



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA-CONTROL

DISEÑO DE ALGORITMOS DE CONTROL NO LINEAL BASADO
EN PASIVIDAD PARA MICRORREDES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ISAAC ORTEGA VELÁZQUEZ

TUTOR PRINCIPAL:
DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
COMITÉ TUTOR:
DR. LUIS A. ÁLVAREZ ICAZA LONGORIA, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM
DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., JUNIO DE 2021,



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Alvarez Icaza Longoria Luis A.

Secretario: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando

1er. Vocal: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René

2do. Vocal: Dr. Cárdenas Galindo Víctor Manuel

3er. Vocal: Dr. Del Puerto Flores Dunstano

Esta tesis se realizó en la facultad de ingeniería, Ciudad Universitaria,
UNAM.

TUTOR DE TESIS:
Dr. Gerardo Espinosa Pérez

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México por todas las oportunidades brindadas.

A mi asesor de tesis, el Dr. Gerardo Espinosa, por todo el apoyo brindado y la confianza depositada en mi.

Agradezco a los miembros del jurado, por su tiempo y su interés en mi trabajo de investigación.

A todos los que trabajan en el laboratorio de control,

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca nacional para estudios de posgrado (enero de 2016 a diciembre de 2020) que me otorgó.

Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) por el apoyo a través del proyecto IN118019

Dedico este trabajo,

*A mi esposa Laura, por su amor, su paciencia y por todos esos momentos que hemos
vivido juntos y los que nos faltan.*

A mis hijos Paulina y David, porque sin saberlo me dan las fuerzas para seguir adelante.

A mis papás Carmen e Isaac por su apoyo incondicional y siempre estar pendientes de mi.

A mi abuelito David, por sus consejos y su apoyo.

A mis hermanos, Katy, Anel, Rebeca y Esaú, por siempre estar conmigo.

*A todos los que son y fueron integrantes del laboratorio de control, con quienes compartí
muchos momentos agradables, Michael, Natanael, Sofía, Dr. Gerardo, Dr. Paul, Danilo,
Gustavo, los Fers, ..., la lista no termina.*

Resumen/Abstract

Resumen/Abstract

Los sistemas eléctricos de potencia son estructuras que se encuentran en constante evolución. En particular, en los últimos años se ha iniciado una migración para pasar del uso de redes de transmisión unidireccional constituidas por grandes unidades de generación a redes más pequeñas con unidades de generación distribuidas que usualmente están formadas por fuentes de energía renovable. Este tipo de nuevas redes se les denomina como Microrredes y se caracterizan porque la generación de energía eléctrica se encuentra cercana a las cargas, puede operar conectada a una red principal o de forma aislada, y el flujo de energía es bidireccional. Este tipo de redes impone nuevos retos para alcanzar una operación adecuada ya que el hecho de utilizar energías intermitentes impone la necesidad de acondicionamiento lo que se refleja en el uso de dispositivos de electrónica de potencia. Así, para lograr los objetivos de estabilidad de voltaje y frecuencia así como un reparto de energía adecuado entre las cargas, es necesario considerar un sistema de control jerárquico que en un primer nivel establezca los voltajes y corrientes en los convertidores de potencia para posteriormente garantizar la satisfacción de la demanda de potencia de las cargas a partir de la energía disponible en las fuentes de generación distribuida.

En este trabajo de tesis se aborda el problema de diseño de esquemas de control para Microrredes eléctricas desde la perspectiva de sistemas de control no lineal. En particular, se explota la estructura de sistema Hamiltoniano con la que es posible representar a este sistema para aplicar la metodología de diseño de control basada en ideas de Pasividad para proponer esquemas de control locales para los convertidores de potencia y se complementa esta etapa con el uso del control tipo Droop para el reparto de energía. Para el diseño mencionado se toma en cuenta que la Microrred puede operar en modo aislado y por lo tanto se consideran nodos operando en Modo de Formación de Red y nodos operando en Modo de Seguimiento de Red. La característica principal de las contribuciones hechas en este trabajo es que se presenta una prueba formal (matemática) de las propiedades de estabilidad del sistema de control aunque se presenta también una evaluación numérica exhaustiva de los controladores propuestos bajo la norma IEEE 1547.

AC Alternating Current. 2, 6, 9, 26, 40–43, 66, 87

CbI Control by interconnection. 50

CPL Constant Power Load. 41, 43

CSI Current Source Inverter. 9, 14–17, 24, 25

DC Direct Current. 2, 6, 9, 17, 25–28, 40–44, 66, 72–74, 77, 84, 87

DER Distributed energy resources. 2, 3, 5, 6, 9, 21, 25, 26, 45, 46, 55–61, 63–66, 80, 82, 87

ISS Input to State Stability. 3, 4, 48

MG MicroGrid. 1–5, 9, 17, 21, 23–25, 28, 35, 45, 55, 57, 76, 82, 83, 87

PBC Passivity-Based Control. 3, 4, 50

PH Port-Hamiltonian. 3–6, 9, 12, 13, 15, 16, 18, 20, 21, 23–26, 28, 29, 32, 35, 51, 87

PI Proportional-Integral. 3, 40

SC Supercapacitor. 24

SEP Sistema Eléctrico de Potencia. 55, 56

SMES Superconducting Magnetic Energy Storage. 24

VSI Voltage Source Inverter. 9, 14–17, 24, 25

Índice general

Acknowledgements	III
Abstract	VII
Abstract	IX
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Objetivo	4
1.3.1. General	4
1.3.2. Específicos	4
1.4. Contribuciones	5
1.5. Publicaciones	5
1.6. Estructura de la tesis	6
2. Modelado	9
2.1. Convertidores de Corriente Alterna	9
2.1.1. Modelo matemático de inversores alimentados por fuente de voltaje	9
2.1.2. Filtro para inversores alimentados por fuente de voltaje	11
2.1.3. Modelo matemático de inversores alimentados por fuente de corriente	14
2.1.4. Filtro para inversores alimentados por fuente de corriente	15
2.2. Convertidores de Corriente Directa	17
2.2.1. Modelo matemático del convertidor elevador	17
2.2.2. Modelo matemático del convertidor bidireccional	19
2.3. Fuentes de generación distribuida	21
2.4. Red eléctrica	28

3. Control de microrredes	35
3.1. Diseño del controlador	35
3.2. Diseño de referencias de sistemas de corriente directa	41
3.3. Diseño de referencias de sistemas de corriente alterna	44
3.4. Control de impedancia de salida de los convertidores	49
4. Casos de estudio	55
4.1. Norma IEEE 1547 convertidores	55
4.2. Modos de operación de una fuente de generación distribuida	66
4.2.1. Modo grid-forming	70
4.2.2. Modo grid-following	72
4.2.3. Validación numérica	73
4.3. Inversores en paralelo	76
4.3.1. Controlador de inversores en paralelo	78
4.3.2. Validación numérica de convertidores en paralelo	80
4.4. Microrred de 9 nodos	82
4.4.1. Evaluación numérica	84
Conclusiones	87

1.1. Motivación

Una microrred (**MG**, por sus siglas en inglés) es un tipo especial de red eléctrica que se caracteriza porque está conformada (principalmente) por micro fuentes (< 100 [kW]) interconectadas a cargas por medio de una red eléctrica. Adicionalmente, posee un interruptor de transferencia estático el cual le permite operar conectada a una red principal o en modo aislado, siempre como un único sistema controlable que proporciona energía a su área [1]. En la Figura 1.1 se muestran los elementos mencionados anteriormente de una MG.

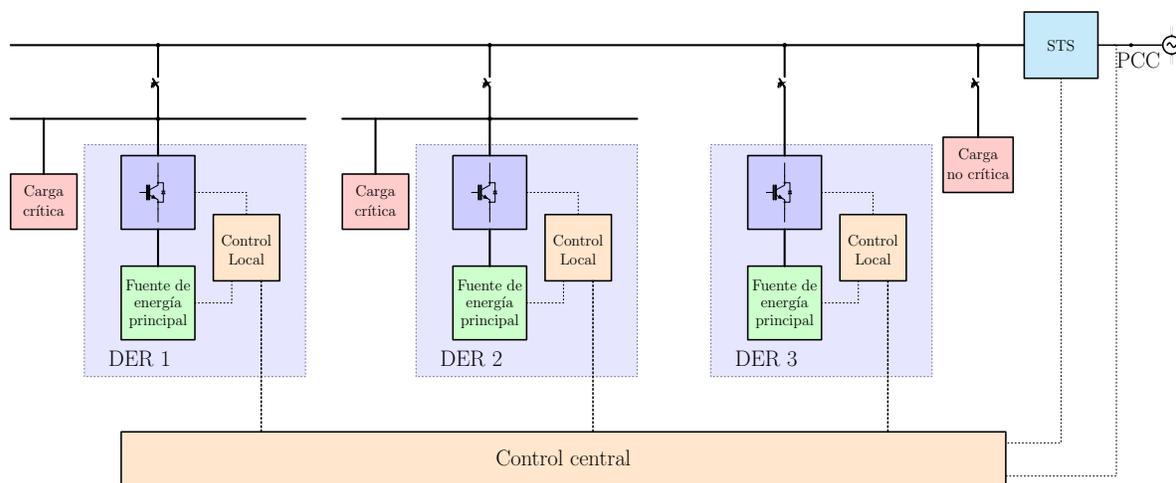


Fig. 1.1: Configuración general de una MG .

El beneficio obtenido por la inclusión de **MG** para la generación de energía eléctrica es un hecho bien reconocido, ya que a partir de su uso se mejora la confiabilidad local, se reducen pérdidas, es posible corregir caídas de voltaje y se proporcionan funciones de suministro de energía ininterrumpida, por mencionar algunas ventajas.

Es por esto que el sistema de energía eléctrica está progresando desde un sistema basado en grandes unidades de generación que operan con base en máquinas síncronas hacia un sistema con una penetración a gran escala de recursos de energía distribuida (**DER**, por sus siglas en inglés) principalmente basadas en fuentes de energía renovable (**RES**, por sus siglas en inglés). Los desafíos que impone esta nueva estructura para su correcto funcionamiento, en particular desde la perspectiva del control, aún requieren la atención de la comunidad científica debido a su constante desarrollo, lo que ocasiona la identificación de nuevos retos [2-5].

La mayoría de los **DERs** que se instalan en una **MG** no son compatibles para la conexión directa con la red eléctrica debido a las características de la energía producida. Por lo tanto, se requieren interfaces de electrónica de potencia (inversores) para convertir Corriente Directa (**DC**, por sus siglas en inglés) en Corriente Alterna (**AC**, por sus siglas en inglés) y en algunos casos convertidores **AC/DC/AC**. Bajo este contexto, el control de los inversores es, por tanto, una de las principales preocupaciones para un correcto funcionamiento de la **MG**. Adicionalmente, es importante recordar que debido a la intermitencia de algunas de estas fuentes es necesario incluir sistemas de almacenamiento de energía como volantes de inercia, bancos de capacitores y baterías [6].

Bajo el escenario descrito en los párrafos anteriores, el objetivo principal de una **MG** es doble: Por un lado, se debe garantizar la regulación de tensión en todos los nodos de la red y, por otro lado, se debe dar cumplimiento a la demanda de potencia impuesta por las cargas. Para garantizar estos objetivos es necesario afrontar problemáticas como intermitencia de la energía disponible en las fuentes [7], baja inercia [8], la necesidad de acondicionar la energía generada, y el hecho de que los dispositivos involucrados en su estructura son sensibles a cambios bruscos en el funcionamiento de la red. Adicionalmente, es necesario tomar en cuenta que la correcta operación se debe cumplir bajo las dos condiciones de funcionamiento que se pueden presentar: modo conectado a y modo aislado de una red más grande [9].

1.2. Antecedentes

La forma habitual de abordar la problemática descrita en la sección anterior ha sido, en primer lugar, diseñar leyes de control local para cada una de las **DER** lo más robustas posibles para lograr la regulación de tensión y corriente para, posteriormente, implementar algoritmos de reparto de potencia considerando la capacidad de energía disponible en cada una de las **RES** y satisfacer la demanda de potencia de las cargas [5, 10-12].

En efecto, considerando que cada una de las fuentes está equipada con un inversor, los controles locales están concebidos para dividir las fuentes en dos tipos: inversor formador de red (grid-forming), cuyo objetivo principal es regular la tensión en los nodos, e inversores de seguimiento de red (grid-following), que están dedicados a proporcionar la máxima cantidad de energía que son capaces de generar ([10, 13, 14]). De forma complementaria, el mecanismo de reparto de energía está diseñado de tal manera que para satisfacer una determinada cantidad de energía se toma la obtenida de las fuentes en modo grid-following y se completa la demanda con el resto de las fuentes que trabajan en modo grid-forming, al mismo tiempo que se garantiza el objetivo de regulación de voltaje.

En la literatura se han reportado diferentes soluciones a los problemas mencionados, tanto desde la comunidad de sistemas de energía como de la comunidad de sistemas de control. Sin embargo, las más relevantes están relacionadas con el uso de técnicas clásicas como un control Proporcional Integral (PI) para los controles locales y el de la técnica denominada como control Droop para el reparto de energía ([13, 15-19]). En este contexto, la implementación de los esquemas PI se lleva a cabo sin dar una prueba formal que justifique las propiedades de estabilidad, mientras que para el algoritmo Droop, aunque se han proporcionado varios análisis bastante importantes de sus propiedades de estabilidad, todos se enuncian sin considerar la dinámica de los controles locales [20, 21].

En este trabajo se aborda el estudio de estabilidad de un modelo de MG que incluye explícitamente tanto la dinámica de los inversores asociados a cada DER como el de la red de interconexión y el de las cargas. La principal contribución es la presentación de una prueba matemática formal de las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado formado por el modelo completo de la MG y los controles locales y de reparto de energía.

El resultado presentado considera las siguientes características para el sistema analizado:

- El diseño de los controladores locales es una continuación del trabajo desarrollado en una serie de publicaciones ([22-24]) cuya característica principal es la representación del modelo de la MG como un sistema Hamiltoniano controlado por puerto (PH, por sus siglas en inglés), para el cual se puede diseñar un control basado en pasividad (PBC, por sus siglas en inglés) local para los inversores logrando el comportamiento robusto deseado para estos dispositivos.
- En cuanto al esquema de reparto de energía se considera al algoritmo Droop. Específicamente y entre las diferentes alternativas reportadas para su implementación, se considera la reportada en [25] (ver también [26]). El motivo de esta elección es que el comportamiento dinámico de esta versión tiende al comportamiento de la implementación básica del algoritmo y que esta versión exhibe algunas propiedades de estabilidad entrada-estado (ISS, por sus siglas en inglés) que son fundamentales para obtener la prueba de estabilidad del controlador diseñado.

Desde un punto de vista tecnológico, el sistema considerado en este trabajo de tesis

cubre todas las posibilidades que pueden estar presentes en una implementación real. Se considera la existencia de inversores alimentados por tensión y alimentados por corriente. Como es habitual, el primero se implementa como grid-forming, mientras que el segundo como grid-following. Así, se propone un esquema **PBC** que garantiza la regulación de la tensión de salida de los inversores alimentados por tensión y que las tensiones y corrientes de los dispositivos alimentados en corriente se dirijan a un valor que corresponda a la cantidad máxima de potencia que puede ser extraída de ellos. Además, para los inversores grid-forming se considera que su control está complementado con un esquema Droop que, en función de la potencia demandada por las cargas (dada en términos de la corriente de salida de la fuente), genera la referencia de tensión necesaria para implementar la ley de control local. Una característica importante de la propuesta es que la estructura final del sistema controlado satisface los requisitos prácticos para utilizar únicamente la medición de variables locales. En cuanto al análisis matemático formal, se explota la estructura **PH** del sistema en lazo cerrado compuesto por el modelo **MG** y el **PBC** ya que presenta algunas propiedades de pasividad e **ISS** que, en conjunto con las propiedades **ISS** del control Droop, permite establecer propiedades de estabilidad asintótica del punto de equilibrio que corresponde a una operación de regulación de voltaje y balance de potencia.

1.3. Objetivo

Tomando como base la estructura de la **MG** descrita y la metodología de diseño de control planteada, el objetivo de este trabajo de tesis se puede descomponer en un objetivo general y en una serie de objetivos particulares que aportan resultados parciales para la cobertura del primero.

1.3.1. General

A partir de técnicas de control no lineal, proponer esquemas de control para un modelo completo de **MG** de tal forma que se garantice una operación adecuada en términos de regulación de voltaje, regulación de frecuencia, balance de potencia y reparto de energía entre las fuentes para la satisfacción adecuada de la demanda de potencia impuesta por cargas.

1.3.2. Específicos

Para la cobertura del objetivo general planteado, se consideran los siguientes objetivos específicos:

- Obtener modelos matemáticos con estructura Hamiltoniana de los DER y caracterizar propiedades de estabilidad de estas fuentes.
- Obtener una representación Hamiltoniana de una MG a partir de interconectar los diferentes elementos que la conforman.
- Proponer estrategias de control para los DER que resuelvan los problemas de regulación de voltaje y frecuencia en una MG.
- Proponer estrategias de control que garanticen reparto de potencia entre las fuentes interconectadas en una MG.

1.4. Contribuciones

Las principales contribuciones de este trabajo de tesis son:

- Formulación PH de elementos individuales que conforman una MG, ya sea monofásica, trifásica, de corriente directa o mixta.
- Diseño de una estrategia de control basada en pasividad para convertidores de potencia monofásicos, trifásicos y de corriente directa.
- Diseño de trayectorias admisibles para inversores, de modo que el inversor trabaje como grid-forming o como grid-following.
- Diseño de trayectorias para inversores conectados en una MG, de tal forma que se garantice un reparto de potencia adecuado entre los inversores.
- Prueba formal de estabilidad de la MG en lazo cerrado con los controladores locales propuesto.
- Prueba formal de estabilidad de la MG operando en lazo cerrado con los controladores locales y el control Droop para reparto de potencia.

1.5. Publicaciones

Como producto de este trabajo de investigación, se publicaron los siguientes trabajos:

- **Isaac Ortega-Velázquez**, Sofia Avila-Becerril and Gerardo Espinosa-Pérez, *A Droop Approach for the Passivity-based Control of Microgrids*, IFAC-PapersOnLine, 53(2):12962-12967, 2020. ISSN: 2405-8963. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020>.

12.2137. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896320327890>.
21th IFAC World Congress.

- **Ortega-Velázquez, I.**, Espinosa-Peréz, G., *Control basado en pasividad para fuentes de generación renovable*. Congreso Nacional de Control AMCA 2019. Puebla, Puebla, México 2019.
- **I. Ortega Velázquez**, G. Espinosa-Pérez, O. D. Montoya Giraldo, A. Garcés Ruiz and L. F. Grisales Noreña, *Current Control Mode in PV Systems Integrated with DC-DC Converters for MPPT: An IDA-PBC Approach*, 2018 IEEE Green Technologies Conference (GreenTech), 2018, pp. 1-6, doi: 10.1109/GreenTech.2018.00010.
- O. D. Montoya Giraldo, A. Garcés Ruiz, **I. Ortega Velázquez** and G. Espinosa-Pérez, *Passivity-Based Control for Battery Charging/Discharging Applications by Using a Buck-Boost DC-DC Converter*, 2018 IEEE Green Technologies Conference (GreenTech), 2018, pp. 89-94, doi: 10.1109/GreenTech.2018.00025.
- **Ortega-Velázquez I.**, Espinoza-Peréz G., Espinoza-Trejo, D., *Control Basado en Pasividad para Sistemas Fotovoltaicos con MPPT Distribuido*. Congreso Nacional de la Asociación de México de Control Automático AMCA, San Luis Potosí, San Luis Potosí, México 2018.
- Zambrano, A., **Ortega-Velázquez I.**, Rojas-García, M., Espinoza-Peréz G., *Análisis y mejora de la estabilidad transitoria en un SMIB por medio de compensación de potencia eléctrica*. Congreso Nacional de la Asociación de México de Control Automático AMCA, Monterrey, Nuevo León, México 2017.

1.6. Estructura de la tesis

El resto de esta tesis se organiza de la siguiente manera:

- En el Capítulo 2 se presenta el modelo matemático de los elementos individuales que conforman un DER y posteriormente se obtiene el modelo matemático completo de este sistema como una interconexión de sistemas. Este modelo se obtiene desde la perspectiva de sistemas PH y modelos promediados de los convertidores de potencia.
- El Capítulo 3 está dedicado a la presentación de los esquemas de control propuestos en este trabajo de tesis. Primero se presenta la estructura general del esquema de control para posteriormente resolver el problema de diseño de trayectorias de referencia tanto para el caso de sistemas de DC como de AC.
- En el Capítulo 4 se presentan algunos casos de estudio que ilustran la utilidad y alcance de los resultados generales obtenidos durante el desarrollo del trabajo de

tesis. Con el fin de realizar una evaluación bajo consideraciones prácticas, se utiliza como método de evaluación la norma IEEE 1547.

- El Capítulo 5 presenta las conclusiones de este trabajo de tesis y el planteamiento de algunos temas que se consideran de interés para la realización de trabajo futuro.

En este capítulo, se aborda el problema de modelado matemático de una **MG** desde una perspectiva de sistemas **PH**. La metodología seguida para el desarrollo del modelo es la de considerar inicialmente cada uno de los elementos que conforman un **DER**, para posteriormente, por medio de la interconexión de los puertos de los elementos individuales, obtener diferentes topologías. Finalmente se obtiene el modelo matemático de algunas topologías clásicas de redes eléctricas utilizadas en **MG**.

La característica principal de los resultados presentados es que tanto a nivel individual como a nivel de una **MG** completa, la estructura de sistemas **PH** es utilizada [27]. Con el fin de considerar las diferentes situaciones que se presentan en la operación de las **MG** se aborda por separado el modelado de convertidores de **AC** y de **DC** y se considera su inserción en diferentes topologías.

2.1. Convertidores de Corriente Alterna

En la literatura pueden encontrarse dos tipos de convertidores, los alimentados por fuente de voltaje [28] (**VSI**, por sus siglas en inglés) y los alimentados por fuente de corriente [29] (**CSI**, por sus siglas en inglés). La diferencia principal radica en la configuración de los interruptores de potencia ya que mientras que en el caso de los **VSI** se busca que no existan trayectorias cerradas que involucren a la fuente, en el caso de los **CSI** es necesario garantizar que siempre existan este tipo de trayectorias.

2.1.1. Modelo matemático de inversores alimentados por fuente de voltaje

El convertidor más utilizado en las aplicaciones es un inversor de dos niveles alimentado por fuente de voltaje, mejor conocido como **2L-VSI**, el cual se muestra en la

Figura 2.1 en su configuración monofásica o trifásica. El inversor monofásico es un sistema

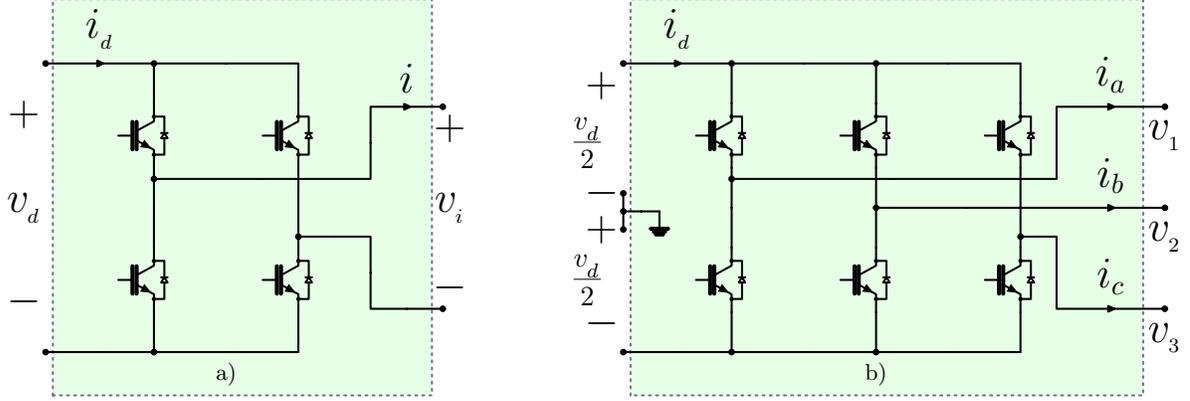


Fig. 2.1: Inversor alimentado por fuente de voltaje. a) Inversor monofásico; b) inversor trifásico

con dos puertos de conexión que satisface la condición:

$$i_d v_d + v_i i = 0. \quad (2.1)$$

El grado de libertad del inversor monofásico u_m es el ciclo de trabajo de los interruptores. En este trabajo se utiliza el modelo promediado [30] por lo que la descripción del sistema (2.1) se puede reescribir en función de la señal de control como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_d \\ v_i \end{bmatrix}}_u = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & u_m \\ -u_m & 0 \end{bmatrix}}_S \underbrace{\begin{bmatrix} v_d \\ i \end{bmatrix}}_y \quad (2.2)$$

donde la matriz S es antisimétrica, es decir, $S + S^T = 0$. De esta forma, la potencia del inversor es:

$$\begin{aligned} u^T y &= y^T S^T y \\ &= \frac{1}{2} u^T (S + S^T) u = 0, \end{aligned}$$

por lo tanto, al inversor lo podemos clasificar como un sistema pasivo, algebraico sin pérdidas [31].

Ahora bien, si se considera un inversor trifásico balanceado como el mostrado en la Figura 2.1b, entonces se satisface el siguiente balance de potencias:

$$v_d i_d + v_1 i_a + v_2 i_b + v_3 i_c = 0. \quad (2.3)$$

En este caso, el inversor trifásico cuenta con tres grados de libertad que son los ciclos de trabajo de los interruptores de cada pierna del inversor, de manera que el balance de

potencia dado por (2.3) se puede reescribir en función de sus grados de libertad como:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ v_{123} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_{abc}^\top \\ -u_{abc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ i_{abc} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

donde $u_{abc} = [u_a \ u_b \ u_c]^\top$ es la señal de control, $v_{123} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^\top$ es la señal de voltaje a la salida del inversor y la señal de corriente a la salida del inversor está dada por $i_{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^\top \in \mathbb{R}^3$. La estructura es la misma que para el sistema monofásico, por lo tanto también es posible clasificar al inversor trifásico como un sistema pasivo, algebraico sin pérdidas.

Observación 1. *Notar que se pueden considerar las pérdidas en el inversor monofásico o trifásico si se agrega una resistencia r_i a la entrada o salida del inversor. Esta resistencia modifica la diagonal principal de la matriz S , quedando de la siguiente forma:*

$$S = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_i} & u_m \\ -u_m & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.1.2. Filtro para inversores alimentados por fuente de voltaje

Debido a que los inversores son sistemas que funcionan mediante el encendido y apagado de sus interruptores, es decir, mediante la conmutación, se generan armónicos de alta frecuencia, lo que hace necesario la adición de un filtro de segundo orden a su salida. En la Figura 2.2 se observa el filtro de segundo orden que se utiliza en inversores monofásicos. El modelo matemático de este filtro se puede obtener al aplicar las leyes de

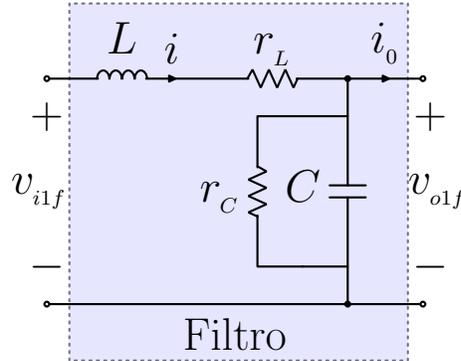


Fig. 2.2: Filtro de segundo orden monofásico

voltaje y corriente de Kirchhoff, con lo que se obtiene lo siguiente:

$$L \frac{di}{dt} = -r_L i - v_o + v_{i1f}, \quad (2.6a)$$

$$C \frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{r_C} v_o + i - i_{o1f}. \quad (2.6b)$$

2. MODELADO

Si se define el estado como $x_{1f} := [\lambda \quad q]^\top \in \mathbb{R}^2$ donde λ y q son el flujo en el inductor y la carga del capacitor, respectivamente, y se define la función de almacenamiento de energía $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ como

$$H(x_{1f}) = \frac{1}{2} x_{1f}^\top D_{1f} x_{1f}, \quad (2.7)$$

con $D_{1f} = \text{diag}\{L^{-1}, C^{-1}\} > 0$, entonces el modelo (2.6) puede ser escrito de forma equivalente como un sistema PH de la forma:

$$\dot{x}_{1f} = (J_{1f} - R_{1f}) \nabla H(x_{1f}) + G_{i1f} v_{i1f} + G_{o1f} i_{o1f}, \quad (2.8a)$$

$$y_{i1f} = G_{i1f}^\top \nabla H(x_{1f}), \quad (2.8b)$$

$$y_{o1f} = G_{o1f}^\top \nabla H(x_{1f}), \quad (2.8c)$$

donde $R_{1f} = \text{diag}\{r_L, r_C^{-1}\} > 0$,

$$\nabla H(x_{1f}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \lambda \\ \frac{1}{C} q \end{bmatrix}, \quad J_{1f} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -J_{1f}^\top, \quad G_{i1f} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad G_{o1f} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Note que el sistema cumple con la propiedad de conservación de potencia, la cual se puede observar al obtener la derivada temporal de la función de energía (2.7) como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\dot{H}(x_{1f}) = - \underbrace{\nabla^\top H(x_{1f}) R_{1f} \nabla H(x_{1f})}_{\text{disipada}} + \underbrace{v_{i1f} y_{i1f}}_{\text{suministrada}} + \underbrace{i_{o1f} y_{o1f}}_{\text{transferida}}, \quad (2.9)$$

donde el producto $v_i y_{i1f}$ es la potencia del puerto de entrada y el producto $i_o y_{o1f}$ es la potencia del puerto de salida del filtro. Por otro lado, la potencia de entrada del filtro se fija por medio del grado de libertad v_i y la potencia del puerto de salida queda establecida por la carga conectada.

