



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
(INGENIERIA CIVIL) – (GEOTECNIA)

ESTIMACIÓN GEOESTADÍSTICA DE LA PERMEABILIDAD DE LAS
ARCILLAS DEL EX LAGO DE TEXCOCO A PARTIR DE PRUEBAS DE
CONSOLIDACIÓN

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ÁNGEL RODRIGO TERRONES PORCAYO

TUTORA PRINCIPAL
DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO. MAYO 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Gabriel Auvinet Guichard
Secretario: Dr. Osvaldo Flores Castrellón
Vocal: Dra. Norma Patricia López Acosta
1^{er.} Suplente Dr. Raúl Flores Berrones
2^{do.} Suplente: Dr. Mario Flores Guzmán

Lugar donde se realizó la tesis:
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTORA DE TESIS:
DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA

FIRMA

Dedicatorias

A mis abuelos Úrsula (q.e.p.d.) y Galdino, por siempre alentarme a continuar mis estudios.

A mis padres y a mi familia que siempre me han apoyado durante toda mi vida.

A mis amigos y compañeros que me han acompañado durante mi trayectoria dentro y fuera de la universidad.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México por otorgarme otra oportunidad para profundizar mis estudios de posgrado.

A la Dra. Norma Patricia López Acosta por aceptarme en su grupo de trabajo, por brindarme su confianza, paciencia y apoyo durante la elaboración de esta tesis.

A mis sinodales Dr. Gabriel Auvinet Guichard, Dr. Osvaldo Flores Castellón, Dr. Raúl Flores Berrones y Dr. Mario Flores Guzmán por el tiempo invertido en la revisión de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para realizar mis estudios de maestría.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por el espacio de trabajo y la beca otorgada para la culminación de esta tesis.

Al M. en I. David Francisco Barba Galdámez por brindarme su apoyo, consejos, asesoría y su infinita paciencia durante la elaboración de esta tesis.

Al ingeniero Víctor Fabián Mendoza López por el apoyo y asesoría en el uso del software usado en este trabajo.

Índice general

Resumen	iii
Abstract	v
Índice de figuras	vii
Índice de tablas	xiii
Notación	xv
1. Introducción	1
2. Marco teórico	3
2.1 Generalidades de la permeabilidad en suelos	3
2.2 Métodos para la determinación de la permeabilidad	4
2.2.1 Métodos directos	4
2.2.2 Métodos indirectos	6
2.3 Determinación de la permeabilidad a partir de la prueba de consolidación ..	7
2.3.1 Determinación del coeficiente de consolidación C_v	8
2.3.2 Determinación del coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v)	10
2.4 Fundamentos teóricos de la geoestadística	10
2.4.1 Metodología del análisis geoestadístico	11
2.4.2 Modelación mediante campos aleatorios	12
2.4.3 Análisis exploratorio	13
2.4.4 Análisis estructural	13
2.4.5 Predicción	17
2.4.6 Estimación mediante Kriging	17
2.5 Software geoestadístico	19
2.5.1 Antecedentes	19
2.5.2 Programa SGeM	19
2.5.2.1 Generación de los archivos de entrada	20
2.5.2.2 Generación de la malla	21
2.5.2.3 Cálculo y modelado de variogramas	23
2.5.2.4 Kriging univariable	27
2.5.2.5 Resultados y mapeo	28
3. Aplicación a un caso de estudio en el Ex Lago de Texcoco	31
3.1 Descripción del sitio de estudio	31
3.1.1 Ubicación geográfica	31
3.1.2 Antecedentes geológicos	32

3.1.3	Condiciones hidráulicas.....	33
3.1.4	Composición mineralógica de las arcillas	34
3.1.5	Antecedentes de la permeabilidad.....	34
3.2	Exploración geotécnica	36
3.3	Cálculo de la permeabilidad.....	40
3.4	Análisis estadístico de la permeabilidad	42
3.5	Tendencia del campo aleatorio	46
3.6	Análisis geoestadístico para la obtención de la permeabilidad de la FAS ..	47
3.6.1	Definición del dominio.....	47
3.6.2	Análisis estructural.....	48
3.6.3	Estimación	51
3.6.4	Interpretación de resultados	72
3.7	Análisis geoestadístico para la obtención de la permeabilidad de la FAI	74
3.7.1	Definición del dominio.....	74
3.7.2	Análisis estructural.....	75
3.7.3	Estimación	78
3.7.4	Interpretación de resultados	96
3.8	Análisis geoestadístico para la obtención de la permeabilidad de la FAP ..	98
3.8.1	Definición del dominio.....	98
3.8.2	Análisis estructural.....	99
3.8.3	Estimación	102
3.8.4	Interpretación de resultados	105
3.9	Comparación de resultados	107
4.	Conclusiones	111
	Referencias	113
	Anexo I: Teoría de las variables regionalizadas.....	119
	Anexo II: Estimaciones mediante Kriging	123
	Anexo III: Influencia de la elección del intervalo de la curva de compresibilidad en la determinación de la permeabilidad k.....	134
	Anexo IV: Base de datos de la obtención de la permeabilidad	141

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo representar de manera regional la permeabilidad de las arcillas del ex Lago de Texcoco. La magnitud de la permeabilidad se determina por un método indirecto a partir de pruebas de consolidación realizadas en laboratorio. Los resultados se procesan con un enfoque geoestadístico para su caracterización espacial.

En la parte principal de esta tesis, se muestra una metodología para la representación regional de la permeabilidad de las arcillas del ex Lago de Texcoco, fundamentada en la geoestadística. Se destaca el método indirecto a partir de la prueba de consolidación para la obtención de los valores puntuales de la permeabilidad del sitio, además del análisis estadístico para asignar una función de distribución de probabilidad que defina la permeabilidad.

En función de lo anterior, el estudio se considera como un análisis geoestadístico univariable fundamentado en la teoría de los campos aleatorios. La predicción de los valores de permeabilidad se obtiene a partir de la técnica de estimación optimizada conocida como el método de Kriging Ordinario, mientras que, el desarrollo de los algoritmos necesarios para los análisis, se realiza con el software geoestadístico de acceso libre SGeMS.

Los resultados obtenidos se validan con el método de validación cruzada y con la comparación de los valores empíricos de permeabilidad obtenidos en investigaciones previas. Para la representación de los resultados se recurre a perfiles y cortes virtuales de isovalores en diferentes zonas y profundidades del sitio de estudio, los cuales permiten la evaluación de la distribución regional de la permeabilidad.

Al final, se emiten las conclusiones derivadas de los análisis realizados. Se espera que trabajos como este contribuyan a difundir y promover el uso de la geoestadística en la caracterización de las propiedades hidráulicas de los suelos.

Abstract

This research aims to regionally present the permeability of the clays of former Lake Texcoco. The permeability magnitude is determined by an indirect method from laboratory consolidation tests. The results are processed with a geostatistical approach to spatial characterization.

In the main part of this thesis, a methodology for the regional representation of the clays permeability from the former Lake Texcoco, based on geostatistics, is shown. The indirect method from the consolidation test for obtaining the point values of site permeability is highlighted, in addition to the statistical analysis for assigning a probability distribution function that defines permeability.

According to the last paragraph, the study is considered as a univariate geostatistical analysis based on the theory of random fields. Permeability prediction values are obtained from the optimized estimation technique known as Ordinary Kriging method, while, developing the algorithms needed for analysis, are done with the SGeMS free access geostatistical software.

The results are validated with the cross-validation method and the comparison with the empirical permeability values obtained in previous research. For the representation of the results, virtual isovalues profiles are used in different areas and depths from study site, which allow the evaluation of the regional distribution of permeability.

In the end, the conclusions derived from the analyses carried out are issued. It is hoped that works like this will help to spread and promote the use of geostatistics in the characterization of the hydraulic properties of soils.

Índice de figuras

Figura 2.1. Prueba de bombeo en campo (Das, 2015).....	5
Figura 2.2. Consolidómetro convencional (Pinzón-Franco, 2007).....	6
Figura 2.3. Esquema del piezocono y sus sensores de presión de poro (Santoyo, 1989).....	7
Figura 2.4. Obtención del t50 en la curva de deformación vs tiempo (Das, 2015).	9
Figura 2.5. Obtención del t90 en la curva de deformación vs raíz de tiempo (Das, 2015).....	9
Figura 2.6. Curva de compresibilidad (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).....	10
Figura 2.7. Etapas del análisis geoestadístico para una estimación univariable (Modificado de Juárez-Camarena, 2015).....	12
Figura 2.8. Representación gráfica de un campo aleatorio (Modificado de Medina 2001).....	13
Figura 2.9. Anatomía del semivariograma (Berlanga <i>et al.</i> , 1981).....	15
Figura 2.10. Resumen de la interfaz del software SGeMS (Remy <i>et al.</i> , 2019)....	19
Figura 2.11. Interfaz del software SGeMS.....	20
Figura 2.12. a) Formato de ingreso de datos y b) cuadro de diálogo de ingreso de parámetros.....	21
Figura 2.13. Cuadro de diálogo para el ingreso de datos de la malla.....	21
Figura 2.14. Caracterización de los parámetros de la malla (Modificado de Remy <i>et al.</i> , 2009).....	22
Figura 2.15. Coordenadas implícitas de los nodos de la malla (Modificado de Remy <i>et al.</i> , 2009).....	22
Figura 2.16. Parámetros del cálculo de variogramas experimentales.....	24
Figura 2.17. Cálculo de la distancia de correlación (adaptada de Remy <i>et al.</i> , 2009).....	24
Figura 2.18. Interfaz de la representación y modelación de variogramas.....	25
Figura 2.19 Ejes preferenciales elipse de anisotropía (Remy <i>et al.</i> , 2009).....	26
Figura 2.20. Algoritmo de cálculo para el proceso de Kriging univariable (Remy <i>et al.</i> , 2009).....	27
Figura 2.21. Panel de datos de entrada del algoritmo de Kriging.....	28
Figura 2.22. Algoritmo para el cálculo del sistema coordinado en los archivos de resultados.....	29
Figura 3.1. Ubicación del NAIM en el Ex Lago de Texcoco.....	32
Figura 3.2. Mapa geológico de la cuenca de México (López-Acosta, <i>et al.</i> , 2019).....	33
Figura 3.3. Ubicación de los sondeos mixtos y de las estaciones de monitoreo del subsuelo.....	37
Figura 3.4. Variación de los espesores de los materiales considerados (Modificado de CFE, 2018).	38
Figura 3.5. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas para el punto que se indica en (b) (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).	40

Figura 3.6. Obtención de los parámetros para el cálculo del coeficiente de permeabilidad. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).	41
Figura 3.7. Diagrama de caja de las permeabilidades estimadas por estrato.....	42
Figura 3.8. Histogramas y curvas CDF (función de probabilidad acumulada) de la permeabilidad.	43
Figura 3.9. Histogramas y curvas CDF (función acumulada de probabilidad) del logaritmo de la permeabilidad.	45
Figura 3.10. Dominio FAS y ubicación de los sondeos (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).	47
Figura 3.11. Eje mayor de la FAS.	49
Figura 3.12. Eje medio de la FAS.	49
Figura 3.13. Eje menor de la FAS.	49
Figura 3.14. Elipse de anisotropía de la FAS.	50
Figura 3.15. Modelos tridimensionales (3D) de la permeabilidad en la FAS a) valor esperado de k, b) valor esperado de log k.	51
Figura 3.16. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2226 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	52
Figura 3.17. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2226 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	52
Figura 3.18. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2222 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	53
Figura 3.19. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2222 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	53
Figura 3.20. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2217 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	54
Figura 3.21. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2217 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	54
Figura 3.22. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2212 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	55
Figura 3.23. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2212 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	55
Figura 3.24. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2207 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	56
Figura 3.25. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2207 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	56
Figura 3.26. Resumen de la permeabilidad en la FAS a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	57
Figura 3.27. Resumen del logaritmo de la permeabilidad en la FAS a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	58
Figura 3.28. Ejes virtuales de la FAS (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).	59

Figura 3.29. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje A-A') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	60
Figura 3.30. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje A-A') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	60
Figura 3.31. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje B-B') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	61
Figura 3.32. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje B-B') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	61
Figura 3.33. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	62
Figura 3.34. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	62
Figura 3.35. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	63
Figura 3.36. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	63
Figura 3.37. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	64
Figura 3.38. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	64
Figura 3.39. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	65
Figura 3.40. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	65
Figura 3.41. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	66
Figura 3.42. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	66
Figura 3.43. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	67
Figura 3.44. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	67
Figura 3.45. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	68
Figura 3.46. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	68
Figura 3.47. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 6-6') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	69

Figura 3.48. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 6-6') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	69
Figura 3.49. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAS a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.....	70
Figura 3.50. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAS a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	71
Figura 3.51. Análisis de validación cruzada de los resultados de la estimación de la FAS.	72
Figura 3.52. Dominio FAI y ubicación de los sondeos (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).	74
Figura 3.53. Eje mayor de la FAI.	76
Figura 3.54. Eje medio de la FAI.	76
Figura 3.55. Eje menor de la FAI.	76
Figura 3.56. Elipse de anisotropía de la FAI.	77
Figura 3.57. Modelos tridimensionales (3D) de la permeabilidad en la FAI a) valor esperado de k, b) valor esperado de log k.	78
Figura 3.58. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2197 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	79
Figura 3.59. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2197 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	79
Figura 3.60. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2194 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	80
Figura 3.61. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2194 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	80
Figura 3.62. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2189 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	81
Figura 3.63. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2189 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	81
Figura 3.64. Resumen de la permeabilidad en la FAI a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.....	82
Figura 3.65. Resumen del logaritmo de la permeabilidad en la FAI a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.....	83
Figura 3.66. Ejes virtuales de la FAI (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).....	84
Figura 3.67. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje A-A') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k..	85
Figura 3.68. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje A-A') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	85
Figura 3.69. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje B-B') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	86

Figura 3.70. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje B-B') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	86
Figura 3.71. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	87
Figura 3.72. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	87
Figura 3.73. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	88
Figura 3.74. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	88
Figura 3.75. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	89
Figura 3.76. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	89
Figura 3.77. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	90
Figura 3.78. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	90
Figura 3.79. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	91
Figura 3.80. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	91
Figura 3.81. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	92
Figura 3.82. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	92
Figura 3.83. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	93
Figura 3.84. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	93
Figura 3.85. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAI a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.....	94
Figura 3.86. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAI a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	95
Figura 3.87. Análisis de validación cruzada de los resultados de la estimación de la FAI.	96
Figura 3.88. Dominio FAP y ubicación de los sondeos (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).	98

Figura 3.89. Eje mayor de la FAP.	100
Figura 3.90. Eje medio de la FAP.	100
Figura 3.91. Eje menor de la FAP.	100
Figura 3.92. Elipse de anisotropía de la FAP.	101
Figura 3.93. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2177 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	102
Figura 3.94. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2177 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	103
Figura 3.95. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2172 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.	103
Figura 3.96. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2172 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.	104
Figura 3.97. Análisis de validación cruzada de los resultados de la estimación de la FAP.	105
Figura 3.98. Resumen de los valores esperados de la permeabilidad en la FAS, FAI y FAP.	107
Figura 3.99. Resumen de los valores esperados del logaritmo de la permeabilidad en la FAS, FAI y FAP.	108

Índice de tablas

Tabla 3.1. Características mineralógicas de las arcillas de la Cuenca de México reportadas por varios autores.	34
Tabla 3.2. Historia de estudios sobre la permeabilidad en el ex Lago Texcoco.....	35
Tabla 3.3. Valores obtenidos con el método de disipación de presión de poro.....	36
Tabla 3.4. Descripción estratigráfica con base en los sondeos ejecutados (CFE, 2018) en el sitio.....	39
Tabla 3.5. Propiedades índice con base en los sondeos ejecutados (CFE, 2018) en el sitio.....	39
Tabla 3.6. Valores estadísticos de la conductividad hidráulica en las formaciones arcillosas.....	42
Tabla 3.7. Valores estadísticos del logaritmo decimal la permeabilidad log k.....	44
Tabla 3.8. Parámetros de la distribución normal y resultados de las pruebas de ajuste.....	46
Tabla 3.9. Análisis de tendencia del campo aleatorio por estrato.....	46
Tabla 3.10. Definición de las características de los lags (bandas) de la FAS.....	48
Tabla 3.11. Parámetros de los variogramas teóricos de la FAS.....	48
Tabla 3.12. Distancias de correlación de la FAS.....	50
Tabla 3.13. Definición de las características de los lags (bandas) de la FAI.....	75
Tabla 3.14. Parámetros de los variogramas teóricos de la FAI.....	75
Tabla 3.15. Distancias de correlación de la FAI.....	77
Tabla 3.16. Definición de las características de los lags (bandas) de la FAP.....	99
Tabla 3.17. Parámetros de los variogramas teóricos de la FAP.....	99
Tabla 3.18. Distancias de correlación de la FAS.....	101

Notación

A	Área transversal de la muestra de suelo
a	Constante donde la varianza se vuelve constante
(a, b, c, d)	Coefficientes de regresión lineal
$C(0)$	Constante del semivariograma
C_c	Índice de compresión
C_r	Índice de recompresión
C_h	Coefficiente de consolidación en sentido horizontal
CV	Coefficiente de variación
$C_V(X_1, X_2)$	Función de autocovarianza
C_v	Coefficiente de consolidación en cm^2/s
de	Variación por unidad de tiempo
dV	Variación del volumen
$E\{V(X)\}$	Esperanza de un campo aleatorio
e	Relación de vacíos [1]
e_0	Relación de vacíos inicial de la muestra [1]
e_i	Relación de vacíos inicial en la prueba de consolidación [1]
e_f	Relación de vacíos final en la prueba de consolidación [1]
G_s	Densidad de sólidos de la muestra de suelo [1]
H	Altura del nivel estático de agua a la frontera impermeable
h	Carga hidráulica en cm
i	Gradiente hidráulico
I_p	Índice plástico
I_i	Índice de liquidéz
k	Coefficiente de permeabilidad
k_h	Permeabilidad horizontal en cm/s
k_v	Permeabilidad vertical en cm/s
k_o	Coefficiente de empuje en estado de reposo
k_{h50}	Permeabilidad horizontal para el 50 % de grado de Consolidación en cm/s
k_{v50}	Permeabilidad vertical para el 50 % de grado de consolidación en cm/s
L	Longitud de la muestra de suelo en cm
w_L	Límite de liquidez
L_p	Límite plástico
m_v	Coefficiente de compresibilidad volumétrica cm^2/g
n	Porosidad de una muestra de suelo
P	Dimensión de la region de estudio
Q	Gasto de infiltración en m^3/s
Q_{tn}	Resistencia de punta normalizada del cono
q	Gasto de necesario para mantener el nivel de agua constante en m^3/s
q_t	Resistencia a la penetración del cono corregida
q_c	Resistencia a la penetración del cono
R	Dimensión de estudio
RR	Relación de recompresión que controla la disipación Alrededor del piezocono
$R_V(X_1, X_2)$	Función de autocorrelación
r	Radio de los pozos de bombeo
r_{max}	Radio máximo de la elipse de anisotropía

r_{med}	Radio medio de la elipse de anisotropía
r_{min}	Radio mínimo de la elipse de anisotropía
S	Espacio de resultados del experimento
S_w	Grado de saturación de agua en la muestra de suelo
t	Tiempo
T	Factor tiempo que depende del grado de consolidación
u_1	Transductor en la punta del cono
u_2	Transductor detrás de la punta del cono
u_3	Transductor en el fuste del cono
w	Contenido de agua en %
w_i	Contenido de agua inicial en la prueba de consolidación en %
w_f	Contenido de agua final en la prueba de consolidación en %
V	Volumen de agua que fluye a través de una muestra de suelo
$V(X)$	Variable aleatoria
α_v	Coefficiente de compresibilidad en cm^2/kg
Δh	Pérdida de carga hidráulica
Δt	Incremento de tiempo para medición en el permeámetro en s
γ_i	Peso volumétrico inicial en la prueba de consolidación en kN/m^3
γ_f	Peso volumétrico final en la prueba de consolidación en kN/m^3
γ_m	Peso volumétrico de la muestra de suelo en kN/m^3
γ_w	Peso volumétrico del agua en kN/m^3
$\gamma(h)$	Función del variograma
λ	Coefficiente de influencia en estimaciones por Kriging
λ_i	Ponderador del método de Kriging
ω	Contenido de agua
$\rho_V(X_1, X_2)$	Coefficiente de autocorrelación
σ_{vo}	Esfuerzo total vertical calculado a la profundidad deseada
$\overline{\sigma_{vo}}$	Esfuerzo efectivo vertical calculado a la profundidad deseada
$\overline{\sigma_c}$	Esfuerzo efectivo de confinamiento
$E(V(X))$	Valor esperado de una muestra de datos
$\sigma_v(X)$	Desviación estándar de una muestra de datos
$\sigma^2_K(X)$	Varianza de una estimación univariable (Kriging)
Ω	Dominio de un campo aleatorio

1. Introducción

El subsuelo de la Cuenca de México ha sido estudiado a detalle por varios años. Se han realizado diferentes campañas de exploración para caracterizar su estratigrafía, propiedades índices y mecánicas, aunque no se han analizado exhaustivamente sus propiedades hidráulicas. En la mayoría de los proyectos de ingeniería son escasas las pruebas de permeabilidad de campo o de laboratorio que se efectúan para la caracterización hidráulica del suelo. Estas propiedades son fundamentales para el estudio de diferentes problemas de ingeniería geotécnica en los que se analiza el flujo de agua en suelos, tales como los análisis acoplados de flujo de agua-estabilidad de taludes; la evaluación de falla por supresión en excavaciones; el análisis de infiltración de agua a través de bordos de lagunas o canales, el diseño de sistemas de bombeo para excavaciones, entre otros (López-Acosta *et al.*, 2016).

La interpretación que se hace en las exploraciones geotécnicas contiene cierto grado de subjetividad. En varios casos, las propiedades obtenidas no contemplan la complejidad de las formaciones geológicas y su distribución espacial. Los métodos para obtener la permeabilidad presentan las mismas complicaciones. Debido a la complejidad de los procesos geológicos de formación del suelo y la variación no lineal de la magnitud de sus parámetros hidráulicos, es necesario emplear métodos de caracterización que tomen en cuenta la incertidumbre inherente de estos parámetros. Actualmente, existen herramientas matemáticas para la descripción de las propiedades del subsuelo. Una de estas herramientas es la geoestadística, que consiste en un conjunto de técnicas basadas en la teoría de los campos aleatorios (Auvinet, 2002; Juárez-Camarena, 2015). El objetivo de la geoestadística es proporcionar descripciones cuantitativas e información de la incertidumbre de las variables naturales distribuidas en el espacio (Matheron, 1969). El potencial que posee la geoestadística es grande para describir la distribución espacial de diferentes propiedades del subsuelo (Tenorio-Jiménez, 2013). En México, la teoría de campos aleatorios ha sido aplicada con éxito para caracterizar con precisión las condiciones estratigráficas y propiedades índice y mecánicas del subsuelo de la Cuenca de México, y de Tuxtla Gutiérrez (Chiapas), entre otros estados de la República Mexicana (Auvinet *et al.*, 2018; Ordoñez *et al.*, 2015; Juárez-Camarena, 2015; Tenorio-Jiménez, 2013; Delgado, 2017).

El objetivo de la presente investigación es caracterizar la permeabilidad de las arcillas del ex Lago de Texcoco empleando la geoestadística como herramienta principal para la estimación univariable de su distribución espacial. La base de datos empleada para la estimación geoestadística se obtiene de la campaña de exploración geotécnica desarrollada entre 2015 y 2016 para la construcción del que sería el Nuevo Aeropuerto Internacional de México (NAIM). Los valores de permeabilidad se calculan de forma indirecta a partir de pruebas de consolidación aplicando la teoría de Terzaghi (1948).

Para el desarrollo de esta tesis se realiza inicialmente, una revisión de los estudios previos de la permeabilidad del subsuelo del ex Lago de Texcoco. También se hace una recopilación y revisión de la información básica disponible en el sitio de estudio derivada de estudios geotécnicos recientes (geología, topografía, exploración

geotécnica, piezometría, pruebas de consolidación, entre otras de interés), se evalúa la piezometría y el estado actual de los esfuerzos *in situ* para la estimación de la permeabilidad a partir de pruebas de consolidación. Posteriormente, se lleva a cabo el análisis estadístico descriptivo de los valores de la permeabilidad obtenidos de manera indirecta, así como, su bondad de ajuste a una función de distribución de probabilidad. Enseguida, se realiza la estimación de la permeabilidad de los estratos arcillosos mediante la técnica de *Kriging*, donde es posible su evaluación. Los resultados se presentan como mapas de contorno bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D) de la permeabilidad de los estratos arcillosos analizados. En la parte final, se comparan los resultados de la evaluación geoestadística realizada en este trabajo con los resultados de estudios previos.

El presente documento está conformado por cuatro capítulos, incluyendo la Introducción (Capítulo 1). El Capítulo 2 contiene una revisión bibliográfica sobre la permeabilidad y los métodos directos e indirectos para su determinación. Además, se incluye una descripción detallada del método usado en esta investigación para su determinación. Al final de este capítulo, se presentan los fundamentos teóricos de la geoestadística y se describe el software utilizado en los análisis de esta tesis.

El Capítulo 3 muestra los resultados obtenidos de la aplicación de las herramientas geoestadísticas para la caracterización de la permeabilidad de las arcillas del ex Lago de Texcoco. Se presenta la ubicación del sitio de estudio, los antecedentes históricos y geológicos, las condiciones hidráulicas y resultados de estudios previos sobre la permeabilidad. Enseguida, se presenta la exploración geotécnica, incluyendo las pruebas geotécnicas realizadas y las principales características geotécnicas del subsuelo. Además, se presenta la memoria de cálculo para la determinación de la permeabilidad a partir de pruebas de consolidación. Posteriormente, se presentan los resultados del análisis exploratorio y estructural de la permeabilidad de cada estrato. Finalmente, se muestran las estimaciones geoestadísticas correspondientes a cada formación arcillosa analizada en el sitio de estudio, utilizando mapas de contorno, vistas en planta y cortes. En el último capítulo (Capítulo 4) se dan conclusiones generales derivadas de la investigación, así como, recomendaciones pertinentes para trabajos futuros.

2. Marco teórico

2.1 Generalidades de la permeabilidad en suelos

La permeabilidad o conductividad hidráulica k de los suelos es una propiedad de gran interés en geotecnia. Se determina en función del gasto de infiltración a través de medios porosos o estructuras térreas. El gasto de infiltración Q está definido por la ley de Darcy:

$$Q = \frac{dV}{dt} = kAi \quad \text{Ec. (2.1)}$$

donde dV es la variación del volumen, dt es la variación por unidad de tiempo, i es el gradiente hidráulico, y A es el área transversal de la muestra de suelo. Así, la permeabilidad es una constante física de proporcionalidad que corresponde a la velocidad del agua a través de un suelo cuando ésta se encuentra sujeta a un gradiente hidráulico unitario. Diversos autores prefieren emplear el término conductividad hidráulica o simplemente permeabilidad para referirse a k , cuando el fluido que circula a través del medio poroso es el agua, y recurrir al término coeficiente de permeabilidad en un sentido general cuando no se especifique el líquido permeante (López–Acosta, 2017).

La correcta determinación de la permeabilidad de los suelos es crucial en aplicaciones geotécnicas que involucren el estudio del flujo de agua, por ejemplo: análisis de estabilidad y asentamientos a largo plazo, falla por subpresión, diseño de materiales graduados, y efecto de infiltraciones; en obras civiles como bordos de presas, diques, canales, terraplenes, plataformas, excavaciones, entre otras. La permeabilidad es una de las propiedades de los suelos más difíciles de evaluar. Su dificultad radica en que el coeficiente de permeabilidad depende de diversas propiedades del suelo y del fluido como son: contenido de agua, grado de saturación, relación de vacíos, forma y orientación de las partículas, distribución del tamaño de las partículas y conectividad de los poros, composición química y viscosidad del líquido permeable, densidad y temperatura del fluido, edad del espécimen de prueba, estado de esfuerzos efectivos, etc. (Díaz-Rodríguez, 2014). En la mayoría de los proyectos de ingeniería son escasas las pruebas de campo o de laboratorio efectuadas para la caracterización hidráulica.

Existen procedimientos directos e indirectos para la obtención de k , los que deben usarse convenientemente según el tipo de suelo. El intervalo de valores de k es muy amplio, por lo que la selección del método y del equipo para su determinación depende de diversas condiciones como el tipo de suelo, magnitud y tipo de proyecto, entre otras. Algunos de los métodos más comunes para determinar la permeabilidad de un suelo se describen a continuación.

2.2 Métodos para la determinación de la permeabilidad

Los métodos para determinar la permeabilidad se dividen en métodos directos e indirectos.

2.2.1 Métodos directos

a) Permeámetro de carga constante: Es un dispositivo que permite realizar una prueba de laboratorio que se recomienda usar en suelos de alta a mediana permeabilidad como arenas y gravas (Acevedo-Valle, 2007). La determinación de la permeabilidad en este equipo se hace a partir de la ley de Darcy y la ecuación de continuidad (ASTM D2434/19, 2019). La prueba consiste en medir el volumen de agua V que fluye a través de una muestra de suelo de área transversal A y una longitud L , en un tiempo t . La muestra se somete a una carga hidráulica Δh que permanece constante durante el ensaye, por lo que se obtiene la permeabilidad con la siguiente ecuación:

$$k = \frac{V * L}{\Delta h * A * t} \quad \text{Ec. (2.2)}$$

b) Permeámetro de carga variable: Es un dispositivo que permite realizar una prueba de laboratorio que se recomienda usar en suelos de baja permeabilidad como arenas finas, limos y algunas arcillas (Acevedo-Valle, 2007). La prueba en este equipo consiste en medir el volumen de agua V que pasa a través de una muestra de suelo de área transversal A y una longitud L (ASTM D2434/19, 2019). Se aplica una carga hidráulica que es variable durante el ensaye, por lo que se tienen dos lecturas, h_1 en el tiempo t_1 y h_2 para t_2 . Al efectuar la integración entre los límites h_1 y h_2 para h y t_1 y t_2 para t se obtiene la permeabilidad con la siguiente ecuación:

$$k = 2.3 \frac{L * A_1}{A_2(t_2 - t_1)} \log \frac{h_1}{h_2} \quad \text{Ec. (2.3)}$$

c) Permeámetro de pared flexible: Es un dispositivo que permite realizar una prueba de laboratorio que se realiza en una cámara de confinamiento. La muestra se envuelve en una membrana de látex, se satura mediante contrapresión y se aplica una presión de confinamiento. Esta prueba permite aplicar intervalos amplios de gradiente hidráulico y controlar las condiciones de esfuerzos efectivos y presión de poro en la muestra. Además, es posible realizar ensayos de carga constante, variable, con flujo vertical o radial (ASTM D5084-16a, 2016).

d) Pruebas de bombeo: Es una prueba de campo que consiste en extraer agua de un pozo o pozos perforados en el suelo, bombeando de él un gasto constante q y midiendo el abatimiento del nivel freático producido en varios puntos localizados en la cercanía del pozo (Figura 2.1) en los que se instalan piezómetros o tubos de observación (Capítulo B.2.3MDOC-CFE, 2016).

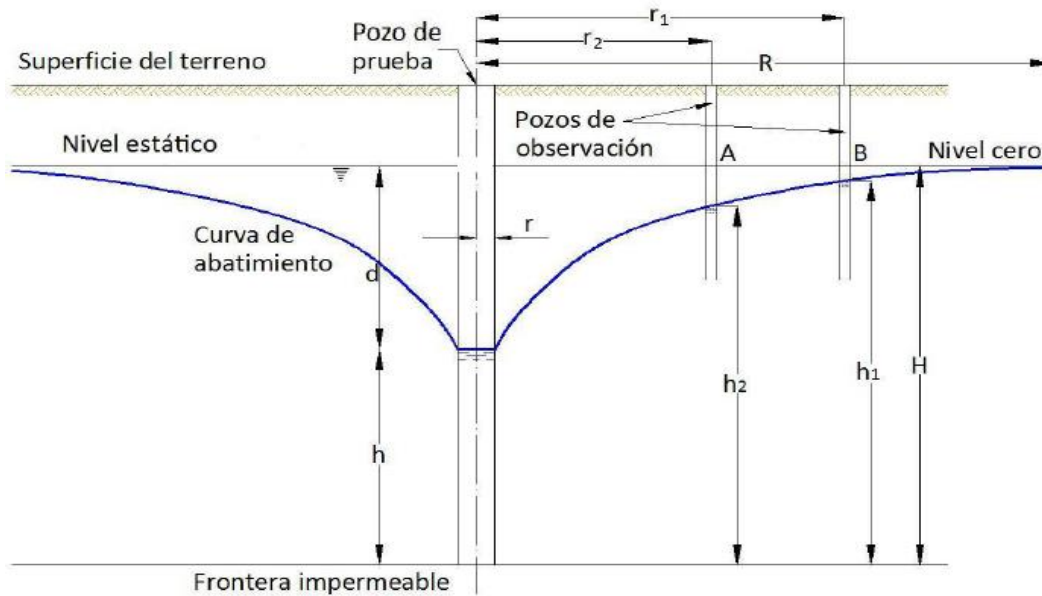


Figura 2.1. Prueba de bombeo en campo (Das, 2015).

En este método se considera una superficie cilíndrica imaginaria alrededor del pozo de bombeo y se acepta como hipótesis simplificadora que el gradiente hidráulico medio en cualquier punto de esta superficie es igual a la pendiente de la curva de abatimiento, es decir:

$$k = 2.3 \frac{q}{\pi(h_2^2 - h_1^2)} \log \frac{r_2}{r_1} \quad \text{Ec. (2.4)}$$

donde q es el gasto necesario para mantener el nivel de agua constante; h_1 es la carga hidráulica de la frontera impermeable al abatimiento del pozo de observación 1; H es el nivel estático a la frontera impermeable; h_2 es la carga hidráulica de la frontera impermeable al abatimiento del pozo de observación 2; r_1 es la distancia del pozo de prueba al pozo de observación 1; y r_2 es la distancia del pozo de prueba al pozo de observación 2.

e) Ensayo Lefranc: Es una prueba de campo que se utiliza en suelos permeables o semipermeables, de tipo granular, situados por debajo del nivel freático, y en rocas muy fracturadas. Consiste en bombear agua desde una sonda en una perforación de diámetro constante a una cierta profundidad. Existen dos métodos para realizar el ensayo: nivel constante y nivel variable (Capítulo B.2.3 MDOC-CFE, 2016).

f) Ensayo de campo Lugeon: Es una prueba de campo que permite calcular la permeabilidad de un macizo rocoso fracturado. La prueba consiste en medir el caudal de agua que se consigue inyectar en un tramo de suelo durante un tiempo determinado. Se realiza en una perforación impermeabilizada donde se fija un obturador hidráulico, en la parte superior se inyecta agua a presión con una bomba a presión controlada. Los caudales se miden con un contador de agua y una válvula de descarga (Capítulo B.2.3 MDOC-CFE, 2016).

2.2.2 Métodos indirectos

a) **Prueba de consolidación con consolidómetro:** Es una prueba de laboratorio que se realiza en un consolidómetro (Figura 2.2) donde se somete una muestra inalterada a un esfuerzo de compresión axial. La muestra se coloca confinada dentro de un anillo metálico que impide la deformación transversal de la misma. Dicho anillo se coloca entre dos piedras porosas que permiten el drenaje por ambas caras. El anillo se monta en el consolidómetro que se encuentra instrumentado para medir la deformación vertical de la muestra. La muestra se somete a intervalos de carga definidos previamente, aplicados mediante un brazo de palanca (ASTM D-2435/11, 2011).

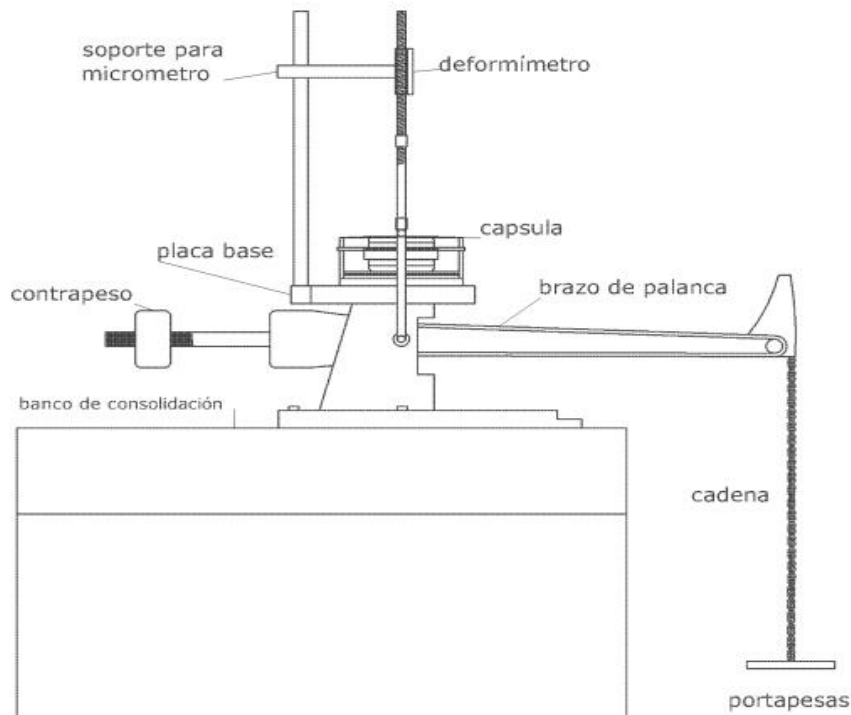


Figura 2.2. Consolidómetro convencional (Pinzón-Franco, 2007).

Por cada intervalo de carga se mide la deformación para diferentes tiempos, que se representa en curvas tiempo vs deformación. A partir de las deformaciones finales y las relaciones de vacíos en cada intervalo, se obtiene la curva de compresibilidad. Es posible obtener la permeabilidad de la muestra con base en de la teoría de Terzaghi desde las gráficas de deformación y la curva de compresibilidad.

b) **Prueba de consolidación con celda de Rowe:** Es una prueba de laboratorio ejecutada en un equipo diseñado para efectuar pruebas de consolidación en suelos de baja permeabilidad. La diferencia entre la celda Rowe y el consolidómetro es que, en la celda Rowe la muestra de suelo se carga hidráulicamente mediante presión aplicada en un diafragma flexible ubicado en su parte superior. Asimismo, en la celda Rowe es posible controlar las condiciones de drenaje de la muestra, aplicar contrapresión y medir la presión de poro en la muestra (ASTM D-2435/11, 2011).

Debido a las características de este equipo, también es posible llevar a cabo pruebas de permeabilidad bajo condiciones determinadas de esfuerzo efectivo, ya que en alguna de las líneas de drenaje es viable instalar un dispositivo para medir el volumen de agua expulsada de la muestra de suelo (Hidalgo, 2007).

c) Sondeos de piezocono con disipación de presión de poro tipo CPTu: Es una prueba de campo que consiste en hincar en el terreno a velocidad constante un cono que permite medir la resistencia a la penetración, la resistencia por fricción y la presión del agua (Figura 2.3). Cuando el cono mide la presión intersticial del agua se le denomina CPTu (López-Acosta, 2016). El sondeo de piezocono mide el tiempo requerido para que se disipe el exceso de presión de poro que genera la penetración del cono hasta encontrar el valor de la presión de equilibrio (u_0) (ASTM D 3441-91, 2016). Existen diferentes teorías para estimar la permeabilidad horizontal a partir de los resultados de ensayos de disipación de presión de poro con piezocono CPTu, como son: a) Schmertman (1978), b) Baligh y Levadoux (1986), c) Parez y Fauriel (1988) y d) Robertson (2010).

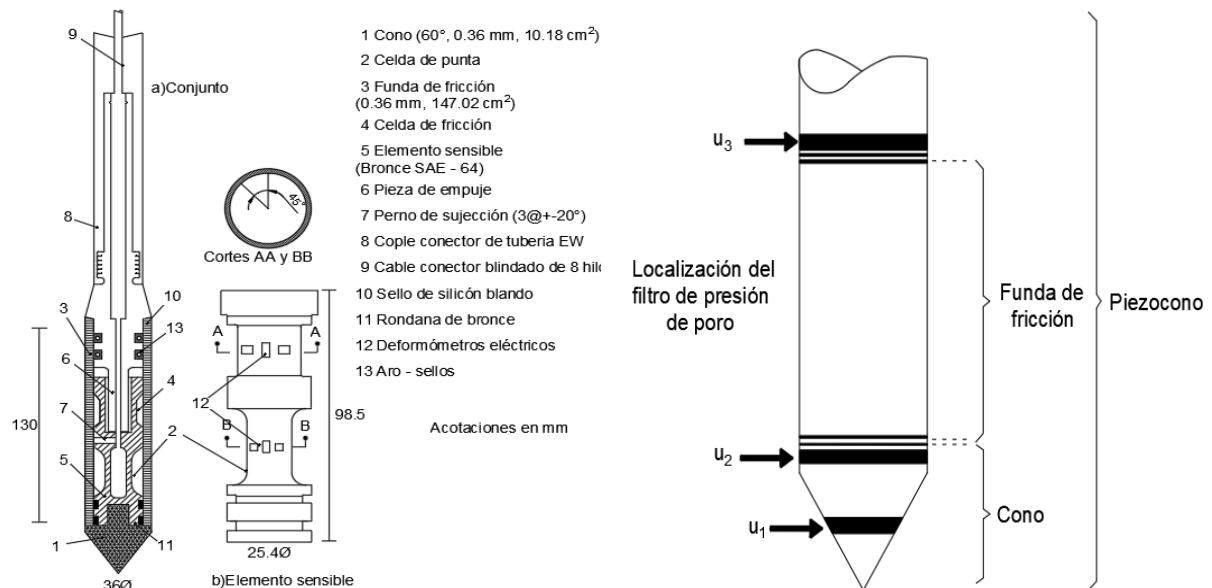


Figura 2.3. Esquema del piezocono y sus sensores de presión de poro (Santoyo, 1989).

2.3 Determinación de la permeabilidad a partir de la prueba de consolidación

En esta investigación se emplea el método indirecto de la prueba de consolidación para la obtención de la permeabilidad. La prueba se fundamenta en la teoría de Terzaghi (1948), que explica la reducción del volumen de un suelo en función del tiempo a partir del cambio de esfuerzos efectivos por la disipación de presión de poro. La teoría de Terzaghi se apoya en las hipótesis simplificadoras que se mencionan a continuación:

- La masa de suelo es homogénea e isotrópica en sentido vertical.
- El suelo se encuentra saturado.
- El agua y las partículas que constituyen su estructura son incompresibles.

- El agua que expulsa el material es exclusivamente gravitacional, por lo que se supone válida la ley de Darcy.
- El comportamiento del suelo es elástico, en términos de esfuerzos efectivos.
- La permeabilidad k del suelo permanece constante durante todo el proceso de consolidación.

La permeabilidad se calcula a partir de la siguiente relación, resultado de la ecuación diferencial que rige el proceso de consolidación (Terzaghi, 1948):

$$C_v = \frac{k}{\gamma_w * m_v} \quad \text{Ec. (2.5)}$$

$$k = C_v * \gamma_w * m_v \quad \text{Ec. (2.6)}$$

donde C_v es el coeficiente de consolidación, k es el coeficiente de permeabilidad, γ_w es el peso volumétrico del agua y m_v es el coeficiente de compresibilidad volumétrica. La descripción de los parámetros para obtener la permeabilidad se detalla a continuación.

2.3.1 Determinación del coeficiente de consolidación C_v

Para la determinación del C_v se dibuja la curva experimental de compresibilidad, a partir de las deformaciones obtenidas en la prueba. El eje de las abscisas corresponde al tiempo y el eje de las ordenadas a las deformaciones. Con base en lo anterior, existen dos procedimientos empíricos para determinar el valor del C_v .

a) Método de Casagrande (1936): en una curva tiempo vs deformación el eje de las abscisas se grafica en escala logarítmica y el eje de las ordenadas en escala aritmética (Figura 2.4). Se determina la terminación de la disipación del exceso de presión de poro generada por la aplicación del incremento de esfuerzos $\Delta\sigma$. La intersección del tramo recto de la consolidación y de la compresión secundaria predice con suficiente aproximación el término de la consolidación (Punto A). La ordenada del punto A es d_{100} la deformación de la consolidación. Se selecciona t_1 y t_2 sobre la porción de la curva al inicio de la curva, de tal manera que $t_2 = 4t_1$. Se obtiene la diferencia de ordenadas x . Se dibuja la línea DE con una distancia igual a x , a partir del punto t_1 . Se localiza la ordenada d_0 , la cual representa 0% de consolidación. Se obtiene la ordenada del punto F , que corresponde a d_{50} (deformación para un grado de consolidación de 50%).

Para un grado de consolidación de $U=50\%$ y $T_v=0.197$, se obtiene:

$$T_v = \frac{C_v * t_{50}}{H^2} \quad \text{Ec. (2.7)}$$

$$C_v = \frac{0.197 * H^2}{t_{50}} \quad \text{Ec. (2.8)}$$

donde H es igual a la trayectoria efectiva de drenaje (si se tiene un estrato con doble drenaje, H es el semi-espesor del estrato).

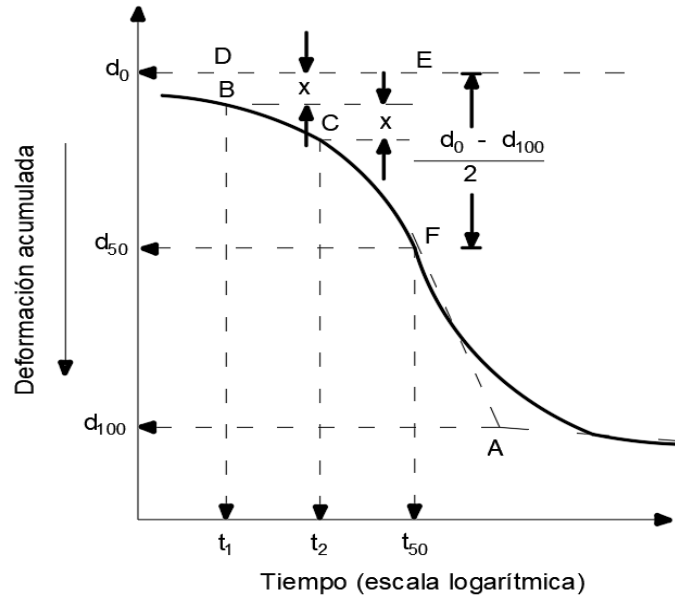


Figura 2.4. Obtención del t_{50} en la curva de deformación vs tiempo (Das, 2015).

b) Método de Taylor (1942): en una curva tiempo vs deformación, en el eje de las abscisas se grafica la raíz cuadrada del tiempo y el eje de las ordenadas en escala aritmética, Figura 2.5. Se dibuja una línea recta (AB) a través del tramo recto de la curva, después, se dibuja la línea AC tal que $OC = 1.15B$. La abscisa del punto D , que es la intersección de AC y la curva de compresibilidad, proporciona la raíz cuadrada del tiempo para una consolidación de 90% (Figura 2.5). Este método tiene la ventaja de permitir conocer con anticipación el tiempo para un grado de consolidación de $U=100\%$.

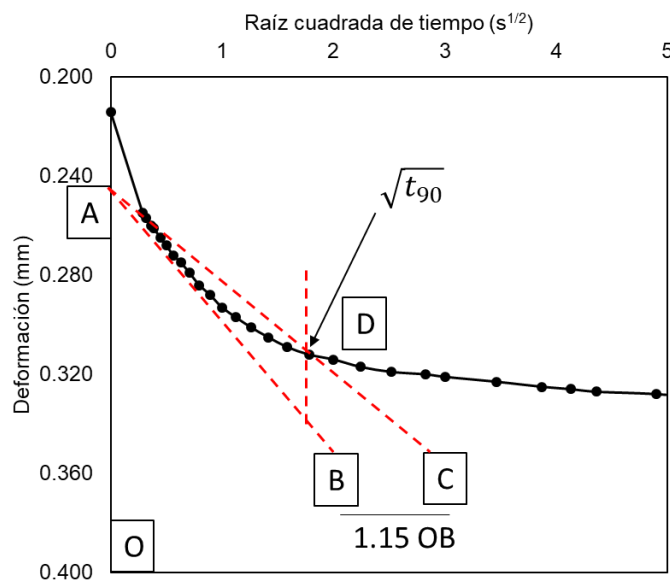


Figura 2.5. Obtención del t_{90} en la curva de deformación vs raíz de tiempo (Das, 2015).

Para un grado de consolidación de $U=90\%$ y $Tv=0.848$, se obtiene:

$$T_{90} = \frac{C_v * t_{90}}{H^2} \quad \text{Ec. (2.9)}$$

$$C_v = \frac{0.848 * H^2}{t_{90}} \quad \text{Ec. (2.10)}$$

2.3.2 Determinación del coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v)

El coeficiente de compresibilidad volumétrica se expresa con la siguiente ecuación:

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} \quad \text{Ec. (2.11)}$$

donde a_v es el coeficiente de compresibilidad y e_0 es la relación de vacíos inicial de la muestra. Con base en las deformaciones máximas de cada intervalo de carga se grafica la curva de compresibilidad, donde el eje de las abscisas corresponde al incremento de esfuerzos y el eje de las ordenadas a la relación de vacíos, Figura 2.6. Se toma un incremento de esfuerzos en la curva y se ubican sus correspondientes relaciones de vacíos, la pendiente formada por la relación de las diferencias es el coeficiente de compresibilidad a_v :

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma} \quad \text{Ec. (2.12)}$$

donde Δe es la diferencia en la relación de vacíos y $\Delta \sigma$ es el incremento de esfuerzos.

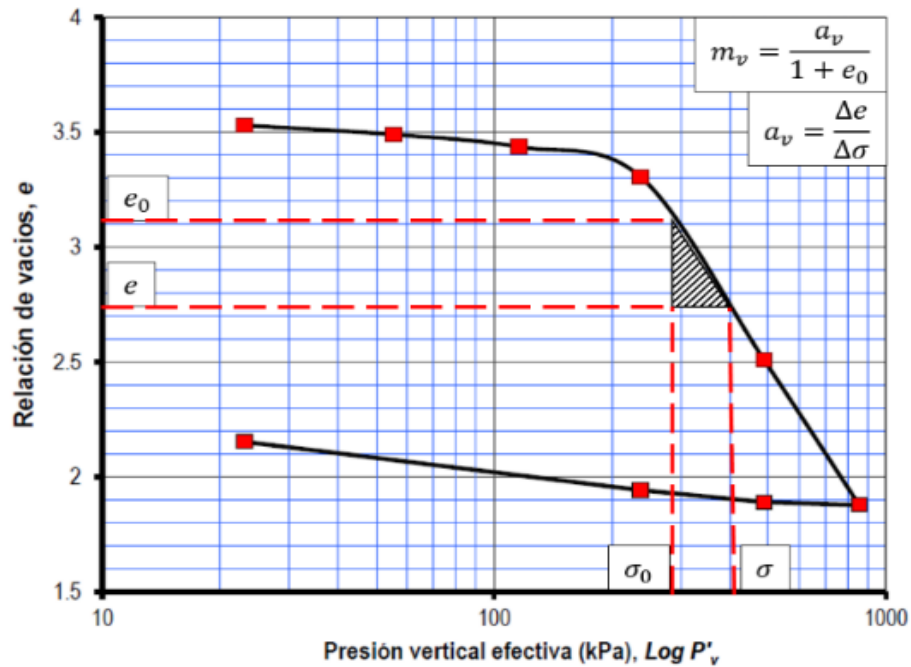


Figura 2.6. Curva de compresibilidad (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

2.4 Fundamentos teóricos de la geoestadística

El término geoestadística data de 1965, su origen se encuentra asociado a la necesidad de resolver problemas en la explotación de reservas de recursos mineros. George Matheron define la geoestadística como “la aplicación del formalismo de las

funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales” (Matheron, 1965). La geoestadística asociada a la geotecnia se define como “la aplicación de los principios de la teoría de la probabilidad y de la estadística a las ciencias de la tierra, para describir las variaciones espaciales de las propiedades del subsuelo o en una estructura de tierra” (Auvinet, 2002).

Matheron formalizó y generalizó un conjunto de técnicas matemáticas que usan la correlación espacial, basadas en la teoría de los campos aleatorios. Estas técnicas permiten analizar y predecir valores de una propiedad distribuida en el espacio o en el tiempo. La geoestadística, a diferencia de la estadística convencional, permite tomar en cuenta la dependencia espacial de los valores a través del concepto de función de autocovarianza o variograma. Para emplear estas funciones se supone implícitamente que los valores están correlacionados unos con otros, lo que indica que los valores tienen mayor correlación cuando están cerca y menor cuando están lejos.

