

## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA CIVIL – GEOTÉCNIA

MODELO ELASTOVISCOPLÁSTICO ANISÓTROPO DE CONSOLIDACION Y SU IMPLEMENTACION EN PLAXIS

> TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA: RENATA ALEJANDRA GONZÁLEZ RODRÍGUEZ

TUTOR PRINCIPAL DR. EFRAÍN OVANDO SHELLEY, IINGEN, UNAM

COMITÉ TUTORAL DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD, IINGEN, UNAM DR. EDUARDO BOTERO JARAMILLO, IINGEN, UNAM DRA. ALEXANDRA OSSA LOPEZ, IINGEN, UNAM DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

Ciudad Universitaria, CD. MX., noviembre 2021



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado a mi abuelo

por su amor incondicional.

#### AGRADECIMIENTOS

A mi tutor el Dr. Efraín Ovando Shelley, su respaldo incondicional en mi desarrollo académico y profesional, así como por la orientación brindada y la confianza depositada en mí durante el desarrollo de este trabajo.

A cada uno de mis sinodales, Dr. Gabriel Auvinet, Dr. Eduardo Botero, Dra. Alexandra Ossa y Dr. Rigoberto Rivera, por su tiempo y valiosas aportaciones en la revisión de este trabajo.

Un agradecimiento especial al Dr. Miguel Ángel Mánica Malcom, por la valiosa asesoría brindada y observaciones que enriquecieron este trabajo.

A la UNAM por la oportunidad brindada para desarrollar este trabajo doctoral y a CONACYT por el apoyo económico recibido para continuar con mi formación académica.

Finalmente, agradezco de forma especial al Instituto de Ingeniería de la UNAM por la beca recibida y por el uso de sus instalaciones durante el desarrollo de este trabajo.

1.	INTRODUCCIÓN			
	1.1 OBJETIVO Y ALCANCES			
	1.2CONTENIDO			
2.	MODELOS CONSTITUTIVOS			
	2.1 MODELOS DEL ESTADO CRÍTICO			
	2.1.1	Modelo Cam Clay Modificado	11	
	2.1.2	Modelo Soft Soil	13	
	2.1.3	Modelo SCLAY-1	16	
	2.1.4	Modelo anisótropo de Valderrama	19	
	2.1.5	Modelo Soft Soil Creep	21	
	2.1.6	Modelos CreepSCLAY-1 y CreepSCLAY1-S	24	
	2.2 DESEMPEÑO DE MODELOS VISCOPLÁSTICOS			
	2.2.1	Modelos de velocidad de deformación (Rate models)	29	
	2.2.2	Modelos de creep	31	
	2.2.3	Implementación numérica	33	
	2.2.4	Comparación de modelos	35	
	2.2.5	Observaciones finales	36	
3.	MODEL	O VISCOPLÁSTICO ANISÓTROPO PARA SUELOS BLANDOS	37	
	3.1 DES	CRIPCION DEL MODELO	38	
	3.2 FORMULACION MATEMÁTICA DEL MODELO MODIIGM			
	3.2.1	Deformaciones elásticas	38	
	3.2.2	Superficie de flujo	39	
	3.2.3	Potencial plástico y Regla de flujo	40	
	3.2.4	Función de escala	41	
	3.2.5	Reglas de endurecimiento rotacional	42	
	3.3 Deti	ERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO MODIIGM.	44	
	3.4CAR	RACTERISTICAS DEL MODELO IMPLEMENTADO	47	
4.	IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA DEL MODELO MODIIGM			

# Contenido

	4.1 ECU	ACIONES CONSTITUTIVAS	52	
	4.2 ESQUEMA DE INTEGRACIÓN			
	4.3INCORPORACIÓN DEL CONTROL DE ERROR AL CÓDIGO			
	4.4 RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN			
	4.4.1	Simulación de pruebas triaxiales	58	
	4.4.2	Prueba TX-27 como problema de contorno en PLAXIS	60	
	4.4.3	Simulación de pruebas de compresibilidad	68	
	4.4.4	Simulación de pruebas triaxiales anisótropas	73	
5.	APLICA	CIÓN DEL MODELO IMPLEMENTADO A UN CASO DE ESTUDIO	D77	
	5.1 DESC	CRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO	78	
	5.2INSTRUMENTACIÓN DEL CASO DE ESTUDIO			
	5.2.1	Resultados de la instrumentación del caso de estudio	81	
	5.3 PROCEDIMIENTO CONSTRUCTIVO			
	5.4 DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO			
	5.4.1	Estratigrafía y condiciones piezométricas	87	
	5.4.2	Propiedades	89	
	5.4.3 N	Aodelación del Terraplén de Referencia	91	
	5.5 RESULTADOS DE LA MODELACIÓN			
	5.5.1	Resultados de asentamientos	93	
	5.5.2	Resultados de presión de poro	96	
	5.6 COMPARACIÓN ENTRE MODELOS CONSTITUTIVOS			
	5.6.1	Desempeño de modelos en términos de asentamientos	100	
	5.6.2	Desempeño de modelos en términos de presión de poro	105	
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES			
	6.1 CONCLUSIONES			
	6.2 RECOMENDACIONES Y REFINAMIENTO DEL MODELO 1			
	REFERENCIAS			
	ANEXO A			
	ANEXO B1			
	ANEXO C			

# **CAPITULO** 1

# 1. INTRODUCCIÓN

El subsuelo del Valle de México está constituido por arcillas de alta compresibilidad y baja resistencia al esfuerzo cortante, con intercalaciones de arenas limosas de consistencia más firme. Estas arcillas pertenecen al grupo de suelos blandos de comportamiento complejo.

Durante muchas décadas, en la Ciudad de México se han diseñado y construido estructuras sobre estos suelos extremadamente blandos, en los que se suelen presentar deformaciones de magnitud no despreciable, mismas que a largo plazo se combinan con los efectos del hundimiento regional. En años recientes, el interés en el estudio y modelación de suelos blandos ha ido en aumento, debido a que el crecimiento de la mancha urbana trae consigo la necesidad de construir infraestructura sobre dichos suelos. Por ejemplo, en la Ciudad de México, se planeaba la construcción del nuevo aeropuerto internacional, sobre el vaso del desecado lago de Texcoco, un suelo sumamente blando y con la capacidad de desarrollar deformaciones diferidas en el tiempo bajo carga constante, también conocidas como deformaciones por creep. Investigadores como Bjerrum (1967), Leroueil *et al.* (1985), Yin y Graham (1989) fueron de los primeros en proponer modelos unidimensionales de comportamiento tiempo-dependientes a partir de pruebas de odómetro. Después, se desarrollaron modelos para estado triaxial y estado general de esfuerzos, basados en el caso unidimensional como el modelo de Veermer *et al.* (1999) y el de Yin y Graham (1999).

El diseño geotécnico avanzado, para este tipo de suelo, incluye modelaciones numéricas a través de las cuales se pueda conocer a priori el comportamiento esfuerzo-deformación que tendrá el suelo ante las cargas impuestas por el proyecto. La mayoría de estas modelaciones se realizan con modelos elastoplásticos isótropos, que proporcionan resultados aproximados.

La exactitud de una modelación depende, entre otros factores, de la capacidad que tenga el modelo constitutivo utilizado en el análisis de elemento finito, para representar el comportamiento real del suelo. El modelo constitutivo será más exacto, conforme su formulación incluya más características de la naturaleza del suelo a modelar como, la anisotropía natural del suelo, las deformaciones diferidas en el tiempo bajo carga sostenida y la desestructuración del suelo.

# **1.1 OBJETIVO Y ALCANCES**

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo constitutivo para suelos blandos de comportamiento elastoviscoplástico que tome en cuenta la anisotropía natural e inducida del suelo, es decir, un modelo capaz de reproducir satisfactoriamente el comportamiento característico de la arcilla del Valle de México.

Para lograr dicho objetivo, se une el modelo anisótropo de Wheeler (2003) con el modelo de consolidación elastoviscoplástica de Yin y Graham (1999). El modelo de Wheeler (2003), le proporciona al modelo planteado la capacidad de representar la anisotropía de la arcilla con una superficie de fluencia inclinada. Además, simula el cambio que tendrá dicha inclinación por el desarrollo de deformaciones plásticas. El modelo de Yin y Graham (1999), aporta al modelo la capacidad de representar diferentes velocidades de deformación viscoplástica y su influencia en la resistencia al esfuerzo cortante de la arcilla.

Una vez desarrolladas las ecuaciones constitutivas del modelo propuesto, estas se implementarán como un modelo definido por el usuario (*User Defined Soil Model*) en la plataforma del programa de elemento finito PLAXIS. La implementación se lleva a cabo mediante una subrutina en lenguaje FORTRAN, conforme a la metodología establecida por PLAXIS y de acuerdo con el esquema de integración elegido.

El caso de estudio elegido para la validación del modelo propuesto, es uno de los terraplenes de prueba que se construyeron para lo que sería el Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México, el "Terraplén de Referencia", del cual se cuenta con una vasta información instrumental de asentamientos y cambios en la presión de poro, entre otros datos.

La validación del modelo implementado en PLAXIS, consistió en evaluar el desempeño del modelo con respecto a los resultados de las observaciones instrumentales del "Terraplén de Referencia". Además de su desempeño con respecto al de otros modelos constitutivos, disponibles en la plataforma comercial del programa, tales como el Soft Soil, Soft Soil Creep y el CREEPSCLAY-1.

# 1.2 CONTENIDO

En el capítulo 2, se presenta una síntesis de los modelos del estado crítico que representan el antecedente del modelo desarrollado en este trabajo de investigación. Además, se presenta una revisión del desempeño de distintos modelos viscoplásticos en la que se muestran sus fortalezas y limitaciones.

En el capítulo 3, a manera de introducción, se describen sucintamente los modelos SCLAY-1 (Wheeler *et al.*, 2003) y del modelo EVP (Yin y Graham, 1999). Posteriormente, se presentan las ecuaciones constitutivas del modelo desarrollado en este trabajo.

En el capítulo 4, se presenta la implementación del modelo en el programa de elemento finito PLAXIS, el algoritmo de integración empleado y resultados de simulaciones de pruebas triaxiales y de compresibilidad con el modelo.

En el capítulo 5, se presenta la descripción del caso de estudio y datos de la instrumentación instalada para el monitoreo de su comportamiento esfuerzodeformación en campo. Además, se muestran los resultados de las modelaciones del caso de estudio en PLAXIS, empleando el modelo desarrollado y los otros modelos comerciales, cuyos resultados se compararán con la instrumentación.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de esta investigación doctoral. Además, se incluye el Anexo A, donde se describe detalladamente que es un UDSM (acrónimo de *User Defined Soil Model*) y cómo implementarlo, el Anexo B, que contiene las definiciones de los tensores de esfuerzo y deformación en el

espacio general de esfuerzos y las derivadas empleadas en la implementación del modelo MODIIGM y el Anexo C, en donde se presenta la subrutina en FORTRAN que contiene el modelo desarrollado.

# **CAPITULO 2**

## 2. MODELOS CONSTITUTIVOS

La teoría del estado crítico, es una teoría de comportamiento del suelo, desarrollada a partir de la teoría de la plasticidad aplicada a la mecánica de suelos. Desde del nacimiento de la teoría del estado crítico (Roscoe y Schofield, 1958), diversos investigadores han utilizado este marco para implementar distintos modelos, a través de los que han logrado la integración de la teoría de la elastoplasticidad y viscoplasticidad, para representar la fluencia del suelo una vez superado su esfuerzo de preconsolidación y las deformaciones no recuperables, además de la dilatancia inducidas por esfuerzos de corte.

El primero de estos modelos fue el Cam Clay propuesto por Roscoe et al. (1963) y posteriormente se reformuló, dando paso al modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Burland, 1968). Sobre esta última formulación, se han llevado a cabo una infinidad de modificaciones para conseguir mejores aproximaciones entre el comportamiento observado y las predicciones hechas con los modelos. A continuación, se enlistan algunos de los modelos del estado crítico que representan el antecedente al modelo que se desarrolla en este trabajo.

## 2.1 MODELOS DEL ESTADO CRÍTICO

## 2.1.1 Modelo Cam Clay Modificado

El modelo Cam Clay Modificado desarrollado por Roscoe y Burland (1968) es una versión mejorada del modelo Cam Clay (Roscoe *et al.*, 1963). Su hipótesis principal es asumir que la superficie de fluencia conserva su forma y que su tamaño se incrementa únicamente con la acumulación de deformaciones volumétricas. La posición, forma y tamaño, están definidas por la historia de carga y descarga del suelo. En la Figura 2.1 y en la ecuación ((2.1), se tiene la representación de la superficie de fluencia del modelo, cuyo centro reposa en el eje p'. La altura de la elipse la controla el parámetro M y su tamaño, el parámetro  $p_p$ , cuyo valor inicial  $(p_{p_0})$  es el esfuerzo de preconsolidación.

La superficie de fluencia representa la frontera entre el estado de esfuerzos elástico y el estado de esfuerzos de fluencia. Dentro de esta frontera, sólo se generan deformaciones elásticas. Cuando el estado de esfuerzos supera el esfuerzo de fluencia ( $p_{p0}$ ), se generan incrementos de deformación elástica y plástica. Ambas componentes de deformación, se subdividen a su vez en deformación volumétrica y distorsional.



Figura 2.1 Superficie de fluencia del modelo Cam Clay Modificado

$$f = \frac{q^2}{M^2} + [p'(p' - p_p)]$$
(2.1)

M = Pendiente de la línea de estado crítico

$$M_c = \frac{6\sin\phi'}{3\sin\phi'} \text{Compresión} \quad M_e = \frac{6\sin\phi'}{3+\sin\phi'} \text{ Extensión}$$
(2.2)

La línea superior con la que se interseca la superficie de fluencia, se conoce como la Línea del Estado Crítico (CSL, acrónimo de *Critical State Line*) y representa la relación entre p' y q para un estado de falla. El lado izquierdo de la superficie de fluencia, por encima de la Línea del Estado Crítico, se conoce como "Lado Seco". En esta región, la fluencia por plasticidad se relaciona con el reblandecimiento del suelo, comúnmente conocido por su nombre en inglés como *Softening*. Otra característica de esta región es que el modelo tiende a sobrestimar los valores del esfuerzo cortante.

Las deformaciones elásticas del suelo se calculan con la siguiente ecuación expresada en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_{\nu}^{e} \\ \delta \varepsilon_{d}^{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K & 0 \\ 0 & 1/3G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix}$$
(2.3)

Donde:

$$K = \frac{p'}{(\kappa/V)} , \text{``Módulo Volumétrico''}$$
(2.4)

$$G = 1.5K \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)}$$
 "Módulo de corte" (2.5)

Los incrementos de deformación plástica volumétrica y desviadora se rigen por el principio de ortogonalidad, que postula que el vector incremento de deformación plástica es normal a la superficie de fluencia y matemáticamente se definen como:

$$\frac{\delta \varepsilon_{\nu}^{p}}{\delta \varepsilon_{d}^{p}} = \frac{\partial f / \partial p'}{\partial f / \partial q} = \frac{M^{2} (2p' - p_{p})}{2q}$$
(2.6)

La magnitud del incremento de deformación volumétrica plástica, está dada por la siguiente ecuación:

$$\delta \varepsilon_{\nu}^{p} = \left[ (\lambda - \kappa) / \nu \right] \frac{\delta p_{p}}{p_{p}}$$
(2.7)

Donde:

 $\kappa$ = Pendiente del tramo de recompresión,  $\kappa = \frac{2C_r}{2.3}$  $\lambda$ = Pendiente de la rama virgen,  $\lambda = \frac{C_c}{2.3}$ v= Volumen específico (1+  $e_0$ ) El crecimiento de la superficie de fluencia del modelo Cam Clay Modificado, se cuantifica a través de su ley de endurecimiento:

$$\delta p_p = \frac{\nu * p_p}{\lambda - \kappa} * \delta \varepsilon_{\nu}^p \tag{2.8}$$

Los parámetros de estado son cantidades relacionadas con el estado del material en el paso actual de cálculo y que consideran la historia de esfuerzos. Los parámetros de estado del Cam Clay Modificado son:

$$p_{eq} = p' - \frac{q^2}{M^2 (p' + c \cot \varphi)}, \text{ Esfuerzo medio equivalente isótropo}$$
(2.9)  

$$p_p = \text{Esfuerzo isótropo de preconsolidación}$$
  

$$OCR = \frac{p_p}{p_{eq}}, \text{ grado de preconsolidación}$$
(2.10)

El esfuerzo medio equivalente isótropo  $(p_{eq})$ , es un parámetro de estado que tienen en común los modelos avanzados tales como el Cam Clay Modificado, Soft Soil, el Soft Soil Creep y el Creep SCLAY-1. Este esfuerzo es constante a lo largo de los elipsoides en el estado principal de esfuerzos y representa la intersección entre el eje horizontal del esfuerzo efectivo medio con la elipse que representa el estado actual de esfuerzos efectivos, cuya forma es igual a la superficie de fluencia.

#### 2.1.2 Modelo Soft Soil

El modelo Soft Soil es un modelo para suelos blandos normalmente consolidados y altamente compresibles. En este modelo, la rigidez del suelo depende del nivel de esfuerzos al que se somete y tiene la capacidad de distinguir si el suelo supera el esfuerzo de preconsolidación o si está en etapas de descarga-recarga, ya que memoriza el esfuerzo de preconsolidación  $(p_{p0})$ .

La función de fluencia describe una elipse en el plano  $p - \tilde{q}$ . El criterio de falla de este modelo es el criterio Mohr-Coulomb, y se expresa en función de los parámetros de resistencia  $\varphi$  y c (Figura 2.2). La función de superficie de fluencia, está definida por la siguiente ecuación:

$$f = \frac{\tilde{q^2}}{M^2(p' + c\cot\varphi)} + p' - p_p$$
(2.11)

Donde:

$$p_p = p_p^0 \exp\left(\frac{-\varepsilon_v^p}{\lambda^* - \kappa^*}\right) \tag{2.12}$$

 $\kappa^*$ = Pendiente del tramo de recompresión modificada,  $\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e_0}$ 

 $\lambda^*$ = Pendiente de la rama virgen modificada,  $\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e_0}$ 

$$\tilde{q} = \sigma_1 + (\alpha - 1)\sigma_2 + \sigma_3 \tag{2.13}$$

 $\alpha = 3 + \sin \varphi$  $\varphi =$ Ángulo de fricción interna del suelo c =Cohesión

La función de fluencia del modelo Soft Soil, describe la deformación volumétrica irreversible de la compresión primaria y representa la "tapa" (*cap*) o superficie de fluencia. Para modelar el estado de falla, se utiliza la función de fluencia Mohr-Coulomb de plasticidad perfecta (Línea de falla Mohr-Coulomb, Figura 2.2). La pendiente de esta línea de falla, es menor a la pendiente de la Línea del Estado Crítico representada por el parámetro M.

En este modelo, el área elástica la delimitan la Línea de falla Mohr-Coulomb y la superficie de fluencia representan juntos el "Contorno de Fluencia Total". La línea de falla es fija pero el tamaño de la superficie de fluencia puede aumentar. Los estados de esfuerzo dentro del área elástica generan deformaciones únicamente elásticas, pero aquel estado de esfuerzos que tienda a cruzar la frontera generará deformaciones elásticas y plásticas. Para el estado general de esfuerzos ( $p, \tilde{q}$ ), el comportamiento plástico del modelo Soft Soil está definido por la combinación de la superficie de fluencia y la línea de falla del criterio Mohr-Coulomb.



Figura 2.2 Diagrama de la elipse p<sup>p</sup> en un plano p'-q

Este modelo admite que hay una relación logarítmica entre los cambios en la deformación volumétrica y los cambios en el esfuerzo medio efectivo, p', misma que se expresa en la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\nu}^{0} = -\lambda * \ln\left(\frac{p' + C \cot \varphi}{p^{0} + C \cot \varphi}\right)$$
(2.14)

Durante la descarga y recarga isótropa, la relación entre la deformación volumétrica y los cambios en el esfuerzo p', es la siguiente:

$$\varepsilon_{\nu}^{e} - \varepsilon_{\nu}^{e0} = -\kappa * \ln\left(\frac{p' + C \cot \varphi}{p^{0} + C \cot \varphi}\right)$$
(2.15)

De igual forma que en el modelo Cam Clay Modificado, *M* determina la altura de la elipse y su valor es igual a la pendiente de la Línea del Estado Crítico (CSL). Sin embargo, en el modelo Soft Soil, la falla no está precisamente relacionada con el estado crítico. El parámetro *M* establece la relación entre el esfuerzo horizontal y el esfuerzo vertical durante la consolidación primaria. Por lo tanto, el parámetro *M* influye directamente en el valor del coeficiente  $K_0^{NC}$  y su valor puede elegirse de tal forma que el valor de  $K_0^{NC}$  se alcance durante la consolidación primaria. Dicha interpretación y uso del parámetro *M*, difieren de la idea original del estado crítico, pero aseguran una adecuada concordancia con el valor de  $K_0^{NC}$ .

El esfuerzo de consolidación isótropa  $(p_{p0})$  determina el tamaño de la superficie de fluencia a lo largo del eje p' y puede considerarse como el valor inicial del esfuerzo de preconsolidación. El valor de  $p_p$ , se calcula a través de la deformación volumétrica plástica, siguiendo la ley de endurecimiento de la Ecuación (2.8).

Para este modelo, durante la etapa de descarga y recarga, el esfuerzo de preconsolidación se mantiene constante, mientras que para la compresión primaria el esfuerzo de preconsolidación crece con el nivel de esfuerzos causando deformaciones volumétricas plásticas irreversibles. Cuando el suelo está bajo "tensión" (p' < 0), la elipse se extiende a  $c \cot \varphi$ . Para asegurar que el cap de la elipse se mantenga en la zona de compresión (p' > 0), se establece un valor mínimo para  $c \cot \varphi$  dentro del cálculo de  $p_p$ . Cuando el valor de c = 0, se adopta un valor mínimo de  $p_p = 1$ , lo que permite establecer una superficie de fluencia o cap límite, misma que se puede observar en la Figura 2.2.

Los parámetros de estado del modelo Soft Soil son:

$$p_{eq} = p' - \frac{q^2}{M^2 (p' + C \cot \varphi)}$$
, Esfuerzo medio equivalente isótropo

 $p_p$  = Esfuerzo isótropo de preconsolidación  $OCR = \frac{p_p}{p_{eq}}$ , Grado de preconsolidación  $\gamma^p$  = Parámetro de endurecimiento (Deformación plástica por cortante movilizada)  $E_{ur}$  = Módulo de Young actualizado, dependiente del esfuerzo c = Cohesión, dependiente de la profundidad

## 2.1.3 Modelo SCLAY-1

Wheeler (1997) y Näätänen *et al.* (1999), plantearon un modelo de comportamiento elastoplástico anisótropo, enfocado a arcillas normalmente consolidadas o ligeramente preconsolidadas, el modelo SCLAY-1. En su modelo, le dieron a la superficie de fluencia una inclinación igual a  $\alpha$ , con respecto al eje del esfuerzo medio efectivo, para representar las deformaciones plásticas generadas en el proceso de consolidación anisótropa. Además, incluyeron una componente de endurecimiento rotacional, con la que representan la evolución de esta inclinación o anisotropía, asociada a los incrementos de deformación plástica que se presentan en el suelo. La generalización en el espacio tridimensional de esfuerzos del modelo SCLAY-1 (Wheeler *et al.*, 2003), incluye rotaciones en la dirección del esfuerzo principal y su ecuación de superficie de fluencia es:

$$f = (q - \alpha * p')^2 - (M^2 - \alpha^2)(p'_m - p')p' = 0$$
(2.16)

donde:

M = Pendiente del estado crítico del material  $p'_m$ = Tamaño inicial de la Superficie de fluencia  $\alpha$  = Inclinación de la curva de fluencia

Si  $\alpha$  es igual a cero, la ecuación (2.16) representa el comportamiento isótropo del material y es equivalente a la ecuación (2.1) del Modelo Cam Clay Modificado. En la Figura 2.3, se aprecia que la superficie de fluencia la representa una elipse de inclinación  $\alpha$ , con tangente vertical al origen en el punto A, donde la relación de esfuerzos es igual a  $\alpha$ , ( $\eta = \alpha$ ). El punto B, representa la intersección de la trayectoria de esfuerzos efectivos en compresión con la línea de estado crítico. El punto C es la intersección de las trayectorias de esfuerzos con la línea de estado crítico en los ensayes triaxiales de extensión. En general, *M* adopta valores diferentes para los ensayes triaxiales de compresión y extensión ( $M_c$  y  $M_e$  respectivamente), ecuación (2.2).

La regla de flujo del modelo es asociada, lo que significa que el potencial plástico coincide con la superficie de fluencia, F = Q. Lo anterior es una aproximación razonable para arcillas naturales cuando se combina con una superficie de

fluencia inclinada (Graham et al., 1983). La ecuación que representa la regla de flujo es:

$$\frac{d\varepsilon_{v}^{p}}{d\varepsilon_{v}^{p}} = \frac{2(\eta - \alpha)}{M^{2} - \eta^{2}}$$

$$(2.17)$$

Figura 2.3 Curva de fluencia del modelo de Wheeler et al. (2003)

Los modelos anisótropos incorporan dos leyes de endurecimiento, una para definir la evolución del tamaño de la superficie de fluencia por el desarrollo de las deformaciones plásticas volumétricas, tal como cualquier modelo isótropo elastoplástico y una segunda ley, denominada ley de endurecimiento rotacional, que rige la evolución de la anisotropía por el desarrollo de deformaciones plásticas.

La ley de endurecimiento isótropo, establece la evolución del tamaño de la superficie de fluencia, la cual se relaciona únicamente con las deformaciones volumétricas plásticas de la siguiente forma:

$$\delta p'_m = \frac{\nu * p'_m}{\lambda^* - \kappa^*} * \delta \varepsilon_{\nu}^p \tag{2.18}$$

La ley de endurecimiento rotacional establece una interdependencia entre las deformaciones plásticas volumétricas y las deformaciones plásticas por cortante, en la predicción de los cambios en la inclinación de la superficie de fluencia generados por la deformación plástica total. El valor de  $\alpha$  varía de un valor inicial próximo a  $(3\eta/4 - \alpha)$ , asociado a un valor inicial de la deformación volumétrica plástica, a un valor  $(\eta/3 - \alpha)$ , asociado a la deformación plástica desviadora máxima. El valor de la anisotropía depende de ambos valores. Para determinar el

valor de anisotropía para cualquier valor de relación de esfuerzos ( $\eta$ ), puede emplearse la siguiente ecuación:

$$d\alpha = \mu \left[ \left( \frac{3\eta}{4} - \alpha \right) \left\langle d\varepsilon_p^p \right\rangle + \beta \left( \frac{\eta}{3} - \alpha \right) \left| d\varepsilon_q^p \right| \right]$$
(2.19)

donde:

 $\beta$  = Constante del suelo que controla la influencia relativa de las deformaciones desviadoras y volumétricas plásticas en el valor de  $\alpha$ .

 $\mu$ = Constante del suelo que controla la velocidad con la que  $\alpha$  alcanza su valor.  $|d\varepsilon_{a}^{c}|$  = Incremento absoluto de deformación desviadora de creep.

 $\langle d\varepsilon_p^c \rangle =$  Incremento de deformación volumétrica de creep.  $\langle d\varepsilon_p^c \rangle = d\varepsilon_p^c$  si  $d\varepsilon_p^c > 0$  y si  $d\varepsilon_p^c < 0$  entonces  $\langle d\varepsilon_p^c \rangle = 0$ .

En el estado crítico, el valor de  $\alpha$  será igual a  $\chi_d$  (*M*), donde *M* es la pendiente de la Línea del Estado Crítico y su valor es igual a  $\eta$ . En el estado crítico, solo influyen las deformaciones plásticas desviadoras sobre el valor de  $\alpha$ , por lo tanto, el valor de la anisotropía es:

$$\alpha = \frac{M}{3} \tag{2.20}$$

La inclinación inicial de la superficie de fluencia, depende de la historia previa de esfuerzos y deformaciones a las que ha estado sometido el depósito de suelo estudiado. Para el cálculo de la inclinación inicial, Wheeler *et al.* (2003) proponen utilizar el valor de  $K_0$  y el valor de  $\eta_{k_0}$  que le corresponde, que es igual a:

$$\eta_{k_0} = \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0} \tag{2.21}$$

A partir del cálculo de la ecuación (2.21), podemos obtener el valor inicial de tal inclinación:

$$\alpha_{k_0} = \frac{\eta_{k_0}^2 + 3\eta_{k_0} - M^2}{3}$$
(2.22)

Para un suelo normalmente consolidado, la relación de esfuerzos,  $\eta$ , es función de  $\phi$  y *M* depende de  $\phi$ . Por lo tanto, el valor de  $\alpha_{k_0}$  tiene una única relación con el ángulo de fricción  $\phi$ .

Finalmente, para estimar el valor inicial de  $\beta$ , Constante del suelo que controla la influencia relativa de las deformaciones viscoplásticas en el valor de  $\alpha$  se utiliza el

valor estimado de  $K_0$  y la relación de esfuerzos efectivos  $\eta_{k_0}$  en la siguiente expresión:

$$\beta = \frac{3(4M^2 - 4\eta_{k_0}^2 - 3\eta_{k_0})}{8(\eta_{k_0}^2 - M^2 + 2\eta_{k_0})}$$
(2.23)

De acuerdo con Zentar et al. (2002), el valor del parámetro  $\mu$  debe ser siempre positivo, ya que de lo contrario pierde sentido físico. Por lo anterior, el valor del  $\mu$ , debe estar dentro del siguiente rango:

 $10/\lambda^* \le \mu \le 20/\lambda^* \tag{2.24}$ 

## 2.1.4 Modelo anisótropo de Valderrama

En el comportamiento de las arcillas de la Ciudad de México, se ha observado que cuando se llevan a la falla a diferentes velocidades de deformación, cada velocidad traza un tamaño particular de trayectoria de esfuerzos. El modelo de Valderrama (2013), es una extensión del modelo elastoplástico y anisótropo de Wheeler *et al.* (2003), en el que se incluye el efecto del tiempo, al considerar la influencia de la velocidad de deformación en la etapa de falla de ensayes triaxiales.