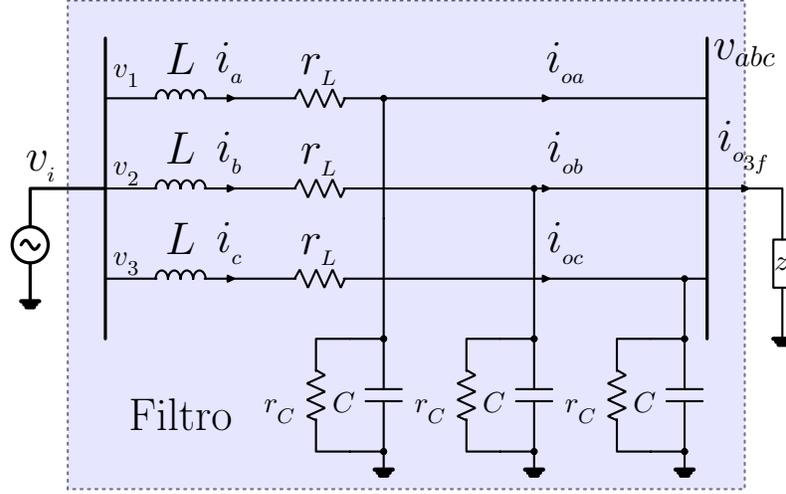


Fig. 2.3: Filtro de segundo orden trifásico

En el caso de un inversor trifásico, el filtro que se agrega a la salida se muestra en la Figura 2.3. Siguiendo un procedimiento similar al caso monofásico, se obtiene la representación PH del filtro de segundo orden trifásico dada por:

$$\dot{x}_{3f} = (J_{3f} - R_{3f}) \nabla H(x_{3f}) + G_{i3f} v_{i3f} + G_{o3f} i_{o3f}, \quad (2.10a)$$

$$y_{i3f} = G_{i3f}^\top \nabla H(x_{3f}) \quad (2.10b)$$

$$y_{o3f} = G_{o3f}^\top \nabla H(x_{3f}) \quad (2.10c)$$

con $x_{3f} := [\lambda_a \quad \lambda_b \quad \lambda_c \quad q_a \quad q_b \quad q_c]^\top \in \mathbb{R}^6$, $R_{3f} = \text{diag}\{r_{La}, r_{Lb}, r_{Lc}, r_{Ca}^{-1}, r_{Cb}^{-1}, r_{Cc}^{-1}\} > 0$,

$$v_{i3f} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}, \quad i_{o3f} = \begin{bmatrix} i_{oa} \\ i_{ob} \\ i_{oc} \end{bmatrix},$$

$$J_{3f} = \begin{bmatrix} 0 & -I_3 \\ I_3 & 0 \end{bmatrix} = -J_{3f}^\top, \quad G_{i3f} = \begin{bmatrix} I_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad G_{o3f} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

donde $I_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz identidad. En este caso, la función de almacenamiento de energía es la siguiente:

$$H(x_{3f}) = \frac{1}{2} x_{3f}^\top D_{3f} x_{3f}, \quad (2.11)$$

y la matriz de parámetros es $D_{3f} = \text{diag}\{L_a^{-1}, L_b^{-1}, L_c^{-1}, C_a^{-1}, C_b^{-1}, C_c^{-1}\} > 0$.

El filtro de segundo orden trifásico también cumple con la propiedad de conservación

de potencia, evidenciada al obtener la derivada temporal de (2.11) como se muestra:

$$\dot{H}(x_{3f}) = - \underbrace{\nabla^\top H(x_{3f}) R_{3f} \nabla H(x_{3f})}_{\text{disipada}} + \underbrace{v_{i3f}^\top y_{i3f}}_{\text{suministrada}} + \underbrace{i_{o3f}^\top y_{o3f}}_{\text{transferida}} \quad (2.12)$$

donde nuevamente se observan los puertos de entrada y salida que se conectan al filtro. En este caso, se tienen tres puertos de entrada, que involucran a los voltajes v_{i3f} y tres puertos de salida cuyas variables se fijan al conectar la carga del filtro i_{o3f} .

2.1.3. Modelo matemático de inversores alimentados por fuente de corriente

Los inversores alimentados por fuente de corriente también se pueden clasificar como sistemas pasivos, estáticos y sin pérdidas, como en el caso de los VSI. En la Figura 2.4 se observan las configuraciones de un CSI monofásico y uno trifásico, los cuales tienen los mismos puertos de conexión que en el caso de los VSI. De esta forma, los modelos matemáticos que determinan el comportamiento de un CSI monofásico y uno trifásico están dados por las ecuaciones (2.1) y (2.3) respectivamente. En términos de la señal de

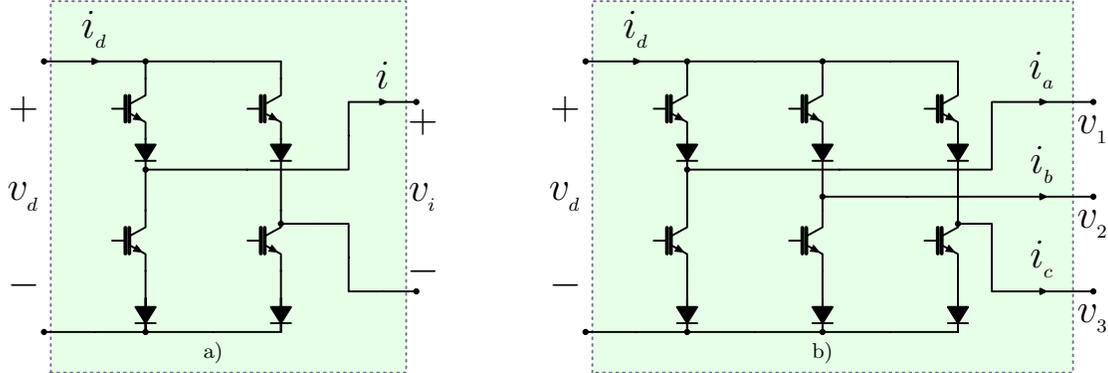


Fig. 2.4: Inversor alimentado por fuente de corriente a) monofásico y b) trifásico.

control, el modelo para el sistema monofásico esta dado por:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_m \\ -u_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ v_i \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

y para el sistema trifásico por:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ i_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_{abc}^\top \\ -u_{abc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ v_{123} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Debe notarse que en este caso únicamente se invierte la entrada y salida con respecto a un VSI. Así, desde el punto de vista del modelo matemático un VSI y un CSI son iguales, sin

embargo, en su implementación es posible identificar algunas diferencias, en particular, estas son notorias en el filtro de salida.

2.1.4. Filtro para inversores alimentados por fuente de corriente

El filtro de salida de un CSI es diferente al de un VSI en el sentido de que dicho filtro toma la forma mostrada en la Figura 2.5. El modelo matemático de este filtro se

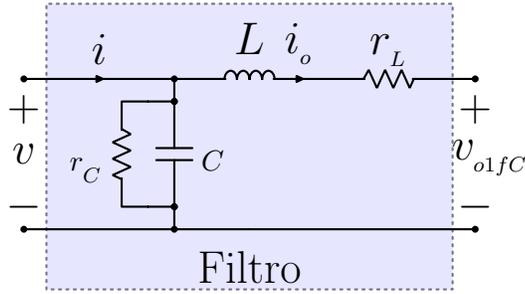


Fig. 2.5: Filtro de segundo orden monofásico para un CSI

puede obtener al aplicar las leyes de voltajes y corrientes de Kirchhoff, con lo que se obtiene lo siguiente:

$$C \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{r_C} v - i_o + i, \quad (2.15a)$$

$$L \frac{di_o}{dt} = -r_L i_o + v - v_{o1fC} \quad (2.15b)$$

en donde, si se define el estado como $x_{1fC} := [q \ \lambda]^\top \in \mathbb{R}^2$ donde q y λ son la carga del capacitor y el flujo en el inductor, respectivamente, y se define la función de almacenamiento de energía $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ como

$$H(x_{1fC}) = \frac{1}{2} x_{1fC}^\top D_{1fC} x_{1fC}, \quad (2.16)$$

con $D_{1fC} = \text{diag}\{C^{-1}, L^{-1}\} > 0$, entonces el modelo (2.15) puede ser escrito de forma equivalente como un sistema PH de la forma:

$$\dot{x}_{1fC} = (J_{1fC} - R_{1fC}) \nabla H(x_{1fC}) + G_{i1fC} i + G_{o1fC} v_{o1fC}, \quad (2.17a)$$

$$y_{i1fC} = G_{i1fC}^\top \nabla H(x_{1fC}), \quad (2.17b)$$

$$y_{o1fC} = G_{o1fC}^\top \nabla H(x_{1fC}), \quad (2.17c)$$

2. MODELADO

donde $R_{1fC} = \text{diag}\{r_C^{-1}, r_L\} > 0$,

$$J_{1fC} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -J_{1fC}^\top, \quad G_{i1fC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad G_{o1fC} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Debe notarse que el modelo matemático es muy similar al modelo del filtro de salida del **VSI**, con la diferencia que en este caso el grado de libertad es la corriente i mientras que el voltaje v_{oifC} se fija al conectar la carga al filtro.

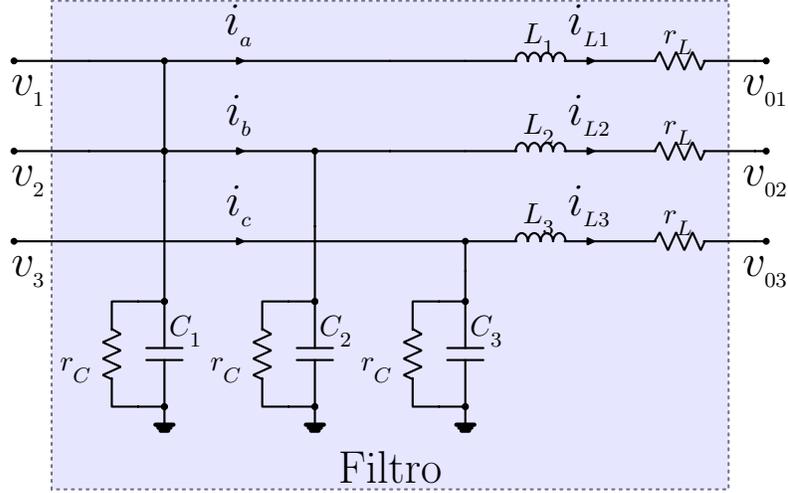


Fig. 2.6: Filtro de segundo orden trifásico

En el caso de un **CSI** trifásico, el filtro que se agrega a la salida es el mostrado en la Figura 2.6. La representación **PH** del filtro es la siguiente:

$$\dot{x}_{3fC} = (J_{3fC} - R_{3fC}) \nabla H(x_{3fC}) + G_{i3fC} i_C + G_{o3fC} v_{o3fC}, \quad (2.18a)$$

$$y_{i3fC} = G_{i3fC}^\top \nabla H(x_{3fC}) \quad (2.18b)$$

$$y_{o3fC} = G_{o3fC}^\top \nabla H(x_{3fC}) \quad (2.18c)$$

donde $x_{3fC} := [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \lambda_{oa} \quad \lambda_{ob} \quad \lambda_{oc}]^\top \in \mathbb{R}^6$, $R_{3f} = \text{diag}\{r_{Ca}^{-1}, r_{Cb}^{-1}, r_{Cc}^{-1}, r_{La}, r_{Lb}, r_{Lc}\} > 0$,

$$i_C = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, \quad v_{o3fC} = \begin{bmatrix} v_{o1} \\ v_{o2} \\ v_{o3} \end{bmatrix},$$

$$J_{3fC} = \begin{bmatrix} 0 & -I_3 \\ I_3 & 0 \end{bmatrix} = -J_{3fC}^\top, \quad G_{i3fC} = \begin{bmatrix} I_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G_{o3fC} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

La función de almacenamiento de energía en este caso está dada por:

$$H(x_{3fC}) = \frac{1}{2} x_{3fC}^\top D_{3fC} x_{3fC}, \quad (2.19)$$

donde $D_{3fC} = \text{diag}\{C_a^{-1}, C_b^{-1}, C_c^{-1}, L_a^{-1}, L_b^{-1}, L_c^{-1}\} > 0$,

Observación 2. *Un inversor que no se aborda en este trabajo, pero que también es una configuración utilizada en la literatura son los inversores multinivel, sin embargo, estos inversores se pueden obtener mediante la interconexión de n VSI o CSI, obteniendo modelos pasivos, estáticos y sin pérdidas similares a los presentados.*

2.2. Convertidores de Corriente Directa

En esta sección se presentan algunas de las configuraciones de convertidores de DC más utilizados en las fuentes de generación distribuida o en las MG.

2.2.1. Modelo matemático del convertidor elevador

El convertidor elevador [32], ver Figura 2.7, es una de las configuraciones más utilizadas para acondicionar la energía en diferentes aplicaciones.

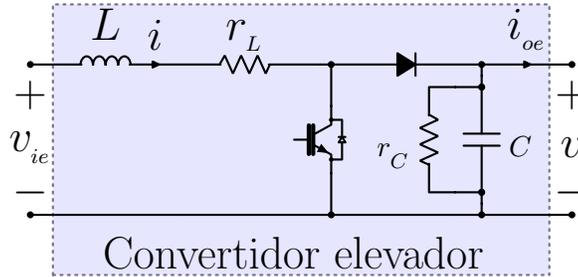


Fig. 2.7: Convertidor elevador

El modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del convertidor elevador se puede obtener al aplicar las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff, obteniendo lo siguiente:

$$L \frac{di}{dt} = -r_L i - v + u_e v + v_{ie}, \quad (2.20a)$$

$$C \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{r_c} v + i - u_e i - i_{oe} \quad (2.20b)$$

Además, definiendo el estado $x_e := [\lambda \quad q]^\top \in \mathbb{R}^2$ donde $\lambda = Li$ es el flujo en la inductancia y $q = Cv_o$ es la carga en el capacitor, la función de energía almacenada del convertidor $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ está dada como

$$H(x_e) = \frac{1}{2} x_e^\top D_e x_e, \quad (2.21)$$

con $D_e = \text{diag}\{L^{-1}, C^{-1}\} > 0$. El modelo dado por (2.20) puede ser escrito de forma equivalente como un sistema PH de la forma:

$$\dot{x}_e = (J_e(u_e) - R_e) \nabla H(x_e) + G_{ie} v_{ie} + G_{oe} i_{oe}, \quad (2.22a)$$

$$y_{ie} = G_{ie}^\top \nabla H(x_e) \quad (2.22b)$$

$$y_{oe} = G_{oe}^\top \nabla H(x_e) \quad (2.22c)$$

donde $R_e = \text{diag}\{r_1, r_2^{-1}\} > 0$,

$$J_e(u_e) = \begin{bmatrix} 0 & -(1 - u_e) \\ 1 - u_e & 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{J_{oe}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}}_{J_{1e} u_e} u_e \quad (2.23)$$

$$G_{ie} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad y \quad G_{oe} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

En este caso, la derivada de la función de almacenamiento de energía, satisface lo siguiente:

$$\dot{H}(x_e) = -\nabla^\top H(x_e) R_e \nabla H(x_e) + v_{ie} y_{ie} + i_{oe} y_{oe} \quad (2.24)$$

por lo que nuevamente en el balance de potencias se observan las potencias de los puertos de conexión de entrada $v_{ie} y_{ie}$ y de salida $i_{oe} y_{oe}$.

Observación 3. *El modelo matemático del convertidor elevador es un modelo no lineal, ya que se tienen productos del estado con la señal de control. A este tipo de sistemas se les conoce como sistemas bi-lineales.*

Una característica importante del modelo del convertidor elevador se refiere al hecho de que es posible representarlo por medio de la interconexión de dos sistemas dinámicos PH y un sistema estático. El primer sistema dinámico es

$$\dot{x}_1 = -r_L \nabla H(x_1) + v_s + v_i \quad (2.25a)$$

$$y_1 = \nabla H(x_1) \quad (2.25b)$$

donde $x_1 = Li$ es el flujo en el inductor, v_s es el grado de libertad de este sistema y v_i es

un voltaje constante de entrada, mientras que el segundo sistema dinámico está dado por:

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{r_C} \nabla H(x_2) + i_s - i_o \quad (2.26a)$$

$$y_2 = \nabla H(x_1) \quad (2.26b)$$

con $x_2 = Cv$ la carga del capacitor, i_s una fuente de corriente (es el grado de libertad) e i_o la corriente de la carga.

Estos sistemas se interconectan por medio del sistema estático

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_s \\ i_s \end{bmatrix}}_u = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -(1-u_c) \\ 1-u_c & 0 \end{bmatrix}}_{S_{Q_1}} \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}}_y \quad (2.27)$$

Observe que el sistema (2.25) interconectado con (2.26) por medio del sistema dado por (2.27) es equivalente al sistema (2.22). Esta representación será de utilidad más adelante.

2.2.2. Modelo matemático del convertidor bidireccional

Un convertidor bidireccional, como el mostrado en la Figura 2.8, tiene dos interruptores Q_1 y Q_2 . Cuando el flujo de energía es de izquierda a derecha, el interruptor Q_2 está abierto y el sistema actúa como un convertidor elevador. Cuando el flujo de energía es de derecha a izquierda, el interruptor Q_1 está abierto y el sistema actúa como un convertidor reductor. Se considera que existe un control externo, que se encarga de fija el comportamiento ya sea elevador o reductor del convertidor. Es conveniente notar que

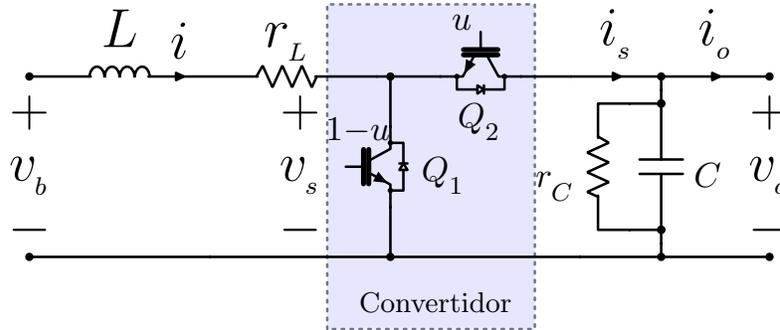


Fig. 2.8: Convertidor bidireccional

la estructura de este convertidor corresponde a la de un convertidor elevador, como el descrito en la sección anterior, con la inclusión del interruptor Q_2 .

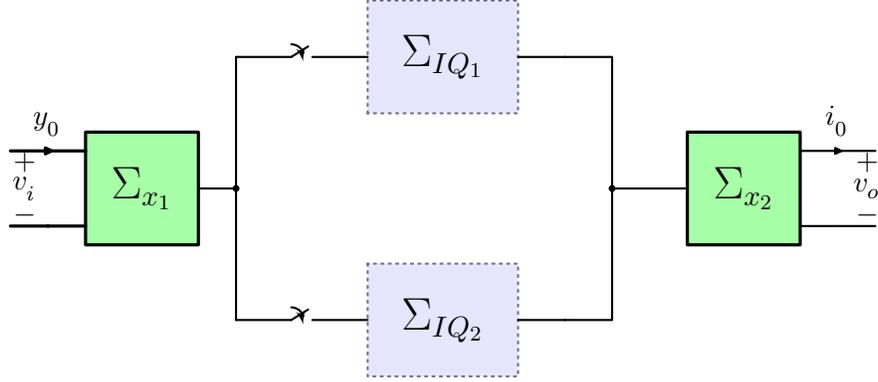


Fig. 2.9: Interconexión del convertidor bidireccional

Utilizando el enfoque de sistemas PH interconectados, es muy simple verificar que el modelo del convertidor bidireccional se conforma por dos sistemas dinámicos dados por (2.25), (2.26) y una interconexión que conmuta dependiendo del modo de operación del convertidor. La interconexión que corresponde a cada modo de operación está dada por (2.27) cuando Q_2 está abierto y por

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_s \\ i_s \end{bmatrix}}_u = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & u_c \\ -u_c & 0 \end{bmatrix}}_{S_{Q_2}} \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}}_y \quad (2.28)$$

cuando Q_2 está cerrado. En la Figura 2.9 se aprecia esquemáticamente la forma en que se realiza el cambio de la interconexión del convertidor bidireccional.

Ahora bien, para analizar las propiedades de balance de potencia del convertidor bidireccional, es conveniente utilizar la función de almacenamiento de energía dada por:

$$H(x_1, x_2) = H(x_1) + H(x_2) \quad (2.29)$$

La derivada temporal de esta función a lo largo de las trayectorias del sistema toma la forma:

$$\begin{aligned} \dot{H}(x_1, x_2) &= -\nabla^\top H(x_1, x_2) \begin{bmatrix} r_L & 0 \\ 0 & r_c^{-1} \end{bmatrix} \nabla H(x_1, x_2) + y_1^\top v_s + y_2^\top i_s + y_1^\top v_i - y_2^\top i_o \\ &= -\nabla^\top H(x_1, x_2) \begin{bmatrix} r_L & 0 \\ 0 & r_c^{-1} \end{bmatrix} \nabla H(x_1, x_2) + \underbrace{[y_1^\top \quad y_2^\top]}_u \begin{bmatrix} v_s \\ i_s \end{bmatrix} + [y_1^\top \quad y_2^\top] \begin{bmatrix} v_i \\ -i_o \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde, al sustituir la expresión de u correspondiente a cada interconexión (2.27) o (2.28),

se obtiene que:

$$\dot{H}(x_1, x_2) = -\nabla^\top H(x_1, x_2) \begin{bmatrix} r_L & 0 \\ 0 & r_C^{-1} \end{bmatrix} \nabla H(x_1, x_2) + [y_1^\top \quad y_2^\top] \begin{bmatrix} v_i \\ -i_o \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

con lo que es posible identificar el hecho de que, como se esperaba, existe una igualdad entre la potencia almacenada, la disipada, la de entrada y la de salida.

2.3. Fuentes de generación distribuida

El objetivo de esta sección es el de ilustrar cómo diferentes tipos de **DER** pueden ser modelados considerando como elementos básicos los modelos de los convertidores presentados en las secciones anteriores. La importancia de esto en el contexto de la tesis que se presenta, radica en el hecho de que estos modelos son los que se consideran para el diseño de esquemas de control de **MG**.

Con el fin de utilizar un caso que ilustre de la mejor manera posible las diferentes situaciones que se pueden presentar en una **MG** real, se estudia en detalle el caso de generación a partir de sistemas fotovoltaicos incluyendo la situación de contar con elementos de respaldo de energía.

Respecto al tipo de metodología de modelado utilizada, basada en modelos de sistemas **PH**, es interesante notar que después de interconectar sistemas **PH** individuales, el modelo completo de un **DER** corresponde también a otro sistema del tipo **PH** como lo predice la teoría del área [33].

Fuente con VSC monofásico

En la Figura 2.10 se observa una de las fuentes de generación más utilizadas en la literatura para el caso de estudio de las **MG**. Normalmente se considera la fuente de voltaje de corriente directa como una fuente ideal, sin embargo, con la metodología de análisis presentada, resulta muy sencillo incluir dinámicas en el bus de corriente directa, cambiando la fuente ideal por un sistema dinámico como los mostrados anteriormente. El modelo matemático del sistema mostrado en la Figura 2.10 se puede obtener al interconectar un filtro de segundo orden monofásico (2.8) con el inversor dado por (2.2), obteniendo lo siguiente:

$$\dot{x}_{1i} = (J_{1i} - R_{1i}) \nabla H(x_{1i}) + G_{i1i} v_{i1i} + G_{o1i} \dot{i}_{o1i}, \quad (2.31a)$$

$$y_{i1i} = G_{i1i}^\top \nabla H(x_{1i}) \quad (2.31b)$$

$$y_{o1i} = G_{o1i}^\top \nabla H(x_{1i}) \quad (2.31c)$$

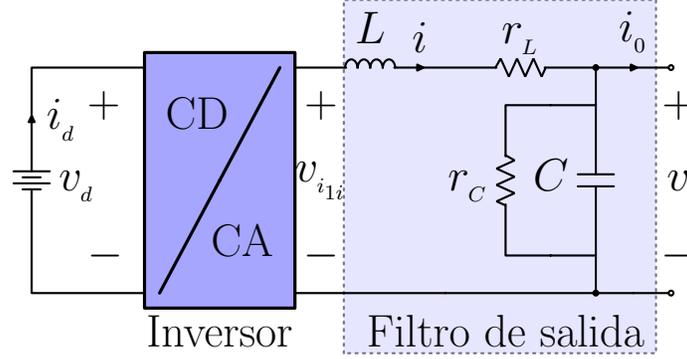


Fig. 2.10: 2L-VSI monophasico

donde

$$\begin{bmatrix} i_d \\ v_{i1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_m \\ -u_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ i \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

con $R_{1i} = \text{diag}\{r_L, r_C^{-1}\} > 0$,

$$J_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -J_{1i}^\top, \quad G_{i1i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad G_{o1i} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Observación 4. Debe notarse que el modelo matemático del sistema mostrado en la Figura 2.10 y el modelo matemático del sistema mostrado en la Figura 2.2 son los mismos, ya que se considera que el inversor es un sistema algebraico sin pérdidas.

Fuente con VSC trifásico

En la Figura 2.11 se observa nuevamente un inversor con un filtro de segundo orden a la salida, pero en este caso considerando un sistema trifásico. El modelo matemático de este sistema se puede obtener al interconectar los sistemas dados por las ecuaciones (2.10) y (2.34) obteniendo lo siguiente:

$$\dot{x}_{3i} = (J_{3i} - R_{3i}) \nabla H(x_{3i}) + G_{i3i} v_{i3i} + G_{o3i} i_{o3i}, \quad (2.33a)$$

$$y_{i3i} = G_{i3i}^\top \nabla H(x_{3i}) \quad (2.33b)$$

$$y_{o3i} = G_{o3i}^\top \nabla H(x_{3i}) \quad (2.33c)$$

donde

$$\begin{bmatrix} i_d \\ v_{i3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_{abc}^\top \\ -u_{abc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ i_{abc} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

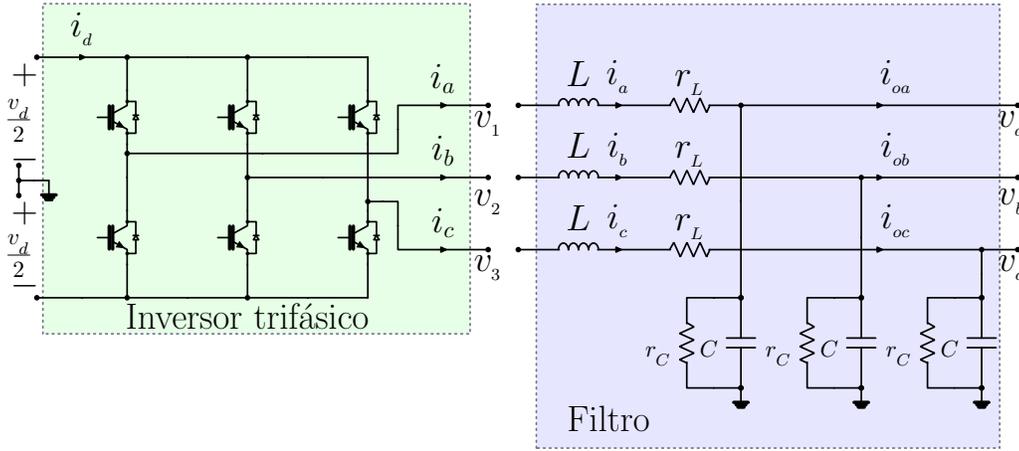


Fig. 2.11: DER trifásico

$$R_{3i} = \text{diag}\{r_{L_a}, r_{L_b}, r_{L_c}, r_{C_a}^{-1}, r_{C_b}^{-1}, r_{C_c}^{-1}\} > 0,$$

$$v_{i3i} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}, i_{o3i} = \begin{bmatrix} i_{oa} \\ i_{ob} \\ i_{oc} \end{bmatrix}, J_{3i} = \begin{bmatrix} 0 & -I_3 \\ I_3 & 0 \end{bmatrix}, G_{i3i} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, G_{o3i} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

Observación 5. Se puede observar que en este caso el modelo matemático del sistema mostrado en la Figura 2.11 también coincide con el modelo matemático del filtro de segundo orden trifásico mostrado en la Figura 2.3.

