



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**Los marcadores astronómicos del sitio de petroglifos
“Presa de la Luz”, en el municipio de Jesús María,
Jalisco, México.**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO**

P R E S E N T A :

BRIAN LEÓN GARCILAZO



**DIRECTOR DE TESIS:
DR. JESÚS GALINDO TREJO**

Ciudad Universitaria, CD. MX., 2021.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

No permitas que una nube oculte el Sol que llevas dentro.

A mis profesores, a mi escuela la UNAM,

A mis padres Ofelia y Felipe,

A mi hermano Felipe,

Y muy especialmente, a mi esposa Silvia

porque existe un mañana.

Agradecimientos

Este escrito final es el resultado del apoyo, tiempo, esfuerzo, motivación y voluntad de varias personas. En primera instancia quisiera agradecer el apoyo que me ha brindado mi familia y mi esposa en cada parte del proceso de elaboración y conclusión de este trabajo. Por otra parte, también quiero agradecer a mi primo, Edmundo Vargas Ochoa, por habernos hecho el favor de llevarnos hasta el sitio de la “Presa de la Luz” y ayudarnos a realizar el trabajo de campo.

Asimismo, esta pequeña investigación se ha podido realizar debido a la invaluable ayuda de varios vecinos de la comunidad de San José de Pilas, en Jesús María, Jalisco. En primer lugar, me gustaría reconocer como único y verdadero descubridor, de los petroglifos de la Presa de la Luz, a Don Guadalupe Aguirre de 90 años. Ya que sin su trabajo en el campo, jamás se hubieran descubierto los marcadores del Planchón Principal. Por otra parte, gracias a la amabilidad, confianza y amistad que nos brindaron la familia de Don “Lupe” y su sobrino, Jesús Meza, nos fue posible visitar el Planchón Principal y sus alrededores. Gracias por abrirnos la puerta de su casa y permitirnos conocer el enorme patrimonio arqueológico y cultural que custodian y cuidan con mucho orgullo.

Finalmente, quisiera agradecer a mi director de Tesis, el Dr. Jesús Galindo Trejo, por haberme aceptado como su alumno y haberme dedicado su atención y amistad en este proceso de mi formación académica. También me gustaría agradecer a mis profesores de laboratorio de Mecánica y Óptica, el Dr. Radamés Reynoso Manríquez y al M. I. Raúl Caudillo Viurquez, por haberme dado sus impresiones, aliento y buenas observaciones, que sin duda le han dado otra cara al trabajo final. En especial, me siento en deuda con el Dr. Adolfo Cordero Borboa por brindarme su amistad, consejos, y ayuda para unificar todas las observaciones que me hicieron favor de hacer mis sinodales. También me gustaría agradecer al Dr. Gerardo Vázquez Fonseca por haberme dedicado un momento para escuchar el planteamiento del anteproyecto de investigación y haberme ayudado con mis dudas y los trámites de titulación en plena pandemia.

Reconocimiento

De manera fortuita, cuando llegamos a San José de Pilas, conocimos a la familia de Don Guadalupe Aguirre y a su sobrino Jorge Meza. Se encontraban sentados a fuera de su casa cuando nos acercamos y les preguntamos sobre los petroglifos de la presa. Inmediatamente, Don Lupe de 90 años comenzó a platicarnos su historia. Aproximadamente a los 60 años (alrededor de 1990) descubrió las primeras espirales cuando se encontraba labrando la tierra. Al llamarle la atención estos “dibujitos”, le habló a su patrón y juntos desenterraron por completo el actual Planchón Principal. Al preguntarle sobre cómo era la presa anteriormente, Don Lupe rememora que era una amplia barranca por donde pasaba un río. Recuerda que los ingenieros comenzaron a construir la presa a finales de la década de 1940. Como la construcción se llevó a cabo por etapas, la obra hidráulica se terminó a principios de la década de 1960 aproximadamente. Después de escuchar su valioso testimonio, Don Lupe nos concedió una foto con todos nosotros. Aquí una pequeña muestra del respeto y agradecimiento que le tenemos a Don Lupe por regalarnos parte de su experiencia, ayuda, tiempo, guía y amistad.



Figura 1. Don Guadalupe Aguirre, descubridor de los petroglifos del Planchón Principal. A quien agradecemos su tiempo y paciencia para guiarnos hasta el sitio.

Índice de Contenidos

Primera Parte

Introducción General

1.1 Objetivo.....	6
1.2 Estado actual del conocimiento de los marcadores teotihuacanos.....	7
1.3 Importancia de la ampliación del conocimiento sobre los marcadores.....	8
1.4 Problemática a resolver y preguntas de investigación.....	8
1.5 Estrategia de resolución del problema.....	9
1.6 Descripción de la estructura de la tesis.....	10

Segunda Parte

Elementos de la Física y la Astronomía

2.1 Conceptos de la Astronomía de Posición.....	12
2.2 Coordenadas horizontales y ecuatoriales absolutas.....	15
2.3 Ecuación que relaciona la declinación con el azimut y la altura.....	17
2.4 La refracción.....	23
2.5 La refracción atmosférica.....	25
2.6 Resumen de las ecuaciones que emplearemos.....	27

Tercera Parte

El Saber Astronómico y Calendárico Mesoamericano

3.1 Los cuatro rumbos del cosmos mesoamericano.....	28
3.2 La escritura glífica y numérica punto-barra.....	30
3.3 El conocimiento astronómico del México prehispánico.....	30
3.4 Las cuentas calendáricas en Mesoamérica: El <i>Tonalpohualli</i> y el <i>Xiuhpohualli</i>	37
3.5 Las familias de orientaciones calendárico-astronómicas.....	40

Las Cruces Punteadas en Mesoamérica

3.6 Los marcadores teotihuacanos.....	48
3.7 Distribución de los marcadores teotihuacanos a lo largo del país.....	51
3.8 Propuestas del uso de los marcadores planteadas hasta ahora.....	54

Contexto Arqueológico y Descripción de los Marcadores

3.9 Teotihuacán y su presencia en el Occidente de México.....	63
3.10 Contexto arqueológico que rodea a los marcadores PL 3 y PL 4.....	65
3.11 El sitio de la “Presa de la Luz”	68
3.12 Los marcadores teotihuacanos PL 3 y PL 4.....	71
3.13 La Espiral 1.....	76

Cuarta Parte

Trabajo Experimental: Medición de la Orientación de los Marcadores

4.1 Procedimiento de medición.....	77
4.2 Medición <i>in situ</i> de la orientación de los marcadores.....	81

Quinta Parte

Resultados y Cálculo de la Declinación

5.1 Cálculo de la declinación de los brazos de los marcadores PL 3 y 4.....	91
5.2 Cálculo de la declinación de la Espiral 1.....	121
5.3 Resumen de las mediciones obtenidas.....	131

Sexta Parte

Análisis, Discusión y Conclusiones

6.1 Análisis calendárico de las fechas de alineación.....	133
6.2 Análisis astronómico de los Brazos Norte y Sur.....	138
6.3 Resumen del análisis calendárico y astronómico de los marcadores.....	142
6.4 Reconstrucción de los puntos faltantes de los marcadores.....	144
6.5 Discusión de los resultados.....	148
6.6 Conclusiones.....	153

Apéndice A

Alineación del Sol con un punto en el horizonte.....	162
Referencias.....	168
Bibliografía Adicional.....	173

Introducción General

1.1 Objetivo

La Física es una Ciencia que a lo largo del tiempo ha ido ampliando sus intereses y sus campos de conocimiento. Entre sus múltiples ramas se encuentra la Astronomía. Esta rama de la Física no solo se encarga del estudio del Universo, sino también se ha interesado en conocer qué ha pensado el ser humano acerca del cielo. Para nuestra fortuna, México es cuna de grandes civilizaciones que dieron vital importancia al conocimiento astronómico.

Gracias a la conservación de códices y crónicas, sabemos a grandes rasgos cómo era el conocimiento astronómico que poseían mayas y mexicas. Pero también se tiene el caso de otras culturas como la teotihuacana, en donde no se sabe con seguridad cuál era su lengua, escritura, origen, gobierno, y mucho menos, su conocimiento astronómico. Dentro de este velo de misterio los teotihuacanos dejaron a su paso un petroglifo propio de su cultura, que consiste en dos círculos concéntricos divididos por cuatro brazos semi cartesianos. El diseño entero está hecho a base de puntos horadados sobre la piedra. En la literatura se les conoce como marcadores teotihuacanos, cruces punteadas o *pecked cross* (en idioma inglés).

Se ha planteado que los marcadores fungían como instrumentos astronómicos. En particular, los Brazos Oriente-Poniente señalaban la dirección hacia la cual el Sol se alinearía con ellos. Esto sólo sucedería, a la salida o puesta del Sol, en dos pares de fechas al año para cada brazo. En este contexto, el presente trabajo de tesis tiene por objetivo fundamental aplicar la Física, a través de la Astronomía de Posición, para resolver un problema cultural que consiste en averiguar cuál es la orientación de los brazos de los marcadores teotihuacanos PL 3, PL 4, y de la Espiral 1¹, del Planchón Principal del sitio de petroglifos “Presa de la Luz”², en el municipio de Jesús María, Jalisco. Si determinamos las coordenadas horizontales (azimut y

¹Cabe mencionar que se desconoce a qué cultura o época perteneció este petroglifo. Como veremos más adelante, sólo se tiene la certeza de que funcionó como un marcador de fechas calendáricas.

² En el sitio de petroglifos “Presa de la Luz” hay por lo menos 13 marcadores teotihuacanos distribuidos en la ribera y los alrededores de la presa (Esparza y Rodríguez, 2018: 82). Pero nuestro trabajo sólo se enfocará en los marcadores PL 3, PL 4 y la Espiral 1.

altura) de los brazos, podremos calcular la declinación (δ) y el par de fechas de alineación mediante el Anuario Astronómico Nacional.

Por otra parte, esclarecer la orientación de los brazos de los marcadores nos brindará mayor información para proponer una posible interpretación del uso, funcionamiento y significado de los marcadores teotihuacanos PL 3 y PL 4. Plantearemos nuestra interpretación a través de las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Por qué los marcadores PL 3 y PL 4 tienen cuatro brazos?
2. ¿Por qué los teotihuacanos emplearon puntos y no líneas en los brazos para señalar una dirección como en la Espiral 1?
3. ¿Qué significado tienen los puntos de los círculos concéntricos?
4. ¿Cuál fue el posible uso que tuvieron los marcadores?
5. ¿Cómo se vería la alineación con los Brazos Este-Oeste?

1.2 Estado actual del conocimiento de los marcadores teotihuacanos

Conforme ha pasado el tiempo, el estudio de los marcadores teotihuacanos ha ido aumentando su grado de entendimiento y complejidad. Los primeros investigadores como Alfredo Chavero (1884), se limitaban a contar los puntos que conformaban los círculos concéntricos y los cuatro brazos para tratar de relacionar estos grupos de puntos con alguna cuenta calendárica. Posteriormente, el astrónomo Anthony Aveni *et al.* (1978) se encargó de describir la cantidad de puntos, diversidad de diseños, ubicación geográfica, y la orientación de los Brazos Norte respecto de la orientación de la traza urbana de Teotihuacán.

No fue hasta la década de los años noventa, que investigadores como Iwaniszewski (1990) y Galindo y Wallrath (1991) emplearon una metodología distinta. Estos autores midieron las coordenadas horizontales (A_z, h) y calcularon la declinación (δ) de los brazos y encontraron fechas de alineación solares o estelares para algunos marcadores de Teotihuacán y de Xihuingo, en Hidalgo respectivamente. En los últimos años, Rétiz y Cárdenas (2017) han reportado el hallazgo de nuevos marcadores en los estados de Michoacán (Las Piedras Caracoleadas, en Yurécuaro, Quiringuicharo-Rincón Grande, en Ecuandureo, El Platanal, en

Jacona, y La Nopalera, en Huandacareo) y Jalisco (“Presa la Luz”, en Jesús María, y Degollado). Asimismo, Iwaniszewski (2018) reportó y estudió la orientación de los brazos de tres marcadores teotihuacanos de la localidad de Cocotitlán, al sur del Estado de México.

Poco se sabe acerca del funcionamiento que tuvieron las cruces punteadas debido a que cada marcador que se ha estudiado parece tener características únicas. Sin embargo, autores como Chavero (1884), Aveni *et al.* (1978), Aveni *et al.* (1982), Iwaniszewski (1990), Morante (1997), Iwaniszewski (2015), e Iwaniszewski (2018), comparten la idea de que los puntos totales de los marcadores podrían hacer referencia a cuentas calendáricas o a ciclos astronómicos. Por otra parte, los trabajos de Galindo y Wallrath (1991), Iwaniszewski (1990), Montero (2013), e Iwaniszewski (2018), muestran que los Brazos Este-Oeste de los marcadores podrían ser utilizados para señalar pares fechas de relevancia calendárica o astronómica. Asimismo, Rétiz y Cárdenas (2017) han hecho notar que posiblemente la distribución de los marcadores a nivel nacional sigue la ruta comercial de la turquesa propuesta por Weigand en 1991.

1.3 Importancia de la ampliación del conocimiento sobre los marcadores

La importancia de realizar la presente investigación radica en dos aspectos: el primero es debido a que se tiene escasa información acerca de la presencia cultural de Teotihuacán en el Occidente de México. La presente investigación ayudaría a conocer cuáles son las orientaciones, fechas de alineación y cantidad de puntos que los teotihuacanos emplearon para los marcadores de la Presa de la Luz. A futuro, con esta información, podríamos hacer una comparación con los marcadores ya estudiados de Teotihuacán. Por otra parte, el presente trabajo ayudaría a avanzar en el estudio de los marcadores del Occidente de México. Ya que sólo los marcadores de Poncitlán, Jalisco, han sido estudiados por Aveni *et al.* (1978).

1.4 Problemática a resolver

Pocas veces los arqueólogos tienen el privilegio de trabajar por muchos años en un sólo sitio arqueológico, y ver las salidas y puestas del Sol desde alguna estructura piramidal. Para realizar dicha actividad se necesitaría de tiempo, esfuerzo, y recursos económicos que no siempre se tienen a la mano. Es en este contexto, donde la Física, a través de la Astronomía

de Posición, puede ayudar a conocer la orientación de monumentos o edificios sin la necesidad de observar presencialmente las salidas y puestas del Sol a lo largo de un año.

En nuestro caso particular, la problemática a resolver es conocer la orientación de los marcadores teotihuacanos PL 3, PL 4 y de la Espiral 1. Conocer la orientación de los brazos de los marcadores, nos permitirá calcular su declinación y averiguar cuáles son los pares de fechas en las que los brazos se alinean con el Sol. La obtención de esta información nos será de gran ayuda para proponer una interpretación del uso, funcionamiento, y significado de los marcadores, a través de la resolución de nuestras preguntas de investigación.

1.5 Estrategia de resolución del problema

Para satisfacer el objetivo principal que es aplicar la Física, a través de la Astronomía de Posición, para resolver un problema cultural que consiste en conocer la orientación de los brazos de los marcadores, seguiremos los siguientes pasos:

1. Estudiaremos algunos aspectos de la Física y la Astronomía de Posición, como lo son los conceptos de la bóveda celeste, el movimiento de precesión de la Tierra, el plano de la eclíptica, la inclinación del eje de rotación terrestre, los equinoccios y solsticios, las coordenadas horizontales y ecuatoriales, elementos de trigonometría esférica, la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales, la refracción de la luz y la refracción astronómica.
2. Aprenderemos la metodología de la medición de la orientación astronómica y la operación y funcionamiento del tránsito.
3. Realizaremos varias prácticas de medición con el tránsito.
4. Acudiremos al sitio de la “Presa de la Luz”, en el municipio de Jesús María, Jalisco, para llevar a cabo la medición de la orientación de los marcadores.
5. Con estos datos realizaremos el cálculo de la declinación y las fechas de alineación asociadas del Anuario Astronómico Nacional.

Asimismo, para entender las fechas de alineación y la cantidad de puntos de los marcadores, llevaremos a cabo las siguientes actividades:

1. Investigaremos a grandes rasgos, el desarrollo del conocimiento astronómico mesoamericano.
2. Conoceremos las cuentas calendáricas mesoamericanas.
3. Estudiaremos las familias de orientaciones calendárico-astronómicas.
4. Investigaremos las propuestas que se han planteado sobre el posible uso de los marcadores.
5. Realizaremos un análisis calendárico de las fechas de alineación y una posible reconstrucción de los puntos faltantes de los marcadores teotihuacanos.

Mediante el cumplimiento de los pasos anteriores, no sólo atenderemos nuestro objetivo principal sino también nos ayudarán a plantear una posible interpretación del uso, funcionamiento y significado de los marcadores teotihuacanos.

1.6 Descripción de la estructura de la tesis

El presente trabajo de tesis está estructurado en cinco partes. La Primera Parte consiste en una introducción general que tiene la intención de explicar, de manera breve y concisa, el objetivo de nuestra investigación, el estado actual, su importancia, la ampliación del conocimiento sobre nuestro objeto de estudio, la problemática a resolver, las preguntas de investigación que guiarán la interpretación de los resultados, y la estrategia que seguiremos para satisfacer nuestro objetivo.

En la Segunda Parte de la Tesis, el lector podrá encontrar los elementos de la Física y la Astronomía de Posición que necesitamos conocer para llevar a cabo nuestra investigación. En esta parte explicaremos conceptos como los movimientos de la Tierra, la bóveda celeste, la precesión, el plano de la eclíptica, los movimientos de la Tierra y el Sol que da lugar a los solsticios y equinoccios, las coordenadas horizontales y ecuatoriales, la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales, la Ley de Snell que rige la refracción de la Luz, y la refracción atmosférica. Asimismo, en esta parte estudiaremos algunos elementos de trigonometría esférica que nos permitirán deducir la ecuación que nos permite pasar de las coordenadas horizontales a coordenadas ecuatoriales y poder calcular la declinación (δ), y el resto de las expresiones matemáticas que emplearemos en el cálculo de la orientación.

La Tercera Parte consiste en una breve descripción del saber astronómico y calendárico del México prehispánico. En particular, estas tres primeras secciones, nos permitirán entender la razón por la cual los Brazos Este-Oeste de los marcadores apuntan hacia pares de fechas de importancia astronómica o puramente calendárica. Posteriormente, nos enfocaremos en revisar los aspectos históricos, arqueológicos, culturales y geográficos que rodean la investigación de los marcadores teotihuacanos PL 3, PL 4 y de la Espiral 1 del sitio “Presa de la Luz”.

La Cuarta Parte de este trabajo está enfocada en mostrar el trabajo de campo y experimental que llevamos a cabo para medir la orientación de los marcadores. Esta sección sigue el siguiente orden: primero explicaremos los pasos técnicos para realizar la medición de la orientación de los brazos, y después presentaremos el trabajo de campo y experimental que realizamos para la obtención de las coordenadas horizontales (azimut y altura) de los brazos y la posición geográfica de cada uno.

La Quinta Parte está destinada para mostrar los resultados del trabajo de medición, el cálculo de la declinación de cada brazo y las fechas de alineación de los Brazos Este-Oeste.

En la Sexta Parte hablaremos acerca del análisis calendárico de las fechas alineación, el análisis astronómico de los Brazos Norte y Sur, la reconstrucción de los puntos faltantes de los marcadores PL 3 y PL 4, la discusión de las orientaciones y fechas de alineación, y las conclusiones. En esta última sección, abordaremos la importancia del uso y aplicación de la Física en la presente investigación y expondremos nuestra interpretación acerca del uso, funcionamiento y significado de los marcadores teotihuacanos PL 3 y 4, a través de la respuesta a nuestras preguntas de investigación.

Finalmente, este trabajo incluye un Apéndice donde el lector podrá encontrar un ejemplo explicado de la observación y medición astronómica de la alineación del Sol con un punto particular del horizonte. Además de la sección de Referencias, el lector encontrará bibliografía adicional sobre el tema de investigación.

Elementos de la Física y la Astronomía

2.1 Conceptos de la Astronomía de Posición

La esfera y el ecuador celeste

Como sabemos el planeta Tierra tiene dos movimientos fundamentales: el de rotación y el de traslación. La Tierra gira sobre sí misma en sentido Oeste-Este y tarda 24 horas en dar una revolución completa. Asimismo, la Tierra cumple una vuelta completa alrededor del Sol en 365.2422 días. Debido al movimiento de rotación de la Tierra, podemos ver que el Sol, la Luna, los planetas y las estrellas, se mueven respecto del horizonte en una dirección Oriente-Poniente. Este movimiento aparente de los astros sucede en una esfera que llamaremos bóveda celeste, cuyo plano fundamental se llamará ecuador celeste y estará centrado sobre el eje de rotación inclinado de la Tierra (Portilla, 2001: 50).

Precesión

Cabe señalar que el firmamento estrellado no siempre se ha visto igual a lo largo del tiempo. Es decir, las estrellas visibles cambian su posición aparente a lo largo del tiempo. Esto es debido a que el eje de rotación de la Tierra se encuentra girando alrededor del polo eclíptico³, siguiendo una trayectoria circular. Dicho fenómeno es llamado movimiento de precesión y sucede porque la Tierra tiene un exceso de masa alrededor del ecuador y a la fuerza de torque, que genera la atracción gravitacional, que ejercen cuerpos como la Luna, el Sol, y los planetas del sistema solar, sobre la Tierra. El efecto más reconocible de la precesión del eje terrestre es que el polo norte celeste (PNC) no está fijo respecto de la bóveda celeste. Dicho punto se mueve, alrededor del polo eclíptico, dando una vuelta completa cada 25 800 años y siguiendo un radio constante de $23^{\circ} 27'$. Actualmente el PNC está cerca de Polaris (la estrella polar), pero hace 4 mil años se encontraba cerca de la estrella Alpha Draconis (Portilla, 2001:175).

La eclíptica

Por otra parte, el movimiento de traslación se ve reflejado por el movimiento del Sol con respecto a las estrellas “fijas”. Como la órbita terrestre se encuentra contenida en un plano la trayectoria aparente que describe el Sol en el cielo también vive en un plano. La intersección

³ El polo eclíptico es una línea imaginaria y perpendicular al plano de la eclíptica.

de este plano con la esfera celeste dará origen a una circunferencia máxima. La circunferencia máxima que resulte de la intersección del plano de la órbita terrestre en torno al Sol con la esfera celeste se llama eclíptica (ver figura 2). Es decir, la eclíptica es la trayectoria aparente que describe el Sol en la bóveda celeste (Portilla, 2001: 56).



Figura 2. Esquema donde se muestra el plano imaginario de la eclíptica y el ecuador celeste.

Equinoccios y solsticios

Como ya lo habíamos mencionado, la Tierra gira sobre un eje de rotación que está inclinado respecto a la normal del plano orbital. Dicho ángulo se conoce como oblicuidad eclíptica (ϵ). Tiene un valor de 23.5° , pero a causa de las perturbaciones gravitacionales de la Luna, el Sol y la Tierra, este valor va cambiando ligeramente a lo largo del tiempo. Los polos norte (Π) y sur (Π') de la eclíptica se ubican a 23.5° de los polos celestes. Como el eje terrestre está inclinado, implica que entre la eclíptica y el ecuador celeste también existe un ángulo igual a la oblicuidad eclíptica (ϵ). Como el ecuador celeste y la eclíptica son circunferencias máximas y están inclinadas un determinado ángulo, implica que ambas circunferencias se cortarían en dos puntos imaginarios. La primera intersección se conoce como punto vernal, o equinoccio vernal, y surge del paso del Sol al atravesar el ecuador celeste desde el hemisferio sur hacia el hemisferio norte. El otro punto se encuentra a 180° y se llama punto antivernal (ver figura 3) (Portilla, 2001: 57).

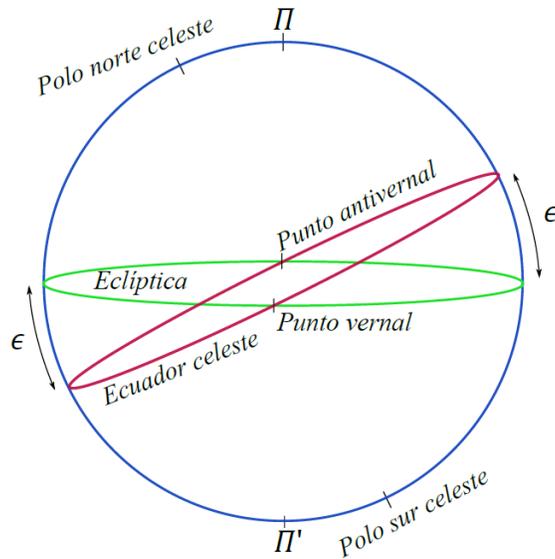


Figura 3. Punto vernal y antivernal. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

Como pudimos ver, la inclinación del eje de rotación de la Tierra trae consigo la aparición de los equinoccios, solsticios y de las estaciones del año. Durante el recorrido anual de traslación de la Tierra, el Sol corta al ecuador celeste en dos puntos que se llaman equinoccios. Esto sucede el 20 (o 21) de marzo (equinoccio de primavera) y el 21 (o 22) de septiembre (equinoccio de otoño). En estos días, la duración del número de horas de luz es igual al número de horas de oscuridad (Portilla, 2001: 60).

Una vez que el Sol pasa por el equinoccio se va alejando lentamente del ecuador celeste hasta alcanzar su mayor separación que es un ángulo (ϵ) o 23.5° . Estos puntos que se encuentran en la eclíptica se llaman solsticios y ocurren el 21 (o 22) de junio (solsticio de verano) y el 21 (o 22) de diciembre (solsticio de invierno). Es en estos días cuando hay una mayor diferencia de duración entre el día y la noche. Como nuestro planeta se encuentra girando alrededor del Sol y el eje de rotación de la Tierra está inclinado, el ángulo de incidencia de los rayos solares sobre la superficie terrestre cambia a lo largo del año. Cuando el ángulo de incidencia sea mayor sobre la superficie, entonces será verano. Y si el ángulo de incidencia es menor, entonces será invierno (Portilla, 2001: 60).

2.2 Coordenadas horizontales y ecuatoriales absolutas

Coordenadas horizontales

El cielo se puede imaginar como una semiesfera de radio arbitrario y centrada sobre el observador. Este sistema de coordenadas esféricas se define a partir de un plano fundamental centrado sobre el eje polar de una esfera. Dicho eje genera planos auxiliares perpendiculares al plano fundamental y que contienen al eje polar. Asimismo, se generan planos auxiliares paralelos al plano fundamental con centro en el mismo eje (Belmonte, 2000: 10). En el caso de los sistemas de coordenadas horizontales, el plano fundamental es el horizonte de observación. Con esto, se tiene un eje polar centrado en el observador que interseca a la esfera celeste en dos puntos: el cenit y el nadir. Los planos auxiliares perpendiculares al plano de horizonte y que pasan por el cenit y nadir, se denominan planos verticales o bien corresponden al meridiano local si pasa por el punto norte y sur (Belmonte, 2000: 10).

De esta forma, la altura (h) es el ángulo medido a partir de un punto del horizonte siguiendo el vertical que interseca un objeto celeste. Si el astro está por encima del horizonte tendremos $h > 0$ y si está por debajo $h < 0$. Por ende, los valores extremos (nadir y cenit) de la altura están comprendidos entre $-90^\circ \leq h \leq 90^\circ$ (Portilla, 2001, 70). El ángulo complementario de la altura (h) se llama distancia cenital (z) y se cumple que:

$$z = 90^\circ - h \quad (2.1)$$

Asimismo, el azimut (A_z) es el ángulo medido a partir del punto cardinal norte (punto de origen) y el punto sobre el horizonte que es intersecado por el vertical del objeto celeste deseado. El azimut se mide a partir del punto cardinal Norte en dirección Este, Sur, y Oeste y puede tomar valores entre $0^\circ \leq A_z < 360^\circ$ (Portilla, 2001: 70). Con esto queda definido el sistema de coordenadas horizontales que emplearemos en las mediciones. En la siguiente figura se muestra un esquema de la esfera celeste y su sistema de coordenadas horizontales.

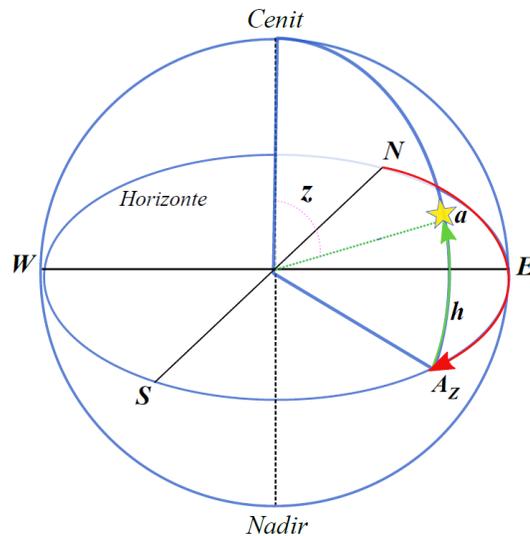


Figura 4. Coordenadas horizontales. Diagrama realizado a partir de Belmonte (2000).

Coordenadas ecuatoriales absolutas

El sistema de coordenadas ecuatoriales toma como plano fundamental el plano del ecuador celeste. Los puntos extremos de este plano se llaman polo norte celeste (PNC) y polo sur celeste (PSC). A los círculos máximos que pasan por los dos puntos del eje polar celeste, se le llaman meridianos celestes. Para un observador, el meridiano que pase por el cenit y nadir de su horizonte de visión, se le conocerá como meridiano del lugar (Belmonte, 2000: 17).

Este sistema de coordenadas queda definido por dos ángulos: la declinación (δ) y la ascensión recta (α). La ascensión recta (α) es el ángulo medido sobre el ecuador celeste a partir del punto vernal hasta alcanzar el punto de intersección con el meridiano del astro. El ángulo (α) toma valores dentro del intervalo de $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$. Como veremos más adelante en los Anuarios Astronómicos la ascensión recta (α) también se expresa en unidades de tiempo: $0^h \leq \alpha < 24^h$. En donde 1^h equivale a 15° , un minuto a $15'$ y un segundo a $15''$ de arco respectivamente (Portilla, 2001: 73) (ver figura 5).

Ahora bien, la declinación (δ) es el ángulo medido sobre el meridiano del astro y se comienza a contar a partir del ecuador celeste. La declinación es positiva si la estrella está ubicada en el hemisferio norte celeste, y se vuelve negativa cuando el astro está en el hemisferio sur

celeste. Por lo tanto, la declinación del PNC será de $\delta = 90^\circ$, la del PSC de $\delta = -90^\circ$ y la del ecuador celeste $\delta = 0^\circ$ (Portilla, 2001: 73) (ver figura 5).

Como ocuparemos la declinación solar (δ_\odot), es conveniente señalar que dicho ángulo varía dentro de un intervalo que va de $[-23.5^\circ, +23.5^\circ]$. Cuando el Sol alcanza los equinoccios, su declinación solar es de $\delta = 0^\circ$. Los valores extremos de la declinación solar corresponden a los solsticios de verano ($\delta = +23.5^\circ$) e invierno ($\delta = -23.5^\circ$) en el hemisferio norte (Belmonte, 2000: 25).

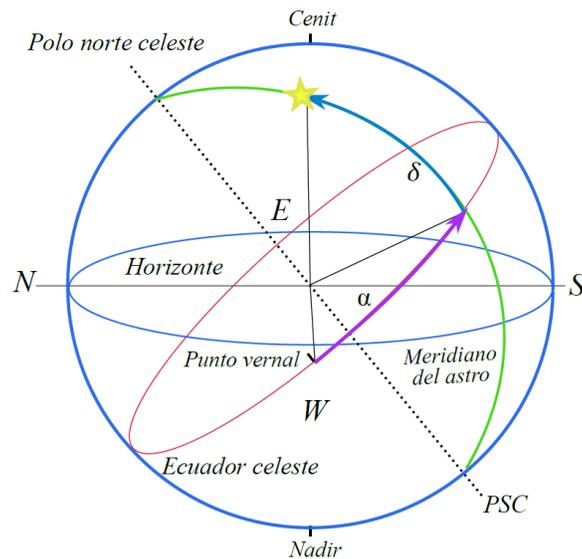


Figura 5. Coordenadas ecuatoriales. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

Cabe señalar que las coordenadas ecuatoriales son absolutas. Es decir, no dependen de la latitud ni longitud del observador, ya que se miden respecto del ecuador celeste. Es por esta razón que los anuarios astronómicos expresan la posición de las estrellas, planetas, Luna y Sol en coordenadas ecuatoriales absolutas (α, δ) (Portilla, 2001: 73).

2.3 Ecuación que relaciona la declinación con el azimut y la altura

En esta sección deduciremos solamente la ecuación que relaciona la declinación (δ) con las coordenadas horizontales azimut y altura (A_z, h), ya que es la ecuación fundamental que nos permitirá conocer la declinación (δ) a partir de las variables que mediremos *in situ*: azimut (A_z), altura (h), latitud (φ) y la distancia cenital (z). No deduciremos una ecuación similar para la ascensión recta (α), porque es una coordenada que no requeriremos.

Para pasar del sistema de coordenadas horizontales a ecuatoriales, se necesita una ecuación que relacione la declinación (δ) con las coordenadas horizontales (A_z, h). Dicha ecuación de transformación está basada en el concepto del ángulo esférico. Para una esfera de radio unitario se trazan dos arcos de circunferencia tales que pasen por los polos. Formándose así un ángulo esférico (ver figura 6). De esto se tiene que el ángulo diedro ABP corresponde al ángulo plano AOB, que a su vez tiene por medida el arco AB (Portilla, 2001: 23).

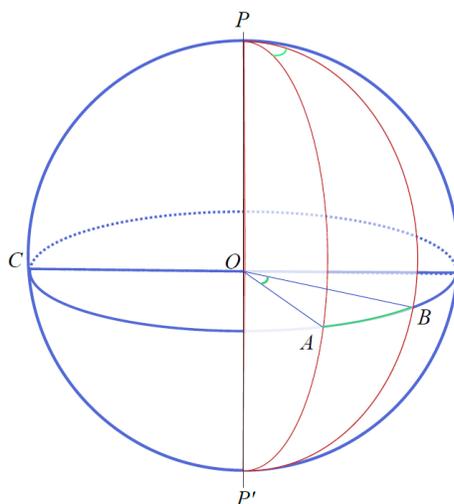


Figura 6. Ángulo esférico. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

Con esta definición en mente, procederemos a deducir el teorema del coseno de la trigonometría esférica. Primero definimos una esfera de radio unitario y centrada en el origen. Ahora sea K un punto tal que pertenece a un semi arco de circunferencia que pasa por los polos de la esfera. Si proyectamos las componentes del vector unitario que define el punto K sobre los planos XY y Z , definimos el ángulo azimutal con respecto al eje X como α y al vertical como β (ver figura 7) (Portilla, 2001: 25).

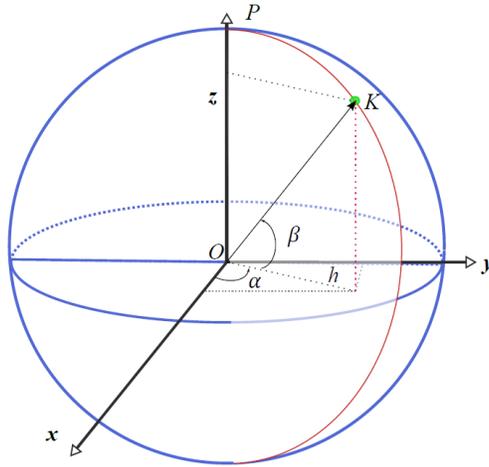


Figura 7. Esfera unitaria y proyección del punto K sobre el plano XY. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

De la figura anterior comenzamos por encontrar el coseno y el seno del ángulo vertical. De esto obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Cos}(\beta) &= \frac{h}{1} \rightarrow h = \text{Cos}(\beta) \\ \text{Sen}(\beta) &= \frac{z}{1} \rightarrow z = \text{Sen}(\beta) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ahora hacemos lo mismo para el ángulo azimutal y sustituimos $h = \text{Cos}(\beta)$:

$$\begin{aligned} \text{Cos}(\alpha) &= \frac{x}{h} \rightarrow x = \text{Cos}(\alpha)\text{Cos}(\beta) \\ \text{Sen}(\alpha) &= \frac{y}{h} \rightarrow y = \text{Sen}(\alpha)\text{Cos}(\beta) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Por tanto el punto K tiene las siguientes coordenadas rectangulares:

$$\begin{aligned} x &= \text{Cos}(\alpha)\text{Cos}(\beta) \\ y &= \text{Sen}(\alpha)\text{Cos}(\beta) \\ z &= \text{Sen}(\beta) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ahora si rotamos el plano ZY un ángulo γ sobre el eje X, obtendremos un triángulo esférico (ver figura 8).

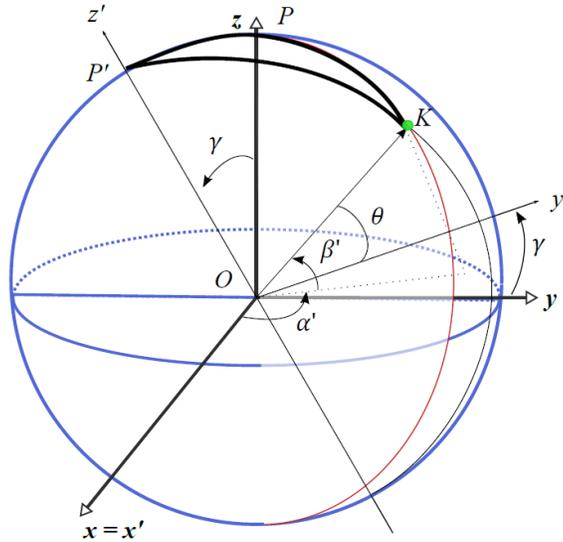


Figura 8. Rotación sobre el eje X un ángulo γ . Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

Ahora el punto K tendrá las siguientes coordenadas rectangulares:

$$\begin{aligned}
 x' &= \text{Cos}(\alpha')\text{Cos}(\beta') & (2.5) \\
 y' &= \text{Sen}(\alpha')\text{Cos}(\beta') \\
 z' &= \text{Sen}(\beta')
 \end{aligned}$$

Ahora veamos cuánto valen los arcos y los ángulos internos del triángulo esférico. De las figuras 8 y 9 sabemos que el arco KP vale $90^\circ - \beta$, el arco PP' γ , el arco P'K vale $90^\circ - \beta'$. Asimismo, el ángulo interno del vértice P vale $90^\circ + \alpha$, y el ángulo interno del vértice P' vale $90^\circ - \alpha'$. En la siguiente figura se muestra el triángulo esférico que obtuvimos y sus respectivos ángulos y arcos:

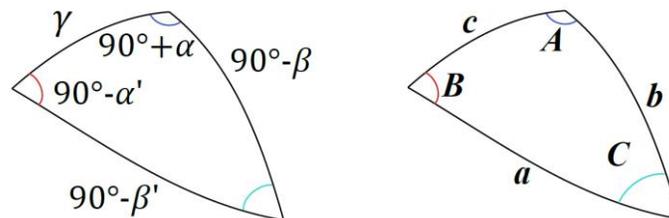


Figura 9. Triángulo esférico. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

Del triángulo esférico obtenemos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 A &= 90^\circ + \alpha & (2.6) \\
 B &= 90^\circ - \alpha' \\
 a &= 90^\circ - \beta' \\
 b &= 90^\circ - \beta \\
 c &= \gamma
 \end{aligned}$$

De la figura 8 podemos ver que las coordenadas del punto K respecto de ambos sistemas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 x &= x' & (2.7) \\
 y' &= \text{Cos}(\theta) \\
 z' &= \text{Sen}(\theta) \\
 y &= \text{Cos}(\theta + \gamma) \\
 z &= \text{Sen}(\theta + \gamma)
 \end{aligned}$$

Desarrollando las dos últimas ecuaciones, tenemos que:

$$\begin{aligned}
 y &= \text{Cos}(\theta)\text{Cos}(\gamma) - \text{Sen}(\theta)\text{Sen}(\gamma) & (2.8) \\
 z &= \text{Sen}(\theta)\text{Cos}(\gamma) + \text{Cos}(\theta)\text{Sen}(\gamma)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo $y' = \text{Cos}(\theta)$ y $z' = \text{Sen}(\theta)$ en (2.8), se tiene que:

$$\begin{aligned}
 y &= y'\text{Cos}(\gamma) - z'\text{Sen}(\gamma) & (2.9) \\
 z &= z'\text{Cos}(\gamma) + y'\text{Sen}(\gamma)
 \end{aligned}$$

Sustituimos $z = \text{Sen}(\beta)$, $y' = \text{Sen}(\alpha')\text{Cos}(\beta')$ y $z' = \text{Sen}(\beta')$, en la segunda ecuación de (2.9) para obtener la siguiente expresión:

$$\text{Sen}(\beta) = \text{Sen}(\beta')\text{Cos}(\gamma) + \text{Sen}(\alpha')\text{Cos}(\beta')\text{Sen}(\gamma) \quad (2.10)$$

Utilizando las relaciones de (2.6) obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Sen}(90^\circ - b) &= \text{Sen}(90^\circ - a)\text{Cos}(c) \\ &+ \text{Sen}(90^\circ - B)\text{Cos}(90^\circ - a)\text{Sen}(c) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Como $\text{Sen}(90^\circ - \alpha) = \text{Cos}(\alpha)$ y $\text{Cos}(90^\circ - \alpha) = \text{Sen}(\alpha)$, se tiene el teorema del coseno de la trigonometría esférica:

$$\text{Cos}(b) = \text{Cos}(a)\text{Cos}(c) + \text{Sen}(a)\text{Sen}(c)\text{Cos}(B) \quad (2.12)$$

Si hacemos permutaciones cíclicas de los lados (a, b, c) y de los ángulos (A, B, C) , obtendremos el resto de las expresiones del coseno (Portilla, 2001: 28):

$$\begin{aligned} \text{Cos}(c) &= \text{Cos}(a)\text{Cos}(b) + \text{Sen}(a)\text{Sen}(b)\text{Cos}(C) \\ \text{Cos}(a) &= \text{Cos}(c)\text{Cos}(b) + \text{Sen}(c)\text{Sen}(b)\text{Cos}(A) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Para deducir la ecuación que relaciona la declinación con las coordenadas horizontales (A_z, h) , trazamos en una esfera unitaria y centrada en el origen las coordenadas horizontales (A_z, h) y ecuatoriales (δ, α) de un astro como se muestra en la figura 10.

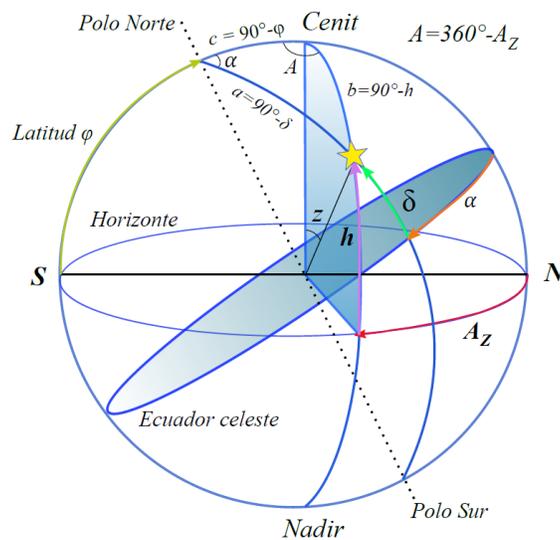


Figura 10. Coordenadas horizontales y ecuatoriales. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

De la figura anterior podemos darnos cuenta de que se forma un triángulo esférico como el que vimos previamente (figura 9). Por lo que si $a = 90^\circ - \delta$, $c = 90^\circ - \varphi$, $b = 90^\circ - h$ y $A = 360^\circ - A_z$ y sustituimos en la segunda ecuación de (2.13), obtendremos:

$$\begin{aligned} \text{Cos}(90^\circ - \delta) &= \text{Cos}(90^\circ - \varphi)\text{Cos}(90^\circ - h) \\ &+ \text{Sen}(90^\circ - \varphi)\text{Sen}(90^\circ - h)\text{Cos}(360^\circ - A_z) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Como $\text{Cos}(90^\circ - \alpha) = \text{Sen}(\alpha)$, $\text{Cos}(360^\circ - \alpha) = \text{Cos}(\alpha)$, y como la distancia cenital es $z = 90^\circ - h$, obtenemos la ecuación que relaciona la declinación (δ) con la latitud (φ), el azimut (A_z) y la distancia cenital (z):

$$\text{Sen}(\delta) = \text{Sen}(\varphi)\text{Cos}(z) + \text{Cos}(A_z)\text{Cos}(\varphi)\text{Sen}(z) \quad (2.15)$$

2.4 La refracción

La luz visible es una onda electromagnética. Sin embargo, el ojo humano no es capaz de detectar todo el espectro electromagnético, sólo una pequeña parte del espectro visible que va de los 400 nm (azul) a los 700 nm (rojo). Las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz (c) en el vacío. No obstante, cuando la luz atraviesa materiales transparentes como el vidrio, adquiere una velocidad diferente. La relación de la velocidad de la luz en el vacío (c) entre la velocidad de la luz en un material (v), se llama índice de refracción (n) del material. Por definición el índice de refracción de la luz en el vacío es 1 y en aire es de 1.000271 (Bauer, 2014: 1104). Dicha relación está dada por:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.16)$$

Cuando la luz cruza una frontera desde un medio con un índice de refracción (n_1) menor a un medio con un mayor índice de refracción (n_2), los rayos de luz desvían su trayectoria hacia la normal respecto de la frontera de ambos medios. Esto significa que el ángulo de incidencia (θ_1) es mayor al ángulo de refracción (θ_2). En la siguiente figura podemos observar la trayectoria de un rayo de luz que atraviesa dos materiales transparentes cuyos índices de refracción $n_2 > n_1$ (Bauer, 2014: 1105).

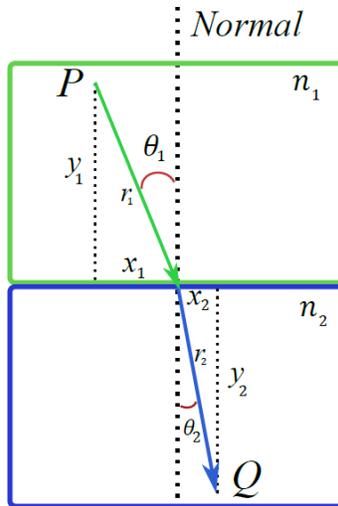


Figura 11. Rayo de luz que atraviesa dos materiales con distintos índices de refracción. Diagrama realizado a partir de Steiner (2003).

El fenómeno de la refracción de la luz se puede expresar matemáticamente mediante la Ley de Snell:

$$n_1 \text{Sen}(\theta_1) = n_2 \text{Sen}(\theta_2) \quad (2.17)$$

Esta ley empírica se puede deducir experimentalmente, pero también haciendo uso del principio de Fermat que establece que la trayectoria seguida por un rayo de luz entre dos puntos en el espacio es la trayectoria que toma el tiempo mínimo para ir de un punto a otro (Bauer, 2014: 1106).

Para demostrar la Ley de Snell procedemos de la siguiente manera: sea un rayo de luz tal que parte de un punto P al punto Q , atravesando dos medios con índices de refracción distintos. La distancia que recorrerá el rayo en tales medios será r_1 y r_2 respectivamente. Cuando el rayo atraviese cada medio tendrá una velocidad distinta que llamaremos v_1 y v_2 (Steiner, 2003: 97).