La superficie de fluencia del modelo de Valderrama, planteada en la ecuación 2.25, está basada en la expresión de Wheeler et al. (2003) con la inclusión del término  $p'_{o}^{Y}$ , el cual remplaza a  $p'_{m}$  del modelo de Wheeler, (Figura 2.3).

$$f = (q - \alpha * p')^{2} - (M^{2} - \alpha^{2})(p'_{0}^{Y} - p')p'$$
(2.25)

El parámetro  $p'_0$ , representa el valor máximo del esfuerzo octaédrico obtenido de la trayectoria de esfuerzos en la etapa de consolidación (Figura 2.4). El exponente Y representa la influencia de la velocidad de deformación. Por lo tanto, el término  $p'_0^Y$  define el tamaño de la superficie de fluencia tomando en cuenta la velocidad de deformación de los ensayes en la etapa de falla.

La parte elástica del modelo de Valderrama es idéntica a la del Cam Clay Modificado y del modelo de Wheeler; adopta la regla de flujo, la regla de endurecimiento y la regla de endurecimiento rotacional. En el caso del modelo de Valderrama, el tamaño y la rotación de la curva de fluencia producida en el proceso de falla de las muestras de suelo están controlados por los valores de  $p'_0$ , Y. Valderrama obtuvo a partir de datos experimentales valores de Y que corresponden al valor del exponente que permite la normalización de las trayectorias de esfuerzo con respecto a una presión de confinamiento igual a  $p'_{o}^{Y}$ .

En la Figura 2.5, se presentan los valores de Y obtenidos para cada uno de los ensayes en los cuales se varió la velocidad de deformación  $\delta$  del ensaye en la etapa de falla. El valor del exponente Y se normalizó con respecto a  $Y_0$ , que corresponde al valor de Y para una velocidad de deformación igual a 0.0001 mm/min.



Figura 2.4 Superficie de fluencia Valderrama, 2013



Velocidad de deformación normalizada ( $\delta/\delta_0$ )

Figura 2.5 Valores de Y/Y0 para los diferentes ensayes en función de la velocidad de deformación normalizada  $\delta/\delta 0$ 

El valor de la velocidad de deformación  $\delta$ , se normalizó con respecto a  $\delta_0$ , el cual corresponde a la velocidad de deformación de 0.0001 mm/min. En la Figura 2.5, se incluyen las ecuaciones que representan cada una de las tendencias para los ensayes isótropos, anisótropos en las muestras de suelo natural y reconstituido se presentan en la misma figura.

## 2.1.5 Modelo Soft Soil Creep

El modelo Soft Soil Creep (Veermer *et al.*, 1999), es una variante del modelo Soft Soil que tiene la capacidad de estimar las deformaciones generadas por creep. El modelo Soft Soil Creep, al igual que el modelo Soft Soil emplea como superficie de fluencia la del modelo Cam Clay Modificado y adopta como criterio de falla la superficie del modelo Moh-Coulomb. Este modelo, a diferencia de los modelos elastoplásticos convencionales, no considera la componente de deformación plástica instantánea. Además, adopta de la teoría de Bjerrum (1967), la idea de que el esfuerzo de preconsolidación depende totalmente de la cantidad de deformación por creep que se va acumulando en el tiempo.

Este modelo pertenece al grupo de modelos que estudian las deformaciones por creep bajo el concepto de "Velocidad de deformación viscoplástica", la cual es constante y se define experimentalmente (*Rate models*).



Figura 2.6 Diagrama de la elipse p<sup>eq</sup> en un plano p'-q.

La ecuación de superficie de fluencia es la misma que la del modelo Soft Soil, esto es:

$$f = \frac{\tilde{q^2}}{M^2(p' + c\cot\varphi)} + p' - p_p$$
(2.26)

Donde:

M = Pendiente de la línea del Estado Crítico, M =  $\frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}$ 

 $\tilde{q}$  = Esfuerzo desviador

 $p_p$ = Esfuerzo de preconsolidación generalizado

c = Cohesión

 $\varphi$  = Ángulo de fricción interna del suelo

El modelo Soft Soil Creep, se formuló inicialmente para el caso unidimensional, para hacerlo aplicable al caso 3D, se resuelve primero el estado normalmente consolidado, considerando que alcanza la fluencia en  $\sigma_2 = \sigma_3 = K_0^{nc} \sigma'_1$ . De acuerdo con lo anterior, el esfuerzo efectivo equivalente,  $p^{eq}$ , se puede estimar con la siguiente ecuación:

$$p^{eq} = \sigma'_1 \left[ \frac{1 + 2K_0^{nc}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{nc})^2}{M^2(1 + 2K_0^{nc})} \right]$$
(2.27)

El parámetro  $p_p^{eq}$ , es el esfuerzo de preconsolidación generalizado y es equivalente al esfuerzo de preconsolidación ( $\sigma_p$ ). Dentro del marco del estado normalmente consolidado, puede calcularse con la siguiente formula:

$$p_p^{eq} = \sigma_p \left[ \frac{1 + 2K_0^{nc}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{nc})^2}{M^2(1 + 2K_0^{nc})} \right]$$
(2.28)

La deformación total en este modelo, es la suma de una componente elástica y una componente de creep. La parte elástica se calcula con la Ley de Hooke y la parte de creep con la regla de flujo. Este modelo se asume que el cálculo de la deformación por creep es equivalente a una deformación plástica dependiente del tiempo. Por lo tanto, el incremento de rapidez de deformación total es igual a:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{c} = \boldsymbol{D}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \lambda \frac{\partial g^{c}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}$$
(2.29)

Donde:

 $\dot{\epsilon}^{e}$ = Tensor incremento de velocidad de deformación elástica  $\dot{\epsilon}^{c}$ = Tensor incremento de velocidad de deformación viscoplástica  $D^{-1}$  = Matriz de deformaciones elásticas  $\dot{\sigma}'$ =Tensor rapidez de esfuerzos  $\lambda$  =Multiplicador plástico  $g^{c}$ =Potencial plástico Las deformaciones elásticas se calculan de la misma forma que en el modelo Soft Soil, con la siguiente ecuación:

$$-\varepsilon_{\nu}^{e} = -\kappa * \ln\left(\frac{p' + c \cot\varphi}{p^{0} + c \cot\varphi}\right)$$
(2.30)

Para el cálculo de las deformaciones volumétricas por creep, considerando las tres direcciones principales del esfuerzo y tomando como función de potencial plástico al esfuerzo equivalente  $(p^{eq})$ , se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\varepsilon}_{\nu}^{c} = \dot{\varepsilon}_{1}^{c} + \dot{\varepsilon}_{2}^{c} + \dot{\varepsilon}_{3}^{c} = \lambda \left( \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_{1}'} + \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_{2}'} + \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_{3}'} \right) = \lambda \frac{\partial p^{eq}}{\partial p'} = \lambda \alpha$$
(2.31)

Por simplificación, consideramos que  $\alpha = \frac{\partial p^{eq}}{\partial p'}$ :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{D}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \frac{\dot{\varepsilon}_{v}^{c}}{\alpha} \frac{\partial p^{eq}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} = \boldsymbol{D}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \frac{1}{\alpha} \frac{\mu^{*}}{\tau} \left(\frac{p^{eq}}{p_{p}^{eq}}\right)^{\frac{\lambda^{*} - \kappa^{*}}{\mu^{*}}} \frac{\partial p^{eq}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}$$
(2.32)

donde:

 $\kappa^*$ = Pendiente del tramo de recompresión

 $\lambda^*$ = Pendiente de la rama virgen

 $\mu^*$ =Índice de creep,  $\mu^* = \frac{c_{\alpha}}{2.3(1+e_0)}$ 

 $\tau$  = Tiempo de referencia, igual a 24 hrs (Derivado de la prueba estándar de odómetro)

D = Matriz elástica de rigideces

El tiempo de referencia  $\tau$ , es en el modelo Soft Soil Creep el equivalente al  $t_0$  del modelo de Yin y Graham (1999). En el modelo Soft Soil Creep, el endurecimiento es función de la deformación volumétrica viscoplástica y la ley de endurecimiento es:

$$p_p^{eq} = p_{p0}^{eq} \exp\left(\frac{-\dot{\varepsilon}_v^c}{\lambda^* - \kappa^*}\right)$$
(2.33)

Para incluir la parte desviadora se establece que las deformaciones viscoplásticas totales son deformaciones plásticas dependientes del tiempo y por lo tanto puede utilizarse la regla de flujo para estimar las deformaciones viscoplásticas totales. Se establece que el flujo es asociado y se adopta como potencial plástico el esfuerzo medio equivalente  $p^{eq}$ .

Los parámetros de estado de este modelo son:

 $p_p^{eq}$  = Esfuerzo medio equivalente isótropo  $p_p^{eq}$  = Esfuerzo isótropo de preconsolidación  $OCR = \frac{p_p}{p_{eq}}$ , Grado de preconsolidación

## 2.1.6 Modelos CreepSCLAY-1 y CreepSCLAY1-S

El modelo CreepSCLAY-1 (Sivasithamparam *et al.*, 2015), considera la anisotropía del suelo y las deformaciones por creep. Este modelo toma como base el modelo SCLAY-1 de Wheeler *et al.* (2003) y el creep lo formula bajo el concepto de velocidad de deformación por creep constante. Una característica de este modelo, es que no considera una región puramente elástica. El modelo CreepSCLAY-1, plantea que la tasa de deformación total, está formada por una componente elástica y una componente de creep, de forma análoga a la teoría de elastoplasticidad clásica.

$$\begin{array}{c} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v}^{e} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v}^{c} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q}^{e} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q}^{c} \end{array} \right\} \text{Ley aditiva}$$

$$(2.34)$$

La parte elástica volumétrica y desviadora del modelo, puede calcularse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{v}}^{e} &= \frac{p'}{K} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{q}}^{e} &= \frac{q}{3G} \end{aligned} \tag{2.35}$$

La tasa de deformación elástica volumétrica y por cortante se calcula igual que en el modelo Cam Clay Modificado. El modelo CreepSCLAY-1 puede considerarse como una extensión especial de los OSM (acrónimo de Over Stress Models), similar al de Yin et al. (2011). El modelo es diferente a los otros OSM, pues su multiplicador plástico no se deriva a partir de la condición de consistencia, si no que se obtiene a partir de una ecuación empírica. Lo anterior le permite al estado de esfuerzos caer fuera de la denominada Superficie de Consolidación Normal (NCS, acrónimo de Normal Consolidation Surface).



Figura 2.7 Superficies de flujo del CreepSCLAY1 y dirección de las deformaciones viscoplásticas

Como podemos observar en la Figura 2.7, el modelo presenta dos elipses, la Superficie del Estado Actual de Esfuerzos o CSS (acrónimo de *Current Stress Surface*) y la Superficie de Consolidación Normal o NCS, ambas rotadas con una inclinación igual a  $\alpha$ .

La elipse NCS, representa una frontera entre las tasas de deformación pequeñas y grandes por creep. El tamaño de esta superficie lo define el esfuerzo de preconsolidación, denominado en los modelos avanzados como esfuerzo isótropo de preconsolidación,  $p'_{p0}$ . El esfuerzo  $p'_{p0}$ , se ubica en la intersección de una línea vertical tangente a la superficie NCS con el eje horizontal. El tamaño de esta elipse evoluciona con las deformaciones volumétricas, tal como lo indica la siguiente ecuación:

$$p'_{p} = p'_{p0} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\nu}^{c}}{\lambda^{*} - \kappa^{*}}\right)$$
(2.37)

Como se observa, el esfuerzo  $p'_p$ , es similar al esfuerzo calculado con la ecuación (2.33) del modelo Soft Soil Creep.

La elipse interior CSS, representa el estado actual de esfuerzos efectivos. La intersección de esta elipse con el eje horizontal representa el "esfuerzo medio efectivo equivalente",  $p'_{eq}$ , Figura 2.8. Para calcular este esfuerzo, se utiliza la ecuación (2.38), misma que incluye la influencia del ángulo de Lode dentro del valor del parámetro *M*:

$$p'_{eq} = p' + \frac{(q - \alpha p')^2}{(M^2(\theta) - \alpha^2)p'}$$
(2.38)

Con el ángulo de Lode ( $\theta$ ), se define la orientación del estado de esfuerzos en el plano desviador. Incorporar la influencia del ángulo de Lode en el parámetro M, suaviza la superficie del estado crítico haciéndola similar a la superficie de falla de Matsuoka y Nakai (1974). La dependencia del valor de M con respecto al ángulo de Lode está expresada en la siguiente ecuación:

$$M(\theta) = M_c \left(\frac{2m^4}{1 + m^4 + (1 - m^4)\sin 3\theta_\alpha}\right)^{1/4}$$
(2.39)  
Donde,  
$$m = \frac{M_e}{M_c}$$

En este modelo el creep se calcula utilizando el concepto de "multiplicador viscoplástico de velocidad constante", siguiendo la idea de Grimstad *et al.* (2010) como sigue:

$$\dot{\Lambda} = \frac{\mu^*}{\tau} \left( \frac{p'_{eq}}{p'_p} \right)^{\beta} \left( \frac{\left( M^2(\theta) - \alpha_{K_0^{NC}}^2 \right)}{\left( M^2(\theta) - \eta_{K_0^{NC}}^2 \right)} \right)$$
(2.40)

Donde:

$$K_0^{NC} = 1 - \sin\phi$$
 (2.41)

$$\eta_{k_0^{NC}}^2 = \frac{3(1 - K_0^{NC})}{(1 + 2K^{NC})}$$
(2.42)

$$\beta = \frac{\lambda^* - \kappa^*}{\mu^*}$$
(2.43)

 $\mu^* =$ Índice de creep, relacionado con el valor de la pendiente  $C_{\alpha}$ 

 $\tau$  =Tiempo de referencia, igual a 24 hrs

El término  $\left(M^2(\theta) - \alpha_{k_0^{NC}}^2\right) / \left(M^2(\theta) - \eta_{k_0^{NC}}^2\right)$ , se añade para asegurar que bajo condiciones odométricas, el creep resultante corresponda a la tasa de deformación volumétrica por creep medida.

El modelo CreepSCLAY-1 (Sivasithamparam *et al.*, 2015), asume la regla de flujo asociado, suposición que resulta en una buena aproximación para arcillas naturales y con una superficie de fluencia inclinada. Por lo tanto, las deformaciones por creep se determinan con las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\epsilon_v} = \dot{\Lambda} \frac{\partial p'_{eq}}{\partial p'}$$

$$\dot{\epsilon_v} = \dot{\Lambda} \frac{\partial p'_{eq}}{\partial p'_{eq}}$$
(2.44)
(2.45)

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_q = \dot{\Lambda} \frac{\partial p'_{eq}}{\partial q} \tag{2.45}$$

De igual forma que el modelo SCLAY-1, además de la ley de endurecimiento volumétrica el modelo CreepSCLAY-1, incorpora una ley de endurecimiento rotacional para cuantificar los cambios en la anisotropía generados por la evolución de las deformaciones por creep. La ley de endurecimiento se presenta en la siguiente ecuación:

$$d\alpha = \omega \left[ \left( \frac{3\eta}{4} - \alpha \right) \left\langle d\varepsilon_p^c \right\rangle + \omega_d \left( \frac{\eta}{3} - \alpha \right) \left| d\varepsilon_q^c \right| \right]$$
(2.46)

donde:

 $|d\varepsilon_q^c|$  = Incremento absoluto de deformación desviadora de creep.

 $\langle d\varepsilon_p^c \rangle =$  Incremento de deformación volumétrica de creep.  $\langle d\varepsilon_p^c \rangle = d\varepsilon_p^c$  si  $d\varepsilon_p^c > 0$  y si  $d\varepsilon_p^c < 0$  entonces  $\langle d\varepsilon_p^c \rangle = 0$ .

 $\omega_d$  =Constante que controla la influencia relativa de las deformaciones totales de creep en el valor de  $\alpha$ .

 $\omega$  = Constante que controla el valor absoluto de la tasa de rotación de la superficie de fluencia, es decir, el valor de  $\alpha$ .

 $\alpha$  = Inclinación de la curva de fluencia

 $\eta$  = Relacion de esfuerzos =  $q'_{n'}$ 

El valor inicial de la anisotropía puede calcularse a partir del valor de  $K_0^{NC}$ , estimado a partir de la fórmula de Jacky (1944), ver Ecuación (2.41), y con el valor de la pendiente del estado crítico (*M*), mediante la siguiente ecuación:

$$\alpha_{k_0} = \frac{\eta_{k_0} + 3\eta_{k_0} - M_c^2}{3} \tag{2.47}$$

Con el valor de la anisotropía inicial, se puede estimar el valor de  $\omega_d$ , utilizando la siguiente ecuación:

$$\omega_d = \frac{3}{8} \frac{4M_c^2 - 4\eta_{k_0}^2 - 3\eta_{k_0}}{\eta_{k_0}^2 - M_c^2 + 2\eta_{k_0}} \tag{2.48}$$

El parámetro  $\omega$ , se puede estimar a partir del valor inicial de anisotropía ( $\alpha_0$ ), el valor de lambda ( $\lambda$ ), *M* y  $\omega_d$  (Leoni *et al.*, 2008), con la siguiente ecuación:

$$\omega = \frac{1}{\lambda^*} \ln \frac{10M_c^2 - 2\alpha_0 \omega_d}{M_c^2 - 2\alpha_0 \omega_d}$$
(2.49)

El modelo CreepSCLAY-1S (Karstunen et al., 2013), es una extensión del modelo CreepSCLAY-1, en el que se incorpora el efecto de la desestructuración del suelo y la cementación de partículas, conocido en inglés como bonding. La desestructuración del suelo, es la degradación de la cementación generada por las deformaciones de tipo irreversibles (Leroueil et al. 1979).



Figura 2.8 Superficie del Estado actual de esfuerzos (CSS), Superficie de Consolidación Normal (NCS) y superficie de fluencia intrínseca del CreepSCLAY1S

La base del modelo CreepSCLAY-1S, es el modelo SCLAY-1S (Kartsunen et al., 2005), primer modelo en representar los cambios en el estado de la estructura de las

arcillas, empleando el concepto de superficie de fluencia intrínseca (Gens y Nova, 1993), además de incorporar la ley de endurecimiento rotacional del modelo SCLAY-1 (Wheeler *et al.*, 2003).

La superficie de fluencia intrínseca, es de tamaño menor que la superficie de fluencia natural del suelo, pero conserva su misma forma e inclinación. El tamaño de la superficie de fluencia intrínseca se determina con el valor de la variable de estado  $p'_{mi}$ , la cual está ligada al tamaño de la superficie de fluencia natural  $p'_m$ , como se muestra en la siguiente ecuación:

$$p'_{m} = (1 + \chi) * p'_{mi}$$
(2.50)

Donde:

 $\chi$  = Grado de cementación entre partículas

Además, se agrega una ley de desestructuración, que representa la degradación de la liga entre sus partículas o degradación del *bonding*, generada por las deformaciones plásticas:

$$d_{\chi} = -a\chi \left( \left| d\varepsilon_{v}^{vc} \right| + b \left| d\varepsilon_{d}^{vc} \right| \right)$$
(2.51)

Donde:

*a*, *b* = Constantes del suelo que controlan la velocidad de degradación del suelo.

Por lo tanto, el modelo CreepSCLAY-1S, es un modelo viscoplástico anisótropo que toma en cuenta el efecto de los cambios en el arreglo de la estructura del suelo y liga entre partículas, permitiendo una representación bastante completa del comportamiento esfuerzo – deformación de las arcillas estructuradas.

# 2.2 DESEMPEÑO DE MODELOS VISCOPLÁSTICOS

En las últimas décadas, los esfuerzos dedicados a la investigación del comportamiento de los suelos blandos y su modelación han aumentado. Actualmente se cuenta con un gran número de modelos propuestos que van desde el elástico de Duncan y Chang (1970), el elastoplástico de Roscoe y Burland (1968), los elastoviscoplásticos de Adachi y Oka (1982) y Borja y Kavazanjian (1985), todos con distintos grados de sofisticación y complejidad.

En este apartado, se presenta una revisión del desempeño de diferentes modelos constitutivos viscoplásticos, hecha a partir de resultados de análisis numéricos de terraplenes sobre suelos blandos, para detectar las debilidades y fortalezas de dichos modelos para reproducir el comportamiento de arcillas blandas en función del tiempo.

Para la revisión de los modelos viscoplásticos, estos se clasificaron en dos grandes grupos de modelos constitutivos: los llamados "Modelos de creep" (e.g. Yin & Graham, 1989, 1994, 1999; Borja y Kavazanjian, 1985) y los denominados "Modelos de Velocidad de deformación" (Adachi y Okano, 1974; Oka, 1981; Adachi y Oka, 1982; Sekiguchi, 1977, 1985), además de una revisión de las ventajas y desventajas de la implementación numérica de cada modelo.

Los "Modelos de Velocidad de Deformación" (*Rate Models*), permiten tomar en cuenta el comportamiento del suelo en función del tiempo de una manera directa, mientras que para el creep lo hacen de una manera indirecta. Por otro lado, en los "Modelos de Creep" el comportamiento del suelo en función del tiempo se toma en cuenta de manera indirecta, en tanto que el creep se estima de forma directa a través de su formulación matemática.

En el Anexo A, se incluyen dos tablas en las que se presenta un resumen de los fundamentos teóricos bajo los que se formuló cada tipo de modelo y una comparación de sus fortalezas y limitaciones. En la Tabla A.1, se presenta la información sobre los "Modelos de Velocidad de Deformación" y en la Tabla A.2 la información sobre los "Modelos de Creep".

## 2.2.1 Modelos de velocidad de deformación (Rate models)

Adachi y Okano (1974) fueron los primeros en proponer un modelo constitutivo elastoviscoplástico basado en el concepto de "velocidad de deformación viscoplástica" (*Rate model*) con el que extendieron el modelo Cam Clay (Roscoe *et al.*, 1963). A partir de resultados experimentales y apoyados en la ley de viscoplasticidad de Perzyna (1963), establecieron las ecuaciones constitutivas de su modelo con las que lograron describir los efectos viscosos de las arcillas normalmente consolidadas.

Perzyna (1963), señalaba que la diferencia entre el comportamiento dinámico y estático del material aparece por su sensibilidad a la velocidad de deformación y a este comportamiento lo definió como viscoplástico. Perzyna asume la existencia de una función llamada "Función de sobre esfuerzo, (F)" que representa la diferencia entre la función de carga dinámica y la función estática de fluencia; por lo tanto "Función de sobre esfuerzo" se define como:

$$F = \frac{f_d}{f_s} - 1 \tag{2.52}$$

La Función de carga dinámica  $f_d(\sigma_{ij}, T, \varepsilon_{ij}^{vp}) = k_d$  y la Función estática de fluencia  $f_s(\sigma_{ij}, T, \varepsilon_{ij}^p) = k_s$ , son funciones del tensor de esfuerzos  $(\sigma_{ij})$  y de la temperatura (T). A la función de carga dinámica la influyen las deformaciones viscoplásticas  $(\varepsilon_{ij}^{vp})$ , mientras que en la función estática de fluencia, las deformaciones plásticas no viscosas  $(\varepsilon_{ij}^p)$  son las que se toman en cuenta. El tensor de velocidad de deformación viscoplástica para el caso simple de un campo infinitesimal de deformación está dado por:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}^{vp} = \gamma(T) \langle \varphi(F) \rangle \, \frac{\partial f_d}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}} \tag{2.53}$$

La ecuación (2.53) es la ley de viscoplasticidad de Perzyna, donde  $\gamma(T)$  representa la viscosidad del material, que en este caso está en función de la temperatura,  $\langle \varphi(F) \rangle$  es el "parámetro de fluidez", que comúnmente conocemos como función de fluencia,  $f_d$  es la función de carga dinámica o comúnmente conocida como potencial plástico y finalmente  $\underline{\sigma}_{ij}$ , que es el tensor de esfuerzos.

Los Macaulay brackets  $\langle \rangle$ , en el parámetro de fluidez  $\langle \varphi(F) \rangle$ , aseguran que las estimaciones de la deformación volumétrica viscoplástica se mantengan sensibles aun para valores muy pequeños de dicho parámetro. Cuando la velocidad de deformación es cero,  $k_d \neq k_s$  son iguales, lo que significa que el comportamiento del suelo es estático. Según Adachi y Okano (1974), si el suelo es cargado a una velocidad muy lenta (teóricamente igual a cero) el estado de esfuerzos debe caer sobre la superficie de deformación estática ( $f_s$ ) y si la carga tiene cierta velocidad, el estado de esfuerzos debe caer en la superficie de fluencia dinámica, es decir, el material exhibirá un endurecimiento y con el paso del tiempo también exhibirá ablandamiento y finalmente llegará a la superficie estática de fluencia. Una de las suposiciones para el modelo, fue considerar que la arcilla normalmente consolidada alcanzaba el equilibrio al final de la consolidación primaria, por lo tanto, la velocidad de deformación volumétrica es igual a cero, lo que no es totalmente válido ni congruente con la realidad.

Oka (1981), para mejorar las hipótesis del modelo de Adachi y Okano, propuso suponer que la arcilla nunca alcanza el equilibrio, es decir, se siguen generando deformaciones viscoplásticas. Posteriormente, Adachi y Oka (1982), generalizaron el modelo original, bajo la consideración de que la deformación volumétrica viscoplástica es un parámetro de endurecimiento. El comportamiento del suelo será perfectamente elástico cuando el estado de esfuerzos caiga en la superficie estática de fluencia y será viscoplástico cuando el estado de esfuerzos esté en la superficie dinámica de fluencia. No es posible que un estado de esfuerzos se localice fuera de la superficie dinámica de fluencia.



Figura 2.9 Superficies de fluencia estática y dinámica propuestas por Adachi y Oka (1982)

Oka et al. (1986) modificaron el modelo de Adachi y Oka (1982) para incluir anisotropía con base en el modelo de Sekiguchi y Otha (1977) y lo implementaron numéricamente para un análisis bidimensional de consolidación. Todos los modelos descritos anteriormente entran en la clasificación de modelos constitutivos viscoplásticos del tipo Over Stress (modelos de sobreesfuerzo), ya que el comportamiento viscoso se representa como función del exceso de esfuerzo. Una de las limitaciones de este tipo de modelos es que no pueden describir la aceleración del creep o la ruptura por creep, a menos que la relación estática esfuerzo – deformación presente endurecimiento o ablandamiento.

Sekiguchi (1984) intentó desarrollar una teoría para ruptura por creep bajo condición no drenada enfocada a arcillas normalmente consolidadas dentro del marco de modelos elastoviscoplásticos. Este modelo considera la influencia de  $K_0$  de consolidación, sobre el comportamiento por creep en la ruptura no drenada. Sin embargo, el tiempo fue incorporado de forma explícita, lo que causó que tuviera desventaja al predecir deformaciones tiempo dependientes bajo la condición de esfuerzo efectivo cero. También representa una dificultad determinar el origen del tiempo si la historia de esfuerzos del suelo no es conocida.

## 2.2.2 Modelos de creep

Bjerrum (1967) consideró que los asentamientos del suelo están compuestos por dos partes: aquellos que se deben a la "compresión inmediata" y los que se deben a la "compresión retardada". Borja y Kavazanjian (1985), basados en ese concepto utilizaron el modelo elastoplastico Cam Clay Modificado para describir las deformaciones elastoplásticas tiempo dependientes.

En su modelo utilizaron la teoría clásica de la plasticidad para caracterizar el comportamiento esfuerzo-deformación tiempo independiente de los suelos

cohesivos, utilizando la superficie de fluencia elipsoidal del Cam Clay Modificado. Las deformaciones tiempo dependiente, fueron divididas en una parte elástica y otra parte plástica. La parte plástica se evaluó usando la condición de normalidad y la condición de consistencia de la superficie de fluencia. Para incluir la deformación por creep, utilizaron la ecuación de compresión secundaria de Taylor (1948) para la parte volumétrica y para la componente desviadora se basaron en Singh y Mitchel (1968). Sin embargo, este enfoque tenía todas las limitaciones de la formulación de Singh y Mitchel (1968) (La formulación del esfuerzo desviador subestima las deformaciones por fluencia para *D* cercana a cero y las sobreestima para *D* cercana a uno; *D* = Intensidad del esfuerzo desviador, expresada como una relación del esfuerzo desviador antes de la fluencia,  $(q/q_{max})$ ).

El creep y la relajación de esfuerzos, son tratados comúnmente como dos fenómenos diferentes, aunque la evidencia física sugiere que un proceso podría ser responsable del otro. Borja (1992) hizo un intento para unificar estos dos fenómenos, para lo que consideró que la respuesta retardada del suelo se debía a la relajación del esfuerzo en lugar del creep. El modelo fue formulado solo para condiciones triaxiales, donde la respuesta de la presión de poro del suelo no fue bien descrita. En 1989, Yin y Graham desarrollaron un modelo unidimensional para carga escalonada utilizando el concepto de "tiempo equivalente" para el cálculo de deformaciones dependientes del tiempo. Posteriormente, se desarrolló una ecuación constitutiva general de este modelo para carga continua (Rajibul y Carthigesu, 2008).

Yin y Graham (1989, 1994 y 1999) desarrollaron el concepto de tiempo equivalente de Bjerrum (1967), considerando que la descarga es independiente del tiempo. Sin embargo, sus modelos tienden a subestimar el efecto del tiempo y de la velocidad de deformación en el cambio de la resistencia al cortante no drenada. La implementación completa del concepto de línea de tiempo equivalente, se usó para obtener el comportamiento esfuerzo-deformación dependiente del tiempo bajo esfuerzo isótropo. En 1999, Yin y Graham modificaron su modelo original, llevándolo a un espacio general de esfuerzos basado en el modelo Cam-Clay modificado y en el concepto de visco-plasticidad de Perzyna (1966). Este modelo puede simular la aceleración del creep cuando el esfuerzo desviador está cerca de la envolvente de falla y, además, el comportamiento en descarga-recarga y relajación. También proporciona una modelación realista para los cambios en la velocidad de corte. Yin et al. (2002), modificaron el modelo de Yin y Graham de 1999, para que modelara el comportamiento tanto de la arcilla normalmente consolidada como el de la arcilla preconsolidada, la formulación la realizaron dentro del marco tridimensional de esfuerzos (Rajibul y Carthigesu, 2008). En el capítulo 3, se describe a detalle el concepto de tiempo equivalente, tal y como lo aplicaron Yin y Graham a su modelo.

