



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

EVALUACIÓN NUMÉRICA DE UN DETECTOR DE FIBRAS ÓPTICAS
CENTELLADORAS PARA
TOMODOSIMETRÍA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA MÉDICA)

PRESENTA:
EDUARDO MARTÍNEZ LÓPEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. ARNULFO MARTÍNEZ DÁVALOS
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

DR. NEIL C. BRUCE DAVIDSON
INSTITUTO DE CIENCIAS APLICADAS Y TECNOLOGÍA, UNAM

DR. ARTURO AVENDAÑO ESTRADA
FACULTAD DE MEDICINA, UNAM

M. EN C. FLOR P. HERRERA MARTÍNEZ
INSTITUTO NACIONAL DE CANCEROLOGÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., DICIEMBRE 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Para Isabel y Ramón,
son lo mejor de mi vida*

Agradecimientos

Le agradezco profundamente a la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la mejor educación en mi preparación como Físico y Físico Médico.

A mi madre, Isabel. Soy lo que soy por ti. Gracias por confiar en mi y darme todo incondicionalmente. Contigo he aprendido que el amor de madre no tiene límites. ¡Te amo con todo mi ser!

A mi hermano, Ramón. Gracias por todos los hermosos momentos juntos y por estar siempre para mí sin ninguna recompensa. Quiero que me dures toda la vida. ¡Te amo con toda mi alma!

A mi tutor de tesis, al Dr. Arnulfo Martínez Dávalos, por toda su sabiduría que me compartió a lo largo de estos dos años. Todas las horas de trabajo mutuo se ven reflejadas en la calidad de este proyecto.

A mi Comité Tutor, por todas sus observaciones y recomendaciones realizadas durante las reuniones de comité.

A todos mis profesores de la Maestría, por todas sus clases de calidad. Todos ustedes son excelentes.

A mis amigos, Toño, Eliseo, Ricardo, Carlos, Paola, Romano, Pepe, Luis y Duncan. Gracias por tantas historias juntos. Ustedes hicieron que mi vida académica fuera inolvidable.

A todos mis amigos de la maestría, por todos esos momentos tan divertidos que vivimos juntos. Tuve al mejor equipo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca brindada bajo el número de CVU 1009119.

Al Instituto de Física, UNAM por proporcionarme equipo computacional para desarrollar este proyecto.

Al programa PRIDIF21 por proporcionarme la beca que me ayudó a finalizar este proyecto.

Resumen

La garantía de calidad específica para el paciente en tratamientos de radioterapia altamente conformados requiere de verificaciones experimentales de dosimetría. Los dosímetros utilizados actualmente para estas prácticas presentan limitaciones en las características deseadas. La tomodosimetría es una técnica novedosa que utiliza fibras ópticas centelladoras para medir distribuciones de dosis *in situ* mediante la reconstrucción tomográfica de proyecciones de dosis. Las ventajas más importantes de estos dosímetros son: la alta resolución espacial, flexibilidad, adquisición remota y en tiempo real, y pérdidas no significativas de señal. Sus desventajas son escasas: la contaminación de Cherenkov y tiempos significativos de adquisición y reconstrucción. Sin embargo, nunca antes se ha estudiado numéricamente la influencia que tienen estas desventajas en la precisión de medición de dosis.

En este trabajo se presenta una evaluación numérica, basada en técnicas de simulación Monte Carlo, del desempeño de un tomodosímetro basado en fibras ópticas centelladoras BCF-60 (1 mm de diámetro; *Saint-Gobain, Tilburg, Holanda*) en términos de las características de diseño del detector, así como el efecto del muestreo angular limitado y el método de reconstrucción en la calidad de las distribuciones de dosis de campos conformados de intensidad modulada para radioterapia.

En la primera etapa del proyecto se desarrolló un formalismo (denominado L_{total}) para tomodosímetros de fibras centelladoras cortas que permite solucionar adecuadamente el problema tomodosimétrico con pocas mediciones mediante una calibración en términos de dosis absorbida en agua que resulta ser sencilla y eficaz. Además, toma en cuenta la radiación dispersa mediante la implementación de los factores de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$, dándole

una mayor precisión y exactitud a la técnica.

Las simulaciones Monte Carlo desarrolladas consideran el transporte acoplado de radiación ionizante en el medio, y la producción y transporte de luz de centelleo en las fibras, de tal manera que permite calcular la contribución de luz de Cherenkov de la señal total. La contaminación por Cherenkov resultó ser despreciable cuando las fibras no son irradiadas directamente; para haces de 6 y 24 MV se obtuvieron contribuciones del 0.2 y 0.6 % respecto a la señal total, respectivamente.

Posteriormente se aplicó el formalismo L_{total} para reconstruir distribuciones de dosis de un campo cuadrado uniforme y de un segmento de intensidad modulada en función del número de proyecciones, método de reconstrucción (FBP, SART o SART+TV) y distancia de separación de las fibras. Cada reconstrucción se comparó con la distribución de dosis de referencia mediante una prueba de índice gamma usando el criterio de 3%/3 mm. Se obtuvieron excelentes resultados usando el algoritmo SART+TV para reconstruir campos complicados de IMRT, incluso en el caso en que se miden muy pocas proyecciones: 98.8 % de tasa de éxito con tan solo 6 proyecciones.

Finalmente, se estudió la resolución espacial del sistema mediante el cálculo de la función de transferencia de modulación (MTF) para dos distancias de separación entre las fibras. Se obtuvieron resoluciones espaciales de 0.65 mm^{-1} y 0.32 mm^{-1} para sistemas con fibras a contacto, o fibras separadas 2.06 mm (centro a centro), respectivamente.

Como conclusión, en esta tesis se muestra que el uso de técnicas de tomografía basadas en el formalismo L_{total} , en conjunto con algoritmos de reconstrucción iterativos que incluyan regularización por variación total (e.g. SART+TV), permite alcanzar una gran precisión y exactitud en la medición de distribuciones espaciales de dosis, aún cuando la cantidad de proyecciones y estadística (número de fotones por proyección) sea bastante limitada.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	IV
1 Antecedentes	1
§1.1 Interacción de la radiación con la materia	1
§1.1.1 Interacciones de los fotones ionizantes con la materia	2
§1.1.2 Interacciones de las partículas cargadas ligeras ionizantes con la materia	7
§1.1.3 Interacciones de los fotones ópticos en fibras ópticas	9
§1.2 Radioterapia	11
§1.2.1 Radioterapia de fotones de haz externo	12
§1.3 Tomografía computarizada	14
§1.3.1 Transformada de Radon	14
§1.3.2 Reconstrucción de imágenes 2D	17
§1.3.3 Tomografía Computarizada: caso discreto	20
2 Tomodosimetría de Alta Resolución	21
§2.1 Base del funcionamiento de la Tomodosimetría	22
§2.2 Producción, transporte y recolección de centelleo	22
§2.3 Planteamiento matemático del problema	24
§2.4 Métodos de reconstrucción iterativos	25
§2.4.1 Algoritmo ART	26
§2.4.2 Algoritmo SART	26

§2.5	Métodos de regularización	27
§2.5.1	Minimización de la variación total	27
3	Desarrollo de las Simulaciones Monte Carlo	29
§3.1	TOPAS-Geant4	29
§3.2	Transporte y detección de fotones ópticos en TOPAS	30
§3.2.1	Material óptico	30
§3.2.2	Superficies ópticas	30
§3.3	Simulación del tomodosímetro	31
§3.3.1	Maniquí	32
§3.3.2	Fibras ópticas centelladoras	32
§3.3.3	Fibras ópticas transparentes	33
§3.3.4	Fotodetectores	33
4	Respuesta de Una Fibra Centelladora	36
§4.1	Irradiación longitudinal	36
§4.1.1	Lado de recolección	36
§4.1.2	Distribuciones en energía, tiempo y posición	39
§4.2	Irradiación radial	42
§4.2.1	Factores de apertura, $F_{i,j}^{E, fib}$	42
§4.2.2	Contaminación por Cherenkov	47
§4.2.3	Separación entre fibras	47
§4.3	Calibración de fibras centelladoras en términos de dosis absorbida en agua:	
Formalismo L_{total}		49
5	Reconstrucciones Bajo el Formalismo L_{total}	51
§5.1	Reformulación del planteamiento del problema	51
§5.2	Solución al problema	52
§5.3	Desarrollo de los algoritmos de reconstrucción	53
§5.4	Medición de un campo uniforme	56

§5.5 Medición de un campo de IMRT	56
§5.6 Influencia del algoritmo de reconstrucción y de la resolución angular en la precisión de medición de dosis	58
§5.7 Influencia de la separación entre las fibras en la resolución angular y en la precisión de medición dosis	66
6 Conclusiones	71

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. Interacción de la radiación con la materia

La radiación se define como la propagación de energía en forma de ondas electromagnéticas o partículas subatómicas a través de un medio o del vacío. La Figura 1.1 muestra la clasificación de la radiación en ionizante y no ionizante, según sea su capacidad de ionización de la materia. A su vez, la radiación ionizante se divide en directamente e indirectamente ionizante. Se le llama directamente ionizante ya que las partículas cargadas depositan energía al medio a través de interacciones de Coulomb entre las partículas directamente ionizantes y los electrones del medio. Por otro lado, las partículas indirectamente ionizantes liberan partículas cargadas en el medio, y son estas quienes depositan energía al medio [Podgorsak, 2005].

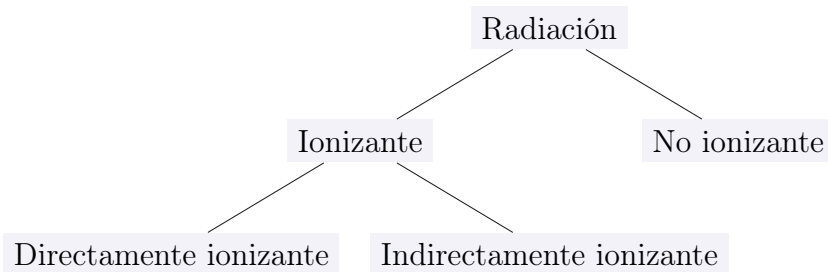


Figura 1.1: Clasificación de la radiación.

1.1.1. Interacciones de los fotones ionizantes con la materia

Las interacciones de los fotones con la materia a considerar en física radiológica son [Attix, 2008]:

- Dispersión Rayleigh
- Efecto fotoeléctrico
- Efecto Compton
- Producción de pares
- Interacciones fotonucleares

Dispersión Rayleigh

La dispersión Rayleigh es la interacción de menor importancia. En esta interacción, el fotón, que interactúa con un electrón ligado, no pierde energía y solo es dispersado a través de un ángulo pequeño. Por lo tanto, la dispersión Rayleigh casi no contribuye al kerma o a la dosis. El ángulo de dispersión depende únicamente del número atómico Z y de la energía del fotón $h\nu$.

El coeficiente másico de atenuación para la dispersión Rayleigh está dado por

$$\frac{\sigma_R}{\rho} \propto \frac{Z}{(h\nu)^2} \quad (1.1)$$

Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico es la interacción del fotón con un electrón fuertemente ligado (electrones de la capa interna de un átomo). Si la energía del fotón $h\nu$ es mayor a la energía de ligadura del fotoelectrón E_b , es más probable que ocurra efecto fotoeléctrico. El fotón es totalmente absorbido en la interacción, liberando un fotoelectrón con energía cinética $T = h\nu - E_b$. El fotoelectrón liberado deja una vacancia que, posteriormente, será

llenada mediante una transición de algún electrón menos ligado, lo que produce electrones Auger o rayos X característicos.

Para fotones de baja energía, los fotoelectrones liberados salen preferentemente hacia los lados con respecto a la dirección del fotón incidente. A medida que la energía de los fotones incidentes aumenta, la distribución angular de los fotoelectrones tiende a ángulos menores. La sección eficaz de interacción por átomo para el efecto fotoeléctrico, integrada sobre todos los ángulos de emisión del fotoelectrón, esta dada por

$$\frac{\tau}{\rho} \propto k \frac{Z^n}{(h\nu)^m} \quad (1.2)$$

donde k es una constante. En la región de energías donde el efecto fotoeléctrico predomina ($h\nu < 0.1$ MeV), $n \approx 4$ y $m \approx 3$. Por tanto, el coeficiente másico de atenuación para el efecto fotoeléctrico, en la región de interés, se aproxima a

$$\frac{\tau}{\rho} \propto \frac{Z^3}{(h\nu)^3} \quad (1.3)$$

Efecto Compton

El efecto Compton consiste en la absorción de un fotón de energía $h\nu$ por un electrón libre. Posteriormente, se emite un nuevo fotón de energía $h\nu'$ y el electrón libre a ángulos de dispersión ϕ y θ , respectivamente. Por conservación de energía y momento, tenemos que

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + (h\nu/m_0c^2)(1 - \cos\phi)} \quad (1.4)$$

$$T = h\nu' - h\nu \quad (1.5)$$

$$\cot \theta = \tan \frac{\phi}{2} \left(1 + \frac{h\nu}{1 + (h\nu/m_0c^2)} \right) \quad (1.6)$$

donde m_0c^2 es la energía de reposo del electrón, que equivale a 0.511 MeV.

La dispersión Thompson fue la primera descripción sólida de la dispersión de un fotón por un electrón. Esta descripción teórica supone que el electrón libre de oscilar bajo la influencia de una onda electromagnética incidente, emitiendo rápidamente un fotón de la misma energía. Por lo tanto, el electrón no retiene energía cinética. La sección eficaz diferencial de Thompson, por electrón, para un fotón dispersado a un ángulo ϕ , por unidad de ángulo sólido es

$$\frac{d_e\sigma}{d\Omega_{\phi_T}} = \frac{r_0^2}{2}(1 + \cos^2\phi) \quad (1.7)$$

donde $r_0 = e^2/m_0c^2 = 2.89 \times 10^{-13}cm$ es el radio clásico del electrón.

Aplicando la teoría relativista de Dirac, y suponiendo que los electrones no están ligados y están inicialmente en reposo, se obtiene la sección eficaz diferencial de Klein-Nishina para un fotón dispersado a un ángulo ϕ , por unidad de ángulo sólido

$$\frac{d_e\sigma}{d\Omega_{\phi_{K-N}}} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{h\nu'}{h\nu} + \frac{h\nu}{h\nu' + \text{sen}^2\phi} \right) \quad (1.8)$$

Esta relación, la cual predice correctamente los valores experimentales, se representa gráficamente en la Figura 1.2. Nótese que para bajas energías ($h\nu \approx h\nu'$) la sección eficaz diferencial de $K - N$ recupera la sección eficaz diferencial de Thompson.

Puesto que se supuso que el electrón no está ligado, $_e\sigma$ no depende del número atómico Z del absorbente. Entonces la sección eficaz de $K - N$ por átomo de número atómico Z es

$$_a\sigma = Z_e\sigma \quad (1.9)$$

Por lo tanto, el coeficiente másico de atenuación Compton será

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{NZ}{\rho} _e\sigma = \frac{N_A Z}{A} _e\sigma \quad (1.10)$$

donde $N_A = 6,022 \times 10^{23}mol^{-1}$ es el número de Avogadro y A es el número másico.

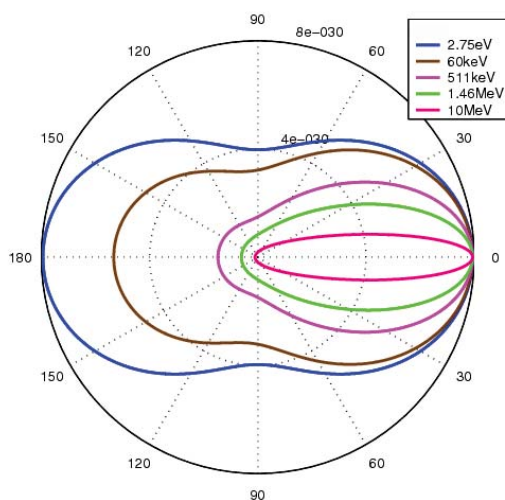


Figura 1.2: Gráfica polar de la sección eficaz diferencial de Klein-Nishina para distintas energías de fotones incidentes.

Producción de pares y tripletes

La producción de pares es el proceso de absorción de un fotón, debida a su interacción con el campo coulombiano de un núcleo atómico, dando lugar a un electrón y un positrón. Por conservación de la energía, es necesario que la energía del fotón sea $h\nu \geq 2m_0c^2 = 1.022 \text{ MeV}$. Sin embargo, con menor probabilidad, la absorción del fotón puede ser debida al campo de un electrón, dando lugar a dos electrones y un positrón. A este proceso se le conoce como producción de triples, y es necesario que la energía del fotón sea $h\nu \geq 4m_0c^2 = 2.044 \text{ MeV}$ para que ocurra.

Debido a la teoría Bethe-Heitler, el coeficiente másico de atenuación para la producción de pares nuclear está dada por

$$\left(\frac{\kappa}{\rho}\right)_{nuclear} = \kappa \frac{N_A}{A} = \frac{N_A \sigma_0 Z^2 \bar{P}}{A} \quad (1.11)$$

donde $\sigma_0 = r_0^2/137 = 5.8 \text{ cm}^2/e^-$ y \bar{P} es el valor promedio de una función que depende de $h\nu$ y Z .

El coeficiente másico de atenuación de producción de pares es

$$\left(\frac{\kappa}{\rho}\right) = \left(\frac{\kappa}{\rho}\right)_{nuclear} + \left(\frac{\kappa}{\rho}\right)_{electrónico} \quad (1.12)$$

Interacciones fotonucleares

Una interacción fotonuclear se da cuando un fotón energético entra y excita un núcleo, liberando un neutrón o un protón. Sin embargo, las reacciones (γ, n) tienen mayor importancia ya que los neutrones liberados pueden presentar problemas de protección radiológica, mientras que las reacciones (γ, p) contribuyen menos del 5% de la dosis debida a la producción de pares.

Atenuación

Un haz de fotones de intensidad I_0 , al atravesar un cuerpo, es atenuado y sale con una intensidad I . La ley de Beer-Lambert relaciona I con I_0 como la integral de línea

$$I = I_0 \exp\left(-\int_l \mu(\vec{r}, h\nu) dl\right) \quad (1.13)$$

en donde l es el segmento de línea a lo largo del objeto (trayectoria del haz transmitido), \vec{r} es el vector posición de un elemento diferencial del objeto y $\mu(\vec{r}, h\nu)$ es el coeficiente de atenuación lineal que depende de la energía de los fotones incidentes $h\nu$, del material y de la densidad del cuerpo que atraviesa. Para eliminar la dependencia de la densidad del material en este coeficiente, se utiliza el coeficiente másico de atenuación μ/ρ , el cual es la suma de los coeficientes másicos de atenuación debidos a cada interacción.

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho} + \frac{\kappa}{\rho} + \frac{\sigma_R}{\rho} \quad (1.14)$$

1.1.2. Interacciones de las partículas cargadas ligeras ionizantes con la materia

Las partículas cargadas interactúan con el campo coulombiano de prácticamente todos los átomos del material, en muchas de estas interacciones se transfieren pequeñas fracciones de su energía. Estas interacciones pueden ser caracterizadas en términos del tamaño relativo del parámetro de impacto b y el radio atómico a , como

- Colisiones fuertes ($b \approx a$)
- Interacciones coulombianas con el campo externo del núcleo ($b \ll a$)
- Colisiones suaves ($b \gg a$)

En las colisiones fuertes, las partículas cargadas interactúan con un electrón atómico que es sacado del átomo con una energía cinética suficiente como para sufrir interacciones coulombianas (rayo δ). Cuando un electrón de las capas internas es sacado del átomo por una colisión fuerte, se emiten rayos X y/o electrones Auger, por lo que parte de la energía transferida al medio puede ser transportada lejos de la trayectoria de la partícula cargada primaria por los rayos X o por los rayos δ .

En el 97-98 % de las interacciones coulombianas con el campo externo del núcleo, los electrones son dispersados elásticamente y no emiten rayos X ni excitan al núcleo perdiendo únicamente la energía necesaria para que haya conservación de momento. En el 2-3 % de las interacciones restantes, los electrones sufren una interacción inelástica radiativa en la cual se emite un rayo X. La sección eficaz diferencial atómica de las interacciones que producen radiación de frenado es proporcional al cuadrado del número atómico del absorbedor Z^2 e inversamente proporcional a la masa de la partícula cargada m^2 .

La influencia del campo coulombiano de las partículas cargadas, en las colisiones suaves, afecta al átomo como un todo; algunas veces excitándolo a un nivel de energía mayor y en otras ionizándolo sacando un electrón de valencia. En medios condensados, la distorsión atómica da lugar al efecto de polarización o densidad.

Efecto Cherenkov

Bajo ciertas condiciones, una pequeña parte de la energía gastada por las partículas cargadas en colisiones suaves puede ser emitida por el medio absorbente como luz coherente blanca-azul, a este efecto se le conoce como **radiación Cherenkov**.

Si la velocidad de la partícula cargada en un medio dieléctrico transparente v_p , es mayor a la velocidad de la luz en el medio $c/n(\omega)$, donde $n(\omega)$ es índice de refracción del medio dependiente de la frecuencia ω , se emite radiación Cherenkov a un ángulo θ , con respecto a la dirección de la partícula cargada incidente

$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{\beta n(\omega)} \quad (1.15)$$

donde $\beta = v_p/c$ es la relación entre la velocidad de la partícula y la velocidad de la luz. Los fotones Cherenkov forman un frente de ondas cónico con la mitad de su ángulo $90^\circ - \theta$ detrás de la partícula cargada como se muestra en la Figura 1.3 [Cerenkov, 1937].

La fórmula de Frank-Tamm, desarrollada por los físicos rusos Ilya Frank e Igor Tamm,

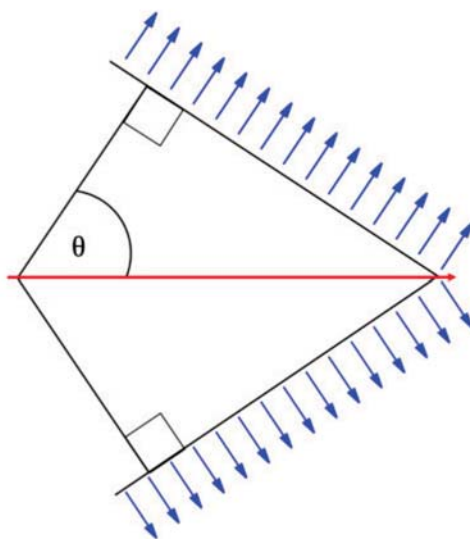


Figura 1.3: Geometría ideal del efecto Cherenkov. La partícula cargada viaja a lo largo de la flecha roja a través de un medio dieléctrico con una velocidad $v_p > c/n$ para emitir radiación Cherenkov (líneas azules) a un ángulo θ respecto a la trayectoria de la partícula.

determina la cantidad de energía dE de radiación de Cherenkov emitida por unidad de longitud recorrida por la partícula cargada por unidad de frecuencia $d\omega$

$$\frac{d^2 E}{dx d\omega} = \frac{q^2}{4\pi} \mu(\omega) \omega \left(1 - \frac{c^2}{v_p^2 n^2(\omega)} \right) \quad (1.16)$$

donde $\mu(\omega)$ es la permeabilidad del medio en función de la frecuencia y q es la carga de la partícula. La intensidad relativa de una frecuencia es aproximadamente proporcional a la frecuencia. Por eso, la radiación de Cherenkov visible se observa en azul.