Ahora el tiempo total t que requerirá el rayo en viajar del punto P al punto Q está dado por:

$$t = \frac{r_1}{v_1} + \frac{r_2}{v_2} \quad (2.18)$$

De la figura 12, y por el teorema de Pitágoras, podemos deducir r_1 y r_2 en términos de x_1 :

$$r_1 = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}, \quad r_2 = ((x - x_1)^2 + y_2^2)^{1/2} \quad (2.19)$$

Calculamos el tiempo mínimo derivando la ecuación (2.18) e igualando a cero:

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dx_1} &= \frac{1}{v_1} \frac{dr_1}{dx_1} + \frac{1}{v_2} \frac{dr_2}{dx_1} & (2.20) \\ \frac{dt}{dx_1} &= \frac{1}{v_1} \left[\frac{1}{2} (x_1^2 + y_1^2)^{-1/2} \cdot (2x_1) \right] + \frac{1}{v_2} \left[\frac{1}{2} ((x - x_1)^2 + y_2^2)^{-1/2} \cdot 2(x - x_1) \cdot (-1) \right] \\ \frac{dt}{dx_1} &= \frac{1}{v_1} \frac{x_1}{r_1} - \frac{1}{v_2} \frac{x_2}{r_2} = 0 \end{aligned}$$

Sustituyendo $\text{Sen}(\theta_1) = \frac{x_1}{r_1}$, $\text{Sen}(\theta_2) = \frac{x_2}{r_2}$ y el índice de refracción (2.16) en la última expresión de (2.20), obtenemos la Ley de Snell:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_1} \text{Sen}(\theta_1) - \frac{1}{v_2} \text{Sen}(\theta_2) &= 0 & (2.21) \\ \frac{1}{v_1} \text{Sen}(\theta_1) &= \frac{1}{v_2} \text{Sen}(\theta_2) \\ n_1 \text{Sen}(\theta_1) &= n_2 \text{Sen}(\theta_2) \end{aligned}$$

2.5 La refracción atmosférica

La refracción de la luz es un fenómeno muy importante que se debe tomar en cuenta cuando realizamos observaciones astronómicas. Por ejemplo, los rayos de luz que provienen de los cuerpos celestes, al pasar de un medio vacío a la atmósfera terrestre, experimenta ligeros y sucesivos cambios en su dirección debido a las diferentes capas de la atmósfera terrestre (Portilla, 2001: 198).

En Astronomía a esta desviación por refracción se le nombra ángulo de refracción (R_e), y depende mayormente de la altura (h) o distancia cenital (z) del astro y de las condiciones de temperatura y presión atmosférica existentes al momento de realizar la observación. (Portilla,

2001: 198). Entre los efectos más importantes que podemos observar a causa de la refracción son los siguientes: los diámetros del Sol y la Luna aparecen achatados al salir o ponerse sobre el horizonte, y las alturas observadas son mayores que las verdaderas (Achútegui, 2000: 82). Es decir, el ángulo de refracción (R_e) tiende a aumentar la altura real de los astros (posición geométrica) por lo que el observador termina viendo el objeto celeste un poco más alto (posición aparente) sobre el horizonte de lo que realmente está (Portilla, 2001: 198) (ver figura 12).

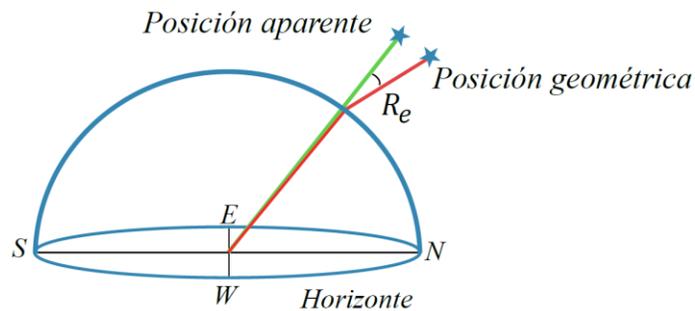


Figura 12. Posición aparente y geométrica de una estrella. Diagrama realizado a partir de Portilla (2001).

Para calcular la altura verdadera o geométrica (h_g) de un astro observado, tenemos que restar a la altura aparente (h_a) el ángulo de refracción (R_e):

$$h_g = h_a - R_e \quad (2.22)$$

En nuestro caso, a las variables de la ecuación (2.23) las llamaremos de la siguiente forma: a la altura geométrica (h_g) la llamaremos como altura corregida (h_c), y a la altura aparente (h_a) como (h) porque es la altura real del horizonte y al ángulo de refracción (R_e) le llamaremos factor de corrección por refracción y lo denotaremos por (h_{refra}). De esta manera, la ecuación (2.22) se transforma en:

$$h_c = h - h_{refra} \quad (2.23)$$

En la literatura existen varias ecuaciones que tratan de calcular el valor del ángulo de refracción (R_e), tomando en cuenta las variables atmosféricas que lo afectan como la

temperatura, la presión y la altura aparente (ver Achútegui, 2000: 83). A manera de un ejemplo de este tipo de ecuaciones, mostramos el modelo que emplea Portilla (2001), donde T ($^{\circ}$) es la temperatura y P la presión en milibares y h_a la altura observada o aparente. Según este modelo, el ángulo de desviación debido a la refracción (R_e) está dado por:

$$R_e = \left(\frac{0.28P}{T + 273} \right) \frac{0.0167^{\circ}}{\tan \left(h_a + \frac{7.31}{h + 4.4} \right)} \quad (2.24)$$

No obstante, también existen tablas topográficas donde podemos consultar el ángulo debido a la refracción (R_e) dada la altura aparente (h_a). En nuestro caso, emplearemos la tabla de Ingram (1911) que veremos más adelante en la sección (5.1).

2.6 Resumen de las ecuaciones que emplearemos

Con la sección anterior damos por concluida la Primera Parte que trata sobre los elementos y conceptos que necesitamos conocer de la Física y la Astronomía de Posición, para realizar el presente trabajo de tesis. A continuación, presentamos las ecuaciones que emplearemos para realizar el cálculo de la declinación (δ) de los brazos de los marcadores en las secciones (5.1) y (5.2).

Distancia cenital:

$$z = 90^{\circ} - h \quad (2.1)$$

Ecuación que relaciona la declinación (δ) con el sistema de coordenadas horizontales:

$$\text{Sen}(\delta) = \text{Sen}(\varphi)\text{Cos}(z) + \text{Cos}(A_z)\text{Cos}(\varphi)\text{Sen}(z) \quad (2.15)$$

Corrección de la altura (h) por refracción de la luz:

$$h_c = h - h_{refra} \quad (2.24)$$

El Saber Astronómico y Calendárico Mesoamericano

3.1 Los cuatro rumbos del cosmos mesoamericano

A continuación se explicarán brevemente las ideas del espacio y tiempo que tenían los antiguos habitantes de Mesoamérica. Estas primeras nociones permitieron a los pueblos mesoamericanos construir y desarrollar su vasto conocimiento astronómico. El ser humano de todas las épocas y latitudes se ha preguntado acerca de su origen, del mundo en el que vive y del paso perenne del tiempo. Los pueblos mesoamericanos, como toda civilización antigua, buscaron respuestas a sus inquietudes mediante la creación de narraciones mitológicas. Para el hombre mesoamericano, la creación de su mundo se remontaba al mito cosmogónico de *Cipactli* (en idioma náhuatl) (ver figura 13).

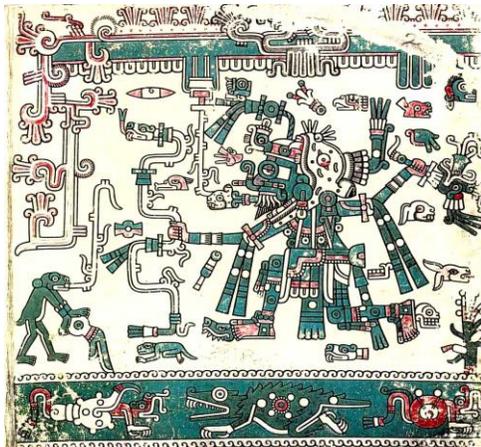


Figura 13. Página 2 del *Códice Laud*. En la banda inferior vemos a *Cipactli* nadando en el mar primigenio. Imagen tomada de Ojeda (1997).

Para López-Austin (2014), *Cipactli* (lagarto en español) encarna la noción del espacio, de la superficie donde transcurre el tiempo mítico y terrenal. Donde transcurre la vida y los movimientos del cielo nocturno y diurno. La tierra firme nació de las aguas primigenias: *Cipactli*, el lagarto o monstruo de la Tierra femenino. Dos dioses se convirtieron en serpientes y separaron a *Cipactli* en dos partes. Con una crearon los cielos superiores y con la otra el inframundo. Los cielos superiores constaban de 13 niveles, mientras el inframundo de 9. Sin embargo, las partes tendían a reconstituirse, por lo que los dioses decidieron crear cinco postes para mantenerlas alejadas. De esta manera el poste central se convirtió en el centro y

los cuatro postes restantes se transformaron en los extremos de la Tierra donde suceden los fenómenos celestes. El centro se volvió el espacio y la tierra donde habitaría el hombre (López-Austin, 2014: 23).

Para los nahuas, la región del Norte era llamada *Mictlampa* (en el lugar del reino de los muertos). El Oriente *Tonatih iquizayan*, *Tonatiuh iquizayampa* o *Tonalquizayampa* (donde sale el Sol). El Poniente *Tonatiuh iyaquiyan*, *Tonatiuh icalaquiyan*, *icalaquiyan Tonatiuh* (donde entra el Sol), o *Cihuatlampa* (en el lugar de las mujeres), y el Sur se llamaba *Huitztlampa* (en el lugar de las espinas) (Jesús Galindo comunicación personal).

El mito de *Cipactli* nos permite entender cómo nuestros antepasados interpretaban y le daban un sentido a su propia existencia. Sabían que en el centro del mundo se encontraba el ser humano rodeado por los cuatro puntos cardinales (*axis mundi*). Esta organización natural del horizonte y su bóveda celeste, marcaron tan profundamente el pensamiento y la cosmovisión mesoamericana que no sólo se crearía un símbolo (“Quincunce”)⁴ de esto, sino que esta división cuatripartita del mundo la veremos representada en la traza urbana de ciudades tan importantes como Teotihuacán (100-700 d. C) y la misma Tenochtitlán (1325 – 1521 d. C.). Como veremos más adelante, esta idea de partir de un centro y dividir un espacio en cuatro partes, no sólo está reflejada en el arte teotihuacano (ver figura 14) sino en el diseño de los marcadores teotihuacanos.



Figura 14. Vasija teotihuacana (100-700 d. C). Representación del “Quincunce” y de los cuatro puntos cardinales (triángulos). Fotografía: Archivo Digital MNA.

⁴ La representación del “Quincunce” está presente desde tiempos olmecas (1200 a. C. al 100 d. C.), ver Galindo (2011).

3.2 La escritura glífica y numérica punto-barra

Parece ser que los primeros ejemplos de una escritura glífica y de un sistema de numeración vigesimal, los podemos encontrar en las estelas de la cultura Olmeca (1200 a. C. al 100 d. C.). Como veremos, los glifos y los números 13 y 20 serán la esencia de los calendarios y de la vida civil y religiosa de todos los pueblos mesoamericanos. Para llevar la cuenta de los días se inventó el sistema vigesimal punto-barra. En el cual, un punto equivalía a una unidad y la barra a 5 unidades (Marcus, 2000:15).

Este sistema lo utilizaron pueblos como los olmecas, teotihuacanos, mayas y zapotecos (aunque el cero sólo lo usaron los mayas). Por ejemplo, en la figura 15 podemos apreciar la base de una estela olmeca donde están plasmados un conjunto de numerales escritos en el sistema punto-barra, acompañados de dos glifos que podrían representar deidades.



Figura 15. Estela C de Tres Zapotes, Veracruz. Cultura Olmeca (1200 – 500 a. C.). En esta imagen podemos apreciar el uso del sistema numérico punto-barra⁵.

3.3 El conocimiento astronómico del México prehispánico

El desarrollo progresivo de la escritura glífica y el sistema de numeración vigesimal tuvo como producto primordial la conmensuración del tiempo y el espacio en un par de cuentas calendáricas: El *Tonalpohualli* (260 días) y el *Xiuhpohualli* (365 días). El estudio del calendario hizo necesario el surgimiento de una clase en la sociedad mesoamericana, los sacerdote-astrónomos.

⁵ Todas las fotografías o diagramas que no cuenten con una fuente se entenderá que fueron tomadas o hechos por el autor.

Este selecto grupo de sabios no sólo se dedicarían a realizar ritos religiosos, sino a la observación del cielo y a llevar un conteo del tiempo. Con este conocimiento calendárico-astronómico, los sacerdote-astrónomos, eran los hombres encargados de dar una planificación y orientación a las ciudades mesoamericanas. En particular, la clase gobernante utilizaría este conocimiento para demostrar su poder frente a su pueblo (Galindo, 2009: 33). Un ejemplo de un sacerdote-astrónomo lo podemos encontrar en el *Códice Mendoza* (ver figura 16). En el Posclásico (1325-1521 d. C.), los mexicas asignaban a la clase sacerdotal la tarea de observar el transcurso del tiempo (Galindo, 2009: 33).

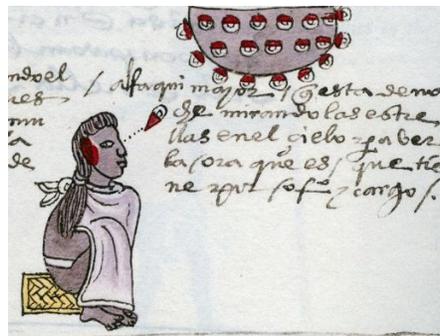


Figura 16. Sacerdote-astrónomo mexica observando la bóveda celeste. Los mexicas representaban a las estrellas mediante pequeños ojos. *Códice Mendoza*.

Estrellas y Constelaciones

Los sacerdote-astrónomos mexicas observaron en el firmamento nocturno estrellas o *Cicitlaltin* (en idioma náhuatl) que agruparon y llamaron con diversos nombres. Fray Bernardino de Sahagún, en el siglo XVI, recopiló los nombres en náhuatl de las constelaciones que los mexicas tenían. Por ejemplo, los mexicas nombraban a las estrellas del cinturón de Orión como *Mamalhuaztli*, al cúmulo estelar de Las Pléyades como *Tianquiztli* (mercado en español), a la constelación del Escorpión como *Citlalcolotl* (escorpión de estrellas en español), y posiblemente a la Osa Menor o Mayor la nombraban como *Citlaxonecuilli*. Se sabe que cuando Las Pléyades aparecían en el horizonte por primera vez en el año, era el momento que indicaba el encendido del Fuego Nuevo cada 52 años. También en códices como el *Telleriano-Remensis* se plasmó el paso de algún cometa

o *Citlalin popoca* (estrella humeante en español) y estrellas fugaces o *Citlalin tlamina* (estrella flechadora) (Galindo, 2009: 36).

El planeta Venus

Entre todas las estrellas del firmamento, el planeta Venus era considerada como la estrella más brillante del cielo. Venus era llamado *Huey Citlalin* o gran estrella por los nahuas. De igual forma los mayas llamaban a Venus como gran estrella o *Chak Ek'* (en idioma maya). Se sabe que el periodo sinódico de Venus es de 583.92 días, pero los pueblos mesoamericanos lo calcularon en 584 días. Los escribas del *Códice de Dresde* dividieron este ciclo en 4 partes de 236 días (Venus como estrella del amanecer), 90 días (periodo de no visibilidad), 250 días (Venus como estrella del atardecer) y nuevamente 8 días de no visibilidad. Asimismo, los pueblos mesoamericanos encontraron que 5 veces el período sinódico de Venus es equivalente a 8 años solares de 365 días (Velásquez, 2016: 60).

Un ejemplo escrito de esta relación, la podemos leer en la Estela de la Plataforma de Venus, en Chichén Itzá (ver figura 17). En ella se puede ver el glifo de Venus (un círculo con tres triángulos radiales) entrelazado con una barra vertical que denota el numeral 5. Contiguo, se ve un recuadro enmarcado por 8 unidades que acompañan al glifo del año (conocido como rayo-trapecio) y el atado de varas (rombos atados de los extremos) que denotaba un ciclo completo de 52 años (Galindo, 2003: 30).



Figura 17. Estela de la Plataforma de Venus, en Chichén Itzá. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

La Luna

La Luna⁶ (*Meztli* en náhuatl) estaba asociada al conejo (Galindo, 2003: 31). Los eclipses lunares eran llamados en náhuatl como *Meztli Cualo* (Luna mordida en español). Por ejemplo, en el *Códice Borgia*, vemos a la diosa lunar *Tlazolteotl* (en idioma náhuatl) portando su nariguera lunar, y ataviada con husos en su tocado, señalar hacia una serpiente flechada mientras observa la Luna-Conejo rodeada de un manto nocturno (ver figura 18) (Galindo, 2003: 31). En el *Códice de Dresden*, los escribas mayas registraron una tabla lunar que les permitía predecir eclipses. Para realizar esta proeza, los mayas utilizaron el valor entero de 29 y 30 días para aproximar un periodo sinódico de la Luna que en promedio es de 29.5 días. Los mayas encontraron que cada 177 y 148 días (que equivalen a 6 y 5 lunaciones respetivamente) podría ocurrir un eclipse lunar o solar (Velásquez, 2016: 72).



Figura 18. De izquierda a derecha, detalle de la representación de la Luna-Conejo rodeada de un manto estelar y la diosa lunar *Tlazolteotl* señalando a una serpiente flechada. *Códice Borgia*.

La observación del Sol

El objeto celeste por excelencia y más importante en la cosmogonía mesoamericana era el Sol. No en vano vivimos en la era del Quinto Sol u *Ollintonatiuh* (en idioma náhuatl), Sol de movimiento (Galindo, 2003: 24). El Sol regía las actividades agrícolas, religiosas y civiles de los pueblos mesoamericanos. Y no sólo eso: también jugaba un papel preponderante para la planeación, construcción y la traza urbana de las grandes ciudades mesoamericanas.

⁶ Los mexicas también llamaban *meztli* a los meses lunares del año solar Duverger (2007).

Los sacerdote-astrónomos mesoamericanos observaron desde un punto fijo las salidas y puestas del Sol, descubrieron que en los horizontes Oriente y Poniente el Sol alcanzará sus puntos extremos o solsticiales. El solsticio de invierno llegará el 21 de diciembre y alcanzará su posición más sureña donde el Sol saldrá y se pondrá en el año. Después de 6 meses, el Sol llegará a su extremo más norteño o solsticio de verano con su salida y puesta el 21 de junio. El punto medio del movimiento solar se alcanza en el equinoccio y ocurre dos veces al año: El equinoccio de primavera, el 21 de marzo, y el equinoccio de otoño el 22 de septiembre (Galindo, 2003: 39).

Para estudiar y registrar el movimiento anual del Sol, los sacerdote-astrónomos, idearon estructuras que funcionaban como observatorios de horizonte (Galindo, 2003: 40). En Xochicalco, en la Plaza de la Estela de los dos Glifos (ver figura 19), hay una estructura piramidal cuya fachada está orientada Este-Oeste. Desde la Estela de los dos Glifos, se puede observar que el punto medio de la estructura marca, al amanecer, los puntos equinocciales y las esquinas norte y sur definen los puntos solsticiales.



Figura 19. Plaza de la Estela de los dos Glifos, Xochicalco, Morelos. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

Es posible que esta estructura tuviera la finalidad de servir como un instrumento fijo para calibrar la duración del año trópico que es de 365.2422 días (Galindo, 2003: 40). Este procedimiento proviene del calendario de horizonte que consistía en observar las salidas o puestas del Sol a lo largo del año, desde un punto fijo, y así llevar un cómputo de tiempo con

fines agrícolas. Era deseable, más no necesario, que las cumbres prominentes del horizonte orográfico, coincidieran con las salidas y puestas del Sol en los días del solsticio, equinoccio o en fechas de carácter calendárico-astronómico.

Eclipses solares

La observación del Sol también está acompañada de otros fenómenos interesantes como lo son los eclipses. Los sacerdote-astrónomos mexicas llamaban al eclipse solar como Sol comido o *Tonatiuh Cualo* (en idioma náhuatl). Para otros pueblos mesoamericanos, como los otomíes, los eclipses solares eran nombrados Sol muerto o *Ndu Hyadi* (en idioma otomí) (Galindo, 2003:26) (ver figura 20).

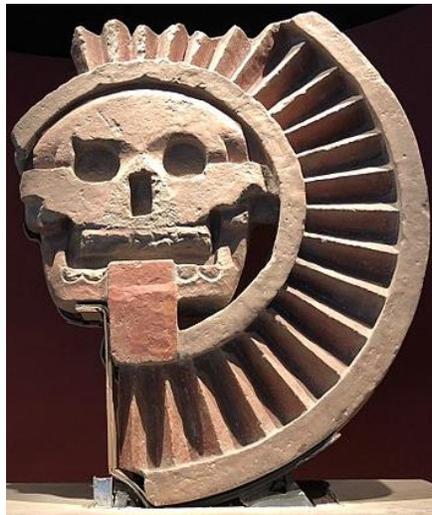


Figura 20. Jesús Galindo plantea que esta escultura teotihuacana es la posible representación de un eclipse solar. Fotografía: Archivo Digital MNA.

Paso cenital del Sol

Los sacerdote-astrónomos de la antigüedad notaron que el Sol alcanza su cenit dos veces al año. En Teotihuacán los días del paso cenital ocurren el 19 de mayo y 25 de julio. Mientras que en Monte Albán ocurre los días 8 de mayo y 5 de agosto (Galindo, 2003: 39). Para estudiar los días del paso cenital, los sacerdote-astrónomos aprovecharon las cuevas para construir observatorios subterráneos. En el centro de la cámara oscura, habilitaban un tragaluz tubular que proyectaba un torrente de luz vertical el día del paso cenital.

En México, tenemos varios ejemplos observatorios cenitales: El edificio P de Monte Albán, la cueva teotihuacana al sureste de la Pirámide del Sol y la cueva natural de Xochicalco (Galindo, 2003: 45). Por ejemplo, en la cueva-observatorio de Xochicalco, el primer rayo de luz que toca el suelo de la cueva aparece el 29 de abril (ver figura 21). El Sol seguirá su paso y el último rayo de luz incidirá en el suelo el 13 de agosto. Estas fechas dividen al año solar con la relación 104/260 (Galindo, 2003: 45). Que como se verá posteriormente, la relación 104/260 es un ejemplo de una familia de fechas que definen orientaciones calendárico-astronómicas.



Figura 21. Haz de luz en la cueva-observatorio de Xochicalco. Fotografía: Stanislaw Iwaniszewski.

Hierofanías

Los sacerdote-astrónomos también utilizaron su conocimiento, acerca del movimiento solar, para proyectar sombras sobre las escalinatas y lograr así perfectas hierofanías. El ejemplo más conocido es el descenso de Kukulkán en la pirámide de El Castillo en Chichen Itzá. La estructura piramidal está compuesta de 9 cuerpos, 4 escalinatas con 91 peldaños que sumados a la plataforma de la cúspide obtenemos los 365 días de año solar (Galindo, 2003: 41). Al atardecer, en los días alrededor del equinoccio, los 9 cuerpos de la pirámide proyectan su sombra sobre el costado de la escalinata norte formando una sucesión de triángulos de luz

que terminan, al pie de la escalinata, con la cabeza de la serpiente emplumada o Kukulcán (ver figura 22).



Figura 22. Descenso de Kukulcán, en Chichen Itzá. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

El majestuoso descenso de Kukulcán, en Chichen Itzá, es indudablemente el resultado tangible del vasto conocimiento astronómico generado y conservado a lo largo del tiempo. Estos ejemplos describen, a grandes rasgos, el saber astronómico mesoamericano cultivado por los sacerdote-astrónomos, sus métodos de observación solar y sus aplicaciones inmediatas: la invención de los calendarios y la orientación de sus edificios en fechas de alineación solar que se agrupan en lo que conoce como familias de orientaciones calendárico-astronómicas.

3.4 Las cuentas calendáricas en Mesoamérica: El *Tonalpohualli* y el *Xiuhpohualli*

El hombre mesoamericano tenía como deidades creadoras del calendario a la pareja divina *Oxomoco* y *Cipactónal* (ambas palabras en idioma náhuatl) y por ende el concepto del tiempo estaba relacionado con el culto religioso a esta pareja creadora (Galindo, 2016: 32). Asimismo, el culto al calendario estaba asociado al poder político que ejercían los gobernantes sobre sus pueblos. Ya que un conocimiento vasto del calendario permitía a las élites orientar sus edificaciones hacia momentos del tiempo sagrado y así demostrar, ante su pueblo, que tenían el poder y el fervor de los dioses (Galindo, 2016: 21).

Es por estas razones que los antiguos sacerdote-astrónomos mesoamericanos lograron un estudio detallado de los fenómenos celestes. En particular, la observación sistemática del movimiento solar dio como resultado la invención del sistema calendárico a partir de la cuenta de 365 días llamada *Xiuhpohualli* y la cuenta de 260 días conocida como *Tonalpohualli*. Se sabe que el *Xiuhpohualli* regía la vida civil y el *Tonalpohualli* tenía un carácter ritual y adivinatorio⁷ (López-Austin, 2014: 25).

Ambas cuentas fueron parte fundamental de la cosmovisión, el arte, la arquitectura y la vida diaria en Mesoamérica, durante todos los periodos culturales. Por ejemplo, se acostumbraba entre los zapotecos, mixtecos y mexicas nombrar a los niños según el día del *Tonalpohualli* en el que hubieran nacido y se buscaba que este nombre calendárico fuera favorable para el destino de los individuos (Marcus, 2000: 18). Aunque estas prácticas eran comunes entre los pueblos mesoamericanos, cada uno de ellos como los zapotecos, mixtecos, mixes-zoques, mayas y mexicas, desarrollaron sus propios significados y símbolos calendáricos manteniendo la estructura básica del sistema calendárico (Marcus, 2000: 13).

El *Tonalpohualli* estaba conformado por 20 periodos de 13 días (Galindo, 2011: 238). Esta cuenta ritual constaba de 20 signos calendáricos y un numeral del 1 al 13 sin repetirse. Con esto se obtenía la cuenta total del *Tonalpohualli* de 260 días ($260 = 20 \times 13$) (Marcus, 2000:15).

En la figura 23 se muestran los 20 signos del *Tonalpohualli* que tenían los mexicas. Estos signos eran *Cipactli* (lagarto), *Eecatl* (viento), *Calli* (casa), *Cuetzpalin* (lagartija), *Coatl* (serpiente), *Miquiztli* (muerte), *Mazatl* (venado), *Tochtli* (conejo), *Atl* (agua), *Itzcuintli* (perro), *Ozomatli* (mono), *Malinalli* (hierba), *Acatl* (caña), *Ocelotl* (jaguar), *Cuautli* (águila), *Cozcacuatli* (zopilote), *Ollin* (movimiento), *Tecpatl* (pedernal), *Quiauitl* (lluvia), *Xochitl* (flor). Por otra parte, la cuenta de 365 días o *Xiuhpohualli* constaba de 360 días agrupados en 18 periodos de 20 días cada uno más 5 *nemotemi* o días aciagos (Galindo, 2003:18). Los

⁷ También los días del *Tonalpohualli* tenían un carácter benigno o perjudicial para el emprendimiento de actividades diarias como sembrar, cosechar, hacer la guerra o celebrar nupcias Marcus (2000).

nombres de estos 20 días se tomaban de los 20 símbolos del *Tonalpohualli* y también se les asignaba un numeral del 1 al 13 sin repetirse.⁸

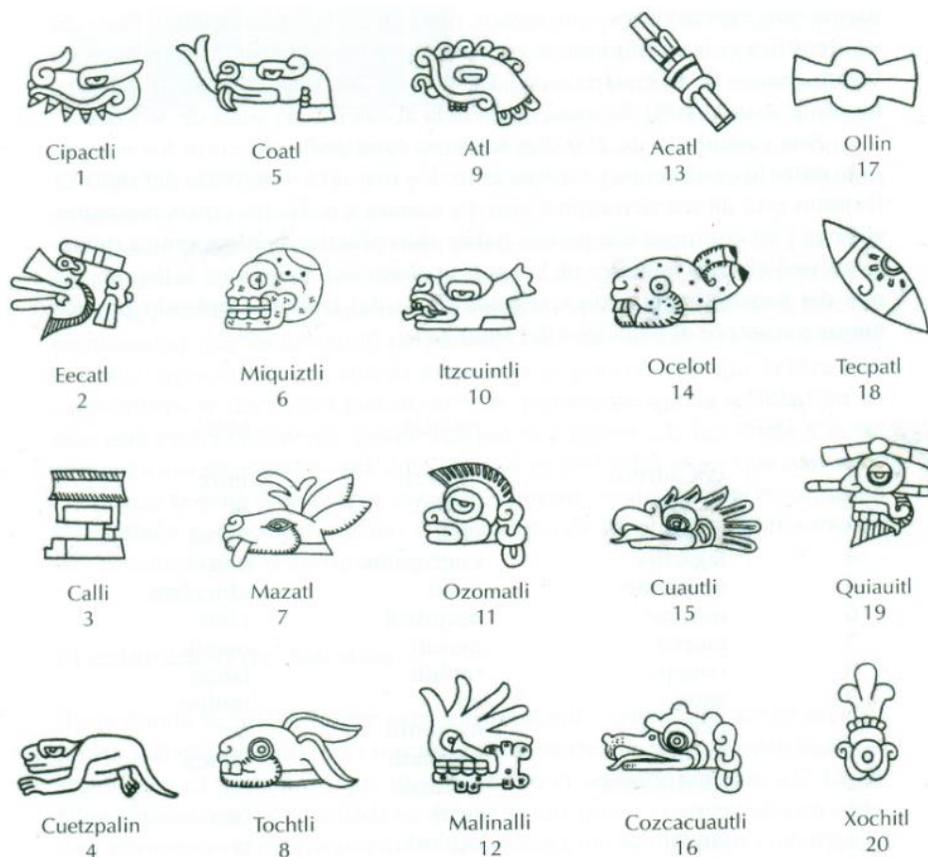


Figura 23. Los 20 signos del *Tonalpohualli* nahua. Tomado de Duverger, 2007: 5.

Otra característica importante de los calendarios mesoamericanos es que el ciclo de 260 días se iniciaba al mismo tiempo que la cuenta civil de 365 días (Galindo, 2003:18). Esto implicaba que se necesitaban 18 980 días o 52 años solares para que coincidieran nuevamente (Marcus, 2000: 18). Es decir, el *Tonalpohualli* necesitaba 73 ciclos de 260 días para correlacionarse con el *Xiuhpohualli* después de 52 años. Este hecho establece la ecuación fundamental que relaciona ambas cuentas: $52 \times 365 = 73 \times 260$ (Galindo, 2009: 34). El ciclo de 52 años era llamado entre los mexicas como *xiuhmolpilli* o “atadura de años” (Marcus, 2000: 18). Después de este ciclo de 52 años los días recuperaban el signo que habían tenido hace 52 años (Duverger, 2007: 61). Para nombrar los 52 años transcurridos, se utilizaban únicamente los signos *Tochtli* (conejo), *Ácatl* (caña), *Técpatl* (pedernal), *Calli*

⁸ Una vez agotados los primeros 13 numerales se volvía asignar un número del 1 al 13.

(casa) que eran los “Portadores del año” y se les asociaba un numeral del 1 al 13 (Galindo, 2003: 20).

Sobre el Origen de las Cuentas Calendáricas

El origen del calendario y la forma en cómo se divulgó a lo largo de Mesoamérica son aún inciertos. Para algunos autores como Marcus (2000), el calendario más antiguo es el *Tonalpohualli*. Aunque no necesariamente esto puede ser del todo cierto. Es claro que la cuenta de 365 días o *Xiuhpohualli*, surgió de la observación metódica del movimiento de su divinidad principal: el Sol. Por lo tanto, no es extraño suponer que el movimiento aparente de este astro también pudo determinar la singular cuenta de 260 días.

Al respecto, existen varias propuestas que discuten su invención. Una de las más interesantes es la de Malmström (1973), quien como muchos otros investigadores pensaba que la presencia de glifos de animales selváticos como: *Ozomatli* (mono), *Ocelotl* (jaguar), y *Cipactli* (lagarto) podrían sugerir un origen sureño del calendario. Bajo esta premisa, Malmström (1973) propone que el *Tonalpohualli* surgió entre los 14°42' N y 15° N. Que corresponde a una pequeña franja del sur de Chiapas, centro de Guatemala y norte de Honduras. En este territorio, sucede un fenómeno solar único: el Sol alcanza su cenit entre los días 12-13 de agosto y el 30 abril-1 de mayo. Malmström observó que si contamos a partir del mes de agosto, pasarán justo 260 días para llegar al segundo paso cenital del Sol a finales de abril. Con el tiempo las mediciones arqueoastronómicas nos darían el par de fechas puntualmente: 13 de agosto y 29 de abril (Galindo, 2003: 58).

3.5 Las familias de orientaciones calendárico-astronómicas

La invención de las cuentas calendáricas mesoamericanas de 260 días o *Tonalpohualli* y de 365 o *Xiuhpohualli*, dieron la base para que los sacerdote-astrónomos llevaran un conteo del tiempo cronológico que les permitía llevar un orden en las festividades religiosas y civiles. Era tal la importancia del calendario, que los sacerdote-astrónomos mesoamericanos siguieron tres familias de fechas calendárico-astronómicas para orientar sus templos y monumentos, a la salida o puesta del Sol, en fechas muy particulares que dividían el año en diversas proporciones numéricas usando los solsticios como pivotes (Galindo, 2009: 34).

Estas familias de fechas calendárico-astronómicas están gobernadas por los números 52, 65, 73, 91, 260 y 365.

Familia del 52

Por ejemplo, el eje de simetría poniente de la fachada principal de la Pirámide del Sol (ver figura 24), en Teotihuacán, se alinea al ocaso con el Sol los días 29 de abril y 13 de agosto. Este par de fechas dan lugar a la familia de orientaciones calendáricas que dividen el año solar con la relación 104/260. Esto quiere decir que si tomamos como punto de partida el 29 de abril, tendrán que transcurrir 52 días para llegar al solsticio de verano y otros 52 días para llegar al 13 de agosto. Cumpliendo el primer recorrido de 104 días. Y si ahora se toma como punto de partida el 13 de agosto del siguiente año, pasarán 260 días para llegar a la fecha desde la que partimos: el 29 de abril (Galindo, 2003: 46).



Figura 24. Vista lateral de la Pirámide del Sol. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

Si se extiende el eje de simetría de la Pirámide del Sol hacia el Oriente, notaremos que por la madrugada el Sol saldrá detrás de la pirámide el 12 de febrero y 29 de octubre. Estas fechas también dividen el año solar con la relación 104/260, pero respecto del solsticio de invierno. Con este esquema se tendrán 7 ciclos de 52 días que sumarán en total 364 días. Cabe señalar que para obtener estas fechas de alineación tanto en el horizonte Poniente como Oriente, implica necesariamente que ambos horizontes sean muy similares en altura (Galindo, 2016:

26). En la siguiente figura se muestra el esquema de la familia gobernada por los números 52 y 260.

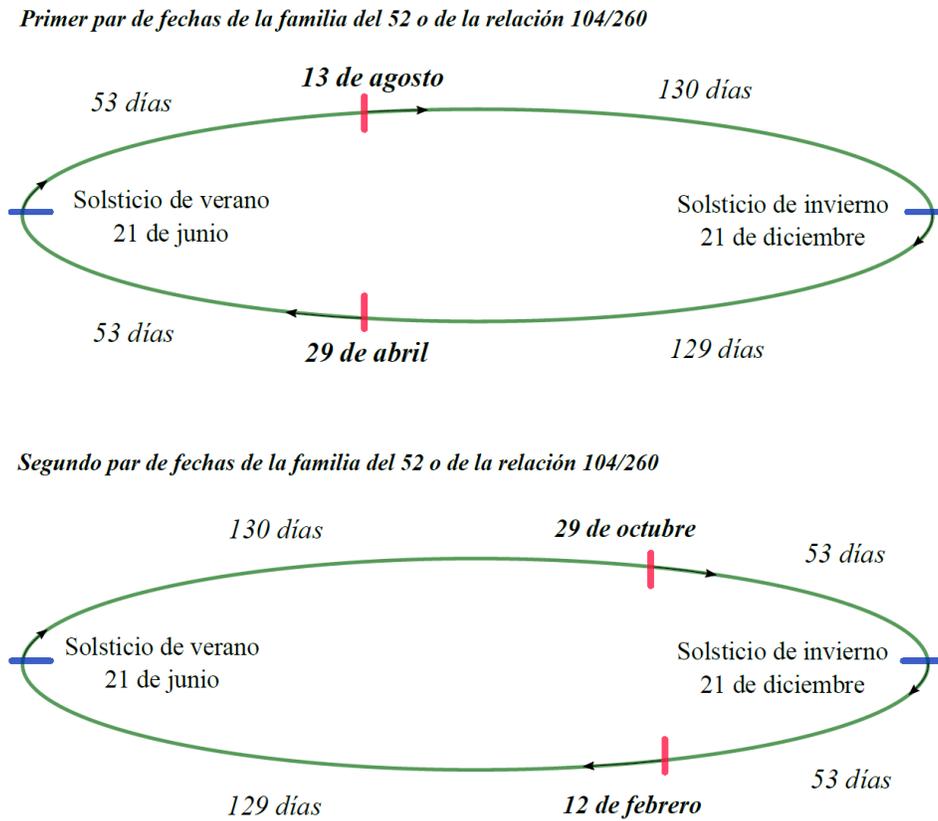


Figura 25. Esquema completo de las 4 fechas de la familia del 52.

Otros ejemplos

Muchos otros pueblos mesoamericanos siguieron la misma forma de alinear sus templos con el Sol. Por ejemplo, El Templo Mayor de Tula, Hidalgo, la Pirámide de los Cinco Pisos, en Edzná, Campeche y el Edificio E del Palacio de Palenque, Chiapas, entre otros (Galindo, 2003: 52). Un ejemplo de la antigüedad y el posible origen sureño de esta familia se encuentra en el sitio maya, del periodo Preclásico Tardío (300 a. C. – 150 d. C), llamado El Mirador, en Guatemala (Šprajc *et al.*, 2009: 79). Estos autores encontraron que la Pirámide de El Mirador se alinea con el Sol, tal cual sucede en la Pirámide del Sol en Teotihuacán, a la salida los días 12 de febrero y 30 de octubre, y a la puesta los días 30 de abril y 13 de agosto.

Familia del 73

Cuando fundaron los mexicas su ciudad capital, utilizaron la familia de orientaciones que está definida por el número 73. La fase 2 de la etapa constructiva del Templo Mayor de Tenochtitlan (ver figura 26) nos brinda las fechas de alineaciones solares que ocurren el 9 de abril y 2 de septiembre hacia el poniente en el ocaso, y por la madrugada, el 4 de marzo y 9 de octubre. Si empezamos a contar a partir del 9 de abril, necesitaremos 73 días para llegar al solsticio de verano el 21 de junio y otros 73 días para llegar al 2 de septiembre. De igual forma, si tomamos como punto de partida el 2 de septiembre, pasarán $3 \times 73 = 219$ días para llegar al 9 de abril del siguiente año (Galindo, 2003: 54). De igual forma sucede con las fechas 9 de octubre y 4 de marzo, pero respecto del solsticio de invierno.

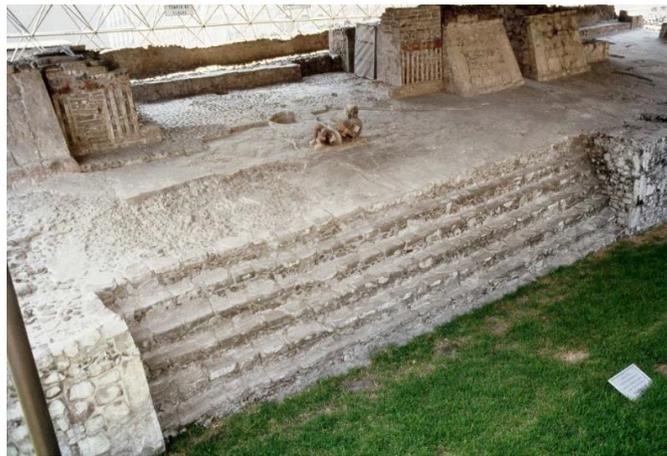


Figura 26. Fachada principal de la fase 2 de la etapa constructiva del Templo Mayor de Tenochtitlan. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

Como se había visto anteriormente, el número 73 permite relacionar las cuentas calendáricas de Mesoamérica mediante la ecuación $52 \times 365 = 73 \times 260$. También divide el año solar en 5 partes iguales ya que $5 \times 73 = 365$. Y no sólo eso: El número 73 también está relacionado con el período sinódico de Venus, debido a que $8 \times 73 = 584$ días (Galindo, 2009: 34). Y como recordará el lector, cuando se describió brevemente la estela de la plataforma de Venus en Chichén Itzá, vimos que en dicha estela tenemos escrita simbólicamente la igualdad sinódica venusina y solar: $584 \times 5 = 8 \times 365$ días. No sólo los mexicas utilizaron esta familia, sino también los totonacas en la Pirámide de los Nichos, en Tajín, el Templo Calendárico de Tlaltelolco (Galindo, 2003: 55) y la pirámide de Xochitecatl,

en Tlaxcala (Galindo, 2011: 238). En la figura 27, se muestra el esquema de esta segunda familia de orientaciones gobernada por el número 73.

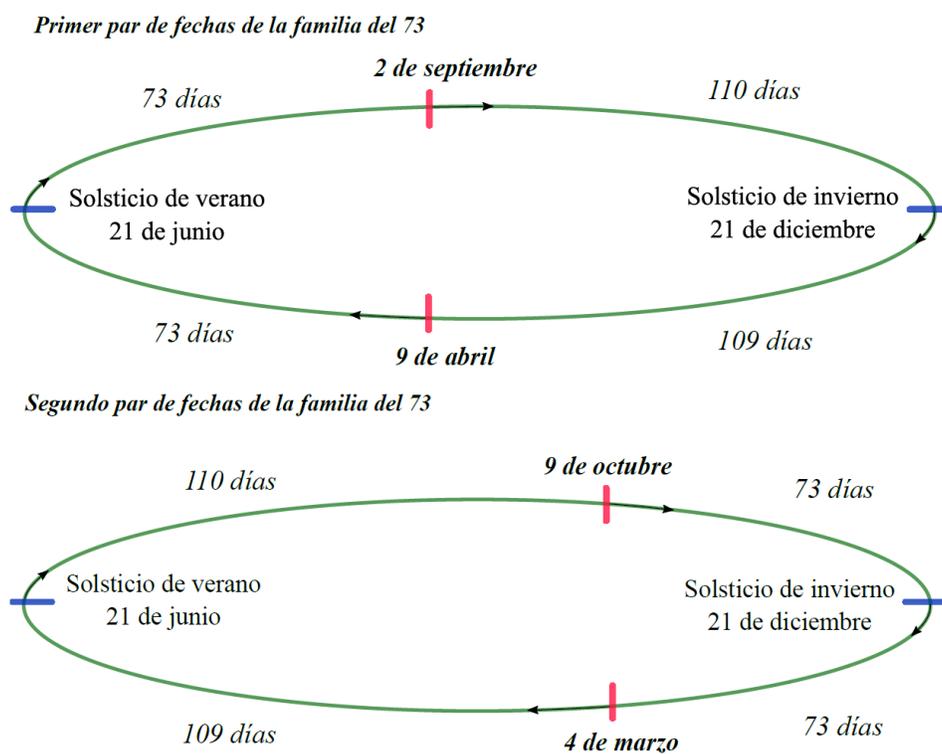


Figura 27. Esquema completo de las 4 fechas la familia de orientaciones calendárico-astronómicas definidas por el número 73.

Otros ejemplos

El origen y antigüedad de la familia del 73, se podría encontrar en las tierras pantanosas de los *hombres de hule*. Los olmecas (1200 a. C.) de la Venta, en Tabasco, utilizaron esta familia de orientaciones para alinear la pirámide principal de la Venta (y con ello la traza urbana de la ciudad) con la salida del Sol el 9 de abril y el 2 de septiembre. Si observamos las salidas del Sol, desde la cúspide de la pirámide, notaremos que a partir del 9 de abril, transcurrirán 73 días para que el Sol llegue al solsticio de verano. Después, pasarán otros 73 días y el Sol alcanzará la segunda fecha de alineación: el 2 de septiembre (Galindo, 2011: 238). Y como ya hemos visto, a partir del 2 de septiembre, transcurrirán 3 veces 73 o 219 días para que el Sol vuelva a alinearse con la pirámide de La Venta el 9 de abril del siguiente año.

Familia del 65

La tercera familia de orientaciones es la gobernada por el número 65. Los antiguos pueblos oaxaqueños tenían la peculiaridad de formar 4 conjuntos de 65 días para llegar a la cuenta de 260 días del *Tonalpohualli*. Cada conjunto de 65 días estaba dedicado a un Cocijo (símil de Tláloc) o dios del trueno y la lluvia. Galindo (2003) ha encontrado en Monte Albán, que el eje de simetría del Templo Enjoyado o “Embajada Teotihuacana” (ver figura 28) se alinea con el Sol en la madrugada del 25 de febrero y en la del 17 de octubre.



Figura 28. Fachada principal del Templo Enjoyado o “Embajada Teotihuacana”. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

Este grupo de fechas están relacionadas con el concepto de Cocijo ya que equidistan 65 días del solsticio de invierno (Galindo, 2003: 57). Se pensaba hasta hace poco que esta familia era propia de los Valles Centrales de Oaxaca. Sin embargo, también está presente en el Bajío y el Sureste mexicano. Algunos ejemplos de edificios que siguen esta familia de orientaciones son: El Patio A del Grupo del Arroyo en Mitla, Oaxaca (Galindo, 2003: 57), el eje de simetría del Conjunto A de Cañada de la Virgen en Guanajuato, (Granados, 2008: 167), el Templo I y II de Tikal, Guatemala (Aveni y Hartung, 1988: 16) y el edificio I de Dzibanché, Quintana Roo (Šprajc y Sánchez, 2012: 994). En la figura 29, se muestra el esquema completo de la familia del 65.

