



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

DESPLAZAMIENTO DE PILOTES BAJO CARGA AXIAL:  
COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
JOSEFINA BARRERA GONZÁLEZ

TUTOR:  
DR. ALBERTO JAIME PAREDES  
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., ENERO 2022



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: M.I. MARTÍNEZ MIER JAIME ANTONIO

Secretario: DR. FLORES CASTRELLÓN OSVALDO

Vocal: DR. JAIME PAREDES ALBERTO

1<sup>er.</sup> Suplente: DRA. OSSA LÓPEZ ALEXANDRA

2<sup>d o.</sup> Suplente: DR. BOTERO JARAMILLO EDUARDO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. JAIME PAREDES ALBERTO

-----  
**FIRMA**

## **DEDICATORIA**

*a J. S.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Instituto de Ingeniería, por el apoyo que recibí durante mis estudios y la preparación de esta tesis.

Al Dr. Alberto Jaime Paredes por su apoyo, orientación y rigurosidad al dirigir esta tesis. También por compartir sus experiencias, conocimientos y por impulsarme a seguir adelante.

A la Dra. Alexandra Ossa López, el Dr. Osvaldo Flores Castellón, el M.I. Jaime Martínez Mier y el Dr. Eduardo Botero Jaramillo por haber revisado la tesis y aportar sus sugerencias que, sin duda, mejoraron el trabajo.

A mis compañeros de la maestría y del Instituto de Ingeniería, especialmente a Juan Sanabria por leer la tesis y realizar algunas observaciones.

A mi familia y amigos que me motivaron y apoyaron para estudiar el posgrado y desarrollar este trabajo.

# ÍNDICE

RESUMEN .....	ix
SIMBOLOGÍA .....	xi
LISTA DE TABLAS .....	xvi
LISTA DE FIGURAS.....	xvii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Alcances.....	3
2. CONCEPTOS DE MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO.....	5
2.1 Tensor de esfuerzos.....	5
2.1.1 Concepto de esfuerzo.....	5
2.1.2 Tensor de esfuerzos .....	7
2.1.3 Esfuerzos principales y esfuerzo cortante puro .....	8
2.1.4 Algunos estados de esfuerzo.....	10
2.1.5 Esfuerzos normal y cortante octaédricos .....	11
2.1.6 Estado de esfuerzos plano.....	13
2.2 Tensor de deformación .....	16
2.2.1 Concepto de deformación .....	16
2.2.2 Tensor de deformación .....	17
2.2.3 Tensor de deformación de Cauchy .....	18
2.2.4 Deformaciones principales .....	20
2.2.5 Deformación volumétrica y deformación desviadora o distorsional .....	20
2.2.6 Estado de deformación plano.....	21
2.3 Ecuaciones de compatibilidad.....	22
2.4 Función escalar .....	24
2.5 Trayectoria de esfuerzos .....	24
3. MODELOS CONSTITUTIVOS DE SUELOS.....	30
3.1 Uso de modelos en ingeniería geotécnica.....	30
3.2 Conceptos de modelos constitutivos de suelos .....	31

3.2.1	Elasticidad.....	31
3.2.2	Plasticidad.....	31
3.2.3	Viscosidad.....	36
3.3	Modelo elástico.....	40
3.3.1	Elasticidad lineal isotrópica.....	41
3.3.2	Elasticidad lineal anisotrópica.....	42
3.4	Modelos elastoplásticos.....	44
3.4.1	Comportamiento elastoplástico.....	44
3.4.2	Modelo de Mohr Coulomb.....	45
3.4.3	Modelo Soft Soil.....	49
3.5	Modelos de estado crítico.....	58
3.5.1	Cam Clay Modificado.....	58
3.5.2	Cam Clay Original (CCO).....	63
3.6	Modelos con doble endurecimiento.....	66
3.6.1	Hardening Soil Model (HSM).....	66
4.	ENSAYES DE LABORATORIO PARA LA OBTENCIÓN DE PARÁMETROS EMPLEADOS EN MODELOS CONSTITUTIVOS.....	74
4.1	Consolidación unidimensional.....	74
4.2	Ensaye triaxial.....	80
4.2.1	Etapas de un ensaye triaxial.....	82
4.2.2	Ensaye no consolidado-no drenado (UU).....	86
4.2.3	Ensaye consolidado-no drenado (CU).....	90
4.2.4	Ensaye consolidado-drenado (CD).....	94
4.2.5	Ensayes no convencionales.....	99
4.2.6	Estado crítico y ensaye triaxial.....	99
4.2.7	Posibles fuentes de error.....	100
4.3	Corte directo.....	102
4.4	Corte simple.....	103
4.5	Ensaye de cubo triaxial.....	106
4.6	Ensaye de cilindro hueco.....	109
4.7	Permeámetro de carga constante.....	111

4.8	Permeámetro de carga variable.....	112
4.9	Columna resonante.....	113
4.10	Ensaye triaxial cíclico.....	117
5.	ENSAYES DE CAMPO PARA LA OBTENCIÓN DE PARÁMETROS EMPLEADOS EN MODELOS CONSTITUTIVOS.....	121
5.1	Prueba de penetración estándar.....	121
5.2	Penetración de cono .....	132
5.3	Ensayes de carga a compresión en pilotes .....	140
5.4	Ensaye de placa.....	149
5.5	Ensaye de permeabilidad Lefranc.....	151
5.6	Ensaye de permeabilidad Matsuo-Akai .....	155
5.7	Ensaye de permeabilidad USBR.....	157
5.8	Ensaye de permeabilidad Lugeon .....	159
5.9	Ensayes cross-hole, down-hole y up-hole.....	160
5.10	Sonda suspendida .....	162
5.11	Análisis espectral de ondas de superficie (SASW) .....	163
6.	MÉTODOS PARA PREDECIR LA CURVA CARGA AXIAL-DESPLAZAMIENTO DE PRUEBAS EN PILOTES .....	165
6.1	Curvas $t-z$ .....	165
6.2	Criterio de Seed y Reese (1957) .....	165
6.3	Criterio de Coyle y Reese (1966).....	170
6.4	Criterio de Randolph y Wroth (1978).....	174
6.4.1	Deformación debida al efecto de fricción del pilote.....	175
6.4.2	Deformación debida al efecto de la carga en la punta del pilote .....	178
6.4.3	Combinación del comportamiento en el fuste y en la punta.....	178
6.4.4	Aplicaciones .....	181
6.5	Criterio de Kraft, Ray y Kagawa (1981).....	182
6.5.1	Curvas $t-z$ antes de la falla.....	183
6.5.2	Curvas $t-z$ después de la falla.....	185
6.5.3	Procedimiento para construir curvas $t-z$ teóricas. ....	187
6.5.4	Respuesta $Q-z$ en la punta del pilote.....	189

6.5.5	Aplicaciones .....	189
6.6	Programa Pile, de Oasys .....	191
6.6.1	Cálculo de asentamientos con el método de Mindlin .....	191
6.6.2	Cálculo de asentamientos con el método de las curvas $t-z$ .....	195
7.	EJEMPLOS DE APLICACIÓN: CURVA CARGA AXIAL-DESPLAZAMIENTO DE PRUEBAS EN PILOTES .....	200
7.1	Ensayes a escala real en el Centro Urbano Presidente Juárez .....	200
7.1.1	Ensayes de penetración.....	207
7.1.2	Ensayes de extracción.....	209
7.2	Ensayes a escala reducida .....	210
7.2.1	Ensayes de penetración.....	215
7.2.2	Ensayes de extracción.....	216
8.	CONCLUSIONES.....	217
	BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	219

## RESUMEN

En algunas construcciones de la Ciudad de México, se utilizan cimentaciones a base de pilotes con el fin de reducir las deformaciones ante cargas de trabajo. La realización de ensayos de carga permite tener mayor conocimiento del sistema pilote-suelo; sin embargo, en muchas obras estos ensayos no se pueden realizar y se recurre a técnicas numéricas.

Para entender el comportamiento de pilotes bajo carga axial, se realiza una revisión de conceptos de mecánica del medio continuo y de algunos modelos constitutivos de suelo más empleados. También, se discuten los ensayos de campo y laboratorio para la obtención de parámetros geotécnicos, tanto convencionales como no convencionales. Se indican sus ventajas, limitaciones y criterios para la interpretación de resultados.

En esta tesis se analiza el comportamiento de pilotes individuales, a escala real y a escala reducida, con modelación numérica y soluciones cerradas. Los ensayos de pilotes a escala real se realizaron en pilotes hincados en suelo normalmente consolidado de la zona del Lago de la Ciudad de México (Centro Urbano Presidente Juárez). Los ensayos de pilotes en escala reducida se efectuaron en una muestra reconstituida de arcilla. Se hicieron ensayos de compresión rápidos y lentos y de extensión de pilotes individuales. Se compararon los resultados con los obtenidos de los análisis con soluciones cerradas y con modelación numérica.

En los ensayos de penetración rápidos de pilotes a escala real, tanto la solución de Randolph y Wroth, como la propuesta por Kraft *et al.* sobreestiman los asentamientos. Para las pruebas lentas, la solución de Randolph y Wroth proporciona un ajuste razonable. El análisis de Oasys del ensayo lento, con curvas  $t-z$  elastoplásticas, es el que da mejores aproximaciones.

En los ensayos de extensión de pilotes a escala real, las soluciones de Randolph y Wroth, y Kraft *et al.* subestiman los desplazamientos. El análisis con el programa Pile de Oasys, que usa el método de Mindlin, estima con buena aproximación la carga máxima, aunque subestima los desplazamientos.

En los ensayos de pilotes a escala reducida, el método de Kraft *et al.* proporciona un buen ajuste para el análisis de carga en compresión, y la solución de Randolph y Wroth se aproxima bien en compresión hasta el 50% de la carga, mientras que Oasys da una buena aproximación del comportamiento, hasta el 50% de la carga y tiene una determinación de la capacidad que se aproxima con la obtenida experimentalmente. Respecto a los ensayos en extracción, aun

considerando un 50% del módulo elástico del suelo, no se obtiene un buen ajuste; sin embargo, de estos, el que mejor se ajusta es el método de Randolph y Wroth. Las soluciones tampoco determinan adecuadamente la capacidad última en extensión. Respecto al análisis numérico, Oasys aproxima mejor la resistencia a la extracción, así como los desplazamientos con el método de Mindlin.

Se concluye que el uso de análisis simples con soluciones cerradas o semiempíricas, con parámetros de suelo obtenidos a partir de ensayos convencionales, permite determinar el comportamiento carga-desplazamiento con suficiente precisión como para ser usado en análisis preliminares, especialmente en cargas a compresión. En los ensayos de extracción, las soluciones cerradas no proporcionan buen ajuste, en general subestiman los desplazamientos.

La modelación numérica tiene gran valor, pero se deben aplicar adecuadamente los modelos constitutivos de suelos, con parámetros apropiados a dichos modelos.

## SIMBOLOGÍA

$P$	punto
$F$	fuerza
$f$	fuerza
$S$	esfuerzo
$\sigma$	esfuerzo normal
$\tau$	esfuerzo cortante
$A$	área
$T_{ij}$	tensor
$v$	vector
$S_n$	vector de esfuerzos
$I_{ij}$	matriz de transformación de cosenos directores
$L_{ij}^T$	transpuesta de la matriz de cosenos directores
$\sigma_1$	esfuerzo principal mayor
$\sigma_2$	esfuerzo principal intermedio
$\sigma_3$	esfuerzo principal menor
$T_{12}$	tensor de esfuerzos normales principales
$T_{jk}$	tensor de esfuerzo cortante puro
$I_1$	invariante de primer grado o lineal
$I_2$	invariante de segundo grado
$I_3$	invariante de tercer grado
$\tau_{max}$	esfuerzo cortante máximo
$\sigma_{oct}$	esfuerzo normal octaédrico
$\tau_{oct}$	esfuerzo cortante octaédrico o volumétrico
$T_{oct}$	tensor de esfuerzos octaédrico o volumétrico
$T_{so}$	tensor de esfuerzos distorsional o desviador
$\bar{n}$	vector de cosenos directores
$\varepsilon$	tensor de deformación
$\Omega$	tensor de rotación
$\varepsilon_u$	deformación unitaria en una dirección o plano cualquiera
$\varepsilon_l$	deformación longitudinal
$\gamma$	deformación angular
$\varepsilon_1$	deformación principal mayor
$\varepsilon_2$	deformación principal intermedio
$\varepsilon_3$	deformación principal menor
$\varepsilon_M, 1/3 e$	deformación normal promedio
$E'$	deformación desviadora
$I$	matriz identidad
$\alpha_{1,2}$	direcciones principales de deformación

$f(P)$	función escalar
$f$	función de fluencia
$g$	potencial plástico
$\lambda$	función escalar para el cálculo del potencial plástico
$\dot{\gamma}$	velocidad de deformación de un fluido viscoso
$k$	constante de proporcionalidad esfuerzo-deformación
$\eta$	constante del amortiguador
$\sigma_Y$	esfuerzo de fluencia
$\epsilon_Y$	deformación en el punto de fluencia
$\nu$	relación de Poisson
$G$	módulo de esfuerzo cortante
$K$	módulo de variación volumétrica
$K'$	módulo efectivo de variación volumétrica
$K_u$	módulo de variación volumétrica no drenado
$\phi$	ángulo de fricción interna del suelo
$c$	cohesión del suelo
$\sigma_f$	esfuerzo normal en la superficie de falla
$\sigma_r$	esfuerzo de confinamiento
$\psi$	ángulo de dilatancia
$\epsilon_v$	deformación volumétrica
$\lambda^*$	índice de compresión modificado, modelo constitutivo Soft Soil
$\kappa^*$	índice de expansión modificado, modelo constitutivo Soft Soil
$p_p$	esfuerzo de preconsolidación
$p_c$	esfuerzo de preconsolidación isotrópico
$M_{SS}$	parámetro que determina la función de fluencia en el modelo Soft Soil
$K_0^{NC}$	coeficiente de empuje de tierras en reposo para suelo normalmente consolidado
$C_c$	índice de compresión
$C_s$	índice de expansión
$C_r$	índice de recompresión
$\phi'_{cs}$	ángulo de fricción de estado crítico
$e_{cs}$	relación de vacíos en la falla en el estado crítico
$e_{\Gamma}$	parámetro que define la posición de la línea de estado crítico
$M$	relación de esfuerzos crítica
$\lambda$	pendiente de la rama de carga en el plano $v$ - $\ln p'$
$\kappa$	pendiente de la línea de recompresión en el plano $v$ - $\ln p'$
$\eta$	relación de esfuerzos $q/p'$
$E_{50}$	módulo de rigidez dependiente del esfuerzo de confinamiento para la carga primaria, modelo Hardening Soil
$p^{ref}$	esfuerzo de referencia
$q_f$	máxima resistencia al corte
$\nu_{ur}$	relación de Poisson para descarga/recarga
$E_{ur}$	módulo elástico para descarga/recarga
$G_{ur}$	módulo de cortante para descarga/recarga

$\gamma^p$	deformación plástica por cortante
$E_{oed}$	módulo edométrico
$H$	módulo de endurecimiento, modelo Hardening Soil
$K_s$	módulo elástico de expansión, modelo Hardening Soil
$K_c$	módulo de compresión elastoplástico para compresión isotrópica, modelo Hardening Soil
$m$	exponente para la dependencia de la rigidez del nivel de esfuerzos, modelo Hardening Soil
$R_f$	relación de falla $q_f/q_a$ , modelo Hardening Soil
$k_v, k_h$	coeficientes de permeabilidad, vertical y horizontal, respectivamente
$\bar{U}_f$	grado de disipación de la presión de poro en la falla, promedio
$c_v$	coeficiente de consolidación
$\eta$	factor que depende de las condiciones de drenaje en los extremos de la muestra
$t_f$	tiempo requerido para llegar a la falla en un ensaye de compresión triaxial CD
$\delta$	ángulo de fricción en interfaz de materiales
$\gamma$	peso volumétrico
$\rho$	densidad
$Q$	gasto
$L$	longitud de la muestra de suelo
$h$	altura de la muestra de suelo
$e$	neperiano
$I$	momento de polar de inercia de la masa del espécimen
$J$	módulo de torsión
$\omega_n$	frecuencia fundamental del sistema
$t$	tiempo
$S$	velocidad de propagación de onda de corte
$v_s$	velocidad de propagación de onda de corte
$W$	peso
$v_l$	velocidad de propagación de onda longitudinal
$f_n$	frecuencia fundamental en Hertz
$\sigma_{dc}$	esfuerzo desviador cíclico, ensaye triaxial cíclico
$N$	número de golpes en la prueba SPT
$C_N$	factor de corrección por esfuerzo efectivo
$\bar{p}$	esfuerzo efectivo debido al peso propio del suelo en ton/sq ft
$p'_0$	carga debida al peso propio del suelo en kPa
$E_i$	eficiencia del martillo
$(N_1)_{60}$	$N$ corregido por energía del martillo y por esfuerzo efectivo
$f_l$	factor, en kPa, que es función del índice de plasticidad para estimar la resistencia en arcillas
$D_r$	compacidad relativa
$NC$	normalmente consolidado
$OC$	preconsolidado
$OCR$	relación de preconsolidación
$N_c$	factor de capacidad de carga

$N_v$	factor de capacidad de carga
$N_q$	factor de capacidad de carga
$s_{ub}, c_u$	resistencia no drenada a la compresión
$q_c$	resistencia a la penetración de cono
$f_s$	resistencia lateral de cono
$N_k$	factor de correlación entre $q_c$ y $c_u$
$S$	asentamiento, solución de Schleicher
$I_s$	factor geométrico para estimación de asentamientos, solución de Schleicher
$B$	diámetro de la cavidad, ensaye Lefranc
$h$	variación de carga que ocurre por la remoción o inyección de agua, ensaye Lefranc
$m$	coeficiente en función de la forma de la cavidad, ensaye Lefranc
$q_{1,2}$	gastos medidos en zanja, prueba Matsuo-Akai
$p'$	esfuerzo efectivo promedio
$p$	esfuerzo total promedio
$q$	esfuerzo desviador
$\sigma_r$	esfuerzo (presión) radial
$\sigma_x$	esfuerzo axial
$u$	presión de poro
$\Delta u$	exceso de presión de poro
$e$	relación de vacíos
$T$	carga en la punta, método Coyle y Reese
$\delta$	asentamiento en la cabeza del pilote, método Coyle y Reese
$y_i$	movimiento del segmento del pilote, método Coyle y Reese
$s_i$	transferencia de carga del segmento del pilote, método Coyle y Reese
$Q_i$	carga actuante en el segmento del pilote, método Coyle y Reese
$r_m$	distancia desde el pilote, a la que cual el desplazamiento es despreciable
$w$	desplazamiento vertical del suelo, método Randolph y Wroth
$w_s$	desplazamiento vertical del suelo alrededor del fuste del pilote
$r_0$	radio del pilote
$\tau_0$	esfuerzo cortante en la interfaz del pilote
$\zeta$	asentamiento debido al efecto de fricción del pilote
$P_b$	carga en la base del pilote
$P_s$	carga en el fuste del pilote
$P_t$	carga en la cabeza del pilote
$w_t$	desplazamiento vertical en la cabeza del pilote
$l$	longitud del pilote
$\rho$	grado de homogeneidad del suelo
$E_p$	módulo de Young del pilote
$\eta$	factor que permite la solución de pilotes con ampliación de base
$r_b$	radio de la base del pilote

$z_s$	desplazamiento del elemento, método Kraft <i>et al.</i>
$G_i$	módulo de esfuerzo cortante inicial a bajas deformaciones, método Kraft <i>et al.</i>
$R_f$	constante de ajuste de la curva esfuerzo-deformación, método Kraft <i>et al.</i>
$\tau_{max}$	esfuerzo cortante en la falla
$t_{max}$	valor máximo de transferencia de carga
$s_u$	resistencia al corte
$G_{max}$	módulo de esfuerzo cortante del suelo
$t_{res}$	resistencia residual
$q_b$	esfuerzo en la punta del pilote
$D$	diámetro del pilote
$E$	Módulo de Young del suelo
$I_b$	coeficiente de influencia, método Kraft <i>et al.</i>
$k_i$	rigidez inicial en la base del pilote, Oasys
$p_f$	carga en la punta límite, Oasys
$p_b$	carga cortante movilizada en la base, Oasys
$R_{fb}$	constante de ajuste de la curva hiperbólica para la base, Oasys

## LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1 Unidades básicas de resortes y amortiguadores (adaptado de Tuma y Abdel-Hady, 1973) .....	38
Tabla 3.2 Modelos reológicos elementales (adaptado de Tuma y Abdel-Hady, 1973).....	39
Tabla 4.1 Valores de $\eta$ para diferentes condiciones de drenaje (Bishop, 1962).....	97
Tabla 5.1 Eficiencia del martillo y corrección para $E_{60}$ (Décourt, 1989).....	129
Tabla 5.2 Valores de $m$ para distintas formas de cavidades (Monnet, 2015) .....	154
Tabla 5.3 Valores de $m_0$ como función de los límites del acuífero (Monnet, 2015) .....	154
Tabla 7.1 Valores de entrada para el análisis por Randolph y Wroth, pilotes en CUPJ .....	205
Tabla 7.2 Valores de entrada para el análisis por Kraft <i>et al</i> , pilotes en CUPJ .....	205
Tabla 7.3 Valores de entrada para el análisis por Pile de Oasys, pilotes en CUPJ .....	206
Tabla 7.4 Comparación de los métodos de Randolph y Wroth y sus resultados, sitio CUPJ .....	208
Tabla 7.5 Valores de entrada para el análisis por Randolph y Wroth, ensayos a escala reducida .....	213
Tabla 7.6 Valores de entrada para el análisis por Kraft <i>et al.</i> , ensayos a escala reducida .....	213
Tabla 7.7 Valores de entrada para el análisis por Pile de Oasys, ensayos a escala reducida .....	214
Tabla 7.8 Comparación de los métodos de Randolph y Wroth y sus resultados, ensayos a escala reducida.....	215

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1. Definición de esfuerzo en un punto P de un medio continuo (Jaime, SF). .....	5
Fig. 2.2. Esfuerzos actuando en un cubo elemental de un medio continuo (Jaime, SF).....	6
Fig. 2.3. Giro de ejes coordenados (Jaime, SF). .....	9
Fig. 2.4. Planos octaédricos en el sistema de ejes principales (Jaime, SF).....	13
Fig. 2.5. Estado de esfuerzos plano (modificado de Popov, 1990).....	14
Fig. 2.6. Esfuerzo normal y tangencial para un estado de esfuerzos plano (Levi, 1982). .....	15
Fig. 2.7. Representación de esfuerzo plano con círculos de Mohr (Malvern, 1969).....	16
Fig. 2.8. Casos de deformación plana. (Malvern, 1969).....	17
Fig. 2.9. Deformación y desplazamiento de cuerpo sometido a fuerzas externas. (Mase, 1977). 17	
Fig. 2.10. Modos de deformación (Potts, 1999). .....	23
Fig. 2.11. Trayectorias de esfuerzos (Jaime, SF).....	26
Fig. 2.12. Trayectorias de esfuerzos (Jaime, SF).....	27
Fig. 2.13. Trayectorias de esfuerzos y comportamiento de una arena en prueba triaxial CU (Jaime, SF).....	28
Fig. 2.14. Comportamiento de una arena en prueba triaxial CD (Jaime, SF). .....	29
Fig. 3.1. Algunos modelos constitutivos de suelos (Lade, 2005). .....	30
Fig. 3.2. Representación gráfica de una superficie de fluencia y reglas de flujo (Malvern, 1969). .....	32
Fig. 3.3. Representación de superficie de fluencia en un espacio de esfuerzos principales (Solowski, 2018b). .....	33
Fig. 3.4. Superficies de fluencia debido a endurecimiento/reblandecimiento (Solowski, 2018b).35	
Fig. 3.5. Curvas de deformación para diferentes materiales: a) Elástico; b) elastoplástico; c) elástico no lineal; d) viscoso; e) viscoplástico f) viscoso no lineal. (Vyalov, 1986).....	37
Fig. 3.6. Desarrollo de la deformación con el tiempo en respuesta a una carga constante ( $\tau=const$ ) y descarga ( $\tau=0$ ) en: a) un cuerpo idealmente elástico; b) un cuerpo idealmente viscoso. (Vyalov, 1986). .....	38
Fig. 3.7. Orientación de ejes para considerar la isotropía transversal (Potts, 1999). .....	43
Fig. 3.8. Modelo elástico perfectamente plástico (Chen, 1975). .....	44

Fig. 3.9. Criterio de falla de Mohr-Coulomb en el espacio de esfuerzos principales y el plano octaédrico (Smith <i>et al.</i> , 2014).....	47
Fig. 3.10. Relación logarítmica entre la deformación volumétrica y el esfuerzo promedio (Plaxis, 2015). .....	50
Fig. 3.11. Superficie de fluencia del modelo Soft Soil en el plano $p'-q$ (Plaxis, 2015). .....	51
Fig. 3.12. Representación de la superficie de fluencia del modelo Soft Soil en el espacio de esfuerzos principales (Plaxis, 2015). .....	52
Fig. 3.13. Estado crítico del suelo (Atkinson, 1993). .....	55
Fig. 3.14. Línea de estado crítico en el ensaye triaxial (Atkinson, 1993).....	56
Fig. 3.15. a) Curva de fluencia elíptica para el modelo Cam Clay modificado en el plano $p'-q$ ; b), c) rama normalmente consolidada (iso-ncl) y rama de descarga-recarga (url) en el plano de compresión, en plano $p'-v$ y $\ln p'-v$ (Muir Wood, 1990).....	59
Fig. 3.16. Deformación axial vs cambio de volumen (Solowski, 2018a). .....	60
Fig. 3.17. Rama normalmente consolidada y línea del estado crítico en el plano $\ln p'-v$ (Solowski, 2018a). .....	60
Fig. 3.18. Constante M en el plano $p'-q$ (Solowski, 2018a). .....	61
Fig. 3.19. Superficie de fluencia y constante M en el plano $p'-q$ (Solowski, 2018a).....	61
Fig. 3.20. Lugar de fluencia y trayectoria de esfuerzos, modelo CCO (Schofield, 1993).....	65
Fig. 3.21. Relación hiperbólica esfuerzo-deformación en carga primaria para un ensaye triaxial drenado. (Plaxis, 2015). .....	67
Fig. 3.22. Representación de la curva total de fluencia del HSM en el espacio de esfuerzos principales para suelo sin cohesión (Plaxis, 2015). .....	72
Fig. 4.1. Aparato de consolidación unidimensional de anillo fijo (Taylor, 1948).....	75
Fig. 4.2. Representación esquemática del odómetro de anillo flotante (Potts, 2001).....	75
Fig. 4.3. Curva deformación-tiempo para un incremento de esfuerzo.....	76
Fig. 4.4. Curva de compresibilidad $e-\log\sigma'_a$ (Potts, 2001). .....	77
Fig. 4.5. Determinación del esfuerzo de preconsolidación (Casagrande, 1939).....	78
Fig. 4.6. Curva de compresibilidad $v-\ln p'$ (Potts, 2001).....	78
Fig. 4.7. Curva de compresibilidad de muestras inalteradas y del mismo suelo remoldeado (Hirschfeld, 1963).....	80
Fig. 4.8. Esquema del aparato para ensaye triaxial, (Bishop, 1962).....	81

Fig. 4.9. Representación de las etapas de un ensaye triaxial a) Saturación, b) Consolidación, c) Aplicación del desviador en condiciones no drenadas, d) Aplicación del desviador en condiciones drenadas (tomado de Head, 1998). .....	82
Fig. 4.10. Relación entre $c_u/p$ y el Índice de Plasticidad. (Skempton 1957, citado en Bishop, 1962). .....	87
Fig. 4.11. Ensayos no drenados: a) Curvas esfuerzo-deformación de ensayos UU en arcillas normalmente consolidadas y preconsolidadas. b) Círculos de Mohr, en términos de esfuerzos totales, para ensayos UU en arcilla saturada fisurada. (Bishop, 1962). .....	88
Fig. 4.12. Condiciones de esfuerzo para el ensaye de compresión simple (Hirschfeld, 1963).....	89
Fig. 4.13. Círculos de Mohr en términos de esfuerzos efectivos para ensayos CU en arena suelta (Bishop, 1962).....	90
Fig. 4.14. Ensayos CU en arena saturada. Esfuerzo desviador y presión de poro vs deformación axial. a) para una arena muy suelta b) para una arena densa (Bishop, 1962). .....	91
Fig. 4.15. Ensayo CU en una muestra de arcilla normalmente consolidada: esfuerzo desviador y cambio de presión de poro vs deformación (Bishop, 1962).....	92
Fig. 4.16. Círculos de Mohr en términos de esfuerzos totales y efectivos para ensayos CU en muestras de arcilla normalmente consolidada (Bishop, 1962) .....	93
Fig. 4.17. Ensayo CU en una muestra de arcilla con alto OCR: esfuerzo desviador y cambio de presión de poro vs deformación (Bishop, 1962). .....	93
Fig. 4.18. Círculos de Mohr en términos de esfuerzos totales y efectivos para ensayos CU en muestras de arcilla preconsolidadas (Bishop, 1962).....	94
Fig. 4.19. Ensayos drenados en arena saturada: esfuerzo desviador y cambio de volumen vs deformación para a) arena densa y b) arena suelta (Bishop, 1962). .....	95
Fig. 4.20. Círculos de Mohr para ensayos drenados y no drenados en muestras consolidadas bajo una presión isotrópica $p$ . (Bishop, 1962). .....	97
Fig. 4.21. Ensayos drenados a una velocidad de deformación constante. Esfuerzo desviador y cambio de volumen vs deformación para muestras de arcilla normalmente consolidadas y preconsolidadas (Bishop, 1962).....	98
Fig. 4.22. Curva esfuerzo-deformación y trayectoria de esfuerzos (Potts, 2001).....	100
Fig. 4.23. Aplicación de esfuerzos en el ensaye de corte directo (Potts, 2001).....	102
Fig. 4.24. Círculo de Mohr de un ensaye de corte directo (Potts, 2001). .....	103

Fig. 4.25. Aparatos de corte simple a) modelo NGI y b) Modelo Cambridge (Potts, 2001). .....	104
Fig. 4.26. Aparato de corte simple cíclico (Jaime <i>et al.</i> , 1987). .....	105
Fig. 4.27. Barras biarticuladas, resorte plano, membranas, base y tapa de la muestra de suelo (Jaime <i>et al.</i> , 1987). .....	106
Fig. 4.28. Esfuerzos principales en ensaye de cubo triaxial (Potts, 2001). .....	107
Fig. 4.29. a) Vista en corte del aparato triaxial verdadero b) Detalles de la pared lateral (Yamada e Ishihara, 1979). .....	107
Fig. 4.30. Representación de las deformaciones medidas en el plano octaédrico (Yamada e Ishihara, 1979). .....	108
Fig. 4.31. Deformaciones principales medidas <i>vs</i> relación de esfuerzos $\tau_{oct}/p'$ en una dirección (Yamada e Ishihara, 1979). .....	108
Fig. 4.32. Deformación volumétrica <i>vs</i> relación de esfuerzos $\tau_{oct}/p'$ en 3 direcciones (Yamada e Ishihara, 1979). .....	109
Fig. 4.33. a) espécimen de suelo en cilindro hueco b) Porción superior de la celda triaxial (Ishihara y Yamada, 1975). .....	110
Fig. 4.34. Representación esquemática del sistema para ensaye de cilindro hueco (Ishihara y Yamada, 1975). .....	111
Fig. 4.35. Permeámetro de carga constante (Taylor, 1948). .....	112
Fig. 4.36. Permeámetro de carga variable (Taylor, 1948). .....	113
Fig. 4.37. Diagrama del aparato para ensaye de columna resonante (Ni, 1987, reproducido en EPRI, 1993). .....	116
Fig. 4.38. Cámara triaxial cíclica (Jaime, 1980) . .....	117
Fig. 4.39. Aparato triaxial cíclico con celda de carga sumergible (Wykeham Farrance, 2012). .....	118
Fig. 4.40. Variantes del ensaye triaxial cíclico (Jaime, 1980). .....	120
Fig. 5.1. Esquema del martillo tipo dona y martillo de seguridad (ASTM D1586-11). .....	122
Fig. 5.2. Esquema del martillo automático usado en Reino Unido. a) muestreador SPT; b) Martillo automático (Clayton, et al., 1995). .....	123
Fig. 5.3. Esquema de martillos automáticos usados en Norteamérica a) CME b) Foundex (Howie <i>et al.</i> , 2003). .....	125
Fig. 5.4. Esquema de martillos automáticos usados en Norteamérica (US Army Corps of Engineers, 2001). .....	126

Fig. 5.5. Esquema de las vueltas del cable en la cabeza de gato; 1-3/4 de vuelta para la rotación de la cabeza de gato en contra del sentido de las manecillas del reloj, y 2-1/4 vueltas para rotación de la cabeza de gato en sentido de las manecillas del reloj. (US Army Corps of Engineers, 2001). .....	127
Fig. 5.6. Efecto de la compacidad relativa (Skempton, 1986). .....	130
Fig. 5.7. Relación entre $N$ , $\phi'$ y los factores de capacidad de carga $N_\gamma$ y $N_q$ (Peck et al, 1974). 131	
Fig. 5.8. Correlación entre $N$ y la resistencia no drenada, $c_u$ (determinada en especímenes 100mm de diámetro), para arcillas de Reino Unido (Stroud, 1974, citado en Clayton, 1995). .....	132
Fig. 5.9. Cono eléctrico inicialmente usado en México (Jaime, 1991). .....	133
Fig. 5.10. CPTu con sensores de fuerza en punta y fricción y de presión de poro (Amrill, 2021). .....	134
Fig. 5.11. Registro de una prueba de cono eléctrico de 1980 (Jaime, 1991). .....	136
Fig. 5.12. Perfil de resistencia de punta, fuste y medición de presión de poro con piezocono (CPTu), zona del Ex-Lago de Texcoco (Bernal <i>et al.</i> , 2016). .....	137
Fig. 5.13. Velocidad de onda de corte (sonda suspendida) de la arcilla preconsolidada del Lago de Texcoco vs resistencia de punta (Jaime, 1987). .....	138
Fig. 5.14. Velocidad de onda de corte (sonda suspendida) de arcilla virgen del Lago de Texcoco vs resistencia de punta (Jaime, 1987). .....	139
Fig. 5.15. Correlación entre la velocidad de onda de corte (medida con sonda suspendida) vs la raíz cuadrada de la resistencia de punta de las arcillas del ex Lago de Texcoco (Lucero, 2017). .....	140
Fig. 5.16. Configuración del dispositivo de carga para ensaye de pilotes a compresión (Jaime <i>et al.</i> , 1987). .....	142
Fig. 5.17. Curva carga-asentamiento de un ensaye de pilote de 30.5x30.5 cm a compresión en grava densa (Tomlinson <i>et al.</i> , 2008). .....	144
Fig. 5.18. Curva carga-asentamiento y curva tiempo-asentamiento de un ensaye de pilote de 30.5 x 30.5 cm, a compresión, en arcilla dura (Tomlinson <i>et al.</i> , 2008). .....	145
Fig. 5.19. Curvas carga-asentamiento para ensayos de carga a compresión a) pilote de fricción en arcilla blanda a firme o arena suelta b) pilote de fricción en arcilla dura (Tomlinson <i>et al.</i> , 2008) .....	146
Fig. 5.20. Tipos de arreglos para ensayos de pilotes y ensaye ideal (Viggiani <i>et al.</i> , 2012). .....	147

Fig. 5.21. Arreglo para realizar ensayos de carga estáticos con placa (ASTM D1194). .....	150
Fig. 5.22. Resultados de ensaye de carga en placa (Bowles, 1997). .....	151
Fig. 5.23. Principio del ensaye Lefranc (Monnet, 2015). .....	152
Fig. 5.24. Nomenclatura usada para el ensaye Lefranc (Monnet, 2015). .....	153
Fig. 5.25. Zanjales para ensaye de permeabilidad (Matsuo <i>et al.</i> , 1953). .....	155
Fig. 5.26. Flujo en una zanja con superficies libres confinado por asíntotas verticales (Matsuo <i>et al.</i> , 1953). .....	156
Fig. 5.27. Flujo en una zanja con superficies libres que se propagan radialmente (Matsuo <i>et al.</i> , 1953). .....	156
Fig. 5.28. Aparato para el ensaye de permeabilidad USBR (modificado de USBR., 1990). .....	158
Fig. 5.29. Relación entre la profundidad del agua en el pozo y distancia al nivel freático (USBR., 1990). .....	158
Fig. 5.30. Principio del ensaye Lugeon (Monnet, 2015). .....	159
Fig. 5.31. Diagrama esquemático del ensaye cross-hole (Stokoe y Woods, 1972 citado en Jaime, 1980). .....	161
Fig. 5.32. Ensayes sísmicos (a) <i>cross-hole</i> , (b) <i>down-hole</i> y (b) <i>up-hole</i> (Jaime, 1980). .....	162
Fig. 5.33. Esquema de la sonda suspendida OYO PS (GeoVision, 2021). .....	163
Fig. 5.34. Configuración básica del ensaye SASW (Stokoe <i>et al.</i> , 1989). .....	164
Fig. 6.1. Desplazamiento del suelo a diferentes profundidades por la acción de un pilote de fricción (Seed y Reese, 1957). .....	167
Fig. 6.2. Elemento de un pilote ensayado (Seed y Reese, 1957). .....	167
Fig. 6.3. Curvas de movimiento del pilote vs resistencia del suelo (Seed y Reese, 1957). .....	169
Fig. 6.4. Parte de una curva de distribución de carga en pilote (Seed y Reese, 1957). .....	169
Fig. 6.5. Pilote cargado axialmente, mostrando las fuerzas que actúan en los segmentos (Coyle y Reese, 1966). .....	171
Fig. 6.6. Relación entre transferencia de carga y resistencia al corte del suelo vs movimiento del pilote (Coyle y Reese, 1966). .....	173
Fig. 6.7. Pilote cargado axialmente, dividido en tres segmentos (Coyle y Reese, 1966). .....	173
Fig. 6.8. Desacoplamiento de efectos debido al fuste y la punta del pilote. a) Capas superior e inferior, b) Patrones de deformación separados de las capas superior e inferior (Randolph y Wroth, 1979). .....	175

Fig. 6.9. Deformación del suelo alrededor del fuste y esfuerzos en un elemento de suelo. (Randolph y Wroth, 1978).....	176
Fig. 6.10. Variación de la zona de influencia del pilote (Randolph y Wroth, 1978).....	177
Fig. 6.11. Asentamientos alrededor del fuste debido a la carga en la cabeza del pilote (modificado de Kraft, 1981).....	178
Fig. 6.12. Comparación de la relación carga-asentamiento para diferentes relaciones de esbeltez de pilotes rígidos en suelo homogéneo (Randolph y Wroth, 1979).....	179
Fig. 6.13. Variación considerada del módulo de cortante del suelo con la profundidad (Randolph y Wroth, 1979).....	181
Fig. 6.14. Curvas carga-desplazamiento de pilotes hincados en suelo calcáreo (Randolph y Wroth, 1979).....	182
Fig. 6.15. Modelo de Diferencias Finitas en un pilote con carga axial (Kraft <i>et al.</i> , 1981). .....	183
Fig. 6.16. Asentamiento modelado como el cortante entre cilindros concéntricos (Kraft <i>et al.</i> , 1981).....	184
Fig. 6.17. Desarrollo de una curva $t-z$ (Kraft <i>et al.</i> , 1981).....	188
Fig. 6.18. Curvas $t-z$ de pilotes hincados en arena en Houston, Texas (Kraft <i>et al.</i> , 1981).....	190
Fig. 6.19. Curvas $t-z$ de pilotes hincados en arcilla en la Universidad de Houston, Texas (Kraft <i>et al.</i> , 1981).....	190
Fig. 6.20. Esfuerzos actuando en un pilote y el suelo adyacente (Oasys, 2018). .....	192
Fig. 6.21. Curva elastoplástica $t-z$ (Oasys, 2018). .....	196
Fig. 6.22. Curva elastoplástica en la base $q-z$ (Oasys, 2018).....	196
Fig. 6.23. Curva hiperbólica $t-z$ (Oasys, 2018).....	197
Fig. 6.24. Curva hiperbólica en la base $q-z$ (Oasys, 2018). .....	198
Fig. 6.25. Curva en la base que muestra carga, descarga y recarga (Oasys, 2018). .....	199
Fig. 7.1. Perfil estratigráfico del sitio de ensayos de carga en pilotes a escala natural CUPJ. (Jaime <i>et al.</i> , 1988). .....	201
Fig. 7.2. a) Perfil de la resistencia al corte no drenada $c_u$ y b) Perfil del módulo tangente inicial; sitio CUPJ. (modificado de Jaime <i>et al.</i> , 1988). .....	202
Fig. 7.3. Comparación de resultados de las pruebas de penetración lenta y rápida, sitio CUPJ. Curvas corregidas por deformación del pilote (Jaime <i>et al.</i> , 1988).....	203

Fig. 7.4. Resultados de las pruebas de extracción, sitio CUPJ. Curvas corregidas por deformación del pilote (Jaime <i>et al.</i> , 1988).....	204
Fig. 7.5. Carga-desplazamiento de pilotes a compresión, ensayos rápidos. Métodos de Randolph y Wroth y de curvas $t-z$ de Kraft <i>et al.</i> .....	207
Fig. 7.6. Carga-desplazamiento de pilotes a compresión, ensaye lento. Métodos de Randolph y Wroth, de curvas $t-z$ de Kraft <i>et al.</i> y Pile de Oasys. ....	208
Fig. 7.7. Carga-desplazamiento de pilotes en extracción sin considerar alargamiento del pilote. Métodos de Randolph y Wroth y Kraft <i>et al.</i> .....	209
Fig. 7.8. Carga-desplazamiento de pilotes en extracción. considerando alargamiento del pilote. Métodos de Randolph y Wroth, Kraft <i>et al.</i> y programa Pile de Oasys. ....	209
Fig. 7.9. Planta de localización de los pilotes (Jaime <i>et al.</i> , 1991)......	211
Fig. 7.10. Curva $P-\delta$ de ensaye de penetración. Pilote circular, cuadrado y hexagonal (modificado de Jaime <i>et al.</i> , 1991)......	212
Fig. 7.11. Curvas carga-desplazamiento de pilotes de diferente sección transversal a compresión, ensayos a escala reducida y curvas obtenidas por los métodos de Kraft <i>et al.</i> , Randolph y Wroth y Pile, Oasys, para una sección circular.....	215
Fig. 7.12. Carga-desplazamiento de pilotes en extracción, el alargamiento del pilote es despreciable. Método de Randolph y Wroth; Método de curvas $t-z$ de Kraft <i>et al.</i> y programa Pile de Oasys (método de Mindlin).....	216

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Antecedentes

Terzaghi (1943) definió como asentamiento el hundimiento de un edificio debido a la compresión y deformación del suelo. Debido a la complejidad de las propiedades mecánicas de los suelos y las influencias de la estratificación, es difícil estimar los asentamientos con precisión. Sin embargo, se deben realizar análisis porque los resultados permiten, al menos, reconocer los factores que determinan su magnitud y distribución.

De acuerdo con el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 2017 se debe verificar que la cimentación no exceda los estados límites de falla y de servicio. Dentro de los estados límites de falla que se deben revisar se encuentran: flotación, falla local y general del suelo bajo la cimentación y falla estructural de los pilotes, pilas y otros elementos de la cimentación. Los estados límites de servicio que se deben cumplir son: movimiento vertical medio, asentamiento o emersión de la cimentación con respecto al nivel del terreno circundante, inclinación media de la construcción, y deformación diferencial de la propia estructura y otras que pudieran resultar afectadas.

En la actualidad, a pesar de la importancia que suponen las fallas de servicio, la mayoría de las predicciones de deformaciones son muy aproximadas; pocas veces se cumplen los valores pronosticados. Vardanega (2016) sugiere que una razón puede ser que los ingenieros han tardado en tener acceso a validar los mecanismos de deformación suelo-estructura para la evaluación del estado de servicio.

En la Ciudad de México, en algunas construcciones se utilizan cimentaciones a base de pilotes con el fin de reducir las deformaciones ante cargas de trabajo. La estimación de asentamientos totales y diferenciales es un problema que se complica por la rigidez de la estructura, la redistribución de la carga de pilotes, las técnicas de construcción y los efectos de grupo (Fleming, 1992). La realización de ensayos de carga permite tener mayor conocimiento del sistema pilote-suelo; sin embargo, en muchas obras estos ensayos no se realizan y se recurre a técnicas numéricas.

Hay varias técnicas para estudiar el asentamiento de pilotes bajo ciertas cargas. En la actualidad se cuenta con herramientas como el Método del Elemento Finito (MEF) y sofisticados modelos constitutivos de suelos. El MEF permite modelar el comportamiento esfuerzo-deformación y

estimar deformaciones ante ciertas cargas, así como la carga última. Sin embargo, estos análisis pueden resultar costosos y, según la complejidad del modelo constitutivo a usar, tomará tiempo caracterizar apropiadamente el suelo.

Existen técnicas más sencillas para estudiar los desplazamientos de pilotes individuales bajo ciertas cargas, como son las soluciones empíricas, semiempíricas y analíticas o cerradas.

Para analizar pilotes bajo carga axial, las soluciones cerradas (varias de ellas basadas en modelos con resortes) permiten predecir el asentamiento en pilotes sin recurrir a análisis numéricos. Entre este tipo de soluciones se encuentran las de Randolph y Wroth (1978), Scott (1981), Crispin *et al.* (2018), entre otras. Fleming (1992) propone una caracterización del comportamiento carga-asentamiento mediante una función hiperbólica que pueda ser ligada a parámetros de suelo obtenidos en ensayos convencionales.

Por otro lado, el problema se puede reducir a una dimensión mediante la introducción de curvas empíricas o analíticas  $t-z$ . El pilote se puede discretizar y emplear un método numérico iterativo, como lo hace el programa comercial Pile de Oasys.

Para validar las estimaciones y obtener más información sobre el comportamiento pilote-suelo, se deben hacer comprobaciones con ensayos de carga.

## 1.2 Objetivos

Revisar algunos conceptos de la mecánica del medio continuo y de los ensayos de campo y de laboratorio para la obtención de parámetros geotécnicos, tanto convencionales como no convencionales, así como estudiar algunos modelos constitutivos de suelo más empleados en la actualidad.

Se estudia el comportamiento de pilotes individuales y se comparan modelos basados en suelo elástico con resultados de métodos de análisis por computadora. Se usan técnicas analíticas en conjunto con resultados experimentales para el análisis del comportamiento de pilotes. Se comparan estos diferentes métodos de análisis para asegurar que sean consistentes entre ellos y se investigan los efectos de los valores de algunos parámetros del suelo.

Los casos de estudio corresponden a pilotes hincados en arcillas blandas de la Ciudad de México. Se busca una mejor comprensión del comportamiento de pilotes al comparar los diferentes análisis

y evaluar su confiabilidad para predecir el comportamiento de un pilote real o a escala en este tipo de suelo.

### **1.3 Alcances**

Las soluciones analíticas tienen una idealización del medio como un continuo y usan relaciones constitutivas para determinar la relación esfuerzo - deformación en el análisis de pilotes. En el capítulo dos se repasan conceptos de mecánica del medio continuo, como son tensor de esfuerzos y tensor de deformación, compatibilidad de deformaciones y trayectorias de esfuerzo.

En el capítulo tres se exponen diversos modelos constitutivos de suelos, se explica su uso en la ingeniería geotécnica y se tratan conceptos básicos de elasticidad, plasticidad y viscosidad. Posteriormente, se exponen varios modelos como elásticos, elastoplásticos (Mohr Coulomb y Soft Soil) y los modelos de estado crítico Cam Clay original y modificado. Se indican los parámetros necesarios para los modelos y los ensayos más adecuados para obtenerlos. Asimismo, se indican ventajas y desventajas.

En el capítulo cuatro se mencionan los ensayos de laboratorio para la obtención de parámetros empleados en modelos constitutivos. Se describen los equipos y los tipos de ensayos que se pueden realizar y posibles fuentes de error. Asimismo, se comenta su asociación con los modelos constitutivos de suelos. Se mencionan ensayos convencionales y no convencionales, tanto estáticos como dinámicos. Algunas soluciones analíticas requieren del módulo  $G$  a bajas deformaciones, que puede obtenerse a partir de ensayos de columna resonante y el triaxial cíclico.

En el capítulo cinco se comentan los ensayos de campo para obtener parámetros de resistencia, permeabilidad y propiedades dinámicas, que se emplean en modelos constitutivos de suelos. Se mencionan las principales limitaciones y algunas correcciones que pueden realizarse.

En el capítulo seis se explican algunos métodos para predecir la curva carga axial-desplazamiento en ensayos de pilotes. Se exponen las soluciones de Seed y Reese, Coyle y Reese, Randolph y Wroth, Kraft, Ray y Kagawa y el método empleado en el programa Pile de Oasys.

En el capítulo siete se exponen ejemplos de aplicación de ensayos a escalas real y reducida. El ensayo a escala real se realizó en un sitio de la zona III de la Ciudad de México, mientras que el ensayo a escala reducida se llevó a cabo en una muestra de suelo elaborada en el Instituto de

Ingeniería, usando arcillas del valle de México homogeneizadas. En el capítulo 8 se presentan las conclusiones y comentarios generales.

## 2. CONCEPTOS DE MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO

### 2.1 Tensor de esfuerzos

#### 2.1.1 Concepto de esfuerzo

La mecánica del medio continuo trata el comportamiento mecánico de los fluidos y sólidos en una escala macroscópica. Ignora la naturaleza discreta de la materia y trata al material como uniformemente distribuido en todas las regiones del espacio; por tanto, un medio continuo queda definido como el conjunto de partículas, en el cual no existen discontinuidades o vacíos entre ellas y el material puede considerarse como una masa única.

Un sólido sometido a fuerzas externas y de cuerpo responde deformándose y, por tanto, genera fuerzas internas para conservar el equilibrio. Las fuerzas externas pueden ser cargas inducidas por edificios, tráfico, materiales almacenados y otras. Las llamadas fuerzas de cuerpo son aquellas que actúan a distancia, tales como la aceleración (por ej: de la gravedad) y campos magnéticos.

En la fig. 2.1 se representa esquemáticamente un medio sólido continuo sujeto a sollicitaciones externas,  $F_e$  (incluyen las reacciones de los apoyos) y de cuerpo,  $F_c$ .

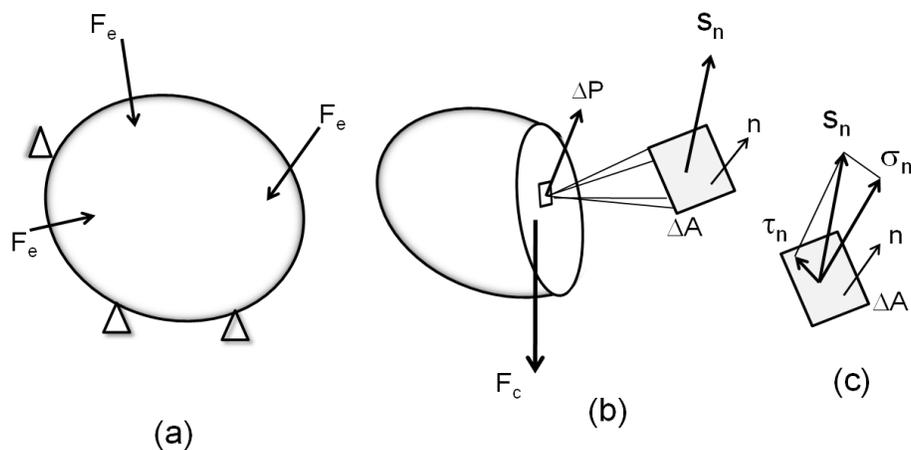


Fig. 2.1. Definición de esfuerzo en un punto P de un medio continuo (Jaime, SF).

Las fuerzas externas actúan sobre la superficie del medio y las de cuerpo en el volumen de este último. Haciendo un corte en el medio, las fuerzas internas (que son respuesta del medio a las externas y de cuerpo), en cualquier punto  $P$ , se pueden representar por la intensidad de la fuerza,

$f_n$ , que actúa en ese punto. En virtud del teorema del valor medio,  $f_n$  puede ser sustituida por una fuerza infinitesimal,  $\Delta P$  y el punto por un plano infinitesimal  $\Delta A$ . Dicho plano se define por el vector,  $n$ , normal a él. Se define como esfuerzo a:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = S_n \quad (2.1)$$

Nótese que el esfuerzo  $S_n$  está ligado al plano definido por su normal  $n$ , fig. 2.1 (b). Si el plano cambia,  $S_n$  también. Dicho esfuerzo se puede descomponer en dos partes, fig. 2.1 (c). Un esfuerzo cortante  $\tau_n$  actuando a lo largo del plano (por tanto, perpendicular a  $n$ ) y otro esfuerzo normal  $\sigma_n$  que actúa en la dirección de la normal a dicho plano. Es decir:

$$S_n = \sigma_n + \tau_n \quad (2.2)$$

Los esfuerzos normal y tangencial, a su vez, pueden descomponerse en un espacio de ejes tridimensional de referencia  $xyz$ , fig. 2.2. De esta manera se tienen los esfuerzos normales  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ , que actúan en la dirección de los ejes coordenados y los esfuerzos cortantes  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$ . En estos últimos el primer subíndice significa la normal al plano en el que actúa y el segundo es la dirección, fig. 2.2. Por claridad en dicha figura no se dibujaron las caras opuestas ni los esfuerzos correspondientes.

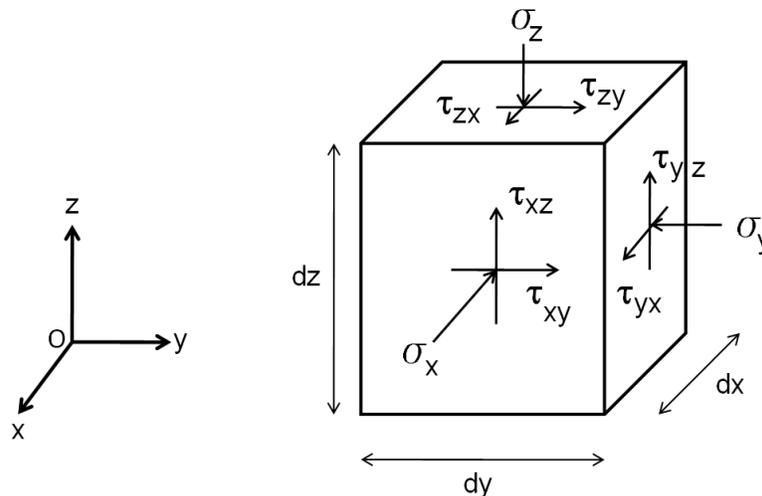


Fig. 2.2. Esfuerzos actuando en un cubo elemental de un medio continuo (Jaime, SF).

## 2.1.2 Tensor de esfuerzos

Un tensor es un ente matemático que corresponde a una transformación lineal y puede tener varios órdenes, por ejemplo, un tensor de orden 2, está formado por tres tensores de orden cero (escalares), por tanto, está compuesto de 9 elementos.

En la mecánica del medio continuo, el tensor de esfuerzos describe de forma matricial el estado de esfuerzos de un cuerpo. Por un punto de un medio continuo pueden pasar infinidad de vectores  $S$  asociados a igual número de planos definidos por su normal,  $n$ . Se dice que se conoce el estado de esfuerzos en un punto del medio cuando se pueden determinar los esfuerzos normales y cortantes en todos los planos que en cualquier dirección pasan por dicho punto. Es decir, se conoce el tensor de esfuerzos  $T_{jk}$ , referido a un sistema de ejes  $xyz$  cualquiera (pero establecido).

Una fuerza o un esfuerzo, se representa por un vector, referido a un sistema de ejes coordenados, el cual tiene magnitud, dirección y sentido. El estado de esfuerzos en un punto se representa con tres vectores  $[\bar{T}^x, \bar{T}^y, \bar{T}^z]$ , fig. 2.2.

El tensor de esfuerzos, por tanto, es:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Conocido el vector normal al plano en estudio  $n = (l, m, n)$  y el tensor  $T_{ij}$  se puede conocer el vector de esfuerzos  $S_n$ :

$$S_n = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

En algunos textos, la diagonal del tensor se escribe  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$  y  $\tau_{zz}$ . Aquí se prefieren los símbolos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  para diferenciar a los esfuerzos normales,  $\sigma$ , de los cortantes,  $\tau$ . La primera forma se prefiere cuando se emplea notación indicial, por ejemplo:  $T_{ij} = [\tau_{ij}]$ .

Una propiedad del tensor de esfuerzos es que es simétrico con respecto a su diagonal. Es decir,  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ . Esto es consecuencia del equilibrio estático de la partícula elemental. Para cumplir con dicho equilibrio una condición es que  $\Sigma M_i = 0$ . Tomando como referencia la fig. 2.2

y suponiendo como origen del sistema coordenado al vértice oculto del cubo elemental, se tiene que, al tomar momentos con respecto a los tres ejes, se puede escribir:

$$\begin{aligned}(\tau_{yz})(dxdz)dy - (\tau_{zy})(dydx)dz &= 0 \\(\tau_{xz})(dydz)dx - (\tau_{zx})(dydx)dz &= 0 \\(\tau_{yx})(dxdz)dy - (\tau_{xy})(dydz)dx &= 0\end{aligned}\tag{2.5}$$

Dividiendo entre el volumen ( $dx dy dz$ ) se obtiene:  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ .

Un sistema ortogonal de ejes coordenados  $xyz$  puede ser girado en cualquier dirección (alrededor de su origen), a un nuevo sistema  $x'y'z'$ . Los vectores y tensores en el sistema original pueden ser referidos al nuevo, mediante una transformación de coordenadas por medio de los vectores unitarios y los cosenos directores, como se muestra en la fig. 2.3. Así, un vector conocido  $v = (x, y, z)$  referido a un sistema  $xyz$  se puede determinar en el nuevo sistema como:

$$\begin{aligned}v' &= l_{ij} v \\ \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.6}$$

En la cual  $[l_{ij}]$  es la matriz de transformación de cosenos directores. Los cosenos se determinan del sistema girado  $x'y'z'$  al sistema original  $xyz$ . En este caso la matriz es asimétrica.

En el caso de un tensor de esfuerzos, la transformación queda:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{yx} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{zx} & \tau'_{zy} & \sigma'_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} \\ l_{12} & l_{22} & l_{32} \\ l_{13} & l_{23} & l_{33} \end{bmatrix} \\ T_{ij} &= L_{ij} T_{ij} L_{ij}^T\end{aligned}\tag{2.7}$$

En la cual  $L_{ij}^T$  es la transpuesta de la matriz de cosenos directores.

### 2.1.3 Esfuerzos principales y esfuerzo cortante puro

Es posible demostrar que existe un sistema ortogonal de ejes coordenados, en el cual solo actúan esfuerzos normales. Por tanto, los cortantes son nulos. Dicho sistema se denomina sistema de ejes principales 1, 2, 3. Los esfuerzos son conocidos como esfuerzos normales principales. Se

identifican como esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ , esfuerzo principal intermedio  $\sigma_2$ , y esfuerzo principal menor  $\sigma_3$ . Es decir,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . El tensor, en forma matricial queda:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

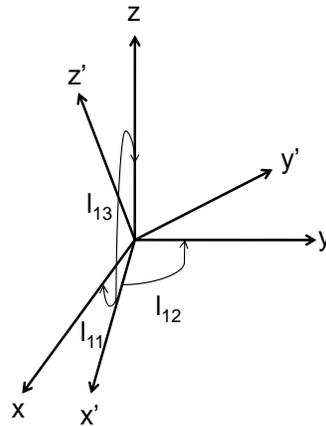


Fig. 2.3. Giro de ejes coordenados (Jaime, SF).

De la misma manera, se puede establecer que existe un sistema de ejes en el cual los esfuerzos normales son cero. En este caso se tiene al tensor de esfuerzo cortante puro:

$$T_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Si se conoce el tensor  $T_{xy}$ , se pueden determinar los valores de los esfuerzos principales, por medio de un giro de ejes  $xyz$  conocidos a otro sistema  $123$  desconocido.

Los esfuerzos principales son las tres raíces que dan solución a la ecuación cúbica:

$$S^3 - I_1 S^2 + I_2 S - I_3 = 0 \quad (2.10)$$

Se puede demostrar que  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  son combinaciones de los elementos del tensor de esfuerzo  $T_{xy}$ , tales que no varían por un cambio de rotación de los ejes coordenados de referencia. Tales combinaciones se conocen como invariantes, y son:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (2.11)$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \quad (2.12)$$

$$I_3 = \det(T_{ij}) \quad (2.13)$$

$I_1$  es el invariante de primer grado o lineal,  $I_2$  es el invariante de segundo grado e  $I_3$  el invariante de tercer grado.

Con la ecuación (2.10), conocido el tensor de esfuerzos  $T_{xy}$  y las ecuaciones (2.11) a (2.13) se pueden calcular los esfuerzos principales. La dirección de los ejes principales con respecto al sistema  $xyz$  se puede determinar con la ecuación (2.4), en la cual el vector  $(l, m, n)$  es la incógnita.

### 2.1.4 Algunos estados de esfuerzo

Conocidos los esfuerzos principales, se pueden tener las variantes de estados de esfuerzos siguientes:

- a)  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , estado de esfuerzos general:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Y el esfuerzo cortante máximo es:  $\tau_{m\acute{a}x} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$

- b)  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , estado de esfuerzos nulo:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El esfuerzo cortante también es nulo

- c) Cuando dos de los esfuerzos principales son nulos, estado de esfuerzos uniaxial:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Y el esfuerzo cortante máximo es:  $\tau_{m\acute{a}x} = \sigma_1 / 2$

d) Si uno de los esfuerzos principales, cualquiera, es cero, estado de esfuerzos plano:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Y el esfuerzo cortante máximo es:  $\tau_{m\acute{a}x} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2$

e) Si el esfuerzo intermedio es igual al mayor o al menor se tiene el estado de esfuerzos radial (al que se somete una muestra de suelo en la cámara triaxial).

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad \text{o} \quad T_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

### 2.1.5 Esfuerzos normal y cortante octaédricos

Por otro lado, la suma de dos tensores  $T_{ij)1} + T_{ij)2}$  referidos al mismo sistema de ejes, es igual a la suma de cada uno de los elementos de los tensores.

El principio de superposición de esfuerzos establece que en un mismo sistema de ejes de referencia, los esfuerzos provocados por un sistema de fuerzas (externas y de cuerpo) son iguales a la suma de los esfuerzos producidos por cada una de las fuerzas tomadas de manera independiente. O sea, igual a la suma de los tensores de esfuerzos provocados por cada fuerza.

El promedio de los esfuerzos normales (diagonal de  $T_{ij}$ ) se conoce como el esfuerzo normal octaédrico,  $\sigma_{oct}$ , y es también un invariante:

$$\sigma_{oct} = \frac{I_1}{3} \quad (2.14)$$

$$T_{oct} = \begin{bmatrix} \sigma_{oct} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{oct} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{oct} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Con esto, se puede descomponer el tensor de esfuerzos  $T_{ij}$  en dos tensores:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_{oct} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{oct} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{oct} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{oct} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{oct} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{oct} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

El tensor de esfuerzos octaédrico o volumétrico ec (2.15) y el tensor de esfuerzos distorsional (o desviador), ec. (2.17):

$$T_{so} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_{oct} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{oct} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{oct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_y & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_z \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Debe notarse que la suma de los elementos de la diagonal del tensor de esfuerzos desviador es cero. Esta es la condición necesaria y suficiente para que haya un estado de corte puro. Asimismo, el tensor de esfuerzos y sus componentes volumétrica y distorsional comparten el mismo sistema de ejes principales.

De manera análoga a la ec. (2.10), trabajando con el tensor  $T_{so}$  se puede determinar la ecuación cúbica siguiente:

$$S^3 - J_2 S - J_3 = 0 \quad (2.18)$$

En ella, el término  $J_1 S^2$  desaparece, ya que:

$$J_1 = S_x + S_y + S_z = 0 \quad (2.19)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}(S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + (S_{xy}^2 + S_{xz}^2 + S_{yz}^2) \quad (2.20)$$

o en términos del tensor  $T_{ij}$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right] + (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \quad (2.21)$$

o del tensor  $T_{12}$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad (2.22)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \left[ (S_x^3 + S_y^3 + S_z^3) + 2(S_{zx}^2 S_x + S_{xy}^2 S_y + S_{yz}^2 S_z) \right] \quad (2.23)$$

Si se elige el sistema de ejes principales 123, como sistema coordinado, los planos octaédricos se definen como aquellos cuya normal forma ángulos iguales con respecto a los tres ejes, fig. 2.4. El ángulo es de  $54.4^\circ$  y su coseno es  $1/\sqrt{3}$ . Hay ocho de esos planos correspondiendo a cada uno de los cuadrantes en el espacio, de ahí el nombre octaédrico. El esfuerzo normal a estos planos es el esfuerzo normal octaédrico,  $\sigma_{oct}$ , ec (2.14). Al esfuerzo cortante actuando en ellos se le denomina esfuerzo cortante octaédrico,  $\tau_{oct}$ , el cual se determina como:

$$\tau_{oct}^2 = \frac{2}{3} J_2 \quad (2.24)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{9} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad (2.25)$$

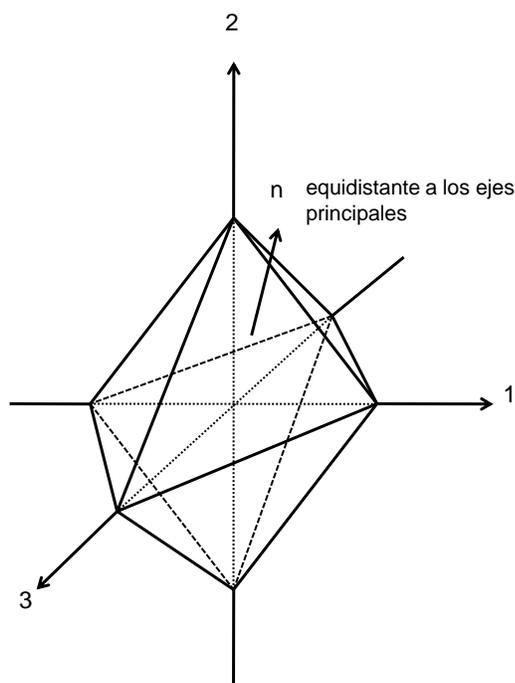


Fig. 2.4. Planos octaédricos en el sistema de ejes principales (Jaime, SF).

### 2.1.6 Estado de esfuerzos plano

Cuando una de las dimensiones del elemento es menor en comparación con las otras dos, el problema es analizado de manera bidimensional, es decir, los esfuerzos normales y tangenciales en la cara de menor dimensión son despreciables o nulos; en este caso se presenta un estado de

esfuerzos plano. Por ejemplo, en la fig. 2.5 se muestra un elemento cuya dimensión sobre el eje  $z$  es muy pequeña, por tanto, se puede considerar  $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$ , entonces el tensor de esfuerzos quedaría de la siguiente forma:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

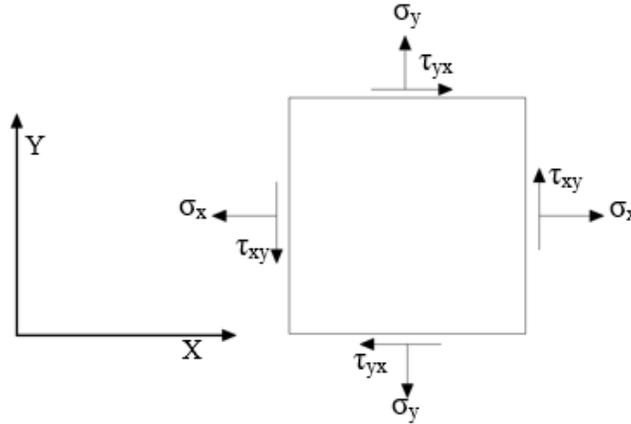


Fig. 2.5. Estado de esfuerzos plano (modificado de Popov, 1990).

Para encontrar el esfuerzo normal y tangencial actuando en cualquier plano del elemento, fig. 2.4, se debe considerar que el coseno director en la dirección  $z$ , es igual a cero; por tanto, el vector de cosenos directores  $n$ , queda expresado de la siguiente forma:

$$\bar{n} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

$\alpha$  representa el ángulo que forma el vector normal al plano con respecto al eje horizontal ( $x$ ).

De acuerdo con la fig. 2.5, el coseno de  $\beta$ , se puede expresar en forma de una función seno, debido a que el seno de un ángulo es igual coseno del complemento. Con base en lo anterior, el esfuerzo normal y cortante para un plano en condiciones de esfuerzo plano se calculan como:

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad (2.28)$$

$$\tau = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin(\alpha) \cos(\alpha) + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (2.29)$$

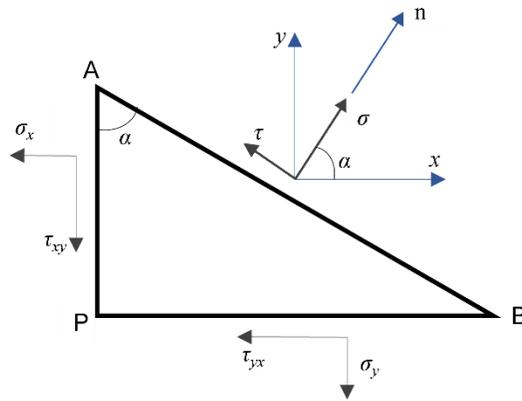


Fig. 2.6. Esfuerzo normal y tangencial para un estado de esfuerzos plano (Levi, 1982).

Considerando un tensor de esfuerzo en estado plano, los invariantes se determinan como:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y \quad (2.30)$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 \quad (2.31)$$

$$I_3 = 0 \quad (2.32)$$

Los esfuerzos principales y sus direcciones son determinados mediante las expresiones:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.33)$$

$$\alpha_{1,2} = \tan^{-1} \frac{\tau_{xy}}{\sigma_{1,2} - \sigma_y} \quad (2.34)$$

El estado de esfuerzo para el plano inclinado de la fig. 2.6, puede representarse gráficamente mediante los círculos de Mohr, fig.2.7.

Las expresiones 2.28 y 2.29, se pueden ajustar a la ecuación del círculo de Mohr, dando como resultado:

$$\sigma = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \operatorname{sen}(2\alpha) \quad (2.35)$$

$$\tau = - \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \operatorname{sen}(2\alpha) + \tau_{xy} \cos(2\alpha) \quad (2.36)$$

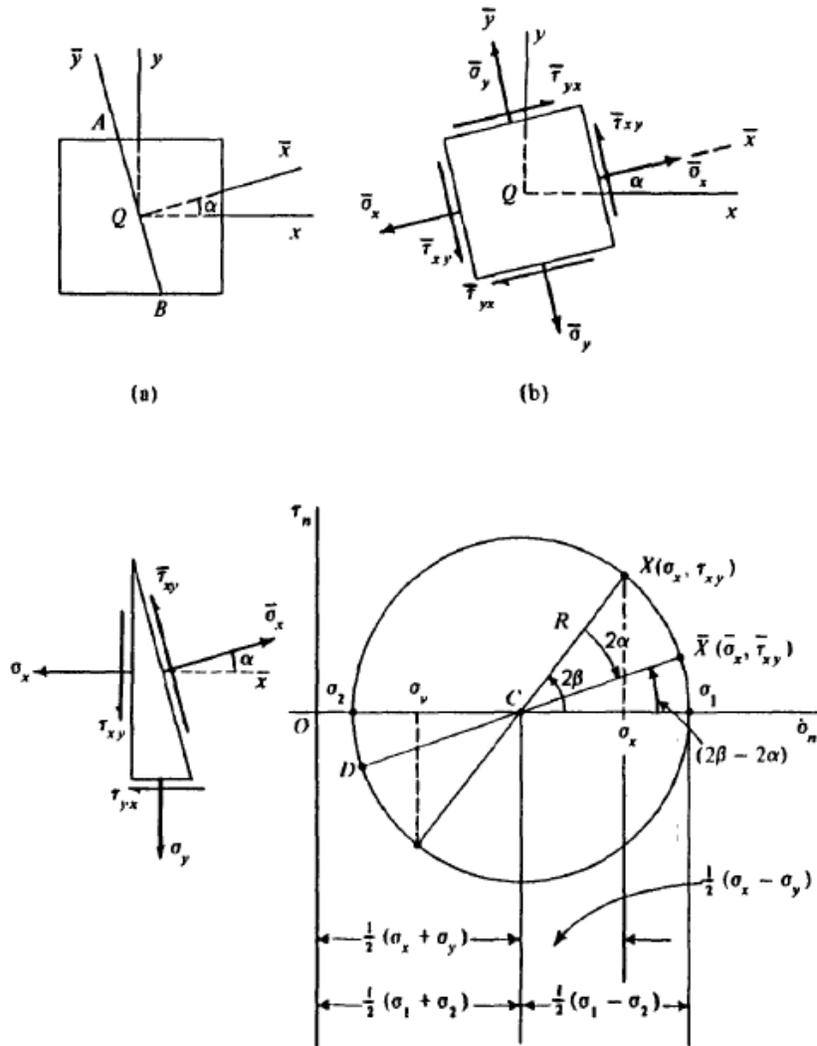


Fig. 2.7. Representación de esfuerzo plano con círculos de Mohr (Malvern, 1969).

## 2.2 Tensor de deformación

### 2.2.1 Concepto de deformación

Todo cuerpo sometido a fuerzas externas experimenta cambios de forma o volumen, estos cambios de forma se denominan deformaciones, las cuales pueden presentarse de manera lineal o angular, fig.2.8. Las deformaciones lineales son provocadas por esfuerzos normales, mientras que las deformaciones angulares son provocadas por esfuerzos cortantes.

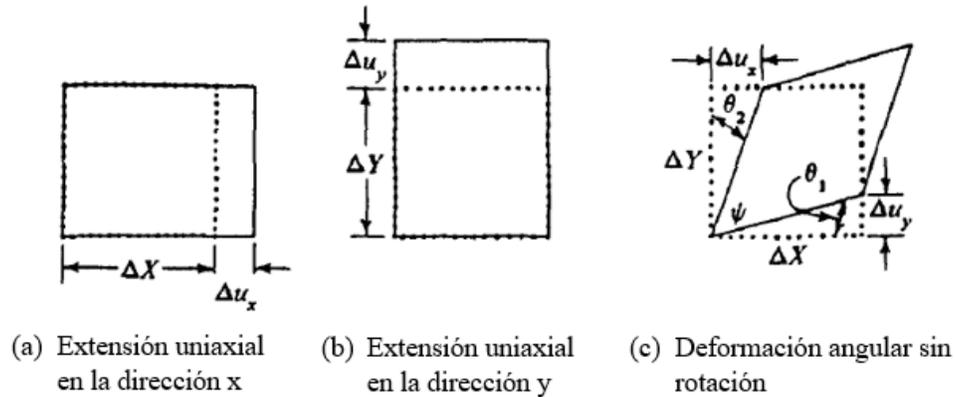


Fig. 2.8. Casos de deformación plana. (Malvern, 1969).

## 2.2.2 Tensor de deformación

Las deformaciones angulares y lineales, al igual que los esfuerzos, pueden representarse por medio de un tensor. En la fig. 2.9 se muestra un cuerpo en condiciones iniciales (Puntos  $P_0$  y  $Q_0$ ) para un instante de tiempo igual a cero y las condiciones deformadas (puntos  $P$  y  $Q$ ) para un tiempo determinado,  $t \neq 0$ .

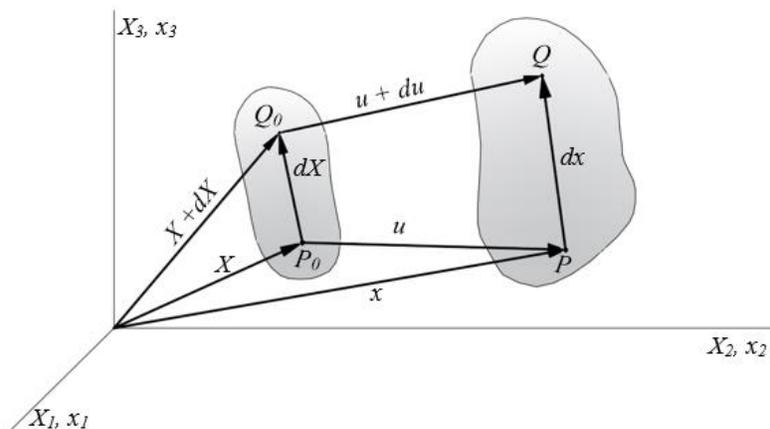


Fig. 2.9. Deformación y desplazamiento de cuerpo sometido a fuerzas externas. (Mase, 1977).

La partícula  $P_0$ , se encuentra posicionada en un sistema de referencia definido por el vector de posición  $\mathbf{X}$ , cuyas coordenadas se denominan coordenadas materiales. Para un instante de tiempo diferente de cero, la partícula  $P_0$  pasa a su posición inicial, a una nueva posición definida por el vector  $\mathbf{x}$ , cuyas coordenadas se denominan coordenadas espaciales. La variación del vector posición en función del tiempo, se representa por la ecuación de movimiento:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \quad (2.37)$$

Con el diferencial de la ecuación de movimiento se obtiene la ecuación fundamental de la deformación:

$$dx = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} dX_j \quad (2.38)$$

A partir de la ecuación (2.38) se obtiene el tensor de gradiente de deformación, el cual describe el movimiento de una partícula en función del tiempo:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

El desplazamiento de la partícula  $P$  está dado por la diferencia entre el vector de posición inicial ( $X$ ) y el vector de posición final ( $x$ ), es decir, el vector  $u$  representa el desplazamiento de la partícula  $P$ .

$$\mathbf{u}(X, t) = \mathbf{x}(X, t) - \mathbf{X} \quad (2.40)$$

Los desplazamientos relativos en un espacio tridimensional se representan de manera matricial, resultado de la derivación del vector desplazamiento  $u$ :

$$j_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_1}{\partial X_1} & \frac{\partial U_1}{\partial X_2} & \frac{\partial U_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial U_2}{\partial X_1} & \frac{\partial U_2}{\partial X_2} & \frac{\partial U_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial U_3}{\partial X_1} & \frac{\partial U_3}{\partial X_2} & \frac{\partial U_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

El tensor  $j_{ij}$  recibe el nombre de Tensor de gradiente de desplazamiento.

### 2.2.3 Tensor de deformación de Cauchy

En la ingeniería, la mayoría de los materiales exhiben pequeñas deformaciones, por ejemplo, el concreto y el acero. Estas deformaciones pequeñas se pueden representar por medio de un tensor, denominado tensor de deformaciones infinitesimales, en el cual se considera que los gradientes de desplazamientos y los desplazamientos son muy pequeños en comparación con las dimensiones del medio.

El tensor de gradientes de desplazamientos ( $j_{ij}$ ) se puede descomponer en dos matrices:

$$j_{ij} = \varepsilon + \Omega \quad (2.42)$$

Expresada de otra manera:

$$j_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial X_1} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1}{\partial X_2} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial X_2} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1}{\partial X_3} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_3} \right) & \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial X_2} - \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial X_3} - \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial X_1} - \frac{\partial u_1}{\partial X_2} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial X_1} - \frac{\partial u_1}{\partial X_3} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial X_2} - \frac{\partial u_2}{\partial X_3} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

Donde  $\varepsilon$  es el tensor de deformación, el cual representa la deformación del elemento y  $\Omega$  es el tensor de rotación, el cual representa la rotación del elemento como un cuerpo rígido, es decir, no se presentan deformaciones.

Si consideramos que el cuerpo no sufre una rotación, es decir, la matriz  $\Omega=0$ , el tensor de deformación se representa como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (j_{ij} + j_{ij}^T) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.43)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{zx} & \frac{1}{2} \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

El tensor de deformación  $\varepsilon$  es un tensor simétrico y de segundo orden, el cual recibe el nombre de tensor de deformación infinitesimal de Cauchy, este tipo de tensor se utiliza para deformaciones pequeñas, donde se desprecia la no-linealidad del problema.

De acuerdo con lo anterior, para encontrar la deformación unitaria en una dirección o plano cualquiera, se obtiene el producto del tensor de deformación ( $\varepsilon$ ) y el vector normal al plano  $n$ .

$$\underline{\varepsilon}_u = \varepsilon \underline{n} \quad (2.45)$$

La deformación longitudinal será la proyección del vector de deformación unitaria ( $\varepsilon_u$ ) en el vector normal, es decir:

$$\varepsilon_l = \underline{\varepsilon}_u \underline{n} \quad (2.46)$$

Y la deformación angular se obtiene mediante:

$$\left| \frac{1}{2} \gamma_n \right| = [ |\varepsilon_u|^2 - \varepsilon_l^2 ]^{1/2} \quad (2.47)$$

### 2.2.4 Deformaciones principales

De manera similar al caso del estado de esfuerzos, existe un plano donde solo se presenta deformación lineal, es decir, la deformación angular es nula, por lo tanto, el tensor de deformación infinitesimal es:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Las deformaciones principales son obtenidas mediante las raíces de la ecuación característica del tensor deformación:

$$\varepsilon^3 - I_1\varepsilon^2 + I_2\varepsilon - I_3 = 0 \quad (2.49)$$

Los invariantes para un estado de deformación son:

$$I_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (2.50)$$

$$I_2 = \varepsilon_x\varepsilon_y + \varepsilon_y\varepsilon_z + \varepsilon_z\varepsilon_x - \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\gamma_{yz}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\gamma_{zx}\right)^2 \quad (2.51)$$

$$I_3 = \det(\varepsilon_{ij}) \quad (2.52)$$

El primer invariante es la suma de la traza de la matriz del tensor de deformación,  $\varepsilon$ , y representa la deformación volumétrica, es decir, el cambio de volumen del estado deformado con respecto al volumen en el estado inicial.

