



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

USO DE CONSTANTES DE OORT PARA
CARACTERIZAR CINEMÁTICA EN LA VECINDAD
SOLAR

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Físico

PRESENTA:

Christian Alejandro Benitez Abarca



DIRECTOR DE TESIS:
Dr. Gilberto Carlos Gómez Reyes

Ciudad Universitaria, Ciudad de México, México, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi madre y a mi padre que me han llevado tan lejos y siguen haciéndolo.
A mis hermanos y a mi hermana por crecer en tantos aspectos junto a mí.
A mis abuelas por estar siempre.
A Karolina, el amor de mi vida.*

Agradecimientos

Hay tantas personas con las que he compartido momentos y espacio en mi vida que, de alguna forma, cada una me ha llevado a ser quien soy el día de hoy. En cierto sentido le debo un poco a cada una de ellas. En las siguientes líneas quiero agradecer de una manera más significativa a algunas de esas personas y, aunque la extensión de estas líneas sea insuficiente para expresar la inmensa gratitud que siento, espero al menos sea suficiente para plasmar el aprecio que tengo por ellas y por todo lo que han hecho por mí.

Primero quiero agradecer a todas las personas que han estado involucradas directamente en mi formación académica. A todas las profesoras y profesores que alimentaron la llama de la curiosidad en mí, me conocieron en diferentes etapas y contribuyeron a que sea quien soy hoy. En especial, quiero agradecer a Blanca y a Sandra por ver mi potencial y motivarme a alcanzarlo; a Joaquín, por acercarme a la física y a lo que se volvería mi vocación; a Martha, por sus consejos y su confianza; a Ángel, por creer en mí, darme la oportunidad de aprender de él y tener su puerta siempre abierta, y a mi asesor, Gilberto, por ayudarme a dar el siguiente paso en mi proceso para volverme un hombre de ciencia y por todos sus consejos. Quiero agradecer a mis sinodales, Ángel, Verónica, Laurent y Carlos por sus observaciones y comentarios que hicieron posible la culminación de este trabajo. Gracias por todas sus enseñanzas.

Sé que al lugar en donde estoy no habría podido llegar sin un apoyo a nivel personal de una enorme cantidad de personas a quienes también me gustaría dedicar algunas líneas.

Quiero agradecer a todas esas amistades con quienes he compartido una infinidad de momentos. A Samantha, Tania, Iliana y Andrés por todo lo que pasamos entre aulas y pasillos. A Rodrigo por estar y permanecer, incluso a la distancia, y a su familia, a quien le tengo un especial afecto. A Jonathan e Iván, por la diversión que se convertía en tarea y la tarea que se convertía en diversión. A Gabino y Jennifer, por mostrarme

en lo que estaba por meterme con anticipación y continuar haciéndolo. A Oscar por madrugadas de discusiones, risas y nuevos puntos de vista. A Siddhartha por tanto y en tantos aspectos, por una trayectoria que espero no termine nunca.

Quiero también agradecer a las personas que han estado siempre ahí, viéndome crecer, todo este tiempo. A mis tías, Erika, Leticia, Loli, Candy y Gerardo, por todo el apoyo y la confianza. A mis abuelas, Jose y Chabe, que han estado incondicionalmente para mí en cada etapa de mi vida, a quienes amo con mi alma y son mi motivo para nunca dejar de crecer. A mis hermanos, Amauri y Axel, y a mi hermana Ana con quienes no sólo he crecido literalmente, sino también en todas las otras acepciones de la palabra. A mi madre, Ana, y a mi padre, Alejandro, que me han dado todo, a quienes admiro desde pequeño y a quienes espero poder hacer sentir orgullo.

Por último, por caminar junto a mí y permitirme crecer juntos, por ser mi compañera, mi amiga, el amor de mi vida, por creer en mí, por todas las risas, por todo el apoyo, por su brillante perspectiva, por su cálida compañía: en fin, por todo el amor, gracias, Karolina.

Declaración de autenticidad

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en ésta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Christian Alejandro Benitez Abarca. Ciudad Universitaria, Ciudad de México,
México, 2021

Resumen

Mediante la observación de los cielos es posible obtener información sobre cómo gira la Vía Láctea. Un ejemplo de esto se observa por medio del cálculo de las constantes de Oort, que consiste en obtener los parámetros que describen, bajo una aproximación a primer orden, el campo de velocidades en las cercanías del Sol.

La idea detrás del uso de las constantes de Oort radica en que las estrellas en la vecindad solar, como suele designarse a la región en las cercanías al Sol, presentan una cinemática muy similar a éste. Lo anterior, en general, es cierto para estrellas cuya cinemática está determinada únicamente por el potencial gravitacional de la galaxia, pero no para estrellas que presentan perturbaciones respecto al flujo de velocidades del disco galáctico.

El cálculo de los valores de las constantes de Oort es, por ende, sensible a la muestra estelar con la que sean calculadas. Si el movimiento de las estrellas está dado por algún otro fenómeno físico, adicional a la rotación circular en el potencial galáctico, el valor de las constantes de Oort será diferente al valor calculado para estrellas que están únicamente bajo la influencia del potencial gravitacional galáctico. Un ejemplo puede apreciarse en el cinturón de Gould.

El cinturón de Gould es una estructura en la vecindad solar identificada en la década de 1870 por Benjamin Gould. La forma del cinturón es la de un anillo alrededor de la posición del Sol inclinada respecto al plano galáctico. El origen del cinturón de Gould sigue siendo un problema abierto, pero es claro que la cinemática que rige a las estrellas que pertenecen a él varían respecto a la cinemática de las estrellas del disco galáctico. Algunas hipótesis sobre el origen de esta estructura son un evento explosivo o la colisión de una nube de alta velocidad con el disco galáctico.

Diversos trabajos han sido dedicados a discernir la pertenencia de estrellas al cinturón de Gould, tarea que ha resultado no ser trivial. Al usar muestras estelares que se creen pertenecientes al cinturón de Gould, las constantes de Oort difieren drásticamente de los valores obtenidos para muestras estelares asociadas al disco galáctico. Las constantes de Oort han sido una herramienta para discriminar la pertenencia al cinturón de Gould.

En el presente trabajo se estudia la relación entre los valores de las constantes de Oort y la cinemática de escenarios cuyo movimiento difiere del movimiento característico del disco galáctico. El objetivo de esto es caracterizar la cinemática celeste de estructuras en la vecindad solar cuya cinemática sea determinada por estos diferentes escenarios. La caracterización propuesta estaría determinada por el valor de las constantes de Oort y su evolución en el tiempo.

El principal objetivo de esta tesis es encontrar la caracterización antes mencionada y aplicarla a una simulación hidrodinámica de una nube de alta velocidad impactando con el disco galáctico realizada en **RAMSES**. Lo anterior contribuye al estudio de la cinemática en la vecindad solar y propone esta caracterización como una medida que sirve para discriminar entre modelos al analizar datos observacionales o de simulaciones. Como resultado adicional se tiene el compendio de herramientas numéricas desarrolladas durante la elaboración de esta tesis, presentado como una librería de **Python**.

En el capítulo 1 se discuten los principales conceptos necesarios para el desarrollo de este trabajo, comenzando por la Vía Láctea, la vecindad solar y su cinemática. En el capítulo 2 se desarrolla teóricamente el procedimiento para definir las constantes de Oort y se presenta la discusión del algoritmo computacional usado para calcular sus valores en la práctica. En el capítulo 3 se construye la caracterización buscada mediante el estudio del efecto que tiene la variación de las constantes de Oort sobre la cinemática de las estrellas y el efecto que tienen diversos escenarios como expansión y rotación uniforme sobre los valores de las constantes de Oort. Finalmente, en el capítulo 4 se aplica la caracterización a la simulación y se comenta, en el capítulo 5, sobre la interpretación de los resultados obtenidos.

Índice general

Índice de figuras	XII
Índice de tablas	XVI
1. La Vía Láctea y la Vecindad Solar	1
1.1. La Vía Láctea	1
1.1.1. Componente estelar de la Galaxia	3
1.1.2. El medio interestelar	6
1.1.3. La curva de rotación y el potencial gravitacional galáctico	10
1.2. La vecindad solar	14
1.2.1. El Sistema Local de Reposo: LSR	14
1.2.2. Componentes de la vecindad solar	19
1.3. El Cinturón de Gould	21
2. Constantes de Oort	26
2.1. Derivación de las constantes de Oort	27
2.2. Aproximación a primer orden de la cinemática celeste	30
2.3. Cálculo de las constantes de Oort: ajuste por caminatas aleatorias	35
3. Estudio numérico de las constantes de Oort	39
3.1. Primer experimento: Desviación respecto a r	40
3.2. Explorando el espacio de parámetros Θ	45
4. Cálculo de las constantes de Oort para una simulación hidrodinámica	72
4.1. Simulación de la galaxia	72
4.1.1. Condiciones iniciales	72
4.1.2. Salida de la simulación y el modelo balístico	75
4.2. Cálculo de las constantes de Oort para las partículas de prueba	86

5. Conclusiones	97
A. Apéndices	99
A.1. RAMSES	99
A.1.1. Refinamiento por Mallas Adaptativas: AMR	99
A.1.2. Fully Threaded Tree: FTT	100
A.1.3. Solución de la hidrodinámica	102

Índice de figuras

1.1. Figuras presentes en <i>On the construction of the Heavens</i> (Herschel, 1785). La figura 4, probablemente la más conocida, muestra el resultado al que llegó Herschel respecto a la distribución de las estrellas a nuestro alrededor.	2
1.2. Una impresión artística de nuestra galaxia vista desde arriba (izquierda) y un esquema de las subestructuras presentes en ella (derecha) donde pueden apreciarse el disco, el halo y el bulbo. Traducida de https://sci.esa.int/s/WmQpGLW . NASA/JPL-Caltech (izquierda), ESA (derecha).	4
1.3. Imagen de canto de nuestra galaxia (derecha) y de NGC891 (izquierda), ambas galaxias espirales. Puede apreciarse en ambas la estructura del disco y el bulbo central. Carroll y Ostlie (2017)	5
1.4. Nubes de polvo y gas llamados Glóbulos de Bok en NGC 281. ESA/Hubble (P. McCullough)	7
1.5. Fotografía de la nebulosa de Orión donde son visible regiones de absorción y reflexión debidas al gas y polvo en la región (Cortesía de Gutiérrez-Valdés, A.).	8
1.6. Esquema de un perfil de emisión en 21 cm de HI en una línea de visión (a) y la línea de visión en la que es observado el HI que produce dicha emisión (b). Adaptada de Carroll y Ostlie (2017).	11
1.7. Contribuciones de cada componente del potencial gravitacional a la curva de rotación. La línea sólida (azul) corresponde a ϕ_1 , la línea discontinua (verde) a ϕ_2 , la línea punteada (roja) a ϕ_3 y la línea sólida (negra) la curva de rotación total.	14
1.8. Diagrama en el que se muestran las coordenadas Galácticas longitud galáctica (ℓ) y latitud galáctica (b) para una estrella. Adaptada de Carroll y Ostlie (2017).	15

1.9. Diagrama en el que se muestran las coordenadas cilíndricas R (radio galactocéntrico), θ (ángulo acimutal) y z (altura) para una estrella, junto con las componentes de velocidad en cada dirección. Adaptada de Carroll y Ostlie (2017).	16
1.10. Proyección XY con el eje X y Y apuntando al CG y en dirección de la rotación galáctica, respectivamente. El centro del GB se encuentra en el origen marcado con un triángulo. Complejos H_2 (círculos sombreados) y asociaciones OB (círculos no sombreados) en las cercanías al Sol (marcado con una estrella) asociados al GB. Perrot y Grenier (2003).	23
1.11. Estrellas OB pertenecientes al GB. Perrot y Grenier (2003).	24
2.1. Definición del sistema de referencia \mathcal{J} y las coordenadas de una estrella s con respecto a \mathcal{J} y respecto al LSR (\mathcal{G}).	27
3.1. En los paneles a la izquierda están las partículas de prueba al tiempo inicial (<i>arriba</i>) y a un tiempo posterior $t \sim 8$ Myr (<i>abajo</i>), ambos casos en el marco de referencia \mathcal{J} . Las líneas punteadas representan la órbita circular que sigue el LSR y la dirección al CG. En los paneles a la derecha están las partículas a los mismos tiempos, pero en el marco de referencia \mathcal{G} . Nuevamente la línea punteada apunta en la dirección del CG. El punto más grande corresponde a la partícula que se encontraba inicialmente a $\ell = 0$ y las flechas corresponden a la dirección del movimiento medida en su respectivo marco de referencia. La flecha roja representa el movimiento del LSR.	41
3.2. Valores de $\Delta\Theta$ calculados durante la simulación del experimento 1, caso (ii) usando $r = 0.4$ kpc (círculos azules), $r = 0.5$ kpc (cuadrados verdes) y $r = 1.0$ kpc (diamantes rojos). La línea punteada corresponde a una desviación nula y las barras de error incluidas son la incertidumbre debido al método MCMC (ver ecuación 2.20).	44
3.3. Posiciones y campo de velocidades para el tiempo inicial para las partículas de prueba correspondientes a $\{\Theta^{AB}\}$. Las líneas punteadas horizontales apuntan al CG. En rojo se muestran las partículas que inicialmente se encuentran a longitudes galácticas múltiplos de $\pi/4$, con el punto más grande correspondiente a $\ell = 0$. El recuadro en rojo corresponde al caso $\Theta = \Theta_0$. Las dimensiones de cada caja son de 600 pc por lado.	47
3.4. Igual a la figura 3.3 para $t = 16.7$ Myr. El círculo gris muestra la distribución inicial de partículas.	48

ÍNDICE DE FIGURAS

3.5. Evolución del valor de las constantes de Oort durante la simulaciones correspondientes a $\{\Theta^{AB}\}$. Verticalmente los cuadros en el mosaico se extienden de -30 a $30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y, horizontalmente, mediciones tomadas desde $t = 0$ hasta $t = 16.7 \text{ Myr}$ cada $\Delta t = 1.67 \text{ Myr}$. La posición de cada recuadro en el mosaico corresponde al valor inicial de Θ	49
3.6. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{AC}\}$	52
3.7. Igual a la figura 3.6 para $t = 16.7 \text{ Myr}$	53
3.8. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{AC}\}$	54
3.9. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{AK}\}$	56
3.10. Igual a la figura 3.9 para $t = 16.7 \text{ Myr}$	57
3.11. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{AK}\}$	58
3.12. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{BC}\}$	60
3.13. Igual a la figura 3.12 para $t = 16.7 \text{ Myr}$	61
3.14. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{BC}\}$	62
3.15. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{BK}\}$	64
3.16. Igual a la figura 3.15 para $t = 16.7 \text{ Myr}$	65
3.17. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{BK}\}$	66
3.18. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{CK}\}$	68
3.19. Igual a la figura 3.18 para $t = 16.7 \text{ Myr}$	69
3.20. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{CK}\}$	70
4.1. Perfiles de densidad que muestran la dependencia de la densidad n respecto a R y a z	74
4.2. Cortes verticales (con la densidad numérica en escala de color) en los planos XZ y YZ a $Y = 0 \text{ kpc}$ y $X = 8.0 \text{ kpc}$, respectivamente, para el tiempo inicial de la simulación. La flecha indica la velocidad inicial de la nube, \mathbf{v}_{nube}	75
4.3. Cortes verticales en los planos XZ y YZ que pasan por el centro de la nube para el momento de la colisión de la nube con el disco (arriba) y la densidad integrada en columnas de 1.2 kpc (abajo).	77
4.4. Cortes verticales a la altura del disco galáctico (primera fila) y densidad columnar a lo largo de una columna de 200 pc centrada en el disco y perpendicular a él. En rojo se presenta la posición de un observador girando sobre el disco de la Galaxia.	78
4.5. Partículas creadas en las celdas con sobredensidad para los tiempos $t_c = 1.6, 3.1, 4.8$ y 6.3 Myr . En la primera fila se muestran sólo las partículas encontradas a cada tiempo con un <i>offset</i> vertical en el que el tiempo avanza hacia abajo. En la segunda fila se muestra el acumulado de las partículas de prueba luego de ser evolucionadas junto con las recién creadas.	80

4.6. Distribución de velocidades (columna izquierda) y espacial (\mathcal{J} , columna central; \mathcal{G} , columna derecha) para M_1 al tiempo de creación ($t_c = 3.1$ Myr) de las partículas de prueba. La línea punteada apunta al centro galáctico.	82
4.7. Mismo que 4.6 para $t_c = 4.8$ Myr.	83
4.8. Mismo que 4.6 para $t_c = 6.3$ Myr.	84
4.9. Distribución de velocidades (columna izquierda) y espacial (\mathcal{J} , columna central; \mathcal{G} , columna derecha) para M_2 al tiempo de creación ($t_c = 4.8$ Myr) de las partículas de prueba. La línea punteada apunta al centro galáctico.	85
4.10. Mismo que 4.9 para $t_c = 6.3$ Myr.	86
4.11. Distribución de velocidades en ℓ para M_1 (círculos) y los valores calculados de acuerdo al ajuste de las constantes de Oort (estrellas) para M_1 al tiempo de creación $t_c = 3.1$ Myr.	88
4.12. Mismo que 4.11 para $t_c = 4.8$ Myr.	89
4.13. Mismo que 4.11 para $t_c = 6.3$ Myr.	90
4.14. Distribución de velocidades en ℓ para M_2 (círculos) y los valores calculados de acuerdo al ajuste de las constantes de Oort (estrellas) para M_2 al tiempo de creación $t_c = 4.8$ Myr.	91
4.15. Mismo que 4.14 para $t_c = 6.3$ Myr.	92
A.1. Diagrama que muestra tres niveles consecutivos de un FTT con $D = 2$. Las flechas salientes de la <i>oct</i> en l_n (gris) señalan su relación con su celda madre (rojo), las celdas vecinas de ella en l_{n-1} (azul) y las <i>octs</i> hijas en l_{n+1} (verde) de cada celda.	101

Índice de tablas

1.1.	Constantes usadas para el ajuste del potencial gravitacional	13
1.2.	Densidades superficiales de masa para distintos tipos estelares. Σ_{*1} y Σ_{*2} son, respectivamente, las densidades superficiales reportadas en Flynn <i>et al.</i> (2006) y McKee <i>et al.</i> (2015) y h el factor de escala calculado en McKee <i>et al.</i> (2015).	20
1.3.	Densidades superficiales, centrales y factores de escala para las componentes del gas en la vecindad solar obtenidos de McKee <i>et al.</i> (2015), donde separan el HI en tres componentes: el <i>Cold Neutral Medium</i> con $h = 105$ pc y dos componentes del <i>Warm Neutral Medium</i> con $h = 318$ pc y $h = 403$ pc (ver Kulkarni y Heiles, 1987), por lo que el valor reportado en esta tesis es un factor de escala efectivo para el HI.	21
1.4.	Valores de la inclinación, i , del Cinturón de Gould respecto al disco galáctico, la posición del nodo ascendente, ℓ_Ω , y posición del centro de la distribución medido desde el LSR, (x_0, y_0, z_0)	23
1.5.	Rangos de masa, radio y edad de las componentes del Cinturón de Gould obtenidos a partir de la tabla 2 de Bobylev (2014).	25
2.1.	Valores de las constantes de Oort reportados por (a) P. Lindblad <i>et al.</i> (1997) y (b) Torra <i>et al.</i> (2000), calculados con muestras estelares (i) pertenecientes al GB y (ii) no pertenecientes al GB.	34
3.1.	Valores calculados de $\langle \Delta r/r \rangle$ y $\langle \Delta v/rB_0 \rangle$ para las diferentes distancias solcéntricas, r , usadas para crear las partículas de prueba. Se muestran los valores a los tiempos inicial y final, $t_0 = 0$ y $t_f = 16.77$ Myr.	42
4.1.	Valores de las constantes de Oort calculados para cada <i>bin</i> M_1^j a los tiempos $t_c = 3.1$ Myr, 4.8 Myr y 6.3 Myr.	93
4.2.	Valores de las constantes de Oort calculados para cada <i>bin</i> M_2^j a los tiempos $t_c = 4.8$ Myr y 6.3 Myr.	95

La Vía Láctea y la Vecindad Solar

En este primer capítulo se introducen diferentes conceptos necesarios para el entendimiento y justificación del presente trabajo. En la sección 1.1 se presenta un panorama del estudio de la Galaxia a lo largo de la historia y una descripción general de las componentes de nuestra galaxia. Posteriormente, en 1.2 se describe la vecindad solar.

1.1. La Vía Láctea

Desde la antigüedad, la humanidad se ha fascinado por el estudio de lo que la rodea, sin ser la excepción el cielo nocturno. Diferentes culturas y civilizaciones mostraron un interés temprano en aquello que veían en el cielo, en su origen y naturaleza.

La galaxia en la que se encuentra el Sistema Solar, nuestro sistema estelar, puede ser observada en condiciones adecuadas desde diferentes partes del mundo. A pesar de ser sólo uno de los nombres con los que nuestra galaxia ha sido llamada, Vía Láctea es aquel con el que nos referimos a ella en la actualidad, uno acuñado en un mito en la antigua Grecia.

A lo largo de la historia y hasta el siglo XVIII, el estudio del cielo parecía limitado al estudio individual de los cuerpos celestes. Galileo fue el primero en darse cuenta que esa franja brillante en el cielo inclinada unos 60° respecto al ecuador celeste era una colección de estrellas, pero no fue hasta finales del mismo siglo cuando William Herschel se dispuso a determinar la posición y distribución espacial de las estrellas en lo que llamaría *Construction of the Heavens*.

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

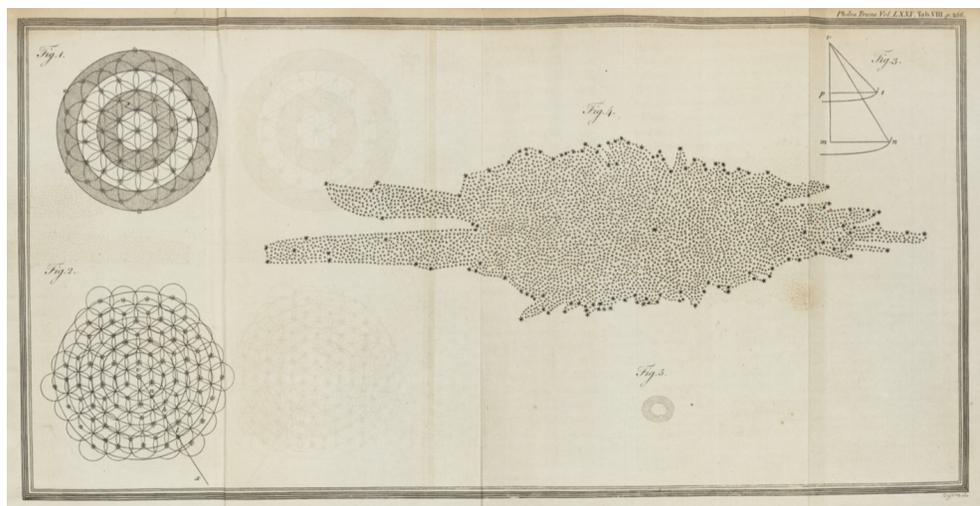


Figura 1.1. Figuras presentes en *On the construction of the Heavens* (Herschel, 1785). La figura 4, probablemente la más conocida, muestra el resultado al que llegó Herschel respecto a la distribución de las estrellas a nuestro alrededor.

Herschel y su hermana, Caroline, realizaron observaciones de alrededor de 600 estrellas, mismas que utilizaron como evidencia para su modelo galáctico. Su modelo proponía que la Galaxia tenía forma de disco y al sistema solar en el centro. Para analizar el problema de la distribución estelar, Herschel hizo algunas suposiciones: la primera, que todas las estrellas tienen el mismo brillo intrínseco; la segunda, que la densidad numérica de las estrellas en el espacio es uniforme; la tercera, la asociación de la distancia a las estrellas con su brillo observado, siendo las estrellas más brillantes las más cercanas, y, la cuarta, que su telescopio podía penetrar hasta los confines de la distribución. Además, su modelo carecía de una escala de distancia, dado que no tenía manera de calcularla, sino sólo podía estimar las relaciones entre ellas (es decir, sabía quién estaba más lejos, pero no qué tan lejos) dado que no conocía el brillo intrínseco de las estrellas. Por lo anterior, únicamente podía determinar sus distancias relativas con base en sus cocientes de brillo.

Herschel se daría cuenta unos años después de que su modelo presentaba fallas corroboradas por evidencias como los sistemas binarios de estrellas con diferente brillo (i. e., un par de estrellas a la misma distancia, pero con diferente brillo aparente). El trabajo de Herschel fue de gran importancia, pues marcó el inicio y la pauta de trabajos posteriores sobre el estudio de los astros mediante el conteo de estrellas y la estadística que puede realizarse sobre éstos, estudios en los que las estrellas son tratadas no como

entidades individuales, sino como un conjunto.

Algunos trabajos realizados durante el siguiente siglo sugirieron que el polvo presente entre las estrellas jugaba un rol importante en el brillo con el las que observamos. Esta nueva idea fue utilizada por astrónomos como Jacobus Kapteyn y Harlow Shapley en sus modelos de la Galaxia: el primero proponía que el Sol no era el centro de la Galaxía, pero sí que estaba muy cerca a él, y que la Galaxía era un Universo islaçon forma de lente y con un radio de apenas una decena de kiloparsecs; el segundo proponía al Sol a una distancia considerablemente mayor del centro galáctico (~ 10 kpc) y que la extensión de la Galaxia era unas 10 veces mayor a lo establecido por Kapteyn. Sin embargo, sin el conocimiento necesario de la atenuación del brillo de las estrellas por el medio interestelar ni de las distancias a las estrellas, sus resultados se vieron afectados. Una vez más, a pesar de no resolver el problema de manera conclusiva, las contribuciones de estos trabajos a la forma de abordar el problema marcarían un avance en la búsqueda de nuestro lugar en el Universo.

Con el descubrimiento de la relación distancia-luminosidad de estrellas variables por Henrietta Leavitt¹ (Leavitt y Pickering, 1912) fue posible realizar mediciones más precisas a distancias más lejanas. Finalmente, con observaciones de una estrella cefeida en Andrómeda por Hubble, se concluyó que Andrómeda era, por sí misma, un conjunto como la Vía Láctea, pero externo a ella; es decir, otra galaxia.

Hoy sabemos que nuestra galaxia es una de cientos de miles en el Universo. Aunque interrogantes han sido resueltas, quedan aún muchas preguntas por resolver sobre nuestro lugar en el Universo y la ciencia continúa avanzando en el camino para encontrar las respuestas, mejorando las técnicas y herramientas que usamos para abordar las preguntas y planteando nuevas interrogantes.

1.1.1. Componente estelar de la Galaxia

Nuestra galaxia pertenece a una categoría denominada galaxias espirales barradas y, al igual que otras galaxias de esta categoría, presenta brazos espirales y una estructura con forma de barra en el centro. Existen tres subestructuras en las cuales está distribuida espacialmente la materia de la Galaxia: el halo, el bulbo y el disco galáctico.

¹Éstas fueron posteriormente reconocidas y calibradas como estrellas cefeidas por Ejnar Hertzsprung.

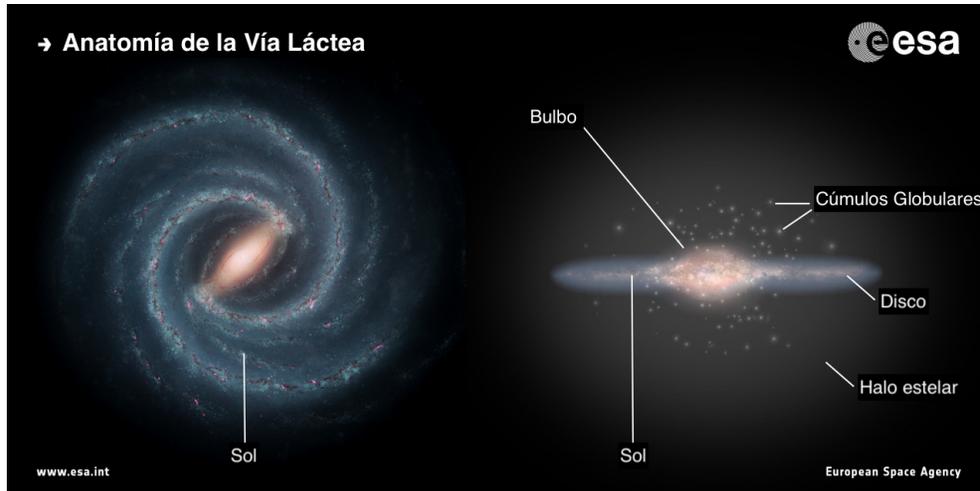


Figura 1.2. Una impresión artística de nuestra galaxia vista desde arriba (izquierda) y un esquema de las subestructuras presentes en ella (derecha) donde pueden apreciarse el disco, el halo y el bulbo. Traducida de <https://sci.esa.int/s/WmQpGLW>. NASA/JPL-Caltech (izquierda), ESA (derecha).

La variedad de estrellas que habitan en la Vía Láctea es amplia y su estudio nos da información sobre el pasado de la Galaxia, así como de su evolución. El entendimiento de este pasado y de los fenómenos que han ocurrido en la historia de su contenido a la vez nos dan información valiosa sobre el comportamiento y naturaleza de otras galaxias.

Las poblaciones estelares presentes en las diferentes subestructuras de la Vía Láctea difieren en sus características. Comenzando con el disco, encontramos poblaciones estelares jóvenes² (edades $\lesssim 8$ Gyr). En realidad, es posible hacer una separación: el disco delgado y el disco grueso. La diferencia entre ambas componentes es su edad, siendo más viejas las presentes en el disco grueso con edades ~ 10 Gyr.

Basado en técnicas de conteo y análisis estadísticos, se estima que la densidad numérica (número de estrellas por unidad de volumen) en el disco grueso es de alrededor de un 8% de la que presenta el disco delgado. Tanto el disco grueso como el delgado son estructuras aplanadas que se extienden sobre el plano galáctico formando un disco de radio ~ 30 kpc del centro galáctico (CG). El ancho del disco delgado se extiende

²Éstas son llamadas Población tipo I (o simplemente Población I) y Población intermedia. La diferencia entre una y otra es su metalicidad, siendo mayor para la población intermedia.

a ~ 300 pc, mientras que el disco grueso envuelve al delgado con un ancho de ~ 1000 pc.

Cerca del CG, se encuentra el bulbo de la Galaxia, una estructura con forma de cacahuete con un eje horizontal más alargado que el otro debido a una estructura conocida como la barra central. En la zona central del plano galáctico, debido a la presencia del bulbo, el disco delgado parece extenderse hasta una altura de ~ 3000 pc, aunque es conocido que las estrellas presentes en esa región son incluso más jóvenes que algunas del disco delgado (entre 200 Myr y 7 Gyr) y algunas otras de edad similar a las presentes en el disco grueso; es decir, las estrellas presentes en el bulbo tienen sus propias características que difieren de las estrellas del disco. La presencia de estructuras de barra se han observado en otras galaxias espirales como NGC891 (ver figura 1.3).

El estudio del bulbo en la Vía Láctea resulta particularmente difícil dada la presencia del medio interestelar y la extinción asociada a éste. Se han usado observaciones en longitudes de onda para las que el medio es más transparente y en líneas de visión con menos extinción para obtener más información sobre el bulbo galáctico.



Figura 1.3. Imagen de canto de nuestra galaxia (derecha) y de NGC891 (izquierda), ambas galaxias espirales. Puede apreciarse en ambas la estructura del disco y el bulbo central. Carroll y Ostlie (2017)

Las poblaciones estelares en el bulbo presentan una diferencia importante con respecto a las presentes en el disco: la metalicidad³ de estrellas viejas es mayor que la de estrellas jóvenes en el bulbo, mientras que en el disco los roles se invierten. La explicación es que, a tiempos tempranos, en la formación del bulbo debió haber un enriquecimiento del medio interestelar, probablemente debido a explosiones de supernova, mientras que estrellas más jóvenes reflejan la metalicidad de un medio formado

³Es decir, la abundancia de elementos más pesados que el helio, con respecto al hidrógeno, relativa al mismo cociente en el Sol. Este parámetro es indicativo de la riqueza química en el gas que se formó la estrella.

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

por material que está continuamente cayendo hacia el bulbo. Éste es un punto de gran relevancia, pues nos hace notar cómo la fenomenología e historia del medio interestelar pueden cambiar la interpretación que se le da a relaciones como la de edad-metalicidad⁴.

Por último, el halo estelar está compuesto por estrellas agrupadas en cúmulos globulares y estrellas de campo.⁵ Tanto las estrellas de campo como los cúmulos globulares se encuentran espacialmente distribuidos en una estructura esferoidal que se extiende más allá de la altura del disco y el bulbo, con la mayoría de ellos presentes dentro de un radio de ~ 45 kpc (se han hallado unos cuantos cúmulos más allá, entre 70 kpc y 120 kpc del CG). Las edades de las estrellas en los cúmulos globulares son también superiores a las estrellas observadas en las estructuras previas, que varían en un rango de 10 Gyr a 13 Gyr y constituyen lo que se conoce como Población tipo II o simplemente Población II.⁶

1.1.2. El medio interestelar

Se denomina medio interestelar⁷ al conjunto de materia y energía (radiación, campos magnéticos y rayos cósmicos, entre otros) presentes en el espacio entre las estrellas. El estudio del medio interestelar es de especial interés al modelar la evolución de la estructura galáctica, pues las interacciones entre sus componentes definen los fenómenos presentes durante dicha evolución. A continuación se describen algunas de las características del medio interestelar presente en distintas componentes galácticas, lo que deberá servir como introducción de los fenómenos más generales del MIE.

Los componentes más significativos son el polvo y el gas, ambos aglomerados en las llamadas nubes interestelares, presentes de manera difusa en todo el disco galáctico. Tanto el gas como el polvo interestelar son partícipes de diferentes fenómenos que ocurren en el medio interestelar, como son la extinción interestelar y la formación estelar.

Extinción interestelar es el nombre que recibe el resultado de los procesos de absorción y dispersión que sufre la radiación de las diferentes fuentes luminosas antes de

⁴Se define como la relación estadística en la que se nota una tendencia de las poblaciones estelares más jóvenes a tener mayor metalicidad debido al enriquecimiento del medio interestelar a causa del material que dejan las estrellas más viejas al morir.

⁵Estrellas que no pertenecen a ningún cúmulo.

⁶En general, se denomina Pob II a los sistemas con poca rotación y sin estrellas jóvenes con muy baja metalicidad y como Pob I a sistemas con características similares a las del disco.

⁷ISM (*Interstellar Medium*) por sus siglas en inglés o MIE por sus siglas en español.

llegar a un observador. Podemos notar esta extinción interestelar en imágenes del cielo tomadas en longitudes de onda ópticas, como las presentadas en las figuras 1.4 y 1.5. En estas fotografías se aprecian regiones que parecen carecer de estrellas cuando, en realidad, son nubes de polvo las que impiden su observación.



Figura 1.4. Nubes de polvo y gas llamados Glóbulos de Bok en NGC 281. ESA/Hubble (P. McCullough)

La fracción de luz que es absorbida y la que es dispersada debido a una nube interestelar depende de la cantidad de polvo en la nube, pues es el polvo el responsable de la dispersión. Además de la cantidad de polvo, el ancho de la nube y la longitud de onda de la luz que atraviesa el medio son también factores que debemos considerar al estudiar la extinción interestelar. Las longitudes de onda más cortas (frecuencias correspondientes al rango IR, óptico y UV) interactúan en mayor medida con los granos de polvo, por lo que al ser vistas en la línea de visión que atraviesa la nube, las fuentes parecen enrojecerse porque la luz a menores longitudes de onda (más azules) han sido dispersadas. Cuando la luz es dispersada hacia nuestra línea de visión, se forman las llamadas nebulosas de reflexión. Podemos encontrar regiones en el cielo, como la de la figura 1.5, que contiene regiones de absorción y regiones de reflexión.



Figura 1.5. Fotografía de la nebulosa de Orión donde son visible regiones de absorción y reflexión debidas al gas y polvo en la región (Cortesía de Gutiérrez-Valdés, A.).

La mayor parte de la masa del gas en la Galaxia es el hidrógeno en sus diferentes formas: hidrógeno molecular (H_2), hidrógeno neutro (HI) e hidrógeno ionizado (HII). En total se estima que el porcentaje de hidrógeno en el medio interestelar es de un 70 % (por masa), seguido por el helio, y tan sólo un 2% de metales,⁸ razón por la cual el estudio de las interacciones y maneras de mapear el hidrógeno en la Vía Láctea resulta ser de gran importancia.

La manera en la que el hidrógeno es detectado varía según el estado en el que se encuentre. En estado ionizado en regiones HII, los iones de hidrógeno (H^+) son observados mediante líneas de emisión correspondientes a la captura de un electrón. Es necesario que se cumplan condiciones específicas para la formación de regiones HII. Generalmente son creadas a partir de nubes H_2 que comienzan a colapsar dando origen a nuevas estrellas. Las estrellas que van formándose son las encargadas de calentar el gas a su alrededor, llegando a alrededor de 10^4 K, ionizando el medio, por lo que las regiones de formación estelar suelen estar asociadas a regiones HII. Además de las regiones de formación estelar, también se encuentra el Hidrógeno ionizado (probablemente por choques o por fotones ionizantes que escapan de regiones de formación estelar) en forma de gas difuso que está flotando a alturas mayores del disco galáctico.