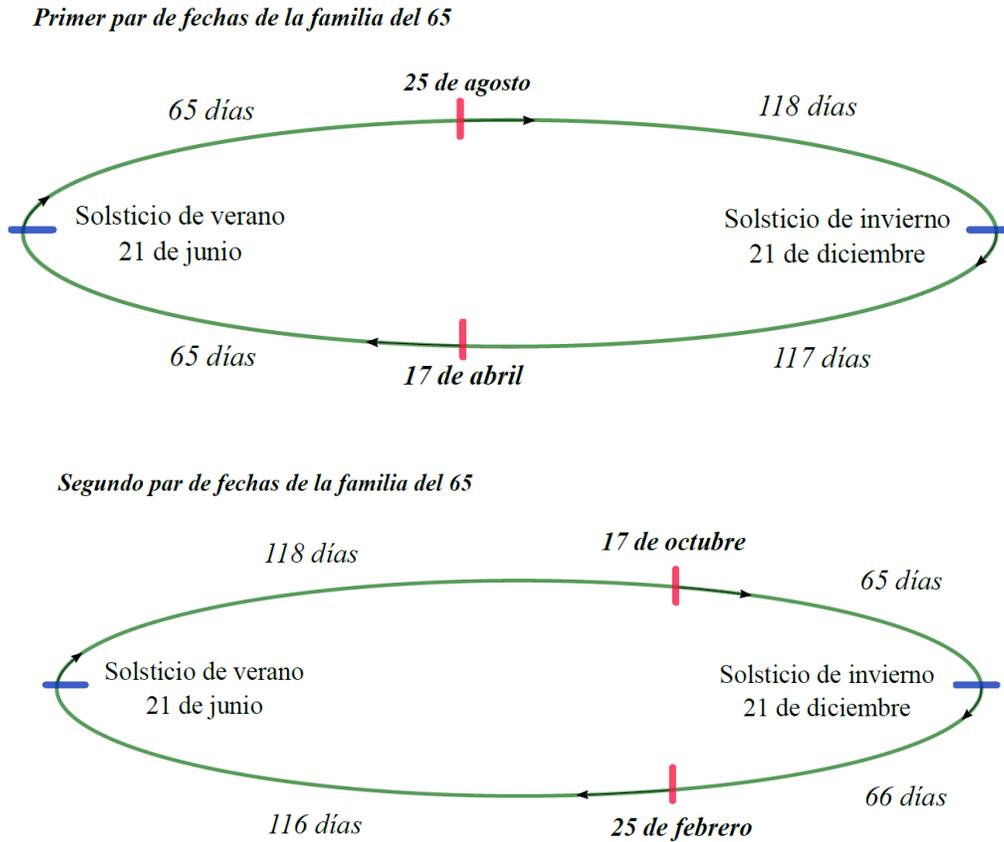


Figura 29. Esquema completo de la familia del 65.

Equinoccios temporales

Aunque estas familias de orientaciones calendárico-astronómicas están presentes en sitios del Formativo como La Venta (1200 a. C.), en Tabasco, o El Mirador (300 a. C. – 150 d. C), en Guatemala. Los antiguos habitantes de Cuiculco (800 a. C. - 275 a. C.), al sur de la Ciudad de México, orientaron su pirámide hacia la salida del Sol que ocurre detrás del cerro Papayo los días 23 de marzo y 20 de septiembre (ver figura 30).



Figura 30. Momento de la alineación de la Pirámide de Cuicuilco (800 a. C. - 275 a. C.), el cerro Papayo y el Sol al amanecer del 23 de marzo. Fotografía: Jesús Galindo Trejo.

La elección de este par de días para alinear su pirámide se puede deber a que los días 23 de marzo y 20 de septiembre se encuentran a mitad de camino de los puntos extremos del Sol. A este tipo de orientación se le conoce como equinoccio temporal (Galindo, 2016: 25). Es decir, entre el solsticio de invierno y el de verano existen 182 días (cuyo punto medio es el 23 de marzo), y del solsticio de verano al solsticio de invierno hay 183 días (cuyo punto medio es el 20 de septiembre). En la figura 32 se muestra el esquema de esta forma particular de orientación arquitectónica.

Par de fechas de los equinoccios temporales

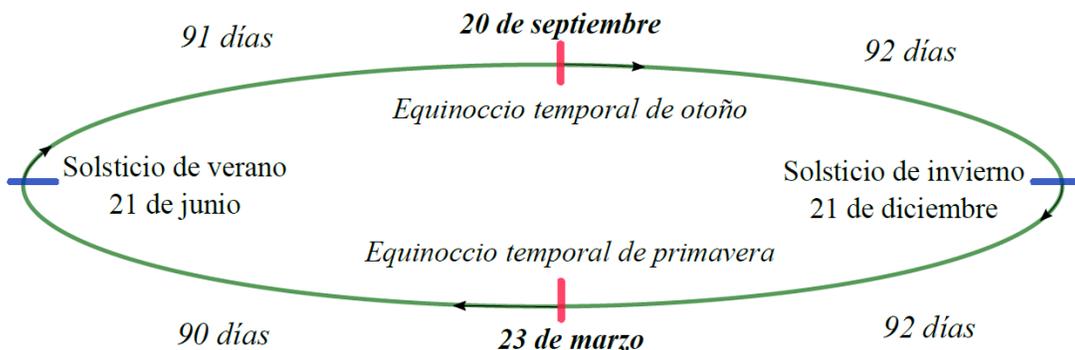


Figura 31. Diagrama donde se muestra el par de fechas que señala la orientación de la Pirámide de Cuicuilco (800 a. C. - 275 a. C.).

Las Cruces Punteadas en Mesoamérica

3.6 Los marcadores teotihuacanos

Los marcadores o cruces punteadas (*pecked cross*, en idioma inglés) son petroglifos de origen teotihuacano (100 - 700 d. C.) conformados en su totalidad por puntos creados al horadar la superficie de una roca⁹ o en pisos de estuco. La mayoría de los marcadores son horizontales; sin embargo, existen ejemplos en Xihuingo, Hidalgo que están plasmados sobre rocas verticales. En general, el diseño típico de un marcador teotihuacano consiste en dos círculos concéntricos que son divididos en cuatro partes iguales por dos ejes semi cartesianos. De tal forma que un marcador contará con 4 brazos. Usualmente, un eje apuntará hacia el Norte-Sur y el otro eje hacia el Este-Oeste. Es decir, cada brazo señalará un punto cardinal respectivamente. Aunque no siempre se cumple esta condición de orientación de los brazos.

Es muy común, que cada uno de los brazos cuenten con un total de 20 puntos. Una cifra que podría referirse a los 20 signos del *Tonalpohualli*. Algunos investigadores como Aveni *et al.* (1978) piensan que los puntos de las intersecciones (entre los ejes y los círculos concéntricos) no deberían contarse. Tomando en cuenta esto, Aveni *et al.* (1978) consideran que los brazos despliegan un patrón o cuenta que escriben como $10 + 4 + 4$. Esta suma daría como resultado los 18 periodos de 20 días que conformarían una cuenta total de $18 \times 20 = 360$. Pero si consideramos los dos puntos de intersección entre los brazos y los círculos concéntricos obtendríamos 20 puntos. Estas regularidades numéricas no se presentan en el número de puntos de los círculos concéntricos. Esta cantidad puede variar de marcador a marcador. La

⁹ Existen algunos marcadores que fueron labrados en rocas relativamente fáciles de transportar. Por lo que se piensa que fueron marcadores móviles y que se orientaban manualmente. Algunos ejemplos conocidos son los marcadores COC 2 (Iwaniszewski, 2018: 35) y el ejemplo de Río Grande, Oaxaca (Zárate, 1986: 76). Estos marcadores también pueden ser rectangulares (COC 2) o circulares como el marcador oaxaqueño y cuentan con sus respectivos ejes perpendiculares. Estos ejemplos de marcadores *móviles* pueden representar maquetas transportables o marcadores terminados que podían ser orientados según el criterio de la persona. Sin embargo, estos tipos de marcadores han sido escasamente estudiados y solamente podemos especular acerca de su uso.

suma de todos los puntos (con excepción del punto central) puede no estar relacionada con las cuentas calendáricas. Aveni *et al.* (1978) encontró marcadores con un total de 261 puntos (CHA 1) y otros con 792 puntos totales (TEO 2). En la figura 32 se ilustran las partes de un típico marcador circular teotihuacano¹⁰.

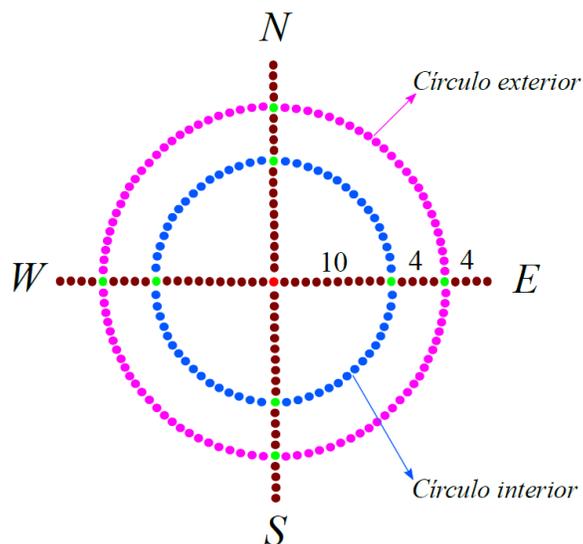


Figura 32. Esquema general de un marcador circular teotihuacano en donde se muestran las diferentes partes de un marcador.

Temporalidad

Como tal los marcadores circulares tienen una temporalidad igual al periodo hegemónico de Teotihuacán (100 -700 d. C.), pero no se sabe con precisión en qué momento de la historia teotihuacana comenzaron a surgir. De los marcadores que sí se tiene una idea de su temporalidad, son de los marcadores de tipo rectangular que se encontraron en Teotihuacán en la década de los 90's. Estos marcadores rectangulares fueron plasmados sobre el piso de estuco del Grupo 5 y sobre la Gran Plataforma Sur de la Pirámide del Sol. El marcador TEO 25 del Grupo 5, ubicado al Oeste de la Pirámide de la Luna, tiene una datación que corresponde a las fases Miccaotli y Tlamimilolpa Temprano (150 a. C al 350 d. C.) (Garczioso, 1995: 383). Los marcadores de la Gran plataforma sur¹¹ fueron fechados en la

¹⁰ Los puntos de los círculos concéntricos no representan una cantidad especial.

¹¹ Más adelante hablaremos más sobre estos marcadores.

fase Tlamimilolpa Tardía y Xolalpan (450-600 d. C.) (Morante, 1997: 423). Lo que nos podría indicar que el uso de los marcadores estuvo vigente desde el inicio hasta el colapso de la ciudad de Teotihuacán.

Otros ejemplos

Hasta el momento hemos hablado de los marcadores circulares y rectangulares de la ciudad de Teotihuacán, pero existen al menos otro tipo: el de la Cruz de Malta (Aveni *et al.*, 1985:5). Este tipo de marcador también cuenta con un par de ejes perpendiculares que dividen la cruz de Malta en cuatro cuadrantes. Algunos marcadores de este tipo también comparten el patrón de los brazos de $10 + 4 + 4$ (ver figura 33 b'), pero también existen ejemplos que cuentan en sus brazos con un número mayor de puntos (ver figura 33 c'). El marcador de Tlalancaleca (ver figura 33 d') es posiblemente el marcador más antiguo del que se tenga noticia. Esto debido a que la ciudad de Tlalancaleca tuvo un desarrollo desde el Formativo (800 a. C) hasta principios del Clásico (200 d. C.) (Murakami, 2017: 456).

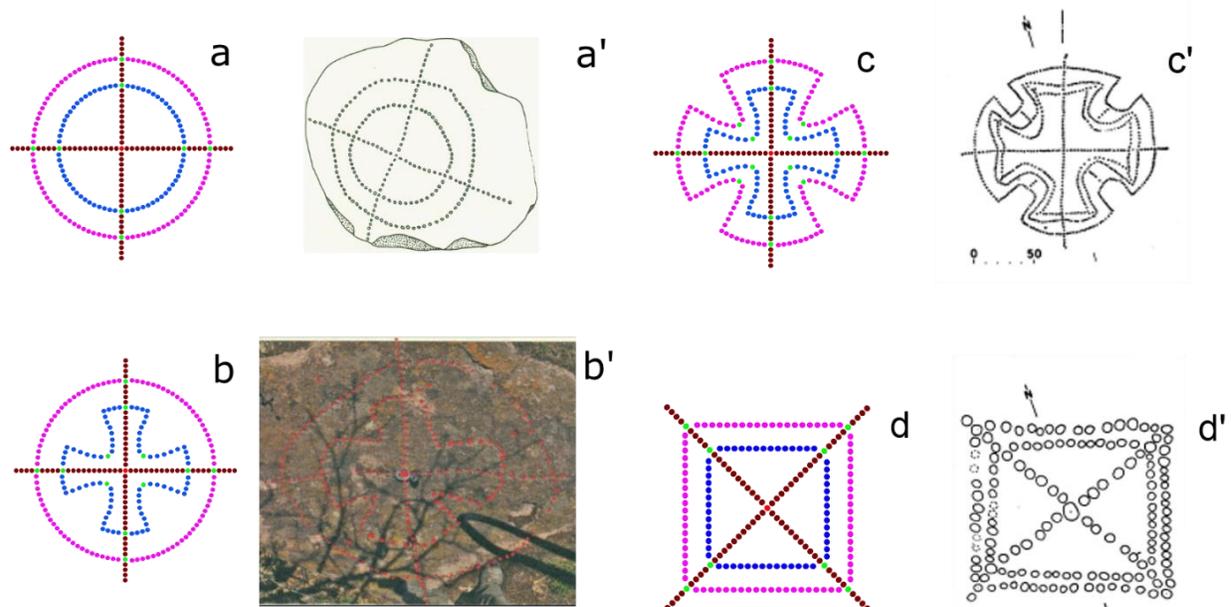


Figura 33. Ejemplos de otros tipos de marcadores: (a) Temascalcingo, Edo. Méx., (vertical) (Folan, 1994:154); (b) Degollado, Jalisco, (Rétiz, 2017:113); (c) Teotihuacán, Edo. Méx., TEO 2 (Aveni *et al.*, 1978: 268); (d) Tlalancaleca, Tlaxcala, TLA 3 (Aveni *et al.*, 1978: 268).

3.7 Distribución de los marcadores teotihuacanos a lo largo del país

Desde el inicio de las investigaciones acerca de los marcadores teotihuacanos, diversos autores como (Aveni *et al.*, 1978: 274; Hers *et al.*, 2013: 6; Rétiz *et al.*, 2017: 108; Rétiz *et al.*, 2019: 217) han realizado tablas y mapas donde muestran los datos acumulados de los diferentes sitios donde se ha reportado el hallazgo de un marcador teotihuacano. Después de una revisión de las referencias citadas por los autores anteriores, realizamos nuestra propia tabla en la que enumeramos los sitios reportados (ver tabla 1).

Tabla 1. Listado de los sitios verificados hasta el momento donde existen marcadores teotihuacanos.

Sitio arqueológico	Sitio arqueológico
1. Tuitán, Durango (Aveni <i>et al.</i> , 1978: 268).	14. Teotihuacán, Estado de México (Aveni <i>et al.</i> , 1978).
2. Alta Vista, Chalchihuites, Cerro El Chapín, Zacatecas (Aveni <i>et al.</i> , 1978: 268).	15. Cerro Gordo, Estado de México (Aveni <i>et al.</i> , 1978).
3. Momax, Zacatecas (Hers <i>et al.</i> , 2013: 6).	16. San Pablo Tecalco, Cerro Chiconautla, Estado de México (Aveni <i>et al.</i> , 1978).
4. Poncitlán, Jalisco (Aveni <i>et al.</i> , 1978: 268).	17. Cerro Teponaxtle, Estado de México (Aveni <i>et al.</i> , 1978).
5. “Presa la Luz”, Jesús María, Jalisco (Esparza y Rodríguez, 2018: 82).	18. Villa Victoria, Estado de México (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 113).
6. Degollado, Jalisco (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 113).	19. Cocotitlán, Estado de México (Iwaniszewski, 2018: 35).
7. Las Piedras Caracoleadas, Yurécuaro, Michoacán (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 113).	20. Temamatla, Estado de México (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 113).
8. Quiringuicharo-Rincón Grande, Ecuandureo, Michoacán (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 108).	21. Amecameca, Estado de México (Comunicación personal Jesús Galindo).
9. El Platanal, Jacona, Michoacán (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 113).	22. Santa Cruz Alcapixcan, Xochimilco, CDMX (Zimbrón, 1992: 59).
10. La Nopalera, Huandacareo, Michoacán (Rétiz <i>et al.</i> , 2017: 113).	23. San Matías Tlalancaleca, Tlaxcala (Murakami, 2017: 456).
11. Anganguero, Michoacán (Comunicación personal Jesús Galindo).	24. Río Grande Tututepec, Juquila Oaxaca (Zárate, 1986: 76).
12. Xihuingo, Hidalgo (Wallrath, 2001: 45).	25. Uaxactún, Guatemala (Aveni <i>et al.</i> , 1978).
13. Temascaltzingo, Cerro de la Campana, Estado de México (Folan, 1994:154).	

Es difícil dar un número total y definitivo de los marcadores reportados. Algunos autores como (Rétiz *et al.*, 2019: 217) han llegado a una cuenta estimada de 137 marcadores. Los sitios donde se han encontrado más marcadores (alrededor de 90 en conjunto) son Teotihuacán y Xihuingo. Fuera de la zona de influencia teotihuacana, el sitio con más marcadores teotihuacanos es el sitio “Presa de la Luz” con 13 marcadores (Esparza *et al.*, 2018:82). El resto de los marcadores han sido localizados en lugares lejanos de Teotihuacán. Como por ejemplo, el marcador circular de la zona maya de Uaxactún, Guatemala (Aveni *et al.*, 1978: 268), o el marcador de tres círculos concéntricos de Tuitán, Durango (Aveni *et al.*, 1978: 268).

Para ayudar a visualizar la distribución de los marcadores en el país, se elaboró un mapa donde se localizan los sitios enumerados de la tabla anterior. El sitio que nos ocupa en esta investigación tiene el número 5. La antigua ciudad de Teotihuacán lleva el número 14 (ver figura 34).

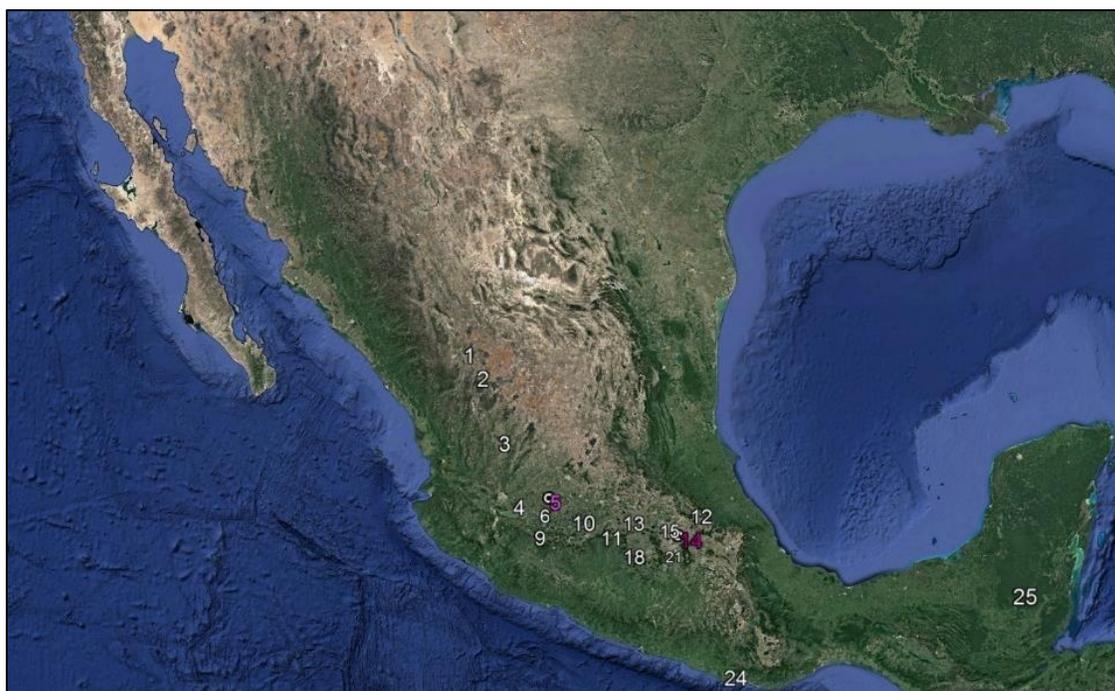


Figura 34. Mapa de la distribución general de los marcadores teotihuacanos. El número 5 representa el sitio de petroglifos “Presa de la Luz” y el 14 la antigua ciudad de Teotihuacán. Mapa realizado a partir de Google Earth.

Las rutas comerciales de la turquesa

Los investigadores Rétiz y Cárdenas (2017) proponen que la distribución de los marcadores se puede explicar porque su ubicación coincide con la ruta de la turquesa propuesta por Weigand en 1991 (ver figura 35).

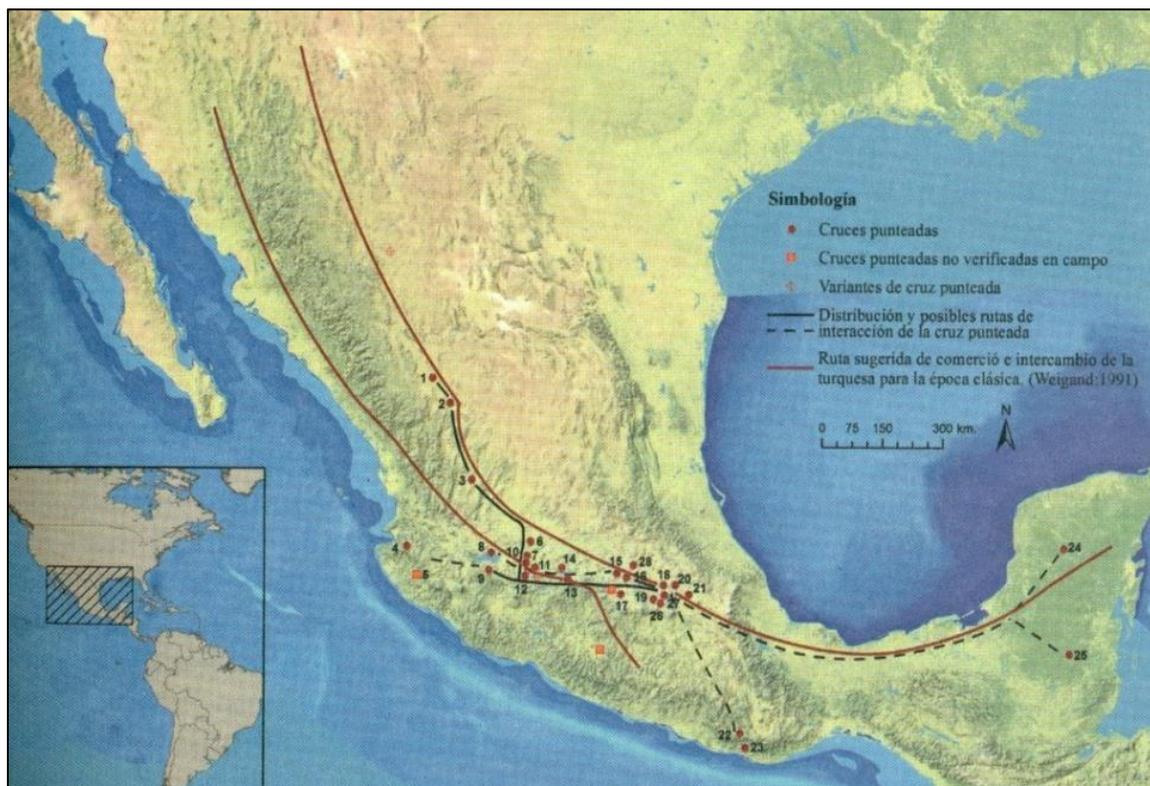


Figura 35. Mapa elaborado por Rétiz y Cárdenas (2017) donde muestran la distribución de los marcadores teotihuacanos y de las rutas de intercambio de varios minerales como la obsidiana y la turquesa proveniente de Nuevo México. Mapa tomado de Rétiz y Cárdenas (2017).

Es posible que los marcadores norteños de Tuitán (1), Durango, y de El Chapín (2) y Momax (3), en Zacatecas, estén ubicados en estos estados de la República debido a que los comerciantes teotihuacanos pasaron por aquellas latitudes con el fin de abastecerse de materiales codiciados como la turquesa de las minas de Nuevo México. Aunque la ubicación del resto de marcadores también se podría explicar debido a las rutas comerciales, de lo único que estamos seguros es que los marcadores son un indicativo de la presencia material de la cultura teotihuacana.

3.8 Propuestas del uso de los marcadores planteadas hasta ahora

Representación de cuentas calendáricas

Uno de los pioneros en la investigación de los marcadores es el astrónomo Anthony Aveni. Él mismo nos refiere que la primera descripción e interpretación de una cruz punteada aparece en 1884, en el capítulo XIX, del tomo I, del libro *México a través de los siglos*, editado por Vicente Riva Palacio (Aveni *et al.*, 1978: 267). En dicho texto, Alfredo Chavero, describe al marcador como “una gran losa” en la que están plasmados diferentes ciclos del calendario astronómico mesoamericano: el de 80 años (círculo interior), de 104 años o *Huehueliztli* (círculo exterior) y los 72 años del ciclo lunar (ejes cartesianos). En la figura 36 observamos el dibujo del primer marcador reportado en la literatura.

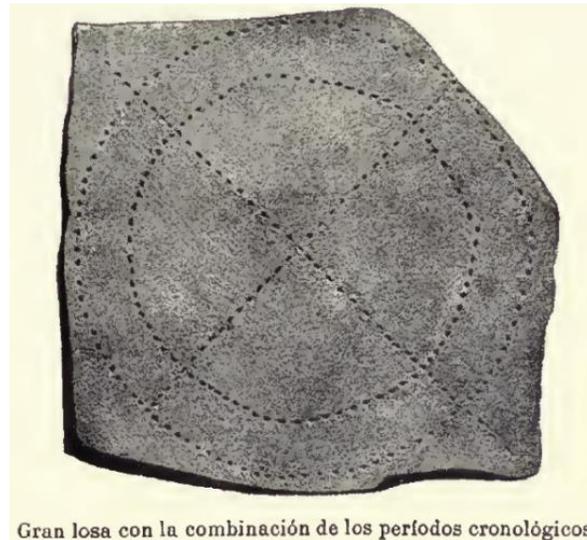


Figura 36. Para Alfredo Chavero, la “gran losa de la frontera norte”, es una descripción tallada en piedra de los diferentes ciclos calendáricos mesoamericanos. Sería nombrado por Aveni *et al.* (1978) como RIV. Imagen tomada de: Riva (1884).

Después de las notas descriptivas de Alfredo Chavero, la investigación de los marcadores se detuvo por casi un siglo hasta que en el contexto del proyecto cartográfico, que se realizó de la traza urbana de Teotihuacán, se descubrieron en la ciudad y sus alrededores cerca de 29 marcadores que Aveni y Hartung, en 1978, estudiaron a profundidad. En primera instancia, Aveni *et al.* (1978) retoma la hipótesis de Alfredo Chavero en el sentido de que los marcadores eran representaciones de cuentas calendáricas. Esto debido a que el número total

de puntos, de algunos de los marcadores que analizaron como los del sitio cerro El Chapín en Zacatecas: CHAP 1 (261 puntos) y CHAP 2 (265 puntos) y el reportado por Alfredo Chavero: RIV (261), son marcadores cuyas cuentas totales se aproximan al *Tonalpohualli* (260 días). No obstante este hecho, Aveni *et al.* (1978) proponen que los marcadores son representaciones simbólicas y no funcionales de cuentas calendáricas. Consideran que cabe la posibilidad de que la variación del número de puntos totales se deba a que representan cuentas específicas de los ciclos agrícolas de ese lugar. Asimismo, suponen que el patrón de los ejes: 10 + 4 + 4 pueden representar la cuenta de días, meses o años.

Posible Quincunce o juego

Aveni *et al.* (1978) notaron el gran parecido geométrico de la Cruz de Malta del *Códice Fejérváry-Mayer* (1500 d. C.) (ver figura 37) y la iconografía del “Quincunce” con los marcadores. Este parecido les hace pensar que el diseño geométrico de los marcadores podría estar inspirado en el *axis mundi* de la cosmovisión mesoamericana. Otra posible interpretación de los marcadores se basa en su semejanza en diseño (en forma de “X”) con el juego de mesa llamado *Patolli*¹² por los mexicas (Aveni *et al.*, 1978: 278).

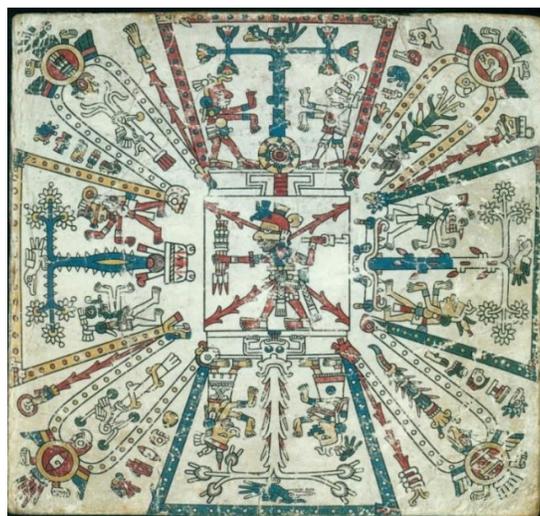


Figura 37. Página 1 del *Códice Fejérváry-Mayer* edición facsímil 2005 *Arqueología Mexicana*.

¹² Se trazaban sobre un piso de estuco 52 ó 104 puntos siguiendo la forma de una “X” (Aveni *et al.*, 1978: 278).

Posible uso topográfico para orientar las ciudades

Otra hipótesis importante surgió a partir de la medición de la orientación de los brazos de los marcadores hallados en los pisos de estuco de las unidades habitacionales que se encuentran a los lados de la Calzada de los Muertos en Teotihuacán. Aveni *et al.* (1978) encontraron que los brazos de estos marcadores (TEO 2, 3, 10 y 12), se alinean paralelamente con dicha calzada y por ende con la cuadrícula de la ciudad. Por otra parte, Aveni *et al.* (1978) también encontraron que la línea imaginaria que une el centro de los marcadores TEO 1 con TEO 5, definen una orientación. En particular, esta dirección se alinea con las fechas calendáricas de la orientación de la Pirámide del Sol. Estos datos hicieron pensar a Aveni y Hartung en que los marcadores sirvieron como instrumentos para planear la orientación de la traza urbana de la ciudad de Teotihuacán (ver figura 38).

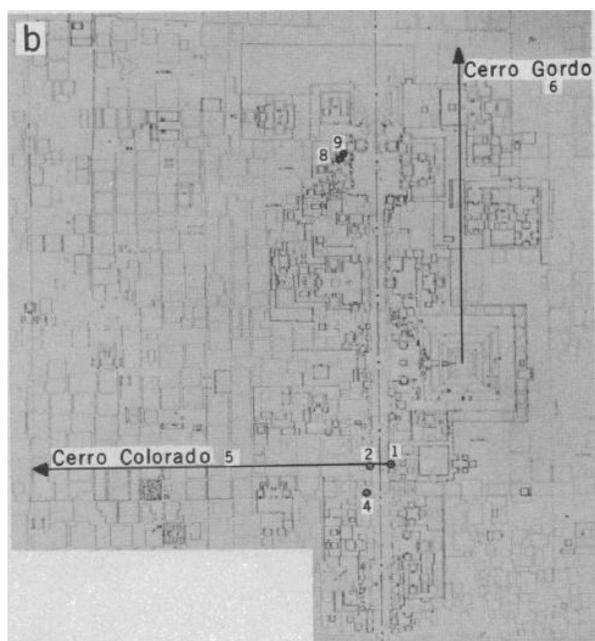


Figura 38. Mapa realizado por Aveni *et al.* (1978) donde muestra la ubicación de los marcadores cuyos ejes se alinean con la traza urbana de Teotihuacán.

Otro caso similar al que vimos anteriormente sucede con los marcadores que se encuentran en la cima del pequeño cerro de El Chapín, en Zacatecas. Aveni *et al.* (1978) observaron que si unen con una línea los centros de los marcadores CHA 1 y CHA 2, señalan el sitio arqueológico de Alta Vista (ubicado a sólo 7 km al noroeste del cerro El Chapín), lo que hizo

pensar a Aveni que los marcadores pudieron servir para elegir y orientar el asentamiento. Asimismo, Aveni *et al.* (1982) encontraron que tanto los marcadores y el sitio de Alta Vista se alinean con el cerro Picacho. En la figura 39 se muestra el mapa elaborado por Aveni de la ubicación de los marcadores y el emplazamiento de Alta Vista, respecto del cerro Picacho.

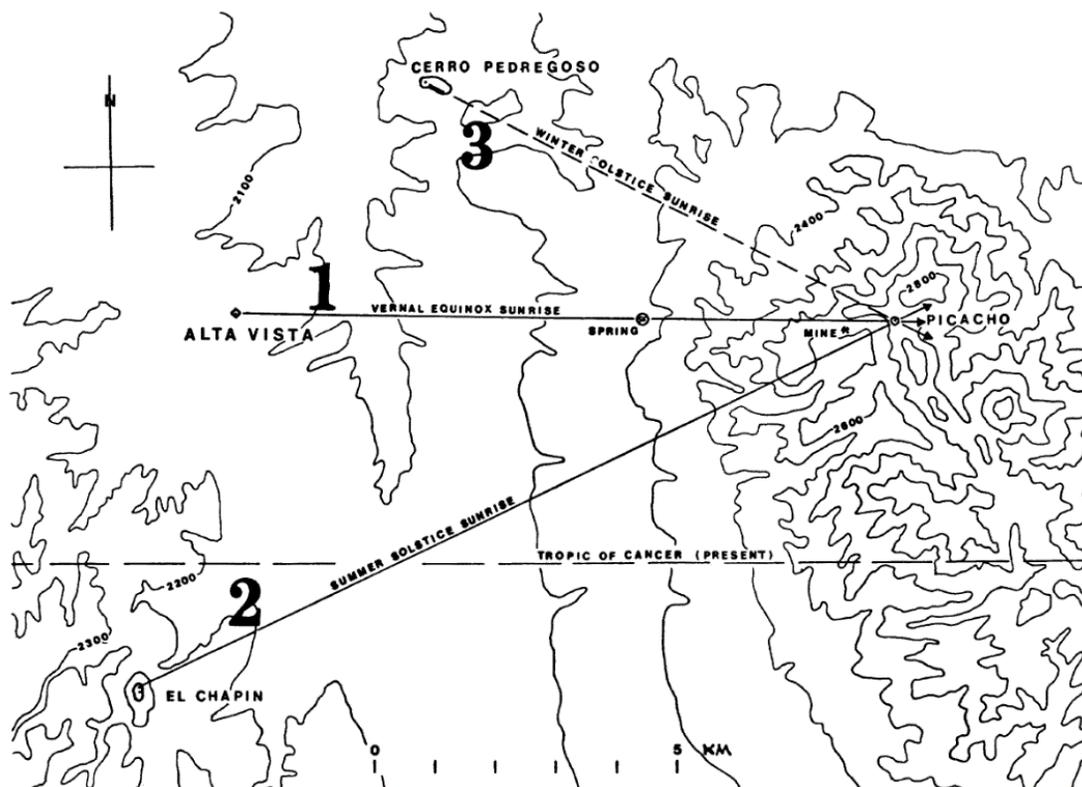


Figura 39. Mapa realizado por Aveni *et al.* (1982) en donde muestran la relación topográfica que guardan los marcadores del cerro El Chapín, el sitio de Alta Vista y el cerro Picacho.

Uso calendárico de los marcadores del Cerro El Chapín

Los sitios de Alta Vista y El Chapín también han sido estudiados por Montero (2013). Este investigador encontró que el Brazo Este, del marcador CHAP 1 (ver figura 40), se alinea con el Sol a su salida detrás del cerro Alto el 13 de agosto. Fecha que junto al 29 de abril conforma la familia de alineaciones calendárico-astronómicas que dividen el año solar en la relación 104/260. De igual forma, pero desde el sitio de Alta Vista, el Sol sale el 12 de febrero detrás del cerro Alto. Montero (2013) considera al cerro Alto como un “verdadero *axis mundi*” de índole calendárica.

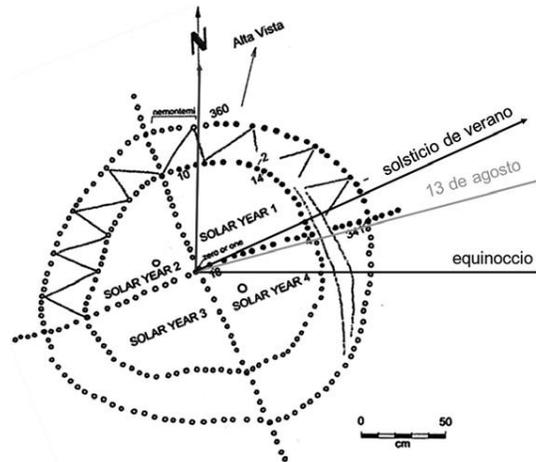


Figura 40. Adaptación realizada por Montero (2013) al diagrama de Aveni *et al.* (1982) para señalar la orientación calendárica del Brazo Este del marcador CHAP 1.

Uso astronómico: fechas solsticiales

Más al norte de Zacatecas, exactamente a 70 km al noroeste de El Chapín, se encuentra el marcador de Tuitán, Durango. El marcador de Tuitán tiene la peculiaridad de estar conformado por tres círculos punteados. El eje Este-Oeste apunta hacia la salida del Sol en el solsticio de diciembre y a la puesta del Sol en el solsticio de junio (Aveni y Hartung, 1978:275). Es posible que los teotihuacanos hayan escogido esta orientación debido a su importancia astronómica.

El caso de Xihuingo

En la década de los ochenta, Matthew Wallrath comenzó a explorar el sitio teotihuacano de Xihuingo-Tepeapulco. El asentamiento teotihuacano, está ubicado a 35 km al noroeste de Teotihuacán, en el estado de Hidalgo. El sitio es reconocido por albergar entre sus lomas, alrededor de 50 marcadores teotihuacanos, y cientos de petroglifos esculpidos en las cimas y laderas de los pequeños cerros (Galindo, 2003: 34).

Diez años más tarde, Matthew Wallrath, Jesús Galindo Trejo y A. Rangel Ruíz hicieron un estudio de los marcadores del sitio. En particular, nos centraremos en los marcadores visibles entre sí Xih 7 y Xih 3. El marcador Xih 7 destaca por ser el más elevado y por tener 405 puntos distribuidos en 4 círculos concéntricos. El marcador Xih 3 también tiene el diseño circular y destaca por sus petroglifos asociados: un círculo con 5 picos radiales y el numeral

13. Fecha que podría leerse como 13 *Tonalli*, Sol, o 13 *Citlalin*, estrella (Galindo, 2003: 35) (ver figura 41).

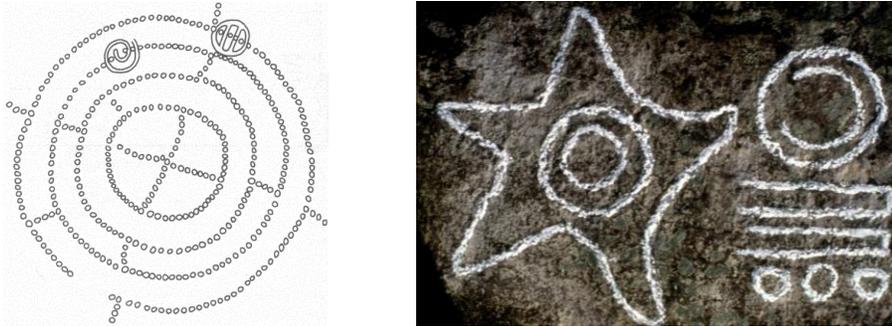


Figura 41. Marcador Xih 3 y su petroglifo asociado que podría representar la explosión de una supernova en la fecha 13 *Tonalli*. Dibujo tomado de Galindo, *et al.*, (1991). Fotografía: Matthew Wallrath.

Al medir la orientación dada por la línea que une ambos centros de los marcadores Xih 7 y 3, Galindo y Wallrath (1991) encontraron que la declinación no correspondía a una fecha solar, sino que apuntaba hacia el cielo nocturno. Si el marcador no apuntaba al Sol o a la Luna, quizás el petroglifo de la estrella podría representar a una supernova. Sin embargo, se necesitaba el dato arqueológico de la datación del sitio para saber en qué año buscar la explosión de supernovas y ver si la aparición fue visible y sucedió en la dirección que señalaban los centros de los marcadores.

Por el material arqueológico del sitio, Matthew Wallrath estimó que Xihuingo estuvo habitado entre los años 300 - 450 d. C. Ahora bien, al revisar los registros de supernovas hechos por los antiguos astrónomos chinos y corroborando tales observaciones con estudios actuales, encontraron que en la madrugada del 28 de febrero del año 393 d. C., en la dirección deseada un observador desde Xih 3 notó cómo surgió, detrás del marcador Xih 7, la cola de la constelación del Escorpión y junto a ella apareció una nueva estrella que duraría poco más de algunos meses (Galindo *et al.*, 1991: 268). El singular petroglifo de la estrella de 5 picos junto al numeral 13, se podría interpretar como la observación y representación teotihuacana de la explosión de la supernova del año 393 d. C. Con lo cual estaríamos frente al primer registro en Mesoamérica de este fenómeno (Galindo, 2003: 36).

Posible relación entre la cantidad de puntos y fechas calendáricas

A principios de la década de los noventa, Iwaniszewski estudió los marcadores TEO 3, TEO 4 y TEO 17 encontrados en la ciudad de Teotihuacán. Iwaniszewski (1990) encontró que las cuentas totales de los puntos de los círculos interno (87) y externo (94) del marcador TEO 4 rememoran los ciclos estacionales que describe el código maya de *Dresde*. Por su parte, el Brazo Este del marcador TEO 17 apunta hacia la salida del Sol en el solsticio de invierno y cuenta con 66 puntos en su círculo interno y 92 puntos en el externo.

Al respecto, Iwaniszewski (1990) propone que si multiplicamos 4 veces los 66 puntos del círculo interno obtendríamos 264 puntos que podría estar relacionados con la cuenta calendárica del *Tonalpohualli* (260 días). Por otra parte, si multiplicamos los 92 puntos del círculo externo por 4, obtendríamos una cuenta de 368 puntos que podrían estar relacionados con algún ciclo estacional particular. El marcador TEO 3 se destaca por tener tres círculos concéntricos (ver figura 42), que tienen por separado 65, 89 y 107 puntos respectivamente que si son sumados darían un total de 261 puntos que podría estar relacionado con el *Tonalpohualli*.

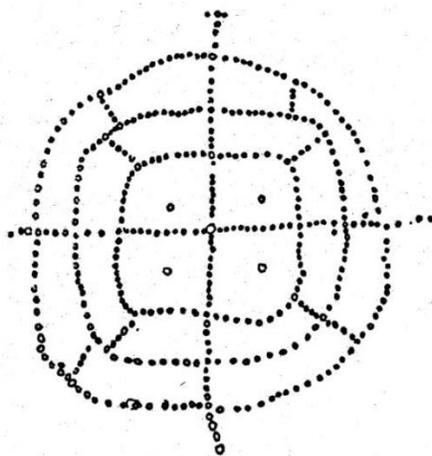


Figura 42. Marcador TEO 3 de Teotihuacán. Dibujo tomado de Iwaniszewski (1990).

Asimismo, Iwaniszewski (1990) determinó que el Brazo Este del marcador apunta hacia las salidas del Sol en los días 5 de febrero y 6 de noviembre y el Brazo Oeste apunta hacia las puestas del Sol en los días 7 de mayo y 6 de agosto. Si analizamos la distancia en días que separan a estas cuatro fechas, encontraremos que del 5 de febrero al 7 de mayo habrá 91 días, y del 7 de mayo al 6 de agosto otros 91 días. Si continuamos contando encontraremos que

del 6 de agosto al 6 de noviembre habrá 92 días y del 6 de noviembre al 5 de febrero siguiente otros 91 días. Por otra parte, Iwaniszewski (1990) resalta que estas cuatro fechas se encuentran aproximadamente a la mitad de los días entre los solsticios y los equinoccios. Es posible que los teotihuacanos hayan escogido estas cuatro fechas porque el número 91 es múltiplo de 13 ($7 \times 13 = 91$).

Posible relación entre la cantidad de puntos y cuentas astronómicas

Posteriormente, en 1994, se descubrieron nuevos ejemplos de marcadores en las excavaciones en Teotihuacán dirigidas por Matos Moctezuma. En aquella ocasión, se localizaron alrededor de 40 marcadores trazados en el piso de estuco de la esquina suroeste, de la gran plataforma de la Pirámide del Sol (Matos, 2003: 21). El investigador Rubén B. Morante (1997) se encargó de estudiar los nuevos marcadores. En la Gran Plataforma Sur se localizaron marcadores tanto circulares como rectangulares. Morante (1997) analizó dos marcadores rectangulares, TEO 33-32 y TEO 36 (ver figura 43), los datos más interesantes: el marcador TEO 33 tiene 346 puntos, y su marcador gemelo tiene justo la mitad: 173. Morante (1997) nos refiere que el ciclo nodal o draconítico de la Luna requiere de 346.62 días y el paso de un nodo a otro es de 173.31 días. Cuando la Luna alcanza los puntos nodales es cuando suceden los eclipses. Al sumar los puntos obtenemos 519 o bien 3 medios ciclos nodales $3 \times 173.31 = 519.93$ (Morante, 1997: 429).

Asimismo, Morante observó que si se cuenta el punto central de TEO 33, se obtienen $347 + 173 = 520$ puntos, que equivaldrían a dos veces la cuenta de 260 días del *Tonalpohualli* (Morante, 1997: 429). Morante considera que estos marcadores registran “un cómputo de días para la predicción de eclipses [lunares]”. El marcador TEO 36 (ver figura 43), presenta una rotura del piso de estuco en la esquina superior izquierda. Morante (1997) piensa que, debido a la simetría del marcador, TEO 36 tuvo en un primer momento 360 puntos que equivaldrían a 18 meses de 20 días, pero después de la restauración se le agregaron 5 puntos más a la esquina de TEO 36 para así obtener una suma total de 365 puntos. Como vimos, en estos casos muy particulares, encontramos en los puntos cuentas que definen los calendarios mesoamericanos.

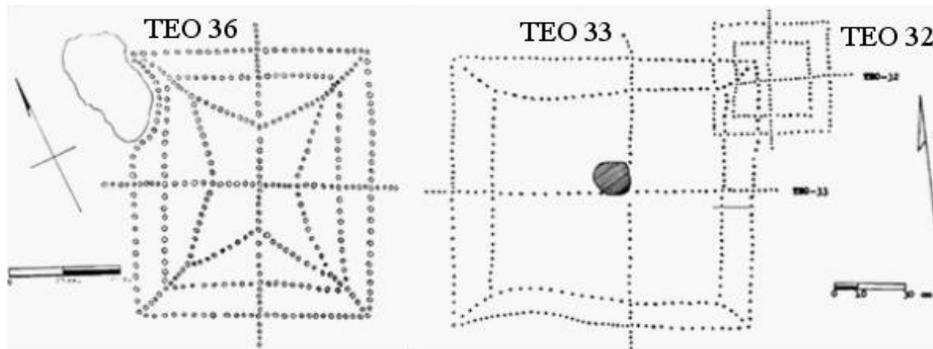


Figura 43. De izquierda a derecha, TEO 36 y TEO 33-32. El primer marcador tiene un total de 365 puntos. Por su parte, los marcadores siguientes, tienen 346 y 173 puntos que sumados dan 519 puntos que equivalen a tres y medio ciclos nodales de la Luna. Dibujo tomado de Morante (1997).