Sistemas de respaldo de energía

Los supercondensadores (SC) y las bobinas superconductoras (SMES, por sus siglas en inglés) son alternativas viables para operar como elementos de almacenamiento de energía en las MG; ver por ejemplo [34, 35]. Los SC se pueden modelar de la siguiente forma:

$$C_{sc} \frac{dv_{sc}}{dt} = i_{sc}$$

con la corriente de entrada i_{sc} como grado de libertad. De manera que definiendo $q_{sc} = C_{sc} v_{sc}$ se obtiene el modelo PH:

$$\dot{x}_{sc} = i_{sc}, \quad (2.35)$$

$$y_{sc} = \nabla H(x_{sc}). \quad (2.36)$$

Por su parte, las SMES se pueden modelar como:

$$L_{sL} \frac{di_{sL}}{dt} = v_{sL},$$

con el voltaje v_{sL} como grado de libertad. También, si se define $\lambda_{sL} = L_{sL} i_{sL}$ se obtiene el modelo PH:

$$\dot{x}_{sL} = v_{sL}, \quad (2.37a)$$

$$y_{sL} = \nabla H(x_{sL}). \quad (2.37b)$$

Estos sistemas de almacenamiento usualmente se conectan mediante sistemas de electrónica de potencia a las MG como se muestra en la Figura 2.12 y utilizan diferentes tecnologías de inversor. Así, mientras que el SC utiliza un VSI, el SMES hace uso de un CSI.

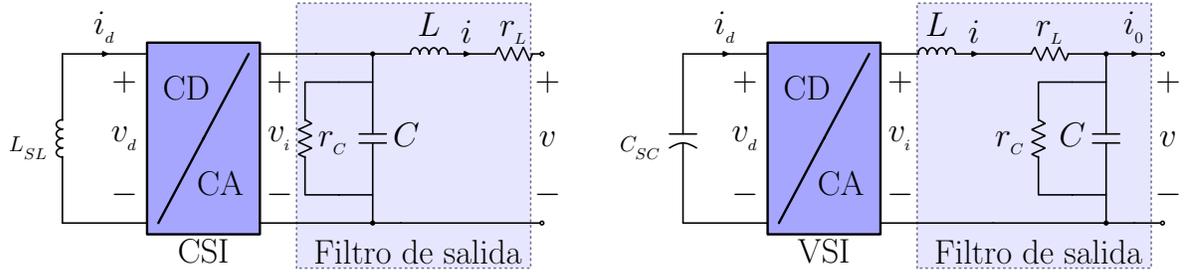


Fig. 2.12: Sistemas de almacenamiento de energía, a) Almacenamiento magnético con bobina superconductora y b) almacenamiento con SC

El modelo matemático del SC se obtiene al conectar el sistema (2.3) con el modelo (2.8) mediante la interconexión dada por el inversor (2.2), obteniendo lo siguiente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{sc} \\ \dot{x}_{1i} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} 0 & u_m G_{1i}^\top \\ -G_{1i} u_m & J_{1i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{1i} \end{bmatrix} \right)}_{(J(u)-R)\nabla H(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla H_{sc} \\ \nabla H_{1i} \end{bmatrix}}_{\nabla H(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G_{o1i} \end{bmatrix}}_{G_o} i_{o1i}, \quad (2.38a)$$

$$y_{osc} = [0 \quad G_{o1i}^\top] \nabla H_{sc}. \quad (2.38b)$$

Por otro lado, para obtener el modelo PH del SMES se interconectan los sistemas (2.37) con (2.17) por medio del CSI (2.13) y se obtiene lo siguiente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{sL} \\ \dot{x}_{1fc} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} 0 & u_m G_{1fc}^\top \\ -G_{1fc} u_m & J_{1fc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{1fc} \end{bmatrix} \right)}_{(J(u)-R)\nabla H(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla H_{sL} \\ \nabla H_{1fc} \end{bmatrix}}_{\nabla H(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G_{o1fc} \end{bmatrix}}_{G_o} v_{o1fc}, \quad (2.39a)$$

$$y_{oifc} = [0 \quad G_{o1fc}^\top] \nabla H_{sL}. \quad (2.39b)$$

Observación 6. Es importante notar que en el caso de que se utilicen *VSI* o *CSI* trifásicos, los modelos exhiben la misma estructura.

Sistema fotovoltaico con inversor de salida monofásico

El sistema mostrado en la Figura 2.13 es una de las fuentes de generación distribuida más comunes en las *MG*. Este sistema está formado por cuatro elementos revisados anteriormente, los cuales son: Un módulo fotovoltaico, un convertidor elevador descrito por (2.20) que se interconecta por medio de un inversor monofásico (2.1) a un filtro de segundo orden (2.6). El modelo matemático de esta *DER* está dado por

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{x}_{1f} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} J_e(u_e) & G_{oe} G_{i1f}^\top u_m \\ -G_{i1f} G_{oe}^\top u_m & J_{1f} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_{1f} \end{bmatrix} \right)}_{(J(u)-R)\nabla H(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla H_e \\ \nabla H_{1f} \end{bmatrix}}_{\nabla H(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} G_{ie} \\ 0 \end{bmatrix}}_{G_i} v_{pv} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G_{o1f} \end{bmatrix}}_{G_o} i_{o1f} \quad (2.40)$$

que también tiene una estructura de *PH*.

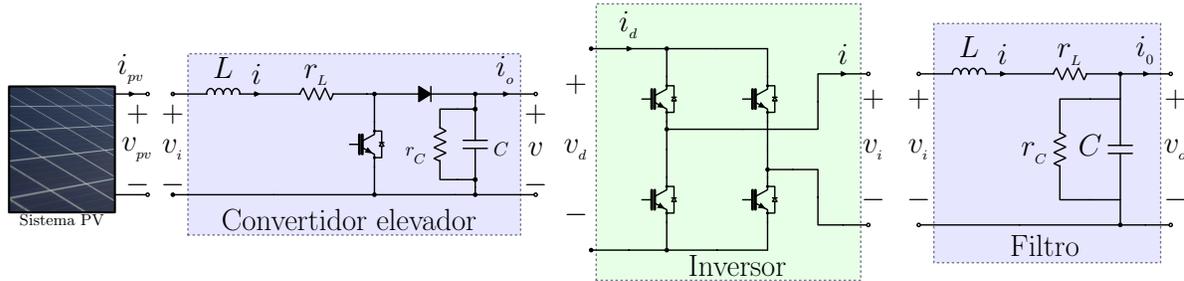


Fig. 2.13: Sistema fotovoltaico con inversor monofásico

Por su parte, la función de almacenamiento de energía del sistema mostrado en la Figura 2.13 es la suma de las funciones de almacenamiento de cada uno de los subsistemas que lo conforman, es decir: $H(x_e, x_{1f}) = H(x_e) + H(x_{1f})$.

Observación 7. La señales de control de este sistema se encuentran inmersas en la matriz de interconexión $J(u)$ y el único sistema que suministra energía es el módulo fotovoltaico, por lo tanto, la energía del sistema está limitada a la potencia máxima disponible P_{max} por el módulo.

Sistema fotovoltaico con inversor trifásico

Los sistemas fotovoltaicos también se conectan con sistemas trifásicos con estructuras como la mostrada en la Figura 2.14. En este caso, la etapa de *DC* se conserva y cambia

únicamente la etapa de AC. En términos prácticos, esta configuración se utiliza para manejar escalas de potencia mayores que los sistemas monofásicos. El modelo del DER se define al interconectar un convertidor elevador dado por (2.20) y un filtro de segundo orden (2.10) mediante un inversor trifásico (2.3). Por lo tanto, el modelo matemático de esta fuente esta dado por

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{x}_{3f} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} J_e(u_e) & G_{oe} u_{abc}^\top G_{i3f}^\top \\ -G_{i3f} u_{abc} G_{oe}^\top & J_{3f} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_{3f} \end{bmatrix} \right)}_{(J(u)-R)\nabla H(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla H_e \\ \nabla H_{3f} \end{bmatrix}}_{\nabla H(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} G_{ie} \\ 0 \end{bmatrix}}_{G_i} v_{pv} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G_{o3f} \end{bmatrix}}_{G_o} i_{o3f} \quad (2.41)$$

que también tiene una estructura de PH.

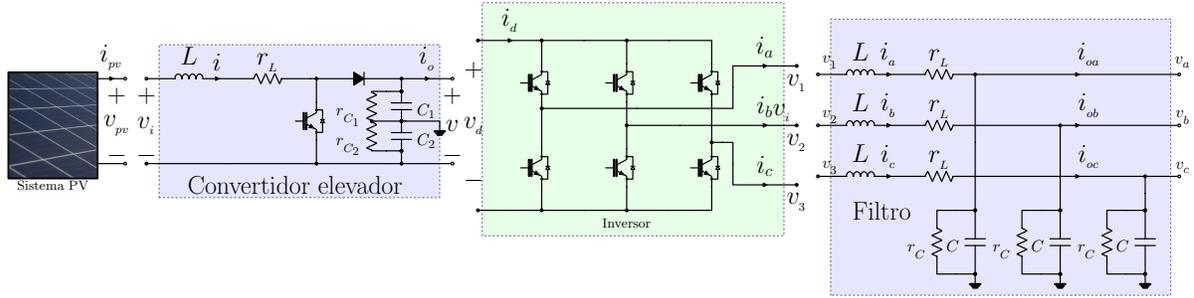


Fig. 2.14: Sistema fotovoltaico con inversor trifásico

En este caso, la función de almacenamiento de energía del sistema mostrado en la Figura 2.14 es la suma de las funciones de almacenamiento de cada uno de los subsistemas que lo conforman, es decir: $H(x_e, x_{3f}) = H(x_e) + H(x_{3f})$.

Sistema fotovoltaico con respaldo de energía

Debido a la intermitencia de algunas de las fuentes de energía, es común agregar sistemas de almacenamiento capaces de compensar dicha intermitencia. En la Figura 2.15 se observa la representación de un sistema fotovoltaico con respaldo de energía. En este caso, únicamente se obtendrá el modelo matemático hasta antes del inversor ya que para obtener el modelo completo basta con interconectar el sistema de DC con el sistema monofásico o DER trifásico descrito anteriormente.

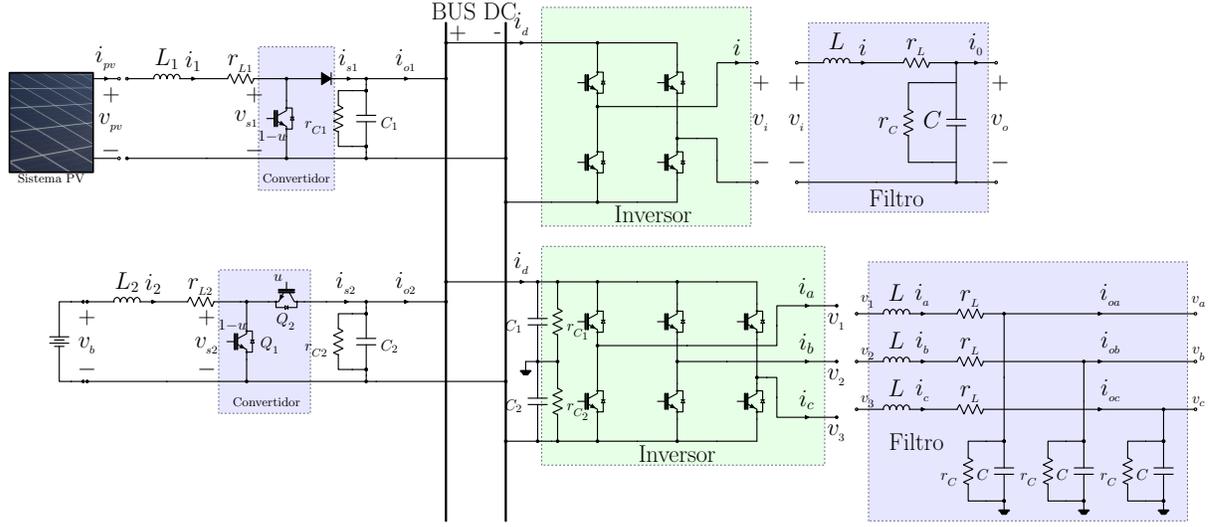


Fig. 2.15: Sistema de almacenamiento de energía conectado con un convertidor reductor elevador

Para obtener el modelo matemático, primero se observa que los capacitores de los convertidores de DC están conectados en paralelo, por lo cual es posible obtener un capacitor equivalente con capacitancia $C_{eq} = C_1 + C_2$ y una resistencia de pérdidas equivalente $r_{eq}^{-1} = r_{C1}^{-1} + r_{C2}^{-1}$. Bajo estas condiciones, el modelo del sistema está dado por los subsistemas:

$$\dot{x}_1 = -r_{L1} \nabla H(x_1) + v_{s1} + v_{pv}, \quad (2.42a)$$

$$y_1 = \nabla H(x_1), \quad (2.42b)$$

$$\dot{x}_2 = -r_{L2} \nabla H(x_2) + v_{s2} + v_b, \quad (2.42c)$$

$$y_2 = \nabla H(x_2), \quad (2.42d)$$

$$\dot{x}_c = -r_{eq}^{-1} \nabla H(x_c) + i_{s1} + i_{s2} - i_o, \quad (2.42e)$$

$$y_c = \nabla H(x_c), \quad (2.42f)$$

interconectados por medio de los sistemas algebraicos:

$$\begin{bmatrix} v_{s1} \\ i_{s1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -(1-u_e) \\ 1-u_e & 0 \end{bmatrix}}_{S_{Q1}} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_c \end{bmatrix}, \quad (2.43a)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s2} \\ i_{s2} \end{bmatrix} = S_{Q1, Q2} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_c \end{bmatrix}. \quad (2.43b)$$

De manera que el modelo del sistema completo en forma compacta puede escribirse como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_c \end{bmatrix}}_{\dot{x}_d} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & -(1-u_{e1}) \\ 0 & S_{Q_1, Q_2} & (u_{e2}) \\ (1-u_{e1}) & & \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_{L1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{L2} & 0 \\ 0 & 0 & r_c^{-1} \end{bmatrix} \right)}_{(J(u_{e1}, u_{e2}) - R)\nabla H(x)} \begin{bmatrix} \nabla H_1 \\ \nabla H_2 \\ \nabla H_c \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{G_i v_f} \begin{bmatrix} v_{pv} \\ v_b \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}}_{G_o i_d} i_o \quad (2.44)$$

$$y_{id} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{G_i^T} \begin{bmatrix} \nabla H_1 \\ \nabla H_2 \\ \nabla H_c \end{bmatrix} \nabla H(x) \quad (2.45)$$

$$y_{od} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{G_o^T} \begin{bmatrix} \nabla H_1 \\ \nabla H_2 \\ \nabla H_c \end{bmatrix} \nabla H(x) \quad (2.46)$$

donde x_1 es el flujo en el inductor L_1 , x_2 es el flujo en el inductor L_2 y x_c es la carga equivalente de los capacitores conectados en el bus de DC. La función de almacenamiento de energía es $H(x_1, x_2, x_e) = H(x_1) + H(x_2) + H(x_e)$

Observación 8. *Observe que el sistema fotovoltaico con respaldo de energía mostrado en la Figura 2.15 puede ser considerado como una MG de DC (ver [36]).*

2.4. Red eléctrica

Con el fin de formular de una manera completa el modelo matemático de una MG, en esta sección se presenta el modelo matemático que representa a la red de interconexión entre las DER y las cargas. Para esto, se consideran tres topologías típicas utilizadas en sistemas de potencia y se muestra cómo esta red también puede ser representada por medio de un modelo dinámico del tipo PH. La información presentada en esta sección está ampliamente discutida en [37] en donde se utiliza una metodología de modelado basada en la Teoría de Grafos.

Topología radial

Esta topología considera una alimentación localizada en un extremo de la red y la energía se transmite en forma radial como se muestra en la Figura 2.16. La ventaja de esta topología radica en que es la red más económica y la más simple desde el punto de vista del diseño, la planificación y la protección. Su principal inconveniente es que no garantiza un servicio continuo porque al tener una única alimentación, si ésta falla los consumidores quedan sin energía eléctrica [38].

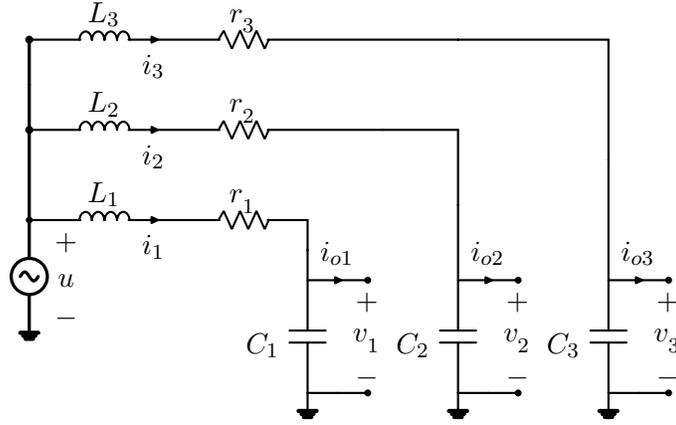


Fig. 2.16: Topología Radial

Para obtener el modelo matemático de esta red es necesario aplicar las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff en cada una de las mallas y nodos de la red. Para el ejemplo mostrado se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 L_1 \dot{i}_1 &= -r_1 i_1 - v_1 + u \\
 c_1 \dot{v}_1 &= i_1 - i_{o1} \\
 L_2 \dot{i}_2 &= -r_2 i_2 - v_2 + u \\
 c_2 \dot{v}_2 &= i_2 - i_{o2} \\
 L_3 \dot{i}_3 &= -r_3 i_3 - v_3 + u \\
 c_3 \dot{v}_3 &= i_3 - i_{o3}
 \end{aligned}$$

De este modelo se observa que las ecuaciones diferenciales tienen la misma estructura, por lo que es posible generalizarlo para m cargas y escribirlo de manera compacta como se muestra a continuación:

$$L \dot{i} = -r i - v + \mathbf{1}_m u \quad (2.47a)$$

$$c \dot{v} = i - i_o \quad (2.47b)$$

donde los vectores $i = \text{col}\{i_j\}$, $v = \text{col}\{v_j\}$, $i_o = \text{col}\{i_{oj}\} \in \mathcal{R}^m$, las matrices $L = \text{diag}\{L_j\}$, $C = \text{diag}\{C_j\}$, $r = \text{diag}\{r_j\} \in \mathcal{R}^{m \times m}$, el vector $\mathbf{1}_m \in \mathcal{R}^m$ es un vector de unos y la fuente de alimentación $u \in \mathcal{R}$. El modelo dado por (2.47) se puede reescribir como sistema PH considerando la función de almacenamiento de energía $H(x_{ra}) = \frac{1}{2} x_{ra}^\top D_{ra} x_{ra}$, con

$D_{ra} = \text{bdiag}\{L^{-1}, C^{-1}\}$ de la siguiente forma:

$$\dot{x}_{ra} = (J_{ra} - R_{ra})\nabla H(x_{ra}) + G_{ira}u_{ra} + G_{ora}i_{ora} \quad (2.48a)$$

$$y_{ira} = G_{ira}^\top \nabla H(x_{ra}) \quad (2.48b)$$

$$y_{ora} = G_{ora}^\top \nabla H(x_{ra}) \quad (2.48c)$$

$$(2.48d)$$

donde $R_{ra} = \text{bdiag}\{r, 0\} \geq 0$,

$$J_{ra} = \begin{bmatrix} 0 & -I_m \\ I_m & 0 \end{bmatrix} = -J_{ra}^\top \quad G_{ira} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad G_{ora} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_m \end{bmatrix}$$

mientras que $x_{ra} \in \mathcal{R}^{2m}$ son los flujos y cargas de los inductores y capacitores de la red, y la matriz $I_m \in \mathcal{R}^m$ es la matriz identidad.

El balance de potencias de esta red se obtiene al derivar la función de almacenamiento de energía a lo largo de las trayectorias del sistema dinámico, obteniendo lo siguiente:

$$\dot{H}(x_{ra}) = -\nabla^\top H(x_{ra})R_{ra}\nabla H(x_{ra}) + y_{ira}^\top u_{ira} + y_{ora}^\top i_{ora} \quad (2.49)$$

Topología anillo

Esta red se caracteriza por estar alimentada desde dos de sus extremos, estando las cargas interconectadas entre las fuentes, formando un anillo cerrado como se muestra en la Figura 2.17. Esta topología ofrece mayor continuidad del suministro eléctrico al poder alimentar a las cargas desde dos puntos distintos, facilitando además el mantenimiento de la red. Es una red más compleja que la radial tanto a nivel constructivo como para planificar las protecciones del sistema [38].

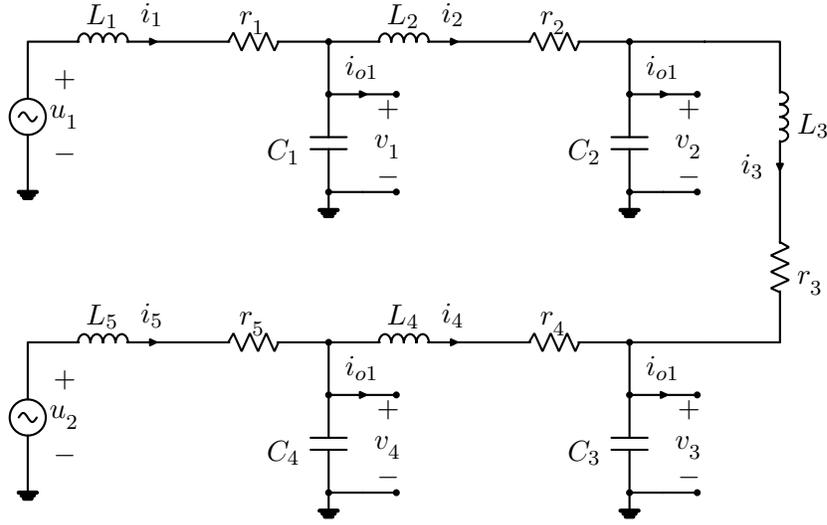


Fig. 2.17: Topología Anillo

El modelo matemático de la red tipo anillo mostrada es el siguiente:

$$L_1 \dot{i}_1 = -r_1 i_1 - v_1 + u_1$$

$$L_2 \dot{i}_2 = -r_2 i_2 - v_2 - v_1$$

$$L_3 \dot{i}_3 = -r_3 i_3 - v_3 + v_2$$

$$L_4 \dot{i}_4 = -r_4 i_4 - v_4 + v_3$$

$$L_5 \dot{i}_5 = -r_5 i_5 + v_4 - u_2$$

$$c_1 \dot{v}_1 = i_1 - i_2 - i_{o1}$$

$$c_2 \dot{v}_2 = i_2 - i_3 - i_{o2}$$

$$c_3 \dot{v}_3 = i_3 - i_4 - i_{o3}$$

$$c_4 \dot{v}_4 = i_4 - i_5 - i_{o4}$$

En este caso, también es posible generalizar el modelo matemático a m cargas conservando la topología mostrada en la Figura 2.17, con lo que se obtiene el siguiente modelo matemático:

$$L \dot{i} = -r i - \mathcal{J} v + \gamma u \quad (2.50a)$$

$$c \dot{v} = \mathcal{J}^\top i + I_m i_o \quad (2.50b)$$

donde el vector $i = \text{col}\{i_j\} \in \mathcal{R}^{m+1}$, $v = \text{col}\{v_j\}$, $i_o = \text{col}\{i_{o_j}\} \in \mathcal{R}^m$, las matrices $L = \text{diag}\{L_j\}$, $r = \text{diag}\{r_j\} \in \mathcal{R}^{(m+1) \times (m+1)}$, $C = \text{diag}\{C_j\} \in \mathcal{R}^{m \times m}$, las fuentes de

alimentación $u = \text{col}\{u_1 \ u_2\} \in \mathcal{R}^2$,

$$\mathcal{J} = \left(\begin{bmatrix} I_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I_m \end{bmatrix} \right) \in \mathcal{R}^{(m+1) \times m}$$

con $\mathbf{0} \in \mathcal{R}^m$ una fila de ceros. El modelo dado por (2.50) se puede reescribir como sistema PH, con función de almacenamiento de energía $H(x_{an}) = \frac{1}{2}x_{an}^\top D_{an}x_{an}$, con $D_{an} = \text{bdiag}\{L^{-1}, C^{-1}\}$, de la siguiente forma:

$$\dot{x}_{an} = (J_{an} - R_{an})\nabla H(x_{an}) + G_{ian}u_{an} + G_{oan}i_{oan} \quad (2.51a)$$

$$y_{ian} = G_{ian}^\top \nabla H(x_{an}) \quad (2.51b)$$

$$y_{oan} = G_{oan}^\top \nabla H(x_{an}) \quad (2.51c)$$

$$(2.51d)$$

con $R_{an} = \text{bdiag}\{r, 0\} \geq 0$,

$$J_{an} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathcal{J} \\ \mathcal{J}^\top & 0 \end{bmatrix} = -J_{an}^\top \quad G_{ian} = \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad G_{oan} = \begin{bmatrix} 0 \\ -I_m \end{bmatrix}$$

donde $x_{an} \in \mathcal{R}^{2m+1}$ son los flujos y cargas de los inductores y capacitores de la red, la matriz $I_m \in \mathcal{R}^m$ es la matriz identidad, $J_{an} \in \mathcal{R}^{(2m+1) \times (2m+1)}$, $\Gamma \in \mathcal{R}^{(m+1) \times 2}$ y $G_{oan} \in \mathcal{R}^{(2m+1) \times m}$. De forma similar a la topología radial, esta topología satisface el siguiente balance de potencia:

$$\dot{H}(x_{an}) = -\nabla^\top H(x_{an})R_{an}\nabla H(x_{an}) + y_{ian}^\top u_{ian} + y_{oan}^\top i_{oan}. \quad (2.52)$$

Topología malla

En esta topología se combinan redes en anillo interconectadas en forma radial como se muestra en la Figura 2.18. Estas redes aseguran totalmente el servicio a los receptores dando mayor flexibilidad de alimentación a la red y facilitando enormemente su mantenimiento. Suelen ser redes de gran complejidad en las cuales la potencia de cortocircuito aumenta con rapidez.

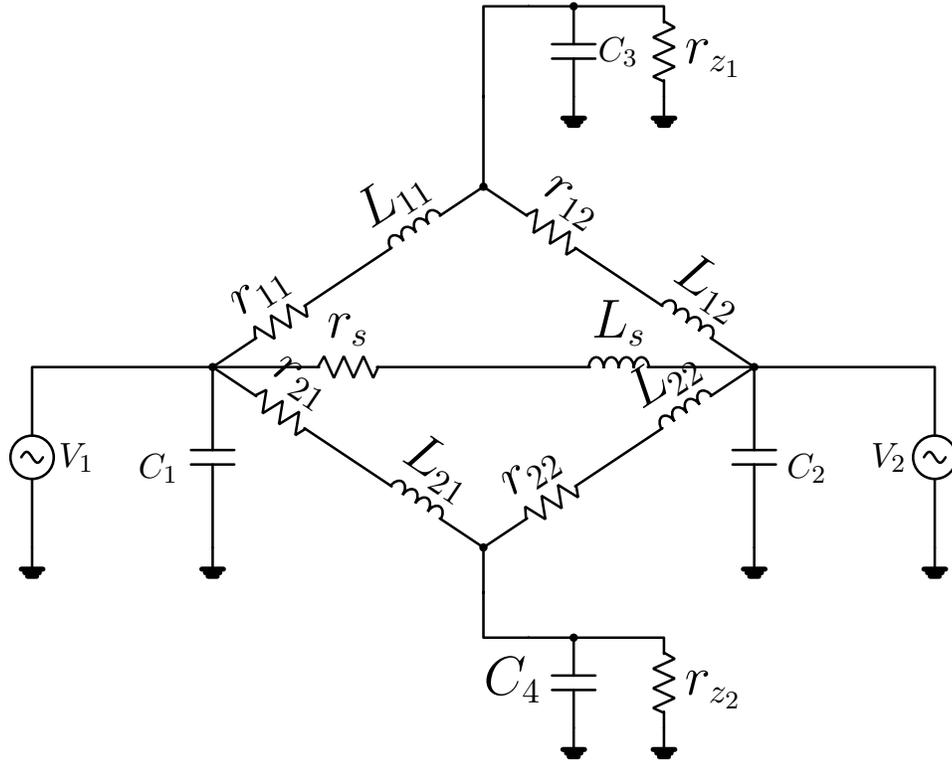


Fig. 2.18: Topología Malla

Debido a que esta topología es una combinación de la topología anillo y radial, entonces es inmediato reconocer que su modelo dinámico está también dado por un sistema tipo PH [33].

Control de microrredes

En este capítulo se presentan las contribuciones principales de este trabajo de tesis, es decir, la propuesta de esquemas de control que garantizan una operación adecuada de una **MG** estableciendo formalmente las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado. Para esto, se sigue una metodología de diseño determinada por la estructura jerárquica que aparece de manera natural en la operación de la **MG**. Así, primero se aborda el problema de control local de convertidores de potencia para posteriormente, concentrando la atención en los convertidores grid-forming, abordar el problema de reparto de energía con regulación de tensión de salida. En la parte final del capítulo se presenta una contribución adicional relacionada con establecer mejores condiciones de operación del control Droop.