En geotecnia, la geoestadística se aplica cada vez con mayor frecuencia a la descripción de condiciones estratigráficas y a la distribución espacial de las propiedades de los materiales (Auvinet, 2002). Con esta herramienta, es posible resolver problemas a partir de la información obtenida en campañas de exploración geotécnica y técnicas de estimación optimizada. Adicionalmente, la geoestadística también se emplea para realizar simulaciones (condicionales o incondicionales) de posibles configuraciones del subsuelo.

2.4.1 Metodología del análisis geoestadístico

Las etapas de un análisis geoestadístico se muestran en la Figura 2.7 y se describen a continuación:

- 1) La primera, consiste en la recopilación de información y la elaboración de la base de datos. Se reúne la mayor cantidad de datos disponibles de la propiedad a estudiar, realizadas a partir del muestreo de los sondeos geotécnicos elaborados dentro del área de estudio.
- 2) La segunda, conocida como análisis exploratorio de datos, se basa en técnicas estadísticas que permiten obtener la información imprescindible sobre la muestra de estudio. Esta etapa hace énfasis en: identificar la distribución espacial de los valores de la propiedad dentro del campo analizado, determinar el intervalo de variación de la magnitud de los parámetros, comprobar las hipótesis requeridas de las técnicas de estimación y definir los dominios de búsqueda.
- 3) La tercera, conocida como análisis estructural consiste en el estudio detallado de cada dominio como campo aleatorio. En esta etapa se estudia la estacionariedad, las distancias de correlación y la evaluación de la anisotropía. Lo anterior, a partir de la modelación de la función que describe la correlación espacial.
- 4) La cuarta, se basa en la predicción de valores en puntos donde no se tiene medición. En el caso de una estimación univariable se realiza aplicando las técnicas de kriging. Las estimaciones se producen con un software para el cálculo de los algoritmos.
- 5) La última, consiste en la representación y visualización de los resultados obtenidos por el método de estimación empleado. Se utiliza un software graficador para

construir modelos bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D). Las representaciones gráficas permiten apreciar visualmente la distribución espacial de las propiedades estudiadas e identificar zonas de concentración de valores máximos y mínimos.

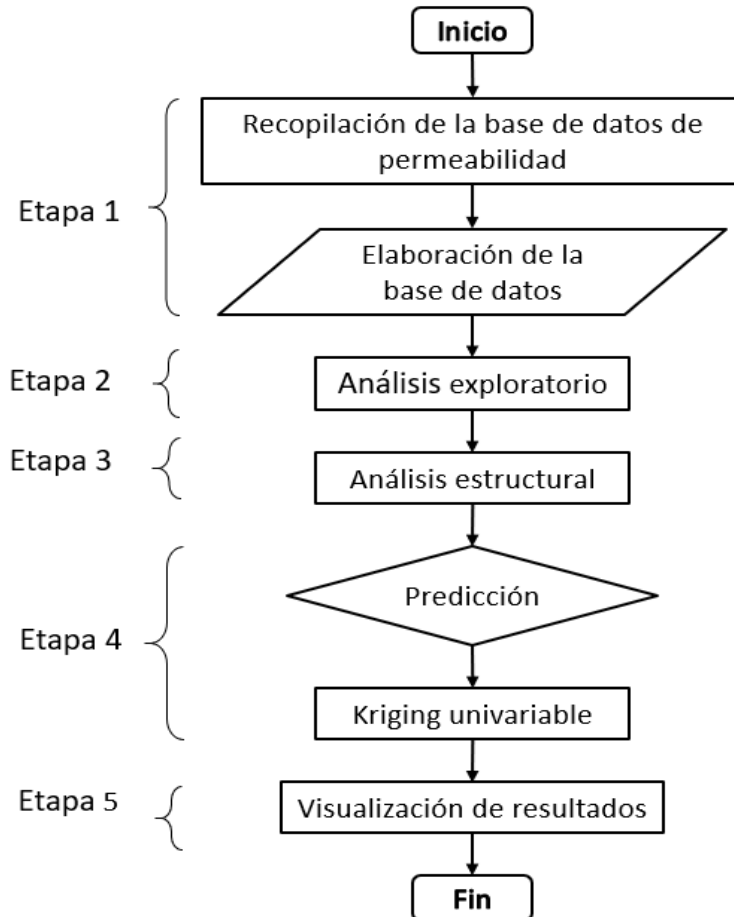


Figura 2.7. Etapas del análisis geoestadístico para una estimación univariable (Modificado de Juárez-Camarena, 2015).

2.4.2 Modelación mediante campos aleatorios

La geoestadística considera que los valores de la variable de interés en un medio geológico constituyen un campo de variables aleatorias $V(X)$. Estas variables distribuidas dentro de un espacio R (longitud, superficie, volumen) se denominan variables aleatorias regionalizadas (Anexo I). El fenómeno representado por las variables aleatorias regionalizadas se denomina regionalización, función aleatoria espacial o campo aleatorio (Auvinet, 1998). La Figura 2.8 representa gráficamente un campo aleatorio.

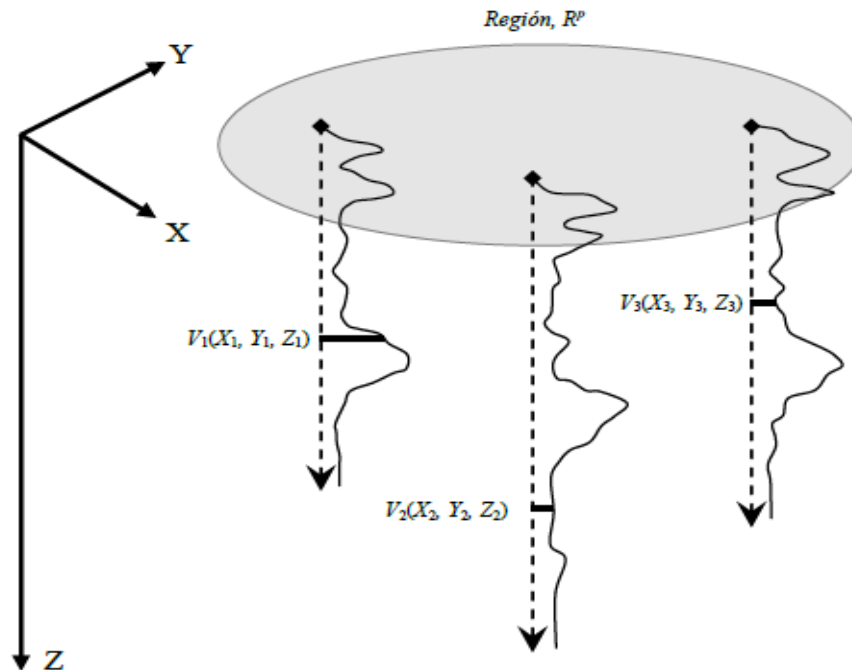


Figura 2.8. Representación gráfica de un campo aleatorio (Modificado de Medina 2001).

Como se observa en la Figura 2.8, el valor experimental de la variable de interés se conoce únicamente en algunos puntos del dominio. Además, los valores están referidos a un sistema coordenado, con el fin de asociar una posición a los valores que toma esta variable dentro de un espacio geométrico. Por ejemplo, sea $V(X)$ una variable geotécnica de tipo físico o geométrico, ubicada en los puntos X del Dominio R^p ($p= 1,2$ o 3), ésta define una variable en un campo aleatorio (Auvinet, 2002).

2.4.3 Análisis exploratorio

Antes de iniciar un estudio geoestadístico es recomendable familiarizarse con la naturaleza del fenómeno analizado (geología, estratigrafía, propiedades geotécnicas, etc.) y los datos disponibles. Esta fase preliminar se conoce como análisis exploratorio y es esencial en la correcta formulación del problema. Para esto, se realiza un análisis estadístico elemental de la información. Los histogramas y diagramas de correlación, entre otras técnicas, ayudan en la detección de datos erróneamente muestreados; con lo que, se evitan complicaciones en cada etapa del análisis geoestadístico (Díaz, 2002).

2.4.4 Análisis estructural

El análisis estructural es uno de los más importantes en la geoestadística. Se define el análisis estructural como la estimación de los parámetros del campo aleatorio a partir de los datos disponibles (Auvinet, 2002). En este análisis se caracteriza la estructura espacial asociada a la variable estudiada. Consiste en asignar y modelar una función que refleje la correlación espacial de las variables aleatorias. Para describirlo se emplean los siguientes parámetros y funciones:

-Valor esperado

$$\mu_V(X) = E\{V(X)\} \quad \text{Ec. (2.13)}$$

-Varianza

$$\sigma_V^2(X) = Var\{V(X)\} \quad \text{Ec. (2.14)}$$

-Desviación estándar

$$\sigma_V(X) = \sqrt{\sigma_V^2(X)} \quad \text{Ec. (2.15)}$$

-Coeficiente de variación

$$C_V = \frac{\sigma_V(X)}{\mu_V(X)} \quad \text{Ec. (2.16)}$$

-Función de autocorrelación

$$R_V(X_1, X_2) = E\{V(X_1)V(X_2)\} \quad \text{Ec. (2.17)}$$

-Función de autocovarianza

$$C(h) = C_V(X_1, X_2) = Cov[V(X_1)V(X_2)] \quad \text{Ec. (2.18)}$$

$$C_V(X_1, X_2) = E\{[V(X_1) - \mu_V(X_1)][V(X_2) - \mu_V(X_2)]\}$$

-Coeficiente de autocorrelación

$$\rho_V(X_1, X_2) = \frac{C_V(X_1, X_2)}{\sigma_V(X_1)\sigma_V(X_2)} \quad \text{Ec. (2.19)}$$

Estacionariedad

Se dice que un campo aleatorio es estacionario en sentido estricto cuando se cumple que la esperanza del campo y la varianza son constantes en el dominio considerado, y no presentan tendencia o deriva (Delgado-Muñiz, 2017). Un campo aleatorio presenta tendencia o deriva cuando la esperanza no es constante en las coordenadas de posición horizontal y vertical (x, y, z). La tendencia o deriva se puede ajustar a un modelo lineal mediante un hiperplano, según las dimensiones del problema (Webster y Oliver 2007).

$$V(x) = ax + b$$

$$V(x,y) = ax + by + c$$

$$V(x,y,z) = ax + by + cz + d$$

Ec. (2.20)

Semivariograma

Una técnica para describir la estructura de correlación espacial de las propiedades del suelo consiste en utilizar el momento de segundo orden del incremento del campo aleatorio $V(x)$ o variograma (Gooveaerts, 1999). La función de variograma se

representa con la ecuación 2.21, mientras que un semivariograma se expresa con la ecuación 2.22.

$$2\gamma(h) = \text{Var} [V(x+h) - V(x)] \quad \text{Ec. (2.21)}$$

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N'} \sum_{i=1}^{N'} [V(x+h) - V(x)]^2 \quad \text{Ec. (2.22)}$$

donde N' representa el número de pares de datos separados por el vector h , $V(x_i)$ es el valor de la variable en posición x_i y $V(x_i + h)$ es el valor de la variable en la posición $x_i + h$.

La definición de semivariograma como un medio de la varianza de la diferencia de dos variables aleatorias regionalizadas sugiere las siguientes propiedades:

- $\gamma(0) = 0$ el semivariograma es por definición igual a cero en el origen.
- $\gamma(h) = \gamma(-h)$ el semivariograma es una función par.

Con el objeto de entender el comportamiento de la función $\gamma(h)$ es necesario observar primero el comportamiento de la función $C(h)$. El grado de correlación entre las variables $V(x_1)$ y $V(x_1 + h)$ generalmente decrece a medida que la distancia que las separa se incrementa. De acuerdo con esto y observando la relación:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad \text{Ec. (2.23)}$$

Se puede deducir que la función $\gamma(h)$ debe incrementarse con h , Figura 2.9.

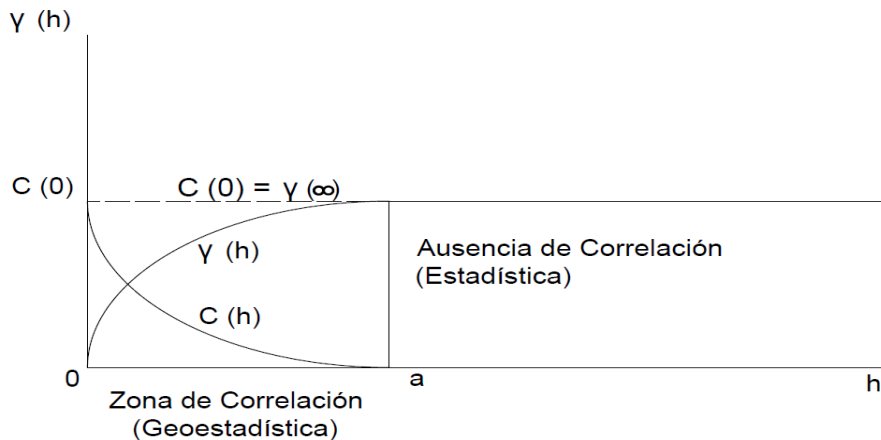


Figura 2.9. Anatomía del semivariograma (Berlanga et al., 1981).

La distancia “ a ” a partir de la cual $C(h)$ resulta prácticamente igual a cero, se denomina intervalo y representa el punto de transición entre el estado en el que existe correlación (o zona de influencia), $[h] < a$, y el estado en el que hay ausencia de correlación, $[h] > a$ (Anexo II). A continuación, se presentan las principales funciones empleadas en la modelación de variogramas. Los modelos que se presentan enseguida están normalizados, es decir, corresponden a *f.a.* $V(x)$ con varianza $\text{Var} [V(x)] = 1$.

Modelo esférico:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{\|h\|}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{\|h\|}{a} \right)^3, & \text{si } \|h\| \leq a \\ 1 & \text{si } \|h\| > a \end{cases} \quad \text{Ec. (2.24)}$$

Modelo exponencial:

$$\gamma(h) = 1 - e^{\left(\frac{-3\|h\|}{a}\right)} \quad \text{Ec. (2.25)}$$

Modelo gaussiano

$$\gamma(h) = 1 - e^{\left(\frac{-3\|h\|^2}{a^2}\right)} \quad \text{Ec. (2.26)}$$

Correlograma

La estructura de un campo aleatorio puede evaluarse por medio de la función de autocovarianza. La función de autocorrelación puede usarse para el mismo fin por medio de un correlograma (Auvinet, 2002). El correlograma describe la dependencia por medio del coeficiente de correlación lineal (coeficiente de Pearson). El correlograma se obtiene al normalizar la función de autocovarianza y expresarla a través del coeficiente de correlación. Una vez obtenidos los correlogramas experimentales, se busca ajustar la información a una función que represente las distancias de correlación de la propiedad estudiada. Esta distancia se determina a partir del correlograma experimental. Se define como dos veces el área bajo la curva hasta su intersección con el eje horizontal, se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$a = \int_0^{\lambda_c} \rho(\lambda u) d\lambda \quad \text{Ec. (2.27)}$$

donde λ_c es el valor crítico de λ .

Existen modelos de autocorrelación que se ajustan a la ecuación anterior (Vanmarcke, 1988), los más usados para el estudio de la variación espacial de las propiedades del suelo son los exponenciales (Jaska *et al.*, 1999).

Modelo exponencial simple:

$$\rho_x = e^{\left(\frac{-2|h|}{a}\right)} \quad \text{Ec. (2.28)}$$

Modelo exponencial doble:

$$\rho_x = e^{\left(-\left(\frac{|h|}{a}\right)^2\right)} \quad \text{Ec. (2.29)}$$

Anisotropía

Otro aspecto fundamental a considerar es la presencia de anisotropía en cualquier propiedad del suelo $V(X)$ dentro del medio, en el caso de un estudio en dos o tres dimensiones. Para estimar la correlación espacial de forma cuantitativa se introduce el término de distancia de correlación, que es la distancia a partir de la cual las variables

aleatorias regionalizadas $V(X_1)$ y $V(X_2)$ son independientes para todo $X \in \Omega \in R^p$. Para estimar la anisotropía, se determina la función del variograma o correlograma en varias direcciones. Si el valor de la distancia de correlación permanece constante en todas las direcciones estimadas el campo es isótropo. Contrariamente, si esta distancia es variable para las diferentes direcciones, el campo es anisótropo. La anisotropía de un campo aleatorio se representa en forma geométrica a través de una elipse, denominada elipse de anisotropía.

2.4.5 Predicción

Un problema de interés en geotecnia es la estimación (predicción) del valor de una propiedad de interés en un punto del medio en el que no se cuenta con medición (estimación puntual). Disponer de una solución a este problema permite interpolar entre datos disponibles, e inclusive, definir sondeos y cortes virtuales. El problema puede generalizarse a la estimación del valor medio de la misma propiedad en cualquier subdominio estudiado; por ejemplo, en un volumen dado o a lo largo de determinada superficie potencialmente crítica (estimación global) (Olea, 2000).

2.4.6 Estimación mediante Kriging

El modelado mediante un campo aleatorio de una propiedad definida dentro de un dominio, permite evaluar el valor esperado y la varianza condicional. Una técnica que permite alcanzar este objetivo es el Kriging, que es una estimación condicional lineal sin sesgo y con mínima varianza.

La ventaja del Kriging sobre los métodos deterministas es la estimación de la varianza del error de predicción, lo que permite estimar intervalos de confianza para dicha predicción. Además, es un método que da el mejor estimador lineal sin-sesgo tomando en cuenta la correlación espacial supuesta conocida. En ingeniería este método se usa con algunas variantes como el Kriging ordinario, Kriging simple, Kriging universal y el Cokriging (Matheron, 1969) (Juárez-Camarena, 2001). La precisión del estimador depende de los siguientes factores:

- Número de muestras disponibles.
- Calidad de medición.
- Ubicación de la muestra; hay mejores resultados con muestras igualmente espaciadas.
- Distancia entre mediciones; la precisión aumenta cuando se usan muestras con menor distancia entre sí.
- Continuidad espacial de las variables; la regularidad entre valores de variables facilita la obtención de resultados.

Kriging simple

El Kriging simple supone el conocimiento tanto de la media como de la covarianza del proceso. Es poco práctico ya que en general estos dos parámetros son desconocidos y es preciso estimarlos a partir de los datos de la muestra. La ecuación del estimador se define como (Chilés y Delfiner 1999):

$$V(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right) \mu \quad \text{Ec. (2.30)}$$

y la varianza del error asociada a la predicción resulta:

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}\{V(x_i), V(x_0)\} \quad \text{Ec. (2.31)}$$

Se concluye que la varianza del error de predicción es menor que la varianza de la variable en estudio.

Kriging Ordinario

El Kriging ordinario proporciona un estimador que se considera más robusto que el Kriging simple. Al no requerir el conocimiento de la esperanza del campo puede adaptarse mejor a variaciones locales. La ecuación del estimador a partir de las cuales se encuentran valores de los factores de ponderación para realizar la predicción se define como (Chilés, J. & Delfiner, P. 1999):

$$V(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \text{Ec. (2.32)}$$

En este caso la ecuación de la varianza de la estimación se define:

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 - \sum_{j=1}^n \lambda_j \text{Cov}\{V(x_j), V(x_0)\} - \mu \quad \text{Ec. (2.33)}$$

Los valores de la varianza en el método de Kriging ordinario son mayores a causa de que se desconoce la media de la variable en estudio.

Una forma práctica de confirmar la consistencia de los resultados es comparar los valores de la estimación con valores cercanos medidos. La mejor forma de evaluar la consistencia de las estimaciones es mediante la técnica de validación cruzada. Se escoge una muestra de puntos conocidos y se comparan con puntos estimados más cercanos, se busca que las diferencias entre esta comparación sean mínimas.

Otros métodos de estimación univariable derivados del Kriging son el Kriging universal y el residual. El primero es una extensión del Kriging Ordinario, con la diferencia de que éste incorpora una tendencia local dentro de la vecindad de búsqueda como una función que varía ligeramente en el dominio; estima los componentes de tendencia dentro la vecindad de búsqueda y posteriormente aplica el Kriging simple. El segundo supone que la variable aleatoria cumple la hipótesis intrínseca; por lo que se puede estimar la tendencia por métodos de mínimos cuadrados o regresión lineal, y a partir de ésta se obtienen los residuos a los que se aplica el Kriging ordinario (Wackernagel, 2003).

2.5 Software geoestadístico

2.5.1 Antecedentes

Los programas de cómputo constituyen una gran ayuda en la solución de problemas geoestadísticos, facilitando el cálculo de los análisis necesarios para las predicciones. Actualmente, existe una amplia variedad de softwares capaces de ejecutar algoritmos relacionados con la geoestadística. R+RStudio, Rapid Minner, ROctave y SGeMS son ejemplos de softwares de acceso libre, mientras que, Vulcan, MineSight, DataMine y Promine son softwares bajo licencia.

El software utilizado en esta investigación es SGeMS (*Stanford Geostatistical Modeling Software*) (software libre) (Remy *et al.*, 2019). Se eligió entre los otros códigos porque provee una serie de herramientas diseñadas para adaptarse con versatilidad a diferentes casos de estudio con grado de complejidad variable. La mayoría de sus herramientas se basan en la teoría clásica de la geoestadística (Goovaerts, 1999).

2.5.2 Programa SGeM

En este software se puede efectuar un análisis geoestadístico completo, desde la evaluación estadística de datos, el análisis estructural, el desarrollo de los algoritmos de las estimaciones, el análisis post-estimación y la creación de archivos de resultados. Algunos de los análisis que es posible realizar con el software SGeMS se muestran en la Figura 2.10.

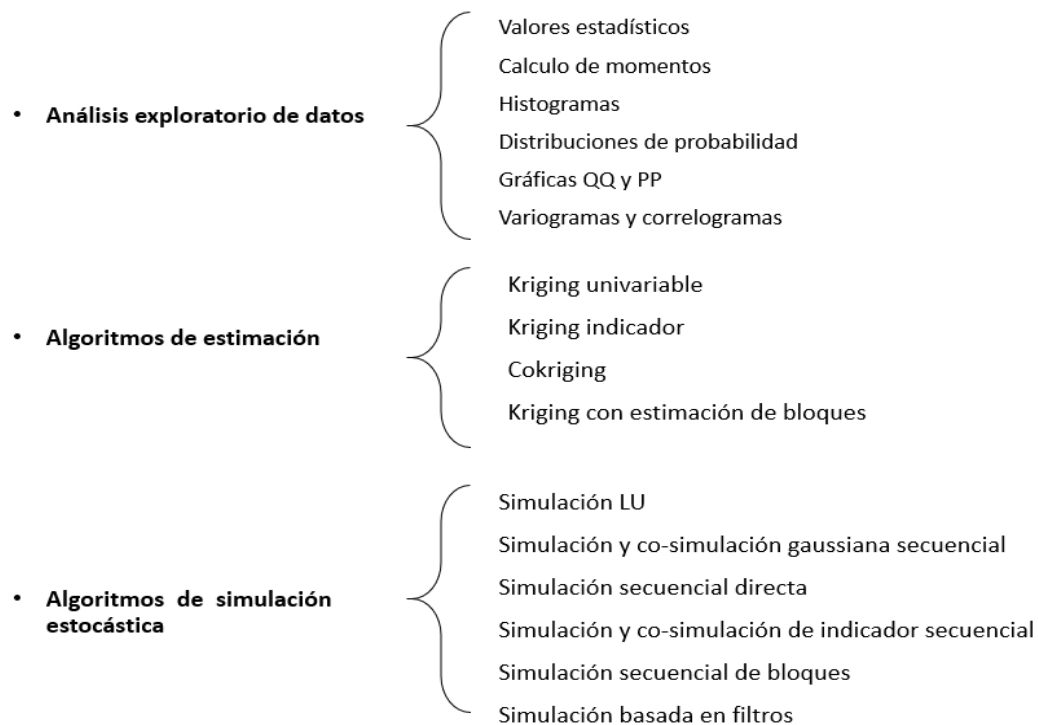


Figura 2.10. Resumen de la interfaz del software SGeMS (Remy *et al.*, 2019).

A continuación, se describe con mayor detalle la funcionalidad, la interfaz, los datos de entrada y de salida del software.

La interfaz principal del software se divide principalmente en:

- a) **Panel de algoritmos:** Permite al usuario seleccionar una herramienta geoestadística y muestra los parámetros necesarios para cada algoritmo.
- b) **Panel de visualización:** Es una representación tridimensional del modelo estudiado, representa las diferentes variables, mallas y resultados por medio de objetos.
- c) **Panel de comandos:** Permite al usuario manejar al software mediante líneas de comando (Remy *et al.*, 2016). Además, muestra un historial de las últimas acciones realizadas.

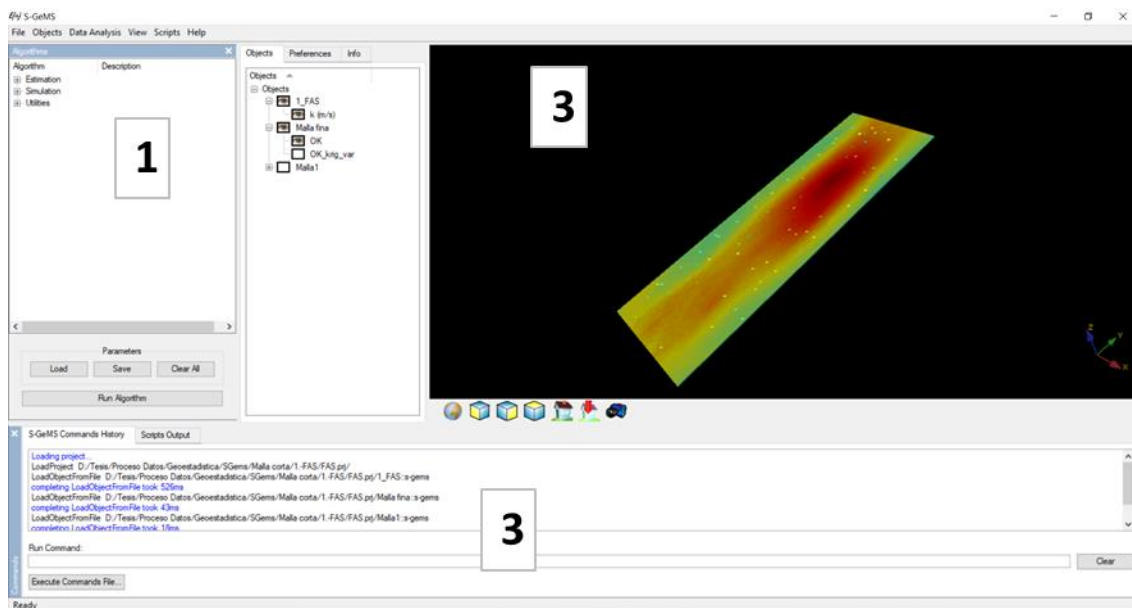


Figura 2.11. Interfaz del software SGeMS.

SGeMS permite realizar análisis a partir de datos en forma de puntos o bloques. En el primero (puntos) no importan las distancias entre elementos, mientras que en el segundo (bloques) se ingresan los datos espaciados mediante distancias uniformes. En este apartado se menciona el proceso de trabajo para un conjunto de datos en forma de puntos.

2.5.2.1 Generación de los archivos de entrada

Este software se alimenta de archivos en formato “*txt*” con el formato que se muestra en la Figura 2.12 a. Con los datos en el siguiente orden: título del proyecto, número de columnas de datos, títulos de las columnas de datos (tantas como se haya especificado en la fila anterior), después se agregan en forma de columnas los datos que se requieran. El software permite relacionar los valores correspondientes a las variables con su posición en el espacio, siempre que se respete el formato de entrada (Figura 2.12 b).

Coefficiente de permeabilidad FAS

4

Este (x)

Norte (y)

Elevación (z)

k (m/s)

499511.00	2161200.00	2219.75	-7.4991
499511.00	2161200.00	2208.65	-9.0331
499511.00	2161200.00	2203.31	-9.3815
501220.00	2161202.00	2220.88	-7.7427
499586.55	2161043.25	2215.97	-7.9466
499586.55	2161043.25	2212.36	-8.5193
499586.55	2161043.25	2201.04	-8.7840
499555.00	2160552.00	2222.00	-7.7941
499555.00	2160552.00	2215.71	-8.1821
499555.00	2160552.00	2211.81	-8.6605
499555.00	2160552.00	2201.76	-8.7351
501283.00	2160620.00	2220.80	-8.5983
501283.00	2160620.00	2215.90	-8.7562
501283.00	2160620.00	2210.40	-8.5546

a)

b)

Figura 2.12. a) Formato de ingreso de datos y b) cuadro de diálogo de ingreso de parámetros.

2.5.2.2 Generación de la malla

El dominio del proyecto corresponde a la creación de una malla donde se desarrollan todos los cálculos. Se puede generar una malla a partir del cuadro de diálogo que se muestra en la Figura 2.13. Se requiere ingresar los datos correspondientes al nombre de la malla, la cantidad de celdas en sentido de los ejes (X, Y, Z), la separación entre cada celda y las coordenadas del punto de origen de las celdas.

Figura 2.13. Cuadro de diálogo para el ingreso de datos de la malla.

La malla que genera el software se forma de nueve elementos, los cuales tienen un orden específico: número de celdas por eje (n_x , n_y , n_z), las dimensiones de una celda (Eje x tamaño, eje y tamaño, eje z tamaño), y las coordenadas de origen (X, Y, Z) (Figura 2.14). Cada celda posee un identificador (ID) teniendo un formato (ID_x , ID_y ,

IDz). La numeración de las celdas va de izquierda a derecha en el eje x, de abajo hacia arriba en el eje y, de la parte inferior a la superior en el eje z (Figura 2.15).

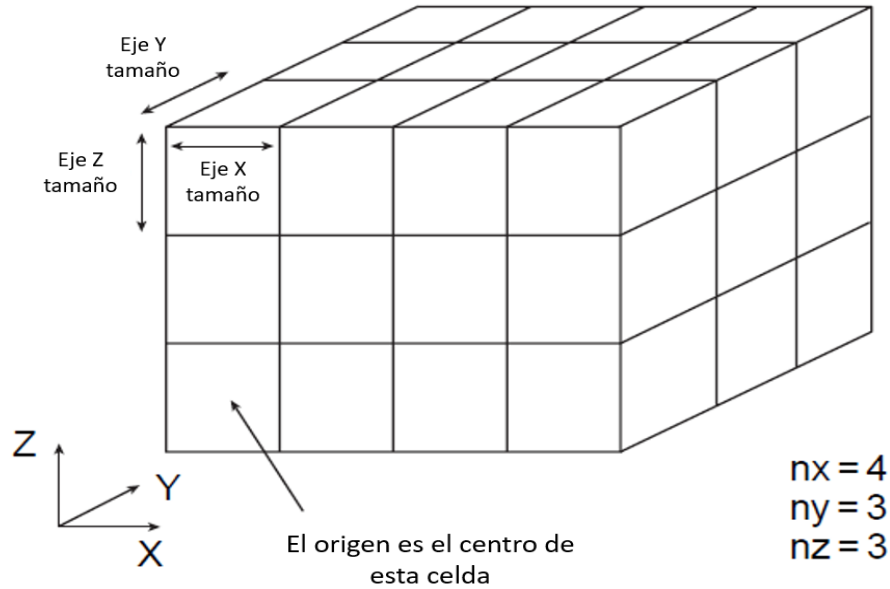
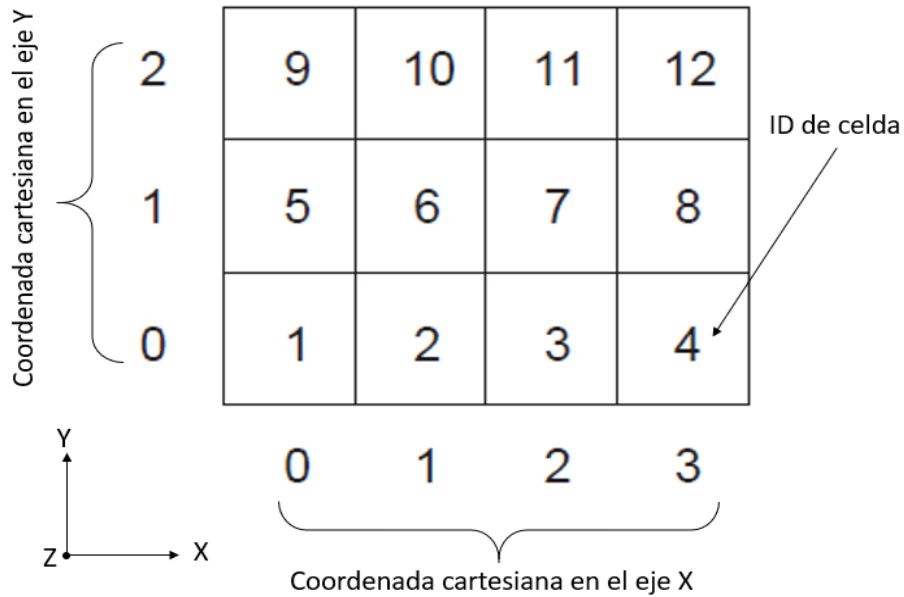


Figura 2.14. Caracterización de los parámetros de la malla (Modificado de Remy et al., 2009).



Nota: El número dentro de la celda es el identificador (ID) de la línea en la que se almacena el valor de la propiedad.

Figura 2.15. Coordenadas implícitas de los nodos de la malla (Modificado de Remy et al., 2009).

Con respecto a la malla de estimación, no existe una forma preestablecida para definirla, usualmente se eligen mallas regulares debido a que su geometría facilita la representación gráfica de los resultados en forma de mapas de contornos y superficies.

El tamaño de la celda de la malla debe ser de un orden aproximadamente igual a la distancia mínima de separación entre los datos, puesto que, ésta es la resolución de la información disponible (Tenorio-Jiménez, 2013).

2.5.2.3 Cálculo y modelado de variogramas

Calcular variogramas experimentales y modelarlos son pasos clave en los estudios geoestadísticos tradicionales. Ajustar un modelo analítico a un variograma experimental logra dos propósitos:

- Calcular un valor de variograma $\gamma(h)$ para cualquier vector *lag* (banda) h dado. De hecho, los algoritmos de estimación y simulación geoestadística requieren el conocimiento del variograma en *lags* (bandas) arbitrarios.
- Filtrar las perturbaciones del variograma experimental. Las perturbaciones suelen ser consecuencia de mediciones imperfectas o falta de datos.

SGeMS admite cuatro modelos de semivariogramas analíticos básicos y cualquier combinación lineal positiva de estos variogramas. Los cuatro semivariogramas analíticos, en su forma isótropa son los siguientes (Goovaerts, 1997):

- Nugget effect (efecto pepita)
- Modelo esférico con intervalo a
- Modelo exponencial con intervalo práctico a
- Modelo gaussiano con intervalo práctico a

Todos estos modelos aumentan de manera monótona y están acotados por $0 \leq \gamma(\mathbf{h}) \leq 1$, $\forall \mathbf{h}$. En el caso de los modelos exponencial y gaussiano, el límite superior o *sill* (meseta) se alcanza asintóticamente, y la distancia $\|\mathbf{h}\|$ a la que se alcanza el 95% del umbral se denomina intervalo práctico.

En SGeMS un modelo de variograma: $\gamma(\mathbf{h}) = c_0\gamma^{(0)}(\mathbf{h}) + \sum_{l=1}^L c_l\gamma^{(l)}(\mathbf{h})$ se caracteriza por los siguientes parámetros:

- *Nugget effect* $c_0\gamma^{(0)}$ con constante $c_0 \geq 0$;
- el número L de estructuras anidadas. Cada estructura $c_l\gamma^{(l)}(\mathbf{h})$ se define entonces por:
 - una contribución a la varianza $c_l \geq 0$,
 - el tipo de variograma: esférico, exponencial o Gaussiano,
 - una anisotropía, caracterizada por un elipsoide con tres direcciones y los intervalos a lo largo de cada dirección.

La forma de ingresar los valores es mediante un cuadro de diálogo en el menú “Análisis de datos”, donde se pide ingresar el objeto en el que se almacenan los datos y la(s) propiedad(es) que se desea analizar (Figura 2.16a). Enseguida, se pide el número de *lags* (bandas) en los que calcular el variograma experimental y las direcciones a lo largo de las cuales calcularlo (Figura 2.16b).

Select Task:

Compute variograms from scratch

Load existing experimental variograms

Choose grid and properties

Grid Name
1_FAS

Head Property
k (m/s)

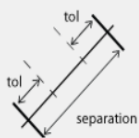
Tail Property
k (m/s)

Lags

Number of lags 15

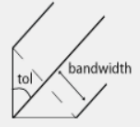
Lag separation 300

Lag tolerance 150



Directions

Number of directions 5



Angles are in degrees.
Use a tolerance tol > 90 to indicate an omni-directional variogram

	azimuth	dip	tolerance	bandwidth	measure type	head indic. cutoff	tail indic. cutoff
1	0	0	0	90	1000000	variogram	
2	0	0	0	22.5	50000	variogram	
3	45	0	0	22.5	50000	variogram	
4	90	0	0	22.5	5000	variogram	
5	135	0	0	22.5	5000	variogram	

a) b)
 Figura 2.16. Parámetros del cálculo de variogramas experimentales.

En un objeto de conjunto de puntos, los datos no siguen necesariamente un patrón espacial regular. Debido a esa falta de estructura, es poco probable encontrar suficientes pares de datos separados por el mismo vector h . De ahí la necesidad de una tolerancia en la norma de h y su dirección para calcular un variograma en un objeto de conjunto de puntos.

La tolerancia en h se caracteriza por tres parámetros, Figura 2.17:

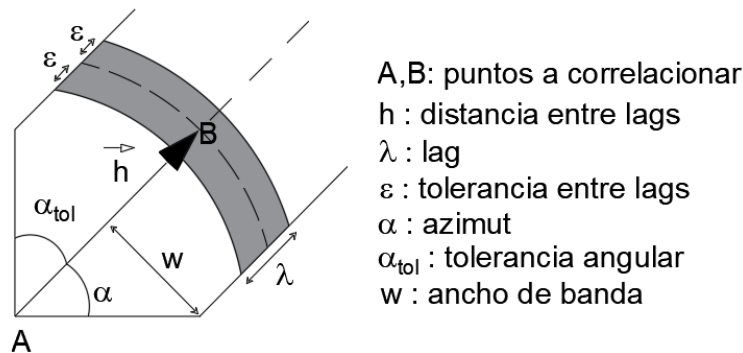


Figura 2.17. Cálculo de la distancia de correlación (adaptada de Remy et al., 2009).

- una tolerancia al lag (banda) ϵ ,
- un ángulo $0 \leq \alpha_{tol} < 90^\circ$,
- un ancho de banda w ,

tal que dos puntos A, B contribuyen al cálculo de $\gamma(h)$ si:

$$\| \|AB\| - \|h\| \| \leq \varepsilon \quad \text{Ec. (2.34)}$$

y, llamando $\theta = (h, AB)$ el ángulo entre h y AB ,

$$\theta \leq \alpha_{tol} \text{ y } \|AB\| \sin(\theta) \leq w \quad \text{Ec. (2.35)}$$

- Número de *lags* (bandas): El número L de *lags* (bandas).
- Separación de *lags* (bandas): La distancia a entre dos *lags* (bandas).
- Tolerancia de *lags* (bandas): La tolerancia ε alrededor de la separación de *lags* (bandas).
- Número de direcciones: El número K de direcciones a lo largo de las cuales se calculan los variogramas experimentales, con el mismo número de *lags* (bandas).
- Azimut: ángulo en grados, del vector v_k .
- Dip: ángulo en grados, del vector v_k .
- Tolerancia: el ángulo de tolerancia α_{tol} , en grados.
- Ancho de banda: el parámetro de ancho de banda w .
- Tipo de medida: la medida de correlación espacial bivariada.

Una vez que se ingresan los parámetros, SGeMS calcula y muestra los variogramas. Hay una gráfica por dirección solicitada, más una gráfica adicional que muestra todas las direcciones juntas (Figura 2.18).

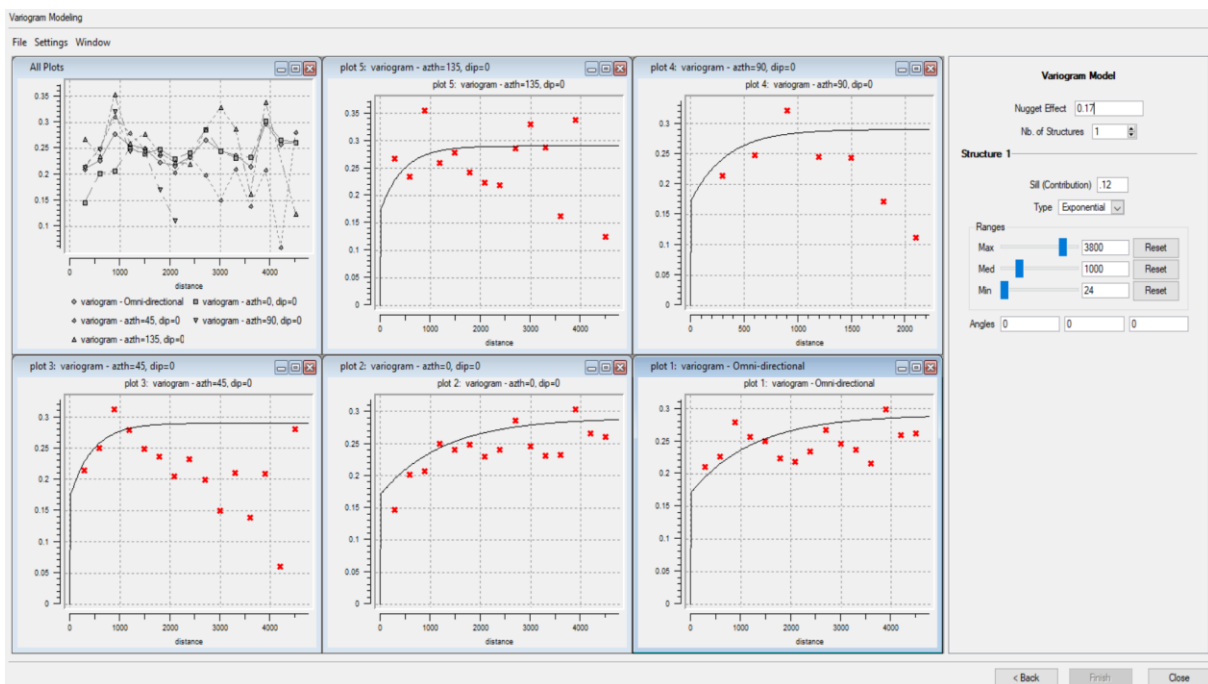


Figura 2.18. Interfaz de la representación y modelación de variogramas.

A partir de los variogramas calculados, SGeMS permite de manera interactiva ajustar los modelos de variogramas teóricos de forma:

$$\gamma(\mathbf{h}) = c_0\gamma_0(\mathbf{h}) + \sum_{n=1}^N c_n\gamma_n(\mathbf{h}) \quad \text{Ec. (2.36)}$$

La interfaz utilizada para ingresar un modelo de variograma consta de los siguientes parámetros:

- *Nugget effect*: la contribución al *sill* (meseta) del *nugget effect*, c_0
- Número de estructuras: el número N de estructuras anidadas.
- Contribución de *sill* (meseta): Contribución de la n -ésima estructura, c_n .
- Tipo: el tipo de variograma para esa estructura. Los tres tipos posibles son: esférico, exponencial y Gaussiano.
- Intervalos: Los intervalos se pueden cambiar manualmente ingresando el valor o arrastrando el control deslizante correspondiente.
- Ángulos: Los ángulos que definen la elipse de anisotropía del modelo de variograma. El primer ángulo es el *azimut*, el segundo el *dip* y el tercero el *rake*.

El ingreso de parámetros de entrada, los variogramas experimentales calculados y los parámetros de los variogramas teóricos pueden guardarse en archivos de texto individuales para posteriores análisis.

La mayor parte de los algoritmos requieren la definición de una elipse tridimensional (3D), para representar un volumen de búsqueda a través de tres direcciones de anisotropía. La elipse se presenta por seis parámetros: tres radios de la elipse (r_{max} , r_{med} , r_{min}), y tres ángulos (α , β , θ) para posicionarla en el espacio. Los radios se asocian al análisis estructural de los datos, siendo la dirección de correlación máxima la asociada con r_{max} , la distancia ortogonal a la máxima distancia se asocia con r_{med} , y la menor distancia con r_{min} . Los ángulos corresponden a los giros sobre los ejes, donde α es la rotación sobre el eje Z conocida como *azimut*, β es la rotación sobre el eje Y conocida como *dip* y θ la rotación sobre el eje X conocida como *rake*, Figura 2.19.

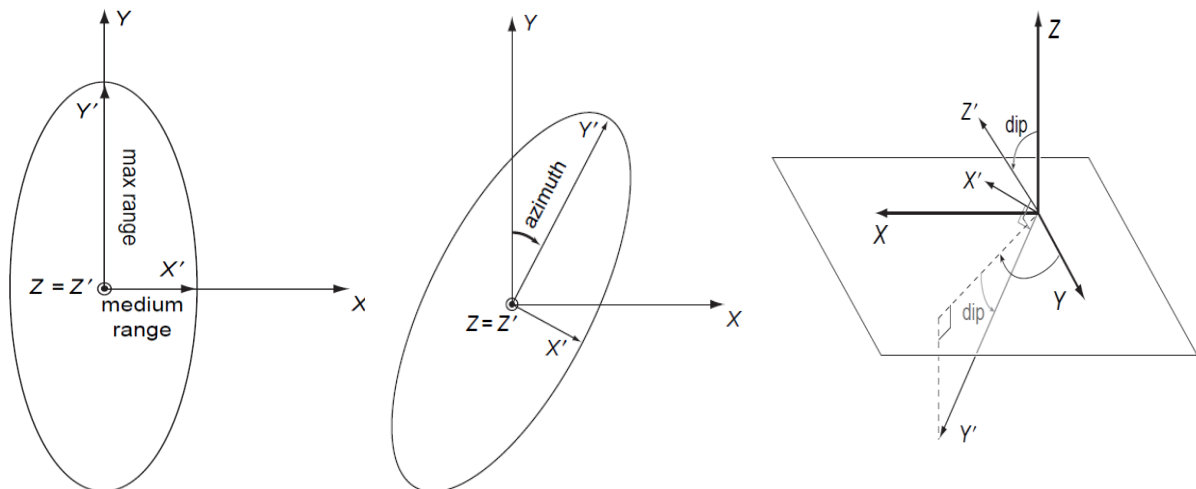


Figura 2.19 Ejes preferenciales elipse de anisotropía (Remy et al., 2009).

2.5.2.4 Kriging univariable

Kriging es un método de regresión generalizado que proporciona la mejor estimación en el sentido de mínimos cuadrados. SGeMS puede construir y resolver cuatro tipos de sistemas Kriging dependiendo de la suposición de estacionariedad sobre la media del modelo de la función aleatoria.

- **Kriging simple (SK):** La media del dominio se supone constante y conocida.
- **Kriging ordinario (OK):** La media dentro de cada vecindario de estimación es desconocida pero constante; la media se calcula por el algoritmo OK con la vecindad de datos.
- **Kriging con una tendencia (KT):** La media sigue una tendencia funcional $m(u) = f(x, y, z)$. SGeMS permite una tendencia polinomial, ya sea lineal o cuadrada en cualquiera de las tres coordenadas x, y, z .
- **Kriging con una media local variable (LVM):** La media varía de un lugar a otro y se da como dato secundario.

Como regla, el algoritmo seguido en el proceso de cálculo en los métodos de Kriging consiste en los pasos detallados en la Figura 2.20.

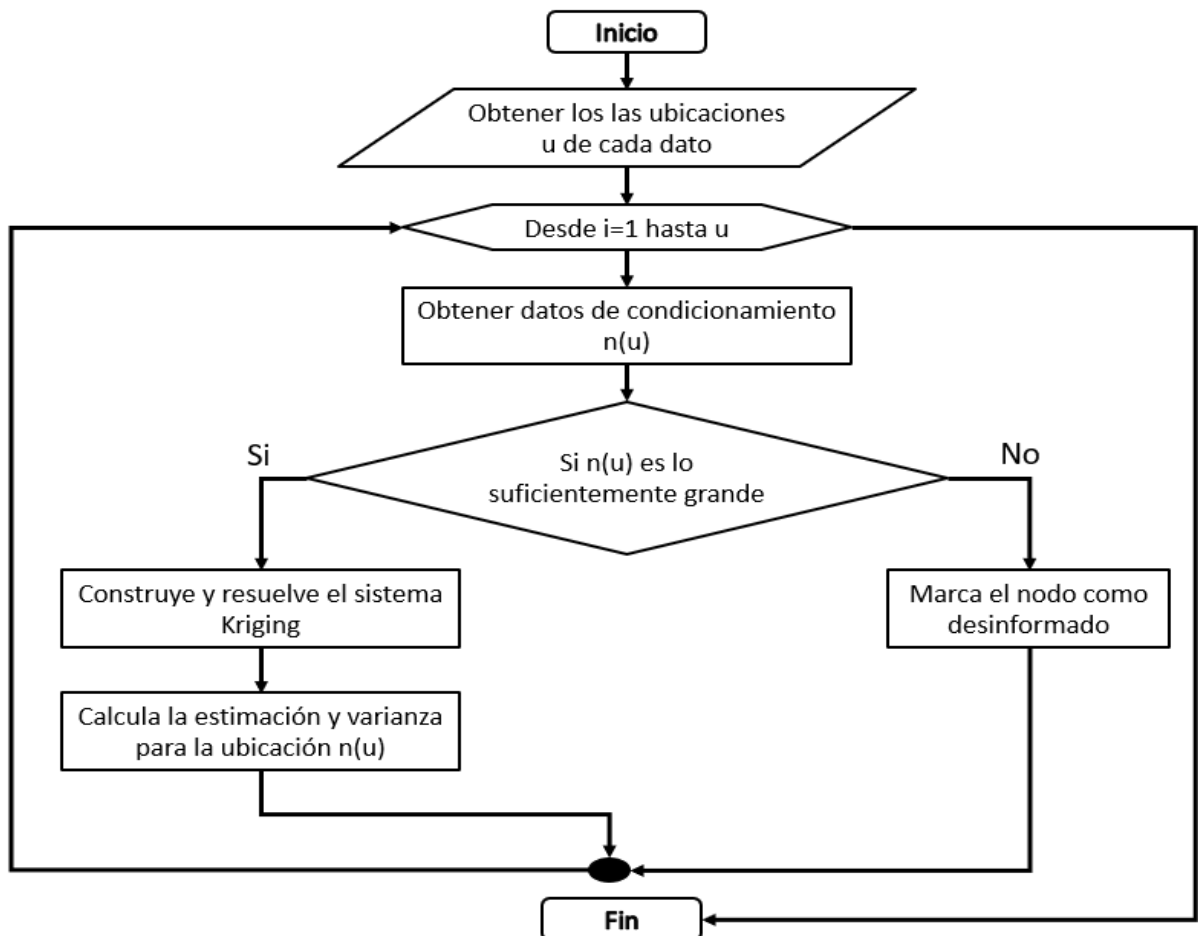


Figura 2.20. Algoritmo de cálculo para el proceso de Kriging univariable (Remy et al., 2009).

Las secciones para los datos de entrada del algoritmo se dividen en dos. La primera es para los datos generales como: selección de la malla, nombre del archivo de resultados, elección del tipo de Kriging y la elección de la propiedad a estimar, Figura 2.21a. La segunda es para los datos del variograma como: el *nugget effect* (*efecto pepita*), la contribución al *sill* (*meseta*), el tipo de variograma, sus respectivos radios y ángulos de anisotropía, Figura 2.21b.

Figure 2.21 consists of two panels, a) and b), showing the input data for the Kriging algorithm.

Panel a) is titled 'General and Data' and 'Variogram'. It contains the following fields:

- Kriging Grid:**
 - Grid Name: Malla 1 (dropdown)
 - New Property Name: OK_Fas (text input)
 - Ordinary Kriging (OK) (dropdown)
- Block Kriging
- Hard Data:**
 - Object: 1_FAS (dropdown)
 - Property: k (m/s) (dropdown)

Panel b) is titled 'General and Data' and 'Variogram'. It contains the following fields:

- Load existing model... (button)
- Nugget Effect: 0.12 (text input)
- Nb of Structures: 1 (dropdown)
- Structure 1:**
 - Contribution: 0.17 (text input)
 - Type: Spherical (dropdown)
- Ranges:**

	Max	Med	Min
Ranges	3800	1000	24
- Angles:**

	Azimu	Dip	Rake
Angles	0	0	0

a) b)
Figura 2.21. Panel de datos de entrada del algoritmo de Kriging.

