula calculada para obtener el patrón de nueve franjas brillantes en un plano de detección colocado en $z_d = 30$ mm, podemos apreciar que, al igual que con el patrón de cinco franjas, la contribución de las cuatro regiones externas es muy pequeña, a la vez que en la región central aparecen las nueve figuras blancas con muy pocas deformaciones si las comparamos con las franjas ideales. La pantalla nula de la Fig. 3.6 (c) forma este patrón esperado en el plano $z_d = 60$ mm, en esta pantalla podemos apreciar que las figuras están más deformadas y la información en las regiones externas es mayor, ya que tenemos más figuras blancas, aunque sean de dimensiones pequeñas.

Para observar nuestro diseño de nueve franjas brillantes dentro de un círculo de 50 mm de diámetro, en un plano de detección ubicado en $z_d = 90$ mm, se debe utilizar la pantalla nula de la Fig. 3.7 (a), en la que se aprecian formas más deformadas que incluso tienen regiones donde se vuelven angostas y otras donde son más anchas. Mientras que la Fig. 3.7 (b) muestra la pantalla nula que produce el patrón esperado en el plano con coordenada $z_d = 120$ mm. En las regiones externas de esta pantalla nula, las figuras blancas empiezan a ser tan angostas que podríamos tener problemas de resolución para imprimirlas correctamente, en tanto que las figuras del centro son

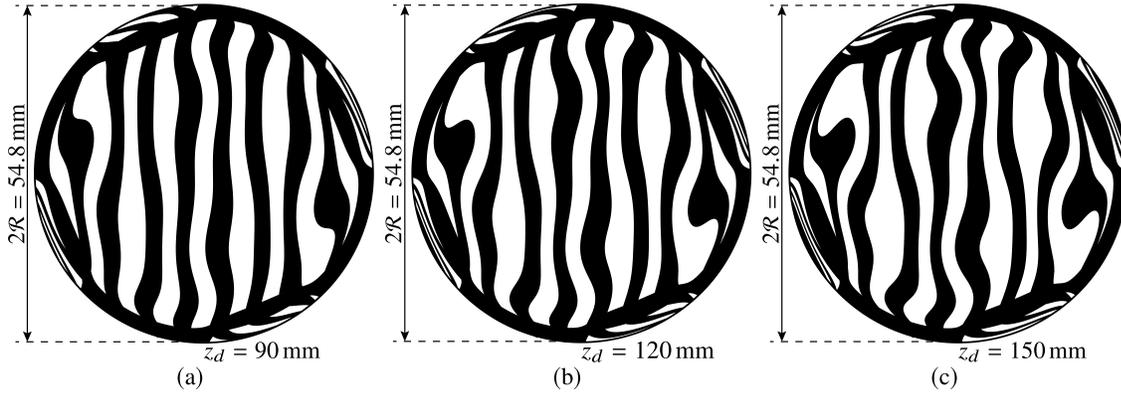


Figura 3.7: Pantallas nulas tipo Ronchi, $Q = 9$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

muy irregulares y asimétricas teniendo curvas con diferentes orientaciones. Por otro lado la pantalla nula de la Fig. 3.7 (c) está diseñada para producir el patrón esperado en un plano con coordenada $z_d = 150$ mm, al ser el plano más alejado que utilizamos, podemos apreciar un comportamiento similar al del patrón de cinco franjas. Podemos afirmar que si alejamos el plano de detección, manteniendo el tamaño del patrón esperado fijo, las pantallas nulas son figuras cada vez más complejas, que formarán el mismo patrón ordenado.

3.2.2. Patrón tipo Hartmann

Para este patrón construimos una distribución cuadrada de circunferencias equidistantes del mismo tamaño. Cabe resaltar que esta distribución debe quedar dentro del círculo de diámetro l_d . Para este diseño consideramos el eje Y como la dirección principal a partir de la que definimos el patrón esperado y nuevamente utilizamos el número impar \mathcal{P} , que ahora representa el número de circunferencias que habrá en el eje vertical de nuestro diseño. La condición de que \mathcal{P} sea impar nos permite tener una circunferencia en el centro del patrón, con lo que será más fácil alinear la pantalla nula, además de mantener la condición de que existe una circunferencia brillante en cada extremo del patrón de diseño. El radio de las circunferencias está determinado por:

$$r_d = \frac{l_d}{4\mathcal{P} - 2}. \quad (3.4)$$

La separación entre estas circunferencias es $\Delta = 2r_d$, de modo que entre dos circunferencias contiguas cabe una tercera circunferencia. Así podemos escribir la ecuación que describe a la familia de circunferencias dentro de un área cuadrada de lado l_d como:

$$\left[x_d - \frac{(2i - \mathcal{P})l_d}{2\mathcal{P} - 1} \right]^2 + \left[y_d - \frac{(2j - \mathcal{P})l_d}{2\mathcal{P} - 1} \right]^2 = r_d^2 \quad (3.5)$$

donde los índices i, j son enteros positivos en el intervalo $[0, \mathcal{P} - 1]$. Para mantener las circunferencias dentro del círculo de diámetro l_d eliminamos del patrón todas aquellas cuyo centro tenga una magnitud mayor a $l_d/2 - r_d$, de modo que las circunferencias más alejadas del centro son tangentes al círculo que limita el tamaño del patrón.

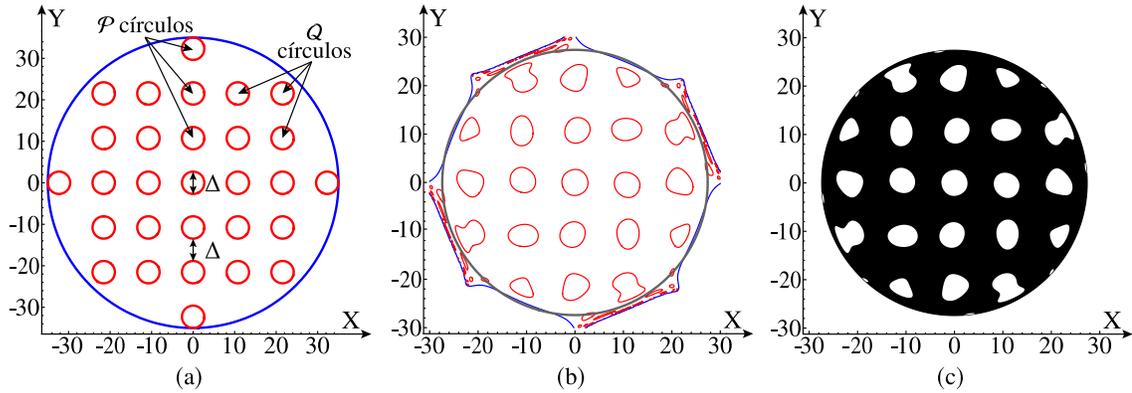


Figura 3.8: Diseño de pantallas nulas tipo Hartmann: (a) Patrón esperado. (b) Solución al trazo inverso de rayos. (c) Pantalla nula.

En la Fig. 3.8 (a) observamos un patrón de $\mathcal{P} = 7$ circunferencias en el eje Y, dentro de un círculo de diámetro $l_d = 70$ mm. Este patrón tiene un total de $\mathcal{Q} = 29$ circunferencias cuyo radio es $r_d = 2.692$ mm y una separación entre ellas de $\Delta = 5.384$ mm. Por otro lado en la Fig. 3.8 (b) mostramos la solución obtenida al resolver la Ec.(3.1) para cada una de las circunferencias del patrón tipo Hartmann, ubicado en un plano de detección con coordenada $z_d = 60$ mm. En este caso podemos ver que

al incrementar el tamaño del patrón esperado su solución al trazo inverso de rayos ahora es una sola figura con cuatro concavidades intercaladas con protuberancias. De este modo solo necesitamos que la solución esté dentro del círculo gris para considerarla parte de la pantalla nula. Además, en la Fig. 3.8 (c) obtenemos la pantalla nula que producirá este patrón esperado. Sin embargo, debemos notar que hay gotas de la pantalla nula que son muy pequeñas y además están muy cerca de los bordes y es probable que estas gotas no contribuyan sustancialmente al patrón esperado en una prueba experimental.

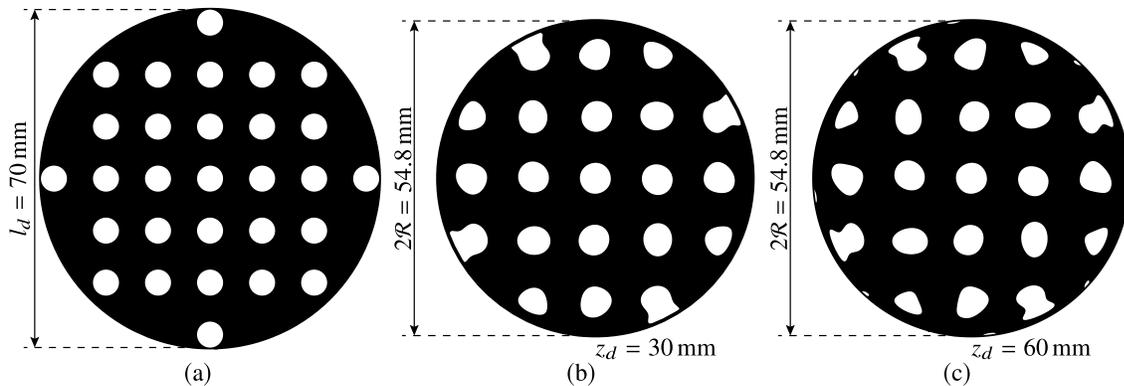


Figura 3.9: Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 7$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

En la Fig. 3.9 (a) se muestra el mismo patrón Hartmann con $\mathcal{P} = 7$ de la Fig. 3.8 con la diferencia de que ahora está binarizado y representa lo que observaríamos durante el trabajo experimental. Mientras que en la Fig. 3.9 (b) mostramos la pantalla nula que formará este patrón en el plano $z_d = 30$ mm. Observando con atención la línea vertical central podemos identificar solo cinco gotas, en lugar de siete, por lo que en este plano se ha perdido información de los extremos del patrón esperado. Además cerca del perímetro de la pantalla nula tenemos solo tres figuras, cuando en el patrón esperado hay cinco circunferencias, de modo que la pérdida de información no se limita a los extremos solamente. En la Fig. 3.9 (c) tenemos la pantalla nula que forma el mismo patrón esperado en $z_d = 60$ mm. En esta pantalla nula ya aparecen las gotas que hacían falta en el plano anterior, pero son muy pequeñas y podrían no contribuir de manera ideal al patrón esperado durante el trabajo experimental.

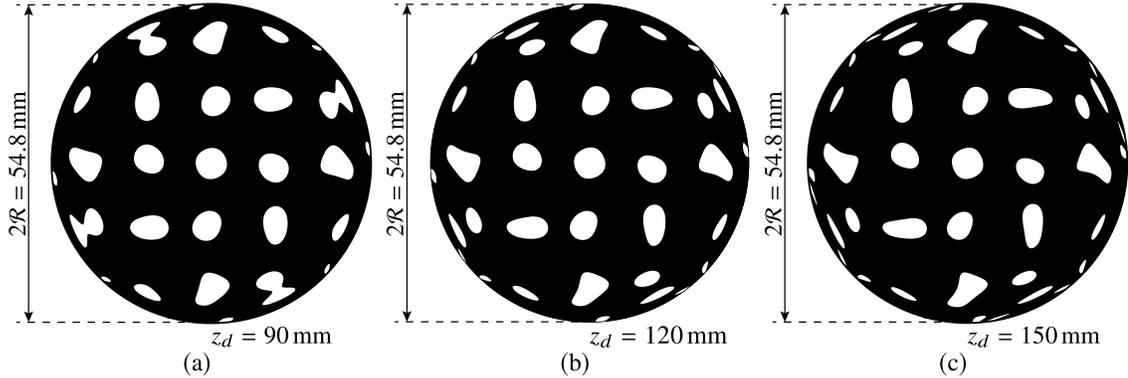


Figura 3.10: Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 7$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Por otro lado, en la Fig. 3.10 (a) tenemos la pantalla nula que se utiliza para observar el patrón de la Fig. 3.9 (a), en el plano $z_d = 90$ mm. Podemos ver que hay gotas alargadas y gotas que tienen una cintura muy angosta, lo cual indica que en planos posteriores estas gotas pueden separarse en dos. Además, en la Fig. 3.10 (b) se muestra la pantalla nula necesaria para observar el patrón esperado en el plano $z_d = 120$ mm. El último caso es la pantalla nula de la Fig. 3.10 (c) que forma el patrón ordenado en el plano $z_d = 150$ mm. Estas dos últimas pantallas muestran gotas con formas cada vez más alargadas, al grado de que algunas aparentan ser una línea y otras que podrían empezar a reducir su tamaño en el centro.

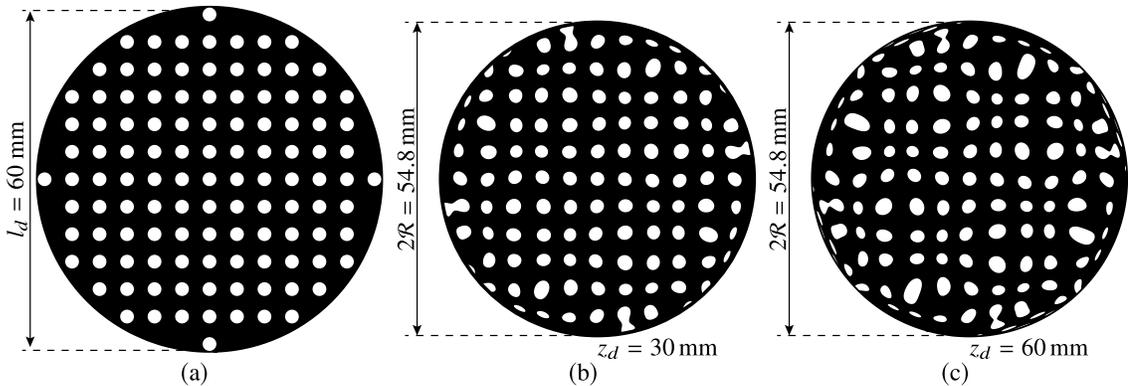


Figura 3.11: Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 13$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

La Fig. 3.11 (a) muestra un patrón tipo Hartmann con $\mathcal{P} = 13$ circunferencias en el eje, que está inscrito en un círculo de diámetro $l_d = 60$ mm, este patrón tiene un total de $\mathcal{Q} = 113$ circunferencias cuyo radio es $r_d = 1.2$ mm y están separadas una distancia $\Delta = 2.4$ mm entre sí. Mientras que en la Fig. 3.11 (b) mostramos la pantalla nula que formará este patrón en el plano $z_d = 30$ mm. Sin embargo, viendo de cerca la línea vertical central podemos observar solo once gotas, en lugar de trece, por lo que en este plano se han perdido las cuatro circunferencias de los extremos del patrón esperado. Además en la Fig. 3.11 (c) tenemos la pantalla nula que forma el mismo patrón esperado en $z_d = 60$ mm, en esta pantalla nula ya aparecen las gotas asociadas a las circunferencias de los extremos, pero al igual que con el patrón de siete gotas en el eje, son muy pequeñas y podrían no contribuir de manera ideal al patrón esperado durante el trabajo experimental.

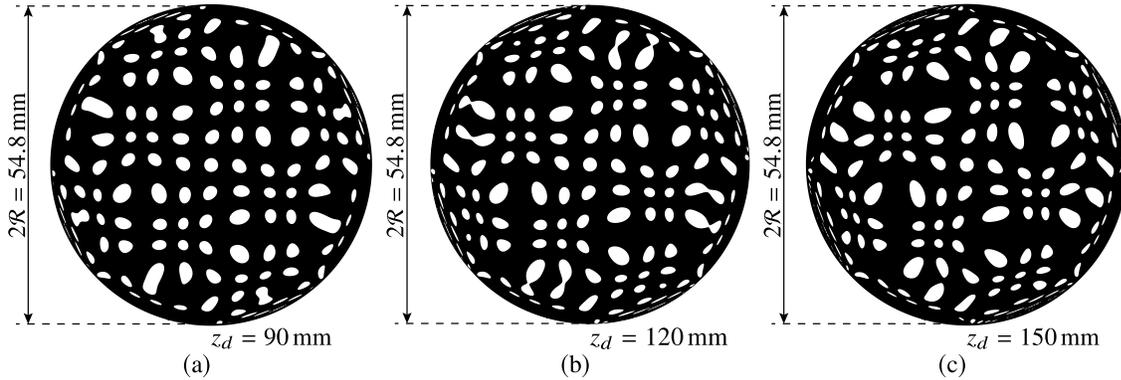


Figura 3.12: Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 13$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Para observar el patrón de la Fig. 3.11 (a), en el plano $z_d = 90$ mm, se utiliza la pantalla nula de la Fig. 3.12 (a) en la que podemos ver que hay gotas alargadas y gotas que ya se han separado, además de que ya aparecen las contribuciones de los extremos. Mientras que en la Fig. 3.12 (b) se muestra la pantalla nula necesaria para observar el patrón esperado en el plano $z_d = 120$ mm. El último caso es la pantalla nula de la Fig. 3.12 (c) que forma el patrón ordenado en el plano $z_d = 150$ mm. En general, podemos observar que al incrementar el tamaño del patrón de diseño, las gotas que corresponden a los bordes del patrón no aparecen cuando el plano de detección se encuentra en distancias cercanas a la superficie bajo prueba, mientras que al alejar el plano de detección las pantallas nulas tienen formas cada vez más

complejas y aparecen las gotas asociadas a los bordes del patrón esperado.

3.2.3. Patrón semi angular

Este patrón se define de forma muy similar al de la sección anterior, iniciamos definiendo la circunferencia de diámetro l_d y el número impar \mathcal{P} , que indica el total de circunferencias que obtendremos en el eje Y. La distancia entre dos de estas circunferencias colocadas sobre el eje es $\Delta = 2r_d$, mientras que el radio de dichas circunferencias también está determinado por la Ec. (3.4).

Para definir los anillos concéntricos de circunferencias utilizamos sólo las circunferencias que se encuentran por encima del eje X, es decir, las que tienen coordenada $y_d > 0$, los centros de estas circunferencias definen círculos cuyo radio es:

$$\mathcal{R}_i = 4r_d i = 2\Delta i \quad (3.6)$$

donde el índice i es un número entero positivo en el intervalo $\in [0, (\mathcal{P} - 1)/2]$, cuando $i = 0$ se obtiene el círculo central del patrón. Las circunferencias que se encuentran fuera del eje Y, serán colocadas sobre cada uno de los anillos determinados por \mathcal{R}_i , para determinar la separación angular entre circunferencias colocadas en el mismo anillo debemos conocer la razón entre el semi perímetro del anillo \mathcal{R}_i y la circunferencia de diámetro Δ , esto es:

$$\tau_i^j = \frac{j\pi}{\left[\frac{\pi \mathcal{R}_i}{2\Delta} \right]} = \frac{j\pi}{[i\pi]}, \quad (3.7)$$

en esta expresión el índice j proporciona valores discretos en el intervalo $[0, 2[i\pi] - 1]$, mientras que el índice i , nos indica el número de anillo en el que nos encontramos. Se han utilizado corchetes, $[\]$, para indicar la función “Redondeo al entero más cercano”, ya que esta función nos permite incluir más circunferencias en el patrón esperado, que las que obtendríamos en un patrón con separación angular constante. De este modo la familia de circunferencias distribuidas en anillos está descrita por:

$$(x_d - \mathcal{R}_i \text{sen} \tau_i^j)^2 + (y_d - \mathcal{R}_i \text{cos} \tau_i^j)^2 = r_d^2 \quad (3.8)$$

donde los anillos se recorren en dirección de las manecillas del reloj. Además todas las circunferencias del anillo final son tangentes al círculo de diámetro l_d que define

el tamaño del patrón esperado. El número total de circunferencias en este patrón semi angular está determinado por:

$$Q = 1 + \sum_{i=1}^{\frac{\mathcal{P}-1}{2}} 2[i\pi], \quad (3.9)$$

donde nuevamente el índice i , indica el número de anillos del patrón de diseño.

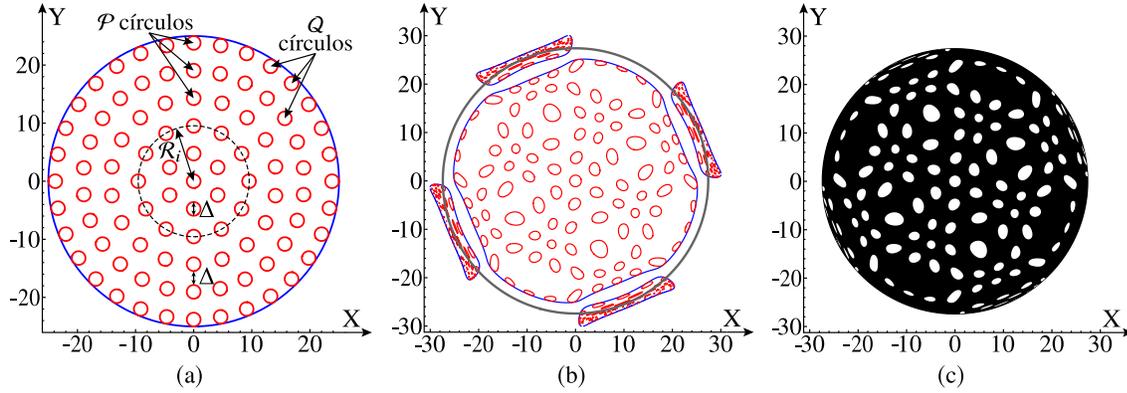


Figura 3.13: Diseño de pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares: (a) Patrón esperado. (b) Solución al trazo inverso de rayos. (c) Pantalla nula.

En la Fig. 3.13 (a) se muestra un patrón semi angular con $\mathcal{P} = 11$ circunferencias en el eje Y, que definen cinco anillos más el círculo central y de acuerdo con la Ec.(3.9) se obtienen $Q = 95$ circunferencias totales, de radio $r_d = 1.19$ mm, inscritas en un círculo de diámetro $l_d = 50$ mm colocado en el plano con coordenada $z_d = 90$ mm. Mientras que en la Fig. 3.13 (b) se muestra la solución de la Ec.(3.1) para este patrón, podemos notar que existen gotas en las cinco regiones azules, pero en las exteriores son cortadas por las dimensiones físicas de la superficie bajo prueba, sin embargo, en la región central todas las gotas formarán parte de la pantalla nula. Finalmente en la Fig. 3.13 (c) aparece la pantalla nula que forma el patrón esperado, en esta pantalla podemos identificar cuatro regiones donde no hay gotas, además de gotas grandes que deberán enfocar la luz para formar círculos y gotas pequeñas que deberán expandir la luz que las atraviesa para formar los círculos del patrón esperado.

En la Fig. 3.14 (a) podemos ver el patrón de la Fig. 3.13 (a) binarizado. A la vez que en la Fig. 3.14 (b) se muestra la pantalla nula necesaria para observar este patrón

de diseño en el plano $z_d = 30$ mm. Podemos notar que las gotas de la parte central tienen ligeras deformaciones con respecto al patrón esperado. Además, aunque son solo doce gotas, existen las contribuciones de las regiones exteriores de la pantalla nula. En la Fig. 3.14 (c) observamos la pantalla nula que produce nuestro patrón esperado en el plano $z_d = 60$ mm. En esta pantalla se observan gotas con formas alargadas y aparecen unas cuantas gotas más en las cuatro regiones externas.

