



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA)

ASPECTOS DEL PLASMA DE QUARKS Y GLUONES MAGNETIZADO HOLOGRÁFICO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
DANIEL ÁVILA HERNÁNDEZ

TUTOR PRINCIPAL
DR. ERICK LEONARDO PATIÑO JÁIDAR
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

DR. ALBERTO GÜIJOSA HIDALGO
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM

DR. RODOLFO PATRICIO MARTÍNEZ Y ROMERO
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

CDMX., ENERO, 2022



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno

Ávila

Hernández

Daniel

Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ciencias Físicas

Doctorado en Ciencias (Física)

308188127

2. Datos del tutor

Dr

Erick Leonardo

Patiño

Jaidar

3. Datos del sinodal 1

Dr

José Antonio Rafael

García

Zenteno

4. Datos del sinodal 2

Dr

Mariano

Chernicoff

Minsberg

5. Datos del sinodal 3

Dr

Eloy

Ayón-Beato

6. Datos del sinodal 4

Dr

Román

Linares

Romero

7. Datos del trabajo escrito

Aspectos del plasma de quarks y gluones magnetizado holográfico.

113 p.

2021

Agradecimientos personales

El camino para llegar a este punto ha sido largo. Diez años desde que fui aceptado en la Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias, muchas cosas han pasado desde entonces. He conocido a mucha gente a lo largo del viaje, que han sido invaluable no sólo para lograr esta meta, sino para forjar a la persona que soy el día de hoy. De esta manera, creer que puedo escribir una lista completa de personas a las que debo agradecer suena poco factible. Pero haré mi mejor esfuerzo.

La primera persona en la lista, e indudablemente la más importante, es también la que me trajo a este mundo. Todo lo bueno en mí se lo debo a mi madre. Dejando a un lado cosas obvias como disciplina, determinación, responsabilidad y respeto, de ella he aprendido lo que significa el completo amor incondicional por sus hijos, el ser capaz de dar todo por ellos. Amor del cual estaré eternamente agradecido, y que seguiré esforzandome por regresar todos los días.

Después está mi abuelo Enedino. Le agradezco no sólo el apoyo económico que nos dió durante tantos años, sino también compartirme el amor por las matemáticas. Jamás olvidaré esas tardes en la mesa de casa de tía Otilia aprendiendo a calcular la raíz cuadrada. No por escuela, no por deber, sino por pura diversión.

Agradezco a mi hermano Héctor, mi hermana Gabriela y mi padre. Aunque a veces pudiera parecer que no somos tan unidos, han estado ahí para apoyarme cada que los he necesitado. Quiero que sepan que yo también estaré ahí para ellos.

Estudiar la carrera de física es difícil, y me atrevería a decir que imposible si no se cuenta con grandes amigos para apoyarse en los momentos más complicados. A lo largo de mi paso por la Facultad de Ciencias estuve acompañado por excelentes personas. Miguel y Tomás, con quienes pasé largas horas en la biblioteca estudiando cálculo, ecuaciones diferenciales o redactando reportes de laboratorio en la licenciatura. Uriel y César, que me recibieron con brazos abiertos al equipo de trabajo en el posgrado e hicieron de cada seminario de investigación una experiencia memorable. Pero más importante, “los no cuánticos”: Jorge y Gerardo. Los dos mejores amigos que pudiera pedir, les agradezco todo su apoyo en los momentos más difíciles y también en los más divertidos. Segundo y tercero son dos de los semestres de la carrera que recuerdo con más cariño. Comprar litros y litros

de shampoo en Tienda UNAM para un experimento, jugar con nitrógeno líquido, el super disco chino o el problema de las moscas en espiral son experiencias que jamás olvidaré.

Otro elemento indispensable para poder terminar una carrera científica es contar con un gran mentor. Tuve la fortuna de conocer al mío desde mi primer día en la Facultad. La presentación de bienvenida fue impartida por el Dr. Leonardo Patiño, investigador de la (en aquel entonces para mi) misteriosa Teoría de Cuerdas. Nos habló de muchas de las cosas que viviríamos a lo largo de la carrera, pero una frase en particular va a seguir conmigo el resto de mi vida: “La Facultad les va a cambiar la vida”. Diez años después puedo asegurar la veracidad de esa aseveración sin ninguna duda. Quién diría que diez años después no sólo estaría trabajando en Teoría de Cuerdas, ¡sino que también a lado de ese gran investigador! Leonardo no sólo me ha enseñado lo que significa dedicarse a la física, junto con todas las letras pequeñas que a veces no se cuentan, sino que de él aprendí a amar la física. Siempre sostendré que con él tomé mi primer verdadera clase de física, donde por fin empecé a entender cómo funciona la naturaleza y no sólo a memorizar fórmulas. Pero más allá de eso, hoy estoy feliz de poder llamarlo no sólo mentor, sino un invaluable amigo para toda la vida.

Agradezco a todos los profesores que conocí a lo largo de este viaje, pues ayudaron a forjar no sólo al estudiante que fui, sino al investigador que quiero llegar a ser. Mención aparte merece el Dr. Javier Páez, célebre profesor de Cálculo de la Facultad de Ciencias. Su curso de Cálculo II marcó un antes y un después en mi forma resolver cualquier problema lógico/matemático. Pero sobre todo, me mostró un estilo único y divertido de enseñanza al que cada día aspiro llegar.

Finalmente, agradezco al amor de mi vida Sandra. Le agradezco todo literalmente. A pesar de habernos conocido a la mitad de nuestras respectivas licenciaturas en el 2013, como ya hemos dicho muchas veces parece que nos conocemos de toda la vida. Con ella he compartido todas las alegrías de este camino, pero también todos los miedos, dudas y frustraciones que alguna vez tuve. Agradezco todo su apoyo incondicional y quiero que sepa que ella tendrá el mío para toda la vida.

Agradecimientos institucionales

Agradezco a los miembros de mi Comité Tutor, el Dr. Leonardo Patiño, el Dr. Rodolfo Martínez y el Dr. Alberto Güijosa por su guía en mis estudios de doctorado.

Agradezco a los sinodales miembros del jurado: el Dr. Leonardo Patiño, el Dr. Mariano Chernicoff, el Dr. Antonio García, el Dr. Román Linares y el Dr. Eloy Ayón-Beato por revisar cuidadosamente este manuscrito y por todas sus correcciones y comentarios.

Durante mi doctorado recibí apoyo económico por parte de CONACYT, bajo el programa “Becas Nacional (Tradicional) 2018 - 1” con número de CVU 745912. Adicionalmente recibí un apoyo para la realización de una estancia en el extranjero, en la Universidad de Barcelona, también por parte del CONACYT con clave de convocatoria 2019-000016-01NACF.

ASPECTOS DEL PLASMA DE QUARKS Y GLUONES MAGNETIZADO
HOLOGRÁFICO

Daniel Ávila Hernández

2021

Índice general

Resumen	1
1. Introducción	3
1.1. Holografía y el plasma de quarks y gluones magnetizado	4
1.2. Quarks y mesones holográficos	6
1.3. Producción de fotones	7
2. Construcción del dual gravitacional	9
2.1. Solución a SUGRA IIB 10-dimensional	10
2.2. Teoría 5-dimensional efectiva	11
2.3. Levantamiento de la truncación	13
3. Campo magnético crítico	15
3.1. Solución numérica a la teoría 5-dimensional	16
3.2. Campo magnético crítico	19
4. Termodinámica del plasma sin sabor	25
4.1. Acción renormalizada	26
4.2. Tensor de energía-momento	28
4.3. Entropía	31
4.4. Calor específico	32
4.5. Energía libre	34
4.6. Análisis	37
5. Derretimiento de mesones	39
5.1. Introduciendo sabor	40
5.2. Diagrama fase	43
6. Termodinámica del plasma con sabor	47
6.1. Acción renormalizada	48
6.2. Condensado del quark	49
6.3. Energía libre	52
6.4. Entropía y densidad de energía	56

7. Espectro de mesones	63
7.1. Perturbaciones de los encajes de Minkowski	64
7.2. Solución numérica	66
7.3. Espectro de mesones	68
8. Producción de fotones	71
8.1. Producción de fotones en un plasma fuertemente acoplado	72
8.2. Cálculo holográfico	73
8.3. Fotones polarizados linealmente	75
8.4. Producción diferencial de fotones	77
9. Discusión	87
9.1. Campo magnético crítico	88
9.2. Derretimiento de mesones	89
9.3. Producción de fotones	91
10. Conclusiones	95
11. Apéndice	97
11.1. Análisis del fondo en la frontera	97
11.1.1. Renormalización holográfica	97
11.1.2. Tensor de energía momento	99
11.1.3. Escalamiento	100
11.2. Análisis del encaje en la frontera	101
11.2.1. Renormalización holográfica	101
11.2.2. Cálculo del condensado del quark	104
11.3. Perturbaciones al fondo	105

Resumen

El objetivo de esta tesis es estudiar, mediante métodos holográficos, la física del plasma de quarks y gluones en presencia de un campo magnético externo muy intenso. En particular, se estudia el efecto que tiene dicho campo magnético sobre los grados de libertad de sabor.

Para lograr lo anterior se construyó un dual gravitacional 10-dimensional que incluye al campo magnético y que permite el encaje de D7-branas de prueba. El costo para lograr esto es considerar un VEV distinto de cero para un operador escalar de una traza de dimensión 2 del lado de la teoría de norma. Aún sin incluir grados de libertad de sabor, este plasma exhibe un comportamiento muy interesante. Al realizar un análisis termodinámico, se encontró que existe una intensidad de campo magnético máxima que el plasma puede soportar, arriba de la cuál éste se vuelve inestable. Del lado gravitacional, lo que ocurre es que las geometrías desarrollan singularidades desnudas para altas intensidades de campo magnético. Adicionalmente, al estudiar la propagación de perturbaciones del campo de Maxwell en la teoría gravitacional, se encontró que los fotones emitidos por el plasma en la teoría de norma dual están linealmente polarizados sobre el plano de reacción.

Al considerar grados de libertad de sabor se encontró que, además de la previamente conocida temperatura crítica arriba de la cual los mesones se derriten, para ciertas intensidades de campo magnético existe una segunda temperatura crítica, menor a la primera, debajo de la cual los mesones estables dejan de existir. Adicionalmente, se encontró que los mesones pueden derretirse a ciertas temperaturas fijas al modificar únicamente la intensidad del campo magnético externo. No sólo eso, el efecto general del campo magnético sobre el espectro de mesones es el de reducir su energía, así como modificar los números cuánticos permitidos. La principal diferencia con los enfoques previos, lo que en consecuencia da los resultados nuevos, es que el campo magnético retroacciona en la geometría dual en lugar de estar confinado al volumen de mundo de las D7-branas de prueba.

Los resultados aquí presentados son parte de los expuestos en [1–4], artículos derivados de esta investigación.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se exponen los antecedentes y motivación para esta tesis. Se comienza con un resumen de los diversos modelos para el estudio holográfico del plasma de quarks y gluones, poniéndose énfasis en aquellos duales a plasmas en presencia de un campo magnético intenso. Posteriormente se explica el procedimiento para agregar materia en la representación fundamental a estos modelos, así como los observables que pueden ser estudiados.

1.1. Holografía y el plasma de quarks y gluones magnetizado

La Cromodinámica Cuántica (QCD por sus siglas en inglés) es la teoría que describe las interacciones fuertes entre quarks y gluones. A pesar de su éxito, existen pocos métodos analíticos para estudiar sus propiedades no perturbativas (por ejemplo, con las técnicas de QCD en la red es posible describir comportamiento no dinámico). Una de las alternativas más prometedoras es reformular QCD, o cualquier teoría de norma fuertemente acoplada, en términos de una teoría gravitacional con la llamada correspondencia o dualidad norma/gravedad, también conocida como AdS/CFT, bulto/frontera, holográfica o de Maldacena [5]. Esta afirma que teorías cuánticas sin gravedad son exactamente equivalentes a teorías cuánticas con gravedad en un espacio de dimensionalidad mayor, en el sentido de que todo observable físico en una de ellas tiene una traducción directa a su dual. La razón por la que esto es ideal para estudiar teorías similares a QCD, es que la dualidad relaciona el régimen de acoplamiento fuerte de la teoría cuántica de campos con el acoplo débil de la teoría gravitacional y viceversa, lo que intercambia cálculos no perturbativos en la teoría cuántica con soluciones gravitacionales clásicas.

Aunque la correspondencia no ha sido demostrada de forma rigurosa, se cuenta con una inmensa cantidad de evidencia a favor de su validez, en lo que se conoce hoy en día como el diccionario holográfico. La entrada más conocida es la que afirma que super Yang-Mills (SYM) $\mathcal{N} = 4$ en cuatro dimensiones es equivalente a una teoría de supercuerdas tipo IIB en un espacio $AdS_5 \times S^5$. Es importante hacer notar que a la fecha aún no se cuenta con el dual exacto de QCD, de modo que no se puede estudiar dicha teoría con métodos holográficos. Sin embargo, el plasma de quarks y gluones (QGP por sus siglas en inglés) de QCD comparte muchas propiedades con el plasma de SYM $\mathcal{N} = 4$ y otras teorías cuyos duales gravitacionales son conocidos. Debido a que dicho QGP se comporta como un fluido fuertemente acoplado, se ha impulsado el uso de la holografía como una herramienta para describir a dicho sistema, en lo que se ha convertido en un área de investigación bastante activa.

A medida que más datos experimentales han sido obtenidos, se han construido mejores modelos holográficos para acercarse a QCD. Un hecho cada vez más aceptado es la creación de un campo magnético muy intenso en las colisiones de iones pesados, por lo que entender sus efectos sobre las diversas características del QGP es crucial para poder interpretar adecuadamente las observaciones experimentales [6–10]. Dos de las propiedades de mayor interés en el estudio de la materia de QCD son el condensado del quark (o quiral) y el espectro de mesones, así como su dependencia de distintos parámetros, tales como el campo magnético

antes mencionado.

El condensado del quark es un parámetro de orden en el fenómeno de rompimiento de la simetría quiral. Se anula a altas temperaturas, de modo que la simetría quiral se restaura, pero es distinto de cero en la fase hadrónica. En este contexto el término catálisis magnética (MC por sus siglas en inglés) se refiere al incremento en la magnitud del condensado como respuesta al campo magnético [11, 12]. Sin embargo, mediante cálculos de QCD en la red [13–15] y el modelo Nambu-Jana-Lasinio [16], se ha encontrado que para quarks ligeros y temperaturas suficientemente altas se presenta el comportamiento opuesto. Esto es, bajo estas condiciones la magnitud del condensado decrece cuando la intensidad del campo magnético aumenta. Este fenómeno se conoce como catálisis magnética inversa (IMC por sus siglas en inglés).

Por su parte, la dependencia del espectro de mesones con el campo magnético ha sido estudiada mediante diversos enfoques. Teoría de perturbaciones quiral [17], así como modelos sigma lineales [18] han mostrado que piones cargados o neutros responden de forma diferente al campo magnético. Mientras que los primeros incrementan su masa en la presencia del campo magnético, los segundos ven su masa disminuida. Sin embargo, esto no significa que todos los mesones neutros se comportan igual. Mediante cálculos de QCD en la red se ha mostrado [19] que la masa del pión neutro disminuye monótonicamente cuando el campo magnético aumenta, mientras que para el mesón ρ se observa el comportamiento opuesto.

La física de plasmas en presencia de un intenso campo magnético externo fue modelada holográficamente en [20]. La teoría de norma considerada en este trabajo es nuevamente SYM $\mathcal{N} = 4$, pero en presencia de un intenso campo magnético externo. La teoría gravitacional en cinco dimensiones presentada en dicho trabajo es dual a la teoría de norma deseada debido a que es una truncación consistente de supergravedad (SUGRA) IIB en diez dimensiones, como fue mostrado en [21]. Lo anterior significa que una vez que se ha encontrado una solución a la teoría en cinco dimensiones, se puede construir con ella una solución a la teoría en diez dimensiones utilizando un anzats de truncación explícito.

Utilizando el modelo anterior se ha podido estudiar el efecto del campo magnético sobre diversos observables [22–26]. Sin embargo, el modelo holográfico de [20] tiene diferencias importantes respecto al QGP generado en los experimentos. Una característica notoria de SYM $\mathcal{N} = 4$ es que sólo contiene campos en la representación adjunta, mientras que QCD tiene campos en la representación fundamental. En consecuencia, el campo magnético considerado en [20] acopla a una de las corrientes conservadas asociadas a un subgrupo $U(1)$ de la simetría R de SYM $\mathcal{N} = 4$. De manera más precisa, la acción de la teoría toma la forma esquemática

$$S = S_{SYM} - \frac{1}{4} \int d^4x \left(\mathcal{F}^2 - 4e\mathcal{A}^\mu \mathcal{J}_\mu^{EM} \right), \quad (1.1)$$

donde $\mathcal{F} = d\mathcal{A}$ es el campo electromagnético, e es la carga eléctrica y la corriente

\mathcal{J}_μ^{EM} está dada por

$$\mathcal{J}_\mu^{EM} = \bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi + \frac{i}{2}\Phi^*(\mathcal{D}_\mu\Phi) - \frac{i}{2}(\mathcal{D}_\mu\Phi^*)^*\Phi. \quad (1.2)$$

En la expresión (1.2) Ψ y Φ representan de forma genérica a los campos fermiónicos y escalares de SYM $\mathcal{N} = 4$ respectivamente. En esta misma expresión hay una suma implícita sobre los índices de color, y el operador $\mathcal{D}_\mu = D_\mu - ieA_\mu$ es la derivada covariante de la teoría con grupo $SU(N_c) \times U(1)$.

Otros modelos holográficos del plasma de quarks y gluones en presencia de un campo magnético externo pueden consultarse en [27–29].

1.2. Quarks y mesones holográficos

Aunque SYM $\mathcal{N} = 4$ únicamente contiene campos en la representación adjunta, el diccionario de la correspondencia indica que un pequeño número de grados de libertad de sabor¹ en la teoría de norma pueden ser descritos, en acoplamiento fuerte, en términos de branas de sabor encajadas en el bulto [30]. Para el caso de SYM $\mathcal{N} = 4$ en cuatro dimensiones con grupo de norma $SU(N_c)$ y N_f sabores a temperatura finita, esto se logra al considerar N_f D7-branas, con $N_f \ll N_c$, para que la retroacción sea despreciable en comparación con la curvatura del fondo, orientadas a lo largo de las direcciones de AdS_5 y enrollando una $S^3 \subset S^5$.

En [31–34] se mostró que en estas circunstancias las D7-branas muestran un comportamiento termodinámico interesante, con una transición de fase de primer orden a una temperatura crítica T_c tomando lugar entre una fase en la que las branas yacen fuera del horizonte del hoyo negro, el llamado ‘encaje de Minkowski’, y una fase en la que caen dentro de éste, el ‘encaje de hoyo negro’. En la teoría de norma dual, esto corresponde con una transición entre un espectro de mesones discreto y una distribución continua de excitaciones. Los detalles del espectro discreto pueden calcularse al estudiar la dinámica de perturbaciones sobre los encajes de Minkowski, resultados que se presentan en [34, 35].

Es importante recalcar que lo que se acaba de describir es una transición de fase de derretimiento o disociación, y no una de confinamiento-desconfinamiento. La descripción holográfica de una fase confinada involucra una geometría sin un agujero negro. A la temperatura T_{deconf} los gluones y la materia adjunta dejan de estar confinados, de modo que la geometría dual desarrolla un agujero negro. Sin embargo, si la masa del quark es suficientemente grande es posible que las branas se encuentren fuera del horizonte y que existan así mesones estables (a

¹En este trabajo se seguirá la convención usual de la literatura y se llamarán a estos grados de libertad de sabor genéricamente como quarks. Asimismo, se denotará a los estados quark-antiquark de estas teorías como mesones.

orden dominante consistente con las aproximaciones de N_c grande y acoplamiento fuerte) para $T_{deconf} < T < T_c$. Esto último es consistente con simulaciones de QCD en la red [36–38].

El efecto del campo magnético sobre la transición de fase de materia fundamental no ha podido estudiarse utilizando el modelo de [20]. Para encajar D7-branas de prueba se necesita construir el levantamiento diez-dimensional de la teoría cinco-dimensional de este trabajo. Aunque esto puede hacerse siguiendo el ansatz presentado en [21], el espacio obtenido así no resulta apropiado para estudiar la dinámica de las D7-branas de prueba. De forma un poco más precisa, la parte compacta del espacio está deformada de forma tal que las D7-branas no pueden enrollar un ciclo máximo (como lo es la $S^3 \subset S^5$), causando que las ecuaciones a resolver sean demasiado complicadas y que sólo puedan obtenerse resultados limitados².

Un enfoque distinto para estudiar los efectos del campo magnético sobre la materia fundamental fue seguido en [40–42]. En dichos trabajos los autores consideraron un campo B de pura norma a lo largo de las direcciones de la teoría dual, que entra como una excitación en la acción de las branas de prueba y en consecuencia es equivalente a un campo magnético en el volumen de mundo de éstas. Debido a esto último, desde la perspectiva de la teoría de norma el campo magnético se acopla a la corriente bariónica. Los resultados obtenidos en [40–42] mostraron que el efecto de este campo magnético es el de incrementar la temperatura de derretimiento de los mesones, hasta el punto de evitar por completo la disociación para intensidades de campo magnético arriba de cierto valor crítico. No sólo eso, en estos trabajos también se encontró que la presencia del campo magnético induce el rompimiento de la simetría quiral, pues el condensado del quark es distinto de cero aún cuando la masa desnuda de los mismos se considera nula. Respecto al espectro de mesones, se encontró que el campo magnético rompe la degeneración de los niveles determinados en [31], mostrando un efecto tipo Zeeman. Importantemente, los modos excitados en la S^3 no fueron considerados en [40–42].

1.3. Producción de fotones

La detección de fotones directos es una prueba importante para cualquier modelo que trate de describir la física de las colisiones de altas energías. Debido a la poca intensidad del acoplamiento electromagnético y la pequeña extensión espacial del QGP, los fotones escapan prácticamente sin ser alterados, por lo que

²Recientemente se logró resolver estas ecuaciones de manera perturbativa para el caso de quarks ligeros. Los resultados presentados en [39] muestran un efecto similar a los niveles de Landau.

representan una excelente prueba de las condiciones del punto de emisión [43–45]. En particular, se ha mostrado previamente que dichos fotones están polarizados [46–50] en consecuencia de la polarización de spin global que presenta el QGP generado en las colisiones no centrales de iones pesados [51, 52], y que esto se puede deber a la presencia del campo magnético [53].

La emisión de fotones en plasmas fuertemente acoplados ha sido analizada utilizando métodos holográficos en diversos escenarios. El primero de estos estudios fue en [54], donde la teoría analizada fue SYM $\mathcal{N} = 4$ sin materia en la representación fundamental. Posteriormente, se consideró la emisión de fotones cuando se agregan quarks masivos a esta teoría tanto en el límite de prueba anteriormente discutido [55] como en el límite de Veneziano³ [56]. Otros estudios de producción de fotones en modificaciones de SYM $\mathcal{N} = 4$ incluyen la consideración de un potencial químico [57–59], anisotropías espaciales [60] y, con especial relevancia para este trabajo, un campo magnético externo [22, 61, 62].

Genéricamente, el procedimiento holográfico para estudiar la producción de fotones involucra tomar perturbaciones del campo de norma $U(1)$ presente en la teoría gravitacional. En los trabajos descritos, donde se agrega materia en la representación fundamental mediante encajes de D7-branas, el campo de norma considerado es el campo Born-Infeld (BI) que vive en el volumen de mundo de las branas. Tomándose como solución sin perturbar aquella con campo BI nulo, se resuelven las ecuaciones de movimiento de manera perturbativa. No obstante, puede considerarse también como solución sin perturbar un campo BI distinto de cero. Esto se hizo en [62] para estudiar el efecto de un campo magnético sobre la producción de fotones de un plasma con materia en la representación fundamental. En [22] se estudió la producción de fotones en el plasma de SYM $\mathcal{N} = 4$ sin materia en la representación fundamental en presencia de un intenso campo magnético utilizando el dual gravitacional 5-dimensional de [20], encontrándose que el campo magnético tiende a incrementar la producción de fotones. Estos resultados están en acuerdo con [8], donde se sugirió que la anomalía conforme causada por la presencia del campo magnético es la responsable del incremento en la producción. Debido a que no se consideraron quarks, a diferencia de [62] en [22] el campo de norma perturbado fue el campo electromagnético del fondo mismo.

Dados estos dos enfoques para estudiar la producción de fotones, perturbando el campo de norma del fondo o el campo BI en las branas de prueba, surge la pregunta de si ambos mecanismos coinciden o si dan información complementaria al otro. Desafortunadamente no se tiene aún respuesta debido a que, como se explicó brevemente en la sección anterior, el encaje de D7-branas en el levantamiento 10-dimensional del modelo de [20] resulta complicado.

³El límite de Veneziano consiste en tomar $N_c \rightarrow \infty$ y $N_f \rightarrow \infty$ manteniendo N_c/N_f finito.

Capítulo 2

Construcción del dual gravitacional

Este capítulo se presenta la construcción de la familia de soluciones a SUGRA IIB que son duales al plasma de SYM $\mathcal{N} = 4$ magnetizado a temperatura finita. Se comenzará por presentar el ansatz de truncación propuesto en [21], exponiendo los campos 10-dimensionales involucrados así como su reescrito en términos de los campos de la teoría efectiva 5-dimensional. Posteriormente, se describirá dicha teoría efectiva 5-dimensional para después presentar la nueva truncación propuesta para poder estudiar materia fundamental en el plasma. Se concluirá el capítulo explicando cómo es que en efecto esta nueva truncación se levanta a una geometría 10-dimensional óptima para estudiar el encaje de D7-branas de prueba.

2.1. Solución a SUGRA IIB 10-dimensional

Para construir las soluciones a SUGRA IIB duales al plasma de SYM $\mathcal{N} = 4$ bajo los efectos de un campo magnético externo muy intenso se utilizará el ansatz de truncación descrito en [21]. El procedimiento consiste en escribir los campos 10-dimensionales de alguna familia de soluciones en términos de campos 5-dimensionales, y reescribir las ecuaciones de movimiento de la teoría de dimensionalidad mayor en términos de ecuaciones de movimiento 5-dimensionales, que describen a lo que se conoce como la teoría efectiva asociada a las soluciones 10-dimensionales. El ansatz presentado en [21] considera a todos los campos de la teoría 10-dimensional, SUGRA IIB, nulos, salvo a la métrica y a la 5-forma autodual. La primera tiene por elemento de línea

$$ds_{10}^2 = \Delta^{\frac{1}{2}} ds_5^2 + \frac{L^2}{\Delta^{\frac{1}{2}}} \sum_{i=1}^3 X_i^{-1} \left(d\mu_i^2 + \mu_i^2 \left(d\phi_i + \frac{A^i}{L} \right)^2 \right), \quad (2.1)$$

donde L es un parámetro con unidades de longitud, ds_5^2 denota al elemento de línea de un espacio 5-dimensional no compacto, A^i son tres campos de Maxwell dependientes únicamente de las direcciones de éste espacio 5-dimensional, μ_i están parametrizados por dos coordenadas angulares $\{\theta, \psi\}$ en la forma

$$\mu_1 = \sin \theta, \quad \mu_2 = \cos \theta \sin \psi, \quad \mu_3 = \cos \theta \cos \psi, \quad (2.2)$$

mientras que Δ está dado por

$$\Delta = \sum_{i=1}^3 X_i \mu_i^2, \quad (2.3)$$

con

$$X_i = e^{-\frac{1}{2} \vec{a}_i \cdot \vec{\varphi}}, \quad \vec{a}_i = (a_i^{(1)}, a_i^{(2)}), \quad \text{y} \quad \vec{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2), \quad (2.4)$$

φ_1 y φ_2 son dos campos escalares que dependen únicamente de las direcciones del espacio 5-dimensional mencionado antes. Por su parte, la 5-forma autodual se escribe en términos de estos campos como

$$F_5 = G_5 + \star G_5, \quad (2.5)$$

con \star el operador dual de Hodge asociado a la métrica (2.1) y

$$\begin{aligned} G_5 = & \frac{2}{L} \sum_{i=1}^3 (X_i^2 \mu_i^2 - \Delta X_i) \epsilon_5 - \frac{L}{2} \sum_{i=1}^3 X_i^{-1} \bar{\star} dX_i \wedge d(\mu_i^2) \\ & + \frac{L^2}{2} \sum_{i=1}^3 X_i^2 d(\mu_i^2) \wedge \left(d\phi_i + \frac{A^i}{L} \right) \wedge \bar{\star} F^i, \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde $F^i = dA^i$, ϵ_5 y $\bar{\star}$ son la forma de volumen y el operador de Hodge, respectivamente, asociados a la métrica del espacio 5-dimensional no compacto. Nótese que al tomar $A^i = 0$ y $\varphi_i = 0$ la 5-forma G_5 se vuelve proporcional a ϵ_5 , como era de esperarse.

Para que esta métrica y 5-forma sean solución a SUGRA IIB deben cumplir con las ecuaciones de movimiento y constricción de autodualidad

$$R_{MN} = \frac{1}{96}(F_5)_{MPQKS}(F_5)_N{}^{PQKS}, \quad d\star F_5 = 0, \quad F_5 = \star F_5, \quad (2.7)$$

que implican ecuaciones de movimiento para la métrica 5-dimensional, los tres campos de Maxwell y los dos campos escalares. Dichas ecuaciones se estudiarán en la siguiente sección. Obsérvese que se está utilizando x^M para denotar a las coordenadas del espacio 10-dimensional, lo que se hará de forma consistente en toda esta tesis.

2.2. Teoría 5-dimensional efectiva

Las ecuaciones resultantes para los campos 5-dimensionales son las mismas que se obtienen a partir de la teoría efectiva descrita por la acción

$$S = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{-g} \left[R - \frac{1}{2}(\partial\varphi_1)^2 - \frac{1}{2}(\partial\varphi_2)^2 + \frac{4}{L^2} \sum_{i=1}^3 X_i^{-1} \right] - \frac{1}{16\pi G_5} \int \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 X_i^{-2} F^i \wedge \star F^i + F^1 \wedge F^2 \wedge A^3 \right), \quad (2.8)$$

donde G_5 es la constante de Newton en cinco dimensiones. Nótese que la forma asimétrica en la que A^3 aparece en el término de Chern-Simons es arbitraria, pues cualquiera de los tres campos de norma pueden tomar su lugar al integrar por partes. Las ecuaciones de movimiento que resultan de esta acción son

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \varphi_1) + \frac{2}{L^2} \sum_{i=1}^3 a_i^{(1)} X_i^{-1} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 a_i^{(1)} X_i^{-2} (F^i)^2 &= 0, \\ \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \varphi_2) + \frac{2}{L^2} \sum_{i=1}^3 a_i^{(2)} X_i^{-1} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 a_i^{(2)} X_i^{-2} (F^i)^2 &= 0, \\ d(X_1^{-2} \star F^1) + \frac{1}{4} F^2 \wedge F^3 &= 0, \\ d(X_2^{-2} \star F^2) + \frac{1}{4} F^3 \wedge F^1 &= 0, \\ d(X_3^{-2} \star F^3) + \frac{1}{4} F^1 \wedge F^2 &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \varphi_1 \partial_\nu \varphi_1 + \partial_\mu \varphi_2 \partial_\nu \varphi_2 + \sum_{i=1}^3 X_i^{-2} F_{\mu\sigma}^i F^i{}_\nu{}^\sigma \right) \\
+ g_{\mu\nu} \left(\frac{4}{3L^2} \sum_{i=1}^3 X_i^{-1} + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^3 X_i^{-2} (F^i)^2 \right) = 0,
\end{aligned} \tag{2.9}$$

donde se usó la libertad de reescribir el término de Chern-Simons que se mencionó antes para escribir las ecuaciones de los campos de norma de forma simétrica. Nótese que se está denotando como x^μ a las coordenadas del espacio 5-dimensional, convención que se usará consistentemente a lo largo de esta tesis. Puede comprobarse por sustitución directa de (2.1) y (2.5) en (2.7) implican las ecuaciones anteriores para los campos 5-dimensionales, de modo que al resolver éstas últimas se obtiene automáticamente una solución a las primeras.

Una forma de truncar de forma consistente aún más a esta teoría es apagar ambos campos escalares y tomar a los tres campos de Maxwell iguales. Esto lleva a la teoría Einstein-Maxwell estudiada en [20], donde el único F fue tomado como un campo magnético constante a lo largo de una de las direcciones de la teoría de norma. Aunque varios observables han sido estudiados usando este fondo gravitacional, la parte compacta del espacio del levantamiento 10-dimensional de éstas soluciones se deforma de forma tal que el encaje de las D7-branas de prueba es demasiado complicado para hacer cálculos no perturbativos [39]. En este trabajo se considera una ruta diferente para truncar (2.8) y (2.4), dada por

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \varphi_2 = 2\varphi_1 = \varphi, \quad A^1 = 0, \quad A^2 = A^3 = \sqrt{2}A, \tag{2.10}$$

y fijar los vectores \vec{a}_i como

$$\vec{a}_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \sqrt{2} \right), \quad \vec{a}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\sqrt{2} \right), \quad \vec{a}_3 = \left(-\frac{4}{\sqrt{6}}, 0 \right). \tag{2.11}$$

Con esta elección se tiene que

$$X = X_2 = X_3 = e^{\frac{1}{\sqrt{6}}\varphi}, \quad X_1 = X^{-2}, \tag{2.12}$$

y las ecuaciones de movimiento (2.9) se reducen a

$$\begin{aligned}
R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - 2X^{-2} F_{\mu\sigma} F^{\sigma}{}_\nu \\
+ g_{\mu\nu} \left[\frac{4}{3L^2} (X^2 + 2X^{-1}) + \frac{1}{3} X^{-2} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \right] = 0,
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \varphi) + \frac{4}{L^2} \sqrt{\frac{2}{3}} (X^2 - X^{-1}) + \sqrt{\frac{2}{3}} X^{-2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = 0, \tag{2.14}$$

y

$$d(X^{-2} \star F) = 0, \quad (2.15)$$

junto con la restricción $F \wedge F = 0$, que pueden ser resueltas de forma consistente para $g_{\mu\nu}$, φ , y F .

Excepto para F y φ nulos, en cuyo caso la solución a (2.13) es la geometría de la brana negra, no se logró encontrar soluciones analíticas a este sistema de ecuaciones. Por tanto se tuvo que recurrir a un procedimiento de integración numérica, que será detallado en el siguiente capítulo.

Para concluir la exposición de la truncación, es conveniente mencionar que las ecuaciones de movimiento reducidas (2.13), (2.14), y (2.15), pueden ser pensadas como aquellas que se obtienen al variar la acción efectiva

$$S_{Eff} = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{-g} \left[R - \frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 + \frac{4}{L^2} (X^2 + 2X^{-1}) - X^{-2}(F)^2 \right], \quad (2.16)$$

agregando la restricción $F \wedge F = 0$, que se satisface inmediatamente por las configuraciones que se estudiarán en lo que sigue.

2.3. Levantamiento de la truncación

La truncación descrita en la sección anterior resulta en una geometría 10-dimensional óptima para estudiar encajes de D7-branas de prueba. De sustituir (2.10) y (2.11) en el ansatz general (2.1) se obtiene que el elemento de línea asociado a la métrica 10-dimensional solución a las ecuaciones de SUGRA IIB es

$$ds_{10}^2 = \Delta^{\frac{1}{2}} ds_5^2 + \frac{1}{\Delta^{\frac{1}{2}}} \left[X \Delta d\theta^2 + X^2 \sin^2 \theta d\phi_1^2 + X^{-1} \cos^2 \theta d\Sigma_3^2(A) \right], \quad (2.17)$$

donde $d\Sigma_3^2(A)$ es el elemento de línea asociado a la métrica de un 3-ciclo que depende del campo de norma A , dado por

$$d\Sigma_3^2(A) = d\psi^2 + \sin^2 \psi \left(d\phi_2 + \sqrt{2} \frac{A}{L} \right)^2 + \cos^2 \psi \left(d\phi_3 + \sqrt{2} \frac{A}{L} \right)^2, \quad (2.18)$$

de modo que se reduce a la métrica de una 3-esfera unitaria al tomar $A = 0$. Δ es un factor de pandeo que depende del campo escalar y el ángulo θ a través de

$$\Delta = X^{-2} \sin^2 \theta + X \cos^2 \theta. \quad (2.19)$$

Dos propiedades de (2.17) que permiten que el encaje de las D7-branas de prueba pueda ser calculado con facilidad son que no depende de la coordenada ϕ_1 y que la dirección que ésta representa permanece ortogonal al resto del espacio. En consecuencia, las D7-branas de prueba pueden ser colocadas a ϕ_1 fijo. Respecto

al 3-ciclo en (2.17), nótese que su volumen depende de la posición en θ y que, independientemente de A , se vuelve un ciclo máximo para $\theta = 0$, mientras que para $A = 0$ se reduce a una S^3 . Para A distinto de cero el 3-ciclo se deforma hacia la parte 5-dimensional no compacta del espacio, pero de forma tal que se preserva el volumen del subespacio 8-dimensional que estos dos forman en conjunto.

