



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN

Diseño y construcción de un reactor fotoquímico empleando un sistema de control con desplazamiento por puntos de coordenadas, implementando una superficie de canal tipo Fresnel como un reflector usando dos diodos emisores de luz (LED's) de alta potencia como una fuente de iluminación de 200 Watts

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Eléctrico Electrónico

P R E S E N T A N:

Einar Genaro Jimenez Quezada

Douglas Kevin Soto Delgado

DIRECTOR DE TESIS:

M. en I. Edgar Alfredo González Galindo



Ciudad Nezahualcóyotl, Estado de México, 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatorias Einar Genaro Jiménez Quezada

El presente trabajo de investigación está dedicado principalmente a mis pilares y padres **Ma Isabel Quezada Torres** y **Genaro Jiménez Aldana**, por todo su amor, trabajo, paciencia, sacrificio y sobre todo apoyo incondicional a lo largo de todos estos años de escuela, gracias a ustedes y sus valiosos consejos he sido capaz de llegar hasta este momento y lugar de mi vida. Ha sido y será siempre un gran honor, orgullo y privilegio ser su hijo, muchas gracias por todo lo brindado, son los mejores padres que hubiera podido tener.

A mi abuela **Andrea Torres Padrón**, por haberme cuidado, alimentado, procurado y apoyado durante toda mi infancia y juventud. Puedo decir plenamente con orgullo y gratitud, que eres una segunda madre para mí, y todos aquellos aportes que has hecho para mi vida son simplemente invaluables.

Dedicatorias Douglas Kevin Soto Delgado

A mis padres

Juan Carlos Soto y Griselda Delgado

Por todo el apoyo que me han brindado durante los años, por todos los consejos, por todas las regañadas, ustedes han sido mi camino y guía para llegar a este punto de mi vida, este logro no solo es mío, sino de ustedes también. Con mucho amor y cariño les dedico todo mi esfuerzo y trabajo.

Para quienes me dedicaron toda su vida, sin condiciones, sin pedir nada a cambio

-Autor desconocido

A mi hermana

Lizeth Soto

Por el apoyo incondicional que me has brindado a lo largo de los años y que a pesar de nuestras diferencias siempre estaremos juntos, te quiero mucho y te dedico este esfuerzo con mucho cariño.

Aunque eres diferente a mí, hermano mío, lejos de dañarme, tu existencia enriquece la mía

-Antoine de Saint-Exupery

A mis abuelos

Antonio Delgado, Celia Pérez, José Luis Soto y María Dolores Valenzuela.

Por cuidarme, por consentirme, han sido las personas más valiosas junto con mis padres, que se han preocupado por mí, me han enseñado muchas cosas importantes para ir por el buen camino y afrontar la vida. Son un ejemplo para mí.

Cada generación se rebela contra sus padres y se hace amiga de sus abuelos.

-Lewis Mumford

A todos ustedes, con amor, sin ustedes no estaría en este punto de mi vida.

Agradecimientos Einar Genaro Jiménez Quezada

- ❖ A mis padres, ya que gracias a todo su esfuerzo, amor, paciencia, consejos y dedicación es que he podido culminar una meta más en mi vida. Muchas gracias por confiar y creer en mí y mis habilidades día con día, sin ustedes y su apoyo no hubiera podido ser la persona que soy en este momento.
- ❖ A mis abuelas **Andrea Torres Padrón** y **Esther Aldana Muñoz** por complacerme, mimarme, “malcriarme” y cumplir mis caprichos de niño, gracias a esos pequeños detalles que tenían conmigo fue que disfrute de una niñez llena de alegría y felicidad. Lamento que la vida no me permitirá compartir más momentos con ambas pero agradezco cada minuto que tuve, que tengo y que espero tener la fortuna de estar a su lado.
- ❖ A toda mi familia en general, ya que por muy pequeña o grande que fuera su participación en mi infancia y juventud, cada uno de ustedes aportó alguna enseñanza o aprendizaje a mi vida que me permitió llegar a formar la persona que está presente el día de hoy. Y en particular a mis tíos **Lic. Samuel Quezada Torres** y **Lic. José Guadalupe Quezada Torres**, quienes gracias a sus consejos, enseñanzas, confianza y ayuda he logrado realizar muchos de los proyectos y tareas que han sido necesarios a lo largo de toda mi carrera estudiantil y en mi vida personal. De corazón muchas gracias por todo.
- ❖ A todos y cada uno de mis maestros y profesores, que a lo largo de mi preparación estudiantil me ayudaron a salir adelante sin importar los problemas a los que me enfrentara y no rendirse al primer tropiezo. Muchas gracias por todas sus enseñanzas. No hay palabras suficientes en el mundo para expresar toda mi gratitud hacia ustedes.

Agradecimientos Douglas Kevin Soto Delgado

- ❖ A la **Universidad Nacional Autónoma de México** y a la **Facultad de Estudios Superiores Aragón** por darme la oportunidad de seguir estudiando y dar todo de mí.
- ❖ A mi asesor de tesis **M. en I. Edgar Alfredo González Galindo** por todo el apoyo que me brindó antes y después de la realización de esta tesis.
- ❖ A mi compañero **Einar Genaro Jiménez Quezada**, sin él esta tesis no hubiera sido posible. Gracias por ser mi amigo durante la carrera.
- ❖ A las familias **Soto** y **Delgado** por darme el apoyo, el aliento y la motivación para seguir adelante.
- ❖ A mi mejor amiga **Edith Cecilia Guevara Franco** por estar conmigo en esta etapa, por escucharme, por animarme, por apoyarme, por brindarme la amistad más pura que he tenido a lo largo de mi vida. Fuiste una parte importante en este proceso.
- ❖ A mi amiga **Laura Vázquez Zavala** por darme tu amistad, compañerismo, apoyo, consejos y animándome a nuevas cosas.
- ❖ A mi amigo **Alan Escamilla Mondragón** por darme tu sincera amistad durante la carrera, aunque tuvimos que separar nuestros caminos, eso no significó que nuestro vínculo se fuera.
- ❖ A mi grupo de **Discord** y compañeros de juegos, por estar todos los días conmigo desde que comenzó la pandemia, dándome ánimos para seguir adelante.

Agradecimientos generales

- ❖ Agradecemos a todas las personas que con su apoyo y ayuda nos han permitido realizar el presente trabajo con éxito; en especial a aquellos como el **Dr. Octavio Díaz Hernández, M. en I. Edgar Alfredo González Galindo, Ing. Eleazar Margarito Pineda Díaz**, entre otros, que nos abrieron las puertas de sus cubículos y/o salones para poder compartir sus preciados conocimientos con nosotros.

- ❖ Al Centro Tecnológico de Aragón (CTA) de la Facultad de Estudios Superiores Aragón, en especial al laboratorio de “Medición e Instrumentación y Control”, por acogernos dentro de sus instalaciones y proporcionarnos los equipos electrónicos necesarios para el desarrollo y construcción del presente proyecto.

Agradecimiento PAPIME

Agradecemos a la dirección de apoyo a la docencia/ Programa de Apoyo a Proyectos para Innovar y Mejorar la Educación (PAPIME), con clave de proyecto PE105519, por brindarnos los recursos necesarios para la construcción del reactor fotoquímico y la elaboración de la tarjeta de propósito general para el control del sistema, empleados en el desarrollo de nuestro trabajo de investigación intitulado “Diseño y construcción de un reactor fotoquímico empleando un sistema de control con desplazamiento por puntos de coordenadas, implementando una superficie de canal tipo Fresnel como un reflector usando dos diodos emisores de luz (LED’s) de alta potencia como una fuente de iluminación de 200 Watts”.

Agradeciendo en particular a nuestro asesor el M. en I. Edgar Alfredo González Galindo, que funge como académico participante en el PAPIME.

También agradecemos al responsable del proyecto el Dr. J. Guadalupe Hdz. Hdz., por brindarnos la oportunidad de trabajar en el desarrollo del reactor fotoquímico.

Resumen

En el presente trabajo de investigación, se realizó el diseño y construcción de un reactor fotoquímico. Para su implementación, se hizo una investigación detallada de los conceptos fundamentales para conocer cuál es el comportamiento de sus distintos componentes y los materiales necesarios para su fabricación.

Para tener control del desplazamiento de la sustancia química a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se realizó una placa de propósito general que permite el movimiento de los motores mediante puntos de coordenadas, previamente ingresadas por el usuario mediante una interfaz de visualización (display de cristal líquido) y de ingreso de datos (teclado matricial).

La principal innovación realizada en el reactor fotoquímico es la implementación de dos diodos emisores de luz de alta potencia de 100 Watts, en conjunto con un reflector de Fresnel tipo canal, ya que los reactores actuales en el mercado únicamente cuentan con fuentes de iluminación extremadamente costosas y no emplean un reflector que permita concentrar los rayos proyectados hacia la sustancia y una etapa para el control de la temperatura (bomba y resistencia).

El método matemático seleccionado para el diseño del reflector de Fresnel fue el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados, que en conjunto con los procesos matemáticos: ecuación de la recta tangente, ecuación de la recta normal, ecuación de la recta incidente y

ecuación de la pendiente reflejada, permitieron la observación del comportamiento de los rayos reflejados en la superficie de las diferentes curvas, brindando la posibilidad de seleccionar la superficie plano-cóncava que presentó una mejor concentración en sus rayos reflejados. Con el propósito de conocer algunas de las cantidades de Luxes que se pueden encontrar dentro del sistema, se realizaron una serie de barridos, donde en cada uno de ellos se suministró un porcentaje diferente del flujo luminoso de los LED's de alta potencia y se alternó el uso de la superficie reflectora de Fresnel. Buscando así informar al usuario de las cantidades de Luxes en diversas coordenadas del reactor bajo ciertas condiciones para la realización de futuras irradiaciones en el sistema. Así mismo, se realizaron algunas pruebas del funcionamiento del reactor al someter distintos compuestos químicos a los flujos luminosos emitidos por el Sol y por los LED's de alta potencia. Posteriormente se compararon los resultados obtenidos en las diversas pruebas mediante un análisis en el perfil de tono rojo de las muestras.

Los resultados obtenidos al finalizar este trabajo de investigación son: el diseño y construcción de una tarjeta de propósito general (PCB) y su carcasa en MDF, así como también, de la estructura del reactor y los soportes impresos en 3D, los cálculos de la ecuación de la curva para la superficie de Fresnel utilizando el software MATLAB, el diseño del reflector de Fresnel tipo canal para su impresión en 3D utilizando un software asistido por computadora tipo CAD, las curvas características de iluminación para los dos LED's de alta potencia, la generación de los perfiles del tono rojo de las sustancias al ser irradiadas por dos fuentes de iluminación distintas y las gráficas de los niveles de pH en las sustancias.

Hipótesis

Los reactores fotoquímicos nos permiten controlar la irradiación de un pequeño volumen de sustancias químicas, empleando la luz solar o en su defecto iluminación artificial. Si se tiene un sistema que nos permita conocer la cantidad de iluminación en pequeñas distancias, y que además controle el desplazamiento de una sustancia química entre los ejes X-Y, entonces podremos disminuir el tiempo de reacción de la sustancia y mitigar los efectos invernaderos producidos por el alto consumo de energía eléctrica que estos equipos emplean.

Objetivos generales

Desarrollar un reactor fotoquímico con desplazamiento bidireccional por puntos de coordenadas específicos para la irradiación de cualquier sustancia química a pequeñas distancias, implementando una superficie de Fresnel plano-cóncava tipo canal, para reducir el tiempo de reacción usando dos fuentes de iluminación LED que permitan disminuir el consumo de energía.

Objetivos particulares

- Diseñar y elaborar una tarjeta de propósito general que muestre y controle las variables en el reactor fotoquímico como son: temperatura, iluminación, sistema de enfriamiento y/o calentamiento y control de posicionamiento.
- Implementar una estructura en perfil de aluminio para el control de posicionamiento por puntos de coordenadas usando motores bipolares a pasos.
- Incorporar dos LED's de alta potencia como fuentes de iluminación de 100 Watts cada uno a 35 Volt con una corriente máxima de 3 Amperes.
- Desarrollar una superficie de Fresnel tipo canal como reflector que ayude a concentrar los rayos que provienen de una fuente de iluminación hacia la sustancia implementándolo en el reactor fotoquímico como una innovación.
- Se implementara una tarjeta de desarrollo Arduino Mega 2560 Rev3 para controlar los periféricos de entrada (Potenciómetro, botones, teclado matricial, sensores de temperatura MAX6675, sensor de luz BH1750FVI) y salida (visualizador LCD).
- Se desarrollará un programa usando un lenguaje basado en C++ para enviar las instrucciones a una pantalla de cristal líquido donde se visualizaran los datos de medición de temperatura en grados Celsius, el posicionamiento de coordenadas en milímetros y el nivel de iluminación de las fuentes en Luxes.

Índice general

Capítulo 1 Introducción a los reactores fotoquímicos, superficies de Fresnel y fuentes de iluminación	1
1.1 Introducción a los reactores fotoquímicos	2
1.1.1 Fotoquímica	2
1.1.2 Reactores Químicos	3
1.1.3 Reactores Fotoquímicos.....	6
1.2 Introducción a las superficies de Fresnel	8
1.2.1 Reflexión.....	8
1.2.2 Refracción.....	9
1.2.2.1 Índice de refracción.....	10
1.2.3 Ley de Snell	11
1.2.4 Principio de Huygens.....	12
1.2.5 Lentes de Fresnel	14
1.2.6 Concentradores lineales de Fresnel.....	17
1.3 Introducción a las fuentes de iluminación.....	18
1.3.1 El Espectro Visible	19
1.3.2 Propiedades físicas de la luz	20
1.3.3 Tipos de fuentes de iluminación	23
1.3.3.1 Características de las fuentes de luz artificial	30
Capítulo 2 Diseño del sistema de control para el reactor fotoquímico	34
2.1 Diseño, adaptación y montaje de la estructura para el reactor	35

2.1.1 Materiales empleados en la estructura.....	35
2.1.2 Montaje de la estructura.....	38
2.2 Diseño de la tarjeta de propósito general.....	40
2.2.1 Tarjetas de desarrollo.....	40
2.2.2 Sensores.....	41
2.2.2.1 Sensores de temperatura.....	42
2.2.2.2 Sensores de luz.....	45
2.2.2.3 Finales de carrera.....	52
2.2.3 Etapa de la electrónica de potencia.....	54
2.2.3.1 Relevadores.....	54
2.2.3.2 Optoacopladores.....	58
2.2.3.3 Transistores.....	60
2.2.3.4 Reguladores de voltaje.....	63
2.2.4 Etapa de control para el desplazamiento bidireccional del sistema.....	64
2.2.4.1 Motores paso a paso.....	65
2.2.4.2 Controlador para los motores a pasos.....	69
2.2.5 Selección de los módulos y componentes electrónicos empleados para la tarjeta de propósito general.....	70
2.2.6 Desarrollo de los circuitos esquemático e impreso.....	78
2.2.6.1 Normas técnicas empleadas para el diseño de circuitos impresos.....	79
2.2.6.2 Software para el diseño de circuitos esquemáticos y PCB.....	81
2.2.6.3 Versión final de los circuitos esquemático e impreso.....	82
2.2.6.4 Montaje de los componentes en la tarjeta de circuito impreso.....	84
2.3 Costos y Presupuestos de los componentes electrónicos, módulos, sensores y equipos.....	87
2.3.1 Presupuesto.....	87

2.3.2 Costos.....	91
2.4 Diagramas de flujo y programación empleados en la tarjeta de propósito general	92
2.4.1 Código principal	93
2.4.2 Subrutina para el despliegue de un menú	99
2.4.3 Subrutina para la medición de temperatura	119
2.4.4 Subrutina para la medición de iluminación	125
2.4.5 Subrutina para la activación y/o desactivación de una bomba	129
2.4.6 Subrutina para la activación y/o desactivación de la calefacción	133
2.4.7 Subrutina para la variación de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia.....	137
2.4.8 Subrutina para el desplazamiento en los ejes “x” y “y”	142
2.4.9 Subrutina para el reconocimiento de la conexión del módulo para tarjetas MicroSD	155
Capítulo 3 Diseño de una superficie de Fresnel tipo canal	158
3.1 Obtención de la superficie plano-cóncava	159
3.2 Regresión polinomial de segundo hasta décimo orden para ajustes de curvas.....	161
3.2.1 Polinomio de segundo grado.....	162
3.2.2 Polinomio de tercer grado.....	163
3.2.3 Polinomio de cuarto grado.....	164
3.2.4 Polinomio de quinto grado.....	165
3.2.5 Polinomio de sexto grado	166
3.2.6 Polinomio de séptimo grado	168
3.2.7 Polinomio de octavo grado	169
3.2.8 Polinomio de noveno grado	171
3.2.9 Polinomio de décimo grado	172

3.2.10 Diagrama de flujo y código de programación empleados para la realización de la regresión polinomial	174
3.2.11 Error estándar.....	178
3.2.12 Coeficiente de determinación y coeficiente de correlación	178
3.2.13 Diagrama de flujo y código de programación empleados para la obtención del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación	179
3.2.14 Obtención de la gráfica polinomial de segundo hasta décimo orden	181
3.2.14.1 Gráfica polinomial de segundo orden	182
3.2.14.2 Gráfica polinomial de tercer orden	183
3.2.14.3 Gráfica polinomial de cuarto orden	185
3.2.14.4 Gráfica polinomial de quinto orden	187
3.2.14.5 Gráfica polinomial de sexto orden	189
3.2.14.6 Gráfica polinomial de séptimo orden.....	191
3.2.14.7 Gráfica polinomial de octavo orden.....	194
3.2.14.8 Gráfica polinomial de noveno orden.....	197
3.2.14.9 Gráfica polinomial de décimo orden.....	200
3.2.15 Obtención del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación en las regresiones polinomiales de segundo hasta décimo orden	204
3.2.15.1 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de segundo orden	204
3.2.15.2 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de tercer orden.....	205
3.2.15.3 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de cuarto orden.....	206
3.2.15.4 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de quinto orden.....	207

3.2.15.5 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de sexto orden	208
3.2.15.6 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de séptimo orden	209
3.2.15.7 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de octavo orden	210
3.2.15.8 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de noveno orden	211
3.2.15.9 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de décimo orden	212
3.3 Graficas de los trazos de rayos.....	213
3.3.1 Obtención de las pendientes tangentes, pendientes normales, rectas incidentes y pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de segundo orden	213
3.3.1.1 Obtención de las pendientes tangentes sobre la superficie para la función de segundo orden	214
3.3.1.2 Obtención de las pendientes normales sobre la superficie para la función de segundo orden	218
3.3.1.3 Obtención de las rectas incidentes sobre la superficie para la función de segundo orden	220
3.3.1.4 Obtención de las pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de segundo orden	221
3.3.2 Obtención de las pendientes tangentes, pendientes normales, rectas incidentes y pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de quinto orden.....	224
3.3.2.1 Obtención de las pendientes tangentes sobre la superficie para la función de quinto orden	224
3.3.2.2 Obtención de las pendientes normales sobre la superficie para la función de quinto orden	229

3.3.2.3 Obtención de las rectas incidentes sobre la superficie para la función de quinto orden	231
3.3.2.4 Obtención de las pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de quinto orden	232
3.3.3 Diagrama de flujo y código de programación empleados para la obtención de los trazos de rayos.....	235
3.4 Diseño e impresión en 3D de la superficie de Fresnel tipo canal	239

Capítulo 4 Implementación de 2 LED's de alta potencia de 100W como una fuente de iluminación de 200 Watts **240**

4.1 Fuente de iluminación con LED's de alta potencia de 100W	241
4.2 Diseño e impresión en 3D de las bases para el soporte de los LED's de alta potencia de 100W en el sistema.....	242
4.3 Diseño e impresión en 3D del soporte para la sustancia química, módulo sensor de luz BH1750FVI y Superficie de Fresnel tipo canal.....	243
4.4 Barrido de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia.....	246
4.4.1 Barridos realizados sin reflector de Fresnel.....	247
4.4.1.1 Empleando el 20% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	247
4.4.1.2 Empleando el 40% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	248
4.4.1.3 Empleando el 60% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	250
4.4.1.4 Empleando el 80% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	251
4.4.1.5 Empleando el 100% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	253
4.4.2 Barridos realizados con reflector de Fresnel.....	254

4.4.2.1 Empleando el 20% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	255
4.4.2.2 Empleando el 40% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	256
4.4.2.3 Empleando el 60% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	258
4.4.2.4 Empleando el 80% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	259
4.4.2.5 Empleando el 100% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W.....	261
4.5 Comparación de los barridos obtenidos usando los dos LED's de alta potencia contra otras fuentes de iluminación.....	262
Capítulo 5 Análisis y resultados del reactor fotoquímico	265
5.1 Pruebas de irradiación al exponer Rojo Congo disuelto en alcohol metílico	266
5.2 Pruebas de irradiación al exponer Rojo Congo disuelto en agua desionizada.....	271
5.3 Pruebas de irradiación al exponer Direct Red 80 disuelto en alcohol metílico	274
5.4 Pruebas de irradiación al exponer Direct Red 80 diluido en agua desionizada	277
Capítulo 6 Conclusiones y trabajo a futuro	280
6.1 Conclusiones	280
6.2 Trabajos a futuro	282
6.2.1 Trabajos a corto plazo.....	282
6.2.2 Trabajos a largo plazo.....	283
Nota de los autores.....	284
Referencias bibliográficas.....	285

Índice de gráficas

➤ Capítulo 3 Diseño de una superficie de Fresnel tipo canal

Gráfica 3.1 Curva resultante de los puntos de coordenada obtenidos	161
Gráfica 3.2 Representación de la ecuación polinomial de segundo orden	183
Gráfica 3.3 Representación de la ecuación polinomial de tercer orden	184
Gráfica 3.4 Representación de la ecuación polinomial de cuarto orden	186
Gráfica 3.5 Representación de la ecuación polinomial de quinto orden	188
Gráfica 3.6 Representación de la ecuación polinomial de sexto orden	190
Gráfica 3.7 Representación de la ecuación polinomial de séptimo orden	193
Gráfica 3.8 Representación de la ecuación polinomial de octavo orden	196
Gráfica 3.9 Representación de la ecuación polinomial de noveno orden.....	200
Gráfica 3.10 Representación de la ecuación polinomial de décimo orden.....	203
Gráfica 3.11 Representación de las pendientes tangentes a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de segundo orden	217
Gráfica 3.12 Representación de las pendientes normales a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de segundo orden	219
Gráfica 3.13 Representación de los rayos incidentes de la fuente de iluminación procedentes desde el infinito para la ecuación polinomial de segundo orden	221
Gráfica 3.14 Representación de las pendientes reflejadas sobre la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de segundo orden	223

Gráfica 3.15 Representación de las pendientes tangentes a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de quinto orden.....	229
Gráfica 3.16 Representación de las pendientes normales a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de quinto orden.....	231
Gráfica 3.17 Representación de los rayos incidentes de la fuente de iluminación procedentes desde el infinito para la ecuación polinomial de quinto orden	232
Gráfica 3.18 Representación de las pendientes reflejadas a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de quinto orden.....	234

➤ **Capítulo 4 Implementación de 2 LED's de alta potencia de 100W como una fuente de iluminación de 200 Watts**

Gráfica 4.1 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel	247
Gráfica 4.2 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel	249
Gráfica 4.3 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel	250
Gráfica 4.4 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel	252
Gráfica 4.5 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel	253

Gráfica 4.6 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel	255
Gráfica 4.7 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel	257
Gráfica 4.8 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel	258
Gráfica 4.9 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel	260
Gráfica 4.10 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel.....	261
Gráfica 4.11 Comparación de los puntos máximos de las distintas fuentes de iluminación, observando que existe una diferencia de 8,646 Luxes entre la fuente lumínica proveniente de los dos LED's de alta potencia con y sin la superficie reflectora de Fresnel tipo canal	264

➤ **Capítulo 5 Análisis y resultados del reactor fotoquímico**

Grafica 5.1 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Rojo Congo con metanol: a) Sometida al Sol y b) Sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	269
Grafica 5.2 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la luz del Sol	270
Grafica 5.3 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico	270

Grafica 5.4 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Rojo Congo con agua desionizada: a) sometida al Sol y b) sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico	272
Grafica 5.5 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la luz del Sol.....	273
Grafica 5.6 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico	273
Grafica 5.7 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Direct Red 80 con metanol: a) sometida al Sol y b) sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	275
Grafica 5.8 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la luz del Sol	276
Grafica 5.9 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	276
Grafica 5.10 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada: a) sometida al Sol y b) sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico	278
Grafica 5.11 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la luz del Sol	279
Grafica 5.12 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico	279

Índice de figuras

➤ **Capítulo 1 Introducción a los reactores fotoquímicos, superficies de Fresnel y fuentes de iluminación**

Figura 1.1 a) Representación esquemática de un reactor de mezcla perfecta con modo de operación discontinuo. b) Representación esquemática de un reactor de mezcla perfecta con modo de operación continuo	5
Figura 1.2 Representación esquemática de un reactor de flujo en pistón.....	5
Figura 1.3 Esquema del comportamiento de los rayos solares al reflejarse sobre una superficie difusa.....	8
Figura 1.4 Esquema del comportamiento de la luz al reflejarse sobre una superficie regular	9
Figura 1.5 a) Efecto óptico de distorsión de un popote a la vista humana dependiendo del ángulo de observación producido por el fenómeno de refracción. b) Efecto visual de acercamiento de un objeto con respecto a su posición real producido por el fenómeno de refracción	10
Figura 1.6 Representación de los fenómenos de reflexión y refracción según la ley de Snell	12
Figura 1.7 a) Representación de la propagación de una onda plana. b) Representación de la propagación de una onda esférica (Principio de Huygens).....	13
Figura 1.8 Principio de Huygens aplicado a la ley de Snell de la refracción	14
Figura 1.9 Fotografía de Augustin-Jean Fresnel (1788-1827)	15
Figura 1.10 Comparación entre una lente plano-convexa y su equivalente en una lente de Fresnel observándolas desde una vista lateral	16
Figura 1.11 Representación y clasificación de los diferentes tipos de lentes.....	16

Figura 1.12 a) Diseño del funcionamiento de una superficie cóncava parabólica tipo canal.	
b) Diseño del funcionamiento del concentrador de Fresnel tipo canal.....	17
Figura 1.13 Representación de la reflexión de la luz sobre una superficie de longitud “L”, para ilustrar el aumento del área cubierta por los rayos reflejados debido al ángulo de inclinación “y”	18
Figura 1.14 Longitud de onda de los diferentes colores que conforman al espectro visible que el ser humano es capaz de percibir.	19
Figura 1.15 Resultado de la propiedad de dispersión de la luz blanca al pasar por un prisma piramidal	20
Figura 1.16 Ejemplificación de la propiedad de absorción de la luz proveniente del sol sobre: a) Una manzana, b) Un cuerpo oscuro y c) Una planta	21
Figura 1.17 Representación de la propiedad de dispersión de la luz proveniente del sol al reflejarse sobre las ondulaciones del mar	21
Figura 1.18 Resultado de colocar una pantalla polarizada a la luz proyectada por una fuente de iluminación.....	22
Figura 1.19 Representación del efecto producido sobre la luz a causa de las propiedades de interferencia y difracción	23
Figura 1.20 Representación esquemática de los componentes de un LED miniatura de corriente estándar	24
Figura 1.21 Imagen representativa de un LED de alta potencia de 100W	25
Figura 1.22 Esquema de los pines de conexión para un LED piraña	25
Figura 1.23 Esquema de los pines de conexión para un LED bicolor	27
Figura 1.24 Esquema de los pines de conexión para un LED RGB tricolor	27
Figura 1.25 Representación esquemática de los componentes de un foco incandescente ...	28
Figura 1.26 Representación esquemática de los componentes de un foco de halógeno	28
Figura 1.27 Representación esquemática de los componentes de un foco fluorescente	29
Figura 1.28 Representación esquemática de los componentes de un foco LED	30

Figura 1.29 Representación gráfica de la característica de flujo luminoso producida por un foco incandescente.....	30
Figura 1.30 Ejemplificación gráfica de la característica de intensidad luminosa producida por un foco incandescente.....	31
Figura 1.31 Ejemplificación gráfica de la característica de iluminancia al proyectar luz proveniente de una lámpara sobre: a) un objeto lejano y b) un objeto cercano.....	31
Figura 1.32 Efecto producido sobre el ojo humano por la característica de luminancia de la luz.....	32
Figura 1.33 Representación gráfica de la escala de temperatura en Kelvin para los diferentes tonos de color emitidos por la luz.....	32
Figura 1.34 Ejemplificación del rendimiento luminoso de algunos tipos de lámparas.....	33
Figura 1.35 Comparación entre diferentes índices de reproducción cromática (IRC) sobre una misma imagen.....	33

➤ **Capítulo 2 Diseño del sistema de control para el reactor fotoquímico**

Figura 2.1 Modelado en 3D de los materiales empleados en la estructura para el reactor fotoquímico.....	38
Figura 2.2 Modelado en 3D de la estructura empleada para el reactor fotoquímico.....	39
Figura 2.3 Estructura interna de un sensor de temperatura (Termopar).....	42
Figura 2.4 Estructura interna de los sensores de temperatura (resistivo) en su modelo de: a) Hilo enrollado, b) Capa fina y c) Elemento en espiral	43
Figura 2.5 Representación de los sensores de temperatura (termistor) en su modelo de: a) Barra, b) Disco y c) Gota de vidrio.....	44
Figura 2.6 Representación de un módulo sensor de temperatura (infrarrojo).....	45
Figura 2.7 Estructura interna de un sensor de luz (fotodiodo de juntura PN)	46
Figura 2.8 Estructura interna de un sensor de luz (fotodiodo de juntura PIN).....	47
Figura 2.9 Estructura interna de un sensor de luz (fotodiodo de avalancha).....	47
Figura 2.10 Estructura interna de un sensor de luz (fotorresistencia lineal)	49

Figura 2.11 Estructura interna de un sensor de luz (fotorresistencia no lineal)	49
Figura 2.12 Representación de los sensores de luz (fototransistor en sus diferentes modelos).....	50
Figura 2.13 Representación de los sensores de luz (celda fotoeléctrica) en sus diferentes modelos.....	51
Figura 2.14 Estructura interna de un final de carrera mecánico-neumático.....	52
Figura 2.15 Estructura interna de un final de carrera mecánico-electrónico.....	53
Figura 2.16 Estructura interna de un potenciómetro en sus modelos: a) Lineal y b) Rotativo	53
Figura 2.17 Estructura interna de un relevador mecánico	55
Figura 2.18 Esquema interno de un relevador de lámina	56
Figura 2.19 Esquema interno de un relevador de estado sólido	56
Figura 2.20 Esquema interno para los relevadores: a) Un polo y un tiro, b) Un polo y dos tiros, c) Dos polos y un tiro y d) Dos polos y dos tiros	57
Figura 2.21 Esquema interno para los diferentes tipos de optoacopladores.....	59
Figura 2.22 Estructura interna de un optoacoplador de ranura.....	59
Figura 2.23 Estructura interna de un optoacoplador reflexivo	60
Figura 2.24 Estructura interna de un transistor de efecto de campo de unión. a) JFET con canal tipo n. b) JFET con canal tipo p	62
Figura 2.25 Estructura interna de un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico tipo enriquecimiento. a) MOSFET con canal tipo n. b) MOSFET con canal tipo p	62
Figura 2.26 Estructura interna de un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico tipo empobrecimiento. a) MOSFET con canal tipo n. b) MOSFET con canal tipo p	63
Figura 2.27 Diagrama de bloques para el diseño de una fuente de alimentación regulada..	64
Figura 2.28 Corte de un motor de reluctancia variable para mostrar su composición interna	66

Figura 2.29 Corte de un motor de imán permanente para mostrar su composición interna	66
Figura 2.30 Corte de un motor híbrido para mostrar su composición interna.....	67
Figura 2.31 Diagrama de conexiones internas de un motor a pasos unipolar	68
Figura 2.32 Diagrama de conexiones internas de un motor a pasos bipolar	68
Figura 2.33 Diagrama de conexiones para: a) Controlador ULN2003A para motores unipolares y b) Controlador Pololu A4988 para motores bipolares	69
Figura 2.34 Representación de un Arduino MEGA 2560	70
Figura 2.35 Diagrama de conexión para los módulos MAX6675 con Arduino MEGA 2560	71
Figura 2.36 Diagrama de conexión para el módulo BH1750FVI con Arduino MEGA 2560	72
Figura 2.37 Diagrama de conexión para los módulos finales de carrera mecánico-electrónico con Arduino MEGA 2560.....	72
Figura 2.38 Diagrama de conexión para los transistores BJT BC547B y los relevadores SRD-05VDC con Arduino MEGA 2560	73
Figura 2.39 Diagrama de conexión para los transistores MOSFET IRF3205 y los optoacopladores 4N27 con Arduino MEGA 2560	74
Figura 2.40 Diagrama de conexión del regulador de voltaje LM7805 para la alimentación del Arduino MEGA 2560	75
Figura 2.41 Diagrama de conexión para los controladores A4988 y sus motores NEMA 17 con Arduino MEGA 2560.....	76
Figura 2.42 Diagrama de conexión para la pantalla de cristal líquido con Arduino MEGA 2560	77
Figura 2.43 Diagrama de conexión para el teclado matricial con Arduino MEGA 2560	77
Figura 2.44 Diagrama de conexión para el módulo lector de MicroSD con Arduino MEGA 2560	78
Figura 2.45 Diagrama esquemático de los componentes empleados en la tarjeta de propósito general.....	83

Figura 2.46 Diseño del circuito impreso para la tarjeta de propósito general en sus vistas: a) superior e b) inferior	84
Figura 2.47 Circuito impreso de la tarjeta de propósito general en sus vistas: a) superior e b) inferior	85
Figura 2.48 Proceso de montaje y soldado de los componentes en la tarjeta de propósito general.....	86
Figura 2.49 Módulos y componentes electrónicos montados en la tarjeta de propósito general.....	87
Figura 2.50 Diagrama de flujo empleado para el código principal	93
Figura 2.51 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para el despliegue de un menú...	99
Figura 2.52 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la medición de la temperatura	119
Figura 2.53 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la medición de la cantidad de iluminación	125
Figura 2.54 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la activación y/o desactivación de una bomba.....	129
Figura 2.55 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la activación y/o desactivación de una resistencia.....	133
Figura 2.56 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la variación de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia	137
Figura 2.57 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para el desplazamiento de la sustancia química en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico.....	142
Figura 2.58 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la comprobación del estado del módulo para tarjetas MicroSD.....	155

➤ **Capítulo 3 Diseño de una superficie de Fresnel tipo canal**

Figura 3.1 a) Representación del marco de madera empleado para la obtención de la curva. b) Molde para la obtención y comprobación de la curva visto de perfil	159
---	-----

Figura 3.2 Imagen generada por software después de haber ingresado el conjunto de puntos de coordenadas sobre el contorno de la superficie	160
Figura 3.3 Diagrama de flujo empleado para la regresión polinomial	174
Figura 3.4 Diagrama de flujo empleado para el cálculo del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación en las regresiones polinomiales	179
Figura 3.5 Diagrama de flujo empleado para la obtención de los trazos de rayos de las ecuaciones polinomiales de segundo hasta décimo orden	235
Figura 3.6 a) Reconstrucción del contorno de la superficie plano-cóncava. b) Vista superior de la proyección bidimensional de la sección dentada. c) Vista isométrica del modelo tridimensional de la superficie de Fresnel	239

➤ **Capítulo 4 Implementación de 2 LED's de alta potencia de 100W como una fuente de iluminación de 200W**

Figura 4.1 Dimensiones del LED de alta potencia de 100 Watts empleado en el reactor fotoquímico.....	241
Figura 4.2 Modelo en 3D de la base para los LED's de alta potencia de 100W donde: 1) Abrazadera para el LED de alta potencia, 2) Plato de apoyo giratorio para el LED de alta potencia, 3) Rodamiento, 4) Plato de fijación para el rodamiento y 5) Soporte de unión de la estructura al reactor fotoquímico.....	242
Figura 4.3 Modelo en 3D del reactor fotoquímico al implementar los soportes para los LED's de alta potencia de 100W	243
Figura 4.4 a) Captura de imagen desde una vista superior de los rayos proyectados provenientes de la fuente de iluminación hacia la superficie de Fresnel, así como también, los rayos reflejados por el reflector. b) Esquema del arreglo implementado para la ubicación de las intersecciones de los rayos	244
Figura 4.5 Modelo en 3D de la estructura diseñada para colocar la sustancia química. 1) Soporte para el tubo de ensayo, 2) Soporte del módulo sensor de luz y 3) Soporte del reflector.....	244
Figura 4.6 Diseño del modelo final en 3D del reactor fotoquímico, adaptando la superficie de Fresnel y el soporte para colocar la sustancia química	245

Figura 4.7 Gabinete de control para el reactor fotoquímico.....	245
Figura 4.8 Estructura del reactor fotoquímico con los LED's de alta potencia, superficie de Fresnel y soportes impresos en 3D implementados.....	246

➤ **Capítulo 5 Análisis y resultados del reactor fotoquímico**

Figura 5.1 Colocación de la sustancia en una base para la toma de las capturas de imagen.....	267
Figura 5.2 Arreglo experimental proporcionado por el CTA perteneciente a la FES Aragón de la UNAM y llevado a cabo en una unidad habitacional durante la contingencia del SARS-CoV-2	267
Figura 5.3 Pruebas realizadas sin iluminación externa al sistema, tratando de que el sistema cuente con las mismas condiciones que se tendrían en el Laboratorio de Medición e Instrumentación y Control ubicado en el CTA perteneciente a la FES Aragón de la UNAM	268
Figura 5.4 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la luz del Sol	269
Figura 5.5 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	269
Figura 5.6 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la luz del Sol	272
Figura 5.7 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	272
Figura 5.8 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la luz del Sol	275
Figura 5.9 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	275
Figura 5.10 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la luz del Sol	278
Figura 5.11 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.....	278

Índice de tablas

➤ **Capítulo 1 Introducción a los reactores fotoquímicos, superficies de Fresnel y fuentes de iluminación**

Tabla 1.1 Índice de refracción de la luz amarilla con una longitud de onda de 589nm 11

➤ **Capítulo 2 Diseño del sistema de control para el reactor fotoquímico**

Tabla 2.1 Listado de componentes electrónicos, módulos y sensores..... 88

Tabla 2.2 Listado de accesorios extra..... 89

Tabla 2.3 Listado de materiales para la estructura 90

Tabla 2.4 Depreciación de los equipos y herramientas 91

Tabla 2.5 Consumibles empleados para el montaje de la tarjeta de propósito general 91

Tabla 2.6 Servicios contratados para la producción de la tarjeta de propósito general..... 92

➤ **Capítulo 3 Diseño de una superficie de Fresnel tipo canal**

Tabla 3.1 Puntos de coordenadas intersecados sobre el contorno de la superficie de etanol..... 160

Tabla 3.2 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de segundo orden .. 182

Tabla 3.3 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de tercer orden..... 183

Tabla 3.4 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de cuarto orden..... 185

Tabla 3.5 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de quinto orden.....	187
Tabla 3.6 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de sexto orden	189
Tabla 3.7 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de séptimo orden ...	191
Tabla 3.8 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de octavo orden	194
Tabla 3.9 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de noveno orden	197
Tabla 3.10 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de décimo orden	200
Tabla 3.11 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de segundo orden.....	204
Tabla 3.12 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de tercer orden	205
Tabla 3.13 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de cuarto orden	206
Tabla 3.14 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de quinto orden	207
Tabla 3.15 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de sexto orden.....	208
Tabla 3.16 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de séptimo orden.....	209
Tabla 3.17 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de octavo orden.....	210
Tabla 3.18 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de noveno orden.....	211

Tabla 3.19 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de décimo orden.....	212
---	-----

➤ **Capítulo 4 Implementación de 2 LED's de alta potencia de 100W como una fuente de iluminación de 200 Watts**

Tabla 4.1 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel	248
---	-----

Tabla 4.2 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel	249
---	-----

Tabla 4.3 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel	251
---	-----

Tabla 4.4 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel	252
---	-----

Tabla 4.5 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel	254
--	-----

Tabla 4.6 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel	256
---	-----

Tabla 4.7 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel	257
---	-----

Tabla 4.8 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel	259
Tabla 4.9 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel	260
Tabla 4.10 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel	262
Tabla 4.11 Intensidad lumínica de distintas fuentes de iluminación donde algunos datos fueron obtenidos del artículo de divulgación científica titulado “Desarrollo de un sistema electrónico con desplazamiento bidimensional para obtener el flujo lumínico en distintas fuentes de iluminación para conseguir sus curvas características”	263

➤ **Capítulo 5 Análisis y resultados del reactor fotoquímico**

Tabla 5.1 Cambio de los niveles del pH capturados del Rojo Congo con metanol expuesto a la luz natural y artificial	268
Tabla 5.2 Cambio de los niveles del pH capturados del Rojo Congo con agua desionizada expuesto a la luz natural y artificial	271
Tabla 5.3 Cambio de los niveles del pH capturados del Direct Red 80 con metanol expuesto a la luz natural y artificial	274
Tabla 5.4 Cambio de los niveles del pH capturados del Direct Red 80 con agua desionizada expuesto a la luz natural y artificial	277

Introducción a los reactores fotoquímicos, superficies de Fresnel y fuentes de iluminación

1

Esquema del capítulo

1.1 Introducción a los reactores fotoquímicos	2
1.2 Introducción a las superficies de Fresnel	8
1.3 Introducción a las fuentes de iluminación	18

Resumen del capítulo

En este primer capítulo se realizará una introducción de los conceptos necesarios para la comprensión del funcionamiento de los reactores fotoquímicos. Así como también se hablará de la ley de Snell y principio de Huygens que rigen a las superficies de Jean Fresnel, y bajo las cuales se realizará su diseño. Por último se mencionaran las principales propiedades de la luz, su rango dentro del espectro electromagnético, y asimismo, se realizará una descripción de los tipos de fuentes de iluminación naturales y artificiales.

1.1 Introducción a los reactores fotoquímicos

Para poder hablar sobre los reactores fotoquímicos, es importante definir el concepto, así como también clasificar y detallar el funcionamiento de los reactores químicos con la finalidad de que el lector adquiriera el conocimiento básico necesario, para comprender los principios químicos empleados al momento de llevarse a cabo una reacción fotoquímica.

1.1.1 Fotoquímica

El Grupo de Innovación Docente en Operativa de Laboratorios Químicos [GIDOLQUIM] (2014) en su tema 3.7 “Reacciones fotoquímicas”, menciona que la fotoquímica es una rama de la química que estudia la interacción entre la materia y la luz, en esta ciencia existen varios procesos fotoquímicos naturales, razón por la cual el desarrollo de la fotoquímica comenzó a principios del siglo XX. Grupo GIDOLQUIM en el tema 3.7.1 “Fundamento de la técnica”, indica que:

Una reacción fotoquímica puede tener lugar cuando una molécula que se encuentra en su estado fundamental es irradiada con luz de una frecuencia correspondiente a la diferencia de energía entre el estado fundamental y el excitado, de forma que puede absorber un quantum de energía lumínica, por lo que se produce una transición electrónica que hace que la molécula pase a un estado de mayor energía o estado excitado. (párr. 3)

En una reacción fotoquímica se requiere que la energía lumínica sea absorbida por las sustancias químicas reactantes, por lo que es necesario que el dispositivo contenga materiales de alta transmisividad. Otro punto importante es coleccionar y/o concentrar la mayor cantidad de radiación en el medio de reacción, empleando materiales de alta reflectividad como el aluminio de alta pureza en superficies con geometrías de foco lineal o puntual. (Méndez, 2017, pág. 15)

Es importante mencionar que existen leyes fundamentales para llevar a cabo una reacción fotoquímica, el grupo GIDOLQUIM (2014) enlista estas leyes de la siguiente manera:

- 1 “Ley de Grotthus-Draper: la luz debe ser absorbida por una sustancia química para que se dé una reacción fotoquímica.” (párr. 6)
- 2 “Ley de Stark-Einstein: cada fotón absorbido por un sistema químico sólo activa una molécula para dar una reacción fotoquímica. Este principio se conoce también como la ley de la fotoequivalencia.” (párr. 7)

Las aplicaciones más desarrolladas hasta el momento de la fotoquímica según el grupo GIDOLQUIM (2014) son la síntesis orgánica, la conversión y almacenamiento de energía, así como también aplicaciones médicas como la terapia fotodinámica. (párr. 8)

1.1.2 Reactores Químicos

“Un reactor químico es un dispositivo diseñado para producir una reacción química debido al cambio en la composición de los reactivos” (Mosquera et. al., 2018, pág. 11). En 2008, Carrillo señala que los reactores químicos “son equipos que permiten transformar un producto determinado ya sea una solución, un alimento o un fármaco, atendiendo sus causas físicas y químicas” (párr. 3). “Se considera al reactor como el núcleo del proceso químico ya que su comportamiento condiciona las operaciones de acondicionamiento y separación” (Cunill et. al., 2010, pág. 1).

Cunill et. al. en 2010, clasificaron los reactores químicos a partir de los siguientes criterios:

- Tipo de modelo de flujo:
 - Ideal (El tiempo de mezcla es cero y el volumen es útil para la reacción)
 - Mezcla perfecta
 - Sistema discontinuo: La mezcla del sistema es perfecta, por lo que en un instante dado la composición y temperatura en el sistema son uniformes, pero variables con el tiempo.
 - Sistema continuo: La mezcla del sistema es perfecta con lo que la composición y temperatura de cualquier punto del sistema son las mismas.

- Flujo en pistón
 - Sistema continuo: En este sistema no hay ningún tipo de mezcla en la dirección del flujo, por lo que el fluido pasa sin mezclarse. (pág. 8)
 - Real (Presentan desviaciones a los resultados predichos por la idealización)
- Número de fases en contacto. En 2009, Cuevas definió a las fases Homogéneas y Heterogéneas como:
 - Homogénea: Es aquella que nos presenta una sola fase y que su composición es la misma en cualquier punto del sistema.
 - Heterogénea: Es cuando se necesita de una o más fases para que una reacción se lleve a cabo. (Diapositiva 3).
- Modo de operación. Mosquera et. al. (2018) definió los modos de operación de la siguiente forma:
 - Continuo: Para un sistema continuo “todos los reactantes son continuamente agregados al tanque y los productos son continuamente descargados.
 - Semicontinuo: Un sistema semicontinuo “consiste en ingresar un reactante de manera discontinua y agregar el segundo reactante de forma continua durante el periodo de reacción.
 - Discontinuo: Un sistema discontinuo “consiste en introducir los reactantes en el interior del tanque y ajustar los parámetros necesarios para que ocurra la reacción aumentando la temperatura por la camisa del reactor o serpentín. (pág. 13 y 14)

- Evolución en el tiempo. Friedrich y Álvarez en 2011, definieron los tipos de régimen como se presenta a continuación:
 - Régimen no estacionario: Las variables dependen del tiempo, modificando sus valores desde un valor inicial hasta un valor final.
 - Régimen estacionario: Las variables no dependen del tiempo, manteniéndose los valores constantes durante el proceso. (pág. 34 y 39)
- Tipo de reacción química:
 - Catalítica.
 - Bioquímica.
 - Esterificación.
 - Entre otras.

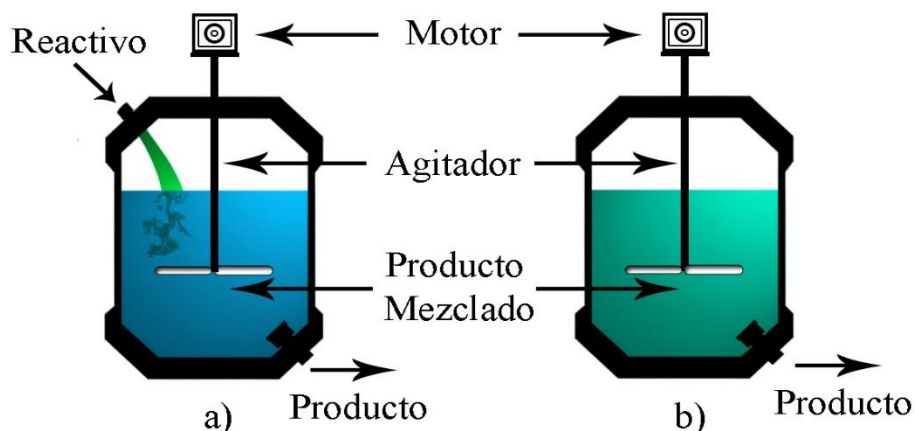


Figura 1.1 a) Representación esquemática de un reactor de mezcla perfecta con modo de operación discontinuo. b) Representación esquemática de un reactor de mezcla perfecta con modo de operación continuo.



Figura 1.2 Representación esquemática de un reactor de flujo en pistón.

1.1.3 Reactores Fotoquímicos

En el año 2015, el Centro de investigación en energía solar [CIESOL] definió a un reactor fotoquímico como:

Un sistema que permite irradiar de forma controlada un pequeño volumen de un sistema químico reactivo, tanto homogéneo como heterogéneo, utilizando como fuente de radiación la luz solar o, en su defecto, lámparas artificiales de luz halógena, que permitan estudiar las reacciones fotoquímicas a tiempo real o muy corto, evitando cualquier perturbación en el medio de reacción y controlando de forma constante todos los parámetros externos que puedan influir en la reacción. (párr. 1)

Ibarz (2016) señaló que existen variados tipos de reactores empleados en los procesos fotoquímicos, sin embargo, según su modo de operar se clasifican en:

- Continuos: Este tipo de reactores son principalmente empleados en reacciones con altas velocidades de absorción de la radiación y con un rendimiento cuántico elevado. Algunos de estos reactores son:
 - Fotorreactor tubular anular: Consta de un cilindro de sección anular, estando ubicada la lámpara en el espacio anular central.
 - Fotorreactor cilíndrico tipo tanque agitado: Tiene un funcionamiento análogo al que opera en discontinuo. Consistente en un tanque perfectamente agitado con una o más lámparas sumergidas en su seno.
 - Fotorreactor elíptico: Presenta un funcionamiento similar al fotorreactor cilíndrico tipo tanque agitado, con un aumento en su eficiencia debido a que opera de forma continua.

- Fotorreactor de placas paralelas: Consiste en dos placas paralelas colocadas una enfrente de la otra, con la solución reactante circulando entre ellas, mientras que la energía radiante proviene del exterior e incide en una de las caras.
 - Fotorreactor de película descendente: Es un reactor tubular en el que la lámpara está ubicada en el eje central, y el fluido reactante fluye en forma de película descendente por la cara interna del tubo.
- Discontinuos: Son generalmente empleados para llevar a cabo reacciones con bajo rendimiento cuántico y que necesitan elevados tiempos de irradiación, así como también este tipo de reactor es empleado cuando las soluciones de los reactantes presentan una elevada viscosidad. Algunos ejemplos de este tipo de reactores son:
- Tanque agitado: Consta de un tanque de mezcla perfecta, hallándose inmersa en su interior una serie de lámparas, de tal modo que llegue radiación a todos los puntos del tanque.
 - Fotorreactor elíptico: Consiste en un cilindro de sección elíptica, construido con un material reflectante de la radiación, en el que en un eje focal está colocada la lámpara y en el otro foco de la elipse se halla el reactor. (pág. 17 y 18)

Actualmente el principal uso de los reactores fotoquímicos o fotorreactores, consiste en el tratamiento de aguas residuales mediante una reacción fotocatalítica que permita la degradación de los contaminantes emergentes (pesticidas, fármacos, disruptores endocrinos, etc.) que se encuentran en las corrientes de agua (Tejero et. al., 2011, pág. 2).

1.2 Introducción a las superficies de Fresnel

Para el desarrollo de la superficie de Fresnel, se empleara el principio de reflexión de Huygens-Fresnel aplicado en los concentradores lineales de Fresnel, utilizando una impresora en 3D y un filamento tipo PLA con un espesor de 1.75 milímetros. Para el caso particular de este proyecto, todas sus secciones dentadas se mantendrán unidas, por ello es importante para el desarrollo del análisis matemático conocer los conceptos de reflexión y refracción, así como también la ley de Snell y el principio de Huygens, asimismo se mencionara de forma breve la biografía del físico francés Augustin-Jean Fresnel.

1.2.1 Reflexión

Es posible definir a la reflexión como un fenómeno físico en el cual “un rayo luminoso experimenta un cambio de dirección y sentido al chocar contra la superficie de separación entre dos medios” (Montañez et. al., 2015, pág. 450). Valenzuela (2012 -a) divide a la reflexión en dos tipos:

- Reflexión difusa: Se produce cuando la luz incide en una superficie opaca, pero no pulimentada, la cual presenta una serie de irregularidades, que hacen que la luz se refleje en distintas direcciones.

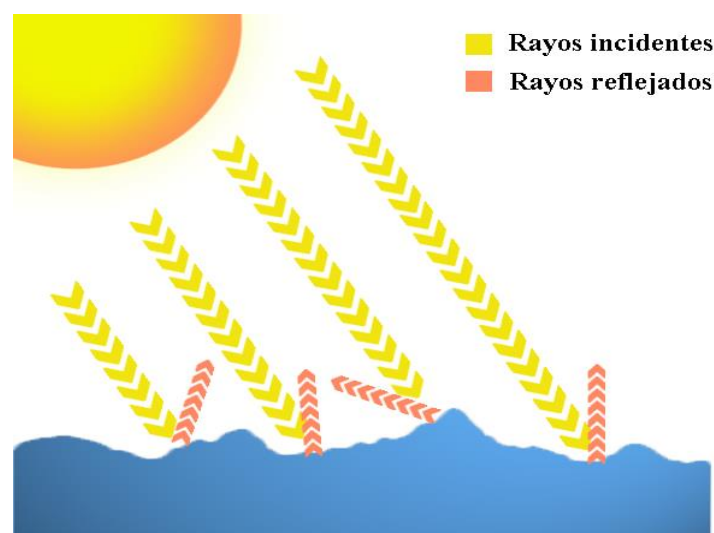


Figura 1.3 Esquema del comportamiento de los rayos solares al reflejarse sobre una superficie difusa.

- Reflexión especular o regular: Se produce en superficies totalmente pulimentadas como ocurre con los espejos. En este caso la reflexión se produce en una sola dirección gracias a lo cual es posible formar imágenes. Este tipo de reflexión obedece a la ley de reflexión por lo que ángulo de incidencia de los rayos es igual a ángulo de reflexión. (párr. 2 y 3)

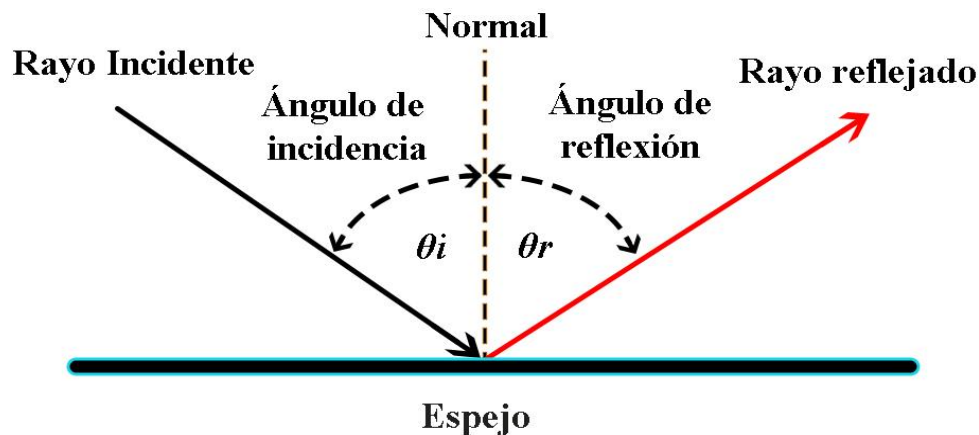


Figura 1.4 Esquema del comportamiento de la luz al reflejarse sobre una superficie regular.

Tippens y Ruiz (2011) enunciaron dos leyes básicas fundamentales para la reflexión:

- El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión ($i=r$).
- El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal a la superficie se encuentran en el mismo plano (pág. 663).

1.2.2 Refracción

Valenzuela (2017) define a la refracción como:

El cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio material a otro. Sólo se produce si la onda incide oblicuamente sobre la superficie de separación de los dos medios y si estos tienen índices de refracción distintos. La refracción se origina en el cambio de velocidad de propagación de la onda, cuando pasa de un medio a otro. (párr. 1)

Existen dos leyes fundamentales que rigen a la refracción, Tippens y Ruiz (2011) las enuncian de la siguiente manera:

- El rayo incidente, el rayo refractado y la normal a la superficie se encuentran en el mismo plano.
- La trayectoria de un rayo refractado en la interfase entre dos medios es exactamente reversible (pág. 680).

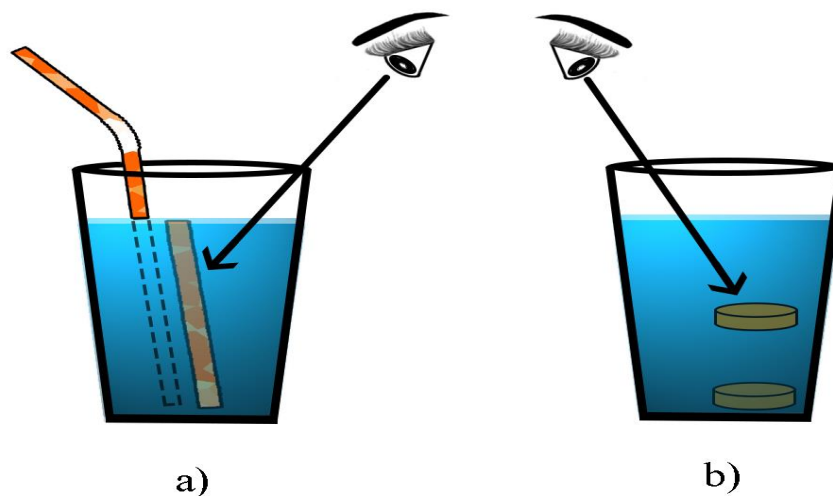


Figura 1.5 a) Efecto óptico de distorsión de un popote a la vista humana dependiendo del ángulo de observación producido por el fenómeno de refracción. b) Efecto visual de acercamiento de un objeto con respecto a su posición real producido por el fenómeno de refracción.

1.2.2.1 Índice de refracción

Valenzuela (2017) menciona que “El índice de refracción relaciona la velocidad de la luz en el vacío con la velocidad de la luz en el medio, donde la rapidez de propagación de la luz cambia según el medio por el que viaja” (párr. 2).

“El índice de refracción es una cantidad adimensional y generalmente es mayor que la unidad. Es posible calcular el índice de refracción empleando la fórmula:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.1)$$

Donde n es el índice de refracción, c es la razón de velocidad de la luz en el vacío y v es la razón de la velocidad de la luz en un medio” (Tippens y Ruiz, 2011, pág. 679 y 680).

Tippens y Ruiz (2011) indican que “cuando la longitud de onda de la luz no se especifica, es común suponer que el índice corresponde al que tendría una luz amarilla con longitud de onda de 589nm” (pág. 680), en la siguiente tabla se muestran los índices de refracción que tienen algunas superficies bajo estas condiciones.

Tabla 1.1 Índice de refracción de la luz amarilla con una longitud de onda de 589nm.

Sustancia	n	Sustancia	n
Agua	1.33	Fluorita	1.43
Alcohol etílico	1.36	Glicerina	1.47
Benceno	1.50	Hielo	1.31
Circón	1.92	Sal de roca	1.54
Cuarzo	1.54	Vidrio	1.33
Diamante	2.42	Crown	1.52
Disulfuro de carbono	1.63	Flint (de roca)	1.63

1.2.3 Ley de Snell

Según Abreu (2013), la Ley de Refracción de la Luz o Ley de Snell (también llamada Ley de Snell-Descarte) establece que “cuando un rayo incide sobre una superficie reflectante plana (es decir que separa dos medios transparentes como aire y vidrio o aire y agua en reposo), entonces el seno del ángulo de incidencia entre el seno del ángulo de refracción es una constante” (párr. 3).

Tippens y Ruiz (2011) mencionan a la ley de Snell como “la razón del seno del ángulo de incidencia (1) con respecto al seno del ángulo de refracción (2) es igual a la razón de la velocidad de la luz en el medio incidente (v_1) respecto a la velocidad de la luz en el medio de refracción (v_2)” (pág. 682), como lo muestra la fórmula siguiente:

$$\frac{\text{Sen}(\theta_1)}{\text{Sen}(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2} \quad (1.2)$$

Sustituyendo la ecuación 1.1 en la ecuación 1.2 es posible representar de manera alternativa la ley de Snell expresando las velocidades v_1 y v_2 en términos de los índices de refracción de los medios de propagación del rayo incidente (n_1) y del rayo transmitido (n_2) (Tippens y Ruiz, 2011, pág. 668), dándonos como resultado la ecuación:

$$\frac{\text{Sen}(\theta_1)}{\text{Sen}(\theta_2)} = \frac{n_1 \cdot c}{n_2 \cdot c} \rightarrow \frac{\text{Sen}(\theta_1)}{\text{Sen}(\theta_2)} = \frac{n_1}{n_2} \quad \therefore$$

$$n_1 \cdot \text{Sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{Sen}(\theta_2) \quad (1.3)$$

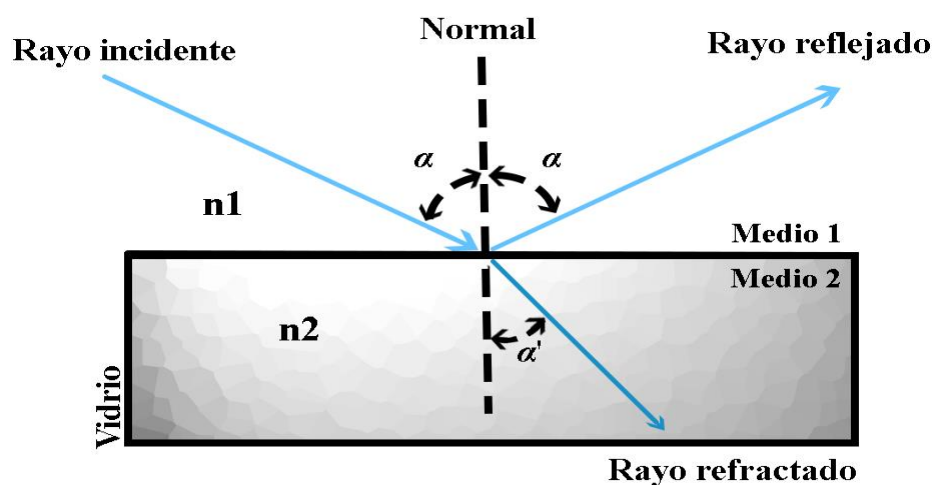


Figura 1.6 Representación de los fenómenos de reflexión y refracción según la ley de Snell.

1.2.4 Principio de Huygens

Huygens desarrolló su teoría del modelo ondulatorio de la luz partiendo de dos puntos como lo menciona López et. al. (2006):

- Una fuente luminosa emite ondas esféricas, de la misma manera que un movimiento ondulatorio en la superficie del agua emite ondas superficiales. Un rayo de luz está materializado por una recta perpendicular a la superficie de la onda.
- Cada punto de una onda luminosa primaria se comporta como un centro emisor que a su vez emite ondas secundarias de la misma frecuencia y velocidad que las ondas primarias. La onda resultante es la envolvente de las ondas secundarias. (párr. 2 y 3)

En su artículo, Laserna (2015) señala lo siguiente:

El principio de Huygens establece que si conocemos cómo es el frente de la perturbación en un momento dado, podremos determinarlo con exactitud en cualquier instante posterior. Basta con considerar cada punto del viejo frente como fuente de nuevos frentes secundarios, que se expanden progresivamente. El frente resultante será la superficie que envuelve todas las esferas a la vez, en el estado en el que se encuentren en cada momento. (pág. 9)

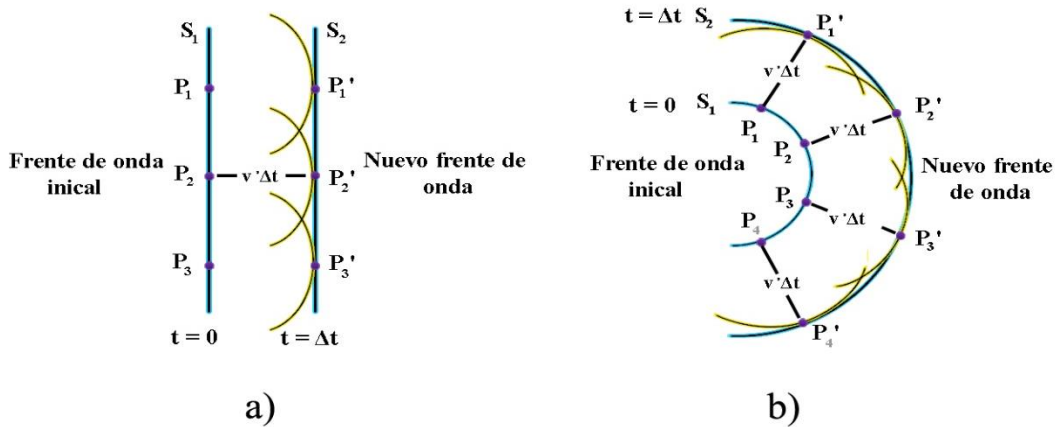


Figura 1.7 a) Representación de la propagación de una onda plana. b) Representación de la propagación de una onda esférica (Principio de Huygens).

Tipler y Mosca (2003) mencionaron que:

El principio de Huygens fue posteriormente modificado por Augustin Fresnel, de modo que se calculaba el nuevo frente de onda a partir del frente de onda primitivo mediante la superposición de las ondas elementales considerando sus amplitudes y fases relativas. Aún más tarde Kirchhoff demostró que el principio de Huygens-Fresnel era una consecuencia de la ecuación de ondas, situándolo así sobre una base matemática firme. Kirchhoff demostró que la intensidad de las ondas elementales dependen del ángulo y que para 180° es nula (en sentido hacia atrás). (pág. 939)

Cabe mencionar que “el principio de Huygens permite explicar fenómenos ondulatorios relacionados con la propagación de la onda, tales como la reflexión, la refracción y la difracción” (Fernández, 2016, párr. 2).

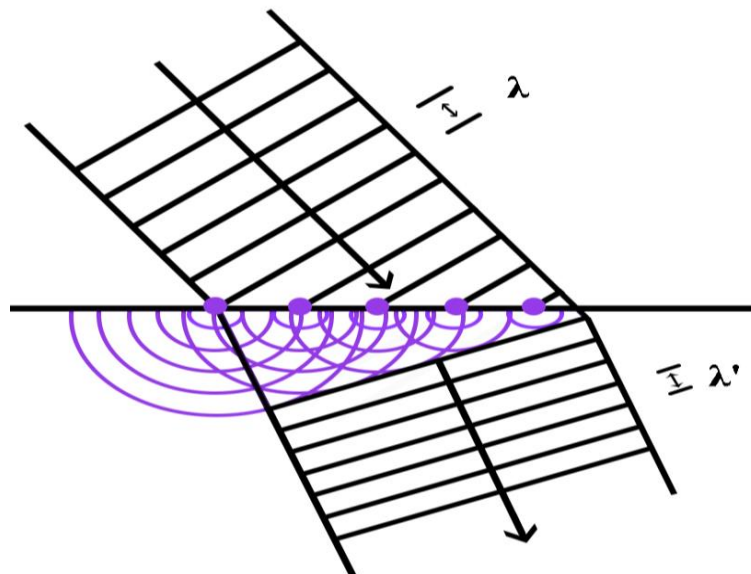


Figura 1.8 Principio de Huygens aplicado a la ley de Snell de la refracción.

1.2.5 Lentes de Fresnel

Antes de hablar sobre las lentes de Fresnel, es importante mencionar algunos de los sucesos más relevantes en la vida de Augustin Fresnel. En la biografía escrita por Meyran (2008), se afirma que:

Augustin-Jean Fresnel (1778-1827) fue un físico francés que trabajó como ingeniero de puentes hasta que Napoleón, a su regreso de la Isla de Elba, lo destituyó. Se retiró a Normandía donde inició estudios sobre óptica, completando las investigaciones de Young sobre las interferencias luminosas. Fue amigo y colaborador de François Arago, con quien describió la polarización rotatoria y las leyes sobre la interferencia de la luz polarizada. Hizo un tratado sobre la difracción de la luz, que fue premiado por la Academia de Ciencias, en donde demostró que la teoría newtoniana no explicaba los fenómenos de interferencia ni los de difracción de la luz, en cambio la teoría ondulatoria sí (pág. 130).

Posteriormente en el año de 1827 “la organización Británica lo galardonó con la prestigiosa medalla Rumford. En este mismo año Fresnel moriría de tuberculosis a sus 37 años en la Ville-d’Avray en Francia el 14 de Julio” (Davidson, 2010, pág. 46 y 47).



Figura 1.9 Fotografía de Augustin-Jean Fresnel (1788-1827) por Davidson, M., 2010 Microscopy Today (https://www.cambridge.org/core/services/aop-cambridge-core/content/view/5DC5EA452A166CC4283FFCB1F67A4186/S1551929510991207a.pdf/pioneers_in_optics_dominiquefrancoisjean_arago_and_augustinjean_fresnel.pdf)

Godínez (2018) define a las lentes de Fresnel como:

Vidrios tallados o plásticos fabricados de la misma forma, cuya misión es hacer que los rayos de luz se comporten, al atravesarlas, como cuando atraviesan lentes plano convexas. Los rayos de luz que llegan paralelos al eje óptico tienden a concentrarse en un punto o foco (se focalizan). Los rayos que salen del foco atraviesan la lente y salen paralelos al eje óptico en un tubo de luz (colimados).

Esencialmente las lentes de Fresnel suplantán de cierta forma a las lentes plano-convexas, ya que las lentes de Fresnel simulan a las plano-convexas de grandes dimensiones y con esto se reduce tanto las dimensiones como el material para su fabricación. (pág. 29)

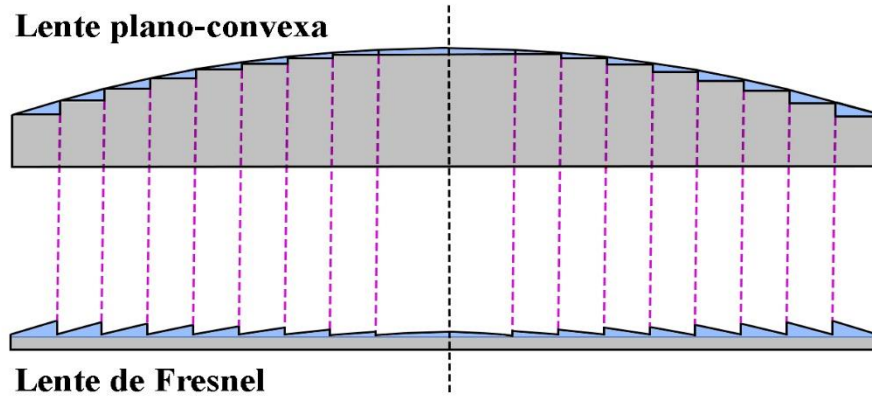


Figura 1.10 Comparación entre una la lente plano-convexa y su equivalente en una lente de Fresnel observándolas desde una vista lateral.

Existen una gran variedad de lentes de Fresnel entre las cuales se encuentran: “lente de Fresnel positiva, lente de Fresnel negativa, matriz de lentes de Fresnel, lente de Fresnel cilíndrica, lente de Fresnel circular, lente de Fresnel lineal, lente de Fresnel lenticular, difracción de Fresnel, reflexión de Fresnel, divisor de haz de Fresnel y prisma de Fresnel” (E-TAY Industrial CO., LTD., 2020, párr. 8).

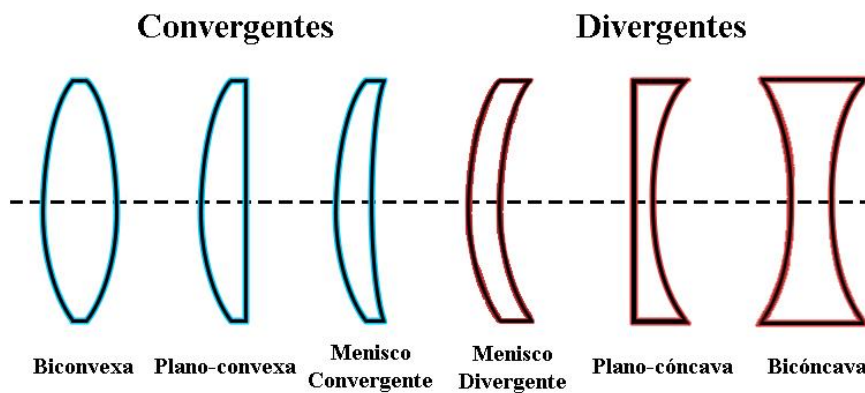


Figura 1.11 Representación y clasificación de los diferentes tipos de lentes.

Durante el siglo XVIII las lentes de Fresnel fueron utilizadas en las costas de Francia como una alternativa ligera y menos costosa a las lentes viejas de los faros. Hoy en día, se siguen empleando los principios iniciales de estas lentes para su uso en otras aplicaciones, incluyendo: los colectores solares (Chemisana, 2009, pág. 38 y 39), impresoras solares 3D (Del Bello, 2013), placas solares para suministrar electricidad y calefacción en hogares (Light Farm, 2011), entre otras.

1.2.6 Concentradores lineales de Fresnel

El funcionamiento de los concentradores lineales de Fresnel consiste en:

La concentración por medio de espejos planos o ligeramente curvos, los cuales se colocan en el mismo plano horizontal con una misma distancia focal, relativamente corta. En un concentrador Fresnel primeramente los rayos solares inciden sobre la superficie de los espejos, y luego son reflejados a un foco en común, con esto, se logra aumentar la densidad del flujo radiante y permitir una mayor transferencia de calor que la que se tendría exponiendo directamente el receptor al sol. (Godínez, 2018, pág. 28 y 31)

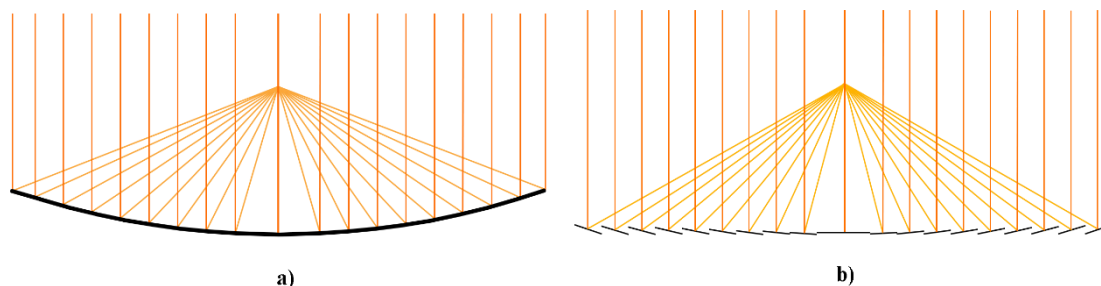


Figura 1.12 a) Diseño del funcionamiento de una superficie cóncava parabólica tipo canal. b) Diseño del funcionamiento del concentrador de Fresnel tipo canal.

Godínez (2018) también explica que:

El principio básico de un concentrador Fresnel, es que se puede simular una parábola con espejos lineales y delgados los cuales tengan una inclinación diferente pero un punto focal en común donde se coloca al receptor. Para lograr que los rayos solares se concentren en el punto focal debe considerarse la primera ley de reflexión, mencionada anteriormente en el capítulo 1.2.1. Otro punto importante a considerar es que dependiendo de la inclinación con la que la radiación procedente de la fuente de iluminación impacte a la superficie especular (espejo), la cantidad de rayos reflejados por el espejo cubrirán un área mayor que los incidentes. (pág. 32)

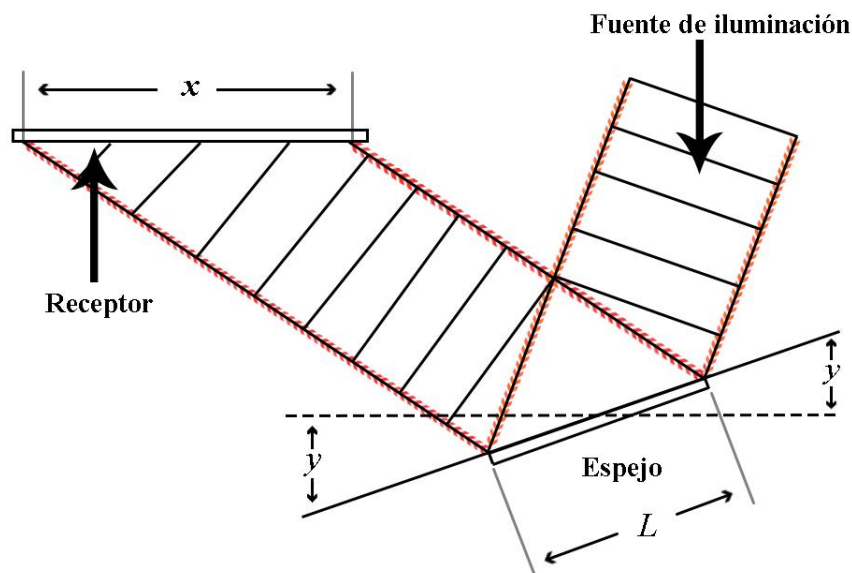


Figura 1.13 Representación de la reflexión de la luz sobre una superficie de longitud “ L ”, para ilustrar el aumento del área cubierta por los rayos reflejados debido al ángulo de inclinación “ y ”.

Aunque este tipo de tecnología actualmente sigue en desarrollo, una de las principales aplicaciones que tiene a día de hoy es en la industria encargada de generar energía eléctrica, un ejemplo es la planta ubicada en el municipio murciano de Calasparra, “la cual generará 50 millones de kWh al año suministrando energía eléctrica para aproximadamente 12,000 hogares y reduce la emisiones de CO₂ anuales en 16,000 toneladas” (La planta de energía solar de Calasparra abastecerá a más de 10000 hogares, 2012, párr. 1).

1.3 Introducción a las fuentes de iluminación

Al momento de diseñar un reactor fotoquímico, es fundamental conocer los tipos de fuentes de iluminación que se pueden encontrar en el mercado. Ya que conociendo sus características, es posible seleccionar el tipo de fuente de iluminación adecuada para irradiar la sustancia bajo prueba. Es por ello que en este subcapítulo hablamos del espectro visible, propiedades de la luz, así como también los tipos de fuentes de iluminación y sus características.

1.3.1 El Espectro Visible

Se le llama región visible, espectro visible o simplemente luz, a la parte del espectro electromagnético (EEM) que puede ser percibida por el ojo humano. Cayado (2014) denomina al EEM como:

La distribución energética del conjunto de ondas electromagnéticas que emite (espectro de emisión) o absorbe (espectro de absorción) una sustancia. El EEM incluye una amplia gama de radiaciones, desde las de menor longitud de onda, como son los rayos gamma y los rayos X, pasando por la radiación ultravioleta, la luz “visible” y los rayos infrarrojos, hasta las ondas electromagnéticas de mayor longitud de onda, como son las ondas de la radio.

Lightroom (2020) en uno de sus artículos menciona que:

El espectro visible comprende longitudes de onda desde los 380nm hasta los 780nm. El ojo humano percibe la luz de cada una de estas longitudes de onda como un color diferente, así, al descomponer la luz blanca (la cual se produce mediante la mezcla de todas las longitudes del espectro visible en proporciones iguales) en todas sus longitudes de onda, a través de prismas o por la lluvia en el arcoíris, el ojo ve todos los colores. (párr. 5)

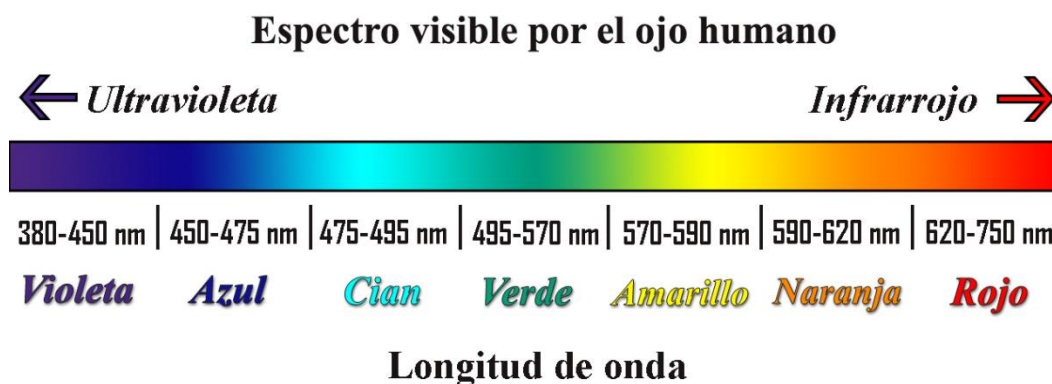


Figura 1.14 Longitud de onda de los diferentes colores que conforman al espectro visible que el ser humano es capaz de percibir.

1.3.2 Propiedades físicas de la luz

Las propiedades físicas más conocidas sobre la luz son la reflexión y la refracción (explicadas anteriormente en el capítulo 1.2.1 y 1.2.2), sin embargo existen otras propiedades que son importantes para entender su comportamiento. Sirlin (2006) define y enlista las propiedades de la siguiente manera:

- **Dispersión:** Efecto que se produce sobre la luz, cuando las longitudes de onda que la conforman atraviesan sustancias materiales provocando una disminución en sus velocidades. La causa de que se produzca la dispersión es que el índice de refracción de una sustancia varía según la longitud de onda, disminuyendo para las longitudes de onda más largas (rojo), que se desvían menos que las cortas (azul-violeta).

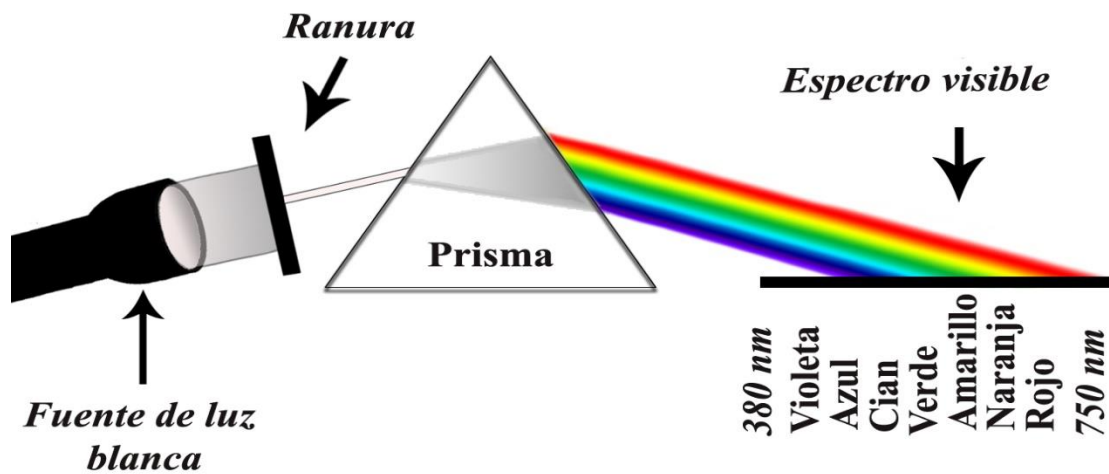


Figura 1.15 Resultado de la propiedad de dispersión de la luz blanca al pasar por un prisma piramidal.

- **Absorción:** Se conoce como absorción a la conversión de la luz en otro tipo de energía, como lo es la energía calorífica, eléctrica o incluso química. Un rayo de luz que atraviesa el vacío no sufre pérdida de energía, aún en la dispersión; sin embargo, la luz al pasar por medios materiales tiene pérdidas de energía a causa de los efectos de absorción y dispersión, estas pérdidas están directamente relacionadas con el tipo de material, su transparencia u opacidad.

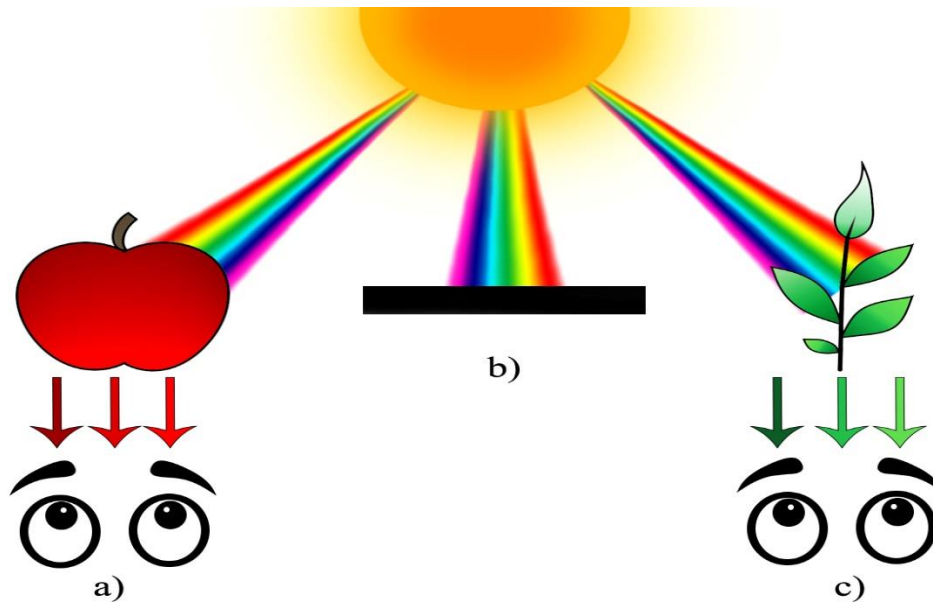


Figura 1.16 Ejemplificación de la propiedad de absorción de la luz proveniente del sol sobre: a) Una manzana, b) Un cuerpo oscuro y c) Una planta.

- **Difusión:** Se produce cuando la luz atraviesa medios que poseen obstáculos materiales o irregularidades cuyo tamaño es mayor a la longitud de onda que lo atraviesa, provocando que la energía luminosa se distribuye en todas las direcciones desde el punto de incidencia, generando así múltiples reflexiones y refracciones de la luz en numerosas superficies, orientadas aleatoriamente.

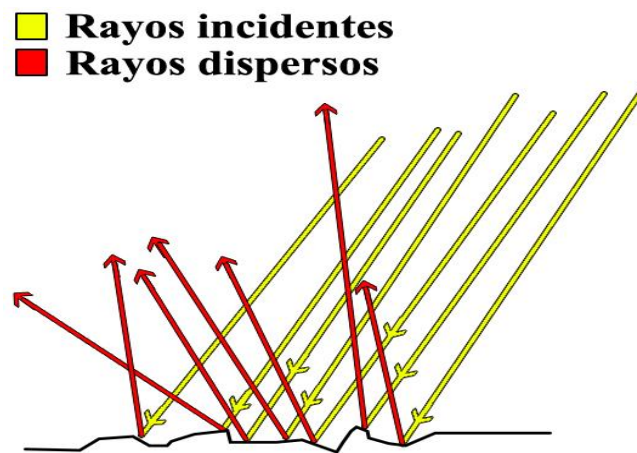


Figura 1.17 Representación de la propiedad de dispersión de la luz proveniente del sol al reflejarse sobre las ondulaciones del mar.

- Polarización: Se conoce como plano de polarización de la onda, al plano que contiene la dirección del campo y la dirección de propagación para cada una de las ondas electromagnéticas que conforman el haz luminoso. La mayoría de las fuentes luminosas emiten ondas que poseen planos de polarización orientados aleatoriamente; no obstante existen ciertos cristales transparentes que poseen el efecto de transmitir sólo aquellas ondas cuyos planos de polarización estén orientados en una dirección particular.

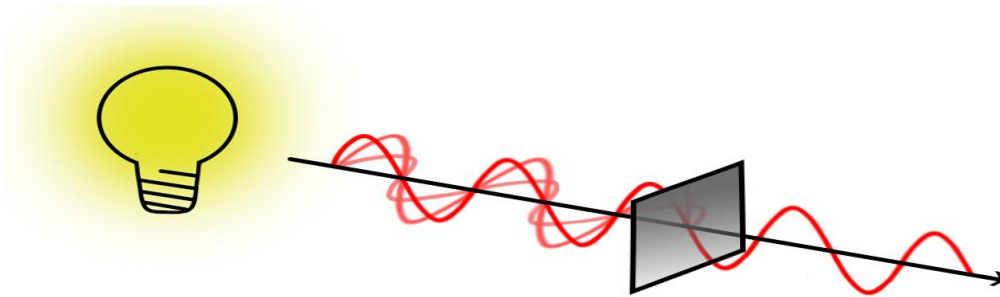


Figura 1.18 Resultado de colocar una pantalla polarizada a la luz proyectada por una fuente de iluminación.

- Interferencia: Surge cuando hay dos fuentes de iluminación separadas, pero que irradian luz en la misma longitud de onda y poseen una relación constante de fases, el resultado de unir ambas fuentes es que en algunos lugares las ondas están en fase y se suman todas, mientras que en otros están fuera de fase y se anulan entre sí.
- Difracción: Es el producto de una interferencia ocasionada por las ondas secundarias producidas al pasar un haz de luz por un hueco de dimensiones similares a las longitudes de onda. Cuando una onda luminosa pasa por el borde de un hueco produce el “curvado” de rayos luminosos, proyectándose circunferencias concéntricas y alternadas de luz y sombra. El ojo humano no es capaz de captar los efectos de la difracción ya que estos son muy pequeños. (pág. 36-41)

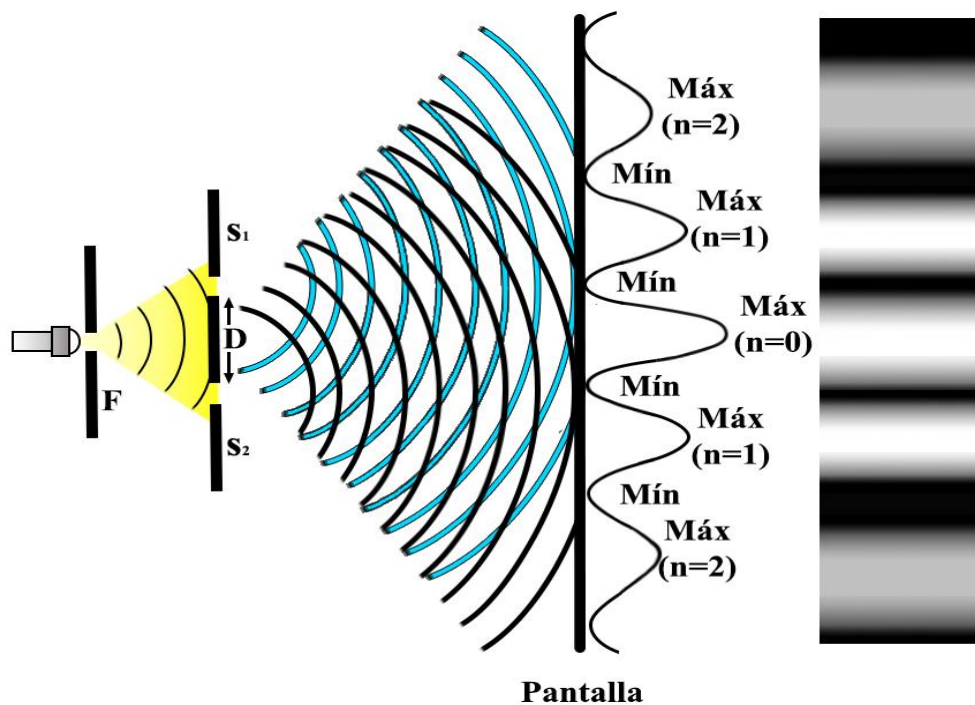


Figura 1.19 Representación del efecto producido sobre la luz a causa de las propiedades de interferencia y difracción.

1.3.3 Tipos de fuentes de iluminación

Actualmente existen muchas formas en las que se pueden presentar fuentes de iluminación (cuando hablamos de fuentes de iluminación nos referimos a cualquier objeto o cuerpo con la capacidad de emitir luz visible), pero dependiendo de su origen Valenzuela (2012 -b) las clasificó de la siguiente forma:

- Fuentes de iluminación natural: Son aquellas que pueden producir luz de manera natural, algunos ejemplos son:
 - Estrellas
 - Fuego
 - Grupos de animales que producen su propia luz
 - Relámpago
 - Etcétera.

- Fuentes de iluminación artificial: Son aquellas producidas o elaboradas por el hombre, dentro de las cuales se encuentran:
- Arcos eléctricos
 - Antorchas
 - Velas
 - Diodos Emisores de Luz (LEDs): Schwartz (2018) menciona que los LEDs (por sus siglas en inglés Light Emitting Diode) emplean tecnología de estado sólido de iluminación, llamada así debido a que emite luz a partir de un pedazo de materia sólida, en lugar de emitir luz de un vacío (como una lámpara incandescente) o un gas (como una bombilla fluorescente). En el caso de un LED tradicional, el pedazo de materia encargado de emitir luz se conoce como semiconductor y está formado por una carga positiva y una negativa. Schwartz también realizó la siguiente lista donde mencionó los tipos de LEDs más empleados a día de hoy en la iluminación:
 - LEDs miniatura: Son los más comunes que existen y se pueden encontrar en aparatos electrónicos pequeños, celulares calculadoras, etcétera. Este tipo de LEDs se clasifican en tres grupos: de baja corriente, de corriente estándar y de ultra alto rendimiento (Schwartz, 2018).