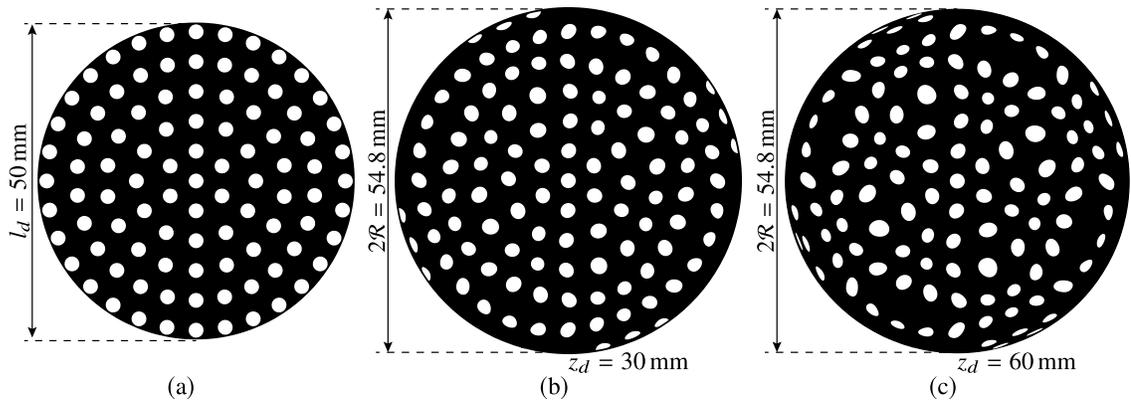


Figura 3.14: Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 11$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

La Fig. 3.15 (a) muestra la pantalla nula que forma el patrón de diseño de la Fig. 3.14 (a) en el plano de detección $z_d = 90$ mm, donde podemos ver que las gotas de las cuatro figuras externas han incrementado su número, pero son pequeñas, mientras que en la región central tenemos gotas alargadas y otras más estrechas e identificamos cuatro zonas de la región central donde no hay gotas. Por otro lado, en la Fig. 3.15 (b) se muestra la pantalla que forma el patrón esperado en $z_d = 120$ mm. En esta pantalla aparecen gotas tan alargadas que prácticamente son una línea en las regiones exteriores, en tanto que en la region central aparecen pequeñas gotas en dos de las zonas donde no había gotas en el plano anterior. En la Fig. 3.14 (c) aparece la pantalla nula que utilizamos para observar el patrón de diseño en el plano $z_d = 150$ mm. Esta pantalla nula tiene gotas bastante pequeñas en las cuatro regiones externas, mientras que en la región central tenemos gotas alargadas grandes y pequeñas.

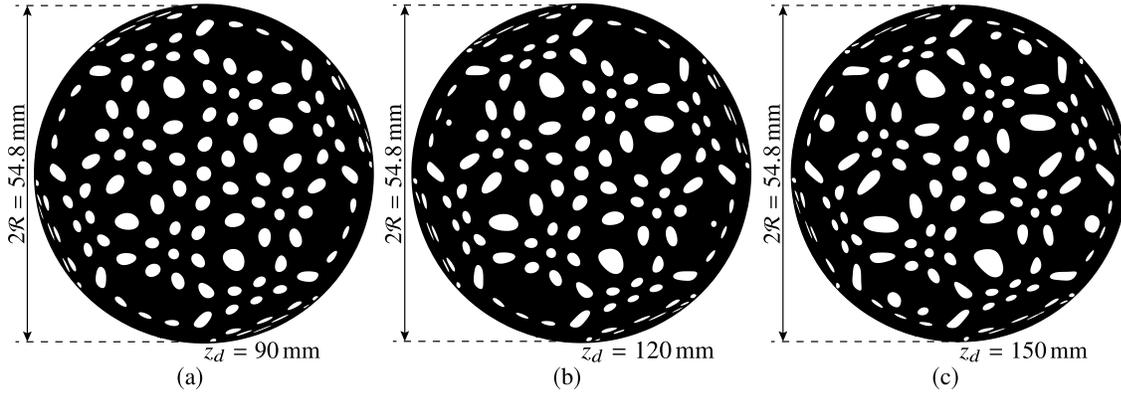


Figura 3.15: Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 11$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Además en la Fig. 3.16 (a) podemos ver un patrón de circunferencias con distribución semi angular inscrito en un círculo con $l_d = 50$ mm de diámetro. Este patrón tiene $\mathcal{P} = 29$ circunferencias en el eje vertical, el cual sustituimos en la Ec.(3.9) para obtener que el número total de circunferencias en el patrón de diseño es $\mathcal{Q} = 661$ y su radio es $r_d = 0.438$ mm. En la Fig. 3.16 (b) se muestra la pantalla nula necesaria para observar este patrón de diseño en el plano $z_d = 30$ mm. Podemos notar que esta pantalla nula consiste de gotas que tienen ligeras deformaciones con respecto al patrón esperado y que las gotas ubicadas en las regiones exteriores son pocas en comparación con las que se encuentran en la parte central. En la Fig. 3.16 (c) observamos la pantalla nula que produce nuestro patrón esperado en el plano $z_d = 60$ mm. En esta pantalla se observan gotas con formas muy alargadas, además de que aparecen más gotas pequeñas en las cuatro regiones externas.

Por otro lado en la Fig. 3.17 (a) tenemos la pantalla nula que forma el patrón de diseño de la Fig. 3.16 (a) en el plano de detección $z_d = 90$ mm, donde podemos ver que las gotas de las cuatro figuras externas son cada vez más pequeñas, mientras que en la región central tenemos gotas muy alargadas y otras más estrechas. Por otro lado, en la Fig. 3.17 (b) se muestra la pantalla que forma el patrón esperado en $z_d = 120$ mm. En esta pantalla aparecen gotas tan alargadas que tienen una leve cintura y hay gotas que ya están separadas, ya que en el plano anterior eran una gota alargada y ahora son dos. Mientras tanto en la Fig. 3.17 (c) aparece la pantalla

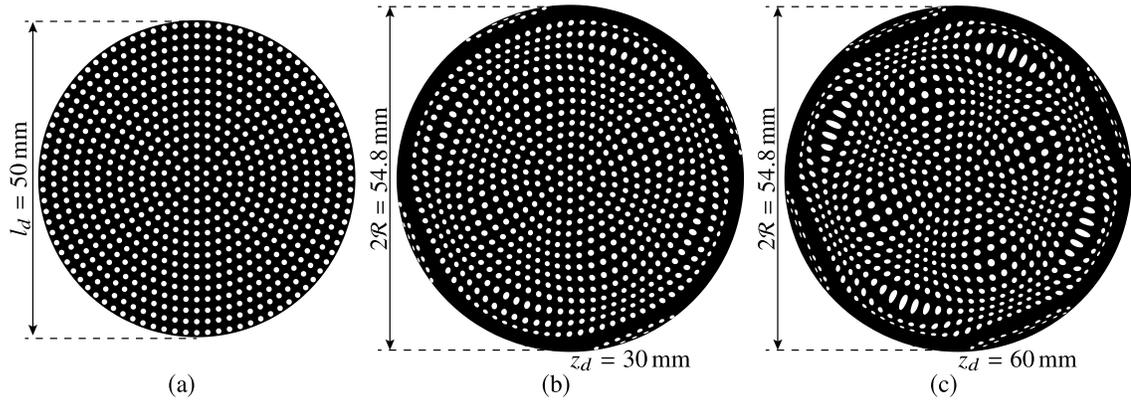


Figura 3.16: Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 29$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

nula que utilizamos para observar el patrón de diseño en el plano $z_d = 150$ mm, esta pantalla nula tiene gotas bastante pequeñas en las cuatro regiones externas, mientras que en la región central tenemos casi todos los casos anteriores de tipos de gotas.

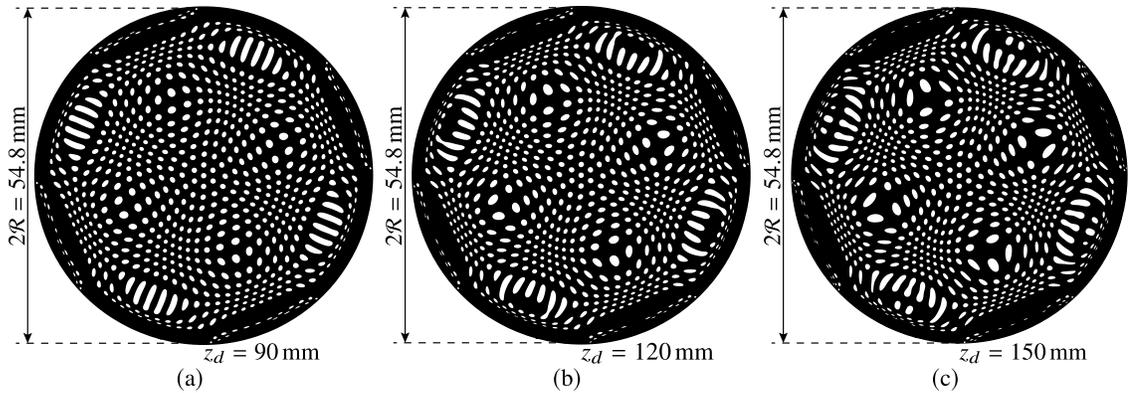


Figura 3.17: Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 29$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección (2): (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Hemos observado que dado un tamaño, l_d , del patrón de diseño. La pantalla nula mantiene su estructura general, sin importar los cambios en la posición del plano de detección. Para los patrones de $l_d = 50$ mm se mantienen las cinco estructuras que

contienen la información de la pantalla nula. Mientras que para $l_d = 60$ mm y $l_d = 70$ mm, solo existe una estructura que contiene a la pantalla nula. Por otro lado, cuando cambiamos la posición del plano de detección, los elementos en la pantalla nula aumentan o disminuyen su tamaño. En la prueba experimental esto es de suma importancia, ya que los elementos muy pequeños producirán manchas muy tenues, debido a que la luz debe distribuirse en una mancha de mayores dimensiones. En el caso contrario, los elementos que aumentan de tamaño, dejan pasar tanta luz a través de ellos que forman manchas muy brillantes en el plano de observación. Entonces, podemos afirmar que para obtener buenos resultados en la prueba de pantallas nulas, no solo necesitamos una iluminación uniforme en el plano de detección, también es conveniente utilizar pantallas nulas cuyos elementos no difieran mucho en su tamaño.

Capítulo 4

Desarrollo experimental

4.1. Antecedentes

La prueba de pantallas nulas por refracción tiene la ventaja de ser sencilla de implementar experimentalmente y no requiere un análisis matemático muy complejo de los resultados. Sin embargo, la precisión de esta prueba depende en gran medida del número de líneas o manchas circulares en el plano de observación, mientras se observen más elementos en este plano, la precisión mejorará. No obstante, tampoco es posible aumentar el número de elementos en el plano de detección arbitrariamente, ya que éstos deben ser grabados utilizando un sensor CCD y la resolución de este sensor limita el tamaño del objeto más pequeño que puede registrar. Por otro lado, al incrementar el número de elementos en el plano de observación se espera que el número de elementos en la pantalla nula se incremente al menos en la misma cantidad. En este caso una pantalla nula que tiene unas dimensiones determinadas deberá cubrir su área con elementos cada vez más pequeños que estarán limitados por la resolución de la impresora con que se imprimen las pantallas de acetatos transparentes o por la resolución del modulador de fase por transmisión, según sea el caso.

En este trabajo se utiliza un plano de detección en lugar de un sensor CCD directamente. Suponemos que toda la información que se muestra en este plano se observará completamente en el sensor de una cámara CCD colocada detrás. De este modo el montaje experimental difiere del que se utiliza tradicionalmente en esta prueba [35–37], y tiene la configuración que se muestra en la Fig. 4.1.

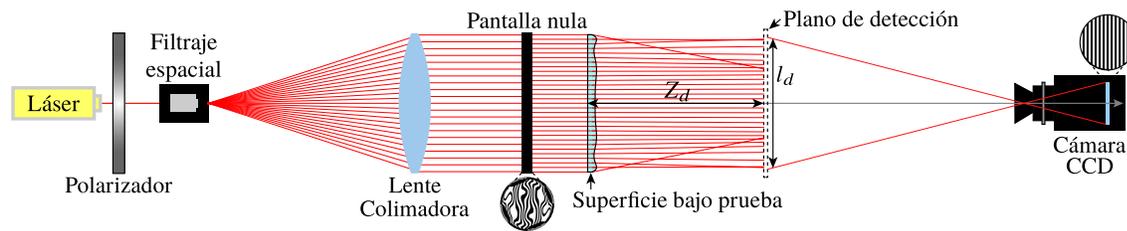


Figura 4.1: Esquema del arreglo experimental

4.2. Montaje experimental

Implementamos una prueba de pantallas nulas por refracción siguiendo el esquema de la Fig. 4.1. Lo primero que necesitamos es alinear el láser JDS Uniphase con longitud de onda 633 nm polarizado en dirección vertical. Para esto utilizamos dos puntas de acero colocadas sobre una misma dirección y a la misma altura, una cerca del láser y la otra alejada. De este modo cuando el haz de luz pasa por ambas puntas metálicas el láser queda alineado.

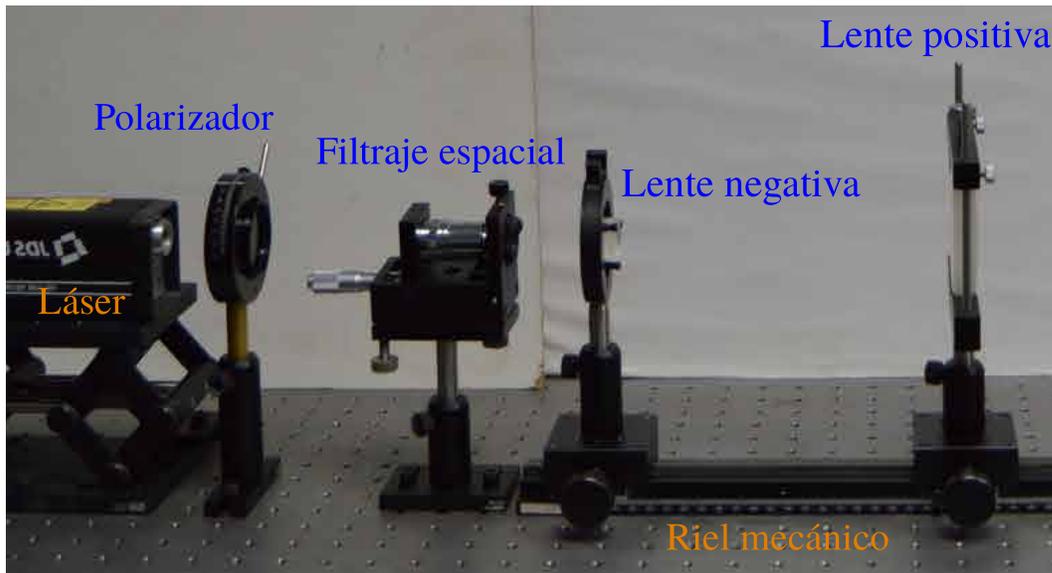


Figura 4.2: Montaje experimental: Frente de onda plano

Colocamos la placa plano-curva tipo Zernike dentro de la región que delimitan las dos puntas de alineación, lo más centrada posible para que el haz láser que la atraviesa por su centro geométrico no sea desviado, además de mantener la orientación

correcta. Entre la placa tipo Zernike y el láser se coloca un riel mecánico que nos permite mover dos lentes. La primera es un doblete acromático negativo con distancia focal $f = -50$ mm y diámetro $D = 12.7$ mm, mientras que la segunda lente es un doblete acromático positivo con distancia focal $f = 400$ mm y diámetro $D = 76.2$ mm. Estas lentes forman un sistema telescópico que nos permite obtener un haz de luz colimado con el tamaño adecuado para iluminar toda la superficie bajo prueba. Además incluimos un filtro espacial colocado entre el láser y la lente negativa. Este filtro consiste en un objetivo de microscopio de $20\times$ y un pinhole con diámetro de $20\ \mu\text{m}$ con lo que obtenemos una distribución de energía uniforme y al combinarlo con el arreglo telescópico obtenemos una fuente de luz láser colimada, es decir, los frentes de onda que produce esta luz son planos. Para comprobar esto utilizamos un autocolimador en el cual, al momento de observar un arreglo de líneas de igual espesor se garantiza la planicidad del frente de onda. Este tipo de frente de onda incidente fue considerado en los cálculos de los Capítulos 2 y 3. También se coloca un polarizador entre el láser y el filtro espacial. Este elemento se utiliza únicamente para disminuir la intensidad de la luz que llega a la cámara CCD y evitar saturarla. En la Fig. 4.2 se observan estos elementos que utilizamos para producir el frente de onda plano.

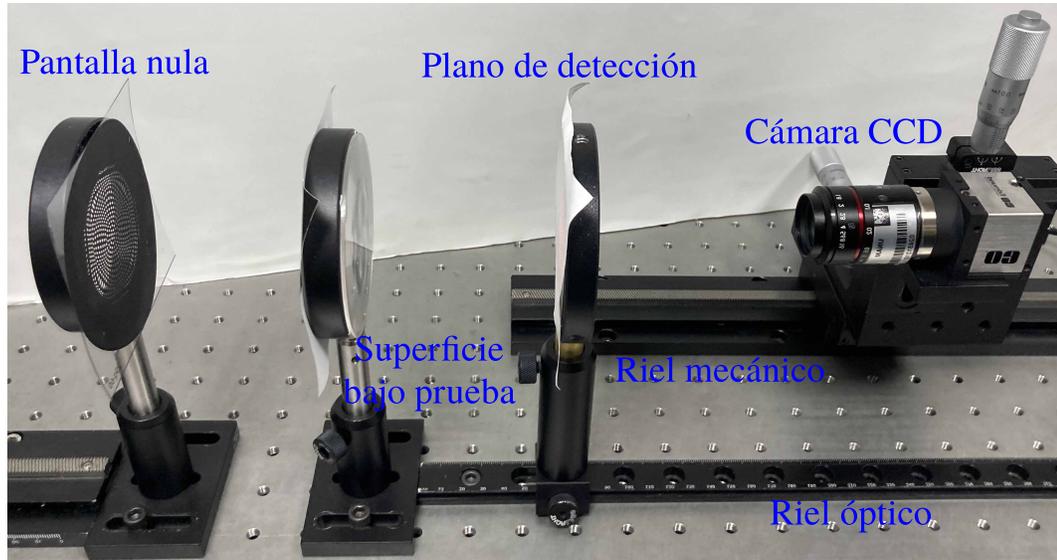


Figura 4.3: Montaje experimental: Prueba de pantallas nulas

Por otro lado, colocamos un riel óptico frente a la placa tipo Zernike, sobre el que

va montada la pantalla opaca que utilizamos como plano de detección. Paralelo al riel óptico incluimos un segundo riel mecánico que nos permite mover un arreglo de dos platinas lineales en la dirección de propagación del haz, obteniendo así una combinación de elementos que nos permite mover la cámara CCD en las tres direcciones ortogonales del espacio. La cámara CCD que utilizamos tiene acoplada una lente de distancia focal $f = 16$ mm y un número $F/\#$ variable entre $F/1.8 \sim 16$, que hemos corregido por distorsión, ver Apéndice B. Finalmente las pantallas nulas se colocan entre el doblete acromático positivo y la superficie bajo prueba. No existe una posición definida para colocar las pantallas nulas a lo largo del eje óptico. Sin embargo, cuando la orientación rotacional alrededor de este eje no es adecuada, la pantalla nula no forma el patrón esperado. Esta parte del montaje experimental se observa en la Fig. 4.3.

4.3. Evaluación cualitativa

Antes de analizar los resultados experimentales que hemos obtenido, vale la pena observar las condiciones de iluminación que tenemos durante el experimento ya que la superficie bajo prueba redistribuye la intensidad de la luz incidente en formas muy particulares. En la Fig. 4.4 observamos la distribución de intensidad de la luz refractada por la placa plano curva tipo Zernike en cada uno de los planos donde realizamos la prueba de pantallas nulas. Podemos observar que en el primer plano, ubicado en $z_d = 30$ mm, la iluminación es casi uniforme, Fig. 4.4 (a), salvo por una pequeña región del centro, además la luz queda contenida dentro de una forma aparentemente circular. Con el plano de detección en $z_d = 60$ mm, podemos notar que la forma general de la región que contiene la luz ya no aparenta ser un círculo pues cerca de los bordes vemos secciones que son más oscuras y otras más brillantes alternadamente, Fig. 4.4 (b), que deforman la figura general.

Por otro lado en la Fig. 4.4 (c), observamos con el plano de detección colocado en $z_d = 90$ mm, donde podemos decir que el perímetro de esta distribución de intensidad aparenta ser un cuadrado con esquinas redondas. Además podemos notar áreas brillantes con forma de una cruz sólida en el centro y otra que solo está delineada con diferente orientación. Las zonas oscuras son grandes y están divididas por estas regiones brillantes. En la Fig. 4.4 (d), el plano de detección está ubicado en $z_d = 120$ mm, donde además el diafragma de la cámara CCD está abierto lo suficiente para que observemos claramente las zonas brillantes, identificando algo que parece un cuadrado con las esquinas redondas y aristas con concavidad hacia el centro, además de

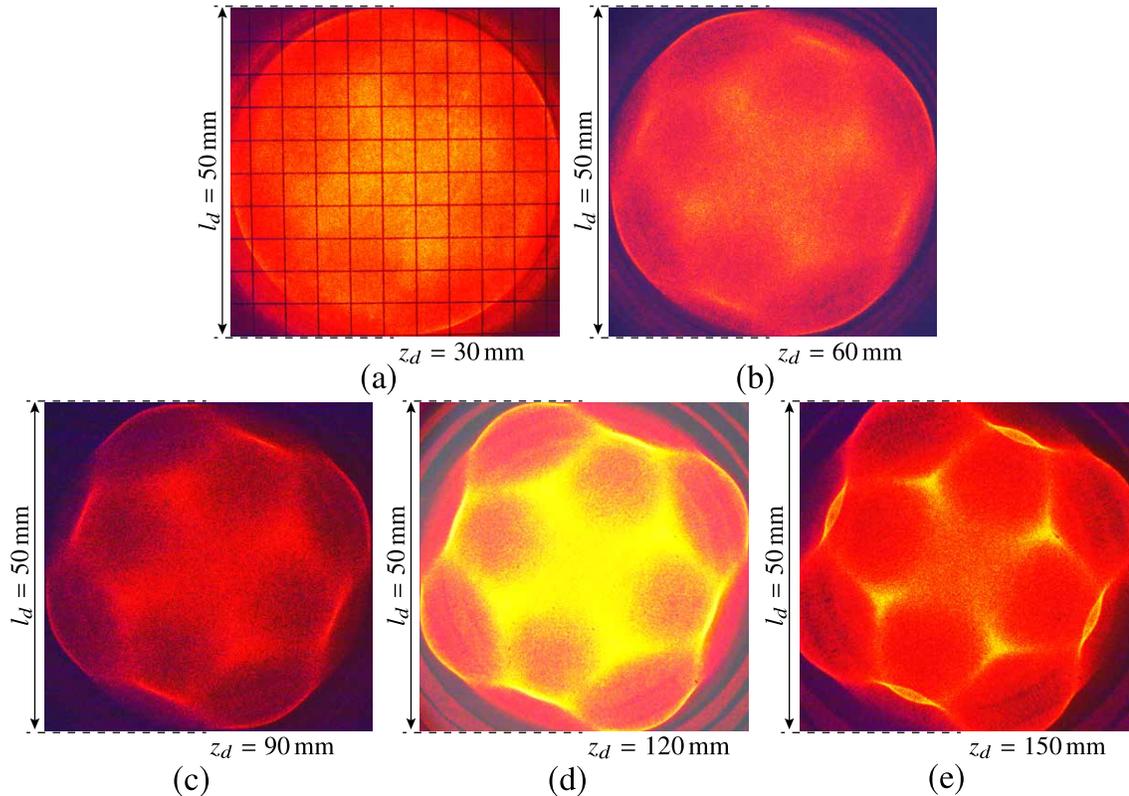


Figura 4.4: Distribución de intensidad en los distintos planos de detección: (a) $z_d = 30$ mm. (b) $z_d = 60$ mm. (c) $z_d = 90$ mm. (d) $z_d = 120$ mm. (e) $z_d = 150$ mm.

las dos cruces que observamos en la imagen anterior, mientras que podemos observar ocho zonas oscuras, cuatro que coinciden con las esquinas y otras cuatro en los brazos de la cruz más grande. En la Fig. 4.4 (e), observamos la luz que llega al plano colocado en $z_d = 150$ mm, donde identificamos cuatro zonas oscuras en las esquinas de la forma general, mientras que en el centro aparecen cuatro triángulos brillantes que podemos asociar con los focos aparentes de la superficie, también observamos cuatro ovalos con perímetros brillantes donde la luz parece tener un doblés hacia el centro de la figura. Así mismo, en algunas imágenes de la Fig. 4.4 se aprecian anillos brillantes alrededor de la figura central, estos anillos son producto de efectos de difracción ocasionados por el borde de la superficie tipo Zernike ya que el área en la que esta definida dicha superficie es menor al tamaño de la placa completa, como se observa en la Fig. 4.3.