El hidrógeno neutro presenta la dificultad de no poder ser detectado de la misma forma que el H^+ , pues la temperatura asociada con este gas no permite alcanzar la energía necesaria para la excitación electrónica. Por absorción, la detección también es

⁸En el contexto de astrofísica se designan como metales a los elementos más pesados que el helio.

limitada, pues es necesaria radiación UV que no siempre está presente en las cercanías de las nubes moleculares donde se encuentra el hidrógeno. Afortunadamente existe otro mecanismo físico que hace posible su detección: la línea de 21 cm. La emisión en el espectro radio conocida como “línea de 21 cm” es una transición entre dos configuraciones de la estructura hiperfina del átomo de hidrógeno. Al tomar en cuenta el *spin* del electrón y el del protón en un átomo de hidrógeno podemos contar dos estados: paralelo (apuntando en la misma dirección) y antiparalelo (apuntando en direcciones contrarias); el primero tiene una energía ligeramente mayor que el segundo.⁹ La emisión de la línea de 21 cm se observa al ocurrir la transición entre estos dos estados de manera espontánea, la cual ocurre con una probabilidad de $2.9 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$. La baja probabilidad de ocurrencia es lo que le da el nombre de transición prohibida, y es muy difícil detectarla en circunstancias terrestres. Sin embargo, la cantidad de sucesos es cuantificable y observable gracias a la gran abundancia de hidrógeno neutro en el medio interestelar, lo que permite su detección.

La distribución del hidrógeno atómico es primordialmente sobre el plano galáctico y con una altura que varía conforme nos alejamos del centro galáctico. A radios menores a 12 kpc, la densidad de H parece decaer a un 36 % de la densidad máxima a no más de 200 pc, mientras que a radios mayores esta altura varía drásticamente, alcanzando valores mayores a 1 kpc y rompiendo el confinamiento gravitacional del disco en las partes más externas de la Vía Láctea, en donde se puede encontrar a latitudes galácticas de hasta 15° (ver 1.2.1). Esta distribución puede ser observada también en otras galaxias espirales, las cuales presentan diferentes ángulos de inclinación. Se cree que estas distribuciones del H están asociadas con la distribución de masa externa a las galaxias mismas.

La última forma en la que encontramos al hidrógeno en el ISM es en su estado molecular. El H_2 no puede ser detectado por ninguno de los métodos discutidos antes. Por ello, para su mapeo, se usan trazadores moleculares. Los trazadores moleculares son moléculas detectables presentes en el medio interestelar que, a partir de suposiciones sobre la manera en la que son creadas, nos dan una proporción de abundancias entre la población de estas moléculas y las de hidrógeno molecular. El trazador más usado es la molécula de CO observable gracias a su línea de emisión a 2.6 mm mucho más fácil de observar.

El hidrógeno molecular en la Galaxia está ubicado mayormente en regiones cercanas al centro galáctico y en el disco galáctico dentro de un radio de entre 3 a 8 kpc, de

⁹Aproximadamente $5.87 \mu\text{eV}$, correspondiente a la energía de un fotón con longitud de onda $\lambda = 21.106 \text{ cm}$.

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

manera similar al polvo interestelar. La densidad del H_2 desciende de forma abrupta al alejarse del plano central de la Vía Láctea, llegando a un tercio de la densidad máxima (alrededor de $0.007 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ en la vecindad solar, a alrededor de 8 kpc) a tan sólo 90 pc, altura que incrementa con la distancia desde el centro de la Vía Láctea y alcanza hasta unos 160 pc en la vecindad solar.

Se han observado nubes de hidrógeno neutro a altas latitudes llamadas “nubes de alta velocidad” que caen a grandes velocidades (hasta 400 km s^{-1} ; de ahí el nombre). Se han propuesto varios mecanismos para explicar su existencia lejos de la distribución predominante de hidrógeno en la Galaxia, como los dos que menciono a continuación. El primero es la expulsión de éstas como resultado de explosiones de supernova al ser lanzadas a grandes alturas donde se enfrían y luego caen por efectos gravitacionales. El segundo mecanismo es la caída de material intergaláctico que comienza a acelerarse en caída libre conforme se abre paso hacia el centro galáctico.

El estudio de las componentes de materia del medio interestelar dan un sinnúmero de información con respecto a la manera en la que evolucionó, evoluciona y evolucionará la Galaxia, pues es este material el que refleja las condiciones previas (por ser las estrellas las fábricas de elementos) que imita las condiciones actuales (en cuanto a la cinemática y condiciones termodinámicas) y que limita las condiciones futuras (pues actúa como ingrediente para nuevas estrellas y evolución del medio interestelar mismo).

La interacción gravitacional entre las diferentes componentes de la Vía Láctea y su modelado son un amplio tema por discutir, y es uno que trasciende los fines de esta tesis. Por esta razón, se discuten únicamente las generalidades del modelo pertinente al presente trabajo en la subsección 1.1.3.

Además de la interacción gravitacional, la presencia de campos magnéticos es también fundamental para entender el comportamiento galáctico. Si bien este trabajo no toma en consideración la presencia de campos magnéticos en la Vía Láctea, es importante mencionar su existencia porque es una contribución adicional a cualquier modelo que pudiera ser sugerido.

1.1.3. La curva de rotación y el potencial gravitacional galáctico

La línea de 21 cm es una herramienta importante en el estudio de la estructura galáctica que nos permite conocer más acerca de la curva de rotación de la Vía Láctea y, por lo tanto, de su distribución en masa. La emisión en 21 cm es ideal para estudiar

regiones lejanas pues, a diferencia de otras longitudes de onda, penetra el medio interestelar.

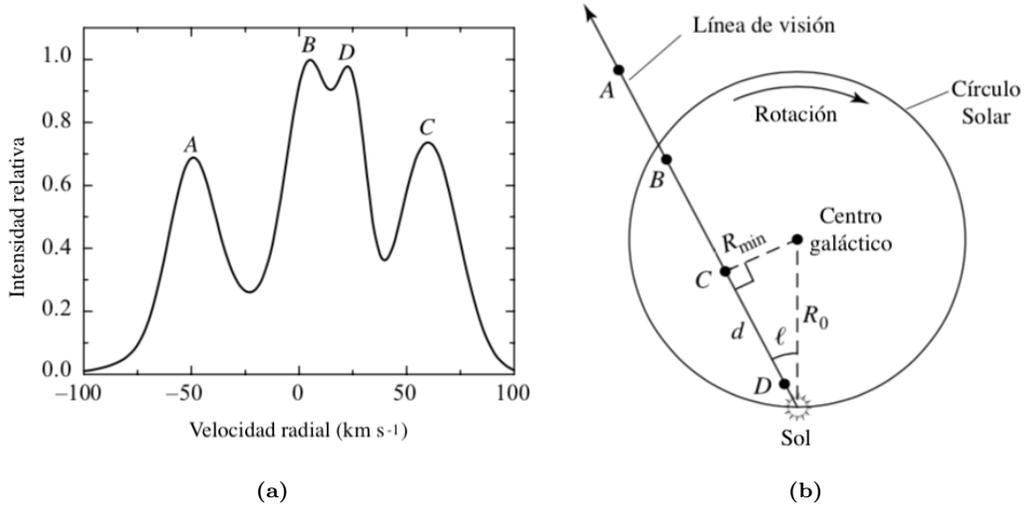


Figura 1.6. Esquema de un perfil de emisión en 21 cm de HI en una línea de visión (a) y la línea de visión en la que es observado el HI que produce dicha emisión (b). Adaptada de Carroll y Ostlie (2017).

Nuestra galaxia presenta una rotación diferencial; es decir, una velocidad angular distinta en diferentes lugares. De manera simplificada, supongamos que la velocidad de rotación sólo varía con la distancia galactocéntrica y que la rotación se da en órbitas circulares. Al observar el diagrama mostrado en la figura 1.6, debido a la rotación diferencial, la velocidad radial con la que vemos que se mueven objetos en la misma línea de visión depende de su posición. Por ejemplo, los puntos B y D que se encuentran en una órbita con radio de giro muy similar a la del Sol, los vemos prácticamente estáticos. Por otro lado, al punto C (cuyo radio de giro es menor al del Sol) lo vemos alejarse de nosotros y a A (con un radio de giro mayor al del Sol) acercarse a nosotros.

Si son conocidas las distancias, longitudes galácticas ℓ (ver 1.2.1) y las velocidades radiales para diferentes líneas de visión (como la del diagrama en la figura 1.6b, por ejemplo), es posible determinar la dependencia de la velocidad angular con respecto al radio galactocéntrico; es decir, la curva de rotación. La dificultad de este método yace en la medición correcta de la distancia d a diferentes puntos sobre una línea de visión. Este problema se soluciona al usar los puntos tales que la velocidad radial observada

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

sea máxima, lo cual ocurre en la figura 1.6 al rededor del punto C, en el que la velocidad de giro, tangencial al vector que va del CG a C, es completamente paralela al vector que une al Sol con C.

La desventaja del método anterior es que no podemos hacer lo mismo para longitudes galácticas $\ell \notin [-90^\circ, 90^\circ]$. Esto último se debe a que, para objetos más externos que el círculo solar, no existe una órbita única tal que la velocidad radial sea máxima.

Se han propuesto modelos galácticos que han sido estudiados en la literatura. Estos modelos están basados y restringidos a los datos observacionales, principalmente a la cinemática de diferentes componentes galácticas. Un ejemplo de esto es el potencial propuesto por Allen y Santillán (1991). Denotado por ϕ , el potencial total es una combinación de tres potenciales: uno correspondiente a un esferoide central (como primera aproximación del bulbo), $\phi_1(r, z)$; otro para el disco, $\phi_2(r, z)$, y otro para el halo, $\phi_3(R)$, que incluye cualquier aportación del halo de materia oscura y del halo estelar. En este ejemplo, r se refiere a la distancia desde el centro de la Galaxia y sobre el plano galáctico, z a la altura sobre el disco y R a la distancia desde el centro galáctico ($R^2 = r^2 + z^2$)

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3. \quad (1.1)$$

El potencial ϕ_1 es uno con simetría esférica dado por la expresión

$$\phi_1(r, z) = -\frac{M_1}{(r^2 + z^2 + b_1^2)^{1/2}}, \quad (1.2)$$

correspondiente a un modelo de Plummer y propuesto por Allen y Santillán como una alternativa menos artificial a un potencial de masa puntual.

Por su parte, el potencial ϕ_2 es un disco de Miyamoto-Nagai dado por:

$$\phi_2(r, z) = -\frac{M_2}{\left\{ r^2 + \left[a_2 + (z^2 + b_2^2)^{1/2} \right]^2 \right\}^{1/2}}. \quad (1.3)$$

Por último, ϕ_3 se describe por la relación

$$\phi_3(R) = -\frac{M(R)}{R} - \frac{M_3}{1.02a_3} \left[-\frac{1.02}{1 + (R/a_3)^{1.02}} + \ln \left\{ 1 + (R/a_3)^{1.02} \right\} \right]_R^{100}, \quad (1.4)$$

con

$$M(R) = \frac{M_3 (R/a_3)^{2.02}}{1 + (R/a_3)^{1.02}}, \quad (1.5)$$

elegido de esta forma para asegurar el comportamiento $M(R) \sim R$ para R grandes.

Los parámetros b_1 , a_2 , b_2 , a_3 y las masas asociadas a los potenciales M_1 , M_2 y M_3 reportados en la tabla 1.1 son los usados a lo largo del desarrollo de esta tesis y coinciden con los determinados por Allen y Santillán, los cuales fueron determinados para ajustar los parámetros observados para la cinemática de la Galaxia. Si las M_i son medidas en unidades de masa galáctica $M_{\text{gal}} = 2.32 \times 10^7 M_{\odot}$ y r , z y R en kpc , entonces las unidades de ϕ_i son de $100 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$.

Tabla 1.1. Constantes usadas para el ajuste del potencial gravitacional

Componente	Constante	Valor
Bulbo esférico	M_1	$606.0 M_{\text{gal}}$
	b_1	0.3873 kpc
Disco	M_2	$3690.0 M_{\text{gal}}$
	a_2	5.3178 kpc
	b_2	0.2500 kpc
Halo	M_3	$4615.0 M_{\text{gal}}$
	a_3	12.0 kpc

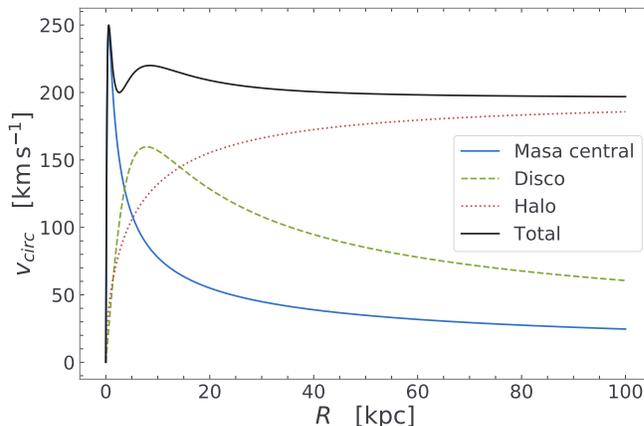


Figura 1.7. Contribuciones de cada componente del potencial gravitacional a la curva de rotación. La línea sólida (azul) corresponde a ϕ_1 , la línea discontinua (verde) a ϕ_2 , la línea punteada (roja) a ϕ_3 y la línea sólida (negra) la curva de rotación total.

En la figura 1.7 se muestran las contribuciones de cada potencial a la velocidad de rotación de la Galaxia y la curva de rotación total. Tanto los experimentos discutidos en el capítulo 3 como la simulación analizada en el capítulo 4 hacen uso del potencial de Allen-Santillán como descripción del potencial gravitacional de la Vía Láctea.

1.2. La vecindad solar

La vecindad solar es una región centrada en el Sol que comprende el espacio dentro de un radio de 1 kpc¹⁰. Dentro de la vecindad solar es posible observar una diversidad de entidades a estudiar como lo son las componentes del medio interestelar, estrellas y sistemas estelares, además de fenómenos físicos como la formación y evolución estelar.

1.2.1. El Sistema Local de Reposo: LSR

Al estudiar un problema físico que involucra variables mecánicas como la posición es necesario establecer un marco de referencia en el cual podemos situar y medir estas variables. Existen diferentes sistemas coordenados y la elección del que se usa al describir un fenómeno dependen de diferentes factores. Un sistema de coordenadas frecuentemente usado en la astrofísica es el de coordenadas Galácticas, en particular cuando los

¹⁰Este radio puede variar de acuerdo a diferentes autores y su objeto de estudio.

problemas abordados tienen lugar en la Vía Láctea.

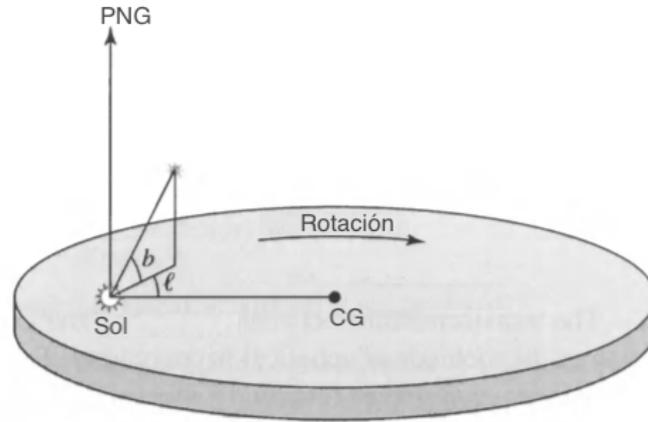


Figura 1.8. Diagrama en el que se muestran las coordenadas Galácticas longitud galáctica (ℓ) y latitud galáctica (b) para una estrella. Adaptada de Carroll y Ostlie (2017).

En la figura 1.8 se muestra un diagrama que ilustra cómo se definen las coordenadas Galácticas. Las coordenadas Galácticas son un sistema de coordenadas esféricas con origen en el Sol. La coordenada radial r es la distancia a los objetos medida desde el Sol; el ángulo acimutal ℓ , llamado longitud galáctica, crecientemente en la dirección en la que gira la Galaxia y con su cero apuntando al centro galáctico, y el ángulo polar b , o latitud galáctica, medido desde el plano galáctico y positivo en la dirección del Polo Norte Galáctico (PNG).

Las coordenadas Galácticas son especialmente útiles al hacer observaciones dada la forma en la que se definen sus coordenadas. Sin embargo, el uso de las coordenadas Galácticas puede presentar inconvenientes por ser un sistema no inercial y hacer más complejas las expresiones que describen a los sistemas de estudio.

Una alternativa es usar un sistema de coordenadas cilíndrico con origen en el centro galáctico que complementa a las coordenadas Galácticas. Los vectores unitarios de este nuevo sistema de referencia serán denotados por $\hat{\mathbf{R}}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ y $\hat{\mathbf{z}}$. El radio galactocéntrico R es medido desde el CG, mientras que el ángulo θ se mide desde la línea que une al Sol con el origen, positivo en la dirección opuesta a la rotación galáctica,¹¹ y z la

¹¹Esta definición suele variar en la literatura, pero nuestra elección está basada en obtener un sistema

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

altura vertical, positiva hacia el PNG. Es importante notar que este segundo sistema de coordenadas es un marco de referencia inercial y hay que ser cuidadosos al transformar entre estos distintos sistemas de coordenadas.

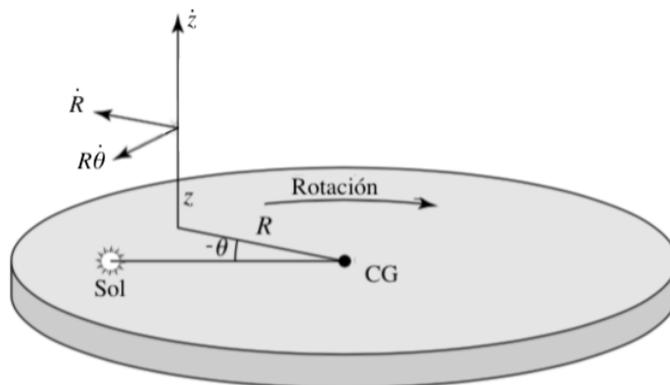


Figura 1.9. Diagrama en el que se muestran las coordenadas cilíndricas R (radio galactocéntrico), θ (ángulo acimutal) y z (altura) para una estrella, junto con las componentes de velocidad en cada dirección. Adaptada de Carroll y Ostlie (2017).

Un marco de referencia relevante es el conocido como marco Estándar Local de Reposo o LSR por sus siglas en inglés (*Local Standard of Rest*). La elección de este sistema de coordenadas es particularmente útil al realizar estudios en las proximidades del Sol que involucran el movimiento de los objetos. Este marco de referencia tiene la particularidad de medir las velocidades respecto a la velocidad de la vecindad solar.

Existen un par de formas de definir el LSR, comenzando por el DLSR,¹² el cual es un sistema de referencia con el origen situado en todo instante en el Sol y cuyo movimiento es el de una órbita circular con radio igual a la distancia del Sol respecto al CG. La segunda opción es el KLSR,¹³ el cual toma como valores de velocidad y aceleración el promedio de las variables cinemáticas de las estrellas en la vecindad solar. Al tomar la población estelar adecuada, el DLSR y el KLSR coinciden. Sin embargo, el KLSR avanza más lento, de manera sistemática, que el DLSR. En el resto de esta tesis, cuando se haga referencia al LSR, se estará hablando del DLSR. La convención usada en esta

que siga la regla de la mano derecha.

¹²Por sus siglas en inglés: *Dynamical Local Standard of Rest*.

¹³Por sus siglas en inglés: *Kinematic Local Standard of Rest*.

tesis es medir la componente angular desde el CG, que aumenta en la dirección de rotación galáctica, mientras que la componente vertical será positiva en dirección al PNG.

Denotaremos V_R , V_θ y V_z a las componentes radial, acimutal y vertical de la velocidad en este sistema de coordenadas cilíndricas; es decir,

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \dot{R}\hat{\mathbf{R}} + R\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \dot{z}\hat{\mathbf{z}} \\ &= V_R\hat{\mathbf{R}} + V_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + V_z\hat{\mathbf{z}}.\end{aligned}\tag{1.6}$$

De acuerdo con lo establecido antes, se definen las componentes de velocidad del LSR, medidas desde el CG como

$$\begin{aligned}V_{R0} &\equiv \frac{dR_{LSR}}{dt} = 0, \\ \frac{V_{\theta 0}}{R_{LSR}} &\equiv \frac{d\theta_{LSR}}{dt} = \frac{v_{circ}(R_{LSR})}{R_{LSR}}, \\ V_{z0} &\equiv \frac{dz_{LSR}}{dt} = 0,\end{aligned}$$

donde $\mathbf{R}_0 = R_{LSR}\hat{\mathbf{R}} + z_{LSR}\hat{\mathbf{z}}$ es la posición del LSR, θ_{LSR} su ángulo polar y $v_{circ}(R_{SLR})$ la velocidad circular evaluada en $R = R_{LSR}$, todo medido en el marco de referencia centrado en el CG (i. e. el marco de referencia fundamental). La expresión para evaluar $v_{circ}(R_{SLR})$ depende del potencial gravitacional usado, pero, en general, puede obtenerse de la ecuación 1.7,

$$v_{circ}^2(R) = R\nabla\phi \cdot \hat{\mathbf{R}}.\tag{1.7}$$

En este sistema de coordenadas, la rotación galáctica ocurre en dirección contraria al vector dirección de la componente angular, por lo que es necesario tomar la raíz negativa al calcular v_{circ} .

La velocidad de las estrellas en la vecindad solar, medida relativa al LSR, es llamada velocidad peculiar y está dada por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u} &= \left(\dot{R} - \dot{R}_{LSR} \cos \theta - R_{LSR} \dot{\theta}_{LSR} \sin \theta \right) \hat{\mathbf{R}} \\
 &\quad + \left(R \dot{\theta} + \dot{R}_{LSR} \sin \theta - R_{LSR} \dot{\theta}_{LSR} \cos \theta \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} \\
 &\quad + (\dot{z} - \dot{z}_{LSR}) \hat{\mathbf{z}} \\
 &\approx \dot{R} \hat{\mathbf{R}} + \left(R \dot{\theta} - R_{LSR} \dot{\theta}_{LSR} \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \dot{z} \hat{\mathbf{z}}.
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Los vectores directores en la ecuación anterior son los que estarán presentes en la estrella en cuestión. Se tomó una aproximación a primer orden para ángulos $\theta \ll 1$ por estar analizando posiciones en la proximidad del LSR, por lo que, al final, los vectores directores coinciden con los presentes en la posición del LSR.

Las componentes de la velocidad peculiar \mathbf{u} suelen denotarse como U , V y W , mientras que ΔU , ΔV y ΔW , definidas en 1.9 a 1.11, denotan las velocidades medidas desde el Sol; es decir,

$$U = \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{R}}, \quad \Delta U \equiv U - U_{\odot}, \tag{1.9}$$

$$V = \mathbf{u} \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad \Delta V \equiv V - V_{\odot}, \tag{1.10}$$

$$W = \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{z}}, \quad \Delta W \equiv W - W_{\odot}, \tag{1.11}$$

con el subíndice \odot denotando las componentes de velocidad del Sol.

Dado que todas las mediciones son efectuadas desde la proximidad terrestre y aproximando la distancia entre el Sol y la Tierra a cero,¹⁴ es necesario conocer la velocidad peculiar del Sol relativa al LSR para realizar la transformación galileana de velocidades, la cual implica calcular ΔU , ΔV y ΔW a partir de \mathbf{u} . Para realizar el cálculo del movimiento peculiar del Sol se realiza un análisis estadístico que involucra la dinámica galáctica similar a los presentados en Schönrich *et al.* (2010) y Huang *et al.* (2015). Diversos autores difieren ligeramente en la velocidad peculiar del Sol de acuerdo con la metodología y las suposiciones en la interpretación de datos. En Huang *et al.* (2015), por ejemplo, reportan un valor de

$$\mathbf{u}_{\odot} = (U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot}) = (-7.01 \pm 0.20, 10.13 \pm 0.12, 4.95 \pm 0.09) \text{ km s}^{-1}, \tag{1.12}$$

¹⁴Esta es una buena aproximación pues la distancia entre el Sol y la Tierra es mucho más chica que la distancia entre el Sol y las estrellas en la vecindad solar.

basados en observaciones de la distribución de velocidades alrededor de la vecindad solar seleccionando sólo las estrellas debajo de un corte en sus excentricidades orbitales.

Al analizar con detalle el cambio de coordenadas del marco de referencia fundamental al marco del LSR y la definición de este último, es evidente que $U > 0$ implica un movimiento hacia el exterior de la Galaxia, $V > 0$ un movimiento que deja atrás al LSR y $W > 0$ un movimiento con dirección vertical hacia el PNG. De 1.12 podemos afirmar que el Sol se mueve hacia el CG, hacia el PNG y adelanta al LSR, afirmación que explica por qué el DLSR deja atrás al KLSR.

1.2.2. Componentes de la vecindad solar

Retomando el tema de las poblaciones estelares y el ISM, en esta ocasión con enfoque en los detalles correspondientes a la vecindad solar, existen diferentes censos de la población estelar en las cercanías al Sol como los presentados en Jahreiss *et al.* (1998), Reid *et al.* (2002) y Bovy (2017). Estos inventarios suelen estar centrados en ciertos tipos de estrellas y cierto rango de distancia al Sol que varía entre las decenas y hasta unas centenas de pc. La mayoría de las veces, la creación de estos inventarios es un producto secundario resultado de la necesidad de obtener muestras estadísticas para analizar fenómenos, como la evolución de la formación estelar, la caracterización de la composición química del ISM y la cinemática galáctica, entre otros. La diferencia entre estos fenómenos y el enfoque usado para estudiarlos es lo que genera las diversas condiciones bajo las que los inventarios son creados.

Debido a que el Sol se encuentra a $R_{\odot} \approx 8 \text{ kpc}$ y $z_{\odot} \approx 0 \text{ pc}$, las estrellas típicas del bulbo galáctico son poco frecuentes. Además, por tener una rotación significativamente menor a la del disco, las estrellas del halo se encuentran sólo en pasos verticales, y son las estrellas tipo Población I e intermedia las más comunes en las cercanías al Sol.

Trabajos como Flynn *et al.* (2006) y McKee *et al.* (2015), dedicados a estudiar la relación de materia y luminosidad en la Galaxia, han arrojado resultados referentes a la vecindad solar que indican una composición (en masa) de la materia bariónica en la vecindad solar en una proporción 1:4 de estrellas y gas. De estas estrellas más de la mitad son estrellas enanas de tipo espectral M ($M_V > 8$ con M_V la magnitud en el visible). En general, para estrellas visibles (estrellas de la secuencia principal y gigantes), la densidad superficial¹⁵ es de $\sim 30 M_{\odot} \text{ pc}^2$ (Bovy *et al.*, 2012 y McKee *et al.*, 2015), que aumenta a $\sim 34 M_{\odot} \text{ pc}^2$ al considerar remanentes estelares y enanas marrón (Flynn

¹⁵Masa por unidad de área, $\Sigma_* \equiv \int \rho(\mathbf{r}) dz$.

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

et al., 2006 y McKee *et al.*, 2015). En la tabla 1.2 se despliegan estos resultados por componente.

Tabla 1.2. Densidades superficiales de masa para distintos tipos estelares. Σ_{*1} y Σ_{*2} son, respectivamente, las densidades superficiales reportadas en Flynn *et al.* (2006) y McKee *et al.* (2015) y h el factor de escala calculado en McKee *et al.* (2015).

Componente	Σ_{*1} [$M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$]	Σ_{*2} [$M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$]	h [pc]
$M_V < 3$	1.5	0.5	140
$3 < M_V < 4$	1.1	0.8	236
$4 < M_V < 5$	2.2	2.2	384
$5 < M_V < 8$	7.2	5.8	400
$8 < M_V$	13.8	17.3	400
Gigantes	0.5	0.4	344
Enanas marrón	2.3	1.2	400
Remanentes	9.2	5.2	430

De acuerdo con la tabla anterior, las estrellas están fuertemente constreñidas al disco delgado, como puede apreciarse en los valores de los factores de escala para cada componente.

En McKee *et al.* (2015) se reportan los valores para la densidad superficial de las tres diferentes componentes gaseosas en la vecindad solar (H_2 , HI y HII) basados en una revisión de la literatura existente. Sus resultados pueden consultarse en la tabla 1.3, donde también están incluidas las densidades centrales para cada componente, $\bar{n}_{\text{H},0} = \bar{n}_{\text{H}}|_{z=0}$ y los factores de escala¹⁶ h . El ISM en las cercanías del Sol está dominado por hidrógeno neutro (que a la vez es dominado por el llamado medio frío) y, al igual que la componente estelar, se encuentra fuertemente constreñido al plano galáctico con factores de escala de alrededor de 100 pc para el medio no ionizado. Es difícil medir la densidad local de H_2 , trazado por CO, debido a la reducida cantidad de cúmulos moleculares masivos como se discute en Dame *et al.* (1987) (ver además

¹⁶En realidad, las distribuciones propuestas por McKee son gaussianas dependientes de la altura z , por lo que $h = \sqrt{2}\sigma$.

Heyer y Dame, 2015). El valor reportado en McKee *et al.* (2015) para la densidad de H₂ en el plano medio a partir de los datos en Heyer y Dame (2015) varía dependiendo del cociente CO/H₂ utilizado.

Tabla 1.3. Densidades superficiales, centrales y factores de escala para las componentes del gas en la vecindad solar obtenidos de McKee *et al.* (2015), donde separan el HI en tres componentes: el *Cold Neutral Medium* con $h = 105$ pc y dos componentes del *Warm Neutral Medium* con $h = 318$ pc y $h = 403$ pc (ver Kulkarni y Heiles, 1987), por lo que el valor reportado en esta tesis es un factor de escala efectivo para el HI.

	$\bar{n}_{\text{H},0}$ [cm ⁻³]	Σ_{*1} [M _⊙ pc ⁻²]	h [pc]
H ₂	0.15	1.0 ± 0.3	105
HI	1.01	10.9 ± 1.6	149
HII	0.0154	1.8 ± 0.1	1590

Al hablar del medio interestelar en la vecindad solar suele limitarse la región de estudio a cierta estructura llamada la Burbuja Local, región comprendida a ~ 100 pc del Sol (ver Cox y Reynolds, 1987, Redfield, 2006, Frisch *et al.*, 2011 y sus bibliografías). Aunque en este trabajo no se hace especial énfasis en la Burbuja Local ni sus características, su mención es importante para recordar que existe una amplia riqueza de estructura en la vecindad solar, la cual hace necesario acotar tanto el espacio como las componentes de estudio para cada problema particular.

1.3. El Cinturón de Gould

El primer trabajo publicado por el Observatorio Nacional Argentino (Gould, 1879) consistió en un atlas y catálogo estelar de observaciones realizadas a simple vista. De este trabajo surgieron importantes resultados. Quizá el más prominente es el Cinturón de Gould, una estructura visible durante todas las estaciones del año que forma un círculo que se interseca con el plano galáctico.

El Cinturón de Gould (GB) es una estructura aplanada con forma de anillo en la

1. LA VÍA LÁCTEA Y LA VECINDAD SOLAR

que parece que están organizadas la mayoría de las estrellas jóvenes cercanas al Sol. El gas en el LISM (*Local Interstellar Medium*), en sus diferentes presentaciones, parece compartir ciertas propiedades cinemáticas y la distribución espacial de las estrellas dentro del GB. El GB contiene la mayoría de las regiones de interés para el estudio de la formación estelar en las cercanías al Sol. Algunas de estas regiones son Orion, Serpens, Perseus, ρ -Ophiuchi y Lupus. Desde su anuncio en 1874 (Gould, 1874), previo a la publicación del catálogo, múltiples trabajos se han realizado durante los últimos 40 años con el fin de estudiar las estrellas presentes en él y la cinemática particular que siguen las estrellas y el gas que lo componen.

La distancia del centro del GB al Sol se estima entre 100 y 150 pc, mientras que la posición del nodo ascendente se ubica entre $\ell = 275^\circ$ y $\ell = 320^\circ$. Sobre el disco galáctico, el Cinturón alcanza una altura máxima de ~ 200 pc y mínima de ~ -500 pc, a distancias mayores del CG para alturas más negativas. El diámetro del GB es ~ 1 kpc, aunque la región de estudio se limita a radios menores que dependen de las estrellas o gas estudiados. El anillo presenta una inclinación i respecto al plano galáctico que está entre 17° y 22° . El centro de esta estructura se encuentra entre $\ell = 130^\circ$ y $\ell = 180^\circ$, dependiendo de los datos usados y usualmente se reporta en el segundo cuadrante galáctico. En la tabla 1.4 se reportan los valores de algunas características geométricas del GB recopiladas de varias fuentes.

Es aceptado que las estrellas asociadas al GB son estrellas jóvenes con edades < 60 Myr (Pöppel, 2001), por lo que los trabajos relacionados con la componente estelar del GB suelen centrarse en estrellas tipo OB y sus asociaciones. Por ejemplo, en Torra *et al.* (2000), que hace uso del catálogo HIPPARCOS, se realizó un análisis de ~ 2800 estrellas OB con distancias $r < 2$ kpc. Los autores concluyeron que alrededor del 60 % de las estrellas con edades menores a los 60 Myr y $r < 600$ pc pertenecen al GB.

En las figuras 1.11 y 1.10 puede observarse una proyección en el plano XZ de estrellas OB obtenidas de HIPPARCOS y pertenecientes al GB. En ella podemos apreciar la inclinación antes mencionada además de la altura hasta donde llega la distribución estelar.

Tabla 1.4. Valores de la inclinación, i , del Cinturón de Gould respecto al disco galáctico, la posición del nodo ascendente, ℓ_Ω , y posición del centro de la distribución medido desde el LSR, (x_0, y_0, z_0) .

Fuente	i	ℓ_Ω	(x_0, y_0, z_0) [pc]
Stothers and Frogel (1974)	$18 \pm 1^\circ$	$295 \pm 2^\circ$	—
Torra et al. (2000)	$16 - 22^\circ$	$275 - 295^\circ$	—
Perrot & Grenier (2003)	$17.2 \pm 0.5^\circ$	$296 \pm 2^\circ$	$(\sim -104, \sim -2, \sim 0)$
Bobylev & Bajkova (2014)	$13 \pm 1^\circ$	$306 \pm 4^\circ$	$(-35, -92, -22)$
Bobylev (2016)	$17 \pm 2^\circ$	$337 \pm 1^\circ$	$(-118, 54, -12)$

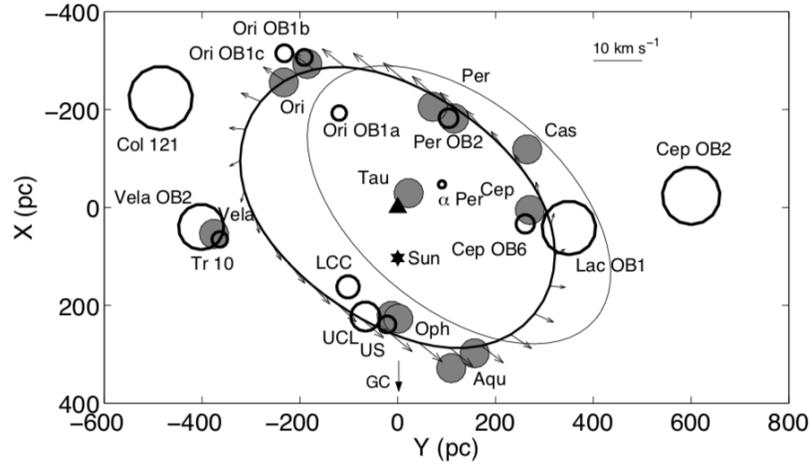


Figura 1.10. Proyección XY con el eje X y Y apuntando al CG y en dirección de la rotación galáctica, respectivamente. El centro del GB se encuentra en el origen marcado con un triángulo. Complejos H_2 (círculos sombreados) y asociaciones OB (círculos no sombreados) en las cercanías al Sol (marcado con una estrella) asociados al GB. Perrot y Grenier (2003).

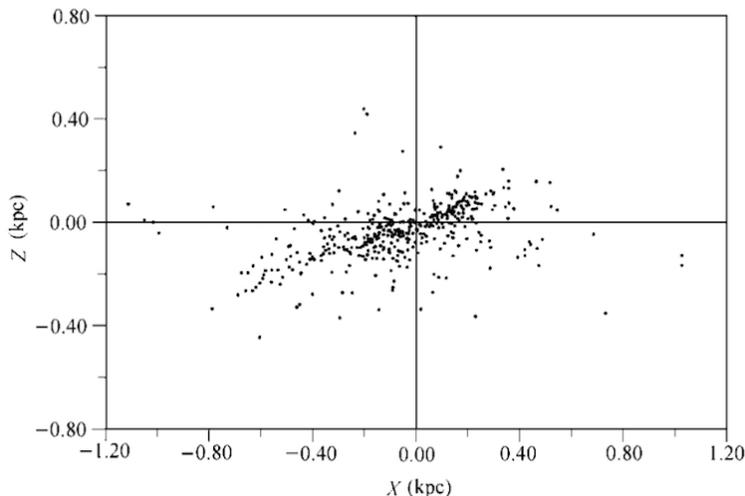


Figura 1.11. Estrellas OB pertenecientes al GB. Perrot y Grenier (2003).