Integrando la fórmula de Frank-Tamm respecto a las frecuencias ω para las cuales la velocidad de la partícula es mayor que la velocidad de la luz en el medio, se obtiene la cantidad total de energía radiada por unidad de longitud [Jackson, 1999]

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q^2}{4\pi} \int_{v_p > \frac{c}{n(\omega)}} \mu(\omega) \omega \left(1 - \frac{c^2}{v_p^2 n^2(\omega)} \right) d\omega \quad (1.17)$$

La energía emitida en forma de radiación Cherenkov es una pequeña fracción ($< 0.1\%$) de la energía perdida por la partícula cargada en excitación e ionización del átomo. Por tanto, se considera irrelevante en física radiológica [Attix, 2008].

1.1.3. Interacciones de los fotones ópticos en fibras ópticas

Los fotones ópticos son aquellos con una longitud de onda mucho mayor que el espaciado atómico, típicamente cuando $\lambda \geq 10 \text{ nm}$. Estos fotones son producidos principalmente por el efecto Cherenkov y centelleo. Los fotones ópticos experimentan tres tipos de interacciones en fibras ópticas [Hecht, 2002]:

- Absorción y dispersión
- Interacciones de frontera

Absorción y dispersión

La dispersión y absorción son las propiedades ópticas más importantes a considerar para aplicar dosimetría con fibras ópticas. La atenuación es la pérdida de potencia óptica

de la luz que se propaga a lo largo de la fibra óptica; generalmente, se define como una relación logarítmica entre la potencia óptica de salida P_{out} a una distancia $L[m]$ del sitio de producción de luz y la potencia óptica de entrada P_{in}

$$P_{out} = P_{in} \exp(-\alpha L) \quad (1.18)$$

donde α es el coeficiente de atenuación, expresado en dB/m , que depende de la longitud de onda λ , el material y el diámetro del núcleo de la fibra [Khare, 2004].

La atenuación total se debe a efectos de dispersión y absorción en la fibra. En dosimetría de centelleo (rango visible), la dispersión de Rayleigh es el mecanismo de atenuación principal y varía proporcionalmente a λ^{-4} . En contraste, la absorción es despreciable porque la mayor parte de la absorción por impurezas provoca la pérdida óptica de la fibra en la región infrarroja [Karellas, 2016].

Interacciones de frontera

El comportamiento de un fotón óptico cuando llega al límite de un medio dieléctrico depende de los dos materiales que unen la frontera.

Cuando una onda plana incide a en la interfaz entre dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 , parte de la onda se refleja y la otra se transmite. Los ángulos que forman los rayos incidentes, reflejados y transmitidos con respecto a la normal de la interfaz se dan como θ_i , θ_r , y θ_t , respectivamente.

Las leyes de Snell establecen que

$$\theta_i = \theta_r \quad (1.19)$$

y

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (1.20)$$

Aplicando las leyes del electromagnetismo al campo electromagnético de la onda cuando incide en la interfaz, es posible determinar su coeficiente de reflexión R (fracción de la potencia incidente que se refleja desde la interfaz) en función de su polarización inicial. Si

la luz está polarizada en perpendicular al plano de incidencia (polarización s)

$$R_s = \left| \frac{Z'_2 \cos \theta_i - Z'_1 \cos \theta_t}{Z'_2 \cos \theta_i + Z'_1 \cos \theta_t} \right|^2 \xrightarrow{\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_0} \left| \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \right|^2 \quad (1.21)$$

o si la luz está polarizada en paralelo al plano de incidencia (polarización p)

$$R_p = \left| \frac{Z'_2 \cos \theta_t - Z'_1 \cos \theta_i}{Z'_2 \cos \theta_t + Z'_1 \cos \theta_i} \right|^2 \xrightarrow{\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_0} \left| \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \right|^2 \quad (1.22)$$

donde Z'_i y μ'_i son la impedancia de onda y la permeabilidad del medio i , respectivamente. A la derecha de las dos ecuaciones anteriores se muestran los respectivos coeficientes para medios no magnéticos.

Por otro lado, si la luz no está polarizada, el coeficiente de reflexión efectivo R_{eff} es

$$R_{eff} = \frac{R_s + R_p}{2} \quad (1.23)$$

Por conservación de energía, para procesos sin absorción, el coeficiente de transmisión T está dado por

$$T = 1 - R \quad (1.24)$$

Cuando $n_1 > n_2$ y la luz incide a un ángulo mayor al ángulo crítico (ángulo de incidencia necesario para obtener una refracción a 90 grados), toda la luz es reflejada, es decir $R_s = R_p = 1$. Este proceso es conocido como reflexión interna total y es el principal mecanismo de transporte de los fotones ópticos en fibras ópticas.

1.2. Radioterapia

La radioterapia ha sido utilizada por mas de un siglo, mejorando tanto los sistemas, como la calidad y precisión de los tratamientos. Actualmente, junto con la quimioterapia y la cirugía, la radioterapia es una de las principales técnicas para el tratamiento de cáncer. Esta emplea radiación ionizante, la cual actúa sobre el tumor para controlar las

células malignas, procurando que la dosis depositada al tejido sano sea la menos posible. La radioterapia de haz externo y la braquiterapia son las principales categorías de la radioterapia [Khan, 2014].

1.2.1. Radioterapia de fotones de haz externo

En la radioterapia de haz externo (teleterapia), el volumen blanco es irradiado por un haz externo proveniente de una fuente de radiación colocada a cierta distancia del paciente. Los fotones son los más usados en los tratamientos de teleterapia, seguido de los electrones, y en una parte muy pequeña los protones, neutrones e iones pesados.

Antes de 1950, la radioterapia de haz externo se realizaba con generadores de rayos X de hasta 300 kVp. Las máquinas de Cobalto-60 tuvieron gran popularidad de 1950 a 1960 en tratamientos de teleterapia debido a su alta energía. En la radioterapia actual de haz externo, la producción de fotones de alta energía se realiza en un acelerador lineal *LINAC* (por sus primeras sílabas en inglés). En un LINAC, los electrones son acelerados linealmente a energías cinéticas de 4 a 25 MeV a través de guías de onda, para luego ser impactados a un blanco compuesto por un material de alto número atómico Z , seguido por otro de bajo Z . La interacción de los electrones con los átomos del blanco produce un espectro de rayos X de frenado con energía máxima igual a la energía de los electrones incidentes. El haz de rayos X es aplanado, colimado y filtrado antes de llegar al paciente. Las ventajas principales del LINAC son la versatilidad de ofrecer un sistema isocéntrico y la oportunidad de utilizar un amplio catálogo de energías en haces de rayos X y electrones.

Existen técnicas de radioterapia de alta precisión, como la radioterapia de intensidad modulada (IMRT), las cuales permiten realizar tratamientos con mejor control tumoral a una probabilidad baja de complicaciones en tejido sano [Podgorsak, 2005].

Radioterapia de intensidad modulada IMRT

La radioterapia de intensidad modulada (IMRT, por sus siglas en inglés) es una técnica moderna de radioterapia que se caracteriza por administrar al paciente haces de intensidad

no uniforme desde varias direcciones diferentes para optimizar la distribución de la dosis.

La planificación de un tratamiento de IMRT implica determinar el ajuste óptimo de las fluencias de cada uno de los haces utilizados. El proceso de optimización involucra una planificación inversa en la que se obtienen las fluencias de los haces para satisfacer las dosis prescritas por el plan. Para calcular los perfiles de intensidad óptimos se utilizan métodos analíticos (algoritmo de retroproyección) e iterativos [Khan, 2014].

Para que el LINAC produzca perfiles de fluencia de intensidad modulada, necesita un sistema que permita cambiar el perfil de haz dado en un perfil de forma arbitraria. El Grupo de Trabajo Colaborativo ASTRO-AAPM ha clasificado las técnicas de administración de IMRT en haces de fotones y electrones escaneados, tomoterapia IMRT, colimadores multiláminas (MLC, por sus siglas en inglés), modulador físico IMRT y aceleradores lineales robóticos. La administración de IMRT con MLC es el mecanismo mas utilizado, y se clasifica en sistemas de administración a ángulos de cabezal fijos, tomoterapia y haces de cono giratorio [Boyer et al., 2001].

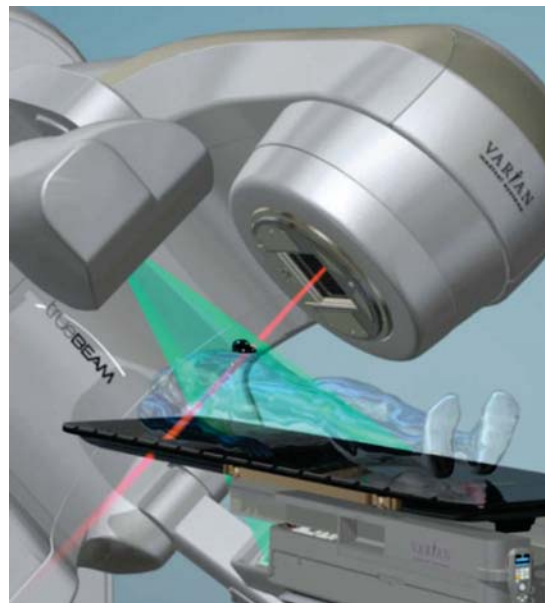


Figura 1.4: Diagrama de un LINAC TrueBeam (tomada de Varian Medical systems, www.varian.com).

1.3. Tomografía computarizada

En 1979, Allan McLeod Cormack, físico e ingeniero eléctrico afroamericano, y Godfrey Newbold Hounsfield, ingeniero electrónico inglés, recibieron el Premio Nobel de Medicina por el desarrollo de la Tomografía Computarizada (CT, por sus siglas en inglés) [Nobel Prize, 1979].

La **Tomografía Computarizada** es una técnica médica que, mediante varias mediciones con rayos X a diferentes ángulos y una reconstrucción gráfica apropiada, produce imágenes de cortes o secciones del cuerpo [Suetens, 2009].

Un montaje ideal de la técnica se presenta en la Figura 1.5. Un conjunto de haces de rayos X, con intensidad I_0 , atraviesan una parte del cuerpo a examinar y son atenuados según la ley de Beer-Lambert (1.13). Usualmente se supone que los haces son monoenergéticos, por lo que el coeficiente de atenuación lineal se reduce a $\mu = \mu(\vec{r})$, que puede ser expresado en función de la posición (x, y) . La intensidad de los haces transmitidos I , es medida por un sistema de detectores de estado sólido o centelleo, principalmente. Posteriormente, los haces y los detectores rotan alrededor del cuerpo para medir muchas proyecciones a diferentes ángulos.

El objetivo de la CT es reconstruir gráficamente el cuerpo, o en otras palabras, determinar $\mu(x, y)$ a partir de las proyecciones medidas.

1.3.1. Transformada de Radon

La Figura 1.6 muestra un sistema rotado $X'Y'$, a un ángulo θ respecto al sistema XY . Los rayos X son paralelos al eje y' y están equiespaciados en la dirección x' . El sistema

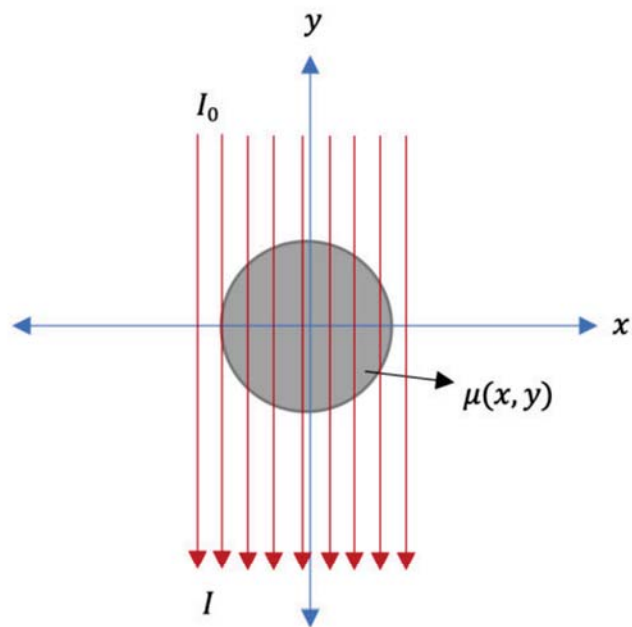


Figura 1.5: Un haz paralelo al eje y atraviesa transversalmente un cuerpo con coeficiente de atenuación lineal $\mu(x, y)$.

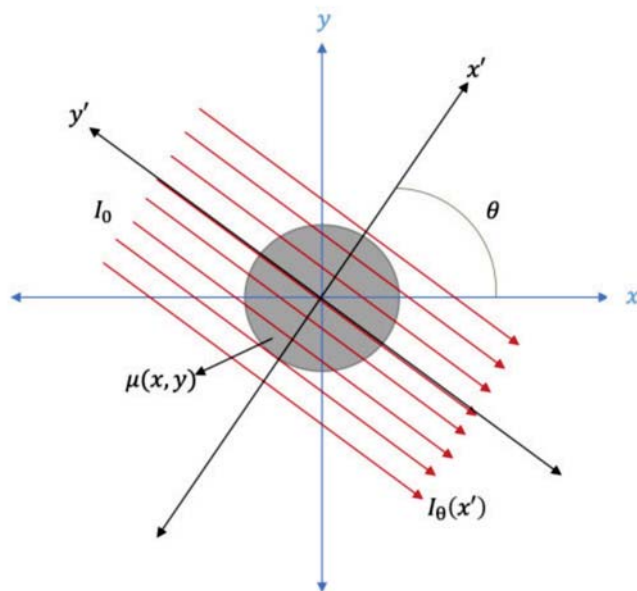


Figura 1.6: Un haz paralelo al eje y' atraviesa transversalmente un cuerpo con coeficiente de atenuación lineal $\mu(x, y)$.

$X'Y'$ se puede obtener a partir del sistema XY , y viceversa, mediante

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1.25a)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \quad (1.25b)$$

La intensidad de los rayos transmitidos en función de la coordenada x' para un ángulo de rotación fijo θ , se puede calcular mediante la ley de Beer-Lambert 1.13 y las matrices de rotación 1.25 como

$$I_{\theta}(x') = I_0 \exp \left(- \int_{l_{x',\theta}} \mu(x' \cos \theta - y' \sin \theta, x' \sin \theta + y' \cos \theta) dy' \right) \quad (1.26)$$

donde $l_{x',\theta}$ es la trayectoria del haz a una distancia x' con ángulo θ . $I_{\theta}(x')$ es conocido como el perfil de intensidad.

El perfil de atenuación $p_{\theta}(x')$, es la proyección del coeficiente lineal de atenuación a lo largo del segmento de línea $l_{x',\theta}$, y es calculado mediante

$$p_{\theta}(x') = -\ln \frac{I_{\theta}(x')}{I_0} = \left(\int_{l_{x',\theta}} \mu(x' \cos \theta - y' \sin \theta, x' \sin \theta + y' \cos \theta) dy' \right) \quad (1.27)$$

Si estas proyecciones $p_{\theta}(x')$ son colocadas en un arreglo 2D $P(x', \theta)$, se obtiene el **sinograma**, que corresponde a la **transformada de Radon bidimensional** del coeficiente de atenuación lineal $\mu(x, y)$, en otras palabras

$$P(x', \theta) = \mathfrak{R} \{ \mu(x, y) \} (x', \theta) \quad (1.28)$$

Por tanto, para obtener el coeficiente de atenuación lineal $\mu(x, y)$, basta con encontrar la **transformada de Radon bidimensional inversa** y aplicarla a las mediciones experimentales (sinograma), es decir [Radon, 1986]

$$\mu(x, y) = \mathfrak{R}^{-1} \{P(x', \theta)\} (x, y) \quad (1.29)$$

El **teorema de la proyección**, también llamado **teorema del corte central**, determina explícitamente la transformada de Radon bidimensional inversa. Sea $\mathbf{F}(k_x, k_y)$ la transformada de Fourier bidimensional de $\mu(x, y)$

$$\mathbf{F} \{\mu(x, y)\} (k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x, y) \exp \{-2\pi i(k_x x + k_y y)\} dx dy \quad (1.30)$$

y $\mathbf{P}_\theta(k)$ la transformada de Fourier unidimensional del perfil de atenuación $p_\theta(x')$

$$\mathbf{P}_\theta \{p_\theta(x')\} (k) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta(x') \exp \{-2\pi i(k \cdot x')\} dx' \quad (1.31)$$

Si hacemos θ una variable, entonces $\mathbf{P}_\theta(k) \rightarrow \mathbf{P}(k, \theta)$. Con ello, el teorema establece que

$$\mathbf{P}(k, \theta) = \mathbf{F} \{\mu(x, y)\} (k_x, k_y) \Rightarrow \mu(x, y) = \mathbf{F}^{-1} \{\mathbf{P}(x', \theta)\} (x, y) \quad (1.32)$$

donde

$$k_x = k \cos \theta \quad (1.33a)$$

$$k_y = k \sin \theta \quad (1.33b)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (1.33c)$$

La demostración del teorema (ecuación 1.32) es sencilla, y puede verse a detalle en [Suetens, 2009].

1.3.2. Reconstrucción de imágenes 2D

A continuación se presentan los métodos de reconstrucción más simples en CT.

La **retroproyección** (*Backprojection*, en inglés) es el método más simple y antiguo para aproximar la transformada de Radon bidimensional inversa. Consiste en sumar las proyecciones que han sido retroproyectadas en la dirección en la que la proyección fue tomada, dicho de otra manera, es la integral del sinograma $P(x', \theta)$ respecto a θ que es asignada en el sistema XY

$$b(x, y) = \mathfrak{B} \{P(x', \theta)\} (x, y) = \int_0^\pi P(x', \theta) d\theta = \int_0^\pi P(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta \quad (1.34)$$

A modo de ejemplo, en la Figura 1.7 C se ilustra el proceso de reconstrucción por retroproyección de un maniquí Shepp-Logan de 256×256 píxeles. El maniquí reconstruido presenta una borrosidad respecto al original. Por ello, es necesario utilizar otros métodos más apropiados.

La **retroproyección filtrada** (*Filtered Backprojection* [FBP], en inglés) es otro método de reconstrucción que utiliza el principio de la retroproyección e implementa un filtro en el dominio de las frecuencias para contrarrestar la borrosidad.

Usando la matriz de rotación 1.25, el teorema de la proyección 1.32 se puede escribir como la versión polar de la transformada inversa de Fourier bidimensional.

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}(k, \theta) |k| \exp \{2\pi i k x'\} dk d\theta \quad (1.35)$$

Si definimos

$$\mathbf{P}^*(k, \theta) = \mathbf{P}(k, \theta) |k| \quad (1.36)$$

donde $|k|$ es el filtro tipo rampa, y

$$P^*(x', \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}^*(k, \theta) \exp \{2\pi i k x'\} dk \quad (1.37)$$

entonces 1.35 se convierte en

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi P^*(x', \theta) d\theta \quad (1.38)$$

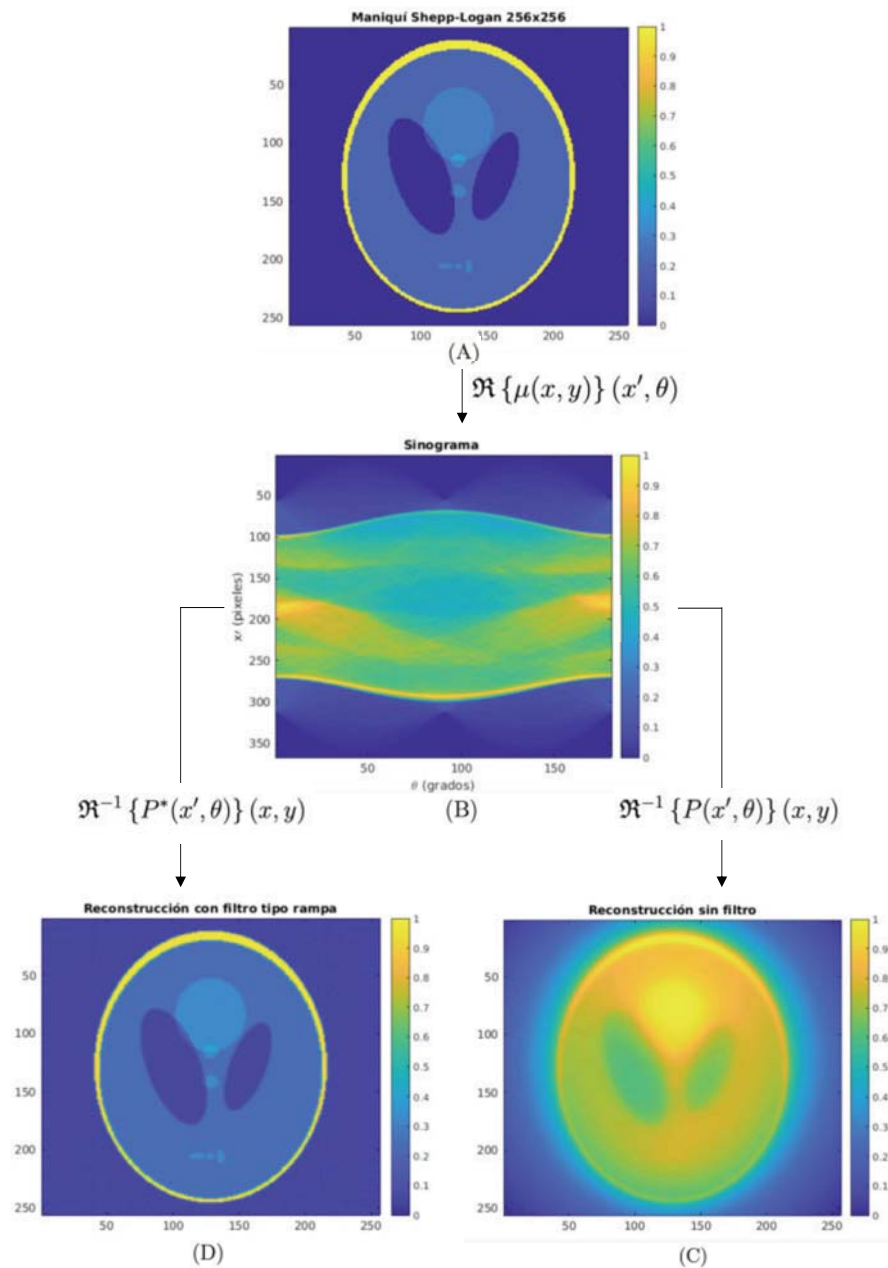


Figura 1.7: Proceso general de reconstrucción por retroproyección simple y filtrada. Al maniquí Shepp-Logan de 256×256 píxeles $\mu(x, y)$ (A), se le aplica la transformada de Radon a una resolución angular $\Delta\theta = 1^\circ$ en el intervalo $[0, \pi]$ para obtener el sinograma $P(x', \theta)$ (B). Finalmente, se le aplica la transformada de Radon inversa al sinograma sin filtrar $P(x', \theta)$ y al filtrado $P^*(x', \theta)$ para obtener los maniqués reconstruidos por retroproyección simple (C) y filtrada (D), respectivamente.

que no es más que la retroproyección de la transformada de Fourier unidimensional con respecto a k de $\mathbf{P}^*(k, \theta)$. En resumen, la retroproyección filtrada es la retroproyección del sinograma $P^*(x', \theta)$, el cual ha sido previamente filtrado en el dominio de las frecuencias. La Figura 1.7 D muestra la reconstrucción por retroproyección filtrada del mismo maniquí Shepp-Logan tratado anteriormente. Ahora la borrosidad ha sido contrarrestada por el filtro tipo rampa.

1.3.3. Tomografía Computarizada: caso discreto

Debido a que las imágenes médicas, así como las mediciones necesarias para obtenerlas, son de naturaleza discreta, es necesario plantear el problema tomográfico de manera discreta [Kak and Slaney, 2001].