### 2.2.5 Deformación volumétrica y deformación desviadora o distorsional

Al igual que para esfuerzos, el tensor de deformación se puede descomponer en la suma del tensor esférico y del tensor desviador de la forma que sigue:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_M & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y - \varepsilon_M & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z - \varepsilon_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_M & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_M & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_M \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

La suma de los elementos de la diagonal del tensor de esfuerzos desviador es cero. Esto significa que hay un estado de corte puro. Además, el tensor de esfuerzos y sus componentes volumétrica y distorsional comparten el mismo sistema de ejes principales.

Si se denomina la deformación normal promedio como  $e/3$ :

$$\frac{1}{3}e = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = \frac{1}{3}I_1 = \frac{1}{3}trE \quad (2.54)$$

$$\frac{1}{3}e = \frac{1}{3}\varepsilon_{ij} \text{ en notación indicial}$$

Entonces, las componentes  $\varepsilon'_{ij}$  de la deformación desviadora  $E'$  se dan por:

$$\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}e\delta_{ij} \text{ donde } E' = E - \frac{1}{3}eI \quad (2.55)$$

Donde  $E'$  denota la matriz desviadora,  $E$  denota la matriz de deformación e  $I$  es la matriz identidad.

Los invariantes de la deformación desviadora serán denominados como  $I_1', I_2', I_3'$ .

La deformación desviadora  $E'$  mide el cambio de forma del elemento. En caso de cortante puro, se puede decir que no hay cambio de volumen, mientras que la deformación esférica o hidrostática,  $(1/3 e I)$  representa el cambio de volumen. Por tanto, para pequeñas deformaciones, la deformación volumétrica (cambio en volumen por unidad de volumen inicial) también llamada dilatación, es igual a  $e$ , ignorando efectos de segundo orden. Esto se ve fácilmente si las deformaciones se refieren a ejes principales. Si  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  son ejes principales de deformación, un elemento rectangular con dimensiones iniciales  $\Delta\bar{X}, \Delta\bar{Y}, \Delta\bar{Z}$  tiene, después de deformarse, longitudes de borde:  $(1 + \bar{\varepsilon}_x)\Delta\bar{X}, (1 + \bar{\varepsilon}_y)\Delta\bar{Y}, (1 + \bar{\varepsilon}_z)\Delta\bar{Z}$ . Debido a que estos son ejes principales, los bordes del elemento son mutuamente perpendiculares (no hay deformación por cortante), y la deformación volumétrica es:  $\bar{\varepsilon}_x + \bar{\varepsilon}_y + \bar{\varepsilon}_z$ , ignorando los términos que involucran productos de las deformaciones. Debido a que este es un invariante igual a  $e = e_x + e_y + e_z$  medido en cualquier sistema de ejes. Entonces, la dilatación es:

$$e \equiv I_1 \equiv trE = (V - V_0)/V_0 \quad (2.56)$$

### 2.2.6 Estado de deformación plano

El estado de deformación plano se presenta cuando  $\varepsilon_z = \frac{1}{2}\gamma_{xz} = \frac{1}{2}\gamma_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{zy} = 0$ ; por tanto, el tensor de deformación queda:

$$E = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

El estado de deformación plana se presenta en terraplenes, presas, túneles, etc., donde una de las dimensiones del elemento posee una longitud tan grande en comparación con las otras, que se desprecian las deformaciones en ese sentido.

Los invariantes para un estado de deformación plano se determinan como:

$$I_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y \quad (2.58)$$

$$I_2 = \varepsilon_x \varepsilon_y - \left(\frac{1}{2} \gamma_{xy}\right)^2 \quad (2.59)$$

$$I_3 = 0 \quad (2.60)$$

Mientras que los esfuerzos principales para condiciones de deformación plana se obtienen mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \gamma_{xy}\right)^2} \quad (2.61)$$

Y sus direcciones principales:

$$\alpha_{1,2} = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{2} \gamma_{xy}}{\varepsilon_y - \varepsilon_{1,2}} \quad (2.62)$$

## 2.3 Ecuaciones de compatibilidad

La deformación compatible involucra que no existe superposición de materia y que no hay generación de discontinuidades en el medio (Potts, 1999). Para que las deformaciones presenten compatibilidad, se debe satisfacer un estado de deformación físicamente admisible.

El significado físico de la compatibilidad puede explicarse al considerar una placa compuesta por elementos placa más pequeños, fig. 2.10a. Al deformarse, los elementos placa pueden distorsionarse de manera que formen un nuevo arreglo, fig. 2.10b; esta condición podría representar una falla por ruptura. Alternativamente, la deformación podría ser tal que la placa se deforme, pero exista continuidad estructural (no se crean orificios ni existe superposición de material), fig. 2.10c; esta condición representa una deformación compatible (Potts, 1999).

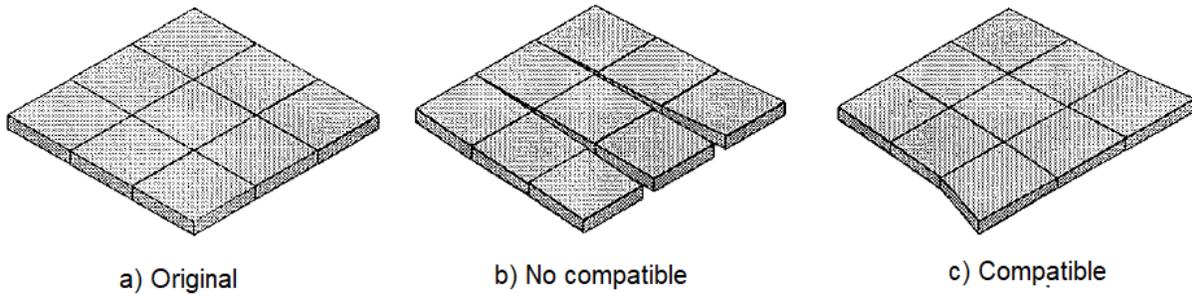


Fig. 2.10. Modos de deformación (Potts, 1999).

La compatibilidad física se puede expresar matemáticamente mediante la definición de deformaciones. Si los desplazamientos son determinados por funciones continuas  $u$ ,  $v$ , y  $w$  en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente, las deformaciones están definidas por el tensor de deformación infinitesimal:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.63)$$

$$\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \varepsilon_{yz} = \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right); \varepsilon_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

Se forma un sistema de seis ecuaciones las cuales son función de tres desplazamientos  $u$ ,  $v$ , y  $w$ ; por tanto, si se conoce el campo de desplazamientos  $(u,v,w)$ , se pueden determinar las seis componentes de deformación; sin embargo, al tratar de obtener el campo de desplazamientos en función de los componentes de deformación, es necesario que exista un campo de desplazamiento compatible. Esto se logra cumpliendo con ciertas condiciones de compatibilidad las cuales se denominan ecuaciones de compatibilidad y están dadas por:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} = 0 \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xz}}{\partial y \partial z} = 0 \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.69)$$

## 2.4 Función escalar

Una función escalar es una función cuyos valores son escalares, dependiendo de los puntos  $P$  en el espacio.

$$f = f(P) \quad (2.70)$$

Aquí,  $P$  es un punto en el dominio de definición, que en aplicaciones es un dominio tridimensional o una superficie o una curva en el espacio. Una función escalar define un campo escalar en ese dominio o en esa superficie o curva. Ejemplos de vectores escalares son el campo de temperatura de un cuerpo o el campo de presión del aire en la atmósfera terrestre.

Ejemplo de función escalar es la distancia euclidiana en el espacio: La distancia  $f(P)$  de cualquier punto  $P$  desde un punto fijo  $P_0$  en el espacio es una función escalar cuyo dominio de definición es el espacio completo.  $f(P)$  define un campo escalar en el espacio. Si se introduce un sistema de coordenadas cartesianas y  $P_0$  tiene coordenadas  $x_0, y_0, z_0$  y  $P$  tiene las coordenadas  $x, y, z$  entonces  $f$  está dada por:

$$f(P) = f(x, y, z) = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2} \quad (2.71)$$

Si el sistema de coordenadas cartesianas original se reemplaza por otro sistema de coordenadas cartesianas, obtenido por la traslación y rotación del sistema original, entonces los valores de las coordenadas de  $P$  y  $P_0$  en general cambiarán, pero  $f(P)$  tendrá el mismo valor que antes. Por tanto,  $f(P)$  es una función escalar.

## 2.5 Trayectoria de esfuerzos

La trayectoria de esfuerzos es una representación gráfica de la localización geométrica de los esfuerzos en un cuerpo. La respuesta, estabilidad y falla de la estructura interna del suelo depende de la trayectoria de esfuerzos.

La trayectoria de esfuerzos se presenta en un gráfico que muestra la relación entre los parámetros de resistencia y permite al geotecnista estudiar los cambios en los esfuerzos en el suelo ocasionados por distintas condiciones de carga.

Durante la ejecución de ensayos triaxiales, se obtiene un conjunto de coordenadas que se denomina trayectoria de esfuerzos. La trayectoria de esfuerzos se grafica en el diagrama  $p'$ - $q$ , ( $p'$  es el esfuerzo efectivo medio,  $q$  es el esfuerzo desviador), donde:

$$p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3} \quad \text{ó} \quad \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \quad (2.72)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2.73)$$

Para el caso de una muestra cilíndrica sometida a una compresión isotrópica ( $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_r = \Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$ ) los esfuerzos radial y axial son los esfuerzos principales:  $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma'_1$  y  $\Delta\sigma_r = \Delta\sigma'_3$ , debido a que no se están aplicando esfuerzos cortantes horizontales o verticales. Al inducir a la muestra un incremento de esfuerzos, se tiene que:

$$\begin{aligned} \Delta p_1 &= \frac{\Delta\sigma'_1 + 2\Delta\sigma'_3}{3} = \frac{\Delta\sigma'_1 + 2\Delta\sigma'_1}{3} = \Delta\sigma'_1 \\ \Delta q_1 &= \Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3 = \Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_1 = 0 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Tal como se observa en la fig. 2.11, el esfuerzo inicial en la muestra es de cero ( $p_0 = 0, q_0 = 0$ ).

Los esfuerzos al final de esta etapa de carga son:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 + \Delta p_1 = 0 + \Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_1 \\ q_1 &= q_0 + \Delta q_1 = 0 + 0 = 0 \end{aligned} \quad (2.75)$$

Como se muestra en la coordenada  $A_I$  de la fig. 2.11, la línea  $0A_I$  se conoce como la trayectoria de esfuerzos para compresión isotrópica. La pendiente  $0A_I$  es:

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta p_1} = 0 \quad (2.76)$$

*Prueba triaxial CD (Consolidada-Drenada)*. Esta prueba consiste en aplicar a una muestra de suelo, en la cámara triaxial, una presión de consolidación en condiciones drenadas. Una vez que el espécimen se consolida se aplica el esfuerzo desviador también en condiciones de drenaje abierto a fin de que la presión de poro  $u$  se disipe después de la aplicación de cada incremento de esfuerzo desviador.

El ensaye se puede hacer en extensión o en compresión. En el caso de compresión, la línea  $A_1 - B_1$  es una trayectoria de esfuerzos con una pendiente 1:3 a partir del valor inicial del esfuerzo confinante  $A_1$ . Para el caso de un ensaye triaxial CD en extensión, la línea  $A_1 - C_1$  es una

trayectoria de esfuerzos, también con una pendiente 1:3, a partir del valor inicial del esfuerzo confinante  $A_1$ . Al ser una prueba CD los esfuerzos totales son iguales a los efectivos.

En la prueba CD se tienen condiciones drenadas, por lo que la condición de carga será una consolidación isotrópica y, ya que el exceso de presión de poro ( $\Delta u$ ) se disipa a medida que se drena el agua de la muestra de suelo, el esfuerzo efectivo principal al final de cada incremento de carga es igual al esfuerzo principal total, esto es:

$$\Delta p'_1 = \Delta p_1 - \Delta u_1 = \Delta p_1 - 0 = \Delta p \quad (2.77)$$

La trayectoria de esfuerzos efectivos y la trayectoria de esfuerzos totales son la misma.

*Prueba triaxial CU (Consolidada-No drenada).* Esta prueba consiste en aplicar a una muestra de suelo, en la cámara triaxial, una presión de consolidación en condiciones drenadas. Una vez que el espécimen se consolida, se aplica el esfuerzo desviador en condiciones de drenaje cerrado. Se impide la disipación de la presión de poro  $u$  después de la aplicación de cada incremento de esfuerzo desviador.

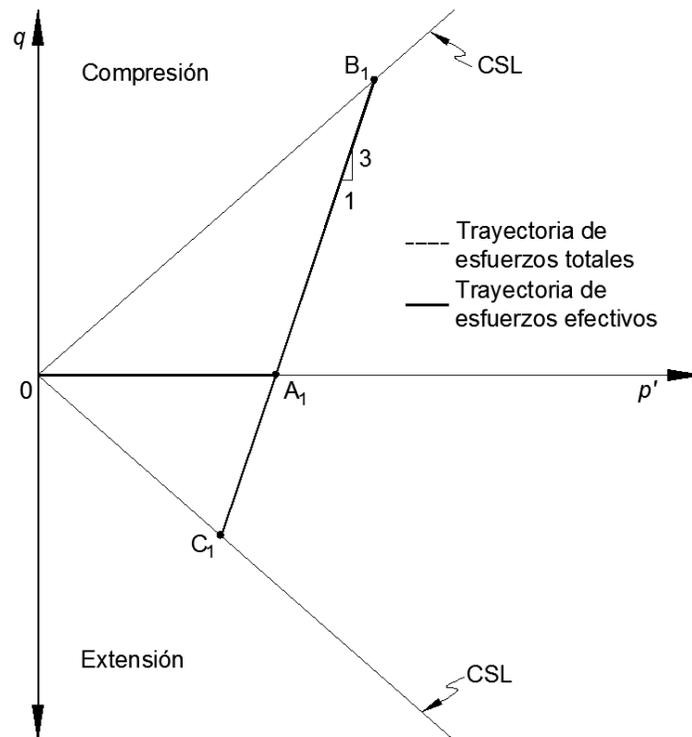


Fig. 2.11. Trayectorias de esfuerzos (Jaime, SF).

Así como el ensaye triaxial CD, el ensaye triaxial CU se puede hacer en compresión y extensión. Para el caso de un ensaye triaxial CU en compresión, la trayectoria de esfuerzos efectivos está descrita por la curva  $A_2 - B_2$ , a partir del valor inicial del esfuerzo confinante  $A_2$  (fig. 2.12), mientras que la trayectoria de esfuerzos totales está representada por la línea  $A_2 - B_3$ , con una pendiente 1:3 a partir del valor inicial del esfuerzo confinante  $A_2$ . Tal como se muestra en la fig. 2.12, la distancia horizontal entre las trayectorias  $A_2 - B_2$  y  $A_2 - B_3$  es la presión de poro generada durante el ensaye.

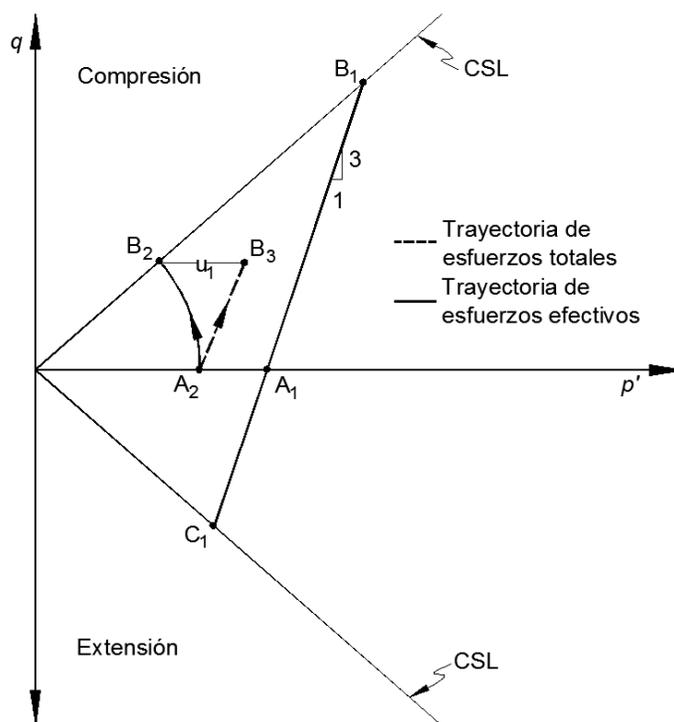


Fig. 2.12. Trayectorias de esfuerzos (Jaime, SF).

Para el caso de ensayes triaxiales en arenas, se observan distintos comportamientos en las muestras, dependiendo de su estado de compacidad. En un ensaye CU con una arena densa (caso 1, fig. 2.13), el esfuerzo desviador  $q$  crece continuamente mientras que el esfuerzo efectivo principal  $p'$  comienza disminuyendo levemente hasta alcanzar un mínimo para luego continuar creciendo. En este caso se genera un aumento de la presión de poro, es decir, se observa un comportamiento contractivo hasta alcanzar un máximo y a partir de este punto la presión de poro disminuye continuamente, o sea, se presenta un comportamiento dilatante.

Una arena de densidad media a baja en una prueba CU en la que el esfuerzo desviador crece hasta un valor pico, disminuye levemente a un mínimo relativo y finalmente incrementa hasta un valor constante a medida que progresa la prueba, como se observa en el caso 2 de la fig. 2.13, en el que la muestra tiene un comportamiento contractivo y dilatante.

El caso 3 de la fig. 2.13 muestra una prueba triaxial en la que la trayectoria de esfuerzos alcanza un desviador máximo para luego ir disminuyendo continuamente hasta alcanzar la resistencia residual del material. Simultáneamente se produce un incremento importante de la presión de poro, es decir la muestra tiene un comportamiento contractivo.

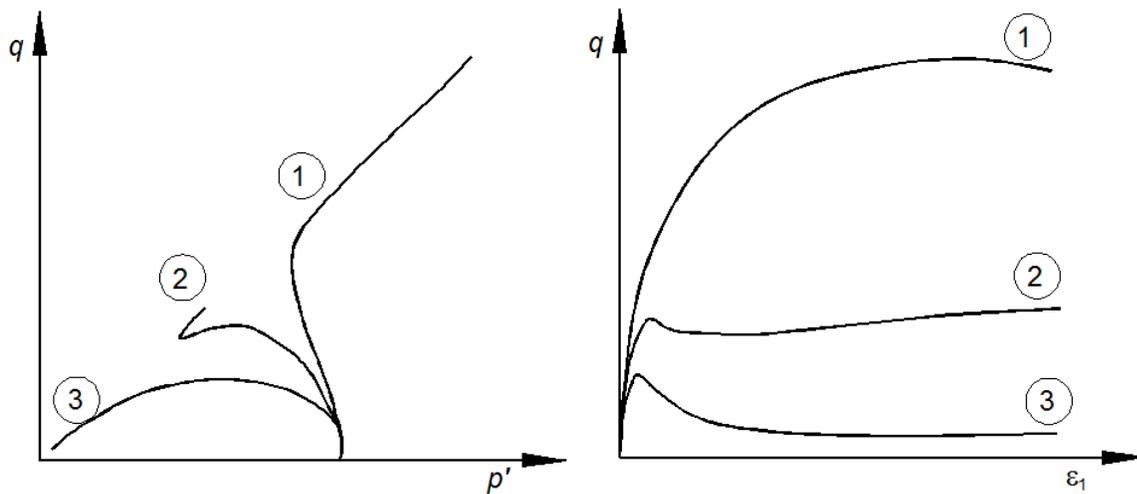


Fig. 2.13. Trayectorias de esfuerzos y comportamiento de una arena en prueba triaxial CU (Jaime, SF).

En una prueba CD con una arena densa (caso 1, fig. 2.14), en la respuesta esfuerzo desviador-deformación axial se observa un pico seguido por reblandecimiento hasta que se estabiliza el esfuerzo desviador para grandes deformaciones (20% o más). La variación volumétrica representada por el incremento de la deformación volumétrica indica claramente un comportamiento dilatante ya que existe un incremento en la relación de vacíos.

En la fig. 2.14c se muestra que al principio de la prueba se producen pequeñas contracciones, posteriormente la relación de vacíos crece hasta deformaciones grandes donde no se observan cambios apreciables de volumen.

El caso 2 presenta un comportamiento similar al caso 1, al principio de la prueba se producen contracciones y llegado cierto punto, comienza una respuesta dilatante, hasta que no se producen variaciones volumétricas para grandes deformaciones.

En el caso 3 el esfuerzo desviador incrementa de forma monótona, hasta alcanzar un valor estable a medida que aumenta la deformación axial. Desde inicio de la prueba se presenta un comportamiento contractivo (reducción en la relación de vacíos).

En las pruebas triaxiales CD en arenas al representar la relación de esfuerzos ( $q/p'$ ) en función de la relación de vacíos (fig. 2.14d) se obtiene una visión conjunta de la respuesta tenso-deformacional y la variación volumétrica de las muestras, además, se observa que para distintas densidades todas las muestras parecen converger en un único punto, definido por Casagrande como “relación de vacíos crítica”.

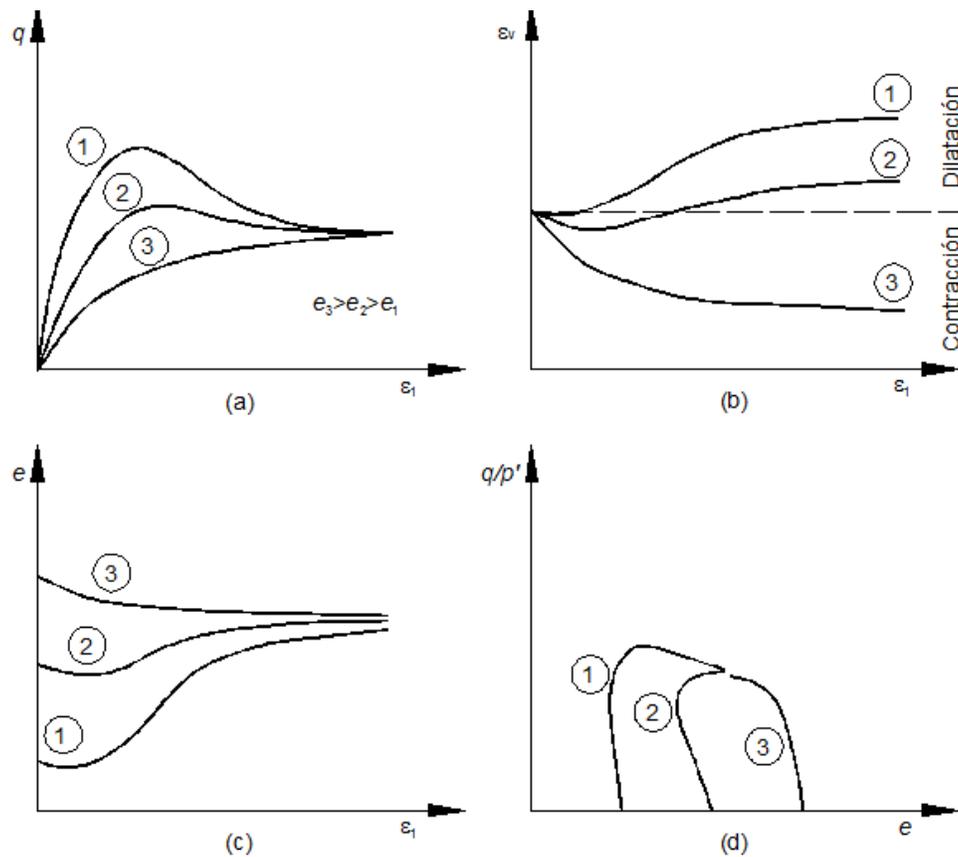


Fig. 2.14. Comportamiento de una arena en prueba triaxial CD (Jaime, SF).

### 3. MODELOS CONSTITUTIVOS DE SUELOS

#### 3.1 Uso de modelos en ingeniería geotécnica

Para entender los fenómenos que ocurren en la realidad se utilizan modelos que tratan de representar lo que se desea analizar y, de esta forma, poder entenderlos. Los modelos no reflejan todos los aspectos o elementos que intervienen en los procesos reales. En general, representan los aspectos que tienen mayor impacto en el proceso que se está analizando.

En la ingeniería geotécnica es muy difícil describir completa y acertadamente los elementos que intervienen en el análisis. Por ejemplo, los sondeos geotécnicos sólo permiten conocer las características puntuales de un sitio y el resto del área se caracteriza interpolando los resultados. Incluso los modelos físicos no pueden reproducir toda la variación y características del suelo en el sitio.

El objetivo de usar modelos es enfocar la atención en los aspectos importantes del problema y separarlos de los que no son relevantes. La elección del modelo depende de la aplicación que se le va a dar.

Un modelo constitutivo es un conjunto de ecuaciones matemáticas que describen la relación entre esfuerzos y deformaciones.

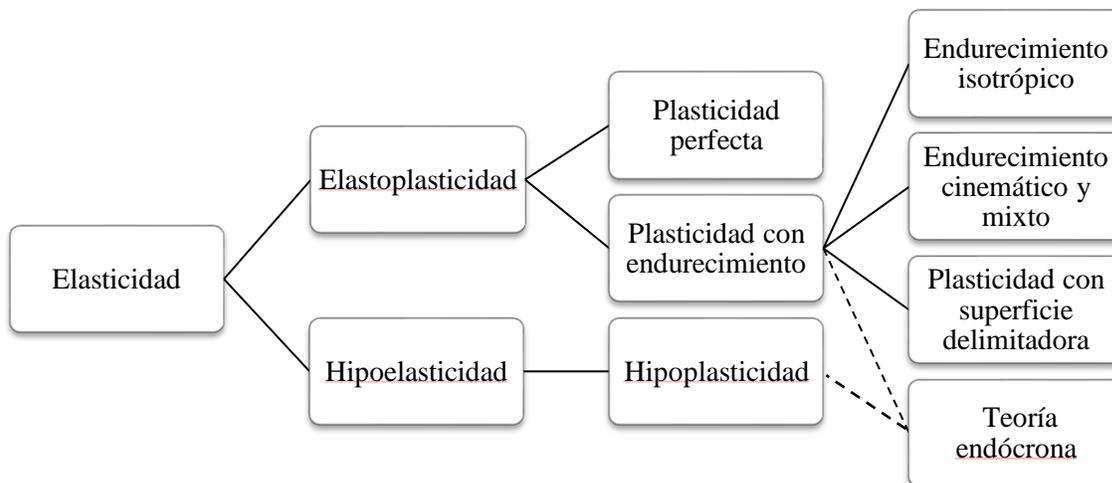


Fig. 3.1. Algunos modelos constitutivos de suelos (Lade, 2005).

## 3.2 Conceptos de modelos constitutivos de suelos

### 3.2.1 Elasticidad

La teoría de la elasticidad lineal se base en la ley de Hooke que establece una relación lineal entre esfuerzo y deformación. En el caso de suelos se puede considerar que el suelo exhibe un comportamiento mecánico de acuerdo con dicha ley siempre y cuando el esfuerzo sea pequeño.

### 3.2.2 Plasticidad

La plasticidad de suelos requiere la consideración de la geometría, o compatibilidad, y el equilibrio; además de la relación entre esfuerzos y deformaciones. Las ecuaciones de equilibrio se determinan directamente mediante la suma de fuerzas; las ecuaciones de compatibilidad aseguran que la deformación o velocidad de deformación son consistentes con un desplazamiento o un campo de velocidad de desplazamientos, que deben ser derivables. La compatibilidad y las ecuaciones de equilibrio son independientes de las propiedades del material y, por tanto, son válidas para problemas elásticos y elastoplásticos. La diferencia entre estos es la relación entre esfuerzo y deformación. La dificultad de obtener una solución exacta en el rango plástico, aún con la ayuda de computadoras, se debe a que la relación esfuerzo-deformación en el rango plástico es más complicada que la ley de Hooke para materiales linealmente elásticos.

La acción plástica es dependiente de la trayectoria de la carga y casi siempre requiere cálculos paso a paso para seguir la historia de la carga. Se complican más por el hecho de que la frontera elástica-plástica está cambiando conforme aumenta la carga y la relación esfuerzo-deformación para carga y descarga son diferentes.

Se realizan simplificaciones e idealizaciones para obtener una solución razonablemente aproximada. La compatibilidad, las relaciones esfuerzo-deformación y las ecuaciones de equilibrio deben idealizarse para llegar a una solución.

#### *Función y superficie de fluencia*

Se considera que cada elemento de un cuerpo está regido por una función de fluencia  $f$ . Para un material perfectamente plástico,  $f$  depende sólo de las componentes de esfuerzo  $\sigma_{ij} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz})$  pero no depende de las componentes de deformación  $\varepsilon_{ij} =$

$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \frac{1}{2}\gamma_{xy}, \frac{1}{2}\gamma_{yz}, \frac{1}{2}\gamma_{xz})$ . El flujo plástico puede ocurrir sólo cuando se cumple la función de fluencia:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (3.1)$$

Los estados de esfuerzo para los que  $f(\sigma_{ij}) > 0$  se excluyen (no se permiten), y  $f(\sigma_{ij}) < 0$  corresponde a un comportamiento elástico.

Una superficie de fluencia marca la frontera de la región de estado de esfuerzos elásticos. Los cambios de esfuerzo dentro de la superficie de fluencia están acompañados por deformaciones puramente elásticas o recuperables. La relación entre los incrementos de esfuerzo y los incrementos de deformación se puede determinar si se conocen las propiedades elásticas del suelo. Una superficie de fluencia se representa por una curva o se convierte en una curva cuando se estudian dos componentes independientes de esfuerzo. Se considera que la superficie de fluencia es convexa.

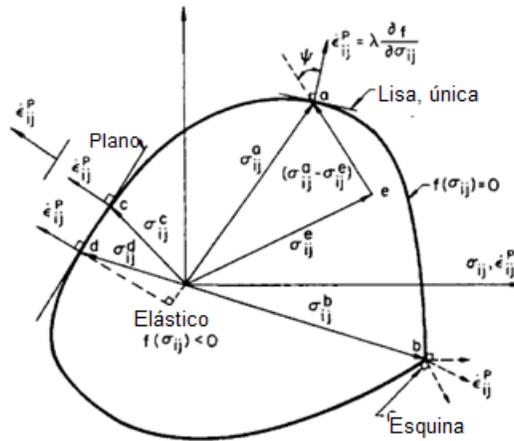


Fig. 3.2. Representación gráfica de una superficie de fluencia y reglas de flujo (Malvern, 1969).

La superficie de fluencia se expresa a menudo en términos de esfuerzos o invariantes de esfuerzos; los esfuerzos  $p'$  y  $q$  son variables comunes para describir el comportamiento del suelo y definir la superficie de fluencia.

En el caso de materiales con endurecimiento o reblandecimiento, la superficie de fluencia no es fija: se presenta expansión, en caso de endurecimiento, y contracción, en caso de reblandecimiento. Estos efectos son controlados por parámetros de endurecimiento o reblandecimiento que se describirán más adelante.

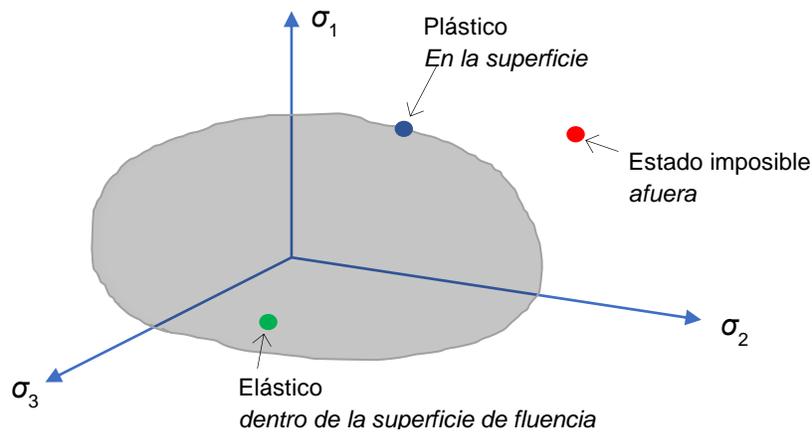


Fig. 3.3. Representación de superficie de fluencia en un espacio de esfuerzos principales (Solowski, 2018b).

### *Regla de flujo*

Se considera que ocurre flujo plástico cuando un punto de esfuerzo en el espacio de esfuerzo, representado como un vector desde el origen, alcanza la superficie de fluencia perfectamente plástica. Es claro que no se puede cuantificar la deformación plástica total, porque la magnitud del flujo plástico es ilimitada. Por tanto, se debe pensar en términos de velocidad de deformación. La velocidad de deformación total está compuesta de una parte elástica y otra plástica. La parte elástica está relacionada con la ley de Hooke. Al discutir las velocidades de deformación plástica, se deben conocer las direcciones de los ejes de las velocidades de deformación principales. Para materiales isotrópicos, se espera que estos coincidan en los ejes de esfuerzos principales.

En problemas unidimensionales, es claro que las deformaciones plásticas ocurren a lo largo de la dirección de la aplicación del esfuerzo. Sin embargo, para casos bidimensionales y tridimensionales se necesitan hipótesis acerca de la dirección que tomará el flujo plástico.

### *Potencial plástico*

Para evaluar las deformaciones plásticas se supone la existencia de un potencial plástico que es una función de los esfuerzos, de tal forma que la parte plástica de la velocidad de deformación tiene componentes proporcionales a las componentes de  $f$ , como se muestra en la ec. 3.2:

$$g = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (3.2)$$

Donde  $\dot{\lambda}$  es una función escalar (no es una constante). La función de potencial plástico define la relación entre esfuerzo y velocidad de deformación plástica, excepto el valor de la función escalar

λ. Como consecuencia de la suposición de que se trata de un material plástico estable, de acuerdo con la definición de Drucker, se puede ver que:

- a) Existe una función de potencial plástico, y
- b) Es idéntica a la función de fluencia, que representa una superficie convexa en el espacio de esfuerzos.

La teoría del potencial plástico ya había sido usada antes de Drucker, y la función de potencial plástico se había considerado igual a la superficie de fluencia, porque esta suposición conducía a teoremas variacionales útiles y a teoremas de análisis límite.

#### *Plasticidad asociada /No asociada*

Generalmente la superficie de fluencia y el potencial plástico son funciones diferentes. Sin embargo, si  $f \equiv g$  se considera que es un caso de plasticidad (regla de flujo) asociada. Los componentes de las deformaciones plásticas están relacionados, es decir, hay un acoplamiento que está definido por la regla de flujo y las deformaciones plásticas dependen del estado de esfuerzo más que del incremento de esfuerzos aplicado. Si  $f \neq g$  la regla de flujo no es asociada.

#### *Plasticidad con endurecimiento/reblandecimiento*

Uno de los principales problemas de la plasticidad es determinar el comportamiento del material después de que éste ha fluido. Una forma de describirlo es usando una regla de endurecimiento/reblandecimiento que especifica la forma de evolución de las superficies de carga (*loading surfaces*) o superficies de fluencia (*yield surface*) durante el curso de las deformaciones plásticas.

Hay varias reglas de endurecimiento/reblandecimiento propuestas para describir el crecimiento/contracción de las superficies de fluencia para materiales que presentan endurecimiento/reblandecimiento con la deformación. La elección de una regla específica depende, principalmente, de la facilidad con la que se pueda aplicar y su habilidad para representar el comportamiento de endurecimiento de cierto material. De acuerdo con Chen (1982) hay tres tipos de reglas de endurecimiento:

- 1) Endurecimiento isotrópico.
- 2) Endurecimiento cinemático.
- 3) Endurecimiento mixto.

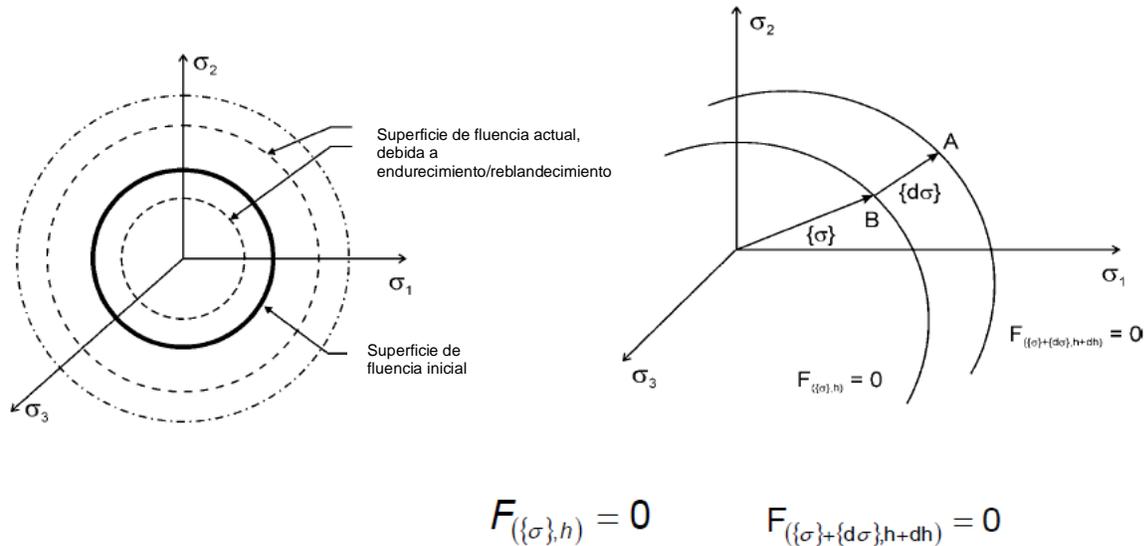


Fig. 3.4. Superficies de fluencia debido a endurecimiento/reblandecimiento (Solowski, 2018b).

En el isotrópico, la superficie de fluencia inicial se supone que se expande uniformemente sin distorsión conforme continua el flujo plástico. Por otro lado, el endurecimiento cinemático considera que, durante las deformaciones plásticas, la superficie de carga se desplaza sin rotación como un cuerpo rígido en el espacio de esfuerzos, manteniendo la forma y el tamaño de la superficie de fluencia inicial. Esta regla es útil para considerar el efecto Bauschinger, que se refiere a un tipo particular de anisotropía direccional inducida por deformaciones plásticas: que una deformación plástica inicial de un signo reduce la resistencia del material con respecto a una deformación plástica subsecuente con signo contrario. Este tipo de modelo es útil para materiales con efecto Bauschinger pronunciado, como pueden ser suelos bajo cargas cíclicas y en reversa.

Una combinación de modelos con endurecimiento isotrópico y cinemático conduce a una regla de endurecimiento más general y, por tanto, provee más flexibilidad para describir el endurecimiento del material. Para un modelo con endurecimiento combinado, la superficie de carga experimenta desplazamiento, así como expansión en todas las direcciones, y se pueden simular diferentes grados del efecto de Bauschinger. Los modelos mixtos y cinemáticos se conocen generalmente como modelos con endurecimiento anisotrópicos.

Los materiales no metálicos, como los suelos, exhiben endurecimiento y reblandecimiento después de la falla. Un primer paso para modelar el comportamiento esfuerzo-deformación de dichos materiales es usar las teorías clásicas de plasticidad con endurecimiento por trabajo que fueron

desarrolladas para materiales como metales. Con este enfoque, Roscoe y sus colaboradores encontraron que las arcillas saturadas se pueden describir como una idealización de endurecimiento por trabajo isotrópico. Esta es una idealización que es válida para algunas condiciones de suelo.

Al examinar las ventajas y limitaciones de las formulaciones con endurecimiento isotrópico para suelos, Drucker concluye que las superficies de fluencia son un asunto de definición y la elección no es absoluta, pues está determinada por los aspectos más importantes del problema a resolver.

### *End cap*

Drucker *et al.* sugirieron que el suelo puede ser modelado como un material elasto-plástico con endurecimiento por trabajo. Propusieron que las superficies de fluencia sucesivas pueden adoptar los conos de von Mises o Drucker-Prager con límites convexos esféricos. A medida que el suelo se endurece, el cono y el límite se expanden. Hay dos innovaciones: 1) se introduce la idea de un límite esférico ajustado a un cono, y 2) el uso de la densidad del suelo (volumen específico o relación de vacíos) como el parámetro de endurecimiento para determinar las superficies de carga sucesivas para un valor específico de densidad del suelo. Habrá una sucesión de dichas superficies, todas similares geométricamente, pero de diferentes tamaños, para diferentes densidades.

### **3.2.3 Viscosidad**

La viscosidad es la propiedad de líquidos y gases a resistir el movimiento de partículas elementales entre sí. También se entiende como una fricción interna, reforzando el punto que las fuerzas de fricción intervienen cuando dos capas de líquido se mueven una con respecto a otra.

El flujo viscoso es inducido por cualquier esfuerzo cortante mayor que cero, y progresa a una velocidad constante  $\dot{\gamma} = d\gamma/dt$  que es directamente proporcional al esfuerzo; la deformación de un flujo viscoso es totalmente irre recuperable. Cualquier fluido que cumpla con estas condiciones se conoce como líquido Newtoniano perfectamente viscoso.

La elasticidad, viscosidad y plasticidad son propiedades reológicas de un continuo. Cuerpos idealizados con estas propiedades se representan gráficamente en la fig. 3.5. Las curvas *a*, *b* y *c* se refieren a sólidos, mientras que las curvas *d*, *e* y *f* son aplicables a cuerpos viscosos.

El comportamiento de los sólidos en respuesta a una carga se define por la relación esfuerzo-deformación. En cuerpos viscosos, la deformación se desarrolla con el tiempo y, como resultado,

la relación esfuerzo-deformación no tiene un solo valor. El comportamiento de dichos cuerpos con una carga aplicada sostenida se describe como una relación entre esfuerzo y la velocidad de deformación.

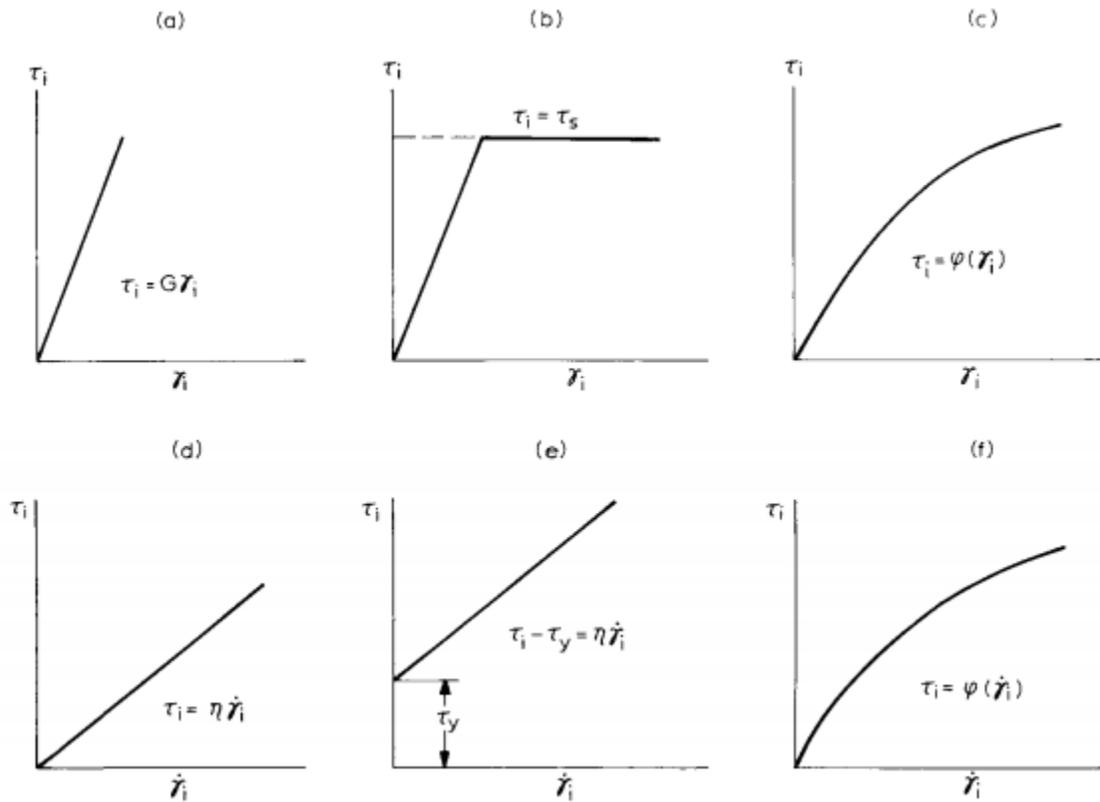


Fig. 3.5. Curvas de deformación para diferentes materiales: a) Elástico; b) elastoplástico; c) elástico no lineal; d) viscoso; e) viscoplástico f) viscoso no lineal. (Vyalov, 1986).

Se observa una analogía entre las curvas de deformación para cuerpos sólidos y viscosos. Esto crea la posibilidad de resolver problemas de flujo viscoso en términos de la teoría de elasticidad y plasticidad. La solución se puede emplear (considerando ciertas restricciones) mediante la sustitución de la velocidad de deformación,  $\dot{\gamma}$ , por la deformación,  $\gamma$ .

La elasticidad es una propiedad característica de los sólidos y la viscosidad es una propiedad de los líquidos. Sin embargo, muchos cuerpos manifiestan ambas propiedades, y se consideran cuerpos viscoelásticos. La elasticidad se manifiesta porque se puede recuperar la deformación después de remover la carga, mientras que la evidencia de la viscosidad es el desarrollo de deformación con el tiempo, en respuesta a la carga aplicada.

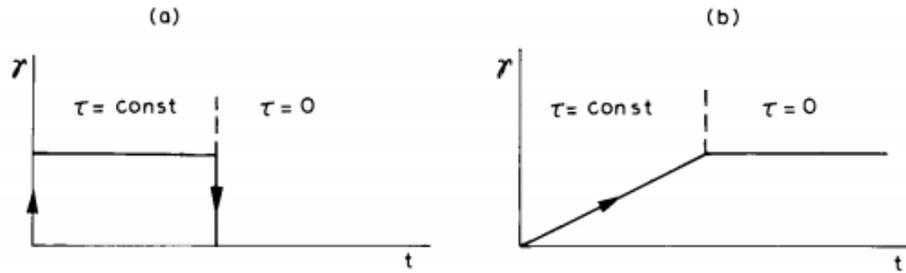


Fig. 3.6. Desarrollo de la deformación con el tiempo en respuesta a una carga constante ( $\tau=\text{const}$ ) y descarga ( $\tau=0$ ) en: a) un cuerpo idealmente elástico; b) un cuerpo idealmente viscoso. (Vyalov, 1986).

*El suelo como un medio elasto-plasto-viscoso*

Para analizar las deformaciones en función del tiempo del suelo, éste se reemplaza por un modelo reológico (modelo mecánico idealizado) que es una composición de unidades básicas de resortes y amortiguadores en serie o en paralelo (Tabla 3.1).

Tabla 3.1 Unidades básicas de resortes y amortiguadores (adaptado de Tuma y Abdel-Hady, 1973)

	Modelo de Hooke	Modelo de Newton	Modelo de Esfuerzo de Fluencia
Representación del modelo			
Relación esfuerzo-deformación			
Función de la relación esfuerzo-deformación	El esfuerzo $\sigma$ es una función lineal de la deformación $\epsilon$ : $\sigma = k\epsilon$ $k$ es la constante de proporcionalidad, conocida como módulo de elasticidad; $k$ es la constante del resorte.	El esfuerzo $\sigma$ es una función lineal de la velocidad de deformación $\epsilon$ con respecto al tiempo $t$ : $\sigma = \frac{\eta}{t}(\epsilon + \epsilon_0)$ $\eta$ es la constante de viscosidad (por ejemplo, en $\text{kg/cm}^2 \times t$ ); $\eta$ es la constante del amortiguador. $\epsilon_0$ es la deformación para $t=0$	El esfuerzo $\sigma$ genera una deformación $\epsilon$ si y sólo si: $\sigma \geq \sigma_Y$ $\sigma_Y$ representa el esfuerzo de fluencia. $\sigma_Y$ es la resistencia a la fricción.

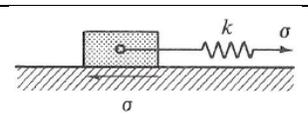
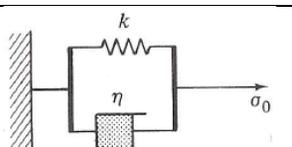
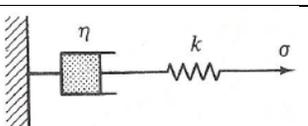
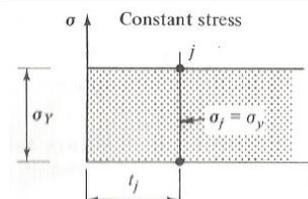
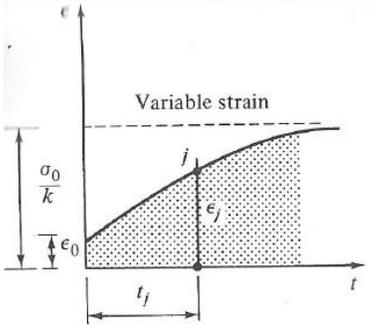
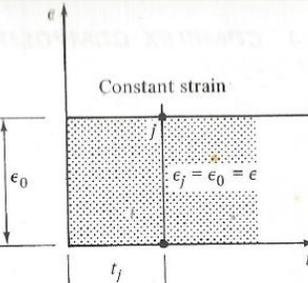
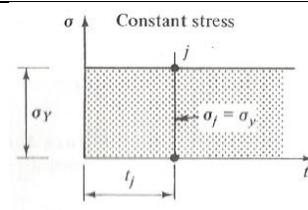
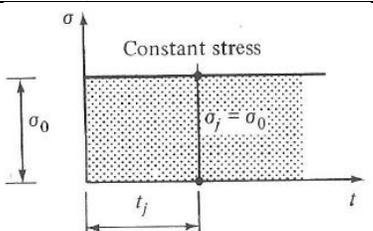
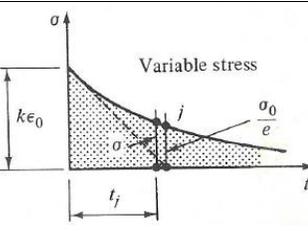
Un resorte aislado se conoce como modelo de Hooke y representa una relación causa-efecto lineal; su función es independiente del tiempo (representa un fenómeno puramente elástico).

Un amortiguador aislado se conoce como modelo de Newton y representa la relación no lineal causa-efecto; su funcionamiento depende del tiempo (representa un fenómeno puramente viscoso).

Debido a que las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos no siguen los patrones de los modelos elementales, se deben introducir combinaciones para su representación, como son los modelos Saint Venant, Kelvin-Voight y Maxwell (Tabla 3.2).

Para suelos con comportamiento más complejo, se requieren otros modelos reológicos llamados modelos compuestos complejos. Algunos ejemplos son: el modelo de Bingham, el modelo lineal estándar y el modelo de Burger.

Tabla 3.2 Modelos reológicos elementales (adaptado de Tuma y Abdel-Hady, 1973)

	Modelo de Saint Venant	Modelo de Kelvin-Voight	Modelo de Maxwell
Representación del modelo			
Relación esfuerzo-deformación			
Relación esfuerzo-tiempo			

	Modelo de Saint Venant	Modelo de Kelvin-Voight	Modelo de Maxwell
Función de la relación esfuerzo-deformación	<p>La combinación de un resorte y resistencia por fricción produce una respuesta elasto-plástica:</p> $\sigma_Y \geq \sigma_E = k\varepsilon_E$ $\sigma_Y \leq k\varepsilon_Y$ <p><math>\sigma_E</math> y <math>\varepsilon_E</math> son el esfuerzo y deformación en el rango elástico, respectivamente; <math>\sigma_Y</math> y <math>\varepsilon_Y</math> son el esfuerzo y deformación en el punto de fluencia, respectivamente; y <math>k</math> es la constante del resorte.</p>	<p>La combinación en paralelo de un resorte y un amortiguador produce una respuesta viscoelástica, dada por:</p> $\sigma = k\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$ <p>Cuya solución para <math>\sigma_{t=0} = \sigma_0</math>, <math>\varepsilon_{t=0} = \varepsilon_0</math> es:</p> $\varepsilon = \frac{\sigma_0}{k} (1 - e^{-\alpha t}) + \varepsilon_0 e^{-\alpha t}$ <p><math>e</math> es la base del logaritmo natural; <math>\sigma_0</math>, <math>\varepsilon_0</math> son el esfuerzo y deformación para <math>t=0</math>; <math>\alpha = k/\eta</math>; y <math>\eta</math> y <math>k</math> son las constantes del amortiguador y del resorte, respectivamente.</p>	<p>La combinación en serie de un resorte y un amortiguador produce una respuesta viscoelástica inversa, dada por:</p> $\frac{d\sigma}{dt} + \frac{k}{\eta}\sigma = k \frac{d\varepsilon}{dt}$ <p>Cuya solución para <math>\sigma_{t=0} = \sigma_0</math> es:</p> $\sigma = e^{-\alpha t} \left( k \int \frac{d\varepsilon}{dt} e^{\alpha t} dt + \sigma_0 \right)$ <p>Los símbolos tienen el mismo significado que para el modelo de Kelvin.</p>

### 3.3 Modelo elástico

La hipótesis básica de un comportamiento elástico es que coinciden las direcciones del incremento de esfuerzos principales y el incremento de deformaciones. El modelo elástico lineal no simula heterogeneidad, que en el caso de suelos puede ser la estratigrafía. Tampoco considera un comportamiento no lineal de la curva esfuerzo-deformación del material, ni considera las deformaciones o relajación de esfuerzos con el tiempo. La ecuación general constitutiva relaciona los incrementos de esfuerzo con los incrementos de deformación.

$$\begin{pmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{zy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{zy} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\Delta\sigma = [D]\Delta\varepsilon \quad (3.4)$$

Los modelos elásticos pueden tener diversas formas; algunos suponen al suelo como isotrópico.

Para un material elástico, la matriz  $D$  toma la siguiente forma:

$$[D] = \frac{E}{(1 + \nu)} \begin{bmatrix} (1 - \nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1 - \nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1 - \nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1/2 - \nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1/2 - \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1/2 - \nu) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde  $E$  y  $\nu$  son el módulo de Young y la relación de Poisson, respectivamente. Dependiendo del tipo de análisis que se realice, en términos de esfuerzos efectivos o de esfuerzos totales, estos parámetros se expresan como drenados (efectivos) o no drenados, respectivamente. Se considera que, para problemas de estabilidad a largo plazo, el análisis usualmente se realiza en término de esfuerzos efectivos considerando parámetros drenados, mientras que para problemas que involucran resistencia a corto plazo, con frecuencia se emplean parámetros no drenados.

### 3.3.1 Elasticidad lineal isotrópica

Un material isótropo es aquél que tiene un punto de simetría; es decir, cada plano en el cuerpo es un plano de simetría para el comportamiento del material. En tal caso, se puede demostrar que sólo se necesitan dos constantes elásticas independientes para representar el comportamiento y, también, la matriz constitutiva se vuelve simétrica. Es común usar el módulo de Young,  $E$ , y la relación de Poisson,  $\nu$ , para estos parámetros.

Si el comportamiento del material es lineal, entonces  $E$  y  $\nu$  son constantes y la matriz constitutiva se expresa como una relación entre los esfuerzos acumulados  $\sigma$  y las deformaciones  $\varepsilon$ . También es posible expresar la matriz constitutiva como una relación entre esfuerzos y deformaciones, de forma incremental o acumulada. En el caso de que se realice un análisis en término de esfuerzos totales, los parámetros apropiados son el módulo de elasticidad no drenado  $E_u$ , y la relación de Poisson no drenada  $\nu_u$ .

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{zy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & \frac{1-2\nu}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{zy} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

En ingeniería geotécnica es común caracterizar el comportamiento del suelo en términos del módulo de corte elástico,  $G$ , y el módulo efectivo de variación volumétrica,  $K'$ . Por lo tanto, la ecuación queda:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K + 4/3G & K - 2/3G & K - 2/3G & 0 & 0 & 0 \\ & K + 4/3G & K - 2/3G & 0 & 0 & 0 \\ & & K + 4/3G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{zy} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

*sim.*

$$G = \frac{E'}{2(1+\nu')}; \quad K' = \frac{E'}{3(1-2\nu')}$$

Para expresar la matriz constitutiva en parámetros no drenados, el módulo de corte ( $G$ ) es el mismo, sólo  $K'$  debe ser reemplazado por  $K_u$ .

Estos modelos elásticos lineales isotrópicos no simulan aspectos importantes del comportamiento del suelo. Por tanto, su uso es limitado en los análisis geotécnicos. Dichos modelos son con frecuencia usados para representar elementos estructurales (muros de retención, losas de cimentación, etc.)

### 3.3.2 Elasticidad lineal anisotrópica

El comportamiento del suelo raramente es puramente isotrópico; a menudo exhibe anisotropía. Para los depósitos de suelo se considera que las características anisotrópicas dependen del modo de depositación (sedimentación) y de la historia de esfuerzos. Los suelos que se depositan normalmente en un plano a menudo presentan un eje de simetría en la dirección en que se depositan.

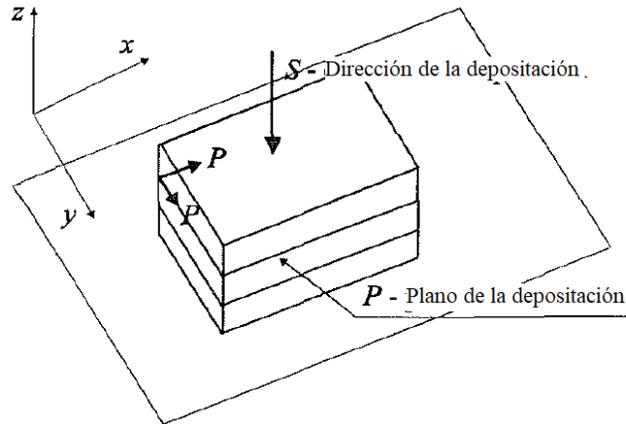


Fig. 3.7. Orientación de ejes para considerar la isotropía transversal (Potts, 1999).

La anisotropía mostrada se conoce como isotropía transversal u ortotropía y reduce el número de incógnitas a siete. La relación entre el incremento de esfuerzos y deformaciones se muestra en la ecuación:

$$\begin{bmatrix} A(1 - \nu_{SP}\nu_{PS})E_P & A(\nu_{PP} + \nu_{SP})E_P & Av_{PS}(1 + \nu_{PP})E_P & 0 & 0 & 0 \\ A(\nu_{PP} + \nu_{SP}\nu_{PS})E_P & A(1 - \nu_{SP}\nu_{PS})E_P & Av_{PS}(1 + \nu_{PP})E_P & 0 & 0 & 0 \\ Av_{PS}(1 + \nu_{PP})E_S & Av_{PS}(1 + \nu_{PP})E_S & A(1 - \nu_{PP}\nu_{PP})E_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{PS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{PS} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{PP} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$A = \frac{1}{1 - 2\nu_{SP}\nu_{PS} - 2\nu_{SP}\nu_{PS}\nu_{PP} - \nu_{PP}^2} \quad (3.9)$$

Donde:

$E_S$  Módulo elástico en la dirección de la sedimentación;

$E_P$  Módulo elástico en el plano de sedimentación;

$\nu_{SP}$  Relación de Poisson para las deformaciones en el plano de sedimentación, debido al esfuerzo actuante en la dirección de sedimentación;

$\nu_{PS}$  Relación de Poisson para las deformaciones en la dirección de sedimentación, debido al esfuerzo actuante en el plano de sedimentación;

$\nu_{PP}$  Relación de Poisson para las deformaciones en el plano de sedimentación, debido al esfuerzo actuante en el mismo plano;

$G_{PS}$  Módulo de corte en el plano de la dirección de sedimentación; y

$G_{PP}$  Módulo de corte en el plano de sedimentación

Sin embargo, debido a la simetría se muestra que:

$$\frac{\nu_{SP}}{E_S} = \frac{\nu_{PS}}{E_P} \quad (3.10)$$

Y:

$$G_{PP} = \frac{E_P}{2(1 + \nu_{PP})} \quad (3.11)$$

## 3.4 Modelos elastoplásticos

### 3.4.1 Comportamiento elastoplástico

El principio básico de la elastoplasticidad es que las deformaciones y los esfuerzos están compuestos de dos partes: una parte elástica y otra plástica. El cambio de una porción a otra se da en el esfuerzo de falla.

Para un material idealizado como elástico-perfectamente plástico, la ley de Hooke relaciona las deformaciones con los esfuerzos en la parte elástica. Cuando se alcanza el esfuerzo de falla, el comportamiento cambia y exhibe flujo plástico continuo a esfuerzo constante.

Se debe notar que el esfuerzo de fluencia usado en aplicaciones de análisis límite, donde se considera la suposición de plasticidad perfecta, debe escogerse para representar el esfuerzo promedio en un apropiado rango de deformación. La elección del nivel de esfuerzo de fluencia no es absoluta, sino que es determinada por las características más importantes del problema.

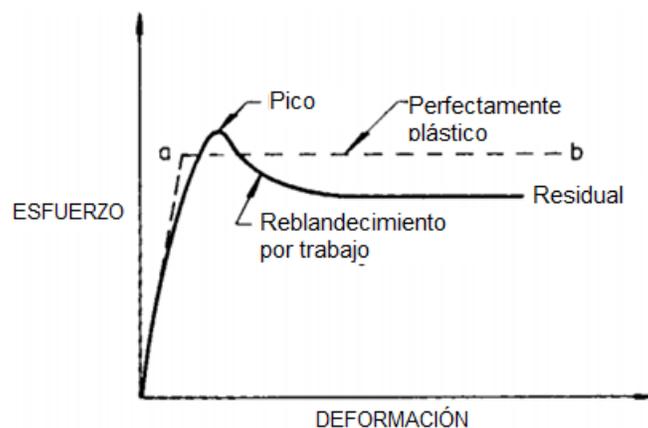


Fig. 3.8. Modelo elástico perfectamente plástico (Chen, 1975).

### 3.4.2 Modelo de Mohr Coulomb

Las condiciones de falla de un suelo se pueden expresar en términos de un esfuerzo cortante límite, llamado resistencia al corte, o como una función de los esfuerzos principales.

Las dos formas de condiciones de falla a menudo son, pero no siempre, intercambiables. La resistencia al corte del suelo,  $\phi_f$ , puede definirse como el esfuerzo cortante en el plano de falla en el momento de la falla. La curva esfuerzo-deformación para este plano usualmente tienen un pico bien definido y un valor máximo correspondiente al esfuerzo cortante actuante se considera como la resistencia al corte. Se debe considerar que la forma de la curva esfuerzo-deformación depende del tipo de carga, velocidad de deformación y condiciones de drenaje. La expresión más usada para definir la resistencia al corte es el criterio de falla de Coulomb:

$$\tau_f = c + \sigma_f \tan \phi \quad (3.12)$$

Donde  $c$  es la cohesión,  $\sigma_f$ , es el esfuerzo normal en la superficie de falla, y  $\phi$  el ángulo de fricción interna. Esta ecuación es relativamente simple; sin embargo, los valores de  $c$  y  $\phi$  dependen de muchos factores y pueden variar en un rango amplio. El campo de aplicación de la ec. 3.12 se limita a condiciones que replican aquellas presentes durante la prueba en la cual se obtuvieron los coeficientes.

Un criterio de falla de mayor aplicación general se obtiene al expresar la resistencia al corte como una función del esfuerzo normal efectivo. De acuerdo con Terzaghi (1943), las características de esfuerzo y deformación de los suelos se gobiernan por los esfuerzos efectivos y no por los esfuerzos totales. En el caso de suelos saturados:

$$\sigma'_f = \sigma_f - u \quad (3.13)$$

Y

$$\tau_f = c' + \sigma_f \tan \phi' \quad (3.14)$$

$\sigma_f$  debe ser el esfuerzo normal efectivo

Donde  $u$  es la presión de poro, que se supone como cero en el caso de un ensayo completamente drenado. La presión de poro representa la presión del agua libre y no las presiones del agua adherida entre las partículas de suelo.

La plasticidad está asociada con el desarrollo de deformaciones irreversibles. Para calcular si ocurre plasticidad, se introduce una función de fluencia,  $f$ , que es función del esfuerzo y deformación. Una función de fluencia puede presentarse como una superficie en el espacio de esfuerzos principales. Un modelo perfectamente plástico es un modelo constitutivo con una

superficie de fluencia fija; es decir, la superficie está completamente definida por los parámetros del modelo y no está afectada por la deformación plástica. Para representar los estados de esfuerzo dentro de la superficie de fluencia, se considera un comportamiento elástico en el que las deformaciones son reversibles.

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^p \qquad \underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\dot{\varepsilon}}^e + \underline{\dot{\varepsilon}}^p \qquad (3.15)$$

La condición de fluencia del criterio de Mohr-Coulomb es una extensión de la ley de fricción de Coulomb para un estado de esfuerzos general. Esta condición asegura que se cumpla la ley de fricción de Coulomb en cualquier plano dentro del elemento.

La función de fluencia,  $f$ , que tiene unidades de esfuerzo, depende de la resistencia del material y de combinaciones de invariantes de las componentes de esfuerzos. La función está diseñada de tal forma que es negativa dentro de la superficie de fluencia o falla y cero en esta superficie. Valores positivos de  $f$  implican esfuerzos que se encuentran fuera de la superficie de falla que deben ser distribuidos por procesos iterativos.

Durante la deformación plástica, el material puede fluir de forma asociada; es decir, el vector de incrementos de deformaciones plásticas puede ser normal a la superficie de fluencia. Alternativamente, la normalidad puede no existir y el flujo puede ser no asociado. El flujo asociado conduce a simplificaciones matemáticas y, cuando se combina con el criterio de falla de von Mises o Tresca, predice correctamente un cambio de volumen plástico igual a cero durante la fluencia de arcillas no drenadas. Para materiales friccionantes, cuyo estado último puede describirse por el criterio de Mohr-Coulomb, el flujo asociado conduce a una expansión volumétrica no realista o dilatación durante la fluencia. En tales casos, se prefieren reglas de flujo no asociado en el que las deformaciones plásticas se describen por una función de potencial plástico,  $Q$ . Esta función puede ser similar a la función de falla  $f$ , pero reemplazando el ángulo de fricción  $\phi$  por el ángulo de dilatación  $\psi$ .

### ***Criterio de falla***

En el espacio de esfuerzos principales, el criterio de Mohr-Coulomb toma la forma de un cono hexagonal irregular, fig. 3.9. La irregularidad se debe al hecho de que  $\sigma_2$  no se toma en cuenta. Para derivar la forma invariante de este criterio, debe escribirse en términos de esfuerzos principales de la geometría del círculo de Mohr, por tanto (si se considera la compresión negativa):

$$F_{MC} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \phi - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - c \cos \phi \quad (3.16)$$

Sustituyendo para  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  de la ec. 3.16 resulta la función:

$$F_{MC} = \sigma_m \sin \phi + \bar{\sigma} \left( \frac{\cos \theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin \theta \sin \phi}{3} \right) - c \cos \phi \quad (3.17)$$

Que muestra que el criterio de Mohr-Coulomb depende de las tres invariantes ( $\sigma_m, \bar{\sigma}, \theta$ ). El criterio de Tresca considerando  $\phi=0$  resulta:

$$F_T = \frac{\bar{\sigma} \cos \theta}{\sqrt{3}} - c_u \quad (3.18)$$

El criterio de Tresca se prefiere al de Von Mises para problemas que involucran arcillas no drenadas.

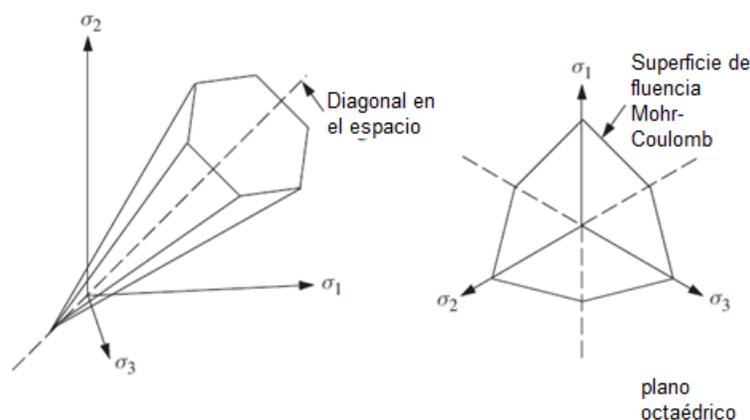


Fig. 3.9. Criterio de falla de Mohr-Coulomb en el espacio de esfuerzos principales y el plano octaédrico (Smith *et al.*, 2014).

El modelo de Mohr-Coulomb requiere un total de cinco parámetros que pueden ser obtenidos de ensayos convencionales. Estos parámetros son:

- $E$  Módulo de Young / Módulo elástico
- $\nu$  Relación de Poisson
- $\phi$  Ángulo de fricción interna
- $c$  Cohesión
- $\psi$  Ángulo de dilatancia

#### Módulo elástico

El módulo elástico tiene unidades de esfuerzo. Los valores de este parámetro requieren especial atención, debido a que la mayoría de los suelos muestran un comportamiento no lineal desde el

inicio de la carga. En mecánica de suelos la pendiente inicial se indica usualmente como  $E_0$  y el módulo secante al 50% de la resistencia máxima como  $E_{50}$ . Para materiales con un rango elástico grande, es realista usar  $E_0$ , pero para modelar la carga en suelos es común usar  $E_{50}$  (Plaxis, 2015). Hay investigadores que no recomiendan usar el módulo secante, sino el tangente (Muir Wood, 2005). Por otro lado, al considerar problemas de descarga, como en el caso de túneles y excavaciones, se necesita  $E_{ur}$  en lugar de  $E_{50}$ .

En suelos, tanto el módulo de descarga como el de carga tienden a aumentar con la presión confinante. Por tanto, los estratos más profundos de suelo tienden a tener mayor rigidez que los estratos más superficiales. La rigidez es mayor en descarga y recarga que durante la primera carga. Al usar un módulo constante para representar el comportamiento del suelo, se debe escoger el valor consistente con los niveles de esfuerzo y la trayectoria de esfuerzos que se va a desarrollar. Las pruebas de las que se obtienen estos módulos son ensayos triaxiales de tipo UU, CU y CD con medición de presión de poro. De acuerdo con el problema a resolver, los módulos se determinan en términos de esfuerzos efectivos o de esfuerzos totales.

#### *Relación de Poisson*

Los ensayos triaxiales drenados pueden dar una reducción de volumen significativa al inicio de la aplicación de la carga axial y, por tanto, se obtiene un valor bajo de la relación de Poisson. En algunos casos, como son los problemas de descarga, puede ser realista usar un valor inicial bajo. Para este tipo de problemas, es común usar valores entre 0.15 y 0.25. Sin embargo, al usar el modelo Mohr-Coulomb se recomienda usar un valor mayor.

#### *Cohesión*

La cohesión tiene unidades de esfuerzo, se obtiene de ensayos triaxiales de tipo UU y de CU.

#### *Ángulo de fricción*

Este parámetro se suele obtener de ensayos triaxiales de tipo CU con medición de presión de poro y CD con medición de cambio de volumen. De acuerdo con el problema a resolver, el ángulo de fricción se determina en términos de esfuerzos efectivos o de esfuerzos totales.

#### *Ángulo de dilatación*

Con excepción de arcillas con alto grado de preconsolidación, estos suelos tienden a tener poca dilatación ( $\psi=0$ ). La dilatación de las arenas depende de la densidad y del ángulo de fricción. Para

valores de  $\phi < 30^\circ$ , el ángulo de dilatancia es casi cero. Un valor negativo pequeño de  $\psi$  es realista para arenas extremadamente sueltas.

Un ángulo de dilatancia positivo implica que, en condiciones drenadas, el suelo continuará dilatándose si sigue ocurriendo deformación debido al esfuerzo cortante. Esto no es realista, pues la mayoría de los suelos alcanzarán un estado crítico y ocurrirá deformación por esfuerzo cortante sin cambio de volumen. En condiciones no drenadas, un ángulo de dilatancia positivo, combinado con cambios de volumen restringidos, conduce a la generación de presión de poro en tensión. Por tanto, en un análisis no drenado en término de esfuerzos efectivos se puede sobreestimar la resistencia del suelo.

### 3.4.3 Modelo Soft Soil

El modelo Soft Soil, formulado por Brinkgreve (1994) e implementado en el programa Plaxis, es un modelo cuya rigidez es dependiente del esfuerzo (se considera un comportamiento de compresión logarítmica); distingue entre la carga primaria y la descarga y recarga. Tiene memoria del esfuerzo de preconsolidación y usa el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Toma algunos parámetros similares a los de Cam Clay. Podría decirse que se inspira en estos modelos, pero no son iguales; este modelo no es de estado crítico.

Se supone que hay una relación logarítmica entre la deformación volumétrica,  $\varepsilon_v$ , y el esfuerzo efectivo medio,  $p'$ , que puede formularse como:

$$\varepsilon_v - \varepsilon_v^0 = -\lambda^* \ln\left(\frac{p'}{p^0}\right) \quad \text{en la rama virgen} \quad (3.19)$$

Para mantener la validez de la ec. 3.19 se considera un valor mínimo de  $p'$  igual a una unidad de esfuerzo. El parámetro  $\lambda^*$  es un índice de compresión modificado, que determina la compresibilidad del material en la carga primaria.

La ec. 3.19 es función de la deformación volumétrica en lugar de la relación de vacíos. La gráfica de la ecuación da una línea recta como se muestra en la fig. 3.10.

Durante la descarga y recarga se sigue una trayectoria diferente, que puede formularse como:

$$\varepsilon_v^e - \varepsilon_v^{e0} = -\kappa^* \ln\left(\frac{p'}{p^0}\right) \quad \text{en descarga y recarga} \quad (3.20)$$

Nuevamente, se asigna un valor mínimo de  $p'$  igual a una unidad de esfuerzo. El parámetro  $\kappa^*$  es el índice de expansión modificado, que determina la compresibilidad del material en descarga y recarga. La respuesta del suelo durante la descarga y recarga se considera como elástica; por tanto,

el uso del superíndice  $e$ . El comportamiento elástico se describe por la ley de Hooke y la ec. 3.20 implica una dependencia lineal entre los esfuerzos y el módulo de variación volumétrica tangente, de tal forma que:

$$K_{ur} = \frac{E_{ur}}{3(1 - 2\nu_{ur})} = \frac{p'}{\kappa} * \quad (3.21)$$

El subíndice  $ur$  indica descarga y recarga (por sus iniciales en inglés). Se consideran parámetros efectivos. Ni el módulo de variación volumétrica,  $K_{ur}$ , ni el módulo elástico,  $E_{ur}$ , se usan como parámetros de entrada. En su lugar, se emplean  $\nu_{ur}$  y  $K$ .

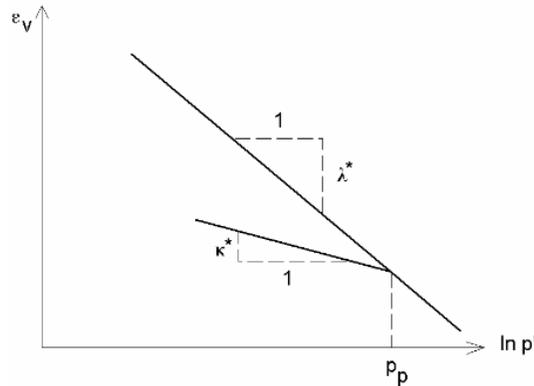


Fig. 3.10. Relación logarítmica entre la deformación volumétrica y el esfuerzo promedio (Plaxis, 2015).

Puede existir un número infinito de líneas de descarga y recarga; cada una corresponde a un valor particular del esfuerzo de preconsolidación isotrópico. Durante la descarga y recarga, el esfuerzo de preconsolidación permanece constante. Sin embargo, en la carga primaria, el esfuerzo de preconsolidación aumenta con el nivel de esfuerzo, causando deformaciones volumétricas irreversibles (plásticas).

El modelo es capaz de simular el comportamiento bajo un estado general de esfuerzos. A continuación se muestra la función de fluencia para las condiciones de un ensaye de compresión triaxial en el cual  $\sigma'_2 = \sigma'_3$ . Para dicho estado de esfuerzo, la función de fluencia del modelo Soft Soil se define como:

$$f = \bar{f} - p_p \quad (3.22)$$

Donde  $\bar{f}$  es una función del estado de esfuerzos ( $p', q$ ) y el esfuerzo de preconsolidación,  $p_p$ , es función de la deformación plástica, de forma que:

$$\bar{f} = \frac{q^2}{M_{SS}^2 (p' + c \cot \phi)} + p' \quad (3.23)$$

$$p_p = p_c^0 \exp\left(\frac{-\varepsilon_v^p}{\lambda^* - \kappa^*}\right) \quad (3.24)$$

La función de fluencia  $f$ , describe una elipse en el plano  $p'-q$ , como se muestra en la fig. 3.11. El parámetro  $M_{SS}$  en la ec. 3.23 determina la altura de la elipse. La altura de la elipse es responsable de la relación entre los esfuerzos horizontales y verticales en la compresión primaria unidimensional.

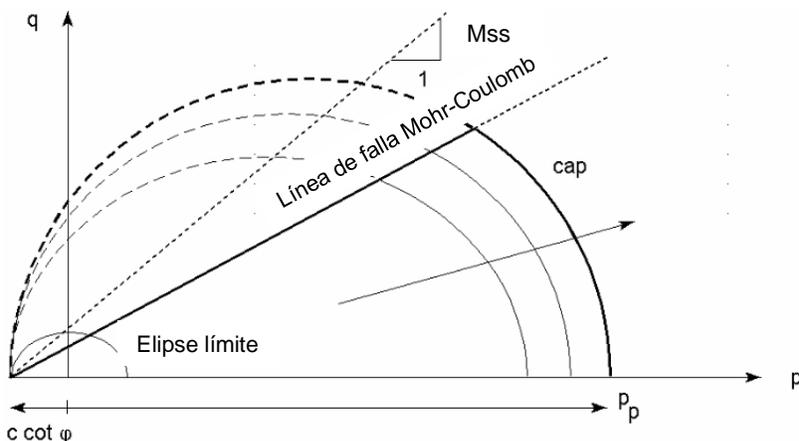


Fig. 3.11. Superficie de fluencia del modelo Soft Soil en el plano  $p'-q$  (Plaxis, 2015).

Como resultado, el parámetro  $M_{SS}$  determina el coeficiente de empuje tierras  $K_0^{NC}$ . El valor de  $M_{SS}$  puede elegirse de tal forma que el valor conocido de  $K_0^{NC}$  se ajusta en la compresión unidimensional.

Los extremos superiores de todas las elipses se localizan en una línea con pendiente  $M_{SS}$  en el plano  $p'-q$ . El criterio de falla de Mohr-Coulomb es una función de los parámetros de resistencia  $\phi$  y  $c$ , que pueden no corresponder a la línea  $M_{SS}$ . El esfuerzo de preconsolidación isotrópico  $p_c$ , determina la extensión de la elipse en el eje  $p'$ . Durante la carga pueden existir una infinidad de elipses y cada uno corresponde a un valor particular de  $p_c$ . En tensión ( $p' < 0$ ), la elipse se extiende a  $c \cot \phi$ . Para asegurar que la parte derecha de la elipse (el límite o 'cap') permanecerá en la zona de compresión ( $p' > 0$ ) se adopta un valor mínimo de  $c \cot \phi$  para  $p_p$ . Para  $c = 0$ , se adopta un valor mínimo de  $p_c$  igual a un esfuerzo unitario.

El valor de  $p_c$  se determina por deformaciones volumétricas plásticas que siguen la relación de endurecimiento. Esta ecuación refleja el principio que el esfuerzo de preconsolidación aumenta exponencialmente cuando disminuyen las deformaciones volumétricas plásticas (compactación).

A  $p_c^0$  se le puede considerar como el valor inicial del esfuerzo de preconsolidación. De acuerdo con la ec. 3.24, la deformación volumétrica inicial se supone igual a cero.

En el modelo Soft-Soil, la función de fluencia describe la deformación volumétrica irreversible con compresión primaria y forma el límite de la superficie de fluencia. Para modelar el estado de falla se usa una función de fluencia de Mohr-Coulomb (perfectamente plástica). Esta función de fluencia representa una línea recta en el plano  $p'-q$ . La pendiente de la línea de falla es menor que la pendiente de la línea  $M_{SS}$ .

La curva de fluencia total, como se muestra en la fig. 3.12, es la frontera del área de esfuerzos elásticos. La línea de falla está fija, pero el límite puede aumentar en compresión primaria. Las trayectorias de esfuerzos dentro de esta frontera dan solamente incrementos de deformación elástica, mientras que las trayectorias de esfuerzo que cruzan la frontera generalmente dan incrementos de deformación elástica y plástica.

Para estados de esfuerzos generales, el comportamiento plástico del modelo Soft Soil se define por un total de 6 funciones de fluencia: tres funciones a compresión y tres de Mohr-Coulomb. La curva de fluencia total en el espacio de esfuerzos principales que resulta de estas seis funciones de fluencia se muestra en la fig. 3.12.

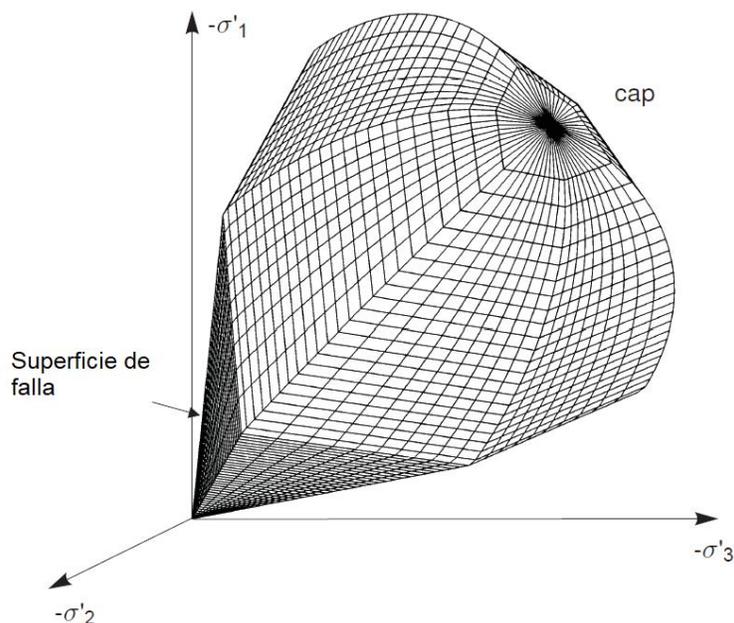


Fig. 3.12. Representación de la superficie de fluencia del modelo Soft Soil en el espacio de esfuerzos principales (Plaxis, 2015).