2.5.2.5 Resultados y mapeo

El software arroja resultados en un par de archivos de texto. El primero corresponde a los valores estimados de la propiedad analizada y el segundo a su varianza. El orden de los resultados en cada archivo posee el orden mencionado en la asignación de ID de celda en creación de la malla, pero no contienen las coordenadas de posición.

Como consecuencia, se desarrolla el algoritmo presentado en la Figura 2.22 para asignar las respectivas coordenadas a cada valor esperado y varianza. Donde los parámetros de ingreso son: ID_n que es el identificador de celda; r_x , r_y , r_z son residuos de las coordenadas x , y , z ; O_x , O_y , O_z son el origen del sistema coordenado y D_x , D_y , D_z son distancias entre cada celda.

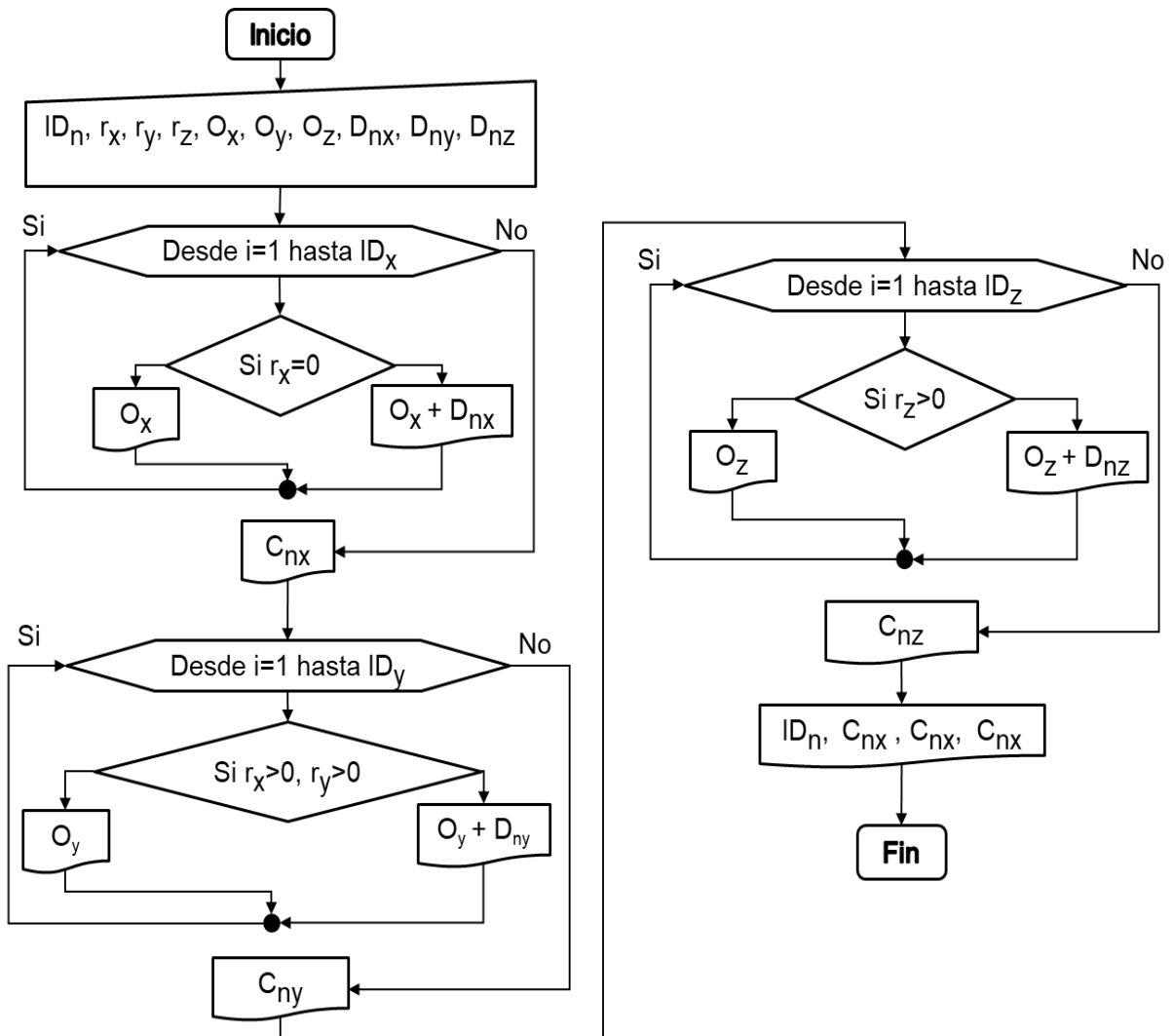


Figura 2.22. Algoritmo para el cálculo del sistema coordinado en los archivos de resultados.

La interpretación de los resultados numéricos se realiza con técnicas de graficación avanzadas mediante el software comercial Surfer® (Golden Software, 2017). En esta tesis se construyen perfiles, secciones transversales y longitudinales, mapas de contornos o modelos de superficies a partir de los valores puntualmente estimados. Las representaciones gráficas permiten apreciar visualmente la distribución espacial de las propiedades estudiadas. Asimismo, tienen la ventaja de identificar zonas de concentraciones de valores máximos y mínimos.

3. Aplicación a un caso de estudio en el Ex Lago de Texcoco

En este capítulo se presenta un caso práctico de aplicación de la geoestadística univariable. El análisis está enfocado en obtener la estimación de la distribución espacial de la permeabilidad del suelo en el ex Lago de Texcoco. La distribución espacial de la permeabilidad se obtiene a partir de pruebas de consolidación realizadas en un consolidómetro tradicional. La información se obtiene de la exploración geotécnica realizada en el sitio de estudio (CFE, 2018). Con los resultados se elaboran modelos bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D), que permiten representar la variación de la permeabilidad con respecto a su posición.

3.1 Descripción del sitio de estudio

En este apartado se describe el área de estudio con información que proporciona un conocimiento preliminar de los materiales del subsuelo. Se detalla la ubicación geográfica, antecedentes geológicos, condiciones hidráulicas, mineralogía de las arcillas y una recopilación de antecedentes de la permeabilidad.

3.1.1 Ubicación geográfica

El lugar de estudio se encuentra dentro de la cuenca del Valle de México, en la zona nororiente, perteneciente al Estado de México en el municipio de Texcoco. Texcoco se encuentra en la región nororiental de la porción meridional de la cuenca.

Se ubica entre las latitudes norte $19^{\circ} 28' 12''$ y $19^{\circ} 33' 36''$ y las longitudes oeste $98^{\circ} 56' 24''$ y $99^{\circ} 01' 12''$ (Figura 3.1). De acuerdo con el sistema coordenado Universal Transversal Mercator (UTM) se encuentra entre las coordenadas: $X_1= 499,200$, $X_2= 505,500$, $Y_1= 2,152,500$ y $Y_2= 2,163,000$. Este sitio ocupa actualmente la zona más baja de la cuenca con una altitud de 2228 msnm. La topografía del terreno se considera plana. En términos generales, presenta una pendiente ligera de aproximadamente 0.3% en dirección al norte.

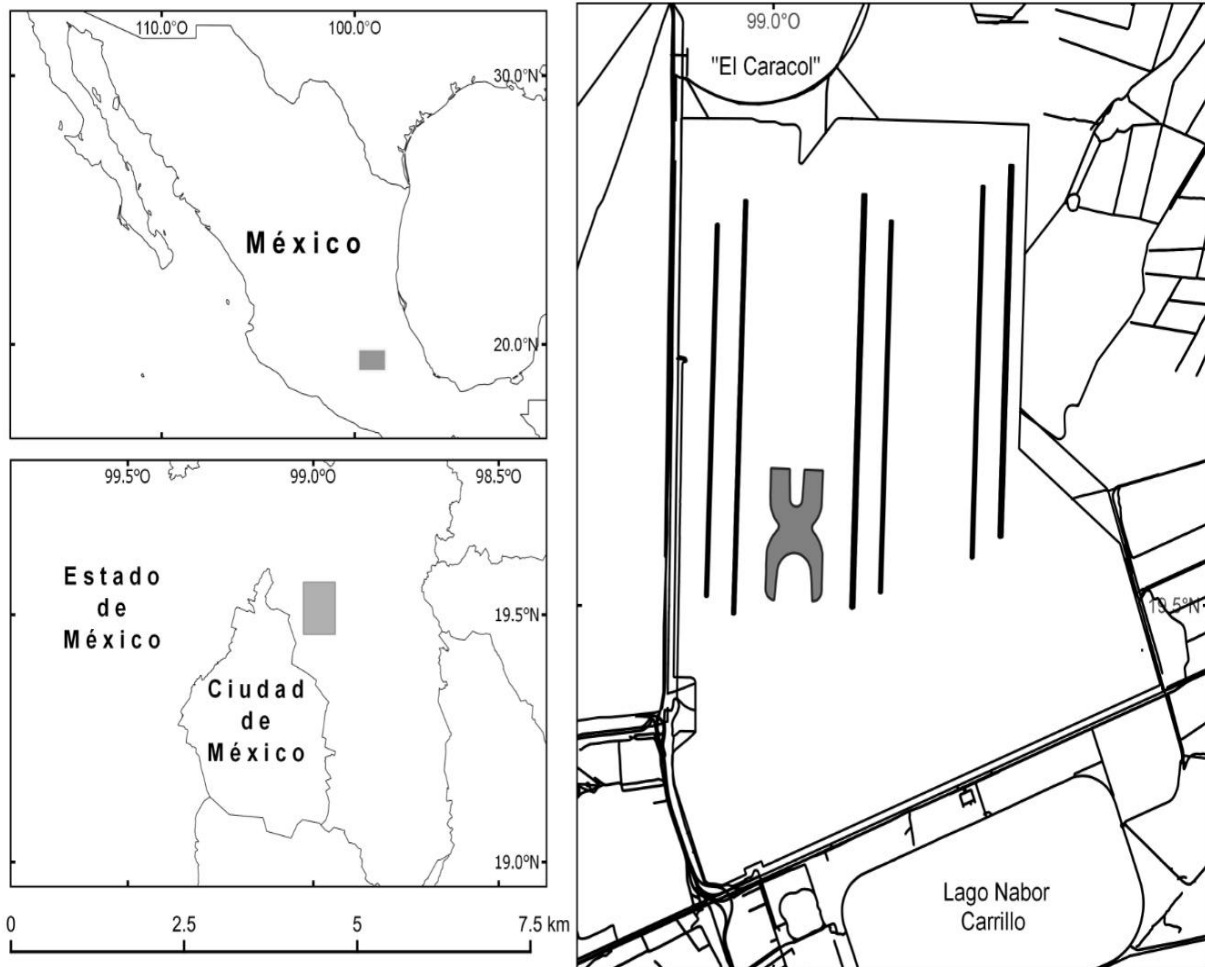


Figura 3.1. Ubicación del NAIM en el Ex Lago de Texcoco.

3.1.2 Antecedentes geológicos

El Ex Lago de Texcoco se encuentra dentro de la Cuenca de México, localizada en la región centro-oriental del Eje Neovolcánico. El origen de las formaciones geológicas que componen el paisaje son producto de procesos eruptivos y erosivos que datan de la edad del Oligoceno hasta la actualidad (Arellano, 1951). Las rocas forman las sierras circundantes que limitan al norte con la Cordillera de Pachuca, al este con la de Río Frío y la Cordillera Nevada, al sur con la Cordillera de Chichinautzin y al oeste con el Volcán Ajusco y la Cordillera de Las Cruces (de Cserna *et al.*, 1998). Estas sierras volcánicas crecieron sobre el basamento sedimentario marino y están formadas por alineaciones de volcanes que forman el arco volcánico del Eje Neovolcánico (Mooser, 1996).

La cuenca permanece abierta hasta hace 700 mil años cuando la actividad volcánica bloqueó su drenaje. Con la cuenca cerrada, los numerosos ríos que bajan desde las serranías arrastraron diferentes materiales que rodeaban la cuenca como, detritos

erosivos de rocas, sedimentos lacustres, cenizas volcánicas y otros elementos piroclásticos. Los materiales se depositan de forma progresiva y gradual sobre los sedimentos aluvial-fluviales, en forma de abanicos y lentes (Rudolph *et al.*, 1988).

En el centro de la cuenca existen importantes capas de arcillas lacustres que forman una extensa planicie. Los materiales consisten en arcillas blandas y limos arcillosos intercalados con vetas y capas de limos arcillosos más duros con arenas. Sobre los sedimentos acumulados se forma un extenso sistema de lagos: Zumpango, Xaltocan, Texcoco, Xochimilco y Chalco que mantienen un nivel constante hasta la época prehispánica. En la Figura 3.2 se muestra un mapa geológico de la cuenca de México.

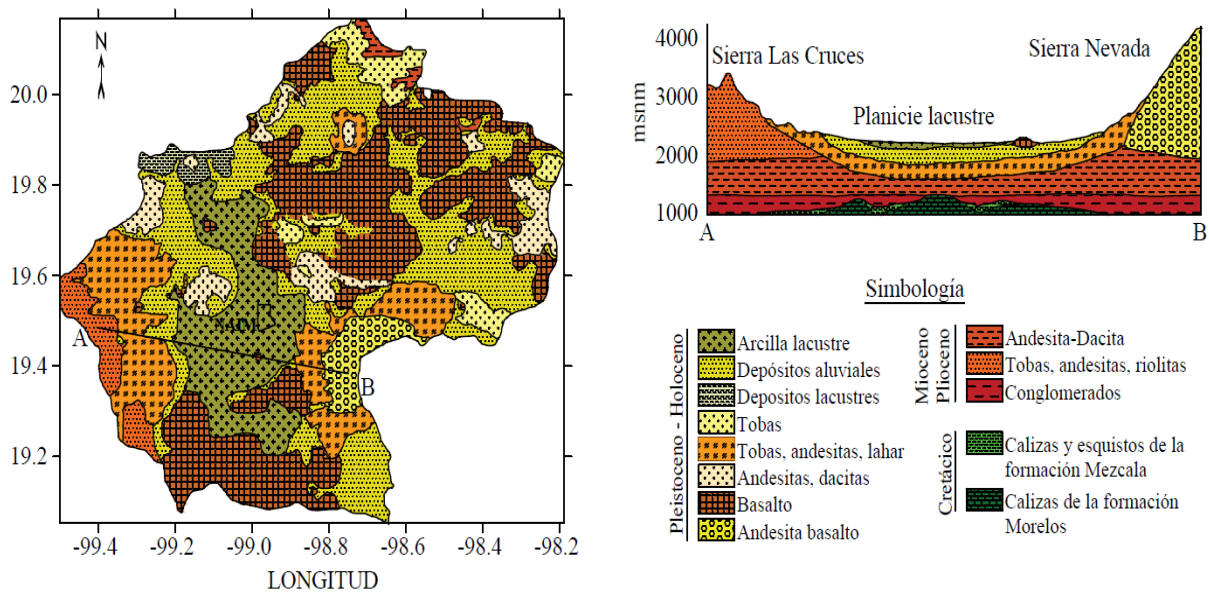


Figura 3.2. Mapa geológico de la cuenca de México (López-Acosta, *et al.*, 2019).

3.1.3 Condiciones hidráulicas

La cuenca permanece cerrada hasta 1789, cuando culmina la construcción del Tajo de Nochistongo, iniciada a principios del siglo XVII, para controlar las constantes inundaciones en la Ciudad de México. Más tarde, la expansión urbana durante el siglo XX provoca el retroceso de los lagos, que hoy prácticamente han desaparecido (Ovando *et al.*, 2013). Además, la explotación de los recursos hídricos para consumo humano e industrial ocasiona la desaparición de los manantiales de las zonas aledañas (Bryan 1948). Como consecuencia, en la zona de Texcoco el nivel de aguas freáticas está cerca de la superficie y presenta abatimientos en sus niveles piezométricos (López-Acosta *et al.*, 2016).

Otro fenómeno producto de la extracción de agua, es el agrietamiento que presenta el suelo en diferentes localizaciones del ex Lago de Texcoco. Las grietas son producidas por el cambio del gradiente hidráulico que causa esfuerzos de tensión, ruptura de la estructura de las arcillas y separación entre las partículas del suelo (Kodikara *et al.*, 2000). En varias zonas al oriente de la cuenca de México se registran áreas con agrietamiento de hasta 2 m de profundidad (Lugo-Hubp *et al.*, 1991). En esta

investigación son de interés las grietas presentes en el área conocida como “el caracol”, ubicada al norte de la zona de estudio. Lo anterior, puede influir en los resultados de la predicción de la permeabilidad en este trabajo.

3.1.4 Composición mineralógica de las arcillas

La composición de las arcillas de la cuenca se considera como una mezcla de varios materiales y minerales con diferentes estructuras y grados de cristalización. No obstante, las arcillas presentan contenidos de bentonitas, montmorillonitas, carbonatos de calcio, diatomeas, ostrácodos e intercalaciones de cenizas y tobas, también se reportan otros componentes como illitas, caolinita, plagioclasas, micas, óxidos de silicio, algunos de ellos producto de erupciones volcánicas. En la Tabla 3.1 se muestran características mineralógicas de las arcillas presentes en la zona de estudio.

Tabla 3.1. Características mineralógicas de las arcillas de la Cuenca de México reportadas por varios autores.

Autor	Composición mineralógica de la fracción arcillosa (%)
Zeevaert (1953)	Montmorilonita (20%), cenizas y diatomeas (65%), feldespatos, cuarzo y ferromagnesianos (15%). Profundidad 0-25 m.
Marsal y Mazari (1959)	Montmorilonita (13%), illita (54%), caolinita (4%), dickita (2%), halloysita (1%), nontronita (3%), fósiles (3%), materia orgánica (1-7%) y otros (20%).
Mesri <i>et al.</i> (1975)	Esmectita-sílice (10%) y sílice volcánica (90%). Profundidad 0-15 m aproximadamente.
Warren y Rudolph (1997)	Sílice, montmorilonita (30%), halloysita, caolinita e illita. Profundidad 0-10 m.
Díaz-Rodríguez <i>et al.</i> (1998)	Montmorilonita, illita y cristobalita (20 a 55%), materia orgánica (0 a 9.9%). Profundidad de 0-36 m.
Mazari-Hiriart <i>et al.</i> (2000)	Corrensita (>90%), trazas de cristobalita, material amorfo, halloysita (5-10 %). Prof. 14.9 a 75.5 m.
Portillo-Arreguín (2019)	Albita (38-60%), calcita (8-29%), halita (7-20%), anfíbol (5-14%), illita (2-5%), esmectita (7-12%). Prof. 2-12 m

3.1.5 Antecedentes de la permeabilidad

En la historia del Lago de Texcoco no existe un gran número de estudios de sus propiedades hidráulicas. Las escasas pruebas de permeabilidad efectuadas en el subsuelo en distintas épocas, muestran la dificultad de estudiar la propiedad en este suelo. En algunas de las pruebas ejecutadas *in situ* no es posible determinar la permeabilidad adecuadamente por diferentes razones, entre ellas, que en algunos

sitios no es posible la infiltración de agua por la existencia de materiales poco permeables (arcillas de baja permeabilidad), en otros sitios no es posible que el flujo se establezca a causa de la presencia de materiales permeables o debido al agrietamiento natural del terreno (López–Acosta *et al.*, 2016).

Los primeros estudios emplean diferentes métodos para la estimación de la permeabilidad en diferentes investigaciones. Las investigaciones consisten en ensayos de consolidación y pruebas de bombeo, para predecir asentamientos (Herrera *et al.*, 1974); estudios de campo y análisis numéricos de flujo subterráneo para estudiar el comportamiento hidráulico del sistema acuífero salino y el transporte de solutos dentro de un campo de pozos de uso industrial (Rudolph *et al.*, 1989); ensayos de laboratorio y pruebas de piezocono para evaluar la relación de anisotropía (Alanís-González, 2003); y análisis de inyección de agua a través de un pozo en el estrato permeable para estudiar el control local de hundimiento regional en el subsuelo del Valle de México (García-Flores, 2013). Todos los resultados se presentan de forma resumida en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Historia de estudios sobre la permeabilidad en el ex Lago Texcoco.

Estrato	Conductividad hidráulica k (m/s)				
	Herrera <i>et al.</i> (1974) ⁽¹⁾	Rudolph <i>et al.</i> (1989) ⁽²⁾	Alanís-González (2003) ⁽³⁾	García-Flores (2013) ⁽⁴⁾	Lucero-Rivera (2018) ⁽³⁾
CS	--	--	--	1.00×10^{-5}	1.31×10^{-08}
FAS	5.44×10^{-9}	5.00×10^{-9}	2.13×10^{-09}	5.44×10^{-9}	1.61×10^{-09}
CD	9.26×10^{-5}	8.00×10^{-5}	--	1.00×10^{-4}	--
FAI	1.67×10^{-10}	5.0×10^{-9}	4.39×10^{-10}	1.67×10^{-10}	6.98×10^{-10}
DP	8.68×10^{-5}	1.0×10^{-4}	--	8.68×10^{-5}	5.58×10^{-10}
FAP	--	--	--	--	4.46×10^{-09}

Nota: CS= Costra superficial, FAS= Formación Arcillosa Superior, CD= Capa Dura, FAI= Formación Arcillosa Inferior, DP= Depósitos Profundos, FAP= Formación Arcillosa Profunda. ⁽¹⁾ Pruebas de consolidación, ⁽²⁾ Análisis numérico, ⁽³⁾ Pruebas de laboratorio, ⁽⁴⁾ Pruebas de bombeo.

Por otra parte, los estudios que fueron realizados para la construcción del NAIM tuvieron como objetivo de caracterizar hidráulicamente el subsuelo y comparar los resultados entre diferentes métodos. Se ha realizado una serie de pruebas de campo tipos USBR, Lefranc; pruebas de disipación de presión de poro mediante ensayos CPTu (sondeos de piezocono), y pruebas de laboratorio con permeámetro de pared flexible de carga constante.

Las pruebas de disipación de presión de poro están expresadas a partir de las permeabilidades horizontales en arcillas y la relación de anisotropía (López-Acosta *et al.*, 2016), los resultados se muestran en la Tabla 3.3. Los resultados de las pruebas de laboratorio se presentan en la Tabla 3.2 (Lucero-Rivera, 2018).

Tabla 3.3. Valores obtenidos con el método de disipación de presión de poro.

Conductividad hidráulica k (m/s)				
Alanís-González (2016)				
Estrato	n	Mín.	Máx.	m
FAS	4	6.54 x 10-7	1.08 x 10-7	3.00 x 10-7
FAI	2	3.47 x 10-8	5.30 x 10-8	4.39 x 10-8
FAP	--	--	--	--
López-Acosta (2019)				
Estrato	n	Mín.	Máx.	m
FAS	46	4.21 x 10-10	2.40 x 10-8	3.88 x 10-9
FAI	30	5.60 x 10-10	3.42 x 10-8	4.84 x 10-9
FAP	46	4.32 x 10-10	8.18 x 10-9	2.36 x 10-9

Nota: FAS= Formación Arcillosa Superior, FAI= Formación Arcillosa Inferior, FAP= Formación Arcillosa Profunda. Mín.=Valor mínimo, Máx.=Valor máximo, n= número de datos, m= media.

Comparando Tablas 3.2 y 3.3, puede notarse que los valores de permeabilidad en la CS no presentan similitud. En la FAS son del mismo orden, con una ligera variación en el valor numérico para todos los autores, excepto en las pruebas de piezocono de Alanís-González (2003). En la CD sólo los valores de Herrera *et al.* (1974) y Rudolph *et al.* (1989) son del mismo orden con un valor numérico similar. En la FAI se observa una similitud en el orden, con ligeras variaciones en su valor numérico en todos los autores, excepto en las pruebas de Alanís-González (2003). En los DP ninguno de los resultados de los autores coincide. En la FAP los resultados de López-Acosta *et al.* (2019) y Lucero-Rivera (2018) son semejantes en orden y valor numérico. Finalmente, es importante resaltar que los valores mostrados en esta sección únicamente tienen una validez local, pues fueron realizados de forma puntual.

3.2 Exploración geotécnica

La información disponible sobre el subsuelo constituye la base para caracterizar y describir la distribución espacial de los materiales. Los diferentes tipos de sondeos geotécnicos (SPT, cono, mixto, etc.) presentan información puntual sobre las características estratigráficas del subsuelo. Éstos son de utilidad al caracterizar adecuadamente el subsuelo para crear modelos geotécnicos.

En este trabajo se cuenta con los resultados de la exploración geotécnica que se realizó en el periodo de enero de 2015 a junio de 2016, constituida por 103 sondeos mixtos distribuidos en la zona de estudio. En estos sondeos se obtienen 328 muestras a diferentes profundidades, en las que se han ejecutado pruebas de consolidación en laboratorio. Para observar los niveles piezométricos a través del tiempo y determinar el estado inicial de esfuerzos, se instalan 13 Estaciones de Monitoreo del Subsuelo (EMS). Se instrumentaron con piezómetros eléctricos que alcanzaron una profundidad de hasta 100 m. Todo lo mencionado anteriormente se ha georreferenciado a partir de los bancos de nivel cercanos de la zona (Figura 3.3).

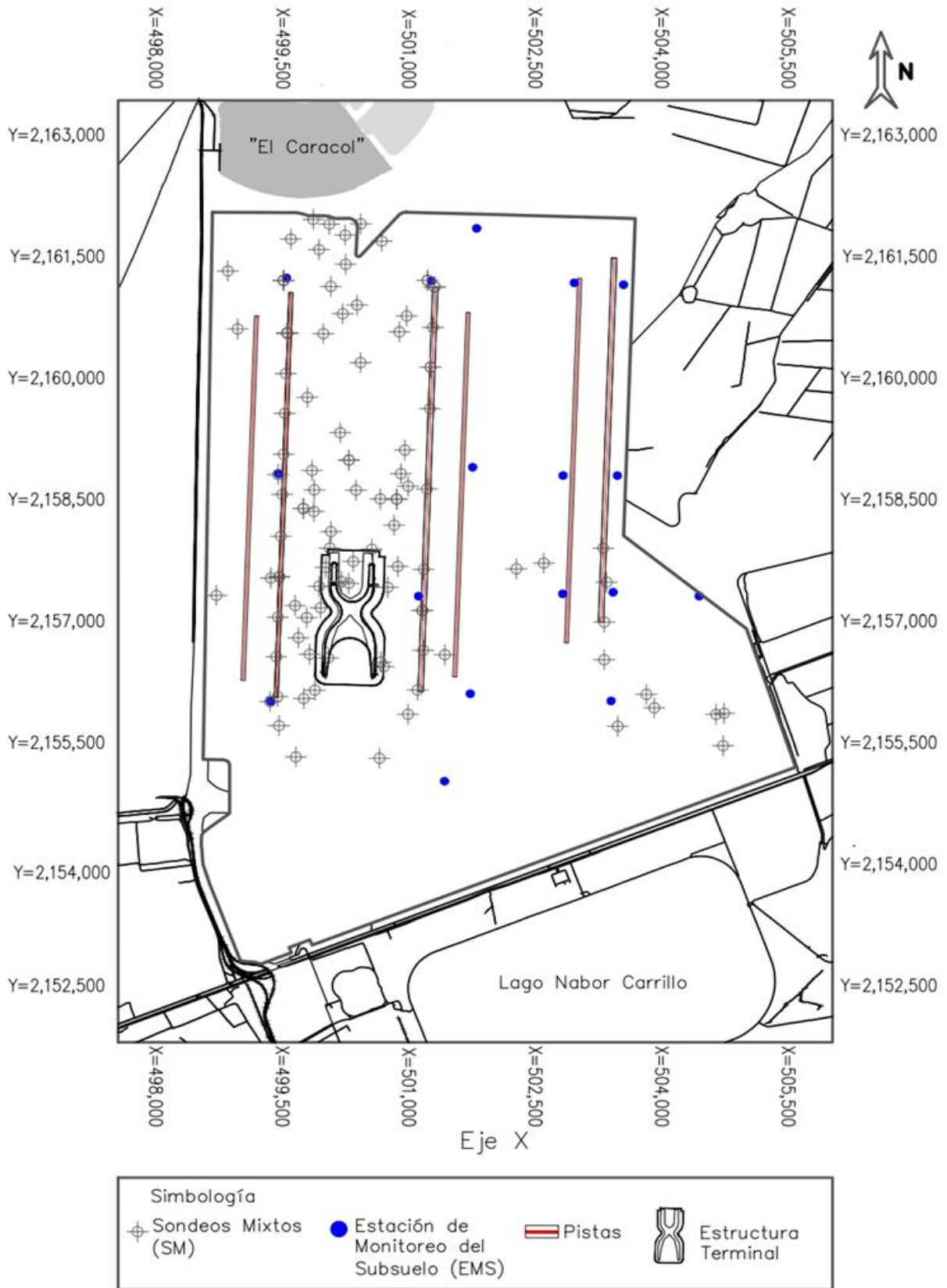


Figura 3.3. Ubicación de los sondeos mixtos y de las estaciones de monitoreo del subsuelo.

Estratigrafía

El perfil estratigráfico del sitio de estudio se determina con base en la interpretación de los resultados de los ensayos de penetración estándar (SPT), así como, de los resultados de los ensayos de cono eléctrico y piezocono.

Del análisis de los resultados se observa que la estratigrafía del sitio presenta los siguientes estratos: a) costra superficial (CS), b) formación arcillosa superior (FAS), c) capa dura (CD), d) formación arcillosa inferior (FAI), e) serie estratificada superior (FAI), f) formación arcillosa profunda (FAP) y g) serie estratificada inferior (SES). La descripción detallada de los estratos se presenta en la Tabla 3.4 y las propiedades índice correspondientes a cada estrato, en la Tabla 3.5. El espesor de los estratos es relativamente constante, con excepción del de la formación arcillosa superior que aumenta de noreste a suroeste. La variación del espesor entre cada formación arcillosa se muestra en la Figura 3.4.

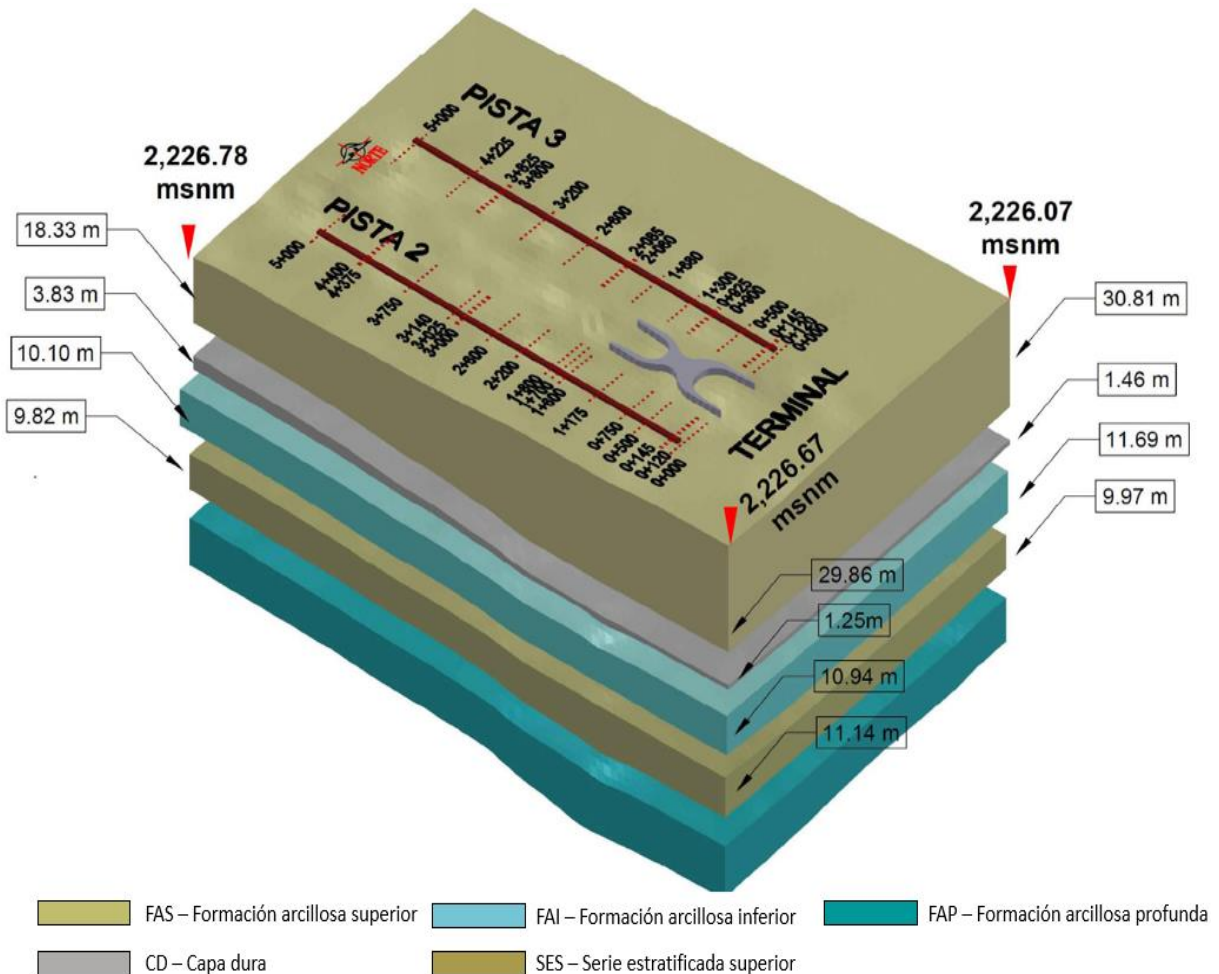


Figura 3.4. Variación de los espesores de los materiales considerados (Modificado de CFE, 2018).

Tabla 3.4. Descripción estratigráfica con base en los sondeos ejecutados (CFE, 2018) en el sitio.

No.	Formación	Descripción
1	CS Costra superficial	Compuesta de arcilla color café claro (CH), de consistencia blanda y con escasa arena fina.
2	FAS Formación arcillosa superior	Compuesta por arcillas color gris verdoso (CH), de consistencia muy blanda y compresible. Dentro de la formación existen 5 horizontes o lentes de ceniza volcánica de compacidad suelta y limos arenosos de consistencia blanda a media.
3	CD Capa dura	Conformada por limos arenosos compactos color gris verdoso (ML), y ceniza volcánica color negro altamente compacta.
4	FAI Formación arcillosa inferior	Se compone de arcillas color gris verdoso (CH), de consistencia muy blanda a media. Al igual que en la FAS, existen horizontes o lentes de ceniza volcánica altamente compacta y limos arenosos de consistencia muy dura.
5	SES Serie estratificada superior	Consiste principalmente en una serie heterogénea de suelos arcillosos, limosos y arenosos en los que el factor común es alta variabilidad de consistencia, compacidad y compresibilidad.
6	FAP Formación arcillosa profunda	Se compone de arcillas color gris verdoso (CH), de consistencia blanda a muy firme.
7	SEI Serie estratificada inferior	Serie formada por intercalaciones de materiales con una mayor consolidación, de origen lacustre, color gris verdoso (destacan los materiales limosos, arenosos, limos arenosos, areno-limosos, arcillas arenosas, arenas arcillosas, así como cenizas volcánicas).

Tabla 3.5. Propiedades índice con base en los sondeos ejecutados (CFE, 2018) en el sitio.

Estrato	ID	SUCS	E [m]	γ [kN/m ³]	w [%]	e [1]
Costra superficial	CS	CH	0.7 – 1.0	13.0	50-100	2.0 - 5.0
Formación arcillosa superior	FAS	CH	18.0 - 30.0	12.0	200-500	4.0 - 12.0
Capa Dura	CD	ML	1.5 - 4.0	15.0	50-100	3.0 - 6.0
Formación arcillosa inferior	FAI	CH	10.0 - 11.0	13.0	100-250	2.0 - 7.8
Serie estratificada superior	SES	CH	10.0 - 11.0	17.0	50-100	1.0 - 4.2
Formación arcillosa profunda	FAP	CH	9.0 - 10.0	14.0	75-150	0.7 - 4.1
Serie estratificada inferior	SES	CH	Indefinido	16.0	--	0.7 - 3.0

Nota: ID= identificador, SUCS= Sistema unificado de clasificación de suelos, CH= arcilla de alta plasticidad, ML= Limo de baja plasticidad, E= espesor, γ = peso volumétrico, w=contenido de agua, e= relación de vacíos.

3.3 Cálculo de la permeabilidad

La permeabilidad se calcula de forma indirecta a partir de las pruebas de consolidación realizadas, explicadas en el apartado 2.3 de esta tesis. Por medio de hojas de cálculo se obtiene el estado de esfuerzos correspondiente en cada punto, se ubican las zonas de interés y se calcula el esfuerzo efectivo considerando los pesos volumétricos y la piezometría. En la Figura 3.5 se muestra un ejemplo de cómo se obtiene el estado de esfuerzos para cada sondeo disponible.

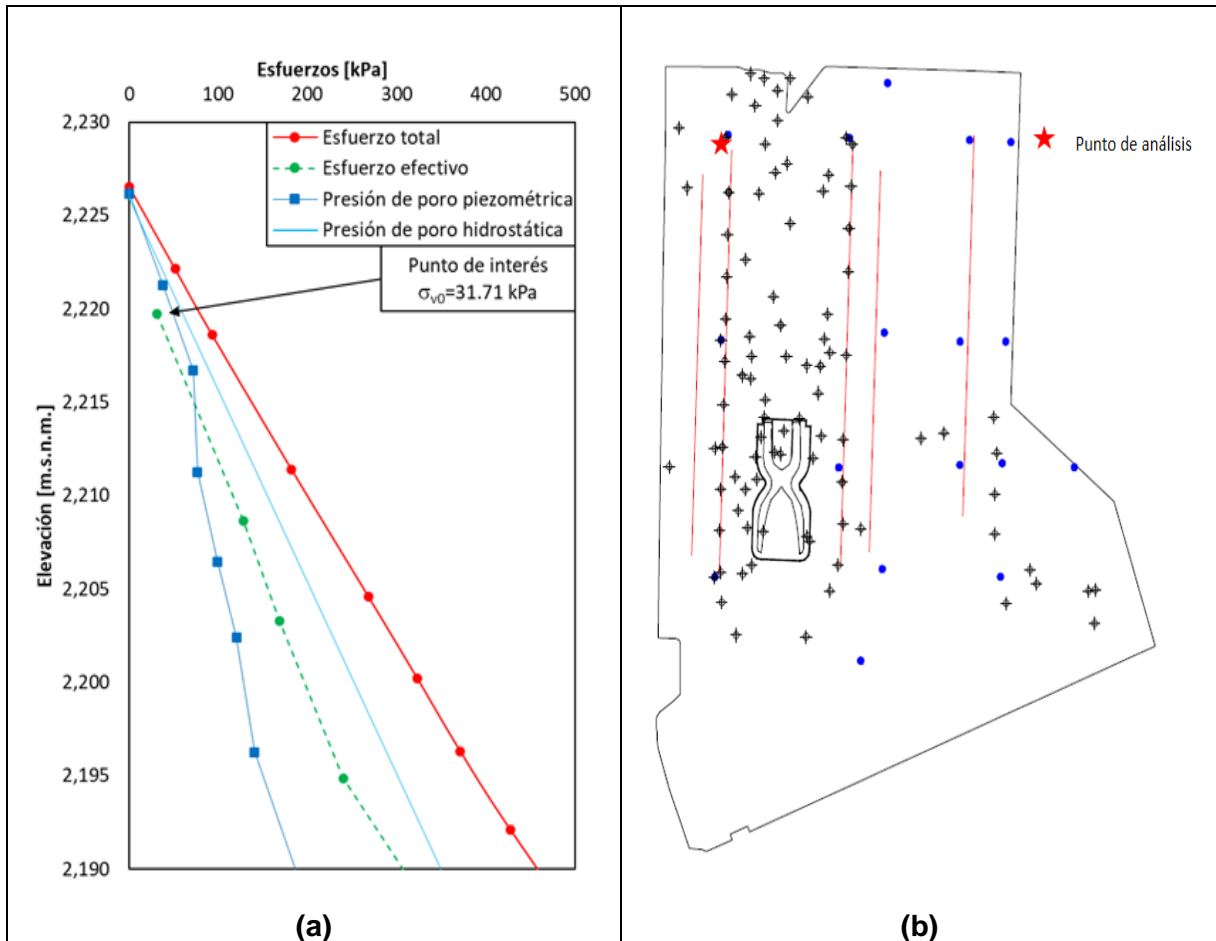


Figura 3.5. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas para el punto que se indica en (b) (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

Posteriormente, se obtienen los parámetros necesarios a partir de las curvas de compresibilidad para el cálculo de la permeabilidad, Figura 3.6. El t_{90} se determina por el método de Taylor explicado en el apartado 2.3.1. Se utiliza el intervalo de la curva de compresibilidad más cercano al esfuerzo de campo. Esta decisión está justificada en el Anexo III.

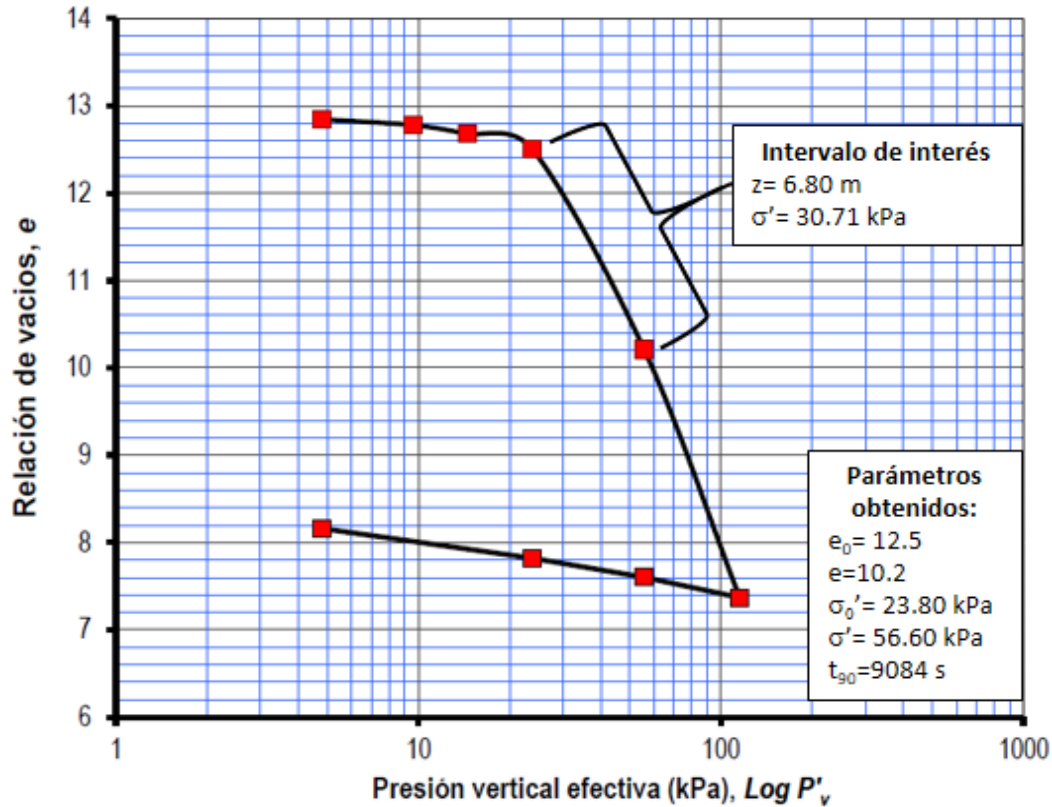


Figura 3.6. Obtención de los parámetros para el cálculo del coeficiente de permeabilidad. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

$$C_v = \frac{0.848 * H^2}{t_{90}} = \frac{0.848 * 0.02^2}{9084} = 3.70 \times 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma} = \frac{e_0 - e}{\sigma_0 - \sigma} = \frac{12.5 - 10.2}{56.60 - 23.80} = 0.07 \frac{\text{m}^2}{\text{kN}}$$

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} = \frac{0.07}{1 + 12.5} = 0.005 \frac{\text{m}^2}{\text{kN}}$$

$$k = C_v * \gamma_w * m_v = 3.70 \times 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} * 9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} * 0.005 \frac{\text{m}^2}{\text{kN}} = 1.81 \times 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El procedimiento anterior se aplica a todas las muestras disponibles. En el Anexo IV se presenta una lista de las muestras consideradas en cada sondeo, el estado de esfuerzos obtenido, las relaciones de vacíos y su respectiva permeabilidad. Posteriormente, cada resultado de permeabilidad se asocia a un sistema georreferenciado y según su profundidad se designa a alguna formación arcillosa. Este proceso conforma la elaboración de la base datos, primera etapa del análisis geoestadístico.

3.4 Análisis estadístico de la permeabilidad

En este apartado se muestra la información capturada en la base de datos a partir de las permeabilidades calculadas en el apartado 3.3. Para la presentación de los resultados se utiliza el diagrama de caja que se muestra en la Figura 3.7. Además, se obtienen las principales medidas de tendencia central, dispersión y asimetría de cada formación arcillosa, que se presentan en la Tabla 3.6.

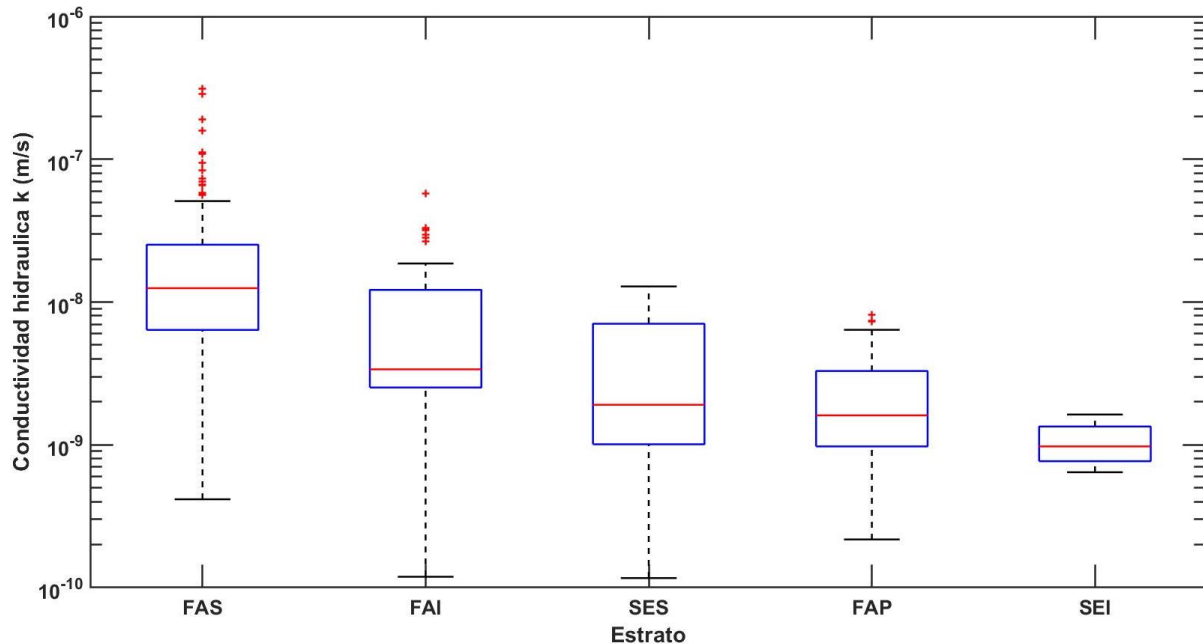


Figura 3.7. Diagrama de caja de las permeabilidades estimadas por estrato.

Tabla 3.6. Valores estadísticos de la conductividad hidráulica en las formaciones arcillosas.

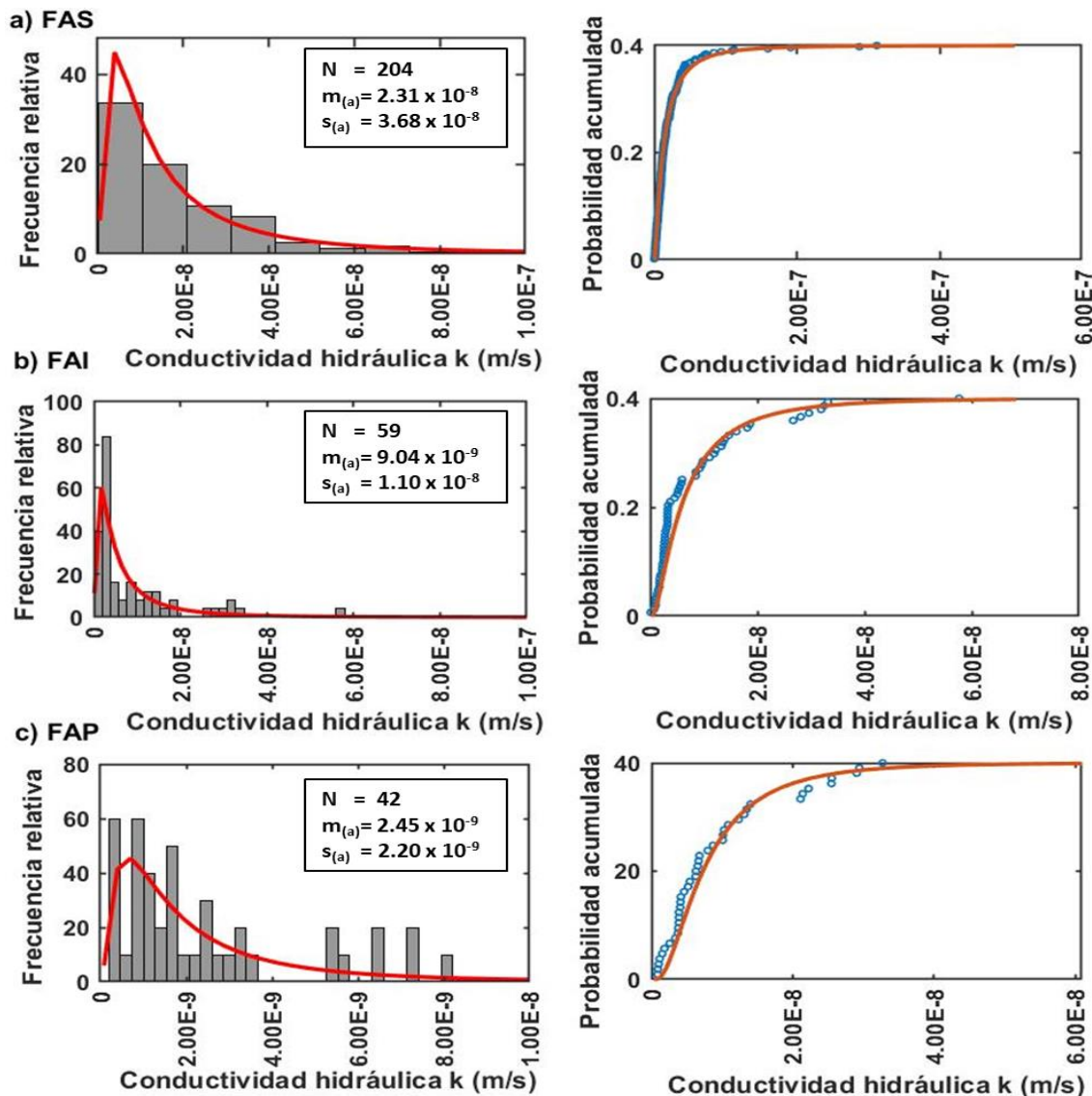
Conductividad hidráulica k (m/s)								
ID	N	Valor máximo	Valor mínimo	$m_{\log k}$	$s_{\log k}$	CV	g_1	g_2
FAS	204	3.11×10^{-7}	4.15×10^{-10}	2.31×10^{-8}	3.68×10^{-8}	1.59	5.15	33.09
FAI	19	5.76×10^{-8}	1.19×10^{-10}	9.04×10^{-9}	1.10×10^{-8}	1.21	2.27	6.11
SES	19	1.29×10^{-8}	1.17×10^{-10}	3.97×10^{-9}	4.06×10^{-9}	1.02	1.21	0.25
FAP	42	8.18×10^{-9}	2.18×10^{-10}	2.45×10^{-9}	2.20×10^{-9}	0.90	0.90	0.50
SEI	4	1.63×10^{-9}	6.43×10^{-10}	1.06×10^{-9}	4.20×10^{-10}	0.40	0.49	0.60

Nota: ID= identificador, N= número de datos, $m_{(A)}$ = media aritmética, $s_{(A)}$ = desviación estándar aritmética, CV= coeficiente de variación, g_1 = coeficiente de asimetría, g_2 =curtosis.

De acuerdo con la Figura 3.7 y la Tabla 3.6, de manera general se puede apreciar que la media y la desviación estándar decrecen con respecto a la profundidad. Según el coeficiente de variación y el tamaño de la caja se distingue que la variabilidad de los datos es alta en los estratos superficiales y decrece cuando la profundidad del estrato es mayor. Lo anterior, se debe a la variación en el espesor de los estratos, la presencia

de horizontes intercalados de ceniza volcánica y al abatimiento en los niveles piezométricos.