Para finalizar con la descripción de la solución a SUGRA IIB es necesario escribir la 5-forma autodual (2.5) en términos de la truncación particular (2.10) y (2.11). Aunque esto puede hacerse por sustitución directa si se desea, debido a que las D7-branas no acoplan a la 5-forma el cálculo explícito de ésta no es relevante para este trabajo.

Capítulo 3

Campo magnético crítico

En este capítulo se comienza con el estudio del plasma de quarks y gluones holográfico en presencia de un campo magnético externo. Para esto se resuelven las ecuaciones de movimiento presentadas en el capítulo anterior, describiéndose en detalle el procedimiento de integración numérica que esto conlleva. El resultado principal es que para una temperatura dada y un valor fijo de la fuente del operador dual al campo escalar φ , existe una intensidad máxima de campo magnético b_c que la solución puede soportar. Para intensidades mayores a b_c se desarrolla una singularidad desnuda, mientras que para intensidades menores, hay dos ramas de soluciones que corresponden a diferentes valores de expectación del operador dual a φ .

3.1. Solución numérica a la teoría 5-dimensional

Sin pérdida de generalidad se tomará $L = 1$ en lo siguiente, para simplificar la apariencia de los resultados. Esto implica que la constante de Newton 5-dimensional se relaciona con el número de colores N_c de la teoría dual a través de

$$G_5 = \frac{\pi}{2N_c^2}. \quad (3.1)$$

Para resolver las ecuaciones de movimiento (2.13), (2.14) y (2.15) se tomará un ansatz similar al utilizado en [20], dado por

$$\begin{aligned} ds_5^2 &= \frac{dr^2}{U(r)} - U(r)dt^2 + V(r)(dx^2 + dy^2) + W(r)dz^2, \\ F &= B dx \wedge dy, \\ \varphi &= \varphi(r). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Con esta elección la constricción $F \wedge F = 0$ y la ecuación (2.15) se satisfacen inmediatamente, mientras que (2.13) y (2.14) se pueden manipular en el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\begin{aligned} &2W(r)^2[4B^2X^{-2} + V(r)(U'(r)V'(r) + U(r)V''(r))] - V(r)W(r)[2V(r) \\ &\times (U'(r)W'(r) + U(r)W''(r)) + U(r)V'(r)W'(r)] + U(r)V(r)^2W'(r)^2 = 0, \\ &W(r)^2 [V'(r)^2 - V(r)(2V''(r) + V(r)\varphi'(r)^2)] \\ &- V(r)^2 \left(W(r)W''(r) - \frac{1}{2}W'(r)^2 \right) = 0, \\ &W(r) \left[-8B^2X^{-2} + 6V(r)^2 \left(U''(r) - \frac{8}{3}(X^2 + 2X^{-1}) \right) \right. \\ &\left. + 6V(r)U'(r)V'(r) \right] + 3V(r)^2U'(r)W'(r) = 0, \\ &W(r)(\sqrt{2}B^2X^{-2} \\ &+ V(r)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}U'(r)\varphi'(r) + \frac{\sqrt{3}}{2}U(r)\varphi''(r) + 2\sqrt{2}(X^2 - X^{-1}) \right) \\ &+ \frac{\sqrt{3}}{2}U(r)V(r)\varphi'(r)V'(r)) + \frac{\sqrt{3}}{4}U(r)V(r)^2\varphi'(r)W'(r) = 0, \\ &W(r) [4B^2X^{-2} + 2V(r)U'(r)V'(r) + U(r)V'(r)^2 \\ &- V(r)^2 (U(r)\varphi'(r)^2 + 8(X^2 + 2X^{-1}))] \\ &+ V(r)W'(r)(V(r)U'(r) + 2U(r)V'(r)) = 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

de las cuales 4 son de segundo orden, mientras que la ecuación restante es de primer orden y juega el papel de una constricción que, una vez que se satisface a un cierto radio, se cumple para todo r .

Es importante hacer notar que el sistema estudiado en [20, 22] no puede ser recuperado de ésta configuración, debido a que encender cualquier campo magnético implica necesariamente un campo escalar no trivial, como puede verse de utilizar el ansatz en la ecuación (2.14). No obstante, el sistema estudiado en [63] puede ser recuperado al tomar $B = 0$ y mantener φ encendido. Como se mencionará más adelante, algunas de sus conclusiones aplican también para el sistema presentado en este trabajo.

Dado que la geometría de la D3-brana negra con $\varphi = 0$ y $B = 0$ es una solución analítica al sistema de ecuaciones (3.3), análogo a [22], se escribirán a las funciones métricas en términos de una coordenada radial modificada por un factor de escala y una traslación. Con esto la solución de la D3-brana negra toma la forma

$$\begin{aligned} U_{BB}(r) &= \left(r + \frac{r_h}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{\left(\frac{3}{2}r_h\right)^4}{\left(r + \frac{r_h}{2}\right)^4}\right), \\ V_{BB}(r) &= \frac{4V_0}{9r_h^2} \left(r + \frac{r_h}{2}\right)^2, \\ W_{BB}(r) &= \frac{4}{3} \left(r + \frac{r_h}{2}\right)^2, \end{aligned} \quad (3.4)$$

con expansiones alrededor de r_h dadas por

$$\begin{aligned} U_{BB}(r) &= 6r_h(r - r_h) - 2(r - r_h)^2 + \mathcal{O}(r - r_h)^3, \\ V_{BB}(r) &= V_0 + \frac{4V_0}{3r_h}(r - r_h) + \frac{4V_0}{9r_h^2}(r - r_h)^2, \\ W_{BB}(r) &= 3r_h^2 + 4r_h(r - r_h) + \frac{4}{3}(r - r_h)^2. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Como se explica en [23], escribir a la solución de la D3-brana negra en esta forma hace posible que en [22–24] se pueda trabajar con una familia uniparamétrica de soluciones que interpolan de forma suave entre la mencionada brana negra y una geometría $BTZ \times R^2$. Dicha familia fue construida utilizando, como parte del método numérico que se explicará abajo, una expansión cercana al horizonte que incluyera el comportamiento de $BTZ \times R^2$ y la solución de la brana negra. Aún cuando $BTZ \times R^2$ no es una solución de la teoría considerada en este trabajo, debido a que ésta considera $\varphi = 0$ para un B no nulo, resulta conveniente introducir expansiones análogas a las utilizadas en [22–24] e incluir una expresión similar para el campo escalar, de modo que

$$\begin{aligned} U(r) &= 6r_h(r - r_h) + \sum_{i=2}^{\infty} U_i(r - r_h)^i, \\ V(r) &= V_0 + \sum_{i=1}^{\infty} V_i(r - r_h)^i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W(r) &= 3r_h^2 + \sum_{i=1}^{\infty} W_i(r - r_h)^i, \\
\varphi(r) &= \varphi_h + \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(r - r_h)^i,
\end{aligned} \tag{3.6}$$

y así cualquier miembro de la familia de soluciones tiene un horizonte en r_h con temperatura dada por

$$T = \frac{U'(r_h)}{4\pi} = \frac{3r_h}{2\pi}. \tag{3.7}$$

Para cualquier solución que acepte (3.6), las ecuaciones de movimiento resultan degeneradas en r_h , así que como primer paso se utilizó (3.6) para resolver las ecuaciones alrededor de r_h . Con este procedimiento se pueden escribir todos los coeficientes indeterminados en las expansiones (3.6) hasta el orden deseado, en términos de los cuatro parámetros r_h , B , V_0 y φ_h .

Puede parecer entonces que una solución específica depende de la elección de los cuatro parámetros listados en el párrafo anterior. Sin embargo, las ecuaciones (3.3) son invariantes ante el rescalamiento simultáneo de $V(r)$ y B o un rescalamiento independiente de $W(r)$. En consecuencia, soluciones no equivalentes sólo se obtienen para diferentes valores de los tres parámetros r_h , B/V_0 y φ_h , cuya relación con los parámetros de la teoría de normal dual será discutida en lo que sigue. Antes de proseguir es importante mencionar que se revisó de forma práctica que la afirmación anterior fuera cierta, lo que sirvió como confirmación de la validez de los códigos numéricos utilizados. Esto es, se movió de forma independiente los valores de los cuatro parámetros r_h , B , V_0 y φ_h , y se encontró que en efecto cualquier modificación independiente de B y V_0 resultaba en una solución diferente únicamente si cambiaba el valor del cociente B/V_0 . Por tanto, sin pérdida de generalidad V_0 puede ser fijado a un valor constante y utilizar B para controlar el parámetro B/V_0 .

Para generar una solución numérica es necesario entonces fijar valores para los tres parámetros independientes en (3.6), y utilizar dichas expresiones como condiciones iniciales para las funciones métricas y el campo escalar en $r = r_h + \epsilon$, con $\epsilon \ll r_h$, e integrar numéricamente (3.3) hacia la frontera en $r \rightarrow \infty$.

El comportamiento genérico cerca de la frontera de las funciones métricas obtenidas por el procedimiento descrito es de la forma

$$U(r) \rightarrow r^2, \quad V(r) \rightarrow c_1 r^2, \quad W(r) \rightarrow c_2 r^2, \tag{3.8}$$

con c_1 y c_2 constantes, de modo que la geometría tiende a una versión rescalada de AdS_5 . Para obtener geometrías que tiendan exactamente a AdS_5 para $r \rightarrow \infty$, se necesita rescalar las funciones $V(r)$ y $W(r)$ por c_1 y c_2 respectivamente. Dada la invariancia de (3.3) que se mencionó, para que las funciones rescaladas aún sean soluciones de las ecuaciones de movimiento B debe ser dividido por el mismo

factor que $V(r)$. El resultado final son soluciones numéricas que se aproximan exactamente a AdS_5 y tienen un campo magnético dado por

$$F = b dx \wedge dy, \quad b = \frac{B}{c_1}, \quad (3.9)$$

que es en consecuencia el campo magnético de la teoría dual.

3.2. Campo magnético crítico

Al seguir el procedimiento descrito en la sección anterior se obtiene que para ciertas combinaciones de los parámetros r_h , B/V_0 y φ_h , el campo escalar de la solución se vuelve infinito y una de las funciones métricas se anula a un radio finito mayor a r_h . La restricción que esto impone sobre los valores que pueden tomar r_h , B/V_0 , y φ_h y qué consecuencia tiene esto sobre la teoría dual puede entenderse en términos de los parámetros extraídos de las soluciones una vez que han sido escaladas para aproximarse a AdS_5 exactamente.

La posición del horizonte r_h se traduce directamente en la temperatura del horizonte, y en consecuencia también de la teoría de norma, a través de (3.7). La intensidad del campo magnético b dado por (3.9) contiene información acerca del comportamiento asintótico de la solución, pues $c_1 = \lim_{r \rightarrow \infty} V(r)/r^2$. Finalmente, el comportamiento del campo escalar cuando $r \rightarrow \infty$ está dado por

$$\varphi \rightarrow \frac{1}{r^2} (\varphi_0 + \psi_0 \log r), \quad (3.10)$$

donde φ_0 y ψ_0 son coeficientes determinados por el comportamiento asintótico de la solución numérica. Como se explica en el Apéndice, (3.10) implica que φ es dual a un operador \mathcal{O}_φ de dimensión $\Delta = 2$, de modo que satura la cota de Breitenlohner-Freedman (BF). En consecuencia, se puede considerar que ψ_0 es dual a la fuente del operador mientras que φ_0 es dual a su valor de expectación en el vacío $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$, donde la relación precisa está dada por (11.12). La dimensión de escalamiento del operador \mathcal{O}_φ implica que es parte del multiplete que transforma en la representación $\mathbf{20}'$ de $SO(6)$, lo que significa que está construido con los seis operadores escalares adjuntos de SYM $\mathcal{N} = 4$ [64, 65].

Por tanto se han identificado T , b , φ_0 y ψ_0 como cuatro parámetros cercanos a la frontera de los cuales, de acuerdo a la discusión en la sección anterior, sólo tres pueden caracterizar de forma independiente una solución particular. Desde la perspectiva de la teoría de norma, tiene sentido fijar la temperatura del sistema, la intensidad del campo magnético a la que está expuesto y la intensidad de la fuente del operador \mathcal{O}_φ , para así determinar el valor de expectación $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$.

Se encontró numéricamente que para cualquier valor finito de la fuente a cierta temperatura existe una intensidad de campo magnético máximo b_c , arriba de la

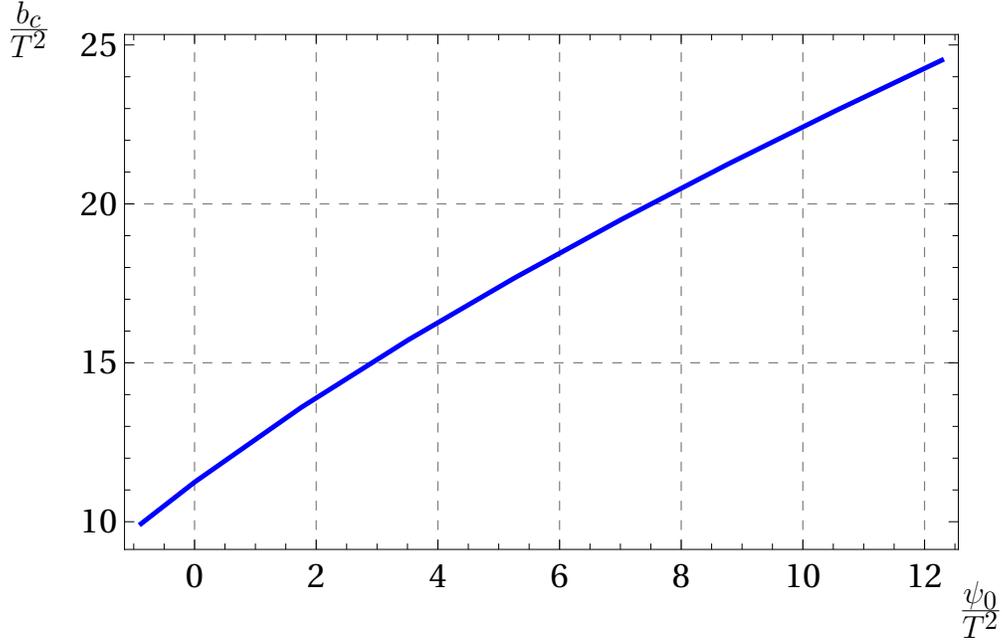


Figura 3.1: Campo magnético crítico b_c/T^2 como función de la fuente ψ_0/T^2 a temperatura $T = 3/4\pi$.

cual la solución gravitacional desarrolla una singularidad desnuda, indicando que el estado es inestable del mismo modo que fue encontrado en [66] para un campo eléctrico crítico y en [67] para una rotación infinitesimal crítica. Es interesante hacer notar que ambos resultados se reflejan en los nuestros, debido a que desde la perspectiva de la teoría 5-dimensional se percibe un campo magnético crítico, mientras que desde la perspectiva 10-dimensional se percibe una rotación infinitesimal, como puede observarse de (2.17).

Para cualquier intensidad de campo magnético menor a b_c , existen dos soluciones que difieren en el valor de $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ y en consecuencia en otras cantidades físicas asociadas al estado de la teoría dual que serán calculadas en las secciones siguientes.

Así como la intensidad crítica del campo magnético, todas las cantidades que se investigan aquí están bien definidas si se enciende o no una fuente para el operador \mathcal{O}_φ , pero es del interés de este trabajo estudiar la teoría sin la deformación que trae un ψ_0 no nulo. A partir de la siguiente sección se trabajará con $\psi_0 = 0$, pero antes de dedicar el resto del análisis exclusivamente a ese caso, se presenta en la Fig. (3.1) el como depende b_c del valor de la fuente. En dicha figura se observa, por lo menos en el rango que los cálculos numéricos permitieron explorar, que el campo magnético crítico es una función monótonicamente creciente respecto a la fuente con casi un comportamiento lineal, lo que parece indicar que no hay cota

para la intensidad del campo crítico mientras se aumente la fuente. Potencia de cómputo no permitió encontrar el valor de la fuente para el cual $b_c = 0$, pero aún si es interesante, no es una cantidad relevante para este trabajo.

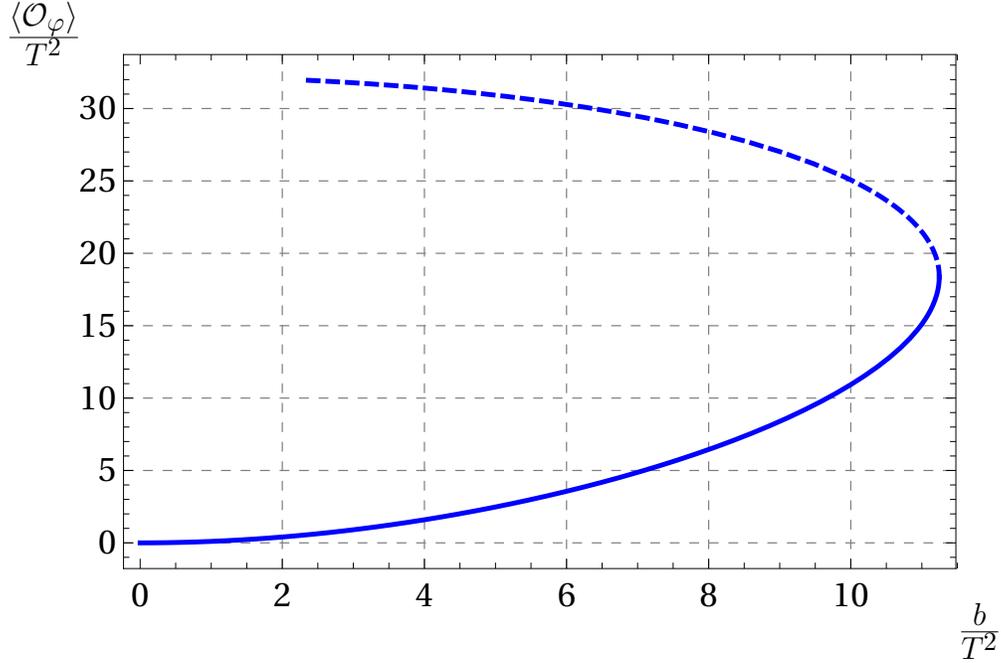


Figura 3.2: Valor de expectativa $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle / T^2$ como función de b/T^2 para fuente nula a temperatura $T = 3/4\pi$. Se utiliza una línea punteada para distinguir a las dos ramas de soluciones.

Como se explica en el Apéndice, cuando ψ_0 se anula el parámetro φ_0 escala de forma homogénea ante dilataciones y en consecuencia, $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle / T^2$ sólo depende del cociente adimensional b/T^2 , en términos del cual serán reportados todos los resultados siguientes. Por tanto, para estados en los que la fuente es nula, se puede fijar la temperatura a un valor arbitrario y barrer el espacio de soluciones usando únicamente b para mover b/T^2 .

La Fig. (3.2) muestra las dos ramas del valor de expectativa $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle / T^2$ como función de b/T^2 hasta b_c/T^2 , con cada cantidad calculada a fuente nula y a $T = 3/4\pi$. Para distinguir dichas ramas, se denota a una con una línea a base de puntos.

Antes de proceder a calcular otras cantidades físicas, conviene explicar el procedimiento utilizado para fijar el valor de la fuente del operador \mathcal{O}_φ a un valor dado, cero como un caso particular, y producir gráficas como la Fig. (3.2). Se procedió a resolver las ecuaciones de movimiento a un r_h y B dados, por un amplio rango de valores de φ_h para determinar el valor de este último parámetro que da el ψ_0 buscado. Para explorar todo el rango posible de b/T^2 se mantuvo r_h fijo y se

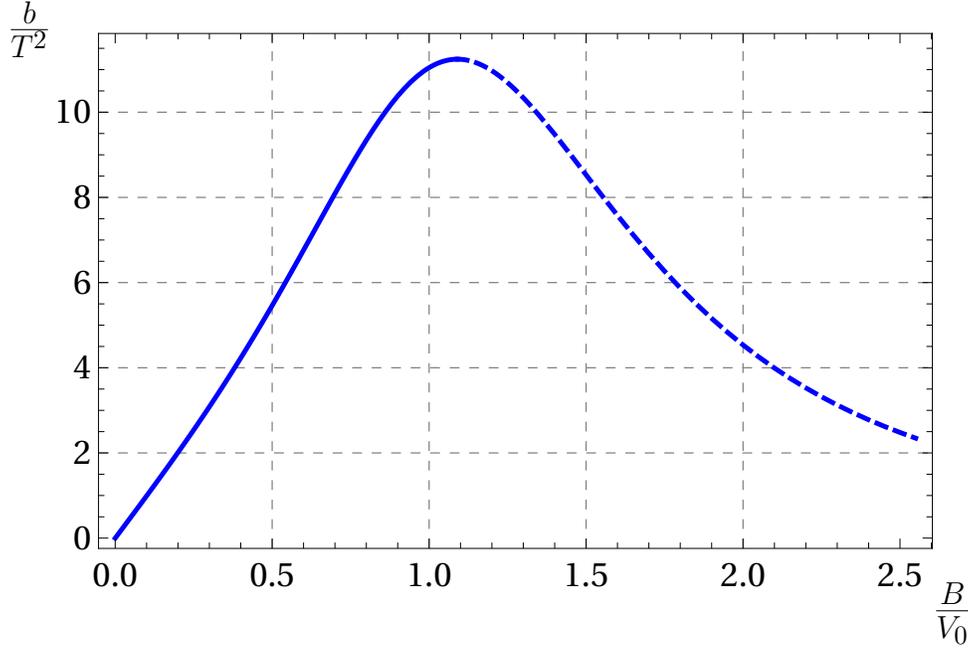


Figura 3.3: b/T^2 como función del parámetro B/V_0 para $\psi_0 = 0$ a $T = 3/4\pi$. El máximo de la gráfica define b_c/T^2 a fuente nula. Nuevamente se usa una línea punteada para distinguir ambas ramas de soluciones.

repitió el procedimiento para los valores de B necesarios para cubrir ambas ramas en todas las gráficas. Desde la perspectiva de este procedimiento, la intensidad de campo magnético crítico aparece debido a que mientras se incrementa B desde cero manteniendo la fuente fija, la constante c_1 en (3.9) también incrementa. Aunque inicialmente dicho crecimiento es más lento que el de B , se alcanza un punto en el que lo supera, de manera que b comienza a disminuir, definiendo así b_c . Para ayudar a visualizar el proceso descrito, se presenta en la Fig. (3.3) la dependencia de b/T^2 con el parámetro B cuando se fija el valor de la fuente a cero y la temperatura es $T = 3/4\pi$.

Es importante aclarar que el procedimiento anterior no puede generar soluciones con b mayor a b_c . Para poder estudiar la estabilidad de estos estados se tendría que integrar desde la región cercana a la frontera hacia el horizonte, de manera que los parámetros sobre los que se tendría control directo serían b, φ_0 and ψ_0 . La razón por la que no se procedió de esta manera es que encontrar el dominio apropiado de valores para b, φ_0 and ψ_0 que permitan tener control sobre r_h e imponer las condiciones adecuadas en el interior del espacio es mucho más difícil.

En su lugar, lo que se hizo fue extraer el comportamiento asintótico de las soluciones cercanas al máximo de gráficas como Fig. (3.2) para verificar que si

se usaba esta información como datos iniciales y se revertía la dirección de la integración numérica, se recuperaban las soluciones con las que se empezó. Una vez verificado esto, se modificaron un poco los parámetros en la frontera para obtener $b > b_c$ e integrar hacia el horizonte, confirmándose en todos los casos que la solución desarrolla una singularidad antes de alcanzar el horizonte.

Capítulo 4

Termodinámica del plasma sin sabor

En este capítulo se estudia la termodinámica del plasma de SYM $\mathcal{N} = 4$ sin grados de libertad de sabor, en presencia de un intenso campo magnético. Para esto, se estudia el comportamiento asintótico a la frontera de las soluciones encontradas en el capítulo anterior, lo que permite calcular el tensor de energía-momento, entropía y energía libre del plasma como funciones de la temperatura y del campo magnético. El análisis presentado aquí permite concluir que una de las ramas de soluciones descritas previamente es favorecida termodinámicamente sobre la otra. A lo largo de este capítulo se denotará en gráficas a la rama estable por una línea continua y a la inestable con una línea punteada.

4.1. Acción renormalizada

La energía interna y la presión del estado en la teoría de norma se pueden leer del valor de expectación del tensor de energía momento, que se obtiene del dual gravitacional como la variación de la acción Euclidea on-shell con respecto de la métrica en la frontera. Después de aplicar una rotación de Wick $t \rightarrow -it_E$ en (2.16) se tiene que la acción Euclidea está dada por

$$S_E = -\frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{g} \left[R - \frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 + 4(X^2 + 2X^{-1}) - X^{-2}(F)^2 \right] - \frac{1}{8\pi G_5} \int d^4x \sqrt{\gamma} K, \quad (4.1)$$

donde se agregó el término de Gibbons Hawking, en el que γ es el determinante de la métrica inducida en la frontera localizada en $r \rightarrow \infty$, y K es la traza de su curvatura extrínica. Nótese que todos los índices en (4.1) están contraídos con la métrica Euclidea

$$ds_E^2 = \frac{dr^2}{U(r)} + U(r)dt_E^2 + V(r)(dx^2 + dy^2) + W(r)dz^2. \quad (4.2)$$

A lo largo de esta tesis se denotará a las coordenadas de la frontera, que son duales a las de la teoría de norma, como x^i .

Podría parecer preocupante el hecho de que la constricción $F \wedge F = 0$ no se deriva de la acción de la cual (4.1) es continuación Euclidea, haciendo cuestionable el uso de ésta. Para el caso particular de las soluciones construidas en la sección anterior, el último término en (2.8), que es responsable de la constricción $F \wedge F$, se anula, de modo que la termodinámica del sistema puede ser estudiada utilizando (4.1).

El resultado de la evaluación directa de la acción Euclidea (4.1) en la familia de soluciones encontrada diverge cuando la integración se lleva a cabo hasta la frontera en $r \rightarrow \infty$. Dichas divergencias deben ser regularizadas cortando la integral a un radio máximo y después ser sustraídas agregando a la integral términos de frontera covariantes, evaluados en la hipersuperficie a la que se hizo el corte, para mantener el resultado finito cuando el corte radial tiende a infinito. Este procedimiento, conocido como renormalización holográfica [68, 69], se realiza con mayor facilidad en la coordenada radial de Fefferman-Graham u descrita en el Apéndice, donde se muestra que los contratérminos, escritos en esta coordenada, son

$$S_{ct} = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(6 + \varphi^2 \left(1 + \frac{1}{2 \log \epsilon} \right) + F^{ij} F_{ij} \log \epsilon \right), \quad (4.3)$$

tales que la acción renormalizada

$$S_{ren} = S_E + S_{ct}, \quad (4.4)$$

es finita. El integrando en (4.3) debe evaluarse en el radio de corte $u = \epsilon$ y, para que S_E pueda ser sustituida correctamente en (4.4), la integración sobre la dirección radial en (4.1) debe ser calculada desde este mismo valor $u = \epsilon$ hasta el horizonte u_h . En la coordenada Fefferman-Graham la frontera se localiza en $u = 0$.

Aunque la deducción de (4.3) se presenta en el Apéndice, conviene mencionar aquí que el término que va como $1/\log \epsilon$ aparece debido a que φ satura la cota BF y sólo es necesario cuando $\psi_0 \neq 0$, mientras que el contratérmino que va como $\log \epsilon$ se debe a la presencia del campo magnético. La necesidad de éste último es consistente con los resultados de [70, 71], donde se evaluó el tensor de energía momento para la solución de [20] usando técnicas similares, mientras que la presencia del primero es una particularidad de esta truncación consistente y modifica la dependencia del tensor de energía momento con el campo magnético de forma no-trivial.

Al realizar el procedimiento de renormalización holográfica, puede darse el caso de que sea posible agregar términos de frontera cuya contribución sea finita en el límite $\epsilon \rightarrow 0$. Se encontró que los únicos posibles en este caso son

$$S_f = \frac{C_{sch}}{16\pi G_5} \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(-F^{ij} F_{ij} + \frac{\varphi^2}{2 \log^2 \epsilon} \right), \quad (4.5)$$

donde C_{sch} es una constante arbitraria y la parte que va como $1/\log^2 \epsilon$ sólo es distinta de cero para $\psi_0 \neq 0$. La existencia de estos términos finitos está relacionada con la presencia de una anomalía conforme en la teoría de norma. Se comprobará la existencia de dicha anomalía al calcular la traza del tensor de energía-momento más adelante. La anomalía conforme introduce una escala de energía arbitraria μ , un remanente del proceso de renormalización similar al punto de substracción en QCD [72]. En consecuencia varios observables físicos, tales como la energía libre del sistema, no dependen únicamente del cociente adimensional b/T^2 , sino de los dos cocientes adimensionales independientes que se pueden construir con b , T y μ .

Por otro lado, diferentes valores para el coeficiente libre C_{sch} llevan a diferentes valores en observables como el tensor de energía momento o la energía libre. Se puede usar esta libertad para contrarrestar el cambio que sería introducido en cantidades físicas al modificar la escala energética μ al fijar un esquema de renormalización particular, logrando de esta forma que los resultados relevantes sean independientes del esquema elegido. En ese sentido, la constante C_{sch} es una cantidad dependiente del esquema [73].

En algunas circunstancias es posible fijar el esquema al demandar que la acción on-shell preserve ciertas simetrías. Por ejemplo, como se verá explícitamente en el Capítulo 6, en el caso de encajes de D-branas se puede fijar el esquema al imponer que la acción on-shell se anule para el encaje supersimétrico. Sin embargo,

hay muchos otros casos en los que no hay tales simetrías para fijar el esquema, de modo que se debe dejar C_{sch} como un parámetro libre y estudiar cómo afecta a algunos observables físicos. Tal es el caso de [72, 74], donde un análisis termodinámico similar al aquí presentado fue discutido. En ese trabajo el esquema no fue fijado, pero se hizo consistente con el usado en la teoría dual al analizar el potencial químico y las D7-branas que generan la geometría. En el sistema aquí presentado no hay simetría para fijar el esquema o algo que haga inconsistente su elección con la teoría de norma. Otro posible camino es el tomado en [70], donde el equivalente de C_{sch} fue fijado a $-1/4$ para simplificar algunas expresiones, y posteriormente en [75] este mismo valor fue adoptado para eliminar, de la densidad de energía, la contribución explícita del campo electromagnético. Como se muestra en el apéndice, para la teoría estudiada en este trabajo $C_{sch} = -1/4$ cumple el mismo propósito que en [75]. La motivación detrás de esta idea es sólo retener la densidad de energía asociada al plasma mismo. No obstante, es conveniente notar que no es un requerimiento crucial, y aún más importante, dado la compleja interacción entre el plasma y el campo magnético, remover la mencionada contribución explícita no asegura que sólo reste la densidad de energía del plasma mismo¹. Debido a la falta de argumentos para fijar el esquema, en lo siguiente se presentarán los resultados para varios valores de C_{sch} , incluyendo $C_{sch} = -1/4$, lo que dejará claro que los resultados principales y las conclusiones obtenidas de este trabajo son independientes del esquema.

4.2. Tensor de energía-momento

En el Apéndice se muestra que el valor de expectación del tensor de energía-momento obtenido de variar la acción

$$S_T = S_E + S_{ct} + S_f \quad (4.6)$$

con respecto a la métrica en la frontera está dado por

$$16\pi G_5 \langle T_{ij} \rangle = 4g_{ij(4)} + h_{ij}(1 + 4C_{sch}) + 6C_{sch}H_{ij} - g_{ij(0)} \left(g^{kl(0)}(4g_{kl(4)} + h_{kl}) + \varphi_{(0)}(\varphi_{(0)} + \psi_{(0)}(1 - \frac{2}{3}C_{sch})) \right). \quad (4.7)$$

El lado derecho de la ecuación (4.7) es una expresión en términos de los coeficientes $g_{ij(0)}$, $g_{ij(4)}$, h_{ij} , H_{ij} , $\varphi_{(0)}$, y $\psi_{(0)}$, que aparecen en las expansiones asintóticas a la frontera (11.2) de la solución expresada en la coordenada FG.

Debido a que se tiene un mejor control numérico al integrar desde el horizonte utilizando la coordenada r , es necesario determinar los coeficientes en (4.7) de

¹Algunos detalles pueden consultarse en el Apéndice.

las soluciones construidas mediante este procedimiento. Para ello se comienza expandiendo las ecuaciones de movimiento (3.3) alrededor de $r = \infty$ y se resuelven orden a orden en potencias de $1/r$ obteniéndose, luego de imponer condiciones AdS_5 y fijar la fuente ψ_0 a cero, las expresiones

$$\begin{aligned} U(r) &= r^2 + U_1 r + \frac{U_1^2}{4} + \frac{1}{r^2} \left(U_4 - \frac{2}{3} b^2 \log r \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^4}\right), \\ V(r) &= r^2 + U_1 r + \frac{U_1^2}{4} + \frac{1}{r^2} \left(-\frac{1}{2} W_4 - \frac{1}{6} \varphi_0^2 + \frac{1}{3} b^2 \log r \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^4}\right), \\ W(r) &= r^2 + U_1 r + \frac{U_1^2}{4} + \frac{1}{r^2} \left(W_4 - \frac{2}{3} b^2 \log r \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^4}\right), \\ \varphi(r) &= \frac{\varphi_0}{r^2} - \frac{U_1 \varphi_0}{r^3} + \frac{1}{12 r^4} \left(-2\sqrt{6} b^2 + \varphi_0 (9U_1^2 - \sqrt{6} \varphi_0) \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^5}\right), \end{aligned} \quad (4.8)$$

donde U_1 , U_4 , W_4 y φ_0 son coeficientes no determinados por las ecuaciones de movimiento, que deben ser leídos de la solución numérica asociada a un valor particular de b y T , haciendo de estas funciones de dichos parámetros físicos. Una vez extraídos los coeficientes, se puede utilizar las relaciones

$$\begin{aligned} u(r) &= \frac{1}{r} - \frac{U_1}{2r^2} + \frac{U_1^2}{4r^3} - \frac{U_1^3}{8r^4} + \frac{1}{r^5} \left(\frac{1}{48} (b^2 + 3U_1^4 - 6U_4) + \frac{1}{12} b^2 \log r \right) \\ &\quad + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^6}\right), \\ r(u) &= \frac{1}{u} - \frac{U_1}{2} + u^3 \left(\frac{1}{48} (b^2 - 6U_4) - \frac{1}{12} b^2 \log u \right) + \mathcal{O}(u^5), \end{aligned} \quad (4.9)$$

entre r y u cerca de la frontera para eliminar r en (4.8) en favor de u , lo que da expansiones de las funciones métricas y el campo escalar en términos de u dadas por

$$\begin{aligned} U(u) &= \frac{1}{u^2} + u^2 \left(\frac{1}{24} b^2 + \frac{3}{4} U_4 + \frac{1}{2} b^2 \log u \right) + \mathcal{O}(u^4), \\ V(u) &= \frac{1}{u^2} + u^2 \left(\frac{1}{24} b^2 - \frac{1}{4} U_4 - \frac{1}{2} W_4 - \frac{1}{6} \varphi_0^2 - \frac{1}{2} b^2 \log u \right) + \mathcal{O}(u^4), \\ W(u) &= \frac{1}{u^2} + u^2 \left(\frac{1}{24} b^2 - \frac{1}{4} U_4 + W_4 + \frac{1}{2} b^2 \log u \right) + \mathcal{O}(u^4), \\ \varphi(u) &= u^2 \varphi_0 + u^4 \left(-\frac{b^2}{\sqrt{6}} - \frac{\varphi_0^2}{2\sqrt{6}} \right) + \mathcal{O}(u^6). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Las expansiones (4.10) en términos de los coeficientes U_1 , U_4 , W_4 y φ_0 deben coincidir con las dadas en (11.2) en términos de los coeficientes $g_{ij(0)}$, $g_{ij(4)}$, h_{ij} , H_{ij} , $\varphi_{(0)}$, y $\psi_{(0)}$, de modo que se puede resolver para las segundas en función de las primeras y así evaluar (4.7) para extraer la energía interna y las presiones

$$\langle T_{ij} \rangle = \text{diag}(E, P^\perp, P^\perp, P^\parallel), \quad (4.11)$$

como funciones de b y T , lo que resulta en

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{N_c^2}{8\pi^2} \left(-3U_4 - \frac{1}{3}\varphi_0^2 - 2C_{sch}b^2 \right), \\ P^\perp &= \frac{N_c^2}{8\pi^2} \left(-U_4 - 2W_4 - \frac{1}{3}\varphi_0^2 - b^2(1 + 2C_{sch}) \right), \\ P^\parallel &= \frac{N_c^2}{8\pi^2} \left(-U_4 + 4W_4 + \frac{1}{3}\varphi_0^2 + 2C_{sch}b^2 \right), \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde P^\perp y P^\parallel son las presiones a lo largo de las direcciones perpendiculares y paralela al campo magnético respectivamente. Adicionalmente, se está denotando como E_c como la energía interna del plasma con únicamente grados de libertad de color, para diferenciarla de la cantidad relacionada con los quarks que será calculada en el Capítulo 6. La forma esquemática de estas expresiones se reduce a las reportadas en [70, 71] cuando se toma $\varphi_0 = 0$. No obstante, conviene recalcar que, en la teoría aquí estudiada, esto no puede hacerse de forma consistente con las ecuaciones de movimiento sin imponer también que $b = 0$.