Perrot y Grenier (2003), entre otros, sugieren que ciertas características en la distribución y cinemática del gas en las inmediaciones solares se asemejan a las encontradas para la contraparte estelar asociada al GB. Una de las características que comparten las estrellas y el gas en el GB es una aparente expansión (ver Poppel, 1997) propuesta en una etapa temprana del estudio del Cinturón y aceptada a la fecha. La morfología del gas asociado con el Cinturón es similar a la distribución estelar: un anillo centrado cerca del Sol y con una inclinación respecto al plano galáctico. En la figura 1.10 se presenta una proyección en el plano XY de asociaciones OB y las nubes de H_2 cercanas más prominentes.

En Bobylev (2014) puede consultarse una tabla con diferentes estimaciones de la edad, radio y masa de las componentes del GB obtenidas en la literatura. En la tabla 1.5 se resumen esos parámetros mostrando el rango de cada componente.

Se han usado diferentes métodos para estimar la edad del Cinturón de Gould y el rango de edad varía dependiendo de cada método. Por ejemplo, Perrot y Grenier (2003) reportan una edad de 20 a 30 Myr obtenida de manera dinámica al analizar la expansión de un anillo. Otro ejemplo es la estimación de Torra *et al.* (2000), mediante fotometría Strömgren, con valores entre 20 y 90 Myr. Refinar estas estimaciones tiene una gran importancia al descartar modelos de formación y adquirir información sobre la evolución del GB y la formación estelar en general. Un promedio aceptado actualmente es el valor de 60 Myr.

Tabla 1.5. Rangos de masa, radio y edad de las componentes del Cinturón de Gould obtenidos a partir de la tabla 2 de Bobylev (2014).

Componente	Edad [Myr]	Radio [pc]	Masa [M_{\odot}]
Estrellas	45 – 90	~ 500	$10^4 - 10^5$
HI	16 – 60	$\sim 300 - 600$	$10^5 - 10^6$
H2	≤ 60	~ 300	4×10^5
Polvo	–	~ 500	6×10^3
Masa en el centro	20 – 40	< 500	$\sim 1 \times 10^6$

El origen del cinturón de Gould sigue siendo un problema sin resolver. Existen diferentes hipótesis sobre el posible escenario que le dio origen. Entre las más populares se encuentran (i) la explosión de supernovas, (ii) parte de la evolución cinemática del brazo de Orión y (iii) la colisión de nube de alta velocidad con el disco galáctico. Cabe mencionar que trabajos recientes (Bouy y Alves, 2015, A. A. Goodman *et al.*, 2020 y Alves *et al.*, 2020) proponen que el Cinturón de Gould es sólo un efecto óptico debido a la proyección de la estructura tridimensional en la vecindad solar sobre el plano celeste.

Constantes de Oort

Una manera de abordar el problema de la rotación diferencial es hacer un estudio de manera local, considerando únicamente a las estrellas más cercanas a nosotros. Esto es lo que se presenta por Oort (Oort, 1927) cuando comenzaba a considerarse una posible rotación de las componentes de la Galaxia. El análisis que desarrolló Oort se basa en el principio de poder calcular la velocidad de las estrellas relativas al centro galáctico a partir de las velocidades medidas con respecto al Sol. Para encontrar esta velocidad relativa al Sol se utilizan la velocidad radial y los movimientos propios,¹ que pueden ser traducidos a un vector de velocidad transversal si es conocida la distancia al objeto en cuestión.

El estudio de la cinemática mediante las constantes de Oort suele estar limitado al plano galáctico (ver por ejemplo Torra *et al.*, 2000 y Li *et al.*, 2019) bajo la suposición de que el disco galáctico es simétrico en la dirección vertical, por lo que la velocidad perpendicular a éste y su gradiente son despreciables para las estrellas que reflejan el movimiento debido al potencial galáctico.

En la sección 2.1 se derivan de primeros principios las definiciones de las constantes de Oort para describir el campo de velocidades tridimensional. Posteriormente, en 2.2, se deducen las expresiones del campo de velocidades en función de las constantes de Oort además de discutir ciertas consideraciones para simplificar las ecuaciones obtenidas. Por último, en la sección 2.3, se discute el procedimiento utilizado para calcular las constantes de Oort para un conjunto de objetos mediante un ajuste del campo de velocidades usando un algoritmo MCMC.²

¹Desplazamiento angular que presentan los cuerpos en la proyección celeste.

²Por sus siglas en inglés, *Markov chain Monte Carlo*.

2.1. Derivación de las constantes de Oort

Consideremos un marco de referencia \mathcal{J} usando coordenadas cartesianas: sea la base de vectores unitarios de \mathcal{J} denotada por $\hat{\mathbf{X}}$, $\hat{\mathbf{Y}}$ y $\hat{\mathbf{Z}}$ tales que $\hat{\mathbf{X}}$ apunte a la posición del LSR (\mathbf{R}_0) y el eje $-\hat{\mathbf{Z}}$ en la dirección del vector de frecuencia angular de la Galaxia, consistente con una rotación en el sentido de las manecillas del reloj vista desde el GNP.³ En lo sucesivo, nos referiremos en ocasiones a \mathcal{J} como el marco de referencia inercial. Notemos que el marco de referencia \mathcal{J} es el mismo que el del sistema de coordenadas cilíndricas definido en en la subsección 1.2.1, ahora expresado en un sistema de coordenadas cartesianas.

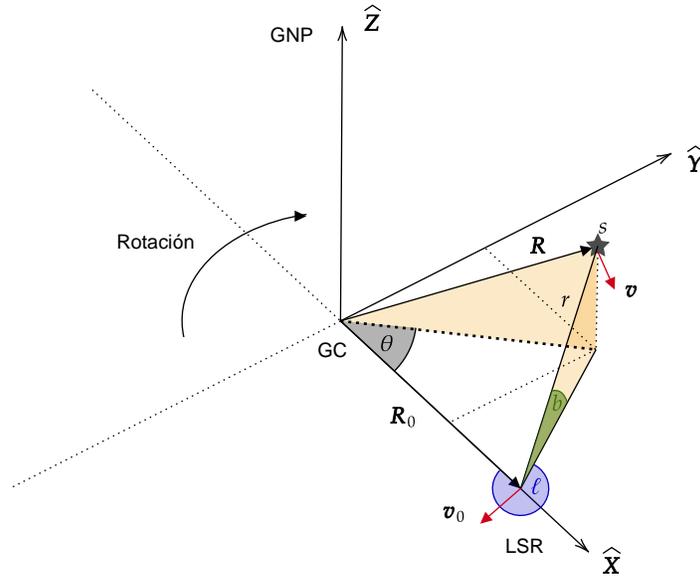


Figura 2.1. Definición del sistema de referencia \mathcal{J} y las coordenadas de una estrella s con respecto a \mathcal{J} y respecto al LSR (\mathcal{S}).

³En este sistema de coordenadas la rotación de la Galaxia tiene un signo negativo y es irrelevante para el desarrollo efectuado.

2. CONSTANTES DE OORT

Pensemos en una región cercana al Sol donde la velocidad sea medida desde \mathcal{J} . Sea ésta, además, $\mathbf{v} = v_X \hat{\mathbf{X}} + v_Y \hat{\mathbf{Y}} + v_Z \hat{\mathbf{Z}}$ la velocidad de una estrella s en la región considerada con posición $\mathbf{R} = X \hat{\mathbf{X}} + Y \hat{\mathbf{Y}} + Z \hat{\mathbf{Z}}$ (ver figura 2.1). Denotemos \mathbf{v}_0 a la velocidad del LSR medida también desde \mathcal{J} y su posición escogida en $\mathbf{R}_0 = 8 \text{ kpc } \hat{\mathbf{X}}$. Debido a la cercanía de s al LSR podemos desarrollar \mathbf{v} como una serie de Taylor alrededor de la posición del LSR,

$$\mathbf{v}(\mathbf{R}) = \mathbf{v}(\mathbf{R}_0) + \nabla \mathbf{v}|_{\mathbf{R}_0} \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) + \mathcal{O}((\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)^2). \quad (2.1)$$

En la literatura suele encontrarse este desarrollo restringido al plano galáctico, mientras que en este trabajo lo generalizaremos a tres dimensiones.⁴ Para ello será necesario el uso de nueve constantes, A, B, C, K, D, D', E, E' y K' , a las que haremos referencia como las constantes de Oort.⁵ Definimos estas constantes de manera que la matriz $\nabla \mathbf{v}|_{\mathbf{R}_0}$ sea expresada en términos de ellas de acuerdo con

$$\nabla \mathbf{v}|_{\mathbf{R}_0} = \begin{pmatrix} \partial_X v_X & \partial_Y v_X & \partial_Z v_X \\ \partial_X v_Y & \partial_Y v_Y & \partial_Z v_Y \\ \partial_X v_Z & \partial_Y v_Z & \partial_Z v_Z \end{pmatrix} \Big|_{\mathbf{R}_0} = \begin{pmatrix} K + C & A - B & E + E' \\ A + B & K - C & D + D' \\ E - E' & D - D' & K' \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

donde ∂_i es la parcial respecto a i . Entonces,

$$\begin{aligned} A &\equiv \frac{1}{2} [\partial_X v_Y + \partial_Y v_X] |_{\mathbf{R}_0}, & B &\equiv \frac{1}{2} [\partial_X v_Y - \partial_Y v_X] |_{\mathbf{R}_0}, & C &\equiv \frac{1}{2} [\partial_X v_X + \partial_Y v_Y] |_{\mathbf{R}_0}, \\ K &\equiv \frac{1}{2} [\partial_X v_X - \partial_Y v_Y] |_{\mathbf{R}_0}, & D &\equiv \frac{1}{2} [\partial_Z v_Y + \partial_Y v_Z] |_{\mathbf{R}_0}, & D' &\equiv \frac{1}{2} [\partial_Z v_Y - \partial_Y v_Z] |_{\mathbf{R}_0}, \\ E &\equiv \frac{1}{2} [\partial_Z v_X + \partial_X v_Z] |_{\mathbf{R}_0}, & E' &\equiv \frac{1}{2} [\partial_Z v_X - \partial_X v_Z] |_{\mathbf{R}_0}, & K' &\equiv [\partial_Z v_Z] |_{\mathbf{R}_0}. \end{aligned}$$

Podemos escribir estas últimas relaciones cambiando a coordenadas cilíndricas (R, θ, Z) con $R^2 = X^2 + Y^2$ y $\tan \theta = Y/X$. Para ello expresamos las parciales respecto a X, Y como

$$\begin{aligned} \partial_X &= (\partial_X R) \cdot \partial_R + (\partial_X \theta) \cdot \partial_\theta, \\ \partial_Y &= (\partial_Y R) \cdot \partial_R + (\partial_Y \theta) \cdot \partial_\theta, \end{aligned}$$

⁴Llamado en ocasiones el modelo de Ogorodnikov-Milne.

⁵Usualmente se llama constantes de Oort sólo a las primeras cuatro constantes. Durante este trabajo nos referiremos a todas ellas como constantes de Oort.

además de expresar las componentes de \mathbf{v} en \mathcal{J} en coordenadas cilíndricas e identificando las componentes radial, acimutal y vertical como V_R , V_θ y V_z definidas por la ecuación 1.6, lo que nos lleva a

$$\begin{aligned} v_X &= V_R \cos \theta - V_\theta \sin \theta, \\ v_Y &= V_R \sin \theta + V_\theta \cos \theta. \\ v_Z &= V_z. \end{aligned}$$

Al realizar las transformaciones mencionadas, obtenemos

$$A = \frac{1}{2} \left[\partial_R V_\theta + \frac{1}{R} \partial_\theta V_R - \frac{V_\theta}{R} \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.3)$$

$$B = \frac{1}{2} \left[\partial_R V_\theta - \frac{1}{R} \partial_\theta V_R + \frac{V_\theta}{R} \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.4)$$

$$C = \frac{1}{2} \left[\partial_R V_R - \frac{1}{R} \partial_\theta V_\theta - \frac{V_R}{R} \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.5)$$

$$K = \frac{1}{2} \left[\partial_R V_R + \frac{1}{R} \partial_\theta V_\theta + \frac{V_R}{R} \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.6)$$

$$D = \frac{1}{2} \left[\partial_Z V_\theta + \frac{1}{R} \partial_\theta V_z \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.7)$$

$$D' = \frac{1}{2} \left[\partial_Z V_\theta - \frac{1}{R} \partial_\theta V_z \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.8)$$

$$E = \frac{1}{2} \left[\partial_Z V_R + \partial_R V_z \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.9)$$

$$E' = \frac{1}{2} \left[\partial_Z V_R - \partial_R V_z \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.10)$$

$$K' = \left[\partial_Z V_z \right] \Big|_{\mathbf{R}_0}, \quad (2.11)$$

en las que son omitidos los términos que involucran a θ luego de sustituir \mathbf{R}_0 .

En la publicación original de Oort (Oort, 1927), los valores de las constantes A y B pueden ser inferidos del texto. Sin embargo, no son calculados como tal, sino dados en términos de una constante del potencial y un radio galáctico, lo que resulta en valores

$A \approx 21 \text{ km kpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $B \approx 7 \text{ km kpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Las constantes que restan, definidas por 2.5 a 2.11, son omitidas.

Los resultados de Oort llevaron eventualmente a la confirmación de la hipótesis de Bertil Lindblad (B. Lindblad, 1925) sobre la rotación de la Vía Láctea y mostraron que, efectivamente, la Galaxia rota de manera diferencial, no como un cuerpo rígido. Las hipótesis utilizadas por Oort, razón por la que el resto de las constantes no fueron consideradas, son (i) rotación axisimétrica respecto al eje de giro de la Galaxia y (ii) órbitas estelares circulares en el plano galáctico.

2.2. Aproximación a primer orden de la cinemática celeste

Al retomar la ecuación 2.1 y despreciar los términos de orden superior es posible escribir la diferencia de velocidades $\mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ en función de las constantes de Oort. Escribiendo $\mathbf{R} - \mathbf{R}_0 = -r \cos b \cos \ell \hat{\mathbf{X}} - r \cos b \sin \ell \hat{\mathbf{Y}} + r \sin b \hat{\mathbf{Z}}$ (ver figura 2.1), con r la distancia entre la estrella y el LSR, obtenemos que

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = -r \begin{pmatrix} (K + C) \cos b \cos \ell + (A - B) \cos b \sin \ell - (E + E') \sin b \\ (A + B) \cos b \cos \ell + (K - C) \cos b \sin \ell - (D + D') \sin b \\ (E - E') \cos b \cos \ell + (D - D') \cos b \sin \ell - K' \sin b \end{pmatrix},$$

que representa la velocidad relativa al LSR pero medida en el marco de referencia inercial \mathcal{J} .

Lo siguiente en nuestro desarrollo es calcular las componentes de la velocidad en las direcciones de los vectores unitarios del sistema de coordenadas galácticas \mathcal{G} discutido en la subsección 1.2.1. Para ello se proyecta $\mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ sobre $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\boldsymbol{\ell}}$ y $\hat{\mathbf{b}}$, los cuales están dados por

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}} &= -\cos b \cos \ell \hat{\mathbf{X}} - \cos b \sin \ell \hat{\mathbf{Y}} + \sin b \hat{\mathbf{Z}} \\ \hat{\boldsymbol{\ell}} &= \sin \ell \hat{\mathbf{X}} - \cos \ell \hat{\mathbf{Y}}, \\ \hat{\mathbf{b}} &= \sin b \cos \ell \hat{\mathbf{X}} + \sin b \sin \ell \hat{\mathbf{Y}} + \cos b \hat{\mathbf{Z}}. \end{aligned}$$

Finalmente llegamos a las expresiones para las componentes radial y transversales de la velocidad con respecto al LSR y en términos de las constantes definidas por las ecuaciones 2.3 a 2.11,

$$\begin{aligned}
v_r &= (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \cdot \hat{\mathbf{r}} \\
&= r \cos^2 b [K + A \sin(2\ell) + C \cos(2\ell) \\
&\quad - 2D \tan b \sin \ell - 2E \tan b \cos \ell + K' \tan^2 b],
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
v_\ell &= (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \cdot \hat{\boldsymbol{\ell}} \\
&= r \cos b [B + A \cos(2\ell) - C \sin(2\ell) \\
&\quad - (D + D') \tan b \cos \ell + (E + E') \tan b \sin \ell],
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
v_b &= (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \cdot \hat{\mathbf{b}} \\
&= -r \cos b \sin b [K + C \cos(2\ell) + A \sin(2\ell) \\
&\quad + 2D \cot(2b) \sin \ell + 2E \cot(2b) \cos \ell - K' \\
&\quad - 2D' \csc(2b) \sin \ell - 2E' \csc(2b) \cos \ell].
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Es importante señalar que v_r , v_ℓ y v_b no representan velocidades medidas por un observador montado sobre el marco de referencia no inercial \mathcal{G} , sino las proyecciones de la velocidad relativa al LSR sobre los vectores unitarios de \mathcal{G} en términos de las coordenadas galácticas. La razón por la que se trabaja con estas cantidades tiene que ver con la definición de los movimientos propios.

El movimiento propio de un objeto puntual celeste se define como la velocidad angular aparente en la esfera celeste. Suele medirse en unidades de [mas yr⁻¹]⁶ o alguna unidad equivalente y denotarse por $\boldsymbol{\mu}$, donde su carácter vectorial se debe a que puede descomponerse en dos direcciones sobre el plano celeste. La manera en la que se mide el movimiento propio de los objetos celestes es usando un marco de referencia inercial cuyos vectores base se mantienen fijos mientras la Tierra se mueve alrededor de la Galaxia. Para ello es necesario usar fuentes extragalácticas para la determinación de ese marco de referencia. Actualmente se le conoce como ICRS (*International Celestial Reference System*) al sistema de referencia celeste usado convencionalmente en la astrofísica.

Junto con el ICRS es usual encontrar, en catálogos estelares, el movimiento propio medido en el sistema de coordenadas ecuatoriales. Las direcciones que definen a $\boldsymbol{\mu}$ en coordenadas ecuatoriales son la ascensión recta α y la declinación δ ,

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_\alpha \hat{\boldsymbol{\alpha}} + \mu_\delta \hat{\boldsymbol{\delta}},$$

donde μ_α y μ_δ son las medidas de $\Delta\alpha$ y $\Delta\delta$ en cierto intervalo temporal y $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ y $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ las

⁶Donde [mas] son milisegundos de arco.

2. CONSTANTES DE OORT

direcciones en las que α y δ son medidas en el sistema de coordenadas ecuatoriales. Otra forma de expresar a $\boldsymbol{\mu}$ es

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_\ell \hat{\boldsymbol{\ell}} + \mu_b \hat{\boldsymbol{b}},$$

donde μ_ℓ y μ_b son llamadas movimientos propios en coordenadas galácticas y $\hat{\boldsymbol{\ell}}$ y $\hat{\boldsymbol{b}}$ son los vectores unitarios en la dirección en la que se miden la longitud y la latitud galácticas. A diferencia de (μ_α, μ_δ) , (μ_ℓ, μ_b) no son medidas de los cambios $\Delta\ell$ ni Δb en el tiempo,⁷ sino las componentes de $\boldsymbol{\mu}$ al escribirlo en la base $(\hat{\boldsymbol{\ell}}, \hat{\boldsymbol{b}})$ al tiempo actual. Bajo esa premisa y dado que v_ℓ y v_b son las proyecciones sobre $\hat{\boldsymbol{\ell}}$ y $\hat{\boldsymbol{b}}$ de una velocidad medida desde el sistema de referencia inercial, podemos definir a μ_ℓ y μ_b como

$$\mu_\ell \equiv \frac{v_\ell}{r \cos b}, \quad \mu_b \equiv \frac{v_b}{r}.$$

Las expresiones 2.12 a 2.14 corresponden a un desarrollo tridimensional del campo de velocidades. Es usual encontrar expresiones más sencillas que involucran sólo las constantes A , B , C y K . Para obtener las expresiones usuales debemos suponer simetría del disco galáctico con respecto a su plano medio, lo que implica que la velocidad vertical y el gradiente del campo de velocidades en esa misma dirección es nulo. Es decir,

$$\partial_Z V_R = 0, \quad \partial_Z V_\theta = 0, \quad V_z = 0.$$

Bajo la suposición anterior es claro, de las ecuaciones 2.3 a 2.11, que el valor de las primeras cuatro constantes de Oort es el mismo con o sin la suposición anterior, mientras que las constantes D , D' , E , E' y K' se anulan, simplificando las ecuaciones 2.15 a 2.17:

$$v_r = r \cos^2 b [K + C \cos(2\ell) + A \sin(2\ell)], \quad (2.15)$$

$$v_\ell = r \cos b [B + A \cos(2\ell) - C \sin(2\ell)], \quad (2.16)$$

$$v_b = -r \cos b \sin b [K + C \cos(2\ell) + A \sin(2\ell)]. \quad (2.17)$$

La justificación de estas suposiciones yace en que la cinemática de las estrellas en el disco galáctico tienen velocidades verticales nulas en promedio y que los términos adicionales que describen esta dependencia vertical no mejoran los resultados obtenidos al realizar el desarrollo en dos dimensiones (ver por ejemplo Torra *et al.*, 2000). Dado que el objeto de estudio de esta tesis abarca un par de casos en los que la velocidad vertical no puede ser despreciada, se decidió usar las expresiones generales al analizar

⁷En estos cambios hay que considerar que son ángulos medidos en un sistema de referencia no inercial.

los datos presentados en el capítulo 4.

Al seguir, provisionalmente, el caso simplificado, en las ecuaciones 2.3 a 2.6, notemos que C y K son nulos, pues $\partial_\theta V = 0$ y $U = 0$ por simetría. Así, las expresiones de A y B se simplifican a

$$A = \frac{1}{2} \left[\partial_R V - \frac{V}{R} \right] \Big|_{R_0},$$

$$B = \frac{1}{2} \left[\partial_R V + \frac{V}{R} \right] \Big|_{R_0}.$$

Usando las expresiones anteriores e identificando $\Omega \equiv V/R$ como la velocidad angular es posible calcular Ω_0 en términos de A y B como

$$\Omega_0 \equiv \Omega(R_0) = B - A,$$

con Ω_0 la velocidad angular del LSR. Además puede ser calculado el cuadrado de la frecuencia epicíclica⁸ como $\kappa^2 = 4B(A - B)$ (ver Binney y Tremaine, 2008, para una discusión más detallada). Ambas frecuencias son medidas importantes para el estudio de la rotación galáctica y su uso sienta las bases en estudios más detallados y nos da información crucial para entender la manera en la que los astros se mueven en la vecindad solar y en la Galaxia en general.

Con las ecuaciones 2.15 y 2.16 es posible determinar el valor de las constantes A , B , C y K realizando mediciones de v_r y v_ℓ (o μ_ℓ y μ_b) como función de r y ℓ . Recientemente, las constantes de Oort han sido calculadas usando diferentes muestras estelares, lo cual mejora el valor inicial reportado por Oort en 1927. Por ejemplo, en Li *et al.* (2019) se reportan que

$$A = 15.1 \pm 0.1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1},$$

$$B = -13.4 \pm 0.1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1},$$

$$C = -2.7 \pm 0.1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1},$$

$$K = -1.7 \pm 0.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}.$$

En la actualidad existen diferentes catálogos estelares que permiten hacer uso de la estadística de precisión al atacar el problema de determinar las constantes de Oort.

⁸La frecuencia epicíclica mide la respuesta a una perturbación radial sobre una órbita circular en un potencial axisimétrico.

2. CONSTANTES DE OORT

Si bien los valores numéricos pueden diferir dependiendo de los tipos espectrales usados para el análisis,⁹ éstos son similares y reflejan la misma fenomenología de rotación galáctica. Una excepción ocurre cuando los valores de las constantes de Oort son obtenidos usando muestras estelares asociadas con el Cinturón de Gould. En la tabla 2.1 se muestran algunos de estos valores reportados y su contraparte obtenida de muestras estelares no pertenecientes al GB.

Tabla 2.1. Valores de las constantes de Oort reportados por (a) P. Lindblad *et al.* (1997) y (b) Torra *et al.* (2000), calculados con muestras estelares (i) pertenecientes al GB y (ii) no pertenecientes al GB.

	A [km s ⁻¹ kpc ⁻¹]	B [km s ⁻¹ kpc ⁻¹]	C [km s ⁻¹ kpc ⁻¹]	K [km s ⁻¹ kpc ⁻¹]	Referencia
(i)	6.1 ± 4.1	-20.6 ± 5.2	2.9 ± 3.7	11.0 ± 3.5	(a)
	5.7 ± 1.4	-20.7 ± 1.4	5.2 ± 1.4	7.1 ± 1.4	(b)
(ii)	13.7 ± 1.0	-13.6 ± 0.8	0.8 ± 1.1	-1.1 ± 0.8	(a)
	11.8 ± 1.5	-11.0 ± 1.4	-0.9 ± 1.5	-3.5 ± 1.7	(b)

Las diferencias entre los valores de las constantes de Oort calculadas para estrellas pertenecientes y no pertenecientes al disco son un indicador de que la cinemática de dichas muestras estelares es distinta. Por ejemplo, el valor de la constante K con valores significativamente mayores para la muestra perteneciente al GB sugiere una expansión, mientras que el valor de la constante B sugiere una rotación en sentido horario alrededor del LSR (ver la sección 3.2).

⁹Es sabido que estrellas más jóvenes muestran cierta desviación de la cinemática representativa de la Galaxia, posiblemente por la contribución del movimiento peculiar de la región donde fueron formadas.

2.3. Cálculo de las constantes de Oort: ajuste por caminatas aleatorias

Para calcular el valor de las constantes de Oort existen dos alternativas. La primera, calcularlo a partir de expresiones analíticas del potencial gravitacional de la Galaxia. La segunda, inferirlas de los movimientos propios de las estrellas en la vecindad solar. La primera alternativa suele ser usada para contrastar modelos del potencial galáctico, mientras que la segunda lleva a la tarea de realizar un ajuste en el que los parámetros son las constantes de Oort.

A partir de las ecuaciones 2.12 a 2.14 (o 2.15 a 2.17 para el movimiento restringido al plano) notamos que existe una relación entre las constantes de Oort y los coeficientes de una expansión en serie de Fourier de v_r , v_ℓ y v_b luego de ser manipuladas un poco para evitar su dependencia respecto a r y b .

Un par de caminos a seguir a para realizar el ajuste de las constantes de Oort son:

- encontrar los coeficientes de Fourier mediante transformadas de Fourier de v_r , v_ℓ y v_b o
- realizar un ajuste de las curvas que describen las velocidades de las estrellas en la vecindad solar.

En esta sección discutiremos el cálculo de los valores de las constantes de Oort mediante el segundo camino; en particular, mediante el uso de un método MCMC (*Markov chain Monte Carlo*).¹⁰ Describiremos el proceso por el cual, a partir de valores de posición y velocidad, pueden ser inferidas las constantes de Oort. Para ello se hace uso de la librería `emcee` de Python.¹¹

En general, los algoritmos MCMC tienen como objetivo generar trayectorias en el espacio de parámetros $\{\Theta_i\}$, donde Θ es un vector de este espacio. Estas trayectorias siguen una densidad de probabilidad

$$p(\Theta | D) = \frac{p(\Theta)p(D | \Theta)}{p(D)}, \quad (2.18)$$

¹⁰Una discusión más detallada del uso de coeficientes de Fourier puede ser consultada en Olling y Dehnen (2003).

¹¹Para ahondar tanto en los métodos MCMC como en la paquetería usada, consultar Foreman-Mackey *et al.* (2013).

2. CONSTANTES DE OORT

donde

- $p(\Theta | D)$ denota la probabilidad que existe de que los parámetros estén descritos por el vector del espacio de parámetros Θ (con entradas $\Theta^{(1)}, \dots, \Theta^{(n)}$) si los datos son D ;
- $p(D | \Theta)$ (también denotada $\mathcal{L}(D | \Theta)$) es la probabilidad de que los datos sean D suponiendo que los parámetros son Θ , y
- $p(D)$ la probabilidad de tener los datos D .

Suele llamarse probabilidad posterior a $p(\Theta | D)$; probabilidad precedente a $p(\Theta)$, y verosimilitud a $p(D | \Theta)$.¹² En general se busca escribir a $p(\Theta | D)$ en función del producto de $p(D | \Theta)$ y $p(\Theta)$, salvo un factor de escala. En caso de no estar comparando entre modelos distintos para ajustar nuestros datos D , $p(D)$ se vuelve simplemente un factor de normalización que no será importante para el método en cuestión.

Por un lado, la construcción de la probabilidad precedente debe contener la información obtenida de experimentos previos o constricciones del espacio de parámetros. Para el caso de las constantes de Oort, como primera aproximación y para garantizar que el espacio de parámetros es explorado a profundidad, suele usarse una probabilidad uniforme dentro de un rango de valores entre los que se cree que está cada constante de Oort.

Por otro lado, la verosimilitud codifica el modelo que estemos usando para ajustar los datos D . En este caso, nuestros datos D son las posiciones y las velocidades, siendo las velocidades las variables independientes. Una mayor verosimilitud para cierta Θ implica una menor desviación de las velocidades en D (variable independiente) respecto a las calculadas usando nuestro modelo al sustituir las posiciones de nuestros datos D y los parámetros Θ .

Una vez definida la probabilidad posterior, el algoritmo usado por `emcee` es un *Metropolis-Hastings* modificado (J. Goodman y Weare, 2010) que consiste en generar trayectorias en el espacio de parámetros mediante caminatas aleatorias que luego de suficiente tiempo son representativas de la distribución de probabilidad $p(\Theta | D)$. Las trayectorias $\{\{\Theta_i\}\}_j$ son cadenas de Markov para un conjunto de caminantes aleatorios J ($j \in J$) y son tales que cada punto en ellas Θ_i es generado en función únicamente de las trayectorias al tiempo anterior $\{\{\Theta_{i-1}\}\}_j$. Para un caminante dado, la dependencia es, en realidad, únicamente con el punto anterior en el que ese caminante se encontraba y la posición de un caminante distinto escogido de manera aleatoria entre el resto

¹²En inglés, *posterior probability*, *prior probability* y *likelihood*, respectivamente.

de los caminantes. Mediante una comparación de estas dos posiciones se propone una nueva posición que es aceptada con cierta probabilidad que tiende a maximizar la verosimilitud a tiempos largos, pero que acepta pasos intermedios que dan oportunidad de explorar una región amplia del espacio de parámetros.

Luego de ser calculadas las trayectorias para todos los caminantes, el valor que el algoritmo propone para nuestro parámetro está dado por

$$\langle \Theta^{(i)} \rangle = \int \Theta p(\Theta | D) d\Theta^{(i)}, \quad (2.19)$$

lo que se lleva a la práctica tomando un promedio de los valores de $\Theta^{(i)}$ por los que pasaron todos los caminantes en cada una de sus trayectorias.

Previo a encontrar el valor de $\langle \Theta^{(i)} \rangle$, debe realizarse lo que se conoce como un *burn in*, que implica recortar la primera parte de las caminatas para evitar el uso de valores cercanos al punto de inicio y procurar la independencia de las trayectorias.

Es importante definir el tiempo de autocorrelación τ_{ac} , que es una medida del número de pasos que le toma al algoritmo generar muestras independientes entre sí y representativas del espacio de parámetros. Una vez alcanzado τ_{ac} , la construcción de los parámetros que ajustan mejor a los datos es obtenida mediante un histograma de todas las posiciones en el tiempo. El tiempo de autocorrelación puede ser calculado directamente por `emcee` o bajo inspección de las caminatas aleatorias.

La incertidumbre asociada a los parámetros calculados por `emcee` estará dada por la desviación estándar para los algoritmos MCMC,

$$\sigma_{\Theta^{(i)}} = \sqrt{\frac{\tau_{ac}}{N} \text{Var}_{\Theta^{(i)}}}, \quad (2.20)$$

con N el tamaño de la muestra (número de caminantes por longitud de cada trayectoria luego del *burn in*) y $\text{Var}_{\Theta^{(i)}}$ la varianza de los valores visitados para el parámetro $\Theta^{(i)}$. Notemos dos cosas. Primero, la desviación estándar no depende del número de trayectorias usadas, sino de un N_{eff} definido como $N_{eff} = N/\tau_{ac}$. Segundo, hay que calcular incertidumbres individuales para cada parámetro.

Las funciones específicas de verosimilitud usadas durante la implementación se presentan en el capítulo 3. En la práctica es usual minimizar el logaritmo de la verosimilitud en lugar de maximizar la última. En general el logaritmo de la verosimilitud tiene la siguiente forma,

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{1}{2} \sum_j \left[\frac{(D_d - f(D_i))^2}{\delta D_d^2 + \delta f^2} + \ln \frac{2\pi}{\delta D_d^2 + \delta f^2} \right], \quad (2.21)$$

donde D_d y D_i representan los datos dependientes e independientes a los que realizaremos el ajuste; f el modelo que estamos ajustando, y δD_d y δf son las incertidumbres de los datos y la incertidumbre del modelo al propagar la incertidumbre de D_i . Notemos que cuando el error sea uniforme para toda la muestra será posible reducir la expresión [2.21](#) a

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{1}{2} \sum_j [(D_d - f(D_i))^2]. \quad (2.22)$$

Estudio numérico de las constantes de Oort

En el capítulo anterior se derivaron las ecuaciones que relacionan las velocidades en el sistema de coordenadas galáctico y las constantes de Oort. En este capítulo se describen y analizan diferentes experimentos realizados con el fin de entender el comportamiento y la manera en la que la cinemática en la vecindad solar depende de dichas constantes.

En la subsección 1.1.3 se introdujo el potencial gravitacional de Allen-Santillán, el cual es usado a lo largo de esta tesis para describir el potencial generado por la Vía Láctea. A partir de las expresiones de las constantes de Oort en términos de las derivadas parciales del campo de velocidades en el sistema de referencia J (ecuaciones 2.3 a 2.6) es posible calcular los valores de las constantes de Oort correspondientes a un potencial galáctico dado. Esto se logra mediante el cálculo numérico de las derivadas en coordenadas esféricas del campo de velocidades de la Galaxia correspondiente al potencial gravitacional en cuestión.

Las constantes de Oort se calcularon de manera numérica suponiendo velocidades circulares y considerando la naturaleza axisimétrica del potencial de Allen-Santillán. Los valores obtenidos son

$$\begin{aligned}
 A_0 &= 13.5504 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \\
 B_0 &= -13.9389 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \\
 C_0 &= 0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \\
 K_0 &= 0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1},
 \end{aligned}$$

y concuerdan con lo reportado por Allen y Santillan (1991) usando $R_0 = 8.0 \text{ kpc}$. En lo sucesivo llamaremos Θ_0 al vector (A_0, B_0, C_0, K_0) del espacio de parámetros, donde cada entrada corresponde a una de las constantes de Oort.

En este capítulo se discuten dos diferentes experimentos que consisten en evolucionar partículas de prueba usando un algoritmo Runge–Kutta de cuarto orden cuyas velocidades fueron obtenidas a partir de las ecuaciones 2.12 a 2.14 para diferentes valores de Θ . La diferencia entre cada experimento radica en las condiciones iniciales de velocidad usadas para cada caso. De manera resumida:

- En el primer experimento se evolucionan dos conjuntos de partículas. Para el primero, las condiciones iniciales de velocidad son las soluciones analíticas para movimiento circular y para el segundo conjunto las velocidades iniciales asignadas fueron las obtenidas usando las constantes de Oort para el caso de movimiento circular.
- En el segundo experimento se repitió la evolución del mismo conjunto de partículas de prueba cambiando en cada ocasión las constantes de Oort $\Theta = (A, B, C, K)$ usadas para obtener sus velocidades iniciales.

3.1. Primer experimento: Desviación respecto a r

Al tomar diferentes valores para el radio heliocéntrico r , se crearon partículas de prueba distribuidas uniformemente en un círculo alrededor del LSR (ubicado en $(8, 0, 0) \text{ kpc}$ en el sistema de coordenadas \mathcal{J}) y en el plano galáctico; es decir $b = z = 0$. Las velocidades iniciales de estas partículas de prueba fueron calculadas suponiendo movimiento circular con (i) la solución analítica para el potencial de Allen-Santillán y (ii) mediante las ecuaciones 2.15 y 2.16, usando los valores de las constantes de Oort

calculados a partir del mismo potencial Θ_0 . El experimento se repitió para diferentes valores de r entre 0.1 y 1.0 kpc.