De acuerdo con el coeficiente de asimetría, puede apreciarse en todos los estratos, excepto en la SEI, que los datos se concentran hacia la izquierda de la media. Así también, según la curtosis el grado de concentración de los valores alrededor de la media es mayor en los estratos superiores de la FAS y FAI, mientras que en el resto de los estratos esta concentración es menor. En la Figura 3.8 se muestran únicamente los histogramas y las funciones de probabilidad acumulada de la permeabilidad de la FAS, FAI y FAP porque son los estratos con mayor número de muestras.



Nota: N= número de datos, m(A)= media aritmética, s(A)= desviación estándar aritmética.

Figura 3.8. Histogramas y curvas CDF (función de probabilidad acumulada) de la permeabilidad.

De acuerdo con la distribución de datos en el diagrama de cajas mostrado en la Figura 3.7, los valores estadísticos de la Tabla 3.6, los histogramas y funciones de probabilidad acumulada mostradas en la Figura 3.8 y según diversos autores (Lu *et al.*, 2017; López-Acosta *et al.*, 2019) el conjunto de datos se ajusta con una distribución de probabilidad lognormal.

Una distribución normal de la variable de estudio es deseable en geoestadística, usualmente datos con distribuciones de probabilidad diferentes a la normal pueden ser adecuados para el modelado geoestadístico mediante una transformación (Clark *et al.*, 2000). En el análisis geoestadístico de esta investigación se emplea la transformación de datos usando el logaritmo decimal de los valores de permeabilidad. De esta manera, se cumplen las hipótesis de los modelos estructurales usados para el cálculo y la determinación de la variación espacial.

El logaritmo natural de la permeabilidad ($\ln k$) puede entonces considerarse como normalmente distribuido con parámetros que se determinan mediante las siguientes expresiones (Benjamin & Cornell, 2014):

$$\mu_{\ln k} = \ln(\mu_k) - \frac{1}{2}\sigma_{\ln k}^2 \quad \text{y} \quad \sigma_{\ln k}^2 = \ln\left(\frac{\sigma_k^2}{\mu_k^2} + 1\right) \quad \text{Ec. (3.1)}$$

donde μ_k es la media de la permeabilidad, $\mu_{\ln k}$ es la media del logaritmo natural de la permeabilidad, σ_k^2 es la desviación estándar de la permeabilidad y $\sigma_{\ln k}^2$ es la desviación estándar del logaritmo natural de la permeabilidad.

En los análisis efectuados en esta investigación se prefiere utilizar los logaritmos decimales ($\log_{10} k$) en lugar de los naturales ($\log_{10} k = 0.434294 \ln k$), debido a que éstos son más fáciles de relacionar con el valor original de la conductividad hidráulica (López-Acosta, 2010). La transformación de los parámetros estadísticos de la permeabilidad de las arcillas del ex Lago de Texcoco a los parámetros del logaritmo decimal se muestra en la Tabla 3.7.

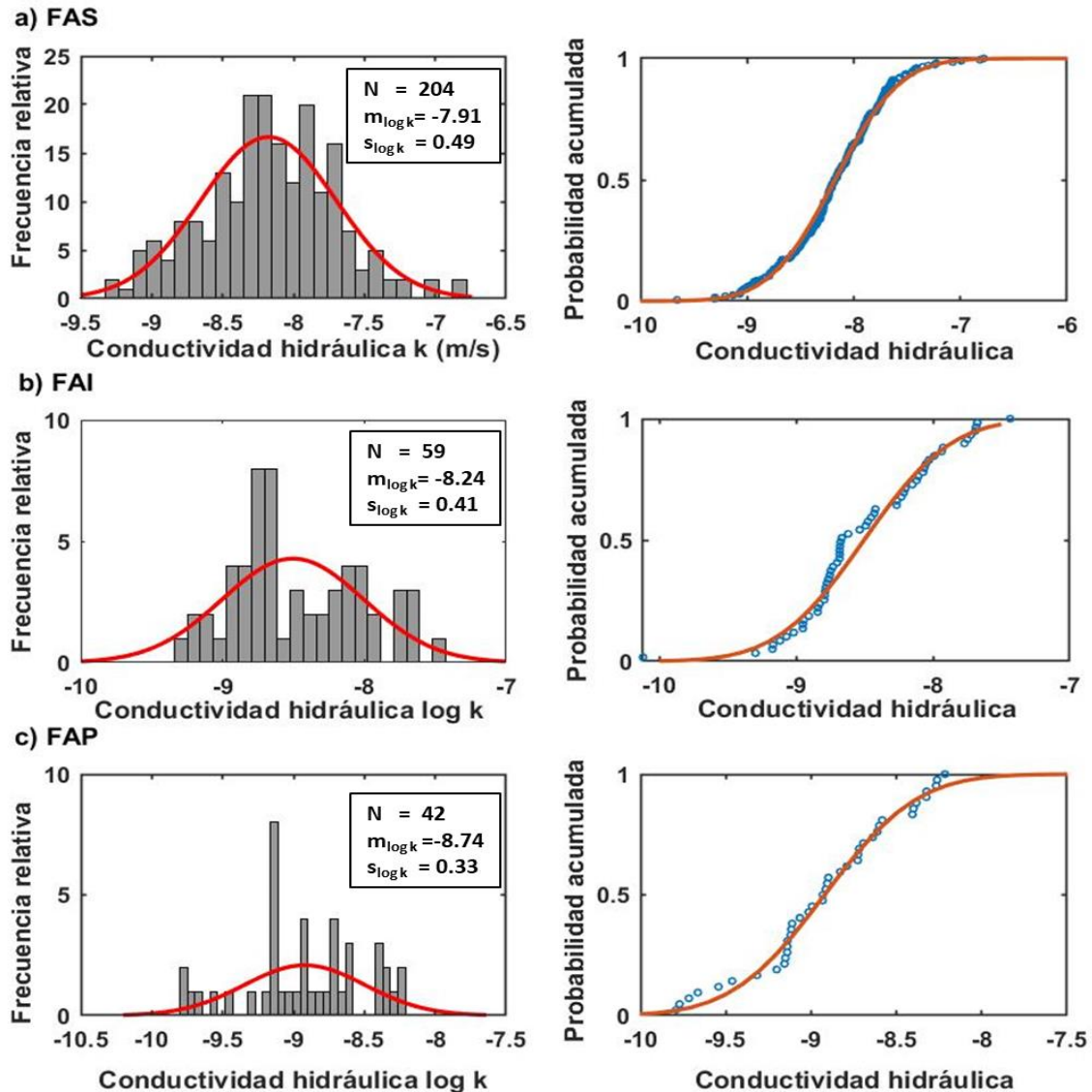
Tabla 3.7. Valores estadísticos del logaritmo decimal la permeabilidad $\log k$.

Logaritmo de la conductividad hidráulica $\log k$								
ID	N	Valor máximo	Valor mínimo	$m_{\log k}$	$S_{\log k}$	CV	g_1	g_2
FAS	204	-6.78	-9.66	-7.91	0.49	0.06	-0.07	0.34
FAI	55	-8.05	-10.09	-8.56	0.37	0.04	-0.22	0.49
FAP	46	-8.22	-9.79	-8.74	0.33	0.04	-0.3	-0.48

Nota: ID= identificador, N= número de datos, $m_{\log k}$ = media del logaritmo de la permeabilidad, $S_{\log k}$ = desviación estándar del logaritmo de la permeabilidad, CV= coeficiente de variación, g_1 = coeficiente de asimetría, g_2 =curtosis.

De acuerdo con la Tabla 3.7 se puede apreciar que la media y la desviación estándar decrecen con respecto a la profundidad. Según el coeficiente de variación se distingue que la variabilidad de los datos es baja en los tres estratos. El coeficiente de asimetría y la curtosis presenta valores cercanos a cero lo que muestra que todos los estratos presentan un comportamiento simétrico y que la curva tiene un comportamiento

mesocúrtico. En la Figura 3.9 se muestran los histogramas y las funciones de probabilidad acumulada para la permeabilidad de cada formación arcillosa.



Nota: N = número de datos, $m_{\log k}$ = media del logaritmo decimal, $s_{\log k}$ =desviación estándar logaritmo decimal.

Figura 3.9. Histogramas y curvas CDF (función acumulada de probabilidad) del logaritmo de la permeabilidad.

De acuerdo con la Tabla 3.7 y Figura 3.9 la distribución de datos del logaritmo de la permeabilidad exhibe un comportamiento normal. Para garantizar el comportamiento de la distribución, se analiza la bondad de ajuste de los datos (Benjamin & Cornell, 2014) con la prueba de Kolmogorov-Smirnov (Kolmogorov 1992) (Prueba K-S) con un 10% de significancia. También se realiza la prueba de Liliefors que desconoce el valor de la media y la desviación estándar (Liliefors 1967). Se plantea como hipótesis nula que los datos de la muestra se ajustan a una distribución teórica de densidad normal. El resumen de estas pruebas se muestra en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8. Parámetros de la distribución normal y resultados de las pruebas de ajuste.

Parámetros Ajustados				Prueba K - S		Ajuste Liliefors		
ID	N	m _{log}	s _{log}	D	c ₁	Resultado	c ₂	Resultado
FAS	204	-7.91	0.49	0.047	0.085	NR	0.062	NR
FAI	59	-8.56	0.37	0.137	0.159	NR	0.115	R
FAP	42	-8.74	0.33	0.077	0.188	NR	0.137	NR

Nota: N= número de datos, m_{log} = media del logaritmo decimal, s_{log} = desviación estándar del logaritmo decimal, D = valor del estadístico de prueba, c_1 = valor obtenido de la prueba K - S, c_2 = valor obtenido del ajuste por Liliefors, NR= no se rechaza la hipótesis nula, R= se rechaza la hipótesis nula.

Los resultados en las pruebas de Kolmogorov-Smirnov expresan que en todos los estratos no se debe rechazar la hipótesis nula; es decir, no existe evidencia para negar el ajuste del conjunto de datos a una distribución normal. En el análisis por Liliefors la hipótesis nula se rechaza únicamente en la FAI. Para fines de esta investigación se eligen como suficientes los resultados de la prueba Kolmogorov-Smirnov. Lo anterior permite considerar que los datos presentan un comportamiento normal.

3.5 Tendencia del campo aleatorio

El análisis de tendencia permite conocer si el campo aleatorio presenta un comportamiento estacionario o no estacionario. La tendencia se evaluó a partir de una regresión lineal buscando ajustar un plano de ecuación por medio del software de acceso libre *R Commader* (Fox, 2020):

$$V(X) = ax + by + cz + d$$

donde x, y, z son las coordenadas de posición y a, b, c, d los coeficientes de regresión lineal.

Tabla 3.9. Análisis de tendencia del campo aleatorio por estrato.

Estrato	a	b	c	d	Tendencia	Método estimación
FAS	-1.59E-05	-4.26E-05	0.0269	32.0702	No estacionario	Kriging Ordinario
FAI	-7.14E-05	-4.94E-05	0.0172	96.2559	No estacionario	Kriging Ordinario
FAP	-3.32E-05	-5.45E-05	0.0073	114.3253	No estacionario	Kriging Ordinario

En la Tabla 3.9 se muestra que en todos los estratos los coeficientes X y Y de la regresión lineal presentan valores que tienden a cero, pero el coeficiente en Z es diferente a cero, por lo que se puede asegurar que los campos presentan un comportamiento no estacionario. Lo anterior indica que el método de estimación adecuado es el de Kriging Ordinario.

3.6 Análisis geoestadístico para la obtención de la permeabilidad de la FAS

3.6.1 Definición del dominio

El conjunto de valores de la permeabilidad se considera como una muestra de un campo aleatorio $V(X)$, denominado "Dominio FAS"; distribuido dentro de un área de estudio R^3 con una superficie de 16.33 km² y un espesor de 30 m. Para delimitar el campo aleatorio se considera la cercanía, distribución y concentración de los puntos disponibles. Se excluyen aquéllos que podrían sesgar los resultados de la estimación. El análisis geoestadístico de esta zona se realiza considerando el dominio y los sondeos mostrados en la Figura 3.10.

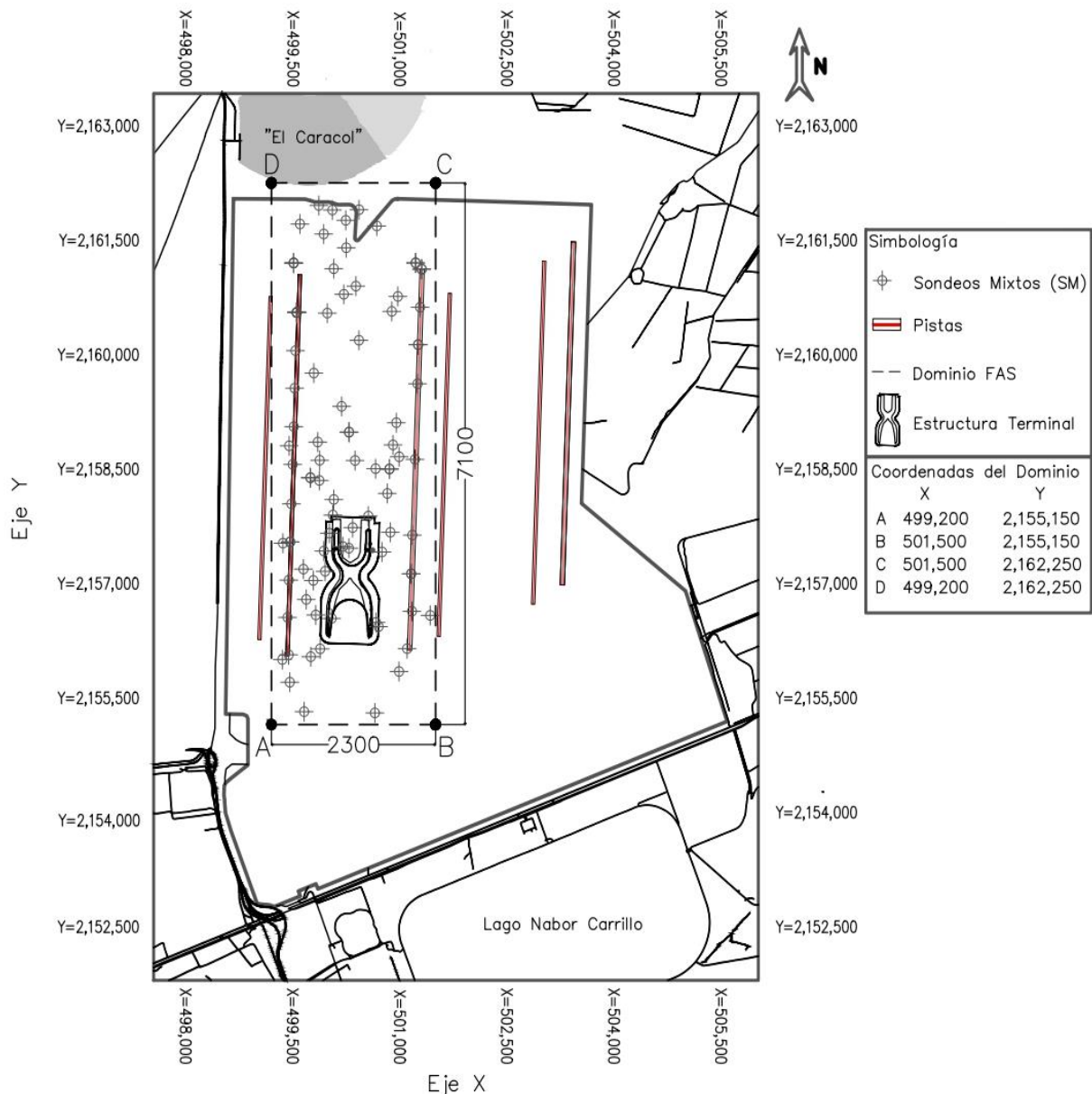


Figura 3.10. Dominio FAS y ubicación de los sondeos (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

3.6.2 Análisis estructural

El objetivo del análisis estructural es determinar la dependencia espacial de los datos disponibles de manera cuantitativa, y desarrollar modelos teóricos que reflejen la variación espacial.

Variogramas y correlogramas teóricos y experimentales

Los variogramas y correlogramas experimentales se construyen mediante el software SGeMS a partir de la información presentada en el apartado 2.5 y el Anexo II. Se forman por 15 *lags* (bandas) con una separación de 300 m con una tolerancia de 150 m en sentido horizontal y 10 *lags* (bandas) con una separación de 3 m y una tolerancia de 1.5 m en sentido vertical. Los datos de entrada usados para la creación de los variogramas teóricos se muestran en la Tabla 3.10. Los parámetros de la dirección horizontal y vertical se ingresan de formas separadas, por motivos de escala no es posible ingresar juntas todas las direcciones de interés.

Tabla 3.10. Definición de las características de los lags (bandas) de la FAS.

	No.	Azimut [°]	Dip [°]	Tolerancia [°]	Ancho del lag (banda) [m]
Horizontal	1	0	0	22.5	50000
	2	45	0	22.5	50000
	3	90	0	22.5	50000
	4	135	0	22.5	50000
Vertical	1	0	-90	1	50

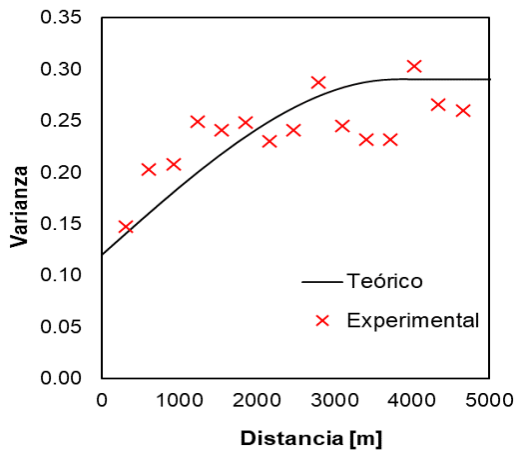
Nota: Azimut= ángulo de giro del eje Z, Dip= ángulo de giro del eje X.

Los variogramas de interés asociados a la FAS son los correspondientes a las direcciones con azimut= 0° y 90°, además del variograma vertical con azimut= 0° y Dip= -90°. El variograma teórico que se ajusta al comportamiento de los datos es de tipo esférico. Las características de los variogramas teóricos se muestran en la Tabla 3.11. Además, se compara con el correlograma de modelo exponencial simple.

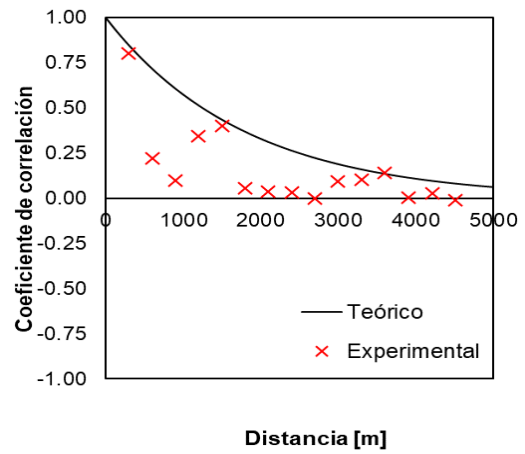
Tabla 3.11. Parámetros de los variogramas teóricos de la FAS.

Eje	Modelo esférico		
	(a) Mayor	(b) Medio	(c) Menor
Azimut	0°	90°	0°
Dip	0°	0°	-90°
a	3800	1000	24
C ₀	0.12	0.12	0.12
C ₁	0.17	0.17	0.17

Nota: Azimut= ángulo de giro del eje Z, Dip= ángulo de giro del eje X, a= distancia de correlación máxima, C₀= sill (meseta), C₁= contribución a la sill (meseta).

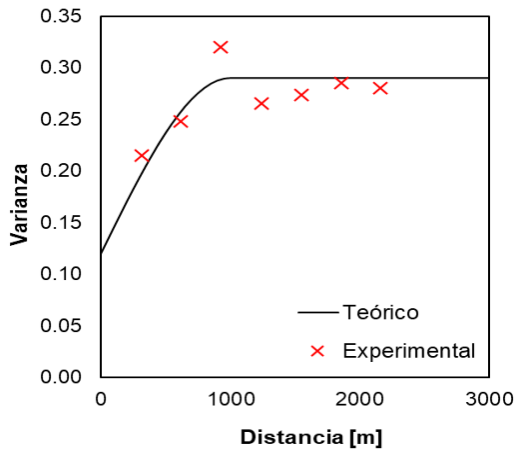


(a) Variograma

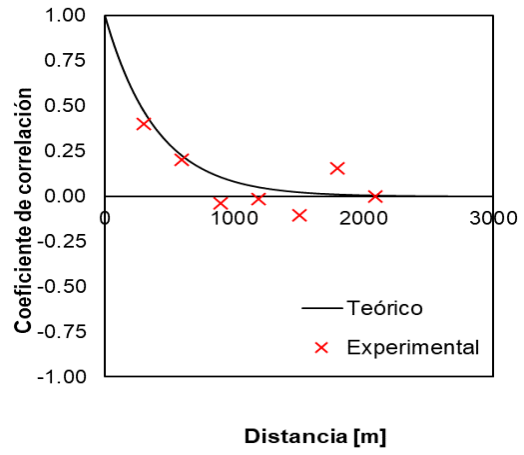


(b) Correlograma

Figura 3.11. Eje mayor de la FAS.

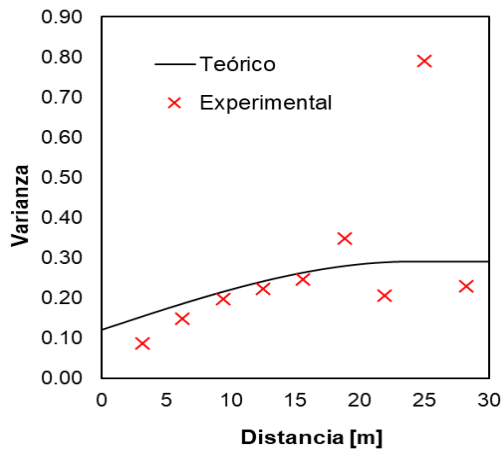


(a) Variograma

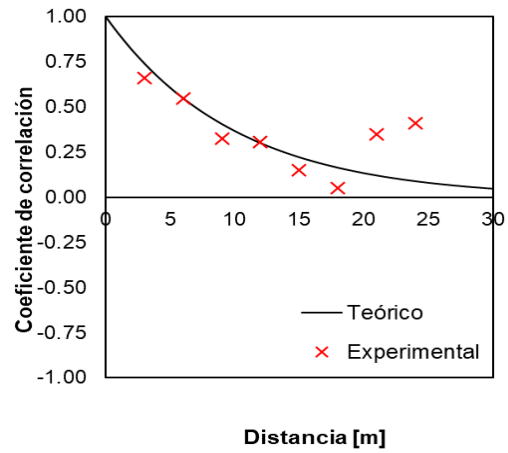


(b) Correlograma

Figura 3.12. Eje medio de la FAS.



(a) Variograma



(b) Correlograma

Figura 3.13. Eje menor de la FAS.

Analizando las Figuras Figura 3.11 a Figura 3.13, se observa un mejor ajuste de los modelos teóricos en el caso del variograma. Lo anterior refleja que el variograma tiene mejor ajuste como función estructural cuando se estudia la permeabilidad. Lo anterior ha sido demostrado por otros autores (Boggs *et al.*, 1992; Gwenzi *et al.*, 2011; Turcke *et al.*, 1996).

Anisotropía

Las distancias de correlación de la FAS se presentan en la Tabla 3.12. Se observa que son similares, aunque en el variograma son ligeramente mayores a las obtenidas en el correlograma. La elipse de anisotropía presentada en la Figura 3.14, se construye a partir del ajuste de los variogramas experimentales a teóricos. La magnitud del eje mayor corresponde a la distancia de variación máxima con su respectiva dirección predominante, el eje medio corresponde por definición a la distancia ortogonal al eje mayor, mientras que el eje menor se relaciona con la distancia vertical.

Tabla 3.12. Distancias de correlación de la FAS.

Eje	Variograma δ_{var} (m)	Correlograma δ_{cor} (m)
Mayor	3800	3675
Medio	1000	1000
Menor	24	22

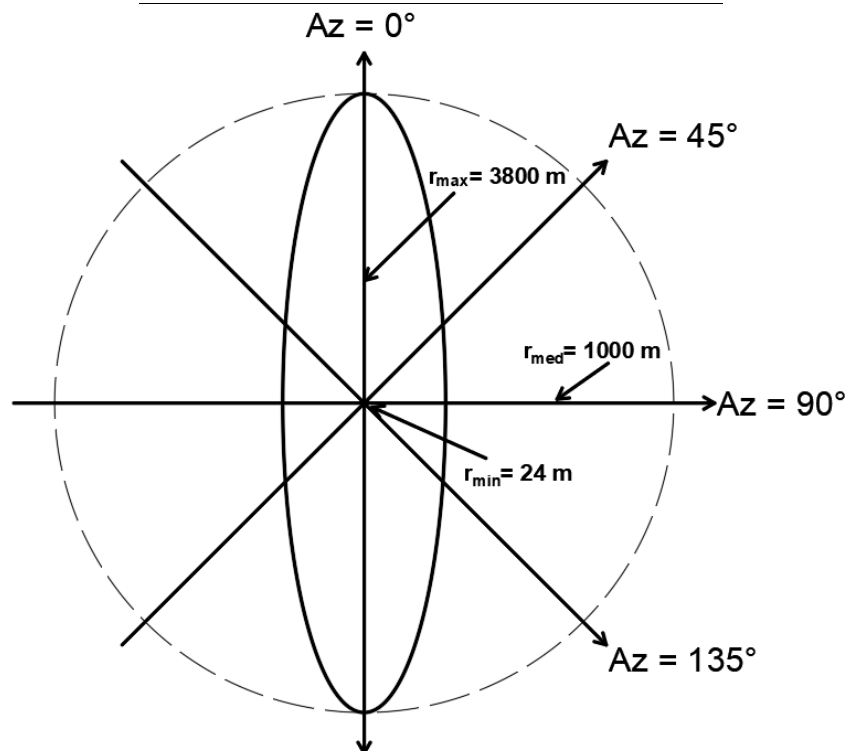


Figura 3.14. Elipse de anisotropía de la FAS.

3.6.3 Estimación

La estimación de la permeabilidad de la FAS se realiza de forma tridimensional mediante la técnica de Kriging Ordinario porque el campo aleatorio presenta un comportamiento no estacionario. Las distancias de correlación son obtenidas a partir de los variogramas y la elipse de anisotropía, donde $r_{\text{máx}}= 3800$ m, $r_{\text{med}}= 1000$ m, $r_{\text{min}}= 24$ m, mientras que la dirección predominante se encuentra en un azimut= 0° . La malla que contiene el dominio del campo aleatorio se presenta en la Figura 3.10, teniendo como coordenadas de origen $X=499,200$, $Y=2,155,150$ y $Z=2197$. Los resultados obtenidos corresponden al valor esperado y a la desviación estándar del logaritmo de la permeabilidad. Para obtener los valores esperados y desviación estándar de la permeabilidad es necesario realizar la transformación de valores a partir de la Ec. (3.1).

Mapeo y visualización

Los archivos de resultados obtenidos a partir del método de Kriging Ordinario se grafican en un modelo tridimensional (3D) en el software graficador Surfer® (Golden Software, 2017), el modelo se muestra en la Figura 3.15. A partir de este modelo se obtiene una visualización detallada representada con cortes virtuales, en planta y perfiles longitudinales y transversales. El espaciado para la graficación consta de 46 intervalos sobre el eje X y 142 intervalos sobre el eje Y, ambos a 50 m de separación, mientras que tiene 31 intervalos sobre el eje Z con un metro de separación, teniendo un total de 202,492 puntos. En las Figura 3.16 a la Figura 3.25 se muestran los cortes virtuales en planta, graficados con una diferencia de 5 m. En las Figura 3.26 y Figura 3.27 se muestran el conjunto de todos los cortes.

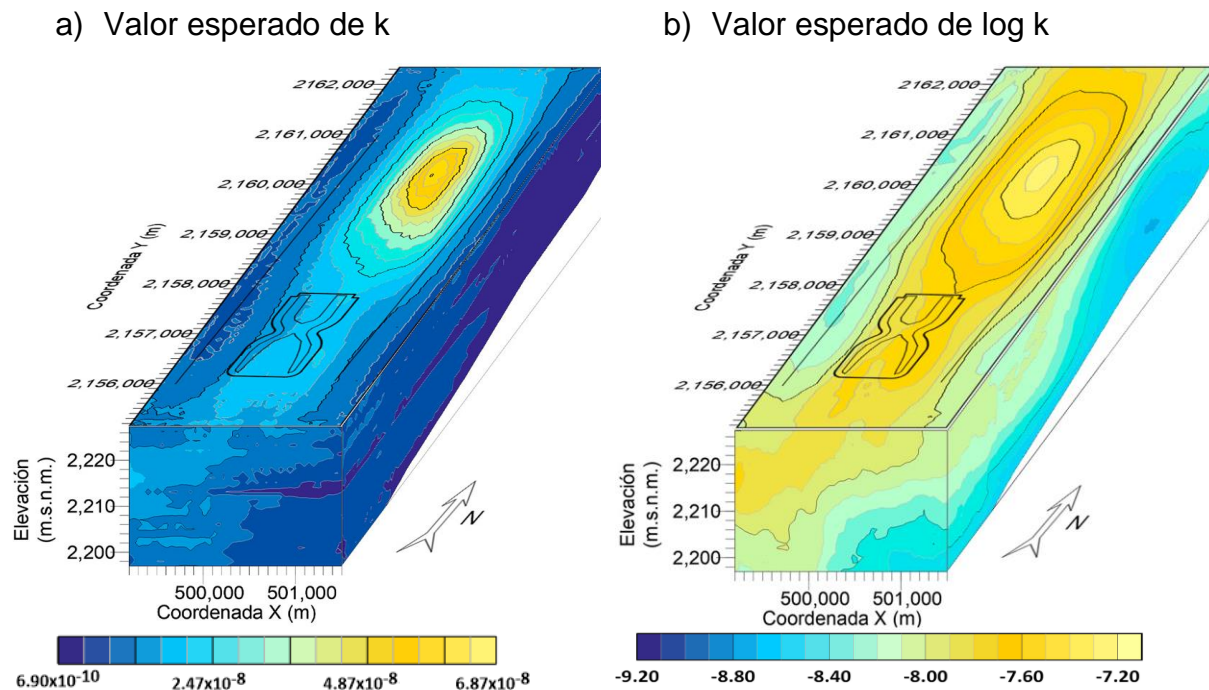


Figura 3.15. Modelos tridimensionales (3D) de la permeabilidad en la FAS a) valor esperado de k, b) valor esperado de log k.

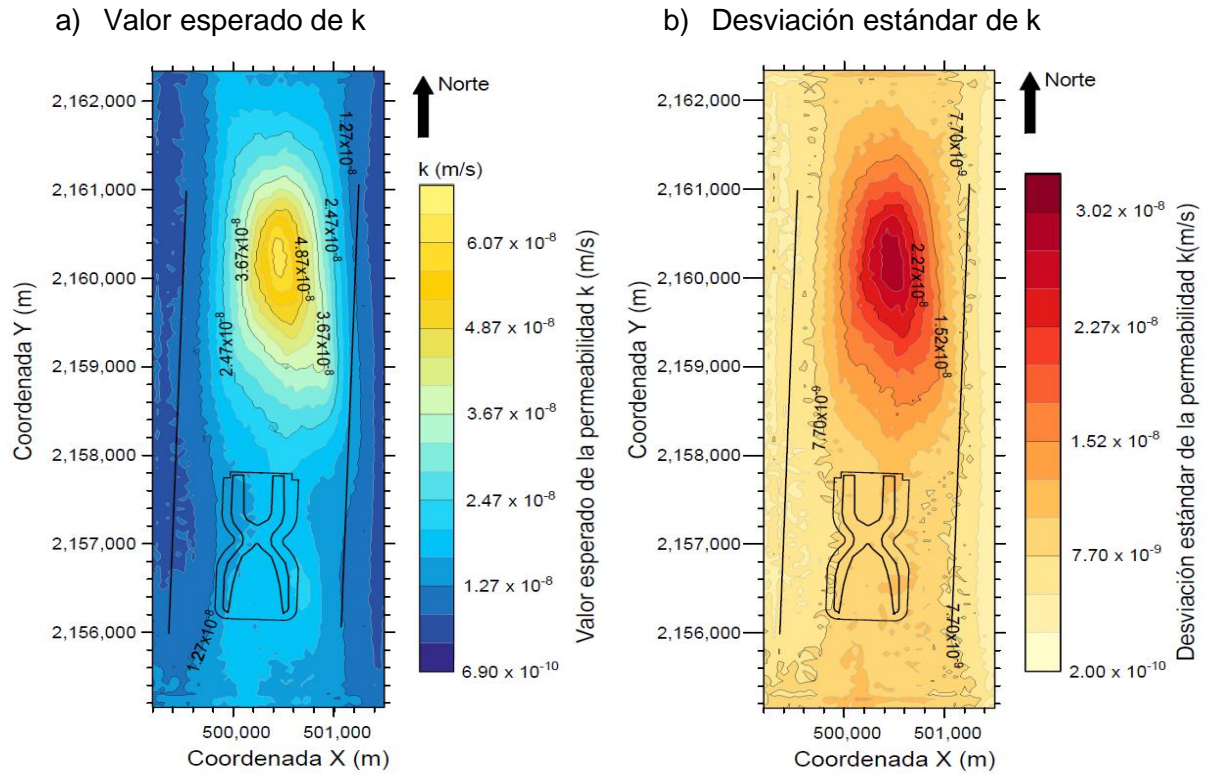


Figura 3.16. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2226 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

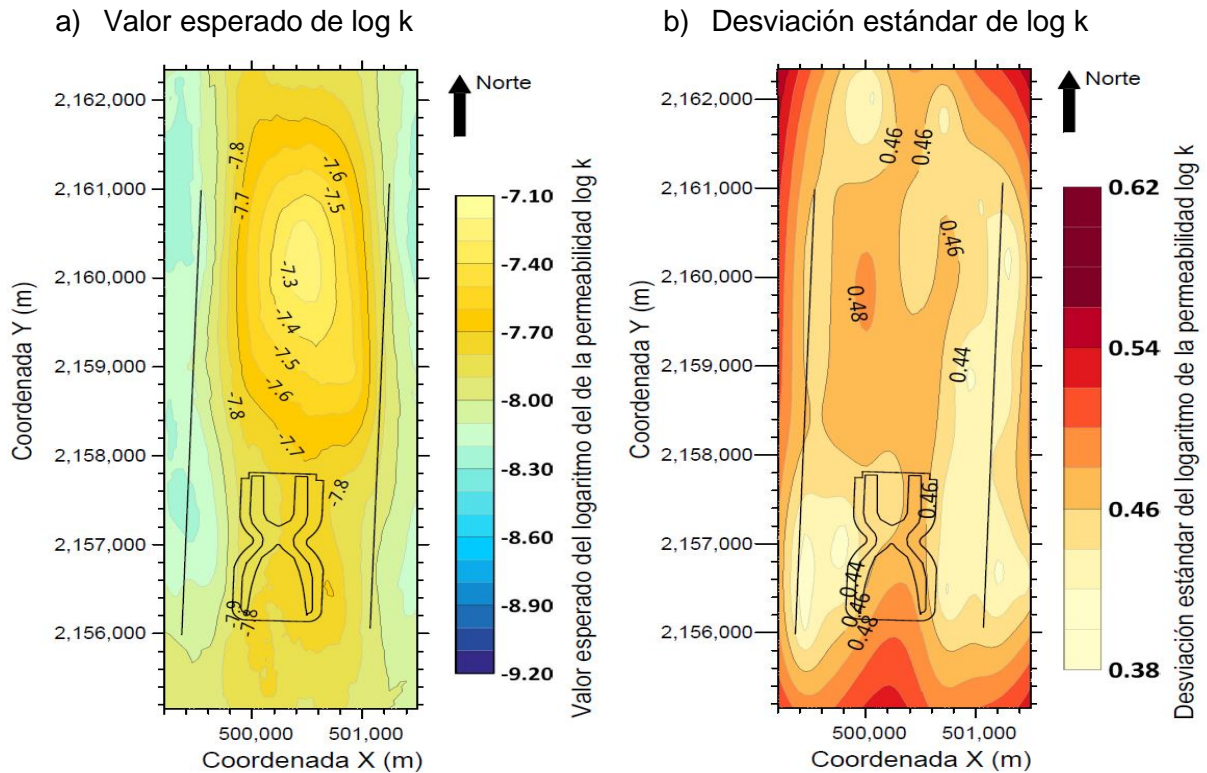


Figura 3.17. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2226 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

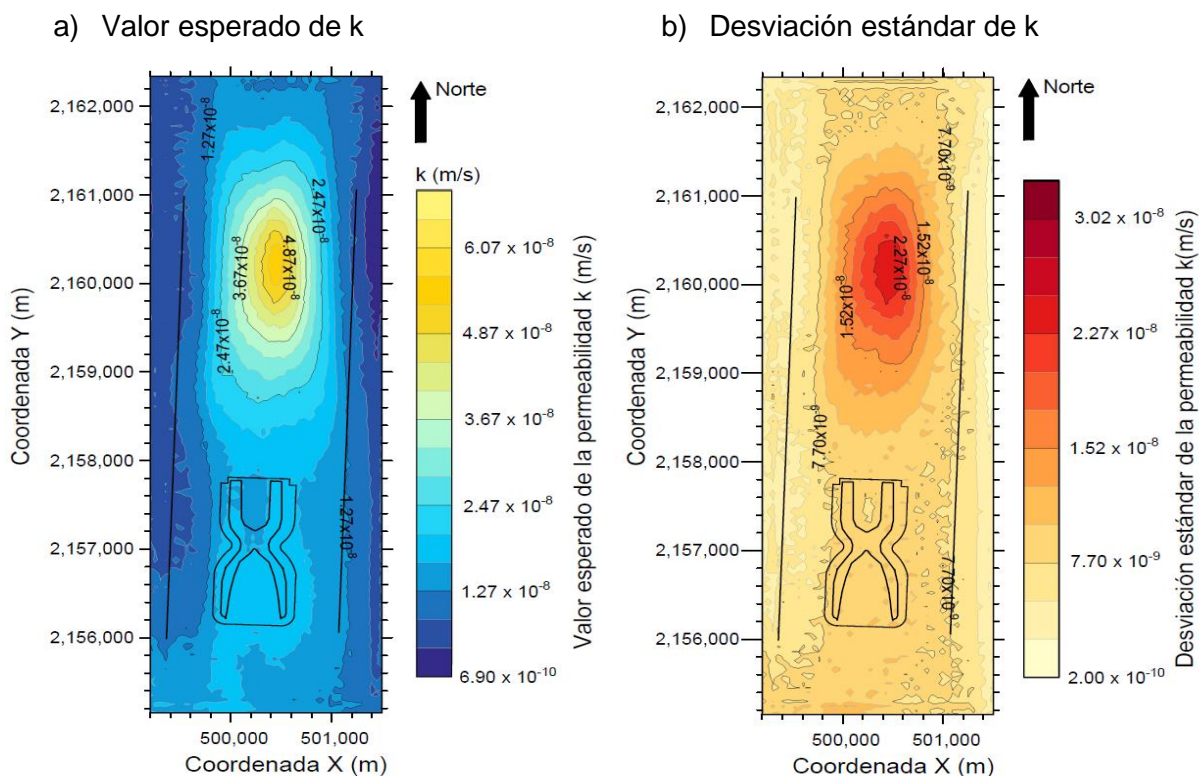


Figura 3.18. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS ($Z=2222$ msnm) a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

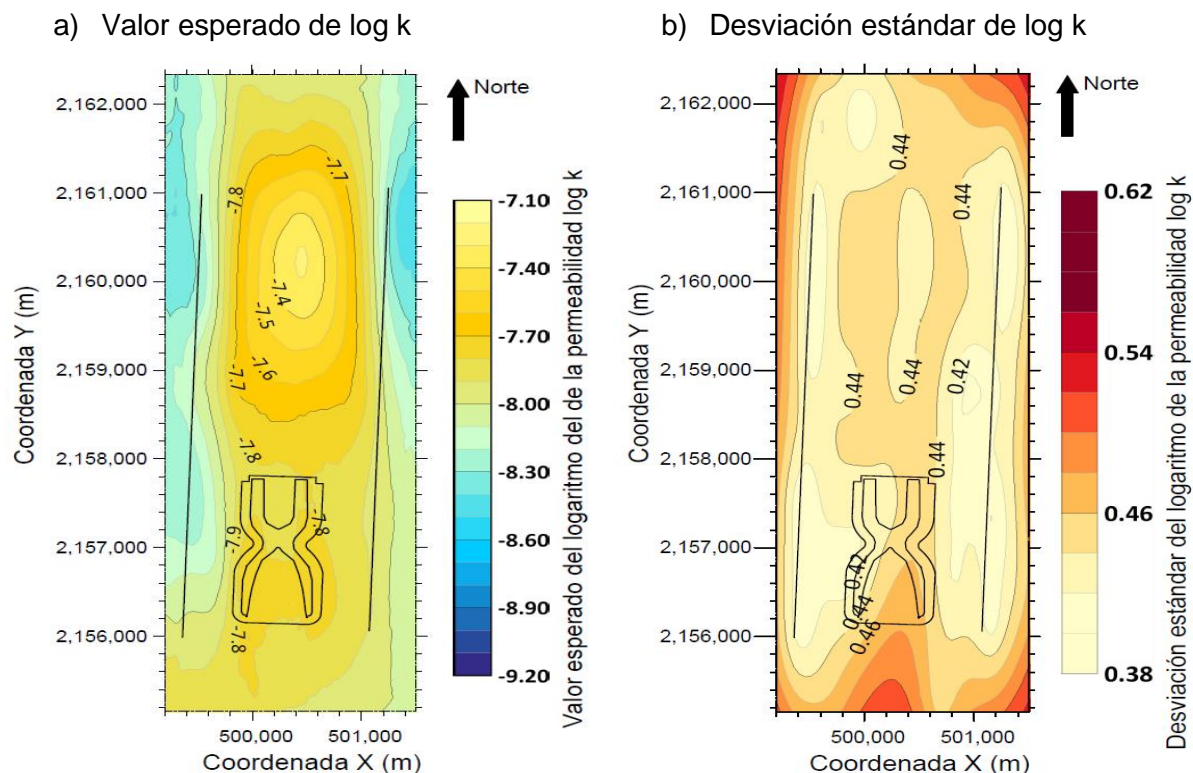


Figura 3.19. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS ($Z=2222$ msnm) a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

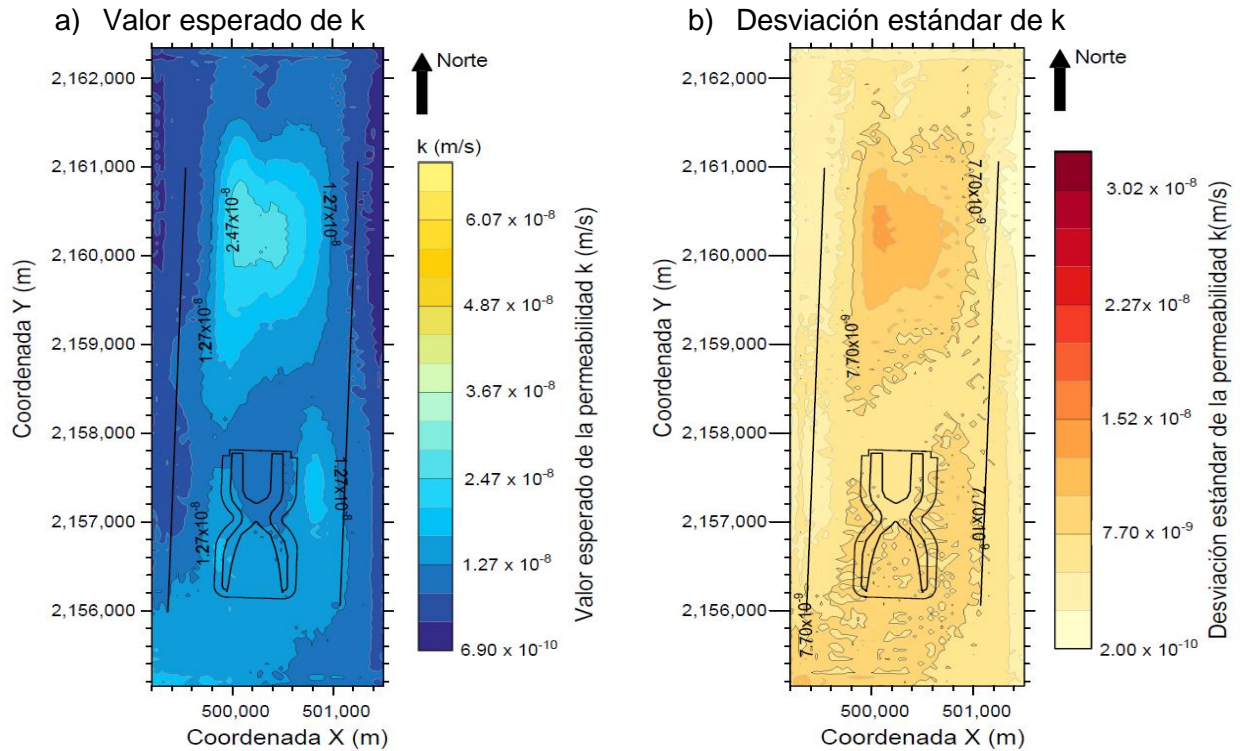


Figura 3.20. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2217 msnm)
 a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

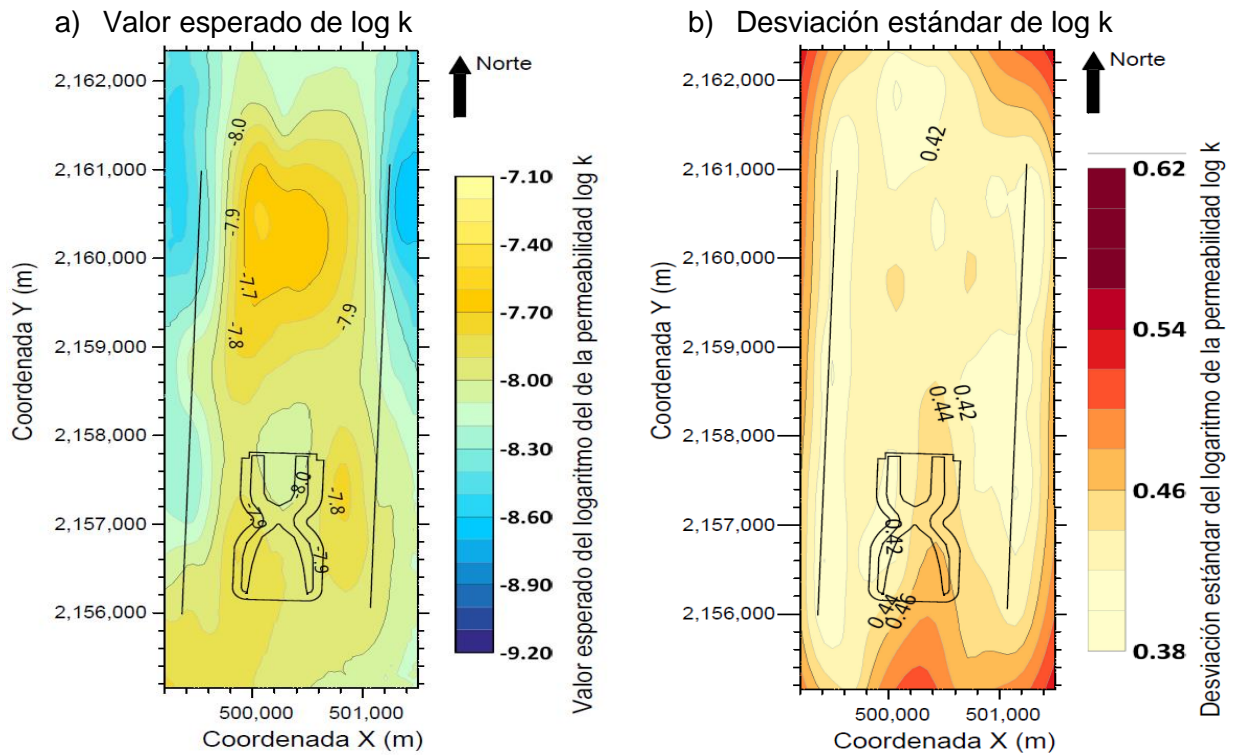


Figura 3.21. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2217 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

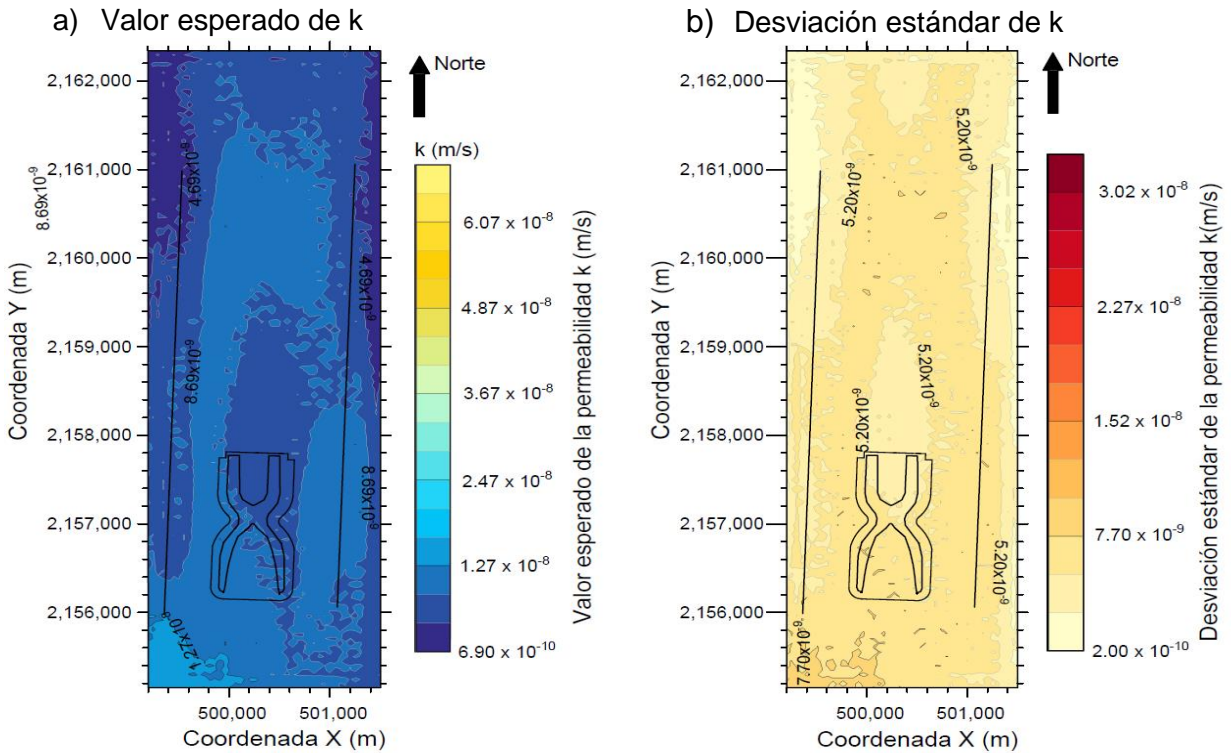


Figura 3.22. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS ($Z=2212$ msnm) a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