3.1. Diseño del controlador

Como se mostró en el Capítulo 2, todos los elementos que conforman una **MG**, fuentes, red y cargas, se pueden modelar como sistemas **PH**. Teniendo esto como antecedente, el controlador se diseña con base en un modelo generalizado que captura las características de cualquier elemento de la **MG** y de la **MG** misma dado por:

$$\dot{x} = (J(u_2) - R) \nabla H(x) + G_i V_i + G_o I_o + G_s u_1, \quad (3.1a)$$

$$y_p = G_s^\top \nabla H(x) \quad (3.1b)$$

$$y_i = G_i^\top \nabla H(x) \quad (3.1c)$$

$$y_o = G_o^\top \nabla H(x) \quad (3.1d)$$

con $x \in \mathbf{R}^n$ el vector de estados, $R = R^\top \geq 0$ la matriz de disipación y $J(u_2) = -J(u_2)^\top \in \mathbf{R}^{n \times n}$ la matriz de interconexión. Por su parte, las matrices que ponderan las entradas y salidas de energía que no son un grado de libertad de la **MG** están dadas por $G_i \in \mathbf{R}^{n \times p}$ y $G_o \in \mathbf{R}^{n \times P}$; mientras que la matriz que pondera las entradas de control es $G_s \in \mathbf{R}^{n \times m}$. Se considera la existencia de un vector de señales de control no afines a la entrada $u_2 \in \mathbf{R}^M$

y un vector de señales de control afines a la entrada $u_1 \in \mathbf{R}^m$. Adicionalmente, $V_i \in \mathbf{R}^P$ es un vector de fuentes de alimentación, $I_o \in \mathbf{R}^P$ es un vector de corrientes de las cargas y la función de almacenamiento de energía $H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ del sistema completo está dada por:

$$H(x) = \frac{1}{2}x^\top D x, \quad (3.2)$$

con $D = D^\top > 0 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ una matriz de parámetros.

Una propiedad que es fundamental para el desarrollo de los esquemas de control es la que se refiere al hecho de que la estructura de la matriz $J(u_2)$ es tal que es posible expresarla como:

$$J(u_2) = J_0 + \sum_{i=1}^M J_i u_{2i}, \quad (3.3)$$

donde cada J_i , con $i = 0, \dots, M$, es una matriz antisimétrica constante, mientras que u_{2i} es la i -ésima componente del vector u_2 .

La importancia de la propiedad (3.3) radica en el hecho de que permite reescribir al modelo (3.1) de forma equivalente como:

$$\dot{x} = (J_0 - R) \nabla H(x) + G_i V_i + G_o I_o + G(x)u, \quad (3.4a)$$

$$y = G(x)^\top \nabla H(x) \quad (3.4b)$$

$$y_i = G_i^\top \nabla H(x) \quad (3.4c)$$

$$y_o = G_o^\top \nabla H(x) \quad (3.4d)$$

donde, a diferencia de la representación (3.1), la matriz $J_o = -J_o^\top \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ya no depende de la entrada u_2 . Note que, este caso, el vector completo de entradas de control dado por:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{m+M},$$

se presenta de una manera bi-lineal, con la matriz $G(x)$ definida como:

$$G(x) = [G_s \quad J_1 \nabla H(x) \quad J_2 \nabla H(x) \quad \dots \quad J_M \nabla H(x)] \in \mathbf{R}^{n \times (m+M)}.$$

Para plantear de una manera completa el problema de diseño del controlador, es necesario introducir en este punto la definición del comportamiento deseado al que se trata de llevar al sistema (3.4) o equivalentemente a (3.1). En este sentido, el comportamiento que se trata de imponer al sistema debe ser admisible en el sentido de que pueda ser alcanzado por él y por lo tanto debe ser compatible con su estructura dinámica. Así, una manera natural para caracterizar este comportamiento deseado es definirlo como solución

del sistema dado por:

$$\dot{x}^* = (J_0 - R) \nabla H(x^*) + G_i V_i + G_o I_o + G(x^*) u^*, \quad (3.5a)$$

$$y^* = G(x^*)^\top \nabla H(x^*) \quad (3.5b)$$

$$y_i^* = G_i^\top \nabla H(x^*) \quad (3.5c)$$

$$y_o^* = G_o^\top \nabla H(x^*) \quad (3.5d)$$

el cual es una copia del sistema (3.4) con lo que se garantiza que el comportamiento deseado pueda ser alcanzado por el sistema original.

Una vez que se ha expresado el sistema original de una manera adecuada para desarrollar el diseño del controlador y se ha caracterizado el comportamiento deseado, la metodología de diseño es la usual en el sentido de convertir un problema de seguimiento de trayectorias a un problema de regulación de puntos de equilibrio al trabajar con la dinámica del error. Las siguientes dos proposiciones se relacionan con dicha metodología.

Proposición 1. *Considere el sistema (3.4) y la dinámica deseada dada por (3.5). Defina el error de seguimiento como $\tilde{x} = x - x^*$. Bajo estas condiciones, el sistema dinámico que caracteriza el comportamiento de la variable de error está dado por:*

$$\dot{\tilde{x}} = (J_0 - R) \nabla H(\tilde{x}) + G(\tilde{x})u + G(x^*)\tilde{u}, \quad (3.6a)$$

$$\tilde{y} = G(x^*)^\top \nabla H(\tilde{x}) \quad (3.6b)$$

con la propiedad $G(\tilde{x})^\top \nabla H(\tilde{x}) = 0$ y donde se ha definido a $\tilde{u} = u - u^*$,

$$G(\tilde{x}) = [0 \quad J_1 \nabla H(\tilde{x}) \quad J_2 \nabla H(\tilde{x}) \quad \dots \quad J_m \nabla H(\tilde{x})]$$

y a la función tipo energía:

$$H(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}^\top D \tilde{x}. \quad (3.7)$$

Demostración. Considere primero que de la definición de la variable de error se tiene que $x = \tilde{x} + x^*$ por lo que:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} + \dot{x}^* &= (J_0 - R) \nabla H(\tilde{x} + x^*) + G_i V_i + G_o I_o + G(\tilde{x} + x^*)u, \\ \dot{\tilde{x}} &= (J_0 - R) \nabla H(\tilde{x} + x^*) + G_i V_i + G_o I_o + G(\tilde{x} + x^*)u \\ &\quad - ((J_0 - R) \nabla H(x^*) + G_i V_i + G_o I_o + G(x^*)u^*) \end{aligned}$$

Por otro lado, dada (3.7), el operador gradiente es lineal, por lo que se satisface que $\nabla H(\tilde{x} + x^*) = \nabla H(\tilde{x}) + \nabla H(x^*)$ y se obtiene:

$$\dot{\tilde{x}} = (J_0 - R) \nabla H(\tilde{x}) + G(\tilde{x} + x^*)u - G(x^*)u^*,$$

en donde se ha considerado que

$$G(\tilde{x} + x^*) = [G_s \ J_1 \nabla H(\tilde{x} + x^*) \ J_2 \nabla H(\tilde{x} + x^*) \ \cdots \ J_M \nabla H(\tilde{x} + x^*)].$$

Utilizando nuevamente la propiedad de linealidad del operador gradiente, se tiene que:

$$G(\tilde{x} + x^*) = [G_s \ J_1 (\nabla H(\tilde{x}) + \nabla H(x^*)) \ J_2 (\nabla H(\tilde{x}) + \nabla H(x^*)) \ \cdots \ J_M (\nabla H(\tilde{x}) + \nabla H(x^*))]$$

o de forma equivalente

$$G(\tilde{x} + x^*) = G(\tilde{x}) + G(x^*)$$

con $G(\tilde{x}) = [0 \ J_1 \nabla H(\tilde{x}) \ J_2 \nabla H(\tilde{x}) \ \dots \ J_m \nabla H(\tilde{x})]$. Finalmente, para mostrar que $G(\tilde{x})^\top \nabla H(\tilde{x}) = 0$, se obtiene el producto:

$$G(\tilde{x})^\top \nabla H(\tilde{x}) = - \begin{bmatrix} 0 \\ \nabla^\top H(\tilde{x}) J_1^\top \nabla H(\tilde{x}) \\ \nabla^\top H(\tilde{x}) J_2^\top \nabla H(\tilde{x}) \\ \vdots \\ \nabla^\top H(\tilde{x}) J_m^\top \nabla H(\tilde{x}) \end{bmatrix}$$

el cual es un vector de dimensión $m + M$ cuyo primer elemento es cero. El resto de las entradas se obtienen de formas cuadráticas construidas con matrices antisimétricas, por lo que todos los elementos de este vector son cero, con lo cual se completa la prueba. \square

Una vez que se cuenta con la ecuación diferencial que describe el comportamiento dinámico de la variable de error, es posible plantear de una manera formal el objetivo de control. En este sentido, se busca diseñar una entrada de control u , tal que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0 \tag{3.8}$$

garantizando estabilidad interna.

La solución propuesta en este trabajo de tesis al problema planteado se presenta en la siguiente proposición.

Proposición 2. *Considere un sistema con el mostrado en (3.4) bajo las siguientes suposiciones:*

Sup. 1. *Las señales I_o y V_i son acotadas, medibles y continuas.*

Sup. 2. *Las entradas u^* son funciones conocidas con primer derivada acotada.*

Sup. 3. *Las referencias x^* son funciones conocidas con primer derivada acotada.*

Sup. 4. *Todos los parámetros son positivos y conocidos.*

Bajo estas condiciones, el sistema de control dado por:

$$\dot{\zeta} = u_c, \quad (3.9a)$$

$$y_c = \nabla H(\zeta) \quad (3.9b)$$

con estado $\zeta \in \mathbf{R}^{n+M}$, $u_c \in \mathbf{R}^{n+M}$, Hamiltoniano $H(\zeta) : \mathbf{R}^{m+M} \rightarrow \mathbf{R}_{>0}$, ganancia de control $K_p = K_p^\top > 0 \in \mathbf{R}^{(m+M)}$ y una interconexión que preserva potencia dada por:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y} \\ y_c \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

satisface el objetivo de control (3.8).

Demostración. Considere la función definida positiva dada por:

$$W(\tilde{x}, \zeta) = H(\tilde{x}) + H(\zeta) \quad (3.11)$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias de (3.6) y (3.9), considerando la interconexión (3.10), está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{W}(\tilde{x}, \zeta) &= \nabla^\top H(\tilde{x})\dot{\tilde{x}} + \nabla^\top H(\zeta)\dot{\zeta} \\ &= -\nabla^\top H(\tilde{x})R\nabla H(\tilde{x}) + \nabla^\top H(\tilde{x})G(x^*)\tilde{u} + \nabla^\top H(\zeta)u_c \\ &= -\nabla^\top H(\tilde{x})R\nabla H(\tilde{x}) + \tilde{y}^\top \tilde{u} + y_c^\top u_c \\ &= -\nabla^\top H(\tilde{x})R\nabla H(\tilde{x}) + y^\top (-K_p \tilde{y} - y_c) + y_c^\top \tilde{y} \\ &= -\nabla^\top H(\tilde{x})R\nabla H(\tilde{x}) - \tilde{y}^\top K_p \tilde{y} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\leq -\|R^{\frac{1}{2}}\nabla H(\tilde{x})\|^2 - \lambda_{\min}\{K_p\}\|\tilde{y}\|^2 \leq 0. \quad (3.13)$$

De la expresión anterior, si se define la señal

$$\tilde{y}_a = \begin{bmatrix} G(x^*)^\top \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \nabla H(\tilde{x}) \in \mathbf{R}^{(m+M+n)} \quad (3.14)$$

y se garantiza que

$$\text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} G(x^*)^\top \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \right\} = n$$

se puede concluir estabilidad global y asintótica al punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ siempre que sea posible garantizar que $y_a \rightarrow 0$. Para esto, teniendo en mente el Lema de Barbalat, de la [Sup. 3](#) se observa que $x^* \in \mathcal{L}_\infty$, y de (3.12) se puede concluir que $y_a \in \mathcal{L}_\infty$. De (3.9) se observa que $\tilde{u} \in \mathcal{L}_\infty$, en consecuencia $u \in \mathcal{L}_\infty$, lo que implica $\dot{\tilde{x}} \in \mathcal{L}_\infty$. Por otro lado, de (3.13) se tiene que $y_a \in \mathcal{L}_2$. Finalmente para demostrar que $\dot{y}_a \in \mathcal{L}_\infty$ basta con obtener la

derivada temporal de \tilde{y} , que se muestra a continuación:

$$\dot{\tilde{y}} = G^\top(x^*) \frac{\partial \nabla H(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \dot{\tilde{x}} + \dot{x}^{*\top} \frac{\partial G^\top(x^*)}{\partial x^*} \nabla H(\tilde{x}) \quad (3.15)$$

y observar que como el lado derecho de la igualdad esta compuesto de puras variables acotadas, entonces $\dot{\tilde{y}} \in \mathcal{L}_\infty$ y en consecuencia $\dot{y}_a \in \mathcal{L}_\infty$, con lo cual se concluye la prueba. \square

Observación 9. *Es interesante notar que al definir la función de tipo almacenamiento de energía como $H(\zeta) = \frac{1}{2} \zeta^\top K_i \zeta$, con $K_i = K_i^\top > 0 \in \mathbf{R}^{(m+M)}$, se recupera el controlador *PI* reportado en [39]. Sin embargo, la función de energía del controlador puede tomar cualquier otra estructura, por ejemplo $H(\zeta) = \sum_{j=1}^{m+M} k_j \ln(\cosh(\zeta_j))$, dando origen a una familia de controladores.*

Observación 10. *Aunque el resultado presentado parte de la premisa de que para un x^* dado es posible calcular la entrada u^* correspondiente, una propiedad que será de mucha utilidad para la prueba de estabilidad del algoritmo encargado del reparto de energía es la que se refiere al hecho de que si se considera que u_1^* es acotada entonces x^* también es acotada. Para demostrar esto, se considera la derivada temporal de la función de energía de la dinámica admisible (3.5) la cual está dada por:*

$$\begin{aligned} \dot{H}(x^*) &= -\nabla^\top H(x^*) R \nabla H(x^*) + \nabla^\top H(x^*) (G_i V_i + G_o I_o + G_s u_1^*) \\ &= -\nabla^\top H(x^*) R \nabla H(x^*) + \nabla^\top H(x^*) e \\ &\leq -(1 - \theta) \lambda_{\min}\{R\} \|\nabla H(x^*)\|^2 \\ \forall \|\nabla H(x^*)\| &\geq \frac{\|e\|}{\theta \lambda_{\min}\{R\}} > 0, \end{aligned} \quad (3.16)$$

de donde se observa la propiedad mencionada.

Hasta este momento se tiene diseñada una ley de control para sistemas con la estructura dada por (3.4), que garantiza el seguimiento trayectorias deseadas y acotadas (en el caso de sistemas de *AC*) o puntos de equilibrio (en sistemas de *DC*). En ambos casos, estos comportamientos satisfacen la dinámica admisible dada por (3.5). En la siguiente sección se diseñan las referencias tanto para sistemas de *DC* como para sistemas de *AC* para operar en diferentes modos de trabajo como son grid-forming, grid following o como grid-forming dotados de un control Droop. Adicionalmente se muestra el diseño de trayectorias para los sistemas de *DC* que están interconectados con sistemas de *AC*.

3.2. Diseño de referencias de sistemas de corriente directa

Considerando el modelo generalizado utilizado para el diseño de la ley local de control propuesta, una variable que debe ser determinada para su implementación es el que corresponde a la variable x^* . En este sentido, se debe notar que existen componentes de esta variable que corresponden a un circuito de DC y componentes que corresponden a un circuito de AC. En esta sección se aborda el problema de definir las componentes de x^* que corresponden al circuito de DC a partir de plantear dos diferentes topologías de operación. Específicamente, se considera:

- Cuando el circuito de DC está conectado a un inversor monofásico.
- Cuando el circuito de DC está conectado a un sistema trifásico.

En ambos casos el objetivo es determinar los valores deseados de las variables de DC que satisfacen la dinámica admisible (3.5) cuando se alcanza un estado estacionario deseado en los circuitos de AC. Es necesaria esta separación porque los sistemas de AC monofásicos generan armónicos de segundo orden en los buses de DC, mientras que los sistemas trifásico actúan como una carga de potencia constante (CPL, por sus siglas en ingles) para los sistemas de DC.

Carga monofásica

Para las redes donde se tiene una operación conjunta de sistemas de AC monofásicos con sistemas de DC se presentan los resultados en la siguiente proposición.

Proposición 3. *Considere un sistema de DC conectado a sistema monofásico de AC. Suponga que:*

Sup. 5. *El sistema de AC opera en estado estacionario de tal forma que los voltajes y corrientes evolucionan de manera sinusoidal.*

Sup. 6. *La potencia demandada por las cargas es de magnitud tal que es posible suministrarla por el sistema de DC.*

Sup. 7. *La potencia del sistema de AC satisface lo siguiente:*

$$P_{1f}(t) = P_c^* + P_f^* \quad (3.17)$$

donde P_c^* es la potencia activa en los sistemas de AC, y P_f^* es una potencia fluctuante, generada por las componentes sinusoidales de voltaje y corriente.

Bajo estas consideraciones, las trayectorias del sistema de **DC** que satisfacen la dinámica admisible (3.5), tienen la siguiente estructura:

$$x_d^* = X_d + X_m \cos(2\omega t + \gamma) \quad (3.18)$$

Demostración. Considere señales de voltaje y corriente de la siguiente forma:

$$v = V \cos(\omega t + \theta_v) \quad (3.19)$$

$$i = I \cos(\omega t + \theta_I) \quad (3.20)$$

donde ω es la frecuencia fundamental del sistema de potencia, θ_v es el ángulo de voltaje y θ_I el ángulo de corriente. Entonces la señal de potencia definida por estas dos señales es:

$$P_{1f}(t) = vi = VI \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_I) \quad (3.21)$$

Teniendo en cuenta la identidad trigonométrica:

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \quad (3.22)$$

se obtiene que

$$P_{1f}(t) = \underbrace{\frac{VI}{2} \cos(\theta_v - \theta_I)}_{P_c^*} + \underbrace{\frac{VI}{2} \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_I)}_{P_f^*}$$

De esta expresión, integrando la potencia fluctuante se obtiene la energía fluctuante entre el sistema de **DC** y el sistema de **AC** dada por:

$$E_f^* = \frac{VI}{4\omega} \sin(2\omega t + \theta_v + \theta_I) + cte \quad (3.23)$$

Por otro lado, considerando que en el bus de **DC** se tiene un capacitor, entonces se puede obtener la estructura del voltaje de bus de **DC**. Para esto, se sabe que la energía almacenada en un capacitor se define como:

$$E_c = \frac{1}{2} CV_c^2 \quad (3.24)$$

en donde, si el voltaje del capacitor es de la forma $V_c = X_d + X_m \sin(2\omega t + \gamma)$, se obtiene

que:

$$\begin{aligned} E_C &= \frac{1}{2}C(X_d + X_m \sin(2\omega t + \gamma))^2 \\ &= \frac{1}{2}CX_d^2 + \frac{1}{2}CX_m^2 \sin^2(2\omega t + \gamma) + CX_d X_m \sin(2\omega t + \gamma) \end{aligned}$$

por lo que es posible escribir E_C en la forma:

$$E_C = E_a + E_{2r} + E_{4r}$$

donde E_a es la energía promedio, E_{2r} es la energía en el segundo armónico y E_{4r} es la energía en el cuarto armónico.

A partir de la re-escritura de E_C es posible igualar la energía en el segundo armónico de donde se obtiene:

$$CX_d X_m \sin(2\omega t + \gamma) = \frac{VI}{4\omega} \sin(2\omega t + \theta_v + \theta_I) \quad (3.25)$$

que es la expresión buscada definiendo $X_m = \frac{VI}{4\omega CX_d}$ y $\gamma = \theta_v + \theta_I$ □

Carga trifásica (CPL).

En esta sección se estudia la situación cuando el sistema de AC conectado al sistema de DC corresponde a un inversor trifásico. El resultado principal del análisis de este caso es que se puede concluir que bajo esta topología las referencias del sistema de DC son constantes, por lo tanto, en términos del problema de control, se busca la estabilización de puntos de equilibrio. Este resultado se presenta en la siguiente proposición.

Proposición 4. *Considere un sistema de DC conectado a un sistema trifásico de AC. Suponga que:*

Sup. 8. *El sistema trifásico de AC es balanceado.*

Sup. 9. *Los voltajes de cada fase del sistema trifásico tienen una estructura sinusoidal de la siguiente forma:*

$$V_a = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \quad (3.26)$$

$$V_b = V_m \cos(\omega t - 120^\circ + \theta_v) \quad (3.27)$$

$$V_c = V_m \cos(\omega t + 120^\circ + \theta_v) \quad (3.28)$$

Sup. 10. *Las corrientes de cada fase del sistema trifásico tienen una estructura sinusoidal*

de la siguiente forma:

$$I_a = I_m \cos(\omega t + \theta_I) \quad (3.29)$$

$$I_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ + \theta_I) \quad (3.30)$$

$$I_c = I_m \cos(\omega t + 120^\circ + \theta_I) \quad (3.31)$$

Sup. 11. La potencia demandada por el sistema trifásico es menor que la potencia generada por el sistema de *DC*.

Bajo estas consideraciones, un inversor trifásico demanda una potencia constante al sistema de *DC*.

Demostración. La potencia en un sistema trifásico balanceado es igual a la suma de las potencias de cada una de sus fases, por lo tanto se puede definir como:

$$\begin{aligned} P_{3f}(t) &= P_a(t) + P_b(t) + P_c(t) \\ &= V_m I_m \cos(\omega t + \theta_V) \cos(\omega t + \theta_I) + \\ &\quad V_m I_m \cos(\omega t - 120^\circ + \theta_V) \cos(\omega t - 120^\circ + \theta_I) + \\ &\quad v_m \cos(\omega t + 120^\circ + \theta_V) \cos(\omega t + 120^\circ + \theta_I) \end{aligned}$$

Si se utiliza la identidad trigonométrica (3.22), entonces es posible reescribir la potencia instantánea de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_{3f}(t) &= \frac{3V_m I_m}{2} \cos(\theta_V - \theta_I) + \\ &\quad \frac{V_m I_m}{2} (\cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I) + \cos(2\omega t - 240^\circ + \theta_V + \theta_I) + \cos(2\omega t + 240^\circ + \theta_V + \theta_I)) \end{aligned}$$

en donde, considerando la [Sup. 8](#), se tiene que:

$$\cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I) + \cos(2\omega t - 240^\circ + \theta_V + \theta_I) + \cos(2\omega t + 240^\circ + \theta_V + \theta_I) = 0$$

lo que demuestra que la potencia extraída del sistema trifásico al sistema de *DC* es constante. Más aún, se sabe que la potencia instantánea del sistema trifásico coincide con la potencia activa a la salida del inversor. \square

3.3. Diseño de referencias de sistemas de corriente alterna

En esta sección se diseñaran las referencias de las unidades de generación distribuida, específicamente de los inversores. En la literatura se identifican, en términos generales, dos tipos de fuentes de generación distribuida o dos modos de operación denominados como

grid-forming y grid-following. Desde el enfoque de este trabajo de tesis estos modos de operación se identifican con el hecho de que durante el proceso de control se da prioridad al control de tensión, para el caso grid-forming, o al control de corriente, para el caso grid-following. Esta decisión se basa en el hecho de que la primera opción está orientada a resolver el problema de regulación de voltaje mientras que la segunda se orienta a la solución del reparto de energía.

Debido a que la operación de inversores monofásicos ilustra de manera clara todas las complicaciones que se presentan para la propuesta de referencias, en esta sección se estudia solamente este caso. En este sentido, se aborda el problema de generación de referencias para el modo de operación grid-following, posteriormente para el modo grid-forming y para este último caso se adiciona la propuesta de solución basada en el control Droop.

Diseño de referencias de sistemas de corriente alterna monofásicos

Para el diseño de las trayectorias deseadas de los inversores monofásicos, se considera la dinámica admisible del sistema (2.6), la cual (para facilidad de referencia) se muestra a continuación:

$$\dot{x}_1^* = -\frac{r_L}{L}x_1^* - \frac{1}{C}x_2^* + v_{i1f}^* \quad (3.32a)$$

$$\dot{x}_2^* = -\frac{1}{r_c C}x_2^* + \frac{1}{L}x_1^* - i_{o1f}, \quad (3.32b)$$

donde $x_1^* = Li$ y $x_2^* = CV_o$.

Con el fin de plantear claramente el problema que se aborda, es necesario notar que en el sistema de dos ecuaciones se tienen cuatro incógnitas (x_1^*, x_2^*, v_{i1f}^* e i_{o1f}). Sin embargo, de la [Sup. 1](#) se supone medible a i_{o1f} , por lo tanto, se reduce este número a tres incógnitas. Más aún, considerando que alguna de las dos variables, voltaje o corriente, será considerada como impuesta, entonces se reduce a dos el número de incógnitas haciendo al sistema de ecuaciones compatible determinado.

Modo grid-following

El modo de operación grid-following, también conocido como modo PQ, se obtiene imponiendo un comportamiento deseado a la corriente de salida del inversor x_1^* y considerando que el capacitor en la salida del inversor es parte de la carga. Un DER está en modo grid-following si su fuente de generación primaria funciona en un punto de máxima extracción de energía o si el operador de la MG establece una determinada potencia en sus terminales. De modo que, si el DER opera en este modo de operación, se considera lo

siguiente:

Sup. 12. *Un sistema de control de nivel superior determina el valor de x_1^* dependiendo de la cantidad de energía que se entregará a la red. La corriente tiene la siguiente estructura:*

$$x_1^* = LI_m \cos(\omega t + \theta_I). \quad (3.33)$$

Tomando en consideración la suposición anterior, es posible resolver la ecuación (3.32b) para obtener el valor correspondiente de x_2^* . Posteriormente, la señal v_{i1f}^* se puede obtener algebraicamente resolviendo (3.32a). Es importante notar que dado que la señal impuesta de corriente es acotada, el resto de las variables calculadas también serán acotadas, requisito que se debe de cumplir de acuerdo a la prueba de estabilidad establecida con anterioridad.

Observación 11. *En el caso de un sistema trifásico se realiza un procedimiento similar al anterior trabajando por separado cada una de las fases.*

Modo grid-forming

El modo de operación grid-forming, se obtiene al imponer el valor del voltaje del capacitor que se encuentra a la salida del filtro del inversor. El voltaje deberá tener características específicas definidas por el operador de la red, como por ejemplo, una amplitud y frecuencia constante. De este modo, si un DER está operando en modo grid-forming entonces se considera lo siguiente:

Sup. 13. *Un sistema de control de nivel superior determina el valor de x_2^* , dependiendo de la cantidad de energía que se entregará a la red. El voltaje tiene la siguiente estructura:*

$$v_o^* = V_m \cos(\omega t + \theta_V) \quad (3.34)$$

por lo tanto $x_2^* = CV_m \cos(\omega t + \theta_V)$

Bajo la consideración hecha para este modo de operación, es posible resolver el conjunto de ecuaciones impuesto por la dinámica admisible de una manera similar al caso grid-following. Dada la expresión para x_2^* de la ecuación (3.32b) se puede calcular a x_1^* para, posteriormente, de la ecuación (3.32a) obtener el valor correspondiente de v_{i1f}^* . De igual forma, dado que x_2^* es acotado, el resto de las variables calculadas también son acotadas.

Modo grid-forming con control droop

En esta sección se presenta un método alternativo para la generación de referencias para el modo de operación grid-forming. A diferencia del método anterior, en este caso

se trabaja bajo la condición que la variable impuesta es el voltaje v_{i1f} para obtener el correspondiente valor de x_2^* . Bajo esta condición, si el primero es acotado entonces el segundo también lo es tal como se demostró en (3.16). Para la generación del voltaje v_{i1f} se introduce un esquema del tipo Droop y tomando en cuenta que este es un sistema dinámico se presenta la prueba formal de acotamiento de las señales generadas para cumplir con las condiciones impuestas por la prueba de estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Para la formulación del resultado es conveniente considerar el sistema que describe la dinámica admisible (3.32) en forma PH dada por:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1^* \\ \dot{x}_2^* \end{bmatrix}}_{\dot{x}^*} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_L & 0 \\ 0 & r_C^{-1} \end{bmatrix} \right)}_{(J-R)} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L}x_1^* \\ \frac{1}{C}x_2^* \end{bmatrix}}_{\nabla H(x^*)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{Gu^*} v_{i1f}^* + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}}_{G_o I_o} i_{o1f} \quad (3.35a)$$

$$y_i^* = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L}x_1^* \\ \frac{1}{C}x_2^* \end{bmatrix}}_{G^\top \nabla H(x^*)} \quad (3.35b)$$

$$y_o^* = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L}x_1^* \\ \frac{1}{C}x_2^* \end{bmatrix}}_{G_o^\top \nabla H(x^*)} \quad (3.35c)$$

y se asume lo siguiente:

Sup. 14. *El voltaje de referencia es sinusoidal con un ángulo de fase θ y amplitud $\sqrt{2}E$ tal que*

$$v_{i1f}^* = \sqrt{2}E \sin(\theta) \quad (3.36)$$

Bajo la suposición anterior, el problema que se presenta es la definición de la magnitud y el ángulo de (3.36). Para esto, se considera el esquema presentado en [25] para lo cual es conveniente definir la variable:

$$v_{i1f} = \sqrt{2}Ez \quad (3.37)$$

donde E es un voltaje *RMS*, $z = \sin(\theta)$ y θ el ángulo de fase.