### *Diferencias entre el modelo Soft Soil y el modelo Cam Clay Modificado*

Los índices  $\lambda^*$  y  $\kappa^*$  son diferentes a  $\lambda$  y  $\kappa$  usados por Burland (1965). Sin embargo, la relación  $\lambda^*/\kappa^*$  es igual a la relación  $\lambda/\kappa$ .

El uso de  $M_{SS}$  difiere de la idea de la línea de estado crítico original, pero asegura un ajuste de  $K_0^{NC}$ . En el modelo Cam-Clay modificado, la línea  $M$  se refiere a la línea de estado crítico y representa los estados de esfuerzo después del pico de falla. En el modelo Soft Soil, la falla no está necesariamente relacionada con el estado crítico.

### *Parámetros del modelo Soft Soil*

Las constantes de material básicas requeridas son:

$\lambda^*$	Índice de compresión modificado
$\kappa^*$	Índice de expansión modificado
$c$	Cohesión
$\phi$	Ángulo de fricción
$\psi$	Ángulo de dilatancia

Los parámetros avanzados del modelo son:

$\nu_{ur}$	Relación de Poisson para descarga y recarga
$K_0^{NC}$	Coefficiente de esfuerzo lateral en consolidación normal
$M_{SS}$	Parámetro de $K_0^{NC}$ (se calcula automáticamente a partir de la ec. 3.30)

### *Índices modificados de compresión y expansión*

Estos parámetros pueden obtenerse de un ensayo de compresión isotrópica incluyendo descarga isotrópica. Al graficar el logaritmo del esfuerzo promedio como una función de las deformaciones volumétricas para arcillas, la relación puede ser aproximada por dos líneas rectas. La pendiente de la línea de carga primaria da el índice de compresión modificado, y la pendiente de la línea de descarga (o recarga) proporciona el índice de expansión modificado.

De forma alternativa, los parámetros  $\kappa^*$  y  $\lambda^*$  pueden obtenerse de ensayos de consolidación unidimensional. Hay relaciones con parámetros obtenidos de estos ensayos como son el índice de compresión,  $C_c$ , y el índice de expansión,  $C_s$  (ec. 3.27 y 3.28).

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1 + e} \quad (3.25)$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{1 + e} \quad (3.26)$$

$$\lambda^* = \frac{Cc}{2.3(1 + e)} \quad (3.27)$$

$$\kappa^* \approx \frac{2Cs}{2.3(1 + e)} \quad (3.28)$$

Las ecuaciones 3.25 y 3.26 muestran relaciones con los parámetros del modelo Cam Clay. En ellas se considera que la relación de vacíos,  $e$ , es constante. Aunque  $e$  presente cambios durante el ensaye de compresión, la diferencia sería pequeña.

En la ecuación 3.28, la relación es aproximada debido a que la relación entre esfuerzos horizontales y verticales cambia durante la descarga en el ensaye de consolidación unidimensional. Para esta aproximación, se considera que el estado de esfuerzos promedio durante la descarga es un estado de esfuerzos isotrópico; es decir, los esfuerzos horizontales y verticales son iguales.

Se puede suponer que la expansión tiene un comportamiento equivalente a la recompresión; sin embargo, esto puede ser incorrecto. Por tanto,  $\kappa^*$  se debe basar en  $C_s$ , en lugar del índice de recompresión,  $C_r$ .

El factor 2.3 en la ecuación 3.27 se obtiene de la relación entre el logaritmo base 10 y el logaritmo natural.

La relación  $\lambda^*/\kappa^*$ , generalmente, tiene valores entre 2.5 y 7.

### *Cohesión*

La cohesión tiene unidades de esfuerzo. Se puede usar cualquier cohesión efectiva, incluso cero. El uso de este parámetro mayor a cero resultará en una región elástica que se localiza parcialmente en la zona de tensión. La parte izquierda de la elipse cruza el eje  $p'$  en un valor  $-ccot\phi$ . Para mantener el lado derecho de la elipse (el límite) en la zona de presión del espacio de esfuerzos, el esfuerzo de preconsolidación isotrópico,  $p_p$ , tiene un valor mínimo de  $ccot\phi$ . Esto indica que una cohesión mayor a cero puede resultar en un estado de preconsolidación, dependiendo de la magnitud de la cohesión y el estado de esfuerzos inicial. Como resultado, un comportamiento más rígido se obtiene al iniciar la carga. No es posible especificar una resistencia no drenada mediante una cohesión alta y un ángulo de fricción igual a cero. Los parámetros de entrada siempre deben ser en términos de esfuerzos efectivos.

### Ángulo de fricción

El ángulo de fricción interna efectivo representa el incremento de la resistencia al esfuerzo cortante con el nivel de esfuerzos efectivos. No está permitido un ángulo de fricción cero. Por otro lado, se debe tener cuidado al usar ángulos de fricción grandes. Plaxis recomienda emplear  $\phi'_{cs}$ , el ángulo de fricción de estado crítico. El estado crítico es el estado que se alcanza cuando las deformaciones son al menos del 10% y está asociado con flujo turbulento. Las relaciones entre esfuerzo cortante, esfuerzo normal y relación de vacíos de suelos en el estado crítico se indican en la fig. 3.13.

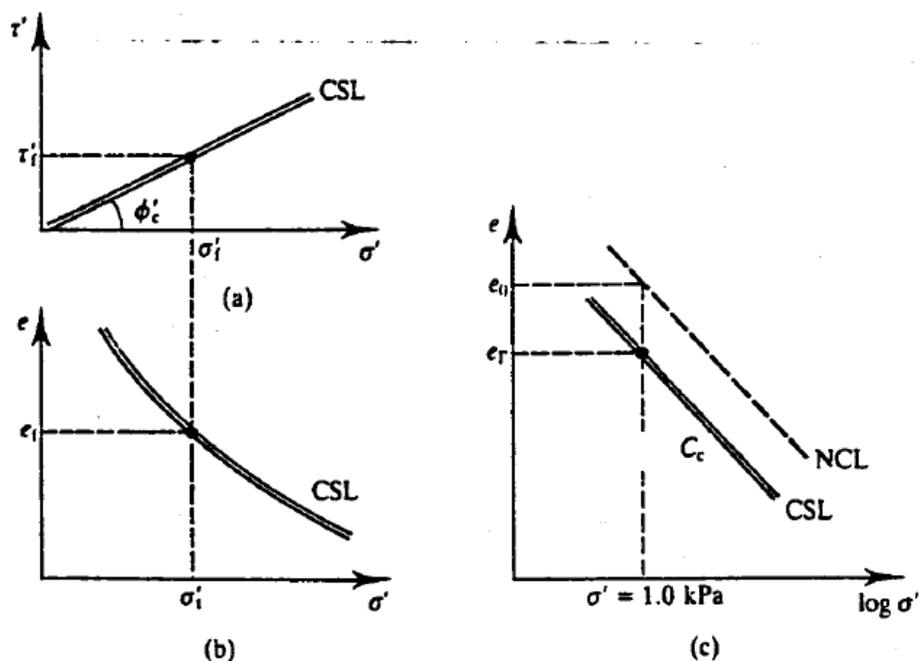


Fig. 3.13. Estado crítico del suelo (Atkinson, 1993).

Las figs. 3.13a y 3.13b muestran la línea de estado crítico (CSL). Esto indica que en el estado crítico hay una relación única entre el esfuerzo cortante, el esfuerzo normal y la relación de vacíos. La fig. 3.13c muestra la relación entre la relación de vacíos y el esfuerzo normal en escala logarítmica. La línea de estado crítico está dada por:

$$\tau'_{cs} = \sigma'_{cs} \tan \phi'_{cs} \quad (3.29)$$

$$e_{cs} = e_\Gamma - C_c \log \sigma'_{cs} \quad (3.30)$$

Los subíndices  $cs$  indican los esfuerzos y relación de vacíos en la falla en el estado crítico. En la fig. 3.13 se observa que la línea de compresión normalmente consolidada (NCL) y la línea de

estado crítico (CSL) son paralelas y ambas tienen el mismo gradiente,  $C_c$ . El parámetro  $e_r$  define la posición de la línea de estado crítico, de la misma forma que  $e_0$  define la posición de la línea de compresión normalmente consolidada. La ecuación 3.29 es el criterio de falla de Mohr-Coulomb con cohesión igual a cero y  $\phi'_{cs}$  es el ángulo de fricción de estado crítico.

Las líneas de estado crítico obtenidas de ensayos triaxiales drenados y no drenados se muestran en la fig. 3.14. Estas líneas están dadas por:

$$q_{cs} = Mp'_{cs} \quad (3.31)$$

$$v_{cs} = \Gamma - \lambda \log p'_{cs} \quad (3.32)$$

Donde, los subíndices  $cs$  denotan la falla última en los estados críticos. Comparando la ec.3.31 con la ec. 3.29, la relación de esfuerzos crítica,  $M$ , es equivalente al ángulo de fricción en estado crítico,  $\phi'_{cs}$ . Para los parámetros  $M$  y  $\Gamma$  es necesario diferenciar entre estados críticos de compresión y de extensión.

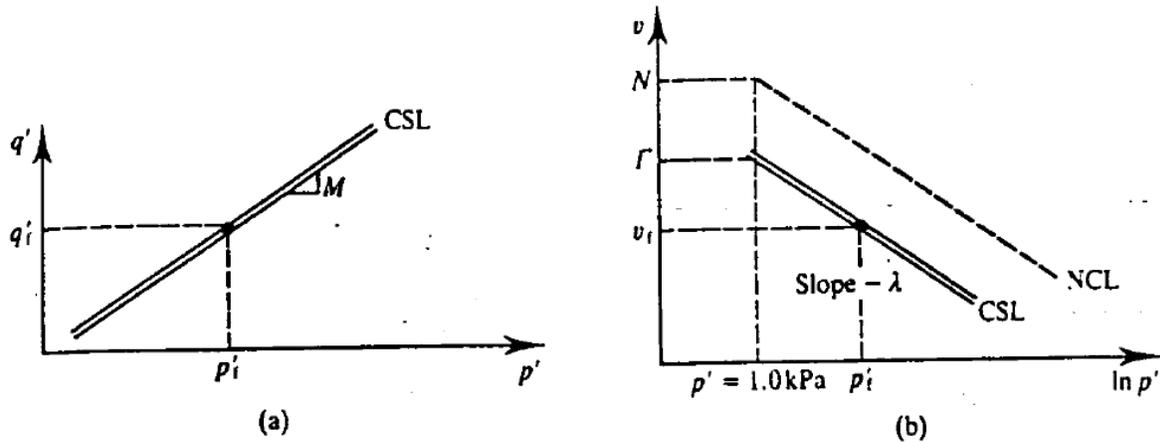


Fig. 3.14. Línea de estado crítico en el ensayo triaxial (Atkinson, 1993).

Las relaciones entre la relación de esfuerzos crítica,  $M$ , y el ángulo de fricción en estado crítico,  $\phi'_{cs}$ , están dadas por:

$$\text{en compresión: } M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}} \quad (3.33)$$

$$\text{en extensión: } M_e = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 + \sin \phi'_{cs}} \quad (3.34)$$

El ángulo de fricción en estado crítico es aproximadamente el mismo para el ensaye triaxial en compresión y el ensaye en extensión.

### *Ángulo de dilatancia*

Para las arcillas, que son el tipo de material que describe el modelo Soft Soil, la dilatancia puede despreciarse. Generalmente se usa un ángulo de dilatancia de cero grados.

### *Relación de Poisson*

La relación de Poisson,  $\nu$ , es la constante elástica pura. Su valor usualmente varía entre 0.1 y 0.2. Para cargar materiales normalmente consolidados, la relación de Poisson juega un papel menor, pero se vuelve importante en los problemas de descarga. Por ejemplo, durante la descarga en un ensaye de consolidación unidimensional, una relación de Poisson pequeña resultará en un menor decremento del esfuerzo lateral comparado con el decremento del esfuerzo vertical. Como resultado, la relación entre esfuerzos horizontales y verticales aumentará. Por tanto, la relación de Poisson no debe basarse en el valor normalmente consolidado, sino en la relación entre el incremento de esfuerzo horizontal y el incremento de esfuerzo vertical durante la descarga y recarga del ensaye de consolidación unidimensional:

$$\frac{\nu_{ur}}{1-\nu_{ur}} = \frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta\sigma_{yy}} \quad \text{para descarga y recarga} \quad (3.35)$$

### *Parámetro $K_0^{NC}$*

El parámetro  $M_{SS}$  se determina automáticamente a partir del coeficiente de empuje de tierras en reposo para la condición normalmente consolidada, introducida por el usuario. La relación exacta entre  $M_{SS}$  y  $K_0^{NC}$  está dada por la ec. 3.36:

$$M_{SS} = 3 \sqrt{\frac{(1 - K_0^{NC})^2}{(1 + 2K_0^{NC})^2} + \frac{(1 - K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur}) \left(\frac{\lambda^*}{\kappa^*} - 1\right)}{(1 + 2K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur}) \frac{\lambda^*}{\kappa^*} - (1 - K_0^{NC})(1 + \nu_{ur})}} \quad (3.36)$$

El valor de  $M_{SS}$  puede ser aproximado por:

$$M_{SS} \approx 3.0 - 2.8K_0^{NC} \quad (3.37)$$

## 3.5 Modelos de estado crítico

### 3.5.1 Cam Clay Modificado

Como se mencionó anteriormente, Drucker *et al* propusieron en 1957 la introducción de una superficie de fluencia limitada por un “*cap*” (tapa) que se puede expandir y crecer en tamaño cuando aumenta el nivel de esfuerzos. El comportamiento del suelo es puramente elástico sólo en un lado de la superficie de falla y el *cap*. Si el esfuerzo aumenta directamente hacia el *cap*, se generan deformaciones plásticas y el *cap* se expande.

En la Universidad de Cambridge, varios autores trataron de mejorar el modelo de Drucker para describir el comportamiento de arcilla caolinita reconstituida, de la cual había disponible información de ensayos axisimétricos para especímenes normalmente consolidados y preconsolidados. Roscoe y Schofield propusieron en 1963 el modelo que posteriormente sería conocido como Cam Clay Original. Sin embargo, poco tiempo después, Roscoe y Burland propusieron otro modelo también basado en la teoría del estado crítico que adoptó el nombre de Cam Clay Modificado. Este último es el más usado de los modelos Cam Clay y, por esta razón, se expondrá con mayor detalle.

#### *Formulación del modelo Cam Clay Modificado*

En un espacio de esfuerzos, se define una función de fluencia  $f$ , de tal forma que el comportamiento del suelo es elástico si  $f < 0$ . La superficie descrita por  $f$ , llamada también lugar de fluencia (*yield locus*) se formula en función del tensor de esfuerzos y valores escalares que son parámetros de endurecimientos. Estos parámetros se relacionan con el tamaño de la superficie de fluencia en el espacio.

Dentro de la superficie de fluencia el comportamiento está definido por la siguiente función:

$$v = v_1 - \kappa \ln p' \quad (3.38)$$

Donde  $v$  es el volumen específico, que expresado en términos de la relación de vacíos es:  $v = 1 + e$ ;  $v_1$  es el valor de referencia para un volumen específico;  $\kappa$  es la pendiente de la línea de recompresión en el plano  $v$ - $\ln p'$ ; y  $p'$  es el esfuerzo efectivo promedio.

El cambio en la relación de vacíos y las deformaciones volumétricas se correlacionan mediante:

$$d\varepsilon_v = -\frac{de}{1+e} = -\frac{dv}{v} \quad (3.39)$$

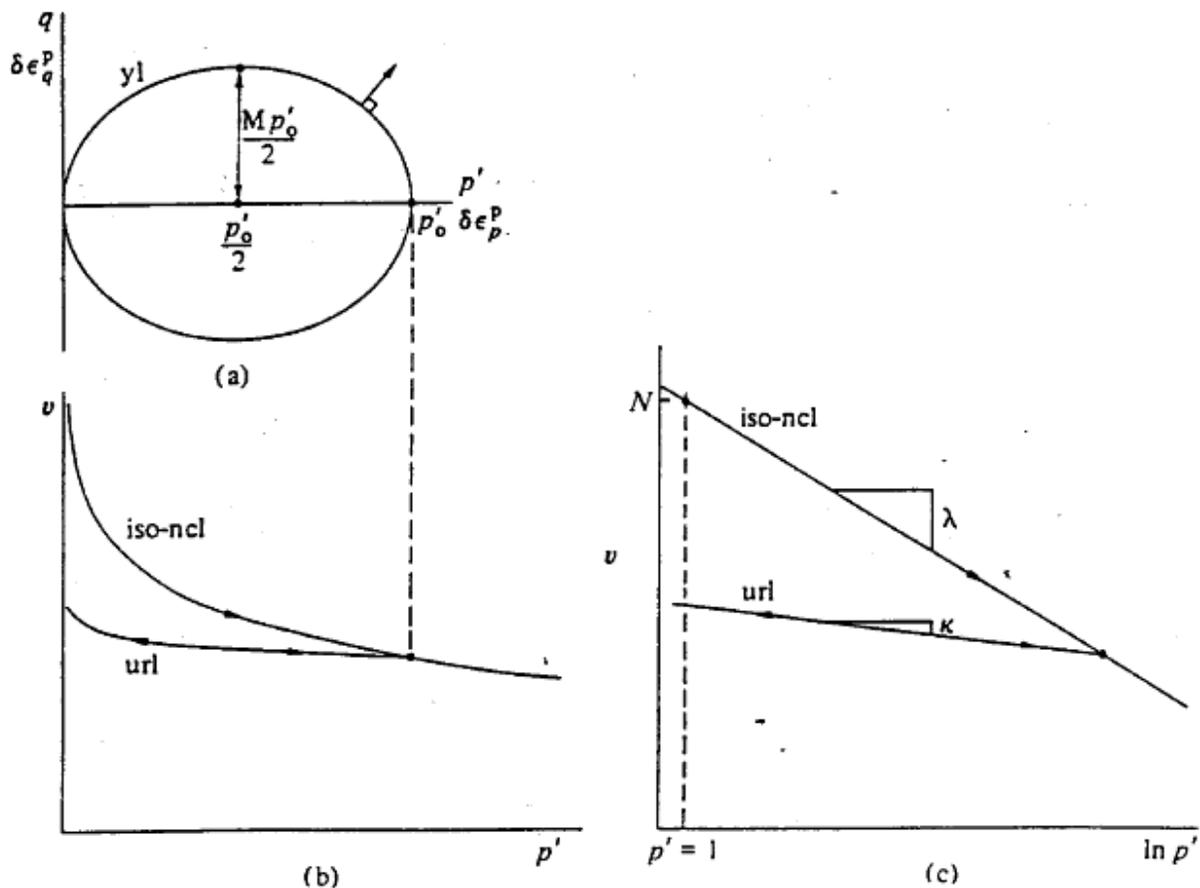


Fig. 3.15. a) Curva de fluencia elíptica para el modelo Cam Clay modificado en el plano  $p'-q$ ; b), c) rama normalmente consolidada (iso-ncl) y rama de descarga-recarga (url) en el plano de compresión, en plano  $p'-v$  y  $\ln p'-v$  (Muir Wood, 1990).

Durante la etapa de consolidación isotrópica, los cambios volumétricos son diferentes durante la carga que durante la descarga y recarga. En el caso de carga se tiene que:

$$e - e_0 = \lambda \ln \frac{p}{p_c} \quad (3.40)$$

Mientras que durante la descarga/recarga el cambio volumétrico queda regido por:

$$e - e_0 = \kappa \ln \frac{p}{p_c} \quad (3.41)$$

En la etapa de descarga/recarga se considera un comportamiento elástico, mientras que el comportamiento en la rama virgen (normalmente consolidada) se supone como elasto-plástico. En la fig. 3.15c se puede observar la interpretación geométrica de los parámetros  $\kappa$  y  $\lambda$  como las pendientes de las ramas de carga y descarga/recarga en el plano  $\ln p'-v$ .

Durante la etapa de falla las deformaciones volumétricas dependen del estado del material. Hay una contracción inicial elástica, seguida de un comportamiento elastoplástico. En suelos

normalmente consolidados o con poca preconsolidación (OCR 1-4), se observa una contracción volumétrica, mientras que en suelos preconsolidados hay una expansión volumétrica. Este efecto se debe a la dilatancia.

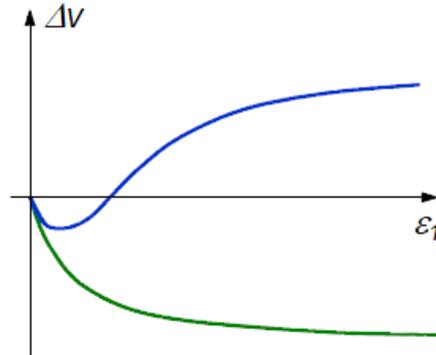


Fig. 3.16. Deformación axial vs cambio de volumen (Solowski, 2018a).

Si se hace una prueba no drenada, el cambio en las presiones de poro también es diferente. Al inicio hay un cambio elástico inicial de la presión de poro, seguido de un cambio elastoplástico. Los suelos normalmente consolidados, o con poca preconsolidación (OCR 1-4) presentan cambios positivos de la presión de poro; sin embargo, suelos preconsolidados con  $OCR > 4$ , se observan cambios negativos en la presión de poro.

Los valores finales de la relación de vacíos, a volumen constante, muestran una única línea paralela a la rama normalmente consolidada (virgen), que se conoce como línea del estado crítico y está definida como:

$$v = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (3.42)$$

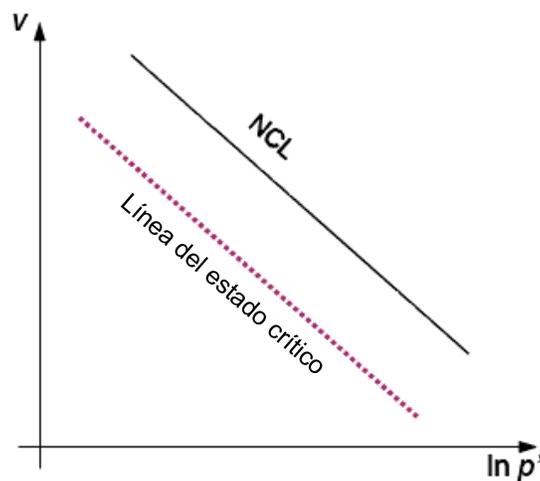


Fig. 3.17. Rama normalmente consolidada y línea del estado crítico en el plano  $\ln p' - v$  (Solowski, 2018a).

Si se analiza el comportamiento durante la falla drenado, se observa una relación lineal entre  $q$  y  $p'$  en los estados críticos:

$$q = Mp' \quad (3.43)$$

La constante  $M$  es la tangente de la línea de estado crítico y determina la dependencia del esfuerzo desviador último respecto al esfuerzo efectivo medio,  $p'$ . Por tanto,  $M$  puede considerarse como una constante de fricción. Además,  $M$  determina la forma de la superficie de fluencia (altura de la elipse) e influencia el coeficiente de presión de tierras  $K_o^{NC}$  en un estado de esfuerzos normalmente consolidado.

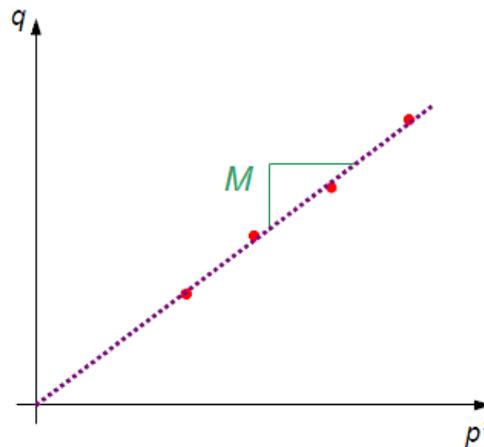


Fig. 3.18. Constante  $M$  en el plano  $p'$ - $q$  (Solowski, 2018a).

Las ecuaciones anteriores definen una superficie de estado crítico en el espacio  $p'$ ,  $q$ ,  $v$ . La forma de la función de fluencia en el plano  $p'$ - $q$  es una elipse, simétrica con respecto al eje  $p'$ . La ecuación de la función de fluencia es:

$$f = q^2 - M^2 p' (p'_0 - p') \quad (3.44)$$

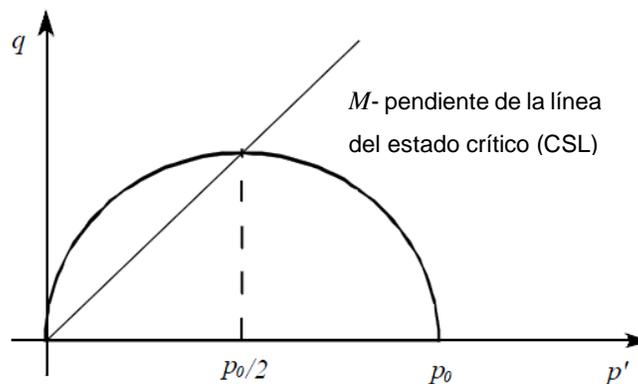


Fig. 3.19. Superficie de fluencia y constante  $M$  en el plano  $p'$ - $q$  (Solowski, 2018a).

El modelo CCM mantiene la misma de la superficie de fluencia, pero puede cambiar su tamaño. Los cambios en la superficie de fluencia sólo dependen de la deformación volumétrica (se trata de un modelo con endurecimiento volumétrico). El tamaño inicial de la superficie de fluencia depende de la historia previa de carga y descarga del suelo.

El modelo Cam Clay Modificado se basa en los siguientes parámetros:

$\lambda$	Índice de compresión
$\kappa$	Índice de expansión
$M$	Tangente de la línea de estado crítico
$\nu_{ur}$	Relación de Poisson
$e$	Relación de vacíos

#### *Índices de compresión y expansión*

Estos parámetros se pueden obtener de un ensayo de compresión isotrópica que incluya descarga isotrópica. Al graficar el logaritmo natural del esfuerzo medio como función de la relación de vacíos para arcillas, resultan aproximadamente dos líneas rectas. La pendiente de la línea de carga primaria da el índice de compresión y la pendiente de la línea de descarga da el índice de expansión. Alternativamente, estos parámetros se pueden obtener de un ensayo de consolidación unidimensional.

#### *Tangente de la línea del estado crítico ( $M$ )*

Para obtener correctamente la resistencia al esfuerzo cortante, el parámetro  $M$  debe basarse en el ángulo de fricción. La línea de estado crítico es comparable con la línea de falla Drucker-Prager, y representa un cono (circular) en el espacio de esfuerzos principales. Por tanto, el valor de  $M$  puede obtenerse de  $\phi$  de forma similar que la constante  $\alpha$  de Drucker-Prager se obtiene de  $\phi$ . Además, para determinar la resistencia al esfuerzo cortante, el parámetro  $M$  tiene una influencia importante en el valor del coeficiente de presión de tierras,  $K_0^{NC}$ , en un estado normalmente consolidado. En general, cuando  $M$  se escoja para que el modelo prediga correctamente la resistencia al corte, el valor de  $K_0^{NC}$  debe ser muy alto.

#### *Relación de Poisson*

La relación de Poisson  $\nu_{ur}$  es un parámetro elástico real y no una constante pseudo-elástica como se usa en el modelo Mohr-Coulomb. Su valor usualmente se encuentra en el rango entre 0.1 y 0.2.

### 3.5.2 Cam Clay Original (CCO)

El modelo Cam Clay ha sido empleado para la descripción del comportamiento de suelos en ensayos triaxiales. Los modelos que ilustran la interconexión entre las relaciones de esfuerzos y la dilatación pueden describir condiciones de deformación plana. Posteriormente se pueden realizar analogías para determinar la regla de flujo para condiciones triaxiales.

El modelo Cam Clay Original es el antecedente del modelo Cam Clay Modificado. Schofield (1993) indicó que la formulación de CCO se deriva de la suposición de que cualquier agregado de partículas trabadas entre sí disipan trabajo, de acuerdo con los análisis que realizó Taylor sobre el comportamiento de arenas en estado seco ensayadas en corte directo. Otra suposición es que los suelos en estados con más humedad que la crítica, se comportarán como un continuo plástico dúctil y se va a satisfacer una regla de flujo asociado. La ecuación de Cam Clay explica el comportamiento del suelo blando sin realizar suposiciones acerca de los enlaces químicos entre las partículas de arcilla. Es un modelo mecánico para analizar el comportamiento de suelos finos saturados.

La dilatancia en suelos debida a la trabazón entre las partículas se puede ver en una muestra de suelo ensayada en corte directo a la cual se aplica una fuerza normal  $P$  y una fuerza cortante  $Q$ . Los desplazamientos en las direcciones  $x$  y  $y$  se miden en los extremos del aparato. El trabajo realizado por las cargas  $P$  y  $Q$  sobre la muestra de suelo durante los incrementos de desplazamiento  $\delta x$  y  $\delta y$  es:

$$\delta W_T = P\delta y + Q\delta x \quad (3.45)$$

El término  $Q\delta x$  representa el trabajo realizado durante el corte en la muestra, mientras que el término  $P\delta y$  representa el trabajo que se realiza porque la muestra de suelo está cambiando de volumen cuando se está ensayando. Para una arena densa, que dilata cuando ocurre la falla,  $\delta y < 0$  y la carga normal  $P$  se levanta cuando ocurre la falla. El suelo se expande debido a la trabazón entre las partículas: sólo puede ocurrir deformación si algunas partículas se pueden subir sobre otras. Debido a esta trabazón (*interlocking*), no todo el trabajo por cortante  $Q\delta x$  es absorbido por el suelo; algo de trabajo se requiere para levantar la fuerza normal y vencer la trabazón de las partículas de suelo. El resto, el trabajo neto de entrada,  $\delta W_T$  va dentro de la muestra. Algo se puede almacenar en deformaciones elásticas de las partículas de suelo, pero la mayoría se disipa en resistencia por fricción entre los granos cuando ruedan y se deslizan unos sobre otros.

De acuerdo con Taylor (1948), se puede obtener una ecuación esfuerzo-dilatancia si se considera que todo el trabajo neto que entra se disipa en fricción (no se almacena energía en las deformaciones elásticas) y también se supone que esta disipación friccional está controlada por la fuerza normal  $P$  y una constante de fricción  $\mu$ , de tal forma que

$$\delta W_T = \mu P \delta x \quad (3.46)$$

Igualando las ecs. 3.35 y 3.36, y despejando  $\mu$ , queda:

$$\mu = \frac{Q}{P} + \frac{\delta y}{\delta x} \quad (3.47)$$

Esta ecuación es específica para el aparato de corte directo, pero se puede usar para deducir la ecuación esfuerzo-dilatancia apropiada para las condiciones axisimétricas del ensaye triaxial.

Las analogías entre ambas pruebas son:

Fuerza normal  $P$  y esfuerzo efectivo medio,  $p'$ ,

Fuerza cortante  $Q$  y esfuerzo desviador  $q$ ,

Deformación por cortante  $\delta x$  y deformación triaxial por corte  $\varepsilon_q$ , y

Deformación volumétrica  $\delta y$  y deformación volumétrica  $\varepsilon_p$ .

El trabajo total que entra por unidad de volumen a una muestra en ensaye triaxial sometida a esfuerzos  $p'$  y  $q$  mientras experimenta las deformaciones  $\varepsilon_p$  y  $\varepsilon_q$  es:

$$\delta W = p' \delta \varepsilon_p + q \delta \varepsilon_q \quad (3.48)$$

Pero de este trabajo de entrada, una parte se almacena en deformaciones elásticas del suelo. La energía disponible para disipación es:

$$\delta E = p' \delta \varepsilon_p^p + q \delta \varepsilon_q^p \quad (3.49)$$

De acuerdo con el análisis de Taylor (1948), de las pruebas de corte directo se puede considerar que esta energía se disipa por completo en fricción de acuerdo con la expresión:

$$\delta E = M p' \delta \varepsilon_q^p \quad (3.50)$$

Entonces, la combinación de las dos ecuaciones anteriores se puede acomodar de la forma:

$$p' \delta \varepsilon_p^p + q \delta \varepsilon_q^p = M p' \delta \varepsilon_q^p \quad (3.51)$$

o bien,

$$\frac{q}{p'} + \frac{\delta \varepsilon_p^p}{\delta \varepsilon_q^p} = M \quad (3.52)$$

El parámetro  $M$  es apropiado porque en el estado crítico  $\delta \varepsilon_p^p / \delta \varepsilon_q^p = 0$  y  $q/p' = \eta = M$ . Esta expresión se puede interpretar como que la fricción más dilatancia son igual a una constante. La

expresión anterior se puede graficar como una relación esfuerzo-dilatancia en un plano  $\eta$ - $\beta$ , donde  $\beta = \tan^{-1} \delta \varepsilon_q^p / \delta \varepsilon_p^p$ . La curva 2 es la correspondiente a CCO. La forma del potencial plástico en el plano  $p'$ - $q$  se puede obtener mediante la integración, debido a que la dirección del vector de incrementos de deformación, controlado por la relación  $\delta \varepsilon_q^p / \delta \varepsilon_p^p$  es, por definición, la misma que la dirección de la normal al potencial plástico. La ecuación que se debe integrar es:

$$\frac{q}{p'} - \frac{dq}{dp'} = M \quad (3.53)$$

Y la ecuación del potencial plástico es:

$$\frac{\eta}{M} = \ln \frac{p'_0}{p'} \quad (3.54)$$

Donde  $p'_0$  indica el tamaño de una curva de potencial plástico en particular y es el valor de  $p'$  para  $\eta=0$ . Esta curva se grafica en la fig. 3.20 si se supone que un suelo cuyo flujo plástico está gobernado por la ecuación 3.52, obedece al principio de normalidad; entonces, la superficie de flujo del suelo también tiene la misma forma que la dada por la ec. 3.54. Si estas superficies de fluencia e idénticos potenciales de plástico se colocan en el marco de los modelos elastoplásticos con endurecimiento volumétrico, entonces se puede recrear el modelo CCO.

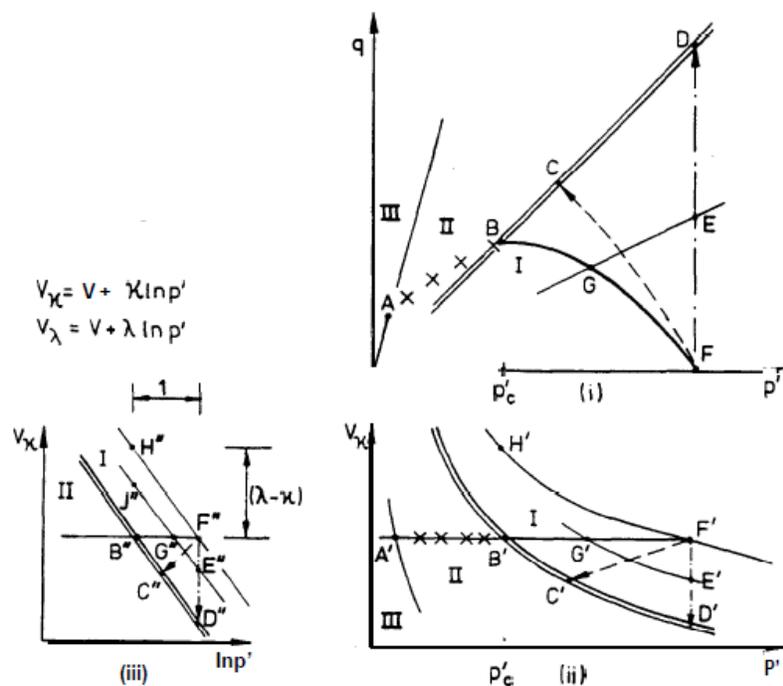


Fig. 3.20. Lugar de fluencia y trayectoria de esfuerzos, modelo CCO (Schofield, 1993).

*Limitaciones:*

Para uso práctico en modelaciones numéricas, el punto del potencial plástico de CCO se debe redondear y la discontinuidad se debe eliminar.

## 3.6 Modelos con doble endurecimiento

### 3.6.1 Hardening Soil Model (HSM)

Es un modelo basado en la teoría clásica de plasticidad. Fue propuesto por Schanz *et al.* (1999) y está incluido dentro de los modelos constitutivos de suelos de Plaxis. En el modelo, las deformaciones totales se calculan usando una rigidez dependiente del esfuerzo, diferente para las cargas en la rama virgen y en descarga/recarga. Las deformaciones plásticas se calculan con la introducción de un criterio de falla multi-superficie. Se supone el endurecimiento como isotrópico y dependiente del cortante plástico y las deformaciones volumétricas. Para el endurecimiento por fricción se considera una regla de flujo no asociada, mientras que para el endurecimiento del *cap* se supone una regla de flujo asociada.

El modelo HSM parte de la ideal del modelo hiperbólico de Duncan Chan, en el que se considera una relación elástica no lineal entre esfuerzo y deformación. Sin embargo, lo supera porque usa la teoría de la plasticidad en lugar de la teoría de la elasticidad; incluye la dilatancia del suelo e introduce un *cap* de fluencia.

En contraste con un modelo elástico perfectamente plástico, la superficie de fluencia del HS no está fija en el espacio de esfuerzos principales, sino se puede expandir debido a las deformaciones plásticas. Se pueden distinguir dos tipos de endurecimiento: endurecimiento por cortante y endurecimiento por compresión. El endurecimiento por cortante se usa para modelar deformaciones irreversibles debido a la carga desviadora primaria. El endurecimiento por compresión se usa para modelar deformaciones plásticas debido a la compresión primaria en la carga en una prueba de odómetro y en carga isotrópica. El modelo se formuló para condiciones de carga triaxial con  $\sigma'_2 = \sigma'_3$  y  $\sigma'_1$  es el esfuerzo principal mayor a compresión.

Una idea básica del HSM es la relación hiperbólica entre la deformación vertical  $\varepsilon_l$ , y el esfuerzo desviador,  $q$ , en la carga triaxial primaria. Cuando la muestra de suelo se somete a la carga desviadora primaria, el suelo muestra una disminución de la rigidez y simultáneamente se

desarrollan deformaciones plásticas. En el caso especial de un ensaye triaxial drenado, la relación observada entre la deformación axial y el esfuerzo desviador se puede aproximar por una hipérbola. Los ensayos triaxiales drenados dan curvas que pueden describirse por:

$$\varepsilon_1 = \frac{q_a}{2E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_3)} \text{ para } q < q_f \quad (3.55)$$

El esfuerzo desviador último,  $q_f$  y la cantidad  $q_a$  se definen como:

$$q_f = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} (p + c \cot \phi) \quad (3.56)$$

$$q_a = \frac{q_f}{R_f} \quad (3.57)$$

La relación para  $q_f$  se deriva del criterio de falla de Mohr-Coulomb, que involucra los parámetros de resistencia  $c$  y  $\phi$ . Cuando  $q=q_f$ , se satisface el criterio de falla y ocurre la fluencia perfectamente plástica. La relación entre  $q_f$  y  $q_a$  se da por la relación de falla  $R_f$ , que debe ser menor que 1.  $R_f = 0.9$  es el valor recomendado por los desarrolladores del modelo. La relación hiperbólica se observa en la fig. 3.21.

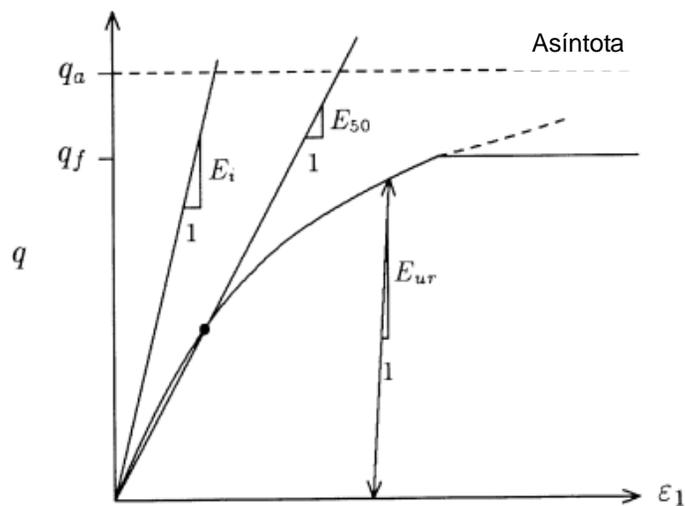


Fig. 3.21. Relación hiperbólica esfuerzo-deformación en carga primaria para un ensaye triaxial drenado. (Plaxis, 2015).

La relación esfuerzo-deformación para la carga primaria es altamente no lineal. El parámetro  $E_{50}$  es el módulo de rigidez dependiente del esfuerzo de confinamiento para la carga primaria.  $E_{50}$  se usa en lugar del módulo inicial  $E_i$  para pequeñas deformaciones que, como módulo tangente, es más difícil de determinar experimentalmente. El módulo  $E_{50}$  está dado por la ecuación:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{\sigma_3 + c \cot \phi}{\sigma^{ref} + c \cot \phi} \right)^m \quad (3.58)$$

$E_{50}^{ref}$  es un módulo de rigidez de referencia que corresponde a un esfuerzo de referencia  $p^{ref}$ . La rigidez (instantánea) real depende del esfuerzo principal menor,  $\sigma'_3$ , que es el esfuerzo efectivo de confinamiento en un ensaye triaxial. La cantidad de dependencia del esfuerzo se indica con el exponente  $m$ . Para simular una dependencia logarítmica del esfuerzo, como en el caso de arcillas blandas, el exponente debe ser igual a 1.0. El valor de  $E_{50}^{ref}$  se determina de la curva esfuerzo-deformación de una prueba triaxial para la movilización del 50% de la máxima resistencia al corte,  $q_f$ .

#### *Rigidez para la descarga/recarga*

Para las trayectorias de esfuerzo en descarga y recarga, se usa un módulo de rigidez dependiente del esfuerzo definido como:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{\sigma_3 + c \cot \phi}{p^{ref} + c \cot \phi} \right)^m \quad (3.59)$$

Donde  $E_{ur}^{ref}$  es un módulo de rigidez de referencia de descarga/recarga que corresponde a un esfuerzo de referencia  $p^{ref}$ . De esta manera, la trayectoria de descarga/recarga se modela como un material puramente elástico no lineal.

$$G_{ur} = \frac{1}{2(1 + \nu_{ur})} E_{ur} \quad (3.60)$$

$$p^{ref} = 100 \text{ kPa}$$

Las componentes elásticas de deformación  $\varepsilon^e$  se calculan usando las ecs. 3.59 y 3.60; además de un valor constante para la relación de Poisson  $\nu_{ur}$ . Para trayectorias de esfuerzo en ensayes triaxiales, con  $\sigma_2 = \sigma_3 = \text{constante}$ , el módulo elástico  $E_{ur}$  permanece constante y las deformaciones elásticas están dadas por las ecuaciones:

$$\varepsilon_1^e = \frac{q}{E_{ur}} \quad (3.61)$$

$$\varepsilon_2^e = \varepsilon_3^e = \nu_{ur} \frac{q}{E_{ur}}$$

Hay una restricción para las deformaciones que se desarrollan al aplicar la carga desviadora. Mientras las deformaciones que se desarrollan durante la primera etapa de la prueba no se consideran para la primera etapa de compresión isotrópica (con consolidación), el HSM predice

cambios de volumen completamente elásticos de acuerdo con la ley de Hooke, pero estas deformaciones no están incluidas en la ecuación 3.61.

*Superficie de fluencia, condición de falla, ley de endurecimiento*

Para el caso triaxial, las dos funciones de fluencia  $f_{12}$  y  $f_{13}$  se definen de acuerdo con las ec. 3.62 y 3.63. Aquí la medida de la deformación plástica por cortante  $\gamma^p$  se usa como un parámetro relevante para el endurecimiento friccional:

$$f_{12} = \frac{q_a}{E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_2)} - \frac{2(\sigma_1 - \sigma_2)}{E_{ur}} - \gamma^p \quad (3.62)$$

$$f_{13} = \frac{q_a}{E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_3)} - \frac{2(\sigma_1 - \sigma_3)}{E_{ur}} - \gamma^p \quad (3.63)$$

$$\gamma^p := \varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p = 2\varepsilon_1^p - \varepsilon_v^p \approx 2\varepsilon_1^p \quad (3.64)$$

En realidad, las deformaciones volumétricas plásticas  $\varepsilon_v^p$  no serán exactamente cero, pero, para suelos duros, los cambios volumétricos plásticos tienden a ser pequeños en comparación con la deformación axial; por tanto, la aproximación anterior será lo suficientemente apropiada.

Para un valor dado del parámetro de endurecimiento,  $\gamma^p$ , la condición de fluencia  $f_{12}=f_{13}=0$  puede verse en el plano  $p$ - $q$  como un lugar de fluencia. Al graficar los lugares de fluencia se usan las ecuaciones 3.62 y 3.63 y las correspondientes a  $E_{50}$  y  $E_{ur}$ . Debido a las expresiones anteriores, la forma del lugar de fluencia depende del exponente  $m$ . Para  $m=1.0$  se obtienen líneas rectas, pero un lugar de fluencia ligeramente curvado corresponde a valores menores del exponente. Para cargas mayores, las superficies de falla se aproximan a la condición de falla lineal.

*Regla de flujo, funciones de potencial plástico*

Después de definir la deformación plástica por cortante,  $\gamma^p$ , se determinará la deformación volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$ . Como para todos los modelos de plasticidad, el HSM involucra una relación entre velocidades de deformación plástica, es decir, una relación entre  $\dot{\varepsilon}_v^p$  y  $\dot{\gamma}^p$ . Esta regla de flujo tiene la forma lineal:

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \sin \psi_m \dot{\gamma}^p \quad (3.65)$$

La definición del ángulo de dilatancia movilizado para este modelo es:

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \phi_m - \sin \phi_{cv}}{1 - \sin \phi_m \sin \phi_{cv}} \quad (3.66)$$

Donde  $\phi_{cv}$  es el ángulo de fricción en el estado crítico, que es una constante del material independiente de la densidad y  $\phi_m$  es el ángulo de fricción movilizado:

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \phi_m - \sin \phi_{cv}}{1 - \sin \phi_m \sin \phi_{cv}} \quad (3.67)$$

$$\sin \phi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \frac{1}{1 - 2c \cot \phi} \quad (3.68)$$

Las ecuaciones anteriores corresponden a la teoría de esfuerzo-dilatancia. La propiedad esencial de esta teoría es que el material se contrae para bajas relaciones de esfuerzo  $\sigma_m < \sigma_{cv}$ , mientras que ocurre dilatancia para altas relaciones de esfuerzo  $\sigma_m > \sigma_{cv}$ . En la falla, cuando el ángulo de fricción movilizado es igual al ángulo de falla  $\phi$ , se encuentra que:

$$\sin \psi_{cv} = \frac{\sin \phi - \sin \psi}{1 - \sin \phi \sin \psi} \quad (3.69)$$

Por tanto, el ángulo de estado crítico se puede calcular de los ángulos de falla  $\phi$  y  $\psi$ . La definición de la regla de flujo es equivalente a la definición de las funciones de potencial plástico  $g_{12}$  y  $g_{13}$  de acuerdo con:

$$g_{12} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 - (\sigma_1 + \sigma_2)/2 \cdot \sin \psi_m \quad (3.70)$$

$$g_{13} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 - (\sigma_1 + \sigma_3)/2 \cdot \sin \psi_m \quad (3.71)$$

### *Superficie de fluencia cap*

Las superficies de fluencia por corte no explican la deformación volumétrica plástica que se mide en compresión isotrópica. Por tanto, se debe introducir un segundo tipo de superficie de fluencia para cerrar la región elástica en la dirección del eje  $p$ . Sin ese *cap* no es posible formular el modelo con valores de entrada independientes de  $E_{50}$  y  $E_{oed}$ . El módulo triaxial controla la superficie de fluencia por esfuerzo cortante y el módulo edométrico controla la superficie de fluencia *cap*.

De hecho,  $E_{50}^{ref}$  controla la magnitud de las deformaciones plásticas asociadas con la superficie de fluencia por esfuerzo cortante. De forma similar,  $E_{oed}^{ref}$  controla la magnitud de las deformaciones plásticas que se originan del *cap*. En este modelo se considera la definición de la superficie de fluencia *cap*  $a = c \cot \phi$ :

$$f_c = \frac{\tilde{q}^2}{M^2} + (p + a)^2 - (p_c + a)^2 \quad (3.72)$$

Donde  $M$  es un parámetro auxiliar del modelo que se relaciona con  $K\sigma^{NC}$ . Considerando  $p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  y:

$$\tilde{q} = \sigma_1 + (\alpha - 1)\sigma_2 - \alpha\sigma_3 \quad (3.73)$$

Y:

$$\alpha = \frac{3 + \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad (3.74)$$

$q$  es la medición del esfuerzo desviador. En el caso de compresión triaxial,  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ , mientras que para extensión triaxial es  $q = \alpha(\sigma_1 - \sigma_3)$ . Para la fluencia en la superficie del *cap*, se usa una regla de flujo asociado con la definición del potencial plástico  $g_c$ :

$$g_c = f_c \quad (3.75)$$

La magnitud del *cap* se determina por el esfuerzo de preconsolidación isotrópico  $p_c$ . Para el caso de compresión isotrópica, la evolución de  $p_c$  se relaciona con la velocidad de deformación volumétrica plástica:

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \frac{\dot{p}}{K_c} - \frac{\dot{p}}{K_s} = \frac{1}{H} \dot{p} \quad (3.76)$$

Aquí  $H$  es el módulo de endurecimiento, de acuerdo con la ec. 3.67 que expresa la relación entre el módulo elástico de expansión  $K_s$  y el módulo de compresión elastoplástico  $K_c$  para compresión isotrópica:

$$H = \frac{K_c}{K_s - K_c} K_s \quad (3.77)$$

De esta definición se observa la dependencia del esfuerzo de  $H$ ; para el caso de compresión isotrópica, se tiene  $q=0$  y  $\dot{p} = \dot{p}_c$ :

$$\dot{p}_c = H \dot{\varepsilon}_v^p = H \dot{\lambda}_c \frac{\partial g_c}{\partial p} = 2H \dot{\lambda}_c p \quad (3.78)$$

El multiplicador plástico  $\dot{\lambda}_c$ , referido al *cap*, se determina como:

$$\dot{f}_c = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} + \frac{\partial f_c}{\partial p_c} \cdot \dot{p}_c = 0 \quad (3.79)$$

$$\dot{\lambda}_c = \frac{H}{2(p + a)} \left( \frac{p_c + a}{\sigma^{ref} + a} \right)^m \frac{\dot{p}_c}{\sigma^{ref} + a} \quad (3.80)$$

Usando las ec. 3.79 y 3.80, se encuentra la siguiente relación de endurecimiento que relaciona  $p_c$  con la deformación volumétrica en el *cap*  $\varepsilon_v^c$ :

$$\varepsilon_v^c = \frac{H}{m+1} \left( \frac{p_c}{\sigma^{ref}} \right)^{m+1} \quad (3.81)$$

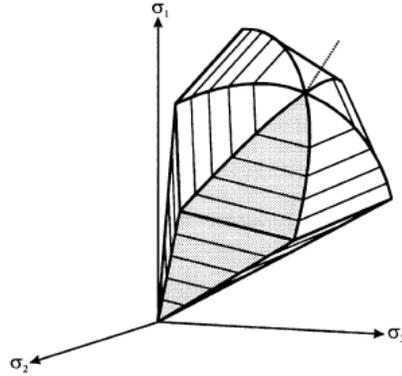


Fig. 3.22. Representación de la curva total de fluencia del HSM en el espacio de esfuerzos principales para suelo sin cohesión (Plaxis, 2015).

La deformación volumétrica límite es la deformación volumétrica plástica en compresión isotrópica. Además de las constantes  $m$  y  $\sigma^{ref}$  hay otra constante del modelo,  $H$ . Ambas  $H$  y  $M$  son parámetros del *cap*, pero no son directamente parámetros de entrada. En su lugar hay relaciones a partir de  $K_0^{NC}$  y  $E_{oed}^{ref}$ , de tal forma que estos dos últimos son los parámetros que determinan la magnitud de  $M$  y  $H$ . La forma del *cap* de fluencia es una elipse en el plano  $p - \tilde{q}$ . Esta elipse tiene una longitud  $p_c + a$  en el eje  $p$  y  $M(p_c + a)$  en el eje  $\tilde{q}$ .

Por tanto,  $p_c$  determina la magnitud de la elipse y  $M$  su relación de aspecto. Valores grandes de  $M$  conducen a *caps* escarpados bajo la línea de Mohr-Coulomb, mientras que valores bajos de  $M$  definen *caps* que son más puntiagudos alrededor del eje  $p$ .

La fig. 3.22 describe las superficies de fluencia en el espacio de esfuerzos principales. Ambos, el lugar de fluencia por cortante y el *cap* tienen una forma hexagonal, clásica del criterio de falla de Mohr-Coulomb. De hecho, el lugar de fluencia por cortante se puede expandir para alcanzar la superficie de falla última de Mohr-Coulomb la superficie de fluencia *cap* se expande como una función del esfuerzo de preconsolidación.

#### *Parámetros del modelo Hardening Soil HSM*

Algunos parámetros coinciden con los del modelo Mohr-Coulomb, como son los parámetros de falla  $\phi$ ,  $c$  y  $\psi$  en términos de esfuerzos efectivos. Los parámetros básicos para determinar la rigidez del suelo son:

$E_{50}^{ref}$  rigidez secante en ensaye triaxial drenado,

$E_{oed}^{ref}$  rigidez tangente para carga primaria en odómetro,  
 $m$  exponente para la dependencia de la rigidez del nivel de esfuerzos

Los parámetros avanzados son:

$E_{ur}^{ref}$  rigidez para descarga/recarga,  
 $\nu_{ur}$  relación de Poisson para descarga/recarga,  
 $p^{ref}$  esfuerzo de referencia para las rigideces,  
 $K_0^{NC}$  valor  $K_0$  para condición normalmente consolidada y  
 $R_f$  relación de falla  $q_f/q_a$ .

El modelo Hardening Soil permite usar una curva esfuerzo-deformación hiperbólico, con dependencia del nivel de esfuerzos. En los suelos, los diferentes módulos de rigidez dependen del nivel de esfuerzos. Con el modelo HSM se define un módulo de rigidez  $E_{50}^{ref}$  para un esfuerzo principal menor de referencia  $\sigma_3 = \sigma^{ref}$ . El módulo  $E_{50}$  no se usa como concepto de elasticidad. Por tanto, no hay una conversión de  $E_{50}$  a  $G_{50}$ . A diferencia de los modelos basados en elasticidad, el HSM no involucra una relación fija entre la rigidez triaxial drenada  $E_{50}$  y la rigidez del odómetro  $E_{oed}$ . En su lugar, estas rigideces deben ser independientes. Para definir la rigidez edométrica, se usa:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left( \frac{\sigma_1 + c \cot \phi}{\sigma^{ref} + c \cot \phi} \right)^m \quad (3.82)$$

Donde  $E_{oed}$  es el módulo de rigidez tangente para la carga primaria. Por tanto,  $E_{oed}^{ref}$  es una rigidez tangente en el esfuerzo vertical de  $\sigma_1 = \sigma^{ref}$ .

Valores realistas de  $\nu_{ur}$  son alrededor de 0.2. En contraste con el modelo Mohr-Coulomb,  $K_0^{NC}$  no es una función de la relación de Poisson, sino un parámetro de entrada. Como alternativa, se puede usar la correlación de Jaky:  $K_0^{NC} = 1 - \sin \phi$ . Sin embargo, el modelo no admite cualquier valor de  $K_0^{NC}$ . Dependiendo de otros parámetros, como  $E_{50}$ ,  $E_{oed}$ ,  $E_{ur}$  y  $\nu_{ur}$ , hay un valor límite mínimo de  $K_0^{NC}$ .

## **4. ENSAYES DE LABORATORIO PARA LA OBTENCIÓN DE PARÁMETROS EMPLEADOS EN MODELOS CONSTITUTIVOS**

Como se mencionó anteriormente, para hacer una modelación adecuada es necesario contar con el modelo constitutivo de suelo apropiado. Se debe elegir al modelo constitutivo que permita analizar los aspectos de mayor interés para un problema, pues ninguno de ellos reproduce todos los aspectos del comportamiento real del suelo. A su vez, para emplear un modelo particular en un análisis, es necesario contar con los ensayos de laboratorio y/o de campo para obtener los parámetros requeridos. Otro factor que determina la elección del modelo constitutivo del suelo es la disponibilidad de sus parámetros. Esta restricción limita el uso de modelo avanzados, porque sus parámetros, en general, no pueden ser determinados por ensayos convencionales.

Los ensayos de laboratorio permiten determinar parámetros del suelo en condiciones controladas y medir la respuesta del suelo a cambios de esfuerzos, deformaciones y/o presiones de poro; la principal dificultad es la obtención de muestras inalteradas. Se deben simular las condiciones en campo de: esfuerzos iniciales, cambios en los esfuerzos, secuencia y velocidad de aplicación de esfuerzos y las condiciones de drenaje.

### **4.1 Consolidación unidimensional**

El ensayo de consolidación unidimensional se realiza en un equipo llamado odómetro o consolidómetro, del cual existen dos tipos. En la fig. 4.1 se muestra el de anillo fijo, que fue el primero que se desarrolló; mientras que, en la fig. 4.2 se muestra el de anillo flotante, en el cual es menos probable que se desarrolle fricción y que se encaje la piedra porosa en el anillo. Hasta hace algún tiempo se recomendaba colocar una camisa de hule para impedir la evaporación excesiva de la muestra de suelo; esta práctica tiende a usarse menos. La muestra de suelo se confina en un anillo circular metálico, cuyas dimensiones usuales son 80 mm de diámetro y 20 mm de altura; además, se colocan piedras porosas en la parte superior e inferior para permitir el drenaje en la dirección vertical. El anillo restringe la deformación lateral y sólo se permite la deformación vertical. La aplicación de la carga vertical a la muestra se realiza mediante incrementos, después

de la aplicación de cada incremento de esfuerzo se permite el tiempo suficiente para que se disipe completamente el exceso de presión de poro generado.

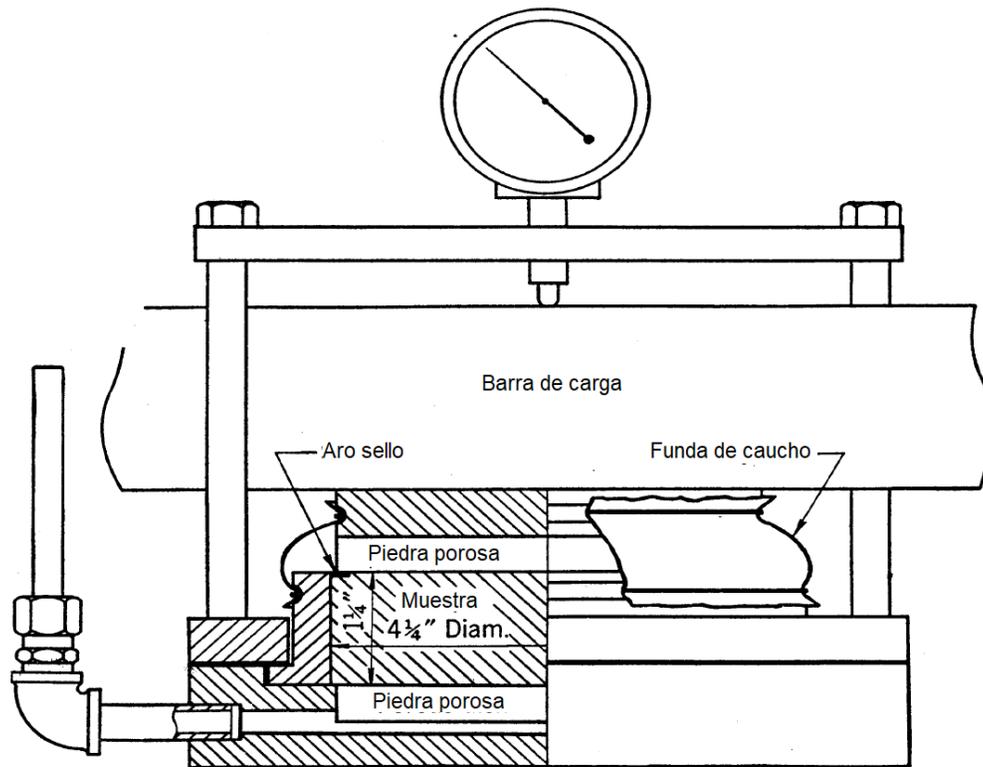


Fig. 4.1. Aparato de consolidación unidimensional de anillo fijo (Taylor, 1948).

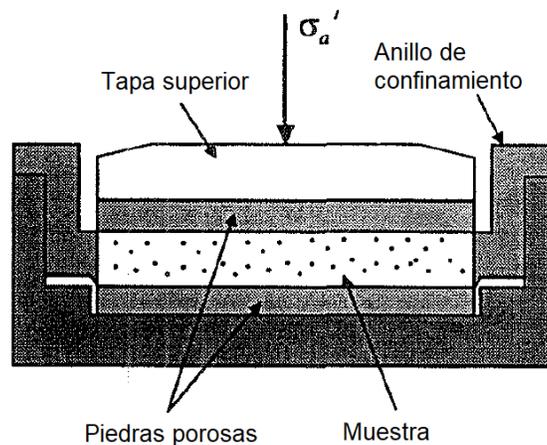


Fig. 4.2. Representación esquemática del odómetro de anillo flotante (Potts, 2001).

Los resultados del ensayo de odómetro en arcillas usualmente se presentan en una gráfica relación de vacíos-logaritmo de esfuerzo efectivo vertical ( $e-\log\sigma_v'$ ), llamada curva de compresibilidad; ésta se muestra en la fig. 4.4. Como se permite la disipación del exceso de presión de poro en esta

etapa  $\sigma_v' = \sigma_v$ , al incrementar el esfuerzo vertical efectivo el volumen de la muestra se reduce. Además de esta información, también se obtienen curvas deformación-tiempo por cada incremento de carga, como la mostrada en la fig. 4.3.

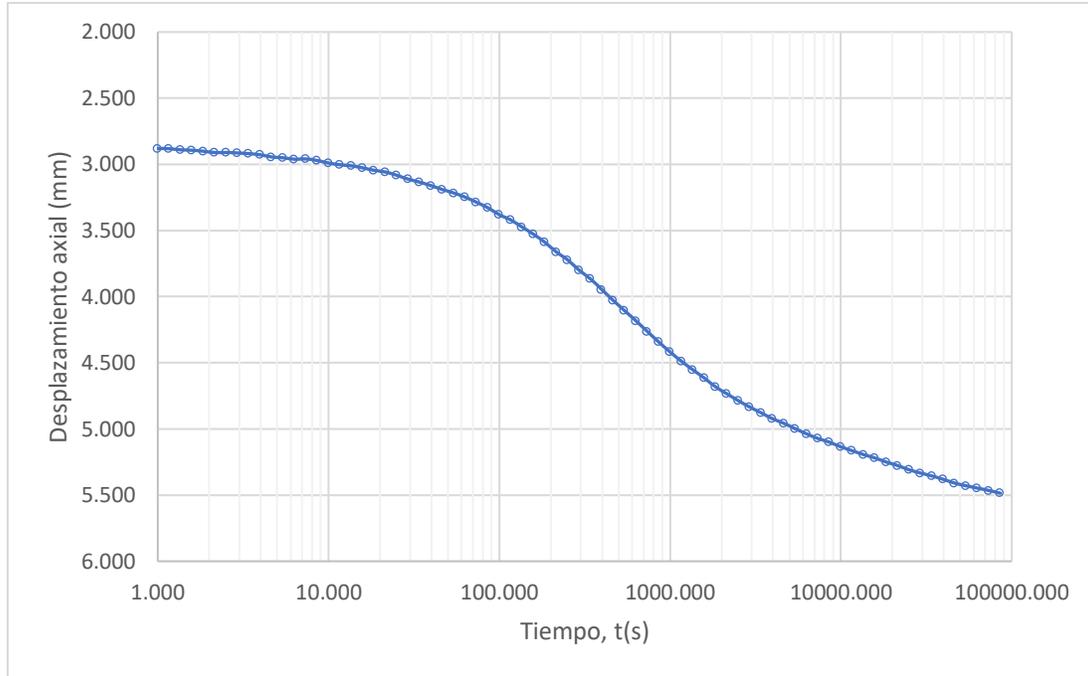


Fig. 4.3. Curva deformación-tiempo para un incremento de esfuerzo.

La curva de compresibilidad consta de varias ramas (fig. 4.4). La primera rama,  $a-b$ , es la de recarga, que va desde un esfuerzo vertical muy pequeño hasta el punto  $b$ , que indica el esfuerzo de preconsolidación. El índice de recarga se calcula como:

$$C_r = \frac{\Delta e}{\Delta_b^b(\log \sigma'_v)} \quad (4.1)$$

La segunda rama, que va del punto  $b$  a  $c$ , es la rama virgen. A su pendiente, que en el plano  $e-\log \sigma'_v$  se considera recta, se le conoce como índice de compresión y se calcula como:

$$C_c = \frac{\Delta e}{\Delta_b^c(\log \sigma'_v)} \quad (4.2)$$

Para evaluar el potencial de expansión de un suelo, la muestra se puede descargar axialmente lo que incrementa la relación de vacíos,  $e$ . Esta rama, que une los puntos  $c$  y  $e$ , es la de expansión, se considera recta con pendiente  $C_s$  y se denomina índice de expansión.

$$C_s = \frac{\Delta e}{\Delta_c^e(\log \sigma'_v)} \quad (4.3)$$

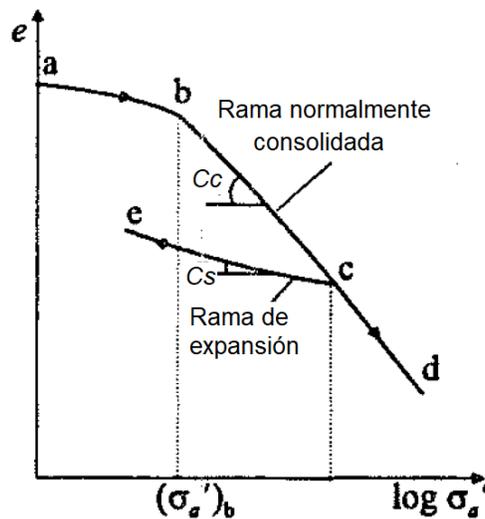


Fig. 4.4. Curva de compresibilidad  $e$ - $\log \sigma'_a$ ' (Potts, 2001).

Si los dos ejes de la curva de compresibilidad se presentan en escalas aritméticas, se puede obtener el coeficiente de compresibilidad,  $a_v$ , que es la relación entre el cambio de la relación de vacíos y el cambio de esfuerzos a los que está sometido la muestra de suelo:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta(\sigma'_v)} \quad (4.4)$$

El esfuerzo de preconsolidación,  $\sigma'_c$ , se asocia con el esfuerzo vertical efectivo máximo al que ha estado sometido el suelo en el campo a la profundidad de la muestra. Por tanto, la relación de preconsolidación original de la muestra, OCR, puede calcularse al dividir  $\sigma'_v$  entre el esfuerzo vertical efectivo de campo a la profundidad de la muestra. Para obtener  $\sigma'_c$ , se puede seguir el procedimiento de Casagrande (fig. 4.5) el cual consiste en:

1. Escoger un punto de máxima curvatura (T).
2. Trazar una línea horizontal a partir del punto anterior (T-h).
3. Trazar una línea tangente a partir de este punto (T-t).
4. Trazar la bisectriz del ángulo formado por las líneas anteriores (T-c).
5. Prolongar la línea de la rama de compresión (línea I).
6. El esfuerzo de preconsolidación se localiza en la intersección de las líneas obtenidas del inciso 4 y el inciso 5.

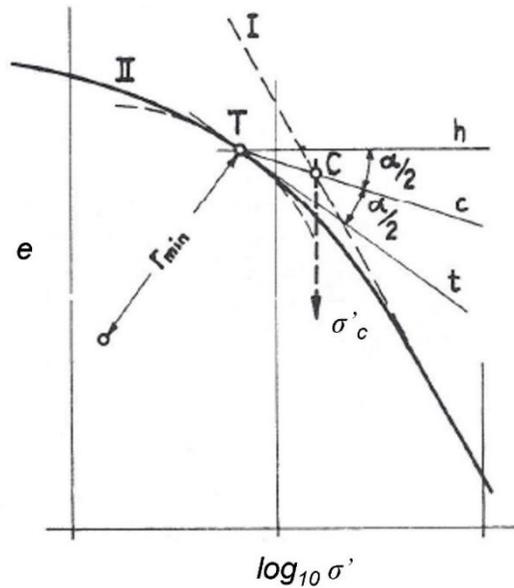


Fig. 4.5. Determinación del esfuerzo de preconsolidación (Casagrande, 1939).

Para usar los datos del ensaye de odómetro en un espacio general de esfuerzos, es necesario expresar los índices de compresión y expansión en términos de invariantes y se presenta la curva de compresibilidad en un plano *volumen específico - logaritmo natural del esfuerzo efectivo promedio* ( $v-\ln p'$ ) como se muestra en la fig. 4.6. El volumen específico se puede calcular como  $v=1+e$ . La pendiente de la rama de compresión se expresa como  $\lambda$  y se calcula como:

$$\lambda = \frac{\Delta v}{\Delta(\ln p')} \quad (4.5)$$

La pendiente de la rama de expansión,  $\kappa$ , en el mismo diagrama se calcula de forma similar. Estos parámetros,  $\lambda$  y  $\kappa$ , son esenciales en modelos de estado crítico, como el Cam Clay Modificado.

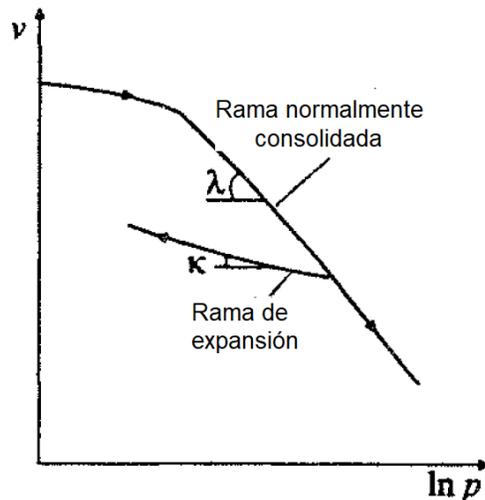


Fig. 4.6. Curva de compresibilidad  $v-\ln p'$  (Potts, 2001).

Es difícil estimar el valor de  $K_0$ , pues no se mide en el ensaye convencional de odómetro. Cuando el suelo se encuentra en la rama normalmente consolidada se considera que  $K_0 = K_0^{NC} = (1 - \text{sen} \phi')$  donde  $\phi'$  es el ángulo de fricción interna del suelo. Si se conoce este valor, entonces se pueden estimar  $K'$  y  $p'$ . Como  $K_0^{NC}$  es aproximadamente constante en la rama virgen, entonces esta línea es recta tanto en el espacio  $e - \log \sigma_v'$  como en el espacio  $v - \ln p'$ ; por tanto,  $C_c = 2.3\lambda$ . Sin embargo, en la rama de expansión  $K_0$  no es constante, sino que incrementa conforme se descarga la muestra. Como se expone, la determinación de  $\kappa$  a partir de un ensaye de odómetro es difícil y lo más apropiado es realizar un ensaye triaxial para determinar estos parámetros.

Algunos modelos constitutivos avanzados consideran los datos de consolidación en un espacio  $\ln v - \ln p'$  y suponen que las ramas normalmente consolidadas y de expansión son rectas en este espacio.

Los resultados del ensaye de odómetro también se pueden usar para estimar los coeficientes de permeabilidad en la dirección vertical,  $k_v$ . Si después de cada incremento de carga se monitorea la altura de la muestra con el tiempo, esta información se puede combinar con la teoría de consolidación unidimensional para estimar  $k_v$ .

### Posibles fuentes de error

#### a) Alteración de la muestra

La alteración hace un suelo más compresible. Además, a cierto esfuerzo, la relación de vacíos es mayor en una muestra de suelo inalterado que en una muestra de suelo alterado. En la fig. 4.7 se muestran las curvas de compresibilidad para una muestra de suelo inalterado y otra para el mismo suelo remoldeado. Las muestras de suelo que tengan alteración moderada tendrán una curva de compresibilidad entre las correspondientes a la muestra inalterada y a la de suelo remoldeado.

#### b) Debidos al equipo (Paniagua, 1989)

- Fricción entre la muestra de suelo y el anillo. Para evitarla se aplica una capa delgada de grasa de silicón en el interior del anillo antes del labrado.
- Rozamiento de las piedras porosas con el anillo.
- Permeabilidad insuficiente de las piedras porosas.

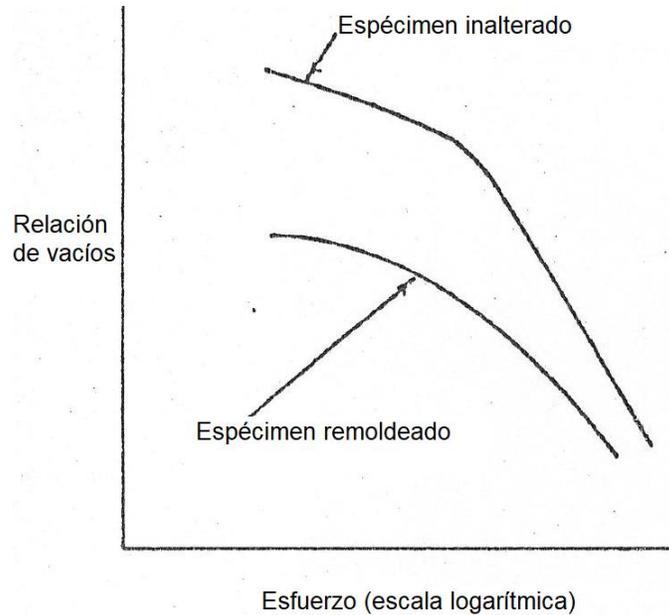


Fig. 4.7. Curva de compresibilidad de muestras inalteradas y del mismo suelo remoldeado (Hirschfeld, 1963).

c) Debidos al procedimiento (Paniagua, 1989)

- Que la muestra de suelo no llene completamente el anillo.
- Que el espécimen de suelo pierda humedad durante el labrado.
- Variaciones apreciables de temperatura durante el ensaye. Esta variable afecta la viscosidad del agua y las lecturas de deformación.
- Proporción entre los incrementos de carga y el esfuerzo acumulado.
- Velocidad de aplicación de los incrementos de carga (tiempo que se mantiene el incremento de carga)
- Impactos al aplicar los incrementos de carga.

## 4.2 Ensaye triaxial

Los componentes principales de un aparato triaxial son: la base, que forma el pedestal donde se coloca la muestra de suelo e incorpora varias conexiones; un cilindro removible; una tapa en la parte superior, que asegura la muestra y permite que se aplique la presión confinante; y el vástago de carga para la aplicación del esfuerzo desviador a la muestra. Las dimensiones del aparato convencional permiten ensayar muestras de suelo cilíndricas de aproximadamente 36 mm de

diámetro y 100 mm de altura. El esquema de este aparato se muestra en la fig. 4.8. En general, la proporción entre la altura y el diámetro de la probeta se recomienda que sea entre 1.5 y 2.5 (Bishop, 1962). La muestra se envuelve en una membrana impermeable, cilíndrica, de látex que se sella por arriba en la tapa de la muestra y por abajo en la base. El grosor de la membrana depende del material que se va a ensayar; sin embargo, debe ser lo más delgada posible. La membrana es la interfaz de aplicación de la presión confinante y separa las presiones de poro generadas al interior de la muestra de la presión radial aplicada al exterior de ésta. Las principales ventajas de los ensayos con cámara triaxial son: control de las condiciones de carga y de drenaje y posibilidad de medir tanto cambios volumétricos como la presión de poro  $u$ . El ensaye triaxial se ha usado en investigaciones básicas para medir la resistencia al esfuerzo cortante y la influencia de la trayectoria de esfuerzos en la respuesta del suelo.

El error en los parámetros de resistencia es menor al 10% si el tipo de prueba corresponde con las condiciones de drenaje del problema real, de acuerdo con Skempton-Golder, Bjerrum-Eide y Sevaldson (Bishop, 1962).

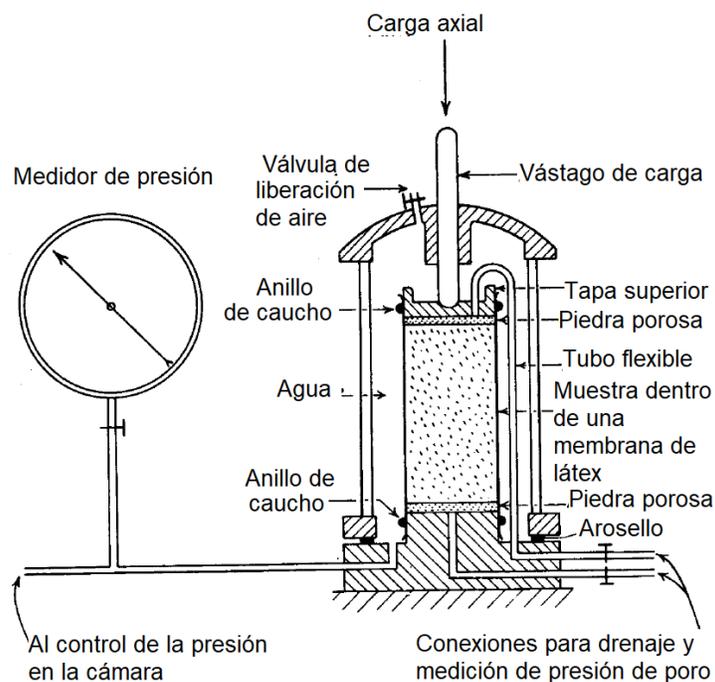


Fig. 4.8. Esquema del aparato para ensaye triaxial, (Bishop, 1962).

El aparato triaxial permite realizar diferentes tipos de ensayos, los ensayos convencionales son: No Consolidado-No Drenado (UU), Consolidado-No Drenado (CU) y Consolidado-Drenado (CD).

### 4.2.1 Etapas de un ensaye triaxial

Para realizar estos ensayos (Bishop, 1962), las etapas generales son (fig. 4.9):

1. Revisión del equipo antes del ensaye.
2. Preparación del espécimen.
3. Montaje del espécimen.
4. Saturación.
5. Consolidación.
6. Aplicación del esfuerzo desviador hasta la falla.

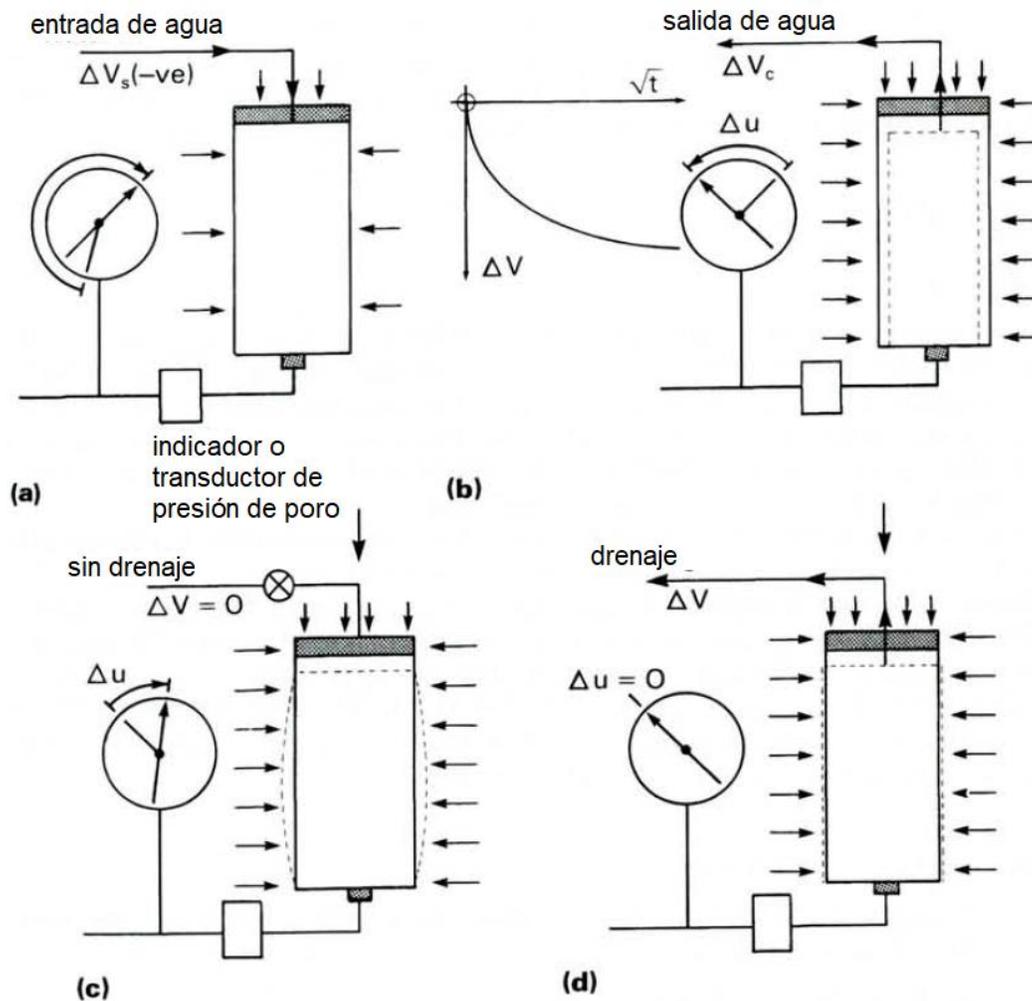


Fig. 4.9. Representación de las etapas de un ensaye triaxial a) Saturación, b) Consolidación, c) Aplicación del desviador en condiciones no drenadas, d) Aplicación del desviador en condiciones drenadas (tomado de Head, 1998).