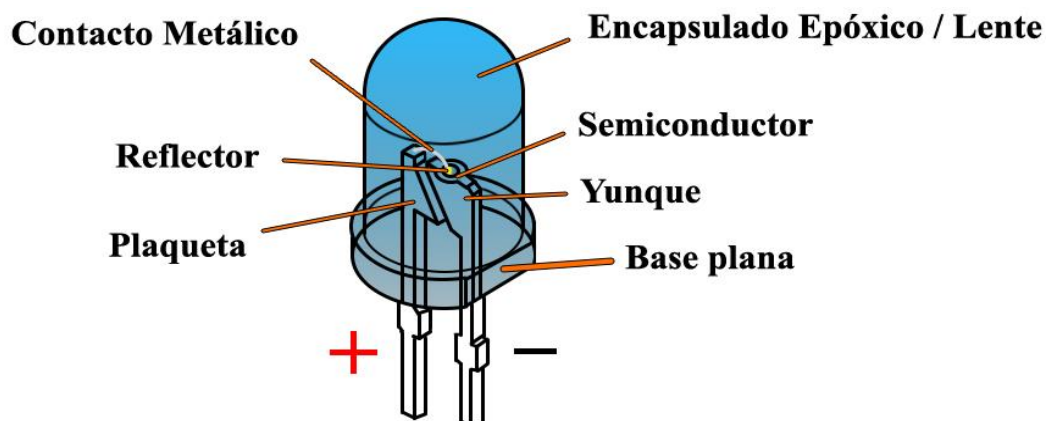


Figura 1.20 Representación esquemática de los componentes de un LED miniatura de corriente estándar.

- LED's de alta potencia: La revista Iluminet (2008) en uno de sus artículos menciona que los LEDs de alta potencia incluyen diversas alternativas ópticas de control del flujo luminoso y son fabricados con potencias de 1 W o mayores; este tipo de LEDs se utilizan principalmente para iluminación concentrada en aplicaciones exteriores arquitectónicas, permitiendo generar amplias posibilidades creativas de diseño por su gran intensidad lumínica. (párr. 5)

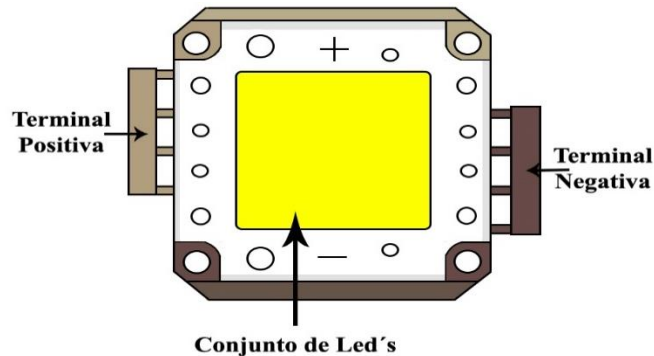


Figura 1.21 Imagen representativa de un LED de alta potencia de 100W.

- LEDs de súper flujo o LEDs piraña: En la ficha técnica de los LEDs piraña Lumileds (2005) declara que este tipo de LEDs cuentan con un diseño de paquete óptico eficiente y capacidades de alta corriente que permiten proporcionar una apariencia luminosa más uniforme ya que se puede acoplar fácilmente con reflectores o lentes para distribuir eficientemente la luz y proporcionar la apariencia iluminada deseada. Cuenta con muchas aplicaciones de iluminación como por ejemplo lámparas de señalización de vehículos, iluminación especial y letreros electrónicos. (párr. 1 y 2)

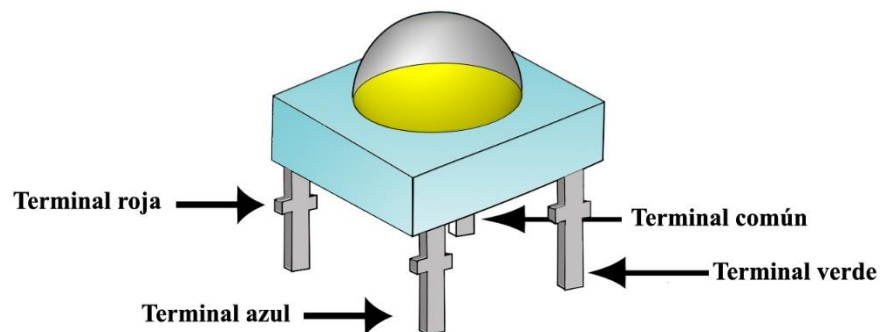


Figura 1.22 Esquema de los pines de conexión para un LED piraña.

- LEDs intermitentes: La empresa DEMASLED (2011) en la descripción de uno de sus artículos en venta, especifica que los LEDs intermitentes presentan un aspecto similar al formato de LEDs miniatura (Figura 1.20), pero con la particularidad de que al ser conectados emiten automáticamente un parpadeo. Su efecto intermitente hace que sean ideales para bares, boliches, cartelería, como LEDs indicadores, entre otros. (párr. 1 y 2)
- LEDs blancos: La empresa Desenvolupament Enginyeria Conectivitat Sistemes [DCM sistemes] (2017) define a la luz que proyectan estos LEDs, como una luz resultado de la superposición de todos los colores del espectro visible. Son normalmente empleados en alumbrados de exteriores e interiores, etcétera. (párr. 3)
- LEDs monocromáticos: DCM sistemes (2015) declara que este tipo de LEDs proyectan luz con una única longitud de onda correspondiente a cada color. Sus principales aplicaciones se encuentran en cámaras monocromáticas y la avicultura. A este tipo de leds se le pueden añadir filtros para separar sus anchos de banda. (párr. 3)
- LEDs bicolor: Ledbox (2011) menciona en su blog que los LEDs bicolor en realidad son un led doble con un cátodo común y dos ánodos (3 terminales) o dos led colocados en contraposición (2 terminales). Generalmente el primer caso con leds rojo y verde es el más común aunque existen otras combinaciones incluso con más colores. Para realizar un cambio en la intensidad luminosa de cada color es necesario modular el ancho de pulso en el ánodo correspondiente. Su principal aplicación se encuentra en maquinarias y tableros electrónicos como luces indicadoras. (párr. 27)

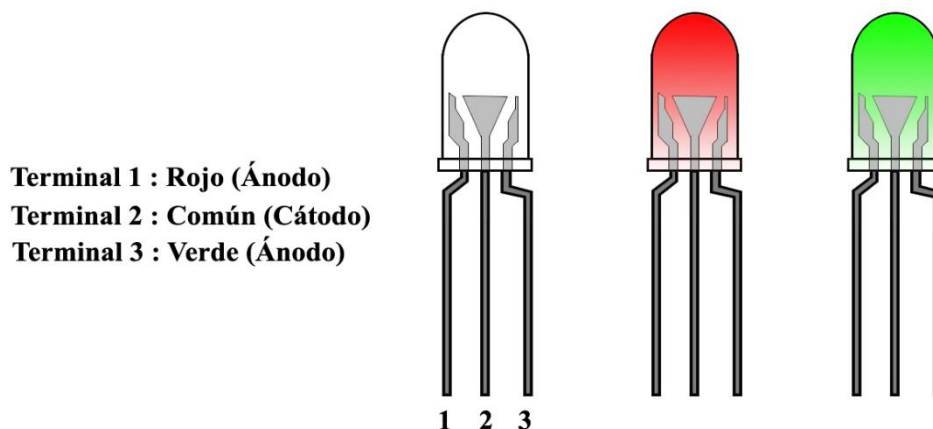


Figura 1.23 Esquema de los pines de conexión para un LED bicolor.

- LEDs RGB tricolor: Los LEDs RGB (por sus siglas en inglés Red, Green and Blue que en español significa Rojo, Verde y Azul) constan de 4 terminales, de las cuales una está conectada a masa/voltaje (dependiendo si es cátodo o ánodo común respectivamente) y cada una de las tres terminales restantes, corresponden a los colores rojo, verde y azul. Según Philips (2017) es posible producir más de 16 millones de tonos de luz diferentes, mediante la combinación de los tres colores, sin embargo, no todos los colores son posibles (párr. 1). Se emplean principalmente para la decoración de interiores y exteriores.

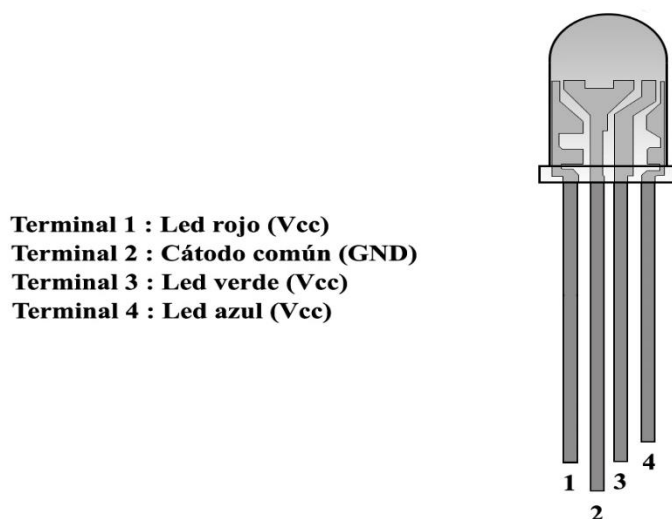


Figura 1.24 Esquema de los pines de conexión para un LED RGB tricolor.

- Lámparas
 - Lámpara incandescente: El centro integrado de formación profesional Ikaskuntza Birtual eta Digitalizatuen LHIL [BirtLH] (2008) en su tema 2.1 “Lámparas incandescentes”, menciona que el funcionamiento de este tipo de lámparas, consiste en hacer pasar una corriente a través de un filamento o hilo delgado de resistencia relativamente elevada de tal forma que éste alcance su temperatura de incandescencia, lo que provoca una emisión de radiaciones luminosas (párr. 3).

1. Capa de cristal de la bombilla
2. Gas a baja presión (Argón, Neón, Nitrógeno)
3. Filamento (Tungsteno)
4. Alambre de contacto
5. Alambre de contacto
6. Alambre de soporte
7. Tronco hecho de cristal
8. Alambre de contacto
9. Casquillo
10. Aislante de vidrio
11. Contacto eléctrico

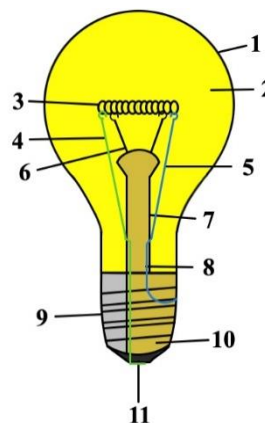


Figura 1.25 Representación esquemática de los componentes de un foco incandescente.

- Lámparas halógenas: La empresa Philips (2015) explica que las lámparas halógenas cuentan con un funcionamiento similar al de las lámparas incandescentes, con la diferencia de que se sustituyó el gas aditivo que contenían las incandescentes a un gas halógeno con la finalidad de aumentar su eficacia luminosa (párr. 4).

1. Casquillo
2. Sustancia fluorescente
3. Alambre conductor
4. Resistencia
5. Electrodo auxiliares
6. Electrodo principales
7. Soporte-Alambre conductor
8. Tubo de descarga
9. Gas relleno a baja presión
10. Capa de cristal

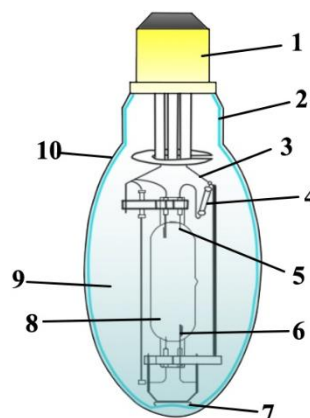


Figura 1.26 Representación esquemática de los componentes de un foco de halógeno.

- Lámparas Fluorescentes: El centro integrado de formación profesional BirtLH (2017) en su tema 2.2 “Lámparas fluorescentes”, expresa que el funcionamiento de estas lámparas consiste en un electrodo que al calentarse genera electrones que ionizan el argón (ubicado dentro de un tubo junto con mercurio en forma líquida y gaseosa), formando un plasma capaz de conducir electricidad con la finalidad de excitar los átomos de mercurio que, como consecuencia, emiten luz visible y ultravioleta. (párr. 2).

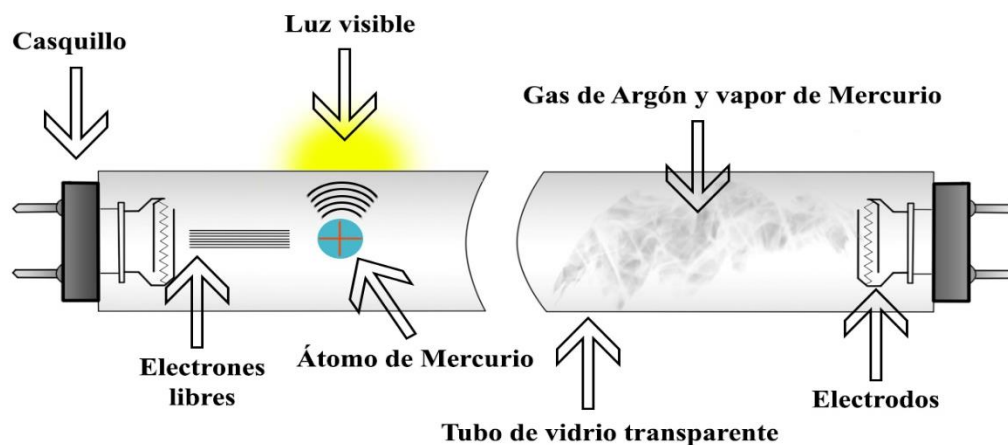


Figura 1.27 Representación esquemática de los componentes de un foco fluorescente.

- Lámparas LED: El funcionamiento de estas lámparas consiste en un conjunto de LED's (conectados en serie o en circuito mixto dependiendo del fabricante), regulados por un driver que se encarga de transformar y disminuir la tensión de la red eléctrica doméstica al tipo de corriente necesaria para el correcto funcionamiento de los LED's (LedBox, 2018). Hoy en día las lámparas LED son consideradas las luces más eficientes del mercado, para su uso en espacios abiertos y calles, edificios, interiores, entre otros, debido a su larga vida útil, alto ahorro energético y alto rendimiento lumínico (Schwartz, 2018).

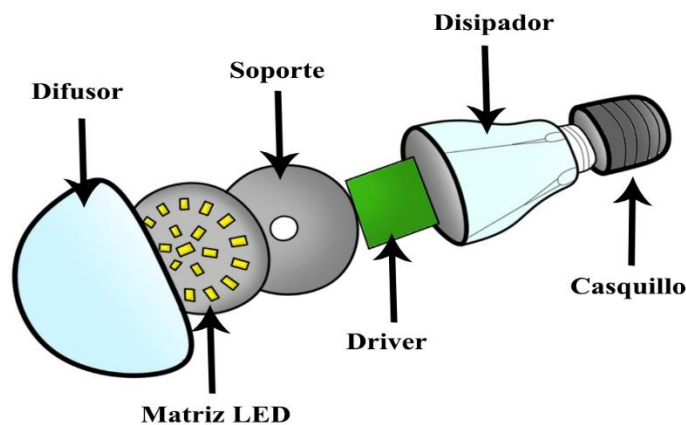
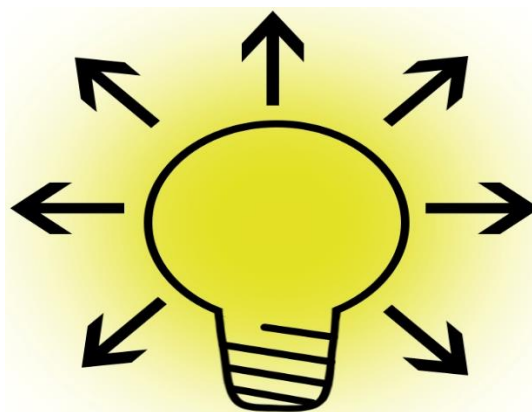


Figura 1.28 Representación esquemática de los componentes de un foco LED.

1.3.3.1 Características de las fuentes de luz artificial

Es importante tener en cuenta una serie de características físicas básicas al momento de seleccionar una fuente de iluminación artificial. El centro integrado de formación profesional BirtLH (2016) en su tema 1.1 “Características de las fuentes de luz”, identifica las magnitudes físicas necesarias para la evaluación y comparación de las fuentes de iluminación de la siguiente forma:

- Flujo luminoso (Su unidad es el *lumen* (lm)): Es la cantidad de luz emitida en un segundo, en todas las direcciones. y se representa por la letra griega Φ . Las lámparas van perdiendo potencia luminosa con el tiempo; es decir, "envejecen". Se le llama vida útil o duración útil de una lámpara, al tiempo transcurrido para que el flujo luminoso de una lámpara haya descendido a un 80% del flujo luminoso inicial.



Flujo luminoso

Figura 1.29 Representación gráfica de la característica de flujo luminoso producida por un foco incandescente.

- Intensidad luminosa (Su unidad es la *candela* (cd)): A veces es necesario saber cómo se distribuye el flujo luminoso en cada una de las direcciones. Por ello se define como intensidad luminosa a la cantidad de luz emitida en un cono cuyo vértice es la lámpara. Se simboliza con la letra I .

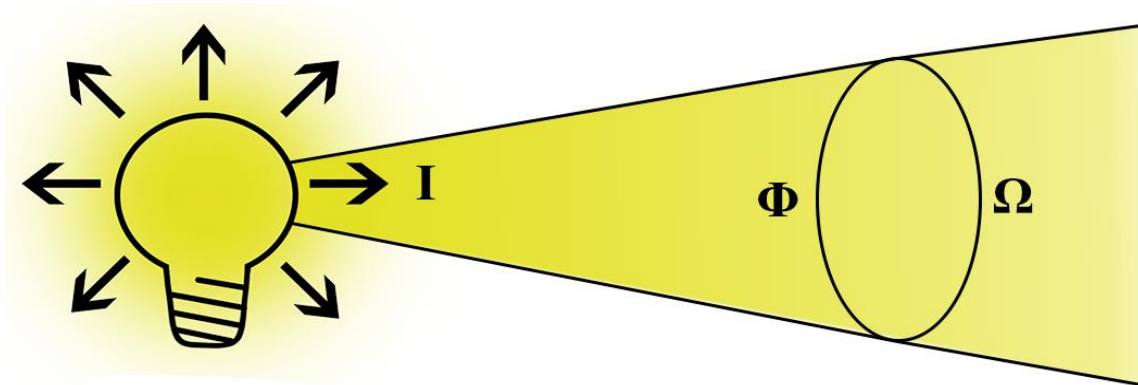


Figura 1.30 Ejemplificación gráfica de la característica de intensidad luminosa producida por un foco incandescente.

- Iluminancia o nivel de iluminación (Su unidad es el *lux* (lx)): Se define la iluminancia como el cociente entre flujo y superficie ($E = \Phi/S$). Este concepto se comprende mejor cuando analizamos lo ocurrido al iluminar con una linterna una pared y nos vamos alejando progresivamente. Podemos comprobar que situando la linterna muy cerca de la pared veremos un círculo pequeño pero con una luz muy intensa, sin embargo, cuando nos alejamos veremos un círculo grande pero poco iluminado.

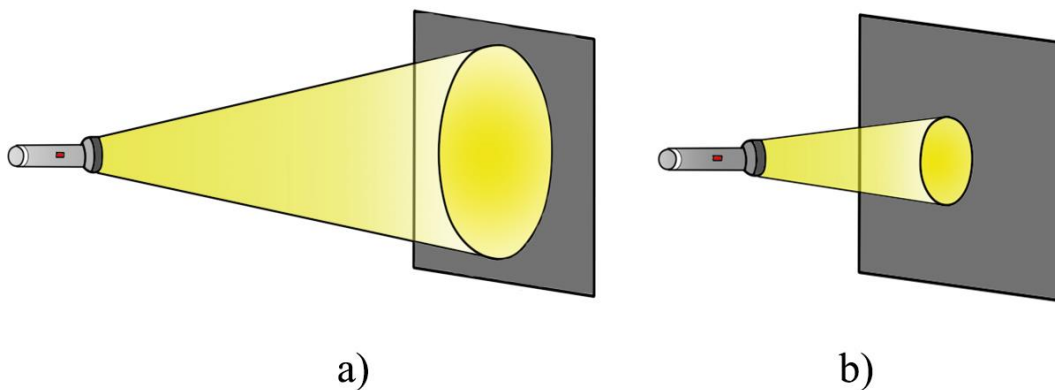


Figura 1.31 Ejemplificación gráfica de la característica de iluminancia al proyectar luz proveniente de una lámpara sobre: a) un objeto lejano y b) un objeto cercano.

- Luminancia (su unidad es la *candela/metro cuadrado* (cd/m^2)): Se define la Luminancia como la relación entre la intensidad luminosa y la superficie aparente vista por el ojo en una dirección determinada; en otras palabras, la luminancia mide la luz que llega al ojo, y que por lo tanto vemos. Se simboliza con la letra L.

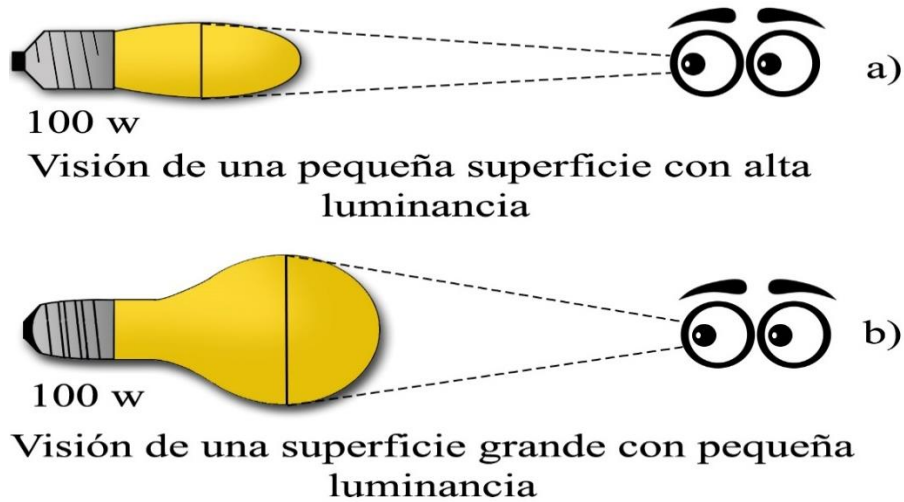


Figura 1.32 Efecto producido sobre el ojo humano por la característica de luminancia de la luz.

- Temperatura de color (Su unidad es el *Kelvin* (K)): La temperatura de color nos mide "lo blanca que resulta la luz" y se mide en kelvin. Las luces más "amarillentas" tienen una variación de temperatura (T^a) de color más baja (<3000 K), mientras que las más "azuladas" tienen mayor T^a (>6000 K). En el lenguaje común, acostumbramos a hablar de luces frías y cálidas. Las luces frías son las que tienen radiaciones cercanas al azul y al verde, mientras que las luces cálidas son las que tienen radiaciones más cercanas al rojo y amarillo.

Escala de temperatura en grados Kelvin

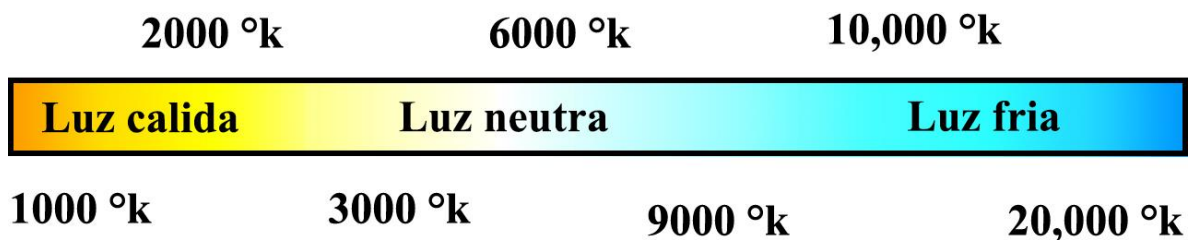


Figura 1.33 Representación gráfica de la escala de temperatura en Kelvin para los diferentes tonos de color emitidos por la luz.

- Rendimiento luminoso o eficacia luminosa (su unidad es *lúmenes/vatio* (lm/W)): Se define como rendimiento luminoso, a la relación entre el flujo total producido por la lámpara (medido en lúmenes) y la potencia eléctrica consumida por la lámpara (expresada en vatios). Esta magnitud es muy importante a la hora de elegir un sistema de alumbrado, ya que cuanto mayor sea el rendimiento luminoso de una lámpara, menor será su consumo de energía eléctrica. Se simboliza por la letra griega η .

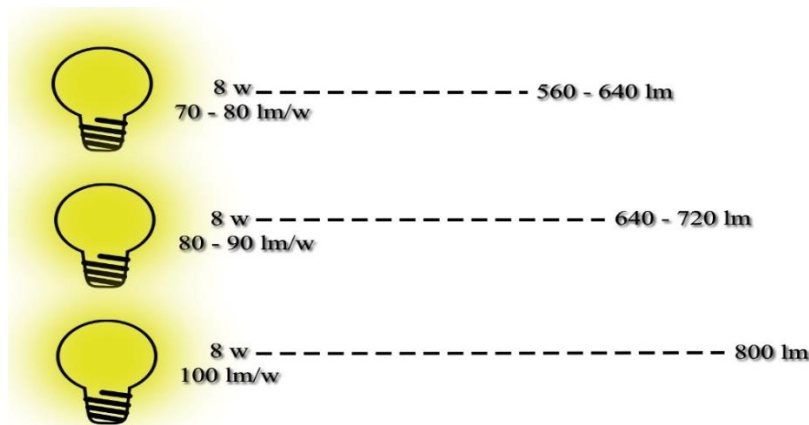


Figura 1.34 Ejemplificación del rendimiento luminoso de algunos tipos de lámparas.

- Índice de reproducción cromática (IRC): Indica el grado de calidad que poseen las fuentes luminosas para reproducir los colores lo más exactamente posible. Si el IRC es menor de 40, se considera que el nivel de reproducción cromática es limitado, y cuando tenemos un valor cercano a 100, se considera que el nivel de reproducción cromática es excelente. (párr. 2-18)



Figura 1.35 Comparación entre diferentes índices de reproducción cromática (IRC) sobre una misma imagen.

Diseño del sistema de control para el reactor fotoquímico

2

Esquema del capítulo

2.1 Diseño, adaptación y montaje de la estructura para el reactor	35
2.2 Diseño de la tarjeta de propósito general	40
2.3 Costos y Presupuestos de los componentes electrónicos, módulos, sensores y equipos.....	87
2.4 Diagramas de flujo y programación empleados en la tarjeta de propósito general	92

Resumen del capítulo

Partiendo de los conceptos y definiciones vistas en el capítulo 1, las cuales permiten una comprensión básica sobre qué es un reactor fotoquímico y cómo funciona; en este capítulo se hablará sobre el proceso de selección y ensamblaje de los materiales empleados para el reactor, asimismo se hará una descripción concreta de los tipos de sensores, módulos y componentes electrónicos empleados en la tarjeta de propósito general y de igual modo se mencionara el proceso de diseño para el circuito esquemático e impreso para la tarjeta.

2.1 Diseño, adaptación y montaje de la estructura para el reactor

Como innovación para la construcción del reactor fotoquímico se implementó una superficie de canal tipo Fresnel (la cual se verá a profundidad en el capítulo 3) como un reflector usando dos diodos emisores de luz de alta potencia como una fuente de iluminación de 200 watts, por lo cual es necesario contar con una estructura que permita un fácil montaje de los materiales y aditamentos esenciales para la irradiación de las sustancias químicas. Es por ello que en este subcapítulo se describe de manera general los tipos de materiales y el proceso realizado en el montaje de la estructura.

2.1.1 Materiales empleados en la estructura

En el diseño y montaje del reactor fotoquímico empleando un sistema de control con desplazamiento por puntos de coordenadas, se implementó una superficie de canal tipo Fresnel como un reflector usando dos diodos emisores de luz (LED 's) de alta potencia, como una fuente de iluminación, se construyó una estructura con dimensiones de 600mm x 400mm de perfil estructural de aluminio para dar soporte y movilidad a una sustancia química con el propósito de irradiarla. A continuación se describe las características de los tipos de materiales utilizados en la estructura.

1. Perfil de aluminio estructural 20x20. La organización Modular Aluminum Systems [MOAS] (2020) da a conocer en su página de internet las siguientes características:
 - a) Material: aleación de aluminio 6063 con temple T6, acabado anodizado natural mate.
 - b) Resistencia a la tensión: mínima 260 N/mm²
 - c) Elongación (en muestras de 2''): -8% mínimo.
 - d) Módulo de elasticidad: 70,000 N/mm².
 - e) Dureza: 75 HB 2.5/187.5
 - f) Resistencia a la temperatura: material estable de -40 a 200° C
 - g) Tolerancia dimensional: +- 0.2-0.4 mm
 - h) Torsión (por cada 300 mm): no mayor a 0.25°
 - i) Planicidad: 0.10 por cada 25 mm de ancho.

-
2. Perfil de aluminio estructural 20x40. En su página de internet la organización MOAS (2020) estipula las siguientes características:
 - a) Material: aleación de aluminio 6063 con temple T6, acabado anodizado natural mate.
 - b) Resistencia a la tensión: mínima 260 N/mm²
 - c) Elongación (en muestras de 2''): -8% mínimo.
 - d) Módulo de elasticidad: 70,000 N/mm².
 - e) Dureza: 75 HB 2.5/187.5
 - f) Resistencia a la temperatura: material estable de -40 a 200° C
 - g) Tolerancia dimensional: +- 0.2-0.4 mm
 - h) Torsión (por cada 300 mm): no mayor a 0.25°
 - i) Planicidad: 0.10 por cada 25 mm de ancho.

 3. Rueda 625Z para perfil de aluminio. La organización Electronilab (2019) presenta las siguientes características.
 - a) Tamaño de rueda: DI=5 mm, DE=21.5mm, ancho=7mm
 - b) Tipo de contorno: Redondo
 - c) Balero.: 625Z
 - d) Material: acero / cromo
 - e) Material de la Rueda: POM (Polioximetileno)
 - f) tipo de sello: Z
 - g) Color: blanco
 - h) Peso: 20g Aproximadamente.

 4. Polea Dentada GT2 20 dientes 6mm. La empresa Geek Factory (2020 -a) indica las siguientes características.
 - a) Diente redondo
 - b) Diámetro interno: 6 mm
 - c) Incluye doble prisionero y motor de flecha plana para excelente agarre
 - d) Diámetro externo: 12.2 mm dentro del canal
 - e) Número de dientes: 20
 - f) Distancia entre dientes: 2 mm
 - g) De aleación de aluminio
 - h) Ancho del canal: 10 mm
 - i) Medidas 10 x 19 x 29 mm
-

5. Banda dentada GT2 6mm. La tienda en línea Laniakea (s. f.) destaca las siguientes características:
 - a) Material: Poliuretano
 - b) Diente redondo de 2mm entre diente
 - c) Altura de diente: 0.76mm
 - d) Altura total: 1.52mm
 - e) Ancho de 6.3mm

6. Escuadra exterior para perfil de Aluminio estructural 20x20. La empresa Opac components (s. f.) en su página de internet muestra las siguientes características:
 - a) Material: Zamak
 - b) Acabado: Sin recubrimiento.
 - c) peso aproximado: 13.2 gramos.
 - d) Diámetro de perforación: 5.5mm

7. Varilla guía lisa. La empresa Orgontec (s. f.) presenta las siguientes características:
 - a) Material: Acero 1045
 - b) Espesor: 5mm
 - c) Acabado: Cromado

8. Separador circular 12mm. En su página de internet la empresa Mouser Electronics (s. f.) muestra las siguientes características:
 - a) Material: Nylon.
 - b) Longitud: 12mm.
 - c) Diámetro exterior: 8mm.
 - d) Diámetro interior: 5.3mm.

9. Rectángulo de acrílico. En su página de internet la empresa Plastitec (2019) menciona las siguientes características:
 - a) Material: Polímero termoplástico
 - b) Espesor: 8mm
 - c) Color: Cristal
 - d) Acabado: Brillante

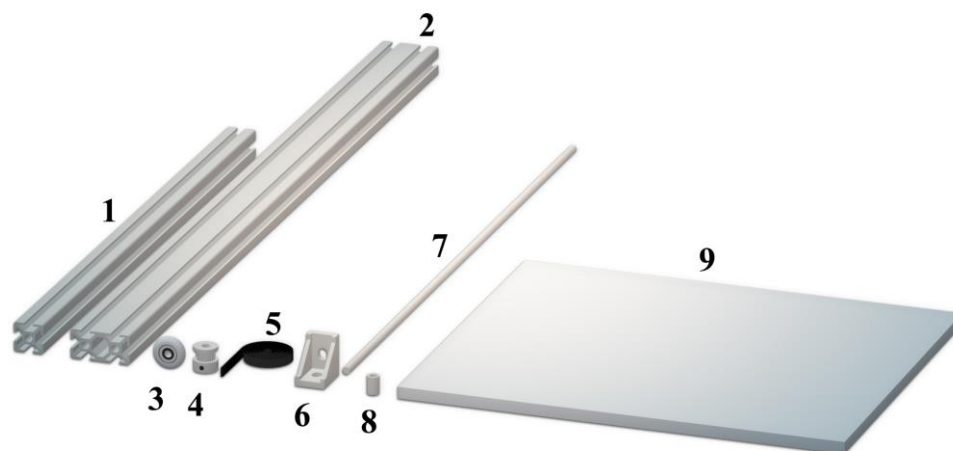


Figura 2.1 Modelado en 3D de los materiales empleados en la estructura para el reactor fotoquímico.

2.1.2 Montaje de la estructura

El primer paso en el ensamblaje de la estructura del reactor fotoquímico, consistió en usar dos barras de perfil de aluminio estructural 20x20 con una longitud de 400mm, y dos barras de perfil de aluminio estructural 20x40 con una longitud de 600mm, en conjunto con una serie de escuadras exteriores para perfil de aluminio estructural 20x20 con el propósito de formar un rectángulo que sirva de sustento para dar soporte y fijación a todos los elementos que permiten la irradiación de las sustancias químicas. Así mismo, para dar soporte a la estructura resultante, se emplearon cuatro piezas de acrílico con medidas de 45 mm x 75mm, las cuales fueron diseñadas previamente mediante un software de diseño para dibujo en 2D y modelado en 3D, para realizar el corte de las piezas utilizando un láser de potencia.

Como segundo paso, empleando el software de diseño para dibujo en 2D y modelado en 3D mencionado anteriormente, se diseñaron cuatro piezas de acrílico, de las cuales dos cuentan con medidas de 130mm x 69mm y dan sujeción a un perfil de aluminio estructural 20x40 con una longitud de 400mm; las dos piezas restantes con medidas de 70mm x 90mm, soportan una base diseñada e impresa en 3D que fija a un sensor de luz y a su vez da soporte a la sustancia química.

Con la finalidad de permitir un desplazamiento dentro de los ejes “x” y “y”, se empleó un conjunto de ruedas 625Z junto con poleas dentadas GT2, bandas dentadas GT2, una varilla guía lisa y motores a pasos como se muestra en la Figura 2.2.

Como paso final, se diseñó, se modeló y se imprimieron en 3D dos bases que sostienen dos LED's de alta potencia de 100W, que servirán como fuente de iluminación para la sustancia. Así mismo el diseño de estas bases cuenta con un mecanismo de rotación que permite aumentar o disminuir el punto de interferencia de la luz emitida entre ambas fuentes. Es importante mencionar que para la unión y fijación de las diferentes piezas que conforman la estructura, se usaron tornillos de diferentes medidas y tipos.

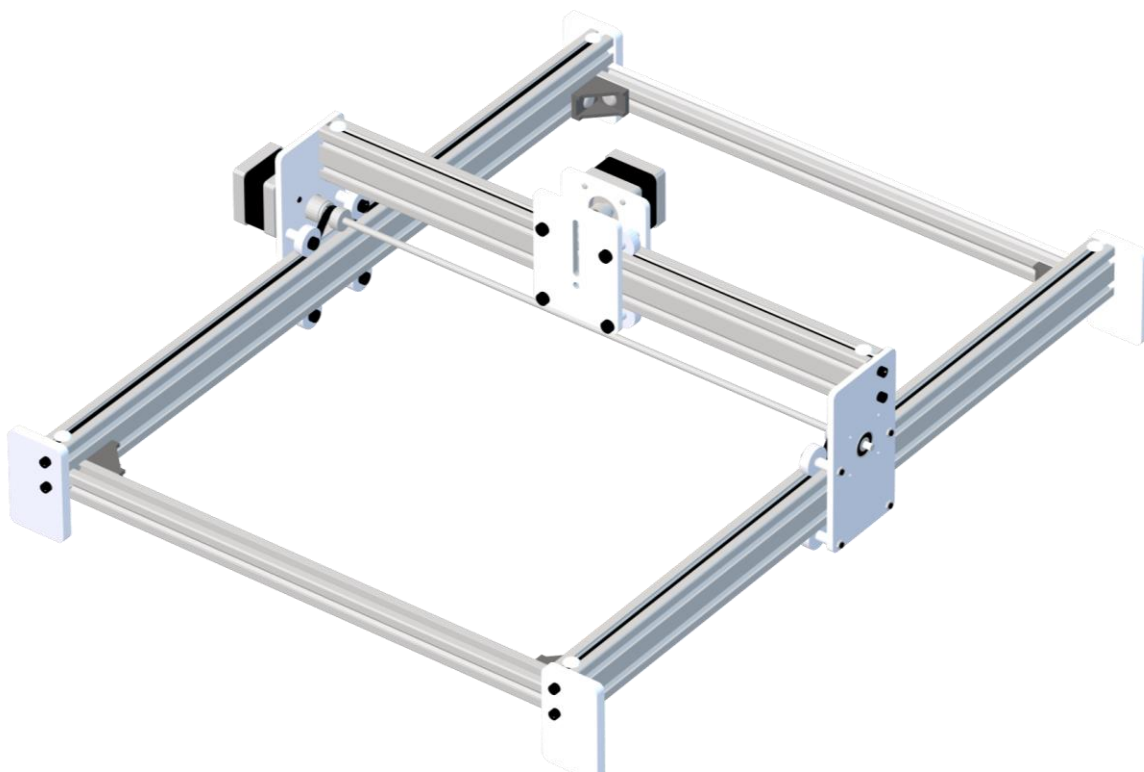


Figura 2.2 Modelado en 3D de la estructura empleada para el reactor fotoquímico.

2.2 Diseño de la tarjeta de propósito general

Para el desplazamiento por puntos de coordenadas de un reactor fotoquímico cuya estructura se describió en el subcapítulo anterior, es necesario en este subcapítulo realizar una tarjeta de propósito general que sea capaz de controlar el desplazamiento del sistema en los ejes “x” y “y” para el desarrollo de este caso particular (sin embargo, esta tarjeta está diseñada para la implementación de un tercer eje “z”), activar un mecanismo de refrigeración y/o calefacción, así como también medir temperatura y cantidad de luz. A continuación se hará una descripción general de los tipos de sensores, componentes electrónicos y tarjetas de desarrollo empleadas en la placa de circuito impreso, con el propósito de seleccionar aquellos elementos o materiales óptimos para el desarrollo del proyecto.

2.2.1 Tarjetas de desarrollo

Concepción (2019) define a la tarjeta de desarrollo como:

Una placa o circuito que contiene un microcontrolador principal que corre o ejecuta una serie de instrucciones de un programa suministrado. Alrededor de este procesador o unidad principal se ha creado un diseño electrónico que permite: la programación del componente, suministra el voltaje adecuado para el correcto funcionamiento del controlador y proporciona acceso a las entradas y salidas del microcontrolador para la conexión de sensores y actuadores. Hoy en día existe una gran variedad de tarjetas de desarrollo, cada una con características especiales dependiendo de las aplicaciones a las que se enfocan, como podría ser: el diseño electrónico, dispositivos IoT (Internet de las cosas), e incluso dispositivos con inteligencia artificial y redes neuronales. (párr. 3)

Las tarjetas de desarrollo más conocidas a día de hoy son:

- Arduino: “Es una plataforma de desarrollo basada en una placa electrónica de hardware libre que incorpora un microcontrolador re-programable y una serie de pines hembra que permiten establecer conexiones entre el microcontrolador y los diferentes sensores y actuadores” (MIC electronics, 2020, párr. 1).
- Raspberry Pi: “Es un pequeño computador que corre un sistema operativo linux siendo capaz de hacer la mayoría de las tareas típicas de un computador de escritorio. Es posible emplear lenguajes como Scratch y Python para su programación” (MIC electronics, 2019, párr. 1).
- FPGA: Es un circuito integrado de electrónica digital, que tiene la capacidad de reconfigurar el hardware en su interior. Esto plantea la posibilidad de que es el propio FPGA el que se reforma o reconstituye internamente para que sea un dispositivo con una aplicación específica, desde una calculadora sencilla hasta uno o varios microprocesadores funcionando al mismo tiempo en paralelo. (Arteaga, 2018, párr. 3)
- ESP32: Es un único chip combinado de Wi-Fi y Bluetooth de 2,4 GHz diseñado con la tecnología TSMC de 40nm de potencia ultra baja. Está diseñado para lograr la mejor potencia y rendimiento de RF, mostrando robustez, versatilidad y confiabilidad en una amplia variedad de aplicaciones y escenarios de energía. (Espressif Systems, 2020, pág. 1)

2.2.2 Sensores

La empresa Logicbus (s. f.) define a los sensores como “dispositivos que nos permiten convertir un parámetro físico, biológico o químico en una señal eléctrica, por ejemplo: temperatura, presión, flujo o vibraciones. Los sensores también miden algunos parámetros físicos y regresan datos digitales representando dicho parámetro” (párr. 1). En seguida se hará mención de los tipos de sensores que se emplearon en el desarrollo del arreglo experimental, así como de los modelos más comunes que se pueden encontrar para cada tipo de sensor.

2.2.2.1 Sensores de temperatura

El grupo Siber Ventilación (2019) en su página de internet menciona lo siguiente:

Los sensores de temperatura están formados por mecanismos muy sencillos constituidos por dos materiales metálicos de diferente naturaleza conectados mediante uniones llamadas unión fría y unión caliente. El grado de temperatura que detectan estas uniones genera una diferencia de potencial estrechamente dependiente de la naturaleza de los materiales. El sensor térmico transforma esta diferencia de potencial en una señal eléctrica. (párr. 4)

J. García (2018) enuncia que “Los principales factores que diferencian a los tipos de sensores son: El tiempo de respuesta, la sensibilidad, el offset, la precisión entre la temperatura real y la temperatura medida, así como la temperatura máxima y mínima que admiten” (párr. 4).

Hay una gran variedad de sensores que nos permiten medir la temperatura, sin embargo solamente los siguientes sensores pueden ser empleados mediante una tarjeta de desarrollo:

- Termopares: “Un termopar es un dispositivo formado por la unión de dos metales distintos que produce un voltaje (efecto Seebeck), que es función de la diferencia de temperatura entre uno de los extremos denominado "punto caliente" o unión caliente o de medida y el otro denominado "punto frío" o unión fría o de referencia” (Logicbus, 2019, párr. 7).

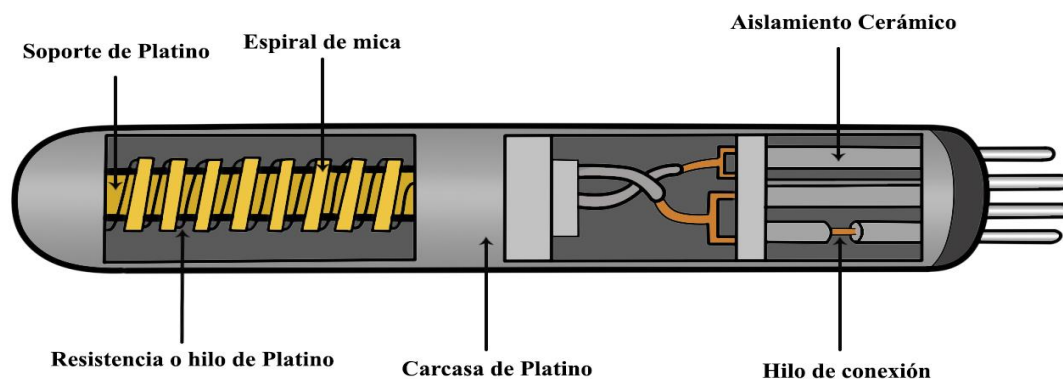


Figura 2.3 Estructura interna de un sensor de temperatura (Termopar).

- Detector de temperatura resistivo (RTD): Los termómetros de resistencia se basan en la dependencia de la resistencia eléctrica de un material con la temperatura, es decir, son capaces de transformar una variación de temperatura en una variación de resistencia eléctrica. Los RTD son inmunes a los ruidos eléctricos y adecuados para medir la temperatura en ambientes industriales, por ejemplo, alrededor de motores, generadores y equipos de alta tensión. (Logicbus, 2019, párr. 8)

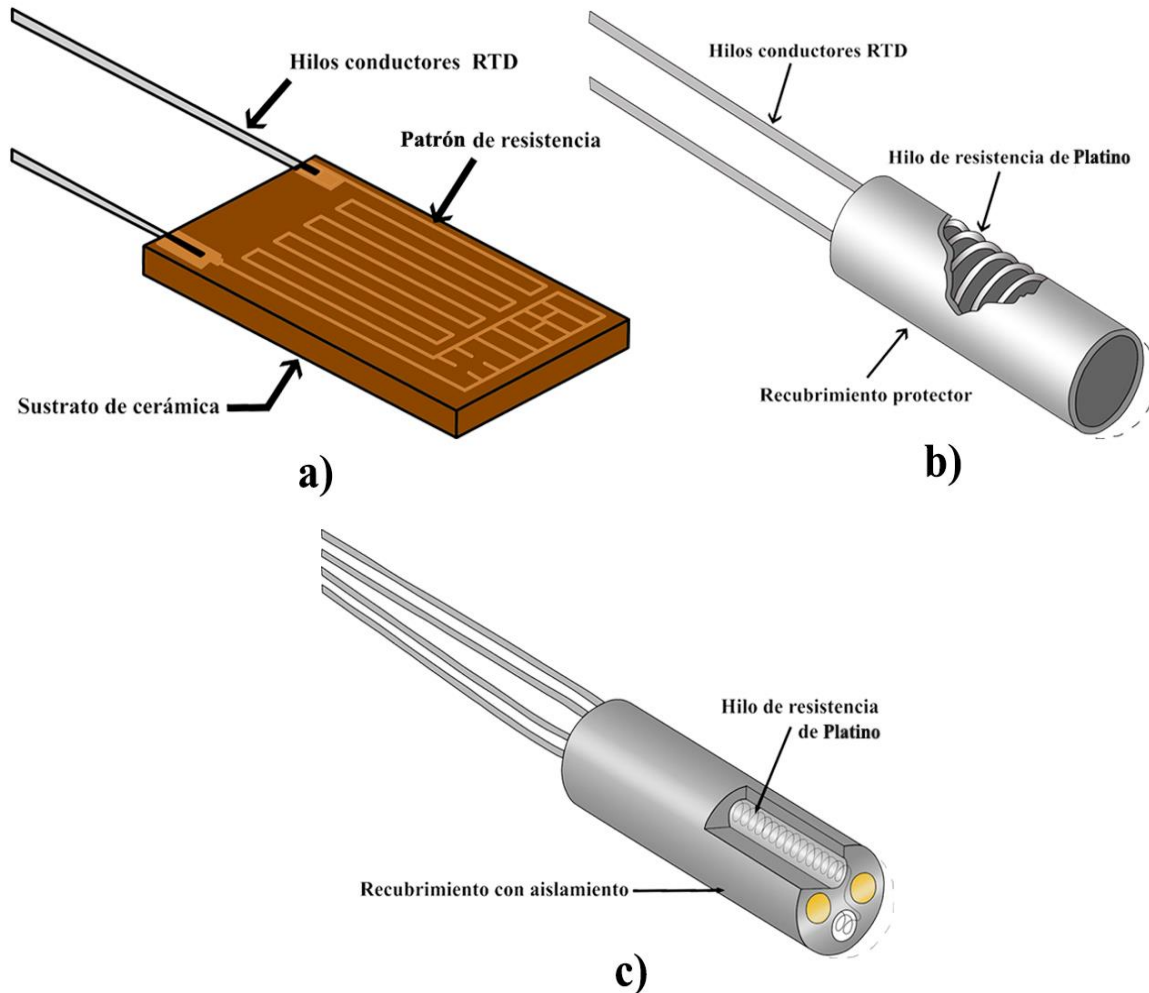


Figura 2.4 Estructura interna de los sensores de temperatura (resistivo) en su modelo de: a) Hilo enrollado, b) Capa fina y c) Elemento en espiral.

- Termistor: La empresa Logicbus (2019) plantea que los termistores “usan electrodos internos que detectan el calor y lo miden a través de impulsos eléctricos. Dicho en otras palabras, un termistor es un resistor sensible a la temperatura” (párr. 4). Logicbus también clasifica a los termistores según su funcionamiento en dos tipos:
- Termistores NTC - Este tipo de termistores son empleados cuando es necesario un cambio continuo de la resistencia en una amplia gama de temperaturas. Ofrecen estabilidad mecánica, térmica y eléctrica, junto con un alto grado de sensibilidad.
 - Termistores PTC - Estos termistores son seleccionados cuando se requiere un cambio drástico en la resistencia a una temperatura específica o nivel de corriente.

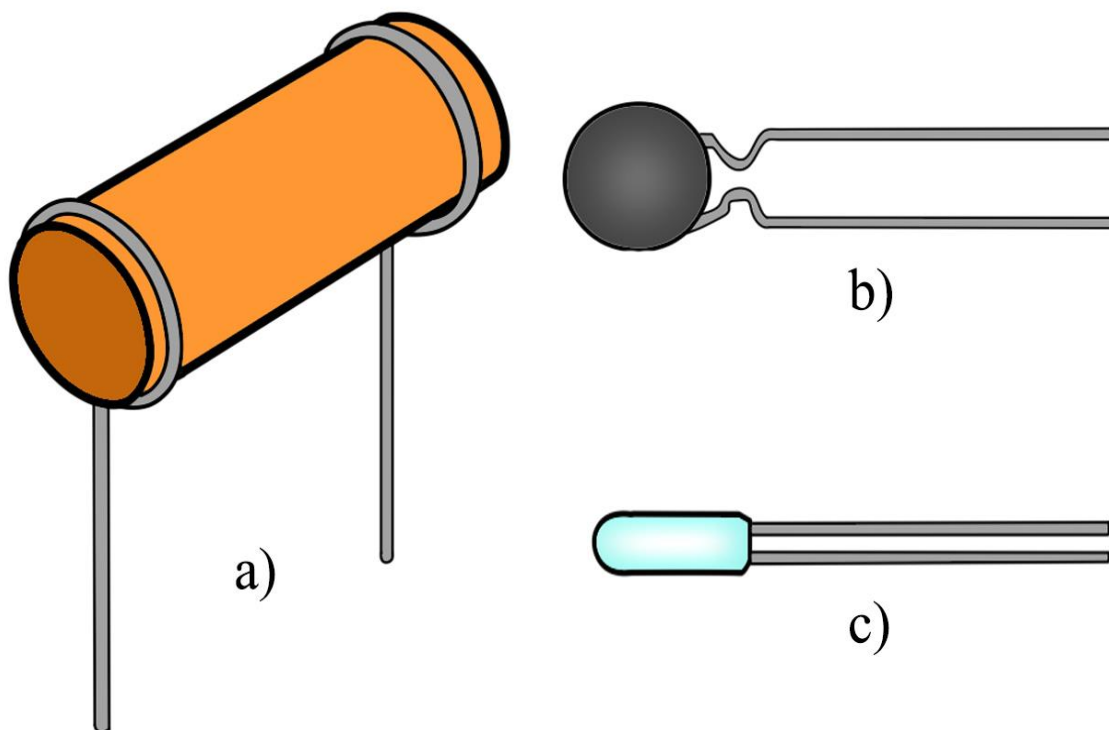


Figura 2.5 Representación de los sensores de temperatura (termistor) en su modelo de: a) Barra, b) Disco y c) Gota de vidrio.

- Infrarrojo: Los sensores de temperatura infrarrojos o sondas de temperatura por infrarrojos, son sensores para medida de temperatura sin contacto. Esto permite realizar medidas de temperatura con alta precisión para rangos amplios de temperatura en objetos y materiales inaccesibles o en movimiento. Estos sensores son óptimos para la industria alimenticia, del vidrio, papelera, del plástico, acerera, asfáltica, automotriz y energética. (Logicbus, 2019, párr. 5 y 6)

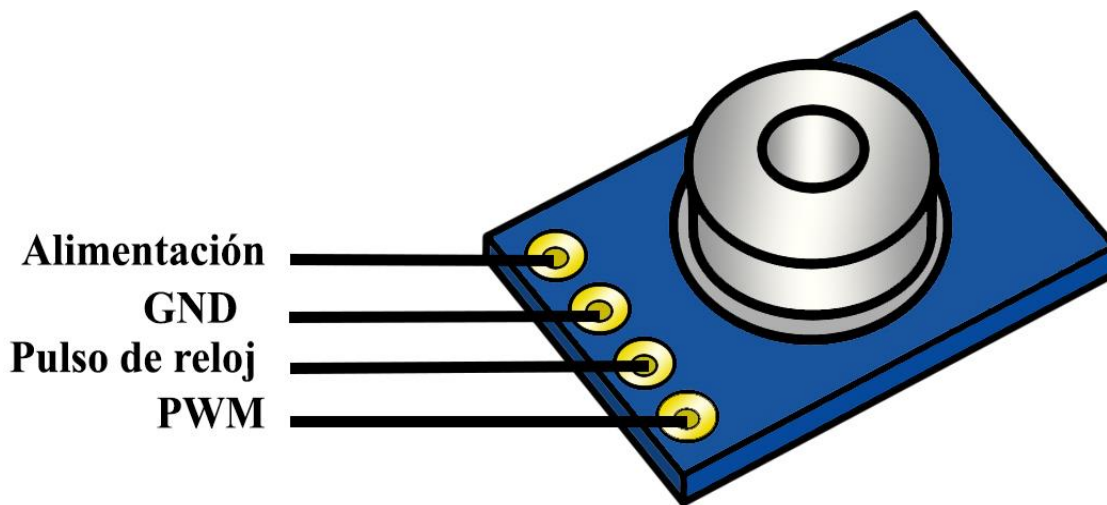


Figura 2.6 Representación de un módulo sensor de temperatura (infrarrojo).

2.2.2.2 Sensores de luz

Naim (2018) declara en su publicación que:

Los sensores de luz se usan para detectar el nivel de luz y producir una señal de salida representativa respecto a la cantidad de luz detectada. Un sensor de luz incluye un transductor fotoeléctrico para convertir la luz a una señal eléctrica y puede incluir electrónica para el condicionamiento de la señal, compensación y formateo de la señal de salida. (párr. 3)

Los tipos de sensores de luz más comunes empleados para microcontroladores y tarjetas de desarrollo son:

- **Fotodiodo:** Son dispositivos semiconductores estándar utilizados para detectar la presencia de luz o fotones y que tienen la capacidad de generar corriente cuando estos fotones entran a su material semiconductor. Cuando los fotones entran en el fotodiodo, se genera una corriente mediante la absorción de los fotones. Los fotodiodos son similares a los diodos tradicionales en sus propiedades de corriente y tensión, a excepción de que están diseñados para exponer el material semiconductor a la luz u otras fuentes UV para permitir la absorción de fotones de manera que se pueda producir un efecto fotoeléctrico y, por lo tanto, hacer que el fotodiodo genere la corriente cuando se absorben los fotones. (Arrow Electronics, s.f. -a, párr. 1) Petriella (2018) define y clasifica a los tipos fotodiodos como:

- **Fotodiodo de juntura PN:** El fotodiodo se construye a partir del contacto de dos materiales semiconductores dopados con impurezas para generar un material con portadores de carga negativa (tipo n), y carga positiva (tipo p). Al ponerlos en contacto se genera un reordenamiento de las cargas generando una cara de cargas positivas y otra de cargas negativas, la zona del medio entre ellas se denomina la zona de depleción. Al incidir la luz en el fotodiodo, los pares hueco-electrón generados debido a la excitación de las moléculas por fotones de energía mayor a la energía del bandgap (brecha de bandas o banda prohibida) del material, se genera una fotocorriente.

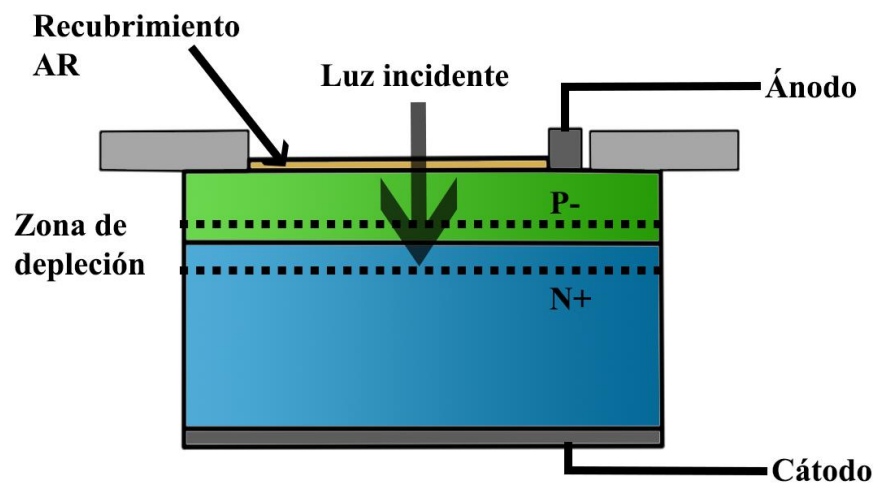


Figura 2.7 Estructura interna de un sensor de luz (fotodiodo de juntura PN).

- Fotodiodo PIN: El fotodiodo PIN agrega una capa de material intrínseco fotosensible entre las junturas PN. Este diseño además de mejorar la respuesta del detector, ensancha la zona de depleción reduciendo la capacidad de juntura. Permitiendo así un aumento del ancho de banda a mismos niveles de sensibilidad respecto a un fotodiodo de tipo PN.

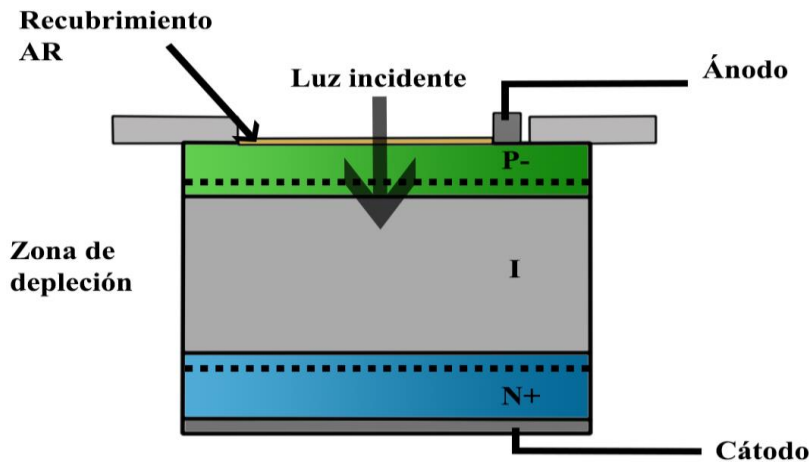


Figura 2.8 Estructura interna de un sensor de luz (fotodiodo de juntura PIN).

- Fotodiodo de avalancha (APD): El fotodiodo de avalancha trabaja con tensiones inversas cercanas al umbral de daño del fotodiodo. De esta forma se aumenta la intensidad del campo eléctrico en la zona de depleción, promoviendo que los pares huecos-electrón generados en la zona adquieran energías necesarias para generar nuevos portadores por efecto avalancha. (pág. 1 y 3)

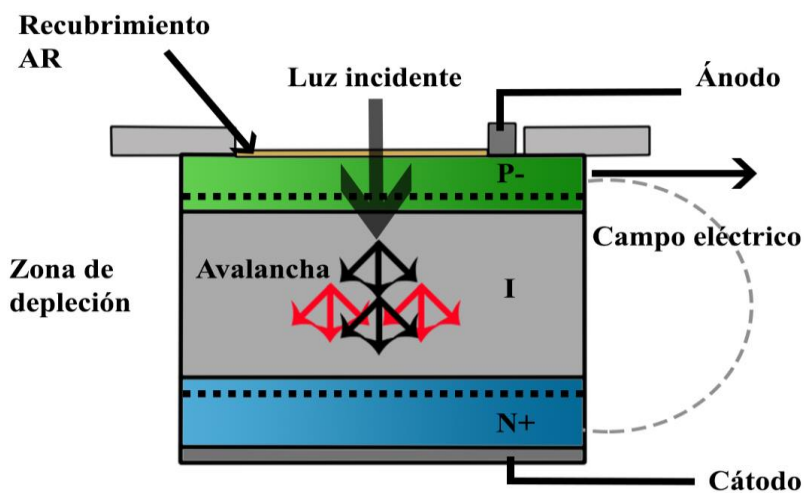


Figura 2.9 Estructura interna de un sensor de luz (fotodiodo de avalancha).

-
- Resistencia dependiente de la luz: En su página de internet Mecatrónica LATAM (2020 -a) menciona que la Resistencia dependiente de la luz o LDR (por sus siglas inglés Light Dependent Resistor) consiste en una resistencia la cual varía su valor en función de la cantidad de luz que incide sobre su superficie. Cuanto mayor sea la intensidad de luz que incide en la superficie del LDR menor será su resistencia y en cuanto menor sea la luz que incida sobre éste mayor será su resistencia (párr. 1). Asimismo, Mecatrónica LATAM propone que las LDR se pueden clasificar según los materiales fotosensibles utilizados para su fabricación o clasificar según su linealidad:
- Según los materiales fotosensible utilizados para su fabricación:
 - Sulfuro de cadmio: Las fotorresistencias elaboradas con este químico son extremadamente sensibles a todo tipo de radiaciones luminosas que son visibles por el ojo humano en el espectro visto en el capítulo 1.3.1.
 - Sulfuro de plomo: Las fotorresistencias elaboradas con este químico son especialmente sensibles a las radiaciones infrarrojas.
 - Según su linealidad:
 - Fotorresistencia lineal: Son más conocidos como fotodiodos pero en algunas aplicaciones es posible utilizar como fotoresistores debido al comportamiento lineal que presentan y su funcionamiento. Se polariza de manera inversa.

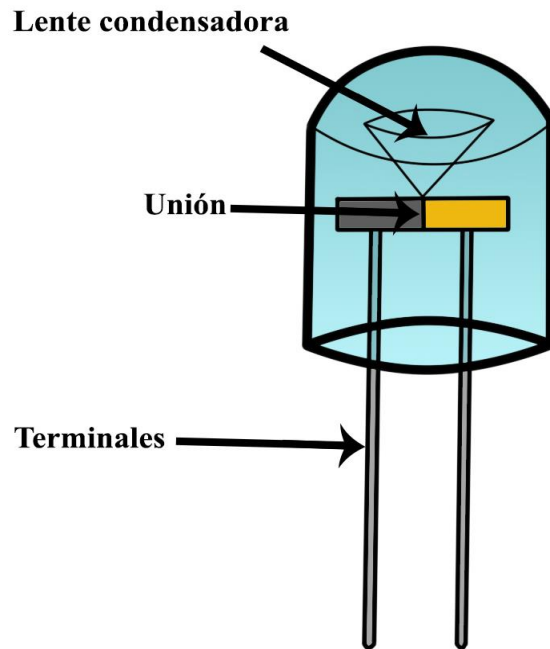


Figura 2.10 Estructura interna de un sensor de luz (fotorresistencia lineal).

- Fotorresistencia no lineal: Son las más comunes y son aquellas cuyo comportamiento no depende de la polaridad con la que se conecte. (párr. 3)

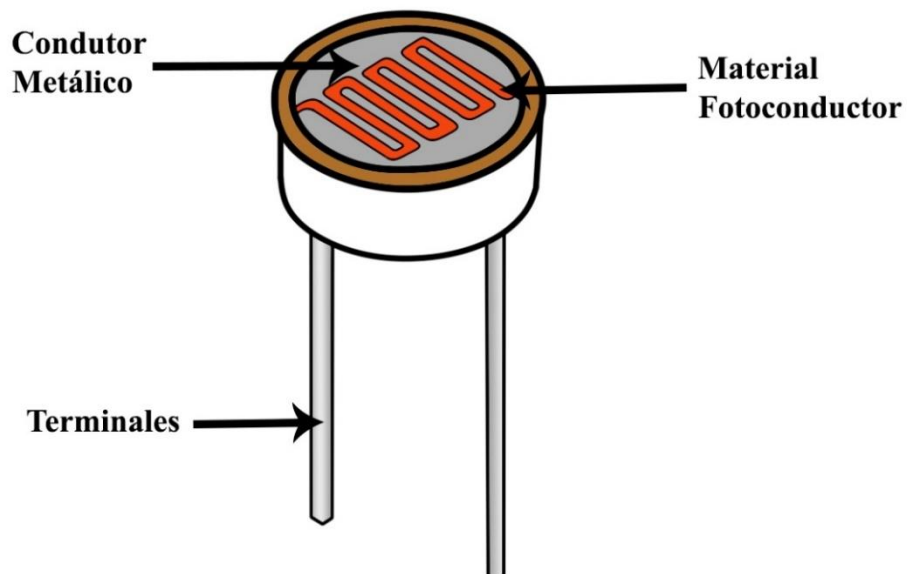


Figura 2.11 Estructura interna de un sensor de luz (fotorresistencia no lineal).

- **Fototransistor:** De acuerdo con Arrow Electronics (s. f. -b), un fototransistor es un elemento electrónico que se basa en la luz como el mecanismo de control de compuerta y regulador de corriente. La mayoría de los fototransistores se fabrican con forma de un transistor bipolar, lo que significa que se utiliza una estructura de base-colector-emisor. La principal diferencia es que el material semiconductor base está diseñado para que sea sensible a una fuente de iluminación. A medida que los fotones entran en la estructura base, se convierten en un flujo de corriente que actúa como la corriente BJT base que actúa para activar el transistor. El fototransistor está alojado en una carcasa transparente para que la luz pase fácilmente. A menudo, tienen carcasas que ayudan a mejorar y enfocar la entrada de luz a los componentes críticos y sensibles del transistor. La corriente que pasa del emisor al colector del fototransistor dependerá de la intensidad de luz que este reciba. (párr. 1)

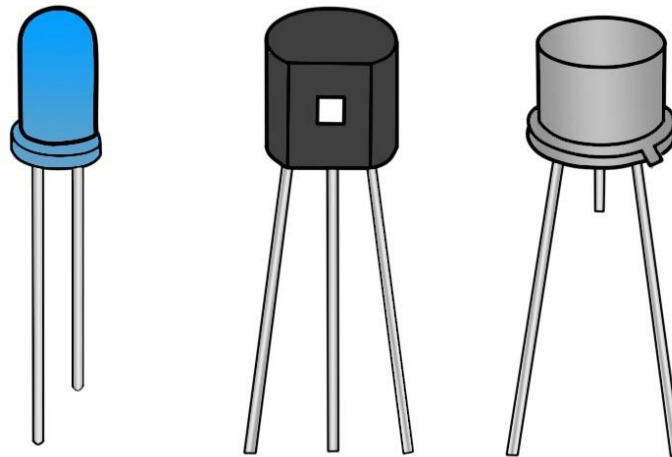


Figura 2.12 Representación de los sensores de luz (fototransistor en sus diferentes modelos).

- **Célula fotoeléctrica:** Artesa Shop (2019) expresa en su sitio web que “Las celdas fotovoltaicas (también llamadas células solares, célula fotovoltaica, fotocélula o celdas solares), son mecanismos o dispositivos eléctricos que consiguen transformar la energía lumínica en energía eléctrica. El principal componente de las celdas fotovoltaicas son los semiconductores” (párr. 3 a 7). Existe una gran variedad de celdas fotovoltaicas de acuerdo a los materiales empleados para su fabricación, sin embargo la organización E4e Soluciones (2020) destaca los siguientes tipos de celdas como las más comunes:

- Silicio Monocristalino (M-SI): Está constituido por un único cristal de silicio con estructura muy uniforme. Se trata de un material de alta pureza que garantiza un rendimiento superior al resto de tecnologías debido a que los átomos de silicio están perfectamente alineados facilitando así la conductividad. Su proceso de fabricación requiere un elevado gasto energético y coste. Estas células fotovoltaicas son reconocibles por tener un color homogéneo azul oscuro y de forma octogonal.
- Silicio Policristalino (P-SI): Está formado por muchos cristales de silicio. En su fabricación se vierte el silicio en moldes cuadrados, por lo que no es necesario biselarlos como los monocristalinos. Su proceso de fabricación es más económico pero su rendimiento también es algo menor. Estas células son reconocibles por tener una superficie y color irregular además de ser células totalmente cuadradas.
- Silicio Amorfo: Los paneles solares de silicio amorfo se fabrican depositando en forma de vapor una película de silicio encima de una superficie de acero generalmente. A causa de su menor densidad de potencia, requieren como mínimo el doble de espacio que el resto de las placas solares para conseguir la misma potencia en vatios. Por ello, la eficiencia del panel solar amorfo no es tan alta como en los paneles cristalinos. Por este motivo se recomiendan siempre y cuando se tenga mucho espacio para colocarlos (párr. 3 a 5).

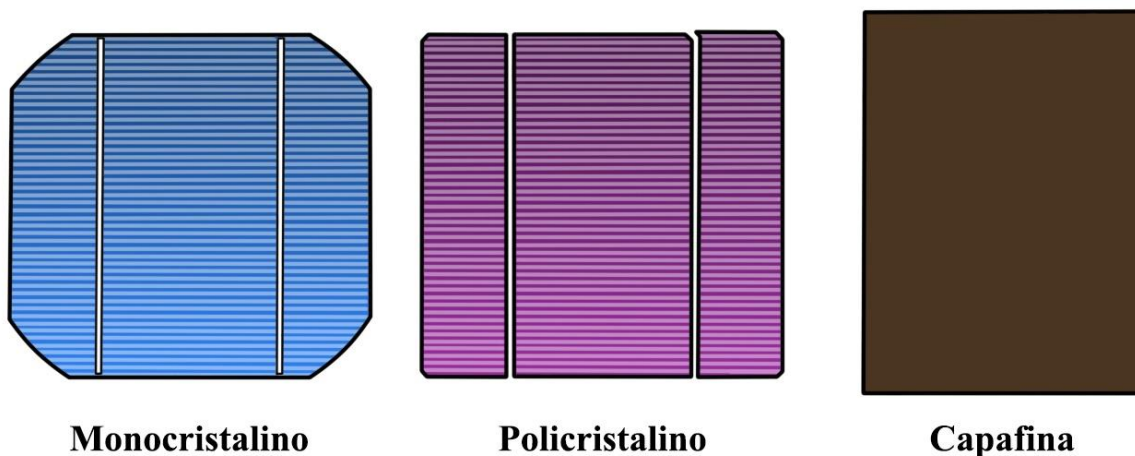


Figura 2.13 Representación de los sensores de luz (celda fotoeléctrica) en sus diferentes modelos.

2.2.2.3 Finales de carrera

El final de carrera se encuentra clasificado dentro de los sensores con contacto físico, para los cuales Colomer (2018) establece que:

Este tipo de sensores necesitan del contacto para determinar lo cerca/lejos que se encuentran de un objeto. Esta característica los limita bastante ya que en muchas aplicaciones cuando se produce el contacto ya es tarde para la correcta reacción, no permitiendo actuar con antelación. Estos sensores se pueden utilizar para detectar objetos a una muy corta distancia pero con alta precisión. (pág. 13)

A su vez Colomer (2018) clasifica a los sensores con contacto físico como:

- Finales de carrera: Son dispositivos que pueden tener un funcionamiento mecánico, eléctrico o neumático, dependiendo si la respuesta que genera el contacto con el obstáculo (objeto a detectar) ocasiona una respuesta mecánica (leva que realiza algún accionamiento), una respuesta neumática (provocando un cambio de presión), o una respuesta eléctrica (provocando una circulación de corriente eléctrica). Los finales de carrera se clasifican en:
 - Mecánico - Neumático: Estos sensores actúan sobre un circuito neumático y su funcionamiento depende de la leva la cual el mecanismo que permite el paso de aire de una terminal de conexión a otra.

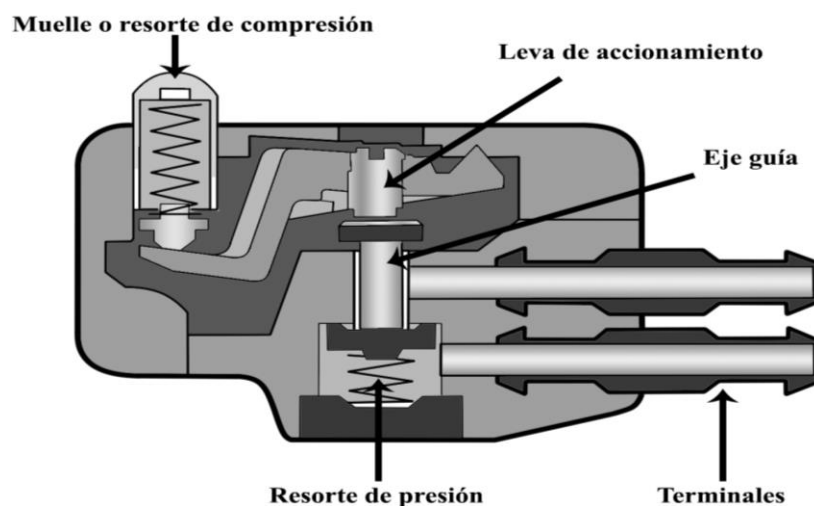


Figura 2.14 Estructura interna de un final de carrera mecánico-neumático.

- Mecánico electrónico: Consta de dos partes principales, una parte mecánica sobre la que hace contacto el objeto la cual desplaza una lámina de contacto que cierra o abre los circuitos electrónicos. Este tipo de sensores disponen de tres terminales de conexión: La terminal común, normalmente marcado con la letra C, la terminal NA (normalmente abierto), que en posición de reposo está abierto pero que se cierra al accionar el interruptor, y la terminal NC (normalmente cerrado), que opera de forma inversa a la terminal NA, cierra el interruptor en reposo y lo desconecta cuando se activa.

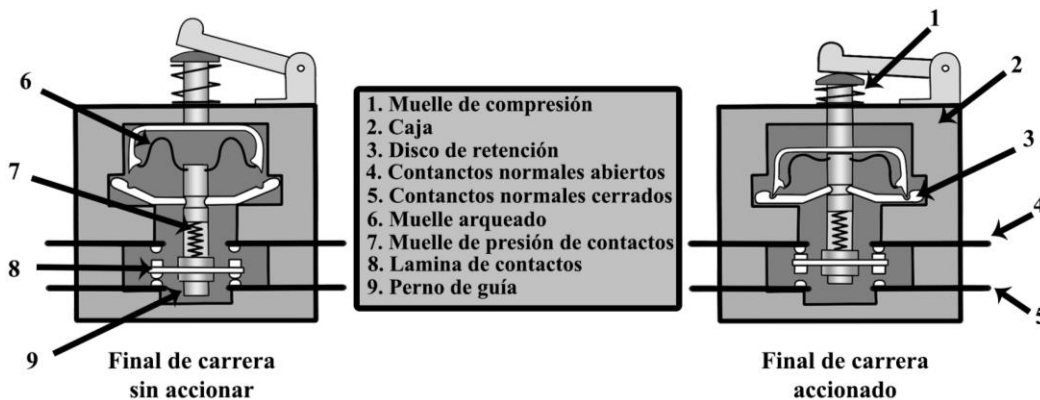


Figura 2.15 Estructura interna de un final de carrera mecánico-electrónico.

- Potenciómetro: Los potenciómetros son transductores de distancia y posición con contacto y rozamiento. La posición del objeto a detectar se obtiene mediante el deslizamiento de unas escobillas sobre una resistencia, en función del punto donde se encuentre la escobilla, dará un valor proporcional en resistencia. (pág. 13, 14 y 17)

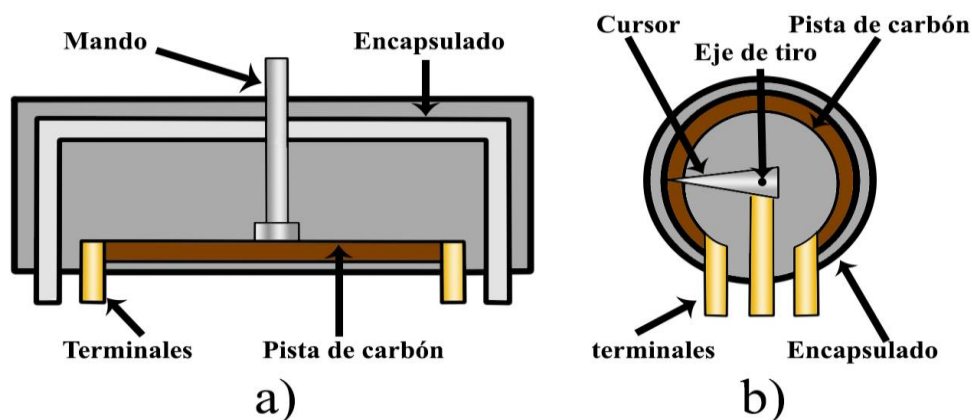


Figura 2.16 Estructura interna de un potenciómetro en sus modelos: a) Lineal y b) Rotativo.

2.2.3 Etapa de la electrónica de potencia

La etapa de electrónica de potencia, es aquella sección de un circuito donde se hace uso de los circuitos electrónicos de potencia; los cuales son definidos por Hart (2001) como:

Los circuitos electrónicos de potencia son aquellos circuitos que convierten la energía eléctrica de un tipo en otro utilizando dispositivos electrónicos. Los circuitos electrónicos de potencia funcionan utilizando dispositivos semiconductores como interruptores, para controlar o modificar una tensión o una corriente. La electrónica de potencia incluye aplicaciones en las que los circuitos procesan milivatios o megavatios. Las aplicaciones típicas de la electrónica de potencia son, entre otras, la conversión de corriente alterna (ca) en corriente continua (cc), la conversión de corriente continua en alterna (cc en ca), la conversión de una tensión continua no regulada en una tensión continua regulada y la conversión de una alimentación alterna de determinada amplitud y frecuencia en otra amplitud y frecuencia distintas. (pág. 1)

2.2.3.1 Relevadores

En el artículo de internet “Cómo funciona un relé o relevador” (s. f.) se define a un relevador como:

Un componente eléctrico que permite abrir o cerrar un circuito en función de una bobina y un electroimán. Este dispositivo permite cerrar y abrir circuitos eléctricos, que pueden ser dependientes o independientes entre sí, para generar movimientos o funciones. La principal ventaja que presentan los relevadores consiste en la posibilidad de controlar circuitos de alto consumo a partir de una débil señal eléctrica (un impulso). Es por esto que los relevadores sirven para accionar un motor, luces, bocina de automóvil, limpiaparabrisas, entre otros. (párr. 2, 5 y 6)

Según Mecatrónica LATAM (2020 -b) “para que un relevador se active es necesario que una corriente eléctrica circule por la bobina, induciendo un campo magnético que permite que el núcleo de hierro actúe como un electroimán generando una fuerza en la armadura que hace cambiar de posición los contactos” (párr. 3).

De acuerdo con la empresa Electrónica Universal de Monterrey (2019), las formas más comunes para clasificar a los relevadores son:

- Por su Composición:
 - Relés Mecánicos: Los relés mecánicos son los relés más grandes y resistentes de todos, están diseñados para corrientes de 2 a 15 Amperes, pero tienen una conmutación relativamente lenta.

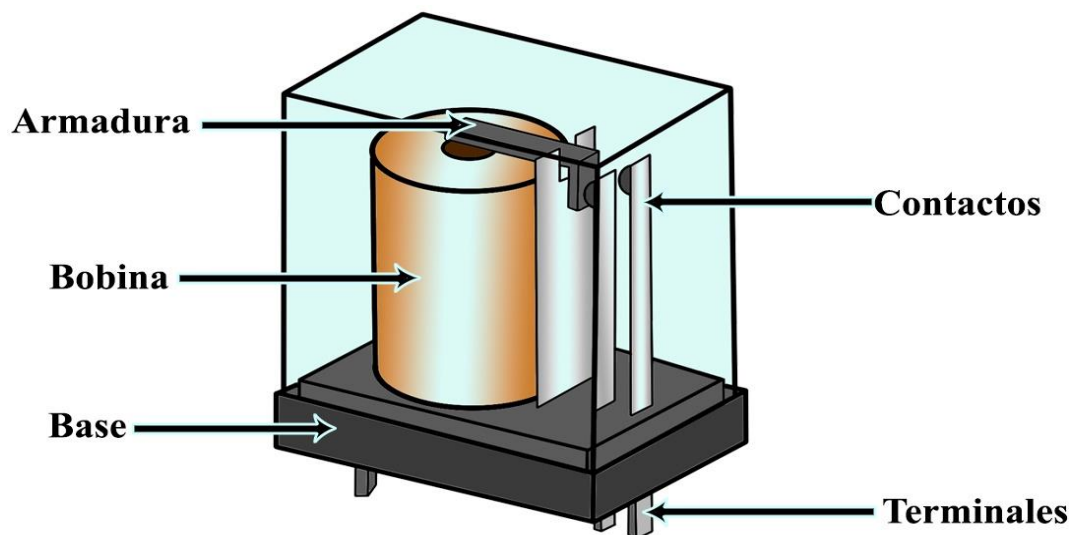


Figura 2.17 Estructura interna de un relevador mecánico.

- Relés de Láminas: Los relés de láminas son más pequeños que la mayoría de los relés mecánicos, están diseñados para corrientes moderadas típicamente de 0.5 a 1 Amper y tienen conmutación moderadamente rápida.

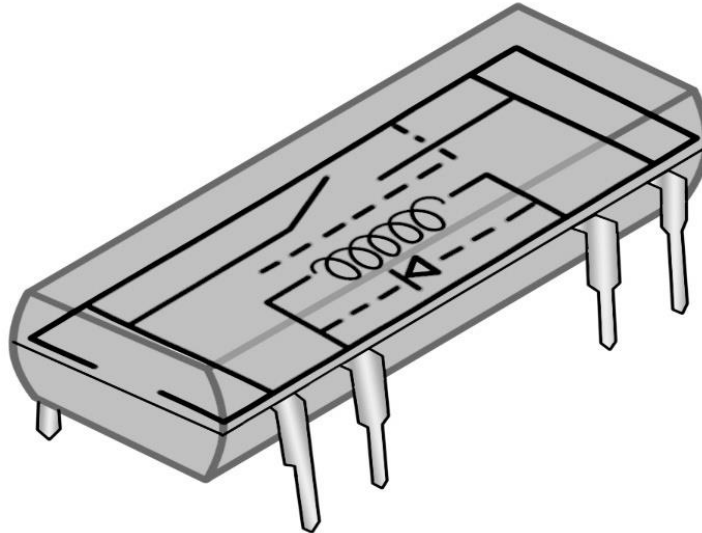


Figura 2.18 Esquema interno de un relevador de lámina.

- Relés de Estado Sólido: Los relés de estado sólido son los más pequeños en tamaño de todos los relés, tienen una amplia gama de clasificaciones actuales, desde 100 miliamperios para paquetes de baja potencia hasta 100 Amperes para paquetes de alta potencia y tienen velocidades de conmutación extremadamente rápidas.

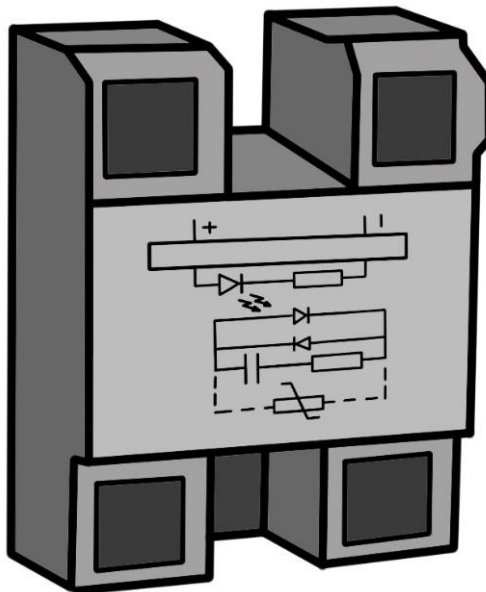


Figura 2.19 Esquema interno de un relevador de estado sólido.

- Por su número de polos y tiros
 - Relé de un solo polo y un solo tiro (SPST): Este tipo de relevadores únicamente cuentan con una terminal de entrada y una terminal de salida, Cuando el relé no recibe ninguna potencia, está apagado y el pin de contacto normalmente abierto (NO) permanece abierto. Cuando el relé recibe potencia suficiente, el pin de contacto NO se cierra y cualquier carga que esté conectada se encenderá.
 - Relé de un solo polo y doble tiro (SPDT): Este tipo de relevadores presentan una terminal de entrada y dos terminales de salida. Es posible conectar sus terminales de salida a 2 salidas diferentes, por lo que puede cambiar entre 2 dispositivos diferentes (o modos).
 - Relé de doble polo y un solo tiro (DPST): Este tipo de relevadores cuentan con dos terminales de entrada y dos terminales de salida (una para cada terminal de entrada). Un relé DPDT está construido internamente como si fueran dos relés SPST separados.
 - Relé de Doble Polo y Doble Tiro (DPDT): Este tipo de relevadores presentan dos terminales de entrada y cuatro terminales de salida (dos para cada terminal de entrada). Un relé DPDT está construido internamente como si fueran dos relés SPDT separados, lo que permite 4 modos de salida diferentes. (párr. 2 a 18)

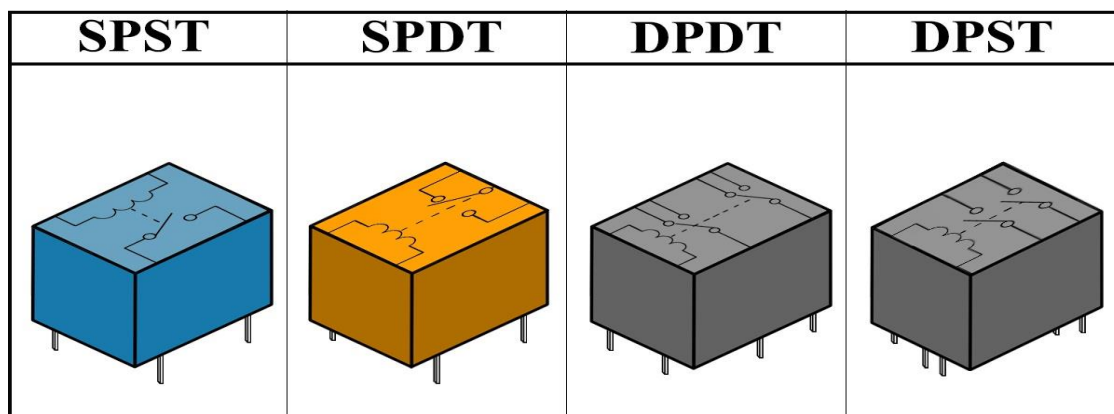


Figura 2.20 Esquema interno para los relevadores: a) Un polo y un tiro, b) Un polo y dos tiros, c) Dos polos y un tiro y d) Dos polos y dos tiros.

2.2.3.2 Optoacopladores

M. González (2015) describe a un optoacoplador como:

Un dispositivo electrónico que consiste en un emisor de fotones el cual generalmente es un diodo emisor de luz (LED), cuyo flujo se acopla a algún tipo de dispositivo fotodetector el cual puede ser una celda fotovoltaica, fotodiodo, fototransistor o cualquier otro elemento sensible a la radiación luminosa, por medio de un aislamiento transparente (aire, cristal, plástico o fibra óptica). Las principales aplicaciones se encuentran en el acoplamiento entre etapas de un circuito electrónico donde debe existir aislamiento eléctrico, especialmente en presencia de tensiones elevadas. (pág. 217 y 218)

Es posible clasificar a los optoacopladores en base a su modo de empleo o propósito:

- Optoacoplador DIP (Encapsulado de doble línea): La organización Ingeniería Mecafenix (2020) menciona que este tipo de optoacopladores se utilizan principalmente en las placas electrónicas ya que su funcionamiento se basa en activar y desactivar el circuito a través del voltaje. Se utilizan principalmente para aislar posibles interferencias entre dos etapas que operan a diferentes voltajes. como son la etapa de control con la de potencia. Existen diferentes versiones que se distinguen por su tipo de salida.
 - Fototransistor
 - Fotodarlington
 - Fototiristor
 - Fototriac
 - Schmit trigger
 - Entrada AC – salida transistor (párr. 5)

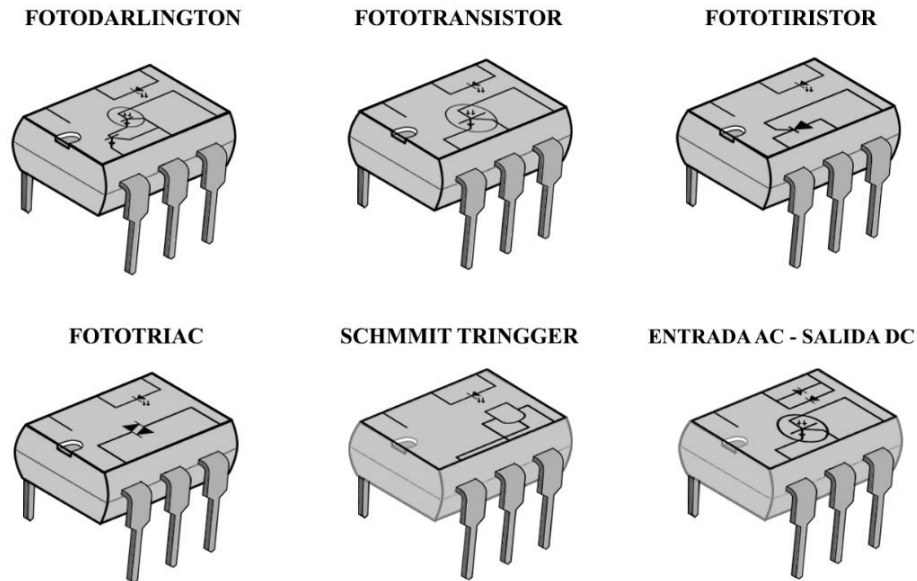


Figura 2.21 Esquema interno para los diferentes tipos de optoacopladores.

- **Optoacoplador de ranura:** En este tipo de dispositivo, el LED IR y el Fototransistor se encuentran alineados a una misma altura pero separados a través de una ranura. El Fototransistor se activa mientras no haya ninguna obstrucción en la ranura. Una aplicación de este tipo de dispositivos es interrumpir el haz entre el diodo y el fototransistor por medio de un disco ranurado, con la finalidad de contar las interrupciones por vuelta o por tiempo y así determinar velocidades en motores. (M. González, 2015, pág. 221)

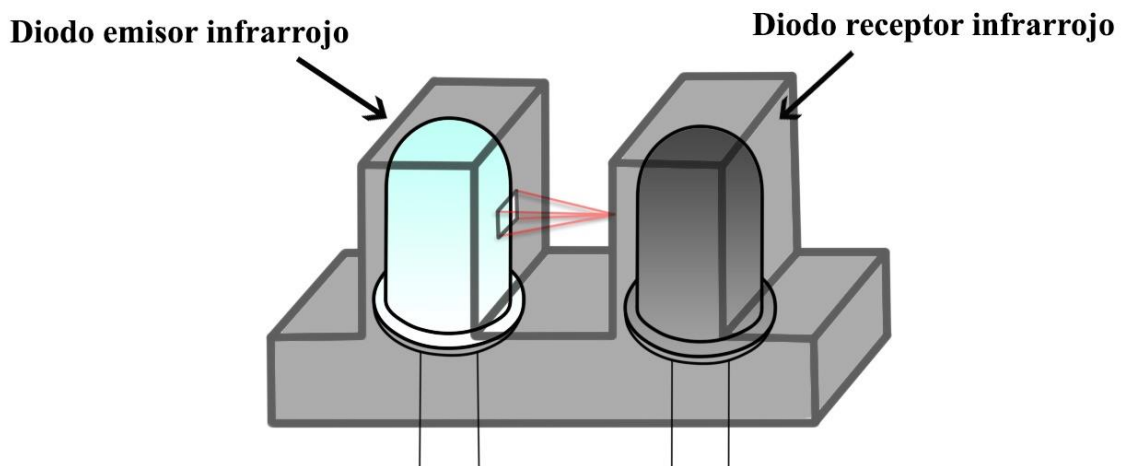


Figura 2.22 Estructura interna de un optoacoplador de ranura.