De acuerdo a lo reportado en [25], las señales involucradas en (3.37) son obtenidas

del siguiente sistema dinámico:

$$\begin{bmatrix} \dot{E} \\ \dot{E}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_E & \dot{\phi} \\ -\dot{\phi} & -R_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ E_q \end{bmatrix}, \quad (3.38a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_z & \dot{\theta} \\ -\dot{\theta} & -R_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ z_q \end{bmatrix}, \quad (3.38b)$$

donde

$$\dot{\phi} = (K_e(E_{\text{ref}} - V^*) - nQ^*)c, \quad (3.39a)$$

$$\dot{\theta} = (\omega_{\text{ref}} - mP^*), \quad (3.39b)$$

$$R_E = k_E(E^2 + E_q^2 - V_{\text{max}}^2), \quad (3.39c)$$

$$R_z = k_z(z^2 + z_q^2 - 1), \quad (3.39d)$$

con E_{ref} y ω_{ref} el voltaje y la frecuencia nominal, respectivamente, $c \in \mathbb{R}$ es una constante positiva, V_{max} es un parámetro de diseño en los inversores que corresponde al máximo voltaje permitido, típicamente $\pm 20\%$ del voltaje nominal, mientras V^* representa la salida de voltaje *RMS* del filtro de segundo orden colocado a la salida del inverso, tal que:

$$V^* := \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x_2^{*2} dt}.$$

Los parámetros de control K_e , n y $m \in \mathbb{R}$ son determinados por la variación del control Droop ([19]), y k_E , k_z , y V_{max} son constantes positivas. Finalmente, P^* y Q^* son la potencia activa y reactiva calculadas como función de (x_1^*, x_2^*) .

Observación 12. *En este punto es importante mencionar que en [25] se demuestra que la solución de (3.38) converge a la solución convencional del control Droop robusto reportado en ([19]).*

Las propiedades de acotamiento de las señales de referencia generadas se presentan en la siguiente proposición.

Proposición 5. *Dado el sistema dinámico (3.35) interconectado con el control (3.38) como se muestra en la Figura 3.1 las trayectorias de referencia generadas son acotadas.*

Demostración. Anteriormente se demostró que el sistema dado por (3.5) exhibe propiedades de estabilidad ISS desde la entrada v_{i1f}^* hasta el estado x^* siempre y cuando i_{o1f} sea acotada. Por otro lado, las entradas del control Droop están dadas por el voltaje y la corriente dados por:

$$e_{\text{droop}} = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

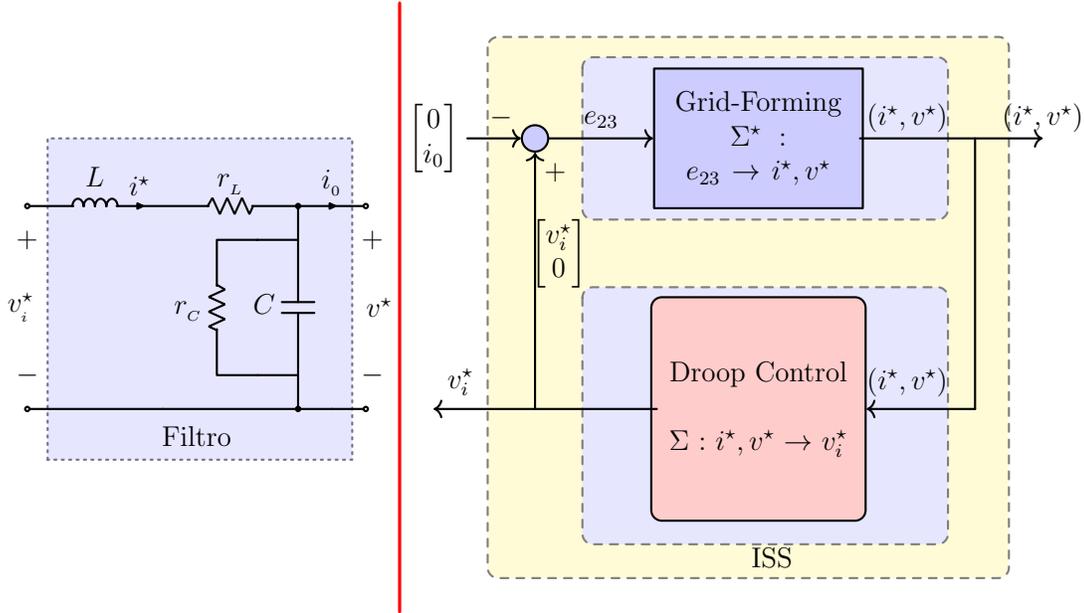


Fig. 3.1: Interconexión con control droop

Por otro lado, de acuerdo con lo reportado en [25], las variables de estado E , E_q son acotadas en $[-V_{max}, V_{max}]$ y z, z_q en $[-1, 1]$ para cualquier entrada e_{droop} acotada y se muestra que el control (3.38) es \mathcal{L}_∞ estable con ganancia finita $\gamma_{droop} = 0$.

Bajo las condiciones anteriores y haciendo uso del teorema de Pequeñas Ganancias, las variables involucradas en la interconexión mostrada en la Figura 3.1 son acotadas, ya que el producto de las ganancias $\gamma(\|e\|)\gamma_{droop} \leq 1$. \square

3.4. Control de impedancia de salida de los convertidores

La última sección de este capítulo está dedicada a abordar un tema complementario al discutido en las secciones anteriores. Este tema está relacionado con el hecho de que los convertidores de potencia se pueden clasificar mediante su impedancia de salida, ya sea impedancia resistiva, capacitiva o inductiva, y que en función de esta impedancia, es posible asignar de una mejor manera el tipo de control Droop a implementarse [19]. En este sentido, el resultado que se presenta en esta sección es la propuesta de un lazo de control local para los convertidores que puede ser utilizado para, de una manera virtual, modificar la impedancia de salida de estos dispositivos.

Es necesario mencionar que el control para modificar la impedancia de salida de un convertidor ha sido abordado de manera exhaustiva en la literatura. En este sentido,

la contribución que se presenta se refiere a que se muestra que esta estrategia puede ser planteada desde la perspectiva del PBC, en el contexto de sistemas PH, ya que se plantea en términos del Control por Interconexión (CbI, por sus siglas en inglés).

Considere un inversor monofásico con un filtro de segundo orden a la salida, como el mostrado en la Figura 3.2, con modelo matemático definido en la Ecuación (2.31). Para facilidad de lectura, se recupera la estructura de este modelo:

$$\dot{x} = -(J - R)\nabla H(x) + G_i v_i + G_o i_o, \quad (3.41a)$$

$$y_i = G_i^\top \nabla H(x) \quad (3.41b)$$

$$y_o = G_o^\top \nabla H(x) \quad (3.41c)$$

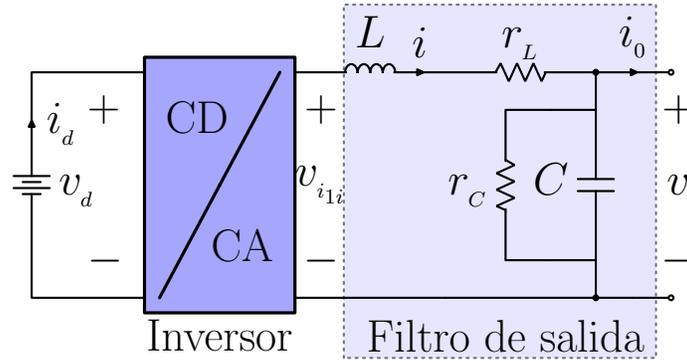


Fig. 3.2: Inversor con filtro de segundo orden a la salida.

Por otro lado, el objetivo es modificar la impedancia de salida del inversor, por lo tanto se define una resistencia y un capacitor virtual, como los mostrados en la Figura 3.3.

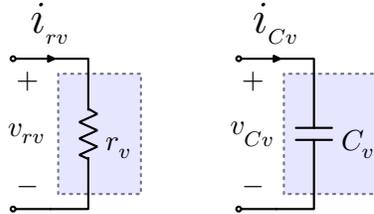


Fig. 3.3: Elementos virtuales para modificar impedancia de salida.

La relación constitutiva de la resistencia esta dada por:

$$v_{rv} = r_v i_{rv} \quad (3.42a)$$

$$y_{rv} = i_{rv} \quad (3.42b)$$

mientras que el capacitor virtual se puede modelar como un sistema PH de la siguiente forma:

$$\dot{x}_v = i_{Cv} \quad (3.43a)$$

$$y_{cv} = \nabla H(x_v) \quad (3.43b)$$

El resultado de esta sección se presenta en la siguiente proposición.

Proposición 6. *Considere un inversor modelado como en (3.41) y una resistencia y un capacitor virtuales como los definidos en (3.42) y (3.43), respectivamente.*

Bajo estas condiciones, es posible especificar la impedancia de salida del inversor de la siguiente forma:

- *Impedancia de salida inductiva si $r_v = 0$ y $C_v \rightarrow \infty$.*
- *Impedancia de salida Capacitiva si $r_v = 0$ y $C_v \rightarrow 0$ o es suficientemente pequeño de modo que $\omega L \ll \frac{1}{\omega C_v}$, donde ω es la frecuencia de la red.*
- *Impedancia de salida resistiva si $C_v \rightarrow \infty$ y $r_v \rightarrow \infty$ o es suficientemente grande de modo que $r_v \gg \omega L$.*

Demostración. Las relaciones constitutivas de los elementos virtuales (3.42), (3.43) pueden ser representadas como

$$\begin{bmatrix} v_i \\ v_{rv} \\ i_{Cv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_v & -1 \\ r_v & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ y_{Cv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

De esta forma, el sistema interconectado formado por (3.41) y (3.44) puede ser escrito como el sistema PH:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_v \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} J & -G_i \\ G_i^\top & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{eq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \nabla H \\ \nabla H_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_i \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} G_o \\ 0 \end{bmatrix} i_o$$

donde $R_{eq} = \text{diag}\{r_L + r_v, \frac{1}{r_C}\}$.

A partir de la expresión anterior se obtienen las ecuaciones que describen la dinámica

de las variables de voltaje dadas por:

$$L\dot{i} + (r_L + r_v)i + v_{C_v} + v = u \quad (3.45a)$$

$$C\dot{v} + \frac{1}{r_C}v - i = -i_o \quad (3.45b)$$

$$C_v\dot{v}_{C_v} - i = 0 \quad (3.45c)$$

Expresando las ecuaciones anteriores en el dominio de Fourier se obtiene que:

$$\left(r_L + r_v + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right) i + v = u$$

$$\left(\frac{1}{r_C} + j\omega C \right) v - i = -i_o$$

donde j es la unidad imaginaria, las cuales pueden ser re-escritas como:

$$Z_o i + v = u \quad (3.46a)$$

$$Y_C v - i = -i_o \quad (3.46b)$$

definiendo $Y_C = \frac{1}{r_C} + j\omega C$, como la admitancia del capacitor del filtro, y $Z_o = r_L + r_v + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$, como la impedancia de salida de la fuente.

La prueba de la proposición se establece al notar que:

- Si $r_v = 0$, $C_v = \infty$ y recordando que r_L es la resistencia de pérdidas del inductor, normalmente muy pequeña, entonces:

$$Z_o \approx j\omega L \rightarrow \text{impedancia de salida inductiva.}$$

- Si $r_v = 0$ y $C_v \rightarrow 0$ o es suficientemente pequeño, de modo que $\omega L \ll \frac{1}{\omega C_v}$, entonces:

$$Z_o \approx -j \frac{1}{\omega C_v} \rightarrow \text{impedancia de salida capacitiva.}$$

- Si $C_v \rightarrow \infty$ y $r_v \rightarrow \infty$ o es suficientemente grande, de modo que $r_v \gg \omega L$, entonces:

$$Z_o \approx r_v \rightarrow \text{impedancia de salida resistiva.}$$

□

Para tener un mejor entendimiento del resultado presentado, en la Figura 3.4 se

muestra el circuito dado por las ecuaciones (3.46).

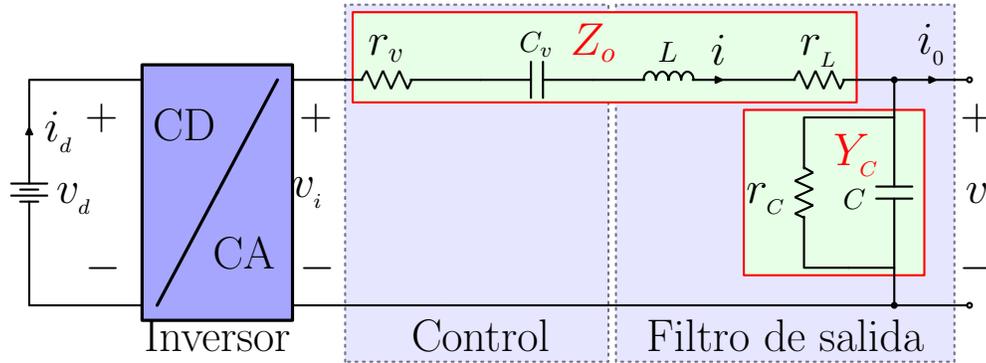


Fig. 3.4: Sistema equivalente con control de impedancia de salida del inversor

Casos de estudio

El objetivo de esta capítulo es evaluar el controlador propuesto bajo diferentes escenarios. El primer escenario es la evaluación de los **DER** bajo el estándar IEEE 1547, donde se mostrará que el controlador propuesto cumple con las características necesarias para poder ser implementado físicamente. Después se realizará la evaluación en los modos de operación grid-forming y grid-following. Finalmente, se evalúa el desempeño del controlador con el **DER** en diferentes situaciones, como inversores en paralelo y después en una **MG**. Todos los casos de estudio se realizaron en MATLAB-SIMULINK versión 2019b.

4.1. Norma IEEE 1547 convertidores

Los **DER** generan problemas en las redes de potencia, debido a la baja inercia, intermitencia de la energía disponible e inyección de armónicos. Es por esto que surge la necesidad de evaluar el desempeño de estas fuentes con el controlador propuesto. La evaluación se realiza bajo el estándar **IEEE 1547-2018** el cual determina un criterio uniforme, requisitos relevantes para determinar un buen desempeño, operación y algunas consideraciones de seguridad para interconectar un **DER** a un sistema de potencia [40]. Como el estándar **IEEE 1547-2018** evalúa la interconexión de un **DER** a un sistema eléctrico de potencia (**SEP**, por sus siglas en inglés), entonces para la evaluación se trabaja con el sistema mostrado en la Figura 4.1 cuyos parámetros se muestran en la Tabla ??, donde el **DER** tiene implementado el controlador descrito en el Capítulo 3.

4. CASOS DE ESTUDIO

Parámetros de simulación		
Referencias	V_{rms}	127 V
	f	50 Hz
Filtro de 2 ^{do} orden	L	2.35 mH
	r_L	0.4 Ω
	C	28 μF
	r_C	1 M Ω
Inversor	S	2 kVA
	V_{dc}	900 V
Carga	Z_1	$P_1 = 1$ kw, $Q_1 = 600$ Var
	Z_2	$P_2 = 5$ kw, $Q_2 = 500$ Var
Control pasivo	k_p	100
	k_i	100
Control droop	p	0.2
	k_e	10
	k_E	10
	k_z	10
	n	0.0032
	m	0.000314

Tabla 4.1: Parámetros del sistema de prueba

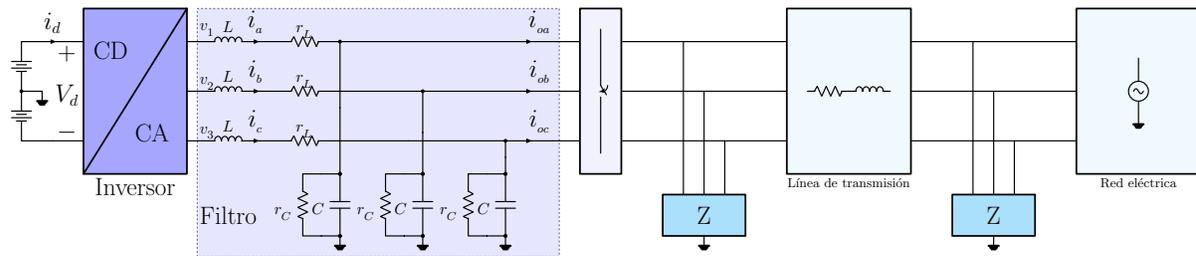


Fig. 4.1: DER conectado a un SEP.

Algunos de los alcances de interés de la norma son los siguientes:

- Entrada en servicio y sincronismo.
- Categorización en condiciones de operación normal.

Entrada en servicio y sincronismo.

Para poder conectar el DER a la red eléctrica, es necesario estar seguros que el DER es capaz de operar en modo grid-forming y grid-following, por lo tanto, la primera prueba es mostrar que el DER trabaja de forma correcta en modo grid-forming. La referencia de voltaje para trabajar en este modo, podría ser directamente el voltaje de la red, sin embargo, cuando una MG regresa de una operación de modo aislado a modo conectado, estos sistemas no están en sincronismo. Por lo tanto, se considera que el DER no está sincronizado con la red eléctrica.

En la Figura 4.2 se observa que el DER tiene la capacidad de generar un voltaje trifásico con una amplitud de $v = 127[V_{RMS}]$, lo que se considera modo de operación grid-forming, aunque en este caso no tenga conectada una carga. Notar que los transitorios de corriente y voltaje tienen una duración de 3 ciclos de red.

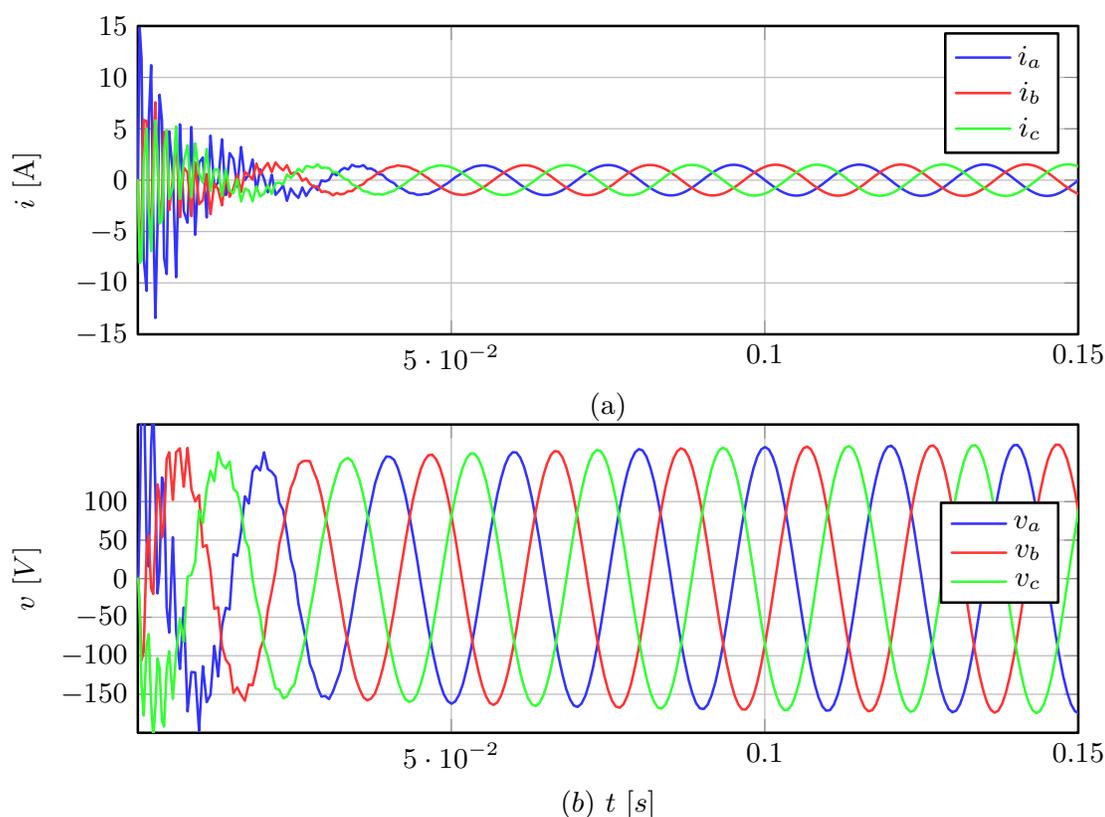


Fig. 4.2: (a) Corrientes en los inductores del filtro, (b) Voltaje en los capacitores del filtro.

Por otro lado, el DER debe estar sincronizado con la red y satisfacer los parámetros mostrados en la Tabla 4.3. En la Figura 4.3 se observan los voltajes de una de las fases, tanto del capacitor del filtro como de la red eléctrica, los cuales no están sincronizados en un inicio, pero después de tres ciclos de red, el controlador sincroniza al DER con la

red eléctrica. Tenga en cuenta que para poder sincronizar el DER es necesario identificar de alguna forma la fase y frecuencia de la red, para después, darlos como referencia al control propuesto. Notar que en la corriente del filtro, no se aprecian cambios, ya que solo se sincronizó el DER. Los parámetros de la Tabla 4.3 se satisfacen con el controlador propuesto, incluso se logra una diferencia de ángulo de cero grados.

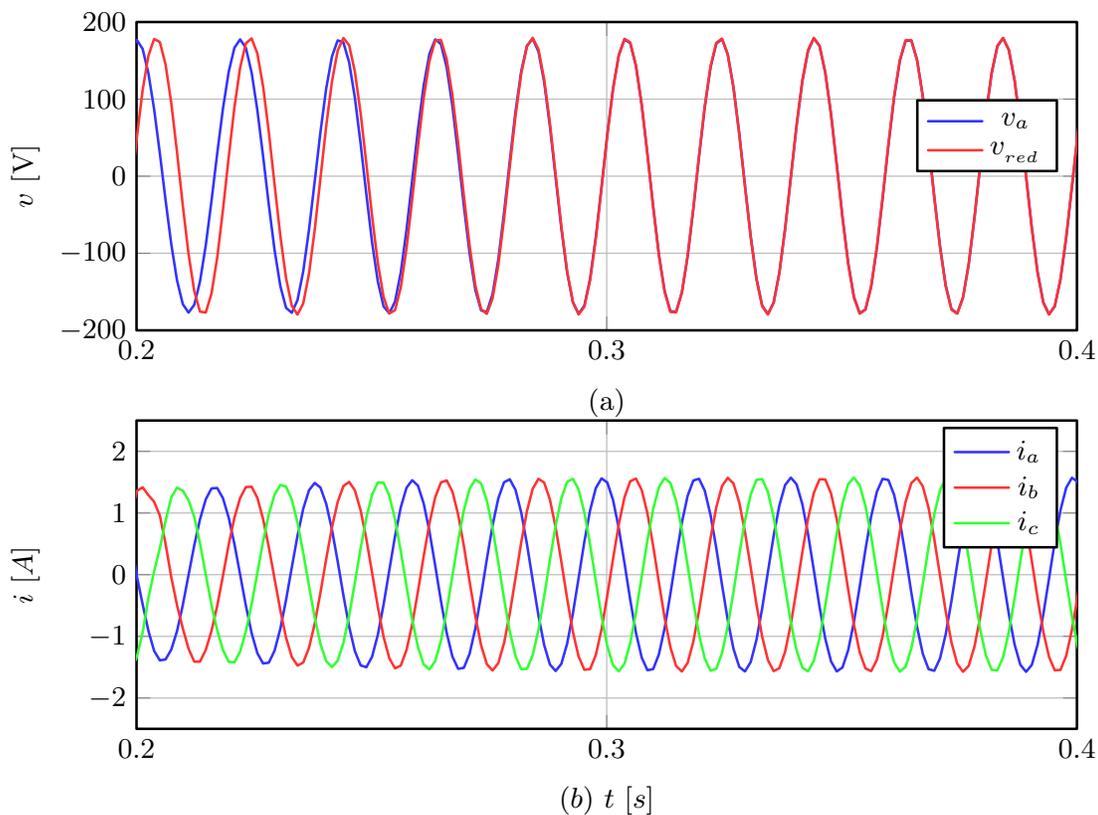


Fig. 4.3: (a) Voltaje en el capacitor del filtro y voltaje de la red, (b) corriente del inductor del filtro.

Con respecto a la entrada en servicio el DER debe satisfacer los valores de la Tabla 4.2, que son los valores nominales del DER antes de conectarse a la red los cuales se satisfacen con el control propuesto, como se observa en la Figura 4.4. Además como el DER está sincronizado con la red, entonces los transitorios de corriente son muy pequeños, la corriente pasa de $i_{abc} = 1.5[A]$ a $i = 1.9[A]$ pico por fase. Con esto, se cumplen los criterios de entrada en servicio del DER, establecido por la norma.

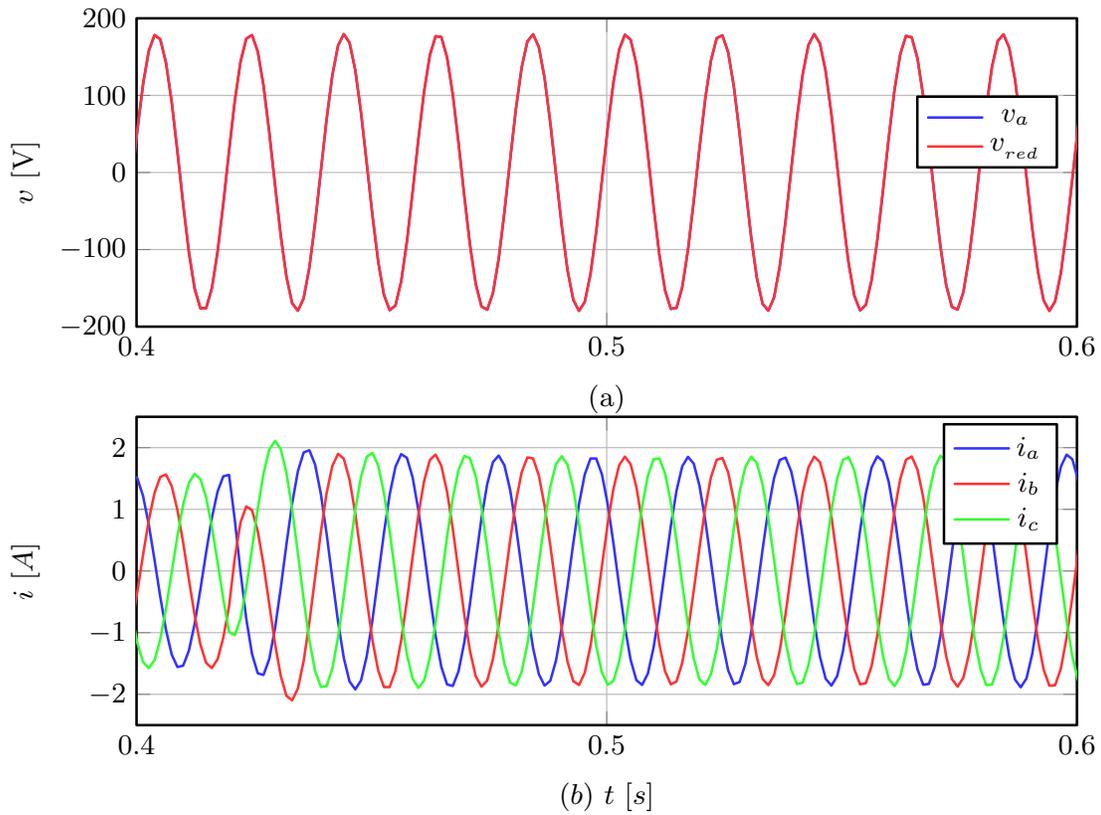


Fig. 4.4: (a) Voltaje en el capacitor del filtro y voltaje de la red, (b) corriente del inductor del filtro

Criterios de entrada en servicio		Parámetros permitidos	Rangos
Voltaje	Valor mínimo	≥ 0.917 p.u	< 0.88 p.u - 0.95 p.u
	Valor máximo	≤ 1.05 p.u	< 1.05 p.u - 1.06 p.u
Frecuencia	Valor mínimo	≥ 59.5 Hz	< 59.0 Hz - 59.9 Hz
	Valor máximo	≤ 60.1 Hz	< 60.1 Hz - 61.0 Hz

Tabla 4.2: Entrada en servicio de DER del estándar IEEE 1547

Potencia aparente nominal (KVA)	Diferencia de frecuencia (Δf , Hz)	Diferencia de voltaje (ΔV , %)	Diferencia de ángulo ($\Delta \phi$, °)
0 – 500	0.3	10	20
> 500 – 1500	0.2	5	15
> 1500	0.1	3	10

Tabla 4.3: Parámetros de sincronización del estándar IEEE 1547

Categorización en condiciones de operación normal.

La categorización en condiciones de operación normal se divide en cinco modos de operación principales:

- Modo factor de potencia constante.
- Modo potencia reactiva constante.
- Modo P-Q.
- Modo V-P.
- Modo V-Q.

Desde la perspectiva de este trabajo, los cinco modos de operación mencionados se traducen a la generación de referencias en modo grid-following, en función de un parámetro de interés.

A continuación se presenta un análisis fasorial para diseñar las corrientes del inductor del filtro, en función de la potencia activa y reactiva a la salida del DER, ya que serán de utilidad para los diferentes modos de operación que se evaluarán más adelante.

En la Figura 4.5 se observa el DER deseado en estado estacionario. Por lo tanto, los elementos del filtro se pueden ver como impedancia, en el caso del inductor, y admitancia, en el caso del capacitor.