Una consecuencia importante del resultado anterior es que existe una anomalía conforme en esta teoría, evidenciada en el valor no nulo de la traza del valor de expectación del tensor de energía-momento. Con (4.11) y (4.12) la traza resulta ser

$$\langle T^i_i \rangle = - \left(\frac{N_c b}{2\pi} \right)^2, \quad (4.13)$$

donde se ve que, de los parámetros físicos, la anomalía sólo depende del cuadrado b y que desaparece para campo magnético nulo, lo que recuerda al resultado de QED no masivo para la anomalía conforme, dada por

$$\Theta_i^i = \frac{\beta(e)}{2e^3} F^2, \quad (4.14)$$

con e la carga eléctrica. Este resultado coincide nuevamente con [70, 71], donde se encontró también que la anomalía de la teoría depende del cuadrado de la intensidad del campo magnético. Como puede verse de (11.16), el resultado para la teoría aquí estudiada se modificaría si la fuente del operador escalar fuera no-nula.

Para finalizar, se muestran los resultados numéricos para cada una de las componentes del valor de expectación del tensor de energía-momento para diferentes esquemas de renormalización, dados por $C_{sch} = \{-5, -1/4, 0, 5\}$, normalizadas con respecto a sus valores para $b = 0$ y $\varphi = 0$, en las Fig. (4.1), (4.2) y (4.3).

$$E_0 = \frac{3\pi^2 N_c^2}{8} T^4, \quad P_0 = \frac{\pi^2 N_c^2}{8} T^4. \quad (4.15)$$

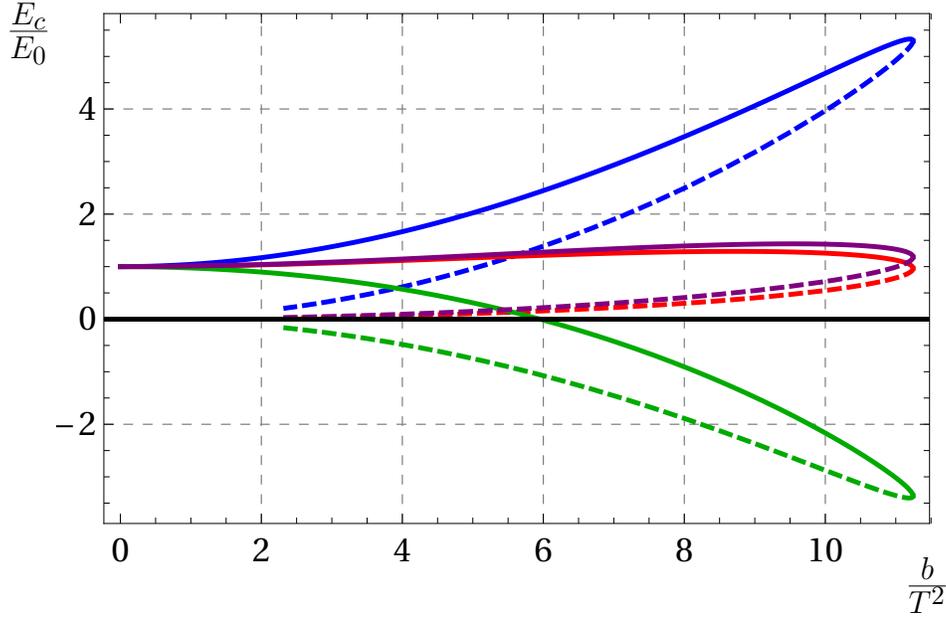


Figura 4.1: Energía interna E_c del plasma sin grados de libertad de sabor como función de b/T^2 , normalizada con respecto a su valor E_0 a $b = 0$ y $\varphi = 0$. Las curvas azul, morada, roja y verde (de arriba a abajo) corresponden a $C_{sch} = \{-5, -1/4, 0, 5\}$ respectivamente.

4.3. Entropía

La densidad de entropía por unidad de volumen en las direcciones (x, y, z) del plasma sin grados de libertad de sabor está dada por el área del horizonte

$$s_c = \frac{A_h}{4G\text{vol}(x)} = \frac{N_c^2}{8\pi^2} \left(4\pi V(r_h) \sqrt{W(r_h)} \right), \quad (4.16)$$

donde $V(r_h)$ y $W(r_h)$ son las funciones métricas numéricas evaluadas en el horizonte, de modo que la densidad de entropía depende del cociente adimensional b/T^2 , es decir, es independiente de la escala energética μ . Nuevamente se utiliza el subíndice c para denotar que esta expresión se refiere únicamente a los grados de libertad de color. Se presenta en la Fig. (4.4) los resultados para la densidad de entropía, donde se normalizó con respecto a su valor para $b = 0$ y $\varphi = 0$

$$s_0 = \frac{N_c^2}{2\pi} \left(\frac{9r_h^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3, \quad (4.17)$$

en función de b/T^2 , mientras que en la Fig. (4.5) se muestra el cociente adimensional $s_c/b^{3/2}$ en función de b/T^2 . La primera se muestra para ilustrar el comportamiento general, mientras que la segunda está directamente relacionada con el cálculo del calor específico.

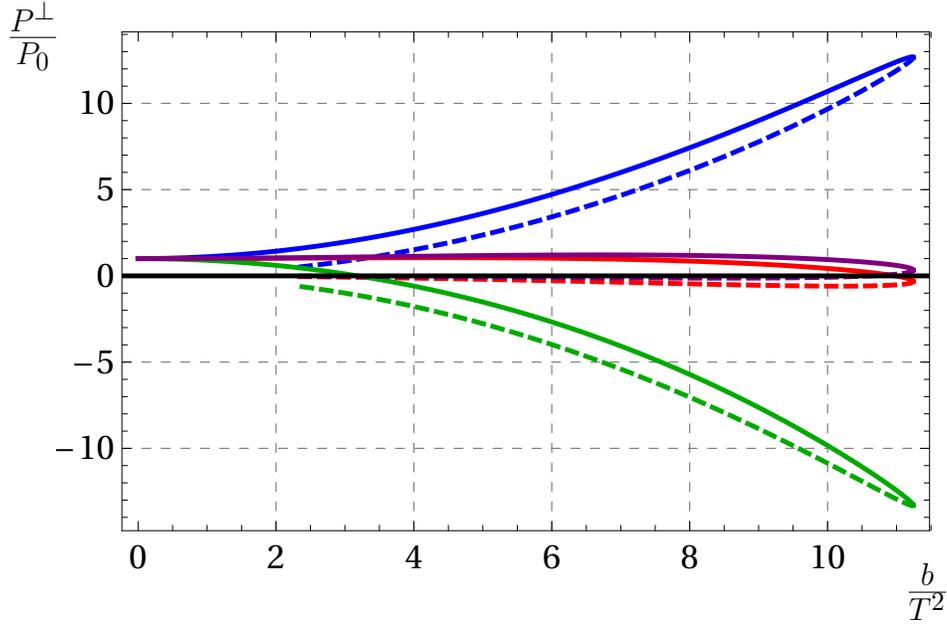


Figura 4.2: Presión P^\perp del plasma sin grados de libertad de sabor como función de b/T^2 , normalizada con respecto a su valor P_0 a $b = 0$ y $\varphi = 0$. Las curvas azul, morada, roja y verde (de arriba a abajo) corresponden a $C_{sch} = \{-5, -1/4, 0, 5\}$ respectivamente.

4.4. Calor específico

El calor específico a campo magnético fijo C_b está dado por

$$C_b = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_b. \quad (4.18)$$

Para calcular la derivada de la densidad de entropía con respecto a la temperatura a campo magnético fijo, es conveniente notar que el cociente adimensional $s_c/b^{3/2}$ depende de T y b sólo a través de la combinación b/T^2 , de modo que su relación se puede escribir como

$$\frac{s_c}{b^{3/2}} = H \left(\frac{b}{T^2} \right), \quad (4.19)$$

para alguna función H , mostrada en la Fig. (4.5), que puede ser determinada numéricamente y cuya derivada con respecto a su argumento se relaciona con el calor específico a través de

$$C_b = -\frac{2b^{5/2}}{T^2} H' \left(\frac{b}{T^2} \right). \quad (4.20)$$

Se muestran los resultados numéricos para C_b como función de b/T^2 en la Fig. (4.6), donde la independencia del esquema se hereda de la entropía.

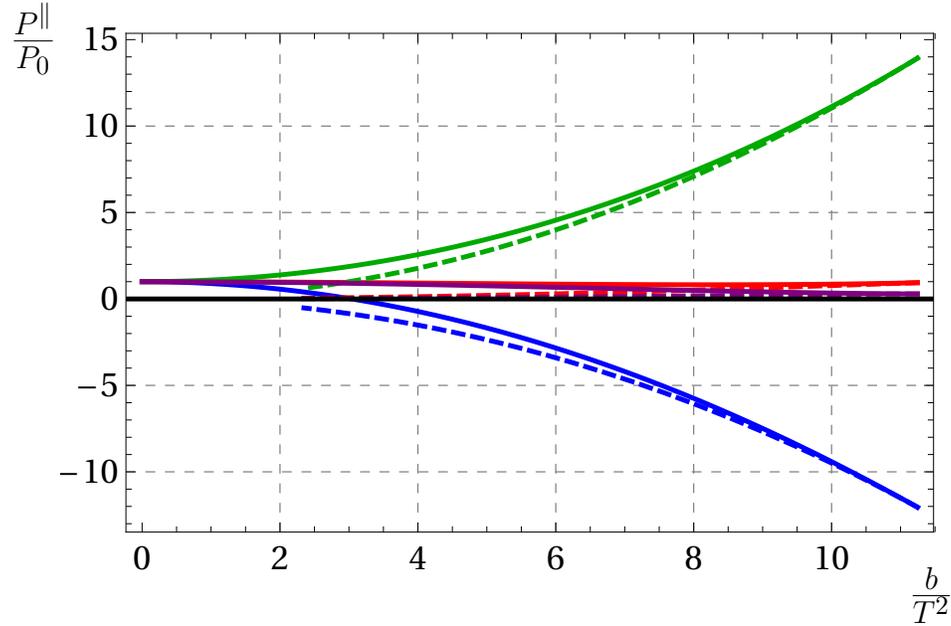


Figura 4.3: Presión P^{\parallel} del plasma sin grados de libertad de sabor como función de b/T^2 , normalizada con respecto a su valor P_0 a $b = 0$ y $\varphi = 0$. Las curvas azul, morada, roja y verde (de abajo a arriba) corresponden a $C_{sch} = \{-5, -1/4, 0, 5\}$ respectivamente.

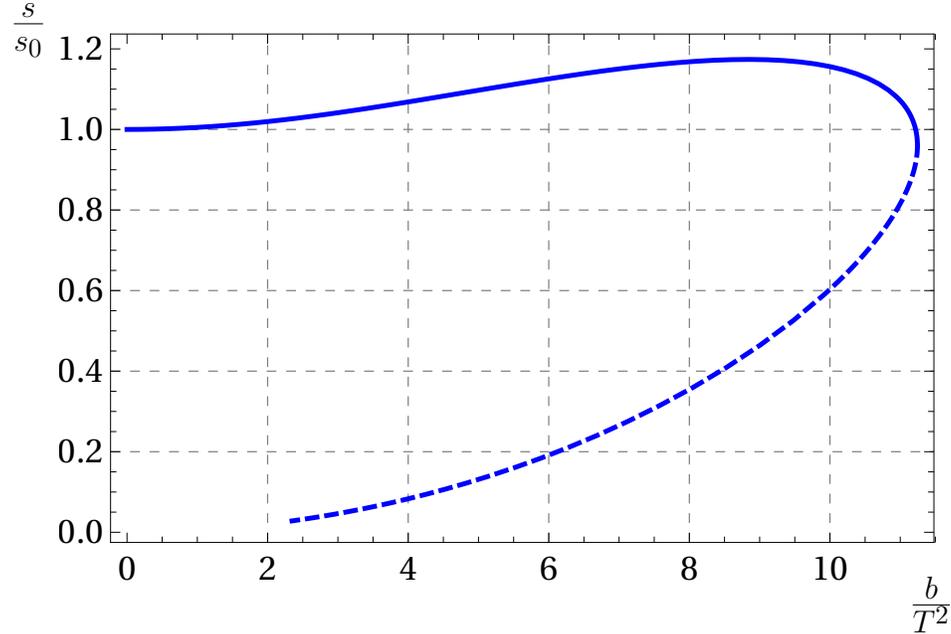


Figura 4.4: Densidad de entropía del plasma sin grados de libertad de sabor en función de b/T^2 normalizada con respecto a su valor para $b = 0$ y $\varphi = 0$.

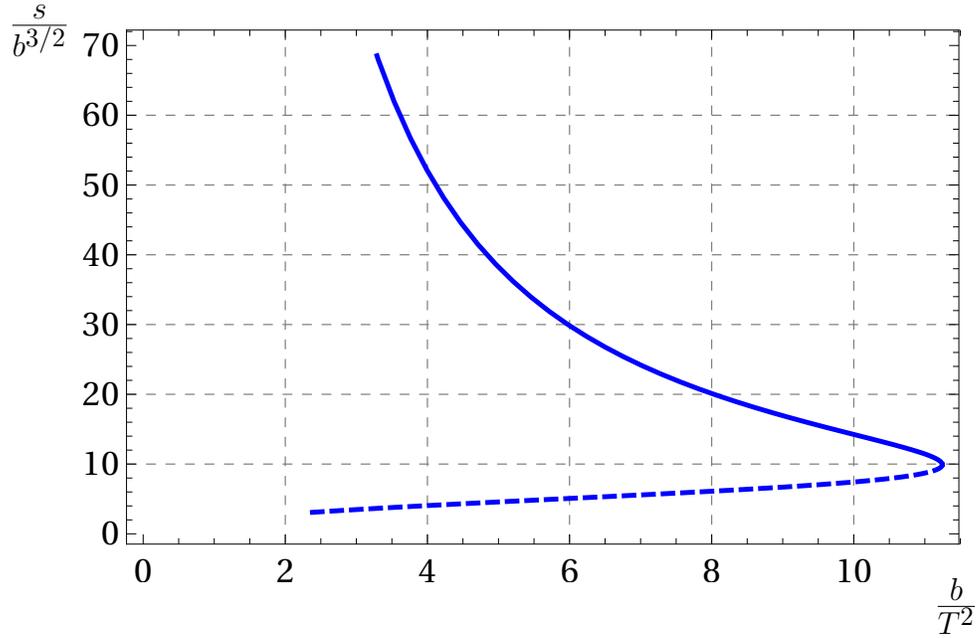


Figura 4.5: Cociente adimensional $s_c/b^{3/2}$ como función de b/T^2 .

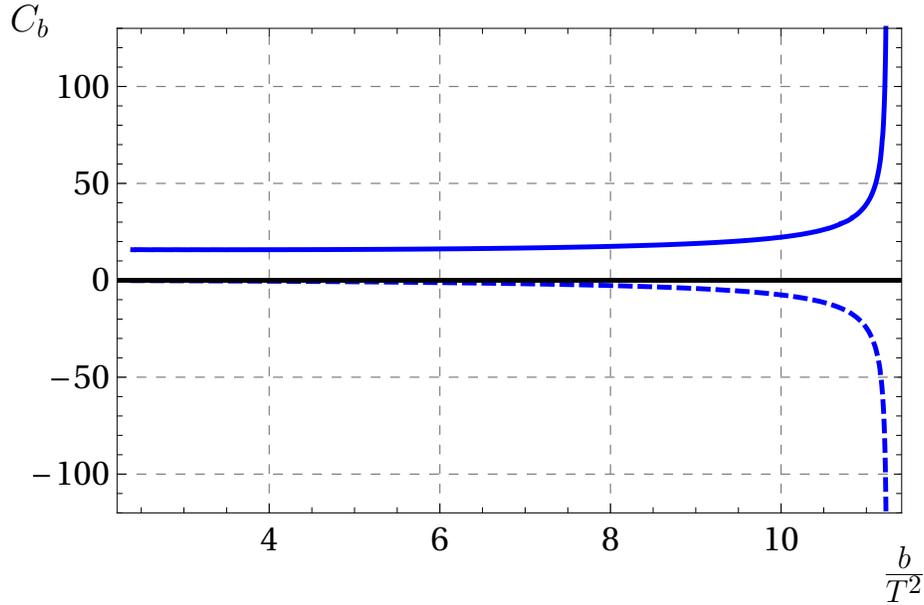


Figura 4.6: Calor específico C_b del plasma sin grados de libertad de sabor como función de b/T^2 .

4.5. Energía libre

La energía libre del sistema se relaciona con la acción on-shell renormalizada (4.6) a través de

$$\mathcal{F} = TS_T. \quad (4.21)$$

Para evaluar la acción en la familia de soluciones construida, es conveniente separarla en una integral en el bulto

$$S_{bulk} = -\frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{g} \left[R - \frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 + 4(X^2 + 2X^{-1}) - X^{-2}(F)^2 \right], \quad (4.22)$$

y una integral en la frontera

$$S_{bdry} = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(-2K + 6 + \varphi^2 \left(1 + \frac{1}{2\log \epsilon} \right) + F^{ij} F_{ij} \log \epsilon \right) \\ + \frac{C_{sch}}{16\pi G_5} \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(-F^{ij} F_{ij} + \frac{\varphi^2}{2\log^2 \epsilon} \right). \quad (4.23)$$

El volumen infinito $\text{vol}(x)$ que resulta de la integración sobre las direcciones de la teoría de norma se puede factorizar en ambas expresiones, y (4.22) puede simplificarse al utilizar las ecuaciones de movimiento (3.3) para obtener

$$S_{bulk} = \frac{\text{vol}(x)}{16\pi G_5 T} \int_{r_{min}}^{r_{max}} dr \frac{4}{3} V \sqrt{W} \left(X^{-2} \frac{b^2}{V^2} + 2(2X^{-1} + X^2) \right), \quad (4.24)$$

Donde r_{min} es un radio cerca del horizonte y r_{max} es un radio de corte cercano a la frontera.

Respecto a (4.23), dado que r_{max} está pensado para llevarse eventualmente hacia la frontera, se pueden utilizar las expansiones (4.8) y sólo conservar los términos dominantes

$$S_{bdry} = \frac{\text{vol}(x)}{16\pi G_5 T} (-2r_{max}^4 - 4U_1 r_{max}^3 - 3U_1^2 r_{max}^2 - U_1^3 r_{max} - \frac{4}{3} b^2 \log(r_{max})) \\ + 2b^2 \left(\frac{1}{3} - C_{sch} \right) - \frac{U_1^4}{8} - U_4 + \mathcal{O}(r_{max}^{-1}). \quad (4.25)$$

En la práctica, sustraer (4.24) y (4.25) después de evaluarlas involucra lidiar con la diferencia de dos cantidades que divergen cuando $r_{max} \rightarrow \infty$, lo que incrementa considerablemente el error numérico. En lugar de esto, para obtener una expresión que se pueda evaluar numéricamente con facilidad, conviene reemplazar los términos en (4.25) que están evaluados en r_{max} por una integral radial de r_{min} a r_{max} , más estos mismos términos evaluados en r_{min} , lo que da

$$S_{bdry} = -\frac{\text{vol}(x)}{16\pi G_5 T} \int_{r_{min}}^{r_{max}} dr \left(8r^3 + 12U_1 r^2 + 6U_1^2 r + U_1^3 + \frac{4b^2}{3r} \right) \\ + \frac{\text{vol}(x)}{16\pi G_5 T} (-2r_{min}^4 - 4U_1 r_{min}^3 - 3U_1^2 r_{min}^2 - U_1^3 r_{min} - \frac{4}{3} b^2 \log(r_{min})) \\ + 2b^2 \left(\frac{1}{3} - C_{sch} \right) - \frac{U_1^4}{8} - U_4, \quad (4.26)$$

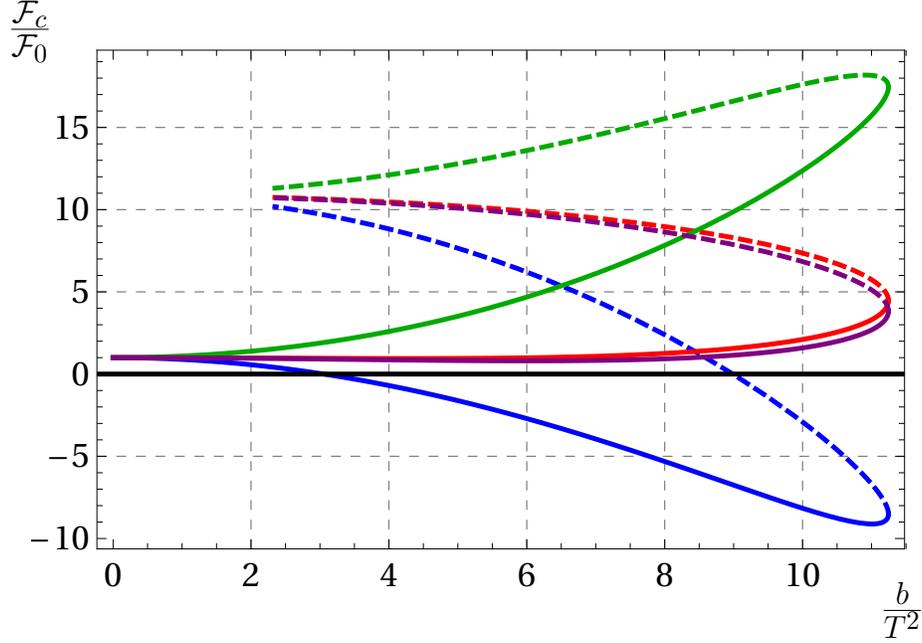


Figura 4.7: Energía libre \mathcal{F}_c en función de b/T^2 , normalizada con respecto a su valor \mathcal{F}_0 para $b = 0$ y $\varphi = 0$. Cada curva corresponde con un esquema de renormalización diferente, dado por $C_{sch} = -5$ (azul), $C_{sch} = -1/4$ (morado), $C_{sch} = 0$ (rojo), y $C_{sch} = 5$ (verde).

donde las contribuciones en (4.25) que no dependen de r_{max} no fueron modificadas.

Combinando (4.24) y (4.26) con (4.21) se obtiene la expresión final para la energía libre

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_c = & \frac{N_c^2}{8\pi^2} \int_{r_{min}}^{r_{max}} dr \left(\frac{4}{3} V \sqrt{W} \left(X^{-2} \frac{b^2}{V^2} + 2(2X^{-1} + X^2) \right) \right. \\
& \left. - \left(8r^3 + 12U_1 r^2 + 6U_1^2 r + U_1^3 + \frac{4b^2}{3r} \right) \right) \\
& + \frac{N_c^2}{8\pi^2} \left(-2r_{min}^4 - 4U_1 r_{min}^3 - 3U_1^2 r_{min}^2 - U_1^3 r_{min} \right. \\
& \left. - \frac{4}{3} b^2 \log(r_{min}) + 2b^2 \left(\frac{1}{3} - C_{sch} \right) - \frac{U_1^4}{8} - U_4 \right), \tag{4.27}
\end{aligned}$$

donde nuevamente se usa el subíndice c para denotar que esta cantidad se refiere únicamente a los grados de libertad adjuntos del plasma, para diferenciarla de la energía libre de los quarks que será calculada en el Capítulo 6. En la Fig. (4.7) se presentan los resultados para la energía libre normalizada con respecto a su valor

para $b = 0, \varphi = 0$

$$\mathcal{F}_0 = -\frac{N_c^2 \pi^2 T^4}{8}. \quad (4.28)$$

4.6. Análisis

En el Capítulo 3 se encontró que existe una intensidad máxima de campo magnético que el plasma puede tolerar, pues para valores mayores de éste la geometría dual desarrolla una singularidad desnuda. No sólo eso, al trabajar a temperatura fija se encontró que para cualquier intensidad de campo magnético b menor a b_c hay dos posibles estados que difieren en el valor que toma el valor de expectación de \mathcal{O}_φ .

En este capítulo se efectuó un análisis termodinámico para entender mejor dicho comportamiento. Éste mostró que uno de los estados es favorecido por sobre el otro. Esto debido a que una de las ramas (la denotada por una línea punteada en las figuras de los Capítulos 3 y 4) tiene mayor energía libre, menor entropía y calor específico negativo independientemente del esquema de renormalización elegido, como puede verse de las Fig. (4.4), (4.6) y (4.7).

Adicionalmente, el calor específico diverge cuando b/T^2 tiende a b_c/T^2 en ambas ramas, de modo que el plasma sufre una transición de fase a dicha intensidad de campo magnético. Es apropiado aclarar que esta nueva fase para campos más intensos que b_c no es la rama inestable encontrada, sino un estado completamente independiente. En consecuencia, éste no es dual a la familia de soluciones gravitacionales aquí discutidas, sino a geometrías distintas. La construcción de éstas escapa de los objetivos de este trabajo y no será presentada aquí.

En los capítulos siguientes se trabajará exclusivamente en la rama de estados estables del plasma, de modo que sólo se considerarán intensidades de campo $b < b_c$. Adicionalmente, por simplicidad se trabajará con la fuente del campo escalar apagada.

Capítulo 5

Derretimiento de mesones

En este capítulo se describe la inclusión de grados de libertad de sabor, denominados genéricamente como quarks, al plasma magnetizado estudiado en el capítulo anterior. Se explicará primero como es que se hace esto desde la perspectiva gravitacional, al encajar D7-branas en la aproximación de prueba en las geometrías 10-dimensionales construidas en el Capítulo 2. Con este procedimiento pueden obtenerse dos configuraciones distintas: los encajes de hoyo negro y los encajes de Minkowski, cada uno dual a una fase del plasma con un espectro continuo y discreto de mesones respectivamente. El resultado principal de este capítulo es que, además de la temperatura crítica previamente conocida arriba de la cual los mesones se derriten, para ciertas intensidades de campo magnético existe una segunda temperatura crítica, menor a la anterior, debajo de la cual los mesones estables dejan de existir. No sólo eso, también se muestra que existe cierto rango de temperaturas en el cual se puede causar el derretimiento de mesones al modificar únicamente la intensidad del campo magnético.

5.1. Introduciendo sabor

Como se explicó en el Capítulo 1, SYM $\mathcal{N} = 4$ sólo contiene campos en la representación adjunta, así que la familia de soluciones construida en el Capítulo 3 es dual a una teoría sin grados de libertad de sabor. Sin embargo, estos pueden ser agregados a la descripción gravitacional al considerar encajes de D7-branas de prueba a los fondos 10-dimensionales. De forma más precisa, la configuración gravitacional resulta en un sistema D3/D7 con N_c D3-branas generando la geometría y N_f D7-branas de sabor sobre estos fondos. Se necesita que $N_c \gg N_f$ para que esta aproximación de prueba sea válida y las D7-branas puedan ser consideradas como objetos moviéndose en la geometría fija. Estos objetos se extienden en las siguientes direcciones:

	t	x	y	z	r	θ	ϕ_1	Σ_3
N_c D3	×	×	×	×				
N_f D7	×	×	×	×	×			×

(5.1)

En este escenario, la dinámica de las D7-branas es descrita por su posición en $\phi_1(\xi^a)$ y $\theta(\xi^a)$ en función de las ocho coordenadas del volumen de mundo

$$\xi^a = (r, t, x, y, z, \psi, \phi_2, \phi_1). \quad (5.2)$$

Dichas funciones se determinan de las ecuaciones de movimiento derivadas de la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI)¹

$$S_{DBI} = -T_{D7} N_f \int d^8 \xi \sqrt{-\det(g_{D7})} = -T_{D7} N_f \int d^8 \xi \mathcal{L}, \quad (5.3)$$

done T_{D7} es la tensión de las D7-branas

$$T_{D7} = \frac{1}{(2\pi l_s)^7 l_s g_s} = \frac{1}{16\pi^6} \lambda N_c, \quad (5.4)$$

g_{D7} denota la métrica inducida en el volumen de mundo

$$(g_{D7})_{ab} = \frac{\partial x^M}{\partial \xi^a} \frac{\partial x^N}{\partial \xi^b} G_{MN} \quad (5.5)$$

y G_{MN} es la métrica del espacio 10-dimensional dada por (2.17).

Las ecuaciones de movimiento provenientes de (5.3) son

$$\partial_a \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_a \chi} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \chi} = 0, \quad \partial_a \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_a \phi_1} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_1} = 0. \quad (5.6)$$

¹Obsérvese que no hay término de Wess-Zumino en la acción. Esto se debe a que la única forma de SUGRA IIB encendida en la familia de soluciones construida es la 5-forma autodual, que no acopla a las D7-branas.

Aunque su forma explícita es complicada y poco iluminadora, gracias a la cuidadosa construcción de la familia de geometrías 10-dimensionales realizada en el Capítulo 2 y las razones ahí expuestas, χ y ϕ_1 se desacoplan, de modo que puede resolverse para ambas por separado. No sólo eso, resulta que es posible tomar

$$\phi_1 = \text{constante}, \quad \chi(r) = \sin \theta(r). \quad (5.7)$$

de forma consistente con las ecuaciones de movimiento. Esto es, que dicha elección satisface automáticamente la ecuación para ϕ_1 y deja una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden para la función del perfil $\chi(r)$, que puede ser resuelta una vez que se hayan fijado condiciones iniciales apropiadas.

Con dicha elección la métrica inducida sobre el volumen de mundo de la D7-brana, que se puede calcular de (5.5), tiene por elemento de línea a

$$ds_{D7}^2 = \Delta^{\frac{1}{2}} \left(-U dt^2 + V(dx^2 + dy^2) + W dz^2 + \frac{1 - \chi^2 + UX\chi'^2}{U(1 - \chi^2)} dr^2 \right) + \frac{1 - \chi^2}{\Delta^{\frac{1}{2}} X} d\Sigma_3^2(A), \quad (5.8)$$

donde la prima denota la derivada con respecto a la coordenada radial r y la función del perfil χ aparece también en el factor de pandeo

$$\Delta = X + \chi^2(X^{-2} - X). \quad (5.9)$$

La ecuación restante para χ también puede obtenerse de variar la acción DBI (5.3) luego de la sustitución de (5.8), es decir, de la acción efectiva

$$S_{DBI} = -T_{D7} N_f \text{vol}(S^3) \int d^5 x V(1 - \chi^2) \sqrt{W \Delta X^{-3} (1 - \chi^2 + XU\chi'^2)}, \quad (5.10)$$

y viene dada por

$$0 = \partial_r \left(P(r) \frac{\sqrt{\Delta}(1 - \chi^2) XU\chi'}{\sqrt{1 - \chi^2 + XU\chi'^2}} \right) + P(r) \sqrt{\Delta} \frac{3\chi(1 - \chi^2) + 2XU\chi\chi'^2}{\sqrt{1 - \chi^2 + XU\chi'^2}} - P(r) \frac{X^{-2} - X}{\sqrt{\Delta}} \chi(1 - \chi^2) \sqrt{1 - \chi^2 + XU\chi'^2}, \quad (5.11)$$

donde

$$P(r) = V \sqrt{WX^{-3}}. \quad (5.12)$$

El comportamiento cerca de la frontera del perfil del encaje χ puede obtenerse de resolver la ecuación de movimiento (5.11) para $r \rightarrow \infty$ haciendo uso de las expansiones asintóticas de las funciones métricas y el campo escalar dadas en (4.8). El resultado es

$$\chi = m \left(\frac{1}{r} - \frac{U_1}{2r^2} \right) + \frac{c}{r^3} + \dots, \quad (5.13)$$

donde m y c están relacionados con la masa² del quark y el condensado quiral respectivamente por

$$M_q = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda}{2}} m, \quad (5.14)$$

$$\langle q\bar{q} \rangle = -\frac{1}{2\pi^3} \sqrt{\frac{\lambda}{2}} N_f N_c c, \quad (5.15)$$

donde $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ es la constante de 't Hooft. Para poder hacer contacto con los resultados de [34], se reportarán los resultados en términos de una masa rescalada

$$\bar{M} = \frac{2M_q}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} m. \quad (5.16)$$

Al resolver (5.11) para todo r se pueden obtener dos configuraciones estables: una en la que las branas yacen completamente fuera del horizonte, el llamado encaje de Minkowski, y otra en la que caen al horizonte, el llamado encaje de hoyo negro. La solución general a (5.11) para diferentes valores del campo magnético debe calcularse de forma numérica, dado que la familia de geometrías construida en el capítulo anterior no es analítica. Se procederá ahora a describir cómo efectuar dicha integración numérica para calcular ambos tipos de encajes.

Dado que los encajes de hoyo negro caen en el horizonte, la integración numérica se efectúa fijando condiciones iniciales en r_h y construyendo hacia la frontera. De forma análoga a como se hizo para construir las soluciones numéricas para el fondo, debido a que (5.11) es degenerada al evaluarse directamente en el horizonte lo primero es resolver dicha ecuación en serie de potencias en r alrededor de r_h

$$\chi(r) = \chi_h + \sum_{i=1}^{\infty} \chi_i (r - r_h)^i. \quad (5.17)$$

Con este procedimiento es posible escribir todos los coeficientes indeterminados χ_i hasta el orden deseado en términos de χ_h y los valores que toman las funciones métricas y el campo escalar en el horizonte (dados por (3.6)). Aún cuando la ecuación de movimiento es de segundo orden, la elección de coordenada radial es tal que el valor que toma χ' en el horizonte se fija por la ecuación de movimiento asegurando que el encaje resultante sea regular en $r = r_h$. Así, (5.17) se utiliza para dar condiciones iniciales a la integración numérica, empezando desde $r = r_h + \epsilon$ con $\epsilon \ll r_h$ hasta la frontera en $r \rightarrow \infty$.

En el caso de los encajes de Minkowski, las D7-branas yacen completamente fuera del horizonte, localizadas a $\theta = \pi/2$ para un $r_i > r_h$ dado. En estas condiciones la ecuación para el perfil del encaje (5.11) es degenerada nuevamente, esta

²Dada la elección de coordenada radial, el parámetro m usado aquí difiere del m en [34] por un factor de $\pi T/\sqrt{2}$, mientras que el parámetro c difiere por un factor de $(\pi T/\sqrt{2})^3$.

vez debido a que $\chi = 1$ para $\theta = \pi/2$. Por tanto, la ecuación se resuelve en serie de potencias de r alrededor de r_i

$$\chi(r) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \chi_j (r - r_i)^j, \quad (5.18)$$

escribiéndose así todos los coeficientes indeterminados χ_j en términos de los valores que las funciones métricas y el campo escalar toman en r_i . Nótese que estos valores deben determinarse numéricamente, pues no se cuenta con una expresión analítica para la familia de geometrías para $r > r_h$ genéricas. Así como en el caso de los encajes de hoyo negro, aunque la ecuación (5.11) es de segundo orden el valor de $\chi'(r_i)$ se fija por la ecuación de movimiento asegurando la regularidad del encaje en $r = r_i$. Usando (5.18) como condiciones iniciales se puede integrar (5.11) numéricamente desde $r = r_i + \epsilon$ hasta la frontera en $r \rightarrow \infty$.

5.2. Diagrama fase

Mediante el procedimiento descrito en la sección anterior, es posible determinar los encajes de las D7-branas para cualquier b/T^2 debajo del valor crítico. Al hacer esto se puede constriuir el diagrama fase presentado en la Fig. (5.1), que resume de forma visual los resultados de este capítulo. Aunque éste fue generado explícitamente al fijar $\bar{M} = 1$, el diagrama fase es independiente del valor específico de \bar{M} . La curva roja está determinada por el campo magnético crítico $b/T^2 \approx 11.24$ cuando la fuente del escalar se considera nula, de modo que la región a su izquierda no es accesible con los duales gravitacionales aquí calculados. Nótese además que no es posible explorar la región dada por $T/\bar{M} = 0$ y $b/\bar{M}^2 \neq 0$, que es exactamente el caso considerado en [40]. Sin embargo, se puede estudiar cualquier valor de b/\bar{M}^2 y T/\bar{M} a la derecha de la curva roja, que está incluida en la región considerada en [41, 42]. La curva azul denota la región en la que los dos tipos de encaje coexisten.