Posible representación de Teotihuacán

También existen propuestas desde el punto de vista de la arquitectura y el urbanismo. El arquitecto Juan Miró (2005) nos dice que diversas culturas antiguas como egipcios y asirios, representaban el símbolo de una ciudad mediante un círculo dividido en cuatro partes. Lo que lo llevó a pensar que la traza urbana de Teotihuacán se podría englobar en un círculo, de 7 km de diámetro con centro en la Ciudadela, y uno menor cuyo radio parte del centro a la Pirámide de la Luna. Dicho radio coincide con el eje Norte-Sur que define la Calzada de los Muertos. El diámetro del círculo mayor define el eje Este-Oeste (ver figura 44). Miró (2005) considera que la figura del círculo representa el “mundo” que concebían los teotihuacanos y que podría representar, de forma simplificada, la ciudad de Teotihuacán.

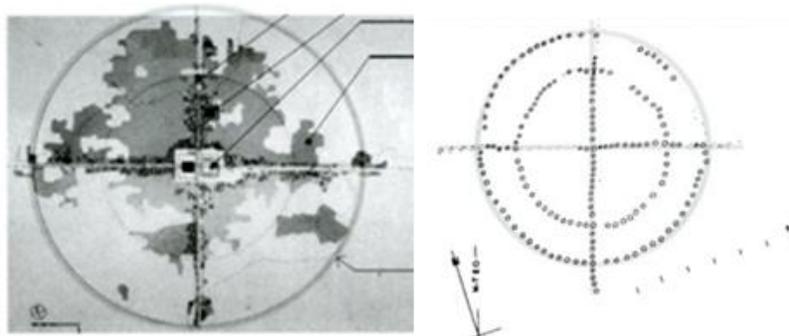


Figura 44. Comparación de Juan Miró (2018) entre la traza urbana de Teotihuacán y un marcador teotihuacano. Dibujo tomado de Miró (2018).

Contexto Arqueológico y Descripción de los Marcadores

3.9 Teotihuacán y su presencia en el Occidente de México

En esta sección hablaremos brevemente del contexto cultural que rodea a los marcadores teotihuacanos del sitio “Presa de la Luz”, al sur de Los Altos de Jalisco. Sin entrar en mayores detalles, hablaremos sobre la cultura teotihuacana y cómo se relacionó con los pueblos del Occidente. La historia de la ciudad de Teotihuacán es increíblemente fascinante debido a que está cubierta por un velo de misterio. Se piensa que la erupción del volcán Xitle del año 275 a. C. forzó a la población de Cuicuilco (800 a. C. - 275 a. C.)¹³ a emigrar hacia el valle que tiempo después albergaría a la gran ciudad de Teotihuacán (Matos, 2000: 13).

Como prueba de esta migración forzada, veremos posteriormente que una de las deidades tutelares de Teotihuacán será el dios viejo del fuego *Huehuetéotl*, divinidad presente desde tiempos de Cuicuilco (Matos, 2000: 13). Las figurillas de barro, vasijas, ofrendas, y las escenas tan realistas de los murales de Teotihuacán, nos muestran una sociedad altamente estratificada; compuesta por una base campesina, artesanos encargados de producir bienes materiales, guerreros y sacerdotes. Sin embargo, aún se desconoce si acaso existió algún gobernante en la ciudad (Matos, 2000: 41).

Con el paso del tiempo, la Ciudad de los Dioses logró llevar su cultura material (figurillas, navajillas de obsidiana verde y cerámica Anaranjado Delgado) y arquitectónica (talud-tablero, cuerpo adosado) a sitios mayas tan alejados como Tikal, Uaxactún y Kaminaljuyú en Guatemala, o Copán en Honduras (Matos, 2000: 78). Asimismo, mantuvo especial relación con ciudades como Monte Albán, en Oaxaca, Cholula en Puebla y El Tajín, en Veracruz (Matos, 2000: 78). Los continuos trabajos arqueológicos, han permitido establecer las fases de desarrollo de la cultura teotihuacana. En la figura 45 mostramos ejemplos de la cerámica teotihuacana según la etapa de desarrollo de la ciudad.

¹³ Ver Ramírez, 2012: 61.

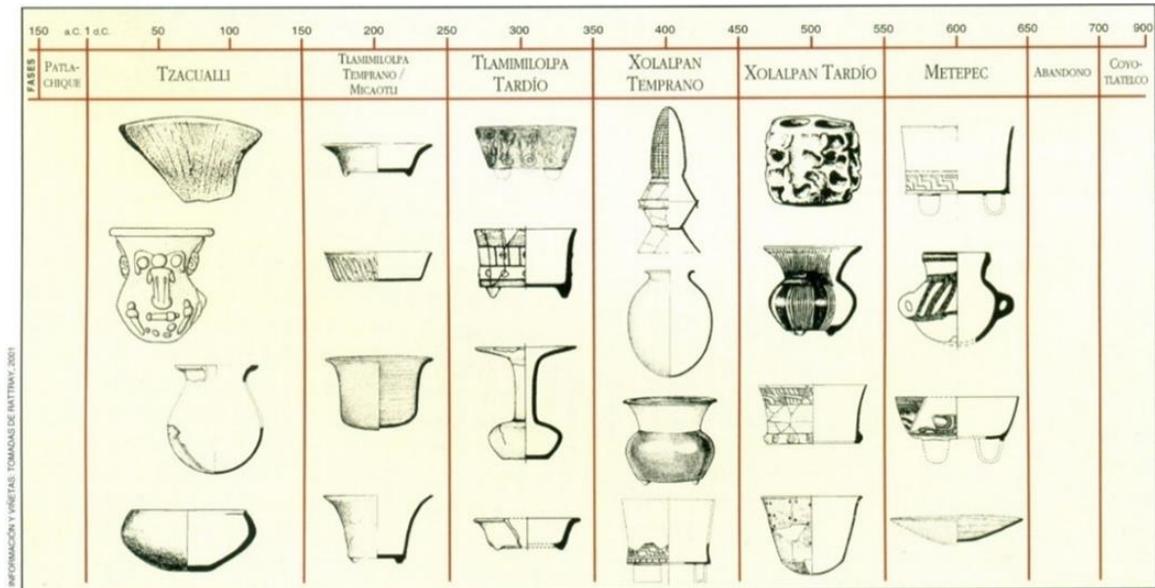


Figura 45. Cronología de las fases del desarrollo de la cultura teotihuacana con ejemplos de cerámica. Imagen tomado de Cowgill (2003).

Teotihuacán y el Occidente de México

Respecto de la presencia teotihuacana en el Occidente de México¹⁴, podemos decir que se restringe únicamente a los estados de Michoacán (principalmente) y Jalisco. En el caso de Michoacán, los sitios Loma de Santa María y Tres Cerritos (en la Cuenca del Cuitzeo) y Tingambato, muestran una arquitectura que sigue la arquitectura del talud tablero teotihuacano (Gómez y Gazzola, 2007: 128). Sin embargo, el talud tablero de Tingambato es una copia local sin seguir el modelo constructivo teotihuacano (Michelet, 2009: 79).

Particularmente, los investigadores (Gómez y Gazzola, 2007) nos referencian que (Macías, 1997) recuperó en el sitio de Tres Cerritos, cerámica tipo rojo sobre café, Anaranjado Delgado, figurillas con estilo teotihuacano, discos de pizarra, navajillas de obsidiana verde y esculturas del dios del fuego. Para el estado de Jalisco, Castro-Leal Marcia y Ochoa Lorenzo (1976) nos reportan la presencia de talud tablero en la estructura I del sitio de Ixtépete. Sin embargo, sus exploraciones fechan este detalle arquitectónico hacia el 800 d. C. (Castro-Leal

¹⁴ La región del Occidente de México consiste en los estados de Michoacán, Jalisco, Colima, Nayarit, y sur de Sinaloa.

y Ochoa, 1976: 131). Fecha muy posterior a la caída teotihuacana (650 d. C.). También reportan nula aparición de figurillas o tiestos teotihuacanos. Por lo que concluyen que no existe una presencia o influencia directa con Teotihuacán. Ya que el sitio es por lo menos 200 años posterior (Castro-Leal y Ochoa, 1976: 137). Hasta el momento, la presencia de material teotihuacano en Jalisco se restringe a los marcadores de Poncitlán (Aveni *et al.*, 1978), Degollado (Rétiz y Cárdenas, 2017) y “Presas de la Luz”, en Jesús María (Esparza y Rodríguez, 2018).

3.10 Contexto arqueológico que rodea a los marcadores PL 3 y PL 4

Como vimos en la sección (3.9), la presencia teotihuacana en el Occidente de México se restringe totalmente al estado de Michoacán (particularmente a la Cuenca del Cuitzeo). Muy poco se sabe acerca del grado de interacción cultural entre los pueblos de Jalisco y los teotihuacanos. Pareciera que la única presencia fehaciente del paso teotihuacano por la región son los marcadores de los municipios de Poncitlán, Degollado y Jesús María.

Esta situación nos ha llevado a preguntarnos acerca de cómo es que los teotihuacanos llegaron al sitio de nuestro interés. Por lo menos los teotihuacanos tuvieron que recorrer más de 360 km desde su ciudad hasta el territorio que rodea la presa. Autores como Rétiz y Cárdenas (2017) han planteado que los marcadores son el resultado tangible de interacciones históricas, entre las cuencas del Lerma y el Valle de México¹⁵, que datan de la época preclásica. Por ejemplo, se sabe que durante el formativo medio (800 al 500 a. C.), las culturas de la Cuenca del Lerma como El Opeño y Chupícuaro, mantenían lazos comerciales con los sitios de Cuicuilco, Tlatilco y Ticomán, entre otros (Rétiz y Cárdenas, 2017:109).

Como muestra de esta conexión podemos encontrar, en las vitrinas del museo comunitario de Jesús María, figurillas y caritas que pertenecen al periodo formativo de la Cuenca de México (1200 a. C al 100 d. C.) (ver figura 46). Esta evidencia material podría sugerirnos que el intercambio cultural entre la región de Jesús María con la Cuenca de México, data del periodo formativo.

¹⁵ El río Lerma conecta la Cuenca del Valle de México, el Valle de Toluca, la Cuenca del Cuitzeo y el Lago de Chapala.



Figura 46. Figurillas y caritas del periodo Formativo de la Cuenca del Valle de México. Con excepción de la carita central. Museo *Tlatelli*, Jesús María.

Es posible plantearnos que este intercambio comercial se mantuviera hasta la época teotihuacana. Esta continuidad explicaría la presencia de marcadores y materiales teotihuacanos en sitios de la Cuenca del Cuitzeo, como Lomas de Santa María, Queréndaro, Tres Cerritos y Huandacareo (Agapi y Cárdenas, 2007: 137), y en los alrededores de la Cuenca Lerma-Chapala como es el caso de los marcadores de la “Presa de la Luz”, en Jesús María. En el siguiente mapa se muestra el sistema lacustre del río Lerma, y los sitios mencionados anteriormente.



Figura 47. Mapa del sistema lacustre Lerma-Chapala-Cuitzeo. En el mapa se pueden apreciar los siguientes sitios con marcadores teotihuacanos: Temascalzingo (13), Villa Victoria (18), Angangueo (11), Huandacareo (10), Jacona (9), Quiringuicharo (8), Yurécuaro (7), Degollado (6), Poncitlán (4) y “Presa de la Luz” (5). Mapa realizado a partir de Google Earth.

3.11 El sitio de la “Presa de la Luz”

El sitio de petroglifos, “Presa de la Luz”, se encuentra en la parte sur de Los Altos de Jalisco, a las afueras del municipio de Jesús María, en los alrededores de la Presa de la Luz (ver figura 49). Desde la Ciudad de México, se puede llegar al sitio desde la carretera federal número 84 dirección Cuerámara-Arandas, y tomar una brecha a la altura de San José de Pilas, Jalisco.



Figura 49. En la esquina inferior izquierda, se encuentra el municipio de Jesús María, Jalisco. Y en la esquina superior derecha se localiza el sitio “Presa de la Luz”. Mapa realizado a partir de Google Earth.

Aunque el sitio arqueológico de la “Presa de la Luz” abarca gran parte de los alrededores de la presa, el conjunto de marcadores que analizaremos (PL 3, PL 4 y la Espiral 1) se encuentran labrados sobre una amplia superficie rocosa denominada Planchón Principal por los arqueólogos (Esparza y Rodríguez, 2018: 48). Este grupo de petroglifos está ubicado en la ribera norte de la Presa de La Luz (ver figura 50).

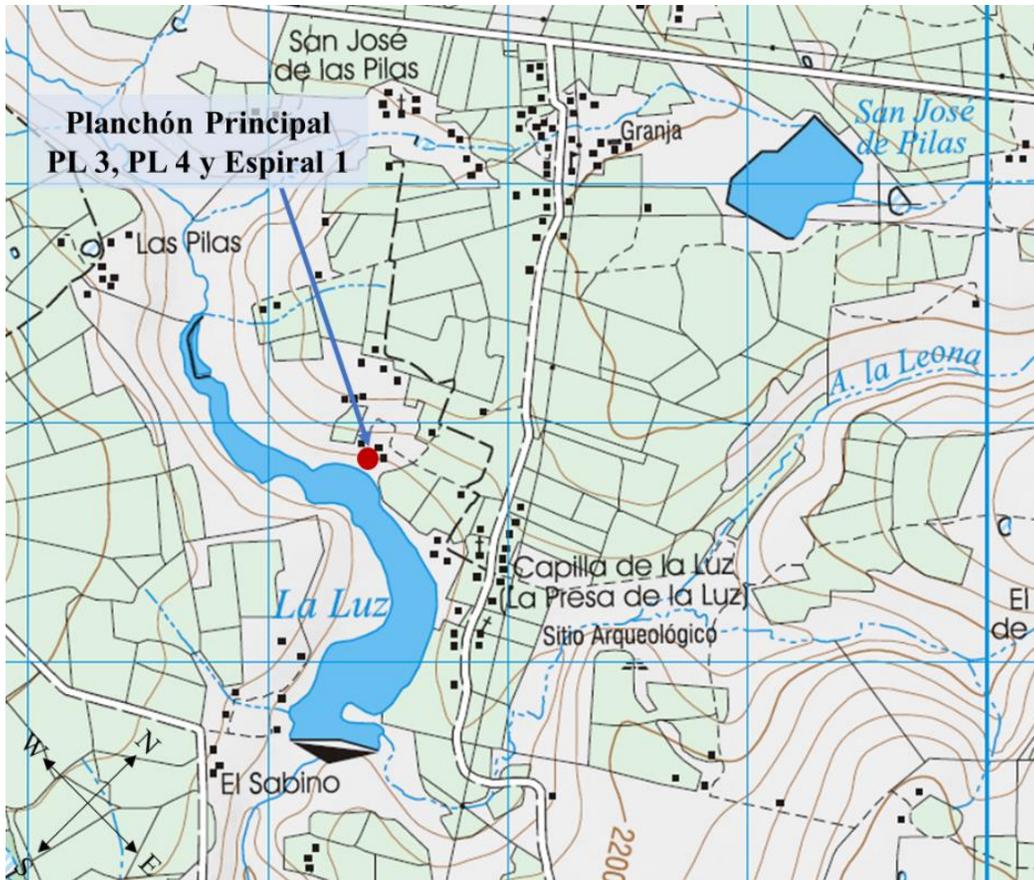


Figura 50. Mapa de INEGI de la Presa de la Luz, donde se muestra la ubicación del Planchón Principal y los marcadores teotihuacanos.

Para llegar al Planchón Principal, se debe solicitar permiso a los vecinos de la presa para atravesar sus terrenos y llegar a la orilla norte. El camino está rodeado por campos de tierra roja sembrados de agave azul, maíz y tomate. La vegetación del lugar consiste en pequeños parajes arbolados y matorrales secos que muestran un paisaje semi árido. Por otra parte, el relieve del lugar consiste en pequeñas lomas sin picos prominentes en el horizonte inmediato.

Durante el trabajo de campo, recogimos varios testimonios de habitantes del lugar que rememoran que la presa antes era una barranca. Quizás esto explica por qué en las orillas sur y sureste de la presa, hay grandes paredes de rocas que parecieran ser los acantilados que daban forma a la antigua barranca. En la siguiente imagen, se muestra el camino que tomamos para llegar a la orilla de la presa.



Figura 51. Vista norte-sur de la orilla de la presa de la Luz. Al fondo se observa el espejo de agua que forma la presa y los campos de agave azul.

Después de caminar por los campos de cultivo, llegamos a la orilla norte de la presa y nos encontramos con el extenso afloramiento de roca volcánica o Planchón Principal. Sobre esta superficie de 20 m² se labraron los marcadores teotihuacanos circulares PL3 y PL4, la Espiral 1 y diversos petroglifos en forma de espirales que se asemejan a los petroglifos encontrados en el lago del Cuitzeo, Michoacán, por Brigitte Faugère en 1997. Faugère llamó a estos petroglifos como *Ojos de Tláloc* y sugiere que pertenecieron a la Tradición *Lerma*, fechados del 600 al 1200 d. C. (Faugère, 1997: 92).

Tal parece ser que primero se labraron los marcadores circulares, PL3 y PL4, durante la época teotihuacana (100 – 700 d. C.), y luego los petroglifos de la Tradición *Lerma* (600 al 1200 d. C.) que menciona Faugère. Es posible que los teotihuacanos hayan labrado otras espirales del Planchón Principal, pero es muy difícil identificarlas debido a que el diseño de la espiral es muy común en el arte mesoamericano. Algo que llama la atención, es que los autores de los petroglifos de la Tradición *Lerma* respetaron los marcadores teotihuacanos al no borrarlos o intervenirlos. En la siguiente figura se muestra un ejemplo de los petroglifos *Ojos de Tláloc* que menciona Faugère (1997).

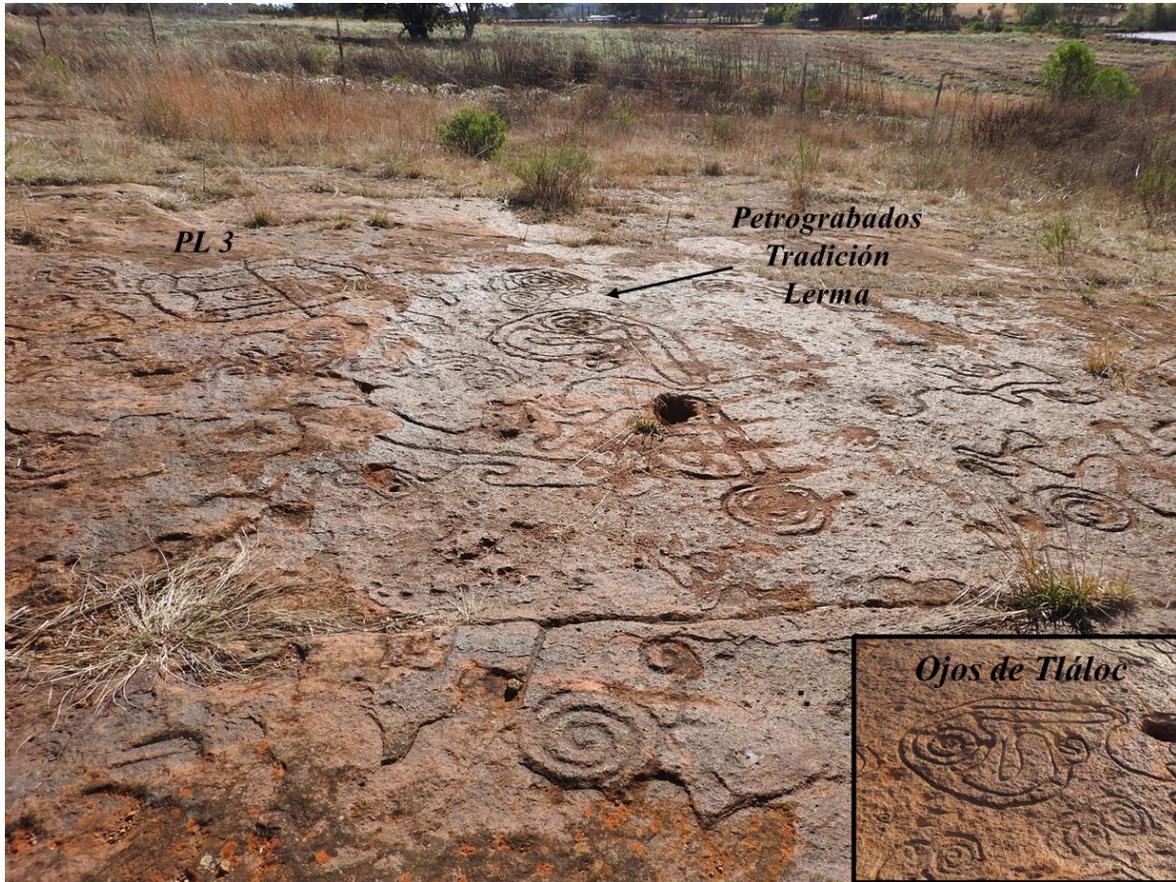


Figura 52. Vista Oeste-Este del Planchón Principal del sitio “Presa de la Luz”. En la esquina inferior derecha podemos observar con mejor detalle un petroglifo de la Tradición *Lerma* (600 al 1200 d. C.) que Faugère (1997) llama *Ojos de Tláloc*.

3.12 Los marcadores teotihuacanos PL 3 y PL 4

En esta sección describiremos cada parte de los marcadores PL 3, PL 4 y la Espiral 1 del Planchón Principal. Se mantendrá la numeración empleada por (Esparza y Rodríguez, 2018) pero agregaremos las iniciales PL o “Presa de la Luz”, para seguir la nomenclatura propuesta por Aveni *et al.* (1978). Asimismo, presentaremos las fotografías de cada marcador y sus respectivos diagramas donde señalaremos su punto central (en rojo), los puntos de intersección (en verde), el número de puntos de cada brazo (en café), el número de puntos del círculo interno (en azul), externo (en rosa) y las secciones faltantes representadas por líneas punteadas.

Marcador PL 3

Este marcador se distingue por la espiral que tiene en el cuadrante noroeste y por las cuñas que presenta en las esquinas noreste y suroeste. Estas líneas en forma de cuña podrían representar una variación que diferenciaría al típico marcador circular. Se comprobó mediante una brújula que cada brazo apunta hacia un punto cardinal respectivamente. En la siguiente figura se muestra el marcador PL 3 visto de sur a norte.

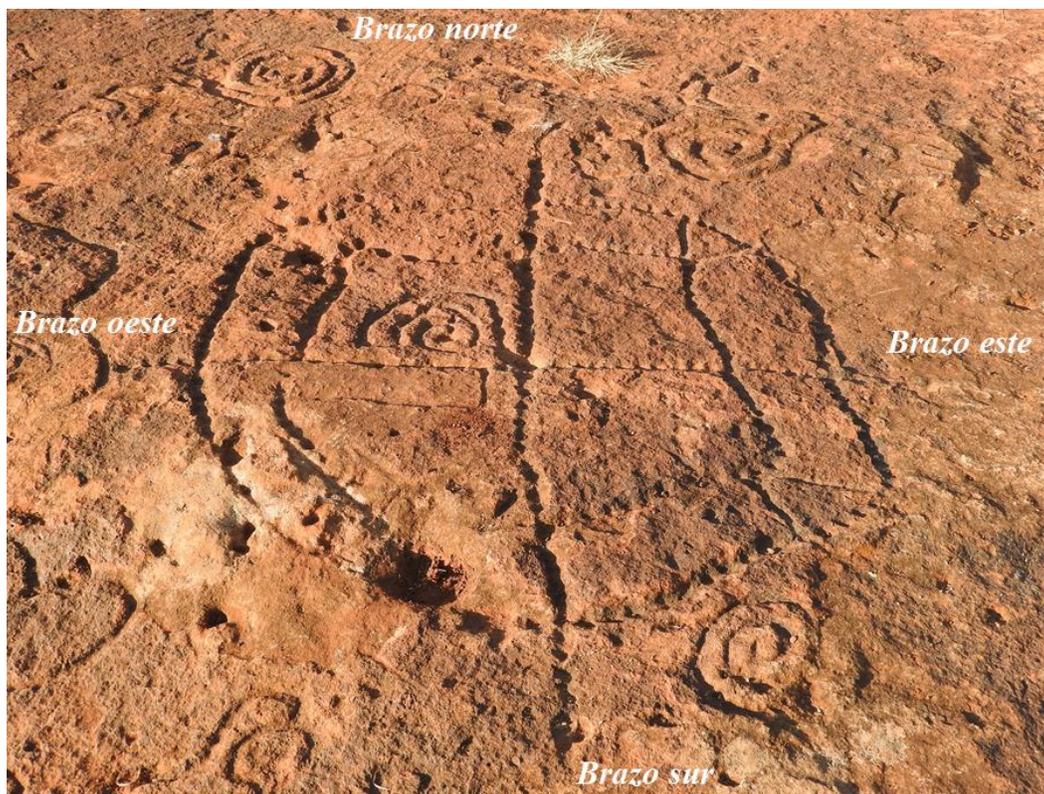


Figura 53. Marcador PL 3 visto de sur a norte.

Las dimensiones de los cuatro brazos del marcador PL 3 respecto del punto central son las siguientes: el Brazo Este mide 58 cm, el Brazo Oeste 67 cm, el Brazo Norte 67 cm y el Brazo Sur 68 cm. Por otra parte, si medimos del centro del marcador a cada una de las esquinas de las cuñas visibles, mediremos una distancia de 43 cm para cada una. Finalmente, el radio del círculo exterior mide 69 cm. El marcador cuenta con un punto central, 78 puntos en los cuatro brazos (contando los puntos en verde de las intersecciones con los círculos concéntricos), 67 puntos en el círculo interior, y 78 puntos en el círculo exterior (contando los puntos en verde

de las cuñas y los que están dentro de ellas). Esto nos da como resultado un total de 224 puntos reconocibles.

Por otra parte, si contamos los puntos de cada cuadrante (sin tomar en cuenta los puntos en verde de las intersecciones de los brazos con los círculos concéntricos) tenemos los siguientes conteos: el cuadrante noreste 43 puntos, sureste 43, suroeste 16 puntos visibles y noroeste 43 puntos (en todos los cuadrantes contamos los puntos en verde de las cuñas y los que están en medio de ellas). Finalmente, los Brazos Norte, Sur y Oeste despliegan el típico patrón de $10 + 4 + 4$ puntos. El Brazo Este tiene un patrón de $10 + 4 + 2$ puntos, aunque es posible que haya perdido los últimos dos. En la siguiente figura se muestra el diagrama realizado a partir de la observación *in situ*, la calca y las fotografías tomadas durante el trabajo de campo.

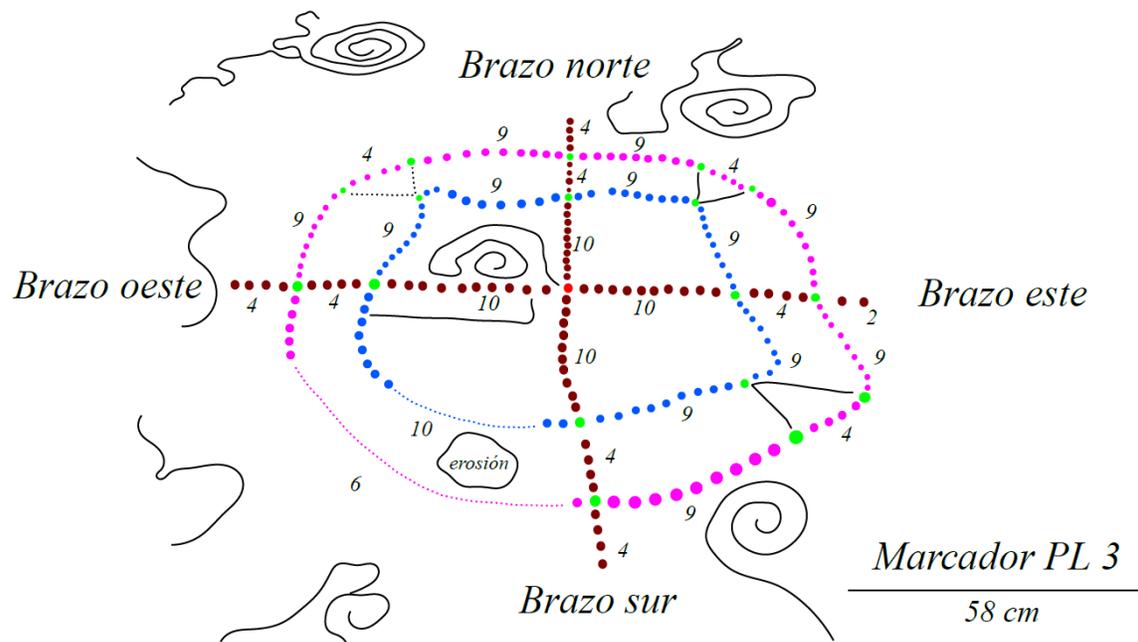


Figura 54. Diagrama del marcador PL 3 donde se muestra el número de puntos visibles de cada parte del marcador. Las líneas punteadas representan las secciones faltantes del marcador.

Marcador PL 4

Desafortunadamente, el marcador PL 4 está cubierto por musgo y esto impide distinguir los puntos horadados claramente. Sin embargo, aún son reconocibles 3 cuadrantes del marcador. Se comprobó mediante una brújula que cada brazo apunta hacia un punto cardinal respectivamente. Este marcador se distingue por tener una pequeña espiral que parte de su punto central. Asimismo, cuenta con una espiral doble en la esquina noreste del marcador. En la siguiente figura se muestra el marcador PL 4 visto de sur a norte.

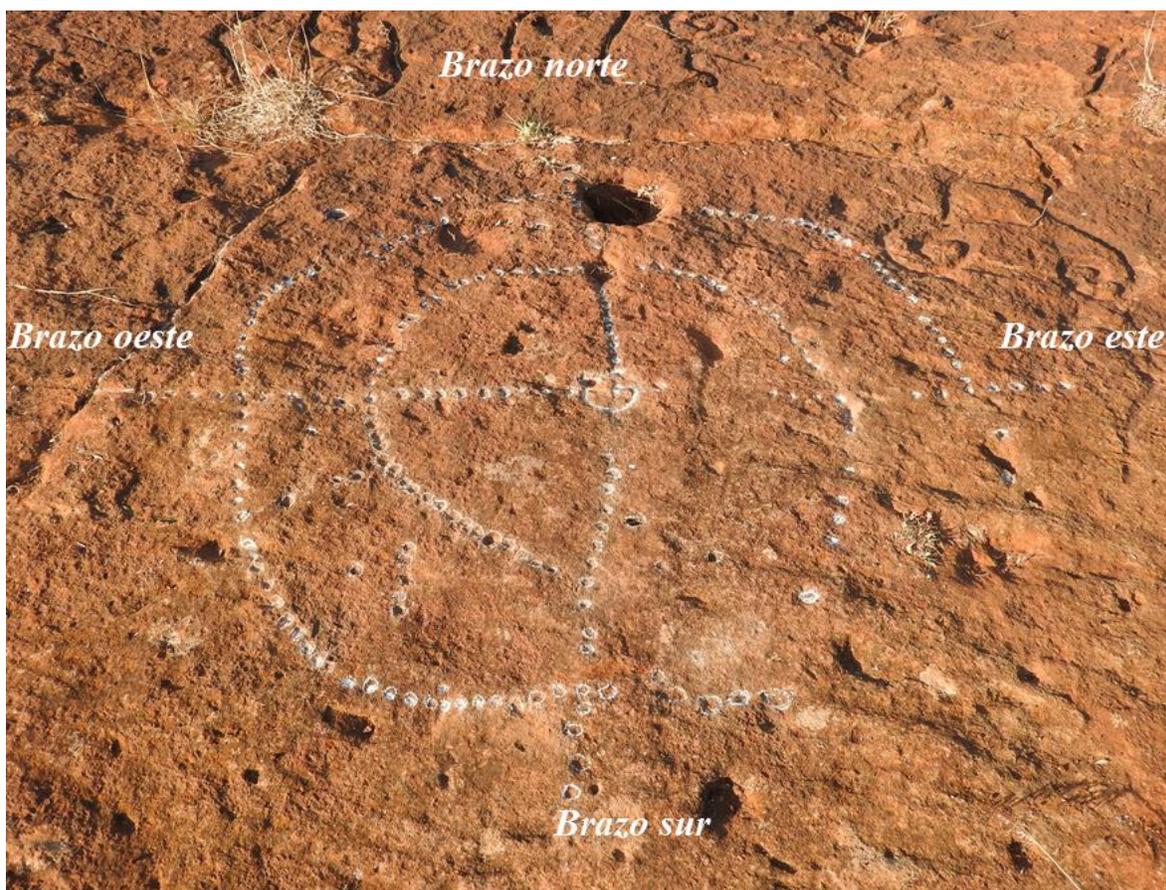


Figura 55. Marcador PL 4 visto de sur a norte.

Las dimensiones de los cuatro brazos del marcador PL 4 respecto del punto central son las siguientes: el Brazo Este mide 57 cm, el Brazo Oeste 77 cm, el Brazo Norte 73 cm y el Brazo Sur 71 cm. El radio del círculo interno mide 36 cm y el radio del círculo exterior mide 64 cm. El marcador cuenta con un punto central, 68 puntos en los cuatro brazos (contando los puntos en verde de las intersecciones con los círculos concéntricos), 65 puntos en el círculo

interior, y 93 puntos en el círculo exterior. Esto nos da como resultado un total de 227 puntos reconocibles.

Por otra parte, si contamos los puntos de cada cuadrante (sin tomar en cuenta los puntos en verde de los brazos) tenemos los siguientes números: el cuadrante noreste 43 puntos, sureste 19, suroeste 47 puntos visibles y noroeste 49 puntos. Aunque sólo el Brazo Norte tiene completo el patrón general de $10 + 4 + 4$ puntos, es posible que el resto de los brazos también hayan seguido este patrón porque así lo indican la cantidad de puntos que aún se conservan. En la siguiente figura se muestra el diagrama realizado a partir de la observación *in situ*, la calca y las fotografías tomadas durante el trabajo de campo.

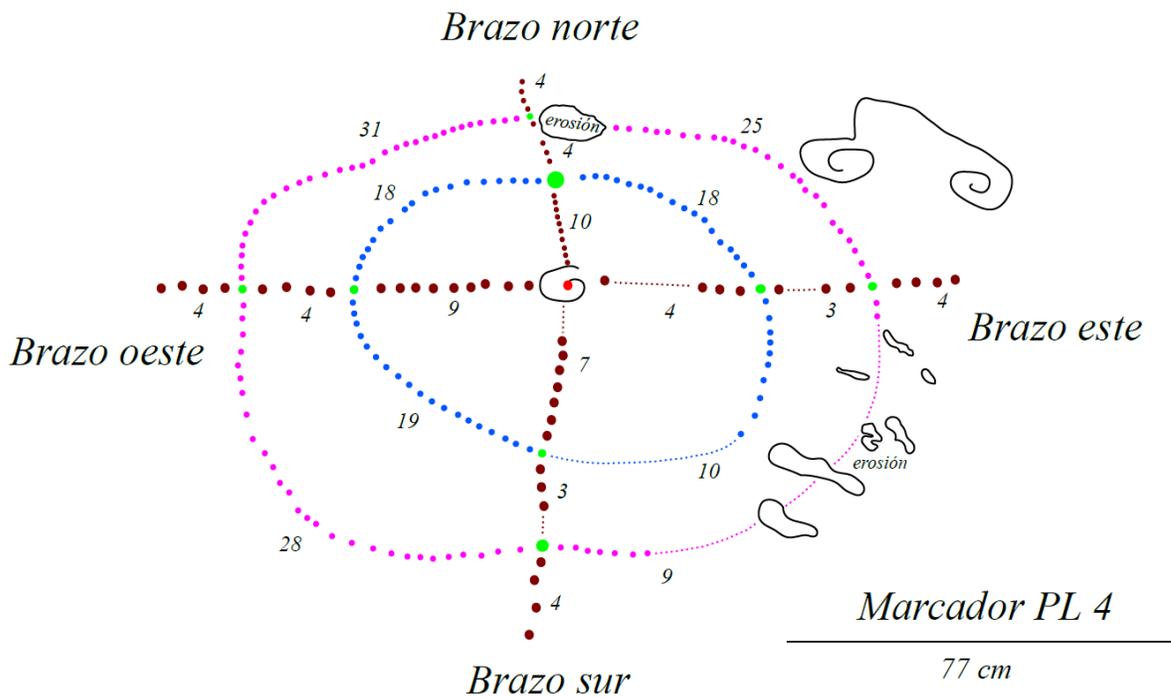


Figura 56. Diagrama del marcador PL 4 donde se muestra el número de puntos de cada parte del marcador. Las líneas punteadas representan las secciones faltantes del marcador.

3.13 La Espiral 1

La Espiral 1 del Planchón principal consiste en una espiral doble de 104 cm de largo que tiene un punto central que une ambos brazos. Esta espiral se diferencia del resto de espirales del Planchón Principal, porque es la única que cuenta con un punto central bien definido y una orientación Oriente-Poniente. Aunque es muy probable que la Espiral 1 no sea teotihuacana, comparte varias características de los marcadores teotihuacanos PL 3 y 4. Por ejemplo: tanto los marcadores como la Espiral 1 tienen un punto central bien definido y dos brazos orientados hacia las salidas y puestas del Sol (Brazos Este y Oeste).

Más adelante veremos que las orientaciones de los brazos de la Espiral 1, y de los marcadores teotihuacanos, buscan señalar pares de fechas de importancia calendárica o astronómica. Estas semejanzas nos han hecho pensar que si un par de líneas (como los brazos de la Espiral 1) bastan para señalar fechas calendáricas, ¿por qué los teotihuacanos emplearon sucesiones de puntos para formar los brazos?, ¿qué significado podrían tener los puntos? En la siguiente imagen se puede apreciar la distribución espacial de la Espiral 1 y de los marcadores teotihuacanos.

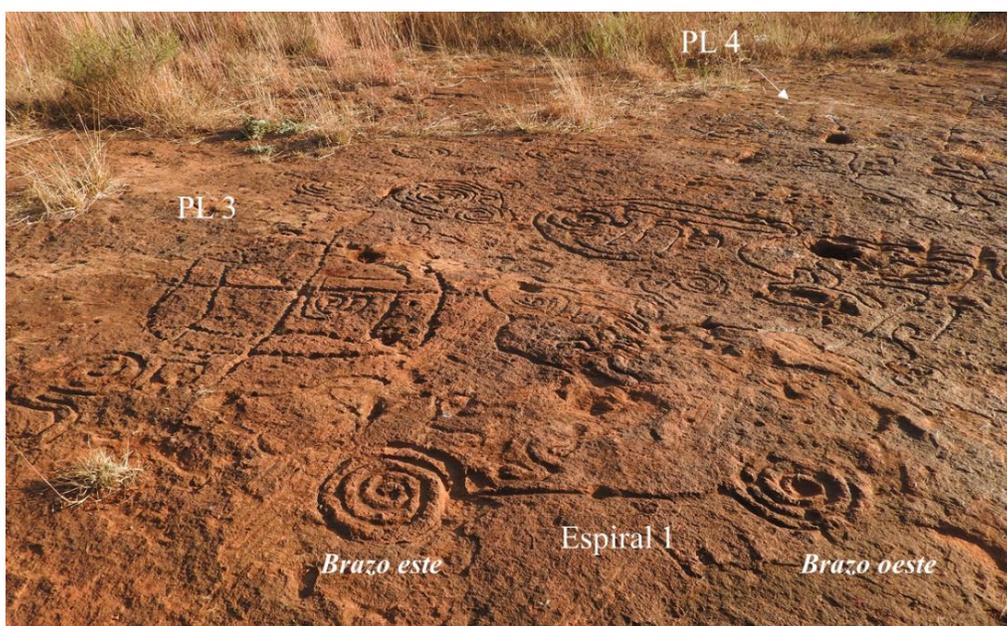


Figura 57. Vista noroeste-sureste del Planchón Principal. En primer plano se observa la Espiral 1 y el marcador PL 3. En la esquina superior derecha se alcanza a ver el marcador PL 4 remarcado con gis.

Trabajo Experimental: Medición de la Orientación de los Marcadores

4.1 Procedimiento de medición

Antes de revisar los resultados experimentales que obtuvimos, es conveniente hablar sobre los detalles técnicos que son necesarios dominar para realizar una medición con el tránsito. Comenzaremos hablando sobre el instrumento que se utilizó.

El tránsito consiste en un tripié, una plomada, un telescopio con retícula, una brújula de precisión, dos niveles de gota perpendiculares entre sí, 4 tornillos de nivelación, y dos discos o limbos graduados que miden las coordenadas horizontales: azimut y altura. La resolución del teodolito que utilizaremos en campo es de un minuto de arco (1'). Esta resolución es la adecuada puesto que el diámetro solar es del orden de 32' de arco. Un tránsito con mayor resolución no nos brindará una mejor precisión. La mayoría de los tránsitos o teodolitos cuentan con un manual que guía al operador para realizar mediciones adecuadas o la calibración del instrumento (si acaso es requerida). Existen talleres topográficos que ofrecen servicios de calibración, pero sus costos son elevados. No obstante, la experiencia nos dice que el único parámetro fiable para saber si el tránsito está calibrado, es calcular la posición del Sol dado un punto en el horizonte¹⁶.

Primera parte: Colocar adecuadamente la cuerda y el tránsito

1. Como primer paso se tiende una cuerda delgada que parta del centro del marcador y ajuste la mayoría de los puntos del brazo, dando prioridad a los primeros puntos que surgen del punto central del marcador. La cuerda debe permanecer lo más tensada posible y lo más pegada al suelo. Es recomendable empezar con los Brazos Este-Oeste.
2. Una vez terminado lo anterior, se coloca el tripié sobre el marcador. Es muy recomendable nivelar el tripié mediante un nivel de burbuja horizontal (Berger, 1960: 12-13).

¹⁶ La comprobación experimental del funcionamiento óptimo del tránsito empleado en este trabajo está descrita a manera de ejemplo en el Apéndice A.

3. Inmediatamente, se ensambla el tránsito sobre el tripié y se coloca la plomada a manera de que se mantenga ortogonal al centro del marcador y a la cuerda. La punta de la plomada debe quedar lo más cercano posible del centro del marcador.
4. Posteriormente, se nivela el teodolito con sus tornillos con el fin de que el telescopio permanezca en un plano horizontal durante las mediciones. Para lograr un plano horizontal, se coloca el telescopio sobre un par de tornillos opuestos y se giran al mismo tiempo el par restantes hasta lograr que las burbujas de los niveles permanezcan centradas. Acto seguido, giraremos el eje azimutal del telescopio 180° y repetiremos el ejercicio (ahora con el otro par de tornillos). Para estar seguros de que en cualquier posición se conserve la horizontalidad del teodolito (verificable por los niveles de gota del instrumento) se gira el instrumento en cualquier dirección y las burbujas de los niveles deberán permanecer centradas.

Cabe señalar que la posición inicial del azimut del tránsito se coloca arbitrariamente. Esto ocasiona que la medición de la orientación del Sol y de los brazos, sea también arbitraria. Cuando analicemos los datos experimentales, corregiremos estas orientaciones y comprobaremos que la medición de la orientación de los brazos son correctas. En la siguiente figura, se muestra un esquema de cómo se vería el tránsito colocado sobre un marcador y se señalan los ángulos de las coordenadas horizontales (azimut y altura) que mediremos con el instrumento.

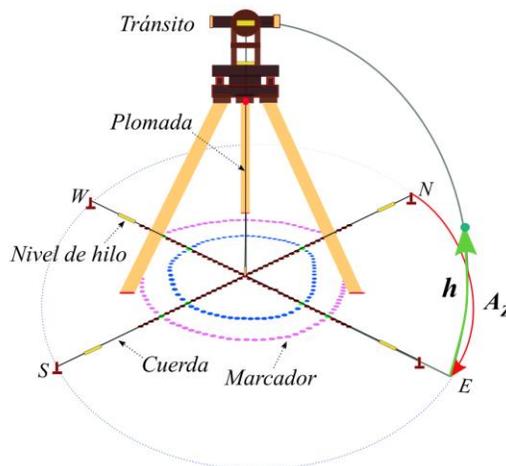


Figura 58. Forma correcta de colocar el instrumento sobre el punto central del marcador.

Segunda parte: Medir la posición del Sol (azimut y altura)

Ahora que nuestro instrumento está nivelado de manera correcta, se procede a medir el azimut y la altura del Sol, para un tiempo arbitrario t .

1. Sin mover el tripié del teodolito, se procede a proyectar la imagen del Sol, a través del telescopio del teodolito, sobre una hoja blanca. Es posible fijar la pantalla blanca sobre un tripié siempre y cuando el viento lo permita.
2. Posteriormente, enfocaremos el telescopio hasta que en la pantalla se observe el disco solar lo más nítido posible. Después, proyectaremos la retícula del telescopio y la centraremos sobre el punto medio del Sol (ver figura 59).

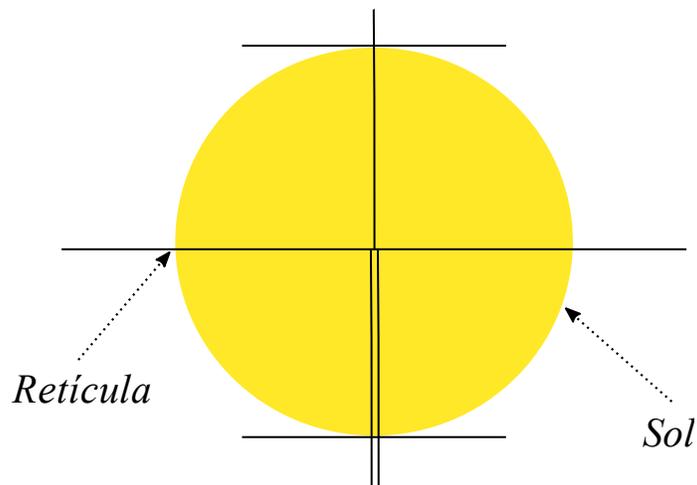


Figura 59. Diagrama donde se muestra cómo se centra el Sol con la retícula (ejes perpendiculares entre sí) del telescopio sobre una pantalla blanca.

3. Cuando logremos centrar el Sol con la retícula, se toma inmediatamente la hora universal y sin mover el instrumento, se mide el azimut y la altura del Sol.
4. En la bitácora de campo se apuntan claramente el tiempo, el azimut y la altura de la medición solar. El azimut que se obtenga será completamente arbitrario y posteriormente

se corregirá para obtener el azimut real. En el caso de la altura, la diferencia debe ser de pocos minutos de arco, en caso contrario, se recomienda repetir la medición.

Tercera parte: Medir las coordenadas horizontales de los brazos

1. Con la cuerda tendida sobre el brazo deseado, se busca con el telescopio la cuerda y se trata de alinear el hilo vertical de la retícula con la cuerda de tal manera que al seguirla con el telescopio no se desvíe del hilo vertical. Se sigue la dirección de la cuerda hasta que topemos con el horizonte y este será el valor de la altura que tomaremos.
2. Después, y sin mover el instrumento, se toma la lectura del ángulo azimutal del brazo.
3. Es conveniente realizar un dibujo del marcador y sobre sus brazos anotar las coordenadas horizontales que medimos.
4. Finalmente, se mide y se anota en la bitácora de campo la posición geográfica del marcador (latitud y longitud). Estos datos se pueden obtener mediante el GPS de una cámara digital o con un GPS topográfico.