De acuerdo con Rajibul y Carthigesu (2008), una de las limitaciones de los modelos anteriores de Yin y Graham (1989, 1994, 1999) fue utilizar una función logarítmica para la determinación de la función de escala (*S*), equivalente al parámetro de fluidez  $\langle \Phi(F) \rangle$  en modelos de tipo "sobre esfuerzo". Cuando el tiempo es infinito, la deformación por creep también tiende al infinito. Para eliminar este problema, se introdujo una función de creep no lineal junto con un límite para el creep. Este modelo necesitó diez parámetros para la interpretación exitosa del comportamiento esfuerzo-deformación-tiempo y el de la presión de poro. Otra limitación de los modelos de Yin y Graham fue la descripción del comportamiento  $K_0$  del suelo.

Zhou *et al.* (2005) presentaron un nuevo modelo elastoviscoplástico para describir el comportamiento esfuerzo-deformación del suelo consolidado bajo condiciones  $K_0$ . En su modelo Yin & Graham (1989, 1994, 1999) y Zhou *et al.* (2005) utilizaron los parámetros de compresibilidad normalizados,  $\kappa/v$ ,  $\lambda/v y \psi/v$ , en lugar de  $\kappa$ ,  $\lambda y \psi$ , lo que dificultó un poco más la implementación práctica.

## 2.2.3 Implementación numérica

El Método de Elemento Finito (FEM, acrónimo en inglés de Finite Element Method), es comúnmente utilizado para la predicción del comportamiento de estructuras geotécnicas que se construyen sobre suelos blandos. La mayoría de las formulaciones de los modelos elastoviscoplásticos son complejas y su implementación numérica es una tarea complicada, sin embargo, el beneficio de usar el FEM es mayor, pues permite obtener predicciones de las deformaciones y del exceso de presión de poro, así como la modelación del colapso o falla de las estructuras geotécnicas.

Desde la década de los años 30 del siglo pasado se reconoció la importancia de incluir la deformación dependiente del tiempo en el análisis del comportamiento de los suelos blandos viscosos. Sin embargo, la implementación de esta idea no fue posible hasta la década de 1990 debido a que, antes de esa fecha, aún era limitado el conocimiento del comportamiento de suelos sensibles a la velocidad de deformación y, además, los recursos computacionales también eran limitados.

Zhu y Yin (1999) utilizaron el modelo de Yin y Graham (1999) para modelar el incremento de la presión de poro a largo plazo, después de terminada la construcción de un terraplén en una capa de arcilla en la isla Tarsuit, Canadá. El modelo de Adachi y Oka (1982) fue implementado por Mannivanan (2005, citado en Rajibul, K. y Carthigesu, T.G., 2008, p. 8) para predecir múltiples características

del comportamiento de los terraplenes de Leneghans y Sackville. El modelo de Borja y Kavazanjian (1985) se utilizó para predecir el asentamiento final de un terraplén de prueba del MIT.

Las predicciones hechas con los modelos elastoviscoplásticos parecen dar mejores resultados que las efectuadas con modelos elastoplásticos y representan mejor el comportamiento de la presión de poro a largo plazo, una vez que se aplicó toda la carga al terreno. Ninguno de los modelos implementados numéricamente hasta ahora carece de limitaciones. Por ejemplo, el objetivo principal de Zhu y Yin (1999) fue la predicción de la disipación del exceso de presión de poro y se encontraron grandes discrepancias en la predicción de la presión de poro, debidas a que no se consideró la naturaleza no lineal de la conductividad hidráulica. Las predicciones de Manivannan (2005, citado en Rajibul, K. y Carthigesu, T.G., 2008, p. 8) carecen de precisión para niveles altos de esfuerzo y el modelo de Borja y Kavazanjian (1985) sobrestima el valor del asentamiento a largo plazo al centro del terraplén y falla en la predicción de la respuesta de la presión de poro.

Gnanendran *et al.* (2006), presentaron un análisis comparativo de los dos tipos de modelos elastoviscoplásticos y de un modelo elastoplástico. En los tres análisis se utilizaron las mismas propiedades para caracterizar a los materiales, obtenidas de una base experimental. Como modelo representativo de los "Modelos de creep", emplearon el modelo de Kutter y Sathialingham (1992), para representar los "Modelos de velocidad de deformacion", emplearon el modelo de Adachi y Oka (1982) y para representar a los modelos elastoplasticos emplearon el modelo Cam Clay Modificado. Los resultados de las simulaciones se compararon con el comportamiento en campo de un terraplén de prueba construido en Sackville, Canada.

Los tres modelos sobrestimaron los asentamientos y no estimaron con precisión el valor del asentamiento vertical para el punto del mayor espesor del relleno del terraplén. Los tres modelos sobrestimaron el exceso de presión de poro y ninguno de los modelos pudo predecir la falla del terraplén. Además, la predicción de los movimientos laterales del pie del terraplén también careció de precisión para los tres modelos. Gnanendran et al. (2006), concluyeron que la predicción de los "Modelos de Creep" es mejor que las predicciones de los otros dos tipos de modelos, con la desventaja de que utilizan un número mayor de parámetros y un tamaño de paso de tiempo más pequeño para ejecutar el análisis.

Los modelos constitutivos utilizados en el análisis de elementos finitos a menudo se seleccionan de acuerdo con la manejabilidad del programa computacional del que se trate más que con la capacidad que tengan para representar el comportamiento del suelo (Tavenas, 1981). La mayoría de los modelos empleados numéricamente hasta ahora están formulados para el comportamiento isótropo de los suelos y principalmente para el lado húmedo de la Línea del Estado Crítico. Tavenas (1981), señala que la estructura de la arcilla es fuertemente anisótropa en todos los depósitos naturales. Pese a lo anterior, la mayoría de los modelos que se han formulado e implementado numéricamente no incluyen anisotropía (de condiciones de esfuerzo o del material). La razón puede ser la complejidad que tiene este tipo de los modelos, así como la deficiencia de los datos de campo para validar el desempeño de esos modelos.

## 2.2.4 Comparación de modelos

Los diferentes modelos elastoviscoplásticos se revisaron poniendo énfasis en aquellos que se han aplicado numéricamente hasta ahora. Como resultado de esta revisión se encontró que muy pocos de ellos describían las características de comportamiento del suelo con suficiente precisión. La mayoría de los modelos revisados, se desarrollaron dentro del marco del modelo Cam Clay o Cam Clay Modificado y con la formulación de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966).

La limitación de muchos de estos modelos es que la anisotropía inducida por esfuerzos no está incluida en la formulación. Aunque algunos modelos fueron formulados para condiciones anisótropas, nunca se han verificado bajo condiciones reales de anisotropía en campo ni con resultados de pruebas a largo plazo. Para predecir el comportamiento a largo plazo de las estructuras, es importante que estos modelos se verifiquen con datos de pruebas a largo plazo y con respecto a datos de campo a largo plazo reales. Los modelos constitutivos que se han verificado son los de suelos normalmente consolidados (por ejemplo, Adachi y Okano, 1974; Oka, 1981; Adachi y Oka, 1982; Kutter y Sathialingham, 1992; Borja y Kavazanjian, 1985; Yin y Graham, 1989, 1994, 1999) los cuales se formularon bajo condiciones de esfuerzo isótropas. Su verificación se ha hecho evaluando su capacidad para simular el comportamiento del suelo para condiciones de contorno simples tales como las condiciones de pruebas triaxiales, de deformación plana y de consolidación unidimensional de corta duración.

Han sido pocos los modelos constitutivos que incluyen anisotropía en términos de condiciones de esfuerzos y aún menos los modelos que se implementan numéricamente y se verifican con información de campo. Los pocos casos de implementaciones numéricas exitosas para la predicción del comportamiento a largo plazo, carecen de precisión en la predicción de algunas de las características del comportamiento completo del suelo. La complicación matemática de algunos modelos constitutivos y el uso de un número alto de parámetros, limitan su aplicación práctica.
Finalmente, los análisis numéricos con estos modelos requieren de recursos computacionales muy altos y los análisis pueden durar de unos pocos minutos hasta algunas semanas en una computadora de alta velocidad, dependiendo de los detalles de la malla del elemento finito, el tamaño de la estructura modelada y el modelo constitutivo utilizado.

## 2.2.5 Observaciones finales

De acuerdo con los autores, a pesar del enorme esfuerzo realizado por los investigadores durante más de tres décadas, el análisis elastoviscoplástico aún no es popular entre los ingenieros geotécnicos. Las causas de eso pueden enumerarse a continuación:

1. La complejidad matemática involucrada en la formulación de los modelos constitutivos no favorece que tengan una fácil aplicación práctica.

2. Incertidumbre asociada con la exactitud de la predicción.

3. Requerir parámetros adicionales y que suelen ser difíciles de determinar.

4. Alto requerimiento de recursos computacionales.

5. Costo y tiempo necesarios para que el análisis tenga la mayor precisión posible.

6. Simplicidad de las técnicas convencionales.

# **CAPITULO 3**

## 3. MODELO VISCOPLÁSTICO ANISÓTROPO PARA SUELOS BLANDOS

Mesri y Choi (1979) confirmaron que, en arcillas blandas, se presentan asentamientos bajo valores casi constantes de esfuerzo efectivo y presión de poro. Este tipo de deformaciones son conocidas en inglés como creep y en español suelen llamarse deformaciones diferidas en el tiempo o viscoplásticas. En este trabajo adoptaremos el termino creep para referirnos a ellas.

Desde hace mucho tiempo se ha reconocido que el creep, contribuye significativamente a la deformación total en arcillas jóvenes (Bjerrum, 1967). Es importante tomar en cuenta las deformaciones por creep, principalmente en aquellos problemas que dan lugar a grandes deformaciones primarias, tales como la construcción de un terraplén o de una cimentación sobre un suelo blando. Pues una vez generados los grandes asentamientos por consolidación primaria, se presentan asentamientos por creep. En estos casos, es conveniente estimar por anticipado las deformaciones que pueden llegarse a presentar por creep. En este capítulo, se presenta la formulación matemática del modelo MODIIGM, desarrollado para considerar las deformaciones por creep y la anisotropía del suelo.

## 3.1 DESCRIPCION DEL MODELO

El modelo implementado, MODIIGM, corresponde a la inserción del modelo SCLAY-1 de Wheeler *et al.* (2003) al modelo EVP de Yin y Graham (1989). De dicha combinación, resulta un modelo con la capacidad de reproducir deformaciones diferidas en el tiempo bajo carga constante y que además considera la anisotropía del suelo.

Cuando la viscosidad es cero, el modelo elastoviscoplástico de Yin y Graham (1989) se convierte en un modelo elastoplástico, por lo tanto, es compatible con el modelo elastoplástico Cam Clay Modificado y con cualquier modelo que lo tome como base, como por ejemplo el modelo SCLAY-1 de Wheeler *et al.* (2003). Por otra parte, el modelo SCLAY-1, es un modelo de comportamiento elastoplástico anisótropo que cuantifica el cambio que la deformación plástica genera en la anisotropía del suelo. El modelo SCLAY-1, puede modelar el comportamiento isótropo de un suelo con características elastoplásticas, si se considera como cero el valor de la anisotropía, convirtiéndose en el modelo Cam Clay Modificado. En conclusión, los modelos acoplados son compatibles entre sí.

### 3.2 FORMULACION MATEMÁTICA DEL MODELO MODIIGM

#### 3.2.1 Deformaciones elásticas

Para el cálculo de deformaciones, el modelo se basa en una ley aditiva, en la que la que el tensor de deformación total, está compuesta por una componente elástica y una componente viscoplástica (Yin y Graham, 1999):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v}^{e} + \boldsymbol{\varepsilon}_{v}^{ivp} 
\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q}^{e} + \boldsymbol{\varepsilon}_{q}^{ivp}$$
(3.1)

En este caso, para definir la componente elástica se adopta el concepto de elasticidad no lineal, para que en el espacio  $v - \ln p$ , se obtenga un comportamiento lineal y con una pendiente igual a  $\kappa$ , donde  $p = 1/3 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$  es el esfuerzo medio efectivo,  $\sigma_{ii}$  son las componentes normales del tensor de esfuerzos  $\sigma$ , v es el volumen específico y  $\kappa$  es la pendiente de la "línea instantánea". Por lo tanto, el módulo de deformación volumétrica está dado por:

$$K = \frac{v \, p}{\kappa} \tag{3.2}$$

La matriz de rigidez elástica completa se ensambla asumiendo que la relación de Poisson,  $\nu$ , es constante. Sin embargo, esta consideración no es

termodinámicamente consistente, y el principio de conservación de la energía se puede violar en la región elástica (Zytynski *et al.*, 1978).

### 3.2.2 Superficie de flujo

El modelo MODIIGM, adopta como superficie de flujo, la misma que del modelo SCLAY-1 (Wheeler *et al.*, 2003). La forma de la superficie de flujo es una elipse inclinada,  $\alpha$  es el parámetro que define la inclinación de su eje mayor y representa la anisotropía del suelo. La pendiente *M*, es la pendiente del estado crítico y  $p'_m$  es el esfuerzo medio efectivo equivalente, el cual define el tamaño de la superficie de flujo. La superficie de flujo del modelo implementado, se representa con la siguiente ecuación, en el espacio triaxial de esfuerzos:

$$f = (q - \alpha p')^2 - (M^2 - \alpha^2)(p_m - p')p' = 0$$
(3.3)

donde,

p'=Esfuerzo medio efectivo q= Esfuerzo desviador  $p'_m$  = Esfuerzo medio efectivo equivalente M= Pendiente del estado crítico  $\alpha$ = Valor de anisotropía del suelo

La inclinación de la superficie de fluencia en el estado crítico es única. Depende de la condición de esfuerzos en el estado crítico y es independiente de la superficie de fluencia inicial.



Figura 3.1 Superficie de flujo SCLAY-1 en el espacio general de esfuerzos, (Wheeler, 2003)

La Figura 3.1, representa la superficie del modelo SCLAY-1, la cual también es la superficie de fluencia del modelo implementado. Como se aprecia en esta figura, la superficie de flujo tiene una tangente vertical al origen y en el punto A, donde  $\eta = \alpha$ . La tangente horizontal a la superficie de flujo en los puntos B y C, son puntos de intersección entre la superficie de flujo y la línea de estado crítico en compresión y en extensión respectivamente. El término  $(M^2 - \alpha^2)$  de la ecuación de superficie de flujo, es el término que asegura estas intersecciones.

En el caso específico de este modelo, la superficie de flujo no es una frontera entre las deformaciones elásticas y viscoplásticas. La superficie de flujo puede crecer o disminuir dependiendo de la velocidad de deformación y de la duración de las pruebas y no sólo cuando existe endurecimiento plástico. Por lo tanto, todo el comportamiento permisible dentro del espacio de esfuerzos p' - q en la Figura 3.1 es dependiente del tiempo.

## 3.2.3 Potencial plástico y Regla de flujo

Para establecer una relación entre el estado de esfuerzos y la deformación plástica, se define un potencial plástico para cualquier punto de fluencia. El modelo MODIIGM, asume que la superficie de flujo coincide con el potencial plástico, por lo tanto, se establece una regla de flujo asociado (f = Q). Si la superficie de flujo y el potencial plástico coinciden, el material obedece al postulado de normalidad y el vector incremental de deformación plástica es normal a la superficie de fluencia.

Asumir una regla de flujo asociado, permite modelar el comportamiento de arcillas naturales con buena aproximación y con una superficie de fluencia inclinada. También permite modelar el comportamiento del suelo de acuerdo con la teoría del estado crítico.

Como resultado de asumir que el potencial plástico es igual a la función de superficie de flujo, basta con la función de superficie de flujo, para determinar la componente plástica de la deformación. Lo anterior queda expresado en la siguiente ecuación:

$$Q = f = (q - \alpha p')^2 - (M^2 - \alpha^2)(p_m - p')p' = 0$$
(3.4)

Para el cálculo de la deformación viscoplástica, se adopta la teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963), con un enfoque ligeramente distinto que permitirá derivar la función de escala. Con el empleo de la teoría de Perzyna, se incluye en el modelo la dependencia a la velocidad de carga, por lo tanto, las

componentes viscoplástica volumétrica y desviadora de la deformación, se calculan de acuerdo con las ecuaciones siguientes:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v}^{vp} = S \, \frac{\partial f}{\partial p'} \tag{3.5}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{q}^{vp} = S \, \frac{\partial f}{\partial q} \tag{3.6}$$

Donde S, es la función de escala del modelo EVP (Yin y Graham, 1999) y es equivalente al parámetro de fluidez de la teoría de Perzyna,  $S = \gamma$ . En el siguiente apartado se presenta la obtención de la Función de escala.

#### 3.2.4 Función de escala

El modelo implementado es una extensión especial de los Modelos de sobreesfuerzo (Over Stress Models), similar al de Yin et al. (2011). El modelo es diferente a los otros modelos de sobre - esfuerzo, pues su multiplicador viscoplástico no se deriva a partir de la condición de consistencia ( $\dot{f}_y$ ), si no que se obtiene a partir de una ecuación empírica que es la Función de escala (S). La condición de consistencia se puede consultar en el Anexo B.

La función de escala se deriva a partir de la hipótesis de que la velocidad de deformación viscoplástica es constante a lo largo de la superficie de flujo. Existen resultados de pruebas triaxiales que respaldan dicha hipótesis, (Tavenas *et al.*, 1978).

Haciendo explícitas las derivadas contenidas en las definiciones de las deformaciones viscoplásticas volumétrica y desviadora, ecuaciones (3.5) y (3.6) respectivamente, estas pueden rescribirse de la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_{p'}^{vp} = S \frac{\partial f}{\partial p'} = S \left[ -\left( p'_m - p' \right) * \left( M^2 - \alpha^2 \right) + p' * \left( M^2 - \alpha^2 \right) - 2\alpha (q - \alpha p') \right]$$
(3.7)

$$\dot{\varepsilon}_q^{vp} = S \frac{\partial f}{\partial q} = S[2(q - \alpha p')] \tag{3.8}$$

El modelo unidimensional de Yin y Graham (1989), permite estimar la rapidez de deformación viscoplástica volumétrica, mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{\varepsilon}_{vm}^{vp} = \frac{\psi}{Vt_0} \exp\left[-(\dot{\varepsilon}_{vm} - \dot{\varepsilon}_{vm0}^{ep})\frac{V}{\psi}\right] \left(\frac{p'_m}{p'_{m0}}\right)^{\lambda/\psi}$$
(3.9)

Para determinar la función de escala, se parte de asumir que la rapidez de deformación viscoplástica es constante a lo largo de la superficie de flujo. Lo

anterior, permite establecer que la rapidez de deformación volumétrica viscoplástica en el espacio p' - q definida en la ecuación (3.7) sea igual a la deformación volumétrica viscoplástica calculada con el modelo unidimensional de Yin y Graham (1989) de la ecuación (3.9). La hipótesis descrita significa que  $\dot{\varepsilon}_{p'}^{vp} = \dot{\varepsilon}_{vm}^{vp}$ .

Por lo tanto, la función de escala es igual a:

$$S\left[-\left(p'_{m}-p'\right)*\left(M^{2}-\alpha^{2}\right)+p'*\left(M^{2}-\alpha^{2}\right)-2\alpha(q-\alpha p')\right]=\frac{\psi}{Vt_{0}}\exp\left[-\left(\dot{\varepsilon}_{vm}-\dot{\varepsilon}_{vm0}^{ep}\right)\frac{V}{\psi}\right]\left(\frac{p'_{m}}{p'_{m0}}\right)^{\lambda/\psi}$$

$$S=\frac{\psi}{Vt_{0}}\exp\left[-\left(\dot{\varepsilon}_{vm}-\dot{\varepsilon}_{vm0}^{ep}\right)\frac{V}{\psi}\right]\left(\frac{p'_{m}}{p'_{m0}}\right)^{\lambda/\psi}\left[\frac{1}{-\left(p'_{m}-p'\right)*\left(M^{2}-\alpha^{2}\right)+p'*\left(M^{2}-\alpha^{2}\right)-2\alpha(q-\alpha p')}\right]$$
(3.10)

La función de escala *S*, es una función logarítmica basada en el concepto de tiempo equivalente del modelo unidimensional de Yin y Graham (1989). Como ya se mencionó, es equivalente al término de fluidez de la teoría de Perzyna, empleado por todos los modelos de sobre – esfuerzo basados en dicha teoría.

Los modelos con una superficie de fluencia, que sirve como límite entre la región elástica y la plástica, tienen una ley de endurecimiento plástico para cuantificar el cambio en el tamaño de la superficie de fluencia. Generalmente, se asume que este crecimiento se relaciona sólo con el desarrollo de las deformaciones plásticas volumétricas. Lo anterior significa, que el valor de  $p'_m$ , variará con la evolución de las deformaciones plásticas volumétricas.

En el caso del modelo MODIIGM,  $p'_m$  representa la condición de consistencia impuesta por el marco de la viscoplasticidad y puede calcularse para cualquier estado de esfuerzos dado con la siguiente ecuación:

$$p'_{m} = p' + \frac{(q - \alpha p')^{2}}{(M^{2} - \alpha^{2})p'}$$
(3.11)

Su valor se emplea en el cálculo de la función de escala, S.

#### 3.2.5 Reglas de endurecimiento rotacional

La regla de endurecimiento rotacional determina el cambio en la anisotropía del suelo generado por las deformaciones plásticas. El modelo MODIIGM, adopta la misma ley planteada en el modelo SCLAY-1 de Wheeler *et al.* (2003). Dicho cambio puede determinarse a través de la siguiente ecuación:

$$d\alpha = \mu \left[ \left( \frac{3\eta}{4} - \alpha \right) \langle d\varepsilon_{v}^{vp} \rangle + \beta \left( \frac{\eta}{3} - \alpha \right) | d\varepsilon_{q}^{vp} | \right]$$
(3.12)

donde:

 $\eta$ = Relación de esfuerzos efectivos.

 $\alpha$ = Anisotropía del suelo.

 $|d\varepsilon_q^{vp}|$  = Incremento absoluto de deformación desviadora viscoplástica.

 $\langle d\varepsilon_p^{vp} \rangle$  = Incremento de deformación volumétrica viscoplástica.  $\langle d\varepsilon_p^{vp} \rangle = d\varepsilon_p^{vp}$  si  $d\varepsilon_p^{vp} > 0$  y si  $d\varepsilon_p^{vp} < 0$  entonces  $\langle d\varepsilon_p^{vp} \rangle = 0$ .

 $\beta$  =Constante que controla la influencia relativa de las deformaciones viscoplásticas totales en el valor de  $\alpha$ .

 $\mu$  = Constante que controla el valor absoluto de la tasa de rotación de la superficie de fluencia, es decir, el valor de  $\alpha$ .

Dentro de la ley de endurecimiento existen dos funciones de inclinación  $\chi_v \ y \ \chi_d$ , ambas dependientes de  $\eta = q/p'$ . La función  $\chi_v(\eta)$ , está asociada a las deformaciones plásticas volumétricas, mismas que tienden a llevar el valor de la anisotropía  $\alpha$  a un valor igual a  $\chi_v(\eta)$ . Para valores bajos de  $\eta$ , el valor equilibrio de  $\alpha$ , está en función del parámetro  $\chi_v(\eta)$ , el cual de acuerdo con los datos experimentales de Wheeler, es aproximadamente igual a:

 $\chi_{\nu}\left(\eta\right) = \frac{3\eta}{4} \tag{3.13}$ 

Simultáneamente, una segunda función de inclinación,  $\chi_d$ , asociada a las deformaciones plásticas por cortante, supone que la deformación plástica desviadora tiende a llevar al parámetro  $\alpha$  a un valor de  $\chi_d(\eta)$ . Para valores altos de  $\eta$ , el valor de equilibrio de  $\alpha$ , de acuerdo con datos experimentales su valor puede ser:

 $\chi_d\left(\eta\right) = \frac{\eta}{3} \tag{3.14}$ 

Cuando  $\beta = 0$ , para un valor constante de  $\eta$ , el valor de  $\alpha$  se aproxima asintóticamente al valor de  $\chi_v(\eta)$ , mientras que, cuando  $\beta = \infty$  el valor de  $\alpha$  se aproxima asintóticamente al valor de  $\chi_d$ . Para un suelo real, el valor de  $\beta$  será un valor finito, entre  $0 \in \infty$ , por lo que el valor de  $\alpha$  se encontrará entre un valor  $\chi_v(\eta)$ y  $\chi_d(\eta)$ . El valor de  $\mu$ , controla de forma absoluta la velocidad con la que  $\alpha$  alcanza su valor equilibrio. Para cualquier trayectoria de esfuerzos en la que  $\eta$  no sea constante, el valor de  $\alpha$  variará constantemente. Las ecuaciones (3.13) y (3.14) para estimar el valor de las funciones de inclinación, fueron propuestas por Wheeler (2003) a partir de datos experimentales. Para determinar el valor de anisotropía inicial ( $\alpha_{k_0}$ ), se calcula primero el valor de  $\eta_{k_0}$  con la ecuación (2.21). Una vez calculado  $\eta_{k_0}$ , se puede emplear la ecuación (2.22) para el cálculo de  $\alpha_{k_0}$ . Para determinar el valor del parámetro  $\beta$  se emplea la ecuación (2.23) y para determinar el parámetro  $\mu$ , se puede utilizar la ecuación (2.49), pero siempre verificar que su valor este entre el límite indicado por la ecuación (2.24).

Tomar en cuenta el cambio en el valor de la anisotropía con el empleo de la ley de endurecimiento rotacional, le permite al modelo constitutivo, tener resultados más próximos a los resultados experimentales o de campo, pues además incluye las deformaciones por creep.

## 3.3 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO MODIIGM

Los parámetros requeridos por el modelo se pueden clasificar en tres grupos: los parámetros isótropos tomados del modelo EVP y algunos similares al modelo Cam Clay Modificado, los parámetros de anisotropía tomados del modelo SCLAY-1 y los parámetros de viscosidad tomados del modelo EVP.

Los parámetros que se adoptan del modelo Cam Clay Modificado son la relación de Poisson (v'), la pendiente del estado crítico (M). Además, el criterio de falla que adopta el modelo MODIIGM, es el criterio de falla del estado crítico, tal como el modelo Cam Clay Modificado.

Los parámetros de compresibilidad son tomados del modelo EVP de Yin y Graham. Al modelo EVP (Figura 3.2), lo definen tres líneas que son:

#### Línea de tiempo instantánea o línea de κ

Esta línea representa las deformaciones instantáneas. La pendiente de esta línea es igual a la pendiente de la línea de recompresión-descarga en el plano  $\varepsilon_{vm}$  vs lnp' y lo representa el parámetro  $\kappa$ .

#### Línea de tiempo de referencia o línea de $\lambda$

Esta línea representa las deformaciones viscoplásticas. El valor de la pendiente de esta línea es igual a la pendiente de la línea del tramo virgen en el plano  $\varepsilon_{vm} vs \ln p'$  y lo representa el parámetro $\lambda$ . La línea de referencia simboliza una línea de tiempo de velocidad de deformación conocida  $t_0$ . La línea de  $\lambda$ , representa una referencia para el cálculo del creep y el tiempo equivalente  $t_e$ . El tiempo de referencia  $t_0$ , es el tiempo para el cual ocurre la consolidación primaria ( $t_{EOP}$ ).

#### Líneas de tiempo equivalente t<sub>e</sub> y el creep

El parámetro de creep que emplea el modelo EVP es  $\psi$  y representa la pendiente del tramo recto de una curva de consolidación. La componente de creep o viscoplástica de la deformación, la representan las líneas de tiempo equivalente paralelas entre sí. De no ser viscoso el suelo, solo existiría una única curva de compresibilidad representada únicamente por la línea  $\lambda$ .

Cada una de las líneas de tiempo equivalente  $(t_e)$  representa una velocidad de deformación constante (Figura 3.2). La distancia entre las líneas de tiempo representa una variación en la velocidad de deformación por creep. No es posible alcanzar la línea de tiempo límite  $(t_e=\infty)$ , pero puede aproximarse mediante pruebas de consolidación de larga duración. Conocidos  $p'_m$  y  $\dot{\varepsilon}_{vm}$ , el valor de  $t_e$  puede calcularse a través de la ecuación:

$$t_{e} = -t_{0} + t_{0} exp \left[ -(\dot{\varepsilon}_{vm} - \dot{\varepsilon}_{vm0}^{ep}) \frac{V}{\psi} \right] \left( \frac{p'_{m}}{p'_{m0}} \right)^{\lambda/\psi}$$
(3.15)

Como se observa, el tiempo equivalente depende del tiempo de referencia  $t_0$  y del valor de los parámetros  $\psi$  y  $\lambda$ . Si observamos a detalle la ecuación anterior, veremos que el concepto de tiempo equivalente esta íntegramente incluido en la ecuación (3.9), que representa el modelo unidimensional de Yin y Graham.



Figura 3.2 Representación gráfica del modelo EVP

Los parámetros empleados por los modelos Cam Clay Modificado, Soft Soil, Soft Soil Creep y CreepSCLAY-1, denominados "índices de compresibilidad y de viscosidad" son equivalentes a los parámetros que emplea el modelo EVP ( $\lambda, \kappa, \psi$ ). Para obtener los índices mencionados,  $\lambda, \kappa, y \psi$  se dividen entre el volumen específico del suelo:

$$\lambda^* = (\lambda/1 + e_0), \ \kappa^* = (\kappa/1 + e_0), \ \psi^* = (\psi/1 + e_0).$$

Todos los parámetros mencionados se pueden obtener de una prueba de consolidación convencional, con los valores de las pendientes  $C_r$ ,  $C_c$ ,  $C_{\alpha}$ , ya que  $\lambda^* = C_c/2.3(1 + e_0)$ ,  $\kappa^* = 2 * C_r/2.3(1 + e_0)$ ,  $\psi^* = C_{\alpha}/2.3(1 + e_0)$ .

El tamaño inicial de la superficie de fluencia  $(p'_{m0})$ , es un parámetro de entrada y para este modelo representa el esfuerzo de preconsolidación. El parámetro  $p'_{m0}$ junto con el valor de la deformación volumétrica elastoplástica inicial,  $\varepsilon_{vm0}^{ep}$ , representan la coordenada por donde inicia la línea de referencia o línea de  $\lambda$ , como se observa en la Figura 3.2.