- Optoacoplador reflexivo: En este tipo de optoacoplador, el LED y el fototransistor no se encuentran de frente sino juntos. Cuando un objeto se encuentra en el área de detección, la luz emitida es reflejada de nuevo hacia el fotodetector. Los optoacopladores reflexivos pueden ser dos tipos:
 - De reflexión directa: La fuente emisora y el receptor se ubican en la misma localización, pero se requiere de una superficie que refleje la luz y se encuentre alineada con el dispositivo.
 - Reflexión difusa: No es necesario un reflector de luz. Se detecta un objeto cuando se refleja la luz sobre la superficie y ésta vuelve hacia el receptor. (M. González, 2015, pág. 221)

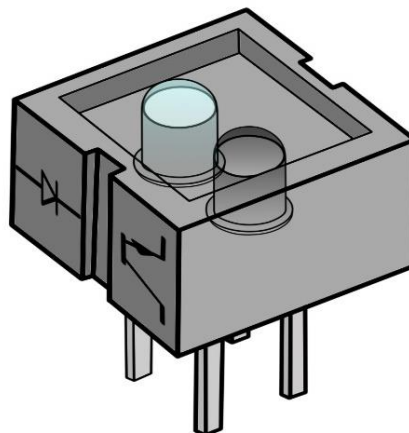


Figura 2.23 Estructura interna de un optoacoplador reflexivo.

2.2.3.3 Transistores

En su libro, Vázquez (2004) postula que:

El transistor es un elemento triterminal; es decir, tiene tres bornes o terminales. Uno de dichos terminales trabaja como terminal de control, controlando el comportamiento de los otros dos terminales. La magnitud de control puede ser la tensión o la corriente de ese terminal, dependiendo del tipo de transistor. En lo referente a la potencia eléctrica, el transistor es un elemento pasivo, es decir, para poder funcionar debe absorber potencia eléctrica. (pág. 379)

Boylestad et. al. (2009) expresa que “Los transistores están constituidos de dos capas de material tipo n y una de material tipo p (llamados transistores npn) o de dos capas de material tipo p y una de material tipo n (llamados transistores pnp)” (pág. 132).

Las uniones de las capas se pueden realizar físicamente de diversas maneras, por lo que es posible encontrar los siguientes tipos de transistores:

- Transistores de unión bipolar (BJT): Se les da ese nombre porque para generar la corriente eléctrica se mueven tanto los electrones libres como los huecos, es decir, los portadores de carga de los dos tipos o “polaridades”. La magnitud de control para este tipo de transistores es la corriente. Hay dos tipos de transistores bipolares: los denominados PNP y los NPN. Los nombres de las terminales de este tipo de transistores son, B “base” (Base), es la terminal de control. E “emisor” (Emitter), emite y envía las cargas eléctricas hacia los otros terminales. C “colector” (Collector) Colecta o recoge las cargas que llegan desde el emisor después de atravesar la base. (Vázquez, 2004, pág. 380 y 381)

- Transistores unipolares: En general se les da el nombre de transistores de efecto de campo (FET), debido a que la influencia del campo eléctrico en su funcionamiento es de vital importancia. Se dice que son unipolares porque para generar la corriente eléctrica solo se mueven los portadores de carga de un tipo, es decir, solo los electrones libres o solo los huecos, según el tipo de transistor. La magnitud de control de este tipo de transistores es la diferencia de potencial. Los nombres de las terminales de este tipo de transistores son: G “puerta” (Gate), es la terminal de control; por tanto, es similar a la base de los transistores bipolares. S “fuente” (Source), genera o envía los portadores de carga; por tanto, es similar al emisor de los transistores bipolares. D “drenador” (drain), recoge los portadores de carga enviados por la fuente; por tanto, es similar al colector de los transistores bipolares. (Vázquez, 2004, pág. 380 y 397)

- Transistores de efecto de campo de unión (JFET): Este tipo de transistores opera con una unión pn polarizada en inversa para controlar la corriente en un canal. Según su estructura, los JFET caen dentro de la categoría de canal n o de canal p. (Floyd y Salas, 2008, pág. 369)

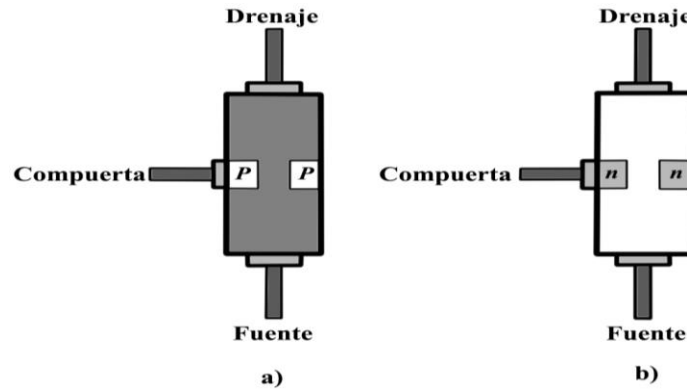


Figura 2.24 Estructura interna de un transistor de efecto de campo de unión. a) JFET con canal tipo n. b) JFET con canal tipo p.

- Transistores de efecto de campo semiconductor de óxido metálico (MOSFET): A diferencia del JFET el MOSFET no tiene una estructura de unión pn; en cambio, la compuerta del MOSFET está aislada del canal mediante una capa de bióxido de silicio (SiO_2). Los dos tipos básicos de MOSFET son el de enriquecimiento (E) y el de empobrecimiento (D). De los dos tipos, el MOSFET de mejora es el más utilizado. Debido a que ahora se utiliza silicio policristalino para el material de compuerta en lugar de metal, estos dispositivos en ocasiones se conocen como IGFET (FET de compuerta aislada). (Floyd y Salas, 2008, pág. 396)

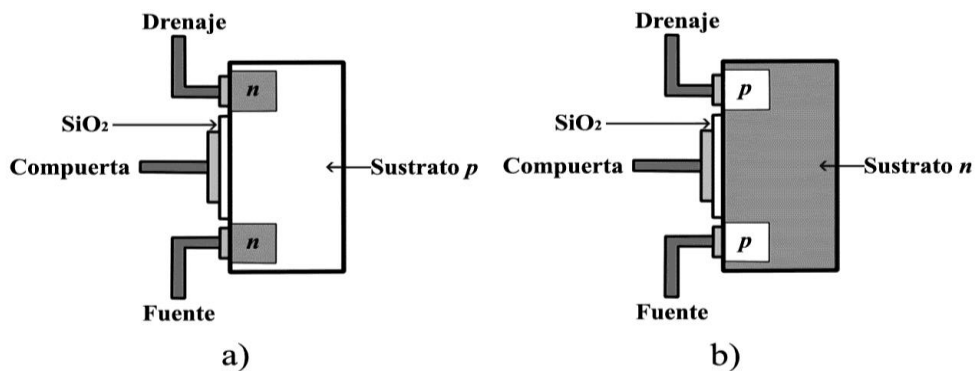


Figura 2.25 Estructura interna de un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico tipo enriquecimiento. a) MOSFET con canal tipo n. b) MOSFET con canal tipo p.

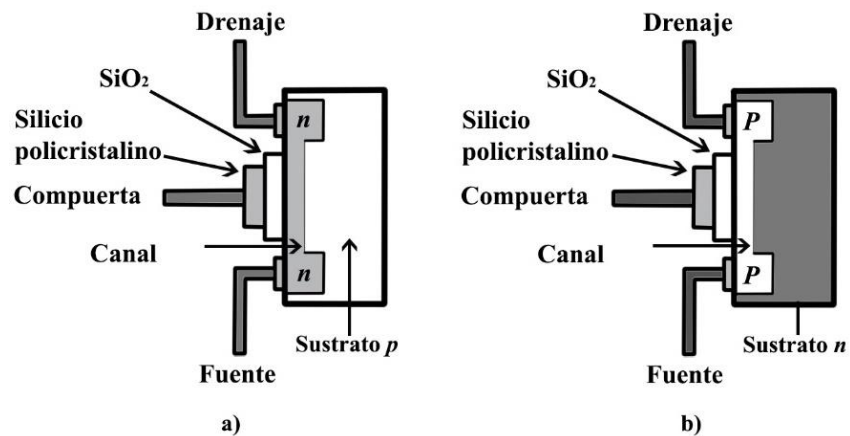


Figura 2.26 Estructura interna de un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico tipo empobrecimiento. a) MOSFET con canal tipo n. b) MOSFET con canal tipo p.

2.2.3.4 Reguladores de voltaje

Ruiz (2001) expresa que la función de un regulador de voltaje es:

Proporcionar una tensión estable y bien especificada para alimentar otros circuitos a partir de una fuente de alimentación de entrada de poca calidad. Además, deben ser capaces de proporcionar corrientes de salida desde unas cuantas decenas de miliamperios, en el caso de reguladores pequeños, hasta varios amperios, para reguladores grandes. (pág. 189)

De acuerdo con Ruiz (2001) es posible clasificar los reguladores de tensión en:

- Reguladores en serie o lineales: Controlan la tensión de salida ajustando continuamente la caída de tensión en un transistor de potencia conectado en serie entre la entrada no regulada y la carga. Aunque son más sencillos de utilizar que los reguladores de conmutación, tienden a ser muy ineficientes debido a la potencia consumida por el elemento en serie. Su eficiencia es alrededor del 20% y solamente resultan eficaces para baja potencia (< 5 W).

- Reguladores de conmutación: Utilizan un transistor de potencia como conmutador de alta frecuencia, de tal manera que la energía se transfiere desde la entrada a la carga en paquetes discretos. Los pulsos de intensidad se convierten después a una corriente continua mediante un filtro inductivo y capacitivo. Estos reguladores son más eficientes que los lineales, presentando una eficacia de hasta el 80%, sin embargo presentan un mayor ruido de rizado. (pág. 189 y 190)

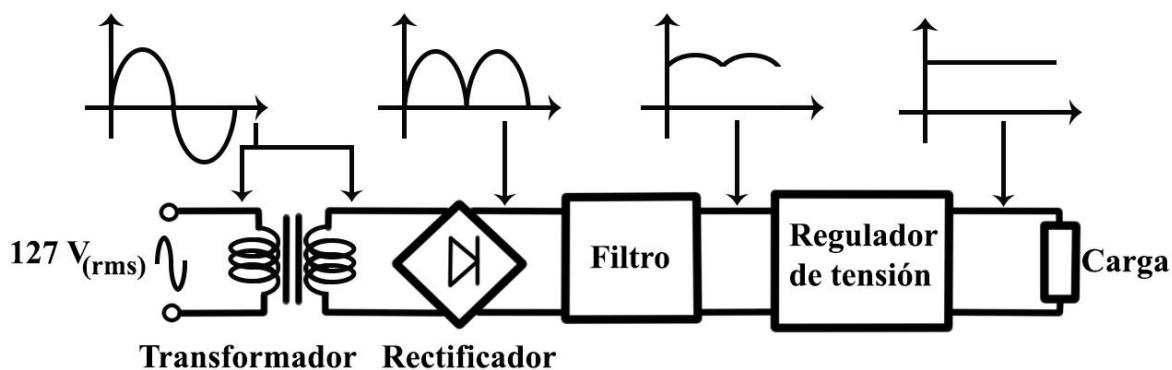


Figura 2.27 Diagrama de bloques para el diseño de una fuente de alimentación regulada.

2.2.4 Etapa de control para el desplazamiento bidireccional del sistema

La etapa de control para el desplazamiento del sistema, es aquella sección del circuito donde se emplean motores y controladores que nos permiten manipular la posición de la sustancia química a irradiar en los diversos puntos de coordenadas del sistema. A continuación se describirán de manera general los tipos de motores a pasos y controladores, con la finalidad de elegir aquellos que permitan un mejor desplazamiento en el sistema.

2.2.4.1 Motores paso a paso

Como expresa Mecatrónica LATAM (2020 -c), un motor a pasos o motor paso a paso es:

Un motor de CD sin escobillas que puede ser de imán permanente o reluctancia variable. Tiene como características de desempeño rotar en ambas direcciones, moverse con incrementos angulares precisos, sostener un torque de retención a velocidad cero y controlarse con circuitos digitales. Por lo general, los motores de pasos se fabrican con pasos por revolución de 12, 24, 72, 144, 180 y 200, lo que resulta en incrementos de eje de 30° , 15° , 2.5° , 2° y 1.8° por paso. A medida que activamos los bobinados del motor paso a paso en un orden en particular, permitimos que fluya una corriente a través de ellos que magnetiza el estator provocando polos electromagnéticos que causarán la propulsión del motor. (párr. 1 y 2)

Existen tres tipos básicos de motores paso a paso:

- Reluctancia variable: Salgero (2013) establece que este tipo de motor consta de un estator, compuesto por los devanados de excitación, y un rotor de láminas ferromagnéticas (no imantadas) ranuradas longitudinalmente (pág. 94). Cuando a un par de devanados opuestos llega corriente, se produce un campo magnético cuyas líneas de fuerza pasan de los polos del estator a través del grupo de polos más cercano al rotor, provocando así movimiento en el rotor hasta que sus polos y los del estator queden alineados. A lo anterior se le conoce como posición de reluctancia mínima. Este tipo de movimiento paso a paso en general produce avances de 7.5° o 15° . (Bolton, 2013, pág. 227 y 228)

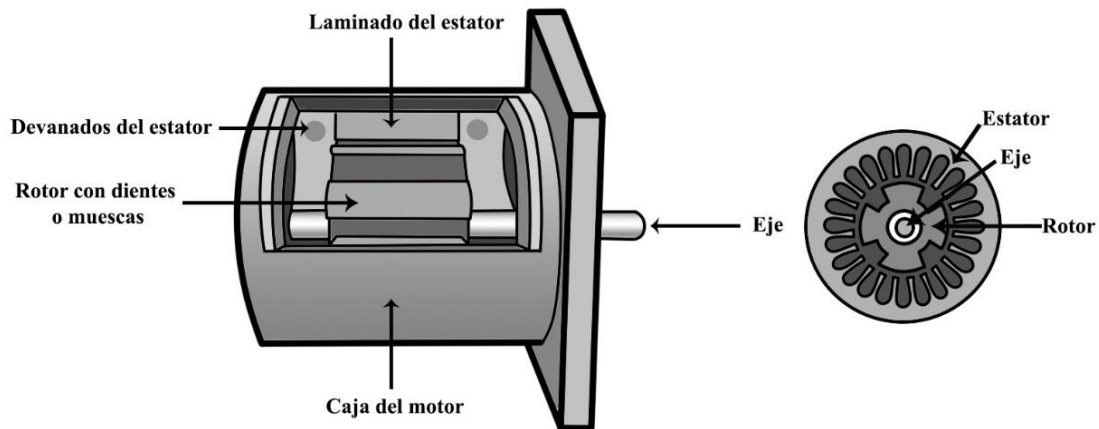


Figura 2.28 Corte de un motor de reluctancia variable para mostrar su composición interna.

- **Imán permanente:** Bolton (2013) menciona que para este tipo de motores, su rotor es un imán permanente, por lo que al conectar una corriente a uno de los pares de polos del estator, el rotor se desplazará hasta alinearse con él (pág. 228). Los motores de imán permanente tienen una dependencia directa con el número de polos del estator y rotor, con el ángulo de paso. El número de polos es limitado, debido a las características del material magnético utilizado en la construcción del rotor. Es posible tener un sentido de giro horario o anti horario dependiendo del sentido de la secuencia de excitación (Salguero, 2013, pág. 97 y 98). En este motor, los grados de avance paso a paso, por lo general son de 1.8° , 7.5° , 15° , 30° , 34° o 90° . (Bolton, 2013, pág. 228)

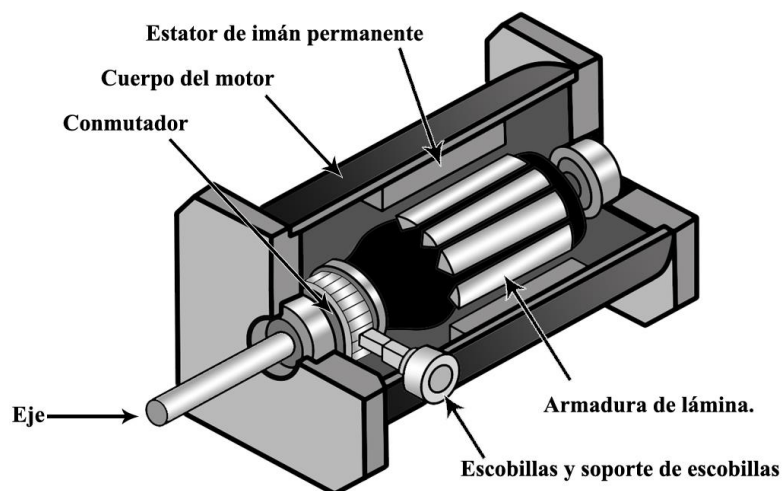


Figura 2.29 Corte de un motor de imán permanente para mostrar su composición interna.

- Híbrido: Jones (2004), indica que para el caso de este tipo de motor, su rotor es multidentado, como el motor de reluctancia variable y contiene un imán concéntrico magnetizado axialmente alrededor de su eje (pág. 4). El rotor se coloca así mismo en la posición de reluctancia mínima cuando se energiza un par de devanados del estator. Los grados de avance paso a paso típicos para este motor son 0.9° y 1.8° (Bolton, 2013, pág. 228).

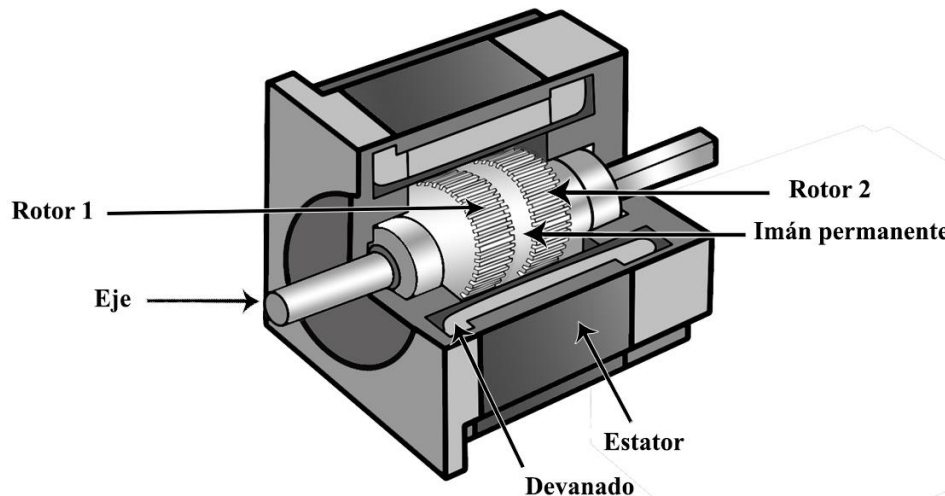


Figura 2.30 Corte de un motor híbrido para mostrar su composición interna.

De acuerdo a su forma de excitación los motores paso a paso también pueden ser clasificados en:

- Motores unipolares: Jones (2004) establece que los motores de pasos unipolares se componen de dos devanados, cada uno con una toma central. Las tomas centrales pueden encontrarse fuera del motor como dos cables separados o conectados uno al otro internamente y llevados fuera del motor como un único cable. Como resultado de lo anterior, los motores unipolares cuentan con 5 o 6 cables (terminales). Independientemente del número de cables, los motores unipolares son accionados de la misma manera. El cable de toma central está conectado a una fuente de alimentación y los extremos de las bobinas son alternativamente conectados a tierra. (pág. 2)

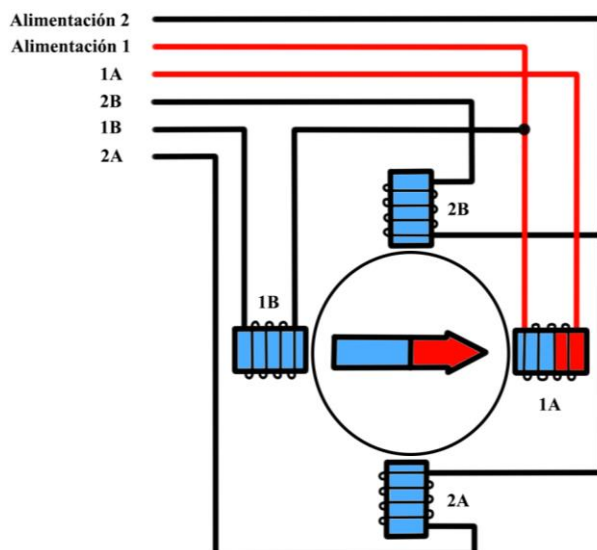


Figura 2.31 Diagrama de conexiones internas de un motor a pasos unipolar.

- Motores bipolares: Según Jones (2004) los motores de pasos bipolares se componen de 2 devanados, y cuentan con 4 cables. A diferencia de los motores unipolares, los bipolares no tienen toma central, por lo cual la corriente se conduce a través de todo el devanado en lugar de solo la mitad. El flujo de corriente en el devanado de un motor bipolar es bidireccional. Por lo que es posible tener un sentido de giro en sentido horario o anti horario dependiendo de la polaridad de cada extremo de los devanados (pág. 3).

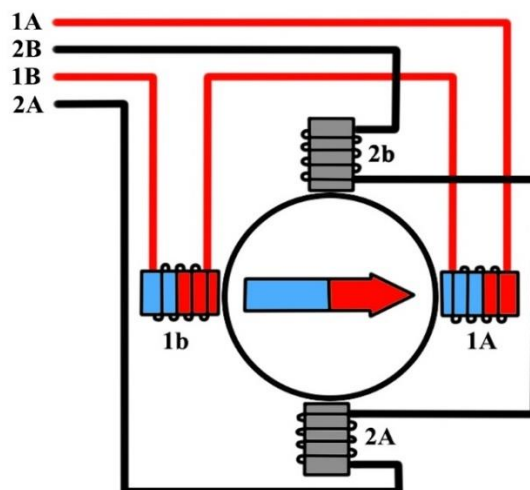


Figura 2.32 Diagrama de conexiones internas de un motor a pasos bipolar.

2.2.4.2 Controlador para los motores a pasos

La organización Hardwarelibre (2019) define a los controladores para motores como:

Un circuito que permite controlar los motores de corriente continua de forma sencilla. Estos controladores permiten manejar los voltajes e intensidades de corriente que se suministran al motor con la finalidad de controlar la velocidad y sentido de giro. Además, sirven como método de protección para los motores, limitando la corriente que circula a través de ellos (chopping), evitando así un posible daño de sus componentes. La forma de clasificar a los controladores para motores a pasos sería como controlador para motores a pasos unipolares y controlador para motores a pasos bipolares. (párr. 1)

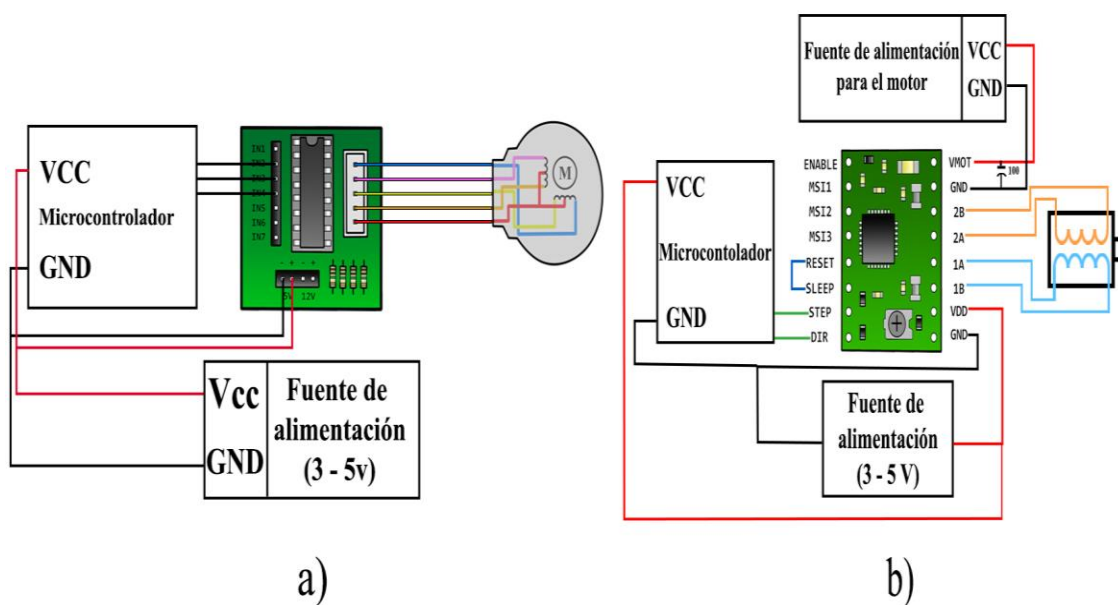


Figura 2.33 Diagrama de conexiones para: a) Controlador ULN2003A para motores unipolares y b) Controlador Pololu A4988 para motores bipolares.

2.2.5 Selección de los módulos y componentes electrónicos empleados para la tarjeta de propósito general

Para el diseño y construcción de un reactor fotoquímico empleando un sistema de control con desplazamiento por puntos de coordenadas, se adaptó una tarjeta PCB de propósito general, con los siguientes componentes electrónicos:

1. Tarjeta de desarrollo Arduino Mega 2560. La organización Arduino official store (s. f.) presenta las siguientes características correspondientes a esta tarjeta:
 - a. Tarjeta de desarrollo basada en el microcontrolador ATmega2560
 - b. 54 pines de entrada/salida digitales (de los cuales 14 pueden ser usados como salidas analógicas PWM).
 - c. 16 entradas analógicas.
 - d. 4 receptores/transmisores serie TTL-UART.
 - e. 256 Kilobytes de memoria Flash.
 - f. 8 Kilobytes de memoria SRAM
 - g. 4 Kilobytes de memoria EEPROM
 - h. Cristal de cuarzo de 16 MHz
 - i. Voltaje de alimentación recomendado de 7V a 12V.
 - j. Conexión USB tipo B
 - k. Interfaz de programación sencilla
 - l. Estructura de programación está basada en C++

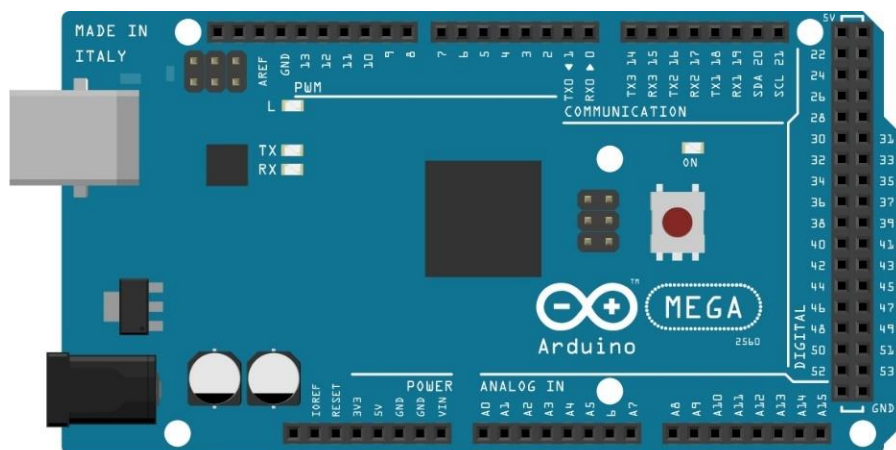


Figura 2.34 Representación de un Arduino MEGA 2560.

2. Sensor de temperatura Termopar tipo K y Convertidor termopar tipo K a digital con compensación de unión fría MAX6675. La empresa Geek Factory (2020 -b) en su página de internet muestra las siguientes características:
 - a. Interfaz compatible con SPI solo de lectura.
 - b. Resolución de 12 bits, 0.25 grados centígrados.
 - c. Rango de temperatura del termopar tipo K de -270°C a 1370°C
 - d. Voltaje de alimentación de 3.3V a 5V
 - e. Frecuencia de reloj SPI máxima F_{scl} 4.3 Mhz.
 - f. Tiempo de conversión entre 0.17 segundos y 0.22 segundos.
 - g. Consumo máximo de 1.5 mA

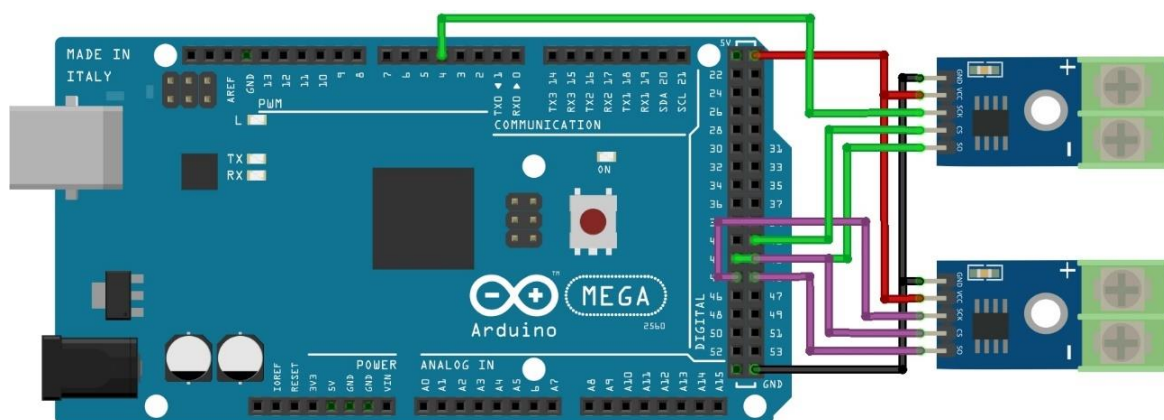


Figura 2.35 Diagrama de conexión para los módulos MAX6675 con Arduino MEGA 2560.

3. Sensor de luz BH1750FVI. En su hoja de especificaciones la empresa ROHM Semiconductor (2010) destaca las siguientes características:
 - a. Interfaz digital a través de bus I2C con capacidad de seleccionar entre 2 direcciones
 - b. Respuesta espectral similar a la del ojo humano
 - c. Voltaje de alimentación de 3.3V a 5V
 - d. Realiza mediciones de iluminancia y convierte el resultado a una palabra digital
 - e. Amplio rango de medición 1-65535 lux
 - f. Modo de bajo consumo de energía
 - g. Rechazo de ruido a 50/60 Hz
 - h. Baja dependencia de la medición contra la fuente de luz: halógeno, led, incandescente, luz de día, etc.

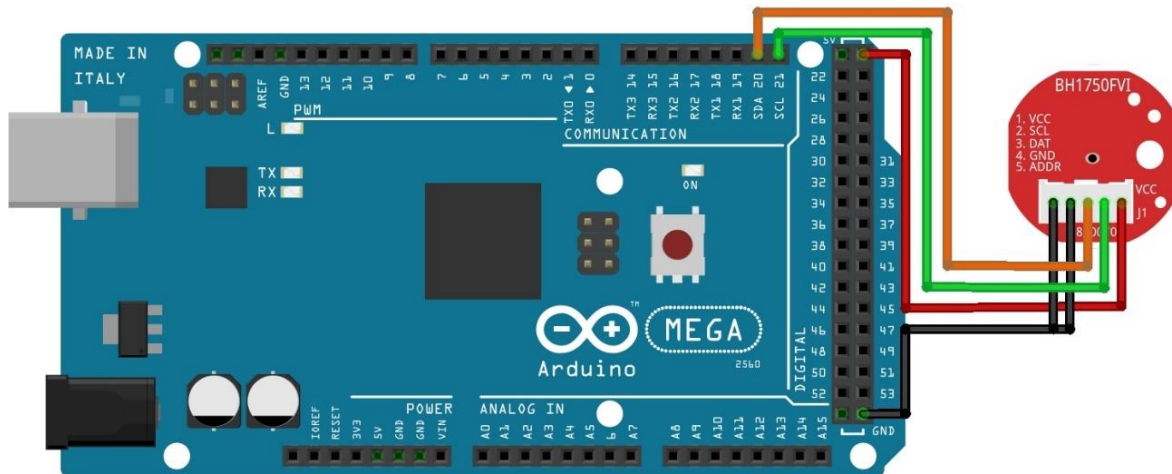


Figura 2.36 Diagrama de conexión para el módulo BH1750FVI con Arduino MEGA 2560.

4. Final de carrera mecánico electrónico para impresora 3D y/o router CNC. La empresa Geek Factory (2020 -c) da a conocer las siguientes características:
 - a. Voltaje de operación: Dual 12V / 24V
 - b. Resistencia: 1.0-1.2 ohm (12V) / 3-3.4 ohm (24V)
 - c. Temperatura: Alcanza 100°C entre 5 a 10 minutos

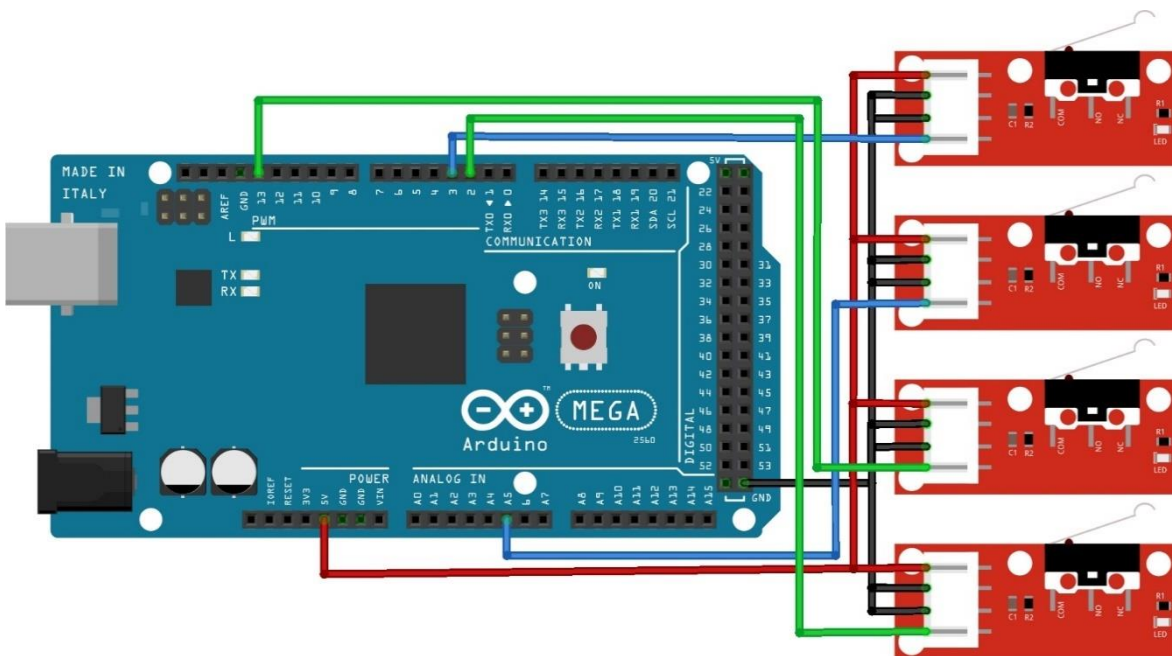


Figura 2.37 Diagrama de conexión para los módulos finales de carrera mecánico-electrónico con Arduino MEGA 2560.

5. Relevador 5 volts SRD-05VDC-SL-C. La empresa UNIT Electronics (2020 -a) en su página de internet indica las siguientes características de funcionamiento:
 - a. Voltaje máximo en AC del interruptor: 240V a 7A o 125V a 10A
 - b. Voltaje máximo en DC del interruptor: 30V a 10A
 - c. Corriente nominal en bobina 71.4mA
 - d. Voltaje para activación de bobina: 5 VDC
 - e. Resistencia en bobina $70(\Omega) \pm 10\%$
 - f. Expectativa de vida: 100,000 accionamientos
 - g. Temperatura de operación -25 a 70 °C

6. Transistor BJT BC547B. La empresa UNIT Electronics (2020 -b) en su página de internet muestra las siguientes características:
 - a. Tipo de Transistor: NPN
 - b. Voltaje VEBO emisor-base: 6V
 - c. Voltaje Máx. VCEO colector-emisor: 45V
 - d. Tensión Máxima Colector-Base VCBO: 50V
 - e. Voltaje de saturación colector-emisor:250 mV
 - f. Ic Corriente de colector: 100 mAdc
 - g. Frecuencia Máxima de Funcionamiento: 300 MHz
 - h. Temperatura de Funcionamiento Máxima: +150 °C
 - i. Temperatura Mínima de Funcionamiento: -55 °C

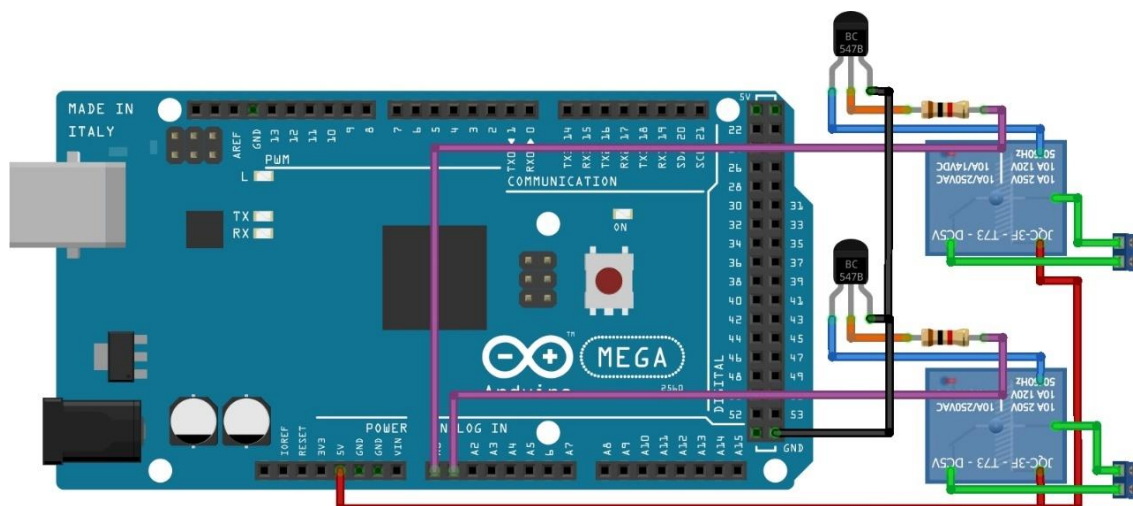


Figura 2.38 Diagrama de conexión para los transistores BJT BC547B y los relevadores SRD-05VDC con Arduino MEGA 2560.

7. Optoacoplador 4N27. En su datasheet la empresa Vishay (2010) presenta las siguientes características:
- Voltaje - Aislamiento: 5000 Vrms
 - Relación de transferencia de corriente (Mín.): 10% a 10mA
 - Tiempo de subida/bajada: $2\mu\text{s}$, $2\mu\text{s}$
 - Voltaje - Salida (máx.): 70V
 - Corriente - Salida/Canal: 50 mA
 - Voltaje - Directo (V_f) (típ): 1.3V
 - Corriente - CC directa (I_f) (máx.): 60 mA
 - Saturación V_{ce} (Max.): 500 mV
 - Temperatura de funcionamiento: $-55^\circ\text{C} \sim 100^\circ\text{C}$
8. Transistor MOSFET IRF3205. La empresa UNIT Electronics (2020 -c) destaca las siguientes características:
- Disipación total del dispositivo (P_d): 150 W
 - Tensión drenaje-fuente (V_{ds}): 55 V
 - Tensión compuerta-fuente (V_{gs}): 10 V
 - Corriente continua de drenaje (I_d): 98 A
 - Temperatura operativa máxima (T_j): 150°C
 - Tensión umbral compuerta-fuente $V_{gs(th)}$: 4 V
 - Carga de compuerta (Q_g): 146 nC
 - Resistencia drenaje-fuente $R_{DS(on)}$: 0.008 Ohm

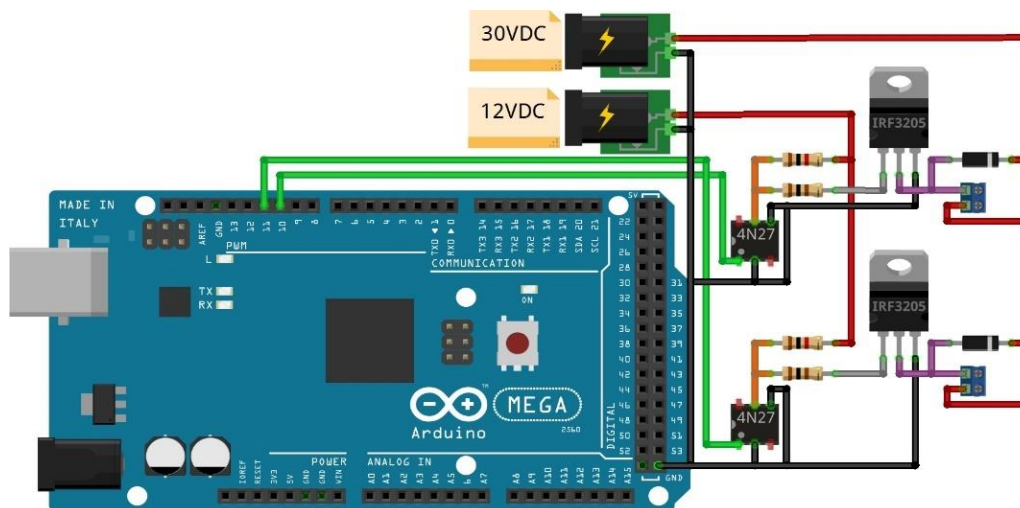


Figura 2.39 Diagrama de conexión para los transistores MOSFET IRF3205 y los optoacopladores 4N27 con Arduino MEGA 2560.

9. Regulador de voltaje LM7805. La empresa UNIT Electronics (2020 -d) da a conocer las siguientes características:
- Voltaje de salida: +5V.
 - Corriente de salida máxima: 1A.
 - Protección contra sobrecarga térmica.
 - Limitación interna de corriente contra cortocircuitos.
 - Voltaje de entrada máximo: 35V.
 - Tolerancia: $\pm 4\%$.
 - Caída de voltaje: 2V típico.

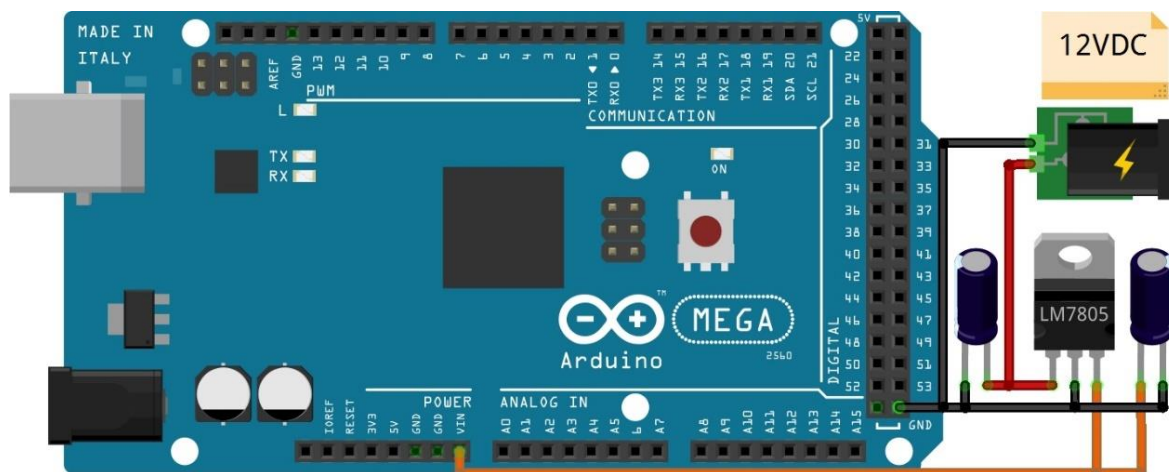


Figura 2.40 Diagrama de conexión del regulador de voltaje LM7805 para la alimentación del Arduino MEGA 2560.

10. Motor a pasos Nema 17. La empresa UNIT Electronics (2020 -e) en su página de internet enlista las siguientes características:
- Voltaje nominal: 12V
 - Rango de voltaje de suministro lógico: 3.3V – 5V
 - Corriente: 0.7 A / Fase
 - Número de Fases: 2
 - Resistencia por fase: 1.5 Ohms.
 - Inductancia por fase: 2.8 mH
 - Sosteniendo Torque: 14 N.cm
 - Clase de aislamiento: B
 - Ángulo de paso: $1.8 \pm 5\%$ / PASO
 - Tipo de eje: Tipo D

11. Controlador para el desplazamiento de motor paso a paso bipolar A4988. La empresa Geek Factory (2020 -d) destaca las siguientes características:

- a. Rango de Voltaje de funcionamiento: 8V a 35V
- b. Corriente máxima por bobina 2: 2 A
- c. Rango de Voltaje lógico: 3 V a 5.5 V
- d. Diferentes resoluciones: Paso completo, 1/2 de paso, 1/4 de paso, 1/8 de paso y 1/16 de paso.
- e. Control de corriente ajustable.

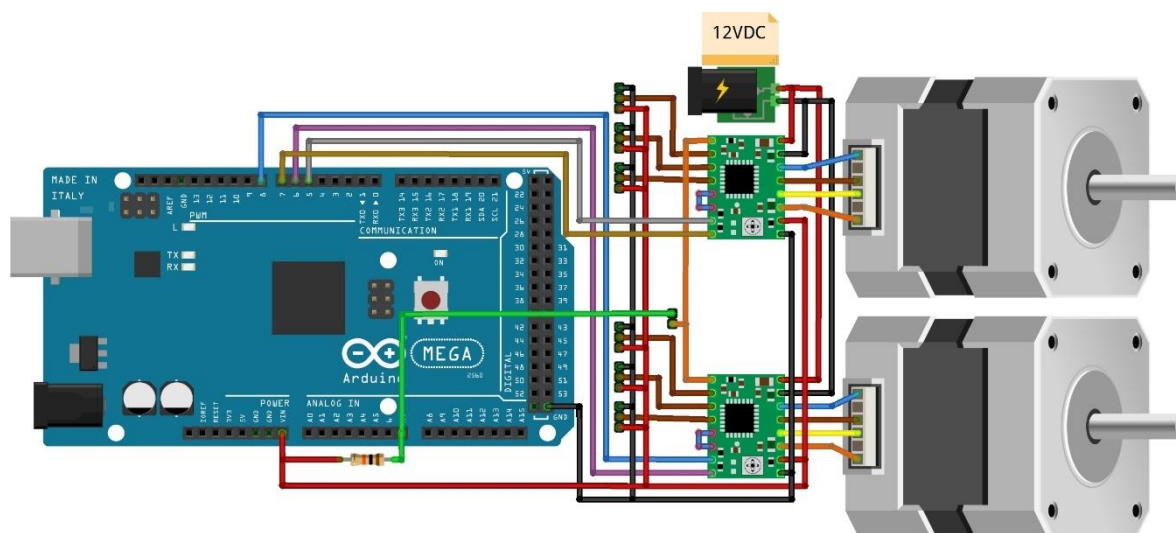


Figura 2.41 Diagrama de conexión para los controladores A4988 y sus motores NEMA 17 con Arduino MEGA 2560.

12. Pantalla de cristal líquido de 4 filas por 20 columnas. La empresa Geek Factory (2020 -e) muestra las siguientes características:

- a. Controlador HD44780
- b. Color: Fondo azul, letras blancas
- c. Modo de Operación: 4 y 8 bits
- d. Voltaje de operación: 4.5 – 5.5V
- e. Corriente de entrada: 125 mA
- f. Potencia: 625 mW

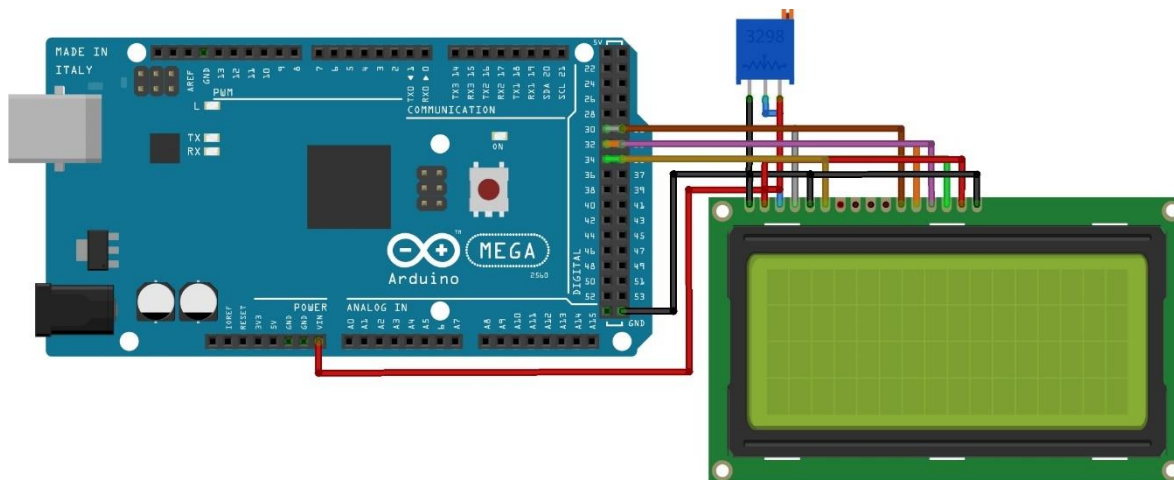


Figura 2.42 Diagrama de conexión para la pantalla de cristal líquido con Arduino MEGA 2560.

13. Teclado Matricial de Membrana 4 filas por 4 columnas. La empresa UNIT Electronics (2020 -f) en su página de internet presenta las siguientes características:

- Material: Plástico rígido color negro
- Voltaje Máximo: 35 VCD
- Corriente máxima: 100mA
- Rango de temperatura: -20°C a $+40^{\circ}\text{C}$
- Contenido: Números del 0 al 9, letras de “A” a la “D”, # y *

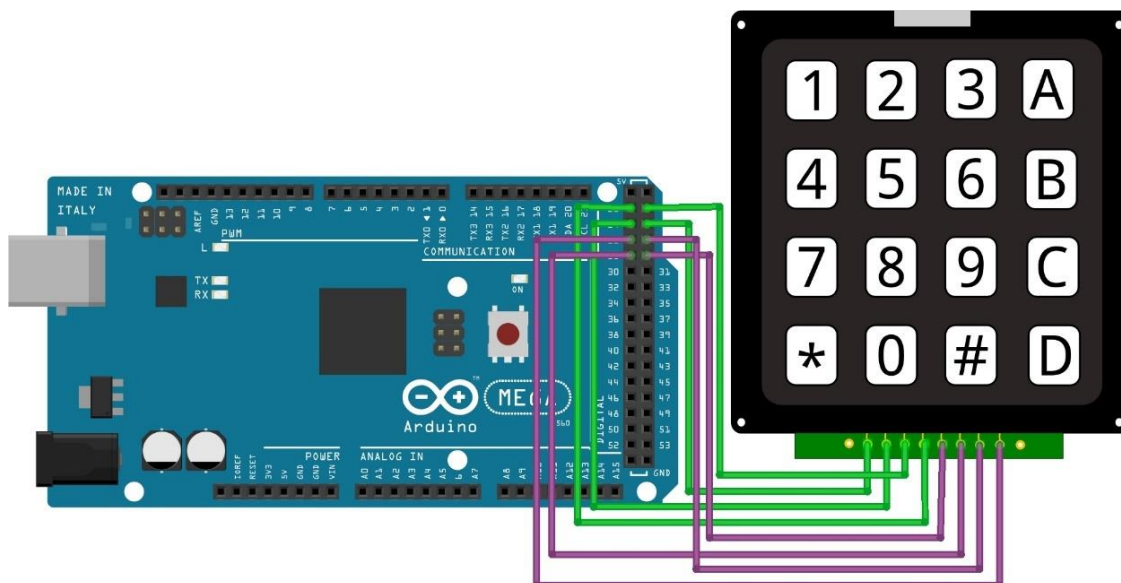


Figura 2.43 Diagrama de conexión para el teclado matricial con Arduino MEGA 2560.

14. Lector de memoria MicroSD. La empresa Geek Factory (2020 -f) da a conocer las siguientes características:

- Rango Voltaje de alimentación: 3.3V a 5V
- Incluye buffer adaptador de niveles lógicos
- Cuenta con los pines SPI de la tarjeta SD: MOSI, MISO, SCK, CS

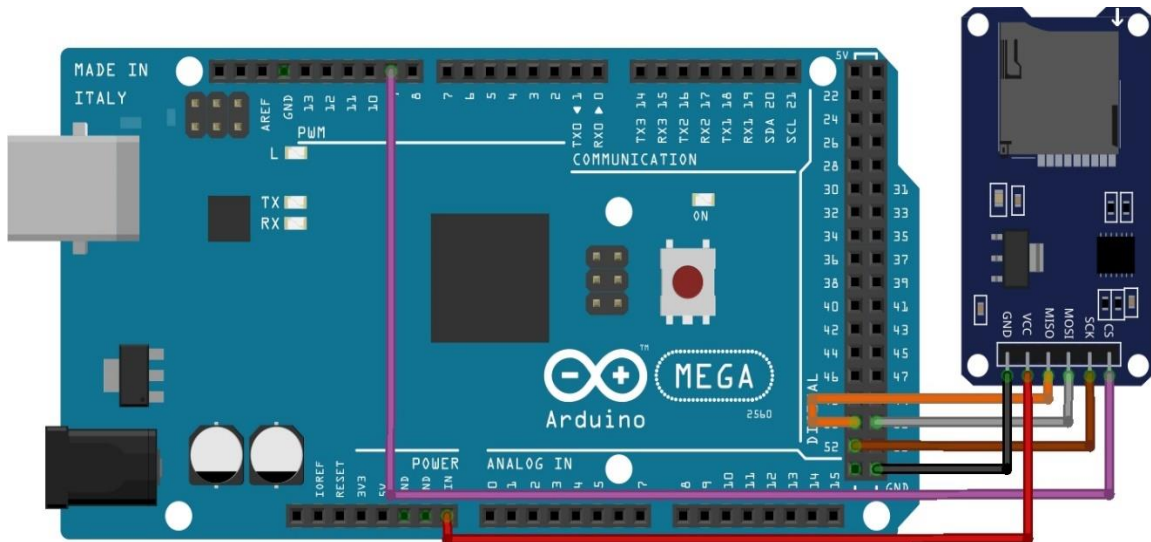


Figura 2.44 Diagrama de conexión para el módulo lector de MicroSD con Arduino MEGA 2560.

2.2.6 Desarrollo de los circuitos esquemático e impreso

Para la realización de la tarjeta de propósito general, es necesario el diseño de un circuito esquemático, para ello es indispensable hacer uso de un software CAD que nos permita exportar los componentes y conexiones electrónicas para generar el circuito impreso. Es de suma importancia conocer y emplear las normas técnicas para una PCB. En seguida se nombraran las normas técnicas y softwares CAD empleados en el diseño.

2.2.6.1 Normas técnicas empleadas para el diseño de circuitos impresos

V. García (2018) define a las normas técnicas como:

Reglas de conducta de tipo operativo o funcional que tratan de explicar el uso de una herramienta, objeto o maquinaria, a fin de aprovechar su fuerza, precisión, naturaleza o material con el que están hechos. Establece especificaciones sobre procesos de producción, resultado de la experiencia y desarrollo tecnológico, para la fabricación de determinados productos o servicios; útil para todos aquellos interesados en la actividad productiva, tales como fabricantes, consumidores, laboratorios, centros de investigación, etcétera. Las normas técnicas se encuentran generalmente contenidas en un documento aprobado por un organismo de normalización, reconocido mundialmente e identificado conforme a sus siglas; en el caso de México, encontramos un claro ejemplo de las normas técnicas en las denominadas Normas Oficiales Mexicanas. (párr. 5)

Las organizaciones mundiales encargadas de elaborar normas para la electrónica son enlistadas de la siguiente manera por la empresa Aldelta (2016):

- ISO (International Organization for Standardization), estas son más para procesos, en electrónica en el diseño y desarrollo de productos.
- UIT (International Telecommunication Union), para regular las telecomunicaciones.
- IEC (International Electrotechnical Commission), para ensayos y certificación de productos para eléctrica, electrónica y afines.
- IPC (Association Connecting Electronics Industries), para placas electrónicas o circuitos impresos. (pág. 2)

De acuerdo con Aldelta (2016), las normas más comúnmente empleadas para la elaboración de tarjetas de circuitos impresos o PCB (por sus siglas en inglés Printed Circuit Board) son:

- IPC-2220-FAM (Estándares de diseño para tarjetas de circuito impreso): Se trata de una familia de normas para el diseño de circuitos impresos. Se compone de las normas:
 - 2221B (Norma genérica sobre diseño de circuito impreso)
 - 2222A (Estándar de diseño seccional para placas orgánicas rígidas)
 - 2223D (Estándar de diseño seccional para placas impresas flexibles/rígidas flexibles)
 - 2224 (Estándar para tarjetas de circuito impreso de PC)
 - 2225 (Estándar de diseño para Módulos Orgánicos Multichip (MCM-L) y Ensamblados de MCM-L)
 - 2226 (Estándar de diseño seccional para placas de interconexión de alta densidad (HDI)).
- IPC-T-50 (Términos y definiciones para interconectar y empaquetar circuitos electrónicos)
- IPC-D-325 (Documentación para tarjeta de circuito impreso, ensamblados y diagramas de soporte)
- IPC-7351 (Requisitos genéricos para el diseño de montaje superficial y estándar de pads de soldadura)
- IPC-2252 (Guía de diseño para tarjetas de circuito impreso de Radio frecuencia/Microondas)
- IPC-2251 (Guía de diseño para empaquetados de circuitos de alta velocidad) (pág. 4 y 5)

2.2.6.2 Software para el diseño de circuitos esquemáticos y PCB

En el manual publicado por USERS, Aranda (2014) menciona que:

Debido al grado de complejidad de los circuitos electrónicos, es necesario utilizar herramientas dedicadas que brinden asistencia completa durante el proceso de diseño. Para dichos fines, surgen los programas de CAD (por sus siglas en inglés Computer-Aided Design y traducido al español como Diseño Asistido por Computadora), que permiten realizar la captura, es decir, llevar a nuestra pantalla el circuito esquemático y generar los archivos de soporte necesarios para finalizar con el proceso de creación del PCB.

Los programas de diseño de circuitos impresos están conformados por un entorno que incluye varios módulos. Uno muy importante es el que permite realizar la captura de circuito esquemático, es decir el proceso de dibujo del circuito. Otras características que incorporan las aplicaciones de CAD son las que permiten la industrialización o producción en serie. Es posible exportar diferentes archivos para operar máquinas de taladro y de corte por control numérico. (pág. 228 y 230)

Algunos ejemplos de software CAD para el diseño de tarjetas de circuito impreso son:

- Autodesk Eagle: Es un software de automatización de diseño electrónico (EDA) que permite a los diseñadores de placas de circuito impreso (PCB) conectar sin problemas diagramas esquemáticos, colocación de componentes, enrutamiento de PCB y contenido completo de la biblioteca. (Autodesk, 2017, párr. 2)

- Kicad: Es un entorno muy intuitivo, multilinguaje y multiplataforma, además, incluye la posibilidad de visualizar en 3D el resultado del diseño mediante el módulo KiCad PCBnew. (Aranda, 2014, pág. 235)
- Proteus: Proteus PCB Design combina los módulos de captura esquemática y diseño de PCB para proporcionar un conjunto de herramientas potente, integrado y fácil de usar para el diseño profesional de PCB. (Labcenter, 2013, párr. 1)
- Free PCB: FreePCB es un editor de PCB de código abierto para Microsoft Windows, publicado bajo la Licencia Pública General GNU. Fue diseñado para ser fácil de aprender y fácil de usar, pero capaz de realizar un trabajo de calidad profesional. (FreePCB: freeware PCB layout software, s. f., párr. 1)
- Easy EDA: Es una herramienta, que no requiere instalación y está basada en la nube, por lo que es posible crear directamente los diseños de manera online. (De luz, 2016, párr. 1)

2.2.6.3. Versión final de los circuitos esquemático e impreso

Para el diseño de la versión final de los circuitos esquemático e impreso, se empleó como base la PCB utilizada en el artículo de divulgación científica elaborado por E. González et. al. (2019) con el título “Desarrollo de un sistema electrónico con desplazamiento bidimensional para obtener el flujo lumínico en distintas fuentes de iluminación para conseguir sus curvas características”, con la adición de nuevos componentes electrónicos, módulos y sensores, que permitan mejorar la interacción humano máquina, así como también facilitar la adquisición de los datos de las magnitudes físicas que intervienen durante la irradiación de la sustancia química.

Se hizo uso de un software CAD tipo EDA para la elaboración y modificación del circuito esquemático empleado para este proyecto. En dicho circuito esquemático se realiza la selección de los componentes, sensores y módulos, con la finalidad de realizar las conexiones entre ellos.

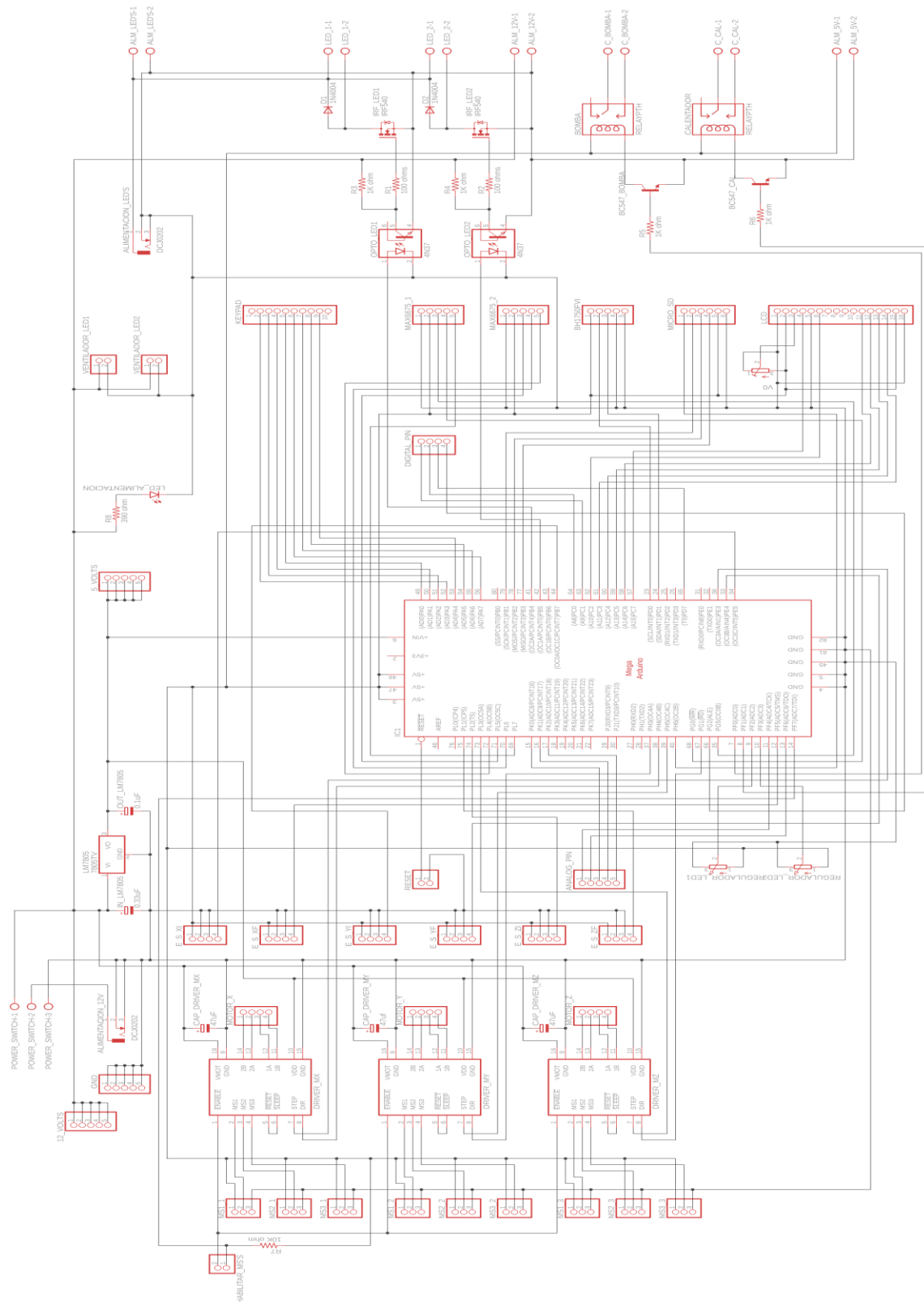


Figura 2.45 Diagrama esquemático de los componentes empleados en la tarjeta de propósito general.

Empleando el circuito esquemático mostrado en la Figura 2.45 y las herramientas de exportación que proporciona el software EDA, se llevó a cabo la realización del circuito impreso colocando los componentes, sensores y módulos en una posición que brinde la mejor conectividad y continuidad entre ellos, con el propósito de elaborar el trazado de pistas y pads que servirán para el montaje y conexión de los materiales mencionados en el capítulo 2.2.5

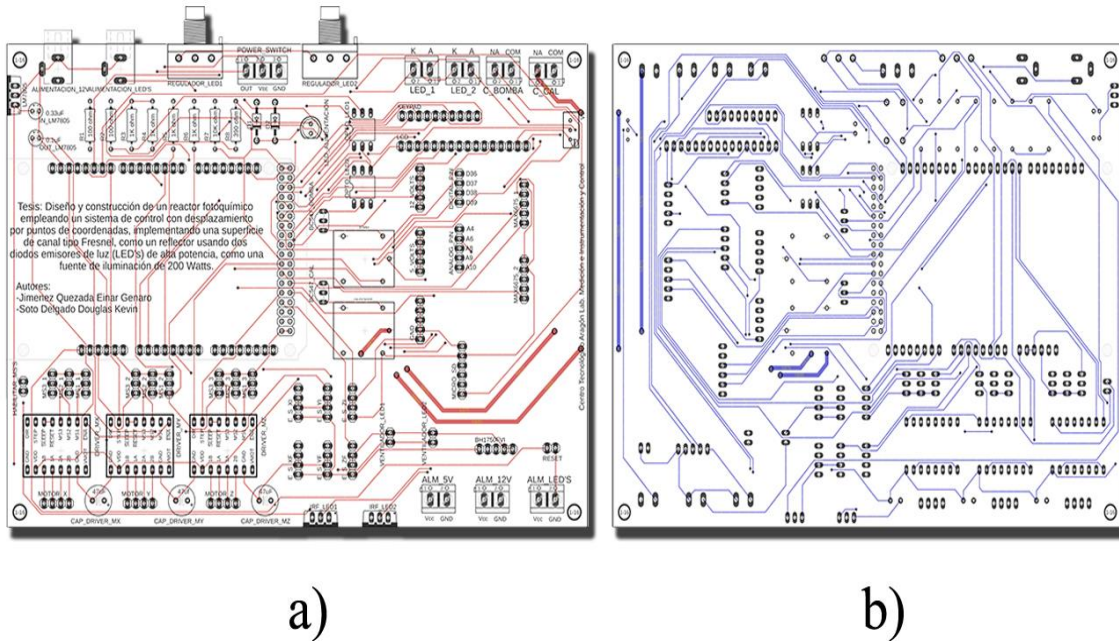


Figura 2.46 Diseño del circuito impreso para la tarjeta de propósito general en sus vistas: a) superior e b) inferior.

2.2.6.4 Montaje de los componentes en la tarjeta de circuito impreso

Con la finalidad de tener la mejor calidad posible en el proyecto, se realizó la elaboración fabricación de la tarjeta de propósito general mediante el envío de un archivo Gerber para su manufacturación; y como resultado final se obtuvo la tarjeta mostrada en la Figura 2.47, donde se puede observar la distribución y conexión de los diferentes módulos y componentes electrónicos que la conforman.

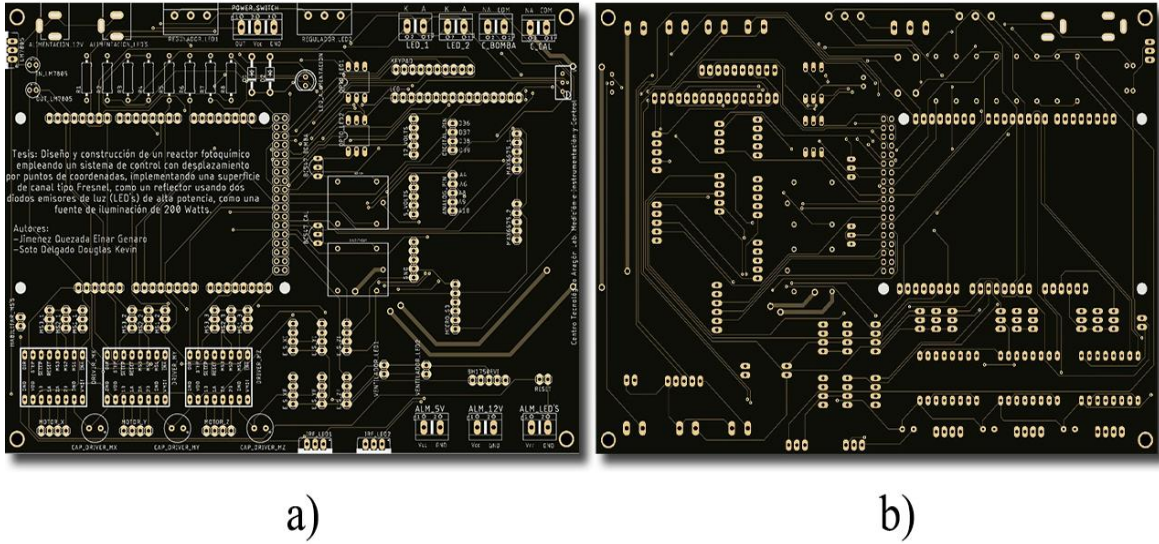


Figura 2.47 Circuito impreso de la tarjeta de propósito general en sus vistas: a) superior e b) inferior.

En el proceso de montaje de la tarjeta de propósito general es indispensable el uso de herramientas, consumibles y accesorios que permitan soldar los diversos componentes, módulos y sensores de una manera segura y eficaz en la PCB, garantizando un correcto funcionamiento al disminuir la posibilidad de generar un falso contacto o un mal funcionamiento por soldadura fría.

Un mal funcionamiento de la tarjeta puede deberse a una mala manipulación por parte del usuario o el desgaste de la vida útil de los componentes, es por ello que se implementaron algunos conectores eléctricos especiales que permitan una fácil extracción y reemplazo de los módulos, sin la necesidad de exponer a los usuarios al uso de herramientas o equipos que pudieran generar un daño a la tarjeta.

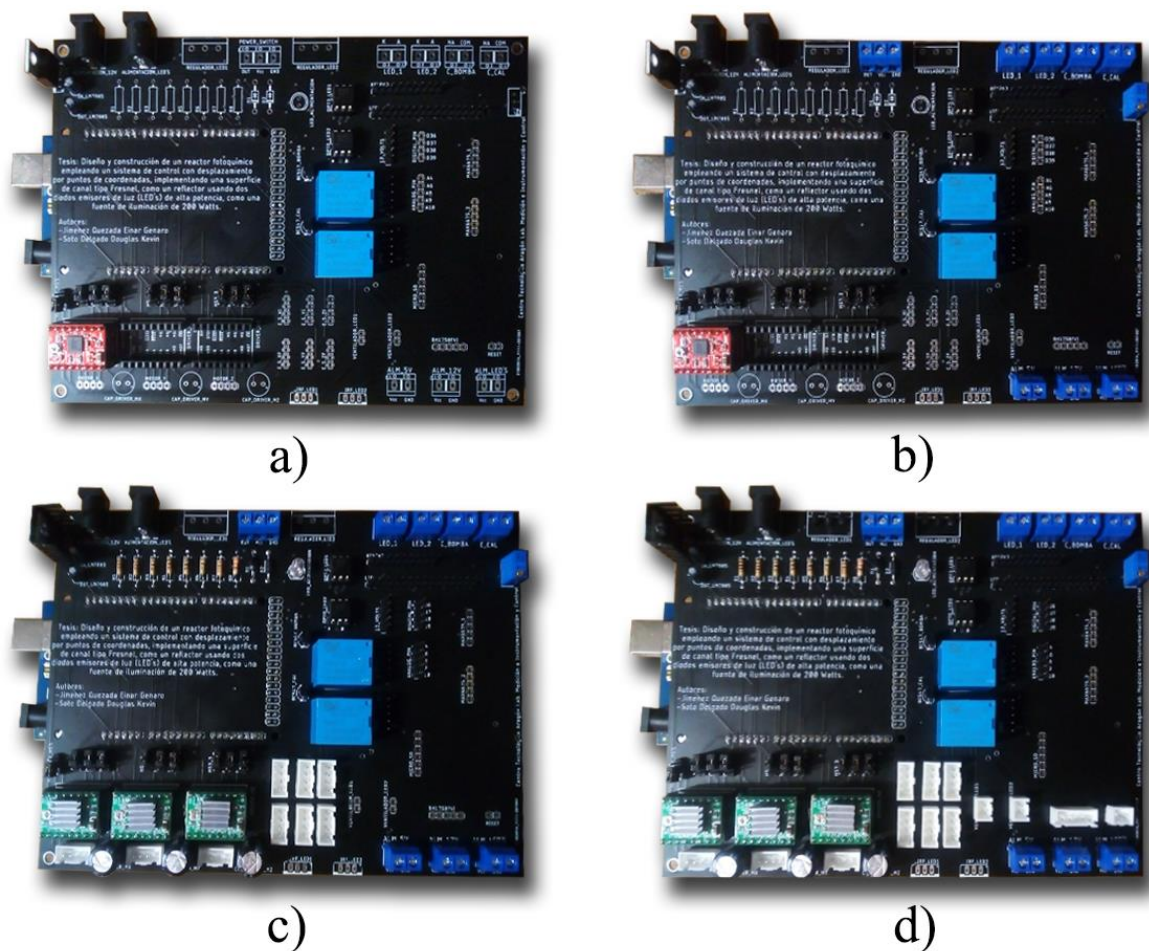


Figura 2.48 Proceso de montaje y soldado de los componentes en la tarjeta de propósito general.

El resultado final de la tarjeta de propósito general con los componentes, módulos y sensores soldados y colocados se puede observar en la Figura 2.49, donde a su vez es posible apreciar las medidas de protección anteriormente mencionadas que fueron implementadas en la PCB, así como también corroborar que la distribución y separación de los materiales electrónicos empleados en la placa es la adecuada.

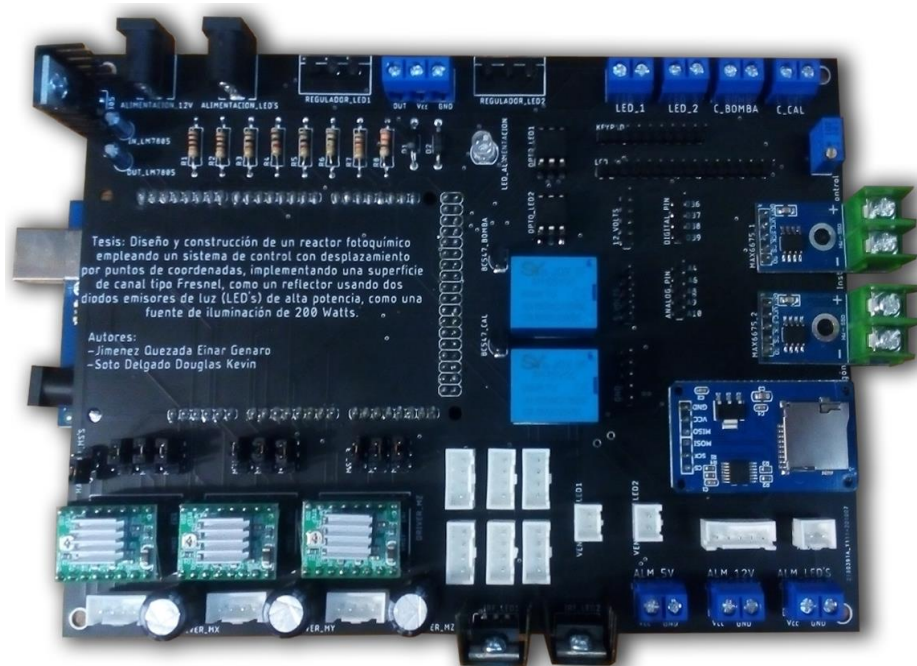


Figura 2.49 Módulos y componentes electrónicos montados en la tarjeta de propósito general.

2.3 Costos y Presupuestos de los componentes electrónicos, módulos, sensores y equipos

Para la elaboración de la tarjeta de propósito general es necesario conocer los precios de los módulos, componentes electrónicos, sensores y equipos que serán empleados en el desarrollo de la tarjeta. Es por ello que en este subcapítulo se hablará de los costos y presupuestos de los instrumentos y materiales utilizados para el proyecto.

2.3.1 Presupuesto

En el desarrollo de la tarjeta de propósito general se emplearon una serie de componentes electrónicos, módulos y sensores, los cuales generan un costo total de producción que oscila aproximadamente en los \$2,608.34 M.N. por unidad, como se puede observar en la Tabla 2.1. De igual manera en esta misma tabla se muestra el costo total de producción para cien unidades.

Tabla 2.1 Listado de componentes electrónicos, módulos y sensores.

Listado de Componentes electrónicos				
Nombre	Cantidad de unidades necesarias para un circuito impreso	Costo por unidad (00/100M.N.)	Costo total para un circuito impreso (00/100M.N.)	Costo total para cien circuitos impresos (00/100M.N.)
Tarjeta de circuito impreso	1	\$ 117.00	\$ 117.00	\$ 6,040.00
LCD 20x4 2004 Azul	1	\$ 158.00	\$ 158.00	\$ 15,800.00
Teclado rígido matricial 4x4	1	\$ 120.00	\$ 120.00	\$ 12,000.00
Potenciómetro de precisión 3590s	2	\$ 48.28	\$ 96.56	\$ 9,656.00
Botón arcade circular LED 12v	2	\$ 45.00	\$ 90.00	\$ 9,000.00
Módulo lector de micro SD	1	\$ 34.00	\$ 34.00	\$ 3,400.00
Módulo interfaz para termopar tipo K Max6675 y Termopar tipo K con 1 metro de cable	2	\$ 111.21	\$ 222.42	\$ 22,242.00
Módulo sensor de luz BH1750FVI	1	\$ 325.00	\$ 325.00	\$ 32,500.00
Relevador 5v 10a 1 polo 2 tiros	2	\$ 12.93	\$ 25.86	\$ 2,586.00
Transistor IRF3205 Mosfet canal N 55v 110a	2	\$ 11.21	\$ 22.42	\$ 2,242.00
Optoacoplador 4N27 Salida Transistor NPN	2	\$ 11.00	\$ 22.00	\$ 2,200.00
Transistor BC547C NPN 45v 100ma	2	\$ 1.72	\$ 3.44	\$ 344.00
Regulador de voltaje positivo LM7805	1	\$ 5.17	\$ 5.17	\$ 517.00
Bornera conector de tornillo 2 Pines 5mm	7	\$ 4.31	\$ 30.17	\$ 3,017.00
Bornera conector de tornillo 3 Pines 5mm	1	\$ 5.17	\$ 5.17	\$ 517.00
Driver motor a pasos A4988 tipo Pololu	3	\$ 26.72	\$ 80.16	\$ 8,016.00
Header hembra cuadrada 40 pines 2.54mm	2	\$ 6.90	\$ 13.80	\$ 1,380.00
Header macho 40 pines 2.54mm	5	\$ 2.59	\$ 12.95	\$ 1,295.00
Doble header macho 2x20 pin 2.54mm	1	\$ 9.00	\$ 9.00	\$ 900.00
Switch 1 paso tipo avión con luz indicadora tapa azul	1	\$ 60.00	\$ 60.00	\$ 6,000.00
Conector header JST Xh para PCB 5 pines rectos paso 2.54mm	1	\$ 3.00	\$ 3.00	\$ 300.00
Conector header JST Xh para PCB 4 pines rectos paso 2.54mm	9	\$ 3.00	\$ 27.00	\$ 2,700.00
Conector header JST Xh Para PCB 2 pines rectos paso 2.54mm	1	\$ 3.00	\$ 3.00	\$ 300.00
Conector header JST Xhp para Arnés 2 vías 1 fila paso 2.54mm	1	\$ 11.00	\$ 11.00	\$ 1,100.00
Conector header JST Xhp para Arnés 4 vías 1 fila paso 2.54mm	6	\$ 11.00	\$ 66.00	\$ 6,600.00
Conector header JST Xhp para Arnés 5 vías 1 fila paso 2.54mm	1	\$ 11.00	\$ 11.00	\$ 1,100.00
Conector alimentación Jack hembra 3 pines 5.5 X 2.1mm	2	\$ 1.72	\$ 3.44	\$ 344.00
Diodo emisor de luz ultra brillante de 5mm color azul	1	\$ 0.86	\$ 0.86	\$ 86.00
Potenciómetro trimpot trimmer 3296w 1KΩ	1	\$ 6.90	\$ 6.90	\$ 690.00
Capacitor electrolítico 47 uf 100v	3	\$ 3.50	\$ 10.50	\$ 1,050.00
Capacitor electrolítico 0.33 uf 50v	1	\$ 0.86	\$ 0.86	\$ 86.00
Capacitor electrolítico 0.1 uf 50v	1	\$ 0.86	\$ 0.86	\$ 86.00
Diodo rectificador 1N4007 1000V 1A	2	\$ 1.72	\$ 3.44	\$ 344.00
Resistencia 100Ω a 1/4W	2	\$ 0.17	\$ 0.34	\$ 34.00
Resistencia 360Ω a 1/4W	1	\$ 0.17	\$ 0.17	\$ 17.00
Resistencia 1KΩ a 1/4W	4	\$ 0.17	\$ 0.68	\$ 68.00
Resistencia 10KΩ a 1/4W	1	\$ 0.17	\$ 0.17	\$ 17.00
Módulo Switch final de carrera	4	\$ 30.00	\$ 120.00	\$ 12,000.00
Arduino Mega 2560 Rev3	1	\$ 886.00	\$ 886.00	\$ 88,600.00
Costo total:			\$ 2,608.34	\$ 255,174.00

Para la protección y seguridad del usuario durante la manipulación de la tarjeta de circuito impreso, se utilizarán una serie de materiales enlistados en la Tabla 2.2, donde a su vez se puede observar que el costo total para su ensamblaje, oscila aproximadamente en los \$4,181.80 M.N. por unidad. De igual modo en la misma tabla se muestra el costo total por la producción de cien unidades. La fuente conmutada de alimentación es indispensable para suministrar potencia eléctrica a la fuente de iluminación de LED de alta potencia, la cual será controlada por la tarjeta de propósito general, ya que esta genera una modulación por ancho de pulso que permite que la vida útil de la fuente de iluminación se prolongue. Así mismo la fuente conmutada de alimentación suministra la demanda de corriente eléctrica de los distintos componentes electrónicos, tarjeta de desarrollo y sensores montados en la tarjeta.

Tabla 2.2 Listado de accesorios extra.

Listado de accesorios extras				
Nombre	Cantidad de unidades necesarias para un circuito impreso	Costo por unidad (00/100M.N.)	Costo total para un circuito impreso (00/100M.N.)	Costo total para cien circuitos impresos (00/100M.N.)
Carcasa de MDF para tarjeta de circuito impreso	1	\$ 750.00	\$ 750.00	\$ 75,000.00
Fuente conmutada de alimentación 36V 9.7Amp	1	\$ 1,292.00	\$ 1,292.00	\$ 129,200.00
Fuente conmutada de alimentación 12V 10Amp	1	\$ 247.00	\$ 247.00	\$ 24,700.00
Conector Jack tipo banana hembra color azul	2	\$ 5.00	\$ 10.00	\$ 1,000.00
Conector Jack tipo banana hembra color negro	5	\$ 4.00	\$ 20.00	\$ 2,000.00
Conector Jack tipo banana hembra color rojo	5	\$ 4.00	\$ 20.00	\$ 2,000.00
Conector Jack tipo banana hembra color verde	2	\$ 5.00	\$ 10.00	\$ 1,000.00
Conector Jack tipo banana macho color negro	4	\$ 6.50	\$ 26.00	\$ 2,600.00
Conector Jack tipo banana macho color rojo	4	\$ 6.50	\$ 26.00	\$ 2,600.00
Cable color azul calibre 22 AWG (1 metro)	5	\$ 4.50	\$ 22.50	\$ 2,250.00
Cable color blanco calibre 22 AWG (1 metro)	5	\$ 4.50	\$ 22.50	\$ 2,250.00
Cable color negro calibre 22 AWG (1 metro)	5.5	\$ 4.50	\$ 24.75	\$ 2,475.00
Cable color rojo calibre 22 AWG (1 metro)	5.5	\$ 4.50	\$ 24.75	\$ 2,475.00
Cable color verde calibre 22 AWG (1 metro)	1	\$ 4.50	\$ 4.50	\$ 450.00
Cable color azul calibre 18 AWG (1 metro)	0.3	\$ 6.50	\$ 1.95	\$ 195.00
Cable color negro calibre 18 AWG (1 metro)	2.6	\$ 6.50	\$ 16.90	\$ 1,690.00
Cable color rojo calibre 18 AWG (1 metro)	2.6	\$ 6.50	\$ 16.90	\$ 1,690.00
Cable color verde calibre 18 AWG (1 metro)	0.3	\$ 6.50	\$ 1.95	\$ 195.00
Disipador de calor de Aluminio para To-220	3	\$ 6.90	\$ 20.70	\$ 2,070.00
Disipador de calor de Aluminio con ventilador de refrigeración para diodo emisor de luz de potencia	2	\$ 531.70	\$ 1,063.40	\$ 106,340.00
Diodo emisor de luz de potencia color blanco frio de 100W	2	\$ 79.00	\$ 158.00	\$ 15,800.00
Ventilador 12Vdc 0.15A de 80mm x 80 mm x 15mm	1	\$ 250.00	\$ 250.00	\$ 25,000.00
Rejilla metálica protectora para ventilador de abanico de 80mm x 80mm	1	\$ 50.00	\$ 50.00	\$ 5,000.00
Separador de latón M3 Hembra-Hembra de 20mm	4	\$ 6.00	\$ 24.00	\$ 2,400.00
Tornillo M5 x 20mm de acero inoxidable con tuerca	4	\$ 5.00	\$ 20.00	\$ 2,000.00
Tornillo M3 x 12mm de acero inoxidable	8	\$ 4.00	\$ 32.00	\$ 3,200.00
Tornillo M2 x 12mm de acero inoxidable con tuerca	4	\$ 6.50	\$ 26.00	\$ 2,600.00
		Costo total:	\$ 4,181.80	\$ 418,180.00

Es indispensable en el desarrollo de la estructura del reactor fotoquímico, el uso de materiales rígidos en los soportes que permitan el montaje de los motores para el control de los ejes “x” y “y”, con la propuesta de implementar un tercer eje “z”, a fin de realizar pruebas en los tres ejes y obtener las curvas características de la fuente de iluminación, ubicando así la coordenada con la emisión de lúmenes necesarios para la colocación de la muestra. En la Tabla 2.3 se presenta un listado de los materiales empleados en la estructura del reactor. El costo total del ensamblaje de la estructura oscila aproximadamente en los \$8,507.37 M.N. por unidad. Asimismo en la misma tabla se muestra el costo total por la producción de cien estructuras.

Tabla 2.3 Listado de materiales para la estructura.

Listado de materiales para estructura				
Nombre	Cantidad de unidades necesarias para un circuito impreso	Costo por unidad (00/100M.N.)	Costo total para un circuito impreso (00/100M.N.)	Costo total para cien circuitos impresos (00/100M.N.)
Perfil de Aluminio estructural 20x20 (1m)	1	\$ 567.00	\$ 567.00	\$ 56,700.00
Perfil de Aluminio estructural 20x40 (1m)	1.6	\$ 1,032.00	\$ 1,651.20	\$ 165,120.00
Rueda 625Z para perfil de aluminio estructural	12	\$ 35.00	\$ 420.00	\$ 42,000.00
Polea dentada GT2 de 20 dientes para banda de 6mm	3	\$ 35.00	\$ 105.00	\$ 10,500.00
Banda dentada GT2 6mm (1m)	1.6	\$ 34.00	\$ 54.40	\$ 5,440.00
Escuadra exterior para perfil de Aluminio estructural 20x20	4	\$ 19.00	\$ 76.00	\$ 7,600.00
Tuerca tipo T M5 para perfil de Aluminio estructural	26	\$ 4.00	\$ 104.00	\$ 10,400.00
Tornillo M5 x 8mm de acero inoxidable	14	\$ 4.00	\$ 56.00	\$ 5,600.00
Tornillo M5 x 15mm de acero inoxidable	24	\$ 3.00	\$ 72.00	\$ 7,200.00
Tornillo M4 x 30mm de acero inoxidable con tuerca	12	\$ 3.50	\$ 42.00	\$ 4,200.00
Rectángulo de acrílico 130mm x 70mm	2	\$ 43.00	\$ 86.00	\$ 8,600.00
Rectángulo de acrílico 90mm x 70mm	2	\$ 37.00	\$ 74.00	\$ 7,400.00
Rectángulo de acrílico 75mm x 45mm	4	\$ 21.00	\$ 84.00	\$ 8,400.00
Varilla lisa guía de 5mm de espesor (500mm)	1	\$ 241.00	\$ 241.00	\$ 24,100.00
Separador circular Ø 5.3mm x 12mm	16	\$ 3.50	\$ 56.00	\$ 5,600.00
Base soporte impresa en 3D para los diodos emisores de luz de potencia	2	\$ 1,379.92	\$ 2,759.84	\$ 275,984.00
Superficie reflectora de Fresnel tipo canal impresa en 3D	1	\$ 824.96	\$ 824.96	\$ 82,496.00
Base soporte impresa en 3D para sensor de luminosidad, superficie de Fresnel y sustancia química	1	\$ 729.97	\$ 729.97	\$ 72,997.00
Final de carrera mecánico-electrónico para impresora 3D	4	\$ 31.00	\$ 124.00	\$ 12,400.00
Motor a pasos Nema 17 3.6V a 12V	2	\$ 190.00	\$ 380.00	\$ 38,000.00
		Costo total:	\$ 8,507.37	\$ 850,737.00

2.3.2 Costos

Es importante generar la depreciación de las herramientas y equipos de medición que se emplearán para el ensamblaje y detección de posibles defectos de fabricación implementando pruebas de continuidad entre las pistas y los componentes en la tarjeta. Durante el ensamblaje de cada componente electrónico es importante realizar las pruebas de continuidad pertinentes, donde se han establecido puentes entre las caras de la tarjeta para que la corriente fluya correctamente. En la Tabla 2.4 se enlistan los instrumentos indispensables para el desarrollo de la tarjeta, el valor de la depreciación de estos se sumará a los otros costos para conocer el total de la producción. El costo total de la depreciación por el ensamblaje oscila aproximadamente en los \$10.46 M.N. por unidad. Además en esta misma tabla se muestra el costo total de producción por cien unidades.

Tabla 2.4 Depreciación de los equipos y herramientas.

Listado de herramientas, instrumentos y equipos				
Nombre	Cantidad de unidades necesarias	Costo por unidad (00/100M.N.)	Depreciación total para un circuito impreso (00/100M.N.)	Depreciación total para cien circuitos impresos (00/100M.N.)
Cautín de estación Weller WTCPT 60W	1	\$ 2,799.00	\$ 1.23	\$ 122.92
Multímetro Fluke 117 True RMS	1	\$ 8,541.00	\$ 3.75	\$ 375.10
Laptop HP Ryzen 3 12 GB, 1 TB + 128 GB SSD	1	\$ 12,480.00	\$ 5.48	\$ 548.09
Costo total:		\$ 23,820.00	\$ 10.46	\$ 1,046.11

Durante el ensamblaje de los componentes electrónicos, módulos y sensores, se hará uso de los consumibles enlistados en la Tabla 2.5 y presentan un costo total que oscila aproximadamente en los \$14.96 M.N. por unidad. De igual manera en esta misma tabla se muestra el costo total de consumibles para la producción de cien unidades.

Tabla 2.5 Consumibles empleados para el montaje de la tarjeta de propósito general.

Listado de consumibles				
Nombre	Cantidad de unidades necesarias para un circuito impreso	Costo por unidad (00/100M.N.)	Costo total para un circuito impreso (00/100M.N.)	Costo total para cien circuitos impresos (00/100M.N.)
Rollo de 450 gramos de soldadura con aleación estaño/plomo (60/40)	0.013	\$ 345.00	\$ 4.49	\$ 448.50
Pasta para soldar en lata con 60 gramos	0.01	\$ 39.00	\$ 0.39	\$ 39.00
Tubo termoretráctil de \varnothing 3/32 (1 metro)	1.17	\$ 7.00	\$ 8.19	\$ 819.00
Tubo termoretráctil de \varnothing 1/4 (1 metro)	0.21	\$ 9.00	\$ 1.89	\$ 189.00
Costo total:			\$ 14.96	\$ 1,495.50

En el ensamblaje de las tarjetas se pretende considerar el costo de la mano de obra en base al salario mínimo en la región centro de México durante el año 2020, así como el consumo de la energía eléctrica tomando en cuenta el precio por KW-H en el mismo año, dando un costo total de \$164.31 M.N. por unidad, como se presenta en la Tabla 2.6. De igual modo en esta misma tabla se muestra el costo total por la producción de cien unidades.

Tabla 2.6 *Servicios contratados para la producción de la tarjeta de propósito general.*

Servicios contratados			
Nombre	Costo (00/100M.N.)	Costo total para un circuito impreso (00/100M.N.)	Costo total para cien circuitos impresos (00/100M.N.)
Salario mínimo en México 2020	\$ 123.22	\$ 41.07	\$ 4,107.33
Cargos por energía eléctrica consumida (KW-H)	\$ 0.79	\$ 0.49	\$ 49.17
Manufacturación de la tarjeta de circuito impreso	\$ 613.73	\$ 122.75	\$ 5,362.26
Costo total:		\$ 164.31	\$ 9,518.76

2.4 Diagramas de flujo y programación empleados en la tarjeta de propósito general

Con la finalidad de tener una mejor organización del código fuente, así como también, aumentar su velocidad de interpretación por parte del microprocesador, se decidió dividir la programación en 8 subrutinas diferentes, las cuales son llamadas por el código principal (main program) al momento de ejecutar algún proceso del reactor fotoquímico. En este subcapítulo se verán los diagramas de flujo, el código principal y las subrutinas empleadas en la programación de la tarjeta de propósito general.