### *1. Revisión del equipo antes del ensaye*

La revisión del equipo de ensaye es una parte esencial del procedimiento. Una pequeña falla puede invalidar los resultados de un ensaye. Se debe revisar el sistema de medición de cambios volumétricos de la probeta de suelo. Consta de una o dos buretas, a través de las cuales se puede saturar el espécimen y en su caso aplicar contrapresión; incluye las conexiones de la base y tapa de la muestra de suelo. Este sistema debe estar saturado con agua desaireada antes de comenzar un nuevo ensaye. El sistema de medición de presión de poro también se conecta al de cambios volumétricos. Es esencial eliminar las burbujas de aire y no se pueden permitir fugas. Otro sistema que se debe revisar es el de contrapresión. La revisión del sistema de presión debe realizarse aplicando la máxima presión de ensaye a la celda llenada con agua; se debe verificar que la presión aplicada se mantenga constante con una variación entre  $\pm 0.5\%$  de la lectura indicada en un periodo de tiempo al menos igual a la duración de un ensaye típico. Asimismo, se debe revisar el sistema de aire comprimido, el sistema agua-aceite, los transductores de presión, de desplazamiento y la instrumentación electrónica.

### *2. Preparación del espécimen*

La selección de la muestra que se va a ensayar debe realizarse con conocimiento del sitio de donde fueron obtenidas y del tipo de análisis que se realizarán con los resultados del ensaye. Las muestras deben ser representativas del perfil de suelo. Cuando la muestra se toma del tubo muestreador, por ejemplo, se debe verificar que sea adecuada para el ensaye.

El tamaño de la probeta que se va a ensayar depende del material. Por ejemplo, en muestras con grava, el diámetro de la probeta debe ser entre 2.5 y 4 veces el diámetro de la partícula más grande.

Se deben evitar los cambios de deformación y que cambie el contenido de agua, ya sea que pierda agua o la absorba. Las características esfuerzo-deformación son susceptibles a errores por alteraciones, aunque sean pequeñas, en especial en arcillas normalmente consolidadas. Las muestras de suelo inalteradas deben ensayarse poco tiempo después de que se hayan obtenido y los especímenes del material montarse y confinarse lo más pronto posible después de su labrado. Se pueden preparar especímenes para ensaye de muestras inalteradas, remoldeadas, reconstituidas y compactadas y de suelos sin cohesión (*e.g.* arena).

### 3. *Montaje del espécimen*

- Ensaye UU

Se registran el peso, diámetro y longitud de la muestra y después se coloca en un disco Perspex de aproximadamente 19 mm de espesor en el pedestal central de la celda. Se coloca otra placa en la parte superior. Una membrana se coloca en un tubo de latón delgado y se voltea en los extremos. La succión aplicada al espacio entre la membrana y el tubo permite la expansión de la membrana a un tamaño conveniente para deslizar la muestra sin tocarla. Se libera la succión de tal manera que la membrana se contrae en la muestra y se ajustan los extremos.

Dos arosellos se colocan sobre los extremos del tubo de latón, y después se deslizan con los dedos para sujetar la membrana con el disco inferior y la placa superior (de carga). Se coloca una esfera de acero en la tapa superior y se revisa el alineamiento axial.

Se coloca la parte superior de la celda sobre la muestra y se levanta el vástago hasta su máximo límite. Asimismo, se aprietan los tornillos de la celda. Después, la celda se puede llenar con agua y se abre la válvula de liberación de aire. Se cierran las válvulas una vez que la celda está llena con agua y, posteriormente se ajusta la presión de confinamiento hasta el nivel requerido.

Se ajusta el vástago cerca de la placa de carga. Cuando el vástago está alrededor de 12 mm arriba de la muestra de suelo, el motor se inicia a la velocidad que será usada durante el ensaye y el sensor se reinicia en cero. Esto compensa automáticamente el desplazamiento hacia arriba del vástago debido a la presión de confinamiento en la celda. Se detiene el motor y se ajusta manualmente el vástago para poner en contacto éste con la parte superior de la muestra. Se indica el contacto por el sensor.

El sensor de desplazamiento se coloca en cero al ajustar el brazo móvil y se inicia el ensaye encendiendo el motor.

- Ensaye CU y CD en arenas

En ensayos CU, las muestras se preparan por el método elegido y se saturan. Se aplica una contrapresión para asegurar la saturación de la muestra y que las mediciones de cambios volumétricos y/o de presión de poro sean precisas.

El montaje de la muestra es igual en ensayos CD que en CU; sin embargo, en los primeros se mide el cambio de volumen y en los segundos el cambio de presión de poro.

- Ensaye CU y CD en arcilla

En arcillas blandas donde ocurre poca expansión durante el montaje de la muestra, se puede dejar correr agua de la bureta entre la membrana y la muestra para facilitar la remoción de aire antes de colocar la tapa de la probeta. Este procedimiento no se recomienda para arcillas rígidas donde ocurre reblandecimiento rápido en la superficie.

Se ensambla la celda y se cuida el alineamiento de la celda cuando el vástago se inserta en la guía de la placa de carga. Se deja correr agua desaireada dentro de la celda y se libera el aire atrapado. Posteriormente, se incrementa la presión de confinamiento hasta el valor deseado. Para asegurar la saturación deben consolidarse con contrapresión para que cualquier aire remanente se disuelva. El montaje de la muestra es el mismo en ensayos CD que en CU; sin embargo, en los primeros se mide el cambio de volumen en lugar del cambio de presión de poro.

#### 4. Saturación

Esta etapa se refiere al aumento de la presión de poro en el espécimen para eliminar el aire que ocupa los espacios vacíos. La presión de poro se aumenta de manera controlada, usualmente mediante la aplicación de contrapresión para que el aire sea forzado en la solución. Esto permite tomar lecturas confiables del cambio de presión de poro y, después, determinar los esfuerzos efectivos.

#### 5. Consolidación

En la etapa de consolidación el espécimen se consolida isotrópicamente bajo una presión confinante, permitiendo el drenaje, de forma que la presión de poro cae hasta igualar el valor de la contrapresión. El drenaje resulta en una disminución de volumen del espécimen de suelo y en un incremento en los esfuerzos efectivos que, después de la consolidación, es igual a la diferencia entre la presión confinante y la contrapresión del espécimen. Una disipación del 100% de la presión de poro se alcanzaría si la presión de poro llega a ser igual a la contrapresión.

De la diferencia entre los volúmenes inicial y final de la consolidación (la disminución de volumen medido en la bureta), y con la variación en la altura del espécimen, se puede determinar el área transversal de la muestra después de la consolidación. Los cambios en la sección transversal durante el corte se calculan como indica la ecuación 4.6:

$$a = a_0 \frac{1 + \Delta V/V_0}{1 - \varepsilon} \quad (4.6)$$

Donde:

$a_0$  es la sección transversal inicial de la muestra de suelo, después de consolidada.

$l_0$  es la longitud inicial de la muestra de suelo, después de consolidada.

$V_0$  es el volumen inicial de la muestra de suelo, después de consolidada.

$\varepsilon$  = deformación axial =  $-\Delta l/l_0$

#### 6. *Aplicación del esfuerzo desviador*

En la etapa de aplicación del esfuerzo desviador, la presión de confinamiento se mantiene constante y la fuerza axial se incrementa o disminuye gradualmente hasta que ocurre la falla. Este proceso también se llama etapa de carga o de falla. Las condiciones de drenaje difieren del tipo de ensaye que se realiza. En ensayos UU y CU no se permite drenaje, pero es deseable la medición de los cambios de presión de poro. En el ensaye CD, se permite drenaje completo para disipar los cambios en la presión de poro, y se miden los cambios de volumen.

Usualmente se preparan tres especímenes de una muestra de suelo para un juego de ensayos; cada espécimen se consolida a diferentes esfuerzos efectivos para la etapa de compresión.

#### **4.2.2 Ensayo no consolidado-no drenado (UU)**

El ensaye estándar no drenado es un ensaye de compresión realizado bajo una presión de confinamiento constante. Esto significa que el esfuerzo principal menor  $\sigma_3$  se mantiene a un valor constante, mientras que la falla resulta del incremento del esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ . Usualmente se realiza sin medición de presión de poro.

Este ensaye se realiza a muestras parcial o completamente saturadas, de suelos cohesivos o que exhiben algo de cohesión (*e.g.* suelos limo arenosos). Generalmente se usan especímenes de 38 mm de diámetro.

La velocidad de deformación y la frecuencia de las lecturas dependen del propósito del ensaye. Los ensayos convencionales generalmente se realizan a una velocidad de deformación de 1% por minuto. En ocasiones se usa una velocidad de deformación de 2% por minuto, pero es la velocidad más alta para una adecuada toma de lectura.

Para ensayos especiales, o con muestras que presentan características esfuerzo-deformación inusuales, la frecuencia de las lecturas se modifica. Como esta necesidad sólo se puede identificar

después de completar un ensaye, es mejor registrar más lecturas de las que usualmente se requieren y evaluar solamente las necesarias para definir adecuadamente la curva esfuerzo-deformación.

El ensaye continúa hasta que el esfuerzo desviador permanezca constante o comience a caer; cualquiera de estos dos eventos indica que ha ocurrido la falla. Esto generalmente se muestra por una caída en la lectura del sensor de carga. Sin embargo, con muestras que fluyen a un esfuerzo constante (falla plástica), la carga sigue incrementando un poco con la deformación axial, debido al incremento del área transversal.

La deformación requerida para alcanzar la falla depende del tipo de suelo, el grado de consolidación y el grado de alteración de la muestra.

Posteriormente, se reduce la presión de confinamiento y se abre la válvula para desalojar el agua. Se remueve la parte superior de la celda, la tapa se seca, y se quita la membrana de la muestra de suelo. Ésta se vuelve a pesar y se dibuja el modo de falla y la inclinación de los planos de deslizamiento medidos; se obtienen al menos dos contenidos de agua del espécimen.

Los resultados típicos se muestran en la fig. 4.11. Se observa que  $\phi_u=0$  cuando los resultados se grafican con respecto a esfuerzos totales en el diagrama de Mohr (Bishop, 1962).

Para arcillas normalmente consolidadas, la relación entre resistencia no drenada y el esfuerzo vertical efectivo bajo la cual la muestra de suelo fue consolidada en campo muestra una correlación con su índice de plasticidad, como se muestra en la fig. 4.10.

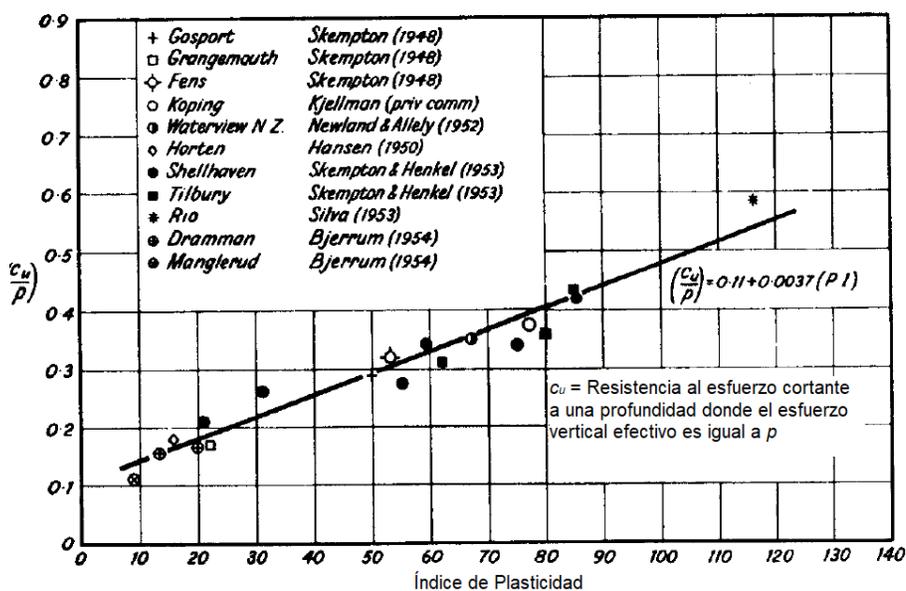


Fig. 4.10. Relación entre  $c_u/p$  y el Índice de Plasticidad. (Skempton 1957, citado en Bishop, 1962).

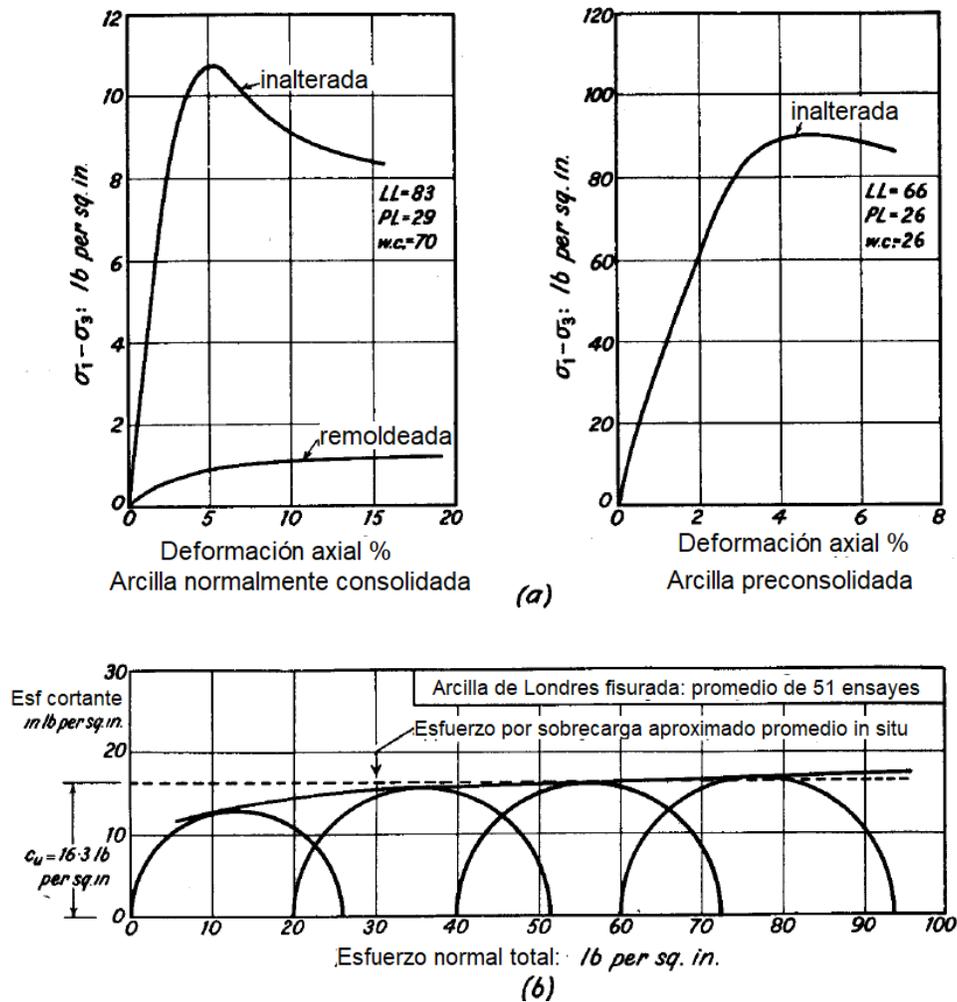


Fig. 4.11. Ensayos no drenados: a) Curvas esfuerzo-deformación de ensayos UU en arcillas normalmente consolidadas y preconsolidadas. b) Círculos de Mohr, en términos de esfuerzos totales, para ensayos UU en arcilla saturada fisurada. (Bishop, 1962).

### Ensayo de compresión simple

El ensayo de compresión simple es una variante del no consolidado no drenado (UU) en el que no se aplica una presión confinante.

Los esfuerzos totales, efectivos y la presión de poro que actúan en el espécimen se muestran en la fig. 4.12. La presión de poro en el ensayo de compresión simple debe ser menor que la atmosférica durante todo el incremento de esfuerzo desviador.

Teóricamente, las resistencias en los ensayos de compresión simple y los UU debe ser iguales. Sin embargo, los resultados indican que la resistencia en los primeros es ligeramente menor, especialmente para suelos que fallan por un plano de corte bien definido (Hirschfeld, 1963).

El ensayo de compresión simple no es adecuado para determinar la resistencia de arcillas parcialmente saturadas o arcillas fisuradas. En las primeras, los esfuerzos efectivos y la resistencia dependen de la presión confinante. En las segundas, la resistencia está determinada por la resistencia al corte a lo largo de las superficies de las fisuras, que depende de la presión confinante con la cual los fragmentos se juntan unos con otros.

En la práctica, la resistencia al corte que se usa en análisis de estabilidad (para arcillas saturadas sin cambios en el contenido de agua) se considera como la mitad de la resistencia a la compresión simple. Del análisis de muchas fallas, se ha observado que la resistencia al corte promedio a lo largo de la superficie de falla es aproximadamente ese valor en muestras inalteradas. Esto puede resultar en una sobreestimación de la resistencia al corte; sin embargo, considerando las pérdidas de resistencia debido al manejo de las muestras, el valor de la mitad de la resistencia a la compresión simple es un valor razonable para la resistencia cortante *in situ*.

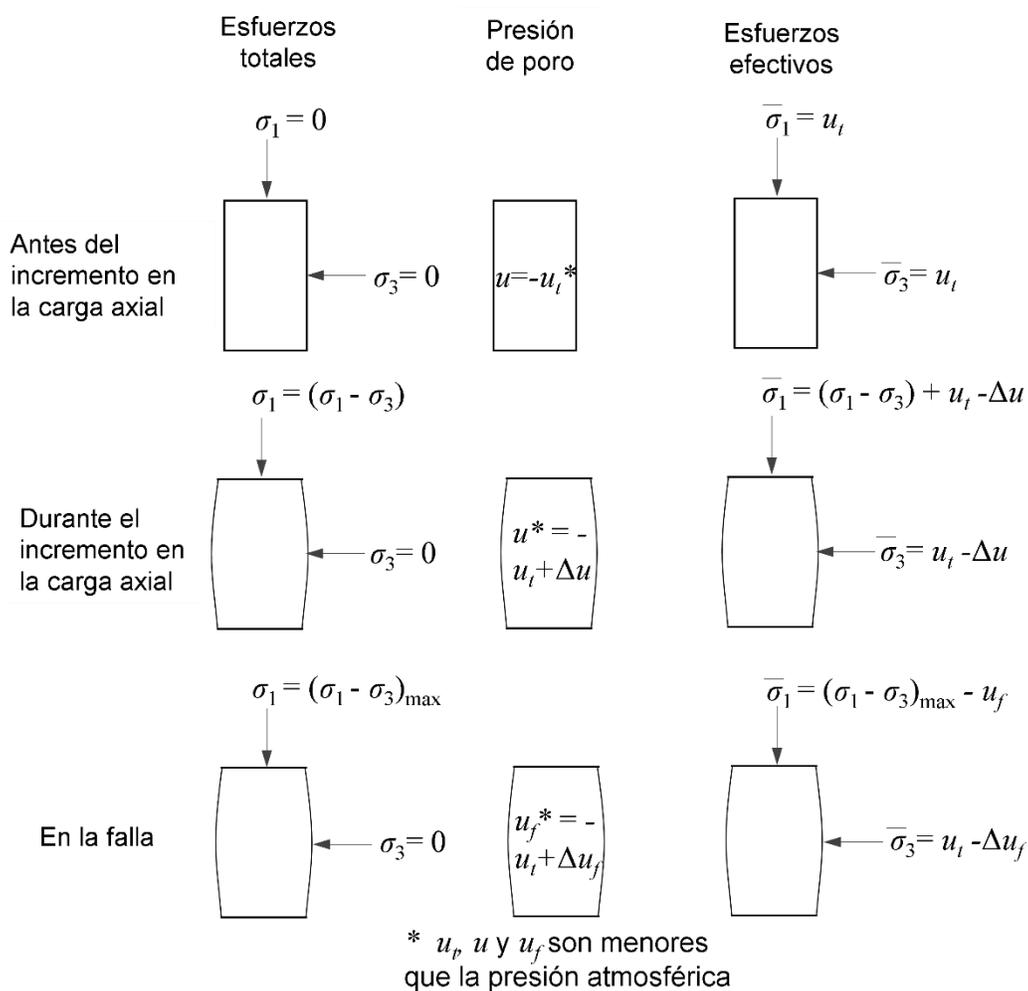


Fig. 4.12. Condiciones de esfuerzo para el ensayo de compresión simple (Hirschfeld, 1963).

### 4.2.3 Ensaye consolidado-no drenado (CU)

En un ensaye consolidado no drenado, el espécimen de suelo primero se consolida bajo una presión confinante en la celda triaxial y, posteriormente, se incrementa el esfuerzo principal mayor para provocar la falla. Puede realizarse con o sin medición de presión de poro, aunque para la mayoría de las aplicaciones es deseable su medición.

En el campo, la consolidación del suelo generalmente ocurre bajo condiciones anisotrópicas; es decir, el esfuerzo principal mayor y el menor no son iguales. Para una investigación completa de estos casos es necesario el uso de consolidación anisotrópica.

#### *Ensaye en arena con medición de presión de poro*

Debido a que las arenas son muy permeables, no hay retraso en la lectura de presión de poro y la velocidad del ensaye dependerá de la conveniencia para tomar las lecturas. Se estima que en este material en una hora ocurre la falla. A menos de que se requieran estudios especiales del material bajo grandes deformaciones, el ensaye se detiene cuando se alcanza el máximo esfuerzo desviador. Los resultados típicos se muestran en la fig. 4.14 a) para arena muy suelta y b) para una muestra más densa; el esfuerzo de consolidación es el mismo para ambas muestras de suelo. La envolvente de círculos de Mohr se observa en la fig. 4.13 para una arena suelta en términos de esfuerzos efectivos.

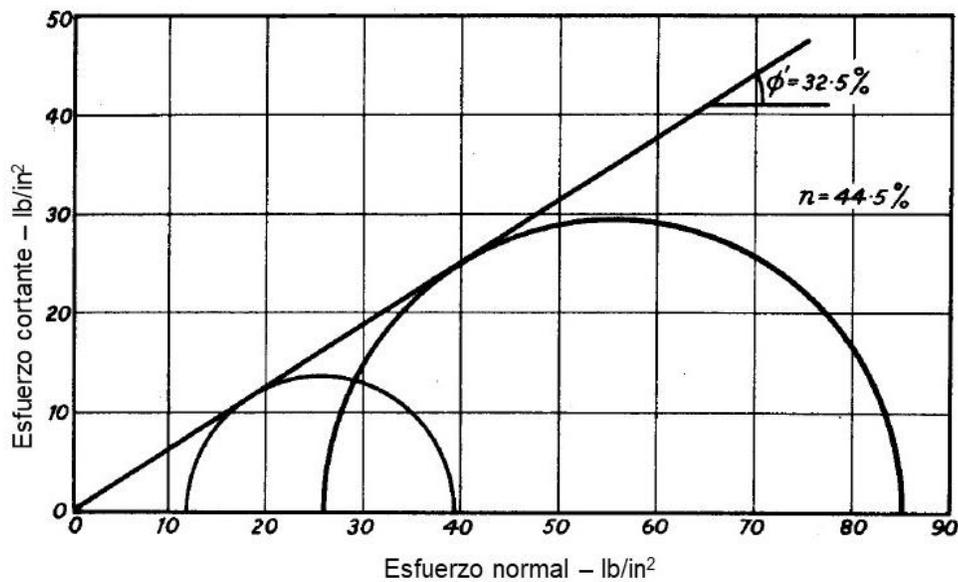


Fig. 4.13. Círculos de Mohr en términos de esfuerzos efectivos para ensayos CU en arena suelta (Bishop, 1962).

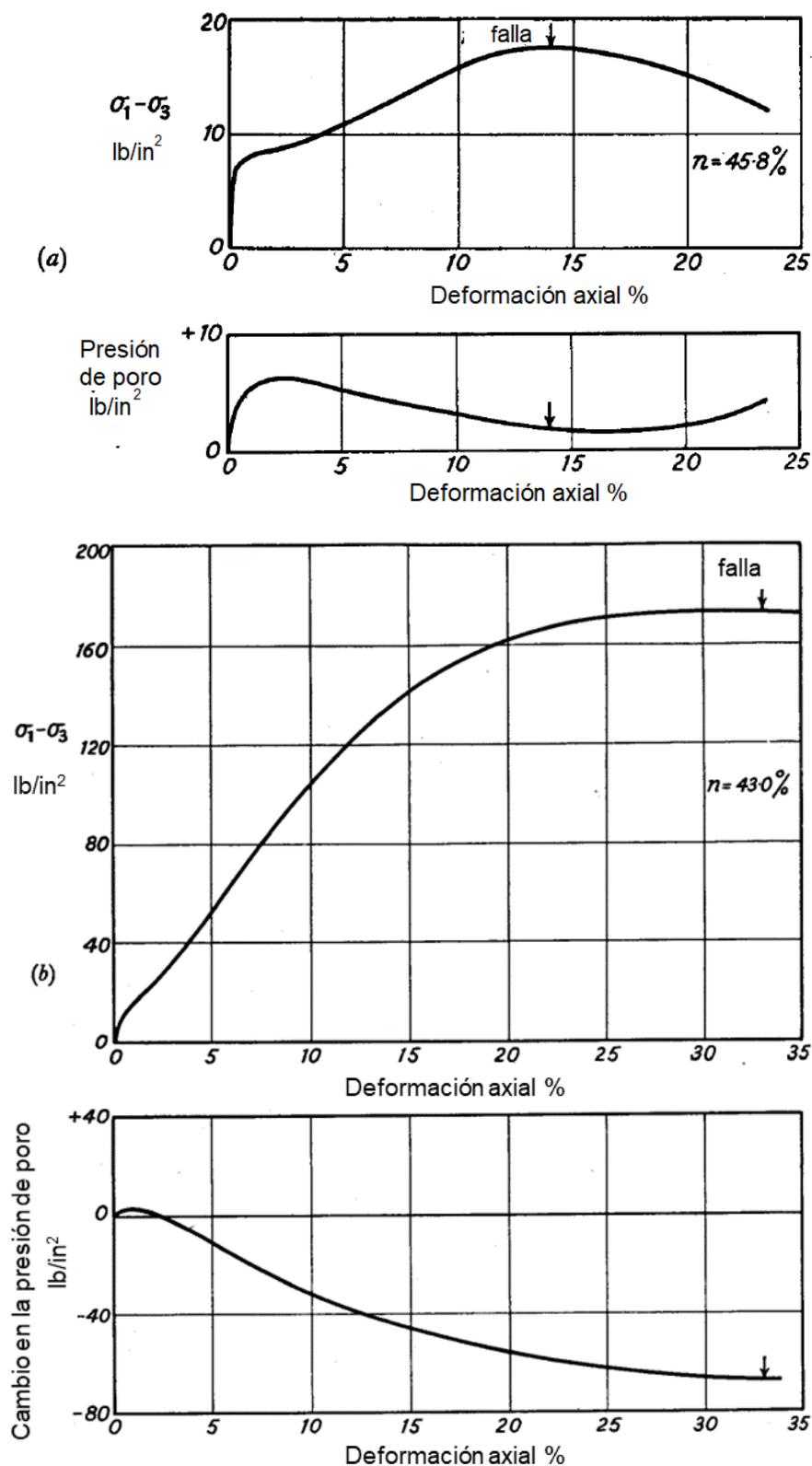


Fig. 4.14. Ensayes CU en arena saturada. Esfuerzo desviador y presión de poro vs deformación axial. a) para una arena muy suelta b) para una arena densa (Bishop, 1962).

*Ensaye en arcillas saturadas con medición de presión de poro*

a) Consolidación con drenaje a presión atmosférica

Los resultados típicos obtenidos de ensayos CU en arcilla normalmente consolidada se muestran en la fig. 4.15. La relación entre el cambio de presión de poro durante el ensaye y el esfuerzo desviador en la falla es usualmente cercana a uno. Los círculos de Mohr para una serie de ensayos con diferentes esfuerzos de consolidación se muestran en la fig. 4.16, en términos de esfuerzos efectivos y totales.

La magnitud de la presión de poro en arcilla preconsolidada depende de grado de preconsolidación. En la fig. 4.17 se muestran resultados de un espécimen preconsolidado donde se observa que, antes de que ocurra la falla, hay una caída en la presión de poro. La envolvente de Mohr (fig. 4.18) de una serie de ensayos en una arcilla preconsolidada en esfuerzos efectivos y en esfuerzos totales indica que el material presenta cohesión.

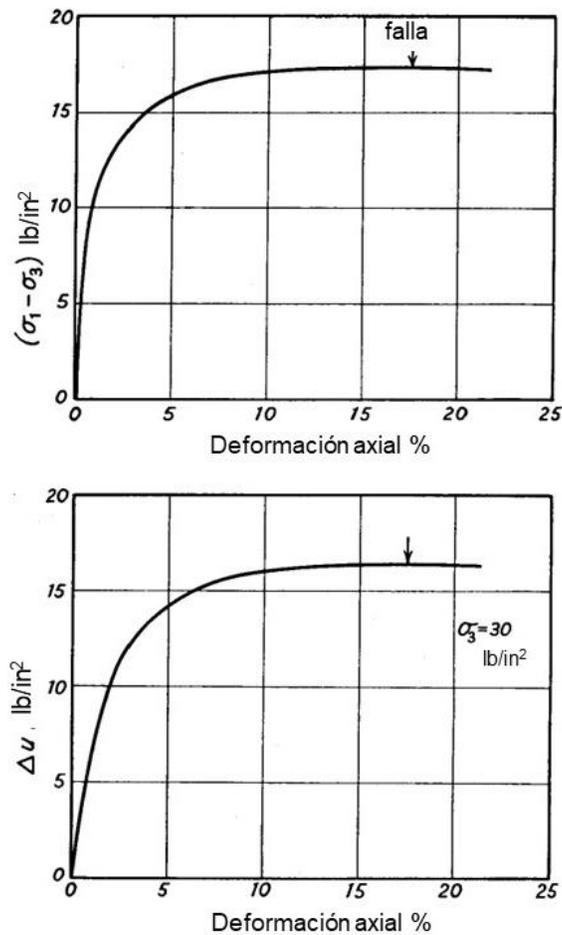


Fig. 4.15. Ensaye CU en una muestra de arcilla normalmente consolidada: esfuerzo desviador y cambio de presión de poro vs deformación (Bishop, 1962).

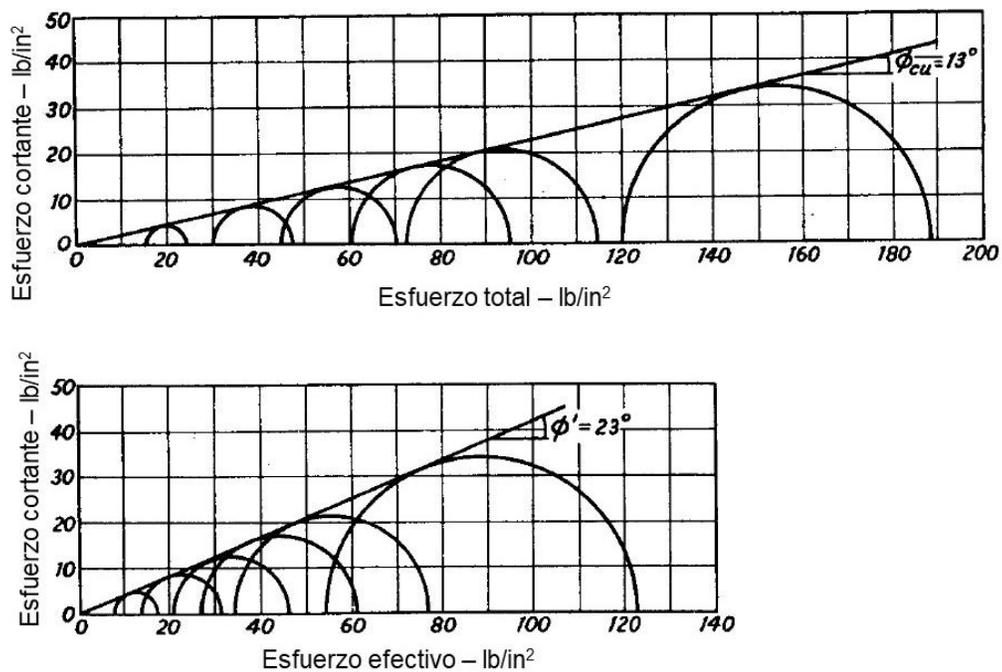


Fig. 4.16. Círculos de Mohr en términos de esfuerzos totales y efectivos para ensayos CU en muestras de arcilla normalmente consolidada (Bishop, 1962)

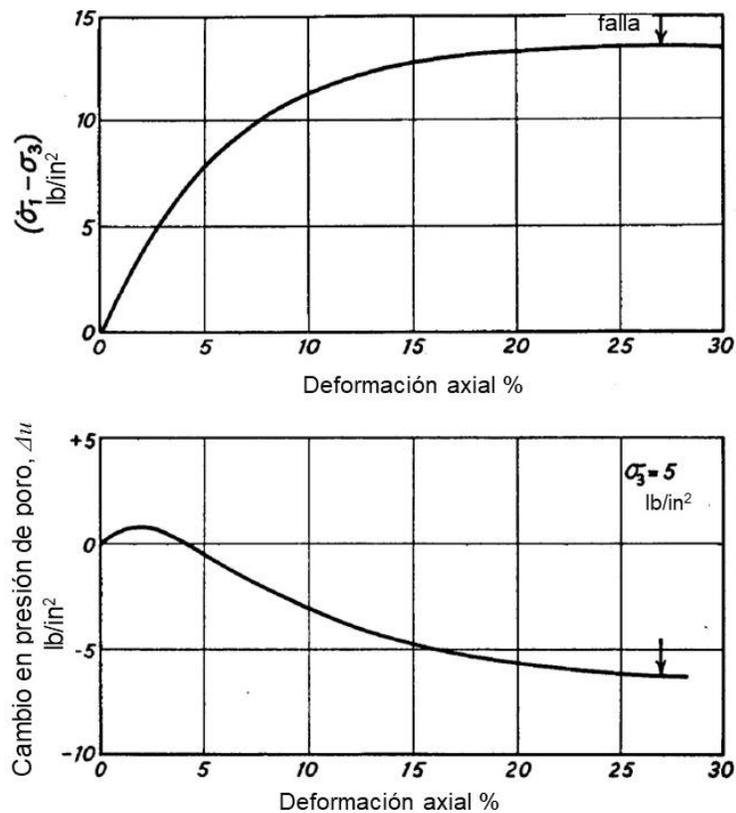


Fig. 4.17. Ensayo CU en una muestra de arcilla con alto OCR: esfuerzo desviador y cambio de presión de poro vs deformación (Bishop, 1962).

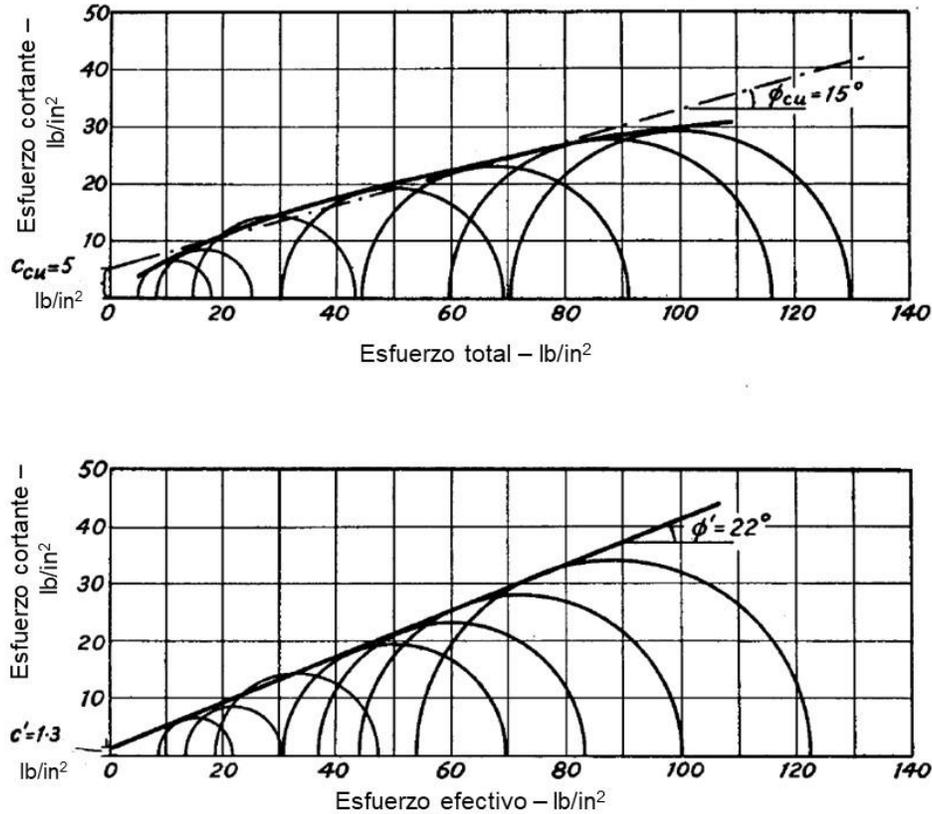


Fig. 4.18. Círculos de Mohr en términos de esfuerzos totales y efectivos para ensayos CU en muestras de arcilla preconsolidadas (Bishop, 1962).

#### 4.2.4 Ensaye consolidado-drenado (CD)

En un ensayo consolidado-drenado la muestra se consolida primero bajo un esfuerzo confinante, después se lleva a la falla al variar el esfuerzo axial bajo condiciones de drenaje completo. La velocidad de carga o deformación se adecúa para que el exceso de presión de poro sea despreciable en cualquier tiempo durante la aplicación de la carga axial y particularmente cerca de la falla.

Como la presión de poro es despreciable, la presión en la celda y el esfuerzo principal mayor son esfuerzos efectivos; por tanto, este ensayo da mediciones directas de parámetros de esfuerzos efectivos. Es usual realizar este ensayo a una velocidad de deformación constante (velocidad de deformación controlada), pero también se puede realizar mediante la aplicación de incrementos de carga (aplicación de carga controlada).

Cuando se espera que las muestras se dilaten durante el corte, se obtienen resultados más satisfactorios con la aplicación de contrapresión, a menos que las muestras estén completamente saturadas. Esto es porque se puede acumular aire en la porción vertical del canal de drenaje dentro

del pedestal y el aire atrapado evita que el espécimen absorba agua durante la dilatación. En estas circunstancias la presión de poro puede ser menor que la presión atmosférica y los esfuerzos aplicados no serán esfuerzos efectivos.

#### *Ensayos en muestras saturadas de arena*

Los especímenes se preparan y la base de la muestra se conecta directamente a la bureta. El ensamble de la celda y la consolidación se realiza como se describió anteriormente. Cuando la consolidación termina, el vástago se pone en contacto con la tapa de la probeta, se inicia el ensaye de compresión y se toman las lecturas del cambio de volumen en la bureta.

Debido a que las arenas drenan libremente durante el ensaye, la duración de ésta está regida por la necesidad de tomar lecturas precisas de carga y cambio de volumen.

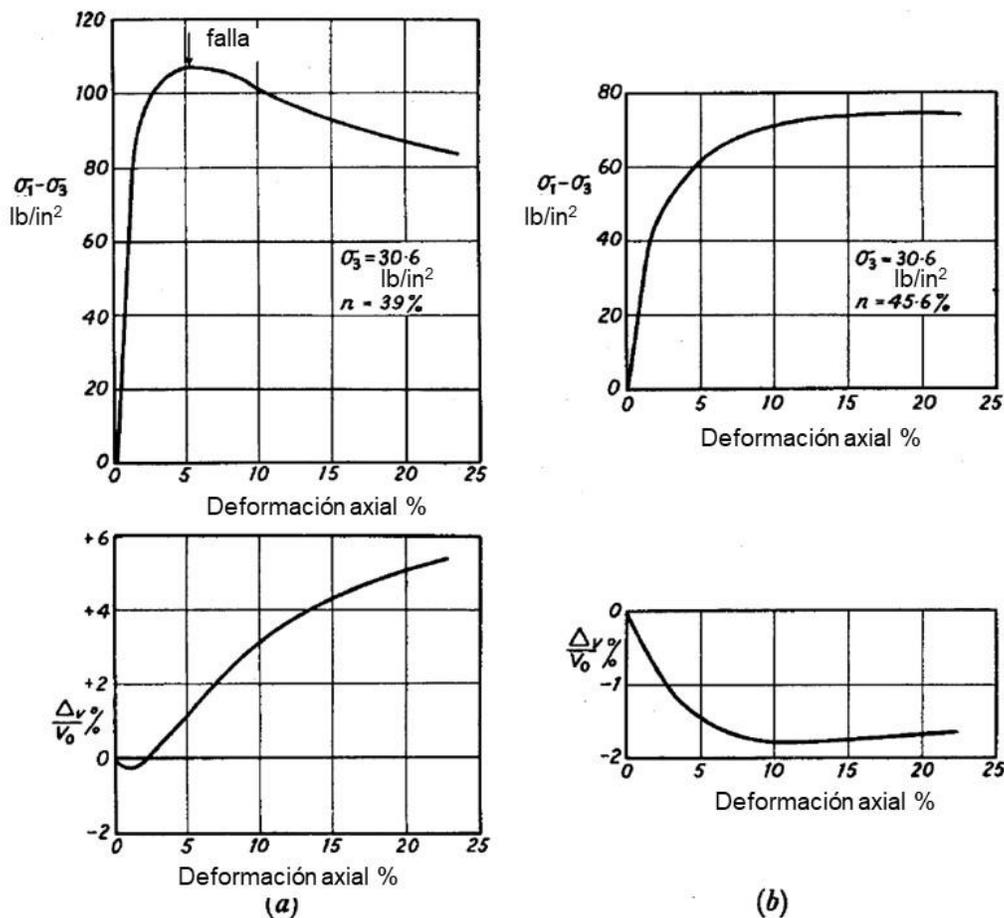


Fig. 4.19. Ensayos drenados en arena saturada: esfuerzo desviador y cambio de volumen vs deformación para a) arena densa y b) arena suelta (Bishop, 1962).

*Ensayos en muestras saturadas de arcilla*

El montaje del espécimen y la consolidación inicial se realiza de la misma forma que en los ensayos CU. Cuando se espera que se presenten incrementos de volumen durante el proceso de corte, como en el caso de especímenes OCR, la consolidación inicial y la compresión deben llevarse a cabo con contrapresión si hay incertidumbre de la saturación completa de la muestra.

*a) Elección de la velocidad de deformación*

Debido a la baja permeabilidad de las arcillas, los ensayos drenados deben llevarse a cabo lentamente para que no se genere exceso de presión de poro. Los efectos de que haya una disipación incompleta de la presión de poro se pueden ilustrar al considerar los extremos de algunos ensayos drenados y no drenados. En la fig. 4.20, se han dibujado los círculos de Mohr, para ambos ensayos en la falla, de muestras de una arcilla normalmente consolidada bajo una presión  $p$ . En el ensayo no drenado se genera un exceso de presión de poro  $\Delta u$ , casi igual al esfuerzo desviador, y el círculo de esfuerzos efectivos se desplaza a la izquierda por una cantidad  $\Delta u$ . Si la presión de poro generada se disipa durante el ensayo, la resistencia medida aumentará, y el círculo de esfuerzos efectivos en la falla se moverá a la derecha; para la disipación completa, el esfuerzo principal efectivo menor será  $p$ . La resistencia medida será una función lineal del exceso de presión de poro en la falla. La relación entre la resistencia no drenada, la resistencia completamente drenada y la resistencia con disipación parcial del exceso de presión de poro se puede escribir como:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = (\sigma_1 - \sigma_3)_u + \bar{U}_f [(\sigma_1 - \sigma_3)_d - (\sigma_1 - \sigma_3)_u] \quad (4.7)$$

Donde:

$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  = resistencia medida para cualquier grado de disipación en la falla  $\bar{U}_f$ ,

$(\sigma_1 - \sigma_3)_u$  = resistencia no drenada ( $\bar{U}_f = 0$ ),

$(\sigma_1 - \sigma_3)_d$  = resistencia completamente drenada ( $\bar{U}_f = 1$ )

$\bar{U}_f$  = el grado de disipación de la presión de poro en la falla, promedio.

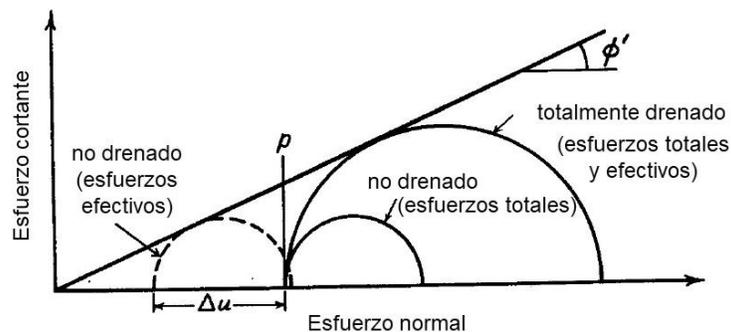


Fig. 4.20. Círculos de Mohr para ensayos drenados y no drenados en muestras consolidadas bajo una presión isotrópica  $p$ . (Bishop, 1962).

Aunque las velocidades adecuadas para realizar los ensayos drenados se pueden encontrar mediante prueba y error, es útil conocer con antelación el tiempo aproximado que requieren estos ensayos. La teoría de consolidación se puede emplear en este problema.

El grado de disipación de presión de poro promedio, en la falla,  $\bar{U}_f$ , se puede expresar como:

$$\bar{U}_f = 1 - \frac{h^2}{\eta c_v t_f} \quad (4.8)$$

Donde:

$h$  =  $\frac{1}{2}$  de la altura de la muestra,

$c_v$  = coeficiente de consolidación,

$t_f$  = tiempo para que ocurra la falla, y

$\eta$  = factor que depende de las condiciones de drenaje en los extremos de la muestra.

Los valores de  $\eta$  para diferentes condiciones de drenaje se muestran en la tabla 4.1. En caso de drenaje radial, se considera que la altura de la muestra es dos veces el diámetro.

Tabla 4.1 Valores de  $\eta$  para diferentes condiciones de drenaje (Bishop, 1962)

Condiciones de drenaje	$\eta$
Drenaje de un solo extremo	0.75
Drenaje de ambos extremos	3.00
Drenaje sólo de la frontera radial	32.0
Drenaje por ambos extremos y la frontera radial	35.0

Una comparación entre esta teoría y los resultados de ensayos drenados muestran que un grado de disipación teórica del 95% es suficiente para considerar un error despreciable en la medición de la resistencia. El tiempo requerido para llegar a la falla en un ensayo se puede escribir como se indica en la ec. 4.9:

$$t_f = \frac{h^2}{\eta c_v 0.05} = \frac{20h^2}{\eta c_v} \quad (4.9)$$

La etapa de consolidación, previo al ensaye, puede usarse para conocer el coeficiente de consolidación. Hay varios métodos disponibles para calcular el coeficiente de consolidación de las mediciones de cambio de volumen y tiempo.

b) *Procedimiento del ensaye de compresión*

Después de completar la etapa de consolidación inicial y elegir la velocidad de deformación, la celda se coloca en la máquina del ensayo. Se debe colocar la bureta de tal manera que el nivel del agua esté a la mitad de la altura de la muestra y se ajusta ocasionalmente para compensar por el flujo de agua que ocurre. Durante la prueba se mide la deformación y el cambio de volumen hasta que ocurre la falla.

Para prevenir la expansión de la muestra después de retirar la carga axial y reducir la presión de confinamiento, la válvula debe cerrarse tan pronto el motor se detenga.

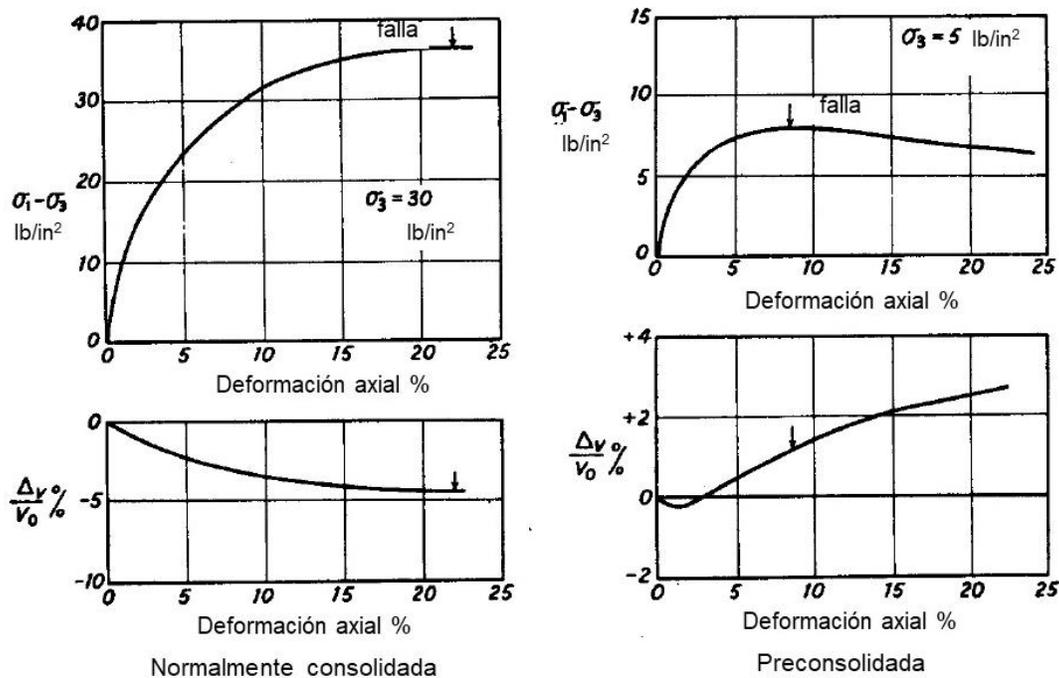


Fig. 4.21. Ensayos drenados a una velocidad de deformación constante. Esfuerzo desviador y cambio de volumen vs deformación para muestras de arcilla normalmente consolidadas y preconsolidadas (Bishop, 1962).

c) *Uso de cargas muertas*

Los ensayos también pueden realizarse con cargas muertas (carga controlada). Se pueden obtener resultados satisfactorios si los incrementos de carga son pequeños y se permite el tiempo suficiente

entre los incrementos para que se disipe la presión de poro. Los tiempos de los ensayos de carga controlada son más largos que los de velocidad de desplazamiento controlado.

#### 4.2.5 Ensayes no convencionales

Potts (2001) describe los siguientes ensayos triaxiales no convencionales:

- Si el esfuerzo axial,  $\sigma_a$ , y el esfuerzo confinante,  $\sigma_r$ , se hacen variar al mismo tiempo, tal que la deformación radial (horizontal)  $\varepsilon_r=0$ , la muestra se deformará como en compresión unidimensional, similar al ensayo de odómetro. La ventaja es que al medir la presión de poro y el esfuerzo radial (confinante) se puede obtener el coeficiente de presión de tierras en reposo. De forma similar, se pueden estimar diferentes coeficientes de presión de tierras preconsolidados que permiten obtener diferentes OCRs.
- Si se aplica un esfuerzo de confinamiento y, posteriormente, éste se reduce, la muestra se expandirá. Los resultados de estos ensayos se pueden graficar en un diagrama  $v-\ln p'$  y se pueden obtener los valores de los parámetros  $\lambda$  y  $\kappa$ .

#### 4.2.6 Estado crítico y ensaye triaxial

Tanto las arcillas como las arenas pueden tener un esfuerzo desviador máximo, antes de mostrar un ablandamiento, hasta llegar a un esfuerzo desviador que no cambia al aumentar la deformación. Este estado se conoce como el estado crítico del material. Algunos parámetros importantes para la modelación y el diseño son: el ángulo de fricción en el pico,  $\phi'_p$ , y en el estado crítico,  $\phi'_{cs}$  (fig. 4.22) y pueden ser distintos para compresión y extensión. Otro parámetro de interés es la rigidez del suelo. Del ensayo triaxial se pueden obtener los módulos de Young:  $E'$  drenado y no drenado  $E_u$ . Estos módulos se pueden obtener en compresión y extensión triaxial y calcular de las curvas esfuerzo-deformación como valores secantes o tangentes.

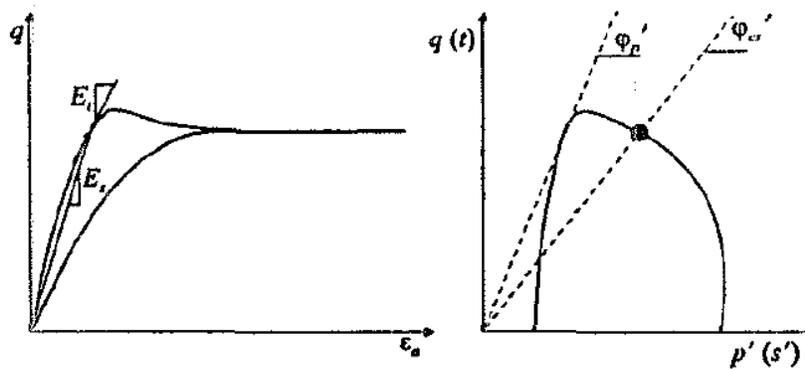


Fig. 4.22. Curva esfuerzo-deformación y trayectoria de esfuerzos (Potts, 2001).

En lugar de usar parámetros  $E'$  y  $\nu$ , la elasticidad del suelo se puede expresar en términos del módulo de esfuerzo cortante,  $G$  y el módulo de variación volumétrica,  $K$ . Ambos se pueden calcular de ensayos de compresión o extensión; sin embargo,  $K$  solo se puede obtener de ensayos drenados.

La celda triaxial también se puede usar para estimar la permeabilidad. A la muestra se aplica un esfuerzo de confinamiento,  $\sigma_r$ , y se hace circular agua de la base a la tapa de la probeta de suelo, aplicando un diferencial de presión y midiendo la cantidad de agua que fluye en cierto tiempo. Cuando se alcanza el flujo establecido, se puede estimar la permeabilidad usando la ley de Darcy.

#### 4.2.7 Posibles fuentes de error

- Ensayo consolidado-drenado (CD)

El esfuerzo desviador se debe aplicar suficientemente despacio para que la presión de poro sea despreciable en la falla. La mayoría de los especímenes en este ensayo reducen su volumen durante la aplicación de esfuerzo cortante; si el esfuerzo desviador se aplica muy rápido se generará presión de poro positiva en el espécimen y la resistencia será menor que en un verdadero ensayo drenado. Las muestras ensayadas a esfuerzos de confinamiento muy bajos pueden aumentar de volumen durante la aplicación de esfuerzo cortante; si el esfuerzo desviador se aplica muy rápido en dicho espécimen se presentarán presiones de poro negativas y la resistencia será mayor que un ensayo realmente drenado.

La alteración de muestras tiene poco efecto en los resultados de los ensayos CD

- Ensayo consolidado no drenado (CU)

El requisito más importante es que la consolidación bajo el esfuerzo de confinamiento debe continuar hasta que el exceso de presión de poro se haya disipado. La mayoría de las muestras reducen su volumen durante la consolidación; si se deja poco tiempo para la consolidación habrá un exceso de presión de poro positivo al inicio del incremento del esfuerzo desviador y la resistencia medida será menor que la verdadera.

Los especímenes ensayados a un esfuerzo efectivo de consolidación pequeño aumentan su volumen durante la etapa de consolidación; si el tiempo permitido para la consolidación es corto, se generará un exceso de presión de poro negativa al inicio de la aplicación del esfuerzo desviador y la resistencia medida será mayor que la real.

Si la muestra que se va a ensayar está parcialmente saturada, pero el suelo en campo se encuentra en estado saturado, entonces para saturar la muestra se debe aplicar contra presión.

- Ensaye no consolidado-no drenado (UU)

La alteración de la muestra es crítica en este tipo de ensayos; cualquier alteración reduce la resistencia en arcillas sensitivas.

Este ensaye debe usarse para determinar la resistencia a un contenido de agua constante para todos los suelos cuya resistencia depende del esfuerzo de confinamiento, incluyendo arcillas parcialmente saturadas y arcillas fisuradas. La resistencia de arcillas saturadas e intactas es independiente del esfuerzo de confinamiento y se puede determinar usando el ensaye no confinado o el ensayo de veleta.

- Medición de presión de poro

Debido a que los esfuerzos no son uniformes en la probeta durante el ensaye triaxial, la presión de poro que se genera en la parte de arriba/abajo es diferente de la presión de poro en el centro del espécimen, que es donde ocurre la falla. Como consecuencia, habrá una redistribución del contenido de agua del espécimen durante el incremento del esfuerzo desviador, aunque el contenido de agua promedio permanece constante.

Para determinar la relación entre la resistencia al corte y el esfuerzo efectivo, los ensayos UU y CU se deben realizar muy lentamente para que la presión de poro sea igual en todo el espécimen.

### 4.3 Corte directo

El ensaye de corte directo permite ensayar una muestra, usualmente, de 60 x 60 mm de 25 mm de altura. Ésta se coloca entre dos placas rígidas y tiene predefinido un plano de falla. La carga vertical se aplica en la parte superior y, normalmente, se mantiene constante durante el ensaye. La fuerza horizontal se aplica en la parte superior, mientras que la parte inferior se mantiene fija (fig. 4.23). Las placas superior e inferior transfieren el esfuerzo cortante al suelo. El principal objetivo del ensaye es determinar la resistencia del suelo; no permite medir la rigidez. Los únicos esfuerzos que se conocen son el esfuerzo vertical promedio y el esfuerzo cortante horizontal promedio. La aplicación del esfuerzo cortante causa una rotación del esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ ; sin embargo, no hay forma de medir esta rotación. Además, debido al confinamiento, la muestra sufre esfuerzos y deformaciones no uniformes durante el corte.

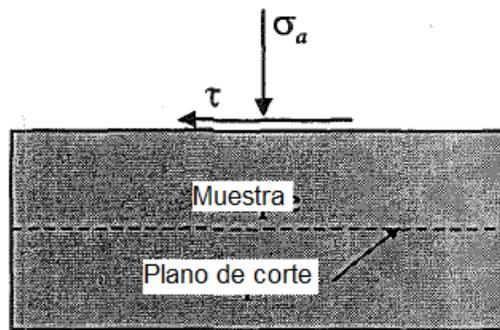


Fig. 4.23. Aplicación de esfuerzos en el ensaye de corte directo (Potts, 2001).

Los resultados de este ensaye se presentan en términos de esfuerzo horizontal vs desplazamiento horizontal ( $\tau-d$ ). El esfuerzo cortante incrementa hasta un valor máximo al inicio del desplazamiento horizontal y, después, disminuye hasta alcanzar un valor residual a un gran desplazamiento horizontal. De este ensaye se pueden obtener ángulos de fricción máximos y residuales (fig. 4.24), aunque para obtener este último se necesitan varios ciclos de carga. La resistencia residual puede ser importante en problemas de valores de frontera en arcillas de alta plasticidad. Debido a la forma alargada de las partículas de arcilla, a grandes deformaciones éstas se alinean en la dirección del corte. Las arcillas de baja plasticidad y materiales granulares tienen una menor caída del estado crítico a la resistencia residual.

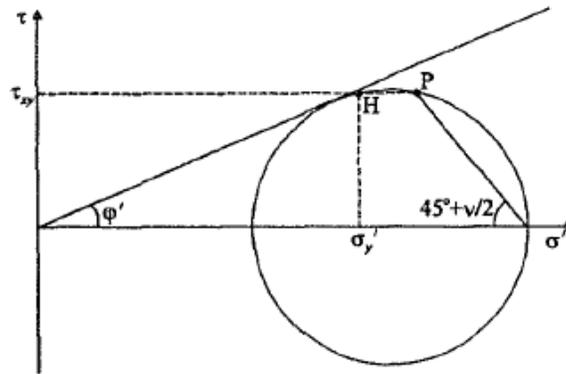


Fig. 4.24. Círculo de Mohr de un ensayo de corte directo (Potts, 2001).

El aparato de corte directo también permite ensayar interfaces. En este caso, el suelo se coloca contra otro material como concreto, acero o madera, con el objetivo de determinar el ángulo de fricción,  $\delta$ , en la interfaz de los materiales. Este parámetro se usa, por ejemplo, en el análisis de pilotes o muros de contención, donde se necesita conocer el máximo valor del ángulo de fricción entre el pilote o muro y el suelo.

#### 4.4 Corte simple

El aparato de corte simple tiene un principio similar al de corte directo: una placa superior se mueve horizontalmente respecto a la parte inferior. En el aparato de corte simple la muestra se puede deformar de forma más uniforme.

El aparato del NGI se muestra en la fig. 4.25. La muestra ensayada es cilíndrica y las dimensiones comunes son 80 mm de diámetro y aproximadamente 10 mm de altura; la muestra se confina por una membrana que tiene embebido un resorte metálico. Esta membrana mantiene la circunferencia de la muestra constante, pero permite deformación vertical y rotación de los lados de la muestra. La muestra se coloca entre una placa inferior y una superior. La carga axial y cortante se aplican en la placa superior. Usualmente la carga vertical se mantiene constante, mientras que la fuerza cortante se incrementa durante el ensayo. Las deformaciones verticales y de corte se pueden medir a través de los desplazamientos horizontal y vertical de la placa vertical. Aunque se puede medir la presión de poro, el estado de esfuerzos y deformaciones no es conocido y se interpreta suponiendo condiciones de corte simple ideales.

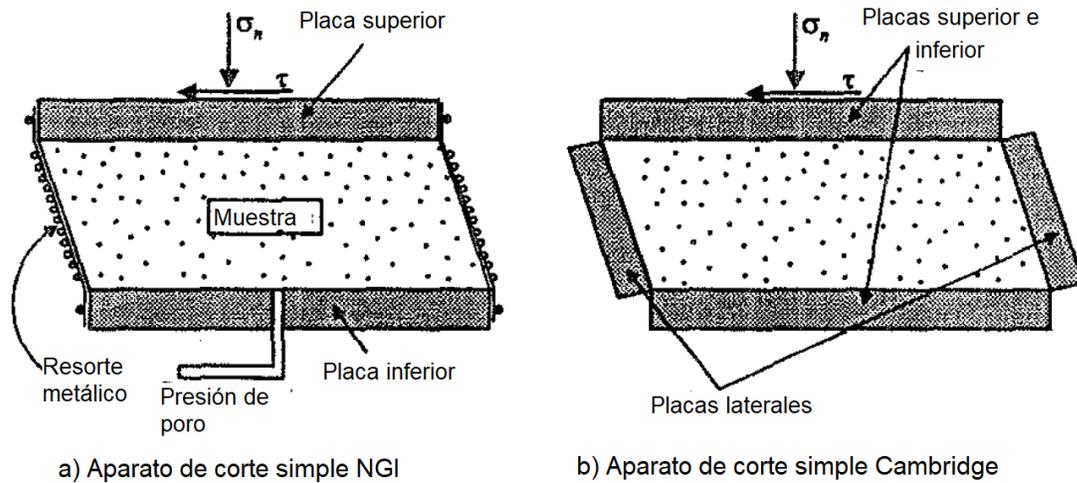


Fig. 4.25. Aparatos de corte simple a) modelo NGI y b) Modelo Cambridge (Potts, 2001).

El aparato desarrollado en la Universidad de Cambridge consta de un prisma rectangular, cuyas dimensiones son 100 x100 mm en planta y 20 mm de espesor. La muestra se coloca entre dos placas (superior e inferior) que permiten deformación vertical y rotación de las placas laterales. De las mediciones de las deformaciones externas se pueden estimar las deformaciones promedio dentro de la muestra. Debido a que las placas laterales permiten el movimiento vertical, el estado de esfuerzos y deformaciones no es uniforme dentro de la muestra.

Ambos aparatos se usan para obtener la resistencia del suelo: resistencia no drenada o ángulo de fricción interna. El aparato de Cambridge también permite obtener información del comportamiento esfuerzo-deformación antes de la falla.

Jaime (1975) desarrolló dos equipos de corte simple cíclico que también permiten realizar ensayos estáticos. En 1975 desarrolló un aparato de corte simple cíclico bidireccional y, en 1987, Jaime *et al.* publicaron la descripción de un aparato de corte simple cíclico; ambos diseños se basan en el de torsión cíclica de Casagrande y Rendón (1972) se inspiran en el del NGI. Con el equipo más reciente (fig. 4.26), se realizaron ensayos consolidados-no drenados sin medición de presión de poro a muestras de arcilla blanda de la Ciudad de México.

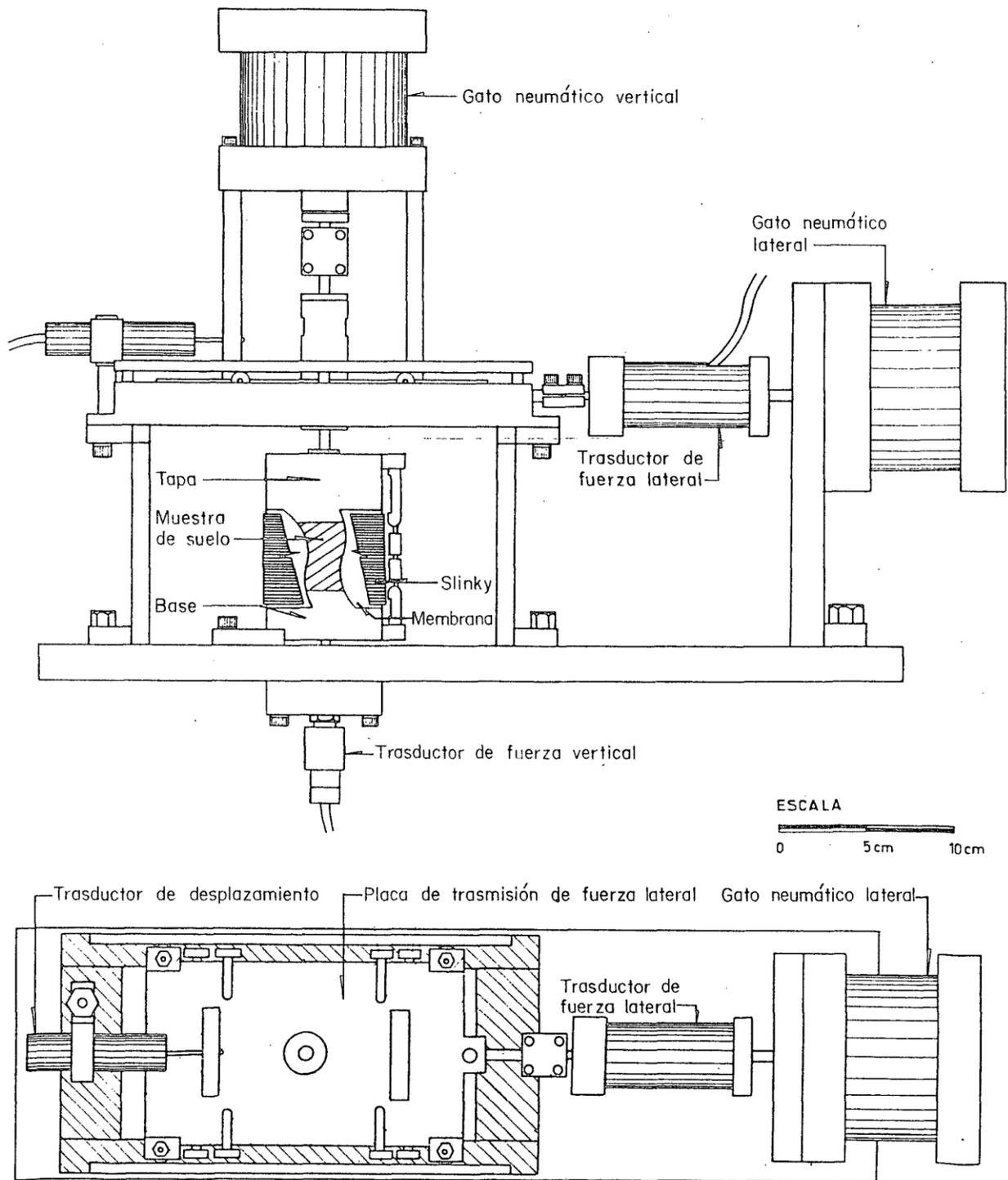


Fig. 4.26. Aparato de corte simple cíclico (Jaime *et al.*, 1987).

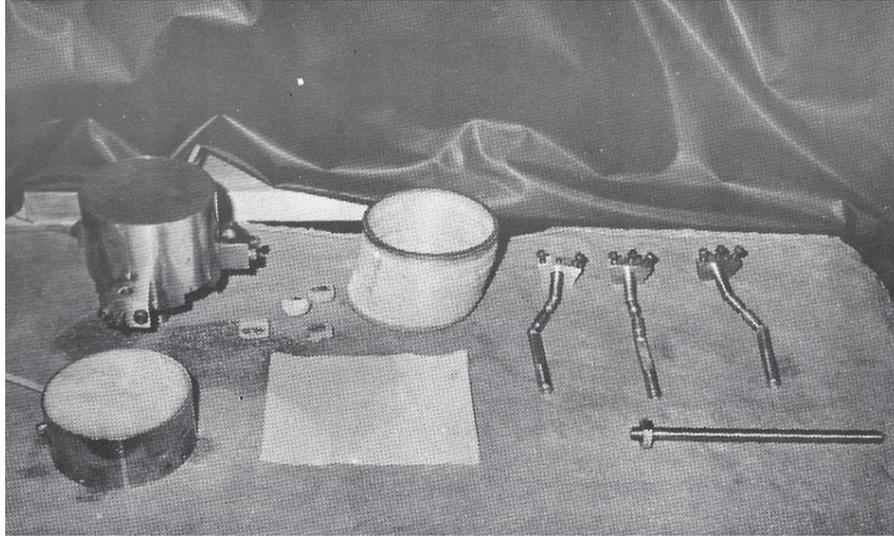


Fig. 4.27. Barras biarticuladas, resorte plano, membranas, base y tapa de la muestra de suelo (Jaime *et al*, 1987).

La realización de ensayos con medición de presión de poro en corte simple es complicada. Si se aplica contrapresión a la muestra de suelo, la membrana se indenta en el resorte (*slinky*) y se perfora. Una posible solución es colocar el resorte con la muestra de suelo dentro de una cámara, aplicar una presión de confinamiento, consolidar la muestra, aplicar una contrapresión y, después aplicar la carga vertical y lateral. (Jaime, 2019).

## 4.5 Ensayo de cubo triaxial

En este aparato se ensaya una muestra cúbica. La diferencia con el aparato triaxial convencional es que en el cubo se pueden aplicar los esfuerzos principales, independientemente  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , mientras que en la celda convencional dos esfuerzos principales son iguales (fig. 4.28).

La ventaja de este ensayo es que los valores del ángulo de fricción interna  $\phi'$ , se pueden obtener para el rango completo de  $b$  (entre 0 y 1). Estos valores son útiles si  $\phi'$  se necesita para condiciones distintas de la triaxial, como deformación plana. También se puede medir la rigidez en las tres direcciones. Por ejemplo, se pueden estimar cuatro de los cinco parámetros necesarios para definir el modelo lineal transversalmente anisótropo.

La desventaja de este ensayo es la obtención y montaje de las muestras; además, el aparato no es convencional y su uso es casi exclusivo de investigación.

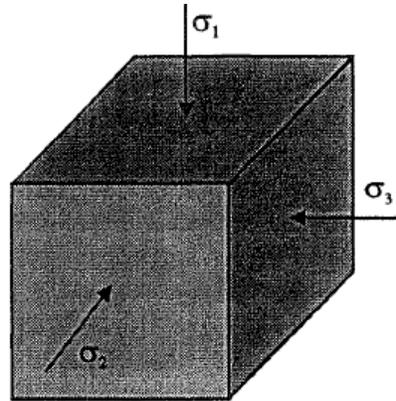


Fig. 4.28. Esfuerzos principales en ensayo de cubo triaxial (Potts, 2001).

La fig. 4.29 muestra una vista en corte del aparato usado por Yamada e Ishihara (1979) que permite ensayar un espécimen de 10 x10 x 10 cm. En las paredes superior e inferior se coloca una piedra porosa para permitir el drenaje de la muestra. El aparato cuenta con transductor para medir la presión de poro en ensayos no drenados; o bien, se pueden conectar las tuberías a una bureta para medir los cambios de volumen en el caso de ensayos drenados.

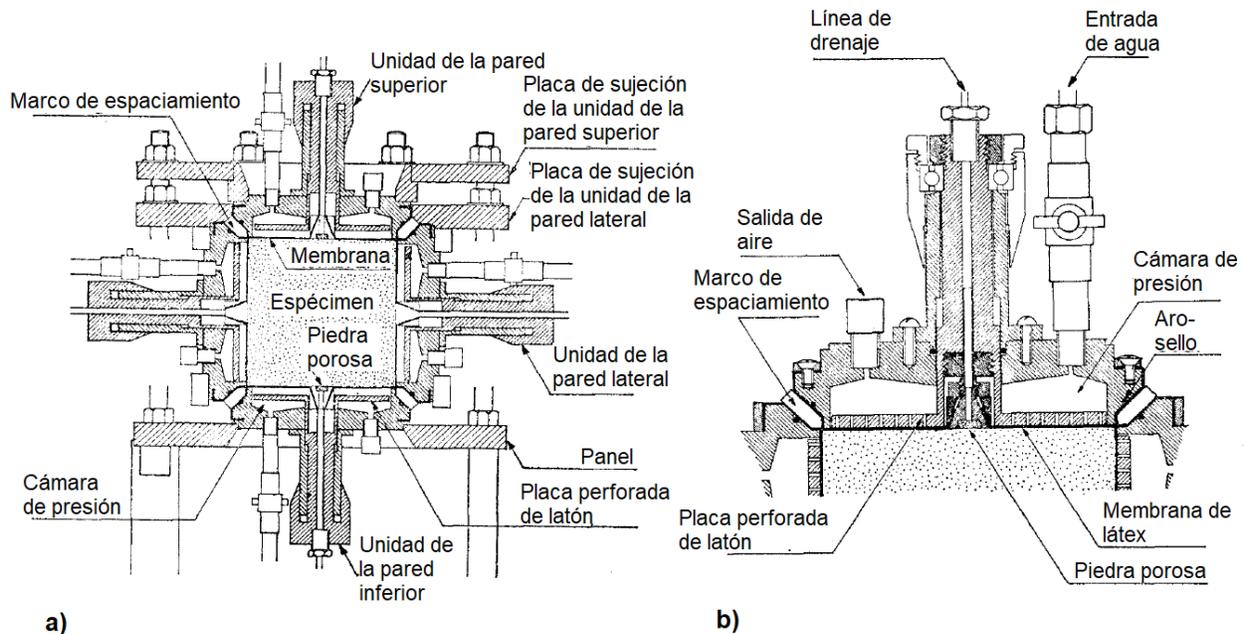


Fig. 4.29. a) Vista en corte del aparato triaxial verdadero b) Detalles de la pared lateral (Yamada e Ishihara, 1979).

Los resultados que obtuvieron son las trayectorias de esfuerzo en las direcciones radiales del plano octaédrico, como se ve en la fig. 4.30, las gráficas deformación principal (%) vs relación de

esfuerzos  $\tau_{oct}/p'$  para cada dirección (fig. 4.31) y deformación volumétrica  $v$  (%) vs relación de esfuerzos  $\tau_{oct}/p'$  para cada dirección que se aprecia en la fig. 4.32.

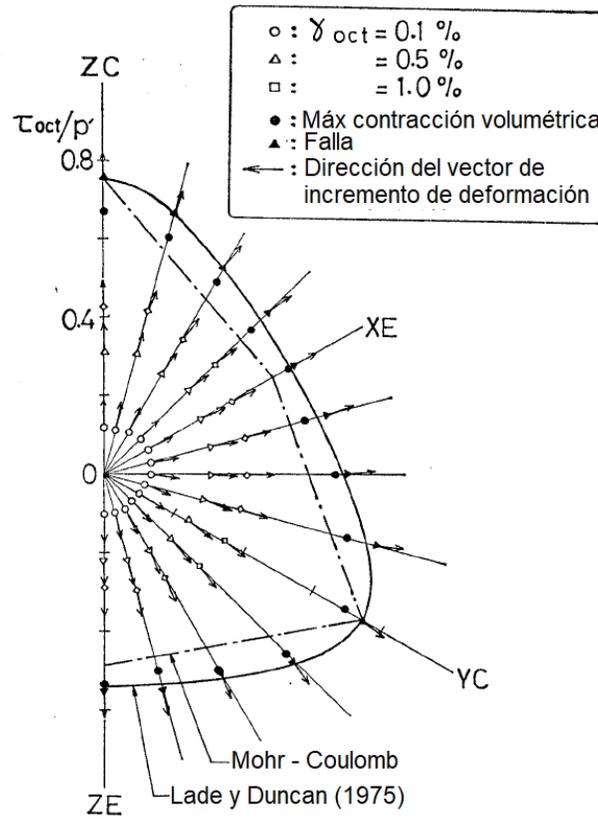


Fig. 4.30. Representación de las deformaciones medidas en el plano octaédrico (Yamada e Ishihara, 1979).

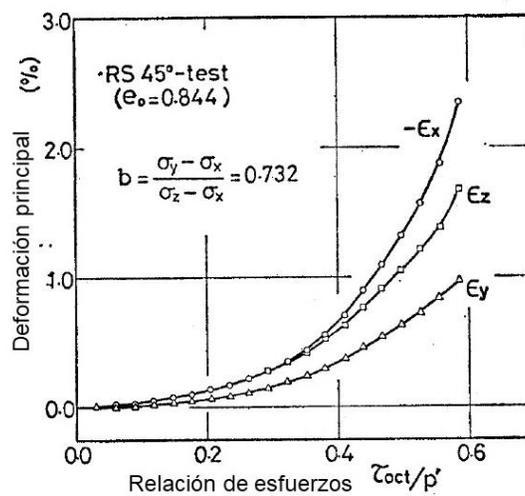


Fig. 4.31. Deformaciones principales medidas vs relación de esfuerzos  $\tau_{oct}/p'$  en una dirección (Yamada e Ishihara, 1979).

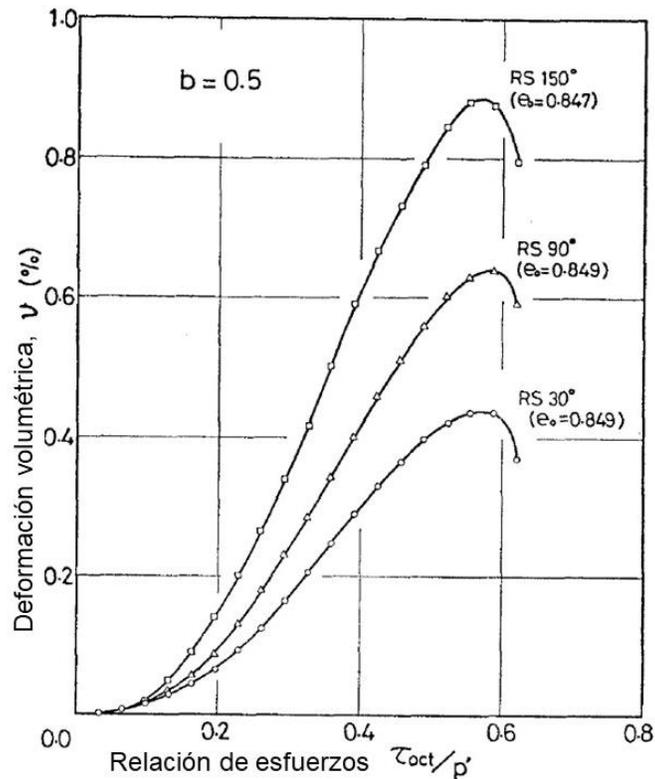


Fig. 4.32. Deformación volumétrica vs relación de esfuerzos  $\tau_{oct}/p'$  en 3 direcciones (Yamada e Ishihara, 1979).

## 4.6 Ensaye de cilindro hueco

En las figs. 4.33 y 4.34 se muestra el aparato de cilindro hueco usado por Ishihara y Yamada (1975) para estudiar la licuación de arenas. Este aparato permite ensayar especímenes de suelo de 10 cm de diámetro exterior, 6 cm de diámetro interior y altura de 7 cm. Se colocan dos membranas, una interior y otra exterior; además, en la parte superior e inferior se colocan piedras porosas de forma anular. La cámara interior del espécimen se llena de agua y está aislada de la cámara exterior; por tanto, la presión en el interior de la muestra de suelo puede ser diferente de la presión en el exterior, aunque, hay forma de conectar ambas cámaras para que ambas tengan la misma presión confinante. Se usa una barra vertical para que el área transversal del vástago de carga sea igual al área transversal del espécimen. El esfuerzo vertical es independiente de la presión confinante.

Para asegurar que se transfiera perfectamente el momento torsionante en el contacto entre las piedras porosas y el espécimen, se colocan varias cuchillas pequeñas en las piedras porosas.

Aunque la fricción entre el vástago y la placa superior de la celda se reduce por el uso de baleros, no se puede remover y, especialmente durante ensayos dinámicos, se coloca un transductor para medir la fuerza torcional en un plano horizontal dentro de la cámara triaxial. La presión vertical y el desplazamiento también se miden con transductores. El ángulo de rotación del pistón durante la torsión también se registra con un transductor. En este caso la presión de poro se midió con el transductor de presión colocado en la base. Todas las señales de los transductores se registran simultáneamente.

A las muestras se les aplicaron tiempos historia de los cambios de los esfuerzos torsionales correspondientes a sismos en Japón ocurridos en la década de 1960.

Se registran los cambios en la presión de poro,  $u$ , y distorsión,  $\gamma$ , con el tiempo.

Debido a que las muestras pierden rigidez, la distorsión aumenta considerablemente. La dirección hacia la que se tuercen las muestras es la dirección en la que ocurren los máximos esfuerzos. Sin embargo, a deformaciones hasta de un 10%, la precisión de estas mediciones no es buena. En este aparato de cortante torsional, la máxima distorsión que puede medirse con buena precisión es menor a 4% y, por tanto las mediciones arriba de este valor se consideran aproximadas .