Evaluamos las diferencias entre los patrones recuperados durante el experimento

y los que hemos diseñado, empezando con el patrón tipo Hartmann. En la Fig. 4.5 (a) se muestra el patrón esperado que contiene 7 circunferencias en el eje vertical, sin embargo, en ninguno de los planos de observación aparecen las 7 manchas que esperamos. La Fig. 4.5 (b) muestra el patrón recuperado en $z_d = 30$ mm, podemos notar una ligera rotación de la pantalla nula, además de una región iluminada que nos impide ver las circunferencias cercanas a este borde de forma completa. En la Fig. 4.5 (c) observamos en $z_d = 60$ mm, aún tenemos una región con iluminación casi uniforme, pero no podemos apreciar el patrón esperado completo y aparecen ligeras variaciones de intensidad en algunas de las manchas más alejadas del centro.

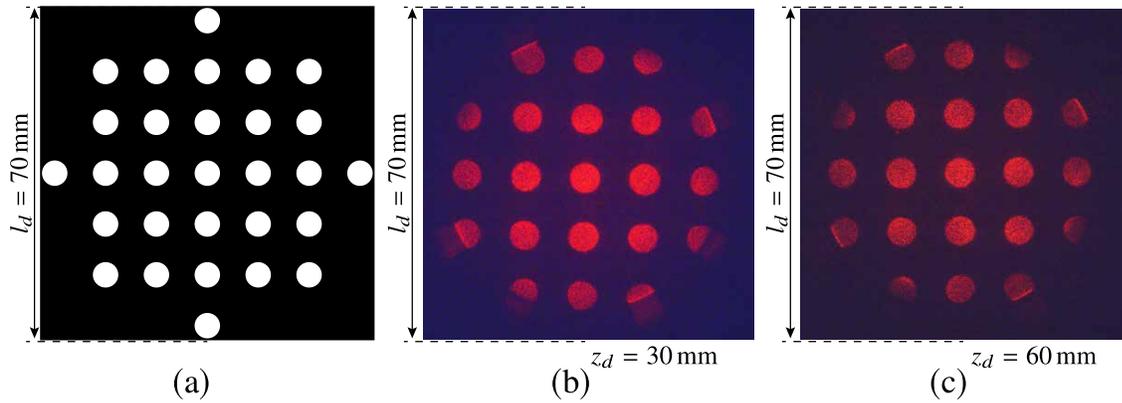


Figura 4.5: Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=7$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

Colocando el plano de detección en $z_d = 90$ mm, observamos la Fig. 4.6 (a), en la que nuevamente se aprecia una ligera rotación en la pantalla nula, además la luz que pasa por las gotas más cercanas a los bordes de la pantalla nula parece producir patrones de difracción al interactuar con los bordes de la placa plano-curva tipo Zernike. Por otro lado cuando cambiamos el plano de detección a la coordenada $z_d = 120$ mm tenemos la Fig. 4.6 (b), en esta imagen comenzamos a tener problemas de iluminación, debido a que las estructuras con forma de cruz comienzan a ser visibles y el área de observación ya no está iluminada uniformemente, esto se puede ver en las manchas del borde, que son mucho más tenues que las del centro. En la Fig. 4.6 (c) tenemos el patrón Hartmann recuperado en $z_d = 150$ mm, donde debido a la distribución de intensidad algunas manchas luminosas que veíamos en los planos anteriores ya no se ven, pues llega muy poca luz a estas áreas.

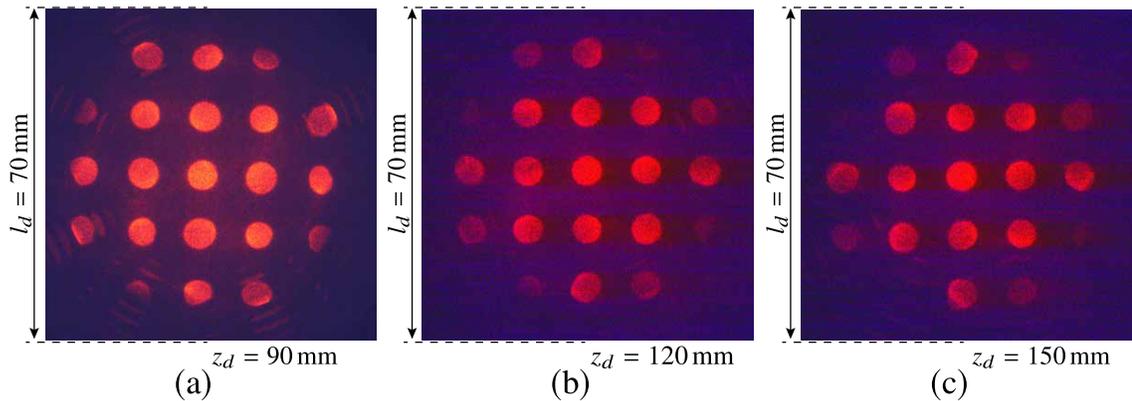


Figura 4.6: Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=7$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

En la Fig. 4.7 mostramos los resultados obtenidos al evaluar la placa plano curva con una pantalla nula que forma el patrón tipo Hartmann de 13 circunferencias en el eje, Fig. 4.7 (a). En la Fig. 4.7 (b) podemos ver el resultado de la prueba con el plano de detección ubicado en $z_d = 30$ mm, debemos notar que el patrón no aparece completo, más bien está delimitado por algo que aparenta ser una circunferencia, al grado que podemos encontrar manchas de luz cortadas a la mitad y también aparecen otras manchas con poca intensidad, que pueden ser dobles imágenes producidas por las pantallas nulas o patrones de difracción producidos por las gotas que se encuentran muy cerca de los bordes de la pantalla nula. Mientras que en la Fig. 4.7 (c), observamos el patrón esperado en $z_d = 60$ mm, notando que la pantalla nula tiene una rotación que deforma las manchas de la periferia y no recuperamos manchas circulares, vuelven a aparecer manchas cortadas por la mitad en el borde que también se deforma y ya no aparenta ser un círculo.

Observando el patrón esperado en la coordenada $z_d = 90$ mm obtenemos la Fig. 4.8 (a) en la que apreciamos una ligera rotación de la pantalla nula que deforma las circunferencias cercanas a los bordes, además aparecen manchas que tienen un incremento ligero en su intensidad. Por otro lado, en la Fig. 4.8 (b) realizamos la prueba con el plano de detección ubicado en $z_d = 120$ mm, en esta imagen además de tener manchas más brillantes cerca del centro y algunas cortadas en los bordes de la imagen, podemos notar que algunas de las manchas cercanas al borde son difíciles de observar. Finalmente en la Fig. 4.8 (c) observamos que el borde del patrón muestra

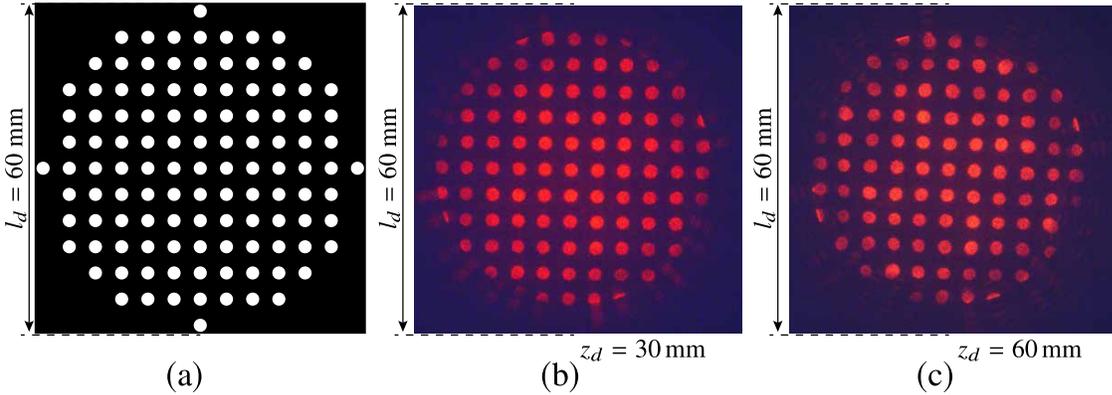


Figura 4.7: Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=13$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

una estructura de cruz que corta a las manchas circulares que queremos ver, además aparecen manchas muy brillantes cerca del centro y algunas cerca de los bordes.

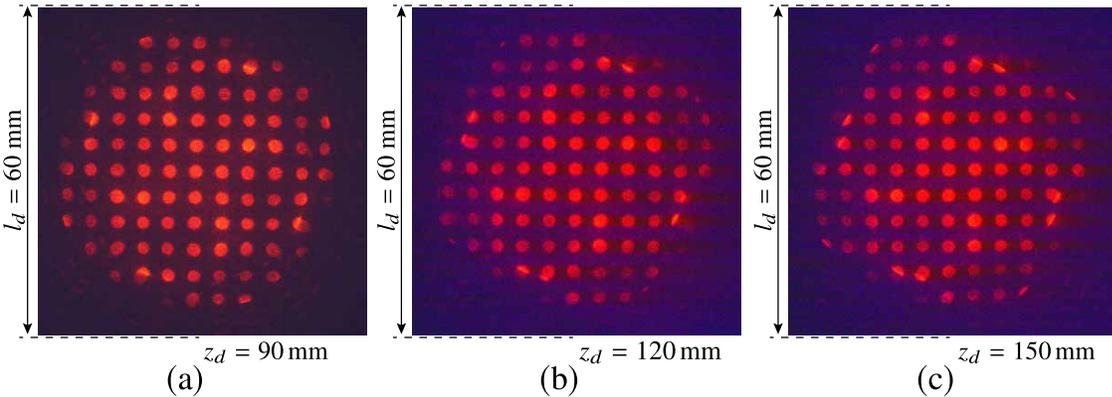


Figura 4.8: Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=13$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Para explicar lo sucedido en estas pruebas realizamos una simulación que nos indique como es la iluminación del patrón esperado en los planos de detección, así sabremos si los rayos refractados por la placa tipo Zernike llegan a las manchas del patrón esperado que se encuentra dentro del círculo con diámetro $l_d = 70$ mm para el patrón de 7 manchas en el eje, lo anterior también se conoce como un diagrama de manchas para una superficie *freeform*. Consideramos un conjunto de rayos incidentes

muy denso, fijando la coordenada z del vector de rayo refractado, \vec{R}_r resolvemos la Ec. (2.11) para conocer los puntos dentro del plano a los que llega cada rayo incidente. Realizamos el mismo proceso para cada posición del plano de detección en el eje Z. En la Fig. 4.9 (a) observamos como se distribuyen los rayos refractados al llegar al plano de detección en $z_d = 30$ mm esta distribución es casi uniforme, por lo que al incluir el patrón esperado podemos ver que las manchas centrales dibujadas en color negro tienen muchos puntos dentro de ellas, así que estarán bien iluminadas, sin embargo podemos identificar doce manchas que no quedan completamente cubiertas por los rayos refractados y esto puede explicarnos porque estas manchas, indicadas en color azul, no se observaron en el trabajo experimental. En el caso que el plano de detección se ubica en $z_d = 60$ mm, Fig. 4.9 (b), podemos observar que las zonas de menor densidad de puntos comienzan a crecer, además la zona central deja de tener iluminación casi uniforme, pues identificamos unas pequeñas áreas de concentración de rayos refractados. Aunque el patrón de iluminación es diferente y un poco más grande en tamaño, sigue sin cubrir completamente alguna de las doce manchas azules, por lo que en este plano tampoco se observan estas manchas durante el experimento.

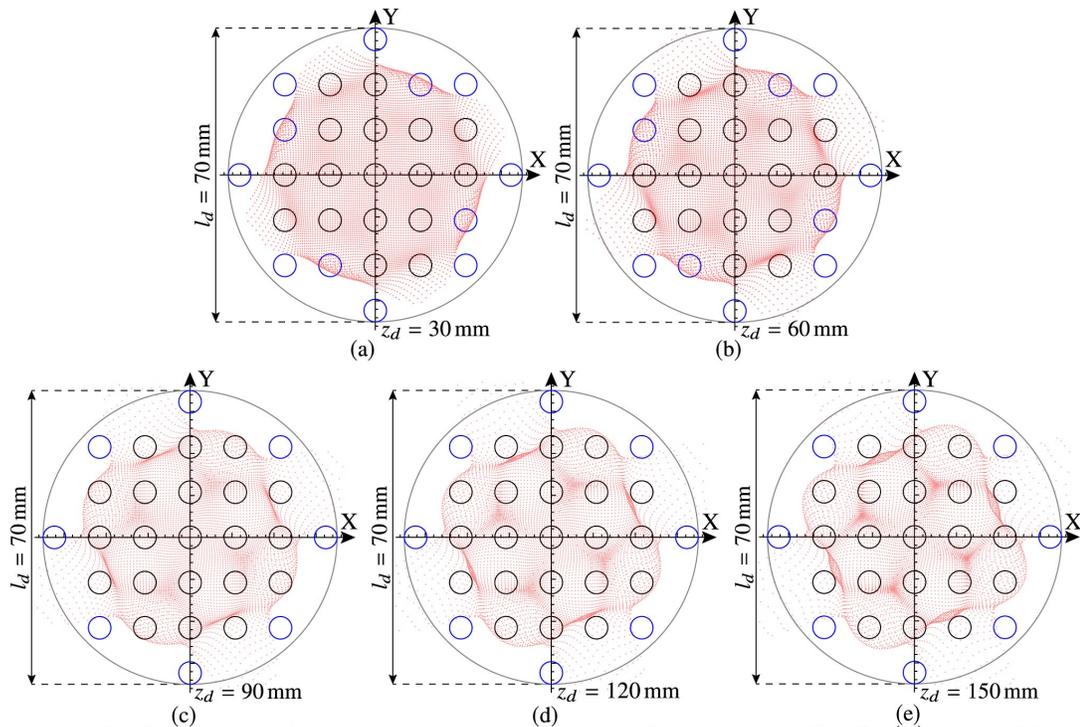


Figura 4.9: Diagrama de manchas con el Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=7$: (a) $z_d = 30$ mm. (b) $z_d = 60$ mm. (c) $z_d = 90$ mm. (d) $z_d = 120$ mm. (e) $z_d = 150$ mm.

En la Fig. 4.9 (c) observamos que los puntos comienzan a formar una estructura principal que tiene la forma de un cuadrado con esquinas redondeadas, pues en las cuatro zonas donde hay pocos puntos estos están cada vez más separados y son difíciles de observar a primera vista, esto ocurre con el plano de detección colocado en $z_d = 90$ mm. Por el lado del patrón esperado observamos que de las doce manchas indicadas en azul en el plano anterior, cuatro se han cubierto completamente de puntos, por lo que solo quedan ocho manchas que no serían observables en el experimento. Podemos observar que incluso en los casos que realizamos el experimento más alejados de la superficie bajo prueba, $z_d = 120$ mm y $z_d = 150$ mm para el plano de detección podemos notar que la mancha de luz no crece lo suficiente para cubrir las ocho manchas azules, mientras que en las manchas centrales aparecen variaciones de intensidad pero ninguna que impida que estas manchas si sean observadas, como podemos ver en las Figs. 4.9 (d) y 4.9 (e) respectivamente.

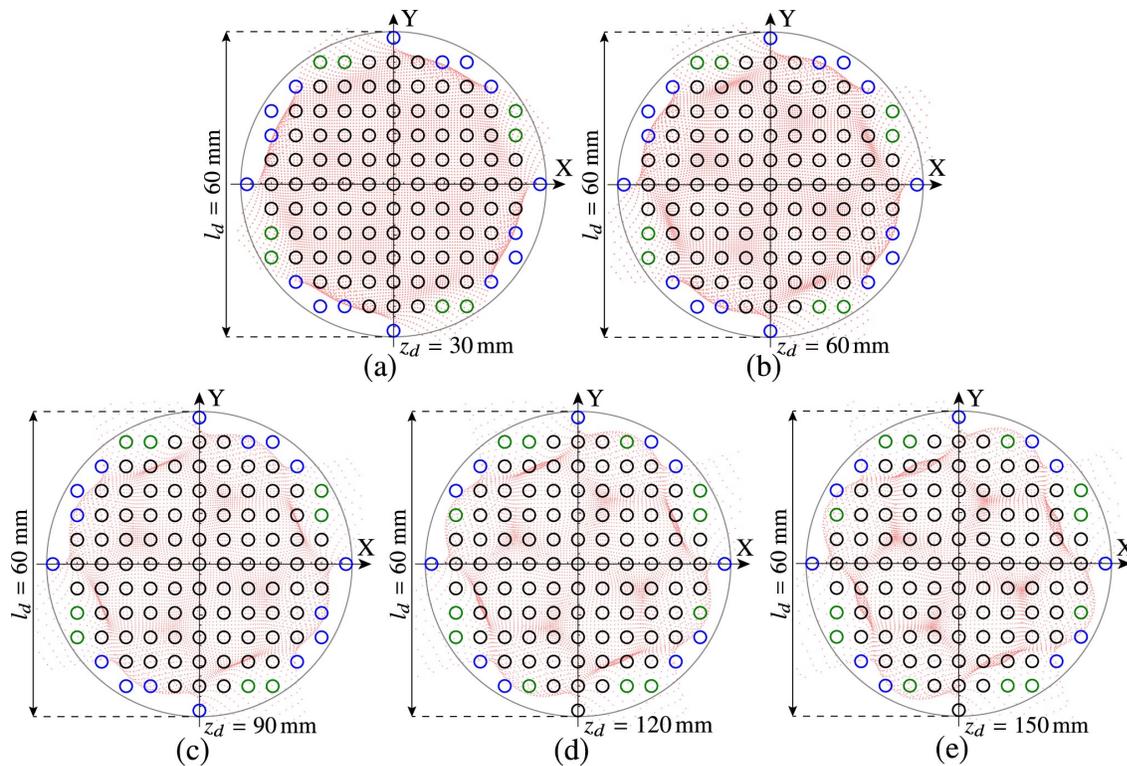


Figura 4.10: Diagrama de manchas con el Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=13$ (a): $z_d = 30$ mm. (b) $z_d = 60$ mm. (c) $z_d = 90$ mm. (d) $z_d = 120$ mm. (e) $z_d = 150$ mm.

Cuando simulamos la iluminación que llega al patrón Hartmann de 13 gotas observamos los mismos comportamientos que en la Fig. 4.9, sin embargo al tener un patrón más pequeño, en este caso $l_d = 60$ mm y con manchas más pequeñas, las condiciones de iluminación de cada una cambian. En la Fig. 4.10 (a) podemos identificar tres tipos de manchas: Las manchas en color negro son aquellas que tienen un número considerable de puntos dentro de ellas, por lo que podemos decir que estarán bien iluminadas y se observan durante el experimento. Las manchas en azul, que son dieciséis, aunque hay puntos que corresponden a rayos refractados, estos no cubren toda el área de la mancha por lo que no están completamente iluminadas y no es posible observarlas durante el experimento. Además indicamos con color verde otro tipo de manchas, en este caso las manchas se encuentran en las regiones donde hay poca densidad de rayos refractados, es decir con iluminación tenue, por lo que aunque hay luz en toda la mancha existe la posibilidad de que esta mancha no se observe durante el experimento.

Cambiando la posición del plano de observación a las cinco ubicaciones que utilizamos en el trabajo experimental podemos notar que ninguna de las manchas cambia su condición, es decir, las manchas negras no dejan de estar bien iluminadas aunque haya variaciones de intensidad entre ellas, las manchas azules no se iluminan completamente y las manchas verdes no aumentan su iluminación. De este modo en ninguna de las sub figuras de la Fig. 4.10 observaremos el patrón esperado completo, pues las condiciones de iluminación nos lo impiden, como también observamos durante la prueba experimental, Fig. 4.7 y Fig. 4.8.

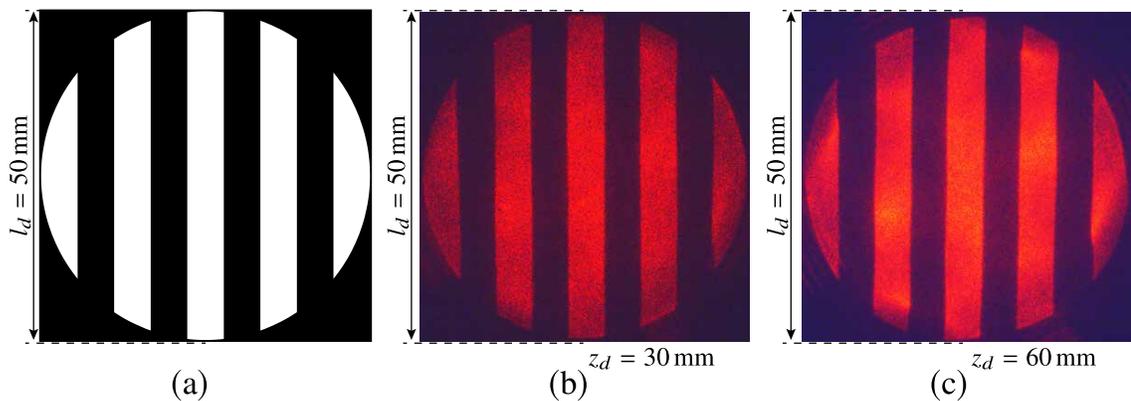


Figura 4.11: Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=5$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

En el caso de los patrones tipo Ronchi, en la Fig. 4.11 (a) tenemos el patrón esperado con 5 franjas brillantes, a diferencia de los patrones Hartmann, este patrón Ronchi tiene un tamaño $l_d = 50$ mm que nos permite obtener los patrones completos, como podemos observar en la Fig. 4.11 (b) en la que tenemos las 5 franjas brillantes con deformaciones muy pequeñas ubicando el plano de detección en $z_d = 30$ mm. Mientras que con el plano de detección colocado en $z_d = 60$ mm, obtenemos la Fig. 4.11 (c) en la que también se recuperaron las 5 franjas brillantes, con una ligera rotación en la pantalla nula y algunas deformaciones pequeñas en las franjas de los extremos.

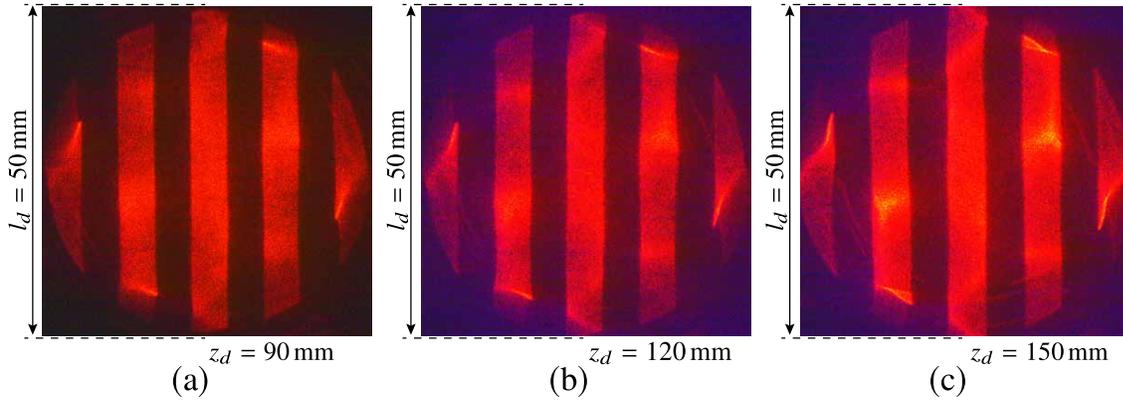


Figura 4.12: Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=5$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Para el caso en que el plano de detección se ubica en $z_d = 90$ mm, Fig. 4.12 (a), empezamos a observar diferencias de intensidad en las 5 franjas, pero la forma general se mantiene con pocas deformaciones. En la Fig. 4.12 (b) el plano de detección está ubicado en $z_d = 120$ mm, aquí empezamos a tener problemas con la intensidad en las franjas y poco contraste, pues los espacios entre franjas no son tan oscuros como en los planos anteriores, además aparecen variantes de intensidad en cada franja que incluso llegan a atenuar zonas de la misma. No logramos obtener franjas lo suficientemente derechas, pero las deformaciones parecen ser simétricas, lo cual puede deberse a que la alineación de la pantalla nula no es suficiente o a una pequeña deformación en la superficie bajo prueba. Por otro lado en la Fig. 4.12 (c) observamos el patrón esperado en el plano $z_d = 150$ mm, podemos notar que las franjas de los extremos no se distinguen bien, ya que la distribución de intensidad hace que en su mayor parte estas franjas sean muy tenues, mientras que en las franjas centrales aparecen dos zonas muy brillantes, no pudimos encontrar franjas tan derechas y uniformes como

en los primeros dos planos de observación.