2.4.1 Código principal

Ordinograma del código encargado de ejecutar las subrutinas necesarias para el sistema de acuerdo a las solicitudes del usuario.

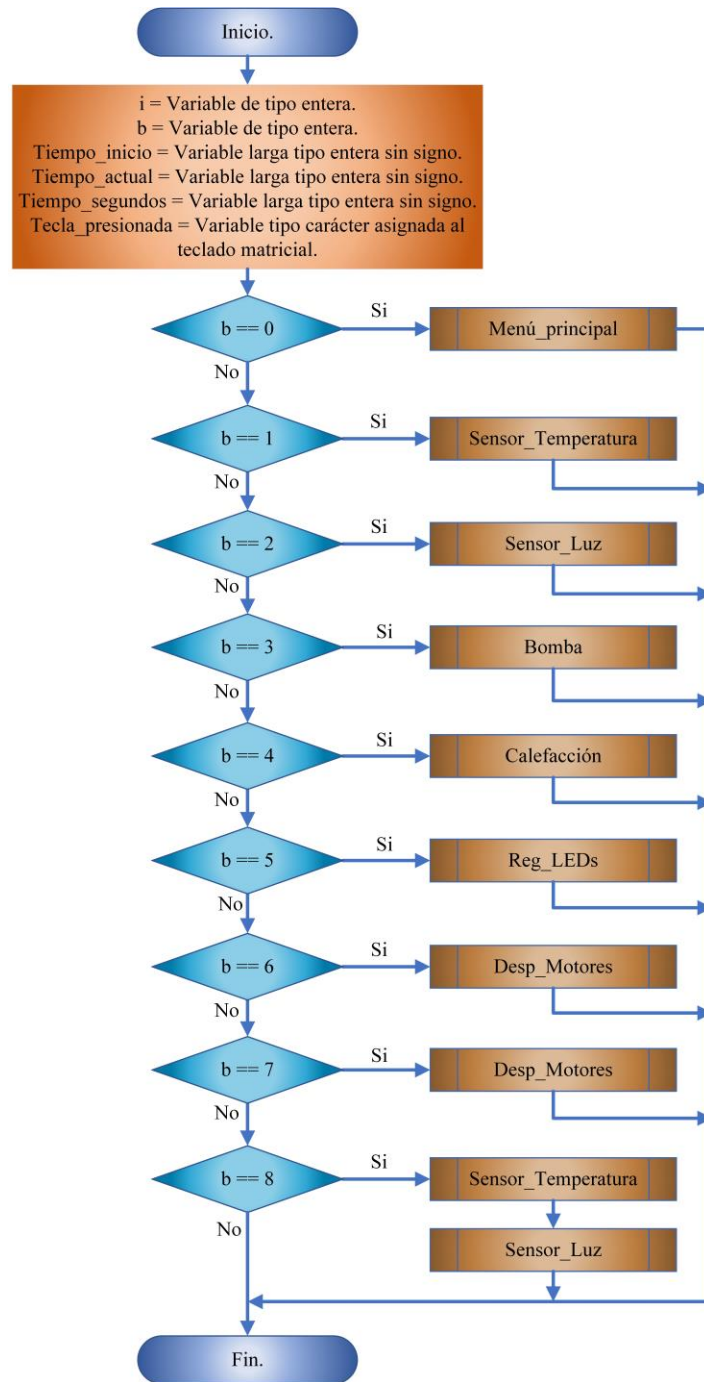


Figura 2.50 Diagrama de flujo empleado para el código principal.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de las subrutinas para el control del reactor fotoquímico:

```

///// Código base necesario para la pantalla de cristal líquido /////
#include <LiquidCrystal.h> // Librería para el uso de pantalla de cristal
                             líquido.

LiquidCrystal lcd(30, 35, 31, 32, 33, 34); // Declaración de los pines de
                                             conexión RS, EN, d4, d5, d6, d7 de
                                             la pantalla de cristal líquido en
                                             el arduino Mega 2560.

////////////////////////////////////

////////// Código base necesario para la matriz alfanumérica //////////
#include <Keypad.h> // Librería para el uso de teclado matricial.

const byte filas = 4; // Declaración del número de filas del teclado
                      matricial.
const byte columnas = 4; // Declaración del número de columnas del teclado
                      matricial.
const byte pinesFilas[filas] = {29, 28, 27, 26}; // Declaración de los
                                             pines de conexión para las
                                             filas del teclado matricial.
const byte pinesColumnas[columnas] = {25, 24, 23, 22}; // Declaración de los
                                             pines de conexión para
                                             las columnas del
                                             teclado matricial.

char matriz[filas][columnas] = { { '1', '2', '3', 'A'}, { '4', '5', '6',
'B'}, { '7', '8', '9', 'C'}, { '*', '0', '#', 'D'} }; // Declaración de los
                                             caracteres en el
                                             teclado matricial
                                             mediante una variable
                                             de tipo cadena de
                                             caracteres.

Keypad Teclado = Keypad( makeKeymap(matriz), pinesFilas, pinesColumnas,
filas, columnas); // Configuración del teclado matricial.
////////////////////////////////////

/// Código base necesario para el módulo MAX6675 y el termopar tipo K ///
#include "max6675.h" // Librería para el uso del módulo MAX6675.

int ktcCS_Temp1 = 41; // Creación de una variable tipo entera y
                      declaración de su pin de conexión.

```

```
int ktcSO_Temp1    = 42;    // Creación de una variable tipo entera y
                          // declaración de su pin de conexión.
int ktcCLK_Temp1   = 4;     // Creación de una variable tipo entera y
                          // declaración de su pin de conexión.
int ktcCS_Temp2    = 43;    // Creación de una variable tipo entera y
                          // declaración de su pin de conexión.
int ktcSO_Temp2    = 45;    // Creación de una variable tipo entera y
                          // declaración de su pin de conexión.
int ktcCLK_Temp2   = 44;    // Creación de una variable tipo entera y
                          // declaración de su pin de conexión.

MAX6675 ktc_Temp1(ktcCLK_Temp1, ktcCS_Temp1, ktcSO_Temp1); // Configuración
                                                         // del módulo
                                                         // MAX6675_1.
MAX6675 ktc_Temp2(ktcCLK_Temp2, ktcCS_Temp2, ktcSO_Temp2); // Configuración
                                                         // del módulo
                                                         // MAX6675_2.

////////////////////////////////////

////////// Código base necesario para el módulo BH1750FVI //////////
#include <Wire.h>    // Librería para el uso del bus I2C.
#include <BH1750.h> // Librería para el uso del módulo BH1750.

BH1750 Luxometro; // Configuración del módulo BH1750.

////////////////////////////////////

////////// Código base necesario para el módulo MicroSD //////////
#include <SD.h>     // Librería para la lectura y escritura de archivos en la
                  // memoria MicroSD.
#include <SPI.h>    // Librería para la comunicación con dispositivos SPI.

File logFile;     // Creación del archivo "logFile".

////////////////////////////////////

//////////////////////////////////// Variables globales //////////////////////////////////
int i = 0;        // Creación de una variable tipo entera y asignación del valor
                  // de 0.
int j = 0;        // Creación de una variable tipo entera y asignación del valor
                  // de 0.
int b = 0;        // Creación de una variable tipo entera y asignación del valor
                  // de 0.

unsigned long Tiempo_inicio = 0; // Creación de una variable larga tipo
                                  // entera sin signo y asignación del valor
                                  // de 0.
```

```
unsigned long Tiempo_actual    = 0; // Creación de una variable larga tipo
                                   // entera sin signo y asignación del valor de
                                   // 0.
unsigned long Tiempo_segundos = 0; // Creación de una variable larga tipo
                                   // entera sin signo y asignación del valor de
                                   // 0.

char Tecla_presionada;           // Creación de una variable tipo carácter.

////////////////////////////////////

////////// Ficheros empleados en la programación principal //////////
#include "Animacion.h"           // Fichero para la subrutina "Inicio".

#include "Menu.h"                // Fichero para las subrutinas "Config_Menu"
                                   // y "Menu_principal".

#include "Sensor_Temperatura.h" // Fichero para la subrutina
                                   // "Sensor_Temperatura".

#include "Sensor_Luz.h"         // Fichero para las subrutinas
                                   // "Config_Sensor_luz" y "Sensor_Luz".

#include "Bomba.h"              // Fichero para las subrutinas
                                   // "Config_Bomba" y "Bomba".

#include "Calefaccion.h"        // Fichero para las subrutinas
                                   // "Config_Calefaccion" y "Calefaccion".

#include "Regular_LEDs.h"       // Fichero para las subrutinas
                                   // "Config_Reg_LEDs" y "Reg_LEDs".

#include "Motores.h"            // Fichero para las subrutinas
                                   // "Config_Motores" y "Desp_Motores".

#include "MicroSD.h"            // Fichero para la subrutina
                                   // "Config_MicroSD".

////////////////////////////////////

void setup()
{
    lcd.begin(20, 4);           // Inicialización y declaración de la cantidad de
                                   // columnas y filas de la pantalla de cristal líquido.

    Config_Bomba();            // Manda llamar a la subrutina "Config_Bomba".
    Config_Calefaccion();      // Manda llamar a la subrutina "Config_Calefaccion".
}
```



```
Config_Menu();           // Manda llamar a la subrutina "Config_Menu".
Config_Motores();       // Manda llamar a la subrutina "Config_Motores".
Config_Reg_LEDs();     // Manda llamar a la subrutina "Config_Reg_LEDs".
Config_Sensor_luz();   // Manda llamar a la subrutina
                       // "Config_Sensor_luz".

lcd.clear();           // Borra el texto actual de la pantalla de
                       // cristal líquido.

Config_MicroSD();      // Manda llamar a la subrutina "Config_MicroSD".
Tiempo_inicio = millis(); // Asigna a "Tiempo_inicio" el valor del tiempo
                           // transcurrido desde que se encendido el sistema.
}

void loop()
{
  if (b == 0)           // Comprueba si el valor de "b" es igual a 0 para
                       // realizar las acciones entre corchetes.
  {
    Menu_principal();  // Manda llamar a la subrutina "Menu_principal".
  }

  if (b == 1)           // Comprueba si el valor de "b" es igual a 1 para
                       // realizar las acciones entre corchetes.
  {
    lcd.clear();       // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                       // líquido.
    Sensor_Temperatura(); // Manda llamar a la subrutina "Sensor_Temperatura".
  }

  if (b == 2)           // Comprueba si el valor de "b" es igual a 2 para realizar
                       // las acciones entre corchetes.
  {
    lcd.clear();       // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
    Sensor_Luz();      // Manda llamar a la subrutina "Sensor_Luz".
  }

  if (b == 3)           // Comprueba si el valor de "b" es igual a 3 para realizar
                       // las acciones entre corchetes.
  {
    lcd.clear();       // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
    Bomba();           // Manda llamar a la subrutina "Bomba".
  }
}
```

```
if (b == 4)      // Comprueba si el valor de "b" es igual a 4 para realizar
                 las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear();  // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
  Calefaccion(); // Manda llamar a la subrutina "Calefaccion".
}

if (b == 5)      // Comprueba si el valor de "b" es igual a 5 para
                 realizar las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear();  // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                 líquido.
  Reg_LEDs();   // Manda llamar a la subrutina "Reg_LEDs".
}

if (b == 6)      // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 para
                 realizar las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear();  // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                 líquido.
  Desp_Motores(); // Manda llamar a la subrutina "Desp_Motores".
}

if (b == 7)      // Comprueba si el valor de "b" es igual a 7 para
                 realizar las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear();  // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                 líquido.
  Desp_Motores(); // Manda llamar a la subrutina "Desp_Motores".
}

if (b == 8)      // Comprueba si el valor de "b" es igual a 8 para
                 realizar las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear();  // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                 líquido.
  Sensor_Temperatura(); // Manda llamar a la subrutina
                        "Sensor_Temperatura".
  Sensor_Luz();   // Manda llamar a la subrutina "Sensor_Luz".
}
}
```

2.4.2 Subrutina para el despliegue de un menú

Ordinograma de la subrutina encargada de desplegar un menú interactivo que permite al usuario tener el control del reactor fotoquímico.



Figura 2.51 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para el despliegue de un menú (continúa).

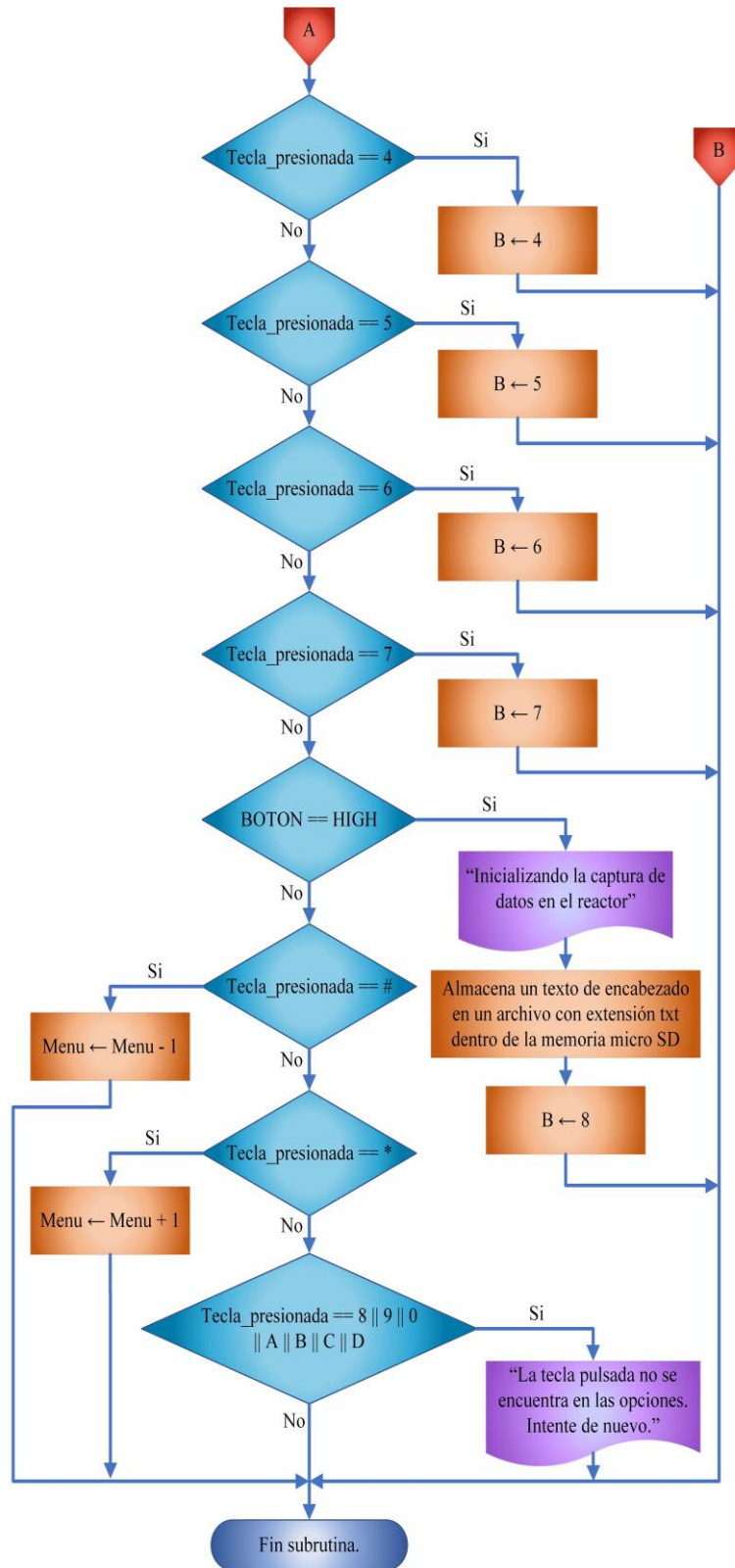


Figura 2.51 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para el despliegue de un menú (continuación).

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para el despliegue de un menú:

```
char * Principal = "Menu principal (Presione el numero con la opcion deseada) "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion1 = "1. Comprobar funcionamiento de los sensores de temperatura "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion2 = "2. Comprobar funcionamiento del sensor de luz "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion3 = "3. Activar/Desactivar Bomba "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion4 = "4. Activar/Desactivar Calefaccion "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion5 = "5. Ajustar intensidad de iluminacion en los LED's "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion6 = "6. Ingresar coordenadas para el eje X "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion7 = "7. Ingresar coordenadas para el eje Y "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion8 = "* Mas opciones "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion9 = "# Regresar "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion10 = "* Mas opciones/# Regresar "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.
char * Opcion11 = "Nota: Una vez configurado el sistema presione el boton azul "; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.

int a = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del valor de 0.
int Menu = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del valor de 0.
```

```
int i1    = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del
           // valor de 0.
int i2    = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del
           // valor de 0.
int i3    = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del
           // valor de 0.
int BOTON = 36; // Creación de una variable tipo entera y declaración de su
              // pin de conexión.

void Config_Menu() // Subrutina para la configuración requerida en el
                  // uso de la pantalla de cristal líquido y de un
                  // botón.
{
  lcd.begin(20, 4); // Inicialización y declaración de la cantidad de
                  // columnas y filas de la pantalla de cristal líquido.
  pinMode(BOTON, INPUT); // Configuración del pin "BOTON" como entrada.
}

void Menu_principal() // Subrutina para impresión del menú principal.
{
  Tiempo_actual = millis(); // Asigna a "Tiempo_actual" el valor del tiempo
                          // transcurrido desde que se encendido el sistema.

  if (Tiempo_actual >= (Tiempo_inicio + 500)) // Comprueba si el valor de
                                              // "Tiempo_actual" es igual o
                                              // mayor al resultado de la suma
                                              // del valor de "Tiempo_inicio"
                                              // más 500 para realizar las
                                              // acciones entre corchetes.
  {
    if (a == 0 && Menu == 0) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 0 &
                            // si el valor de "Menu" es igual a 0 para realizar
                            // las acciones entre corchetes.
    {
      lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                          // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                          // cristal líquido.
      lcd.print("1. Comprobar funcion"); // Imprime un texto en la pantalla
                          // de cristal líquido.
    }
  }
}
```

```
lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

lcd.print("2. Comprobar funcion"); // Imprime un texto en la pantalla
// de cristal líquido.

lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

lcd.print(Opcion8); // Imprime una variable en la
                    // pantalla de cristal líquido.

lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el
// desplazamiento de una variable tipo
// cadena de caracteres.
{
    lcd.print(Principal[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
// cristal líquido.
}
i++; // Suma 1 al valor de "i".
}

if (a == 0 && Menu == 1) // Comprueba si el valor de "a" es igual
// a 0 & si el valor de "Menu" es igual a 1
// para realizar las acciones entre
// corchetes.

{
    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
// coordenada (0, 1) de la pantalla de
// cristal líquido.

    lcd.print("4. Activar/Desactiva"); // Imprime un texto en la pantalla
// de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
// coordenada (0, 2) de la pantalla de
// cristal líquido.

    lcd.print("5. Ajustar intensidad"); // Imprime un texto en la pantalla
// de cristal líquido.
```

```
lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

lcd.print("* Mas opciones/# Reg"); // Imprime un texto en la pantalla
// de cristal líquido.

lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el
// desplazamiento de una variable tipo
// cadena de caracteres.

{
    lcd.print(Opcion3[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
// cristal líquido.
}

i++; // Suma 1 al valor de "i".
}

if (a == 1 && Menu == 0) // Comprueba si el valor de "a" es igual a
// 1 & si el valor de "Menu" es igual a 0 para
// realizar las acciones entre corchetes.

{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
// coordenada (0, 0) de la pantalla de
// cristal líquido.

    lcd.print("Menu principal (Pres)"); // Imprime un texto en la pantalla
// de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
// coordenada (0, 2) de la pantalla de
// cristal líquido.

    lcd.print("2. Comprobar funcion"); // Imprime un texto en la pantalla
// de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
// coordenada (0, 3) de la pantalla de
// cristal líquido.

    lcd.print(Opcion8); // Imprime una variable en la
// pantalla de cristal líquido.
}
```



```
lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

for (j = i1; j <= i1 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                // desplazamiento de una variable tipo
                                // cadena de caracteres.
{
    lcd.print(Opcion1[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                           // cristal líquido.
}
i1++; // Suma 1 al valor de "i1".
}

if (a == 1 && Menu == 1) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 1 &
                        // si el valor de "Menu" es igual a 1 para
                        // realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print("3. Activar/Desactiva"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print("5. Ajustar intensidad"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print("* Mas opciones/# Reg"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    for (j = i1; j <= i1 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                    // desplazamiento de una variable tipo
                                    // cadena de caracteres.
    {
```

```
        lcd.print(Opcion4[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                                cristal líquido.
    }
    i1++;                        // Suma 1 al valor de "i1".
}

if (a == 2 && Menu == 0) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 2 &
                        // si el valor de "Menu" es igual a 0 para
                        // realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 0);        // Posiciona al cursor en la
                                coordenada (0, 0) de la pantalla de
                                cristal líquido.
    lcd.print("Menu principal (Pres"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 1);        // Posiciona al cursor en la
                                coordenada (0, 1) de la pantalla de
                                cristal líquido.
    lcd.print("1. Comprobar funcion"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 3);        // Posiciona al cursor en la
                                coordenada (0, 3) de la pantalla de
                                cristal líquido.
    lcd.print(Opcion8);        // Imprime una variable en la
                                pantalla de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 2);        // Posiciona al cursor en la
                                coordenada (0, 2) de la pantalla de
                                cristal líquido.

    for (j = i2; j <= i2 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                    desplazamiento de una variable tipo
                                    cadena de caracteres.
    {
        lcd.print(Opcion2[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                                cristal líquido.
    }
    i2++;                        // Suma 1 al valor de "i2".
}

if (a == 2 && Menu == 1) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 2 &
                        // si el valor de "Menu" es igual a 1 para
                        // realizar las acciones entre corchetes.
```

```
{
  lcd.setCursor(0, 0);           // Posiciona al cursor en la
                                // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                                // cristal líquido.

  lcd.print("3. Activar/Desactiva"); // Imprime un texto en la pantalla
                                // de cristal líquido.

  lcd.setCursor(0, 1);         // Posiciona al cursor en la
                                // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                                // cristal líquido.

  lcd.print("4. Activar/Desactiva"); // Imprime un texto en la pantalla
                                // de cristal líquido.

  lcd.setCursor(0, 3);         // Posiciona al cursor en la
                                // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                                // cristal líquido.

  lcd.print("* Mas opciones/# Reg"); // Imprime un texto en la pantalla
                                // de cristal líquido.

  lcd.setCursor(0, 2);         // Posiciona al cursor en la
                                // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                                // cristal líquido.

  for (j = i2; j <= i2 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                // desplazamiento de una variable tipo
                                // cadena de caracteres.

  {
    lcd.print(Opcion5[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                            // cristal líquido.
  }
  i2++; // Suma 1 al valor de "i2".
}

if (a == 3 && Menu == 1) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 3 &
                        // si el valor de "Menu" es igual a 1 para
                        // realizar las acciones entre corchetes.

{
  lcd.setCursor(0, 0);           // Posiciona al cursor en la
                                // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                                // cristal líquido.

  lcd.print("3. Activar/Desactiva"); // Imprime un texto en la pantalla
                                // de cristal líquido.
```

```
lcd.setCursor(0, 1);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.print("4. Activar/Desactiva"); // Imprime un texto en la pantalla
                               // de cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 2);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.print("5. Ajustar intensidad"); // Imprime un texto en la pantalla
                               // de cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 3);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                               // cristal líquido.

for (j = i3; j <= i3 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                               // desplazamiento de una variable tipo
                               // cadena de caracteres.
{
    lcd.print(Opcion10[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                               // cristal líquido.
}
i3++; // Suma 1 al valor de "i3".
}

if (a == 0 && Menu == 2) // Comprueba si el valor de "a" es igual a
                          // 0 & si el valor de "Menu" es igual a 2 para
                          // realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 1);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
    lcd.print("7. Ingresar coordena"); // Imprime un texto en la pantalla
                               // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 2);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
    lcd.print("Nota: Una vez config"); // Imprime un texto en la pantalla
                               // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 3);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
```

```
lcd.print(Opcion9); // Imprime una variable en la
                    // pantalla de cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                    // cristal líquido.

for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                             // desplazamiento de una variable tipo
                             // cadena de caracteres.
{
    lcd.print(Opcion6[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                           // cristal líquido.
}
i++; // Suma 1 al valor de "i".
}

if (a == 1 && Menu == 2) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 1
                        // & si el valor de "Menu" es igual a 2 para
                        // realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print("6. Ingresar coordena"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print("Nota: Una vez config"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print(Opcion9); // Imprime una variable en la
                        // pantalla de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    for (j = i1; j <= i1 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                     // desplazamiento de una variable tipo
                                     // cadena de caracteres.
```

```
{
    lcd.print(Opcion7[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                           cristal líquido.
}
i1++;                      // Suma 1 al valor de "i1".
}

if (a == 2 && Menu == 2) // Comprueba si el valor de "a" es igual a 2 &
                           si el valor de "Menu" es igual a 2 para
                           realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                           coordenada (0, 0) de la pantalla de
                           cristal líquido.
    lcd.print("6. Ingresar coordena"); // Imprime un texto en la pantalla
                                       de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                           coordenada (0, 1) de la pantalla de
                           cristal líquido.
    lcd.print("7. Ingresar coordena"); // Imprime un texto en la pantalla
                                       de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
                           coordenada (0, 3) de la pantalla de
                           cristal líquido.
    lcd.print(Opcion9); // Imprime una variable en la
                           pantalla de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
                           coordenada (0, 2) de la pantalla de
                           cristal líquido.

    for (j = i2; j <= i2 + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                       desplazamiento de una variable tipo
                                       cadena de caracteres.
    {
        lcd.print(Opcion11[j]); // Imprime una variable en la pantalla de
                                  cristal líquido.
    }
    i2++;                      // Suma 1 al valor de "i2".
}
```

```
Tiempo_inicio = millis(); // Asigna a "Tiempo_inicio" el valor del
                             tiempo transcurrido desde que se encendido
                             el sistema.
}

if (Menu == 0 && i >= strlen(Principal) - 19 || Menu == 1 && i >=
    strlen(Opcion3) - 19) // Comprueba si el valor de "Menu" es igual a 0
    & si el valor de "i" es mayor o igual a la
    cantidad de caracteres que tiene "Principal"
    menos 19 || si el valor de "Menu" es igual a 1 &
    si el valor de "i" es mayor o igual a la
    cantidad de caracteres que tiene "Opcion3" menos
    19 para realizar las acciones entre corchetes.
{
    i = 0; // Asigna a "i" el valor de 0.
    i1 = 0; // Asigna a "i1" el valor de 0.
    a = 1; // Asigna a "a" el valor de 1.
}

if (Menu == 0 && i1 >= strlen(Opcion1) - 19 || Menu == 1 && i1 >=
    strlen(Opcion4) - 19) // Comprueba si el valor de "Menu" es igual a 0
    & si el valor de "i1" es mayor o igual a la
    cantidad de caracteres que tiene "Opcion1"
    menos 19 || si el valor de "Menu" es igual a 1
    & si el valor de "i1" es mayor o igual a la
    cantidad de caracteres que tiene "Opcion4"
    menos 19 para realizar las acciones entre
    corchetes.
{
    i1 = 0; // Asigna a "i1" el valor de 0.
    i2 = 0; // Asigna a "i2" el valor de 0.
    a = 2; // Asigna a "a" el valor de 2.
}

if (Menu == 0 && i2 >= strlen(Opcion2) - 19) // Comprueba si el valor de
    "Menu" es igual a 0 & si el
    valor de "i2" es mayor o igual
    a la cantidad de caracteres
    que tiene "Opcion2" menos 19
    para realizar las acciones
    entre corchetes.
{
```

```
i2 = 0;      // Asigna a "i2" el valor de 0.
i  = 0;      // Asigna a "i"  el valor de 0.
a  = 0;      // Asigna a "a"  el valor de 0.
}

if (Menu == 1 && i2 >= strlen(Opcion5) - 19) // Comprueba si el valor de
                                                "Menu" es igual a 1 & si el
                                                valor de "i2" es mayor o igual
                                                a la cantidad de caracteres
                                                que tiene "Opcion5" menos 19
                                                para realizar las acciones
                                                entre corchetes.

{
    i2 = 0;      // Asigna a "i2" el valor de 0.
    i3 = 0;      // Asigna a "i3" el valor de 0.
    a  = 3;      // Asigna a "a"  el valor de 3.
}

if (Menu == 2 && i >= strlen(Opcion6) - 19) // Comprueba si el valor de
                                                "Menu" es igual a 2 & si el
                                                valor de "i" es mayor o igual a
                                                la cantidad de caracteres que
                                                tiene "Opcion6" menos 19 para
                                                realizar las acciones entre
                                                corchetes.

{
    i  = 0;      // Asigna a "i"  el valor de 0.
    i1 = 0;      // Asigna a "i1" el valor de 0.
    a  = 1;      // Asigna a "a"  el valor de 1.
}

if (Menu == 2 && i1 >= strlen(Opcion7) - 19) // Comprueba si el valor de
                                                "Menu" es igual a 2 & si el
                                                valor de "i1" es mayor o igual
                                                a la cantidad de caracteres
                                                que tiene "Opcion7" menos 19
                                                para realizar las acciones
                                                entre corchetes.

{
    i1 = 0;      // Asigna a "i1" el valor de 0.
    i2 = 0;      // Asigna a "i2" el valor de 0.
    a  = 2;      // Asigna a "a"  el valor de 2.
}
```



```
if (Menu == 1 && i3 >= strlen(Opcion10) - 19) // Comprueba si el valor de
                                                "Menu" es igual a 1 & si el
                                                valor de "i3" es mayor o
                                                igual a la cantidad de
                                                caracteres que tiene
                                                "Opcion10" menos 19 para
                                                realizar las acciones entre
                                                corchetes.

{
    i3 = 0;      // Asigna a "i3" el valor de 0.
    i  = 0;      // Asigna a "i" el valor de 0.
    a  = 0;      // Asigna a "a" el valor de 0.
}

if (Menu == 2 && i2 >= strlen(Opcion11) - 19) // Comprueba si el valor de
                                                "Menu" es igual a 2 & si el
                                                valor de "i1" es mayor o
                                                igual a la cantidad de
                                                caracteres que tiene
                                                "Opcion11" menos 19 para
                                                realizar las acciones entre
                                                corchetes.

{
    i2 = 0;      // Asigna a "i2" el valor de 0.
    i  = 0;      // Asigna a "i" el valor de 0.
    a  = 0;      // Asigna a "a" el valor de 0.
}

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de "Tecla_presionada".

if (Tecla_presionada != NO_KEY) // Comprueba si "Tecla_presionada" cuenta
                                con cualquier valor para realizar las
                                acciones entre corchetes.

{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
    i = 0;      // Asigna a "i" el valor de 0.
    a = 0;      // Asigna a "a" el valor de 0.
}
```

```
if (Tecla_presionada == '1' && Menu == 0) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 1 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         0 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.

{
  b = 1;          // Asigna a "b" el valor de 1.
}

if (Tecla_presionada == '2' && Menu == 0) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 2 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         0 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.

{
  b = 2;          // Asigna a "b" el valor de 2.
}

if (Tecla_presionada == '3' && Menu == 1) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 3 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         1 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.

{
  b = 3;          // Asigna a "b" el valor de 3.
}

if (Tecla_presionada == '4' && Menu == 1) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 4 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         1 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.

{
  b = 4;          // Asigna a "b" el valor de 4.
}

if (Tecla_presionada == '5' && Menu == 1) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 5 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         1 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.
```

```
{
  b = 5;          // Asigna a "b" el valor de 5.
}

if (Tecla_presionada == '6' && Menu == 2) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 6 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         2 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.

{
  b = 6;          // Asigna a "b" el valor de 6.
}

if (Tecla_presionada == '7' && Menu == 2) // Comprueba si el valor de
                                         "Tecla_presionada" es igual a 7 &
                                         si el valor de "Menu" es igual a
                                         2 para realizar las acciones
                                         entre corchetes.

{
  b = 7;          // Asigna a "b" el valor de 7.
}

if (digitalRead(BOTON) == HIGH && Menu == 2) // Comprueba si el valor
                                             digital de "BOTON" es igual a
                                             (1) & si el valor de "Menu" es
                                             igual a 2 para realizar las
                                             acciones entre corchetes.

{
  lcd.clear();          // Borra el texto actual de la pantalla de
                        cristal líquido.
  lcd.setCursor(2, 0);  // Posiciona al cursor en la coordenada
                        (2, 0) de la pantalla de cristal líquido.
  lcd.print("Inicializando la"); // Imprime un texto en la pantalla de
                        cristal líquido.
  lcd.setCursor(2, 1);  // Posiciona al cursor en la coordenada
                        (2, 1) de la pantalla de cristal líquido.
  lcd.print("captura de datos"); // Imprime un texto en la pantalla de
                        cristal líquido.
}
```

```
lcd.setCursor(3, 2); // Posiciona al cursor en la coordenada
                    // (3, 2) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("en el reactor"); // Imprime un texto en la pantalla de
                             // cristal líquido.
delay(4000); // Pausa el programa por un tiempo de 4000
             // milisegundos (4 segundos).

logFile = SD.open("DATOS.txt", FILE_WRITE); // Abre un archivo de la
                                             // tarjeta MicroSD y habilita
                                             // las opciones de escritura y
                                             // lectura.

if (logFile) // Comprueba si el archivo "Datos" fue abierto
             // correctamente para realizar las acciones entre
             // corchetes.
{
    logFile.println(" "); // Imprime un texto en el archivo "Datos".
    logFile.println(" "); // Imprime un texto en el archivo "Datos".
    logFile.print("Tiempo (s) | Temperatura 1 (°C) | Temperatura 2 (°C) |
                  Luminosidad (Lx)"); // Imprime un texto en el archivo "Datos".
    logFile.close(); // Cierra el archivo de la tarjeta MicroSD.
}

else // Si el archivo de la tarjeta MicroSD no fue
     // abierto correctamente realiza las acciones entre
     // corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de
                // cristal líquido.

    lcd.setCursor(2, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (2, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.

    lcd.print("Imposible acceder"); // Imprime un texto en la pantalla
                                    // de cristal líquido.

    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
```

```
    lcd.print("al archivo DATOS.txt"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        de cristal líquido.
    delay(3000);                          // Pausa el programa por un tiempo
                                        de 3000 milisegundos (3 segundos).
}

Tiempo_inicio = millis(); // Asigna a "Tiempo_inicio" el valor del
                            tiempo transcurrido desde que se encendido el
                            sistema.

b = 8;                        // Asigna a "b" el valor de 8.
}

if (Tecla_presionada == '#' && (Menu == 1 || Menu == 2)) // Comprueba si el
                                                            valor de
                                                            "Tecla_presionada"
                                                            es igual a # & si
                                                            el valor de "Menu"
                                                            es igual a 1 || 2
                                                            para realizar las
                                                            acciones entre
                                                            corchetes.

{
    Menu = Menu - 1; //Asigna a "Menu" el resultado de la resta de "Menu"
                    menos 1.
}

if (Tecla_presionada == '*' && (Menu == 0 || Menu == 1)) // Comprueba si el
                                                            valor de
                                                            "Tecla_presionada"
                                                            es igual a * & si
                                                            el valor de "Menu"
                                                            es igual a 0 || 1
                                                            para realizar las
                                                            acciones entre
                                                            corchetes.

{
```

```
Menu = Menu + 1; //Asigna a "Menu" el resultado de la suma de "Menu"
                más 1.
}
if (Tecla_presionada == '8' || Tecla_presionada == '9' || Tecla_presionada
== '0' || Tecla_presionada == 'A' || Tecla_presionada == 'B' ||
Tecla_presionada == 'C' || Tecla_presionada == 'D') // Comprueba si el
                                                    valor de
                                                    "Tecla_presionada" es
                                                    igual a 9 || 8 || 0 ||
                                                    A || B || C || D para
                                                    realizar las acciones
                                                    entre corchetes.
{
  lcd.setCursor(2, 0); // Posiciona al cursor en la coordenada
                      (2, 0) de la pantalla de cristal líquido.
  lcd.print("La tecla pulsada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
  lcd.setCursor(1, 1); // Posiciona al cursor en la coordenada
                      (1, 1) de la pantalla de cristal líquido.
  lcd.print("no se encuentra en"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
  lcd.setCursor(4, 2); // Posiciona al cursor en la coordenada
                      (4, 2) de la pantalla de cristal líquido.
  lcd.print("las opciones"); // Imprime un texto en la pantalla de
                              cristal líquido.
  lcd.setCursor(2, 3); // Posiciona al cursor en la coordenada
                      (2, 3) de la pantalla de cristal líquido.
  lcd.print("intente de nuevo"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
  delay(8000); // Pausa el programa por un tiempo de
              8000 milisegundos (8 segundos).
}
}
```

2.4.3 Subrutina para la medición de temperatura

Ordinograma de la subrutina encargada de medir la temperatura en el ambiente y en un contenedor con agua o algún otro líquido que permita la refrigeración de la sustancia química que se está irradiando, mediante el uso de los termopares tipo K y los módulos MAX6675.

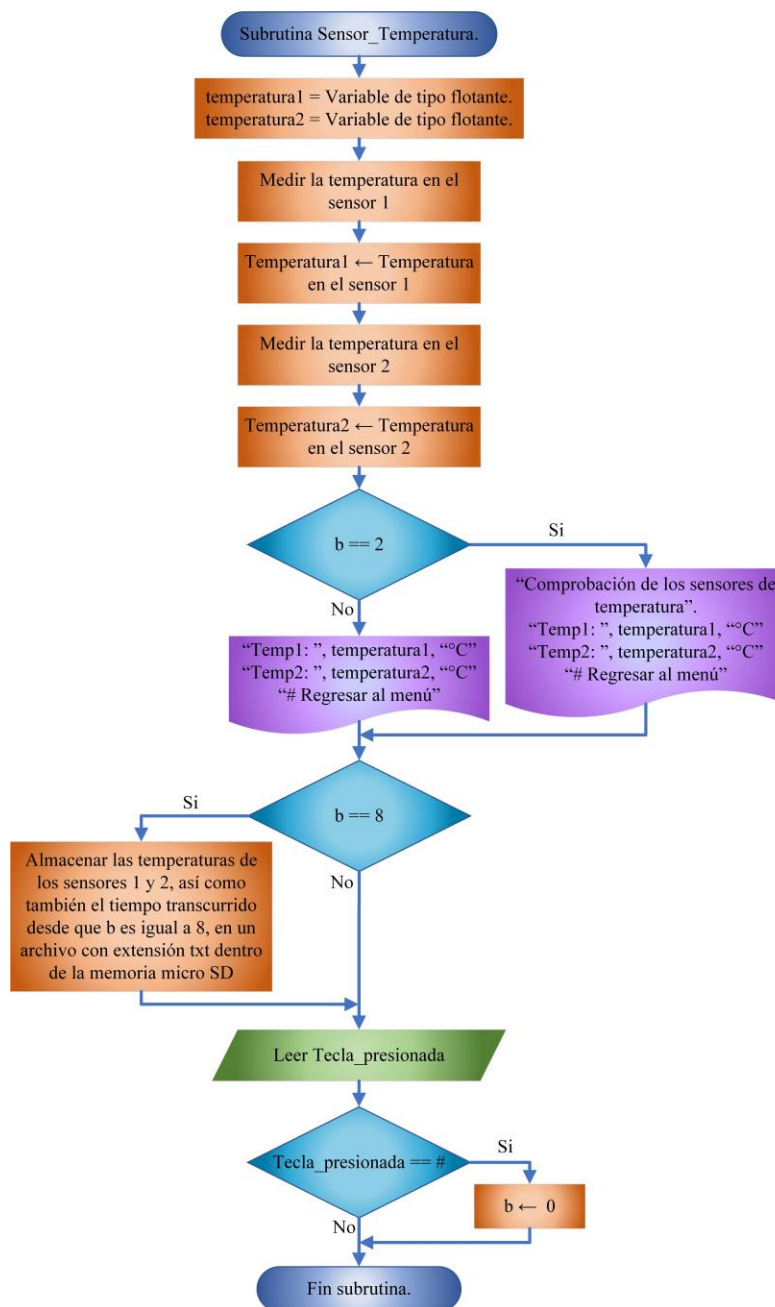


Figura 2.52 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la medición de la temperatura.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para la medición de temperatura:

```
byte grado[8] = // Creación de una variable de atipo almacenamiento de 8
                bits.
{
    0b00001100, // Definición del código binario para la primera fila del
                carácter especial.
    0b00010010, // Definición del código binario para la segunda fila del
                carácter especial.
    0b00010010, // Definición del código binario para la tercera fila del
                carácter especial.
    0b00001100, // Definición del código binario para la cuarta fila del
                carácter especial.
    0b00000000, // Definición del código binario para la quinta fila del
                carácter especial.
    0b00000000, // Definición del código binario para la sexta fila del
                carácter especial.
    0b00000000, // Definición del código binario para la séptima fila del
                carácter especial.
    0b00000000 // Definición del código binario para la octava fila del
                carácter especial.
};

int FT1 = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del
             // valor de 0.
int FT2 = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación del
             // valor de 0.

float temperatura1 = 0; // Creación de una variable tipo flotante y
                        // asignación del valor de 0.
float temperatura2 = 0; // Creación de una variable tipo flotante y
                        // asignación del valor de 0.

char * Temp = "Comprobacion de los sensores de temperatura "; // Creación de
                                                                // una variable
                                                                // tipo cadena de
                                                                // caracteres.

void Sensor_Temperatura() // Subrutina para la medición de temperatura.
{
```



```
temperatura1 = ktc_Temp1.readCelsius(); // Asigna a "temperatura1" el valor
                                         obtenido por la medición del
                                         sensor.
temperatura2 = ktc_Temp2.readCelsius(); // Asigna a "temperatura2" el valor
                                         obtenido por la medición del
                                         sensor.

if (b == 1) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 1 para realizar
            las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la coordenada
                        (0, 0) de la pantalla de cristal líquido.
    for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                desplazamiento de una variable tipo cadena
                                de caracteres.
    {
        lcd.print(Temp[j]); // Imprime una variable en la pantalla de cristal
                            líquido.
    }
    i++; // Suma 1 al valor de "i".

    FT1 = 1; // Asigna a "FT1" el valor de 1.
    FT2 = 2; // Asigna a "FT2" el valor de 2.
}

else // Sino se cumple que "b" es igual a 1, realiza las acciones
     entre corchetes.
{
    FT1 = 1; // Asigna a "FT1" el valor de 0.
    FT2 = 2; // Asigna a "FT2" el valor de 1.
}

lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la coordenada
                    (0, 3) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("# Regresar al menu"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.

lcd.createChar(0, grado); // Crea un carácter personalizado para el
                          uso en la pantalla de cristal líquido.
lcd.setCursor(0, FT1); // Posiciona al cursor en la coordenada
                       (0, FT1) de la pantalla de cristal
                       líquido.
```

```
lcd.print("Temp1: " + String(temperatura1) + " "); // Imprime un texto y
                                                    una variable en la
                                                    pantalla de cristal
                                                    líquido.

lcd.write(byte(0)); // Imprime un carácter personalizado en la pantalla
de cristal líquido.

lcd.print("C "); // Imprime un texto en la pantalla de cristal
líquido.

lcd.setCursor(0, FT2); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, FT2) de
la pantalla de cristal líquido.

lcd.print("Temp2: " + String(temperatura2) + " "); // Imprime un texto y
                                                    una variable en la
                                                    pantalla de cristal
                                                    líquido.

lcd.write(byte(0)); // Imprime un carácter personalizado en la pantalla
de cristal líquido.

lcd.print("C "); // Imprime un texto en la pantalla de cristal
líquido.

if (b == 1 && i >= strlen(Temp) - 19) // Comprueba si el valor de "b" es
igual a 1 & si el valor de "i" es
mayor o igual a la cantidad de
caracteres que tiene "Temp" menos 19
para realizar las acciones entre
corchetes.

{
  i = 0; // Asigna a "i" el valor de 0.
}

if (b == 1) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 1 para realizar
las acciones entre corchetes.

{
  delay(500); // Pausa el programa por un tiempo de 500 milisegundos (0.5
segundos).
}

if (b == 8) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 1 para realizar
las acciones entre corchetes.

{
  Tiempo_actual = millis(); // Asigna a "Tiempo_inicio" el valor del tiempo
transcurrido desde que se encendido el sistema.
```

```
Tiempo_segundos = (Tiempo_actual - Tiempo_inicio) / 1000; // Asigna a
                                                             "Tiempo_segundos
                                                             " el resultado
                                                             de la division
                                                             de la resta
                                                             de"Tiempo_actual
                                                             " menos
                                                             "Tiempo_inicio"
                                                             entre 1000.

logFile = SD.open("DATOS.txt", FILE_WRITE); // Abre un archivo de la
                                              tarjeta MicroSD y habilita
                                              las opciones de escritura y
                                              lectura.

if (logFile) // Comprueba si el archivo "Datos" fue abierto
              correctamente para realizar las acciones entre corchetes.
{
  logFile.println(" "); // Imprime un texto en el archivo
                        "Datos".
  logFile.print(Tiempo_segundos); // Imprime una variable en el archivo
                                  "Datos".
  logFile.print("| "); // Imprime un texto en el archivo
                       "Datos".
  logFile.print(temperatura1); // Imprime una variable en el archivo
                               "Datos".
  logFile.print("| "); // Imprime un texto en el archivo
                       "Datos".
  logFile.print(temperatura2); // Imprime una variable en el archivo
                               "Datos".
  logFile.print("| "); // Imprime un texto en el archivo
                       "Datos".
  logFile.close(); // Cierra el archivo de la tarjeta
                  MicroSD.
}

else // Si el archivo de la tarjeta MicroSD no fue abierto
      correctamente realiza las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
               pantalla de cristal
               líquido.
}
```

```
    lcd.setCursor(2, 0);           // Posiciona al cursor en la
                                   // coordenada (2, 0) de la pantalla de
                                   // cristal líquido.
    lcd.print("Imposible acceder"); // Imprime un texto en la pantalla
                                   // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 1);         // Posiciona al cursor en la
                                   // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                                   // cristal líquido.
    lcd.print("al archivo DATOS.txt"); // Imprime un texto en la pantalla
                                   // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 2);         // Posiciona al cursor en la
                                   // coordenada (2, 2) de la pantalla de
                                   // cristal líquido.
    lcd.print("para almacenar los"); // Imprime un texto en la pantalla
                                   // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 3);         // Posiciona al cursor en la
                                   // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                                   // cristal líquido.
    lcd.print("datos de temperatura"); // Imprime un texto en la pantalla
                                   // de cristal líquido.
    delay(3000);                 // Pausa el programa por un tiempo
                                   // de 3000 milisegundos (3 segundos).
}
}

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de
                                   // "Tecla_presionada".

if (Tecla_presionada == '#') // Comprueba si el valor de
                                   // "Tecla_presionada" es igual a # para
                                   // realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                                   // líquido.
    i = 0;       // Asigna a "i" el valor de 0.
    b = 0;       // Asigna a "b" el valor de 0.
}
}
```

2.4.4 Subrutina para la medición de iluminación

Ordinograma de la subrutina encargada de medir la cantidad de iluminación que está recibiendo la sustancia química, mediante el uso del módulo BH1750FVI.



Figura 2.53 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la medición de la cantidad de iluminación.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para la medición de iluminación:

```
int FL = 0;           // Creación de una variable tipo entera y asignación del
                    // valor de 0.

float Lux = 0;       // Creación de una variable tipo flotante y asignación del
                    // valor de 0.

char * Luz = "Comprobacion del sensor de luz "; // Creación de una variable
                                                // tipo cadena de caracteres.

void Config_Sensor_luz() // Subrutina para la configuración requerida en el
                        // uso del sensor de luz BH1750.
{
    Wire.begin();      // Inicialización del bus I2C como maestro o
                        // esclavo.
    Luxometro.begin(); // Inicialización del módulo BH1750.
}

void Sensor_Luz()      // Subrutina para la medición de iluminación.
{
    Lux = Luxometro.readLightLevel(); // Asigna a "Lux" el valor obtenido por
                                        // la medición del sensor.

    if (b == 2) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 2 para realizar
                // las acciones entre corchetes.
    {
        lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la coordenada (0,
                                // 0) de la pantalla de cristal líquido.
        for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el
                                        // desplazamiento de una variable tipo cadena
                                        // de caracteres.
        {
            lcd.print(Luz[j]); // Imprime una variable en la pantalla de cristal
                                // líquido.
        }
        i++; // Suma 1 al valor de "i".

        lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la coordenada
                                // (0, 3) de la pantalla de cristal
                                // líquido.
        lcd.print("# Regresar al menu"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                            // cristal líquido.

        FL = 1; // Asigna a "FL" el valor de 1.
    }
}
```

```
else // Sino se cumple que "b" es igual a 2, realiza las acciones
    entre corchetes.
{
    FL = 0; // Asigna a "FL" el valor de 0.
}

lcd.setCursor(0, FL); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, FL) de
    la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("Luxes: " + String(Lux) + " Lx"); // Imprime un texto y una
    variable en la pantalla de
    cristal líquido.

if (b == 2 && i >= strlen(Luz) - 19) // Comprueba si el valor de "b" es
    igual a 2 & si el valor de "i" es
    mayor o igual a la cantidad de
    caracteres que tiene "Luz" menos 19
    para realizar las acciones entre
    corchetes.
{
    i = 0; // Asigna a "i" el valor de 0.
}

if (b == 2) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 2 para realizar
    las acciones entre corchetes.
{
    delay(500); // Pausa el programa por un tiempo de 500 milisegundos (0.5
    segundos).
}

if (b == 8) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 8 para realizar
    las acciones entre corchetes.
{
    logFile = SD.open("DATOS.txt", FILE_WRITE); // Abre un archivo de la
    tarjeta MicroSD y habilita
    las opciones de escritura y
    lectura.

    if (logFile) // Comprueba si el archivo "Datos" fue abierto correctamente
        para realizar las acciones entre corchetes.
    {
        logFile.print(Lux); // Imprime una variable en el archivo "Datos".
        logFile.close(); // Cierra el archivo de la tarjeta MicroSD.
    }
}
```

```
else // Si el archivo de la tarjeta MicroSD no fue abierto
    correctamente realiza las acciones entre corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                // pantalla de cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 0); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (2, 0) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("Imposible acceder"); // Imprime un texto en la pantalla
                                    // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("al archivo DATOS.txt"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (2, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("para almacenar los"); // Imprime un texto en la pantalla
                                    // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 3) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("datos de luminosidad"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.
    delay(3000); // Pausa el programa por un tiempo
                // de 3000 milisegundos (3 segundos).
}

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de "Tecla_presionada".

if (Tecla_presionada == '#') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada"
    es igual a # para realizar las acciones entre
    corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
    i = 0; // Asigna a "i" el valor de 0.
    b = 0; // Asigna a "b" el valor de 0.
}

delay(1000); // Pausa el programa por un tiempo de 1000 milisegundos (1
            // segundos).
}
}
```


2.4.5 Subrutina para la activación y/o desactivación de una bomba

Ordinograma de la subrutina encargada de la activación / desactivación de una bomba que permita aumentar o disminuir la temperatura de la sustancia química.

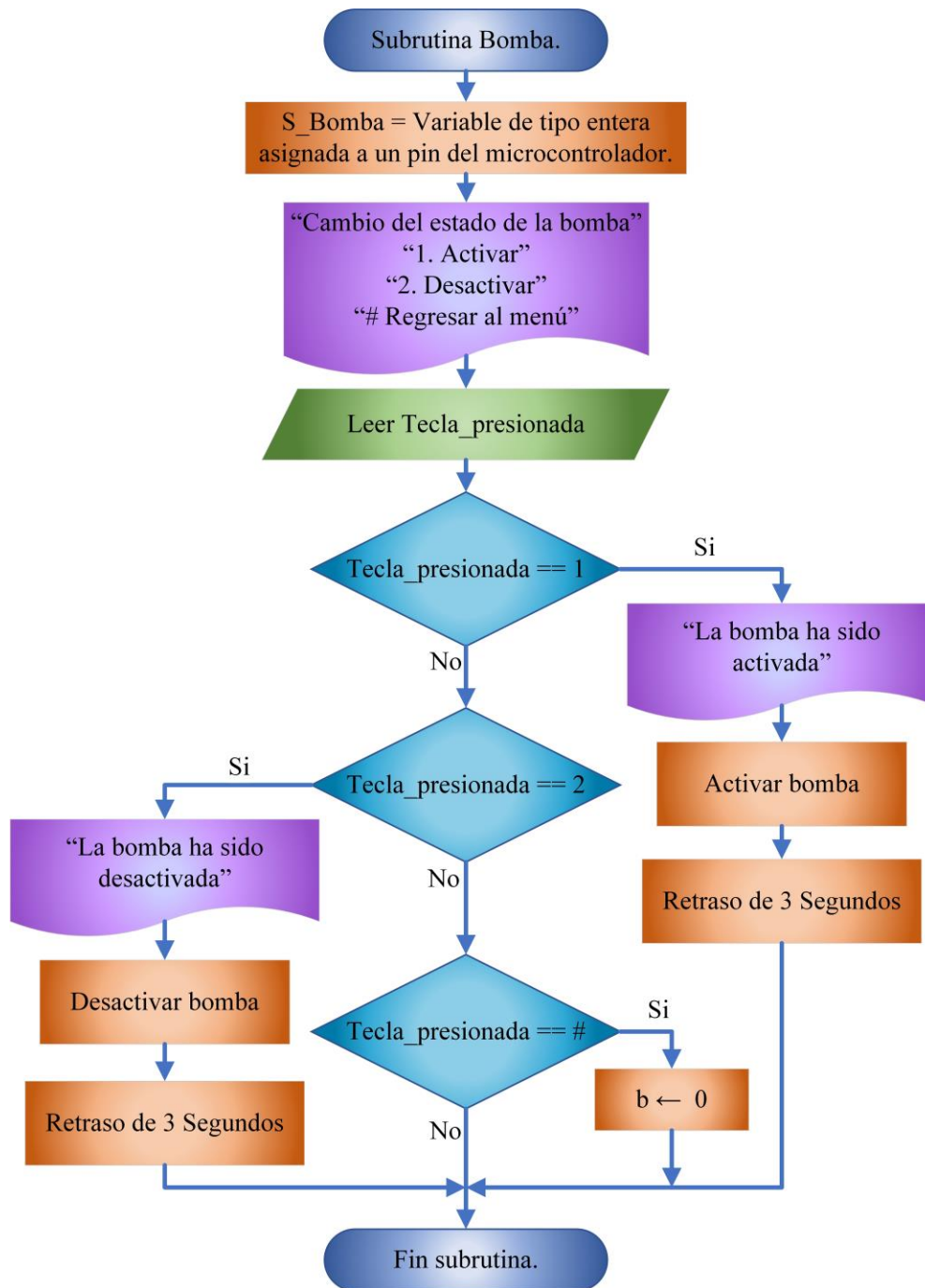


Figura 2.54 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la activación y/o desactivación de una bomba.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para la activación y/o desactivación de una bomba:

```
int S_Bomba = A0;    // Creación de una variable tipo entera y declaración de
                    // su pin de conexión.

char * Bomb = "Cambio del estado de la bomba "; // Creación de una variable
                                                // tipo cadena de caracteres.

void Config_Bomba() // Subrutina para la configuración de los
                    // pines empleados en la subrutina "Bomba".
{
    pinMode(S_Bomba, OUTPUT); // Configuración del pin "S_Bomba" como
                              // salida.
    digitalWrite(S_Bomba, true); // Escribe el valor digital (1) en la salida
                              // "S_Bomba".
}

void Bomba() // Subrutina para activación o desactivación de la
             // bomba.
{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, 0) de
                        // la pantalla de cristal líquido.

    for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el desplazamiento
                                // de una variable tipo cadena de caracteres.
    {
        lcd.print(Bomb[j]); // Impresión de una variable tipo cadena de
                            // caracteres en la pantalla de cristal líquido.
    }
    i++; // Suma 1 al valor de "i".

    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la coordenada
                        // (0, 1) de la pantalla de cristal líquido.
    lcd.print("1. Activar"); // Imprime un texto en la pantalla de
                            // cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la coordenada
                        // (0, 2) de la pantalla de cristal líquido.
```

```
lcd.print("2. Desactivar"); // Imprime un texto en la pantalla de
                             cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 3);        // Posiciona al cursor en la coordenada
                             (0, 3) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("# Regresar al menu"); // Imprime un texto en la pantalla de
                             cristal líquido.

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de "Tecla_presionada".

if (Tecla_presionada == '1') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada"
                             es igual a 1 para realizar las acciones entre
                             corchetes.
{
    lcd.clear();            // Borra el texto actual de la pantalla de
                             cristal líquido.
    lcd.setCursor(6, 1);    // Posiciona al cursor en la coordenada
                             (6, 1) de la pantalla de cristal líquido.
    lcd.print("La bomba"); // Imprime un texto en la pantalla de
                             cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 2);    // Posiciona al cursor en la coordenada
                             (2, 2) de la pantalla de cristal líquido.
    lcd.print("ha sido activada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                             cristal líquido.
    digitalWrite(S_Bomba, false); // Escribe el valor digital (0) en la
                                     salida "S_Bomba".
    delay(3000);           // Pausa el programa por un tiempo de 3000
                             milisegundos (3 segundos).
}

if (Tecla_presionada == '2') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada"
                             es igual a 2 para realizar las acciones entre
                             corchetes.
{
    lcd.clear();            // Borra el texto actual de la pantalla de
                             cristal líquido.
    lcd.setCursor(6, 1);    // Posiciona al cursor en la coordenada (6, 1)
                             de la pantalla de cristal líquido.
```

```
lcd.print("La bomba");           // Imprime un texto en la pantalla de cristal
                                // líquido.

lcd.setCursor(0, 2);             // Posiciona al cursor en la
                                // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                                // cristal líquido.

lcd.print("ha sido desactivada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                // cristal líquido.

digitalWrite(S_Bomba, true);     // Escribe el valor digital (1) en la
                                // salida "S_Bomba".

delay (3000);                   // Pausa el programa por un tiempo de
                                // 3000 milisegundos (3 segundos).

}

if (b == 3 && i >= strlen(Bomb) - 19) // Comprueba si el valor de "b" es
                                // igual a 3 & si el valor de "i" es
                                // mayor o igual a la cantidad de
                                // caracteres que tiene "Bomb" menos 19
                                // para realizar las acciones entre
                                // corchetes.

{
    i = 0;                       // Asigna a "i" el valor de 0.
}

if (Tecla_presionada == '#') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada"
                                // es igual a # para realizar las acciones entre
                                // corchetes.

{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
    i = 0;       // Asigna a "i" el valor de 0.
    b = 0;       // Asigna a "b" el valor de 0.
}

delay(500);     // Pausa el programa por un tiempo de 500 milisegundos (0.5
                // segundos).

}
```

2.4.6 Subrutina para la activación y/o desactivación de la calefacción

Ordinograma de la subrutina encargada de la activación / desactivación de una resistencia que funcione como calefacción y que permita elevar la temperatura de un contenedor con agua en caso de que no se encuentre a temperatura ambiente.

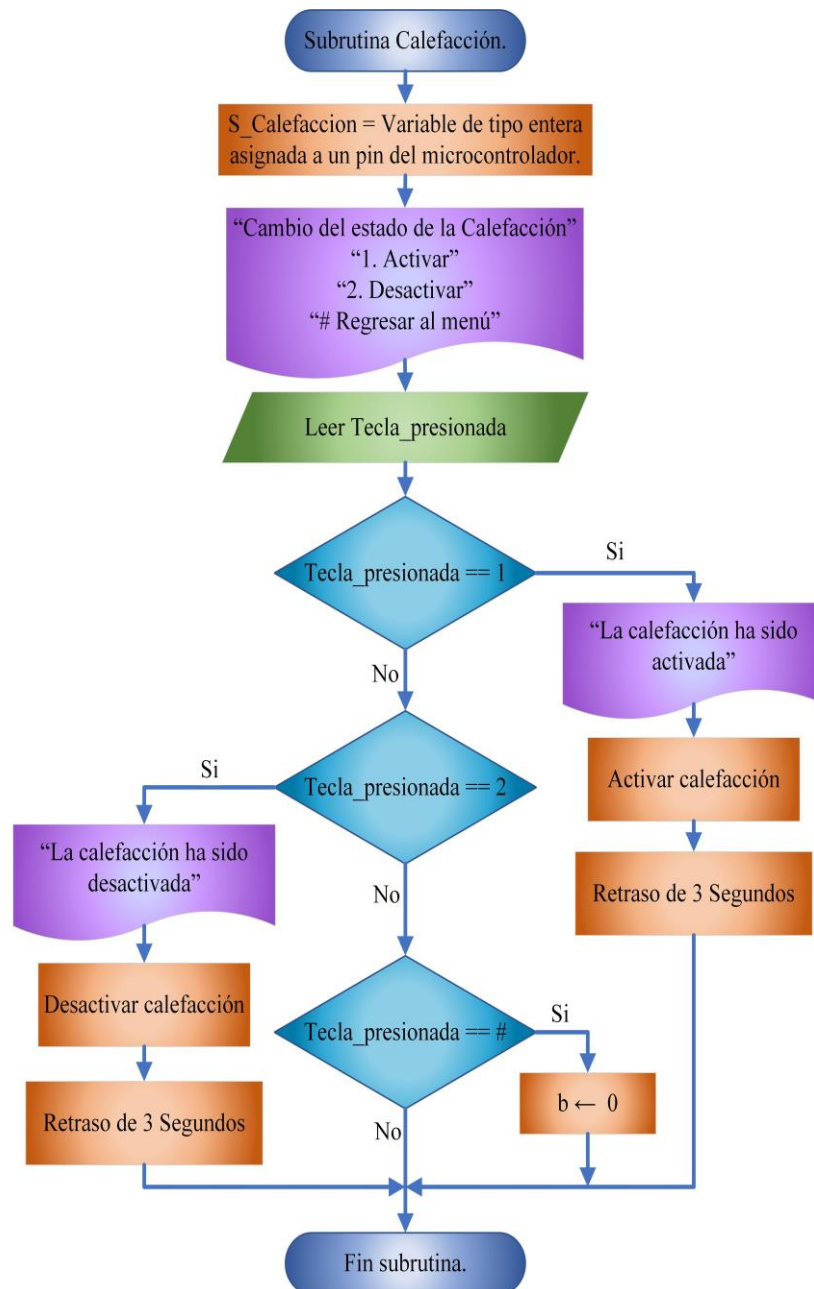


Figura 2.55 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la activación y/o desactivación de una resistencia.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para la activación y/o desactivación de la calefacción:

```
int S_Calefaccion = A1; // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        de su pin de conexión.

char * Cal = "Cambio del estado de la Calefaccion "; // Creación de una
                                                    variable tipo cadena de
                                                    caracteres.

void Config_Calefaccion() // Subrutina para la configuración de los
                          pines empleados en la subrutina
                          "calefacción".
{
    pinMode(S_Calefaccion, OUTPUT); // Configuración del pin "S_Calefaccion"
    // como salida.
    digitalWrite(S_Calefaccion, true); // Escribe el valor digital (1) en la
    // salida " S_Calefaccion ".
}

void Calefaccion() // Subrutina para activación o desactivación de la
                  calefacción.
{
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, 0) de la
    // pantalla de cristal líquido.

    for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el
    // desplazamiento de una variable tipo cadena
    // de caracteres.
    {
        lcd.print(Cal[j]); // Impresión de una variable tipo cadena de caracteres
        // en la pantalla de cristal líquido.
    }
    i++; // Suma 1 al valor de "i".

    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la coordenada
    // (0, 1) de la pantalla de cristal líquido.
    lcd.print("1. Activar"); // Imprime un texto en la pantalla de
    // cristal líquido.
```

```
lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la coordenada
                    // (0, 2) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("2. Desactivar"); // Imprime un texto en la pantalla de
                             // cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la coordenada
                    // (0, 3) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("# Regresar al menu"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                 // cristal líquido.

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de "Tecla_presionada".

if (Tecla_presionada == '1') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada"
                             // es igual a 1 para realizar las acciones entre
                             // corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                // pantalla de cristal líquido.
    lcd.setCursor(3, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (3, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("La calefaccion"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                 // cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (2, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("ha sido activada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                   // cristal líquido.
    digitalWrite(S_Calefaccion, false); // Escribe el valor digital (0) en la
                                         // salida "S_Calefaccion".
    delay(3000); // Pausa el programa por un tiempo de
                // 3000 milisegundos (3 segundos).
}

if (Tecla_presionada == '2') // Comprueba si el valor de
                             // "Tecla_presionada" es igual a 2 para realizar
                             // las acciones entre corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                // pantalla de cristal líquido.
```

```
lcd.setCursor(3, 1);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (3, 1) de la pantalla de
                               // cristal líquido.

lcd.print("La calefaccion");   // Imprime un texto en la pantalla de
                               // cristal líquido.

lcd.setCursor(0, 2);          // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                               // cristal líquido.

lcd.print("ha sido desactivada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                               // cristal líquido.

digitalWrite(S_Calefaccion, true); // Escribe el valor digital (1) en la
                                     // salida "S_Calefaccion".

delay (3000);                 // Pausa el programa por un tiempo de
                               // 3000 milisegundos (3 segundos).
}

if (b == 4 && i >= strlen(Cal) - 19) // Comprueba si el valor de "b" es
                                     // igual a 4 & si el valor de "i" es
                                     // mayor o igual a la cantidad de
                                     // caracteres que tiene "Cal" menos 19
                                     // para realizar las acciones entre
                                     // corchetes.

{
  i = 0;                        // Asigna a "i" el valor de 0.
}

if (Tecla_presionada == '#') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada"
                              // es igual a # para realizar las acciones entre
                              // corchetes.

{
  lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal líquido.
  i = 0;       // Asigna a "i" el valor de 0.
  b = 0;       // Asigna a "b" el valor de 0.
}

delay(500);   // Pausa el programa por un tiempo de 500 milisegundos (0.5
              // segundos).
}
```


2.4.7 Subrutina para la variación de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia

Ordinograma de la subrutina encargada del aumento o disminución de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia.

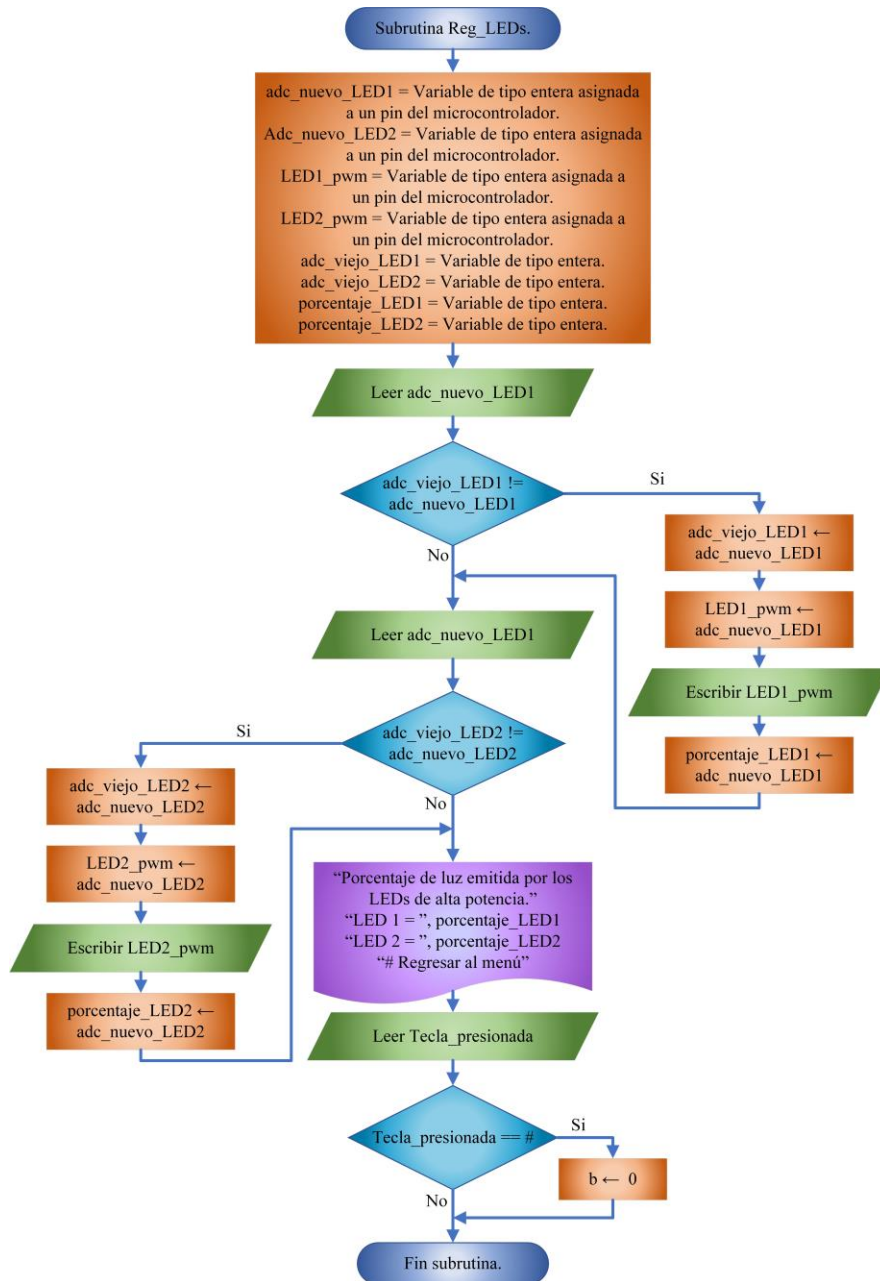


Figura 2.56 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la variación de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para el aumento y/o disminución de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia.

```
char * Reg = "Porcentaje de luz emitida por los LEDs de alta
potencia"; // Creación de una variable tipo cadena de caracteres.

int adc_viejo_LED1 = 0 ; // Creación de una variable tipo entera y
                        asignación del valor de 0.
int adc_viejo_LED2 = 0 ; // Creación de una variable tipo entera y
                        asignación del valor de 0.
int porcentaje_LED1 = 0 ; // Creación de una variable tipo entera y
                        asignación del valor de 0.
int porcentaje_LED2 = 0 ; // Creación de una variable tipo entera y
                        asignación del valor de 0.
int adc_nuevo_LED1 = A2 ; // Creación de una variable tipo entera y
                        declaración de su pin de conexión.
int adc_nuevo_LED2 = A3 ; // Creación de una variable tipo entera y
                        declaración de su pin de conexión.

const int LED1_pwm = 10 ; // Creación de una variable tipo entera (solo
                        lectura) y declaración de su pin de conexión.
const int LED2_pwm = 11 ; // Creación de una variable tipo entera (solo
                        lectura) y declaración de su pin de conexión.

void Config_Reg_LEDs() // Subrutina para la configuración requerida en la
                        regulación de la intensidad luminosa en los Leds.
{
    pinMode(adc_nuevo_LED1, INPUT); // Configuración del pin "adc_nuevo_LED1"
                                    como entrada.
    pinMode(adc_nuevo_LED2, INPUT); // Configuración del pin "adc_nuevo_LED2"
                                    como entrada.
    pinMode(LED1_pwm, OUTPUT); // Configuración del pin "LED1_pwm" como
                                salida.
    pinMode(LED2_pwm, OUTPUT); // Configuración del pin "LED2_pwm" como
                                salida.
}
```

```
void Reg_LEDs() // Subrutina para controlar la intensidad luminosa de
                los LED's de alta potencia.
{
  adc_nuevo_LED1 = analogRead(2) ; // Asigna a "adc_nuevo_LED1" el valor
                                   leído en el pin analógico 2.
  adc_nuevo_LED2 = analogRead(3) ; // Asigna a "adc_nuevo_LED2" el valor
                                   leído en el pin analógico 3.

  adc_nuevo_LED1 = map(adc_nuevo_LED1, 0, 1023, 0, 255); // Asigna a
                                                         "adc_nuevo_LED1" el
                                                         valor obtenido al
                                                         extrapolar
                                                         "adc_nuevo_LED1".
  adc_nuevo_LED2 = map(adc_nuevo_LED2, 0, 1023, 0, 255); // Asigna a
                                                         "adc_nuevo_LED2" el
                                                         valor obtenido al
                                                         extrapolar
                                                         "adc_nuevo_LED2".

  if (adc_nuevo_LED1 != adc_viejo_LED1) // Comprueba si el valor de
                                         "adc_nuevo_LED1" es diferente al
                                         valor de "adc_viejo_LED1" para
                                         realizar las acciones entre
                                         corchetes.
  {
    adc_viejo_LED1 = adc_nuevo_LED1; // Asigna a "adc_viejo_LED1" el
                                       valor de "adc_nuevo_LED1".
    analogWrite(LED1_pwm, adc_nuevo_LED1); // Escribe el valor analógico de
                                             "adc_nuevo_LED2" en la salida
                                             "LED1_pwm"
    porcentaje_LED1 = map(adc_nuevo_LED1, 0, 255, 100, 0); // Asigna a
                                                            "porcentaje_LED1"
                                                            el valor obtenido
                                                            al extrapolar
                                                            "adc_nuevo_LED1".
  }
}
```

```
if (adc_nuevo_LED2 != adc_viejo_LED2) // Comprueba si el valor de
                                        "adc_nuevo_LED2" es diferente al
                                        valor de "adc_viejo_LED2" para
                                        realizar las acciones entre
                                        corchetes.
{
  adc_viejo_LED2 = adc_nuevo_LED2;      // Asigna a "adc_viejo_LED2" el
                                        valor de "adc_nuevo_LED2".
  analogWrite(LED2_pwm, adc_nuevo_LED2); // Escribe el valor analógico de
                                        "adc_nuevo_LED2" en la salida
                                        "LED2_pwm".
  porcentaje_LED2 = map(adc_nuevo_LED2, 0, 255, 100, 0); // Asigna a
                                                           "porcentaje_LED2"
                                                           el valor obtenido
                                                           al extrapolar
                                                           "adc_nuevo_LED2".
}

lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, 0) de
                    la pantalla de cristal líquido.

for (j = i; j <= i + 19; j++) // Estructura cíclica para el desplazamiento
                              de una variable tipo cadena de caracteres.
{
  lcd.print(Reg[j]); // Imprime una variable en la pantalla de cristal
                    líquido.
}
i++; // Suma 1 al valor de "i".

lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, 1) de la
                    pantalla de cristal líquido.
lcd.print("LED 1 = " + String(porcentaje_LED1) + "%"); // Imprime un texto
                                                         y una variable en la
                                                         pantalla de cristal
                                                         líquido.

lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la coordenada (0, 2) de la
                    pantalla de cristal líquido.
```

```
lcd.print("LED 2 = " + String(porcentaje_LED2) + "%"); // Imprime un texto
                                                    y una variable en la
                                                    pantalla de cristal
                                                    líquido.

lcd.setCursor(0, 3); // Posiciona al cursor en la coordenada
                    (0, 3) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("# Regresar al menu"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
if (b == 5 && i >= strlen(Reg) - 19) // Comprueba si el valor de "b" es
                                    igual a 5 & si el valor de "i" es
                                    mayor o igual a la cantidad de
                                    caracteres que tiene "Reg" menos 19
                                    para realizar las acciones entre
                                    corchetes.
{
  i = 0; // Asigna a "i" el valor de 0.
}

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de "Tecla_presionada".

if (Tecla_presionada == '#') // Comprueba si el valor de
                              "Tecla_presionada" es igual a # para
                              realizar las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
              líquido.
  i = 0; // Asigna a "i" el valor de 0.
  b = 0; // Asigna a "b" el valor de 0.
}

delay (500); // Pausa el programa por un tiempo de 500 milisegundos (0.5
            segundos).
}
```

2.4.8 Subrutina para el desplazamiento en los ejes “x” y “y”

Ordinograma de la subrutina encargada del desplazamiento de la sustancia química en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico.

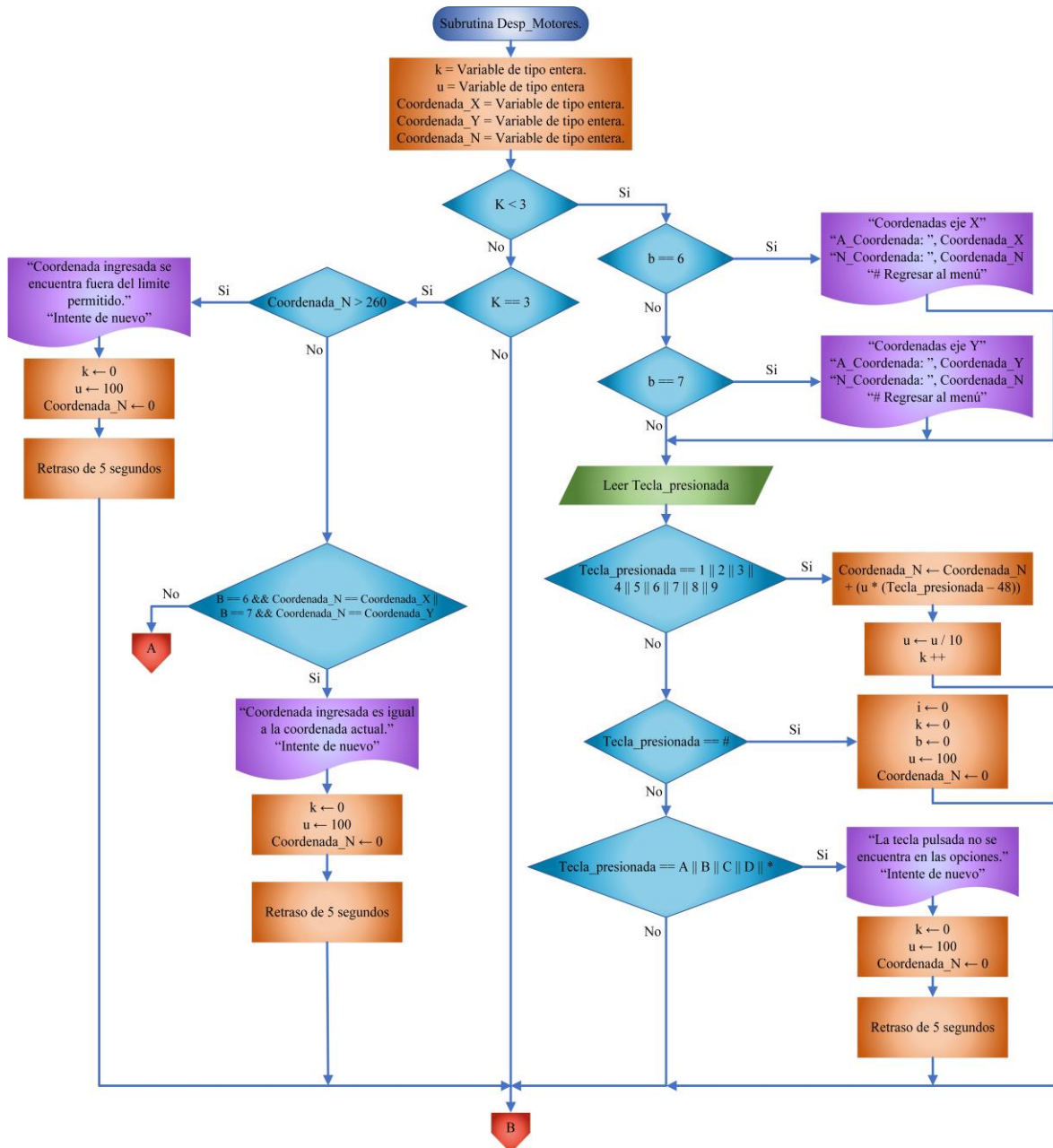


Figura 2.57 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para el desplazamiento de la sustancia química en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico (continúa).

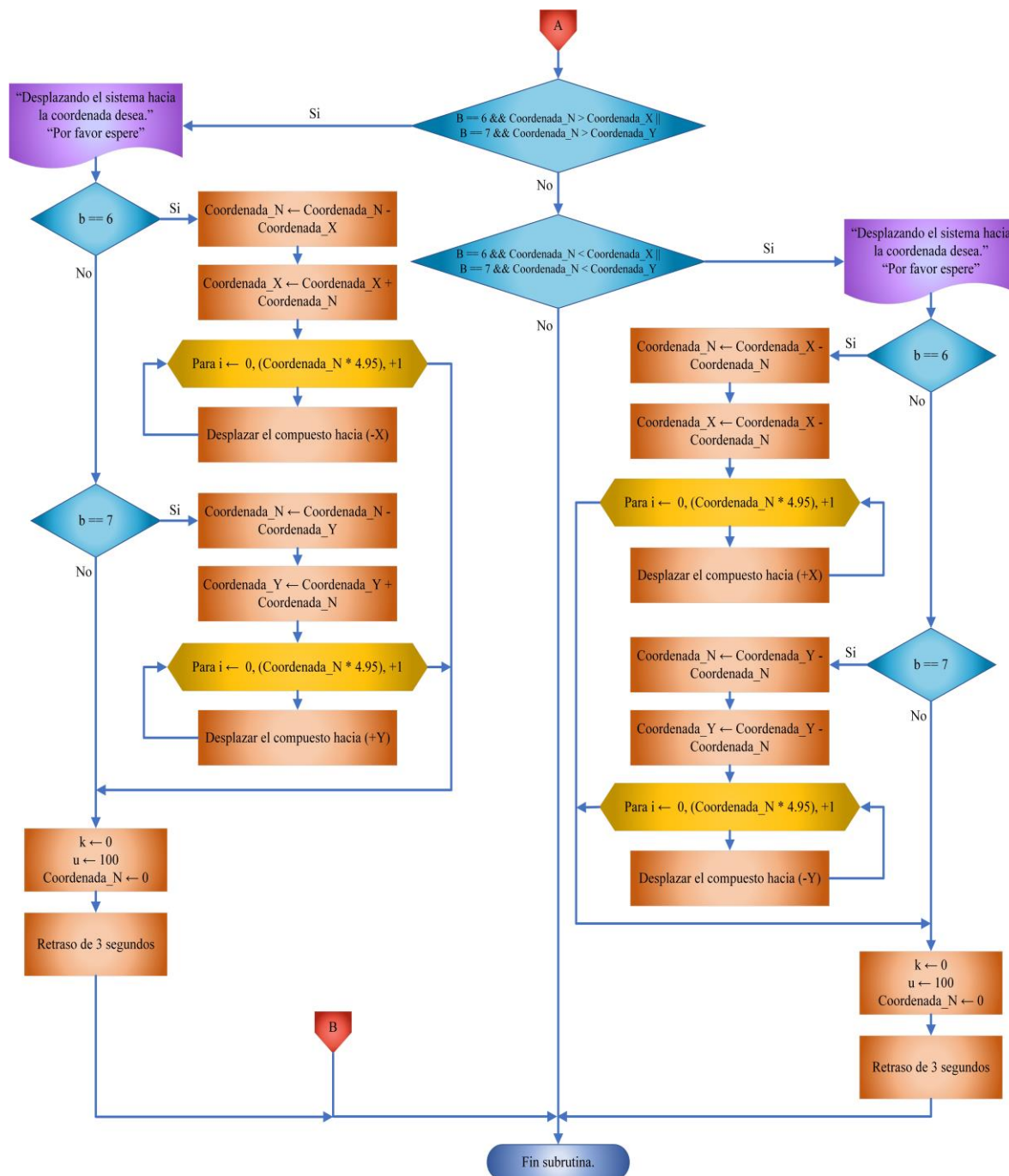


Figura 2.57 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para el desplazamiento de la sustancia química en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico (continuación).

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para el desplazamiento de la sustancia química a lo largo de los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico.

```
int u = 100;           // Creación de una variable tipo entera y asignación
                        // del valor de 100.
int k = 0;            // Creación de una variable tipo entera y asignación
                        // del valor de 0.
int Fin_Carr_Xi = 3;  // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        // de su pin de conexión.
int Fin_Carr_Yi = 13; // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        // de su pin de conexión.
int Coordinada_X = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación
                        // del valor de 0.
int Coordinada_Y = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación
                        // del valor de 0.
int Coordinada_N = 0; // Creación de una variable tipo entera y asignación
                        // del valor de 0.
int steps_Eje_X = 5;  // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        // de su pin de conexión.
int direccion_Eje_X = 7; // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        // de su pin de conexión.
int steps_Eje_Y = 8;  // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        // de su pin de conexión.
int direccion_Eje_Y = 6; // Creación de una variable tipo entera y declaración
                        // de su pin de conexión.

void Config_Motores() // Subrutina para la configuración requerida en el
                        // uso de los controladores A4988.
{
    pinMode(Fin_Carr_Xi, INPUT); // Configuración del pin "Fin_Carr_Xi"
                                  // como entrada.
    pinMode(Fin_Carr_Yi, INPUT); // Configuración del pin "Fin_Carr_Yi"
                                  // como entrada.
    pinMode(steps_Eje_X, OUTPUT); // Configuración del pin "steps_Eje_X"
                                   // como salida.
    pinMode(direccion_Eje_X, OUTPUT); // Configuración del pin "direccion_Eje_X"
                                       // como salida.
    pinMode(steps_Eje_Y, OUTPUT); // Configuración del pin "steps_Eje_Y"
                                   // como salida.
    pinMode(direccion_Eje_Y, OUTPUT); // Configuración del pin "direccion_Eje_Y"
                                       // como salida.
}
```



```
while (digitalRead(Fin_Carr_Xi) == HIGH) // Realiza las acciones entre
                                        corchetes mientras el valor digital
                                        del pin "Fin_Carr_Xi" sea igual a
                                        (1).
{
    digitalWrite(steps_Eje_X, LOW);      // Escribe el valor digital (0) en
                                        la salida "steps_Eje_X".
    digitalWrite(steps_Eje_X, HIGH);     // Escribe el valor digital (1) en
                                        la salida "steps_Eje_X".
    delayMicroseconds(2000);             // Pausa el programa por un tiempo
                                        de 2000 microsegundos.
    digitalWrite(direccion_Eje_X, HIGH); // Escribe el valor digital (1) en
                                        la salida "direccion_Eje_X".
}

while (digitalRead(Fin_Carr_Yi) == HIGH) // Realiza las acciones entre
                                        corchetes mientras el valor
                                        digital del pin "Fin_Carr_Xi" sea
                                        igual a (1).
{
    digitalWrite(steps_Eje_Y, LOW);      // Escribe el valor digital (0) en la
                                        salida "steps_Eje_Y".
    digitalWrite(steps_Eje_Y, HIGH);     // Escribe el valor digital (1) en la
                                        salida "steps_Eje_Y".
    delayMicroseconds(2000);             // Pausa el programa por un tiempo de
                                        2000 microsegundos.
    digitalWrite(direccion_Eje_Y, LOW);  // Escribe el valor digital (0) en la
                                        salida "direccion_Eje_Y".
}
}

Desp_Motores() // Subrutina para el ingreso de coordenadas en los ejes X & Y.
{
    if (k < 3) // Comprueba si el valor de "k" es menor a 3 para realizar
               las acciones entre corchetes.
    {
        if (b == 6) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 para realizar
                    las acciones entre corchetes.
        {
            lcd.setCursor(0, 0);          // Posiciona al cursor en la coordenada
                                           (0, 0) de la pantalla de cristal líquido.
        }
    }
}
```

```
lcd.print("Coordenadas eje X"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 1);           // Posiciona al cursor en la coordenada
                                (0, 1) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("A_Coordenada: ");  // Imprime texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
lcd.print(Coordenada_X);      // Imprime una variable en la pantalla
                                de cristal líquido.
}

if (b == 7) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 7 para realizar
            las acciones entre corchetes.
{
    lcd.setCursor(0, 0);      // Posiciona al cursor en la coordenada
                                (0, 0) de la pantalla de cristal
                                líquido.
    lcd.print("Coordenadas eje Y"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 1);      // Posiciona al cursor en la coordenada
                                (0, 1) de la pantalla de cristal líquido.
    lcd.print("A_Coordenada: "); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
    lcd.print(Coordenada_Y);  // Imprime una variable en la pantalla
                                de cristal líquido.
}

lcd.setCursor(0, 2);         // Posiciona al cursor en la coordenada
                                (0, 2) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("N_Coordenada: "); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.
lcd.print(Coordenada_N);    // Imprime una variable en la pantalla
                                de cristal líquido.
lcd.setCursor(0, 3);         // Posiciona al cursor en la coordenada
                                (0, 3) de la pantalla de cristal líquido.
lcd.print("# Regresar al menu"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                cristal líquido.

Tecla_presionada = Teclado.getKey(); // Lee el valor de "Tecla_presionada".
```

```
if (Tecla_presionada == '1' || Tecla_presionada == '2' || Tecla_presionada ==
    '3' || Tecla_presionada == '4' || Tecla_presionada == '5' ||
    Tecla_presionada == '6' || Tecla_presionada == '7' || Tecla_presionada ==
    '8' || Tecla_presionada == '9' || Tecla_presionada == '0') // Comprueba
                                                                    si el valor de
                                                                    "Tecla_presio-
                                                                    nada" es igual
                                                                    a 1 || 2 || 3
                                                                    || 4 || 5 || 6
                                                                    || 7 || 8 || 9
                                                                    || 0 para
                                                                    realizar las
                                                                    acciones entre
                                                                    corchetes.
{
    Coordinada_N = (Coordinada_N) + (u * (Tecla_presionada - 48)); // Asigna a
                                                                    "Coordena-
                                                                    da_N" el
                                                                    resultado
                                                                    de la suma
                                                                    de "Coor-
                                                                    denada_N"
                                                                    más la
                                                                    multiplica-
                                                                    ción de "u"
                                                                    por la
                                                                    resta de
                                                                    "Tecla_
                                                                    presionada"
                                                                    menos 48.

    u = u / 10; // Asigna a "u" el resultado de la división de "u" entre 10.
    k ++;      // Suma 1 al valor de "k".
}

else if (Tecla_presionada == '#') // Comprueba si el valor de
                                                                    "Tecla_presio-
                                                                    nada" es igual a # para
                                                                    realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la pantalla de cristal
                                                                    líquido.
    i = 0;      // Asigna a "i" el valor de 0.
    b = 0;      // Asigna a "b" el valor de 0.
```

```
k = 0;           // Asigna a "k" el valor de 0.
u = 100;        // Asigna a "u" el valor de 100.
Coordenada_N = 0; // Asigna a "Coordenada_N" el valor de 0.
}

else if (Tecla_presionada == 'A' || Tecla_presionada == 'B' ||
Tecla_presionada == 'C' || Tecla_presionada == 'D' || Tecla_presionada
== '*') // Comprueba si el valor de "Tecla_presionada" es igual a A ||
        B || C || D || * para realizar las acciones entre corchetes.
{
    lcd.clear();           // Borra el texto actual de la pantalla
                           // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 0);   // Posiciona al cursor en la
                           // coordenada (2, 0) de la pantalla de
                           // cristal líquido.
    lcd.print("La tecla pulsada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                           // cristal líquido.
    lcd.setCursor(1, 1);   // Posiciona al cursor en la coordenada
                           // (1, 1) de la pantalla de cristal
                           // líquido.
    lcd.print("no se encuentra en"); // Imprime un texto en la pantalla de
                           // cristal líquido.
    lcd.setCursor(4, 2);   // Posiciona al cursor en la
                           // coordenada (4, 2) de la pantalla de
                           // cristal líquido.
    lcd.print("las opciones"); // Imprime un texto en la pantalla de
                           // cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 3);   // Posiciona al cursor en la
                           // coordenada (2, 3) de la pantalla de
                           // cristal líquido.
    lcd.print("intente de nuevo"); // Imprime un texto en la pantalla de
                           // cristal líquido.
    Coordenada_N = 0;      // Asigna a "Coordenada_N" el valor
                           // de 0.
    k = 0;                 // Asigna a "k" el valor de 0.
    u = 100;               // Asigna a "u" el valor de 100.
    delay (5000);          // Pausa el programa por un tiempo de
                           // 5000 milisegundos (5 segundos).
}
}

if (k == 3) // Comprueba si el valor de "k" es igual a 3 para realizar
            // las acciones entre corchetes.
{
```

```
if (Coordenada_N > 260) // Comprueba si el valor de "Coordenada_N" es
                        // mayor a 260 para realizar las acciones entre
                        // corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                // pantalla de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("Coordenada ingresada"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(1, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (1, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("se encuentra fuera"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("de limite permitido"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.
    lcd.setCursor(2, 3); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (2, 3) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("intente de nuevo"); // Imprime un texto en la pantalla
                                        // de cristal líquido.
    Coordenada_N = 0; // Asigna a "Coordenada_N" el valor
                    // de 0.
    k = 0; // Asigna a "k" el valor de 0.
    u = 100; // Asigna a "u" el valor de 100.
    delay (5000); // Pausa el programa por un tiempo
                // de 5000 milisegundos (5 segundos).
}

else if (b == 6 && Coordenada_N == Coordenada_X || b == 7 && Coordenada_N
== Coordenada_Y) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 & si el valor
                // de "Coordenada_N" es igual al valor de "Coordenada_X" || si
                // el valor de "b" es igual a 7 & si el valor "Coordenada_N" es
                // igual al valor de "Coordenada_Y" para realizar las acciones
                // entre corchetes.
{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                // pantalla de cristal líquido.
```

```
lcd.setCursor(0, 0); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (0, 0) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("Coordenada ingresada"); // Imprime un texto en la pantalla
                                    // de cristal líquido.
lcd.setCursor(3, 1); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (3, 1) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("es igual a la"); // Imprime un texto en la pantalla
                             // de cristal líquido.
lcd.setCursor(1, 2); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (1, 2) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("coordenada actual"); // Imprime un texto en la pantalla
                                 // de cristal líquido.
lcd.setCursor(2, 3); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (2, 3) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("intente de nuevo"); // Imprime un texto en la pantalla
                                // de cristal líquido.
Coordenada_N = 0; // Asigna a "Coordenada_N" el valor
                 // de 0.
k = 0; // Asigna a "k" el valor de 0.
u = 100; // Asigna a "u" el valor de 100.
delay (5000); // Pausa el programa por un tiempo
              // de 5000 milisegundos (5 segundos).
}

else if (b == 6 && Coordenada_N > Coordenada_X || b == 7 && Coordenada_N
> Coordenada_Y) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 & si el
                // valor de "Coordenada_N" es mayor al valor de
                // "Coordenada_X" || si el valor de "b" es igual a 7 & si el
                // valor "Coordenada_N" es mayor al valor de "Coordenada_Y"
                // para realizar las acciones entre corchetes.
{
  lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
              // pantalla de cristal líquido.
  lcd.setCursor(3, 0); // Posiciona al cursor en la
                      // coordenada (3, 0) de la pantalla de
                      // cristal líquido.
  lcd.print("Desplazando el"); // Imprime un texto en la pantalla de
                               // cristal líquido.
```

```
lcd.setCursor(2, 1);           // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (2, 1) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.print("sistema hacia la"); // Imprime un texto en la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.setCursor(1, 2);         // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (1, 2) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.print("coordenada deseada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.setCursor(2, 3);         // Posiciona al cursor en la
                               // coordenada (2, 3) de la pantalla de
                               // cristal líquido.
lcd.print("por favor espere"); // Imprime un texto en la pantalla de
                               // cristal líquido.

if (b == 6) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 para
            // realizar las acciones entre corchetes.
{
    Coordenada_N = Coordenada_N - Coordenada_X; // Asigna a "Coordenada_N"
                                                // el resultado de la resta de
                                                // "Coordenada_N" menos
                                                // "Coordenada_X".
    Coordenada_X = Coordenada_X + Coordenada_N; // Asigna a "Coordenada_X"
                                                // el resultado de la suma de
                                                // "Coordenada_X" mas
                                                // "Coordenada_N".

    for (i = 0; i < (Coordenada_N * 4.95); i++) // Estructura cíclica
                                                // para generar el giro en
                                                // el eje motriz del motor.
    {
        digitalWrite(steps_Eje_X, LOW); // Escribe el valor digital (0)
                                         // en la salida "steps_Eje_X".
        digitalWrite(steps_Eje_X, HIGH); // Escribe el valor digital (1)
                                         // en la salida "steps_Eje_X".
        delayMicroseconds(2000);        // Pausa el programa por un
                                         // tiempo de 2000 microsegundos.
        digitalWrite(direccion_Eje_X, LOW); // Escribe el valor digital (0)
                                             // en la salida "direccion_Eje_X".
    }
}
```

```
if (b == 7) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 7 para
            realizar las acciones entre corchetes.
{
    Coordenada_N = Coordenada_N - Coordenada_Y; // Asigna a "Coordenada_N"
                                                el resultado de la resta de
                                                "Coordenada_N" menos
                                                "Coordenada_Y".
    Coordenada_Y = Coordenada_Y + Coordenada_N; // Asigna a "Coordenada_Y"
                                                el resultado de la suma de
                                                "Coordenada_Y" mas
                                                "Coordenada_N".

    for (i = 0; i < (Coordenada_N * 4.95); i++) // Estructura cíclica
                                                para generar el giro en
                                                el eje motriz del motor.
    {
        digitalWrite(steps_Eje_Y, LOW); // Escribe el valor digital (0)
                                         en la salida "steps_Eje_Y".
        digitalWrite(steps_Eje_Y, HIGH); // Escribe el valor digital (1)
                                         en la salida "steps_Eje_Y".
        delayMicroseconds(2000); // Pausa el programa por un
                                  tiempo de 2000 microsegundos.
        digitalWrite(direccion_Eje_Y, HIGH); // Escribe el valor digital (0)
                                              en la salida "direccion_Eje_Y".
    }
}

Coordenada_N = 0; // Asigna a "Coordenada_N" el valor de 0.
k = 0; // Asigna a "k" el valor de 0.
u = 100; // Asigna a "u" el valor de 100.
delay (3000); // Pausa el programa por un tiempo de 5000
              milisegundos (5 segundos).
}

else if (b == 6 && Coordenada_N < Coordenada_X || b == 7 && Coordenada_N
        < Coordenada_Y) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 & si el
                        valor de "Coordenada_N" es menor al valor de
                        "Coordenada_X" || si el valor de "b" es igual a 7 & si
                        el valor "Coordenada_N" es menor al valor de
                        "Coordenada_Y" para realizar las acciones entre
                        corchetes.
{
```



```
lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
              // pantalla de cristal líquido.
lcd.setCursor(3, 0); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (3, 0) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("Desplazando el"); // Imprime un texto en la pantalla de
                              // cristal líquido.
lcd.setCursor(2, 1); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (2, 1) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("sistema hacia la"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                // cristal líquido.
lcd.setCursor(1, 2); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (1, 2) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("coordenada deseada"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                  // cristal líquido.
lcd.setCursor(2, 3); // Posiciona al cursor en la
                    // coordenada (2, 3) de la pantalla de
                    // cristal líquido.
lcd.print("por favor espere"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                // cristal líquido.

if (b == 6) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 6 para
            // realizar las acciones entre corchetes.
{
  Coordenada_N = Coordenada_X - Coordenada_N; // Asigna a "Coordenada_N"
                                              // el resultado de la resta de
                                              // "Coordenada_X" menos
                                              // "Coordenada_N".
  Coordenada_X = Coordenada_X - Coordenada_N; // Asigna a "Coordenada_X"
                                              // el resultado de la resta de
                                              // "Coordenada_X" menos
                                              // "Coordenada_N".

  for (i = 0; i < (Coordenada_N * 4.95); i++) // Estructura cíclica
                                              // para generar el giro en
                                              // el eje motriz del motor.
  {
    digitalWrite(steps_Eje_X, LOW); // Escribe el valor digital (0)
                                     // en la salida "steps_Eje_X".
    digitalWrite(steps_Eje_X, HIGH); // Escribe el valor digital (1)
                                       // en la salida "steps_Eje_X".
    delayMicroseconds(2000); // Pausa el programa por un
                              // tiempo de 2000 microsegundos.
  }
}
```

```
        digitalWrite(direccion_Eje_X, HIGH); // Escribe el valor digital (1)
                                              en la salida "direccion_Eje_X".
    }
}

if (b == 7) // Comprueba si el valor de "b" es igual a 7 para realizar
            las acciones entre corchetes.
{
    Coordenada_N = Coordenada_Y - Coordenada_N; // Asigna a "Coordenada_N"
                                                el resultado de la resta de
                                                "Coordenada_Y" menos
                                                "Coordenada_N".
    Coordenada_Y = Coordenada_Y - Coordenada_N; // Asigna a "Coordenada_Y"
                                                el resultado de la resta de
                                                "Coordenada_Y" menos
                                                "Coordenada_N".

    for (i = 0; i < (Coordenada_N * 4.95); i++) // Estructura cíclica
                                                para generar el giro en
                                                el eje motriz del motor.
    {
        digitalWrite(steps_Eje_Y, LOW);      // Escribe el valor digital (0)
                                              en la salida "steps_Eje_Y".
        digitalWrite(steps_Eje_Y, HIGH);     // Escribe el valor digital (1)
                                              en la salida "steps_Eje_Y".
        delayMicroseconds(2000);             // Pausa el programa por un
                                              tiempo de 2000 microsegundos.
        digitalWrite(direccion_Eje_Y, LOW);  // Escribe el valor digital (1)
                                              en la salida "direccion_Eje_Y".
    }
}

Coordenada_N = 0; // Asigna a "Coordenada_N" el valor de 0.
k = 0;           // Asigna a "k" el valor de 0.
u = 100;        // Asigna a "u" el valor de 100.
delay (3000);   // Pausa el programa por un tiempo de 5000
                milisegundos (5 segundos).
}
}
delay(100);     // Pausa el programa por un tiempo de 100
                milisegundos (0.1 segundos).
}
```

2.4.9 Subrutina para el reconocimiento de la conexión del módulo para tarjetas MicroSD

Ordinograma de la subrutina encargada de comprobar el estado de conexión en el que se encuentra el módulo MicroSD.