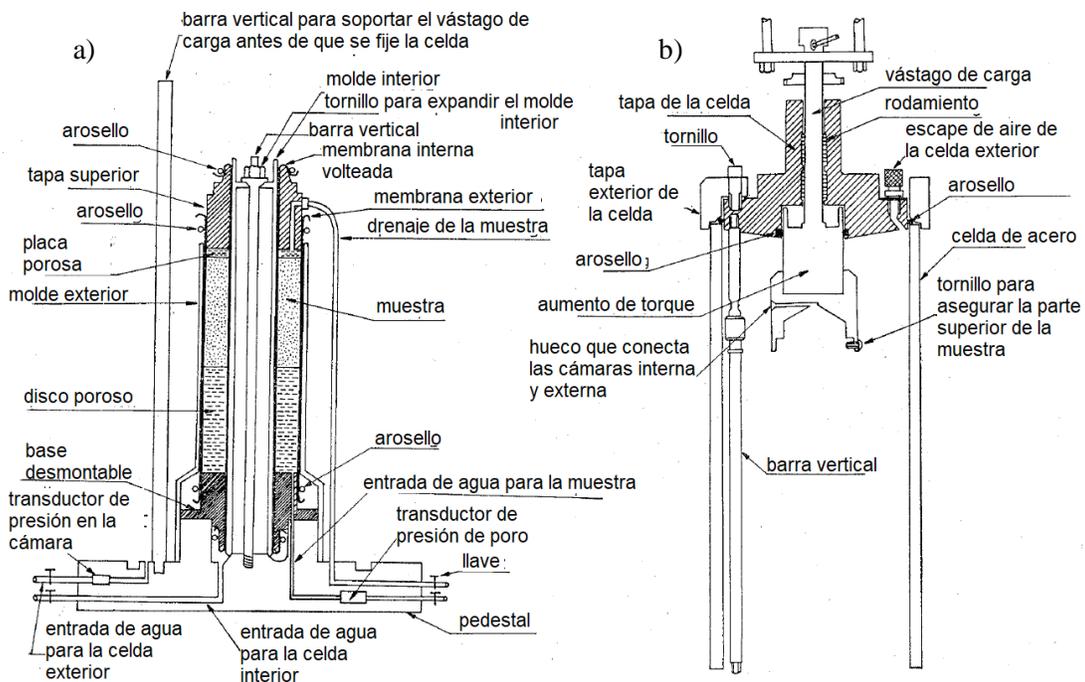


Fig. 4.33. a) espécimen de suelo en cilindro hueco b) Porción superior de la celda triaxial (Ishihara y Yamada, 1975).

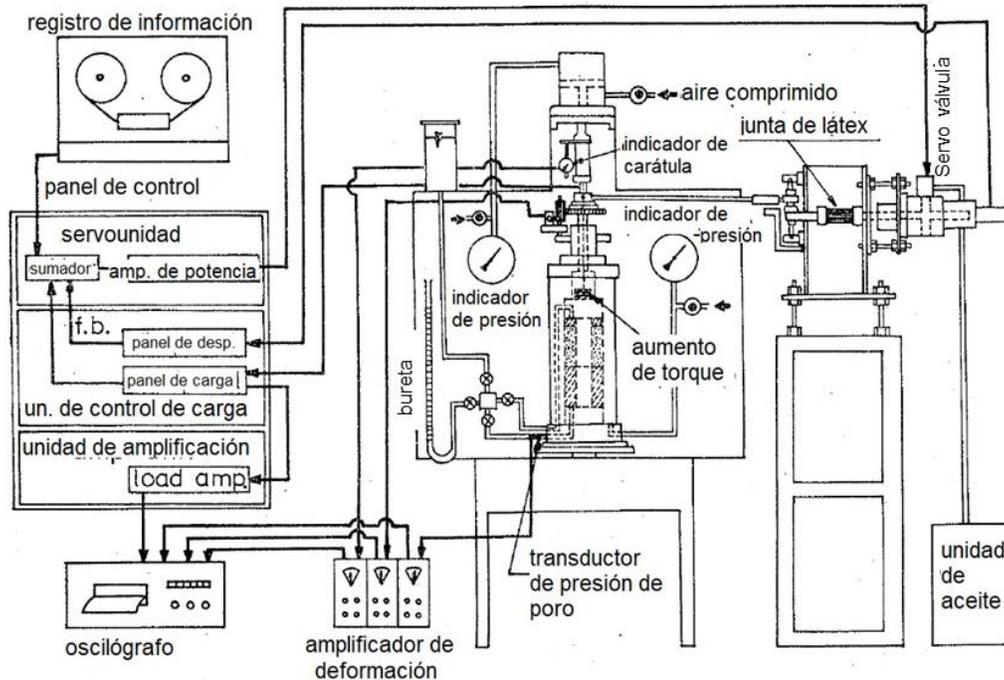


Fig. 4.34. Representación esquemática del sistema para ensaye de cilindro hueco (Ishihara y Yamada, 1975).

## 4.7 Permeámetro de carga constante

Un permeámetro es un aparato de laboratorio para determinar los coeficientes de permeabilidad de los suelos. Un permeámetro de carga constante es aquel en el cual la altura de agua permanece constante y se puede medir la cantidad de agua que fluye a través de la muestra de suelo, cuya área y longitud son conocidas. La sección transversal de dicho aparato se muestra en la fig. 4.35. La altura de agua se puede mantener constante drenando las excedencias. La diferencia en la elevación de la muestra con relación a las alturas del agua no entra en la expresión, la pérdida de carga efectiva,  $h$ , depende solo de la diferencia de los niveles de agua. El área y la longitud de la muestra,  $A$  y  $L$ , se miden. El agua que ha atravesado la muestra de suelo se recupera en una bureta y el gasto,  $Q$ , se mide de la ley de Darcy:

$$k = \frac{QL}{hA} \quad (4.10)$$

En suelos altamente impermeables, la cantidad  $Q$  es pequeña, y no se pueden obtener mediciones precisas por este método. Por tanto, el permeámetro de carga constante se emplea principalmente en suelos relativamente permeables.

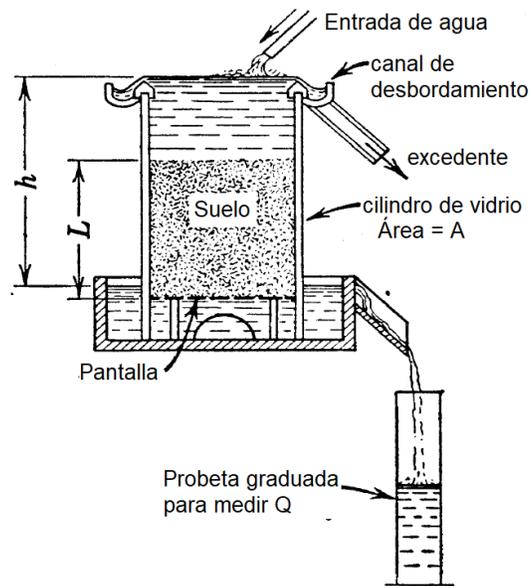


Fig. 4.35. Permeámetro de carga constante (Taylor, 1948).

## 4.8 Permeámetro de carga variable

El principio del permeámetro de carga variable se muestra en la fig. 4.36. La característica del método es que la cantidad del agua percolada se mide indirectamente por observaciones de la velocidad de caída del nivel del agua en la bureta arriba de la muestra de suelo. Se deben conocer a longitud  $L$  y el área  $A$  de la muestra y el área  $a$  de la bureta. Adicionalmente, se deben observar al menos dos niveles diferentes de agua en la bureta.

Si  $h_0$  es la altura medida en el tiempo cero y  $h_1$  es la altura medida después de transcurrido un tiempo  $t_1$ ,  $h$  es la altura en cualquier tiempo intermedio  $t$ . la velocidad del flujo se puede expresar como el área de la bureta multiplicada por la velocidad de caída. La velocidad de caída es  $-dh/dt$ , el signo negativo significa que la altura  $h$  disminuye al incrementar el tiempo. al igualar esta expresión de velocidad de flujo con la ecuación de la ley de Darcy, se obtiene:

$$-a \frac{dh}{dt} = k \frac{h}{L} A \quad (4.11)$$

Donde:

$$k = \frac{aL}{At_1} \log_e \frac{h_0}{h_1} \quad (4.12)$$

$$k = 2.3 \frac{aL}{At_1} \log_{10} \frac{h_0}{h_1} \quad (4.13)$$

Una vez que se han medido las cantidades del lado derecho de la ecuación, se puede determinar  $k$ . El permeámetro de la fig. 4.36 es de los primeros modelos diseñados para ensayos en muestras inalteradas. El principio del permeámetro de carga variable se puede alterar para dar resultados más precisos sobre un amplio rango de tipos de suelo. Se pueden usar buretas de diferente área; por ejemplo, con una bureta de área grande, se puede determinar la permeabilidad de materiales más permeables.

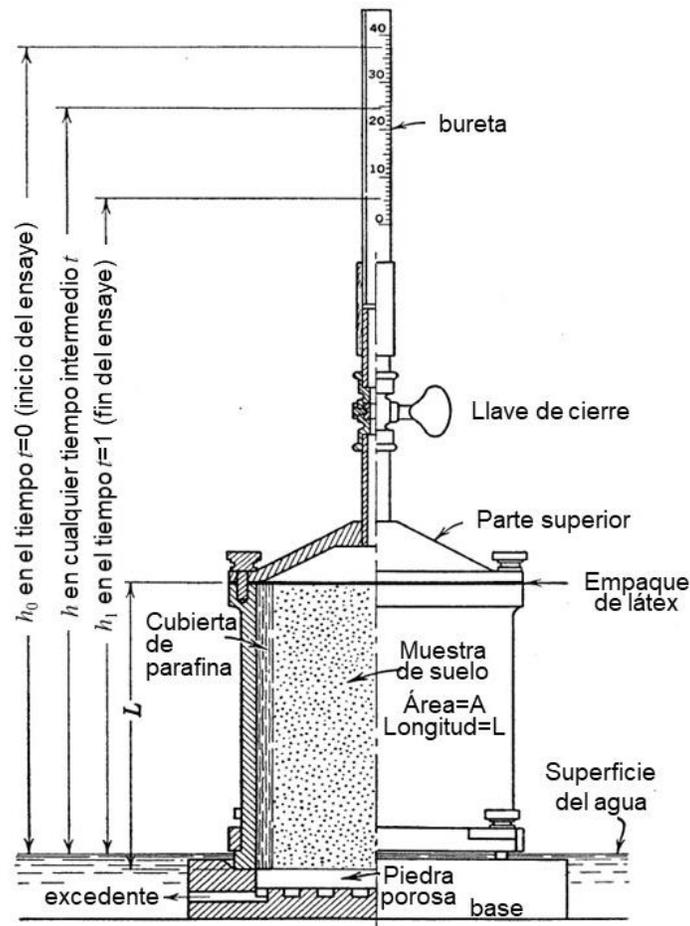


Fig. 4.36. Permeámetro de carga variable (Taylor, 1948).

## 4.9 Columna resonante

La columna resonante es el aparato más usado en laboratorio para medir las propiedades de los suelos a bajas deformaciones (fig. 4.37). En este ensayo se somete un espécimen cilíndrico sólido

o hueco a cargas axiales o cargas torsionales armónicas por sistema de carga electromagnético. El sistema de carga usualmente aplica cargas armónicas para las que se puede controlar la frecuencia y la amplitud, pero también se puede usar carga de ruido aleatorio y cargas de impulso.

Después de que se ha preparado el espécimen y se ha consolidado, se empieza a aplicar la carga cíclica. La frecuencia de carga inicialmente se fija a un valor bajo y, posteriormente se incrementa gradualmente hasta que la respuesta (amplitud de deformación) alcanza un máximo. La frecuencia más baja, a la que la respuesta es localmente maximizada, es la frecuencia fundamental del espécimen. La frecuencia fundamental es una función de la rigidez a baja deformación del suelo, de la geometría del espécimen y de algunas características del aparato de columna resonante.

En el ensaye, ya sea de torsión o longitudinal, se hace variar la frecuencia de vibración forzada inducida en el espécimen hasta obtener la condición de resonancia para el primer modo de vibración. La resonancia es la condición en la que la amplitud de vibración de respuesta del espécimen de suelo es máxima. Es recomendable determinar las frecuencias de resonancia en los primeros tres modos de vibración para obtener una estimación más precisa de la velocidad de onda bajo consideración (Jaime, 1980).

Los módulos de corte se pueden relacionar con la frecuencia fundamental mediante el siguiente procedimiento: se tiene el espécimen de la columna resonante, cuya altura es  $h$ , fijado contra la rotación de su base (extremo empotrado), con un módulo de torsión  $J$ , y está sujeto a carga armónica torsional. La resistencia elástica del espécimen que se produce como respuesta del suelo a un torque aplicado en la parte superior, está dada por:

$$T = GJ \frac{\partial \theta}{\partial z} = G \frac{I}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (4.14)$$

Donde  $I$  es el momento polar de inercia de la masa del espécimen y  $\rho = \gamma_m / g$  (peso volumétrico del suelo entre la aceleración de la gravedad. Este torque debe ser igual al torque inicial del sistema de carga. Si los elementos del sistema de carga torsional, que se conectan a la parte superior del espécimen, tienen un momento polar de inercia,  $I_0$ , el torque inicial es:

$$T = -I_0 h \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (4.15)$$

Si se considera que las rotaciones del espécimen también son armónicas, se pueden describir como:

$$\theta(z, t) = \Theta(z)(C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t) \quad (4.16)$$

Donde  $\Theta(z) = C_3 \cos kz + C_2 \sin kz$ . La condición de frontera de rotación cero en la base ( $z=0$ ) requiere que  $C_3=0$ , y la igualdad de las ecuaciones 4.15 y 4.16 requiere, en la frecuencia fundamental, que  $\omega_n = k_n v_s$ , de tal forma que:

$$\begin{aligned} G \frac{I}{\rho} C_4 k_n \cos k_n h (C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t) \\ = -I_0 h (-\omega_n^2 C_4 \sin k_n h) (C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Que puede expresarse como:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\omega_n h}{v_s} \tan \frac{\omega_n h}{v_s} \quad (4.18)$$

Para un espécimen dado,  $I$ ,  $I_0$  y  $h$  son conocidas generalmente cuando inician la aplicación de cargas cíclicas. Luego se obtiene experimentalmente la frecuencia fundamental y se usa la ecuación 4.18 para calcular  $v_s$ . El módulo de corte entonces se obtiene de  $G = \rho v_s^2$ . El amortiguamiento se puede determinar de la curva de la frecuencia de respuesta usando el método de banda de la media potencia o del decremento logarítmico al poner el espécimen en vibración libre.

Para carga longitudinal, la ecuación análoga es:

$$\frac{W}{W_0} = \frac{\omega_n h}{v_l} \tan \frac{\omega_n h}{v_l} \quad (4.19)$$

Donde  $W$  es el peso del espécimen,  $W_0$  es el peso del sistema de carga, y  $v_l = \sqrt{E/\rho}$  es la velocidad de propagación de onda longitudinal.

Si el sistema de carga no tuviera masa ( $I_0=0$ ), la ec. 4.18 se degradaría a:

$$v_s = \frac{2\omega_n h}{\pi} = 4f_n h \quad (4.20)$$

Donde  $f_n$  es la frecuencia fundamental en Hertz. En este caso, las rotaciones seguirían un patrón de onda de cuarto de seno sobre la altura del espécimen de la frecuencia fundamental. Adicionar la masa del sistema de cargas resulta en una variación más lineal de rotación y, consecuentemente, en condiciones de deformación más uniformes en la altura del espécimen.

La distorsión en un espécimen cilíndrico sólido cargado en torsión varía desde cero al centro del espécimen a un valor máximo en su borde exterior. En situaciones donde el módulo de corte varía con la amplitud de la distorsión, los efectos de deformación no uniformes pueden ser significativos. El uso de especímenes huecos disminuye la variación de la amplitud de la distorsión a través del espécimen.

El ensayo de columna resonante permite medir las características de rigidez y amortiguamiento bajo condiciones controladas. Los efectos de la presión confinante, amplitud de deformación y tiempo se pueden investigar. Sin embargo, es difícil medir la presión de poro, y las propiedades el material se miden a frecuencias superiores a las de los movimientos sísmicos.

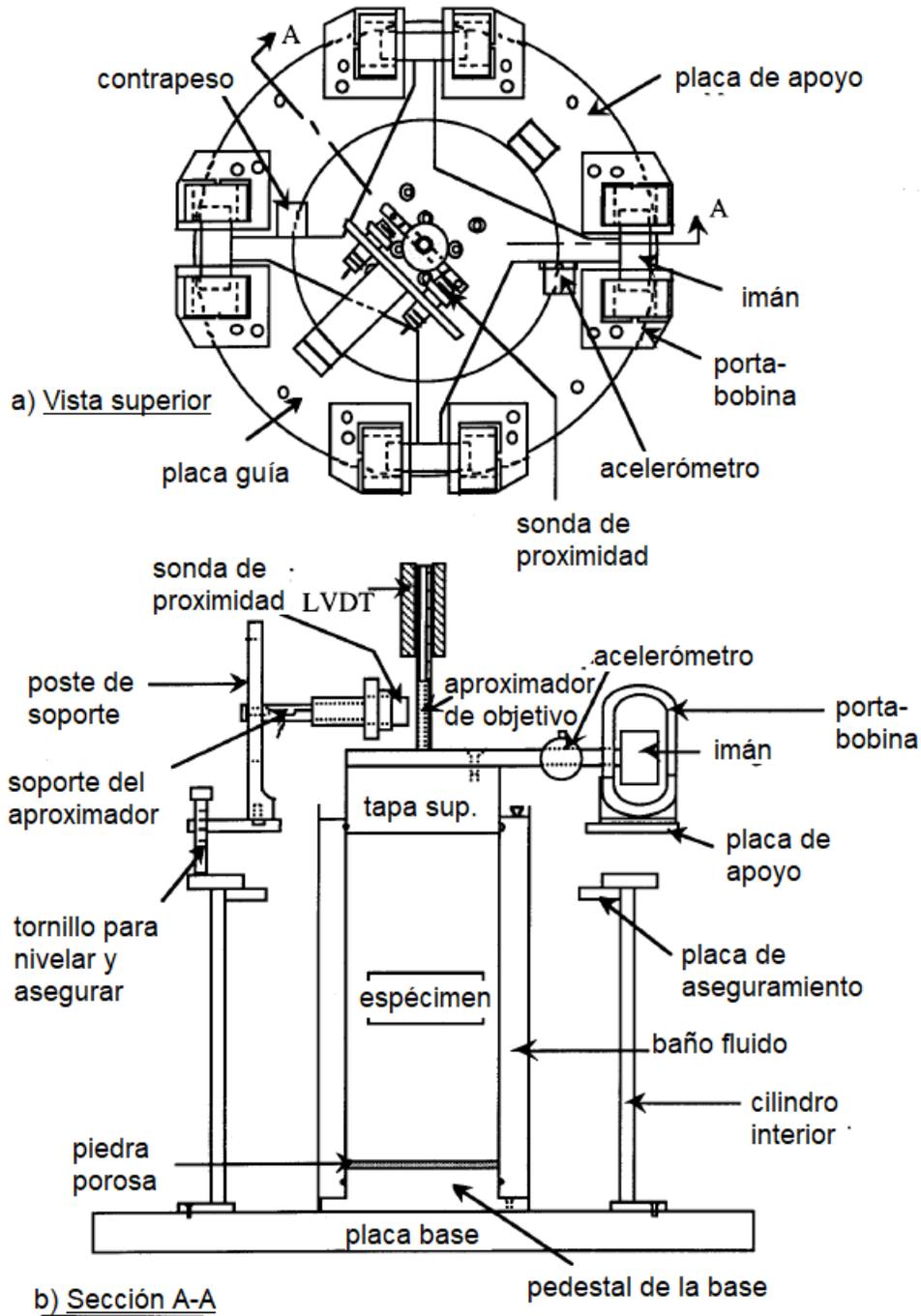


Fig. 4.37. Diagrama del aparato para ensayo de columna resonante (Ni, 1987, reproducido en EPRI, 1993).

## 4.10 Ensaye triaxial cíclico

El ensayo triaxial cíclico consiste en colocar una muestra de suelo en una cámara triaxial y consolidarla a la presión confinante deseada. Posteriormente, se aplica un esfuerzo desviador cíclico (esfuerzo controlado), o una deformación axial cíclica (deformación controlada) con una forma de onda conocida, normalmente cuadrada o senoidal, a la frecuencia deseada (generalmente uno o dos cps). En la fig. 4.38 se muestra el aparato triaxial cíclico del Instituto de Ingeniería de la UNAM desarrollado por Jaime (1980). En la fig. 4.39 se muestra un aparato triaxial cíclico con celda de carga hidrostáticamente compensada (celda sumergible).

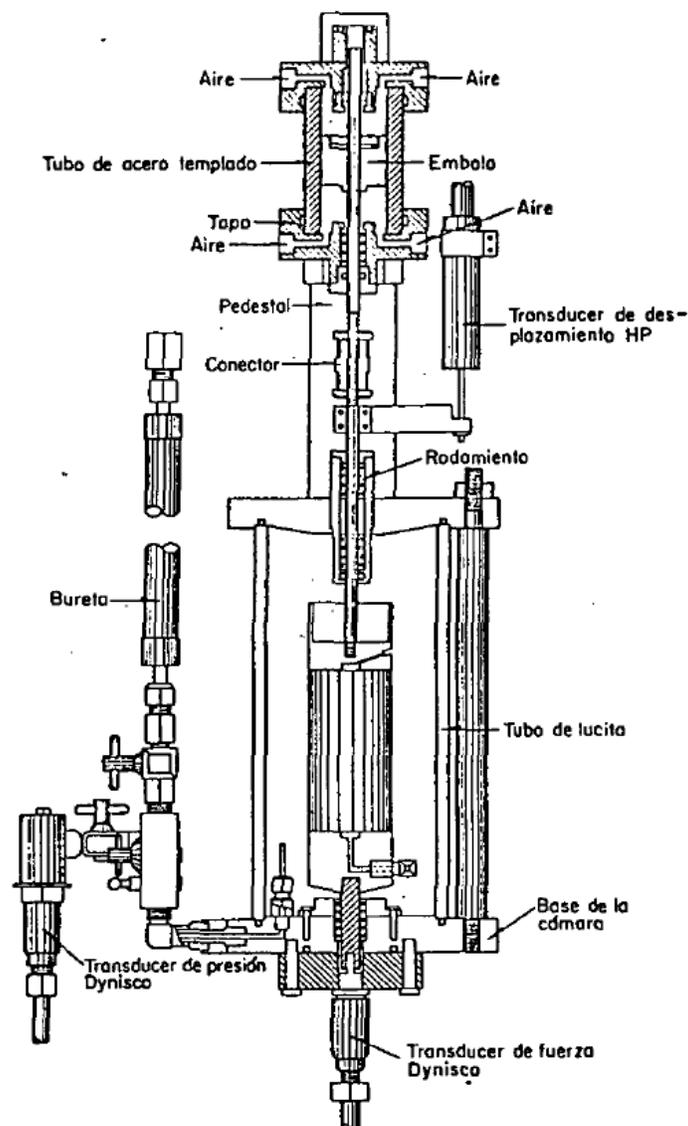


Fig. 4.38. Cámara triaxial cíclica (Jaime, 1980).

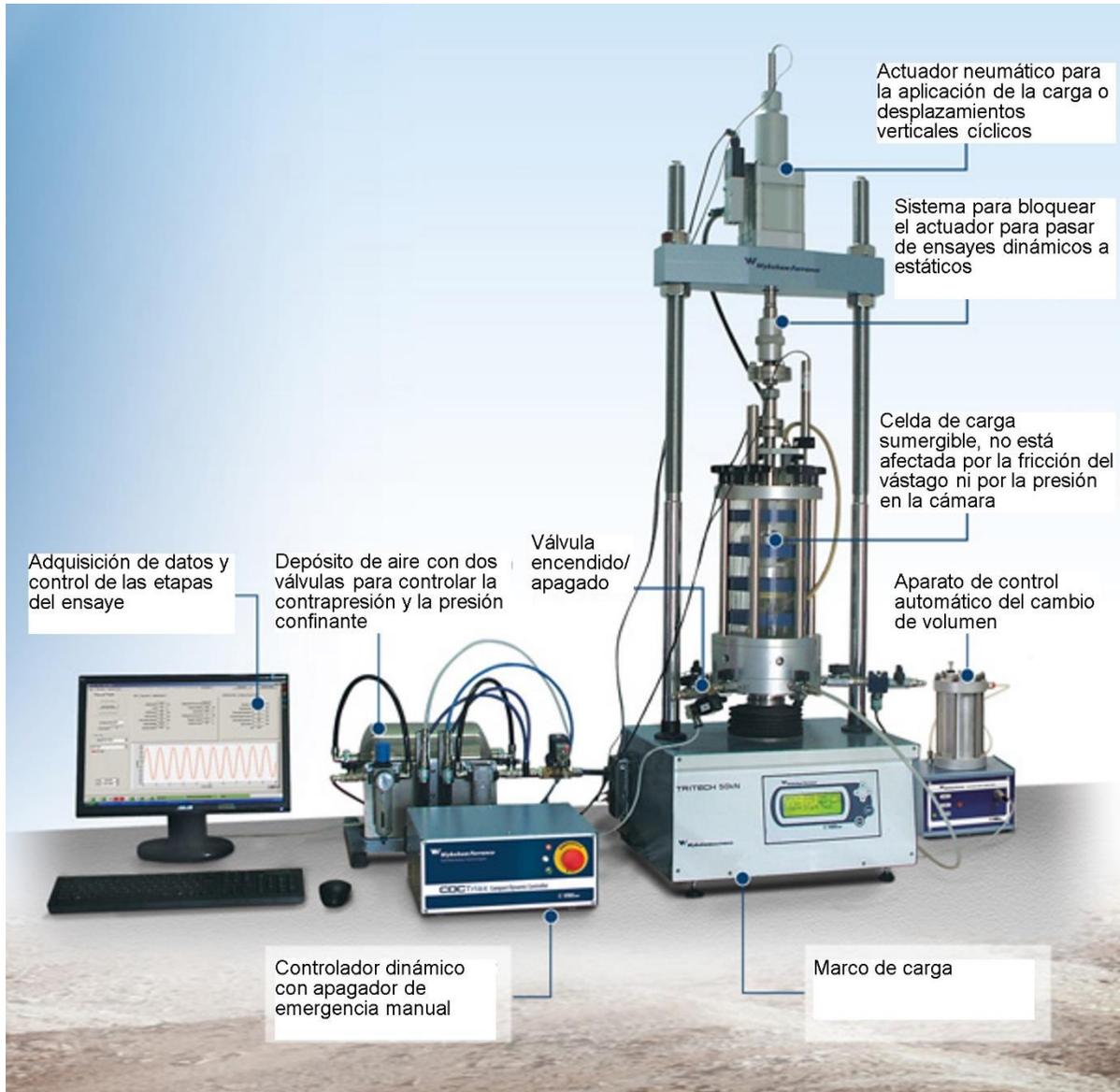


Fig. 4.39. Aparato triaxial cíclico con celda de carga sumergible (Wykeham Farrance, 2012).

En el caso del ensaye cíclico con esfuerzo controlado, se usan transductores de fuerza y de desplazamiento (LVDT) para detectar la fuerza inducida en el espécimen y su deformación axial, las señales de estos dispositivos se registran en una computadora y se pueden visualizar en una pantalla, la información se guarda de forma digital. También es posible medir la variación de la presión de poro con un transductor de presión. Con los datos de fuerza y desplazamiento se puede graficar el esfuerzo normal *vs* deformación axial en lugar de  $\tau$  *vs*  $\gamma$ . De esta curva se determina el módulo secante dinámico de Young,  $E$ , y, consecuentemente, el valor de  $G$ . Asimismo, se puede conocer el porcentaje de amortiguamiento crítico,  $\lambda$ .

Cuando la prueba se realiza en condiciones de deformación controlada, se obtienen los mismos parámetros antes mencionados. Por lo general, el ensaye triaxial cíclico se realiza con esfuerzo controlado.

De acuerdo con la forma en que se aplique el esfuerzo desviador cíclico,  $\sigma_{dc}$ , el ensaye triaxial se puede llevar a cabo de distintas maneras: a) en compresión solamente, con el espécimen sujeto a confinamiento hidrostático o anisotrópico; y b) en compresión y extensión, bajo confinamiento hidrostático o anisotrópico. Los ensayos con consolidación isotrópica se usan comúnmente para representar sitios al nivel del terreno donde no existen esfuerzos cortantes iniciales en los planos horizontales. Para modelar condiciones en y debajo de taludes, donde existen esfuerzos cortantes estáticos iniciales, se realiza el ensaye triaxial de consolidación anisotrópica.

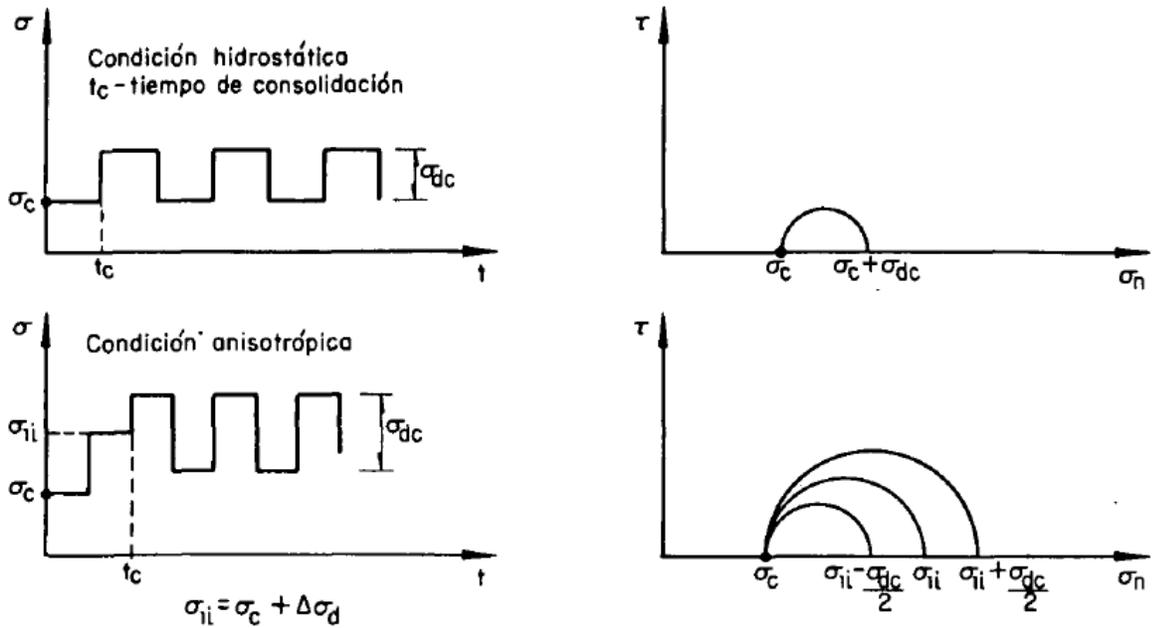
En la fig. 4.40 se presentan de manera esquemática las variantes más utilizadas y su representación en el plano de Mohr  $\tau$  vs  $\sigma_n$ . Se dice que el ensaye cíclico es de compresión solamente, cuando el esfuerzo axial mínimo es siempre mayor o igual que el esfuerzo confinante,  $\sigma_c$ . El ensaye es de compresión y extensión cuando el esfuerzo axial máximo es mayor que el  $\sigma_c$  y el mínimo menor que este valor, pero mayor que cero.

Con el ensaye triaxial cíclico, en sus distintas variantes, además de  $G$  y  $\lambda$ , se puede determinar el número de ciclos de esfuerzo desviador cíclico,  $\sigma_{dc}$ , de magnitud conocida para inducir la falla en un espécimen de suelo o la combinación de esfuerzos estáticos y cíclicos.

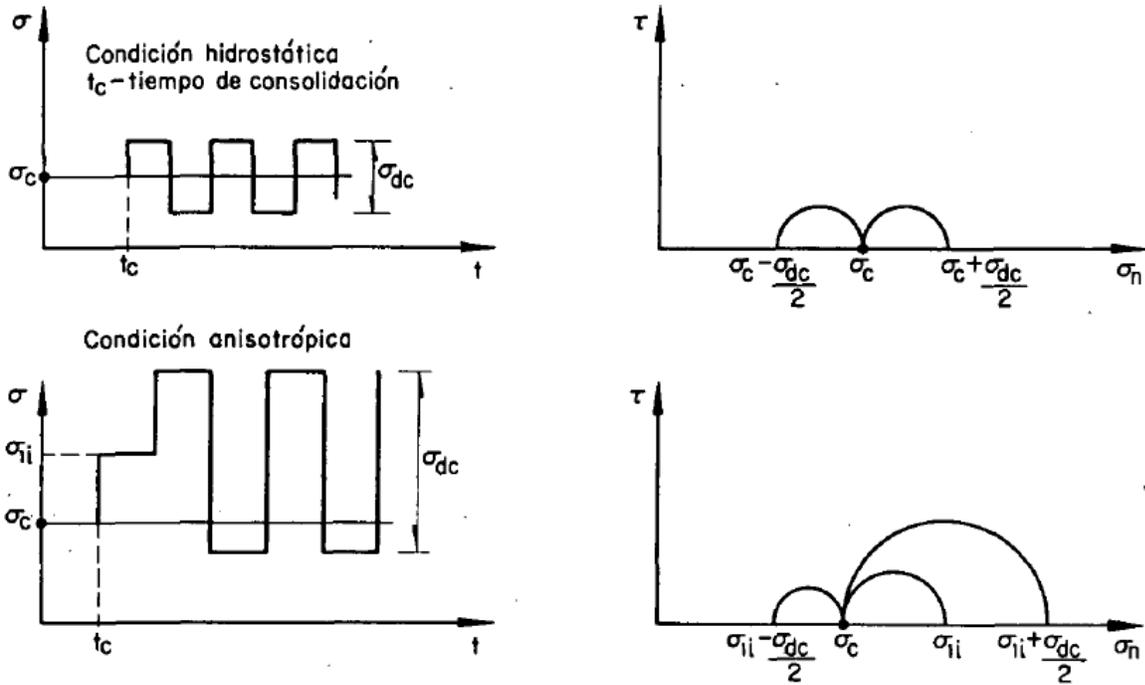
El ensaye triaxial cíclico permite la aplicación de esfuerzos uniforme, aunque pueden existir concentraciones de esfuerzo en la parte superior y en la base, y se pueden controlar las condiciones de drenaje (cuando se mitigan los efectos de la penetración en la membrana). Se requiere una modificación menor al aparato de ensaye triaxial convencional.

Los efectos de penetración en la membrana pueden ser importantes en ensayos triaxiales cíclicos de arenas gruesas y gravas. Después de la consolidación, la delgada membrana penetrará en los vacíos (huecos) perimetrales de arena gruesa y grava.

Las deformaciones angulares inducidas al suelo en el ensaye triaxial cíclico son mayores de  $10^{-2}\%$  en el plano a  $45^\circ$ .



Prueba triaxial cíclica en compresión solamente



Prueba triaxial cíclica en compresión y extensión

Fig. 4.40. Variantes del ensaye triaxial cíclico (Jaime, 1980).

## 5. ENSAYES DE CAMPO PARA LA OBTENCIÓN DE PARÁMETROS EMPLEADOS EN MODELOS CONSTITUTIVOS

En esta sección se discutirán algunos ensayos de campo que, en algunos casos, también son de exploración y muestreo de suelos.

Estos ensayos ofrecen información adicional a los ensayos de laboratorio, su principal ventaja sobre éstos es que la información se obtiene bajo las condiciones reales del sitio en cierto momento; por tanto, se evita la alteración de la muestra y se ensaya en la condición natural.

### 5.1 Prueba de penetración estándar

La prueba de penetración estándar (SPT) es comúnmente usada para evaluar el potencial de licuación de depósitos de arena saturados y estimar la capacidad de carga y asentamientos de cimentaciones en suelos granulares. Por mucho tiempo, la SPT se llevó a cabo usando una polea llamada cabeza de gato funcionando con motor y un cable de manila enrollado una o dos veces para levantar 30 in (76.2 cm) un martillo de 140 lb (63.56 kg) (fig. 5.1). El peso se dejaba caer en caída libre cuando el operador regresaba la sogá, liberando la fricción entre el cable y la cabeza de gato. Los procedimientos de la prueba dependen de la experiencia y habilidad del operador (Kovacs *et al.*, 1977). En la actualidad, en México es más común el uso del martillo de seguridad (fig. 5.1).

El procedimiento de ensaye, de acuerdo con la ASTM D1586, se resume de la siguiente manera: Después de que el sondeo se ha avanzado a la profundidad deseada y se han removido el material suelto, se registra la profundidad y se realizan las siguientes operaciones:

1. Ajustar el muestreador tipo A o B (tubo partido o tubo liso) a las barras de perforación y colocarlo dentro del sondeo; no se debe permitir que el muestreador caiga en el suelo que se va a ensayar.

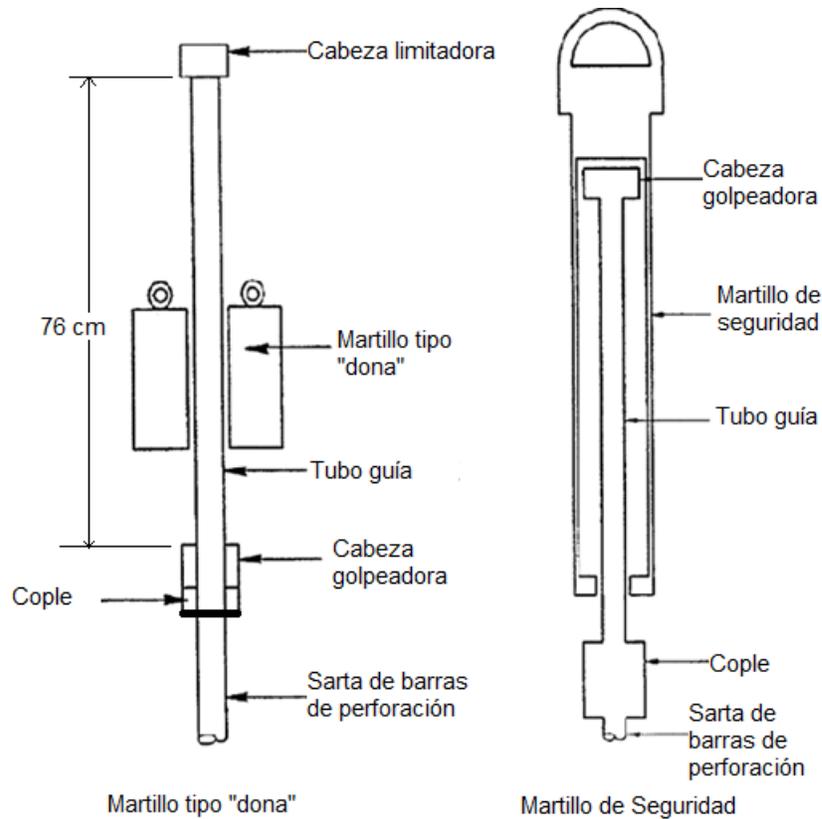


Fig. 5.1. Esquema del martillo tipo dona y martillo de seguridad (ASTM D1586-11).

2. Posicionar el martillo arriba y ajustar la cabeza golpeadora a la parte superior de las barras.
3. Dejar el peso muerto del muestreador, barras, cabeza golpeadora y el martillo en la parte inferior del sondeo. Registrar la profundidad del inicio del sondeo y comparar con la profundidad antes obtenida. Si hay material suelto, se debe retirar el equipo y removerlo.
4. Marcar las barras en tres tramos sucesivos de 15 cm, de tal forma que el avance del muestreador bajo el impacto del martillo se pueda observar para cada incremento de 15 cm.
5. Hincar el muestreador con golpes del martillo de 140 lb y contar el número de golpes que se aplica en cada tramo de 15 cm. Se suspende la prueba cuando ocurra cualquiera de los eventos siguientes:
  - a) Se acumulen 50 golpes en el tramo que se está ensayando.
  - b) Se han aplicado un total de 100 golpes en los tramos ensayados.
  - c) No se observa penetración del muestreador durante la aplicación de 10 golpes sucesivos.
  - d) El muestreador penetra 45 cm sin que se hayan presentado los eventos a-c.

6. Si el muestreador se hunde bajo el peso del martillo, de las barras, o ambos se debe registrar este desplazamiento e hincar el muestreador por el resto del intervalo de prueba. Si el muestreador se hunde por todo el intervalo, se debe detener la penetración, remover el muestreador y las barras del sondeo y avanzar la perforación de los materiales muy blandos o sueltos hasta la siguiente profundidad de exploración. Se debe registrar el valor de N como el peso del martillo, peso de las barras o ambos.

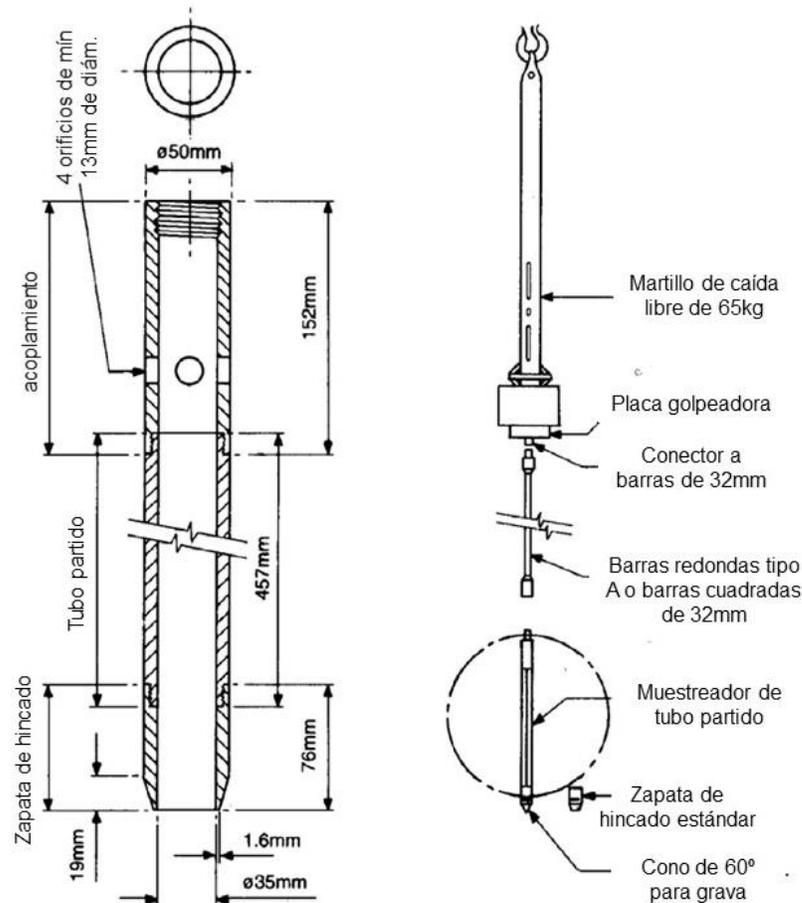


Fig. 5.2. Esquema del martillo automático usado en Reino Unido. a) muestreador SPT; b) Martillo automático (Clayton, et al., 1995).

7. Registrar el número de golpes N requerido para avanzar cada tramo de 15 cm de penetración. Los primeros 15 cm se consideran como de reacomodo. La suma de los números de golpes requeridos para el segundo y tercer tramo (los últimos 30 cm) se denomina la resistencia a la penetración o el valor de N. Si el muestreador se hinca menos de 45 cm, el número de golpes por cada tramo de 15 cm y por cada incremento parcial se

debe registrar. Para incrementos parciales, se debe reportar la profundidad de penetración, además del número de golpes. Si el muestreador avanza debajo del fondo del sondeo bajo el peso estático de las barras o el peso de las barras más el peso del martillo, se debe anotar en el registro.

8. El levantamiento y liberación del martillo de 140 lb se debe hacer por uno de los siguientes métodos:
  - a) Usando un martillo automático, semiautomático que levante el martillo y lo deje caer 76 cm sin interrupciones. La altura de caída para estos martillos se debe verificar diariamente.
  - b) Usando cable de manila y una cabeza de gato, la cual debe estar libre de óxido, aceite o grasa y tener un diámetro entre 150 y 250 mm, que debe operar a una velocidad de rotación mínima de 100 RPM. El operador debe usar  $1 \frac{3}{4}$  vueltas (rotación en contra de las manecillas del reloj) ó  $2 \frac{1}{4}$  vueltas (rotación en sentido de las manecillas del reloj) en la cabeza de gato (fig. 5.5). El cable debe ser rígido, relativamente seco, limpio y debe reemplazarse cuando se vuelve frágil, aceitoso o se quema.
9. Se lleva el muestreador a la superficie y se abre. Se registra el porcentaje de recuperación y se clasifica la muestra de suelo recuperada, se colocan unas porciones representativas en contenedores y se sellan. Se colocan etiquetas indicando el trabajo, número de sondeo, profundidad a la cual se obtuvo la muestra y el número de golpes por cada tramo de 15 cm.

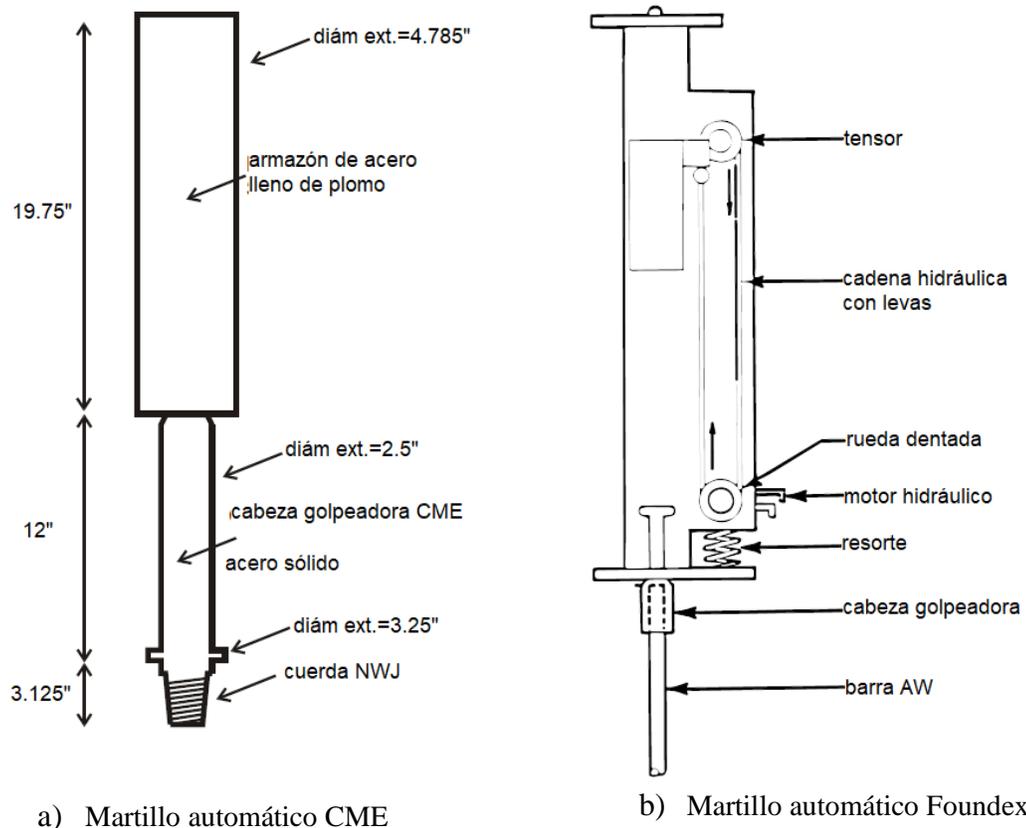


Fig. 5.3. Esquema de martillos automáticos usados en Norteamérica a) CME b) Foundex (Howie *et al.*, 2003).

Los factores que modifican el número de golpes,  $N$ , se pueden agrupar en dos categorías: 1) los debidos al procedimiento y el equipo y 2) las condiciones del suelo que afectan la resistencia a la penetración. El efecto puede ser que incrementen o reduzcan el valor de  $N$ .

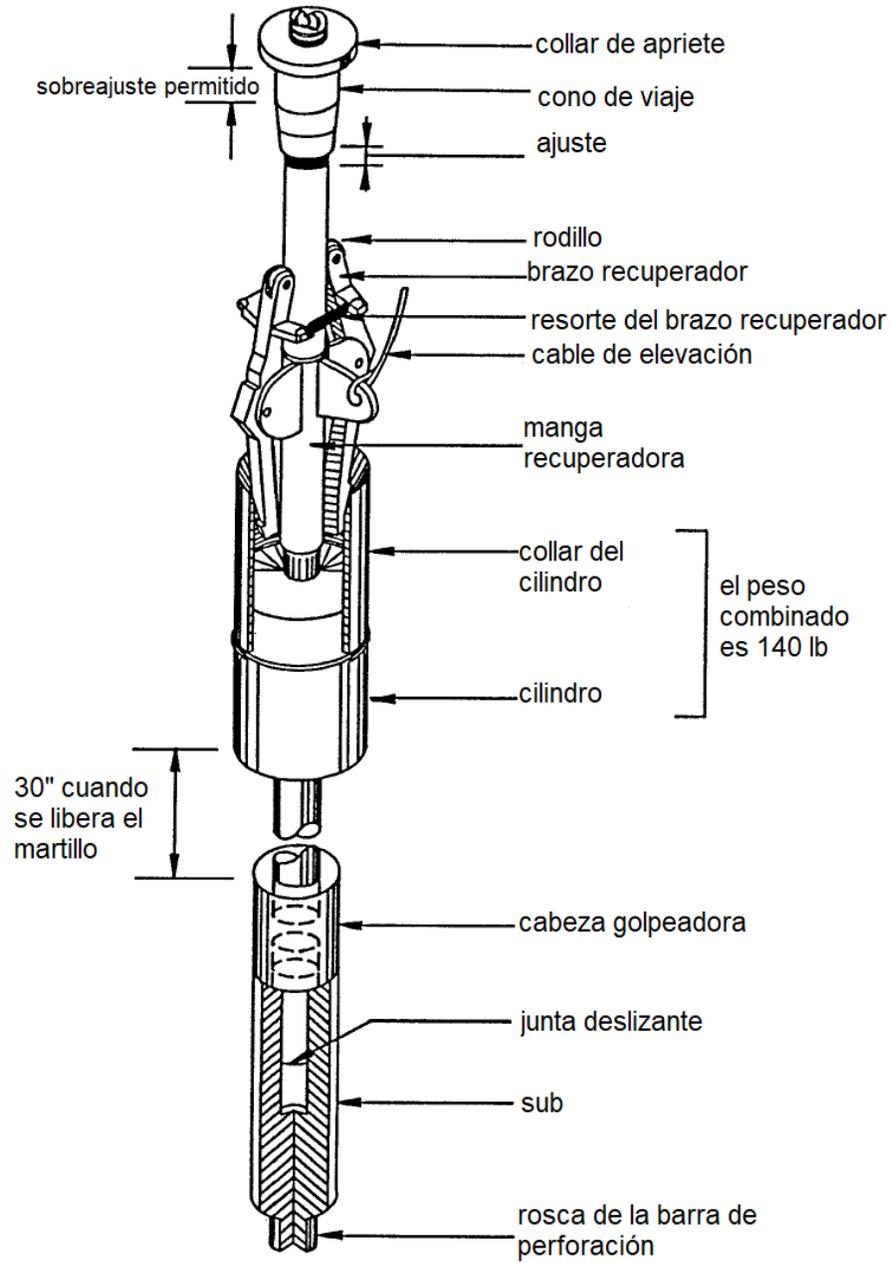


Fig. 5.4. Esquema de martillos automáticos usados en Norteamérica (US Army Corps of Engineers, 2001).

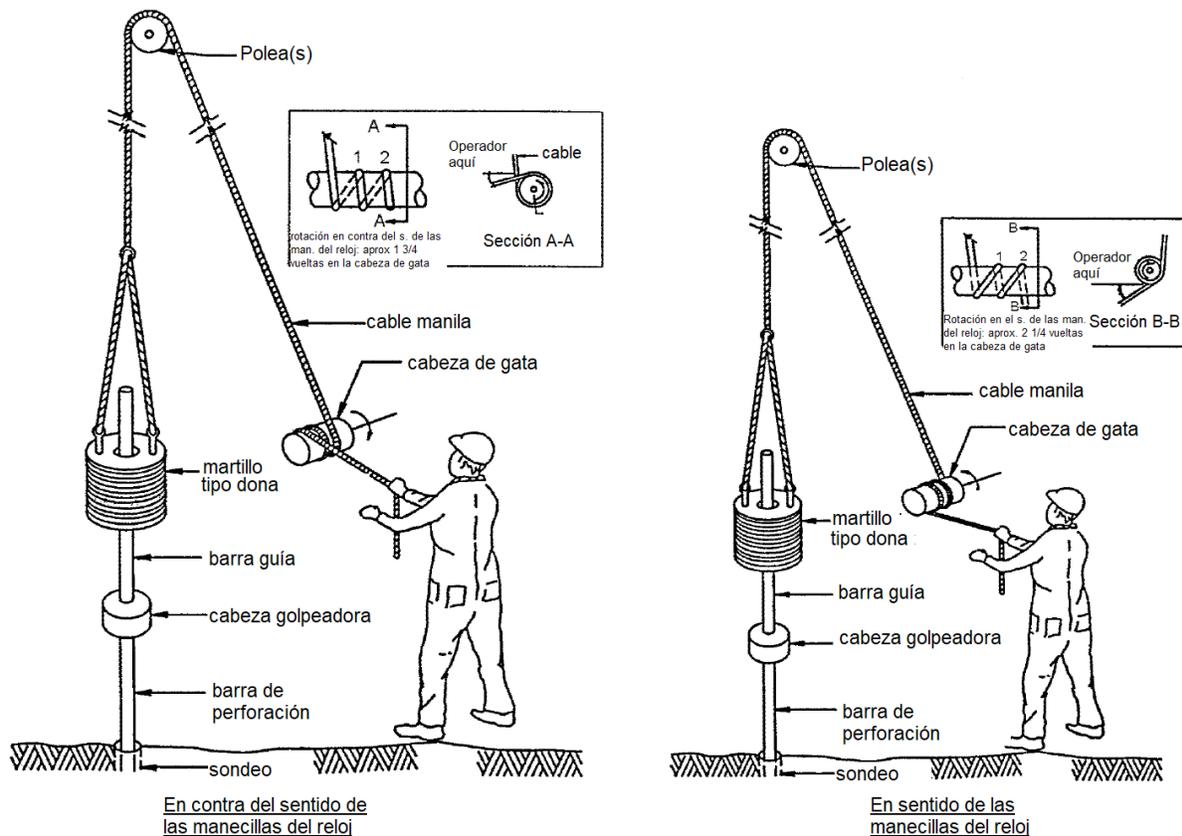


Fig. 5.5. Esquema de las vueltas del cable en la cabeza de gato; 1-3/4 de vuelta para la rotación de la cabeza de gato en contra del sentido de las manecillas del reloj, y 2-1/4 vueltas para rotación de la cabeza de gato en sentido de las manecillas del reloj. (US Army Corps of Engineers, 2001).

Decourt (1989) para la categoría 1 indica los siguientes factores: método de levantamiento y liberación del martillo, tipo de martillo, variación de la altura de caída, no liberar la tensión del cable, la actitud del operador, el tamaño de la perforación, el uso de lodos en lugar de ademe, longitud y peso de las barras, peso del martillo, velocidad, intervalo de penetración, entre otros. Los resultados de SPT se ven más afectados por las condiciones de suelo cuando éstos son granulares. Clayton (1985) menciona los siguientes factores: relación de vacíos, tamaño promedio de la partícula, coeficiente de uniformidad, angulosidad de la partícula, cementación, presión efectiva a la profundidad del ensayo, presfuerzo y envejecimiento (*aging*).

### *Corrección por esfuerzo efectivo ( $C_N$ )*

La resistencia a la penetración en arcillas se afecta poco por el incremento en los esfuerzos debidos a la profundidad. Sin embargo, las arenas tienen una resistencia a la penetración que depende esencialmente del esfuerzo de confinamiento. Powell y Clayton (2012) sugieren no corregir por esfuerzo efectivo en el caso de arcillas, pero sí en suelos granulares.

Hay varias correcciones por esfuerzo efectivo, entre las más comunes se encuentran la de Peck, Hanson & Thornburn (1974):

$$C_N = 0.77 \log_{10} \frac{200}{\bar{p}} \quad (5.1)$$

Donde  $\bar{p}$  es el esfuerzo efectivo debido al peso propio del suelo en  $\text{ton/m}^2$  a la profundidad del ensaye de penetración. Esta ecuación es válida para  $\bar{p} \geq 2.5 \text{ ton/m}^2$ .

Otra ecuación para corregir por esfuerzo efectivo es la de Liao & Whitman (1986):

$$C_N = \left( \frac{95.76}{p'_0} \right)^{1/2} \quad (5.2)$$

Donde  $p'_0$  es la carga debida al peso propio del suelo en kPa.

### *Corrección por energía del martillo*

La ISSMGE propuso como procedimiento de referencia que los valores de N sean normalizados a una energía estándar. La ISSMGE sugiere, para propósitos de comparación, usar una energía del 60% de la energía en caída libre teórica; considerando ensayes que se han realizado con equipos que entregan diferentes energías se estableció la relación:  $N_{60} = N_{medido} \frac{E_{medido}}{E_{60}}$ .

En la tabla 5.1 se muestra la energía del martillo, tal como se realiza en diferentes países y los factores de corrección para cambiar los valores N medidos a valores  $N_{60}$ . Hay otros autores, como Bowles (1997) que recomienda corregir para el 70% de la eficiencia. Sin embargo, hay que considerar con qué eficiencia fueron obtenidas las correlaciones que se pretenden emplear, ya que algunas fueron desarrolladas con martillos que impartían menos del 60%, en cuyo caso se debería corregir para esa energía o, de manera conservadora, no corregir y usar el valor de N obtenido con equipos modernos tal como se obtuvo en campo.

Tabla 5.1 Eficiencia del martillo y corrección para  $E_{60}$  (Décourt, 1989)

País	Martillo		$E_i$ %	Factor de corrección	Referencia
	Tipo	Mecanismo			
Argentina	Dona	Cable-Cabeza de gato	45	0.75	Seed <i>et al.</i> , 1985
Brasil	Peso en eje ( <i>pinweight</i> )	Manual	72	1.2	Décourt, 1989
China	Dona	Caída libre	60	1.0	Seed <i>et al.</i> , 1985
Colombia	Dona	Cable-Cabeza de gato	50	0.83	Comunicación personal
Japón	Dona	Caída libre	85	1.40	Riggs, 1986
	Dona	Cable-Cabeza de gato	68	1.13	
Paraguay	Peso en eje ( <i>pinweight</i> )	Manual	72	1.2	Comunicación personal
Reino Unido	Dona	Caída libre	60	1.0	Skempton, 1986
	Dona	Cable-Cabeza de gato	50	0.83	
U.S.A.	Dona	Cable-Cabeza de gato	45*	0.75	Seed <i>et al.</i> , 1985
	Seguridad	Cable-Cabeza de gato	60*	1.0	
	Seguridad	Caída libre (Automático)	85	1.40	Riggs, 1986
Venezuela	Dona	Cable-Cabeza de gato	43	0.72	Comunicación personal

\*En México, el uso del SPT es similar a la práctica de EEUU. Se usó comúnmente la dona, pero actualmente se usa el martillo de seguridad; por tanto, son aplicables los factores de corrección para  $E_i=45$  y 60%.

#### *Determinación de parámetros de diseño geotécnico a partir de los resultados de SPT*

Los resultados de SPT se usan comúnmente para obtener parámetros de entrada en cálculos de diseño geotécnico. Varios parámetros se pueden obtener fácilmente de forma relativamente económica.

Al usar las correlaciones, es aconsejable revisar el valor de cada parámetro obtenido de SPT con los valores esperados para ciertas condiciones de campo y con valores del mismo parámetro obtenidos por otros medios (por ejemplo, de otros ensayos *in situ* o de laboratorio). Como se mencionó anteriormente, es importante conocer los factores que afectan el valor de N para evaluar la confiabilidad de la correlación que se va a usar.

La resistencia del suelo en arenas se puede estimar a partir de correlaciones. Skempton sugirió una correlación entre el número de golpes estandarizado,  $(N_1)_{60}$  (corregido por energía del martillo a 60% de la energía en caída libre teórica y por esfuerzo efectivo), y la compactación relativa,  $D_r$ , como se muestra en la fig. 5.6.

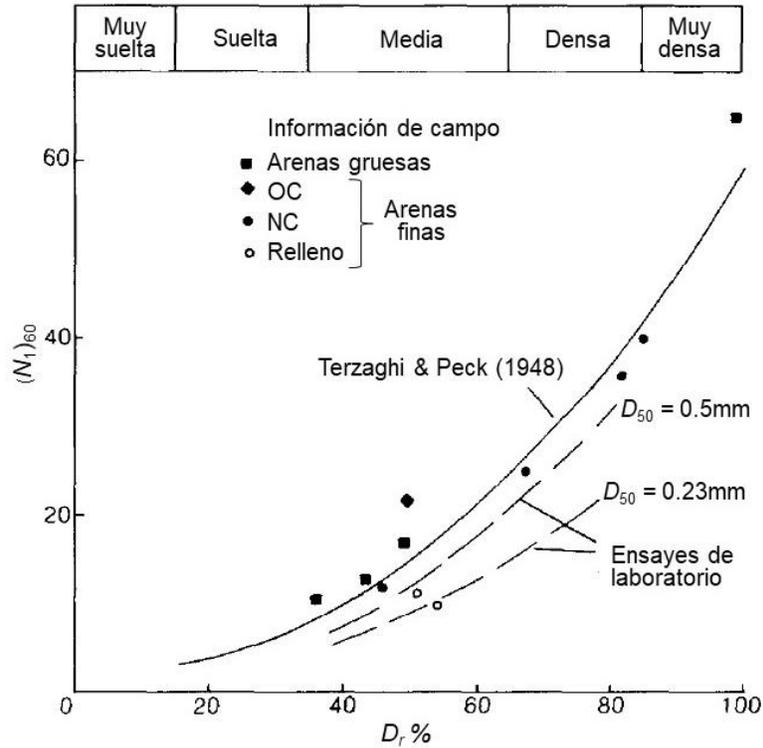


Fig. 5.6. Efecto de la compactación relativa (Skempton, 1986).

Una aplicación común del SPT es la determinación de parámetros de resistencia y compresibilidad de arenas y gravas. Es común determinar el ángulo de fricción efectivo,  $\phi'$ , y usar este valor en cálculos de diseño.  $\phi'$  se puede determinar de las gráficas de Peck, Hanson y Thornburn (1974) que se muestran en la fig. 5.7. La resistencia a la penetración medida debe corregirse por la energía del martillo y por esfuerzo efectivo antes de entrar a la gráfica para estimar  $\phi'$ . Otra correlación propuesta por Mitchell *et al.* (1978) muestra la influencia del esfuerzo efectivo en  $N$ .

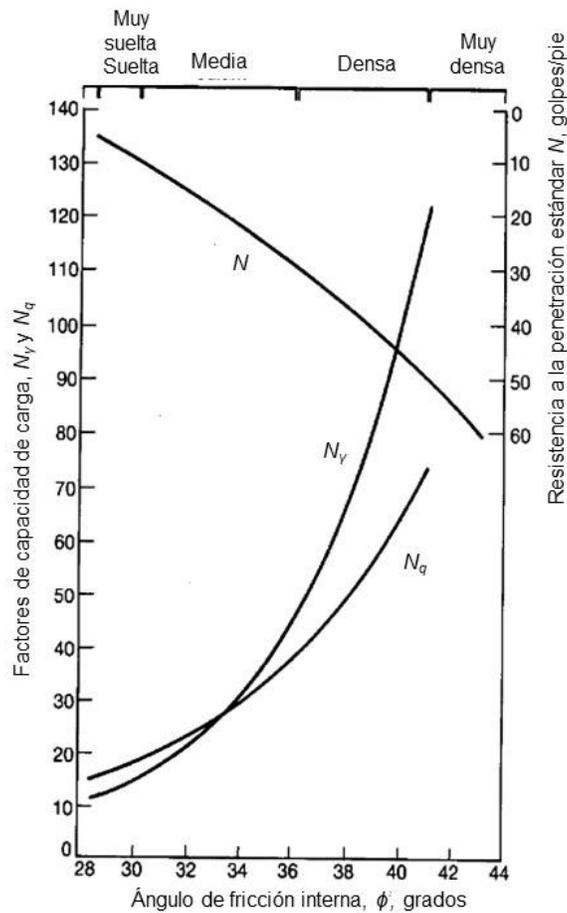


Fig. 5.7. Relación entre  $N$ ,  $\phi'$  y los factores de capacidad de carga  $N_\gamma$  y  $N_q$  (Peck et al, 1974).

La resistencia en arcillas preconsolidadas no sensitivas,  $s_u$ , se puede relacionar con el número de golpes con la correlación propuesta por Stroud (ec. 5.3), la cual se muestra gráficamente en la fig. 5.8. Esta correlación se obtuvo de suelos del Reino Unido, donde hay una influencia relativamente menor por el método de perforación en este tipo de suelos y pocas variaciones en el método (estandarización) comparado con otros países; además, la resistencia no drenada se obtuvo de una misma manera, usando ensayos triaxiales de compresión en especímenes de 102 mm de diámetro. La correlación de Stroud (1974) es la siguiente:

$$s_u = f_1 N_{60} \quad (5.3)$$

donde  $f_1$  (en kPa) es función de IP, que es el índice de plasticidad y la resistencia al corte no drenada,  $s_u$ , está dada en kPa.

Hay otras comparaciones entre la resistencia a la penetración y la resistencia al corte no drenada con más dispersión de  $c_u/N$  (De Mello, 1971). No se espera que la compresibilidad de una arcilla

tenga una influencia significativa en la resistencia a la penetración en el ensaye SPT. Este ensaye produce condiciones de falla dinámica; por tanto, las correlaciones entre compresibilidad y resistencia a la penetración dependerán de la relación entre la resistencia no drenada del material y su rigidez, que ocurre como resultado de la influencia de la relación de vacíos sobre las dos variables.

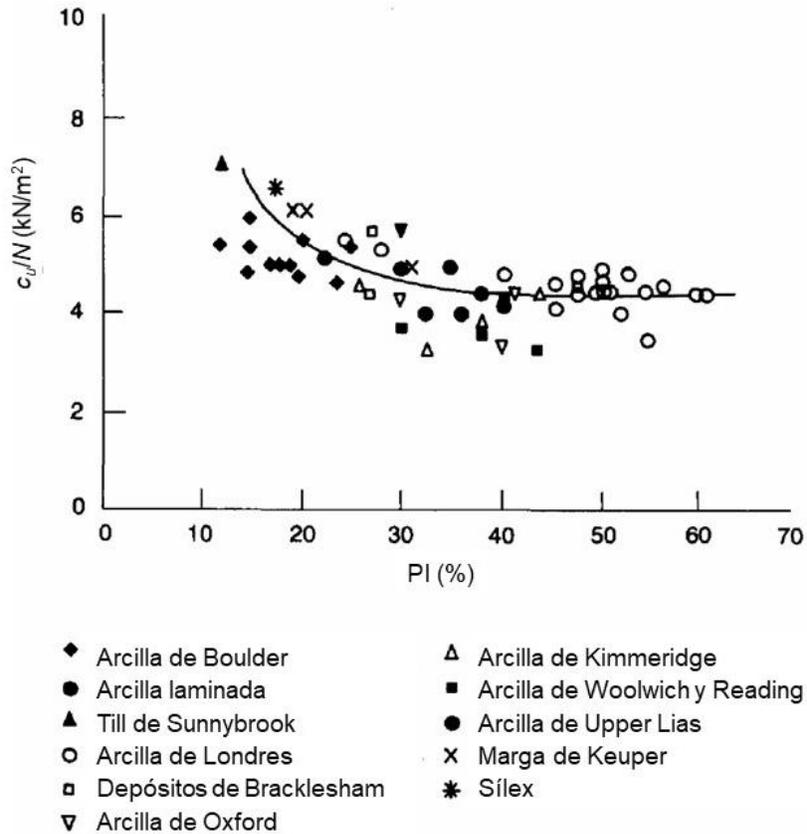


Fig. 5.8. Correlación entre  $N$  y la resistencia no drenada,  $c_u$  (determinada en especímenes 100mm de diámetro), para arcillas de Reino Unido (Stroud, 1974, citado en Clayton, 1995).

La rigidez drenada de las arcillas,  $E'$ , se puede estimar a partir de casos historia. Esta información se grafica en diagramas  $E'/N_{60}$  vs  $q/q_{ult}$ .

## 5.2 Penetración de cono

El ensaye de penetración de cono (CPT) consiste en hincar un cono instrumentado en el suelo. El tipo de cono eléctrico inicialmente usado en México (Jaime, 1991) se muestra en la fig. 5.9. Durante el hincado se mide a intervalos la resistencia a la penetración por punta,  $q_c$ . También se puede medir la resistencia lateral,  $f_s$ , y la presión de poro.

Los conos modernos (fig. 5.10) son hincados continuamente al suelo por un aparato de fuerza hidráulica reaccionando contra una máquina y emplean celdas de carga y *strain gages* para medir electrónicamente la resistencia en punta y la fricción simultáneamente. Las lecturas se toman de manera automática a una velocidad de 2 cm/s, con lecturas a cada centímetro. Si la toma de lectura es manual, se realiza a intervalos de 5 cm. Las áreas de cono varían entre 10 y 15 cm<sup>2</sup>; este tamaño es el más común y es el estandarizado en la norma ASTM D5778.

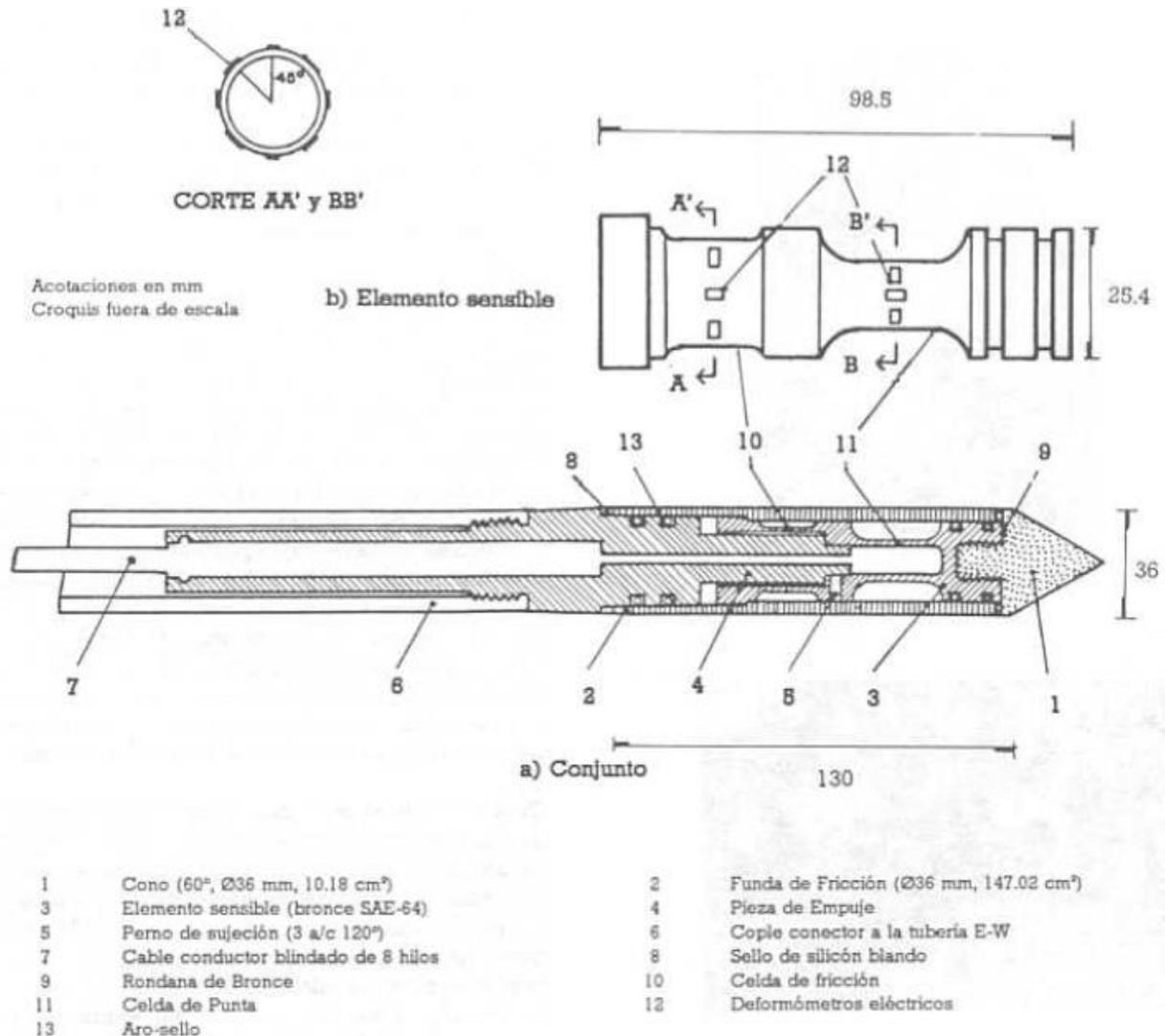


Fig. 5.9. Cono eléctrico inicialmente usado en México (Jaime, 1991).

El cono se hince en el suelo mediante la presión vertical de una columna de barras de acero, por cuyo interior pasa el cable que transmite la señal a la superficie. La fuerza necesaria para el hincado se genera con un sistema hidráulico de velocidad de penetración controlada. El aparato puede ser

montado en una variedad de plataformas, incluyendo soportes para camiones u orugas, pequeñas unidades portátiles y barcasas o buques perforadores.

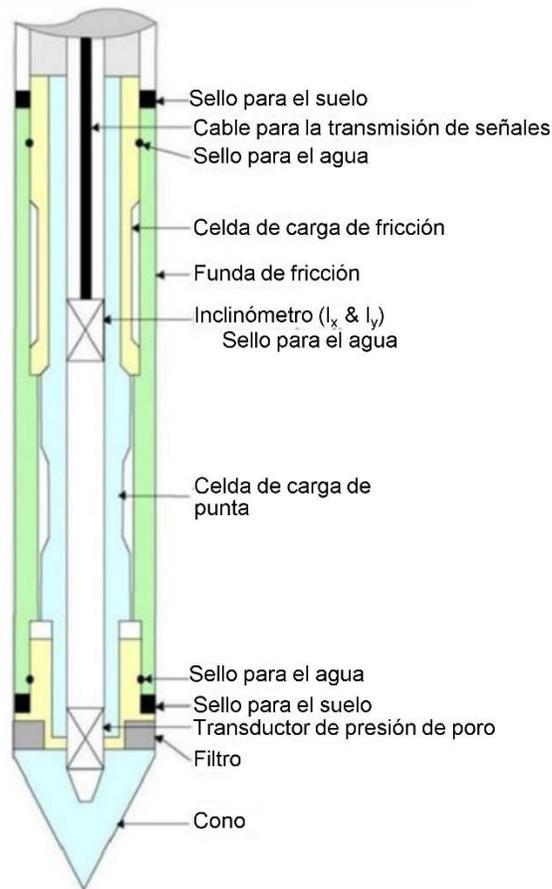


Fig. 5.10. CPTu con sensores de fuerza en punta y fricción y de presión de poro (Amdrill, 2021).

Tiene como ventajas que el sondeo es continuo y permite obtener parámetros de resistencia a la fricción lateral. Con una interpretación adecuada (considerando el tipo y dimensión del penetrómetro, velocidad de penetración, tipo de suelo) y el empleo de correlaciones estadísticas entre propiedades mecánicas y dinámicas del suelo, se obtiene la resistencia en punta para todos los tipos de suelo, excepto los muy duros. Debido a que detecta espesores de hasta 10 cm, permite definir con gran precisión la estratigrafía del sitio; es posible determinar los espesores de los suelos blandos y compresibles y la presencia y espesores de capas drenantes, de arenas, vidrio volcánico y limos arenosos. El tiempo para la ejecución de las pruebas es entre 5 y 10 veces menor al requerido con los métodos convencionales y tiene un costo de aproximadamente la mitad (Jaime, 1991). Un ejemplo de registro de sondeo CPT, se muestra en la fig. 5.11. Un perfil de resistencia

de punta, fuste y medición de presión de poro con piezocono (CPTu), de la zona del ex-Lago de Texcoco se muestra en la fig. 5.12.

Una desventaja de este ensaye es que no hay recuperación de muestras, por lo tanto, es necesario hacer sondeos con otros métodos para recuperar muestras y observar y analizar directamente el material; las propiedades de los suelos como la resistencia no drenada, la compresibilidad y los módulos de deformabilidad se obtienen de manera indirecta a partir de la resistencia de punta; estos valores se deben usar bajo buen criterio puesto que las correlaciones tienen dispersión y no son perfectas. Asimismo, factores como: la velocidad de penetración y las características de la celda de medición de cono, dan lugar a variaciones o inconsistencias en los resultados de la prueba (Jaime, 1991).

El efecto que tiene la velocidad de penetración es que, a mayor velocidad, mayor resistencia de punta. Anteriormente, era difícil mantener constante la velocidad de hincado del cono (Jaime, 1991). En la práctica actual este problema se ha solventado con el uso de sistemas hidráulicos cuyo diseño permite que la velocidad de hincado del cono se mantenga dentro de un rango razonable.

En cuanto a la celda de carga, Jaime (1991) plantea que hay inducción de errores en la medición por la calibración del cono con el puente digital; lo cual afecta en la precisión de los valores de resistencia por punta. Por ejemplo, los valores de resistencia obtenidos con los conos empleados en México son  $\pm 0.5 \text{ kg/cm}^2$ , lo cual significa que para los valores usuales de  $q_c$  de los materiales de la formación arcillosa superior se pueden tener variaciones entre  $\pm 25$  y  $10\%$  respecto del real y supera el recomendado en el procedimiento de referencia que es de  $5\%$ . Por otro lado, Robertson y Cabal (2010) indican que, con un adecuado diseño, calibración y mantenimiento, las celdas de carga, *strain gauges* y los transductores de presión pueden tener una precisión y repetibilidad de  $\pm 0.1\%$  de la lectura a escala completa.

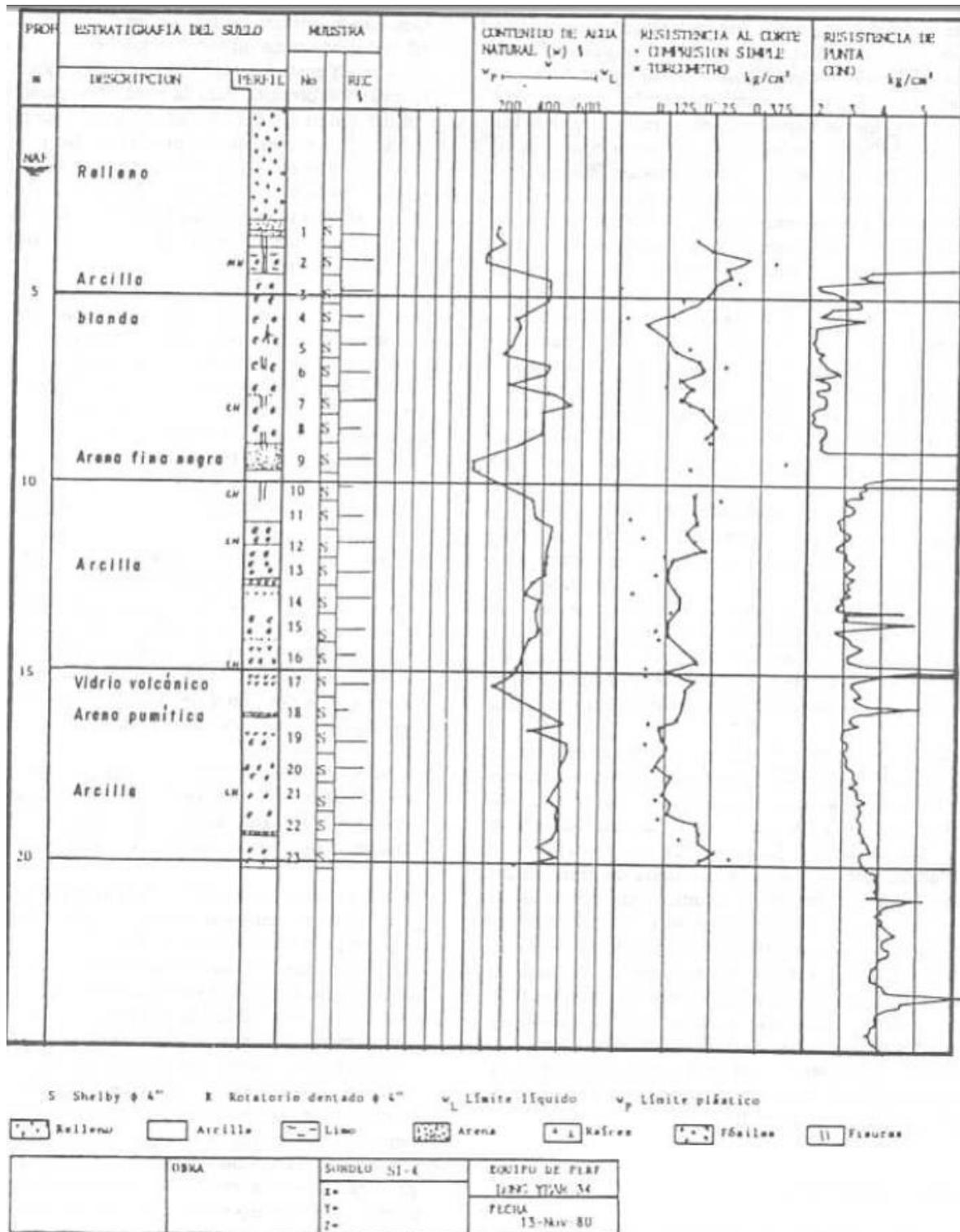


Fig. 5.11. Registro de una prueba de cono eléctrico de 1980 (Jaime, 1991).