Una vez que tengamos las coordenadas horizontales de los brazos, se procederá a calcular (mediante la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales) la declinación de cada brazo. Este cambio de coordenadas nos permitirá saber si la declinación tiene un valor dentro del intervalo de $[+23.5^\circ, -23.5^\circ]$. Si este fuera el caso, es posible asociar el valor de declinación solar con un par de fechas (efemérides) reportadas en el Anuario Astronómico Nacional, que publica anualmente el Instituto de Astronomía de la UNAM.

4.2 Medición *in situ* de la orientación de los marcadores

Como parte del trabajo de campo, y antes de comenzar las mediciones de los brazos, se realizaron las siguientes calcas de los marcadores teotihuacanos con la idea de tener un modelo del marcador que nos servirá para proponer una posible reconstrucción de los puntos faltantes de cada marcador.

Calcas de los marcadores PL 3 y 4



Figura 60. De izquierda a derecha: Marcador PL 3 y su respectiva calca vistos de sur a norte.



Figura 61. De izquierda a derecha: Marcador PL 4 y su respectiva calca vistos de sur a norte.

Ahora procederemos a mostrar cómo colocamos las cuerdas y el tránsito sobre los marcadores y cuáles fueron los resultados que obtuvimos de estas mediciones. Cabe señalar que el azimut que medimos es un valor preliminar. En la siguiente sección mostraremos cómo corregimos el azimut, para obtener el ángulo correcto. A continuación, comenzaremos con los brazos del marcador PL 3.

Marcador PL 3

En la siguiente imagen podemos observar cómo colocamos el tránsito sobre el marcador.

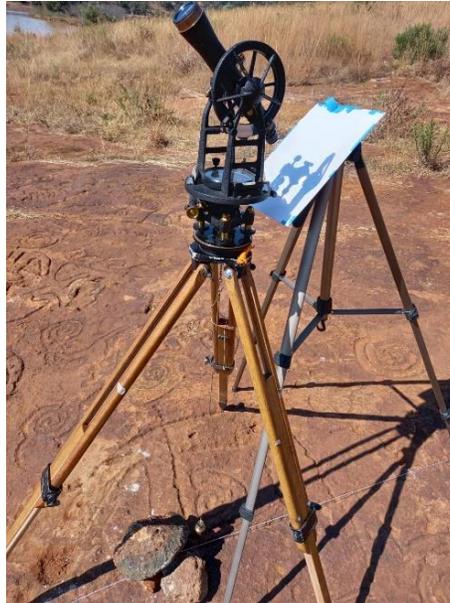


Figura 62. Tránsito colocado sobre el centro del marcador PL 3 y apuntando hacia el Sol para medir su posición.

En las siguientes tablas anotamos las coordenadas horizontales del Sol para un tiempo t y las coordenadas geográficas del marcador.

Tabla 2. Posición del Sol medida con el tránsito para un tiempo t arbitrario.

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5$ s	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
20/12/2020	14: 58: 46	$319^\circ 5'$	$35^\circ 28'$

Tabla 3. Fecha, lugar y coordenadas geográficas del marcador PL 3. Las coordenadas (φ, λ, a) se obtuvieron mediante el GPS de la cámara digital Nikon COOLPIX P610 y su incertidumbre fue tomada del manual de la cámara.

Fecha: 20/12/2020	Latitud $\varphi \pm 0.05''$	Longitud $\lambda \pm 0.05''$	Altitud $a \pm 0.5$ m
Lugar: Planchón Principal	$20^\circ 39' 26.1''$ N	$102^\circ 8' 44.7''$ W	2, 183

Una vez que ya contamos con la posición del Sol y las coordenadas geográficas del marcador, procedemos a medir las coordenadas horizontales que designan la orientación de los brazos del marcador. Comenzaremos por los Brazos Este-Oeste y luego continuaremos con los Brazos Norte-Sur.

Brazos Este y Oeste

En las siguientes imágenes se muestran las fotografías de cómo colocamos la cuerda sobre los Brazos Este y Oeste.



Figura 63. Vista frontal de la medición de los Brazos Este y Oeste del marcador PL 3.

En la siguiente tabla anotamos las coordenadas horizontales de la orientación de los Brazos Este y Oeste del marcador.

Tabla 4. Orientación preliminar obtenida con el tránsito de los Brazos Este y Oeste del marcador PL 3.

Brazos del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Este	$187^\circ 51'$	$2^\circ 47'$
Brazo Oeste	$184^\circ 23'$	$1^\circ 53'$

Brazos Norte y Sur

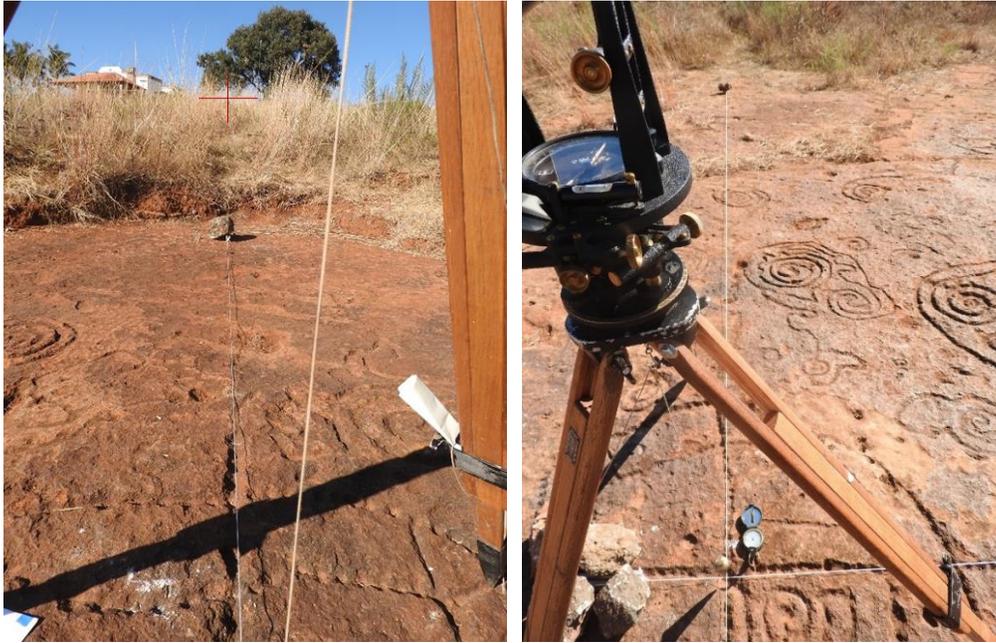


Figura 64. Vista frontal de la medición de los Brazos Norte y Sur del marcador PL 3.

Tabla 5. Orientación preliminar obtenida con el tránsito de los Brazos Norte y Sur del marcador PL 3.

Brazos del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Norte	$263^\circ 11'$	$8^\circ 8'$
Brazo Sur	$273^\circ 15'$	$55'$



Figura 65. Vista del horizonte Sur desde el centro del marcador PL 3. Sobre el pie de página se observa la piedra que empleamos para tensar el extremo opuesto de la cuerda.

Marcador PL 4

En la siguiente imagen se muestra cómo colocamos el tránsito sobre el centro del marcador PL 4.

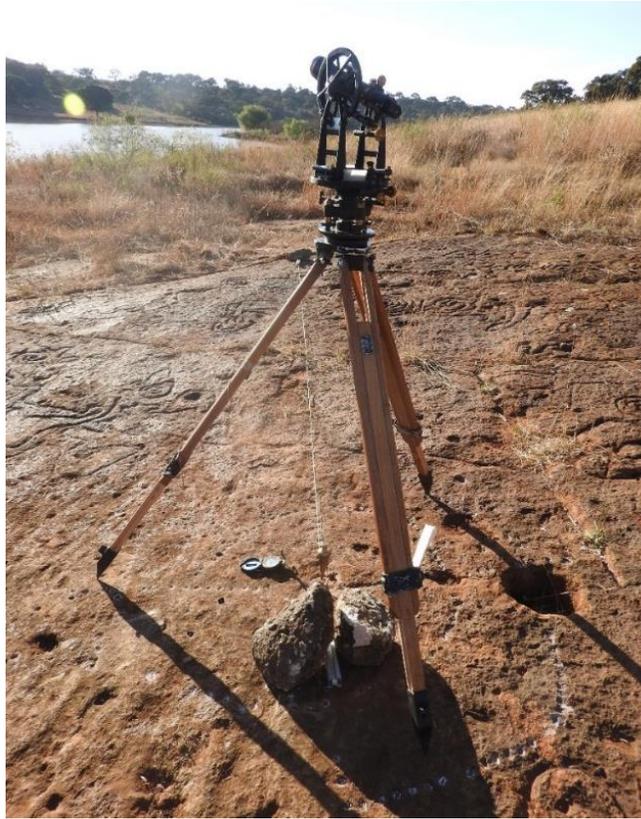


Figura 66. Tránsito nivelado y centrado sobre el punto central del marcador PL 4.

En las siguientes tablas anotamos las coordenadas horizontales del Sol para un tiempo t y las coordenadas geográficas del marcador.

Tabla 6. Posición del Sol medida con el tránsito para un tiempo t arbitrario.

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5'$	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
20/12/2020	16: 44: 31	310° 33'	17° 17'

Tabla 7. Fecha, lugar y coordenadas geográficas del marcador PL 4.

Fecha: 20/12/2020	Latitud $\varphi \pm 0.05''$	Longitud $\lambda \pm 0.05''$	Altitud $a \pm 0.5 m$
Lugar: Planchón Principal	20° 39' 26.9'' N	102° 8' 44.6'' W	2, 168

Brazos Este y Oeste

En las siguientes imágenes se muestran las fotografías de cómo colocamos la cuerda sobre los Brazos Este y Oeste del marcador.



Figura 67. Vista frontal de la medición de los Brazos Este y Oeste del marcador PL 4.

En la siguiente tabla anotamos las coordenadas horizontales de la orientación de los Brazos Este y Oeste del marcador.

Tabla 8. Orientación preliminar obtenida con el tránsito de los Brazos Este y Oeste del marcador PL 4.

Brazos del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Este	$162^\circ 24'$	$2^\circ 36'$
Brazo Oeste	$344^\circ 16'$	$2^\circ 25'$

Brazos Norte y Sur



Figura 68. Vista frontal de la medición de los Brazos Norte y Sur del marcador PL 4.

Tabla 9. Orientación preliminar obtenida con el tránsito de los Brazos Norte y Sur del marcador PL 4.

Brazos del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Norte	$289^\circ 29'$	8°
Brazo Sur	$259^\circ 23'$	$37'$



Figura 69. Acercamiento de la vista hacia donde apunta el Brazo Sur del marcador PL4.

Espiral 1

En la siguiente imagen se muestra cómo colocamos el tránsito sobre el centro de la Espiral 1 y cómo tendimos la cuerda sobre el eje Oriente-Poniente de sus brazos.



Figura 70. Vista lateral de cómo se colocó el instrumento y la cuerda para medir la orientación de los brazos de la Espiral 1.

En las siguientes tablas anotamos por separado las coordenadas horizontales del Sol para un tiempo t y las coordenadas geográficas del marcador.

Tabla 10. Posición del Sol medida con el tránsito para un tiempo t arbitrario.

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5 s$	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
20/12/2020	17: 44: 38	340° 21'	5° 18'

Tabla 11. Fecha, lugar y coordenadas geográficas de la Espiral 1.

Fecha:	Latitud $\varphi \pm 0.05''$	Longitud $\lambda \pm 0.05''$	Altitud $a \pm 0.5 m$
20/12/2020			
Lugar: Planchón Principal	20° 39' 26.1'' N	102° 8' 44.4'' W	2, 166

Brazos Este y Oeste

En las siguientes imágenes se muestran las fotografías de cómo colocamos la cuerda sobre el Brazo Oeste y hacia dónde apunta el Brazo Este.



Figura 71. De izquierda a derecha: Vista frontal del horizonte Este y Oeste de los brazos de la Espiral 1. Imagen del ocaso solar tomada el 20 de diciembre del 2020.

En la siguiente tabla anotamos las coordenadas horizontales de la orientación de los Brazos Este y Oeste del marcador.

Tabla 12. Orientación preliminar obtenida con el tránsito de los Brazos Este y Oeste de la Espiral 1.

Brazos del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Este	$178^\circ 36'$	$2^\circ 49'$
Brazo Oeste	$358^\circ 16'$	$1^\circ 57'$

Finalmente y como parte del trabajo de campo, se recuperaron en los campos de cultivo, aledaños al Planchón Principal, varios fragmentos de cerámica y obsidiana.

Desafortunadamente, los materiales que recogimos no parecen pertenecer a la cultura teotihuacana. Ya que las obsidianas no son de color verde, ni la cerámica es del tipo anaranjado delgado como el que empleaban los teotihuacanos. A decir verdad, los tepalcates se encuentran muy erosionados y ninguno presenta color o esgrafiado. Por lo que resulta muy difícil saber, a simple vista, a qué cultura pertenecieron. En la siguiente imagen se muestran los materiales recuperados.



Figura 72. Fragmentos de vasijas de barro, o tepalcates, encontrados en el recorrido de campo. De izquierda a derecha: el objeto lítico y el tepalcate inferior fueron localizados en un corte transversal de la tierra. El resto, junto a las obsidianas, se encontraron en la superficie de los campos de cultivo.

Resultados y Cálculo de la Declinación

5.1 Cálculo de la declinación de los brazos de los marcadores PL 3 y 4

En la sección (4.2) mostramos cómo realizamos el procedimiento experimental de medición y cuáles fueron los resultados que obtuvimos (posición del Sol, coordenadas horizontales de los brazos y coordenadas geográficas de los marcadores). Ahora, con estos datos experimentales, nos abocaremos a calcular la declinación que le corresponde a cada brazo. Notaremos que los Brazos Oriente y Poniente arrojarán una declinación solar en el intervalo de $[-23.5^\circ, +23.5^\circ]$, mientras que la declinación de los Brazos Norte-Sur estará fuera de este rango. Comenzaremos con el Brazo Oriente del marcador PL 3.

Marcador PL 3

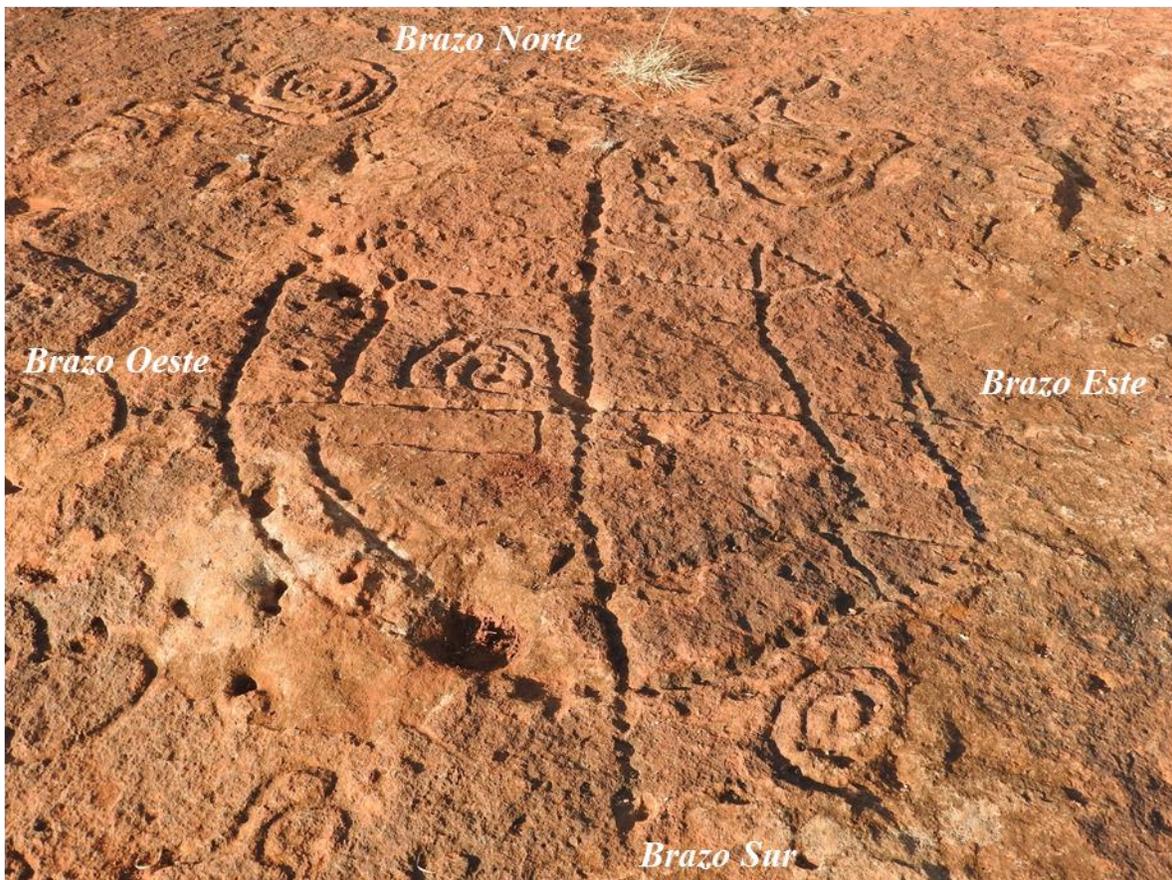


Figura 73. Marcador PL 3 visto de sur a norte. En la imagen se muestra la orientación cardinal que presenta cada brazo y a los cuales haremos referencia en los cálculos siguientes.

Como primer paso ingresamos en el programa Stellarium las coordenadas geográficas (φ, λ, a) del marcador (datos de la Tabla 3), la fecha y el tiempo en el que fueron hechas las mediciones de la posición solar con el tránsito (datos de la Tabla 2) y vemos cuáles son las coordenadas horizontales reales que marca el programa para ese momento del día. En la siguiente tabla escribimos la posición del Sol que indica el programa:

Tabla 13. Posición del Sol tomada de Stellarium (programa tipo planetario).

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5 s$	Azimet $A'_z \pm 0.5'$	Altura real $h' \pm 0.5'$
20/12/2020	14: 58: 46	217° 51'	35° 25'

Comparamos las coordenadas horizontales de la posición del Sol entre el tránsito (Tabla 2) y el programa (Tabla 13) y realizamos la diferencia de ambas coordenadas:

Tabla 14. Diferencia de la posición solar entre el instrumento y el programa.

$\Delta A_z \pm 0.5'$	$\Delta h \pm 0.5'$
$\Delta A_z = 101^\circ 14'$	$\Delta h = 3'$

Orientación del Brazo Este

La diferencia de azimuts nos indica cuál es la cantidad que debemos sumar o restar al azimut del brazo que medimos. En este caso, de la Tabla 2 sabemos que el azimut de la posición del Sol que medimos con el tránsito fue de $A_z = 319^\circ 5'$ y el del programa de $A_z = 217^\circ 51'$. Esto quiere decir que para que nosotros lleguemos con el tránsito al valor reportado por el programa, tenemos que restar la diferencia de azimuts de $101^\circ 14'$. Por lo tanto, al azimut que medimos del brazo (Tabla 4) tenemos que aplicarle esta diferencia:

$$A_z - \Delta A_z = 187^\circ 51' - 101^\circ 14' = 86^\circ 37'$$

$$\mathbf{A_z = 86.6167^\circ}$$

Con esto se obtiene el azimut que emplearemos en los cálculos subsecuentes. Es importante mencionar que mantendremos todas las cifras significativas ya que en ellas se encuentran los

minutos. En la siguiente tabla mostramos el azimut del Brazo Este ya corregido junto con la altura que medimos.

Tabla 15. Orientación del Brazo Este que emplearemos en el cálculo de la declinación.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Este	$86^\circ 37'$	$2^\circ 47'$

Ahora buscamos en la primer columna de la izquierda de la tabla de Ingram (1911) (ver tabla 16) la altura aparente que corresponda a la altura $h = 2^\circ 47'$ que medimos del Brazo Este del marcador PL 3, para saber qué factor de corrección por refracción de la luz se debe tomar en cuenta.

Tabla 16. Valores de *Mean angular refraction* calculados por Ingram (1911).

TABLE VIII.—MEAN ANGULAR REFRACTION

Apparent Altitude.	Refraction.	Apparent Altitude.	Refraction.	Apparent Altitude.	Refraction.	Apparent Zenith Distance.
0 00	34 54.1	10	5 16.2	50	0 48.4	40
10	32 49.2	11	4 48.5	51	0 46.7	39
20	30 52.3	12	4 25.0	52	0 45.1	38
30	29 03.5	13	4 04.9	53	0 43.5	37
40	27 22.7	14	3 47.4	54	0 41.9	36
50	25 49.8	15	3 32.1	55	0 40.4	35
1 00	24 24.6	16	3 18.6	56	0 38.9	34
10	23 06.7	17	3 06.6	57	0 37.5	33
20	21 55.6	18	2 55.8	58	0 36.1	32
30	20 50.9	19	2 46.1	59	0 34.7	31
40	19 51.9	20	2 37.3	60	0 33.3	30
50	18 58.0	21	2 29.3	61	0 32.0	29
2 00	18 08.6	22	2 21.9	62	0 30.7	28
10	17 23.0	23	2 15.2	63	0 29.4	27
20	16 40.7	24	2 08.9	64	0 28.2	26
30	16 00.9	25	2 03.2	65	0 26.9	25
40	15 23.4	26	1 57.8	66	0 25.7	24
50	14 47.8	27	1 52.8	67	0 24.5	23
3 00	14 14.6	28	1 48.2	68	0 23.3	22
10	13 43.7	29	1 43.8	69	0 22.2	21
20	13 15.0	30	1 39.7	70	0 21.0	20
30	12 48.3	31	1 35.8	71	0 19.9	19
40	12 23.7	32	1 32.1	72	0 18.8	18
50	12 00.7	33	1 28.7	73	0 17.7	17
4 00	11 38.9	34	1 25.4	74	0 16.6	16
10	11 18.3	35	1 22.3	75	0 15.5	15
20	10 58.6	36	1 19.3	76	0 14.5	14
30	10 39.6	37	1 16.5	77	0 13.4	13
40	10 21.2	38	1 13.8	78	0 12.3	12
50	10 03.3	39	1 11.2	79	0 11.2	11
5 00	9 46.5	40	1 08.7	80	0 10.2	10
30	9 01.9	41	1 06.3	81	0 09.1	9
6 00	8 23.3	42	1 04.0	82	0 08.1	8
30	7 49.5	43	1 01.8	83	0 07.1	7
44		44	0 59.7	84	0 06.1	6
7 00	7 19.7	45	0 57.7	85	0 05.1	5
30	6 53.3	46	0 55.7	86	0 04.1	4
8 00	6 29.6	47	0 53.8	87	0 03.0	3
30	6 08.4	48	0 51.9	88	0 02.0	2
49		49	0 50.2	89	0 01.0	1
9 00	5 49.3	50	0 48.4	90	0 00.0	0
30	5 32.0					

En el recuadro rojo de la tabla de Ingram (1911) podemos ver que el valor de la altura que medimos de $h = 2^\circ 47'$, está entre $2^\circ 40'$ y $2^\circ 50'$. Para saber cuál es el factor de corrección por refracción de la luz que le corresponde a nuestro valor intermedio $x = 2^\circ 47'$, tendremos que realizar una interpolación lineal. En la siguiente tabla se muestran las parejas de valores (x_i, y_i) que emplearemos en la interpolación:

Tabla 17. Parejas ordenadas que utilizaremos para realizar la interpolación lineal.

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$2^\circ 40' = 2.67^\circ$	$15' 23.4'' = 0.2564278^\circ$
$2^\circ 50' = 2.83^\circ$	$14' 47.8'' = 0.24661^\circ$

Como la altura que medimos $x = 2^\circ 47' = 2.783^\circ$ está entre $x_1 = 2.67^\circ$ y $x_2 = 2.83^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.2564278^\circ + \frac{(0.24661^\circ - 0.2564278^\circ)}{(2.83^\circ - 2.67^\circ)}(2.783^\circ - 2.67^\circ)$$

$$y = 0.249493978^\circ$$

$$\mathbf{h_{refra} = 0.249493978^\circ}$$

Enseguida restamos a la altura que medimos el factor h_{refra} . Con esto, obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 2.783^\circ - 0.249493978^\circ$$

$$\mathbf{h_c = 2.533506021^\circ}$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 2.533506021^\circ$$

$$z = 87.46649398^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 18. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
86.6167°	20.6772°	87.46649398°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales (ecuación 4.4) para calcular la declinación (δ_\odot) del Brazo Este del marcador PL 3:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(86.6167^\circ) \cos(20.6772^\circ) \text{sen}(87.46649398^\circ) + \text{sen}(20.6772^\circ) \cos(87.46649398^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = 0.07076835392$$

$$\delta = 4.058120108^\circ$$

$$\delta_\odot = 4^\circ 3' 29.23''$$

Como ya lo habíamos adelantado, la declinación del Brazo Oriente corresponde a una declinación solar $[-23.5^\circ, +23.5^\circ]$. Con este resultado en mente, ahora procedemos a buscar en el Anuario del 2020 el par de fechas cuyas declinaciones mejor se acerquen a la declinación del brazo. Para realizar lo anterior, comenzaremos por señalar el grupo de efemérides cuyas declinaciones sean cercanas a la que calculamos. En la siguiente tabla mostramos el primer grupo de efemérides para el Brazo Oriente.

Tabla 19. Primer grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 16.

Sol, 2020

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α m	s	vh s	δ °	'	"	vh "	dis UA	h	hp m	s
mar	17	2458925.75	23	49	22.69	9.1	-1	9	1.72	59.3	0.99509	12	8	17.1
mar	18	2458926.75	23	53	1.88	9.1	-0	45	18.09	59.3	0.99537	12	7	59.8
mar	19	2458927.75	23	56	40.91	9.1	-0	21	34.47	59.3	0.99566	12	7	42.2
mar	20	2458928.75	0	0	19.82	9.1	+0	2	8.77	59.3	0.99594	12	7	24.6
mar	21	2458929.75	0	3	58.61	9.1	+0	25	51.26	59.2	0.99623	12	7	6.8
mar	22	2458930.75	0	7	37.30	9.1	+0	49	32.61	59.2	0.99651	12	6	49.0
mar	23	2458931.75	0	11	15.92	9.1	+1	13	12.46	59.1	0.99680	12	6	31.1
mar	24	2458932.75	0	14	54.49	9.1	+1	36	50.43	59.0	0.99708	12	6	13.1
mar	25	2458933.75	0	18	33.01	9.1	+2	0	26.15	58.9	0.99737	12	5	55.0
mar	26	2458934.75	0	22	11.51	9.1	+2	23	59.25	58.8	0.99765	12	5	37.0
mar	27	2458935.75	0	25	50.00	9.1	+2	47	29.36	58.6	0.99794	12	5	18.9
mar	28	2458936.75	0	29	28.51	9.1	+3	10	56.10	58.5	0.99822	12	5	0.9
mar	29	2458937.75	0	33	7.05	9.1	+3	34	19.12	58.3	0.99850	12	4	42.9
mar	30	2458938.75	0	36	45.63	9.1	+3	57	38.02	58.1	0.99878	12	4	24.9
mar	31	2458939.75	0	40	24.28	9.1	+4	20	52.46	57.9	0.99907	12	4	7.0
abr	1	2458940.75	0	44	3.02	9.1	+4	44	2.06	57.7	0.99935	12	3	49.2

En el Anuario encontramos los valores de las coordenadas ecuatoriales, ascensión recta (α) y declinación (δ), que dan la posición del Sol para las cero horas. Acompañando estos valores, se encuentra la variación horaria o vh . Este valor nos indica cuántos segundos de arco cambia cada hora la ascensión recta (α) y la declinación (δ).

Nosotros requerimos saber cuál sería la declinación solar para el amanecer (6 de la mañana) y el atardecer (18 hrs). Para hacer este cálculo basta con multiplicar el valor reportado de vh por la hora que se requiera y convertir el resultado a minutos. A este valor le llamaremos variación horaria corregida (vh_c). Posteriormente, se suma algebraicamente la vh_c y la declinación del Anuario y obtendremos la posición del Sol a la hora deseada.

En la siguiente tabla se muestran las tres efemérides anteriores y sus correspondientes declinaciones corregidas para el momento de la salida del Sol (6 de la mañana):

Tabla 20. Declinaciones corregidas para la salida del Sol (6 de la mañana).

Efemérides	Declinación solar δ	vh	$vh_c = vh'' \times 6^h$	Corrección ($\delta + vh_c$)
Marzo 29	+3° 34' 19.12''	58.3''	$58.3'' \times 6^h = 349.8'' = 5.83'$	+3° 40' 8.92''
Marzo 30	+3° 57' 38.02''	58.1''	$58.1'' \times 6^h = 348.6'' = 5.81'$	+4° 3' 26.62''
Marzo 31	+4° 20' 52.46''	57.9''	$57.9'' \times 6^h = 347.4'' = 5.79'$	+4° 26' 39.86''

Ahora buscamos el segundo grupo de efemérides:

Tabla 21. Segundo grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 20.

Sol, 2020

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α m	s	vh s	δ °	'	"	vh "	dis UA	h	hp m	s
sep	7	2459099.75	11	5	1.92	9.0	+5	52	45.65	-56.4	1.00767	11	57	55.7
sep	8	2459100.75	11	8	37.78	9.0	+5	30	13.21	-56.6	1.00742	11	57	35.0
sep	9	2459101.75	11	12	13.48	9.0	+5	7	35.15	-56.8	1.00717	11	57	14.2
sep	10	2459102.75	11	15	49.06	9.0	+4	44	51.77	-57.0	1.00691	11	56	53.2
sep	11	2459103.75	11	19	24.53	9.0	+4	22	3.39	-57.2	1.00666	11	56	32.1
sep	12	2459104.75	11	22	59.91	9.0	+3	59	10.34	-57.4	1.00640	11	56	11.0
sep	13	2459105.75	11	26	35.23	9.0	+3	36	12.95	-57.6	1.00614	11	55	49.7
sep	14	2459106.75	11	30	10.49	9.0	+3	13	11.56	-57.7	1.00588	11	55	28.4
sep	15	2459107.75	11	33	45.71	9.0	+2	50	6.52	-57.8	1.00562	11	55	7.1
sep	16	2459108.75	11	37	20.90	9.0	+2	26	58.16	-58.0	1.00535	11	54	45.7
sep	17	2459109.75	11	40	56.10	9.0	+2	3	46.85	-58.1	1.00508	11	54	24.4
sep	18	2459110.75	11	44	31.30	9.0	+1	40	32.94	-58.2	1.00480	11	54	3.0
sep	19	2459111.75	11	48	6.53	9.0	+1	17	16.78	-58.3	1.00453	11	53	41.7
sep	20	2459112.75	11	51	41.80	9.0	+0	53	58.74	-58.3	1.00425	11	53	20.4
sep	21	2459113.75	11	55	17.14	9.0	+0	30	39.16	-58.4	1.00396	11	52	59.2

Con esta información, realizamos la corrección por variación horaria:

Tabla 22. Declinaciones corregidas para la salida del Sol (6 de la mañana).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 6^h$	Corrección ($\delta + vh_c$)
Sept. 11	+4° 22' 3.39''	-57.2''	$-57.2'' \times 6^h = -343.2'' = -5.72'$	+4° 16' 20.19''
Sept. 12	+3° 59' 10.34''	-57.4''	$-57.4'' \times 6^h = -344.4'' = -5.74'$	+3° 53' 25.94''
Sept. 13	+3° 36' 12.95''	-57.6''	$-57.5'' \times 6^h = -345'' = -5.76'$	+3° 35' 56.3''

Como podemos ver, el par de declinaciones corregidas que más se acercan a la declinación que obtuvimos de $4^{\circ} 3' 29.23''$, corresponden a las fechas 30 de marzo y 12 de septiembre. Por lo tanto, estas serán el par de fechas en las cuales el Sol se alineará con la orientación que señala el Brazo Este del marcador PL 3. En la siguiente tabla se muestran ambas efemérides y su declinación ya corregida:

Tabla 23. Fechas de alineación del Brazo Este del marcador PL 3.

Fechas de alineación a la salida del Sol	Declinación solar (δ) corregida para las 6 am
30 de marzo	$+4^{\circ} 3' 26.62''$
12 de septiembre	$+3^{\circ} 53' 25.94''$

Orientación del Brazo Oeste

De forma análoga al brazo anterior, procedemos a corregir la orientación preliminar del Brazo Oeste (Tabla 4):

$$A_z - \Delta A_z = 184^{\circ} 23' - 101^{\circ} 14' = 83^{\circ} 9'$$

Ahora al azimut que obtuvimos le sumamos 180° para tener el sentido correcto. Es decir, tener un azimut que corresponda a la dirección poniente:

$$A_z = 83^{\circ} 9' + 180^{\circ} = 263^{\circ} 9' = 263.15^{\circ}$$

Con esta corrección, ya contamos con las coordenadas horizontales del Brazo Oeste que emplearemos para los cálculos subsecuentes:

Tabla 24. Orientación del Brazo Oeste del marcador PL 3.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Oeste	$263^{\circ} 9'$	$1^{\circ} 53'$

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Oeste ($h = 1^{\circ} 53'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra la nuestra.

Tabla 25. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción.
Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$1^\circ 50' = 1.83^\circ$	$18' 58'' = 0.3161^\circ$
$2^\circ 00' = 2.0^\circ$	$18' 08.6'' = 0.302389^\circ$

Como la altura que medimos $x = 1^\circ 53' = 1.883^\circ$ está entre $x_1 = 1.83^\circ$ y $x_2 = 2.00^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.3161^\circ + \frac{(0.302389^\circ - 0.3161^\circ)}{(2.0^\circ - 1.83^\circ)}(1.883^\circ - 1.83^\circ)$$

$$y = 0.3118253941^\circ$$

$$h_{refra} = 0.3118253941^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 1.883^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 1.883^\circ - 0.3118253941^\circ$$

$$h_c = 1.571174606^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 1.571174606^\circ$$

$$z = 88.42882539^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 26. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
263.15°	20.6772°	88.42882539°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ_{\odot}) del Brazo Oeste del marcador PL 3:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(263.15^\circ) \cos(20.6772^\circ) \text{sen}(88.42882539^\circ) + \text{sen}(20.6772^\circ) \cos(88.42882539^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = -0.1018640191$$

$$\delta = -5.846519118^\circ$$

$$\delta_{\odot} = -5^\circ 50' 47.46''$$

Buscamos en el Anuario del Observatorio Astronómico Nacional (AOAN), un primer grupo de efemérides solares, o fechas, cuya declinación se asemeje a la declinación del brazo que hemos calculado. En la siguiente tabla se muestra el primer grupo de efemérides:

Tabla 27. Primer grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 16.

Sol, 2020														
Efemérides a las 0 ^h del meridiano 90° W.G.														
mes	día	dj	h	a	s	vh	°	δ	“	”	dis	h	hp	s
				m		s		’			UA		m	
feb	26	2458905.75	22	35	15.04	9.4	-8	54	16.07	56.1	0.98997	12	13	0.6
feb	27	2458906.75	22	39	1.69	9.4	-8	31	49.20	56.4	0.99020	12	12	50.7
feb	28	2458907.75	22	42	47.79	9.4	-8	9	14.81	56.7	0.99043	12	12	40.2
feb	29	2458908.75	22	46	33.34	9.4	-7	46	33.29	57.0	0.99066	12	12	29.2
mar	1	2458909.75	22	50	18.35	9.4	-7	23	45.07	57.3	0.99090	12	12	17.7
mar	2	2458910.75	22	54	2.86	9.3	-7	0	50.55	57.5	0.99114	12	12	5.6
mar	3	2458911.75	22	57	46.87	9.3	-6	37	50.16	57.7	0.99138	12	11	53.1
mar	4	2458912.75	23	1	30.40	9.3	-6	14	44.28	58.0	0.99163	12	11	40.1
mar	5	2458913.75	23	5	13.48	9.3	-5	51	33.33	58.2	0.99187	12	11	26.6
mar	6	2458914.75	23	8	56.11	9.3	-5	28	17.72	58.3	0.99212	12	11	12.6
mar	7	2458915.75	23	12	38.33	9.2	-5	4	57.82	58.5	0.99238	12	10	58.3
mar	8	2458916.75	23	16	20.14	9.2	-4	41	34.02	58.6	0.99263	12	10	43.6
mar	9	2458917.75	23	20	1.58	9.2	-4	18	6.68	58.8	0.99289	12	10	28.4
mar	10	2458918.75	23	23	42.67	9.2	-3	54	36.16	58.9	0.99316	12	10	13.0
mar	11	2458919.75	23	27	23.44	9.2	-3	31	2.79	59.0	0.99343	12	9	57.2

Ahora corregimos por variación horaria las declinaciones del primer grupo de efemérides:

Tabla 28. Efemérides y declinaciones corregidas para la puesta del Sol (18 hrs).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 18^h$	Corrección (δ + vh_c)
Marzo 4	-6° 37' 50.16"	57.7"	$57.7'' \times 18^h = 1038.6'' = 17.31'$	-6° 20' 31.56"
Marzo 5	-6° 14' 44.28"	58.0"	$58.0'' \times 18^h = 1044.0'' = 17.40'$	-5° 57' 20.28"
Marzo 6	-5° 51' 33.33"	58.2"	$58.2'' \times 18^h = 1047.6'' = 17.46'$	-5° 34' 5.73"

Ahora buscamos el segundo grupo de efemérides:

Tabla 29. Segundo grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 21.

Sol, 2020														
Efemérides a las 0 ^h del meridiano 90° W.G.														
mes	dia	dj	h	a m	s	vh s	δ °	'	''	vh "	dis UA	h	hp m	s
oct	3	2459125.75	12	38	33.17	9.1	-4	9	5.44	-57.8	1.00051	11	48	56.6
oct	4	2459126.75	12	42	11.18	9.1	-4	32	13.01	-57.7	1.00023	11	48	38.1
oct	5	2459127.75	12	45	49.56	9.1	-4	55	17.32	-57.5	0.99994	11	48	19.9
oct	6	2459128.75	12	49	28.33	9.1	-5	18	18.03	-57.4	0.99966	11	48	2.1
oct	7	2459129.75	12	53	7.50	9.2	-5	41	14.80	-57.2	0.99938	11	47	44.7
oct	8	2459130.75	12	56	47.12	9.2	-6	4	7.28	-57.0	0.99909	11	47	27.8
oct	9	2459131.75	13	0	27.18	9.2	-6	26	55.12	-56.8	0.99881	11	47	11.3
oct	10	2459132.75	13	4	7.72	9.2	-6	49	37.95	-56.6	0.99853	11	46	55.3
oct	11	2459133.75	13	7	48.76	9.2	-7	12	15.41	-56.3	0.99825	11	46	39.8
oct	12	2459134.75	13	11	30.30	9.3	-7	34	47.13	-56.1	0.99797	11	46	24.7
oct	13	2459135.75	13	15	12.37	9.3	-7	57	12.71	-55.8	0.99769	11	46	10.3
oct	14	2459136.75	13	18	54.98	9.3	-8	19	31.77	-55.5	0.99741	11	45	56.3
oct	15	2459137.75	13	22	38.15	9.3	-8	41	43.92	-55.2	0.99713	11	45	42.9
oct	16	2459138.75	13	26	21.89	9.3	-9	3	48.74	-54.9	0.99685	11	45	30.1
oct	17	2459139.75	13	30	6.22	9.4	-9	25	45.85	-54.5	0.99656	11	45	17.9

Con esta información, realizamos la corrección por variación horaria:

Tabla 30. Efemérides y declinaciones corregidas para la puesta del sol (18 hrs).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 18^h$	Corrección (δ + vh _c)
Oct. 6	-5° 18' 18.03''	-57.4''	-57.4'' × 18 ^h = -1033.2'' = -17.22'	-5° 35' 31.23''
Oct. 7	-5° 41' 14.80''	-57.2''	-57.2'' × 18^h = -1029.6'' = -17.16'	-5° 58' 24.4''
Oct. 8	-6° 4' 7.28''	-57.0''	-57.0'' × 18 ^h = -1026.0'' = -17.10'	-6° 21' 13.28''

Como podemos ver, el par de declinaciones corregidas que más se acercan a la declinación que obtuvimos de **-5° 50' 47.46''**, corresponden a las fechas 5 de marzo y 7 de octubre. Por lo tanto, estas serán el par de fechas en las cuales el Sol se alineará con la orientación que señala el Brazo Oeste del marcador PL 3. En la siguiente tabla se muestran ambas efemérides y su declinación ya corregida.

Tabla 31. Fechas de alineación del Brazo Oeste del marcador PL 3.

Fechas de alineación a la salida del Sol	Declinación solar (δ) corregida para las 18 hrs
5 de marzo	$-5^{\circ} 57' 20.28''$
7 de octubre	$-5^{\circ} 58' 24.4''$

Orientación del Brazo Norte

Corregimos la coordenada azimutal preliminar del Brazo Norte (Tabla 5):

$$A_z - \Delta A_z = 263^{\circ} 11' - 101^{\circ} 14' = 161^{\circ} 57'$$

Ahora al azimut que obtuvimos le sumamos 180° para tener el sentido correcto. Es decir, obtener un azimut que corresponda a la dirección Norte:

$$A_z = 161^{\circ} 57' + 180^{\circ} = 341^{\circ} 57' = 341.95^{\circ}$$

Con esta corrección, ya contamos con las coordenadas horizontales del Brazo Norte que emplearemos para los cálculos subsecuentes:

Tabla 32. Orientación del Brazo Norte del marcador PL 3.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Norte	$341^{\circ} 57'$	$8^{\circ} 8'$

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Norte ($h = 8^{\circ} 8'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 33. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción.

Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$8^{\circ} 00' = 8.0^{\circ}$	$6' 29.6'' = 0.1082^{\circ}$
$8^{\circ} 30' = 8.5^{\circ}$	$6' 08.4'' = 0.1023^{\circ}$

Como la altura que medimos $x = 8^{\circ} 8' = 8.13^{\circ}$ está entre $x_1 = 8.0^{\circ}$ y $x_2 = 8.5^{\circ}$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.1082^{\circ} + \frac{(0.1023^{\circ} - 0.1082^{\circ})}{(8.5^{\circ} - 8.0^{\circ})}(8.13^{\circ} - 8.0^{\circ})$$

$$y = 0.106666^{\circ}$$

$$h_{refra} = 0.106666^{\circ}$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 8.13^{\circ}$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 8.13^{\circ} - 0.106666^{\circ}$$

$$h_c = 8.023334^{\circ}$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^{\circ} - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^{\circ} - 8.023334^{\circ}$$

$$z = 81.976666^{\circ}$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 34. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
341.95°	20.6772°	81.976666°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Norte del marcador PL 3:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(341.95^\circ) \cos(20.6772^\circ) \text{sen}(81.976666^\circ) + \text{sen}(20.6772^\circ) \cos(81.976666^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = 0.9301185438$$

$$\delta = 68.45330133^\circ$$

$$\delta = \mathbf{68^\circ 27' 11.88''}$$

Orientación del Brazo Sur

Corregimos la coordenada azimutal preliminar del Brazo Sur (Tabla 5):

$$A_z - \Delta A_z = 273^\circ 15' - 101^\circ 14' = 172^\circ 1' = 172.0167^\circ$$

En la siguiente tabla escribimos las coordenadas horizontales del Brazo Sur que emplearemos posteriormente:

Tabla 35. Orientación del Brazo Sur del marcador PL 3.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Sur	$172^\circ 1'$	$55'$

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Sur ($h = 55'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 36. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción. Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$0^\circ 50' = 0.83^\circ$	$25' 49.8'' = 0.4305^\circ$
$1^\circ 00' = 1.0^\circ$	$24' 24.6'' = 0.40683^\circ$

Como la altura que medimos $x = 55' = 0.9167^\circ$ está entre $x_1 = 0.83^\circ$ y $x_2 = 1.0^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.4305^\circ + \frac{(0.40683^\circ - 0.4305^\circ)}{(1.0^\circ - 0.83^\circ)}(0.9167^\circ - 0.83^\circ)$$

$$y = 0.4184283^\circ$$

$$h_{refra} = 0.4184283^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 0.9167^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 0.9167^\circ - 0.4184283^\circ$$

$$h_c = 0.4982717^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 0.4982717^\circ$$

$$z = 89.5017283^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 37. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
172.0167°	20.6772°	89.5017283°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Sur del marcador PL 3:

$$\begin{aligned} \text{sen}(\delta) &= \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) & (4.4) \\ \text{sen}(\delta) &= \cos(172.0167^\circ) \cos(20.6772^\circ) \text{sen}(89.5017283^\circ) + \\ &\quad \text{sen}(20.6772^\circ) \cos(89.5017283^\circ) \\ \text{sen}(\delta) &= -0.9234117372 \\ \delta &= -67.43006421^\circ \\ \delta &= -67^\circ 25' 48.23'' \end{aligned}$$

Marcador PL 4

A continuación, realizaremos un procedimiento análogo al marcador anterior para calcular la declinación de los cuatro brazos, y las fechas de alineación con sus Brazos Oriente y Poniente, del marcador PL 4. Comenzaremos por el Brazo Oriente.

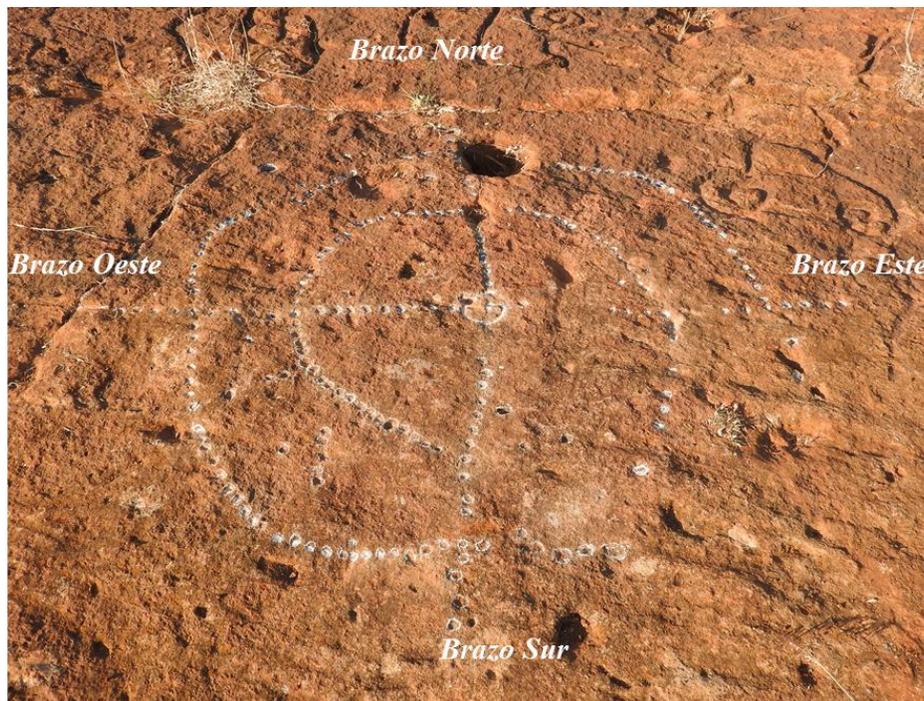


Figura 74. Marcador PL 4 visto de sur a norte. En la imagen se muestra la orientación cardinal que presenta cada brazo y a los cuales haremos referencia en los cálculos siguientes.