En el modelo implementado, el cociente entre el  $p'_{m0}$  y el  $p'_m$ , representa el valor del cociente de preconsolidación, OCR. Lo anterior significa que, para este modelo, la definición de OCR se toma a partir de los esfuerzos medios efectivos. Por ejemplo, si el valor del OCR es 1, entonces  $p'_{m0} = p'_m$ . Por lo tanto, si se desconoce el valor de  $p'_{m0}$ , se puede obtener de manera indirecta a través del OCR. A partir del valor conocido de OCR junto con el valor de  $p'_m$  calculado por el código, a partir del estado de esfuerzos inicial, puede calcularse un valor de  $p'_{m0}$ , a través de la siguiente formula:

$$p'_{m0} = p'_{m} * OCR \tag{3.16}$$

De igual forma, el código acepta el valor del POP, si el usuario prefiere el manejo de POP en lugar del OCR. Si se utiliza el POP, entonces la ecuación con la que se calcula el  $p'_{m0}$ , es:

 $p'_{m0} = p'_m + POP (3.17)$ 

Los parámetros para determinar el valor de la anisotropía inicial  $\alpha_{k_0}$  y su evolución, incluyen las constantes del suelo  $\mu$ , que representa la velocidad con la que rota la superficie de fluencia y  $\beta$ , que es la rotación relativa de la superficie de fluencia. Los valores de  $\beta$  y  $\mu$ , pueden obtenerse con las ecuaciones (2.22) y (2.49) respectivamente y el valor escalar de  $\alpha_{k_0}$  con la ecuación (2.21).

## 3.4 CARACTERISTICAS DEL MODELO IMPLEMENTADO

El modelo implementado pertenece al tipo "Modelos de creep", es decir, cuantifica el creep a través de una función logarítmica. En este caso, la función logarítmica es el modelo unidimensional de Yin y Graham (1989), en el que se incluye el concepto del tiempo equivalente. La función de escala, representa la magnitud de las deformaciones viscoplásticas y es similar al "multiplicador plástico" de los modelos elastoplásticos.

La peculiaridad de este modelo, en lo que respecta al modelo EVP, consiste en admitir que la velocidad de deformación volumétrica viscoplástica es constante a lo largo de la superficie de flujo y que ésta puede obtenerse a partir de una prueba de compresión simple isótropa bajo condiciones de creep. Esto significa que el modelo implementado tiene la capacidad de modelar el comportamiento esfuerzo-deformación-tiempo de las arcillas blandas.

Tomar como base el modelo SCLAY-1, en lugar del modelo Cam Clay Modificado, como inicialmente lo hicieron Yin y Graham (1999), dota al modelo, de la capacidad de considerar la anisotropía del suelo y logra una mayor aproximación con los resultados de campo. El modelo SCLAY-1, propone expresiones sencillas para determinar el valor inicial de la anisotropía y de las otras dos constantes de anisotropía incluidas en el modelo. De acuerdo con la formulación del SCLAY-1, el modelo puede utilizar el valor de la pendiente *M*, tanto en compresión como en extensión.

Las predicciones del modelo SCLAY-1 no son precisas en el lado seco (*Dry side*) del estado crítico, ya que el modelo no se diseñó para modelar el comportamiento en esa zona. Sin embargo, el modelo puede emplearse en análisis numéricos que involucran modelar el comportamiento de una arcilla que alcanza la fluencia en el lado seco. En dichos casos, para validar la predicción del modelo es necesario verificar que el modelo se mantenga estable al alcanzar el lado seco. El modelo puede reproducir el comportamiento normalmente consolidado y ligeramente preconsolidado de arcillas blandas, ya que esta ligera preconsolidación no generará cambios en el valor de  $K_0$ , y por lo tanto ningún cambio en la inclinación de la superficie de flujo. Que un suelo se encuentre en un estado fuertemente preconsolidado, implica un cambio en la inclinación de la superficie de flujo durante las etapas de descarga, pues durante la descarga la trayectoria de esfuerzos probablemente alcance la superficie de flujo en la zona que corresponde a extensión, es decir, valores negativos del esfuerzo medio efectivo.

Para obtener trayectorias de esfuerzo radiales (Wheeler et al., 2003), se debe cuidar los valores de las relaciones entre los siguientes parámetros:  $\alpha/M$ ,  $\eta/M \neq \beta/M$ . Los límites entre estas relaciones quedaron establecidos por Wheeler y se pueden observar en la Figura 3.3. De forma general, se recomienda que la relación  $\beta/M$  oscile entre 0.5 a 1.0 y que la relación  $\alpha/M$  no sea mayor que 0.5.



Figura 3.3 Valores de equilibrio de  $\alpha/M$  para trayectorias de esfuerzo radiales

La ley de endurecimiento rotacional, tomada del modelo SCLAY-1, es capaz de simular con precisión la rotación de la superficie de flujo debida a los cambios que la deformación plástica genera en el valor de la anisotropía inicial. Una de las desventajas del modelo es que cuando se aproxima hacia el lado seco, es decir, para valores altos de  $\eta$ , la predicción de las deformaciones volumétricas plásticas no es precisa y suele subestimarlas. De acuerdo con Wheeler *et al.* (2003), la subestimación de las deformaciones volumétricas plásticas se debe a la desestructuración del suelo, la cual no está considerada dentro del modelo. Wheeler y su equipo comprobaron esta suposición con resultados experimentales con la arcilla de Poko, una arcilla blanda de Finlandia. Las pruebas hechas con la arcilla reconstituida de Poko, es decir, una arcilla sin estructura ni cementación, fue modelada con precisión con el modelo SCLAY-1 para cualquier intervalo de valores de  $\eta$ . Los resultados del modelo contrastaban con respecto a la simulación de las pruebas hechas con muestras inalteradas de la misma arcilla de Poko.

El modelo MODIIGM puede representar el comportamiento de arcillas normalmente consolidadas y preconsolidadas. Además, si el valor de anisotropía es cero y el valor de viscosidad es cero, entonces se convierte en el modelo Cam Clay Modificado, el cual, según Wood (1990), provee una metodología para modelar el comportamiento esfuerzo – deformación del suelo.

Éste tiene la capacidad de modelar el incremento en la presión de poro que se genera después del término de la construcción, es decir, el que ocurre sin cambio en la carga aplicada debido al mecanismo de creep. Lo anterior resulta del cambio de deformación volumétrica causado por la disipación del exceso de presión de poro, el cual es menor que el debido a la compresión por creep. Una de las capacidades más importantes del modelo, es la de responder a los cambios en el tiempo de duración de las pruebas, es decir, en el tiempo de referencia elegido  $t_0$ . En la Figura 3.4, podemos observar que al variar la velocidad de deformación a la falla, se genera un incremento en la resistencia del material, es decir, entre más rápida sea la velocidad de deformación, la resistencia al esfuerzo cortante es mayor y viceversa. En esta figura, lo que se observa es la variación de  $t_0$  en el espacio p' - q.

En la Figura 3.5, observamos la respuesta del modelo para diferentes tiempos de duración de la carga aplicada o  $t_0$  en el espacio  $p' - \varepsilon_{vm}$ . Esta figura representa la parte del tramo de recompresión y el tramo virgen de una curva de compresibilidad para distintos tiempos de referencia. Con estos cambios se puede observar como la pendiente  $\lambda$  del tramo virgen se mantiene, pero su posición cambia al variar el tiempo de duración de la carga.

Finalmente, ambas imágenes muestran que el código del modelo implementado tiene sensibilidad para los cambios en el tiempo, por lo tanto, capacidad para modelar el comportamiento tiempo dependiente del suelo.



Figura 3.4 Trayectorias de esfuerzo con distintas velocidades de deformación a la falla



Figura 3.5 Relación  $\varepsilon$  – In p' para diferentes valores de tiempo de referencia ( $t_0$ )

# **CAPITULO 4**

## 4. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA DEL MODELO MODIIGM

El programa de elemento finito PLAXIS, permite a los usuarios implementar modelos constitutivos dentro de su plataforma de trabajo, a través de una serie de subrutinas, que en conjunto actuarán como interfaz entre el programa de elemento finito y el modelo desarrollado. Una vez que estos archivos se han elaborado, es necesario compilarlos como una "Biblioteca de Enlace Dinámico", es decir, en un archivo con extensión .DLL (*Dynamic Link Library*).

La Biblioteca de Enlace Dinámico está compuesta por cuatro archivos con instrucciones programadas en lenguaje FORTRAN. Estos archivos son: la subrutina principal que contiene al modelo constitutivo y tres subrutinas complementarias identificadas como USRMOD.for, USD\_ADD.for y HANDYLIB.for. La subrutina principal, se organiza de forma sistemática de acuerdo con la forma en la que PLAXIS efectúa sus cálculos, en cuatro tareas principales. La tarea que involucra el cálculo de esfuerzos es la que contiene las ecuaciones constitutivas generalizadas del modelo implementado y el procedimiento de cálculo de los esfuerzos correspondientes a un incremento de deformación dado.

#### 4.1 ECUACIONES CONSTITUTIVAS

Para la implementación de un modelo de comportamiento en la plataforma del programa de elemento finito PLAXIS, las ecuaciones que definen el modelo, tales como la de su superficie de fluencia, potencial plástico y ley de endurecimiento rotacional se formulan dentro del estado general de esfuerzos.

La respuesta elástica del modelo es la misma que la del modelo Cam Clay Modificado y otros modelos basados en la teoría del Estado Crítico. El incremento de esfuerzo relacionado con el incremento de deformaciones elásticas, obedece a la siguiente relación:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}^e = \boldsymbol{D}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{4.1}$$

La forma de la matriz elástica de rigideces del material, que representa la relación entre los incrementos de esfuerzo y de deformaciones elásticas, se presenta en la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{D}^{e} = \frac{E'}{(1-2v')(1+v')} \begin{bmatrix} 1-v' & v' & v' & 0 & 0 & 0\\ v' & 1-v' & v' & 0 & 0 & 0\\ v' & v' & 1-v' & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/2-v' & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2-v' & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2-v' \end{bmatrix}$$
(4.2)

La ecuación de superficie de flujo y potencial plástico del modelo, en el estado general de esfuerzos, se expresa de la siguiente forma:

$$f = \frac{3}{2} [\{ \boldsymbol{\sigma}'_{d} - \boldsymbol{\alpha}_{d} p'\}^{T} \{ \boldsymbol{\sigma}'_{d} - \boldsymbol{\alpha}_{d} p'\}] - (M^{2} - \alpha_{0}^{2})(p_{m} - p')p' = 0$$
(4.3)

donde,

p' = Esfuerzo medio efectivo $\sigma'_d = \text{Tensor del esfuerzo desviador}$  $p'_m = \text{Esfuerzo medio efectivo equivalente}$ M = Pendiente del estado crítico $\alpha_0 = \text{Anisotropía inicial del suelo}$  $\alpha_d = \text{Tensor de anisotropía}$ 

La Ley de endurecimiento rotacional queda definida como se muestra a continuación:

$$d\underline{\alpha}_{d} = \mu \left[ \left( \frac{3\underline{\sigma}'_{d}}{4p'} - \underline{\alpha}_{d} \right) \langle d\varepsilon_{p}^{p} \rangle + \beta \left( \frac{\underline{\sigma}'_{d}}{3p'} - \underline{\alpha}_{d} \right) \left| d\varepsilon_{q}^{p} \right| \right]$$
(4.4)

donde,

 $\mu$ = Parámetro que controla el valor absoluto de  $\alpha$  $\beta$ = Parámetro que controla la rotación debida al esfuerzo desviador  $\langle d\varepsilon_p^p \rangle$  = Incremento de deformación volumétrica plástica  $|d\varepsilon_p^p|$ = Incremento de deformación desviadora plástica

Las ecuaciones presentadas en este apartado, contienen los tensores de esfuerzo desviador, el tensor de deformaciones desviadoras y los corchetes { } representan un vector. Estos tensores se definen detalladamente en el Anexo A.

## 4.2 ESQUEMA DE INTEGRACIÓN

El flujo plástico requiere la integración de esfuerzos mediante una relación constitutiva para el cálculo del incremento de esfuerzo y de una técnica de integración numérica. La técnica o esquema de integración es un método empleado en el análisis numérico para obtener aproximaciones a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales que, además, permite la implementación de un modelo constitutivo empleando el Método de Elemento Finito. El esquema de integración puede ser explícito como el Método Eüler Forward o implícito como los Métodos Eüler Backward o Newton-Raphson.

Los métodos explícitos, calculan el nuevo estado de esfuerzos de un sistema basados en el estado actual de esfuerzos. Matemáticamente, quiere decir que si y(x) es el estado actual de esfuerzos y  $y(x + \Delta x)$  es el estado de esfuerzos un paso adelante al estado actual, entonces para un método explicito se cumple que  $y(x + \Delta x) = F(y(x))$ . Los métodos implícitos encuentran la solución al resolver una ecuación que involucra tanto al estado actual como al posterior. Matemáticamente, un método implícito plantea que para encontrar  $y(x + \Delta x)$ , se debe resolver una función  $G(y(x), y(x + \Delta x)) = 0$ .

Para la implementación numérica del modelo MODIIGM, se empleó un esquema de integración explícito, el Eüler Modificado. Este método es una extensión del método clásico Eüler Forward y se emplea para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias. Con este método de integración, las ecuaciones constitutivas son más sencillas de formular.

En el método clásico Eüler Forward, el error local es proporcional al cuadrado del tamaño del paso, y el error global es proporcional al tamaño del paso (Nieves, 2007). El método Eüler Modificado incluye un control de error basado en determinar el error promedio que se genera por el truncamiento local, al calcular dos nuevos estados de esfuerzo.

La relación constitutiva entre el incremento de esfuerzo y el incremento de deformación para el modelo implementado es:

$$\{\Delta \boldsymbol{\sigma}'\} = [\boldsymbol{D}^e]\{(\Delta \boldsymbol{\varepsilon})^e + (\Delta \boldsymbol{\varepsilon})^{vp}\}$$
(4.5)

$$\{\Delta \boldsymbol{\sigma}'\} = [\boldsymbol{D}^e] \left\{ (\Delta \boldsymbol{\varepsilon})^e + S \left[ \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \right] \right\}$$
(4.6)

La ecuación (4.6), también puede expresarse de la siguiente forma:

$$\{\Delta \boldsymbol{\sigma}'\} = \{\Delta \boldsymbol{\sigma}'\}^e - S[\boldsymbol{D}^e] \left[\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}\right]$$
(4.7)

donde,

 $\{\Delta \sigma'\}$  = Tensor incremento de esfuerzo efectivo

 $[D^e]$  = Matriz elástica de rigideces

 $(\Delta \varepsilon)^{e}$  = Tensor incremento de deformación elástica

 $(\Delta \epsilon)^{vp}$  = Tensor incremento de deformación viscoplástica

 $\left[\frac{\partial Q}{\partial \sigma'}\right]$  = Derivada parcial del potencial plástico con respecto al tensor de esfuerzos efectivos

Adoptando un esquema de primer orden Eüler Forward, de acuerdo al desarrollo anterior, el sistema de ecuaciones a resolver para el cálculo de los incrementos de esfuerzo, deformaciones y cambios en el valor de la anisotropía está dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_n + \frac{1}{2} (\mathbf{u} \nabla + \nabla \mathbf{u}) \quad \text{(trivial)} \tag{4.8}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta \boldsymbol{\sigma}_n \tag{4.9}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n+1} = \boldsymbol{\alpha}_n + \Delta \boldsymbol{\alpha}_n \tag{4.10}$$

donde n representa el número de pasos.

Con base en la ley aditiva adoptada para descomponer las deformaciones, los incrementos de esfuerzo están dados por:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{D}^{\mathrm{e}} \left( \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^{\mathrm{vp}} \right) \tag{4.11}$$

Finalmente, los incrementos de deformación viscoplástica están definidos por:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n}^{\mathrm{vp}} = S \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mid_{n} \Delta t \tag{4.12}$$

De acuerdo con Zhao et al. (2005) y Luccioni et al. (2001), los esquemas de integración explicita, como el Eüler Forward, son preferibles a los esquemas de

integración implícita cuando se trata de implementar modelos complejos no lineales. Pese a su ventaja en implementación, suelen ser los menos precisos en resultados. La precisión y eficiencia del algoritmo explicito puede mejorarse agregando un algoritmo de *substepping* para el control de error. En el Anexo B, se presentan los algoritmos que se usaron en la implementación del modelo MODIIGM.

## 4.3 INCORPORACIÓN DEL CONTROL DE ERROR AL CÓDIGO

Los algoritmos de substepping formulados por Sloan (1987), integran el modelo o ley constitutiva a través de la división automática del incremento de esfuerzos en varios subpasos. Mediante el uso de los métodos Eüler Modificado o Runge – Kutta de orden superior, se encuentra el tamaño de subpaso apropiado. Los métodos mencionados fueron especialmente construidos para proporcionar una estimación del error local.

Como se mencionó, en esta implementación se utilizó el método Eüler Modificado y para cuantificar el error promedio, se calcularon las diferencias entre el estado de esfuerzos inicial y el primer estado de esfuerzos calculado, además, la diferencia entre el primer y segundo estado de esfuerzos calculados.

Posteriormente, se calcula un error relativo y se evalúa si se encuentra dentro de la tolerancia establecida. Si el error relativo cae dentro de la tolerancia, entonces el error promedio se suma al estado inicial de esfuerzos y así se obtiene el nuevo estado de esfuerzos corregido. Si el error está fuera de la tolerancia establecida, se procede a recalcular el tamaño del paso. El proceso descrito se repite hasta alcanzar la convergencia.

A continuación, se detalla el método a través de los pasos que se deben seguir y las formulas a emplear:

- 1. Con el estado de esfuerzos inicial  $\sigma_k$ , se calcula, empleando la subrutina del modelo constitutivo, el primer nuevo estado de esfuerzos  $\sigma_1$ . Al finalizar, se determina el  $\Delta \sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_k$ , es decir, la diferencia entre el estado inicial de esfuerzos y el estado de esfuerzos resultante del primer paso de cálculo.
- 2. Utilizando el nuevo valor de esfuerzos  $\sigma_1$ , como estado de esfuerzos inicial, se calcula un nuevo valor de esfuerzos, que llamaremos  $\sigma_2$  y se obtiene el  $\Delta \sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_1$ .

3. Con los valores de  $\Delta \sigma_1$  y  $\Delta \sigma_2$ , se calcula un nuevo estado de esfuerzo con la siguiente ecuación:

$$\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_{k+1} = \widehat{\boldsymbol{\sigma}}_k + \frac{1}{2} \left( \Delta \boldsymbol{\sigma}_1 + \Delta \boldsymbol{\sigma}_2 \right)$$

4. Se calcula el error por truncamiento local:

$$\boldsymbol{E}_{k+1} \approx \frac{1}{2} \left( -\Delta \boldsymbol{\sigma}_1 + \Delta \boldsymbol{\sigma}_2 \right)$$

El cálculo de este error sirve para estimar el tamaño del paso en caso de tener que recalcularse.

5. Se calcula el error relativo al paso de cálculo:

$$R_{k+1} = \frac{\|\boldsymbol{E}_{k+1}\|}{\|\boldsymbol{\sigma}_{k+1}\|}$$

El error global es muy difícil de encontrar directamente, pero se puede controlar con un error relativo por cada subpaso.

6. Se revisa si el error relativo está dentro de la tolerancia establecida:

$$R_{k+1} \leq R_{TOL}$$

Donde,  $R_{TOL}$  varía entre 10.0E-02 y 10.0E-05 típicamente.

7. De estar fuera de la tolerancia se recalcula el tamaño del paso. Para esto, se asume que el valor del tamaño del paso actual es  $\Delta T_k$ , por lo tanto, el valor del siguiente tamaño de paso se calcula con la siguiente formula:

$$\Delta T_{k+1} = q \Delta T_k$$

Donde, 
$$q = 0.8 \left[ \frac{R_{TOL}}{R_{k+1}} \right]^{1/2}$$
 y  $0.1 \le q \le 2.0$ 

Es conveniente introducir límites en el tamaño del paso, tales como:

$$0.1\Delta T_k \le \Delta T_{k+1} \le 2\Delta T_k$$

Durante el proceso de integración cada paso se va calculando por una técnica de extrapolación local. El tamaño del paso puede aumentar o decrecer dependiendo del valor del error relativo estimado. 8. Una vez alcanzada la convergencia se actualiza el estado de esfuerzos y las variables de estado, con las siguientes ecuaciones:

$$\widehat{\sigma}_{k+1} = \widehat{\sigma}_k + \frac{1}{2} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2)$$
 Nuevo estado de esfuerzos  
 $\widehat{K}_{k+1} = \widehat{K}_k + \frac{1}{2} (\Delta K_1 + \Delta K_2)$  Nuevo valor de Variable de estado

De no alcanzar la convergencia, los pasos del 1 al 7 se deben repetir hasta alcanzarla.



Figura 4.1 Trayectorias de esfuerzo con distintos números de pasos y control de error integrado

La integración de una técnica de control de error al código, le proporciona mayor precisión en la estimación del nuevo estado de esfuerzos y de las variables de estado en cada paso de cálculo. Incluir el control de error, permite obtener las mismas trayectorias de esfuerzo, sin importar el número de subpasos que se asigne, tal como se muestra en la Figura 4.1. Otra ventaja que ofrece este tipo de control de error, es optimizar el tiempo de cálculo, ya que, de acuerdo a la tolerancia de error establecida (10.0E-05), una vez alcanzada la convergencia, el programa va hacia el siguiente paso de cálculo y el número de subpasos varía siempre dependiendo del error.

## 4.4 **RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN**

El código del modelo MODIIGM incluye la influencia del grado de preconsolidación (OCR) así como la respuesta a diferentes tiempos de referencia ( $t_0$ ) y además tiene el control de error integrado. El código se puso a prueba para verificar que fuese capaz de reproducir pruebas de laboratorio (triaxiales y de compresibilidad) con la mayor aproximación posible. A continuación, se presentan los resultados obtenidos.

## 4.4.1 Simulación de pruebas triaxiales

Como parte de la etapa experimental del trabajo doctoral de Valderrama (2013), se realizaron pruebas triaxiales tipo CU, en suelos naturales y en suelos reconstituidos. Algunas de las pruebas se hicieron con etapa de consolidación isótropa y otras con consolidación anisótropa. Uno de los objetivos de las pruebas de Valderrama era mostrar la sensibilidad de la arcilla blanda del Valle de México al cambio de la velocidad de deformación en la etapa de falla, por lo que, varias de las pruebas se efectuaron con el mismo valor de confinamiento, pero con distintas velocidades de deformación a la falla.

Para llevar a cabo la validación del modelo, se eligieron tres pruebas triaxiales CU en muestras de suelos naturales consolidadas anisótropamente hasta el mismo esfuerzo efectivo medio y luego llevadas a la falla no drenada con distintas velocidades de deformación. Las pruebas elegidas son los ensayes identificados como TX-27, TX-10 y TX-07, cuyo esfuerzo efectivo medio al final de la consolidación fue de 200 kPa. En la siguiente tabla se pueden observar las propiedades de cada una de las muestras de suelo ensayadas.

El programa de elemento finito PLAXIS, tiene una interfaz denominada *Soil Test* en la que se pueden simular distintas pruebas de laboratorio, con los materiales dados de alta en el programa, tales como pruebas triaxiales, triaxiales cíclicas, pruebas de odómetro, CRS, pruebas de corte simple directo, de deformación general, entre otras.

En la Figura 4.2 y Figura 4.3, se pueden ver los resultados de las pruebas triaxiales simuladas con el *Soil Test*, empleando los valores de  $K_0$  y de M reportados por Valderrama en su trabajo doctoral. Sin embargo, se pudo detectar que algunos valores de esfuerzo de confinamiento  $(p'_{m0})$ , de  $K_0$  y de la pendiente M, no se ajustaban muy bien en las simulaciones efectuadas.

PROPIEDADES	Ensaye TX- 27	Ensaye TX-07	Ensaye TX- 10
Κo	0.5	0.48	0.5
Μ	1.61	1.64	1.63
е	3.83	4.52	4.08
К*	0.052	0.033	0.035
$\lambda *$	0.342	0.308	0.344
ψ*	0.005	0.007	0.008
α	0.6	0.6	0.6
μ	35.13	38.96	34.83
β	1.078	1.09	1.09
τ0	1	1	1
Confinamiento reportado (kPa)	200	200	200
Confinamiento modelación (kPa)	98	89	98
Velocidad de deformación a la falla (mm/min)	0.1	0.01	0.001

Tabla 4.1 Propiedades muestras TX-27, TX-07, TX-10 (Valderrama, 2013)



Figura 4.2 Trayectorias de esfuerzo calculadas con los valores de M y K<sub>0</sub> reportados



Figura 4.3 Trayectorias de esfuerzo calculadas con los valores de M y  $K_0$  ajustados

Las trayectorias de esfuerzo de la Figura 4.3, tienen una mejor aproximación con las trayectorias del laboratorio. Los valores empleados se reportan en la siguiente tabla.

Propiedades modificadas	Ensaye TX-27	Ensaye TX-07	Ensaye TX-10
Ko	0.50	0.45	0.47
м	1.67	1.71	1.60
Confinamiento modelación (kPa)	98 kPa	89 kPa	94 kPa

Tabla 4.2. Propiedades adaptadas

Con las simulaciones anteriores, se muestra que el modelo tiene la capacidad de simular distintas velocidades de deformación a la falla en ensayes triaxiales.

## 4.4.2 Prueba TX-27 como problema de contorno en PLAXIS

Otra verificación más del funcionamiento del código, consistió en simular la prueba TX-27 como un problema de contorno, es decir, simular la prueba como un modelo axisimétrico en PLAXIS, seleccionando las condiciones de frontera adecuadas que permitan reproducir la prueba triaxial. El objetivo de este tipo de modelación es verificar que el ensaye triaxial simulado en la interfaz del *Soil Test* de PLAXIS y planteado luego como problema de contorno dieran los mismos resultados y que además se aproximaran razonablemente a los resultados de la prueba de laboratorio. Ya que es un modelo axisimétrico, solo se dibuja la mitad de la geometría de la probeta. Posteriormente, se establecen las condiciones de frontera para la probeta en términos de desplazamientos y en términos de fronteras de flujo de agua. En términos de desplazamiento, al eje de axisimetría se le permite moverse sólo en dirección vertical, a la base y a la cabeza de la probeta sólo en dirección horizontal. El costado opuesto al eje de axisimetría puede moverse libremente en ambas direcciones. Estas condiciones de desplazamiento pueden establecerse dibujando una línea de desplazamiento prescrito con valor de desplazamiento igual a cero, además de conservar dentro de sus propiedades, las restricciones de movimiento mencionadas. Con respecto a las condiciones de flujo, estas se establecen en la pestaña de *Flow Conditions* o directamente sobre las líneas que representan las fronteras de la probeta. Para el caso de las pruebas a reproducir, la frontera opuesta al eje de axisimetría se establece como "No Drenada" y el resto las fronteras se establecen como "Abiertas".

Una vez establecidas las condiciones de frontera adecuadas, la prueba se simuló mediante 3 etapas:

- 1. La etapa inicial, en la que se asigna directamente el estado de esfuerzos inicial con la opción *Field Stress*. Esto se hace manualmente, en la pestaña de *Model Conditions*.
- 2. La etapa de confinamiento, en la que, con cargas uniformemente distribuidas, se aplican los esfuerzos de confinamiento a los que se somete la probeta.
- 3. La etapa de falla, en donde se aplica el esfuerzo desviador. Este puede aplicarse en forma de carga uniformemente repartida o en forma de desplazamiento.

Con respecto al estado de esfuerzos inicial, no se debe perder de vista si la prueba por simular es isótropa o anisótropa, ya que de esta condición depende como se establezcan los valores de esfuerzo inicial. El valor de confinamiento o valor del esfuerzo medio efectivo al final de la consolidación, dependerá también de si la prueba por simular es isótropa o anisótropa y solo será aplicado en las partes de movimiento libre, es decir en la frontera opuesta al eje de axisimetría.

En la Figura 4.5, se muestran los resultados de la simulación de la prueba TX-27 como problema de contorno y como prueba triaxial en el Soil Test; además, se incluyen los resultados de laboratorio de esta misma prueba. La comparación entre las tres trayectorias de esfuerzo, muestra que las dos trayectorias obtenidas con PLAXIS son prácticamente idénticas y que, a su vez, tienen buena aproximación a la trayectoria de esfuerzos de la prueba de laboratorio.



Figura 4.4 Simulación de la prueba TX-27 como problema de contorno



Figura 4.5 Trayectorias de esfuerzos efectivos, prueba anisótropa TX-27



Figura 4.6 Trayectorias de esfuerzos totales, prueba anisótropa TX-27



Figura 4.7 Gráfica deformación volumétrica – deformación principal



Figura 4.8 Gráfica esfuerzo desviador-deformación principal

De ambos tipos de simulación hechas en PLAXIS de la prueba TX-27, se pudieron obtener más gráficas tales como la trayectoria de esfuerzos efectivos, deformación volumétrica vs deformación principal, esfuerzo desviador vs deformación principal,  $\sigma_1$  vs  $\sigma_3$  y presión de poro vs deformación principal.

De la Figura 4.6 a la Figura 4.8, se puede observar la comparación entre los resultados de las simulaciones, los cuales se asemejan satisfactoriamente entre sí. Sin embargo, no se contó con la información de laboratorio necesaria para poder elaborar estas mismas gráficas y efectuar una comparación más detallada entre los resultados de las simulaciones y los de laboratorio.



Figura 4.9 Gráfica σ1- σ3



Figura 4.10 Gráfica presión de poro – deformación principal

Para verificar que el modelo implementado pudiese reproducir pruebas isótropas, se simuló la prueba triaxial TX-27, ahora con un valor de  $\alpha = 0$  y las mismas propiedades de resistencia y compresibilidad reportadas en la Tabla 4.1. Esta simulación isótropa es solo una verificación, ya que la condición de  $\alpha = 0$ , no corresponde a la prueba real TX-27 de laboratorio. Por lo tanto, sólo se presentan los resultados de las simulaciones de la Figura 4.11 a 4.16. Los resultados muestran bastante aproximación entre sí, por lo que se puede decir que la implementación del modelo es satisfactoria.