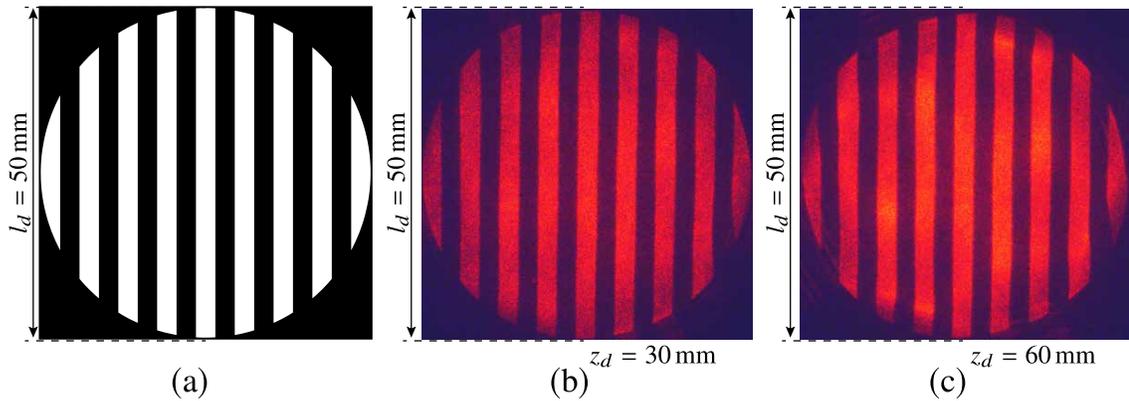


Figura 4.13: Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=9$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

En la Fig. 4.13 (a) tenemos un patrón Ronchi con 9 franjas brillantes, que observamos experimentalmente en el plano $z_d = 30$ mm, Fig. 4.13 (b), donde recuperamos las 9 franjas con unas ligeras deformaciones, en particular del lado derecho de la imagen, además de una pequeña rotación de la pantalla nula. Mientras que en la Fig. 4.13 (c) observamos el patrón esperado con el plano de detección en $z_d = 60$ mm, donde las 9 franjas brillantes están ligeramente deformadas y tenemos pequeñas áreas oscuras en el borde de la imagen.

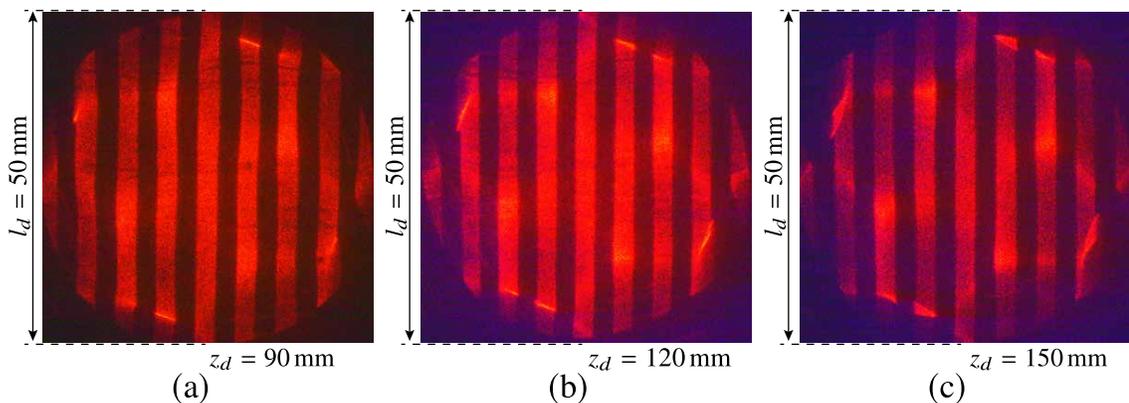


Figura 4.14: Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=9$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Colocando el plano de detección en la coordenada $z_d = 90$ mm, podemos observar diferencias de intensidad en cada franja, además de algunas pequeñas deformaciones en las mismas, en especial las franjas de los extremos son las que menos se parecen al patrón de diseño, ver Fig. 4.14 (a). Por otro lado en la Fig. 4.14(b) observamos el patrón Ronchi en el plano de detección con coordenada $z_d = 120$ mm, en este plano empezamos a tener problemas de contraste con las zonas oscuras además de las diferencias de intensidad en una misma franja, efecto que podemos ver en casi todas ellas, particularmente las franjas de los extremos terminan siendo muy tenues con una mancha muy brillante dentro de ellas. En el último ejemplo de este patrón, colocamos el plano de detección en $z_d = 150$ mm, que es la Fig. 4.14 (c), donde podemos observar una estructura muy brillante con forma de cruz que atenúa todas las franjas brillantes, limitando el contraste en nuestra imagen, además las franjas están ligeramente deformadas y con variaciones de intensidad.

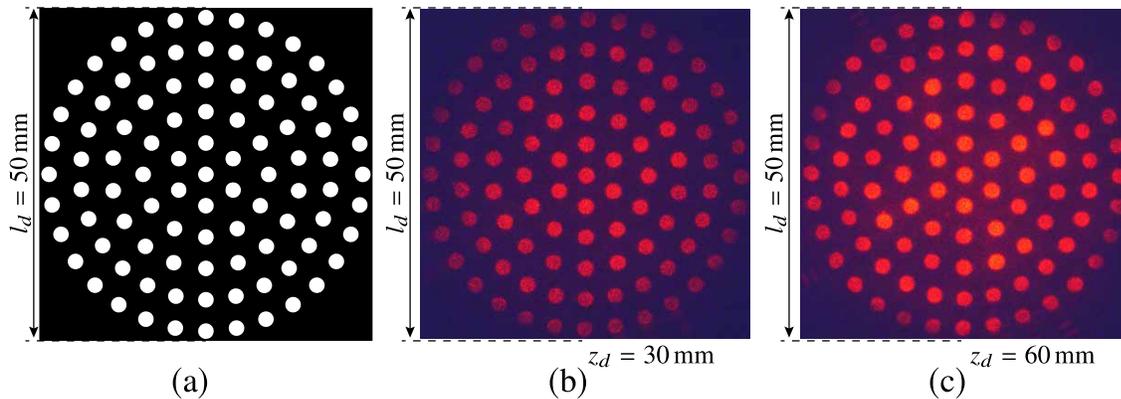


Figura 4.15: Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P}=11$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.

En la Fig. 4.15(a) podemos observar el patrón semi angular con 11 circunferencias en el eje vertical, éste produce 6 anillos contando el punto central. Cuando recuperamos este patrón con el plano de detección en la coordenada $z_d = 30$ mm obtenemos el patrón completo con un buen contraste, como se ve en la Fig. 4.15 (b). Mientras que en la Fig. 4.15 (c) recuperamos el patrón esperado ubicando el plano de detección en $z_d = 60$ mm, en este plano también recuperamos el patrón completo pero hay unas manchas que son más tenues, para compensarlas utilizamos el diafragma de la

cámara CCD, así se aumenta la intensidad en las manchas del centro, sin saturar la cámara. En el caso de que el plano de detección se encuentra en $z_d = 90$ mm ya no es posible compensar la intensidad de las manchas utilizando el diafragma de la cámara CCD, por lo que en la mejor posición obtenemos cuatro conjuntos de manchas que son más tenues, todas ubicadas en el último anillo.

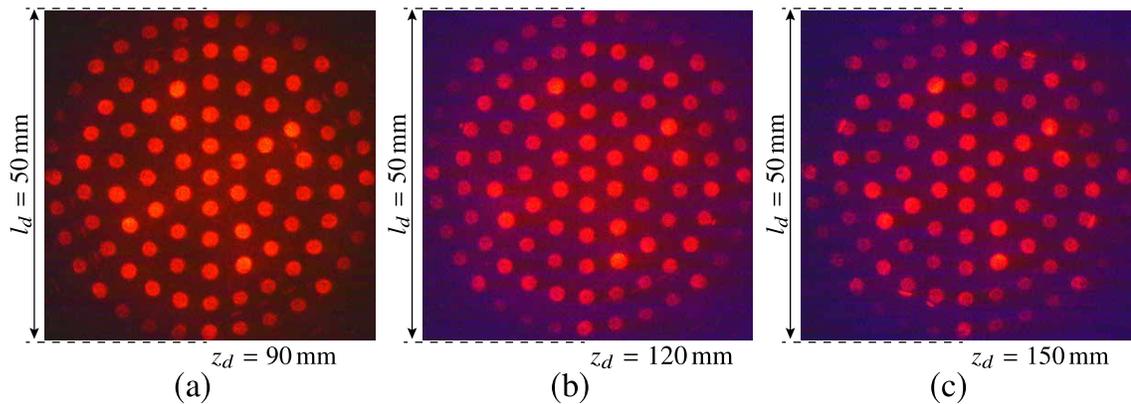


Figura 4.16: Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P}=11$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.

Además esta imagen, Fig. 4.16 (a), muestra un ligero descentramiento en la pantalla nula, pues los anillos no son completamente circulares. Colocando el plano de detección en $z_d = 120$ mm obtenemos la imagen de la Fig. 4.16 (b), en la que apreciamos los 6 anillos completos con las regiones tenues en el último, además hay una ligera rotación en la pantalla nula pues las manchas en el eje vertical están inclinadas. Por otro lado al ubicar el plano de detección en la coordenada $z_d = 150$ mm se obtiene la Fig. 4.16 (c), en esta imagen podemos notar que las manchas circulares tienen unas diferencias de intensidad muy grandes entre si, el anillo más grande no se observa completo y hay algunas manchas que tienen una diferencia de intensidad muy grande dentro de ellas que da el efecto de que están cortadas por la mitad.

Por otro lado en la Fig. 4.17 (a) se muestra el patrón con 29 circunferencias en el eje vertical, que al distribuir las en el arreglo semi angular forma 15 anillos, incluyendo

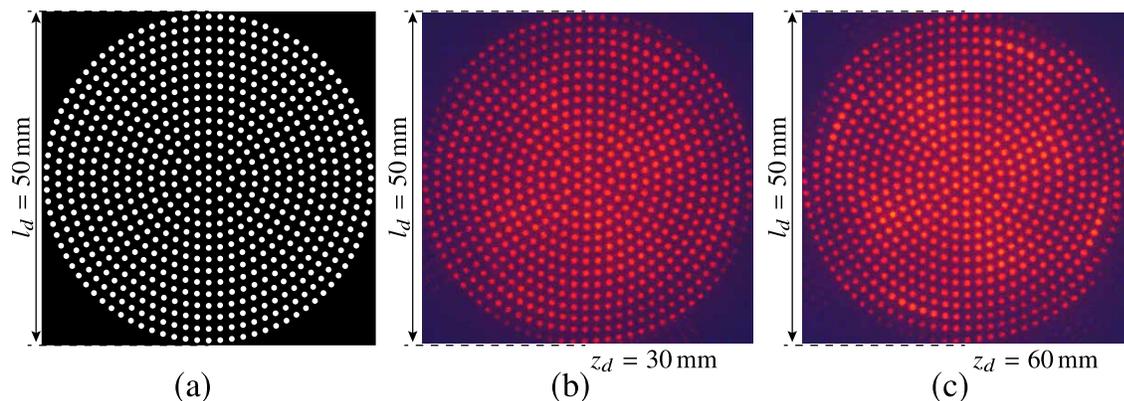


Figura 4.17: Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P} = 29$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30 \text{ mm}$. (c) $z_d = 60 \text{ mm}$.

el círculo central. Este patrón se recuperó completo al colocar el plano de detección en $z_d = 30 \text{ mm}$, como podemos ver en la Fig. 4.17 (b), debido a las diferencias de intensidad algunas manchas parecen más pequeñas que otras. Mientras que en la Fig. 4.17 (c) recuperamos el patrón de diseño colocando el plano de detección en $z_d = 60 \text{ mm}$, en la que ya comenzamos a perder algunas de las manchas del último anillo debido a la forma de la iluminación en este plano.

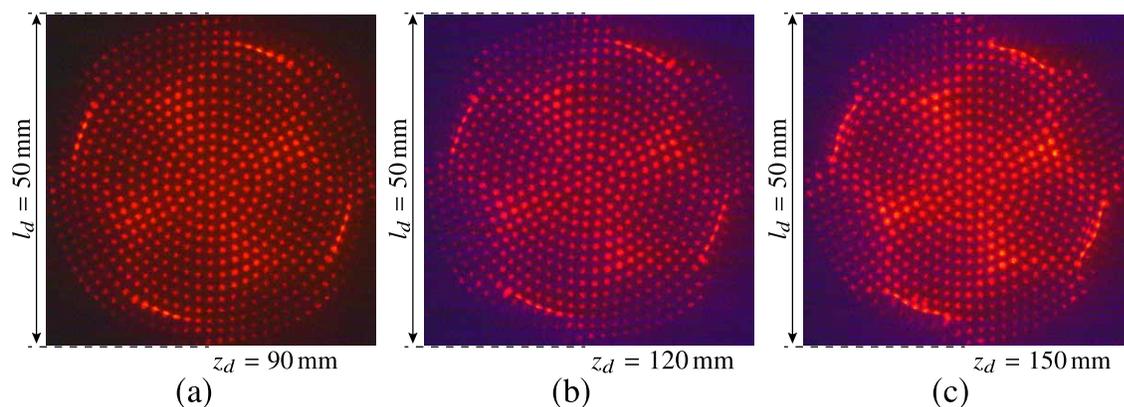


Figura 4.18: Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P} = 29$: (a) $z_d = 90 \text{ mm}$. (b) $z_d = 120 \text{ mm}$. (c) $z_d = 150 \text{ mm}$.

Cuando colocamos el plano de detección en la coordenada $z_d = 90 \text{ mm}$, Fig. 4.18 (a), podemos notar que el último anillo ya no aparece completo y algunas manchas

del centro comienzan a ser más brillantes formando una cruz, además estas manchas se ven más grandes que las demás, aunque todas son del mismo tamaño. En la Fig. 4.18 (b) apreciamos un patrón que está ligeramente deformado por un pequeño descentramiento en la pantalla nula, además son muy evidentes las zonas más brillantes con manchas más grandes si las comparamos con manchas de las zonas oscuras, que hemos visto al colocar el plano de detección en $z_d = 120$ mm. Por otro lado en la Fig. 4.18 (c) podemos apreciar que para esta pantalla nula, la intensidad de luz que llega al plano ubicado en $z_d = 150$ mm, nos impide observar de manera correcta el patrón esperado, pues tenemos cuatro regiones externas en las que ya no distinguimos las manchas, mientras que las manchas brillantes son demasiado evidentes y tenemos pérdidas de contraste cerca de ellas.

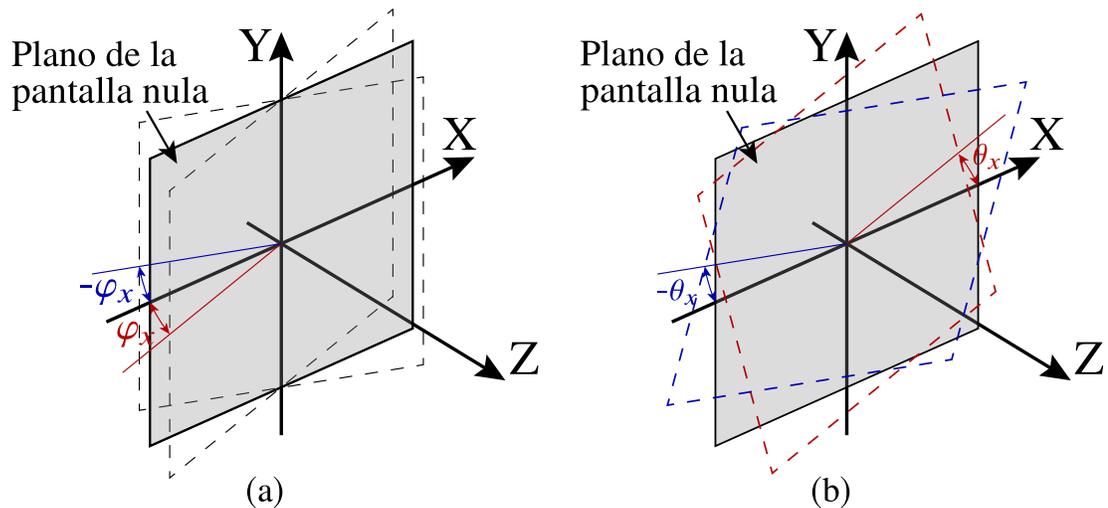


Figura 4.19: Desalineaciones de la pantalla nula: (a) Inclinación respecto al eje X. (b) Rotación de la pantalla nula .

Lo más importante de estos resultados cualitativos es notar como la distribución de intensidad de la luz refractada por la placa tipo Zernike que llega al plano de detección es tan particular que puede afectar los resultados de la prueba de pantallas nulas, impidiéndonos observar claramente los patrones experimentales, en particular cuando el plano de detección está más alejado de la placa. De acuerdo con los resultados del Cap.2 mientras la distancia entre el plano de detección y la superficie bajo prueba crece, es decir, si la coordenada z_d tiene un valor creciente, observaremos los resultados experimentales cada vez más dentro de las superficies cáusticas.

Sin embargo, se puede encontrar el plano donde la distribución de intensidad sea lo suficiente uniforme y no afecte demasiado las imágenes experimentales, como pueden ser las imágenes que observamos en los planos colocados antes de 90 mm.

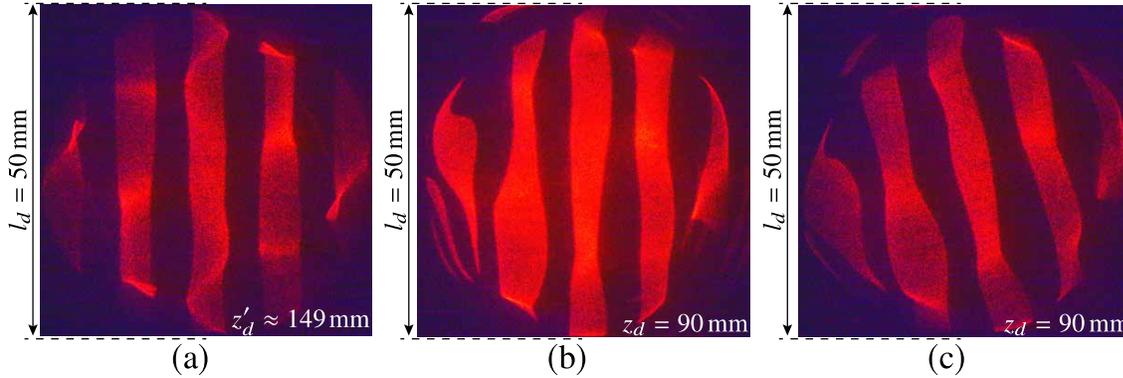


Figura 4.20: Desalineaciones en los patrones tipo Ronchi: (a) $z'_d \approx 149$ mm. (b) $\varphi_x \approx 23^\circ$ (c) $\theta_x \approx 10^\circ$.

También mostramos las desalineaciones más comunes que podemos encontrar durante la prueba de pantallas nulas y están esquematizadas en la Fig. 4.19. Para este ejemplo utilizamos los patrones que se recuperaron completos, es decir, las franjas verticales y los anillos de manchas circulares. En la Fig. 4.20 y en la Fig. 4.21, utilizamos las pantallas nulas tipo Ronchi que forman su patrón esperado cuando el plano de detección está ubicado en la coordenada $z_d = 90$ mm. Sin embargo, en la Fig. 4.20 (a) observamos el patrón esperado en la coordenada $z'_d \approx 149$ mm, por lo que no recuperamos las cinco franjas brillantes ordenadas, mientras que en la Fig. 4.21 (a) el plano de detección está colocado en $z'_d \approx 58$ mm, en este caso la figura que vemos se parece mucho a la pantalla nula.

Por otro lado en las Figs. 4.20 (b) y 4.21 (b) hemos introducido una inclinación en el eje horizontal de la pantalla nula, de este modo el lado izquierdo de la pantalla nula está más cercano a la superficie bajo prueba que el lado derecho, de acuerdo con el esquema de la Fig. 4.19 (a), en la Fig. 4.20 (b) el ángulo de inclinación es $\varphi_x \approx 23^\circ$, mientras que en la Fig. 4.21 (b) el ángulo es $\varphi_x \approx 40^\circ$. Además en las Figs. 4.20 (c) y 4.21 (c) introducimos una rotación de la pantalla nula dentro de su mismo plano, utilizando el ángulo θ_x como se observa en el esquema de la Fig. 4.19 (b), de este

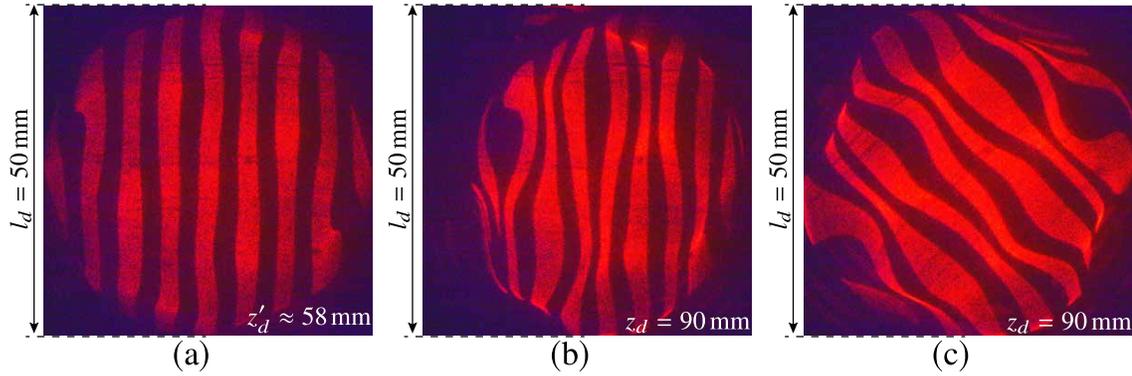


Figura 4.21: Desalineaciones en los patrones tipo Ronchi: (a) $z'_d \approx 58$ mm. (b) $\varphi_x \approx 40^\circ$ (c) $\theta_x \approx 43^\circ$.

modo en la Fig. 4.20 (c) observamos una pantalla nula que está rotada un ángulo $\theta_x \approx 10^\circ$, mientras que en la Fig. 4.21 (c) el ángulo es $\theta_x \approx 43^\circ$, podemos ver que las franjas se deforman debido a las asimetrías de la superficie bajo prueba.

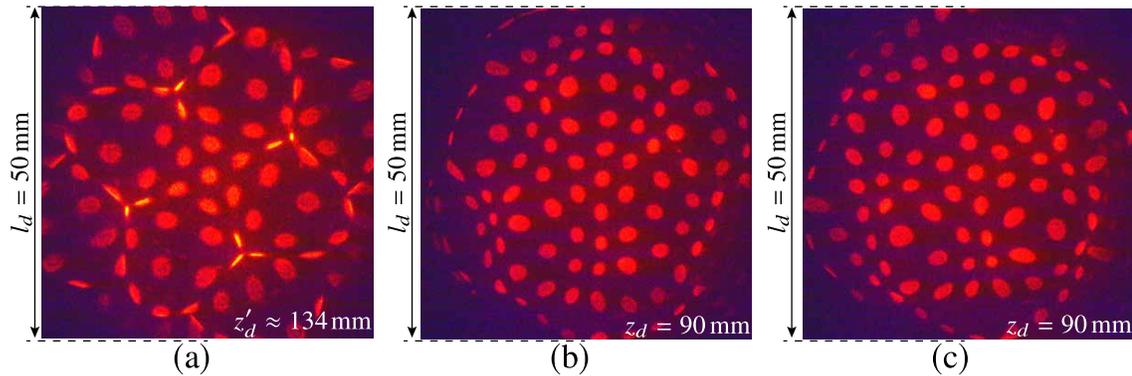


Figura 4.22: Desalineaciones en los patrones semi angulares: (a) $z'_d \approx 134$ mm. (b) $\varphi_x \approx 20^\circ$ (c) $\theta_x \approx 17^\circ$.