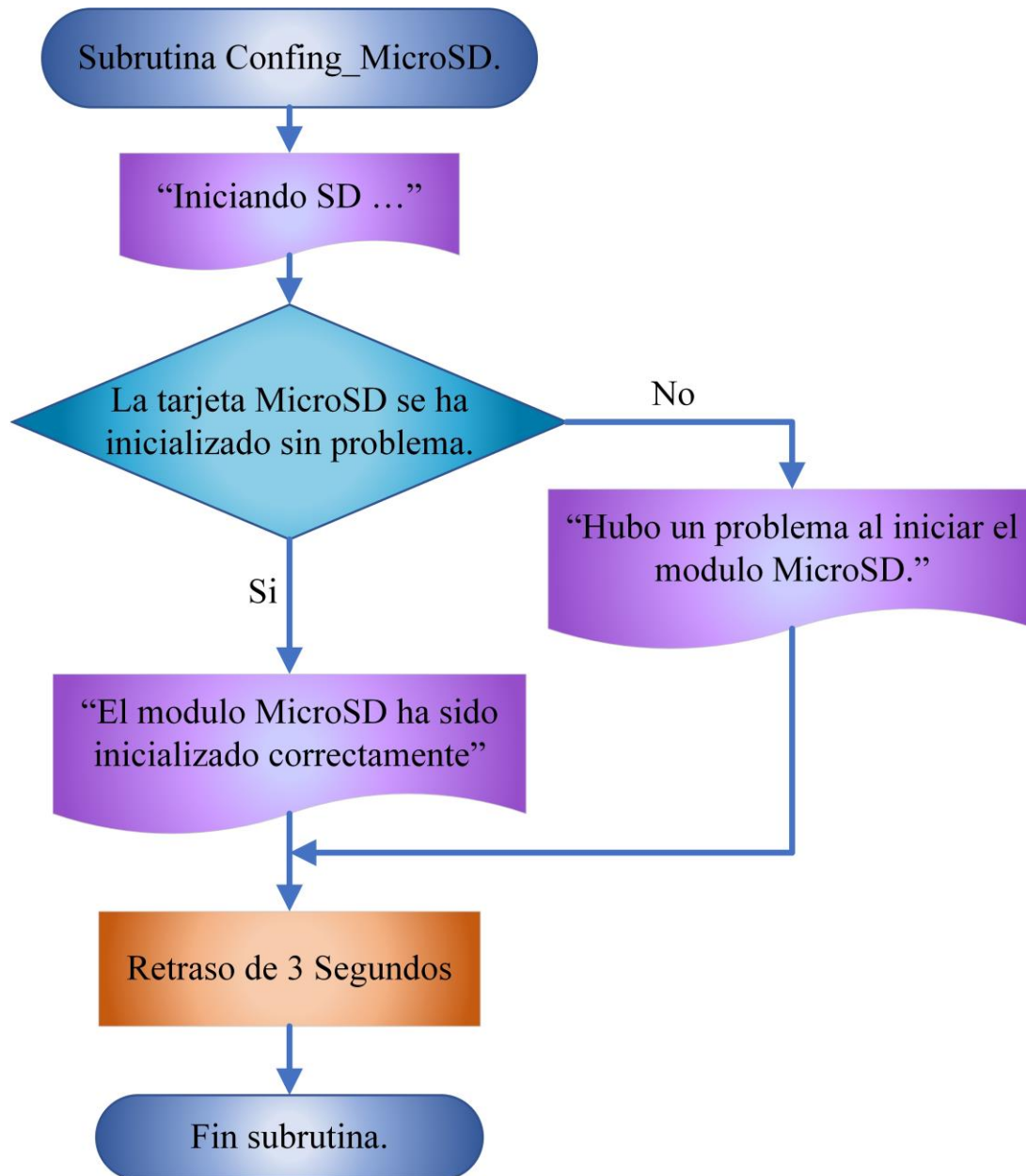


Figura 2.58 Diagrama de flujo empleado en la subrutina para la comprobación del estado del módulo para tarjetas MicroSD.

Líneas de programación empleadas en la ejecución de la subrutina para el reconocimiento del estado de conexión del módulo para tarjetas MicroSD.

```
void Config_Micro_SD() // Subrutina para la configuración requerida en el
                        uso del módulo MicroSD.
{
    lcd.setCursor(2, 1); // Posiciona al cursor en la coordenada
                        (2, 1) de la pantalla de cristal líquido.
    lcd.print("Iniciando SD ..."); // Imprime un texto en la pantalla de
                        cristal líquido.

    if (!SD.begin(9)) // Comprueba si es posible inicializar la librería y la
                        tarjeta MicroSD correctamente empleando el pin 9, para
                        realizar las acciones entre corchetes.
    {
        lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                    pantalla de cristal líquido.
        lcd.setCursor(2, 0); // Posiciona al cursor en la
                            coordenada (2, 0) de la pantalla de
                            cristal líquido.
        lcd.print("Hubo un problema"); // Imprime un texto en la pantalla de
                            cristal líquido.
        lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                            coordenada (0, 1) de la pantalla de
                            cristal líquido.
        lcd.print("al iniciar el modulo"); // Imprime un texto en la pantalla de
                            cristal líquido.
        lcd.setCursor(6, 2); // Posiciona al cursor en la
                            coordenada (6, 2) de la pantalla de
                            cristal líquido.
        lcd.print("MicroSD"); // Imprime un texto en la pantalla de
                            cristal líquido.
    }
}
```

```
else // Si la librería y la tarjeta MicroSD no se inicializaron
    correctamente, realiza las acciones entre corchetes.

{
    lcd.clear(); // Borra el texto actual de la
                // pantalla de cristal líquido.
    lcd.setCursor(1, 0); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (1, 0) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("El modulo MicroSD"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                    // cristal líquido.
    lcd.setCursor(0, 1); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (0, 1) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("ha sido inicializado"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                       // cristal líquido.
    lcd.setCursor(3, 2); // Posiciona al cursor en la
                        // coordenada (3, 2) de la pantalla de
                        // cristal líquido.
    lcd.print("correctamente"); // Imprime un texto en la pantalla de
                                // cristal líquido.
}
delay(3000); // Pausa el programa por un tiempo de
             // 3000 milisegundos (3 segundos).
}
```

Diseño de una superficie de Fresnel tipo canal

3

Esquema del capítulo

3.1 Obtención de la superficie plano-cóncava.	159
3.2 Regresión polinomial de segundo hasta décimo orden para ajustes de curvas.	161
3.3 Gráficas de los trazos de rayos	213
3.4 Diseño e impresión en 3D de la superficie de Fresnel tipo canal.	239

Resumen del capítulo

En este tercer capítulo se desarrollará el diseño de una superficie de Fresnel tipo canal, empleando los conceptos vistos en el capítulo 1, y partiendo de una serie de puntos de coordenadas, obtenidos a partir de una superficie plano-cóncava generada al exponer una sustancia líquida a la acción de gravedad sobre un plástico elástico. A sí mismo, se utilizará el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados con la finalidad de obtener una ecuación algebraica que permita generar una serie de representaciones gráficas de la superficie obtenida anteriormente que se ajusten a los puntos de coordenadas, para posteriormente seleccionar el polinomio que mejor se adapte y realizar su impresión en 3D, para posteriormente implementarla en la estructura del reactor fotoquímico vista en el capítulo 2 como un reflector de luz.

3.1 Obtención de la superficie plano-cóncava

En el desarrollo de la superficie de Fresnel tipo canal, se implementó la técnica empleada por Soriano (2019), en la cual utilizó un marco de madera con superficie plana y medidas de 240mm x 400mm con una perforación en forma circular con un diámetro de 160mm la cual, fue recubierta por una película de playol transparente. Por último, y a fin de generar una superficie plano-cóncava, el marco se elevó a una distancia de 1575mm del suelo, para posteriormente verterle 675ml de etanol (con un índice de refracción igual a 1.36) sobre la película de playol, exponiéndolo a la acción de la gravedad, generando así una curvatura sobre el playol.

Con el propósito de comprobar que la curva obtenida presenta una concentración de rayos adecuada para el reactor fotoquímico, se empleó una fuente de iluminación colocada a una altura de 1815.3mm con referencia al marco de madera, que proyecta una serie de rayos de luz sobre la superficie plano-cóncava como se ilustra en la Figura 3.1 b).

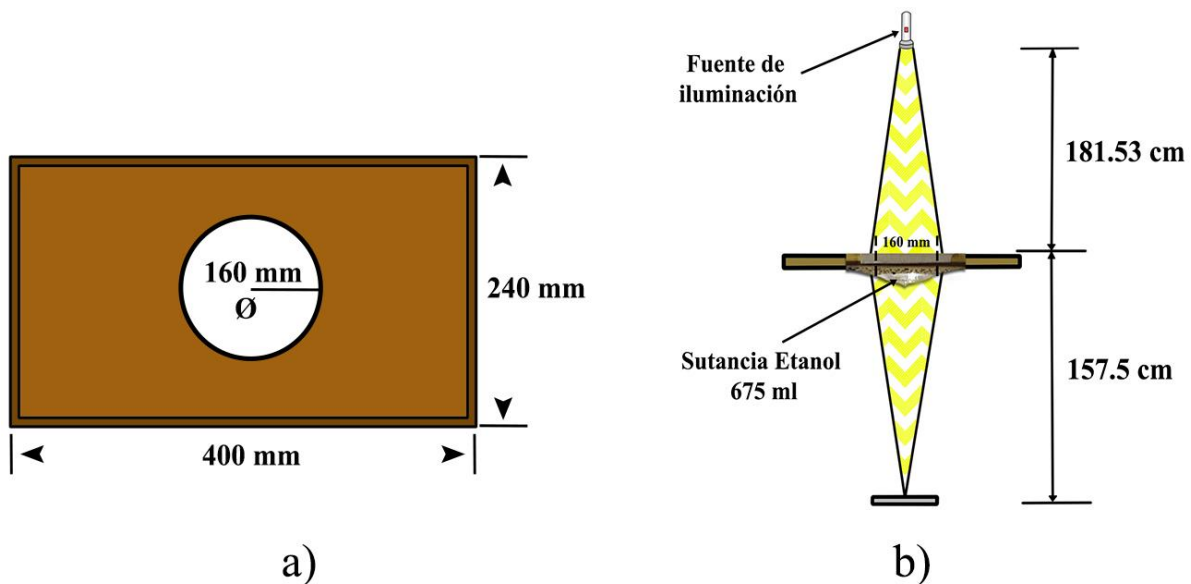


Figura 3.1 a) Representación del marco de madera empleado para la obtención de la curva. b) Molde para la obtención y comprobación de la curva visto de perfil.

Continuando con la técnica para la obtención de la curva, y empleando un software para el análisis y construcción de modelos matemáticos, se generó un video a partir de la captura de una serie de imágenes, con la finalidad de crear un conjunto de puntos coordenadas sobre el contorno de la superficie, generando así la Figura 3.2, y obteniendo los datos de la Tabla 3.1.

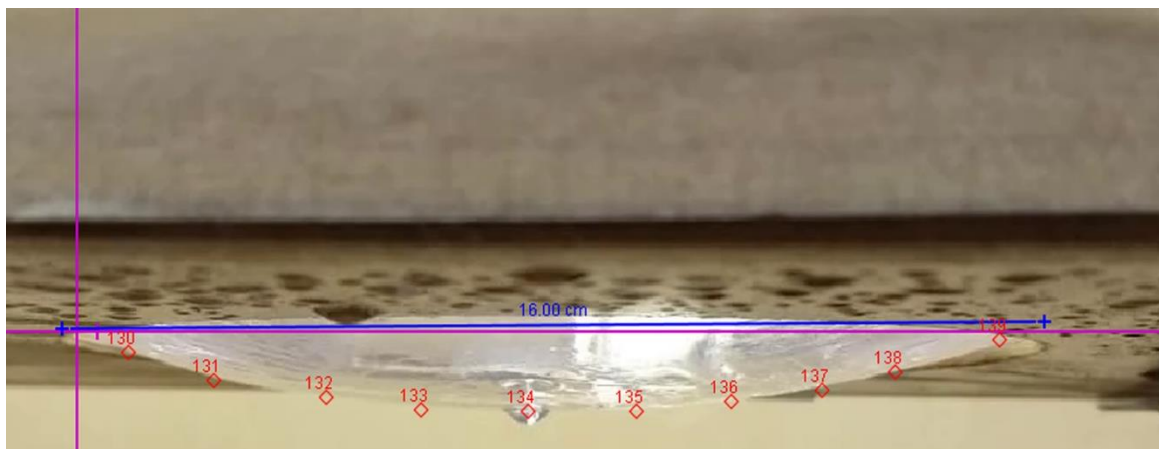
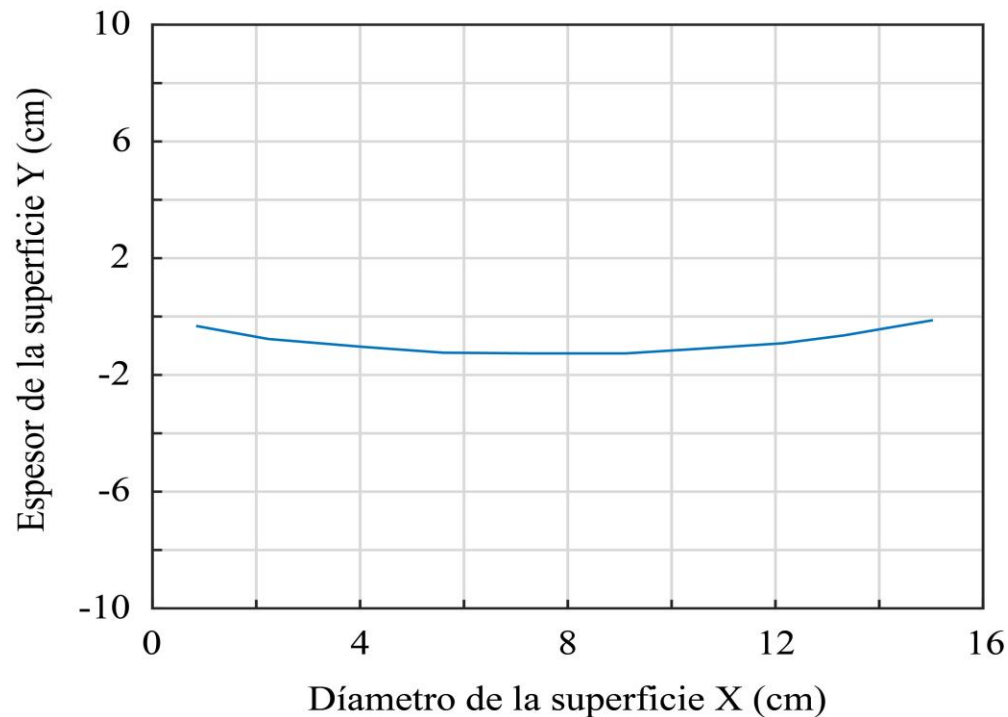


Figura 3.2 Imagen generada por software después de haber ingresado el conjunto de puntos de coordenadas sobre el contorno de la superficie.

Tabla 3.1 Puntos de coordenadas intersecados sobre el contorno de la superficie de etanol.

Coordenadas de los puntos en el eje "x"	Coordenadas de los puntos en el eje "y"
0.842	-0.322
2.229	-0.768
4.062	-1.040
5.597	-1.238
7.356	-1.263
9.114	-1.263
10.65	-1.090
12.14	-0.916
13.32	-0.644
15.03	-0.124



Gráfica 3.1 Curva resultante de los puntos de coordenada obtenidos.

Una vez obtenidos los puntos de coordenada, es necesario emplear un método matemático que ajuste la curva obtenida. E. González et. al. (2020) menciona que algunos de los métodos para el ajuste de curvas que existen son: el de regresión e interpolación lineal, por aproximación polinomial, por aproximación mediante el polinomio de Newton, el polinomio interpolador de Newton, interpolación de LaGrange, método de mínimos cuadrados, entre otros (pág. 2144 y 2145). El método matemático para el ajuste de curvas empleado particularmente en este trabajo fue el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados.

3.2 Regresión polinomial de segundo hasta décimo orden para ajustes de curvas

El procedimiento de mínimos cuadrados se puede extender fácilmente al ajuste de datos con un polinomio de grado superior (Chapra et. al., 2006, pág. 482). Se emplea el método de mínimos cuadrados para la obtención de la función que satisface la superficie en una curva plano-cóncavo generada por acción de la gravedad en el arreglo experimental.

3.2.1 Polinomio de segundo grado

Para un polinomio de segundo grado expresado en la Ecuación 3.1:

$$y = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + e \quad (3.1)$$

La suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2 \quad (3.2)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.2 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2) \quad (3.5)$$

Igualando las Ecuaciones 3.3, 3.4 y 3.5 a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 = \sum y_i \quad (3.6)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 = \sum x_i y_i \quad (3.7)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.8)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.6, 3.7 y 3.8 al implementar un sistema de tres ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$[A][a] = [B] \quad (3.10)$$

$$\therefore [a] = \left[\frac{1}{[A]} \right] [B] \quad (3.11)$$

Donde en la Ecuación 3.11 se puede expresar la matriz “a” como la inversa de la matriz “A” ($[A]^{-1}$) multiplicada por la matriz “B”, como se muestra en la Ecuación 3.12.

$$[a] = [A]^{-1}[B] \quad (3.12)$$

3.2.2 Polinomio de tercer grado

Para un polinomio de tercer grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 + e \quad (3.13)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3)^2 \quad (3.14)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.14 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos dos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3) \quad (3.18)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 = \sum y_i \quad (3.19)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 = \sum x_i y_i \quad (3.20)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.21)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.22)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.19 a 3.22 al implementar un sistema de cuatro ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

3.2.3 Polinomio de cuarto grado

Para un polinomio de cuarto grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 + a_4 x_i^4 + e \quad (3.24)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4)^2 \quad (3.25)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.25 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4) \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4) \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4) \quad (3.30)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 = \sum y_i \quad (3.31)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 = \sum x_i y_i \quad (3.32)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.33)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.34)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 = \sum x_i^4 y_i \quad (3.35)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.31 a 3.35 al implementar un sistema de cinco ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

3.2.4 Polinomio de quinto grado

Para un polinomio de quinto grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 + a_4 x_i^4 + a_5 x_i^5 + e \quad (3.37)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5)^2 \quad (3.38)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.38 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5) \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5) \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5) \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5) \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5) \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_5} = -2 \sum x_i^5 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5) \quad (3.44)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 + (\sum x_i^5)a_5 = \sum y_i \quad (3.45)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 + (\sum x_i^6)a_5 = \sum x_i y_i \quad (3.46)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 + (\sum x_i^7)a_5 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.47)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 + (\sum x_i^8)a_5 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.48)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 + (\sum x_i^9)a_5 = \sum x_i^4 y_i \quad (3.49)$$

$$(\sum x_i^5)a_0 + (\sum x_i^6)a_1 + (\sum x_i^7)a_2 + (\sum x_i^8)a_3 + (\sum x_i^9)a_4 + (\sum x_i^{10})a_5 = \sum x_i^5 y_i \quad (3.50)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.45 a 3.50 al implementar un sistema de seis ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) \\ (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \\ \sum x_i^5 y_i \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

3.2.5 Polinomio de sexto grado

Para un polinomio de sexto grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 + a_4 x_i^4 + a_5 x_i^5 + a_6 x_i^6 + e \quad (3.52)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6)^2 \quad (3.53)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.53 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_5} = -2 \sum x_i^5 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_6} = -2 \sum x_i^6 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6) \quad (3.60)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 + (\sum x_i^5)a_5 + (\sum x_i^6)a_6 = \sum y_i \quad (3.61)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 + (\sum x_i^6)a_5 + (\sum x_i^7)a_6 = \sum x_i y_i \quad (3.62)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 + (\sum x_i^7)a_5 + (\sum x_i^8)a_6 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.63)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 + (\sum x_i^8)a_5 + (\sum x_i^9)a_6 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.64)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 + (\sum x_i^9)a_5 + (\sum x_i^{10})a_6 = \sum x_i^4 y_i \quad (3.65)$$

$$(\sum x_i^5)a_0 + (\sum x_i^6)a_1 + (\sum x_i^7)a_2 + (\sum x_i^8)a_3 + (\sum x_i^9)a_4 + (\sum x_i^{10})a_5 + (\sum x_i^{11})a_6 = \sum x_i^5 y_i \quad (3.66)$$

$$(\sum x_i^6)a_0 + (\sum x_i^7)a_1 + (\sum x_i^8)a_2 + (\sum x_i^9)a_3 + (\sum x_i^{10})a_4 + (\sum x_i^{11})a_5 + (\sum x_i^{12})a_6 = \sum x_i^6 y_i \quad (3.67)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.61 a 3.67 al implementar un sistema de siete ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) \\ (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) \\ (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \\ \sum x_i^5 y_i \\ \sum x_i^6 y_i \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

3.2.6 Polinomio de séptimo grado

Para un polinomio de séptimo grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 + a_4x_i^4 + a_5x_i^5 + a_6x_i^6 + a_7x_i^7 + e \quad (3.69)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7)^2 \quad (3.70)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.70 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_5} = -2 \sum x_i^5 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_6} = -2 \sum x_i^6 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_7} = -2 \sum x_i^7 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7) \quad (3.78)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 + (\sum x_i^5)a_5 + (\sum x_i^6)a_6 + (\sum x_i^7)a_7 = \sum y_i \quad (3.79)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 + (\sum x_i^6)a_5 + (\sum x_i^7)a_6 + (\sum x_i^8)a_7 = \sum x_i y_i \quad (3.80)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 + (\sum x_i^7)a_5 + (\sum x_i^8)a_6 + (\sum x_i^9)a_7 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.81)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 + (\sum x_i^8)a_5 + (\sum x_i^9)a_6 + (\sum x_i^{10})a_7 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.82)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 + (\sum x_i^9)a_5 + (\sum x_i^{10})a_6 + (\sum x_i^{11})a_7 = \sum x_i^4 y_i \quad (3.83)$$

$$(\sum x_i^5)a_0 + (\sum x_i^6)a_1 + (\sum x_i^7)a_2 + (\sum x_i^8)a_3 + (\sum x_i^9)a_4 + (\sum x_i^{10})a_5 + (\sum x_i^{11})a_6 + (\sum x_i^{12})a_7 = \sum x_i^5 y_i \quad (3.84)$$

$$(\sum x_i^6)a_0 + (\sum x_i^7)a_1 + (\sum x_i^8)a_2 + (\sum x_i^9)a_3 + (\sum x_i^{10})a_4 + (\sum x_i^{11})a_5 + (\sum x_i^{12})a_6 + (\sum x_i^{13})a_7 = \sum x_i^6 y_i \quad (3.85)$$

$$(\sum x_i^7)a_0 + (\sum x_i^8)a_1 + (\sum x_i^9)a_2 + (\sum x_i^{10})a_3 + (\sum x_i^{11})a_4 + (\sum x_i^{12})a_5 + (\sum x_i^{13})a_6 + (\sum x_i^{14})a_7 = \sum x_i^7 y_i \quad (3.86)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.79 a 3.86 al implementar un sistema de ocho ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) \\ (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) \\ (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) \\ (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \\ \sum x_i^5 y_i \\ \sum x_i^6 y_i \\ \sum x_i^7 y_i \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

3.2.7 Polinomio de octavo grado

Para un polinomio de octavo grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 + a_4 x_i^4 + a_5 x_i^5 + a_6 x_i^6 + a_7 x_i^7 + a_8 x_i^8 + e \quad (3.88)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8)^2 \quad (3.89)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.89 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.90)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.91)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.93)$$

$$\frac{\partial S_T}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.94)$$

$$\frac{\partial S_T}{\partial a_5} = -2 \sum x_i^5 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.95)$$

$$\frac{\partial S_T}{\partial a_6} = -2 \sum x_i^6 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.96)$$

$$\frac{\partial S_T}{\partial a_7} = -2 \sum x_i^7 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.97)$$

$$\frac{\partial S_T}{\partial a_8} = -2 \sum x_i^8 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8) \quad (3.98)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 + (\sum x_i^5)a_5 + (\sum x_i^6)a_6 + (\sum x_i^7)a_7 + (\sum x_i^8)a_8 = \sum y_i \quad (3.99)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 + (\sum x_i^6)a_5 + (\sum x_i^7)a_6 + (\sum x_i^8)a_7 + (\sum x_i^9)a_8 = \sum x_i y_i \quad (3.100)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 + (\sum x_i^7)a_5 + (\sum x_i^8)a_6 + (\sum x_i^9)a_7 + (\sum x_i^{10})a_8 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.101)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 + (\sum x_i^8)a_5 + (\sum x_i^9)a_6 + (\sum x_i^{10})a_7 + (\sum x_i^{11})a_8 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.102)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 + (\sum x_i^9)a_5 + (\sum x_i^{10})a_6 + (\sum x_i^{11})a_7 + (\sum x_i^{12})a_8 = \sum x_i^4 y_i \quad (3.103)$$

$$(\sum x_i^5)a_0 + (\sum x_i^6)a_1 + (\sum x_i^7)a_2 + (\sum x_i^8)a_3 + (\sum x_i^9)a_4 + (\sum x_i^{10})a_5 + (\sum x_i^{11})a_6 + (\sum x_i^{12})a_7 + (\sum x_i^{13})a_8 = \sum x_i^5 y_i \quad (3.104)$$

$$(\sum x_i^6)a_0 + (\sum x_i^7)a_1 + (\sum x_i^8)a_2 + (\sum x_i^9)a_3 + (\sum x_i^{10})a_4 + (\sum x_i^{11})a_5 + (\sum x_i^{12})a_6 + (\sum x_i^{13})a_7 + (\sum x_i^{14})a_8 = \sum x_i^6 y_i \quad (3.105)$$

$$(\sum x_i^7)a_0 + (\sum x_i^8)a_1 + (\sum x_i^9)a_2 + (\sum x_i^{10})a_3 + (\sum x_i^{11})a_4 + (\sum x_i^{12})a_5 + (\sum x_i^{13})a_6 + (\sum x_i^{14})a_7 + (\sum x_i^{15})a_8 = \sum x_i^7 y_i \quad (3.106)$$

$$(\sum x_i^8)a_0 + (\sum x_i^9)a_1 + (\sum x_i^{10})a_2 + (\sum x_i^{11})a_3 + (\sum x_i^{12})a_4 + (\sum x_i^{13})a_5 + (\sum x_i^{14})a_6 + (\sum x_i^{15})a_7 + (\sum x_i^{16})a_8 = \sum x_i^8 y_i \quad (3.107)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.99 a 3.107 al implementar un sistema de nueve ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) \\ (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) \\ (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) \\ (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) \\ (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \\ \sum x_i^5 y_i \\ \sum x_i^6 y_i \\ \sum x_i^7 y_i \\ \sum x_i^8 y_i \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

3.2.8 Polinomio de noveno grado

Para un polinomio de noveno grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 + a_4x_i^4 + a_5x_i^5 + a_6x_i^6 + a_7x_i^7 + a_8x_i^8 + a_9x_i^9 + e \quad (3.109)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9)^2 \quad (3.110)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.110 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.111)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.112)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.113)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.114)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.115)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_5} = -2 \sum x_i^5 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.116)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_6} = -2 \sum x_i^6 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.117)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_7} = -2 \sum x_i^7 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.118)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_8} = -2 \sum x_i^8 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.119)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_9} = -2 \sum x_i^9 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9) \quad (3.120)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 + (\sum x_i^5)a_5 + (\sum x_i^6)a_6 + (\sum x_i^7)a_7 + (\sum x_i^8)a_8 + (\sum x_i^9)a_9 = \sum y_i \quad (3.121)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 + (\sum x_i^6)a_5 + (\sum x_i^7)a_6 + (\sum x_i^8)a_7 + (\sum x_i^9)a_8 + (\sum x_i^{10})a_9 = \sum x_i y_i \quad (3.122)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 + (\sum x_i^7)a_5 + (\sum x_i^8)a_6 + (\sum x_i^9)a_7 + (\sum x_i^{10})a_8 + (\sum x_i^{11})a_9 = \sum x_i^2 y_i \quad (3.123)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 + (\sum x_i^8)a_5 + (\sum x_i^9)a_6 + (\sum x_i^{10})a_7 + (\sum x_i^{11})a_8 + (\sum x_i^{12})a_9 = \sum x_i^3 y_i \quad (3.124)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 + (\sum x_i^9)a_5 + (\sum x_i^{10})a_6 + (\sum x_i^{11})a_7 + (\sum x_i^{12})a_8 + (\sum x_i^{13})a_9 = \sum x_i^4 y_i \quad (3.125)$$

$$(\sum x_i^5)a_0 + (\sum x_i^6)a_1 + (\sum x_i^7)a_2 + (\sum x_i^8)a_3 + (\sum x_i^9)a_4 + (\sum x_i^{10})a_5 + (\sum x_i^{11})a_6 + (\sum x_i^{12})a_7 + (\sum x_i^{13})a_8 + (\sum x_i^{14})a_9 = \sum x_i^5 y_i \quad (3.126)$$

$$(\sum x_i^6)a_0 + (\sum x_i^7)a_1 + (\sum x_i^8)a_2 + (\sum x_i^9)a_3 + (\sum x_i^{10})a_4 + (\sum x_i^{11})a_5 + (\sum x_i^{12})a_6 + (\sum x_i^{13})a_7 + (\sum x_i^{14})a_8 + (\sum x_i^{15})a_9 = \sum x_i^6 y_i \quad (3.127)$$

$$(\sum x_i^7)a_0 + (\sum x_i^8)a_1 + (\sum x_i^9)a_2 + (\sum x_i^{10})a_3 + (\sum x_i^{11})a_4 + (\sum x_i^{12})a_5 + (\sum x_i^{13})a_6 + (\sum x_i^{14})a_7 + (\sum x_i^{15})a_8 + (\sum x_i^{16})a_9 = \sum x_i^7 y_i \quad (3.128)$$

$$(\sum x_i^8)a_0 + (\sum x_i^9)a_1 + (\sum x_i^{10})a_2 + (\sum x_i^{11})a_3 + (\sum x_i^{12})a_4 + (\sum x_i^{13})a_5 + (\sum x_i^{14})a_6 + (\sum x_i^{15})a_7 + (\sum x_i^{16})a_8 + (\sum x_i^{17})a_9 = \sum x_i^8 y_i \quad (3.129)$$

$$(\sum x_i^9)a_0 + (\sum x_i^{10})a_1 + (\sum x_i^{11})a_2 + (\sum x_i^{12})a_3 + (\sum x_i^{13})a_4 + (\sum x_i^{14})a_5 + (\sum x_i^{15})a_6 + (\sum x_i^{16})a_7 + (\sum x_i^{17})a_8 + (\sum x_i^{18})a_9 = \sum x_i^9 y_i \quad (3.130)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.121 a 3.130 al implementar un sistema de diez ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) \\ (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) \\ (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) \\ (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) \\ (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) & (\sum x_i^{17}) \\ (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) & (\sum x_i^{17}) & (\sum x_i^{18}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \\ \sum x_i^5 y_i \\ \sum x_i^6 y_i \\ \sum x_i^7 y_i \\ \sum x_i^8 y_i \\ \sum x_i^9 y_i \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

3.2.9 Polinomio de décimo grado

Para un polinomio de décimo grado cuya ecuación es:

$$y = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 + a_4 x_i^4 + a_5 x_i^5 + a_6 x_i^6 + a_7 x_i^7 + a_8 x_i^8 + a_9 x_i^9 + a_{10} x_i^{10} + e \quad (3.132)$$

En este caso, la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10})^2 \quad (3.133)$$

Al realizar la derivada de la Ecuación 3.133 con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.134)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.135)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.136)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_3} = -2 \sum x_i^3 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.137)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_4} = -2 \sum x_i^4 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.138)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_5} = -2 \sum x_i^5 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.139)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_6} = -2 \sum x_i^6 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.140)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_7} = -2 \sum x_i^7 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.141)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_8} = -2 \sum x_i^8 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.142)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_9} = -2 \sum x_i^9 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.143)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_{10}} = -2 \sum x_i^{10} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3 - a_4 x_i^4 - a_5 x_i^5 - a_6 x_i^6 - a_7 x_i^7 - a_8 x_i^8 - a_9 x_i^9 - a_{10} x_i^{10}) \quad (3.144)$$

Igualando las ecuaciones anteriores a cero y reordenándolas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones normales:

$$(n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + (\sum x_i^3)a_3 + (\sum x_i^4)a_4 + (\sum x_i^5)a_5 + (\sum x_i^6)a_6 + (\sum x_i^7)a_7 + (\sum x_i^8)a_8 + (\sum x_i^9)a_9 + (\sum x_i^{10})a_{10} = \sum y_i \quad (3.145)$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + (\sum x_i^4)a_3 + (\sum x_i^5)a_4 + (\sum x_i^6)a_5 + (\sum x_i^7)a_6 + (\sum x_i^8)a_7 + (\sum x_i^9)a_8 + (\sum x_i^{10})a_9 + (\sum x_i^{11})a_{10} = \sum x_i y_i \quad (3.146)$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + (\sum x_i^5)a_3 + (\sum x_i^6)a_4 + (\sum x_i^7)a_5 + (\sum x_i^8)a_6 + (\sum x_i^9)a_7 + (\sum x_i^{10})a_8 + (\sum x_i^{11})a_9 + (\sum x_i^{12})a_{10} = \sum x_i^2 y_i \quad (3.147)$$

$$(\sum x_i^3)a_0 + (\sum x_i^4)a_1 + (\sum x_i^5)a_2 + (\sum x_i^6)a_3 + (\sum x_i^7)a_4 + (\sum x_i^8)a_5 + (\sum x_i^9)a_6 + (\sum x_i^{10})a_7 + (\sum x_i^{11})a_8 + (\sum x_i^{12})a_9 + (\sum x_i^{13})a_{10} = \sum x_i^3 y_i \quad (3.148)$$

$$(\sum x_i^4)a_0 + (\sum x_i^5)a_1 + (\sum x_i^6)a_2 + (\sum x_i^7)a_3 + (\sum x_i^8)a_4 + (\sum x_i^9)a_5 + (\sum x_i^{10})a_6 + (\sum x_i^{11})a_7 + (\sum x_i^{12})a_8 + (\sum x_i^{13})a_9 + (\sum x_i^{14})a_{10} = \sum x_i^4 y_i \quad (3.149)$$

$$(\sum x_i^5)a_0 + (\sum x_i^6)a_1 + (\sum x_i^7)a_2 + (\sum x_i^8)a_3 + (\sum x_i^9)a_4 + (\sum x_i^{10})a_5 + (\sum x_i^{11})a_6 + (\sum x_i^{12})a_7 + (\sum x_i^{13})a_8 + (\sum x_i^{14})a_9 + (\sum x_i^{15})a_{10} = \sum x_i^5 y_i \quad (3.150)$$

$$(\sum x_i^6)a_0 + (\sum x_i^7)a_1 + (\sum x_i^8)a_2 + (\sum x_i^9)a_3 + (\sum x_i^{10})a_4 + (\sum x_i^{11})a_5 + (\sum x_i^{12})a_6 + (\sum x_i^{13})a_7 + (\sum x_i^{14})a_8 + (\sum x_i^{15})a_9 + (\sum x_i^{16})a_{10} = \sum x_i^6 y_i \quad (3.151)$$

$$(\sum x_i^7)a_0 + (\sum x_i^8)a_1 + (\sum x_i^9)a_2 + (\sum x_i^{10})a_3 + (\sum x_i^{11})a_4 + (\sum x_i^{12})a_5 + (\sum x_i^{13})a_6 + (\sum x_i^{14})a_7 + (\sum x_i^{15})a_8 + (\sum x_i^{16})a_9 + (\sum x_i^{17})a_{10} = \sum x_i^7 y_i \quad (3.152)$$

$$(\sum x_i^8)a_0 + (\sum x_i^9)a_1 + (\sum x_i^{10})a_2 + (\sum x_i^{11})a_3 + (\sum x_i^{12})a_4 + (\sum x_i^{13})a_5 + (\sum x_i^{14})a_6 + (\sum x_i^{15})a_7 + (\sum x_i^{16})a_8 + (\sum x_i^{17})a_9 + (\sum x_i^{18})a_{10} = \sum x_i^8 y_i \quad (3.153)$$

$$(\sum x_i^9)a_0 + (\sum x_i^{10})a_1 + (\sum x_i^{11})a_2 + (\sum x_i^{12})a_3 + (\sum x_i^{13})a_4 + (\sum x_i^{14})a_5 + (\sum x_i^{15})a_6 + (\sum x_i^{16})a_7 + (\sum x_i^{17})a_8 + (\sum x_i^{18})a_9 + (\sum x_i^{19})a_{10} = \sum x_i^9 y_i \quad (3.154)$$

$$(\sum x_i^{10})a_0 + (\sum x_i^{11})a_1 + (\sum x_i^{12})a_2 + (\sum x_i^{13})a_3 + (\sum x_i^{14})a_4 + (\sum x_i^{15})a_5 + (\sum x_i^{16})a_6 + (\sum x_i^{17})a_7 + (\sum x_i^{18})a_8 + (\sum x_i^{19})a_9 + (\sum x_i^{20})a_{10} = \sum x_i^{10} y_i \quad (3.155)$$

Es posible resolver las Ecuaciones 3.145 a 3.155 al implementar un sistema de once ecuaciones lineales simultáneas como el que se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} (n) & (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) \\ (\sum x_i) & (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) \\ (\sum x_i^2) & (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) \\ (\sum x_i^3) & (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) \\ (\sum x_i^4) & (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) \\ (\sum x_i^5) & (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) \\ (\sum x_i^6) & (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) \\ (\sum x_i^7) & (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) & (\sum x_i^{17}) \\ (\sum x_i^8) & (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) & (\sum x_i^{17}) & (\sum x_i^{18}) \\ (\sum x_i^9) & (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) & (\sum x_i^{17}) & (\sum x_i^{18}) & (\sum x_i^{19}) \\ (\sum x_i^{10}) & (\sum x_i^{11}) & (\sum x_i^{12}) & (\sum x_i^{13}) & (\sum x_i^{14}) & (\sum x_i^{15}) & (\sum x_i^{16}) & (\sum x_i^{17}) & (\sum x_i^{18}) & (\sum x_i^{19}) & (\sum x_i^{20}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \\ \sum x_i^4 y_i \\ \sum x_i^5 y_i \\ \sum x_i^6 y_i \\ \sum x_i^7 y_i \\ \sum x_i^8 y_i \\ \sum x_i^9 y_i \\ \sum x_i^{10} y_i \end{bmatrix} \quad (3.156)$$

3.2.10 Diagrama de flujo y código de programación empleados para la realización de la regresión polinomial

Organigrama para la implementación de la regresión polinomial por mínimos cuadrados para el cálculo de los coeficientes de las ecuaciones polinomiales.

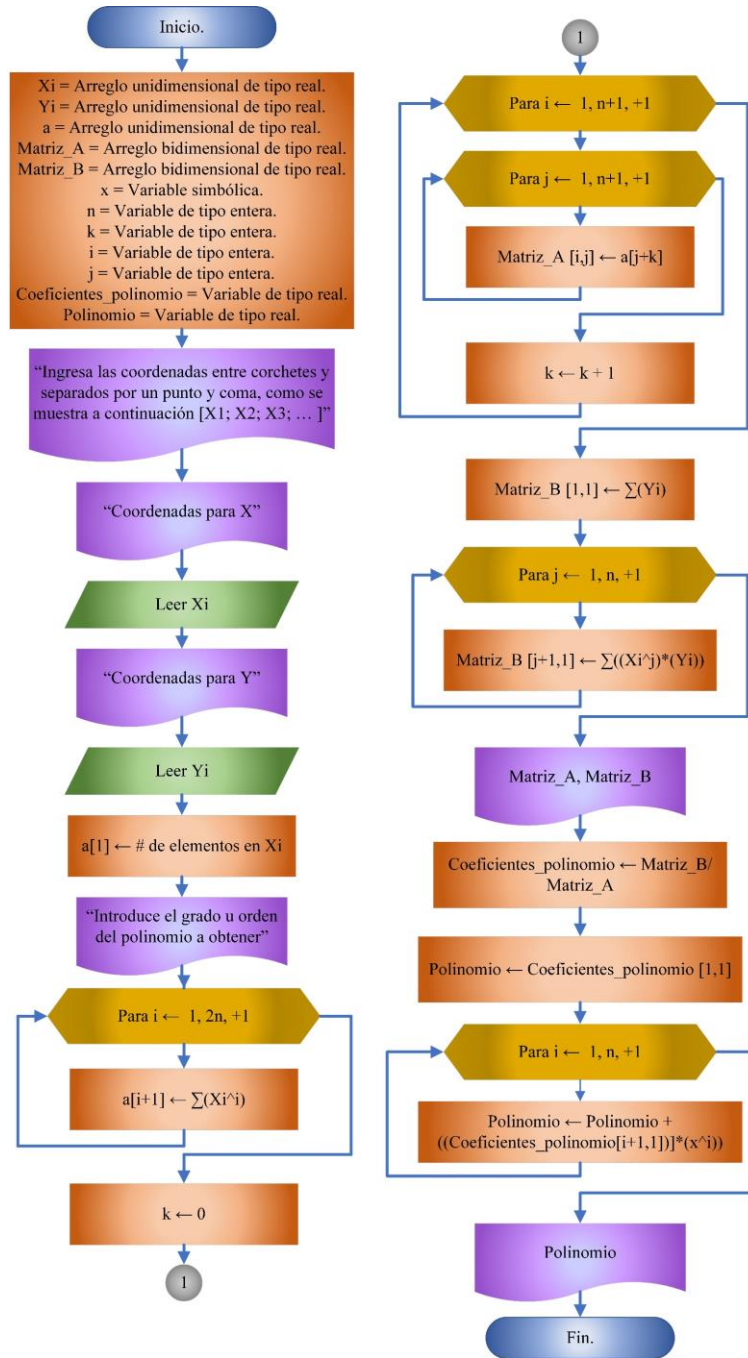


Figura 3.3 Diagrama de flujo empleado para la regresión polinomial.

Código implementado para el cálculo de los coeficientes de las ecuaciones polinomiales en la regresión polinomial.

```
clear all; %Limpia todos los datos almacenados en las variables.
```

```
clc; %Limpia ventana de comandos.
```

```
syms x; %Declaración de una variable simbólica.
```

```
fprintf('Ingresa las coordenadas entre corchetes y separados por un punto y coma, como se muestra a continuación [X1; X2; X3;...]\n') %Impresión de un texto indicativo.
```

```
Xi=input('\nCoordenadas para X = '); %Solicitud de ingreso de un valor.
```

```
Yi=input('Coordenadas para Y = '); %Solicitud de ingreso de un valor.
```

```
a(1) = numel(Xi); %Asignar al elemento (1) del arreglo "a" el valor de la cantidad de elementos en el arreglo "Xi".
```

```
n = input('\n Introduce el grado u orden del polinomio a obtener: '); %Solicitud de ingreso de un valor.
```

```
for i=1:1:2*n %Estructura cíclica para la sumatoria del arreglo "Xi" elevado a una potencia i.
```

```
a(i+1)= sum(Xi.^i); %Asignar al elemento (i+1) del arreglo "a" el valor de la sumatoria de los elementos del arreglo "Xi" elevado a una potencia i.
```

```
end %Fin de la estructura cíclica para la sumatoria del arreglo "Xi" a una potencia i.
```

```
clc; %Limpia ventana de comandos.
```

```
k = 0; %Asignar a "k" el valor de 0.
```

```
for i = 1:1:n+1           %Estructura cíclica para la asignación del número de fila
                        para el arreglo "Matriz_A".

for j = 1:1:n+1           %Estructura cíclica para la asignación del número de
                        columna para el arreglo "Matriz_A".

for j = 1:1:n+1           %Estructura cíclica para la asignación del número de
                        columna para el arreglo "Matriz_A".

Matriz_A(i,j) = a(j+k);   %Asignar al elemento (i,j) del arreglo "Matriz_A" el
                        elemento (j+k) del arreglo "a".

end                       %Fin de la estructura cíclica para la asignación del número
                        de columna para el arreglo "Matriz_A".

k = k+1;                 %Asignar a "k" el valor de la suma de "k" más 1.

end                       %Fin de la estructura cíclica para la asignación del
                        número de fila para el arreglo "Matriz_A".

Matriz_B(1,1) = sum(Yi);  %Asignar al elemento (1,1) del arreglo "Matriz_B" el
                        valor de la sumatoria de los elementos del arreglo "Yi".

for j = 1:1:n             %Estructura cíclica para la multiplicación del arreglo "Yi"
                        por el arreglo "Xi" elevado a una potencia i.

Matriz_B(j+1,1) = sum(times((Xi.^j),Yi)); %Asignar al elemento (j+1,1) del arreglo
                        "Matriz_B" el valor de la sumatoria de la
                        multiplicación del arreglo "Xi" elevado a una
                        potencia i por el arreglo "Yi".
```



```
end                                     %Fin de la estructura cíclica para la multiplicación del
                                       arreglo “Yi” por el arreglo “Xi” elevado a una potencia i.

Matriz_A                               %Impresión del arreglo “Matriz_A”.
Matriz_B                               %Impresión del arreglo “Matriz_B”.

Coeficientes_polinomio = ((Matriz_A)\Matriz_B); %Asignar a “Coeficientes_polinomio”
                                       el valor de la división de “Matriz_B”
                                       entre “Matriz_A”.

Polinomio = Coeficientes_polinomio (1,1); %Asignar a “Polinomio” el valor del
                                       elemento (1,1) del arreglo
                                       “Coeficientes_polinomio”.

for i = 1:1:n                           %Estructura cíclica para la obtención del Polinomio
                                       resultado de la regresión polinomial.

Polinomio = Polinomio + ((Coeficientes_polinomio (i+1,1))*(x^i)); %Asignar a “Polinomio”
                                       el valor de la suma de
                                       “Polinomio” más la
                                       multiplicación del
                                       elemento (i+1,1) del
                                       arreglo “Coeficientes_
                                       polinomio” por “x”
                                       elevado a una potencia i.

end                                     %Fin de la estructura cíclica para la obtención del
                                       Polinomio resultado de la regresión polinomial.

Polinomio = vpa(expand(Polinomio)) %Impresión de la variable “Polinomio”.
```

3.2.11 Error estándar

El error estándar se formula de la manera siguiente:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-(m+1)}} \quad (3.157)$$

Donde:

S_r = Suma de los cuadrados de los residuos ($S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_nx_i^n)^2$)

n = Cantidad de coordenadas ingresadas

m = Grado del polinomio de la regresión polinomial.

El subíndice y/x designa que el error es para un valor predicho de y correspondiente a un valor particular de x . Se divide a S_r entre $n - (m + 1)$, ya que $(m + 1)$ es el número de coeficientes obtenidos de los datos, a_0, a_1, \dots, a_m , empleados para calcular a S_r ; Perdiendo $(m + 1)$ grados de libertad (Chapra et. al., 2006, pág. 483).

3.2.12 Coeficiente de determinación y coeficiente de correlación

El coeficiente de determinación se formula de la manera siguiente:

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} \quad (3.158)$$

∴

$$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} = \sqrt{r^2} \quad (3.159)$$

Donde:

r^2 = Coeficiente de determinación

r = Coeficiente de correlación

S_t = Es el valor obtenido al realizar: $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$, donde \bar{y} es la media de $\sum y_i$

S_r = Suma de los cuadrados de los residuos ($S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_nx_i^n)^2$)

En un ajuste perfecto, $S_r = 0$ y $r = r^2 = 1$, significa que la línea explica el 100% de la variabilidad de los datos. Si $r = r^2 = 0$, $S_r = S_t$ el ajuste no representa alguna mejora (Chapra et. al., 2006, pág. 471 y 472).

3.2.13 Diagrama de flujo y código de programación empleados para la obtención del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación

Ordinograma para la obtención del error estándar y los coeficientes de determinación y correlación en las ecuaciones polinomiales generadas en la regresión polinomial.

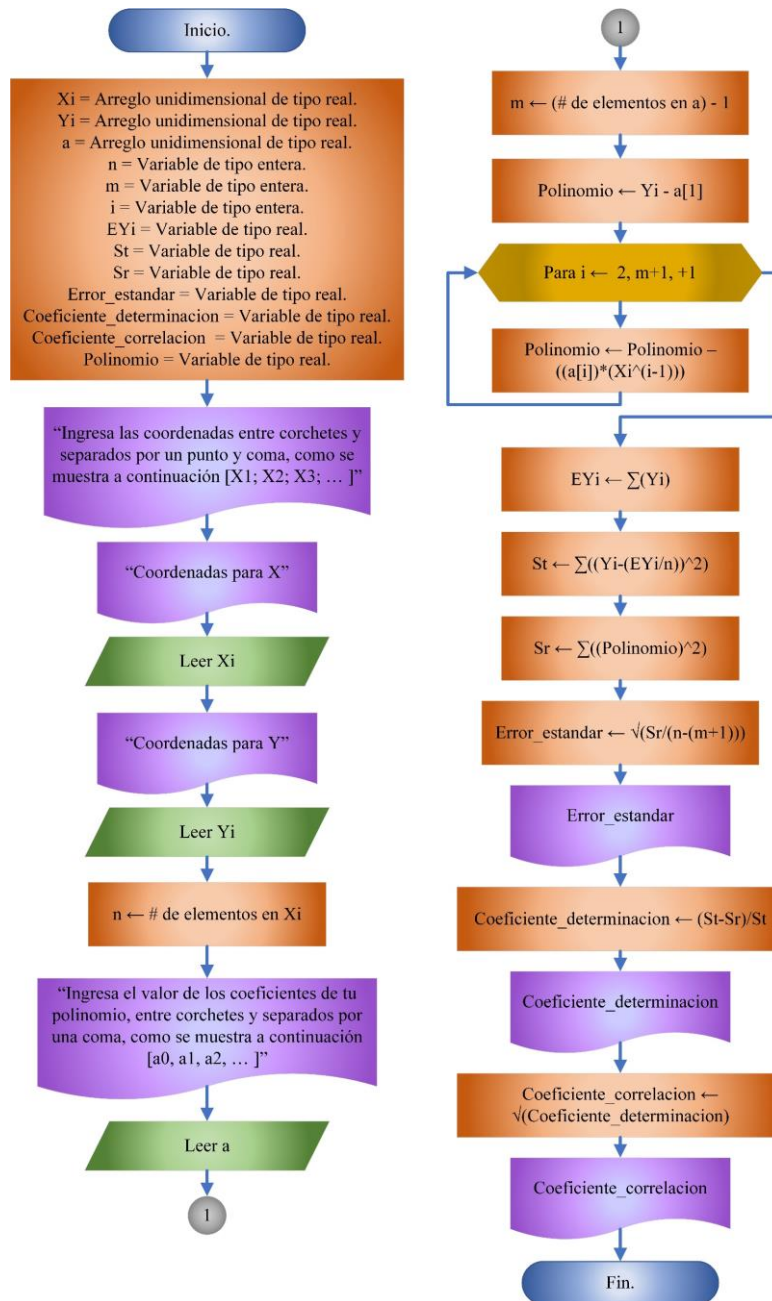


Figura 3.4 Diagrama de flujo empleado para el cálculo del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación en las regresiones polinomiales.

Código implementado para el cálculo del error estándar y los coeficientes de determinación y correlación en las ecuaciones polinomiales generadas en la regresión polinomial.

```
clear all; %Limpia todos los datos almacenados en las variables.
```

```
clc; %Limpia ventana de comandos.
```

```
fprintf('Ingresa las coordenadas entre corchetes y separados por un punto y coma, como se muestra a continuación [X1; X2; X3;...]\n') %Impresión de un texto indicativo.
```

```
Xi=input('\nCoordenadas para X = '); %Solicitud de ingreso de un valor.
```

```
Yi=input('Coordenadas para Y = '); %Solicitud de ingreso de un valor.
```

```
n = numel(Xi); %Asignar a “n” el valor de la cantidad de elementos en el arreglo “Xi”.
```

```
a = input('\nIngresa el valor de los coeficientes de tu polinomio, entre corchetes y separados por una coma, como se muestra \n a continuación [a0, a1, a2,...]: ') %Solicitud de ingreso de un valor.
```

```
m = numel(a) - 1; %Asignar a “m” el valor obtenido al restar la cantidad de elementos en el arreglo “a” menos 1.
```

```
Polinomio = Yi - a(1) ; %Asignar a “Polinomio” el valor de la resta del arreglo “Yi” menos el elemento (1) del arreglo “a”.
```

```
for i=2:1:m+1 %Estructura cíclica para la obtención del valor de los residuos.
```

```
Polinomio = Polinomio - (a(i) * (Xi).^(i-1)) %Asignar a “Polinomio” el valor de la resta de “Polinomio” menos la multiplicación del elemento (i) del arreglo a por el arreglo “Xi” elevado a una potencia (i-1).
```

```
end %Fin de la estructura cíclica para la obtención del valor de los residuos.
```

```

EYi = sum (Yi)           %Asignar a "EYi" el valor de la sumatoria del arreglo
                        "Yi".

St = sum(((Yi-( EYi/n)).^2)) ; %Asignar a "St" (magnitud del error residual) el valor de
                        la sumatoria de "Yi_Y".

clc;                     %Limpia ventana de comandos.

Sr = sum(((Polinomio).^2)) ; %Asignar a "Sr" (suma de los cuadrados de los residuos)
                        el valor de la sumatoria de "Polinomio".

Error_estandar = sqrt (Sr/(n-(m+1))) %Asignar a "Error_Estándar" el valor de la
                        raíz cuadrada de la división de "Sr" entre la
                        resta de "n" menos la suma de "m" más 1.

Coeficiente_determinacion = (St-Sr)/St %Asignar a "Coeficiente_determinación" el
                        valor de la división de la resta de "St" menos
                        "Sr" entre "St".

Coeficiente_correlacion = sqrt(Coeficiente_determinacion) %Asignar a
                        "Coeficiente_correlacion" el
                        valor de la raíz cuadrada de
                        "Coeficiente_determiacion".

```

3.2.14 Obtención de la gráfica polinomial de segundo hasta décimo orden

Empleando el código de programación para la implementación de la regresión polinomial por mínimos cuadrados visto en el capítulo 3.1.10, se obtendrán las superficies plano-cóncavas correspondientes al ajuste de los puntos de coordenada, para una serie de polinomios que van desde el segundo hasta el décimo orden.

3.2.14.1 Gráfica polinomial de segundo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en la siguiente tabla:

Tabla 3.2 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de segundo orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	-0.271	-0.228
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	-1.711	-3.815
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	-4.225	-17.162
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	-6.932	-38.799
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	-9.291	-68.347
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	-11.513	-104.931
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	-11.606	-123.602
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	-11.121	-134.968
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	-8.581	-114.334
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	-1.862	-27.989

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 80.345 & \sum x_i^3 &= 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i y_i &= -67.113 \\ \sum y_i &= -8.668 & \sum x_i^4 &= 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^2 y_i &= -634.176 \\ \sum x_i^2 &= 854.957 & & & & \end{aligned}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

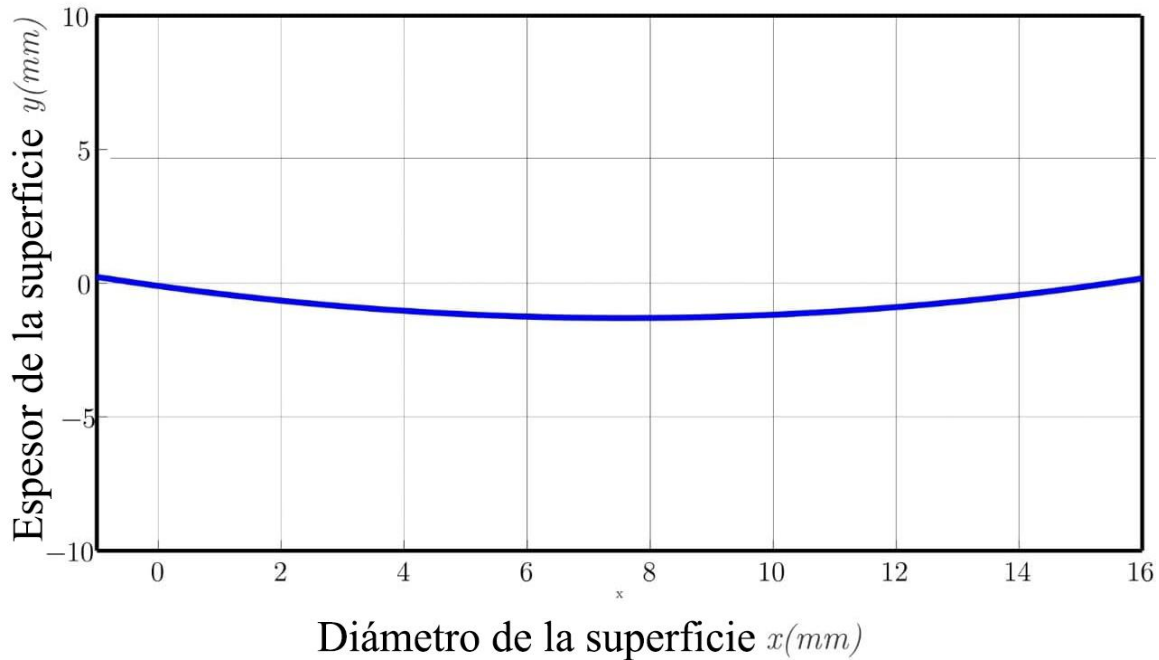
$$\begin{bmatrix} 10 & 80.345 & 854.957 \\ 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 \\ 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.668 \\ -67.113 \\ -634.176 \end{bmatrix} \quad (3.160)$$

Resolviendo la Ecuación 3.160 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = -0.1050$, $a_1 = -0.3173$ y $a_2 = 2.092 \cdot 10^{-2}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = -0.1050 - 0.3173x + (2.092 \cdot 10^{-2})x^2 \quad (3.161)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.161 se obtiene:



Gráfica 3.2 Representación de la ecuación polinomial de segundo orden.

3.2.14.2 Gráfica polinomial de tercer orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en la siguiente tabla:

Tabla 3.3 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de tercer orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357	-0.271	-0.228	-0.192
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668	-1.711	-3.815	-8.504
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$	-4.225	-17.162	-69.710
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$	-6.932	-38.799	-217.176
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$	-9.291	-68.347	-502.755
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$	-11.513	-104.931	-956.379
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$	-11.606	-123.602	$-1.316 \cdot 10^3$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$	-11.121	-134.968	$-1.638 \cdot 10^3$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$	-8.581	-114.334	$-1.523 \cdot 10^3$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$	-1.862	-27.989	-420.778

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

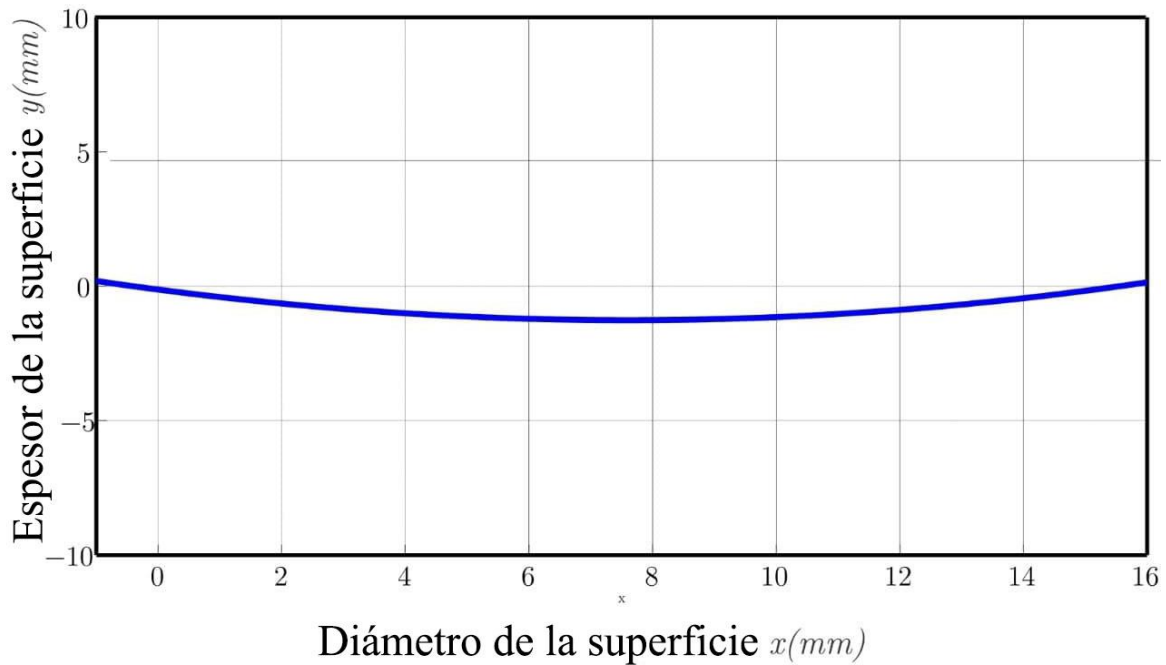
$$\begin{bmatrix} 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 \\ 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 \\ 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\ 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.668 \\ -67.113 \\ -634.176 \\ -6.653 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \quad (3.162)$$

Resolviendo la Ecuación 3.162 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = -0.1089$, $a_1 = -0.3145$, $a_2 = 2.047 \cdot 10^{-2}$ y $a_3 = 1.883 \cdot 10^{-5}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = -0.1089 - 0.3145x + (2.047 \cdot 10^{-2})x^2 + (1.883 \cdot 10^{-5})x^3 \quad (3.163)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.163 se obtiene:



Gráfica 3.3 Representación de la ecuación polinomial de tercer orden.

3.2.14.3 Gráfica polinomial de cuarto orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.4 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de cuarto orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$

x_i^7	x_i^8	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$
0.300	0.253	-0.271	-0.228	-0.192	-0.162
273.433	609.499	-1.711	-3.815	-8.504	-18.955
$1.824 \cdot 10^4$	$7.409 \cdot 10^4$	-4.225	-17.162	-69.710	-283.152
$1.722 \cdot 10^5$	$9.636 \cdot 10^5$	-6.932	-38.799	-217.176	$-1.216 \cdot 10^3$
$1.165 \cdot 10^6$	$8.572 \cdot 10^6$	-9.291	-68.347	-502.755	$-3.698 \cdot 10^3$
$5.225 \cdot 10^6$	$4.762 \cdot 10^7$	-11.513	-104.931	-956.379	$-8.717 \cdot 10^3$
$1.554 \cdot 10^7$	$1.655 \cdot 10^8$	-11.606	-123.602	$-1.316 \cdot 10^3$	$-1.402 \cdot 10^4$
$3.877 \cdot 10^7$	$4.705 \cdot 10^8$	-11.121	-134.968	$-1.638 \cdot 10^3$	$-1.988 \cdot 10^4$
$7.458 \cdot 10^7$	$9.938 \cdot 10^8$	-8.581	-114.334	$-1.523 \cdot 10^3$	$-2.030 \cdot 10^4$
$1.736 \cdot 10^8$	$2.609 \cdot 10^9$	-1.862	-27.989	-420.778	$-6.326 \cdot 10^3$

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

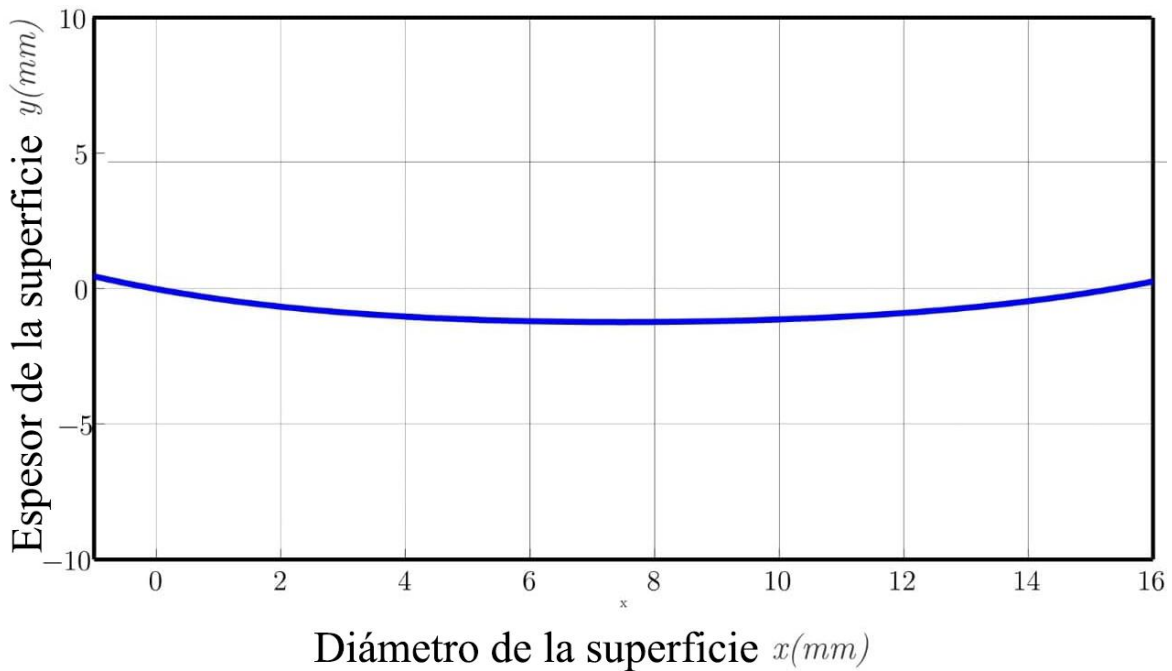
$$\begin{bmatrix} 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 \\ 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\ 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\ 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\ 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.668 \\ -67.113 \\ -634.176 \\ -6.653 \cdot 10^3 \\ -7.446 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \quad (3.164)$$

Resolviendo la Ecuación 3.164 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = -4.005 \cdot 10^{-4}$, $a_1 = -0.4365$, $a_2 = 5.374 \cdot 10^{-2}$, $a_3 = -3.184 \cdot 10^{-3}$ y $a_4 = 1.002 \cdot 10^{-4}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = -4.005 \cdot 10^{-4} - 0.4365x + (5.374 \cdot 10^{-2})x^2 - (3.184 \cdot 10^{-3})x^3 + (1.002 \cdot 10^{-4})x^4 \quad (3.165)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.165 se obtiene:



Gráfica 3.4 Representación de la ecuación polinomial de cuarto orden.

3.2.14.4 Gráfica polinomial de quinto orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.5 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de quinto orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	x_i^7
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357	0.300
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668	273.433
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$	$1.824 \cdot 10^4$
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$	$1.722 \cdot 10^5$
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$	$1.165 \cdot 10^6$
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$	$5.225 \cdot 10^6$
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$	$1.554 \cdot 10^7$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$	$3.877 \cdot 10^7$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$	$7.458 \cdot 10^7$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$	$1.736 \cdot 10^8$

x_i^8	x_i^9	x_i^{10}	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$	$x_i^5 y_i$
0.253	0.213	0.179	-0.271	-0.228	-0.192	-0.162	-0.136
609.499	$1.359 \cdot 10^3$	$3.028 \cdot 10^3$	-1.711	-3.815	-8.504	-18.955	-42.252
$7.409 \cdot 10^4$	$3.010 \cdot 10^5$	$1.222 \cdot 10^6$	-4.225	-17.162	-69.710	-283.152	$-1.150 \cdot 10^3$
$9.636 \cdot 10^5$	$5.394 \cdot 10^6$	$3.019 \cdot 10^7$	-6.932	-38.799	-217.176	$-1.216 \cdot 10^3$	$-6.804 \cdot 10^3$
$8.572 \cdot 10^6$	$6.306 \cdot 10^7$	$4.638 \cdot 10^8$	-9.291	-68.347	-502.755	$-3.698 \cdot 10^3$	$-2.720 \cdot 10^4$
$4.762 \cdot 10^7$	$4.341 \cdot 10^8$	$3.956 \cdot 10^9$	-11.513	-104.931	-956.379	$-8.717 \cdot 10^3$	$-7.945 \cdot 10^4$
$1.655 \cdot 10^8$	$1.762 \cdot 10^9$	$1.877 \cdot 10^{10}$	-11.606	-123.602	$-1.316 \cdot 10^3$	$-1.402 \cdot 10^4$	$-1.493 \cdot 10^5$
$4.705 \cdot 10^8$	$5.711 \cdot 10^9$	$6.930 \cdot 10^{10}$	-11.121	-134.968	$-1.638 \cdot 10^3$	$-1.988 \cdot 10^4$	$-2.412 \cdot 10^5$
$9.938 \cdot 10^8$	$1.324 \cdot 10^{10}$	$1.764 \cdot 10^{11}$	-8.581	-114.334	$-1.523 \cdot 10^3$	$-2.030 \cdot 10^4$	$-2.705 \cdot 10^5$
$2.609 \cdot 10^9$	$3.923 \cdot 10^{10}$	$5.898 \cdot 10^{11}$	-1.862	-27.989	-420.778	$-6.326 \cdot 10^3$	$-9.510 \cdot 10^4$

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^9 = 6.045 \cdot 10^{10} & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^{10} = 8.587 \cdot 10^{11} & \sum x_i^5 y_i = -8.708 \cdot 10^5 \\
 \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

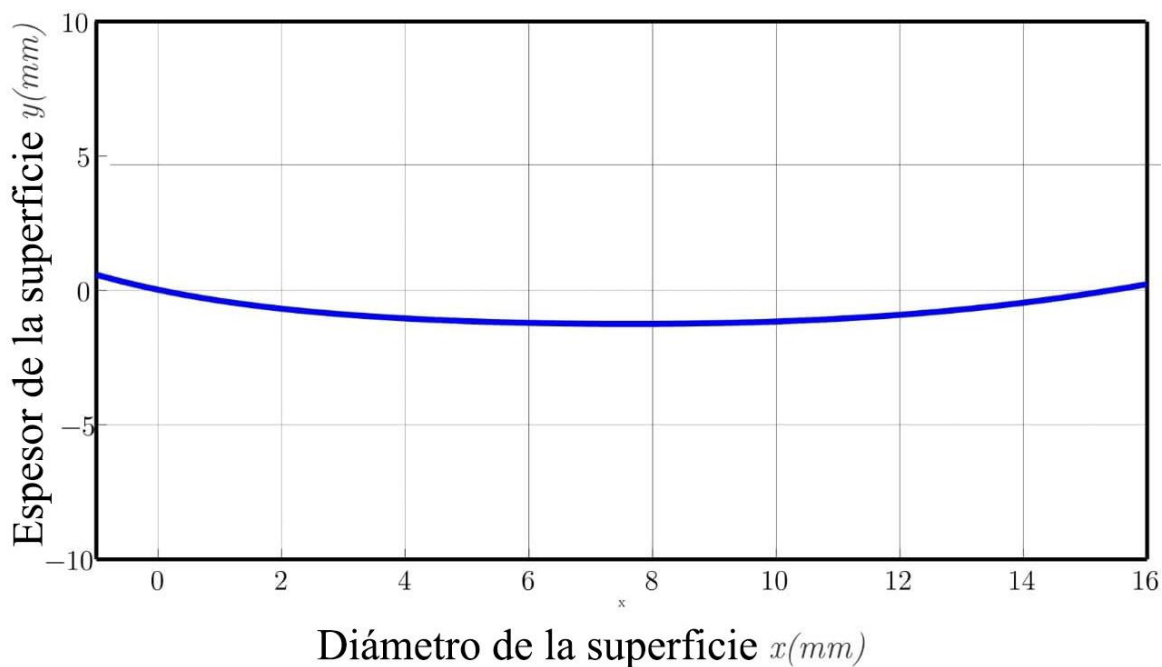
$$\begin{bmatrix} 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\ 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\ 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\ 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \\ 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} \\ 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.668 \\ -67.113 \\ -634.176 \\ -6.653 \cdot 10^3 \\ -7.446 \cdot 10^4 \\ -8.708 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \quad (3.166)$$

Resolviendo la Ecuación 3.166 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = 3.844 \cdot 10^{-2}$, $a_1 = -0.4945$, $a_2 = 7.723 \cdot 10^{-2}$, $a_3 = -6.991 \cdot 10^{-3}$, $a_4 = 3.660 \cdot 10^{-4}$ y $a_5 = -6.675 \cdot 10^{-6}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x + (7.723 \cdot 10^{-2})x^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x^5 \quad (3.167)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.167 se obtiene:



Gráfica 3.5 Representación de la ecuación polinomial de quinto orden.

3.2.14.5 Gráfica polinomial de sexto orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.6 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de sexto orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	x_i^7	x_i^8	x_i^9
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357	0.300	0.253	0.213
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668	273.433	609.499	1.359·10 ³
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	1.106·10 ³	4.491·10 ³	1.824·10 ⁴	7.409·10 ⁴	3.010·10 ⁵
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	5.495·10 ³	3.076·10 ⁴	1.722·10 ⁵	9.636·10 ⁵	5.394·10 ⁶
7.356	-1.263	54.109	398.022	2.928·10 ³	2.154·10 ⁴	1.584·10 ⁵	1.165·10 ⁶	8.572·10 ⁶	6.306·10 ⁷
9.114	-1.263	83.072	757.148	6.901·10 ³	6.290·10 ⁴	5.733·10 ⁵	5.225·10 ⁶	4.762·10 ⁷	4.341·10 ⁸
10.650	-1.090	113.421	1.208·10 ³	1.286·10 ⁴	1.370·10 ⁵	1.459·10 ⁶	1.554·10 ⁷	1.655·10 ⁸	1.762·10 ⁹
12.136	-0.916	147.282	1.787·10 ³	2.169·10 ⁴	2.633·10 ⁵	3.195·10 ⁶	3.877·10 ⁷	4.705·10 ⁸	5.711·10 ⁹
13.325	-0.644	177.551	2.366·10 ³	3.152·10 ⁴	4.201·10 ⁵	5.597·10 ⁶	7.458·10 ⁷	9.938·10 ⁸	1.324·10 ¹⁰
15.034	-0.124	226.014	3.398·10 ³	5.108·10 ⁴	7.680·10 ⁵	1.155·10 ⁷	1.736·10 ⁸	2.609·10 ⁹	3.923·10 ¹⁰

x_i^{10}	x_i^{11}	x_i^{12}	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$	$x_i^5 y_i$	$x_i^6 y_i$
0.179	0.151	0.127	-0.271	-0.228	-0.192	-0.162	-0.136	-0.115
3.028·10 ³	6.751·10 ³	1.505·10 ⁴	-1.711	-3.815	-8.504	-18.955	-42.252	-94.183
1.222·10 ⁶	4.965·10 ⁶	2.017·10 ⁷	-4.225	-17.162	-69.710	-283.152	-1.150·10 ³	-4.672·10 ³
3.019·10 ⁷	1.690·10 ⁸	9.459·10 ⁸	-6.932	-38.799	-217.176	-1.216·10 ³	-6.804·10 ³	-3.809·10 ⁴
4.638·10 ⁸	3.412·10 ⁹	2.510·10 ¹⁰	-9.291	-68.347	-502.755	-3.698·10 ³	-2.720·10 ⁴	-2.001·10 ⁵
3.956·10 ⁹	3.606·10 ¹⁰	3.286·10 ¹¹	-11.513	-104.931	-956.379	-8.717·10 ³	-7.945·10 ⁴	-7.241·10 ⁵
1.877·10 ¹⁰	1.999·10 ¹¹	2.129·10 ¹²	-11.606	-123.602	-1.316·10 ³	-1.402·10 ⁴	-1.493·10 ⁵	-1.590·10 ⁶
6.930·10 ¹⁰	8.411·10 ¹¹	1.021·10 ¹³	-11.121	-134.968	-1.638·10 ³	-1.988·10 ⁴	-2.412·10 ⁵	-2.928·10 ⁶
1.764·10 ¹¹	2.351·10 ¹²	3.133·10 ¹³	-8.581	-114.334	-1.523·10 ³	-2.030·10 ⁴	-2.705·10 ⁵	-3.604·10 ⁶
5.898·10 ¹¹	8.866·10 ¹²	1.333·10 ¹⁴	-1.862	-27.989	-420.778	-6.326·10 ³	-9.510·10 ⁴	-1.430·10 ⁶

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^9 = 6.045 \cdot 10^{10} & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^{10} = 8.587 \cdot 10^{11} & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^{11} = 1.230 \cdot 10^{13} & \sum x_i^5 y_i = -8.708 \cdot 10^5 \\
 \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i^{12} = 1.773 \cdot 10^{14} & \sum x_i^6 y_i = -1.052 \cdot 10^7 \\
 \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

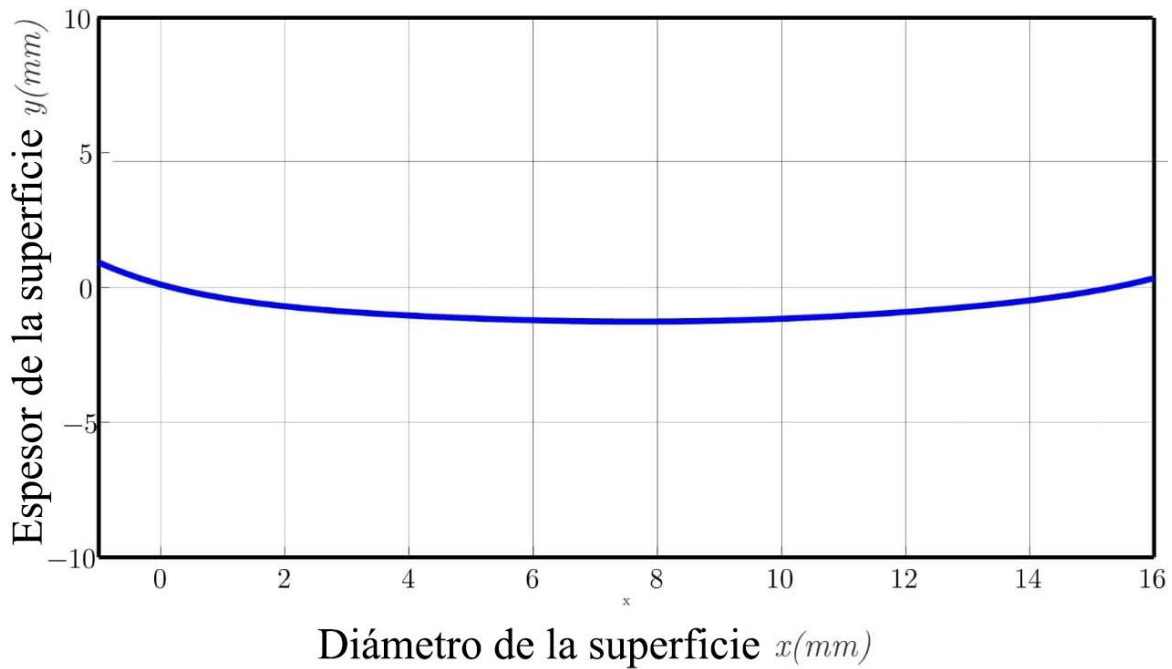
$$\begin{bmatrix} 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\ 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\ 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\ 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \\ 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} \\ 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} \\ 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.668 \\ -67.113 \\ -634.176 \\ -6.653 \cdot 10^3 \\ -7.446 \cdot 10^4 \\ -8.708 \cdot 10^5 \\ -1.052 \cdot 10^7 \end{bmatrix} \quad (3.168)$$

Resolviendo la Ecuación 3.168 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = 0.1224$, $a_1 = -0.6493$, $a_2 = 0.1630$, $a_3 = -2.752 \cdot 10^{-2}$, $a_4 = 2.747 \cdot 10^{-3}$, $a_5 = -1.385 \cdot 10^{-4}$ y $a_6 = 2.791 \cdot 10^{-6}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = 0.1224 - 0.6493x + 0.1630x^2 - (2.752 \cdot 10^{-2})x^3 + (2.747 \cdot 10^{-3})x^4 - (1.385 \cdot 10^{-4})x^5 + (2.791 \cdot 10^{-6})x^6 \quad (3.169)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.169 se obtiene:



Gráfica 3.6 Representación de la ecuación polinomial de sexto orden.

3.2.14.6 Gráfica polinomial de séptimo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.7 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de séptimo orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	x_i^7
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357	0.300
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668	273.433
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$	$1.824 \cdot 10^4$
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$	$1.722 \cdot 10^5$
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$	$1.165 \cdot 10^6$
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$	$5.225 \cdot 10^6$
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$	$1.554 \cdot 10^7$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$	$3.877 \cdot 10^7$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$	$7.458 \cdot 10^7$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$	$1.736 \cdot 10^8$

x_i^8	x_i^9	x_i^{10}	x_i^{11}	x_i^{12}	x_i^{13}	x_i^{14}
0.253	0.213	0.179	0.151	0.127	0.107	0.090
609.499	$1.359 \cdot 10^3$	$3.028 \cdot 10^3$	$6.751 \cdot 10^3$	$1.505 \cdot 10^4$	$3.354 \cdot 10^4$	$7.477 \cdot 10^4$
$7.409 \cdot 10^4$	$3.010 \cdot 10^5$	$1.222 \cdot 10^6$	$4.965 \cdot 10^6$	$2.017 \cdot 10^7$	$8.192 \cdot 10^7$	$3.328 \cdot 10^8$
$9.636 \cdot 10^5$	$5.394 \cdot 10^6$	$3.019 \cdot 10^7$	$1.690 \cdot 10^8$	$9.459 \cdot 10^8$	$5.295 \cdot 10^9$	$2.964 \cdot 10^{10}$
$8.572 \cdot 10^6$	$6.306 \cdot 10^7$	$4.638 \cdot 10^8$	$3.412 \cdot 10^9$	$2.510 \cdot 10^{10}$	$1.846 \cdot 10^{11}$	$1.358 \cdot 10^{12}$
$4.762 \cdot 10^7$	$4.341 \cdot 10^8$	$3.956 \cdot 10^9$	$3.606 \cdot 10^{10}$	$3.286 \cdot 10^{11}$	$2.995 \cdot 10^{12}$	$2.730 \cdot 10^{13}$
$1.655 \cdot 10^8$	$1.762 \cdot 10^9$	$1.877 \cdot 10^{10}$	$1.999 \cdot 10^{11}$	$2.129 \cdot 10^{12}$	$2.267 \cdot 10^{13}$	$2.415 \cdot 10^{14}$
$4.705 \cdot 10^8$	$5.711 \cdot 10^9$	$6.930 \cdot 10^{10}$	$8.411 \cdot 10^{11}$	$1.021 \cdot 10^{13}$	$1.239 \cdot 10^{14}$	$1.503 \cdot 10^{15}$
$9.938 \cdot 10^8$	$1.324 \cdot 10^{10}$	$1.764 \cdot 10^{11}$	$2.351 \cdot 10^{12}$	$3.133 \cdot 10^{13}$	$4.174 \cdot 10^{14}$	$5.562 \cdot 10^{15}$
$2.609 \cdot 10^9$	$3.923 \cdot 10^{10}$	$5.898 \cdot 10^{11}$	$8.866 \cdot 10^{12}$	$1.333 \cdot 10^{14}$	$2.004 \cdot 10^{15}$	$3.013 \cdot 10^{16}$

$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$	$x_i^5 y_i$	$x_i^6 y_i$	$x_i^7 y_i$
-0.271	-0.228	-0.192	-0.162	-0.136	-0.115	-0.097
-1.711	-3.815	-8.504	-18.955	-42.252	-94.183	-209.939
-4.225	-17.162	-69.710	-283.152	-1.150·10 ³	-4.672·10 ³	-1.898·10 ⁴
-6.932	-38.799	-217.176	-1.216·10 ³	-6.804·10 ³	-3.809·10 ⁴	-2.132·10 ⁵
-9.291	-68.347	-502.755	-3.698·10 ³	-2.720·10 ⁴	-2.001·10 ⁵	-1.472·10 ⁶
-11.513	-104.931	-956.379	-8.717·10 ³	-7.945·10 ⁴	-7.241·10 ⁵	-6.600·10 ⁶
-11.606	-123.602	-1.316·10 ³	-1.402·10 ⁴	-1.493·10 ⁵	-1.590·10 ⁶	-1.693·10 ⁷
-11.121	-134.968	-1.638·10 ³	-1.988·10 ⁴	-2.412·10 ⁵	-2.928·10 ⁶	-3.553·10 ⁷
-8.581	-114.334	-1.523·10 ³	-2.030·10 ⁴	-2.705·10 ⁵	-3.604·10 ⁶	-4.803·10 ⁷
-1.862	-27.989	-420.778	-6.326·10 ³	-9.510·10 ⁴	-1.430·10 ⁶	-2.149·10 ⁷

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^9 = 6.045 \cdot 10^{10} & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^{10} = 8.587 \cdot 10^{11} & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^{11} = 1.230 \cdot 10^{13} & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^{12} = 1.773 \cdot 10^{14} & \sum x_i^5 y_i = -8.708 \cdot 10^5 \\
 \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i^{13} = 2.571 \cdot 10^{15} & \sum x_i^6 y_i = -1.052 \cdot 10^7 \\
 \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i^{14} = 3.746 \cdot 10^{16} & \sum x_i^7 y_i = -1.303 \cdot 10^8 \\
 \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

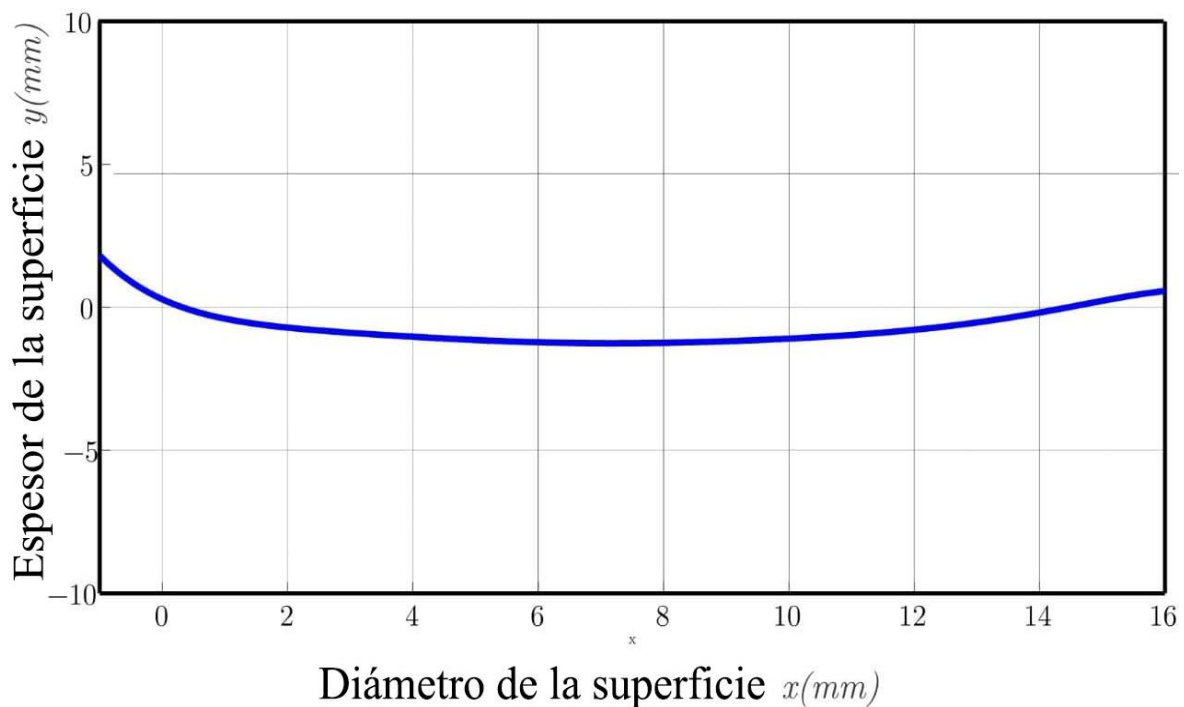
$$\begin{bmatrix}
 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\
 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\
 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\
 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \\
 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} \\
 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & & & & \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & & & & \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & & & & \\
 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & & & & \\
 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & & & & \\
 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & & & & \\
 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & & & & \\
 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & & & &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_0 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6 \\
 a_7
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -8.668 \\
 -67.113 \\
 -634.176 \\
 -6.653 \cdot 10^3 \\
 -7.446 \cdot 10^4 \\
 -8.708 \cdot 10^5 \\
 -1.052 \cdot 10^7 \\
 -1.303 \cdot 10^8
 \end{bmatrix}
 \tag{3.170}$$

Resolviendo la Ecuación 3.170 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = 0.2954$, $a_1 = -1.0184$, $a_2 = 0.4188$, $a_3 = -0.1087$, $a_4 = 1.618 \cdot 10^{-2}$, $a_5 = -1.335 \cdot 10^{-3}$, $a_6 = 5.723 \cdot 10^{-5}$ y $a_7 = -9.803 \cdot 10^{-7}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = 0.2954 - 1.0184x + 0.4188x^2 - 0.1087x^3 + (1.618 \cdot 10^{-2})x^4 - (1.335 \cdot 10^{-3})x^5 + (5.723 \cdot 10^{-5})x^6 - (9.803 \cdot 10^{-7})x^7 \quad (3.171)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.171 se obtiene:



Gráfica 3.7 Representación de la ecuación polinomial de séptimo orden.