Para un haz paralelo de rayos X,

$$\mathbb{Q} \cdot \vec{\mu} = \vec{b} \quad (1.39)$$

donde \mathbb{Q} es la matriz de proyección para el caso tomográfico, $\vec{\mu} = \{\mu_j; i \in \{1, \dots, m\}\}$ es el vector discreto de la distribución de los coeficientes de atenuación, $\vec{b} = \{b_i; i \in \{1, \dots, n\}\}$ es el vector discreto de las proyecciones (sinograma como vector columna), n es el producto del número de rayos utilizados N_{rayos} por el número de proyecciones N_θ , y m es el número de píxeles.

Entonces, el problema tomográfico se traduce en determinar el vector $\vec{\mu}$ a través de las mediciones \vec{b} . Cuando la cantidad de entradas del sinograma es basta (N_{rayos} y N_θ grandes), se opta por integrarlo mediante FBP (ecuación 1.38). En casos contrarios, por ejemplo en tomografía de ángulo limitado, es necesario utilizar otros métodos de reconstrucción, como los iterativos. Estos métodos, así como su regularización, se discutirán más adelante.

Capítulo 2

Tomodosimetría de Alta Resolución

La garantía de calidad específica para el paciente en tratamientos de radioterapia altamente conformados, como IMRT, requiere de verificaciones experimentales de dosimetría 2D y 3D. Los dosímetros ideales para realizar este trabajo necesitan ser exactos, precisos, independientes de la energía y equivalentes a agua, así como tener una alta resolución espacial y una adquisición en tiempo real. Sin embargo, los dosímetros utilizados para la verificación del paciente en tratamientos altamente conformados presentan limitaciones en las características deseadas. Las matrices de detectores, películas radiográficas y radiocrómicas, láminas centelleantes, generador de imágenes de panel plano y centelladores líquidos son los dosímetros clínicos 2D y 3D más usados. Las matrices de detectores carecen de resolución espacial debido al tamaño finito de cada detector y a los espacios muertos. Los procesos de lectura, calibración y manejo de las películas son muy tediosos, aunque su resolución espacial es muy alta. Las láminas centelleantes carecen de exactitud y precisión. La resolución espacial de los generadores de imágenes de panel plano es buena, pero su proceso de calibración lo vuelve poco práctico. Los centelladores líquidos para dosimetría 3D proporcionan lecturas rápidas con alta resolución, pero están limitados en precisión y exactitud [Goulet et al., 2011].

En los años recientes, se han realizado muchos estudios sobre el desarrollo de varios dosímetros que utilizan fibras ópticas centellantes para medir distribuciones de dosis in situ en tiempo real en tratamientos de radioterapia altamente conformados. Estos do-

símetros tienen muchas ventajas sobre los convencionales, siendo las más importantes: la alta resolución espacial debida a la pequeña área transversal de la fibra, flexibilidad, adquisición remota y en tiempo real, y pérdidas no significativas de señal [Karellas, 2016].

La **Tomodosimetría** es una técnica novedosa de dosimetría 2D y 3D que utiliza la reconstrucción tomográfica de proyecciones de dosis. Usar fibras centellantes para adquirir las proyecciones de dosis tiene muchas ventajas, siendo la más importante poder guiar la luz hacia fotodetectores.

2.1. Base del funcionamiento de la Tomodosimetría

Los principios de la tomodosimetría fueron establecidos en M. Goulet y sus colaboradores en 2012 [Goulet et al., 2012]. El equipo de trabajo realizó dosimetrías 2D de alta resolución en campos de IMRT utilizando un arreglo de fibras de centelleo. Alinearon paralelamente 50 fibras centellantes en un plano imagen para obtener una proyección ponderada de la distribución de dosis incidente. Los extremos de cada fibra centellante los acoplaron a fibras ópticas transparentes, las cuales a su vez fueron acopladas a fotodetectores por ambos lados para obtener lecturas proporcionales a la dosis integral. Adquirieron múltiples proyecciones de dosis en diferentes ángulos alrededor del eje del haz mediante la rotación del plano de formación de imágenes alrededor del eje del haz de radiación. Con todo ello, adquirieron la información tomográfica necesaria (sinograma), para reconstruir la distribución de dosis mediante un algoritmo de reconstrucción iterativo. El proceso general se muestra en la Figura 2.1.

2.2. Producción, transporte y recolección de centelleo

La detección de fotones de alta energía utilizando fibras centellantes se puede dividir en tres etapas descritas en la Figura 2.2.

Primero, los rayos X inciden e interaccionan con el centellador para producir luz visible por centelleo. La intensidad de la luz producida es proporcional a la energía depositada

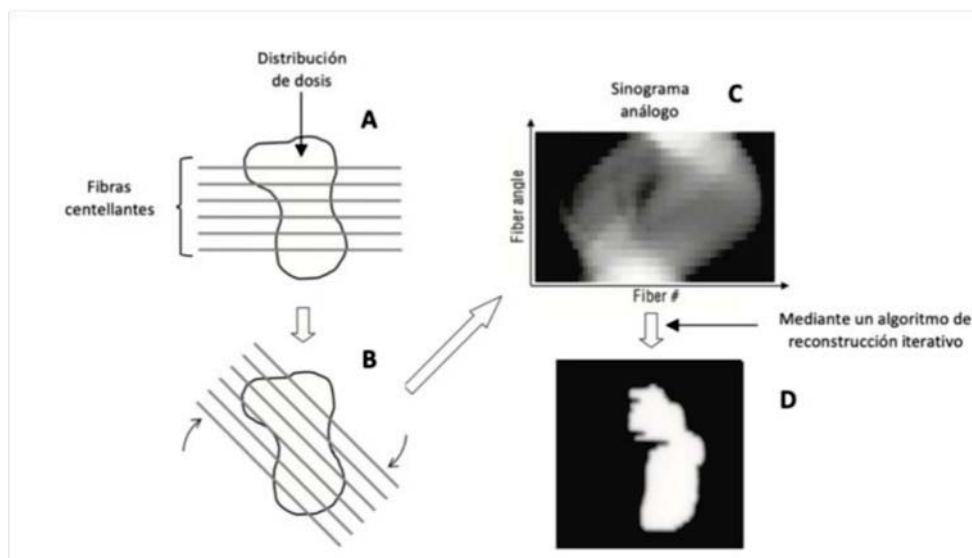


Figura 2.1: Proceso general de la tomodosimetría 2D. Adquirir una proyección de dosis ponderada de la distribución de dosis incidente **A**. Girar el sistema alrededor del eje del haz y adquirir otra proyección de dosis; repetir el proceso para todos los ángulos de rotación **B**. Con la información tomográfica adquirida obtener el sinograma **C**. Finalmente, obtener la distribución de la dosis incidente mediante un algoritmo de reconstrucción **D**. Imagen adaptada de [Goulet et al., 2012].

por la radiación ionizante [Bushberg, 2011].

En segundo lugar, la luz visible se propaga hacia los fotodetectores (+/-) a través del núcleo de la fibra óptica transparente mediante reflexión interna total [Davis, 1986].

Finalmente, la luz es recogida por los fotodetectores y es transformada en una señal eléctrica. La cantidad de luz recolectada por cada lado (+/-) de una fibra centellante después de la irradiación viene dada por [Goulet et al., 2011], [Goulet et al., 2012]

$$L_{\pm} = C_{\pm} \int_L k_D(x) D_l(x) \exp(\lambda_{\pm}(x)) dx \quad (2.1)$$

donde x representa la posición en la fibra, $k_D(x)$ es la eficiencia de centelleo en Gy^{-1} , $D_l(x)$ es el perfil de dosis lineal a través de la fibra en $Gy mm^{-1}$, $\lambda_{\pm}(x)$ representa la atenuación de luz diferencial a lo largo de la fibra óptica, L es la longitud (o trayectoria) de la fibra centelleante y C_{\pm} representa la pérdida de luz debido al acoplamiento óptico entre la fibra centellante, la fibra transparente y el fotodetector. La amplitud de la señal

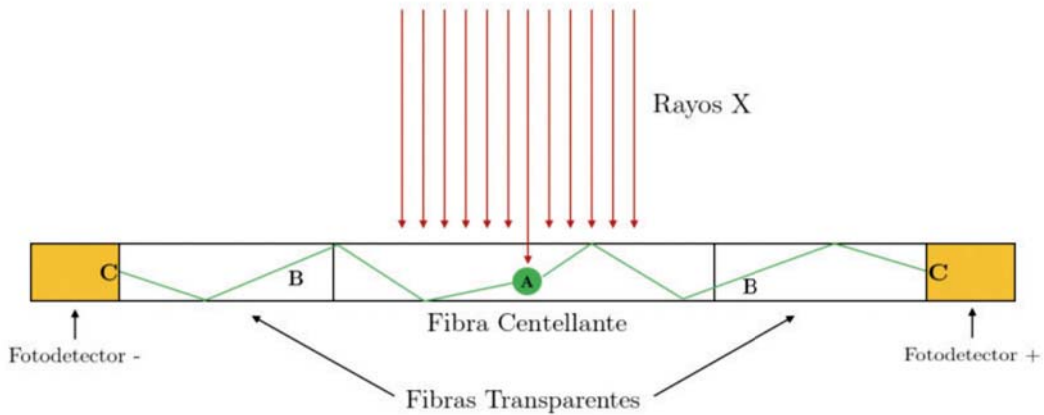


Figura 2.2: Etapas de la detección de fotones usando una fibra centellante. Producción de luz por centelleo **A**. Propagación de la luz a través de la fibra **B**. Recolección de la luz por los fotodetectores **C**.

es proporcional a la cantidad de luz y , y, por tanto, a la dosis integral a lo largo de la fibra ponderada por su atenuación óptica y eficiencia de centelleo.

2.3. Planteamiento matemático del problema

Como ya se discutió en la sección 2.1, la tomodosimetría es conceptualmente similar a la Tomografía Computarizada, con planteamiento discreto semejante al presentado en 1.39. Sin embargo, el objetivo de la tomodosimetría es determinar el vector discreto de distribución de dosis bidimensional $\vec{D} = \{D_j; j \in \{1, \dots, m\}\}$ a partir de [Goulet et al., 2012]

$$\mathbb{A} \cdot \vec{D} = \vec{p} \quad (2.2)$$

donde $\vec{p} = \{p_i = f(L_{\pm,i}); i \in \{1, \dots, n\}\}$ es el vector discreto de dosis integrales ponderadas y obtenidas del flujo de luz medido (L_- o L_+), n es el número de fibras N_{fibras} multiplicado por el número de ángulos de proyección N_θ , m es el número de píxeles de la reconstrucción de dosis, y \mathbb{A} es la matriz de proyección $\mathbb{A} \in \mathbb{M}_{n \times m}$, donde cada fila contiene toda la información sobre una sola fibra: posición, orientación, lado de colección, eficiencia de centelleo diferencial y atenuación óptica.

Cada elemento $A_{i,j}$ de la matriz de proyección representa la contribución del j -ésimo elemento de dosis a la i -ésima dosis integral medida por el lado $+$ ó $-$ de la fibra. El factor geométrico $G_{i,j}$ asociado al elemento $A_{i,j}$ es

$$G_{i,j} = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{d_{i,j}}{r_f}\right)^2} & \text{si } d_{i,j} \leq r_f \\ 0 & \text{si } d_{i,j} > r_f \end{cases} \quad (2.3)$$

donde $d_{i,j}$ representa la distancia desde el i -ésimo píxel hasta la línea que representa el núcleo de la j -ésima fibra centelleante, y r_f es el radio de la fibra. Las propiedades físicas de la emisión y transmisión de luz en la fibra también deben incluirse en el cálculo de \mathbb{A} . La atenuación óptica $\lambda_{\pm}(x)$ y la eficiencia de centelleo $k_D(x)$ se conocen para cada posición de la fibra a partir de una calibración. Debido a la atenuación óptica de la fibra centelleante, la cantidad de luz recolectada en cada lado de la fibra no será igual, y la matriz de proyección \mathbb{A} dependerá del lado de recolección de la fibra centelleante,

$$A_{i,j} = \begin{cases} G_{i,j} \cdot k_D(u_{i,j}) \cdot e^{\lambda_+(u_{i,j})} & \text{si se usa } L_+ \\ G_{i,j} \cdot k_D(u_{i,j}) \cdot e^{\lambda_-(u_{i,j})} & \text{si se usa } L_- \end{cases} \quad (2.4)$$

donde $u_{i,j}$ es la distancia ortogonal del píxel de interés hasta la ubicación central de la fibra.

2.4. Métodos de reconstrucción iterativos

Una de las maneras mas sencillas para determinar la distribución de dosis en tomodosimetría \vec{D} , es integrar el sinograma \vec{p} mediante FBP (ecuación 1.38). Sin embargo, el tamaño de \vec{p} está limitado por la baja cantidad de proyecciones usadas N_{θ} , lo cual acota fuertemente la efectividad de la FBP.

Una solución a este problema es implementar **métodos iterativos** para resolver 2.2. Los métodos iterativos son algoritmos que, mediante una aproximación inicial \vec{D}_0 , se les aplica iteraciones recursivas de la forma $\vec{D}_{k+1} = \zeta(\vec{D}_k)$, donde k es el número de iteración. Se dice que el algoritmo converge a la solución si $\vec{D}_{k+1} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \vec{D}$ [Loehr, 2014].

2.4.1. Algoritmo ART

El primer método iterativo para resolver el problema tomográfico fue el **algoritmo ART** (*Algebraic reconstruction techniques*) [Gordon et al., 1970].

El algoritmo ART tiene la forma

$$\vec{D}_{k+1} = \vec{D}_k + \lambda_k \frac{p_i - \langle a_i, \vec{D}_k \rangle}{\|a_i\|_2^2} a_i^T \quad (2.5)$$

donde λ_k se conoce como el parámetro de relajación, a_i es el i -ésimo renglón de la matriz de proyección \mathbb{A} . Por lo tanto, para obtener \vec{D}_k se tiene que iterar renglón por renglón de la matriz \mathbb{A} .

La convergencia del algoritmo ART es estudiada en [Eggermont et al., 1981], donde se prueba su convergencia para $0 < \lambda_k < 2$.

2.4.2. Algoritmo SART

El **algoritmo SART** (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Techniques*) mejora al algoritmo ART ya que para obtener la k -ésima iteración \vec{D}_k , se itera con la matriz \mathbb{A} directamente y no renglón por renglón [Andersen et al., 1984].

El algoritmo SART tiene la forma

$$\vec{D}_{k+1} = \vec{D}_k + \lambda_k \mathbb{C} \mathbb{A}^T \mathbb{R} (\vec{p} - \mathbb{A} \vec{D}_k) \quad (2.6)$$

donde $\mathbb{C} \in \mathbb{M}_{m \times m}$ y $\mathbb{R} \in \mathbb{M}_{n \times n}$ son matrices diagonales cuyas entradas

$$c_{j,j} = \frac{1}{\sum_i a_{i,j}}$$

$$r_{i,i} = \frac{1}{\sum_j a_{i,j}}$$

Al igual que en el algoritmo ART, la convergencia del algoritmo SART se garantiza para $0 < \lambda_k < 2$ [Hansen et al., 2013].

2.5. Métodos de regularización

En tomodosimetría, así como en tomografía, el problema 2.2 no está bien planteado, en el sentido que: \mathbb{A} no siempre es invertible (regularmente $n < m$) por lo que se pierde la unicidad de la solución, y el sinograma \vec{p} suele medirse con ruido. A este tipo de problemas se les acostumbra aplicar un método de regularización para que las soluciones iterativas se acerquen de “mejor forma” a la solución real. En esencia, un método de regularización aproxima el problema mal planteado (2.2) por una serie de problemas bien planteados.

2.5.1. Minimización de la variación total

El método de regularización más utilizado en tomografía de imágenes con gradientes escasos es la minimización de la variación total (TV, por sus siglas en inglés) porque aumenta considerablemente la calidad de las reconstrucciones cuando se miden pocas proyecciones. Además, reduce el ruido y limita su amplificación.

La regularización por variación total se basa en que las señales con alto detalle tienen una suma alta de gradientes absolutos (TV alto). Minimizar la variación total de la señal puede eliminar ruido, sin eliminar información importante de la señal [Leonid et al., 1992].

Para una señal digital en una dimensión \vec{y} , la variación total se define como

$$TV(\vec{y}) = \sum_n |y_{n+1} - y_n|. \quad (2.7)$$

Para imágenes, como las distribuciones de dosis en tomodosimetría \vec{D} , la variación total isotópica se reescribe como

$$TV(\vec{D}) = \sum_i \sum_j \sqrt{|D_{i+1,j} - D_{i,j}| + |D_{i,j+1} - D_{i,j}|^2} \quad (2.8)$$

y la variación total anisotrópica está dada por

$$TV_A(\vec{D}) = \sum_i \sum_j |D_{i+1,j} - D_{i,j}| + |D_{i,j+1} - D_{i,j}| \quad (2.9)$$

El problema general de la minimización del ruido de variación total en tomodosimetría se puede formular como [Chambolle and Lions et al., 1997], [Micchelli et. al., 2011]

$$\boxed{\vec{D} = \arg \min_{\vec{D}} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \vec{D} - \vec{D}^* \right\|_2^2 + \beta \cdot TV(\vec{D}) \right\}} \quad (2.10)$$

donde $\left\| \vec{D} - \vec{D}^* \right\|_2^2$ es una medida de proximidad entre la distribución de dosis con ruido \vec{D}^* y sin ruido \vec{D} , y β es el parámetro de regularización.

Resolver 2.10 resulta ser muy complicado debido a la gran dimensión de las imágenes subyacentes y en la indiferenciabilidad de la seminorma de variación total. Actualmente, el Algoritmo de Split Bregman es el método mas eficaz para solucionar 2.10. Este se basa en separar el problema mediante la introducción de una variable intermedia, de tal forma que la minimización del funcional resulte ser más fácil de resolver.

Capítulo 3

Desarrollo de las Simulaciones Monte Carlo

3.1. TOPAS-Geant4

Todas las simulaciones Monte Carlo presentadas en este trabajo fueron desarrolladas con el código TOPAS basado en *Geant4*.

Geant4 es un conjunto de herramientas, escritas en el lenguaje de programación C ++, para la simulación del transporte de partículas a través de la materia. Incluye una gama completa de funcionalidades que incluyen seguimiento, geometrías complejas, modelos físicos y aciertos. Sus principales aplicaciones son la física de altas energías, nuclear, médica y de aceleradores [Agostinelli, 2003].

TOPAS agrupa y amplía el kit de herramientas de simulación Geant4 para hacer simulaciones Monte Carlo avanzadas para radioterapia. La versatilidad de TOPAS permite modelar cabezales de aceleradores lineales y rayos X, puntuar cálculos numéricos de kerma, dosis, fluencia, etc., guardar y reproducir un espacio de fase, proporcionar gráficos avanzados, generar la geometría de un paciente basada en imágenes de CT y manejar el haz y la geometría del paciente durante el tratamiento. Una descripción general de TOPAS está disponible en [Perl et al., 2012], y sus últimas actualizaciones se detallan en [Faddegon et al., 2020].

3.2. Transporte y detección de fotones ópticos en TOPAS

TOPAS incluye la física óptica mediante el módulo *g4optical*. Este módulo incluye los procesos físicos de: centelleo, radiación de Cherenkov, cambio de longitud de onda, absorción óptica, dispersión de Rayleigh y procesos de frontera. Sin embargo, es necesario definir propiedades extras para los materiales y superficies ópticas. Una descripción detallada del seguimiento de fotones ópticos está disponible en el Manual de Referencia Física de Geant4 y en la Guía para Desarrolladores de Aplicaciones de Geant4, ambos disponibles en la documentación para el usuario de Geant4 [[UD Geant4](#)].

3.2.1. Material óptico

Es necesario que el usuario describa varios parámetros generales de los materiales como su composición, densidad, índice de refracción, espectro de atenuación, etc.. Además, para materiales centellantes es necesario definir propiedades específicas como su rendimiento de centelleo, constante de decaimiento, espectros de emisión y de atenuación.

3.2.2. Superficies ópticas

Las propiedades de las superficies ópticas se pueden modificar para simular varias condiciones en la superficie. Si hay una interfaz suave perfecta entre dos materiales dieléctricos, el usuario solo necesita proporcionar el índice de refracción. En todos los demás casos, es necesario definir una superficie mediante sus propiedades: modelo, acabado, y tipo. Además, se pueden agregar propiedades más detalladas como la eficiencia y reflectividad en función de la energía.

El modelo de superficie óptica estándar en TOPAS (*g4optical*), y el usado en todas las superficies de todas las simulaciones desarrolladas en este proyecto, es el modelo *Unified*, que se describe en detalle en [[Levin et al., 1996](#)]. Este modelo se aplica a las interfaces dieléctricas-dieléctricas y trata de proporcionar una simulación realista que se ocupa de

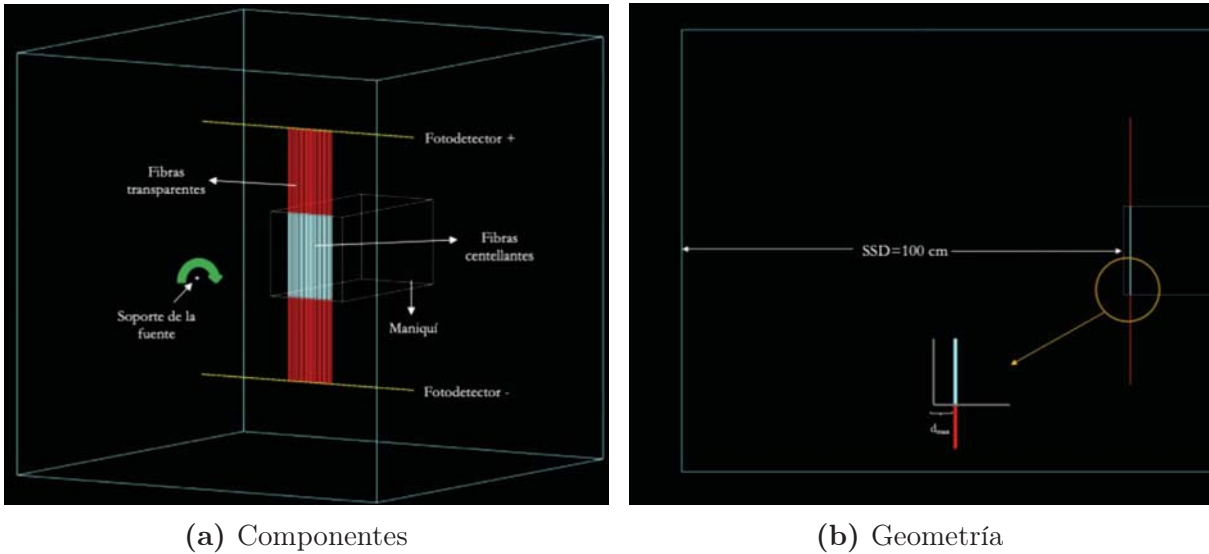


Figura 3.1: Componentes y geometría de la simulación del tomodosímetro.

todos los aspectos del acabado de la superficie y el revestimiento del reflector.

3.3. Simulación del tomodosímetro

El prototipo de la simulación de un tomodosímetro se muestra en la Figura 3.1a. Las partículas provenientes del cabezal viajan en aire desde el soporte de la fuente hacia la superficie de un maniquí de agua, recorriendo una distancia fuente superficie SSD (por sus siglas en inglés) de 100 cm (Figura 3.1b). Un número modificable de fibras centellantes de 20 cm de longitud son insertadas dentro del maniquí a una profundidad de dosis máxima $d_{max}(E)$. Un mismo número de fibras ópticas transparentes de 20 cm de longitud se acoplan a las fibras centellantes por ambos lados (+/-) para conducir la radiación filtrada producida hasta los fotodetectores (+/-). Posteriormente, el campo de radiación es rotado un ángulo θ y se mide otra proyección. Lo anterior se repite para N_θ ángulos de proyección para obtener el sinograma \vec{p} .