Figura 4.11 Trayectorias de esfuerzos efectivos, simulación de la prueba isótropa TX-27



Figura 4.12 Trayectorias de esfuerzos totales, simulación de la prueba isótropa TX-27 CSL



Figura 4.13 Gráfica deformación volumétrica – deformación principal



Figura 4.14 Gráfica esfuerzo desviador-deformación principal



Figura 4.15 Gráfica  $\sigma_1 - \sigma_3$ 



Figura 4.16 Gráfica presión de poro – deformación principal

## 4.4.3 Simulación de pruebas de compresibilidad

Como parte de la exploración efectuada en el antiguo lago de Texcoco para el proyecto cancelado del Nuevo Aeropuerto de la Ciudad de México, en la zona del terraplén de referencia se extrajeron muestras inalteradas con las que se realizaron pruebas de compresibilidad de las que se obtuvieron los parámetros  $\lambda$ ,  $\kappa$  y  $\psi$ , (II-UNAM, 2016). Las muestras ensayadas son la SS1-M2, extraída a 4.90 m de profundidad, la muestra SS1-M4, a 15.90 m de profundidad y finalmente la SS1-M7 extraída a 40 m de profundidad. Para caracterizar el tramo entre los 15.90m y los 40m de profundidad, se tomó la muestra SS2-M3, que corresponde al muestreo hecho en la zona del Terraplén compensado. Las propiedades de compresibilidad obtenidas del laboratorio, se muestran en la siguiente tabla.

PROPIEDADES	SS1_M2	SS1_M4	SS1_M7	SS2_M3
e <sub>0</sub>	6.67	7.74	3.42	6.53
w (%)	253	245	132	215
g	11.62 kN/m <sup>3</sup>	11.90 kN/m <sup>3</sup>	13.64 kN/m <sup>3</sup>	12.12 kN/m3
σς	50 kPa	80 kPa	210 kPa	100 kPa
λ	1.630	3.004	0.944	2.832
к	0.328	0.349	0.143	0.192
Ψ	0.071	0.135	0.054	0.099

Tabla 4.3. Propiedades de laboratorio de las muestras SS1-M2, SS1-M4, SS1-M7 y SS2-M3

En la interfaz *Soil Test* del programa PLAXIS, se pueden simular pruebas de consolidación de carga controlada y pruebas de consolidación de velocidad de deformación controlada. Para la simulación de estas pruebas en el *Soil Test*, es muy importante que se pueda introducir el valor del esfuerzo de preconsolidación como dato de entrada. Sin embargo, para el caso de los modelos definidos por el usuario (*User Defined Soil Model* y su acrónimo UDSM), no es posible introducir el valor del esfuerzo de preconsolidación. Por lo anterior, solo es posible simular la curva de compresibilidad empleando la prueba de deformación general. Los resultados de las simulaciones se muestran de la Figura 4.17 a la Figura 4.24.

En la Tabla 4.4, se muestra la comparación entre los valores de compresibilidad del laboratorio contra los calibrados con las simulaciones en el *Soil Test*. El parámetro de compresibilidad que menos cambios tuvo fue la pendiente del tramo virgen ( $\lambda$ ), cuyos valores se redujeron entre un 3% y 8%, salvo la muestra M7 en la que aumentó 6%. Los valores del parámetro de creep ( $\psi$ ) disminuyeron entre el 15% y el 30%, salvo la muestra M3 en la que aumentó el 30% de su valor original. Finalmente, con respecto al valor de la pendiente del tramo de recompresión ( $\kappa$ ), podemos observar que su valor disminuyó entre el 53% y el 70%.



Figura 4.17 Curva de compresibilidad  $\epsilon_{vol}$ -log $\sigma$ , muestra SS1-M2



Figura 4.19 Curva de compresibilidad <sub>Evol</sub> -logo, muestra SS1-M4



Figura 4.21 Curva de compresibilidad  $\epsilon_{vol}$  -log $\sigma$ , muestra SS1-M3








PROPIEDADES	SS1_M	2	SS1_M	4	SS1_M	7	SS2_M3		
	Laboratorio	PLAXIS	Laboratorio	PLAXIS	Laboratorio	PLAXIS	Laboratorio	PLAXIS	
σ <sub>c</sub> (kPa)	50	27	80	55	210	149	100	58	
λ	1.630	1.600	3.004	3.150	0.944	1.030	2.832	2.750	
к	0.328	0.120	0.349	0.140	0.143	0.052	0.192	0.099	
Ψ	0.071	0.051	0.135	0.099	0.054	0.048	0.099	0.099	

Tabla 4.4. Comparación de propiedades

Este cambio en las propiedades de compresibilidad permite alcanzar una mejor aproximación entre las curvas de compresibilidad obtenidas con la simulación y con las curvas de laboratorio. Las propiedades de compresibilidad, obtenidas con las simulaciones en el *Soil Test* para las cuatro muestras (Tabla 4.4), son las propiedades que se emplearon en el modelo numérico del terraplén.

#### 4.4.4 Simulación de pruebas triaxiales anisótropas

Parte de la campaña de pruebas de laboratorio efectuada para el proyecto cancelado del Nuevo Aeropuerto de la Ciudad de México, incluyó la ejecución pruebas triaxiales consolidadas anisótropamente (Vázquez, 2015). Las muestras ensayadas corresponden a la SS1-M2 extraída a 4.90 m de profundidad, la muestra SS1-M4 a 15.90 m de profundidad y finalmente la SS1-M7 extraída a 40 m de profundidad.



Figura 4.25 Trayectoria de esfuerzos, muestra SS1-M2

Figura 4.26 Diagrama esfuerzodeformación, muestra SS1-M2



Figura 4.27 Respuesta de la presión de poro vs deformación, muestra SS1-M2



Figura 4.28 Trayectoria de esfuerzos, muestra SS1-M4



Figura 4.29 Diagrama esfuerzo-deformación, muestra SS1-M4



Figura 4.30 Respuesta de la presión de poro vs deformación, muestra SS1-M4



Figura 4.31 Trayectoria de esfuerzos, muestra SS1-M7

Figura 4.32 Diagrama esfuerzo-deformación, muestra SS1-M7



Figura 4.33 Respuesta de la presión de poro vs deformación, muestra SS1-M7

La simulación de estas pruebas triaxiales anisótropas, constituye la calibración de los parámetros de anisotropía utilizados en la simulación del comportamiento de la arcilla de Texcoco. Aunque estas pruebas no exploran las características anisótropas completas del material, las trayectorias de esfuerzo que se obtuvieron están relacionadas con la inclinación inicial de la superficie de fluencia y con su evolución con la deformación. Los parámetros derivados son consistentes con las trayectorias de esfuerzo observadas y, de hecho, estas mismas trayectorias no podrían obtenerse con la versión isótropa del modelo.

# **CAPITULO 5**

# 5. APLICACIÓN DEL MODELO IMPLEMENTADO A UN CASO DE ESTUDIO

Para validar el modelo propuesto se eligió como caso de estudio el "Terraplén de Referencia", el cual formó parte de los tramos de prueba para las pistas del que sería el Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México. El Terraplén de Referencia fue propuesto por Auvinet (II-UNAM, 2013), para monitorear el comportamiento del suelo ante la presencia de la estructura de pavimento típica para las pistas de un aeropuerto en ausencia de mejoramiento del suelo y para contar con una referencia para comparar su comportamiento con el que presentaran los otros tramos de prueba construidos con diversos tratamientos que mejorarían las condiciones del subsuelo. En este terraplén no se llevaron a cabo excavaciones ni se insertaron otros elementos de cimentación. Además, cuenta con una amplia gama de instrumentos de medición para conocer el comportamiento del suelo bajo el terraplén, en términos de asentamientos y cambios en la presión de poro.

En este capítulo se presenta la modelación del Terraplén de Referencia, con el modelo constitutivo MODIIGM. Los resultados de dicha modelación se comparan con la información de la instrumentación en campo para la validación de dicho modelo. Finalmente, se evaluó su desempeño con respecto a los modelos constitutivos comerciales Soft Soil, Soft Soil Creep y CreepSCLAY-1. Los resultados de todos los modelos se compararon entre sí y con la instrumentación.

# 5.1 DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

El "Terraplén de Referencia", se localiza en la zona del ex lago de Texcoco, al norte del lago Nabor Carrillo y al sur de las pistas que conformarían el Nuevo Aeropuerto de la Ciudad de México, (Figura 5.1). El terraplén está conformado por una base de tepetate con una altura máxima central de 1.80m, la cual disminuye hacia las orillas con una pendiente de 1.15%, sobre la cual se ubica una estructura de pavimento de altura de 0.6m, un ancho de 40m y una pendiente transversal simétrica de diseño de 1.25%, misma que al final de la construcción resultó de 1.14% (Figura 5.2).



Figura 5.1 Localización del "Terraplén de prueba".

El pavimento está conformado por: base granular (15cm), base estabilizada (10cm), base asfáltica (25cm) y carpeta asfáltica (10cm). Subyacente a la base de tepetate y a la estructura del pavimento, está una plataforma de tezontle de 1m de altura. Dicha plataforma tiene por objeto permitir el tránsito de maquinaria pesada durante la construcción y permite además dar espesor y pendiente a las márgenes y franjas de seguridad.



Acotaciones, en m

Figura 5.2 Esquema del Terraplén de Referencia



Figura 5.3 Vista en planta del Terraplén de Referencia

Para caracterizar la zona del terraplén, llevaron a cabo una serie de sondeos que permitiera conocer la estratigrafía, propiedades índice, propiedades mecánicas y la distribución piezométrica. En la siguiente figura, se muestran los sondeos efectuados y su ubicación. A partir de los resultados de la exploración el "Terraplén de Referencia" se logró la definición de su estratigrafía y piezometría. En la Figura 5.5, se muestra el sondeo de cono eléctrico y la piezometría ejecutados en la zona del Terraplén de Referencia.







Figura 5.5 Sondeo de cono eléctrico CPT-1 y distribución piezométrica.

# 5.2 INSTRUMENTACIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

La instrumentación instalada para monitorear el comportamiento de la masa de suelo subyacente al Terraplén de Referencia, ante la carga que representa el terraplén en sí, fue la siguiente:

- 1) Bancos bajo terraplén
- 2) Celdas de presión
- 3) Extensómetro magnético
- 4) Inclinómetro (Desplazamientos laterales)
- 5) Manguera Horizontal (Desplazamientos verticales)
- 6) Estación piezométrica
- 7) Referencias superficiales en pavimento
- 8) Referencias superficiales en suelo

La distribución de la instrumentación a lo largo del terraplén puede observarse en la Figura 5.6.



Figura 5.6 Localización de la instrumentación

## 5.2.1 Resultados de la instrumentación del caso de estudio

De todos los instrumentos colocados en el terraplén, los empleados en la calibración son la estación piezométrica y la manguera horizontal, para comparar la evolución de la presión de poro y los desplazamientos verticales registrados en campo, contra los estimados con los modelos. El intervalo de tiempo que abarca la instrumentación es de 1517 días, este es el tiempo transcurrido desde el inicio de la construcción hasta el noviembre de 2018, fecha de última medición analizada. En total son 1462 días en consolidación al término de la construcción del terraplén.

#### 5.2.1.1 Desplazamientos verticales

El perfilador de asentamiento hidráulico o manguera horizontal, se ubica en la base del terraplén y atraviesa la sección central transversal al eje del trazo. Este instrumento funciona midiendo la carga hidráulica, a través de un transductor de cuerda vibrante, dentro de un tubo lleno de líquido conectado a un depósito. A medida que se tira de la sonda a través del tubo, se toman varias medidas en distintas ubicaciones a lo largo del perfilador de asentamiento, que proporcionan un perfil de desplazamiento vertical continuo con respecto a la elevación del depósito. Cabe mencionar que el depósito o punto de referencia, se ubicaba sobre la superficie de terreno natural, a solo 5 m de distancia del pie del Terraplén de Referencia. Por lo tanto, los asentamientos reportados por este instrumento, corresponden al asentamiento relativo de la manguera con respecto al asentamientos registrados desde el 4 de septiembre de 2014 al 6 de noviembre de 2018. Durante este periodo, se observó un asentamiento relativo total aproximado de 1,0 m en el centro del terraplén.

La zona de estudio está sometida a los efectos del hundimiento regional, causado por la extracción de agua y es variable a lo largo del sitio (Ovando-Shelley et al. 2007, 2013). Se tienen identificadas tasas de asentamiento de 6 a 8 cm / año en la parte norte del predio y valores entre 20 a 22 cm / año en el área sureste. Para el caso particular de las mediciones del perfilador de asentamientos, se puede suponer razonablemente, que las ubicaciones a lo largo del perfilador y el depósito experimentan con muy buena aproximación el mismo hundimiento regional. Consecuentemente, las medidas relativas del perfilador solo reflejan el desplazamiento vertical del suelo debido a la presencia del terraplén. Por lo tanto, los efectos del hundimiento regional pueden ignorarse de los resultados de las observaciones de campo. Cabe destacar que, para lograr una comparación análoga con las observaciones de campo e ignorar el efecto del hundimiento regional de la simulación numérica, los asentamientos obtenidos con la simulación, se deben transformar en asentamientos relativos a un punto ubicado a 5 m del pie del Terraplén de Referencia.

También, se anexa una gráfica asentamiento contra tiempo, elaborada a partir de los registros de deformación de un punto al centro del terraplén con respecto al tiempo. La configuración presentada en la Figura 5.8, se utilizó como referencia inicial a partir de la cual se considera que el comportamiento del suelo es puramente viscoso. A partir de la observación de la Figura 5.8, se detecta que después de los 200 días de medición, los registros de asentamiento presentan un comportamiento fuera de tendencia y un cambio abrupto en la tasa de asentamiento. Después de los 900 días de medición, los registros se estabilizan regresando a la tendencia inicial de asentamientos. Al parecer, estas anomalías en los registros corresponden a problemas en campo durante la toma de lecturas, ya que los levantamientos topográficos no reflejan ninguna anomalía.



Figura 5.7 Perfil de asentamientos del terreno, sección central transversal del terraplén



Figura 5.8 Deformación diferida en el tiempo de un punto al centro del Terraplén

Finalmente, los problemas en campo se corrigieron y dado que cada lectura del perfil de asentamientos no depende de la anterior, las observaciones fuera del periodo comprendido entre los 200 y 900 días de medición, se pueden considerar confiables.

#### 5.2.1.2 Registros de presión de poro

Los piezómetros instalados son de tipo eléctrico de cuerda vibrante. Todos los brocales de las perforaciones hechas para la instalación de dichos instrumentos, se ubican al centro del terraplén a 4 m, 9 m, 18 m, 29 m y 38m de profundidad, conservando una separación entre sí de 2 m. Los piezómetros se colocaron antes de la construcción, por lo tanto, su condición inicial (estabilizada), se utilizó como el perfil inicial de presión de poro del sitio. Los cambios en este perfil de presión de poro inicial nos proporcionan información sobre la evolución de las presiones de poro debido a la construcción del terraplén, así como su posterior disipación debido a la consolidación hasta el final del periodo de estudio (1517 días).

La Figura 5.9 muestra la evolución de la presión de poro durante las etapas del proceso constructivo hasta los 1517 días después del inicio de la construcción. Además, se elaboró una gráfica de la evolución de la presión de poro en el tiempo, misma que se muestra a continuación:



Figura 5.9 Evolución de la presión de poro



Figura 5.10 Presión de poro en el tiempo

Es necesario señalar que la presión de poro en cada piezómetro se modifica debido a cambios en su elevación con respecto a las condiciones hidráulicas de campo libre, es decir, no afectadas por el terraplén. Por lo tanto, para lograr una comparación adecuada con el modelo numérico, a la presión de poro de la condición de estado estable en la elevación correspondiente (considerando los asentamientos actuales del suelo en el modelo) se le agregó el exceso de presión de poro calculado en la simulación. De esta manera, el valor resultante se puede comparar con los datos de campo.

Los cambios en la elevación, respecto a la superficie del suelo, debido al hundimiento regional también deberían modificar la presión de poro del estado estable en los piezómetros. Sin embargo, para la mayoría de las profundidades a las que se localizan los piezómetros, las presiones de poro apenas se desvían de la condición hidrostática y, por lo tanto, es razonable suponer que las deformaciones del suelo debido al hundimiento regional son mínimas y pueden despreciarse. Este no es el caso del piezómetro ubicado a una profundidad de 38 m, donde se puede notar un considerable agotamiento en el perfil de presión de agua inicial (Figura 5.9). En consecuencia, este piezómetro no se utilizó para comparar con los resultados de la simulación.

## 5.3 PROCEDIMIENTO CONSTRUCTIVO

A partir de las celdas de carga se establecen las distintas etapas de construcción del terraplén, además del tiempo de duración de cada una de ellas, como se muestra a continuación:

Etapa	Fecha de	Fecha de	Δt
Eldpd	inicio	término	(días)
Colocación de Tezontle	11/09/2014	26/09/2014	15
Consolidación	26/09/2014	30/09/2014	4
Colocación del Tepetate	30/09/2014	03/10/2014	3
Consolidación	03/10/2014	08/10/2014	5
Colocación Base Hidráulica	08/10/2014	11/10/2014	3
Consolidación	11/10/2014	13/10/2014	2
Colocación Base Estabilizada	13/10/2014	15/10/2014	2
Colocación hombros de tepetate	15/10/2014	17/10/2014	2
Consolidación	17/10/2014	31/10/2014	14
Colocación Base y carpeta asfáltica	31/10/2014	05/11/2014	5

Tabla 5.1 Síntesis del procesos constructivo del Terraplén de Referencia



Figura 5.11 Celdas de presión del "Terraplén de Referencia"

Esta información servirá para establecer las etapas de análisis y el incremento de tiempo de cada de estas etapas en la modelación del terraplén en PLAXIS. Estas etapas se muestran en la siguiente tabla:

Etapa	Duración (días)
Activación de la capa de Tezontle	15
Consolidación del Tezontle	4
Activación capa de Tepetate	3
Consolidación del Tepetate	5
Activación estructura de Pavimento	28
Consolidación largo plazo	1462

Tabla 5.2. Etapas de análisis en PLAXIS

# 5.4 DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Las etapas constructivas del Terraplén de Referencia y su comportamiento en consolidación se modelaron con el programa de elemento finito PLAXIS 2D v 2018 (Brinkgreve *et al.*, 2018). El tipo de análisis empleado en la modelación es de deformación plana. El modelo de elemento finito se discretizó utilizando una malla de 9955 elementos triangulares de 15 nodos.

# 5.4.1 Estratigrafía y condiciones piezométricas

A partir del sondeo de cono eléctrico CPT-1 y del sondeo de penetración estándar SPT-1 (Figura 5.5), se determinó la secuencia estratigráfica sobre la que se encuentra desplantado el terraplén. Dicha secuencia comienza con una costra superficial conformada por limos arcillosos secos y de baja plasticidad, seguida de un estrato de arcilla de alta compresibilidad con intercalaciones de lentes de arena limosa denominada Formación Arcillosa Superior (FAS), subyacente a esta se localiza la capa dura formada por arena muy compacta e intercalaciones delgadas de limos, a la que subyacen la Formación Arcillosa inferior (FAI), una segunda capa dura y la Formación Arcillosa Profunda (FAP). Finalmente, por debajo de la FAP, se localizan los Depósitos profundos, considerados como una frontera incompresible pero permeable, formados por limos consistentes y arenas limosas intercaladas de capas de arcilla muy compacta. En la Figura 5.13, se observa la estratigrafía descrita junto con la piezometría inicial y el estado de esfuerzos inicial. La FAS es la formación arcillosa más compresible de las tres y para la modelación numérica se dividió en tres subestratos. La FAI y la FAP son menos compresibles y de menor espesor que la FAS.



Figura 5.12 Corte transversal del modelo del Terraplén de Referencia



Figura 5.13 Configuración estratigráfica y estado de esfuerzos

La configuración piezométrica empleada en la modelación del terraplén, es una combinación de la piezometría del Terraplén de Referencia, que tiene registro hasta los 38 m de profundidad con la piezometría de la estación EPZ-15 (Anexo A), ubicada cerca del sitio de estudio y llega a 80 m de profundidad. La configuración piezométrica del sitio estudiado presenta un abatimiento de la presión de poro a partir de los 20 m de profundidad y se hace más evidente a partir de los 30 m. Dicho abatimiento se debe a la explotación masiva del acuífero que subyace a los estratos arcillosos compresibles en la zona estudiada.

## 5.4.2 Propiedades

Los parámetros utilizados para la simulación con el modelo MODIIGM, corresponden a los obtenidos a partir de las calibraciones de las pruebas de compresibilidad y triaxiales de las muestras SS1-M2, SS1-M4, SS1-M7 y SS2-M3 con el *Soil Test* de PLAXIS presentadas en el capítulo 4. La muestra SS1-M2 caracteriza a la FAS 1, la muestra SS1-M4 a la FAS 2, la muestra SS2-M3 a la FAS 3 y la muestra SS1-M7 caracteriza a la FAI. Las propiedades de la muestra SS1-M7 se emplearon para caracterizar a la FAP, debido a que no se contaba con ninguna muestra a la profundidad de este estrato. La Tabla 5.3 presenta las propiedades de compresibilidad, los parámetros de resistencia y anisotropía resultado de la calibración, mismos que son requeridos por el modelo implementado.

Los parámetros de compresibilidad empleados en las simulaciones con los modelos Soft Soil, Soft Soil Creep y CreepSCLAY-1, corresponden a los módulos de compresibilidad ( $\lambda^*$ ,  $\kappa^*$ ,  $\psi^*$ ), obtenidos a partir de los parámetros de compresibilidad del modelo MODIIGM, ya que  $\lambda^* = (\lambda/1 + e_0)$ ,  $\kappa^* = (\kappa/1 + e_0)$ ,  $\psi^* = (\psi/1 + e_0)$ , estos se pueden consultar en la Tabla 5.4. Cabe mencionar que en las simulaciones de las pruebas de compresibilidad hechas con los modelos Soft Soil, Soft Soil Creep y CreepSCLAY-1, se requirió un refinamiento en los valores de OCR con el fin de mejorar la aproximación entre las curvas de la simulación y las curvas del laboratorio.

Los parámetros de resistencia son los mismos para los cuatro modelos y los de anisotropía son los mismos para el modelo CreepSCLAY-1 y el MODIIGM. Para los estratos areno-limosos, costra, capa dura y lente, no se contó con pruebas de laboratorio para determinar sus propiedades, por lo que se adoptaron valores con los que típicamente se suelen caracterizar (II-UNAM, 2016), mismas que se muestran en la Tabla 5.5. El modelo empleado en la modelación de estos estratos fue el Mohr Coulomb. La estructura del pavimento se modeló como un material elástico lineal, sus propiedades de pueden consultar en la Tabla 5.6.

	Profundidad (m)		Modelo MODIIMG														
Estrato	Desde	Hasta	Y (kN/m³)	eo	λ	к	Ψ	OCR	Vur	φ´(°)	Ko	м	ηκο	β	μ	αο	k (m/dia)
Costra	0.00	0.80	14.50	-	-	-		•	•	-	-						
FAS 1	0.80	6.00	11.62	6.67	1.600	0.120	0.051	1.32	0.20	45.00	0.293	1.85	1.34	0.91	6.33	0.10	9.50E-04
FAS 2	6.00	10.00	11.90	7.74	3.150	0.140	0.099	1.33	0.20	38.00	0.384	1.55	1.04	1.01	8.37	0.45	1.70E-04
LENTE 1	10.00	10.60	15.00	•	•	•		1	1	•	1						
FAS 2	10.60	20.00	11.90	7.74	3.150	0.140	0.099	1.33	0.20	38.00	0.384	1.55	1.04	1.01	8.37	0.45	1.70E-04
FAS 3	20.00	34.80	12.00	6.53	2.750	0.099	0.099	1.31	0.20	40.00	0.357	1.64	1.12	1.02	8.05	0.65	9.25E-04
CD1	34.80	36.00	18.00	•	•	•		1	1	•	1						
FAI	36.00	43.80	13.64	3.42	1.030	0.052	0.048	1.40	0.30	39.00	0.371	1.59	1.08	1.02	13.07	0.63	4.00E-04
CD2	43.80	49.20	18.00	-				•	•	•	-						
FAP	49.20	60.00	14.20	3.42	1.030	0.052	0.048	1.40	0.30	39.00	0.371	1.59	1.08	1.02	13.07	0.63	4.00E-04

Tabla 5.3 Propiedades para los estratos arcillosos (MODIIGM)

Tabla 5.4 Propiedades para los estratos arcillosos

	Profun (n	didad 1)	Modelos Soft Soil, Soft Soil Creep y CreepSCLAY-1														
Estrato	Desde	Hasta	Y (kN/m³)	e <sub>0</sub>	λ*	к*	μ*	OCR	Vur	φ´(°)	Ko	м	ηκο	β	μ	αο	k (m/dia)
Costra	0.00	0.80	14.50	-	-	-	-	-	-	-	-						
FAS 1	0.80	6.00	11.62	6.67	0.209	0.0313	0.007	1.80/2.80/2.80	0.20	45.00	0.293	1.85	1.34	0.91	6.33	0.10	9.50E-04
FAS 2	6.00	10.00	11.90	7.74	0.360	0.0320	0.011	1.75/2.15/2.15	0.20	38.00	0.384	1.55	1.04	1.01	8.37	0.45	1.70E-04
LENTE 1	10.00	10.60	15.00	-	-	-		-	-	-	-						
FAS 2	10.60	20.00	11.90	7.74	0.360	0.0320	0.011	1.75/2.15/2.15	0.20	38.00	0.384	1.55	1.04	1.01	8.37	0.45	1.70E-04
FAS 3	20.00	34.80	12.00	6.53	0.365	0.0263	0.013	1.50/1.65/1.84	0.20	40.00	0.357	1.64	1.12	1.02	8.05	0.65	9.25E-04
CD1	34.80	36.00	18.00	-	•		•	-	-	-	-						
FAI	36.00	43.80	13.64	3.42	0.233	0.0235	0.011	1.30/1.20/1.45	0.30	39.00	0.371	1.59	1.08	1.02	13.07	0.63	4.00E-04
CD2	43.80	49.20	18.00	-		-		-	-								
FAP	49.20	60.00	14.20	3.42	0.233	0.0235	0.011	1.30/1.20/1.45	0.30	39.00	0.371	1.59	1.08	1.02	13.07	0.63	4.00E-04

#### Tabla 5.5 Propiedades para los estratos arenolimosos

		Prof	undidad (m	)	Modelo Mohr-Coulomb								
Estrato	Desde	Hasta	Espesor (m)	Y (kN/m³)	E´ (kPa)	v	φ´ (°)	K₀	c (kN/m²)	k (m/día)			
Costra	0.00	0.80	0.80	14.50	10000	0.25	35	0.43	20.0	9.99E-02			
FAS 1	0.80	6.00	5.20	11.62	-	-	-	-		-			
FAS 2	6.00	10.00	4.00	11.90	-	-	-	-		-			
LENTE 1	10.00	10.60	0.60	15.00	15000	0.33	35	0.43	25.0	4.80E-02			
FAS 2	10.60	20.00	9.40	11.90	-	-	-	-		-			
FAS 3	20.00	34.80	14.80	12.00	-	-	-	-		-			
CD1	34.80	36.00	1.20	18.00	30000	0.33	45	0.29	30.0	9.99E-02			
FAI	36.00	43.80	7.80	13.64	-	-	-	-		-			
CD2	43.80	49.20	5.40	18.00	30000	0.33	45	0.29	30.0	9.99E-02			
FAP	49.20	60.00	10.80	14.20	-	-	-	-		-			

Matorial	Espesor	Y	E	N/	k
Malenai	(cm)	(t/m³)	(kN/m²)	v	(cm/s)
Carpeta asfáltica	10	2.28	2943000	0.35	
Base asfáltica	25	2.26	7848000	0.35	
Base estabilizada	10	2.16	3335400	0.35	
Base hidráulica	15	2.17	392400	0.35	
Tepetate	50	1.73	196200	0.35	1.00E-04
Tezontle	100	1.19	196200	0.35	1.00E-04

Tabla 5.6 Propiedades de la estructura del pavimento

# 5.4.3 Modelación del Terraplén de Referencia

El Terraplén de Referencia se modeló de acuerdo con la geometría de diseño presentada en la descripción del caso de estudio y se caracterizó con las propiedades de la Tabla 5.6.

Las etapas constructivas se simularon como etapas plásticas no drenadas, intercaladas con etapas de consolidación, que corresponden a etapas en las que se esperaba la llegada de material para seguir con el proceso constructivo, seguidas de una etapa de consolidación de 1462 días a partir del término de la construcción del Terraplén.



Figura 5.14 Modelo geotécnico del Terraplén de Referencia

Una vez establecidas las etapas constructivas, se anexaron etapas de monitoreo para distintos tiempos de consolidación del terreno, hasta los 1462 días posteriores al término de la construcción del terraplén. Lo anterior, con la finalidad de comparar las estimaciones de asentamiento del modelo contra los registros de la manguera horizontal.

Dentro de la estratigrafía mostrada en la Figura 5.13, se puede detectar la presencia de tres lentes importantes de material limo-arenoso. El primero de ellos se ubica a los 10 m, el segundo a los 21 m y el tercero a 23 m de profundidad. El primero

de estos lentes se modeló como un estrato de suelo limo-arenoso de 0.60 m de espesor. Los lentes a 21 m y 23 m de profundidad, se modelaron como un elemento dren, ya que, de acuerdo con el registro de campo, a esa profundidad el exceso de presión de poro registrado es cero y esta opción de modelación era más representativa del comportamiento de la presión de poro en campo a dicha profundidad. Dado que no todas las lentes pudieron incluirse directamente en la simulación, la permeabilidad adoptada para los estratos arcillosos es algo mayor que la permeabilidad determinada a partir de muestras intactas (López-Acosta *et al.,* 2019). Los valores de permeabilidad adoptados se muestran en la Tabla 5.3.



Figura 5.15 Proceso constructivo en PLAXIS

Las condiciones de deformación del modelo le permiten a la masa de suelo deformarse en el sentido vertical de arriba hacia abajo, como en una prueba de consolidación unidimensional. La frontera que corresponde a la superficie del terreno es libre de moverse en dirección "x" o "y". Las fronteras verticales del modelo tienen restringido el movimiento en la dirección "x" y pueden moverse en la dirección "y". Finalmente, la frontera inferior del modelo es fija, es decir, no se le permite el movimiento en x o en y. Con respecto a las condiciones de drenaje del modelo, se estableció que todas sus fronteras permitieran al agua drenar incluida la frontera inferior o cota "y" mínima. El modelo geotécnico del Terraplén de Referencia y las etapas constructivas descritos en este apartado, son los mismos para las cuatro simulaciones efectuadas.

# 5.5 RESULTADOS DE LA MODELACIÓN

En este apartado se muestran los resultados de la simulación en PLAXIS del comportamiento del sistema terraplén- estructura de pavimento. Los resultados incluyen la evolución de los asentamientos y el exceso de presión de poro generado en el subsuelo por el peso del terraplén y su comparación con los registrados por la instrumentación.