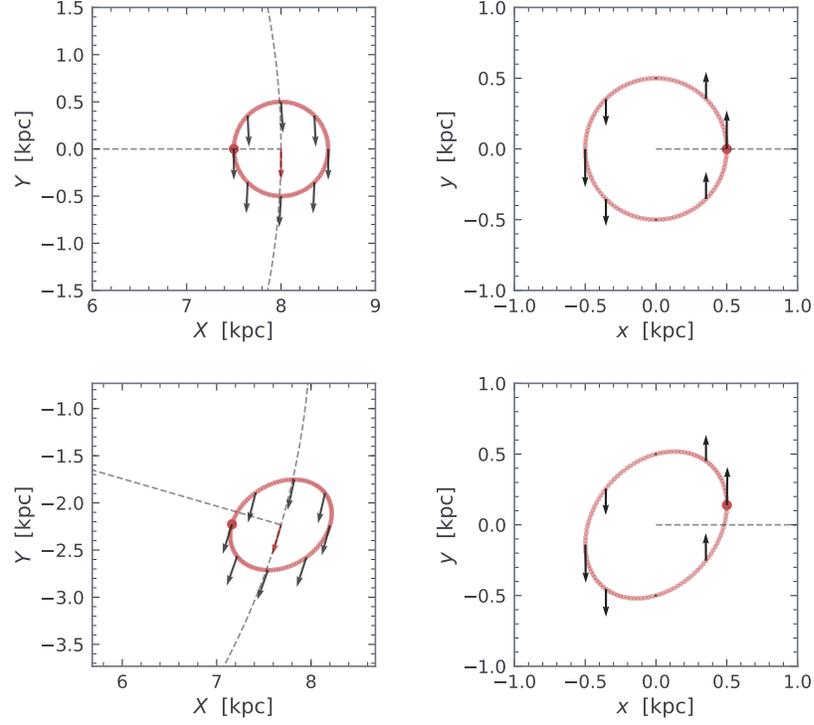


Figura 3.1. En los paneles a la izquierda están las partículas de prueba al tiempo inicial (*arriba*) y a un tiempo posterior $t \sim 8$ Myr (*abajo*), ambos casos en el marco de referencia J . Las líneas punteadas representan la órbita circular que sigue el LSR y la dirección al CG. En los paneles a la derecha están las partículas a los mismos tiempos, pero en el marco de referencia S . Nuevamente la línea punteada apunta en la dirección del CG. El punto más grande corresponde a la partícula que se encontraba inicialmente a $\ell = 0$ y las flechas corresponden a la dirección del movimiento medida en su respectivo marco de referencia. La flecha roja representa el movimiento del LSR.

En la figura 3.1 se muestran las partículas correspondientes al caso (ii) al tiempo inicial y a un tiempo posterior para un radio $r = 0.5$ kpc. Es claro en esta figura el efecto de la rotación diferencial del disco galáctico: por un lado, las partículas más cercanas al centro galáctico presentan velocidades angulares superiores que las que se encuentran más alejadas, por lo que las primeras se adelantarán al LSR mientras las segundas se

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

quedarán atrás, emulando un efecto de cizalla sobre la distribución. Por otro lado, las partículas con radios galactocéntricos semejantes al LSR tienen aproximadamente la misma velocidad y no experimentarán un cambio de posición en la distribución, por lo que parecen el pivote de la rotación de la cizalla descrita antes.

Con la intención de cuantificar la desviación de las posiciones y de las velocidades de las partículas de prueba del caso (ii) con respecto a las de (i), se introducen las definiciones de los promedios $\langle \Delta r/r \rangle$ y $\langle \Delta v/rB_0 \rangle$ dadas por

$$\langle \Delta r/r \rangle \equiv \sum_j \frac{1}{\|\mathbf{r}_j^{(i)}\|} \|\mathbf{r}_j^{(ii)} - \mathbf{r}_j^{(i)}\|, \quad \langle \Delta v/rB_0 \rangle \equiv \sum_j \frac{\|\mathbf{v}_j^{(ii)} - \mathbf{v}_j^{(i)}\|}{rB_0},$$

donde los superíndices en los vectores involucrados denotan si son partículas para el caso analítico, (i), o para la aproximación usando las constantes de Oort, (ii). El subíndice j corre sobre todas las partículas de prueba. El promedio $\langle \Delta r/r \rangle$ representa el error relativo de las posiciones respecto a la norma del radio heliocéntrico encontrado para cada partícula del caso (i), mientras que $\langle \Delta v/rB_0 \rangle$ representa la desviación de la rapidez de las partículas, pesado respecto a la velocidad característica con la que deberían de estar girando. En este caso los vectores de velocidad representan la velocidad de las partículas medidas desde el LSR. En la tabla 3.1 se presentan los valores calculados para ambos promedios al finalizar la simulación ($t \sim 17$ Myr).

Tabla 3.1. Valores calculados de $\langle \Delta r/r \rangle$ y $\langle \Delta v/rB_0 \rangle$ para las diferentes distancias solcéntricas, r , usadas para crear las partículas de prueba. Se muestran los valores a los tiempos inicial y final, $t_0 = 0$ y $t_f = 16.77$ Myr.

r [kpc]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1.0
$\langle \Delta r/r \rangle(t = t_f)$	0.003	0.005	0.008	0.011	0.014	0.027
	± 0.001	± 0.002	± 0.002	± 0.003	± 0.004	± 0.008
$\langle \Delta v/rB_0 \rangle(t = t_0)$	0.011	0.023	0.034	0.046	0.057	0.115
	± 0.003	± 0.007	± 0.010	± 0.014	± 0.017	± 0.035
$\langle \Delta v/rB_0 \rangle(t = t_f)$	0.012	0.023	0.035	0.046	0.058	0.115
	± 0.004	± 0.007	± 0.011	± 0.014	± 0.018	± 0.037

La tabla 3.1 muestra que el campo de velocidades calculado usando las constantes

de Oort Θ_0 reproduce de manera efectiva el campo de velocidades que se calcula al usar el potencial de Allen-Santillán de forma directa. Además notamos que, al evolucionar en el tiempo, la desviación de las velocidades se mantiene prácticamente constante. Por otro lado, la desviación de las posiciones muestra una dependencia lineal respecto al tiempo, $\langle \Delta r/r \rangle(t)$, dada por

$$\langle \Delta r/r \rangle \approx B_0 \langle \Delta v/r B_0 \rangle t.$$

Es decir, la desviación en las posiciones se debe principalmente a la desviación en los valores de la velocidad propagados durante el tiempo de la simulación.

Las constantes de Oort fueron calculadas para diferentes tiempos de la simulación mediante el algoritmo MCMC, descrito en el capítulo anterior, aplicado a las partículas (ii). La expresión usada para el logaritmo de la verosimilitud fue

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{1}{2} \sum_j \sqrt{(v_{rj} - v_r(\mathbf{r}_j))^2 + (v_{\ell j} - v_\ell(\mathbf{r}_j))^2},$$

con j corriendo sobre todas las partículas; v_{rj} y $v_{\ell j}$ representando las velocidades medidas en \mathcal{J} y proyectadas en las direcciones $\hat{\mathbf{r}}$ y $\hat{\boldsymbol{\ell}}$ y $v_r(\mathbf{r}_j)$, y $v_\ell(\mathbf{r}_j)$ dadas por las ecuaciones 2.15 y 2.16.

Para todos los casos —diferentes valores de r y para diferentes tiempos— los valores de las constantes de Oort calculados fue aproximadamente el mismo que Θ_0 . Las desviaciones en estos valores calculados se deben a la incertidumbre propagada al calcular las posiciones y velocidades de las partículas, a la incertidumbre por evolucionar el sistema y a la incertidumbre misma del algoritmo MCMC usado para calcular los valores de las constantes de Oort. La cuantificación de esta desviación es calculada mediante las expresiones

$$\begin{aligned} \Delta \Theta &\equiv \Theta - \Theta_0 = (\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta K), \\ \Delta A &\equiv A - A_0, \quad \Delta B \equiv B - B_0, \\ \Delta C &\equiv C - C_0, \quad \Delta K \equiv K - K_0. \end{aligned}$$

Encontramos que, para radios menores a $r = 0.5$ kpc, las desviaciones son menores a $0.02 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Por otro lado, para $r = 1.0$ kpc, los errores comienzan a ser mayores en cuanto algunas de las partículas se alejan lo suficiente para que la aproximación de Taylor deje de ser aplicable (alrededor de $t = 8$ Myr). En la figura 3.2 se muestran las desviaciones $\Delta \Theta$ calculadas durante la simulación para radios $r = 0.4$ kpc, 0.5 kpc y 1.0 kpc.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

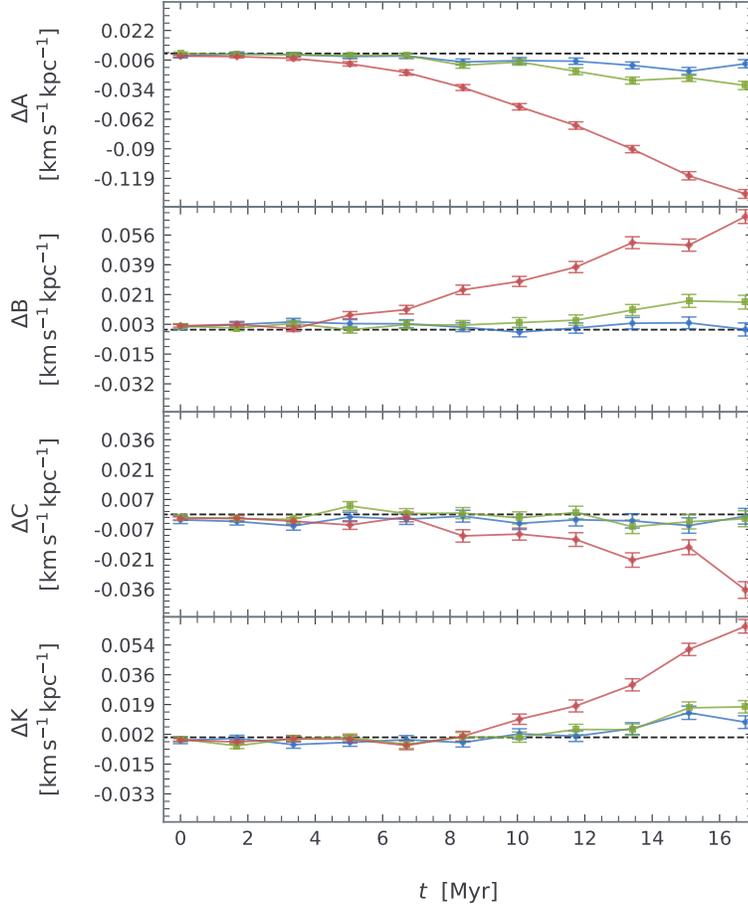


Figura 3.2. Valores de $\Delta\Theta$ calculados durante la simulación del experimento 1, caso (ii) usando $r = 0.4$ kpc (círculos azules), $r = 0.5$ kpc (cuadrados verdes) y $r = 1.0$ kpc (diamantes rojos). La línea punteada corresponde a una desviación nula y las barras de error incluidas son la incertidumbre debido al método MCMC (ver ecuación 2.20).

De este primer experimento se concluye que las constantes de Oort pueden ser usadas para establecer las velocidades de partículas en la vecindad solar reproduciendo de manera efectiva la evolución que sigue la distribución espacial al rotar con la Galaxia siempre y cuando la distancia al LSR sea adecuada para que el campo de velocidades pueda ser aproximado mediante el desarrollo de Taylor a primer orden.

3.2. Explorando el espacio de parámetros Θ

Las constantes A_0 , B_0 , C_0 y K_0 miden respectivamente la cizalla acimutal (dirección $\hat{\theta}$), la vorticidad, la cizalla radial (dirección \hat{R}) y divergencia locales al campo de velocidades para órbitas cerradas en el entorno del LSR.

En esta sección se estudia el comportamiento de la distribución espacial al cambiar los valores de las constantes de Oort usadas para calcular las condiciones iniciales de velocidad de las partículas de prueba a evolucionar. La configuración espacial inicial de las partículas para cada conjunto de constantes de Oort Θ es siempre la misma: uniformemente distribuidas en un círculo alrededor del LSR con un radio $r = 0.4$ kpc. La elección de este valor para r fue un tanto arbitraria y tuvo que ver con que es el radio más grande para el que las desviaciones en el primer experimento son despreciables para todos los tiempos de la simulación.

Tomando como referencia Θ_0 , se escogieron conjuntos $\{\Theta^{ij}\}$, de forma que dos constantes de Oort coincidieran con los valores de Θ_0 y el valor de las otras dos fueran diferentes. Por ejemplo, $\{\Theta^{AB}\}$ es el conjunto de valores de Θ tales que C y K coinciden con los valores de Θ_0 , mientras que los valores de A y B difieren. Una notación más formal para este ejemplo es $\{\Theta^{AB} | A \in AA, B \in BB\}$ con AA y BB los conjuntos de donde se escogen A y B respectivamente. Los conjuntos AA, BB, CC y KK usados para construir cada $\{\Theta^{ij}\}$ fueron

$$\begin{aligned} AA &= \{A_0(-4 + i)/2 \mid i \in \{0, 1, \dots, 8\}\}, \\ BB &= \{B_0(-4 + i)/2 \mid i \in \{0, 1, \dots, 8\}\}, \\ CC &= \{11.5(-4 + i)/4 \mid i \in \{0, 1, \dots, 8\}\}, \\ KK &= \{11.5(-4 + i)/4 \mid i \in \{0, 1, \dots, 8\}\}. \end{aligned}$$

Dado un Θ , se calcularon las velocidades en coordenadas galácticas. A esta velocidad se sumó la velocidad del LSR, por lo que los diferentes escenarios estudiados en este experimento representan cinemáticas distintas a las del disco galáctico, pero cuyo campo de velocidades está bien representado por el del LSR.

Para cada Θ del conjunto $\{\Theta^{ij}\}$, se evolucionaron las partículas de prueba, resultando en 81 diferentes simulaciones para cada uno de los seis $\{\Theta^{ij}\}$.

Resultados para $\{\Theta^{AB}\}$

En las figuras 3.3 y 3.4 se muestran las posiciones de las partículas de prueba (desde el marco de referencia \mathcal{G}) a $t = 0$ y $t = 16.7$ Myr) para $\{\Theta^{AB}\}$; es decir, variando A y B . La evolución de los valores de las constantes de Oort durante las simulaciones puede consultarse en la figura 3.5.

Para todos los casos, luego de un tiempo $t = 16.7$ Myr, hay una elongación en la distribución circular de las partículas, además de una rotación de las posiciones de las mismas. Aunque los dos fenómenos parecen depender de ambos valores de A y B , la magnitud de A es la que domina la elongación y la de B es la que domina la rotación. La dirección de la elongación parece depender de ambos valores A y B . Al variar el valor de B las partículas rotan en mayor o menor medida su posición en la distribución. En particular observamos que, para $B = 2B_0 = -27.88 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, la rotación propia de la distribución contrarresta la rotación debida a la rotación del LSR y tenemos algunos casos en los que el efecto neto es una rotación en sentido horario. La elongación de la distribución resulta en una excentricidad que aumenta con la magnitud de A .

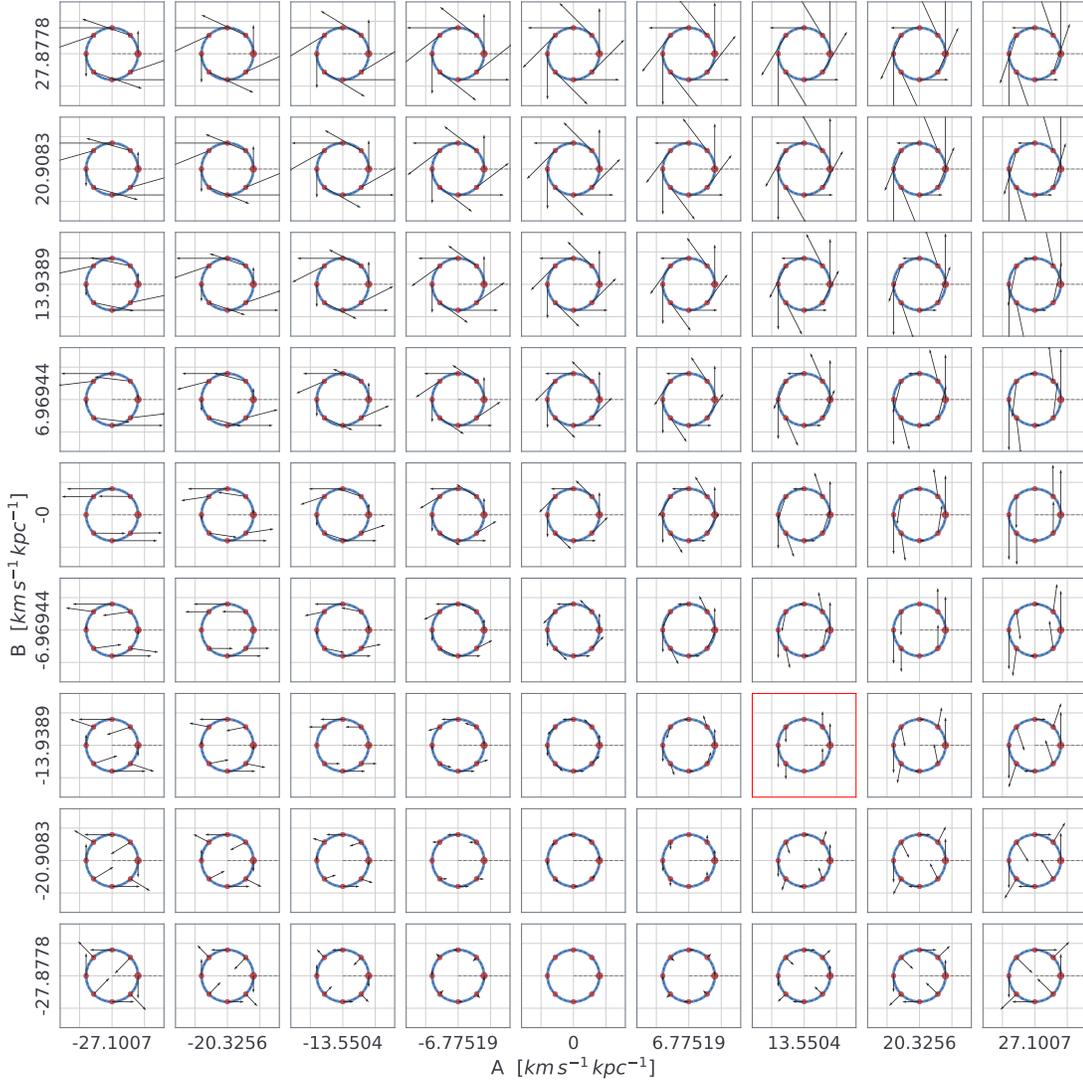


Figura 3.3. Posiciones y campo de velocidades para el tiempo inicial para las partículas de prueba correspondientes a $\{\Theta^{AB}\}$. Las líneas punteadas horizontales apuntan al CG. En rojo se muestran las partículas que inicialmente se encuentran a longitudes galácticas múltiplos de $\pi/4$, con el punto más grande correspondiente a $\ell = 0$. El recuadro en rojo corresponde al caso $\Theta = \Theta_0$. Las dimensiones de cada caja son de 600 pc por lado.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

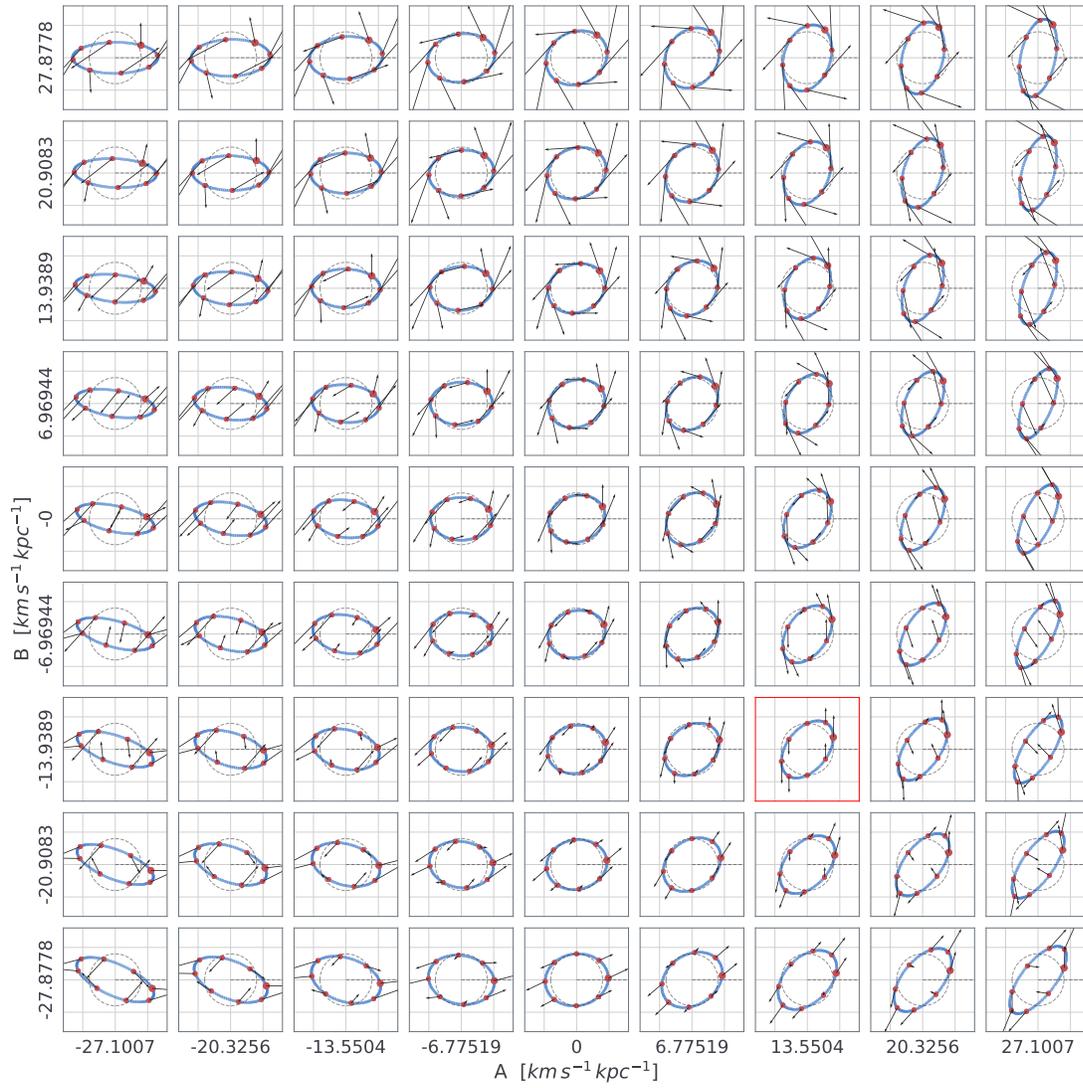


Figura 3.4. Igual a la figura 3.3 para $t = 16.7 \text{ Myr}$. El círculo gris muestra la distribución inicial de partículas.

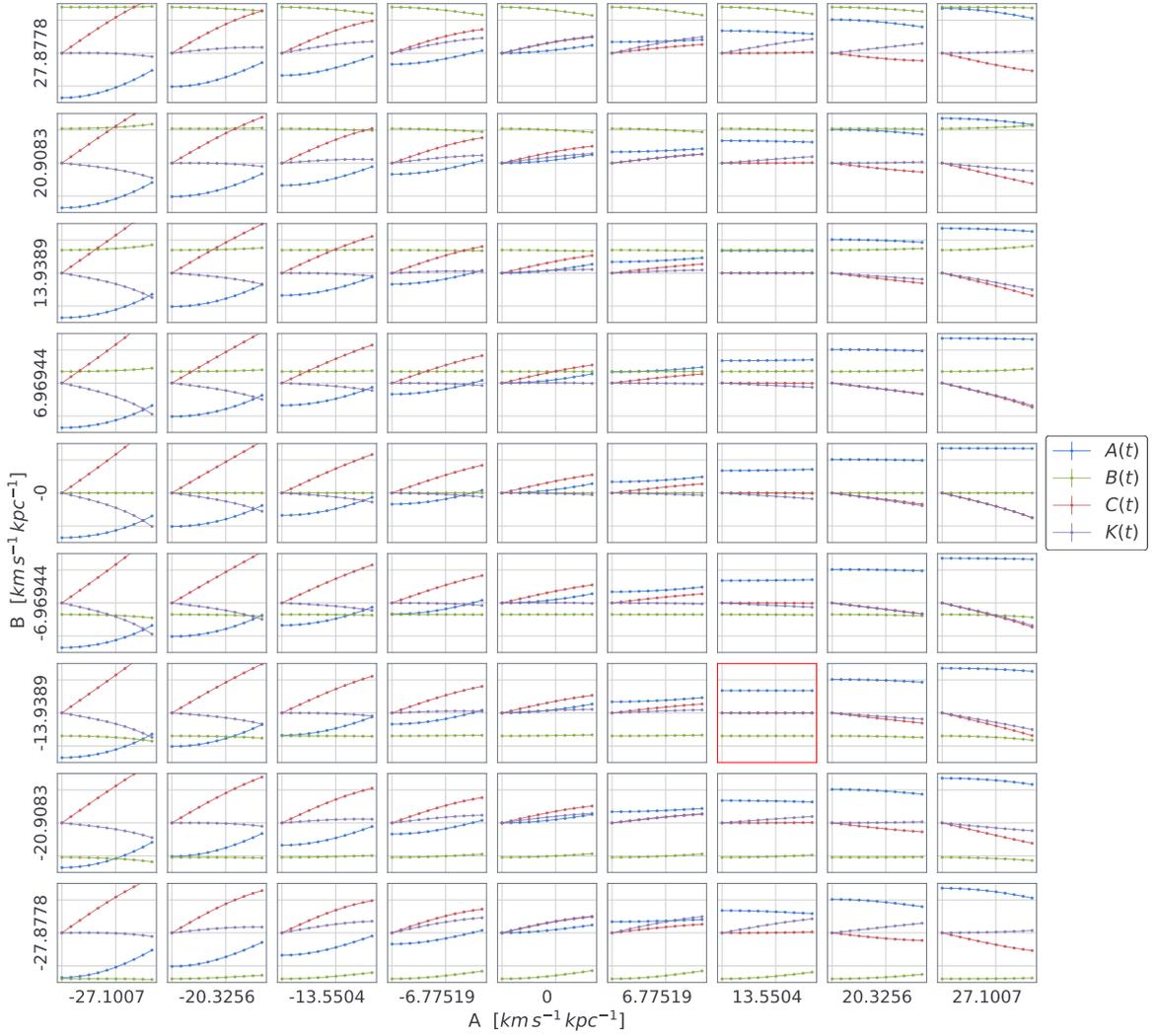


Figura 3.5. Evolución del valor de las constantes de Oort durante las simulaciones correspondientes a $\{\Theta^{AB}\}$. Verticalmente los cuadros en el mosaico se extienden de -30 a $30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y, horizontalmente, mediciones tomadas desde $t = 0$ hasta $t = 16.7 \text{ Myr}$ cada $\Delta t = 1.67 \text{ Myr}$. La posición de cada recuadro en el mosaico corresponde al valor inicial de Θ .

Cuando $A_0 = 0$, la cizalla acimutal es nula y se presenta el caso de rotación de cuerpo rígido alrededor del LSR. Sin embargo, en el caso $\Theta \neq \Theta_0$, es necesario considerar tanto el valor de A como el de B . Usando las definiciones 2.3 y 2.4 y tomando $V_\theta/R|_{R_0} = \Omega_0$, entonces, si $A = \alpha\Omega_0$ y $B = \beta\Omega_0$, puede demostrarse que

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

$$\begin{aligned}\partial_R V_\theta \Big|_{\mathbf{R}_0} &= \Omega_0(\beta + \alpha), \\ \frac{1}{R} \partial_\theta V_R \Big|_{\mathbf{R}_0} &= \Omega_0(\beta - \alpha + 1).\end{aligned}$$

Dado que $-A_0 \approx B_0 \approx \Omega_0/2$, el caso más cercano a la rotación de cuerpo rígido se presenta cuando $A = 0$ y $B = 2B_0$ ($\alpha = -1/2$, $\beta = 1/2$). Otros casos para los que la rotación diferencial no es observada ($\partial_R V_\theta \Big|_{\mathbf{R}_0} = \Omega_0$) presentan además una cizalla en la dirección $\hat{\mathbf{R}}$,

$$\frac{1}{R} \partial_\theta V_R \Big|_{\mathbf{R}_0} = \frac{4B_0}{B} \Omega_0 < 0.$$

Es decir, la velocidad V_R es negativa y de mayor magnitud a $\ell = \pm 90^\circ$. Para el tiempo final de la simulación el potencial gravitacional giró completamente la distribución hasta terminar en una elongación en el eje x .

En todos los casos, en la columna $A = 0$ parece dominar un movimiento descrito en \mathcal{G} como una rotación alrededor del LSR. Un caso particular se presenta para $B = 0$. En este caso ocurre que $\partial_R V_\theta \Big|_{\mathbf{R}_0} = 0$; es decir, $V_\theta = cte$ y $\partial_\theta V_R \Big|_{\mathbf{R}_0} = R\Omega_0$. Esto se refleja en que las partículas presentan velocidades aproximadamente iguales a las del LSR y por lo tanto la rotación diferencial es un reflejo de la rotación misma del marco de referencia. Para valores mayores de B , a radios galactocéntricos R más pequeños que R_0 , V_θ aumenta, mientras que para R mayores que R_0 , V_θ disminuye, lo que propicia una rotación diferencial mayor. Es decir, las partículas más cercanas al CG adelantan al LSR más rápido y las más lejanas se atrasan más rápido que en el caso Θ_0 . Añadido a este efecto, existe una cizalla radial que deforma la distribución en sentido contrario al movimiento en $\hat{\mathbf{R}}$ de las partículas de prueba ($\partial_\theta V_R \Big|_{\mathbf{R}_0} < 0$). El balance de estos dos efectos mantiene las distribuciones espaciales aproximadamente circulares. Puede demostrarse que este fenómeno ocurre siempre que $\alpha = 0$ o, lo que es equivalente, que $A = 0$. Para ello basta con sustituir en las definiciones 2.3 y 2.4

$$\left(\partial_R V_\theta - \frac{1}{R} \partial_\theta V_R \right) \Big|_{\mathbf{R}_0} = -\Omega_0.$$

Del mosaico de evolución de las constantes de Oort podemos hacer un par de observaciones. El valor de la constante C tiende a aumentar en magnitud para todos los casos en los que $A \neq A_0$. Para valores $A < A_0$ el valor de C tiende a valores más positivos, mientras que para $A > A_0$ tiende hacia valores más negativos. El comportamiento de

K en el tiempo parece depender de ambos valores de A y C , permaneciendo constante si el cambio en C y el cambio en A se equilibran. Recordemos que A y C dan una medida de la cizalla presente en la distribución, con lo que, siempre que la cizalla sea uniforme en ambas direcciones, no parece haber un cambio en la medida de expansión de la distribución. Observamos además un caso particular distinto a Θ_0 en el que los valores de las constantes de Oort se mantienen constantes en el tiempo. Este caso es $\Theta = (A_0, -B_0, C_0, K_0)$. Proponemos que al cambiar la medida de rotación alrededor de la distribución, pero sin cambiar la cizalla, el efecto neto de la acción del potencial gravitacional sobre la distribución se anula al promediar sobre todas las partículas de prueba.

Por último, el comportamiento de A en el tiempo parece ser tal que el potencial gravitacional tiende a aumentar su valor positivo, mientras que la medida de expansión K y la cizalla radial C se oponen y contribuyen respectivamente y en igual medida. Es decir, si los valores de C y K se balancean, el potencial gravitacional no cambia el valor de A , mientras que si la magnitud de C supera la de K , el valor de A sigue una tendencia similar al de C : ambos aumentan o ambos disminuyen.

Resultados para $\{\Theta^{AC}\}$

En las figuras 3.6 y 3.7 se muestran las posiciones de las partículas de prueba a $t = 0$ y $t = 16.7 \text{ Myr}$ para $\{\Theta^{AC}\}$; es decir, variando A y C y manteniendo $B = B_0$ y $K = K_0$. Además, en la figura 3.8 se muestra en un mosaico la evolución del valor de las constantes de Oort para $\{\Theta^{AC}\}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

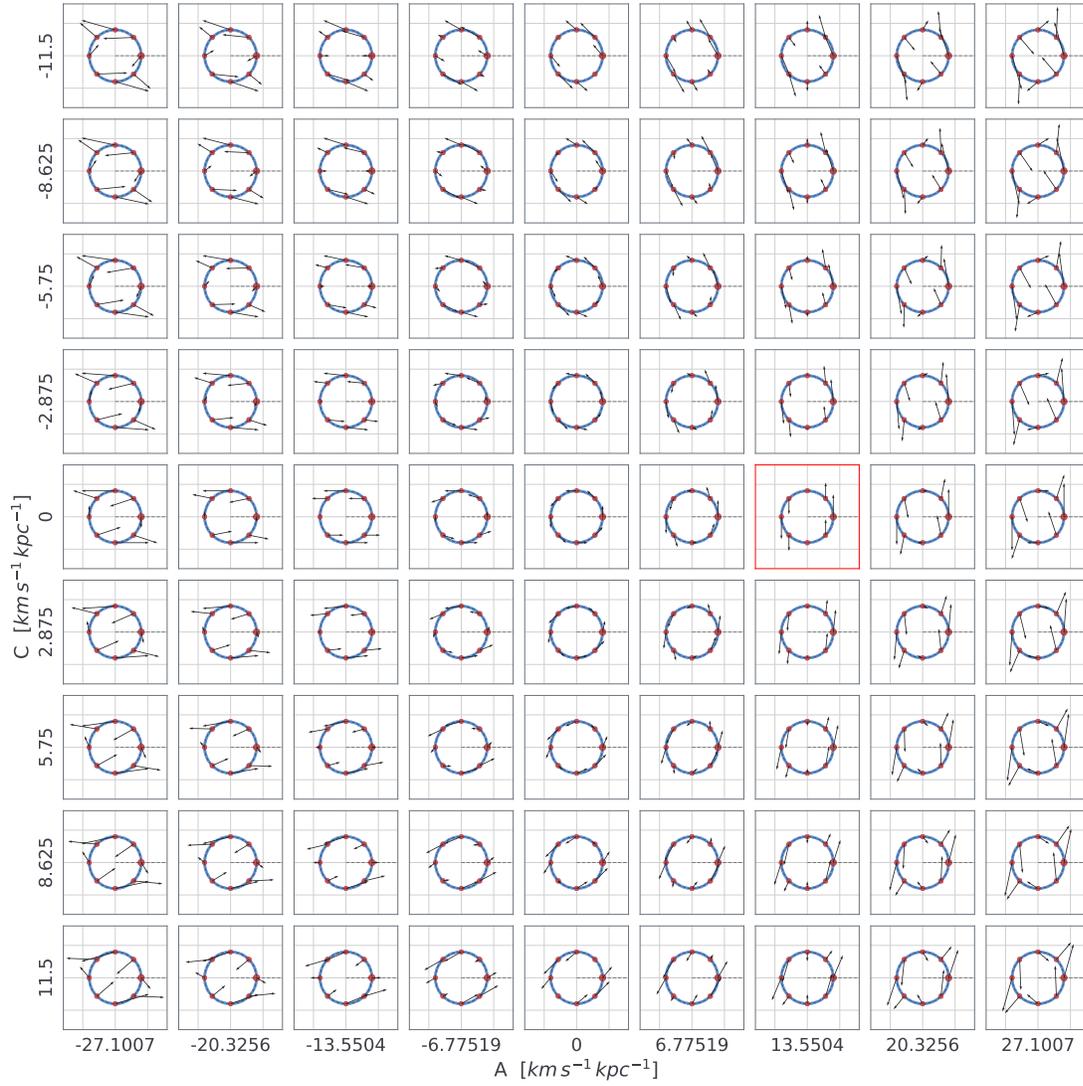


Figura 3.6. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{AC}\}$.