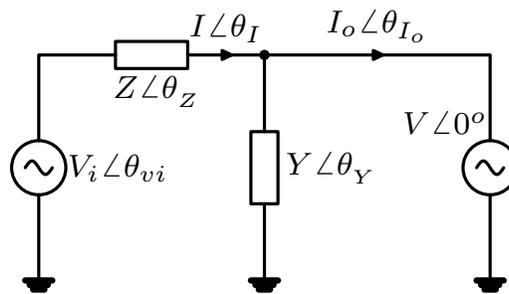


Fig. 4.5: Análisis fasorial del sistema deseado

El modelo fasorial está dado por:

$$I \angle \theta_I \cdot Z \angle \theta_z + V \angle 0^\circ = V_i \angle \theta_{vi} \quad (4.1a)$$

$$Y \angle \theta_Y \cdot V \angle 0^\circ + I_o \angle \theta_{I_o} = I \angle \theta_I \quad (4.1b)$$

Como se mencionó en el Capítulo 3, en modo grid-following se da como referencia la corriente del inductor, en este caso $I\angle\theta_I$. El voltaje del capacitor se iguala al voltaje de la red, entonces la potencia compleja de salida del DER se obtiene de la siguiente forma:

$$s = 3v \cdot \bar{i}_o \quad (4.2)$$

De la ecuación (4.1b) se despeja el fasor de corriente $I_o\angle\theta_{I_o}$ con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned} I_o\angle\theta_{I_o} &= I\angle\theta_I - Y\angle\theta_Y \cdot V\angle 0^\circ \\ &= I \cos(\theta_I) + \mathbf{j}I \sin(\theta_I) - (YV \cos(\theta_Y) + \mathbf{j}YV \sin(\theta_Y)) \\ &= I \cos(\theta_I) - YV \cos(\theta_Y) + \mathbf{j}(I \sin(\theta_I) - YV \sin(\theta_Y)) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$(4.4)$$

La potencia en términos de P y Q es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} P_o \\ Q_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3IV \cos(\theta_I) - 3YV^2 \cos(\theta_Y) \\ -3IV \sin(\theta_I) + 3YV^2 \sin(\theta_Y) \end{bmatrix}$$

por lo tanto

$$I \cos(\theta_I) = \frac{1}{3V}P_o + YV^2 \cos(\theta_Y) = a \quad (4.5a)$$

$$I \sin(\theta_I) = -\frac{1}{3V}Q_o + YV^2 \sin(\theta_Y) = b \quad (4.5b)$$

entonces la magnitud y el ángulo de la señal de corriente, están dadas por:

$$I = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.6)$$

$$\theta_I = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad (4.7)$$

Notar que se tiene un sistema de ecuaciones, que tienen como entradas la potencia activa y reactiva, y la salida es la magnitud y ángulo de la corriente, que se enviará al sistema deseado.

Modo factor de potencia constante

Para trabajar al DER en modo factor de potencia constante, es necesario recordar lo siguiente:

$$f.p. = \frac{P_o}{S_o} \quad (4.8)$$

donde P_o es la potencia activa y S_o es la magnitud de la potencia compleja. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} f.p. &= \frac{P_o}{\sqrt{P_o^2 + Q_o^2}} \\ P_o^2 - f.p.^2 P_o^2 - f.p.^2 Q_o^2 &= 0 \\ P_o &= \frac{f.p.}{\sqrt{1 - f.p.^2}} Q_o \end{aligned}$$

De forma similar se puede obtener la potencia reactiva en función del factor de potencia y la potencia activa como:

$$Q_o = \frac{\sqrt{1 - f.p.^2}}{f.p.} P_o$$

Para validar el modo de operación, se considera un $f.p. = 0.2$ y una $Q_o = 200[\text{Var}]$ y a los ocho ciclos de red cambia a $Q = 300[\text{Var}]$. En la Figura 4.6 se observa que el factor de potencia es constante, a pesar de la variación de potencia reactiva. A los catorce ciclos de red se da como referencia un $f.p. = 0.999$ y se observa que la potencia activa y reactiva se modifican de tal forma que se cumple el $f.p.$ de referencia.

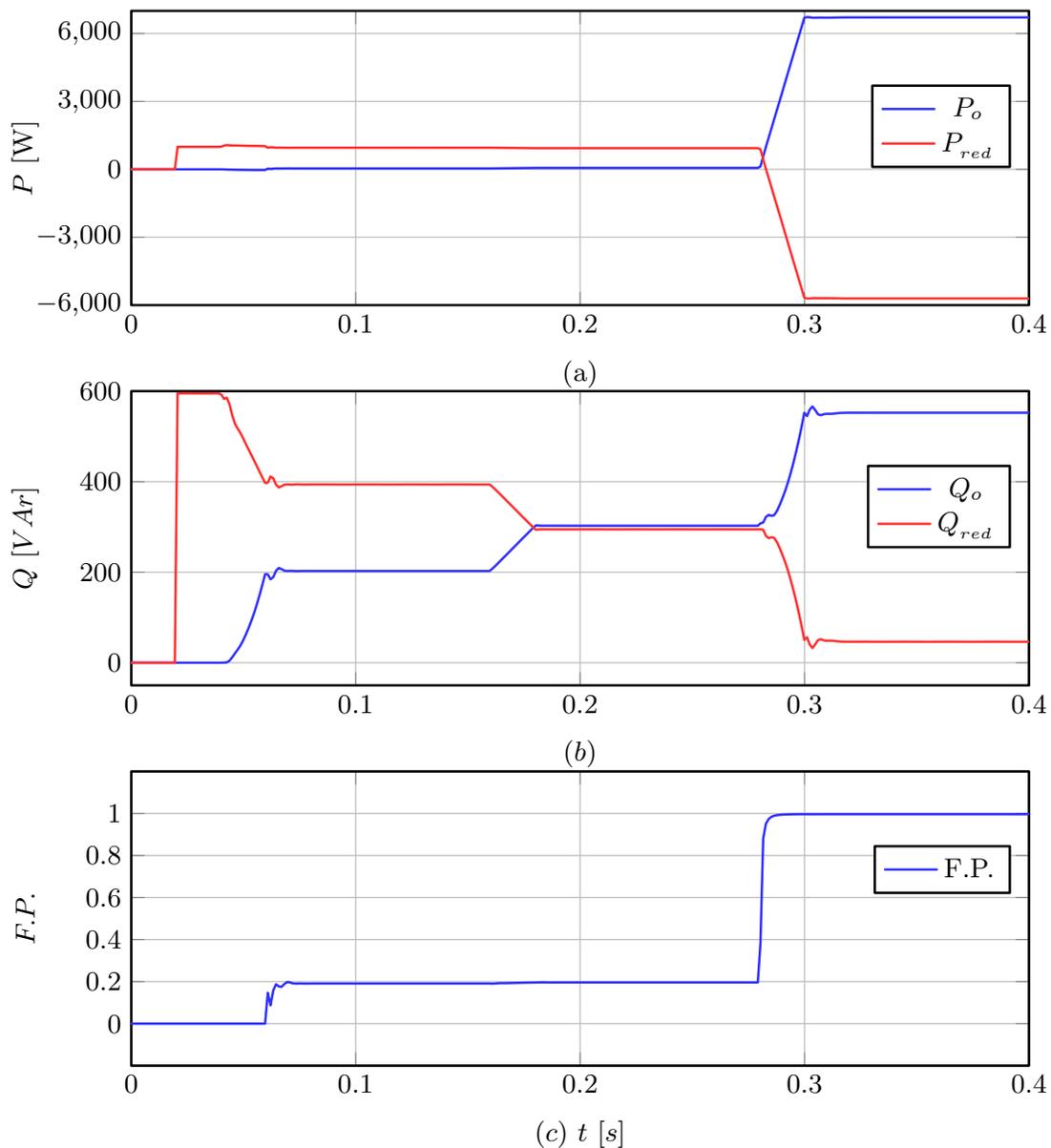


Fig. 4.6: (a) Potencia activa del DER y de la red, (b) Potencia reactiva del DER y de la red, (c) factor de potencia.

Modo potencia reactiva constante

Cuando está en este modo, el DER debe mantener una potencia reactiva constante. El operador especificará el nivel y modo de potencia reactiva objetivo (inyección o absorción). La configuración de la potencia reactiva puede ajustarse de forma local y/o remota según lo especificado por el operador del área. El tiempo máximo de respuesta para mantener una potencia reactiva constante será de 10[s] o menos. En la Figura 4.7 se observa la respuesta del DER al momento de trabajarlo en modo potencia reactiva

constante. A los diez ciclos de red se realiza un cambio de referencia de $Q = 200[\text{Var}]$ a $Q = -300[\text{Var}]$. Notar que el tiempo que tarda en actualizar la referencia de potencia reactiva es mucho menor que la permitida por la norma, que son $10[s]$.

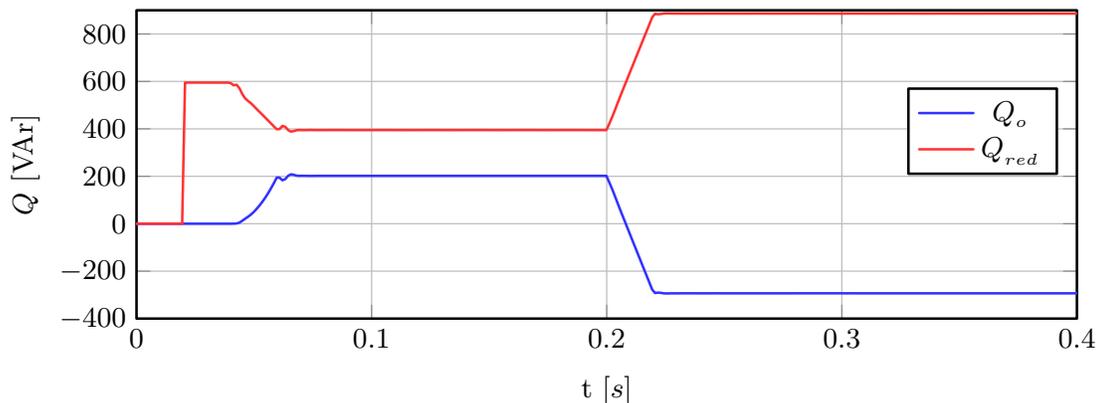


Fig. 4.7: Modo potencia reactiva constante

Modo potencia activa-potencia reactiva

Cuando esté en este modo, el DER controlará la salida de potencia reactiva en función de la salida de potencia activa siguiendo una característica objetivo lineal por tramos. En la Figura 4.8 se puede observar el comportamiento de potencia a la salida del DER. En el tiempo $t = 0.2[s]$ se envía un cambio de referencia de potencia activa, y se observa como la potencia reactiva se modifica en función de la potencia activa, por lo cual, el DER trabaja en forma satisfactoria este modo de operación.

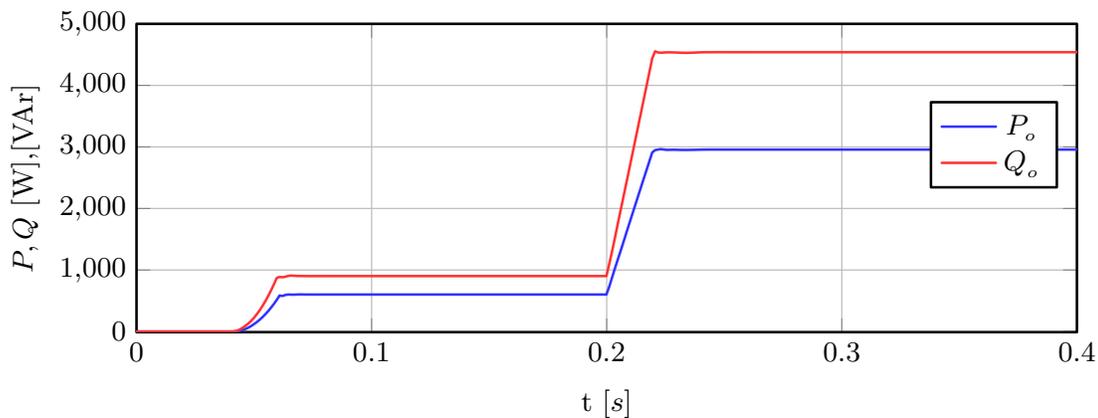


Fig. 4.8: Potencia activa y reactiva del DER, en modo P-Q.

Modo Voltaje-potencia reactiva

Cuando el DER trabaje en este modo de operación, controlará su salida de potencia reactiva en función de la tensión. En la Figura 4.9 se observa que después de un transitorio se fija el voltaje a $v = 129[V_{RMS}]$ y la potencia reactiva del DER llega a $Q_o = 3000[Var]$. Después de ocho ciclos de red se disminuye el voltaje, para consumir potencia reactiva, y finalmente se aumenta el voltaje para que el DER inyecte reactivos. El DER trabaja de forma adecuada en este modo de operación.

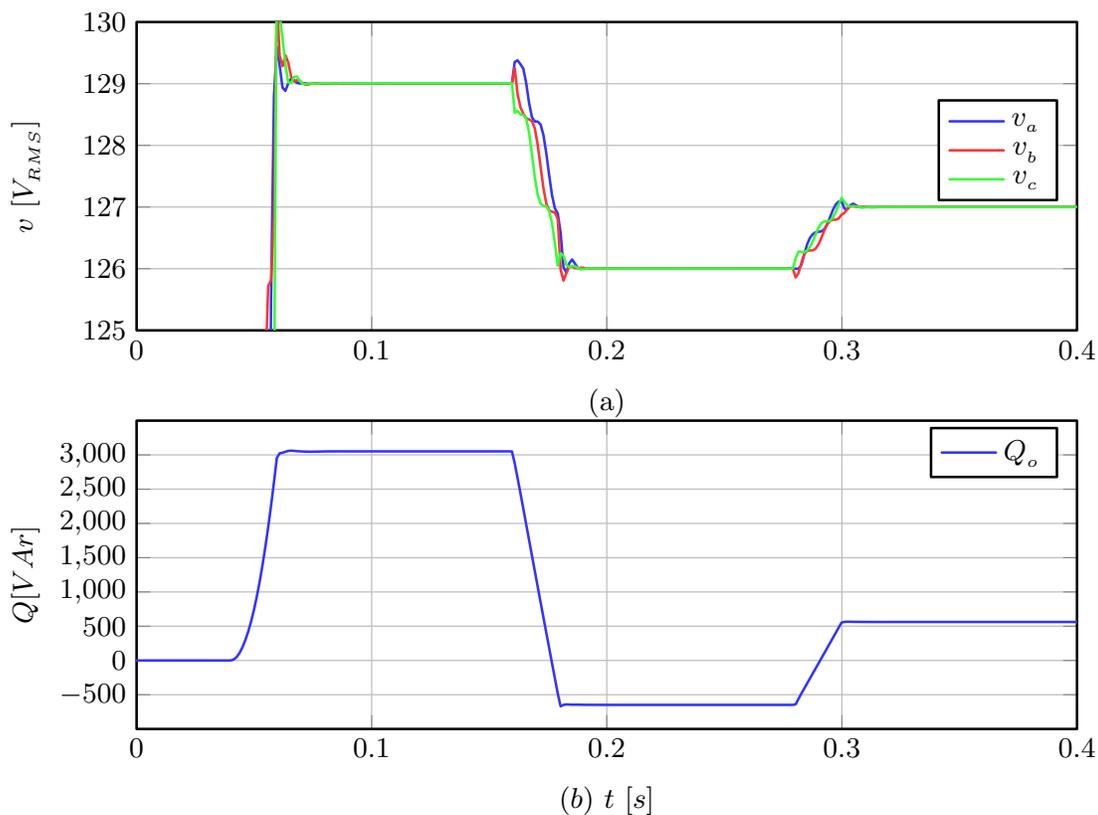


Fig. 4.9: Modo de operación V-Q, (a) Voltaje RMS en el capacitor, (b) Potencia reactiva del DER.

Modo Voltaje-potencia activa

Un DER también puede operar en el modo Voltaje-potencia activa, cuyo objetivo es regular el voltaje por medio de inyección de potencia activa, siempre y cuando tenga una capacidad muy grande de generación. Cuando esté en este modo, el DER limitará la potencia activa máxima del DER en función de la tensión. En la Figura 4.10 se observa que al modificar la tensión del DER, los cambios de potencia activa son muy notorios, ya que con una variación de tres volts en el voltaje, implicó que la potencia activa aumentara

desde 200[W] hasta 30[kW]. En la gráfica se muestra que si el DER consume potencia activa, también modifica el voltaje.

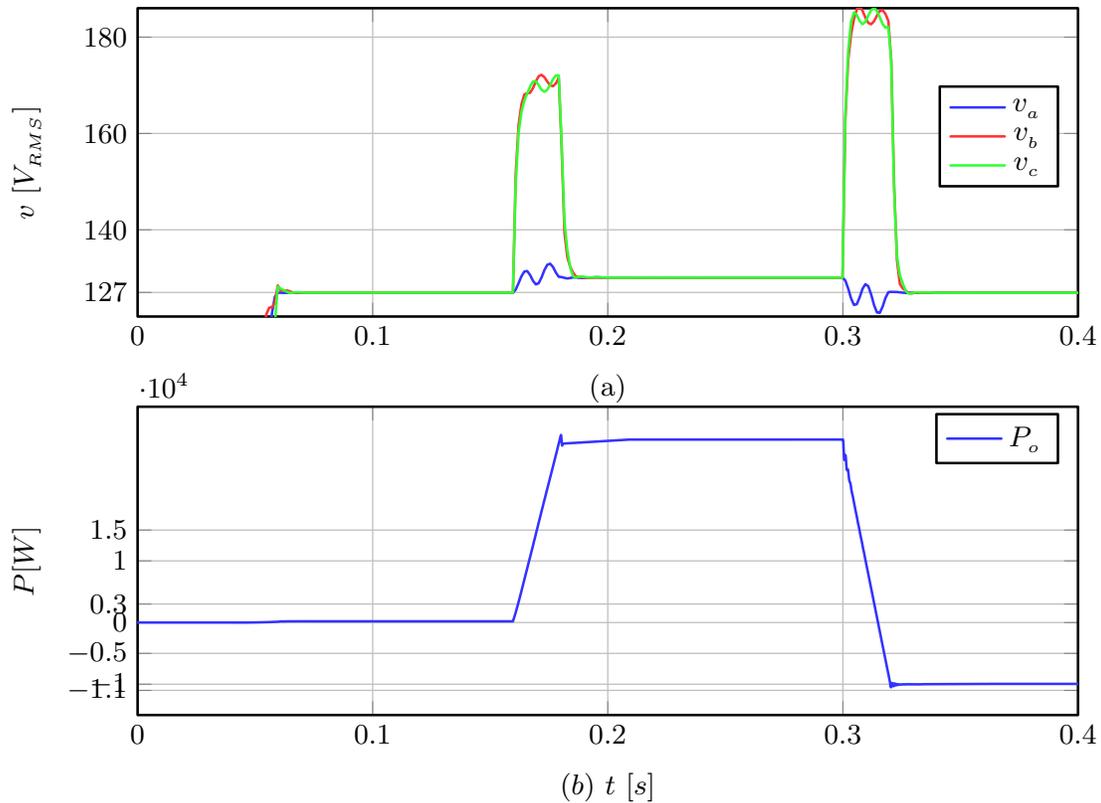


Fig. 4.10: Modo de operación V-P, (a) Voltaje RMS en el capacitor, (b) Potencia activa del DER.

4.2. Modos de operación de una fuente de generación distribuida

En la Figura 4.11 se observa un sistema de electrónica de potencia típico utilizado en DER, el cual tiene dos etapas de conversión de energía, una de DC y la otra en AC. El sistema está compuesto de cuatro subsistemas, la fuente de voltaje de DC, un convertidor elevador, un inversor monofásico y un filtro de segundo orden a la salida del inversor.

El modelo matemático de este sistema se puede obtener al interconectar los sistemas presentados en (2.22) y (2.8) donde el sistema de AC se interconecta con el sistema de DC mediante la interconexión (2.2) y se preserva la estructura PH, como se observa a continuación:

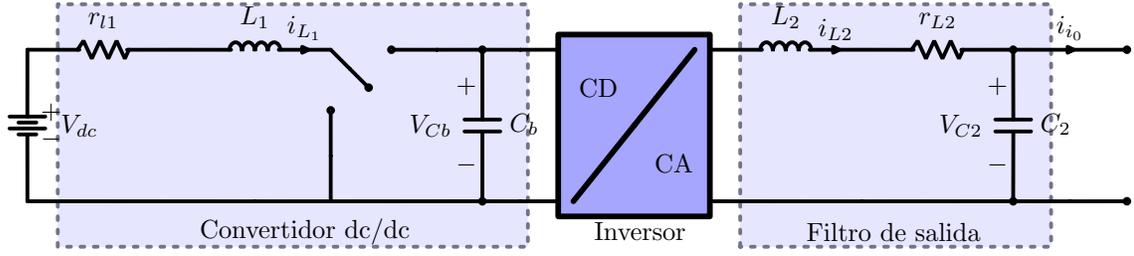


Fig. 4.11: Sistema de electrónica de potencia modo aislado

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{x}_{1f} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} J_e(u_e) & G_{oe} u_i G_{i1f}^\top \\ -G_{i1f} u_i G_{oe}^\top & J_{1f} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_{1f} \end{bmatrix} \right)}_{(J(u)-R)\nabla H(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla H_e \\ \nabla H_{1f} \end{bmatrix}}_{\nabla H(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} G_{ie} \\ 0 \end{bmatrix}}_{G_i} v_{ie} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G_{o1f} \end{bmatrix}}_{G_o} i_{o1f} \quad (4.9)$$

$$y_i = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{ie}^\top & 0 \end{bmatrix}}_{G_i} \nabla H(x) \quad (4.10)$$

$$y_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & G_{o1f}^\top \end{bmatrix}}_{G_o} \nabla H(x) \quad (4.11)$$

donde la función de almacenamiento de energía es la suma de las funciones de almacenamiento de cada subsistema, es decir: $H(x) = H(x_e) + H(x_{1f})$. Notar que la señal de control de los dos convertidores de potencia quedan inmersas en la matriz de interconexión $J(u)$. Dado que se satisface la propiedad descrita en la ecuación (3.3), entonces el sistema descrito por (4.9) se puede escribir de forma equivalente como en (3.4) con

$$u = \begin{bmatrix} u_e \\ u_i \end{bmatrix}, \quad G(x) = \begin{bmatrix} J_1 \nabla H(x) & J_2 \nabla H(x) \end{bmatrix}$$

donde

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Ahora se procederá al diseño del control interno el cual es independiente del modo de operación (drid-forming ó grid-following) en el que se desee trabajar.

Considerando el modelo (4.9), el objetivo de control se puede plantear como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x - x^* = 0$$

donde x^* es el comportamiento deseado para las variables de estado del sistema.

En este punto resulta importante recordar que el comportamiento deseado debe pertenecer a lo que en la literatura se reconoce como las trayectorias admisibles del sistema físico. Es decir, este comportamiento debe ser tal que satisfaga las restricciones impuestas por la estructura del modelo y que al mismo tiempo satisfaga las condiciones de operación establecidas para él.

En la siguiente proposición, se plantea una ley de control que resuelve el problema planteado en el párrafo anterior.

Proposición 7. *Considere el modelo matemático descrito anteriormente por (4.9). Suponga lo siguiente:*

Sup. 15. *El estado x está disponible para su medición.*

Sup. 16. *El voltaje y la corriente v_{ie} e i_{o1f} son señales acotadas y medibles.*

Sup. 17. *Todos los parámetros son conocidos y positivos.*

Sup. 18. *La dinámica admisible dada por*

$$\dot{x}^* = (J_0 - R) \nabla H(x^*) + G_i v_{ie} + G_o i_{o1f} + G(x^*) u^*, \quad (4.12a)$$

$$y^* = G(x^*)^\top \nabla H(x^*) \quad (4.12b)$$

$$y_i^* = G_i^\top \nabla H(x^*) \quad (4.12c)$$

$$y_o^* = G_o^\top \nabla H(x^*) \quad (4.12d)$$

es acotada.

Bajo estas condiciones, la ley de control dada por (3.9), es decir:

$$\dot{\zeta} = u_c, \quad (4.13a)$$

$$y_c = \nabla H(\zeta) \quad (4.13b)$$

con función de tipo almacenamiento de energía

$$H(\zeta) = \frac{1}{2} \zeta^\top K_i \zeta \quad (4.14)$$

e interconectado con la siguiente interconexión:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y} \\ y_c \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

donde $\tilde{u} = u - u^$, garantiza que se resuelve el problema de control planteado.*

Demostración. Para la prueba se necesita obtener un sistema aumentado, mejor conocido como la dinámica del error, mediante la definición de $\tilde{x} = x - x^*$ y $\tilde{u} = u - u^*$. Al sustituir

estas expresiones en (4.9) se obtiene

$$\dot{\tilde{x}} = (J_0 - R)\nabla H(\tilde{x}) + G(\tilde{x})u + G(x^*)\tilde{u} \quad (4.16)$$

$$\tilde{y} = G(x^*)^\top \nabla H(\tilde{x}) \quad (4.17)$$

$$G(\tilde{x})^\top \nabla H(\tilde{x}) = 0 \quad (4.18)$$

Considere la función definida positiva dada por

$$H(\tilde{x}, \zeta) = H(\tilde{x}) + H(\zeta) \quad (4.19)$$

que es radialmente no acotada, continuamente diferenciable y con un mínimo en $\tilde{x} = 0$.

Evaluando la derivada respecto al tiempo de $H(\tilde{x}, \zeta)$ a lo largo de las trayectorias del sistema se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{H}(\tilde{x}, \zeta) &= -\nabla H(\tilde{x})^\top R \nabla H(\tilde{x}) + \nabla H(\tilde{x})^\top G(x^*)\tilde{u} + \nabla H(\zeta)u_c \\ &= -\nabla H(\tilde{x})^\top R \nabla H(\tilde{x}) + \tilde{y}^\top \tilde{u} + y_c^\top u_c \end{aligned}$$

sustituyendo la interconexión definida en (4.15) se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{H}(\tilde{x}, \zeta) &= -\nabla H(\tilde{x})^\top R \nabla H(\tilde{x}) - \tilde{y}^\top K_p \tilde{y} - \tilde{y}^\top y_c + y_c^\top \tilde{y} \\ &= -\nabla H(\tilde{x})^\top R \nabla H(\tilde{x}) - \tilde{y}^\top K_p \tilde{y} \end{aligned}$$

Notar que la prueba es la misma que se presento en el capítulo de diseño del control. En este caso la matriz de disipación es definida positiva, debido a características físicas del sistema. En este caso de estudio la salida y_a es la siguiente:

$$y_a = - \begin{bmatrix} \nabla^\top H(x^*) J_1 \\ \nabla^\top H(x^*) J_2 \\ R \end{bmatrix} \nabla H(\tilde{x}) \quad (4.20)$$

y como la matriz que multiplica a $\nabla H(\tilde{x})$ es de rango completo por columnas, entonces el punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ es global y asintóticamente estable. \square

Una vez establecida la estructura del controlador, un paso adicional que es necesario considerar es la demostración de que la dinámica admisible genera trayectorias acotadas. Para este fin, se define una señal Γ de la siguiente forma:

$$\Gamma = [G_i v_{ie} + G_o i_{of}] \quad (4.21)$$

y se analiza la derivada de la función de almacenamiento de energía del sistema (4.12) a lo

largo de las trayectorias del sistema:

$$\begin{aligned}
 \dot{H}(x^*) &= -\nabla^\top H(x^*)R\nabla H(x^*) + \nabla^\top H(x^*)\Gamma \\
 &= -(1-\theta)\nabla^\top H(x^{*T})R\nabla H(x^*) - \theta\nabla^\top H(x^*)R\nabla H(x^*) + \nabla^\top H(x^*)\Gamma \\
 &\leq -(1-\theta)x^{*T}Rx^* - |\theta\lambda_{\min}\{R\}|\nabla H(x^*)|^2 + |\nabla H(x^*)| \cdot |\Gamma|
 \end{aligned}$$

De esta forma, si se cumple que

$$\begin{aligned}
 -|\theta\lambda_{\min}\{R\}|\nabla H(x^*)|^2 + |\nabla H(x^*)| \cdot |\Gamma| &\leq 0 \\
 |\nabla H(x^*)| \cdot |\Gamma| &\leq |\theta\lambda_{\min}\{R\}|\nabla H(x^*)|^2 \\
 |\nabla H(x^*)| &\geq \frac{|\Gamma|}{|\theta\lambda_{\min}\{R\}|}
 \end{aligned}$$

entonces se concluye que el sistema (4.12) es acotado en una bola de radio $r = \frac{|\Gamma|}{|\theta\lambda_{\min}\{R\}|}$ alrededor del origen y por lo tanto los estados deseados y las señales de control son acotados, siempre y cuando el vector Γ sea acotado, lo cual se cumple con [Sup. 16](#).

Con el resultado de acotamiento establecido, es posible finalizar el diseño del esquema de control al definir, de manera específica las expresiones para el estado deseado x^* . En este sentido, se sabe que la dinámica deseada del sistema tiene que satisfacer la estructura del sistema, por lo que se debe cumplir lo siguiente:

$$\dot{x}_1^* = -\frac{r_{L1}}{L_1}x_1^* - \frac{1}{C_b}x_2^* + \frac{1}{C_b}u_e^*x_2^* + V_{ie} \quad (4.22)$$

$$\dot{x}_2^* = -\frac{1}{r_{cb}C_b}x_2^* + \frac{1}{L_1}x_1^* - \frac{1}{L_1}u_e^*x_1^* - \frac{1}{L_2}u_i^*x_3^* \quad (4.23)$$

$$\dot{x}_3^* = -\frac{r_{L2}}{L_2}x_3^* - \frac{1}{C_2}x_4^* + \frac{1}{C_2}u_i^*x_2^* \quad (4.24)$$

$$\dot{x}_4^* = -\frac{1}{r_{C2}C_2}x_4^* + \frac{1}{L_2}x_3^* - i_{o1f} \quad (4.25)$$

Por otro lado, dependiendo del modo de operación del sistema se le da prioridad a la corriente i_{L2} o el voltaje v_{C2} del filtro de salida del inversor, es decir, se fija la variable x_3^* para modo de operación grid-following o la variable x_4^* para modo de operación grid-forming.