Los asentamientos obtenidos con la modelación, se transformaron en asentamientos relativos para lograr una comparación análoga con las observaciones de campo e ignorar el efecto del hundimiento regional de la simulación numérica. Por lo tanto los perfiles de asentamiento reportados de la Figura 5.16 a la Figura 5.22, corresponden al movimiento relativo de la masa de suelo por debajo del terraplén con respecto al movimiento de un punto ubicado a 5 m del pie del terraplén, que representó a la estación de registro de la manguera.

#### 5.5.1 Resultados de asentamientos

De la Figura 5.16 a la Figura 5.18, se presentan los asentamientos resultantes de la simulación durante la etapa constructiva y los registros de la manguera horizontal en campo para ese mismo periodo. En las figuras mencionadas, se observa una muy buena aproximación entre las mediciones de campo y los resultados obtenidos a través de la simulación numérica.

De la Figura 5.19 a la Figura 5.22, se muestran los asentamientos posteriores a la etapa constructiva estimados con las simulación contra los asentamientos registrados por la instrumentación para ese mismo tiempo. En estas figuras se observa una gran similitud entre los asentamientos registrados en campo y los obtenidos con la simulación.



Figura 5.16 Desplazamiento vertical en cm al colocar el Tezontle







Figura 5.18 Desplazamiento vertical en cm al término de la construcción



Figura 5.19 Desplazamiento vertical en cm a los 153 días en consolidación



Figura 5.20 Desplazamiento vertical en cm a los 901 días en consolidación



Figura 5.21 Desplazamiento vertical en cm a los 1167 días en consolidación



Figura 5.22 Desplazamiento vertical en cm a los 1462 días en consolidación

Durante las etapas constructivas, la diferencia entre las mediciones y estimaciones

de asentamientos es menor que 1cm. Con el modelo implementado, se logra reproducir de manera muy aproximada el comportamiento en consolidación a largo plazo, para los 1462 días en consolidación, las estimaciones y las mediciones de campo son muy semejantes.

#### 5.5.2 Resultados de presión de poro

A continuación, se ilustra la evolución de la presión de poro durante 1517 días, dando seguimiento a puntos localizados a 4, 9, 18 y 29 m de profundidad en el modelo numérico. Los datos piezométricos obtenidos de la simulación se comparan con los registros de los cuatro piezómetros ubicados en campo a las mismas profundidades. Para efectuar la comparación adecuada con los resultados del modelo numérico, a la presión de poro de la condición de estado estable en la elevación correspondiente, considerando los desplazamientos verticales actuales del suelo en el modelo, se le agregó el exceso de presión de poro calculado en la simulación. De la Figura 5.23 a la Figura 5.25, se muestra el exceso de presión de poro generado durante la etapa constructiva y de la Figura 5.26 a la Figura 5.28, se muestra la disipación que tuvo el exceso de presión de poro durante 1462 días posteriores al término de la construcción.



Figura 5.23 Distribución piezométrica posterior a la colocación del Tezontle

Figura 5.24 Distribución piezométrica posterior a la colocación del Tepetate



Figura 5.25 Distribución piezométrica al término de la construcción



Figura 5.27 Distribución piezométrica a los 901 días en consolidación



Figura 5.26 Distribución piezométrica a los 153 días del término de la construcción



Figura 5.28 Distribución piezométrica a los 1462 días en consolidación

La comparación anterior muestra que el modelo sobrestima ligeramente el exceso de presión de poro generado durante el proceso constructivo (entre 2 y 14 kPa). La sobrestimación más evidente tanto a corto como a largo plazo, se presenta en el piezómetro más somero instalado a 4m de profundidad, mismo que es el más afectado por el bulbo de esfuerzos que genera el peso del terraplén sobre el suelo. Para el piezómetro a 4m de profundidad el exceso de presión de poro es 14 kPa mayor al registrado por la instrumentación durante la etapa constructiva y esta diferencia disminuye hasta 2 kPa al largo plazo. En contraste a lo descrito anteriormente, la simulación de la evolución de la presión de poro para el piezómetro a 29 m, es bastante próxima a la mediada en campo durante las etapas constructivas y etapas tempranas de consolidación, pero presenta una ligera sobrestimación de 4.5 kPa al largo plazo.

De manera general, al contrastar los resultados de la simulación con el registro piezométrico de los instrumentos en campo, se observa que la sobrestimación del exceso de presión de poro se presenta principalmente durante la construcción y disminuye en el largo plazo. La diferencia entre los excesos de presión de poro estimados con el modelo y las registradas durante la etapa constructiva varía entre 14.5 y 8 kPa. Para 1517 días en consolidación, la diferencia entre el exceso de presión de poro estimado con respecto al medido en campo oscila entre 2 y 4.5 kPa. Finalmente, el comportamiento modelado de la presión de poro para los piezómetros a 9m y 18m reproduce con muy buena aproximación el comportamiento medido.

La presencia de los drenes, en representación de los lentes de arena que forman parte de la configuración estratigráfica del sitio, auxilia de manera adecuada a la simulación de la disipación del exceso de presión de poro una vez que se entra en etapa de consolidación. Además, se presenta una gráfica que muestra el comportamiento de la presión de poro en el tiempo, desde el inicio de la construcción más 1462 días en consolidación, un total de 1517 días.



Figura 5.29 Evolución de la presión de poro en el tiempo

La Figura 5.29, muestra claramente la sobrestimación del exceso de presión de poro generada a distintas profundidades durante las etapas constructivas. Además, permite detectar que la mejor aproximación entre los resultados de la simulación y los de campo se logra con los piezómetros a los 9 y 18 m de profundidad. En la simulación, el modelo implementado logra estimar de manera muy aproximada el exceso de presión de poro generado por el peso del terraplén en el terreno, su mejor aproximación es a largo plazo.

# 5.6 COMPARACIÓN ENTRE MODELOS CONSTITUTIVOS

Debido a que en este trabajo se implementó un modelo numérico, se consideró necesario evaluar su desempeño con respecto al de otros modelos constitutivos disponibles en la plataforma comercial del programa PLAXIS, tales como el Soft Soil, Soft Soil Creep y próximamente el modelo CREEPSCLAY-1. Para ello, se simuló el comportamiento del terraplén empleando los modelos mencionados. En este apartado, se presentan los resultados de las simulaciones numéricas del terraplén hechas con los modelos comerciales de PLAXIS y el modelo implementado. Además, se incluyen como referencia los resultados de asentamientos y evolución de presión de poro medido en campo.

De nueva cuenta, los asentamientos obtenidos con los tres modelos empleados, se transformaron en asentamientos relativos al movimiento de un punto a 5m del pie del terraplén, que representa el depósito del perfilador, esto con el objetivo de lograr una comparación análoga con las observaciones de campo e ignorar el efecto del hundimiento regional de la simulación numérica.

#### 5.6.1 Desempeño de modelos en términos de asentamientos

Los asentamientos obtenidos con las cuatro simulaciones durante las etapas constructivas, comparadas con los registros de la manguera horizontal en campo para ese mismo periodo de tiempo, se muestran en la Figura 5.30 a Figura 5.36.



Figura 5.30 Comparación del desplazamiento vertical al colocar el Tezontle



Figura 5.31 Comparación del desplazamiento vertical al colocar el Tepetate



Figura 5.32 Comparación del desplazamiento vertical al término de la construcción



Figura 5.33 Comparación del desplazamiento vertical a los 153 días en consolidación



Figura 5.34 Comparación del desplazamiento vertical a los 901 días en consolidación



Figura 5.35 Comparación del desplazamiento vertical a los 1167 días en consolidación



consolidación

Las comparaciones muestran que durante las etapas constructivas los resultados obtenidos con el modelo MODIIGM tienen gran similitud con las mediciones de campo, opuesto a los resultados obtenidos con los modelos comerciales de PLAXIS. Los asentamientos en las etapas constructivas, obtenidos con los modelos Soft Soil, Soft Soil Creep y el CreepSCLAY-1 son muy similares entre sí y los tres modelos tienden a sobrestimarlos. Por otra parte, los tres modelos que consideran el creep, simularon los asentamientos a largo plazo de forma muy aproximada a las mediciones de campo. Con los modelos CreepSCLAY-1 y MOIIGM, se lograron las estimaciones más aproximadas a los datos de campo.

Los resultados a largo plazo obtenidos con el modelo Soft Soil, modelo elastoplástico isótropo, son los que presentan mayor diferencia respecto a los valores de asentamiento registrados en la instrumentación. Lo que deja en evidencia que, en este caso, para obtener una mejor modelación del comportamiento del subsuelo en deformación, es necesario considerar la naturaleza viscosa de la arcilla del Valle de México. Se destaca que, la anisotropía se incluye en términos del estado de esfuerzos, a través de los valores de  $K_0$  y el de  $\eta_{k_0}$ .

Las comparaciones mostradas en las figuras anteriores, corresponden a la sección central transversal del Terraplén de Referencia. En la Figura 5.37, se muestra la evolución del asentamiento presentado por un punto al centro del terraplén, desde el inicio de la construcción hasta 1462 días después de su construcción. En esta misma figura se observa que, entre los 200 y 900 días de consolidación, la instrumentación registró valores de asentamiento fuera de tendencia, los cuales están asociados a anomalías durante la toma de lecturas en campo, pero todas las mediciones fuera de esta zona se consideran confiables.

En la Figura 5.37, las predicciones de asentamientos hechas con los tres modelos que consideran el creep, muestran un muy buen ajuste con respecto a los asentamientos medidos en campo a largo plazo. En contraste con estos resultados, los asentamientos obtenidos con las simulaciones del Soft Soil, subestiman el desarrollo de asentamientos a largo plazo y sobrestiman los asentamientos a corto plazo.



Figura 5.37 Desplazamiento vertical de un punto al centro del terraplén

La Figura 5.37, permite observar que los modelos Soft Soil Creep, CreepSCLAY-1 y MODIIGM logran simular asentamientos a largo plazo de manera muy aproximada respecto a los valores registrados por la instrumentación. Sin embargo, para el caso

de los asentamientos presentados durante las etapas constructivas y para etapas tempranas de consolidación, el modelo MODIIGM presenta una mejor aproximación.

En la Figura 5.38, se presenta una comparación entre los asentamientos obtenidos de las simulaciones con los cuatro modelos y los registrados en campo por la instrumentación, para dos puntos ubicados a 15 m del centro del terraplén, uno hacia la porción oriente y otro hacia la parte poniente del mismo.



Figura 5.38 Desplazamiento vertical de un punto lateral del terraplén

Como se puede observar la tendencia de asentamiento a los laterales del terraplén es la misma que en la porción central. Por lo tanto, los modelos Soft Soil Creep, CreepSCLAY-1 y MODIIGM son los que simulan de manera más aproximada los asentamientos registrados en campo principalmente al largo plazo. El modelo MODIIGM logra simular de manera muy aproximada el comportamiento en deformación del suelo, durante las etapas constructivas, etapas tempranas de consolidación y al largo plazo.

Para evaluar la importancia de la anisotropía en las simulaciones efectuadas del Terraplén de Referencia, se realizó un análisis adicional. Este segundo análisis solo se efectuó con los modelos anisótropos, CreepSCLAY-1 y MODIIGM, para ello las formaciones arcillosas se caracterizaron con valores de parámetros de anisotropía igual a cero. En la Figura 5.39, se presenta el asentamiento de un punto al centro del terraplén como resultado de dicho análisis. En esta figura, se contrastan los resultados de la simulación que considera la anisotropía contra los resultados del análisis que la consideró igual a cero y los asentamientos registrados en campo. Para este caso en particular, se observa que las diferencias entre ambos análisis son pequeñas. La anisotropía parece tener un impacto pequeño en los resultados, pero sin considerarla en el modelo, los resultados serían menos precisos. Sin embargo, cabe resaltar que en el caso particular del Terraplén de Referencia, la arcilla sobre la cual reposa no está cerca de la condición de falla. Por lo tanto, prevalecen trayectorias de esfuerzo con valores de  $\eta$  bajos y los resultados sugieren que si la superficie del flujo presenta inclinación o no, no tiene un efecto relevante en la evolución de los asentamientos.



Figura 5.39 Desplazamiento vertical de un punto al centro del terraplén con un análisis isótropo

Sin embargo, tomar en cuenta la anisotropía en caso en los que el suelo analizado este cercano a la condición de falla será de suprema importancia. Por ejemplo, en Zdravković *et al.* (2002), el terraplén de prueba analizado fue llevado a la falla, y los resultados mostraron la importancia de usar un modelo constitutivo capaz de reproducir la anisotropía y la resistencia no drenada observada en experimentos de laboratorio y de campo.

#### 5.6.2 Desempeño de modelos en términos de presión de poro

Para complementar las comparaciones del desempeño del modelo MODIIGM con respecto al de los modelos comerciales de PLAXIS, en esta sección se presenta una

comparación entre los resultados de la evolución de la presión de poro obtenidas con las simulaciones y los registros de los piezómetros en campo. De nueva cuenta, a la presión de poro de la condición del estado estable en la elevación correspondiente, tomando en cuenta el asentamiento actual del suelo en el modelo, se le agregó el exceso de presión de poro calculado en la simulación, para lograr una comparación adecuada entre el modelo numérico y las mediciones de campo.

De la Figura 5.40 a la Figura 5.42, se muestra el exceso de presión de poro generado durante las etapas plásticas y de la Figura 5.43 a la Figura 5.45, se muestra la disipación del exceso de presión de poro después de la construcción del terraplén. A partir de los resultados mostrados, se observa que todos los modelos empleados en las simulaciones sobrestiman el exceso de presión de poro que se genera durante el proceso constructivo. Esta sobrestimación es mayor en los piezómetros más superficiales, mismos que se ven mayormente afectados por el bulbo de esfuerzos transmitidos por el terraplén al terreno, esta situación es la misma en las cuatro simulaciones.

Durante la etapa constructiva, la diferencia del exceso de presión calculado con los modelos contra el registrado por la instrumentación varía entre 15 y 4 kPa. Para los 1517 días en consolidación la diferencia entre las estimaciones del exceso de presión de poro y la instrumentación varían apenas entre 4 y 0.20 kPa. El modelo que presenta las mayores diferencias con respecto a las mediciones de campo durante la etapa constructiva es el modelo Soft Soil Creep, mientras que el CreepSCLAY-1 es el que presenta menor diferencia con respecto a los registros de campo.

Los modelos Soft Soil y MODIIGM, son los que sobrestiman en mayor medida el exceso de presión de poro generado en el piezómetro a 4m durante la etapa constructiva. Además, se puede observar que a ambos modelos les toma un poco más de tiempo disipar dicho exceso de presión de poro generado en el piezómetro a 4m que al resto de los modelos. Debe considerarse, que las simulaciones hechas con el modelo MODIIGM, toman en cuenta el incremento en el exceso de presión de poro típico de un suelo viscoplástico, que se presenta al término de la aplicación de la carga. Este incremento se debe a que el cambio volumétrico generado por la compresión viscoplástica es mucho mayor que la disipación del exceso de presión de poro alcanzada por la arcilla. Los modelos Soft Soil Creep, CreepSCLAY-1 y el MODIIGM, son los modelos que mejor desempeño tienen en la simulación del comportamiento de la presión de poro a largo plazo con diferencias mínimas entre las mediciones de campo y las simulaciones con dichos modelos en esta etapa. El modelo Soft Soil, simuló al largo plazo una mayor disipación del exceso de presión de poro a la registrada en campo para los piezómetros ubicados a 18 y 29 m de profundidad.



Figura 5.40 Comparación de piezometrías posterior a la colocación del Tezontle



Figura 5.42 Comparación de piezometrías al término de la construcción



Figura 5.41 Comparación de piezometrías posterior a la colocación del Tepetate



Figura 5.43 Comparación de piezometrías a los 153 días en consolidación




Presión de poro (kPa)

Figura 5.44 Comparación de piezometrías a los 901 días en consolidación

Figura 5.45 Comparación de piezometrías a los 1462 días en consolidación



Figura 5.46 Evolución de la presión de poro en el tiempo

En los perfiles piezométricos de la Figura 5.42 a la Figura 5.45, se puede observar que las simulaciones de la evolución de la presión de poro entre los 40 m y 60 m de profundidad, efectuadas con los distintos modelos de comportamiento, guardan ciertas diferencias entre sí. A pesar de estas diferencias, se logra reconocer que el patrón de las simulaciones a dichas profundidades, es similar al presentado por todos los modelos al simular la presión de poro a 29 m, es decir, el modelo Soft Soil disipa en mayor medida el exceso de presión de poro, mientras que el resto de modelos lo disipan bien y de manera paulatina.

Este comportamiento no se puede comparar con ningún registro de campo para su validación, pues a esa profundidad no existe ningún instrumento piezométrico que reporte el comportamiento real de la presión de poro. Además, a esta profundidad, de existir algún piezómetro, las lecturas estarían afectadas por el efecto del hundimiento regional, lo que las haría no comparables entre sí, pues las simulaciones no están considerando el hundimiento regional.

La gráfica de la evolución de presiones de poro en el tiempo, reafirma que todos los modelos durante las etapas constructivas sobrestiman el exceso de presión de poro generado y que la simulación del comportamiento de la presión de poro mejora al transcurrir el tiempo durante la consolidación.

Los tres modelos que consideran el creep en su formulación, logran una mejor simulación de la disipación del exceso de presión de poro durante los 1462 días posteriores al término de la construcción del terraplén. El modelo elastoplástico Soft Soil, es la que menos se aproxima a la disipación del exceso de presión de poro presentado en campo. El modelo que mejor simula el comportamiento de la presión de poro desde el inicio de la construcción hasta 1462 días posteriores a la construcción es el CreepSCLAY-1.

Finalmente, se concluye que el modelo MODIIGM puede simular razonablemente el comportamiento en consolidación del suelo bajo el Terraplén de Referencia. Tanto los asentamientos acumulados en el tiempo y la disipación del exceso de presión de poro estimados con el modelo numérico son consistentes entre sí. Esta congruencia entre asentamientos acumulados y disipación del exceso de presión de poro también se observa en los resultados de las simulaciones con los otros tres modelos constitutivos.

# **CAPITULO 6**

#### 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta tesis doctoral, se desarrolló un modelo constitutivo dentro del marco de los modelos viscoplásticos para suelos blandos. El modelo toma como base el modelo EVP (Yin y Graham, 1999) al cual se le incorpora la superficie de fluencia del modelo SCLAY-1 (Wheeler *et al.*, 2003). Como resultado, el modelo es capaz de representar el comportamiento viscoso del suelo, su anisotropía y simular el cambio de esta última por el desarrollo de deformaciones viscoplásticas.

Como característica del modelo, éste no cuenta con una región de deformaciones puramente elásticas, su superficie de flujo puede crecer o disminuir en función de la velocidad de deformación o tiempo de duración de las pruebas, por lo tanto, todo el espacio p' - q es tiempo-dependiente.

Las ecuaciones constitutivas del modelo propuesto se implementaron en la plataforma del programa de elemento finito PLAXIS como un modelo definido por el usuario (*User Defined Soil Model*). La implementación se realizó de acuerdo con la metodología establecida por PLAXIS con el esquema de integración Eüler Forward Modificado.

Para evaluar la capacidad del modelo, se simularon los resultados de pruebas triaxiales y de compresibilidad de laboratorio. Posteriormente, el modelo constitutivo implementado se utilizó para reproducir el comportamiento observado en campo en un terraplén instrumentado que se construyó en el antiguo Lago de Texcoco, el llamado Terraplén de Referencia. A continuación, se presentan las conclusiones sobre el desempeño del modelo de comportamiento desarrollado y su implementación.

#### 6.1 CONCLUSIONES

La primera parte de la validación del modelo consistió en reproducir pruebas de laboratorio, con la mayor aproximación posible, en el *Soil Test* de PLAXIS. El tipo de pruebas elegidas fueron triaxiales y pruebas de compresibilidad. Las pruebas triaxiales simuladas fueron tipo CU anisótropas, efectuadas con muestras de suelos naturales, con mismo esfuerzo de confinamiento, pero distinta velocidad de deformación a la falla. Las trayectorias de esfuerzo de las simulaciones, tienen una muy buena aproximación con las trayectorias del laboratorio. Para lograr tal aproximación con la simulación, se calibraron los valores de  $K_0$  y M, con una ligera variación de sus valores.

La prueba triaxial de la muestra TX-27, se simuló además como un problema de contorno, es decir, se simuló como un modelo axisimétrico en PLAXIS, seleccionando condiciones de frontera que permitan reproducir la prueba triaxial. Lo anterior, se hizo para verificar que la prueba triaxial simulada en la interfaz del *Soil Test* de PLAXIS y como problema de contorno fueran iguales entre si y ambas semejantes a la prueba de laboratorio. Como resultado, se observó que las dos trayectorias obtenidas con PLAXIS son prácticamente idénticas y a su vez tienen muy buena aproximación con la trayectoria de esfuerzos de la prueba de laboratorio.

Para determinar el valor de los parámetros de compresibilidad a emplear en la modelación del terraplén y verificar la capacidad del modelo implementado, se simularon cuatro pruebas de odómetro. Las pruebas de laboratorio se efectuaron bajo el procedimiento estándar (incrementos de carga aplicados cada 24 hrs) a muestras inalteradas provenientes de la zona del Terraplén de Referencia. La simulación de las pruebas odométricas se efectuó en el *Soil Test* de PLAXIS. De forma general, se observó que el modelo logra reproducir exitosamente las cuatro pruebas odométricas y que estas presentan un muy buen ajuste con respecto a los datos experimentales.

Posteriormente se simuló numéricamente el comportamiento de un terraplén construido sobre la arcilla blanda del ex lago de Texcoco. El terraplén analizado forma parte de los terraplenes de prueba construidos para el proyecto cancelado del Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México y cuenta con instrumentos de medición a partir de los cuales se tiene información sobre los desplazamientos verticales y el exceso de presión de poro generados en el subsuelo por la construcción del mismo. El modelo geotécnico del Terraplén de Referencia, se elaboró con base en exploración de campo y pruebas de laboratorio.

Los resultados de asentamiento y de presión de poro de la modelación, se compararon con los registros de la instrumentación instalada en campo. Los asentamientos estimados con el modelo MODIIGM se aproximan adecuadamente a los asentamientos medidos en campo. Los asentamientos obtenidos con el modelo para las etapas constructivas y aquellos generados durante 1462 días posteriores a la construcción del terraplén, son muy semejantes a los registrados por la manguera horizontal. Las predicciones de asentamientos hechas con el modelo implementado durante el proceso constructivo, presenta una diferencia máxima de 4 cm con respecto a los medidos en campo, mientras que para los 1462 días en consolidación la diferencia entre las estimaciones y las mediciones de campo es de 0.03 cm. Con respecto a la presión de poro, se observó que con la modelación el exceso de presión de poro en las etapas constructivas se sobre estima a razón de 14 kPa, a largo plazo se logra mayor aproximación en la estimación de su comportamiento y la diferencia entre la presión de poro medida en campo y la estimada disminuye a 2 kPa.

Al comparar los asentamientos obtenidos con el modelo MODIIGM con respecto a los obtenidos con los modelos comerciales Soft Soil, Soft Soil Creep y CreepSCLAY-1, se observa que los resultados obtenidos con el modelo MODIIGM durante las etapas constructivas, son muy próximos a las mediciones de campo. Los asentamientos para esta etapa obtenidos con los modelos comerciales mencionados, son muy similares entre sí y sobrestiman los asentamientos registrados en campo hasta en un 50%.

Los modelos Soft Soil Creep, CreepSCLAY-1 y MODIIGM, simularon los asentamientos a largo plazo de forma muy aproximada a los asentamientos registrados en campo. Los dos modelos que consideran la anisotropía, CreepSCLAY-1 y MODIIGM, se lograron las estimaciones más aproximadas a la instrumentación.

Las simulaciones con el modelo Soft Soil, sobrestiman los asentamientos a corto plazo y subestiman el desarrollo de asentamientos a largo plazo. Lo anterior confirma que, para obtener una mejor modelación del comportamiento de la arcilla del Valle de México en deformación, es necesario considerar la naturaleza viscosa.

Los tres modelos que consideran el creep en su formulación, simulan de mejor manera la disipación del exceso de presión de poro durante 1462 días en consolidación, posteriores a la construcción del terraplén. El modelo elastoplástico Soft Soil, no simula adecuadamente la disipación que alcanza en campo e exceso de presión de poro. El modelo que mejor simula el comportamiento de la presión de poro desde el inicio de la construcción hasta 1462 días posteriores a la construcción es el CreepSCLAY-1.

Se concluye que la simulación efectuada con el modelo MODIIGM en PLAXIS, logró reproducir razonablemente bien el comportamiento en consolidación de la arcilla del ex lago de Texcoco. Por otra parte, los resultados obtenidos con los modelos comerciales de PLAXIS podrían ajustarse aún más, calibrando las propiedades de compresibilidad, a través de simulaciones de las pruebas de compresibilidad como se hizo para el modelo MODIIGM.

También, se evaluó la importancia de la anisotropía en la simulación del Terraplén de Referencia, mediante una segunda simulación considerando los valores de los parámetros de anisotropía igual a cero. Las diferencias entre ambos análisis fueron insignificantes. Esto es congruente con el hecho de que el peso del terraplén no llevó a la arcilla a una condición de falla, por lo tanto, si la superficie del flujo presenta inclinación o no, no tendrá impacto en la evolución de los asentamientos. Sin embargo, tomar en cuenta la anisotropía en casos en los que el suelo analizado este cercano a la condición de falla será de suprema importancia (Zdravković *et al.*, 2002).

Finalmente, el objetivo y los alcances planteados para esta investigación doctoral se cumplieron dado que se logró desarrollar un modelo constitutivo para suelos blandos de comportamiento elastoviscoplástico que toma en cuenta la anisotropía del suelo. Además, este modelo constitutivo se implementó exitosamente en la plataforma del programa de elemento finito PLAXIS y se logró su validación empleándolo satisfactoriamente en la modelación del Terraplén de Referencia.

#### 6.2 RECOMENDACIONES Y REFINAMIENTO DEL MODELO

Las recomendaciones para ampliar la validación del modelo MODIIGM son las siguientes:

- Elaborar un modelo numérico en 3D del Terraplén de Referencia y verificar que la aproximación lograda con un modelo 2D en términos de asentamiento y en disipación del exceso de presión de poro sea semejante o incluso aún mejor.
- Utilizar el modelo para simular cualquier otro terraplén construido sobre arcillas viscosas como el caso del terraplén construido sobre la isla Tarsuit en Canadá, el cual se modeló con el modelo EVP o el terraplén de prueba "Murro" en Finlandia, que se modeló con el modelo CreepSCLAY-1. Una vez hechas las simulaciones, contrastar los resultados que se obtengan con el MODIIGM con el comportamiento reportado de los terraplenes mencionados.

Como refinamiento del modelo, se proyecta lo siguiente:

- Elaborar y agregar una subrutina al código con la que se simule el fenómeno del hundimiento regional y así, el mismo PLAXIS pueda proporcionar los asentamientos totales de la arcilla del Valle de México, conjugando los asentamientos por consolidación y aquellos asentamientos provocados por el abatimiento de la presión de poro debido a la extracción de agua del subsuelo, así como la evolución en el tiempo de la presión de poro de la masa arcillosa.
- Agregar una ley de desestructuración que permita al modelo considerar la estructura de la arcilla. De esta forma, se tendría un modelo que combina los efectos de anisotropía, desestructuración y las deformaciones viscoplásticas en el comportamiento de la arcilla.
- Actualmente, el modelo implementado se ha enfocado en modelar el comportamiento de acillas normalmente consolidadas y ligeramente preconsolidadas, como trabajo a futuro se pretende ampliar su aplicación a suelos preconsolidados.

#### REFERENCIAS

Adachi, T. and Oka, F. (1982). Constitutive equations for normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity. Soils and Foundations, 22(4):57–70.

Adachi, T. and Okano, M. (1974). A constitutive equation for normally consolidated clay. Soils and Foundations, 14(4):55–73.

Alcubierre, Miguel (2005). Introducción a FORTRAN. Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.

Bjerrum L. (1967). Engineering geology of Norwegian normally consolidated marine clays as related to settlements of buildings. Geotechnique, **17**, (2), 81-118.

Borja, R. I. and Kavazanjian, E. (1985). A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of 'wet' clays. Geotechnique, **35**, (3),283-298.

Borja, R. I. (1992). Generalized creep and stress relaxation model for clays. Journal of Geotechnical Engineering, **118**, (11), 1765-1786.

Brinkgreve et al. (2009). PLAXIS Material Model Manual. DELFT University of Technology and PLAXIS bv.

Brinkgreve, R. B. J., Kumarswamy, S., Swolfs, W. M., Zampich, L., and Ragi-Manoj, N. (2018). PLAXIS 2018, Manual de Usuario.

Comisión Federal de Electricidad (2018). *Instrumentación*. Subgerencia de Geotecnia y Materiales. Departamento de Mecánica de suelos.

Carrillo, N. (1948) "Influence of artesian wells in the sinking of Mexico City", Proc. Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam.

Duncan, J. M. and Chang, C.Y. (1970). Nonlinear analysis of stress and strain in soils. Soil Mechanics and Foundation Division, Proceedings of ASCE, **96**, (SM5), 1629-1653.

Gens, A. and Nova, R. (1993). Conceptual bases for a constitutive model for bonded soils and weak rocks. In Geomechanical engineering of hard soils and soft rocks. *Edited by* A. Anagnostopoulos, F. Schlosser, N. Kaltesiotis, and R. Frank. A.A. Balkema, Rotterdam, Vol. 1, pp. 485–494.

Gnanendran, C. T., Manivannan, G. and Lo, S.C. R. (2006). Influence of using a creep, rate, or an elastoplastic model for predicting the behaviour of embankments on soft soils. Can. Geotech. J. 43, No. 2, 134–154.

Giraldo Sierra, V. (1996). Evaluación de un modelo elastoplástico para predecir el comportamiento de la arcilla de la Ciudad de México. Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Graham, J., Noonan, M. L., and Lew, K. V. (1983). Yield states and stress-strain relationships in a natural plastic clay. Canadian Geotechnical Journal, 20(3):502–516.

Grimstad G., Degado S.A., Nordal S. and Karstunen M. (2010). Modelling creep and rate effects in structured anisotropic soft clays. Acta Geotech., 2010; 5:69–81.