Muchos fenómenos interesantes se pueden leer del diagrama fase. El primero puede verse al mantener b/\bar{M}^2 fijo. Para $b/\bar{M}^2 = 0$ se recuperan los resultados previos de [34], donde desde $T/\bar{M} = 0$ hasta la temperatura de derretimiento $T_{hot}/\bar{M} = 0.765$ las D7-branas se encuentran en la fase de Minkowski, mientras que para temperaturas mayores a ésta las D7-branas están en la fase de hoyo negro. Mientras la intensidad del campo magnético sea tal que el valor de b/\bar{M}^2 se mantenga menor a 2.82 aproximadamente, el comportamiento cualitativo del sistema es el mismo que para $b/\bar{M}^2 = 0$. Esto es, desde el valor mínimo de T/\bar{M} para el b/\bar{M}^2 dado hasta la temperatura de derretimiento T_{hot}/\bar{M} las branas están en la fase de Minkowski, mientras que para temperaturas mayores a ésta las branas se encuentran en la fase de hoyo negro. Desde la perspectiva de la teoría de norma

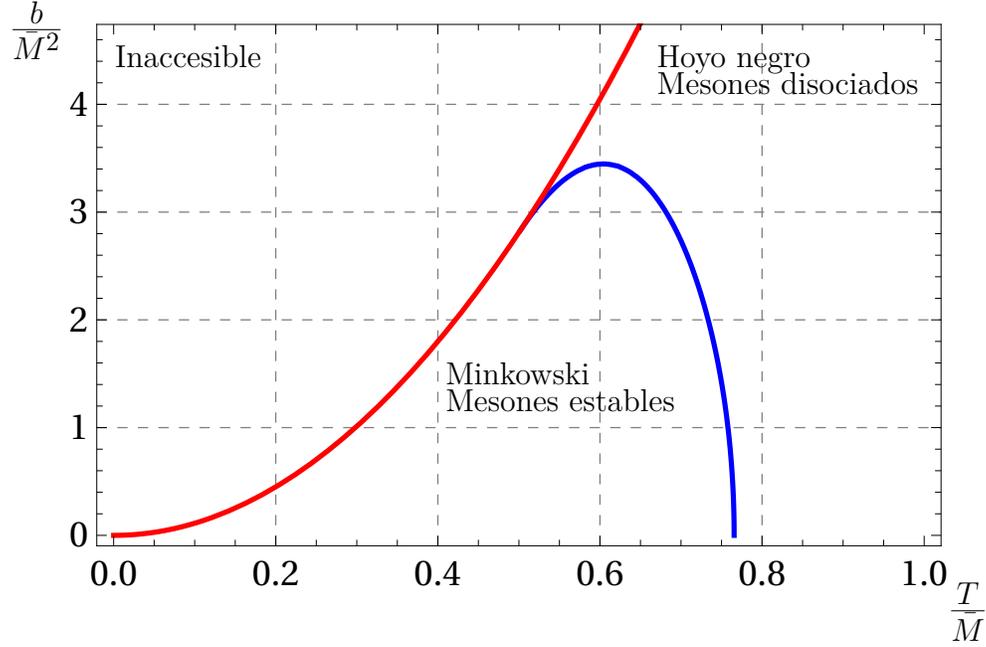


Figura 5.1: Diagrama fase de las D7-branas de sabor. La curva roja está dada por el valor crítico $b/T^2 = 11.24$, de modo que la región a su izquierda no es accesible con los fondos gravitacionales considerados. La curva azul denota la interfase entre los dos tipos de encajes. El máximo de la curva azul está localizado en $b/\bar{M}^2 = 3.44$ y $T/\bar{M} = 0.604$. La intersección de ambas curvas se da en $b/\bar{M}^2 = 2.82$ y $T/\bar{M} = 0.501$.

esto significa que, para $0 < b/\bar{M}^2 < 2.82$, los mesones estables existen para bajas temperaturas mientras que para altas temperaturas estos se derriten. En esta región la temperatura de derretimiento disminuye con el campo magnético.

Sin embargo, para $2.82 < b/\bar{M}^2 < 3.44$ el comportamiento del sistema es más interesante: existen encajes de hoyo negro para T/\bar{M} cerca de la temperatura mínima. Esta nueva fase de hoyo negro fría³, que es consecuencia de la presencia del campo magnético externo, es dual a una fase de bajas temperaturas en la que los mesones estables también dejan de existir, de modo que el derretimiento de mesones también se puede causar al disminuir la temperatura. Por tanto, para $2.82 < b/\bar{M}^2 < 3.44$, además de la temperatura de derretimiento T_{hot}/\bar{M} previamente conocida, existe también una temperatura de derretimiento menor T_{cold}/\bar{M} . Para $b/\bar{M}^2 = 3.44$ ambas temperaturas coinciden, y para $b/\bar{M}^2 > 3.44$ no existen encajes de Minkowski, lo que significa que los mesones estables no existen para altas intensidades del campo magnético.

³Se usan los calificativos “caliente” y “frío” (“hot” y “cold” respectivamente en inglés) para diferenciar ambas temperaturas. En la práctica ambos valores son del orden de magnitud a las temperaturas del QGP generado en las colisiones altamente energéticas.

Es importante recalcar que estos resultados son muy diferentes, e incluso completamente opuestos cuando son comparables, a los obtenidos al usar la configuración de [41, 42]. En particular, la transición de fase fría es un resultado nuevo de la construcción aquí presentada. Mientras que para campo magnético nulo en [41, 42] también se recuperan los resultados de [34], se encontró que la temperatura de derretimiento T_{hot}/\bar{M} incrementa con el campo magnético. El efecto es tal que, arriba de cierta intensidad de campo magnético, no hay derretimiento de mesones y las D7-branas están en la fase de Minkowski sin importar el valor de T/\bar{M} . En resumen, mientras que en [41, 42] se encontró que el campo magnético previene el derretimiento de mesones, los resultados obtenidos con la configuración usada en este trabajo muestran que éste la facilita.

La última afirmación es más evidente al analizar el diagrama fase en la Fig. (5.1), pero ahora al explorar qué ocurre al fijar la temperatura mientras se modifica la intensidad de campo magnético. Para temperaturas debajo de la intersección de las curvas roja y azul, es decir para $T/\bar{M} < 0.501$, los encajes de hoyo negro no están permitidos y las branas están en la fase de Minkowski para cualquier intensidad de campo magnético hasta su valor máximo. La situación cambia para $0.501 < T/\bar{M} < 0.765$, pues para estas temperaturas las D7-branas pasan de la fase de Minkowski a la de hoyo negro a cierta intensidad de campo magnético, que se denotará como $b_{melting}/\bar{M}^2$. Lo que ocurre del lado de la teoría de norma es que los mesones se derriten manteniendo la temperatura del plasma fija al incrementar únicamente la intensidad del campo magnético. Para temperaturas más altas, específicamente $T/\bar{M} > 0.765$, existen sólo encajes de hoyo negro sin importar la intensidad del campo magnético. Desde la perspectiva de la teoría de norma, lo que ocurre es que los mesones ya se encuentran derretidos debido a la alta temperatura.

Para cerrar este capítulo, en la Fig. (5.2) se presentan los perfiles de algunos encajes característicos como curvas paramétricas en el plano $(r \cos \theta, r \sin \theta)$, pues con esta elección es sencillo visualizar cómo es que toma lugar la transición entre ambos tipos de encajes. Para dicha gráfica se ha fijado la posición del horizonte de eventos a $r_h = 1/2$, representado en la Fig. (5.2) con una curva negra, de modo que la temperatura del plasma es $T = 3/4\pi$.

Se puede ver de la Fig. (5.2) cómo es que el campo magnético tiende a doblar las branas hacia el horizonte, tanto para los encajes de Minkowski como para los de hoyo negro, lo que muestra cómo es que el campo magnético facilita la transición de fase. Las curvas punteadas de la parte superior, que corresponden a $T/\bar{M} = 0.43$, son encajes de Minkowski para cualquier valor de b/\bar{M}^2 debajo de la intensidad máxima 2.04 permitida a esta T/\bar{M} . Por su parte, las curvas punteadas de la parte inferior comparten $T/\bar{M} = 0.83$, valor que es lo suficientemente alto como para que cualquier encaje sea de hoyo negro sin importar la intensidad del campo magnético. Las curvas continuas en la parte intermedia son perfiles a

$T/\bar{M} = 0.62$. Obsérvese que en este caso las branas son atraídas hacia el horizonte al aumentar la intensidad de campo magnético, hasta que caen a través de éste a la intensidad de derretimiento $b_{melting}/\bar{M}^2$.

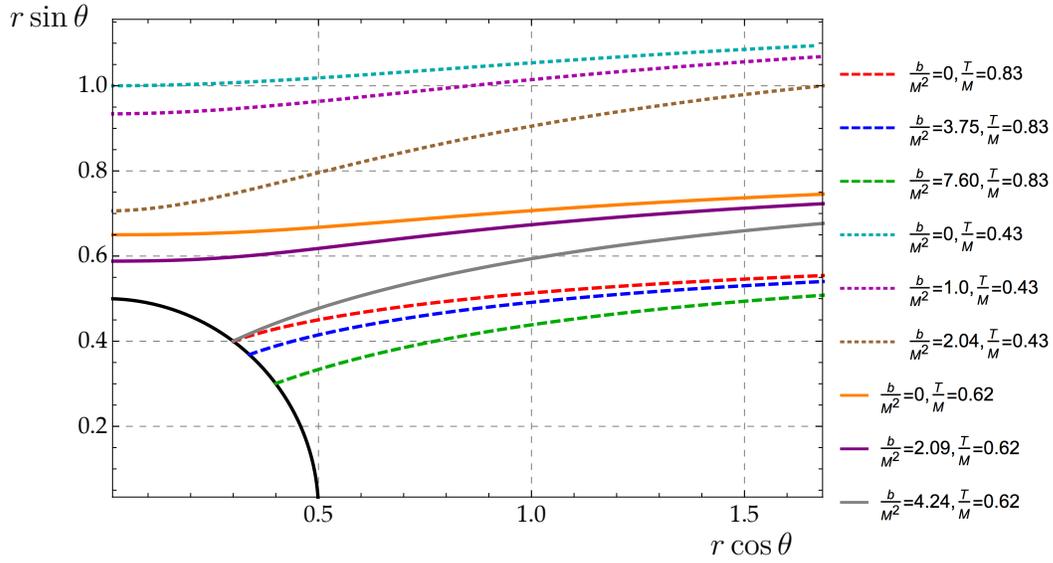


Figura 5.2: Perfiles para varios encajes de D7-branas en el plano $(r \cos \theta, r \sin \theta)$. El círculo negro representa el horizonte de eventos localizado a $r_h = 1/2$.

Capítulo 6

Termodinámica del plasma con sabor

En este capítulo se presenta el análisis termodinámico del plasma con grados de libertad de sabor. Específicamente, se estudiará la termodinámica del fenómeno de derretimiento de mesones explicado en el capítulo anterior mediante el análisis del condensado del quark, la energía libre, la entropía y la densidad de energía de las branas. Para esto es necesario estudiar el comportamiento asintótico a la frontera de los encajes calculados en el capítulo anterior y evaluar la acción Euclidea de las D7-branas. El resultado principal de este capítulo es que la transición de fase entre los encajes de Minkowski y de hoyo negro es de primer orden en todos los casos.

6.1. Acción renormalizada

De acuerdo al diccionario holográfico, la termodinámica de los grados de libertad de sabor se puede estudiar de la acción Euclidea on-shell de las D7-branas, dada por

$$S_E = 2\pi^2 T_{D7} N_f \int d^5 x V(1 - \chi^2) \sqrt{W \Delta X^{-3} (1 - \chi^2 + XU\chi'^2)}, \quad (6.1)$$

donde la integración se realiza sobre un periodo $\beta = 1/T$ del tiempo Euclidiano $t_E = it$. Sin embargo, así como ocurrió con la acción del fondo en el Capítulo 4, el resultado de esta evaluación directa diverge cuando la integración se lleva a cabo hasta la frontera en $r \rightarrow \infty$. Para lidiar con este problema es necesario usar el método de renormalización holográfica descrito en capítulos anteriores. El cálculo explícito de la acción de contratérminos puede consultarse en el Apéndice, el resultado final expresado en la coordenada de Fefferman-Graham es

$$S_{ct} = -2\pi^2 T_{D7} N_f \int d^4 x \sqrt{\gamma} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \chi^2 - \frac{1}{8} F_{ij} F^{ij} \log \epsilon - \frac{1}{2\sqrt{6}} \varphi + \frac{1}{12} \varphi^2 \right), \quad (6.2)$$

donde γ es el determinante de la métrica inducida en la frontera, localizada en el radio de corte $u = \epsilon$. La acción (6.2) contiene el mínimo número de términos que deben agregarse a la acción para que ésta sea finita. No obstante, así como ocurrió en el caso de la acción del fondo, aún existe la libertad de agregar términos cuya contribución es finita. En este caso los únicos posibles son

$$S_f = -2\pi^2 T_{D7} N_f \int d^4 x \sqrt{\gamma} (C_1 \chi^4 + C_2 F_{ij} F^{ij}). \quad (6.3)$$

Esta libertad también está asociada con la existencia de la anomalía conforme en el fondo gravitacional relacionada con el campo magnético. Como se explicó en el Capítulo 4, esto introduce una escala de energía arbitraria μ , lo que significa que algunas cantidades físicas, tales como la energía libre del sistema, no dependen únicamente de los dos cocientes adimensionales que se pueden contruir con b , T y \bar{M} , sino de los tres cocientes independientes que se pueden construir con b , T , \bar{M} y μ . En lo siguiente se medirá todo en unidades de \bar{M} , así que se trabajará con b/\bar{M}^2 , T/\bar{M} y μ/\bar{M} .

Como también se discutió en el Capítulo 4, valores distintos de los coeficientes C_1 y C_2 corresponden a distintos esquemas de renormalización. En particular, se puede fijar $C_1 = 1/4$ al demandar que la acción on-shell se anule para el encaje supersimétrico [34]. Debido a que no se tiene una razón física para elegir un valor particular para C_2 , algunos de los resultados cuantitativos siguientes dependerán de su valor. No obstante, las conclusiones físicas serán independientes de C_2 .

Dicho todo lo anterior, la acción renormalizada, dada por

$$S_{D7} = S_E + S_{ct} + S_f, \quad (6.4)$$

es entonces finita en el límite $\epsilon \rightarrow 0$. Es importante recalcar que para poder evaluar apropiadamente (6.4), tanto la acción DBI como los términos de frontera deben ser expresados en la misma coordenada radial. Dado que las soluciones numéricas se calculan de forma natural en la coordenada r , se trabajará con ésta en lo que sigue.

6.2. Condensado del quark

Se puede calcular el condensado del quark a partir de la acción renormalizada (6.4) al tomar la variación de ésta con respecto a la masa del quark M_q . Dicho cálculo se presenta explícitamente en el Apéndice, mientras que aquí solamente se presenta el resultado final

$$\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\kappa} = c - \frac{1}{4}mU_1^2, \quad (6.5)$$

donde

$$\kappa = -\frac{1}{2^{3/2}\pi^3}\sqrt{\lambda}N_cN_f. \quad (6.6)$$

Una vez que se tiene un encaje numérico, es posible extraer el valor de los coeficientes m y c al analizar el comportamiento cerca de la frontera de éste. Así, en la práctica m y c son ambas funciones de b , T y χ_h o r_i dependiendo del tipo de encaje. Al invertir estas relaciones se puede eliminar el último en favor de m y en consecuencia expresar al condensado del quark como función de b/\bar{M}^2 y T/\bar{M} al usar (5.14). Se comprobó explícitamente que el condensado del quark es una cantidad independiente de μ/\bar{M} , así que sólo es función de los cocientes adimensionales antes mencionados. Nótese que, consistente con este hecho, el condensado del quark no depende del coeficiente libre C_2 , pues la variación respecto a la masa del quark de éste término finito es cero. Dicho lo anterior, las gráficas mostradas a continuación fueron generadas a $\mu/\bar{M} = 1$. Cabe señalar que, dado que U_1 es una función del campo magnético y la temperatura, dicho término afecta el valor del condensado del quark de manera no trivial.

En la Fig. (6.1) se muestra al condensado del quark como función de T/\bar{M} para diferentes valores de b/\bar{M}^2 , que van desde cero hasta el máximo de la curva de transición de fase en el diagrama fase de la Fig. (5.1). Para $b/\bar{M}^2 = 0$ (curva roja) se recupera el resultado previo de [34], mientras que para b/\bar{M}^2 no nulo el efecto general del campo magnético es el de incrementar la magnitud del condensado.

Para intensidades de campo magnético distintas de cero, el condensado del quark nunca se anula para las temperaturas que se pueden explorar con esta

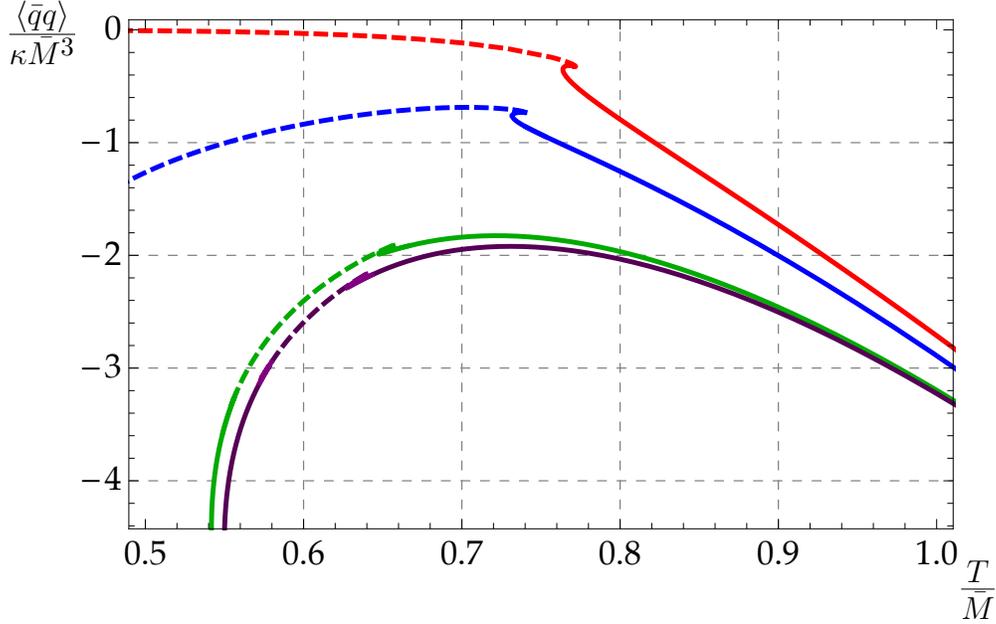


Figura 6.1: Condensado del quark $\langle \bar{q}q \rangle / \kappa \bar{M}^3$ como función de T/\bar{M} . Las curvas roja, azul, verde y morada (de arriba a abajo) corresponden a $b/\bar{M}^2 = \{0, 2, 3.3, 3.4\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden a los encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a los encajes de hoyo negro.

construcción gravitacional, lo que indica que la simetría quiral está rota. Además, el condensado diverge cuando T/\bar{M} se aproxima a su valor mínimo para el campo magnético dado¹. Obsérvese que esto ocurre sin importar que la fase a bajas temperaturas sea Minkowski o de hoyo negro. Este comportamiento es consistente con el hecho de que, como se explicó en el Capítulo 4, a esa temperatura mínima el fondo mismo sufre una transición de fase. Una consecuencia de esto es que no es posible comprobar si el condensado del quark se anula a $T/\bar{M} = 0$ para $b/\bar{M}^2 \neq 0$.

En la Fig. (6.2) se muestra el detalle de la región en la toma lugar la transición de fase. De la Fig. (6.2) (a) se observa que se recuperan los resultados previos de [34] cuando el campo magnético se anula. Para intensidades de campo magnético distintas de cero las curvas retienen la misma forma característica de una transición de fase de primer orden, de modo que el orden de la transición resulta independiente del campo magnético. Lo anterior también es cierto por la nueva transición de fase fría, como se puede apreciar de la Fig. (6.2) (c) y (e).

Para concluir esta sección se presenta el condensado del quark $\langle \bar{q}q \rangle / \kappa \bar{M}^3$ como función del campo magnético a temperatura fija en la Fig. (6.3). Los valores de T/\bar{M} mostrados están en el rango en el que la transición de fase se puede

¹Como se verá en lo que sigue, este comportamiento está presente en todas las cantidades termodinámicas.

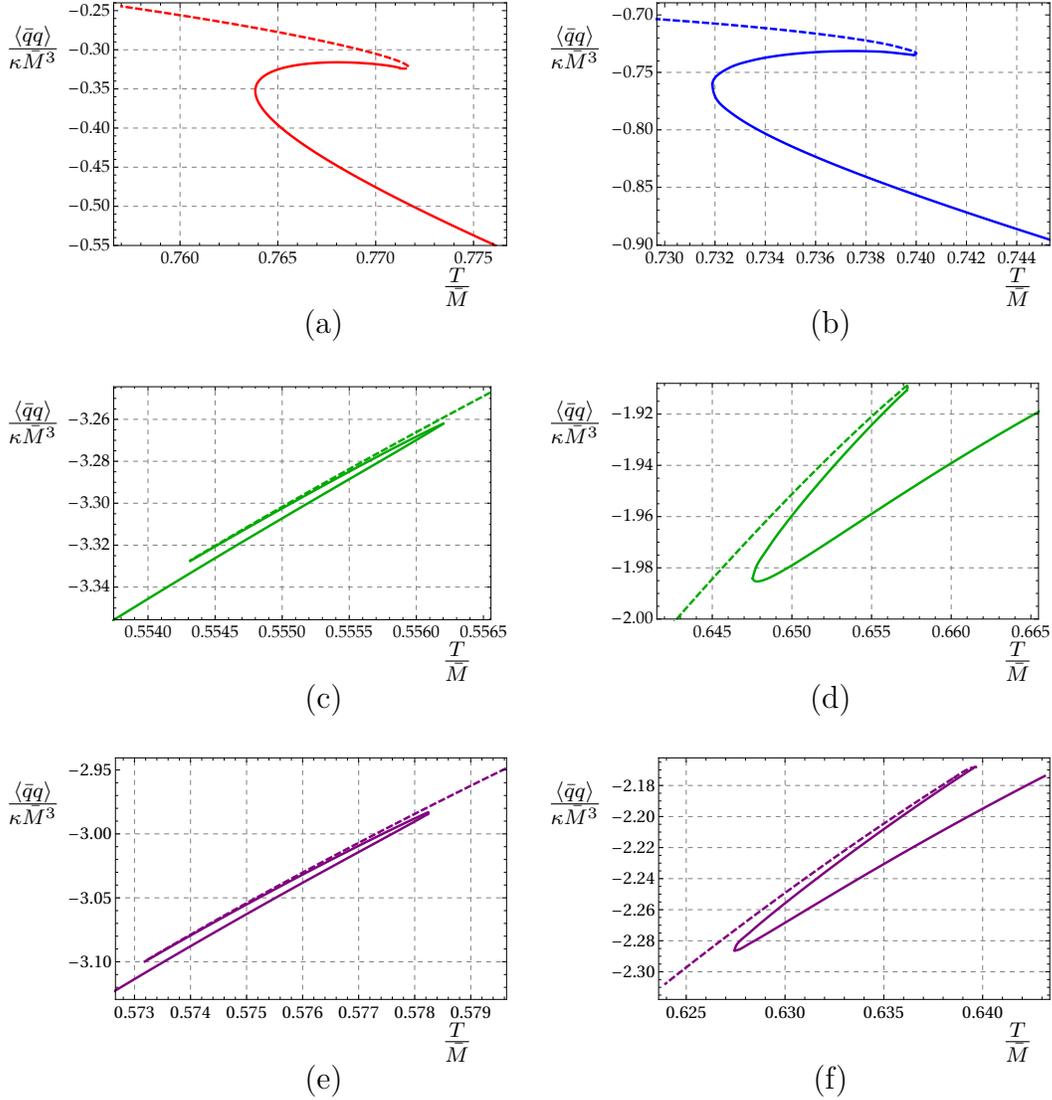


Figura 6.2: Detalle de la región de transición entre los encajes de Minkowski y hoyo negro para el condensado del quark. Los valores del campo magnético son $b/M^2 = 0$ (a), 2 (b), 3.3 (c) y (d), y 3.4 (e) y (f). Los segmentos punteados corresponden a los encajes de Minkowski, mientras que los segmentos sólidos corresponden a encajes de hoyo negro.

provocar al cambiar la intensidad de campo magnético. De esto se puede ver que la magnitud del condensado del quark incrementa con el campo magnético para todas las temperaturas exploradas, lo que significa que se observa el fenómeno de MC respecto al condensado. Esto parece ser consistente con resultados de QCD en la red [13–15], pues se sabe que para quarks pesados se observa MC a bajas temperaturas. Finalmente, en la Fig. (6.4) se muestra el detalle de la región en la que toma lugar la transición de fase. La forma de las curvas señala que la transición es de primer orden.

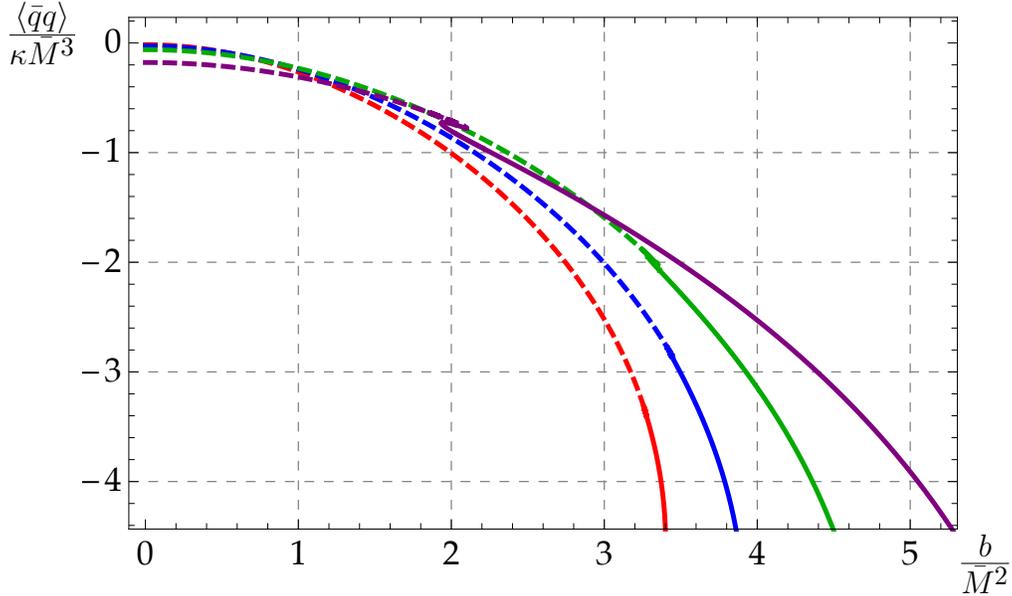


Figura 6.3: Condensado del quark $\langle \bar{q}q \rangle / \kappa$ como función de b / \bar{M}^2 . Las curvas roja, morada, verde y azul (de izquierda a derecha en la parte inferior) corresponden a $T / \bar{M} = \{0.55, 0.59, 0.65, 0.734\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro.

6.3. Energía libre

De acuerdo al diccionario holográfico, la energía libre del sistema está relacionada con la acción Euclidea on-shell renormalizada de las D7-branas (6.4) a través de

$$\mathcal{F}_f = TS_{D7}, \quad (6.7)$$

donde el subíndice f denota que se trata de una cantidad física de los grados de libertad de sabor. Nótese que debido a que no hay dependencia explícita en las direcciones de la teoría de norma en (6.4), es posible factorizar el volumen infinito

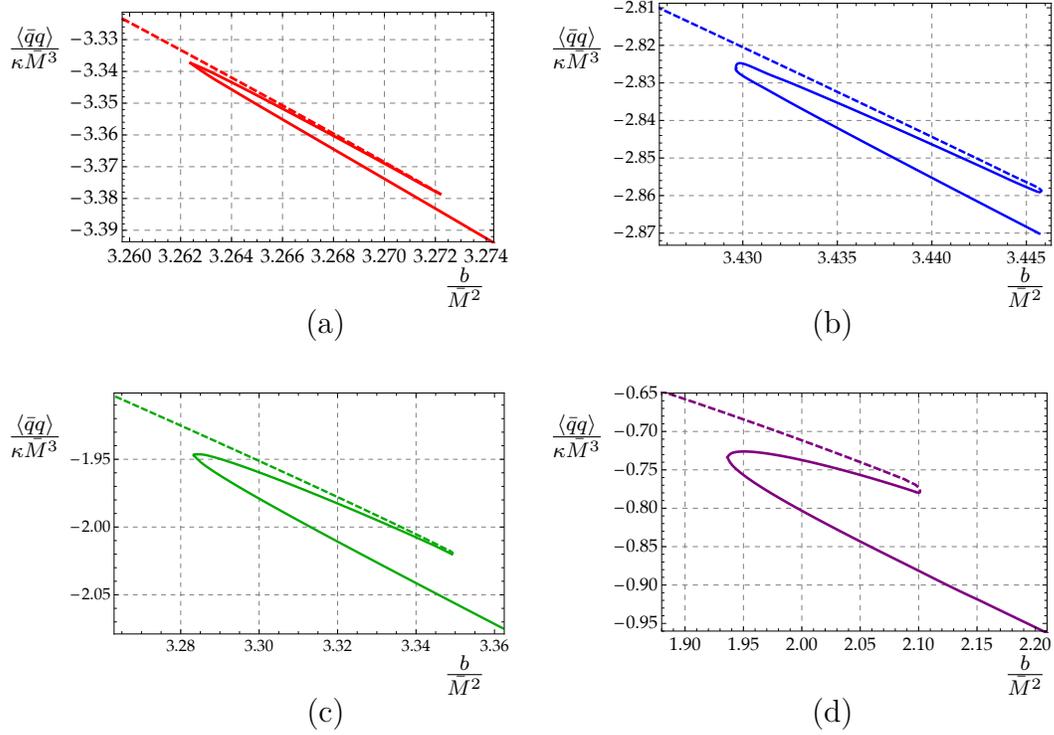


Figura 6.4: Detalle de la región de transición entre los encajes de Minkowski y los de hoyo negro para el condensado del quark. Los valores de la temperatura son $T/\bar{M} = 0.55$ (a), 0.59 (b), 0.65 (c), y 0.734 (d). Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro.

3-dimensional $\text{vol}(x)$ y un factor de $1/T$ proveniente de la integración sobre el tiempo Euclideo. Aunque en principio es posible evaluar la dependencia radial restante directamente, así como ocurrió en el cálculo de la energía libre del fondo en el Capítulo 4, resulta más conveniente numéricamente el reescribir (6.4) como una integral finita, en lugar de dos integrales infinitas cuya diferencia es finita.

Para esto el primer paso es evaluar la acción de contratérminos (6.2) y el término finito (6.3) usando las expansiones alrededor de la frontera de los campos (5.13) y (4.8) en $r = r_{max}$. Dado que eventualmente se tomará el límite $r_{max} \rightarrow \infty$, se retienen únicamente los términos dominantes. El resultado se puede organizar como

$$\frac{T(S_{ct} + S_f)}{2\pi^2 T_{D7} N_f \text{vol}(x)} = \sum_{i=0}^4 a_i r_{max}^i - \frac{b^2}{6} \log r_{max}, \quad (6.8)$$

donde

$$\begin{aligned} a_4 &= -\frac{1}{4}, \\ a_3 &= -\frac{U_1}{2}, \\ a_2 &= \frac{1}{24}(-9U_1^2 + 2\sqrt{6}\varphi_0 + 12m^2), \\ a_1 &= \frac{U_1}{24}(-3U_1^2 + 2\sqrt{6}\varphi_0 + 12m^2), \\ a_0 &= -\frac{U_1^4}{64} - \frac{U_4}{8} + \frac{U_1^2\varphi_0}{8\sqrt{6}} - \frac{\varphi_0^2}{12} - \frac{U_1^2 m^2}{8} \\ &\quad - \frac{m^4}{4} + mc - b^2 \left(\frac{1}{12} + 2C_2 \right). \end{aligned} \quad (6.9)$$

Para poder definir una única integral finita, se reescriben a los términos que dependen de r_{max} en (6.8) como una integral de r_{min} a r_{max} sustrayéndose los términos correspondientes en el límite inferior de integración². Esto arroja que

$$\frac{T(S_{ct} + S_f)}{2\pi^2 T_{D7} N_f \text{vol}(x)} = \int_{r_{min}}^{r_{max}} dr \mathcal{L}_{ct} + \sum_{i=0}^4 a_i r_{min}^i - \frac{b^2}{6} \log r_{min}, \quad (6.10)$$

donde se ha denotado a

$$\mathcal{L}_{ct} = 4a_4 r^3 + 3a_3 r^2 + 2a_2 r + a_1 - \frac{b^2}{6} \frac{1}{r}. \quad (6.11)$$

En conclusión, la expresión final para la energía libre que puede evaluarse eficientemente de forma numérica es

$$\frac{\mathcal{F}_f}{\mathcal{N}} = \int_{r_{min}}^{r_{max}} dr (\mathcal{L} + \mathcal{L}_{ct}) + \sum_{i=0}^4 a_i r_{min}^i - \frac{b^2}{6} \log r_{min}, \quad (6.12)$$

²Nótese que $r_{min} = r_h$ para encajes de hoyo negro, mientras que $r_{min} = r_i$ para encajes de Minkowski.

donde se ha normalizado el resultado con

$$\mathcal{N} = 2\pi^2 T_{D7} N_f \text{vol}(x) = \frac{\text{vol}(x)}{8\pi^4} \lambda N_c N_f. \quad (6.13)$$

El integrando $\mathcal{L} + \mathcal{L}_{ct}$ va a cero en el límite $r_{max} \rightarrow \infty$ por construcción, de modo que la integral es finita. Obsérvese que el fijar un valor específico para el coeficiente C_2 cambia la dependencia de la energía libre con el campo magnético. Sin embargo, al trabajar a una intensidad fija este término sólo es una constante aditiva.

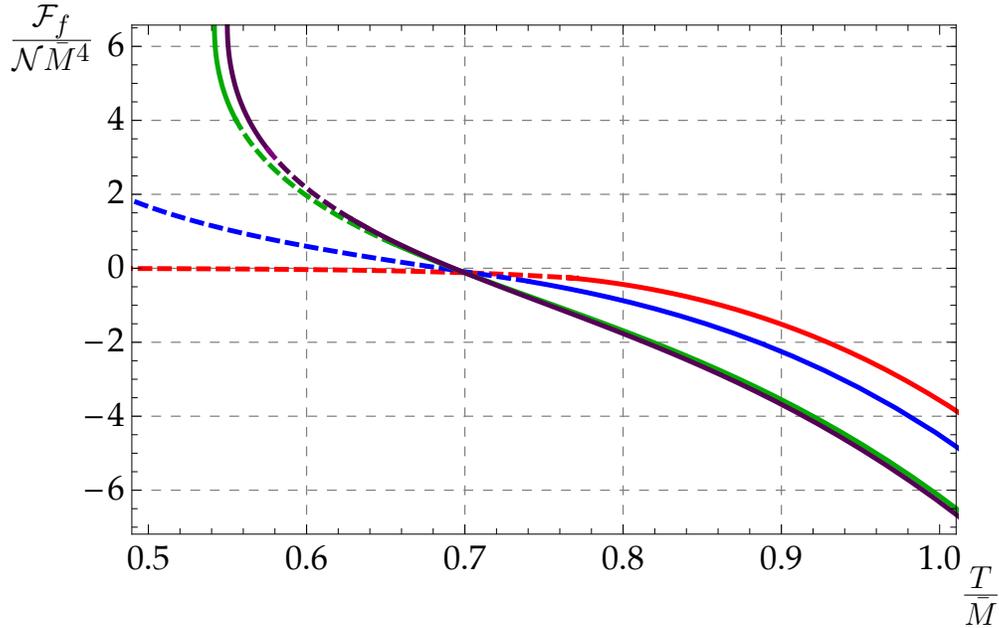


Figura 6.5: Densidad de energía libre $\mathcal{F}_f/\mathcal{N}\bar{M}^4$ como función de T/\bar{M} . Las curvas roja, azul, verde y morada (de abajo a arriba a la izquierda) corresponden a $b/\bar{M}^2 = \{0, 2, 3.3, 3.4\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro. El término finito está fijo a $C_2 = 0$.

En la Fig. (6.5) se muestra la energía libre $\mathcal{F}_f/\mathcal{N}\bar{M}^4$ como función de T/\bar{M} para diferentes valores del campo magnético b/\bar{M}^2 a $C_2 = 0$. Nótese que la energía libre parece diverger cuando T/\bar{M} se aproxima a su valor mínimo para el campo magnético dado, mostrando un comportamiento análogo al del condensado del quark. Como en ese caso, la explicación de este comportamiento es que el fondo mismo sufre una transición de fase en ese punto. En la Fig. (6.6) se muestra el detalle de la región en la que toma lugar la transición de fase. Para $b/\bar{M}^2 = 0$ curva de la energía libre tiene la forma de corbata de moño característica de una transición de fase de primer orden (Fig. (6.6) (a)), lo que está de acuerdo con

los hallazgos de [34]. El mismo comportamiento puede observarse para $b/\bar{M}^2 = 2$ (Fig. (6.6) (b)). Para $b/\bar{M}^2 = 3.3$ y $b/\bar{M}^2 = 3.4$ la corbata parece desaparecer tanto para la transición fría (Fig. (6.6) (c) y (e)) como para la transición caliente (Fig. (6.6) (d) y (f)). No obstante, del análisis previo del condensado del quark se sabe que la transición sigue siendo de primer orden, aún cuando la diferencia de energía libre entre ambas fases es muy pequeña.