A menos que se diga lo contrario, los parámetros de todas las simulaciones realizadas en este proyecto son idénticos a los presentados en esta sección, y la señal siempre será filtrada (sin contaminación por radiación Cherenkov).

Tabla 3.1: Propiedades generales y específicas de las formulaciones BCF-60, SCF-3HF(1500) y Eska GH-4001 para fibras de 1 mm de diámetro [Saint-Gobain Crystals, 2017], [Kuraray, 2014], [Mitsubishi, 2018]. La información marcada con un guión (-) no es proporcionada por el fabricante.

*Medida utilizando un Tubo Fotomultiplicador bialcalino.

**Medida utilizando luz ultravioleta de 254 nm.

	BCF-60	SCSF-3HF(1500)	Eska GH-4001
Color de emisión	Verde		NA
Pico de emisión (nm)	530		
Tiempo de decaimiento (ns)	7		
Long. de atenuación (m)*	3.5	>4.5 **	
# de fotones por MeV	7100	-	
Material del núcleo	Poliestireno		Polimetilmetacrilato
Índice de refracción del núcleo	1.59	1.60	1.49
Densidad del núcleo (g/cm ³)	1.05		1.19
Material del revestimiento	Acrílico	Polimetilmetacrilato	Fluoropolímero
Densidad del revestimiento (g/cm ³)	-	1.19	-
Espesor del revestimiento (% del diámetro)	3	2	2

3.3.1. Maniquí

El material del maniquí es agua líquida *G4Water* y tiene dimensiones de $20 \times 20 \times 40$ cm. *G4Water* se define a partir de la base de datos del material H_2O del NIST (National Institute of Standards and Technology, por sus siglas en inglés) con densidad de 1 g/cm^3 .

3.3.2. Fibras ópticas centelladoras

Las fibras centelladoras simuladas fueron BCF-60 (1 mm de diámetro; *Saint-Gobain, Tilburg, Holanda*) y SCSF-3HF(1500) (1 mm de diámetro; *Kuraray, Kurashiki, Okayama, Japón*). Las propiedades de interés de ambas se describen en la Tabla 3.1. El fabricante no proporciona información del rendimiento de centelleo de la formulación SCSF-3HF(1500). No obstante, debido a la similitud en la composición con la BCF-60, se usó el mismo valor.

Ningún fabricante proporciona los datos digitales de los espectros de emisión y atenuación de sus fibras centellantes. Kuraray los muestra gráficamente en sus hojas técnicas. Por otra parte, Saint-Gobain solo presenta gráficamente el espectro de emisión, pero en

[Carly et. al., 2019] miden el espectro de atenuación.

Los espectros digitales de cada formulación se obtuvieron mediante el software *Web Plot Digitizer*, herramienta que permite extraer datos numéricos de imágenes con visualización de información [Rohatgi, 2021]. A modo de ejemplo, en la Figura 3.2 se muestra el proceso general para obtener el espectro digital de emisión de las fibras SCSF-3HF(1500) a partir de la información dada por el fabricante. La imagen del espectro de emisión dada en la hoja técnica de Kuraray (a) se carga en el software para después calibrar la posición de cada uno de los píxeles mediante la asignación manual de 4 puntos arbitrarios. Posteriormente se usa el modo *Automatic Extraction* que, mediante un delineado manual de la zona de interés (b), extrae automáticamente la posición de puntos representativos de la gráfica requerida (c). Finalmente, es posible graficar, mediante interpolación lineal, el espectro en función de la longitud de onda (d). El proceso anterior se repitió para obtener los espectros digitales de emisión y atenuación de ambas formulaciones.

3.3.3. Fibras ópticas transparentes

Las fibras ópticas transparentes simuladas fueron las Eska GH-4001 de (1 mm de diámetro *Mitsubishi International Corporation, New York, NY*) las cuales son comúnmente utilizadas como medio de transferencia de datos. En la Tabla 3.1 se exhiben sus propiedades generales. Para simular el espectro de atenuación, se siguió el proceso de la Figura 3.2 con el espectro gráfico proporcionado en [Mitsubishi, 2018].

3.3.4. Fotodetectores

Los fotodetectores se simularon como Tubos Fotomultiplicadores (TFM) cuyo fotocátodo es la superficie óptica encargada de detectar los fotones. Las propiedades de esta superficie son:

- Tipo: Dieléctrico-Metal
- Modelo: Unified

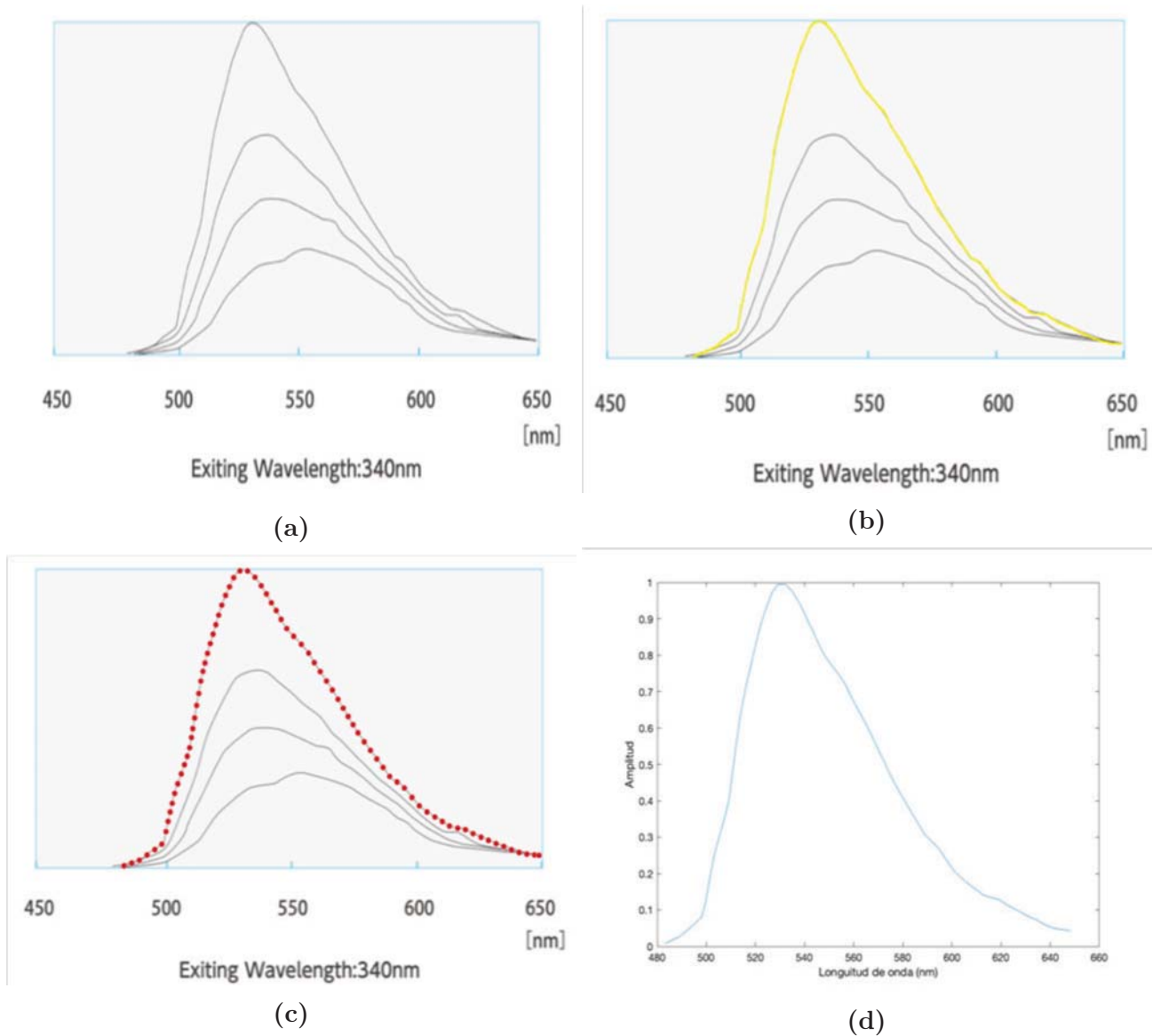


Figura 3.2: Proceso general para obtener la información digital del espectro de emisión de la fibra óptica centelleante SCSF-3HF(1500)-Kuraray (a). Espectro de emisión dado por el fabricante. Delineado manual para utilizar el modo Automatic Extraction (b) para obtener la posición de algunos puntos representativos (c). Espectro de emisión digital en función de la longitud de onda (d).

- Acabado: Pulido
- Eficiencia ideal para cualquier energía
- Reflectividad ideal para cualquier energía

El TFM y el fotocátodo están contruidos con el mismo material: 50 % hidrógeno y 50 % carbono, densidad de 1.032 g/cm^3 e índice de refracción de $n = 1.58$.

Si bien, el marcador de conteo de fotones ópticos está asignado en el TFM, solo se recopilan los fotones que llegan a la superficie del fotocátodo con una probabilidad de 20 %.

Capítulo 4

Respuesta de Una Fibra Centelladora

Antes de estudiar el comportamiento general del detector, se presenta la respuesta de una sola fibra a la radiación primaria y dispersa. El objetivo es analizar optimizaciones nunca estudiadas del tomodosímetro, como el lado de recolección de luz, la contribución por radiación Cherenkov y los efectos de la radiación dispersa en la señal medida.

4.1. Irradiación longitudinal

A continuación se presentan los principales resultados cuando una fibra ha sido irradiada con un Pencil Beam que se mueve a lo largo del eje longitudinal de ella. Esto es ilustrado, visto desde el cabezal del LINAC, en la Figura 4.1, donde la cruz indica la posición de incidencia del Pencil Beam y las flechas punteadas muestran las direcciones en las cuales se mueve. Las simulaciones son independientes para cada posición del haz, es decir, el Pencil Beam se coloca a una posición fija y se toman lecturas por ambos extremos, luego se ajusta a una nueva posición y se toman nuevas lecturas.

4.1.1. Lado de recolección

La motivación principal de irradiar de esta manera a la fibra es estudiar la importancia de la atenuación a lo largo de ella. El formalismo de la tomodosimetría usa únicamente

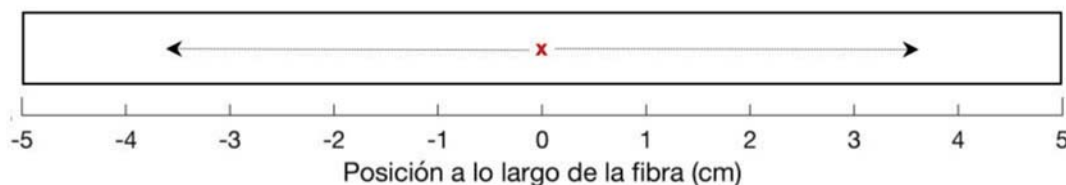


Figura 4.1: Fibra centelladora irradiada por un Pencil Beam que incide en varias posiciones (cruz roja) a lo largo de la fibra.

lecturas de un solo lado, ya que la cantidad de luz recolectada en cada lado de la fibra no es igual debido a la atenuación óptica a lo largo de ella y a la eficiencia de centelleo dependiente del sector irradiado [Goulet et al., 2012]. Un gran beneficio a la técnica sería aprovechar las lecturas de ambos lados, de modo que aumente la cantidad de fotones registrados, y por tanto, la exactitud del dosímetro.

En realidad, la eficiencia de centelleo es casi constante a lo largo de la fibra, de hecho así fue programada. Por tanto, la señal registrada no está ponderada por este factor.

Las formulaciones BCF-60 y SCSF-3HF(1500) tienen longitudes de atenuación en su pico de emisión $\lambda_a(530 \text{ nm})$ de $\sim 4.8 \text{ m}$ y $\sim 8.5 \text{ m}$, respectivamente [Carly et. al., 2019], [Kuraray, 2014]. Un detector con fibras centelladoras de 20 cm de longitud (como es el caso de todas las simulaciones presentadas), que permite obtener dosimetrías de campos cuadrados de hasta $14 \times 14 \text{ cm}^2$, estaría atenuando aproximadamente el 4% (BCF-60) o el 2% (SCSF-3HF(1500)) de los fotones transmitidos, si es que recorren la fibra completa (únicamente cuando se irradia un borde). Así pues, se espera que la suma de las señales permanezca casi independiente de la posición donde se crearon los fotones ópticos. Tenga presente que la atenuación en la fibra transparente Eska GH-4001, es despreciable comparada con la fibra centelladora, $\lambda_a^{Eska}(530 \text{ nm}) \sim 10.4\lambda_a^{BCF-60}(530 \text{ nm})$ [Mitsubishi, 2018].

Todo lo anterior es una burda aproximación, pues λ_a depende de la longitud de onda de los fotones creados. Por ello, la Figura 4.2 muestra la respuesta filtrada (sin contaminación Cherenkov) de una fibra BCF-60 al ser irradiada con un haz de 6 MV a lo largo de ella. Se presentan las lecturas, en cuentas por historia, del lado - (L_-) y del lado + (L_+) por separado, así como la suma de ambas (L_{total}). L_+ aumenta cuando el haz se acerca al

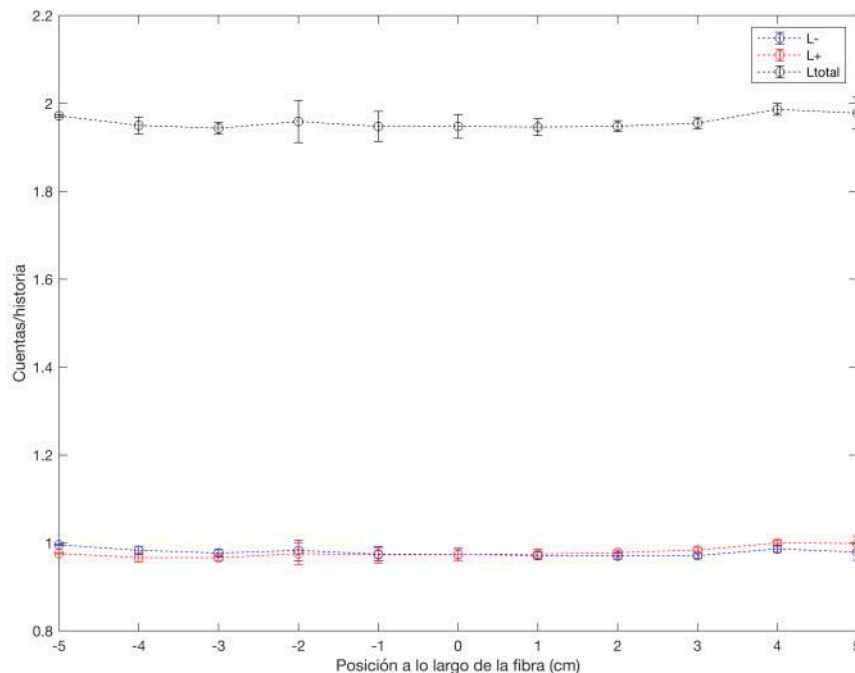


Figura 4.2: Respuesta filtrada de una fibra centelladora BCF-60 (20 *cm* de longitud) acoplada por ambos lados a fibras transparentes Eska GH-4001 (20 *cm* de longitud) al ser irradiada con un haz de 6 MV en distintas posiciones a lo largo de ella. Se han separado las señales (cantidad de fotones ópticos) de cada lado y se han sumado en L_{total} .

lado +, pues los fotones que se dirigen al lado + atraviesan menos material atenuador, lo contrario pasa con los que se dirigen al lado -, de ahí que L_- disminuye. Bajo la misma idea, ambas lecturas toman valores muy similares cuando el haz es colocado exactamente en el centro de la fibra (0 *cm*).

La esencia de la Figura 4.2 es que L_{total} permanece casi constante (2% de diferencia entre el mínimo y el máximo). Una fuente significativa de esta dispersión es la estadística limitada de la simulación. Tenga en cuenta que L_{total} pierde su constancia para fibras largas, y tiende a ser una función complicada con máximos en los bordes y con mínimo alrededor del centro (0 *cm*).

En resumen, si se utiliza L_{total} en lugar de un solo lado, la lectura (dosis integral) deja "casi" de estar ponderada por atenuación. No obstante, sigue siendo necesario incluir el factor de pérdida de luz debida al acoplamiento óptico C_{\pm} en cada lado de la fibra.

4.1.2. Distribuciones en energía, tiempo y posición

Los programas fueron desarrollados para obtener las lecturas como espacios fase, lo que permite guardar el conjunto de fotones ópticos que cruzan la superficie del fotocátodo. Una muestra de las capacidades de los códigos desarrollados es obtener las distribuciones en energía, tiempo y posición de cualquier señal.

Por única ocasión, para todas las distribuciones presentadas en esta sección, se ha utilizado una fibra centelladora demasiado larga (400 *cm* de longitud), de manera que se pueda apreciar cambios significativos en las distribuciones.

La Figura 4.3 muestra los histogramas en energía de los fotones ópticos cuando se irradia una fibra SCSF-3HF(1500) con un Pencil Beam de 6 MV a +195 *cm* 4.3a y a 0 *cm* 4.3b conforme a lo ya explicado en la Figura 4.1. Cuando el haz incide sobre el borde + (Figura 4.3a) la lectura L_- representa el espectro de los fotones que han recorrido casi la fibra entera. L_+ es mayor para toda energía ya que estos fotones han sido atenuados levemente. En contraste, cuando el haz incide en el centro (Figura 4.3b) ambos espectros (L_+ y L_-) han sido atenuados con la misma longitud de material.

En la Figura 4.4 se presentan los histogramas L_{total} - tiempo de llegada de los fotones ópticos a la superficie del fotocátodo cuando se irradia la fibra SCSF-3HF(1500) con un Pencil Beam de 6 MV a +195 *cm* (azul) y a 0 *cm* (naranja).

Cuando el haz incide a 195 *cm* (histograma azul), los primeros fotones son registrados en L_+ en unos pocos *ns*, hasta alcanzar el máximo de la distribución en un tiempo $t_l \sim 3.6$ *ns*. Ambas formulaciones fueron programadas con una sola constante de decaimiento $\tau = 7$ *ns*. Por tanto, se espera que la evolución en el tiempo del número de fotones de centelleo registrados L_+ decaiga exponencialmente de la forma

$$L_+(t) \sim A \exp\left(-\frac{t-t_l}{7}\right) \quad \text{para } t > t_l \quad (4.1)$$

donde A depende del material centellador, de la dosis absorbida y de pérdidas por acoplamiento óptico y atenuación.

Después de un poco más de 23 *ns*, los fotones que se dirigían al lado - comienzan

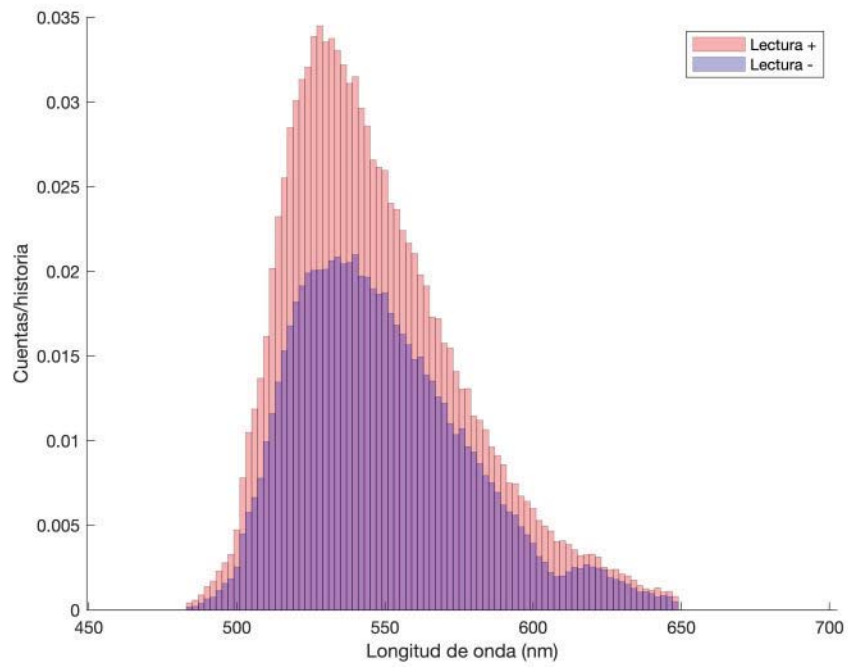
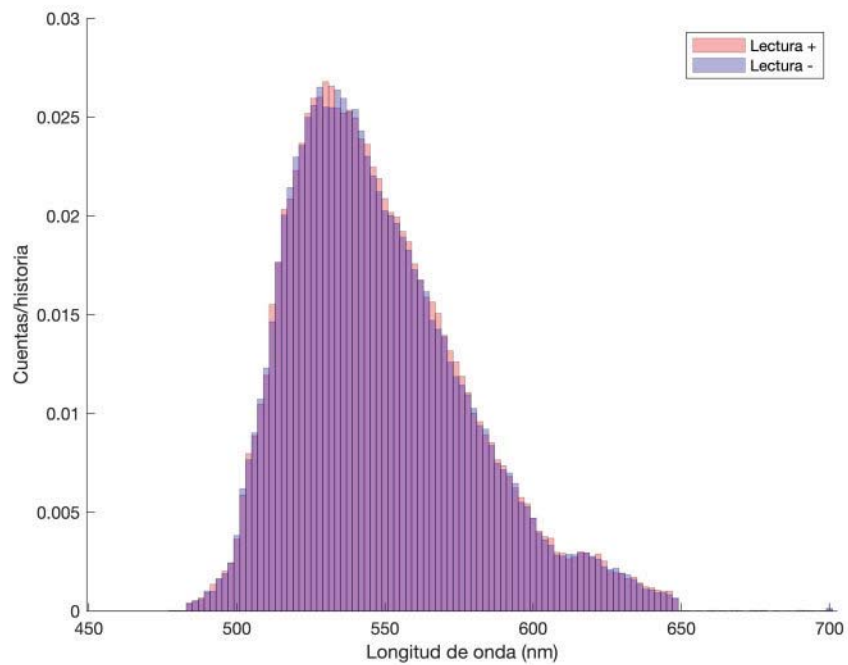
(a) Pencil Beam a +195 *cm*(b) Pencil Beam a 0 *cm*

Figura 4.3: Espectros atenuados de las señales cuando se irradia una fibra SCSF-3HF(1500) de 400 *cm* de longitud con un Pencil Beam de 6 MV a +195 *cm* (a) y a 0 *cm* (b).