4.2.1. Modo grid-forming

Si se requiere trabajar el sistema en el modo de operación grid-forming entonces se considera que se fija un voltaje y una frecuencia en el capacitor del filtro, el cual se puede

plantear como

$$\frac{x_4^*}{C_2} = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \quad (4.26)$$

De esta forma, de (4.25) se puede conocer la variable x_3^* , ya que la corriente de la carga i_{o1f} es medida. Ahora, de la ecuación (4.24) se conoce el producto de $u_i^* x_2^*$, y considerando que todas las variables del lado de AC son señales sinusoidales y utilizando la [Proposición 3](#), entonces se define el comportamiento de la variable de voltaje asociada a el bus de DC que es de la siguiente forma:

$$\frac{x_2^*}{C_b} = V_{bus} + V_r \cos(2\omega t + \gamma) \quad (4.27)$$

Considerando que x_2^* y x_4^* son conocidos, es posible obtener el valor de los estados restantes y la ley de control deseada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^* + \frac{r_{L1}}{L_1} x_1^* + \frac{1}{C_b} x_2^* - \frac{1}{C_b} u_e^* x_2^* &= V_{dc} \\ u_e^* x_1^* &= L_1 \left(-\dot{x}_2^* - \frac{1}{r_{cb} C_b} x_2^* + \frac{1}{L_1} x_1^* - \frac{1}{L_2} u_i^* x_3^* \right) \\ u_i^* &= \frac{C_2}{x_2^*} \left(\dot{x}_3^* + \frac{r_{L2}}{L_2} x_3^* + \frac{1}{C_2} x_4^* \right) \\ x_3^* &= L_2 \left(\dot{x}_4^* + \frac{1}{r_{C2} C_2} x_4^* + i_{o1f} \right) \end{aligned}$$

de donde es posible mostrar que el comportamiento para la variable x_1^* debe satisfacer la ecuación diferencial dada por

$$\frac{1}{L_1} x_1^* \dot{x}_1^* + \frac{r_{L1}}{L_1^2} x_1^{*2} - \frac{1}{L_1} x_1^* v_{ie} + \phi(t) = 0 \quad (4.28)$$

con

$$\phi(t) = \frac{1}{C_b} x_2^* \dot{x}_2^* + \frac{1}{r_{cb} C_b^2} x_2^{*2} + \frac{1}{L_2} x_3^* \dot{x}_3^* + \frac{r_{L2}}{L_2^2} x_3^{*2} + \frac{1}{C_2} x_4^* \dot{x}_4^* + \frac{1}{r_{C2} C_2^2} x_4^{*2} + \frac{1}{C_2} i_{o1f} x_4^*$$

En este punto, es importante identificar algunas propiedades de la variable x_1^* . Con este fin, considere que se trabaja con el promedio de las señales. Bajo estas condiciones, la ecuación (4.28) se puede reescribir como

$$\frac{r_{L1}}{L_1^2} \bar{x}_1^{*2} - v_{ie} \bar{x}_1^* + \phi = 0 \quad (4.29)$$

donde

$$\phi = \frac{1}{r_{Cb} C_b^2} \bar{x}_2^{*2} + \frac{r_{L2}}{L_2^2} \bar{x}_3^{*2} + \frac{1}{r_{C2} C_2^2} \bar{x}_4^{*2} + \frac{1}{C_2} \bar{i}_{o1f} \bar{x}_4^*$$

y cuya solución de la ecuación algebraica de segundo orden es

$$\bar{x}_1^* = \frac{L_1^2 v_{ie} \pm L_1^2 \sqrt{v_{ie}^2 - 4 \frac{r_{L1}}{L_1^2} \phi}}{2r_{L1}}$$

Dado que existen dos soluciones que satisfacen el balance de potencia dado por (4.28), se utiliza la de menor magnitud, ya que con esta corriente se tienen menos pérdidas en el sistema. Además para que se tengan soluciones reales de la corriente \bar{x}_1^* , se debe de cumplir la restricción

$$\frac{v_{ie}^2 L_1^2}{4r_{L1}} > \phi. \quad (4.30)$$

Es importante notar que la ecuación (4.30) define el punto de máxima extracción de potencia en la fuente de DC, es decir la impedancia de la carga es igual a la impedancia de salida de la fuente. Además, en el caso de sistemas fotovoltaicos, la ecuación (4.30) corresponde al punto de máxima potencia. En este caso esta potencia varía en función de la irradiancia y temperatura.

4.2.2. Modo grid-following

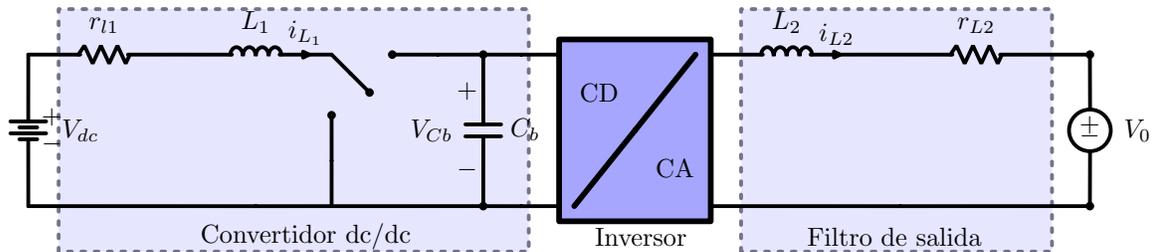


Fig. 4.12: Sistema de electrónica de potencia en modo conectado

Si el objetivo del inversor no es fijar el voltaje de salida, ya que éste se fija externamente, entonces la función del inversor es únicamente inyectar potencia a la carga. Por lo tanto se considera que el capacitor C_2 es parte de la carga del sistema, como se

muestra en la Fig. 4.12, y el estado x_3^* se define como:

$$\frac{x_3^*}{L_2} = A_m \cos(\omega t + \theta_i) \quad (4.31)$$

Para resolver la dinámica del sistema deseado, bajo estas condiciones, el orden del sistema se reduce al considerar que el capacitor es parte de la carga del sistema y está dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^* + \frac{r_{L1}}{L_1} x_1^* + \frac{1}{C_b} x_2^* - \frac{1}{C_b} u_e^* x_2^* &= V_{dc} \\ u_e^* x_1^* &= L_1 \left(-\dot{x}_2^* - \frac{1}{r_{cb} C_b} x_2^* + \frac{1}{L_1} x_1^* - \frac{1}{L_2} u_i^* x_3^* \right) \\ u_i^* &= \frac{C_2}{x_2^*} \left(\dot{x}_3^* + \frac{r_{L2}}{L_2} x_3^* + v_o \right) \end{aligned}$$

que exhibe una estructura como la mostrada en la ecuación (4.28) y por lo tanto es posible resolverla de una manera similar a la planteada anteriormente.

Observación 13. *Note que para el modo de operación grid-following, el sistema tiene que estar conectado con otro sistema que se encargue de regular el voltaje.*

4.2.3. Validación numérica

Para validar el sistema de control y el sistema físico se utilizó el software *MATLAB-SIMULINK* versión 2017a. Los parámetros de simulación son los mostrados en la Tabla 4.4. El experimento realizado consideró un tiempo de ejecución de 6[s], los estados iniciales del sistema fueron considerados igual a cero y se supuso una carga lineal resistiva que demanda una potencia $P = 105[\text{W}]$. En el segundo 1[s] ocurre un cambio de carga demandando una potencia $P = 290[\text{W}]$. En el segundo 2[s] la potencia demandada es de $P = 1100[\text{W}]$. Para incluir el caso de demanda de potencia reactiva, en el segundo 3[s] se demanda una potencia $P = 300[\text{W}]$ y $Q = 450[\text{Var}]$, para, finalmente, en el segundo 4[s] considerar una demanda de potencia $P = 140[\text{W}]$ y $Q = 210[\text{Var}]$.

En la Fig. 4.13 se puede observar el error en cada uno de los estados del sistema. Al inicio de la simulación se aprecia un error considerable en todos los estados del sistema debido a que las condiciones iniciales del sistema físico son cero. Como consecuencia la respuesta transitoria exhibe un valor cercano a los $100[\text{A}]$ ya que se tiene que cargar el bus de DC. En la gráfica mostrada en la Fig. 4.13(a) se muestra el error en la corriente del inductor L_1 y se observa que sin importar si se extrae potencia activa o reactiva, el error siempre tiende a cero.

4. CASOS DE ESTUDIO

En la Fig. 4.13(b), se observa el error de voltaje en el bus de DC y se puede observar que cuando la carga se aumenta, el error en el voltaje de DC aumenta. Sin embargo, este error no aumenta más del 12% del voltaje nominal en el bus de DC.

En la Fig. 4.13(c), se observa el error de corriente en el inductor del filtro, el cual se mantiene muy cercano a cero, al igual que el error de voltaje de salida que se muestra en la Fig. 4.13(d).

Tabla 4.4: Parámetros del sistema

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Inductor convertidor dc/dc	L_1	45	mH
Pérdidas en el inductor L_1	r_{L1}	0.5	Ω
Capacitor convertidor dc/dc	C_b	4.7	mF
Pérdidas en el capacitor C_b	r_{Cb}	10	$M\Omega$
Inductor del filtro de salida	L_2	30	mH
Pérdidas en el inductor L_2	r_{L2}	0.08	Ω
Capacitor del filtro de salida	C_2	47	μF
Pérdidas en el capacitor C_2	r_{Cb}	10	$M\Omega$

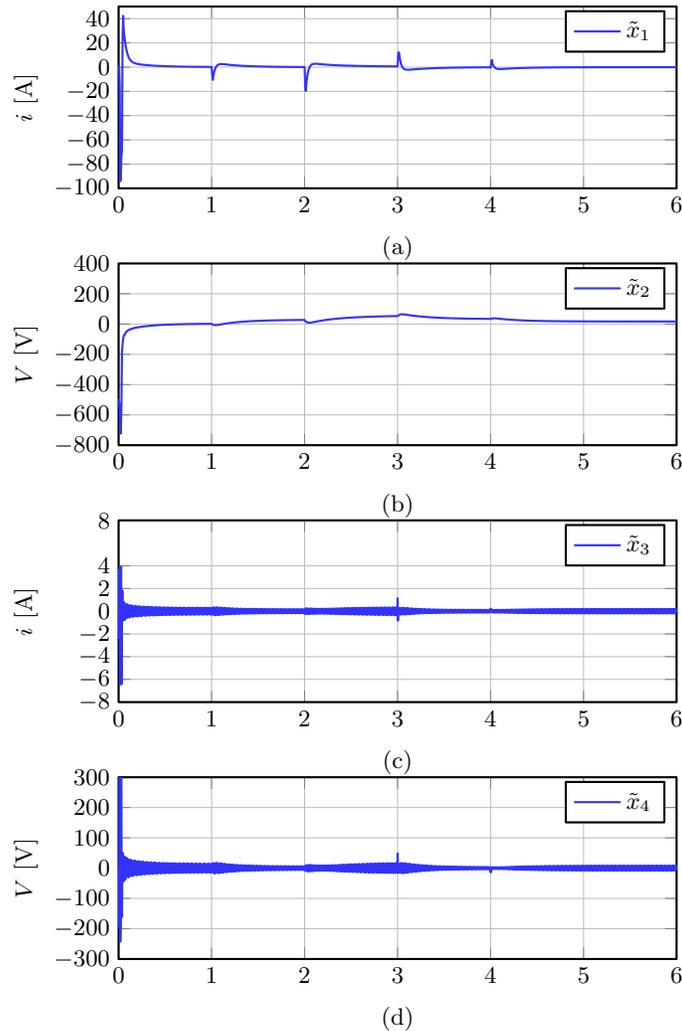


Fig. 4.13: Error en los estados del sistema. (a) corriente del inductor L_1 , (b) voltaje en el bus de dc, (c) corriente en el inductor L_2 y (d) voltaje de salida, o voltaje en terminales del capacitor C_2 .

En la Fig. 4.14, se pueden observar tres gráficas. En color rojo se muestra la potencia entregada por la fuente V_{dc} , en color azul y verde se observa la potencia activa y reactiva, respectivamente, consumida por la carga. En la Fig. 4.13 y en la Fig. 4.14 se logra ilustrar que aunque se realizó la suposición de que la potencia consumida por la carga era únicamente potencia activa, el sistema opera adecuadamente para cuando la carga consume potencia reactiva. Esto se logra siempre y cuando la potencia instantánea satisfaga la desigualdad mostrada en (4.30).

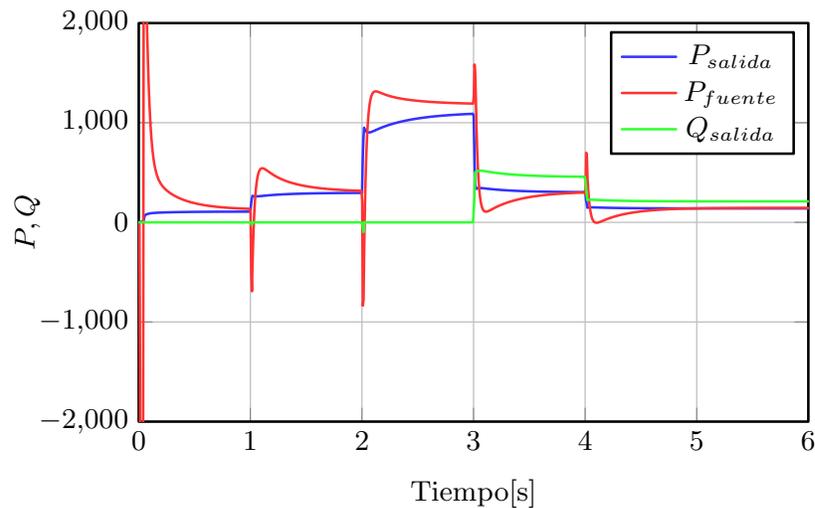


Fig. 4.14: Potencia activa y reactiva de la fuente y de la salida del sistema

4.3. Inversores en paralelo

En muchas de las aplicaciones de electrónica de potencia, se requieren inversores en paralelo, ya que con esta configuración se realizan sistemas modulares con los que se garantiza flexibilidad y escalabilidad en las aplicaciones. Inclusive en MG, donde las fuentes de generación distribuida están muy cercanas, es posible considerar que las fuentes están en paralelo, por lo tanto, se trabajará con esta configuración típica como un caso de estudio. La configuración se puede observar en la Figura 4.15.

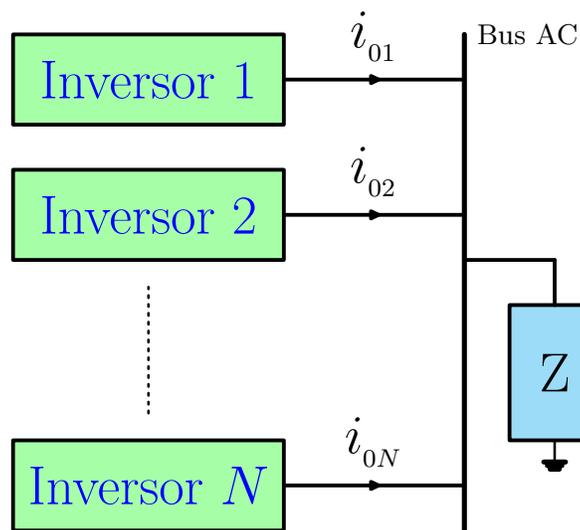


Fig. 4.15: Inversores en paralelo de dos niveles alimentado por fuente de voltaje

Se consideran m fuentes de generación distribuida apiladas, cada una de ellas tiene una etapa de DC, un inversor y un filtro de segundo orden a la salida. Para hacer el modelo más general, se trabajará con m sistemas como los descritos por (2.33) junto con una matriz de ponderación para poder intercambiar entre los modelos descritos por (2.33) y por (2.31). Una vez apilados los convertidores de potencia el modelo matemático se puede obtener al aplicar las leyes de voltajes y corrientes de Kirchhoff obteniendo el modelo matemático dado por la ecuación

$$L\dot{i}_a = -r_L i_a - v_a + v_{dc} u_a, \quad (4.32a)$$

$$L\dot{i}_b = -r_L i_b - v_b + v_{dc} u_b, \quad (4.32b)$$

$$L\dot{i}_c = -r_L i_c - v_c + v_{dc} u_c, \quad (4.32c)$$

$$C\dot{v}_a = -r_C^{-1} v_a + i_a - i_{a0} \quad (4.32d)$$

$$C\dot{v}_b = -r_C^{-1} v_b + i_b - i_{b0} \quad (4.32e)$$

$$C\dot{v}_c = -r_C^{-1} v_c + i_c - i_{c0} \quad (4.32f)$$

donde $i_a = \text{col}\{i_{aj}\}$, $i_b = \text{col}\{i_{bj}\}$, $i_c = \text{col}\{i_{cj}\} \in \mathbb{R}^m \mid \mathbf{j} \in \{1, \dots, m\}$ son las corrientes que circulan por los inductores del filtro de segundo orden de cada uno de los inversores. Como los filtros de salida de los inversores están conectados en paralelo, implica que los voltajes de los capacitores del filtro son iguales de modo que $v_a, v_b, v_c \in \mathbb{R}$, $u_a = \text{col}\{u_{aj}\}$, $u_b = \text{col}\{u_{bj}\}$, $u_c = \text{col}\{u_{cj}\} \in \mathbb{R}^m$ son una colección de índices de modulación del inversor o mejor dicho las señales de control. Las corrientes $i_{ao} = \sum_{j=1}^m i_{a0j}$, $i_{bo} = \sum_{j=1}^m i_{b0j}$ y $i_{co} = \sum_{j=1}^m i_{c0j} \in \mathbb{R}$ son las corrientes de la carga conectada en los capacitores del filtro de salida. Adicionalmente, se definen las matrices de parámetros $L = \text{diag}\{L_j\}$, $r_L = \text{diag}\{r_{Lj}\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ y parámetros escalares $C = \sum_{j=1}^m C_j$, $r_C^{-1} = \sum_{j=1}^m r_{Cj}^{-1}$ donde L_j y C_j son las inductancias y capacitancias, r_{Lj} es la resistencia de pérdidas de los inductores, típicamente muy pequeña y r_{Cj} es la resistencias de pérdidas de los capacitores, típicamente muy grande, finalmente una matriz $v_{dc} = \text{diag}\{v_{dcj}\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$, donde v_{dcj} es el voltaje en el bus de corriente directa del \mathbf{j} -ésimo inversor.

En la expresión anterior, al definir $x = \text{col}\{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c, q_a, q_b, q_c\} \in \mathbb{R}^n$, que denotan los flujos en los inductores y la carga equivalente de los capacitores conectados en paralelo del filtro, una matriz de selección $A = \text{col}\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, a_4, a_5, a_6\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ con la cual es posible seleccionar entre un sistema monofásico o trifásico de acuerdo a la Tabla 4.5, entonces se define el estado como $z = Ax$ el vector de señales de control $u = \text{col}\{v_{dc} u_a, v_{dc} u_b, v_{dc} u_c\} \in \mathbb{R}^{3m}$ y considerando la función de almacenamiento de energía del sistema, $\mathbf{H} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ como:

$$H(z) = \frac{1}{2} z^\top D z, \quad (4.33)$$

con $D = \text{bdiag}\{L^{-1}, L^{-1}, L^{-1}, C^{-1}, C^{-1}, C^{-1}\} > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, entonces el modelo (4.32)

puede ser escrito de forma equivalente como:

$$\dot{z} = (J - R)\nabla H(z) + G_i u + G_o i_o \quad (4.34a)$$

$$y_i = G_i^\top \nabla H(z) \quad (4.34b)$$

$$y_o = G_o^\top \nabla H(z) \quad (4.34c)$$

con, $R = \text{bdiag}\{r_L, r_L, r_L, r_C^{-1}, r_C^{-1}, r_C^{-1}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\mathbf{1}_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{1}_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{1}_m \\ \mathbf{1}_m^\top & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_m^\top & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1}_m^\top & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3m} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{1}_3 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

donde $\mathbf{1}_m \in \mathbb{R}^m$ es un vector de unos, $\mathbf{G}_i \in \mathbb{R}^{n \times mF}$, $\mathbf{I}_{3m} \in \mathbb{R}^{3m \times 3m}$ es la matriz identidad, $\mathbf{G}_o \in \mathbb{R}^n$.

\mathbf{F}	\mathbf{a}_1	\mathbf{a}_2	\mathbf{a}_3	a_4	a_5	a_6	$n = \text{rank}(A)$
3	\mathbf{I}_m	\mathbf{I}_m	\mathbf{I}_m	1	1	1	$3(m+1)$
1	\mathbf{I}_m	0	0	1	0	0	$m+1$

Tabla 4.5: Elementos de la matriz A para seleccionar el número de fases de los convertidores en paralelo. Donde \mathbf{F} es el número de fases del inversor y $\mathbf{I}_m \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es la matriz identidad.

Notar que al seleccionar el número de fases del inversor y el número de inversores en paralelo, se definen los valores de la matriz A , y algunos de los canales del sistema (4.32) son cero.

4.3.1. Controlador de inversores en paralelo

Ahora se procederá al diseño del control interno. Para esto considere el modelo matemático de inversores conectados en paralelo dado por (4.34a). El objetivo de control se puede plantear como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z - z^* = 0$$

donde z^* es el comportamiento deseado para las variables de estado del sistema. Es importante mencionar nuevamente que el comportamiento deseado debe pertenecer a las trayectorias admisibles del sistema físico. Es decir, este comportamiento debe ser tal que satisfaga las restricciones impuestas por la estructura del modelo y que al mismo tiempo satisfaga las condiciones de operación establecidas para él.

En la siguiente proposición, se plantea una ley de control que resuelve el problema planteado en el párrafo anterior.

Proposición 8. *Considere el modelo matemático descrito por (4.34a) y suponga lo siguiente:*

Sup. 19. *El estado z está disponible para su medición.*

Sup. 20. *El voltaje y la corriente v_{dc} e i_o son señales acotadas y medibles.*

Sup. 21. *Todos los parámetros son conocidos y positivos.*

Sup. 22. *La dinámica admisible*

$$\dot{z}^* = (J_0 - R) \nabla H(z^*) + G_i u + G_o i_o, \quad (4.36a)$$

$$y_i^* = G_i^\top \nabla H(z^*) \quad (4.36b)$$

$$y_o^* = G_o^\top \nabla H(z^*) \quad (4.36c)$$

es acotada, y además satisface un reparto de potencia entre los inversores conectados en paralelo.

Bajo estas condiciones, la ley de control dada por (3.9), es decir:

$$\dot{\zeta} = u_c, \quad (4.37a)$$

$$y_c = \nabla H(\zeta) \quad (4.37b)$$

con función de tipo almacenamiento de energía

$$H(\zeta) = \frac{1}{2} \zeta^\top K_i \zeta \quad (4.38)$$

e interconectado con la siguiente interconexión que preserva potencia

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y} \\ y_c \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

donde $\tilde{u} = u - u^*$, satisfacen el objetivo de control, sin importar el número de fases de los inversores conectados en paralelo.

Nuevamente la prueba es la misma que la presentada en la Proposición 2, pero en este caso para el diseño de las trayectorias admisibles, se utilizará el controlador Droop dado por el sistema (3.38) en cada uno de los inversores conectados en paralelo. El controlador Droop se utilizará para garantizar un reparto de potencia activa y reactiva entre las unidades de generación.

Para calcular la dinámica admisible e implementar el controlador diseñado se consideran dos unidades de generación trifásicas, lo que implica que $m = 2$ y $n = 6$. Este sistema es el mostrado en la Figura 4.16

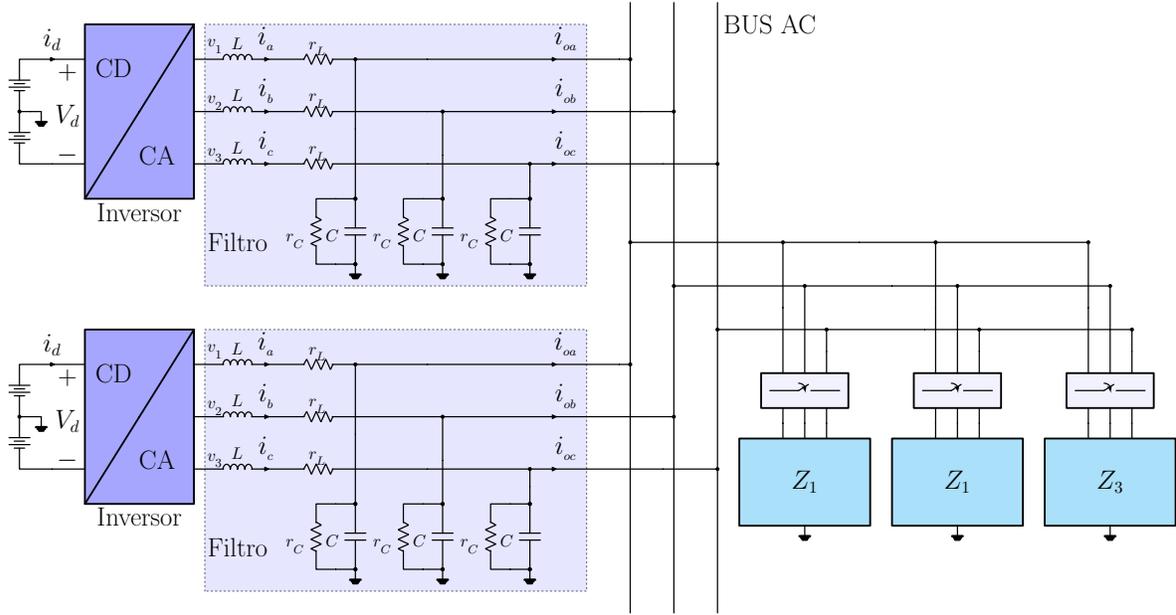


Fig. 4.16: Inversores trifásicos en paralelo.

4.3.2. Validación numérica de convertidores en paralelo

Los parámetros de los DER son los siguientes, $v_{dc} = 900\text{V}$, $S_2 = 2S_1 = 20[\text{kVA}]$, $L = 2.35[\text{mH}]$, $r_L = 0.1[\Omega]$, $C = 28[\mu\text{F}]$, $r_C = 1[\text{M}\Omega]$. Los parámetros del controlador son $K_p = K_i = \text{diag}\{100 \ 100\}$, los parámetros del control droop son $p = 0.2$, $k_e = 40$, $k_E = k_z = 10$, $n_i = \frac{0.25k_e V_{rms}}{S_i}$, $m_i = \frac{0.01\omega}{S_i}$ donde $i = 1, 2$. El voltaje de referencia es $V_{rms} = 127[\text{V}]$ y frecuencia $f = 50[\text{Hz}]$. Por otro lado, el control Droop presentado en el Capítulo 3, está diseñado para un sistema monofásico. Para implementarlo en el sistema trifásico se explota la suposición 8 que es un sistema balanceado, es decir la amplitud es la misma para las tres señales y se satisface lo siguiente:

$$v_{i3f} = \sqrt{2}EAz \quad (4.40)$$

donde $\mathbf{z}^\top = [z \ z_q]$ definida en 3.38b y

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(120^\circ) & \sin(120^\circ) \\ \cos(120^\circ) & -\sin(120^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

donde se puede apreciar que z es un oscilador, cuyas soluciones son señales en cuadratura y al multiplicar por la matriz A se obtienen las tres fases del sistema trifásico, cuya amplitud está dada por el producto $\sqrt{2}E$.

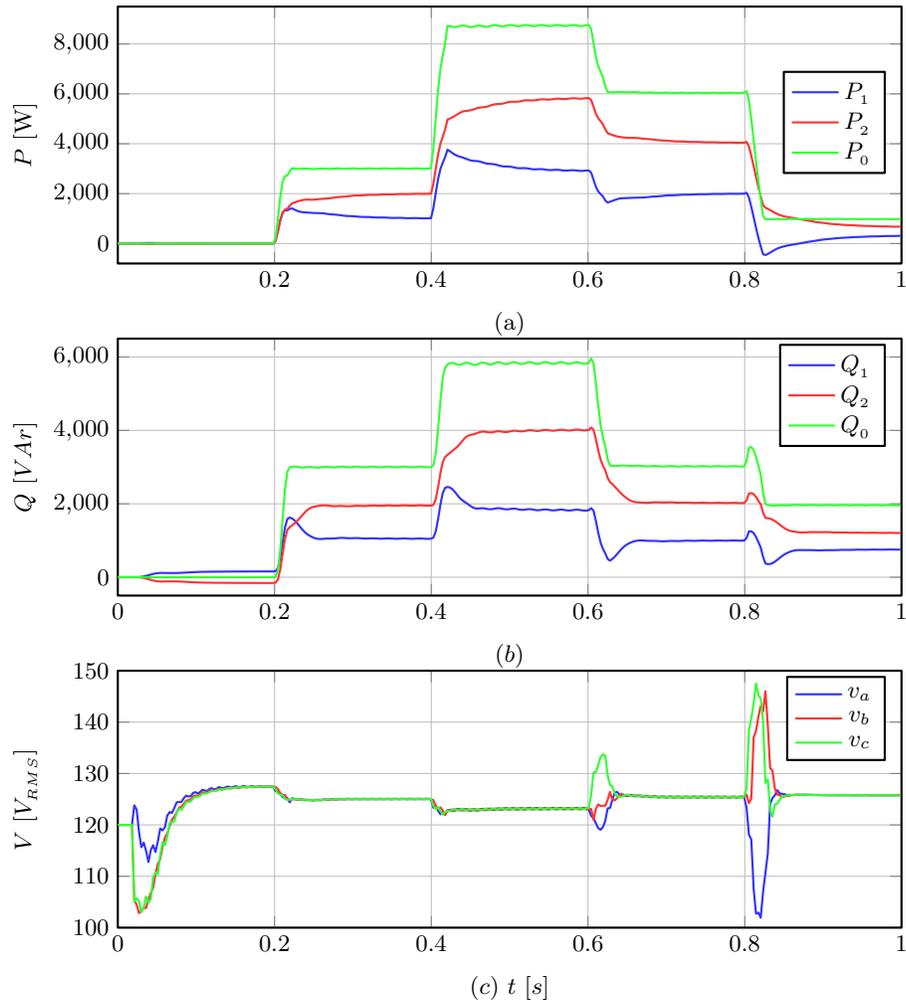


Fig. 4.17: Reparto de potencia entre las fuentes, (a) potencia activa de las fuentes y la carga, (b) potencia reactiva de las fuentes y la carga, (c) voltaje de la carga.