Ingresamos en el programa Stellarium las coordenadas geográficas (φ, λ, a) del marcador (datos de la Tabla 7), la fecha y el tiempo en el que fueron hechas las mediciones de la posición solar con el tránsito (datos de la Tabla 6) y vemos cuáles son las coordenadas horizontales reales que marca el programa para ese momento del día (ver tabla siguiente).

Tabla 38. Posición del Sol tomada de Stellarium (programa tipo planetario).

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5 s$	Azimut $A'_z \pm 0.5'$	Altura real $h' \pm 0.5'$
20/12/2020	16: 44: 31	235° 49'	17° 14'

Comparamos las coordenadas horizontales de la posición del Sol (entre el tránsito y el programa) y realizamos la diferencia de ambas coordenadas:

Tabla 39. Diferencia de la posición solar entre el instrumento y el programa.

$\Delta A_z \pm 0.5'$	$\Delta h \pm 0.5'$
$\Delta A_z = 74^\circ 44'$	$\Delta h = 3'$

Orientación del Brazo Este

Como el azimut de la posición del Sol que medimos con el tránsito fue de $A_z = 310^\circ 33'$ (ver Tabla 6) y el del programa de $A_z = 235^\circ 49'$ (ver Tabla 8), implica que para que nosotros lleguemos con el tránsito al valor reportado por el programa, tenemos que restar esta diferencia de $74^\circ 44'$ al azimut preliminar que medimos del brazo:

$$A_z - \Delta A_z = 162^\circ 24' - 74^\circ 44' = 87^\circ 40'$$

$$A_z = 87.67^\circ$$

Con esto se obtiene el azimut que emplearemos en los cálculos subsecuentes. En la siguiente tabla mostramos el azimut del Brazo Este corregido y la altura que medimos.

Tabla 40. Orientación del Brazo Este que emplearemos en el cálculo de la declinación.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Este	87° 40'	2° 36'

Ahora buscamos en la tabla de Ingram (1911) la altura aparente que corresponda a la altura de $h = 2^{\circ} 36'$ que medimos del Brazo Este del marcador PL 3, para saber qué factor de corrección por refracción de la luz se debe tomar en cuenta. En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 41. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción. Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$2^{\circ} 30' = 2.5^{\circ}$	$16' 40.7'' = 0.277972^{\circ}$
$2^{\circ} 40' = 2.67^{\circ}$	$15' 23.4'' = 0.2565^{\circ}$

Como la altura que medimos $x = 2^{\circ} 36' = 2.6^{\circ}$ está entre $x_1 = 2.5^{\circ}$ y $x_2 = 2.67^{\circ}$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.277972^{\circ} + \frac{(0.2565^{\circ} - 0.277972^{\circ})}{(2.67^{\circ} - 2.5^{\circ})}(2.6^{\circ} - 2.5^{\circ})$$

$$y = 0.265341418^{\circ}$$

$$h_{refra} = 0.265341418^{\circ}$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 2.6^{\circ}$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 2.6^{\circ} - 0.265341418^{\circ}$$

$$h_c = 2.334658588^{\circ}$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 2.334658588^\circ$$

$$z = 87.66534141^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 42. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
87.67°	20.6572°	87.66534141°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Este del marcador PL 4:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(87.67^\circ) \cos(20.6572^\circ) \text{sen}(87.66534141^\circ) +$$

$$\text{sen}(20.6572^\circ) \cos(87.66534141^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = 0.05238034486$$

$$\delta = 3.002546773^\circ$$

$$\delta_{\odot} = 3^\circ 0' 9.16''$$

Como podemos ver, la declinación del Brazo Oriente corresponde a una declinación solar $[-23.5^\circ, +23.5^\circ]$. Ahora buscamos en el Anuario del Observatorio Astronómico Nacional del 2020, las declinaciones solares que mejor se acerquen al valor que encontramos. En la siguiente tabla mostramos el primer grupo de efemérides:

Tabla 43. Primer grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 16.

Sol, 2020

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α m s	vh s	δ ° ' "	vh " "	dis UA	h	hp m s
mar	17	2458925.75	23	49 22.69	9.1	-1 9	1.72 59.3	0.99509	12	8 17.1
mar	18	2458926.75	23	53 1.88	9.1	-0 45	18.09 59.3	0.99537	12	7 59.8
mar	19	2458927.75	23	56 40.91	9.1	-0 21	34.47 59.3	0.99566	12	7 42.2
mar	20	2458928.75	0	0 19.82	9.1	+0 2	8.77 59.3	0.99594	12	7 24.6
mar	21	2458929.75	0	3 58.61	9.1	+0 25	51.26 59.2	0.99623	12	7 6.8
mar	22	2458930.75	0	7 37.30	9.1	+0 49	32.61 59.2	0.99651	12	6 49.0
mar	23	2458931.75	0	11 15.92	9.1	+1 13	12.46 59.1	0.99680	12	6 31.1
mar	24	2458932.75	0	14 54.49	9.1	+1 36	50.43 59.0	0.99708	12	6 13.1
mar	25	2458933.75	0	18 33.01	9.1	+2 0	26.15 58.9	0.99737	12	5 55.0
mar	26	2458934.75	0	22 11.51	9.1	+2 23	59.25 58.8	0.99765	12	5 37.0
mar	27	2458935.75	0	25 50.00	9.1	+2 47	29.36 58.6	0.99794	12	5 18.9
mar	28	2458936.75	0	29 28.51	9.1	+3 10	56.10 58.5	0.99822	12	5 0.9
mar	29	2458937.75	0	33 7.05	9.1	+3 34	19.12 58.3	0.99850	12	4 42.9
mar	30	2458938.75	0	36 45.63	9.1	+3 57	38.02 58.1	0.99878	12	4 24.9
mar	31	2458939.75	0	40 24.28	9.1	+4 20	52.46 57.9	0.99907	12	4 7.0

Con esta información realizamos la corrección por variación horaria:

Tabla 44. Efemérides y declinaciones corregidas para la salida del sol (6 de la mañana).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 6^h$	Corrección ($\delta + vh_c$)
Marzo 26	+2° 23' 59.25''	58.8''	58.8'' \times 6 ^h = 352.8'' = 5.88'	+2° 29' 52.05''
Marzo 27	+2° 47' 29.36''	58.6''	58.6'' \times 6^h = 351.6'' = 5.86'	+2° 53' 20.96''
Marzo 28	+3° 10' 56.10''	58.5''	58.5'' \times 6 ^h = 351'' = 5.85'	+3° 16' 47.1''

Ahora buscamos el segundo grupo de efemérides:

Tabla 45. Segundo grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 20.

Sol, 2020

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	a m s	vh s	δ ° ' "	vh " "	dis UA	h	hp m s
sep	7	2459099.75	11	5 1.92	9.0	+5 52 45.65	-56.4	1.00767	11	57 55.7
sep	8	2459100.75	11	8 37.78	9.0	+5 30 13.21	-56.6	1.00742	11	57 35.0
sep	9	2459101.75	11	12 13.48	9.0	+5 7 35.15	-56.8	1.00717	11	57 14.2
sep	10	2459102.75	11	15 49.06	9.0	+4 44 51.77	-57.0	1.00691	11	56 53.2
sep	11	2459103.75	11	19 24.53	9.0	+4 22 3.39	-57.2	1.00666	11	56 32.1
sep	12	2459104.75	11	22 59.91	9.0	+3 59 10.34	-57.4	1.00640	11	56 11.0
sep	13	2459105.75	11	26 35.23	9.0	+3 36 12.95	-57.6	1.00614	11	55 49.7
sep	14	2459106.75	11	30 10.49	9.0	+3 13 11.56	-57.7	1.00588	11	55 28.4
sep	15	2459107.75	11	33 45.71	9.0	+2 50 6.52	-57.8	1.00562	11	55 7.1
sep	16	2459108.75	11	37 20.90	9.0	+2 26 58.16	-58.0	1.00535	11	54 45.7
sep	17	2459109.75	11	40 56.10	9.0	+2 3 46.85	-58.1	1.00508	11	54 24.4
sep	18	2459110.75	11	44 31.30	9.0	+1 40 32.94	-58.2	1.00480	11	54 3.0
sep	19	2459111.75	11	48 6.53	9.0	+1 17 16.78	-58.3	1.00453	11	53 41.7
sep	20	2459112.75	11	51 41.80	9.0	+0 53 58.74	-58.3	1.00425	11	53 20.4
sep	21	2459113.75	11	55 17.14	9.0	+0 30 39.16	-58.4	1.00396	11	52 59.2

Con esta información realizamos la corrección por variación horaria:

Tabla 46. Efemérides y declinaciones corregidas para la salida del sol (6 de la mañana).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 6^h$	Corrección (δ + vh_c)
Sept 13	+3° 36' 12.95''	-57.6''	$-57.6'' \times 6^h = -345.6'' = -5.76'$	+3° 30' 27.35''
Sept 14	+3° 13' 11.56''	-57.7''	$-57.7'' \times 6^h = -346.2'' = -5.77'$	+3° 7' 25.36''
Sept 15	+2° 50' 6.52''	-57.8''	$-57.8'' \times 6^h = -346.8'' = -5.78'$	+2° 44' 19.72''

Como podemos ver, el par de declinaciones corregidas que más se acercan a la declinación que obtuvimos de **3° 0' 9.16''**, corresponden a las fechas 28 de marzo y 15 de septiembre. Por lo tanto, estas serán el par de fechas en las cuales el Sol se alineará con la orientación que señala el Brazo Este del marcador PL 4.

Tabla 47. Fechas de alineación del Brazo Este del marcador PL 4.

Fechas de alineación a la salida del Sol	Declinación solar (δ) corregida para las 6 am
27 de marzo	+2° 53' 20.96''
14 de septiembre	+3° 7' 25.36''

Orientación del Brazo Oeste

Corregimos la coordenada azimutal preliminar del Brazo Oeste (Tabla 8):

$$A_z - \Delta A_z = 344^\circ 16' - 74^\circ 44' = 269^\circ 32'$$

$$A_z = 269.53^\circ$$

Con esta corrección, ya contamos con la orientación del Brazo Oeste:

Tabla 48. Orientación del Brazo Oeste del marcador PL 3.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Oeste	$269^\circ 32'$	$2^\circ 25'$

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Oeste ($h = 2^\circ 25'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 49. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción.

Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$2^\circ 20' = 2.3^\circ$	$16' 40.7'' = 0.277972^\circ$
$2^\circ 30' = 2.5^\circ$	$16' 0.9'' = 0.2669167^\circ$

Como la altura que medimos $x = 2^\circ 25' = 2.4167^\circ$ está entre $x_1 = 2.3^\circ$ y $x_2 = 2.5^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.277972^\circ + \frac{(0.2669167^\circ - 0.277972^\circ)}{(2.5^\circ - 2.3^\circ)}(2.4167^\circ - 2.3^\circ)$$

$$y = 0.2715212325^\circ$$

$$h_{refra} = 0.2715212325^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 2.4167^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 2.4167^\circ - 0.2715212325^\circ$$

$$h_c = 2.145178768^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 2.145178768^\circ$$

$$z = 87.85482123^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 50. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
269.53°	20.6572°	87.85482123°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ_\odot) del Brazo Oeste del marcador PL 4:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(269.53^\circ) \cos(20.6572^\circ) \text{sen}(87.85482123^\circ) +$$

$$\text{sen}(20.6572^\circ) \cos(87.85482123^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = 0.00553480877$$

$$\delta = 0.3171228026^\circ$$

$$\delta_\odot = 0^\circ 19' 1.64''$$

Ahora buscamos en el Anuario del 2020 el par de efemérides cuyas declinaciones se acerquen lo mejor posible a la declinación que obtuvimos. A continuación mostramos el primer grupo de efemérides que analizaremos:

Tabla 51. Primer grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 16.

Sol, 2020

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α	m	s	vh	s	δ	'	"	vh	"	dis	UA	h	hp	m	s
mar	12	2458920.75	23	31	3.91	9.2	-3	7	26.89	59.1	0.99370	12	9	41.1					
mar	13	2458921.75	23	34	44.12	9.2	-2	43	48.81	59.2	0.99397	12	9	24.8					
mar	14	2458922.75	23	38	24.07	9.2	-2	20	8.90	59.2	0.99425	12	9	8.2					
mar	15	2458923.75	23	42	3.81	9.1	-1	56	27.50	59.3	0.99453	12	8	51.4					
mar	16	2458924.75	23	45	43.34	9.1	-1	32	44.98	59.3	0.99481	12	8	34.4					
mar	17	2458925.75	23	49	22.69	9.1	-1	9	1.72	59.3	0.99509	12	8	17.1					
mar	18	2458926.75	23	53	1.88	9.1	-0	45	18.09	59.3	0.99537	12	7	59.8					
mar	19	2458927.75	23	56	40.91	9.1	-0	21	34.47	59.3	0.99566	12	7	42.2					
mar	20	2458928.75	0	0	19.82	9.1	+0	2	8.77	59.3	0.99594	12	7	24.6					
mar	21	2458929.75	0	3	58.61	9.1	+0	25	51.26	59.2	0.99623	12	7	6.8					
mar	22	2458930.75	0	7	37.30	9.1	+0	49	32.61	59.2	0.99651	12	6	49.0					
mar	23	2458931.75	0	11	15.92	9.1	+1	13	12.46	59.1	0.99680	12	6	31.1					
mar	24	2458932.75	0	14	54.49	9.1	+1	36	50.43	59.0	0.99708	12	6	13.1					
mar	25	2458933.75	0	18	33.01	9.1	+2	0	26.15	58.9	0.99737	12	5	55.0					
mar	26	2458934.75	0	22	11.51	9.1	+2	23	59.25	58.8	0.99765	12	5	37.0					

En la siguiente tabla mostramos el procedimiento para corregir las declinaciones por variación horaria:

Tabla 52. Efemérides y declinaciones corregidas para la puesta del Sol (18 hrs).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 18^h$	Corrección (δ + vh_c)
Marzo 19	-0° 21' 34.47''	59.3''	$59.3'' \times 18^h = 1067.4'' = 17.79'$	-0° 3' 47.07''
Marzo 20	+0° 2' 8.77''	59.3''	$59.3'' \times 18^h = 1067.4'' = 17.79'$	+0° 19' 56.17''
Marzo 21	+0° 25' 51.26''	59.2''	$59.2'' \times 18^h = 1065.6'' = 17.76'$	+0° 43' 36.86''

Ahora buscamos el segundo grupo de efemérides:

Tabla 53. Segundo grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2020: 20.

Sol, 2020

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	dia	dj	h	a m s	vh s	δ °	·	“	”	vh ”	dis UA	h	hp m s
sep	12	2459104.75	11	22 59.91	9.0	+3	59	10.34	-57.4	1.00640	11	56	11.0
sep	13	2459105.75	11	26 35.23	9.0	+3	36	12.95	-57.6	1.00614	11	55	49.7
sep	14	2459106.75	11	30 10.49	9.0	+3	13	11.56	-57.7	1.00588	11	55	28.4
sep	15	2459107.75	11	33 45.71	9.0	+2	50	6.52	-57.8	1.00562	11	55	7.1
sep	16	2459108.75	11	37 20.90	9.0	+2	26	58.16	-58.0	1.00535	11	54	45.7
sep	17	2459109.75	11	40 56.10	9.0	+2	3	46.85	-58.1	1.00508	11	54	24.4
sep	18	2459110.75	11	44 31.30	9.0	+1	40	32.94	-58.2	1.00480	11	54	3.0
sep	19	2459111.75	11	48 6.53	9.0	+1	17	16.78	-58.3	1.00453	11	53	41.7
sep	20	2459112.75	11	51 41.80	9.0	+0	53	58.74	-58.3	1.00425	11	53	20.4
sep	21	2459113.75	11	55 17.14	9.0	+0	30	39.16	-58.4	1.00396	11	52	59.2
sep	22	2459114.75	11	58 52.56	9.0	+0	7	18.43	-58.4	1.00368	11	52	38.1
sep	23	2459115.75	12	2 28.08	9.0	-0	16	3.10	-58.4	1.00339	11	52	17.0
sep	24	2459116.75	12	6 3.71	9.0	-0	39	25.07	-58.4	1.00311	11	51	56.1
sep	25	2459117.75	12	9 39.48	9.0	-1	2	47.11	-58.4	1.00282	11	51	35.3
sep	26	2459118.75	12	13 15.41	9.0	-1	26	8.89	-58.4	1.00253	11	51	14.7

En la siguiente tabla mostramos el procedimiento para corregir las declinaciones por variación horaria:

Tabla 54. Efemérides y declinaciones corregidas para la puesta del Sol (18 hrs).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 18^h$	Corrección (δ + vh _c)
Sept. 20	+0° 53' 58.74''	-58.3''	-58.3'' × 18 ^h = -1049.4'' = -17.49'	+0° 36' 29.34''
Sept. 21	+0° 30' 39.16''	-58.4''	-58.4'' × 18^h = -1051.2'' = -17.52'	+0° 13' 7.96''
Sept. 22	+0° 7' 18.43''	-58.4''	-58.4'' × 18 ^h = -1051.2'' = -17.52'	-0° 10' 49.63''

Como podemos ver, el par de declinaciones corregidas que más se acercan a la declinación que obtuvimos de **0° 19' 1.64''**, corresponden a las fechas 20 de marzo y 21 de septiembre. Por lo tanto, estas serán el par de fechas en las cuales el Sol se alineará con el Brazo Oeste.

Tabla 55. Fechas de alineación del Brazo Oeste del marcador PL 4.

Fechas de alineación a la salida del Sol	Declinación solar corregida para las 18 hrs
20 de marzo	+ 0° 19' 56.17''
21 de septiembre	+ 0° 13' 7.96''

Orientación del Brazo Norte

Corrección de la coordenada azimutal preliminar del Brazo Norte (Tabla 9):

$$A_z - \Delta A_z = 289^\circ 29' - 74^\circ 44' = 214^\circ 45'$$

Ahora al azimut que obtuvimos le sumamos 180° para tener el sentido correcto:

$$A_z = 214^\circ 45' + 180^\circ = 394^\circ 45'$$

Para obtener el azimut que corresponda a la dirección Norte, restamos por último 360° :

$$A_z = 394^\circ 45' - 360^\circ = 34^\circ 45'$$

$$A_z = 34.75^\circ$$

Con esta corrección, ya contamos con las coordenadas horizontales del Brazo Norte que emplearemos para los cálculos subsecuentes:

Tabla 56. Orientación del Brazo Norte del marcador PL 4.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Norte	$34^\circ 45'$	8°

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Norte ($h = 8^\circ$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 57. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción.

Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$8^\circ 00' = 8.0^\circ$	$6' 29.6'' = 0.1082^\circ$
$8^\circ 30' = 8.5^\circ$	$6' 08.4'' = 0.1023^\circ$

Como la altura que medimos $x = 8^\circ$ está entre $x_1 = 8.0^\circ$ y $x_2 = 8.5^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.1082^\circ + \frac{(0.1023^\circ - 0.1082^\circ)}{(8.5^\circ - 8.0^\circ)}(8.0^\circ - 8.0^\circ)$$

$$y = 0.1082^\circ$$

$$h_{refra} = 0.1082^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 8^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 8^\circ - 0.1082^\circ$$

$$h_c = 7.8918^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 7.8918^\circ$$

$$z = 82.1082^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 58. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
34.75°	20.6572°	82.1082°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Norte del marcador PL 4:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(\delta) &= \cos(A_z) \cos(\varphi) \operatorname{sen}(z) + \operatorname{sen}(\varphi) \cos(z) & (4.4) \\ \operatorname{sen}(\delta) &= \cos(34.75^\circ) \cos(20.6572^\circ) \operatorname{sen}(82.1082^\circ) + \\ &\quad \operatorname{sen}(20.6572^\circ) \cos(82.1082^\circ) \\ \operatorname{sen}(\delta) &= 0.8099771719 \\ \delta &= 54.093701111^\circ \\ \delta &= \mathbf{54^\circ 5' 37.32''} \end{aligned}$$

Orientación del Brazo Sur

Corrección de la coordenada azimutal preliminar del Brazo Sur (Tabla 9):

$$\begin{aligned} A_z - \Delta A_z &= 259^\circ 23' - 74^\circ 44' = 184^\circ 39' \\ A_z &= 184.65^\circ \end{aligned}$$

Con esta corrección hecha, ya contamos con la orientación del Brazo Sur:

Tabla 59. Orientación del Brazo Sur del marcador PL 4.

Brazo del marcador	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Sur	184° 39'	37'

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Sur ($h = 37'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 60. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción.

Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
30' = 0.5°	29' 3.5'' = 0.4843056°
40' = 0.67°	27' 22.7'' = 0.4563056°

Como la altura que medimos $x = 37' = 0.6167^\circ$ está entre $x_1 = 0.5^\circ$ y $x_2 = 0.67^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.4843056^\circ + \frac{(0.4563056^\circ - 0.4843056^\circ)}{(0.67^\circ - 0.5^\circ)}(0.6167^\circ - 0.5^\circ)$$

$$y = 0.4650844235^\circ$$

$$h_{refra} = 0.4650844235^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 0.6167^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 0.6167^\circ - 0.4650844235^\circ$$

$$h_c = 0.1516155765^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 0.1516155765^\circ$$

$$z = 89.84838442^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 61. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ).

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
184.65°	20.6572°	89.84838442°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Sur del marcador PL 4:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(184.65^\circ) \cos(20.6572^\circ) \text{sen}(89.84838442^\circ) + \text{sen}(20.6572^\circ) \cos(89.84838442^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = -0.9316911682$$

$$\delta = -68.69999063^\circ$$

$$\delta = -68^\circ 41' 59.96''$$

5.2 Cálculo de la declinación de la Espiral 1

A continuación, realizaremos un procedimiento análogo a los marcadores anteriores para calcular la declinación de los dos brazos de la Espiral 1. Comenzaremos por el Brazo Oriente.



Figura 75. Espiral 1 vista de norte a sur. Observemos el punto central que marca el punto medio de la espiral doble.

Ingresamos en el programa Stellarium las coordenadas geográficas (φ, λ, a) de la Espiral 1 (Tabla 11), la fecha y el tiempo en el que fueron hechas las mediciones de la posición solar con el tránsito (Tabla 10) y vemos cuáles son las coordenadas horizontales reales que marca el programa para ese momento del día. En la siguiente tabla escribimos la posición del Sol que indica el programa:

Tabla 62. Posición del Sol tomada de Stellarium (programa tipo planetario).

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5 s$	Azimut $A'_z \pm 0.5'$	Altura real $h' \pm 0.5'$
20/12/2020	17: 44: 38	242° 34'	5° 16'

Comparamos las coordenadas horizontales de la posición del Sol (entre el tránsito y el programa) y realizamos la diferencia de ambas coordenadas:

Tabla 63. Diferencia de la posición solar entre el instrumento y el programa.

$\Delta A_z \pm 0.5'$	$\Delta h \pm 0.5'$
$\Delta A_z = 97^\circ 47'$	$\Delta h = 2'$

Orientación del Brazo Este

Como el azimut de la posición del Sol que medimos con el tránsito fue de $A_z = 340^\circ 21'$ (Tabla 10) y el del programa de $A_z = 242^\circ 34'$, implica que para que nosotros lleguemos con el tránsito al valor reportado por el programa, tenemos que restar esta diferencia de $97^\circ 47'$ al azimut preliminar del Brazo Este (Tabla 12):

$$A_z - \Delta A_z = 178^\circ 36' - 97^\circ 47' = 80^\circ 49'$$

$$A_z = 80.8167^\circ$$

Con esta corrección hecha, ya contamos con la orientación del Brazo Este:

Tabla 64. Orientación del Brazo Este de la Espiral 1.

Brazo de la Espiral 1	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Este	80° 49'	2° 49'

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Este ($h = 2^\circ 49'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 65. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción. Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$2^\circ 40' = 2.67^\circ$	$15' 23.4'' = 0.2565^\circ$
$2^\circ 50' = 2.83^\circ$	$14' 47.8'' = 0.24661^\circ$

Como la altura que medimos $x = 2^\circ 49' = 2.8167^\circ$ está entre $x_1 = 2.67^\circ$ y $x_2 = 2.83^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.2565^\circ + \frac{(0.24661^\circ - 0.2565^\circ)}{(2.83^\circ - 2.67^\circ)}(2.8167^\circ - 2.67^\circ)$$

$$y = 0.2474321063^\circ$$

$$h_{refra} = 0.2474321063^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 2.8167^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 2.8167^\circ - 0.2474321063^\circ$$

$$h_c = 2.569267894^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 2.569267894^\circ$$

$$z = 87.43073211^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 66. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ). Para facilitar el cálculo se convierten todas las unidades a grados.

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
80.8167°	20.65725°	87.43073211°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Este de la Espiral 1:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(80.8167^\circ) \cos(20.65725^\circ) \text{sen}(87.43073211^\circ) +$$

$$\text{sen}(20.65725^\circ) \cos(87.43073211^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = 0.1649966638$$

$$\delta = 9.497040663^\circ$$

$$\delta_{\odot} = 9^\circ 29' 49.34''$$

Ahora buscamos en el Anuario del Observatorio Astronómico Nacional el par de efemérides cuyas declinaciones correspondan a la declinación del Brazo Este que obtuvimos. A continuación mostramos el primer grupo de efemérides que analizaremos:

Tabla 67. Primer grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2021: 17.

Sol, 2021

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α m	s	vh s	'	δ "	"	vh "	dis UA	h	m	hp s
abr	8	2459312.75	1	8	43.93	9.2	+7	17	53.22	55.9	1.00131	12	1	51.4
abr	9	2459313.75	1	12	24.11	9.2	+7	40	14.49	55.6	1.00160	12	1	35.1
abr	10	2459314.75	1	16	4.55	9.2	+8	2	28.05	55.2	1.00189	12	1	19.0
abr	11	2459315.75	1	19	45.28	9.2	+8	24	33.55	54.9	1.00217	12	1	3.2
abr	12	2459316.75	1	23	26.30	9.2	+8	46	30.65	54.5	1.00246	12	0	47.6
abr	13	2459317.75	1	27	7.64	9.2	+9	8	18.97	54.1	1.00274	12	0	32.4
abr	14	2459318.75	1	30	49.29	9.2	+9	29	58.17	53.7	1.00302	12	0	17.5
abr	15	2459319.75	1	34	31.28	9.3	+9	51	27.88	53.3	1.00330	12	0	3.0
abr	16	2459320.75	1	38	13.63	9.3	+10	12	47.76	52.9	1.00358	11	59	48.7
abr	17	2459321.75	1	41	56.33	9.3	+10	33	57.45	52.5	1.00385	11	59	34.9
abr	18	2459322.75	1	45	39.41	9.3	+10	54	56.60	52.0	1.00413	11	59	21.4
abr	19	2459323.75	1	49	22.87	9.3	+11	15	44.86	51.5	1.00440	11	59	8.3
abr	20	2459324.75	1	53	6.73	9.3	+11	36	21.87	51.1	1.00467	11	58	55.6
abr	21	2459325.75	1	56	50.99	9.4	+11	56	47.30	50.6	1.00493	11	58	43.3
abr	22	2459326.75	2	0	35.68	9.4	+12	17	0.80	50.1	1.00520	11	58	31.5

En la siguiente tabla mostramos el procedimiento para corregir las declinaciones por variación horaria:

Tabla 68. Efemérides y declinaciones corregidas para la salida del Sol (6 de la mañana).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 6^h$	Corrección ($\delta + vh_c$)
Abril 13	+9° 8' 18.97''	54.1''	$54.1'' \times 6^h = 324.6'' = 5.41'$	+9° 13' 43.57''
Abril 14	+9° 29' 58.17''	53.7''	$53.7'' \times 6^h = 322.2'' = 5.37'$	+9° 35' 20.37''
Abril 14	+9° 51' 27.88''	53.3''	$53.3'' \times 6^h = 319.8'' = 5.33'$	+9° 56' 47.68''

Ahora buscamos el segundo grupo de efemérides:

Tabla 69. Segundo grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2021: 20.

Sol, 2021

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α m	s	vh s	'	δ "	α "	vh "	dis UA	h	m	hp s
ago	19	2459445.75	9	54	52.43	9.3	+12	41	8.86	-49.3	1.01202	12	3	37.9
ago	20	2459446.75	9	58	34.74	9.2	+12	21	25.69	-49.8	1.01182	12	3	23.7
ago	21	2459447.75	10	2	16.56	9.2	+12	1	30.91	-50.3	1.01161	12	3	9.0
ago	22	2459448.75	10	5	57.92	9.2	+11	41	24.82	-50.7	1.01140	12	2	53.7
ago	23	2459449.75	10	9	38.82	9.2	+11	21	7.76	-51.2	1.01120	12	2	38.1
ago	24	2459450.75	10	13	19.29	9.2	+11	0	40.16	-51.6	1.01099	12	2	22.0
ago	25	2459451.75	10	16	59.32	9.2	+10	40	1.83	-52.0	1.01077	12	2	5.5
ago	26	2459452.75	10	20	38.97	9.1	+10	19	13.13	-52.4	1.01056	12	1	48.6
ago	27	2459453.75	10	24	18.26	9.1	+9	58	14.66	-52.8	1.01034	12	1	31.4
ago	28	2459454.75	10	27	57.18	9.1	+9	37	6.67	-53.2	1.01012	12	1	13.7
ago	29	2459455.75	10	31	35.77	9.1	+9	15	49.43	-53.6	1.00990	12	0	55.8
ago	30	2459456.75	10	35	14.03	9.1	+8	54	23.25	-54.0	1.00968	12	0	37.4
ago	31	2459457.75	10	38	51.98	9.1	+8	32	48.44	-54.3	1.00945	12	0	18.9
sep	1	2459458.75	10	42	29.63	9.1	+8	11	5.32	-54.6	1.00922	11	59	59.9
sep	2	2459459.75	10	46	7.01	9.0	+7	49	14.21	-54.9	1.00899	11	59	40.8

En la siguiente tabla mostramos el procedimiento para corregir las declinaciones por variación horaria:

Tabla 70. Efemérides y declinaciones corregidas para la salida del Sol (6 de la mañana).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 6^h$	Corrección (δ + vh_c)
Agosto 27	+9° 58' 14.66''	-52.8''	-52.8'' × 6 ^h = -316.8'' = -5.28'	+9° 52' 57.86''
Agosto 28	+9° 37' 6.67''	-53.2''	-53.2'' × 6^h = -319.2'' = -5.32'	+9° 31' 47.47''
Agosto 29	+9° 15' 49.43''	-53.6''	-53.6'' × 6 ^h = -321.6'' = -5.36'	+9° 10' 27.83''

Como podemos ver, el par de declinaciones corregidas que más se acercan a la declinación que obtuvimos de **9° 29' 49.34''**, corresponden a las fechas 14 de abril y 28 de agosto. Por lo tanto, estas serán el par de fechas en las cuales el Sol se alineará con el Brazo Este.

Tabla 71. Fechas de alineación del Brazo Este de la Espiral 1.

Fechas de alineación a la salida del Sol	Declinación solar corregida para las 6 am
14 de abril	+ 9° 35' 20.37''
28 de agosto	+ 9° 31' 47.47''

Orientación del Brazo Oeste

Corrección de la coordenada azimutal preliminar del Brazo Oeste de la Espiral 1 (ver Tabla 12):

$$A_z - \Delta A_z = 358^\circ 16' - 97^\circ 47' = 260^\circ 29'$$

$$A_z = 260.483^\circ$$

Con esto ya contamos con la orientación del Brazo Oeste:

Tabla 72. Orientación del Brazo Oeste de la Espiral 1.

Brazo de la Espiral 1	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura $h \pm 0.5'$
Brazo Oeste	$260^\circ 29'$	$1^\circ 57'$

Ahora procedemos a buscar en la tabla de Ingram (1911), cuál es el factor de corrección por refracción que le corresponde a la altura del Brazo Oeste ($h = 1^\circ 57'$). En la siguiente tabla transcribimos los valores de altura aparente entre los cuales se encuentra nuestra altura.

Tabla 73. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción.

Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$1^\circ 50' = 1.83^\circ$	$18' 58.0'' = 0.3161^\circ$
$2^\circ 00' = 2^\circ$	$18' 08.6'' = 0.302389^\circ$

Como la altura que medimos $x = 1^\circ 57' = 1.95^\circ$ está entre $x_1 = 1.83^\circ$ y $x_2 = 2^\circ$, interpolamos las parejas de valores de la tabla anterior para encontrar el factor de corrección por refracción h_{refra} que le corresponde a nuestra altura:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (4.1)$$

$$y = 0.3161^\circ + \frac{(0.302389^\circ - 0.3161^\circ)}{(2^\circ - 1.83^\circ)}(1.95^\circ - 1.83^\circ)$$

$$y = 0.3064216471^\circ$$

$$h_{refra} = 0.3064216471^\circ$$

Enseguida restamos a la altura que medimos ($h = 1.95^\circ$) el factor h_{refra} . Con esto obtendremos la altura corregida que denotaremos como h_c :

$$h_c = h - h_{refra} \quad (4.2)$$

$$h_c = 1.95^\circ - 0.3064216471^\circ$$

$$h_c = 1.643578353^\circ$$

Con este valor h_c calculamos la distancia cenital denotada por la letra (z):

$$z = 90^\circ - h_c \quad (4.3)$$

$$z = 90^\circ - 1.643578353^\circ$$

$$z = 88.35642165^\circ$$

Ahora anotaremos en la siguiente tabla el azimut, la latitud y la distancia cenital (A_z, φ, z) que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ):

Tabla 74. Variables que emplearemos para el cálculo de la declinación (δ).

Azimut $A_z \pm 0.5'$	Latitud del lugar $\varphi \pm 0.05''$	Distancia cenital (z) $\pm 0.5'$
260.483°	20.65725°	88.35642165°

Ahora sustituimos el azimut corregido del brazo (A_z), la latitud del lugar (φ) y la distancia cenital (z), en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales para calcular la declinación (δ) del Brazo Oeste de la Espiral 1:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (4.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(260.483^\circ) \cos(20.65725^\circ) \text{sen}(88.35642165^\circ) +$$

$$\text{sen}(20.65725^\circ) \cos(88.35642165^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = -0.1445281348$$

$$\delta = -8.309955482^\circ$$

$$\delta_{\odot} = -8^\circ 18' 35.83''$$

Ahora buscamos en el Anuario del Observatorio Astronómico Nacional del 2021 el par de efemérides cuyas declinaciones correspondan a la declinación del Brazo Oeste que obtuvimos. A continuación, se muestra el primer grupo de efemérides que analizaremos:

Tabla 75. Primer grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2021: 16.

Sol, 2021

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α m	s	vh s	δ °	'	"	vh "	dis UA	h	m	hp s
feb	16	2459261.75	21	59	51.47	9.7	-12	14	34.18	52.4	0.98796	12	14	3.3
feb	17	2459262.75	22	3	43.97	9.7	-11	53	36.42	52.9	0.98816	12	13	59.2
feb	18	2459263.75	22	7	35.76	9.6	-11	32	27.39	53.3	0.98836	12	13	54.5
feb	19	2459264.75	22	11	26.85	9.6	-11	11	7.50	53.8	0.98856	12	13	48.9
feb	20	2459265.75	22	15	17.26	9.6	-10	49	37.18	54.2	0.98877	12	13	42.9
feb	21	2459266.75	22	19	7.00	9.5	-10	27	56.85	54.6	0.98898	12	13	36.0
feb	22	2459267.75	22	22	56.08	9.5	-10	6	6.95	55.0	0.98920	12	13	28.5
feb	23	2459268.75	22	26	44.53	9.5	-9	44	7.87	55.3	0.98941	12	13	20.4
feb	24	2459269.75	22	30	32.37	9.5	-9	22	0.04	55.7	0.98964	12	13	11.7
feb	25	2459270.75	22	34	19.59	9.4	-8	59	43.86	56.0	0.98986	12	13	2.4
feb	26	2459271.75	22	38	6.24	9.4	-8	37	19.73	56.3	0.99009	12	12	52.4
feb	27	2459272.75	22	41	52.32	9.4	-8	14	48.02	56.6	0.99033	12	12	42.0
feb	28	2459273.75	22	45	37.85	9.4	-7	52	9.11	56.9	0.99057	12	12	31.0
mar	1	2459274.75	22	49	22.87	9.4	-7	29	23.37	57.2	0.99081	12	12	19.5
mar	2	2459275.75	22	53	7.40	9.3	-7	6	31.13	57.4	0.99106	12	12	7.4

En la siguiente tabla mostramos el procedimiento para corregir las declinaciones por variación horaria:

Tabla 76. Efemérides y declinaciones corregidas para la puesta del Sol (18 hrs).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 18^h$	Corrección ($\delta + vh_c$)
Febrero 25	-8° 59' 43.86''	56.0''	$56.0'' \times 18^h = 1008'' = 16.8'$	-9° 16' 31.86''
Febrero 26	-8° 37' 19.73''	56.3''	$56.3'' \times 18^h = 1013.4'' = 16.89'$	-8° 20' 26.33''
Febrero 27	-8° 14' 48.02''	56.6''	$56.6'' \times 18^h = 1018.8'' = 16.98'$	-7° 57' 49.22''

Ahora buscamos el segundo grupo de efemérides:

Tabla 77. Segundo grupo de efemérides solares. Tabla tomada del AOAN, 2021: 21.

Sol, 2021

Efemérides a las 0^h del meridiano 90° W.G.

mes	día	dj	h	α	s	vh	°	δ	′	″	vh	dis	h	m	hp
				m		s		′	″	′	UA				s
oct	4	2459491.75	12	41	18.62	9.1	-4	26	38.27	-57.8	1.00036	11	48	42.7	
oct	5	2459492.75	12	44	57.04	9.1	-4	49	44.51	-57.6	1.00007	11	48	24.5	
oct	6	2459493.75	12	48	35.85	9.1	-5	12	47.21	-57.4	0.99979	11	48	6.8	
oct	7	2459494.75	12	52	15.05	9.2	-5	35	46.01	-57.3	0.99950	11	47	49.4	
oct	8	2459495.75	12	55	54.66	9.2	-5	58	40.51	-57.1	0.99921	11	47	32.6	
oct	9	2459496.75	12	59	34.70	9.2	-6	21	30.31	-56.9	0.99892	11	47	16.0	
oct	10	2459497.75	13	3	15.18	9.2	-6	44	15.03	-56.6	0.99863	11	46	60.0	
oct	11	2459498.75	13	6	56.12	9.2	-7	6	54.26	-56.4	0.99834	11	46	44.3	
oct	12	2459499.75	13	10	37.53	9.2	-7	29	27.60	-56.1	0.99804	11	46	29.1	
oct	13	2459500.75	13	14	19.43	9.3	-7	51	54.64	-55.8	0.99775	11	46	14.5	
oct	14	2459501.75	13	18	1.84	9.3	-8	14	15.01	-55.6	0.99746	11	46	0.3	
oct	15	2459502.75	13	21	44.77	9.3	-8	36	28.32	-55.2	0.99717	11	45	46.8	
oct	16	2459503.75	13	25	28.24	9.3	-8	58	34.20	-54.9	0.99688	11	45	33.6	
oct	17	2459504.75	13	29	12.27	9.4	-9	20	32.28	-54.6	0.99660	11	45	21.1	
oct	18	2459505.75	13	32	56.90	9.4	-9	42	22.19	-54.2	0.99631	11	45	9.2	

Corrección de las declinaciones por variación horaria:

Tabla 78. Efemérides y declinaciones corregidas para la puesta del Sol (18 hrs).

Efemérides	Declinación solar (δ)	vh	$vh_c = vh'' \times 18^h$	Corrección (δ + vh_c)
Octubre 12	-7° 29' 27.60''	-56.1''	-56.1'' × 18 ^h = -1009.8'' = -16.83'	-7° 46' 17.4''
Octubre 13	-7° 51' 54.64''	-55.8''	-55.8'' × 18^h = -1004.4'' = -16.74'	-8° 8' 39.04''
Octubre 14	-8° 14' 15.01''	-55.6''	-55.6'' × 18 ^h = -1000.8'' = -16.68'	-8° 30' 55.81''

Como podemos ver, el par de declinaciones corregidas que más se acercan a la declinación que obtuvimos de **-8° 18' 35.83''**, corresponden a las fechas 26 de febrero y 13 de octubre. Por lo tanto, estas serán el par de fechas en las cuales el Sol se alineará con el Brazo Oeste.

Tabla 79. Fechas de alineación del Brazo Oeste de la Espiral 1.

Fechas de alineación a la puesta del Sol	Declinación solar corregida para las 18 hrs.
26 de febrero	-8° 20' 26.33''
13 de octubre	-8° 8' 39.04''

Hasta este punto del trabajo, ya calculamos la declinación de cada uno de los brazos de los marcadores e identificamos el par de fechas para las cuales, los Brazos Oriente y Poniente, se alinearán con el Sol. A continuación, presentaremos un breve resumen de estos resultados.

5.3 Resumen de las mediciones obtenidas

En esta sección se muestra una tabla y una breve discusión de la orientación (azimut, altura, declinación) de los brazos de los marcadores PL 3, PL 4 y de la Espiral 1. Asimismo, presentamos las efemérides asociadas y sus respectivas declinaciones ya corregidas. Comenzaremos con los marcadores teotihuacanos.

Marcador PL 3

Tabla 80. Orientaciones y fechas de alineación de los brazos del marcador PL 3.

Brazos del marcador PL 3	Coordenadas horizontales (A_z, h) $\pm 0.5'$	Declinación calculada (δ)	Fechas asociadas del Anuario 2020	Declinaciones corregidas por vh
Brazo Este	($86^\circ 37', 2^\circ 47'$)	$+4^\circ 3' 29.23''$	30 de marzo, 12 de septiembre	$+4^\circ 3' 26.62''$ $+3^\circ 53' 25.94''$
Brazo Oeste	($263^\circ 9', 1^\circ 53'$)	$-5^\circ 50' 47.46''$	5 de marzo, 7 de octubre	$-5^\circ 57' 20.28''$ $-5^\circ 58' 24.40''$
Brazo Norte	($341^\circ 57', 8^\circ 8'$)	$+68^\circ 27' 11.88''$	---	---
Brazo Sur	($172^\circ 1', 55'$)	$-67^\circ 25' 48.23''$	---	---

Como podemos ver, las fechas de alineación del Brazo Oriente no son de carácter calendárico, pero las fechas del Brazo Poniente nos recuerdan las fechas de la familia del 73: 4 de marzo y 9 de octubre. Asimismo, los Brazos Norte y Sur no apuntan directamente a los puntos norte y sur del cielo.

Marcador PL 4

Tabla 81. Orientaciones y fechas de alineación de los brazos del marcador PL 4.

Brazos del marcador PL 4	Coordenadas horizontales (A_z, h) $\pm 0.5'$	Declinación calculada (δ)	Fechas asociadas del Anuario 2020	Declinaciones corregidas por vh
Brazo Este	($87^\circ 40', 2^\circ 36'$)	$+3^\circ 0' 9.16''$	27 de marzo, 14 de septiembre	$+2^\circ 53' 20.96''$ $+3^\circ 7' 25.36''$
Brazo Oeste	($269^\circ 32', 2^\circ 25'$)	$+0^\circ 19' 1.64''$	20 de marzo, 21 de septiembre	$+0^\circ 19' 56.17''$ $+0^\circ 13' 7.96''$
Brazo Norte	($34^\circ 45', 8^\circ$)	$+54^\circ 5' 37.32''$	---	---
Brazo Sur	($184^\circ 39', 37'$)	$-68^\circ 41' 59.96''$	---	---

De nueva cuenta, las fechas de alineación del Brazo Oriente del marcador PL 4 no sugieren fechas calendáricas. No obstante, el Brazo Poniente señala fechas de importancia astronómica: los equinoccios de primavera y otoño. Asimismo, los Brazos Norte y Sur tampoco apuntan directamente a los puntos norte y sur del cielo. Quizás estos brazos se destinaron para señalar esquemáticamente la dirección Norte y Sur del horizonte.

Espiral 1

Tabla 82. Orientaciones y fechas de alineación de los brazos de la Espiral 1.

Brazos de la Espiral 1	Coordenadas horizontales (A_z, h) $\pm 0.5'$	Declinación calculada (δ)	Fechas asociadas del Anuario 2021	Declinaciones corregidas por vh
Brazo Este	($80^\circ 49', 2^\circ 49'$)	$+9^\circ 29' 49.34''$	14 de abril, 28 de agosto	$+9^\circ 35' 29.37''$ $+9^\circ 31' 47.47''$
Brazo Oeste	($260^\circ 29', 1^\circ 57'$)	$-8^\circ 18' 35.83''$	26 de febrero, 13 de octubre	$-8^\circ 20' 26.33''$ $-8^\circ 8' 39.04''$

Como podemos ver, la orientación de los brazos de la Espiral 1 guardan una reminiscencia con las fechas de la familia del 65 (17 de abril, 25 de agosto y 25 de febrero, 17 de octubre).

Análisis, Discusión y Conclusiones

6.1 Análisis calendárico de las fechas de alineación

En esta sección veremos cuáles son las relaciones numéricas que hay entre los pares de fechas de alineación y los solsticios y equinoccios. Antes de comenzar, es conveniente definir cómo llevaremos a cabo el análisis calendárico. Primero colocaremos en un diagrama del movimiento anual del Sol, los solsticios, equinoccios y las fechas que indican los brazos de los marcadores. Para realizar las cuentas de los días, partiremos siempre del solsticio de invierno (no lo contamos) y terminaremos de contar hasta la fecha deseada (contando el día al que llegamos). De esta forma tendremos los 365 días del año. A continuación, comenzaremos nuestro análisis calendárico con el Brazo Oriente del marcador PL 3.

Marcador PL 3 Brazo Este

Si colocamos las fechas del Brazo Este del marcador PL 3 en un diagrama que represente el movimiento cíclico del Sol, podremos ver que del solsticio de invierno al equinoccio de primavera hay 90 días y de este equinoccio a la fecha 30 de marzo hay 9 días de distancia. Ahora del 30 de marzo al solsticio de verano hay 83 días y de este solsticio a la segunda fecha del 12 de septiembre habrá los mismos 83 días. Del 12 de septiembre al equinoccio de otoño habrá nuevamente 9 días y de este equinoccio al solsticio de invierno habrá 91 días (ver figura 76).

Marcador PL 3, Brazo Este

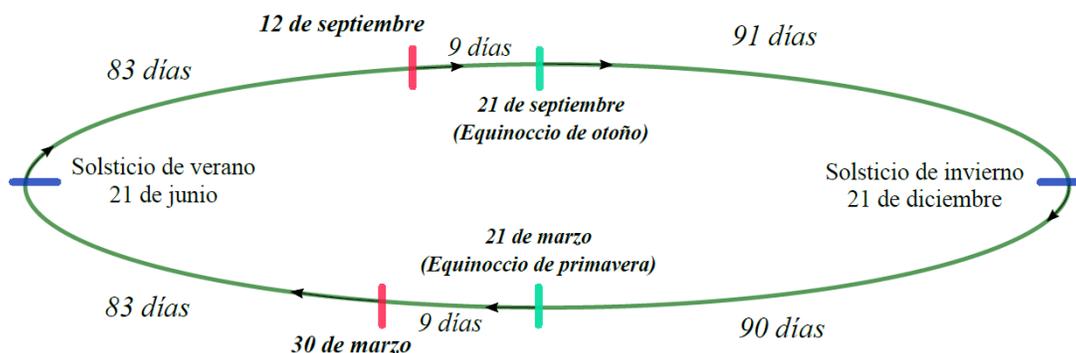


Figura 76. Análisis calendárico de las fechas 30 de marzo y 12 de septiembre del Brazo Oeste del marcador PL 3. La línea color verde oscuro representa el recorrido anual del Sol.