3.2.14.7 Gráfica polinomial de octavo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.8 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de octavo orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	x_i^7	x_i^8
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357	0.300	0.253
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668	273.433	609.499
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$	$1.824 \cdot 10^4$	$7.409 \cdot 10^4$
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$	$1.722 \cdot 10^5$	$9.636 \cdot 10^5$
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$	$1.165 \cdot 10^6$	$8.572 \cdot 10^6$
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$	$5.225 \cdot 10^6$	$4.762 \cdot 10^7$
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$	$1.554 \cdot 10^7$	$1.655 \cdot 10^8$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$	$3.877 \cdot 10^7$	$4.705 \cdot 10^8$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$	$7.458 \cdot 10^7$	$9.938 \cdot 10^8$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$	$1.736 \cdot 10^8$	$2.609 \cdot 10^9$

x_i^9	x_i^{10}	x_i^{11}	x_i^{12}	x_i^{13}	x_i^{14}	x_i^{15}	x_i^{16}
0.213	0.179	0.151	0.127	0.107	0.090	0.076	0.064
$1.359 \cdot 10^3$	$3.028 \cdot 10^3$	$6.751 \cdot 10^3$	$1.505 \cdot 10^4$	$3.354 \cdot 10^4$	$7.477 \cdot 10^4$	$1.667 \cdot 10^5$	$3.715 \cdot 10^5$
$3.010 \cdot 10^5$	$1.222 \cdot 10^6$	$4.965 \cdot 10^6$	$2.017 \cdot 10^7$	$8.192 \cdot 10^7$	$3.328 \cdot 10^8$	$1.352 \cdot 10^9$	$5.490 \cdot 10^9$
$5.394 \cdot 10^6$	$3.019 \cdot 10^7$	$1.690 \cdot 10^8$	$9.459 \cdot 10^8$	$5.295 \cdot 10^9$	$2.964 \cdot 10^{10}$	$1.659 \cdot 10^{11}$	$9.285 \cdot 10^{11}$
$6.306 \cdot 10^7$	$4.638 \cdot 10^8$	$3.412 \cdot 10^9$	$2.510 \cdot 10^{10}$	$1.846 \cdot 10^{11}$	$1.358 \cdot 10^{12}$	$9.989 \cdot 10^{12}$	$7.348 \cdot 10^{13}$
$4.341 \cdot 10^8$	$3.956 \cdot 10^9$	$3.606 \cdot 10^{10}$	$3.286 \cdot 10^{11}$	$2.995 \cdot 10^{12}$	$2.730 \cdot 10^{13}$	$2.488 \cdot 10^{14}$	$2.268 \cdot 10^{15}$
$1.762 \cdot 10^9$	$1.877 \cdot 10^{10}$	$1.999 \cdot 10^{11}$	$2.129 \cdot 10^{12}$	$2.267 \cdot 10^{13}$	$2.415 \cdot 10^{14}$	$2.572 \cdot 10^{15}$	$2.739 \cdot 10^{16}$
$5.711 \cdot 10^9$	$6.930 \cdot 10^{10}$	$8.411 \cdot 10^{11}$	$1.021 \cdot 10^{13}$	$1.239 \cdot 10^{14}$	$1.503 \cdot 10^{15}$	$1.824 \cdot 10^{16}$	$2.214 \cdot 10^{17}$
$1.324 \cdot 10^{10}$	$1.764 \cdot 10^{11}$	$2.351 \cdot 10^{12}$	$3.133 \cdot 10^{13}$	$4.174 \cdot 10^{14}$	$5.562 \cdot 10^{15}$	$7.412 \cdot 10^{16}$	$9.876 \cdot 10^{17}$
$3.923 \cdot 10^{10}$	$5.898 \cdot 10^{11}$	$8.866 \cdot 10^{12}$	$1.333 \cdot 10^{14}$	$2.004 \cdot 10^{15}$	$3.013 \cdot 10^{16}$	$4.529 \cdot 10^{17}$	$6.809 \cdot 10^{18}$

$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$	$x_i^5 y_i$	$x_i^6 y_i$	$x_i^7 y_i$	$x_i^8 y_i$
-0.271	-0.228	-0.192	-0.162	-0.136	-0.115	-0.097	-0.081
-1.711	-3.815	-8.504	-18.955	-42.252	-94.183	-209.939	-467.966
-4.225	-17.162	-69.710	-283.152	-1.150·10 ³	-4.672·10 ³	-1.898·10 ⁴	-7.707·10 ⁴
-6.932	-38.799	-217.176	-1.216·10 ³	-6.804·10 ³	-3.809·10 ⁴	-2.132·10 ⁵	-1.193·10 ⁶
-9.291	-68.347	-502.755	-3.698·10 ³	-2.720·10 ⁴	-2.001·10 ⁵	-1.472·10 ⁶	-1.083·10 ⁷
-11.513	-104.931	-956.379	-8.717·10 ³	-7.945·10 ⁴	-7.241·10 ⁵	-6.600·10 ⁶	-6.015·10 ⁷
-11.606	-123.602	-1.316·10 ³	-1.402·10 ⁴	-1.493·10 ⁵	-1.590·10 ⁶	-1.693·10 ⁷	-1.803·10 ⁸
-11.121	-134.968	-1.638·10 ³	-1.988·10 ⁴	-2.412·10 ⁵	-2.928·10 ⁶	-3.553·10 ⁷	-4.312·10 ⁸
-8.581	-114.334	-1.523·10 ³	-2.030·10 ⁴	-2.705·10 ⁵	-3.604·10 ⁶	-4.803·10 ⁷	-6.399·10 ⁸
-1.862	-27.989	-420.778	-6.326·10 ³	-9.510·10 ⁴	-1.430·10 ⁶	-2.149·10 ⁷	-3.231·10 ⁸

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^9 = 6.045 \cdot 10^{10} & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^{10} = 8.587 \cdot 10^{11} & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^{11} = 1.230 \cdot 10^{13} & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^{12} = 1.773 \cdot 10^{14} & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^{13} = 2.571 \cdot 10^{15} & \sum x_i^5 y_i = -8.708 \cdot 10^5 \\
 \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i^{14} = 3.746 \cdot 10^{16} & \sum x_i^6 y_i = -1.052 \cdot 10^7 \\
 \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i^{15} = 5.481 \cdot 10^{17} & \sum x_i^7 y_i = -1.303 \cdot 10^8 \\
 \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & \sum x_i^{16} = 8.048 \cdot 10^{18} & \sum x_i^8 y_i = -1.647 \cdot 10^9 \\
 \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

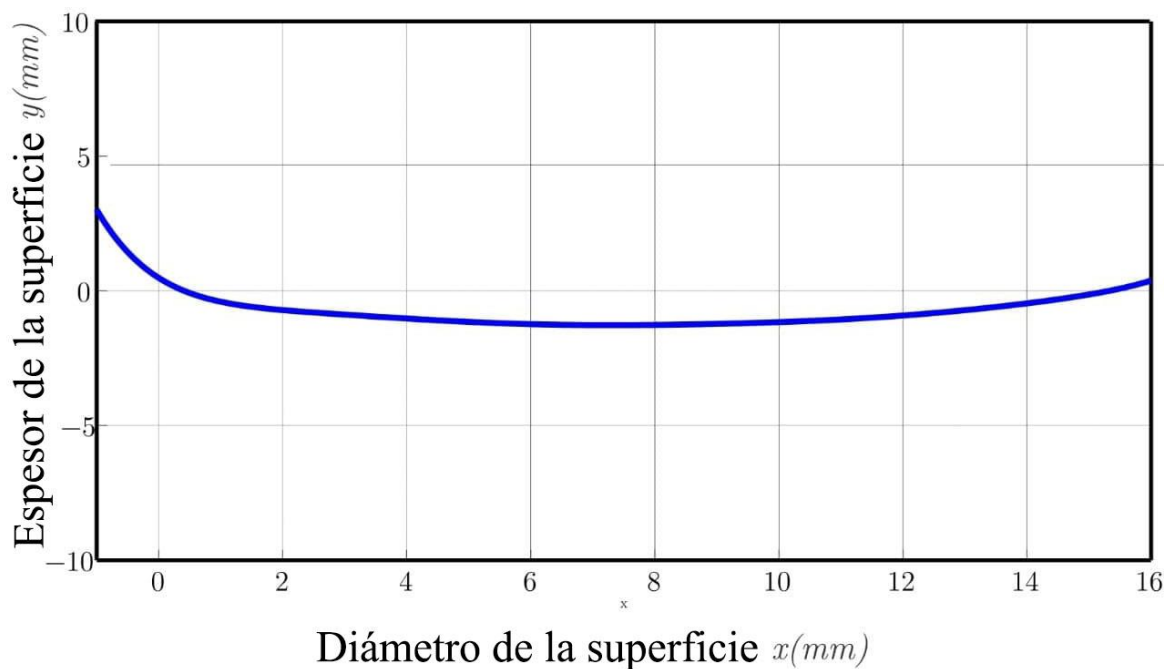
$$\begin{bmatrix}
 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\
 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\
 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\
 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \\
 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} \\
 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_0 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6 \\
 a_7 \\
 a_8
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -8.668 \\
 -67.113 \\
 -634.176 \\
 -6.653 \cdot 10^3 \\
 -7.446 \cdot 10^4 \\
 -8.708 \cdot 10^5 \\
 -1.052 \cdot 10^7 \\
 -1.303 \cdot 10^8 \\
 -1.647 \cdot 10^9
 \end{bmatrix}
 \tag{3.172}$$

Resolviendo la Ecuación 3.172 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = 0.4915$, $a_1 = -1.4761$, $a_2 = 0.7867$, $a_3 = -0.2513$, $a_4 = 4.661 \cdot 10^{-2}$, $a_5 = -5.101 \cdot 10^{-3}$, $a_6 = 3.261 \cdot 10^{-4}$, $a_7 = -1.126 \cdot 10^{-5}$ y $a_8 = 1.624 \cdot 10^{-7}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$\begin{aligned} y = & 0.4915 - 1.4761x + 0.7867x^2 - 0.2513x^3 + (4.661 \cdot 10^{-2})x^4 \\ & - (5.101 \cdot 10^{-3})x^5 + (3.261 \cdot 10^{-4})x^6 - (1.126 \cdot 10^{-5})x^7 \\ & + (1.624 \cdot 10^{-7})x^8 \end{aligned} \quad (3.173)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.173 se obtiene:



Gráfica 3.8 Representación de la ecuación polinomial de octavo orden.

3.2.14.8 Gráfica polinomial de noveno orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.9 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de noveno orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$

x_i^7	x_i^8	x_i^9	x_i^{10}	x_i^{11}	x_i^{12}	x_i^{13}
0.300	0.253	0.213	0.179	0.151	0.127	0.107
273.433	609.499	$1.359 \cdot 10^3$	$3.028 \cdot 10^3$	$6.751 \cdot 10^3$	$1.505 \cdot 10^4$	$3.354 \cdot 10^4$
$1.824 \cdot 10^4$	$7.409 \cdot 10^4$	$3.010 \cdot 10^5$	$1.222 \cdot 10^6$	$4.965 \cdot 10^6$	$2.017 \cdot 10^7$	$8.192 \cdot 10^7$
$1.722 \cdot 10^5$	$9.636 \cdot 10^5$	$5.394 \cdot 10^6$	$3.019 \cdot 10^7$	$1.690 \cdot 10^8$	$9.459 \cdot 10^8$	$5.295 \cdot 10^9$
$1.165 \cdot 10^6$	$8.572 \cdot 10^6$	$6.306 \cdot 10^7$	$4.638 \cdot 10^8$	$3.412 \cdot 10^9$	$2.510 \cdot 10^{10}$	$1.846 \cdot 10^{11}$
$5.225 \cdot 10^6$	$4.762 \cdot 10^7$	$4.341 \cdot 10^8$	$3.956 \cdot 10^9$	$3.606 \cdot 10^{10}$	$3.286 \cdot 10^{11}$	$2.995 \cdot 10^{12}$
$1.554 \cdot 10^7$	$1.655 \cdot 10^8$	$1.762 \cdot 10^9$	$1.877 \cdot 10^{10}$	$1.999 \cdot 10^{11}$	$2.129 \cdot 10^{12}$	$2.267 \cdot 10^{13}$
$3.877 \cdot 10^7$	$4.705 \cdot 10^8$	$5.711 \cdot 10^9$	$6.930 \cdot 10^{10}$	$8.411 \cdot 10^{11}$	$1.021 \cdot 10^{13}$	$1.239 \cdot 10^{14}$
$7.458 \cdot 10^7$	$9.938 \cdot 10^8$	$1.324 \cdot 10^{10}$	$1.764 \cdot 10^{11}$	$2.351 \cdot 10^{12}$	$3.133 \cdot 10^{13}$	$4.174 \cdot 10^{14}$
$1.736 \cdot 10^8$	$2.609 \cdot 10^9$	$3.923 \cdot 10^{10}$	$5.898 \cdot 10^{11}$	$8.866 \cdot 10^{12}$	$1.333 \cdot 10^{14}$	$2.004 \cdot 10^{15}$

x_i^{14}	x_i^{15}	x_i^{16}	x_i^{17}	x_i^{18}	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
0.090	0.076	0.064	0.054	0.045	-0.271	-0.228
$7.477 \cdot 10^4$	$1.667 \cdot 10^5$	$3.715 \cdot 10^5$	$8.281 \cdot 10^5$	$1.846 \cdot 10^6$	-1.711	-3.815
$3.328 \cdot 10^8$	$1.352 \cdot 10^9$	$5.490 \cdot 10^9$	$2.230 \cdot 10^{10}$	$9.058 \cdot 10^{10}$	-4.225	-17.162
$2.964 \cdot 10^{10}$	$1.659 \cdot 10^{11}$	$9.285 \cdot 10^{11}$	$5.197 \cdot 10^{12}$	$2.909 \cdot 10^{13}$	-6.932	-38.799
$1.358 \cdot 10^{12}$	$9.989 \cdot 10^{12}$	$7.348 \cdot 10^{13}$	$5.405 \cdot 10^{14}$	$3.976 \cdot 10^{15}$	-9.291	-68.347
$2.730 \cdot 10^{13}$	$2.488 \cdot 10^{14}$	$2.268 \cdot 10^{15}$	$2.067 \cdot 10^{16}$	$1.884 \cdot 10^{17}$	-11.513	-104.931
$2.415 \cdot 10^{14}$	$2.572 \cdot 10^{15}$	$2.739 \cdot 10^{16}$	$2.917 \cdot 10^{17}$	$3.106 \cdot 10^{18}$	-11.606	-123.602
$1.503 \cdot 10^{15}$	$1.824 \cdot 10^{16}$	$2.214 \cdot 10^{17}$	$2.687 \cdot 10^{18}$	$3.261 \cdot 10^{19}$	-11.121	-134.968
$5.562 \cdot 10^{15}$	$7.412 \cdot 10^{16}$	$9.876 \cdot 10^{17}$	$1.316 \cdot 10^{19}$	$1.753 \cdot 10^{20}$	-8.581	-114.334
$3.013 \cdot 10^{16}$	$4.529 \cdot 10^{17}$	$6.809 \cdot 10^{18}$	$1.024 \cdot 10^{20}$	$1.539 \cdot 10^{21}$	-1.862	-27.989

$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$	$x_i^5 y_i$	$x_i^6 y_i$	$x_i^7 y_i$	$x_i^8 y_i$	$x_i^9 y_i$
-0.192	-0.162	-0.136	-0.115	-0.097	-0.081	-0.069
-8.504	-18.955	-42.252	-94.183	-209.939	-467.966	$-1.043 \cdot 10^3$
-69.710	-283.152	$-1.150 \cdot 10^3$	$-4.672 \cdot 10^3$	$-1.898 \cdot 10^4$	$-7.707 \cdot 10^4$	$-3.131 \cdot 10^5$
-217.176	$-1.216 \cdot 10^3$	$-6.804 \cdot 10^3$	$-3.809 \cdot 10^4$	$-2.132 \cdot 10^5$	$-1.193 \cdot 10^6$	$-6.679 \cdot 10^6$
-502.755	$-3.698 \cdot 10^3$	$-2.720 \cdot 10^4$	$-2.001 \cdot 10^5$	$-1.472 \cdot 10^6$	$-1.083 \cdot 10^7$	$-7.965 \cdot 10^7$
-956.379	$-8.717 \cdot 10^3$	$-7.945 \cdot 10^4$	$-7.241 \cdot 10^5$	$-6.600 \cdot 10^6$	$-6.015 \cdot 10^7$	$-5.483 \cdot 10^8$
$-1.316 \cdot 10^3$	$-1.402 \cdot 10^4$	$-1.493 \cdot 10^5$	$-1.590 \cdot 10^6$	$-1.693 \cdot 10^7$	$-1.803 \cdot 10^8$	$-1.921 \cdot 10^9$
$-1.638 \cdot 10^3$	$-1.988 \cdot 10^4$	$-2.412 \cdot 10^5$	$-2.928 \cdot 10^6$	$-3.553 \cdot 10^7$	$-4.312 \cdot 10^8$	$-5.233 \cdot 10^9$
$-1.523 \cdot 10^3$	$-2.030 \cdot 10^4$	$-2.705 \cdot 10^5$	$-3.604 \cdot 10^6$	$-4.803 \cdot 10^7$	$-6.399 \cdot 10^8$	$-8.527 \cdot 10^9$
-420.778	$-6.326 \cdot 10^3$	$-9.510 \cdot 10^4$	$-1.430 \cdot 10^6$	$-2.149 \cdot 10^7$	$-3.231 \cdot 10^8$	$-4.858 \cdot 10^9$

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^{10} = 8.587 \cdot 10^{11} & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^{11} = 1.230 \cdot 10^{13} & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^{12} = 1.773 \cdot 10^{14} & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^{13} = 2.571 \cdot 10^{15} & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^{14} = 3.746 \cdot 10^{16} & \sum x_i^5 y_i = -8.708 \cdot 10^5 \\
 \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i^{15} = 5.481 \cdot 10^{17} & \sum x_i^6 y_i = -1.052 \cdot 10^7 \\
 \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i^{16} = 8.048 \cdot 10^{18} & \sum x_i^7 y_i = -1.303 \cdot 10^8 \\
 \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & \sum x_i^{17} = 1.185 \cdot 10^{20} & \sum x_i^8 y_i = -1.647 \cdot 10^9 \\
 \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & \sum x_i^{18} = 1.750 \cdot 10^{21} & \sum x_i^9 y_i = -2.117 \cdot 10^{10} \\
 \sum x_i^9 = 6.045 \cdot 10^{10} & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

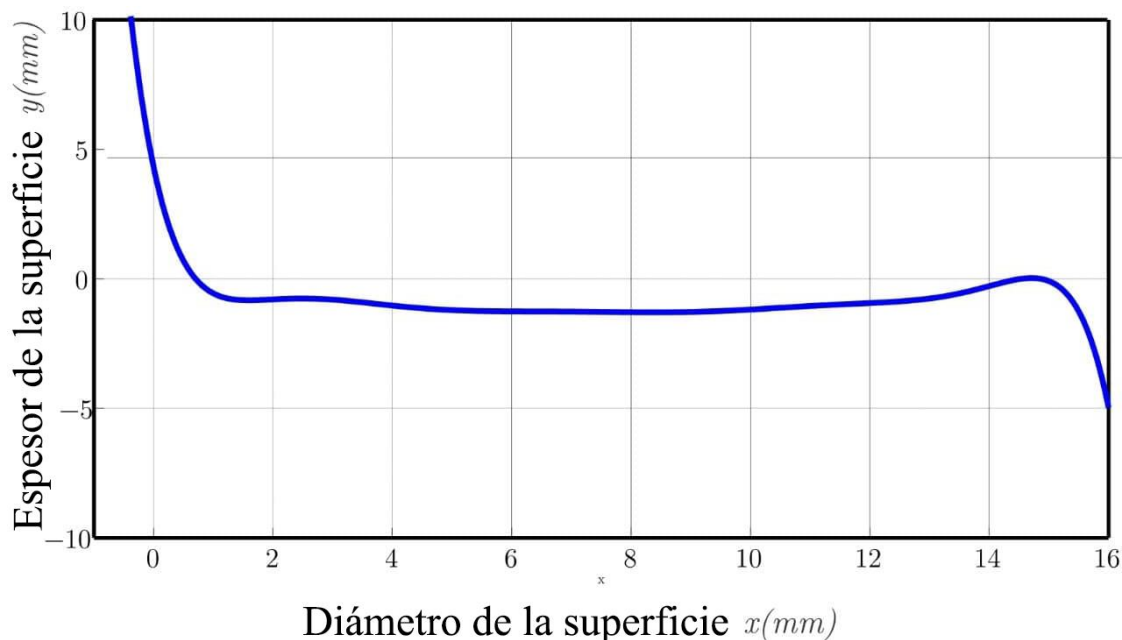
$$\begin{bmatrix}
 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 \\
 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\
 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\
 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \\
 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} \\
 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_0 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6 \\
 a_7 \\
 a_8 \\
 a_9
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -8.668 \\
 -67.113 \\
 -634.176 \\
 -6.653 \cdot 10^3 \\
 -7.446 \cdot 10^4 \\
 -8.708 \cdot 10^5 \\
 -1.052 \cdot 10^7 \\
 -1.303 \cdot 10^8 \\
 -1.647 \cdot 10^9 \\
 -2.117 \cdot 10^{10}
 \end{bmatrix}
 \tag{3.174}$$

Resolviendo la Ecuación 3.174 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = 4.2551$, $a_1 = -10.8638$, $a_2 = 9.2226$, $a_3 = -4.0645$, $a_4 = 1.0374$, $a_5 = -0.1622$, $a_6 = 1.577 \cdot 10^{-2}$, $a_7 = -9.297 \cdot 10^{-4}$, $a_8 = 3.040 \cdot 10^{-5}$ y $a_9 = -4.230 \cdot 10^{-7}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$\begin{aligned}
 y &= 4.2551 - 10.8638x + 9.2226x^2 - 4.0645x^3 + 1.0374x^4 - 0.1622x^5 \\
 &\quad + (1.577 \cdot 10^{-2})x^6 - (9.297 \cdot 10^{-4})x^7 + (3.040 \cdot 10^{-5})x^8 \\
 &\quad - (4.230 \cdot 10^{-7})x^9
 \end{aligned}
 \tag{3.175}$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.175 se obtiene:



Gráfica 3.9 Representación de la ecuación polinomial de noveno orden.

3.2.14.9 Gráfica polinomial de décimo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calculan los valores necesarios para realizar la regresión polinomial por mínimos cuadrados, los cuales se encuentran enlistados en las siguientes tablas:

Tabla 3.10 Valores empleados para obtener el arreglo matricial utilizado en el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados para la función de décimo orden.

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	x_i^7
0.842	-0.322	0.709	0.597	0.503	0.423	0.357	0.300
2.229	-0.768	4.969	11.076	24.688	55.031	122.668	273.433
4.062	-1.040	16.499	67.015	272.202	$1.106 \cdot 10^3$	$4.491 \cdot 10^3$	$1.824 \cdot 10^4$
5.597	-1.238	31.331	175.373	981.636	$5.495 \cdot 10^3$	$3.076 \cdot 10^4$	$1.722 \cdot 10^5$
7.356	-1.263	54.109	398.022	$2.928 \cdot 10^3$	$2.154 \cdot 10^4$	$1.584 \cdot 10^5$	$1.165 \cdot 10^6$
9.114	-1.263	83.072	757.148	$6.901 \cdot 10^3$	$6.290 \cdot 10^4$	$5.733 \cdot 10^5$	$5.225 \cdot 10^6$
10.650	-1.090	113.421	$1.208 \cdot 10^3$	$1.286 \cdot 10^4$	$1.370 \cdot 10^5$	$1.459 \cdot 10^6$	$1.554 \cdot 10^7$
12.136	-0.916	147.282	$1.787 \cdot 10^3$	$2.169 \cdot 10^4$	$2.633 \cdot 10^5$	$3.195 \cdot 10^6$	$3.877 \cdot 10^7$
13.325	-0.644	177.551	$2.366 \cdot 10^3$	$3.152 \cdot 10^4$	$4.201 \cdot 10^5$	$5.597 \cdot 10^6$	$7.458 \cdot 10^7$
15.034	-0.124	226.014	$3.398 \cdot 10^3$	$5.108 \cdot 10^4$	$7.680 \cdot 10^5$	$1.155 \cdot 10^7$	$1.736 \cdot 10^8$

x_i^8	x_i^9	x_i^{10}	x_i^{11}	x_i^{12}	x_i^{13}	x_i^{14}
0.253	0.213	0.179	0.151	0.127	0.107	0.090
609.499	$1.359 \cdot 10^3$	$3.028 \cdot 10^3$	$6.751 \cdot 10^3$	$1.505 \cdot 10^4$	$3.354 \cdot 10^4$	$7.477 \cdot 10^4$
$7.409 \cdot 10^4$	$3.010 \cdot 10^5$	$1.222 \cdot 10^6$	$4.965 \cdot 10^6$	$2.017 \cdot 10^7$	$8.192 \cdot 10^7$	$3.328 \cdot 10^8$
$9.636 \cdot 10^5$	$5.394 \cdot 10^6$	$3.019 \cdot 10^7$	$1.690 \cdot 10^8$	$9.459 \cdot 10^8$	$5.295 \cdot 10^9$	$2.964 \cdot 10^{10}$
$8.572 \cdot 10^6$	$6.306 \cdot 10^7$	$4.638 \cdot 10^8$	$3.412 \cdot 10^9$	$2.510 \cdot 10^{10}$	$1.846 \cdot 10^{11}$	$1.358 \cdot 10^{12}$
$4.762 \cdot 10^7$	$4.341 \cdot 10^8$	$3.956 \cdot 10^9$	$3.606 \cdot 10^{10}$	$3.286 \cdot 10^{11}$	$2.995 \cdot 10^{12}$	$2.730 \cdot 10^{13}$
$1.655 \cdot 10^8$	$1.762 \cdot 10^9$	$1.877 \cdot 10^{10}$	$1.999 \cdot 10^{11}$	$2.129 \cdot 10^{12}$	$2.267 \cdot 10^{13}$	$2.415 \cdot 10^{14}$
$4.705 \cdot 10^8$	$5.711 \cdot 10^9$	$6.930 \cdot 10^{10}$	$8.411 \cdot 10^{11}$	$1.021 \cdot 10^{13}$	$1.239 \cdot 10^{14}$	$1.503 \cdot 10^{15}$
$9.938 \cdot 10^8$	$1.324 \cdot 10^{10}$	$1.764 \cdot 10^{11}$	$2.351 \cdot 10^{12}$	$3.133 \cdot 10^{13}$	$4.174 \cdot 10^{14}$	$5.562 \cdot 10^{15}$
$2.609 \cdot 10^9$	$3.923 \cdot 10^{10}$	$5.898 \cdot 10^{11}$	$8.866 \cdot 10^{12}$	$1.333 \cdot 10^{14}$	$2.004 \cdot 10^{15}$	$3.013 \cdot 10^{16}$

x_i^{15}	x_i^{16}	x_i^{17}	x_i^{18}	x_i^{19}	x_i^{20}	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
0.076	0.064	0.054	0.045	0.038	0.032	-0.271	-0.228
$1.667 \cdot 10^5$	$3.715 \cdot 10^5$	$8.281 \cdot 10^5$	$1.846 \cdot 10^6$	$4.114 \cdot 10^6$	$9.171 \cdot 10^6$	-1.711	-3.815
$1.352 \cdot 10^9$	$5.490 \cdot 10^9$	$2.230 \cdot 10^{10}$	$9.058 \cdot 10^{10}$	$3.679 \cdot 10^{11}$	$1.494 \cdot 10^{12}$	-4.225	-17.162
$1.659 \cdot 10^{11}$	$9.285 \cdot 10^{11}$	$5.197 \cdot 10^{12}$	$2.909 \cdot 10^{13}$	$1.628 \cdot 10^{14}$	$9.115 \cdot 10^{14}$	-6.932	-38.799
$9.989 \cdot 10^{12}$	$7.348 \cdot 10^{13}$	$5.405 \cdot 10^{14}$	$3.976 \cdot 10^{15}$	$2.925 \cdot 10^{16}$	$2.151 \cdot 10^{17}$	-9.291	-68.347
$2.488 \cdot 10^{14}$	$2.268 \cdot 10^{15}$	$2.067 \cdot 10^{16}$	$1.884 \cdot 10^{17}$	$1.717 \cdot 10^{18}$	$1.565 \cdot 10^{19}$	-11.513	-104.931
$2.572 \cdot 10^{15}$	$2.739 \cdot 10^{16}$	$2.917 \cdot 10^{17}$	$3.106 \cdot 10^{18}$	$3.308 \cdot 10^{19}$	$3.523 \cdot 10^{20}$	-11.606	-123.602
$1.824 \cdot 10^{16}$	$2.214 \cdot 10^{17}$	$2.687 \cdot 10^{18}$	$3.261 \cdot 10^{19}$	$3.958 \cdot 10^{20}$	$4.803 \cdot 10^{21}$	-11.121	-134.968
$7.412 \cdot 10^{16}$	$9.876 \cdot 10^{17}$	$1.316 \cdot 10^{19}$	$1.753 \cdot 10^{20}$	$2.337 \cdot 10^{21}$	$3.113 \cdot 10^{22}$	-8.581	-114.334
$4.529 \cdot 10^{17}$	$6.809 \cdot 10^{18}$	$1.024 \cdot 10^{20}$	$1.539 \cdot 10^{21}$	$2.314 \cdot 10^{22}$	$3.478 \cdot 10^{23}$	-1.862	-27.989

$x_i^3 y_i$	$x_i^4 y_i$	$x_i^5 y_i$	$x_i^6 y_i$	$x_i^7 y_i$	$x_i^8 y_i$	$x_i^9 y_i$	$x_i^{10} y_i$
-0.192	-0.162	-0.136	-0.115	-0.097	-0.081	-0.069	-0.058
-8.504	-18.955	-42.252	-94.183	-209.939	-467.966	$-1.043 \cdot 10^3$	$-2.325 \cdot 10^3$
-69.710	-283.152	$-1.150 \cdot 10^3$	$-4.672 \cdot 10^3$	$-1.898 \cdot 10^4$	$-7.707 \cdot 10^4$	$-3.131 \cdot 10^5$	$-1.272 \cdot 10^6$
-217.176	$-1.216 \cdot 10^3$	$-6.804 \cdot 10^3$	$-3.809 \cdot 10^4$	$-2.132 \cdot 10^5$	$-1.193 \cdot 10^6$	$-6.679 \cdot 10^6$	$-3.739 \cdot 10^7$
-502.755	$-3.698 \cdot 10^3$	$-2.720 \cdot 10^4$	$-2.001 \cdot 10^5$	$-1.472 \cdot 10^6$	$-1.083 \cdot 10^7$	$-7.965 \cdot 10^7$	$-5.859 \cdot 10^8$
-956.379	$-8.717 \cdot 10^3$	$-7.945 \cdot 10^4$	$-7.241 \cdot 10^5$	$-6.600 \cdot 10^6$	$-6.015 \cdot 10^7$	$-5.483 \cdot 10^8$	$-4.997 \cdot 10^9$
$-1.316 \cdot 10^3$	$-1.402 \cdot 10^4$	$-1.493 \cdot 10^5$	$-1.590 \cdot 10^6$	$-1.693 \cdot 10^7$	$-1.803 \cdot 10^8$	$-1.921 \cdot 10^9$	$-2.046 \cdot 10^{10}$
$-1.638 \cdot 10^3$	$-1.988 \cdot 10^4$	$-2.412 \cdot 10^5$	$-2.928 \cdot 10^6$	$-3.553 \cdot 10^7$	$-4.312 \cdot 10^8$	$-5.233 \cdot 10^9$	$-6.351 \cdot 10^{10}$
$-1.523 \cdot 10^3$	$-2.030 \cdot 10^4$	$-2.705 \cdot 10^5$	$-3.604 \cdot 10^6$	$-4.803 \cdot 10^7$	$-6.399 \cdot 10^8$	$-8.527 \cdot 10^9$	$-1.136 \cdot 10^{11}$
-420.778	$-6.326 \cdot 10^3$	$-9.510 \cdot 10^4$	$-1.430 \cdot 10^6$	$-2.149 \cdot 10^7$	$-3.231 \cdot 10^8$	$-4.858 \cdot 10^9$	$-7.303 \cdot 10^{10}$

Se obtiene la sumatoria para cada una de las columnas:

$$\begin{array}{lll}
 \sum x_i = 80.345 & \sum x_i^{11} = 1.230 \cdot 10^{13} & \sum x_i y_i = -67.113 \\
 \sum y_i = -8.668 & \sum x_i^{12} = 1.773 \cdot 10^{14} & \sum x_i^2 y_i = -634.176 \\
 \sum x_i^2 = 854.957 & \sum x_i^{13} = 2.571 \cdot 10^{15} & \sum x_i^3 y_i = -6.653 \cdot 10^3 \\
 \sum x_i^3 = 1.017 \cdot 10^4 & \sum x_i^{14} = 3.746 \cdot 10^{16} & \sum x_i^4 y_i = -7.446 \cdot 10^4 \\
 \sum x_i^4 = 1.283 \cdot 10^5 & \sum x_i^{15} = 5.481 \cdot 10^{17} & \sum x_i^5 y_i = -8.708 \cdot 10^5 \\
 \sum x_i^5 = 1.679 \cdot 10^6 & \sum x_i^{16} = 8.048 \cdot 10^{18} & \sum x_i^6 y_i = -1.052 \cdot 10^7 \\
 \sum x_i^6 = 2.256 \cdot 10^7 & \sum x_i^{17} = 1.185 \cdot 10^{20} & \sum x_i^7 y_i = -1.303 \cdot 10^8 \\
 \sum x_i^7 = 3.090 \cdot 10^8 & \sum x_i^{18} = 1.750 \cdot 10^{21} & \sum x_i^8 y_i = -1.647 \cdot 10^9 \\
 \sum x_i^8 = 4.296 \cdot 10^9 & \sum x_i^{19} = 2.590 \cdot 10^{22} & \sum x_i^9 y_i = -2.117 \cdot 10^{10} \\
 \sum x_i^9 = 6.045 \cdot 10^{10} & \sum x_i^{20} = 3.841 \cdot 10^{23} & \sum x_i^{10} y_i = -2.762 \cdot 10^{11} \\
 \sum x_i^{10} = 8.587 \cdot 10^{11} & &
 \end{array}$$

Por lo tanto, las ecuaciones lineales simultáneas son:

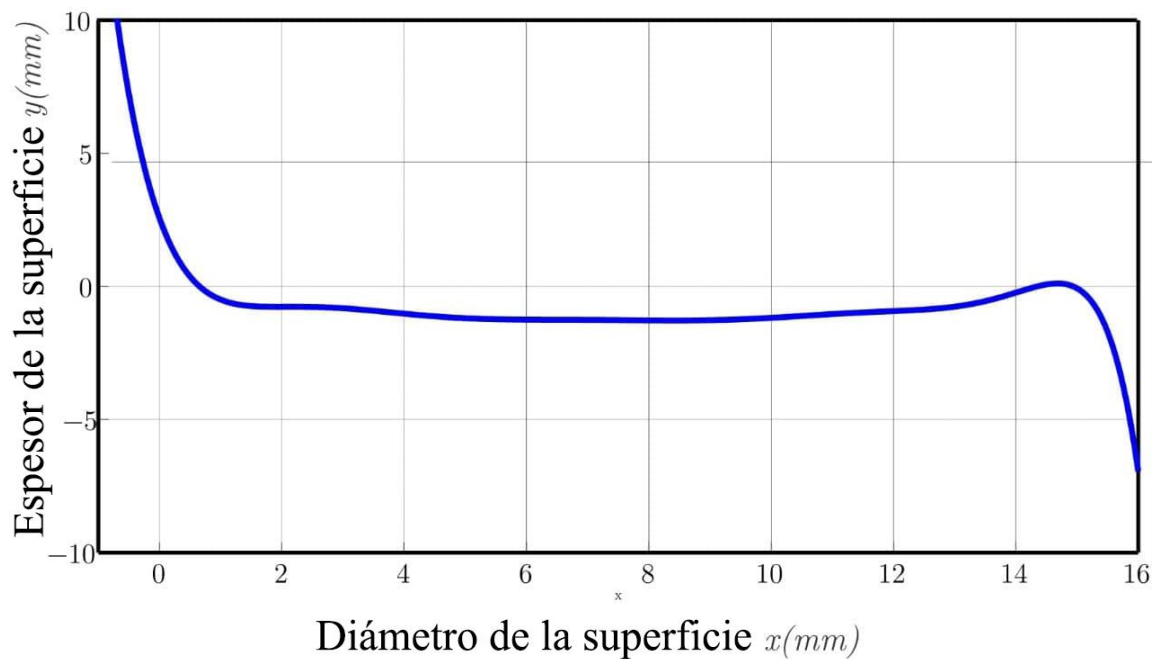
$$\begin{bmatrix}
 10 & 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 \\
 80.345 & 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 \\
 854.957 & 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 \\
 1.017 \cdot 10^4 & 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} \\
 1.283 \cdot 10^5 & 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} \\
 1.679 \cdot 10^6 & 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} \\
 2.256 \cdot 10^7 & 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} \\
 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} \\
 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} \\
 3.090 \cdot 10^8 & 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} \\
 4.296 \cdot 10^9 & 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} \\
 6.045 \cdot 10^{10} & 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} \\
 8.587 \cdot 10^{11} & 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} \\
 1.230 \cdot 10^{13} & 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} & 1.185 \cdot 10^{20} \\
 1.773 \cdot 10^{14} & 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} & 1.185 \cdot 10^{20} & 1.750 \cdot 10^{21} \\
 2.571 \cdot 10^{15} & 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} & 1.185 \cdot 10^{20} & 1.750 \cdot 10^{21} & 2.590 \cdot 10^{22} \\
 3.746 \cdot 10^{16} & 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} & 1.185 \cdot 10^{20} & 1.750 \cdot 10^{21} & 2.590 \cdot 10^{22} & 3.841 \cdot 10^{23} \\
 5.481 \cdot 10^{17} & 8.048 \cdot 10^{18} & 1.185 \cdot 10^{20} & 1.750 \cdot 10^{21} & 2.590 \cdot 10^{22} & 3.841 \cdot 10^{23} & \\
 8.048 \cdot 10^{18} & 1.185 \cdot 10^{20} & 1.750 \cdot 10^{21} & 2.590 \cdot 10^{22} & 3.841 \cdot 10^{23} & & \\
 1.185 \cdot 10^{20} & 1.750 \cdot 10^{21} & 2.590 \cdot 10^{22} & 3.841 \cdot 10^{23} & & &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_0 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6 \\
 a_7 \\
 a_8 \\
 a_9 \\
 a_{10}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -8.668 \\
 -67.113 \\
 -634.176 \\
 -6.653 \cdot 10^3 \\
 -7.446 \cdot 10^4 \\
 -8.708 \cdot 10^5 \\
 -1.052 \cdot 10^7 \\
 -1.303 \cdot 10^8 \\
 -1.647 \cdot 10^9 \\
 -2.117 \cdot 10^{10} \\
 -2.762 \cdot 10^{11}
 \end{bmatrix}
 \tag{3.176}$$

Resolviendo la Ecuación 3.176 con una técnica como la eliminación de Gauss se obtienen los siguientes resultados: $a_0 = 2.5422$, $a_1 = -6.3633$, $a_2 = 4.8184$, $a_3 = -1.8261$, $a_4 = 0.3615$, $a_5 = -3.285 \cdot 10^{-2}$, $a_6 = -3.380 \cdot 10^{-4}$, $a_7 = 3.724 \cdot 10^{-4}$, $a_8 = -3.547 \cdot 10^{-5}$, $a_9 = 1.471 \cdot 10^{-6}$ y $a_{10} = -2.363 \cdot 10^{-8}$.

Por lo tanto, la ecuación polinomial resultante es:

$$y = 2.5422 - 6.3633x + 4.8184x^2 - 1.8261x^3 + 0.3615x^4 - (3.285 \cdot 10^{-2})x^5 - (3.380 \cdot 10^{-4})x^6 + (3.724 \cdot 10^{-4})x^7 - (3.547 \cdot 10^{-5})x^8 + (1.471 \cdot 10^{-6})x^9 - (2.363 \cdot 10^{-8})x^{10} \quad (3.177)$$

Graficando en Matlab la Ecuación 3.177 se obtiene:



Gráfica 3.10 Representación de la ecuación polinomial de décimo orden.

3.2.15 Obtención del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación en las regresiones polinomiales de segundo hasta décimo orden

Para el desarrollo del cálculo del error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación, se hará uso del código de programación que se encuentra en el capítulo 3.1.13. Es importante realizar el cálculo de dichos valores, ya que estos permiten conocer el porcentaje de asociación lineal y la proporción de la variación total de la variable dependiente en la regresión polinomial, así determinar si la superficie plano-cóncava obtenida tiene un correcto ajuste con respecto a los puntos de coordenada.

3.2.15.1 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de segundo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de segundo orden del capítulo 3.14.1:

Tabla 3.11 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de segundo orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2$
0.842	-0.322	0.296	$1.255 \cdot 10^{-3}$
2.229	-0.768	0.010	$3.535 \cdot 10^{-3}$
4.062	-1.040	0.030	$8.319 \cdot 10^{-5}$
5.597	-1.238	0.138	$1.392 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$2.019 \cdot 10^{-3}$
9.114	-1.263	0.158	$7.271 \cdot 10^{-6}$
10.650	-1.090	0.050	$5.228 \cdot 10^{-4}$
12.136	-0.916	0.003	$1.576 \cdot 10^{-3}$
13.325	-0.644	0.049	$5.524 \cdot 10^{-4}$
15.034	-0.124	0.551	$6.366 \cdot 10^{-4}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 1.033 \cdot 10^{-2}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{1.033 \cdot 10^{-2}}{10-3}} = 38.415 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 1.033 \cdot 10^{-2}}{1.442} = 0.992 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 1.033 \cdot 10^{-2}}{1.442}} = 0.996$$

3.2.15.2 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de tercer orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de tercer orden del capítulo 3.14.2:

Tabla 3.12 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de tercer orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3)^2$
0.842	-0.322	0.296	$1.386 \cdot 10^{-3}$
2.229	-0.768	0.010	$3.591 \cdot 10^{-3}$
4.062	-1.040	0.030	$5.613 \cdot 10^{-5}$
5.597	-1.238	0.138	$1.752 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$1.977 \cdot 10^{-3}$
9.114	-1.263	0.158	$4.011 \cdot 10^{-6}$
10.650	-1.090	0.050	$5.888 \cdot 10^{-4}$
12.136	-0.916	0.003	$1.467 \cdot 10^{-3}$
13.325	-0.644	0.049	$5.217 \cdot 10^{-4}$
15.034	-0.124	0.551	$5.418 \cdot 10^{-4}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 1.031 \cdot 10^{-2}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{1.031 \cdot 10^{-2}}{10-4}} = 41.452 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 1.031 \cdot 10^{-2}}{1.442} = 0.992 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 1.031 \cdot 10^{-2}}{1.442}} = 0.996$$

3.2.15.3 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de cuarto orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de cuarto orden del capítulo 3.14.3:

Tabla 3.13 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de cuarto orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4)^2$
0.842	-0.322	0.296	$9.543 \cdot 10^{-5}$
2.229	-0.768	0.010	$8.195 \cdot 10^{-4}$
4.062	-1.040	0.030	$1.111 \cdot 10^{-3}$
5.597	-1.238	0.138	$3.027 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$2.352 \cdot 10^{-4}$
9.114	-1.263	0.158	$7.687 \cdot 10^{-4}$
10.650	-1.090	0.050	$5.209 \cdot 10^{-4}$
12.136	-0.916	0.003	$1.684 \cdot 10^{-4}$
13.325	-0.644	0.049	$7.141 \cdot 10^{-5}$
15.034	-0.124	0.551	$6.684 \cdot 10^{-6}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 4.100 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{4.100 \cdot 10^{-3}}{10-5}} = 28.635 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 4.100 \cdot 10^{-3}}{1.442} = 0.997 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 4.100 \cdot 10^{-3}}{1.442}} = 0.998$$

3.2.15.4 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de quinto orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de quinto orden del capítulo 3.14.4:

Tabla 3.14 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de quinto orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5)^2$
0.842	-0.322	0.296	$2.709 \cdot 10^{-5}$
2.229	-0.768	0.010	$3.633 \cdot 10^{-4}$
4.062	-1.040	0.030	$1.050 \cdot 10^{-3}$
5.597	-1.238	0.138	$6.041 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$1.495 \cdot 10^{-4}$
9.114	-1.263	0.158	$5.011 \cdot 10^{-4}$
10.650	-1.090	0.050	$8.690 \cdot 10^{-4}$
12.136	-0.916	0.003	$1.914 \cdot 10^{-4}$
13.325	-0.644	0.049	$1.808 \cdot 10^{-9}$
15.034	-0.124	0.551	$7.959 \cdot 10^{-7}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 3.756 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{3.756 \cdot 10^{-3}}{10-6}} = 30.643 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 3.756 \cdot 10^{-3}}{1.442} = 0.997 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 3.756 \cdot 10^{-3}}{1.442}} = 0.998$$

3.2.15.5 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de sexto orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de sexto orden del capítulo 3.14.5:

Tabla 3.15 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de sexto orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6)^2$
0.842	-0.322	0.296	$3.405 \cdot 10^{-6}$
2.229	-0.768	0.010	$7.747 \cdot 10^{-5}$
4.062	-1.040	0.030	$5.068 \cdot 10^{-4}$
5.597	-1.238	0.138	$8.171 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$4.818 \cdot 10^{-4}$
9.114	-1.263	0.158	$3.055 \cdot 10^{-4}$
10.650	-1.090	0.050	$4.486 \cdot 10^{-4}$
12.136	-0.916	0.003	$4.070 \cdot 10^{-4}$
13.325	-0.644	0.049	$1.210 \cdot 10^{-4}$
15.034	-0.124	0.551	$4.335 \cdot 10^{-7}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 3.169 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{3.169 \cdot 10^{-3}}{10-7}} = 32.501 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 3.169 \cdot 10^{-3}}{1.442} = 0.997 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 3.169 \cdot 10^{-3}}{1.442}} = 0.998$$

3.2.15.6 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de séptimo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de séptimo orden del capítulo 3.14.6:

Tabla 3.16 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de séptimo orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7)^2$
0.842	-0.322	0.296	$1.524 \cdot 10^{-7}$
2.229	-0.768	0.010	$1.004 \cdot 10^{-5}$
4.062	-1.040	0.030	$8.524 \cdot 10^{-5}$
5.597	-1.238	0.138	$7.174 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$1.132 \cdot 10^{-4}$
9.114	-1.263	0.158	$4.860 \cdot 10^{-3}$
10.650	-1.090	0.050	$3.786 \cdot 10^{-3}$
12.136	-0.916	0.003	$23.333 \cdot 10^{-3}$
13.325	-0.644	0.049	$46.490 \cdot 10^{-3}$
15.034	-0.124	0.551	$141.165 \cdot 10^{-3}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 220.559 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{220.559 \cdot 10^{-3}}{10-8}} = 332.083 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 220.559 \cdot 10^{-3}}{1.442} = 0.847 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 220.559 \cdot 10^{-3}}{1.442}} = 0.920$$

3.2.15.7 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de octavo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de octavo orden del capítulo 3.14.7:

Tabla 3.17 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de octavo orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8)^2$
0.842	-0.322	0.296	$3.494 \cdot 10^{-8}$
2.229	-0.768	0.010	$3.526 \cdot 10^{-6}$
4.062	-1.040	0.030	$5.652 \cdot 10^{-5}$
5.597	-1.238	0.138	$2.508 \cdot 10^{-4}$
7.356	-1.263	0.158	$5.892 \cdot 10^{-4}$
9.114	-1.263	0.158	$8.200 \cdot 10^{-4}$
10.650	-1.090	0.050	$5.861 \cdot 10^{-4}$
12.136	-0.916	0.003	$1.736 \cdot 10^{-4}$
13.325	-0.644	0.049	$1.834 \cdot 10^{-5}$
15.034	-0.124	0.551	$3.304 \cdot 10^{-7}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 2.498 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{2.498 \cdot 10^{-3}}{10-9}} = 49.979 \cdot 10^{-3}$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 2.498 \cdot 10^{-3}}{1.442} = 0.998 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 2.498 \cdot 10^{-3}}{1.442}} = 0.999$$

3.2.15.8 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de noveno orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de noveno orden del capítulo 3.14.8:

Tabla 3.18 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de noveno orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9)^2$
0.842	-0.322	0.296	$3.509 \cdot 10^{-8}$
2.229	-0.768	0.010	$5.343 \cdot 10^{-8}$
4.062	-1.040	0.030	$1.245 \cdot 10^{-7}$
5.597	-1.238	0.138	$3.011 \cdot 10^{-8}$
7.356	-1.263	0.158	$1.417 \cdot 10^{-7}$
9.114	-1.263	0.158	$1.102 \cdot 10^{-8}$
10.650	-1.090	0.050	$1.502 \cdot 10^{-9}$
12.136	-0.916	0.003	$8.164 \cdot 10^{-8}$
13.325	-0.644	0.049	$7.433 \cdot 10^{-9}$
15.034	-0.124	0.551	$7.505 \cdot 10^{-9}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 4.939 \cdot 10^{-7}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{4.939 \cdot 10^{-7}}{10-10}} = \infty$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442 - 4.939 \cdot 10^{-7}}{1.442} = 0.999 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442 - 4.939 \cdot 10^{-7}}{1.442}} = 0.999$$

3.2.15.9 Error estándar, coeficiente de determinación y coeficiente de correlación de la regresión polinomial de décimo orden

A través de los puntos de coordenadas obtenidos a partir de la acción de la gravedad se calcularan y enlistaran los valores empleados para el desarrollo del error estándar, coeficiente de correlación y coeficiente de determinación para el polinomio de décimo orden del capítulo 3.14.9:

Tabla 3.19 Valores de la suma de los cuadrados de los residuos para la función de décimo orden.

x_i	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$S_r = (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - a_4x_i^4 - a_5x_i^5 - a_6x_i^6 - a_7x_i^7 - a_8x_i^8 - a_9x_i^9 - a_{10}x_i^{10})^2$
0.842	-0.322	0.296	$2.115 \cdot 10^{-8}$
2.229	-0.768	0.010	$4.499 \cdot 10^{-8}$
4.062	-1.040	0.030	$6.646 \cdot 10^{-8}$
5.597	-1.238	0.138	$1.263 \cdot 10^{-7}$
7.356	-1.263	0.158	$1.611 \cdot 10^{-8}$
9.114	-1.263	0.158	$2.644 \cdot 10^{-8}$
10.650	-1.090	0.050	$6.328 \cdot 10^{-8}$
12.136	-0.916	0.003	$1.549 \cdot 10^{-7}$
13.325	-0.644	0.049	$1.696 \cdot 10^{-8}$
15.034	-0.124	0.551	$3.273 \cdot 10^{-8}$

Se obtiene la sumatoria para la columna de $(y_i - \bar{y})^2$ y S_r :

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1.442 \quad \therefore \quad \sum S_r = 5.693 \cdot 10^{-7}$$

Empleando la Ecuación 3.157 para obtener el error estándar:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{5.693 \cdot 10^{-7}}{10-11}} = 7.545 \cdot 10^{-4}i$$

Empleando la Ecuación 3.158 y 3.159 para obtener el coeficiente de determinación (r^2) y el coeficiente de correlación (r):

$$r^2 = \frac{1.442-5.693 \cdot 10^{-7}}{1.442} = 0.999 \quad \text{y} \quad r = \sqrt{\frac{1.442-5.693 \cdot 10^{-7}}{1.442}} = 0.999$$

3.3 Gráficas de los trazos de rayos

El desarrollo del análisis matemático es de gran importancia para hacer el ajuste de los puntos coordinados obtenidos de la superficie utilizando el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados. La obtención de las funciones de segundo hasta décimo orden nos permite generar los trazos de los rayos que interactúan sobre la superficie como son: el rayo incidente y el rayo reflejado, relacionados con la pendiente tangente y normal de la superficie. Se empleará la función de segundo y quinto orden para el diseño de la superficie plano cóncavo debido a que estas funciones presentan un ajuste sin mostrar oscilantes notables en las fronteras como se muestra del subcapítulo 3.1.12.1 al 3.1.12.9.

3.3.1 Obtención de las pendientes tangentes, pendientes normales, rectas incidentes y pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de segundo orden

Para este capítulo es muy importante el cálculo de la recta normal (aquella recta que es perpendicular a la recta tangente a una circunferencia), ya que la ley de la reflexión nos dice que el ángulo existente entre la recta normal y la recta reflejada es igual al ángulo que hay entre la recta incidente y la recta normal. El cálculo de las rectas reflejadas nos ayudará a poder seleccionar la superficie y adaptarlo al reactor fotoquímico como una innovación, para que el equipo funcione de manera más eficiente, permitiendo un ahorro de energía y reducir los tiempos de exposición de los compuestos químicos.

3.3.1.1 Obtención de las pendientes tangentes sobre la superficie para la función de segundo orden

Se declaran 20 puntos equidistantes sobre la curva para el eje de las abscisas:

$x_0 = -0.3240$	$x_7 = 5.5056$	$x_{14} = 11.3352$
$x_1 = 0.5088$	$x_8 = 6.3384$	$x_{15} = 12.1680$
$x_2 = 1.3416$	$x_9 = 7.1712$	$x_{16} = 13.0008$
$x_3 = 2.1744$	$x_{10} = 8.0040$	$x_{17} = 13.8336$
$x_4 = 3.0072$	$x_{11} = 8.8368$	$x_{18} = 14.6664$
$x_5 = 3.8400$	$x_{12} = 9.6696$	$x_{19} = 15.4985$
$x_6 = 4.6728$	$x_{13} = 10.5024$	

Se obtienen los 20 puntos correspondientes para el eje de las ordenadas empleando la función de segundo orden obtenido en la regresión polinomial.

$$y_0 = f(x_0) = -0.1050 - 0.3173x_0 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_0^2 = 0.0007$$

$$y_1 = f(x_1) = -0.1050 - 0.3173x_1 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_1^2 = -0.2596$$

$$y_2 = f(x_2) = -0.1050 - 0.3173x_2 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_2^2 = -0.4910$$

$$y_3 = f(x_3) = -0.1050 - 0.3173x_3 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_3^2 = -0.6936$$

$$y_4 = f(x_4) = -0.1050 - 0.3173x_4 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_4^2 = -0.8669$$

$$y_5 = f(x_5) = -0.1050 - 0.3173x_5 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_5^2 = -1.0114$$

$$y_6 = f(x_6) = -0.1050 - 0.3173x_6 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_6^2 = -1.1270$$

$$y_7 = f(x_7) = -0.1050 - 0.3173x_7 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_7^2 = -1.2136$$

$$y_8 = f(x_8) = -0.1050 - 0.3173x_8 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_8^2 = -1.2712$$

$$y_9 = f(x_9) = -0.1050 - 0.3173x_9 + (2.092 \cdot 10^{-2})x_9^2 = -1.2999$$

$$y_{10} = f(x_{10}) = -0.1050 - 0.3173x_{10} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{10}^2 = -1.2996$$

$$y_{11} = f(x_{11}) = -0.1050 - 0.3173x_{11} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{11}^2 = -1.2704$$

$$y_{12} = f(x_{12}) = -0.1050 - 0.3173x_{12} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{12}^2 = -1.2122$$

$$y_{13} = f(x_{13}) = -0.1050 - 0.3173x_{13} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{13}^2 = -1.1250$$

$$y_{14} = f(x_{14}) = -0.1050 - 0.3173x_{14} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{14}^2 = -1.0089$$

$$y_{15} = f(x_{15}) = -0.1050 - 0.3173x_{15} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{15}^2 = -0.8639$$

$$y_{16} = f(x_{16}) = -0.1050 - 0.3173x_{16} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{16}^2 = -0.6899$$

$$y_{17} = f(x_{17}) = -0.1050 - 0.3173x_{17} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{17}^2 = -0.4869$$

$$y_{18} = f(x_{18}) = -0.1050 - 0.3173x_{18} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{18}^2 = -0.2550$$

$$y_{19} = f(x_{19}) = -0.1050 - 0.3173x_{19} + (2.092 \cdot 10^{-2})x_{19}^2 = 0$$

Se deriva la función de segundo orden:

$$f(x) = -0.1050 - 0.3173x + (2.092 \cdot 10^{-2})x^2 \quad (3.178)$$

Las fórmulas de las derivadas a emplear:

$$\frac{d}{dx} [f(x) + g(x) + \dots] = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) + \dots \quad (3.179)$$

$$\frac{d}{dx} kx = k \frac{d}{dx} x = k \quad (3.180)$$

$$\frac{d}{dx} kx^n = k \frac{d}{dx} x^n = knx^{n-1} \quad (3.181)$$

Realizando la derivada de la Ecuación 3.178 usando las Ecuaciones 3.179, 3.180 y 3.181 se obtienen:

$$f'(x) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x \quad (3.182)$$

Sustituyendo los puntos definidos para el eje de las abscisas en la Ecuación 3.182 para obtener el valor de las pendientes m en cada uno de ellos:

$$m_0 = f'(x_0) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_0 = -0.3309$$

$$m_1 = f'(x_1) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_1 = -0.2961$$

$$m_2 = f'(x_2) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_2 = -0.2613$$

$$m_3 = f'(x_3) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_3 = -0.2264$$

$$m_4 = f'(x_4) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_4 = -0.1916$$

$$m_5 = f'(x_5) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_5 = -0.1568$$

$$m_6 = f'(x_6) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_6 = -0.1219$$

$$m_7 = f'(x_7) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_7 = -0.0871$$

$$m_8 = f'(x_8) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_8 = -0.0522$$

$$m_9 = f'(x_9) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_9 = -0.0174$$

$$m_{10} = f'(x_{10}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{10} = 0.0174$$

$$m_{11} = f'(x_{11}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{11} = 0.0523$$

$$m_{12} = f'(x_{12}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{12} = 0.0871$$

$$m_{13} = f'(x_{13}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{13} = 0.1219$$

$$m_{14} = f'(x_{14}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{14} = 0.1568$$

$$m_{15} = f'(x_{15}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{15} = 0.1916$$

$$m_{16} = f'(x_{16}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{16} = 0.2264$$

$$m_{17} = f'(x_{17}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{17} = 0.2613$$

$$m_{18} = f'(x_{18}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{18} = 0.2961$$

$$m_{19} = f'(x_{19}) = -0.3173 + (4.183 \cdot 10^{-2})x_{19} = 0.3309$$

La fórmula a emplear para la obtención de la función de la pendiente tangente en punto de la curva plano cóncava generada es:

$$y = m_n(x - x_n) + y_n \quad (3.183)$$

Sustituyendo los valores de x_n, y_n y m_n en la Ecuación 3.183 para encontrar las pendientes tangentes de la superficie:

$$y = (-0.3309)(x - (-0.3240)) + 0.0007 = -0.3309x - 0.1065 \quad (3.184)$$

$$y = (-0.2961)(x - 0.5088) - 0.2596 = -0.2961x - 0.1089 \quad (3.185)$$

$$y = (-0.2613)(x - 1.3416) - 0.4910 = -0.2613x - 0.1405 \quad (3.186)$$

$$y = (-0.2264)(x - 2.1744) - 0.6936 = -0.2264x - 0.2013 \quad (3.187)$$

$$y = (-0.1916)(x - 3.0072) - 0.8669 = -0.1916x - 0.2908 \quad (3.188)$$

$$y = (-0.1568)(x - 3.8400) - 1.0114 = -0.1568x - 0.4095 \quad (3.189)$$

$$y = (-0.1219)(x - 4.6728) - 1.1270 = -0.1219x - 0.5573 \quad (3.190)$$

$$y = (-0.0871)(x - 5.5056) - 1.2136 = -0.0871x - 0.7342 \quad (3.191)$$

$$y = (-0.0522)(x - 6.3384) - 1.2712 = -0.0522x - 0.9401 \quad (3.192)$$

$$y = (-0.0174)(x - 7.1712) - 1.2999 = -0.0174x - 1.1751 \quad (3.193)$$

$$y = (0.0174)(x - 8.0040) - 1.2996 = 0.0174x - 1.4391 \quad (3.194)$$

$$y = (0.0523)(x - 8.8368) - 1.2704 = 0.0523x - 1.7323 \quad (3.195)$$

$$y = (0.0871)(x - 9.6696) - 1.2122 = 0.0871x - 2.0545 \quad (3.196)$$

$$y = (0.1219)(x - 10.5024) - 1.1250 = 0.1219x - 2.4057 \quad (3.197)$$

$$y = (0.1568)(x - 11.3352) - 1.0089 = 0.1568x - 2.7860 \quad (3.198)$$

$$y = (0.1916)(x - 12.1680) - 0.8639 = 0.1916x - 3.1955 \quad (3.199)$$

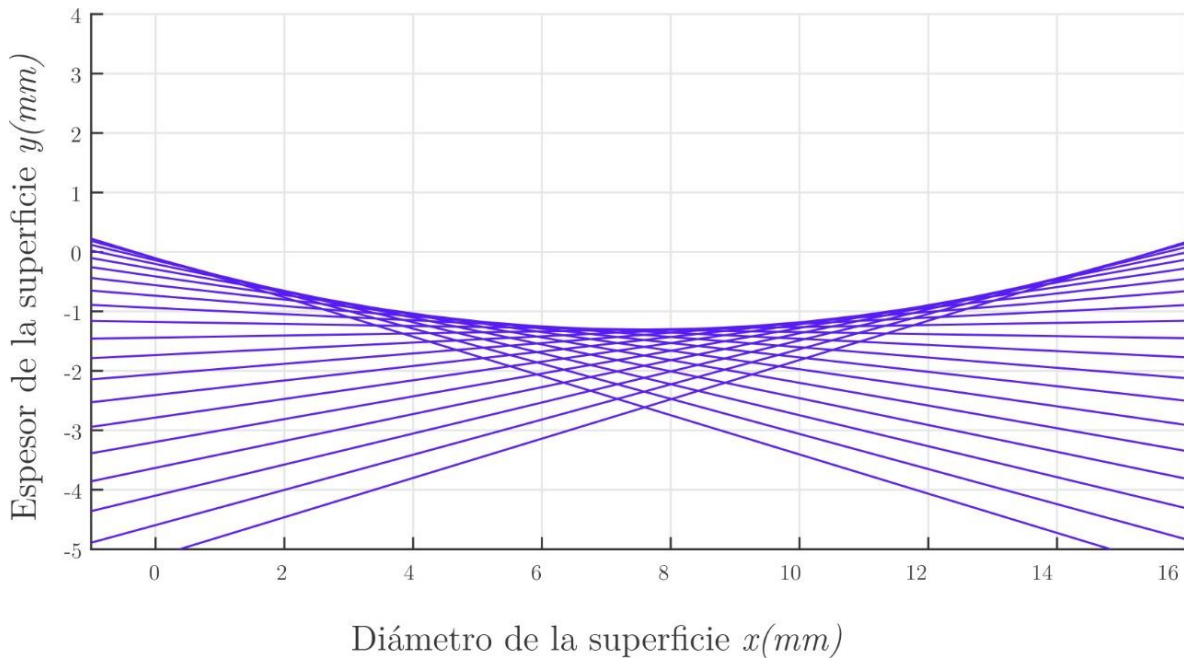
$$y = (0.2264)(x - 13.0008) - 0.6899 = 0.2264x - 3.6339 \quad (3.200)$$

$$y = (0.2613)(x - 13.8336) - 0.4869 = 0.2613x - 4.1014 \quad (3.201)$$

$$y = (0.2961)(x - 14.6664) - 0.2550 = 0.2961x - 4.5981 \quad (3.202)$$

$$y = (0.3309)(x - 15.4985) + 0 = 0.3309x - 5.1289 \quad (3.203)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.184 a 3.203:



Gráfica 3.11 Representación de las pendientes tangentes a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de segundo orden.

3.3.1.2 Obtención de las pendientes normales sobre la superficie para la función de segundo orden

Una vez declarados y calculados los valores de x_n, y_n y m_n (Tema 3.3.1.1), se emplea la fórmula siguiente para poder obtener la función de la pendiente normal en un punto de la curva plano cóncava:

$$y = \frac{-1}{m_n}(x - x_n) + y_n \quad (3.204)$$

Sustituyendo los valores de x_n, y_n y m_n obtenidos en el tema 3.3.1.1 en la Ecuación 3.204 para encontrar las pendientes normales de la superficie:

$$y = \left(\frac{-1}{-0.3309}\right)(x - (-0.3240)) + 0.0007 = 3.0217x + 0.9797 \quad (3.205)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.2961}\right)(x - 0.5088) - 0.2596 = 3.3773x - 1.9779 \quad (3.206)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.2613}\right)(x - 1.3416) - 0.4910 = 3.8276x - 5.6261 \quad (3.207)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.2264}\right)(x - 2.1744) - 0.6936 = 4.4165x - 10.2968 \quad (3.208)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.1916}\right)(x - 3.0072) - 0.8669 = 5.2195x - 16.5630 \quad (3.209)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.1568}\right)(x - 3.8400) - 1.0114 = 6.3795x - 25.5086 \quad (3.210)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.1219}\right)(x - 4.6728) - 1.1270 = 8.2024x - 39.4551 \quad (3.211)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0871}\right)(x - 5.5056) - 1.2136 = 11.4838x - 64.4387 \quad (3.212)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0522}\right)(x - 6.3384) - 1.2712 = 19.1414x - 122.5972 \quad (3.213)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0174}\right)(x - 7.1712) - 1.2999 = 57.4510x - 413.2927 \quad (3.214)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.0174}\right)(x - 8.0040) - 1.2996 = -57.3708x + 457.8966 \quad (3.215)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.0523}\right)(x - 8.8368) - 1.2704 = -19.1325x + 167.7998 \quad (3.216)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.0871}\right)(x - 9.6696) - 1.2122 = -11.4806x + 109.8004 \quad (3.217)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.1219}\right)(x - 10.5024) - 1.1250 = -8.2007x + 85.0025 \quad (3.218)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.1568}\right)(x - 11.3352) - 1.0089 = -6.3785x + 71.2926 \quad (3.219)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.1916}\right)(x - 12.1680) - 0.8639 = -5.2188x + 62.6390 \quad (3.220)$$

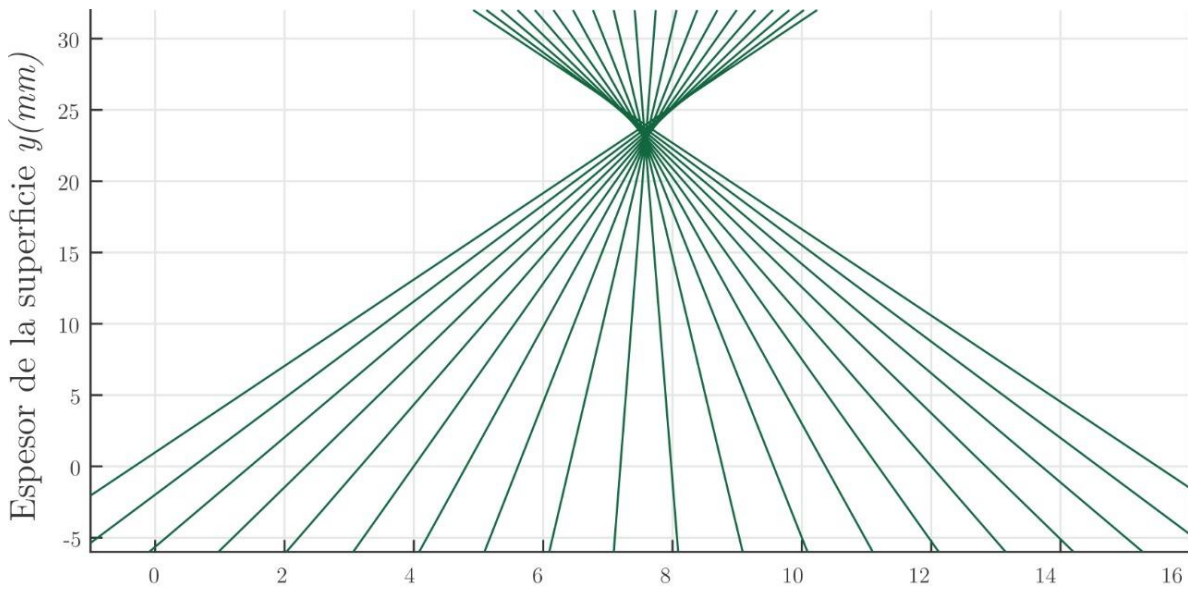
$$y = \left(\frac{-1}{0.2264}\right)(x - 13.0008) - 0.6899 = -4.4160x + 56.7215 \quad (3.221)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.2613}\right)(x - 13.8336) - 0.4869 = -3.8272x + 52.4573 \quad (3.222)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.2961}\right)(x - 14.6664) - 0.2550 = -3.3770x + 49.2730 \quad (3.223)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.3309}\right)(x - 15.4985) + 0 = -3.0218x + 46.8331 \quad (3.224)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.205 a 3.224:



Diámetro de la superficie $x(mm)$

Gráfica 3.12 Representación de las pendientes normales a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de segundo orden.

3.3.1.3 Obtención de las rectas incidentes sobre la superficie para la función de segundo orden

Se dice que un rayo es incidente hacia la superficie de reflexión o refracción cuando interseca sobre un punto y esta es reflejada. Para este caso las rectas incidentes que se utilizan son perpendiculares al eje de las ordenadas por lo que la forma de obtener estas rectas es asignándole a x el valor de cada uno de los puntos declarados para el eje de las abscisas, como se muestra en la Ecuación 3.225.

$$x = x_n \quad (3.225)$$

Sustituyendo en la Ecuación 3.225 los valores de los 20 puntos equidistantes declarados para en el eje de las ordenas para obtener las rectas incidentes correspondientes a la función de segundo orden:

$$x = x_0 \therefore x = -0.3240 \quad (3.226) \qquad x = x_{10} \therefore x = 8.0040 \quad (3.236)$$

$$x = x_1 \therefore x = 0.5088 \quad (3.227) \qquad x = x_{11} \therefore x = 8.8368 \quad (3.237)$$

$$x = x_2 \therefore x = 1.3416 \quad (3.228) \qquad x = x_{12} \therefore x = 9.6696 \quad (3.238)$$

$$x = x_3 \therefore x = 2.1744 \quad (3.229) \qquad x = x_{13} \therefore x = 10.5024 \quad (3.239)$$

$$x = x_4 \therefore x = 3.0072 \quad (3.230) \qquad x = x_{14} \therefore x = 11.3352 \quad (3.240)$$

$$x = x_5 \therefore x = 3.8400 \quad (3.231) \qquad x = x_{15} \therefore x = 12.1680 \quad (3.241)$$

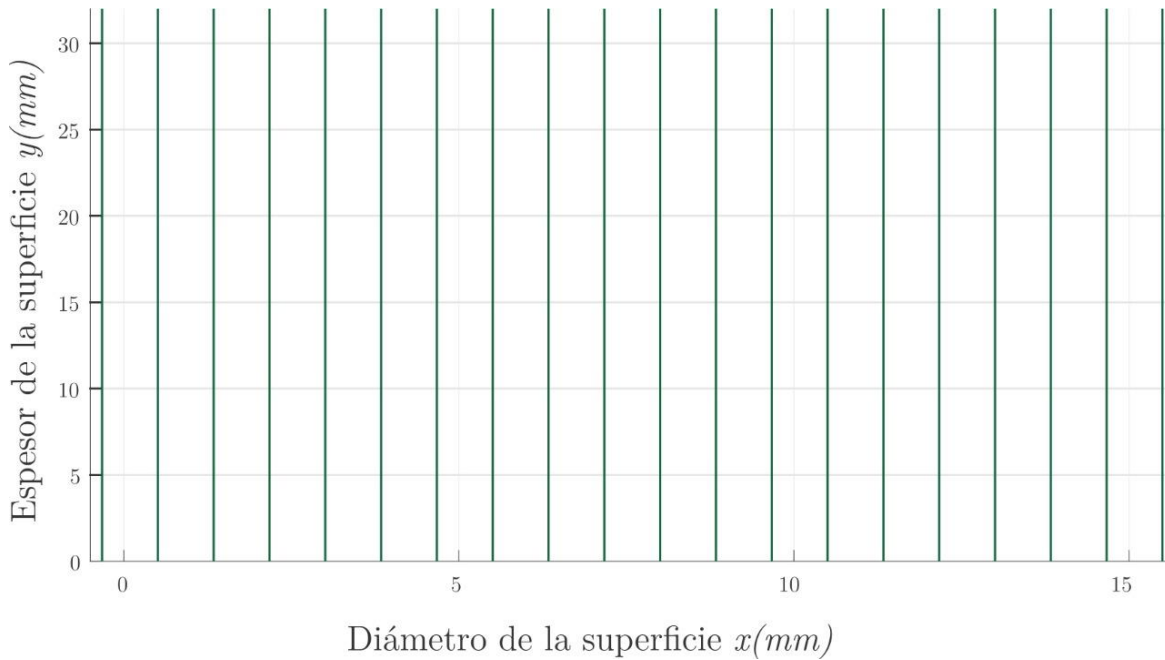
$$x = x_6 \therefore x = 4.6728 \quad (3.232) \qquad x = x_{16} \therefore x = 13.0008 \quad (3.242)$$

$$x = x_7 \therefore x = 5.5056 \quad (3.233) \qquad x = x_{17} \therefore x = 13.8336 \quad (3.243)$$

$$x = x_8 \therefore x = 6.3384 \quad (3.234) \qquad x = x_{18} \therefore x = 14.6664 \quad (3.244)$$

$$x = x_9 \therefore x = 7.1712 \quad (3.235) \qquad x = x_{19} \therefore x = 15.4985 \quad (3.245)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.226 a 3.255:



Gráfica 3.13 Representación de los rayos incidentes de la fuente de iluminación procedentes desde el infinito para la ecuación polinomial de segundo orden.

3.3.1.4 Obtención de las pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de segundo orden

Para la obtención de esta pendiente se debe de conocer el ángulo entre los rayos incidentes de la fuente de iluminación y la pendiente de las normales generadas; para poder calcular este ángulo se ocupa la Ecuación 3.246.

$$\theta_n = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{m_n}\right) \quad (3.246)$$

Empleando la Ecuación 3.246 para obtener cada uno de los ángulos entre los rayos incidentes y la pendiente de las normales:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.3309}\right) = 18.3112 & \theta_2 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.2613}\right) = 14.6419 \\ \theta_1 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.2961}\right) = 16.4940 & \theta_3 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.2264}\right) = 12.7581 \\ \theta_4 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.1916}\right) = 10.8458 & \theta_{12} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.0871}\right) = 175.0219 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_5 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.1568}\right) = 8.9088 & \theta_{13} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.1219}\right) = 173.0477 \\
\theta_6 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.1219}\right) = 6.9510 & \theta_{14} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.1568}\right) = 171.0899 \\
\theta_7 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0871}\right) = 4.9767 & \theta_{15} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.1916}\right) = 169.1528 \\
\theta_8 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0522}\right) = 2.9906 & \theta_{16} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.2264}\right) = 167.2406 \\
\theta_9 &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0174}\right) = 0.9972 & \theta_{17} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.2613}\right) = 165.3568 \\
\theta_{10} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.0174}\right) = 179.0014 & \theta_{18} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.2961}\right) = 163.5048 \\
\theta_{11} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.0523}\right) = 177.0080 & \theta_{19} &= 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.3309}\right) = 161.6890
\end{aligned}$$

Ya conocido el ángulo entre el rayo incidente y la pendiente normal de cada punto se emplea la Ecuación 3.247 para conocer el ángulo de la pendiente reflejada (m_R) en cada punto.

$$m_R = \tan(90 - 2\theta_n) \quad (3.247)$$

Utilizando la Ecuación 3.247 para el cálculo de las pendientes reflejada en los puntos:

$$\begin{aligned}
m_{R_0} &= \tan(90 - 2(18.3112)) = 1.3454 & m_{R_7} &= \tan(90 - 2(4.9767)) = 5.6984 \\
m_{R_1} &= \tan(90 - 2(16.4940)) = 1.5406 & m_{R_8} &= \tan(90 - 2(2.9906)) = 9.5446 \\
m_{R_2} &= \tan(90 - 2(14.6419)) = 1.7832 & m_{R_9} &= \tan(90 - 2(0.9972)) = 28.7168 \\
m_{R_3} &= \tan(90 - 2(12.7581)) = 2.0950 & m_{R_{10}} &= \tan(90 - 2(179.0014)) = -28.6767 \\
m_{R_4} &= \tan(90 - 2(10.8458)) = 2.5140 & m_{R_{11}} &= \tan(90 - 2(177.0080)) = -9.5401 \\
m_{R_5} &= \tan(90 - 2(8.9088)) = 3.1114 & m_{R_{12}} &= \tan(90 - 2(175.0219)) = -5.6967 \\
m_{R_6} &= \tan(90 - 2(6.9510)) = 4.0402 & m_{R_{13}} &= \tan(90 - 2(173.0477)) = -4.0394 \\
m_{R_{14}} &= \tan(90 - 2(171.0899)) = -3.1109 & m_{R_{17}} &= \tan(90 - 2(165.3568)) = -1.7830 \\
m_{R_{15}} &= \tan(90 - 2(169.1528)) = -2.5136 & m_{R_{18}} &= \tan(90 - 2(163.5048)) = -1.5404 \\
m_{R_{16}} &= \tan(90 - 2(167.2406)) = -2.0948 & m_{R_{19}} &= \tan(90 - 2(161.6890)) = -1.3454
\end{aligned}$$

Empleando la Ecuación 3.183 del tema 3.3.1.1, podemos conocer la función correspondiente a la recta reflejada para cada punto de la superficie:

$$y = (1.3454)(x - (-0.3240)) + 0.0007 = 1.3454x + 0.4366 \quad (3.248)$$

$$y = (1.5406)(x - 0.5088) - 0.2596 = 1.5406x - 1.0434 \quad (3.249)$$

$$y = (1.7832)(x - 1.3416) - 0.4910 = 1.7832x - 2.8833 \quad (3.250)$$

$$y = (2.0950)(x - 2.1744) - 0.6936 = 2.0950x - 5.2490 \quad (3.251)$$

$$y = (2.5140)(x - 3.0072) - 0.8669 = 2.5140x - 8.4269 \quad (3.252)$$

$$y = (3.1114)(x - 3.8400) - 1.0114 = 3.1114x - 12.9590 \quad (3.253)$$

$$y = (4.0402)(x - 4.6728) - 1.1270 = 4.0402x - 20.0062 \quad (3.254)$$

$$y = (5.6984)(x - 5.5056) - 1.2136 = 5.6984x - 32.5865 \quad (3.255)$$

$$y = (9.5446)(x - 6.3384) - 1.2712 = 9.5446x - 61.7686 \quad (3.256)$$

$$y = (28.7168)(x - 7.1712) - 1.2999 = 28.7168x - 207.2339 \quad (3.257)$$

$$y = (-28.6767)(x - 8.0040) - 1.2996 = -28.6767x + 228.2288 \quad (3.258)$$

$$y = (-9.5401)(x - 8.8368) - 1.2704 = -9.5401x + 83.0338 \quad (3.259)$$

$$y = (-5.6967)(x - 9.6696) - 1.2122 = -5.6967x + 53.8730 \quad (3.260)$$

$$y = (-4.0394)(x - 10.5024) - 1.1250 = -4.0394x + 41.2984 \quad (3.261)$$

$$y = (-3.1109)(x - 11.3352) - 1.0089 = -3.1109x + 34.2533 \quad (3.262)$$

$$y = (-2.5136)(x - 12.1680) - 0.8639 = -2.5136x + 29.7218 \quad (3.263)$$

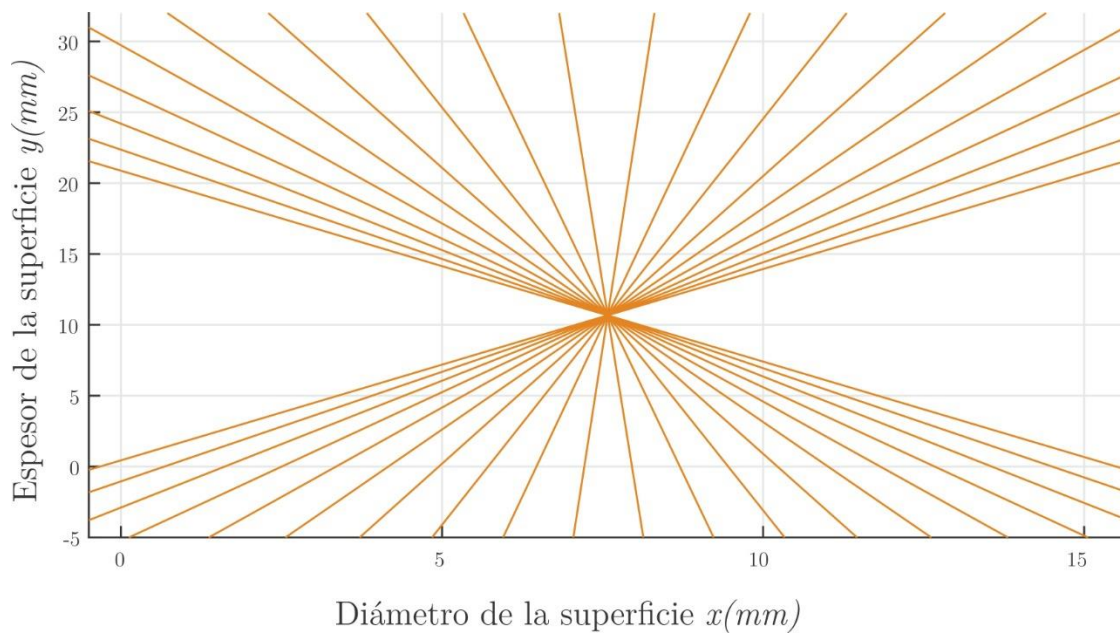
$$y = (-2.0948)(x - 13.0008) - 0.6899 = -2.0948x + 26.5438 \quad (3.264)$$

$$y = (-1.7830)(x - 13.8336) - 0.4869 = -1.7830x + 24.1779 \quad (3.265)$$

$$y = (-1.5404)(x - 14.6664) - 0.2550 = -1.5404x + 22.3375 \quad (3.266)$$

$$y = (-1.3454)(x - 15.4985) + 0 = -1.3454x + 20.8521 \quad (3.267)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.248 a 3.267:



Gráfica 3.14 Representación de las pendientes reflejadas sobre la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de segundo orden.

3.3.2 Obtención de las pendientes tangentes, pendientes normales, rectas incidentes y pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de quinto orden

Una vez realizado el trazo de los rayos tangente, normal, incidente y reflejada sobre la superficie obtenida mediante el método de ajuste por mínimos cuadrados de segundo orden, se realizara la proyección de estos mismos rayos, pero ahora sobre la superficie de quinto orden, con el objetivo de comparar el comportamiento de los rayos reflejados en las superficies plano-cóncavas conforme va en aumentando el orden o grado polinomial.