A diferencia del condensado del quark, la energía libre depende del cociente adimensional μ/\bar{M} . Sin embargo, cambiar μ/\bar{M} modifica las curvas mostradas en la Fig. (6.5) y Fig. (6.6) únicamente por una constante aditiva, de modo que esto no altera la dependencia de la temperatura crítica con el campo magnético o el orden de la transición de fase. Los gráficos en la Fig. (6.5) y Fig. (6.6) fueron generados a $\mu/\bar{M} = 1$.

Se muestra también la energía libre como función de b/\bar{M}^2 para cuatro valores diferentes de T/\bar{M} en la Fig. (6.7). Dichas temperaturas se encuentran en el rango en el que la transición de fase puede provocarse al cambiar la intensidad del campo magnético. Nuevamente se puede observar cómo es que la energía libre parece diverger cuando b/\bar{M}^2 se aproxima a su valor máximo para la temperatura dada. En la Fig. (6.8) se muestra el detalle de la región de parámetros en la que ocurre la transición. Esto, junto con los resultados para el condensado del quark, confirma que la transición es de primer orden.

6.4. Entropía y densidad de energía

La entropía de los grados de libertad de sabor está dada por la derivada de la energía libre con respecto a la temperatura a campo magnético y masa del quark fijos

$$s_f = - \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial T} \right)_{b, M_q}, \quad (6.14)$$

donde una vez más el subíndice f denota que esta cantidad corresponde a los grados de libertad de sabor. Como se explicó en el Capítulo 3, no se tiene control numérico directo sobre la intensidad de campo magnético b . De forma análoga, como bien se discutió en el Capítulo 5, tampoco se tiene control directo sobre la masa del quark \bar{M} . Ambas cantidades físicas se extraen una vez que se conoce una solución numérica específica, el fondo en el caso de b y el perfil del encaje en el caso de \bar{M} . En consecuencia, la derivada en la ecuación (6.14) debe ser calculada numéricamente dada la construcción gravitacional aquí presentada. El resultado de dicha derivación numérica se muestra en la Fig. (6.9), donde puede verse que el efecto general del campo magnético es el de incrementar la entropía del sistema, haciéndose infinita a la temperatura mínima. Es importante hacer notar que la entropía, al igual que el condensado del quark, no depende del valor específico de

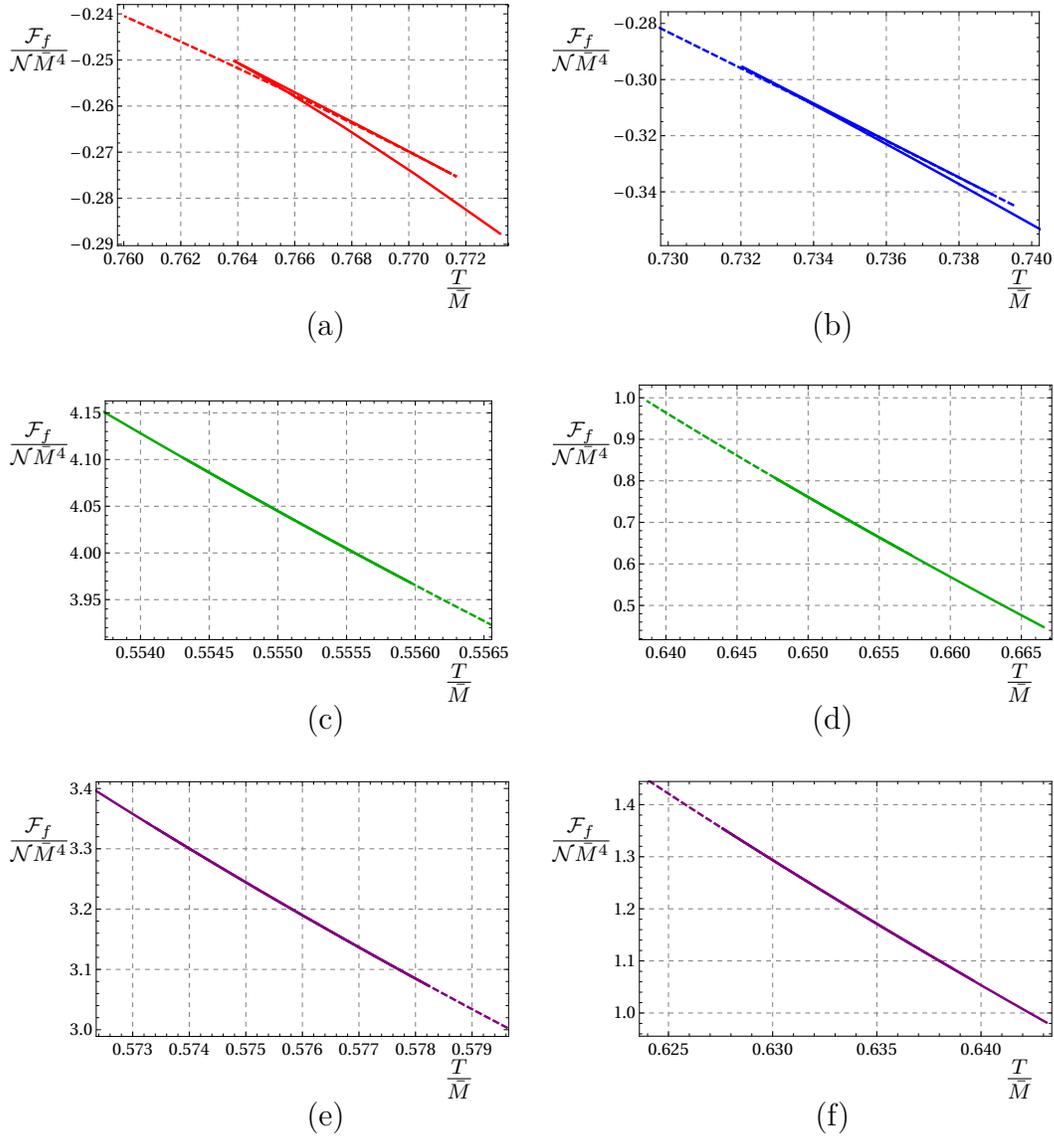


Figura 6.6: Detalle de la región de transición entre los encajes de Minkowski y hoyo negro para la energía libre. Los valores de campo magnético son $b/\bar{M}^2 = 0$ (a), 2 (b), 3, 3 (c) y (d), y 3.4 (e) y (f). Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos sólidos representan encajes de hoyo negro.

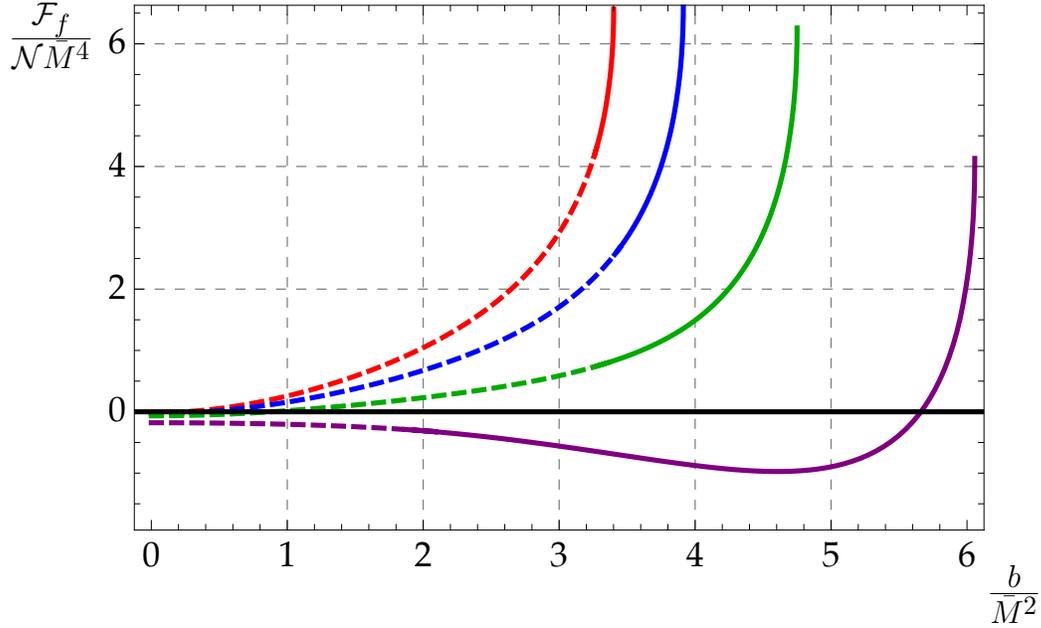


Figura 6.7: Energía libre $\mathcal{F}_f/\mathcal{N}\bar{M}^4$ como función de b/\bar{M}^2 . Las curvas roja, azul, verde y morada (de arriba a abajo) corresponden a $T/\bar{M} = \{0.55, 0.59, 0.65, 0.734\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro.

μ/\bar{M} . Esto se ve reflejado en que el término proporcional a C_2 en la energía libre se elimina al tomar la derivada en (6.14).

Teniendo la entropía y la energía libre, se puede calcular la energía interna del sistema al usar la identidad termodinámica

$$E_f = \mathcal{F}_f + T s_f. \quad (6.15)$$

La energía interna hereda la dependencia en μ/\bar{M} de la energía libre, de modo que es necesario especificar el valor de C_2 . En particular, las gráficas mostradas en la Fig. (6.10) fueron generadas a $C_2 = 0$ y $\mu/\bar{M} = 1$. Es posible obtener el comportamiento cualitativo del calor específico a partir de la Fig. (6.10), pues éste está dado por

$$C = \left(\frac{\partial E_f}{\partial T} \right)_{b, M_q}. \quad (6.16)$$

Lo que se concluye de esto es que, como se puede ver de la pendiente de las curvas, el calor específico se vuelve negativo a temperaturas suficientemente bajas para cualquier campo magnético no nulo. Obsérvese que este hecho es independiente del esquema de renormalización, pues el término finito se anula al tomarse la derivada a b fijo. La temperatura a la cual el calor específico se vuelve negativo se muestra

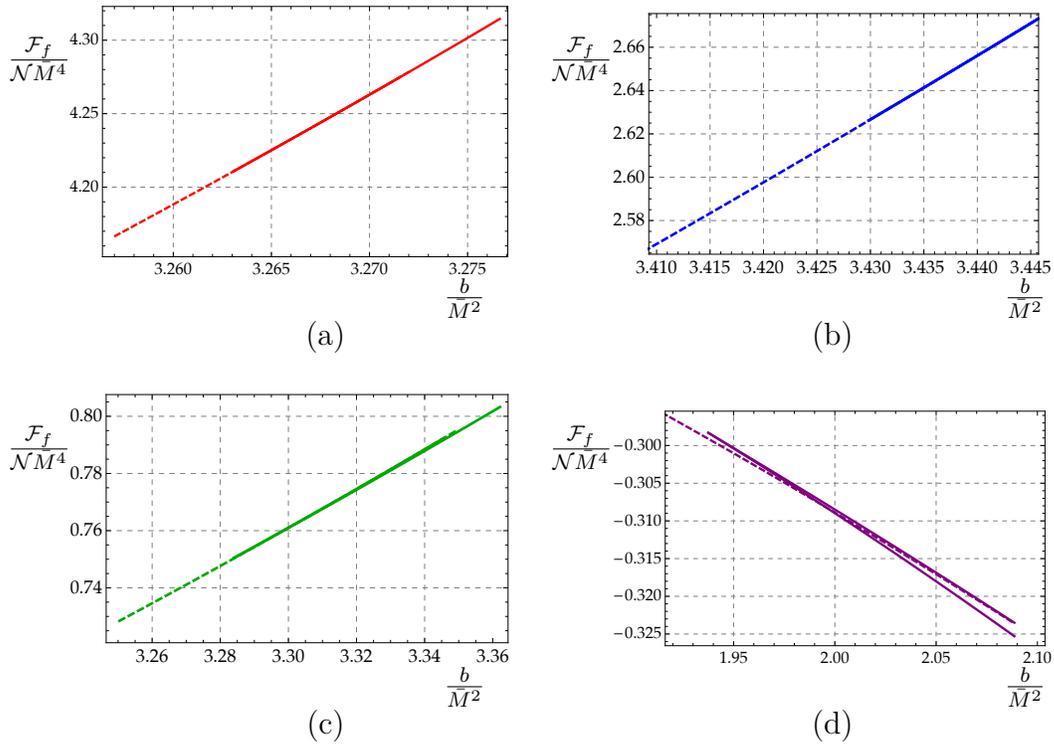


Figura 6.8: Detalle de la región de transición entre los encajes de Minkowski y de hoyo negro para la energía libre. Los valores de la temperatura son $T/\bar{M} = 0.55$ (a), 0.59 (b), 0.65 (c) y 0.734 (d). Las líneas punteadas representan encajes de Minkowski, mientras que las líneas continuas representan encajes de hoyo negro.

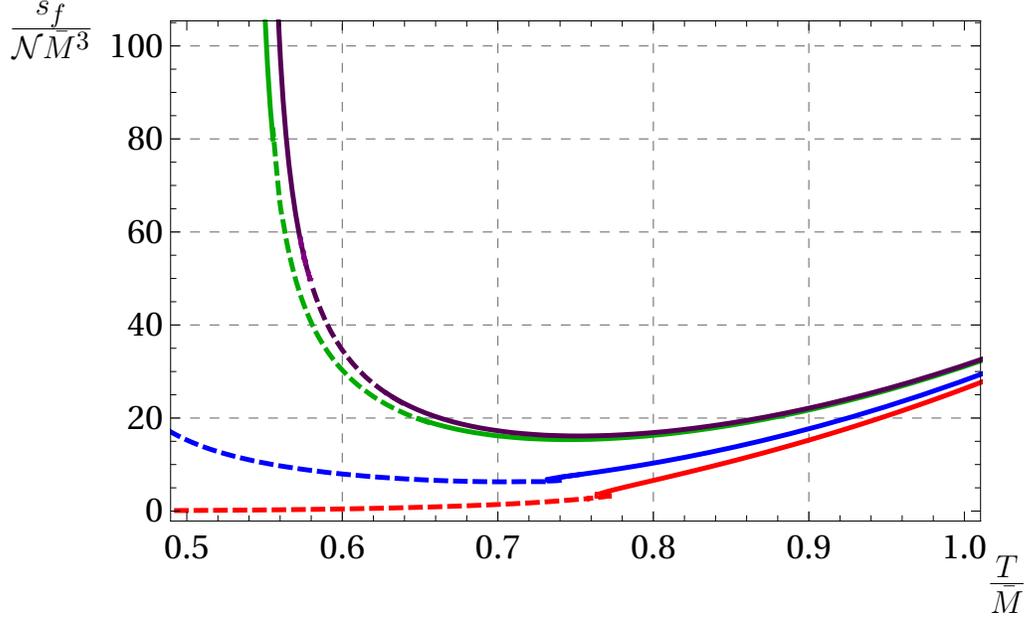


Figura 6.9: Entropía $s/\mathcal{N}\bar{M}^3$ como función de T/\bar{M} . Las curvas roja, azul, verde y morada (de abajo a arriba) corresponden a $b/\bar{M}^2 = \{0, 2, 3.3, 3.4\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden con encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro.

en la Fig. (6.10) como líneas verticales punteadas. Este comportamiento se da sin importar la fase en la que se encuentre el sistema, pues para $b/\bar{M}^2 = 3.3$ y $b/\bar{M}^2 = 3.4$ el calor específico se torna negativo en la fase de hoyo negro, mientras que para $b/\bar{M}^2 = 2$ esto ocurre en la fase de Minkowski.

El que el calor específico se vuelva negativo señala la existencia de una inestabilidad termodinámica, de manera que al perturbar el sistema en cualquiera de estos estados éste decaerá a alguno estable. No obstante, la afirmación anterior es respecto al sistema completo, estando éste compuesto por grados de libertad de color y sabor. En consecuencia, para poder determinar si el sistema es termodinámicamente estable o no, es necesario considerar la contribución de la materia adjunta al calor específico. Con esto la energía total del plasma magnetizado es

$$E_{total} = E_c + E_f, \quad (6.17)$$

donde E_c está dada en la expresión (4.12). Esta cantidad se muestra como función de T/\bar{M} para $N_c/N_f = 100$ en la Fig. (6.11) (a) y $N_c/N_f = 1000$ en la Fig. (6.11) (b), fijando $C_2 = 0$ en ambas. Se puede apreciar así que la temperatura a la cual el calor específico del sistema completo se vuelve negativo coincide con la temperatura mínima para el campo magnético dado al tomar el límite $N_f \ll N_c$. Para poder visualizar el efecto que tiene el límite anterior se usó $\lambda = 100\pi^2$ al producir las

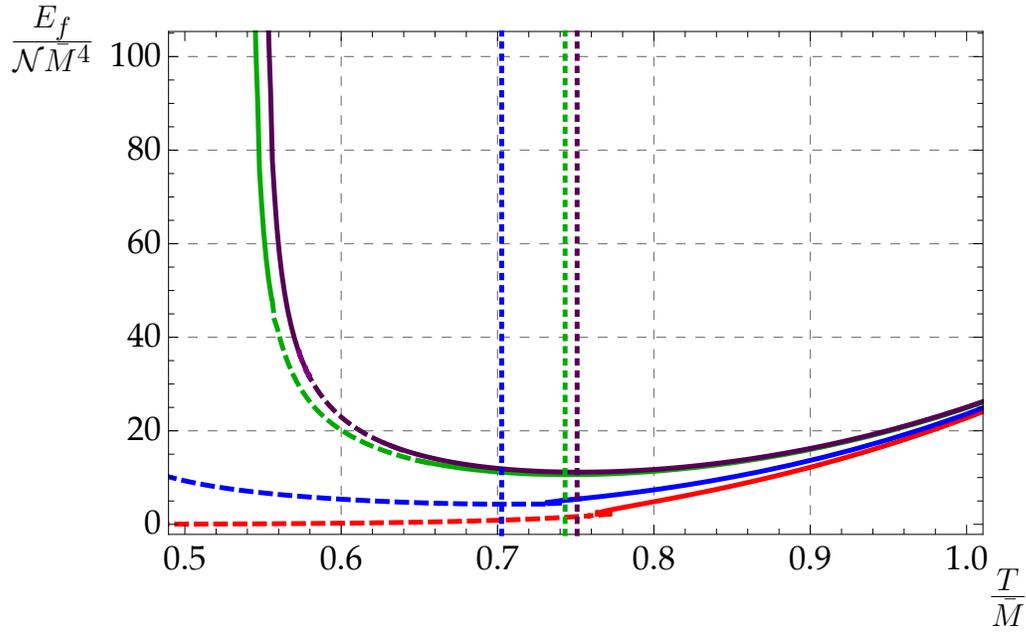


Figura 6.10: Energía interna $E_f/\mathcal{N}\bar{M}^4$ como función de T/\bar{M} . Las curvas roja, azul, verde y morada (de abajo a arriba) corresponden a $b/\bar{M}^2 = \{0, 2, 3.3, 3.4\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro. Las líneas verticales punteadas denotan la temperatura a la cual el calor específico se vuelve negativo para cada campo magnético distinto de cero ($b/\bar{M}^2 = \{2, 3.3, 3.4\}$ izquierda a derecha). El término finito está fijo a $C_2 = 0$.

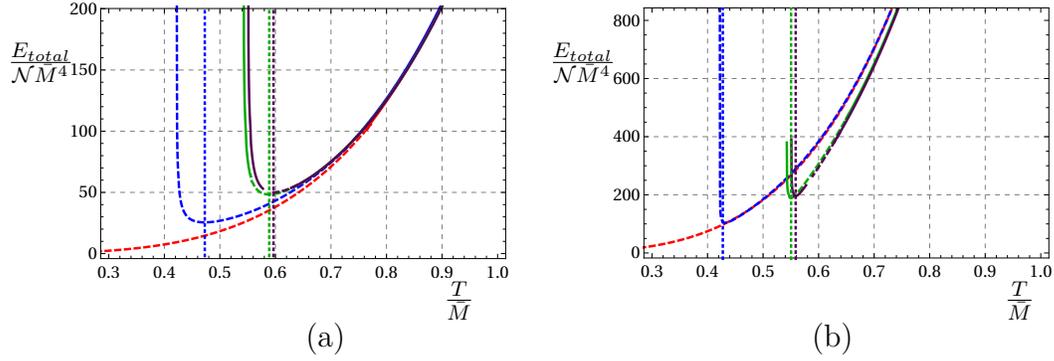


Figura 6.11: Energía total $E_{total}/\mathcal{N}\bar{M}^4$ del plasma como función de T/\bar{M} . Las curvas roja, azul, verde y morada (de abajo a arriba) corresponden a $b/\bar{M}^2 = \{0, 2, 3.3, 3.4\}$ respectivamente. Los segmentos punteados corresponden a encajes de Minkowski, mientras que los segmentos continuos corresponden a encajes de hoyo negro. Las líneas punteadas verticales denotan la temperatura a la cual el calor específico se vuelve negativo para cada campo magnético distinto de cero ($b/\bar{M}^2 = \{2, 3.3, 3.4\}$ de izquierda a derecha). Se ha fijado $N_c/N_f = 100$ en (a) y $N_c/N_f = 1000$ en (b), mientras que $\lambda = 100\pi^2$ y $C_2 = 0$ en ambos casos.

gráficas en la Fig. (6.11). Se obtienen curvas idénticas para cualquier otra elección de λ en el límite $N_f \ll N_c$. Esto demuestra que el plasma es termodinámicamente estable mientras se trabaje en el límite de prueba.

Capítulo 7

Espectro de mesones

En este capítulo se presenta el cálculo del espectro de mesones haciendo uso de los encajes construidos en el capítulo anterior, estudiándose el efecto que el campo magnético tiene sobre éste. Desde la perspectiva de la teoría de norma, la transición de fase descrita en los Capítulos 5 y 6 se da entre un espectro de mesones discreto (encajes de Minkowski) y una distribución continua de excitaciones (encajes de hoyo negro). De esta manera, de acuerdo al diccionario holográfico, para determinar el espectro de mesones se deben estudiar las perturbaciones estables de los encajes de Minkowski [31, 35, 76, 77]. El resultado principal de este capítulo es que cualquier campo magnético distinto de cero tiene el efecto de reducir los estados cuánticos posibles para los mesones, así como disminuir las masas de los mismos para una temperatura dada.

7.1. Perturbaciones de los encajes de Minkowski

Las perturbaciones denominadas escalares se refieren a los modos vibracionales de las D7-branas mismas. Dada la descripción de las D7-branas discutida en el Capítulo 5, una excitación de este tipo puede implementarse como

$$\chi(\xi^a) = \chi^{(0)}(r) + \epsilon\chi^{(1)}(\xi^a), \quad (7.1)$$

$$\phi_1(\xi^a) = \phi_1^{(0)} + \epsilon\phi_1^{(1)}(\xi^a), \quad (7.2)$$

donde ξ^a denota nuevamente a las coordenadas del volumen de mundo de las D7-branas (5.2), $\epsilon \ll 1$ es un parámetro adimensional introducido para tener control sobre el orden al que se estudiará la perturbación y $\chi^{(0)}$ y $\phi_1^{(0)}$ son las soluciones exactas discutidas en el Capítulo 5.

Para determinar la dinámica de estas perturbaciones se sustituyen (7.1) y (7.2) en las ecuaciones de movimiento más generales provenientes de la acción DBI (5.6) y se resuelven a primer orden en ϵ . Estas ecuaciones son largas y no ofrecen información que pueda ser leída de visualizarlas, de modo que se omitirán en este texto. La única característica de éstas que debe tenerse en cuenta en los cálculos siguientes es que χ y ϕ_1 se desacoplan.

Se buscan soluciones separables de la forma

$$\chi^{(1)}(\xi^a) = \chi_r(r)e^{i(\omega t - \vec{x} \cdot \vec{k})}H(\Sigma_3), \quad (7.3)$$

$$\phi_1^{(1)}(\xi^a) = \phi_r(r)e^{i(\omega t - \vec{x} \cdot \vec{k})}G(\Sigma_3), \quad (7.4)$$

donde Σ_3 denota a las coordenadas del 3-ciclo (ψ, ϕ_2, ϕ_3) , \vec{x} denota a las direcciones espaciales de la teoría de norma y ω y \vec{k} son duales a la energía y momento de los mesones respectivamente. Debido a que la invariancia de Lorentz está rota por la temperatura finita del plasma, la noción de masa de un mesón depende del marco de referencia elegido. Aquí se trabajará con las mismas convenciones de [34] y se definirá la masa de los mesones en su marco de referencia en reposo, dada así por ω a $\vec{k} = 0$.

Al sustituir (7.3) y (7.4) en sus respectivas ecuaciones de movimiento y fijar $\vec{k} = 0$ se obtiene esquemáticamente

$$\mathcal{A}(\chi_r, r, \omega) + \mathcal{H}(H, \Sigma_3, x, r) = 0, \quad (7.5)$$

para $\chi^{(1)}$, mientras que para $\phi^{(1)}$ se tiene que

$$\mathcal{B}(\phi_r, r, \omega) + \mathcal{H}(G, \Sigma_3, x, r) = 0. \quad (7.6)$$

En ambas ecuaciones \mathcal{H} es el funcional dado por

$$\mathcal{H}(H, \Sigma_3, x, r) = \frac{1}{H} \left(\nabla_{S^3}^2 H + \frac{2b^2 x^2}{V X \Delta} (1 - \chi^{(0)}) (\partial_{\phi_2}^2 + 2\partial_{\phi_2} \partial_{\phi_3} + \partial_{\phi_3}^2) H \right), \quad (7.7)$$

donde $\nabla_{S^3}^2$ denota al operador de Laplace en la 3-esfera. Por su parte, tanto \mathcal{A} como \mathcal{B} son funcionales que no dependen de ninguna otra coordenada del espacio mas que r . La forma de estos dos últimos es bastante complicada y poco informativa, de modo que se omitirá su escritura en este texto.

Pudiera parecer a simple vista que las ecuaciones (7.5) y (7.6) no son separables, pues el funcional \mathcal{H} no depende únicamente de las coordenadas del 3-ciclo, sino que también de x y r . Sin embargo, eso es incorrecto. Para ver esto se analizará primero el caso de campo magnético nulo. Bajo estas condiciones el segundo término del lado derecho de (7.7) se elimina y las ecuaciones (7.5) y (7.6) se separan en

$$\mathcal{A}(\chi_r, r) = \lambda, \quad \nabla_{S^3}^2 H = -\lambda H \quad (7.8)$$

$$\mathcal{B}(\phi_r, r) = \lambda, \quad \nabla_{S^3}^2 G = -\lambda G, \quad (7.9)$$

de modo que las funciones angulares H y G satisfacen la ecuación de Laplace en la 3-esfera, como ya se había encontrado previamente en [31, 34, 35]. Las soluciones a ésta ecuación son los armónicos esféricos \mathcal{Y}_{m_1, m_2}^l dados por [78, 79]

$$\mathcal{Y}_{m_1, m_2}^l = C_{m_1, m_2}^l (e^{i\phi_2} \cos \psi)^{m_2+m_1} (e^{i\phi_3} \sin \psi)^{m_2-m_1} P_{\frac{l}{2}-m_2}^{(m_2-m_1, m_2+m_1)}(\cos 2\psi), \quad (7.10)$$

donde C_{m_1, m_2}^l es una constante de normalización y P es un polinomio de Jacobi. Estos armónicos esféricos transforman en la representación $(\frac{l}{2}, \frac{l}{2})$ de $SO(4)$ y satisfacen

$$\nabla_{S^3}^2 \mathcal{Y}_{m_1, m_2}^l = -l(l+2) \mathcal{Y}_{m_1, m_2}^l. \quad (7.11)$$

Los números cuánticos (l, m_1, m_2) son tales que $l \in \mathbb{N}$ y $|m_{1,2}| \leq l/2$ varían de forma independiente en pasos enteros, de manera que toman valores enteros o semienteros según la paridad de l

Para cualquier campo magnético distinto de cero ambos términos en el lado derecho de (7.7) están presentes, a menos que las funciones H y G cumplan que

$$(\partial_{\phi_2}^2 + 2\partial_{\phi_2}\partial_{\phi_3} + \partial_{\phi_3}^2)H = 0, \quad (\partial_{\phi_2}^2 + 2\partial_{\phi_2}\partial_{\phi_3} + \partial_{\phi_3}^2)G = 0. \quad (7.12)$$

Si esto ocurre \mathcal{H} se reduce nuevamente al operador de Laplace en la 3-esfera, de modo que H y G deben cumplir simultáneamente la ecuación de Laplace (7.11) y (7.12). De sustituir (7.10) en (7.12) se tiene que

$$-4m_2^2 \mathcal{Y}_{m_1, m_2}^l = 0, \quad (7.13)$$

de modo que lo anterior sólo puede ocurrir si H y G son armónicos esféricos con $m_2 = 0$. Dado el rango de valores que este número cuántico puede tomar, esto significa que la presencia del campo magnético limita el momento angular l de las perturbaciones en la 3-esfera a tomar solo valores pares.

7.2. Solución numérica

Habiendo separado las ecuaciones (7.5) y (7.6), lo que resta es determinar χ_r y ϕ_r al resolver

$$\mathcal{A}(\chi_r, r, \omega) = l(l+2), \quad \mathcal{B}(\phi_r, r, \omega) = l(l+2), \quad (7.14)$$

que son dos ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden que dependen de la frecuencia ω y el momento angular en la 3-esfera l . Al resolver éstas cerca de la frontera se obtiene que el comportamiento dominante es de la forma

$$\chi_r(r) = Ar^{-1+l} + Br^{-3-l}, \quad (7.15)$$

$$\phi_r(r) = Cr^l + Dr^{-2-l}, \quad (7.16)$$

donde A , B , C , y D son coeficientes libres que se pueden extraer una vez que se conoce una solución numérica particular en todo el bulto. En ese sentido, estas cantidades son funciones de los parámetros físicos del fondo, de los encajes de Minkowski y de la frecuencia ω de la perturbación. Se buscan soluciones que sean normalizables en el límite $r \rightarrow \infty$, que en este caso son aquellas para las que $A = 0$ y $C = 0$ [31, 34, 35].

El procedimiento numérico para resolver las ecuaciones (7.14) es análogo al usado en los capítulos previos. Dado que los encajes de Minkowski son aquellos para los que $\theta = \pi/2$ en r_i , las ecuaciones para las perturbaciones son degenerados en r_i . Por tanto, primero se resuelven dichas ecuaciones en series de potencias alrededor de r_i

$$\chi_r(r) = \chi_{r_i} + \sum_{j=1}^{\infty} a_j (r - r_i)^j, \quad (7.17)$$

$$\phi_r(r) = \phi_{r_i} + \sum_{j=1}^{\infty} b_j (r - r_i)^j, \quad (7.18)$$

lo que permite resolver para los coeficientes a_j y b_j en términos de los valores que toman las funciones métricas, el campo escalar y los encajes de Minkowski sin perturbar en r_i , así como la frecuencia ω y el momento angular l . Usando lo anterior como condiciones iniciales se integran las ecuaciones para χ_r y ϕ_r numéricamente desde $r = r_i + \epsilon$ con $\epsilon \ll r_i$ hasta la frontera en $r \rightarrow \infty$. Posteriormente se extraen los coeficientes A y C de estas soluciones y se buscan los valores de ω tales estos se anulen, es decir, las frecuencias que corresponden a soluciones normalizables. El resultado es un conjunto discreto $\omega_{n,l}$ degenerado en m_1 , donde $n = 0, 1, 2, \dots$ denota al número cuántico radial.

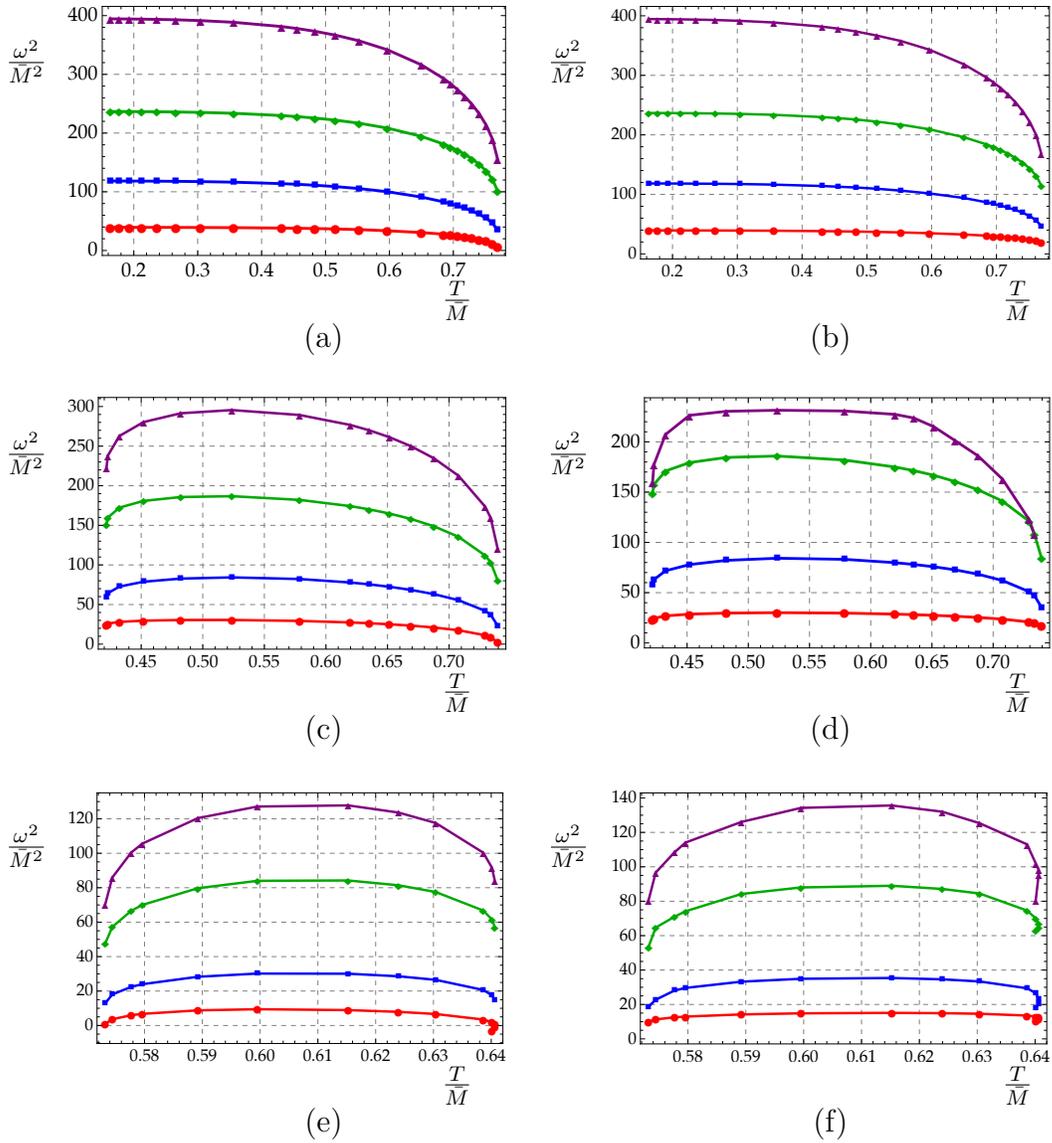


Figura 7.1: Espectro de mesones $\frac{\omega^2}{\bar{M}^2}$ para las perturbaciones en χ (columna izquierda) y ϕ (columna derecha) como función de T/\bar{M} para campo magnético fijo $b/\bar{M}^2 = 0$ en (a) y (b), $b/\bar{M}^2 = 2$ en (c) y (d), y $b/\bar{M}^2 = 3.4$ en (e) y (f). Los colores corresponden a diferentes valores para los números cuánticos (n, l) , siendo de abajo a arriba rojo (0, 0), azul (1, 0), verde (0, 2), y morado (1, 2).