Como podemos ver, entre el par de fechas del Brazo Este del marcador y los equinoccios hay 9 días en ambos casos. Quizás este número definió los grupos de nueve puntos que podemos observar en el diseño del marcador PL 3. Asimismo, el número 9 podría haber sido una referencia a los 9 niveles del inframundo mesoamericano.

Brazo Oeste

De forma análoga al brazo anterior, del solsticio de invierno al 5 de marzo hay 74 días y del 5 de marzo al solsticio de verano 108 días. Ahora bien, del solsticio de verano al 7 de octubre hay también 108 días y del 7 de octubre al solsticio de invierno hay 75 días. Claramente este par de fechas hacen referencia a uno de los pares de fechas de la familia del 73: 4 de marzo y 9 de octubre. En el siguiente esquema se muestran las distancias en días que hay entre el par de fechas del Brazo Oeste y los solsticios.

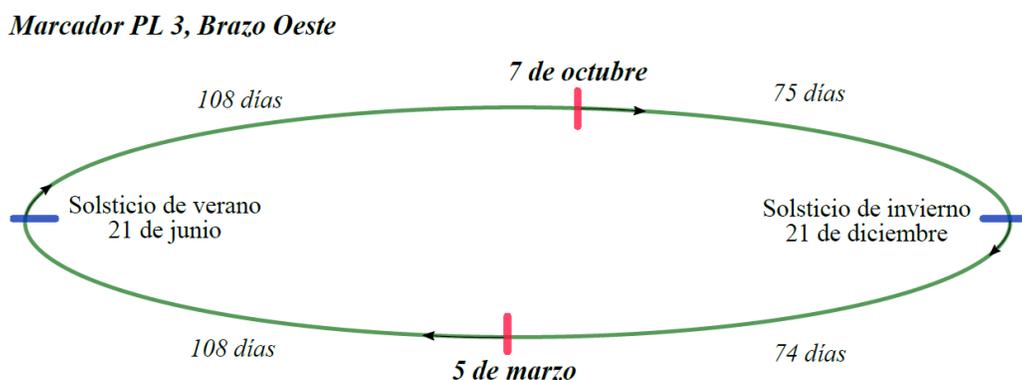


Figura 77. Análisis calendárico de las fechas 5 de marzo y 7 de octubre del Brazo Oeste del marcador PL 3. La línea color verde representa el recorrido anual del Sol.

Marcador PL 4 Brazo Este

Guiados por el ejemplo del marcador anterior, decidimos averiguar cuál era la diferencia en días de las fechas de alineación del Brazo Oriente y los equinoccios. Encontramos que del solsticio de invierno al equinoccio de primavera hay 90 días y de este equinoccio, a la fecha 27 de marzo, 6 días. Ahora del 27 de marzo al solsticio de verano hay 86 días y de este solsticio a la segunda fecha del 14 de septiembre habrá 85 días. Del 14 de septiembre al equinoccio de otoño habrá 7 días y de este equinoccio al solsticio de invierno habrá 91 días.

Podría ser una mera coincidencia, pero si sumamos $6 + 7 + 91$, obtendremos la cuenta de $91 + 13 = 104$. Que como sabemos, equivale a dos veces 52 (ver figura 78).

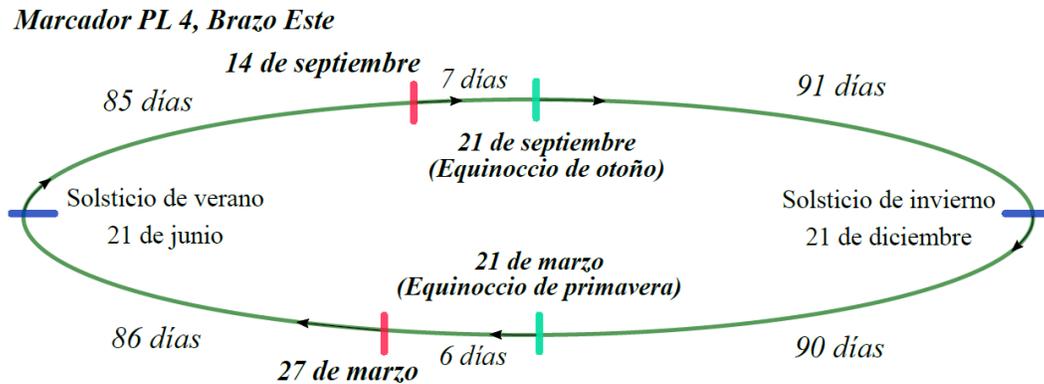


Figura 78. Análisis calendárico del par de fechas 28 de marzo y 15 de septiembre del Brazo Este del marcador PL 4. La línea color verde oscuro representa el recorrido anual del Sol.

Ahora si sumamos $86 + 91$ obtendremos 177 días que equivalen a los seis meses lunares que los mayas reportan en el *Códice de Dresde* (Velásquez, 2016: 72). Pero eso no es todo: si sumamos los días que hay del 27 de marzo al equinoccio de otoño encontraremos que son 178 días ($86 + 85 + 7$). Pero si parto del 14 de septiembre al equinoccio de primavera, habrán 177 días ($85 + 86 + 6$) o 6 meses lunares.

Brazo Oeste

El Brazo Oeste del marcador PL 4 señala las fechas 20 de marzo y 21 de septiembre. Fechas que corresponden a los equinoccios de primavera y otoño respectivamente. Como recordará el lector, el Sol pasará dos veces por su punto medio o equinoccio en su recorrido anual de solsticio a solsticio. Si contamos a partir del solsticio de invierno al 20 de marzo tendremos 89 días, y del 20 de marzo al solsticio de verano 93 días. Ahora, del solsticio de verano al 21 de septiembre habrá 92 días. Por otra parte, del 21 de septiembre al solsticio de invierno tendremos 91 días exactamente. En el siguiente esquema se muestran las distancias en días que hay entre el par de fechas del Brazo Oeste y los puntos extremos del Sol.

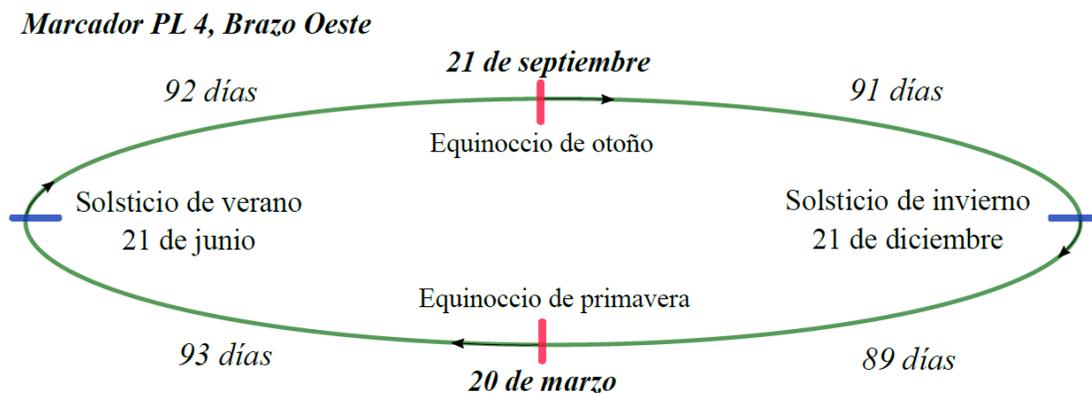


Figura 79. Análisis calendárico de las fechas 20 de marzo y 21 de septiembre del Brazo Oeste del marcador PL 4. La línea color verde representa el recorrido anual del Sol.

Espiral 1

Como ya lo hemos mencionado previamente, la Espiral 1 también puede ser considerada como un *marcador* porque señala con sus brazos fechas de importancia calendárica que si bien no son exactas, podría haber una intención de buscar los pares de fechas de la familia del 65. A continuación, analizaremos calendáricamente las fechas de los brazos de la Espiral 1.

Brazo Este

Si contamos los días que hay del solsticio de invierno al 14 de abril tendremos 114 días, y del 14 de abril hasta el solsticio de verano 68 días en total. Ahora bien, si continuamos con nuestro recorrido veremos que del solsticio de verano al 28 de agosto habrá 68 días y del 28 de agosto al solsticio de invierno 115 días. En la siguiente imagen se puede ver claramente las distancias en días que hay entre el par de fechas señaladas por el Brazo Este de la Espiral 1 y los solsticios.

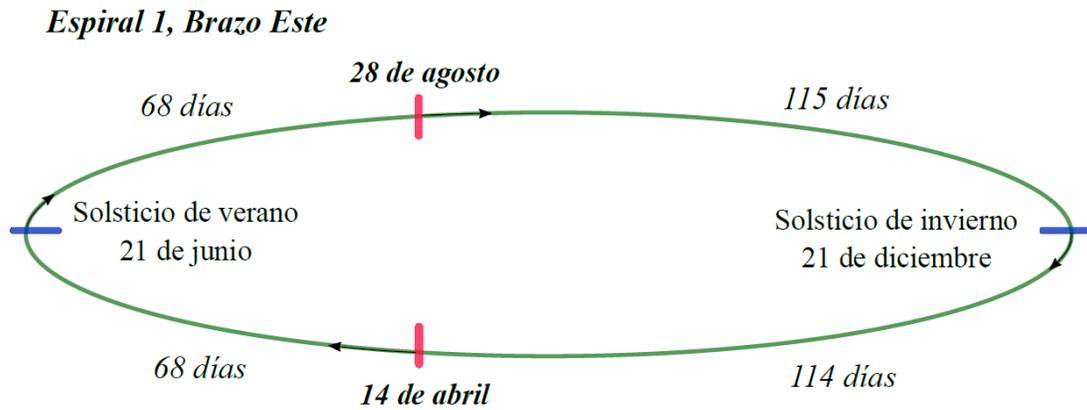


Figura 80. Análisis calendárico de las fechas 14 de abril y 28 de agosto del Brazo Este de la Espiral 1. La línea color verde representa el recorrido anual del Sol.

Brazo Oeste

Ahora si analizamos las fechas del Brazo Oeste, tendremos que del solsticio de invierno al 26 de febrero hay 67 días y del 26 de febrero al solsticio de verano 115 días. Al continuar con el recorrido, tenemos que del solsticio de verano al 13 de octubre habrá 114 días. Finalmente, del 13 de octubre al solsticio de invierno habrá 69 días en total. Como podemos ver, sólo la fecha 26 de febrero coincide con la fecha 25 de febrero de la familia del 65. En la siguiente imagen se puede ver claramente las distancias en días que hay entre el par de fechas señaladas por el Brazo Oeste de la Espiral 1 y los solsticios de verano e invierno.

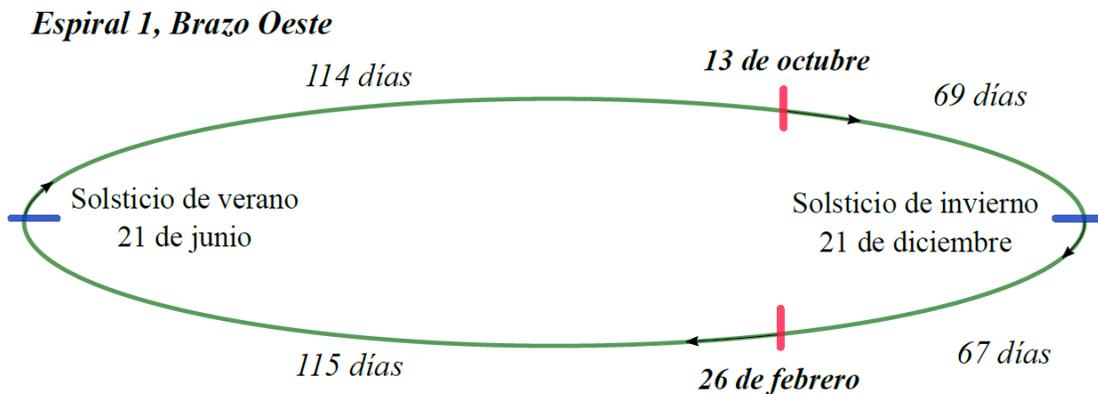


Figura 81. Análisis calendárico de las fechas 26 de febrero y 13 de octubre del Brazo Oeste de la Espiral 1. La línea color verde representa el recorrido anual del Sol.

6.2 Análisis astronómico de los Brazos Norte y Sur

Como ya lo hemos mencionado, los Brazos Norte-Sur de los marcadores teotihuacanos no señalan con precisión estos puntos cardinales, sino parece ser que sólo marcan los rumbos Norte y Sur del horizonte. Podría ser el caso que los Brazos Norte-Sur hayan señalado la posición de alguna estrella importante (de magnitud 1). En esta sección investigaremos el cielo nocturno para el año 450 d.C. mediante el programa *Carte du Ciel*, con el objeto de recrear el cielo nocturno de aquel momento y ver si alguna estrella importante se alineó con la orientación de los brazos. A continuación, presentamos los resultados para el marcador PL 3.

Brazo Norte PL 3

Al ingresar las coordenadas geográficas del marcador PL 3, y la fecha 13 de agosto del año 450 d. C., en el programa de *Carte du Ciel*, notaremos que en la dirección que nos indica el Brazo Norte de 341.95° de azimut y 8.13° de altura, sólo la estrella Dubhe (de magnitud aparente 1.7) en la constelación de la Osa Mayor, alcanzará la posición (azimut de 342.41° y una altura de 9.03°) más cercana a la dirección deseada. Esto nos daría una diferencia de azimut de 0.46° y de altura de 0.90° .

Si sabemos que el diámetro del Sol es del orden de medio grado, quiere decir que la diferencia en azimut es del orden de un diámetro solar y de la altura de tres diámetros solares, por lo que consideramos que esta diferencia es bastante significativa y no podemos decir con rigurosidad que el Brazo Norte del marcador PL 3 apuntaba hacia esta estrella en particular. Por otra parte, observaremos que más hacia el Norte (a 360° de azimut y 19° de altura¹⁷) se encuentra el Norte del cielo. Por lo que parece ser que los teotihuacanos tampoco buscaron señalar hacia tal punto cardinal. En la siguiente imagen se muestra la estrella Dubhe, el Norte del cielo, y la posición señalada por el brazo Norte del marcador PL 3.

¹⁷ La altura del norte del cielo es igual a la latitud del observador.



Figura 82. Detalle del cielo nocturno para el 13 de agosto del año 450 d. C. hacia la dirección que señala el Brazo Norte del marcador PL 3 (punto rojo). Imagen tomada de *Carte du Ciel*.

Brazo Sur PL 3

Al reproducir el cielo nocturno para el 14 de agosto del año 450 d. C., notaremos que para la dirección que señala el Brazo Sur de 172.0167° de azimut y 0.91° de altura sólo la estrella Alfa Eridani (de magnitud 0.45), en la constelación de Eridanus, alcanzará la posición (azimut de 172.06° y una altura de 2.8°) más cercana a la dirección deseada. De nueva cuenta podemos notar que la diferencia de azimut es de 0.04° (mucho menor que un diámetro solar), pero la altura difiere en 1.89° . En la siguiente imagen, se muestra la estrella Alpha Eridani, el meridiano de 180° (sur del cielo¹⁸), y la posición señalada por el Brazo Sur del marcador PL 3.

¹⁸ La altura del sur del cielo no se puede ver porque esta debajo del horizonte del observador.

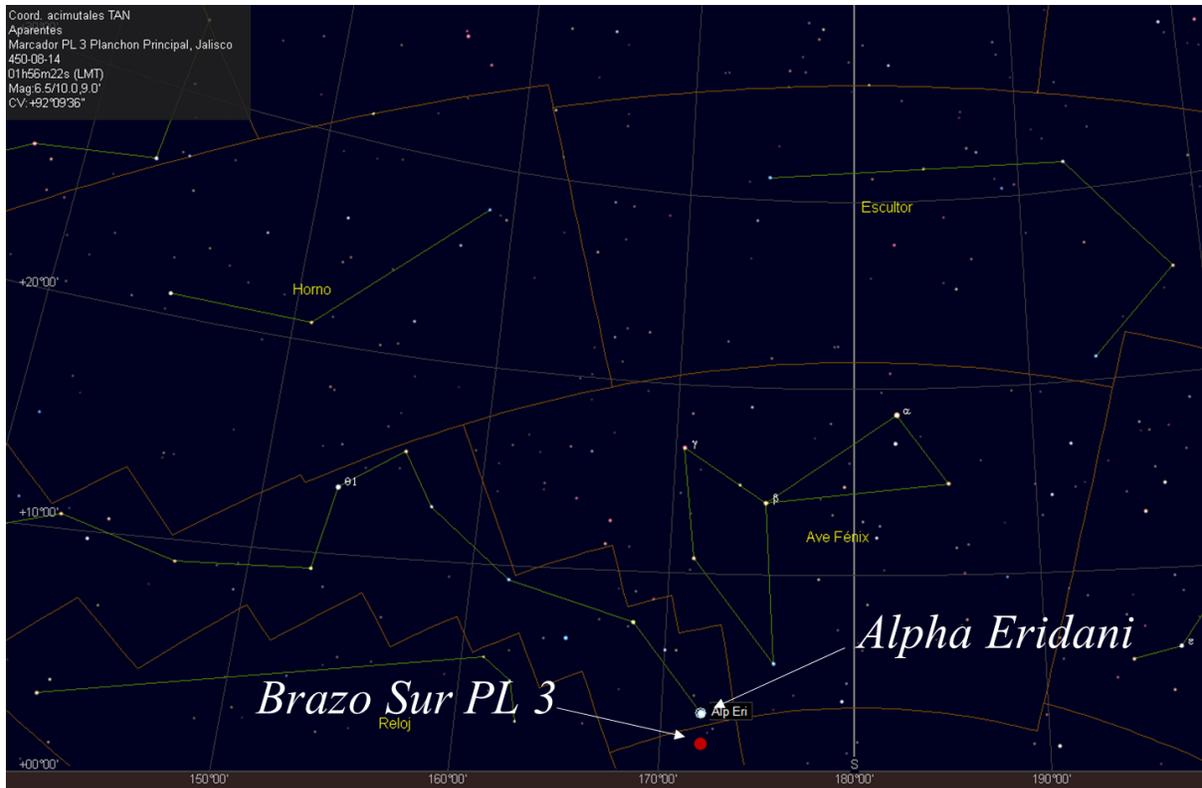


Figura 83. Detalle del cielo nocturno para el 14 de agosto del año 450 d. C. hacia la dirección que señala el Brazo Sur del marcador PL 3 (punto rojo). Imagen tomada de *Carte du Ciel*.

Brazo Norte PL 4

Análogamente al Brazo Norte del marcador anterior, encontramos que para el 21 de marzo del año 450 d. C. en la dirección que señala el Brazo Norte del marcador PL 4 de 34.75° de azimut y 8.0° de altura. Encontramos que la estrella central Gamma Cas (de magnitud 1.6), de la constelación de Casiopea, alcanza un azimut de 34.81° y una altura de 3.65° en su punto más cercano a la posición indicada por el Brazo Norte. De nueva cuenta, el azimut difiere por tan sólo 0.06° pero la altura difiere por 4.35° . Esta constelación en particular se destaca por señalar hacia la Vía Láctea, por lo que podría ser probable que los teotihuacanos no buscaran señalar la constelación mencionada, sino la propia Vía Láctea. En la siguiente imagen podemos observar el punto Norte del cielo, la posición señalada por el brazo, y cómo la constelación de Casiopea se encuentra sumergida en la Vía Láctea (sombra de color morado).



Figura 84. Detalle del cielo nocturno para el 21 de marzo del año 450 d. C. hacia la dirección que señala el Brazo Norte del marcador PL 4 (punto rojo). Imagen tomada de *Carte du Ciel*.

Brazo Sur PL 4

El Brazo Sur del marcador PL 4 tiene una orientación de 184.65° de azimut y 0.6167° de altura. Finalmente, para el 14 de agosto del año 450 d. C., encontramos que para la dirección que señala el Brazo Sur sólo la estrella Alfa Eridani (de magnitud 0.45), en la constelación de Eridanus, alcanzará la posición (azimut de 184.7° y una altura de 3.68°) más cercana a la dirección deseada. De nueva cuenta podemos notar que la diferencia de azimut es de 0.05° , pero la altura difiere en 3.06° . Esta estrella se repite debido a que se encuentra girando alrededor del punto sur del cielo. En la siguiente imagen, se muestra la estrella Alpha Eridani, el meridiano de 180° (sur del cielo), y la posición señalada por el Brazo Sur del marcador PL 3.



Figura 85. Detalle del cielo nocturno para el 14 de agosto del año 450 d. C. hacia la dirección que señala el Brazo Sur del marcador PL 4 (punto rojo). Imagen tomada de *Carte du Ciel*.

6.3 Resumen del análisis calendárico y astronómico de los marcadores

En esta sección presentaremos un breve resumen de las fechas de alineación y las relaciones numéricas que encontramos al realizar el análisis calendárico de ellas. Comenzaremos con el marcador PL 3.

Marcador PL 3

Las fechas del Brazo Oriente 30 de marzo y 12 de septiembre tienen la particularidad de distar 9 días respecto de los equinoccios de primavera y otoño, pero no son fechas de importancia calendárica. Sin embargo, será importante recordar que del solsticio de verano al 30 de marzo y 12 de septiembre, hay $83 + 83 = 166$ días. Por otra parte, las fechas del Brazo Poniente 7 de octubre y 5 de marzo, son fechas que nos rememoran los días 9 de octubre y 4 de marzo, que corresponden a la familia de orientaciones calendárico-astronómicas definidas por el número 73. La orientación de los Brazos Norte-Sur no parecen señalar con exactitud alguna estrella importante. Tampoco señalan con precisión los puntos

cardinales Norte y Sur. Pareciera que sólo indican, de manera aproximada, dichos puntos cardinales. En la siguiente tabla mostramos las fechas de alineación del marcador PL 3 y la orientación de sus Brazos Norte-Sur.

Tabla 83. Fechas de alineación solar de los Brazos Este-Oeste y orientación de los Brazos Norte-Sur.

Brazo Este	Brazo Oeste	Brazo Norte (A_z, h) \pm 0.5'	Brazo Sur (A_z, h) \pm 0.5'
30 de marzo, 12 de septiembre	5 de marzo, 7 de octubre	(341° 57', 8° 8')	(172° 1', 55')

Marcador PL 4

Las fechas de alineación del Brazo Oriente, 27 de marzo y 14 de septiembre, distan 6 y 7 días de los equinoccios de primavera y otoño, respectivamente. Por una parte, esta separación nos lleva a que del 27 de marzo al equinoccio de otoño hay 178 días. Pero si ahora partimos del 14 de septiembre al equinoccio de primavera, habrán 177 días (85 + 86 + 6) o 6 meses lunares. Cabe señalar que los mayas reportaron dicha cuenta lunar en el *Códice de Dresde* (Velásquez, 2016: 72). Curiosamente, el Brazo Poniente del marcador PL 4 señala precisamente la puesta del Sol en los días equinocciales 20 de marzo y 21 de septiembre. Fechas de importancia astronómica, pero también relacionadas con las fechas de alineación del Brazo Oriente.

Por otra parte, la orientación de los Brazos Norte-Sur del marcador PL 4 no parecen señalar, con exactitud, alguna estrella importante. Lo más relevante que encontramos fue que el Brazo Norte apuntaba hacia la constelación de Casiopea (y por ende a la Vía Láctea) cerca del año 450 d.C. La orientación del Brazo Sur ($A_z = 184^\circ$) es el que más se acerca al punto cardinal Sur ($A_z = 180^\circ$). Pensamos que los Brazos Norte-Sur sólo indican, de manera aproximada, dichos puntos cardinales. En la siguiente tabla mostramos las fechas de alineación del marcador PL 4 y la orientación de sus Brazos Norte-Sur.

Tabla 84. Fechas de alineación solar de los Brazos Este-Oeste y orientación de los Brazos Norte-Sur.

Brazo Este	Brazo Oeste	Brazo Norte (A_z, h) \pm 0.5'	Brazo Sur (A_z, h) \pm 0.5'
27 de marzo, 14 de septiembre	20 de marzo, 21 de septiembre	(34° 45', 8°)	(184° 39', 37')

Espiral 1

Las fechas de alineación, a la salida del Sol, los días 14 de abril y 28 de agosto y, a la puesta, los días 26 de febrero y 13 de octubre, nos hacen recordar las fechas de la familia del 65: 17 de abril, 25 de agosto, y 25 de febrero, 17 de octubre. Como vemos, sólo la fecha que encontramos del 26 de febrero corresponde plenamente a esta familia de orientaciones. En la siguiente tabla mostramos las fechas de alineación de la Espiral 1.

Tabla 85. Fechas de alineación solar de los Brazos Este-Oeste.

Brazo Este	Brazo Oeste
14 de abril, 28 de agosto	26 de febrero, 13 de octubre

6.4 Reconstrucción de los puntos faltantes de los marcadores

Desde un principio de esta investigación nos hemos preguntado acerca de la función de los puntos de los marcadores. Autores como Iwaniszewski (1990), han sugerido que existe una relación entre la cantidad de puntos y las fechas de alineación de los Brazos Oriente y Poniente. Aunque esta idea es muy sugerente, es muy difícil de probar porque no siempre los marcadores están completos, como es nuestro caso.

Para resolver la problemática de los puntos faltantes, autores como Aveni y Hartung (1978) han propuesto hacer promedios de puntos (si se tienen tres segmentos completos podemos promediarlos para obtener el cuarto faltante) o usar argumentos de simetría para dar un valor a los segmentos faltantes. En contra parte, investigadores como Galindo y Wallrath (1991) mencionan que estos métodos podrían no ser tan fiables, porque cada marcador podría tener una cantidad única de puntos en cada cuadrante. Galindo y Wallrath (1991) proponen que lo

más idóneo es revisar el espacio que dejaron los propios teotihuacanos entre punto y punto y deducir objetivamente cuántos puntos podrían haber cabido en el espacio faltante.

Para realizar nuestra propuesta de reconstrucción de los puntos faltantes de los marcadores, utilizaremos un argumento de simetría para el marcador PL 3, y la idea de Galindo y Wallrath (1991) para el marcador PL 4. A continuación, presentaremos nuestros resultados.

Marcador PL 3

Los cuadrantes completos noreste, sureste y noroeste del marcador PL 3 muestran una secuencia de 24 puntos en los segmentos del círculo externo y 19 puntos en el círculo interno (ver figura 86). Asimismo, las cuñas de los cuadrantes noreste y sureste del marcador sugieren que el resto de los cuadrantes tenían una cuña cada uno. Si suponemos que la cantidad de puntos en los cuatro cuadrantes del marcador PL 3 era simétrica, implicaría que al cuadrante suroeste le faltarían 9 puntos en el círculo interior y 18 puntos en el exterior (puntos en color turquesa). Usando este mismo argumento de simetría, es probable que al final del Brazo Este le falten dos puntos para tener el típico patrón de 10 + 4 + 4 puntos.

Posible reconstrucción de los puntos faltantes del marcador PL 3

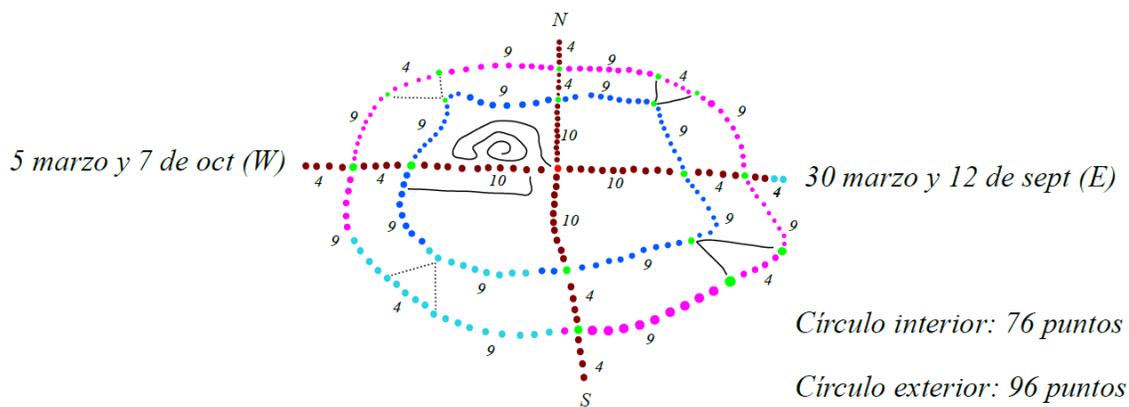


Figura 86. Los puntos en color turquesa representan los posibles puntos faltantes del marcador PL 3. Observemos que en los extremos de sus brazos se indican las fechas a las cuales apuntan.

Si completamos estos dos puntos se tendría un total de 20 puntos en cada brazo (80 en total), 76 puntos en el círculo interno¹⁹ (contando el punto en verde del vértice de las cuñas) y 96 puntos en el círculo externo (contando los dos puntos en verde de los extremos de las cuñas). Si sumamos el punto central tenemos una posible cuenta total de 253 puntos. En la siguiente tabla hacemos un resumen de los puntos reconstruidos.

Tabla 86. Conteo de los puntos visibles y de los posibles puntos faltantes del marcador PL 3.

Sin contar el punto central.

Secciones del marcador PL 3	Conteo sin reconstrucción	Posibles puntos faltantes	Posible conteo total
Círculo interno	67	9	76
Círculo externo	78	18	96
Brazos	78	2	80
Total	223	29	252

De los cuadrantes completos podemos ver que cada nueve puntos eran separados por el vértice o los extremos de las cuñas. La elección de estos 9 puntos se podría deber a que también son 9 los días que hay entre las fechas del Brazo Este (30 de marzo y 12 de septiembre) y los equinoccios de primavera y otoño respectivamente. Del análisis calendárico encontramos que hay 166 días ($83 + 83 = 166$) entre el 30 de marzo y el 12 de septiembre.

Al preguntarnos acerca de si este número podría estar implícito en la cantidad de puntos del marcador, encontramos que si contamos los puntos (incluyendo los puntos en verde de las cuñas) de los dos cuadrantes superiores $[(19 + 24) + (19 + 24)]$ más los puntos de los cuatro brazos (80) obtendremos 166 puntos. Observemos que si cada cuadrante tenía la misma cantidad de puntos, podemos tomar cualesquiera par de cuadrantes. Es posible que los 166 puntos se refieran a los 166 días que hay entre las fechas de alineación del Brazo Este.

¹⁹ Cuando contamos los puntos de los círculos internos y externos no tomamos en cuenta los puntos que intersecan los círculos concéntricos con los brazos del marcador.

Marcador PL 4

Como ya lo habíamos dicho, para completar los puntos faltantes del marcador PL 4 empleamos la propuesta de Galindo y Wallrath. Con la calca que realizamos *in situ*, nos preguntamos cuántos puntos podrían caber en estos segmentos tomando en cuenta la distancia a la cual están distribuidos los puntos que dibujamos. Al hacer esto, podemos pensar que al segmento noreste del círculo exterior le podrían faltar 6 puntos, y al cuadrante sureste 9 puntos en su círculo interior y 21 puntos al exterior.

Por otra parte, considero que los brazos semi completos (Este, Sur y Oeste) tuvieron de igual forma el típico arreglo de 10 + 4 + 4 puntos, por lo que requieren algunos puntos intermedios para completarse. En la siguiente figura el lector podrá encontrar un esquema de la posible reconstrucción de los puntos faltantes del marcador.

Possible reconstrucción de los puntos faltantes del marcador PL 4

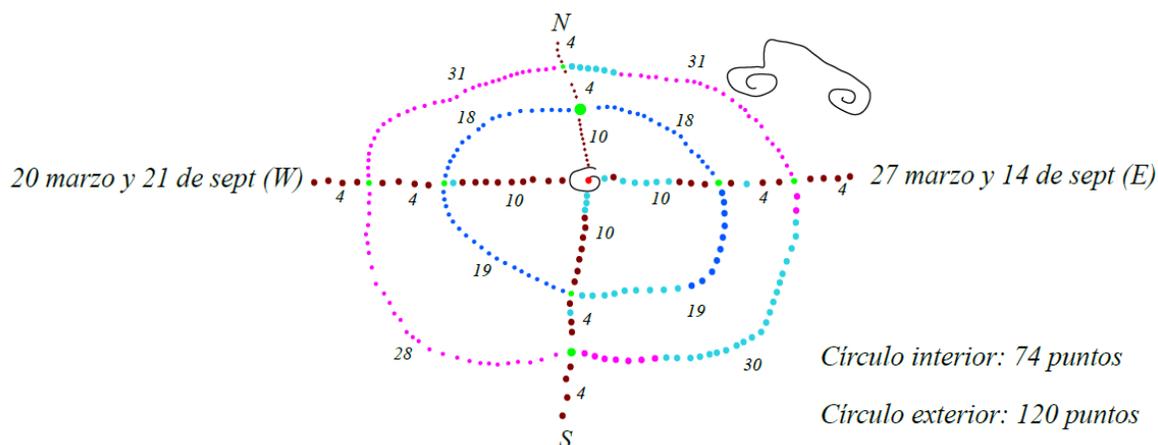


Figura 87. Los puntos en color turquesa representan los posibles puntos faltantes del marcador PL 4. Observemos que en los extremos de sus brazos indicamos las fechas a las cuales apuntan.

Nuestra posible reconstrucción de los puntos faltantes arroja el siguiente conteo: 80 puntos en los brazos (contando el punto verde de las intersecciones con los círculos concéntricos), 74 puntos en el círculo interior, y 120 puntos en el círculo exterior. Si sumamos el punto central tenemos una posible cuenta total de 275 puntos. En la siguiente tabla hacemos un resumen de los puntos reconstruidos.

Tabla 87. Conteo de los puntos visibles y de los posibles puntos faltantes del marcador PL 4.
Sin contar el punto central.

Secciones del marcador PL 4	Conteo sin reconstrucción	Posibles puntos faltantes	Posible conteo total
Círculo interno	65	9	74
Círculo externo	93	27	120
Brazos	68	12	80
Total	226	48	274

Al hacer el análisis calendárico de las fechas del Brazo Este, 27 de marzo y 14 de septiembre, notamos que del 27 de marzo al 21 de septiembre (equinoccio de otoño) hay 178 días. Pero del 14 de septiembre al 21 de marzo (equinoccio de primavera) hay 177 días que equivaldrían a 6 meses lunares ($29.5 \times 6 = 177$).

Al preguntarnos acerca de si esta cifra estaría o no presente en la cantidad de puntos del marcador, encontramos que si sumamos los puntos de los cuadrantes superiores más los 80 puntos de los cuatro brazos obtendremos 178 puntos. Ahora si sumamos los puntos de los cuadrantes inferiores y los 80 puntos de sus brazos obtendremos 176 puntos. Cifras que son muy próximas a la cuenta lunar de 177 días.

6.5 Discusión de los resultados

En esta sección nos enfocaremos en discutir la declinación de los Brazos Este-Oeste, sus fechas asociadas, y la posible relación de los puntos con las fechas de alineación. Comenzaremos con el marcador PL 3.

Marcador PL 3

Como recordará el lector, la declinación del Brazo Este resultó de $\delta = +4^\circ 3' 29.23''$. Al buscar las declinaciones solares del Anuario encontramos que las declinaciones corregidas que mejor se acercan son 30 de marzo con $\delta = +4^\circ 3' 26.62''$, y 12 de septiembre con $\delta = +3^\circ 53' 25.94''$. Como podemos ver, las declinaciones difieren por $\Delta\delta_1 = 0^\circ 0' 2.61''$ y $\Delta\delta_2 = 0^\circ 10' 3.29''$, respectivamente (ver tabla 88).

Por otra parte, la declinación del Brazo Oeste nos resultó de $\delta = -5^{\circ} 50' 47.46''$. Y las declinaciones corregidas que mejor se acercan son 5 de marzo con $\delta = -5^{\circ} 57' 20.28''$, y 7 de octubre con $\delta = -5^{\circ} 58' 24.40''$. Como podemos ver, las declinaciones difieren por $\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 7' 27.18''$ y $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 8' 23.06''$, respectivamente (ver tabla 88). Estas diferencias han hecho que las fechas de alineación se alejen de las fechas calendáricas 4 de marzo y 9 de octubre. En este caso valdría la pena repetir la medición para tratar de acercarnos de mejor manera a las fechas de la familia del 73.

Tabla 88. Diferencia entre la declinación calculada y la corregida del Anuario, para los Brazos Oriente y Poniente del marcador PL 3.

Brazos del marcador PL 3	Declinación calculada (δ)	Fechas asociadas del Anuario 2020	Declinaciones corregidas por νh	Diferencia de declinaciones $\Delta\delta$
Brazo Este	$+4^{\circ} 3' 29.23''$	30 de marzo, 12 de septiembre	$+4^{\circ} 3' 26.62''$ $+3^{\circ} 53' 25.94''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 0' 2.61''$ $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 10' 3.29''$
Brazo Oeste	$-5^{\circ} 50' 47.46''$	5 de marzo, 7 de octubre	$-5^{\circ} 57' 20.28''$ $-5^{\circ} 58' 24.40''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 7' 27.18''$ $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 8' 23.06''$

Respecto de los puntos del marcador PL 3, tenemos la certeza de que tanto los puntos de los brazos, como de los cuadrantes NW, NE, y SE están completos. La incertidumbre radica en los puntos faltantes del cuadrante SW. Al realizar la propuesta de reconstrucción y el posible conteo total, nos arrojó una cifra de 253 puntos (incluyendo el punto central). Sin embargo, esta cantidad no parece estar relacionada con alguna cuenta calendárica.

Ahora bien, si sumamos los puntos de los cuadrantes completos, NW y NE, más los 80 puntos de los brazos obtendremos una cuenta de $(19 + 24) + (19 + 24) + 80 = 166$ puntos. Cifra que se vuelve relevante porque del 30 de marzo al 12 de septiembre hay 166 días de separación. Pareciera ser que la elección de la cantidad de puntos en cada cuadrante del marcador obedece a la intención de hacer referencia a los 166 días de separación de las fechas de alineación del Brazo Este, y no a las fechas del Brazo Oeste.

Marcador PL 4

La declinación del Brazo Este resultó de $\delta = +3^{\circ} 0' 9.16''$, y las declinaciones corregidas del Anuario nos llevaron a las fechas 27 de marzo con $\delta = +2^{\circ} 53' 20.96''$, y 14 de septiembre con $\delta = +3^{\circ} 7' 25.36''$. Como podemos ver, tenemos una diferencia de poco más de 7' de arco, respectivamente (ver tabla 89). Esta diferencia es aceptable y se debe a que la altura del horizonte Oriente, del marcador PL 4, no es fácil de determinar porque está obstruido por matorrales.

Por otra parte, la declinación del Brazo Oeste resultó de $\delta = +0^{\circ} 19' 1.64''$, con fechas de alineación 20 de marzo y $\delta = +0^{\circ} 19' 56.17''$, y 21 de septiembre con $\delta = +0^{\circ} 13' 7.96''$. Como podemos ver la diferencia de declinaciones es de casi un minuto y seis minutos, respectivamente (ver tabla 89).

Tabla 89. Diferencia entre la declinación calculada y la corregida del Anuario, para los Brazos Oriente y Poniente del marcador PL 4.

Brazos del marcador PL 4	Declinación calculada (δ)	Fechas asociadas del Anuario 2020	Declinaciones corregidas por v/h	Diferencia de declinaciones $\Delta\delta$
Brazo Este	$+3^{\circ} 0' 9.16''$	27 de marzo,	$+2^{\circ} 53' 20.96''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 7' 11.8''$
		14 de septiembre	$+3^{\circ} 7' 25.36''$	$\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 7' 16.2''$
Brazo Oeste	$+0^{\circ} 19' 1.64''$	20 de marzo,	$+0^{\circ} 19' 56.17''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 0' 54.53''$
		21 de septiembre	$+0^{\circ} 13' 7.96''$	$\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 6' 6.32''$

Respecto de los puntos del marcador PL 4, sólo los cuadrantes NW y SW están completos. Asimismo, los puntos faltantes de los brazos son los intermedios y podemos completarlos con facilidad. La propuesta de reconstrucción nos arrojó una posible cifra de 275 puntos (incluyendo el punto central). Sin embargo, esta cantidad no parece estar relacionada con alguna cuenta calendárica. No obstante, si sumamos los puntos de los cuadrantes completos, NW y SW, más los 80 puntos de los brazos obtendremos una cuenta de $(18 + 31) + (19 + 28) + 80 = 176$ puntos. Cantidad intermedia entre los 177 días que hay del 14 de septiembre al 21 de marzo, y de los 178 días que hay del 27 de marzo al 21 de septiembre.

Por una parte, la cifra de 177 días es una cantidad especial porque está relacionada con la Luna. Una lunación o mes lunar equivale a 29.5 días, por lo que seis meses lunares resultan $29.5 \times 6 = 177$ días. Los mayas en el *Códice de Dresde* encontraron que 6 meses lunares equivalen a 177 días (Velásquez, 2016: 72). Es probable que la elección de la orientación del Brazo Este hacia las fechas 27 de marzo y 14 de septiembre, haya obedecido a que distan de los equinoccios entre 177 y 178 días respectivamente. También resulta curioso que la orientación del Brazo Oeste señale precisamente los equinoccios de primavera (21 de marzo) y de otoño (21 de septiembre).

Al percatarnos de que tanto las fechas del Brazo Este, como los puntos de los cuadrantes indicaban una cuenta de 6 meses lunares, nos preguntamos si acaso hay alguna representación de la Luna alrededor del marcador. Inmediatamente, lo que nos llamó la atención fue la espiral, en forma de U invertida, si la vemos de Sur a Norte, que está labrada justo en el cuadrante NE, arriba del Brazo Este que señala las fechas 27 de marzo y 14 de septiembre. No podemos asegurar que esta peculiar espiral sea una representación de la Luna, pero recordemos que la Luna era representada por una U que terminaba con volutas en sus extremos²⁰. Por lo que bien esta espiral podría ser una forma de representar la Luna (ver figura 88).



Figura 88. Marcador PL 4 y espiral en forma de “U” que acompaña el cuadrante noreste del marcador.

²⁰ Ver figura 18.

Espiral 1

Finalmente, la declinación del Brazo Este de la Espiral 1 resultó de $\delta = +9^{\circ} 29' 49.34''$. Con lo cual obtuvimos las fechas 14 de abril con $\delta = +9^{\circ} 35' 29.37''$ y una diferencia de $\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 6' 19.97''$, y 28 de agosto con $\delta = +9^{\circ} 31' 47.47''$ y una diferencia de $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 2' 1.87''$. Por otra parte, la declinación del Brazo Oeste resultó de $\delta = -8^{\circ} 18' 35.83''$, y las fechas de alineación 26 de febrero con $\delta = -8^{\circ} 20' 26.33''$ y una diferencia de $\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 2' 9.50''$, y 13 de octubre con $\delta = -8^{\circ} 8' 39.04''$ y una diferencia de $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 10' 3.21''$ (ver tabla 90).

Como podemos ver, los pares de fechas de alineación guardan una reminiscencia con los pares de fechas de la familia del 65: 17 de abril, 25 de agosto y 25 de febrero, 17 de octubre. Sin embargo, sólo la fecha 26 de febrero coincide con la fecha 25 de febrero de la familia del 65. Las fechas 14 de abril y 28 de agosto están muy alejadas del segundo par de fechas de la familia del *Cocijo*: 17 de abril, 25 de agosto. Esta diferencia se debe a que la altura del horizonte Oriente ($h = 2^{\circ} 49'$) y poniente ($h = 1^{\circ} 57'$) no son las mismas. Aunado al hecho de que la altura del horizonte Oriente está obstruida por pastizales. Una segunda medición nos podría ayudar a acercarnos un poco más a las fechas estrictamente calendáricas.

Tabla 90. Diferencia entre la declinación calculada y la corregida del Anuario, para los brazos de la Espiral 1.

Brazos de la Espiral 1	Declinación calculada (δ)	Fechas asociadas del Anuario 2021	Declinaciones corregidas por vh	Diferencia de declinaciones $\Delta\delta$
Brazo Este	$+9^{\circ} 29' 49.34''$	14 de abril, 28 de agosto	$+9^{\circ} 35' 29.37''$ $+9^{\circ} 31' 47.47''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 6' 19.97''$ $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 2' 1.87''$
Brazo Oeste	$-8^{\circ} 18' 35.83''$	26 de febrero, 13 de octubre	$-8^{\circ} 20' 26.33''$ $-8^{\circ} 8' 39.04''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 2' 9.50''$ $\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 10' 3.21''$

A diferencia de los marcadores teotihuacanos, PL 3 y PL 4, la Espiral 1 no está labrada a partir de secuencias de puntos. Su diseño es mucho más sencillo: sólo consiste en un punto central del cual surgen dos líneas que terminan envolviéndose entre sí para generar una espiral doble. El arqueólogo Mathew Wallrath decía que las dobles espirales representaban

el movimiento solar de solsticio a solsticio (Jesús Galindo comunicación personal). Si seguimos la idea de Wallrath, el punto central de la Espiral 1 podría representar los puntos equinocciales del Sol. Sin lugar a dudas, la Espiral 1 es un ejemplo de un petroglifo asociado al Sol que además servía como marcador solar de las fechas de la familia del 65. En la siguiente imagen, mostramos el dibujo de la Espiral 1 con los pares de fechas que señalan sus brazos.

Espiral 1

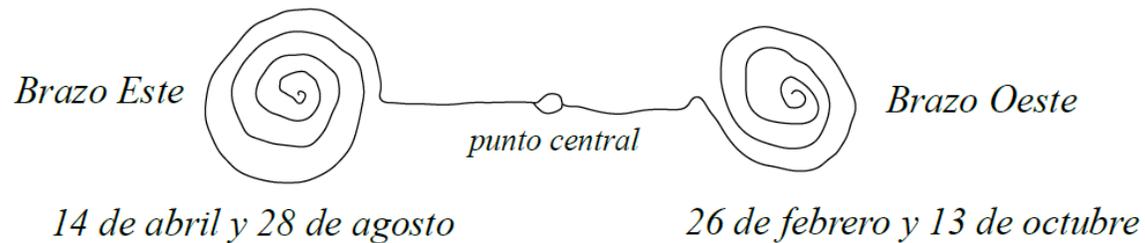


Figura 89. Dibujo de la Espiral 1 con sus respectivos pares de fechas de alineación solar.

6.6 Conclusiones

Importancia, utilidad y aplicación de la Física

La Física es una disciplina científica que se caracteriza por hacerse preguntas acerca del mundo que nos rodea. La observación, la abstracción matemática y el gusto por saber, son elementos que detonan las habilidades creativas de imaginar, experimentar, construir, o inventar nuevas teorías o dispositivos. Es precisamente este entrenamiento, lo que permite a los estudiantes de Física aplicar sus habilidades y conocimientos para resolver problemas de una amplia variedad de disciplinas, tanto científicas como humanísticas.