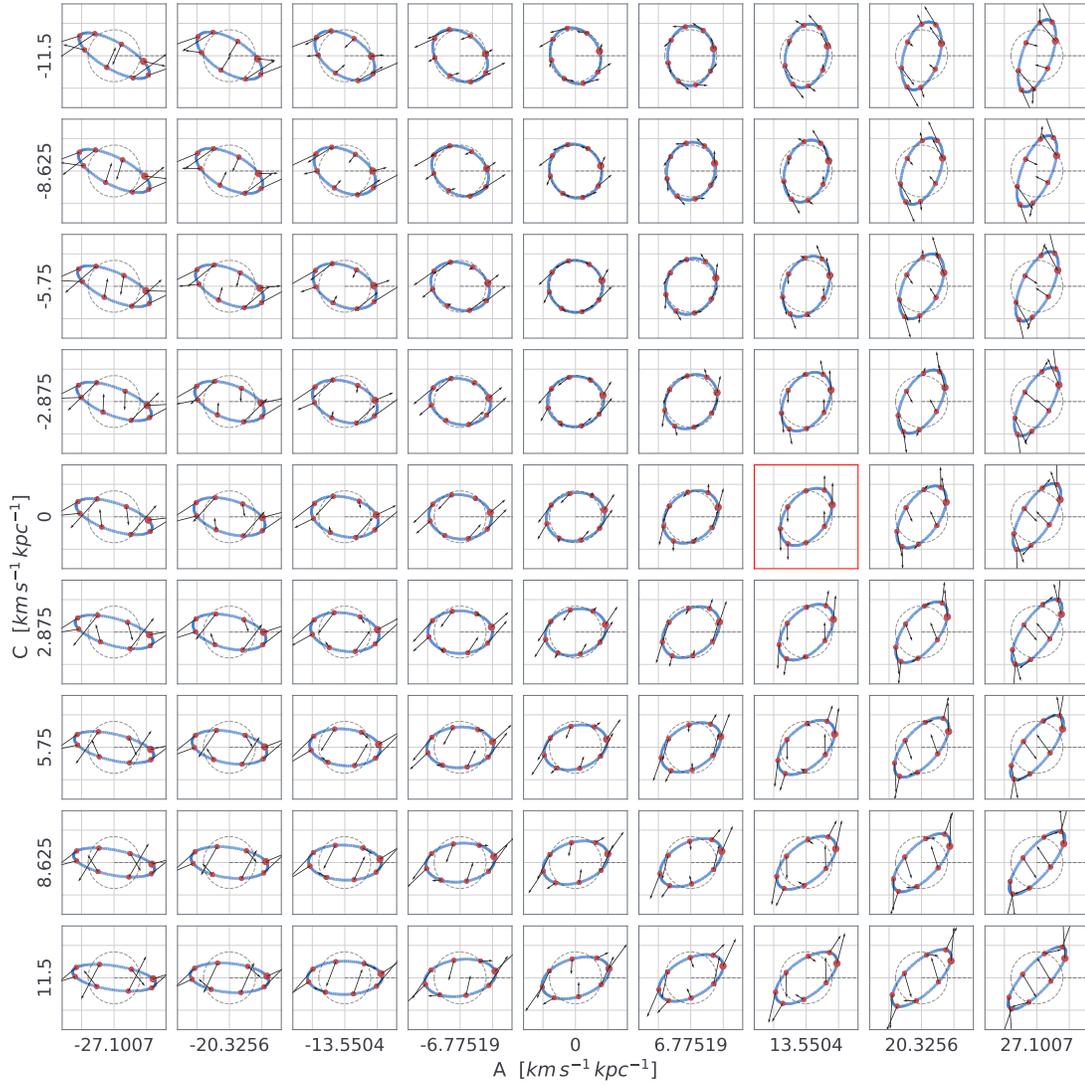


Figura 3.7. Igual a la figura 3.6 para $t = 16.7 \text{ Myr}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

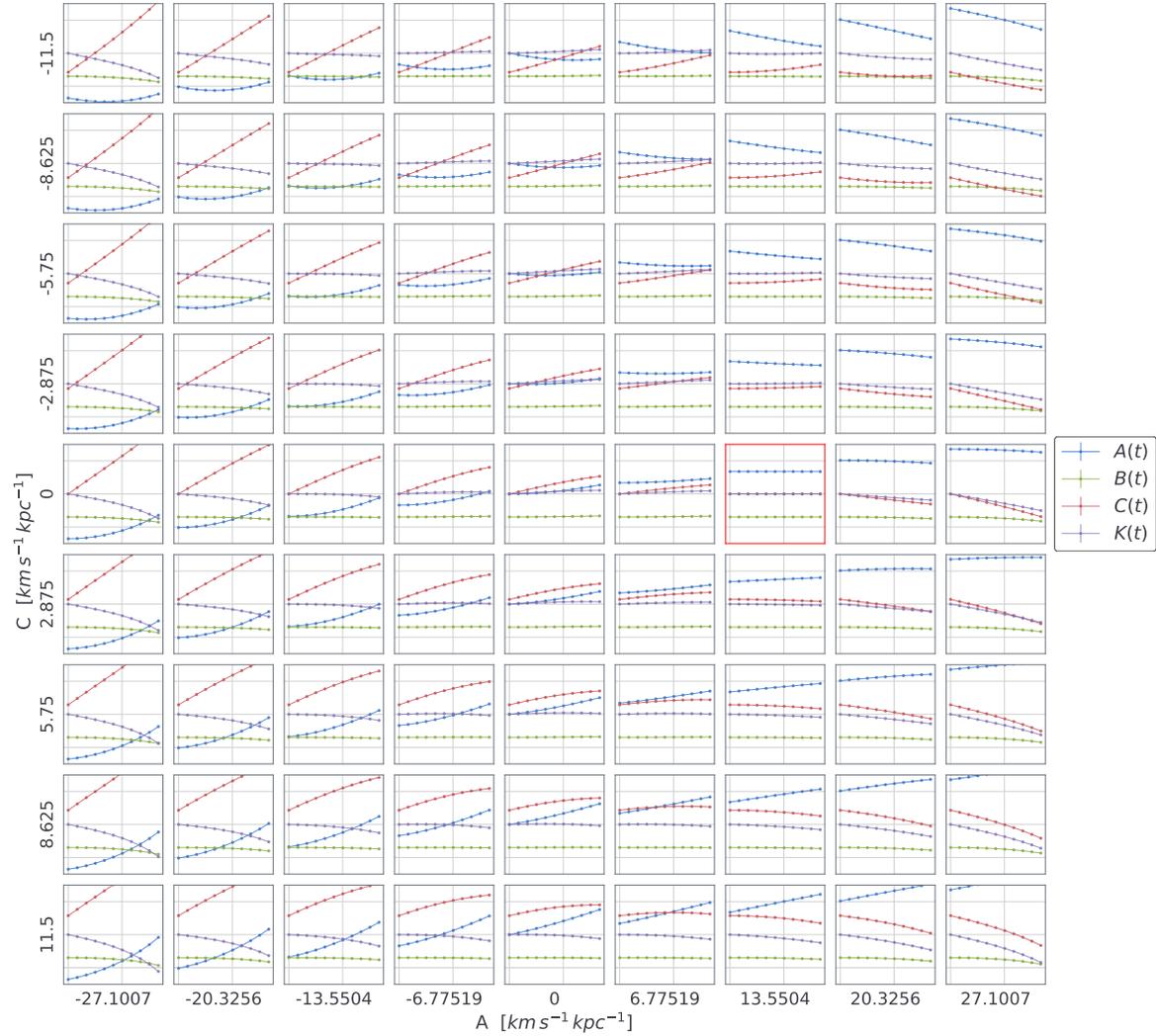


Figura 3.8. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{AC}\}$.

Luego de la evolución de las partículas se obtuvieron distribuciones similares a las simulaciones de $\{\Theta^{AB}\}$. Una de las diferencias que encontramos en ambos casos es la rotación de las partículas de prueba en la distribución, misma que aumenta con el valor de A . En realidad la rotación de las partículas no parece depender del valor de C y observamos la misma dependencia de esta rotación respecto a A que en la fila $B = B_0$ de la gráfica 3.4. Además, la inclinación de las distribuciones (que depende tanto de A como de C) parece aumentar con la magnitud de A en sentido horario para valores po-

sitivos y en sentido antihorario para valores negativos. En el caso de la inclinación hacia valores negativos de ℓ , la inclinación es menor comparada con su contraparte positiva. Este efecto ocurre por la acción de la aceleración gravitacional de la Galaxia cuya cizalla se presenta en la dirección de rotación galáctica. Adicionalmente, el valor de la C , dada una A , tiene un efecto sobre la inclinación de la distribución que favorece a ángulos positivos para valores más negativos de C y ángulos negativos para valores positivos de C .

El comportamiento de la evolución de las constantes de Oort es similar a lo observado en los casos para $\{\Theta^{AB}\}$ con la adición de observar un par de ejemplos en los que las líneas $A(t)$ y $C(t)$ se cruzan, dando lugar así a puntos de inflexión para alguna de estas dos constantes que dependen de la pendiente dominante. Por ejemplo, para $A = 0$, $C > 2.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ la inflexión se presenta en $A(t)$, mientras que para $A = 6.77 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, $C = 8.6$ y $C = 5.7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ la inflexión se presenta en $C(t)$.

Resultados para $\{\Theta^{AK}\}$

En las figuras 3.9 y 3.10 se muestran las posiciones de las partículas de prueba a $t = 0$ y $t = 16.7 \text{ Myr}$ para $\{\Theta^{AK}\}$; es decir, variando A y K y manteniendo $B = B_0$ y $C = C_0$. También mostramos en un mosaico (figura 3.8) la evolución del valor de las constantes de Oort para $\{\Theta^{AK}\}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

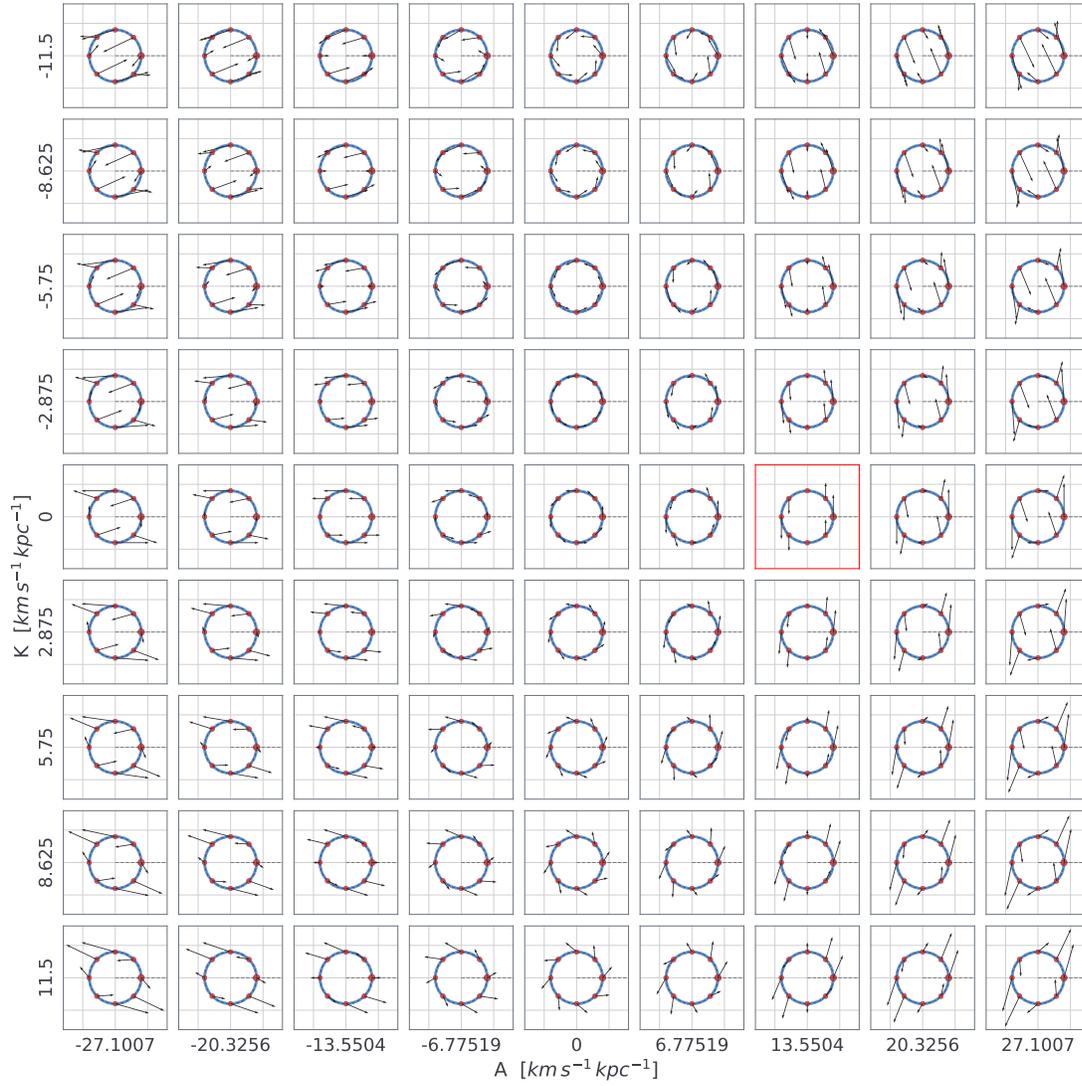


Figura 3.9. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{AK}\}$.

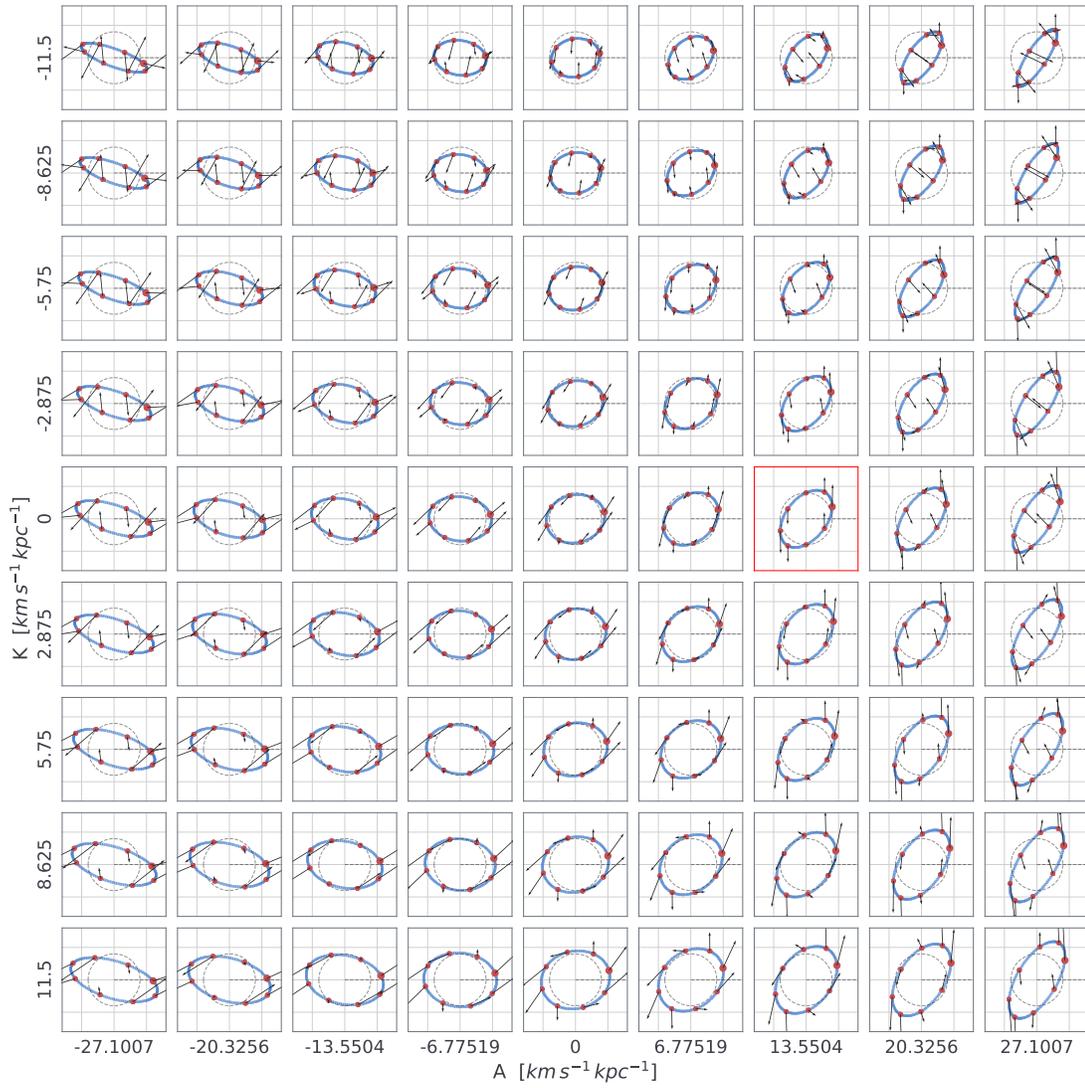


Figura 3.10. Igual a la figura 3.9 para $t = 16.7$ Myr.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

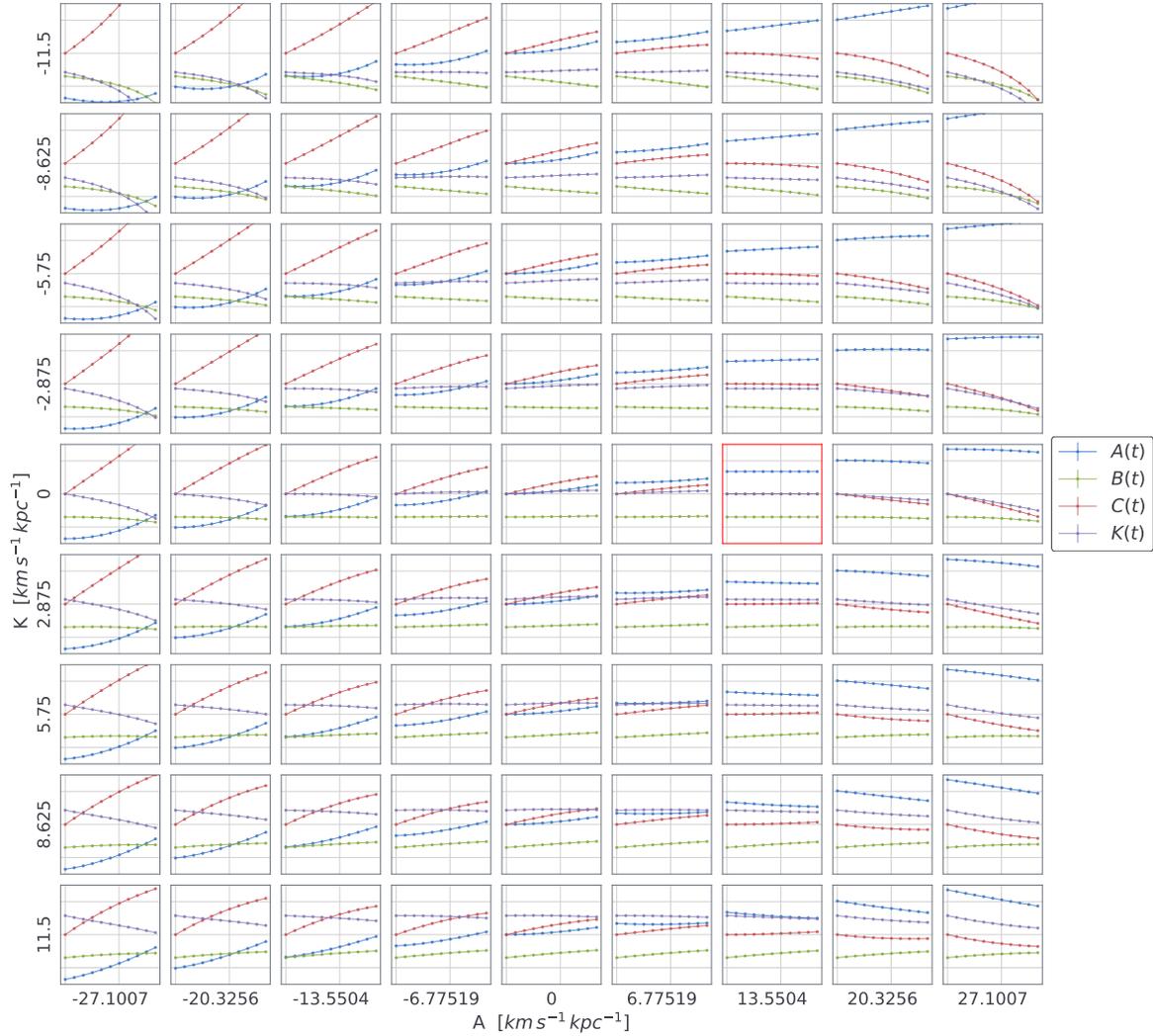


Figura 3.11. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{AK}\}$.

En las simulaciones de este caso, al igual que para $\{\Theta^{AC}\}$, la rotación de las partículas en la distribución depende únicamente del valor de A . Además, la inclinación de la distribución no cambia con el valor de K . Por ello, la forma de las distribuciones son prácticamente iguales para todos los valores de K dado cierto valor de A , y la diferencia entre ellos radica sólo en una expansión o compresión dependiendo del valor de K (expansión para $K > 0$ y compresión para $K < 0$). Salvo la expansión o compresión de la distribución, mientras recorremos los resultados al tiempo final, encontramos las

mismas distribuciones que para la fila $B = B_0$ de la gráfica 3.4.

Adicionalmente, del análisis del mosaico de evolución de los valores de las constantes de Oort, observamos que el valor de la K suele disminuir en el tiempo con unas pocas excepciones. Al comparar los casos para los que el valor de la constante K aumenta (para $A = 0$ y $K < 0$) respecto a aquellos en los que disminuye, el cambio de K en los primeros es mínimo. El potencial gravitacional tiende a disminuir el valor de K para una distribución que comienza con expansión. Esto puede deberse a que, mientras la cizalla deforma la distribución hasta una distribución elongada, las partículas donde la cizalla es menor presentan una menor expansión (más negativa cuando existe compresión y menor cuando presenta expansión). A diferencia de los casos anteriores, el valor de B presenta mayores variaciones en el tiempo. Este cambio no parece depender del valor de K inicial, sino del valor de A , lo que se corrobora al observar cómo varía la tasa de cambio de B cuando cambia A .

Resultados para $\{\Theta^{BC}\}$

En las figuras 3.12 y 3.13 se muestran las posiciones de las partículas de prueba a $t = 0$ y $t = 16.7$ Myr para $\{\Theta^{BC}\}$; es decir, variando B y C y manteniendo $A = A_0$ y $K = K_0$. Además, en la figura 3.14 se muestra en un mosaico la evolución del valor de las constantes de Oort para $\{\Theta^{BC}\}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

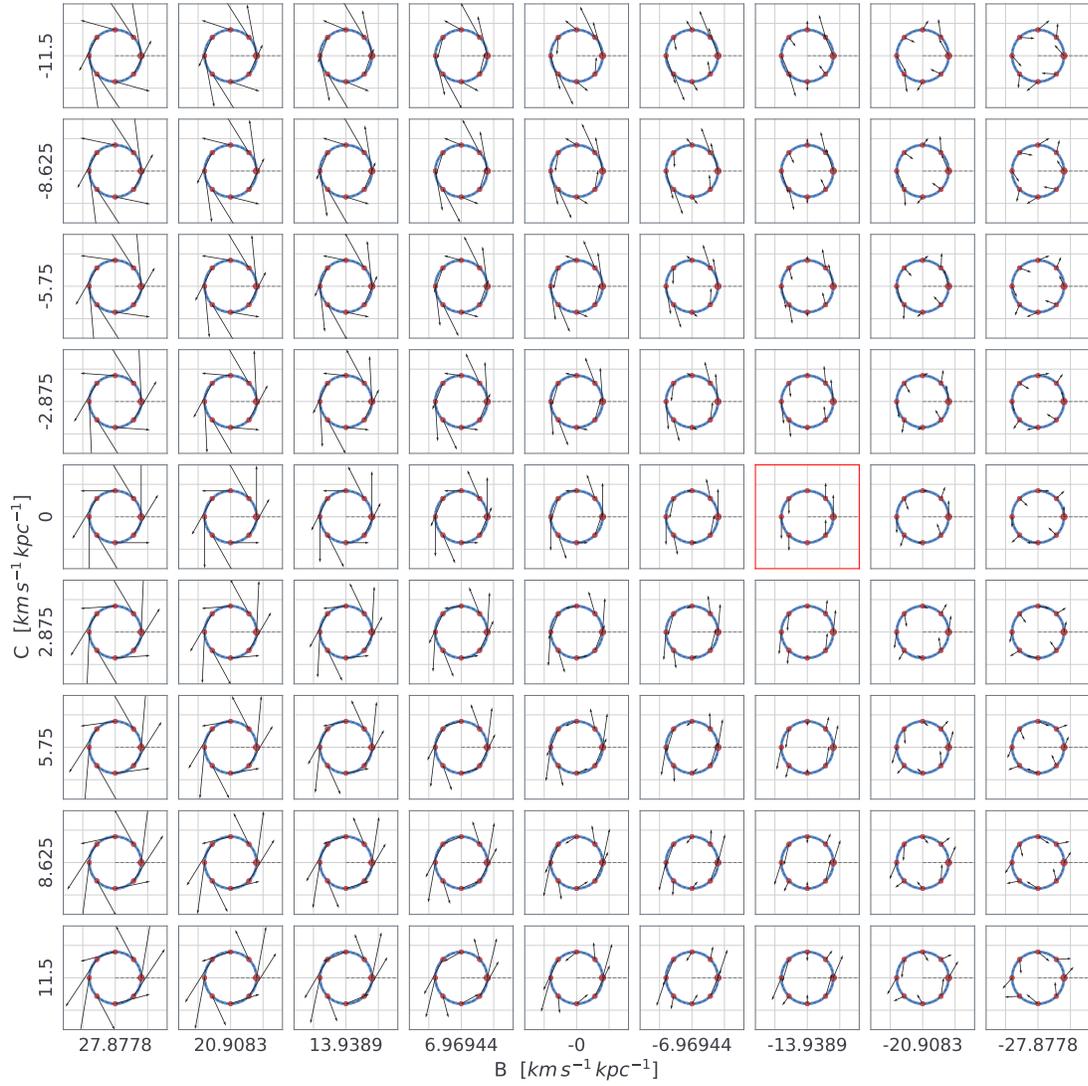


Figura 3.12. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{BC}\}$.

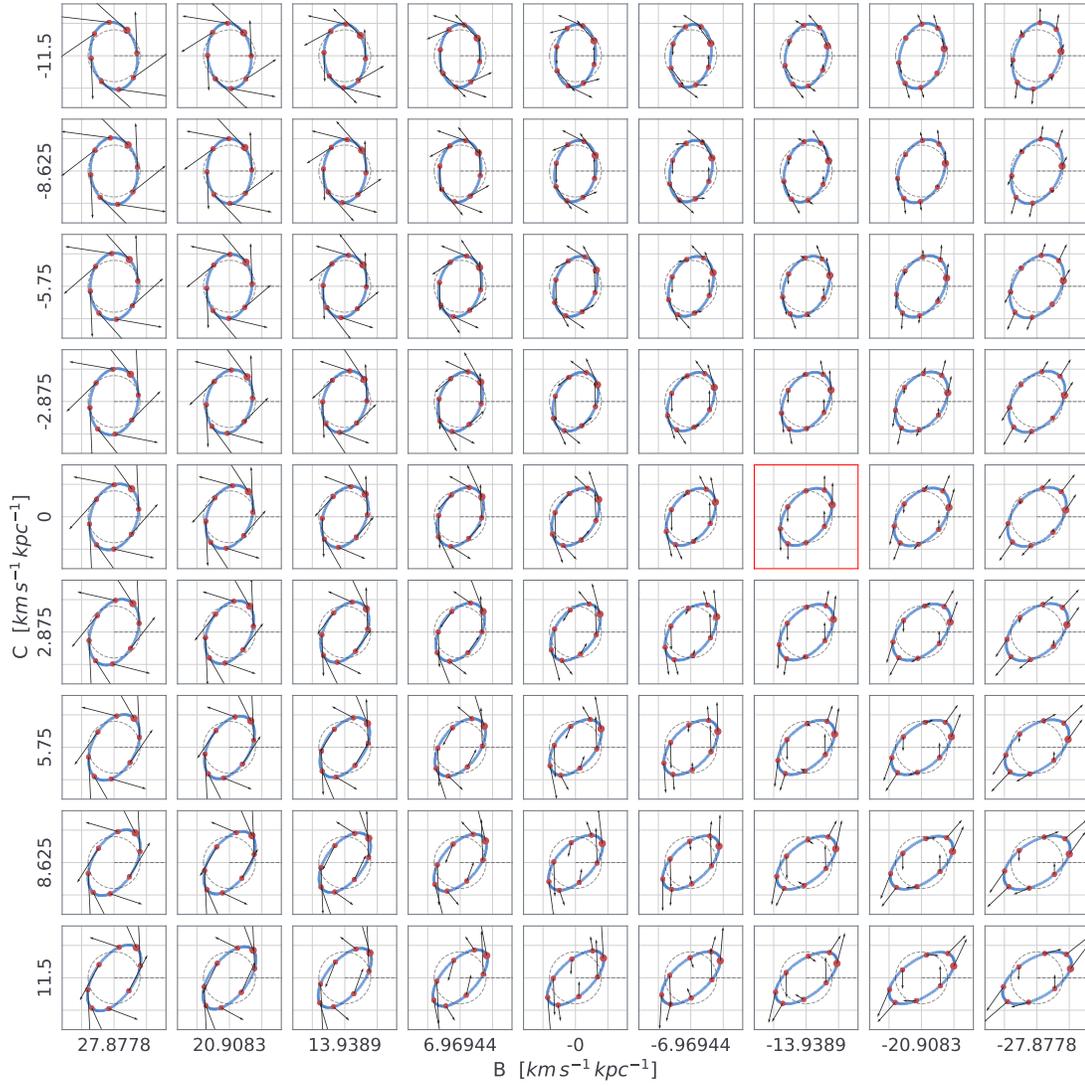


Figura 3.13. Igual a la figura 3.12 para $t = 16.7 \text{ Myr}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

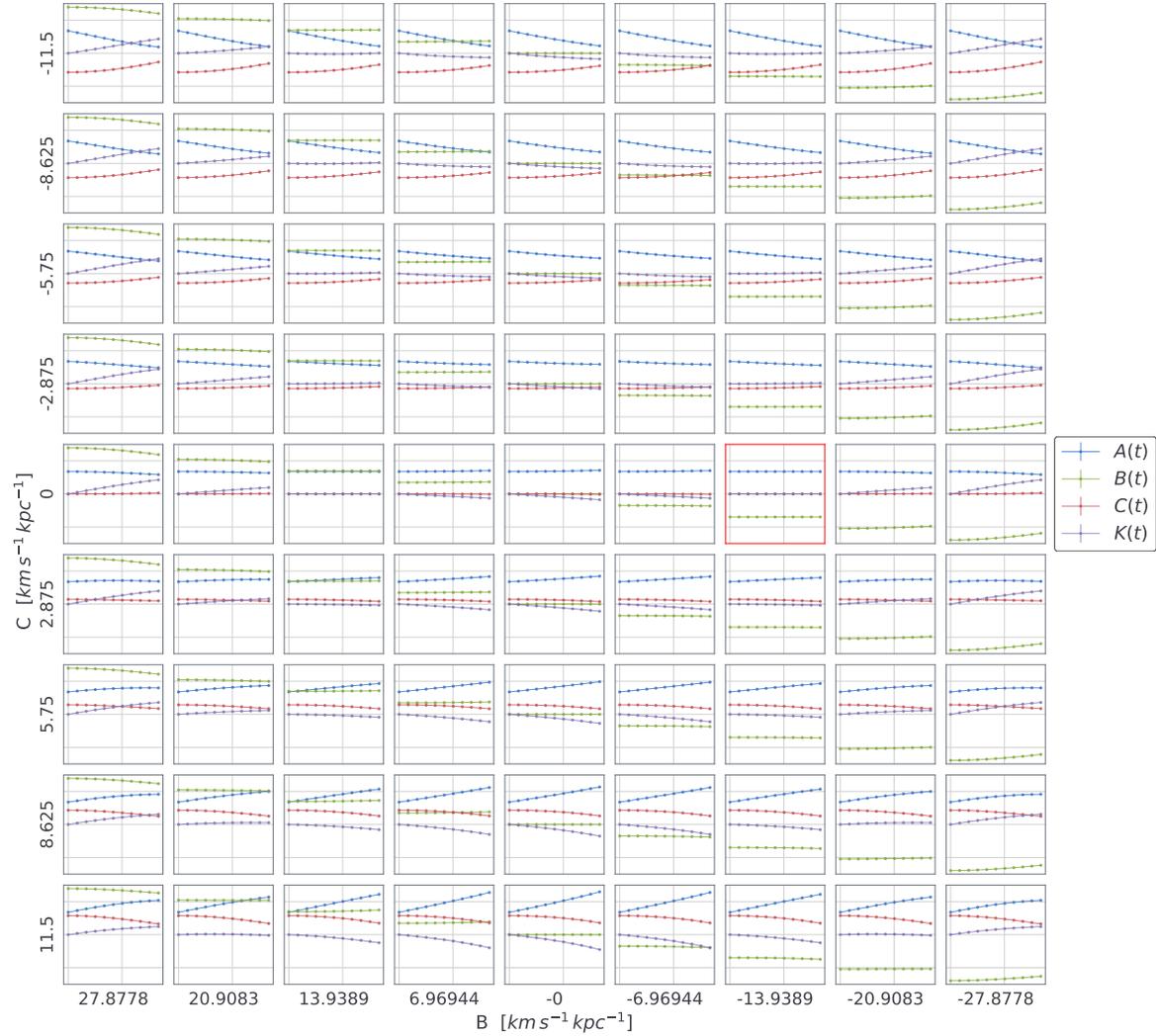


Figura 3.14. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{BC}\}$.

Al inspeccionar las distribuciones finales de las partículas al término de la simulación (figuras 3.13), observamos una elongación respecto de la distribución circular original. Esta elongación parece depender tanto del valor de B como del de C . La dirección de la elongación depende principalmente de C , de manera similar al caso $\{\Theta^{AB}\}$ donde la dependencia era influida en mayor medida por A y luego por B . Para valores más positivos de C la rotación antihoraria aumenta, mientras que, para valores más nega-

tivos, la inclinación en sentido horario es la que domina.¹ La inclinación aumenta en sentido horario para valores más positivos de B y en sentido antihorario para valores más negativos, mismo comportamiento observado en el caso $\{\Theta^{AB}\}$. La rotación de las partículas en la distribución sigue un comportamiento similar al del caso $\{\Theta^{AB}\}$; es decir, aumenta conforme el valor de B se hace más positivo pero, a diferencia del caso $\{\Theta^{AB}\}$, no observamos ninguna rotación en sentido horario.

En el mosaico de la evolución de las constantes de Oort el comportamiento observado es muy similar al de los casos anteriores para las constantes B , C y K .

Resultados para $\{\Theta^{BK}\}$

En las figuras 3.15 y 3.16 se muestran las posiciones de las partículas de prueba a $t = 0$ y $t = 16.7$ Myr para $\{\Theta^{BK}\}$; es decir, variando B y K y manteniendo $A = A_0$ y $C = C_0$. En la figura 3.17 se muestra el mosaico con la evolución del valor de las constantes de Oort para cada caso de $\{\Theta^{BC}\}$.

¹Inclinación respecto al caso base $C = 0$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT



Figura 3.15. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{BK}\}$.

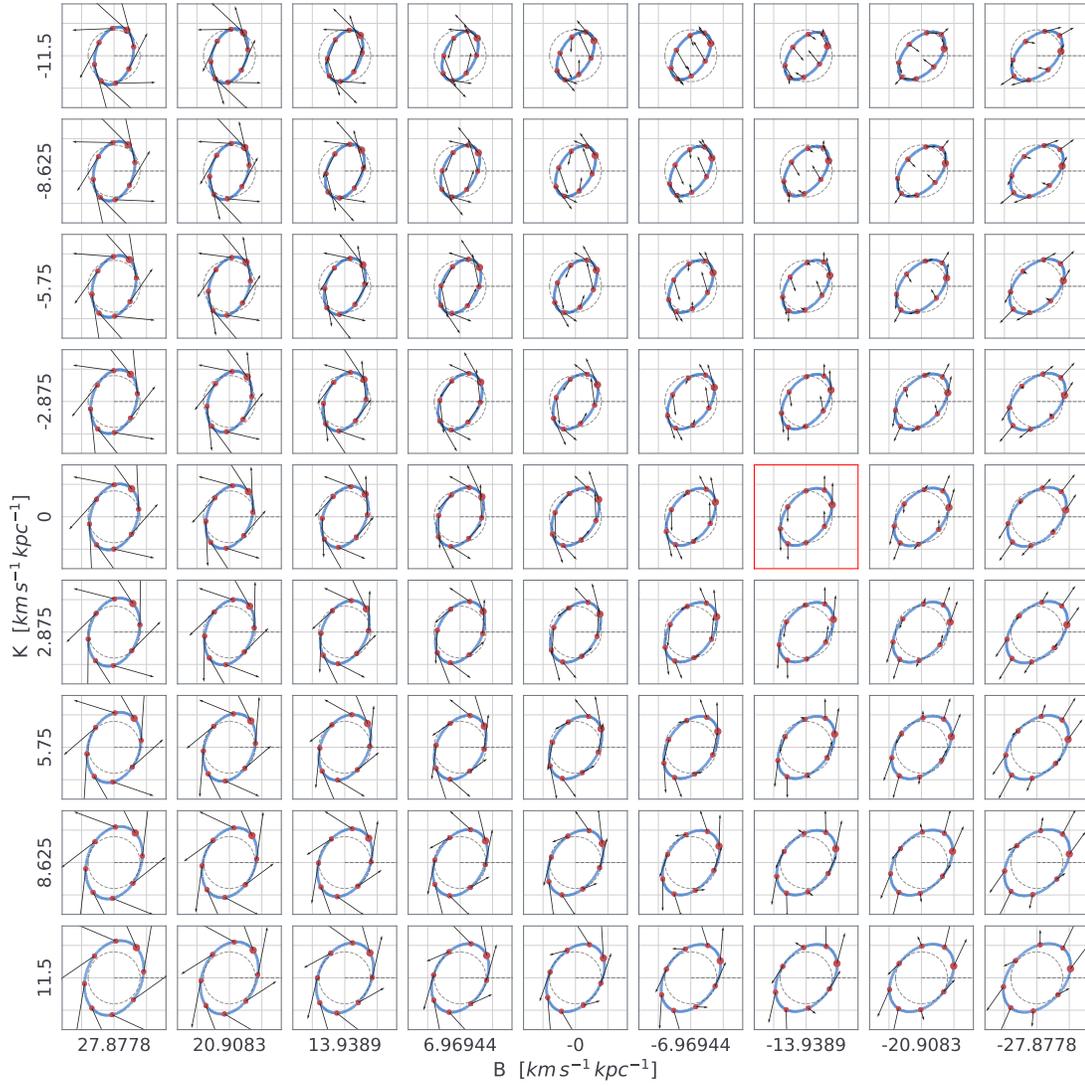


Figura 3.16. Igual a la figura 3.15 para $t = 16.7 \text{ Myr}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

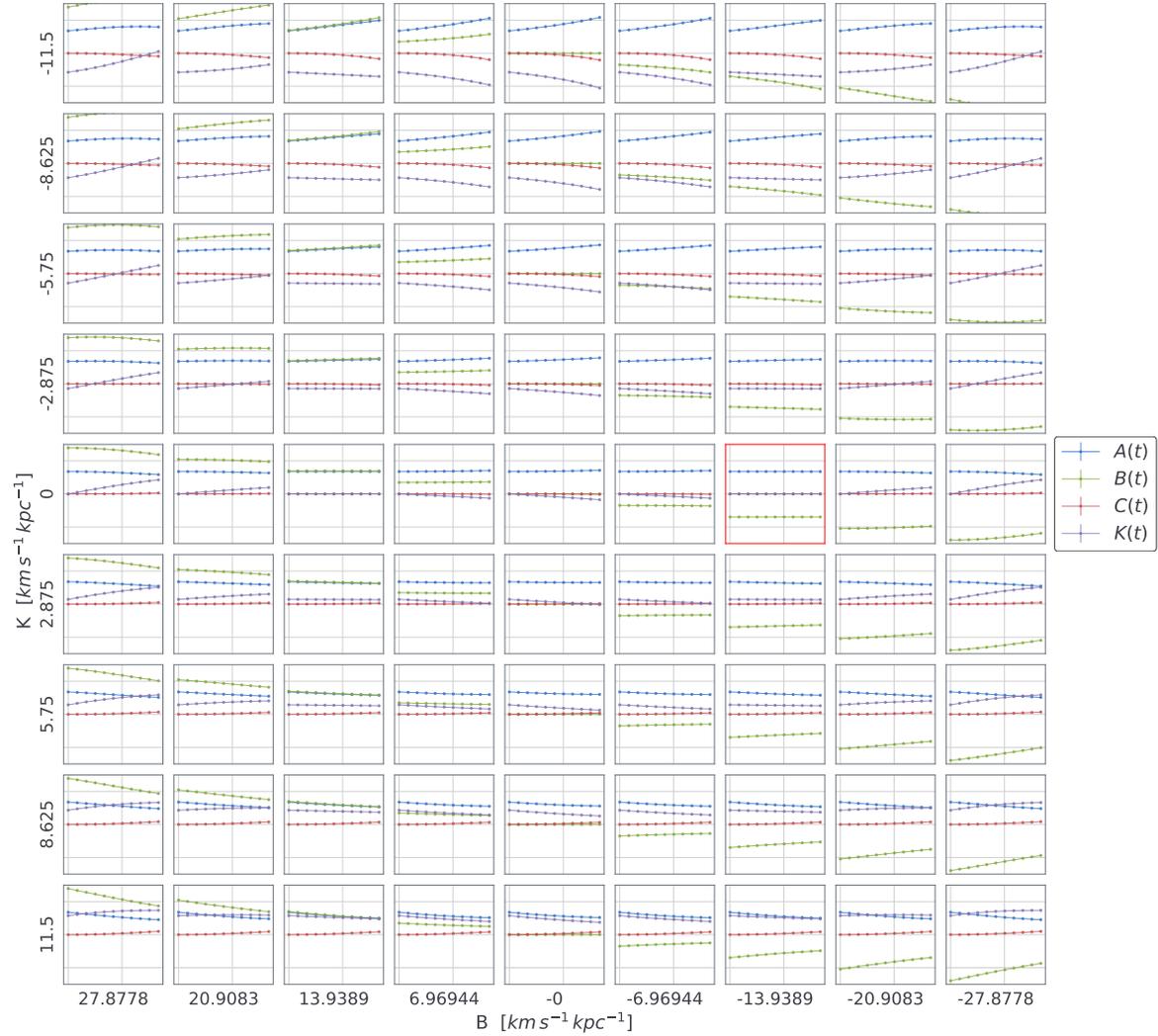


Figura 3.17. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{BK}\}$.