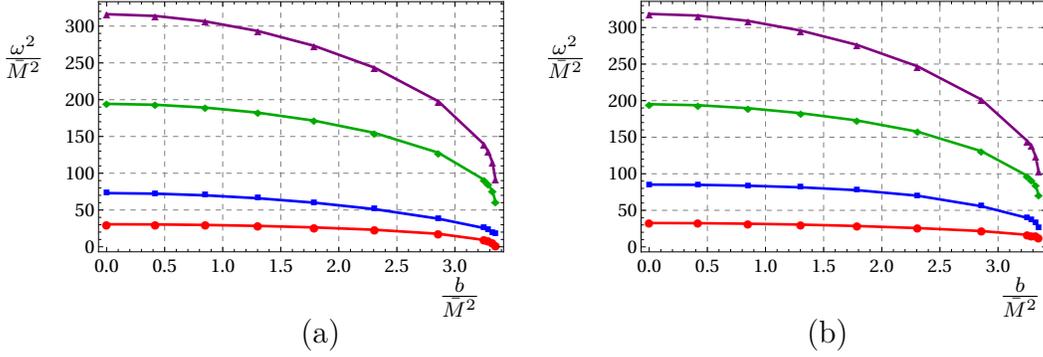


Figura 7.2: Espectro de mesones $\frac{\omega^2}{\bar{M}^2}$ para las perturbaciones en χ (a) y ϕ (b) como función de b/\bar{M}^2 . En ambos casos la temperatura está fija a $T/\bar{M} = 0.65$. Los colores corresponden a diferentes valores para los números cuánticos (n, l) , siendo de abajo hacia arriba rojo $(0, 0)$, azul $(1, 0)$, verde $(0, 2)$ y morado $(1, 2)$.

7.3. Espectro de mesones

En la Fig. (7.1) se muestra el espectro de mesones ω^2 normalizado con respecto a \bar{M}^2 para las perturbaciones en χ (columna izquierda) y para las perturbaciones en ϕ (columna derecha), como función de T/\bar{M} para campo magnético fijo y diferentes valores para los números cuánticos n y l . Las Fig. (7.1) (a) y (b) muestran el caso de campo magnético nulo, resultados que coinciden con los valores reportados en [34]. De éstas se puede observar cómo la masa de los mesones tiende a cero al acercarse la temperatura a su valor crítico, así como el que ésta se incrementa cuando la temperatura se reduce, aproximándose a un valor constante cuando $T/\bar{M} \rightarrow 0$. Por su parte, las Fig. (7.1) (c) y (d) muestran los resultados para $b/\bar{M}^2 = 2$. Para dicho valor de campo magnético se puede ver cómo es que la masa de los mesones tiende a cero al acercarse a la temperatura de derretimiento, justo como ocurría en el caso de campo magnético nulo. Sin embargo, a medida que se reduce la temperatura y ésta se acerca a su valor mínimo la masa de los mesones comienza a disminuir sin acercarse a un valor específico. Finalmente, las Fig. (7.1) (e) y (f) muestran los resultados para $b/\bar{M}^2 = 3.4$, intensidad de campo para la cual hay dos temperaturas de derretimiento T_{hot}/\bar{M} y T_{cold}/\bar{M} . Se puede apreciar cómo es que al acercarse a ambas temperaturas las masas de los mesones tienden a cero.

Se cierra este capítulo mostrando el espectro de mesones como función de b/\bar{M}^2 a temperatura fija en la Fig. (7.2). Aunque se presenta específicamente los resultados para $T/\bar{M} = 0.65$, se comprobó que el comportamiento cualitativo es el mismo para cualquier temperatura en el rango en el que toma lugar la transición. Se puede ver cómo la masa de los mesones tiende a cero cuando el campo magnético

se aproxima a $b_{melting}/\bar{M}^2$, confirmando una vez más que los mesones se pueden derretir al modificar únicamente el campo magnético.

Capítulo 8

Producción de fotones

En este capítulo se presenta el estudio de la producción de fotones en el plasma magnetizado sin grados de libertad de sabor. Se comienza con la descripción del lado de la teoría de norma, haciendo énfasis en la dinámica de los experimentos de dispersión en colisiones altamente energéticas, para proseguir con la descripción del cálculo gravitacional, que involucra perturbar las soluciones construidas en el Capítulo 3. Se demuestra de forma analítica que los fotones producidos en el plasma estudiado en esta tesis están polarizados en su estado paralelo al plano de reacción, es decir, el plano perpendicular al campo magnético. Se reportan también los resultados numéricos de la producción diferencial de fotones en función de su frecuencia ω , el campo magnético b y su dirección de propagación. Los resultados muestran que dependiendo del valor de la frecuencia puede presentarse MC o IMC. Adicionalmente, al integrar sobre todas las frecuencias posibles se encontró que se da IMC para intensidades de campo magnético altas, mientras que se tiene MC para intensidades pequeñas.

8.1. Producción de fotones en un plasma fuertemente acoplado

Asumiendo que el plasma se encuentra en equilibrio térmico a temperatura T , la tasa de fotones emitidos por éste con 4-vector¹ de onda nulo $k^i = (k^0, \vec{k})$ y 4-vector de polarización $\epsilon_{(s)}^i(\vec{k})$ viene dada por [54, 55]

$$\frac{d\Gamma_s}{d\vec{k}} = \frac{e^2}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|} n_B(k^0) \epsilon_{(s)}^i(\vec{k}) \epsilon_{(s)}^j(\vec{k}) \chi_{ij}(k) \Big|_{k=0}, \quad (8.1)$$

donde $n_B(k^0)$ es la distribución de Bose-Einstein para la energía de los fotones

$$n_B(k^0) = \frac{1}{e^{k^0/T} - 1}, \quad (8.2)$$

y la densidad espectral $\chi_{ij}(k) = -2\text{Im}[G_{ij}^R(k)]$ está dada en términos de el correlador retardado de dos puntos de la corriente electromagnética (1.2)

$$G_{ij}^R(k) = -i \int d^4x e^{-ik \cdot x} \Theta(t) \langle [\mathcal{J}_i^{EM}(x), \mathcal{J}_j^{EM}(0)] \rangle, \quad (8.3)$$

donde el valor de expectación se toma en el estado de equilibrio térmico a temperatura T .

Los vectores de polarización $\epsilon_{(s)}^i$ son ortogonales al vector de onda k^j con respecto a la métrica de Minkowski, así que también pueden elegirse $\epsilon_{(1)}^i$ y $\epsilon_{(2)}^j$ ortogonales entre sí. Siguiendo la convención de dirigir el campo magnético a lo largo de la dirección z , se tiene invariancia rotacional en el plano xy , que coincide con el llamado “plano de reacción” en los experimentos de colisión. Esto permite colocar el vector de onda \vec{k} en el plano xz sin pérdida de generalidad. Si se denota por ϑ al ángulo entre \vec{k} y el campo magnético, los vectores de polarización y de onda se pueden escribir como

$$k^i = k^0(1, \sin \vartheta, 0, \cos \vartheta), \quad \epsilon_{(1)}^i = (0, 0, 1, 0), \quad \epsilon_{(2)}^j = (0, \cos \vartheta, 0, -\sin \vartheta). \quad (8.4)$$

En consecuencia, la tasa de fotones emitidos (8.1) se puede descomponer en

$$\frac{d\Gamma_1}{d\vec{k}} = \frac{e^2}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|} n_B(k^0) \chi_{yy}, \quad (8.5)$$

para el estado de polarización $\epsilon_{(1)}$, mientras que para el estado de polarización $\epsilon_{(2)}$ se tiene que

$$\frac{d\Gamma_2}{d\vec{k}} = \frac{e^2}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|} n_B(k^0) (\cos^2 \vartheta \chi_{xx} - 2 \cos \vartheta \sin \vartheta \chi_{xz} + \sin^2 \vartheta \chi_{zz}). \quad (8.6)$$

¹Recuérdese que la notación que se está manejando para denotar a las direcciones de la teoría de norma es $x^i = (t, x, y, z)$.

Para ilustrar mejor la dinámica a considerar, se presenta un diagrama de ésta en la Fig. (8.1).

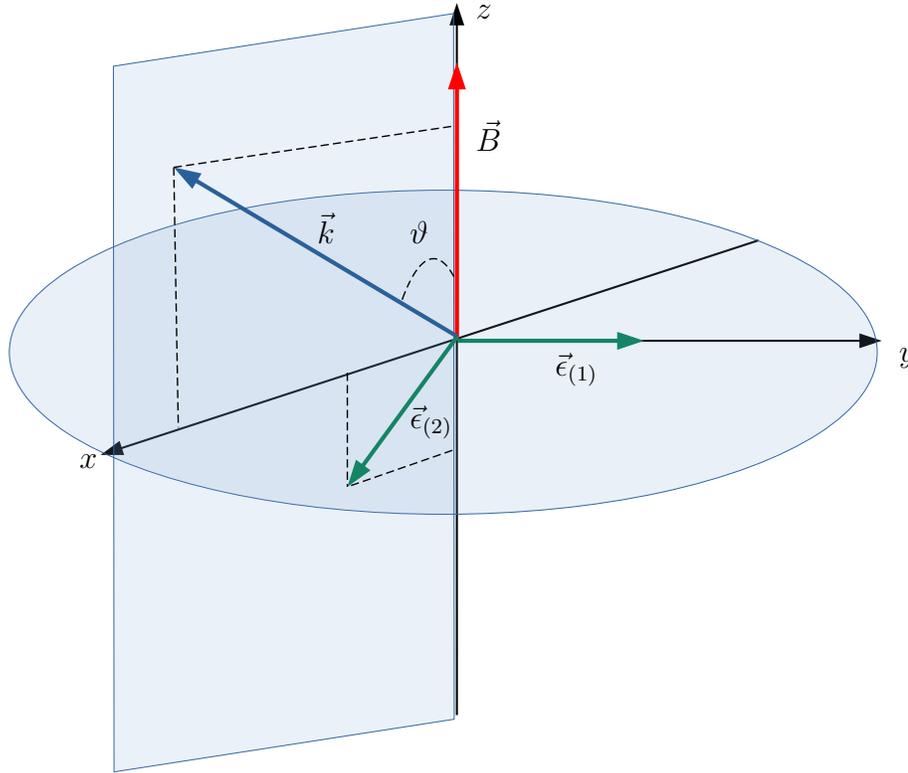


Figura 8.1: Diagrama de la dinámica de producción de fotones. Se muestran las componentes espaciales del momento del fotón \vec{k} (azul), así como los vectores de polarización $\vec{e}_{(1)}$ y $\vec{e}_{(2)}$ (verde). El campo magnético \vec{B} (rojo) apunta en la dirección perpendicular al plano de reacción, que está representado por un disco en el plano xy . Debido a la simetría rotacional alrededor de la dirección z , se puede elegir coordenadas de forma tal que el momento del fotón esté en el plano xz . Como se verá más adelante, los resultados aquí presentados muestran que cualquier fotón producido en el plasma debe encontrarse en su estado de polarización paralelo al plano de reacción.

8.2. Cálculo holográfico

De acuerdo al diccionario holográfico, la función de correlación (8.3) puede determinarse mediante un cálculo perturbativo en el dual gravitacional [80–83]. Se deben considerar perturbaciones alrededor de las soluciones construidas en el

Cap. 3, dadas en la ecuación (3.2) y que a lo largo de este capítulo serán denotadas por el superíndice BG. Esto es

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= g^{BG}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \\ F &= F^{BG} + dA, \\ \varphi &= \varphi^{BG} + \phi. \end{aligned} \quad (8.7)$$

La perturbación al campo de norma A evaluada en la frontera, que se denotará como A^{bdry} para abreviar, es dual a la fuente del campo de norma \mathcal{A} en la teoría dual (1.1). En otras palabras, A^{bdry} es dual a la corriente electromagnética \mathcal{J}^{EM} del lado de la teoría de norma mientras se trabaje en la norma $A_r = 0$. Además, debido a que la frontera es perpendicular a r , se impone también la norma $h_{\mu r} = 0$ para las perturbaciones de la métrica. Todas las elecciones de norma son consistentes con el hecho de que estas componentes no se corresponden con fuentes en la teoría de norma. El siguiente paso es resolver las ecuaciones de movimiento (2.13), (2.14), (2.15) y la restricción $F \wedge F = 0$ a primer orden en las perturbaciones, buscando exclusivamente soluciones de tipo no salientes². Finalmente, para obtener la función de correlación deseada (8.3) es necesario evaluar la acción (2.16) en dichas soluciones y tomar la segunda variación de ésta con respecto a A^{bdry}

$$G^{Rij}(k) = \frac{\delta^2 S_{Eff}}{\delta A_i^{bdry} \delta A_j^{bdry}}. \quad (8.8)$$

Dado que las ecuaciones acoplan de forma genérica a todos los campos involucrados, para poder determinar la producción de fotones es necesario recurrir a los métodos explicados a detalle en [22, 84, 85]. Se buscan entonces las soluciones linealmente independientes que no sean de tipo onda saliente tales que su comportamiento en la frontera sea

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} A^{(1)} \\ \Phi^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} A^{(2)} \\ \Phi^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (8.9)$$

donde la A denota a cualquiera de las componentes de A_i y Φ denota a los campos que se acoplan a A en las ecuaciones de movimiento. Debido a que estas últimas están linealizadas, la solución no-saliente más general se puede escribir como una combinación lineal de (8.9)

$$\begin{pmatrix} A \\ \Phi \end{pmatrix} = A^{bdry} \begin{pmatrix} A^{(1)} \\ \Phi^{(1)} \end{pmatrix} + \Phi^{bdry} \begin{pmatrix} A^{(2)} \\ \Phi^{(2)} \end{pmatrix} \quad (8.10)$$

²Esto es debido a que se desea calcular el correlador retardado. Para el caso del correlador avanzado es necesario omitir las soluciones entrantes.

Obsérvese que se ha hecho manifiesta la dependencia de la solución en A^{bdry} , lo que facilita tomar variaciones con respecto a ésta cantidad. Se puede observar de (8.10) que los valores de los campos en la frontera son independientes

$$\frac{\delta A|_{bdry}}{\delta A^{bdry}} = 1, \quad \frac{\delta \Phi|_{bdry}}{\delta A^{bdry}} = 0, \quad (8.11)$$

pero no así las derivadas de los campos. Al derivar (8.10) respecto a r y variar respecto a A^{bdry} se obtiene

$$\frac{\delta A'|_{bdry}}{\delta A^{bdry}} = A'^{(1)}|_{bdry}, \quad \frac{\delta \Phi'|_{bdry}}{\delta A^{bdry}} = \Phi'^{(1)}|_{bdry}, \quad (8.12)$$

donde nuevamente la prima denota a la derivada con respecto a r . Este hecho genérico se usará para calcular la segunda variación de la acción en (8.8). Más adelante se explicará cómo construir explícitamente las soluciones linealmente independientes (8.9)

Luego de evaluar (2.16) en las soluciones perturbadas, se localizan en ésta los términos con segundas derivadas en r , se integra por partes para obtener un término de frontera y se consideran sólo los términos a segundo orden en las perturbaciones. Esquemáticamente se obtiene

$$S_{eff}^{bdry} \propto \int d^4x (\mathcal{O}(AA') + \mathcal{O}(\phi\phi') + \mathcal{O}(h^2) + \mathcal{O}(hh')), \quad (8.13)$$

donde el límite $r \rightarrow \infty$ está implícito y los términos de orden cero, primero y mayor a segundo no se han escrito, pues no son relevantes para el cálculo en cuestión. Por lo discutido en el párrafo anterior, se concluye que los términos $\mathcal{O}(\phi\phi')$, $\mathcal{O}(h^2)$ y $\mathcal{O}(hh')$ no contribuyen a la segunda variación respecto a A^{bdry} , pues los valores de los campos en la frontera son independientes. Por tanto, la única parte relevante para el cálculo del correlador (8.8) es

$$S_{eff}^{bdry} = -\frac{1}{8\pi G_5} \int d^4x UVX^{-2}\sqrt{W} \left(-\frac{A_t A'_t}{U} + \frac{A_x A'_x}{V} + \frac{A_y A'_y}{V} + \frac{A_z A'_z}{W} \right). \quad (8.14)$$

Los únicos otros términos que podrían haber contribuido a la segunda variación son aquellos de la forma $\mathcal{O}(h'h')$, $\mathcal{O}(\phi'\phi')$, $\mathcal{O}(\phi'h')$, $\mathcal{O}(Ah')$, $\mathcal{O}(A\phi')$, $\mathcal{O}(A'h')$ y $\mathcal{O}(A'\phi')$, pero ninguno de estos aparece en la acción.

8.3. Fotones polarizados linealmente

El siguiente paso para el cálculo de la producción de fotones es resolver las ecuaciones de movimiento (2.13), (2.14), (2.15) y la constricción $F \wedge F = 0$ a primer orden en las perturbaciones y encontrar las soluciones no salientes (8.9).

Para esto conviene notar que, a pesar de que la teoría de norma es anisotrópica por la presencia del campo magnético, sigue siendo invariante ante traslaciones. Debido a esto se puede descomponer a todos los campos en sus componentes de Fourier

$$\Phi(r, x^i) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik_i x^i} \Phi(r, k^i), \quad k^i = k^0(1, \sin \vartheta, 0, \cos \vartheta), \quad (8.15)$$

donde Φ denota a cualquiera de los campos $h_{\mu\nu}$, A_μ o ϕ .

El resultado de este procedimiento son 24 ecuaciones diferenciales ordinarias que pueden desacoplarse en dos grupos independientes. El primero de ellos consta de 11 ecuaciones para los campos A_t , A_x , A_z , h_{ty} , h_{xy} y h_{yz} . Dado que el número de ecuaciones supera al número de variables, parecería a primera vista que el sistema está sobredeterminado. No obstante, es posible resolver el sistema consistentemente de forma analítica.

La ecuación de constricción para el campo de norma se escribe a orden lineal en la perturbación como

$$F \wedge F = F^{BG} \wedge F^{BG} + 2F^{BG} \wedge dA = 2F^{BG} \wedge dA \quad (8.16)$$

pues debido a la orientación del campo magnético, el primer término del lado derecho de (8.16) es cero. Luego de aplicar la transformada de Fourier (8.15) la expresión anterior se reduce a

$$0 = ik_0(A_z + A_t \cos \vartheta) dt \wedge dx \wedge dy \wedge dz - A'_z dx \wedge dy \wedge dz \wedge dr - A'_t dt \wedge dx \wedge dy \wedge dr, \quad (8.17)$$

de modo que 3 de las 11 ecuaciones del grupo son

$$\begin{aligned} A_z - A_t \cos \vartheta &= 0, \\ A'_z &= 0, \\ A'_t &= 0. \end{aligned} \quad (8.18)$$

Adicionalmente, la componente r de las ecuaciones de Maxwell es

$$UW A'_x \sin \vartheta + V(W A'_t + U A'_z \cos \vartheta) = 0. \quad (8.19)$$

De (8.18) y (8.19) se concluye que

$$\begin{aligned} A_t(r) &= A_t^{bdry}, \\ A_x(r) &= A_x^{bdry}, \\ A_z(r) &= A_t^{bdry} \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (8.20)$$

En otras palabras, esas tres componentes son independientes de r . Es importante hacer notar que esta conclusión sólo es válida cuando $\vartheta \neq 0$, pues cuando los fotones se propagan de forma paralela al campo magnético la ecuación (8.19) se satisface automáticamente. El tratamiento de las 7 ecuaciones restantes se presenta en el Apéndice.

Debido a que las derivadas de (8.20) se anulan, el único término relevante en la acción (8.14) resulta ser

$$S = -\frac{1}{8\pi G_5} \int d^4x U \sqrt{W} X^{-2} A_y A'_y. \quad (8.21)$$

La falta de otros términos en esta expresión muestra explícitamente que su sustitución en (8.8) lleva a

$$G_{xx}^R = G_{zx}^R = G_{zz}^R = 0 \quad (8.22)$$

de modo que las densidades espectrales χ_{zz} , χ_{zx} , y χ_{xx} también se anulan. Al ser éstas las únicas que contribuyen a $\frac{d\Gamma_2}{dk}$ en (8.6), se concluye que el plasma no produce fotones en el estado de polarización $\epsilon_{(2)}$. Nótese que esto resulta ser una consecuencia directa de la restricción $F \wedge F = 0$ impuesta para garantizar que las soluciones 5-dimensionales puedan ser levantadas a soluciones 10-dimensionales de SUGRA IIB.

8.4. Producción diferencial de fotones

Como se explicó en la sección anterior, las ecuaciones para las perturbaciones $h_{\mu\nu}$, A_μ y ϕ se desacoplan en dos grupos. El segundo de estos está formado por 13 ecuaciones diferenciales ordinarias para 9 campos: A_y , ϕ , h_{tx} , h_{tz} , h_{xz} , h_{tt} , h_{xx} , h_{yy} y h_{zz} . Aunque el número de ecuaciones es mayor al número de incógnitas, al igual que ocurrió con el primer grupo, éste se puede resolver de forma consistente. De las 13 ecuaciones, 4 juegan el papel de restricciones, que una vez que han sido impuestas para algún r fijo se satisfacen a cualquier otro radio. Lo anterior deja 9 ecuaciones diferenciales de segundo orden para 9 incógnitas, de manera que, una vez que se han tomado en cuenta las restricciones, existen 14 soluciones linealmente independientes. Dada la construcción de la familia de soluciones de fondo, este sistema resulta tener solución analítica sólo para el caso en que el campo magnético es nulo, de modo que para cualquier otro valor es necesario recurrir a métodos numéricos. Las 13 ecuaciones son largas y no particularmente iluminadoras, de modo que se omitirá su presentación en este texto.

El primer paso es resolver las ecuaciones alrededor del horizonte. A diferencia de los cálculos previos reportados en esta tesis, en este caso hay que recurrir al método general de Frobenius. Se propone así que todos campos involucrados

puedan ser escritos como

$$\Phi(r) = (r - r_h)^\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \Phi_j (r - r_h)^j, \quad (8.23)$$

donde α es un parámetro a determinar por las ecuaciones. Este procedimiento arroja tres soluciones independientes para $\alpha = 0$, cinco soluciones tipo entrante con $\alpha = -ik_0/6r_h$, cinco soluciones tipo salientes con $\alpha = ik_0/6r_h$ y una sola solución con $\alpha = 1/2$. En consecuencia, el espacio de soluciones de tipo no salientes es 9-dimensional. En lo que sigue se denotará a un elemento arbitrario de este espacio como

$$\text{Sol} = \begin{pmatrix} A_y \\ r^2 \phi / \log r \\ h_{tx}/r^2 \\ h_{tz}/r^2 \\ h_{xz}/r^2 \\ h_{tt}/r^2 \\ h_{xx}/r^2 \\ h_{yy}/r^2 \\ h_{zz}/r^2 \end{pmatrix}, \quad (8.24)$$

donde se dividió a cada campo por la potencia de r apropiada para asegurar un comportamiento constante en la frontera.

De acuerdo al método descrito con anterioridad, se buscan así las 9 soluciones linealmente independientes que no son de tipo saliente (8.9) tales que su comportamiento en la frontera sea

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \text{Sol}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Sol}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Sol}^{(9)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (8.25)$$

de modo que la solución no-saliente más general se puede escribir como la combinación lineal

$$\text{Sol} = A_y^{bdry} \text{Sol}^{(1)} + \phi^{bdry} \text{Sol}^{(2)} + \dots + h_{zz}^{bdry} \text{Sol}^{(9)}. \quad (8.26)$$

De esta expresión se puede ver que la variación respecto a A_y^{bdry} de una solución no saliente arbitraria es

$$\frac{\delta \text{Sol}|_{bdry}}{\delta A_y^{bdry}} = \text{Sol}^{(1)}|_{bdry}, \quad \frac{\delta \text{Sol}'|_{bdry}}{\delta A_y^{bdry}} = \text{Sol}'^{(1)}|_{bdry}, \quad (8.27)$$

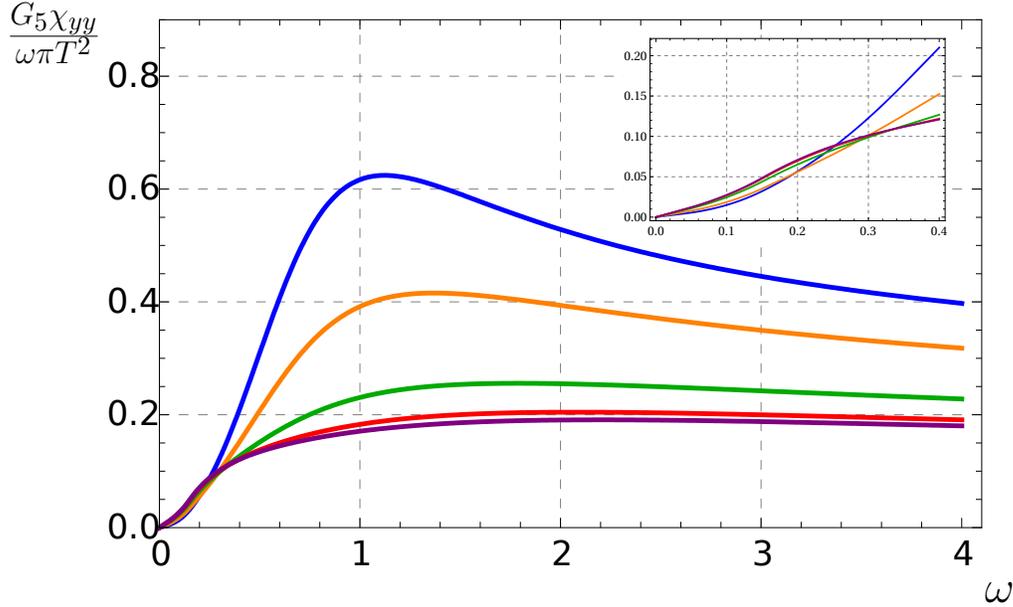


Figura 8.2: Función espectral χ_{yy} como función de la frecuencia $\omega = k_0/2\pi T$ para campo magnético fijo a $b/T^2 = 11.24$. Las curvas (de arriba a abajo en el centro) azul, naranja, verde, roja y morada corresponden a $\vartheta = \{\pi/2, \pi/4, \pi/8, \pi/16, \pi/32\}$ respectivamente.

así que al sustituir en la acción (8.21) se obtiene que

$$G_{yy}^R = -\frac{1}{4\pi G_5} \left(U X^{-2} \sqrt{W} A_y'^{(1)} \right). \quad (8.28)$$

Es claro entonces que es necesario encontrar $\text{Sol}^{(1)}$ de forma explícita. Para lograr esto se buscan 9 soluciones no salientes arbitrarias y se usan éstas como columnas de la matriz

$$\mathcal{M} = (\text{Sol}^{(a1)} \text{Sol}^{(a2)} \dots \text{Sol}^{(a9)}). \quad (8.29)$$

Con esto la expresión (8.26) se puede invertir para obtener

$$(\text{Sol}^{(1)} \text{Sol}^{(2)} \dots \text{Sol}^{(9)}) = \mathcal{M}(\mathcal{M}^{-1}|_{bdry}), \quad (8.30)$$

de donde se puede leer inmediatamente la solución $\text{Sol}^{(1)}$ buscada.

Las soluciones arbitrarias que forman la matriz (8.29) se construyen resolviendo de forma numérica las ecuaciones de movimiento. En la práctica, este procedimiento consiste en resolver éstas alrededor del horizonte con las expansiones (8.23) eligiendo los valores de α que excluyen a las soluciones salientes. El resultado de

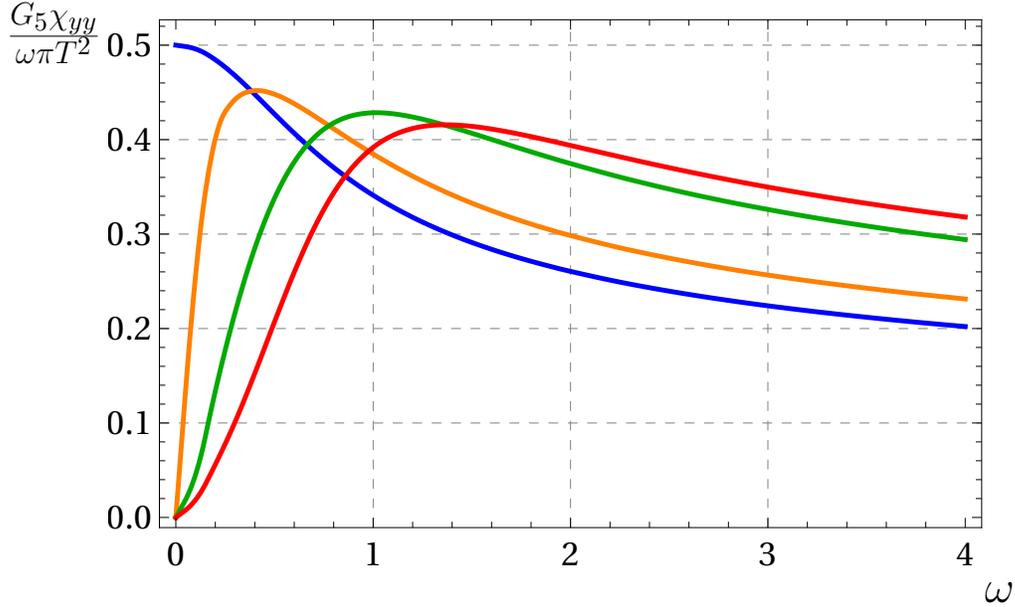


Figura 8.3: Función espectral χ_{yy} como función de la frecuencia $\omega = k_0/2\pi T$ para dirección de propagación fija a $\vartheta = \pi/4$. Las curvas (de arriba a abajo a la izquierda) azul, naranja, verde y roja corresponden a $b/T^2 = \{0, 4.22, 8.73, 11.24\}$ respectivamente.

esto se utiliza como condiciones iniciales para la integración numérica desde un $r = r_h + \epsilon$ con $\epsilon \ll r_h$ hasta la frontera.

Con el procedimiento descrito es posible calcular $\chi_{yy} = -2\text{Im}[G_{yy}^R]$ como función de la frecuencia adimensional $\omega = k_0/2\pi T$ para distintos valores de ϑ y b/T^2 . En la Fig. (8.2) se muestran los resultados a $b/T^2 = 11.24$ y diversos valores de ϑ , cada uno representado por una curva diferente. Se puede observar cómo el valor de χ_{yy} disminuye con ϑ para frecuencias altas, mientras que para frecuencias pequeñas se tiene el comportamiento opuesto. En otras palabras, el valor de χ_{yy} disminuye conforme la dirección de propagación se alinea con el campo magnético para frecuencias altas, mientras que para frecuencias pequeñas χ_{yy} decrece a medida que la dirección de propagación se alinea con el plano de reacción. Aunque sólo se presentan los resultados para este valor específico de campo magnético, se corroboró que se tiene el mismo comportamiento cualitativo para cualquier $b/T^2 \neq 0$.

Por su parte, en la Fig. (8.3) se muestran los resultados para $\vartheta = \pi/4$ y diversos valores de campo magnético, cada uno representado por una curva diferente. Se puede apreciar que para frecuencias pequeñas el valor de χ_{yy} disminuye al incrementar la intensidad de campo magnético, mientras que para frecuencias altas el comportamiento se invierte. En otras palabras, para frecuencias pequeñas se tiene el fenómeno de IMC, mientras que para frecuencias altas se presenta MC.

$$\frac{G_5}{2\alpha_{EM}T^3} \frac{d\Gamma_1}{dk_0 d\cos\vartheta}$$

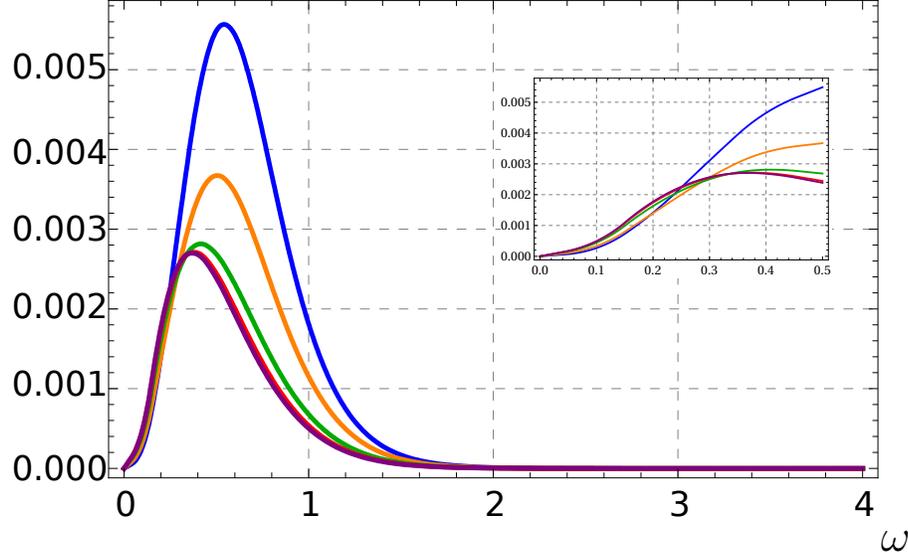


Figura 8.4: Producción diferencial de fotones $\frac{G_5}{2\alpha_{EM}T^3} \frac{d\Gamma_1}{dk_0 d\cos\vartheta}$ como función de la frecuencia $\omega = k_0/2\pi T$ para campo magnético fijo a $b/T^2 = 11.24$. Las curvas (de arriba a abajo en el centro) azul, naranja, verde, roja y morada corresponden a $\vartheta = \{\pi/2, \pi/4, \pi/8, \pi/16, \pi/32\}$ respectivamente.

Se muestran en este texto los resultados para $\vartheta = \pi/4$. No obstante, se corroboró explícitamente que se tiene el mismo comportamiento cualitativo para cualquier ϑ .

Al sustituir la función espectral en (8.5) se puede obtener la producción diferencial de fotones en el estado de polarización $\epsilon_{(1)}$. Dado que se tiene invariancia rotacional en el plano de reacción, es posible integrar respecto a ésta dirección en (8.5) para obtener que

$$\frac{G_5}{2\alpha_{EM}T^3} \frac{d\Gamma_1}{dk_0 d\cos\vartheta} = \frac{G_5\omega}{2T^2} n_B(k_0) \chi_{yy}. \quad (8.31)$$

Se presentan así los resultados para esta cantidad como función de ω para diversos valores de b/T^2 y ϑ .

En la Fig. (8.4) se muestra la producción diferencial de fotones como función de ω para campo magnético fijo a $b/T^2 = 11.24$. Las diferentes curvas corresponden a distintos valores del ángulo de propagación ϑ . Se puede observar cómo se producen más fotones conforme la dirección de propagación se alinea con el campo magnético para frecuencias entre 0 y 0.3. No obstante, para frecuencias

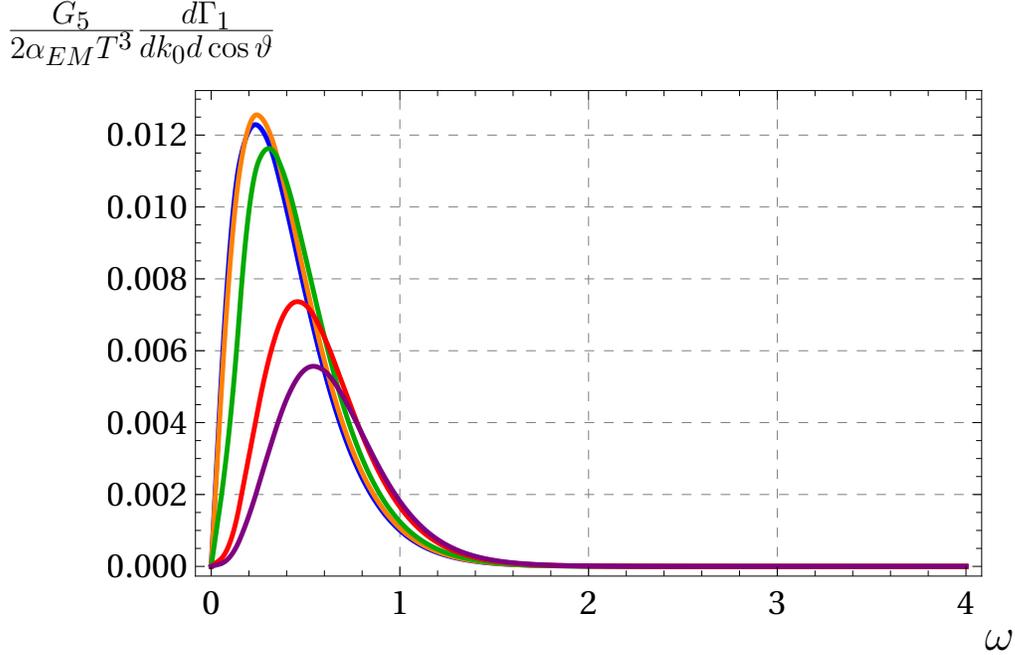


Figura 8.5: Producción diferencial de fotones $\frac{G_5}{2\alpha_{EM}T^3} \frac{d\Gamma_1}{dk_0 d \cos \vartheta}$ como función de la frecuencia $\omega = k_0/2\pi T$ para dirección de propagación fija a $\vartheta = \pi/2$. Las curvas (de arriba a abajo a la izquierda) azul, naranja, verde, roja y morada corresponden a $b/T^2 = \{0, 2.01, 4.22, 8.73, 11.24\}$ respectivamente.

mayores el comportamiento se invierte, de modo que la producción de fotones aumenta a medida que la dirección de propagación se alinea con el plano de reacción, volviéndose máxima para $\vartheta = \pi/2$ exactamente. Aunque se presentan explícitamente los resultados para $b/T^2 = 11.24$, se corroboró que se presenta el mismo comportamiento cualitativo para cualquier otra intensidad de campo magnético no nulo.