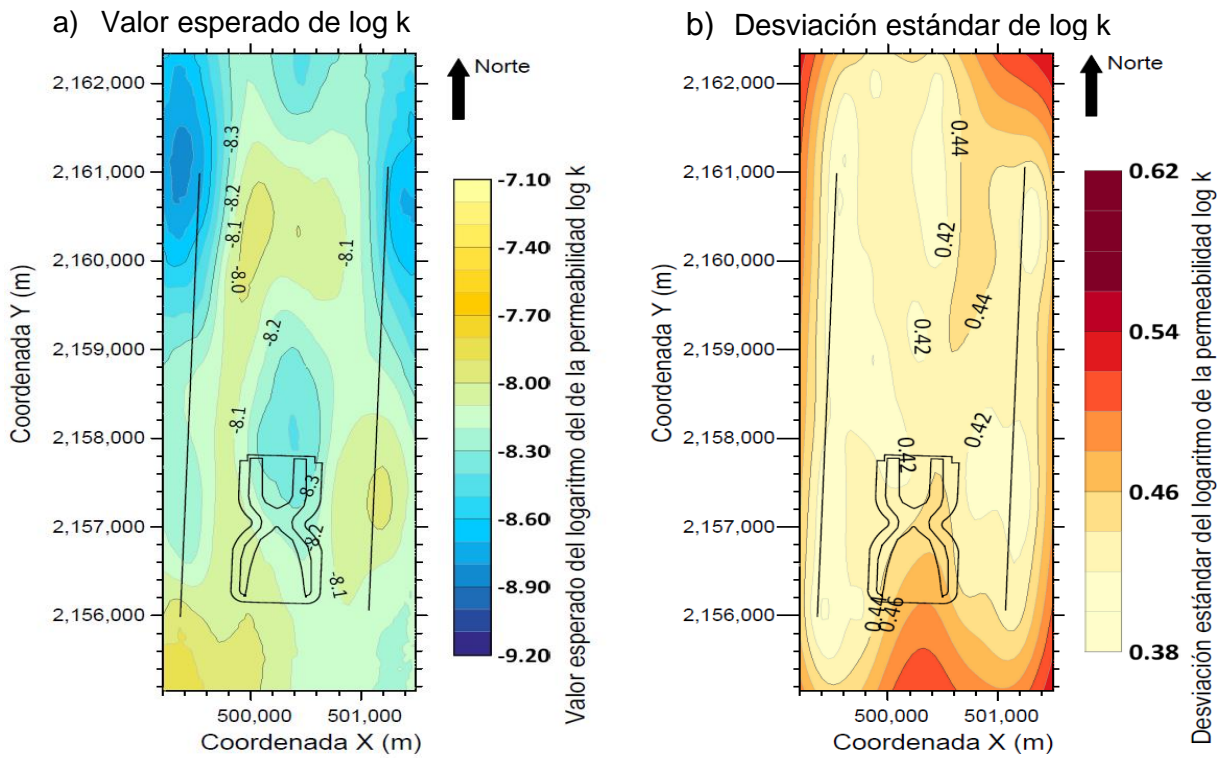


Figura 3.23. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS ($Z=2212$ msnm) a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

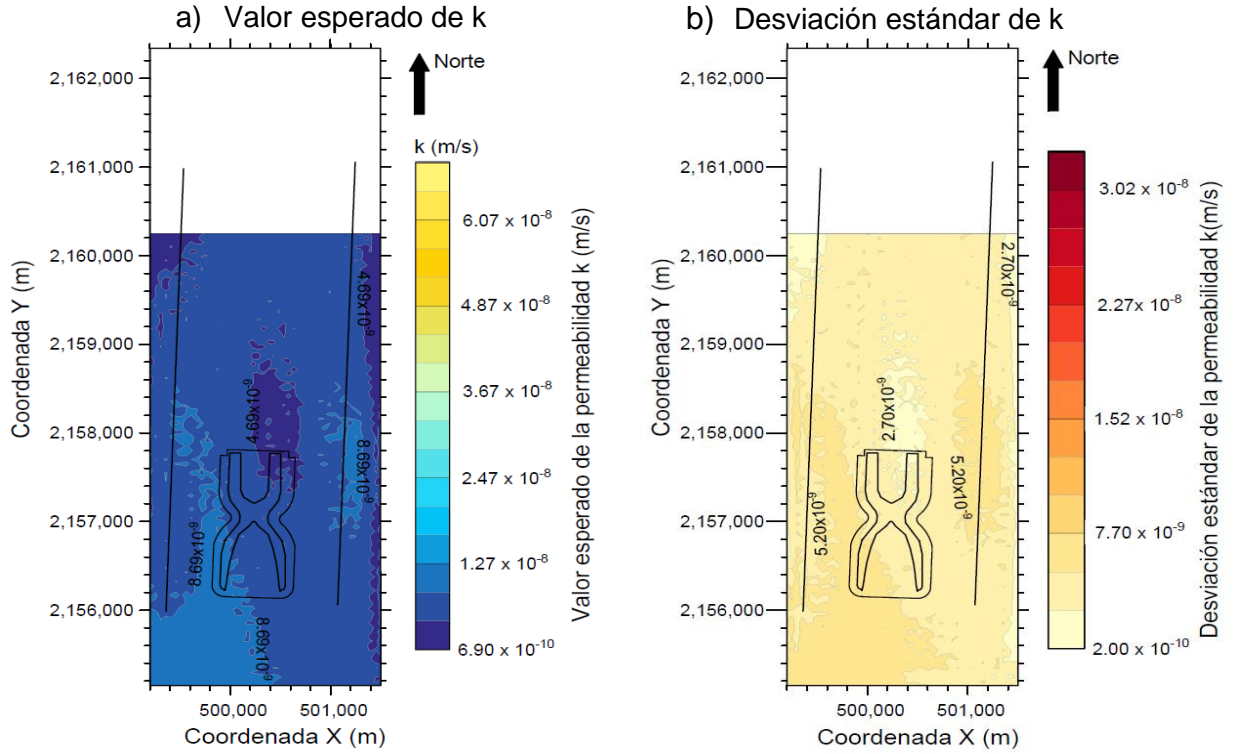


Figura 3.24. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAS (Z=2207 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

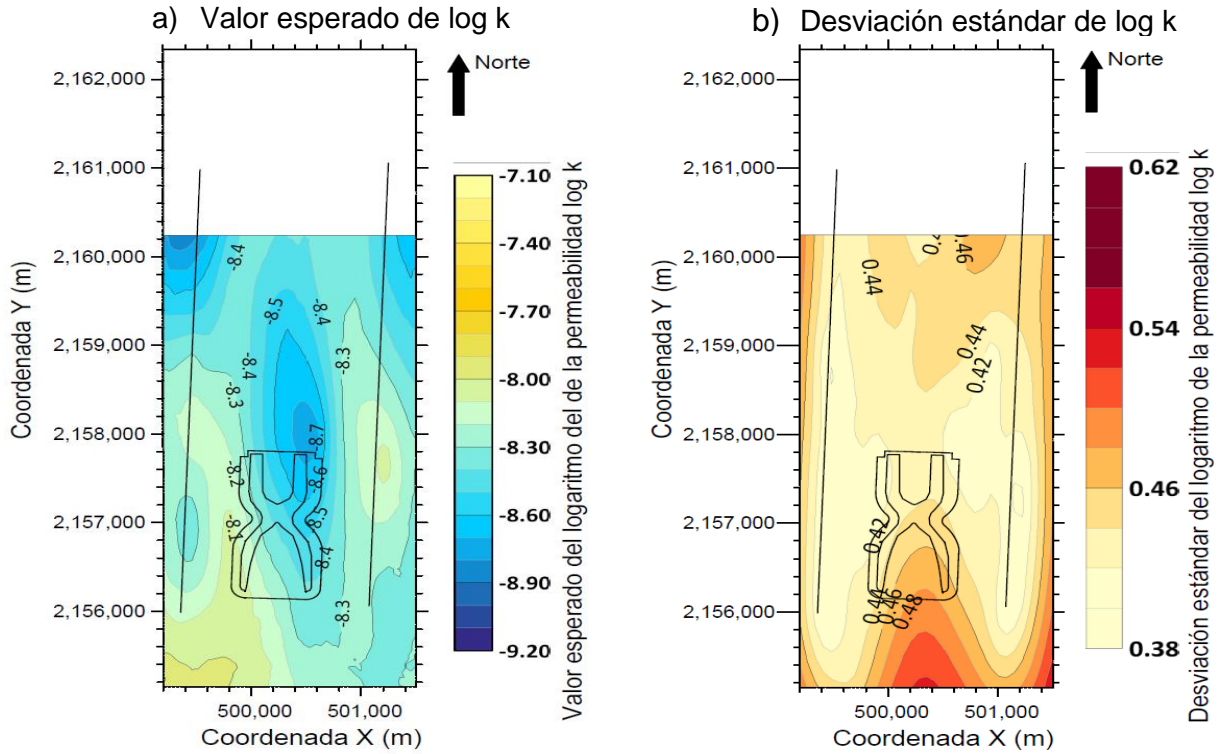


Figura 3.25. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Z=2207 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

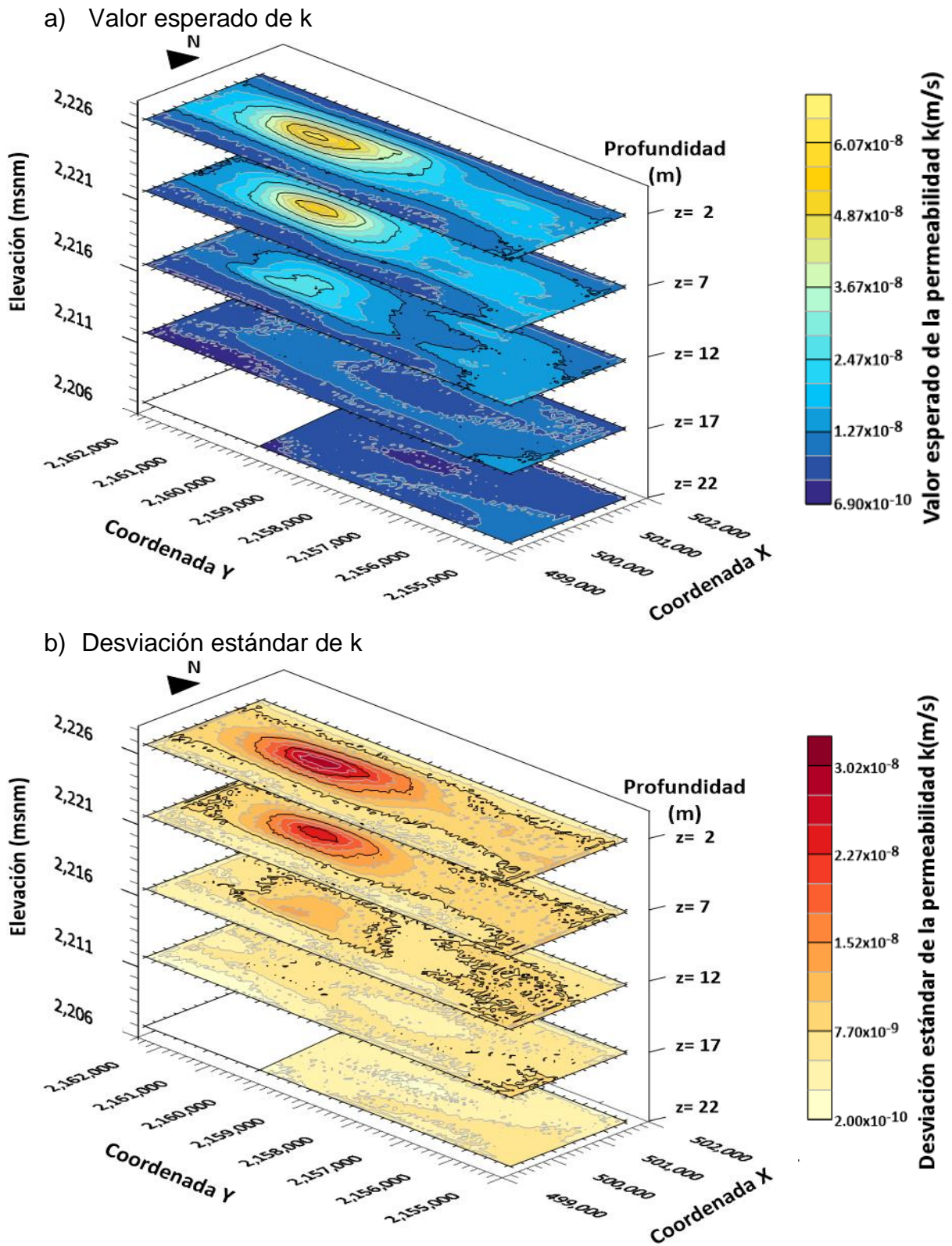


Figura 3.26. Resumen de la permeabilidad en la FAS a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

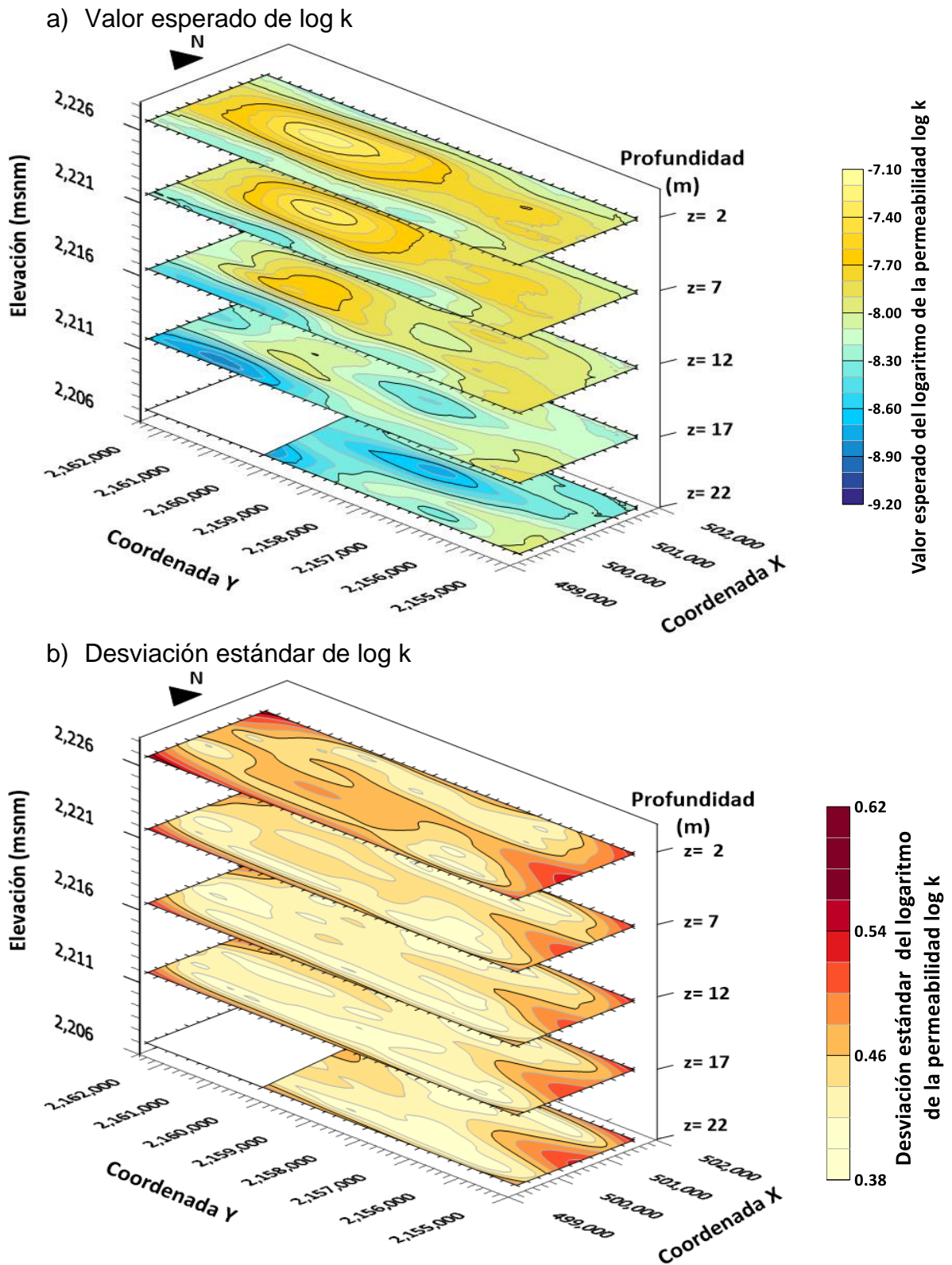


Figura 3.27. Resumen del logaritmo de la permeabilidad en la FAS a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

Para una visualización completa y una fácil interpretación de la permeabilidad del subsuelo se elaboran perfiles longitudinales y transversales, que están divididos en ejes que van de norte a sur (1-6) y de poniente a oriente (A-D), como se ilustra en la Figura 3.28. Los ejes corresponden principalmente a las fronteras del dominio establecido y a una distribución uniforme dentro del mismo para poder apreciar el comportamiento regional en la zona. Los ejes se representan en forma de cortes virtuales de la Figura 3.29 a la Figura 3.48. En la Figura 3.49 se muestran los modelos tridimensionales elaborados con los perfiles anteriores.

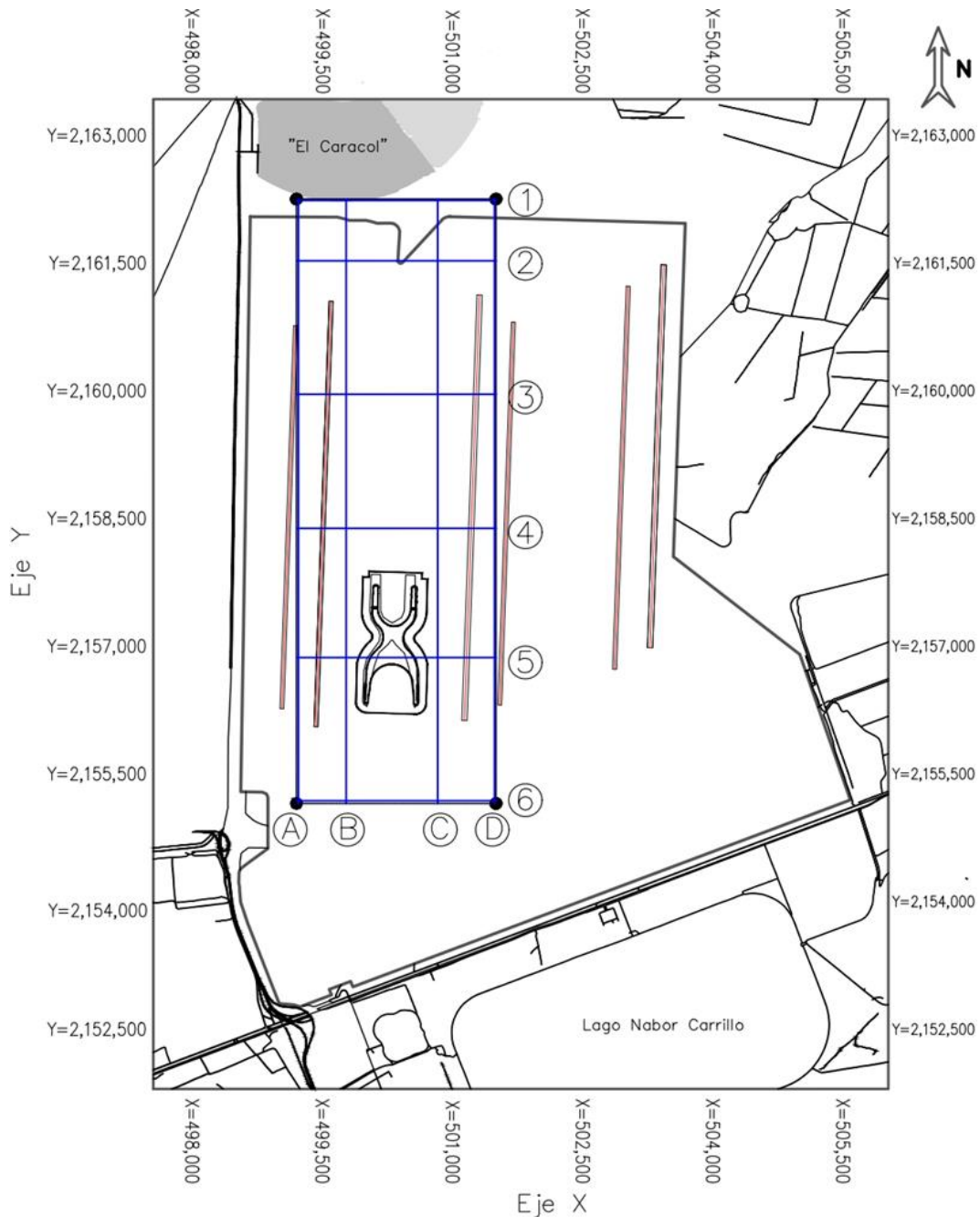
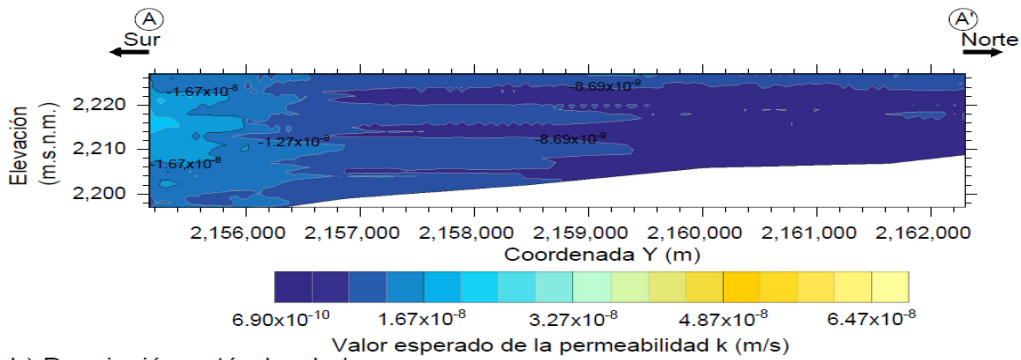


Figura 3.28. Ejes virtuales de la FAS (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

a) Valor esperado de k



b) Desviación estándar de k

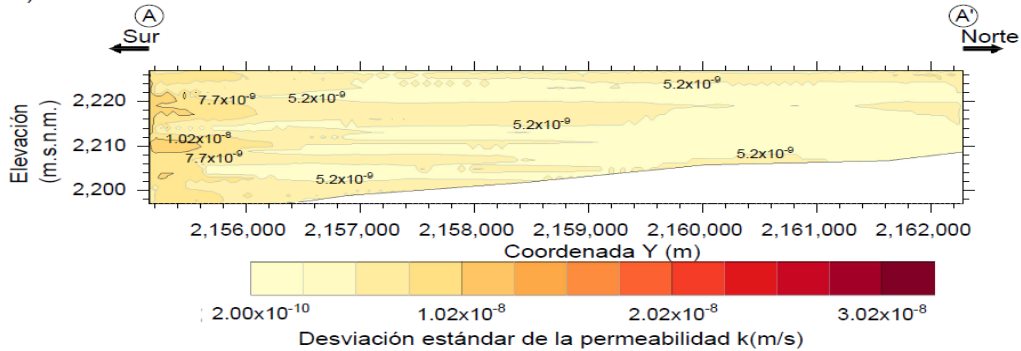
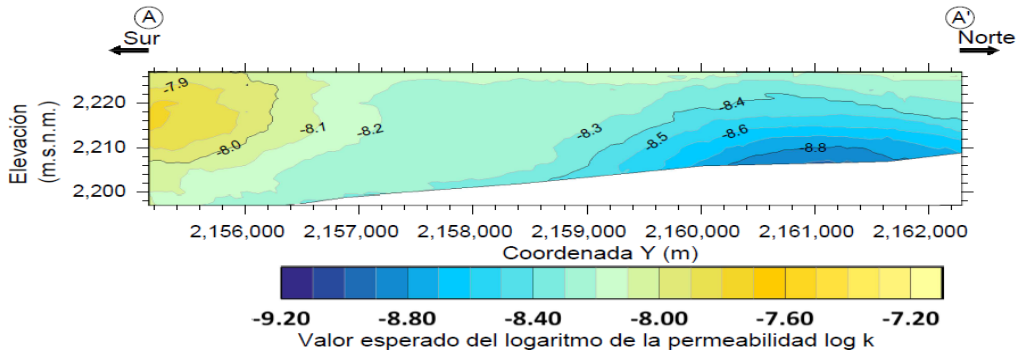


Figura 3.29. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje A-A')
a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

a) Valor esperado de $\log k$



b) Desviación estándar $\log k$

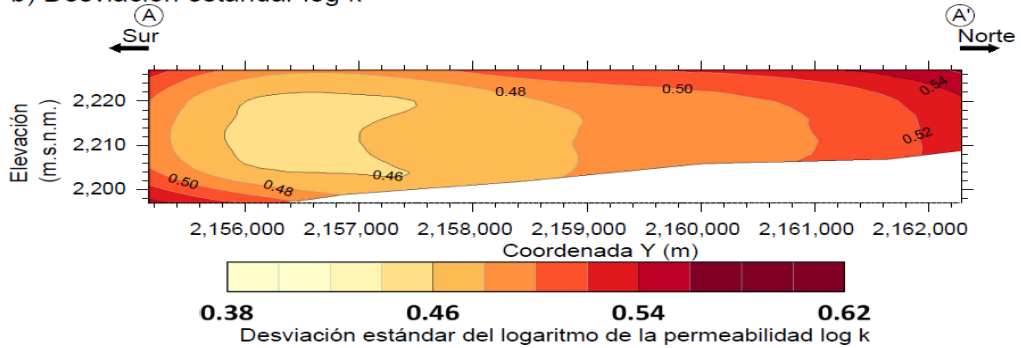
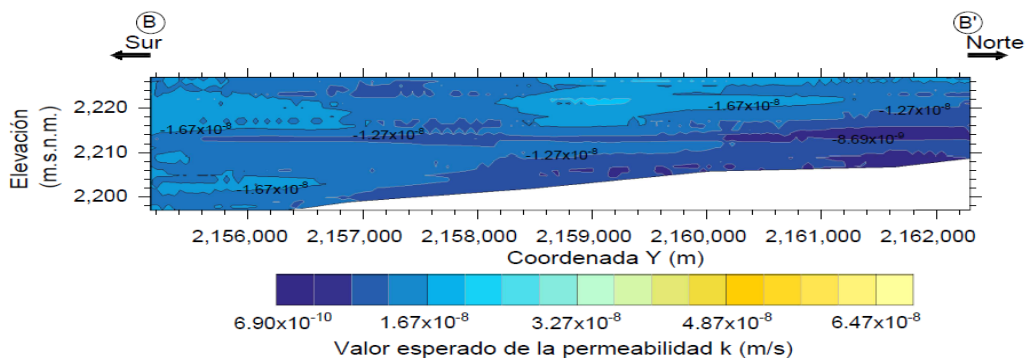


Figura 3.30. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje A-A') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

a) Valor esperado de k



b) Desviación estándar de k

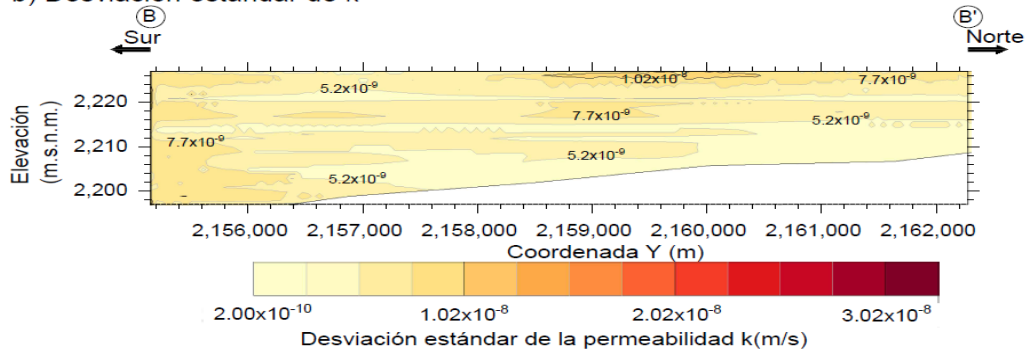
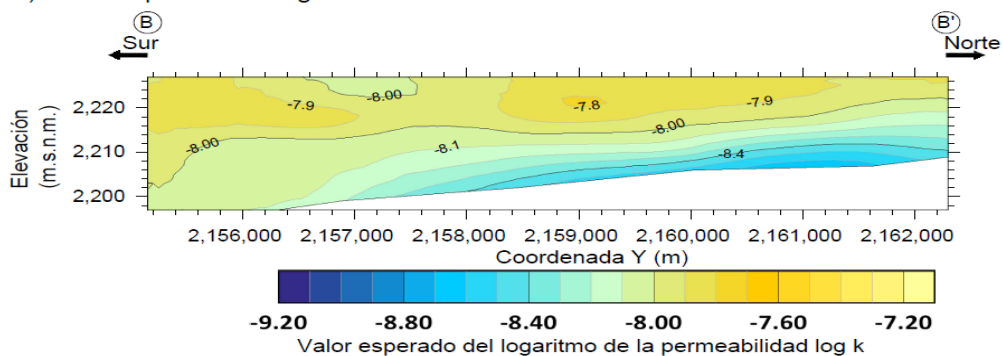


Figura 3.31. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje B-B')

a) Valor esperado de log k



b) Desviación estándar log k

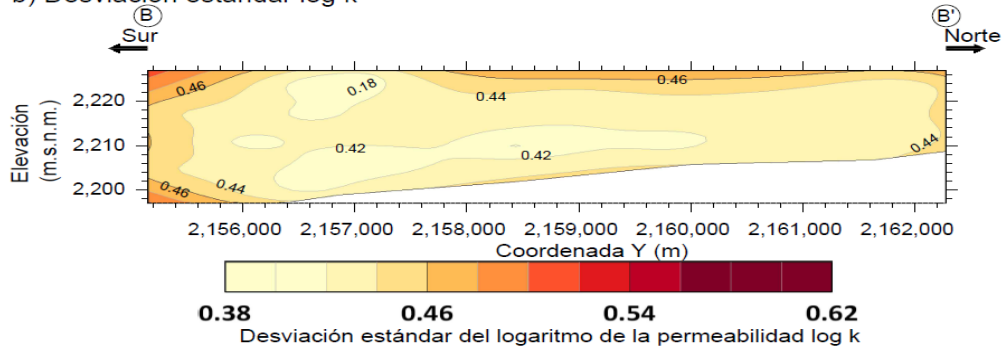
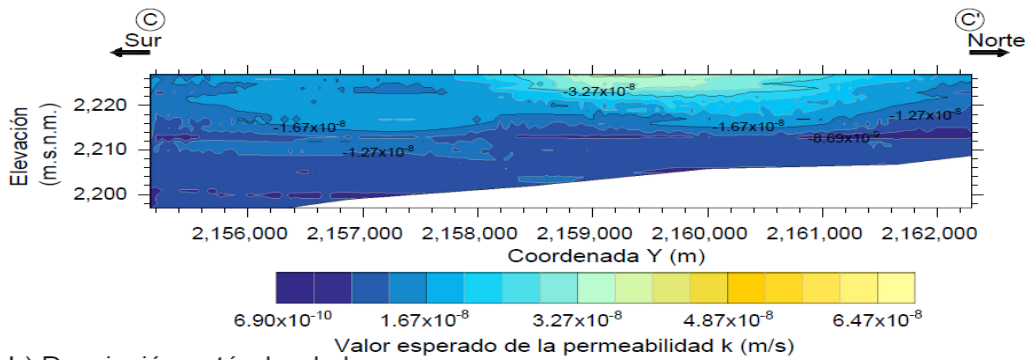


Figura 3.32. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje B-B')

a) Valor esperado de k



b) Desviación estándar de k

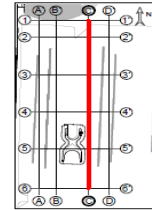
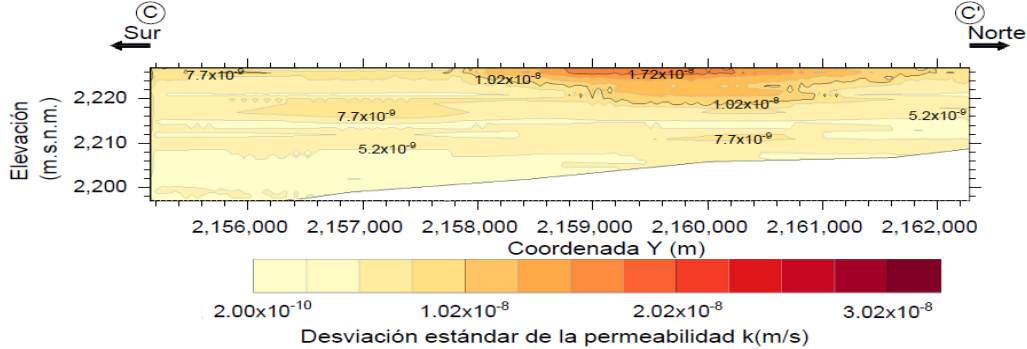
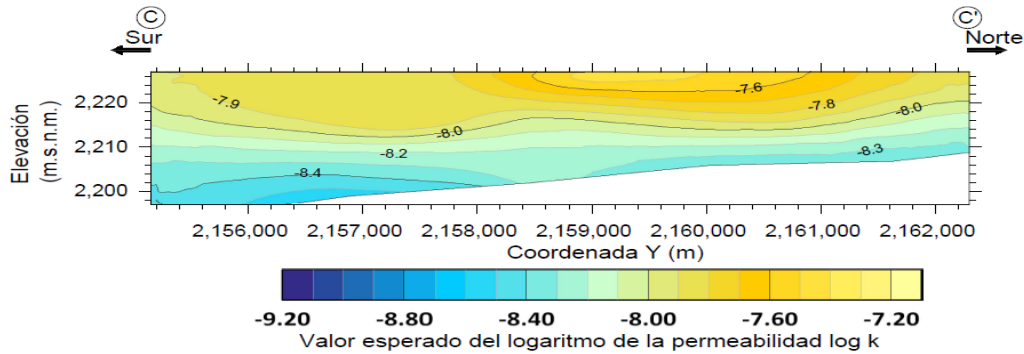


Figura 3.33. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje C-C')
a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

a) Valor esperado de $\log k$



b) Desviación estándar de $\log k$

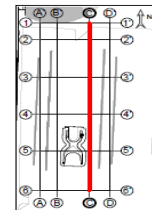
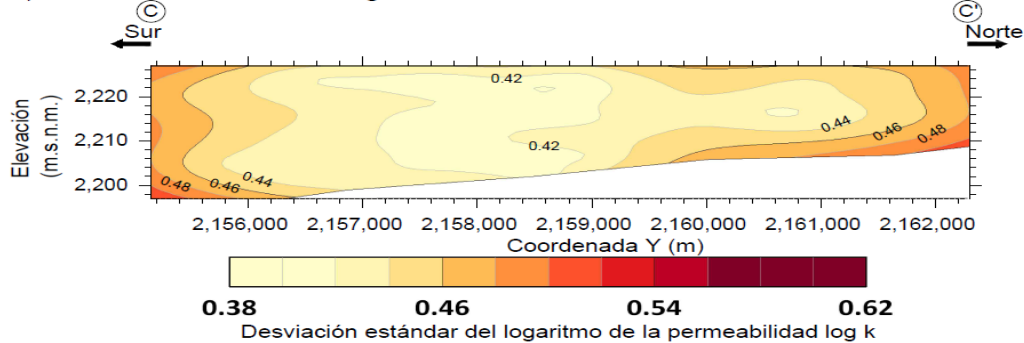
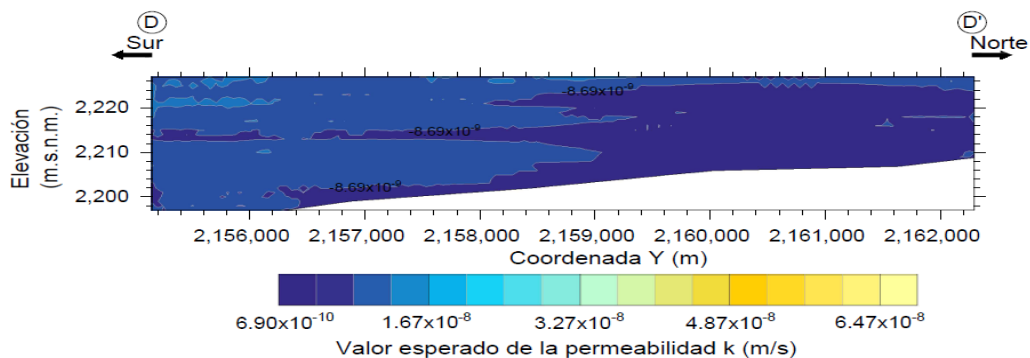


Figura 3.34. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

a) Valor esperado de k



b) Desviación estándar de k

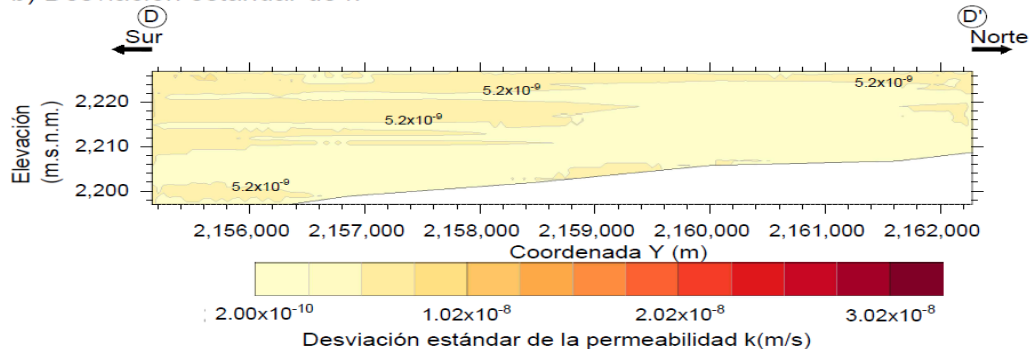
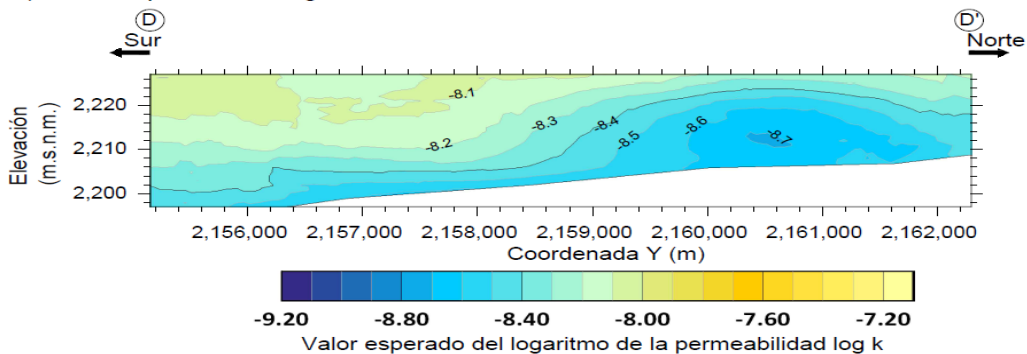


Figura 3.35. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje D-D')
a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

a) Valor esperado de log k



b) Desviación estándar de log k

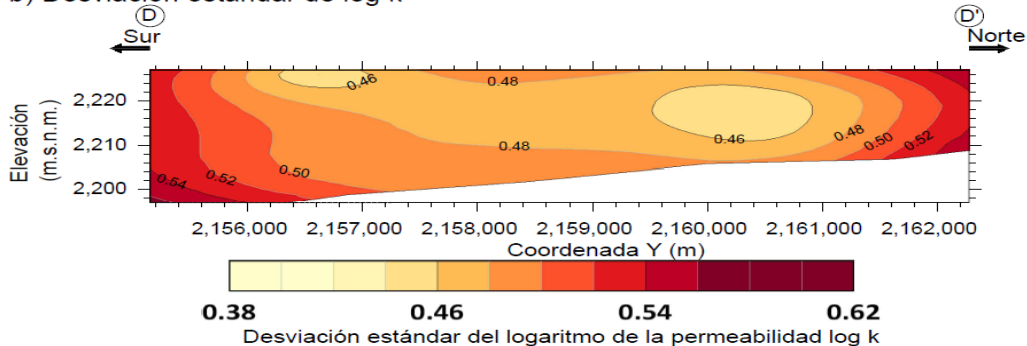


Figura 3.36. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

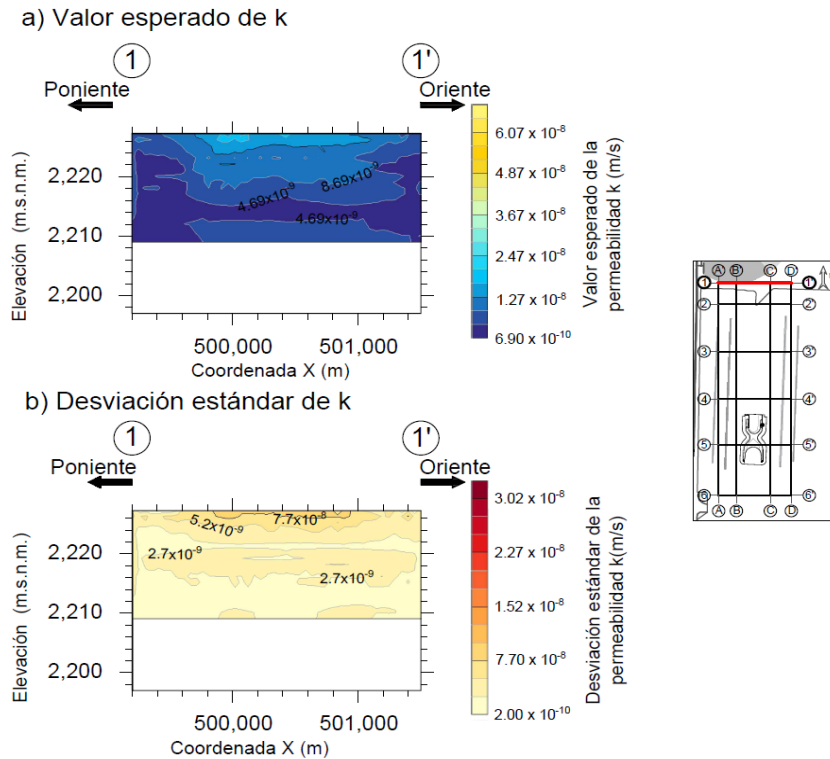


Figura 3.37. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

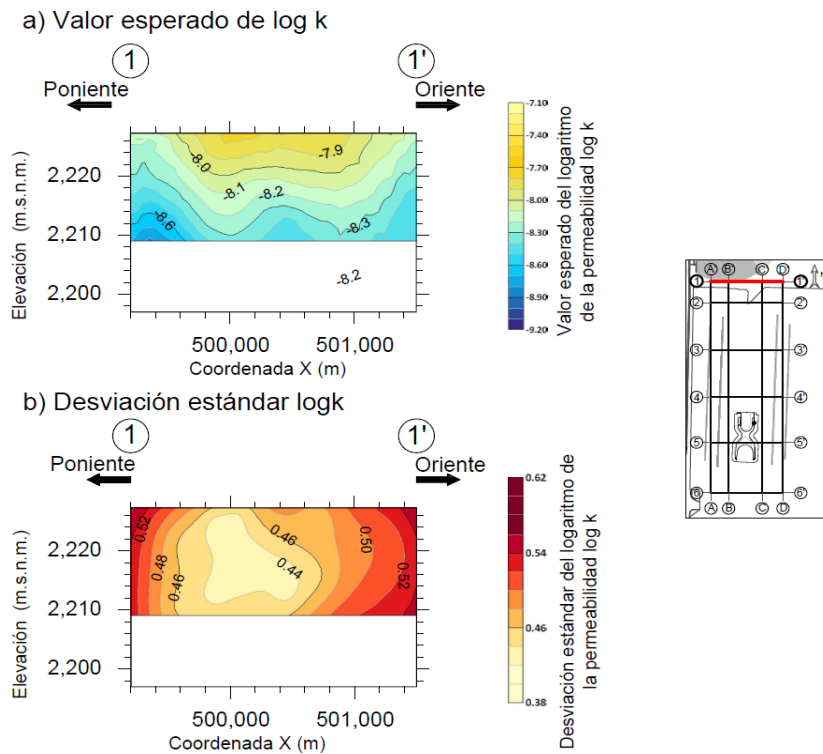


Figura 3.38. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

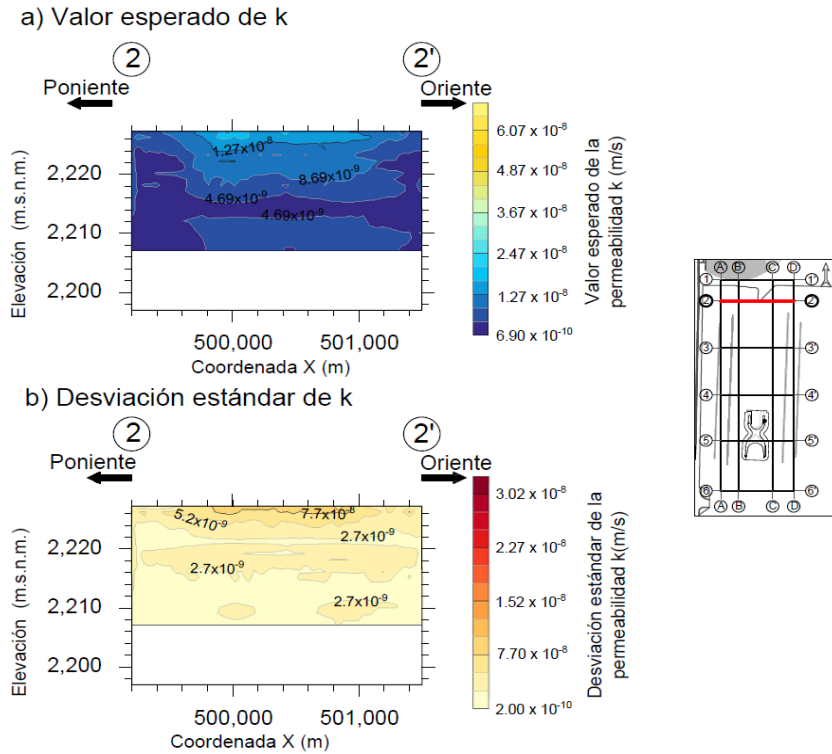


Figura 3.39. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

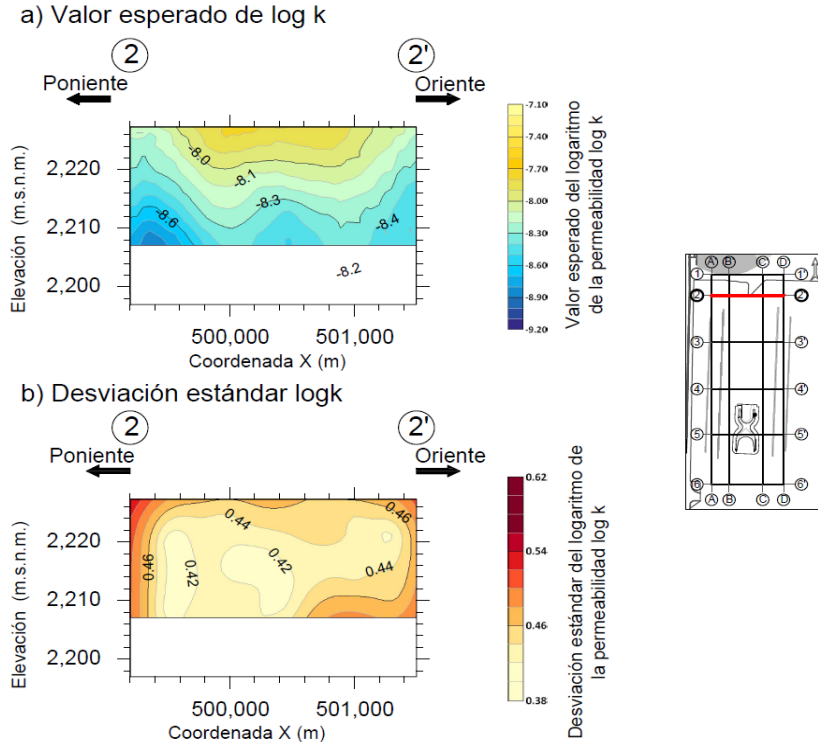


Figura 3.40. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

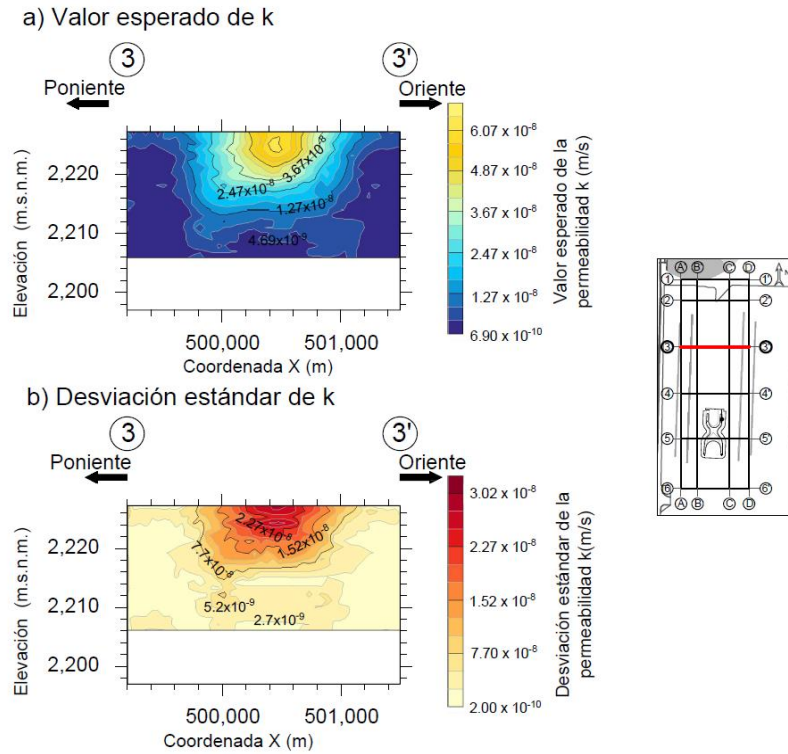


Figura 3.41. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

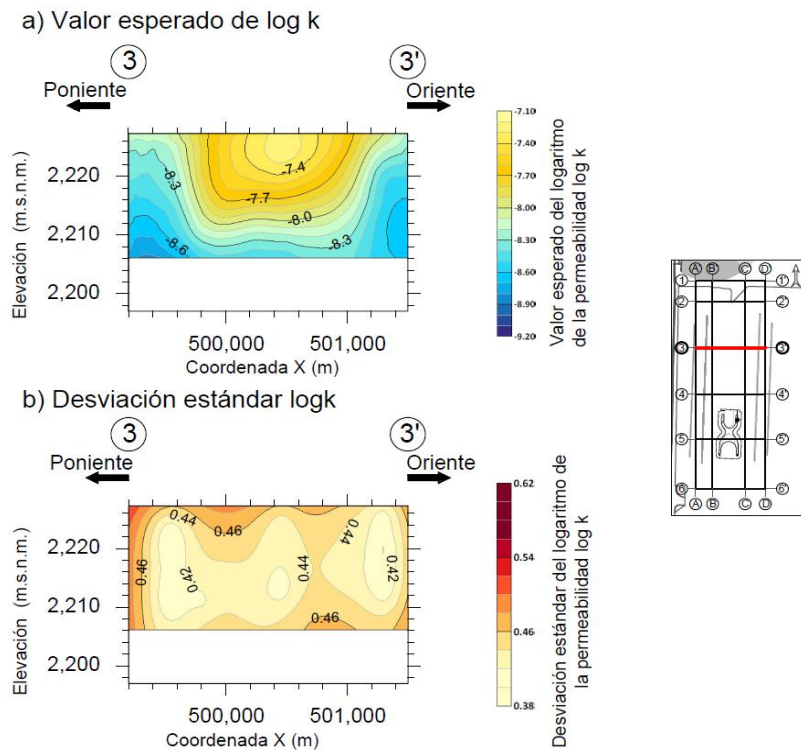


Figura 3.42. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

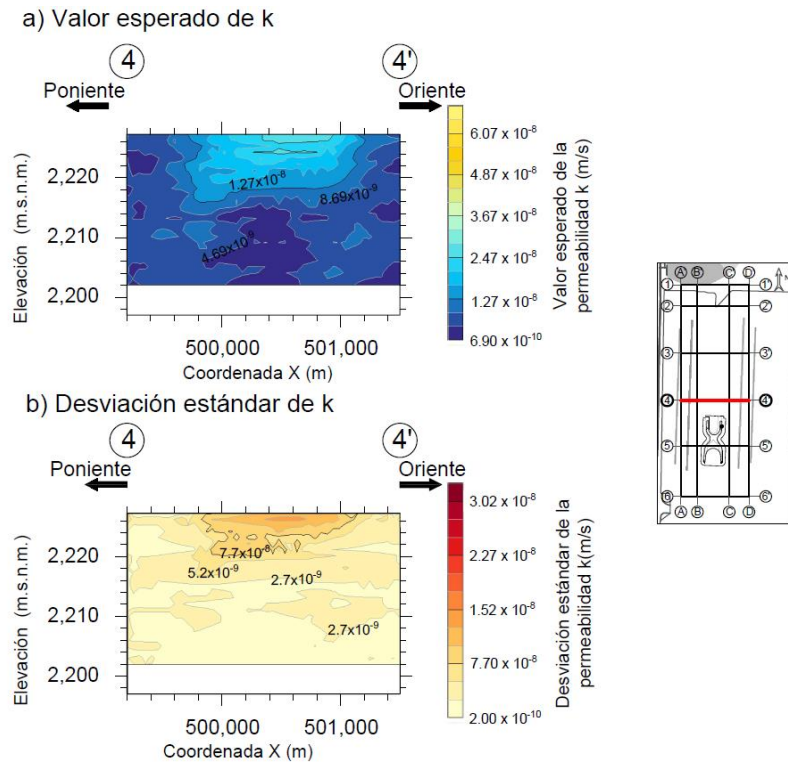


Figura 3.43. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

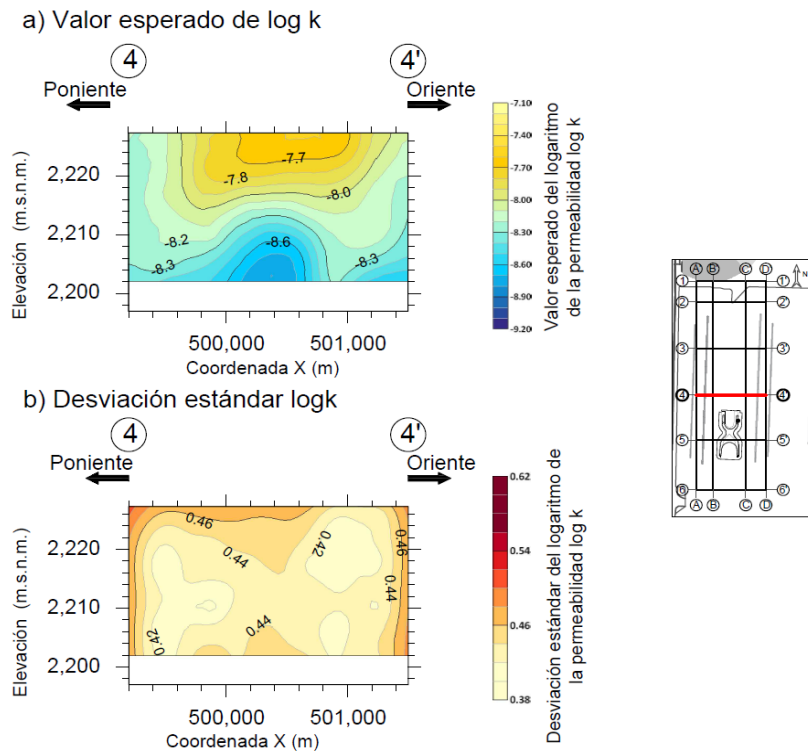


Figura 3.44. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

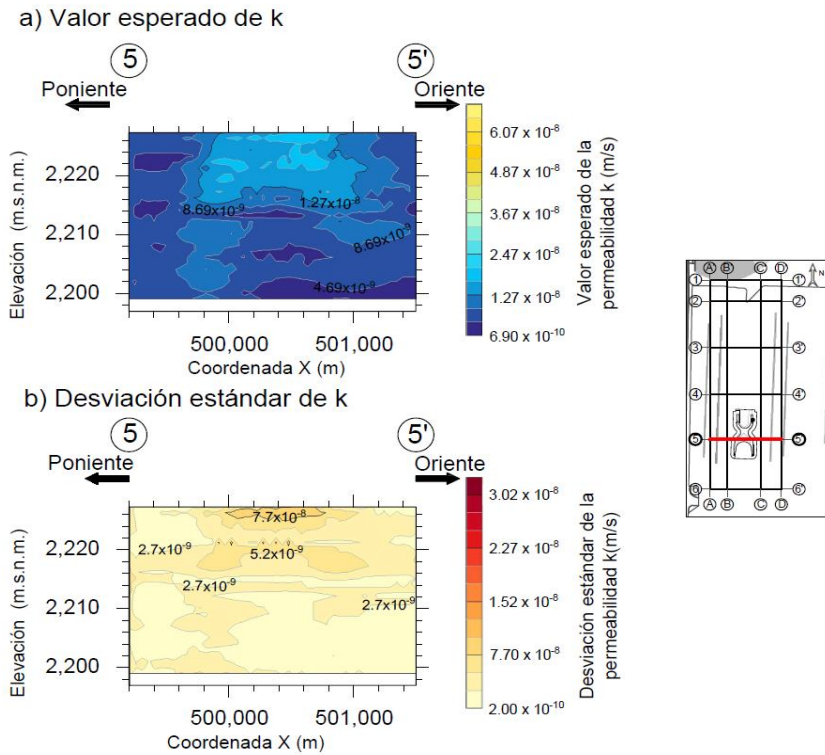


Figura 3.45. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

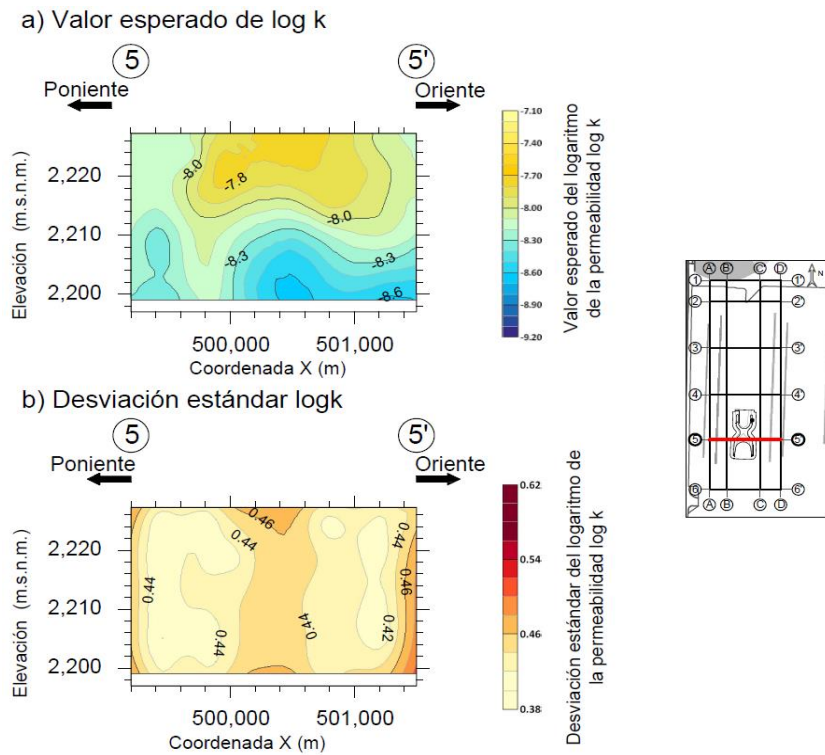


Figura 3.46. Curvas de isovalores del logaritmo de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