Tal como en el caso $\{\Theta^{AK}\}$, el valor de K no influye en la rotación de las partículas en la distribución ni en la inclinación, como puede apreciarse al recorrer las columnas de la figura 3.16. El valor de la K genera sólo una expansión (valores $K > 0$) o una compresión $K < 0$ respecto a las distribuciones encontradas a lo largo de la columna $A = A_0$, observadas en el caso $\{\Theta^{AB}\}$ donde la dependencia de la rotación de las partículas depende únicamente del valor de B .

Al examinar el mosaico de las evoluciones notamos que, para valores iniciales con $K < -2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, la magnitud de B tiende a aumentar. En cambio, para los casos en los que inicialmente $K > -2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, la magnitud de B tiende a disminuir. Esto implica que los casos que comienzan como una compresión tienden a aumentar la medida de vorticidad del campo de velocidades de las partículas y aquellas que presentan una expansión disminuyen esa vorticidad.

En realidad hay algunos casos que comienzan presentando una compresión ($0 > K > -2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$), en los que la magnitud de B disminuye. Observando cuidadosamente notamos que esto ocurre hasta el momento en el que el valor de K se hace positivo; es decir, cambia a presentar una expansión. Notamos además que la tendencia del valor de K parece depender del valor de B . Sin embargo, no logramos concluir cómo es su dependencia, pero guiándonos por los resultados anteriores, ésta debe depender no sólo del valor de B , sino también del de A . Concluimos lo anterior al observar el mosaico de la figura 3.14 en el que no parece haber dependencia entre B y K , sino entre K y el par (A, C) . Los valores de A y de C varían relativamente poco y mostrando comportamientos similares a los encontrados para los resultados de los $\{\Theta^{ij}\}$ anteriores.

Resultados para $\{\Theta^{CK}\}$

En las figuras 3.18 y 3.19 se muestran las posiciones de las partículas de prueba a $t = 0$ y $t = 16.7 \text{ Myr}$ para $\{\Theta^{CK}\}$; es decir, variando C y K y manteniendo $A = A_0$ y $B = B_0$. También mostramos en un mosaico (figura 3.20) la evolución del valor de las constantes de Oort para $\{\Theta^{CK}\}$.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

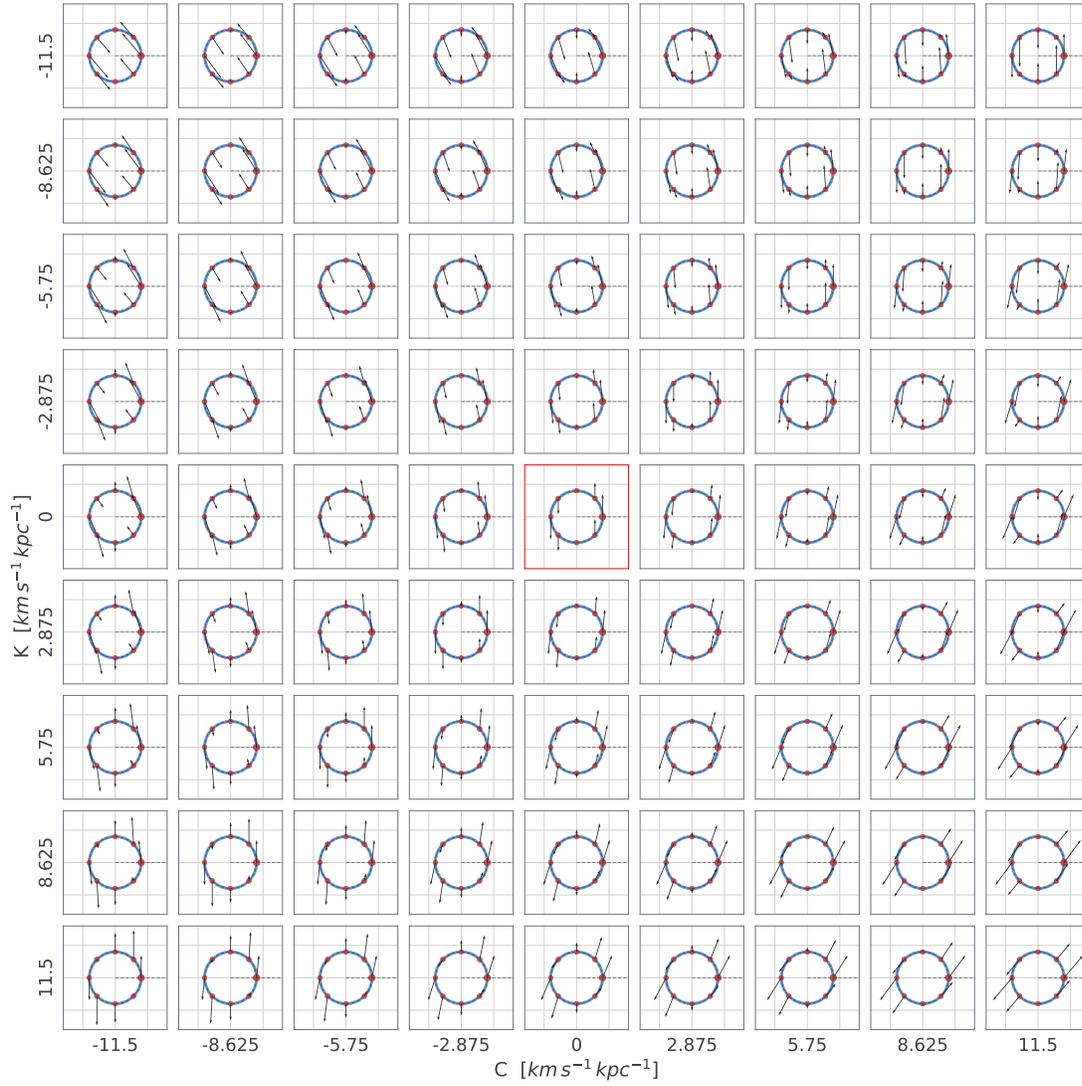


Figura 3.18. Igual a la figura 3.3 para $\{\Theta^{CK}\}$.

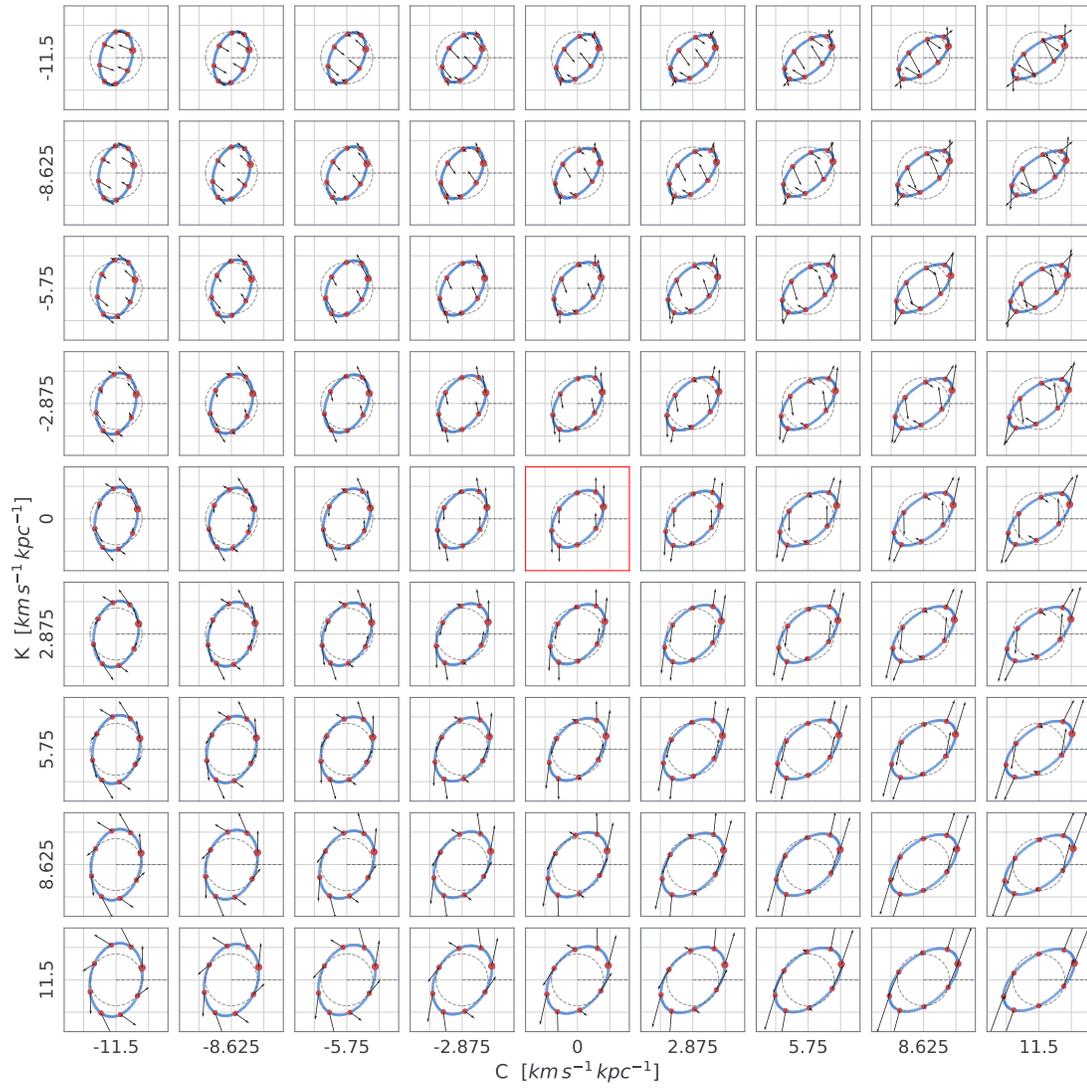


Figura 3.19. Igual a la figura 3.18 para $t = 16.7$ Myr.

3. ESTUDIO NUMÉRICO DE LAS CONSTANTES DE OORT

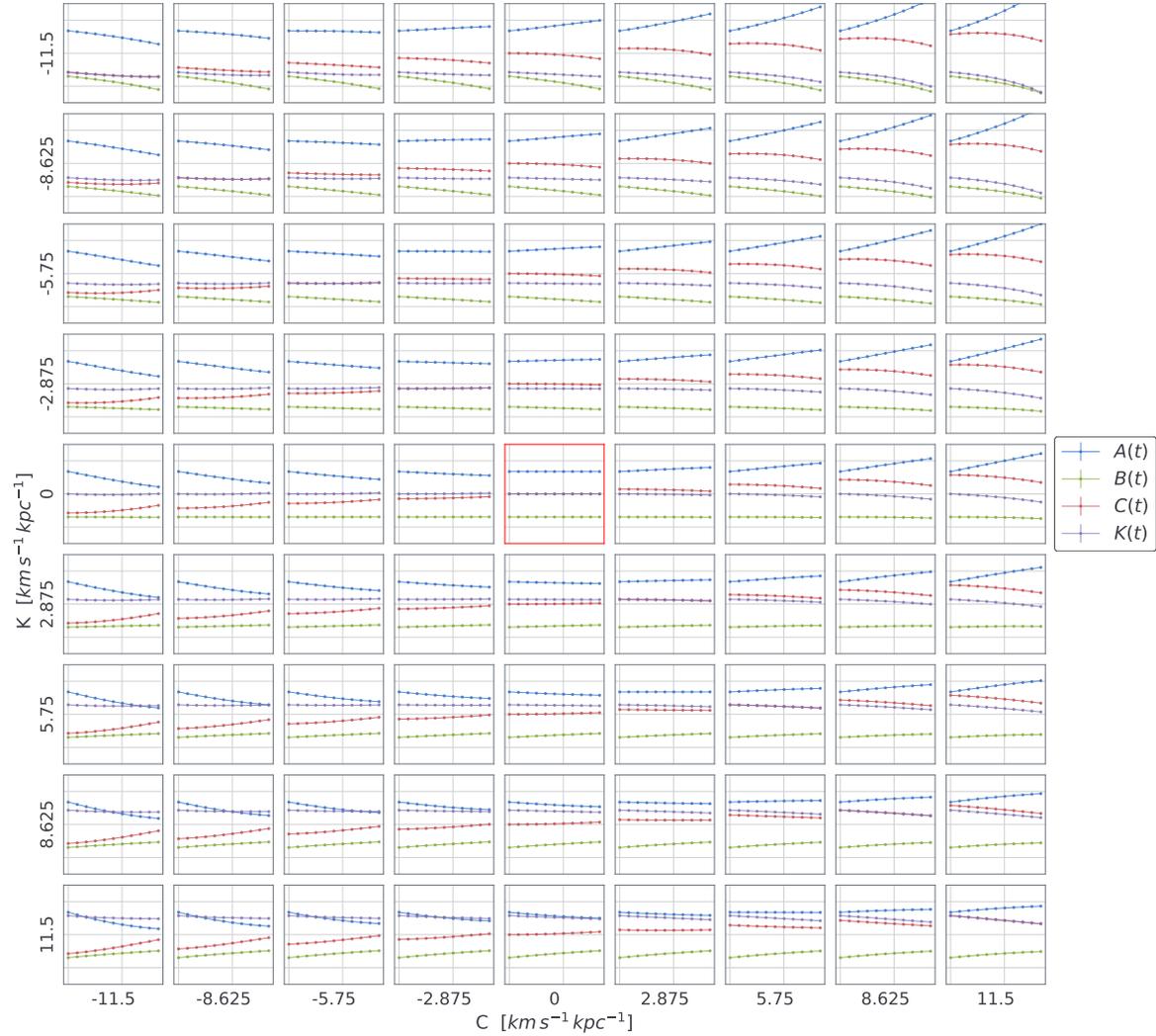


Figura 3.20. Igual a la figura 3.5 para $\{\Theta^{CK}\}$.

Este caso no es diferente de la fila $A = A_0$ del caso $\{\Theta^{AC}\}$ o $B = B_0$ del caso $\{\Theta^{BC}\}$, salvo el efecto de expansión debido al valor de K . Una vez más, los valores positivos de K muestran una expansión y los valores negativos una compresión.

En el mosaico de la evolución observamos que el valor de K se mantiene aproximadamente constante para valores $C < 2.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, mientras que para valores $C > 2.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ hay una tendencia a disminuir en el tiempo, siendo mayor la

pendiente para valores más negativos de K ; es decir, cuando comienza con una compresión mayor. Por su lado, la tendencia que sigue el valor de A en el tiempo depende tanto de los valores iniciales de C y K , disminuyendo en ciertos casos y aumentando en otros. Por ejemplo, para $K = 0$ y a valores $C > 0$, el valor de A aumenta con el tiempo, mientras que disminuye si $C < 0$. El valor de C al que el comportamiento de la A cambia de disminuir a aumentar en el tiempo varía con el valor de K , pero parece ser siempre cercano a $0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. A diferencia de los $\{\Theta^{ij}\}$ anteriores, notamos que el valor de B también varía en el tiempo, donde la tendencia que sigue es disminuir en el tiempo si $K < 0$ y aumentar si $K > 0$, aumentando el efecto con la magnitud de C .

En los resultados obtenidos para cada $\{\Theta^{ij}\}$ encontramos tendencias claras en la evolución. Por ejemplo, el valor de K varía si las magnitudes de A y C varían siempre y cuando la variación en cada uno de los valores de A y C no se compensen. Es decir, si tanto A como C cambian su magnitud y lo hacen en la misma razón, entonces el valor de K no cambia. Notamos además que este fenómeno no depende del signo de A respecto al de C , sino sólo de sus magnitudes. Esto puede explicarse como que, siempre y cuando la cizalla en ambas direcciones (radial y acimutal) varíe en la misma proporción, la medida de expansión no cambiará, pues la distribución se elongará lo mismo en cierta dirección que lo que se encogerá en la perpendicular. Como el signo sólo indica el sentido de la cizalla, pero al final ésta sigue siendo en la misma dirección, entonces su valor no afecta la medida de expansión. Otra tendencia general es que el valor de B no varía si la magnitud de K es chica, aumentando cuando $K > 0$ o disminuyendo si $K < 0$.

El resto de los mosaicos para cada $\{\Theta^{ij}\}$ puede ser consultado en <https://github.com/CrhisBenitz/Tesis/tree/main/Figs/paramspace>.

En el siguiente capítulo discutiremos una simulación hidrodinámica realizada en RAMSES (A.1). Lo desarrollado en este capítulo nos permitirá realizar el cálculo numérico y el análisis de las constantes de Oort asociadas a posibles poblaciones estelares formadas durante la simulación.

Cálculo de las constantes de Oort para una simulación hidrodinámica

4.1. Simulación de la galaxia

Como se mencionó en la sección 1.3, uno de los posibles escenarios que dieron origen del Cinturón de Gould es la colisión de una nube de alta velocidad (HVC) con el disco galáctico. A continuación se describe la simulación de este escenario realizada en RAMSES. La simulación fue realizada bajo un enfoque Euleriano y usando mallas adaptativas (ver apéndice A.1).

4.1.1. Condiciones iniciales

El potencial gravitacional al que estuvo sometido el gas en la simulación fue el propuesto por Allen-Santillán (ver sección 1.1.3).

Para la velocidad del sonido c_s se usaron las siguiente relaciones:

$$c_s^2 = \frac{1}{m_{\text{eff}}} k_B T, \quad (4.1)$$

$$= \frac{P}{\rho}, \quad (4.2)$$

con m_{eff} , k_B y T la masa efectiva promedio del fluido, la constante de Boltzmann y la

temperatura, y respectivamente $\rho = \rho(R, z)$ y $P = P(R, z)$, la densidad y la presión como funciones de la posición. Para la simulación, $m_{\text{eff}} = 1.27 m_{\text{H}}$ y $c_s = 8.06 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ con m_{H} la masa del átomo de Hidrógeno.

Usando una distribución isotérmica, c_s es constante y, por lo tanto, podemos escribir la ecuación de la hidrostática como

$$\begin{aligned}\nabla P &= -\nabla\phi\rho, \\ &= \mathbf{g}\rho,\end{aligned}\tag{4.3}$$

donde $\mathbf{g} = g_R \hat{\mathbf{R}} + g_z \hat{\mathbf{z}}$ es el vector de aceleración gravitacional.

Dada la simetría cilíndrica del potencial, $\partial_\theta = 0$ en la ecuación 4.3. Al despejar P de la ecuación 4.2, sustituir en la ecuación 4.3 y desarrollar, llegamos a

$$\rho(R, z) = \rho_0(R) \exp\left(c_s^{-2} \int_0^z g_z(R, z') dz'\right),\tag{4.4}$$

con $z \in [-1, 1]$ kpc para emular el ancho del disco galáctico.

La distribución de densidad para el disco que usamos fue la obtenida al resolver numéricamente la ecuación 4.4. Ahí, $\rho_0(R)$ es una función que modula la densidad a $z = 0$ para diferentes radios galactocéntricos R . El perfil de $\rho_0(R)$ se ajustó para que la densidad coincidiera con la de la vecindad solar a $R = R_{\text{LSR}} = 8 \text{ kpc}$. La distribución presenta una dependencia exponencial de ρ_0 con respecto a R , con un parámetro de escala $h_R = 8.5 \text{ kpc}$ para radios mayores a 3 kpc. Para todo radio menor a 3 kpc, ρ_0 tiene el mismo valor, $\rho_0 \approx 2.37 m_{\text{H}} \text{ cm}^{-3}$.

$$\rho_0(R) = \begin{cases} e^{5\text{kpc}/h_R} m_{\text{eff}} \text{ cm}^{-3}, & R \leq 3 \\ e^{(R_{\text{LSR}}-R)/h_R} m_{\text{eff}} \text{ cm}^{-3}, & R > 3. \end{cases}\tag{4.5}$$

En lugar de la densidad ρ suele usarse una densidad numérica n definida como el número de partículas por unidad de volumen

$$n \equiv \frac{\rho}{m_{\text{eff}}}.$$

En la figura 4.1 se muestran los perfiles de densidad numérica respecto a R y z para algunos cortes del disco.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

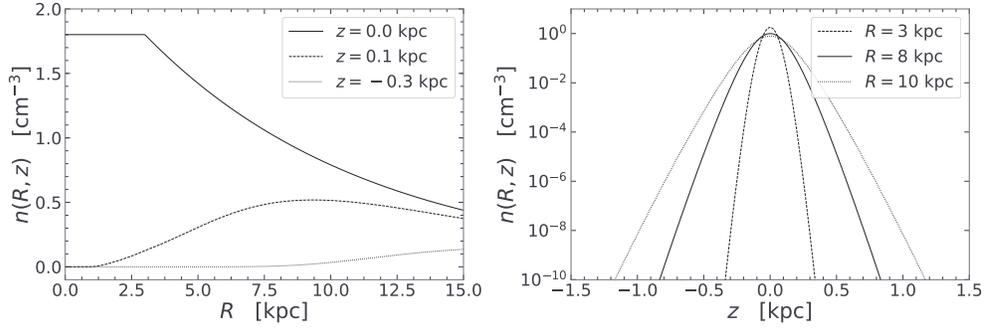


Figura 4.1. Perfiles de densidad que muestran la dependencia de la densidad n respecto a R y a z .

La velocidad del gas en el disco usada como condición inicial fue la correspondiente a la velocidad circular V_{\perp} , dada por

$$\frac{V_{\perp}^2}{R} = \nabla\phi \cdot \hat{\mathbf{R}}, \quad (4.6)$$

con ϕ el potencial de Allen-Santillán.

La nube tiene una masa total de $M_c = 3 \times 10^7 M_{\odot}$ y el perfil de densidad de una esfera de Plummer, con un parámetro de núcleo $a = 317 \text{ pc}$ truncada a $5a$. Todos los puntos de la nube comienzan con una velocidad inicial $\mathbf{v}_{\text{nube}} = -93.0 \text{ km s}^{-1} \hat{\mathbf{Z}}$ con posición inicial de su centro en $(8.0 \hat{\mathbf{X}} + 2.5 \hat{\mathbf{Z}}) \text{ kpc}$, medido desde el marco de referencia inercial \mathcal{J} . En la figura 4.2 se muestran el perfil de densidad descrito y el vector de velocidad de la nube visto desde diferentes cortes del espacio tridimensional.

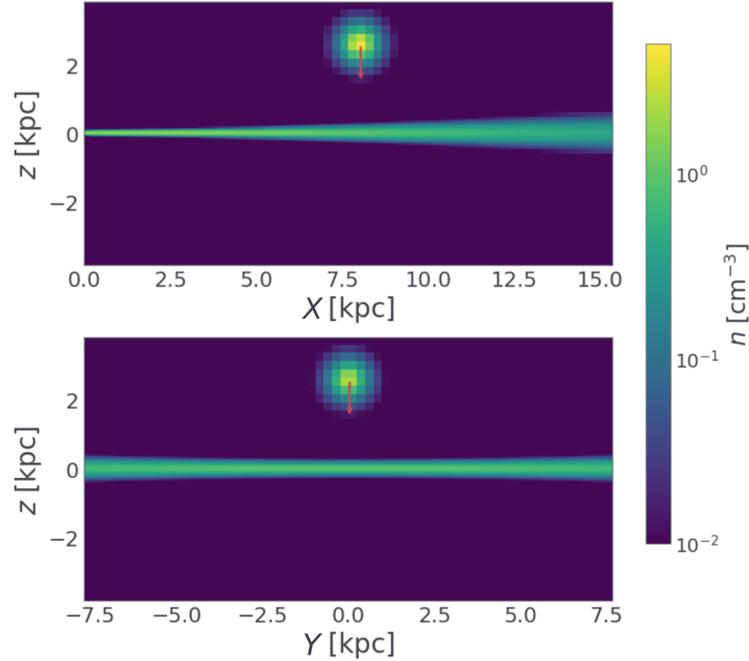


Figura 4.2. Cortes verticales (con la densidad numérica en escala de color) en los planos XZ y YZ a $Y = 0$ kpc y $X = 8.0$ kpc, respectivamente, para el tiempo inicial de la simulación. La flecha indica la velocidad inicial de la nube, \mathbf{v}_{nube} .

4.1.2. Salida de la simulación y el modelo balístico

El *output* o salida de la simulación consiste en una serie de directorios `output_*`.¹ La frecuencia con la que estos directorios son creados depende del paso temporal base usado por `RAMSES` durante la simulación (ver apéndice A.1). Los directorios contienen archivos binarios con la información de la malla adaptativa, la hidrodinámica y el potencial gravitacional que pueden ser leídos por `RAMSES` para retomar la simulación desde algún tiempo en específico, permitiendo así cambiar algunos parámetros de control como el nivel de refinamiento.

Para nuestra simulación existen, en total, 101 directorios de salida. El dominio temporal abarcado por la simulación va de 0 Myr a 160 Myr, correspondientes a un paso

¹Donde el * representa el número de salida.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

temporal entre salidas de $\Delta t \sim 1.58 \text{ Myr}$.² En nuestro caso, se utilizaron un total de 192 procesadores con niveles mínimo y máximo de refinamiento $l_{min} = 6$ y $l_{max} = 10$ (ver apéndice A.1).

Las unidades de longitud, densidad y tiempo internas de RAMSES son

$$\begin{aligned} \text{unit}_l &= 9.4792015297 \times 10^{22} \text{ cm}, \\ \text{unit}_d &= 2.11976662195 \times 10^{-24} \text{ cm}^{-3}, \\ \text{unit}_t &= 2.65860467535 \times 10^{15} \text{ s}, \end{aligned}$$

mismas que se usan para construir las unidades empleadas para las velocidades y aceleraciones. Durante la lectura de los datos de la simulación las unidades son convertidas en unidades más amigables, siendo medida la longitud en kpc y la densidad en cm^{-3} ; es decir, una densidad numérica donde se asume un peso molecular igual promedio a $1.27m_{\text{H}}$.

El dominio espacial de la simulación es una caja cúbica, de 30.72 kpc por lado, cuyo centro coincide con el centro galáctico; es decir, las posiciones en los tres ejes cartesianos tienen dominio $[0, 1]$, donde el centro de la galaxia está en $(0.5, 0.5, 0.5)$. Dado que se usó $l_{max} = 10$ como nivel de refinamiento, esto implica que la máxima resolución espacial son celdas de 0.03 kpc.

Encontramos que la nube comienza a colisionar con el disco galáctico para la salida número 10, que corresponde a un tiempo $t = 14.5 \text{ Myr}$ en el tiempo de la simulación (ver figura 4.3). A ese tiempo la nube se ha deformado a un ovoide debido a la fuerza gravitacional de la Galaxia, siendo alargada en las direcciones $\hat{\mathbf{X}}$ y $\hat{\mathbf{z}}$, además de presentar una ligera inclinación respecto a $\hat{\mathbf{z}}$. Esto propicia que el primer contacto con el disco se ubique a un radio R menor que el del centro de la nube y que no penetre en el disco de forma completamente vertical, sino con una velocidad adicional en el eje $\hat{\mathbf{X}}$. En cambio, la velocidad de la nube en $\hat{\mathbf{Y}}$ se mantiene nula.

²Algunos valores de Δt varían ligeramente ($\sim 0.10 \text{ Myr}$ dependiendo del paso temporal fino en la malla).

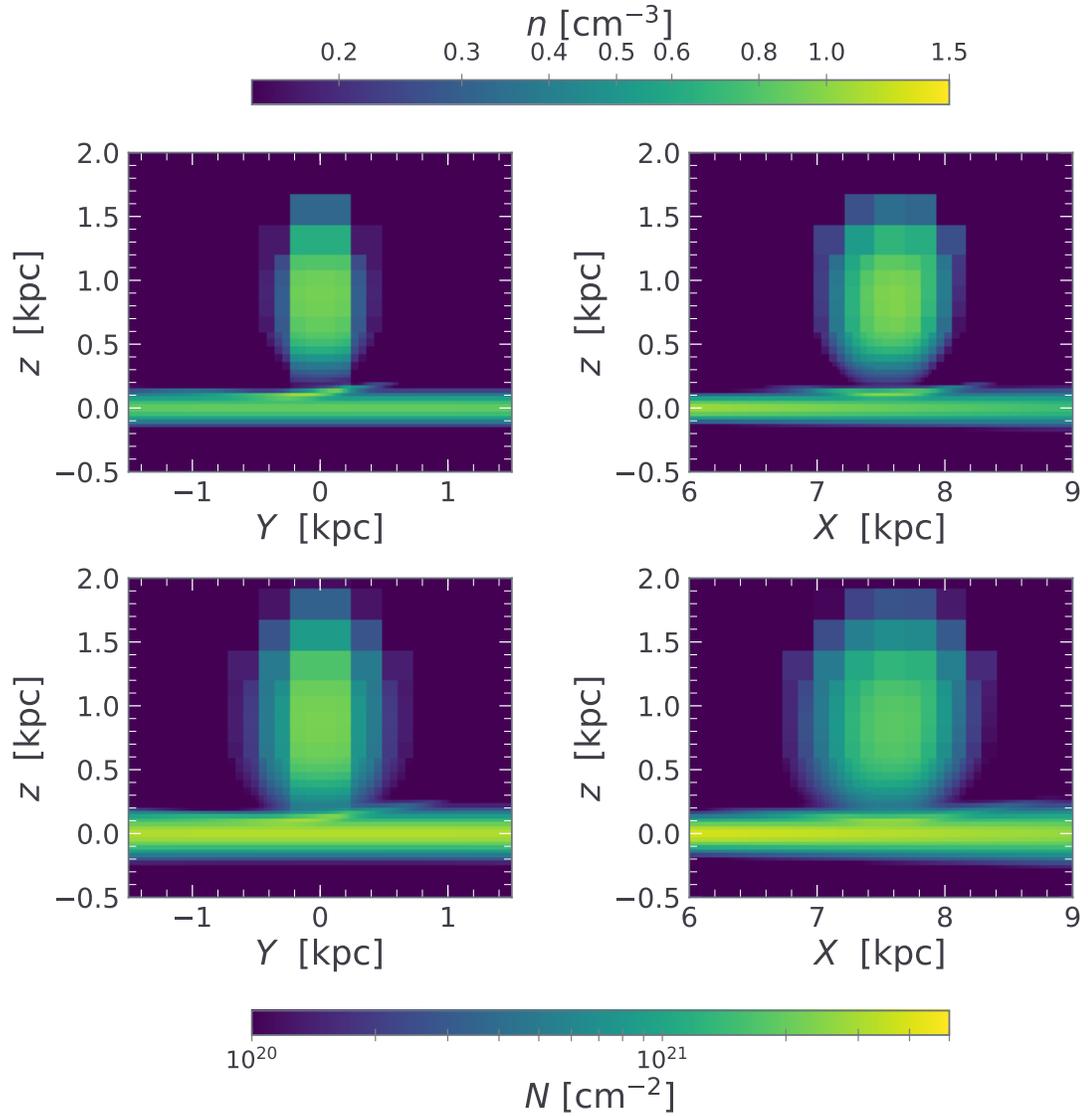


Figura 4.3. Cortes verticales en los planos XZ y YZ que pasan por el centro de la nube para el momento de la colisión de la nube con el disco (arriba) y la densidad integrada en columnas de 1.2kpc (abajo).

A $t = 14.5$ Myr desde el inicio de la simulación comienza a formarse una estructura en forma de plato en la región en contacto entre la nube y el disco. En la figura 4.3 se pueden observar la simetría y la asimetría del plato respecto a los ejes Y y X . Este

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

comportamiento puede ser explicado por las simetrías mismas de la nube al colisionar con el disco.

En la figura 4.4 se muestra la densidad n para cortes horizontales en el centro del disco a tiempos t_c igual a 1.6 Myr, 3.1 Myr, 4.8 Myr y 6.3 Myr, donde t_c es el tiempo que ha pasado desde que comenzó la colisión del disco y la nube. Además se presenta la densidad columnar en la dirección z calculada como

$$N_z(X, Y) = \int_{z_m}^{z_M} n(X, Y, z) dz, \quad (4.7)$$

donde se tomó $z_m = -100$ pc y $z_M = 100$ pc.

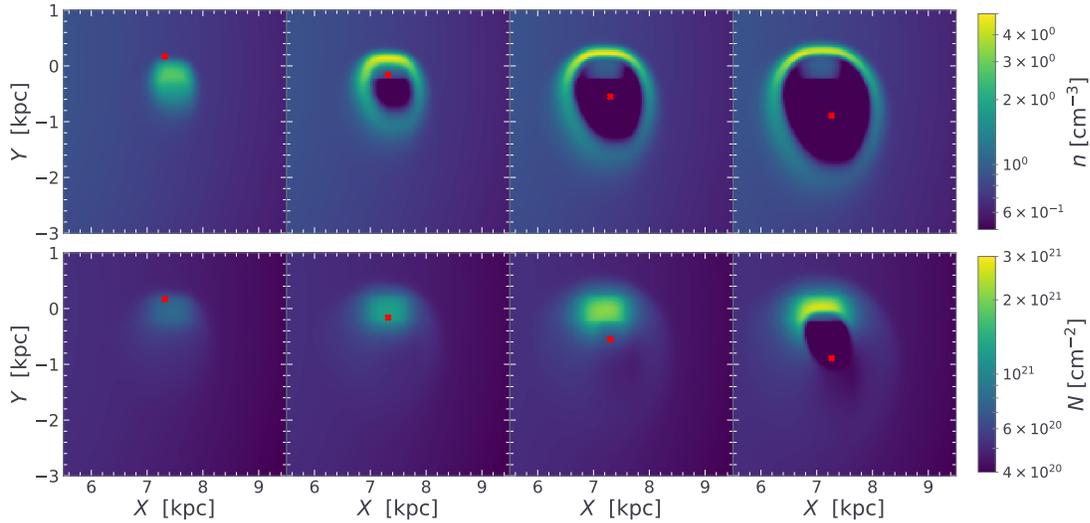


Figura 4.4. Cortes verticales a la altura del disco galáctico (primera fila) y densidad columnar a lo largo de una columna de 200 pc centrada en el disco y perpendicular a él. En rojo se presenta la posición de un observador girando sobre el disco de la Galaxia.