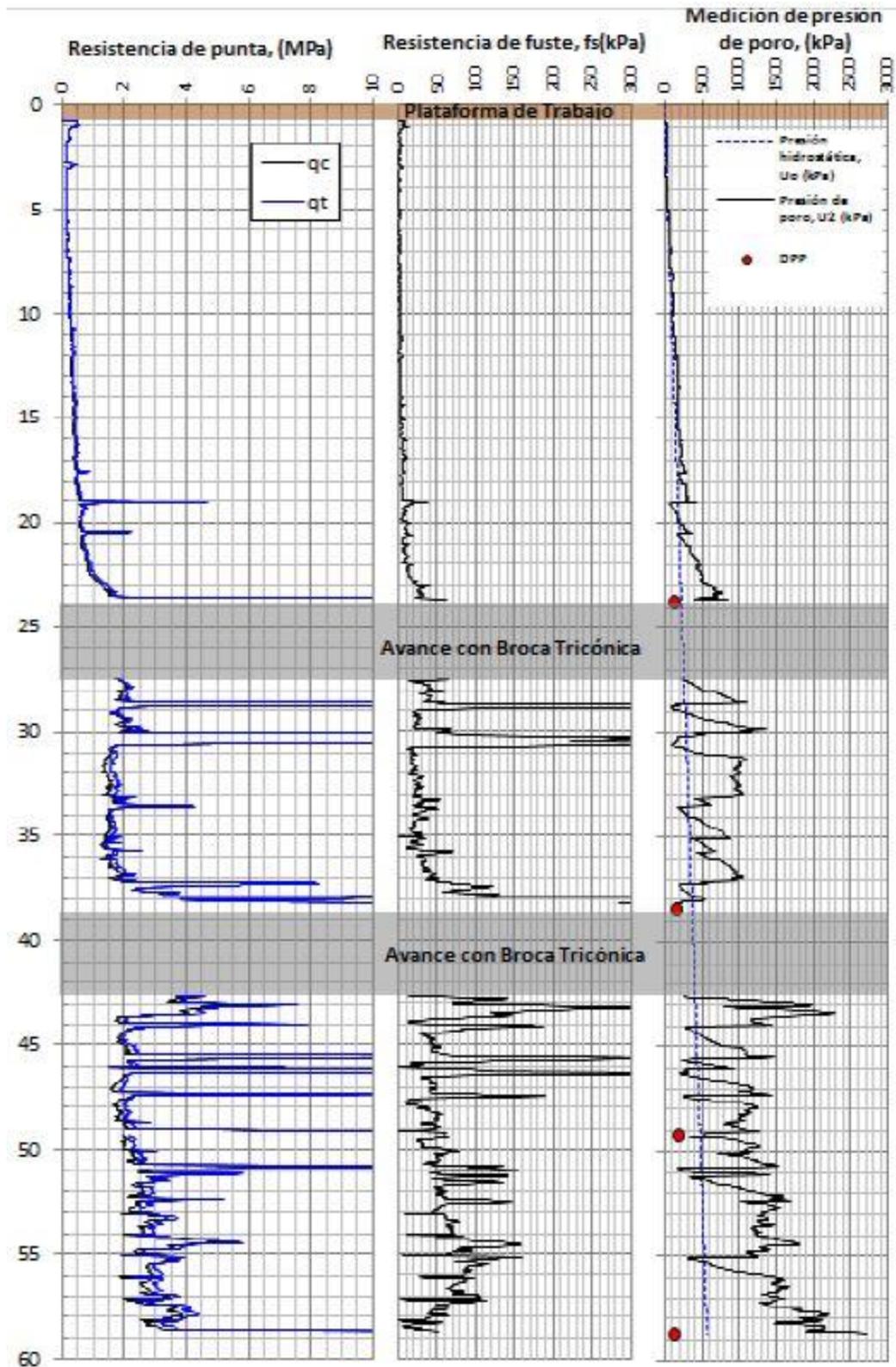


Fig. 5.12. Perfil de resistencia de punta, fuste y medición de presión de poro con piezocono (CPTu), zona del Ex-Lago de Texcoco (Bernal *et al.*, 2016).

*Determinación de parámetros de diseño geotécnico a partir de los resultados de CPT*

Existen correlaciones empíricas entre la resistencia de cono y el ángulo de fricción interna del suelo, compacidad relativa,  $E$  y  $G$  para arenas; mientras que, para arcillas,  $q_c$  se correlaciona con la resistencia al corte no drenada. En México, la correlación empírica que ha dado buenas estimaciones de la resistencia al corte, a partir de la resistencia en punta del cono, es:

$$c_u = \frac{q_c}{N_k} \quad (5.4)$$

Jaime *et al.* (1981) realizaron exploraciones con cono eléctrico en la Cd. de México y compararon los resultados de la resistencia al corte obtenida por CPT con torcómetro y con pruebas de compresión simple. Encontraron buen ajuste entre  $q_c$  y  $c_u$  cuando  $N_k=12$  para el estrato de arcilla superficial y  $N_k=16$  para el estrato de arcilla más profundo. Además, cuando  $c_u$  se obtiene a partir de pruebas triaxiales no consolidadas-no drenadas se encuentra un buen ajuste cuando  $N_k=13$ .

También, los resultados de CPT se han usado para correlacionar la resistencia en punta con la velocidad de onda de corte,  $S$ , de la arcilla del Valle de México. Jaime (1987) muestra correlaciones entre  $S$  y  $q_c$  para arcilla preconsolidada (fig. 5.13) y para arcilla normalmente consolidada (fig. 5.14).

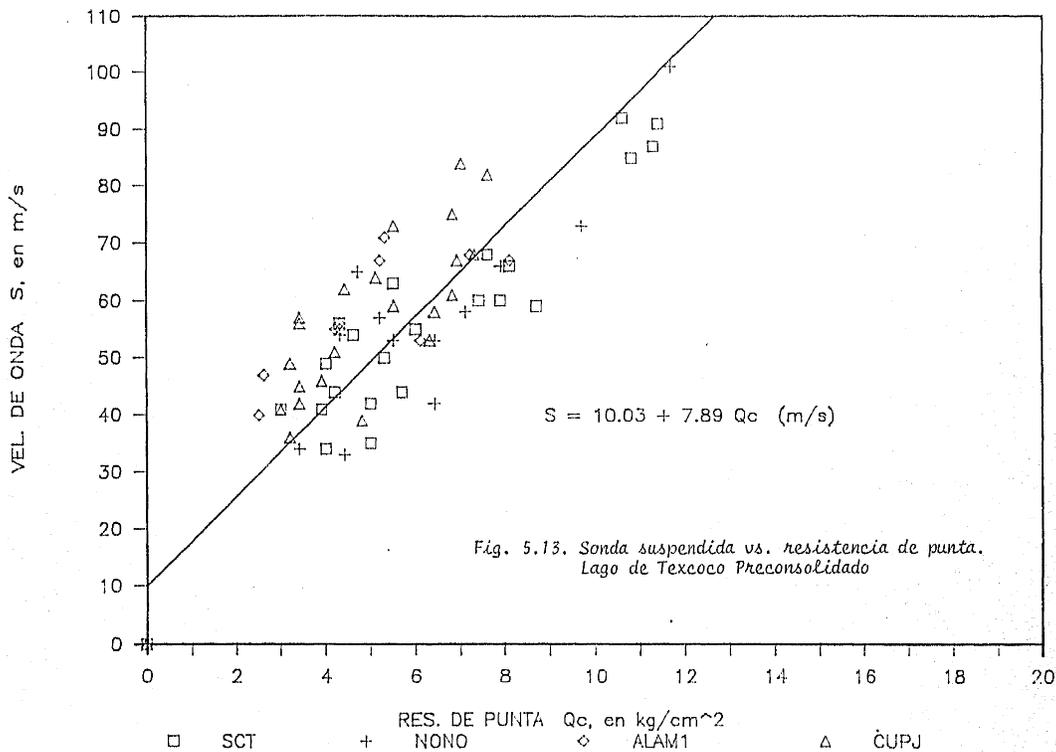


Fig. 5.13. Velocidad de onda de corte (sonda suspendida) de la arcilla preconsolidada del Lago de Texcoco vs resistencia de punta (Jaime, 1987).

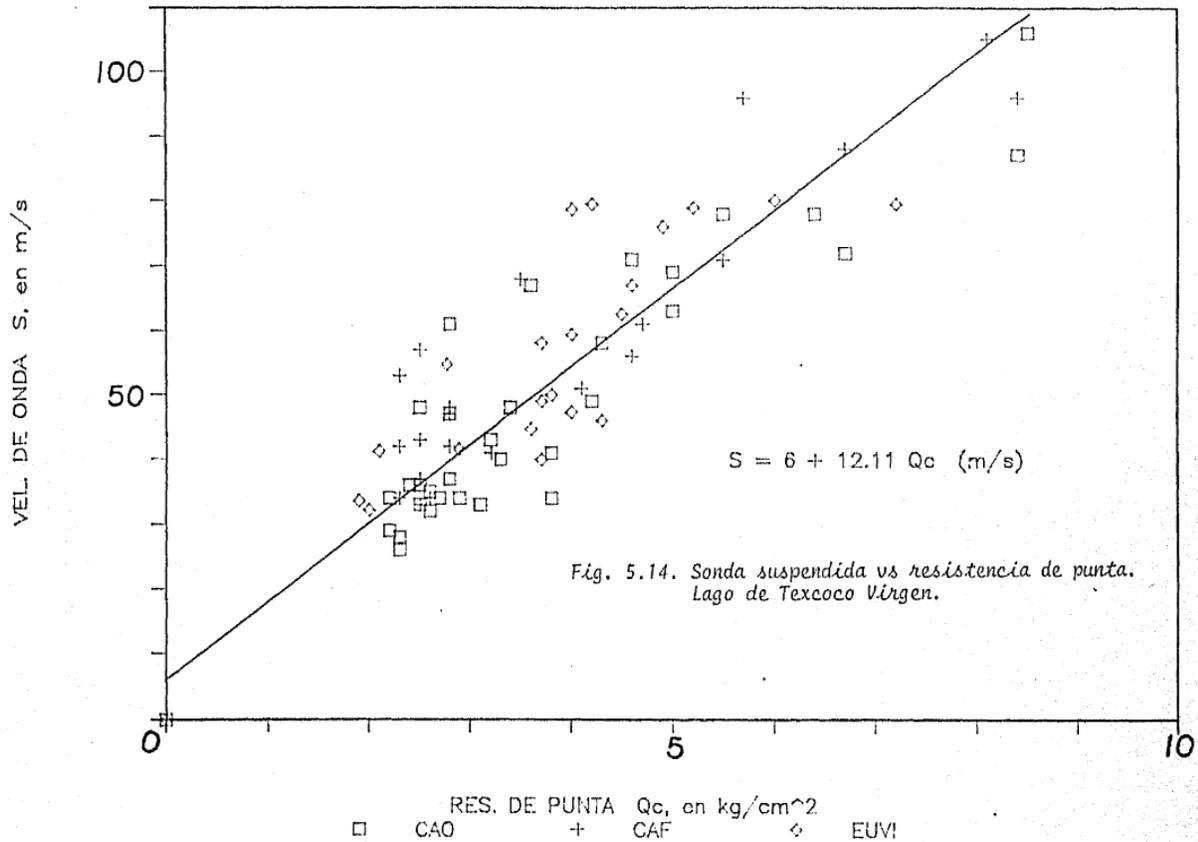


Fig. 5.14. Velocidad de onda de corte (sonda suspendida) de arcilla virgen del Lago de Texcoco vs resistencia de punta (Jaime, 1987).

Lucero (2017) propuso una correlación entre la velocidad de onda de corte medida con sonda suspendida y la resistencia de punta de cono de las arcillas del ex Lago de Texcoco (ec. 5.5 y fig. 5.15). Los registros de sonda suspendida corresponden a veinticuatro sondeos realizados a una profundidad máxima promedio de 85 m, en los que se midió la velocidad de onda de corte a cada 0.50 m.

$$S = 9.53\sqrt{q_c} \quad (5.5)$$

Las correlaciones son útiles porque dan un rango de los valores de resistencia para un determinado material. Sin embargo, deben usarse con prudencia para estimar parámetros de diseño a partir de este tipo de ensayos. Asimismo, es probable que exista una variación de los valores mostrados a los actuales debido al cambio en los parámetros de las arcillas del Valle de México, que se produce por el aumento del esfuerzo efectivo que ocurre debido a la explotación del agua subterránea.

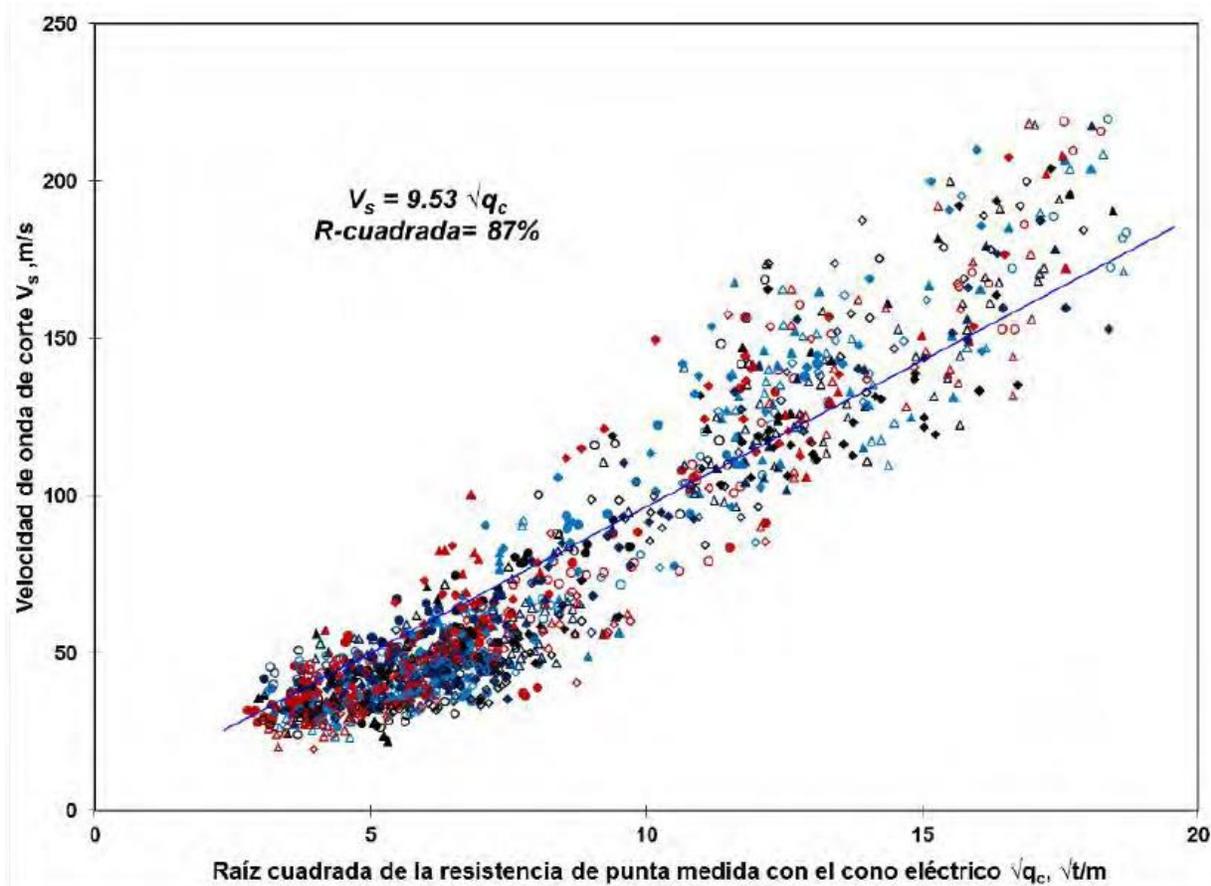


Fig. 5.15. Correlación entre la velocidad de onda de corte (medida con sonda suspendida) vs la raíz cuadrada de la resistencia de punta de las arcillas del ex Lago de Texcoco (Lucero, 2017).

### 5.3 Ensayes de carga a compresión en pilotes

Hay dos tipos de ensayos a compresión en pilotes. El primero es el ensaye de velocidad de penetración controlada (EVPC) y el segundo es por carga controlada (ECC). El método EVPC se usa principalmente para determinar la capacidad de carga última de un pilote y se emplea en ensayos preliminares o en investigación. Este método se ejecuta rápidamente y, como no hay tiempo para la consolidación o que se desarrolle *creep*, la curva carga-asentamiento es fácil de interpretar. El ensaye ECC es más usado, principalmente para verificar la carga en pilotes que forman parte de una cimentación. También se usa cuando se han utilizan métodos empíricos para predecir la capacidad de carga última (Tomlinson & Woodward, 2008).

Otra clasificación fue propuesta por Viggiani *et al.* (2012), y dividen los ensayos de carga en ensayos de diseño y de verificación. El ensaye de diseño usualmente se lleva a la falla y es un

ensaye destructivo que se realiza en un pilote instalado para ese propósito y que no pertenece a la cimentación. Su objetivo es determinar, en la etapa de diseño, la capacidad de carga del pilote y su relación carga-asentamiento; si el fuste del pilote está instrumentado, también se pueden determinar las curvas de transferencia de cortante lateral (curvas  $t-z$ ) y en la punta ( $p-z$ ), así como las fracciones de la capacidad de carga tomadas por la punta y el fuste. Por otro lado, el ensaye de verificación se realiza en pilotes seleccionados que forman parte de la cimentación, después de instalados, no es destructivo y tiene como objetivo verificar la instalación de los pilotes; sin embargo, permite obtener información del comportamiento carga-asentamiento y, por extrapolación estimar la capacidad de carga.

La norma ASTM D1143-07 indica que el equipo para la carga debe ser capaz de aplicar al menos 120% la máxima anticipada. En esta norma no se distinguen ensayos de diseño y de prueba. Aparte de la prueba rápida, que es la más común, cubre los ensayos bajo carga sostenida, carga en exceso de carga sostenida, prueba a intervalo de tiempo constante, prueba a velocidad de penetración constante y carga cíclica. Las pruebas menos comunes requieren de una interpretación cuidadosa, pues los procedimientos producen diferentes resultados en comparación con la prueba rápida.

En los ensayos de diseño, la instalación del pilote de prueba debe reproducir la de los pilotes que formarán parte de la cimentación para que sea representativo. El pilote de prueba debe instalarse lo más cercano posible a los pilotes de la cimentación. Un sondeo debe realizarse cerca del pilote de prueba para conocer el perfil estratigráfico.

Los pilotes de prueba deben seleccionarse después de haber instalado todos. Los hincados en suelos cohesivos se deben ensayar después de disipado el exceso de presión de poro generado por el hincado; este tiempo puede ser de unos días hasta semanas después del hincado.

#### *Equipo de prueba y procedimiento*

El equipo de prueba y procedimientos son básicamente los mismos para los ensayos de diseño y de verificación. La carga se aplica por un gato hidráulico que se coloca en la cabeza del pilote; la cabeza debe estar lisa y perfectamente horizontal.

Para la reacción del gato hidráulico se dispone un lastre o una viga de reacción sujeta con anclas al terreno o con pilotes de tensión. El lastre se coloca en vigas de acero, las cuales se apoyan en muros. Para no influenciar el comportamiento del pilote de ensaye, el espacio entre los apoyos y el pilote de prueba no debe ser menor de dos metros. El peso del lastre debe ser 10% mayor que la carga máxima que se va a aplicar en la prueba y el arreglo debe estar centrado sobre el pilote.

La aplicación de carga se realiza con el gato hidráulico, ya sea por regulación manual continua o con ajustes controlados por la carga medida. La práctica correcta de medir consiste en usar una celda de carga entre el pistón del gato y el sistema de reacción.

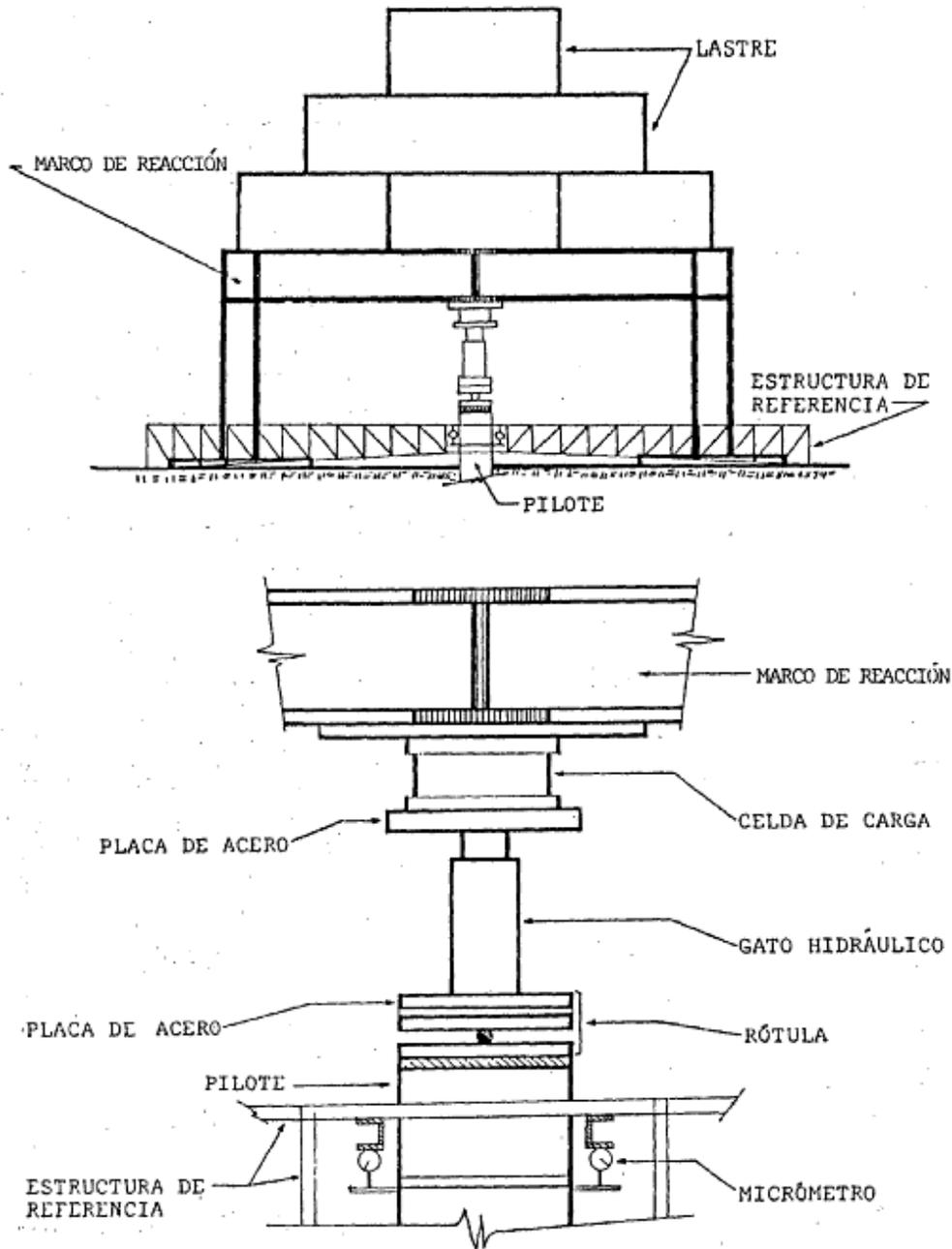


Fig 13. Dispositivo de carga para prueba de penetración

Fig. 5.16. Configuración del dispositivo de carga para ensayo de pilotes a compresión (Jaime *et al.*, 1987).

El asentamiento en la cabeza del pilote se mide con micrómetros o transductores de desplazamiento, fijados en la cabeza del pilote, tomando como referencia una o más vigas de referencia ancladas a apoyos suficientemente espaciados del pilote de prueba. Se recomienda una lectura redundante de asentamientos.

En la fig. 5.16 se muestra la configuración del dispositivo de carga de Jaime *et al.* (1987). Se observa que en la cabeza del pilote se coloca una rótula con dos grados de libertad (giro en los dos ejes horizontales), sobre el cual se asienta un gato hidráulico (o varios) y, encima de él (o ellos), un separador de placas de acero sobre el que se coloca una celda de carga eléctrica. Arriba de la celda se colocan placas de acero separadas hasta lograr contacto con el marco de reacción. La rótula debe estar diseñada para la carga máxima. El diseño de Jaime *et al.* (1987) permite el giro de  $7^\circ$  respecto a cada eje horizontal, lo que posibilita hacer un giro compuesto máximo de casi  $10^\circ$ . Permite aplicar la carga con articulación en un extremo y casi empotramiento en el otro. Además, absorbe pequeñas desviaciones de la línea de carga axial entre la cabeza del pilote y la estructura de reacción. Dichas desviaciones pueden ser ocasionadas por el giro de la cabeza del pilote durante la aplicación de la carga axial, la falta de nivel horizontal del marco o de la cabeza del pilote o bien, por imperfecciones al asentar los dispositivos entre la cabeza y la estructura de reacción.

Se puede obtener más información del ensaye de carga de pilotes si se miden los desplazamientos o deformaciones a lo largo del fuste, además de la medición en la cabeza.

El procedimiento más común es aplicar la carga en incrementos, cada uno de los cuales se mantiene constante por cierto tiempo hasta que la velocidad del asentamiento es despreciable. Viggiani *et al.* sugieren que cada incremento sea alrededor del 25% de la carga de diseño o menor. Otra opción es mantener cada incremento por cierto tiempo; por ejemplo, una hora.

Jaime (2019) sugiere obtener una historia de carga con descargas y recargas. Primero, se ajustan los mecanismos de carga y medición; la aplicación de carga debe iniciar cerca del cero y para las descargas intermedias nunca se debe descargar a cero, porque se desajustan los mecanismos tanto de carga como de medición. Después, debe llegarse hasta la carga máxima y, finalmente, descargar a cero. La descarga final se puede hacer en menos pasos y su duración puede ser menor.

Además de la determinación de la capacidad de carga, un ensaye de carga permite conocer la relación carga-asentamiento.

### Determinación de la capacidad última y terminación de la prueba

Hay varias definiciones de qué constituye la capacidad de carga última de un pilote. Por ejemplo, Tomlinson y Woodward (2008) enlistan siete criterios diferentes. Desde el punto de vista de mecánica de suelos, la falla ocurre cuando el pilote penetra en el terreno sin un incremento adicional de carga; por diseño estructural, el pilote falla cuando su asentamiento ha alcanzado un estado que provoca distorsiones y grietas a la estructura que soporta. Este movimiento puede ser menor que el resultante de la falla última por cortante del suelo. Los criterios que indican Tomlinson y Woodward para definir las cargas de falla son, con referencia a las figs. 5.17 y 5.18, los siguientes:

- 1) La carga a la cual el asentamiento sigue aumentando sin más incremento ella (Punto A).
- 2) La carga que causa un asentamiento del 10% de la dimensión transversal significativa del pilote, criterio definido por Terzaghi (1968) (Punto B).
- 3) La carga después de la cual hay un aumento en el asentamiento bruto desproporcionado al incremento de la carga (Punto C).
- 4) La carga después de la cual hay un aumento en el asentamiento neto desproporcionado al incremento de la carga (Punto D).
- 5) La carga que produce una fluencia plástica o asentamiento neto de 6 mm (Punto E).

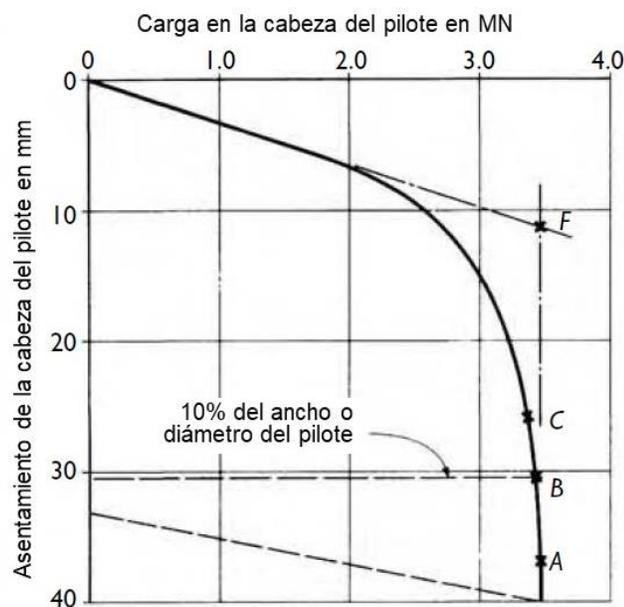


Fig. 5.17. Curva carga-asentamiento de un ensaye de pilote de 30.5x30.5 cm a compresión en grava densa (Tomlinson *et al.*, 2008).

- 6) La carga indicada por la intersección de líneas tangentes dibujadas desde la porción inicial, horizontal de la curva de asentamiento bruto y la porción más vertical de la misma curva (Punto F).
- 7) La carga a la cual la pendiente del asentamiento neto es igual a  $0.25 \text{ mm por MN}$  ( $2.45 \times 10^{-3} \text{ mm por t}$ ) de la carga del ensaye.

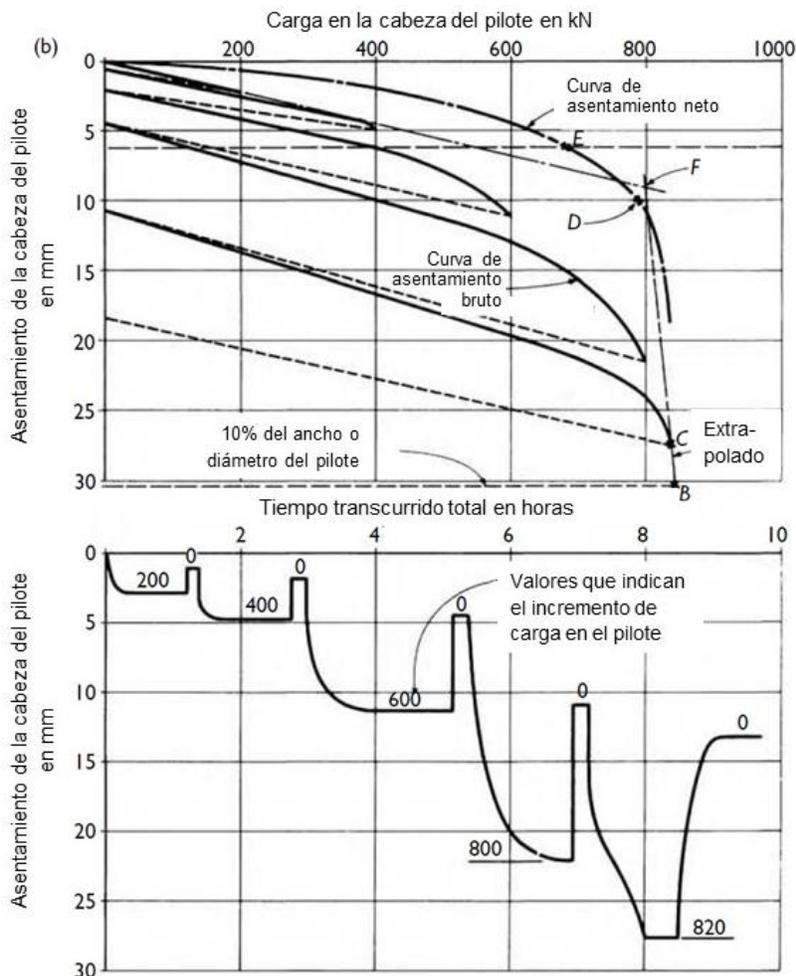


Fig. 5.18. Curva carga-asentamiento y curva tiempo-asentamiento de un ensaye de pilote de 30.5 x 30.5 cm, a compresión, en arcilla dura (Tomlinson *et al.*, 2008).

Las definiciones como la indicada en el criterio 1 son problemáticas; por ejemplo, en suelos granulares es común ver un incremento en la capacidad con el incremento del asentamiento, es decir, no se aprecia un cambio en la pendiente de la curva. En la fig. 5.19 se muestran las curvas carga-asentamiento para diferentes tipos de suelos arcillosos.

Uno de los objetivos de los ensayos de pilotes puede ser verificar o actualizar los parámetros de diseño y las técnicas. Cuando se requiere conocimiento específico de las resistencias en el fuste y en la punta, por separado, se recomienda que el pilote esté apropiadamente instrumentado en lugar de derivar la información de mediciones de desplazamientos en la cabeza del pilote.

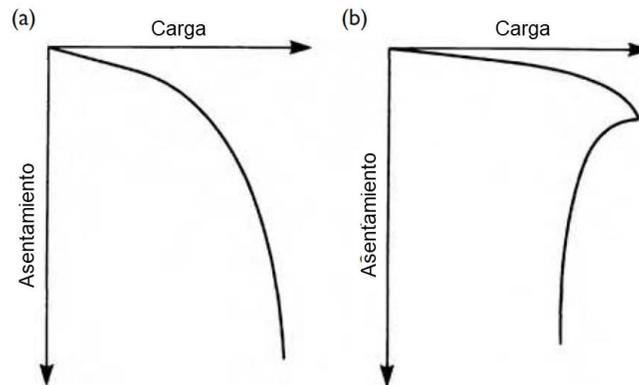


Fig. 5.19. Curvas carga-asetamiento para ensayos de carga a compresión a) pilote de fricción en arcilla blanda a firme o arena suelta b) pilote de fricción en arcilla dura (Tomlinson *et al.*, 2008)

### Interpretación

El ensaye de carga vertical estática usualmente se confunde con el ensaye de carga ideal, ILT, fig. 5.20a, en este se considera la aplicación al suelo de un sistema de cargas con resultante diferente de cero. En la práctica, la carga se aplica al pilote con un gato y un sistema de reacción. Otro tipo de ensaye es con una celda Osterberg, la cual provee una “auto-reacción”; sin embargo, estos métodos difieren del ILT porque aplican al suelo un sistema de cargas con resultante igual a cero. La relación carga-asetamiento y la capacidad de carga última, obtenidas de los ensayos, son diferentes comparados con el ILT.

Con la celda Osterberg el pilote se hace reaccionar por fricción contra el suelo en sentido ascendente. En realidad, los pilotes por lo general trabajan en sentido descendente y las pruebas hechas dan resultados distintos (Jaime, 1990 y 1991).

En el caso del ensaye con lastre, Poulos (2000) nota que el esfuerzo que tiene el suelo por el peso del lastre aumenta la fricción en el fuste y la capacidad de carga por punta del pilote. A medida que la carga en el pilote aumenta por el gato contra el lastre, el esfuerzo se reducirá y tenderán a presentarse desplazamientos hacia arriba en el suelo, mientras el pilote se asienta. Por tanto, la

rigidez de la cabeza del pilote se sobreestima, mientras que la capacidad de carga última puede ser similar a la del ensaye ideal.

El efecto de interacción entre los pilotes de reacción y el pilote de prueba es una sobreestimación de la rigidez de la cabeza del pilote. La sobreestimación puede ser significativa para pilotes esbeltos y para pilotes de reacción cercanos al pilote de prueba (Poulos y Davis, 1980).

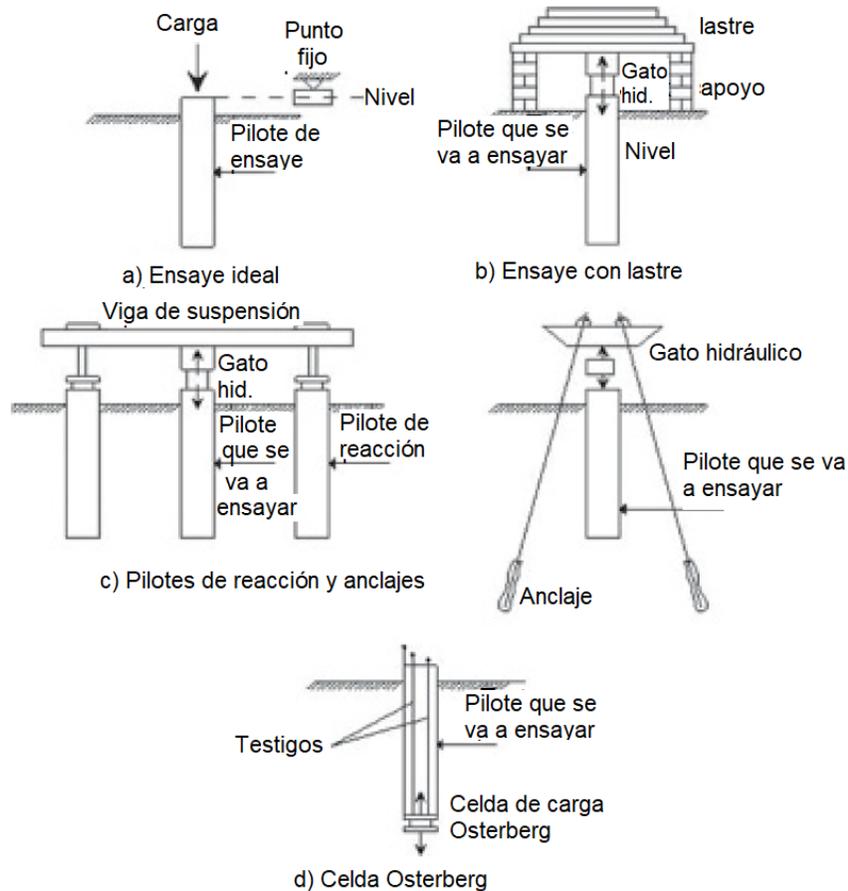


Fig. 5.20. Tipos de arreglos para ensayos de pilotes y ensaye ideal (Viggiani *et al.*, 2012).

En caso de ensayos con reacción por anclas, Poulos (2000) indica que la sobreestimación de la rigidez del pilote es menor que cuando se usan pilotes de reacción, especialmente si las anclas se localizan más abajo de la base del pilote de prueba.

Por tanto, los arreglos con lastre o con pilotes de reacción son adecuados para determinar la capacidad de carga; pero, si el objetivo es determinar el comportamiento carga-asentamiento, y especialmente la rigidez inicial, se deben algunas correcciones.

De acuerdo con la norma ASTM D1143, algunos factores que influyen la interpretación de los resultados de las pruebas son:

- Cargas residuales potenciales en el pilote que pueden modificar la distribución de carga en la punta y en el fuste.
- Posible interacción de las cargas de fricción del pilote de prueba con la fricción negativa (hacia arriba) transferida al suelo de los pilotes de anclaje que tienen parte o todo su apoyo en el suelo a niveles arriba del de la punta del pilote de prueba.
- Cambios en la presión de poro en el suelo causados por el hincado, relleno y otras operaciones constructivas pueden influenciar los resultados de las pruebas para capacidad de carga por fricción en materiales relativamente impermeables como arenas muy finas y limos.
- Las diferencias entre las condiciones en el momento de la prueba y después de terminar la construcción, como pueden ser cambios en el nivel del suelo o en el nivel freático.
- Pérdida de suelo de apoyo del pilote por excavación y socavación.
- Diferencia en el comportamiento de un pilote en un grupo o de un grupo de pilotes comparado con un pilote aislado.
- En comportamiento a largo plazo factores como *creep*, efectos ambientales en el material del pilote, cargas de fricción negativa y pérdidas de resistencia.
- El tipo de estructura que se va a soportar, incluyendo sensibilidad a asentamientos y relación entre cargas vivas y muertas.
- Los procedimientos de ensaye especiales que necesiten consenso para aceptación o interpretación. Los aparatos y procedimientos de éstos producen diferentes resultados respecto a la prueba convencional.
- Requerimiento de que los pilotes no ensayados tengan condiciones idénticas a las de los pilotes ensayados, incluyendo: condiciones del subsuelo, tipo de pilote, longitud, tamaño, rigidez y métodos de instalación y equipo de modo que la extrapolación a estos pilotes sea válida.

## 5.4 Ensaye de placa

El ensaye de placa consiste en cargar una placa rígida, circular o cuadrada, contra suelo o roca. De los resultados carga vs asentamiento se puede estimar la capacidad de carga de un suelo o roca y el módulo de deformabilidad. Este ensaye afecta hasta una profundidad alrededor de 3 diámetros o 3 veces el ancho de la placa de carga. Dependiendo de la forma de aplicar las cargas, toma en cuenta parcialmente el efecto del tiempo. El módulo de reacción se define como la relación entre la unidad de esfuerzo y la unidad de asentamiento, o fuerza/longitud<sup>3</sup>, medidos en el ensaye. El módulo elástico,  $E$ , se puede deducir de la curva carga-asentamiento (fig. 5.22).

La capacidad de carga de un suelo depende de su resistencia, la magnitud y distribución de la carga, dimensión, geometría de la placa y profundidad de ensaye.

### *Equipo*

Para la prueba se requiere de una plataforma de carga que sirva de reacción a las fuerzas aplicadas en la placa, un sistema hidráulico o mecánico de suficiente capacidad para proporcionar y mantener la carga máxima estimada para las condiciones de suelo específicas y, por lo menos, un instrumento de medición para medir la fuerza que ejerce el gato hidráulico (fig. 5.21). La norma ASTM D1194 sugiere realizar 3 pruebas con placas circulares de espesor igual o mayor que 1 in, cuyos diámetros sean distintos y varíen entre 305 y 762 mm o placas cuadradas de acero cuya área sea equivalente.

Para el registro del asentamiento, la norma ASTM D1194 recomienda el uso de sensores de desplazamiento con precisión de al menos 0.25 mm. Otras herramientas necesarias son: columnas de carga, herramientas y equipo para preparar los pozos donde se ensayará y montará el aparato de carga.

### *Procedimiento*

Con base en una exploración previa y los requerimientos de diseño de la estructura, se selecciona el sitio de ensaye.

La norma ASTM D1194 recomienda realizar los ensayes en al menos tres sitios con una distancia entre éstos menor de 5 veces el diámetro de la placa más grande. Se requiere nivelar cuidadosamente y limpiar las áreas que se van a cargar para que las cargas se transmitan uniformemente sobre toda el área de contacto. Antes de aplicar la carga, se protegen las áreas contra cambios de humedad en el suelo. La aplicación de la carga al suelo se realiza en incrementos

iguales no mayores que 95 kPa (9.7 t/m<sup>2</sup>) o no mayores que un décimo de la capacidad de carga estimada del área que se está ensayando. La carga se debe aplicar sin impacto, fluctuación o excentricidad. Después de aplicar la carga, ésta se mantiene por un intervalo de tiempo no menor que 15 minutos.

El registro de los asentamientos debe ser continuo y el ensaye continúa hasta que se alcance una carga máxima o hasta que la relación entre incremento de carga e incremento de asentamiento alcance un mínimo. Si el suelo tiene una mayor capacidad de carga y el equipo de ensaye lo permite, se debe continuar el ensaye hasta que el asentamiento total alcance al menos el 10% del diámetro de la placa, a menos que se observe una falla bien definida. Después de terminar las lecturas del último incremento, se libera la carga aplicada en tres decrementos iguales y se registran las deflexiones de rebote hasta que la deformación cese para un periodo no menor que el intervalo de tiempo de carga.

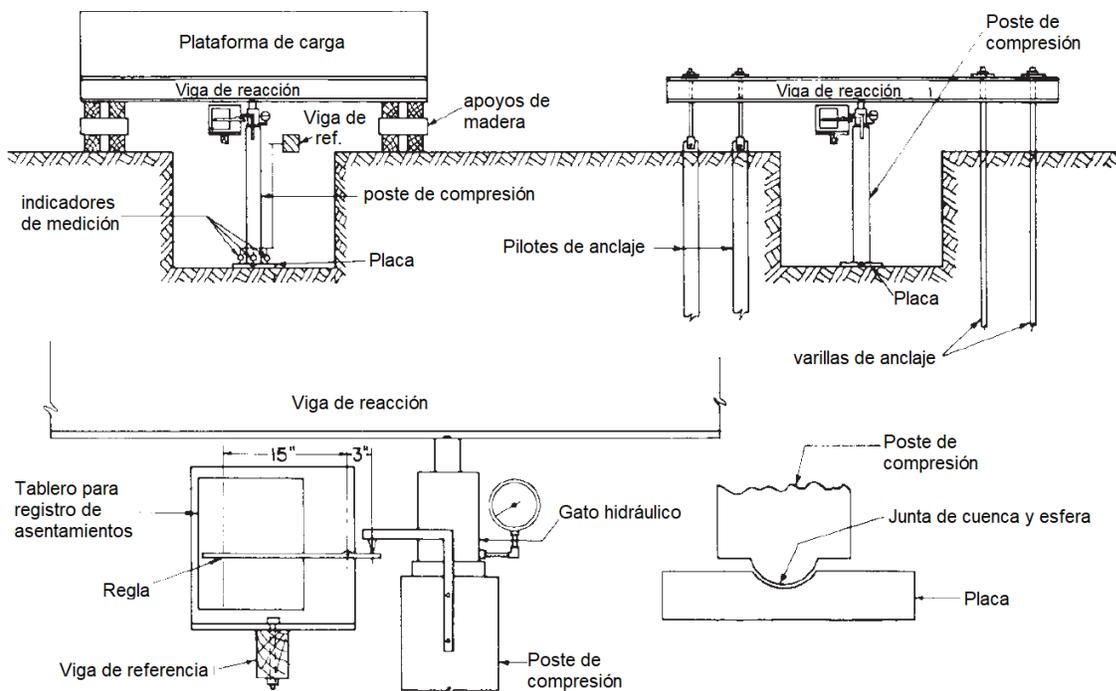


Fig. 5.21. Arreglo para realizar ensayos de carga estática con placa (ASTM D1194).

Los resultados obtenidos de un ensayo de carga en placa se muestran en la fig. 5.22. Schleicher (1926) propuso la siguiente expresión que relaciona el asentamiento,  $S$ , las propiedades elásticas del suelo y la forma del área cargada:

$$S = qB \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) I_s \quad (5.6)$$

Se considera que el suelo es un material isotrópico, linealmente elástico y homogéneo. Donde  $E$  es el módulo de elasticidad,  $\nu$  es la relación de Poisson,  $B$  es el ancho de la cimentación (para el ensaye de carga en placa es el ancho o diámetro de la placa),  $q$  es el esfuerzo aplicado e  $I_s$  es un factor geométrico que toma en cuenta la forma del área cargada y la localización del punto en donde se estima el asentamiento.

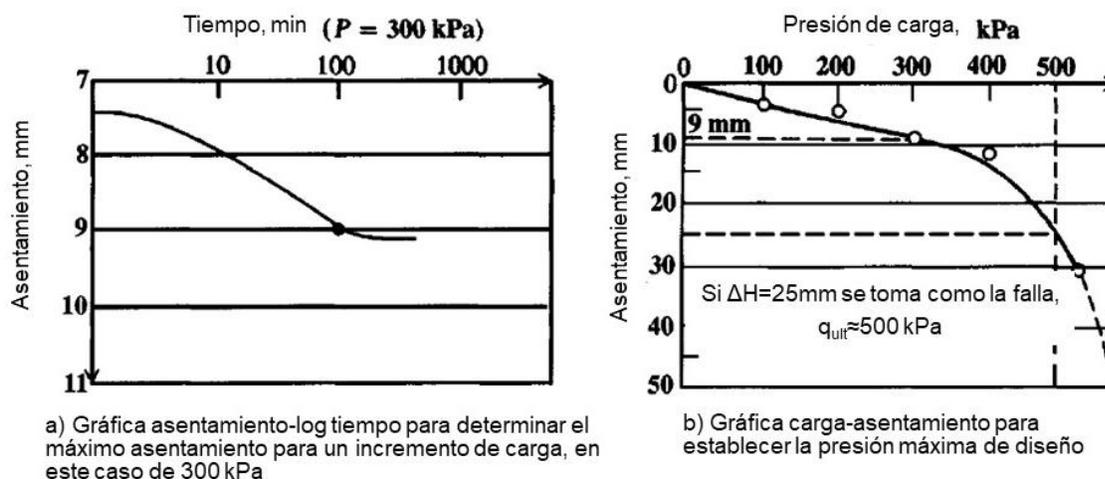


Fig. 5.22. Resultados de ensaye de carga en placa (Bowles, 1997).

## 5.5 Ensayo de permeabilidad Lefranc

Es un ensayo para determinar la permeabilidad de suelos en campo a distintas profundidades (fig. 5.23). Se realiza en materiales granulares, sedimentos mal consolidados, rocas muy alteradas y ocasionalmente en rocas muy fracturadas.

Es preferible llevarlos a cabo en perforaciones realizadas para tal fin. Se pueden hacer en las etapas de exploración y muestreo de suelos, de construcción y, eventualmente, en el mantenimiento de las obras civiles.

La prueba permite calcular la conductividad hidráulica de materiales granulares en un tramo de terreno (con base en la ecuación de Darcy), en intervalos de tiempo regulares, a partir de la medición del nivel freático y del flujo de agua, agregado o extraído al tramo probado o bien, del cálculo de la velocidad con que cambian los niveles de agua en el barreno.

El tramo que se va a probar debe estar saturado. En las pruebas con flujo constante se inyecta o se extrae un flujo de agua (manualmente o por bombeo) y su volumen se registra en cada intervalo de tiempo, procurando mantener sin cambio el nivel de agua dentro del barreno. Por otro lado, en las pruebas de flujo variable se inicia inyectando o extrayendo súbitamente agua del barreno y se va registrando, en cada intervalo de tiempo, el cambio en el nivel del agua dentro del barreno.

Las etapas que comprende una prueba Lefranc son: preparación de la cámara filtrante, determinación del tipo de prueba a efectuar, preparación de instrumentos y equipo, desarrollo de la prueba y cálculo de ésta.

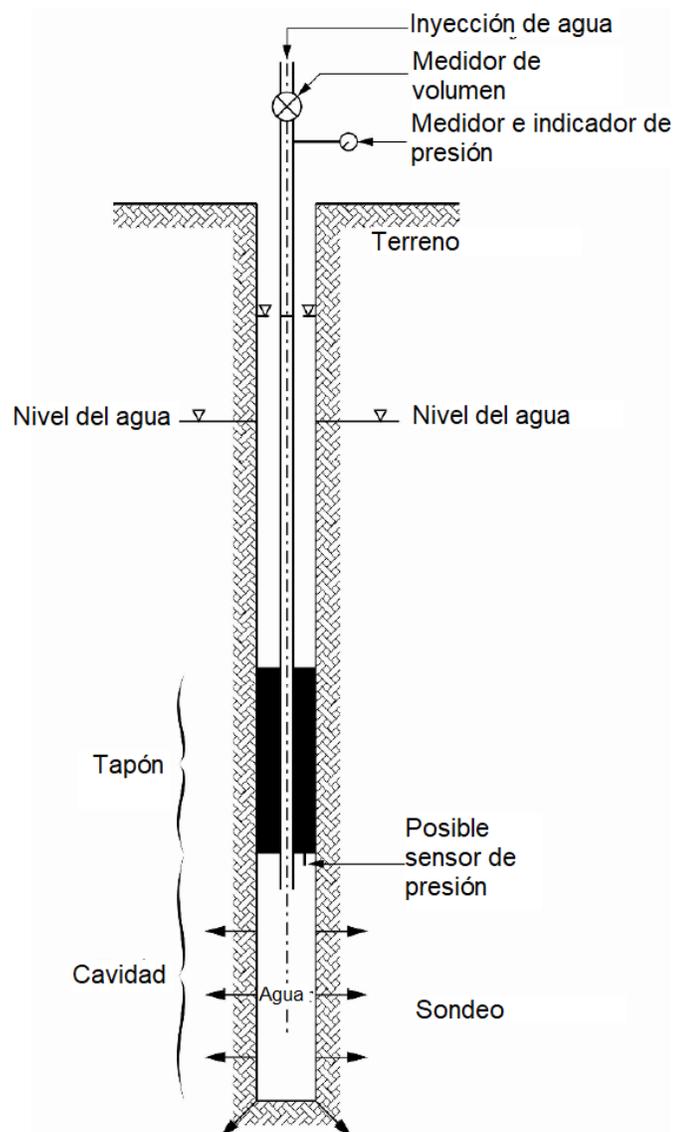


Fig. 5.23. Principio del ensayo Lefranc (Monnet, 2015).

Como antes se mencionó, hay dos tipos de prueba Lefranc: de flujo constante y de flujo variable. Estas a su vez se clasifican en dos tipos, de acuerdo con el ascenso o descenso del nivel freático. Además, existen pruebas especiales donde se prueba un tramo somero. Si la observación del material indica que éste puede ser permeable, es de esperarse que la altura del nivel de agua cambie rápidamente; por tanto, lo más apropiado será efectuar una prueba de flujo constante tratando de mantener el nivel de agua fijo en cada lectura. Por otra parte, si el material es poco permeable, se espera que el cambio de altura sea más lento y pueda controlarse la variación de esta altura.

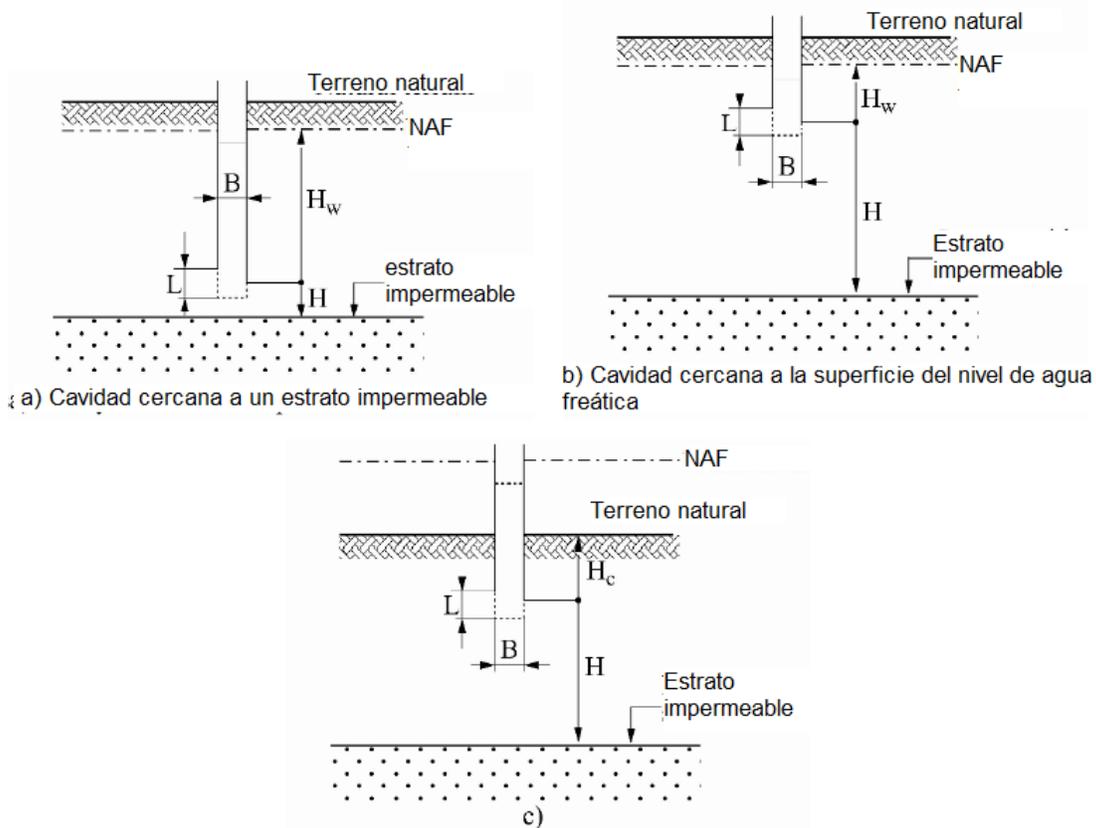


Fig. 5.24. Nomenclatura usada para el ensaye Lefranc (Monnet, 2015).

### *Principio del ensaye*

Dentro de un suelo permeable y bajo el nivel de agua freática, se construye una cavidad cuyas dimensiones deben ser conocidas. Esto se realiza en la parte inferior del sondeo, y se debe adecuar la cavidad para que la filtración solo ocurra a través de las paredes. Se remueve o inyecta agua en

la cavidad. La carga hidráulica se fija en una cantidad. Bajo estas condiciones, el flujo se determina como:

$$Q = mkhB \quad (5.7)$$

Donde  $Q$  es el gasto removido o inyectado,  $k$  es el coeficiente de permeabilidad del suelo,  $h$  es la variación de carga que ocurre por la remoción o inyección de agua,  $B$  es el diámetro de la cavidad y  $m$  es un coeficiente en función de la forma de la cavidad.

Los coeficientes de forma pueden tener los valores mostrados en la tabla 5.2. Sin embargo, si la localización de la cavidad está cerca del dominio del acuífero,  $m$  se reemplaza por  $m_0$  mostrado en la ecuación y en la tabla 5.3 de acuerdo con la notación en la fig. 5.24, donde  $H_w$  es la distancia desde la cavidad bajo el nivel de agua freática,  $H$  es la distancia desde la cavidad hasta la pared impermeable y  $L$  es la longitud de la cavidad.

$$\frac{1}{m_0} = \frac{1}{m} - \frac{B}{8\pi H_w} + \frac{B}{8\pi H} \quad (5.8)$$

Tabla 5.2 Valores de  $m$  para distintas formas de cavidades (Monnet, 2015)

Forma de la cavidad $C=L/B$	Valor de $m$
Elipsoide elongado $C>10$	$\frac{2\pi C}{\ln(2C)}$
Elipsoide $1.2 \leq C \leq 10$	$\frac{2\pi C}{\ln(C + \sqrt{C^2 + 1})}$
Esférica $0.7 \leq C < 1.2$	$2\pi\sqrt{C + 1/4}$
$0.3 \leq C < 0.7$	$2\pi\sqrt{2C + 1/2}$
$C < 0.3$	$\frac{\pi\sqrt{1 - 4C^2}}{2 \operatorname{atan}(-2C + \sqrt{4C^2 + 1})}$
Plana, la cavidad corresponde al extremo de un sondeo con ademe	2

Tabla 5.3 Valores de  $m_0$  como función de los límites del acuífero (Monnet, 2015)

Tipo de Cavidad	Valor de $m_0$
Cavidad lejos de los límites del acuífero	$m = m_0$
Cavidad cerca del estrato impermeable	$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} = \frac{B}{8\pi H}$

Tipo de Cavidad	Valor de $m_0$
Cavidad cerca de la superficie del nivel de agua freática	$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} = \frac{B}{8\pi H_w}$
Cavidad cerca de la superficie del suelo localizado bajo el NAF	$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} = \frac{B}{8\pi H_c}$

## 5.6 Ensayo de permeabilidad Matsuo-Akai

El ensayo Matsuo *et al.* (1953) permite determinar la permeabilidad del suelo en campo y se emplea en suelos con mediana permeabilidad. La prueba se realiza en zanjas excavadas para este fin, cuya geometría es variable. Matsuo *et al.* (1953) emplearon el procedimiento a dos zanjas de diferentes geometrías (fig. 5.25) y verificaron los resultados con el método de cómputo de la permeabilidad basado en la tasa de decaimiento del nivel del agua con el tiempo.

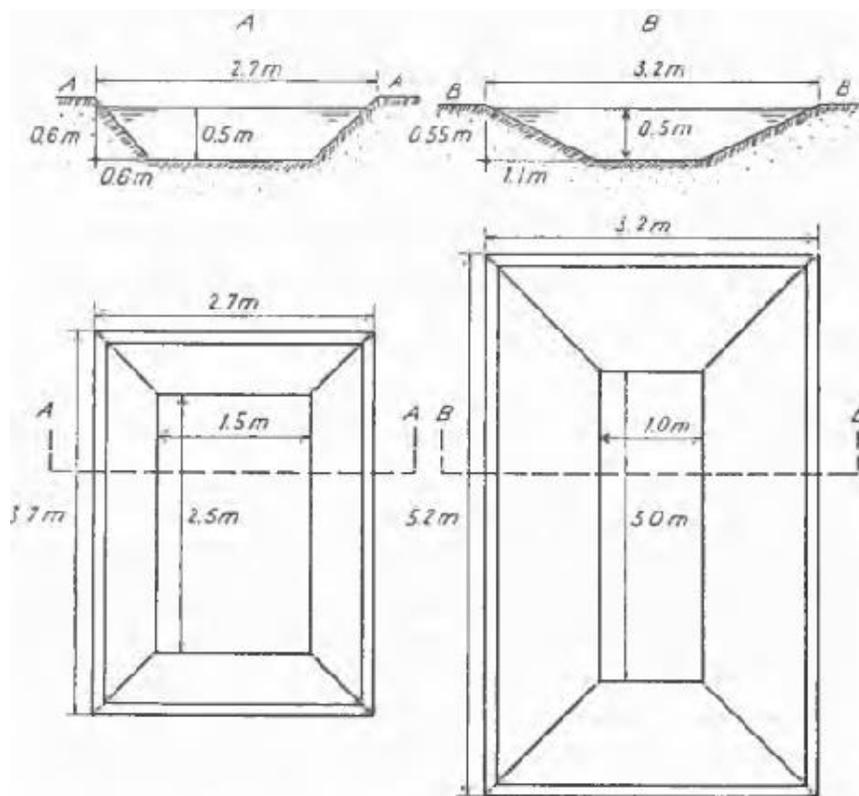


Fig. 5.25. Zanjas de para ensayo de permeabilidad (Matsuo *et al.*, 1953).

Es usual que el ancho de la zanja,  $B$ , sea igual a un metro, la longitud sea el doble,  $L=2B$ , y la profundidad sea mayor de 0.80 m, con pendiente en los taludes 1:1.

Matsuo *et al.* (1953) describen que una vez que se excava la zanja, se vierte agua continuamente para mantener un tirante de agua constante. La cantidad de agua que se filtra de la zanja se mide de la siguiente manera: se usa un recipiente con capacidad de 10 l y se mide el tiempo requerido para llenarlo. El flujo de agua en el suelo es tridimensional, ya que se infiltra por todos los lados de la zanja. Después, la zanja se extiende al aumentar la longitud de los bordes largos por lo que, al restar el volumen de agua que fluye de la zanja original, se elimina el efecto de flujo cerca de los extremos. De esta manera, se obtiene el volumen de agua,  $Q$ , que fluye fuera de la sección y la unidad de longitud horizontal, que es la longitud en la que se extendió la zanja. El flujo al cual se ha eliminado el efecto de los extremos puede considerarse como un flujo bidimensional.

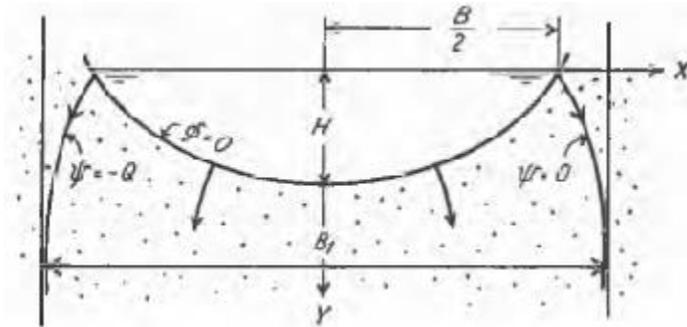


Fig. 5.26. Flujo en una zanja con superficies libres confinado por asíntotas verticales (Matsuo *et al.*, 1953).

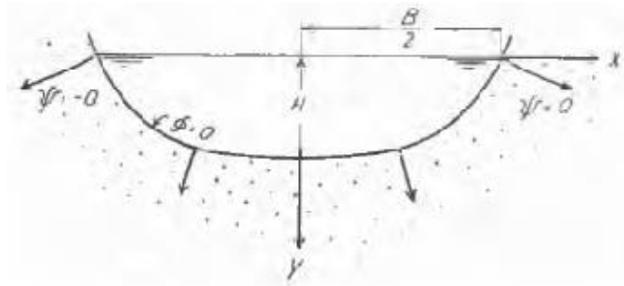


Fig. 5.27. Flujo en una zanja con superficies libres que se propagan radialmente (Matsuo *et al.*, 1953).

$$k_1 = \frac{Q}{L + 2H} \quad (5.9)$$

$$k_2 = \frac{Q}{L - 2H} \quad (5.10)$$

Las ecuaciones para determinar  $k$  dependen de la dirección de la difusión del flujo que está gobernada por la profundidad del nivel freático. En caso de que el nivel freático esté muy profundo, las líneas de flujo tienden a ser verticales, fig. 5.26. Se determina  $k$  con la ecuación 5.9.

Si el nivel freático está cerca de la zanja, las líneas de flujo se propagan radialmente, fig. 5.27 y se emplea la ecuación 5.10.

El gasto  $Q$  se define como:

$$Q = \frac{q_2 - q_1}{\Delta L} \quad (5.11)$$

Donde  $q_1$  es el gasto medido con las dimensiones iniciales de la zanja,  $q_2$  es el gasto medido después de que se alargó la zanja y  $\Delta L$  es la longitud en que se extendió la zanja.

## 5.7 Ensaye de permeabilidad USBR

Este ensaye permite conocer la velocidad a la cual fluye el agua en el suelo bajo carga constante y determinar la permeabilidad en campo, fig. 5.28. Se realiza en perforaciones de 6-8 in (15-20 cm) de diámetro. La velocidad determinada con ese ensaye es de percolación, no de infiltración. La primera se refiere al movimiento tanto horizontal como vertical del agua; mientras que la segunda solo involucra el descenso del agua. Se distinguen tres condiciones, fig. 5.29:

- I. La distancia entre el nivel freático y la superficie del agua en el pozo es al menos tres veces la columna de agua en el pozo. Además, debe haber por lo menos 3 m desde el fondo del pozo al nivel freático y al menos 1.5 m al estrato impermeable.
- II. La distancia entre el nivel freático y la superficie del agua en el pozo es menos de 3 veces, pero al menos igual a la columna de agua en el pozo. Además, debe haber por lo menos 3 m desde el fondo del pozo al nivel freático y al menos 1.5 m al estrato impermeable.
- III. Ubicación inaceptable. La distancia entre el nivel freático y la superficie de agua en el pozo es menor que la columna de agua.

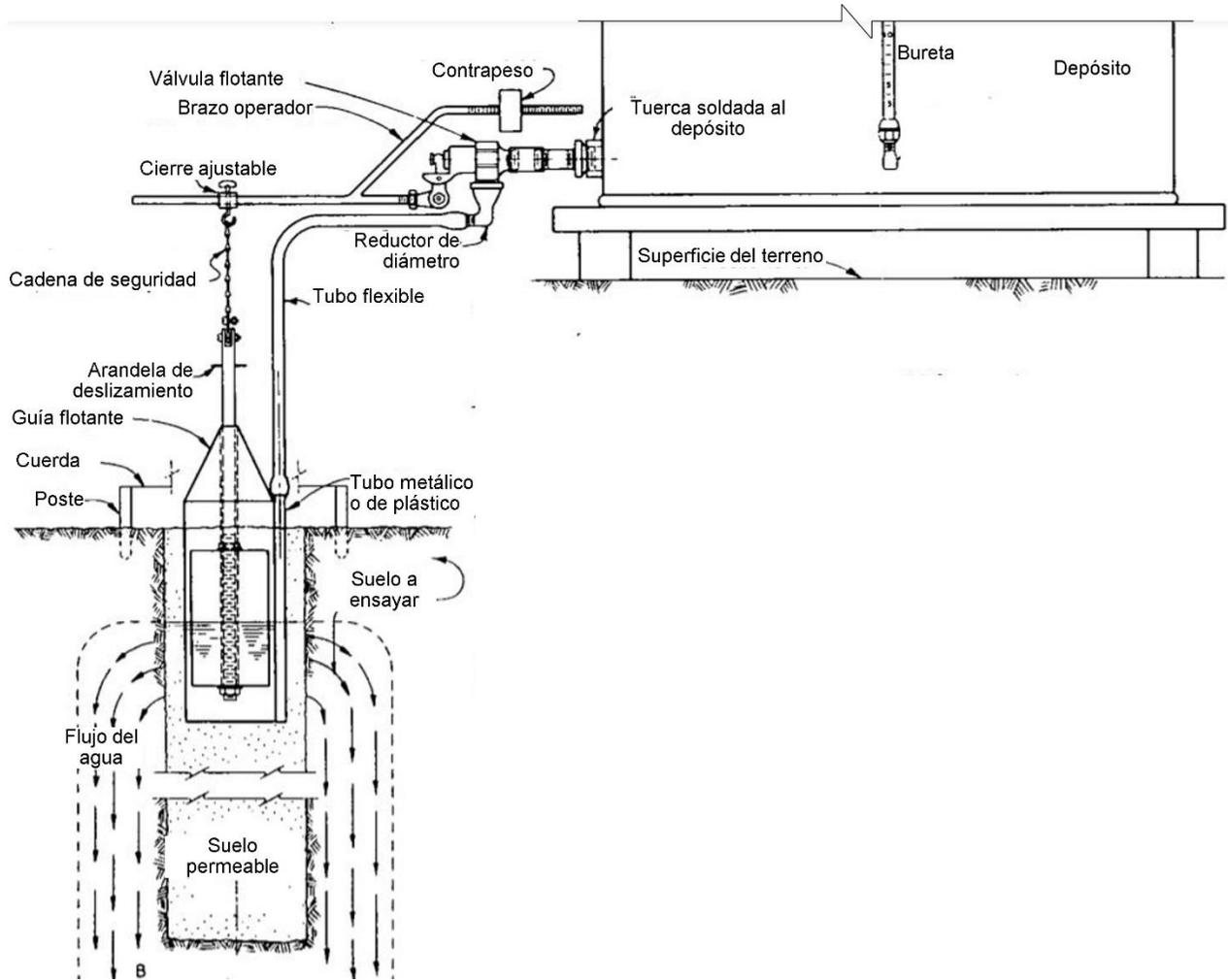


Fig. 5.28. Aparato para el ensaye de permeabilidad USBR (modificado de USBR., 1990).

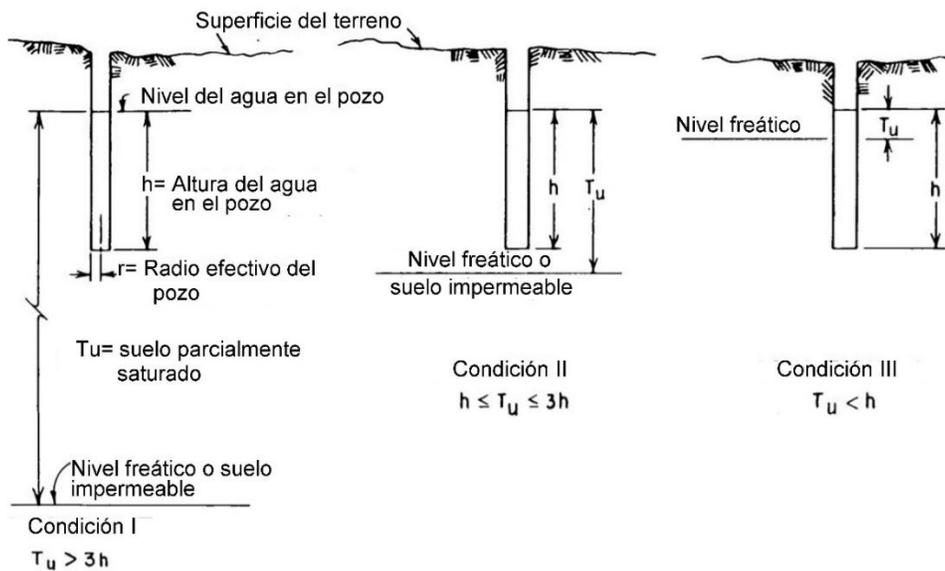


Fig. 5.29. Relación entre la profundidad del agua en el pozo y distancia al nivel freático (USB R., 1990).

## 5.8 Ensaye de permeabilidad Lugeon

Este ensaye se usa para determinar la permeabilidad de rocas fracturadas, el cual se lleva a cabo en la base de una perforación usando un obturador inflable para cerrar la sección del ensaye, fig. 5.30. También se puede realizar a distintas profundidades usando dos obturadores para sellar las secciones superior e inferior. El obturador es crítico y si éste es de mayor longitud, la prueba es más efectiva.

El procedimiento consiste en bajar el o los obturadores a la profundidad requerida e inflarlos con presión con un tanque de nitrógeno. Ya expandidos, la longitud de los sellos debe ser al menos cinco veces el diámetro de la perforación; éstos están sostenidos por unas barras, que también se usan para suministrar el agua. Posteriormente, se inyecta agua en la cavidad, mediante la regulación de la presión de inyección,  $p$ , a través del sistema de bombeo. La ec. 5.12 permite determinar el coeficiente de permeabilidad,  $k$ , en ensayos con un obturador. Donde  $Q$  es el gasto,  $m$  es el coeficiente de forma,  $p$  es la presión de inyección estática,  $B$  es el diámetro de la perforación y  $\gamma_w$  es el peso específico del agua.

$$Q = \frac{m k p B}{\gamma_w} \quad (5.12)$$

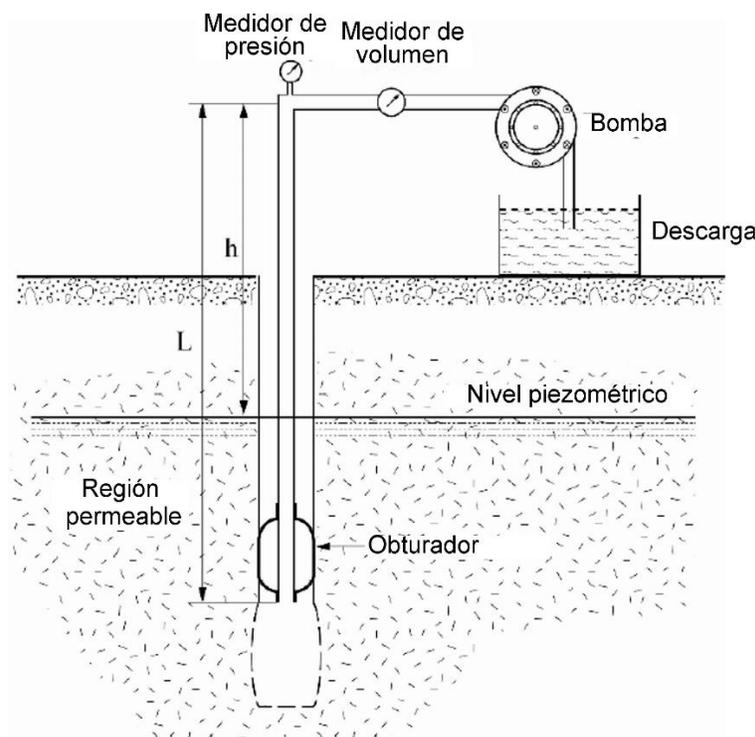


Fig. 5.30. Principio del ensayo Lugeon (Monnet, 2015).

## 5.9 Ensayes cross-hole, down-hole y up-hole

Jaime (1980) describe los ensayos de campo para medir la velocidad de propagación de ondas en el suelo mediante pozos perforados para este propósito. Las técnicas, cuya representación esquemática se encuentra en la fig. 5.32, son: a) pozos cruzados (*cross-hole*), b) excitación en el pozo y medición en la superficie (*up-hole*) y c) excitación en la superficie y medición en el pozo (*down-hole*).

La técnica de *up-hole* es práctica y económica, porque se puede aprovechar el muestreador de penetración estándar como fuente generadora de ondas. Sin embargo, tanto esta técnica como la de *down-hole* proporcionan información de difícil interpretación. Por tanto, el método de pozos cruzados es el método más usado, ya que su interpretación es más confiable y segura, de acuerdo con Stokoe y Woods (1972) y Woods (1978).

El ensayo *cross-hole* requiere de dos o más pozos perforados en el suelo. En uno de ellos se provoca una excitación dinámica a determinada profundidad, mediante una fuente de energía de impulso, y en el otro u otros se mide el tiempo de llegada de la excitación a la misma profundidad (fig. 5.31). Como se conoce la distancia entre los pozos y el tiempo de llegada, puede calcularse la velocidad de propagación de onda del horizonte de suelo y ésta se utiliza para determinar los módulos dinámicos  $E$  o  $G$ . Con este método se pueden determinar las ondas  $P$  y  $S$  simultáneamente. Los principales componentes para el ensayo *cross-hole* son: los pozos, la fuente generadora, los detectores y el equipo de registro. En caso de que el pozo requiera ademe, se pueden emplear tubos de acero, aluminio o PVC; estos dos últimos son mejores. Debe procurarse que la verticalidad de los pozos tenga poca desviación; en sondeos profundos puede ser necesaria su verificación con inclinómetros.

Las fuentes generadoras de tipo mecánico son las más simples. También, se pueden utilizar cargas reducidas y dinamita para generar la excitación. Para detectar la llegada de las ondas en los pozos receptores se utilizan geófonos direccionales, cuyo principal problema es fijarlos y orientarlos correctamente en el fondo o a la misma profundidad a la que se genera la excitación. Por otro lado, el sistema de registro puede ser un osciloscopio o un registrador de varios canales, que detecte los tiempos con una precisión de 0.2 milisegundos.

El método de pozos cruzados permite obtener las propiedades dinámicas de suelos estratificados de manera confiable. La interpretación del ensayo es sencilla y el método no presente dificultades.

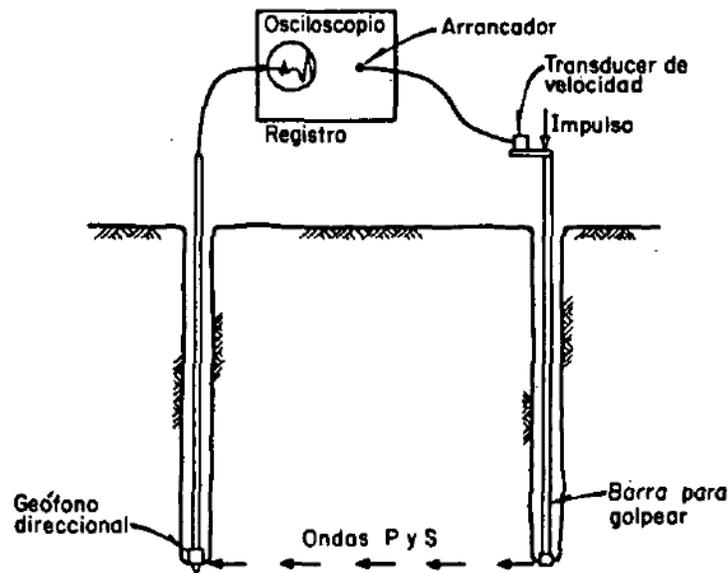


Fig. 5.31. Diagrama esquemático del ensayo cross-hole (Stokoe y Woods, 1972 citado en Jaime, 1980).

Los ensayos *down-hole* y *up-hole* se realizan en un solo pozo. En el *down-hole*, la fuente de impulso se coloca en la superficie junto al pozo (fig. 5.32a); un único receptor que puede moverse a diferentes profundidades, o varios receptores a determinadas profundidades, se fija(n) contra las paredes del pozo, y un receptor de la señal se coloca en la fuente de energía. Todos los receptores se conectan a un sistema de registro a alta velocidad de forma que los registros de salida se midan en función del tiempo. En el *up-hole*, una fuente de energía móvil se localiza en el pozo con un único receptor en la superficie, cercano al pozo (fig. 5.32b)

El objetivo de estos ensayos es medir los tiempos de arribo de las ondas *P* y/o *S* desde la fuente de energía al receptor o receptores. Al cambiar la posición del receptor, se puede generar una gráfica tiempo vs profundidad. La pendiente de la curva de tiempo a diferentes profundidades representa la velocidad de propagación a esa profundidad.

Las ondas *S* se pueden generar más fácilmente en el ensayo *down-hole* que en el ensayo *up-hole*. Con una fuente de ondas *SH*, el ensayo *down-hole* mide la velocidad de ondas similares a aquellas que llevan la mayor energía sísmica a la superficie del terreno. Debido a que las ondas deben viajar a través de todos los materiales entre la fuente de impulso y los receptores, el ensayo *down-hole* permite la detección de estratos que pueden ocultarse en levantamientos de refracción sísmica. Las posibles dificultades con los ensayos *down-hole* y *up-hole* y su interpretación resultan de la

alteración del suelo durante la perforación del pozo, ademe y los efectos del fluido en el pozo, fuentes de impulso insuficientes o excesivamente grandes, efectos de ruido ambiental, y efectos del nivel freático (Kramer, 1996)

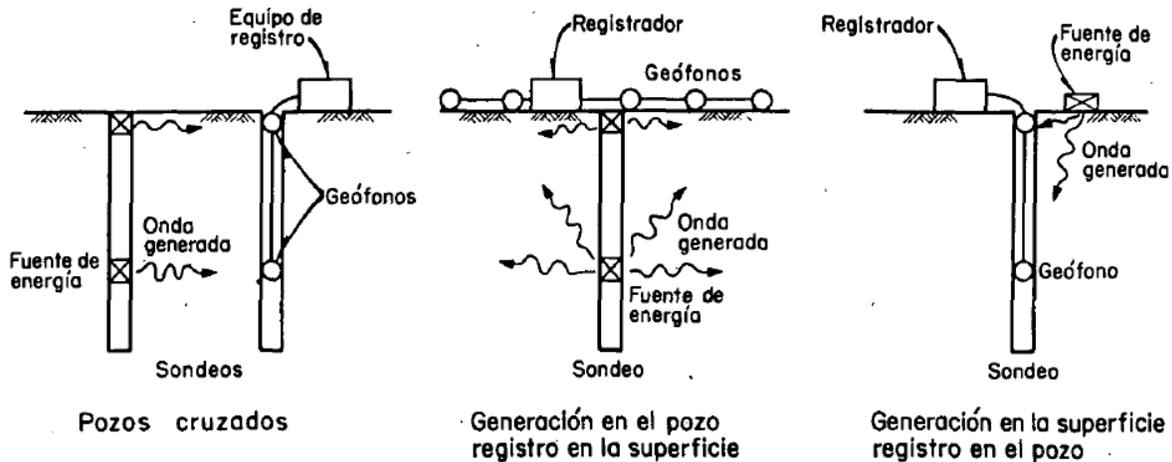


Fig. 5.32. Ensayos sísmicos (a) *cross-hole*, (b) *down-hole* y (c) *up-hole* (Jaime, 1980).