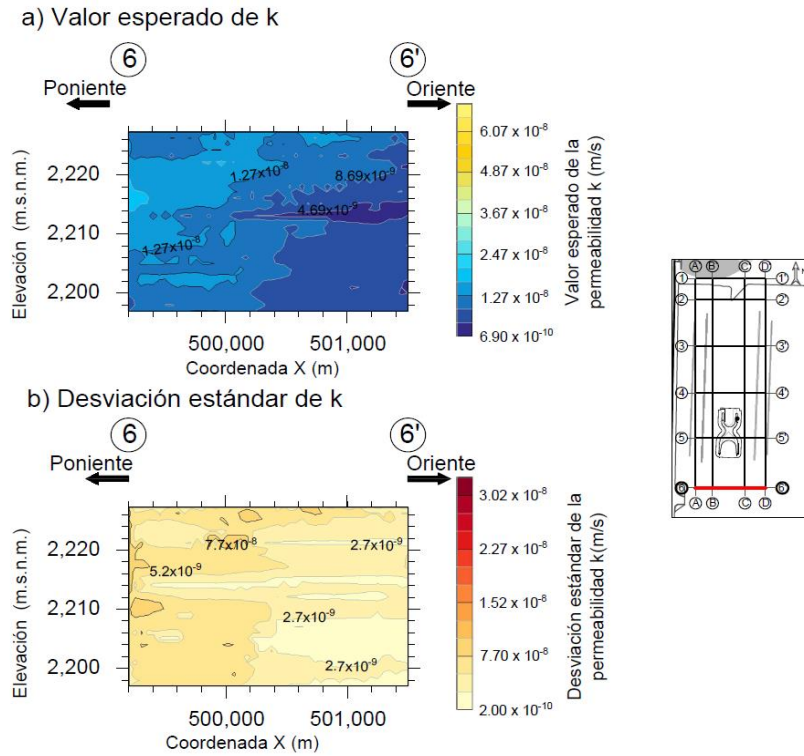


Figura 3.47. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 6-6') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

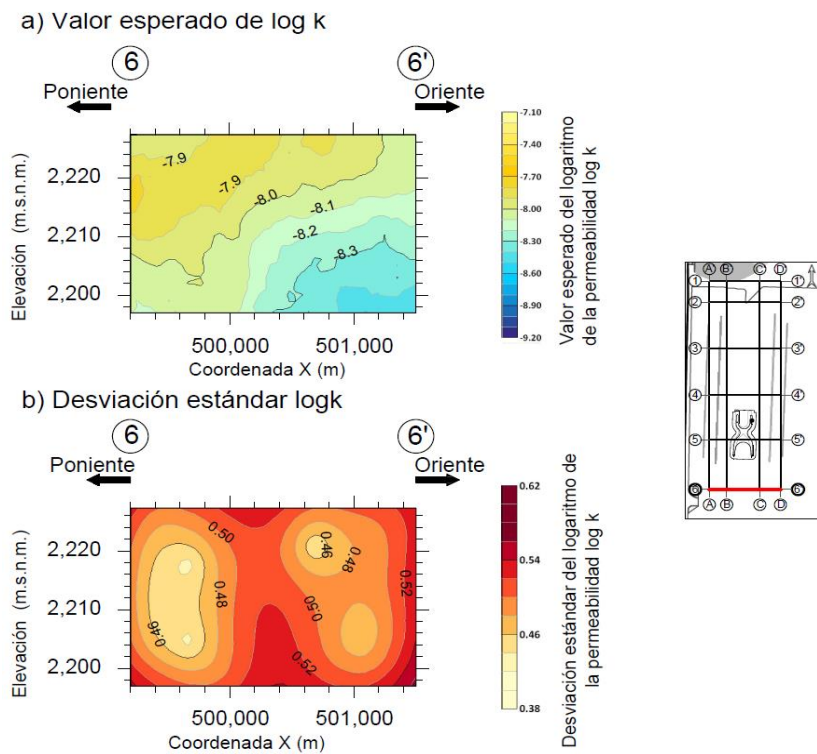
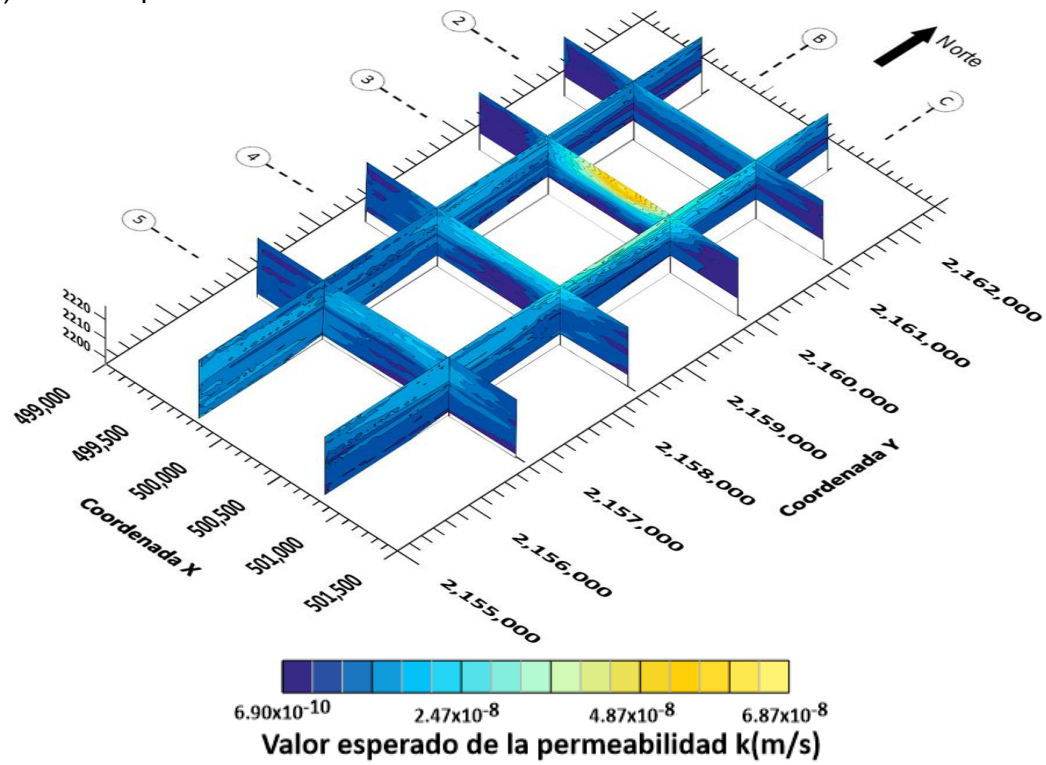


Figura 3.48. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAS (Corte virtual del eje 6-6') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

a) Valor esperado de k



b) Valor esperado de log k

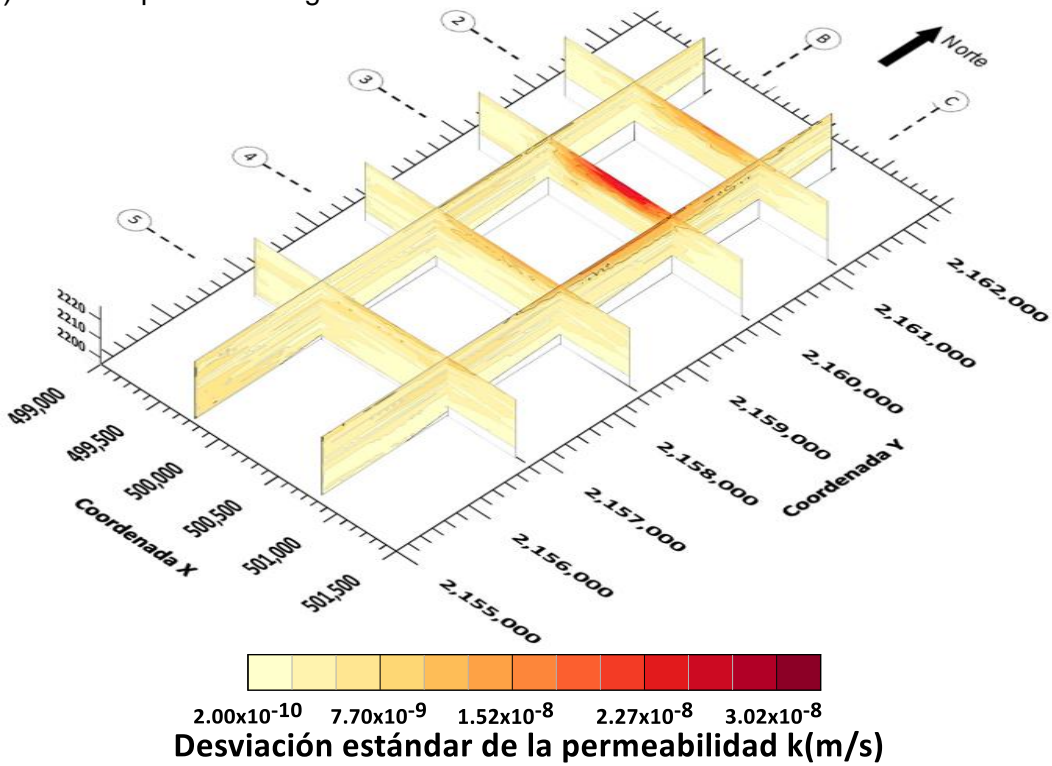
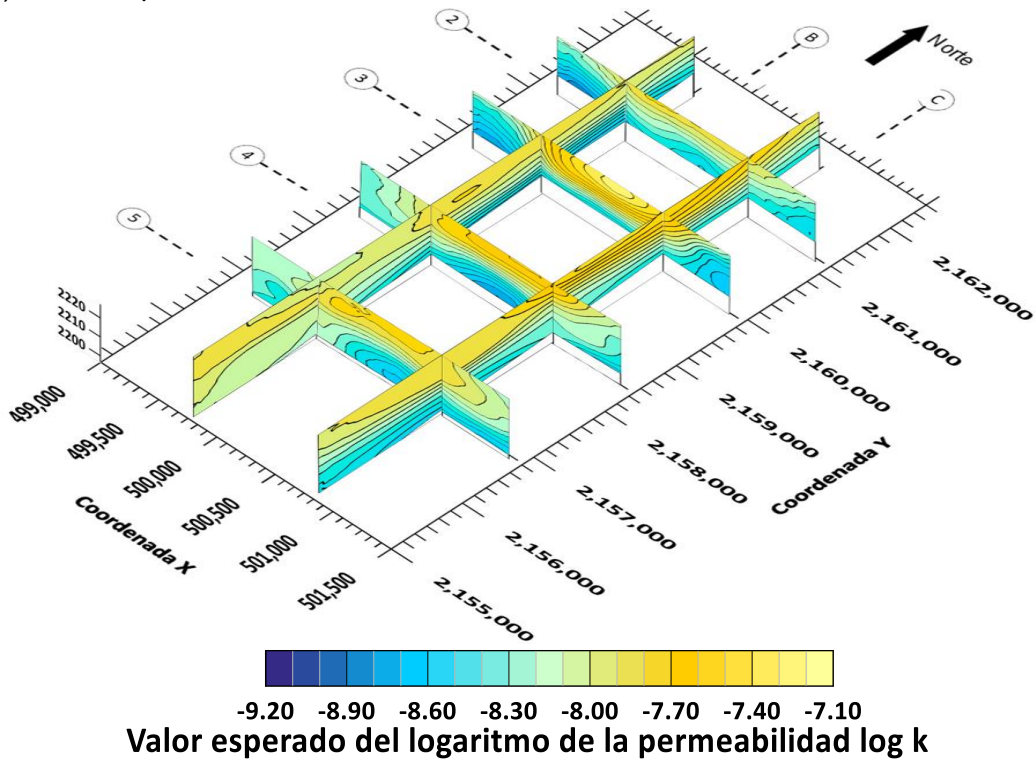


Figura 3.49. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAS a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

a) Valor esperado de k



b) Valor esperado de $\log k$

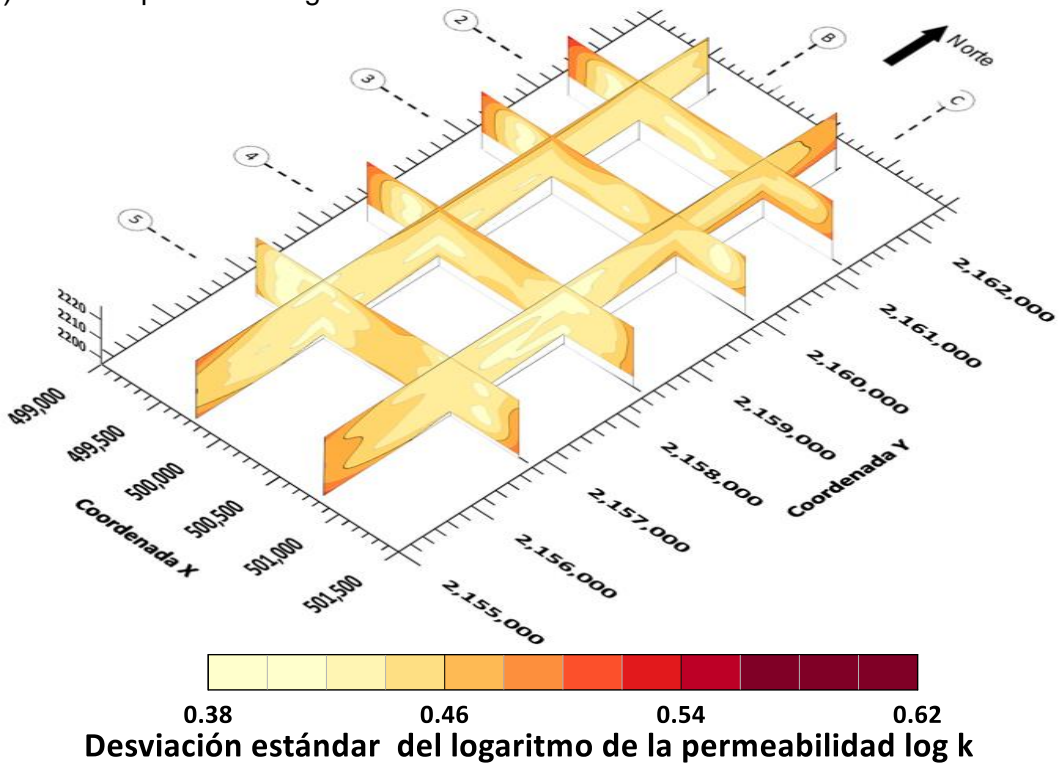


Figura 3.50. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAS a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

Para validar los resultados obtenidos se aplica el método de validación cruzada, donde se grafica una muestra de los resultados de los valores calculados, con los valores reales. En la Figura 3.51 se muestra la gráfica de validación cruzada y la pendiente que presentan los datos. La pendiente es cercana a 1, por lo que se puede asegurar que los resultados obtenidos en la estimación son representativos con respecto a los valores reales.

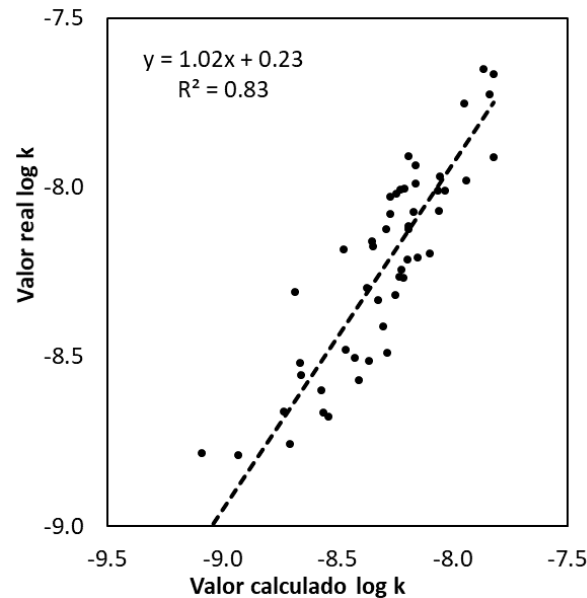


Figura 3.51. Análisis de validación cruzada de los resultados de la estimación de la FAS.

3.6.4 Interpretación de resultados

Al examinar los cortes en planta de la Figura 3.26 y Figura 3.27, y los cortes longitudinales y transversales de la Figura 3.49 y Figura 3.50 se presentan las siguientes observaciones con respecto al valor esperado de la permeabilidad k : Los valores esperados de k presentan una concentración de mayor magnitud al norte con intervalo entre 3.67×10^{-8} (m/s) y 6.07×10^{-8} (m/s).

Los valores esperados de k decrecen conforme a la profundidad, lo cual se refleja en la disminución de la relación de vacíos con respecto a la profundidad. En la zona sur de la zona de estudio se encuentra la construcción de la estructura terminal y la zona de pistas, que provocan un aumento en el esfuerzo efectivo del suelo, causa de la disminución en la magnitud de la permeabilidad en los primeros metros de profundidad del estrato. En una cota cercana a los 2210 msnm se observa que los valores esperados de k se homogenizan entre 4.69×10^{-9} (m/s) y 8.69×10^{-9} (m/s), aunque se aprecian algunas zonas con valores menores en diferentes zonas del estrato siguiendo una tendencia decreciente de norte a sur.

Además, dentro de la FAS se conoce la presencia de lentes intercalados de ceniza volcánica en el estrato. Desafortunadamente no es posible apreciar con claridad su presencia porque no se tienen suficientes muestras que pertenezcan a los lentes.

Por otra parte, con respecto al valor esperado del logaritmo de la permeabilidad $\log k$ se tienen las siguientes observaciones: se aprecia una tendencia decreciente de los valores esperados de $\log k$ que va de norte a sur, acorde con la forma y las direcciones de estimación representadas en la elipse de anisotropía de la Figura 3.14. Los modelos presentan una cantidad considerable de estructuras, representadas por las líneas de isovalores, su forma puede considerarse suave y concisa producto del modelo esférico obtenido en el análisis estructural de variogramas.

Las secciones correspondientes a la desviación estándar de estimación, mostradas de la Figura 3.16 a la Figura 3.25, representan la incertidumbre asociada a las estimaciones del logaritmo de la permeabilidad. Los modelos permiten identificar el comportamiento por zonas de la desviación estándar de la permeabilidad con las siguientes observaciones: en general la desviación estándar de la permeabilidad permanece constante entre 2.00×10^{-10} y 7.70×10^{-9} (m/s), únicamente presenta valores de mayor magnitud al norte en la parte superficial del estrato de hasta 3.02×10^{-8} (m/s), a causa de una falta de datos y de la variación entre los datos presentes.

Con respecto a la desviación estándar de $\log k$ se aprecia que: en general en las zonas centrales y la mayor parte del estrato se encuentran los valores de menor magnitud con un intervalo de 0.42 a 0.44; mientras que, al sur y en los extremos del dominio se encuentran las magnitudes mayores de hasta 0.56. Los valores de mayor magnitud son provocados por una baja cantidad de datos en las zonas sur y norponiente del estrato. Asimismo, la presencia del *nugget effect* (efecto pepita) en el análisis de variogramas influye en el aumento de la incertidumbre en la estimación.

Finalmente, del análisis en la FAS se puede afirmar que el tamaño de la muestra es suficiente para una estimación adecuada en el volumen considerado, debido a que se cuenta con datos suficientes para que el método de estimación sea capaz de calcular valores en todo el dominio. Además, los valores esperados con mínima varianza son convenientes pues tienen el respaldo de un análisis de validación cruzada.

3.7 Análisis geoestadístico para la obtención de la permeabilidad de la FAI

3.7.1 Definición del dominio

El conjunto de valores de la permeabilidad se considera como una muestra de un campo aleatorio $V(X)$, denominado "Dominio FAI"; distribuido dentro de un área de estudio R^3 con una superficie de 12.19 km² y un espesor de 11 m. Para delimitar el campo aleatorio se considera la cercanía, distribución y concentración de los puntos disponibles. Se excluyen aquéllos que podrían sesgar los resultados de la estimación. El análisis geoestadístico de esta zona se realiza considerando el dominio y los sondeos mostrados en la Figura 3.52.

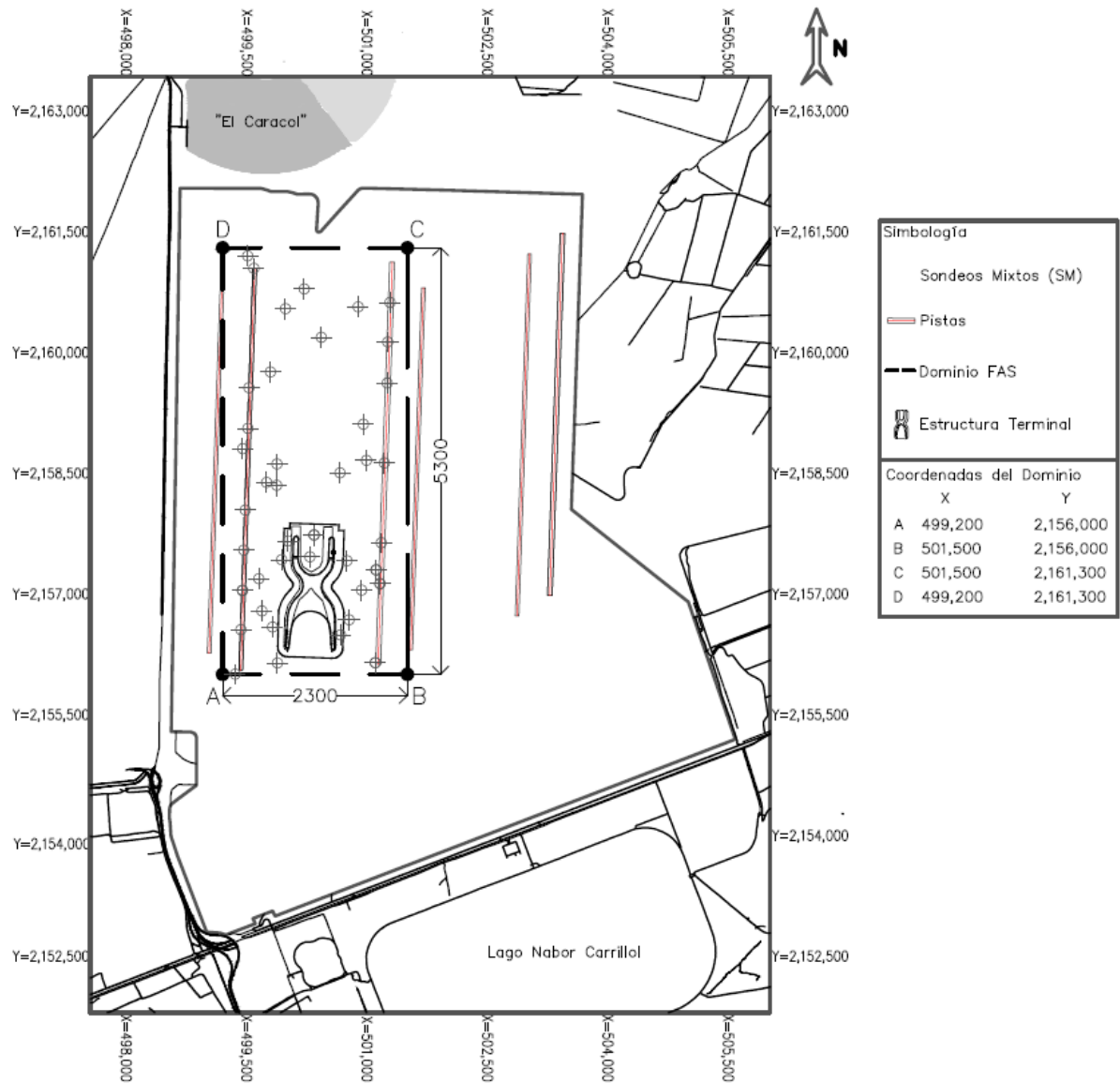


Figura 3.52. Dominio FAI y ubicación de los sondeos (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

3.7.2 Análisis estructural

El objetivo del análisis estructural es determinar la dependencia espacial de los datos disponibles de manera cuantitativa, y desarrollar modelos teóricos que reflejen la variación espacial.

Variogramas y correlogramas teóricos y experimentales

Los variogramas y correlogramas experimentales se construyen mediante el software SGeMS a partir de la información presentada en el apartado 2.5 y el Anexo II. Se forman por 15 *lags* (bandas) con una separación de 300 m con una tolerancia de 150 m en sentido horizontal y 10 *lags* (bandas) con una separación de 3 m con una tolerancia de 1.5 m en sentido vertical. Los datos de entrada usados para la creación de los variogramas teóricos se muestran en la Tabla 3.13. Los parámetros de la dirección horizontal y vertical se ingresan de formas separadas, por motivos de escala no es posible ingresar juntas todas las direcciones de interés.

Tabla 3.13. Definición de las características de los *lags* (bandas) de la FAI.

	No.	Azimut [°]	Dip [°]	Tolerancia [°]	Ancho del <i>lag</i> (banda) [m]
Horizontal	1	0	0	22.5	50000
	2	45	0	22.5	50000
	3	90	0	22.5	50000
	4	135	0	22.5	50000
Vertical	1	0	-90	1	50

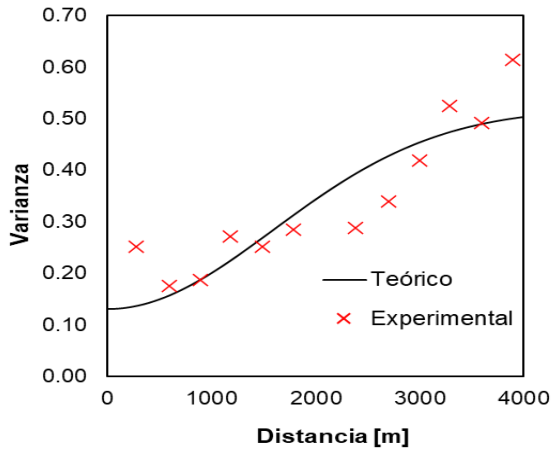
Nota: Azimut= ángulo de giro del eje Z, Dip= ángulo de giro del eje X.

Los variogramas de interés asociados a la FAI son los correspondientes a las direcciones con azimut= 45° y 135°, además del variograma vertical con azimut= 0° y Dip= -90°. El variograma teórico que se ajusta al comportamiento de los datos es de tipo gaussiano. Las características de los variogramas teóricos se muestran en la Tabla 3.14. Además, se compara con el correlograma de modelo exponencial simple.

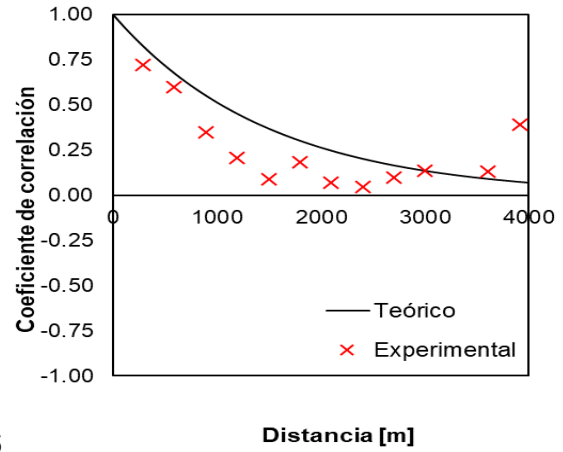
Tabla 3.14. Parámetros de los variogramas teóricos de la FAI.

Eje	Modelo gaussiano		
	(a) Mayor	(b) Medio	(c) Menor
Azimut	45°	90°	0°
Dip	0°	0°	-90°
a	3900	3200	3
C ₀	0.13	0.13	0.13
C ₁	0.39	0.39	0.39

Nota: Azimut= ángulo de giro del eje Z, Dip= ángulo de giro del eje X, a= distancia de correlación máxima, C₀= sill (meseta), C₁= contribución a la sill (meseta).



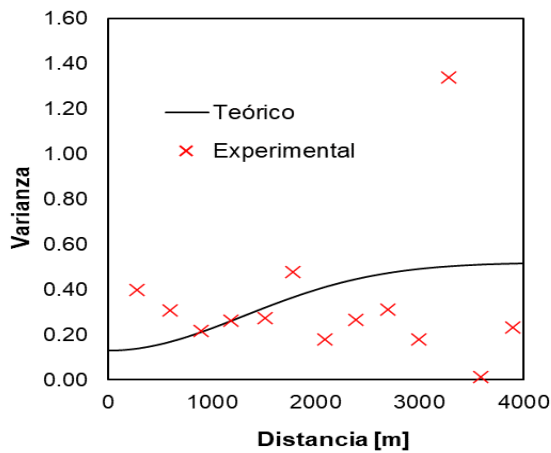
(a) Variograma



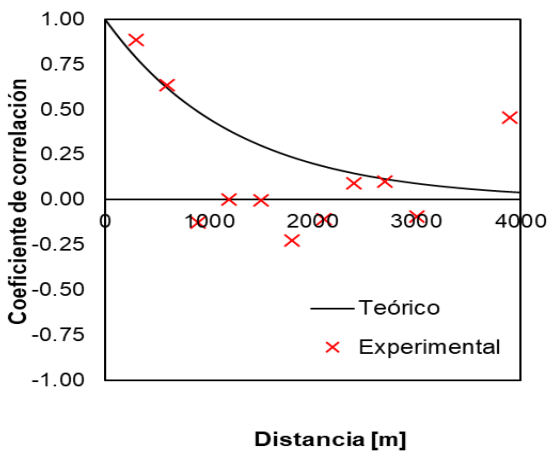
(b) Correlograma

6

Figura 3.53. Eje mayor de la FAI.

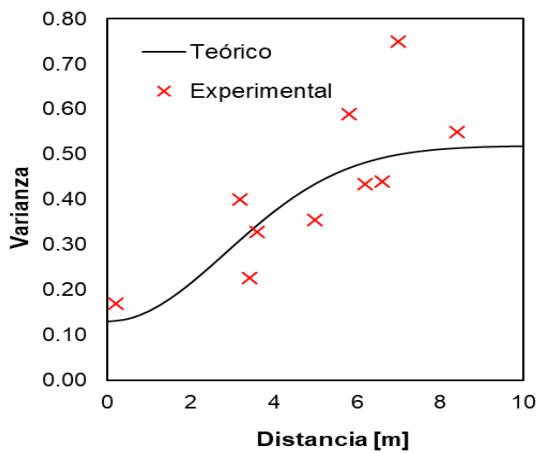


(a) Variograma

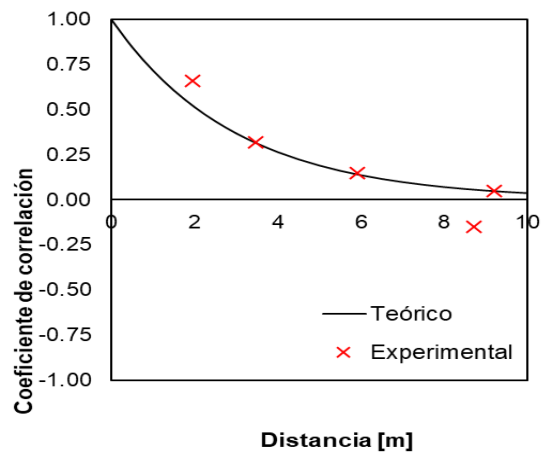


(b) Correlograma

Figura 3.54. Eje medio de la FAI.



(a) Variograma



(b) Correlograma

Figura 3.55. Eje menor de la FAI.

Analizando las Figuras 3.35 a la 3.37, se observa un mejor ajuste de los modelos teóricos en el caso del variograma. Lo anterior refleja que el variograma tiene mejor ajuste como función estructural cuando se estudia la permeabilidad. Lo anterior ha sido demostrado por otros autores (Boggs *et al.*, 1992; Gwenzi *et al.*, 2011; Turcke *et al.*, 1996).

Anisotropía

Las distancias de correlación se presentan en la Tabla 3.13. Se nota que son similares, aunque, en el variograma son ligeramente mayores a las obtenidas en el correlograma, excepto en el eje menor. La elipse de anisotropía presentada en la Figura 3.38, se construye a partir de la generación de los variogramas teóricos; ajustándolos a los experimentales. La magnitud del eje mayor corresponde a la distancia de variación máxima con su respectiva dirección predominante, el eje medio corresponde por definición a la distancia ortogonal al eje mayor, mientras que el eje menor se relaciona con la distancia vertical.

Tabla 3.15. Distancias de correlación de la FAI.

	Variograma	Correlograma
Eje	δ_{var} (m)	δ_{cor} (m)
Mayor	3900	3000
Medio	3300	2500
Menor	7	6

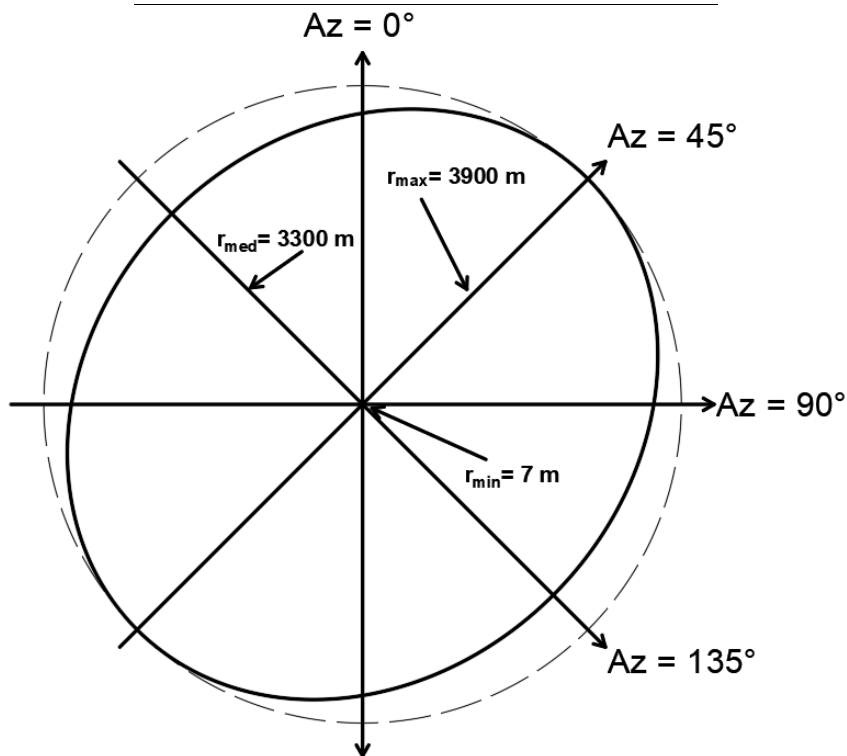


Figura 3.56. Elipse de anisotropía de la FAI.

3.7.3 Estimación

La estimación de la permeabilidad de la FAI se realiza de forma tridimensional mediante la técnica de Kriging ordinario, porque el campo aleatorio presenta un comportamiento no estacionario. Las distancias de correlación son obtenidas a partir de los variogramas y la elipse de anisotropía, donde $r_{\text{máx}}= 3900$ m, $r_{\text{med}}= 3200$, $r_{\text{min}}= 3$ m, mientras que la dirección predominante se encuentra en un azimut= 45° . La malla que contiene el dominio del campo aleatorio se presenta en la Figura 3.34, teniendo como coordenadas de origen $X=499,200$, $Y=2,156,000$ y $Z=2189$. Los resultados obtenidos corresponden al valor esperado y a la desviación estándar del logaritmo de la permeabilidad. Para obtener los valores esperados y desviación estándar de la permeabilidad es necesario realizar la transformación de valores a partir de la Ec. (3.1).

Mapeo y visualización

Los archivos de resultados obtenidos a partir del método de Kriging Ordinario se grafican en un modelo tridimensional (3D) en el software graficador Surfer® (Golden Software, 2017), los modelos se muestran en la Figura 3.57. A partir de este modelo se obtiene una visualización detallada representada con cortes virtuales, en planta y perfiles longitudinales y transversales. El espaciado para la graficación consta de 46 intervalos sobre el eje X y 106 intervalos sobre el eje Y, ambos a cada 50 m, mientras que tiene 11 intervalos sobre el eje Z con un metro de separación, teniendo un total de 60,348 puntos. De la Figura 3.58 a la Figura 3.63 se muestran los cortes virtuales en planta graficados con una diferencia de 3 m y 5 m. En las Figura 3.64 y Figura 3.65 se muestran el conjunto de todos los cortes.

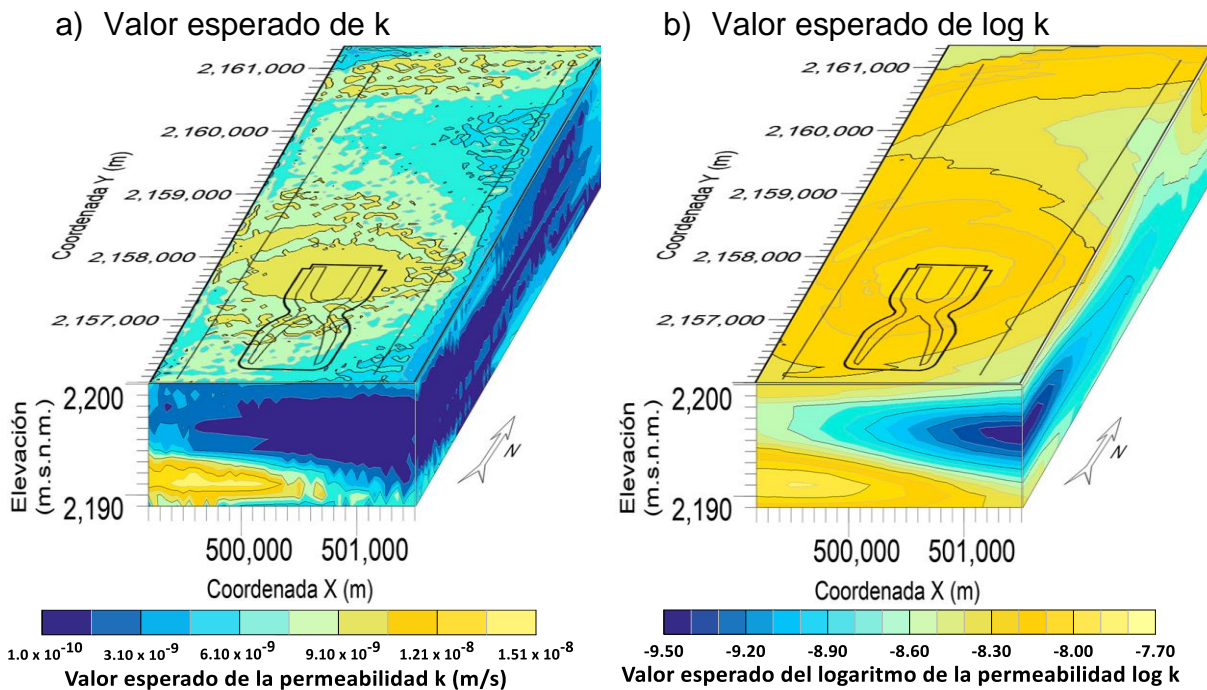


Figura 3.57. Modelos tridimensionales (3D) de la permeabilidad en la FAI a) valor esperado de k , b) valor esperado de $\log k$.