Algunos astrónomos mexicanos, como buenos físicos, también se han preguntado acerca de cómo entendían el cielo nuestros antepasados. La enorme riqueza arqueológica y cultural de nuestro país, ha permitido a los arqueólogos rescatar aquellas manifestaciones culturales que podemos admirar en los museos y sitios arqueológicos. Sin embargo, la Arqueología no puede resolver todas sus preguntas de investigación. Necesita de disciplinas como la Física,

la Química, la Biología, o la Astronomía, para tratar de acercarse a lo que sucedió en el pasado.

En particular, los arqueólogos necesitan saber la Orientación de edificios, estelas o petroglifos. Sin embargo, para resolver tal problemática, requieren del conocimiento que brindan disciplinas como la Física, la Astronomía y la Topografía. Es en este contexto cuando elementos de la Física y de la Astronomía de Posición, juegan un papel importante para resolver un problema de carácter cultural.

Si quisiéramos saber en qué fechas del año el Sol se alinea, a la salida o puesta, con los Brazos Oriente-Poniente de los marcadores, tendríamos que acudir al sitio cada amanecer y atardecer a lo largo de un año. Desafortunadamente, esto no es siempre posible. La utilidad del método de medición astronómica radica en que una vez que se determinen las coordenadas horizontales de los brazos, podemos calcular su declinación (δ) y saber las fechas de alineación. Con esto no sólo ahorramos tiempo de observación y recursos económicos, sino también volvemos cuantificable la orientación de los brazos. Con esta información, ahora podemos hacer estudios comparativos entre las orientaciones de estos y otros marcadores.

La medición de la orientación de los marcadores es en sí mismo un ejercicio experimental. Por un parte, se debe tener un cuenta de que los puntos que conforman los brazos no siempre forman líneas perpendiculares entre sí. En particular, los últimos puntos de los brazos de los marcadores PL 3 y 4 tienden a desviarse ligeramente de su trayectoria inicial. Este problema se puede superar si fijamos, sobre el punto central del marcador, un punto desde el cual partan las cuerdas y se centre el instrumento mediante su plomada. Fijando dicho punto, podemos mover la cuerda hasta ajustar la mayor cantidad de puntos, pero dando prioridad a los iniciales. Afortunadamente, los puntos son lo suficientemente grandes que podemos hacer pasar la cuerda sobre la mayor parte de sus centros. Por otra parte, el fino grosor de la cuerda nos ayuda para alinear y centrarla con el hilo vertical de la retícula del telescopio del tránsito.

Antes de realizar las mediciones *in situ*, practiqué el montaje del instrumento, de las cuerdas y de la medición con un modelo ideal de un marcador circular. No obstante, obtener la

orientación de los marcadores en campo, requirió muchos más días e intentos de los que se tenía planeado. Cada intento me sirvió para perfeccionar mi técnica para colocar las cuerdas, la plomada, nivelar el instrumento y medir correctamente las coordenadas horizontales del Sol.

Por otra parte, el cálculo de la declinación (δ) depende del azimut del brazo (A_z), de la latitud (φ) del lugar, y de la distancia cenital (z). En particular, esta última variable depende de la altura del Sol y que a su vez se ve afectada por el fenómeno de la refracción de la luz. Aunque el índice de refracción del vacío (1) y el aire son muy similares (1.000271) (Bauer, 2014: 1104), esta pequeña diferencia debe tomarse en cuenta para corregir la altura del Sol y calcular el valor correcto de la distancia cenital (z). Es aquí cuando debe tomarse en cuenta este fenómeno de la luz para calcular correctamente la orientación de los brazos.

Interpretación y Preguntas de investigación

En la sección (6.5) ya hemos discutido las orientaciones que obtuvimos (declinación y fechas de alineación). Ahora nos abocaremos a usar esta información para dar una interpretación acerca del posible uso, funcionamiento, y significado, que pudieron haber tenido los marcadores teotihuacanos PL 3 y PL 4. Para realizar lo anterior, plantearemos las siguientes preguntas que están encaminadas en dar una posible interpretación de los marcadores en cuestión.

1. ¿Por qué los marcadores PL 3 y PL 4 tienen cuatro brazos?
2. ¿Por qué los teotihuacanos emplearon puntos y no líneas en los brazos para señalar una dirección como en la Espiral 1?
3. ¿Qué significado tienen los puntos de los círculos concéntricos?
4. ¿Cuál fue el uso que tuvieron los marcadores PL 3, PL 4, y la Espiral 1?
5. ¿Cómo se vería la alineación con los Brazos Este-Oeste?

1. ¿Por qué los marcadores PL 3 y PL 4 tienen cuatro brazos?

De la sección (3.6), sobre los Marcadores Teotihuacanos, encontramos que si bien hay diferentes diseños, tanto circulares, rectangulares y en forma de Cruz de Malta, todos comparten la característica de estar divididos por cuatro brazos que parten de un punto

central. Parece claro que los cuatro brazos son una referencia a los cuatro rumbos cardinales del mito de *Cipactli* (lagarto en idioma náhuatl), que vimos en la sección (3.1). Esta idea se corrobora porque el azimut de los brazos, de ambos marcadores, señalan azimuts cercanos a los puntos cardinales Este ($A_z = 90^\circ$), Sur ($A_z = 180^\circ$) y Oeste ($A_z = 260^\circ$), respectivamente (ver tabla 91). Aunque los Brazos Norte no apuntan directamente a dicho punto del cielo ($A_z = 0^\circ$ ó 360°), sí indican de manera aproximada el Norte del horizonte (ver tabla 91).

Tabla 91. Coordenadas horizontales de los brazos de los marcadores teotihuacanos PL 3 y PL 4.

Brazos	Marcador PL 3 (A_z, h) $\pm 0.5'$	Marcador PL 4 (A_z, h) $\pm 0.5'$
Norte	($341^\circ 57', 8^\circ 8'$)	($34^\circ 45', 8^\circ$)
Este	($86^\circ 37', 2^\circ 47'$)	($87^\circ 40', 2^\circ 36'$)
Sur	($172^\circ 1', 55'$)	($184^\circ 39', 37'$)
Oeste	($263^\circ 9', 1^\circ 53'$)	($269^\circ 32', 2^\circ 25'$)

De lo anterior, podemos concluir que los marcadores tienen cuatro brazos porque los Brazos Oriente-Poniente se destinaron para señalar una cierta dirección en la cual, el Sol saldría o se ocultaría en el horizonte, a lo largo del año. Por otra parte, los Brazos Norte-Sur se destinaron para señalar, de manera aproximada, la dirección del Norte y Sur del horizonte. Como podemos ver los cuatro brazos no sólo cumplen un papel práctico, sino también tienen un significado simbólico. Ya que el marcador representa las cuatro partes en que los pueblos mesoamericanos dividían su mundo.

2. ¿Por qué los teotihuacanos emplearon puntos y no líneas en los brazos para señalar una dirección como en la Espiral 1?

Como podemos recordar, la Espiral 1 funcionó como un marcador solar de fechas calendáricas (Familia del 65). Algo que nos llamó la atención de la Espiral 1, es que los artistas que la labraron utilizaron dos líneas para señalar las salidas y puestas del Sol. En

cambio, los teotihuacanos utilizaron puntos para dar forma a sus cuatro brazos y al marcador en general.

Esta diferencia nos ha hecho pensar que la decisión de usar puntos y no líneas se deba a que la cantidad de puntos de sus brazos, y de sus círculos, tienen alguna razón práctica o cultural. Es posible que los 20 puntos de cada brazo sean una referencia a las veintenas del *Xiuhpohualli*.

3. ¿Qué significado tienen los puntos de los círculos concéntricos?

La segunda pregunta nos remite forzosamente a preguntarnos por la cantidad de puntos en los círculos concéntricos. De la sección (6.4), sobre la Reconstrucción de los puntos faltantes, encontramos que los cuadrantes completos del marcador PL 3, tenían las siguientes cuentas de puntos:

Tabla 92. Cantidad de puntos por cuadrantes del marcador PL 3. Los cuadrantes completos se resaltan en negritas. La primer cifra se refiere a los puntos del círculo interior, y la segunda a los puntos del segundo círculo concéntrico.

Cuadrante NW	Cuadrante NE	Cuadrante SE	Cuadrante SW	Total de puntos
[19 + 24] = 43	[19 + 24] = 43	[19 + 24] = 43	[19 + 24] = 43	[172 + 80] = 252

De la tabla anterior, podemos notar que tanto los puntos del círculo interno ($19 \times 4 = 76$), como del círculo externo ($24 \times 4 = 96$), y los puntos totales ($172 + 80 = 252$), no hacen referencia a alguna cuenta calendárica. Por otra parte, para el marcador PL 4 encontramos la siguiente cuenta de sus puntos:

Tabla 93. Cantidad de puntos por cuadrantes del marcador PL 4. Los cuadrantes completos se resaltan en negritas. La primer cifra se refiere a los puntos del círculo interior, y la segunda a los puntos del círculo exterior.

Cuadrante NW	Cuadrante NE	Cuadrante SE	Cuadrante SW	Total de puntos
[18 + 31] = 49	[18 + 31] = 49	[19 + 30] = 49	[19 + 28] = 47	[74 + 120] = 194

De la tabla anterior, podemos notar que tanto los puntos del círculo interno (74), como del círculo externo (120), y los puntos totales ($74 + 120 = 194$), tampoco hacen alguna referencia a las cuenta calendáricas que ya hemos visto.

Como podemos ver, la cantidad de puntos en los círculos concéntricos no refleja el interés de los teotihuacanos en señalar alguna cuenta calendárica como el *Tonalpohualli* o el *Xiuhpohualli*. La razón de estas cantidades de puntos, las podríamos encontrar en las fechas de alineación que encontramos de los Brazos Oriente de ambos marcadores.

Como recordará el lector, el Brazo Oriente del marcador PL 3 está orientado hacia la salida del Sol los días 30 de marzo y 12 de septiembre. Como vimos en la sección (6.1), sobre el Análisis Calendárico, la distancia en días de una fecha a otra (en sentido del solsticio de verano) es de 166 días. Misma cifra de puntos si sumamos los cuadrantes superiores, NW (43) y NE (43), más los 80 puntos de sus brazos ($86 + 80 = 166$). Esta relación podría ser tomada como coincidencia, pero adquiere más sentido si tomamos como cierto que los cuadrantes del marcador PL 3 eran simétricos. Si fuera el caso, podríamos tomarnos cualesquiera cuatro cuadrantes.

La posibilidad de que la cantidad de puntos en los círculos concéntricos tenga alguna relación con las fechas de alineación de los Brazos Oriente, se ve reforzada porque para el marcador PL 4 sucede algo similar. El Brazo Este señala las fechas 27 de marzo y 14 de septiembre. Si contamos los días que hay del 27 de marzo al 21 de septiembre (equinoccio de otoño), habrá 178 días. Y si ahora partimos del 14 de septiembre al 21 de marzo (equinoccio de primavera) habrá 177 días.

Si aplicamos la misma “regla” que el marcador anterior, y sumamos los puntos de los cuadrantes completos NW (49) y SW (47) más los 80 puntos de sus brazos, obtendremos 176 puntos ($96 + 80 = 176$). Una cantidad muy cercana a los 177 y 178 días de las fechas de alineación. Por otra parte, si nos atenemos a nuestra propuesta de reconstrucción, y tomamos los cuadrantes NE (49) y SE (49), obtendremos 178 puntos ($98 + 80 = 178$). Una cifra también muy cercana a los 177 días.

De los ejemplos anteriores, es posible plantearnos que la cantidad de puntos en los círculos concéntricos de ambos marcadores se deba a que los teotihuacanos buscaron representar la distancia en días que había entre las fechas que señalaban exclusivamente los Brazos Oriente. Esto se podría deber a que los Brazos Poniente de ambos marcadores, se destinaron para señalar fechas de importancia calendárica (marcador PL 3) o astronómica (marcador PL 4).

4. ¿Cuál fue el posible uso que tuvieron los marcadores?

A la luz de los resultados de las secciones (5.1) y (5.2), sobre el Cálculo de la Declinación de los Brazos de los Marcadores, podemos plantear que esencialmente los marcadores que analizamos son petroglifos, que a través de la observación del movimiento del Sol, sirvieron para señalar las salidas y puestas del Sol en fechas de importancia calendárica o astronómica. Es así como las fechas de alineación servían como puntos de referencia en el horizonte para realizar tal propósito.

En las siguientes tablas mostramos la importancia de la elección de las fechas de alineación, de los Brazos Oriente-Poniente de los marcadores PL 3 (tabla 94) y PL 4 (tabla 95).

Marcador PL 3

Tabla 94. Importancia de las fechas de alineación del marcador PL 3.

Brazos del marcador PL 3	Fechas de alineación	Importancia de las fechas de alineación
Brazo Este	30 de marzo, 12 de septiembre	La distancia del 30 de marzo al 12 de septiembre es de 166 días. Misma cantidad de puntos del marcador si se suman dos cuadrantes y los 80 puntos de sus brazos: $86 + 80 = 166$.
Brazo Oeste	5 de marzo, 7 de octubre	Posible referencia a la Familia del 73: 4 de marzo y 9 de octubre, 9 de abril y 2 de septiembre

En particular, es muy posible que el Brazo Oeste del marcador PL 4 (ver tabla 118) haya servido para llevar una cuenta del año solar o *Xiuhpohualli*, ya que dicho brazo apunta hacia las puestas del Sol en los días de los equinoccios o puntos medios del movimiento solar a lo largo de un año.

Marcador PL 4

Tabla 95. Importancia de las fechas de alineación del marcador PL 4.

Brazos del marcador PL 4	Fechas de alineación	Importancia de las fechas de alineación
Brazo Este	27 de marzo, 14 de septiembre	Posible referencia a una cuenta lunar de 6 meses ($29.5 \times 6 = 177$ días). Del 14 de septiembre al 21 de marzo: 177 días y del 27 de marzo al 21 de septiembre: 178 días. Cifras cercanas a la cantidad de puntos del marcador si se suman dos cuadrantes y los 80 puntos de sus brazos.
Brazo Oeste	20 de marzo, 21 de septiembre	Fechas de interés astronómico (equinoccios).

5. ¿Cómo se vería la alineación con los Brazos Este-Oeste?

Como un trabajo a futuro, planeamos acudir nuevamente al sitio para lograr captar las fotografías de la alineación de los brazos con el Sol. No obstante, por la experiencia que obtuvimos en el lugar, sabemos cuál es el punto en el horizonte poniente donde ocurre el solsticio de invierno²¹. Es por esta razón que podemos plantear un esquema de cómo se verían las salidas y puestas del Sol desde los Brazos Oriente-Poniente del marcador PL 3, por ejemplo.

En las siguientes imágenes (figuras 90 y 91) mostramos una representación esquemática, donde colocamos los solsticios de invierno (SI), verano (SV), y las fechas de alineación de los Brazos Este-Oeste. La línea punteada indica la trayectoria del Sol sobre la eclíptica. Asimismo, las flechas contiguas al Sol representan el movimiento de solsticio a solsticio. Es posible que así haya sido la forma en cómo los teotihuacanos utilizaron los marcadores PL 3 y PL 4.

²¹ Ver figura 71.

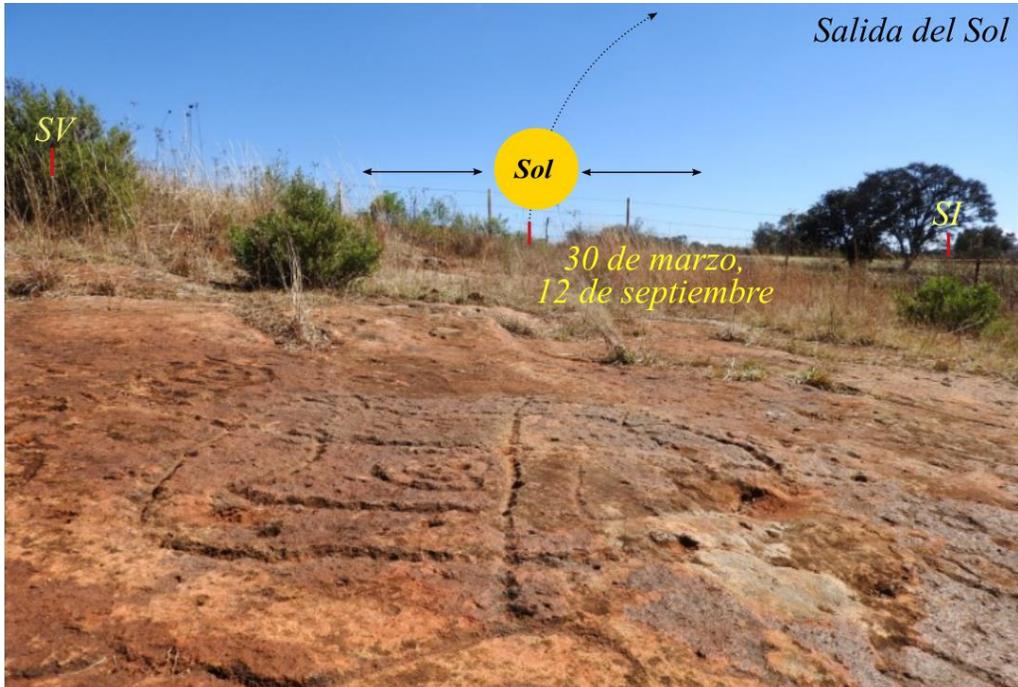


Figura 90. Esquema representativo de las salidas del Sol vistas desde el marcador PL 3.

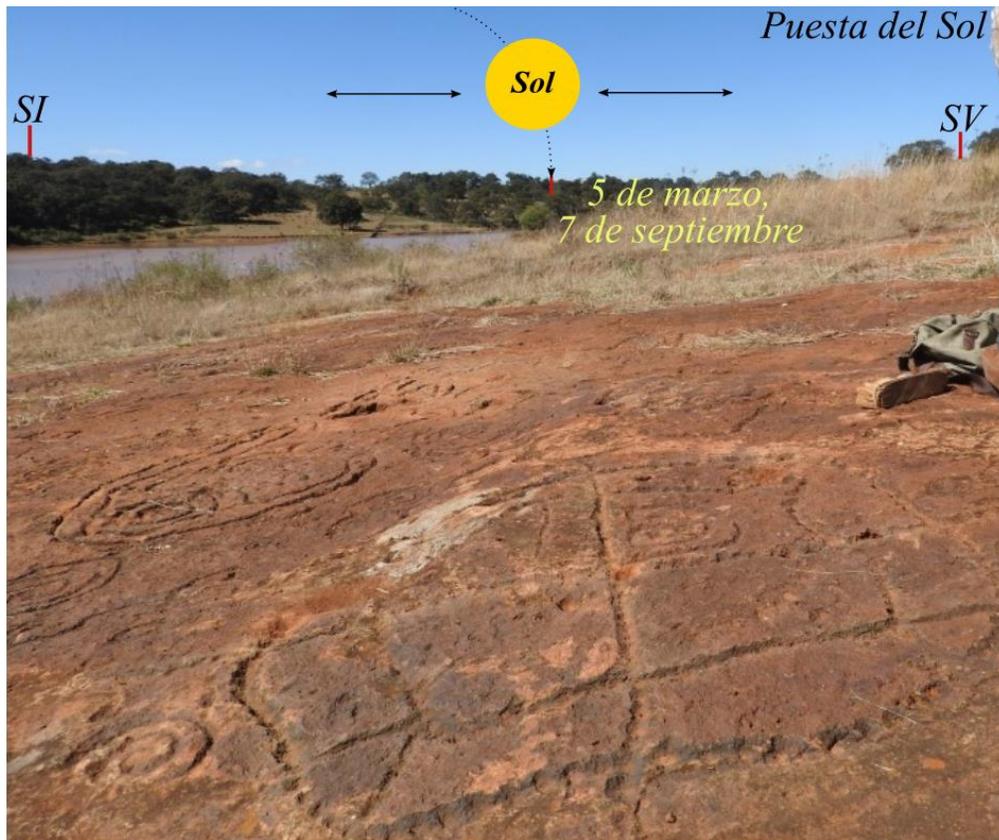


Figura 91. Esquema representativo de las puestas del Sol vistas desde el marcador PL 3.

Apéndice A

Alineación del Sol con un punto en el horizonte

En este apartado se explicará el procedimiento de medición para determinar el par de fechas, al ocaso o a la salida, en las que el centro del Sol se alineará con un punto destacable del horizonte. Como primer paso, se recomienda medir las coordenadas geográficas del lugar exacto donde se realiza la observación. Este dato se puede obtener con el GPS integrado de una cámara digital (ver tabla 1).

Tabla 1. Fecha, lugar y coordenadas geográficas del sitio de observación. Es conveniente convertir el valor de la latitud a grados para utilizarlo posteriormente.

Fecha: 26/11/2020	Latitud $\varphi \pm 0.05''$	Longitud $\lambda \pm 0.05''$	Altitud $a \pm 0.005$ (m)
Lugar: Azotea II	19° 15' 28.6'' N	99° 5' 58.4'' W	2, 264

Una vez que este alineado y nivelado el tránsito, se fijará la posición del Sol al medir su azimut (A_z) y su altura aparente (h_a) para un tiempo arbitrario (t). En el caso del tiempo, se debe tomar en cuenta el horario de verano. Para este ejemplo, las mediciones se tomaron en noviembre y no es necesario el ajuste por cambio de horario. Estos datos serán comparados con las coordenadas horizontales reales del Sol calculados por programas como *Carte du Ciel* o *Stellarium* y se anotarán en las siguientes tablas:

Tabla 2. Posición del Sol medida con el tránsito.

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5$ s	Azimut $A_z \pm 0.5'$	Altura aparente $h_a \pm 0.5'$
26/11/2020	17: 29: 10	201° 44'	5° 19'

Tabla 3. Posición del Sol tomada de Stellarium (programa tipo planetario).

Fecha	Tiempo $t \pm 0.5$ s	Azimut $A'_z \pm 0.5'$	Altura real $h' \pm 0.5'$
26/11/2020	17: 29: 10	244° 87'	5° 17'

Ahora se procede a determinar la diferencia de azimut (ΔA_z) y de altura (Δh) de la posición del Sol:

$$\Delta A_z = \Delta(A'_z - A_z) = 244^\circ 87' - 201^\circ 44' \rightarrow \Delta A_z = 43^\circ 43'$$

$$\Delta h = \Delta(h_a - h') = 5^\circ 19' - 5^\circ 17' \rightarrow \Delta h = 2'$$

Si la diferencia de la altura es mayor a algunos minutos, se considera que la medición ha sido imprecisa y deberá realizarse nuevamente. En nuestro caso, se obtuvo una diferencia en la altura del Sol de 2 minutos de arco. Por lo que podemos tener la certeza de que medimos correctamente la posición del Sol. Ahora se procede a medir el azimut y la altura del punto en el horizonte donde se busca calcular la alineación solar (ver figura 1).



Figura 1. Punto en el horizonte Oeste que deseamos medir. Imagen captada al atardecer del 26 de noviembre del 2020. A la derecha se puede apreciar el cerro del Ajusco.

Las coordenadas horizontales del punto señalado en la figura 1 son las siguientes: $A_z = 201^\circ 40'$ y $h = 5^\circ 2'$. Como el azimut solar medido mediante el tránsito es menor al azimut

solar del programa *Stellarium*, tendremos que sumar la diferencia de azimut $\Delta A_z = 43^\circ 43'$ al azimut del punto $A_z = 201^\circ 40'$:

$$A_z = 201^\circ 40' + 43^\circ 43' = 245^\circ 23' = 245.383^\circ$$

El siguiente paso es calcular el factor de corrección por refracción h_{refra} o también llamado R_e . Para saber cuál es el valor indicado, se busca en la tabla de *mean angular refraction* de (Ingram, 1911: 371)²² el ángulo de *apparent altitude* que mejor se aproxime al valor de la altura del punto que medimos $h = 5^\circ 2'$ (o $x = 5.033^\circ$). Como en este caso la altura medida está entre 5° y $5^\circ 30'$ de *apparent altitude*. Se procede a realizar una interpolación lineal entre los valores de la siguiente tabla:

Tabla 4. Alturas aparentes y sus correspondientes factores de corrección por refracción. Tomados de Ingram (1911).

Altura aparente (x_i)	Corrección por refracción (y_i)
$5^\circ = 5.0^\circ$	$9' 46.5'' = 0.162967^\circ$
$5^\circ 30' = 5.5^\circ$	$9' 01.9'' = 0.150527^\circ$

Al interpolar se obtiene el siguiente valor de corrección por refracción h_{refra} :

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad (1.1)$$

$$y = 0.1629167^\circ + \frac{(0.150527^\circ - 0.1629167^\circ)}{(5.5^\circ - 5^\circ)}(5.033^\circ - 5^\circ)$$

$$y = 0.1744879^\circ$$

$$\mathbf{h_{refra} = 0.1744879^\circ}$$

Ahora para obtener la altura corregida (h_c), o geométrica (h_g), simplemente le restamos a la altura del punto ($h = 5.033^\circ$) el ángulo de refracción h_{refra} :

²² Esta tabla la podemos encontrar en la sección 4.3.

$$h_c = h - h_{refra} \quad (1.2)$$

$$h_c = 5.033^\circ - 0.1744879^\circ$$

$$\mathbf{h_c = 4.85851211^\circ}$$

Con el valor de la altura corregida $h_c = 4.85851211^\circ$, se calcula la distancia cenital:

$$z = 90^\circ - h_c \quad (1.3)$$

$$z = 90^\circ - 4.85851211^\circ$$

$$\mathbf{z = 85.14148789^\circ}$$

De esta forma, se tienen calculadas todas las variables que intervienen en la ecuación de transformación de coordenadas horizontales a ecuatoriales (ecuación 1.18). Sustituyendo los valores de azimut $A_z = 245.383^\circ$, latitud $\varphi = 19.2579^\circ$, y la distancia cenital $z = 85.14148789^\circ$ en (1.4), se obtiene el valor de la declinación del punto medido:

$$\text{sen}(\delta) = \cos(A_z) \cos(\varphi) \text{sen}(z) + \text{sen}(\varphi) \cos(z) \quad (1.4)$$

$$\text{sen}(\delta) = \cos(245.383^\circ) \cos(19.2579^\circ) \text{sen}(85.14148789^\circ)$$

$$+ \text{sen}(19.2579^\circ) \cos(85.14148789^\circ)$$

$$\text{sen}(\delta) = -0.3638945768^\circ$$

$$\mathbf{\delta = -21.3395689^\circ}$$

$$\mathbf{\delta_\odot = -21^\circ 20' 22.44''}$$

Como era de esperarse, se obtuvo una declinación en el intervalo de $[-23.5^\circ, 23.5^\circ]$ lo que corresponde a un ángulo de declinación solar. Ahora, se busca en las efemérides solares del Anuario del Observatorio Astronómico Nacional el valor de δ que mejor se aproxime al que hemos calculado. En este caso, se utilizó el Anuario del 2020 del Instituto de Astronomía (IA) de la UNAM. Las efemérides de las declinaciones solares del Anuario del IA están calculadas para la medianoche y vienen acompañadas por un valor llamado *variación horaria* o *vh*. En la siguiente tabla se pueden observar el intervalo de fechas cuya declinación es semejante a la declinación calculada:

Tabla 5. Posibles fechas asociadas a la declinación solar calculada.

Efemérides	Declinación Solar δ ($^{\circ}$)	Variación horaria νh ($''$)
Nov 26	$\delta = -21^{\circ} 1' 37.38''$	-27.4
Nov 27	$\delta = -21^{\circ} 12' 35.02''$	-26.4
Nov 28	$\delta = -21^{\circ} 23' 8.65''$	-25.4

Para calcular la νh correcta, se multiplica νh por el factor 17.5 (esto es debido a que la puesta solar ocurre en nuestro horizonte a las 5:30 pm). El resultado de este cálculo se suma a la declinación correspondiente y con esto se obtiene el valor de la declinación solar para la hora de la puesta del Sol. En la siguiente tabla se muestran los cálculos realizados:

Tabla 6. Declinaciones solares calculadas para las 17.5 hrs.

Efemérides	Declinación Solar (δ)	$\nu h'' \times 17.5^h$	Ajuste por νh ($\delta + \nu h$)
Nov 26	$\delta = -21^{\circ} 1' 37.38''$	$-27.4'' \times 17.5 = -7.99'$	$\delta = -21^{\circ} 9' 36.38''$
Nov 27	$\delta = -21^{\circ} 12' 35.02''$	$-26.4'' \times 17.5 = -7.70'$	$\delta = -21^{\circ} 20' 17.02''$
Nov 28	$\delta = -21^{\circ} 23' 8.65''$	$-25.4'' \times 17.5 = -7.40'$	$\delta = -21^{\circ} 30' 32.65''$

Comparando la declinación que calculamos previamente ($\delta_{\odot} = -21^{\circ} 20' 22.44''$) con las declinaciones de la tabla 6, notaremos que la declinación más cercana a la nuestra es la correspondiente a la puesta del Sol el 27 de noviembre. Por lo tanto, esta será la primera fecha de alineación solar para el punto que medimos. Siguiendo el mismo procedimiento, la segunda fecha de alineación será el 14 de enero. En la siguiente tabla mostramos las fechas de alineación, su declinación corregida por νh y la diferencia de declinaciones ($\Delta\delta$) entre la calculada y la corregida del Anuario.

Tabla 7. Fechas de alineación solar para el punto medido.

Fechas de alineación al ocaso	Declinación solar (δ) corregida a las 17.5 hrs	Diferencia de declinaciones $\Delta\delta$
Noviembre 27	$-21^{\circ} 20' 17.02''$	$\Delta\delta_1 = 0^{\circ} 0' 5.42''$
Enero 14	$-21^{\circ} 15' 38.46''$	$\Delta\delta_2 = 0^{\circ} 5' 16.02''$

Muchas veces no es posible acudir al sitio de la medición en las fechas indicadas para tomar el registro fotográfico, por lo que realizar este procedimiento nos permite ahorrar tiempo en la investigación arqueoastronómica. No obstante, siempre es bueno acudir al sitio y obtener la fotografía de la alineación solar. En la siguiente imagen podemos apreciar el momento de la alineación solar del punto que medimos, para el ocaso del Sol, el 27 de noviembre del 2020:



Figura 2. Momento justo de la alineación del centro del Sol con el punto medio del árbol al ocaso (17:30 pm) del 27 de noviembre del 2020. La foto se logó con un filtro solar.

Referencias

- Achútegui, Juan J., 2000, *Aportaciones de las correcciones astronómicas a la precisión de la situación*, Estudio e Investigaciones Marinas, Vol. 1, No. 1, pp. 69-86.
- Agapi, Filini, y Efraín Cárdenas García, 2007, *El Bajío, la Cuenca del Cuitzeo, y el Estado teotihuacano, un estudio de relaciones y antagonismo*, en Brigitte Fauguère (Coordinadora), *Dinámicas culturales entre el Occidente, el Centro-Norte, y la Cuenca de México, del Preclásico al Epiclásico*, El Colegio de Michoacán, pp. 137-154.
- Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, 2020, Instituto de Astronomía, UNAM, pp. 15-22.
- Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, 2021, Instituto de Astronomía, UNAM, pp. 15-22.
- Aparicio, Antonio, Belmonte Avilés, Juan Antonio, y César Esteban, 2000, *Las bases astronómicas: el cielo a simple vista*, en Juan Antonio Belmonte (Coordinador), *Arqueoastronomía hispánica*, Equipo Sirius, pp. 1-22.
- Aveni, Anthony y Horst Hartung, 1978, *The Pecked Cross Symbol in Ancient Mesoamerica*, Science, Vol. 202, No. 4365, pp. 267- 279.
- Aveni, Anthony, Hartung, Horst, y Charles Kelley, 1982, *Alta Vista (Chalchihuites), Astronomical Implications of a Mesoamerican Ceremonial Outpost at the Tropic of Cancer*, American Antiquity, Vol. 47, No. 2, pp. 316-335.
- Aveni, Anthony y Horst Hartung, 1985, *Las cruces punteadas en Mesoamerica: Versión actualizada*, Cuadernos de Arquitectura Mesoamericana, División de Estudios de Posgrado-Facultad de Arquitectura UNAM, No. 4, julio 1985, pp. 3-13.
- Aveni, Anthony and Horst Hartung, 1988, *Archaeoastronomy and dynastic history at Tikal*, en Anthony Aveni (Editor), *New Directions in American Archaeoastronomy*, Proceedings of the 46th International Congress of Americanists, British Archaeological Reports, pp. 1–16.
- Bauer, Wolfgang y Gary D. Westfall, 2014, *Física para ingeniería y ciencias con física moderna*, Vol. 2, Mc Graw Hill, pp. 1104-1105.
- Berger Engineering and Surveying Instruments, 1950, *Manual of Field Adjustments*, Berger Instruments, pp. 12-13.

Castro-Leal, Marcia y Lorenzo Ochoa, 1976, *El Ixtépete como un ejemplo del desarrollo cultural en el occidente de México*, en *Anales del Instituto Nacional de Antropología e Historia*, Época 7, Tomo 5, pp. 121-154.

Códice de Dresde Parte 1 (facsimilar), 2016, Introducción e interpretación por Erik Velásquez García, en *Arqueología Mexicana Edición Especial*, INAH, Editorial Raíces, No. 67, México.

Códice Fejérváry-Mayer (facsimilar), 2005, con estudio introductorio y comentarios por Miguel León-Portilla, en *Arqueología Mexicana Edición Especial*, INAH, Editorial Raíces, No. 18, México.

Cowgill, George L., 2003, *Teotihuacán ciudad de misterios*, en *Arqueología Mexicana*, INAH, Editorial Raíces, Vol. XI, No. 64, pp. 20-27.

Chavero, Alfredo, 1884, *Historia Antigua y de la Conquista*, en Vicente Riva Palacio (Editor), *México A través de los Siglos*, Tomo I, Capítulo XIX, Ballescá y Compañía Editores, pp. 731 – 140.

Duverger, Christian, 2007, *El primer mestizaje*, CONACULTA, INAH, Taurus, UNAM, México.

Esparza L. Rodrigo y Francisco Rodríguez, 2018, *El Santuario Rupestre de los Altos de Jalisco*, El Colegio de Michoacán, pp. 80-87.

Fauguère-Kalfon, Brigitte, 1997, *Las representaciones rupestres del Centro-Norte de Michoacán*, Centro Francés de Estudios Mexicanos y centroamericanos, Colección Cuadernos de Estudios Mesoamericanos, No. 8, pp. 62-63.

Filini, Agapi, 2010, *El sistema-mundo teotihuacano y la Cuenca de Cuitzeo Michoacán*, El Colegio de Michoacán, México.

Folan, William J., Florey-Folan, Lynda y Antonio Ruíz Pérez, 1994, *Cerrito de la Campana: Una avanzada en la ruta teotihuacana al noroeste de la gran Mesoamerica*, Instituto Mexiquense de Cultura, Segunda edición, Toluca.

Galindo Trejo, Jesús, Wallrath Boller, Matthew y Alfonso Rangel Ruíz, 1991, *Marcadores punteados como manifestación de la ideología teotihuacana respecto al cielo: El caso de Xihuingo*, en María Elena Ruíz Gallut (Editora), *Ideología y política a través de materiales, imágenes y símbolos*. Memorias de la Primera Mesa Redonda de Teotihuacán, UNAM, pp. 255-271.

Galindo Trejo, Jesús, 2003, *La astronomía prehispánica en México*, en *Lajas Celestes: astronomía e historia en Chapultepec*, CONACULTA, Patronato del Museo Nacional de Historia, UNAM, pp. 15-87.

Galindo Trejo, Jesús, 2009, *La Astronomía prehispánica como expresión de las nociones de espacio y tiempo en Mesoamérica*, en César Carrillo Trueba (Coordinador de la serie), *Antologías de la revista Ciencias: Calendario, astronomía y cosmovisión: El conocimiento mesoamericano I*, Vol. 3, Facultad de Ciencias-UNAM, Siglo XXI editores, pp. 32-39.

Galindo Trejo, Jesús, 2011, *Orientación calendárico-astronómica en el Preclásico: el caso de La Venta*, en Daniel Flores Gutiérrez, Margarita Rosado Solís y José Franco López (Coordinadores), *El Legado Astronómico*, IA-UNAM, pp. 233-241.

Galindo Trejo, Jesús, 2016, *La orientación calendárico-astronómica de estructuras arquitectónicas en Mesoamérica: una práctica cultural de origen ancestral*, en Nuria Sanz (Editora), *El papel de la arqueoastronomía en el mundo maya: el caso de la Isla de Cozumel*, Oficina de la UNESCO en México, Gobierno de Quintana Roo, Gobierno municipal de Cozumel, pp. 21-37.

García Márquez, Fernando, 2005, *El topógrafo descalzo Manual de Topografía Aplicada*, Editorial Pax, pp. 102-103.

García Uranga, Baudelina L. y José Humberto Medina, 2016, *La turquesa en Alta Vista, Zacatecas*, en *Arqueología Mexicana La Turquesa*, INAH, Editorial Raíces, No. 141, pp. 50-53.

Garczioso Sierra, Liwy, 1995, *Cruz punteada en el Grupo 5 de Teotihuacan*, en J.P. Laporte y H. Escobedo (Editores), VIII Simposio de Investigaciones Arqueológicas en Guatemala, 1994, Museo Nacional de Arqueología y Etnología, pp. 381-391.

Gómez Chávez, Sergio, y Julie Gazzola, 2007, *Análisis de las relaciones entre Teotihuacán y el Occidente de México*, en Brigitte Fauguère (Coordinadora), *Dinámicas culturales entre el Occidente, el Centro-Norte, y la Cuenca de México, del Preclásico al Epiclásico*. El Colegio de Michoacán, pp. 113-132.

Granados Saucedo, Francisco Salvador, 2008, *Observaciones astronómicas en el Centro SU de México. Los casos de El Cerrito, Querétaro, y Cañada de la Virgen, San Miguel de Allende, Guanajuato*, en Carlos Viramontes Anzures (Coordinador), *Tiempo y Región. Estudios Históricos y Sociales*, Vol. II, Municipio de Querétaro, INAH, UAQ, pp. 137-177.

Hernández Díaz, Verónica, 2013, *Las formas del arte en el antiguo Occidente*, en Marie-Areti Hers (Coordinadora), *Miradas renovadas al Occidente indígena de México*, Instituto de Investigaciones Estéticas-UNAM, pp. 21-78.

Hers, Marie, y Daniel Flores, 2013, *Bajo el signo del astro solar: Migración, astronomía y arte rupestre en la Sierra Madre Occidental, México*, Revista Digital Universitaria, Vol. 14, No. 14, pp. 2-15.

Ingram, L. Edward, 1911, *Geodetic Surveying and the adjustment of observation (method of least squares)*, McGraw-Hill, pp. 370-371.

Iwaniszewski, Stanislaw, 1990, *Mesoamerican cross circles and seasonal cycles*, en *Readings in Archaeoastronomy*, Proceedings of the International Conference *Current Problems and Future of Archaeoastronomy*, Warsaw University, pp. 98-104.

Iwaniszewski, Stanislaw, 2015, *Pecked Cross-Circles*, en Clive L. N. Ruggles (Editor), *Handbook of Archaeoastronomy and Ethnoastronomy*, Springer, pp. 737-742.

Iwaniszewski, Stanislaw, 2018, *Tres marcadores calendáricos en Cocotitlán, Edo. de México*, Estudios Latinoamericanos, UNAM, Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, Centro de Estudios Latinoamericanos, No. 38, pp. 25-45.

López Austin, Alfredo, 2014, *El tiempo en Mesoamérica*, en César Carrillo Trueba (Coordinador de la serie), *Antologías de la revista Ciencias: Calendario, astronomía y cosmovisión: El conocimiento mesoamericano I*, Vol. 3, Facultad de Ciencias-UNAM, Siglo XXI editores, pp. 19-31.

Malmström, Vincent H., 1973, *Origin of the Mesoamerican 260-Day Calendar*, *Science*, Vol. 183, pp. 939-940.

Marcus, Joyce, 2000, *Los calendarios prehispánicos*, en *Arqueología Mexicana Calendarios prehispánicos*, INAH, Editorial Raíces, Vol. VII, Núm. 41, pp. 12-21.

Matos Moctezuma, Eduardo, 2000, *El milenio Teotihuacano*, en *Pasajes de la Historia*, Vol. IV, México Desconocido, CONACULTA, México.

Matos Moctezuma, Eduardo, 2003, *La arqueología de Teotihuacán*, en *Arqueología Mexicana Teotihuacán Ciudad de Misterios*, INAH, Editorial Raíces, No. 28, pp. 14-23.

Michelet, Dominique y Gregory Pereira, 2009, *Teotihuacán y el Occidente de México*, en Felipe Solís (Editor), *Teotihuacán Ciudad de los Dioses*, INAH, México.

Miró, Juan, 2005, *Teotihuacan: la ciudad ideal construida*, Revista Bitácora arquitectura, No. 14, Facultad de Arquitectura, UNAM, pp. 26-31.

Montero García, Ismael Arturo, 2013, *Apuntes sobre Altavista en Chalchihuites, Zacatecas*, en *Cuiculco* Revista de Ciencias Antropológicas, No. 56, ENAH, pp. 95-126.

Morante López, Rubén B., 1997, *¿El ábaco teotihuacano?*, en Estudios de Cultura Náhuatl, Vol. 27, Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM, pp. 419-433.

Murakami, Tatsuya, Kabata, Shigeru, López J. Julieta M. y José Juan Chávez V., 2017, *Development of an early city in Central Mexico: the Tlalancaleca Archaeological Project*, en *Antiquity*, Vol 91, No. 365, pp. 455-473.

Portilla Barbosa, José Gregorio, 2001, *Elementos de Astronomía de Posición*, Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia, pp. 69-79.

Ojeda Díaz, María de los Ángeles, 1997, *Los códices del Grupo Borgia*, en *Arqueología Mexicana Códices Prehispánicos*, INAH, Editorial Raíces, Vol. IV, No. 23, pp. 50-55.

Ramírez, Felipe, 2012, *La erupción del Xitle y el fin de Cuiculco*, Revista de Arqueología Americana, Instituto Panamericano de Geografía e Historia, No. 30, pp. 61-89.

Rétiz García, Mario A., y Efraín Cárdenas García, 2017, *Las cruces punteadas en la cuenca Lerma-Chapala: Evidencias de interacción y tradiciones regionales*, en Efraín Cárdenas García (Editor), *Migraciones e Interacciones en el Septentrión Mesoamericano*, El Colegio de Michoacán, pp. 105-117.

Rétiz García, Mario A., y Efraín Cárdenas García, 2019, *Las cruces punteadas, evidencias de interacción y tradiciones regionales de observación astronómica*, en Aline Lara García (Coordinadora) *Las manifestaciones rupestres en México: Técnica, iconografía y paisaje*, Vol. 7, pp. 210-222.

Šprajc, Iván, Morales-Aguilar, Carlos, D., y Richard Hansen, 2009, *Early Maya Astronomy and Urban Planning at El Mirador, Peten, Guatemala*, en *Anthropological Notebooks*, Slovene Anthropological Society, Vol. 15, No. 3, pp. 79-101.

Šprajc, Iván, y Pedro Francisco Sánchez Nava, 2012, *Orientaciones astronómicas en la arquitectura maya de las tierras bajas: nuevos datos e interpretaciones*. En B. Arroyo, L. Paiz y H. Mejía (Editores), *Memorias del XXV Simposio de Investigaciones Arqueológicas en*

Guatemala, Ministerio de Cultura y Deportes, Instituto de Antropología e Historia, Asociación Tikal, pp. 977-996.

Steiner, Erich, 2003, *Matemáticas para las ciencias aplicadas*, Editorial Reverté, pp. 96-97.

Velásquez, García Erik (introducción e interpretación), 2016, *Códice de Dresde Parte 1* (facsimil), en *Arqueología Mexicana Edición Especial*, INAH, Editorial Raíces, No. 67, México.

Wallrath, Matthieu, 2001, *Xihuingo, Hidalgo*, en *Arqueología Mexicana Arqueoastronomía mesoamericana*, INAH, Editorial Raíces, Vol. VIII, No. 47, pp. 42-45.

Zárate, Morán R., 1986, *Tres piedras labradas en la región oaxaqueña*, en *Cuadernos de Arquitectura Mesoamericana*, División de Estudios de Posgrado-Facultad de Arquitectura UNAM, No. 7, abril 1986, pp. 75-78.

Ze-zong Xi y Po Shu-jen, 1966, *Ancient Oriental Records of Novae and Supernovae*, Science, Vol. 154, No. 3749, pp. 597-603.

Zimbrón, Romero J. Rafael, 1992, *Las cruces punteadas de Santa Cruz Acalpíxcan, Xochimilco*, en *Cuadernos de Arquitectura Mesoamericana*, No. 19, abril 1992, pp. 59-74.

Bibliografía Adicional

1. Aveni, Anthony, 2005, *Observadores del cielo en el México antiguo*, Traducción de Jorge Ferreiro, Segunda edición, FCE, México.
2. Barba de Piña Chán, Beatriz, 2002, *Iconografía mexicana III Las representaciones de los astros*, INAH, México.
3. Breed, Charles B., and George L. Hosmer, 1916, *The principles and practice of surveying*, John Wiley & Sons, Vol. I, USA.
4. Broda, Johanna, 2003, *Arqueoastronomía y desarrollo de las ciencias en el México prehispánico*, en Marco Arturo Moreno Corral (Compilador), *Historia de la Astronomía en México*, Colección La Ciencia Para Todos, Tercera Edición, FCE, pp. 60-101.
5. Cossard Guido, 2014, *Firmamentos perdidos Arqueoastronomía: las estrellas de los pueblos antiguos*, FCE, Colección Breviarios, No. 586, México.
6. Fialovszky, Lajos (Editor), 1991, *Surveying Instruments and their Operational Principles*, Elsevier, Hungary.
7. Cook García, Ángel, 1973, *Algunos descubrimientos en Tlalancaleca*, Edo. de Puebla, en *Comunicaciones*, Vol. 9, pp. 25-34.
8. Holford-Strevens, Leofranc, 2005, *The history of time A Very Short Introduction*, OXFORD University Press, UK.

9. Lasky, Linda, 2002, *La noción del tiempo reflexión histórica y antropológica en torno a la física y la arqueología*, CONACULTA-INAH, México.
10. Magli, Giulio, 2016, *Undergraduate Lecture Notes in Physics: Archaeoastronomy Introduction to the Science of Stars and Stones*, Springer, London.
11. Manzanilla Naim, Linda Rosa, 2017, *Teotihuacán, ciudad excepcional de Mesoamérica*, El Colegio Nacional, México.
12. Morante López, Rubén B., 1996, *Evidencias del conocimiento astronómico teotihuacano*, Tesis de Doctorado, Facultad de Filosofía y Letras, División de Estudios de Posgrado, UNAM, México.
13. Peña Alcalá, Benjamín, 2010, *Topografía para principiantes*, LIMUSA, UNAM, México.
14. Quiroz Ennis, Martha Rossana, 2013, *Orientaciones Astronómicas en la zona arqueológica Cañada de la Virgen y en la cuenca central del río Laja, San Miguel de Allende, Guanajuato*, Tesis de Doctorado, Posgrado en Antropología, Facultad de Filosofía y Letras, Instituto de Investigaciones Antropológicas, UNAM, México.
15. Ruggles, L. N. Clive (Editor), 2015, *Handbook of Archaeoastronomy and Ethnoastronomy*, Springer, London.