## 5.10 Sonda suspendida

Este ensayo permite conocer la velocidad de transmisión de onda en suelo y rocas blandas y se puede usar hasta 600 m de profundidad. El equipo consiste en una sonda, que contiene una fuente y dos geófonos espaciados 1 m, suspendida en un cable; éste sirve para sostener la sonda y transmitir la información a la superficie, fig. 5.33 (GeoVision, 2021).

En una perforación previamente realizada y estabilizada con lodo bentonínico se baja la sonda a la profundidad deseada, ahí la fuente generará una onda de presión en el fluido. Al alcanzar la pared de la perforación, la onda produce ondas  $p$  y  $s$  en el suelo circundante. A lo largo de la pared en la ubicación de los geófonos, las ondas  $p$  y  $s$  se convierten en ondas de presión en el fluido y son recibidas por éstos que envían los datos al sistema en la superficie. La diferencia de los tiempos de arribo de las ondas se usa para determinar las velocidades de onda  $p$  y  $s$  de una columna de 1 m de suelo alrededor del sondeo.

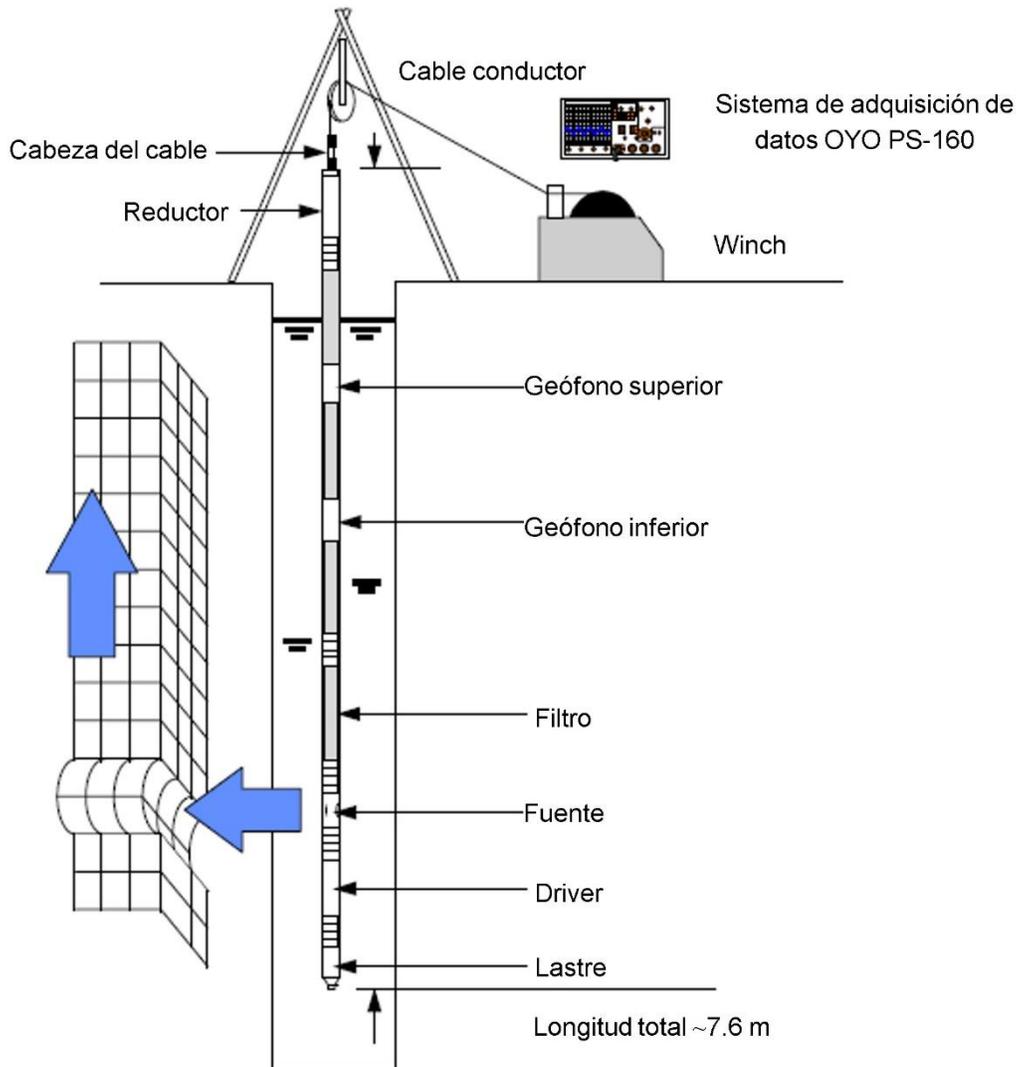


Fig. 5.33. Esquema de la sonda suspendida OYO PS (GeoVision, 2021).

## 5.11 Análisis espectral de ondas de superficie (SASW)

El método SASW se basa en la naturaleza dispersiva de la propagación de ondas de superficie en un semi-espacio estratificado (fig. 5.34). La dispersión implica que las ondas de superficie con diferentes longitudes de onda se propagan con diferentes velocidades en el medio estratificado. Cerca de la superficie se propagan ondas con longitudes cortas, mientras que en estratos más profundos se propagan ondas con longitudes largas. Por tanto, todos los estratos pueden estudiarse al generar ondas de superficie en un rango de longitudes (Stokoe *et al.*, 1989).

Las señales en los receptores son digitalizadas y registradas por un analizador. Después se calcula la transformada rápida de Fourier (FFT) para cada señal. Así, se puede obtener el espectro de potencia cruzado y la coherencia. La función de coherencia indica el intervalo de frecuencias para el cual se obtuvieron mediciones útiles. Por otro lado, el ángulo de fase del espectro de potencia cruzado permite determinar el tiempo de recorrido entre los dos receptores y, consecuentemente, la velocidad de onda Rayleigh; después se pueden calcular las longitudes de onda correspondientes. La curva de dispersión es la gráfica velocidad de onda Rayleigh vs longitud de onda. Se puede calcular el perfil de rigideces en el sitio usando un algoritmo de inversión, este procedimiento permite determinar la velocidad de onda de corte .

Las ventajas de este ensaye son que se realiza rápidamente, no requiere perforaciones, puede detectar estratos con velocidades bajas y se puede usar para profundidades considerables ( $>100\text{m}$ ). Sin embargo, el procedimiento requiere equipo especializado y operadores con experiencia; además, su aplicación está limitada a sitios con estratificación horizontal.

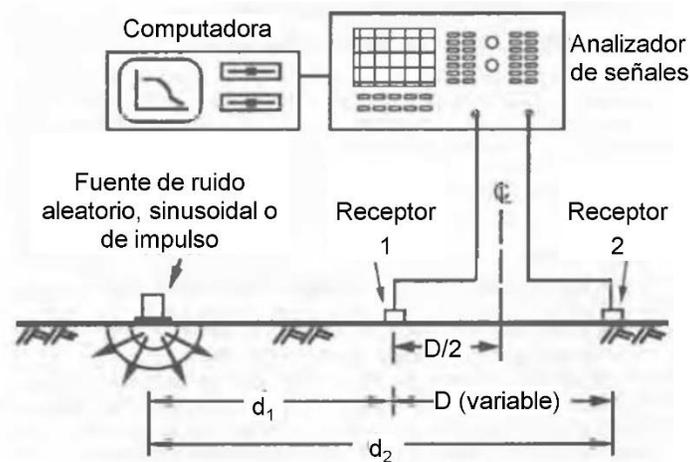


Fig. 5.34. Configuración básica del ensaye SASW (Stokoe *et al.*, 1989).

## **6. MÉTODOS PARA PREDECIR LA CURVA CARGA AXIAL-DESPLAZAMIENTO DE PRUEBAS EN PILOTES**

### **6.1 Curvas $t$ - $z$**

El método de las curvas  $t$ - $z$  fue inicialmente propuesto por Seed y Reese en 1957. Posteriormente, otros investigadores propusieron diferentes métodos basados en este principio. Los métodos para generar las curvas  $t$ - $z$  permiten calcular los movimientos axiales de un pilote bajo carga vertical; éstos son comúnmente empíricos e influyen diversos factores como: diámetro, rigidez axial, longitud y distribución de la resistencia del suelo y la rigidez propia del pilote.

### **6.2 Criterio de Seed y Reese (1957)**

Seed y Reese (1957) realizaron ensayos de carga de pilotes *in situ* para estudiar la interacción pilote-suelo. Investigaron el efecto del tiempo, la distribución de fuerzas a lo largo del pilote y la presión de poro que se genera durante el hincado del pilote. Además, propusieron un método para estimar la relación carga-asentamiento a partir de los datos de resistencia obtenidos por medio de veleta.

Los pilotes eran de tubo de acero de 15 cm diámetro con punta cónica, de 6.0 a 6.6 m de longitud, hincados 4.5 m en un estrato de arcilla blanda saturada. Los pilotes fueron instrumentados con celdas de carga que permitían medir la distribución de la carga y los esfuerzos a lo largo de la pared del pilote durante el hincado y durante la etapa de carga.

Los ensayos se realizaron a diferentes tiempos después del hincado, desde 3 horas, hasta 33 días. Se tomaron lecturas de las celdas de carga en el pilote después de la aplicación de cada incremento y 1 segundo después se tomaba lectura de presión de poro en el suelo. El asentamiento se midió en la cabeza del pilote y la prueba se detenía cuando el asentamiento aumentaba claramente con un pequeño incremento de carga.

Se consideró como la capacidad de carga última del pilote la máxima que pueda soportar sin deformación continua durante su aplicación.

La curva carga-asentamiento permite determinar la carga que puede ser soportada con seguridad por el pilote. La curva  $P$  vs  $\delta$  tiene usualmente la forma siguiente: una parte inicial que es recta, una transición marcada en forma de curva y una parte final que muestra un incremento de asentamiento sin incremento de carga. La carga segura usualmente se toma como una proporción de la carga última, o la carga correspondiente a un valor límite de asentamiento.

Los ensayos realizados por Seed y Reese fueron del tipo rápido, era poco el tiempo entre los incrementos de carga.

Se observó incremento en la capacidad de carga última del pilote cuando el ensaye se realizaba a diferentes tiempos después del hincado. La capacidad última del pilote ensayado 33 días después del hincado fue 5.4 veces mayor que la del pilote cargado 3 horas después del hincado.

Los investigadores también obtuvieron las curvas de distribución de fuerzas a lo largo del pilote cuando se llegó a la carga última en cada uno de los ensayos.

En la fig. 6.1 se muestra el mecanismo de la resistencia del suelo al movimiento hacia abajo del pilote de fricción. Si el pilote fuera completamente rígido, se tendría el mismo asentamiento a lo largo de todo el pilote, y la deformación del suelo resultaría en el desarrollo de esfuerzos cortantes en el suelo. Sin embargo, los pilotes no son completamente rígidos y se ha observado en ensayos que el asentamiento medido en la cabeza del pilote es mayor que el asentamiento en la punta; esto se debe a la compresión elástica del pilote y a la resistencia al corte del suelo alrededor de aquél. Por tanto, la carga transmitida disminuye con la profundidad.

La distribución de carga a lo largo del pilote está asociada con la rigidez relativa de éste y el suelo circundante. Seed y Reese determinaron en sus ensayos que aproximadamente 90% de la carga se transmite por fricción y el 10% restante por la capacidad por punta.

Contar con la distribución de la carga aplicada a lo largo del pilote y con el asentamiento medido en la cabeza del pilote permite obtener:

1. La velocidad de transferencia de carga del pilote al suelo o la resistencia al corte del suelo alrededor del pilote.
2. La compresión elástica del pilote desde la cabeza a cualquier sección a lo largo de su longitud (fig. 6.2). Ésta se puede obtener al dividir el área bajo la curva de distribución de carga (a esa sección) entre el área del pilote y el módulo de elasticidad de éste. La compresión elástica se puede restar del asentamiento observado para obtener el movimiento del pilote en la sección considerada.

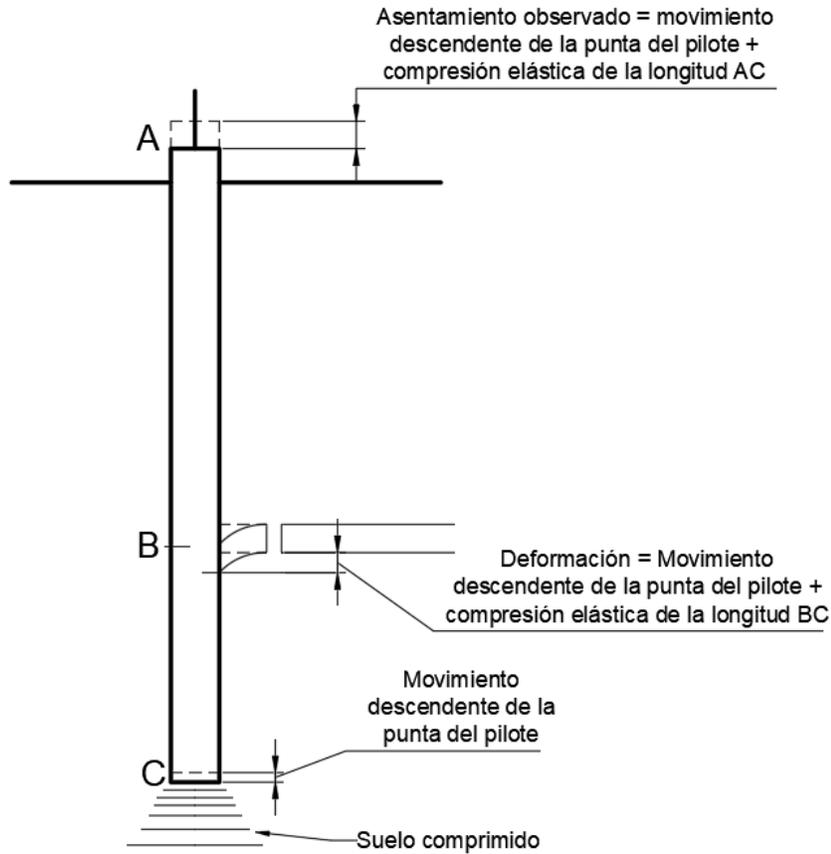


Fig. 6.1. Desplazamiento del suelo a diferentes profundidades por la acción de un pilote de fricción (Seed y Reese, 1957).

También es posible obtener las curvas de resistencia al corte vs deformación a partir de ensayos de corte del suelo para determinar las curvas de distribución de carga y la curva carga-asentamiento de pilotes de fricción.

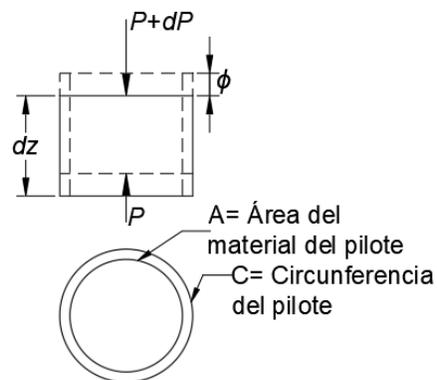


Fig. 6.2. Elemento de un pilote ensayado (Seed y Reese, 1957).

Para la determinación de los parámetros en laboratorio, en las muestras inalteradas se realizaron ensayos de consolidación y se determinaron sus coeficientes de permeabilidad y contenido de agua. Además, para investigar el efecto del hincado del pilote en la resistencia del suelo, se realizaron ensayos de compresión simple y se determinó su contenido de agua en muestras: a) inalteradas, b) obtenidas cerca del pilote un día después del hincado, c) cerca del pilote 30 días después del hincado y d) del suelo remoldeado.

Seed y Reese encontraron que el contenido de agua del suelo cercano a la pared del pilote decrece con el paso del tiempo después de su instalación, hasta que se alcanza cierto límite. Este decremento en el contenido de agua está asociado a un incremento en la resistencia del suelo en la pared del pilote. La resistencia del suelo será mayor en la pared del pilote y disminuirá a medida que aumente la distancia horizontal de él.

Cuando un pilote de fricción es sobrecargado, la falla usualmente ocurre en el suelo a cierta distancia de la pared del pilote y no en la pared en sí; por ello, Seed y Reese sugirieron usar un promedio de la resistencia al corte del suelo cercano a la pared del pilote para definir correctamente la resistencia efectiva.

Se puede obtener una fricción promedio en el fuste al dividir el valor de la carga máxima que resiste el pilote entre su área embebida, aunque haya una variación de la resistencia por fricción del suelo con la profundidad.

En su investigación observaron que, generalmente, la falla tiene lugar en el suelo que circunda al pilote y no necesariamente en la interfaz entre el pilote y el suelo. Sin embargo, en ensayos realizados poco tiempo después del hincado del pilote la falla ocurría en la interfaz del pilote.

Cerca de la cabeza del pilote, la máxima fricción desarrollada era menor que la resistencia al corte del suelo inalterado, porque la falla ocurrió en la interfaz entre el pilote y el suelo. Mientras que, cerca de la punta, la máxima fricción era mayor que la resistencia al corte del suelo inalterado, debido al aumento en la resistencia del suelo causado por el remoldeo durante el hincado y posterior reconsolidación. Se observó que, si transcurre un tiempo suficiente para permitir la reconsolidación completa del suelo alrededor del pilote, la fricción promedio en la falla era aproximadamente igual a la resistencia al corte del suelo inalterado.

Los autores identifican 3 problemas para determinar la distribución de carga a lo largo del pilote:

1) calcular la resistencia de la punta del pilote; 2) relacionar las curvas esfuerzo-deformación del

suelo al movimiento del pilote y 3) desarrollar una solución matemática. La fig. 6.3 muestra relaciones posibles entre la resistencia del suelo y el movimiento del pilote.

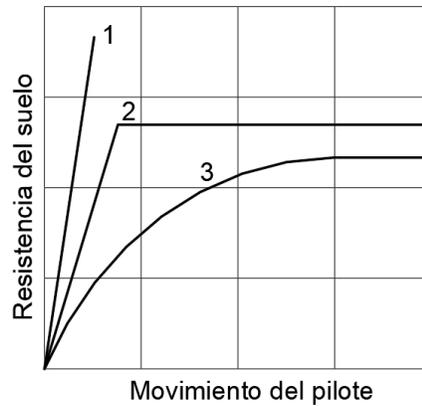


Fig. 6.3. Curvas de movimiento del pilote vs resistencia del suelo (Seed y Reese, 1957).

La capacidad de carga por punta de un pilote hincado en arcilla es generalmente menor que la capacidad por fricción. Sin embargo, para tener una solución completa deben considerarse ambas resistencias. Seed y Reese proponen reemplazar la resistencia de punta por una longitud de pilote equivalente (fig. 6.4). El área del fuste que se añadirá será obtenida bajo consideraciones teóricas, por ejemplo, los resultados de los ensayos.

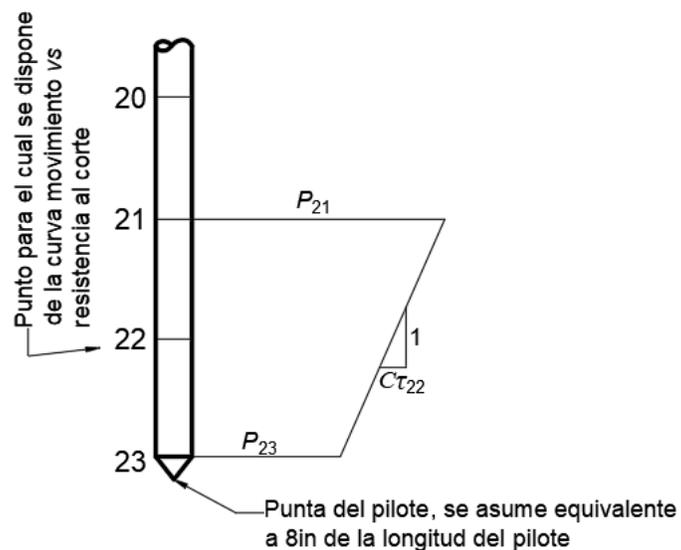


Fig. 6.4. Parte de una curva de distribución de carga en pilote (Seed y Reese, 1957).

Hacer compatibles las curvas esfuerzo-deformación del suelo y el movimiento del pilote representa un problema. Si la punta del pilote se mueve cierta distancia hacia abajo, este movimiento descendente debe relacionarse con una deformación del suelo en ese punto, correspondiente con un esfuerzo cortante que desarrollará una fuerza resistente a lo largo del pilote. Las curvas esfuerzo-deformación usadas en este análisis deben ser las del suelo reconsolidado adyacente al pilote. Sin embargo, dada la dificultad de obtener esa información, los autores sugieren usar curvas esfuerzo-deformación obtenidas por pruebas de veleta de suelo inalterado. Se puede intentar corregir el hecho de que la falla pueda ocurrir en la interfaz del pilote y del suelo en lugar de que ocurra en el suelo, al usar una parte de la resistencia correspondiente a una deformación particular. Las proporciones se pueden obtener para diferentes profundidades, para lo cual la experiencia obtenida del diseño de otros pilotes puede ser útil para seleccionar los factores apropiados.

La curva de distribución de carga en el pilote se calcula suponiendo primero un pequeño movimiento descendente de la punta del pilote. Se consulta la curva esfuerzo-deformación del suelo a esa profundidad y se obtiene la velocidad de transferencia de carga.

La carga en la punta del pilote se obtiene al multiplicar esta velocidad de transferencia por el área del pilote que se considera reemplazará la punta del pilote.

Se supone un movimiento descendente mayor para la cual se tenga disponible una curva esfuerzo-deformación y una velocidad de transferencia de carga para ese movimiento y se calcula el incremento de carga en el pilote.

Con el área y el módulo de elasticidad del pilote, se calcula el movimiento correspondiente a este incremento de carga.

Si el movimiento calculado no corresponde con el supuesto, se realiza un nuevo cálculo y el proceso continúa hasta que haya concordancia entre los movimientos.

### **6.3 Criterio de Coyle y Reese (1966)**

Coyle y Reese desarrollaron una correlación entre la transferencia de carga, la resistencia al esfuerzo cortante del suelo y el movimiento de un pilote, para pilotes de fricción de acero hincados en arcilla.

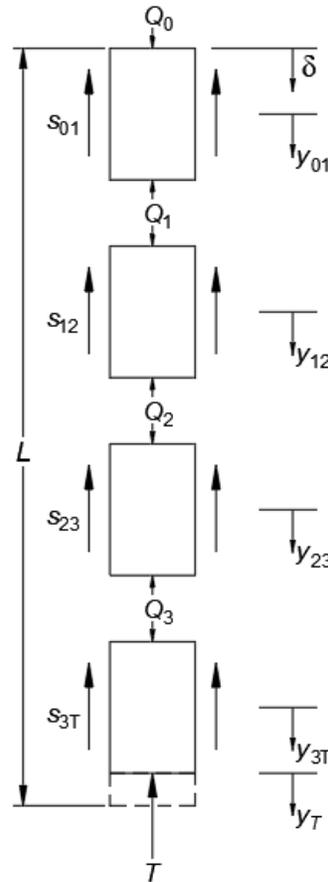


Fig. 6.5. Pilote cargado axialmente, mostrando las fuerzas que actúan en los segmentos (Coyle y Reese, 1966).

El pilote axialmente cargado se divide en segmentos con sus respectivas fuerzas actuantes. Se desean conocer la carga,  $Q_0$ , y el asentamiento,  $\delta$ , en la cabeza del pilote. La fig. 6.5 muestra un pilote cargado axialmente dividido en 4 segmentos. El procedimiento se inicia en la parte de abajo y se supone un pequeño movimiento de la punta, se calculan las fuerzas y el movimiento de cada segmento y se avanza hacia arriba del pilote. Para los diferentes movimientos de punta que se consideren, se obtendrán diferentes valores de  $Q_0$  y  $\delta$  en la cabeza y se obtendrá la curva carga-asentamiento. Los pasos son:

1. Suponer un pequeño movimiento en la punta,  $y_\tau$
2. Calcular la carga en la punta,  $T$ , correspondiente al movimiento  $y_\tau$ , Se puede usar el método propuesto por Skempton.
3. Dividir el pilote en segmentos.

4. Estimar el movimiento a la mitad del segmento inferior. Como primer intento, el movimiento al centro del segmento se considera igual al movimiento de la punta.
5. Usando el movimiento estimado, consultar una curva que muestre la velocidad de transferencia de carga al suelo vs movimiento del pilote.
6. Con la proporción obtenida en el punto 5, consultar una curva de resistencia al corte vs profundidad.
7. Con el valor de la transferencia de carga del punto anterior, calcular la carga  $Q_3$ , en la parte superior del segmento inferior como:

$$Q_3 = T + S_{3\tau} \quad (6.1)$$

Donde:

$$S_{3\tau} = s_{3\tau} C L_{3\tau} \quad (6.2)$$

$Q_3$  = carga en la parte superior del segmento,  $T$  = carga en la punta del paso 2,  $s_{3\tau}$  = transferencia de carga en el segmento inferior de los pasos 4, 5 y 6,  $C$  = área circunferencial del segmento =  $\pi D$  y  $L_{3\tau}$  = longitud del segmento inferior.

8. Calcular la deformación elástica en la mitad inferior del segmento inferior como:

$$\Delta y_{3\tau} = \frac{\frac{Q_{mid} + T}{2} \left( \frac{L_{3\tau}}{2} \right)}{AE} \quad (6.3)$$

Suponiendo una variación lineal de la distribución de carga para pequeños segmentos

$$Q_{mid} = (Q_3 + T) / 2 \quad (6.4)$$

9. Calcular el nuevo movimiento a mitad del segmento inferior como:

$$y_{3\tau} = \Delta y_{3\tau} + y_{\tau} \quad (6.5)$$

10. Comparar el movimiento calculado en el punto 9 con el estimado del punto 4.
11. Si el movimiento calculado no corresponde con el supuesto, se repiten los pasos 2 a 10 y se calcula un nuevo movimiento al centro del segmento.
12. Cuando se logre la convergencia, se procede a calcular el segmento superior y así sucesivamente, hasta calcular el valor de  $Q_0$  y  $S$  en la cabeza.

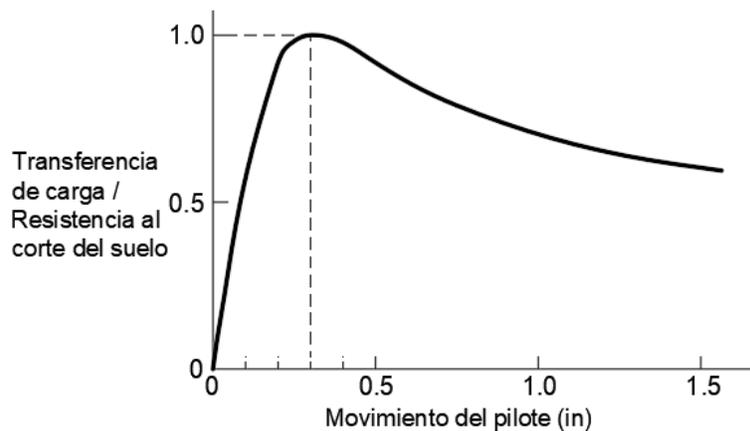


Fig. 6.6. Relación entre transferencia de carga y resistencia al corte del suelo vs movimiento del pilote (Coyle y Reese, 1966).

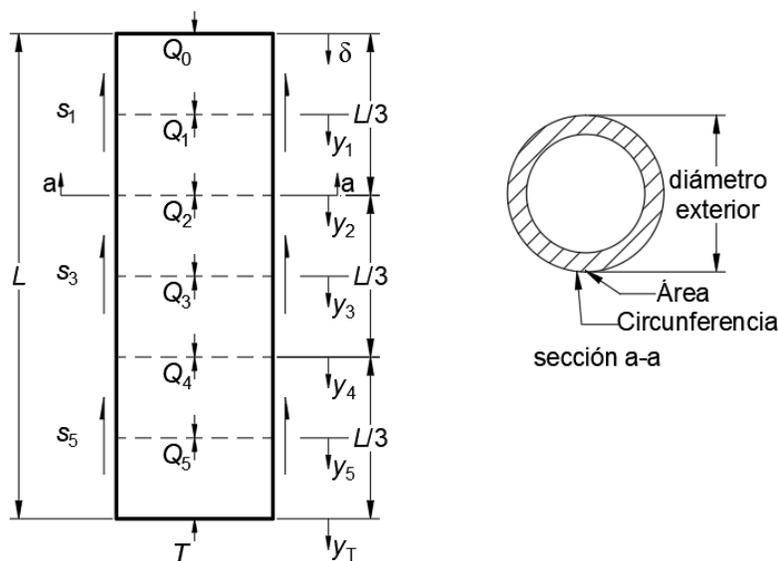


Fig. 6.7. Pilote cargado axialmente, dividido en tres segmentos (Coyle y Reese, 1966).

El procedimiento se repite suponiendo diferentes movimientos en la punta para obtener una serie de valores  $Q_0$  y  $S$ . Con estos datos se puede graficar una curva carga-asentamiento.

Para determinar la transferencia de carga al suelo, deben tenerse mediciones de la carga en el pilote a diferentes profundidades; esto se puede lograr en ensayos de carga en campo usando pilotes instrumentados con *strain gages*.

Para obtener el movimiento del pilote a diferentes profundidades, es necesario conocer el asentamiento en la cabeza y tener información completa de las propiedades de aquél. También es

necesario tener la información del suelo a diferentes profundidades. Para calcular la transferencia de carga se resta la carga en la parte inferior del segmento de la carga en la parte superior; después se divide entre el área circunferencial.

Para calcular el movimiento del pilote a la mitad del segmento, se resta la deformación elástica del pilote, primero del segmento superior, y después de mitad a mitad de cada segmento.

Después de que se calcularon la transferencia de carga y el movimiento del pilote a diferentes profundidades a lo largo de él para diferentes cargas en la cabeza, los resultados se grafican como una familia de curvas. Los autores sugieren que los límites de longitud de los pilotes sean de 24.4 m (80 ft) como máximo.

Puede razonarse que la máxima transferencia de carga en un punto a lo largo del fuste de un pilote hincado, es función de la resistencia al corte del suelo en ese punto y de la presión lateral de tierras hacia la pared del pilote. La resistencia *in situ* se puede ajustar para predecir la resistencia al corte en la pared después del hincado. En este método se ignora el factor de profundidad.

Las relaciones de transferencia de carga-resistencia al esfuerzo cortante del suelo mayores a 1.0, obtenidas de ensayos de campo en pilotes instrumentados, resultan de comparar la transferencia de carga medida en la pared del pilote, con los valores de resistencia al esfuerzo cortante obtenidos del suelo no remoldeado.

## **6.4 Criterio de Randolph y Wroth (1978)**

Randolph y Wroth (1978, 1979) propusieron una solución que pretende modelar la forma en que la carga se transmite del pilote al suelo. El análisis fue desarrollado para pilotes individuales, cilíndricos, completamente embebidos en un suelo linealmente elástico, no homogéneo, cuya rigidez aumenta linealmente con la profundidad; incluye también el caso de suelo homogéneo. La solución propuesta proporciona la relación carga-asentamiento, la cual es aproximada, pero los resultados han sido verificados con métodos de análisis más rigurosos.

La solución supone que el comportamiento carga-asentamiento del fuste puede considerarse por separado del comportamiento de la punta del pilote (fig. 6.8). Por tanto, el suelo circundante al pilote se puede dividir en dos capas por una línea AB que se dibuja al nivel de la punta del pilote. Inicialmente, se supone que el suelo arriba de la línea AB se deformará únicamente por los esfuerzos transferidos del fuste del pilote y que el suelo debajo de la línea AB se deformará

únicamente por los esfuerzos provocados por la base del pilote. Se necesitan algunas modificaciones para tomar en cuenta la interacciones entre los estratos superior e inferior. La interacción servirá para limitar la deformación en el estrato superior, reduciendo las deformaciones hasta ser despreciables en una distancia desde el eje del pilote,  $r_m$ .

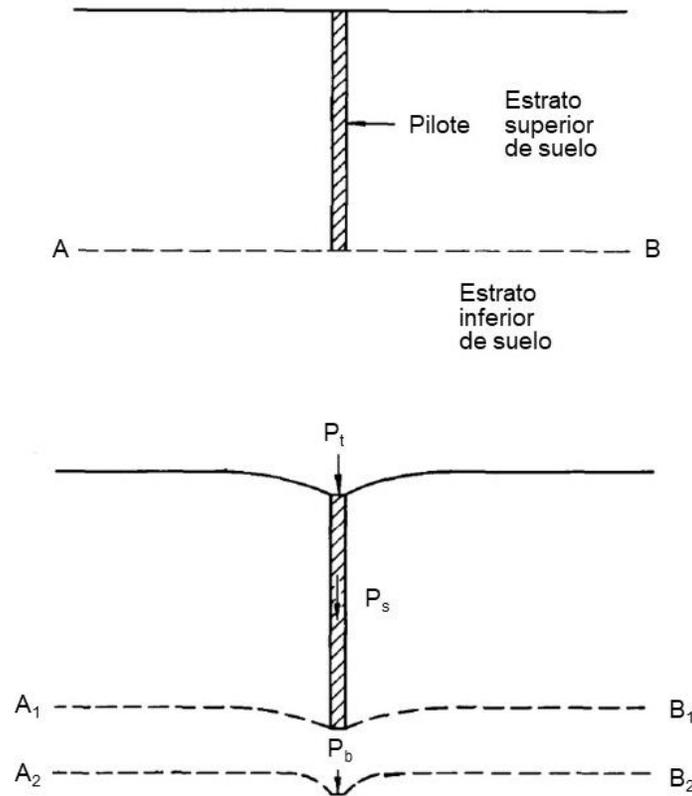


Fig. 6.8. Desacoplamiento de efectos debido al fuste y la punta del pilote. a) Capas superior e inferior, b) Patrones de deformación separados de las capas superior e inferior (Randolph y Wroth, 1979).

#### 6.4.1 Deformación debida al efecto de fricción del pilote

Al considerar el equilibrio vertical de los elementos de suelo alrededor del pilote, se puede mostrar que el esfuerzo cortante en el suelo disminuye inversamente con la distancia desde el eje del pilote,  $r$ . Por tanto, el esfuerzo cortante a una distancia  $r$  puede escribirse como:

$$\tau = \tau_0 r_0 / r \quad (6.6)$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $r$  es la distancia desde el eje del pilote, y el subíndice 0 indica que estos valores corresponden a la interfaz del pilote. (fig. 6.9)

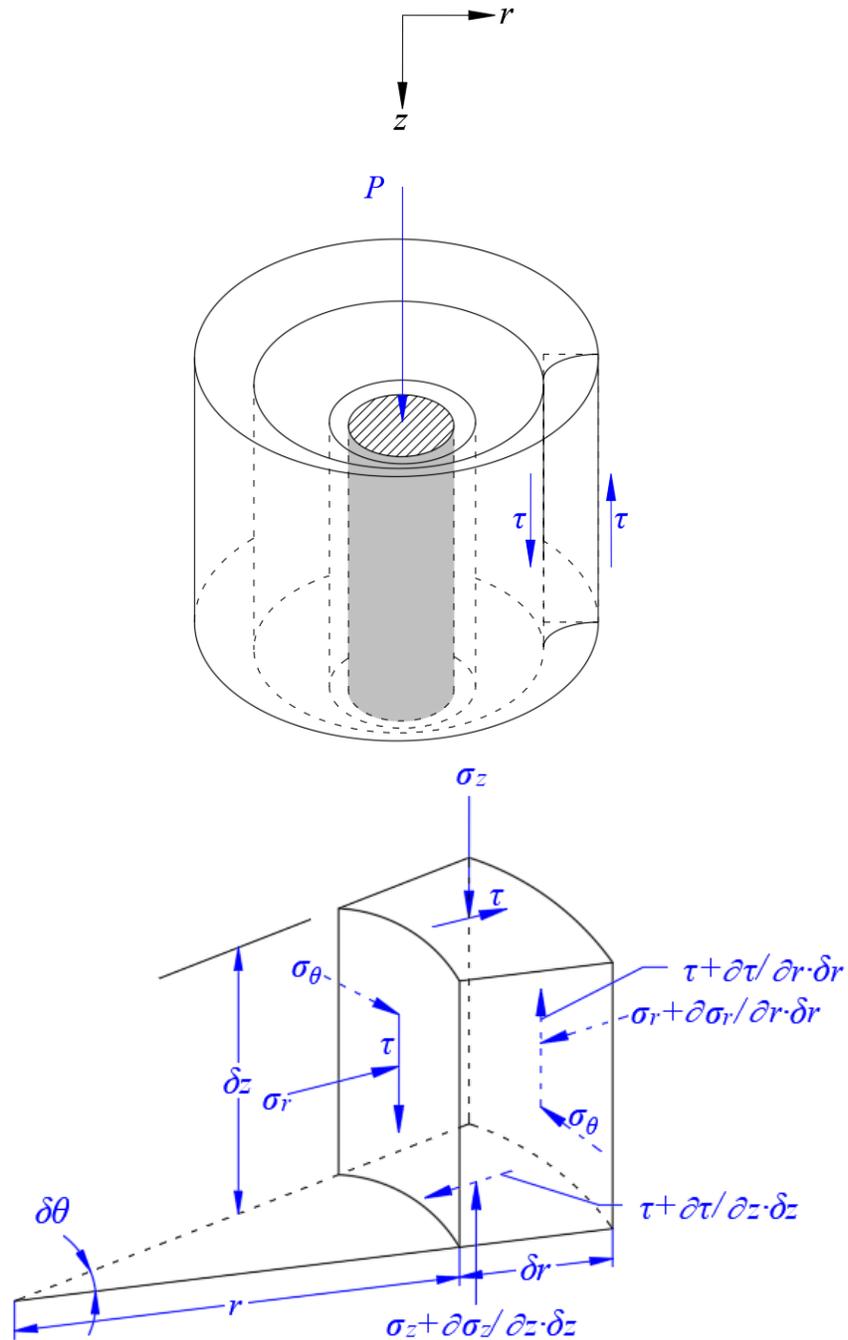


Fig. 6.9. Deformación del suelo alrededor del fuste y esfuerzos en un elemento de suelo. (Randolph y Wroth, 1978).

Para un suelo que es radialmente homogéneo alrededor del pilote, la ecuación anterior implica que las deformaciones por cortante en el suelo también variarán inversamente con la distancia  $r$ . Por

tanto, la integración de las deformaciones de cortante lleva a asentamientos del suelo que pueden variar de forma logarítmica con la distancia  $r$ :

$$w = w_s - \frac{\tau_0 r_0}{G} \ln r / r_0 \quad (6.7)$$

Donde  $w$  es el desplazamiento vertical del suelo,  $w_s$  es el desplazamiento vertical del suelo alrededor del fuste del pilote, y  $G$  es el módulo de cortante del suelo (fig. 6.11). La variación logarítmica fue confirmada por ensayos de carga en pilotes y por análisis de elemento finito. Suponiendo que el movimiento del suelo será despreciable más allá de una distancia  $r_m$ , (fig. 6.10) el asentamiento debido al efecto de fricción del pilote se puede escribir como:

$$w_s = \zeta \tau_0 r_0 / G \quad (6.8)$$

Donde  $\zeta = \ln(r_m/r_0)$ . La relación entre la carga por fricción en el fuste y el desplazamiento del pilote está dada por:

$$\frac{P_s}{Gr_0 w_s} = \frac{2\pi r_0 l \tau_0}{Gr_0 w_s} = \frac{2\pi l}{\zeta r_0} \quad (6.9)$$

La relación carga-asentamiento por fricción del pilote se ha hecho adimensional al dividir por el módulo de cortante del suelo,  $G$ , y por el radio del pilote,  $r_0$ . Los valores de  $w_s$  y  $\tau_0$  serán valores aproximados a lo largo del fuste del pilote.

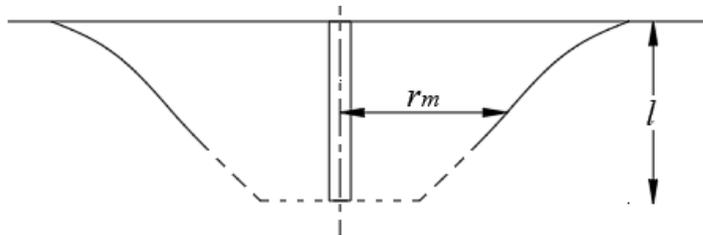


Fig. 6.10. Variación de la zona de influencia del pilote (Randolph y Wroth, 1978).

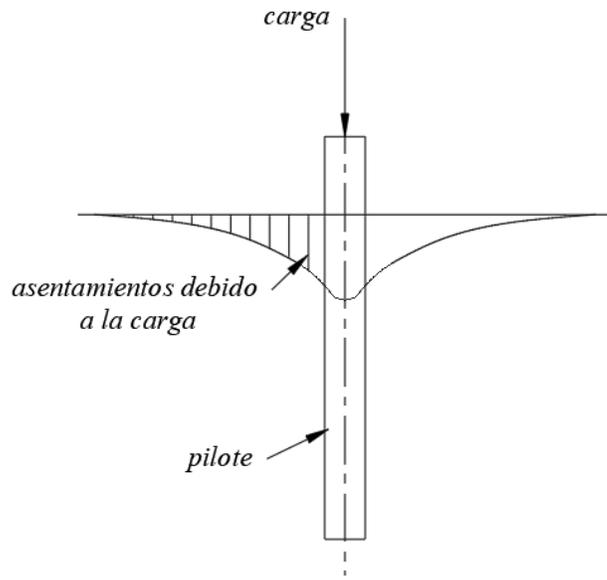


Fig. 6.11. Asentamientos alrededor del fuste debido a la carga en la cabeza del pilote (modificado de Kraft, 1981).

#### 6.4.2 Deformación debida al efecto de la carga en la punta del pilote

La punta del pilote actúa como un punzón rígido sobre la superficie del estrato inferior del suelo (fig. 6.8). La relación carga-asentamiento se puede obtener de la solución de Boussinesq:

$$\frac{P_b}{Gr_0w_b} = \frac{4}{(1-\nu)} \quad (6.10)$$

Donde  $\nu$  es la relación de Poisson del suelo. Los autores consideran que el estrato superior de suelo no contribuirá a la rigidez de la base del pilote.

#### 6.4.3 Combinación del comportamiento en el fuste y en la punta

##### *Pilote rígido*

Para un pilote rígido, el asentamiento del fuste será uniforme e igual a aquél en la base del pilote. Por tanto, la relación total carga-asentamiento está dada por:

$$\frac{P_t}{Gr_0w_t} = \frac{P_b}{Gr_0w_b} + \frac{P_s}{Gr_0w_s} = \frac{4}{(1-\nu)} + \frac{2\pi l}{\zeta r_0} \quad (6.11)$$

Esta es la solución aproximada para un pilote rígido embebido en un semi-espacio elástico homogéneo. La distancia límite de influencia, o radio mágico,  $r_m$  se ha encontrado empíricamente que satisface  $r_m = 2.5l(1 - \nu)$ . Para este valor de  $r_m$ , se obtiene un buen ajuste entre la ecuación anterior y resultados de análisis de ecuaciones integrales. Los resultados típicos se muestran en la fig. 6.12.

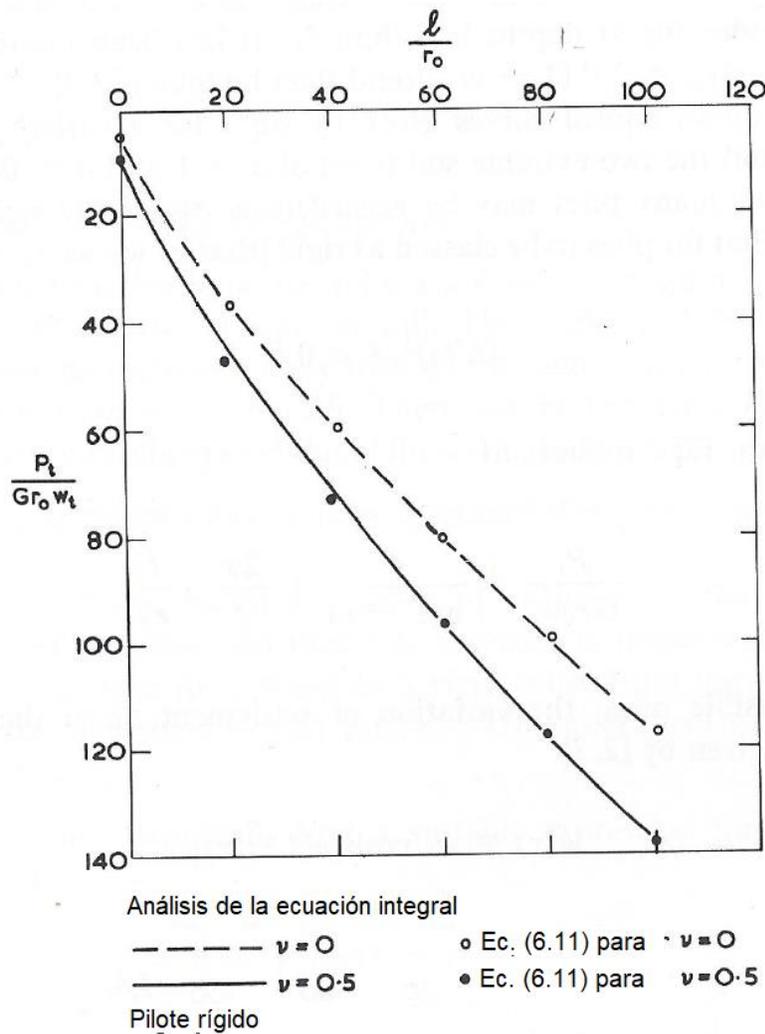


Fig. 6.12. Comparación de la relación carga-asentamiento para diferentes relaciones de esbeltez de pilotes rígidos en suelo homogéneo (Randolph y Wroth, 1979).

#### *Pilote compresible en suelo no homogéneo*

La solución anterior se extendió para el caso de pilotes compresibles y suelos no homogéneos. En general, el módulo de cortante de un depósito de suelo tiende a incrementar con la profundidad. (fig. 6.13) La solución se puede utilizar en cualquier suelo, donde la rigidez aumenta

aproximadamente de forma lineal con la profundidad. El grado de homogeneidad se puede expresar por el factor  $\rho = G_{l/2}/G_l$ , que es la relación entre el módulo de cortante a la mitad de la profundidad a la que está embebida el pilote y el módulo en la base del pilote. Este factor puede variar entre 0.5 para un suelo cuya rigidez es proporcional con la profundidad a 1.0 para un suelo homogéneo. La expresión completa es:

$$\frac{P_t}{Gr_0w_t} = \left[ \frac{4}{\eta(1-\nu)} + \frac{2\pi}{\zeta} \rho \frac{l \tanh(\mu l)}{r_0 \mu l} \right] \times \left[ 1 + \frac{4}{\eta(1-\nu)} + \frac{1}{\pi\lambda} \frac{l \tanh(\mu l)}{r_0 \mu l} \right]^{-1} \quad (6.12)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{E_p}{G_l} \\ \mu l &= \left( \frac{2}{\zeta\lambda} \right)^{1/2} \frac{l}{r_0} \\ \rho &= G_{l/2}/G_l \\ \zeta &= \ln \left( \frac{r_m}{r_0} \right) \end{aligned}$$

El módulo de Young del pilote se representa como  $E_p$ , y el módulo de cortante del suelo en el nivel de la punta del pilote como  $G_l$ . El factor  $\eta$  permite la solución de pilotes con ampliación de base (campana). Para una relación de ampliación de base de  $r_b/r_0$ , el factor  $\eta = r_0/r_b$  toma en cuenta una carga mayor por la punta. Para casos en los que hay una zona de reblandecimiento alrededor del pilote, la constante  $\zeta$  se puede tomar como:

$$\zeta = G_\infty \int_{r_0}^{r_m} (Gr)^{-1} dr \quad (6.13)$$

Donde  $G$  varía con el radio del pilote, y tiende a  $G_\infty$ , a valores grandes de  $r$  (en el que el suelo no ha sido alterado por el proceso de instalación del pilote).

El valor de  $r_m$  está dado por:

$$r_m = 2.5\rho l(1-\nu) \quad (6.14)$$

para pilotes en un estrato profundo de suelo (de profundidad mayor de 3 veces la longitud del pilote). Para casos más prácticos, la rigidez del suelo incrementa considerablemente a profundidades menores que  $3l$ . En estos casos, se encontró empíricamente que se debe tomar un valor de  $r_m = 2\rho l(1-\nu)$ .

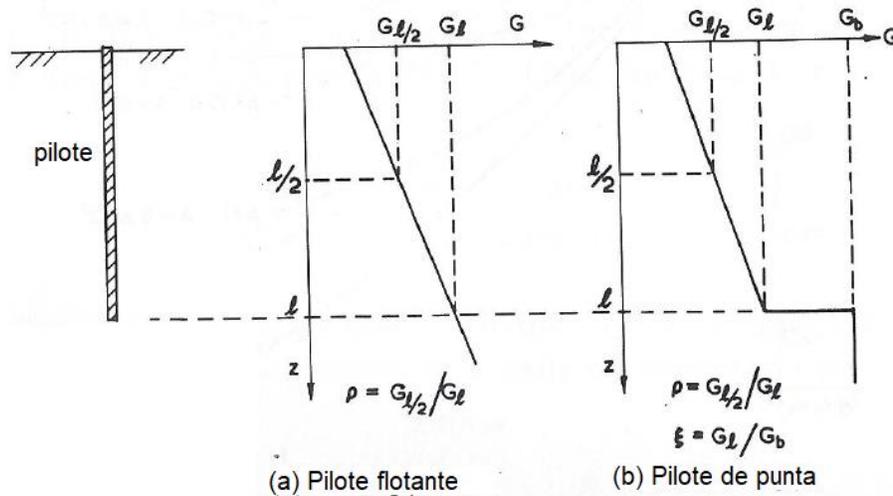


Fig. 6.13. Variación considerada del módulo de cortante del suelo con la profundidad (Randolph y Wroth, 1979).

Para pilotes compresibles, la variación de asentamiento a lo largo del pilote está dada aproximadamente por:

$$w(z) = w_b \cosh[\mu(l - z)] \quad (6.15)$$

La relación entre el asentamiento en la cabeza del pilote y el asentamiento en la punta es:

$$\frac{w_t}{w_b} = \cosh(\mu l) \quad (6.16)$$

#### 6.4.4 Aplicaciones

Randolph y Wroth (1979) usaron su solución en el análisis en reversa de ensayos de carga en pilotes hincados en suelos calcáreos en Portsmouth Harbour, Inglaterra. Compararon los resultados obtenidos de 6 ensayos realizados en pilotes de cuatro diferentes longitudes (7-17 m) y dos diferentes diámetros (0.38 y 0.51 m). La rigidez del suelo aumenta con la profundidad. La fig. 6.14 muestra las curvas carga-desplazamiento medidas en campo y las calculadas. Hay un buen ajuste en las primeras etapas de los seis ensayos.

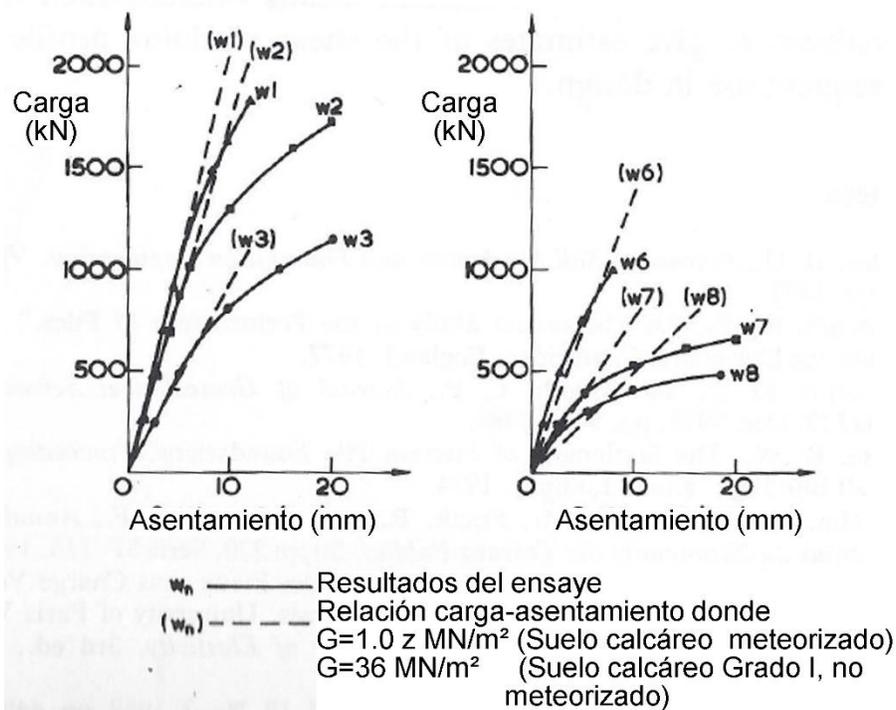


Fig. 6.14. Curvas carga-desplazamiento de pilotes hincados en suelo calcáreo (Randolph y Wroth, 1979).

## 6.5 Criterio de Kraft, Ray y Kagawa (1981)

Kraft *et al.* (1981) propusieron un método teórico para estimar la relación  $t$ - $z$  de pilotes. El método considera que el desplazamiento en un punto depende únicamente del esfuerzo en ese punto. La interacción suelo estructura se representa por resortes que relacionan el esfuerzo cortante en la interfaz pilote-suelo con el desplazamiento del pilote (fig. 6.15).

Para desarrollar las curvas  $t$ - $z$  realistas se debe contar con valores precisos de transferencia de carga del suelo, distribución de la capacidad de carga del pilote y características del desplazamiento del suelo durante la transferencia de carga.

Para construir las curvas  $t$ - $z$  se consideran las respuestas *antes* y *después* de la falla por separado. Para estimar la respuesta *antes* de la falla, se usa un modelo teórico basado en la elasticidad; mientras que, las curvas  $t$ - $z$  *después* de la falla se modelan considerando el comportamiento esfuerzo-deformación residual en la interfaz suelo-pilote.

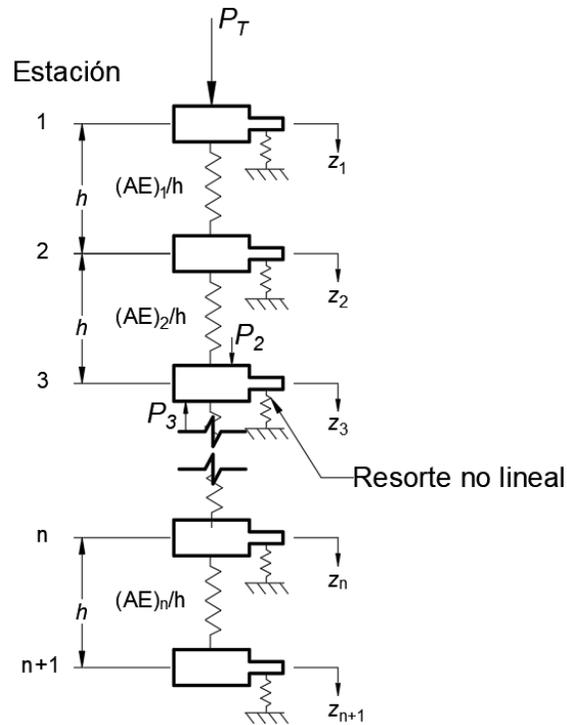


Fig. 6.15. Modelo de Diferencias Finitas en un pilote con carga axial (Kraft *et al.*, 1981).

### 6.5.1 Curvas $t$ - $z$ antes de la falla

La formulación teórica usa el método del cilindro concéntrico de Randolph y Wroth (1978) el cual considera que: 1) el patrón de desplazamiento de suelo puede modelarse como cilindros concéntricos en cortante (fig. 6.16); 2) se desprecian los desplazamientos radiales debido a la carga en el pilote, por tanto, prevalece una condición de corte simple en el suelo; 3) el esfuerzo cortante disminuye con una distancia tal que  $\tau r = \tau_0 r_0$ , donde  $\tau$  = esfuerzo cortante a una distancia  $r$ ,  $\tau_0$  = esfuerzo cortante en la interfaz pilote suelo,  $r_0$  = radio del pilote; 4) los esfuerzos cortantes se desprecian más allá de una distancia  $r_m$  (zona de influencia o radio mágico); y 5) La zona de influencia  $r_m = 2.5l\rho(1-\nu)$  y es un valor promedio a lo largo del pilote; donde  $l$  = longitud del pilote,  $\nu$  = relación de Poisson del suelo y  $\rho$  = relación de los módulos de cortante a las profundidades  $l/2$  y la punta del pilote.

Las suposiciones anteriores conducen a la siguiente ecuación de carga-desplazamiento:

$$z_s = \tau_0 r_0 \int_{r_0}^{r_m} \frac{dr}{Gr} \quad (6.17)$$

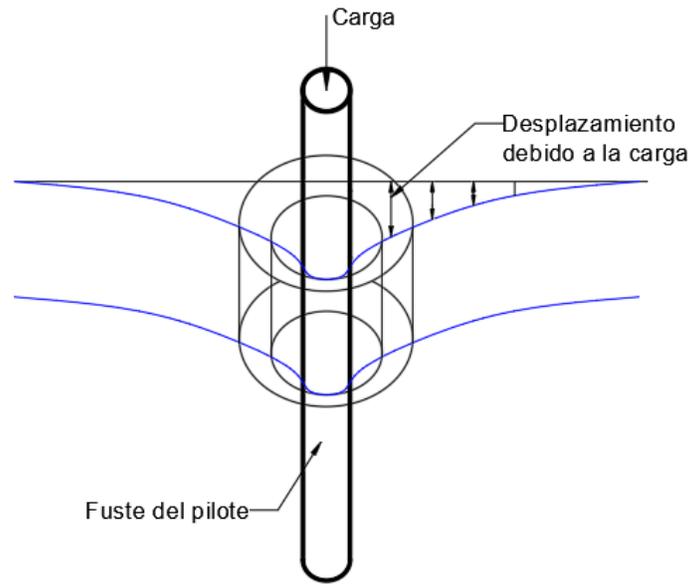


Fig. 6.16. Asentamiento modelado como el cortante entre cilindros concéntricos (Kraft *et al.*, 1981).

Donde  $z_s$  = desplazamiento del elemento.  $G$  puede ser una función de distancia radial como resultado de las alteraciones causadas por la instalación del pilote y el comportamiento no lineal del suelo. Después de la falla, los planos de deslizamiento que se desarrollan invalidan la ecuación anterior. Hasta antes de la falla, las variaciones en el módulo de corte con la distancia radial y el módulo de degradación con la deformación se pueden modelar con la ecuación anterior.

Si  $G$  es constante, la ecuación anterior se reduce a:

$$z_s = \left( \frac{\tau_0 r_0}{G} \right) \ln \left( \frac{r_m}{r_0} \right) \quad (6.18)$$

La ecuación 6.18 muestra que el desplazamiento no sólo es función del esfuerzo cortante y la rigidez del suelo; sino también del radio del pilote y su longitud. Este último factor, se incluye en el cálculo de  $r_m$ .

#### *Variación del módulo de cortante con la profundidad*

El módulo del suelo varía a lo largo del pilote, con la distancia radial desde el eje del pilote y con la carga del pilote, como resultado de variaciones del suelo, la alteración durante la instalación, la consolidación del suelo posterior y la respuesta no lineal esfuerzo-deformación. La respuesta  $t$ - $z$  a cierta profundidad se considera controlada por el módulo del suelo a esa profundidad. Con esta

suposición, Randolph y Wroth aproximaron una variación del módulo del suelo a lo largo del pilote. Por tanto, esta suposición en el método  $t$ - $z$  debe considerar las variaciones verticales del módulo del suelo.

Para las condiciones después de la consolidación, los efectos no lineales son más importantes que los efectos de la instalación. Por tanto, el método sólo considera los efectos no lineales.

### *Esfuerzo-deformación no lineal*

El comportamiento esfuerzo-deformación de algunos suelos puede describirse por la expresión hiperbólica:

$$G = G_i \left( 1 - \frac{\tau_0 R_f}{\tau_{max}} \right) \quad (6.19)$$

Donde  $G$  = módulo secante de cortante a un esfuerzo cortante aplicado  $\tau_0$ ;  $G_i$  = módulo de esfuerzo cortante inicial a bajas deformaciones;  $R_f$  = constante de ajuste de la curva esfuerzo-deformación; y  $\tau_{max}$  = esfuerzo cortante en la falla. Al combinar las ecuaciones 6.18 y 6.19, y la distribución de  $\tau$  con  $r$ , la ecuación de la respuesta  $t$ - $z$  es:

$$z_s = \frac{\tau_0 r_0}{G_i} \ln \left( \frac{\frac{r_m}{r_0} - \psi}{1 - \psi} \right) \quad (6.20)$$

Donde  $\psi = \tau_0 R_f / \tau_{max}$ ; esta ecuación se puede usar para generar las curvas  $t$ - $z$  antes de la falla. Aunque esta ecuación ignora la heterogeneidad radial causada por el proceso de instalación, estos efectos a largo tiempo, en el caso de pilotes hincados, son menores comparados con la incertidumbre en las propiedades del suelo y las aproximaciones usadas para el desarrollo de las ecuaciones. Sin embargo, si la heterogeneidad radial es importante, se deben considerar sus efectos.

## **6.5.2 Curvas $t$ - $z$ después de la falla**

Para modelar analíticamente el comportamiento  $t$ - $z$  después de la falla se tienen que determinar: 1) máxima fricción en el fuste; 2) desplazamiento del pilote a la cual se moviliza la fricción máxima

3) fricción residual en el fuste a grandes desplazamientos del pilote y 4) el comportamiento de desplazamiento por métodos convencionales y el desplazamiento  $z_{max}$  al cual se moviliza la máxima fricción.

Una vez que el suelo alcanza el estado de falla incipiente, ocurre una deformación adicional en el pilote como resultado de la distorsión en el suelo con una rotación de los planos principales; también se pueden producir movimientos a lo largo de planos de deslizamiento, o una combinación de ambos. Cuando hay planos de deslizamiento, el comportamiento del suelo no se puede definir en términos de esfuerzo y deformación. Un método para modelar el comportamiento después de la falla es modelar una sección del sistema pilote-suelo en un ensaye de corte directo. En este ensaye se reemplaza una mitad de la muestra de suelo con una pieza de acero, concreto o madera. Si la falla es en el suelo en lugar de la interfaz, un ensaye de corte directo convencional puede ser más apropiado para definir la respuesta transferencia de carga-desplazamiento después de la falla. De ensayes de corte directo en arcilla, se encontró que la resistencia residual es del 60 al 100 % de la máxima resistencia. El reblandecimiento del material remoldeado puede diferir del inalterado. El grado de reblandecimiento puede deberse al tipo de ensaye (corte simple, triaxial o corte directo). Kraft *et al.* (1981) probaron una interfaz arcilla-arcilla y encontraron una reducción de resistencia de alrededor del 20% en muestras de arcilla de alta plasticidad. La deformación necesaria para desarrollar la resistencia residual después de alcanzar el esfuerzo máximo fue alrededor de 2.5 mm. El ensaye de corte directo no es una simulación perfecta de la transferencia de carga-desplazamiento de un segmento de pilote. El esfuerzo normal total se mantiene constante durante el ensaye; mientras que, durante la carga del pilote se presenta una condición de límite de desplazamiento. Las concentraciones de esfuerzo causadas por una pequeña área de contacto en el ensaye y la separación entre las cajas de corte pueden resultar en diferencias entre la simulación y el prototipo. Además, la curva esfuerzo-desplazamiento del ensaye de corte directo simula la condición a lo largo del plano de falla y no considera las deformaciones elásticas que pueden ocurrir en el suelo a cierta distancia del pilote.

El desplazamiento,  $\delta_z$ , que ocurre al pasar del esfuerzo máximo al residual en el ensaye de corte directo, puede compararse con el desplazamiento  $t$ - $z$ ,  $\Delta z$ , que se produce al pasar de un valor de transferencia de carga máximo a uno residual en un segmento de pilote. Éste y el suelo circundante exhiben características  $t$ - $z$  hasta la falla (ec. 6.20). Alcanzada la falla, la curva  $t$ - $z$  del segmento del pilote se gobierna por los resultados del ensaye de corte directo a lo largo de la superficie de falla,

y por la ec. 6.20 para el suelo alejado de ésta, (fig. 6.17). Esto implica que, alcanzada la falla y si la transferencia de carga disminuye con un desplazamiento continuo del pilote, el suelo más alejado de la superficie de falla se recuperará un poco cuando se libera su energía elástica. Esta acción incrementa el desplazamiento relativo a lo largo de esta superficie y ocasiona que el suelo alcance un nivel residual a un desplazamiento menor que el dado en los resultados de ensaye de corte directo. La diferencia entre  $\delta_z$  y  $\Delta z$  es  $\delta_z - \Delta z = \Delta z_e$ . Donde  $\Delta z_e$  es el rebote elástico, calculado con la ecuación 6.20, tomando la diferencia para  $\tau_0 = \tau_{max}$  y  $\tau_0 = \tau_{0residual}$ .

La diferencia máxima entre  $\Delta z$  y  $\delta_z$  es menor del 10% de  $\delta_z$  para un diámetro de pilote de 0.3 m y condiciones de suelo típicas. A mayor diámetro, mayor  $\Delta z_e$ ; mientras que  $\delta_z$  probablemente no es afectado por el diámetro del pilote.

### 6.5.3 Procedimiento para construir curvas $t$ - $z$ teóricas.

La curva  $t$ - $z$  se construye en dos partes: antes y después de la falla. La curva antes de la falla está gobernada por la ec. 6.20. Esta ecuación puede adaptarse para simular cambios del módulo de esfuerzo cortante con la distorsión y los cambios del módulo con la distancia radial. Se puede usar un radio equivalente para pilotes cuadrados. La relación carga-desplazamiento requiere un valor máximo de transferencia de carga,  $t_{max}$ ; resistencia al corte,  $s_u$ ; módulo de esfuerzo cortante del suelo,  $G_{max}$ ; y la constante esfuerzo-deformación,  $R_f$ . El valor de  $t_{max}$  puede ser menor que  $s_u$ , por ejemplo, para arcillas rígidas preconsolidadas.

El valor de  $t_{max}$  se calcula de la misma manera que la resistencia por fricción; sin embargo, debe cuidarse la distribución de  $t_{max}$  a lo largo del pilote. El promedio de la distribución de  $t_{max}$  debe ser consistente con el valor obtenido por los procedimientos convencionales para determinar la capacidad de carga de pilote. Si los resultados de laboratorio muestran que la resistencia residual es menor que  $t_{max}$ , se debe usar un valor de resistencia al corte entre  $t_{max}$  y  $t_{res}$ . (fig. 6.17).

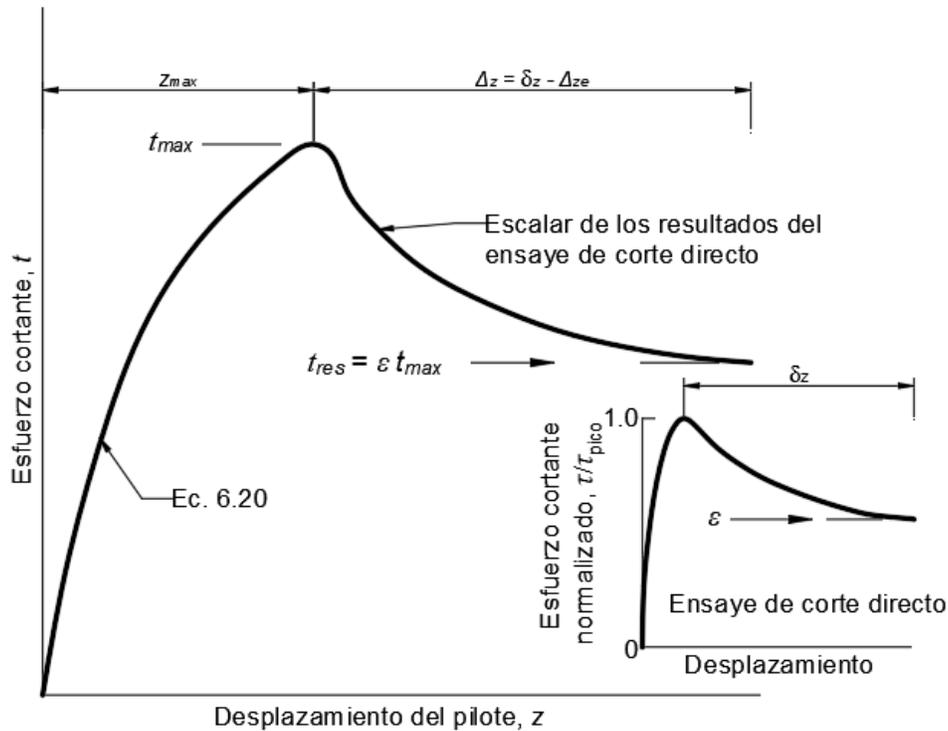


Fig. 6.17. Desarrollo de una curva  $t$ - $z$  (Kraft *et al.*, 1981).

Se pueden usar cálculos de ensaye y error para revisar las estimaciones, hasta que la capacidad de los pilotes por ambos métodos sea aceptable.

Los parámetros de esfuerzo-deformación deben basarse en ensayos *in situ* a bajas deformaciones (*cross-hole*, *down-hole*), ensayo de columna resonante o correlaciones empíricas. Los resultados de laboratorio pueden usarse para determinar la respuesta no lineal como lo refleja el parámetro  $R_f$  del modelo hiperbólico.

Una vez que se ha alcanzado la falla, el comportamiento después de la falla puede estimarse de resultados de ensayos de corte directo. Algunos datos indican que la deformación que ocurre para cambiar de  $\tau_{max}$  a  $\tau_{res}$  es alrededor de 2.5 mm para arcilla.

La deformación que se necesita para desarrollar la fricción total del fuste,  $z_{max}$ , varía considerablemente. Esta variación se puede considerar con el módulo de esfuerzo cortante del suelo,  $G$ , y el parámetro esfuerzo—deformación,  $R_f$ , la longitud del pilote y su diámetro.

### 6.5.4 Respuesta $Q$ - $z$ en la punta del pilote

Las curvas  $Q$ - $z$  en la punta usan el método del módulo de reacción a partir de resultados de pilotes instrumentados y ensayos de laboratorio.

La solución elástica para el efecto de punzonamiento rígido se puede usar para modelar el comportamiento  $Q$ - $z$ :

$$z = \frac{q_b D (1 - \nu^2)}{E} I_b \quad (6.21)$$

Dónde:  $q_b$  = esfuerzo en la punta del pilote;  $D$  = diámetro del pilote;  $E$  = Módulo de Young del suelo; e  $I_b$  = coeficiente de influencia. Se debe usar un módulo de Young secante en la ec. 6.21 para determinar un valor de  $z$ . para el efecto de punzonamiento rígido en un semiespacio,  $I_b = 0.78$ . Randolph y Wroth y Vesic, mostraron que  $I_b$  se reduce, debido al efecto de profundidad a valores entre 0.5 y 0.78.

### 6.5.5 Aplicaciones

Kraft *et al.* (1981) analizaron pilotes individuales hincados en arcilla rígida preconsolidada y en arena para verificar su método. Estudiaron su comportamiento con carga a corto plazo y usaron el programa AXPILE para el análisis.

En la fig. 6.18 se observan las curvas  $t$ - $z$  de pilotes hincados en arena en Houston, Texas. Con el método de Kraft *et al.* se obtiene un buen ajuste en dos ensayos, en los otros dos se subestiman los desplazamientos.

La respuesta estimada de pilotes hincados en arcilla rígida en la Universidad de Houston se indica en la fig. 6.19. Se observa buen ajuste entre ésta y los resultados de campo.

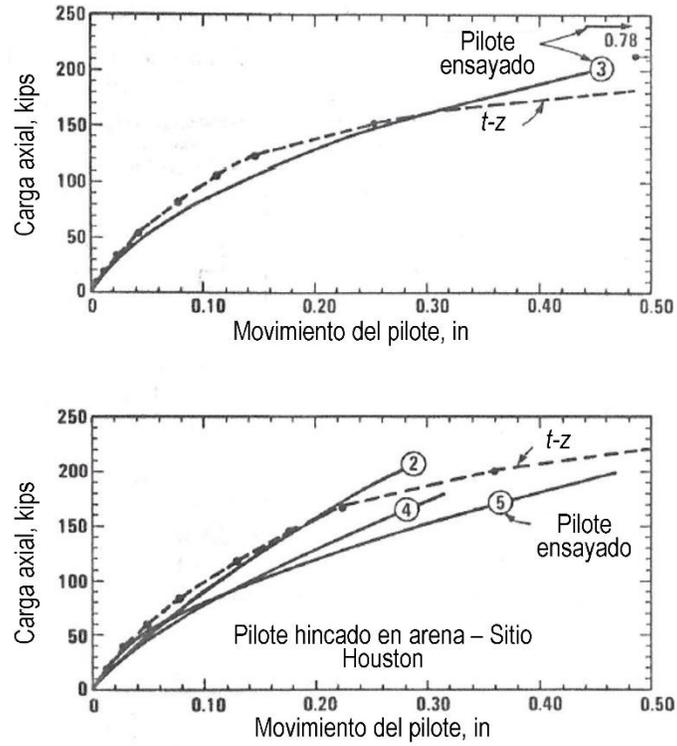


Fig. 6.18. Curvas  $t$ - $z$  de pilotes hincados en arena en Houston, Texas (Kraft *et al.*, 1981).

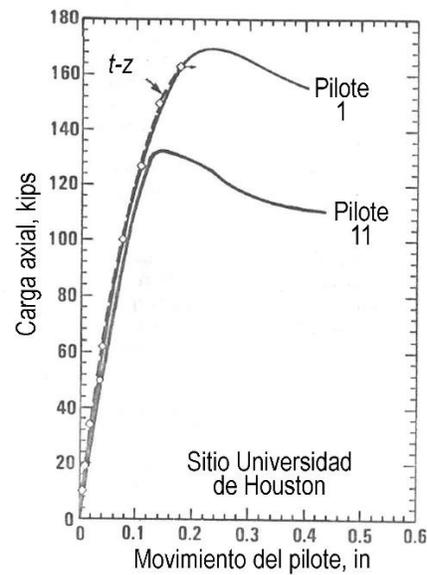


Fig. 6.19. Curvas  $t$ - $z$  de pilotes hincados en arcilla en la Universidad de Houston, Texas (Kraft *et al.*, 1981).

## 6.6 Programa Pile, de Oasys

El programa Pile de Oasys (2018) permite el cálculo de la capacidad de carga y asentamiento de pilas y pilotes. Sólo es aplicable para carga axial y asentamientos verticales en pilotes individuales; considera la estratificación del suelo. Para el cálculo de asentamientos, requiere que el pilote sea de sección transversal circular sólida y que sea recto (sin ampliación de base); en caso de tener una sección transversal cuadrada, Oasys recomienda usar una sección circular equivalente cuya área sea la misma que la sección original.

El suelo se puede especificar como drenado o no drenado. Debido a que el principal interés de la tesis es la estimación de asentamientos en pilotes, se expondrá más el cálculo de éstos que el de la capacidad de carga.

Para el cálculo de asentamientos, los métodos disponibles son: Mindlin y las curvas  $t-z$ . El primero se basa en el método de diferencias finitas, mientras que el segundo se basa en el método del elemento finito.

### 6.6.1 Cálculo de asentamientos con el método de Mindlin

El cálculo de asentamientos se basa en los análisis teóricos del asentamiento de pilotes compresibles individuales, usando la teoría elástica lineal. El análisis usa el método de Mattes y Poulos. De las propiedades de los materiales, se calcula la resistencia por fuste.

#### *Desplazamientos del suelo*

Los desplazamientos del suelo adyacente al pilote se pueden expresar por:

$$\{\rho^s\} = \frac{d}{E^s} [l^s] \{p\} \quad (6.22)$$

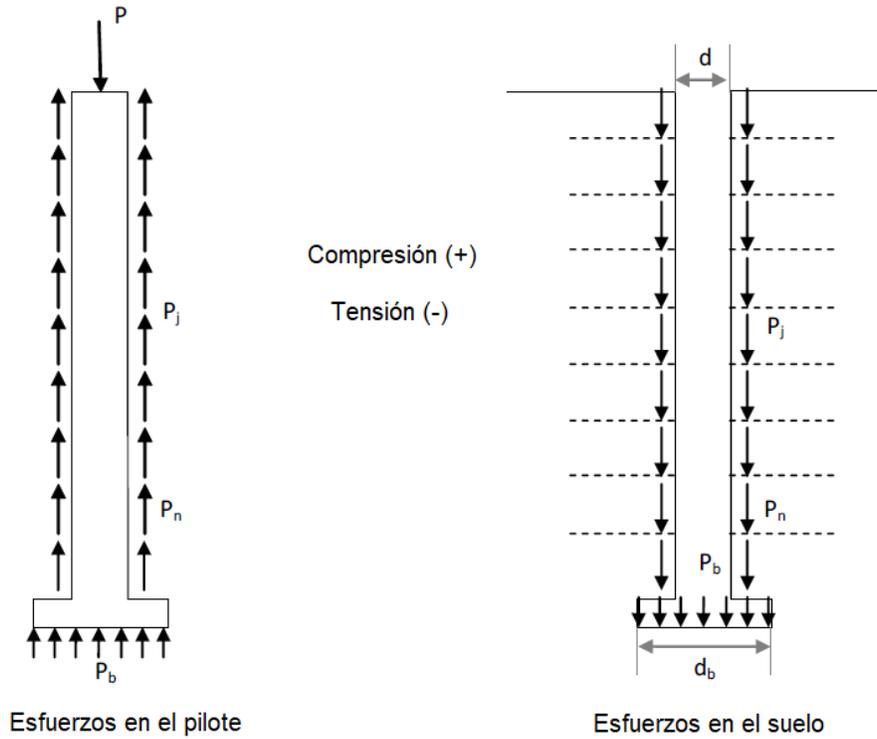


Fig. 6.20. Esfuerzos actuando en un pilote y el suelo adyacente (Oasys, 2018).

Donde el vector de desplazamientos del suelo es:

$$\{\rho^s\} = \begin{Bmatrix} \rho_1^s \\ \rho_2^s \\ \rho_3^s \\ \vdots \\ \rho_n^s \\ \rho_b^s \end{Bmatrix} \tag{6.23}$$

El vector de resistencia por fuste es:

$$\{p^s\} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_n \\ p_b \end{Bmatrix} \tag{6.24}$$

Donde  $E^s$  es el módulo elástico del suelo,  $n$  es el número de nodos del fuste del pilote y  $[I^s]$  es la matriz de factores del desplazamiento del suelo:

$$\{l^s\} = \begin{Bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & \cdots & l_{1n} & l_{1b}d_b/d \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & \cdots & l_{2n} & l_{2b}d_b/d \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & \cdots & l_{nn} & l_{nb}d_b/d \\ l_{b1} & l_{b2} & \cdots & \cdots & l_{bn} & l_{bb}d_b/d \end{Bmatrix} \quad (6.25)$$

Donde  $d$  es el diámetro del fuste del pilote y  $d_b$  es el diámetro de la base del pilote; los subíndices  $s$  y  $b$  indican suelo y base del pilote, respectivamente.

Los elementos en  $[l^s]$  se derivan de las integraciones de las ecuaciones de Mindlin.

La ecuación se puede reescribir en forma de la rigidez del suelo:

$$\{p\} = \frac{E^s}{d} [l^s]^{-1} \{\rho^s\} \quad (6.26)$$

#### *Desplazamientos del pilote*

Los esfuerzos en el fuste del pilote, en los nodos, se pueden expresar como:

$$\{p\} = \frac{d}{4\delta^2} E^p R_A [l^p] \{\rho^p\} + \{Y\} \quad (6.27)$$

Donde el subíndice  $p$  indica pilote, el vector de desplazamiento del pilote,  $\{\rho^p\}$ , es:

$$\{\rho^p\} = \begin{Bmatrix} \rho_1^p \\ \rho_2^p \\ \rho_3^p \\ \vdots \\ \rho_n^p \\ \rho_b^p \end{Bmatrix} \quad (6.28)$$

En la ec. Q,  $\delta$  es la longitud del elemento del pilote,  $E^p$  es el módulo elástico del pilote,  $R_A = A/(0.25\pi d^2)$ ,  $A$  es el área de la sección transversal del pilote, y  $[l^p]$  es la matriz de acción del pilote:

$$[l^p] = \begin{Bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2 & 2 & -5 & 3.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.33f & 12f & -10.67f \end{Bmatrix} \quad (6.29)$$

Donde:

$$f = \frac{\delta}{dR_A} \quad (6.30)$$

Y el vector de esfuerzos aplicados está definido como:

$$\{Y\} = \frac{1}{\pi d \delta} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \\ F_b \end{Bmatrix} \quad (6.31)$$

Donde  $F$  es la fuerza aplicada en el nodo en el pilote. Los elementos en  $[l^p]$  se obtienen con el método de diferencias finitas.

#### *Compatibilidad de desplazamientos*

Cuando se mantienen las condiciones elásticas en la interfaz pilote-suelo, los desplazamientos de los puntos adyacentes a lo largo de la interfaz son iguales:

$$\{\rho^s\} = \{\rho^p\} = \{\rho\} \quad (6.32)$$

$$\left[ \frac{E^s}{d} [l^s]^{-1} - \frac{d}{4\delta^2} E^p R_A[l^p] \right] \{\rho\} = \{Y\} \quad (6.33)$$

Entonces, se calculan los desplazamientos del pilote y las fricciones en el fuste se calculan de esos desplazamientos del pilote.