En la Figura 4.17 se observa el resultado de la simulación, el cual consiste en dos inversores trifásicos conectados en paralelo con la siguiente variación de carga:

- En el tiempo $0 < t < 0.2$ no hay carga conectada.
- En el tiempo $0.2 < t < 0.4$ se conecta una carga que consume $P = 3[\text{kW}]$ y $Q = 3[\text{kVar}]$.
- En el tiempo $0.4 < t < 0.6$ se aumenta la carga conectada al sistema $P = 9[\text{kW}]$ y $Q = 6[\text{kVar}]$.
- En el tiempo $0.6 < t < 0.8$ se disminuye la carga conectada a $P = 6[\text{kW}]$ y $Q = 3[\text{kVar}]$
- finalmente para $0.8 < t$, $P = 1[\text{kW}]$ y $Q = 2[\text{kVar}]$.

En la Figura 4.17(a) se observa la potencia activa entregada por los inversores, denotadas por P_1 y P_2 además de la potencia activa consumida por la carga P_0 . En la figura se observa que la potencia demandada por la carga se satisface, y además la potencia se reparte en función de la capacidad del DER. En este caso el inversor 2 tiene el doble de la capacidad del inversor 1, es por esto que $P_2 = 2P_1$, sin importar la variación de potencia activa. En la Figura 4.17(b) se observa un comportamiento similar al mostrado para la potencia activa, es decir existe un reparto de potencia reactiva entre los inversores en función de su capacidad. En la Figura 4.17(c) se observa el voltaje de la carga, el cual tiene transitorios en los cambios de carga. Notar que el transitorio más grande es en el tiempo $t = 0.8[s]$, sin embargo dicho transitorio no dura más de dos ciclos de red, y se estabiliza nuevamente.

Con esta simulación, se valida el correcto funcionamiento de inversores trifásicos conectados en paralelo con el controlador propuesto en este trabajo de investigación, entendiéndose como correcto funcionamiento, a la estabilidad de voltaje y frecuencia, y reparto de potencia entre las fuentes de generación.

4.4. Microrred de 9 nodos

Otro caso de estudio es considerando una MG más grande, en donde las líneas de transmisión ya tienen un efecto resistivo, inductivo y capacitivo como se puede observar en la MG de 9 nodos mostrada en la Figura 4.18. Por otro lado, las DER se pueden seguir modelando por (4.32), como en el caso de convertidores en paralelo, con la diferencia que ahora el voltaje del capacitor del filtro de salida ya no es el mismo. Por lo tanto $C = \text{diag}\{C_j\}$ y $r_C = \text{diag}\{r_{C_j}\} \in \mathbf{R}^{m \times m}$. Aún así, la estructura se sigue preservando, entonces el modelo PH de las fuentes de generación es el siguiente:

$$\dot{z}_f = (J_f - R_f)\nabla H(z_f) + G_{if}u_f + G_{of}i_{of} \quad (4.42a)$$

$$y_{if} = G_{if}^\top \nabla H(z_f) \quad (4.42b)$$

$$y_{of} = G_{of}^\top \nabla H(z_f) \quad (4.42c)$$

con, $R_f = \text{bdiag}\{r_L, r_L, r_L, r_C^{-1}, r_C^{-1}, r_C^{-1}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$J_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_{if} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_{of} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

4.4 Microrred de 9 nodos

donde $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^m$ es la matriz identidad, $\mathbf{G}_{if} \in \mathbb{R}^{n \times mF}$, $\mathbf{G}_{of} \in \mathbb{R}^{n \times mF}$.

\mathbf{F}	\mathbf{a}_1	\mathbf{a}_2	\mathbf{a}_3	\mathbf{a}_4	\mathbf{a}_5	\mathbf{a}_6	$n = \text{rank}(A)$
3	\mathbf{I}	\mathbf{I}	\mathbf{I}	\mathbf{I}	\mathbf{I}	\mathbf{I}	$6m$
1	\mathbf{I}	0	0	\mathbf{I}	0	0	$2m$

Tabla 4.6: Elementos de la matriz A para seleccionar el número de fases de las fuentes. Donde \mathbf{F} es el número de fases del inversor y $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es la matriz identidad.

Para validar la estabilidad, el rendimiento y la robustez del controlador que funciona junto con el controlador Droop, utilizamos una MG monofásica de nueve nodos que se presenta en la Figura 4.18 y se toma de ([41]). La figura muestra tres inversores grid-forming controlados por la ecuación (3.9), entre los que se reparte el consumo de energía. Los parámetros de red se presentan en la Tabla 4.7.

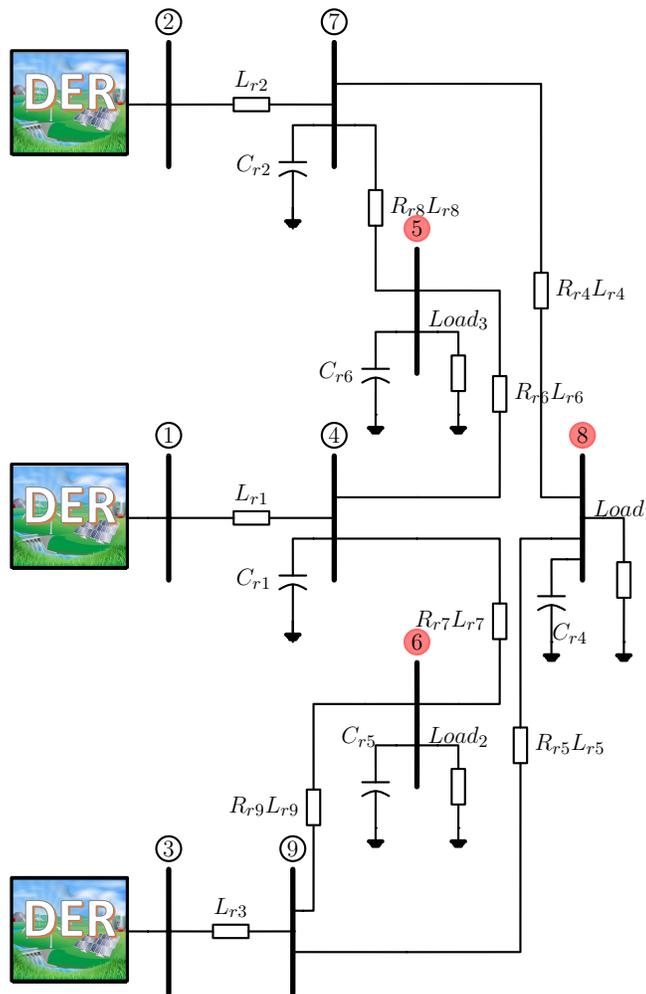


Fig. 4.18: Microrred de nueve nodos monofásica, tres fuentes y tres cargas.

Se considera que las tres unidades de generación tienen los mismos parámetros, pero se asume que las capacidades de potencia son diferentes. En este sentido, las capacidades de cada inversor son las siguientes: $S_1 = 20$ [kVA], $S_2 = 10$ [kVA], y $S_3 = 5$ [kVA]. Las inductancias y capacitancias del filtro son $L_j = 2.35$ [mH] y $C_{\nu,i} = 28$ [μ F] con resistencias parásitas $r_{Lj} = 0.9$ [Ω] y $r_{Cj} = 100$ [M Ω], respectivamente. Se considera un voltaje de DC de $V_{dc} = 400$ [V] en cada uno de los inversores. Los coeficientes del control **droop** son $n_j = \frac{K_e E_{ref}}{4S_j}$ y $m_j = \frac{\omega_{ref}}{10S_j}$, donde $K_e = 10$, $E_{ref} = 127$ [V_{RMS}] y $\omega_{ref} = 2\pi f_{ref}$ con $f_{ref} = 60$ [Hz]. El parámetro $k_E = k_z = 10$ y $c = E_{qj}/2.4E_{ref}^2$, con ganancias del controlador $K_{pj} = 10$ y $k_{ij} = 1$, con $j = 1, 2, 3$. Con respecto a las referencias de potencia, los perfiles considerados se muestran en la Fig. 4.19(a) para las fuentes en modo grid-forming y en la Fig. 4.19(b) para la potencia activa demandado por las cargas conectadas en los nodos 5, 6 y 8. Las variaciones en estos comportamientos emulan la disponibilidad intermitente de la potencia generada para los inversores con algunos cambios en la demanda. En el tiempo $t = 0$ [s], una carga de 6 [kW] está conectada en el nodo 8 y una carga de 4 [kW] en el nodo 6. Finalmente, en el tiempo $t = 20$ [s], se conecta una carga de 10[kW] al nodo 5.

4.4.1. Evaluación numérica

La evaluación numérica del sistema en lazo cerrado se realizó en *MATLAB*TM-*Simulink* con un método de integración de tamaño de paso variable de *Runge-Kutta*. Durante los primeros 20 [s] solo hay demanda de energía activa en los nodos 6 y 8; en el nodo 6 la demanda es 5 [kW] y 7 [kW] en el nodo 8, de modo que la potencia activa total demandada es 12 [kW]. Por otro lado, las capacidades de potencia de los inversores grid-forming satisfacen lo siguiente:

Tabla 4.7: MG parameters

Element	Value	Element	Value	Element	Value
C_{r_1}	22 μ F	L_{r_1}	152 μ H	R_{r_1}	—
C_{r_2}	30 μ F	L_{r_2}	165 μ H	R_{r_2}	—
C_{r_3}	37 μ F	L_{r_3}	155 μ H	R_{r_3}	—
C_{r_4}	23 μ F	L_{r_4}	190 μ H	R_{r_4}	0.85 Ω
C_{r_5}	128 μ F	L_{r_5}	267 μ H	R_{r_5}	1.19 Ω
C_{r_6}	31 μ F	L_{r_6}	225 μ H	R_{r_6}	0.1 Ω

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 2S_2 \quad \text{y} \quad S_2 = 2S_3, \\
 S_1 &= 20 \text{ kVA}, \\
 S_2 &= 10 \text{ kVA}, \\
 S_3 &= 5 \text{ kVA}.
 \end{aligned}$$

La Fig. 4.19(a) muestra la potencia activa generada por los inversores. Tenga en cuenta que la potencia del inversor 1 es el doble de la potencia suministrada por el inversor 2 que a su vez es el doble de la potencia generada por el inversor 3, poniendo en evidencia la distribución de carga entre los inversores.

En el tiempo $T = 20$ [s] se conecta una carga de 9 [kW] en el nodo 5. Nuevamente se observa que se cumple la distribución de carga en los inversores lo que confirma la robustez del esquema de control propuesto.

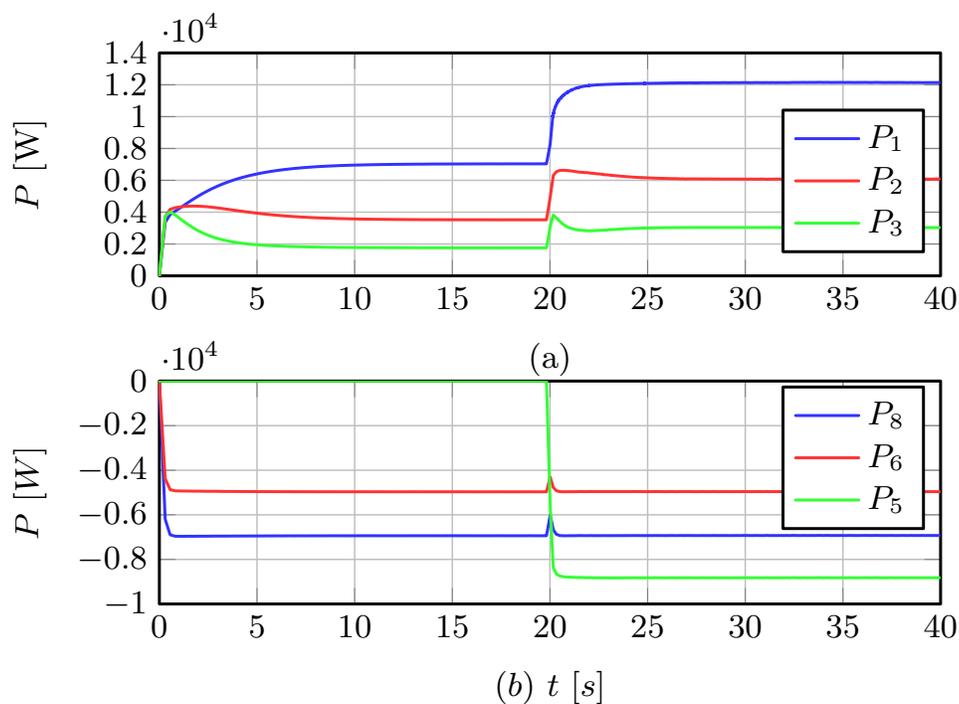


Fig. 4.19: (a) Potencia activa de los inversores, (b) Potencia activa demandada por la carga

En cuanto al rendimiento alcanzado, la Fig.4.20(a) muestra el voltaje de referencia E_{ref} y los voltajes del filtro de salida de los inversores. Tenga en cuenta que el error, en estado estacionario, entre el voltaje de referencia y los voltajes de los inversores, es inferior a 1,5%. El error máximo se presenta en el tiempo $t = 20$ [s], sin embargo, es menos de 5% del valor nominal. Observe que el objetivo de control de seguimiento se logra a pesar

4. CASOS DE ESTUDIO

de los cambios abruptos en las referencias de potencia.

Para completar la ilustración de las propiedades de estabilización del controlador, la frecuencia de referencia f_{ref} y la frecuencia de los inversores se muestran en la Fig.4.20(b). Tenga en cuenta que el error de estado estable de la frecuencia de los inversores y la frecuencia de referencia es inferior a 0.03 %. El error máximo alcanzado es menor a 0,13 % del valor nominal.

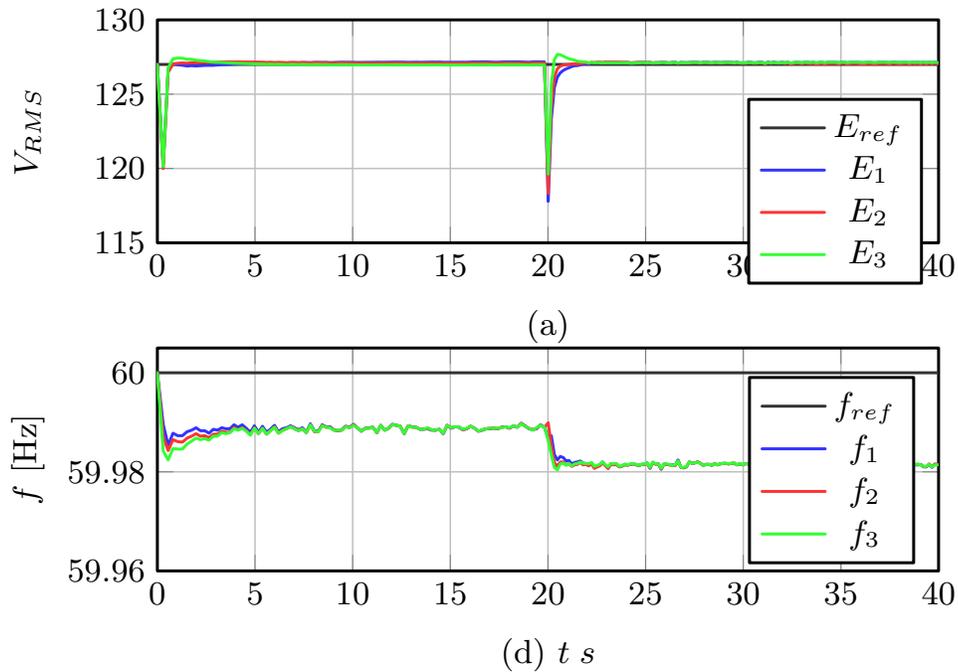


Fig. 4.20: Comportamiento de voltaje y frecuencia a la salida de los inversores.

Debe hacerse notar que aunque se logra un reparto de potencia activa entre las fuentes, esta situación no se alcanza para el caso con la potencia reactiva.

Conclusiones

La evolución de los sistemas eléctricos de potencia a **MG**, es uno de los temas con mucho interés en la comunidad científica. Estos sistemas, en general, son sistemas muy grandes que involucran diferentes sub-sistemas con dinámicas propias, las cuales afectan en la estabilidad de todo el sistema de potencia. Es por esta razón que es necesario garantizar la estabilidad de cada uno de los elementos que conforman la **MG**, además de utilizar una metodología de trabajo escalable como la utilizada en esta tesis.

Por otro lado, es necesario hacer compatibles diferentes sistemas de generación con la **MG** como son sistemas de **DC** y sistemas de **AC**, incluso sistemas de **AC** con diferente amplitud y frecuencia. Es por esto que es necesario implementar una metodología de análisis de las **MG**, en el cual se incluyan las diferentes problemáticas y se den soluciones formales, como se muestra en este trabajo, donde se utiliza la interconexión de sistemas Hamiltonianos de cada uno de los componentes que forman la **MG**, incluso el controlador satisface la estructura de un sistema Hamiltoniano.

En este trabajo se introdujo el comportamiento dinámico de una **MG** en un sistema **PH**, se diseñó un controlador con estructura Hamiltoniana y se logró estabilizar la microrred a una frecuencia y amplitud de voltaje deseados, además, con la interconexión de un control droop, para la generación de dinámicas admisibles es posible lograr reparto de potencia entre las fuentes, en función de su capacidad. También se mostraron algunas características de las dinámicas admisibles dependiendo si son sistemas de corriente directa, corriente alterna o sistemas mixtos.

Se realizó una evaluación de un **DER**, con el controlador descrito anteriormente, conectado a la red eléctrica. Para la evaluación se utilizaron criterios de desempeño definidos en el estándar IEEE 1547 y se mostró mediante simulación que el controlador satisface dichos criterios. Por lo cual, se puede concluir un **DER** con el controlador propuesto, cumple con los requisitos definidos en el estándar para poder ser implementado.

Bibliografía

- [1] R. Lasseter. Microgrids. En *2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.02CH37309)*, volumen 1, 305-308 vol.1, 2002. DOI: [10.1109/PESW.2002.985003](https://doi.org/10.1109/PESW.2002.985003) (citado en la pág. 1).
- [2] A. Rojas y T. Rousan. Microgrid control strategy: derived from stakeholder requirements analysis. *IEEE Power and Energy Magazine*, **15**(4):72-79, 2017 (citado en la pág. 2).
- [3] F. K. Tuffner, K. P. Schneider, J. Hansen y M. A. Elizondo. Modeling load dynamics to support resiliency-based operations in low-inertia microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, **10**(3):2726-2737, 2018 (citado en la pág. 2).
- [4] K. Rajesh, S. Dash, R. Rajagopal y R. Sridhar. A review on control of ac microgrid. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **71**:814-819, 2017 (citado en la pág. 2).
- [5] A. M. Bouzid, J. M. Guerrero, A. Cheriti, M. Bouhamida, P. Sicard y M. Benghaneim. A survey on control of electric power distributed generation systems for microgrid applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **44**:751-766, 2015 (citado en la pág. 2).
- [6] H. Jiayi, J. Chuanwen y X. Rong. A review on distributed energy resources and microgrid. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **12**(9):2472-2483, 2008 (citado en la pág. 2).
- [7] G. Notton, M.-L. Nivet, C. Voyant, C. Paoli, C. Darras, F. Motte y A. Fouilloy. Intermittent and stochastic character of renewable energy sources: consequences, cost of intermittence and benefit of forecasting. *Renewable and sustainable energy reviews*, **87**:96-105, 2018 (citado en la pág. 2).
- [8] F. Milano, F. Dörfler, G. Hug, D. J. Hill y G. Verbič. Foundations and challenges of low-inertia systems. En *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, páginas 1-25. IEEE, 2018 (citado en la pág. 2).
- [9] J. Lopes, C. Moreira y A. Madureira. Defining control strategies for microgrids islanded operation. *IEEE Transactions on Power Systems*, **21**(2):916-924, 2006. DOI: [10.1109/TPWRS.2006.873018](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2006.873018) (citado en la pág. 2).
- [10] J. Schiffer, D. Zonetti, R. Ortega, A. M. Stanković, T. Sezi y J. Raisch. A survey on modeling of microgrids—from fundamental physics to phasors and voltage sources. *Automatica*, **74**:135-150, 2016 (citado en las págs. 2, 3).

- [11] G. Agundis-Tinajero, J. Segundo-Ramirez, N. Visairo-Cruz, M. Savaghebi, J. M. Guerrero y E. Barocio. Power flow modeling of islanded ac microgrids with hierarchical control. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, **105**:28-36, 2019 (citado en la pág. 2).
- [12] E. Barklund, N. Pogaku, M. Prodanović, C Hernandez-Aramburo y T. C. Green. Energy management in autonomous microgrid using stability-constrained droop control of inverters. *Transactions on Power Electronics, IEEE*, **23**(5):2346-2352, 2008 (citado en la pág. 2).
- [13] H. Han, X. Hou, J. Yang, J. Wu, M. Su y J. M. Guerrero. Review of power sharing control strategies for islanding operation of ac microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, **7**(1):200-215, 2016 (citado en la pág. 3).
- [14] M. A. Pedrasa y T. Spooner. A survey of techniques used to control microgrid generation and storage during island operation. En *Proceedings of the 2006 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC'06)*, páginas 1-6, 2006 (citado en la pág. 3).
- [15] Z. Shuai, Y. Sun, Z. J. Shen, W. Tian, C. Tu, Y. Li y X. Yin. Microgrid stability: classification and a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **58**:167-179, 2016 (citado en la pág. 3).
- [16] J. Rocabert, A. Luna, F. Blaabjerg y P. Rodriguez. Control of power converters in ac microgrids. *IEEE transactions on power electronics*, **27**(11):4734-4749, 2012 (citado en la pág. 3).
- [17] J Lopes, C. Moreira y A. Madureira. Defining control strategies for microgrids islanded operation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, **21**(2):916-924, 2006 (citado en la pág. 3).
- [18] J. M. Guerrero, M. Chandorkar, T.-L. Lee y P. C. Loh. Advanced control architectures for intelligent microgrids, part i: decentralized and hierarchical control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **60**(4):1254-1262, 2013 (citado en la pág. 3).
- [19] Q.-C. Zhong y T. Hornik. *Control of power inverters in renewable energy and smart grid integration*, volumen 97. John Wiley & Sons, 2012 (citado en las págs. 3, 48, 49).
- [20] J. Schiffer, R. Ortega, A. Astolfi, J. Raisch y T. Sezi. Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids. *Automatica*, **50**(10):2457-2469, 2014 (citado en la pág. 3).
- [21] J. W. Simpson-Porco, F. Dörfler y F. Bullo. Synchronization and power sharing for droop-controlled inverters in islanded microgrids. *Automatica*, **49**(9):2603-2611, 2013 (citado en la pág. 3).
- [22] S. Avila-Becerril, O. D. Montoya, G. Espinosa-Pérez y A. Garcés. Control of a detailed model of microgrids from a hamiltonian approach. *IFAC-PapersOnLine*, **51**(3):187-192, 2018 (citado en la pág. 3).
- [23] S. Avila-Becerril, G Espinosa-Pérez y R. Canseco-Rodal. On the control of power flows in microgrids. En *Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on*, páginas 3252-3257. IEEE, 2017 (citado en la pág. 3).

- [24] S. Avila-Becerril, D. Silva-Martínez y G. Espinosa-Pérez. On the robustness of a passivity-based controller for microgrids. *IFAC-PapersOnLine*, **50**(1):6648-6653, 2017 (citado en la pág. 3).
- [25] G. C. Konstantopoulos, Q.-C. Zhong, B. Ren y M. Krstic. Bounded droop controller for parallel operation of inverters. *Automatica*, **53**:320-328, 2015 (citado en las págs. 3, 47-49).
- [26] G. C. Konstantopoulos, Q.-C. Zhong, B. Ren y M. Krstic. Stability analysis and fail-safe operation of inverters operated in parallel. *International Journal of Control*, **88**(7):1410-1421, 2015 (citado en la pág. 3).
- [27] A. Van Der Schaft. Port-hamiltonian systems: an introductory survey. En *Proceedings of the international congress of mathematicians*, volumen 3, páginas 1339-1365. Citeseer, 2006 (citado en la pág. 9).
- [28] J. Rodriguez, J. Pontt, C. A. Silva, P. Correa, P. Lezana, P. Cortés y U. Ammann. Predictive current control of a voltage source inverter. *IEEE transactions on industrial electronics*, **54**(1):495-503, 2007 (citado en la pág. 9).
- [29] G. Ledwich. Current source inverter modulation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, **6**(4):618-623, 1991. DOI: [10.1109/63.97760](https://doi.org/10.1109/63.97760) (citado en la pág. 9).
- [30] R. Ortega, J. A. L. Perez, P. J. Nicklasson y H. J. Sira-Ramirez. *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media, 2013 (citado en la pág. 10).
- [31] H. K. Khalil y J. W. Grizzle. *Nonlinear systems*, volumen 3. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002 (citado en la pág. 10).
- [32] B. M. Hasaneen y A. A. Elbaset Mohammed. Design and simulation of dc/dc boost converter. En *2008 12th International Middle-East Power System Conference*, páginas 335-340, 2008. DOI: [10.1109/MEPCON.2008.4562340](https://doi.org/10.1109/MEPCON.2008.4562340) (citado en la pág. 17).
- [33] R. Ortega, A. van der Schaft, F. Castanos y A. Astolfi. Control by interconnection and standard passivity-based control of port-hamiltonian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **53**(11):2527-2542, 2008. DOI: [10.1109/TAC.2008.2006930](https://doi.org/10.1109/TAC.2008.2006930) (citado en las págs. 21, 33).
- [34] F. A. Inthamoussou, J. Pegueroles-Queralt y F. D. Bianchi. Control of a supercapacitor energy storage system for microgrid applications. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, **28**(3):690-697, 2013. DOI: [10.1109/TEC.2013.2260752](https://doi.org/10.1109/TEC.2013.2260752) (citado en la pág. 23).
- [35] M. G. Molina y P. E. Mercado. Power flow stabilization and control of microgrid with wind generation by superconducting magnetic energy storage. *IEEE Transactions on Power Electronics*, **26**(3):910-922, 2011. DOI: [10.1109/TPEL.2010.2097609](https://doi.org/10.1109/TPEL.2010.2097609) (citado en la pág. 23).
- [36] Y.-C. Jeung, D. D. Le y D.-C. Lee. Analysis and design of dc-bus voltage controller of energy storage systems in dc microgrids. *IEEE Access*, **7**:126696-126708, 2019. DOI: [10.1109/ACCESS.2019.2939176](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2939176) (citado en la pág. 28).
- [37] S. Ávila Becerril y G. R. Espinosa Pérez. *Caracterización y control de microredes de potencia vía propiedades estructurales*. 2016. URL: <http://pbidi.unam.mx:8080/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&>

- [db=cat02029a&AN=tes.TES01000746286&lang=es&site=eds-live](#) (citado en la pág. 28).
- [38] A. J. M. Ramírez. *Montaje de redes eléctricas aéreas de baja tensión. ELEE0109: Montaje y mantenimiento de instalaciones eléctricas de baja tensión*. IC editorial, 2012 (citado en las págs. 28, 30).
- [39] R. Cisneros, M. Pirro, G. Bergna, R. Ortega, G. Ippoliti y M. Molinas. Global tracking passivity-based pi control of bilinear systems: application to the interleaved boost and modular multilevel converters. *Control Engineering Practice*, **43**:109-119, 2015 (citado en la pág. 40).
- [40] D. G. Photovoltaics y E. Storage. IEEE standard for interconnection and interoperability of distributed energy resources with associated electric power systems interfaces. *IEEE Std:1547-2018*, 2018 (citado en la pág. 55).
- [41] P. W. Sauer, M. Pai y J. H. Chow. *Power System Dynamics and Stability: With Synchrophasor Measurement and Power System Toolbox*. John Wiley & Sons, 2017 (citado en la pág. 83).