En la Fig. 4.22 y en la Fig. 4.23 observamos las mismas desalineaciones pero utilizando las pantallas semi angulares que forman los patrones ordenados con el plano de detección colocado en $z_d = 90$ mm. En la Fig. 4.22 (a) observamos el patrón de seis anillos con el plano de detección en $z'_d \approx 134$ mm, por lo que podemos ver las manchas deformadas y acumulándose en algunas zonas de la imagen, mientras que en la Fig. 4.23 (a) el plano de detección está ubicado en $z'_d \approx 48$ mm, donde apreciamos una figura similar a la pantalla nula. En el caso de las pantallas nulas

con una inclinación a lo largo del eje horizontal, que sigue el esquema de la Fig. 4.19 (a), tenemos que en la Fig. 4.22 (b) el ángulo es $\varphi_x \approx 20^\circ$ mientras que en la Fig. 4.23 (b) el ángulo es $\varphi_x \approx 40^\circ$, en estas figuras podemos apreciar que debido a esta inclinación de la pantalla nula las manchas que idealmente son circulares adquieren forma de elipses. Por otro lado en la Fig. 4.22 (c) hemos utilizado una pantalla nula rotada dentro de su propio plano, de acuerdo con la Fig. 4.19 (b), un ángulo $\theta_x \approx 17^\circ$, mientras que para la Fig. 4.23 (c) introducimos un ángulo de $\theta_x \approx 22^\circ$, además esta imagen incluye un evidente descentramiento.

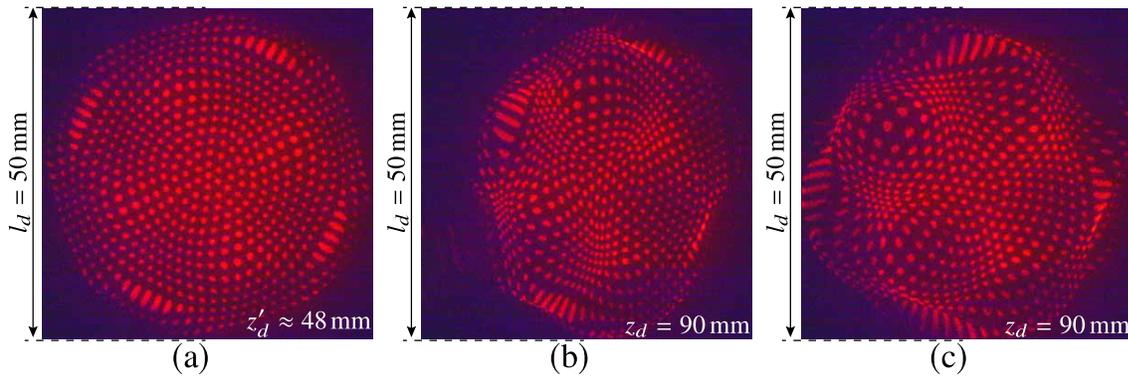


Figura 4.23: Desalineaciones en los patrones semi angulares: (a) $z'_d \approx 48$ mm. (b) $\varphi_x \approx 40^\circ$ (c) $\theta_x \approx 22^\circ$.

4.4. Evaluación cuantitativa

Existen al menos dos formas en las que podemos obtener resultados cuantitativos mediante la prueba de pantallas nulas. Una de estas es considerar que las diferencias entre el patrón esperado y la imagen experimental se deben a diferencias en el índice de refracción del elemento óptico bajo prueba y obtener este valor a partir de las imágenes de la sección anterior, ver Apéndice C. La otra manera es aquella en la que más se ha explorado la capacidad de esta prueba, que es comprobar la calidad de la superficie bajo prueba [38–42]. En esta sección realizamos una reconstrucción experimental para comprobar si la superficie que evaluamos se parece o no al polinomio de Zernike indicado en la Ec.(2.2).

Con el objetivo de explorar algunas variantes en las condiciones de la prueba, utilizamos tres imágenes experimentales: la Fig. 4.15 (b) y la Fig. 4.15 (c), que forman

el mismo patrón ordenado pero en distintos planos de observación, y la Fig. 4.17 (b) que, a diferencia de las anteriores, contiene más puntos en el patrón esperado pero fue obtenida en el plano más cercano a la superficie. Es más sencillo trabajar con puntos geométricos que con las imágenes y unidades en píxeles, por lo que necesitamos obtener los centroides experimentales asociados a cada mancha de luz que aparece en estas imágenes. El primer paso para obtener los centroides es transformar cada imagen a escala de gris.

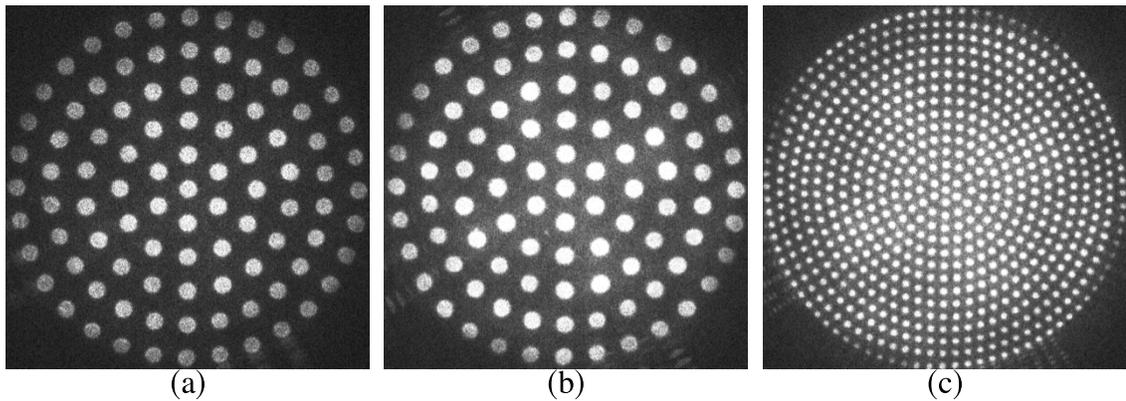


Figura 4.24: Fotografías en escala de gris: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.

En la Fig. 4.24 (a) observamos el patrón ordenado de 6 anillos y podemos notar que todas las manchas tienen casi la misma intensidad. Mientras que en la Fig. 4.24 (b) también tenemos el patrón de 6 anillos, pero al estar en un plano de detección diferente, las manchas tienen una iluminación menos uniforme, pues en el centro son prácticamente blancas mientras que en el último anillo encontramos manchas más tenues. Por otro lado en la Fig. 4.24 (c) observamos que al tener tantas manchas dentro del patrón ordenado, algunas de ellas aparentemente son más pequeñas que las demás debido a la intensidad que tienen, aunque podemos identificarlas todas.

Después de obtener las imágenes en escala de gris se elimina el ruido de fondo, aplicando un filtro de umbralización para obtener sólo las manchas de luz que forman parte del patrón esperado, Fig. 4.25. Se calcula el centroide experimental de cada mancha utilizando la siguiente expresión, que es similar al cálculo del centro de masa [43]:

$$x_c = \frac{\sum_{i,j}^{L,M} x_i I_{i,j}}{\sum_{i,j}^{L,M} I_{i,j}}, \quad y_c = \frac{\sum_{i,j}^{L,M} y_i I_{i,j}}{\sum_{i,j}^{L,M} I_{i,j}}, \quad (4.1)$$

donde los subíndices i, j indican la posición del píxel mientras que el término $I_{i,j}$ se refiere a la intensidad de luz registrada por el píxel, además los límites superiores de la suma, L, M indican el tamaño de cada mancha a la que se calcula su centroide experimental. En la Fig. 4.25 podemos observar los centroides experimentales de los tres patrones que estamos analizando.

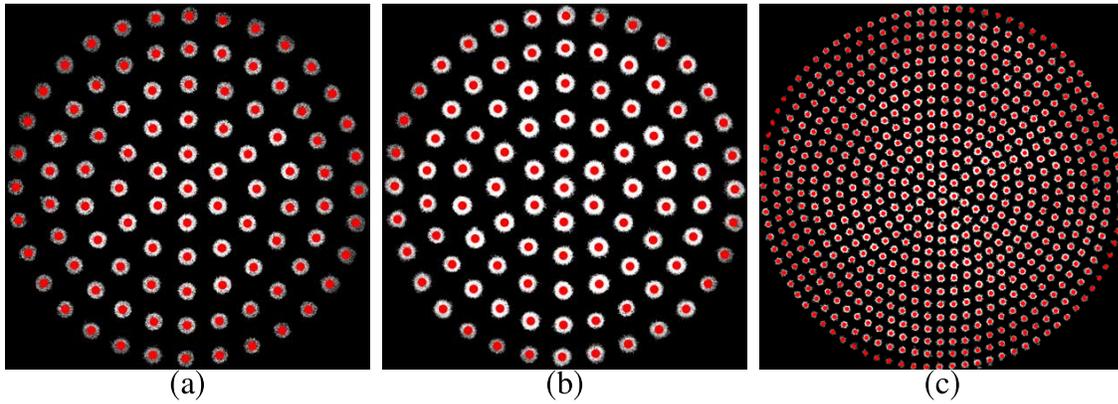


Figura 4.25: Imágenes sin ruido de fondo: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.

Los centroides experimentales se encuentran contenidos en el plano del sensor de la cámara CCD, ver Fig. 4.1, por lo que sus coordenadas están expresadas en píxeles. Para colocarlos en el plano de detección y que sus coordenadas tengan unidades de distancia, se debe realizar una transformación que involucra al tamaño de píxel en el sensor CCD, en nuestro caso es $3.45 \mu\text{m}$, la amplificación transversal, que calculamos como $l_d/7.07$, es decir, el tamaño del patrón esperado entre el lado menor del sensor CCD. Además como utilizamos una lente en nuestra cámara CCD debemos considerar la corrección de distorsión para esta lente, que se muestra en el Apéndice B. Después de realizar esta transformación y la corrección de distorsión, los centroides experimentales quedan contenidos en el plano de detección y podemos compararlos con su posición ideal.

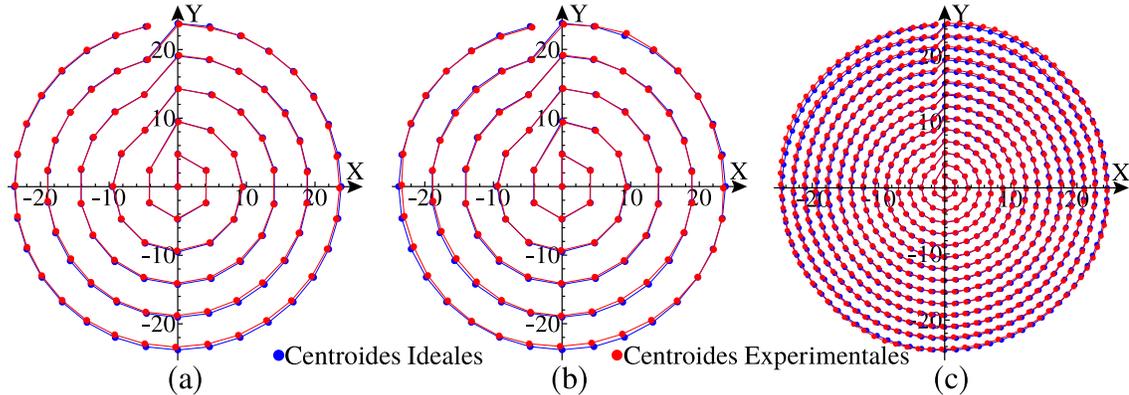


Figura 4.26: Centroides experimentales y su posición ideal: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.

En la Fig. 4.26 (a) observamos que en el plano $z_d = 30$ mm, hemos recuperado los 95 centroides experimentales que corresponden con las 95 posiciones ideales, además hay desviaciones muy pequeñas entre ambos conjuntos de puntos. La espiral nos indica el orden en que acomodamos los puntos, iniciando en el centro del patrón y terminando en la parte superior a la izquierda del eje Y. Por otro lado en la Fig. 4.26 (b) también recuperamos todos los centroides experimentales, es decir, los 95 puntos. Sin embargo, las desviaciones que estos muestran de su posición ideal, en particular en el último anillo, indican un ligero descentramiento durante la prueba. Además en la Fig. 4.26 (c) observamos los centroides del patrón de 15 anillos, estos son 661 puntos, cada uno asociado a su posición ideal. Debemos notar que además de un posible descentramiento identificamos una pequeña rotación en los centroides experimentales, ya que los puntos que deberían mantenerse sobre el eje Y se desvian mientras nos alejamos del centro.

Cada centroide ideal sobre el plano de detección tiene asociado al menos un punto sobre la superficie bajo prueba, como podemos ver en la Fig. 4.27. Para conocer esta relación se utiliza la Ec.(3.1), donde debemos utilizar el valor de z_d correspondiente al plano en que capturamos la imagen experimental, además de sustituir los valores de diseño de la superficie tipo Zernike, recordando que la cara plana de nuestra placa no afecta este cálculo. Una vez conocidos los puntos sobre la superficie, que también son ideales, procedemos a calcular los rayos refractados experimentales. Para esto obtenemos el vector que une cada punto en la superficie con su respectivo centroide

experimental, \vec{V}_e . En la Fig. 4.27 utilizamos líneas amarillas para indicar estos rayos. Sustituimos los vectores \vec{V}_e en la Ec.(2.4) y despejamos el vector normal, de este modo obtenemos el conjunto de los vectores normales experimentales, estos vectores son ortogonales a una superficie que no conocemos y corresponde con la reconstrucción de nuestra superficie bajo prueba. Para obtener esta reconstrucción debemos resolver una integración numérica y ajustar una superficie a los datos.

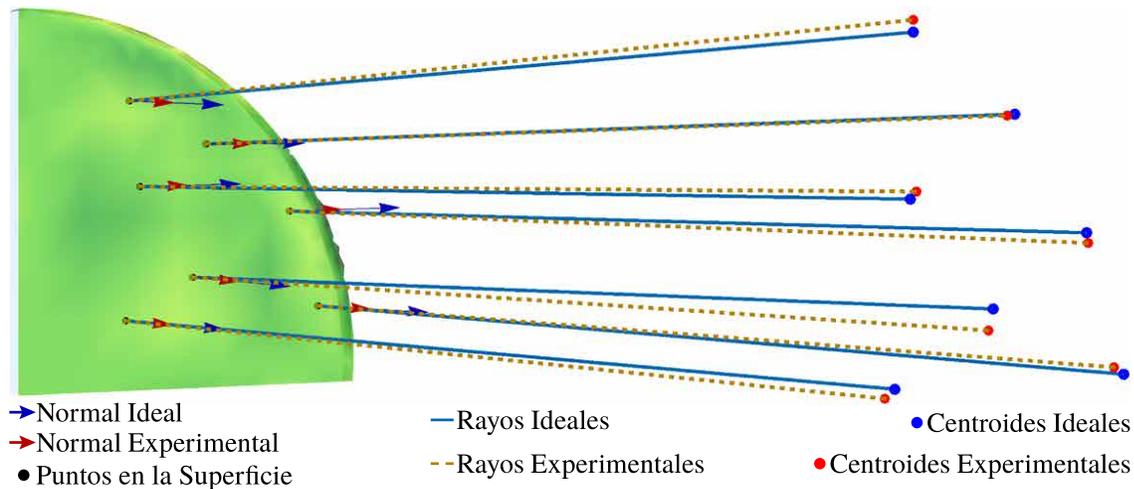


Figura 4.27: Vectores normales experimentales

Para realizar la integral numérica que nos permite obtener la forma de la superficie experimental necesitamos calcular caminos que inician en un mismo punto y lo unen a los demás puntos sobre la superficie que tienen un vector normal experimental asociado. Diseñamos estos caminos utilizando una aplicación de la teoría de gráficas que se conoce como “El problema del camino más corto” [44,45]. Buscamos la trayectoria más pequeña para ir de un punto a otro, pasando por algunos puntos intermedios. Para aplicar los algoritmos que ya existen dentro del software “Mathematica” y diseñar nuestros caminos debemos construir un “Grafo”, que es una representación en la que los círculos o vértices indican los puntos sobre la superficie, mientras que las líneas o aristas que los unen nos indican como están conectados los puntos para construir un camino. Cabe resaltar que utilizamos aristas pesadas por la distancia geométrica (distancia Euclidiana) entre los puntos que conecta.

En la Fig. 4.28 se muestran los tres esquemas que hemos construido para cada con-

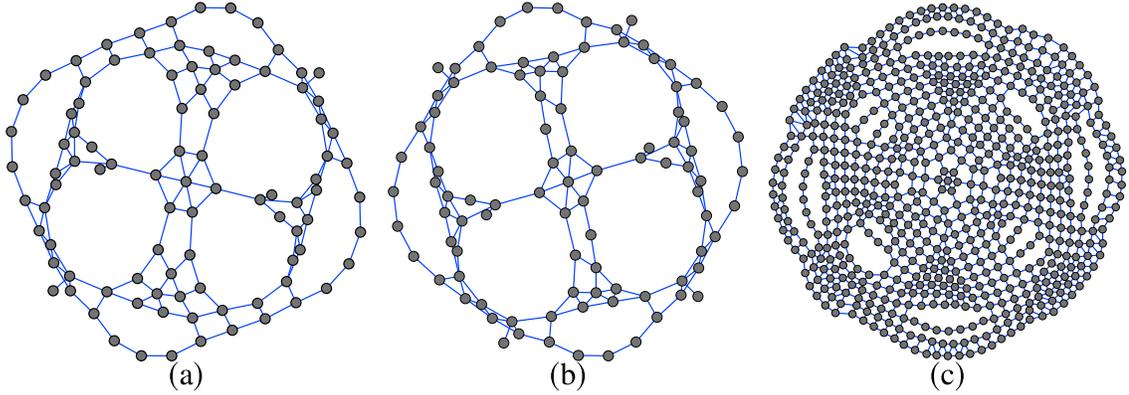


Figura 4.28: Grafos asociados a los puntos sobre la superficie: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.

junto de datos experimentales. Es importante resaltar que en estos tres casos los conjuntos de puntos sobre la superficie tienen la misma cardinalidad que los centroides experimentales, es decir, al resolver la Ec.(3.1) obtuvimos una relación uno a uno. De este modo es posible notar que los grafos construidos para ambos conjuntos de 95 puntos, Figs. 4.28 (a) y 4.28 (b), son similares salvo un cambio de orientación, mientras que en la Fig. 4.28 (c) tenemos el grafo construido con 661 puntos, además observamos áreas donde los puntos son más cercanos y pueden conectarse entre si, mientras que en zonas con pocos puntos hay menos conexiones, pues tenemos puntos que sólo se unen con uno o dos más. Aplicando la instrucción de búsqueda del camino más corto, apoyada del algoritmo de Dijkstra [46, 47], calculamos los caminos que unen a cada uno de los puntos con el punto central y que utilizamos como trayectorias de integración.

Utilizando los puntos sobre la superficie asociados a cada centroide experimental y sus vectores normales experimentales, se realiza una integración numérica utilizando el método del trapecio para datos que no son equidistantes [48].

$$z_m = z_o - \left[\sum_{i=1}^{m-1} \left(\frac{n_{x_i} + n_{x_{i+1}}}{n_{z_i} + n_{z_{i+1}}} \right) \frac{x_{i+1} - x_i}{2} + \left(\frac{n_{y_i} + n_{y_{i+1}}}{n_{z_i} + n_{z_{i+1}}} \right) \frac{y_{i+1} - y_i}{2} \right], \quad (4.2)$$

donde el índice i indica un elemento en la trayectoria de integración, $\{x, y\}$ corresponden con las coordenadas de este elemento, mientras que $\{n_x, n_y, n_z\}$ son las componentes del vector normal experimental asociado a cada punto de la trayectoria. Además, el valor inicial de la integral lo igualamos con el espesor en el centro de la

placa tipo Zernike, $z_o = t = 1.56$ mm. En la Fig. 4.29, se muestran los puntos sobre la superficie y las trayectorias de integración para cada uno de nuestros ejemplos.

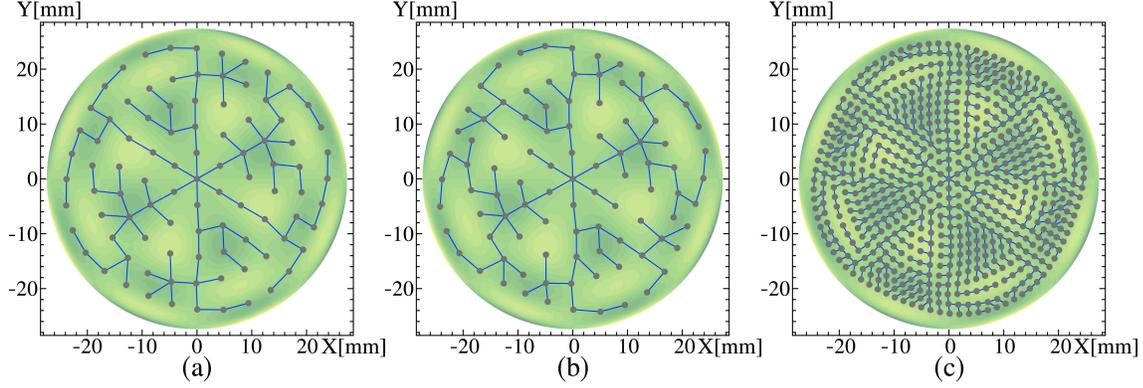


Figura 4.29: Trayectorias de integración: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.

Podemos observar que las trayectorias de la Fig. 4.29 (a) no son las mismas que en la Fig. 4.29 (b), pues aunque ambas figuras tienen 95 puntos, estos están distribuidos de diferente manera sobre la superficie experimental y ese ligero cambio altera las trayectorias. Por otro lado en la Fig. 4.29 (c) observamos las trayectorias diseñadas para el conjunto de 661 puntos. Notamos que muchos cambios de dirección son en 90 grados, salvo en las zonas donde tenemos acumulación de puntos y hay cambios de dirección con otras orientaciones. Una vez resuelta nuestra integral numérica, se obtiene una nube de puntos en tres dimensiones a la que se le ajusta la siguiente ecuación de dos variables utilizando un método no lineal de mínimos cuadrados [49]:

$$f(x, y) = \mathcal{T} + \mathcal{B}(x - x_o) + \mathcal{E}(y - y_o) + \mathcal{G} [(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2] + \mathcal{J} [(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2]^2 + \frac{\mathcal{H}}{R^2} * \sum_{i=1}^4 \frac{\mathcal{F}_i [(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2]^{i-1}}{R^{2i}} \quad (4.3)$$

donde $\mathcal{H} = (x - x_o)(y - y_o) [(x - x_o)^2 - (y - y_o)^2]$, $\{x_o, y_o\}$ son las coordenadas de un posible descentramiento, \mathcal{T} indica un desplazamiento en altura de la superficie, \mathcal{B} representa una valor de inclinación en dirección del eje X, \mathcal{E} indica inclinación en el eje Y, Además agregamos dos coeficientes de deformación radial, \mathcal{G} nos indica si

la superficie está deformada como si fuera una parábola y \mathcal{J} indica una deformación de cuarto orden. Los coeficientes F_i están asociados al polinomio de Zernike. En las siguientes tablas indicamos como “Ajuste 1” a la prueba de 95 puntos colocada en $z_d = 30$ mm, “Ajuste 2” se refiere la prueba de los 95 puntos con el plano de detección en $z_d = 60$ mm y el “Ajuste 3” corresponde a la prueba con 661 puntos en $z_d = 30$ mm. Para el Ajuste 1 obtuvimos un coeficiente de correlación $R^2 = 0.9995$, mientras que para el Ajuste 2 es de $R^2 = 0.9998$ y para el Ajuste 3 de $R^2 = 0.9994$, por lo que podemos decir que todos los ajustes son suficientemente buenos. Sin embargo, debemos analizar tanto los coeficientes recuperados como las diferencias entre la superficie ideal y las superficies reconstruidas. En la Tabla 4.1 se muestran las desalineaciones y deformaciones que se recuperaron en cada ajuste y corresponden con los coeficientes de la Ec. (4.3).