En la figura anterior, en particular en los cortes de densidad volumétrica, se observa cómo las regiones con sobredensidad forman una estructura con forma de anillo que parece elongarse en la dirección de la rotación de la galaxia y estar relativamente inmóvil. En particular se aprecia que las sobredensidades se acumulan en la región que apunta en la dirección positiva de \hat{Y} y se desvanecen en la dirección contraria. En esta región particular de la simulación, la rotación de la Galaxia es prácticamente en la

dirección $-\hat{Y}$. Este comportamiento sugiere que, conforme la nube penetra en el disco galáctico, ocurren tres cosas:

- El gas de la nube arrastra el gas en el disco a bajas alturas sobre el plano. Esto genera las estructuras de anillo observadas a tiempos $t_c = 3.1, 4.8$ y 6.3 Myr en los cortes verticales. Además, conforme la nube sigue descendiendo, el ancho de la nube aumenta, lo que explica además el aumento del tamaño de los anillos.
- El flujo de gas del disco es interrumpido por la nube. Conforme el gas girando en el disco choca lateralmente con la nube, éste es aglomerado principalmente en la región donde son apreciadas las sobredensidades en los cortes horizontales. Como resultado, el gas que está siendo detenido pierde momento y por ello parece quedarse estático, mientras que la región en la dirección opuesta tan sólo aumenta su velocidad en \hat{z} para el gas del disco y en $-\hat{Y}$ para el gas de la nube. Este efecto disminuye conforme la velocidad del gas colisionando se aleja del eje de la nube paralelo al eje Y .
- El flujo de gas del disco deforma la nube conforme ésta penetra, arrastrando así la parte más externa de la nube.

Al tiempo $t_c = 1.6$ Myr fueron encontradas las primeras celdas que superan un umbral de densidad $n_{th} = 2.5 \text{ cm}^{-3}$. En estos sitios fueron creadas partículas de prueba para los tiempos $t_c = 3.1, 4.8$ y 6.3 Myr desde la colisión de la nube. Las posiciones y velocidades de las partículas de prueba fueron heredadas del gas. Bajo la hipótesis de que las estrellas formadas en las regiones con sobredensidad reflejan la cinemática del gas presente donde fueron creadas, las partículas de prueba representan posibles regiones de formación estelar cuya masa total asociada pesa el número de estrellas que podrían haberse formado.

Las partículas de prueba fueron evolucionadas usando un algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden siguiendo el mismo potencial gravitacional que la simulación. El paso temporal h_{RK} usado para el algoritmo Runge-Kutta se calcula de manera que se efectúan 200 pasos temporales entre salidas sucesivas de la simulación. Es decir,

$$h_{RK}^i = \frac{t_{i+1} - t_i}{200},$$

con t_i el tiempo correspondiente a la salida i de la simulación y h_{RK}^i el paso temporal usado para evolucionar las partículas hasta el tiempo correspondiente a la salida sucesiva. El valor de h_{RK}^i es aproximadamente de 7.5×10^{-3} Myr.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

La figura 4.5 contiene seis paneles. El primer renglón muestra las partículas de prueba creadas para cada salida analizada; es decir, las partículas recién formadas a cada tiempo. Por su lado, el segundo renglón contiene al conjunto completo de partículas de prueba, incluidas las recién formadas. En esta figura puede apreciarse la forma de la frontera de la nube induciendo la aglomeración de gas y la distribución espacial de las partículas de prueba para cada tiempo analizado.

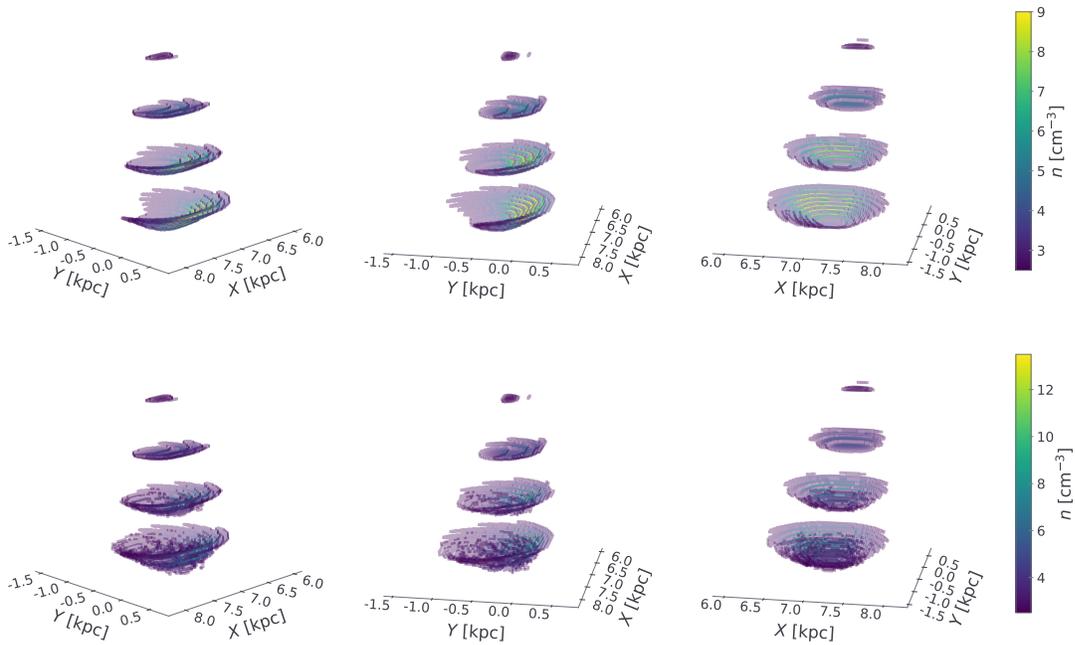


Figura 4.5. Partículas creadas en las celdas con sobredensidad para los tiempos $t_c = 1.6, 3.1, 4.8$ y 6.3 Myr. En la primera fila se muestran sólo las partículas encontradas a cada tiempo con un *offset* vertical en el que el tiempo avanza hacia abajo. En la segunda fila se muestra el acumulado de las partículas de prueba luego de ser evolucionadas junto con las recién creadas.

Limitamos nuestro análisis sólo a ciertas partículas de prueba encontradas a tiempos t_c iguales a 3.1 Myr, 4.8 Myr y 6.3 Myr. Se excluyeron las partículas creadas al tiempo $t_c = 6.3$ Myr por estar a distancias mayores a 1 kpc; es decir, para este tiempo la muestra comprende únicamente partículas creadas en los tiempos $t_c = 3.1$ y 4.8 Myr. Adicionalmente, se excluyeron las partículas con altura $|z| > .07$ kpc al tiempo 4.8 Myr con el fin de descartar partículas creadas en la región arrastrada por la nube, misma

razón por la que se excluyeron las primeras partículas encontradas en la simulación a $t_c = 1.6$ Myr.

Siguiendo los criterios mencionados antes, en la siguiente sección (sección 4.2), se realiza el cálculo de las constantes de Oort para dos muestras de partículas de prueba M_1 y M_2 . La primera muestra de partículas está constituida por las partículas creadas a $t_c = 3.1$ Myr y la segunda por las creadas a $t_c = 4.8$ Myr. Encontramos que para ambas muestras la distribución de velocidades indica comportamientos distintos para diferentes regiones en el espacio. Por ello fue necesario separar cada muestra en submuestras M_i^j de acuerdo con su latitud galáctica b (ver figuras 4.6 y 4.9). Los criterios con los que fueron separadas las muestras M_1 y M_2 fueron

$$\begin{aligned} M_1^1 &= \{m \mid m \in M_1, b \in [-0.12, 0.00]\}, \\ M_1^2 &= \{m \mid m \in M_1, b \in [0.00, 0.09]\}, \\ M_1^3 &= \{m \mid m \in M_1, b \in [0.09, 0.19]\}, \\ M_2^1 &= \{m \mid m \in M_1, b \in [-0.17, -0.04]\}, \\ M_2^2 &= \{m \mid m \in M_1, b \in [-0.04, 0.01]\}, \\ M_2^3 &= \{m \mid m \in M_1, b \in [0.01, 0.07]\}, \end{aligned}$$

donde b es la latitud galáctica de las partículas m al tiempo al que fueron creadas. En las figuras 4.6 y 4.9 se aprecia la distribución de velocidades en ℓ para ambas muestras al tiempo al que las partículas fueron creadas ($t_c = 3.1$ para M_1 y $t_c = 4.8$ para M_2), coloreadas por *bines*. Además se presenta la distribución espacial en los marcos de referencia \mathcal{J} y \mathcal{G} . Se pueden encontrar gráficas iguales, pero para los tiempos posteriores, en las figuras 4.7, 4.8 y 4.10. Luego de analizar el espacio de configuración de las partículas encontradas, notamos que la catalogación anterior es equivalente a hacer *bines* de acuerdo con cortes en altura.

Para M_1^1 notamos un anillo completo alrededor del LSR. Por su lado, M_1^2 y M_1^3 son medios anillos con excentricidad distinta de cero. La evolución de M_1^1 ocurre manteniendo su radio aproximadamente constante y sólo cambiando la posición de su centro, mientras que para M_1^2 y M_1^3 parece aumentar la excentricidad además del movimiento del centro. El aumento de la excentricidad en los segundo y tercer *bines* es tal que la distribución parece elongarse en cierto ángulo negativo respecto al eje x , además de una ligera rotación en sentido antihorario. La velocidad vertical inicial de todas las partículas de prueba de M_1 es en la dirección negativa, consistente con el momento ganado de la colisión con la nube. Para M_1^1 , al tiempo $t_c = 6.3$ Myr, se observa que la

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

velocidad vertical invierte su signo en el intervalo $60^\circ < \ell < 180^\circ$ debido a la aceleración del potencial galáctico. Para M_1^2 y M_1^3 no hay partículas a esas longitudes galácticas, pero la tendencia que siguen a ℓ similares sugiere el mismo comportamiento de existir partículas en esa región. Para M_2 , todos los *bin*s se comportan de manera muy similar, comenzando como medios anillos y aumentando su excentricidad mientras su centro se desplaza lejos del LSR. Las distribuciones de velocidades son también muy similares entre cada *bin*, cambiando sólo la amplitud de su dispersión entre uno y otro.

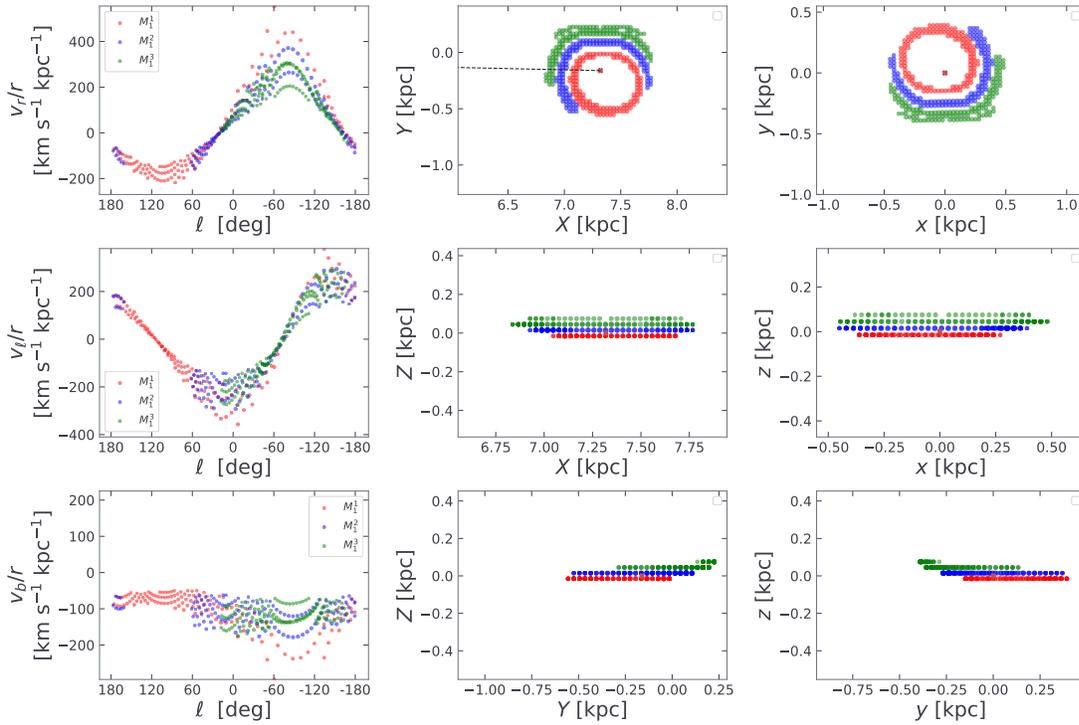


Figura 4.6. Distribución de velocidades (columna izquierda) y espacial (\mathcal{J} , columna central; \mathcal{G} , columna derecha) para M_1 al tiempo de creación ($t_c = 3.1$ Myr) de las partículas de prueba. La línea punteada apunta al centro galáctico.

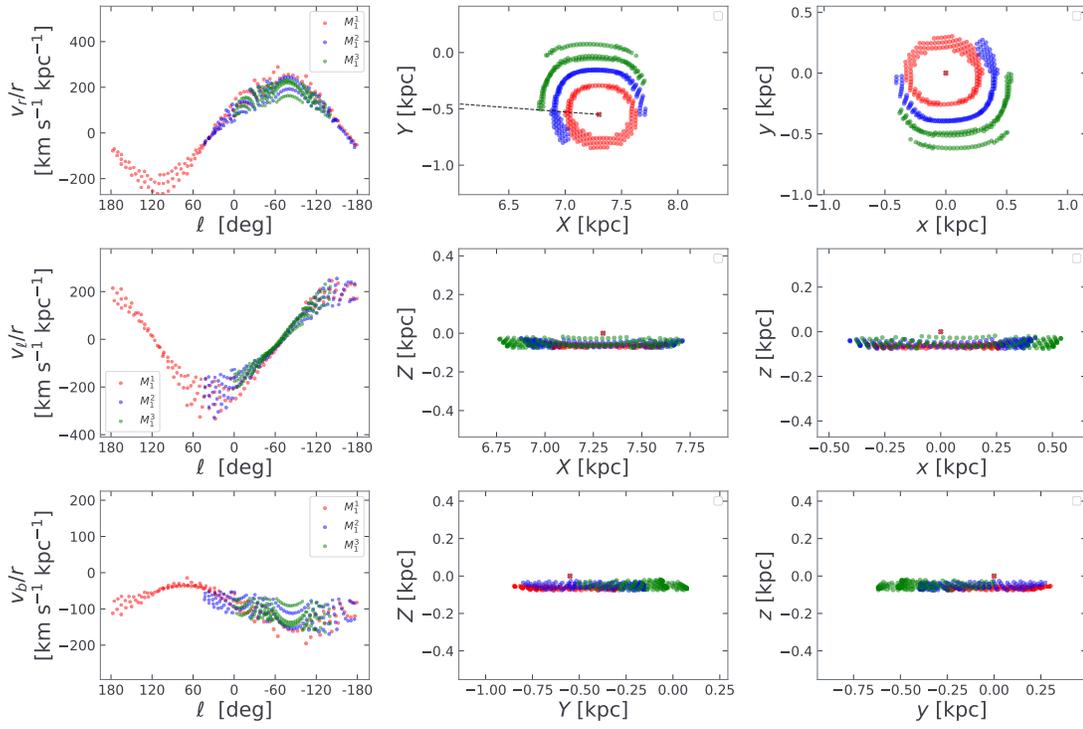


Figura 4.7. Mismo que 4.6 para $t_c = 4.8$ Myr.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

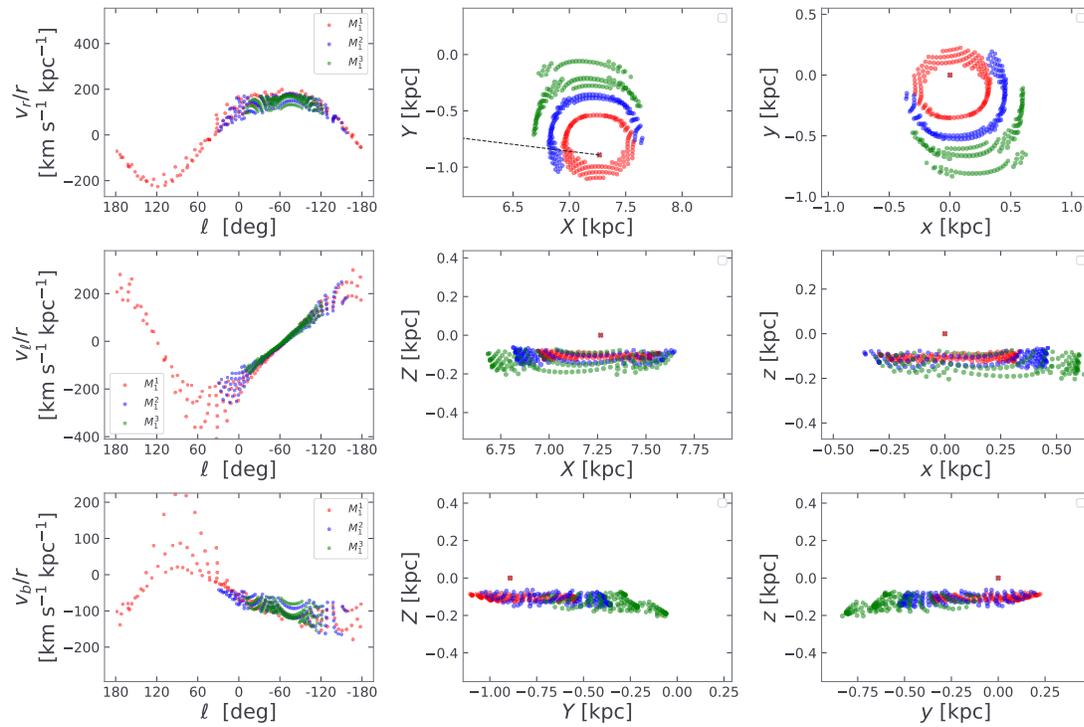


Figura 4.8. Mismo que 4.6 para $t_c = 6.3$ Myr.

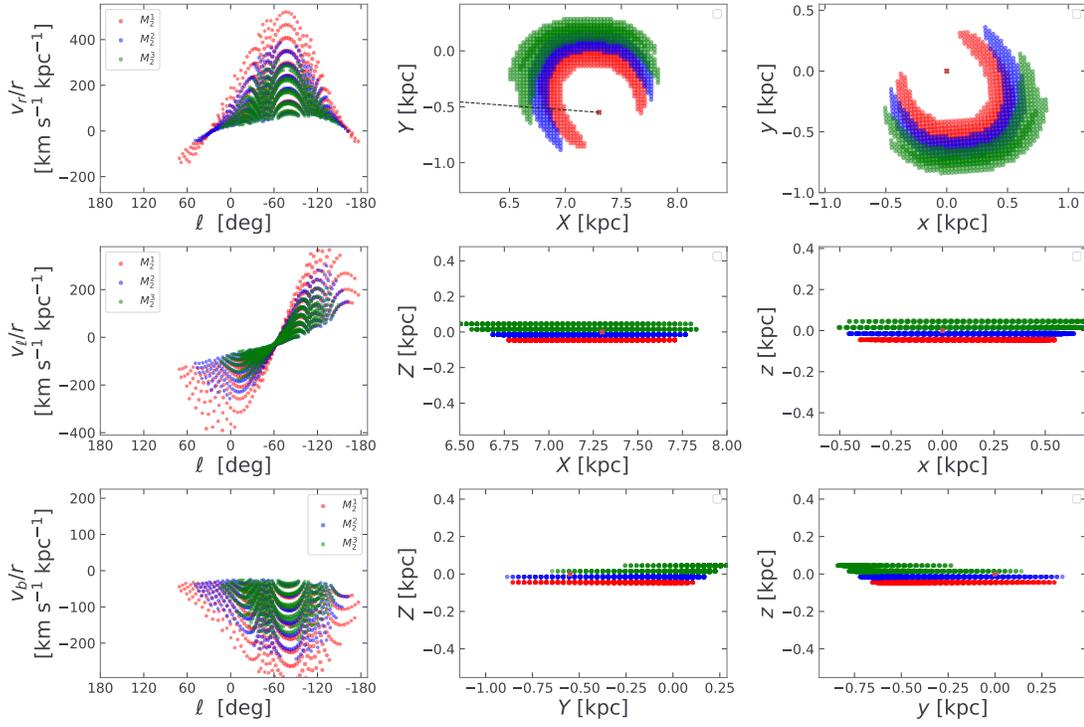


Figura 4.9. Distribución de velocidades (columna izquierda) y espacial (\mathcal{J} , columna central; \mathcal{G} , columna derecha) para M_2 al tiempo de creación ($t_c = 4.8 \text{ Myr}$) de las partículas de prueba. La línea punteada apunta al centro galáctico.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

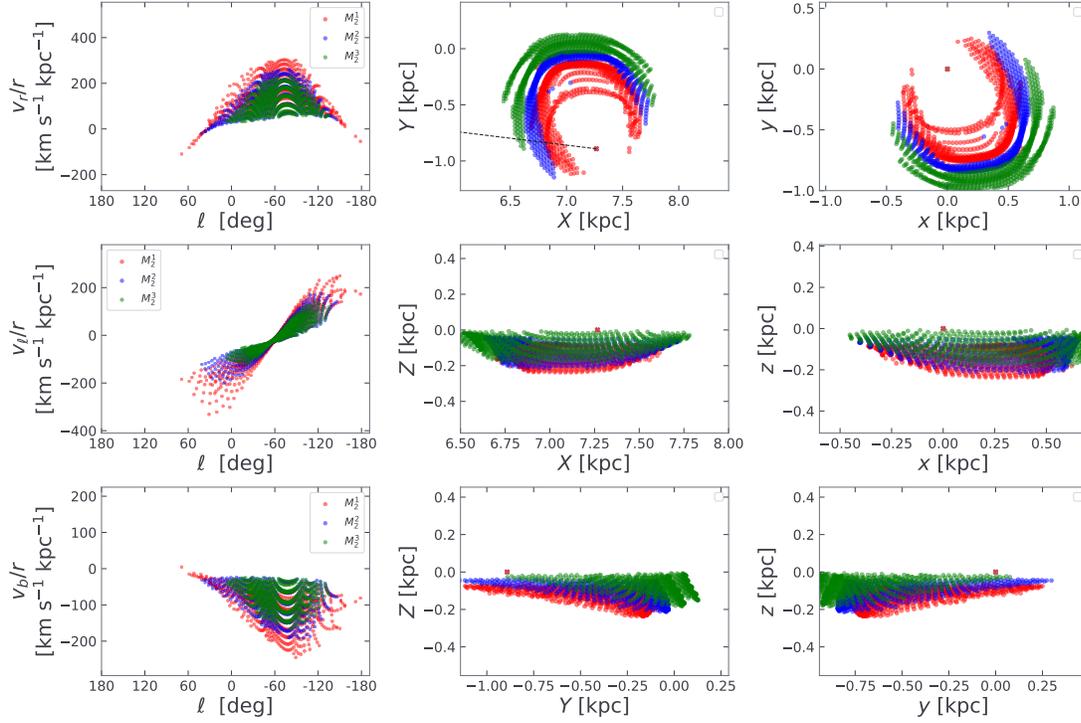


Figura 4.10. Mismo que 4.9 para $t_c = 6.3 \text{ Myr}$.

4.2. Cálculo de las constantes de Oort para las partículas de prueba

A continuación presentamos el cálculo de las constantes de Oort para las muestras de partículas de prueba encontradas en la simulación y descritas en la sección anterior.

A pesar de que la distribución de velocidades carece de simetría esférica respecto al LSR, podemos realizar el ajuste de las constantes de Oort a nuestras muestras con la intención de caracterizarlas. Para los ajustes fue necesario usar las expresiones generales para las velocidades radial y transversales (ecuaciones 2.12 a 2.14, que dependen de las nueve constantes de Oort) debido a que la velocidad vertical y la dependencia de la altura del campo de velocidades es significativa para las partículas de prueba creadas. La expresión del logaritmo de la verosimilitud usada para todos los ajustes fue

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{1}{2n_T} \sum_j n_j \sqrt{(v_{rj} - v_r(\mathbf{r}_j))^2 + (v_{\ell j} - v_\ell(\mathbf{r}_j))^2 + (v_{bj} - v_b(\mathbf{r}_j))^2},$$

donde n_j y n_T son la densidad de la celda donde se creó cada partícula de prueba j y la densidad total de todas las partículas de prueba y $n_T = \sum_j n_j$. La dependencia adicional de la verosimilitud con la densidad numérica de cada partícula de prueba escala de manera adecuada la contribución al ajuste de las regiones con mayor densidad.

En las figuras 4.11 a 4.15 se presenta la distribución de velocidades predicha por el ajuste para cada submuestra junto con la dispersión del mismo. Las incertidumbres fueron calculadas individualmente para cada partícula de prueba y fueron tomadas como la desviación estándar de v_i/r al ser calculada usando los diferentes Θ visitados durante el ajuste.

Es importante mencionar que, para los casos en los que las muestras M_i^j son medios anillos, el ajuste de las constantes de Oort tiene la libertad de ajustar parámetros que concuerden sólo con la mitad de una distribución espacial a lo largo de la longitud galáctica, razón por la que este ajuste “predice” partículas de prueba que completan el anillo cuya cinemática puede no ser la esperada. En la tablas 4.1 y 4.2 se muestran los valores obtenidos de las constantes de Oort para cada M_i^j .

La falta de completez de la muestra no presenta un problema a nuestro objetivo, pues éste consiste en la caracterización para posibles comparaciones con datos observacionales o entre simulaciones. Podemos hacer un análisis de los valores de las constantes de Oort encontradas durante la simulación basados en lo observado en los resultados del segundo experimento del capítulo 3.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

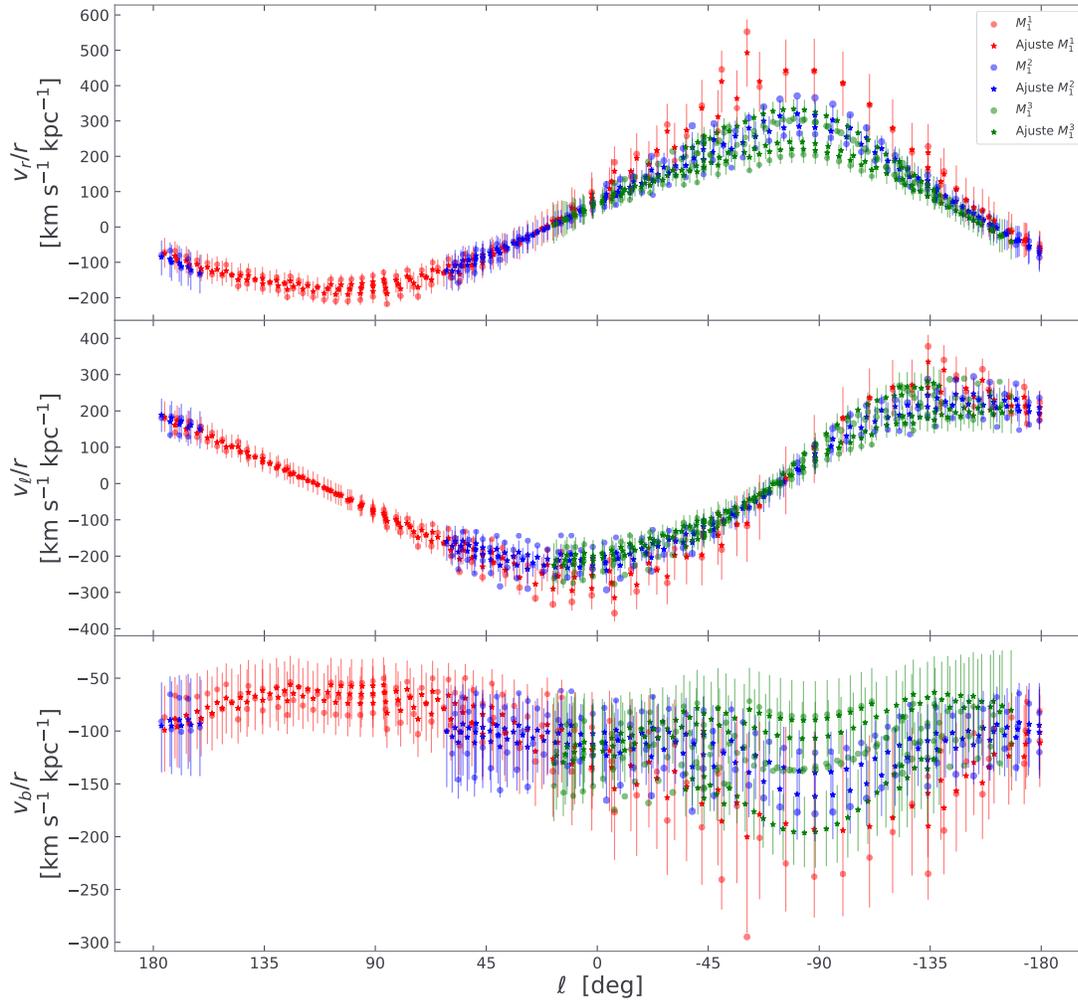


Figura 4.11. Distribución de velocidades en ℓ para M_1 (círculos) y los valores calculados de acuerdo al ajuste de las constantes de Oort (estrellas) para M_1 al tiempo de creación $t_c = 3.1$ Myr.

4.2 Cálculo de las constantes de Oort para las partículas de prueba

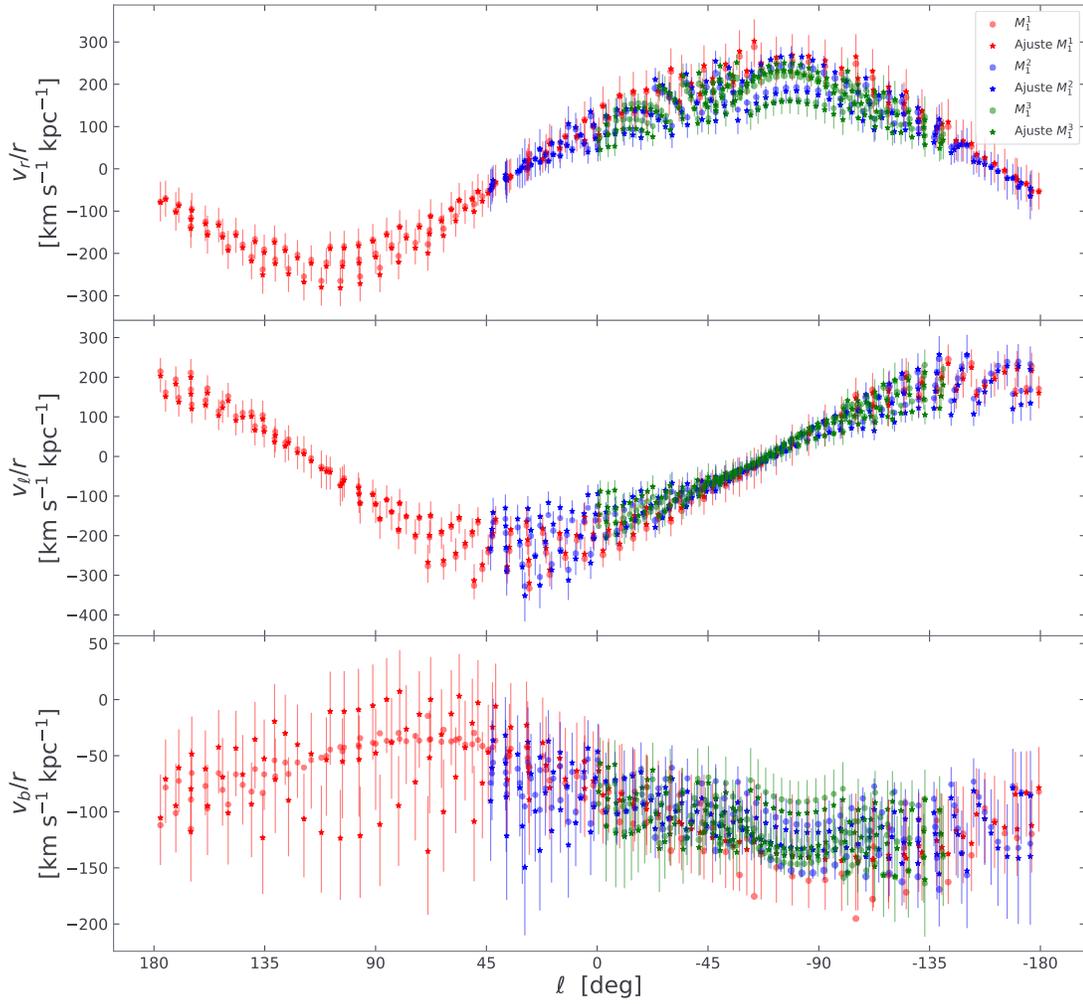


Figura 4.12. Mismo que 4.11 para $t_c = 4.8$ Myr.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

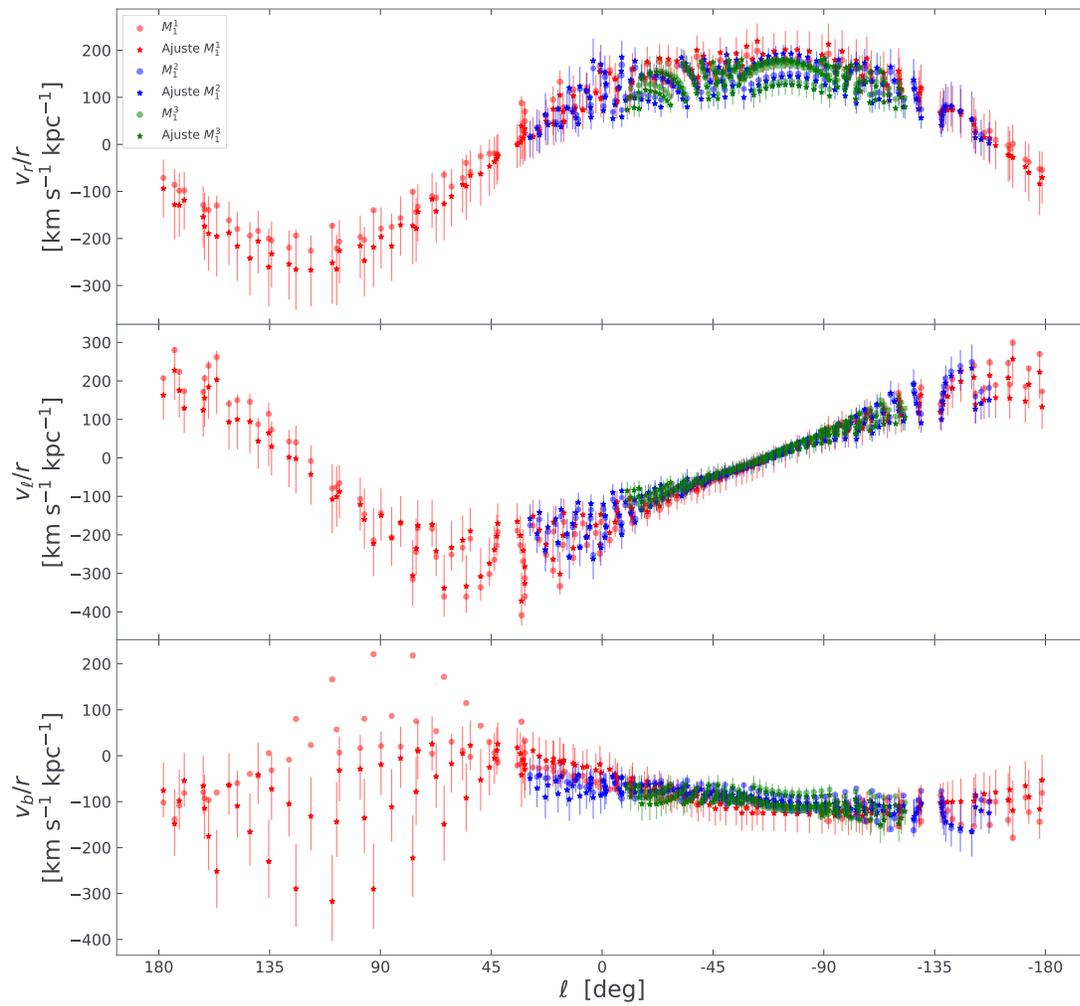


Figura 4.13. Mismo que 4.11 para $t_c = 6.3$ Myr.