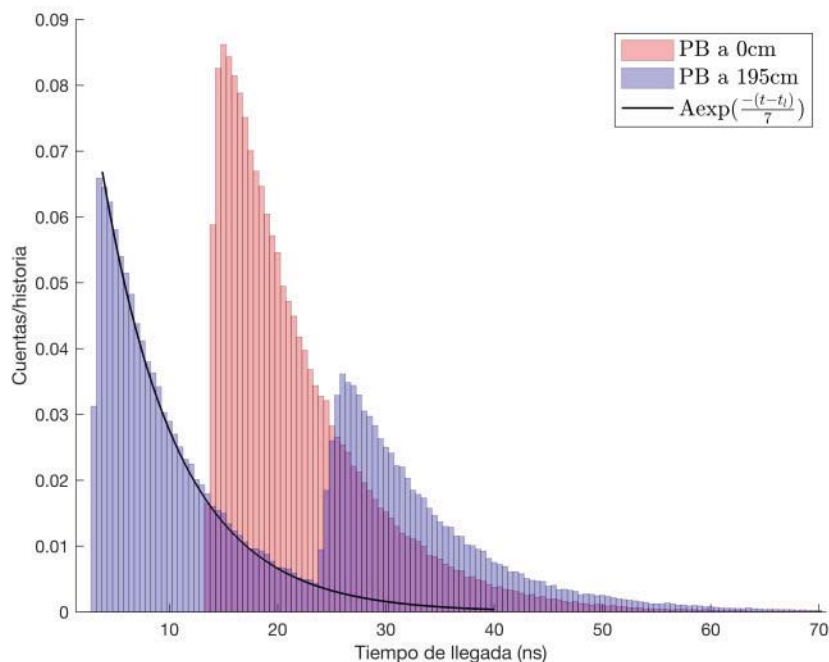


Figura 4.4: Histogramas de L_{total} en función del tiempo de llegada de los fotones ópticos a la superficie del fotocatodo cuando se irradia la fibra SCSF-3HF(1500) de 400 cm de longitud con un Pencil Beam de 6 MV a +195 cm (azul) y a 0 cm (naranja).

a registrarse en L_- hasta alcanzar un máximo local de fotones de centelleo detectados alrededor de los 26 ns , para después decaer exponencialmente. A diferencia del primer decaimiento, aquí no se ajusta de manera razonable la caída 4.1 debido a que los fotones interaccionan con mucho más material. Finalmente, cuando el haz incide a 0 cm (histograma naranja), no hay dos decaimientos separados puesto que $L_-(t) \sim L_+(t)$.

La distribución en posición de la llegada de los fotones ópticos a la superficie del fotocatodo cuando se irradia el centro de la fibra SCSF-3HF(1500) se muestra en la Figura 4.5. Los máximos de la distribución se alcanzan en la periferia de la fibra, y se vuelve rápidamente constante en el centro.

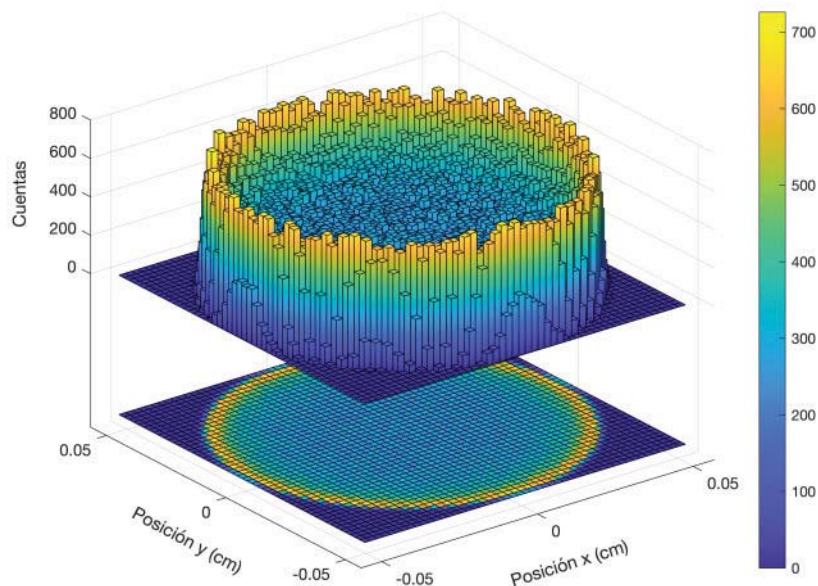


Figura 4.5: Distribución en posición de la llegada de los fotones ópticos a la superficie del fotocátodo cuando se irradia el centro de la fibra SCSF-3HF(1500) de 400 cm de longitud con 350×10^6 historias del Pencil Beam de 6 MV.

4.2. Irradiación radial

4.2.1. Factores de apertura, $F_{i,j}^{E, fib}$

La matriz de proyección $A_{i,j}$ propuesta en [Goulet et al., 2012], para su aplicación en tomodosimetría, contiene el factor multiplicativo geométrico $G_{i,j}$ (ecuación 2.3). $G_{i,j}$ es máximo (igual a 1) cuando el haz incide sobre el centro de la fibra, y nulo cuando no se cruza con ella. Por tanto, esta matriz de proyección $A_{i,j}$ no considera la radiación secundaria que fue creada a distancias $d_{i,j} > r_f$ pero que logra llegar e interactuar con la fibra.

Es necesario sustituir a $G_{i,j}$ por un nuevo factor de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$ que considere la radiación secundaria, pues, como se mostrará a continuación, no es despreciable.

Para determinar el factor de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$, el cual depende de la energía del haz E y de la formulación de la fibra fib , se simuló la irradiación de la fibra con un Pencil Beam que se mueve a lo largo del plano transversal. Esto es ilustrado, visto desde el cabezal del

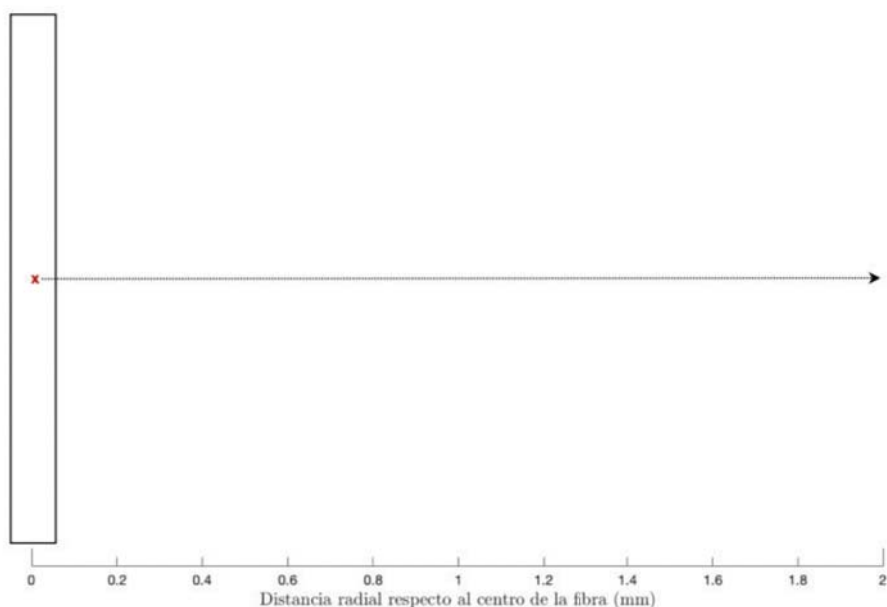
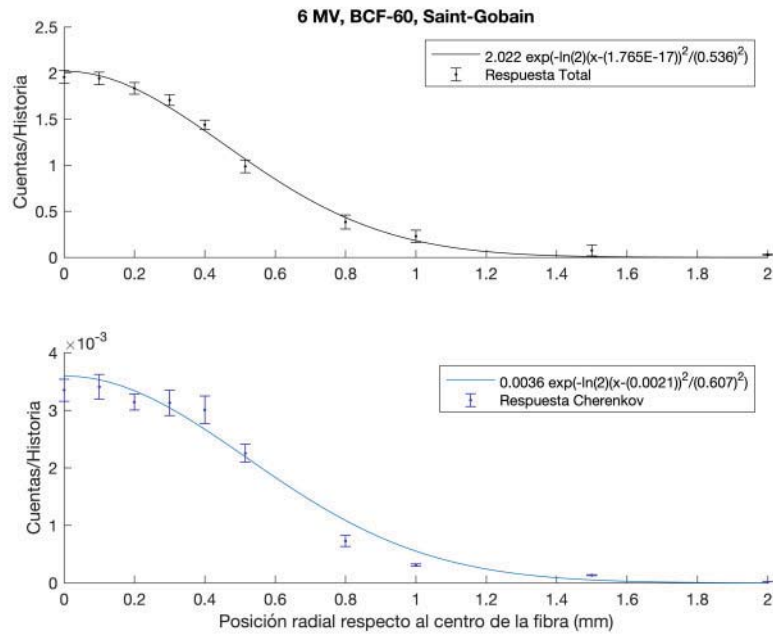


Figura 4.6: Fibra centelladora irradiada por un Pencil Beam que incide en varias posiciones (cruz roja) a lo largo del eje radial de la fibra (flecha punteada).

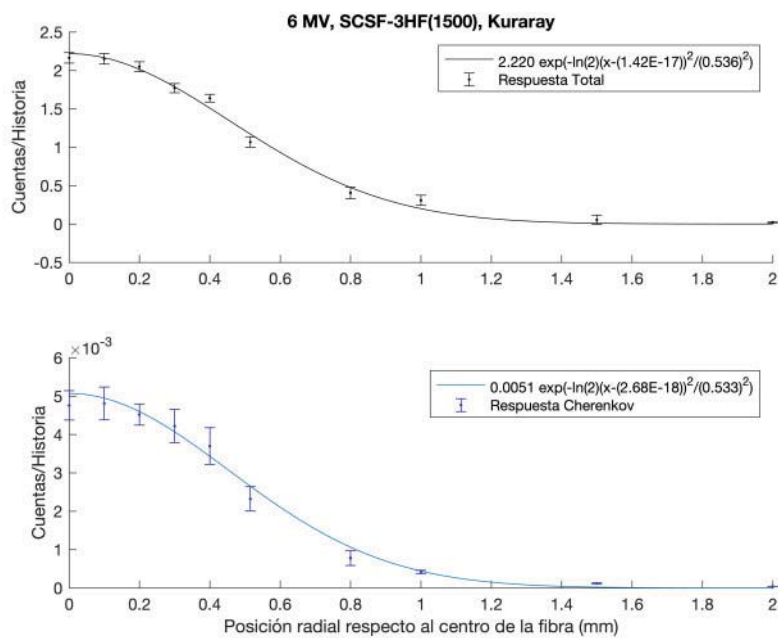
LINAC, en la Figura 4.6, donde la cruz indica la posición de incidencia del Pencil Beam y la flecha punteada muestra la dirección en la que se mueve. Una distancia radial $d_{i,j} = 0$ mm indica que el haz incide exactamente en el centro de la fibra, y una distancia $d_{i,j} > r_f$ significa que el haz primario no cruza ninguna porción de la fibra y, por tanto, las lecturas se deberán exclusivamente a la radiación dispersa. Las simulaciones son independientes para cada posición del haz, es decir, el Pencil Beam se coloca a una posición fija y se toman lecturas por ambos extremos, luego se ajusta a una nueva posición y se toman nuevas lecturas.

En la Figura 4.7 se presentan los factores de apertura $F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j})$ para las formulaciones BCF-60 y SCSF-3HF(1500) cuando han sido irradiadas con haces de 6 MV y 24 MV. Además, con el objetivo de estudiar a fondo la contribución por Cherenkov, se incluye estos factores debidos solamente a la radiación Cherenkov (ajustes azules).

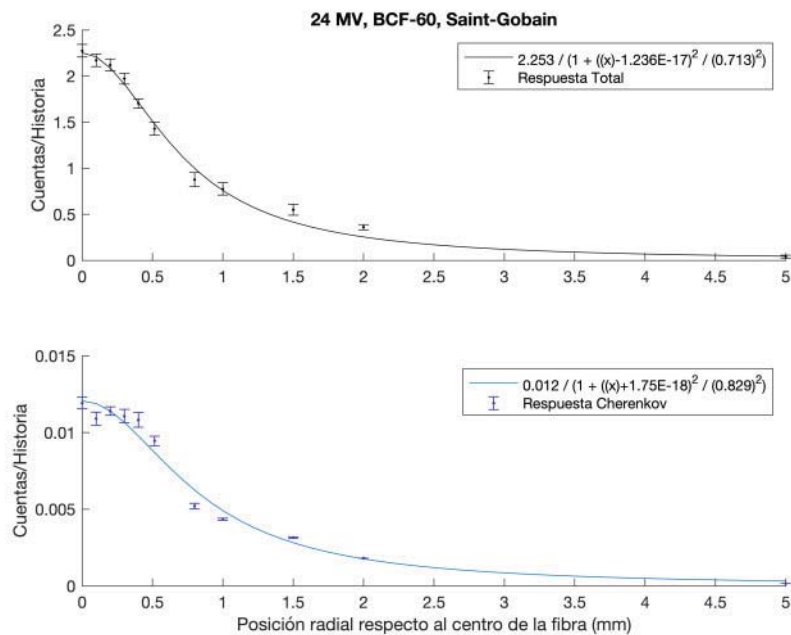
Si bien, $F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j})$ debe de estar normalizado a la unidad cuando se incluye en $A_{i,j}$, se decidió mostrarlos en *cuentas/historia* para comparar la producción Cherenkov con la total, para cada $d_{i,j}$.



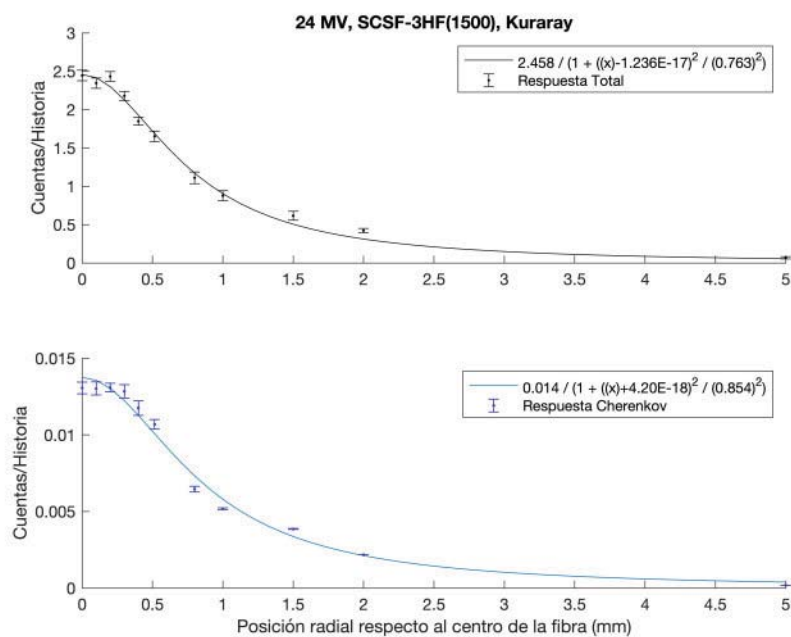
(a) $F_{i,j}^{6MV,BCF-60}(d_{i,j})$ y $FC_{i,j}^{6MV,BCF-60}(d_{i,j})$



(b) $F_{i,j}^{6MV,SCSF}(d_{i,j})$ y $FC_{i,j}^{6MV,SCSF}(d_{i,j})$



(c) $F_{i,j}^{24MV,BCF-60}(d_{i,j})$ y $FC_{i,j}^{24MV,BCF-60}(d_{i,j})$



(d) $F_{i,j}^{24MV,SCSF}(d_{i,j})$ y $FC_{i,j}^{24MV,SCSF}(d_{i,j})$

Figura 4.7: Factores de apertura debidos a la señal total $F_{i,j}^{E, fib}$ y a la señal Cherenkov $FC_{i,j}^{E, fib}$ en función de la distancia radial $d_{i,j}$ para las formulaciones BCF-60 y SCSF-3HF(1500) irradiadas con haces de 6 y 24 MV.

Tabla 4.1: Parámetros de los factores de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$ y $FC_{i,j}^{E, fib}$.

	BCF-60, Saint-Gobain		SCSF-3HF(1500), Kuraray	
Energía del haz (MV)	6	24	6	24
FWHM Total (mm)	1.07±0.02	1.43±0.05	1.07±0.03	1.53±0.05
FWHM Cherenkov (mm)	1.21±0.06	1.66±0.09	1.07±0.05	1.71±0.07
Lectura total (<i>cuantas</i> / <i>historia</i>)	2.31	5.05	2.53	5.89
Lectura Cherenkov (<i>cuantas</i> / <i>historia</i>)	0.0046	0.0314	0.0058	0.037
Fracción Cherenkov respecto al total (%)	0.2	0.6	0.2	0.6

$F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j})$ es simétrica, por lo que solo se simuló para un lado ($d_{i,j} \geq 0$). Para haces de 6 MV, los factores de apertura se ajustaron con funciones gaussianas de la forma

$$F_{i,j}^{6MV, fib}(d_{i,j}) = A \exp\left(-\ln(2) \left(\frac{d_{i,j}}{FWHM/2}\right)^2\right)$$

y para haces de 24 MV, Lorentzianas de la forma

$$F_{i,j}^{24MV, fib}(d_{i,j}) = \frac{A}{1 + \left(\frac{d_{i,j}}{FWHM/2}\right)^2}$$

donde A es una constante y FWHM es la anchura a media altura en mm .

Cada factor es máximo en $d_{i,j} = 0 \text{ mm}$, y decrece a medida que el haz interactúa con menos cantidad de material centellador.

La Tabla 4.1 muestra un resumen de los principales resultados de la Figura 4.7. Como era de esperarse, la FWHM aumenta en función de la energía porque los electrones liberados tienen mayor alcance.

4.2.2. Contaminación por Cherenkov

La contaminación por Cherenkov tiene contribución en la señal cuando se utilizan centelladores plásticos y fibras ópticas. Sin embargo, su producción es ajena al depósito de energía en el centellador. Por tanto, el efecto Cherenkov debe ser eliminado de la señal adquirida.

Si bien, todas las simulaciones presentadas en este proyecto filtran y eliminan la radiación Cherenkov, es importante medir la intensidad de este efecto para saber si debe ser considerado. Nadie ha reportado resultados de esto para su aplicación en tomografía, pero en [Goulet et al., 2012] estiman que la producción de Cherenkov es insignificante, inferior al 0.5 % de la luz recolectada.

Para la geometría utilizada en todas las simulaciones (SSD de 100 cm, tomógrafo en d_{max}), las fracciones Cherenkov fueron de 0.2 % (haces de 6 MV) y 0.6 % (haces de 24 MV) de la luz recolectada para ambas formulaciones (ver Tabla 4.1). Esta fracción fue calculada mediante

$$\text{Fracción Cherenkov}(\%) = \frac{L_{total,Cherenkov}}{L_{total}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} FC_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j}) d(d_{i,j})}{\int_{-\infty}^{\infty} F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j}) d(d_{i,j})} \times 100\%$$

donde $FC_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j})$ son los factores de apertura debidos únicamente al efecto Cherenkov.

La contribución por Cherenkov es insignificante porque las fibras nunca son irradiadas directamente. Además, el bajo rendimiento de centelleo para ambas formulaciones ($\sim 7100 \frac{\text{fotones}}{\text{MeV}}$) limita la producción de fotones Cherenkov.

4.2.3. Separación entre fibras

La separación entre las fibras en un tomógrafo es uno de los parámetros de diseño más importantes por estudiar. A diferencia de $G_{i,j}$, los $F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j} > r_f = 0.515 \text{ mm})$ aun son muy significantes debido a la radiación secundaria. Por tanto, si se utiliza un arreglo

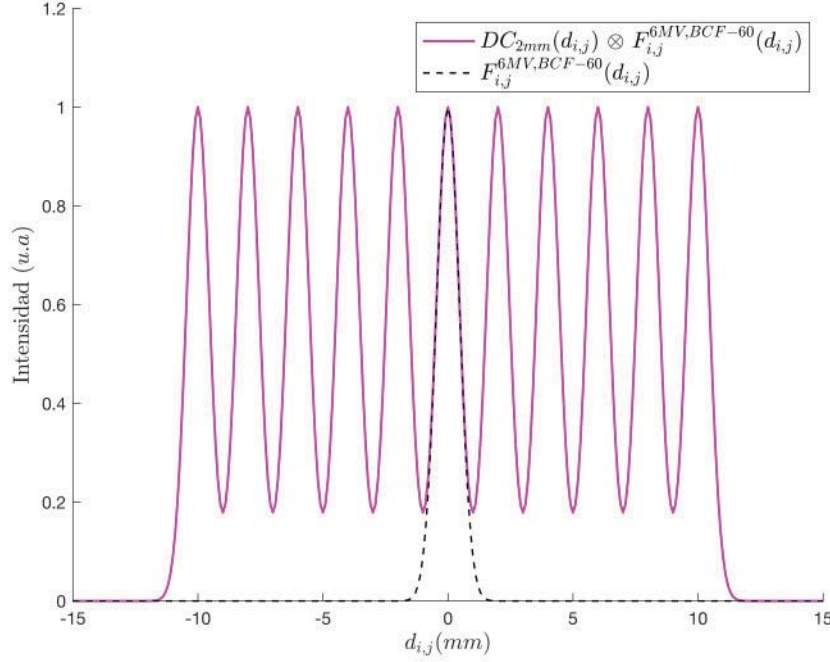


Figura 4.8: Superposición de los factores $F_{i,j}^{6MV,BCF-60}(d_{i,j})$ para un tomodosímetro con fibras separadas 2 mm centro a centro. El ancho del área sensible del detector es solo representativo.

de fibras juntas, la superposición de los factores de apertura es contundente, limitando la calidad de las reconstrucciones. Por otro lado, arreglos con fibras separadas 2 mm y 4 mm (centro a centro) para haces de 6 y 24 MV, respectivamente, logran superposiciones insignificantes para cualquier formulación (ver Figura 4.7). La superposición para cada $d_{i,j}$ viene dada por la convolución

$$\begin{aligned} (F_{i,j}^{E, fib} \otimes DC_{DFE})(d_{i,j}) &= \int_{-\infty}^{\infty} F_{i,j}^{E, fib}(x_{i,j}) DC_{DFE}(d_{i,j} - x_{i,j}) dx_{i,j} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F_{i,j}^{E, fib}(x_{i,j}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta((d_{i,j} - x_{i,j}) - k(DFE)) dx_{i,j} \end{aligned}$$

donde DC_{DFE} es la distribución *Dirac Comb* construida a partir de funciones delta de Dirac para un periodo DFE (distancia fibra a fibra, centro a centro) dado. Por ejemplo, la Figura 4.8 muestra la superposición de los factores de apertura de un arreglo de fibras

BCF-60 separadas una distancia $DFF = 2 \text{ mm}$ e irradiadas con un haz de 6 MV.

No obstante, separar las fibras también limita la calidad de imagen porque existirán zonas muertas para determinadas proyecciones. La optimización de la resolución espacial en función de la separación entre fibras será estudiada más adelante mediante funciones de transferencia.

4.3. Calibración de fibras centelladoras en términos de dosis absorbida en agua: Formalismo L_{total}

En el formalismo de la tomodosimetría se basa en utilizar lecturas de un solo lado [Goulet et al., 2012]. Con ello, no es posible calibrar ninguna fibra en términos de dosis absorbida, ya que la lectura de cualquier lado L_{\pm} depende de la distancia a la cual fueron creados los fotones. Es decir, la señal L_{\pm} aumenta a medida que la intensidad del campo se incline al borde \pm , aunque la dosis integral sea la misma. Este comportamiento que no ocurre cuando se utiliza la suma de las señales L_{total} (ver sección 4.1.1).

La dosis absorbida en agua, a cualquier profundidad y calidad de haz, y en ausencia de la fibra centelladora, viene dada por

$$D_W = L_{total} \cdot N_{D_W, fib} \quad (4.2)$$

donde L_{total} es la suma de las señales de ambos lados y $N_{D_W, fib}$ es el factor de calibración en términos de dosis absorbida en agua, en $\frac{cGy}{\text{fotones}}$ o $\frac{cGy}{nC}$, para una configuración en específico (fibra centelladora - fibra transparente - fotodetector). $N_{D_W, fib}$ incluye todas las pérdidas de luz, como las debidas al acoplamiento óptico entre la fibra centellante y la fibra óptica. Este formalismo es válido **únicamente** en fibras cortas con eficiencia de centelleo constante a lo largo de ella (ver sección 4.1.1).