II-UNAM (2013). Propuesta de Términos de Referencia para la definición y diseño de tramos de prueba y de pruebas de carga. NOTA TÉCNICA No. GE-2, IINGEN UNAM, Ciudad de México. Convenio de Colaboración No. ASA-UNAM-13-002.

II-UNAM (2014-2015). Revisión y evaluación en geotecnia y estructuras para resolver la problemática del transporte aéreo en el centro del país. Informe técnico, IINGEN UNAM, Ciudad de México. Convenio de Colaboración No. ASA-UNAM-13-002

II-UNAM (2016). Investigaciones y estudios especiales relacionados con aspectos geotécnicos del Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México (NAICM) en el vaso del ex lago de Texcoco, Zona Federal. Informe técnico, IINGEN UNAM, Ciudad de México. Convenio de Colaboración No. GACM/DCI/SJ/CI/013-2015.

Jaky, J. (1944). A nyugalmi nymas tenyezoje (The coefficient of earth pressure at rest). Journal of the Society of Hungarian Engineers and Architects, pages 355–358.

Karstunen, M., Krenn, H., Wheeler, S., Koskinen, M. and Zentar, R. (2005). The effect of anisotropy and destructuration on the behaviour of murro test embankment. International Journal of Geomechanics (ASCE), 5(2), 87 – 97.

Karstunen, M., Sivasithamparam, N., Brinkgreve, R.B.J. and Bonnier, P.G. (2013). Modelling rate-dependent behaviour of structured clays. In International Conference on Installation Effects in Geotechnical Engineering (ICIEGE). Rotterdam, Netherlands. March 24-27, 2013. 43–50. Kutter, B. L. and Sathialingam, N., (1992). *Elastoviscoplastic modeling of the rate dependent behaviour of clays*. Geotechnique, **42**,142-164.

Leoni, M., Karstunen, M., and Vermeer, P. A. (2008). Anisotropic creep model for soft soils. Geotechnique, 58(3):215–226.

Leroueil, S., Tavenas, F., Brucy, F., La Rochelle, P. and Roy, M. (1979). Behaviour of destructured natural clays. J. Geotech. Engng, ASCE 105, No. 6, 759–778.

Leroueil, S., Kabbaj, M., Tavenas, F., and Bouchard, R. (1985). Stress – strain – strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays. Géotechnique, **35**(2): 159–180.

López-Acosta, N. P., Espinosa-Santiago, A. L., and Barba-Galdámez, D. F. (2019). Characterization of soil permeability in the former Lake Texcoco, Mexico. Open Geosciences, 11(1):113–124.

Luccioni, L.X., Pestana, J.M. and Taylor, R.L. (2001). Finite element implementation of non-linear elastoplastic constitutive laws using local and global explicit algorithms with automatic error control. International Journal for Numerical Methods in Engineering 2001; 50:1191–1212.

Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974). Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses. Proc Jap Soc Civ Eng 1974; 232:59–70.

Mesri, G. and Choi, Y. K. (1979). Strain rate behaviour of Saint-Jean-Vianney clay: Discussion. Canadian Geotechnical Journal. **16**(4): 831-834. <u>https://doi.org/10.1139/t79-092</u>

Mesri, G. and Choi, Y.K. (1984). Time effects on the stress-strain behavior of natural soft clays. Discussion. Géotechnique, **34**(3): 439–442.

Mesri G. and Choi, Y.K. (1985). Settlement analysis of embankments on soft clays. Journal of Geotechnical Engineering, **111**(4): 441–464.

Näätänen, A., Wheeler, S., Karstunen, M. and Lojander, M. (1999). Experimental investigation of an anisotropic hardening model for soft clays. In Proceedings of the 2nd International Symposium on Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials, Torino, Italy, 28–30 September, Edited by M. Jamiolkowski, R. Lancellotta, and D. Lo Presti. A.A. Balkema, Rotterdam. pp. 541–548.

Nieves, A. (2007). Métodos numéricos aplicados a la ingeniería. Grupo editorial Patria. ISBN 978-970-817-080-2.

Oka, F. (1981). *Prediction of time dependent behaviour of clay*. Proceedings of 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Japan, 215-218.

Oka, F., Adachi, T. and Okano Y. (1986). Two-dimensional consolidation analysis using an elasto-viscoplastic constitutive equation. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, **10**, 1-16.

Ossa López, A. (2004). Modelo elastoviscoplastico (EVP) para el estudio de la consolidación unidimensional de suelos. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado.

Ovando-Shelley, E., Ossa, A., and Romo, M. P. (2007). The sinking of Mexico City: Its effects on soil properties and seismic response. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 27(4):333–343.

Ovando-Shelley, E., Ossa, A., y Santoyo, E. (2013). Effects of regional subsidence and earthquakes on architectural monuments in Mexico City. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, 65(1):157–167.

Perzyna, P. (1963). Constitutive equations for rate-sensitive plastic materials. Quarterly of applied mathematics, **20**, 321-331.

Perzyna, P. (1966). Fundamental problems in viscoplasticity. Advances in Applied Mechanics. Vol 9 pp 244 -368.

Potts, D. M. and Zdravkovic, L. (1999). Finite Element analysis in geotechnical engineering. Imperial College of Science, Technology and Medicine.

Rajibul, K. and Carthigesu, T.G. (2008). Review of Visco-Plastic soils models for predicting the performance of embankments on soft soils. International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, (IACMAG).

Rodríguez, J.F. (2010). Modelado del comportamiento de pilotes e inclusiones sometidos a consolidación regional, en la zona lacustre de la Ciudad de México. Tesis de Doctorado, Posgrado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. Roscoe, K. H. and Schofield, A. N. (1958). On the yielding of soils. Geotechnique, 8, 22–52.

Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A. (1963). Yielding of clays in states wetter than critical. Geotechnique, **13**, (3), 211-240.

Roscoe, K. H. and Burland, J. B. (1968). On the Generalized Stress-Strain Behavior of Wet Clay. Engineering Plasticity, 535-609.

Sekiguchi, H. (1977). *Rheological Characteristics of Clays*. Proceedings 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Japan, 289-292.

Sekiguchi, H. and Otha, H. (1977). Induced anisotropy and time dependency in clays. In: 9<sup>th</sup> ICSMFE, Tokyo, constitutive equations of Soils, vol. 17; 1977. p. 229–38.

Sekiguchi, H. (1984). Theory of undrained creep rupture of normally consolidated based on elasto-viscoplasticity. Soils and Foundations, **24**, (1), 129-147.

Sekiguchi, H. (1985). Macroscopic approaches-static-intrinsically time-dependent in Constitutive Laws of Soils. Pro. Discussion Session IA:In: 11<sup>th</sup> Conf. On SMFE, pp 66-98

Singh, A. and Mitchell, J. K. (1968). General stress-strain-time function for soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, **94**, (SM1), 21-46.

Sivasithamparam, N. (2011). Development and implementation of advanced soft soil models in finite elements. A Thesis submitted to the University of Strathclyde in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Engineering.

Sivasithamparam, N. (2011). Anisotropic Rate-Sensitivity (ARS) User Defined Soil Model for Plaxis, Documentation. University of Strathclyde and UNAM.

Sivasithamparam, N., Karstunen, M., and Bonnier, P. (2015). Modelling creep behaviour of anisotropic soft soils. Computers and Geotechnics, 69:46–57.

Sloan, S. W. (1987). Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 24:893–911.

Tavenas, F., Leroueil, S., La Rochelle, P. and Roy, M. (1978). Creep behaviour of an undisturbed lightly overconsolidated clay. Can Geotech J 1978; 15(3):402–23.

Tavenas, F. (1981). Some Aspects of Clay Behavior and Their Consequences on Modeling Techniques. In Laboratory Shear Strength of Soil, ed. R. Yong and F. Townsend (West Conshohocken, PA: ASTM International, 1981), 667-677.

Taylor D. W., 1948. Fundamentals of Soil Mechanics, John Wiley & Sons (New York, USA)

TGC Geotecnia (2001). Trabajos de exploración, muestreo e instrumentación geotécnicos en el probable sitio para el emplazamiento del nuevo aeropuerto de la Ciudad de México, localizado en la zona del ex lago de Texcoco, Estado de México. Informe preliminar.

Valderrama Atayupanqui, Y. (2013). Investigación experimental del comportamiento de las arcillas bajo pequeñas deformaciones. Tesis de Doctorado, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Vázquez, R. (2015). Obtención experimental de parámetros elásticos del suelo mediante la utilización de cristales piezoeléctricos. Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura Unidad Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional, México.

Vermeer, P.A. and Neher, H.P. (1999). A soft soil model that accounts for creep. In: Proceedings of the international symposium on 'Beyond 2000 in Computational Geotechnics'. Amsterdam; 1999. p. 249–61.

Wheeler, S.J. (1997). A rotational hardening elasto-plastic model for clays. In Proceedings of the 14th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg, A.A. Balkema, Rotterdam. Vol. 1, pp. 431–434.

Wheeler, S. J., Näätänem, A., Kartusen, M., and Lojander, M. (2003). An anisotropic elastoplastic model for soft clays. Can. Geotech. J.40, 403-418.

Wood, D.M. (1990). Soil behaviour and critical state soil mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, England.

Yin, J.H, and Graham J. (1989). Viscous-elastic–plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays. Canadian Geotechnical Journal, 26 (2):199–209.

Yin, J.H, and Graham J. (1994). Equivalent times and one-dimensional elastic

viscoplastic modelling of time-dependent stress-strain behaviour of clays. Canadian Geotechnical Journal, 31(1):42–52.

Yin, J.H, and Graham J., (1996), Elastic visco-plastic modelling of one dimensional consolidation. Geotechnique Vol. 46 No. 3, 515-527.

Yin, J.H. and Graham, J. (1999). Elastic viscoplastic modelling of the time-dependent stress–strain behavior of soils. Canadian Geotechnical Journal, 36 (4):736–745.

Yin, J.H., Graham J. and Zhu J.G., (2002). A new elastic viscoplastic model for time dependent behaviour of normally and overconsolidated clays: theory and verification. Can. Geotech. J.39, 157-173.

Yin, Z.-Y., Karstunen, M., Chang, C.S., Koskinen, M. and Lojander, M. (2011). Modelling time dependent behaviour of soft sensitive clay. J Geotech Geoenviron Eng 2011;137(11):1103–13.

Zentar, R., Karstunen, M., Wiltafafsky, C., Schweiger, H.F. and Koskinen, M. (2002). Comparison of two approaches for modelling anisotropy of soft clays. In: Pande, Pietruszczak, editors. Proceedings of the 8<sup>th</sup> international symposium on numerical models in geomechanics (NUMOG VIII). Rome; 2002. p. 115–21.

Zdravkovic, L., Potts, D. M. and Hight, D. W. (2002). The effect of strength anisotropy on the behaviour of embankments on soft ground. Géotechnique, 52(6):447–457.

Zhao, J., Sheng, D., Rouainia, M. and Sloan, S.W. (2005). *Explicit stress integration of complex soil models*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 2005; 29:1209–1229.

Zhou, C., Yin, J.-H., Zhu, J.-G., and Cheng, C.-M. (2005). Elastic anisotropic viscoplastic modeling of the strain-rate-dependent stress-strain behaviour of  $K_0$ -consolidated natural marine clays in triaxial shear tests. International Journal of Geomechanics, 5(3):218–232.

Zhu, G. and Yin, J.-H. (1999). Finite element analysis of consolidation of layered clay soils using an elastic visco-plastic model. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 23(4):355–374.

Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R. L. (1994). The Finite Element Method, Vol. 1 y 2. 4<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill.

Zytynski, M., Randolph, R., Nova, R. and Wroth, C. (1978). On modelling the unloading-reloading behaviour of soils. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2, 87-94.

### ANEXO A

#### ANEXO A

#### USER DEFINED SOIL MODEL Y SU IMPLEMENTACION EN PLAXIS

Para implementar un modelo constitutivo en PLAXIS, es necesario elaborar una "Biblioteca de Enlace Dinámico", es decir, en un archivo con extensión .DLL (Dynamic Link Library). Esta biblioteca, está compuesta por cuatro archivos con instrucciones programadas en FORTRAN, estos archivos son: la subrutina principal que contiene al modelo constitutivo (MODIIGM.for) y tres subrutinas complemento identificados como USRMOD.for, USD\_ADD.for y HANDYLIB.for.

El archivo .DLL, es la versión ejecutable del modelo en PLAXIS, pues a través de él se proporciona al programa información relacionada con el modelo, tal como el estado actual de esfuerzos y las variables de estado. Además, por medio de este mismo archivo, PLAXIS provee de información acerca del estado de esfuerzos previo y de los incrementos de deformación en el tiempo.

La subrutina principal, se organiza cuatro tareas de acuerdo con la forma en la que PLAXIS efectúa sus cálculos. Dichas tareas son las siguientes:

- IDTask1 = Inicializar variables de estado
- IDTask2 = Calcular esfuerzos
- IDTask3 = Calcular la matriz de rigideces del material
- IDtask4 = Devolver el número de variables de estado
- IDTask5 = Solicitar la matriz de atributos
- IDTask6 = Calcular matriz elástica de rigidez del material

La IDTask1, sirve para definir las variables de estado y dar de alta su valor inicial (StVar0). En el caso particular del modelo MODIIGM, en esta etapa del cálculo define el valor de anisotropía como escalar y como vector, además del valor inicial del tamaño de la superficie de flujo  $p'_{m0}$  y el valor de la deformación volumétrica viscoplástica inicial. Cuando se trata de procesos continuos de cálculo, las variables de estado se transfieren de forma automática de un paso de cálculo a otro. Se utilizan como variables de estado del paso actual, aquellos valores obtenidos en el paso anterior. En el caso del modelo MODIIGM, las variables de estado que se actualizan con cada ciclo de cálculo con la anisotropía y la deformación volumétrica viscoplástica.

La IDTask2, contiene las ecuaciones constitutivas del modelo a implementar, es decir, el procedimiento para calcular incrementos de esfuerzo correspondientes a incrementos de deformación dada. Para efectuar el cálculo de esfuerzos, se emplea un esquema de integración, en el caso del modelo implementado en este trabajo se empleó un esquema implícito, el Eüler Forward Modificado. Cuando el criterio de convergencia se cumple, se calcula el incremento de deformación plástica y se actualizan las variables de estado.

Es importante considerar que los signos de la tensión y compresión de la formulación del modelo y PLAXIS son distintos, por ello se debe cambiar la tensión a negativa durante el *loop* de convergencia para ir acorde a la formulación del modelo desarrollado y al final del *loop*, cambiar la tensión a positiva para coincidir con la formulación de PLAXIS.

Cabe mencionar que la relación de vacíos se actualiza hasta que todos los subincrementos han sido aplicados, utilizando la deformación volumétrica tomada del incremento de deformación dada.

Al adoptar el esquema de implícito de integración, la matriz efectiva de rigideces es igual a la matriz elástica de rigideces y por lo tanto la IDTask 3 y 6 serían la misma tarea. Para establecer la matriz D, se calcula el módulo K', el módulo elástico E' y el módulo de rigidez al cortante G', restringiendo a p' a un valor mínimo de 1kPa para evitar caer en problemas numéricos.

Continuando con la descripción de las tareas, la IDTask 4 permite obtener el número de variables de estado dentro de un punto de integración. Por último, con la tarea IDTask5, se configuran los atributos de la matriz generada en la IDTask 3, en este punto hay que indicar si la matriz es no simétrica, si es esfuerzo dependiente, tiempo dependiente o tangente.

NonSym	=	0	!	1	para	matriz	D	es No	Simétrica
iStrsDep	=	1	!	1	para	matriz	D	esfue	rzo-dependiente
iTang	=	0	!	1	para	matriz	D	tange	nte
iTimeDep	=	0	!	1	para	matriz	D	tiemp	o-dependiente

El archivo USRDMOD.for, es una interfaz que contiene instrucciones específicas del programa, su estructura es invariable y permite cambiar entre varias implementaciones de modelos de usuarios adaptándolo al nombre de la subrutina principal donde se encuentra el modelo constitutivo.

El archivo USD\_ADD.for, provee información adicional del modelo y organiza la información en pequeñas subrutinas. Es el encargado de definir el número y nombre del modelo, el número y el nombre de las propiedades, además de las unidades de medida que utilizan dichas propiedades. Finalmente, el archivo HANDYLIB.for contiene una serie de subrutinas útiles y funciones dadas por PLAXIS.

El modelo como archivo .DLL, se añade a la subcarpeta del directorio de programas de PLAXIS llamado User Defined Soil Models (UDSM, acrónimo en inglés). Para llamar a la subrutina, al desplegar la interfaz para caracterizar el suelo (Material Set), se elige la opción User Defined dentro de las opciones de modelos constitutivos que tiene precargados PLAXIS. Dentro de esta misma interfaz del programa con el usuario, se introducen los parámetros requeridos para el modelo implementado, tal y como se hace comúnmente al caracterizar depósitos de suelos al modelar en PLAXIS.

#### TABLAS COMPARATIVAS DE MODELOS VISCOPLASTICOS

### Tabla A.1 Resumen de fortalezas y limitaciones de los "*Rate Models*", (Karim y Gnanendran, 2007)

Modelo	Bases teóricas /Hipótesis	Capacidades/ Fortalezas	Limitaciones
Adachi & Okano (1974)	Teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963) y la Teoría del Estado Crítico (Schofield y Wroth,1968)	Puede explicar el comportamiento dependiente del tiempo	Se asume que la arcilla alcanza el estado de equilibrio estático al final de la "consolidación primaria" y no se verificó con datos reales de laboratorio
Oka (1981)	Teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966) y Teoría del Estado Crítico (Roscoe et al., 1963), se asume que la arcilla nunca alcanza el estado de equilibrio estático	Puede explicar el comportamiento dependiente del tiempo así como el creep del suelo, la relajación de esfuerzos, el efecto de la velocidad de deformación y la consolidación secundaria	No logró explicar la aceleración del creep, nunca se verificó con condiciones reales de campo. Se formuló para arcillas en el lado húmedo de la Línea del estado crítico, no se formuló para la condición anisótropa.
Adachi & Oka (1982)	Teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966) y Teoría del Estado Crítico (Roscoe et al., 1963)	Puede explicar el comportamiento dependiente del tiempo así como el creep del suelo, la relajación de esfuerzos, el efecto de la velocidad de deformación y la consolidación secundaria	No pudo definir la aceleración del creep. Esta formulado para condiciones isótropas y su principal enfoque es para arcillas en el lado húmedo por debajo de la Línea del Estado Crítico
Adachi et al. (1987a.)	Teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966), Teoría del Estado Crítico (Roscoe et al., 1963) y hallazgos experimentales	Puede explicar la aceleración de creep y la ruptura no drenada de creep	No se formuló para incorporar el comportamiento anisótropo del suelo. No se verificó para condiciones de frontera difíciles como las que se encuentran realmente en campo. Se formuló para el lado húmedo por debajo de la Línea del Estado crítico.
Adachi et al. (1987b.)	Teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966), Teoría del Estado Crítico (Roscoe et al., 1963) y la ley de daño por creep de Aubrey (1985)	Puede explicar el comportamiento tiempo dependiente del suelo, así como el efecto de la velocidad de deformación y la ruptura del creep incluyendo la aceleración del creep	No se formuló para incorporar el comportamiento anisótropo del suelo. No se verificó para condiciones de frontera difíciles como las que se encuentran realmente en campo, ni para pruebas de laboratorio a largo plazo. Se formuló para el lado húmedo por debajo de la Línea del Estado crítico.
Sekiguchi (1977)	Teoría del Estado Crítico (Schofield y Wroth,1968) y el concepto de viscoplasticidad potencial	Puede explicar el efecto de la velocidad de deformación en la respuesta esfuerzo-deformación no drenada, las características de la relajación de esfuerzos, la aceleración de creep y la ruptura no drenada de creep	El tiempo incorporado explícitamente y predice deformación para condiciones de esfuerzo efectivo igual a cero. Se desarrolló para arcillas normalmente consolidadas. Su estructura teórica no es clara.
Sekiguchi (1984)	Teoría del Estado Crítico (Schofield y Wroth, 1968) y el concepto de viscoplasticidad potencial	Aceleración no drenada de creep y comportamiento de creep en la ruptura	Formulado para la condición normalmente consolidada y solo para la condición isótropa

#### Tabla A.2 Resumen de fortalezas y limitaciones de los "Creep Models", (Karim y Gnanendran, 2007)

Modelo	Bases teóricas /Hipótesis	Capacidades/ Fortalezas	Limitaciones
Borja & Kavazanjian (1985)	Concepto de compresión retardada de Bjerrum (1967), Cam Clay Modificado, ecuaciones de la deformación desviadora por creep de Singh y Mitchell (1968) y ecuaciones de la deformación volumétrica por creep Taylor (1948)	Para condiciones triaxiales o de esfuerzo plano, se logran buenas predicciones del comportamiento esfuerzo - deformación-tiempo de arcillas en el lado húmedo de la Línea del estado crítico	Sobrestima deformaciones por creep para valores de D cercanos a 1 y los subestima para valores de D cercanos a 0. Su formulación es isótropa y se limita a arcillas en el lado húmedo de la Línea del estado crítico. El modelo no se ha validado con resultados de pruebas de laboratorio a largo plazo
Hsieh et al. (1990)	Modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Bruland, 1968), Superficie de Falla cilíndrica de Von Misses y el concepto de compresión retardada de Bjerrum (1967)	Cuantifica la distorsión por cortante plástico que ocurre sin cambio de volumen por debajo de la superficie límite de estado. Alcanzó una mejor predicción de la deformación por cortante para niveles de esfuerzo bajos	El número de parámetros que emplea es alto y la complejidad del modelo es alta también. Su formulación es isótropa y se enfoca a arcillas en el lado húmedo de la Línea del estado crítico
Borja (1992)	Modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Bruland, 1968), ecuaciones de la deformación desviadora por creep de Singh y Mitchell (1968) y concepto de compresión retardada de Bjerrum (1967)	Puede explicar la relajación de esfuerzos y el creep de manera unificada	La respuesta de la presión de poro en condiciones no drenadas no está bien entendida ni verificada con resultados de pruebas de laboratorio a largo plazo.
Yin y Graham (1989)	Conceptos de compresión retardada y el concepto de tiempo equivalente de Bjerrum (1967)	Incorpora el concepto de tiempo equivalente	Formulado para condición unidimensional, subestima el efecto del tiempo y la velocidad de deformación en la resistencia no drenada
Yin y Graham (1999)	Concepto de compresión retardada de Bjerrum (1967) y la formulación de viscoplasticidad de Perzyna (1966)	Puede simular la aceleración por creep y el comportamiento del suelo en descarga, recarga y relajación	La función logarítmica empleada en la "Función de Escala" genera que el creep se convierta en infinito en un tiempo infinito
Yin y Graham (2002)	Concepto de compresión retardada de Bjerrum (1967) y la formulación de viscoplasticidad de Perzyna (1966)	Aplicable para suelos normalmente consolidados y suelos preconsolidados	Validado solo para condiciones triaxiales de frontera y no para condiciones de frontera complicadas que usualmente se encuentran en campo
Zhou et al. (2005)	Modelo de Viscoplasticidad de Perzyna (1963), Modelo Cam Clay Modificado(Roscoe y Burland, 1968) y la función de superficie de flujo no simétrica de Dafalias (1987)	Puede explicar la consolidación K₀ del suelo	La anisotropía estructural no forma parte de su formulación. No se ha probado para condiciones de frontera de campo ni en pruebas de creep de largo plazo
Kutter & Sathialingham (1992)	Modelo Cam Clay Modificado y el concepto de viscoplasticidad de Perzyna (1966)	Emplea solo siete parámetros para la descripción completa del comportamiento viscoplástico del suelo, su formulación es simple	Formulado solo para arcillas en el lado húmedo de la línea del estado crítico, cuando se aplica numéricamente en predicciones que implican valores altos de esfuerzos pierde precisión



Figura A.1 Piezometría estación EPZ-15

### ANEXO B

#### ANEXO B

#### DEFINICIONES EN EL ESPACIO GENERAL DE ESFUERZOS Y DERIVADAS MODIIGM

Para la implementación de un modelo constitutivo en la plataforma de cualquier programa de elemento finito, las ecuaciones que definen al modelo, tales como la de su superficie de fluencia, potencial plástico y leyes de endurecimiento, deben formularse en dentro del estado general de esfuerzos.

La generalización de las ecuaciones constitutivas del modelo de comportamiento desarrollado, puede efectuarse utilizando las siguientes definiciones.

El vector de esfuerzos:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{cases}$$
(B.1)

El esfuerzo medio efectivo:

$$p' = \frac{1}{3} \left( \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \right) \tag{B.2}$$

El esfuerzo cortante o desviador:

$$\boldsymbol{\sigma'}_{d} = \begin{cases} \sigma_{xx} - p' \\ \sigma_{yy} - p' \\ \sigma_{zz} - p' \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{cases}$$
(B.3)

El incremento de deformación volumétrica ( $\Delta \varepsilon_v^{vp}$ ):

$$\Delta \varepsilon_{v}^{vp} = \Delta \varepsilon_{xx} + \Delta \varepsilon_{yy} + \Delta \varepsilon_{zz} \tag{B.4}$$

El vector incremento de deformación:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \Delta \varepsilon_{xx} \\ \Delta \varepsilon_{yy} \\ \Delta \varepsilon_{zz} \\ 2\Delta \varepsilon_{xy} \\ 2\Delta \varepsilon_{yz} \\ 2\Delta \varepsilon_{yz} \\ 2\Delta \varepsilon_{zx} \end{cases}$$

El vector incremento de deformación desviadora,

$$\{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{d}^{vp}\} = \begin{cases} \frac{1}{3} \left( 2\Delta \varepsilon_{xx} + \Delta \varepsilon_{yy} + \Delta \varepsilon_{zz} \right) \\ \frac{1}{3} \left( 2\Delta \varepsilon_{yy} + \Delta \varepsilon_{xx} + \Delta \varepsilon_{zz} \right) \\ \frac{1}{3} \left( 2\Delta \varepsilon_{zz} + \Delta \varepsilon_{yy} + \Delta \varepsilon_{xx} \right) \\ \frac{1}{3} \left( 2\Delta \varepsilon_{zz} + \Delta \varepsilon_{yy} + \Delta \varepsilon_{xx} \right) \\ 2\Delta \varepsilon_{xy} \\ 2\Delta \varepsilon_{yz} \\ 2\Delta \varepsilon_{zx} \end{cases}$$
(B.4)

Valor escalar de las deformaciones desviadoras:

$$\Delta \varepsilon_{d}^{\nu p} = \sqrt{\frac{3}{2} \{\Delta \varepsilon_{d}^{\nu p}\}^{T} \{\Delta \varepsilon_{d}^{\nu p}\}}$$
(B.5)

El tensor de la anisotropía desviadora:

$$\boldsymbol{\alpha}_{d} = \begin{cases} \alpha_{xx} - 1\\ \alpha_{yy} - 1\\ \alpha_{zz} - 1\\ \alpha_{xy}\\ \alpha_{yz}\\ \alpha_{yz}\\ \alpha_{zx} \end{cases}$$
(B.6)

Donde sus componentes tienen la siguiente propiedad:

$$\frac{1}{3}\left(\alpha_{xx} + \alpha_{yy} + \alpha_{zz}\right) = 1 \tag{B.7}$$

Y finalmente, el valor escalar de la anisotropía, el cual definirá la inclinación de la superficie de fluencia se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\alpha^2 = \frac{3}{2} \left\{ \boldsymbol{\alpha}_d \right\}^T \left\{ \boldsymbol{\alpha}_d \right\}$$
(B.8)

(B.5)

A continuación, se presenta la lista de derivadas empleadas en la implementación del modelo MODIIGM:

$$f = (q - \alpha p')^2 - (M^2 - \alpha^2)(p'_m - p')p'$$
  

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = -(p'_m - p') * (M^2 - \alpha^2) + p'(M^2 - \alpha^2) - 2\alpha(q - p'\alpha)$$
(B.9)  

$$\frac{\partial f}{\partial q} = 2(q - p'\alpha)$$
(B.10)

$$G = \frac{3}{2} [\{ \boldsymbol{\sigma}'_{d} - \boldsymbol{\alpha}_{d} p' \}^{T} \{ \boldsymbol{\sigma}'_{d} - \boldsymbol{\alpha}_{d} p' \}] - (M^{2} - \alpha_{0}^{2}) (p'_{m} - p') p' = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_{xx}} = \left( 6 \,\alpha_{dx}^2 p'_m + 6 \alpha_{dy}^2 p'_m + 6 \alpha_{dz}^2 p'_m + 9 \alpha_{dxy}^2 p'_m + 9 \alpha_{dyz}^2 p'_m + 9 \alpha_{dzx}^2 p'_m - 6 M^2 p'_m + 36 \,\sigma_x \right) \\ + 12 \alpha_{dz} \sigma_x + 4 M^2 \sigma_x - 18 \sigma_y + 12 \alpha_{dz} \sigma_y + 4 M^2 \sigma_y - 6 \alpha_{dy} (\alpha_{dz} p'_m - 2 \sigma_x + \sigma_y - 2 \sigma_z) \\ - 18 \sigma_z - 6 \alpha_{dz} \sigma_z + 4 M^2 \sigma_z - 6 \alpha_{dx} \left( (\alpha_{dy} + \alpha_{dz}) p'_m + 4 \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \right) - 18 \alpha_{dxy} \sigma_{xy} \\ - 18 \alpha_{dyz} \sigma_{yz} - 18 \alpha_{dzx} \sigma_{zx} \right) / 18$$

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_{yy}} = \left( 6 \alpha_{dx}^{2} p'_{m} + 6 \alpha_{dy}^{2} p'_{m} + 6 \alpha_{dz}^{2} p'_{m} + 9 \alpha_{dxy}^{2} p'_{m} + 9 \alpha_{dyz}^{2} p'_{m} + 9 \alpha_{dzx}^{2} p'_{m} - 6 M^{2} p'_{m} \right)$$

$$+ 12 \alpha_{dz} \sigma_{x} + 4M^{2} \sigma_{x} + 12 \alpha_{dz} \sigma_{y} + 4M^{2} \sigma_{y} - 6 \alpha_{dz} \sigma_{z} + 4M^{2} \sigma_{z} - 18 (\sigma_{x} - 2\sigma_{y} + \sigma_{z}) \right)$$

$$- 6 \alpha_{dy} (\alpha_{dz} p'_{m} + \sigma_{x} + 4\sigma_{y} + \sigma_{z}) - 6 \alpha_{dx} ((\alpha_{dy} + \alpha_{dz}) p'_{m} + \sigma_{x} - 2(\sigma_{y} + \sigma_{z}))$$

$$- 18 \alpha_{dxy} \sigma_{xy} - 18 \alpha_{dyz} \sigma_{yz} - 18 \alpha_{dzx} \sigma_{zx}) / 18$$