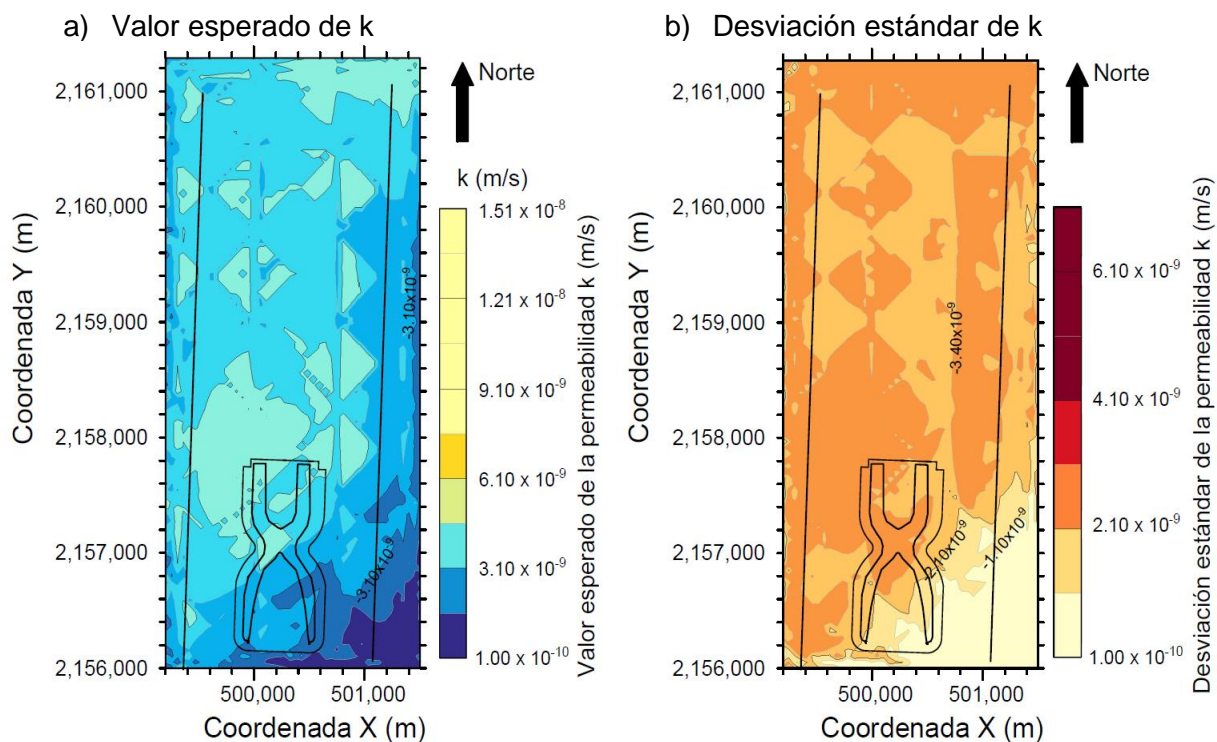


Figura 3.58. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2197 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

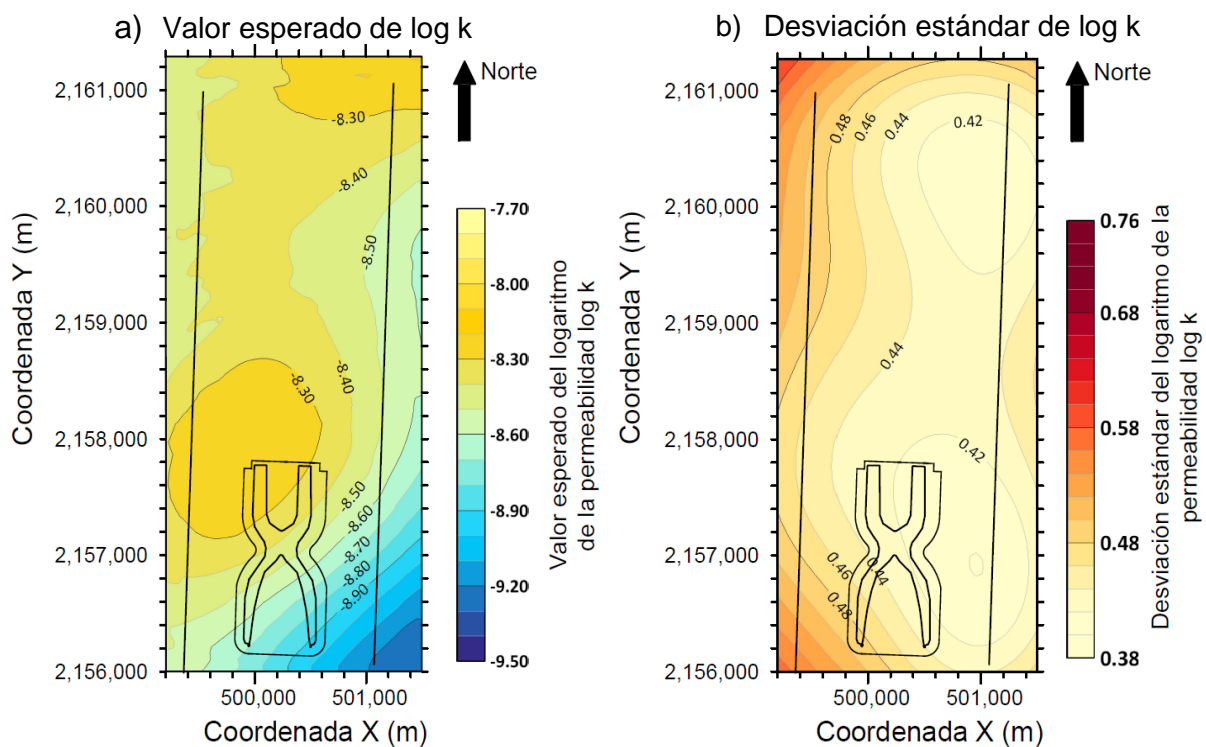


Figura 3.59. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2197 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

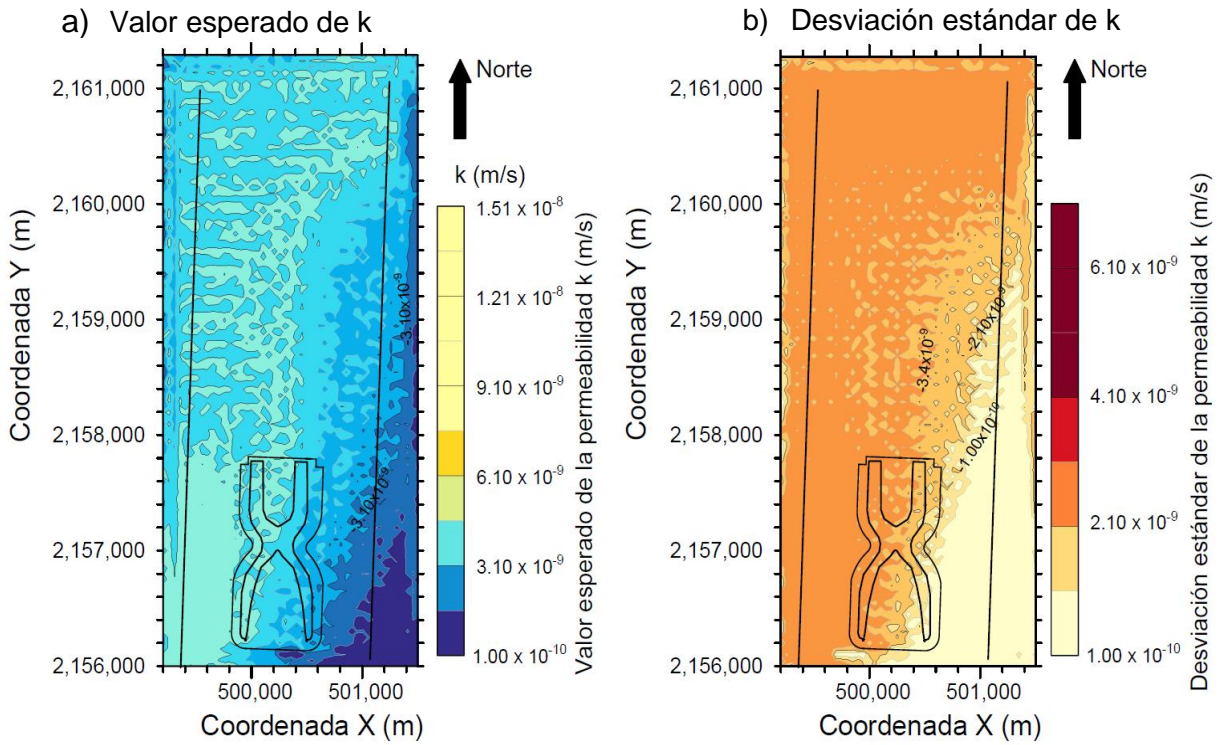


Figura 3.60. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2194 msnm) a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

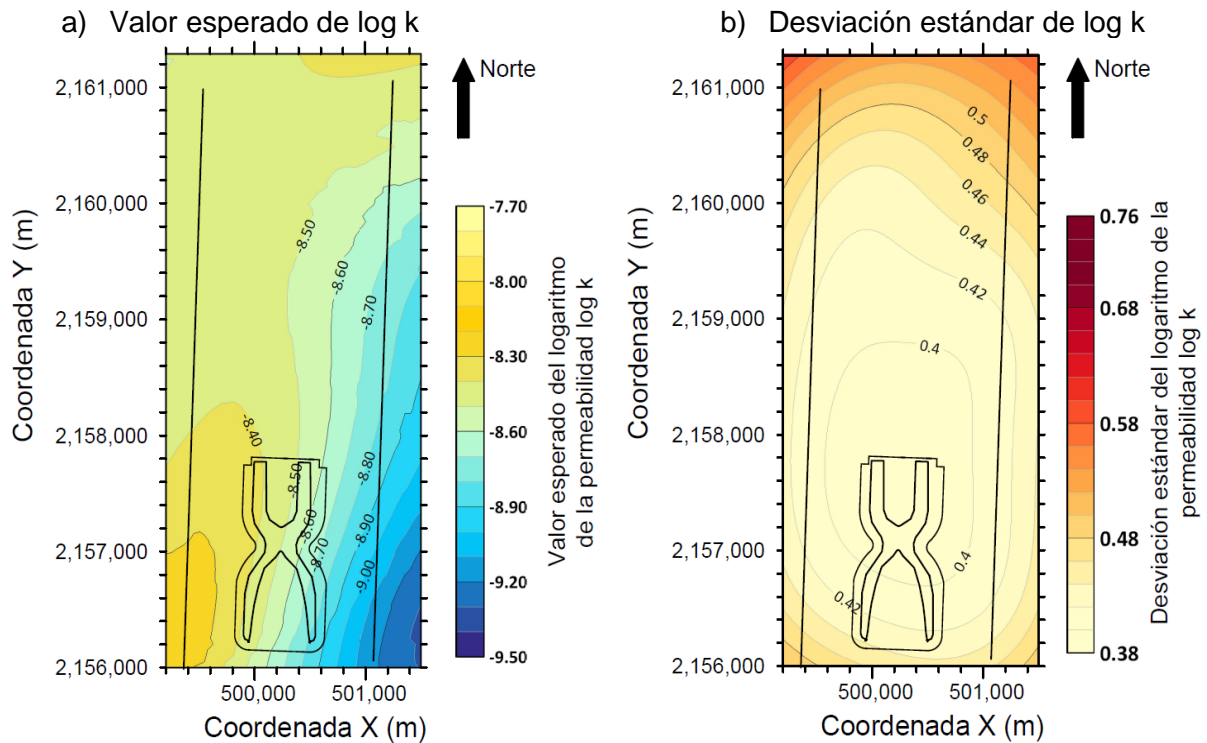


Figura 3.61. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2194 msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

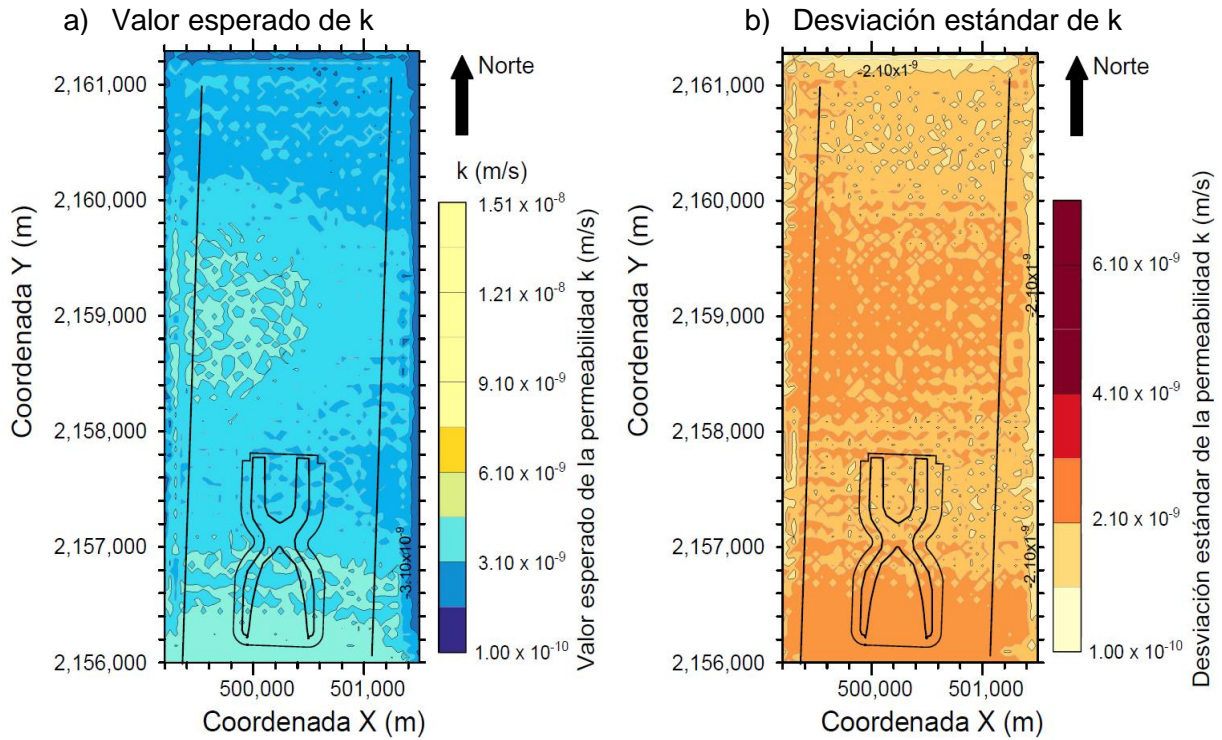


Figura 3.62. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2189 msnm) a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

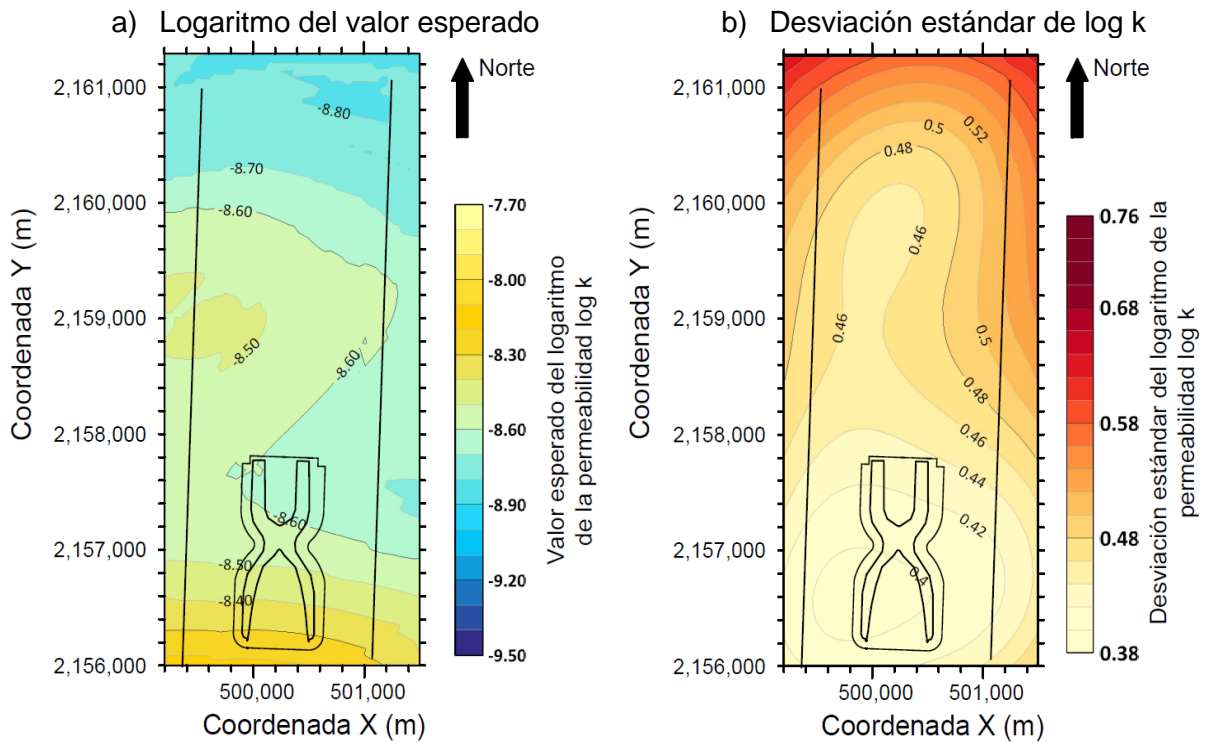


Figura 3.63. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI (Z=2189 msnm) a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

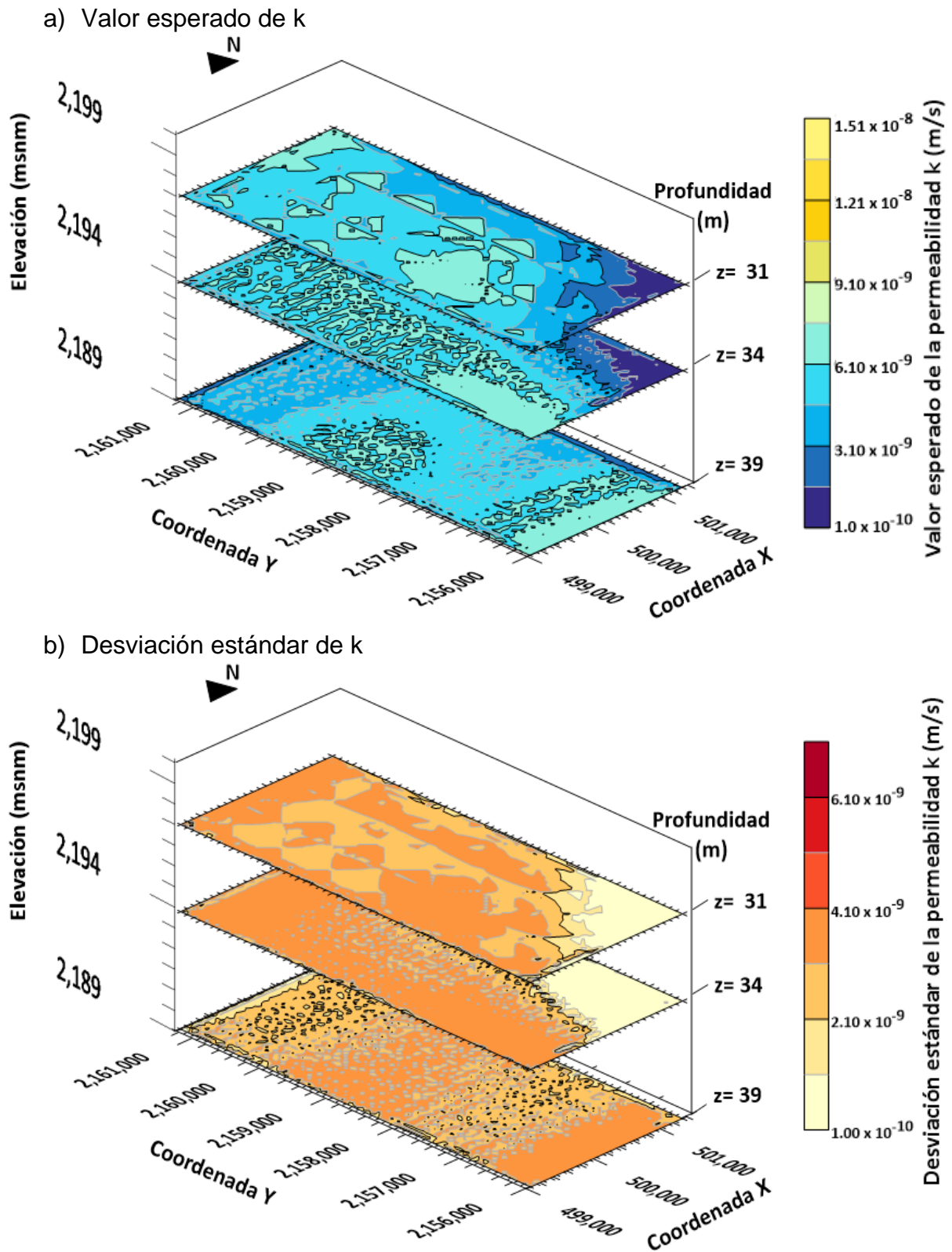


Figura 3.64. Resumen de la permeabilidad en la FAI a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

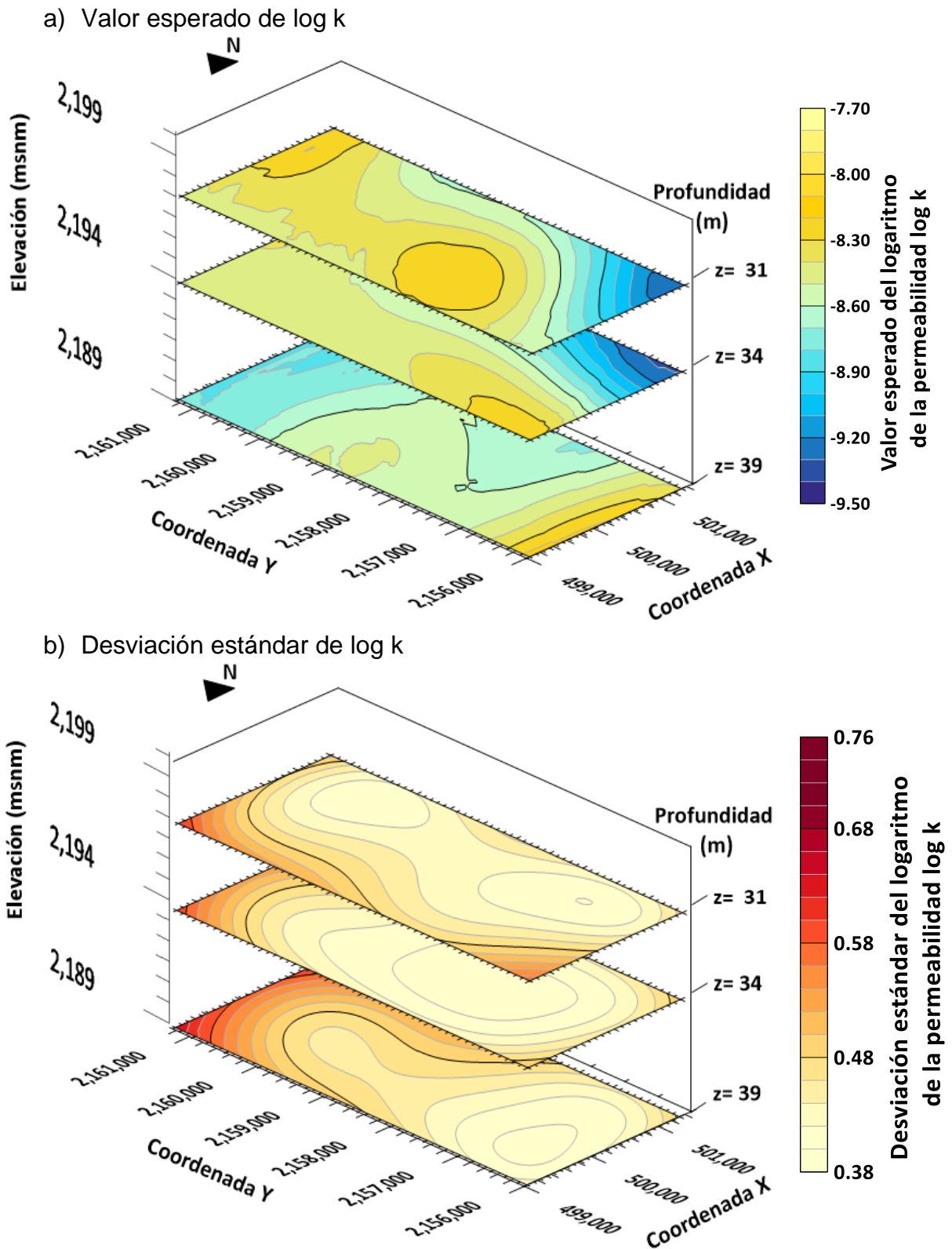


Figura 3.65. Resumen del logaritmo de la permeabilidad en la FAI a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

Para una visualización completa y una fácil interpretación de la permeabilidad del subsuelo se elaboran perfiles longitudinales y transversales que están divididos en ejes que van de norte a sur (1-5) y de poniente a oriente (A-D), como se ilustra en la Figura 3.66. Los ejes corresponden principalmente a las fronteras del dominio establecido y a una distribución uniforme dentro del mismo, para poder apreciar el comportamiento regional en la zona. Los ejes se representan en forma de cortes virtuales de las Figura 3.67 a la Figura 3.84. En la Figura 3.85 se muestran los modelos tridimensionales elaborados con los perfiles anteriores.

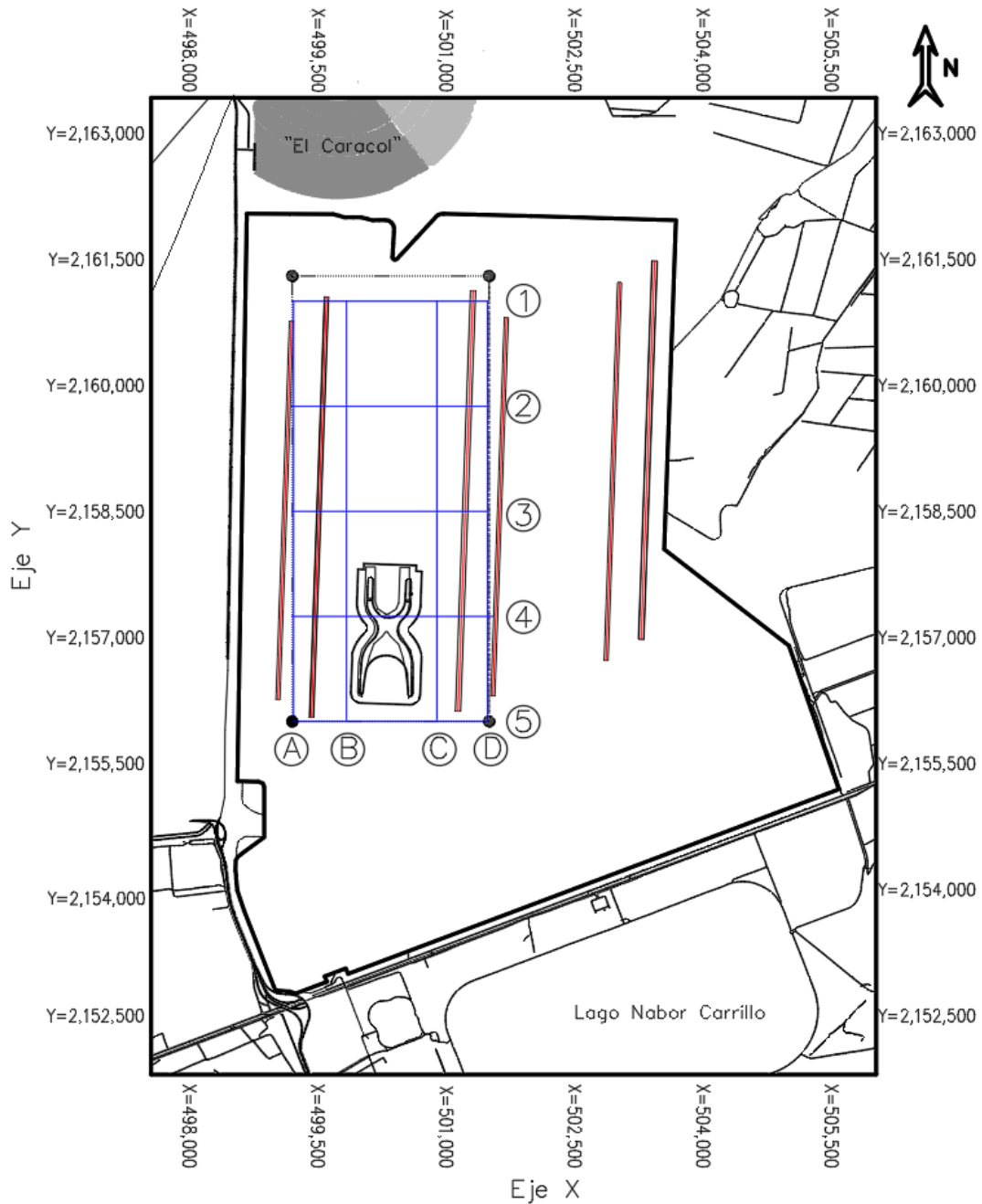
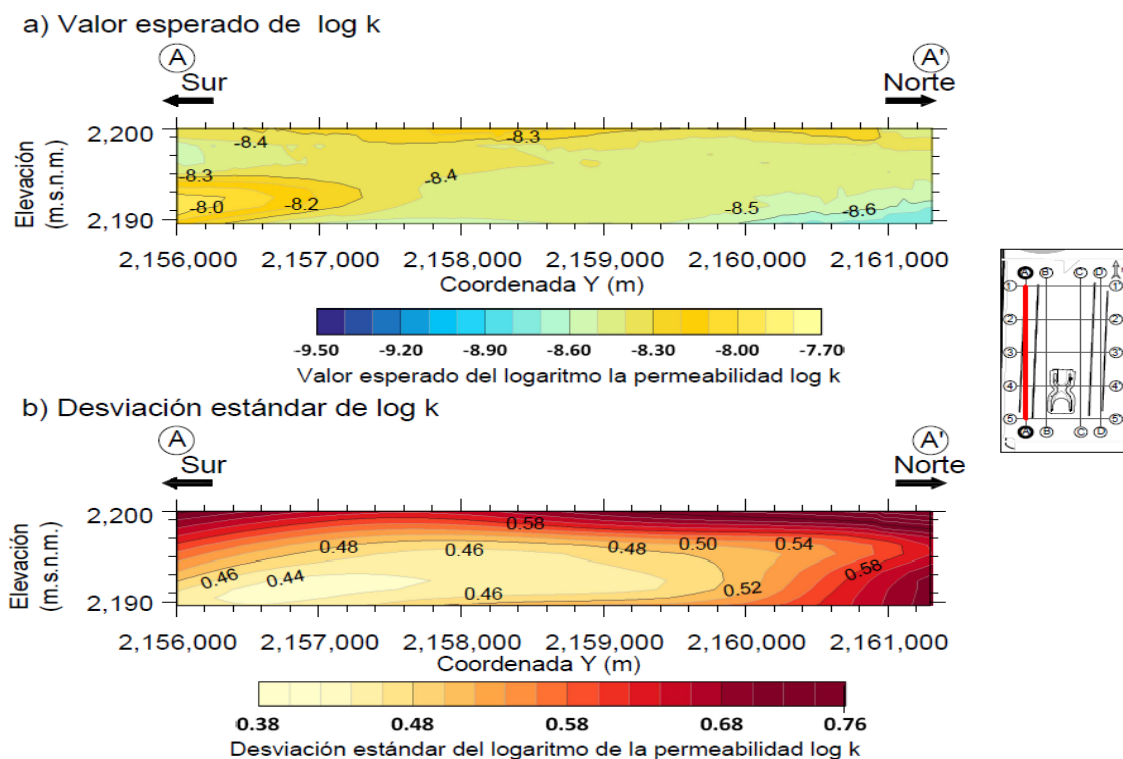
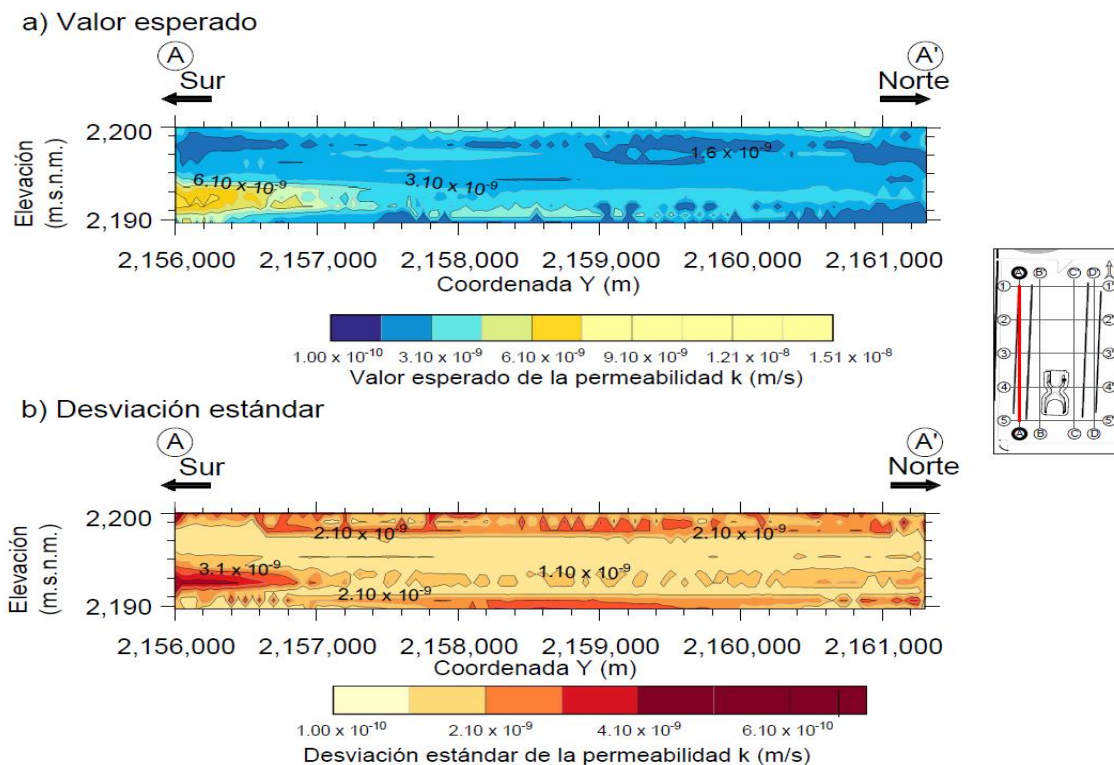


Figura 3.66. Ejes virtuales de la FAI (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).



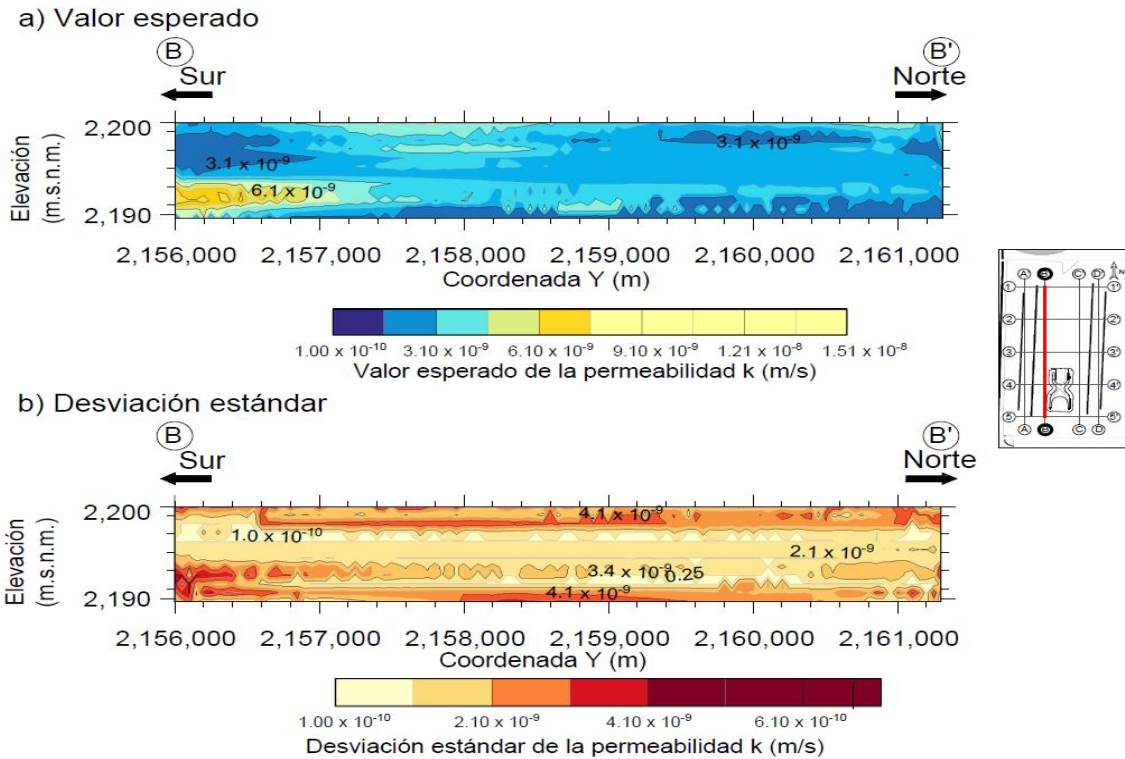


Figura 3.69. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje B-B') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

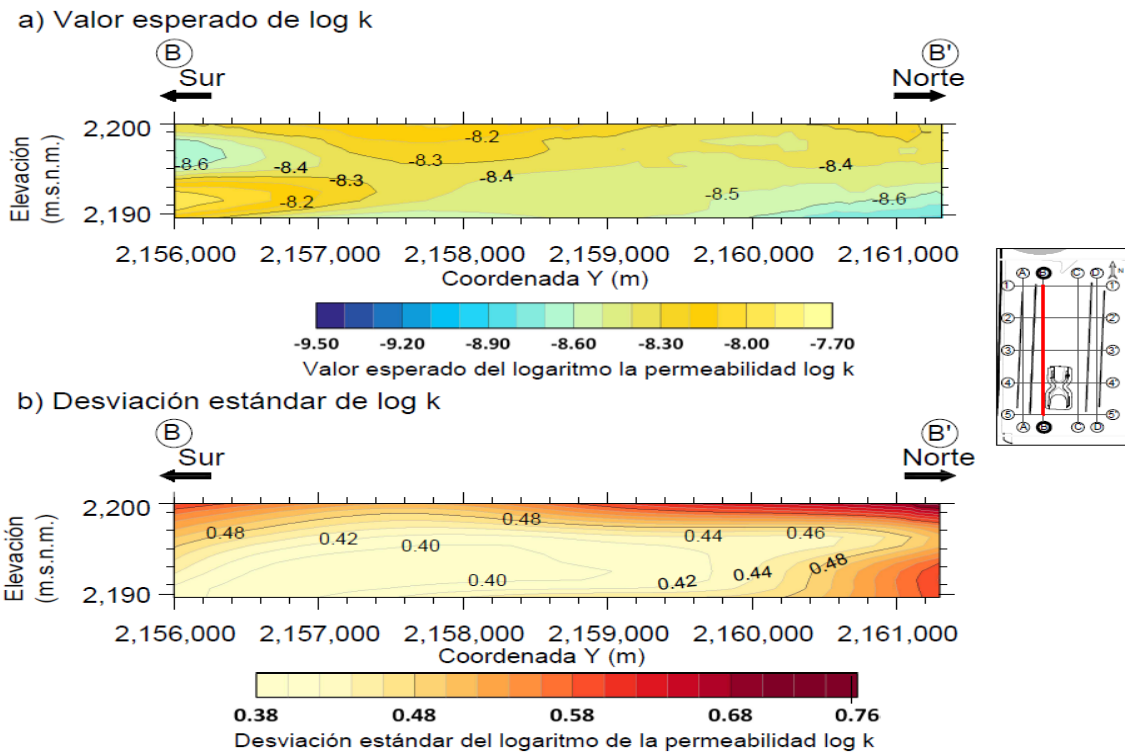


Figura 3.70. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje B-B') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

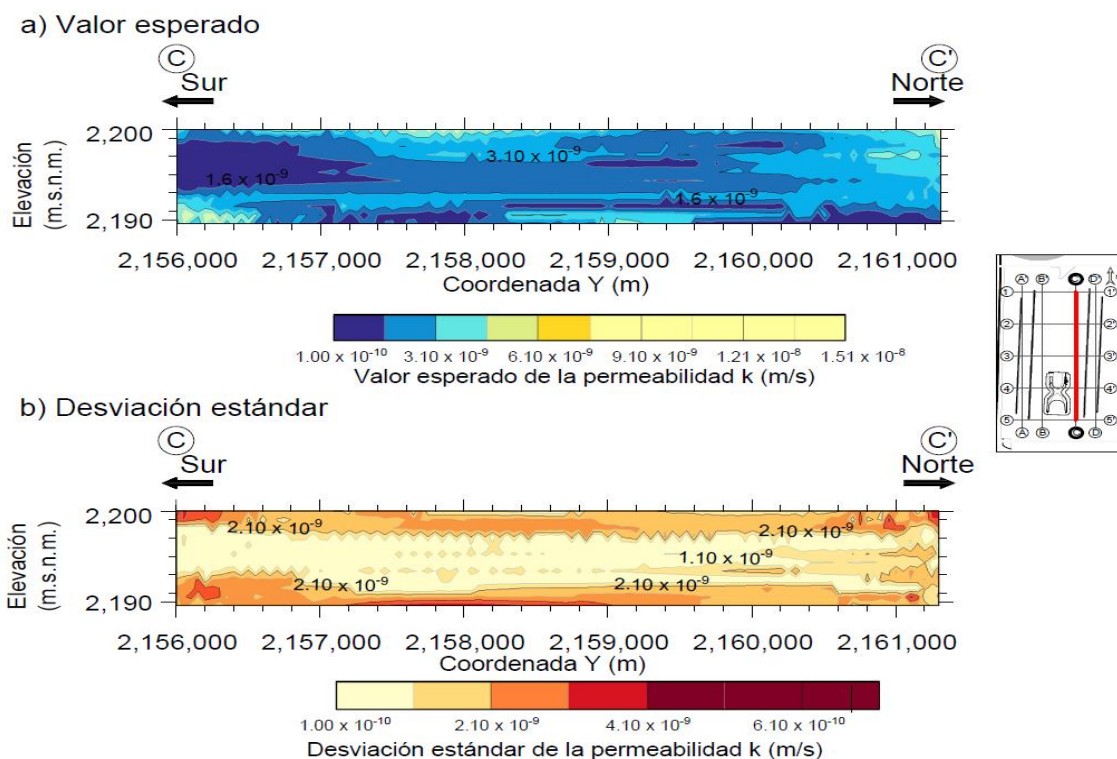


Figura 3.71. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

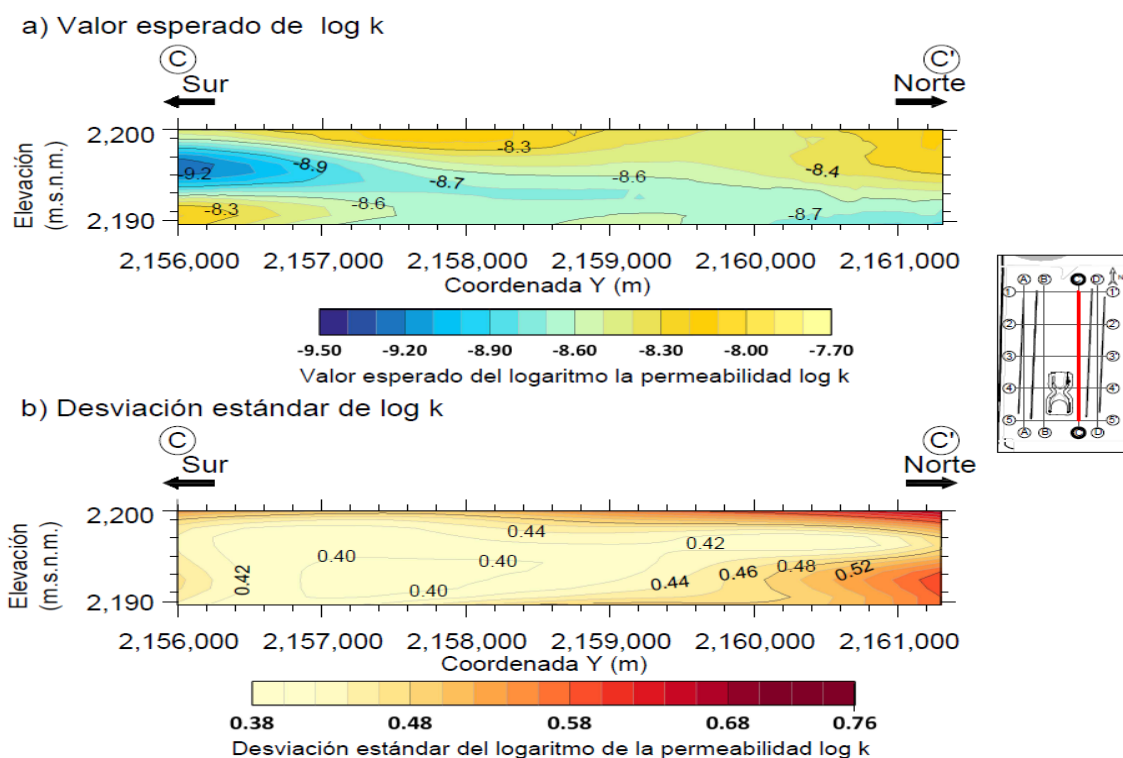


Figura 3.72. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje C-C') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

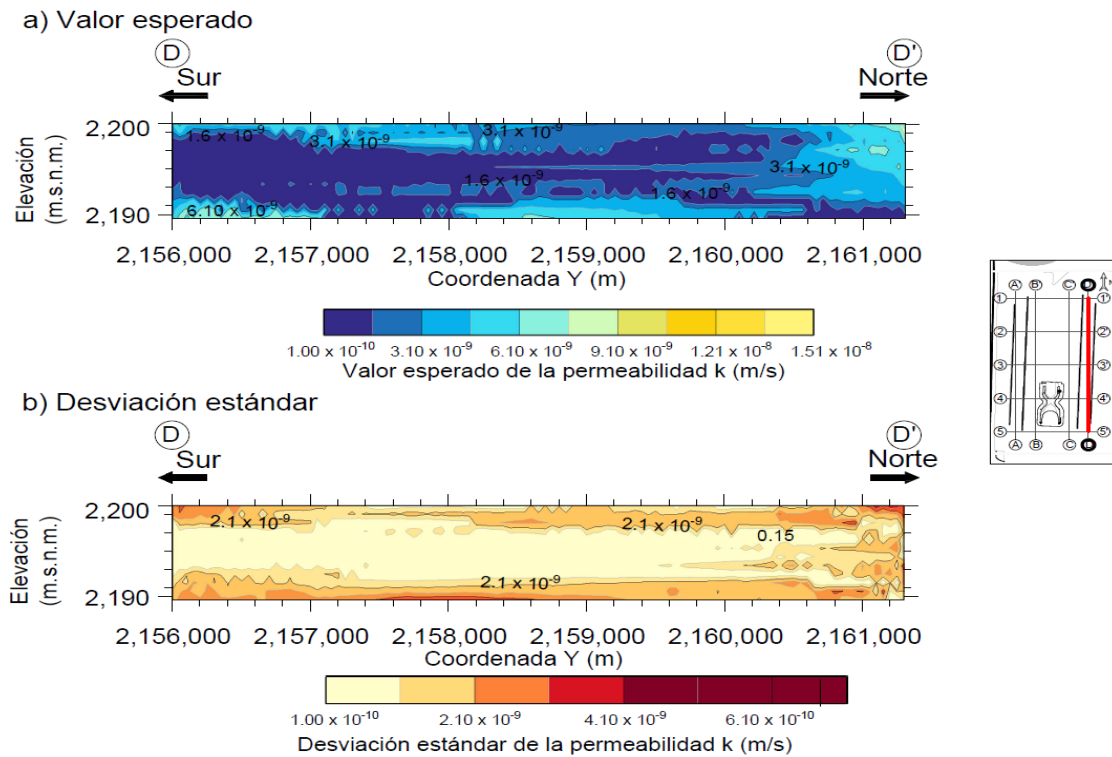


Figura 3.73. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

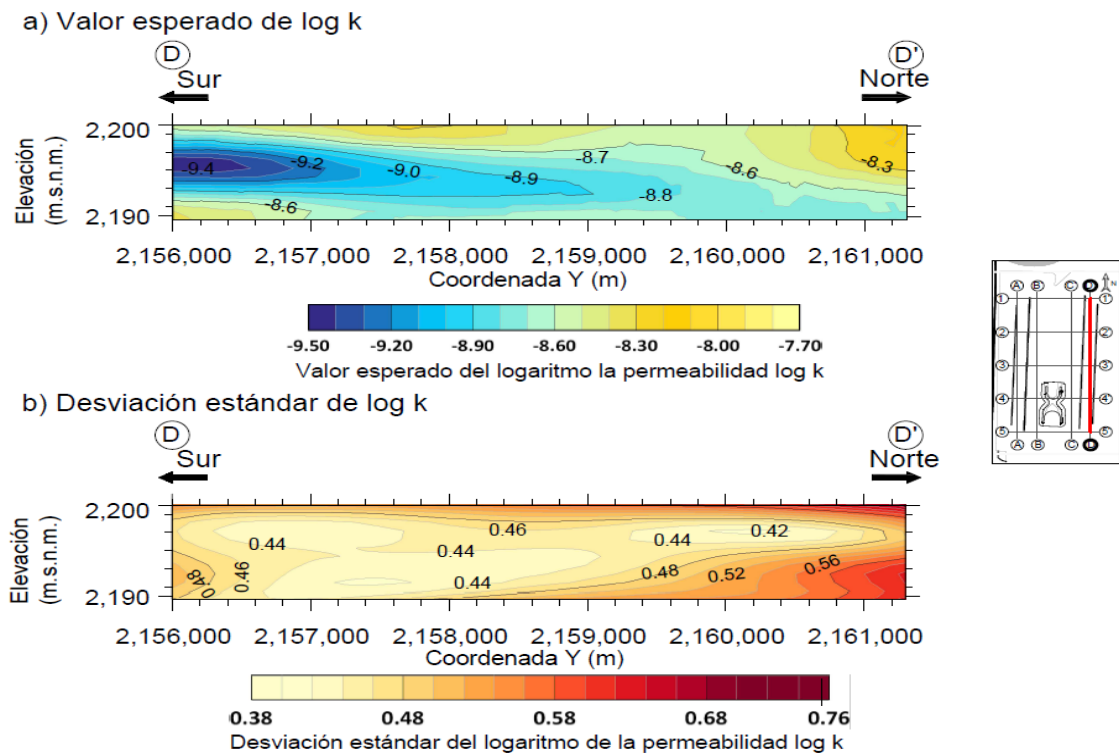


Figura 3.74. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje D-D') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

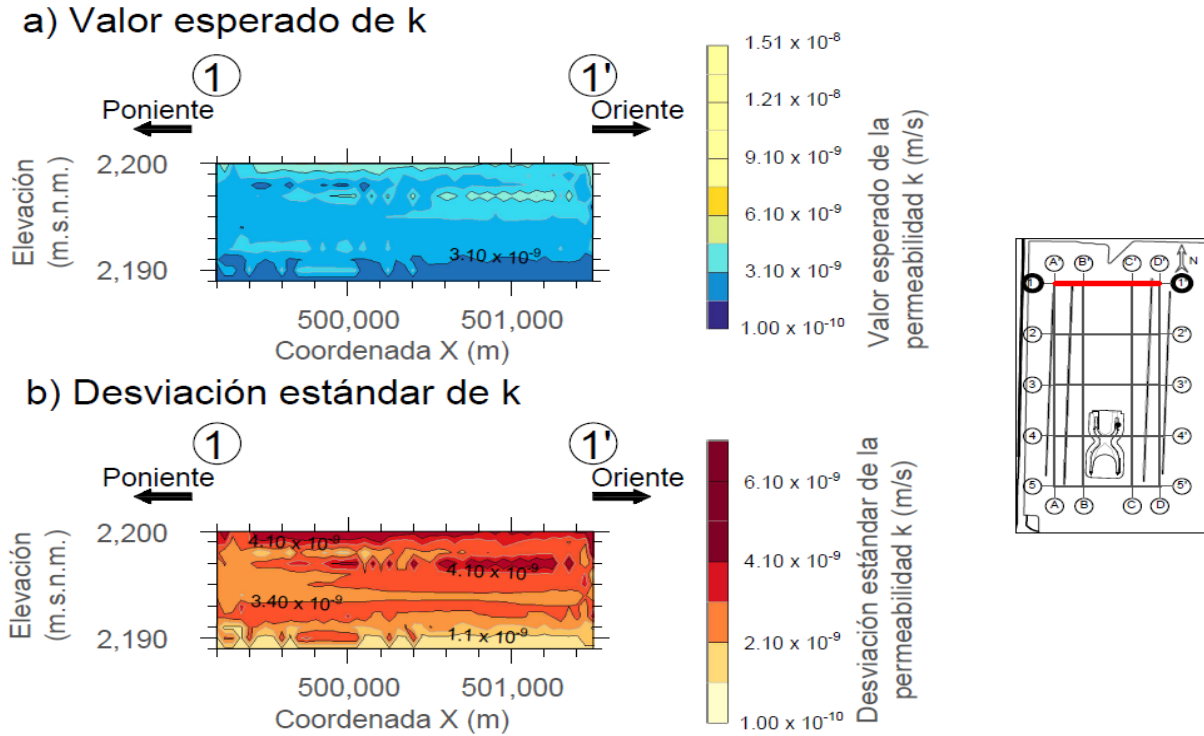


Figura 3.75. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

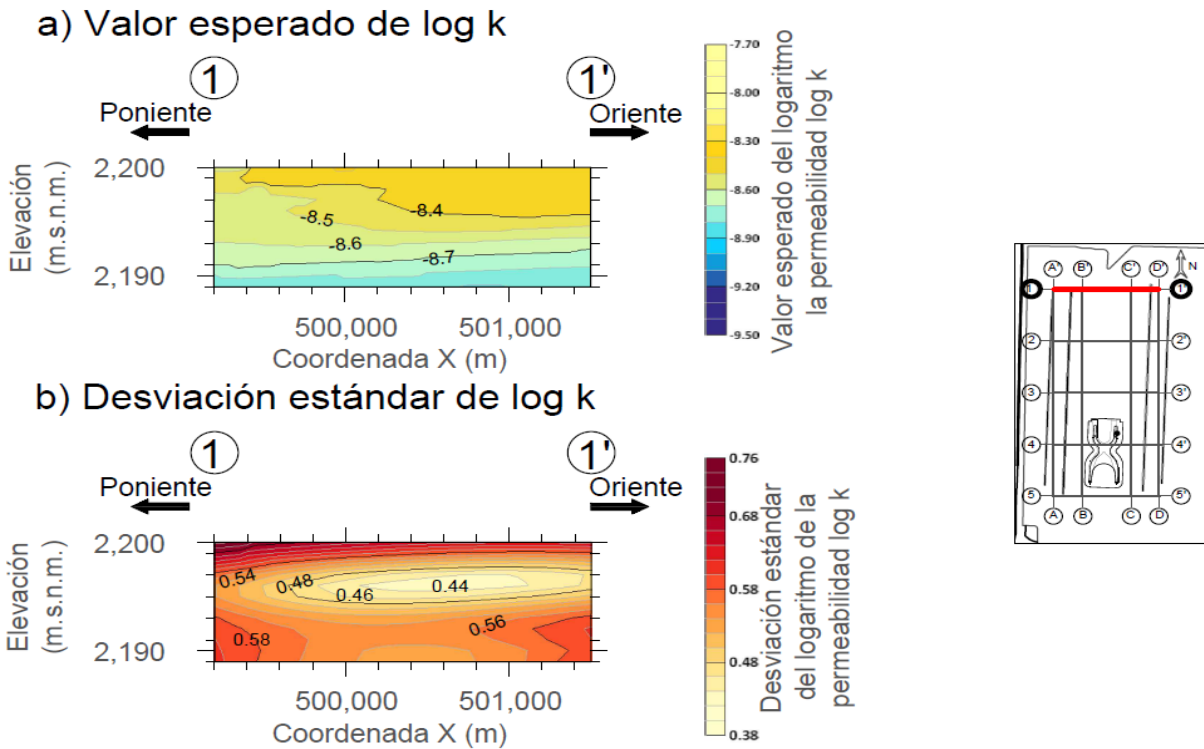
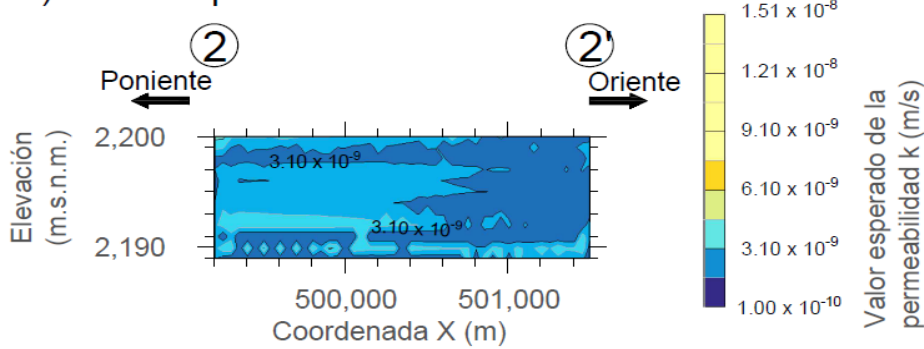


Figura 3.76. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 1-1') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

a) Valor esperado de k



b) Desviación estándar de k

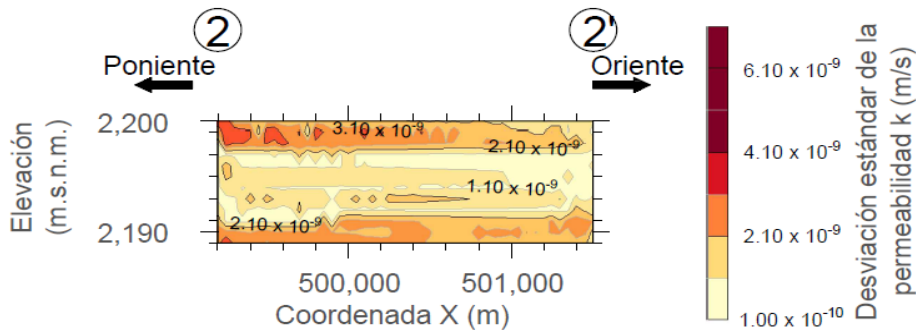
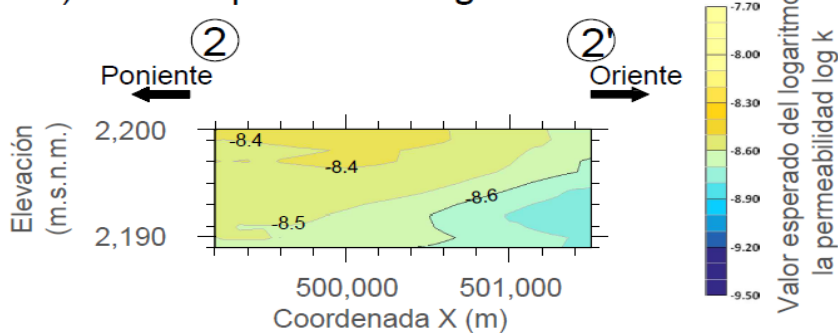