Tabla 4.1: Coeficientes de desalineación y deformación

	Ajuste1	Ajuste 2	Ajuste3
x_o [mm]	0.9092	0.2154	0.1701
y_o [mm]	0.2141	0.0928	0.0250
\mathcal{T} [mm]	1.5573	1.5596	1.5627
\mathcal{B}	$-1.0469*10^{-3}$	$3.1992*10^{-4}$	$-6.2882*10^{-4}$
\mathcal{E}	$2.7512*10^{-3}$	$1.1929*10^{-3}$	$2.8462*10^{-3}$
\mathcal{G} [mm $^{-1}$]	$-9.0857*10^{-5}$	$-1.1348*10^{-4}$	$1.1116*10^{-5}$
\mathcal{J} [mm $^{-3}$]	$-1.0155*10^{-7}$	$4.9918*10^{-8}$	$8.4839*10^{-8}$

Podemos notar que el Ajuste 3 tiene un descentramiento más pequeño que los anteriores, lo que nos permite decir que incrementando el número de puntos en el patrón esperado se mejora la alineación de la prueba. Además los coeficientes \mathcal{T} son muy cercanos al valor del espesor ideal, indicando que tanto la placa tipo Zernike como el plano de detección están colocados muy cerca de sus posiciones ideales. También los coeficientes de inclinación, que se mantienen en los ordenes de 10^{-3} y 10^{-4} son lo suficientemente pequeños para considerar que el sistema placa tipo Zernike plano de detección, no están inclinados entre si. Cuando los coeficientes \mathcal{G} son negativos, como en los Ajustes 1 y 2, indican que el centro de la superficie bajo prueba estaría desplazado hacia adelante, con respecto de los bordes, pero si \mathcal{G} es positivo son los

bordes los que se encuentran delante del centro de la superficie. Los coeficientes que obtuvimos indican un desplazamiento de los bordes de la superficie entre -76 nm y 8 μ m con respecto al plano del espesor de la placa. Por otro lado, los coeficientes \mathcal{J} indican una deformación similar, pero que es más evidente en los bordes. Los valores obtenidos indican que los bordes se han desplazado entre -57 μ m y 47 μ m. Sin embargo, como estos últimos coeficientes no son totalmente independientes, es posible que la deformación real sea mayor o menor.

Por otro lado en la Tabla 4.2 aparecen los coeficientes que corresponden a la superficie tipo Zernike, tanto los ideales como los obtenidos en cada uno de nuestros ajustes, además incluimos los errores asociados a las diferencias entre la superficie ideal y las reconstrucciones obtenidas en cada ajuste.

Tabla 4.2: Coeficientes experimentales para la superficie tipo Zernike

	Diseño	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3
A [mm]	0.2	0.1068	0.0827	0.1070
\mathcal{C}_1	-140	-131.47	-134.46	-138.47
\mathcal{C}_2	672	644.37	663.37	671.26
\mathcal{C}_3	-1008	-1022.05	-1023.46	-1012.70
\mathcal{C}_4	480	522.25	497.78	483.521
Error RMS[mm]	–	0.041	0.026	0.019
Error %	–	10.25	6.5	4.75

Observamos que el método de ajuste no es el mejor para recuperar el coeficiente A , pues tenemos desviaciones entre 46 % y 59 %, siendo el Ajuste 2 el que tiene mayor error. Sin embargo, al momento de recuperar los otros coeficientes que describen a la superficie tenemos buenos resultados, pues para el Ajuste 1 las desviaciones están entre 1 % y 9 %, mientras que para el Ajuste 2 se encuentran entre 1 % y 4 %. De este modo las ligeras desviaciones en los puntos sobre la superficie que se producen al alejar el plano de detección ayudan a mejorar los resultados, posiblemente porque estos puntos se encuentran más cercanos a las áreas donde la superficie tiene pendientes más pronunciadas. Por otro lado, en el Ajuste 3 obtuvimos desviaciones porcentuales entre 0.4 % y 1.1 %. Entonces, el incremento de casi siete veces el número de datos

sobre la superficie, comparado con los otros ajustes, nos permite obtener de manera adecuada los coeficientes de la superficie bajo prueba. En la Fig. 4.30 podemos observar las tres superficies experimentales que hemos recuperado, junto con los datos que se obtuvieron de la integral numérica una vez que eliminamos las desalineaciones.

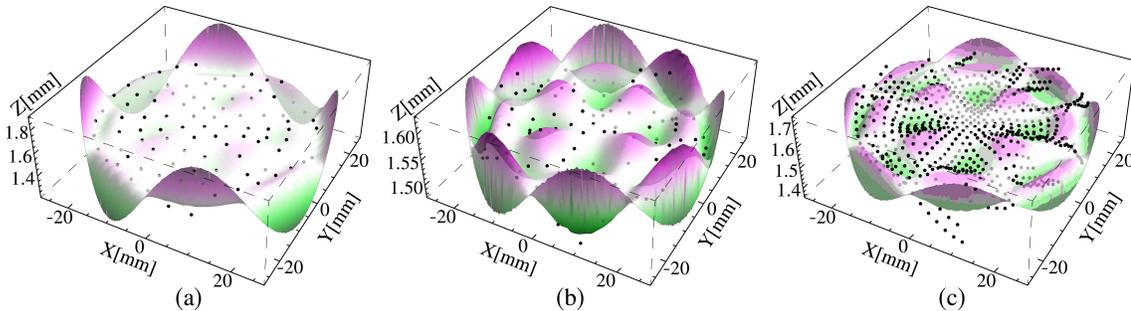


Figura 4.30: Superficie experimental: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.

Lo primero que hacemos para comparar la superficie de diseño con las reconstrucciones experimentales es graficar la coordenada Z para cada uno de los puntos que se utilizaron durante la integración. En la Fig. 4.31 podemos observar estas gráficas con los puntos ideales en azul y los experimentales en rojo. Para el Ajuste 1 obtenemos la Fig. 4.31 (a) en la que podemos ver que ambos conjuntos de puntos se encuentran alrededor de 1.56 con una mayoría de los puntos por debajo de este valor. Sin embargo, algunos puntos experimentales se encuentran muy alejados de su punto ideal correspondiente. Restando cada par de puntos y promediando estas diferencias obtenemos que $\overline{\Delta z} = 0.0058$ mm. Para el Ajuste 2 se obtuvo la Fig. 4.31 (b) en la que podemos notar mayor simetría de los puntos alrededor de 1.56. Calculando el promedio de las diferencias entre estos puntos obtenemos $\overline{\Delta z} = 0.0090$ mm. En el caso del Ajuste 3, podemos observar que en la Fig. 4.31 (c) los primeros puntos se mantienen cercanos entre sí, pero al momento de acercarnos a los que se encuentran en la periferia de la superficie estos pares de puntos se separan, brindándonos un valor de $\overline{\Delta z} = 0.0060$ mm. Estas diferencias promedio pueden compensarse entre sí, pero sirven para darnos una idea de que tan cercanas pueden ser nuestras dos superficies.

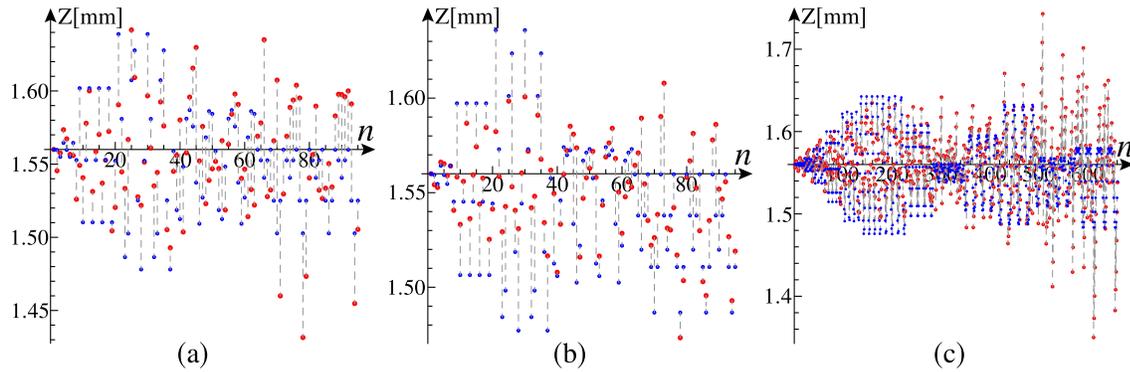


Figura 4.31: Diferencias punto a punto en la coordenada Z: (a) Ajuste 1. (b) Ajuste 2. (c) Ajuste 3.

Otra comparación entre la superficie ideal y las reconstrucciones, está hecha graficando los perfiles de cada superficie a lo largo del eje Y' . Esta idea es similar a las gráficas del Cap. 2, en este caso utilizamos dos orientaciones. En la Fig. 4.32 (a), este eje tiene un ángulo $\theta = 22.5^\circ$. Podemos observar que los ajustes tienen la misma forma general que la superficie ideal, pero no la misma amplitud. Iniciando desde el eje Z hacia la izquierda notamos que en el primer valle el Ajuste 2 es el menos profundo de todos mientras que el Ajuste 1 y el Ajuste 3 son similares entre sí. Cuando pasamos a la primer cresta notamos que ahora el Ajuste 1 es el más alejado de la superficie ideal, debido a que no cruza el eje Y' en un punto cercano a los otros, mientras que el Ajuste 3 es el que se acerca más y el Ajuste 2 queda en medio de ambos. Pasando al segundo valle encontramos que el Ajuste 1 comienza a subir en dirección del eje Z mucho antes que todos y vuelve a ser el más alejado de la superficie ideal, mientras que el Ajuste 2 y el Ajuste 3 intercambian posiciones, ya que el más cercano al valle ideal es el Ajuste 2 pero cuando la curva sube el Ajuste 3 vuelve a quedar más cercano a la curva ideal.

En la Fig. 4.32 (b) utilizamos un ángulo $\theta = 46^\circ$, este perfil es cercano a la orientación en que la superficie ideal es un plano, por lo que los valles y crestas ideales son pequeños en comparación con los de la Fig. 4.32 (a), además el orden es diferente. En este caso iniciamos con una cresta en la que el Ajuste 1 y el Ajuste 3 se parecen entre si y se acercan más a la curva ideal que el Ajuste 2. Cuando pasamos al valle tenemos que el Ajuste 1 es el menos profundo mientras que el Ajuste 3 es el que más se acerca a la curva ideal y el Ajuste 2 queda entre el Ajuste 1 y el Ajuste 3. Pasando

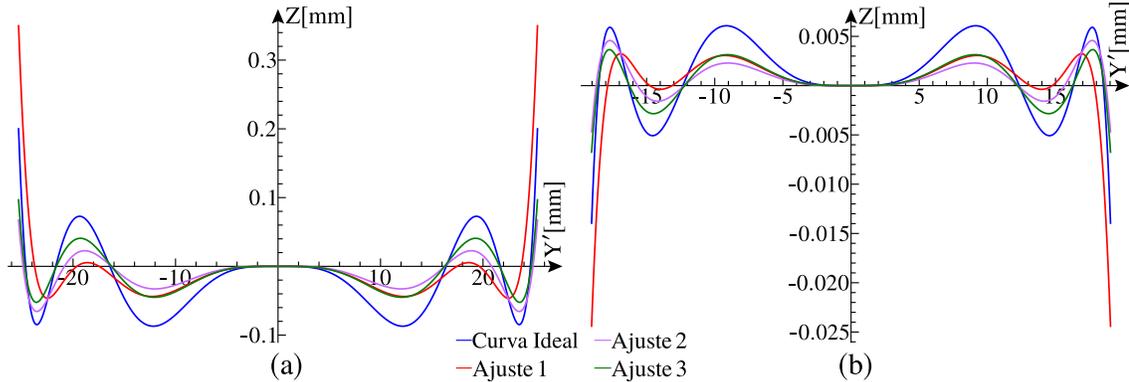


Figura 4.32: Diferencias entre la curva ideal y los ajustes a lo largo del eje Y' con diferentes orientaciones: (a) $\theta = 22.5^\circ$. (b) $\theta = 46^\circ$.

a la segunda cresta, el Ajuste 1 sube antes que todos y después es el primero en bajar, lo que lo aleja de la curva ideal al final del eje Y' , mientras que el Ajuste 2 es más cercano a la curva ideal que el Ajuste 3 dentro de la cresta y cuando comienzan a bajar intercambian posiciones, siendo el Ajuste 3 el que más se aproxima a la curva ideal en el final de esta.

En la Fig. 4.33 mostramos las gráficas de contorno de las superficies obtenidas al restar la superficie ideal de cada uno de los ajustes. En general, estas gráficas tienen una forma similar al polinomio de Zernike, con valles y crestas alternados, debido a que los ajustes tienen valles no tan profundos y crestas menos altas que la superficie ideal. Lo importante a resaltar es que mientras la superficie de diseño tiene una distancia pico-valle de 0.4mm aproximadamente, en las gráficas de diferencias, esta distancia es menor.

En la Fig. 4.33 (a) podemos ver las diferencias entre la superficie ideal y el Ajuste 1. En esta gráfica identificamos el disco central con cuatro crestas y cuatro valles alternados, además de dos estructuras de anillos también con sus respectivos valles y crestas. Esta superficie tiene una distancia P-V = 0.286 mm, que es menor al valor de la superficie ideal, mientras que el error RMS asociado a estas diferencias es de 0.041 mm. Al restar la superficie ideal del Ajuste 2 se obtuvo la Fig. 4.33 (b) en la que volvemos a distinguir el disco central con cuatro valles y cuatro crestas. En particular este disco es un poco más grande que el de la gráfica anterior. Además, ahora aparecen tres anillos, donde el anillo de en medio es más angosto con valles y crestas muy suaves mientras que el último tiene valles y crestas tan pronunciados que

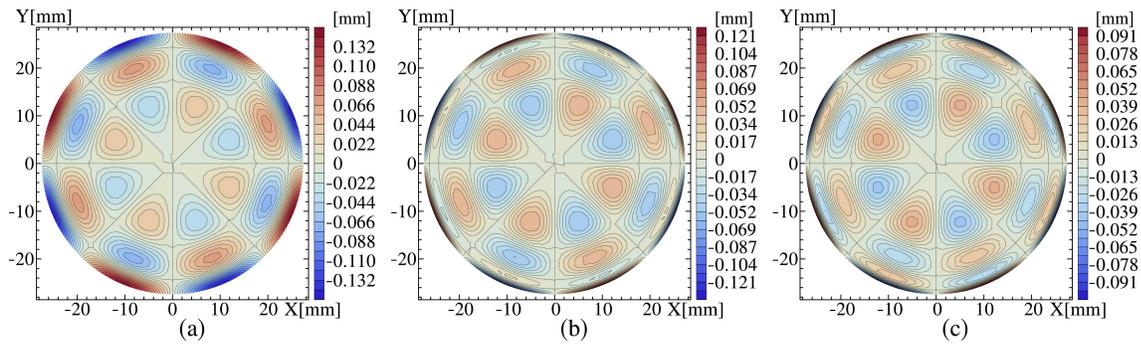


Figura 4.33: Diferencias entre la superficie ideal y los Ajustes. (a) Ajuste 1 (b) Ajuste 2. (c) Ajuste 3.

las líneas de contorno se juntan mucho entre sí. Esta superficie tiene una distancia P-V = 0.26 mm y un RMS = 0.026 mm. Por otro lado en la Fig. 4.33 (c) mostramos las diferencias entre la superficie ideal y el Ajuste 3, donde tenemos la estructura del disco central más los tres anillos, en particular podemos ver que los valles y crestas son menos pronunciados en comparación con los casos anteriores. La distancia P-V de esta superficie es de 0.194 mm mientras que el error RMS es de 0.019 mm.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo a futuro

5.1. Conclusiones

Considerando un frente de onda plano incidente se aplicó la ley de Snell vectorial para deducir las ecuaciones que permiten trazar los rayos refractados por una placa plano-curva. Estas ecuaciones están en función de la forma de la segunda superficie y de los índices de refracción, tanto de la placa como del medio en el que está inmersa. En particular utilizamos estos resultados para graficar los rayos refractados por una placa plano-curva cuya segunda superficie está modelada por el polinomio de Zernike $Z_{10}^{-4}(x, y)$

Utilizando el hecho de que la ecuación del trazo de rayos funciona como una transformación entre dos subconjuntos del espacio \mathcal{R}^3 , utilizamos la Teoría de Singularidades para deducir la ecuación de la superficie cáustica a partir de los puntos críticos de la transformación. En el caso de la placa tipo Zernike obtuvimos que tanto la cáustica tangencial como la cáustica sagital tienen una parte real y una virtual y además son muy grandes en comparación con la superficie refractora.

Imponiendo la condición de longitudes de camino óptico iguales, que es equivalente al Principio de Huygens, se dedujo la ecuación del frente de onda refractado y propagado a distancias arbitrarias por una placa plano-curva. Este frente de onda depende de la distancia de propagación y de la forma de la segunda superficie. En particular, cuando el frente de onda refractado se propaga la distancia $\mathcal{L}_\phi = n_l(z_M - z_m)/n_a$, obtenemos el frente de onda de fase cero, que es el primero en salir completamente

de la superficie refractora.

Se diseñó una prueba de pantallas nulas para evaluar por refracción una placa plano-curva tipo Zernike. Como esta superficie no enfoca todos los rayos en un área pequeña se reemplazó el sensor CCD que se utiliza en el arreglo tradicional con una pantalla opaca que define un plano de detección y una cámara CCD equipada con una lente de $f = 16$ mm corregida por distorsión.

A partir de un trazo inverso de rayos se calcularon pantallas nulas tipo Ronchi y Hartmann que producen los patrones esperados en distintas posiciones del plano de detección y con tamaños diferentes del patrón esperado. Se obtuvo que la posición más adecuada para evaluar la placa tipo Zernike es antes de los 100 mm, debido a que para planos de detección colocados a más de 130 mm de la placa tipo Zernike, la distribución de intensidad que se observa es muy particular y complica el análisis de la prueba de pantallas nulas. Por otro lado, el tamaño más adecuado para el patrón esperado es $l_d = 50$ mm, ligeramente más pequeño que la placa que evaluamos cuyo diámetro es 54.8 mm.

Utilizando las imágenes en que se recuperó el patrón esperado completo, se obtuvieron los resultados cuantitativos resolviendo una integral numérica con el método del trapecio y reconstruyendo una superficie experimental constituida del polinomio de Zernike más términos de desalineación y deformación. Se comprobó que utilizando más puntos en el patrón esperado la prueba estará mejor alineada, ya que con un patrón de 661 puntos obtuvimos un descentramiento de 0.17 y 0.025 milímetros en las direcciones X y Y respectivamente, mientras que con un patrón de solo 95 puntos el descentramiento fue de 0.909 y 0.214 milímetros respectivamente, cuando ambas imágenes se tomaron en las mismas condiciones experimentales.

Por otro lado para patrones iguales recuperados en distintos planos de observación, obtuvimos mejores resultados cuando la distancia entre la superficie bajo prueba y el plano de observación es mayor. En este caso el error asociado a los coeficientes del polinomio experimental es del orden de 10% con la imagen experimental obtenida en el plano $z_d = 30$ mm, mientras que con la imagen obtenida en $z_d = 60$ mm, este error es del orden de 5%.

El método de ajuste que utilizamos fue eficiente para recuperar los coeficientes del polinomio de Zernike. Sin embargo, como queremos recuperar al mismo tiempo el factor de escala A , que aparece en la Ec. (2.2), tenemos errores asociados del orden

de 55 %, por lo que este método no es el mejor para obtener este coeficiente. Debido a este error nuestras superficies ajustadas tienen la misma forma general que la superficie ideal, pero diferentes amplitudes. Calculando los errores RMS en las diferencias entre cada ajuste y la superficie ideal obtenemos valores del orden de decenas de micrómetros, donde el más pequeño es 19 μm para la prueba con 661 puntos.

5.2. Trabajo a futuro

Como ejercicios que pueden refinar y/o ampliar los resultados de este trabajo se propone realizar un análisis de como cambian las superficies cáusticas y los frentes de onda en función del índice de refracción, lo que implica utilizar una longitud de onda incidente distinta a la que se utilizó en este trabajo (633 nm)

En la parte experimental se propone implementar platinas de desplazamiento automatizadas para obtener un mejor control sobre la posición del plano de detección a lo largo del eje óptico y reducir esta fuente de error. Además, si la pantalla nula o la superficie bajo prueba se montan en una base con un grado de libertad angular, será más sencillo encontrar la orientación correcta entre ambas antes de tomar las fotografías experimentales y obtener los valores de tolerancia para esta desalineación.

Con respecto a la obtención de las imágenes, se debe estudiar más a fondo la relación entre el área de detección y la resolución de la cámara CCD, para encontrar un número máximo de elementos en el patrón de diseño que puedan ser resueltos por el sensor CCD, así como un tamaño adecuado, l_d , para el patrón de diseño que esté en función del tamaño o resolución del sensor CCD.

Por otro lado, se puede estudiar si cambiando las trayectorias de integración y/o utilizando un método de integración numérica diferente al método del trapecio obtendremos mejores resultados. También se puede refinar el ajuste realizado a los datos después de la integración para obtener por separado el factor de escala A y los coeficientes de la superficie. De este modo, se pueden obtener resultados más cercanos al valor ideal de este parámetro y al mismo tiempo disminuirían los errores RMS en las diferencias entre la superficie ideal y el ajuste.

Como la placa tipo Zernike esta construida con un polímero, podemos realizar un estudio del comportamiento de este material al interactuar con luz polarizada, lo que nos permitirá conocer otras propiedades del material y así realizar algunos ajustes a la prueba de la superficie si es necesario.