#### *Efecto de frontera rígida*

Los elementos de  $[l^s]$  son aplicables sólo cuando el suelo tiene una profundidad infinita, es decir, se trata de un pilote flotante. Para incluir el efecto de una frontera rígida en el desplazamiento del pilote, Oasys usa la aproximación de D'Appolonia y Romulaldi.

#### *Deslizamiento en interfaz pilote-suelo*

La compatibilidad de desplazamientos requiere que no ocurran deslizamientos en la interfaz pilote-suelo. Sin embargo, los suelos tienen una resistencia finita al corte. Los deslizamientos o fluencia local ocurrirán cuando la resistencia por fuste alcanza el valor límite; por tanto, se modifica el análisis elástico para considerar el posible deslizamiento.

Para cualquier etapa de carga, primero se resuelven los desplazamientos con la suposición que todos los elementos son elásticos. De estos desplazamientos, se calculan los esfuerzos cortantes y se comparan con los esfuerzos límite especificados. Por ejemplo, si en un elemento  $i$ , la resistencia

por fricción  $p_i$  excede el valor límite  $T_i$ , se calcula el desplazamiento extra causado por el desbalance en las fuerzas y se suma al obtenido por la solución elástica. Después, los esfuerzos cortantes se calculan nuevamente con base en los desplazamientos modificados. Se repite el procedimiento hasta que todos los esfuerzos cortantes calculados no excedan los esfuerzos cortantes límite.

### 6.6.2 Cálculo de asentamientos con el método de las curvas $t-z$

a) Matriz de rigidez del suelo

La matriz de rigidez del suelo está dada por:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{ii} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Donde  $k_{ii}$  es la rigidez en el nodo  $i$ , obtenida de la curva  $t-z$  asociada con el material (suelo) en el que se encuentra el nodo. Para el último nodo; es decir, la base, la rigidez es la suma de la rigidez obtenida en la curva  $t-z$  y la rigidez obtenida de la curva de la punta del pilote asociada al suelo en el que se encuentra el último nodo.

$$k_{fuste-nodo} = (k_{t-z})_{fuste-nodo} \quad (6.35)$$

$$k_{base-nodo} = (k_{t-z})_{base-nodo} + (k_{punta})_{base-nodo} \quad (6.36)$$

Si el nodo se encuentra en la unión de dos estratos, entonces se toma la curva del estrato superior. Las rigideces son de los resortes del fuste y de la base y dependen del tipo de las curvas  $t-z$ . El tipo de curvas  $t-z$  y de punta ( $q-z$ ) que soporta el programa son: elastoplásticas (Randolph y Wroth), hiperbólicas (Chin y Poulos), Logarítmicas, API, empíricas y especificadas por el usuario.

#### *Curvas elastoplásticas*

Estas curvas se caracterizan por una rigidez constante hasta la fluencia. Después de la fluencia, la rigidez es cero. Esto es común en curvas de fuste y de base. Las curvas en la base se limitan a

cargas de compresión; no soportan tensión. La curva típica elastoplástica  $t-z$  se muestra en la fig. 6.21, mientras que la curva en la base se muestra en la fig. 6.22.

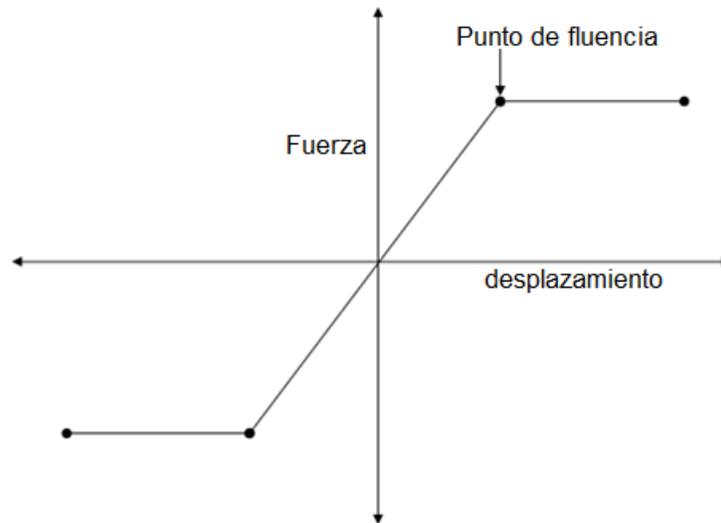


Fig. 6.21. Curva elastoplástica  $t-z$  (Oasys, 2018).

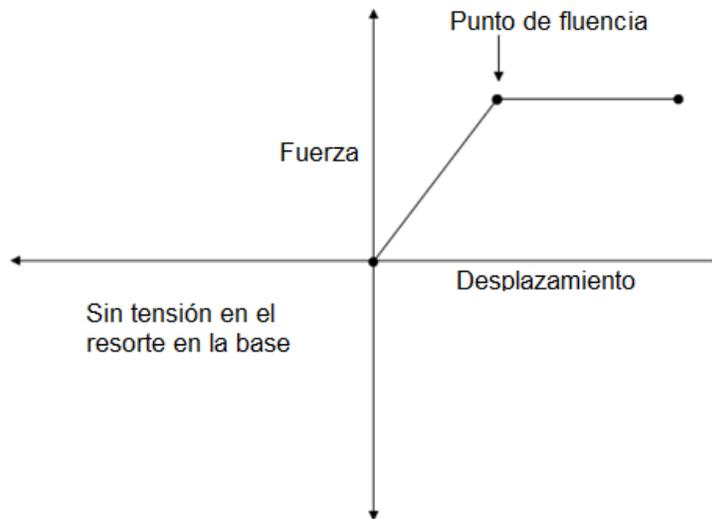


Fig. 6.22. Curva elastoplástica en la base  $q-z$  (Oasys, 2018).

### *Curvas hiperbólicas*

Este tipo de curvas se basa en Chin y Poulos (1991) y muestran una degradación continua de la rigidez con el incremento de carga.

La ecuación de la curva de carga inicial para el fuste está dada por:

$$z = \frac{\tau_0 r_0}{G_{max}} \ln \left[ \frac{\frac{r_m}{r_0} - \frac{\tau_0}{\tau_f} R_f}{1 - \frac{\tau_0}{\tau_f} R_f} \right] \quad (6.37)$$

Donde  $r_0$  es el radio de la pila,  $\tau_0$  es el esfuerzo cortante en la interfaz pilote-suelo,  $\tau_f$  es el esfuerzo cortante límite,  $r_m$  es la distancia empírica a la que el esfuerzo cortante en el suelo se considera despreciable,  $R_f$  es una constante hiperbólica que controla la forma de la curva fuerza-desplazamiento y  $G_{max}$  es el módulo de esfuerzo cortante inicial.

El desplazamiento en la carga máxima está controlado por la constante hiperbólica,  $R_f$ . Para  $R_f=1$ , el desplazamiento es infinito en la carga máxima. El programa genera 10 pares entre  $\tau_0=0$  y  $\tau_0=\tau_f$ . Una curva típica  $t$ - $z$  de este tipo se muestra a continuación:

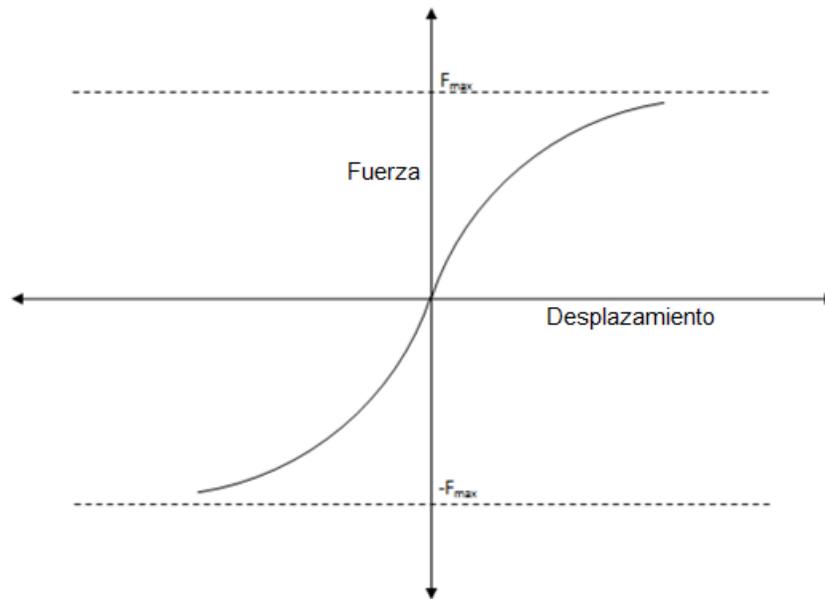


Fig. 6.23. Curva hiperbólica  $t$ - $z$  (Oasys, 2018).

La ecuación para la curva de carga inicial en la base está dada por:

$$z = \frac{p_b}{k_i \left( 1 - \frac{p_b R_{fb}}{p_f} \right)} \quad (6.38)$$

Donde  $p_b$  es la carga cortante movilizada,  $R_{fb}$  es la constante de ajuste de la curva hiperbólica para la base,  $p_f$  es la carga en la punta límite,  $k_i$  es la rigidez inicial en la base y está dada por:

$$k_i = \frac{4G_i r_0}{1 - \nu} = \frac{2E_i r_0}{1 - \nu^2} \quad (6.39)$$

En la expresión anterior,  $E_i$  y  $G_i$  son el módulo elástico inicial y el módulo de corte del suelo, respectivamente;  $\nu$  es la relación de Poisson del suelo.

La curva típica de punta de este tipo se da a continuación:

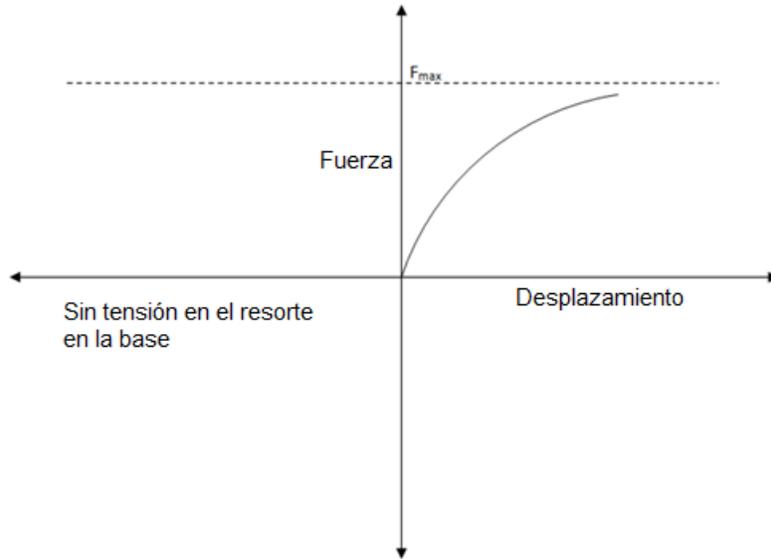


Fig. 6.24. Curva hiperbólica en la base  $q-z$  (Oasys, 2018).

b) *Matriz de rigidez del pilote*

El pilote se modela como una serie de elementos axiales, elementos unidimensionales, donde la matriz de rigidez de cada elemento (basada en método del elemento finito en una dimensión) está dada por:

$$\begin{bmatrix} AE/L & -AE/L \\ -AE/L & AE/L \end{bmatrix} \tag{6.40}$$

Donde A es el área del elemento, E es el módulo elástico del material y L es la longitud del elemento.

La matriz de rigidez total de un pilote con n elementos es de tamaño  $(n+1) \times (n+1)$  y está dada por:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 + k_{11}^2 & k_{12}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{21}^2 & k_{22}^2 + k_{11}^3 & k_{12}^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{21}^3 & k_{22}^3 + k_{11}^4 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & k_{22}^{i-1} + k_{11}^i & k_{12}^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{21}^i & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & k_{22}^{n-1} + k_{11}^n & k_{12}^n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{21}^n & k_{22}^n \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \tag{6.41}$$

Donde el subíndice indica el número del elemento.

Esta matriz de rigidez del pilote se acopla con la matriz de rigidez del suelo, y la matriz de rigidez global resultante se usa para calcular los desplazamientos.

#### *Curvas en la punta*

La pendiente de la porción elástica está definida por Timoshenko y Goodier (1970) como:

$$w_b = \frac{P_b(1 - \nu)}{4r_0G} \quad (6.42)$$

Donde  $w_b$  es el desplazamiento en la base,  $P_b$  es la carga en la base ( $s_b\pi r_0^2$ ). Requiere los siguientes parámetros: radio del pilote,  $r_0$ ; módulo de corte del suelo,  $G$  (valor de entrada en el estrato superior y el gradiente con la profundidad;  $\nu$ , relación de Poisson,  $\nu$ .

Las curvas de punta se tratan de forma similar que las curvas del fuste. Sin embargo, no resisten tensión ni exhiben comportamiento con reblandecimiento.

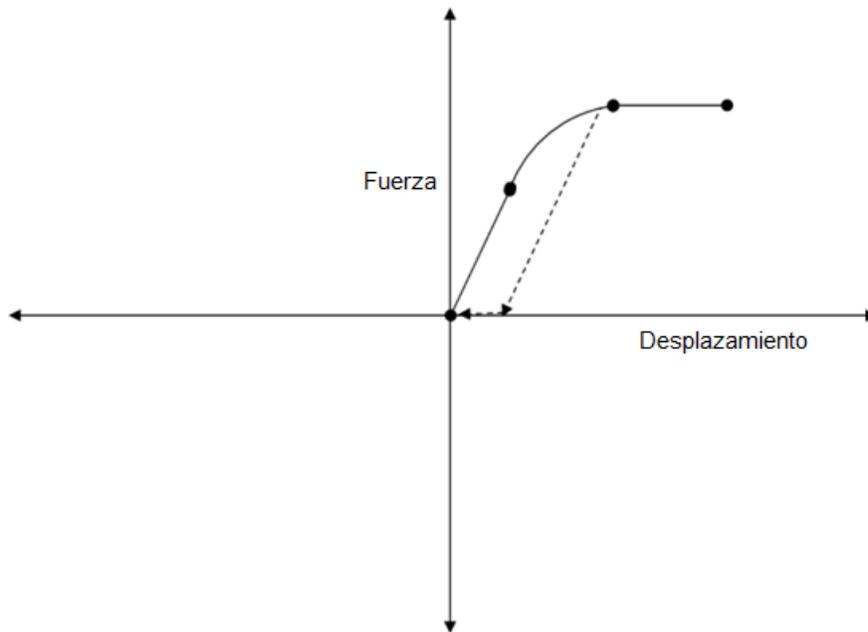


Fig. 6.25. Curva en la base que muestra carga, descarga y recarga (Oasys, 2018).

La respuesta en la base del pilote debe ser paralela al gradiente inicial elástico en descarga, sin resistencia a la tensión. En la recarga, el desplazamiento debe acumular el desplazamiento sin carga, hasta que alcanza la trayectoria de descarga elástica, se vuelve a trazar la trayectoria de la descarga en la dirección opuesta, hasta alcanzar el máximo esfuerzo de la etapa inicial de carga, entonces sigue la trayectoria de carga inicial, hasta el esfuerzo máximo.

## 7. EJEMPLOS DE APLICACIÓN: CURVA CARGA AXIAL-DESPLAZAMIENTO DE PRUEBAS EN PILOTES

### 7.1 Ensayes a escala real en el Centro Urbano Presidente Juárez

Jaime *et al.* (1988) realizaron ensayos de pilotes hincados en un predio ubicado en el Centro Urbano Presidente Juárez. Este sitio fue elegido por ser representativo de una zona de la Ciudad de México donde ocurrieron los mayores daños en edificios durante los sismos de septiembre de 1985. Se verificó que no hubiera presencia de alguna cimentación en el terreno. En la fig. 7.1 se muestra el perfil estratigráfico del suelo del lugar.

Como se aprecia en la fig. 7.1, entre 5.0 y 15.5 m de profundidad se distinguen tres estratos arcillosos cuyos contenidos de agua medios ( $w\%$ ) son 375, 300 y 325%, del estrato más superficial al más profundo, respectivamente. Se hicieron ensayos triaxiales UU a cada 25 cm de profundidad para tener una estimación estadística adecuada de la resistencia no drenada de la arcilla a lo largo del fuste del pilote. Desde 5.00 hasta 14.75 m de profundidad se hicieron 38 determinaciones cuyo valor medio fue  $c_{uu}=32.37$  kPa ( $0.33$  kg/cm<sup>2</sup>), con desviación estándar  $=9.03$  kPa ( $0.092$  kg/cm<sup>2</sup>). Con base en los resultados de los ensayos triaxiales UU y el perfil de resistencia de punta de cono (de 15 a 16 m de profundidad), se determinó que la cohesión media de la arcilla bajo la punta del pilote es  $c=66.71$  kPa ( $0.68$  kg/cm<sup>2</sup>) con desviación estándar de  $9.81$  kPa ( $0.10$  kg/cm<sup>2</sup>).

En el perfil de suelo se distingue una capa rígida de arcilla arenosa entre los 12 y 13 m de profundidad, la cual se aprecia en los perfiles de contenido de agua y de resistencias no drenada y de punta. Debido a la presencia de ese estrato duro y experiencias en sitios similares, se decidió hacer una perforación previa para hincar los pilotes. La perforación tuvo 15 cm de diámetro y 15 m de longitud (a partir del nivel de terreno natural), es decir fue de la mitad de la dimensión significativa del pilote.

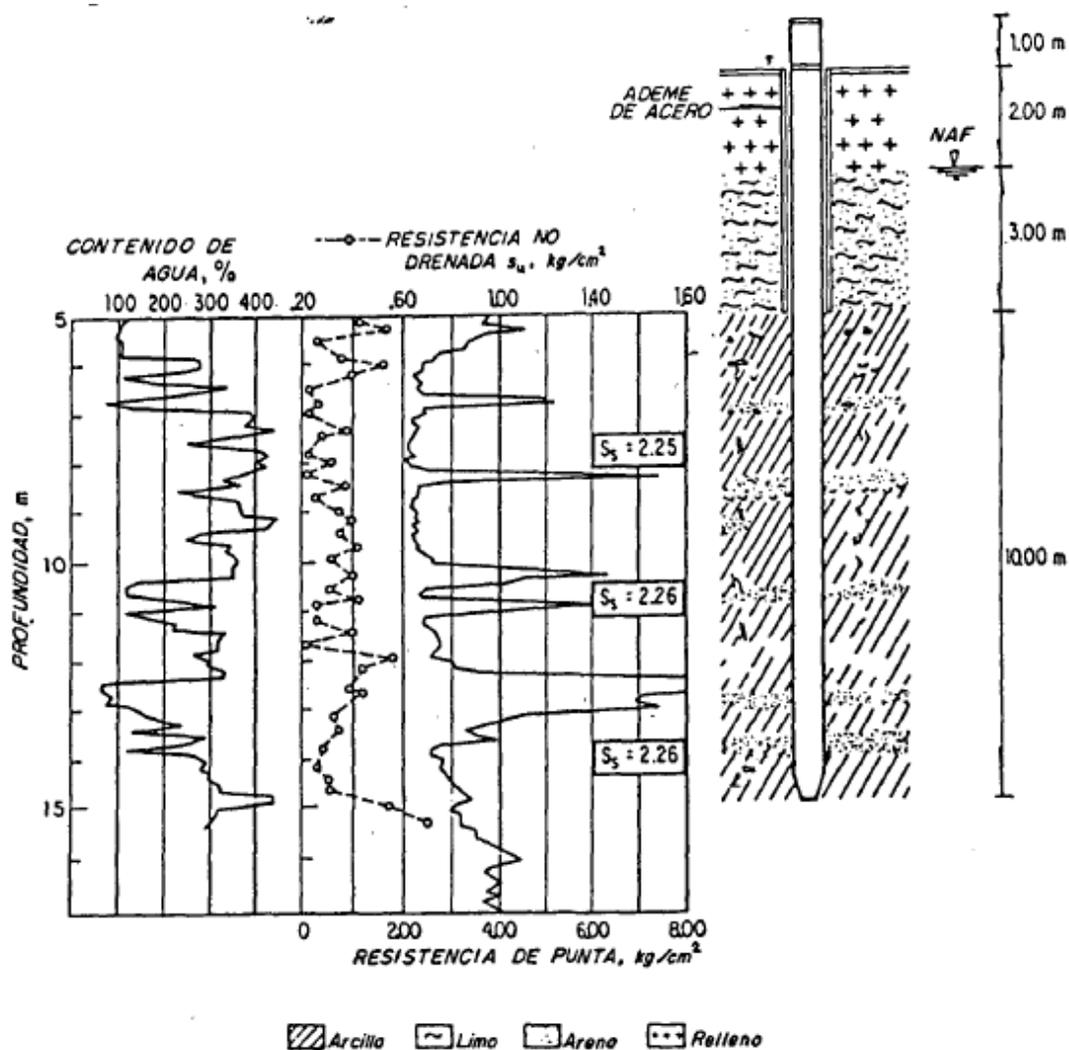


Fig. 7.1. Perfil estratigráfico del sitio de ensayos de carga en pilotes a escala natural CUPJ. (Jaime *et al.*, 1988).

Dada la estratigrafía del sitio, se optó por atravesar los primeros 5 m de suelo con una perforación de 50 cm de diámetro y ademar esta parte con un tubo de acero del mismo diámetro. Así, los pilotes de concreto estuvieron embebidos exclusivamente en arcilla a partir de 5.0 m de profundidad y quedaron libres en su tramo superior. Por disponibilidad de equipo de carga, se decidió que la longitud de hincado efectiva en la arcilla fuera de 10 m y la sección recta de los pilotes, cuadrada, de 30 cm de lado. El armado principal de los pilotes consistió en 4 varillas #8 colocadas en las esquinas de la sección transversal y la resistencia del concreto fue  $f'c=24.5$  MPa ( $250$  kg/cm<sup>2</sup>).

Se hincaron cuatro pilotes. La distancia más corta entre los pilotes, centro a centro, equivalía a 20 veces la dimensión lateral de estos. Experiencias de laboratorio y campo indican que los pilotes trabajan sin interacción en arcilla blanda cuando la separación entre ellos es mayor de 12 diámetros y la longitud de éstos es del orden de 80 diámetros o menos (Tomlinson, 1977 y Jaime *et al.*, 1991).

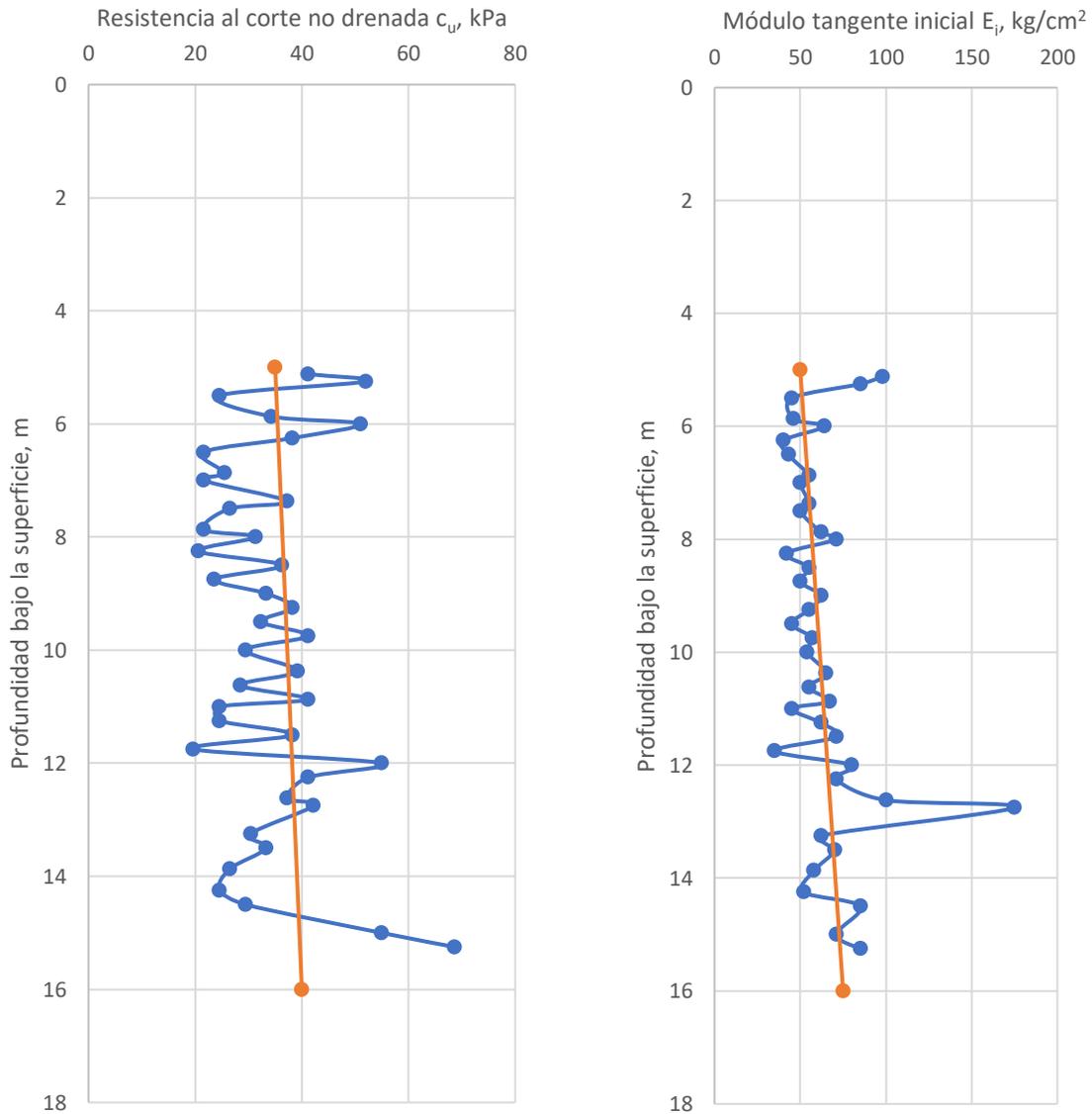


Fig. 7.2. a) Perfil de la resistencia al corte no drenada  $c_u$  y b) Perfil del módulo tangente inicial; sitio CUPJ. (modificado de Jaime *et al.*, 1988).

Se llevaron a cabo dos tipos de ensayos estáticos: de penetración y de extracción (figs. 7.3 y 7.4). Las pruebas de penetración se hicieron de manera lenta y rápida. El ensaye lento se efectuó aplicando incrementos de carga en el pilote cada dos horas (o cada hora, dependiendo si el

desplazamiento vertical del pilote era apreciable o no en lecturas tomadas en los últimos 30 min). La prueba de extracción se realizó de manera similar a la de penetración lenta, solo que jalando el pilote.

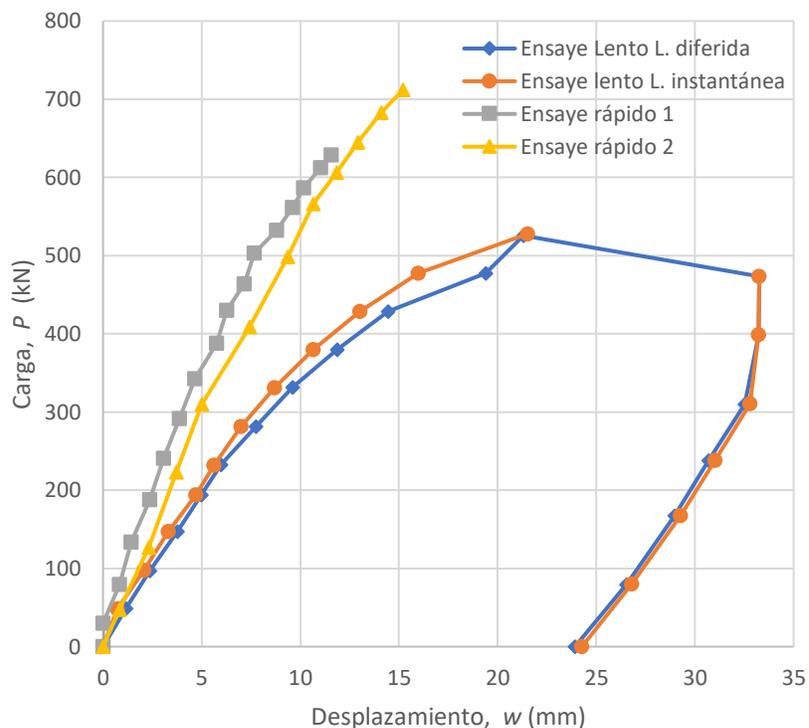


Fig. 7.3. Comparación de resultados de las pruebas de penetración lenta y rápida, sitio CUPJ. Curvas corregidas por deformación del pilote (Jaime *et al.*, 1988).

De los resultados del ensayo de penetración se observa que la relación entre carga y desplazamiento permanece constante hasta 343 kN (35 t), después de lo cual comienza a ser no lineal. Se aprecia que los desplazamientos diferidos son muy pequeños debajo de este límite y se vuelven considerables arriba de él. Además, se alcanza un máximo de 530 kN (54 t) de carga correspondiente a un desplazamiento de 22 mm.

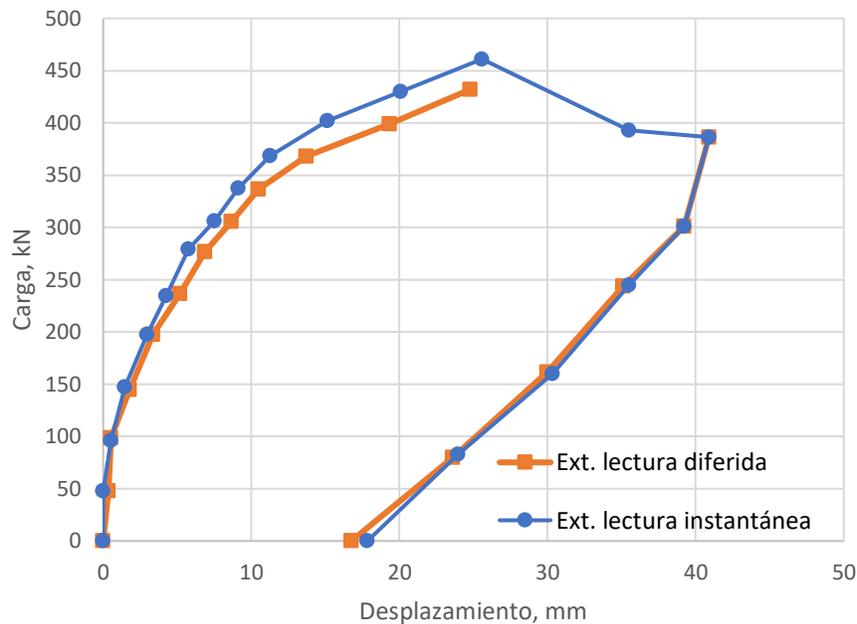


Fig. 7.4. Resultados de las pruebas de extracción, sitio CUPJ. Curvas corregidas por deformación del pilote (Jaime *et al*, 1988).

Hasta este punto, la prueba fue de carga controlada; sin embargo, al llegar a la carga máxima, el pilote se desplazó rápidamente 11 mm (en 4 min) pasando de la carga máxima a una residual de 471 kN (48 t) . Después del punto máximo, la prueba pasó de ser de carga controlada a desplazamiento controlado. El pilote al ser descargado pasó de un desplazamiento máximo de 33 mm a uno de 24 mm; es decir, recuperó 9 mm de desplazamiento y acumuló 24 mm.

En la prueba de extracción se aprecia que la curva  $P - \delta$  es no lineal desde el inicio, y que el desplazamiento diferido resulta despreciable hasta un nivel de carga de 294 kN (30 t), a partir del cual empieza a ser notable.

Las curvas  $P - \delta$  de los ensayos de penetración y extracción fueron corregidas restando a los desplazamientos medidos el acortamiento o elongación del pilote, respectivamente. Para calcular el acortamiento y la elongación se supuso comportamiento elástico lineal del pilote y de las varillas longitudinales, así como una distribución de esfuerzos cortantes constante a lo largo del fuste del pilote y de las barras de refuerzo.

De experiencias en laboratorio y campo se sabe que, en pruebas de penetración, la fricción a lo largo del fuste de los pilotes se moviliza totalmente con un desplazamiento menor que el necesario para que la resistencia por punta alcance su máximo. Es decir, las curvas  $P - \delta$  de ensayos de

penetración en los que solo se mide fricción son más rígidas que las curvas que incluyen fricción y punta (aunque esta última alcanza una resistencia mayor); además, el máximo de fricción ocurre en un desplazamiento del pilote menor que el máximo de carga por fricción y punta.

El módulo de esfuerzo cortante del suelo estático,  $G$ , se estimó a partir del módulo tangente inicial de pruebas triaxiales UU. El módulo dinámico,  $G_i$ , obtenido de ensayos de columna resonante, se usó para el análisis de pilotes en compresión con la solución de Kraft *et al.* Para analizar los pilotes en extensión, se consideraron dos valores de  $G_i$ , el mismo que en compresión y la mitad de éste, para tomar en cuenta el efecto de succión en la punta y la diferencia de rigidez del suelo en ambas condiciones de carga.

Tabla 7.1 Valores de entrada para el análisis por Randolph y Wroth, pilotes en CUPJ

$l=$	1,000	cm	Longitud del pilote
$r_0=$	19.5	cm	Radio del pilote. Distancia del eje a la interfaz
$r_b=$	19.5	cm	Radio de la base del pilote. Si la sección transversal es constante, $r_b=r_0$
$E_p=$	12,404 (126,491)	MPa kg/cm <sup>2</sup>	Módulo elástico del pilote para ensayos de penetración
$E_p=$	4,641 (47,320)	MPa kg/cm <sup>2</sup>	Módulo elástico del pilote para ensayos de extracción
$G_1=$	2.40 (24.48)	MPa kg/cm <sup>2</sup>	Módulo de esfuerzo cortante del suelo a la profundidad de desplante del pilote
$G_{1/2}=$	1.83 (18.62)	MPa kg/cm <sup>2</sup>	Módulo de esfuerzo cortante del suelo a la mitad de la profundidad de desplante del pilote. (A la mitad de la longitud embebida del pilote)
$\nu=$	0.45		Relación de Poisson del suelo

Tabla 7.2 Valores de entrada para el análisis por Kraft *et al.*, pilotes en CUPJ

A) Estimación de la resistencia a la fricción. Método  $\alpha$

Diámetro	Radio del pilote	Cohesión UU		P. rápida	P. lenta	$\tau_{max}$		Área lateral	
$D_s$	$r_0$	$c_u$		$\alpha$	$\alpha$			AL	Rf
cm	cm	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	-	-	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	cm <sup>2</sup>	
38	19	0.33	32	1.2	1.0	0.40	39	119,380	0.99

## B) Carga última en la base del pilote. Skempton

Diám. Base	Área base	Cohesión UU		F. carga	Cap. Carga última		M. Young inicial		M. Young sec.	
$D_b$		$c_u$		$N_c$	$Q_u$		$E (Mi)$		$E (Msec)$	
cm	cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	-	t	kN	kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa
38	1,134	0.70	69	9	7.14	70	85.00	8.33	72.25	7.09

radio empírico	Radio empírico/diámetro	Longitud del pilote	Relación de Poisson	M. corte del suelo, punta		M. corte del suelo, mitad de longitud.		M. corte a bajas deform. (Penetración)		M. corte a bajas deform. (Extracción)	
$r_m$	$r_m/D_s$	L	$\nu_s$	$(G_s)_L$		$(G_s)_{L/2}$		$G_i$		$G_i$	
cm		cm		kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa
1,045.8	27.52	1,000	0.45	24.48	2.40	18.62	1.83	47.23*	4.63*	23.60	2.31

\*De ensaye de columna resonante (Jaime, 1987).

Tabla 7.3 Valores de entrada para el análisis por Pile de Oasys, pilotes en CUPJ

## A) Parámetros generales

Material	Peso volumétrico		Cohesión $c_u$				$\alpha$	F. carga
	$\gamma$		Superior		Inferior			
-	kN/m <sup>3</sup>	t/m <sup>3</sup>	kPa	t/m <sup>2</sup>	kPa	t/m <sup>2</sup>	-	-
Sin contacto	15	1.53	0	0	0	0	0	-
Arcilla fuste	12	1.22	35	3.57	40	4.08	1	9
Arcilla base	12	1.22	68	6.93	68	6.93	1	9

## B) Método de curvas t-z

Curva t-z elastoplástica	Módulo elástico compresión				Módulo elástico extensión				R. Poisson	Radio de influencia
	Superior		gradiente		superior		gradiente			
-	kPa	t/m <sup>2</sup>	kPa/m	t/m <sup>2</sup> /m	kPa	t/m <sup>2</sup>	kPa/m	t/m <sup>2</sup> /m	-	m
Fuste	6000	611.6	22.70	2.31	3000	305.8	11.00	1.12	0.45	10.45
Fuste sin contacto	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0

Curva en punta elastoplástica	Módulo elástico				R. Poisson	Coeficiente de la curva en la punta
	Superior		gradiente			
-	kPa	t/m <sup>2</sup>	kPa/m	t/m <sup>2</sup> /m	-	-
Punta	8500	866.5	0	0	0.45	1

## C) Método de Mindlin

Módulo elástico arriba de la punta del pilote		Módulo elástico debajo de la punta del pilote		R. Poisson	Profundidad de la frontera rígida	Tipo de incremento
E		E		v		
kPa	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	-	m	-
7000	71.38	8500	86.68	0.45	-30	Sólo carga

## 7.1.1 Ensayes de penetración

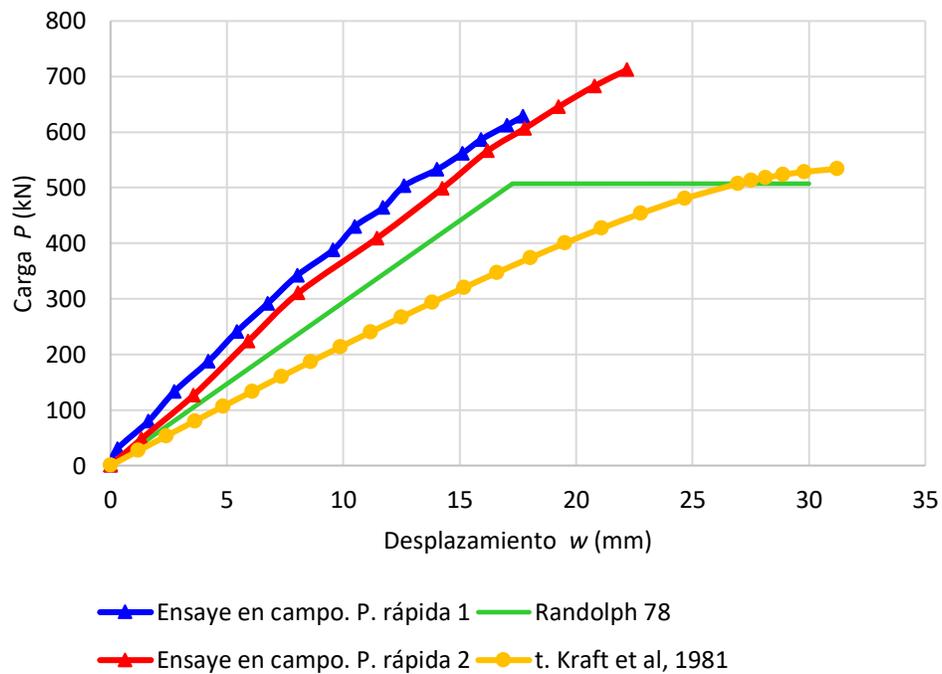


Fig. 7.5. Carga-desplazamiento de pilotes a compresión, ensayos rápidos. Métodos de Randolph y Wroth y de curvas  $t-z$  de Kraft *et al.*

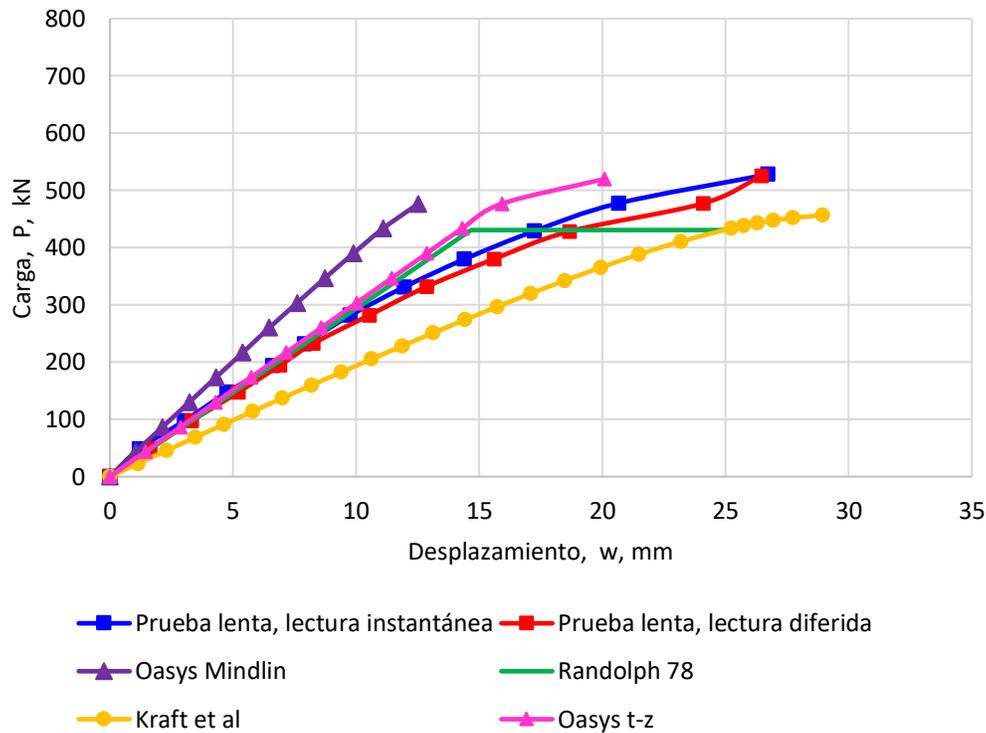


Fig. 7.6. Carga-desplazamiento de pilotes a compresión, ensaye lento. Métodos de Randolph y Wroth, de curvas  $t$ - $z$  de Kraft *et al.* y Pile de Oasys.

Tabla 7.4 Comparación de los métodos de Randolph y Wroth y sus resultados, sitio CUPJ

Método de Kraft <i>et al.</i>	Método de Randolph y Wroth
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se determina una curva carga-desplazamiento para el fuste y otra curva para la base (punta).</li> <li>- Usa la expresión del radio mágico para determinar el resorte en la punta.</li> <li>- Se debe proponer la carga que toma la punta y el fuste. El método no indica cómo combinar ambas curvas para obtener el asentamiento en la cabeza.</li> <li>- Toma en cuenta comportamiento no-lineal y plástico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es una solución cerrada para suelo cuya rigidez aumenta con la profundidad</li> <li>- Requiere de pocos parámetros.</li> <li>- La deformación de la base la asocia a la solución de Boussinesq y ésta únicamente queda en función de la relación de Poisson del suelo.</li> <li>- La curva resultante es linealmente elástica.</li> <li>- La curva da buena aproximación hasta la mitad de la carga en la prueba lenta.</li> <li>- Subestima el asentamiento en las pruebas rápidas.</li> <li>- El método analítico incluye en el desplazamiento el acortamiento del pilote.</li> </ul>

### 7.1.2 Ensayes de extracción

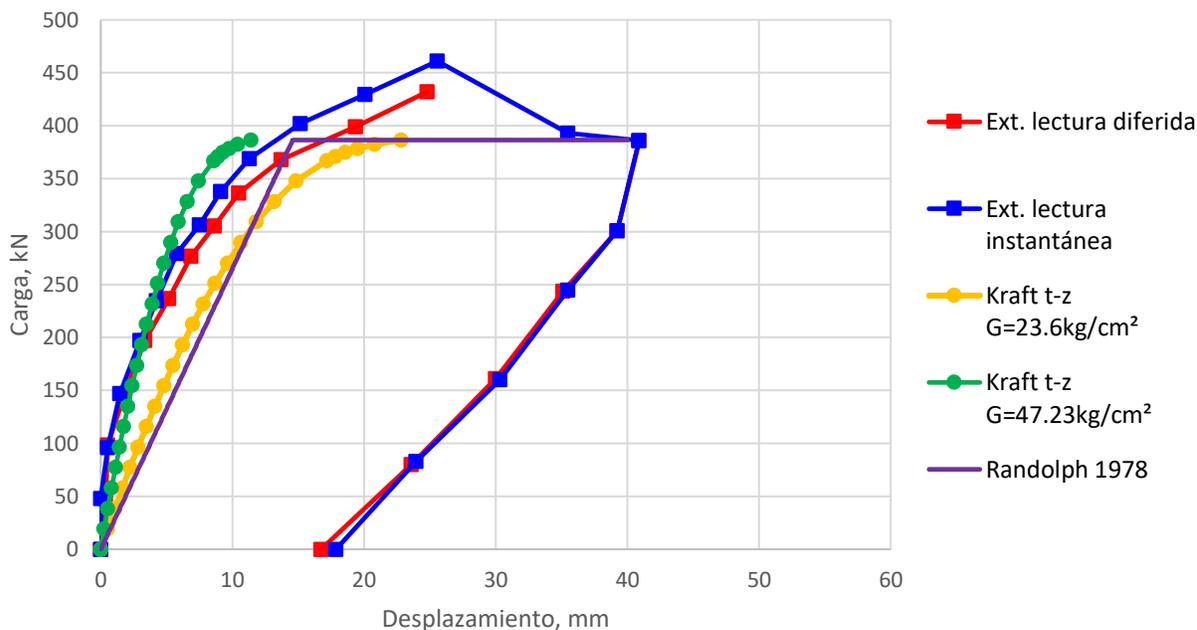


Fig. 7.7. Carga-desplazamiento de pilotes en extracción sin considerar alargamiento del pilote. Métodos de Randolph y Wroth y Kraft *et al.*

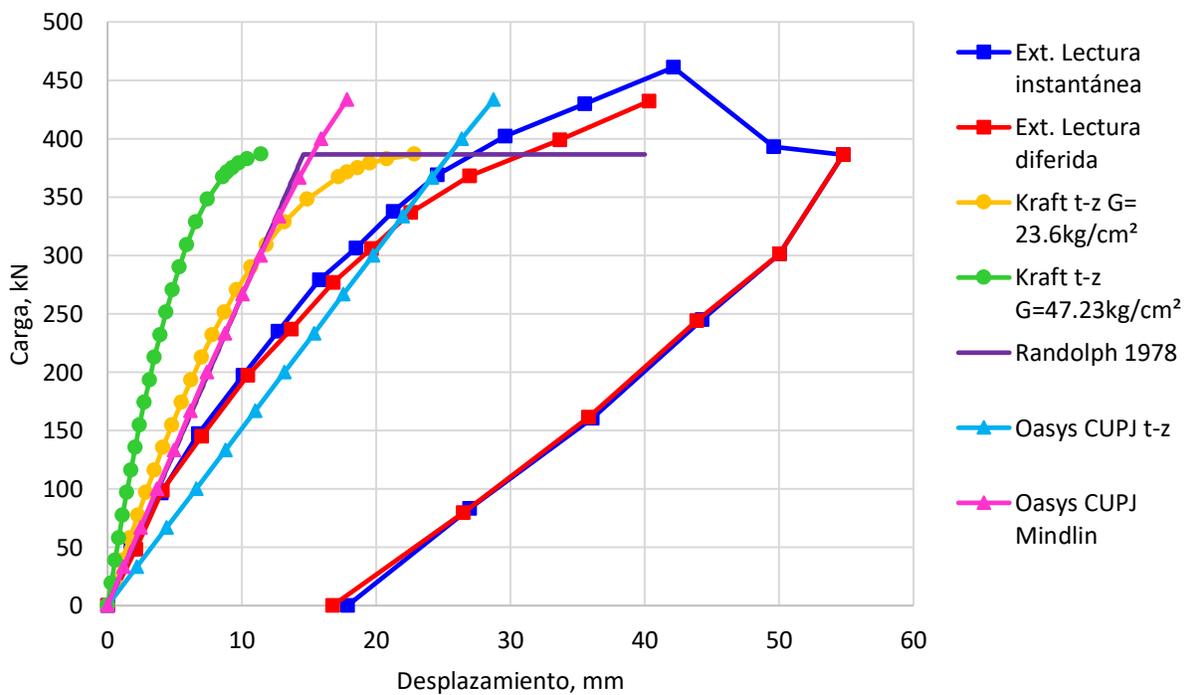


Fig. 7.8. Carga-desplazamiento de pilotes en extracción. considerando alargamiento del pilote. Métodos de Randolph y Wroth, Kraft *et al.* y programa Pile de Oasys.

## 7.2 Ensayes a escala reducida

Jaime *et al.* (1991) realizaron ensayos de pilotes a escala reducida en el Instituto de Ingeniería en una muestra reconstituida de arcilla blanda, que ya consolidada medía 1.1 m de diámetro por 0.9 m de altura y tenía un contenido de agua medio de 274%. Las arcillas se obtuvieron de diversos sondeos de la zona del Lago de Texcoco, éstas tenían un contenido de agua natural que variaba entre 200 y 500%, el límite líquido oscilaba entre 200 y 500% y el plástico entre 40 y 100%. La densidad de sólidos media de los suelos fue de 2.4. Las muestras correspondían a la formación arcillosa superior y tenían un contenido alto de microfósiles (aproximadamente 25%) y poca materia orgánica. Las arcillas se mezclaron con agua; esta suspensión se homogeneizó, desaireó, depositó y consolidó.

Los pilotes se hicieron de micro-concreto y como refuerzo longitudinal se usaron barras de aluminio. Estos eran de 78 cm de longitud con secciones transversales cuadrada (2 cm de ancho), circular (2.54 cm de diámetro), hexagonal (1.21 cm de lado), triangular (2.66 cm de lado) y plana. Con estas dimensiones, los pilotes tenían una misma área lateral de 568 cm<sup>2</sup>. En este trabajo se consideran los tres primeros tipos.

En este caso se analizan los pilotes hincados sin perforación previa. Su profundidad de hincado efectiva es de 71 cm, desde la punta hasta la superficie de la muestra reconstituida. En la fig. 7.9 se muestra la ubicación de los pilotes en la muestra.

En todos los casos, la cabeza de los pilotes sobresalía 7 cm con respecto a la superficie de la muestra. Una vez hincados, se dejaban en reposo por lo menos 15 días antes de ensayarlos, para permitir la consolidación del suelo.

Durante el hincado de los pilotes aparecieron, en la vecindad de éstos, grietas en la superficie de la muestra, especialmente en aquellos sin perforación previa. No se determinó su profundidad para no alterar el suelo, aunque parecían ser superficiales.

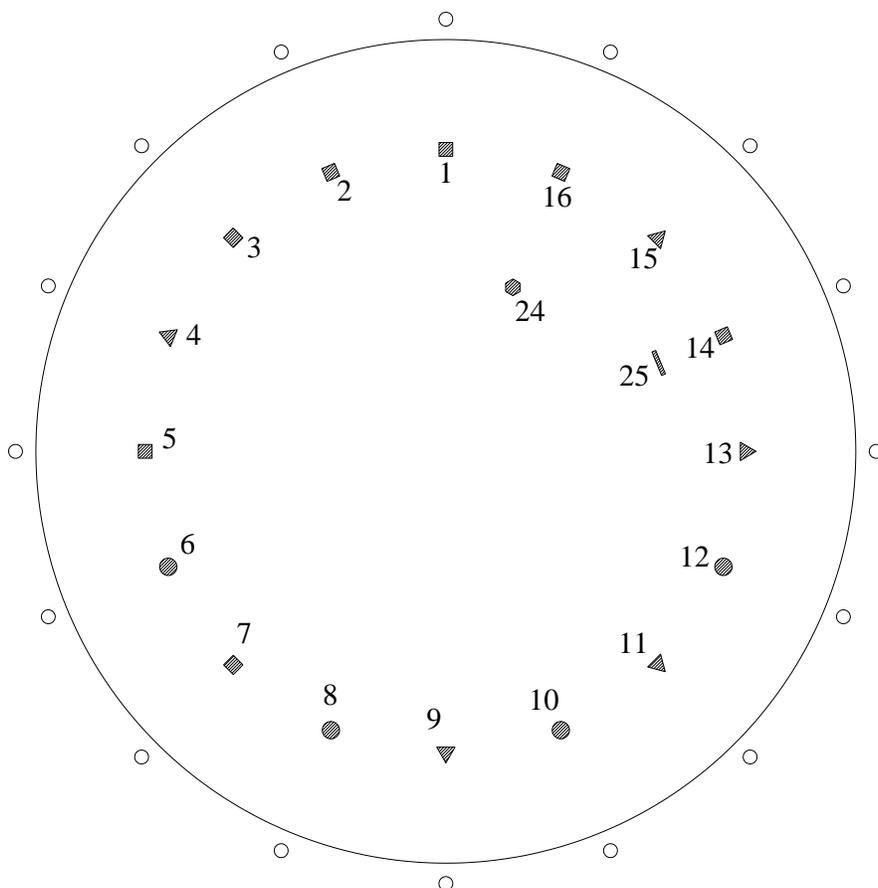


Fig. 7.9.Planta de localización de los pilotes (Jaime *et al.*, 1991).

Las curvas carga-desplazamiento obtenidas de los ensayos estáticos realizados se muestran en la fig. 7.10. En ella se observa que los pilotes exhiben una capacidad de carga máxima y una residual. Los ensayos de extracción se realizaron jalando el pilote hacia afuera de la muestra, es decir, se indujeron esfuerzos de tensión en él.

Los ensayos se hicieron con incrementos de carga iguales de aproximadamente 24.5 N (2.5 kg) en los pilotes 2 y 6, de 19.6 N (2 kg) en el pilote 13 y de 29.4 N (3 kg) en los pilotes 24 y 25. Cada incremento se sostenía 5 min antes de aplicar el siguiente. Este intervalo se eligió porque la mayor parte del desplazamiento respectivo ocurría casi de inmediato y era suficiente para que la velocidad de desplazamiento fuera nula o despreciable al final del mismo. Poco antes de llegar a la carga máxima, la magnitud de los incrementos se disminuía y se dejaba por 10 o 15 minutos, ya que el desplazamiento diferido se podía apreciar y se deseaban determinar con precisión las capacidades de carga última y residual.

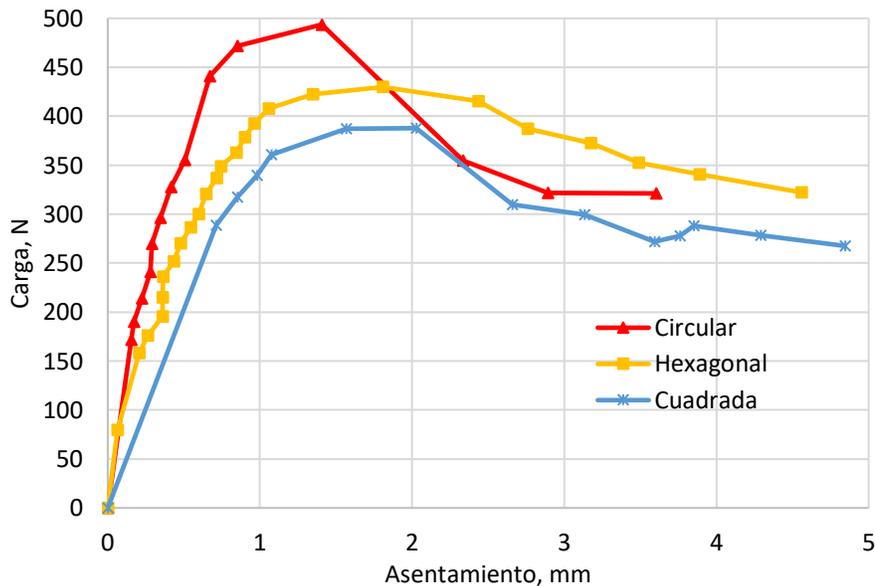


Fig. 7.10. Curva P- $\delta$  de ensaye de penetración. Pilote circular, cuadrado y hexagonal (modificado de Jaime *et al.*, 1991).

En la figura se aprecia que en los pilotes la relación carga-desplazamiento permanece constante hasta una carga equivalente al 60% de la máxima correspondiente. Después las curvas se vuelven no lineales. Al llegar a la capacidad de carga máxima ocurre un desplazamiento súbito y una disminución progresiva de la resistencia del pilote, la cual tiende a un mínimo para desplazamientos mayores de 3 mm.

Fue posible determinar la carga residual disminuyendo la fuerza actuante en la cabeza del pilote al presentarse el desplazamiento súbito correspondiente a la carga máxima.

Después de haber sido ensayados en penetración, los pilotes se desplazaron 2.5 cm hacia dentro de la muestra y se dejaron en reposo por varios meses antes de ensayarlos en extracción. La respuesta de los pilotes es similar a la de los ensayos de penetración. Exhiben una capacidad de carga máxima y una mínima. La respuesta es casi lineal hasta una carga del 60% de la capacidad máxima, a partir de la cual la curva carga-desplazamiento se vuelve no lineal. Los desplazamientos a la falla varían entre 0.69 y 2.2 mm. Las curvas carga-desplazamiento no se corrigieron por deformación estructural del pilote; dadas las dimensiones y el material del refuerzo, la corrección resulta despreciable.

El módulo de esfuerzo cortante del suelo estático,  $G$ , se estimó a partir del módulo tangente inicial obtenido de pruebas triaxiales UU. Debido a que no se realizaron ensayos dinámicos a la muestra,

se empleó la correlación propuesta por Jaime (1987) entre los módulos cortante dinámico,  $G_i$ , y estático tangente inicial,  $G$ , ec. (7.1)

$$G_i = 2.1G \quad (6.21)$$

Para analizar los pilotes en extensión, se consideró la mitad del valor de  $G_i$ , para tomar en cuenta el efecto de succión en la punta y la diferencia de rigidez del suelo en ambas condiciones de carga. El módulo elástico del pilote se estimó considerando las áreas transversales de los materiales que lo componen. La barra de aluminio tiene un área equivalente al 11% de la total y la del concreto al 89%. Sus módulos elásticos son 70 GPa (713,558 kg/cm<sup>2</sup>) y 25 GPa (254,842 kg/cm<sup>2</sup>), respectivamente.

Tabla 7.5 Valores de entrada para el análisis por Randolph y Wroth, ensayos a escala reducida

$l=$	71	cm	Longitud del pilote
$r_0=$	1.27	cm	Radio del pilote. Distancia del eje a la interfaz
$r_b=$	1.27	cm	Radio de la base del pilote. Si la sección transversal es constante, $r_b=r_0$
$E_p=$	29,960 (305,506	MPa kg/cm <sup>2</sup> )	Módulo elástico del pilote
$G_l=$	1.03 10.49	MPa kg/cm <sup>2</sup>	Módulo de esfuerzo cortante del suelo a la profundidad de desplante del pilote
$G_{l/2}=$	1.03 (10.49	MPa kg/cm <sup>2</sup> )	Módulo de esfuerzo cortante del suelo a la mitad de la profundidad de desplante del pilote. (A la mitad de la longitud embebida del pilote)
$\nu=$	0.45		Relación de Poisson del suelo

Tabla 7.6 Valores de entrada para el análisis por Kraft *et al.*, ensayos a escala reducida

A) Estimación de la resistencia a la fricción. Método  $\alpha$

Diámetro	Radio del pilote	Cohesión UU		P. rápida			Área lateral	
$D_s$	$r_0$	$c_u$		$\alpha$	$\tau_{max}$		AL	Rf
cm	cm	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	-	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	cm <sup>2</sup>	
2.54	1.27	0.065	6.37	1.2	0.08	7.85	566.55	0.99

B) Carga última en la base del pilote. Skempton

Diám. Base	Área base	Cohesión UU		F. carga	Cap. Carga última		M. Young inicial		M. Young secante	
$D_b$		$c_u$		$N_c$	$Q_u$		E (Mi)		E (Msec)	
cm	cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>		-	kg	kN	kg/cm <sup>2</sup>		kg/cm <sup>2</sup>	
2.54	5.07	0.065		9	3	0.03	30.4		7.40	

radio empírico	radio empírico / diámetro	Longitud del pilote	Relación de Poisson	M. corte del suelo, punta		M. corte del suelo, mitad de longitud.		M. corte bajas deform. (Penetración).		M. corte bajas deform. (Extracción)	
$r_m$	$r_m/D_s$	L	$\nu_s$	$(G_s)_L$		$(G_s)_{L/2}$		$G_i$		$G_i$	
cm		cm		kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa	kg/cm <sup>2</sup>	MPa
97.63	38.44	71	0.45	10.49	1.03	10.49	1.03	22.03	2.16	11.01	1.08

Tabla 7.7 Valores de entrada para el análisis por Pile de Oasys, ensayos a escala reducida

## A) Parámetros generales

Material	Peso volumétrico		Cohesión $c_u$				$\alpha$	F. carga
	$\gamma$		Superior		Inferior			
-	N/cm <sup>3</sup>	t/m <sup>3</sup>	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	-	-
Arcilla	0.01	1.02	6.37	0.065	6.37	0.065	1.2	9

## B) Método de curvas t-z

Curva t-z elastoplástica	Módulo elástico compresión				Módulo elástico extensión				R. Poisson	Radio de influencia
	Superior		gradiente		superior		gradiente		$\nu$	$r_m$
-	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	kPa/m	kg/m <sup>2</sup> /m	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	kPa/m	kg/m <sup>2</sup> /m	-	cm
Arcilla	2980	30.39	0	0	1500	15.30	0	0	0.45	97.63

Curva en punta elastoplástica	Módulo elástico				R. Poisson	Coefficiente de la curva en la punta
	Superior		gradiente		$\nu$	$\eta$
-	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	kPa/m	kg/m <sup>2</sup> /m	-	-
Punta	2980	30.39	0	0	0.45	1

## C) Método de Mindlin

Módulo elástico compresión		Módulo elástico extensión		R. Poisson	Profundidad de la frontera rígida	Tipo de incremento
E		E		$\nu$		
kPa	kg/cm <sup>2</sup>	kPa	kg/cm <sup>2</sup>	-	cm	-
2980	30.39	1500	15.30	0.45	-90	Sólo carga

## 7.2.1 Ensayes de penetración

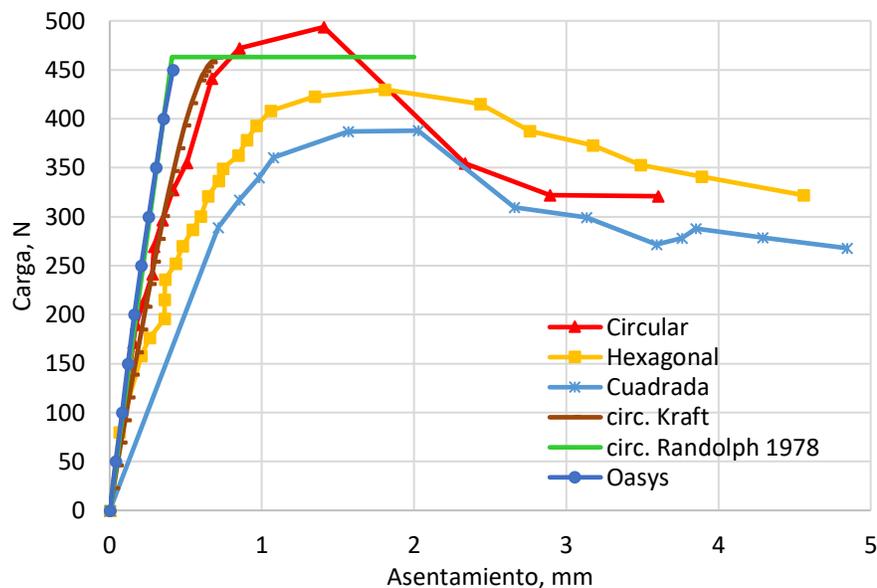


Fig. 7.11. Curvas carga-desplazamiento de pilotes de diferente sección transversal a compresión, ensayos a escala reducida y curvas obtenidas por los métodos de Kraft *et al.*, Randolph y Wroth y Pile, Oasys, para una sección circular.

Tabla 7.8 Comparación de los métodos de Randolph y Wroth y sus resultados, ensayos a escala reducida

Método de Kraft <i>et al.</i>	Método de Randolph y Wroth
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se determina una curva carga-desplazamiento para el fuste y otra curva para la base (punta)</li> <li>- Usa la expresión del radio mágico para determinar el resorte en la punta.</li> <li>- Se debe proponer la carga que toma la punta y el fuste. El método no indica cómo combinar ambas curvas para obtener el asentamiento en la cabeza.</li> <li>- Toma en cuenta comportamiento no-lineal y plástico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es una solución cerrada para suelo cuya rigidez aumenta con la profundidad</li> <li>- Requiere de pocos parámetros y no usa funciones Bessel</li> <li>- La deformación de la base la asocia a la solución de Boussinesq y ésta únicamente queda en función de la relación de Poisson del suelo.</li> <li>- La curva resultante es linealmente elástica.</li> <li>- El método analítico incluye en el desplazamiento el acortamiento del pilote</li> </ul>

## 7.2.2 Ensayes de extracción

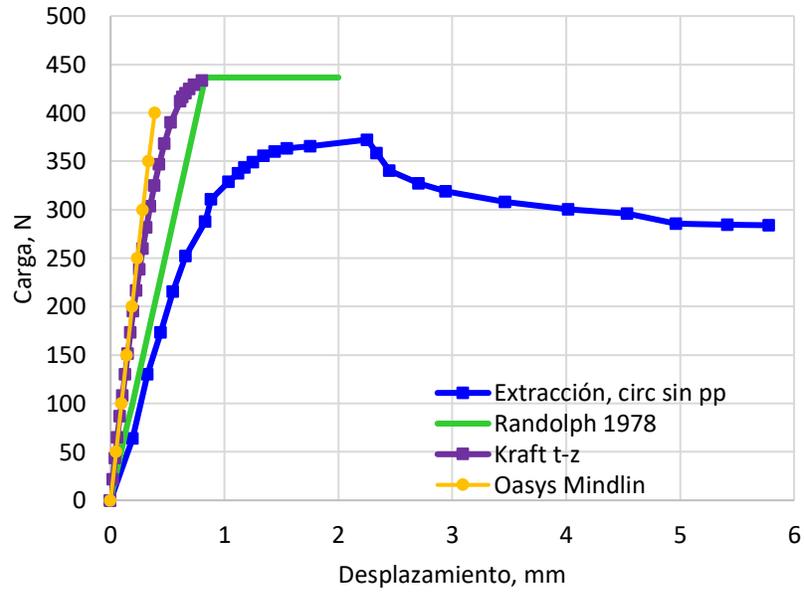


Fig. 7.12. Carga-desplazamiento de pilotes en extracción, el alargamiento del pilote es despreciable. Método de Randolph y Wroth; Método de curvas  $t-z$  de Kraft *et al.* y programa Pile de Oasys (método de Mindlin).

## 8. CONCLUSIONES

Para fundamentar los análisis sobre los desplazamientos de pilotes individuales sometidos a carga vertical, se hizo una revisión de conceptos de mecánica del medio continuo, así como de los ensayos de campo y de laboratorio que permiten obtener parámetros geotécnicos.

Se observó que, a pesar del comportamiento no lineal del suelo, los desplazamientos de pilotes sometidos a cargas de compresión se pueden estimar caracterizando el suelo como un material elástico. Los análisis de los ensayos de carga en pilotes se realizaron a partir de soluciones analíticas y numéricas. Dichos análisis se compararon con los resultados de ensayos publicados para verificar si las soluciones podían predecir correctamente el comportamiento de un pilote real o a escala hincado en arcilla blanda de la Ciudad de México. Se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- a) El perfil estratigráfico del Centro Urbano Presidente Juárez (CUPJ) muestra un suelo con cierta homogeneidad que pudo adaptarse para la aplicación de los métodos analíticos y numéricos, con ventajas de contar con una caracterización que incluía los resultados de ensayos triaxiales tipo UU a cada 25 cm, aproximadamente. Esta información se completó con la obtenida en Jaime (1987) sobre el comportamiento del suelo a bajas deformaciones.
- b) En los ensayos de penetración rápidos en CUPJ, tanto la solución de Randolph y Wroth, como la propuesta por Kraft *et al.* sobreestiman los asentamientos. Para las pruebas lentas, la solución de Randolph y Wroth proporciona un ajuste razonable, aunque la capacidad de carga obtenida en el ensayo fue mayor que la calculada. En el ensayo lento, Pile Oasys usando curvas  $t-z$  elastoplásticas da mejores aproximaciones.
- c) En los ensayos de extensión en CUPJ, las soluciones de Randolph y Wroth, Kraft *et al.* y el análisis con el programa Pile de Oasys, usando el método de Mindlin, subestiman los desplazamientos, este último estima con buena aproximación la carga máxima.
- d) En los análisis de pilotes a escala se consideró el suelo como homogéneo. Además, se recurrió al uso de correlaciones para estimar el módulo  $G$  del suelo a bajas deformaciones.
- e) El alargamiento/acortamiento de los pilotes a escala resulta despreciable debido a sus dimensiones y su módulo elástico. Por sus materiales este último parámetro era muy grande comparado con el de un pilote convencional.

- f) En los ensayos de pilotes a escala en compresión, el método de Kraft *et al.* proporciona un buen ajuste, mientras que la solución de Randolph y Wroth se aproxima bien hasta el 50% de la carga. El programa Oasys proporciona una buena aproximación del comportamiento hasta el 50% de la carga; también aproxima bien la capacidad del pilote.
- g) En los ensayos de pilotes a escala en extracción, aun considerando un 50% del módulo elástico del suelo, no se obtuvo un buen ajuste. El método que da mejor aproximación es el de Randolph y Wroth. Además, las soluciones cerradas sobreestiman la capacidad última en extensión. El programa Pile de Oasys aproxima mejor la capacidad a la extracción.
- h) El uso de análisis simples con soluciones cerradas o semiempíricas, con parámetros de suelo obtenidos a partir de ensayos convencionales, permite determinar el comportamiento carga-desplazamiento de pilotes hincados en arcillas blandas de la Ciudad de México con suficiente precisión para ser usado en análisis preliminares, especialmente en cargas a compresión. En los ensayos de extracción, las soluciones cerradas no proporcionan buen ajuste, en general subestiman los desplazamientos. La modelación numérica tiene gran valor, pero se deben aplicar adecuadamente los modelos constitutivos de suelos, así como los parámetros apropiados a dichos modelos.

Se propone extender el estudio de las soluciones analíticas y semiempíricas con lo siguiente:

- Este trabajo se centró en el comportamiento de pilotes individuales; subsecuentemente, se puede realizar el análisis de desplazamientos de un grupo de pilotes.
- En el caso de los ensayos de extracción, se debe explorar más el módulo  $G$  del suelo ante ese tipo de cargas en el suelo de la Ciudad de México. Con los parámetros utilizados en el análisis, se subestimó el desplazamiento.

## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- Amrill Inc. (11 de octubre de 2021). *Cone Penetration Testing / CPT*. Obtenido de <https://amrillinc.com/cone-penetration-testing-cpt/>
- ASTM. (1994). *D 1194 - 94 Standard Test Method for Bearing Capacity of Soil for Static Load and Spread Footings*. PA, USA: ASTM International.
- ASTM. (2007). *D1143/D-07 Standard Test Methods for Deep Foundations Under Static Axial compressive Load*. PA, USA: ASTM International.
- ASTM. (2011). *D1586-11 Standard Test Method for Standard Penetration Test (SPT) and Split-Barrel Sampling of Soils*. PA: ASTM International.
- Bernal Luna, R., Rodríguez Velásquez, J. C., Dumas González, C., & Albarrán Ascencio, J. A. (2016). Exploración geotécnica para la construcción del Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México. *XXVIII Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica*. Mérida: Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica.
- Bishop, A., & Henkel, D. (1962). *The measurement of soil properties in the triaxial test*. Londres: Edward Arnold Ltd.
- Casagrande, A. (1939). *Notes on Soil Mechanics*. Cambridge, Massachusetts : Pierce Hall, Harvard University.
- Central Mine Equipment. (2019). *Product Catalog*. Missouri: CME.
- Clayton, C., Matthews, M., & Simmons, N. (1995). *Site Investigation*. UK: Wiley-Blackwell.
- Coyle, H. M., & Reese, L. C. (1966). "Load Transfer for Axially Loaded Piles in Clay". *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 92, No. SM2, 1-25.
- Crispin, J., Leahy, C., & Mylonakis, G. (2018). Winkler Model for Axially Loaded Piles in Inhomogeneous Soil. *Geotechnique Letters* 8, 290-297.
- Décourt, L. (1989). General report/Discussion session 2: SPT, CPT, pressuremeter testing and recent developments in in-situ testing - Part 2: The standard penetration test, state-of-the-art report. *XII ICSMFE* (págs. 2405-2416). Río de Janeiro: ISSMGE.
- EPRI. (1993). *Guidelines for Determining Design Basis Ground Motion. Volume 3: Appendices for Field Investigations*. Palo Alto, California: Electric Power Research Institute.

- EPRI. (1993). *Guidelines for Determining Design Basis Ground Motions. Volume 4: Appendices for Laboratory Investigations*. Palo Alto, California: Electric Power Research Institute.
- Fleming, W. (1992). A new method for single pile settlement prediction and analysis. *Géotechnique* 42, No. 3 411-425.
- GEOVision. (10 de Octubre de 2021). *Suspension P-S velocity logging method*. Obtenido de [https://www.geovision.com/PDF/M\\_PS\\_Logging.PDF](https://www.geovision.com/PDF/M_PS_Logging.PDF)
- H.B., S., & Reese, L. (1955). The action of soft clay along friction piles. *American Society of Civil Engineers, Transactions*, 731-754.
- Head, K. (1998). *Manual of Soil Laboratory Testing. Volume 3 Effective Stress Test*. Chichester, West Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltd.
- Hirschfeld, R. (1963). *Stress-deformation and Strength Characteristics of Soils*. Massachussets, USA: Harvard University.
- Howie, J. A., & et al. (2003). *Comparison of Energy Measurement Methods in the Standard Penetration Test*. British Columbia, Canada: US Bureau of reclamation.
- Jaime, A. (1977). *Aparato de Corte Simple Cíclico Bidireccional*. Cd. de México: Series del Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jaime, A. (1980). Comportamiento Dinámico de los Suelos. *Reunión Nacional de Mecánica de Suelos* (págs. 92, 148-169). Morelia: SMMS.
- Jaime, A. (1987). *Tesis Doctoral: Características Dinámicas de la Arcilla del Valle de México*. Cd. de México: UNAM.
- Jaime, A. (2019). *Comunicación personal*.
- Jaime, A. (SF). *Notas no Publicadas de Dinámica de Suelos*. Ciudad de México.
- Jaime, A., & Jasso, M. (1991). Usos y abusos del cono eléctrico en la Ciudad de México. *Revista Ingeniería, Vol. LXI, No. 2 México*, 22-33.
- Jaime, A., Legorreta, H., & Martín, G. (1987). *Aparato de Corte Simple Cíclico*. Cd. de México: Series del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jaime, A., Rojas, E., & Legorreta, H. (1991). *Pilotes de Fricción Hincados en Arcilla Blanda, Respuesta Bajo Carga Estática*. Cd. de México: Series del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jaime, A., Romo, M., & Reséndiz, D. (1988). *SID 515. Comportamiento de pilotes de fricción en arcilla del valle de México*. Cd. de México: Series del Instituto de Ingeniería, UNAM.

- Jaime, A., Romo, M. P., & Reséndiz, D. (1990). Behavior of Friction Piles in Mexico City Clay. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*. Vol. 116, No. 6, pp 915-931.
- Jaime, A., Vieitez, L., & Jasso, M. (1981). Exploración Geotécnica del Colector Semipofundo Tezontle-Oriente. *Reunión Especial sobre Túneles en Suelos Blandos*. México, DF: Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- Kempfert, H.-G., & Gebreselassie, B. (2006). *Excavations and Foundations in Soft Soils*. Berlin: Springer.
- Kovacs, W. D., Evans, J. C., & Griffith, A. H. (1977). *Towards a more Standardized SPT*. Tokyo: 9 International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, ISSMGE.
- Kraft, L. M., Ray, R. O., & Kagawa, T. (1981). "Theoretical t-z curves". *Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 107, No. GT11, Nov. 1981. pp 1453-1561.
- Kramer, S. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. USA: Prentice Hall International.
- Lade, V. (2005). *Overview of Constitutive Models for Soils*. U.S.A.: ASCE.
- Levi, E. (1982). *Mecánica del Medio Continuo*. México, D.F.: Limusa.
- Lucero S., Y. (2017). *Propiedades y modelos dinámicos para las arcillas del ex Lago de Texcoco*. Ciudad de México: Tesis de Maestría, UNAM.
- Lunne, T., Robertson, P. K., & Powell, J. (1997). *Cone Penetration Testing in Geotechnical Practice*. USA: CRC Press.
- Malvern, L. (1969). *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. EUA: Pearson.
- Mase, G. (1977). *Mecánica del Medio Continuo*. McGraw-Hill.
- Mase, G. T., & Mase, G. E. (1999). *Continuum Mechanics for Engineers*. Washington: CRC Press.
- Matsuo, S., Hanmachi, S., & Akai, K. (1953). A field determination of permeability. 3<sup>o</sup> *International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering* (págs. 268-271 Vol. 1). Zurich: ISSMGE.
- Monnet, J. (2015). *"In Situ Tests in Geotechnical Engineering"*. London: ISTE Ltd- John Wiley & Sons-Inc.
- OASYS, Ltd. (2018). *Pile Version 19.7*. Londres: OASYS.
- Paniagua, W. (1989). *Deformabilidad de Arcillas, incluyendo Compresión Secundaria*. Ciudad de México: Tesis de Maestría, UNAM.
- PLAXIS. (2015). *Material Model Manual*. Delft: Plaxis.

- Popov, E. (1990). *Engineering Mechanics of Solids*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- Potts, D. M., & Zdravkovic, L. (1999). *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering, Vol. 1. Theory*. London: Thomas Telford.
- Potts, D. M., & Zdravkovic, L. (2001). *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering, Vol. 2. Application*. London: Thomas Telford.
- Powell, J., & Clayton, C. (2012). Capítulo 47: Field geotechnical testing. En J. Burland, T. Chapman, H. Skinner, & M. Brown, *ICE Manual of Geotechnical Engineering, vol. 1* (págs. 629-652). Londres: ICE Publishing.
- Randolph, M., & Wroth, C. (1978). "Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles". *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 104, Issue 12, pp 1465-1488.
- Randolph, M., & Wroth, C. (1979). "A Simple Approach to Pile Design and the Evaluation of Pile Tests". En E. Raymond Lundgren, *Behavior of Deep Foundations, ASTM STP 670* (págs. 484-499). Pensilvania, USA: American Society for Testing and Materials.
- Reese, L. C., & Seed, H. B. (1955). "*Pressure Distribution Along Friction Piles*". USA: Proceedings ASTM .
- Robertson, P. K., & Cabal, K. L. (2010). *Guide to Cone Penetration Testing for Geotechnical Engineering*. California: Gregg Drilling & Testing, Inc.
- Roscoe, K., & Burland, J. (1968). "On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. *Engineering Plasticity*. Cambridge University Press, pp 535-609.
- Roscoe, K., Schofield, A., & Thurairajah, A. (1964). An Evaluation of Test Data for Selecting a Yield Criterion for Soils". *ASTM Special Technical Publication No. 361*. USA, 111-128.
- Roscoe, K., Schofield, A., & Wroth, C. (1958). "On the Yielding of Soils". *Geotechnique*, pp 22-53.
- Schanz, T., Vermeer, P., & Bonnier, P. (1999). "The hardening soil model: Formulation and verification". *R.B.J. Brinkgreve, Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, (págs. 281-290). Balkema, Rotterdam.
- Schofield, A. (1993). Original Cam Clay. *International Conference on Soft Soil Engineering*. Guangzhou.
- Schofield, A. N., & Wroth, C. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. London: McGraw-Hill.
- Scott, R. F. (1981). *Foundation Analysis* . Englewoods Cliffs, NJ : Prentice-Hall Inc.

- Solowski, W. (2018a). *Lectures on Advanced Soil Mechanics*. Espoo: Aalto University School of Engineering.
- Solowski, W. (2018b). *Lectures on Numerical Methods in Geotechnics*. Espoo: Aalto University School of Engineering.
- Spencer, J. A. (1980). *Continuum Mechanics*. Essex, England: Longman Group UK Limited.
- Stokoe, K. H., Rix, G. J., & Nazarin, S. (1989). In situ seismic testing with surface waves. *Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (págs. 331-3343). Río de Janeiro: International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE).
- Taylor, D. W. (1948). *"Fundamentals of Soils Mechanics"*. USA: John Wiley & Sons.
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. Nueva York: John Wiley and sons, Inc.
- Terzaghi, K., & Peck, R. B. (1968). *Soil Mechanics in Engineering Practice*. Nueva York: John Wiley & Sons, Inc. .
- Tomlinson, M. (1977). *Pile Design and Construction Practice*. USA: Viewpoint Publications.
- Tuma, J., & Abdel-Hady, M. (1973). *Engineering Soil Mechanics*. New Jersey, USA: Prentice-Hall Inc.
- US Army Corps of Engineers. (2001). *Geotechnical Investigations*. US: US Army Corps of Engineers.
- USBR, US Department of the Interior Bureau of Reclamation. (1990). USBR 7300-89 Procedure for performing field permeability testing by the well permeameter method. En *Earth manual, part 2* (págs. 1227-1235). Denver, Co.: US Department of the Interior Bureau of Reclamation.
- Vardanega, P., & Bolton, M. (2016). Design of Geostructural Systems. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering*.
- Viggiani, C., Mandolini, A., & Russo, G. (2012). *Piles and Pile Foundations*. London: Spoon Press (Taylor & Francis).
- Vyalov, S. S. (1986). *Rheological Fundamentals of Soil Mechanics*. New York, USA: Elsevier Science Publishers B.V.
- Wood, D. M. (1990). *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Wykeham Farrance. (2012). *Dynatriax Automatic dynamic triaxial testing machine*. Elgin, IL. :  
Controls Group.