Se presenta un fenómeno similar al mantener fijo el ángulo de propagación y en su lugar modificar la intensidad de campo magnético. En la Fig. (8.5) se muestra la producción de fotones para $\vartheta = \pi/2$ y diversos valores de campo magnético, cada uno representado por una curva diferente. Se puede apreciar cómo al aumentar el campo magnético la producción de fotones disminuye para frecuencias pequeñas, es decir, se tiene el fenómeno de IMC. No obstante, para frecuencias altas el comportamiento se invierte y la producción de fotones aumenta al incrementar la intensidad de campo magnético, de manera que se presenta el fenómeno de MC.

Los resultados descritos hasta ahora corresponden a distintas frecuencias. No obstante, es posible integrar éstas en (8.31) para obtener la producción de fotones total en una dirección dada y un campo magnético fijo. En la Fig. (8.6) se

$$\frac{G_5}{4\pi\alpha_{EM}T^4} \frac{d\Gamma_1}{d\cos\vartheta}$$

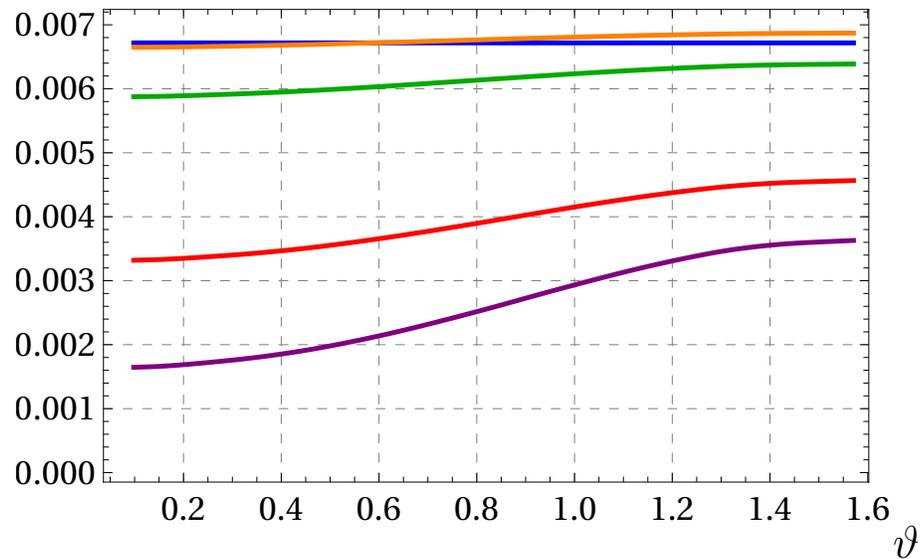


Figura 8.6: Producción diferencial de fotones $\frac{G_5}{4\pi\alpha_{EM}T^4} \frac{d\Gamma_1}{d\cos\vartheta}$ como función de ϑ . Las curvas (de arriba a abajo a la izquierda) azul, naranja, verde, roja y morada corresponden a $b/T^2 = \{0, 2.01, 4.22, 8.73, 11.24\}$ respectivamente.

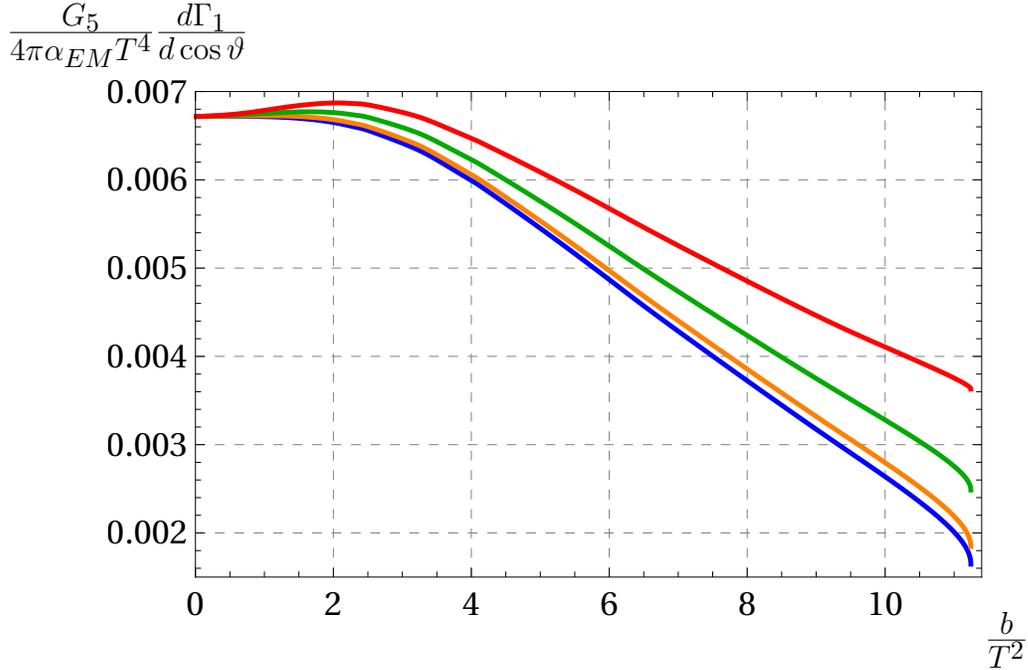


Figura 8.7: Producción diferencial de fotones $\frac{G_5}{4\pi\alpha_{EM}T^4} \frac{d\Gamma_1}{d\cos\vartheta}$ como función de b/T^2 . Las curvas (de abajo a arriba a la derecha) azul, naranja, verde y roja corresponden a $\vartheta = \{\pi/32, \pi/8, \pi/4, \pi/2\}$ respectivamente.

muestra la producción total de fotones como función del ángulo de propagación ϑ para diferentes intensidades de campo magnético. Se puede apreciar cómo para $b/T^2 > 2.01$ el comportamiento es monótono: al aumentar la intensidad de campo magnético disminuyen los fotones producidos. Para $b/T^2 = 2.01$ y $\vartheta < \pi/4$ se tiene el mismo comportamiento, es decir, la producción de fotones a $b/T^2 = 0$ es mayor. No obstante, para $b/T^2 = 2.01$ y $\vartheta > \pi/4$ la producción aumenta respecto a su valor a $b/T^2 = 0$ conforme la dirección de propagación apunta a lo largo del plano de reacción.

El fenómeno anterior se puede apreciar mejor en la Fig. (8.7), donde se muestra la producción total de fotones como función del campo magnético para diferentes direcciones de propagación. Se ve así como para $b/T^2 > 3.3$ la producción de fotones disminuye conforme se aumenta la intensidad de campo magnético para cualquier dirección de propagación, presentándose así el fenómeno de IMC. No obstante, para $b/T^2 < 3.3$ existe una región en la cual los fotones producidos aumentan con la intensidad de campo magnético, es decir, en la cual se da el fenómeno de MC. El intervalo de b/T^2 en el cual esto ocurre cambia con la dirección de propagación, volviéndose más pequeño conforme el momento de los fotones se alinea con el campo magnético. Hasta la precisión numérica que se

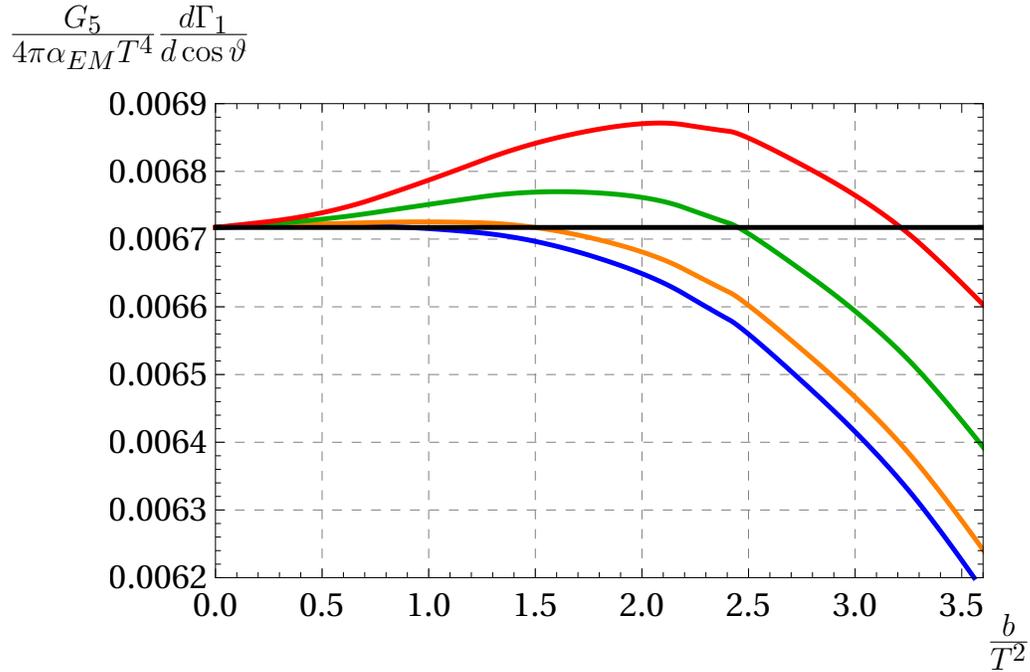


Figura 8.8: Producción diferencial de fotones $\frac{G_5}{4\pi\alpha_{EM}T^4} \frac{d\Gamma_1}{d\cos\vartheta}$ como función de b/T^2 para intensidades de campo magnético pequeñas. Las curvas (de abajo a arriba a la derecha) azul, naranja, verde y roja corresponden a $\vartheta = \{\pi/32, \pi/8, \pi/4, \pi/2\}$ respectivamente. La línea horizontal negra continua representa la producción total de fotones para $b/T^2 = 0$.

logró explorar, todo parece indicar que el tamaño de dicho intervalo tiende a cero cuando $b/T^2 \rightarrow 0$. Esto se muestra a detalle en la Fig. (8.8).

Capítulo 9

Discusión

En este capítulo se discuten los resultados obtenidos en esta tesis. Se comienza por el análisis de la existencia del campo magnético crítico en el plasma sin sabor, y el cómo esto se relaciona con los trabajos previos de [66,67] desde la perspectiva gravitacional, así como los resultados de [64,65,86] desde el lado de la teoría de norma. Posteriormente se analizan los resultados concernientes a los grados de libertad de sabor. En particular, el cómo el fenómeno de derretimiento de mesones aquí descrito difiere del reportado en [40–42], donde el campo magnético es introducido como una excitación sobre las D7-branas mismas y no retroaccionado en la geometría. Se compara también el espectro de mesones obtenido aquí con trabajos previos no holográficos [18,19]. Finalmente, se discuten los resultados acerca de la polarización de los fotones emitidos.

9.1. Campo magnético crítico

El primero de los resultados principales de esta tesis es la existencia de una intensidad máxima de campo magnético que el plasma puede tolerar, pues para valores mayores de éste la geometría dual desarrolla una singularidad desnuda. El análisis termodinámico aquí efectuado mostró que a esta intensidad de campo magnético crítica b_c el plasma sufre una transición de fase, pues el calor específico del sistema diverge en este punto.

Dicho campo crítico depende de la intensidad de la fuente para el operador escalar \mathcal{O}_φ . El análisis efectuado en este trabajo es análogo al presentado en [66] sobre la censura cósmica en cuatro dimensiones, donde las soluciones a Einstein-Maxwell con comportamiento asintótico AdS_4 desarrollan singularidades desnudas para intensidades de campo eléctrico mayores a cierto valor crítico. Interesantemente, en [67] los mismos autores desarrollan un ejemplo análogo en el vacío, donde el parámetro crítico es ahora una rotación diferencial en la métrica. Las soluciones encontradas en este trabajo muestran ambos comportamientos, manifestándose como una intensidad de campo magnético crítico desde la perspectiva 5-dimensional y como una rotación en la parte compacta de la métrica 10-dimensional. Como en estos dos casos, no se ha construido aún la solución gravitacional para un parámetro de orden, b en nuestro caso, más alto que el valor crítico. Esto se debe a que, como es explicado en [66], la aparición de una singularidad desnuda en la solución estacionaria indica que el fondo no puede ser estacionario para parámetros de orden mayores al valor crítico. Estudiar estas configuraciones dependientes del tiempo requiere un análisis independiente, similar al hecho en [87] para complementar a [66], y muestra que la solución evoluciona en el tiempo para cubrir la singularidad que inició desnuda. Un resumen de esta historia puede consultarse en [88].

La existencia de este valor crítico para el campo magnético parece ser una consecuencia directa del acoplo entre el campo escalar y el campo de Maxwell en la teoría gravitacional. Un fenómeno similar ya se había reportado previamente en [86], donde los autores construyeron geometrías 5-dimensionales para modelar el QGP magnetizado. Estos duales gravitacionales incluyen un campo magnético y un campo escalar justo como en el sistema aquí presentado, pero el acoplo entre estos y el potencial para el escalar es distinto. De forma crucial, esta diferencia se manifiesta en que sus soluciones no forman parte de una truncación consistente a SUGRA IIB en 10 dimensiones, por lo que no es posible la inclusión de grados de libertad de sabor en su modelo. No obstante, sus resultados también muestran que para un valor dado en el horizonte para el escalar existe una intensidad máxima del campo magnético que permite que la solución se aproxime a AdS_5 en la frontera.

Al trabajar a temperatura fija se encontró que para cualquier intensidad de campo magnético b menor a b_c hay dos posibles estados que difieren en el valor

que toma el valor de expectación de \mathcal{O}_φ . A través de un análisis termodinámico se mostró que uno de ellos es favorecido por sobre el otro, debido a que una de las ramas tiene mayor energía libre, menor entropía y calor específico negativo independientemente del esquema de renormalización elegido. Es importante recalcar que la fase a la que transita el sistema para campos más intensos que b_c no es la rama inestable encontrada, sino un estado diferente dual al fondo dependiente del tiempo discutido con anterioridad. La construcción de dicha solución con dependencia temporal escapa de los objetivos de este trabajo y no será presentada aquí.

La existencia de dos ramas de soluciones para intensidades de campo magnético menores al valor crítico es similar a los resultados de [64, 65], donde un campo escalar dual a un operador de dimensión $\Delta = 2$ se agregó a la configuración anisotrópica de [72, 74]. Siguiendo las mismas motivaciones que las presentadas en este trabajo, los autores apagaron la fuente del operador escalar y redujeron los parámetros adimensionales a únicamente a/T , análogo al b/T^2 utilizado aquí, y escribieron $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ como función de a/T únicamente. Describieron cómo es que, en su caso, es posible apagar el escalar por completo de forma continua manteniendo una anisotropía no nula, demostrando en el proceso que existe cierto valor crítico para la anisotropía arriba del cual es termodinámicamente preferido mantener el escalar encendido.

Finalmente, del tensor de energía momento se concluyó que existe una anomalía conforme en las soluciones encontradas cuyo valor depende exclusivamente de la intensidad del campo magnético.

9.2. Derretimiento de mesones

Los duales gravitacionales construidos en este trabajo permiten la inclusión de grados de libertad de sabor al considerar encajes de D7-branas de prueba en las geometrías 10-dimensionales. Esto permitió estudiar el efecto que tiene un campo magnético externo en los quarks del plasma. Aunque esto se había hecho previamente al introducir el campo magnético como una excitación sobre el volumen de mundo de las D7-branas de prueba [40–42], el procedimiento seguido aquí permitió considerar la retroacción del campo magnético en la geometría misma. Notablemente, los resultados aquí obtenidos son muy diferentes, e incluso completamente opuestos en caso de ser comparables, a los reportados en [40–42].

Algunos de los resultados principales relacionados con los grados de libertad de sabor están resumidos convenientemente en el diagrama fase en la Fig.(5.1), donde se puede apreciar que la presencia del campo magnético induce un comportamiento termodinámico muy interesante. Una de las novedades principales es que, para algunas intensidades de campo magnético, se puede derretir los me-

sones al disminuir la temperatura del plasma. Esto se puede ver explícitamente del análisis termodinámico realizado, pues éste mostró que existe una transición de fase de primer orden a bajas temperaturas además de la transición de fase de primer orden que se esperaba a altas temperaturas. Mientras que para la temperatura de derretimiento alta T_{hot} el efecto del campo magnético es el de IMC, se tiene MC para las temperaturas de derretimiento bajas T_{cold} . Esto es similar al efecto que tiene el campo magnético sobre el condensado quiral de quarks ligeros [13–15], pues hay algunas temperaturas para las cuales ambos fenómenos son observados. Sin embargo, es importante recalcar que en el sistema aquí presentado este comportamiento no es únicamente consecuencia del campo magnético, sino del acoplo de éste con el campo escalar en la teoría gravitacional.

Es conveniente hacer notar que el fenómeno aquí descrito no es una transición de confinamiento/desconfinamiento ni una transición de rompimiento de la simetría quiral. Esto es porque la existencia de un horizonte en las geometrías implica que la materia ya está desconfinada, y la simetría quiral ya está rota en ambas fases de nuestro sistema pues el condensado quiral es diferente de cero para valores finitos de b/\bar{M}^2 y T/\bar{M} . De hecho, los cálculos de QCD en la red [36–38] han mostrado ya que la temperatura a la que los mesones se disocian es mayor a la temperatura de desconfinamiento.

Otro resultado importante es que, para ciertos rangos de temperaturas, los mesones se pueden derretir al modificar únicamente la intensidad de campo magnético. No obstante, para temperaturas suficientemente altas no existen mesones estables sin importar el campo magnético. Este comportamiento es opuesto a lo encontrado en [41, 42], pues en su configuración es imposible derretir los mesones para intensidades de campo magnético arriba de cierto valor crítico.

De los resultados relacionados con el condensado del quark en la Fig. (6.3), se puede ver que la magnitud de éste incrementa con el campo magnético para todas las temperaturas exploradas, de modo que se observa MC en cuanto al condensado quiral. Esto parece ser consistente con los cálculos de QCD en la red [13–15], pues predicen MC para temperaturas suficientemente bajas y quarks pesados.

El estudio termodinámico de los quarks mostró que la transición de fase de derretimiento de mesones es de primer orden a ambas temperaturas críticas. También se encontró que para cualquier campo magnético no nulo existe una temperatura debajo de la cual el calor específico de los grados de libertad de sabor se vuelve negativo. No obstante, el calor específico de todo el sistema, que consiste en los grados de libertad de color y sabor, se mantiene positivo para todas las temperaturas accesibles cuando se toma el límite $N_f \ll N_c$.

Se estudió también el efecto que tiene el campo magnético sobre el espectro de mesones escalares al considerar perturbaciones en la posición de las D7-branas. Con esto se mostró que cuando el encaje es de tipo Minkowski el espectro de mesones es discreto, como ya era conocido para campo magnético nulo [31, 34,

35]. Sin embargo, se encontró que un campo magnético distinto de cero tiene importantes efectos sobre el espectro. El primero de ellos es que reduce el número de estados excitados posibles en la 3-esfera, al imponer que el número cuántico m_2 se anule para cualquier $b \neq 0$. El segundo es que el campo magnético disminuye la masa de los mesones para cualquier T/\bar{M} como se muestra en la Fig. (7.2). Se mostró también que, para los valores de T/\bar{M} para los que se puede inducir la transición con el campo magnético, las masas de los mesones tienden a cero cuando b/\bar{M} tiende al valor de derretimiento.

Los resultados concernientes al espectro de mesones están de acuerdo con los encontrados en [18], donde un cálculo a un lazo en un modelo sigma lineal mostró que la masa del pión neutro se reduce por la aplicación de un campo magnético. El mismo comportamiento se observó en cálculos de QCD en la red para el mismo pión [19]. El espectro del mesón η' ya se había calculado mediante métodos holográficos en [89]. No obstante, esos cálculos indican un incremento en la masa de éste con el campo magnético, y los autores concluyeron que esto debía ser corregido al tomar en consideración la retroacción del campo magnético. Correcciones similares deben aplicarse al trabajo en [90], donde la transición de derretimiento se estudió fuera del equilibrio. Dado que el campo magnético retroacciona en las geometrías aquí construidas, los resultados de esta tesis proveen dichas correcciones, mostrando así que el efecto del campo magnético es el opuesto al reportado en [89].

Finalmente, es importante recalcar que la construcción gravitacional dada aquí no permite explorar todos los valores posibles de la temperatura y el campo magnético, como lo muestra la Fig. (5.1). Sin embargo, el análisis termodinámico mostró que tanto el condensado del quark, la energía libre, la entropía y la energía interna divergen cuando b/T^2 se acerca a su valor crítico, de modo que se espera un comportamiento termodinámico interesante.

9.3. Producción de fotones

En el Capítulo 8 se estudió la producción de fotones del plasma sin grados de libertad de sabor, demostrándose que el modelo holográfico aquí construido predice que, sin importar su energía, cualquier fotón emitido a un ángulo $\vartheta \neq 0$ estará polarizado en su estado $\epsilon_{(1)}$. En términos de la geometría de un experimento de colisión, el resultado anterior indica que cualquier fotón producido propagándose en cualquier dirección, exceptuando la del campo magnético externo, debe ser emitido en su estado de polarización paralelo al plano de reacción. En otras palabras, la radiación está linealmente polarizada como se muestra en la Fig. (8.1).

Para el caso de fotones propagándose paralelos al campo magnético externo no hay restricciones: ambos estados de polarización, que están en el plano de

reacción, son posibles y contribuyen a la producción de fotones a través de $\frac{d\Gamma_1}{dk}$ y $\frac{d\Gamma_2}{dk}$. Esto ocurre debido a que si $\vartheta = 0$, las ecuaciones de Maxwell no imponen $\mathcal{A}_x^j = 0$. En ese caso el término $A_x A'_x$ está presente en (8.21) junto con $A_y A'_y$ de forma simétrica.

Aunque el cálculo holográfico aquí presentado es únicamente válido para el plasma de SYM $\mathcal{N} = 4$ en presencia de un campo magnético externo, el efecto de la polarización de los fotones puede ser un hecho genérico presente también en el QGP, como se ha sugerido en trabajos previos [46–50]. Es importante recalcar que éste estudio es motivado por la evidencia que indica que el QGP generado en los experimentos de altas energías, como aquellos de RHIC y el LHC, se encuentra en un estado fuertemente acoplado. Es esto lo que justifica el uso de métodos holográficos. Así como todos los trabajos previos en este contexto, no se espera que el fenómeno de polarización aquí presentado persista en el régimen de acoplamiento débil de QCD o cualquier otra teoría de campos.

Estudios holográficos previos [22, 53] mostraron que la presencia del campo magnético externo causa un incremento en la producción de fotones en un estado de polarización por sobre del otro. La polarización lineal estricta que se encuentra en el modelo holográfico aquí considerado es debida al término de Chern-Simons en la acción (2.8), pues es éste el que da lugar a la constricción $\mathcal{F} \wedge \mathcal{F} = 0$. Como se mostró de forma explícita en el Capítulo 2, este término es inevitable en la construcción gravitacional al provenir de una truncación consistente de SUGRA IIB. Dicho término no se tomó en consideración en [22], y aunque sí hay un término de Chern-Simons en [53], su construcción es tal que el efecto que las perturbaciones electromagnéticas tienen sobre el encaje de las branas no fue tomado en consideración. Esto explica las diferencias en resultados.

Algo interesante a notar es que, formalmente, lo que se mostró fue que la densidad de corriente en la teoría dual está polarizada a través de (8.3) de algún modo, pues es este operador el que es dual al campo de norma A del lado de la teoría gravitacional. Es debido al teorema óptico que esto induce una polarización en los fotones emitidos. Este fenómeno es similar al mecanismo de polarización propuesto en [46, 51, 52], aunque éste no involucra la polarización de los quarks.

Al calcular la producción diferencial de fotones en el estado de polarización permitido, se encontró que se producen más fotones conforme la dirección de propagación se alinea con el campo magnético para frecuencias bajas, mientras que para frecuencias altas la producción de fotones aumenta a medida que la dirección de propagación se alinea con el plano de reacción para cualquier intensidad de campo magnético. Al mantener fija la dirección de propagación se encontró que se presenta IMC para frecuencias pequeñas, mientras que se da MC para frecuencias altas. Al integrar sobre todas las posibles frecuencias para obtener la producción total de fotones, se encontró que para intensidades grandes del campo magnético se presenta IMC para cualquier dirección de propagación. No obstante,

para intensidades bajas se tiene MC en cierto intervalo de b/T^2 que es función de la dirección de propagación.

Finalmente, se podría también considerar el cómo afecta la presencia de quarks masivos a la producción de fotones, y si modifican la polarización de alguna forma. Los encajes calculados en este trabajo permiten que este cálculo sea posible, pero escapa al alcance de esta tesis y se deja como trabajo futuro.

Capítulo 10

Conclusiones

En la presente tesis se planteó el objetivo de estudiar el plasma de quarks y gluones en presencia de un intenso campo magnético externo. Para esto, se contruyó un dual gravitacional al MQGP que permite la inclusión de grados de libertad de sabor. El costo fue la inclusión de un campo escalar. Esto permitió descubrir que existe una intensidad de campo magnético máxima que el plasma puede tolerar que es función de la fuente del operador escalar. Para intensidades menores a ésta existen dos posibles soluciones que difieren en el valor que toma el VEV del operador escalar, una de ellas termodinámicamente favorecida sobre la otra.

En cuanto a el comportamiento de los grados de libertad de sabor, se encontró que la presencia del campo magnético permite la existencia de una nueva fase fría en la que los mesones están disociados. Para ciertas temperaturas fijas, el derretimiento puede causarse al ajustar únicamente el campo magnético. Esta transición de fase es de primer orden en todos los casos. Se estudió además el espectro de mesones, encontrándose que el campo magnético reduce el número de estados posibles para los mesones estables.

Finalmente, respecto a los mesones emitidos por el plasma, se descubrió que cualquier campo magnético no nulo causa que estos estén en su estado de polarización paralelo al plano de reacción. Para el estado restante, se encontró que para cualquier campo magnético se propagan más fotones en el plano de reacción. Para bajas intensidades de campo magnético la producción de fotones es mayor que en el caso $b = 0$, pero no así para altas intensidades.

Capítulo 11

Apéndice

11.1. Análisis del fondo en la frontera

11.1.1. Renormalización holográfica

Como es común en la correspondencia AdS/CFT, la evaluación directa de la acción Euclídea on-shell (4.1) diverge, de modo que debe renormalizarse a través del procedimiento conocido como renormalización holográfica [68]. El primer paso es analizar el comportamiento de las soluciones cerca de la frontera, que se puede llevar a cabo de forma conveniente en la coordenada Fefferman-Graham, en la que la métrica toma la forma

$$ds_5^2 = \frac{du^2}{u^2} + \gamma_{ij}(u)dx^i dx^j = \frac{1}{u^2} \left(du^2 + g_{ij}(u)dx^i dx^j \right), \quad (11.1)$$

codificando toda la información geométrica en g_{ij} .

Al resolver las ecuaciones de movimiento (2.13), (2.14) y (2.15) en series de potencias alrededor de $u = 0$, se obtiene

$$\begin{aligned} g_{ij}(u) &= g_{ij(0)} + (g_{ij(4)} + h_{ij} \log u + H_{ij} \log^2 u)u^4 + \mathcal{O}(u^6), \\ \varphi(u) &= u^2(\varphi_{(0)} + \psi_{(0)} \log u + (\varphi_{(2)} + \psi_{(2)} \log u + \Psi_{(2)} \log^2 u)u^2) + \mathcal{O}(u^6) \\ F_{uv} &= 0, \quad F_{ij} = F_{ij}(t, x, y, z), \end{aligned} \quad (11.2)$$

donde

$$\begin{aligned} \Psi_{(2)} &= -\frac{\psi_{(0)}^2}{2\sqrt{6}}, \\ \psi_{(2)} &= \frac{\psi_{(0)}}{\sqrt{6}}(\psi_{(0)} - \varphi_{(0)}), \\ \varphi_{(2)} &= -\frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{1}{2} F_{ik} F_{jl} g^{ij}_{(0)} g^{kl}_{(0)} + \frac{1}{2} \varphi_{(0)}^2 + \frac{3}{4} \psi_{(0)}^2 - \varphi_{(0)} \psi_{(0)} \right), \\ g^{ij}_{(0)} g_{ij(4)} &= \frac{1}{12} F_{ik} F_{jl} g^{ij}_{(0)} g^{kl}_{(0)} - \frac{1}{3} \varphi_{(0)}^2 - \frac{1}{24} \psi_{(0)}^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{ij} &= \frac{1}{4}g_{ij(0)}F_{nk}F_{ml}g^{nm}{}_{(0)}g^{kl}{}_{(0)} - F_{ik}F_{jl}g^{kl}{}_{(0)} - \frac{1}{6}g_{ij(0)}\varphi_{(0)}\psi_{(0)}, \\
H_{ij} &= -\frac{1}{12}g_{ij(0)}\psi_{(0)}^2,
\end{aligned} \tag{11.3}$$

y todos los coeficientes no listados hasta el orden especificado son nulos. Obsérvese que los primeros dos términos en la expresión para h_{ij} constituyen el tensor de energía momento del campo electromagnético en la teoría de norma.

Dado el caso estudiado en este trabajo, se ha considerado a F dependiente únicamente de las direcciones de la teoría de norma. Aunque $F \wedge F = 0$ impone una restricción sobre este campo que las soluciones presentadas en el texto principal cumplen, en lo siguiente ésta no jugará papel alguno. Nótese además que el orden dominante de la expansión para φ es u^2 , lo que significa que el campo satura la cota BF con $m^2 = -4$ y así es dual a un operador \mathcal{O}_φ de dimensión de escalamiento $\Delta = 2$. Para este tipo de campo, $\psi_{(0)}$ en la expresión (11.2) es dual a la fuente del operador, mientras que $\varphi_{(0)}$ es dual a su valor de expectación en el vacío [69].

Para localizar las divergencias de la acción Euclidea on-shell cuando $u \rightarrow 0$, se sustituye (11.2) en (4.1) y se integra desde un radio de corte ϵ hasta un u_{\max} arbitrario. Cuando $\epsilon \rightarrow 0$, la integral descrita diverge de la misma forma que lo hace la acción Euclidea completa, comportamiento que se resume en los términos divergentes de la integral

$$S_\epsilon = -\frac{1}{16\pi G_5} \int d^4x \sqrt{g_{(0)}} \left(\frac{1}{\epsilon^4} a_{(0)} + a_{(1)} \log \epsilon + a_{(2)} \log^2 \epsilon + \mathcal{O}(\epsilon^0) \right), \tag{11.4}$$

donde

$$\begin{aligned}
a_{(0)} &= 6, \\
a_{(1)} &= 3g^{ij}{}_{(0)}h_{ij} + F_{ik}F_{jl}g^{ij}{}_{(0)}g^{kl}{}_{(0)} + \frac{1}{2}\psi_{(0)}(4\varphi_{(0)} + \psi_{(0)}), \\
a_{(2)} &= 3g^{ij}{}_{(0)}H_{ij} + \psi_{(0)}^2,
\end{aligned} \tag{11.5}$$

que se simplifica a

$$\begin{aligned}
a_{(0)} &= 6, \\
a_{(1)} &= F_{ik}F_{jl}g^{ij}{}_{(0)}g^{kl}{}_{(0)} + \frac{1}{2}\psi_{(0)}^2, \\
a_{(2)} &= 0,
\end{aligned} \tag{11.6}$$

cuando se sustituye la solución (11.3).

El siguiente paso es invertir la serie (11.2) para expresar los coeficientes involucrados en (11.6) en términos de los campos $g_{ij}(u)$, $\varphi(u)$, F y sus derivadas. Hasta el orden relevante para este cálculo, y expresando todo en términos de $\gamma_{ij}(u)$ en lugar de $g_{ij}(u)$, se tiene

$$g_{ij(0)} = \epsilon^2 \gamma_{ij}, \quad g^{ij}{}_{(0)} = \frac{\gamma^{ij}}{\epsilon^2}, \quad \psi_{(0)} = \frac{\varphi}{\epsilon^2 \log \epsilon}, \quad \sqrt{g_{(0)}} = \epsilon^4 \sqrt{\gamma} \left(1 + \frac{1}{6} \varphi^2 \right), \tag{11.7}$$

lo que reduce las expresiones en (11.6) a

$$a_{(0)} = 6, \quad a_{(1)} = \frac{1}{\epsilon^4} \left(F^{ij} F_{ij} + \frac{1}{2 \log^2 \epsilon} \varphi^2 \right), \quad a_{(2)} = 0, \quad (11.8)$$

donde los índices se suben y bajan utilizando la métrica en la frontera γ_{ij} . Al sustituir (11.8) en (11.4) y descartar los términos que son finitos en el límite $\epsilon \rightarrow 0$ se obtiene

$$S_\epsilon = -\frac{1}{16\pi G_5} \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(6 + \varphi^2 \left(1 + \frac{1}{2 \log \epsilon} \right) + F^{ij} F_{ij} \log \epsilon \right), \quad (11.9)$$

que es precisamente el negativo de la acción de contratérminos (4.3) usada en la sección 4.2.

11.1.2. Tensor de energía momento

Ya con la acción renormalizada es posible obtener varios observables de la teoría de norma dual. En esta subsección se calcula el valor de expectación en el vacío $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ del operador dual al campo escalar y $\langle T_{ij} \rangle$ el valor de expectación del tensor de energía momento en los estados duales a los miembros de la familia de soluciones presentada en este trabajo.

El diccionario holográfico afirma que $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ está dado por [68, 69]

$$\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\log \epsilon}{\epsilon^2} \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\delta S}{\delta \varphi} \right), \quad (11.10)$$

donde el término logarítmico se debe al escalar que satura la cota BF. Tomando la variación de la acción total (4.6) con respecto al campo escalar se tiene que

$$16\pi G_5 \langle \mathcal{O}_\varphi \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log \epsilon}{\epsilon^2} \left(-u \partial_u \varphi + \varphi \left(2 + \frac{1}{\log \epsilon} + \frac{C_{sch}}{\log^2 \epsilon} \right) \right), \quad (11.11)$$

que utilizando las expansiones (11.2) se reescribe como

$$16\pi G_5 \langle \mathcal{O}_\varphi \rangle = \varphi_{(0)} + C_{sch} \psi_{(0)}, \quad (11.12)$$

mostrando que el VEV de \mathcal{O}_φ está dado por $\varphi_{(0)}$ mientras que, como es usual, la contribución de $\psi_{(0)}$ es dependiente del esquema.

Análogamente, el diccionario holográfico relaciona el VEV del tensor de energía momento de la teoría dual con la variación de la acción con respecto a la métrica en la frontera [68, 69]

$$\langle T_{ij} \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\epsilon^2} \frac{2}{\sqrt{\gamma}} \frac{\delta S}{\delta \gamma^{ij}} \right). \quad (11.13)$$

Tomando como S en (11.13) a la acción total (4.6), luego de un poco de álgebra, se obtiene

$$\begin{aligned} 16\pi G_5 \langle T_{ij} \rangle = & \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{2}{\epsilon^2} \left(-K_{ij} + 2F_{ik}F_j^k (\log \epsilon - C_{sch}) \right. \\ & - \frac{1}{2} \gamma_{ij} \left(-2K + 6 + \varphi^2 \left(1 + \frac{1}{2 \log \epsilon} + \frac{C_{sch}}{2 \log^2 \epsilon} \right) \right. \\ & \left. \left. + F^{kl} F_{kl} (\log \epsilon - C_{sch}) \right) \right), \end{aligned} \quad (11.14)$$

que después de usar las expansiones (11.2) se reescribe como

$$\begin{aligned} 16\pi G_5 \langle T_{ij} \rangle = & 4g_{ij(4)} + h_{ij}(1 + 4C_{sch}) + 6C_{sch}H_{ij} \\ & - g_{ij(0)} \left(g^{kl(0)}(4g_{kl(4)} + h_{kl}) + \varphi_{(0)}(\varphi_{(0)} + \psi_{(0)}(1 - \frac{2}{3}C_{sch})) \right), \end{aligned} \quad (11.15)$$

que es la expresión final para el VEV del tensor de energía-momento. Nótese que si se toma $C_{sch} = -1/4$ se elimina la contribución explícita del campo electromagnético al tensor de energía-momento codificado en h_{ij} . Sin embargo, es importante notar que un término similar es parte también de $g_{ij(4)}$, de modo que esta elección de esquema no garantiza que el tensor de energía-momento resultante contenga únicamente información del plasma mismo.

Finalmente, la traza del tensor de energía momento se calcula al contraer (11.15) con $g_{(0)}^{ij}$, lo que da

$$16\pi G_5 \langle T^i_i \rangle = -F_{ik}F_{jl}g^{ij(0)}g^{kl(0)} - \psi_{(0)} \left(2\varphi_{(0)} + \frac{1}{2}\psi_{(0)}(4C_{sch} - 1) \right), \quad (11.16)$$

que al ser no nulo muestra la existencia de una anomalía conforma en la teoría.