Bajo este formalismo, la Figura 4.9 muestra la calibración, en d_{max} , de una configuración compuesta de una fibra BFC-60 de 20 cm acoplada a dos fibras GH-4001 de 20 cm, cuando ha sido irradiada parcialmente con haces de 6, 10 y 24 MV. Como se dijo antes,

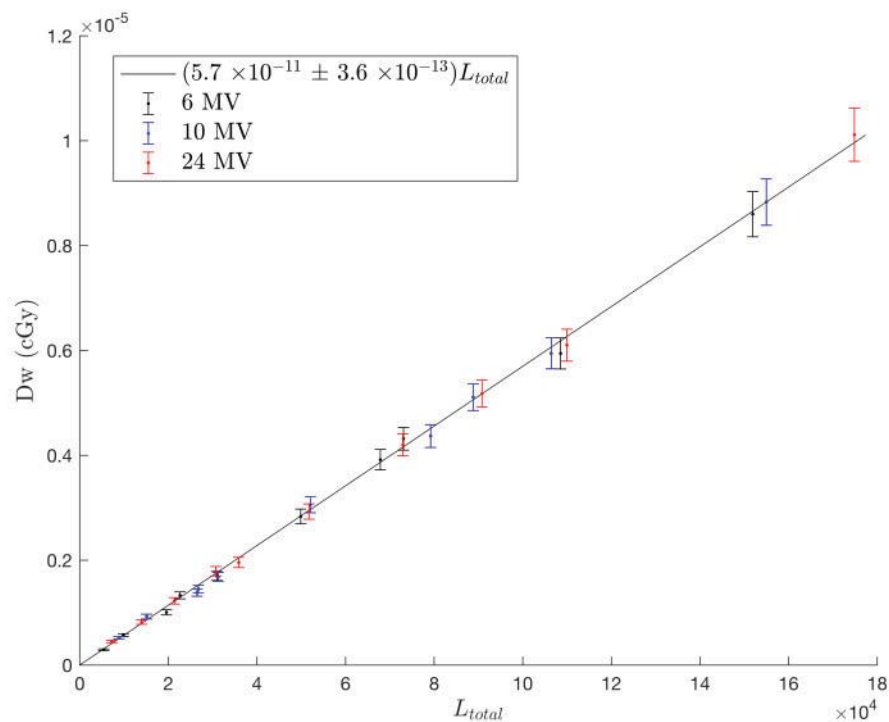


Figura 4.9: Calibración de una fibra BFC-60 de 20 *cm* acoplada a dos fibras GH-4001 de 20 *cm* en términos de dosis absorbida en agua, usando el formalismo L_{total} . $N_{D_w, fib} = (5.7 \times 10^{-11} \pm 3.6 \times 10^{-13}) \frac{cGy}{fotones}$ es independiente de la profundidad y energía de calibración.

$N_{D_w, BFC-60} = (5.7 \times 10^{-11} \pm 3.6 \times 10^{-13}) \frac{cGy}{fotones}$ es independiente de la profundidad de calibración y de la energía del haz.

Este formalismo exige la calibración de configuración por configuración (fibra por fibra) ya que las pérdidas de luz por acoplamiento óptico varía fuertemente con el lado de recolección y de una fibra a otra [Ayotte et al., 2006]. Realizar esto sería muy costoso y tardado. Sin embargo, un buen método para aproximar los factores $N_{D_w, fib}$ es calibrar un arreglo de configuraciones al mismo tiempo usando un campo uniforme conocido.

Capítulo 5

Reconstrucciones Bajo el Formalismo

L_{total}

En este capítulo se estudian las reconstrucciones realizadas bajo el formalismo L_{total} que se desarrolló en la sección 4.3. Primero se rediseña el planteamiento matemático de la tomodosimetría dado en la sección 2.3. Posteriormente, se aplica para reconstruir distribuciones de dosis (de campos uniformes y de IMRT) con distintos métodos de reconstrucción. Finalmente, se comparan, mediante una prueba gamma, las reconstrucciones con las dosimetrías de referencia en función de su método de reconstrucción, número de proyecciones y variaciones de diseño del detector

5.1. Reformulación del planteamiento del problema

Al utilizar el formalismo L_{total} , desarrollado en la sección 4.3, es necesario reformular el planteamiento matemático de la tomodosimetría.

Sea \vec{D}_W el vector discreto de distribución de dosis en agua bidimensional a cualquier profundidad y calidad de haz, y en ausencia de la fibra centelladora $\vec{D}_W = \{D_{Wj}; j \in \{1, \dots, m\}\}$, entonces

$$\boxed{\mathbb{A}^* \cdot \vec{D}_W = \vec{p}} \tag{5.1}$$

donde $\vec{p} = \{p_i = N_{D_W, fib, i} \times L_{total, i}; i \in \{1, \dots, n\}\}$ es el vector discreto de dosis integrales en agua por unidad de masa, $N_{D_W, fib, i}$ es el factor de calibración en términos de dosis absorbida en agua para la i -ésima configuración, n es el número de fibras N_{fib} multiplicado por el número de ángulos de proyección utilizados N_θ , m es el número de píxeles de la reconstrucción de dosis en agua, y $\mathbb{A}^* \in \mathbb{M}_{n \times m}$ es la matriz de proyección corregida por el factor de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$. Note que $N_{D_W, fib, i} = N_{D_W, fib, i + N_{fib}} \forall i < n - N_{fib}$.

Los elementos de \mathbb{A}^* están dados por

$$a_{i,j}^* = F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j}) \cdot K_D \quad (5.2)$$

donde K_D es la eficiencia de centelleo constante a lo largo de la fibra. En la sección 4.2.1 se demuestra la importancia de sustituir el factor geométrico $G_{i,j}$ por el factor de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$. Y en la sección 4.1.1, se demuestra que las proyecciones dejan casi de estar ponderadas por atenuación cuando se usa L_{total} en fibras cortas. Por ello, los elementos $A_{i,j}^*$ no dependen de la atenuación.

5.2. Solución al problema

La tomodosimetría solo ha sido estudiada mediante un solo algoritmo de reconstrucción: esperanza maximización (EM, por sus siglas en inglés) en conjunto con regularización por variación total. Una hipótesis planteada en [Goulet et al., 2012] es que la diferencia local alta en las reconstrucciones de dosis pueden deberse al método de reconstrucción utilizado o al diseño del detector (por ejemplo, cantidad de fibras y su separación). Por ello, aquí se propone estudiar con otros algoritmos: FBP, SART, SART + TV (minimización por variación total).

Para simulaciones con muchas proyecciones, se espera que FBP sea efectivamente similar a SART. Para determinar la distribución de dosis en agua \vec{D}_W , bajo FBP, simplemente se debe integrar el sinograma filtrado \vec{p}^* (ver 1.38).

Para casos reales, donde la alta intensidad de ruido en las mediciones, los escasos gradientes de dosis en los campos utilizados, y el número limitado de fibras y proyecciones en

tomodosimetría son un problema, se sugiere solucionar 5.1 mediante un método iterativo y regularizarlo por variación total.

La distribución de dosis en agua \vec{D}_W en estos casos, que es solución a 5.1, bajo el algoritmo SART, es

$$\vec{D}_{W_S} \xleftarrow{k \rightarrow \gg 1} \vec{D}_{W_k} + \lambda_k \mathbb{C} \mathbb{A}^{*T} \mathbb{R} (\vec{p} - \mathbb{A}^* \vec{D}_{W_k}) \quad (5.3)$$

donde k es el número de iteración, $\lambda_k \in (0, 2)$ es el parámetro de relajación. $\mathbb{C} \in \mathbb{M}_{m \times m}$ y $\mathbb{R} \in \mathbb{M}_{n \times n}$ son matrices diagonales cuyas entradas

$$c_{j,j} = \frac{1}{\sum_i F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j}) \cdot K_D}$$

$$r_{i,i} = \frac{1}{\sum_j F_{i,j}^{E, fib}(d_{i,j}) \cdot K_D}$$

Sin embargo, la reconstrucción \vec{D}_{W_S} suele tener una gran cantidad de detalle espurio, lo que se traduce a un gradiente alto. Este ruido es limitado minimizando su variación total mediante

$$\boxed{\vec{D}_{W_{S+TV}} = \arg \min_{\vec{D}_{W_{S+TV}}} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \vec{D}_{W_{S+TV}} - \vec{D}_{W_S} \right\|_2^2 + \beta \cdot TV(\vec{D}_{W_{S+TV}}) \right\}} \quad (5.4)$$

donde β es el parámetro de regularización y $TV(\vec{D}_{W_{S+TV}})$ es la variación total de la reconstrucción sin ruido dada por

$$TV(\vec{D}_{W_{S+TV}}) = \sum_i \sum_j \sqrt{|D_{W_{S+TV} i+1, j} - D_{W_{S+TV} i, j}| + |D_{W_{S+TV} i, j+1} - D_{W_{S+TV} i, j}|^2}$$

5.3. Desarrollo de los algoritmos de reconstrucción

Para determinar la distribución de dosis en agua \vec{D}_W mediante los algoritmos SART (5.3) y SART + TV (5.4) se desarrollaron en MATLAB los algoritmos 1 y 2, respectiva-

mente.

Desarrollar e implementar el algoritmo 1 es sencillo. Sin embargo, para resolver explícitamente 5.4, en el algoritmo 2, se utilizó la función SB $ATV(\mathbf{g}, \mathbf{beta})$ desarrollada en MATLAB por Benjamin Trémouhéac, siendo \mathbf{g} la imagen con ruido (\vec{D}_{W_S}) y \mathbf{beta} el parámetro de regularización. Puede descargar esta función, así como su versión de variación total isotrópica en [Tremoulheac, 2021]. Ambas rutinas se basan en [Goldstein et al., 2009], donde resuelven el problema de optimización por regularización de variación total con el algoritmo *split Bregman*, y lo aplican para la eliminación de ruido en imágenes.

En el algoritmo 1 se pueden optimizar los parámetros k_s y λ_k . Mientras que en el algoritmo 2 se pueden optimizar otros tres parámetros extras: k_{TV} , β y η . El parámetro η se encarga de regular el número de ocasiones en que se va a a minimizar la variación total en función de k_s mediante $mod(k_s, \eta)$.

Algorithm 1: SART

```

 $\vec{D}_{W_1} \leftarrow 0;$ 
 $k_S \leftarrow$  Número de iteraciones deseadas;
 $\lambda_k \in (0, 2) \leftarrow$  Parámetro de relajación asignado;
 $F_{i,j}^{E, fib} \leftarrow$  Factor de apertura para la energía  $E$  y formulación fib;
 $K_D \leftarrow 7100 \frac{fotones}{MeV};$ 
 $\mathbb{A};$ 
 $a_{i,j}^* \leftarrow F_{i,j}^{E, fib} \cdot K_D;$ 
 $\mathbb{C};$ 
 $c_{j,j} \leftarrow \frac{1}{\sum_i a_{i,j}^*};$ 
 $\mathbb{R};$ 
 $r_{i,i} \leftarrow \frac{1}{\sum_j a_{i,j}^*};$ 
 $\vec{p} \leftarrow$  Sinograma;
 $p_i \leftarrow N_{D_W, fib, i} \times L_{total, i};$ 
for  $k=1$  to  $k_S$  do
  |  $\vec{D}_{W_{k+1}} = \vec{D}_{W_k} + \lambda_k \mathbb{C} \mathbb{A}^{*T} \mathbb{R}(\vec{p} - \mathbb{A}^* \vec{D}_{W_k});$ 
  |  $\vec{D}_{W_{k+1}}(\vec{D}_{W_{k+1}} \leq 0) = 0;$ 
end
return  $\vec{D}_{W_S};$ 

```

Para las reconstrucciones con FBP, se aplicó al sinograma \vec{p} la función predefinida en

Algorithm 2: SART +TV

```

 $\vec{D}_{W_1} \leftarrow 0;$ 
 $k_S \leftarrow$  Número de iteraciones SART deseadas;
 $k_{TV} \leftarrow$  Número de iteraciones TV deseadas;
 $\lambda_k \in (0, 2) \leftarrow$  Parámetro de relajación asignado;
 $\beta \leftarrow$  Parámetro de regularización asignado;
 $\eta \leftarrow$  Parámetro SART/TV;
 $F_{i,j}^{E, fib} \leftarrow$  Factor de apertura para la energía  $E$  y formulación  $fib$ ;
 $K_D \leftarrow 7100 \frac{\text{fotones}}{\text{MeV}};$ 
 $\mathbb{A};$ 
 $a_{i,j}^* \leftarrow F_{i,j}^{E, fib} \cdot K_D;$ 
 $\mathbb{C};$ 
 $c_{j,j} \leftarrow \frac{1}{\sum_i a_{i,j}^*};$ 
 $\mathbb{R};$ 
 $r_{i,i} \leftarrow \frac{1}{\sum_j a_{i,j}^*};$ 
 $\vec{p} \leftarrow$  Sinograma;
 $p_i \leftarrow N_{D_W, fib, i} \times L_{total, i};$ 
for  $k=1$  to  $k_S$  do
  if  $\text{mod}(k_S, \eta) = 0$  then
    for  $k' = 1$  to  $k_{TV}$  do
       $\vec{D}_{W_{k+1}} = \arg \min_{\vec{D}_W} \left\{ \frac{1}{2} \left\| \vec{D}_W - \vec{D}_{W_{k+1}} \right\|_2^2 + \beta \cdot TV(\vec{D}_W) \right\};$  /* Split
      Bregman [Tremoulheac, 2021] */
    end
  else
     $\vec{D}_{W_{k+1}} = \vec{D}_{W_k} + \lambda_k \mathbb{C} \mathbb{A}^{*T} \mathbb{R}(\vec{p} - \mathbb{A}^* \vec{D}_{W_k});$ 
     $\vec{D}_{W_{k+1}}(\vec{D}_{W_{k+1}} \leq 0) = 0;$ 
  end
end
return  $\vec{D}_{W_{S+TV}};$ 

```

MATLAB `iradon(p,theta,interp,filter,output-size)` con un filtro tipo rampa y una interpolación lineal. Debido a sus definiciones, los algoritmos pueden resultar en soluciones \vec{D}_W con elementos negativos. Píxeles con “dosis negativas” no tienen sentido físico, por lo que se ha agregado a cada algoritmo una condición de positividad $\vec{D}_{W_{k+1}}(\vec{D}_{W_{k+1}} \leq 0) = 0$ después de cada iteración.

5.4. Medición de un campo uniforme

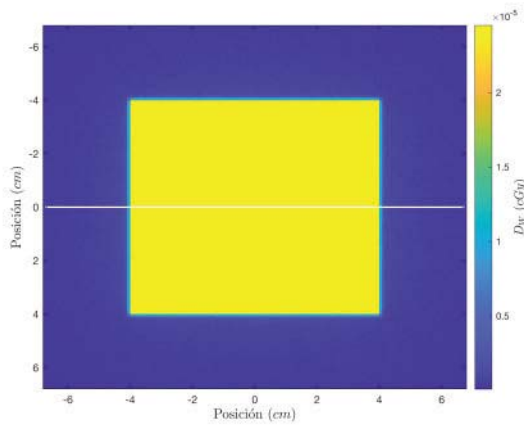
En la Figura 5.1 se muestra la reconstrucción de un campo cuadrado uniforme de 8×8 cm. La Figura 5.1a es la dosimetría de referencia obtenida directamente de Monte Carlo. Aprovechando la uniformidad del campo, a cada píxel se le asignó la dosis promedio del campo. La línea blanca indica la posición del perfil que será comparado con los de las reconstrucciones. En la Figura 5.1b se muestra el sinograma obtenido con 180 proyecciones. Las Figuras 5.1c, 5.1e y 5.1g muestran las reconstrucciones usando los algoritmos FBP, SART y SART+TV, respectivamente, y en las Figuras 5.1d, 5.1f y 5.1h se compara su perfil de dosis con el de referencia.

5.5. Medición de un campo de IMRT

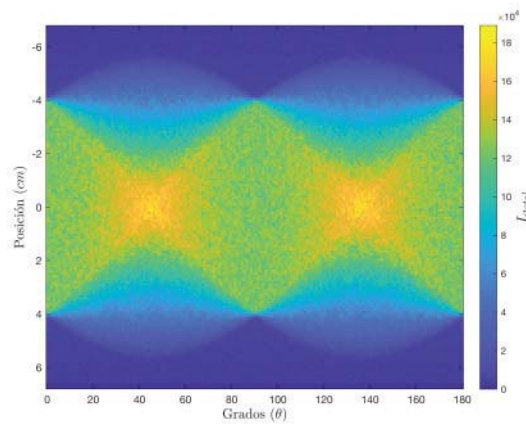
En la Figura 5.2 se muestra la reconstrucción de un segmento de IMRT. La Figura 5.2a es la dosimetría de referencia obtenida directamente de Monte Carlo. En la Figura 5.2b se muestra el sinograma obtenido con 180 proyecciones. Las Figuras 5.2c, 5.2e y 5.2g muestran las reconstrucciones bajo los algoritmos FBP, SART y SART+TV, respectivamente, y en las Figuras 5.2d, 5.2f y 5.2h se compara su perfil de dosis con el de referencia.

Al igual que en el campo uniforme, la alta variabilidad espacial en las reconstrucciones FBP y SART se debe, principalmente, al mismo algoritmo de reconstrucción, aunque la limitada estadística utilizada la amplifica aún más. Sin embargo, al minimizar la TV se logra disminuir drásticamente este ruido.

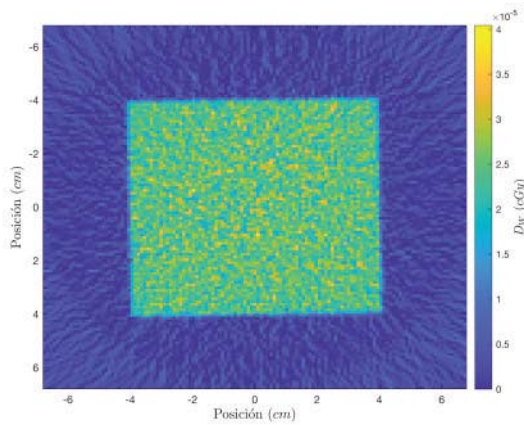
Como era de esperarse en las reconstrucciones SART+TV, las zonas con alto gradiente



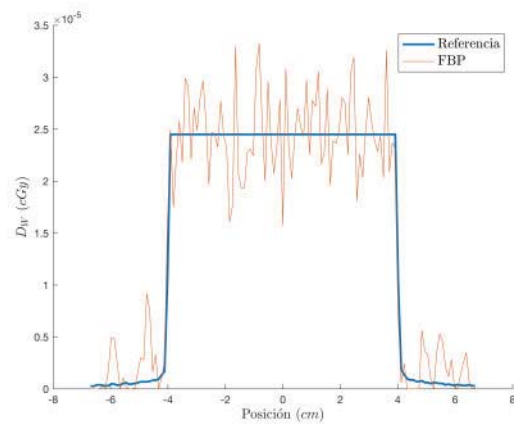
(a) Referencia



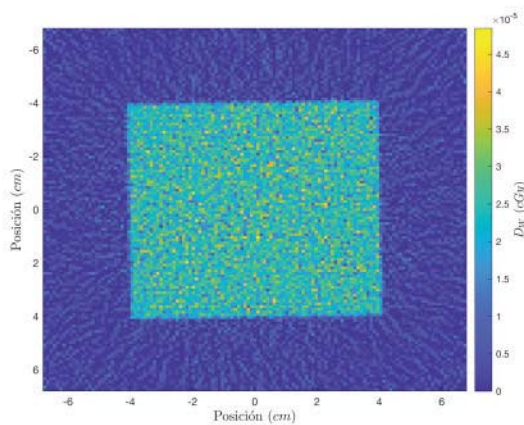
(b) Sinograma



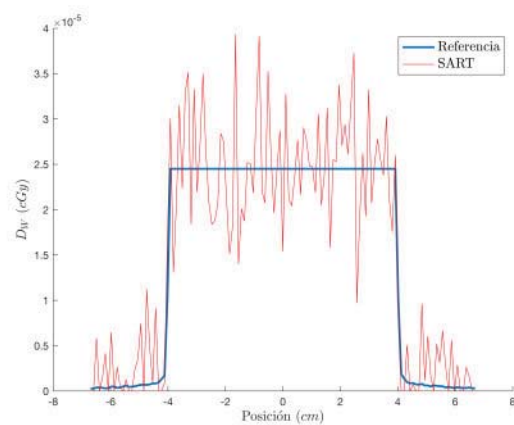
(c) FBP



(d) FBP vs Referencia



(e) SART



(f) SART vs Referencia

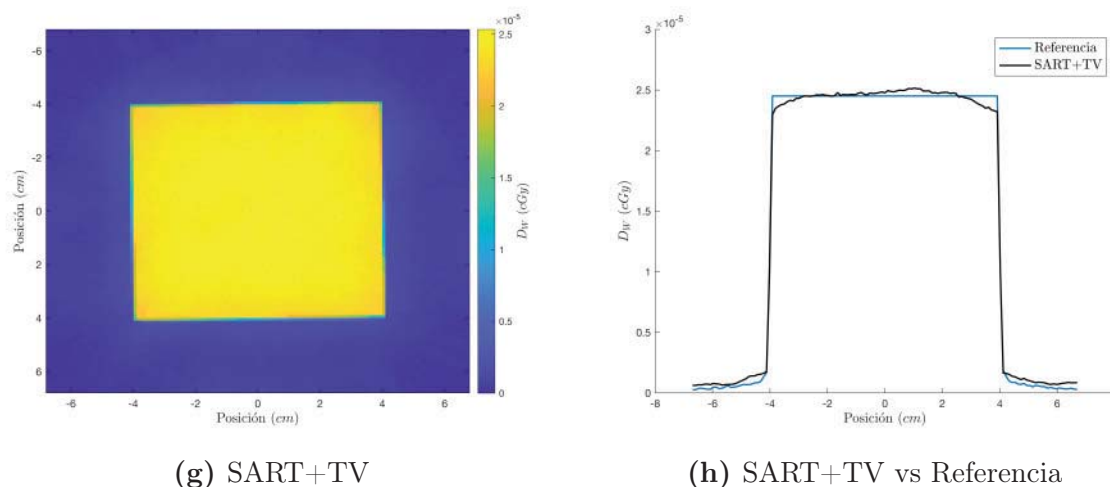


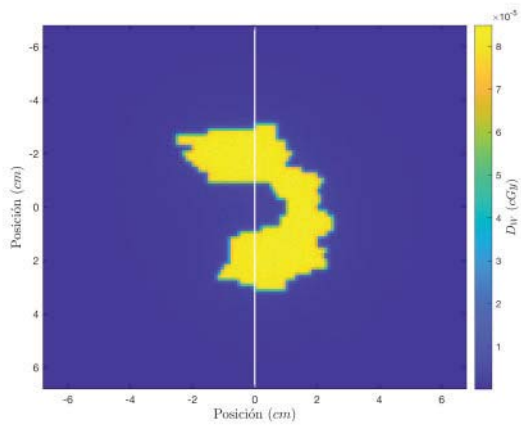
Figura 5.1: Reconstrucción de un campo cuadrado uniforme de 8×8 cm, dado por un haz de 6 MV, con un tomodosímetro de fibras centelladoras BCF-60: (a) dosimetría de referencia; (b) sinograma medido usando 3.5×10^6 historias por proyección; (c), (e) y (g) reconstrucciones bajo los algoritmos FBP, SART y SART+TV, respectivamente; y (d), (f) y (h) comparaciones de los perfiles de dosis con el de referencia.

local, correspondientes a los bordes de los campos, son los lugares con mayor discrepancia respecto a la referencia porque se supuso que la matriz de gradiente era escasa en todo el plano de la reconstrucción. Por ello, se espera que los máximos valores del índice gamma correspondan a los bordes de los campos de radiación.