4.2 Cálculo de las constantes de Oort para las partículas de prueba

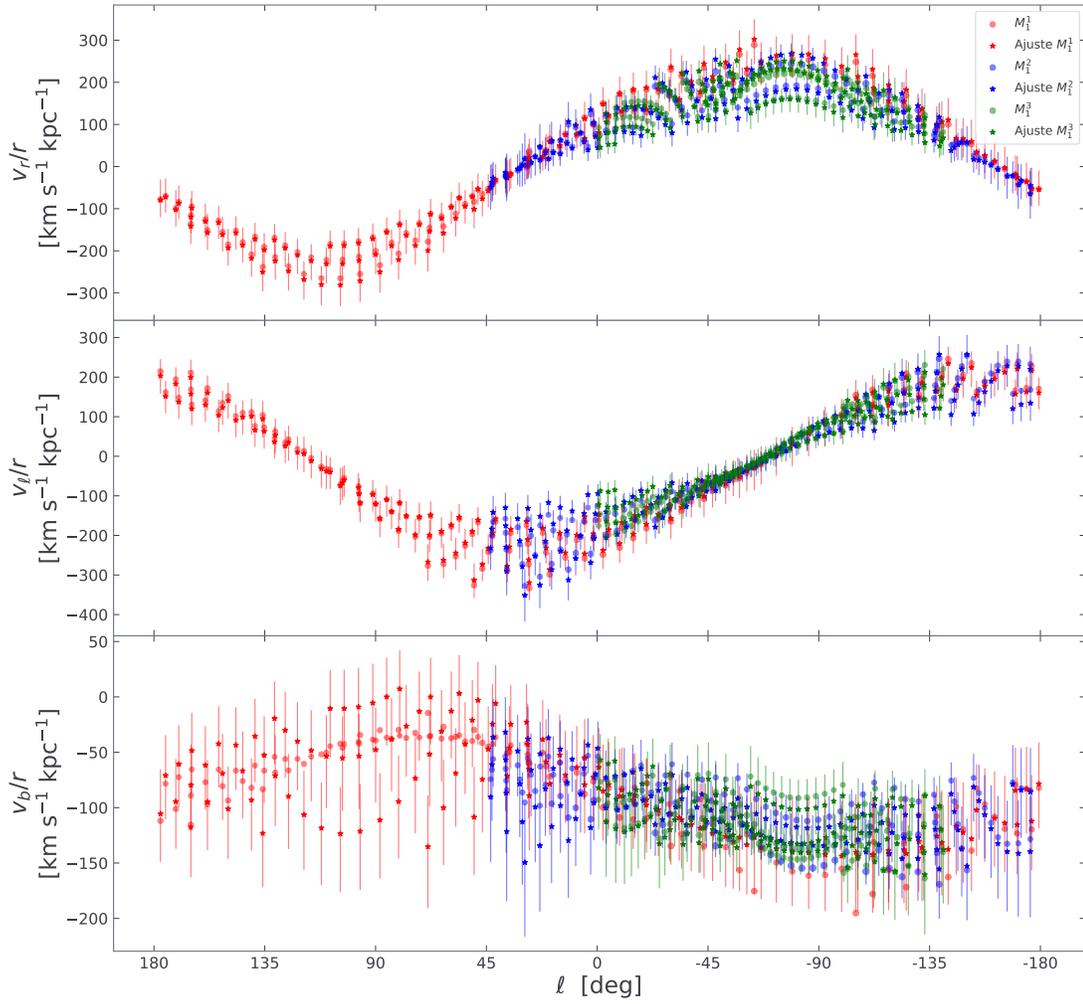


Figura 4.14. Distribución de velocidades en ℓ para M_2 (círculos) y los valores calculados de acuerdo al ajuste de las constantes de Oort (estrellas) para M_2 al tiempo de creación $t_c = 4.8$ Myr.

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

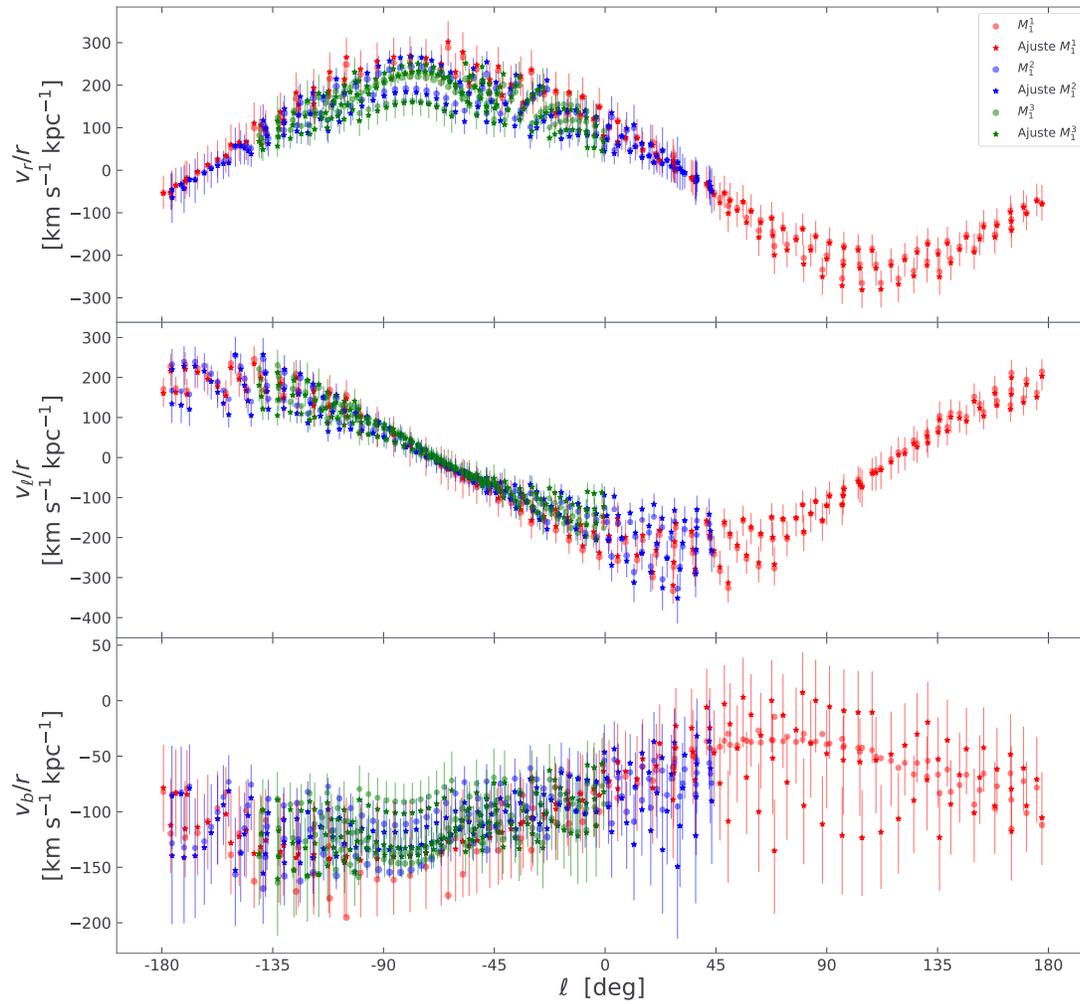


Figura 4.15. Mismo que 4.14 para $t_c = 6.3$ Myr.

4.2 Cálculo de las constantes de Oort para las partículas de prueba

Tabla 4.1. Valores de las constantes de Oort calculados para cada *bin* M_1^j a los tiempos $t_c = 3.1$ Myr, 4.8 Myr y 6.3 Myr.

	t_c [Myr]	A	B	C	K	D	D'	E	E'	K'
		[km s ⁻¹ kpc ⁻¹]								
M_1^1	3.1	12.6 ±0.4	-9.3 ±0.5	-0.8 ±0.5	-0.7 ±0.5	-2061 ±5	-2033 ±5	671 ±5	675 ±5	2062 ±12
	4.8	13.0 ±0.6	-13.2 ±0.5	1.7 ±0.5	0.2 ±0.5	-494 ±1	-389 ±1	201 ±1	194 ±1	405 ±2
	6.3	10.6 ±0.6	-21.3 ±0.6	-3.6 ±0.6	3.3 ±0.6	-305 ±1	-166 ±1	156 ±1	135 ±1	155 ±2
M_1^2	3.1	15.8 ±0.4	-6.7 ±0.4	-1.0 ±0.4	-3.6 ±0.5	2585 ±5	2566 ±5	-908 ±5	-902 ±5	-2544 ±9
	4.8	8.5 ±0.6	-17.0 ±0.6	2.2 ±0.6	-1.4 ±0.6	-689 ±3	-641 ±3	315 ±3	314 ±3	747 ±5
	6.3	9.2 ±0.6	-20.3 ±0.6	2.0 ±0.6	-9.9 ±0.6	-329 ±2	-281 ±2	183 ±2	191 ±2	413 ±3
M_1^3	3.1	14.4 ±0.9	-16.1 ±0.9	9.7 ±1.0	-13.0 ±1.0	1019 ±5	950 ±5	-391 ±5	-394 ±5	-1037 ±10
	4.8	-19.0 ±0.6	-1.1 ±0.6	-36.1 ±0.6	42.8 ±0.6	-613 ±5	-556 ±5	295 ±5	291 ±5	951 ±9
	6.3	-7.4 ±0.6	-10.3 ±0.7	-19.4 ±0.7	16.0 ±0.7	-242 ±3	-218 ±3	151 ±3	165 ±3	578 ±6

A diferencia de las simulaciones en el capítulo anterior, la velocidad angular en el centro de la distribución no fue fijada a $\Omega_0 = -27.39 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Una primera aproximación para determinar la velocidad angular del centro de la distribución es tomarla como el valor de $B - A$. Tomemos como primer ejemplo la muestra M_1^1 . La velocidad angular de la distribución al primer tiempo tiene un valor de $-21.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} > \Omega_0$; es decir se atrasa respecto al LSR. Para los tiempos posteriores, el valor de la velocidad angular evoluciona a $-26.6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $-31.9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Para $t_c = 4.8$ Myr el

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

aumento de su valor indica que la velocidad angular de la muestra ha sido acelerada por el potencial gravitacional.

Además, en la muestra M_1^1 , observamos un ensanchamiento del anillo a longitudes galácticas en la dirección de la rotación de la Galaxia. Este ensanchamiento es consistente con el cambio de la constante K de valores negativos a positivos. Respecto al cambio en el valor de A y B se espera obtener un cambio en la elongación del anillo respecto al LSR en dirección horaria. Esto último no es observado y puede deberse a que la aproximación $\Omega = B - A$ falla. Lo mismo sucede para la evolución del valor de C . Respecto al valor del resto de las constantes de Oort no podemos hacer un estudio comparativo, pero notamos que su magnitud disminuye drásticamente en el tiempo. Recordemos que estas constantes adicionales ajustan el campo de velocidades y su gradiente en la dirección vertical, por lo que esta disminución en su valor implica que la velocidad vertical comienza a ser más parecida a la del disco, fenómeno que esperábamos por ser acelerada por el potencial de la Galaxia.

Para M_1^2 el comportamiento de A es similar al de la muestra M_1^1 , evolucionando a valores menores de A . El valor de B tiende a valores más negativos al igual que K . Contrario al caso del anillo completo, esperamos una compresión para esta muestra. Esta aparente compresión puede ser tan sólo una consecuencia del LSR moviéndose hacia regiones más centrales de una distribución elipsoidal formada al completar el anillo. La cizalla observada al completar la distribución (extrapolándola espacialmente a todo el dominio de ℓ) difiere de la esperada: para valores más negativos de B la inclinación debería tener una rotación mayor en sentido horario. Otra discrepancia respecto a lo observado en la sección 3.2 es el juego entre el cambio de las constantes A , C y K . La diferencia radica en que, dado que C se mantiene aproximadamente constante y para los valores de A , B y K encontrados, el valor de A debería aumentar en lugar de disminuir (pues B disminuye). La explicación que ofrecemos para explicar estas discrepancias es la presencia de la nube de gas y cómo ella afecta la manera en la que evolucionan las constantes de Oort, siendo esa evolución diferente a la estudiada en el capítulo anterior. Por último, las constantes de Oort adicionales, además de disminuir en magnitud, cambian de signo entre $t_c = 3.1$ Myr y $t_c = 4.8$ Myr, comportamiento que puede ser explicado por el cambio de signo de b que presentan las partículas de la muestra.

En el comportamiento para las muestras M_1^3 y M_2^j es más difícil encontrar alguna similitud o interpretación usando los resultados del segundo experimento del capítulo anterior, por lo que su nos limitamos a su caracterización sin una interpretación.

4.2 Cálculo de las constantes de Oort para las partículas de prueba

Tabla 4.2. Valores de las constantes de Oort calculados para cada *bin* M_2^j a los tiempos $t_c = 4.8$ Myr y 6.3 Myr.

	t_c [Myr]	A	B	C	K	D	D'	E	E'	K'
		[km s ⁻¹ kpc ⁻¹]								
M_2^1	4.8	-5.8	6.6	-33.9	29.4	-1026	-946	429	430	1124
		±0.7	±0.7	±0.7	±0.7	±6	±6	±5	±5	±12
M_2^1	6.3	8.8	-15.1	-6.3	-7.6	-337	-336	194	226	777
		±0.6	±0.6	±0.6	±0.6	±2	±2	±2	±2	±5
M_2^2	4.8	-6.3	7.6	-31.7	29.8	-2778	-2722	1125	1124	2869
		±0.7	±0.7	±0.7	±0.7	±21	±21	±21	±21	±42
M_2^2	6.3	8.4	-17.7	-7.7	-0.4	-397	-416	251	286	1010
		±0.4	±0.5	±0.5	±0.5	±2	±2	±2	±2	±5
M_2^3	4.8	-46.1	5.1	-72.2	87.5	40.0	134.0	-38.1	-66.1	104
		±0.5	±0.5	±0.5	±0.6	±10.3	±10.1	±8.8	±8.8	±19
M_2^3	6.3	-13.4	-9.0	-26.0	33.2	-346	-323	230	230	876
		±0.4	±0.4	±0.4	±0.3	±2	±2	±2	±3	±5

Gracias a los valores obtenidos para las constantes de Oort podemos concluir que la simulación realizada en RAMSES no es apropiada para estudiar el problema del origen del Cinturón de Gould. La distinción más evidente entre $\Theta_{GB} = (6.1, -20.6, 2.9, 11.0)$ km s⁻¹ kpc⁻¹ (reportado por Torra *et al.*, 2000) y las constantes de Oort que describen la cinemática de la simulación es el alto valor de las constantes de Oort adicionales D a K' . Sin embargo, a pesar de que la simulación analizada no es la adecuada para explicar el origen del Cinturón de Gould, a partir de los resultados obtenidos durante el análisis que desarrollamos en este capítulo podemos proponer ciertas modificaciones de los parámetros del choque de una HVC impactando contra el disco galáctico. Por ejemplo, para garantizar magnitudes menores de las constantes de Oort adicionales (D , D' , E , E' y K'), la velocidad vertical de la nube al momento de la colisión debería ser mucho más pequeña, resultando en una colisión razante al disco galáctico. Asimismo, para evitar detener el flujo del gas en el disco, la nube debería tener una velocidad similar a la de movimiento circular alrededor del centro galáctico. Otra posible alternativa es incluir el efecto del campo magnético galáctico en la simulación, pues podría

4. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES DE OORT PARA UNA SIMULACIÓN HIDRODINÁMICA

repercutir en la manera en la que el disco y la nube colisionan.

En suma, a partir de lo analizado en las páginas anteriores, cubrimos el objetivo principal de esta tesis: proveer las herramientas necesarias para analizar una de estas simulaciones. En consecuencia, las simulaciones obtenidas de las modificaciones descritas deberán ser analizadas y comparadas entre sí, labor que se puede realizar mediante el uso de las herramientas aquí descritas.

Conclusiones

En la presente tesis se estudió la relación entre los valores de las constantes de Oort y la evolución de distribuciones estelares en la vecindad solar. Además, se analizó la evolución de los valores de las constantes de Oort bajo la influencia de un potencial gravitacional apropiado para la Vía Láctea.

A partir del análisis de la relación y la evolución de las constantes de Oort fue posible interpretar las constantes de Oort reportadas en la literatura para el Cinturón de Gould. Esta interpretación lleva a pensar al GB como una estructura cuya velocidad angular alrededor de la Galaxia es muy similar a la velocidad angular del LSR. Además, dados los valores actuales de Θ_{GB} , se espera que la rotación y la expansión del GB incrementen en el tiempo.

Posteriormente, caracterizamos la cinemática de posibles poblaciones estelares formadas en una simulación hidrodinámica de una nube de alta velocidad impactando con el disco galáctico. Esta caracterización mostró que, conforme la nube de alta velocidad colisiona con el disco galáctico, el flujo de gas en este último se ve interrumpido, aglomerando gas en la región impedida por la nube que penetra en el disco. Debido a la pérdida de momento del gas en el disco galáctico, las posibles poblaciones estelares formadas durante el choque presentan una cinemática tal que se rezagan respecto al LSR.

Así, fue posible descartar esta simulación para el estudio del origen del Cinturón de Gould. La razón para esto fue la diferencia entre los valores de las constantes de Oort obtenidas de la simulación y las presentadas en la literatura para estrellas pertenecientes al GB, además de su evolución esperada con base en los experimentos realizados. Las constantes de Oort probaron ser una medida cuantitativa de utilidad para comparar

5. CONCLUSIONES

diferentes muestras estelares de la cinemática local en la vecindad solar. Comprobamos que, mediante el cálculo y la comparación de las constantes de Oort, es posible descartar modelos que intenten reproducir datos observacionales si los valores de dichas constantes no coinciden.

Las herramientas diseñadas durante esta tesis pueden ser usadas de manera general para salidas de diferentes simulaciones o conjuntos de datos observacionales. Por ello es posible realizar el análisis y el cálculo de las constantes de Oort para simulaciones con diferentes escenarios o para diferentes poblaciones estelares utilizando el mismo procedimiento mostrado en este trabajo. Posibles proyectos a futuro son:

- El estudio de diferentes condiciones iniciales en simulaciones de nubes de alta velocidad que impactan al disco, cambiando parámetros como la velocidad inicial, el tamaño de la nube y el ángulo con el que choca con el disco galáctico;
- el estudio de diferentes escenarios asociados a la formación del Cinturón de Gould, como la explosión de supernovas;
- la caracterización cinemática de poblaciones estelares por edades mediante sus constantes de Oort asociadas, y
- la formación de estrellas directamente en las simulaciones y su respectiva comparación con datos observacionales.

Apéndices

A.1. RAMSES

RAMSES es un código abierto diseñado originalmente para el estudio de la formación galáctica y estructura a gran escala. Escrito en Fortran 90, hace uso del refinamiento por mallas adaptativas (AMR) para resolver la hidrodinámica en espacios de dos y tres dimensiones.¹ Este código usa AMR basado en árboles con una estructura de datos llamada FTT² y un esquema hidrodinámico Euleriano resuelto con un esquema de Godunov de segundo orden para gases ideales llamado PLM.³

A.1.1. Refinamiento por Mallas Adaptativas: AMR

El refinamiento por mallas adaptativas o AMR⁴ ha probado ser una herramienta útil al estudiar fenómenos astrofísicos que involucran el estudio de sistemas hidrodinámicos. En esta sección se describe a grandes rasgos el esquema bajo el cual los códigos numéricos implementan AMR.

En su aparición hace ya más de 30 años (Berger y Olinger, 1984), el algoritmo de refinamiento por mallas adaptativas fue presentado como una alternativa para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales en problemas en los que las soluciones eran

¹La documentación e instrucciones de descarga se encuentran en <https://www.ics.uzh.ch/~teyssier/ramses/RAMSES.html>.

²*Fully Threaded Tree* por sus siglas en inglés.

³*Piecewise Linear Method* por sus siglas en inglés.

⁴*Adaptive Mesh Refinement* por sus siglas en inglés.

altamente oscilatorias en ciertas regiones del dominio espacial o temporal. La propuesta fue modificar el mallado en el cual se discretiza el dominio espacial, refinando así las regiones en las cuales es necesaria una mayor resolución, y hacer esto de manera iterativa conforme evoluciona la solución con el tiempo.

Existen diferentes implementaciones de AMR que dependen del fenómeno físico estudiado y del esquema en el que sea descrita la hidrodinámica del problema, la cual puede ser desde un enfoque Euleriano o Lagrangiano. Bajo el enfoque Euleriano se emplean usualmente mallas cartesianas fijas en el espacio, mientras que en el enfoque Lagrangiano se definen puntos del fluido que son seguidos por una malla que se desplaza en el espacio.

En su origen, AMR fue escrito en un esquema Euleriano con diferentes refinamientos de la malla, lo que puede ser visualizado como una malla de losetas de distintos tamaños. Una alternativa propuesta y usada al día de hoy fue modificar la estructura de la malla, de forma que el refinamiento es sobre celdas madre que dan lugar a celdas hijas cuando una resolución mayor es necesaria. A este nuevo enfoque de AMR se le suele referir como AMR basado en árboles y tiene la ventaja de tener un mejor seguimiento del flujo del fluido, mas con el costo de tener una estructura de datos un poco más compleja.

A.1.2. Fully Threaded Tree: FTT

Los FTT son estructuras de datos, cuyos elementos básicos se denominan *octs*, y están comprendidos por grupos de 2^D celdas hijas, con D la dimensión espacial en la que se trabaja. Cada *oct* está asociada a cierto nivel de refinamiento l_n ($l_n = l_{\min} \geq 0$ es llamada la malla base y es una malla cartesiana uniforme) cuyo nivel indica qué tanto ha sido refinada la malla base. En la figura A.1 se presenta un esquema que ayuda a visualizar los FTT.

La forma en la que se accede a las *octs* ocurre mediante una doble lista ligada en la que las *octs*, en un nivel l_n , están ordenadas, así como cada una de ellas está relacionada con su *oct* madre, con los $2 \times D$ *octs* vecinas en el mismo nivel de la celda madre (l_{n-1}) y sus 2^D *oct* hijas en el siguiente nivel (l_{n+1}). A las celdas sin celdas hijas se les llama hojas y están en el último nivel de refinamiento, l_{max} .

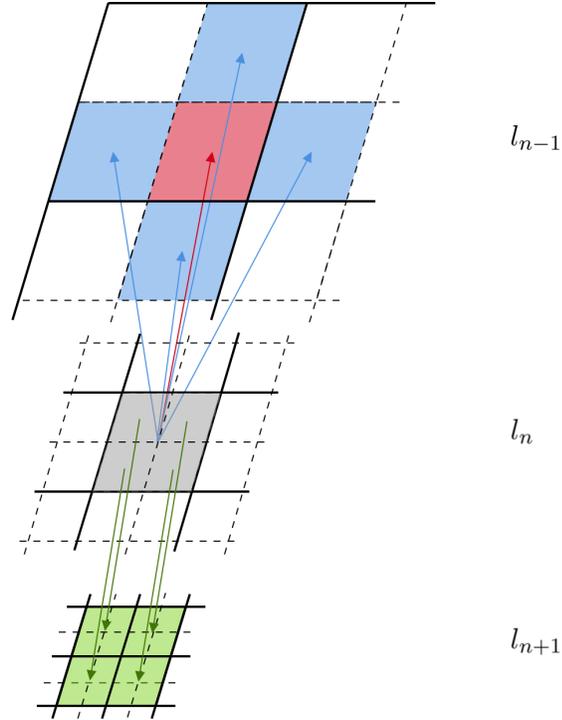


Figura A.1. Diagrama que muestra tres niveles consecutivos de un FTT con $D = 2$. Las flechas salientes de la *oct* en l_n (gris) señalan su relación con su celda madre (rojo), las celdas vecinas de ella en l_{n-1} (azul) y las *octs* hijas en l_{n+1} (verde) de cada celda.

Debido a la condición de Courant–Friedrichs–Lewy es necesario realizar la integración en el tiempo con diferentes pasos temporales, siendo el orden de integración primero para las *octs* hoja y, posteriormente, niveles menores de refinamiento con pasos temporales dados por $\Delta t_{l_n} = \Delta t_{l_0} 2^{-n}$, donde Δt_{l_0} es el paso temporal base usado para evolucionar las *octs* del nivel l_{\min} . Estas evoluciones pueden hacerse de manera eficiente —y lo son en RAMSES— usando cálculo en paralelo, vectorizado o una combinación de ambas.

Para la creación del FTT usado en RAMSES, la decisión de refinar alguna celda está determinada por criterios definidos por el usuario, respetando que cualquier *oct* en la estructura tenga una celda madre rodeada por 3^D vecinos en el mismo nivel de refinamiento, constricción que permite una transición espacial suave entre niveles de refinamiento.

De acuerdo con los criterios usados para el refinamiento se comienza por marcar celdas por refinar. Si alguna celda contiene celdas hijas refinadas o marcadas por refinar se marcan también para refinar con el fin de garantizar que sus celdas hijas sigan en el FTT. Debido a la constricción se marcan también las 3^D celdas vecinas.

Posteriormente se lleva a cabo la modificación del FTT, destruyendo las celdas hijas de las celdas que no hayan sido marcadas para refinar y construyendo las celdas hijas necesarias, así reorganizando el árbol de acuerdo con la doble lista ligada. Con la doble lista ligada no es necesario crear el FTT desde cero, sino que se modifica el ya existente, desligando y ligando las *octs* como sea debido. Este proceso de refinamiento en función de los criterios establecidos por el usuario son repetidos para cada tiempo de la simulación.

A.1.3. Solución de la hidrodinámica

RAMSES resuelve las ecuaciones de Euler plasmadas en el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{Dt} &= -\rho\nabla \cdot \mathbf{u}, \\ \frac{D}{Dt}(\rho\mathbf{u}) &= -\rho\nabla\phi - \nabla p, \\ \frac{D}{Dt}(\rho e) &= \mathbf{u} \cdot \frac{D}{Dt}(\rho\mathbf{u}) - (e\rho + p)\nabla \cdot \mathbf{u}, \end{aligned} \tag{A.1}$$

con el operador de la derivada material,

$$\frac{D}{Dt} \equiv \partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla, \tag{A.2}$$

ρ la densidad de masa, \mathbf{u} la velocidad del fluido, ϕ el potencial de las fuerzas de cuerpo, p la presión térmica y e la energía específica.

La discretización de las ecuaciones de Euler, incluyendo fuentes, está dada por

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} + \frac{F_{i+1/2}^{n+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} = S_i^{n+1/2}, \tag{A.3}$$

en la que U_i^n denota el valor numérico de $(\rho, \rho\mathbf{u}, \rho e)$ al tiempo n para la celda i .

La ecuación A.3 expresa de manera compacta el sistema A.1 discretizado en espacio y tiempo, con $F_{i+1/2}^{n+1/2}$, los flujos entre las fronteras de las celdas, y $S_i^{n+1/2}$ las fuentes gravitacionales dados por

$$S_i^{n+1/2} = \left(0, \frac{\rho_i^n \nabla \phi_i^n + \rho_i^{n+1} \nabla \phi_i^{n+1}}{2}, \frac{(\rho u)_i^n \nabla \phi_i^n + (\rho u)_i^{n+1} \nabla \phi_i^{n+1}}{2} \right), \quad (\text{A.4})$$

ambos para el tiempo $n + 1/2$. Es decir, centradas en el tiempo.

Para calcular los flujos F , RAMSES usa un método de Godunov de segundo orden, mientras que para las fuentes S se usa un enfoque de pasos fraccionarios.

La estrategia utilizada por RAMSES para resolver la hidrodinámica a cierto nivel, usando los métodos antes mencionados, es la que explicamos a continuación. Las ecuaciones A.1 son resueltas por *octs* (cada una con 2^D celdas) y rodeada por otras $3^D - 1$ *octs* ($D \equiv$ dimensiones espaciales), con lo que el número de celdas necesarias son 6^D contando las celdas de la *oct* por resolver.

Para cada paso temporal se calculan los flujos F centrados en el tiempo con un resolvidor de Riemann para cada estructura de 6^D celdas. Este proceso se hace sobre un vector de dichos elementos pertenecientes a cada nivel de la malla adaptativa, lo cual puede ser fácilmente implementado al usar cómputo vectorial y en paralelo.

Luego, para evolucionar en el tiempo usando AMR, se realiza de manera recursiva sobre los niveles l (final del segundo paso) el siguiente algoritmo:

1. Generar nuevos niveles en el nivel l_{n+1} usando interpolación de las cantidades conservativas para definir los valores de cada celda.
2. Usar la condición de CFL para obtener el paso temporal Δt_l , recordando la restricción $\Delta t_l \leq \Delta t_{l_{n-1}}$, y evolucionar el nivel l_{n+1} .
3. Modificar el paso temporal del nivel l_{n-1} para garantizar sincronía con el nivel l .

4. Calcular las condiciones de frontera usando una interpolación de las cantidades conservativas en el nivel l_{n-1} y calcular los flujos usando el método de Godunov.
5. Para celdas hoja, usar los valores calculados en el paso anterior. Para celdas refinadas, usar un promedio de los valores obtenidos para el nivel l_{n+1} .
6. Reconstruir el mapa de refinamiento.

Sobre el control de los pasos temporales, de forma adicional a las restricciones ya mencionadas, **RAMSES** impone ciertas restricciones, las cuales son que el paso temporal Δt_l debe ser menor al tiempo de caída libre y menor al tiempo que le tomaría al gas atravesar la celda a ese nivel (tiempo de cruce).

Bibliografía

- ¹C. Allen y A. Santillan, “An improved model of the galactic mass distribution for orbit computations.” **22**, 255 (1991) (vid. págs. [12](#), [40](#)).
- ²J. Alves, C. Zucker, A. A. Goodman, J. S. Speagle, S. Meingast, T. Robitaille, D. P. Finkbeiner, E. F. Schlafly y G. M. Green, “A Galactic-scale gas wave in the solar neighbourhood”, **578**, 237-239 (2020) (vid. págs. [25](#)).
- ³M. J. Berger y J. Olinger, “Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations”, *Journal of Computational Physics* **53**, 484-512 (1984) (vid. págs. [99](#)).
- ⁴J. Binney y S. Tremaine, *Galactic Dynamics: Second Edition*, Princeton Series in Astrophysics (Princeton University Press, 2008) (vid. págs. [33](#)).
- ⁵V. V. Bobylev, “The Gould Belt”, *Astrophysics* **57**, 583-604 (2014) (vid. págs. [24](#), [25](#)).
- ⁶H. Bouy y J. Alves, “Cosmography of OB stars in the solar neighbourhood”, **584**, A26, A26 (2015) (vid. págs. [25](#)).
- ⁷J. Bovy, “Stellar Inventory of the Solar Neighborhood using Gaia DR1”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **470**, 1360-1387 (2017) (vid. págs. [19](#)).
- ⁸J. Bovy, H.-W. Rix y D. W. Hogg, “THE MILKY WAY HAS NO DISTINCT THICK DISK”, *The Astrophysical Journal* **751**, 131 (2012) (vid. págs. [19](#)).
- ⁹B. W. Carroll y D. A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, 2.^a ed. (Cambridge University Press, 2017) (vid. págs. [5](#), [11](#), [15](#), [16](#)).
- ¹⁰D. P. Cox y R. J. Reynolds, “The Local Interstellar Medium”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **25**, 303-344 (1987) (vid. págs. [21](#)).
- ¹¹T. M. Dame, H. Ungerechts, R. S. Cohen, E. J. de Geus, I. A. Grenier, J. May, D. C. Murphy, L. -A. Nyman y P. Thaddeus, “A Composite CO Survey of the Entire Milky Way”, **322**, 706 (1987) (vid. págs. [20](#)).

- ¹²C. Flynn, J. Holmberg, L. Portinari, B. Fuchs y H. Jahreiß, “On the mass-to-light ratio of the local Galactic disc and the optical luminosity of the Galaxy”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **372**, 1149-1160 (2006) (vid. págs. [19](#), [20](#)).
- ¹³D. Foreman-Mackey, A. Conley, W. Meierjurgen Farr, D. W. Hogg, D. Lang, P. Marshall, A. Price-Whelan, J. Sanders y J. Zuntz, “emcee: The MCMC Hammer”, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **124**, 306-312 (2013) (vid. pág. [35](#)).
- ¹⁴P. C. Frisch, S. Redfield y J. D. Slavin, “The Interstellar Medium Surrounding the Sun”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **49**, 237-279 (2011) (vid. pág. [21](#)).
- ¹⁵A. A. Goodman, J. Alves, C. Zucker, J. S. Speagle, S. Meingast, T. Robitaille, D. P. Finkbeiner, E. P. Schlafly y G. M. Green, “A New Feature of the Galaxy Revealed by 3D Dust Mapping”, *American Astronomical Society Meeting Abstracts* **235**, 385.05, 385.05 (2020) (vid. pág. [25](#)).
- ¹⁶J. Goodman y J. Weare, “Ensemble samplers with affine invariance”, *Communications in Applied Mathematics and Computational Science* **5**, 65-80 (2010) (vid. pág. [36](#)).
- ¹⁷B. A. Gould, “On the number and distribution of the bright fixed stars”, *American Journal of Science Series 3 V*, 325-333 (1874) (vid. pág. [22](#)).
- ¹⁸B. A. Gould, “Uranometria Argentina: Brightness and position of every fixed star, down to the seventh magnitude, within one hundred degrees of the South Pole; with atlas”, *Resultados del Observatorio Nacional Argentino* **1**, I-387 (1879) (vid. pág. [21](#)).
- ¹⁹W. Herschel, “XII. On the construction of the heavens”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **75**, 213-266 (1785) (vid. pág. [2](#)).
- ²⁰M. Heyer y T. M. Dame, “Molecular Clouds in the Milky Way”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **53**, 583-629 (2015) (vid. pág. [21](#)).
- ²¹Y. Huang, X. W. Liu, H. B. Yuan, M. S. Xiang, Z. Y. Huo, B. Q. Chen, Y. Zhang e Y. H. Hou, “Determination of the local standard of rest using the LSS-GAC DR1”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **449**, 162-174 (2015) (vid. pág. [18](#)).
- ²²H. Jahreiss, R. Wielen y B. Fuchs, “The impact of Hipparcos on our knowledge of nearby stars”, *Acta Historica Astronomiae* **3**, 171-180 (1998) (vid. pág. [19](#)).
- ²³S. R. Kulkarni y C. Heiles, “The Atomic Component”, en *Interstellar Processes*, ed. por D. J. Hollenbach y H. A. Thronson (1987), págs. 87-122 (vid. pág. [21](#)).
- ²⁴H. S. Leavitt y E. C. Pickering, “Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud.” *Harvard College Observatory Circular* **173**, 1-3 (1912) (vid. pág. [3](#)).
- ²⁵C. Li, G. Zhao y C. Yang, “Galactic Rotation and the Oort Constants in the Solar Vicinity”, *The Astrophysical Journal* **872**, 205 (2019) (vid. págs. [26](#), [33](#)).

-
- ²⁶B. Lindblad, “On the Cause of Star-Streaming”, *The Astrophysical Journal* **62**, 191 (1925) (vid. pág. [30](#)).
- ²⁷P. Lindblad, J. Palous, K. Loden y L. Lindegren, “The Kinematics and Nature of Gould’s Belt – a 30 MYR Old Star Forming Region”, en *Hipparcos - Venice '97*, vol. 402, ed. por R. Bonnet, E. Høg, P. Bernacca, L. Emiliani, A. Blaauw, C. Turon, J. Kovalevsky, L. Lindegren, H. Hassan, M. Bouffard, B. Strim, D. Heger, M. Perryman y L. Woltjer, ESA Special Publication (ago. de 1997), págs. 507-512 (vid. pág. [34](#)).
- ²⁸C. F. McKee, A. Parravano y D. J. Hollenbach, “STARS, GAS, AND DARK MATTER IN THE SOLAR NEIGHBORHOOD”, *The Astrophysical Journal* **814**, 13 (2015) (vid. págs. [19-21](#)).
- ²⁹R. P. Olling y W. Dehnen, “The Oort Constants Measured from Proper Motions”, **599**, 275-296 (2003) (vid. pág. [35](#)).
- ³⁰J. Oort, “Observational evidence confirming Lindblad’s hypothesis of a rotation of the galactic system”, *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands* **3**, 275 (1927) (vid. págs. [26](#), [29](#)).
- ³¹C. A. Perrot e I. A. Grenier, “3D dynamical evolution of the interstellar gas in the Gould Belt”, *Astronomy Astrophysics* **404**, 519-531 (2003) (vid. págs. [23](#), [24](#)).
- ³²W. Poppel, “The Gould Belt System and the Local Interstellar Medium”, **18**, 1-271 (1997) (vid. pág. [24](#)).
- ³³W. G. L. Pöppel, “The Gould Belt System”, en *From Darkness to Light: Origin and Evolution of Young Stellar Clusters*, vol. 243, ed. por T. Montmerle y P. André, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series* (ene. de 2001), pág. 667 (vid. pág. [22](#)).
- ³⁴S. Redfield, “The Local Interstellar Medium”, en *New Horizons in Astronomy: Frank N. Bash Symposium*, vol. 352, ed. por S. J. Kannappan, S. Redfield, J. E. Kessler-Silacci, M. Landriau y N. Drory, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series* (2006), pág. 79 (vid. pág. [21](#)).
- ³⁵I. N. Reid, J. E. Gizis y S. L. Hawley, “The Palomar/MSU Nearby Star Spectroscopic Survey. IV. The Luminosity Function in the Solar Neighborhood and M Dwarf Kinematics”, *The Astronomical Journal* **124**, 2721-2738 (2002) (vid. pág. [19](#)).
- ³⁶R. Schönrich, J. Binney y W. Dehnen, “Local kinematics and the local standard of rest”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **403**, 1829-1833 (2010) (vid. pág. [18](#)).
- ³⁷J. Torra, D. Fernández y F. Figueras, “Kinematics of young stars (I): Local irregularities”, *Astronomy and Astrophysics* **359**, 82-102 (2000) (vid. págs. [22](#), [24](#), [26](#), [32](#), [34](#), [95](#)).