11.1.3. Escalamiento

En esta sección se determinará cómo cambian $\langle T_{ij} \rangle$ y $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ bajo un escalamiento de la forma

$$x^i \rightarrow kx^i, \quad u \rightarrow ku, \quad (11.17)$$

que en términos de los parámetros físicos equivale a

$$b \rightarrow k^2b, \quad T \rightarrow kT, \quad (11.18)$$

para k un número real positivo.

Siguiendo a [91], nótese que la forma FG de la métrica (11.1) se preserva bajo (11.17) mientras los coeficientes que aparecen en (11.2) transformen como

$$g_{ij(4)} \rightarrow k^4(g_{ij(4)} + h_{ij} \log k + H_{ij} \log^2 k),$$

$$\begin{aligned}
h_{ij} &\rightarrow k^4(h_{ij} + 2H_{ij} \log k), \\
H_{ij} &\rightarrow k^4 H_{ij}, \\
\varphi_{(0)} &\rightarrow k^2(\varphi_{(0)} + \psi_{(0)} \log k), \\
\psi_{(0)} &\rightarrow k^2 \psi_{(0)}.
\end{aligned} \tag{11.19}$$

Usando (11.19) en (11.12) y (11.15) se obtiene que la regla de transformación de $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ está dada por

$$\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle \rightarrow k^2 \langle \mathcal{O}_\varphi \rangle + \psi_{(0)} k^2 \log k, \tag{11.20}$$

mientras que $\langle T_{ij} \rangle$ transforma como

$$\begin{aligned}
\langle T_{ij} \rangle \rightarrow & k^4 \langle T_{ij} \rangle + k^4 \log^2 k \left[4H_{ij} - g_{ij(0)} \left(4g^{kl(0)} H_{kl} + \psi_{(0)}^2 \right) \right] \\
& + k^4 \log k \left[4h_{ij} + 2H_{ij} (1 + 4C_{sch}) \right. \\
& \left. - g_{ij(0)} \left(g^{kl(0)} (4h_{kl} + 2H_{kl}) + \psi_{(0)} (\psi_{(0)} (1 - \frac{2}{3} C_{sch}) + 2\varphi_{(0)}) \right) \right]. \tag{11.21}
\end{aligned}$$

Estas expresiones se simplifican enormemente cuando la fuente $\psi_{(0)}$ para $\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle$ se apaga, en cuyo caso se reducen a

$$\begin{aligned}
\langle T_{ij} \rangle &\rightarrow k^4 \langle T_{ij} \rangle + 4k^4 h_{ij} \log k, \\
\langle \mathcal{O}_\varphi \rangle &\rightarrow k^2 \langle \mathcal{O}_\varphi \rangle.
\end{aligned} \tag{11.22}$$

11.2. Análisis del encaje en la frontera

11.2.1. Renormalización holográfica

La acción DBI que describe los encajes de las D7-branas sufre también de divergencias provenientes de la integración hasta la frontera. Así como se hizo con el fondo en App. 11.1.1, es posible aplicar el procedimiento de renormalización holográfica para obtener un resultado finito. El primer paso es resolver la ecuación de movimiento del perfil del encaje (5.11) en la coordenada FG usando las expansiones para las funciones métricas y el campo escalar (11.2) calculadas en el App. 11.1.1. El resultado es

$$\chi(u) = u\chi_{(0)} + u^3\chi_{(2)} + \mathcal{O}(u^5), \tag{11.23}$$

donde $\chi_{(0)}$ y $\chi_{(2)}$ son ambos coeficientes libres no determinados por la ecuación de movimiento.

El siguiente paso es evaluar la versión Euclidea de la acción DBI (6.1) en las soluciones para el fondo (11.2) y el perfil del encaje (11.23). Luego de integrar desde un radio de corte ϵ cercano a la frontera hasta un radio de corte u_{\max} fijo,

se pueden localizar todos los términos que divergen en el límite $\epsilon \rightarrow 0$. Estos se organizan como

$$\frac{S_E}{T_{D7} N_f \text{vol}(S^3)} = \int d^4x \sqrt{g_{(0)}} \left(a_{(0)} + a_{(1)} + a_{(2)} + b_{(0)} + b_{(1)} + b_{(2)} + c_{(0)} \right), \quad (11.24)$$

donde

$$\begin{aligned} a_{(0)} &= \frac{1}{4\epsilon^4}, \\ a_{(1)} &= -\frac{1}{2} \frac{\chi_{(0)}^2}{\epsilon^2}, \\ a_{(2)} &= -\frac{1}{8} F_{ik} F_{jl} g^{ij}_{(0)} g^{kl}_{(0)} \log \epsilon, \\ b_{(0)} &= \frac{1}{12} (\psi_{(0)}^2 \log^2 \epsilon + 2\varphi_{(0)} \psi_{(0)} \log \epsilon), \\ b_{(1)} &= -\frac{5}{48} \psi_{(0)}^2 \log \epsilon, \\ b_{(2)} &= -\frac{1}{2\sqrt{6}} (\varphi_{(0)} + \psi_{(0)} \log \epsilon) \frac{1}{\epsilon^2}, \\ c_{(0)} &= -\frac{1}{4\sqrt{6}} \frac{\psi_{(0)}}{\epsilon^2}. \end{aligned} \quad (11.25)$$

Para poder sustraer correctamente estos términos de la acción, es necesario invertir las series para todos los campos y expresar $a_{(i)}$, $b_{(i)}$ y $c_{(i)}$ de forma covariante. Haciendo uso de (11.7) y notando que hasta el orden relevante para este cálculo

$$\frac{\chi}{\epsilon} = \chi_{(0)}, \quad (11.26)$$

se puede reescribir a todos los $a_{(i)}$ de forma covariante como

$$a_{(0)} = \frac{1}{4\epsilon^4}, \quad a_{(1)} = -\frac{\chi^2}{2\epsilon^4}, \quad a_{(2)} = -F_{ij} F^{ij} \frac{\log \epsilon}{8\epsilon^4}, \quad (11.27)$$

donde todos los índices están contraídos con la métrica en la frontera γ_{ij} .

Dado que $\varphi_{(0)}$ y $\psi_{(0)}$ aparecen ambos en los b_i y c_i , el análisis debe hacerse con más cuidado. Al orden dominante, de la expansión para φ en (11.2) se obtiene que

$$\frac{\varphi}{\epsilon^2} = \varphi_{(0)} + \psi_{(0)} \log \epsilon + \dots, \quad (11.28)$$

donde los puntos denotan términos que se anulan en el límite $\epsilon \rightarrow 0$. De esta expresión se sigue que

$$\frac{\varphi^2}{\epsilon^4} = \varphi_{(0)}^2 + 2\varphi_{(0)} \psi_{(0)} \log \epsilon + \psi_{(0)}^2 \log^2 \epsilon + \dots \quad (11.29)$$

Sustituir (11.29) en $b_{(0)}$, luego de descartar el término finito en el límite $\epsilon \rightarrow 0$, permite reescribir

$$b_{(0)} = \frac{\varphi^2}{12\epsilon^4}. \quad (11.30)$$

Luego, al dividir (11.29) entre $\log \epsilon$ se obtiene que

$$\frac{\varphi^2}{\epsilon^4 \log \epsilon} = 2\varphi_{(0)}\psi_{(0)} + \psi_{(0)}^2 \log \epsilon + \dots, \quad (11.31)$$

que, después de descartar nuevamente el término finito, permite expresar a $b_{(1)}$ como

$$b_{(1)} = -\frac{5\varphi^2}{48\epsilon^4 \log \epsilon}. \quad (11.32)$$

Respecto a $b_{(2)}$, de (11.3) en (11.2) se tiene

$$\frac{1}{\epsilon^2}(\varphi_{(0)} + \psi_{(0)} \log \epsilon) = \frac{\varphi}{\epsilon^4} - \frac{1}{\sqrt{6}}\psi_{(0)}^2 \log \epsilon + \frac{1}{2\sqrt{6}} \log \epsilon (2\varphi_{(0)}\psi_{(0)} + \psi_{(0)}^2 \log \epsilon) - \varphi_{(2)} + \dots, \quad (11.33)$$

de donde, al hacer uso de (11.29) y (11.31), se sigue que

$$\frac{1}{\epsilon^4} \left(\varphi - \frac{\varphi^2}{\sqrt{6} \log \epsilon} + \frac{\varphi^2}{2\sqrt{6}} \right) = \frac{1}{\epsilon^2} (\varphi_{(0)} + \psi_{(0)} \log \epsilon) + \varphi_{(2)} + \dots \quad (11.34)$$

Luego de descartar términos finitos, se concluye que $b_{(2)}$ puede expresarse como

$$b_{(2)} = \frac{1}{\epsilon^4} \left(-\frac{\varphi}{2\sqrt{6}} + \frac{\varphi^2}{12 \log \epsilon} - \frac{\varphi^2}{24} \right). \quad (11.35)$$

Con estos ingredientes se puede escribir a la acción (11.24) de forma covariante como

$$\begin{aligned} \frac{S_E}{T_{D7} N_f \text{vol}(S^3)} &= \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \chi^2 - \frac{1}{8} F_{ij} F^{ij} \log \epsilon - \frac{1}{2\sqrt{6}} \varphi \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{12} \left(1 - \frac{1}{4 \log \epsilon} \right) \varphi^2 \right) + \int d^4x \sqrt{g_{(0)}} c_{(0)}. \end{aligned} \quad (11.36)$$

El único término que no se ha escrito de forma covariante es $c_{(0)}$, pues es imposible hacerlo. Para ver esto, obsérvese de (11.2) que

$$\frac{\varphi}{\epsilon^4 \log \epsilon} = \frac{\psi_{(0)}}{\epsilon^2} + \frac{\varphi_{(0)}}{\epsilon^2 \log \epsilon} + \dots, \quad (11.37)$$

de modo que es escribir $\psi_{(0)}/\epsilon^2$ únicamente en potencias de φ . De esto se concluye que la acción de las D7-branas es renormalizable si y sólo si el fondo gravitacional es tal que el término fuente del campo escalar $\psi_{(0)}$ es igual a cero. En esas circunstancias $c_{(0)} = 0$, y los contratérminos están dados por el negativo de (11.36)

$$\frac{S_{ct}}{T_{D7}N_f \text{vol}(S^3)} = - \int d^4x \sqrt{\gamma} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\chi^2 - \frac{1}{8}F_{ij}F^{ij} \log \epsilon - \frac{1}{2\sqrt{6}}\varphi + \frac{1}{12}\varphi^2 \right), \quad (11.38)$$

donde se omitió el término que va como $1/\log \epsilon$ debido a que éste se anula para $\psi_{(0)} = 0$. Es importante mencionar que el contratérmino que va como φ^2 da sólo una contribución finita cuando la fuente del escalar está apagada, pero dado a que su coeficiente se fija con el procedimiento de renormalización holográfica es necesario considerarlo para obtener el resultado correcto.

11.2.2. Cálculo del condensado del quark

El condensado del quark está dado por la variación de la acción renormalizada de las D7-branas con respecto a la masa del quark [68, 92]

$$\langle \bar{q}q \rangle = \frac{1}{\sqrt{g(0)}} \left(\frac{\delta S_{D7}}{\delta M_q} \right)_{M_q=0} = \pi \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \frac{1}{\sqrt{g(0)}} \left(\frac{\delta S_{D7}}{\delta m} \right)_{m=0}, \quad (11.39)$$

donde se usó (5.14) para expresar todo en términos del parámetro m . Lo anterior se puede reescribir como una variación con respecto al perfil del encaje

$$\langle \bar{q}q \rangle = \pi \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\epsilon^3} \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\delta S_{D7}}{\delta \chi} \right). \quad (11.40)$$

Usando (6.4) y las ecuaciones de movimiento (5.11) se puede calcular esta variación explícitamente en términos de los valores de los campos en la frontera como

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\delta S_{D7}}{\delta \chi} = -2\pi^2 T_{D7} N_f \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \chi'} - (\chi + \chi^3) \right)_{u=\epsilon}, \quad (11.41)$$

de modo que al insertar las expansiones FG de todos los campos del fondo (11.2) y del perfil del encaje (11.23) se concluye que el condensado del quark está dado por

$$\langle \bar{q}q \rangle = -4\pi^3 T_{D7} N_f \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \chi_{(2)} = -\frac{1}{2^{3/2}\pi^3} \sqrt{\lambda} N_c N_f \chi_{(2)}. \quad (11.42)$$

Finalmente, para poder evaluar esta expresión numéricamente es conveniente expresar el coeficiente $\chi_{(2)}$ que aparece en la expansión FG de χ en términos de m y c , coeficientes que aparecen en la expansión en la coordenada r del mismo

campo. Para eso se usa que la relación entre ambas coordenadas radiales es (4.9), lo que permite escribir a χ como

$$\chi = mu + \left(c - \frac{1}{4}mU_1^2\right)u^3. \quad (11.43)$$

De comparar (11.43) con (11.23) se sigue que la relación entre los coeficientes es

$$\chi_{(0)} = m, \quad \chi_{(2)} = c - \frac{1}{4}mU_1^2. \quad (11.44)$$

La expresión (11.12) se obtiene inmediatamente de sustituir (11.44) en (11.42).

11.3. Perturbaciones al fondo

Al considerar las perturbaciones al fondo (8.7) se obtienen dos grupos de ecuaciones. El primero de ellos consta de 11 ecuaciones para los campos A_t , A_x , A_z , h_{ty} , h_{xy} y h_{yz} . Como ya se mencionó en el Capítulo 8, cuatro de estas ecuaciones son

$$\begin{aligned} A_z - A_t \cos \vartheta &= 0, \\ A'_z &= 0, \\ A'_t &= 0, \\ UW A'_x \sin \vartheta + V(W A'_t + U A'_z \cos \vartheta) &= 0, \end{aligned} \quad (11.45)$$

cuya solución es

$$\begin{aligned} A_t(r) &= A_t^{bdry}, \\ A_x(r) &= A_x^{bdry}, \\ A_z(r) &= A_t^{bdry} \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (11.46)$$

Las ecuaciones de Maxwell restantes son

$$\begin{aligned} 0 &= -6UV^2 W A_t'' - 6UVW V' A_t' - 3UV^2 A_t' W' + 2\sqrt{6}UV^2 W A_t' \varphi' \\ &\quad + 6k_0^2 A_t V (V \cos^2 \vartheta + W \sin^2 \vartheta) + 6k_0^2 A_x V W \sin \vartheta + 6k_0^2 A_z V^2 \cos \vartheta \\ &\quad + 6ibk_0 r^2 h_{ty} W \sin \vartheta, \\ 0 &= 6k_0^2 V W A_t \sin \vartheta + 6U^2 V W A_x'' + 6UVW A_x' U' + 3U^2 V A_x' W' \\ &\quad - 2\sqrt{6}U^2 V W A_x' \varphi' - 6k_0^2 A_x V (U \cos^2 \vartheta - W) \\ &\quad + 6k_0^2 A_z U V \sin \vartheta \cos \vartheta + 6ibk_0 r^2 h_{ty} W + 6ibk_0 r^2 \cos \vartheta h_{yz} U, \\ 0 &= V(6k_0^2 A_t \cos \vartheta V W + 6k_0^2 A_x \sin \vartheta \cos \vartheta U W \\ &\quad + 6U^2 V W A_z'' + 6UVW A_z' U' + 6U^2 W A_z' V' - 3U^2 V A_z' W' \\ &\quad - 2\sqrt{6}U^2 V W A_z' \varphi' - 6k_0^2 A_z W (\sin^2 \vartheta U - V)) - 6ibk_0 r^2 \sin \vartheta h_{yz} U W, \end{aligned} \quad (11.47)$$

que pueden ser resueltas simultáneamente al tomar¹

$$\begin{aligned} h_{ty}(r) &= \frac{ik_0V(r)}{br^2}(A_x^{bdry} - A_z^{bdry} \tan \vartheta), \\ h_{yz}(r) &= \frac{ik_0V(r)}{br^2} \sin \vartheta (A_z^{bdry} - A_x^{bdry} \cot \vartheta), \end{aligned} \quad (11.48)$$

luego de imponer la solución para el campo de norma (11.46). Esto deja únicamente a cuatro de las ecuaciones de Einstein

$$\begin{aligned} 0 &= 4be^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}VA'_x + \frac{ik_0r}{UW}(V(rV(Wh'_{ty} + \cos \vartheta Uh'_{yz}) + h_{ty}W(2V - rV') \\ &\quad + r \sin \vartheta UW h'_{xy}) + \sin \vartheta h_{xy}UW(2V - rV') + \cos \vartheta h_{yz}UV(2V - rV')), \\ 0 &= -24ibk_0e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}V(A_t \sin \vartheta + A_x) + 8r^2h_{ty}e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}(b^2 + 2e^{\frac{\varphi}{\sqrt{6}}}(e^{\sqrt{\frac{3}{2}}\varphi} + 2)V^2) \\ &\quad - \frac{3V}{W}(r(UV(2rWh''_{ty} + rh'_{ty}W' + 8Wh'_{ty}) - 2k_0^2r \sin \vartheta h_{xy}W \\ &\quad - 2k_0^2r \cos \vartheta h_{yz}V) + h_{ty}(2r^2W(U'V' - k_0^2 \sin^2 \vartheta) \\ &\quad + V(2U(rW' + 2W) - 2k_0^2r^2 \cos^2 \vartheta))) \\ 0 &= 2h_{xy}(rU(e^{\frac{\varphi}{\sqrt{6}}}V^2(3k_0^2r \cos^2 \vartheta e^{\frac{\varphi}{\sqrt{6}}} - 6e^{\frac{\varphi}{\sqrt{6}}}WU' \\ &\quad + 8r(e^{\sqrt{\frac{3}{2}}\varphi} + 2)W(r)) - 8b^2rW) - 3k_0^2r^2e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}V^2W \\ &\quad - 3U^2e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}(r^2WV'^2 - 2rVWV' + V^2(rW' + 2W))) \\ &\quad - 3re^{\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}V(2k_0^2r \sin \vartheta h_{ty}VW + U(2rVWh'_{xy}U' + U(V(2rWh''_{xy} \\ &\quad + rh'_{xy}W' + 8Wh'_{xy}) - 2rWh'_{xy}V')) + k_0^2r \sin(2\vartheta)h_{yz}UV), \\ 0 &= 24ibk_0e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}V(A_x \cos \vartheta - A_z \sin \vartheta) + 8r^2h_{yz}e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\varphi}(b^2 \\ &\quad + 2e^{\frac{\varphi}{\sqrt{6}}}(e^{\sqrt{\frac{3}{2}}\varphi} + 2)V^2) - \frac{3V}{UW}(r(V(2k_0^2r \cos \vartheta h_{ty}W \\ &\quad + U(2rWh'_{yz}U' + U(2rWh''_{yz} - rh'_{yz}W' + 8Wh'_{yz}))) \\ &\quad + k_0^2r \sin(2\vartheta)h_{xy}UW) + h_{yz}(2k_0^2r^2VW - 2rUW(k_0^2r \sin^2 \vartheta - 2VU') \\ &\quad + 2U^2(r^2V'W' - rVW' + 2VW))), \end{aligned} \quad (11.49)$$

que pueden ser resueltas simultáneamente al fijar

$$h_{xy}(r) = -\frac{ik_0V(r)}{br^2}(A_x^{bdry} - A_z^{bdry} \tan \vartheta), \quad (11.50)$$

una vez que se han considerado (11.46), (11.48) y las soluciones para el fondo mismo.

¹Las perturbaciones para la métrica en esta sección difieren de las definidas en el Capítulo 8 por un factor de r^2 .

Referencias

- [1] Daniel Avila and Leonardo Patiño. Instability of a magnetized QGP sourced by a scalar operator. *JHEP*, 04:086, 2019.
- [2] Daniel Ávila and Leonardo Patiño. Melting holographic mesons by applying a magnetic field. *Phys. Lett. B*, 795:689–693, 2019.
- [3] Daniel Ávila and Leonardo Patiño. Melting holographic mesons by cooling a magnetized quark gluon plasma. *JHEP*, 06:010, 2020.
- [4] Daniel Ávila, Tonantzin Monroy, Francisco Nettel, and Leonardo Patiño. Emission of linearly polarized photons in a strongly coupled magnetized plasma from the gauge/gravity correspondence. *Phys. Lett. B*, 817:136287, 2021.
- [5] Juan Martin Maldacena. The Large N limit of superconformal field theories and supergravity. *Int. J. Theor. Phys.*, 38:1113–1133, 1999. [Adv. Theor. Math. Phys.2,231(1998)].
- [6] V. Skokov, A.Yu. Illarionov, and V. Toneev. Estimate of the magnetic field strength in heavy-ion collisions. *Int. J. Mod. Phys. A*, 24:5925–5932, 2009.
- [7] Martin Wilde. Measurement of Direct Photons in pp and Pb-Pb Collisions with ALICE. *Nucl. Phys.*, A904-905:573c–576c, 2013.
- [8] Gokce Basar, Dmitri Kharzeev, Dmitri Kharzeev, and Vladimir Skokov. Conformal anomaly as a source of soft photons in heavy ion collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 109:202303, 2012.
- [9] Jens O. Andersen, William R. Naylor, and Anders Tranberg. Phase diagram of QCD in a magnetic field: A review. *Rev. Mod. Phys.*, 88:025001, 2016.
- [10] Alejandro Ayala, C.A. Dominguez, Saul Hernandez-Ortiz, L.A. Hernandez, M. Loewe, D. Manreza Paret, and R. Zamora. Thermomagnetic evolution of the QCD strong coupling. *Phys. Rev. D*, 98(3):031501, 2018.
- [11] V. P. Gusynin, V. A. Miransky, and I. A. Shovkovy. Catalysis of dynamical flavor symmetry breaking by a magnetic field in (2+1)-dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, 73:3499–3502, 1994. [Erratum: *Phys. Rev. Lett.*76,1005(1996)].

- [12] Igor A. Shovkovy. Magnetic Catalysis: A Review. *Lect. Notes Phys.*, 871:13–49, 2013.
- [13] G. S. Bali, F. Bruckmann, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz, S. Krieg, A. Schafer, and K. K. Szabo. The QCD phase diagram for external magnetic fields. *JHEP*, 02:044, 2012.
- [14] G. S. Bali, F. Bruckmann, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz, and A. Schafer. QCD quark condensate in external magnetic fields. *Phys. Rev.*, D86:071502, 2012.
- [15] Gergely Endrodi, Matteo Giordano, Sandor D. Katz, T. G. Kovács, and Ferenc Pittler. Magnetic catalysis and inverse catalysis for heavy pions. *JHEP*, 07:007, 2019.
- [16] R. L. S. Farias, V. S. Timoteo, S. S. Avancini, M. B. Pinto, and G. Krein. Thermo-magnetic effects in quark matter: Nambu–Jona-Lasinio model constrained by lattice QCD. *Eur. Phys. J.*, A53(5):101, 2017.
- [17] Jens O. Andersen. Thermal pions in a magnetic background. *Phys. Rev.*, D86:025020, 2012.
- [18] Alejandro Ayala, Ricardo L. S. Farias, S. Hernández-Ortiz, L. A. Hernández, D. Manreza Paret, and R. Zamora. Magnetic field-dependence of the neutral pion mass in the linear sigma model coupled to quarks: The weak field case. *Phys. Rev.*, D98(11):114008, 2018.
- [19] Gunnar S. Bali, Bastian B. Brandt, Gergely Endrődi, and Benjamin Gläbke. Meson masses in electromagnetic fields with Wilson fermions. *Phys. Rev.*, D97(3):034505, 2018.
- [20] Eric D’Hoker and Per Kraus. Magnetic Brane Solutions in AdS. *JHEP*, 10:088, 2009.
- [21] Mirjam Cvetič, M. J. Duff, P. Hoxha, James T. Liu, Hong Lu, J. X. Lu, R. Martinez-Acosta, C. N. Pope, H. Sati, and Tuan A. Tran. Embedding AdS black holes in ten-dimensions and eleven-dimensions. *Nucl. Phys.*, B558:96–126, 1999.
- [22] Gustavo Arciniega, Patricia Ortega, and Leonardo Patiño. Brighter Branes, enhancement of photon production by strong magnetic fields in the gauge/gravity correspondence. *JHEP*, 04:192, 2014.
- [23] Daniel Areán, Leopoldo A. Pando Zayas, Leonardo Patiño, and Mario Villasante. Velocity Statistics in Holographic Fluids: Magnetized Quark-Gluon Plasma and Superfluid Flow. *JHEP*, 10:158, 2016.

- [24] Rodolfo P. Martinez-y Romero, Leonardo Patino, and Tiber Ramirez-Urrutia. Increase of the Energy Necessary to Probe Ultraviolet Theories Due to the Presence of a Strong Magnetic Field. *JHEP*, 11:104, 2017.
- [25] Daniel Avila, Viktor Jahnke, and Leonardo Patiño. Chaos, Diffusivity, and Spreading of Entanglement in Magnetic Branes, and the Strengthening of the Internal Interaction. *JHEP*, 09:131, 2018.
- [26] Daniel Ávila, César Díaz, Yaithd D. Olivas, and Leonardo Patiño. Insensitivity of the complexity rate of change to the conformal anomaly in two models, and Lloyd’s bound as a renormalization condition. 4 2021.
- [27] Nelson R. F. Braga and Luiz F. Ferreira. Heavy meson dissociation in a plasma with magnetic fields. *Phys. Lett. B*, 783:186–192, 2018.
- [28] Nelson R. F. Braga and Luiz F. Ferreira. Quasinormal modes for quarkonium in a plasma with magnetic fields. *Phys. Lett. B*, 795:462–468, 2019.
- [29] Nelson R. F. Braga and Rodrigo da Mata. Configuration entropy description of charmonium dissociation under the influence of magnetic fields. *Phys. Lett. B*, 811:135918, 2020.
- [30] Andreas Karch and Emanuel Katz. Adding flavor to AdS / CFT. *JHEP*, 06:043, 2002.
- [31] Martin Kruczenski, David Mateos, Robert C. Myers, and David J. Winters. Meson spectroscopy in AdS / CFT with flavor. *JHEP*, 07:049, 2003.
- [32] J. Babington, J. Erdmenger, Nick J. Evans, Z. Guralnik, and I. Kirsch. Chiral symmetry breaking and pions in nonsupersymmetric gauge / gravity duals. *Phys. Rev.*, D69:066007, 2004.
- [33] David Mateos, Robert C. Myers, and Rowan M. Thomson. Holographic phase transitions with fundamental matter. *Phys. Rev. Lett.*, 97:091601, 2006.
- [34] David Mateos, Robert C. Myers, and Rowan M. Thomson. Thermodynamics of the brane. *JHEP*, 05:067, 2007.
- [35] Carlos Hoyos-Badajoz, Karl Landsteiner, and Sergio Montero. Holographic meson melting. *JHEP*, 04:031, 2007.
- [36] M. Asakawa and T. Hatsuda. J / psi and eta(c) in the deconfined plasma from lattice QCD. *Phys. Rev. Lett.*, 92:012001, 2004.
- [37] Saumen Datta, Frithjof Karsch, Peter Petreczky, and Ines Wetzorke. Behavior of charmonium systems after deconfinement. *Phys. Rev.*, D69:094507, 2004.

- [38] Tetsuo Hatsuda. Hadrons above $T(c)$. *Int. J. Mod. Phys.*, A21:688–693, 2006.
- [39] Uriel Elinos and Leonardo Patiño. Fundamental Landau Levels in a Strongly Couple Plasma. 4 2021.
- [40] Veselin G. Filev, Clifford V. Johnson, R. C. Rashkov, and K. S. Viswanathan. Flavoured large N gauge theory in an external magnetic field. *JHEP*, 10:019, 2007.
- [41] Tameem Albash, Veselin G. Filev, Clifford V. Johnson, and Arnab Kundu. Finite temperature large N gauge theory with quarks in an external magnetic field. *JHEP*, 07:080, 2008.
- [42] Johanna Erdmenger, Rene Meyer, and Jonathan P. Shock. AdS/CFT with flavour in electric and magnetic Kalb-Ramond fields. *JHEP*, 12:091, 2007.
- [43] F. Arleo et al. Hard probes in heavy-ion collisions at the LHC: Photon physics in heavy ion collisions at the LHC. 2004.
- [44] Paul Stankus. Direct photon production in relativistic heavy-ion collisions. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 55(1):517–554, 2005.
- [45] Gabor David. Direct real photons in relativistic heavy ion collisions. *Rept. Prog. Phys.*, 83(4):046301, 2020.
- [46] Andreas Ipp, Antonino Di Piazza, Jorg Evers, and Christoph H. Keitel. Photon polarization as a probe for quark-gluon plasma dynamics. *Phys. Lett. B*, 666:315–319, 2008.
- [47] Gordon Baym and Tetsuo Hatsuda. Polarization of Direct Photons from Gluon Anisotropy in Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions. *PTEP*, 2015(3):031D01, 2015.
- [48] Gordon Baym, Tetsuo Hatsuda, and Michael Strickland. Structure of virtual photon polarization in ultrarelativistic heavy-ion collisions. *Nucl. Phys. A*, 967:712–715, 2017.
- [49] Gordon Baym, Tetsuo Hatsuda, and Michael Strickland. Virtual photon polarization in ultrarelativistic heavy-ion collisions. *Phys. Rev. C*, 95(4):044907, 2017.
- [50] Enrico Speranza, Amaresh Jaiswal, and Bengt Friman. Virtual photon polarization and dilepton anisotropy in relativistic nucleus–nucleus collisions. *Phys. Lett. B*, 782:395–400, 2018.

- [51] Zuo-Tang Liang and Xin-Nian Wang. Spin alignment of vector mesons in non-central A+A collisions. *Phys. Lett. B*, 629:20–26, 2005.
- [52] Zuo-Tang Liang and Xin-Nian Wang. Globally polarized quark-gluon plasma in non-central A+A collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 94:102301, 2005. [Erratum: *Phys.Rev.Lett.* 96, 039901 (2006)].
- [53] Ho-Ung Yee. Flows and polarization of early photons with magnetic field at strong coupling. *Phys. Rev. D*, 88(2):026001, 2013.
- [54] Simon Caron-Huot, Pavel Kovtun, Guy D. Moore, Andrei Starinets, and Laurence G. Yaffe. Photon and dilepton production in supersymmetric Yang-Mills plasma. *JHEP*, 12:015, 2006.
- [55] David Mateos and Leonardo Patino. Bright branes for strongly coupled plasmas. *JHEP*, 11:025, 2007.
- [56] Ioannis Iatrakis, Elias Kiritsis, Chun Shen, and Di-Lun Yang. Holographic Photon Production in Heavy Ion Collisions. *JHEP*, 04:035, 2017.
- [57] Andrei Parnachev and David A. Sahakyan. Photoemission with Chemical Potential from QCD Gravity Dual. *Nucl. Phys.*, B768:177–192, 2007.
- [58] Kwanghyun Jo and Sang-Jin Sin. Photo-emission rate of sQGP at finite density. *Phys. Rev. D*, 83:026004, 2011.
- [59] Yan Yan Bu. Photoproduction and conductivity in dense holographic QCD. *Phys. Rev. D*, 86:026003, 2012.
- [60] Leonardo Patino and Diego Trancanelli. Thermal photon production in a strongly coupled anisotropic plasma. *JHEP*, 02:154, 2013.
- [61] Kiminad A. Mamo. Enhanced thermal photon and dilepton production in strongly coupled $N = 4$ SYM plasma in strong magnetic field. *JHEP*, 08:083, 2013.
- [62] Shang-Yu Wu and Di-Lun Yang. Holographic Photon Production with Magnetic Field in Anisotropic Plasmas. *JHEP*, 08:032, 2013.
- [63] Thomas Hertog and Gary T. Horowitz. Towards a big crunch dual. *JHEP*, 07:073, 2004.
- [64] Elliot Banks and Jerome P. Gauntlett. A new phase for the anisotropic $N=4$ super Yang-Mills plasma. *JHEP*, 09:126, 2015.

- [65] Elliot Banks. Phase transitions of an anisotropic $N=4$ super Yang-Mills plasma via holography. *JHEP*, 07:085, 2016.
- [66] Gary T. Horowitz, Jorge E. Santos, and Benson Way. Evidence for an Electrifying Violation of Cosmic Censorship. *Class. Quant. Grav.*, 33(19):195007, 2016.
- [67] Toby Crisford, Gary T. Horowitz, and Jorge E. Santos. Attempts at vacuum counterexamples to cosmic censorship in AdS. *JHEP*, 02:092, 2019.
- [68] Kostas Skenderis. Lecture notes on holographic renormalization. *Class. Quant. Grav.*, 19:5849–5876, 2002.
- [69] Massimo Bianchi, Daniel Z. Freedman, and Kostas Skenderis. Holographic renormalization. *Nucl. Phys.*, B631:159–194, 2002.
- [70] John F. Fuini and Laurence G. Yaffe. Far-from-equilibrium dynamics of a strongly coupled non-Abelian plasma with non-zero charge density or external magnetic field. *JHEP*, 07:116, 2015.
- [71] Gergely Endrodi, Matthias Kaminski, Andreas Schafer, Jackson Wu, and Laurence Yaffe. Universal Magnetoresponse in QCD and $\mathcal{N} = 4$ SYM. *JHEP*, 09:070, 2018.
- [72] David Mateos and Diego Trancanelli. Thermodynamics and Instabilities of a Strongly Coupled Anisotropic Plasma. *JHEP*, 07:054, 2011.
- [73] Christian Ecker, Carlos Hoyos, Niko Jokela, David Rodríguez Fernández, and Alekski Vuorinen. Stiff phases in strongly coupled gauge theories with holographic duals. *JHEP*, 11:031, 2017.
- [74] David Mateos and Diego Trancanelli. The anisotropic $N=4$ super Yang-Mills plasma and its instabilities. *Phys. Rev. Lett.*, 107:101601, 2011.
- [75] Stefan Janiszewski and Matthias Kaminski. Quasinormal modes of magnetic and electric black branes versus far from equilibrium anisotropic fluids. *Phys. Rev.*, D93(2):025006, 2016.
- [76] Daniel Arean and Alfonso V. Ramallo. Open string modes at brane intersections. *JHEP*, 04:037, 2006.
- [77] Robert C. Myers and Rowan M. Thomson. Holographic mesons in various dimensions. *JHEP*, 09:066, 2006.
- [78] Marc Lachieze-Rey and S. Caillerie. Laplacian eigenmodes for spherical spaces. *Class. Quant. Grav.*, 22:695–708, 2005.

- [79] J. Ben Achour, E. Huguet, J. Queva, and J. Renaud. Explicit vector spherical harmonics on the 3-sphere. *J. Math. Phys.*, 57(2):023504, 2016.
- [80] Giuseppe Policastro, Dam T. Son, and Andrei O. Starinets. From AdS / CFT correspondence to hydrodynamics. *JHEP*, 09:043, 2002.
- [81] Giuseppe Policastro, Dam T. Son, and Andrei O. Starinets. From AdS / CFT correspondence to hydrodynamics. 2. Sound waves. *JHEP*, 12:054, 2002.
- [82] Dam T. Son and Andrei O. Starinets. Minkowski space correlators in AdS / CFT correspondence: Recipe and applications. *JHEP*, 09:042, 2002.
- [83] Pavel K. Kovtun and Andrei O. Starinets. Quasinormal modes and holography. *Phys. Rev. D*, 72:086009, 2005.
- [84] Irene Amado, Matthias Kaminski, and Karl Landsteiner. Hydrodynamics of Holographic Superconductors. *JHEP*, 05:021, 2009.
- [85] Matthias Kaminski, Karl Landsteiner, Javier Mas, Jonathan P. Shock, and Javier Tarrio. Holographic Operator Mixing and Quasinormal Modes on the Brane. *JHEP*, 02:021, 2010.
- [86] Romulo Rougemont, Renato Critelli, and Jorge Noronha. Holographic calculation of the QCD crossover temperature in a magnetic field. *Phys. Rev.*, D93(4):045013, 2016.
- [87] Toby Crisford and Jorge E. Santos. Violating the Weak Cosmic Censorship Conjecture in Four-Dimensional Anti-de Sitter Space. *Phys. Rev. Lett.*, 118(18):181101, 2017.
- [88] Toby Crisford, Gary T. Horowitz, and Jorge E. Santos. Testing the Weak Gravity - Cosmic Censorship Connection. *Phys. Rev.*, D97(6):066005, 2018.
- [89] A. V. Zayakin. QCD Vacuum Properties in a Magnetic Field from AdS/CFT: Chiral Condensate and Goldstone Mass. *JHEP*, 07:116, 2008.
- [90] Nick Evans, Tigran Kalaydzhyan, Keun-young Kim, and Ingo Kirsch. Non-equilibrium physics at a holographic chiral phase transition. *JHEP*, 01:050, 2011.
- [91] Massimo Bianchi, Daniel Z. Freedman, and Kostas Skenderis. How to go with an RG flow. *JHEP*, 08:041, 2001.
- [92] Martin Kruczenski, David Mateos, Robert C. Myers, and David J. Winters. Towards a holographic dual of large $N(c)$ QCD. *JHEP*, 05:041, 2004.