3.3.2.1 Obtención de las pendientes tangentes sobre la superficie para la función de quinto orden

Se declaran 20 puntos equidistantes sobre la curva para el eje de las abscisas:

$x_0 = 0.0787$	$x_7 = 5.7137$	$x_{14} = 11.3487$
$x_1 = 0.8837$	$x_8 = 6.5187$	$x_{15} = 12.1537$
$x_2 = 1.6887$	$x_9 = 7.3237$	$x_{16} = 12.9587$
$x_3 = 2.4937$	$x_{10} = 8.1287$	$x_{17} = 13.7637$
$x_4 = 3.2987$	$x_{11} = 8.9337$	$x_{18} = 14.5687$
$x_5 = 4.1037$	$x_{12} = 9.7387$	$x_{19} = 15.3736$
$x_6 = 4.9087$	$x_{13} = 10.5437$	

Se obtienen los 20 puntos correspondientes para el eje de las ordenadas empleando la función de quinto orden obtenida en la regresión polinomial.

$$y_0 = f(x_0) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_0 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_0^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_0^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_0^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_0^5 = 0$$

$$y_1 = f(x_1) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_1 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_1^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_1^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_1^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_1^5 = -0.3429$$

$$y_2 = f(x_2) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_2 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_2^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_2^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_2^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_2^5 = -0.6072$$

$$y_3 = f(x_3) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_3 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_3^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_3^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_3^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_3^5 = -0.8094$$

$$y_4 = f(x_4) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_4 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_4^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_4^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_4^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_4^5 = -0.9627$$

$$y_5 = f(x_5) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_5 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_5^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_5^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_5^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_5^5 = -1.0775$$

$$y_6 = f(x_6) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_6 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_6^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_6^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_6^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_6^5 = -1.1616$$

$$y_7 = f(x_7) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_7 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_7^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_7^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_7^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_7^5 = -1.2206$$

$$y_8 = f(x_8) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_8 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_8^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_8^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_8^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_8^5 = -1.2578$$

$$y_9 = f(x_9) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_9 + (7.723 \cdot 10^{-2})x_9^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_9^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_9^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_9^5 = -1.2749$$

$$y_{10} = f(x_{10}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{10} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{10}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{10}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{10}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{10}^5 = -1.2723$$

$$y_{11} = f(x_{11}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{11} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{11}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{11}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{11}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{11}^5 = -1.2489$$

$$y_{12} = f(x_{12}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{12} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{12}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{12}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{12}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{12}^5 = -1.2027$$

$$y_{13} = f(x_{13}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{13} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{13}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{13}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{13}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{13}^5 = -1.1310$$

$$y_{14} = f(x_{14}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{14} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{14}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{14}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{14}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{14}^5 = -1.0308$$

$$y_{15} = f(x_{15}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{15} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{15}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{15}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{15}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{15}^5 = -0.8989$$

$$y_{16} = f(x_{16}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{16} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{16}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{16}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{16}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{16}^5 = -0.7322$$

$$y_{17} = f(x_{17}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{17} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{17}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{17}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{17}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{17}^5 = -0.5280$$

$$y_{18} = f(x_{18}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{18} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{18}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{18}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{18}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{18}^5 = -0.2842$$

$$y_{19} = f(x_{19}) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x_{19} + (7.723 \cdot 10^{-2})x_{19}^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x_{19}^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x_{19}^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x_{19}^5 = 0$$

Se deriva la función de quinto orden:

$$f(x) = 3.844 \cdot 10^{-2} - 0.4945x + (7.723 \cdot 10^{-2})x^2 - (6.991 \cdot 10^{-3})x^3 + (3.660 \cdot 10^{-4})x^4 - (6.675 \cdot 10^{-6})x^5 \quad (3.268)$$

Realizando la derivada de la Ecuación 3.268 usando las Ecuaciones 3.179, 3.180 y 3.181 se obtienen:

$$f'(x) = -0.4945 + 0.1544x - (2.097 \cdot 10^{-2})x^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x^4 \quad (3.269)$$

Sustituyendo los puntos definidos para el eje de las abscisas en la Ecuación 3.269 para obtener el valor de las pendientes m en cada uno de ellos:

$$m_0 = f'(x_0) = -0.4945 + 0.1544x_0 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_0^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_0^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_0^4 = -0.4825$$

$$m_1 = f'(x_1) = -0.4945 + 0.1544x_1 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_1^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_1^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_1^4 = -0.3734$$

$$m_2 = f'(x_2) = -0.4945 + 0.1544x_2 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_2^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_2^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_2^4 = -0.2867$$

$$m_3 = f'(x_3) = -0.4945 + 0.1544x_3 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_3^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_3^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_3^4 = -0.2184$$

$$m_4 = f'(x_4) = -0.4945 + 0.1544x_4 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_4^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_4^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_4^4 = -0.1646$$

$$m_5 = f'(x_5) = -0.4945 + 0.1544x_5 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_5^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_5^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_5^4 = -0.1222$$

$$m_6 = f'(x_6) = -0.4945 + 0.1544x_6 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_6^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_6^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_6^4 = -0.0879$$

$$m_7 = f'(x_7) = -0.4945 + 0.1544x_7 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_7^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_7^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_7^4 = -0.0592$$

$$m_8 = f'(x_8) = -0.4945 + 0.1544x_8 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_8^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_8^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_8^4 = -0.0336$$

$$m_9 = f'(x_9) = -0.4945 + 0.1544x_9 - (2.097 \cdot 10^{-2})x_9^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_9^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_9^4 = -0.0091$$

$$m_{10} = f'(x_{10}) = -0.4945 + 0.1544x_{10} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{10}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{10}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{10}^4 = 0.0159$$

$$m_{11} = f'(x_{11}) = -0.4945 + 0.1544x_{11} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{11}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{11}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{11}^4 = 0.0428$$

$$m_{12} = f'(x_{12}) = -0.4945 + 0.1544x_{12} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{12}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{12}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{12}^4 = 0.0726$$

$$m_{13} = f'(x_{13}) = -0.4945 + 0.1544x_{13} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{13}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{13}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{13}^4 = 0.1061$$

$$m_{14} = f'(x_{14}) = -0.4945 + 0.1544x_{14} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{14}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{14}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{14}^4 = 0.1435$$

$$m_{15} = f'(x_{15}) = -0.4945 + 0.1544x_{15} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{15}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{15}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{15}^4 = 0.1849$$

$$m_{16} = f'(x_{16}) = -0.4945 + 0.1544x_{16} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{16}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{16}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{16}^4 = 0.2299$$

$$m_{17} = f'(x_{17}) = -0.4945 + 0.1544x_{17} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{17}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{17}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{17}^4 = 0.2779$$

$$m_{18} = f'(x_{18}) = -0.4945 + 0.1544x_{18} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{18}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{18}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{18}^4 = 0.3278$$

$$m_{19} = f'(x_{19}) = -0.4945 + 0.1544x_{19} - (2.097 \cdot 10^{-2})x_{19}^2 + (1.464 \cdot 10^{-3})x_{19}^3 - (3.338 \cdot 10^{-5})x_{19}^4 = 0.3784$$

Sustituyendo los valores de x_n, y_n y m_n en la Ecuación 3.183 para encontrar las pendientes tangentes de la superficie:

$$y = (-0.4825)(x - 0.0787) + 0 = -0.4825x + 0.0380 \quad (3.270)$$

$$y = (-0.3734)(x - 0.8837) - 0.3429 = -0.3734x - 0.0129 \quad (3.271)$$

$$y = (-0.2867)(x - 1.6887) - 0.6072 = -0.2867x - 0.123 \quad (3.272)$$

$$y = (-0.2184)(x - 2.4937) - 0.8094 = -0.2184x - 0.2649 \quad (3.273)$$

$$y = (-0.1646)(x - 3.2987) - 0.9627 = -0.1646x - 0.4196 \quad (3.274)$$

$$y = (-0.1222)(x - 4.1037) - 1.0775 = -0.1222x - 0.5762 \quad (3.275)$$

$$y = (-0.0879)(x - 4.9087) - 1.1616 = -0.0879x - 0.7301 \quad (3.276)$$

$$y = (-0.0592)(x - 5.7137) - 1.2206 = -0.0592x - 0.8824 \quad (3.277)$$

$$y = (-0.0336)(x - 6.5187) - 1.2578 = -0.0336x - 1.0388 \quad (3.278)$$

$$y = (-0.0091)(x - 7.3237) - 1.2749 = -0.0091x - 1.2079 \quad (3.279)$$

$$y = (0.0159)(x - 8.1287) - 1.2723 = 0.0159x - 1.4012 \quad (3.280)$$

$$y = (0.0428)(x - 8.9337) - 1.2489 = 0.0428x - 1.6310 \quad (3.281)$$

$$y = (0.0726)(x - 9.7387) - 1.2027 = 0.0726x - 1.9099 \quad (3.282)$$

$$y = (0.1061)(x - 10.5437) - 1.1310 = 0.1061x - 2.2495 \quad (3.283)$$

$$y = (0.1435)(x - 11.3484) - 1.0308 = 0.1435x - 2.6594 \quad (3.284)$$

$$y = (0.1849)(x - 12.1537) - 0.8989 = 0.1849x - 3.1459 \quad (3.285)$$

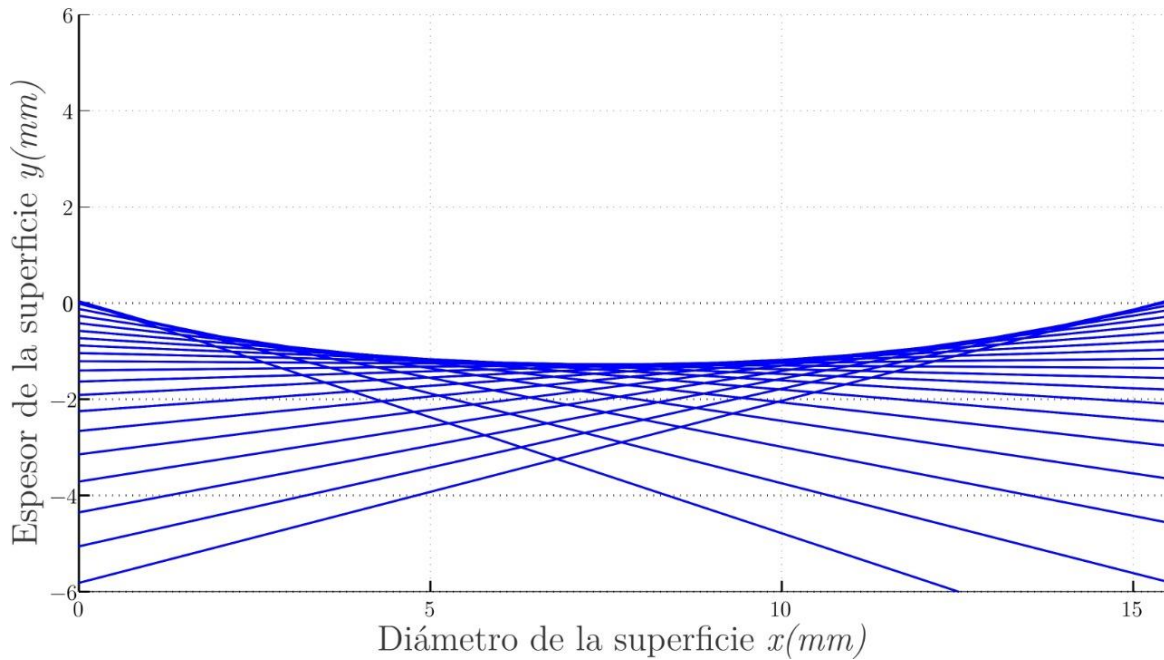
$$y = (0.2299)(x - 12.9587) - 0.7322 = 0.2299x - 3.7114 \quad (3.286)$$

$$y = (0.2779)(x - 13.7637) - 0.5280 = 0.2779x - 4.3527 \quad (3.287)$$

$$y = (0.3278)(x - 14.5687) - 0.2842 = 0.3278x - 5.0606 \quad (3.288)$$

$$y = (0.3784)(x - 15.3736) + 0 = 0.3784x - 5.8179 \quad (3.289)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.270 a 3.289:



Gráfica 3.15 Representación de las pendientes tangentes a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de quinto orden.

3.3.2.2 Obtención de las pendientes normales sobre la superficie para la función de quinto orden

Sustituyendo los valores de x_n , y_n y m_n obtenidos en el tema 3.3.2.1 en la Ecuación 3.204 para encontrar las pendientes normales de la superficie:

$$y = \left(\frac{-1}{-0.4825} \right) (x - 0.0787) + 0 = 2.0725x - 0.1631 \quad (3.290)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.3734} \right) (x - 0.8837) - 0.3429 = 2.6778x - 2.7093 \quad (3.291)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.2867} \right) (x - 1.6887) - 0.6072 = 3.4875x - 6.4966 \quad (3.292)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.2184} \right) (x - 2.4937) - 0.8094 = 4.5792x - 12.2287 \quad (3.293)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.1646} \right) (x - 3.2987) - 0.9627 = 6.0737x - 20.9981 \quad (3.294)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.1222} \right) (x - 4.1037) - 1.0775 = 8.1855x - 34.6683 \quad (3.295)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0879} \right) (x - 4.9087) - 1.1616 = 11.3752x - 56.9989 \quad (3.296)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0592} \right) (x - 5.7137) - 1.2206 = 16.8991x - 97.7768 \quad (3.297)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0336} \right) (x - 6.5187) - 1.2578 = 29.7649x - 195.2860 \quad (3.298)$$

$$y = \left(\frac{-1}{-0.0091} \right) (x - 7.3237) - 1.2749 = 109.2934x - 801.7071 \quad (3.299)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.0159} \right) (x - 8.1287) - 1.2723 = -63.0665x + 511.3761 \quad (3.300)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.0428} \right) (x - 8.9337) - 1.2489 = -23.3781x + 207.6040 \quad (3.301)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.0726} \right) (x - 9.7387) - 1.2027 = -13.7695x + 132.8946 \quad (3.302)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.1061} \right) (x - 10.5437) - 1.1310 = -9.4264x + 98.2586 \quad (3.303)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.1435} \right) (x - 11.3487) - 1.0308 = -6.9686x + 78.0536 \quad (3.304)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.1849} \right) (x - 12.1537) - 0.8989 = -5.4089x + 64.8387 \quad (3.305)$$

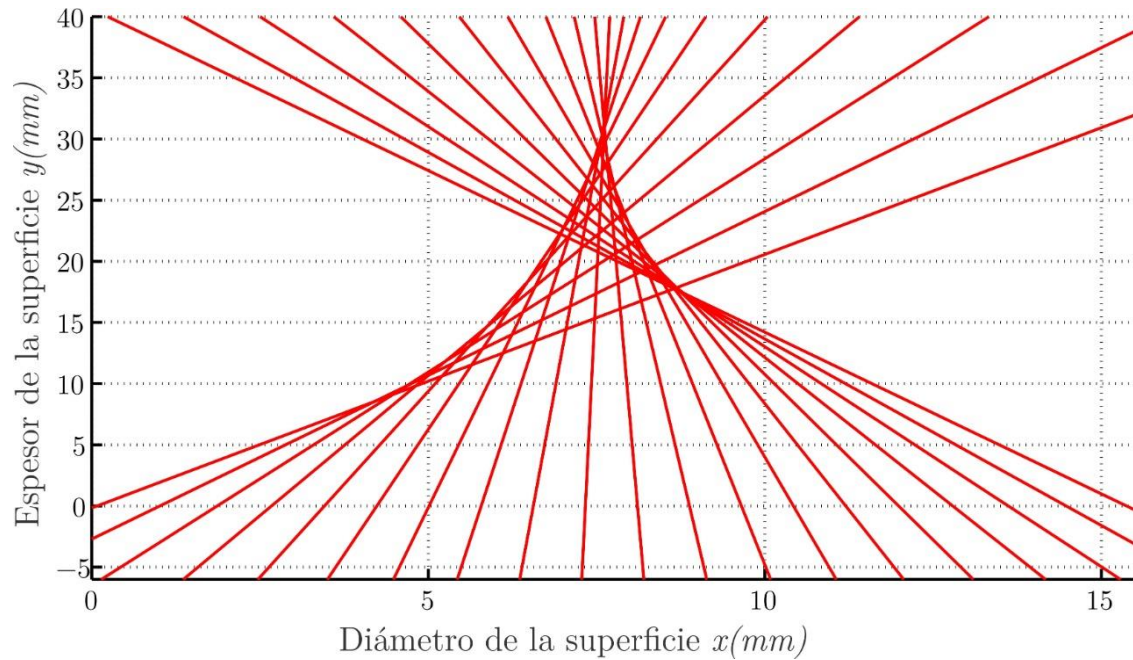
$$y = \left(\frac{-1}{0.2299} \right) (x - 12.9587) - 0.7322 = -4.3497x + 55.6347 \quad (3.306)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.2779} \right) (x - 13.7637) - 0.5280 = -3.5986x + 49.0016 \quad (3.307)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.3278} \right) (x - 14.5687) - 0.2842 = -3.0502x + 44.1530 \quad (3.308)$$

$$y = \left(\frac{-1}{0.3784} \right) (x - 15.3736) + 0 = -2.6425x + 40.6240 \quad (3.309)$$

Graficando en Matlab las Ecuación 3.290 a 3.309:



Gráfica 3.16 Representación de las pendientes normales a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de quinto orden.

3.3.2.3 Obtención de las rectas incidentes sobre la superficie para la función de quinto orden

Sustituyendo en la Ecuación 3.225 los valores de los 20 puntos equidistantes declarados para en el eje de las ordenas para obtener las rectas incidentes correspondientes a la función de quinto orden:

$$x = x_0 \therefore x = 0.0787 \quad (3.310) \qquad x = x_{10} \therefore x = 8.1287 \quad (3.320)$$

$$x = x_1 \therefore x = 0.8837 \quad (3.311) \qquad x = x_{11} \therefore x = 8.9337 \quad (3.321)$$

$$x = x_2 \therefore x = 1.6887 \quad (3.312) \qquad x = x_{12} \therefore x = 9.7387 \quad (3.322)$$

$$x = x_3 \therefore x = 2.4937 \quad (3.313) \qquad x = x_{13} \therefore x = 10.5437 \quad (3.323)$$

$$x = x_4 \therefore x = 3.2987 \quad (3.314) \qquad x = x_{14} \therefore x = 11.3487 \quad (3.324)$$

$$x = x_5 \therefore x = 4.1037 \quad (3.315) \qquad x = x_{15} \therefore x = 12.1537 \quad (3.325)$$

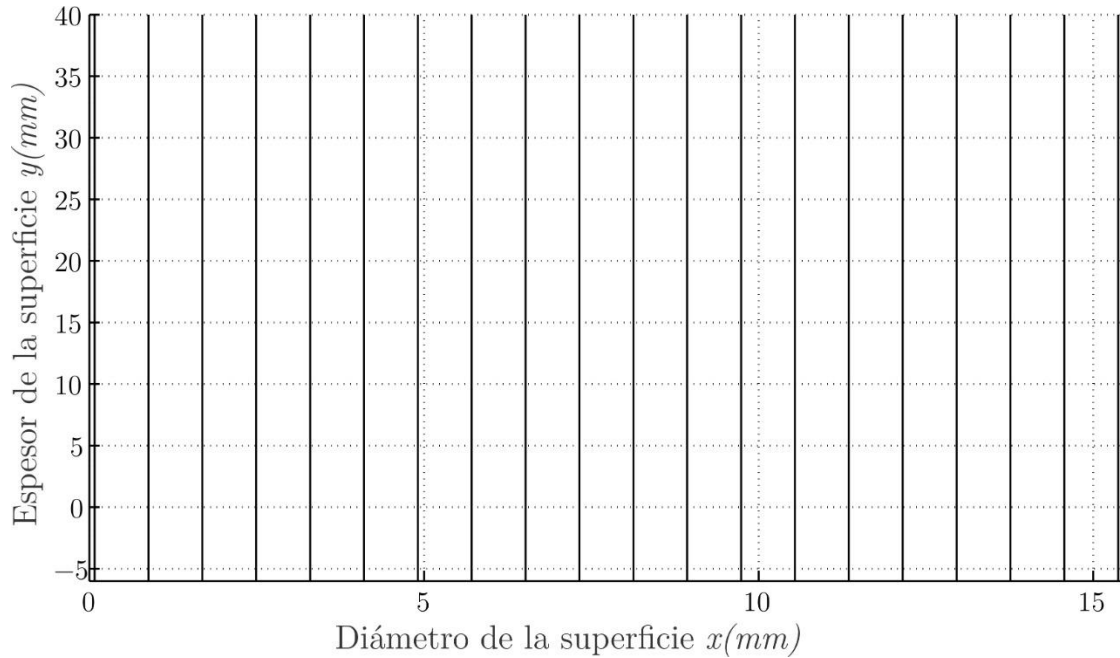
$$x = x_6 \therefore x = 4.9087 \quad (3.316) \qquad x = x_{16} \therefore x = 12.9587 \quad (3.326)$$

$$x = x_7 \therefore x = 5.7137 \quad (3.317) \qquad x = x_{17} \therefore x = 13.7637 \quad (3.327)$$

$$x = x_8 \therefore x = 6.5187 \quad (3.318) \qquad x = x_{18} \therefore x = 14.5687 \quad (3.328)$$

$$x = x_9 \therefore x = 7.3237 \quad (3.319) \qquad x = x_{19} \therefore x = 15.3736 \quad (3.329)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.310 a 3.329:



Gráfica 3.17 Representación de los rayos incidentes de la fuente de iluminación procedentes desde el infinito para la ecuación polinomial de quinto orden.

3.3.2.4 Obtención de las pendientes reflejadas sobre la superficie para la función de quinto orden

Empleando la Ecuación 3.246 para obtener cada uno de los ángulos entre los rayos incidentes y la pendiente de las normales:

$$\theta_0 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.4825}\right) = 25.7573$$

$$\theta_5 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.1222}\right) = 6.9670$$

$$\theta_1 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.3734}\right) = 20.4756$$

$$\theta_6 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0879}\right) = 5.0234$$

$$\theta_2 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.2867}\right) = 15.9976$$

$$\theta_7 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0592}\right) = 3.3880$$

$$\theta_3 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.2184}\right) = 12.3199$$

$$\theta_8 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0336}\right) = 1.9244$$

$$\theta_4 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.1646}\right) = 9.3471$$

$$\theta_9 = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-0.0091}\right) = 0.5214$$

$$\theta_{10} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.0159}\right) = 179.0891$$

$$\theta_{15} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.1849}\right) = 169.5243$$

$$\theta_{11} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.0428}\right) = 177.5492$$

$$\theta_{16} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.2299}\right) = 167.0527$$

$$\theta_{12} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.0726}\right) = 175.8476$$

$$\theta_{17} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.2779}\right) = 164.4694$$

$$\theta_{13} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.1061}\right) = 173.9436$$

$$\theta_{18} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.3278}\right) = 161.8509$$

$$\theta_{14} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.1435}\right) = 171.8338$$

$$\theta_{19} = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0.3784}\right) = 159.2734$$

Utilizando la Ecuación 247 para el cálculo de las pendientes reflejada en los puntos:

$$m_{R_0} = \tan(90 - 2(25.7573)) = 0.7950$$

$$m_{R_{10}} = \tan(90 - 2(179.0891)) = -31.4386$$

$$m_{R_1} = \tan(90 - 2(20.4756)) = 1.1523$$

$$m_{R_{11}} = \tan(90 - 2(177.5492)) = -11.6608$$

$$m_{R_2} = \tan(90 - 2(15.9976)) = 1.6006$$

$$m_{R_{12}} = \tan(90 - 2(175.8476)) = -6.8508$$

$$m_{R_3} = \tan(90 - 2(12.3199)) = 2.1802$$

$$m_{R_{13}} = \tan(90 - 2(173.9436)) = -4.6595$$

$$m_{R_4} = \tan(90 - 2(9.3471)) = 2.9554$$

$$m_{R_{14}} = \tan(90 - 2(171.8338)) = -3.4126$$

$$m_{R_5} = \tan(90 - 2(6.9670)) = 4.0306$$

$$m_{R_{15}} = \tan(90 - 2(169.5243)) = -2.6117$$

$$m_{R_6} = \tan(90 - 2(5.0234)) = 5.6443$$

$$m_{R_{16}} = \tan(90 - 2(167.0527)) = -2.0599$$

$$m_{R_7} = \tan(90 - 2(3.3880)) = 8.4163$$

$$m_{R_{17}} = \tan(90 - 2(164.4694)) = -1.6603$$

$$m_{R_8} = \tan(90 - 2(1.9244)) = 14.8642$$

$$m_{R_{18}} = \tan(90 - 2(161.8509)) = -1.3614$$

$$m_{R_9} = \tan(90 - 2(0.5214)) = 54.9405$$

$$m_{R_{19}} = \tan(90 - 2(159.2734)) = -1.1322$$

Empleando la Ecuación 3.183 del tema 3.3.1.1, podemos conocer la función correspondiente a la recta reflejada para cada punto de la superficie:

$$y = (0.7950)(x - 0.0787) + 0 = 0.7950x - 0.06256803 \quad (3.330)$$

$$y = (1.1523)(x - 0.8837) - 0.3429 = 1.1523x - 1.3612 \quad (3.331)$$

$$y = (1.6006)(x - 1.6887) - 0.6072 = 1.6006x - 3.3102 \quad (3.332)$$

$$y = (2.1802)(x - 2.4937) - 0.8094 = 2.1802x - 6.2461 \quad (3.333)$$

$$y = (2.9554)(x - 3.2987) - 0.9627 = 2.9554x - 10.7116 \quad (3.334)$$

$$y = (4.0306)(x - 4.1037) - 1.0775 = 4.0306x - 17.6177 \quad (3.335)$$

$$y = (5.6443)(x - 4.9087) - 1.1616 = 5.6443x - 28.8679 \quad (3.336)$$

$$y = (8.4163)(x - 5.7137) - 1.2206 = 8.4163x - 49.3091 \quad (3.337)$$

$$y = (14.8642)(x - 6.5187) - 1.2578 = 14.8642x - 98.1528 \quad (3.338)$$

$$y = (54.9405)(x - 7.3237) - 1.2749 = 54.9405x - 403.6427 \quad (3.339)$$

$$y = (-31.4386)(x - 8.1287) - 1.2723 = -31.4386x + 254.2826 \quad (3.340)$$

$$y = (-11.6608)(x - 8.9337) - 1.2489 = -11.6608x + 102.9256 \quad (3.341)$$

$$y = (-6.8508)(x - 9.7387) - 1.2027 = -6.8508x + 65.5147 \quad (3.342)$$

$$y = (-4.6595)(x - 10.5437) - 1.1310 = -4.6595x + 47.9972 \quad (3.343)$$

$$y = (-3.4126)(x - 11.3484) - 1.0308 = -3.4126x + 37.6964 \quad (3.344)$$

$$y = (-2.6117)(x - 12.1537) - 0.8989 = -2.6117x + 30.8431 \quad (3.345)$$

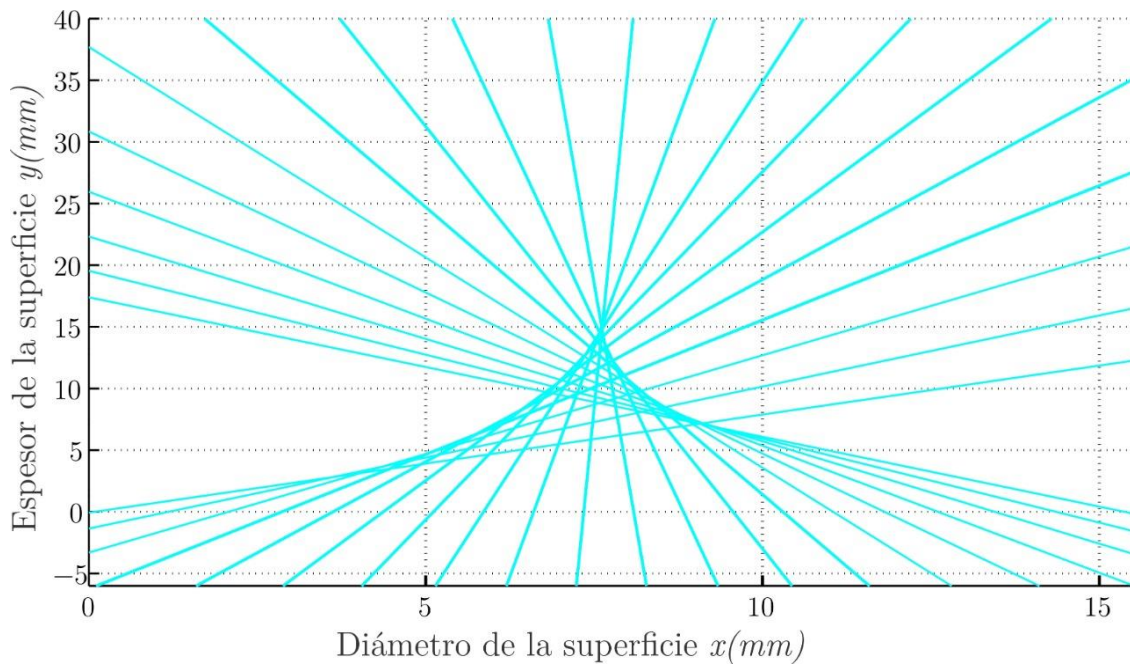
$$y = (-2.0599)(x - 12.9587) - 0.7322 = -2.0599x + 25.9615 \quad (3.346)$$

$$y = (-1.6603)(x - 13.7637) - 0.5280 = -1.6603x + 22.3233 \quad (3.347)$$

$$y = (-1.3614)(x - 14.5687) - 0.2842 = -1.3614x + 19.5499 \quad (3.348)$$

$$y = (-1.1322)(x - 15.3736) + 0 = -1.1322x + 17.4053 \quad (3.349)$$

Graficando en Matlab las Ecuaciones 3.330 a 3.349:



Gráfica 3.18 Representación de las pendientes reflejadas a la superficie de forma libre correspondiente a la ecuación polinomial de quinto orden.

3.3.3 Diagrama de flujo y código de programación empleados para la obtención de los trazos de rayos

Ordinograma para la obtención de los trazos de rayos que actúan sobre la superficie generada a partir de la regresión polinomial.

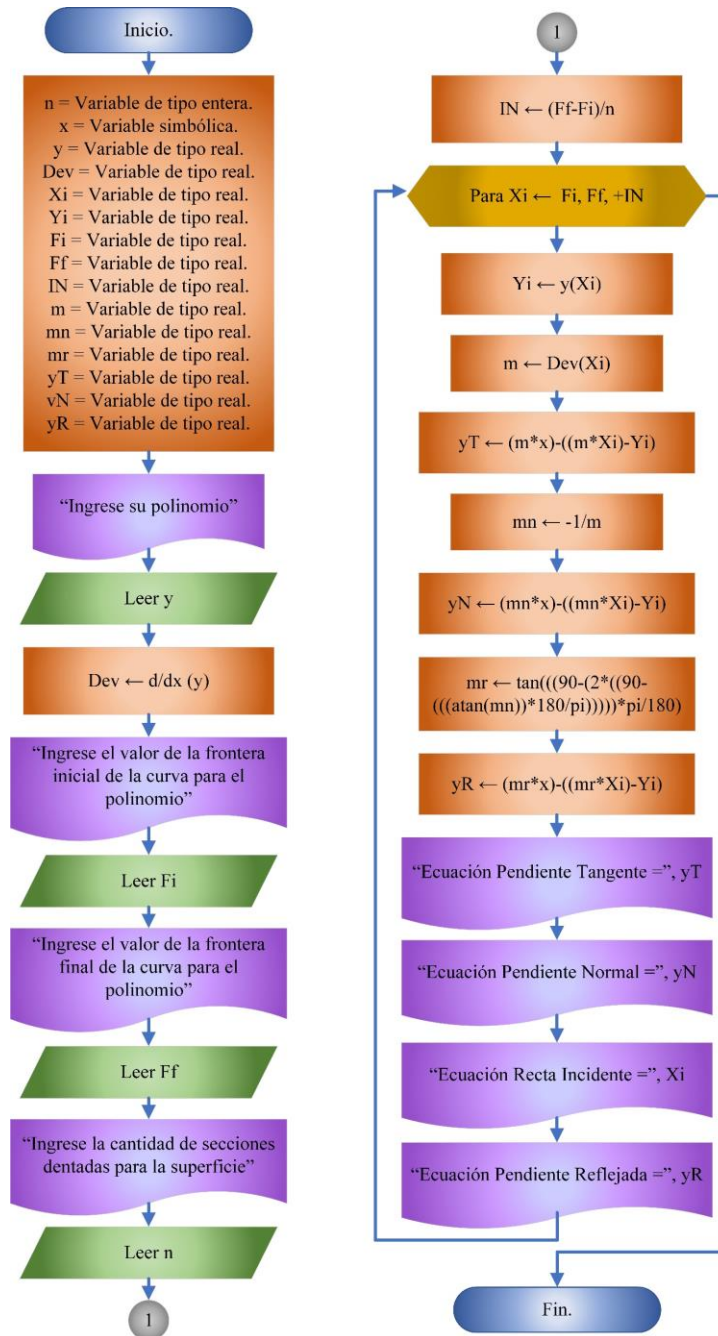


Figura 3.5 Diagrama de flujo empleado para la obtención de los trazos de rayos de las ecuaciones polinomiales de segundo hasta décimo orden.

Código implementado para la obtención de los trazos de rayos que actúan sobre la superficie generada a partir de la regresión polinomial.

```
clc;           %Limpia ventana de comandos.
format long   %Controla el formato de salida de los valores numéricos.
syms x        %Declaración de una variable simbólica.

y = input('Ingrese su polinomio: ') %Solicitud de ingreso del polinomio de n orden.

Dev = diff(y);           %Asigna a "Dev" el valor de la derivada de "y".

Fi = input ('Ingrese el valor de la frontera inicial de la curva para el polinomio: ') %Solicitud
                                                de ingreso
                                                de un valor.

Ff = input ('Ingrese el valor de la frontera final de la curva para el polinomio: ') %Solicitud
                                                de ingreso
                                                de un valor.

n = input ('Ingrese la cantidad de secciones dentadas para la superficie: ') %Solicitud
                                                de ingreso
                                                de un valor.

IN = ((Ff-Fi)/n);           %Asigna a "IN" (Distancia entre secciones dentadas) el valor
                             de la división de la resta de "Ff" menos "Fi" entre n.

for Xi = Fi:IN:Ff;           %Estructura cíclica para la obtención de los trazos de los
                             rayos.

Yi = subs (y, x, Xi);       %Evalúa el polinomio en "y" sustituyendo la variable
                             simbólica "x" por los valores que tome la variable real "Xi" y
                             asigna los valores obtenidos a "Yi".
```

$m = \text{subs}(\text{Dev}, x, X_i);$ %Evalúa el polinomio en “y” sustituyendo la variable simbólica “x” por los valores que tome la variable real “Xi” y asigna los valores obtenidos a “m”.

$y_T = (m*x) - ((m*X_i) - Y_i);$ %Asigna a “yT” (Pendientes tangentes) el valor de la resta de la multiplicación de “m” por “x” menos la resta de la multiplicación de “m” por “Xi” menos “Yi”

$y_T = \text{vpa}(\text{expand}(y_T));$ %Asigna a “yT” el valor de la aritmética de precisión arbitraria de “yT”.

$m_n = -1/m;$ %Asigna a “mn” (pendiente para la normal) el valor de la división de -1 entre “m”.

$y_N = (m_n*x) - ((m_n*X_i) - Y_i);$ %Asigna a “yN” (Pendientes normales) el valor de la resta de la multiplicación de “mn” por “x” menos la resta de la multiplicación de “mn” por “Xi” menos “Yi”.

$y_N = \text{vpa}(\text{expand}(y_N));$ %Asigna a “yN” el valor de la aritmética de precisión arbitraria de “yN”.

$m_r = \tan(((90 - (2 * ((90 - (((\text{atan}(m_n)) * 180) / \pi)))) * \pi) / 180);$ %Asigna a “mr” (pendiente para la reflejada) el valor de la tangente de la división de la multiplicación de la resta de 90 menos la multiplicación de 2 por la resta de 90 menos la división de la multiplicación del arco tangente de “mn” por 180 entre pi por pi entre 180.

```

yR = ((mr)*x)-(((mr)*Xi)-Yi);    %Asignar a "yR" (Pendiente reflejada) el valor de la
                                %resta de la multiplicación de "mr" por "x" menos la
                                %resta de la multiplicación de mr por "Xi" menos "Yi".

yR = vpa(expand (yR));           %Asigna a "yR" el valor de la aritmética de precisión
                                %arbitraria de "yR".

fprintf('-----\n')           %Impresión de una línea de separación.

fprintf('Ecuación Pendiente Tangente = '); %Impresión de un texto indicativo.

disp(yT)                          %Impresión del valor de una variable.

fprintf('Ecuación Pendiente Normal ='); %Impresión de un texto indicativo.

disp(yN)                          %Impresión del valor de una variable.

fprintf('Ecuación Recta Incidente ='); %Impresión de un texto indicativo.

disp(Xi)                          %Impresión del valor de una variable.

fprintf('Ecuación Pendiente Reflejada ='); %Impresión de un texto indicativo.

disp(yR)                          %Impresión del valor de una variable.

fprintf('-----\n')           %Impresión de una línea de separación.

end                                %Fin de la estructura cíclica para la
                                %obtención de los rayos.

```

3.4 Diseño e impresión en 3D de la superficie de Fresnel tipo canal

Debido a que las ecuaciones generadas por la regresión polinomial a partir del quinto orden, presentan oscilaciones en las fronteras de las curvas, se tomó la decisión de utilizar la ecuación polinomial de segundo orden, que presenta un mejor ajuste al contorno de la superficie plano cóncava cómo es posible observar en las imágenes del capítulo 3.3.

Partiendo de la ecuación de segundo grado generada mediante el método de regresión polinomial por mínimos cuadrados, se realiza una reconstrucción del contorno de la superficie plano-cóncava desarrollada en el capítulo 3.1. Tomando los datos de (x, y) del polinomio de segundo orden, se emplea un programa asistido por computadora para generar el modelo en 3D de la superficie de Fresnel tipo canal, mediante el método de splines, como se muestra en la Figura 3.6.

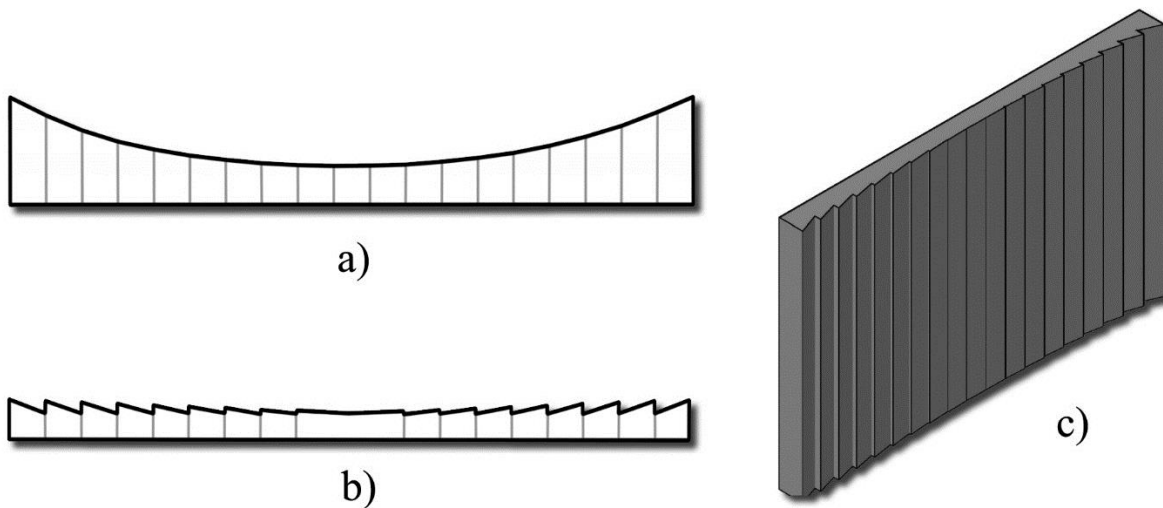


Figura 3.6 a) Reconstrucción del contorno de la superficie plano-cóncava. b) Vista superior de la proyección bidimensional de la sección dentada. c) Vista isométrica del modelo tridimensional de la superficie de Fresnel.

Implementación de 2 LED's de alta potencia de 100W como una fuente de iluminación de 200 Watts

4

Esquema del capítulo

4.1 Fuente de iluminación con LED's de alta potencia de 100W.....	241
4.2 Diseño e impresión en 3D de las bases para el soporte de los LED's de alta potencia de 100W en el sistema.	242
4.3 Diseño e impresión en 3D del soporte para la sustancia química, módulo sensor de luz BH1750FVI y Superficie de Fresnel tipo canal.	243
4.4 Barrido de la intensidad luminosa de los LED 's de alta potencia.	246
4.5 Comparación de los barridos obtenidos usando los dos LED's de alta potencia contra otras fuentes de iluminación.	262

Resumen del capítulo

En el capítulo 1.3.3 se hizo una breve mención de una manera general de los LED's de alta potencia, sin embargo, en este capítulo se hará una descripción más detallada de las principales características electrónicas de los LED's empleados para el desarrollo de esta tesis y se presentará una serie de pruebas llevadas a cabo para la comprobación de su funcionamiento y comportamiento en las diferentes coordenadas del reactor. Así mismo, en este mismo capítulo, se mostrarán los componentes de los soportes diseñados para dar sujeción y movilidad a los LED's de alta potencia, así como también, la base creada para la colocación del contenedor para la sustancia química, el módulo sensor de luz y la superficie reflectora de Fresnel.

4.1 Fuente de iluminación con LED's de alta potencia de 100W

Para el desarrollo de este proyecto se utilizaron dos diodos emisores de luz de alta potencia de 100 watts, de los cuales cada uno cuenta con 100 micro LED's encapsulados con tecnología Polyphthalamide (PPA por sus siglas en inglés), colocados en forma de matriz de 10x10 e interconectados mediante un circuito tipo mixto. UNIT Electronics (2021) especifica las siguientes características electrónicas:

- Tipo de LED's: SMD
- Color: Blanco frío.
- Tiempo de vida útil: >50,000 horas.
- Número de terminales: 2 terminales.
- Tipo de armazón: Aluminio.
- Potencia: 100W.
- Tensión (DC): 32volts - 34 volts.
- Corriente nominal: 2.5 Amp. - 3 Amp.
- Ángulo de apertura: 120° (par. 10)

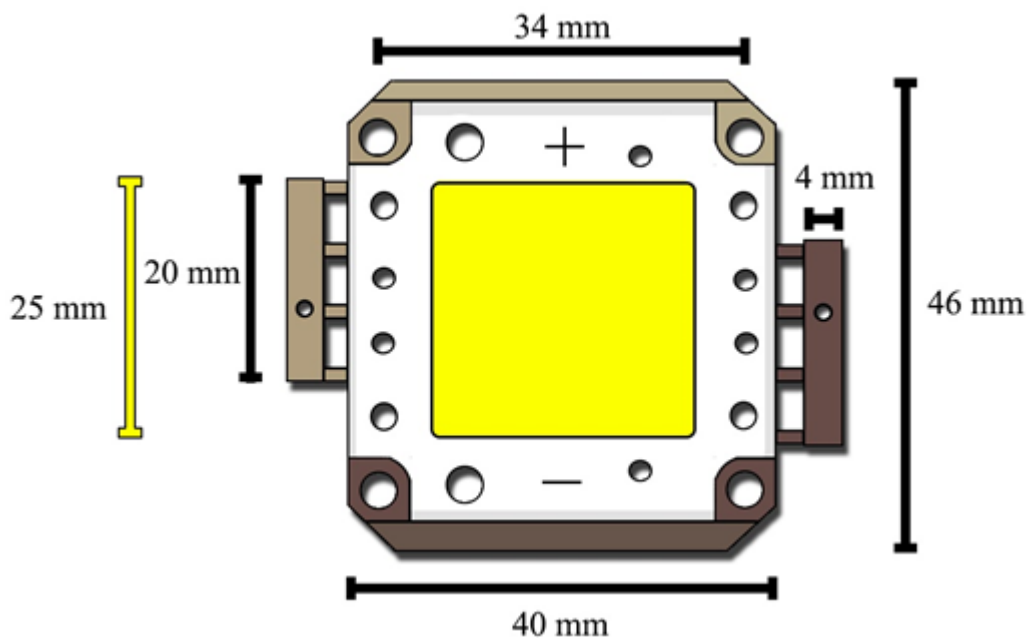


Figura 4.1 Dimensiones del LED de alta potencia de 100 Watts empleado en el reactor fotoquímico.

El propósito de emplear un segundo diodo emisor de luz (LED) de alta potencia, fue mejorar el diseño previamente empleado en el artículo de divulgación científica elaborado por E. González et. al. (2019), en el cual se muestra una comparación de la intensidad luminosa de diversas fuentes de iluminación, que van desde un foco tipo vela, hasta un LED de alta potencia de 100W. Dando como resultado que el LED de alta potencia presenta los mejores resultados en cuanto a intensidad lumínica; es por ello que, con el objetivo de disminuir el tiempo de reacción de una sustancia química fotosensible en este trabajo se implementaron dos LED 's de alta potencia de 100W, los cuales serán considerados a lo largo del proyecto como una sola fuente de iluminación de 200W.

4.2 Diseño e impresión en 3D de las bases para el soporte de los LED's de alta potencia de 100W en el sistema

Para un mejor control del posicionamiento y la orientación de los LED's de alta potencia sobre el reactor fotoquímico, se diseñó un soporte compuesto de 5 partes (como se muestra en la Figura 4.2, que permita al usuario la posibilidad de rotar los LED's de alta potencia en un ángulo de 0° a 360°, de acuerdo a las necesidades de iluminación para irradiar la sustancia química.

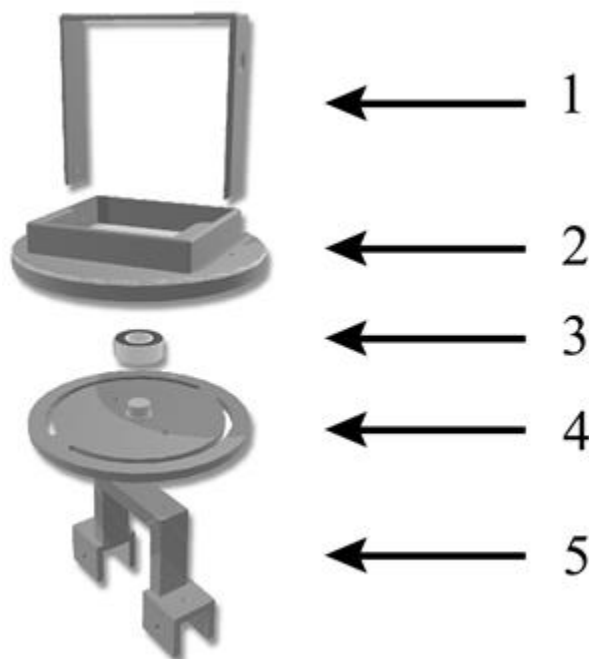


Figura 4.2 Modelo en 3D de la base para los LED's de alta potencia de 100W donde: 1) Abrazadera para el LED de alta potencia, 2) Plato de apoyo giratorio para el LED de alta potencia, 3) Rodamiento, 4) Plato de fijación para el rodamiento y 5) Soporte de unión de la estructura al reactor fotoquímico.

En la Figura 4.3, se observa el montaje final de los soportes para los LED's de alta potencia impresos en 3D, los cuales fueron fijados al reactor fotoquímico mediante tornillos y tuercas en la parte inferior de las bases. A su vez, para asegurar que el ángulo de rotación de los LED's esté fijo durante todo el proceso de irradiación, se implementaron dos tornillos y dos tuercas en la parte superior de cada soporte.

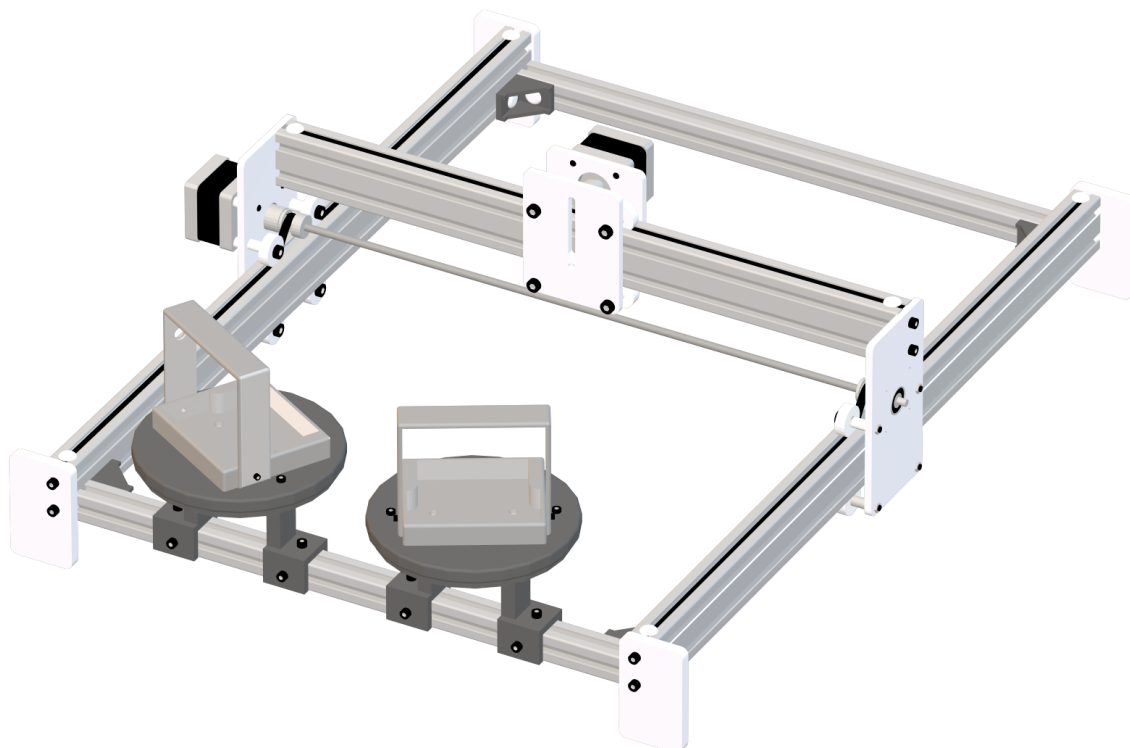


Figura 4.3 Modelo en 3D del reactor fotoquímico al implementar los soportes para los LED 's de alta potencia de 100W.

4.3 Diseño e impresión en 3D del soporte para la sustancia química, módulo sensor de luz BH1750FVI y Superficie de Fresnel tipo canal

Antes de realizar el diseño en 3D del soporte para la sustancia química, el módulo sensor de luz y la superficie de Fresnel, fue necesario ubicar el punto de máxima concentración de iluminación con el que cuenta el sistema; es por ello que se elaboró un arreglo que consiste en direccionar la luz proveniente de los LED's de alta potencia sobre el reflector de Fresnel, el cual se colocó sobre una base blanca con una separación de 217 mm con respecto a los LED's.

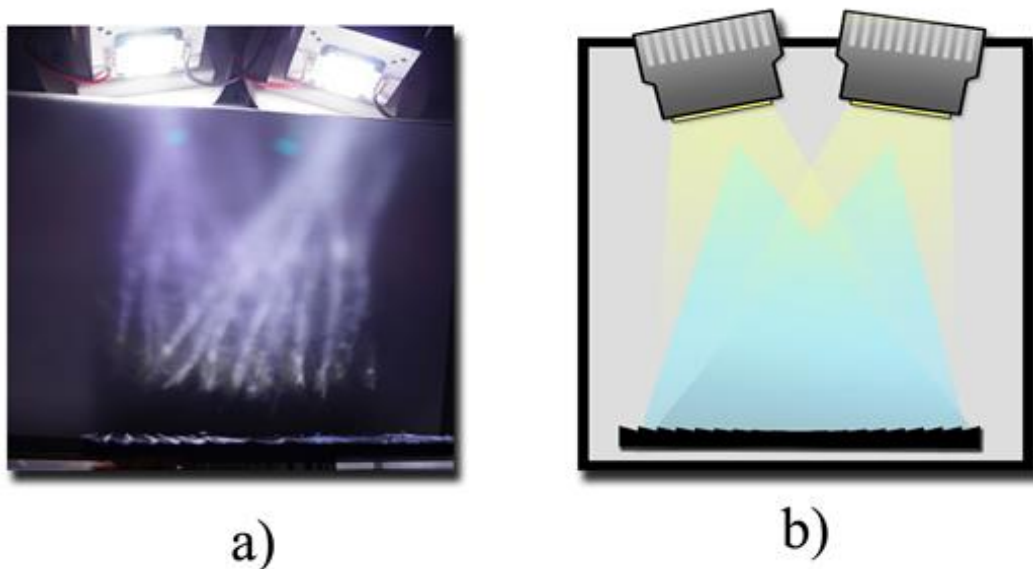


Figura 4.4 a) Captura de imagen desde una vista superior de los rayos proyectados provenientes de la fuente de iluminación hacia la superficie de Fresnel, así como también, los rayos reflejados por el reflector. b) Esquema del arreglo implementado para la ubicación de las intersecciones de los rayos.

Tomando en cuenta la distancia de 129 mm que hay entre el reflector y el punto de máxima concentración, se procedió a realizar el diseño de una base que de soporte y sujeción a la sustancia química a irradiar y que, a su vez, mantenga fijo el módulo sensor de luz y la superficie de Fresnel, dando como resultado la Figura 4.5.

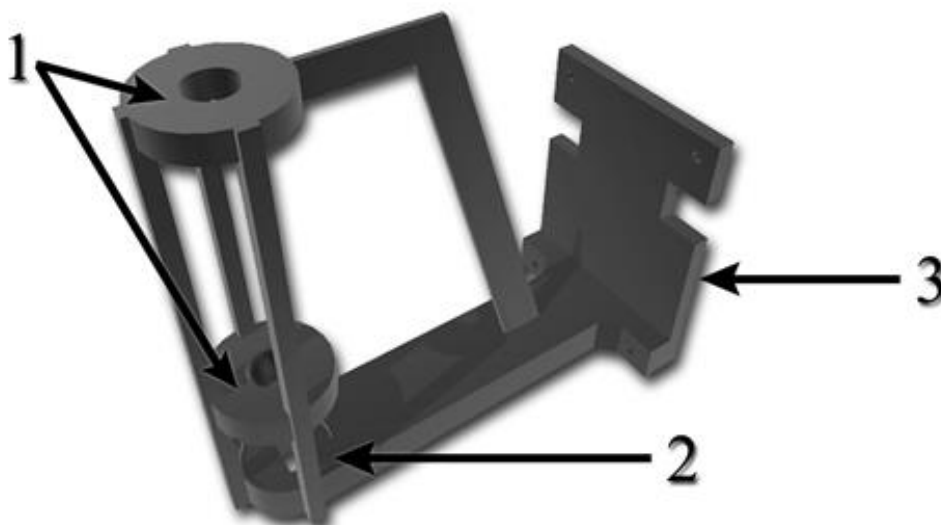


Figura 4.5 Modelo en 3D de la estructura diseñada para colocar la sustancia química. 1) Soporte para el tubo de ensayo, 2) Soporte del módulo sensor de luz y 3) Soporte del reflector.

En la Figura 4.6 se puede observar el modelo en 3D del reactor fotoquímico una vez implementado el soporte previamente diseñado, así como también la superficie de Fresnel tipo canal; los cuales se encuentran montados mediante tornillos y tuercas sobre la pieza de acrílico donde previamente se encontraba instalado el motor paso a paso que da movimiento al sistema a lo largo del eje “x”.

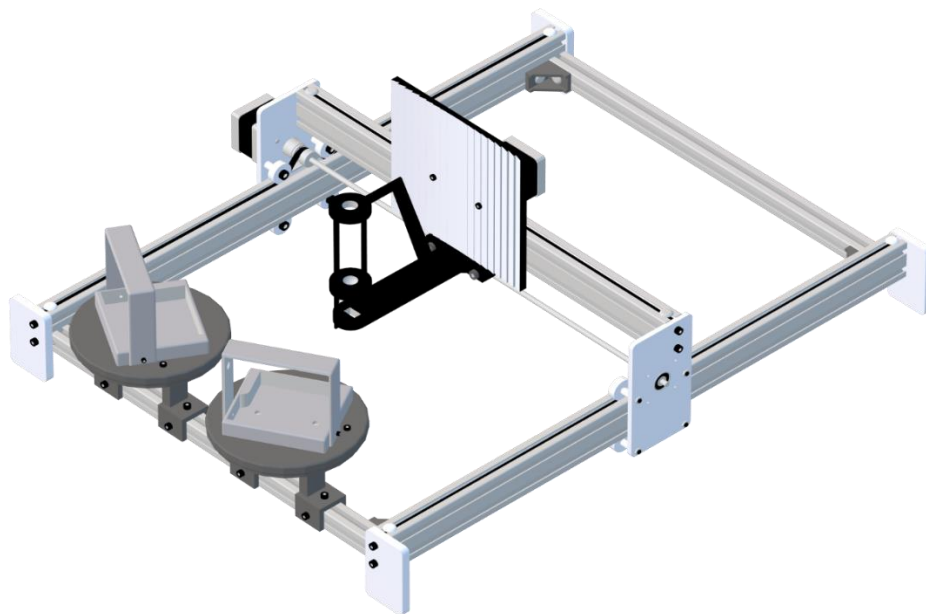


Figura 4.6 *Diseño del modelo final en 3D del reactor fotoquímico, adaptando la superficie de Fresnel y el soporte para colocar la sustancia química.*



Figura 4.7 *Gabinete de control para el reactor fotoquímico.*

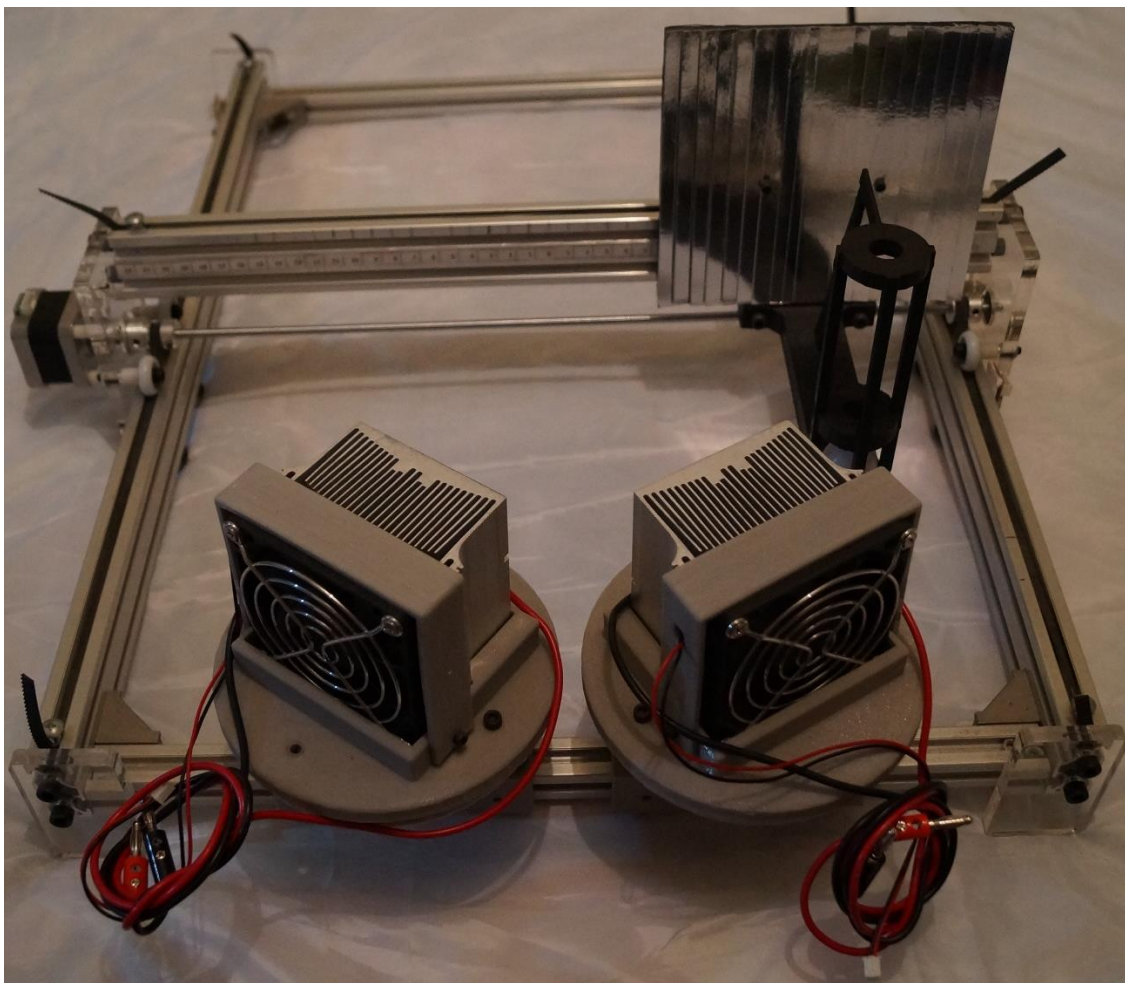


Figura 4.8 Estructura del reactor fotoquímico con los LED's de alta potencia, superficie de Fresnel y soportes impresos en 3D implementados.

4.4 Barrido de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia

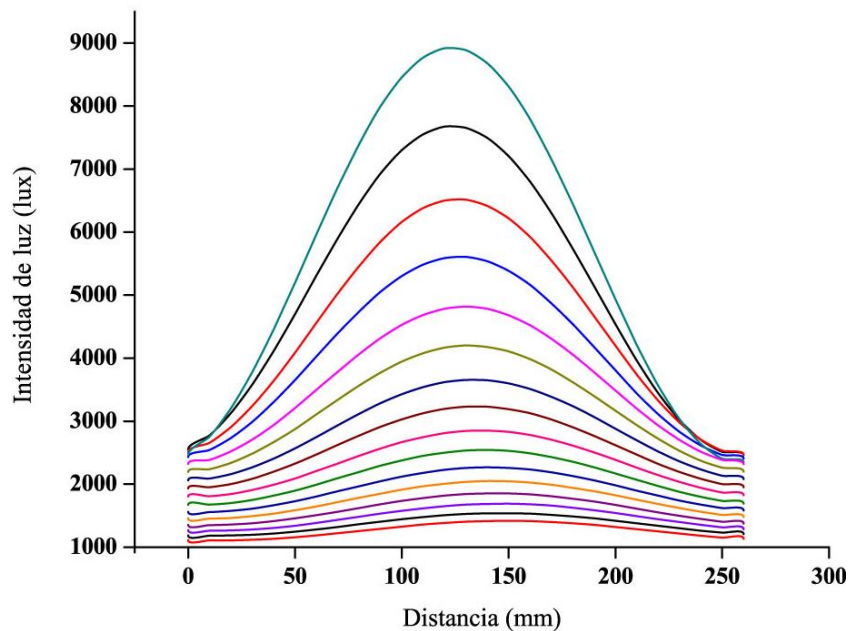
Con el propósito de comprobar el correcto funcionamiento del reactor fotoquímico, es necesario conocer y ubicar la intensidad luminosa en distintas coordenadas dentro del sistema. Es por ello que en este subcapítulo, se realizarán una serie de barridos a lo largo de los ejes “x” y “y”, bajo distintos porcentajes de iluminación por parte de los LED's de alta potencia, así como también, haciendo uso y desuso de la superficie de Fresnel tipo canal.

4.4.1 Barridos realizados sin reflector de Fresnel

En el desarrollo de los barridos sin el uso del reflector de Fresnel, se realizan mediciones de intensidad luminosa empleando el 20%, 40%, 60%, 80% y 100% del flujo luminoso total de los LED's de alta potencia. Dando como resultado los valores mostrados en los siguientes subcapítulos.

4.4.1.1 Empleando el 20% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 20% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.1. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 9,086 Luxes en la coordenada (120, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.1 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes "x" y "y" del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss.



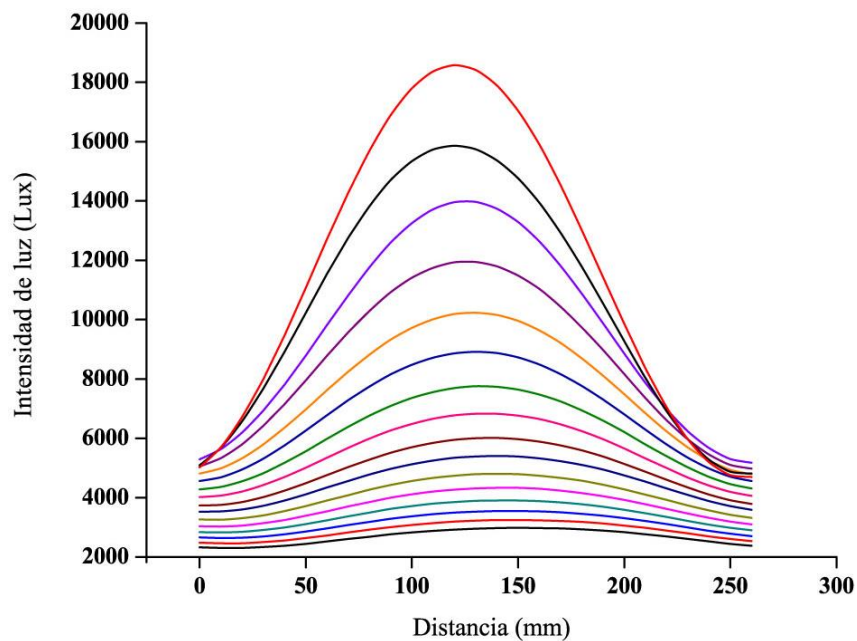
Gráfica 4.1 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel.

Tabla 4.1 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	2034	2153	2158	2096	1992	1875	1759	1652	1538	1433	1335	1248	1166	1097	1029	965
1	2649	2693	2563	2435	2254	2101	1937	1805	1661	1541	1422	1325	1225	1144	1078	1009
2	3342	3237	2982	2775	2527	2328	2122	1951	1789	1623	1514	1405	1299	1195	1128	1055
3	4019	3779	3404	3114	2801	2549	2301	2112	1915	1729	1604	1482	1365	1271	1179	1099
4	4684	4317	3819	3453	3072	2775	2492	2267	2044	1864	1696	1559	1431	1308	1229	1144
5	5317	4839	4234	3799	3312	3009	2683	2426	2180	1976	1789	1638	1499	1385	1266	1187
6	5938	5368	4662	4153	3637	3246	2875	2588	2310	2086	1884	1714	1565	1443	1328	1231
7	6639	5953	5126	4533	3934	3436	3068	2746	2439	2195	1976	1794	1631	1499	1378	1273
8	7327	6489	5545	4856	4192	3694	3233	2879	2551	2276	2024	1857	1689	1545	1419	1296
9	7874	6878	5840	5071	4356	3821	3335	2962	2618	2342	2105	1896	1724	1564	1444	1330
10	8361	7209	6067	5231	4473	3911	3405	3018	2664	2383	2136	1924	1749	1594	1462	1345
11	8813	7467	6258	5356	4571	3984	3464	3065	2702	2415	2165	1947	1772	1609	1476	1356
12	9086	7644	6387	5441	4642	4036	3504	3098	2729	2440	2184	1966	1788	1624	1489	1365
13	9068	7654	6429	5469	4671	4061	3531	3119	2749	2456	2195	1982	1802	1634	1497	1374
14	8751	7484	6351	5431	4659	4056	3534	3124	2753	2463	2200	1987	1801	1642	1504	1380
15	8215	7143	6164	5318	4601	4021	3513	3113	2749	2460	2193	1989	1796	1644	1497	1383
16	7574	6696	5885	5135	4488	3948	3466	3083	2730	2449	2185	1984	1790	1642	1487	1384
17	6939	6219	5545	4899	4336	3844	3397	3034	2696	2422	2175	1969	1787	1636	1480	1381
18	6314	5725	5175	4618	4135	3696	3295	2912	2643	2381	2143	1946	1768	1621	1473	1370
19	5668	5202	4762	4292	3890	3505	3158	2853	2565	2285	2065	1909	1744	1596	1465	1357
20	5033	4671	4330	3949	3622	3294	2996	2726	2470	2212	2010	1867	1708	1569	1448	1338
21	4437	4166	3911	3604	3348	3069	2821	2584	2361	2161	1978	1814	1666	1539	1421	1317
22	3854	3677	3504	3271	3075	2846	2644	2437	2244	2067	1905	1758	1597	1504	1393	1295
23	3291	3207	3110	2945	2803	2621	2457	2285	2121	1969	1828	1695	1572	1465	1362	1269
24	2760	2756	2730	2625	2533	2394	2268	2125	1991	1859	1739	1621	1513	1415	1324	1238
25	2282	2337	2368	2316	2269	2169	2079	1964	1859	1747	1647	1542	1449	1361	1276	1201
26	1889	1988	2041	2014	2026	1969	1899	1817	1729	1641	1551	1463	1382	1307	1225	1161

4.4.1.2 Empleando el 40% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 40% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.2. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 19116 Luxes en la coordenada (120, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.2 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes “x” y “y” del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss.



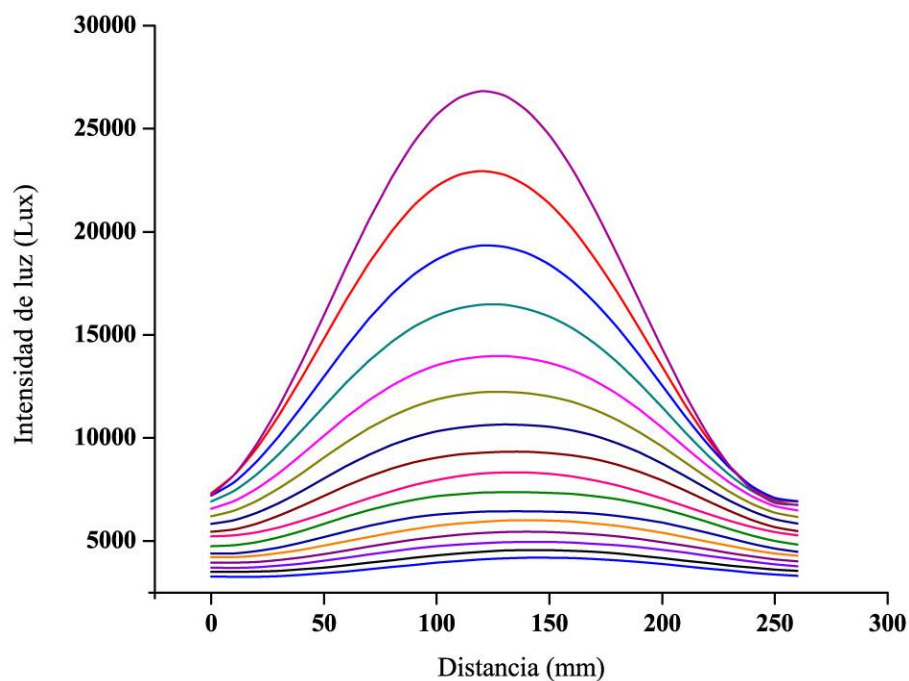
Gráfica 4.2 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica provenientes de los LED’s de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel.

Tabla 4.2 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	4281	4582	4604	4474	4249	4003	3751	3498	3217	3045	2834	2642	2466	2303	2157	2019
1	5655	5749	5479	5202	4813	4494	4134	3825	3521	3279	3021	2806	2604	2426	2260	2115
2	7143	6936	6392	5944	5401	4981	4529	4161	3789	3515	3215	2976	2748	2551	2368	2213
3	8534	8112	7291	6678	5991	5456	4921	4488	4067	3755	3414	3146	2891	2675	2469	2307
4	9939	9254	8194	7404	6578	5945	5324	4824	4316	3994	3612	3233	3039	2801	2585	2402
5	11210	10363	9058	8154	7184	6448	5745	5173	4627	4239	3815	3492	3185	2928	2696	2499
6	12528	11465	9991	8939	7796	6954	6164	5519	4914	4486	4018	3664	3332	3055	2805	2595
7	14013	12588	11004	9755	8415	7494	6584	5868	5199	4728	4221	3832	3478	3176	2911	2686
8	15413	13663	11917	10456	9005	7934	6939	6153	5436	4923	4389	3968	3595	3275	2999	2761
9	16576	14469	12512	10918	9362	8205	7154	6329	5584	5042	4492	4054	3674	3336	3055	2804
10	17647	15212	13079	11262	9615	8402	7304	6456	5681	5125	4561	4113	3731	3379	3093	2835
11	18643	15807	13507	11552	9826	8555	7427	6517	5762	5193	4617	4165	3772	3416	3128	2867
12	19116	16052	13741	11735	9975	8665	7513	6609	5820	5244	4660	4195	3807	3448	3154	2895
13	18892	16004	13821	11789	10040	8723	7569	6677	5866	5276	4692	4236	3832	3472	3176	2907
14	18049	15511	13643	11687	10001	8707	7582	6689	5888	5288	4705	4251	3839	3488	3188	2915
15	16782	14687	13191	11415	9875	8620	7531	6661	5862	5280	4699	4249	3815	3489	3191	2931
16	15376	13692	12533	10991	9615	8451	7422	6588	5825	5244	4682	4234	3802	3487	3184	2935
17	14021	12664	11746	10448	9247	8202	7263	6476	5746	5185	4610	4204	3796	3474	3181	2928
18	12724	11611	10971	9821	8798	7869	7031	6307	5632	5094	4574	4152	3774	3444	3160	2913
19	11375	10495	10071	9105	8253	7447	6724	6072	5441	4958	4472	4072	3685	3395	3124	2885
20	10082	9385	9140	8356	7673	6984	6319	5795	5254	4800	4361	3972	3639	3338	3077	2847
21	8851	8351	8234	7609	7051	6473	5976	5484	5016	4705	4213	3863	3547	3264	3021	2801
22	7648	7332	7364	6889	6484	6012	5601	5166	4766	4658	4049	3735	3449	3186	2958	2748
23	6461	6346	6504	6179	5899	5526	5202	4834	4498	4277	3874	3594	3326	3099	2892	2693
24	5367	5408	5692	5504	5265	5043	4784	4495	4215	3922	3683	3434	3214	2995	2808	2629
25	4420	4562	4935	4859	4765	4568	4362	4152	3927	3698	3481	3267	3074	2882	2717	2553
26	3652	3872	4253	4278	4242	4138	3984	3835	3632	3471	3282	3105	2934	2767	2613	2468

4.4.1.3 Empleando el 60% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 60% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.3. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 27290 Luxes en la coordenada (120, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.3 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes "x" y "y" del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss.



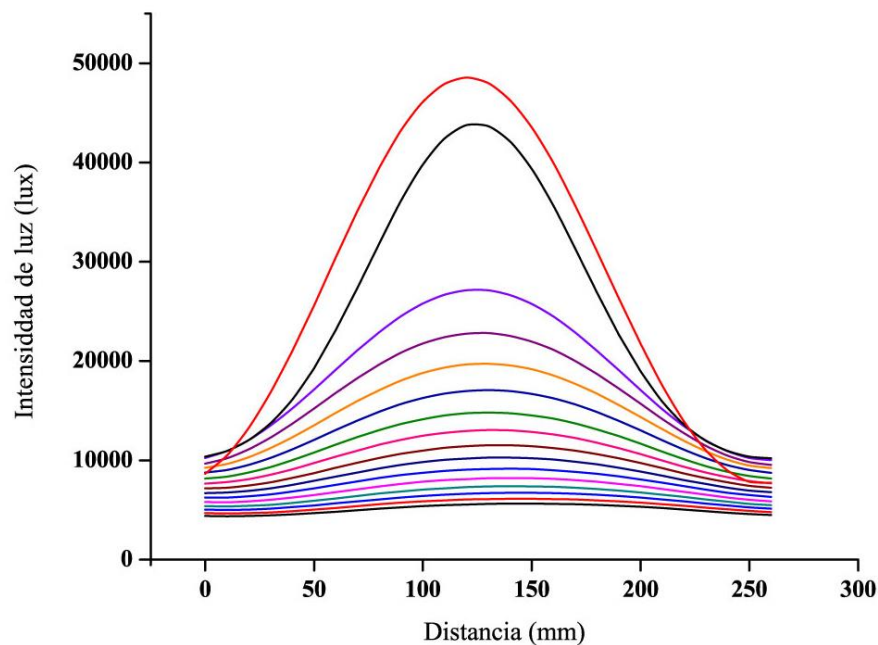
Gráfica 4.3 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel.

Tabla 4.3 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	6210	6690	6743	6468	6135	5743	5376	4982	4634	4306	4028	3715	3507	3295	3053	2862
1	8142	8345	7961	7502	6923	6426	5912	5435	4957	4651	4305	3948	3652	3445	3225	2985
2	10312	10034	9247	8535	7693	7094	6463	5926	5332	4985	4436	4218	3885	3624	3364	3143
3	12327	11720	10554	9562	8564	7753	6985	6358	5736	5245	4705	4463	4103	3781	3521	3283
4	14421	13349	11806	10565	9408	8472	7569	6826	6138	5568	5013	4698	4305	3962	3679	3394
5	16164	14928	13074	11609	10238	9163	8144	7312	6532	5906	5295	4932	4492	4135	3819	3514
6	18026	16505	14324	12704	11036	9846	8731	7756	6914	6234	5523	5142	4683	4302	3965	3656
7	20315	18322	15788	13776	11866	10547	9318	8234	7324	6619	5809	5366	4862	4495	4076	3764
8	22307	19861	17011	14734	12675	11115	9755	8617	7616	6864	6056	5536	4976	4619	4213	3862
9	23919	21087	17765	15379	13108	11424	9967	8815	7804	7014	6124	5612	5110	4701	4278	3946
10	25454	22044	18516	15781	13362	11943	10224	8973	7936	7123	6238	5717	5211	4755	4360	3958
11	26807	22790	19054	16128	13699	11969	10412	9067	8051	7213	6342	5774	5268	4802	4367	4018
12	27290	23218	19351	16419	13857	12101	10560	9236	8093	7294	6391	5855	5310	4839	4425	4061
13	27234	23065	19369	16451	13939	12186	10612	9286	8154	7332	6418	5877	5350	4865	4457	4086
14	26096	22420	19062	16284	13805	12146	10592	9269	8137	7319	6414	5902	5367	4878	4469	4098
15	24373	21242	18408	15878	13574	11957	10489	9254	8047	7324	6381	5884	5357	4870	4465	4098
16	22366	19742	17502	15280	13262	11702	10307	9145	8032	7276	6400	5882	5331	4857	4412	4089
17	20474	18422	16369	14521	12804	11333	10119	8963	7967	7163	6264	5805	5284	4815	4407	4071
18	18580	16871	15224	13648	12176	10935	9771	8746	7784	7029	6235	5769	5243	4796	4371	4058
19	16602	15288	14052	12642	11349	10334	9314	8392	7534	6858	6109	5631	5119	4708	4299	4012
20	14664	13670	12705	11567	10584	9653	8814	7938	7226	6574	5913	5512	4989	4613	4246	3952
21	12801	12013	11354	10517	9702	8948	8264	7511	6904	6297	5689	5339	4805	4509	4185	3843
22	11065	10605	10175	9516	8942	8291	7721	7123	6559	6012	5465	5142	4752	4411	4064	3804
23	9275	9165	8866	8520	8115	7610	7143	6659	6186	5710	5221	4885	4584	4273	3944	3690
24	7704	7761	7796	7537	7263	6926	6532	6142	5802	5394	4972	4702	4389	4155	3939	3595
25	6324	6522	6755	6637	6519	6228	6012	5612	5396	5063	4735	4419	4194	3978	3719	3491
26	5183	5518	5765	5815	5776	5651	5448	5245	4975	4738	4451	4192	4032	3807	3554	3385

4.4.1.4 Empleando el 80% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 80% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.4. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 48597 Luxes en la coordenada (120, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.4 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes “x” y “y” del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss.



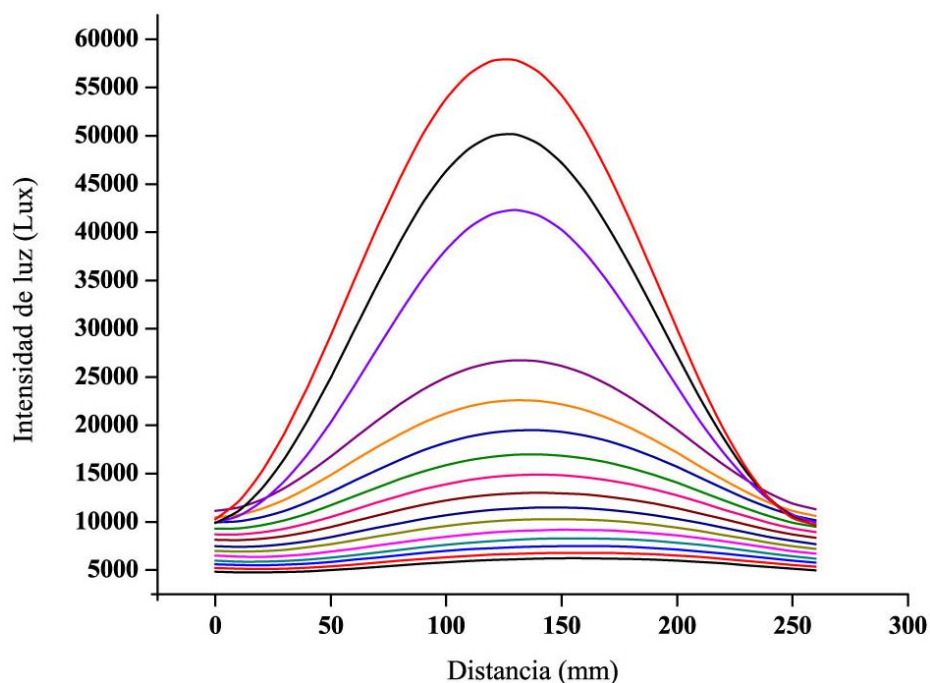
Gráfica 4.4 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica provenientes de los LED’s de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel.

Tabla 4.4 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	8631	8663	8805	8554	8172	7759	7283	6811	6369	5942	5525	5096	4736	4425	4140	3894
1	11224	10877	10582	9957	9313	8696	8051	7466	6864	6389	5886	5414	4975	4662	4334	4075
2	14177	13264	12456	11386	10477	9640	8774	8105	7364	6834	6266	5741	5248	4901	4544	4241
3	17128	15603	14344	12796	11615	10557	9521	8713	7926	7256	6621	6035	5543	5137	4754	4438
4	19946	17904	15980	14206	12759	11495	10336	9387	8432	7739	7019	6380	5813	5372	4953	4615
5	22519	20081	17722	15625	13932	12456	11135	10005	9009	8192	7399	6710	6080	5608	5154	4793
6	24987	22240	19504	17082	15124	13438	11945	10708	9546	8641	7756	7029	6355	5832	5357	4965
7	38852	24709	21469	18684	16376	14405	12743	11352	10098	9080	8159	7334	6617	6060	5566	5136
8	41731	27077	23254	20045	17438	15213	13366	11847	10520	9416	8413	7572	6836	6242	5707	5271
9	43892	39783	24461	20930	18112	15722	13729	12139	10672	9614	8633	7714	6973	6356	5825	5352
10	45954	41286	25374	21404	18590	16074	14017	12373	10960	9771	8749	7824	7067	6406	5884	5415
11	47703	42571	26186	21964	18982	16430	14239	12555	11105	9905	8847	7912	7135	6472	5936	5460
12	48597	43361	26666	22352	19249	16632	14391	12687	11191	9955	8926	7985	7204	6531	5991	5500
13	48254	43431	26759	22462	19338	16713	14469	12753	11225	10059	8947	8042	7256	6594	6032	5531
14	46757	42676	26394	22286	19257	16673	14448	12746	11259	10075	8975	8068	7269	6622	6047	5552
15	44381	41194	25546	21819	18978	16497	14324	12674	11243	10048	8954	8064	7234	6629	6037	5563
16	41628	39262	24303	21044	18483	16181	14105	12499	11125	9978	8914	8038	7232	6626	6036	5560
17	39009	26248	22865	20061	17795	15712	13779	12262	10972	9854	8812	7970	7183	6589	6011	5541
18	25462	24145	21275	18893	16937	15084	13315	11950	10721	9673	8687	7857	7113	6529	5935	5501
19	22745	21898	19507	17541	15872	14264	12691	11455	10375	9391	8453	7689	6984	6426	5859	5435
20	20145	19602	17675	16103	14745	13369	11974	10910	9961	9068	8237	7502	6839	6310	5785	5335
21	17645	17421	15909	14667	13588	12424	11265	10314	9468	8651	7944	7287	6673	6173	5675	5257
22	15232	15306	14204	13283	12432	11472	10466	9714	9002	8316	7635	7045	6501	6025	5553	5162
23	12885	13269	12534	11904	11305	10564	9735	9059	8487	7871	7303	6775	6299	5854	5421	5053
24	10715	11334	10951	10567	10173	9623	8935	8388	7924	7404	6919	6459	6044	5642	5253	4915
25	8778	9544	9457	9308	9088	8663	8158	7714	7339	6936	6544	6127	5768	5405	5071	4766
26	7243	7966	8096	8124	8068	7868	7435	7144	6837	6502	6140	5784	5479	5171	4875	4581

4.4.1.5 Empleando el 100% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 100% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.5. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 56821 Luxes en la coordenada (130, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.5 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes "x" y "y" del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss.



Gráfica 4.5 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia sin implementar el reflector de Fresnel.

Tabla 4.5 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico sin implementar el reflector de Fresnel.

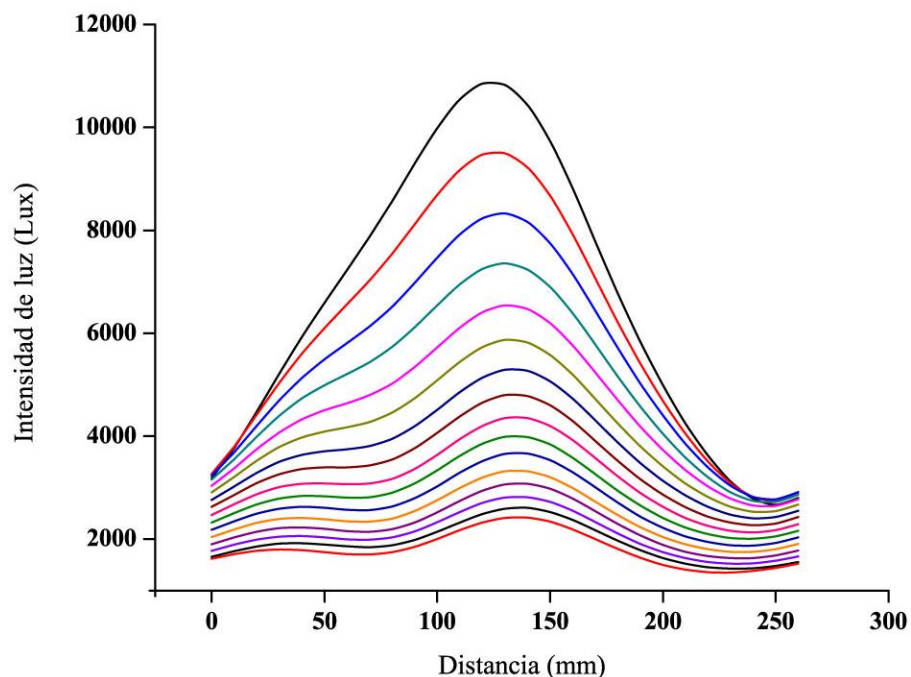
x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	8095	8528	8877	8771	8515	8071	7632	7116	6706	6154	5814	5399	4985	4712	4396	4101
1	11015	10933	10764	10354	9719	9080	8475	7824	7281	6651	6226	5709	5273	4941	4621	4295
2	14427	13649	12872	12091	11127	10201	9380	8547	7884	7169	6675	6065	5574	5221	4845	4507
3	18193	16509	15063	13784	12529	11296	10283	9315	8547	7667	7078	6413	5864	5485	5081	4715
4	21955	19421	17511	15561	13977	12433	11165	10109	9168	8194	7496	6731	6169	5744	5314	4924
5	25518	22329	19871	17404	15363	13578	12091	10911	9805	8754	7944	7108	6466	6005	5533	5117
6	40119	25129	22155	19211	16815	14738	13077	11685	10415	9252	8309	7475	6782	6274	5741	5318
7	44111	39104	24691	21187	18408	15952	14059	12484	11086	9644	8764	7832	7074	6525	5969	5523
8	47808	42416	26914	22847	19701	17042	14954	13179	11626	10174	9173	8158	7349	6754	6147	5679
9	50637	44605	39382	24035	20605	17783	15507	13591	12003	10513	9448	8384	7552	6923	6296	5789
10	53120	46304	40521	24844	21221	18135	15888	13913	12253	10737	9630	8506	7638	7034	6354	5869
11	55431	47752	41431	25467	21511	18524	16203	14147	12449	10933	9785	8651	7764	7129	6453	5935
12	56792	48677	42054	25952	21885	18773	16378	14354	12594	11072	9919	8774	7919	7209	6542	5991
13	56821	48932	42263	26186	22074	18996	16527	14484	12673	11165	9979	8891	8017	7281	6605	6049
14	55165	48818	42026	26134	22057	18960	16541	14549	12725	11229	10031	8967	8084	7327	6619	6076
15	52703	47056	41271	25791	21825	18998	16505	14506	12615	11263	10101	9003	8147	7369	6655	6093
16	49652	45011	40054	25112	21393	18663	16344	14395	12582	11222	10065	9006	8158	7367	6684	6115
17	46516	42751	38547	24141	20678	18308	16064	14178	12455	11106	10021	8985	8143	7357	6674	6107
18	43408	40398	25928	22928	19811	17775	15672	13885	12282	10955	9861	8928	8083	7328	6659	6108
19	40182	26891	24018	21481	18795	17005	15099	13511	11988	10731	9702	8810	8014	7261	6629	6068
20	26173	24213	21849	19965	17556	16076	14365	12988	11595	10445	9499	8642	7865	7154	6537	5982
21	22897	21661	19889	18316	16263	15037	13573	12395	11183	10086	9235	8435	7709	7012	6417	5908
22	20050	19157	17875	16697	14973	14011	12739	11762	10692	9713	8933	8214	7554	6872	6309	5822
23	17012	16757	15991	15072	13744	12934	11865	11052	10187	9305	8607	7956	7298	6729	6189	5714
24	14221	14396	14074	13553	12408	11902	10957	10319	9635	8852	8230	7687	7079	6541	6037	5588
25	11706	12289	12247	11999	11175	10815	10041	9565	9029	8364	7826	7364	6803	6349	5881	5456
26	9674	10375	10609	10573	9998	9795	9253	8892	8431	7869	7414	7017	6501	6101	5697	5295

4.4.2 Barridos realizados con reflector de Fresnel

Al igual que en el subcapítulo 4.4.1, en este subcapítulo se llevará a cabo el desarrollo de los barridos en el reactor fotoquímico, pero ahora implementando la superficie de Fresnel tipo canal. Al igual que en el subcapítulo anterior, se realizarán las mediciones de las intensidades luminosas empleando el 20%, 40%, 60%, 80% y 100% del flujo luminoso total de los LED's de alta potencia. Dando como resultado los valores mostrados en los subcapítulos posteriores.

4.4.2.1 Empleando el 20% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 20% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.6. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 11267 Luxes en la coordenada (130, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.6 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes "x" y "y" del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss pero con ligeras perturbaciones en sus laterales izquierdos generadas por la alineación de las fuentes de iluminación con respecto al reflector.



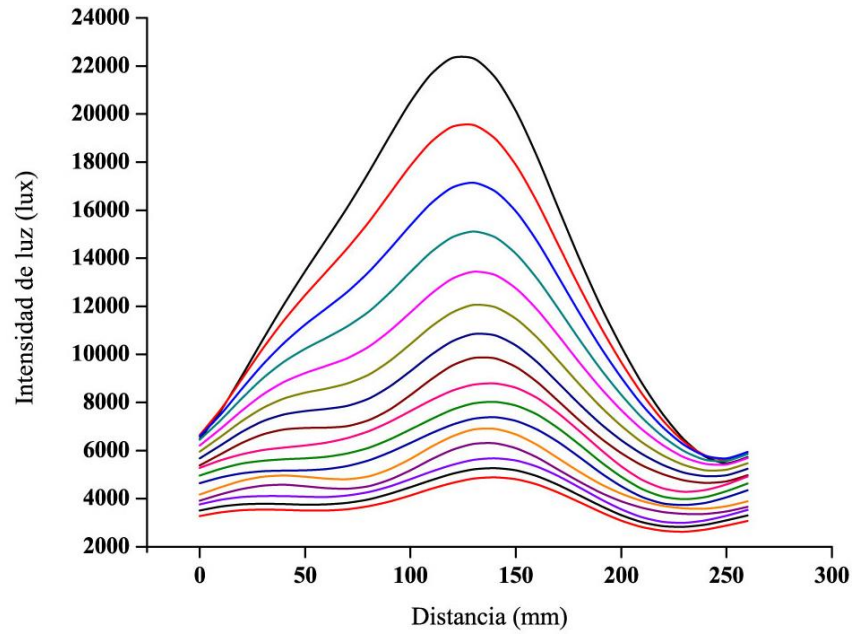
Gráfica 4.6 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel.

Tabla 4.6 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 20% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	2696	2865	2885	2813	2709	2572	2443	2314	2176	2048	1921	1795	1674	1558	1458	1714
1	3725	3802	3657	3517	3304	3138	2929	2777	2579	2425	2252	2109	1945	1819	1688	1566
2	4771	4690	4415	4190	3894	3665	3399	3195	2955	2766	2564	2387	2202	2044	1896	1765
3	5713	5466	5083	4755	4401	4105	3794	3534	3257	3027	2801	2592	2386	2212	2052	1899
4	6436	6049	5545	5129	4711	4356	4002	3702	3404	3135	2899	2666	2459	2275	2123	1949
5	6895	6369	5768	5251	4778	4351	3971	3631	3327	3043	2815	2565	2373	2183	2038	1882
6	7114	6439	5725	5116	4586	4116	3709	3373	3021	2783	2570	2334	2152	1989	1859	1726
7	7416	6611	5759	5086	4468	3956	3506	3148	2836	2569	2342	2125	1954	1811	1694	1559
8	8091	7137	6133	5368	4656	4093	3594	3209	2857	2604	2353	2145	1964	1828	1695	1589
9	8970	7857	6731	5895	5119	4529	3991	3577	3189	2924	2643	2415	2202	2048	1886	1770
10	9933	8683	7469	6564	5742	5117	4532	4082	3649	3352	3032	2761	2521	2341	2148	2012
11	10734	9322	8057	7081	6244	5581	4981	4505	4048	3718	3378	3076	2825	2603	2388	2235
12	11141	9661	8378	7374	6535	5862	5265	4783	4321	3972	3634	3306	3043	2788	2560	2396
13	11267	9845	8606	7592	6752	6069	5471	4974	4512	4143	3798	3456	3173	2898	2674	2485
14	10795	9623	8522	7561	6757	6071	5494	4986	4531	4145	3801	3461	3178	2900	2689	2475
15	9842	8785	7908	7058	6352	5715	5200	4706	4299	3917	3606	3236	3031	2771	2581	2366
16	8445	7619	6923	6210	5625	5065	4632	4196	3846	3514	3244	2915	2755	2527	2354	2169
17	7237	6569	5990	5371	4869	4385	4002	3625	3328	3039	2815	2580	2405	2215	2071	1917
18	6352	5809	5313	4781	4329	3903	3547	3213	2932	2679	2469	2265	2105	1942	1821	1671
19	5723	5284	4870	4419	4019	3646	3316	3016	2744	2511	2304	2108	1945	1799	1678	1564
20	5169	4835	4515	4151	3822	3497	3204	2932	2678	2459	2241	2063	1897	1752	1628	1515
21	4638	4393	4159	3868	3605	3331	3083	2838	2615	2412	2215	2039	1879	1738	1613	1501
22	3995	3905	3767	3549	3351	3126	2921	2710	2521	2335	2166	2001	1854	1719	1599	1490
23	3531	3469	3402	3245	3092	2922	2743	2575	2389	2253	2086	1947	1812	1685	1574	1468
24	3010	3025	3028	2928	2831	2690	2557	2405	2256	2116	1982	1859	1731	1619	1521	1422
25	2428	2500	2558	2532	2495	2397	2311	2188	2076	1953	1852	1729	1625	1533	1445	1356
26	1883	2011	2104	2133	2123	2083	2026	1947	1872	1770	1684	1584	1497	1415	1339	1274

4.4.2.2 Empleando el 40% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 40% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.7. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 23189 Luxes en la coordenada (130, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.7 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes “x” y “y” del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss pero con ligeras perturbaciones en sus laterales izquierdos generadas por la alineación de las fuentes de iluminación con respecto al reflector.



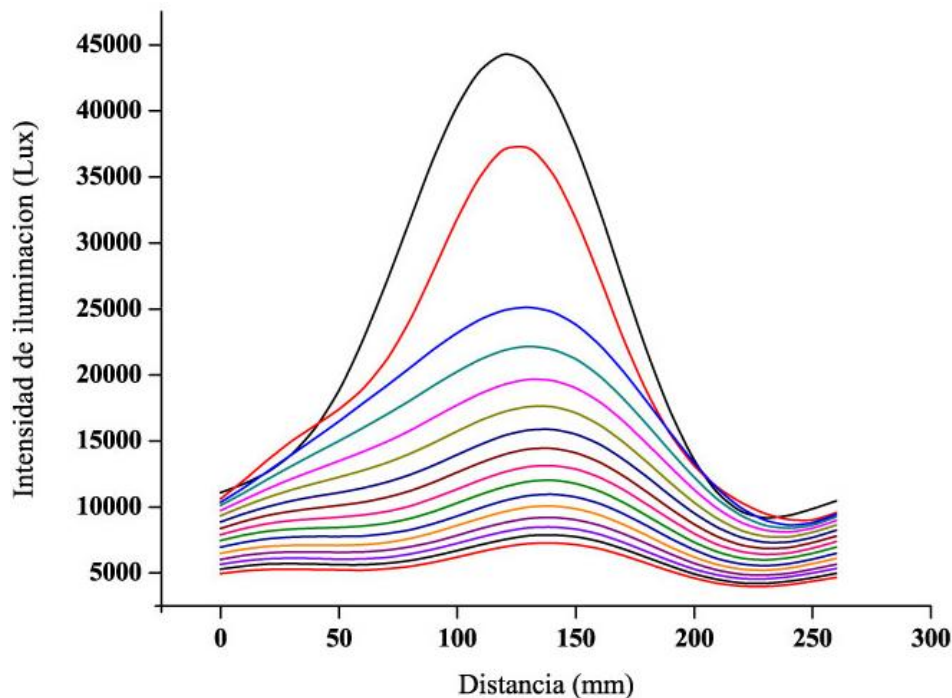
Gráfica 4.7 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica provenientes de los LED’s de alta potencia implementando el reflector de Fresnel.