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_{zz}} = \left( 6 \,\alpha_{dx}^{2} p'_{m} + 6 \alpha_{dy}^{2} p'_{m} + 6 \alpha_{dz}^{2} p'_{m} + 9 \alpha_{dxy}^{2} p'_{m} + 9 \alpha_{dyz}^{2} p'_{m} + 9 \alpha_{dzx}^{2} p'_{m} - 6 M^{2} p'_{m} - 6 M^{2} p'_{m} - 6 \alpha_{dz} \sigma_{x} + 4 M^{2} \sigma_{x} - 6 \alpha_{dz} \sigma_{y} + 4 M^{2} \sigma_{y} - 6 \alpha_{dy} (\alpha_{dz} p'_{m} - 2 \sigma_{x} + \sigma_{y} - 2 \sigma_{z}) - 18 (\sigma_{x} + \sigma_{y} - 2 \sigma_{z}) - 24 \alpha_{dz} \sigma_{z} + 4 M^{2} \sigma_{z} - 6 \alpha_{dx} \left( (\alpha_{dy} + \alpha_{dz}) p'_{m} + \sigma_{x} - 2 (\sigma_{y} + \sigma_{z}) \right) - 18 \alpha_{dxy} \sigma_{xy} - 18 \alpha_{dyz} \sigma_{yz} - 18 \alpha_{dzx} \sigma_{zx} \right) / 18$$

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_{xy}} = -\left(\alpha_{dxy}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\right) + 3\sigma_{xy}$$
$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_{yz}} = -\left(\alpha_{dyz}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\right) + 3\sigma_{yz}$$
$$\frac{\partial G}{\partial \sigma'_{zx}} = -\left(\alpha_{dzx}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\right) + 3\sigma_{zx}$$

$$\frac{\partial G}{\partial p'} = M^2 (2p - p'_m) + \alpha_{dx}^2 p'_m + \alpha_{dy}^2 p'_m + \alpha_{dz}^2 p'_m + \frac{(3\alpha_{dxy}^2 p'_m)}{2} + \frac{(3\alpha_{dyz}^2 p'_m)}{2} + \frac{(3\alpha_{dzz}^2 p'_m)}{2} + \alpha_{dz} \sigma_x + \alpha_{dz} \sigma_y - 2\alpha_{dz} \sigma_z + \alpha_{dy} (-(\alpha_{dz} p'_m) + \sigma_x - 2\sigma_y + \sigma_z) + \alpha_{dx} (-((\alpha_{dy} + \alpha_{dz})p'_m) - 2\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) - 3\alpha_{dxy} \sigma_{xy} - 3\alpha_{dyz} \sigma_{yz} - 3\alpha_{dzx} \sigma_{zx}$$

## <u>ANEXO C</u>

#### ANEXO C SUBRUTINAS DEL MODELO MODIIGM

Archivo principal .for

\* MODIIGM (Modelo IINGEN Gonzalez-Manica) \* Constitutive model implemented as part of a PhD thesis "Modelling the time dependent and anisotropic behaviour of the soft soil" \* Mexico City Clay \* By: Renata Alejandra Gonzalez Rodriguez \* \* Supervisors: Efrain Ovando & Miguel Manica \* \* Universidad Nacional Autónoma de México \* Subroutine MyModel1 MM ( IDTask, iMod, IsUndr, iStep, iTer, iEl, Int, X, Y, Z, Time0, dTime, Props, Sig0, Swp0, StVar0, dEps, D, BulkW, Sig, Swp, StVar, ipl, nStat, NonSym, iStrsDep, iTimeDep, iTang, iPrjDir, iPrjLen, iAbort ) Depending on IDTask, 1 : Initialize state variables ļ 2 : calculate stresses, T ! 3 : calculate material stiffness matrix ! 4 : return number of state variables 5 : inquire matrix properties I 6 : calculate elastic material stiffness matrix Т return switch for non-symmetric D-matrix L ! stress/time dependent matrix ! Arguments: I/O Type L ! IDTask ΙI : see above Т iMod Ι I : model number (1...10): =1 for undrained, 0 otherwise 1 IsUndr Ι I iStep Ι Ι : Global step number 1 I : Global iteration number iter Ι ! Ι : Global element number ! iel Ι I : Global integration point number Int Ι ļ ! Х I R : X-Position of integration point I R : Y-Position of integration point ! Υ I R : Z-Position of integration point ! Z I R : Time at start of step ļ Time0 dTime I R : Time increment ! Props R() : List with model parameters ! Ι R() : Stresses at start of step Sig0 Ι ! : Excess pore pressure start of step ! Swp0 Ι R R() : State variable at start of step ! StVar0 Ι ! dEps Ι R() : Strain increment ! D I/O R(,) : Material stiffness matrix I/O R : Bulkmodulus for water (undrained only) ! BulkW ! Sig 0 R() : Resulting stresses 1 Swp 0 R : Resulting excess pore pressure

```
! StVar O R() : Resulting values state variables
        0 I : Plasticity indicator
! ipl
! nStat O I
                : Number of state variables
! NonSym 0 I : Non-Symmetric D-matrix ?
! iStrsDep 0 I : =1 for stress dependent D-matrix
! iTimeDep 0 I : =1 for time dependent D-matrix
! iAbort 0 I : =1 to force stopping of calculation
     Implicit Double Precision (A-H, O-Z)
! Arguments
     Dimension Props(*), iPrjDir(*), Sig0(6), StVar0(11), dEps(6)
     Dimension Sig(6), StVar(11)
     Dimension D(6,6)
! Local variables
     Dimension Sig0_SM(6), dEps_sub(6), Sig0_sub(6), Sig_sub(6)
     Dimension StVar0_sub(11), StVar_sub(11), StVarNew(11)
     Dimension dSig 1(6), dStVar 1(11), dSig 2(6), s0(6)
     Dimension Sig2 sub(6), StVar2 sub(11), SigNew(6)
     Dimension dStVar_2(11), E(6),StVar0_it(11), ALFAD(6)
     Double Precision E_norm, q0, pm, p0, xM, pm0, POP, OCR, T_pm
     Double Precision epsep_vm0, dad
|-----|
! IDTask = 0 (Check consistency of parameters)
                                                          !
1-----1
! missing right now
1------
1------
! IDTask = 1 (Initialise state variables)
                                                          !
1-----1
    If (IDTask .Eq. 1) Then
      zero = 1.0e-10
      if ((StVar0(10) .lt. zero) .or. (StVar0(10) .gt. -zero)) then
        ! determine the initial alpha value (towards alpha K0)
           OCR = Props(15)
           POP = Props(16)
        alpha_0 = Props(12)
            xM = Props(10)
         xKappa = Props(1)
          eini = Props(3)
           evol = eini + 1.0
         ! checking input variables
          if (POP.lt.0.) then ! POP has to be positive (Compression positive in
DLL)
              Stop
          end if
          if (OCR.lt.0.) then ! negative OCR values are not possible
```

```
Stop
       end if
          pm0 = Props (7)
      !Tensor inicial de alpha
          alpha_0 = Props(12)
          alphad(1) = -(alpha_0/3.)
                                       ! alpha dx
          alphad(2) = (2.*alpha_0/3.) ! alpha_dy
         alphad(3) = -(alpha_0/3.)
                                    ! alpha_dz
         alphad(4) = 0.
                                      ! alpha_dxy
         alphad(5) = 0.
                                       ! alpha dyz
         alphad(6) = 0.
                                       ! alpha dzx
            ! Mean stress
            p0 = (-Sig0(1) - Sig0(2) - Sig0(3))/3.
            ! Deviatoric stres tensor
            s0 = -Sig0
            Do i=1,3
            s0(i) = s0(i) - p0
            End do
           ! Deviatoric stress invariant q0
            q0 = 0.0
            Do i=1,3
             q0 = q0 + s0(i)^{**2}
             End do
            Do i=4,6
             q0 = q0 + 2. * s0(i)**2
            End do
             q0 = sqrt(3.*q0/2.)
           Do i=1,6
               B(i) = s0(i)-alphad(i)*p0
            End do
     pm = ((3.*(DInProd(B,B,6)))/
*
        ((2.*p0)*(xM**2-((3./2.)*DInProd(alphad,alphad,6)))))+p0
     ! Initial yield size and volumetric elasto plastic strain calculation
     ! Initial yield size calculation with POP
     if (POP.gt.0.0) then
          pm0 = pm+POP
     end if
     ! Initial yield size calculation with OCR
     if (OCR.gt.0.0) then
          pm0 = pm*OCR
     end if
```

```
!Volumetric elasto plastic initial strain calculation with OCR
              epsep_vm0 = Props (6)
              if (epsep vm0 .eq. 0.0) then
                        epsep_vm0 = (xKappa/evol)* log(pm0/pm)
              end if
! Pre-set state variables
            !Deviatoric fabric tensor and volumetric change
              StVar0(1) = -(alpha_0/3.)+1.
                                                    ! alpha_dx

      StVar0(2)
      = (alpha_0/3.)+1.
      ! alpha_dy

      StVar0(3)
      = -(alpha_0/3.)+1.
      ! alpha_dz

      StVar0(4)
      = 0.
      ! alpha_dxy

      StVar0(5)
      = 0.
      ! alpha_dyz

                                                    ! alpha dxy
                                                    ! alpha dyz
              StVar0(6) = 0.
                                                    ! alpha dzx
              StVar0(7)= alpha_0! current alphaStVar0(8)= 0.0! volumetric strain (0.0 at star calculation)StVar0(9)= q0! deviatoric stress invariantStVar0(10)= pm0! Initial yield curve size
              StVar0(11) = epsep vm0 ! Initial volumetric elastoplastic strain
       end if
      End If ! IDTask = 1
1-----1
1-----1
! IDTask = 2 (Calculate constitutive stresses Sig and Swp) !
1-----1
      If (IDTask .Eq. 2) Then
! Calculate new pore pressure
        If (IsUndr.Eq.1) Then
          dEpsV = dEps(1) + dEps(2) + dEps(3)
          dSwp = BulkW * dEpsV
          Swp = Swp0 + dSwp
        Else
          Swp = Swp0
        End If
! Soil mechanics sign convention
        Sig0 = -Sig0
        dEps = -dEps
!Control Parameters
        TOL = Props(17)
        dTmin = Props(18)
        zero = 1.e-10
! Stress integration algorithm with automatic time step control
       !Initialise variables
```

```
T = 0.
```

```
dT = 1.
         Do i=1,11
           StVar0_sub(i) = StVar0(i)
         End Do
! Start iterations
100
        Do While (T.Lt.1.0)
          If (dT.Lt.dTmin) then
                stop
          End if
         Do i=1,6
             Sig0_sub(i) = Sig0(i)
             dEps_sub(i) = dEps(i)*dT
         End Do
          Do i=1,11
           StVar0_it(i) = StVar0_sub(i)
         End Do
        dTime sub = dTime*dT
        !Calculate Sig_1
            Call SPA(Props, dEps_sub, Sig0_sub, Sig_sub, StVar0_it,
                   StVar sub, dTime sub)
     .
!Local error calculation
          !Delta Sig_1 calculation
               dSig_1(1)= Sig_sub(1) - Sig0_sub(1)
               dSig_1(2)= Sig_sub(2) - Sig0_sub(2)
               dSig_1(3) = Sig_sub(3) - Sig0_sub(3)
               dSig_1(4) = Sig_sub(4) - Sig0_sub(4)
               dSig_1(5) = Sig_sub(5) - Sig0_sub(5)
               dSig_1(6) = Sig_sub(6) - Sig0_sub(6)
        !Delta StVar_1 calculation
          dStVar_1(1) = StVar_sub(1) - StVar0_it(1)
          dStVar_1(2)= StVar_sub(2)- StVar0_it(2)
          dStVar_1(3)= StVar_sub(3)- StVar0_it(3)
          dStVar_1(4)= StVar_sub(4)- StVar0_it(4)
          dStVar_1(5)= StVar_sub(5)- StVar0_it(5)
          dStVar 1(6) = StVar sub(6) - StVar0 it(6)
          dStVar_1(7) = StVar_sub(7) - StVar0_it(7)
          dStVar_1(8)= StVar_sub(8)- StVar0_it(8)
          dStVar_1(9)= StVar_sub(9)- StVar0_it(9)
          dStVar_1(10)= StVar_sub(10)- StVar0_it(10)
          dStVar_1(11) = StVar_sub(11) - StVar0_it(11)
```

!Calculate Sig\_2

_
•

Call SPA(Props, dEps\_sub, Sig\_sub, Sig2\_sub, StVar\_sub, StVar2\_sub, dTime\_sub)

!Delta Sig\_2 calculation

dSig\_2(1) = Sig2\_sub(1) - Sig\_sub(1) dSig\_2(2) = Sig2\_sub(2) - Sig\_sub(2) dSig\_2(3) = Sig2\_sub(3) - Sig\_sub(3)  $dSig_2(4) = Sig2_sub(4) - Sig_sub(4)$  $dSig_2(5) = Sig2_sub(5) - Sig_sub(5)$ dSig 2(6) = Sig2 sub(6) - Sig sub(6)!Delta StVar\_2 calculation dStVar\_2(1)= StVar2\_sub(1)- StVar\_sub(1) dStVar\_2(2) = StVar2\_sub(2) - StVar\_sub(2) dStVar\_2(3) = StVar2\_sub(3) - StVar\_sub(3) dStVar\_2(4) = StVar2\_sub(4) - StVar\_sub(4) dStVar\_2(5) = StVar2\_sub(5) - StVar\_sub(5) dStVar 2(6) = StVar2 sub(6) - StVar sub(6)dStVar 2(7) = StVar2 sub(7) - StVar sub(7)dStVar\_2(8) = StVar2\_sub(8) - StVar\_sub(8) dStVar 2(9)= StVar2 sub(9)- StVar sub(9) dStVar 2(10) = StVar2 sub(10) - StVar sub(10)dStVar\_2(11) = StVar2\_sub(11) - StVar\_sub(11) Do i=1,6  $E(i) = (1./2.)*(-dSig_1(i) + dSig_2(i))$ End Do  $E \text{ norm} = \text{sqrt}(E(1)^{**}2 + E(2)^{**}2 + E(3)^{**}2)$ +E(4)\*\*2+E(5)\*\*2+E(6)\*\*2)

!New stress state calculation

\*

```
SigNew(1)= Sig0_sub(1) + ((1./2.)*(dSig_1(1)+dSig_2(1)))
SigNew(2)= Sig0_sub(2) + ((1./2.)*(dSig_1(2)+dSig_2(2)))
SigNew(3)= Sig0_sub(3) + ((1./2.)*(dSig_1(3)+dSig_2(3)))
SigNew(4)= Sig0_sub(4) + ((1./2.)*(dSig_1(4)+dSig_2(4)))
SigNew(5)= Sig0_sub(5) + ((1./2.)*(dSig_1(5)+dSig_2(5)))
SigNew(6)= Sig0_sub(6) + ((1./2.)*(dSig_1(6)+dSig_2(6)))
SigNew(6)= Sig0_sub(6) + ((1./2.)*(dSig_1(6)+dSig_2(6)))
SigNew(6)= sig0_sub(6) + ((1./2.)*(dSig_1(6)+dSig_2(6)))
SigNew(4)**2+SigNew(2)**2+SigNew(3)**2
+SigNew(4)**2+SigNew(5)**2+SigNew(6)**2)
!New state variable calculation
StVarNew(1)= StVar0_sub(1)
+ ((1./2.)*(dStVar_1(1)+dStVar_2(1)))
StVarNew(2)= StVar0_sub(2)
+ ((1./2.)*(dStVar_1(2)+dStVar_2(2)))
StVarNew(3)= StVar0_sub(3)
```

```
+ ((1./2.)*(dStVar_1(3)+dStVar_2(3)))
StVarNew(4)= StVar0_sub(4)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(4)+dStVar_2(4)))
StVarNew(5)= StVar0_sub(5)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(5)+dStVar_2(5)))
StVarNew(6)= StVar0_sub(6)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(6)+dStVar_2(6)))
StVarNew(7)= StVar0_sub(7)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(7)+dStVar_2(7)))
StVarNew(8)= StVar0_sub(8)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(8)+dStVar_2(8)))
StVarNew(9)= StVar0_sub(9)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(9)+dStVar_2(9)))
StVarNew(10) = StVar0 sub(10)
              + ((1./2.)*(dStVar 1(10)+dStVar 2(10)))
StVarNew(11) = StVar0_sub(11)
              + ((1./2.)*(dStVar_1(11)+dStVar_2(11)))
```

!Checking tolerance criterion

```
R = Abs((E norm)/(SigNewNorm))
        R = max(R, Epsilon(R))
         !If the step size fails
        If (R.Gt.TOL) Then ! recalculate the stepsize
             rq = max(((0.8)*sqrt(TOL/R)), 0.1)
            dT = rq * dT
           Goto 100
        End if
!If the step size succeeds
                 T = T + dT
        Do i=1,6
                Sig0(i) = SigNew(i)
        End Do
        Do i=1,11
                 StVar0_sub(i) = StVarNew(i)
        End Do
           rq = min(((0.8)*sqrt(TOL/R)),2.)
           dT = rq * dT
          dT = min(dT, 1.0-T)
       End Do ! End iterations-automatic time step control
       ! Update variables and change sign convention
       Sig = -SigNew
```

```
StVar = StVarNew
101
    Continue
   End If ! IDTask = 2
1-----1
|-----|
! IDTask = 3 (Create effective material stiffness matrix D)
                                     !
! IDTask = 6 (Create elastic material stiffness matrix De)
                                      1
1-----!
   If ( IDTask .Eq. 3 .Or.
  *
     IDTask .Eq. 6 ) Then
! Calculate stiffness matrix D
    Sig0_SM = -Sig0
    Call Stiff_mat(Props, D, Sig0_SM)
   End If ! IDTask = 3 or 6
|-----|
1-----1
! IDTask = 4 (Return number of state parameters)
                                      1
1-----1
   If (IDTask .Eq. 4) Then
    nStat = 11
   End If ! IDTask = 4
1------
|-----|
! IDTask = 5 (Return matrix attributes)
                                      Т
If (IDTask .Eq. 5) Then
! Matrix attributes
    NonSym = 0 ! 1 for non-symmetric D-matrix
    iStrsDep = 1 ! 1 for stress dependent D-matrix
    iTang = 0 ! 1 for tangent D-matrix
    iTimeDep = 0 ! 1 for time dependent D-matrix
   End If ! IDTask = 5
!-----!
   Return
   End ! MyModel1_MM
|-----|
! Subroutine Stiff mat
                                      1
! Computation of the stiffness matrix with transverse isotropy
                                     !
1-----1
   Subroutine Stiff_mat(Props, D, Sig)
```

```
Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
! Arguments
     Dimension Props(*), Sig(3)
     Dimension D(6,6)
! Parameters
     xKappa = Props(1)
     xNu = Props(2)
     eini = Props(3)
     patm = Props(4)
     pmin = patm/100.
! Stress dependency
     p = (Sig(1)+Sig(2)+Sig(3))/3.
     If (p .Le. pmin) p = pmin
     xK = (1.+eini)*p/xKappa
     E = 3*xK*(1-2*xNu)
! Calculate stiffness matrix
     D = 0.
     D(1,1) = E^{*}(1.-xNu)/(1.-xNu-2.*xNu^{*2})
     D(1,2) = E*xNu/(1.-xNu-2.*xNu**2)
     D(1,3) = D(1,2)
     D(2,1) = D(1,2)
     D(2,2) = D(1,1)
     D(2,3) = D(1,2)
     D(3,1) = D(1,2)
     D(3,2) = D(1,2)
     D(3,3) = D(1,1)
     D(4,4) = E/2./(1.+xNu)
     D(5,5) = D(4,4)
     D(6,6) = D(4,4)
     Return
     Fnd
1------
1-----1
! Subroutine SPA
                                                                 - I
! Stress integration algorithm
                                                                 !
1-----1
     Subroutine SPA(Props, dEps, Sig0, Sig, StVar0, StVar, dTime)
     Implicit Double Precision (A-H,O-Z)
! Arguments
     Dimension Props(*), dEps(6), Sig0(6), Sig(6), StVar0(11), StVar(11)
! Local variables
     Dimension dSig(6), s(6), dpdsig(6), dqdsig(6), dqds(6), dGdsig(6)
     Dimension dEps_p(6), dEps_e(6)
     Dimension D(6,6), dsdsig(6,6)
     Dimension alpha(6)! current alphaDimension alpha_d(6)! deviatoric fabric tensorDimension dad(6)! change of alpha_dDimension dEpsDev(6)! plastic deviatoric strain increment vector
     Dimension A(6), alpha dad(6)
```
Double Precision :: dEpsVol ! plastic volumetric strain increment Double Precision :: pm, pm0, dad,T\_pm, alpha\_DAD

```
! Parameters
```

```
= Props(1)
      хКарра
      xNu
               = Props(2)
      eini
               = Props(3)
      patm
              = Props(4)
      xlambda = Props(5)
      epsep_vm0 = StVar0(11)
              = StVar0(10)
      pm0
               = Props(8)
      psi
      t0
               = Props(9)
      хМ
               = Props(10)
      evol
               = eini + 1.0
      pmin
               = patm/100.
      eps vm = StVar0(8)
              = 1.0e-15
      zero
      alpha 0 = Props(12)
      mu
               = Props(13)
               = Props(14)
      beta
              = StVar0(1:6)
      alpha
      alpha scalar = StVar0(7)
! Stress invariants
      ! Mean stress
        p = (Sig0(1)+Sig0(2)+Sig0(3))/3.
        ! Deviatoric stres tensor
        s = Sig0
        Do i=1,3
          s(i) = s(i) - p
        End do
        ! Deviatoric stress invariant q
        q = 0.0
                   ! Initial q value
        Do i=1,3
          q = q + s(i)^{**2}
        End do
        Do i=4,6
          q = q + 2. * s(i)**2
        End do
        q = sqrt(3.*q/2.)
        ! calculate deviatoric fabric tensor
        alpha_d(1) = alpha(1) - 1.
        alpha_d(2) = alpha(2) - 1.

alpha_d(3) = alpha(3) - 1.

alpha_d(4) = alpha(4)
        alpha_d(5) = alpha(5)
        alpha_d(6) = alpha(6)
        alpha_scalar = StVar0(7)
```

```
! Pseudo state variable
!pm tensor
        Do i=1,6
             A(i) = s(i)-alpha_d(i)*p
       End do
         pm = ((3.*(DInProd(A,A,6)))/
    *
               ((2.*p)*(xM**2-((3./2.)*DInProd(alpha_d,alpha_d,6)))))+p
! Flow rule
!Calculate dGdSig
     S1= Sig0(1)
      S2 = Sig0(2)
     S3= Sig0(3)
     S4= Sig0(4)
     S5 = Sig0(5)
     S6 = Sig0(6)
      ad1=alpha d(1)
      ad2=alpha d(2)
      ad3=alpha d(3)
     ad4=alpha_d(4)
      ad5=alpha d(5)
      ad6=alpha d(6)
!Calculate dFdSig
     dFdSig1 = (6.*ad1**2*pm + 6.*ad2**2*pm + 6.*ad3**2*pm
         + 9.*ad4**2*pm + 9.*ad5**2*pm + 9.*ad6**2*pm - 6.*xM**2*pm
         + 36.*S1 + 12.*ad3*S1 + 4.*xM**2*S1 - 18.*S2 + 12.*ad3*S2
         + 4.*xM**2*S2 - 6.*ad2*(ad3*pm - 2.*S1 + S2 - 2.*S3)
         - 18.*S3 - 6.*ad3*S3 + 4.*xM**2*S3
         - 6.*ad1*((ad2 + ad3)*pm + 4.*S1 + S2 + S3)
         - 18.*ad4*S4 - 18.*ad5*S5 - 18.*ad6*S6)/18.
     dFdSig2 = (6.*ad1**2*pm + 6.*ad2**2*pm + 6.*ad3**2*pm
         + 9.*ad4**2*pm + 9.*ad5**2*pm + 9.*ad6**2*pm
         - 6.*xM**2*pm + 12.*ad3*S1
         + 4.*xM**2*S1 + 12.*ad3*S2 + 4.*xM**2*S2 - 6.*ad3*S3
         + 4.*xM**2*S3 - 18.*(S1 - 2.*S2 + S3)
         - 6.*ad2*(ad3*pm + S1 + 4.*S2 + S3)
         - 6.*ad1*((ad2 + ad3)*pm + S1 - 2.*(S2 + S3)) - 18.*ad4*S4
         - 18.*ad5*S5 - 18.*ad6*S6)/18.
     dFdSig3 = (6.*ad1**2*pm + 6.*ad2**2*pm + 6.*ad3**2*pm
         + 9.*ad4**2*pm + 9.*ad5**2*pm + 9.*ad6**2*pm
         - 6.*xM**2*pm - 6.*ad3*S1
         + 4.*xM**2*S1 - 6.*ad3*S2 + 4.*xM**2*S2
         - 6.*ad2*(ad3*pm - 2.*S1 + S2 - 2.*S3)
         - 18.*(S1 + S2 - 2.*S3) - 24.*ad3*S3 + 4.*xM**2*S3
         - 6.*ad1*((ad2 + ad3)*pm + S1 - 2.*(S2 + S3))
```

```
-
       - 18.*ad4*S4 - 18.*ad5*S5 - 18.*ad6*S6)/18.
       dFdSig4 = -(ad4*(S1 + S2 + S3)) + 3.*S4
       dFdSig5 = -(ad5*(S1 + S2 + S3)) + 3.*S5
       dFdSig6 = -(ad6*(S1 + S2 + S3)) + 3.*S6
         dGdSig1 = dFdSig1
         dGdSig2 = dFdSig2
         dGdSig3 = dFdSig3
         dGdSig4 = dFdSig4
         dGdSig5 = dFdSig5
         dGdSig6 = dFdSig6
         dGdsig(1) = dGdSig1
         dGdsig(2) = dGdSig2
         dGdsig(3) = dGdSig3
         dGdsig(4) = dGdSig4
         dGdsig(5) = dGdSig5
         dGdsig(6) = dGdSig6
      !Calculate dGdp
      dGdp = xM**2*(2.*p - pm) + ad1**2*pm + ad2**2*pm + ad3**2*pm
         + (3.*ad4**2*pm)/2. + (3.*ad5**2*pm)/2. + (3.*ad6**2*pm)/2.
         + ad3*S1 + ad3*S2 - 2.*ad3*S3 + ad2*(-(ad3*pm) + S1 - 2.*S2
         + S3) + ad1*(-((ad2 + ad3)*pm) - 2.*S1 + S2 + S3)
         - 3.*ad4*S4 - 3.*ad5*S5 - 3.*ad6*S6
! Scaling function
       aux1 = psi/evol/t0
       aux2 = exp(-(eps_vm-epsep_vm0)*(evol/psi))
       aux3 = (pm/pm0)**(xlambda/psi)
       if (isnan(aux3)) aux3=0.0
```

```
scal = aux1*aux2*aux3*aux4

If ((p .gt. -zero) .and. (p .lt. zero)) Then
 ! If zero mean stress
 scal = 0.
 End if

! Plastic and elastic strains
Do i=1,6
    dEps_p(i) = scal * dGdsig(i) * dTime
 end do
    do i=4,6
    dEps_p(i) = dEps_p(i)*2.0
 end do
    do i=1,6
    dEps_e(i) = dEps(i) - dEps_p(i)
 End do
```

aux4 = 1./dGdp

```
! Calculate volumetric plastic strains
        dEpsVol
                    = dEps_p(1) + dEps_p(2) + dEps_p(3)
        dEpsVolMac = dEpsVol
         if (dEpsVolMac.lt.0.) dEpsVolMac = 0. !Macauley brackets
! Calculate Deviatoric plastic strains
        dEpsDev(1) = (2.*dEps_p(1) - dEps_p(2) - dEps_p(3))/3.
        dEpsDev(2) = (2.*dEps_p(2) - dEps_p(1) - dEps_p(3))/3.
        dEpsDev(3) = (2.*dEps_p(3) - dEps_p(2) - dEps_p(1))/3.
        dEpsDev(4) = dEps_p(4)
        dEpsDev(5) = dEps p(5)
        dEpsDev(6) = dEps p(6)
        dEpsDevScalar = Sqrt(2./3.*(DInProd(dEpsDev,dEpsDev,6)))
! New stresses
       Call Stiff_mat(Props, D, Sig0)
       dSig = Matmul(D,dEps e)
       !dSig = Matmul(D,dEps) ! Turns the model to an elastic one
       Do i=1,6
         Sig(i) = Sig0(i) + dSig(i)
       End do
! Rotational Hardening rule
      Do i=1,6
     dad(i) = mu*((((3.*s(i))/(4.*p)-alpha_d(i))*dEpsVolMac)
                                  +(beta*(s(i)/(3.*p)-alpha_d(i))*dEpsDevScalar))
      End do
! Calculate current value of alpha scalar
      Do i=1,6
      alpha dad(i)= (alpha d(i)+dad(i))
      End do
      B = 0.0
                   ! se inicializa el valor de B
       Do i=1,3
         B = B + alpha dad(i)**2
       End do
       Do i=4,6
         B = B + 2. * alpha dad(i)**2
       End do
               B = sqrt(3.*B/2.)
       ! Update state variables
                    StVar(1)
                                  = (alpha d(1)+dad(1)) + 1.
                    StVar(2)
                                  = (alpha_d(2)+dad(2)) + 1.
                    StVar(3)
                                  = (alpha d(3)+dad(3)) + 1.
                    StVar(4)
                                  = (alpha_d(4)+dad(4))
                    StVar(5)
                                  = (alpha d(5)+dad(5))
                    StVar(6)
                                  = (alpha d(6)+dad(6))
                    StVar(7)
                                  = B
```

		StVar(8) !StVar(9) StVar(10)	<pre>= StVar0(8) + dEps(1) + dEps(2) + dEps(3) = q   ! = StVar0(10)</pre>
		StVar(11)	= StVar0(11)
!	Return End		!
•			•