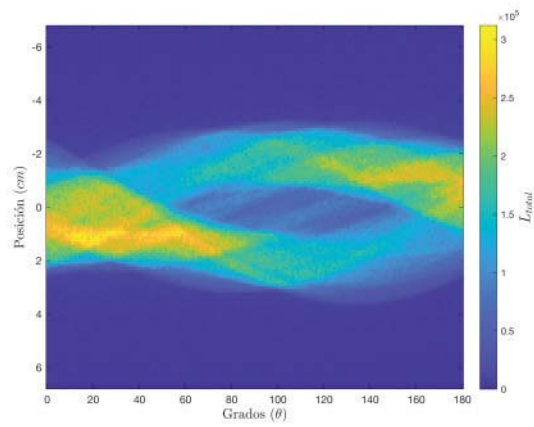
5.6. Influencia del algoritmo de reconstrucción y de la resolución angular en la precisión de medición de dosis

El efecto del algoritmo de reconstrucción y de la resolución angular $\Delta\theta$ (tamaño de paso angular entre una proyección y otra, en grados) en la precisión de medición de dosis del campo cuadrado y del segmento de IMRT se muestra visualmente en las Figuras 5.3 y 5.4, respectivamente.

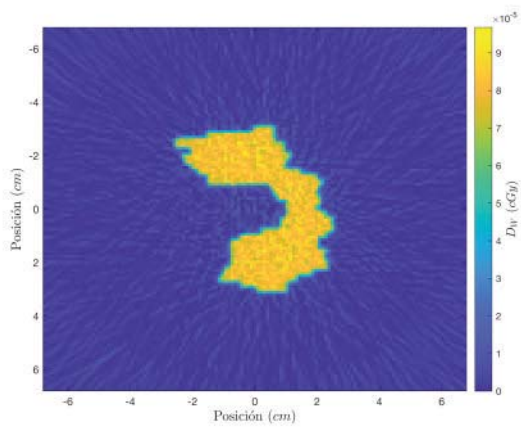
Ambos campos han sido reconstruidos utilizando una resolución angular de 1,2, 5, 10,



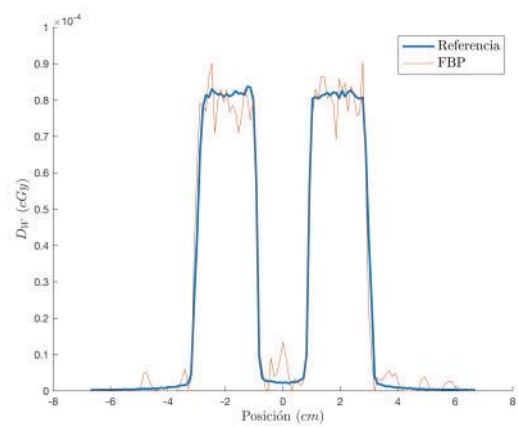
(a) Referencia



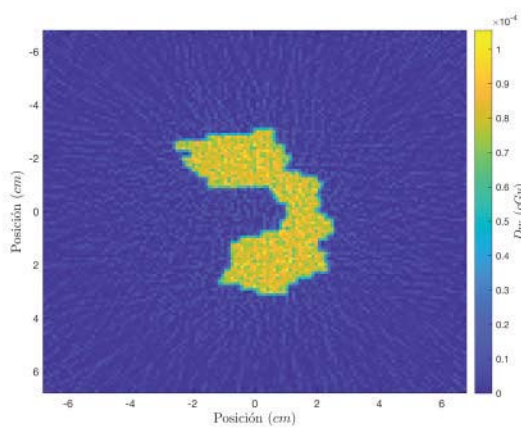
(b) Sinograma



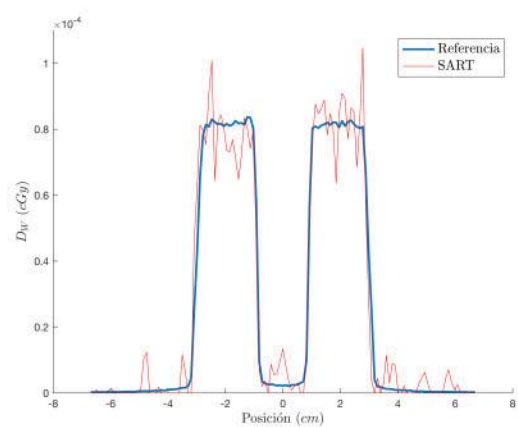
(c) FBP



(d) FBP vs Referencia



(e) SART



(f) SART vs Referencia

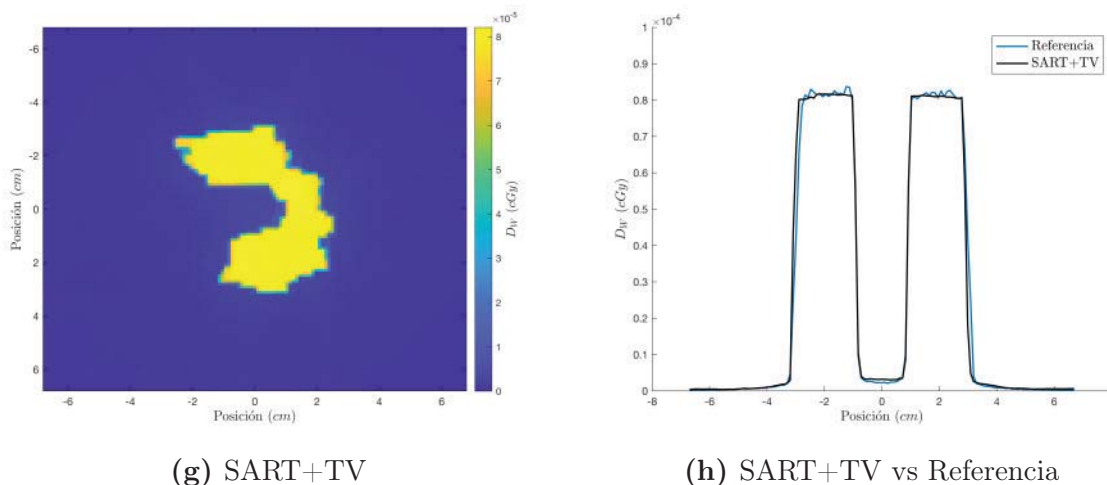


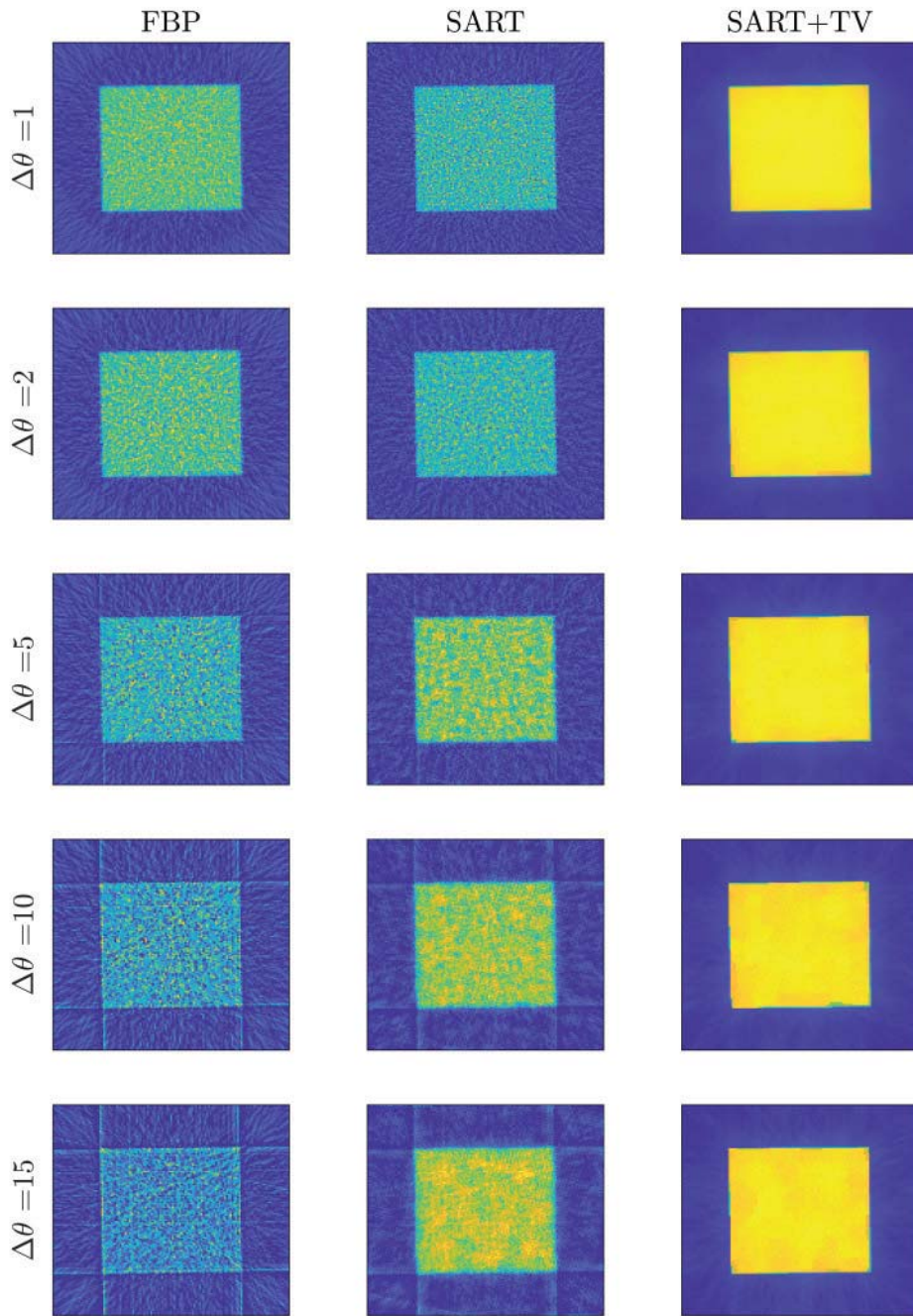
Figura 5.2: Reconstrucción de un segmento de IMRT, dado por un haz de 6 MV, con un tomodosímetro de fibras centelladoras BCF-60: (a) dosimetría de referencia; (b) sinograma medido usando 12×10^6 historias por proyección; (c), (e) y (g) reconstrucciones bajo los algoritmos FBP, SART y SART+TV, respectivamente; y (d), (f) y (h) comparaciones de los perfiles de dosis con el de referencia.

15 y 30 grados para cada algoritmo de reconstrucción.

Los algoritmos FBP y SART presentan artefactos tipo raya en toda la imagen para cualquier resolución angular. Estos artefactos pueden ser eliminados manualmente, sin embargo, se perdería gran cantidad de detalle de las distribuciones. Artefactos debidos a la limitada resolución angular aparecen para $\Delta\theta \geq 5$ grados en los algoritmos FBP y SART. En contraste, las reconstrucciones con el algoritmo SART+TV no presentan artefactos significativos para resoluciones $\Delta\theta \leq 15$ grados.

Estos efectos en la precisión de medición de dosis son estudiados cuantitativamente mediante una prueba gamma de $3\%/3\text{ mm}$. Para ello, se uso la rutina `CalcGamma(reference, target, percent, dta)` desarrollada en MATLAB por Mark Geurts que permite calcular la matriz gamma entre dos conjuntos de datos (`reference` y `target`) a partir de un espacio de coordenadas definido por el usuario, donde `percent` y `dta` son el porcentaje y la distancia del criterio absoluto de la prueba gamma, respectivamente [Geurts, 2014].

La Tabla 5.1 indica la tasa de éxito y el valor gamma promedio para cada campo, algoritmo y resolución angular. Para mayor visibilidad, la Figura 5.5 resume gráficamente estos resultados. Las tasas de éxito no deben de ser comparadas de un campo a otro



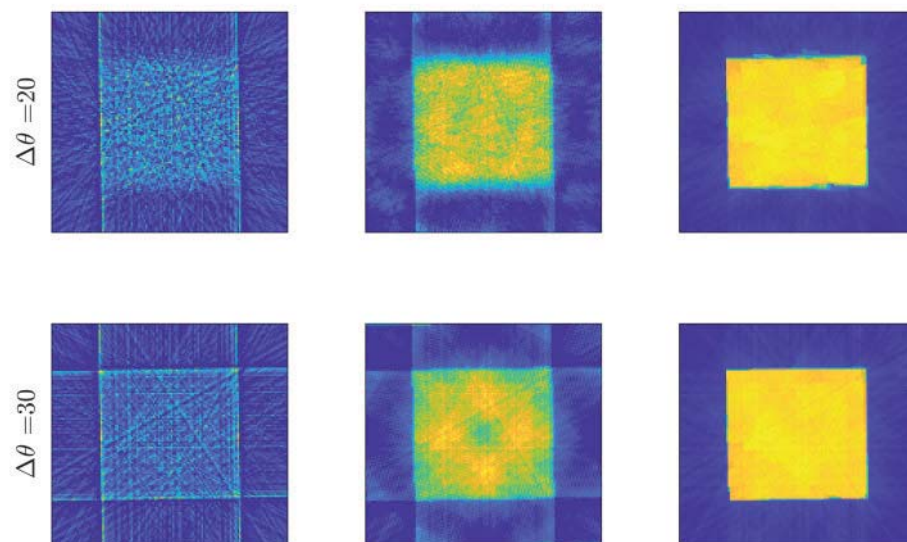


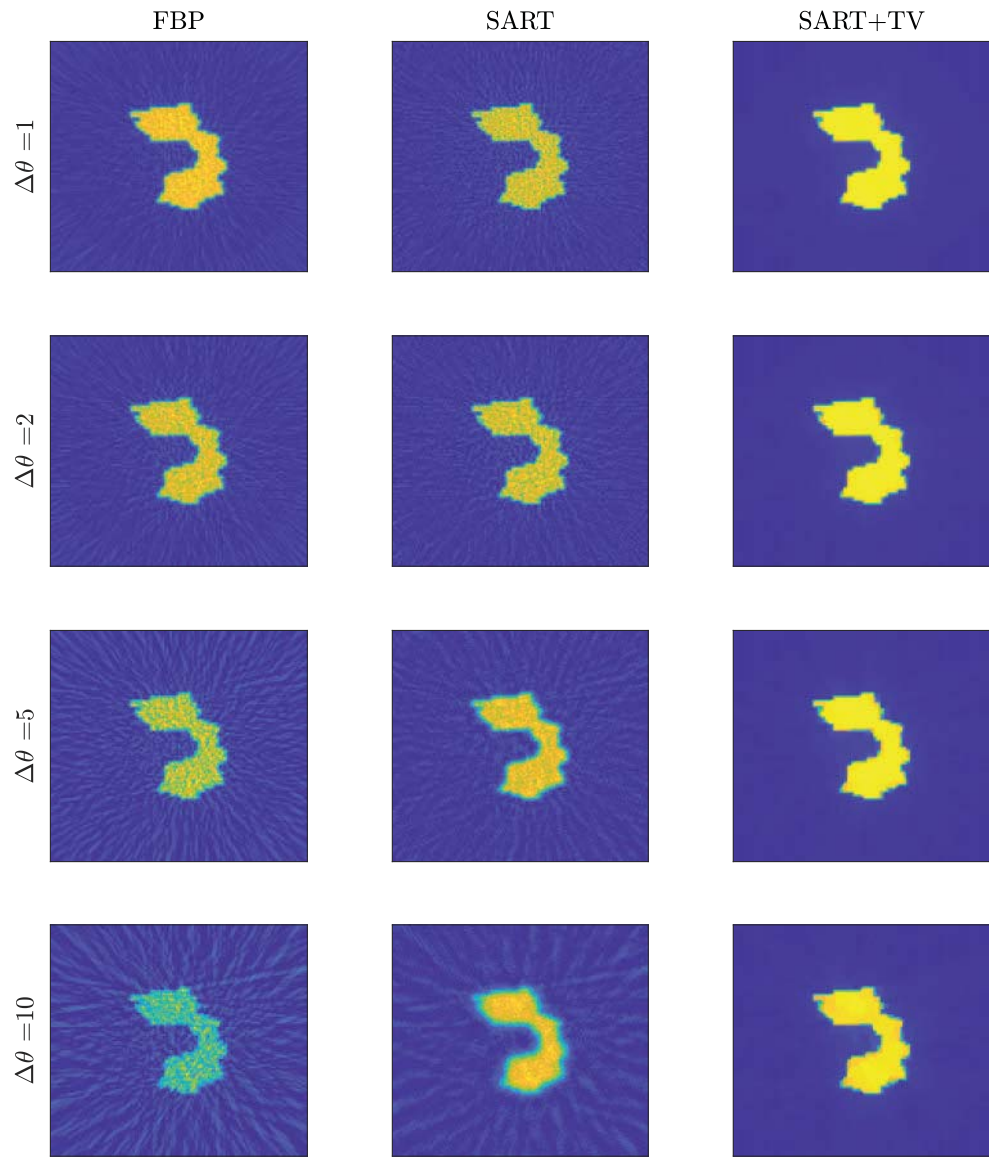
Figura 5.3: Reconstrucciones del campo cuadrado uniforme de 8×8 cm (Figura 5.1a) en función de la resolución angular $\Delta\theta$ y del algoritmo de reconstrucción. Se utilizaron 3.5×10^6 historias por proyección.

porque no se usaron la misma cantidad de historias. Para el campo cuadrado se utilizaron 3.5×10^6 historias por proyección y para el segmento de IMRT 12×10^6 .

La estadística es uno de los factores mas importantes en la precisión en las distribuciones. Evidentemente, se esperan mejores tasas de éxito para el campo de IMRT no solo porque se usaron mas historias por proyección, si no que además, el área del segmento IMRT es significativamente menor a la del campo cuadrado.

Para ambos campos y para cualquier $\Delta\theta$, la mejor precisión se consigue con el algoritmo SART+TV, seguido por SART y FBP. La limitada exactitud y precisión de estos dos últimos algoritmos se debe a los artefactos producidos y a sus altas integrales de gradiente absoluto. Por ello, únicamente se recomienda usar SART y FBP cuando se desee aproximar la distribución rápidamente.

Para el campo cuadrado, la tasa de éxito decae ligeramente en función de $\Delta\theta$ para cualquier algoritmo. No obstante, para el segmento IMRT, la tasa de éxito decae fuertemente para $\Delta\theta > 15$ grados para los algoritmos FBP y SART a causa de la gran pérdida



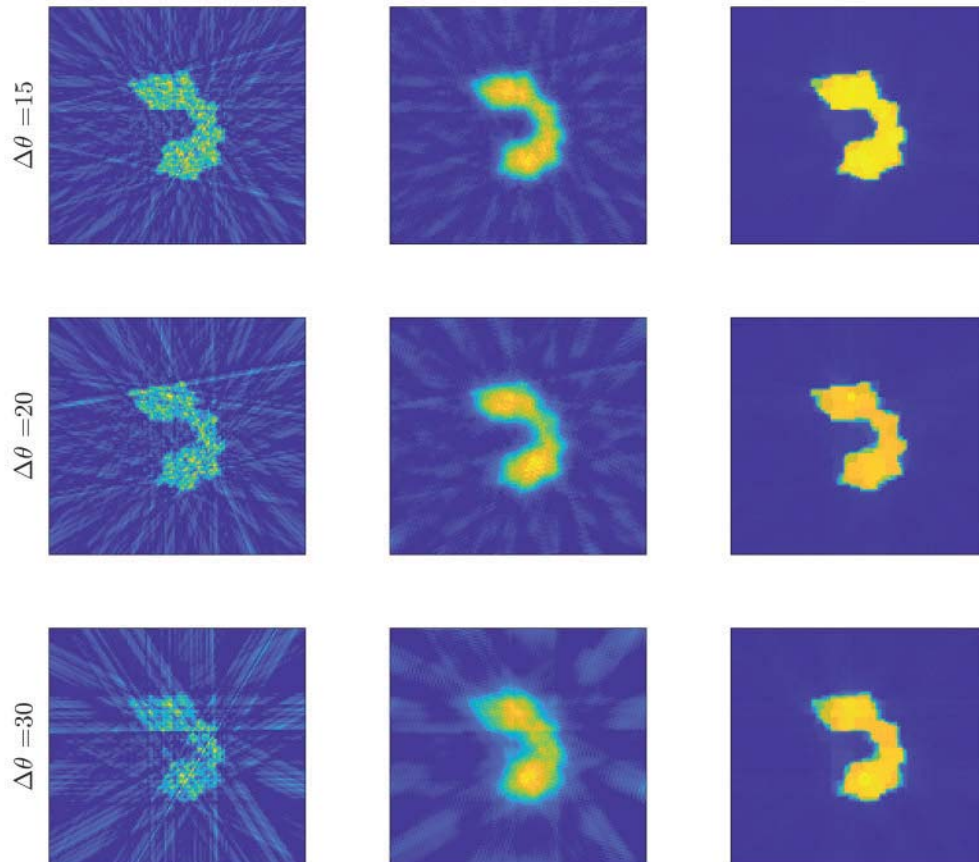
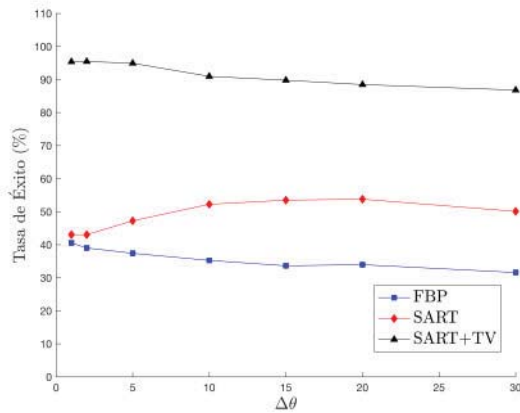
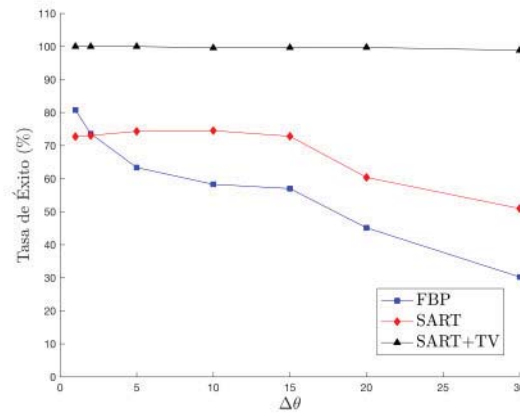


Figura 5.4: Reconstrucciones del segmento IMRT (Figura 5.2a) en función de la resolución angular $\Delta\theta$ y del algoritmo de reconstrucción. Se utilizaron 12×10^6 historias por proyección.

Tabla 5.1: Tasa de éxito y gamma media de la prueba gamma 3%/3 mm calculada entre los planos de dosis reconstruidos y los planos de dosis de referencia para el campo cuadrado de 8×8 cm (Figura 5.1a) y el segmento de IMRT (Figura 5.2a).