Apéndice A

Desarrollo de la Ec.(2.12)

La Ec.(2.12) indica que debemos calcular el determinante de la matriz Jacobiana o de derivadas parciales de la transformación indicada por la Ec.(2.11). Resolviendo este determinante por menores obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \partial_x R_{r1} [\partial_y R_{r2} \partial_L R_{r3} - \partial_y R_{r3} \partial_L R_{r2}] - \partial_x R_{r2} [-\partial_y R_{r3} \partial_L R_{r1} + \partial_y R_{r1} \partial_L R_{r3}] + \\ & + \partial_x R_{r3} [\partial_y R_{r1} \partial_L R_{r2} - \partial_y R_{r2} \partial_L R_{r1}] = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Debemos recordar que en su forma más sencilla, el vector del rayo refractado se expresa como: $\vec{R}_r = \vec{r}_i + L\hat{d}_r$, de este modo las componentes de este vector son $\{\vec{r}_{i1} + L\hat{d}_{r1}, \vec{r}_{i2} + L\hat{d}_{r2}, \vec{r}_{i3} + L\hat{d}_{r3}\}$, por lo que las derivadas que aparecen en la Ec.(A.1) en su forma explícita son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_1}{\partial x} &= \frac{\partial r_{i1}}{\partial x} + L \frac{\partial d_{r1}}{\partial x}, & \frac{\partial R_2}{\partial x} &= \frac{\partial r_{i2}}{\partial x} + L \frac{\partial d_{r2}}{\partial x}, & \frac{\partial R_3}{\partial x} &= \frac{\partial r_{i3}}{\partial x} + L \frac{\partial d_{r3}}{\partial x}, \\ \frac{\partial R_1}{\partial y} &= \frac{\partial r_{i1}}{\partial y} + L \frac{\partial d_{r1}}{\partial y}, & \frac{\partial R_2}{\partial y} &= \frac{\partial r_{i2}}{\partial y} + L \frac{\partial d_{r2}}{\partial y}, & \frac{\partial R_3}{\partial y} &= \frac{\partial r_{i3}}{\partial y} + L \frac{\partial d_{r3}}{\partial y}, \\ \frac{\partial R_1}{\partial L} &= d_{r1}, & \frac{\partial R_2}{\partial L} &= d_{r2}, & \frac{\partial R_3}{\partial L} &= d_{r3}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

de este modo, al sustituir todas las expresiones de la Ec.(A.2) en la Ec.(A.1) se obtiene una combinación de términos que se pueden agrupar en función de la variable L , para obtener el siguiente polinomio:

$$\begin{aligned}
& L^2 \left[d_{r_1} \left(\frac{\partial d_{r_2}}{\partial x} \frac{\partial d_{r_3}}{\partial y} - \frac{\partial d_{r_2}}{\partial y} \frac{\partial d_{r_3}}{\partial x} \right) + d_{r_2} \left(\frac{\partial d_{r_3}}{\partial x} \frac{\partial d_{r_1}}{\partial y} - \frac{\partial d_{r_3}}{\partial y} \frac{\partial d_{r_1}}{\partial x} \right) + \right. \\
& \left. + d_{r_3} \left(\frac{\partial d_{r_1}}{\partial x} \frac{\partial d_{r_2}}{\partial y} - \frac{\partial d_{r_1}}{\partial y} \frac{\partial d_{r_2}}{\partial x} \right) \right] + \\
& + L \left[d_{r_1} \left(\frac{\partial r_{i_2}}{\partial x} \frac{\partial d_{r_3}}{\partial y} - \frac{\partial r_{i_2}}{\partial y} \frac{\partial d_{r_3}}{\partial x} + \frac{\partial d_{r_2}}{\partial x} \frac{\partial r_{i_3}}{\partial y} - \frac{\partial d_{r_2}}{\partial y} \frac{\partial r_{i_3}}{\partial x} \right) + \right. \\
& \left. + d_{r_2} \left(\frac{\partial r_{i_3}}{\partial x} \frac{\partial d_{r_1}}{\partial y} - \frac{\partial r_{i_3}}{\partial y} \frac{\partial d_{r_1}}{\partial x} + \frac{\partial d_{r_3}}{\partial x} \frac{\partial r_{i_1}}{\partial y} - \frac{\partial d_{r_3}}{\partial y} \frac{\partial r_{i_1}}{\partial x} \right) + \right. \\
& \left. + d_{r_3} \left(\frac{\partial r_{i_1}}{\partial x} \frac{\partial d_{r_2}}{\partial y} - \frac{\partial r_{i_1}}{\partial y} \frac{\partial d_{r_2}}{\partial x} + \frac{\partial d_{r_1}}{\partial x} \frac{\partial r_{i_2}}{\partial y} - \frac{\partial d_{r_1}}{\partial y} \frac{\partial r_{i_2}}{\partial x} \right) \right] + \\
& + d_{r_1} \left(\frac{\partial r_{i_2}}{\partial x} \frac{\partial r_{i_3}}{\partial y} - \frac{\partial r_{i_2}}{\partial y} \frac{\partial r_{i_3}}{\partial x} \right) + d_{r_2} \left(\frac{\partial r_{i_3}}{\partial x} \frac{\partial r_{i_1}}{\partial y} - \frac{\partial r_{i_3}}{\partial y} \frac{\partial r_{i_1}}{\partial x} \right) + \\
& + d_{r_3} \left(\frac{\partial r_{i_1}}{\partial x} \frac{\partial r_{i_2}}{\partial y} - \frac{\partial r_{i_1}}{\partial y} \frac{\partial r_{i_2}}{\partial x} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{A.3}$$

que es la misma expresión de la Ec.(2.13), ya que los términos entre corchetes y el término independiente se pueden reducir a la Ec.(2.14) utilizando las definiciones de los productos escalar y vectorial. Mientras que las derivadas del vector \vec{r}_i tienen la forma:

$$\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial x} = \left\{ 1, 0, \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right\}, \quad \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial y} = \left\{ 0, 1, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right\}, \tag{A.4}$$

de modo que sustituyendo las componentes que valen cero y uno en la Ec.(A.3), reducimos los coeficientes a las expresiones que aparecen en la Ec.(2.15).

Apéndice B

Corrección de Distorsión

B.1. Antecedentes

Al estudiar los fenómenos ópticos con un trazo exacto de rayos podemos observar algunas incongruencias con respecto a la descripción paraxial. Estas diferencias reciben el nombre de aberraciones y pueden clasificarse en dos tipos principales: Las aberraciones cromáticas, que tienen su origen en el hecho de que el índice de refracción, n , es una función de la frecuencia o longitud de onda. Mientras que las aberraciones de forma se presentan aún cuando la luz es altamente monocromática.

La óptica paraxial está completamente basada en que la aproximación $\text{sen}\varphi \approx \varphi$ se cumple. Sin embargo, esta afirmación ya no se cumple cuando se consideran los rayos más cercanos a la periferia de los elementos ópticos. Tomando en cuenta los dos primeros términos de la serie de la función seno:

$$\text{sen}\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \frac{\varphi^9}{9!} - \frac{\varphi^{11}}{11!} + \dots \quad (\text{B.1})$$

nuestros cálculos estarían en el régimen de la “Teoría de Tercer Orden” y las diferencias que se aprecian con respecto a la teoría paraxial quedan incluidas dentro de las cinco aberraciones primarias, de las cuales la aberración esférica, coma y astigmatismo deterioran la imagen haciéndola confusa, mientras que la curvatura de campo y la distorsión deforman la imagen.

B.2. Tipos de Distorsión

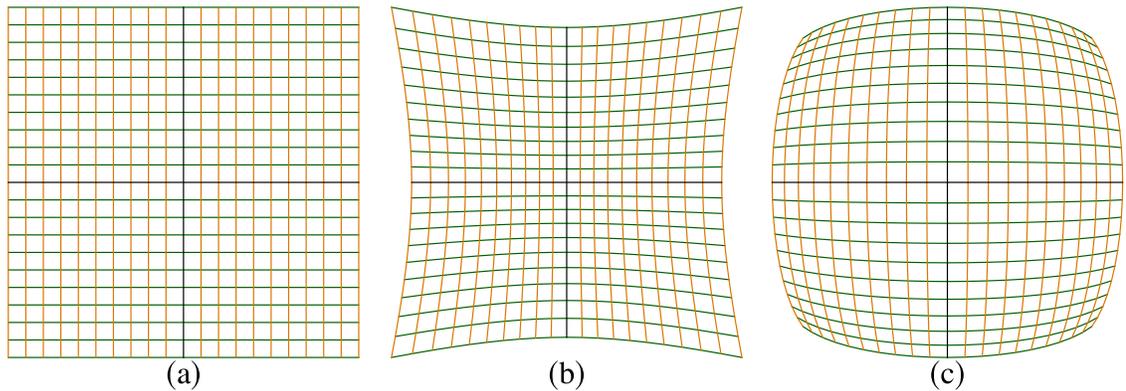


Figura B.1: (a) Malla cuadrada ordenada. (b) Distorsión positiva. (c) Distorsión negativa.

La distorsión se produce cuando las diversas áreas de una lente poseen distancias focales y amplificaciones diferentes entre sí, por lo que sin la presencia de otras aberraciones, la distorsión se manifiesta como una deformación de la imagen completa, a pesar de que cada punto se encuentra bien enfocado. El origen de esta aberración radica en el hecho de que a tercer orden la amplificación transversal, M_t , cambia de ser una constante a una función de la distancia de un punto en la imagen al eje óptico, r_i .

En la Fig. B.1 (a) podemos apreciar una distribución de líneas horizontales y verticales que forman una malla cuadrada ideal cuyo centro queda indicado por la intersección de las líneas negras. Si observamos esta imagen a través de un sistema óptico con distorsión positiva o de corset, la imagen se deforma y obtendríamos algo similar a la Fig. B.1 (b). En este caso cada punto de la imagen se aleja del centro de forma radial, de modo que $M_t(r_i)$ es una función creciente, por lo que los puntos más alejados del centro de la imagen se desplazan una distancia mayor a la que lo hacen los puntos cercanos. Por otro lado, si el sistema óptico presenta distorsión negativa de barril, la malla ideal se deforma como en la Fig. B.1 (c), en donde los puntos sobre la imagen se desplazan hacia el centro de la misma, pues la función $M_t(r_i)$ es decreciente.

B.3. Corrección de Distorsión

Para corregir la distorsión introducida por la lente que requerimos durante la prueba de pantallas nulas, ver Cap. 4, seguimos el procedimiento indicado en [50]. Utilizamos una placa de vidrio con una distribución cuadrada de puntos equidistantes. Colocamos la cámara CCD a una posición tal que en el lado menor del sensor quepan todos los puntos que corresponden con el tamaño del área de observación que necesitamos. En nuestro caso queremos observar una distancia de 50 mm, por lo que en la cámara CCD veremos diez puntos en el eje vertical, considerando que tenemos medio punto en la parte superior y medio en la inferior, ya que éstos están colocados cada 5 mm. En la Fig. B.2 (a) se muestra este sencillo arreglo experimental, mientras que en la Fig. B.2 (b) aparece la imagen que se observa en la cámara CCD cuando todo está en la posición correcta. Utilizamos la imagen en la Fig. B.2 (b) para corregir la distorsión.

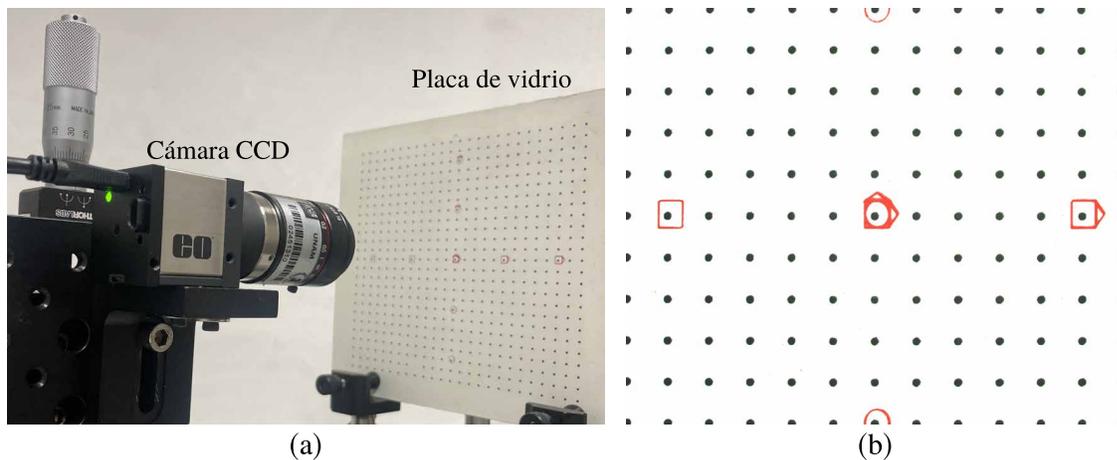


Figura B.2: (a) Arreglo experimental para corregir distorsión. (b) Placa de vidrio con arreglo cuadrado de puntos.

Una vez que se ha obtenido la imagen experimental, realizamos el procesamiento de la misma para obtener los centroides experimentales que corresponden con los puntos oscuros, siguiendo el mismo procedimiento que realizamos en la sección 4.4. La Fig. B.3 (a) nos muestra la imagen procesada junto con los centroides experimentales, mientras que en la Fig. B.3 (b) aparecen los centroides experimentales en rojo y sus puntos ideales correspondientes en azul ya ubicados en el mismo plano, que corresponde al de la placa de vidrio. Podemos notar que nuestra lente está introduciendo

una distorsión negativa o de barril muy ligera. Además, calculando las diferencias de posición entre estos conjuntos de puntos obtenemos un error RMS = 0.201 mm.

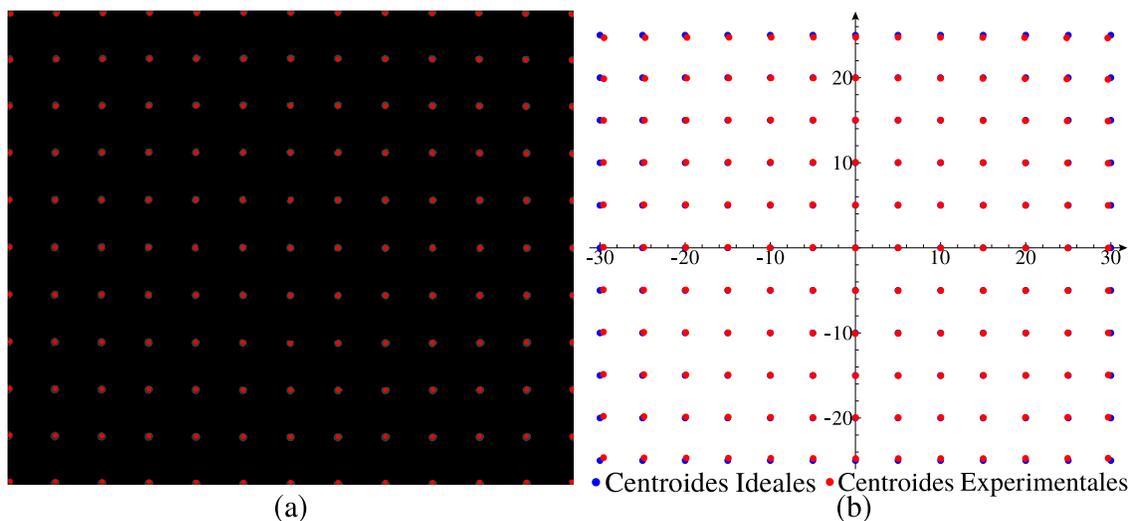


Figura B.3: (a) Centroides experimentales. (b) Centroides ideales y experimentales en el plano de observación.

Calculamos la distancia al origen de cada centroide ideal, r_o y su correspondiente centroide experimental r_i , para construir una gráfica de dispersión donde los puntos tienen coordenadas $\{r_o, r_i\}$, como se muestra en la Fig. B.4 (a). A estos puntos se les ajusta una función de la forma:

$$r_i(r_o) = M_t r_o \pm E r_o^3 \quad (\text{B.2})$$

donde M_t representa una ligera corrección a la amplificación transversal en la imagen y la constante E nos indica el coeficiente de distorsión. Durante el ajuste se obtuvo un coeficiente de correlación $R^2 = 0.99994$, además encontramos un valor de $M_t = 1.00213$ para la amplificación transversal, mientras que para el coeficiente de distorsión tenemos $E = -1.067478 \times 10^{-5}$. En la Fig. B.4 (b) se muestran los centroides ideales y los centroides experimentales corregidos a partir del ajuste. Podemos notar que los centroides experimentales están más cercanos a los ideales, teniendo un error RMS = 0.075 mm en la distancia entre los centroides ideales y los corregidos por distorsión. Como se puede ver, hemos reducido estas diferencias en un orden de magnitud al realizar esta corrección. Adicionalmente, graficamos las diferencias

entre las coordenadas x y y de cada centroide ideal con su correspondiente centroide experimental corregido por distorsión. En la Fig. B.4 (c) observamos en color verde las diferencias en la coordenada x y en color morado las diferencias en la coordenada y . Debemos notar que las diferencias Δx se encuentran entre -0.085 mm y 0.165 mm. Mientras que las diferencias Δy se ubican entre -0.126 mm y 0.132 mm. Esto indica que la corrección por distorsión tiene mejor simetría en el eje Y.

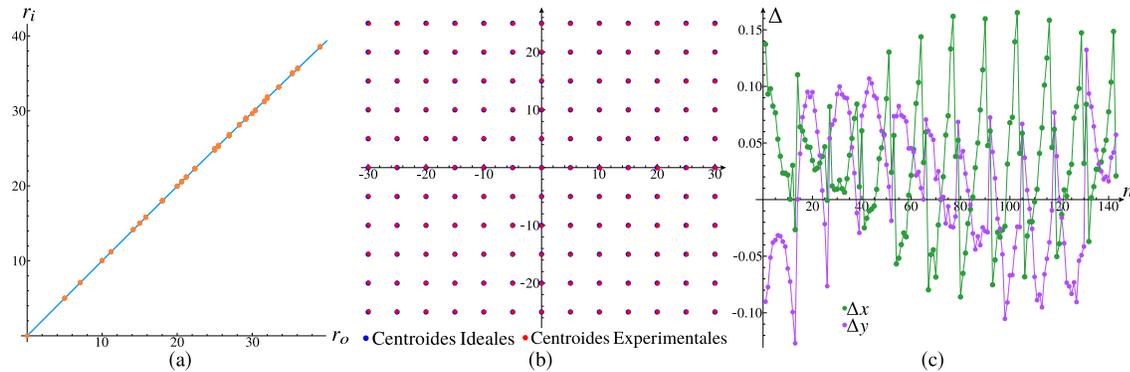


Figura B.4: (a) Gráfica de dispersión y ajuste. (b) Centroides experimentales corregidos. (c) Diferencias en cada coordenada

Apéndice C

Medición del Índice de Refracción

C.1. Antecedentes

Presumiblemente, el primero en utilizar el nombre “índice de refracción” fue Thomas Young, en 1807 [51], quien además indicó que el valor del poder refractivo es un solo número y no una proporción o relación entre dos números, como hacían Newton o Hauksbee [52, 53]. Sin embargo, Young no utilizó un símbolo para indicar esta propiedad, pero a través de los años el símbolo que prevaleció es “ n ”.

En la actualidad se define el índice de refracción como $n = c/v$, donde c indica la velocidad de la luz en el vacío y v la velocidad de fase de la luz propagándose en un medio. Esto implica que este índice puede escribirse como una función de la frecuencia o de la longitud de onda de la luz, lo que permite explicar por qué la luz blanca se separa en colores cuando se refracta.

El índice de refracción determina cuánto se desvía la trayectoria de la luz al entrar en un material, lo cual podemos calcular utilizando la Ley de Snell, Ec.(2.3). Cuando un rayo de luz cruza una interfaz entre dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 , éstos determinan la cantidad de luz que se refleja al llegar a la interfaz, así como el ángulo crítico para la reflexión total interna, su intensidad mediante las ecuaciones de Fresnel y el ángulo de Brewster. Además se pueden clasificar los diferentes materiales por su valor de índice de refracción [54].

C.2. Ecuación del índice de refracción

Suponiendo que las desviaciones entre los centroides ideales y los centroides experimentales obtenidos durante la prueba de pantallas nulas se deben a variaciones en el índice de refracción, podemos realizar una medición de este índice a partir de los datos obtenidos en el Cap.4 de este trabajo. Sin embargo, primero debemos calcular una expresión que relacione nuestros datos experimentales con el índice de refracción del elemento bajo prueba, para lo que necesitamos ajustar la Ec.(2.10). El vector \hat{d}_r cambia por \hat{V}_e , que indica la dirección para ir desde los puntos sobre la superficie que aparecen la Fig. 4.29 hacia los centroides experimentales colocados en su respectivo plano de detección. Esta nueva ecuación, que indica la dirección del rayo refractado experimental, está determinada por:

$$\hat{V}_e = \frac{n_l}{n_a} \left[\hat{I} - (\hat{I} \cdot \hat{N}) \hat{N} \right] - \frac{1}{n_a} \sqrt{n_a^2 - n_l^2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]} \hat{N}, \quad (C.1)$$

donde el vector normal \hat{N} está determinado por la Ec.(2.6), es decir, la superficie es la de diseño, el índice de refracción del medio en que se encuentra el elemento bajo prueba es n_a y el vector que indica la dirección de los rayos antes de ser refractados es \hat{I} . Debemos despejar el índice de refracción del elemento bajo prueba n_l . Este procedimiento es largo e implica eliminar la raíz cuadrada que aparece en esta ecuación. Para esto debemos multiplicarla por si misma y en algún momento elevar al cuadrado la expresión. Además, no debemos olvidar que todos los vectores son unitarios. Una vez reducidos todos los términos semejantes se obtiene la siguiente ecuación de cuarto orden:

$$n_l^4 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]^2 - n_l^2 n_a^2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right] \left[2 - (\hat{V}_e \cdot \hat{N})^2 \right] + n_a^4 \left[1 - (\hat{V}_e \cdot \hat{N})^2 \right] = 0. \quad (C.2)$$

Para resolver esta ecuación realizamos el cambio de variable $\mathcal{X} = n_l^2$, así reducimos en dos el orden de la ecuación y podemos resolverla utilizando la fórmula general de las ecuaciones de orden dos. De este modo obtenemos las soluciones para \mathcal{X} :

$$\mathcal{X}_{1,2} = \frac{n_a^2 \left[2 - (\hat{V}_e \cdot \hat{N})^2 \right] \pm n_a^2 (\hat{V}_e \cdot \hat{N})^2}{2 \left[1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2 \right]}. \quad (C.3)$$

Considerando la primera solución, que corresponde al signo positivo, y reduciendo los términos semejantes obtenemos la expresión

$$\mathcal{X}_1 = \frac{n_a^2}{1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2},$$

que es una solución puramente matemática, ya que no incluye al vector \hat{V}_e . Por otro lado, considerando sólo el signo negativo y reduciendo la Ec.(C.3), se obtiene:

$$\mathcal{X}_2 = \frac{n_a^2 \left[1 - (\hat{V}_e \cdot \hat{N})^2 \right]}{1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2}, \quad (\text{C.4})$$

que es una solución que sí tiene sentido físico ya que aparecen los tres vectores que definen el proceso de refracción. Sustituyendo de nuevo el cambio de variable y calculando la raíz cuadrada obtenemos que la expresión para el índice de refracción es:

$$n_l = n_a \sqrt{\frac{1 - (\hat{V}_e \cdot \hat{N})^2}{1 - (\hat{I} \cdot \hat{N})^2}}. \quad (\text{C.5})$$

Utilizando los datos obtenidos en el Cap.4 podemos construir los vectores experimentales asociados a cada una de nuestras pruebas de pantallas nulas y sustituirlos en la Ec.(C.5) para calcular el índice de refracción local de la placa plano-curva tipo Zernike, suponiendo que las desviaciones entre los centroides ideales y los centroides experimentales se deben a pequeños cambios en el índice de refracción de la placa y no a deformaciones en la superficie.

En la Fig. C.1 se muestran las gráficas del índice de refracción obtenidas para cada una de las pruebas de pantallas nulas con las que hicimos una evaluación cuantitativa. Con los datos de la Fig. C.1 (a) obtenemos un índice de refracción promedio $\bar{n}_l = 1.51445$ que tiene un error asociado de 0.04 % con respecto al valor ideal, mientras que con los datos de la Fig. C.1 (b) el índice de refracción promedio es $\bar{n}_l = 1.53628$ con un error de 1.39 %. Por otro lado, utilizando los datos de la Fig. C.1 (c) se obtuvo un índice de refracción de $\bar{n}_l = 1.64879$ cuyo error asociado es de 8.82 %. De este

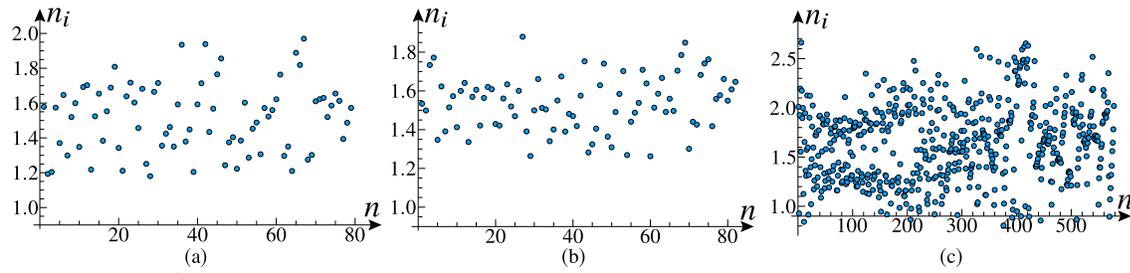


Figura C.1: Índice de refracción: (a) Patrón de $n = 95$ puntos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de $n = 95$ puntos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de $n = 661$ puntos observado en $z_d = 30$ mm.

modo es posible medir el índice de refracción de un elemento óptico utilizando los datos obtenidos con el método de pantallas nulas, siempre y cuando la calidad de la superficie de dicho elemento esté comprobada.

Apéndice D

Trabajos publicados durante el periodo de investigación doctoral

D.1. Trabajos en extenso

JT5A.25.pdf

Design and Fabrication Congress 2019 (Freeform, OFT) © OSA 2019

Implementing null phase screens to test fast singlet lenses

I. Velázquez-Gómez, A. Sánchez-Montes, M. Avendaño-Alejo, J. DelOlmo-Márquez

Abstract: A new design of null phase screens to test quantitatively fast singlet lenses is presented. The designs of these null screens are based on the knowledge of the propagated wavefront and an exact ray tracing. © 2019 The Author(s)

OCIS codes: 080.0080, 220.3630

Figura D.1: Póster presentado en el Design and Fabrication Congress en 2019.