Tabla 4.7 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 40% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	5425	5781	5842	5737	5539	5291	5024	4761	4480	4202	3917	3662	3429	3217	2996	2796
1	7544	7705	7429	7193	6766	6439	6062	5665	5335	4951	4611	4271	4011	3716	3464	3223
2	9675	9521	8974	8561	7959	7517	7037	6528	6115	5658	5245	4847	4520	4185	3874	3605
3	11632	11128	10363	9738	9002	8415	7821	7225	6735	6215	5734	5299	4905	4545	4165	3864
4	13134	12331	11327	10498	9637	8921	8241	7579	7008	6459	5942	5501	5051	4665	4279	3988
5	14125	13024	11807	10755	9793	8935	8156	7459	6824	6279	5742	5310	4867	4496	4122	3856
6	14582	13217	11749	10519	9415	8459	7638	6895	6291	5751	5215	4847	4429	4102	3794	3552
7	15210	13575	11861	10458	9179	8149	7247	6434	5825	5267	4784	4394	4034	3722	3463	3250
8	16579	14647	12634	11035	9563	8435	7446	6559	5936	5299	4828	4387	4042	3727	3477	3244
9	18362	16118	13864	12089	10502	9306	8249	7318	6649	5935	5435	4923	4541	4157	3881	3563
10	20365	17822	15352	13469	11776	10437	9351	8347	7585	6812	6253	5671	5200	4751	4416	4064
11	22036	19164	16593	14540	12813	11447	10258	9231	8392	7583	6967	6344	5796	5281	4915	4525
12	22905	19853	17236	15141	13405	12028	10842	9807	8928	8109	7473	6813	6224	5690	5280	4890
13	23189	20226	17683	15578	13856	12452	11251	10205	9290	8451	7795	7124	6499	5946	5529	5129
14	22432	19824	17525	15522	13894	12476	11257	10241	9315	8492	7810	7145	6527	5971	5549	5140
15	20339	18188	16299	14539	13094	11775	10545	9708	8834	8094	7406	6815	6231	5737	5305	4909
16	17485	15681	14295	12809	11584	10473	9479	8675	7911	7284	6673	6169	5652	5219	4825	4481
17	14979	13595	12342	11095	10074	9069	8218	7512	6836	6308	5784	5357	4931	4563	4235	3956
18	13128	12011	10941	9856	8892	8055	7295	6637	6034	5521	5063	4681	4321	4001	3714	3489
19	11821	10915	10026	9102	8284	7511	6824	6204	5655	5124	4726	4335	4003	3694	3442	3208
20	10658	9965	9165	8535	7865	7194	6587	6021	5510	5032	4618	4234	3905	3589	3341	3103
21	9546	9042	8537	7938	7411	6843	6321	5832	5376	4940	4554	4185	3867	3555	3311	3069
22	8354	8034	7723	7271	6875	6416	5983	5579	5181	4796	4450	4113	3815	3507	3266	3031
23	7257	7129	6967	6646	6349	5992	5636	5255	4950	4575	4312	4001	3725	3435	3208	2975
24	6185	6221	6203	6004	5809	5515	5235	4940	4637	4340	4089	3784	3579	3324	3112	2898
25	5019	5172	5288	5210	5126	4918	4719	4505	4241	4021	3772	3559	3362	3116	2963	2782
26	3911	4135	4331	4385	4369	4259	4151	3992	3791	3634	3447	3271	3089	2897	2741	2581

4.4.2.3 Empleando el 60% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 60% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.8. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 45604 Luxes en la coordenada (130, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.8 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes "x" y "y" del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss pero con ligeras perturbaciones en sus laterales izquierdos generadas por la alineación de las fuentes de iluminación con respecto al reflector..



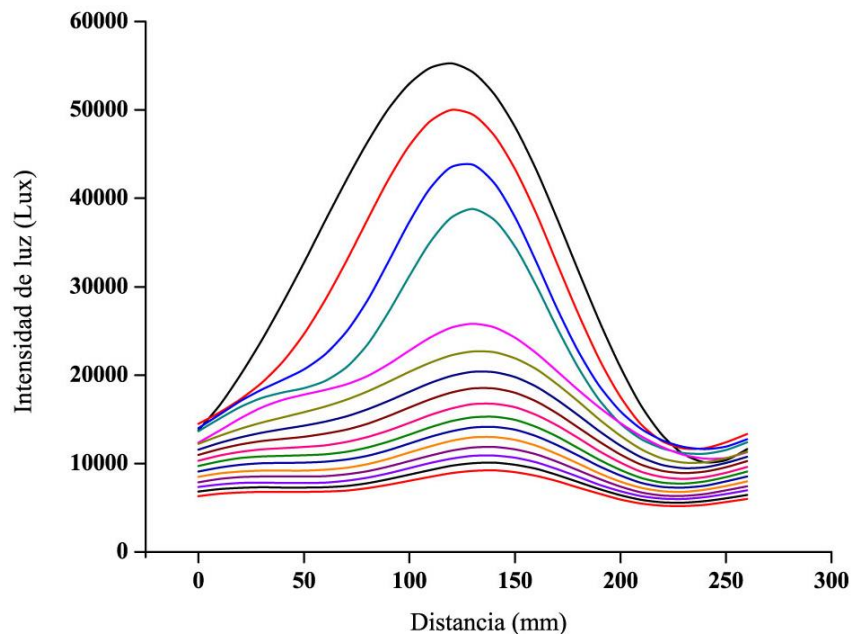
Gráfica 4.8 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel.

Tabla 4.8 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 60% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	8357	8829	8891	8735	8389	8026	7623	7168	6747	6348	5943	5524	5168	4882	4552	4309
1	11443	11685	11257	10862	10205	9734	9093	8538	7943	7503	6961	6462	5981	5615	5234	4884
2	14639	14377	13507	12919	12019	11324	10478	9811	9085	8527	7892	7328	6754	6324	5885	5423
3	17524	16726	15556	14629	13504	12614	11635	10812	9993	9312	8596	7949	7327	6825	6319	5821
4	19734	18484	16952	15727	14426	13338	12238	11318	10418	9616	8867	8147	7529	6921	6419	5972
5	21138	19462	17693	16051	14589	13316	12127	11068	10196	9283	8582	7809	7255	6637	6164	5715
6	21824	19645	17542	15679	13944	12557	11376	10272	9378	8469	7814	7117	6603	6011	5625	5206
7	22723	20189	17685	15574	13671	12094	10755	9654	8665	7835	7133	6502	6011	5532	5162	4792
8	24859	21822	18894	16518	14252	12551	11035	9878	8785	7961	7180	6619	6057	5648	5236	4889
9	38445	24063	20795	18148	15752	13884	12231	11012	9842	8942	8056	7437	6816	6362	5867	5432
10	41442	26611	23058	20192	17626	15708	13867	12586	11246	10226	9243	8564	7805	7234	6643	6152
11	43967	39472	24804	21795	19165	17135	15249	13829	12467	11377	10292	9518	8674	7983	7362	6814
12	45232	40506	25804	22659	20074	17959	16131	14644	13319	12153	11025	10146	9283	8548	7904	7317
13	45604	41045	26413	23281	20624	18595	16693	15254	13857	12682	11521	10621	9651	8897	8253	7632
14	44464	40348	26167	23185	20729	18618	16822	15249	13917	12693	11605	10625	9645	8921	8291	7623
15	41212	26966	24301	21708	19521	17515	15948	14466	13222	12069	11035	10116	9263	8509	7905	7284
16	26017	23408	21269	19086	17291	15563	14239	12907	11831	10824	9962	9123	8412	7731	7196	6658
17	22325	20165	18419	16495	14944	13513	12336	11129	10266	9388	8655	7892	7322	6714	6315	5875
18	19556	17862	16329	14675	13305	12018	10935	9913	9005	8279	7571	6955	6431	5928	5572	5201
19	17609	16224	14974	13572	12362	11184	10201	9267	8454	7748	7057	6487	5978	5533	5166	4822
20	15881	14846	13874	12752	11712	10748	9852	9012	8241	7561	6904	6344	5829	5395	5011	4671
21	14219	13439	12728	11846	11059	10212	9462	8638	8024	7413	6802	6274	5767	5345	4926	4615
22	12442	11985	11532	10848	10247	9578	8966	8321	7738	7137	6639	6157	5692	5284	4854	4548
23	10818	10605	10392	9923	9466	8942	8421	7914	7364	6904	6406	5981	5547	5183	4785	4483
24	9215	9268	9264	8962	8673	8235	7838	7357	6958	6524	6062	5734	5342	4995	4664	4361
25	7472	7704	7892	7774	7663	7352	7093	6719	6404	6025	5651	5294	4936	4716	4448	4162
26	5822	6203	6438	6467	6522	6397	6215	5974	5733	5447	5145	4872	4594	4335	4106	3911

4.4.2.4 Empleando el 80% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 80% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.9. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 55946 Luxes en la coordenada (130, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.9 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes “x” y “y” del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss pero con ligeras perturbaciones en sus laterales izquierdos generadas por la alineación de las fuentes de iluminación con respecto al reflector.



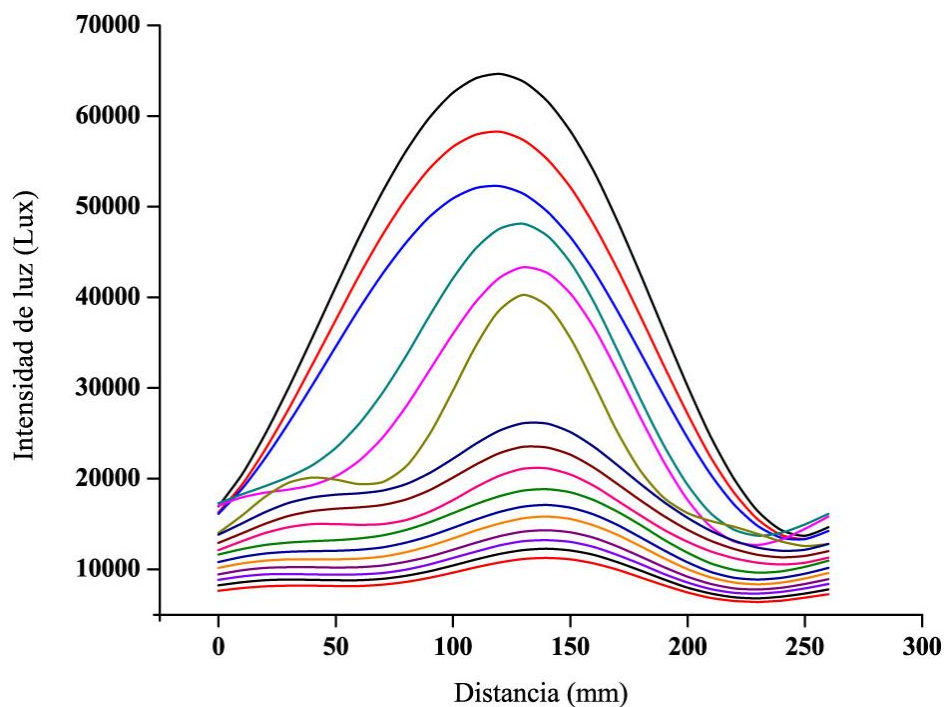
Gráfica 4.9 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica provenientes de los LED´s de alta potencia implementando el reflector de Fresnel.

Tabla 4.9 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 80% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	12215	12585	12409	12007	11477	10852	10271	9753	9168	8695	8134	7549	7024	6549	6109	5466
1	16234	16244	15361	14698	13724	12982	12091	11452	10623	10063	9313	8661	7999	7437	6915	6405
2	20381	19655	18275	17261	15989	14964	13849	12992	11994	11286	10405	9639	8882	8179	7568	7102
3	23862	22505	20675	19233	17725	16437	15153	14141	13024	12166	11206	10311	9505	8715	8076	7519
4	26477	24534	22233	20353	18673	17155	15712	14516	13362	12414	11464	10485	9675	8817	8162	7583
5	38774	25422	22687	20489	18562	16816	15232	13971	12782	11715	10894	9883	9182	8322	7775	7174
6	39629	25687	22445	19825	17684	15781	14151	12805	11653	10595	9846	8951	8327	7587	7122	6591
7	41076	26649	22935	20071	17564	15484	13701	12278	10996	9937	9200	8403	7789	7203	6731	6283
8	43967	39832	24667	21462	18598	16369	14454	12902	11473	10387	9592	8814	8095	7512	6984	6552
9	47636	42802	27158	23691	20601	18253	16156	14524	12919	11805	10824	9923	9092	8415	7779	7251
10	51378	46154	41058	26308	23051	20556	18247	16481	14703	13453	12329	11295	10299	9484	8734	8035
11	54303	48495	43128	39067	24845	22205	19825	17973	16143	14761	13582	12465	11379	10431	9587	8781
12	55708	49646	44264	40098	25832	23171	20809	18897	17068	15586	14404	13261	12068	11049	10195	9289
13	55946	50194	44992	40883	26584	23874	21495	19534	17664	16065	14841	13659	12381	11422	10529	9581
14	54126	49076	44478	40573	26472	23806	21465	19473	17611	16024	14798	13573	12399	11377	10486	9601
15	49512	45611	41818	38424	24681	22248	20106	18245	16614	15093	14006	12811	11781	10807	10012	9166
16	44147	40932	26911	24106	21802	19671	17820	16191	14824	13494	12586	11525	10671	9797	9134	8365
17	39522	25961	23395	20975	18949	17119	15489	14085	12893	11782	10951	10082	9347	8624	8073	7456
18	25199	23020	20824	18731	16968	15317	13865	12618	11491	10509	9749	8964	8306	7647	7185	6663
19	22691	20996	19192	17365	15819	14377	13072	11922	10834	9928	9184	8447	7789	7243	6709	6226
20	20573	19239	17835	16357	15064	13808	12651	11591	10583	9718	8986	8235	7609	7063	6522	6031
21	18401	17434	16373	15204	14178	13118	12105	11189	10287	9465	8819	8149	7502	6964	6453	5963
22	16085	15491	14792	13924	13147	12272	11416	10641	9843	9142	8566	7914	7344	6825	6359	5885
23	13979	13758	13331	12736	12135	11463	10712	10092	9339	8781	8197	7674	7157	6671	6215	5758
24	11873	11964	11865	11478	11108	10551	9973	9418	8811	8217	7784	7331	6801	6444	5997	5562
25	9603	9855	10069	9910	9793	9401	9021	8561	8103	7604	7214	6754	6396	6104	5668	5312
26	7464	7946	8211	8331	8261	8168	7891	7604	7244	6871	6586	6224	5897	5584	5249	4995

4.4.2.5 Empleando el 100% de la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia de 100W

Ajustando la intensidad luminosa de los LED's de alta potencia en un 100% de su intensidad, colocando el sistema en un cuarto oscuro para no permitir que fuera afectado por fuentes de iluminación externa y realizando una serie de barridos a lo largo y ancho del reactor fotoquímico, se obtuvieron como resultados los valores presentados en la Tabla 4.10. Donde es posible observar que el valor del nivel de iluminación máximo encontrado fue de 65467 Luxes en la coordenada (140, 0). Asimismo, en la Gráfica 4.10 se puede apreciar el comportamiento de la intensidad luminosa emitida por los LED's de alta potencia funcionando como una sola fuente de luz al momento de efectuar la captura de datos mediante los barridos en los ejes "x" y "y" del sistema, observándose que se repite el mismo patrón en todos los barridos generando gráficas similares a una campana de Gauss pero con ligeras perturbaciones en sus laterales izquierdos generadas por la alineación de las fuentes de iluminación con respecto al reflector.



Gráfica 4.10 Comportamiento Gaussiano de los barridos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica provenientes de los LED's de alta potencia implementando el reflector de Fresnel.

Tabla 4.10 Datos obtenidos de la fuente de iluminación al 100% de intensidad lumínica capturados por un fotodetector al realizar los barridos en los ejes “x” y “y” del reactor fotoquímico implementando el reflector de Fresnel.

x/y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	13773	14481	14574	14284	13727	13019	12347	11474	10799	9906	9286	8766	8169	7679	7178	6656
1	18735	19022	18345	17671	16605	15695	14688	13629	12634	11594	10731	10148	9375	8807	8146	7532
2	23925	23382	22074	20947	19474	18234	16923	15633	14424	13155	12134	11354	10458	9774	9013	8363
3	39444	27161	25277	23675	21848	20261	18715	17245	15856	14384	13235	12276	11294	10355	9671	8947
4	42921	40832	38367	25393	23285	21406	19685	18038	16521	14969	13741	12629	11593	10662	9936	9163
5	45071	42298	39339	25898	23519	21365	19445	17625	16059	14486	13278	12178	11207	10269	9606	8841
6	45962	42703	39134	25226	22525	20117	18089	16274	14772	13304	12123	11114	10234	9431	8838	8153
7	47471	43725	39572	25278	22117	19516	17228	15362	13766	12358	11187	10285	9462	8738	8193	7621
8	50839	46441	41551	26822	23184	20348	17766	17745	13984	12623	11312	10489	9557	8903	8302	7763
9	55284	50062	44544	40348	25484	22465	19697	17511	15572	14151	12662	11678	10613	9884	9171	8537
10	60257	54227	48242	43665	39487	25346	22352	19994	17784	16116	14483	13291	12065	11057	10295	9512
11	64431	57487	51167	46265	41955	38556	24594	22025	19685	17802	16061	14783	13382	12349	11406	10472
12	64953	59103	52648	47653	43351	39908	25931	23294	20815	18917	17127	15824	14315	13218	12257	11205
13	65432	59915	53757	48696	44337	40894	26868	24192	21763	19661	17836	16469	14906	13789	12769	11674
14	65467	58925	53485	48685	44499	41057	27078	24445	22002	19856	18037	16591	15001	13894	12831	11757
15	60602	52236	50659	46419	42708	39483	25791	23312	20984	18995	17285	15964	14413	13297	12326	11329
16	53727	49502	45873	42272	39256	25489	23104	20938	18893	17192	15629	14494	13195	12169	11351	10465
17	47592	44237	41197	27218	24638	22176	20124	18205	16537	15042	13669	12726	11645	10782	10112	9378
18	43065	40312	26837	24159	21864	19704	17797	16129	14586	13261	12045	11242	10308	9575	8992	8369
19	39782	26682	24561	22266	20234	18321	16575	15054	13559	12356	11214	10469	9536	8898	8309	7743
20	26084	24411	22755	20901	19210	17559	15992	14608	13219	12053	10963	10207	9288	8626	8028	7469
21	23445	22174	20941	19461	18109	16696	15382	14153	12933	11838	10796	10021	9177	8525	7929	7379
22	20517	19715	18918	17802	16742	15626	14573	13502	12472	11445	10516	9799	9018	8381	7802	7271
23	17749	17495	17042	16266	15478	14576	13653	12806	11754	10962	10119	9502	8810	8217	7628	7117
24	15158	15306	15209	14711	14206	13494	12784	12008	11166	10456	9589	9114	8531	7973	7414	6918
25	12352	12714	13002	12819	12574	12061	11593	10963	10313	9666	8995	8446	7964	7589	7106	6665
26	9615	10242	10624	10746	10713	10488	10175	9767	9258	8774	8241	7785	7382	6994	6571	6264

4.5 Comparación de los barridos obtenidos usando los dos LED's de alta potencia contra otras fuentes de iluminación

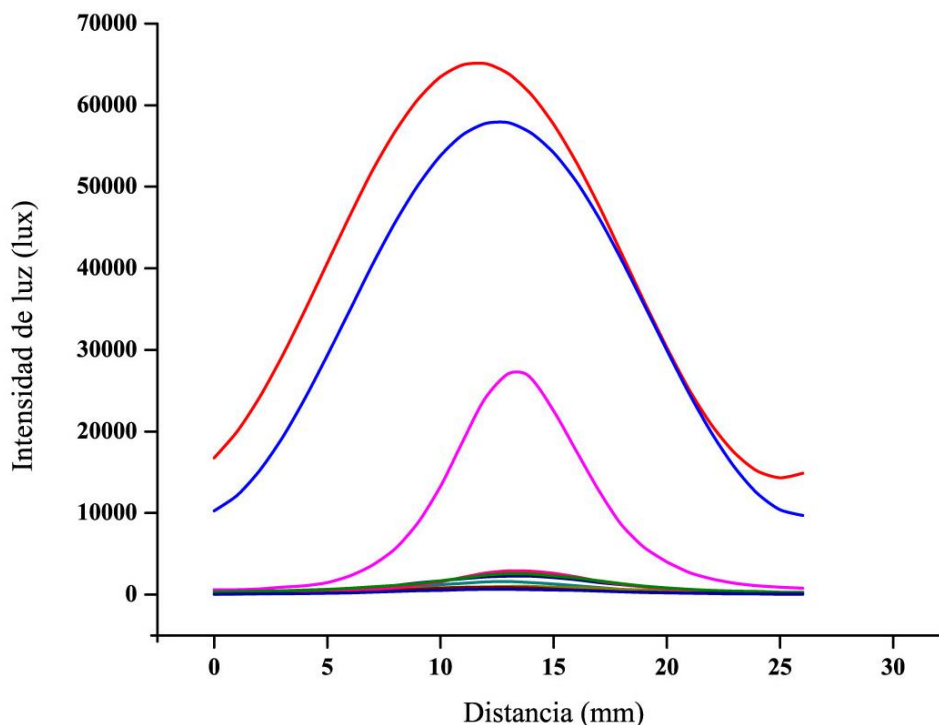
Haciendo uso de los datos sobre la intensidad luminosa de distintos tipos de fuentes de iluminación obtenidos por E. González et. al. (2019), se realizó una comparación de los puntos de iluminación máxima de cada fuente empleada en este artículo de divulgación científica, agregando los resultados más altos capturados al realizar los barridos con una intensidad luminosa del 100% en los LED's de alta potencia de 100W con y sin el reflector de Fresnel sobre el reactor fotoquímico.

De la Tabla 4.11 es posible observar que la cantidad de intensidad luminosa emitida por dos LED's de alta potencia de 100W como una sola fuente de iluminación, es superior a los valores alcanzados al utilizar un solo LED de alta potencia. Teniendo una diferencia de 38,367 Luxes, dando un incremento en el resultado de 2.4157 veces aproximadamente.

Tabla 4.11 Intensidad lumínica de distintas fuentes de iluminación donde algunos datos fueron obtenidos del artículo de divulgación científica titulado “Desarrollo de un sistema electrónico con desplazamiento bidimensional para obtener el flujo lumínico en distintas fuentes de iluminación para conseguir sus curvas características”.

	Lámpara tipo vela de 40W	Foco ahorrador de 60W	Lámpara de Halógeno de 72W	Foco incandescente de 40W	Foco incandescente de 100W	Panel LED de 4.4W	LED de alta potencia de 33W	LED de alta potencia de 100W	Dos LED'S de alta potencia de 100W sin reflector de Fresnel	Dos LED'S de alta potencia de 100W con reflector de Fresnel
0	61	340	100	98	170	50	90	600	8095	13773
1	75	380	130	119	210	70	110	600	11015	18735
2	93	430	160	146	270	90	150	700	14427	23925
3	116	490	200	179	340	110	190	900	18193	39444
4	145	570	270	222	420	130	250	1100	21955	42921
5	186	670	360	278	540	190	340	1500	25518	45071
6	237	790	470	348	700	340	450	2300	40119	45962
7	303	950	650	433	890	510	590	3600	44111	47471
8	382	1130	850	531	1130	630	770	5600	47808	50839
9	467	1370	1150	662	1430	730	980	8800	50637	55284
10	548	1690	1560	797	1700	830	1210	13300	53120	60257
11	612	2050	2120	856	1960	910	1420	18900	55431	64431
12	644	2380	2670	870	2180	970	1560	24200	56792	64953
13	647	2560	2930	875	2290	1000	1610	27100	56821	65432
14	625	2520	2880	816	2250	990	1490	26400	55165	65467
15	587	2330	2620	718	2110	940	1320	22500	52703	60602
16	525	2030	2180	592	1850	860	1090	17600	49652	53727
17	447	1690	1680	468	1500	770	860	12700	46516	47592
18	368	1360	1260	360	1210	660	650	8600	43408	43065
19	305	1060	980	274	970	550	490	5800	40182	39782
20	247	830	730	209	750	440	350	4000	26173	26084
21	201	660	550	160	590	320	260	2700	22897	23445
22	163	540	450	123	480	180	190	1900	20050	20517
23	133	450	350	97	390	110	140	1400	17012	17749
24	110	380	270	78	330	80	110	1100	14221	15158
25	92	330	220	63	290	60	80	900	11706	12352
26	76	290	180	52	230	50	70	800	9674	9615

La Gráfica 4.11 muestra una comparación entre el comportamiento de intensidad luminosa de las fuentes de iluminación presentadas en la Tabla 4.11. De igual forma, en esta misma gráfica se puede apreciar de una manera visual la diferencia en el nivel de iluminación que existe entre las distintas fuentes empleadas.



Gráfica 4.11 Comparación de los puntos máximos de las distintas fuentes de iluminación, observando que existe una diferencia de 8,646 Luxes entre la fuente lumínica proveniente de los dos LED's de alta potencia con y sin la superficie reflectora de Fresnel tipo canal.

Después de haber realizado las pruebas en el arreglo experimental y las comparaciones de distintas fuentes de iluminación, podemos afirmar que dependiendo de las necesidades de cada usuario, la opción más viable consiste en emplear dos LED's de alta potencia, ya que con ellos se pueden alcanzar niveles de iluminación superiores o inferiores (sin la necesidad de cambiar la fuente de iluminación), al modificar el porcentaje de intensidad luminosa, y/o al desplazar la muestra alrededor de las distintas coordenadas del reactor fotoquímico, obteniendo así, un mayor control del sistema.

Análisis y resultados del reactor fotoquímico

5

Esquema del capítulo

5.1 Pruebas de irradiación al exponer Rojo Congo disuelto en alcohol metílico	266
5.2 Pruebas de irradiación al exponer Rojo Congo disuelto en agua desionizada.....	271
5.3 Pruebas de irradiación al exponer Direct Red 80 disuelto en alcohol metílico	274
5.4 Pruebas de irradiación al exponer Direct Red 80 diluido en agua desionizada.....	277

Resumen del capítulo

Partiendo de las definiciones presentadas en el capítulo 1, así como también, del diseño y construcción de la tarjeta de propósito general desarrollada en el capítulo 2, la superficie reflectora de Fresnel tipo canal vista en el capítulo 3 y las bases elaboradas para dar soporte y fijación a los componentes independientes a la estructura del reactor fotoquímico descritas en el capítulo 4, en este capítulo se hará un análisis de los resultados obtenidos de las pruebas de irradiación al exponer los compuestos Rojo Congo y Direct Red 80 a dos tipos de fuentes de iluminación distintas (dos diodos emisores de luz de alta potencia de 100 watts y el Sol).

5.1 Pruebas de irradiación al exponer Rojo Congo disuelto en alcohol metílico

Para llevar a cabo las primeras pruebas de irradiación se escogió al Rojo Congo, el cual pertenece a un grupo de tintes conocidos como azoderivados, compuestos azoicos o azocompuestos, que son definidos por LUMITOS (2008) como:

Un grupo funcional del tipo $R-N=N-R'$, donde R y R' son grupos que contienen átomos de carbono, y los átomos de nitrógeno están unidos por un enlace doble. Cuando el grupo azo está conjugado con dos anillos aromáticos, el compuesto que lo contiene absorbe radiación electromagnética en el espectro visible, por lo que presenta coloración. La presencia de otros grupos en el compuesto puede provocar que este absorba a distintas longitudes de onda (por tanto se obtienen distintos compuestos con distintos colores). También pueden provocar que el compuesto absorba la luz con mayor o menor intensidad. (Párr.1-3)

El Rojo Congo ($C_{32}H_{22}N_6Na_2O_6S_2$) es una molécula colorante que sirve principalmente como indicador del pH de los compuestos. Cuando el Rojo Congo se encuentra en un compuesto con un pH inferior a 3, adquiere una tonalidad azulada/violeta (dependiendo del valor del pH de la sustancia en la que se encuentre). Por el contrario, cuando el pH del compuesto es superior a 5.2, la tonalidad del Rojo Congo se vuelve rojiza/anaranjada (dependiendo del valor del pH de la sustancia en la que se encuentre). Otra característica del Rojo Congo es que al encontrarse en una sustancia donde el pH oscila dentro de un intervalo superior a 3.5 pero inferior a 5.2 ($3.5 < \text{pH} < 5.2$) este presenta una transición en su color adquiriendo una tonalidad rosada; a este intervalo del pH se le denomina “Zona de viraje” y es una característica propia de cada indicador, ya que cada uno cuenta con un rango de pH distinto en el cual se presenta dicha transición (Pillou, 2015).

En el desarrollo del procedimiento experimental se emplearon 0.0082 g de colorante Rojo Congo previamente pesados en una balanza de precisión y posteriormente disueltos en 20 ml de alcohol metílico (metanol) generando una mezcla homogénea. Esta mezcla se dividió en dos tubos de ensayo de 10 ml cada uno, de los cuales uno fue sometido a la luz natural emitida por el Sol, mientras que el otro fue expuesto a la máxima cantidad de luxes generados por los diodos emisores de luz de alta potencia de 100 Watts, así como también, la luz reflejada por estos mismos debido al reflector de Fresnel. Con el propósito de comparar ambos resultados obtenidos y observar cuál de los dos presenta mejores resultados en cuanto a generar un cambio en el color de la sustancia, se hizo una captura de imagen y una lectura del valor del pH de las muestras cada 15 minutos utilizando una cámara fotográfica y un medidor digital de pH portátil respectivamente.



Figura 5.1 Colocación de la sustancia en una base para la toma de las capturas de imagen.

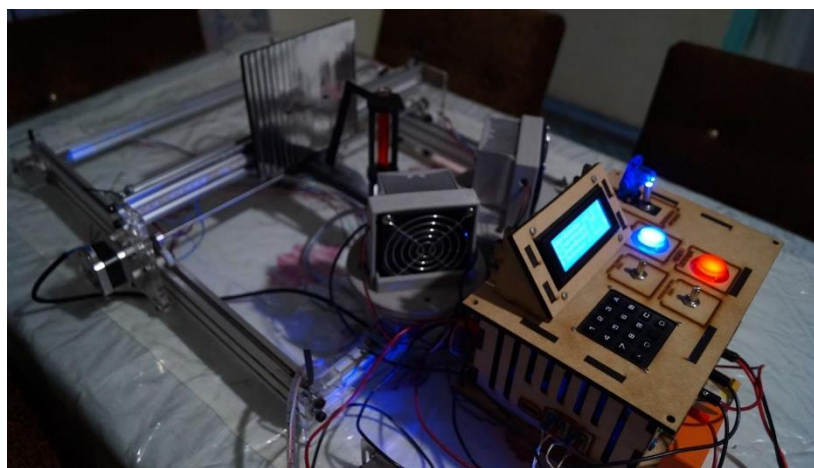


Figura 5.2 Arreglo experimental proporcionado por el CTA perteneciente a la FES Aragón de la UNAM y llevado a cabo en una unidad habitacional durante la contingencia del SARS-CoV-2.

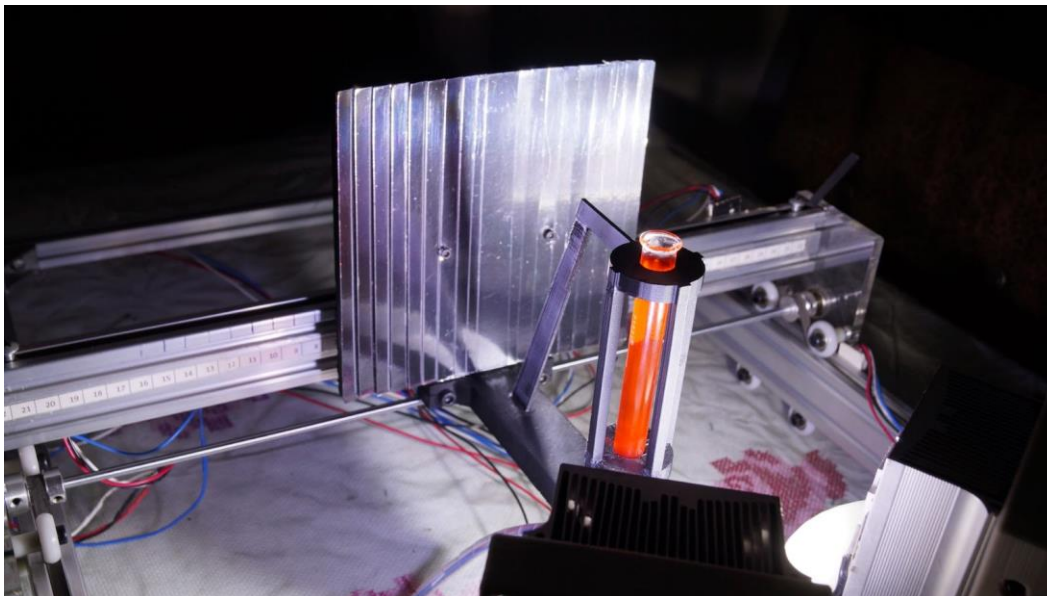
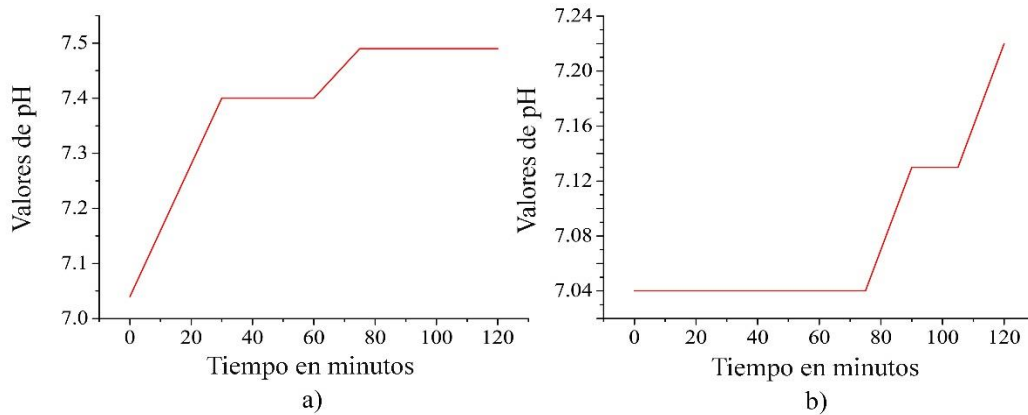


Figura 5.3 Pruebas realizadas sin iluminación externa al sistema, tratando de que el sistema cuente con las mismas condiciones que se tendrían en el Laboratorio de Medición e Instrumentación y Control ubicado en el CTA perteneciente a la FES Aragón de la UNAM.

Tabla 5.1 Cambio de los niveles del pH capturados del Rojo Congo con metanol expuesto a la luz natural y artificial.

Tiempo en minutos.	Valor del pH de la sustancia sometida al Sol	Valor del pH de la sustancia sometida a la máxima del reactor
0	7.04	7.04
15	7.22	7.04
30	7.4	7.04
45	7.4	7.04
60	7.4	7.04
75	7.49	7.04
90	7.49	7.13
105	7.49	7.13
120	7.49	7.22



Grafica 5.1 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Rojo Congo con metanol: a) Sometida al Sol y b) Sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

Con el propósito de analizar la tonalidad del Rojo Congo, se extrajo una pequeña muestra de la sustancia irradiada en cada periodo de tiempo empleando las capturas de imagen previamente realizadas, las cuales posteriormente se unieron en dos grupos diferentes dependiendo del tipo de fuente, generando las Figuras 5.4 y 5.5.

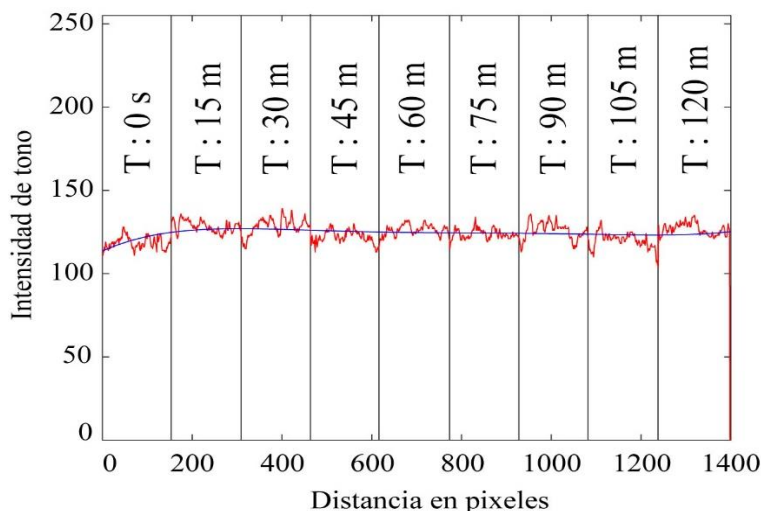


Figura 5.4 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la luz del Sol.

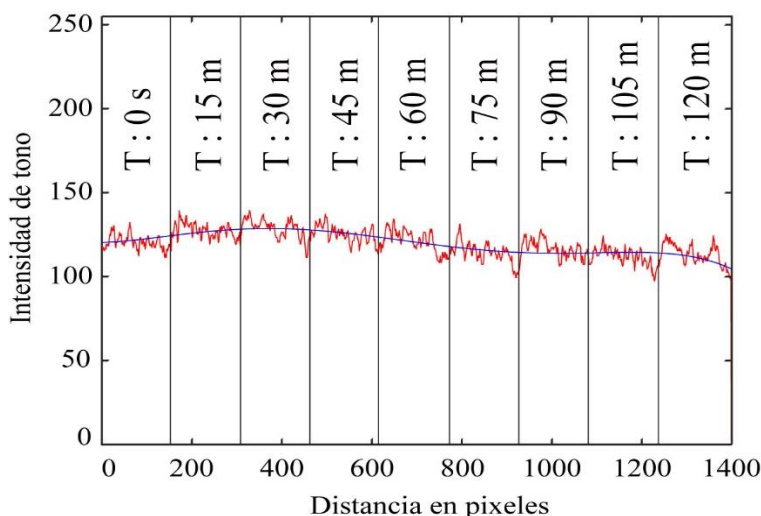


Figura 5.5 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

Haciendo uso de las herramientas puestas a disposición por la universidad hacia la comunidad universitaria, se aprovechó el programa MATLAB para el análisis de datos, cálculos numéricos y elaboración de gráficos, y a su vez, utilizando las Figuras 5.4 y 5.5, se obtuvieron dos perfiles que muestran la escala del canal rojo en las figuras.



Grafica 5.2 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la luz del Sol.



Grafica 5.3 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

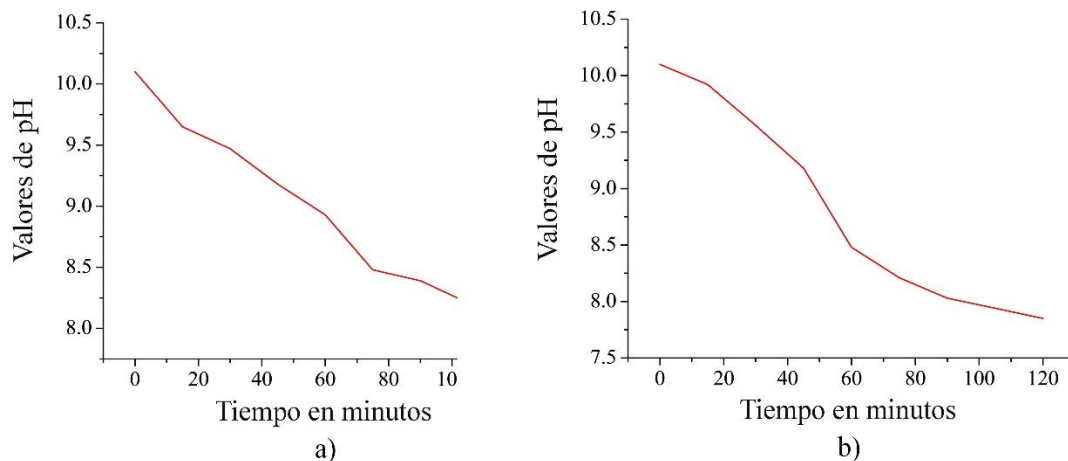
Observando la Gráfica 5.1 y comparando sus incisos a) y b), es posible identificar que la sustancia que fue expuesta al Sol presenta mejores resultados, ya que esta muestra cambios en su nivel de pH desde la segunda lectura realizada (15 minutos), mientras que su contraparte expuesta a la luz del reactor revela su primer cambio hasta la sexta lectura (90 minutos), esto debido a que el Sol emite ondas en un rango superior dentro del espectro electromagnético (luz ultravioleta y luz infrarroja). Sin embargo, con respecto al cambio en la coloración de la sustancia (enfoque principal de la tesis), la sustancia que fue irradiada mediante el sistema (Gráfica 5.3) presentó en su gráfica ajustada una disminución mayor en la intensidad del tono en el color rojo en contraste con la otra sustancia (Gráfica 5.2).

5.2 Pruebas de irradiación al exponer Rojo Congo disuelto en agua desionizada

En este subcapítulo se llevó a cabo el mismo procedimiento experimental realizado en el subcapítulo 5.1, con la modificación de que para esta prueba se hizo uso de 20 ml de agua desionizada en lugar de metanol, empleando la misma cantidad en gramos de Rojo Congo. Al igual que la prueba anterior, esta sustancia se dividió en dos tubos de ensayo de 10 ml cada uno, que posteriormente fueron sometidos a las mismas pruebas de irradiación obteniendo los resultados siguientes.

Tabla 5.2 Cambio de los niveles del pH capturados del Rojo Congo con agua desionizada expuesto a la luz natural y artificial.

Tiempo en minutos.	Valor del pH de la sustancia sometida al Sol	Valor del pH de la sustancia sometida a la máxima del reactor
0	10.1	10.1
15	9.65	9.92
30	9.47	9.56
45	9.18	9.18
60	8.93	8.48
75	8.48	8.21
90	8.39	8.03
105	8.21	7.94
120	8.12	7.85



Gráfica 5.4 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Rojo Congo con agua desionizada: a) sometida al Sol y b) sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

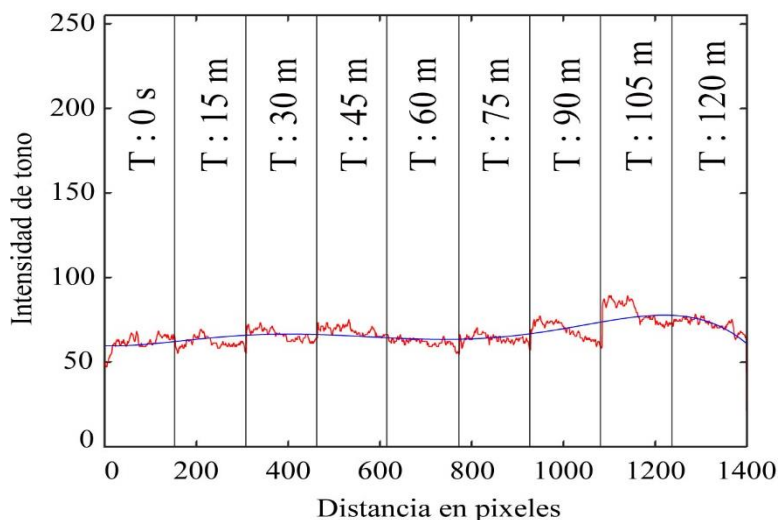
Del mismo modo que en la prueba anterior, se extrajeron pequeñas muestras de las sustancias irradiadas en cada periodo de tiempo, obteniendo las Figuras 5.6 y 5.7. Así mismo, se generó el perfil del tono rojo de estas imágenes, utilizando el software MATLAB.



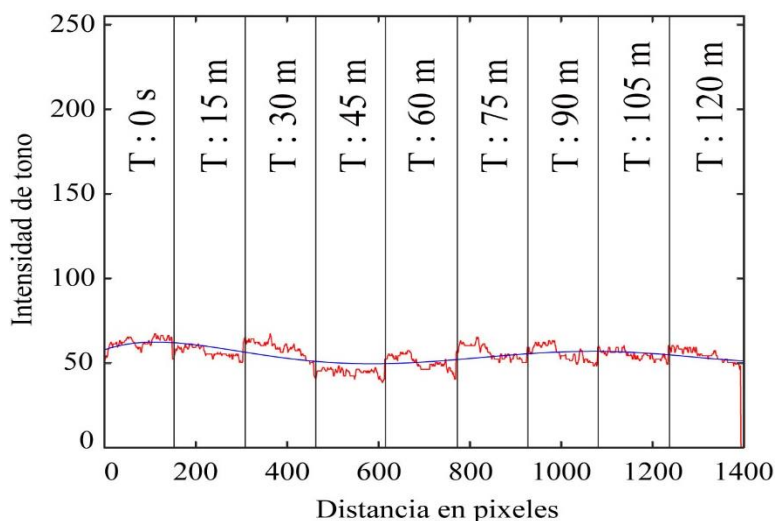
Figura 5.6 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la luz del Sol.



Figura 5.7 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.



Grafica 5.5 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la luz del Sol.



Grafica 5.6 Perfil del canal rojo de la sustancia Rojo Congo con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

Al contrario que en el experimento anterior, observando la Gráfica 5.4 en sus incisos a) y b), es posible percibir unos mejores resultados en los niveles de pH por parte de la sustancia irradiada en el sistema presentando una disminución mayor en su nivel. A pesar de ello, en cuanto a cambio de coloración se refiere, la sustancia sometida al Sol presentó en su gráfica un aumento en su tonalidad de rojo (Gráfica 5.5), mientras que la sustancia del reactor mantuvo un tono prácticamente constante a lo largo de la prueba (Gráfica 5.6).

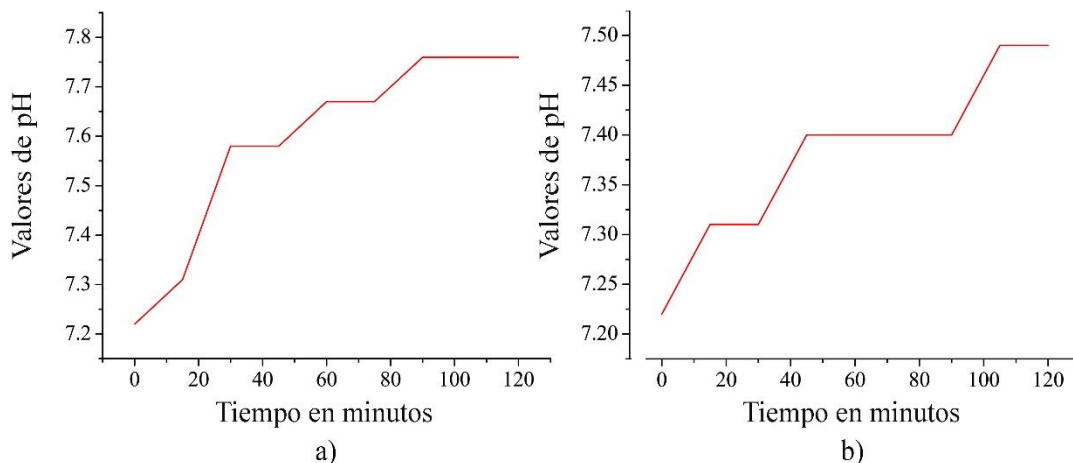
5.3 Pruebas de irradiación al exponer Direct Red 80 disuelto en alcohol metílico

Al igual que el Rojo Congo, el colorante Direct Red 80 o también conocido como Rojo Sirius F3BA, pertenece al grupo de los tintes tipo azo. Principalmente es utilizado para detectar amiloide y aumentar la birrefringencia habitual de las fibras de colágeno en las secciones de tejido. El tinte Direct Red 80 desde su creación se ha utilizado para diversos propósitos, de los cuales se destaca principalmente su uso como ingrediente en la preparación de ácido pícrico saturado para la detección inmunohistoquímica y la cuantificación de colágeno en tejidos hepáticos mediante su coloración (MERCK, s. f.).

Para el desarrollo de las pruebas hechas en este subcapítulo, se emplearon 0.0138 g de tinte Direct Red 80, disueltos en 20 ml de metanol divididos en dos tubos de ensayo, a los cuales se les aplicó el mismo procedimiento experimental previamente realizado en los subcapítulos anteriores.

Tabla 5.3 Cambio de los niveles del pH capturados del Direct Red 80 con metanol expuesto a la luz natural y artificial.

Tiempo en minutos.	Valor del pH de la sustancia sometida al Sol	Valor del pH de la sustancia sometida a la máxima del reactor
0	7.22	7.22
15	7.31	7.31
30	7.58	7.31
45	7.58	7.4
60	7.67	7.4
75	7.67	7.4
90	7.76	7.4
105	7.76	7.49
120	7.76	7.49



Grafica 5.7 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Direct Red 80 con metanol: a) sometida al Sol y b) sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

De la misma manera que en las pruebas anteriores, se extrajeron pequeñas muestras de las sustancias irradiadas en cada periodo de tiempo obteniendo las Figuras 5.8 y 5.9, para posteriormente generar sus perfiles correspondientes al tono rojo.



Figura 5.8 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la luz del Sol.

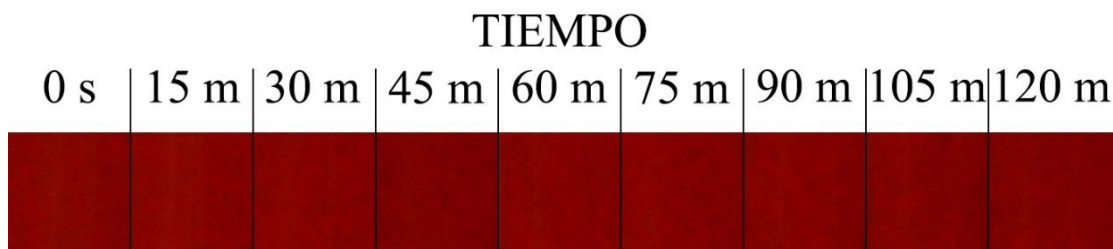
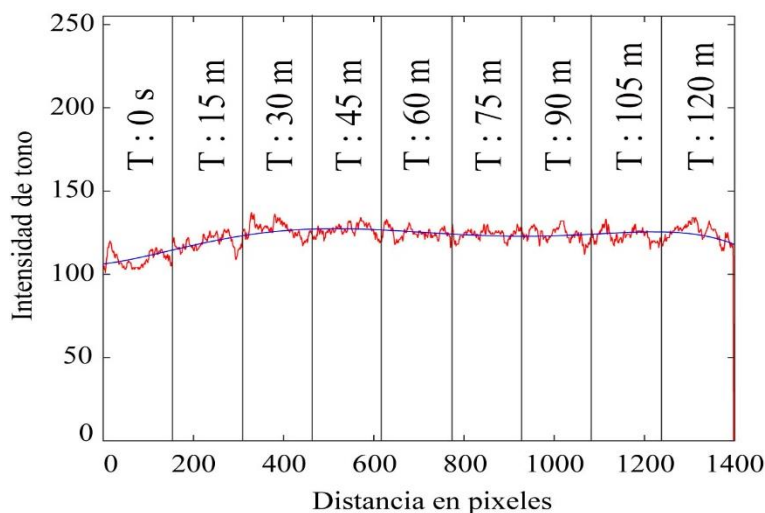
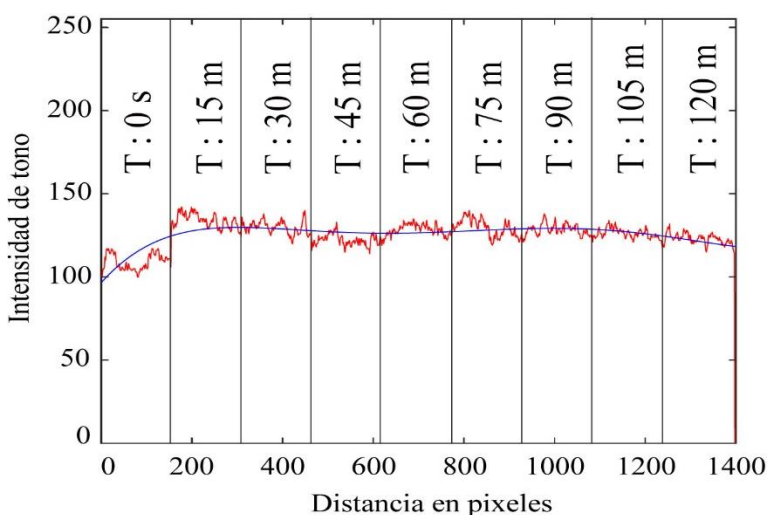


Figura 5.9 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.



Gráfica 5.8 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la luz del Sol.



Gráfica 5.9 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con metanol sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

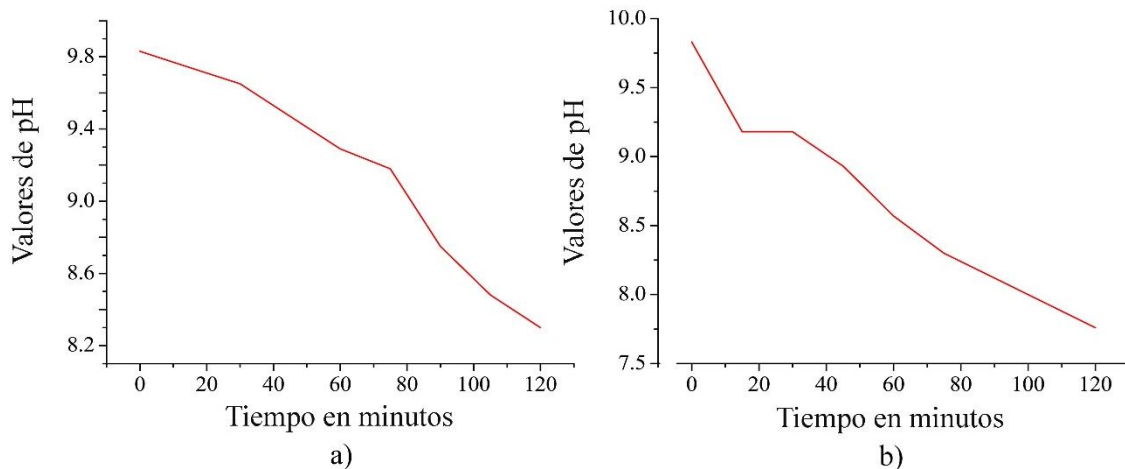
Los resultados encontrados para esta variante de las pruebas, indican que refiriéndose a un cambio en los niveles del pH (Gráfica 5.7), la sustancia expuesta al Sol obtuvo un mayor aumento en comparación con la sustancia sometida a luz del sistema. Por el contrario, enfocándonos en los perfiles de tono rojo de cada sustancia, se puede apreciar que la muestra sometida al reactor (Gráfica 5.9) tuvo un único cambio importante en su intensidad del tono rojo en un corto periodo de tiempo, mientras que la expuesta al Sol (Gráfica 5.8) presenta un cambio gradual a lo largo de toda la prueba. Además, debido a que ambas muestras culminan con un tono muy similar, es posible afirmar que los resultados de la prueba no favorecen a ningún medio de irradiación.

5.4 Pruebas de irradiación al exponer Direct Red 80 diluido en agua desionizada

Siguiendo el mismo procedimiento experimental aplicado en los subcapítulos anteriores, en esta variación de la prueba se usaron 20 ml de agua desionizada, los cuales sirvieron como disolvente para la misma porción en gramos del colorante Direct Red 80.

Tabla 5.4 Cambio de los niveles del pH capturados del Direct Red 80 con agua desionizada expuesto a la luz natural y artificial.

Tiempo en minutos.	Valor del pH de la sustancia sometida al Sol	Valor del pH de la sustancia sometida a la máxima del reactor
0	9.83	9.83
15	9.74	9.18
30	9.65	9.18
45	9.47	8.93
60	9.29	8.57
75	9.18	8.3
90	8.75	8.12
105	8.48	7.94
120	8.3	7.76



Gráfica 5.10 Comportamiento de los niveles del pH adquiridos por la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada: a) sometida al Sol y b) sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

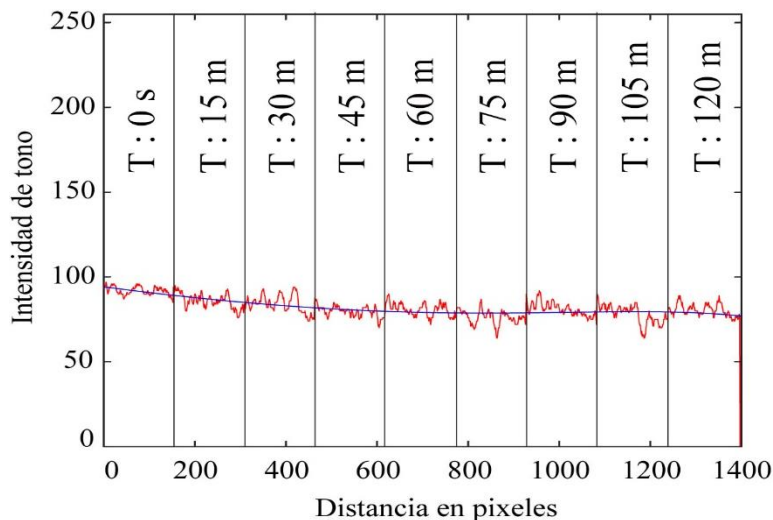
De la misma forma que en las pruebas anteriores, se seleccionaron y agruparon pequeñas muestras de las sustancias irradiadas en una sola imagen para su análisis, produciendo las Figuras 5.10 y 5.11 que más adelante fueron utilizadas para adquirir los perfiles del tono rojo correspondientes a cada muestra.



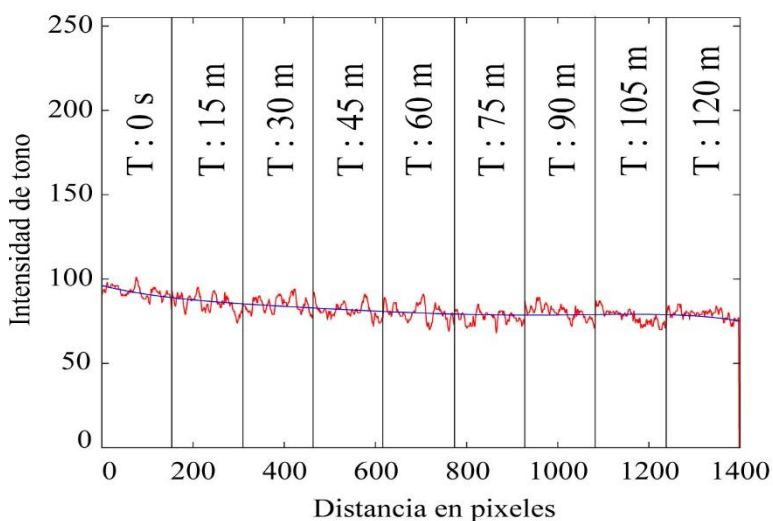
Figura 5.10 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la luz del Sol.



Figura 5.11 Muestreo de cada captura de imagen de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.



Grafica 5.11 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la luz del Sol.



Grafica 5.12 Perfil del canal rojo de la sustancia Direct Red 80 con agua desionizada sometida a la máxima cantidad de luxes emitida por el reactor fotoquímico.

En los resultados adquiridos en esta variación de la prueba, la muestra del reactor fotoquímico tuvo una mayor disminución con respecto a sus niveles del pH (Gráfica 5.10) en relación con los obtenidos por la otra muestra. No obstante, en cuestión de los niveles del tono rojo en los perfiles presentados en las Gráficas 5.11 y 5.12, ambas muestras cuentan con un comportamiento similar en sus curvas, con la diferencia de que el perfil de la muestra expuesta al Sol, presenta una mayor amplitud en sus oscilaciones. Por lo que en esta ocasión los resultados conseguidos favorecen a la muestra irradiada por el Sol.

Conclusiones y trabajo a futuro

6

Esquema del capítulo

6.1 Conclusiones	280
6.2 Trabajos a futuro	282

6.1 Conclusiones

En los capítulos anteriores se desarrollaron los conceptos básicos necesarios para comprender que es un reactor fotoquímico y cómo funciona, se mencionó la definición de lentes, concentradores y reflectores de Fresnel, se hizo una descripción de los componentes y módulos electrónicos empleados para el desarrollo de este sistema y así mismo, se llevaron a cabo algunas pruebas para comprobar el funcionamiento del reactor. Todo lo anterior nos sirvió de apoyo para concluir lo siguiente:

- El desarrollo del circuito impreso permitió controlar las variables físicas dentro del reactor fotoquímico. A su vez, el despliegue en una pantalla de los datos adquiridos por los sensores brindó la interacción humano-máquina necesaria para el almacenamiento de datos y su interpretación gráfica. Cabe mencionar que esta tarjeta de propósito general dio solución a una serie de problemas previamente generados por falsos contactos durante un arreglo experimental realizado sobre una placa de pruebas (protoboard), donde el principal problema era la alteración de los valores en las mediciones al momento de la manipulación de los componentes electrónicos.

- La implementación de perfil de aluminio en la estructura del reactor fotoquímico, dio a este una mayor estabilidad y un mejor soporte a los complementos utilizados para la colocación de los LED's de alta potencia, la sustancia química y el reflector de Fresnel. Así mismo, el perfil en combinación con los motores bipolares a pasos, permitieron un desplazamiento y posicionamiento óptimo de las sustancias en el punto donde se ubica la cantidad de iluminación necesaria para su irradiación.
- Debido a la incorporación de dos LED's de alta potencia de 100 Watts en el sistema, se provocó un aumento importante en los resultados obtenidos al hacer la comparación de las intensidades luminosas emitidas por ambos LED's contra un solo LED de alta potencia. Además, la adición del reflector de Fresnel tipo canal al reactor ayudó al incremento de la cantidad de Luxes recibidos por la sustancia debido a la reflexión de los rayos provenientes de las fuentes de iluminación. De la misma manera, al realizar los barridos por coordenadas y anotar los valores obtenidos, es posible garantizar el valor de los niveles de iluminación en las diferentes coordenadas del sistema sin la necesidad de que todos sus componentes estén en funcionamiento.
- Al usar la tarjeta de propósito general desarrollada en este proyecto en conjunto con la tarjeta de desarrollo Arduino Mega 2560, se logró un control sencillo y eficaz sobre los componentes, módulos y sensores electrónicos que fueron integrados para la adquisición y almacenamiento de los datos de temperatura e iluminación, el desplazamiento de la sustancia química a lo largo de la estructura del reactor y una regulación de la intensidad luminosa de los LED's de 100W de alta potencia. De igual manera, la tarjeta Arduino nos brindó la posibilidad de mostrar de una manera simple el valor de las variables en una pantalla de cristal líquido en un tiempo prácticamente real.
- El código de programación utilizado en MATLAB para la obtención gráfica de los perfiles de la tonalidad roja en las capturas de imagen de las muestras, permitió observar el cambio en su coloración durante el tiempo de elaboración de las pruebas de irradiación. Además, en conjunto con los niveles de pH de las muestras (adquiridos mediante un medidor digital de pH), se obtuvo el comportamiento particular de cada sustancia (Rojo Congo y Direct Red 80) al exponerlas a distintas fuentes de iluminación (luz artificial y luz natural) y con ello poder confirmar cuál de ambas radiaciones alteró la sustancia internamente.

6.2 Trabajos a futuro

El propósito principal de este subcapítulo consiste en presentar las modificaciones y/o mejoras al reactor fotoquímico que se plantean realizar en un futuro a corto y largo plazo, ya que por limitaciones de tiempo y por cuestiones de la contingencia sanitaria en los años 2020 y 2021, no fue posible desarrollarlas de una manera más detallada.

6.2.1 Trabajos a corto plazo

Las modificaciones y/o mejoras consideradas a realizarse en el reactor fotoquímico en un periodo de tiempo no mayor a 1 año y 6 meses a partir de la fecha de publicación de esta tesis son:

- Comprobar el funcionamiento del reactor, realizando un análisis más detallado de las sustancias químicas irradiadas mediante un equipo de laboratorio especializado en la espectrofotometría.
- Implementación de un tercer eje de movimiento en “z” para ampliar el área útil de muestreo e irradiación.
- Sustituir la tarjeta de desarrollo Arduino Mega 2560 por una tarjeta de desarrollo Arduino DUE que cuenta con una mayor velocidad de respuesta, así como también, una cantidad superior de memoria para el almacenamiento del código de programa.
- Implementar un tercer LED de alta potencia de 100W, con el propósito de incrementar el flujo lumínico en el reactor y comprobar si se presenta una mejora en las pruebas de irradiación de las sustancias.
- Corregir los errores previamente detectados durante el desarrollo de la tesis en el diseño de los soportes para la sustancia química, sensor de luz, superficie de Fresnel, LED 's de alta potencia de 100 Watts y la carcasa para la tarjeta de circuito impreso. Asimismo, modificar los materiales de elaboración de estos por unos que presenten mayor resistencia y disipador de calor.

6.2.2 Trabajos a largo plazo

Las modificaciones y/o mejoras consideradas a realizarse en el reactor fotoquímico en un periodo de tiempo no mayor a 5 años a partir de la fecha de publicación de esta tesis son:

- Aumentar las dimensiones de la estructura del reactor fotoquímico en 1 metro por 1 metro por 1 metro para los ejes “x”, “y” y “z”.
- Sustituir los LED’s de alta potencia de 100W por una fuente (o fuentes) de iluminación que cuenten con una mayor potencia eléctrica.
- Mejorar el diseño en 3D del soporte para las fuentes de iluminación mediante la automatización del mecanismo de rotación por medio de motores a pasos Nema 17.
- Implementar un módulo transceptor inalámbrico por wifi que permita controlar el reactor fotoquímico desde cualquier ubicación, así como también, almacenar los datos de temperatura y cantidad de iluminación en un servidor de almacenamiento en la nube.
- Mejorar el diseño en 3D del soporte para la sustancia química, sensor de luz y superficie de Fresnel, con el propósito de aumentar el número de sustancias químicas posibles a irradiar de forma simultánea.
- Mejorar el diseño en 3D de la superficie de Fresnel, independizando cada sección dentada, y así mismo, agregando un sistema de rotación automatizado mediante motores a pasos Nema 17 para cada segmento del reflector, buscando así focalizar el punto de convergencia de los rayos reflejados dependiendo de las necesidades del usuario.

Nota de los autores

En el comienzo de la elaboración del trabajo de investigación, se tenía planeado el uso de sustancias químicas y equipo de laboratorio especializado para el análisis fotoquímico (espectrofotómetro) más acordes al tipo de investigación, los cuales habrían sido proporcionados por el Dr. J. Guadalupe Hernández Hdz. responsable del laboratorio de Ingeniería Ambiental. Sin embargo, debido a la contingencia sanitaria suscitada a lo largo de los años 2020 y 2021 a consecuencia del virus de SARS-CoV-2, las actividades escolares, administrativas y de investigación fueron suspendidas en el Centro Tecnológico de la Facultad de Estudios Superiores Aragón, dando como consecuencia que únicamente se permitiera retirar la estructura del sistema, para dar continuidad y conclusión al trabajo de investigación. Cabe mencionar que si se hubiera tenido la oportunidad de utilizar los equipos de laboratorio y las sustancias que se tenían previstos en un inicio, así como también, de unas condiciones ambientales controladas que solo son posibles en un laboratorio, se habrían complementado los datos obtenidos de las curvas características de las fuentes de iluminación del reactor fotoquímico, ya que hubiese sido posible conocer el comportamiento de las huellas digitales del color de las sustancias debido a las curvas de reflectividad espectral generadas por el espectrofotómetro, generando así mejores resultados.

Referencias bibliográficas

- Abreu, J. L. (2013, 26 Junio). *Resumen de Óptica Geométrica*. Instituto de matemáticas de la UNAM. Recuperado de: <http://arquimedes.matem.unam.mx/Descartes5/DOC/fisica/optica/OpticaGeometrica.htm>
- Aldelta (2016). *Guía básica parte 1. Normas internacionales básicas para diseño de circuitos impresos PCB y productos electrónicos*. Recuperado de: <https://www.aldeiatec.com/wp-content/uploads/2016/02/Guia-basica-normas-para-PCB-PARTE1.pdf>
- Aranda, D. (2014). *Electrónica: conceptos básicos y diseño de circuitos* (Primera edición) [Libro electrónico]. Manual USERS. Recuperado de: <https://books.google.com.mx/books?id=5de4DQAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=inauthor:%22Staff+USERS%22&hl=es&sa=X&ved=2ahUKEwi4xsnxvdjsAhUQKKwKHQs4DEIQ6AEwBHoECAAQA#v=onepage&q&f=false>
- Arduino Official Store (s. f.). *Arduino Mega 2560 Rev3 | Arduino Official Store*. Arduino. CL. Recuperado 30 de Octubre de 2020, de: <https://store.arduino.cc/arduino-mega-2560-rev3>
- Arrow Electronics (s. f. -a). *Fotodiodo*. ARROW. Recuperado 19 de Octubre de 2020, de <https://www.arrow.com/es-mx/categories/optoelectronics/photoelement/photodiodes>

- Arrow Electronics (s. f. -b). *Fototransistor*. ARROW. Recuperado 19 de Octubre de 2020, de <https://www.arrow.com/es-mx/categories/optoelectronics/photoelement/phototransistors>
- Arteaga, V. (2018, 25 Septiembre). *FPGA, ¿Qué son? ¿Para qué sirven? y aplicaciones*. Intesc. Recuperado de: <https://web.archive.org/web/20201001211552/https://www.intesc.mx/fpga-que-son-para-que-sirven-y-aplicaciones-2/>
- Artesa Shop (2019, 13 Septiembre). *Cómo funciona una célula fotovoltaica - ATERSA*. Artesa Shop. Recuperado de: <https://atersa.shop/como-funciona-una-celula-fotovoltaica/>
- Autodesk. (2017, 17 Enero). *EAGLE | PCB Design And Electrical Schematic Software | Autodesk*. Autodesk. Recuperado de: <https://www.autodesk.com/products/eagle/overview?plc=F360&term=1-YEAR&support=ADVANCED&quantity=1>
- Bolton, W. (2013). *Mecatrónica: Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica. Un enfoque multidisciplinario* (Quinta edición.). Alfaomega.
- Boylestad, R. L., Nashelsky, L., & Salas, R. N. (2009). *Electrónica: Teoría de circuitos y dispositivos electrónicos* (Décima edición.). Pearson Educación.
- Carrillo, J. (2008, 20 Octubre). *La importancia de los reactores químicos en las industrias*. Universidad de Guadalajara. Recuperado de: <http://www.udg.mx/es/noticia/la-importancia-de-los-reactores-quimicos-en-las-industrias>
- Cayado, A. (2014). *Espectro electromagnético y eficacia de los filtros ópticos en patologías oculares* [Trabajo fin de Máster, Universidad de Valladolid]. Recuperado de: <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:fjKeoANhHxkJ:uvadoc.uva.es/bitstream/10324/7032/1/TFM-M%2520147.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=mx>

- Centro de investigación en energía solar [CIESOL] (2015). *Infraestructura | Instalaciones e Infraestructuras del Área de Aprovechamiento Químico de la Energía Solar*. Recuperado de: <https://web.archive.org/web/20210711101806/http://www.ciesol.es/index.php?Idioma=ES&Opcion=6&Pagina=155>
- Chapra, S. C., Canale, R. P., Brito, J. E. & Hano, M. C. R. (2006). *Métodos numéricos para ingenieros* (Quinta ed.). McGraw-Hill Education.
- Chemisana, D. (2009) *Diseño y caracterización de un concentrador térmico–fotovoltaico cuasiestacionario para integración arquitectónica* [Tesis Doctoral, Universidad de Lleida]. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10803/8237>
- Colomer, J. (2018). *Estudio de los sensores para la detección de obstáculos aplicables a robots móviles*. [Tesis Final de Màster Universitat oberta de Catalunya]. Recuperado de: <http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/bitstream/10609/80846/6/jacobarTFM0618memoria.pdf>
- Cómo funciona un relé o relevador (s. f.). *Cómo funciona*. Recuperado 22 de Octubre de 2020, de <https://como-funciona.co/un-rele-o-relevador/>
- Concepción, R. (2019). *Tarjetas de Desarrollo (Episodio #8)*. rjconcepcion. Recuperado de: <https://www.rjconcepcion.com/podcast/tarjetas-de-desarrollo-episodio-8/>
- Cuevas R. (2009). *Introducción a los reactores químicos* [Diapositiva de PowerPoint]. Facultad de Química de la UNAM. Recuperado de: http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/IntroReactores_10564.pdf

-
- Cunill, F., Iborra, M., & Tejero, J. (2010). [Material del aula] *Apuntes Reactores químicos*. Universidad de Barcelona. Recuperado de: <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/12703/1/APUNTS%20DE%20REACTORS%20QU%C3%8DMICS.pdf>
 - Davidson, M. W. (2010, 28 Enero) *Pioneers in Optics: Dominique-François-Jean Arago and Augustin-Jean Fresnel. Microscopy Today*. Volumen 18. 1 edición.
 - De luz, S. (2016, 19 Febrero). *Conoce EasyEDA, un completo software de simulación de circuitos y diseño de PCB online*. Redes Zone. Recuperado de: <https://www.redeszone.net/2016/02/19/conoce-easyeda-un-completo-software-de-simulacion-de-circuitos-y-diseno-de-pcb-online/>
 - Del Bello, L. (2013, 22 Marzo). *Solar-powered 3D printer uses sand to make glass. Scidev*. Recuperado de: <https://www.scidev.net/global/energy/news/solar-powered-3d-printer-uses-sand-to-make-glass-1.html>
 - DEMASLED. (2011, 18 Agosto). *Diodo LED Intermitente, 5mm Blanco Frio 6000°K, 10.000mcd, 35lm 3.3V 20mA*. DEMASLED. Recuperado de: <https://www.dled.com.ar/led-intermitente-5-mm-blanco-frio-6000k-10000-mcd-30-lb5w/>
 - Desenvolupament Enginyeria Conectivitat Sistemes [DCM Sistemes]. (2017, 17 Mayo). *La luz blanca*. DCM Sistemes. Recuperado de: <https://www.dcmsistemes.com/es/documentacion/informacion-adicional/52/la-luz-blanca/>
 - Desenvolupament Enginyeria Conectivitat Sistemes [DCM Sistemes]. (2015, 8 Enero). *La luz monocromática*. DCM Sistemes. Recuperado de: <https://www.dcmsistemes.com/es/documentacion/informacion-adicional/51/la-luz-monocromatica/>

-
- E4e Soluciones (2020, 26 Mayo). *¿Cuántos tipos de células fotovoltaicas hay?*. Recuperado de: <https://www.e4e-soluciones.com/blog-eficiencia-energetica/cuantos-tipos-de-celulas-fotovoltaicas-hay>
 - Electrónica Universal de Monterrey (2019, 6 Noviembre). *Tipos de Relevadores*. Recuperado de: <https://www.electronicauniversal.com.mx/2019/11/06/tipos-de-relevadores/>
 - Electronilab (2019, 28 Agosto). *Rueda 625Z para Perfil Aluminio CNC*. Recuperado de: <https://electronilab.co/tienda/rueda-625z-para-perfil-aluminio-cnc/>
 - Espressif Systems. (2020). *ESP32 Series Datasheet*. Recuperado de: https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/esp32_datasheet_en.pdf
 - E-TAY INDUSTRIAL CO., LTD. (2020, 10 Agosto). *¿Qué es la lente de Fresnel?* Recuperado de: <https://www.mymagnifier.com/es/faq/E-TAY-faq-001.html>
 - Fernández, J. L. (2016, 18 Febrero). *Principio de Huygens*. Fisicalab. Recuperado de: <https://www.fisicalab.com/apartado/principio-huygens>
 - Floyd, T. L., & Salas, R. N. (2008). *Dispositivos electrónicos* (Octava edición). Pearson Education.
 - FreePCB: freeware PCB layout software (s. f.). *FreePCB*. Recuperado 26 de Octubre de 2020, de <http://web.archive.org/web/20201109023747/http://www.freepcb.com/>
 - Friedrich, F., & Álvarez, F. J. (2016). *Ingeniería Química para torpes*. Instituto de Investigaciones Científicas y Ecológicas.

-
- Garcia, J. (2018, 5 Junio). *Sensor de temperatura para Arduino*. Hardwarelibre. Recuperado de: https://www.hwlibre.com/sensore-de-temperatura/#Que_es_un_sensor_de_temperatura

 - García, V. (2018). *¿Qué es una Norma?. Unidades de Apoyo para el Aprendizaje*. CUAED/Facultad de Contaduría y Administración-UNAM. Recuperado de: <https://uapa.cuaieed.unam.mx/sites/default/files/minisite/static/b21dc82f-af46-4e6e-aa9e-7ec603806a45/1-Concepto-de-Norma/index.html>

 - Geek Factory (2020 -a). *Polea Dentada GT2 20 dientes 5 mm Barreno*. Recuperado de: <https://www.geekfactory.mx/tienda/impresoras-3d-y-extrusores/polea-dentada-gt2-20-dientes-5mm-barreno/>

 - Geek Factory (2020 -b, 4 Septiembre). *MAX6675 Módulo interfaz para termopar tipo K*. Recuperado de: <https://www.geekfactory.mx/tienda/modulos-para-desarrollo/max6675-modulo-interfaz-termopar/>

 - Geek Factory (2020 -c, 21 Agosto). *Interruptor final de carrera RepRap para impresora 3D*. Recuperado de: <https://www.geekfactory.mx/tienda/impresoras-3d-y-extrusores/interruptor-final-de-carrera-reprap-para-impresora-3d/>

 - Geek Factory (2020 -d, 19 Octubre). *A4988 Driver para motor a pasos*. Recuperado de: <https://www.geekfactory.mx/tienda/motores-y-controladores/a4988-driver-para-motor-a-pasos/>

 - Geek Factory (2020 -e, 15 Octubre). *Pantalla LCD 20x4 HD44780 (Blanco-Azul)*. Recuperado de: <https://www.geekfactory.mx/tienda/pantallas-y-displays/pantalla-lcd-20x4-hd44780-blanco-azul/>

- Geek Factory (2020 -f, 22 Septiembre). *Módulo de interfaz tarjeta MicroSD*. Recuperado de: <https://www.geekfactory.mx/tienda/modulos-para-desarrollo/modulo-de-interfaz-tarjeta-microsd/>
- Godínez, G. (2018) *Diseño de un reflector de Fresnel de foco lineal para aplicaciones de calor de procesos* [Tesis de Maestría, Centro de investigaciones en óptica A.C.] Recuperado de: <https://cio.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1002/772/1/17422.pdf>
- González, E. A., Soto, D. K., Jiménez, E. G., & Pérez, J. (2020). Diseño de un reflector como colector solar de revolución de forma libre modelado e impreso 3d. *Congreso Internacional de investigación e innovación*, Volumen 1. 3 edición.
- González, E. A., Vazquez, L., Soto, D. K., & Jiménez, E. G. (2019). Desarrollo de un sistema electrónico con desplazamiento bidimensional para obtener el flujo lumínico en distintas fuentes de iluminación para conseguir sus curvas características. *Revista de Ingeniería Eléctrica*. Volumen 3. 9 edición.
- González, M. L. (2015). *Dispositivos electrónicos* (Primera edición.). Editorial de la Universidad de La Plata. Recuperado de: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/49424>
- Grupo de Innovación Docente en Operativa de Laboratorios Químicos [GIDOLQUIM]. (2014). *3.7 Técnicas y operaciones avanzadas en el laboratorio químico (TALQ)*. Universidad de Barcelona. Recuperado de: <http://www.ub.edu/talq/es/node/190>
- Hardwarelibre (2019, 30 Octubre). *DRV8825: el driver para motores pasó a paso*. Recuperado de: <https://www.hwlibre.com/drv8825/>

- Hart, D. W. (2001). *Electrónica de potencia* (Primera edición). Pearson Education
- Ibarz, R. (2016, 27 Junio). *Degradación fotoquímica de compuestos tóxicos en fluidos alimentarios* [Tesis Doctoral, Universidad de Lleida]. Recuperado de: <https://www.tdx.cat/handle/10803/386412>
- Ikaskuntza Birtual eta Digitalizatuen LHIL [BirtLH]. (2008, 25 Junio). *Análisis de las instalaciones de alumbrado. 2.1- Lámparas incandescentes*. BirtLH. Recuperado de: https://ikastaroak.ulhi.net/edu/es/IEA/IEI/IEI03/es_IEA_IEI03_Contenidos/website_21_lm paras_incandescentes.html
- Ikaskuntza Birtual eta Digitalizatuen LHIL [BirtLH]. (2016, 16 Noviembre). *Análisis de las instalaciones de alumbrado. 1.1- Características de las fuentes de luz*. BirtLH. Recuperado de: https://ikastaroak.ulhi.net/edu/es/IEA/IEI/IEI03/es_IEA_IEI03_Contenidos/website_11_caractersticas_de_las_fuentes_de_luz.html
- Ikaskuntza Birtual eta Digitalizatuen LHIL [BirtLH]. (2017, 13 Diciembre). *Análisis de las instalaciones de alumbrado. 2.2- Lámparas fluorescentes*. BirtLH. Recuperado de: https://ikastaroak.ulhi.net/edu/es/IEA/IEI/IEI03/es_IEA_IEI03_Contenidos/website_22_lm paras_fluorescentes.html
- Iluminet (2008, 15 Septiembre). *Diodos emisores de luz de alta potencia de 1W*. Iluminet revista de iluminación. Recuperado de: <https://www.iluminet.com/diodos-emisores-de-luz-de-alta-potencia-de-1w/>
- Ingeniería Mecafenix (2020, 22 Junio). *¿Qué es un optoacoplador y cómo funciona?*. Recuperado de: <https://www.ingmecafenix.com/electronica/optoacoplador/>

-
- Jones, D. W. (2004). *Stepping Motors Fundamentals*. Microchip Technology Inc. Recuperado de: <http://www.t-es-t.hu/download/microchip/an907a.pdf>

 - La planta de energía solar de Calasparra abastecerá a más de 10000 hogares. (2012, 10 Mayo). *La Razón*. Recuperado de: https://www.larazon.es/historico/9767-la-planta-de-energia-solar-de-calasparra-abastecera-a-mas-de-10-000-hogares-LLLA_RAZON_492530/

 - Labcenter. (2013, 11 Enero.). *PCB Design Software - Proteus*. Recuperado de: <https://www.labcenter.com/pcb/>

 - Laniakea (s. f.). *Banda, correa dentada, GT2-6mm, 1 Metro*. Laniakea. Recuperado 30 de Diciembre de 2020, de https://laniakea.mx/cnc/69-136-banda-dentada-gt2-6mm-10mm-15mm-ancho.html#/63-banda_dentada-ancho_de_banda_6mm_color_negro

 - Laserna, D. (2015). Luz y ondas. Huygens: La luz como propagación ondulatoria. *ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura*. Volumen 191. 775 edición.

 - LedBox (2011, 7 Diciembre). *Características físicas de los leds*. LedboxBlog. Recuperado de: <https://blog.ledbox.es/noticias-2/caracteristicas-fisicas-de-los-leds>

 - LedBox (2018, 28 Diciembre). *La importancia de los driver o fuentes de alimentación en la iluminación LED*. LedboxBlog. Recuperado de : <https://blog.ledbox.es/informacion-led/instalacion-de-luminarias/la-importancia-del-los-drivers-en-la-iluminacion-led>

 - Lightroom (2020, 12 Mayo). *¿Qué es la luz?* Lightroom.Lighting. Recuperado de: <https://lightroom.lighting/que-es-la-luz/>

 - Logicbus (2019, 17 Agosto). *Sensores de temperatura*. Logicbus. Recuperado de: <https://www.logicbus.com.mx/sensores-temperatura.php>

-
- Logicbus (s. f.). *Sensores, Transductores y Acondicionadores*. Recuperado 27 de Noviembre de 2020, de <https://www.logicbus.com.mx/transductores-sensores.php>
 - López, J. M., Moreno, E., & Gómez, M. J. (2006, 16 Diciembre). *La naturaleza de la luz. Museo virtual de la ciencia*. Recuperado de: <http://museovirtual.csic.es/salas/luz/luz27.htm>
 - Lumileds (2005). *SuperFlux LEDs*. Recuperado de: <https://www.sphere.bc.ca/test/leds/lumileds-superflux-ds05.pdf>
 - LUMITOS (2008, 5 Julio). *Azoderivado*. QUIMICA.ES. Recuperado 28 de Septiembre de 2021, de <https://www.quimica.es/enciclopedia/Azoderivado.html>
 - MCI Electronics (2019, 27 Septiembre). *¿Qué es Raspberry Pi?*. Raspberry Pi. Recuperado de: <https://raspberrypi.cl/que-es-raspberry/>
 - MCI electronics (2020, 15 Octubre). *¿Qué es Arduino?*. Arduino.cl - Compra tu Arduino en Línea. Recuperado de: <https://arduino.cl/que-es-arduino/>
 - Mecatrónica LATAM (2020 -a, 14 Marzo). *LDR o Fotorresistor o Fotorresistencia*. Mecatrónica LATAM. Recuperado de: <https://www.mecatronicalatam.com/es/tutoriales/sensores/sensor-de-luz/ldr/>
 - Mecatrónica LATAM (2020 -b, 1 Mayo). *Relevador o Relé*. Mecatrónica LATAM. Recuperado de: <https://www.mecatronicalatam.com/es/tutoriales/electronica/componentes-electronicos/relevador/>
 - Mecatrónica LATAM (2020 -c, 2 Mayo). *Motor pasó a paso*. Mecatrónica LATAM. Recuperado de: https://www.mecatronicalatam.com/es/tutoriales/motor/motores-electricos/motor-de-corriente-continua/motor-paso-a-paso/#que_es_un_motor_paso_a_paso

-
- Méndez, F. (2017, 9 Agosto). Fotoquímica solar. *Gaceta Instituto de Ingeniería UNAM*. Volumen 1. 126 edición.
 - Merck (s. f.). *Direct Red 80*. Recuperado 28 de Septiembre de 2021, de <https://www.sigmaaldrich.com/NL/en/product/sial/365548?context=product>
 - Meyrán, G. J. (2008). Augustin-Jean Fresnel. *Revista Mexicana de Oftalmología*, Volumen 82. 2 edición.
 - Modular Aluminum System [MOAS] (2020, 17 Septiembre). *Perfiles Serie 20, 30, 40 y 50*. Perfiles de aluminio ranurado. Recuperado de: <http://www.perfilesdealuminioranurado.com.mx/perfiles.html>
 - Montañez, A. L., Aguilar, A., Bravo, F. V., Gallegos, H. A., Servín, J. M., Hernández, M., Cerón, M., Pereyra, M. E., Ricardo, F., & Osorio, V. H. (2015). *Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad*. México: Pearson.
 - Mosquera, A., Valdiviezo, C., Bonilla A., L., & Bonilla B., S. (2018). *Diseño de un reactor discontinuo*. Guayaquil, Ecuador: Grupo Compas
 - Mouser electronics (s. f.). *M0601-5-N*. Recuperado 31 de Diciembre de 2020, de <https://www.mouser.mx/ProductDetail/RAF-Electronic-Hardware/M0601-5-N?qs=dwkm%252BGAHGA0DKoUfBWMsMg%3D%3D>
 - Nahim, M. (2018, 24 Octubre). *Sensor de luz*. Factor Evolución. Recuperado de: <https://www.factor.mx/portal/base-de-conocimiento/sensor-de-luz/>

-
- Opac components (s. f.). *FEZ-20 / FTEN-20 - Escuadra - Accesorios para Perfil de Aluminio*. Recuperado 30 de Diciembre de 2020, de <https://www.opac.net/producto-654-fez-20-ften-20>
 - Orgontec (s. f.). *Partes CNC y 3D*. Recuperado 31 de Diciembre de 2020, de <https://www.orgontec.com/mecanica>
 - Petriella, M. (2018). *Fotodiodos: PN, PIN, APD*. Recuperado de: <http://materias.df.uba.ar/instru2018c2/files/2012/07/Fotodiodos.pdf>
 - Philips (2015, 15 Octubre). *Bombillas halógenas*. Lighting Philips. Recuperado de: <https://www.lighting.philips.com.mx/consumer/bombillas-halogenas>
 - Philips. (2017, 25 Junio). *¿Qué significa LED RGB?*. Lighting Philips. Recuperado de: <https://www.lighting.philips.com.ar/soporte/soporte-de-productos/preguntas-frecuentes/white-light-and-colour/what-does-rgb-led-mean>
 - Pillou, J. (2015, 5 Enero). *Rojo Congo - Definición*. CCM Salud. Recuperado de: <https://salud.ccm.net/faq/21378-rojo-congo-definicion>
 - Plastitec (2019, 29 Mayo). *Plastitec -Acrílico*. Plastitec acrílico y policarbonatos. Recuperado de: <https://plastitec.mx/acrilico.html>
 - ROHM Semiconductor (2010). *Ambient Light Sensor IC Series, digital 16bit Serial Output Type Ambient Light Sensor IC, BH1750FVI*. Recuperado de: <https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/350139/ROHM/BH1750FVI.html>
 - Ruiz, G. (2001). *Electrónica básica para ingenieros* (Primera edición.). A. Ruiz Robredo.

- Saleh, M. (2011, 11 Octubre). Light Farm. *Desing Temtation*. Recuperado de: <https://www.mohsen-saleh.com/2011/10/light-farm.html>
- Salgero, F. (2013). *Máquinas eléctricas* (Primera edición) [Libro electrónico]. Pocket Users. Recuperado de: <https://www.studocu.com/es/document/universidad-de-cadiz/proyectos-de-ingenieria-en-electricidad/apuntes/libro-tecnico-en-electronica-maquinas-e/8778930/view>
- Schwartz (2018, 10 Junio). *¿Qué son las lámparas LED? ¿Cómo funcionan? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas?*. LBA Industrial. Recuperado de: <https://www.lbaindustrial.com.mx/lamparas-led/#%C2%BF>
- Siber Ventilación (2019, 29 Noviembre). *¿Qué es un sensor de temperatura y para qué se utiliza?*. El blog de la ventilación inteligente. Recuperado de: <https://www.siberzone.es/blog-sistemas-ventilacion/que-es-un-sensor-de-temperatura-y-para-que-se-utiliza/>
- Sirlin, E. (2006). *La luz en el teatro* (primera edición). Instituto Nacional del Teatro. Recuperado de: http://www.elisirlin.com.ar/11_fisica%20de%20la%20luz.pdf
- Soriano, V, H, (2019). *Desarrollo y construcción de una superficie reflectora a base de un diodo emisor de luz de alta potencia para un reactor fotoquímico* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México]. Recuperado de: https://tesiunam.dgb.unam.mx/F/4Q1AV76M5C6XC7Q2CH435A4JDL6TESD95679SCDKYNUEF1PEJY-25505?func=full-set-set&set_number=641270&set_entry=000002&format=999
- Tejero, J. I., Castrillo, M., Rodríguez, L., & Benguria, P. (2011). *Fotorreactor para tratamiento de aguas contaminadas* [archivo PDF]. Recuperado de: <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1094/ES2365371A1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

-
- Tipler, P., & Mosca, G. (2003). *Física para la ciencia y la tecnología*. Volumen 2. (Quinta edición). España: Reverte
 - Tippens, P. E., & Ruiz, Á. C. G. (2011). *Física conceptos y aplicaciones*. (Séptima edición) McGraw-Hill Education.
 - UNIT Electronics (2020 -a, 28 Octubre). *Relevador 5V DC SRD-5VDC-SL-C*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/relevador-5v-dc-srd-5vdc-sl-c/>
 - UNIT Electronics (2020 -b, 28 Octubre). *Transistor BJT BC547B TO-92 NPN 45V*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/bc547b-transistor-bjt-npn-to-92-45v/>
 - UNIT Electronics (2020 -c, 28 Octubre). *Transistor IRF3205*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/transistor-irf3205/>
 - UNIT Electronics (2020 -d, 28 Octubre). *Regulador LM7805 5V/1A TO-220*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/regulador-lm7805/>
 - UNIT Electronics (2020 -e, 28 Octubre). *Nema 17 Motor a Pasos 17HS4023 0.7Amp 1.4Kg/cm*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/nema-17-motor-a-pasos-17hs4023/>
 - UNIT Electronics (2020 -f, 28 Octubre). *Teclado Matricial 3X4 para Arduino*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/teclado-matricial-3x4-para-arduino/>
 - UNIT Electronics (2021, 7 Junio). *Led Blanco Frio de potencia 10W, 50W y 100W*. Recuperado de: <https://uelectronics.com/producto/led-blanco-frio-de-potencia-10w-50w-y-100w/>

- Valenzuela, D. (2012 -a, 21 Septiembre). *Reflexión de la luz*. Física de nivel básico, nada complejo. Recuperado de: <https://www.fisic.ch/contenidos/optica/reflexi%C3%B3n-de-la-luz-y-espejos-planos/>

- Valenzuela, D. (2012 -b, 26 Julio). *Fuentes de luz*. Física de Nivel Básico, Nada Complejo. Recuperado de: <https://www.fisic.ch/contenidos/ondas-y-la-luz/color-y-luz/>

- Valenzuela, D. (2017, 19 Febrero). *Refracción de la luz y ley de Snell*. Física de nivel básico, nada complejo. Recuperado de: <https://www.fisic.ch/contenidos/optica/refracci%C3%B3n-de-la-luz-y-ley-de-snell/>

- Vázquez, T. R. (2004). *Análisis básico de circuitos eléctricos y electrónicos* (Primera edición). Pearson Educación.

- Vishay (2010). *Optocoupler, Phototransistor Output, with Base Connection*. Recuperado de: <https://www.vishay.com/docs/83725/4n25.pdf>