Campo	Algoritmo	$\Delta\theta$	Tasa de Éxito (%)	Gamma Media
8 x 8 cm	FBP	1	40.5396	1.2953
		2	39.0129	1.3285
		5	37.4104	1.3653
		10	35.2602	1.4018
		15	33.6402	1.4261
		20	33.9549	1.4299
		30	31.5949	1.4589
	SART	1	43.0453	1.2634
		2	43.0511	1.2633
		5	47.235	1.1914
		10	52.2464	1.1083
		15	53.4934	1.0916
		20	53.7847	1.0843
		30	50.0845	1.1254
	SART+TV	1	95.3907	0.3796
		2	95.4548	0.3835
		5	94.9304	0.3975
		10	90.9562	0.4615
		15	89.785	0.4745
		20	88.468	0.4966
		30	86.8015	0.5087
IMRT	FBP	1	80.7587	0.5399
		2	73.5913	0.6475
		5	63.3588	0.8276
		10	58.2833	0.9248
		15	56.9897	0.9448
		20	45.125	0.9899
		30	33.2486	1.0203
	SART	1	72.723	0.6583
		2	73.0494	0.6553
		5	74.3313	0.6251
		10	74.5295	0.6369
		15	72.8279	0.6668
		20	60.3863	0.6988
		30	50.958	0.8492
SART+TV	1	100	0.0722	
	2	100	0.0746	
	5	100	0.0855	
	10	99.5804	0.1112	
	15	99.6795	0.1142	
	20	99.7145	0.1298	
	30	98.8346	0.1536	

(a) Campo cuadrado 8×8 cm

(b) Segmento IMRT

Figura 5.5: Tasa de éxito de la prueba gamma 3%/3 mm, en función de la resolución angular y el algoritmo de reconstrucción, para el campo cuadrado de 8×8 cm (a) y el segmento de IMRT (b). Un resumen de la Tabla 5.1.

de detalle de las reconstrucciones debida a los artefactos producidos (ver Figura 5.4).

Las verificaciones experimentales de dosimetría en tratamientos de radioterapia requieren que se lleven a cabo lo más rápido posible. Por eso, se necesita que el tomodosímetro reconstruya adecuadamente con pocas proyecciones. Bajo nuestro formalismo L_{total} y usando el algoritmo SART+TV, se demostró una gran precisión y exactitud para medir cualquier distribución de dosis, aún cuando la cantidad de proyecciones e historias es bastante limitada: Tasa de éxito de 98.8% de la prueba gamma 3%/3 mm para un segmento de IMRT con tan solo 6 proyecciones.

5.7. Influencia de la separación entre las fibras en la resolución angular y en la precisión de medición dosis

Como se discutió en la sección 4.2.3, la distancia de separación entre las fibras DFF (centro a centro) es el parámetro más importante en la resolución espacial de las reconstrucciones.

Hasta ahora, todas las reconstrucciones presentadas se hicieron con un tomodosímetro de fibras juntas. Para estos casos, el lado de un píxel es igual al diámetro de la fibra. Pero, a medida que las fibras son separadas, existen espacios muertos del detector, los cuales limitan directamente al tamaño del píxel. En esencia, el tamaño del píxel es igual a la DFF. En práctica, uno podría medir un sinograma con los espacios muertos y así conservar el tamaño del píxel original (igual al diámetro de la fibra), pero esto no tiene ningún sentido, puesto que se generarían una gran cantidad de artefactos tipo anillo (una analogía es obtener una tomografía con una gran cantidad de detectores averiados).

La resolución espacial del sistema se evaluó mediante la función de transferencia de modulación sobremuestreada (MTF, por sus siglas en inglés) que a su vez se obtuvo a partir de la función de respuesta a una línea (LSF, por sus siglas en inglés) sobremuestreada. Se decidió utilizar este tipo de LSF porque, para nuestro sistema de alta resolución espacial, la LSF será bastante delgada y su medición sufrirá un muestreo de píxel grueso.

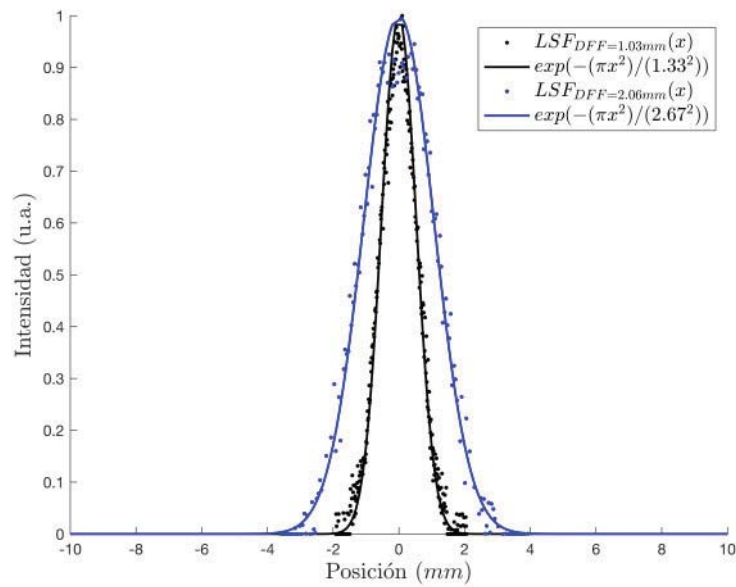
La Figura 5.6a muestra las LSF sobremuestreadas para sistemas con una DFF igual a 1.03 y 2.06 cm , las cuales se obtuvieron a partir de la reconstrucción de una línea de campo de radiación muy estrecha e inclinada 5 grados respecto al eje y . A cada LSF se le ajustó una gaussiana de la forma $exp(-(\pi x^2)/(FWHM^2))$.

En la Figura 5.6b se presenta las MTF obtenidas a partir de la transformada de Fourier de las LSF. Existe una disminución obvia en la resolución espacial del sistema a medida que aumenta la DFF. Si la resolución espacial limitante se muestra con una modulación del 10 %, las resoluciones espaciales límites son de 0.65 mm^{-1} y 0.32 mm^{-1} para los sistemas con DFF= 1.03 mm y DFF= 2.06 mm , respectivamente.

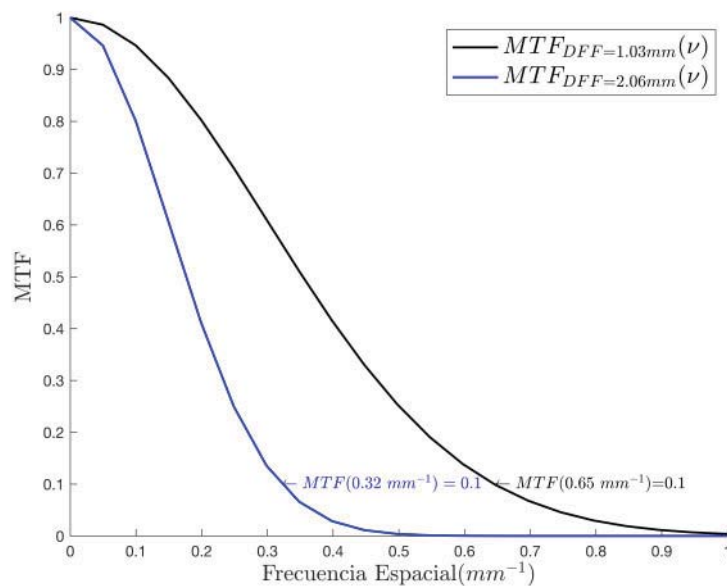
Si bien, pareciera que la resolución espacial empeora idénticamente en función de la DFF para sistemas con DFF > 1.03 mm , esto debe de verificarse para sistemas con separación de fibras aún mas grandes. La razón por la que no se hizo esto es porque las LSF sobremuestreadas para sistemas con DFF > 3 mm se obtenían muy dispersas debido a la mala reconstrucción de la línea de campo inclinada. Esto es fácilmente solucionado obteniendo las LSF sobremuestreadas a partir de la función de respuesta a un borde inclinado

No obstante, en la Figura 5.7 se expone el efecto de la separación entre las fibras en la precisión de medición dosis para el segmento de IMRT. La eficacia de la reconstrucción disminuye en función del espaciado de las fibras debido, principalmente, al efecto parcial de volumen.

La distancia de separación de las fibras debe de elegirse en función de la complejidad y del tamaño de los campos a verificar. La máxima resolución espacial se consigue con un dosímetro de fibras a contacto, útil para campos altamente conformados, donde se busca obtener resultados de alta precisión.

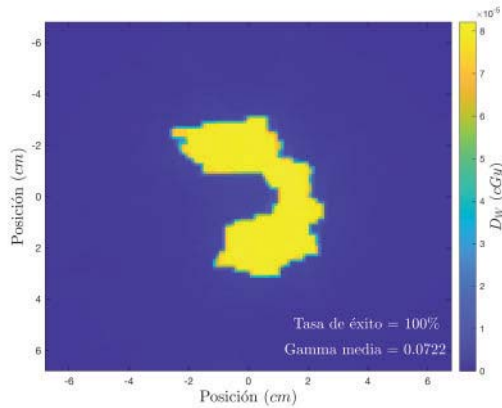


(a) LSF sobremuestreadas

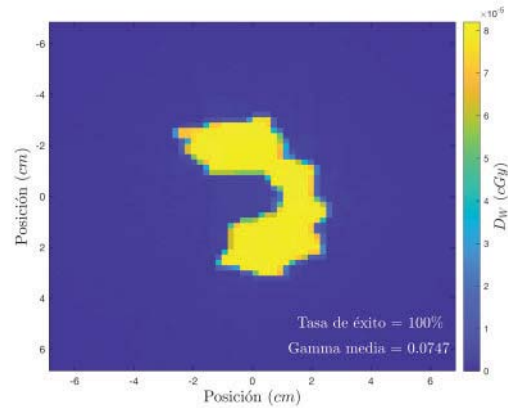


(b) MTF

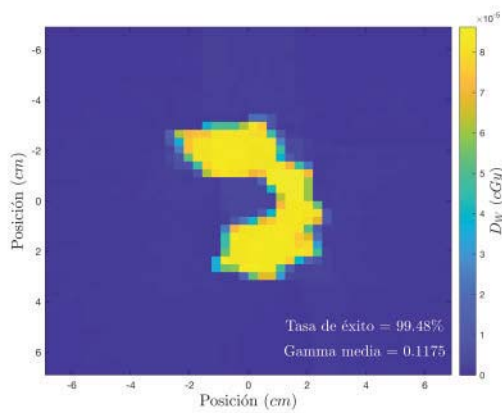
Figura 5.6: Metodología para determinar la resolución espacial del tomodosímetro en función de la separación entre las las fibras DFF. Las LSF sobremuestreadas para los sistemas con $DFF=1.03 \text{ mm}$ y $DFF=2.06 \text{ mm}$ (a) se obtuvieron a partir de la reconstrucción con SART de una línea de campo de radiación muy estrecha e inclinada 5 grados. Las MTF se calculan mediante la transformada de Fourier de las LSF (b).



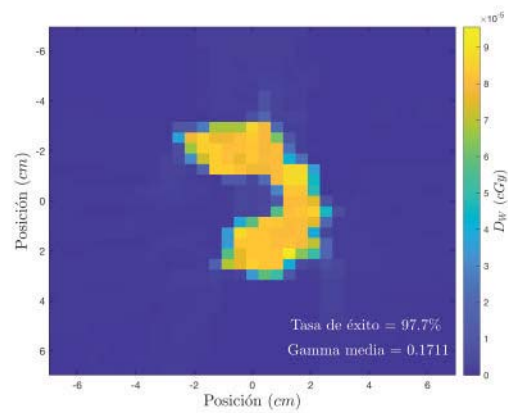
(a) DFF=1.03 mm (Fibras juntas)



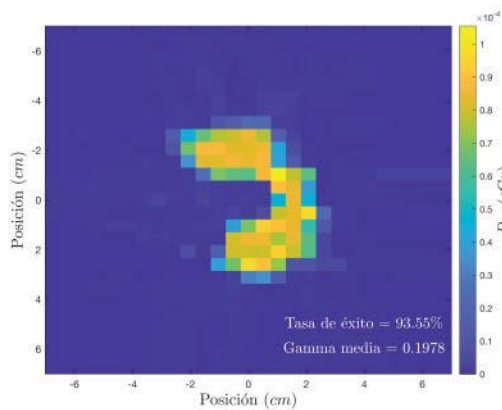
(b) DFF=2.06 mm



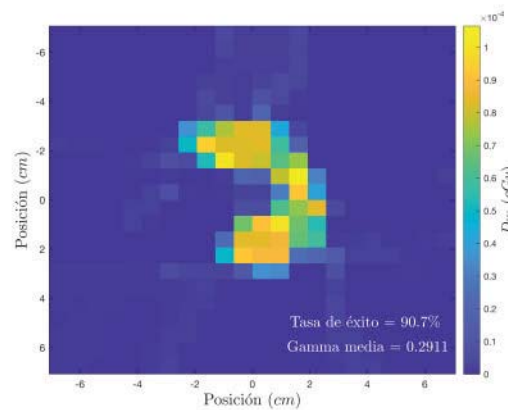
(c) DFF=3.09 mm



(d) DFF=4.12 mm



(e) DFF=5.15 mm



(f) DFF=6.18 mm

Figura 5.7: Reconstrucciones del segmento IMRT (Figura 5.2a) con SART+TV en función de la distancia de separación entre las fibras (DDF). Se utilizaron 12×10^6 historias por proyección con una resolución angular $\Delta\theta = 1$ grado.

Capítulo 6

Conclusiones

En este proyecto se desarrollaron simulaciones Monte Carlo para estudiar el desempeño de un detector de fibras ópticas centelladoras BCF-60 (1 mm de diámetro; *Saint-Gobain, Tilburg, Holanda*) y su utilización en la reconstrucción de distribuciones espaciales de dosis de campos conformados de intensidad modulada utilizando técnicas de tomodosimetría.

Se ha propuesto un formalismo, denominado L_{total} , que permite obtener distribuciones de dosis de campos complejos con pocas proyecciones mediante una calibración en términos de dosis absorbida en agua que resulta ser sencilla, precisa, e independiente de la profundidad y de la energía de calibración. Además, el modelo considera la radiación dispersa mediante la implementación de los factores de apertura $F_{i,j}^{E, fib}$, dándole una mayor precisión y exactitud a la técnica.

Las simulaciones desarrolladas permiten calcular distribuciones en energía, tiempo y posición, y permiten eliminar la contaminación generada por la radiación de Cherenkov. Nuestros cálculos muestran que la producción de luz Cherenkov en el tomodosímetro no es significativa utilizando haces de fotones de interés clínico (6 y 24 MV), pues en dicho intervalo de energía se obtuvieron contribuciones de 0.2 y 0.6 % respecto a la señal total, respectivamente.

El desempeño del detector se evaluó en función de las características de diseño, número de proyecciones y algoritmo de reconstrucción mediante una prueba de índice gamma de 3%/3 mm. Las reconstrucciones de campos radiación uniformes o modulados utilizando

los algoritmos FBP o SART presentaron artefactos tipo raya en toda la imagen y una alta variabilidad espacial en todo el intervalo de resoluciones angulares estudiadas. En contraste, las reconstrucciones utilizando el algoritmo SART+TV no mostraron artefactos para resoluciones angulares $\Delta\theta \leq 15$ grados y se limitó eficazmente el ruido en las distribuciones espaciales de dosis obtenidas debido a la implementación de un algoritmo de regularización basado en la minimización de la TV. Como ejemplo de un caso extremo, se obtuvo una tasa de éxito de 98.8% para el segmento de IMRT con tan solo 6 proyecciones con el algoritmo SART+TV.

La resolución espacial del sistema se determinó mediante el cálculo de la función de transferencia de modulación (MTF) utilizando técnicas de sobremuestreo en función de la distancia de separación entre las fibras. Se determinaron resoluciones espaciales límites de 0.65 mm^{-1} y 0.32 mm^{-1} para un sistema de fibras ópticas en un arreglo a contacto, o fibras separadas 2.06 mm (centro a centro), respectivamente.

La distancia de separación de las fibras debe de elegirse en función de la complejidad y tamaño de los campos a verificar. Separaciones de unos pocos mm pueden ser útiles para campos simples. Sin embargo, para campos altamente conformados se necesita estrictamente un tomodosímetro de fibras a contacto para obtener resultados de alta precisión.

En resumen, los resultados de este proyecto indican que el uso del formalismo propuesto en conjunto con el algoritmo de reconstrucción SART+TV permite obtener una gran precisión y exactitud en la medición de distribuciones espaciales de dosis complejas, aún cuando la cantidad de proyecciones y estadística (número de fotones por proyección) sea bastante limitada.

Bibliografía

- [Agostinelli, 2003] Agostinelli S., Allison J., (2003) Geant4 a simulation toolkit, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, volume 506, Issue 3.
- [Andersen et al., 1984] A.H. Andersen, A.C. Kak, Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): A superior implementation of the ART algorithm, Ultrasonic Imaging, Volume 6, Issue 1, 1984, Pages 81-94, ISSN 0161-7346.
- [Attix, 2008] Attix F. H., 2008. Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry, John Wiley Sons.
- [Ayotte et al., 2006] G. Ayotte, L. Archambault, L. Gingras, F. Lacroix, S. Beddar, and L. Beaulieu, "Surface preparation and coupling in plastic scintillator dosimetry", Med Phys 33, 3519–3525 (2006).
- [Boyer et al., 2001] Boyer A.L., Butler E.B., DiPetrillo T. A., et al. (2001) Intensity modulated radiotherapy: current status and issues of interest. Int J Radiat Oncol Biol Phys. 2001;51:880-914.
- [Bushberg, 2011] Bushberg J.T. et al., (2011), The Essential Physics of Medical Imaging, Williams Wilkins.
- [Carly et. al., 2019] Carly Whittaker, Christopher A. G Kalnins, David Ottaway, Nigel A. Spooner, and Heike Ebendorff-Heidepriem, "Transmission loss measurements of plastic scintillating optical fibres", Opt. Mater. Express 9, 1-12 (2019).

- [Cerenkov, 1937] Cerenkov, P.A. (1937). "Visible Radiation Produced by Electrons Moving in a Medium with Velocities Exceeding that of Light". *Physical Review*. 52 (4): 378.
- [Chambolle and Lions et al., 1997] Chambolle and P.-L. Lions, "Image recovery via total variation minimization and related problems", *Numerische Mathematik*, vol. 76, no. 2, pp. 167–188, 1997.
- [Davis, 1986] Davis C.M., Carome E. F., Weik M. H., Ezekiel S., Einzig R. E. (1986), *Fiberoptic Sensor Technology Handbook*. Herndon, VA: Optical Technologies.
- [Geant4, 2020] Manual de referencia física de Geant4, 2020. Geant4 Physics Reference Manual Release 10.7.
- [Eggermont et al., 1981] Eggermont P. P. B., Herman, G. T., and Lent, A. (1981). Iterative algorithms for large partitioned linear systems, with applications to image reconstruction. *Linear Algebra and its Applications*, 40:37–67.
- [Faddegon et al., 2020] Faddegon, B., Ramos-Méndez, J., Schuemann, J., McNamara, A., Shin, J., Perl, J., Paganetti, H. (2020). The TOPAS tool for particle simulation, a Monte Carlo simulation tool for physics, biology and clinical research. *Physica Medica*, 72, 114–121.
- [Geurts, 2014] Mark Geurts (2014). CalcGamma (<https://github.com/mwgeurts/gamma>).
- [Goldstein et al., 2009] Goldstein, Tom Osher, Stanley. (2009). The Split Bregman Method for L1-Regularized Problems. *SIAM J. Imaging Sciences*. 2. 323-343. 10.1137/080725891.
- [Gordon et al., 1970] Gordon, R., Bender, R., and Herman, G. T. (1970). Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography. *Journal of Theoretical Biology*, 29(3):471–481.

- [Goulet et al., 2011] Goulet, L. Gingras, and L. Beaulieu, (2011) “Real-time verification of multiMedical Physics, Vol. 39, No. 8, leaf collimator-drive radiotherapy using a novel optical attenuation-based fluence monitor, *Med Phys* 38, 1459–1467.
- [Goulet et al., 2012] Goulet, Mathieu Archambault, Louis Beaulieu, Luc Gingras, L.. (2012). High resolution 2D dose measurement device based on a few long scintillating fibers and tomographic reconstruction. *Medical physics*. 39. 4840-9. 10.1118/1.4736526.
- [Goulet et al., 2013] Goulet, Mathieu Archambault, Louis Beaulieu, Luc Gingras, L.. (2013). 3D tomodosimetry using long scintillating fibers: A feasibility study. *Medical physics*. 40. 101703. 10.1118/1.4819937.
- [Hansen et al., 2013] Hansen, P. C. and Saxild-Hansen, M. (2012). AIR Tools A MATLAB package of algebraic iterative reconstruction methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 236(8):2167–2178.
- [Hecht, 2002] Hecht, Eugene. (2002). *Optics*. Reading, Mass. :Addison-Wesley.
- [Jackson, 1999] Jackson, John (1999). *Classical Electrodynamics*. John Wiley Sons, Inc. pp. 646–654.
- [Karellas, 2016] Karellas A., Thomadsen B.R., (2016), *Scintillation Dosimetry*, CRC Press.
- [Khan, 2014] Khan F.M., (2014), *The Physics of Radiation Therapy*, Williams Wilkins.
- [Khare, 2004] Khare R. P., (2004), *Fiber Optics and Optoelectronics*. New Delhi, India: Oxford University Press.
- [Kak and Slaney, 2001] Kak, A. and Slaney, M. (2001). *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Classics in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics.

- [Kuraray, 2014] Catálogo de Fibras Centelladoras Plásticas, (2014).
<https://www.kuraray.com/products/psf>.
- [Leonid et al., 1992] Leonid I. Rudin, Stanley Osher, Emad Fatemi, Nonlinear total variation based noise removal algorithms, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Volume 60, Issues 1–4, 1992, Pages 259-268, ISSN 0167-2789.
- [Levin et al., 1996] A. Levin and C. Moisan, A More Physical Approach to Model the Surface Treatment of Scintillation Counters and its Implementation into DETECT, TRIUMF Preprint TRI-PP-96-64, Oct. 1996.
- [Loehr, 2014] Loehr, N. (2014). *Advanced Linear Algebra*. CRC Press.
- [Micchelli et. al., 2011] Micchelli, C. A., Shen, L., Xu, Y. (2011). Proximity algorithms for image models: denoising. *Inverse Problems*, 27(4), 045009.
- [Mitsubishi, 2018] Información técnica: espectro de atenuación GH-4001, (2018). Consultado de: <https://www.pofeska.com/pofeskae/download/02.html>.
- [Nobel Prize, 1979] The Nobel Prize in Physiology or Medicine 1979. NobelPrize.org. Nobel Prize Outreach AB 2021. Wed. 20 Oct 2021. <https://www.nobelprize.org/prizes/medicine/1979/summary/>.
- [Perl et al., 2012] Perl, J., Shin, J., Schümann, J., Faddegon, B., Paganetti, H. (2012). TOPAS: An innovative proton Monte Carlo platform for research and clinical applications. *Medical Physics*, 39(11), 6818–6837.
- [Podgorsak, 2005] Podgorsak E.B., (2005), *Radiation Oncology Physics: A Handbook for teachers and students*, IAEA.
- [Radon, 1986] Radon, J. (1986). On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. *TEFE Transactions on Medical Imaging*, 5(4):170-176.

- [Rohatgi, 2021] Rohatgi A. Web Plot Digitizer; 2021. Disponible en: <http://www.ahatgi.info/WebPlotDigitizer>.
- [Saint-Gobain Crystals, 2017] Catálogo de Fibras Centelladoras Plásticas, (2017). <https://www.crystals.saint-gobain.com/products/scintillating-fiber>.
- [Suetens, 2009] Suetens, P. (2009). Fundamentals of Medical Imaging. Cambridge University Press.
- [TOPAS, 2019] Manual de documentación de TOPAS, 2019. TOPAS Documentation Release 3.1.
- [Tremoulheac, 2021] Benjamin Tremoulheac (2021). Split Bregman method for Total Variation Denoising (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/36278-split-bregman-method-for-total-variation-denoising>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved September 4, 2021.
- [UD Geant4] User documentation of Geant4. <https://geant4.web.cern.ch/support/userdocumentation>.