Exact ray tracing through freeform lenses

Jesús DelOlmo-Márquez*, Gabriel Castillo-Santiago*, Maximino Avendaño-Alejo**

* Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Universidad Nacional Autónoma de México, C.P., 04510, Apdo. Postal 70-186, D.F., México.

** Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, C.P., 04510, Apdo. Postal 70-186, D.F., México.
jesus.delolmo@icat.unam.mx

Abstract: We have considered an exact ray tracing through freeform lenses by using vectorial Snell's law, assuming a bundle of incident rays propagating along the Z-axis. A preliminary test for Zernike's lenses has been properly implemented. © 2019 The Author(s)

OCIS codes: 120.4800, 080.0080

Figura D.2: Presentación oral presentada en el Design and Fabrication Congress en 2019

D.2. Artículos de investigación

Research Article
Vol. 58, No. 22 / 1 August 2019 / Applied Optics
5959

applied optics

Sagittal and tangential foci produced by tilted plane wavefronts refracted through simple lenses

MAXIMINO AVENDAÑO-ALEJO,^{1,*} **EDWIN ROMÁN-HERNÁNDEZ,²** **GABRIEL CASTILLO-SANTIAGO,¹**
JESÚS DELOLMO-MÁRQUEZ,¹ AND **LUIS CASTAÑEDA³**

¹Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, C.P. 04510, Apdo. Postal 70-186, Cd. de Méx., Mexico
²Universidad de Istmo, Campus Tehuantepec. División de Estudios de Posgrado, Cd. Universitaria s/n, C.P. 70760, Oaxaca, Mexico
³Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Medicina, Instituto Politécnico Nacional, Plan de San Luis y Díaz Mirón s/n, Casco de Santo Tomás, C.P. 11340, Cd. de Méx., Mexico
*Corresponding author: maximino.avendano@icat.unam.mx

Received 13 May 2019; revised 25 June 2019; accepted 26 June 2019; posted 26 June 2019 (Doc. ID 367468); published 25 July 2019

We study the formation of caustic and wavefront surfaces produced by a tilted plane wavefront propagating through spherical positive lenses. The shape of the caustic surface is a function of the indices of refraction, the geometrical parameters of the lens involved in the process of refraction, and the obliquity angle with respect to the optical axis, as we expect. We provide exact and approximate analytic equations for tangential and sagittal focal surfaces and also for Petzval field curvature considering arbitrary lenses. © 2019 Optical Society of America

<https://doi.org/10.1364/AO.58.005959>

Figura D.3: Artículo publicado en la revista Applied Optics en 2019

Ronchi-Hartmann type null screens for testing a plano-freeform surface with a detection plane inside a caustic surface

JESÚS DELOLMO-MÁRQUEZ,¹ GABRIEL CASTILLO-SANTIAGO,¹ 
MAXIMINO AVENDAÑO-ALEJO,^{1,*}  IVAN MORENO,²  EDWIN
ROMÁN-HERNÁNDEZ,³ AND MARÍA C. LÓPEZ-BAUTISTA¹ 

¹Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, C. P. 04510, Apdo. Postal 70-186, CD.MX., Mexico

²Unidad Académica de Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia, Universidad Autónoma de Zacatecas, C. P. 98060, Zacatecas, Mexico

³Universidad de Istmo, Campus Tehuantepec. División de Estudios de Posgrado, Cd. Universitaria s/n, C.P. 70760, Oaxaca, Mexico

*maximino.avendano@icat.unam.mx

Abstract: We have implemented an exact ray trace through a plano-freeform surface for an incident plane wavefront. We obtain two caustic surfaces and provide the critical points related to the ray tracing process. Additionally, we study the propagation of the refracted wavefronts through the plane-curved surface. Finally, by using the Ronchi-Hartmann type null screen and placing the detection plane within the caustic region, we have evaluated the shape of a plano-freeform optical surface under test, obtaining an RMS difference in sagitta value of $6.3 \mu\text{m}$.

© 2021 Optical Society of America under the terms of the [OSA Open Access Publishing Agreement](#)

Figura D.4: Artículo publicado en la revista Optics Express en 2021

Bibliografía

- [1] *K. P. Thompson and J. P. Rolland*, “Freeform Optical Surfaces: A Revolution in Imaging Optical Design,” *Optics & Photonics News*, **23**(6), 30-35 (2012)
- [2] *X. Mao, J. Li, F. Wang, R. Gao, X. Li, and Y. Xie*, “Fast design method of smooth freeform lens with an arbitrary aperture for collimated beam shaping,” *Appl. Opt.*, **58**, 2512-2521 (2019)
- [3] *S. Wills*, “Freeform Optics: Notes from the Revolution,” *Optics & Photonics News*, **28** (7), 34-41 (2017)
- [4] *R. Hu, X. Luo, H. Zheng, Z. Qin, Z. Gan, B. Wu, and S. Liu*, “Design of a novel freeform lens for LED uniform illumination and conformal phosphor coating,” *Opt. Express*, **20**, 13727-13737 (2012)
- [5] *X. Liu, R. Y. Abdolmalaki, G. J. Mancini, J. Tan*, “Optical design of an *in vivo* laparoscopic lighting system,” *J. Biomed. Opt.*, **22**(12) 125003 (2017); <https://doi.org/10.1117/1.JBO.22.12.125003>
- [6] *R. Zhu, Q. Hong, H. Zhang, and S. Wu*, “Freeform reflectors for architectural lighting,” *Opt. Express*, **23**, 31828-31837 (2015)
- [7] *J. Su, C. Tien, Y. Tsai, C. Wu*, “A skew freeform reflector design method for prescribed off-axis irradiance,” *Results in Physics*, **Volume 13**, 102193, ISSN 2211-3797, (2019)

-
- [8] <https://sie.energia.gob.mx/bdiController.do?action=cuadro&cvecua=IE0C01>,
Fecha de consulta: 20 de Julio de 2021
- [9] *T. T. Pham, N. N. Duy, N. H. Vu, S. Shin*, “Freeform optics design of primary lens for uniform irradiance distribution of a concentrator photovoltaic system,” *Proc. SPIE*, **11104**, 111040J (2019); <https://doi.org/10.1117/12.2531251>
- [10] *M. Hernández, P. Benítez, J. C. Miñano, A. Cvetkovic, R. Mohedano, O. Dross, R. Jones, D. Whelan, G. S. Kinsey, R. Alvarez*, “The XR nonimaging photovoltaic concentrator,” *Proc. SPIE*, **6670**, 667005 (2007); <https://doi.org/10.1117/12.736897>
- [11] *B. M. Wheelwright, R. Angel, B. Coughenour*, “Freeform lens design to achieve 1000X solar concentration with a parabolic trough reflector,” *Proc. SPIE*, **9293**, 929316 (2014); <https://doi.org/10.1117/12.2076091>
- [12] *R. Leutz, A. Suzuki*, “Nonimaging Fresnel Lenses: Design and Performance of Solar Concentrators”, *Springer Science & Business Media*, **Cap.3**, pp. 35-53, Springer, (2001)
- [13] *F. Zernike*, “Beugungstheorie des Schneidenverfahrens und Seiner Verbesserten Form, der Phasenkontrastmethode,” *Physica*, **1 (8)**, pp. 689-704 (1934)
- [14] *R. Noll*, “Zernike polynomials and atmospheric turbulence,” *J. Opt. Soc. Am.*, **66**, pp. 207-211 (1976)
- [15] *V. L. Genberg, G. J. Michels, K. B. Doyle*, “Orthogonality of Zernike polynomials,” *Proc. SPIE*, **4771**, Optomechanical Design and Engineering 2002, (9 September 2002); <https://doi.org/10.1117/12.482169>
- [16] *F. Z. Fang, X. D. Zhang, A. Weckenmann, G. X. Zhang, C. Evans*, “Manufacturing and measurement of freeform optics,” *CIRP Annals*, **Volume 62**, Issue 2, 823-846, ISSN 0007-8506, (2013);

<https://doi.org/10.1016/j.cirp.2013.05.003>.

- [17] *F. Gao, R. Leach, J. Petzing, J. Coupland*, “Surface Measurement Errors Using Commercial Scanning White Light Interferometers,” *Measurement Science and Technology*, **19**, 015303, (2007)
- [18] *C. Faber, E. Olesch, R. Krobot, G. Häusler*, “Deflectometry challenges interferometry: the competition gets tougher!,” *Proc. SPIE* **8493**, Interferometry XVI: Techniques and Analysis, 84930R (13 September 2012); <https://doi.org/10.1117/12.957465>
- [19] *M. Avendaño-Alejo and R. Díaz-Uribe*, “Testing a fast off-axis parabolic mirror by using tilted null screens,” *Appl. Opt.*, **45**, 2607-2614 (2006)
- [20] *M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. Castañeda, and C. L. Ordóñez-Romero*, “Null Ronchi-Hartmann test for a lens,” *Opt. Express*, **18**, 21131-21137 (2010)
- [21] *M. Campos-García, R. Bolado-Gómez, and R. Díaz-Uribe*, “Testing fast aspheric concave surfaces with a cylindrical null screen,” *Appl. Opt.*, **47**, pp. 849-859 (2008)
- [22] *M. Herzberger*, “Light Distribution in the Optical Image,” *J. Opt. Soc. Am.*, **37**, 485-493 (1947)
- [23] *T. Poston, I. Stewart*, “Catastrophe Theory and Its Applications,” *Courier Corporation*, **Cap. 12**, pp. 246-279, (1996)
- [24] *V. I. Arnold*, “Mathematical Methods of Classical Mechanics,” *Springer Science & Business Media*, **Ap. 12**, pp. 448-452, (2013)
- [25] *M. Avendaño-Alejo, E. Román-Hernández, G. Castillo-Santiago, J. DelOlmo-Márquez, and L. Castañeda*, “Sagittal and tangential foci produced by tilted plane wavefronts refracted through simple lenses,” *Appl. Opt.*, **58**, 5959-5967

- (2019)
- [26] *E. Hecht*, “Óptica,” 3ra Ed., *Pearson Addison Wesley*, **Cap. 5 y 6**, pp. 148-283, Madrid, (1998).
- [27] *M. Kyriash, N. Cardenas, M. Fraelich, O. Lechuga, R. Claytor, and N. Claytor*, “Fabricated Freeform Optics,” in *Imaging and Applied Optics 2015*, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America, 2015), paper JT5A.5.
- [28] *D. L. Shealy and J. A. Hoffnagle*, “Wavefront and caustics of a plane wave refracted by an arbitrary surface,” *J. Opt. Soc. Am. A*, **25**, pp. 2370-2382 (2008)
- [29] *M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and I. Moreno*, “Exact wavefronts and caustic surfaces produced by planar ripple lenses,” *Opt. Express*, **23**, pp. 21637-21649 (2015)
- [30] *D. Castán-Ricaño*, “Diseño y construcción de pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann sub-estructuradas para evaluar lentes plano-convexas esféricas,” *Tesis de Maestría, Programa de Posgrado en Ingeniería*, UNAM, (2015)
- [31] *R. Díaz-Uribe and M. Campos-García*, “Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces,” *Appl. Opt.*, **39**, 2670-2677, (2000).
- [32] *M. Avendaño-Alejo, V. I. Moreno-Oliva, M. Campos-García, and R. Díaz-Uribe*, “Quantitative evaluation of an off-axis parabolic mirror by using a tilted null screen,” *Appl. Opt.*, **48**, pp. 1008-1015 (2009)
- [33] *G. Castillo-Santiago, D. Castán-Ricaño, M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and R. Díaz-Uribe*, “Design of Hartmann type null screens for testing a plano-convex aspheric lens with a CCD sensor inside the caustic,” *Opt. Express*, **24**, 19405-19416 (2016)
- [34] *G. Castillo-Santiago*, “Evaluación de lentes implementando una prueba geométrica dentro de la cáustica,” *Tesis de Doctorado, Programa de Posgra-*

- do en Ingeniería, UNAM, (2019)
- [35] *D. González-Utrera*, “Evaluación cuantitativa de lentes isotrópicas y birrefringentes plano-convexas diseñando pantallas nulas tipo Ronchi-Hartmann,” *Tesis de Maestría, Programa de Posgrado en Ingeniería*, UNAM, (2012)
- [36] *G. Castillo-Santiago and M. Avendaño-Alejo*, “Testing cylindrical lenses placing a CCD sensor inside the caustic region,” in *Frontiers in Optics 2016*, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America, 2016), paper JTh2A.74.
- [37] *M. C. López-Bautista, M. Avendaño-Alejo, and G. Castillo-Santiago*, “Implementing Hartmann type null screens to test cemented doublet lenses,” in *Optical Design and Fabrication 2019* (Freeform, OFT), OSA Technical Digest (Optical Society of America, 2019), paper JT5A.14.
- [38] *A. Estrada-Molina, M. Campos-García, and R. Díaz-Uribe*, “Sagittal and meridional radii of curvature for a surface with symmetry of revolution by using a null-screen testing method,” *Appl. Opt.* **52**, 625-634 (2013)
- [39] *M. Campos-García, A. Peña-Conzuelo, O. Huerta-Carranza, R. Díaz-Uribe, U. Espinoza-Nava, and V. I. Moreno-Oliva*, “Testing the surface quality of a reflective parabolic trough solar collector with two flat null-screens,” *Appl. Opt.* **58**, 752-763 (2019)
- [40] *O. Huerta-Carranza, M. Avendaño-Alejo, and R. Díaz-Uribe*, “Null screens to evaluate the shape of freeform surfaces: progressive addition lenses,” *Opt. Express* **29**, 27921-27937 (2021)
- [41] *D. González-Utrera, D. Aguirre-Aguirre, M. I. Rodríguez-Rodríguez, and R. Díaz-Uribe*, “Null-screen testing of the complementary freeform surfaces of an adjustable focus lens,” *Opt. Express* **29**, 21698-21710 (2021)
- [42] *J. DelOlmo-Márquez, G. Castillo-Santiago, M. Avendaño-Alejo, I. Moreno, E. Román-Hernández, and M. C. López-Bautista*, “Ronchi-Hartmann type null

-
- screens for testing a plano-freeform surface with a detection plane inside a caustic surface,” *Opt. Express* **29**, 23300-23314 (2021)
- [43] *Y. Bar-Shalom, H. M. Shertukde, K. R. Pattipati*, “Precision Target Tracking For Small Extended Objects,” *Proc. SPIE* **1096**, Signal and Data Processing of Small Targets 1989, (5 September 1989); <https://doi.org/10.1117/12.960340>
- [44] *R. Bellman*, “On a routing problem,” *Quarterly of Applied Mathematics* **16**, 87-90, (1958).
- [45] *F. Zhan, and C. Noon*, “Shortest Path Algorithms: An Evaluation Using Real Road Networks,” *Transportation Science*, **32**, 65-73, (1998). [10.1287/trsc.32.1.65](https://doi.org/10.1287/trsc.32.1.65).
- [46] *E. W. Dijkstra*, “A note on two problems in connexion with graphs,” *Numer. Math.* **1**, 269–271 (1959). <https://doi.org/10.1007/BF01386390>
- [47] *J. Sack, J. Urrutia*, “Handbook of Computational Geometry”, *North-Holland, Cap. 15*, pp. 633-701, Amsterdam (2000)
- [48] *W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling*, “Numerical Recipes in C: the Art of Scientific Computing,” *Cambridge University Press*, (1990)
- [49] <https://reference.wolfram.com/language/tutorial/NumericalOperations-OnData.html#382930361>, **Fecha de consulta: 11 de Octubre de 2021**
- [50] *M. López-Luna*, “Análisis experimental de la distorsión en un sistema óptico simple,” *Tesis de Maestría, Programa de Posgrado en Ingeniería*, UNAM, (2021)
- [51] *T. Young*, “A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts,” *J. Johnson, Lecture XXXV* pp. 408-419 (1807).

- [52] *I. Newton*, “Opticks: Or, A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light,” Fourth Edition, *William Innys at the West-End of St. Paul’s* p. 247 (1730).
- [53] *F. Hauksbee*,, “A description of the apparatus for making experiments on the refractions of fluids: with a table of the specifick gravities, angles of observations, and ratio of refractions of several fluids” *Phil. Trans. R. Soc.* **27**, pp.204–207 (1710). <http://doi.org/10.1098/rstl.1710.0015>
- [54] <https://refractiveindex.info/> **Fecha de Consulta: 14 de Octubre de 2021**

Índice de figuras

1.1.	Superficies de forma arbitraria en iluminación	5
1.2.	Superficies de forma arbitraria en concentración de luz	6
1.3.	Primeros diez polinomios de Zernike	7
2.1.	Convención de signos	13
2.2.	Superficie tipo Zernike: (a) Representación en tres dimensiones. (b) Mapa de contornos	14
2.3.	Superficies tipo Zernike con diferente factor de escala: (a) $A = 0.05$ mm. (b) $A = 0.35$ mm	15
2.4.	(a)Proceso de refracción. (b) Rayos refractados por una placa tipo Zernike	16
2.5.	Distribución de los anillos refractados por la placa tipo Zernike	19
2.6.	Distribución de la malla refractada por la placa tipo Zernike.	21
2.7.	Distribución de la malla refractada por la placa tipo Zernike.	23
2.8.	Refracción de un conjunto de rayos distribuidos en un mismo plano incidente: (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$	24
2.9.	Rayos refractados vistos desde el plano $\{Z, Y'\}$ (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$	25
2.10.	Rayos refractados vistos desde el plano $\{Z, X'\}$ (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$	26
2.11.	(a) Superficies cáusticas. (b) Cáustica tangencial. (c) Cáustica sagital.	29
2.12.	(a) Cáustica tangencial. (b) Cáustica sagital. (c) Cáusticas reales . . .	30
2.13.	(a) Longitud de camino óptico. (b) Frente de onda refractado.	31
2.14.	Frentes de onda propagados	32
2.15.	Frentes de onda propagados vistos desde el plano $\{Z, Y'\}$. (a) $\theta = 25^\circ$ (b) $\theta = 65^\circ$	34
3.1.	Trazo inverso de rayos para distintas áreas de detección: (a) $l = 20$ mm. (b) $l = 50$ mm. (c) $l = 80$ mm.	37

3.2.	Trazo inverso de un área de detección circular (a) plano de observación en $z_d = 60$ mm. (b) plano de observación en $z_d = 120$ mm	37
3.3.	Diseño de pantallas nulas tipo Ronchi: (a) Patrón esperado. (b) Solución al trazo inverso de rayos. (c) Pantalla nula.	39
3.4.	Pantallas nulas tipo Ronchi, $\mathcal{Q} = 5$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	40
3.5.	Pantallas nulas tipo Ronchi, $\mathcal{Q} = 5$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	41
3.6.	Pantallas nulas tipo Ronchi, $\mathcal{Q} = 9$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	42
3.7.	Pantallas nulas tipo Ronchi, $\mathcal{Q} = 9$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	43
3.8.	Diseño de pantallas nulas tipo Hartmann: (a) Patrón esperado. (b) Solución al trazo inverso de rayos. (c) Pantalla nula.	44
3.9.	Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 7$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	45
3.10.	Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 7$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	46
3.11.	Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 13$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	46
3.12.	Pantallas nulas tipo Hartmann, $\mathcal{P} = 13$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	47
3.13.	Diseño de pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares: (a) Patrón esperado. (b) Solución al trazo inverso de rayos. (c) Pantalla nula.	49
3.14.	Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 11$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	50
3.15.	Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 11$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	51

3.16. Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 29$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección: (a) Patrón de diseño. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	52
3.17. Pantallas nulas tipo Hartmann semi-angulares, $\mathcal{P} = 29$, que forman el mismo patrón en diferentes planos de detección (2): (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	52
4.1. Esquema del arreglo experimental	55
4.2. Montaje experimental: Frente de onda plano	55
4.3. Montaje experimental: Prueba de pantallas nulas	56
4.4. Distribución de intensidad en los distintos planos de detección: (a) $z_d = 30$ mm. (b) $z_d = 60$ mm. (c) $z_d = 90$ mm. (d) $z_d = 120$ mm. (e) $z_d = 150$ mm.	58
4.5. Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=7$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	59
4.6. Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=7$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	60
4.7. Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=13$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	61
4.8. Resultados experimentales. Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=13$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	61
4.9. Diagrama de manchas con el Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=7$: (a) $z_d = 30$ mm. (b) $z_d = 60$ mm. (c) $z_d = 90$ mm. (d) $z_d = 120$ mm. (e) $z_d = 150$ mm.	62
4.10. Diagrama de manchas con el Patrón Hartmann, $\mathcal{P}=13$ (a): $z_d = 30$ mm. (b) $z_d = 60$ mm. (c) $z_d = 90$ mm. (d) $z_d = 120$ mm. (e) $z_d = 150$ mm.	63
4.11. Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=5$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	64
4.12. Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=5$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	65
4.13. Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=9$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	66
4.14. Resultados experimentales. Patrón Ronchi, $\mathcal{P}=9$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	66
4.15. Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P}=11$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	67

4.16. Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P}=11$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	68
4.17. Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P} = 29$: (a) Patrón esperado. (b) $z_d = 30$ mm. (c) $z_d = 60$ mm.	69
4.18. Resultados experimentales. Patrón semi angular, $\mathcal{P} = 29$: (a) $z_d = 90$ mm. (b) $z_d = 120$ mm. (c) $z_d = 150$ mm.	69
4.19. Desalineaciones de la pantalla nula: (a) Inclinación respecto al eje X. (b) Rotación de la pantalla nula	70
4.20. Desalineaciones en los patrones tipo Ronchi: (a) $z'_d \approx 149$ mm. (b) $\varphi_x \approx 23^\circ$ (c) $\theta_x \approx 10^\circ$	71
4.21. Desalineaciones en los patrones tipo Ronchi: (a) $z'_d \approx 58$ mm. (b) $\varphi_x \approx 40^\circ$ (c) $\theta_x \approx 43^\circ$	72
4.22. Desalineaciones en los patrones semi angulares: (a) $z'_d \approx 134$ mm. (b) $\varphi_x \approx 20^\circ$ (c) $\theta_x \approx 17^\circ$	72
4.23. Desalineaciones en los patrones semi angulares: (a) $z'_d \approx 48$ mm. (b) $\varphi_x \approx 40^\circ$ (c) $\theta_x \approx 22^\circ$	73
4.24. Fotografías en escala de gris: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.	74
4.25. Imágenes sin ruido de fondo: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.	75
4.26. Centroides experimentales y su posición ideal: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.	76
4.27. Vectores normales experimentales	77
4.28. Grafos asociados a los puntos sobre la superficie: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.	78
4.29. Trayectorias de integración: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.	79
4.30. Superficie experimental: (a) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de 6 anillos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de 15 anillos observado en $z_d = 30$ mm.	82
4.31. Diferencias punto a punto en la coordenada Z: (a) Ajuste 1. (b) Ajuste 2. (c) Ajuste 3.	83

4.32. Diferencias entre la curva ideal y los ajustes a lo largo del eje Y' con diferentes orientaciones: (a) $\theta = 22.5^\circ$. (b) $\theta = 46^\circ$	84
4.33. Diferencias entre la superficie ideal y los Ajustes. (a) Ajuste 1 (b) Ajuste 2. (c) Ajuste 3.	85
B.1. (a) Malla cuadrada ordenada. (b) Distorsión positiva. (c) Distorsión negativa.	92
B.2. (a) Arreglo experimental para corregir distorsión. (b) Placa de vidrio con arreglo cuadrado de puntos.	93
B.3. (a) Centroides experimentales. (b) Centroides ideales y experimentales en el plano de observación.	94
B.4. (a) Gráfica de dispersión y ajuste. (b) Centroides experimentales corregidos. (c) Diferencias en cada coordenada	95
C.1. Índice de refracción: (a) Patrón de $n = 95$ puntos observado en $z_d = 30$ mm. (b) Patrón de $n = 95$ puntos observado en $z_d = 60$ mm. (c) Patrón de $n = 661$ puntos observado en $z_d = 30$ mm.	99
D.1. Póster presentado en el Design and Fabrication Congress en 2019. . .	100
D.2. Presentación oral presentada en el Design and Fabrication Congress en 2019	101
D.3. Artículo publicado en la revista Applied Optics en 2019	101
D.4. Artículo publicado en la revista Optics Express en 2021	102