Figura 3.77. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

a) Valor esperado de log k



b) Desviación estándar de log k

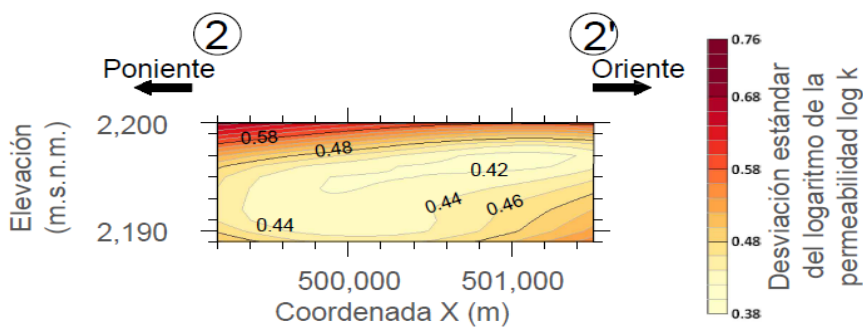


Figura 3.78. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 2-2') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

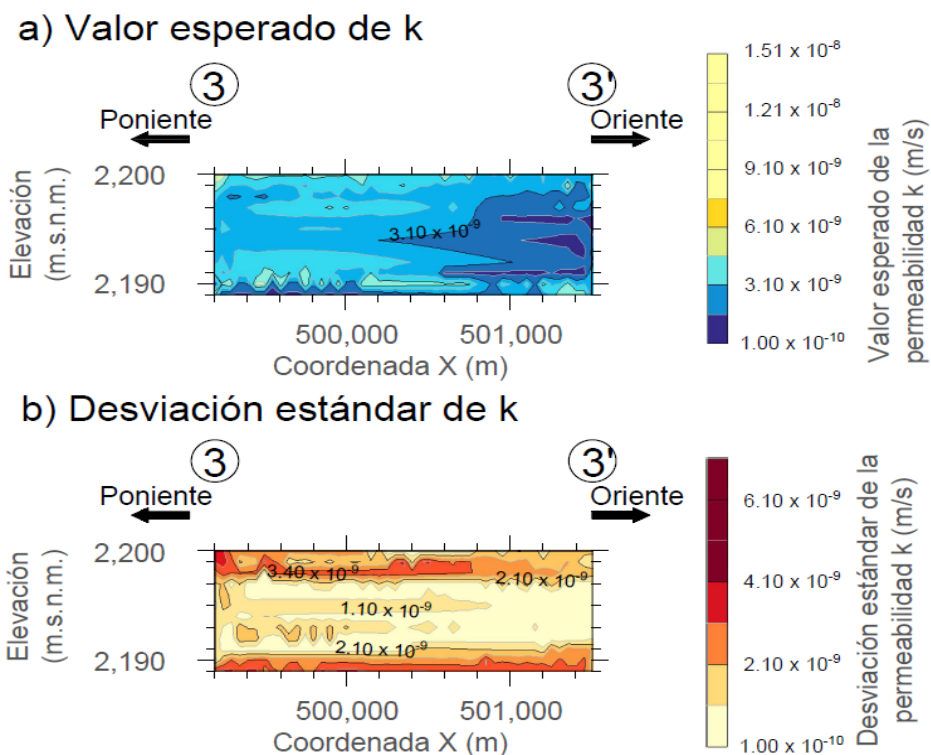


Figura 3.79. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

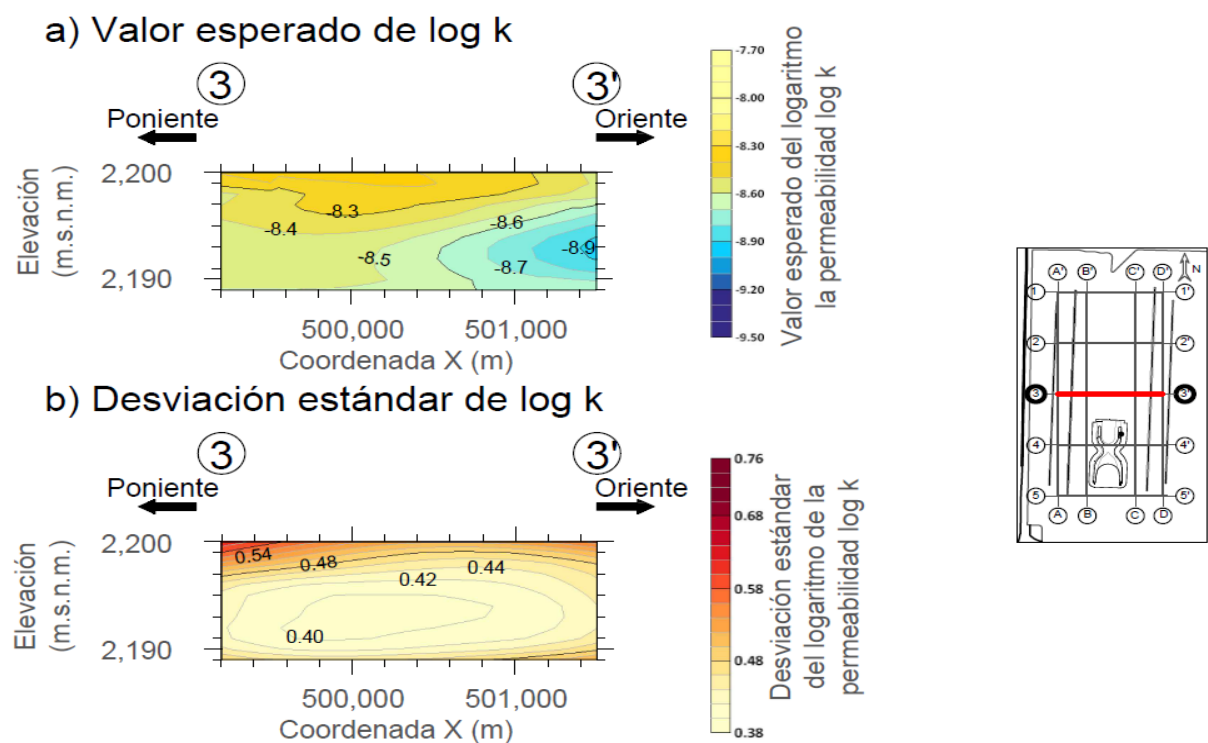


Figura 3.80. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 3-3') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

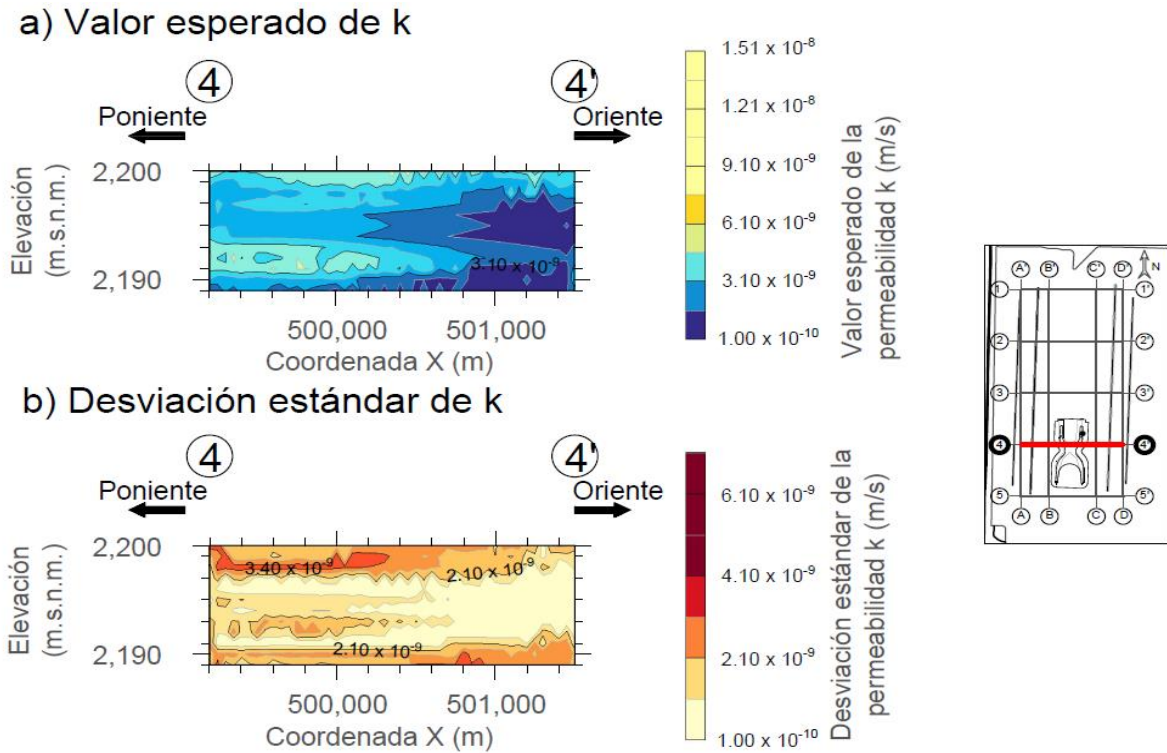


Figura 3.81. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de k, b) desviación estándar de k.

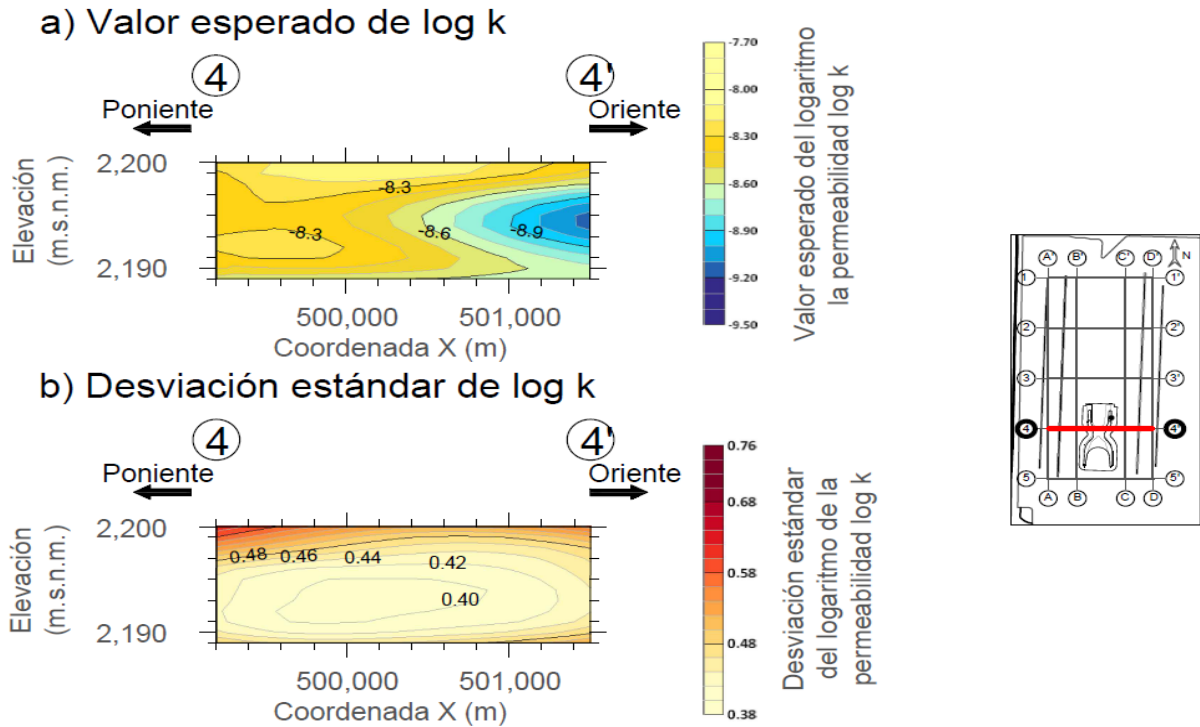
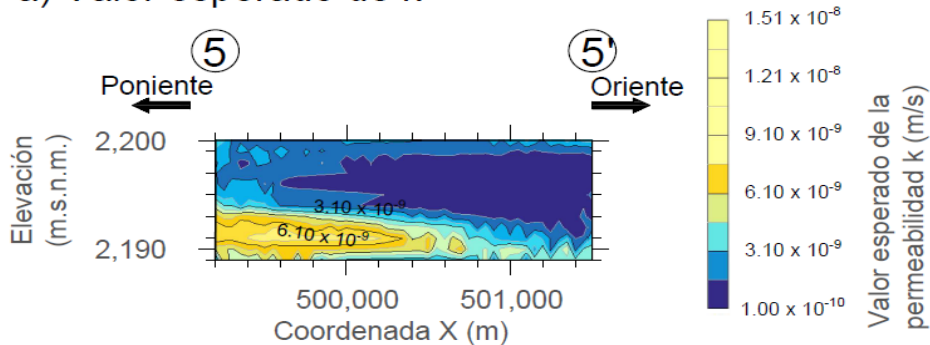


Figura 3.82. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 4-4') a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

a) Valor esperado de k



b) Desviación estándar de k

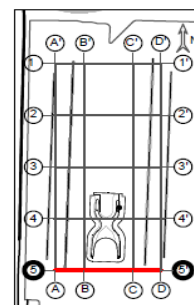
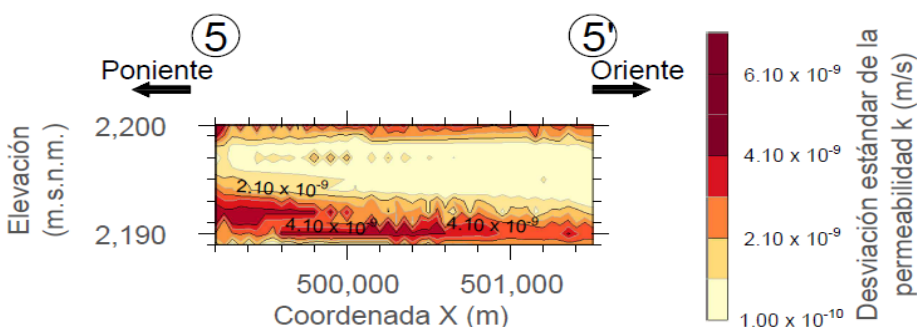
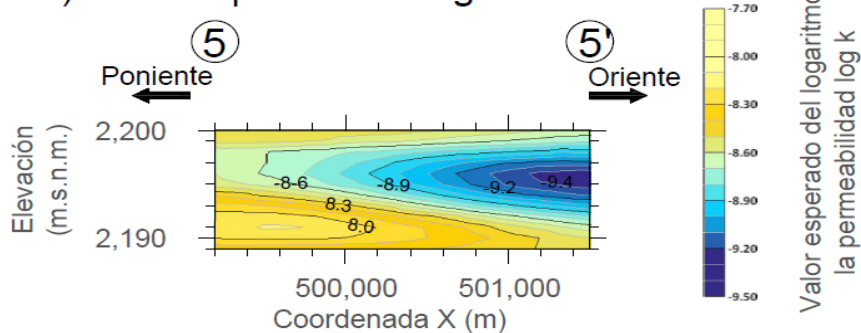


Figura 3.83. Curvas de isovalores de la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

a) Valor esperado de log k



b) Desviación estándar de log k

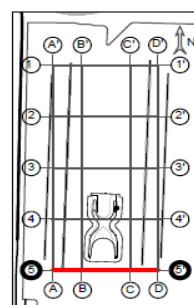
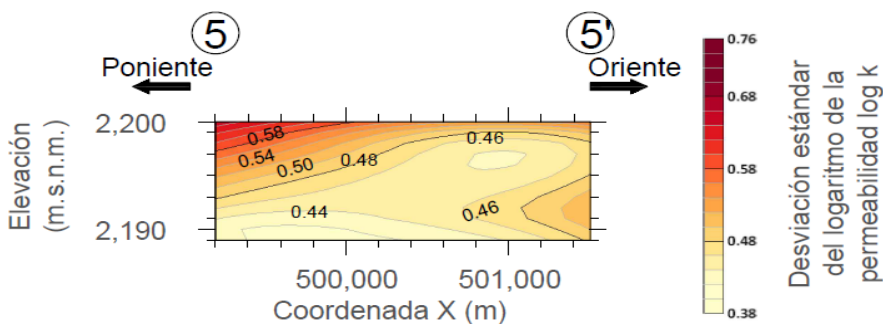
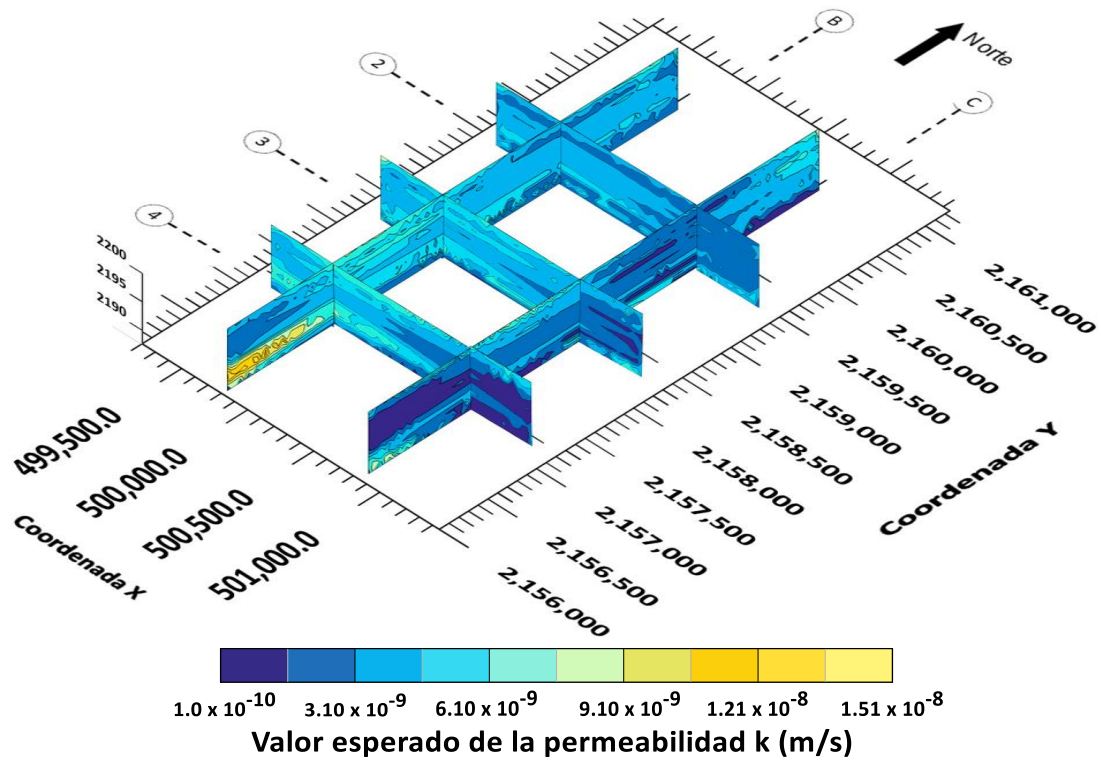


Figura 3.84. Curvas de isovalores del logaritmo la permeabilidad en la FAI (Corte virtual del eje 5-5') a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

a) Valor esperado de k



b) Valor esperado de log k

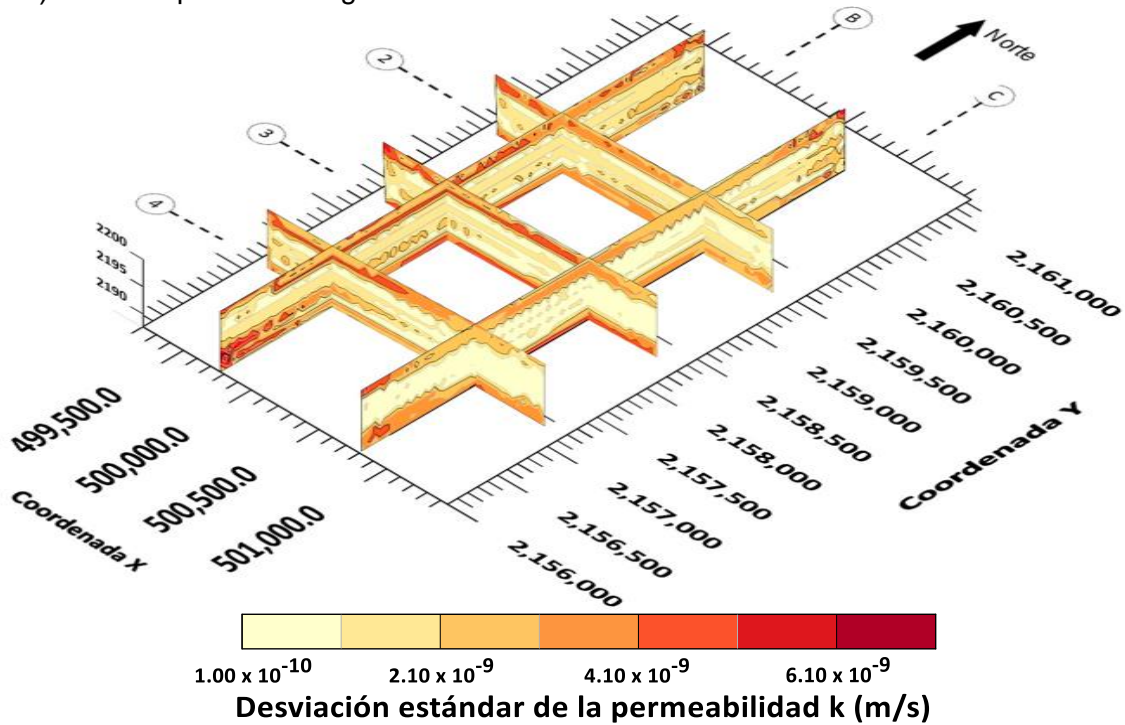
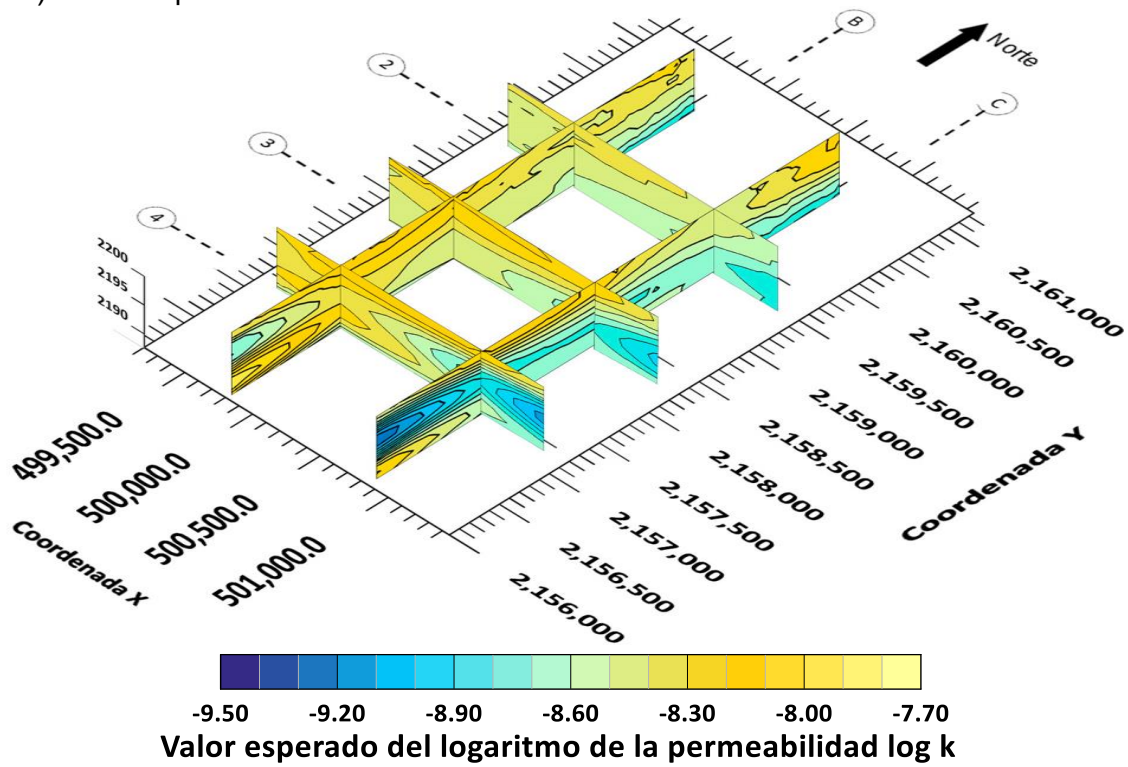


Figura 3.85. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAI a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

a) Valor esperado de k



b) Valor esperado de $\log k$

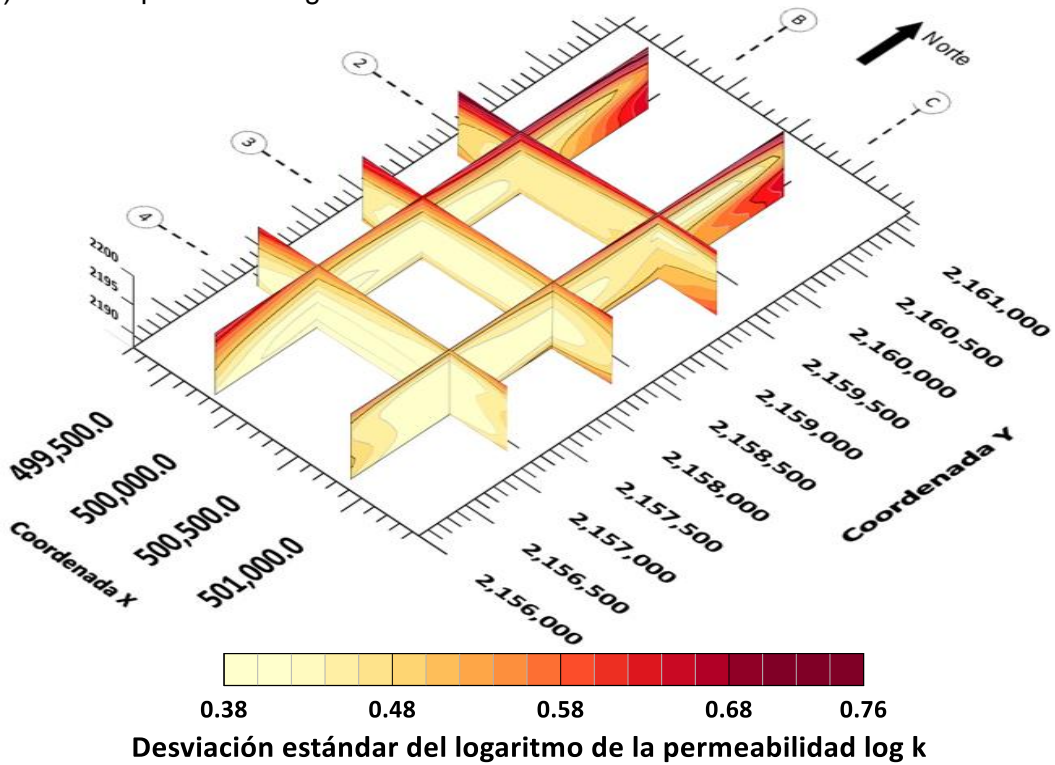


Figura 3.86. Modelos tridimensionales (3D) de los cortes longitudinales y transversales en la FAI a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

Para validar los resultados obtenidos se aplica el método de validación cruzada, donde se grafica una muestra los resultados de los valores calculados, con los valores reales. En la Figura 3.87 se muestra la gráfica de validación cruzada y la pendiente que muestran los datos. La pendiente es considerablemente mayor que 1, se puede suponer que los resultados obtenidos en la estimación no son completamente representativos con respecto a los valores reales, por lo que no es recomendable realizar más análisis a partir de esta estimación.

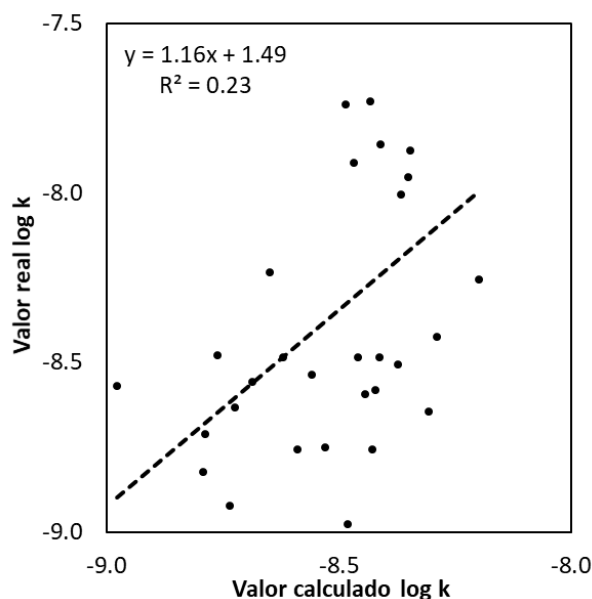


Figura 3.87. Análisis de validación cruzada de los resultados de la estimación de la FAI.

3.7.4 Interpretación de resultados

Al examinar los cortes en planta de las Figura 3.64 y Figura 3.65 y con el apoyo de los cortes longitudinales y transversales de las Figura 3.85 y Figura 3.86, se pueden resaltar las siguientes observaciones sobre la estimación de la permeabilidad k en la FAI: los valores esperados de k presentan magnitudes en su mayoría entre 1.6×10^{-9} (m/s) y 6.1×10^{-9} (m/s), en comparación con la FAS exhiben menor variación en su magnitud, pero presentan una mayor variación en sus concentraciones dentro del dominio de estimación. Este estrato se ve afectado en su mayoría por un abatimiento en los niveles piezométricos, lo cual causa aumentos en el esfuerzo efectivo. El aumento de esfuerzo efectivo en un suelo provoca que la permeabilidad decrezca significativamente pues los vacíos disminuyen su tamaño, Shamsai *et al.*, (2007) presentan un estudio en donde se ejemplifica este fenómeno a partir de ensayos de jales en odómetro variando el esfuerzo efectivo.

Además, otra casusa de que en este estrato exista una intercalación de valores en la magnitud del valor esperado de k es el cierre de los poros del suelo en diferentes zonas, ya que por su composición mineralógica las arcillas presentan microestructuras aleatorias que se ven afectadas por el aumento de un esfuerzo efectivo. En una

investigación realizada en suelos similares a los estudiados en esta tesis, O'Kelly (2006) menciona el efecto en el cambio de magnitud de la permeabilidad en limos calcáreos, con alto contenido de mineral arcilloso laminado.

Este estrato se encuentra ubicado por debajo de la CD y por encima de la SES, que son estratos con presencia de limos arenosos y con una alta variabilidad de consistencia, compacidad y compresibilidad. Es de esperar que en las estimaciones se aprecien valores de k mayores en la parte superficial y más profunda del estrato debido a la cercanía con materiales de baja magnitud de k .

Por otra parte, con respecto al valor esperado del logaritmo de la permeabilidad $\log k$ se tienen las siguientes observaciones: se aprecia una tendencia de los valores esperados de $\log k$ que va del nororiente al sur poniente, acorde con la forma y las direcciones de estimación representadas en la elipse de anisotropía de la Figura 3.56. Los modelos presentan una cantidad considerable de estructuras, representadas por las líneas de isovalores, su forma es concisa, pero con bordes más afilados producto del modelo gaussiano obtenido en el análisis estructural de variogramas. Aunque, puede notarse en algunas zonas que las estructuras son muy forzadas a causa de la cantidad de datos disponibles en este estrato.

Las secciones correspondientes a la desviación estándar de estimación, mostradas en los cortes en planta de las Figura 3.64 y Figura 3.65 y los cortes longitudinales y transversales de las Figura 3.85 y Figura 3.86, representan la incertidumbre asociada a las estimaciones del logaritmo de la permeabilidad. Los modelos permiten identificar el comportamiento por zonas de la desviación estándar de la permeabilidad con las siguientes observaciones: en general la desviación estándar de la permeabilidad permanece constante entre 2.00×10^{-10} y 7.70×10^{-9} (m/s), únicamente presenta valores de mayor magnitud en la parte superficial y profunda del estrato de hasta 6.10×10^{-9} (m/s), causa la variación entre los datos presentes y la presencia de estratos con materiales más permeables en la parte superficial y profunda.

Con respecto a la desviación estándar de $\log k$ se aprecia que: en general en las zonas centrales y la mayor parte del estrato se encuentran los valores de menor magnitud con un rango de 0.42 a 0.46; mientras que, al norte y en la parte superficial del dominio se encuentran las magnitudes mayores de hasta 0.64. Los valores de mayor magnitud son provocados por una baja cantidad de datos en las zonas norte en la parte superficial del estrato. Asimismo, la presencia del *nugget effect* (*efecto pepita*) en el análisis de variogramas influye en el aumento de la incertidumbre en la estimación. Otro factor que afecta a las estimaciones de este estrato es el ajuste de los modelos de variogramas teóricos a los experimentales, pues se aprecia que en el eje medio el ajuste no es tan satisfactorio como en el eje mayor.

Finalmente, del análisis realizado en la FAI se puede afirmar que el tamaño de la muestra apenas es adecuado para la estimación en el volumen considerado, porque a pesar de ser pocos datos en comparación con la FAS, se encuentran distribuidos por todo el dominio. Aunque, la calidad de los valores esperados con mínima varianza no es adecuada pues no tienen el respaldo de un análisis de validación cruzada.

3.8 Análisis geoestadístico para la obtención de la permeabilidad de la FAP

3.8.1 Definición del dominio

El conjunto de valores de la permeabilidad se considera como una muestra de un campo aleatorio $V(X)$, denominado "Dominio FAP"; distribuido dentro de un área de estudio R^3 con una superficie de 10.60 km² y un espesor de 11 m. Para delimitar el campo aleatorio se considera la cercanía, distribución y concentración de los puntos disponibles. Se excluyen aquéllos que podrían sesgar los resultados de la estimación. El análisis geoestadístico de esta zona se realiza considerando el dominio y los sondeos mostrados en la Figura 3.88.

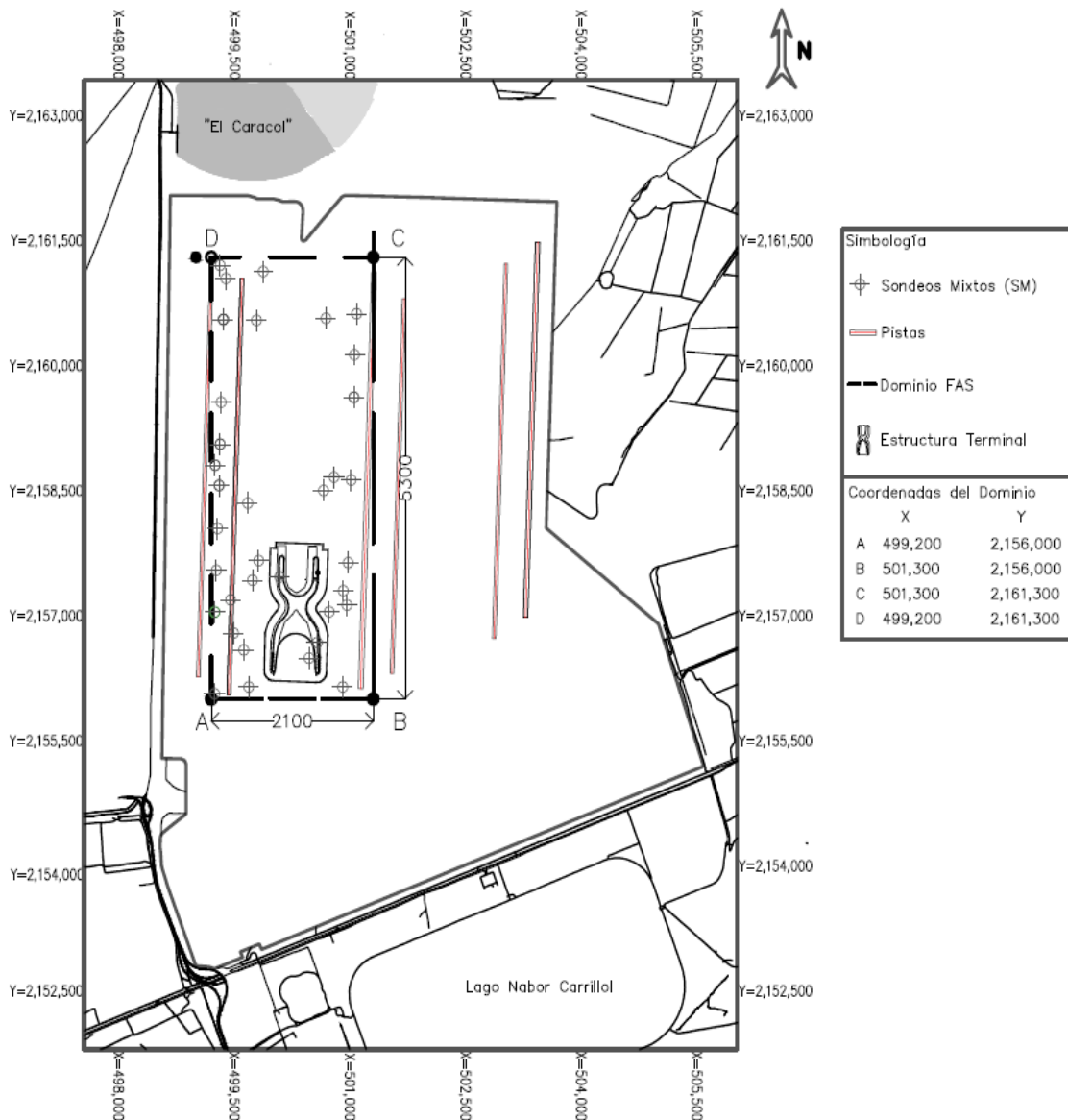


Figura 3.88. Dominio FAP y ubicación de los sondeos (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

3.8.2 Análisis estructural

El objetivo del análisis estructural es determinar la dependencia espacial de los datos disponibles de manera cuantitativa, y desarrollar modelos teóricos que reflejen la variación espacial.

Variogramas y correlogramas teóricos y experimentales

Los variogramas y correlogramas experimentales se construyen mediante el software SGeMS a partir de la información presentada en el apartado 2.5 y el Anexo II. Se forman por 15 *lags* (bandas) con una separación de 300 m, con una tolerancia de 150 m en sentido horizontal y 10 *lags* (bandas) con una separación de 3 m, con una tolerancia de 1.5 m en sentido vertical. Los datos de entrada usados para la creación de los variogramas teóricos se muestran en la Tabla 3.16. Los parámetros de la dirección horizontal y vertical se ingresan de formas separadas, por motivos de escala no es posible ingresar juntas todas las direcciones de interés.

Tabla 3.16. Definición de las características de los lags (bandas) de la FAP.

	No.	Azimut [°]	Dip [°]	Tolerancia [°]	Ancho del lag (banda) [m]
Horizontal	1	0	0	22.5	50000
	2	45	0	22.5	50000
	3	90	0	22.5	50000
	4	135	0	22.5	50000
Vertical	1	0	-90	1	50

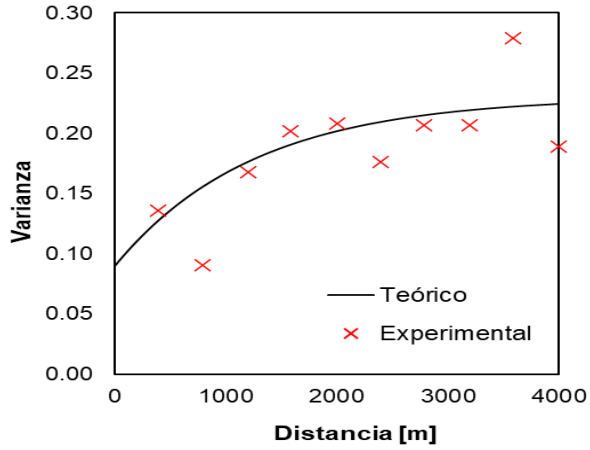
Nota: Azimut= ángulo de giro del eje Z, Dip= ángulo de giro del eje X.

Los variogramas de interés asociados a la FAP son los correspondientes a las direcciones con azimut= 45° y 135°, además del variograma vertical con azimut= 0° y Dip= -90°. El variograma teórico que se ajusta al comportamiento de los datos es de tipo exponencial. Las características de los variogramas teóricos se muestran en la Tabla 3.17; además, se compara con el correlograma de modelo exponencial simple.

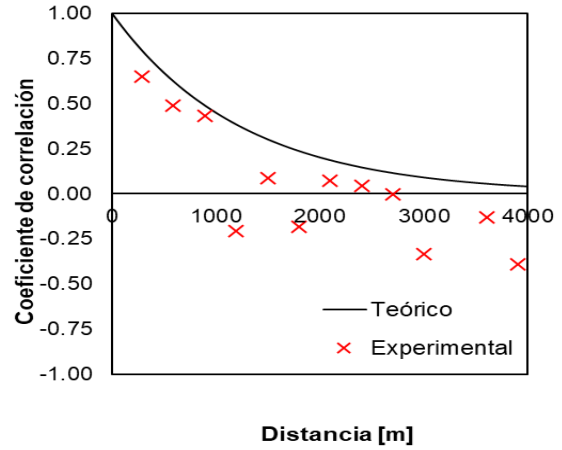
Tabla 3.17. Parámetros de los variogramas teóricos de la FAP.

Eje	Modelo exponencial		
	(a) Mayor	(b) Medio	(c) Menor
Azimut	45°	135	0
Dip	0°	0°	-90°
a	3750	900	6
C ₀	0.09	0.09	0
C ₁	0.14	0.14	0.14

Nota: Azimut= ángulo de giro del eje Z, Dip= ángulo de giro del eje X, a= distancia de correlación máxima, C₀= sill (meseta), C₁= contribución a la sill (meseta).

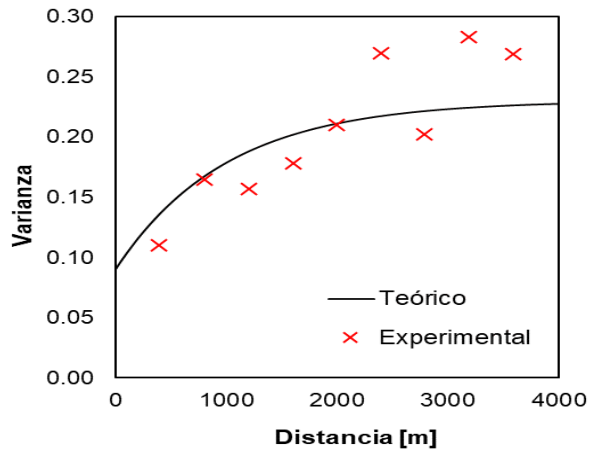


(a) Variograma

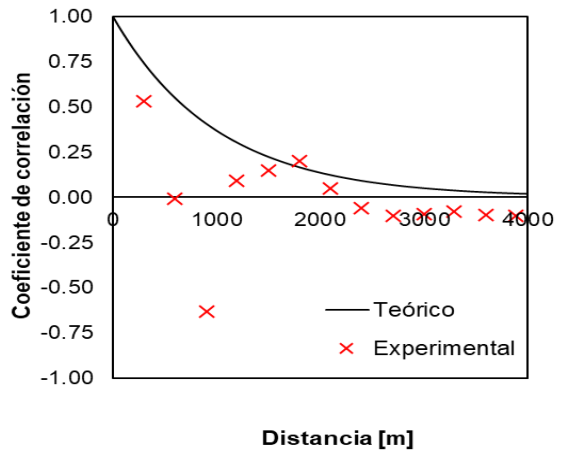


(b) Correlograma

Figura 3.89. Eje mayor de la FAP.

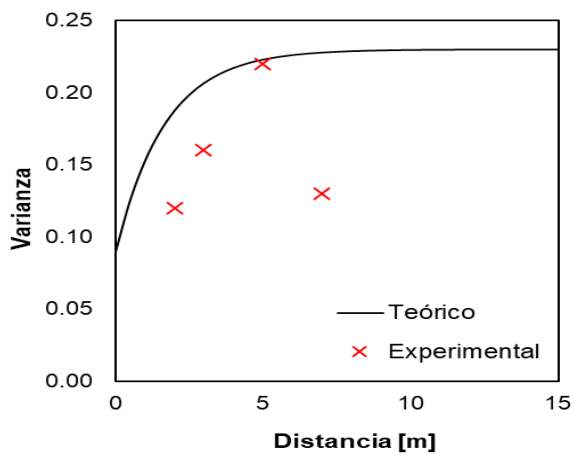


(a) Variograma

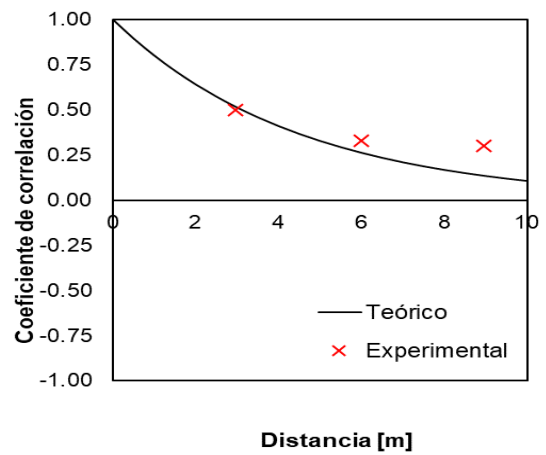


(b) Correlograma

Figura 3.90. Eje medio de la FAP.



(a) Variograma



(b) Correlograma

Figura 3.91. Eje menor de la FAP.

Analizando las Figura 3.89 y Figura 3.91, se observa un mejor ajuste en los ejes mayor y medio de los modelos teóricos en el caso del variograma. Lo anterior refleja que el variograma tiene mejor ajuste como función estructural cuando se estudia la permeabilidad. Lo anterior ha sido demostrado por otros autores (Boggs *et al.*, 1992; Gwenzi *et al.*, 2011; y Turcke, *et al.*, 1996).

Anisotropía

Las distancias de correlación de la FAP se presentan en la Tabla 3.18. Se observa que únicamente coinciden en el eje medio. La elipse de anisotropía presentada en la Figura 3.92, se construye a partir de la generación de los variogramas teóricos, ajustándolos a los experimentales. La magnitud del eje mayor corresponde a la distancia de variación máxima con su respectiva dirección predominante, el eje medio corresponde por definición a la distancia ortogonal al eje mayor, mientras que el eje menor se relaciona con la distancia vertical.

Tabla 3.18. Distancias de correlación de la FAS.

Eje	Variograma δ_{var} (m)	Correlograma δ_{cor} (m)
Mayor	3500	2500
Medio	3000	2000
Menor	5	9

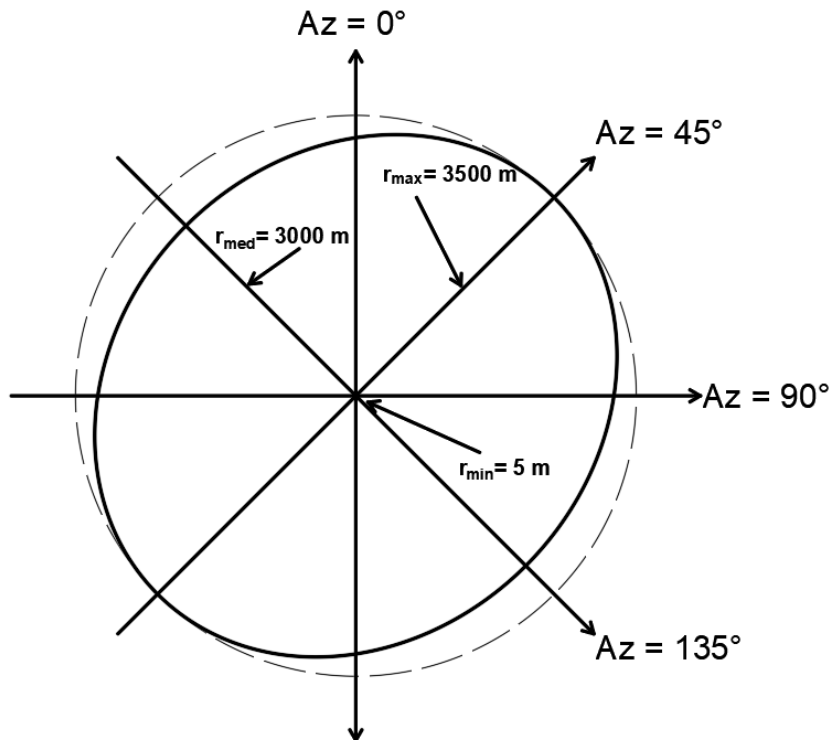


Figura 3.92. Elipse de anisotropía de la FAP.

3.8.3 Estimación

La estimación de la permeabilidad de la FAP se realiza de forma tridimensional mediante la técnica de Kriging Ordinario, porque el campo aleatorio presenta un comportamiento no estacionario. Las distancias de correlación son obtenidas a partir de los variogramas y la elipse de anisotropía, donde $r_{\text{máx}}= 3750$ m, $r_{\text{med}}= 900$, $r_{\text{min}}= 6$ m, mientras que la dirección predominante se encuentra en un azimut= 45° . La malla que contiene el dominio del campo aleatorio se presenta en la Figura 3.56, teniendo como coordenadas de origen $X=499,400$, $Y=2,156,000$ y $Z=2166$. Los resultados obtenidos corresponden al valor esperado y a la desviación estándar del logaritmo de la permeabilidad. Para obtener los valores esperados y desviación estándar de la permeabilidad es necesario realizar la transformación de valores a partir de la Ec. (3.1).

Mapeo y visualización

Los archivos de resultados obtenidos a partir del método de Kriging Ordinario se grafican con el software graficador Surfer® (Golden Software, 20017). Únicamente se representan cortes en planta porque la calidad de los resultados no permite crear un modelo tridimensional (3D) completo. El espaciado para la graficación consta de 40 intervalos sobre el eje X y 106 intervalos sobre el eje Y, ambos a cada 50 m, mientras que tiene 11 intervalos sobre el eje Z con un metro de separación, teniendo un total de 46,640 puntos. De las Figura 3.93 a la Figura 3.96 se muestran los cortes en planta, graficados con una diferencia de 5 m.

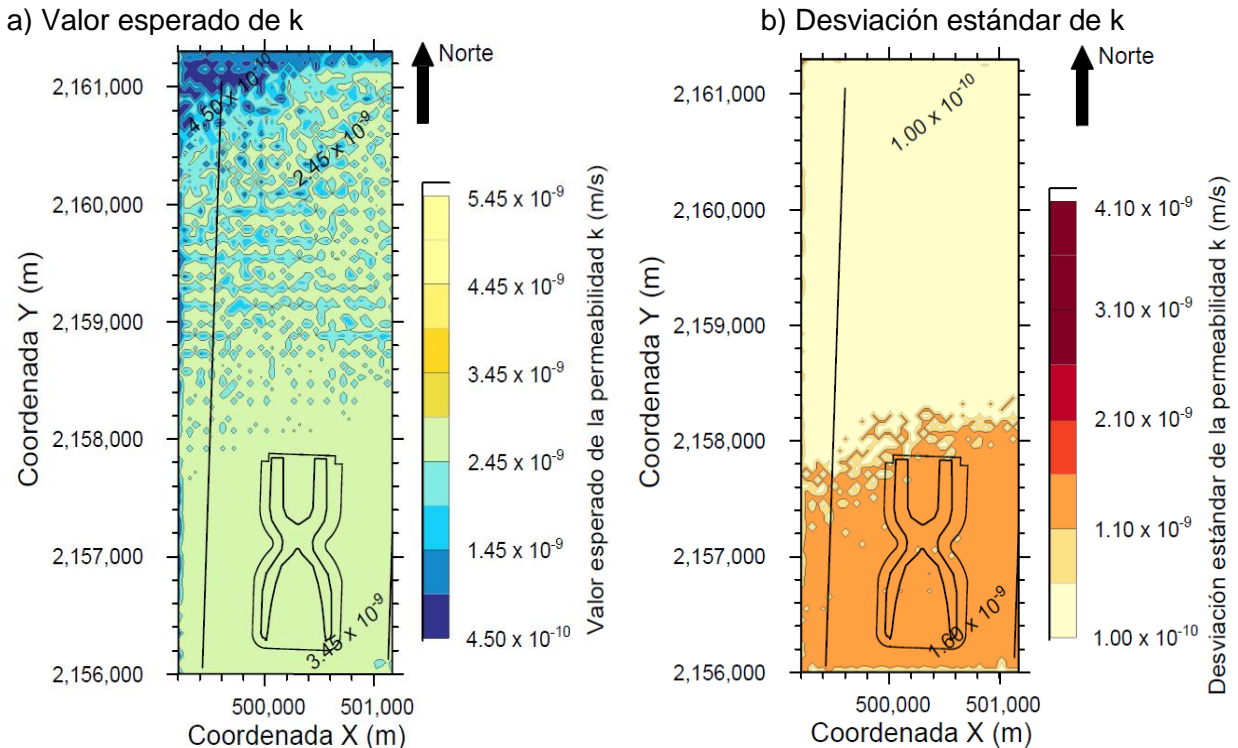


Figura 3.93. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2177 msnm) a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

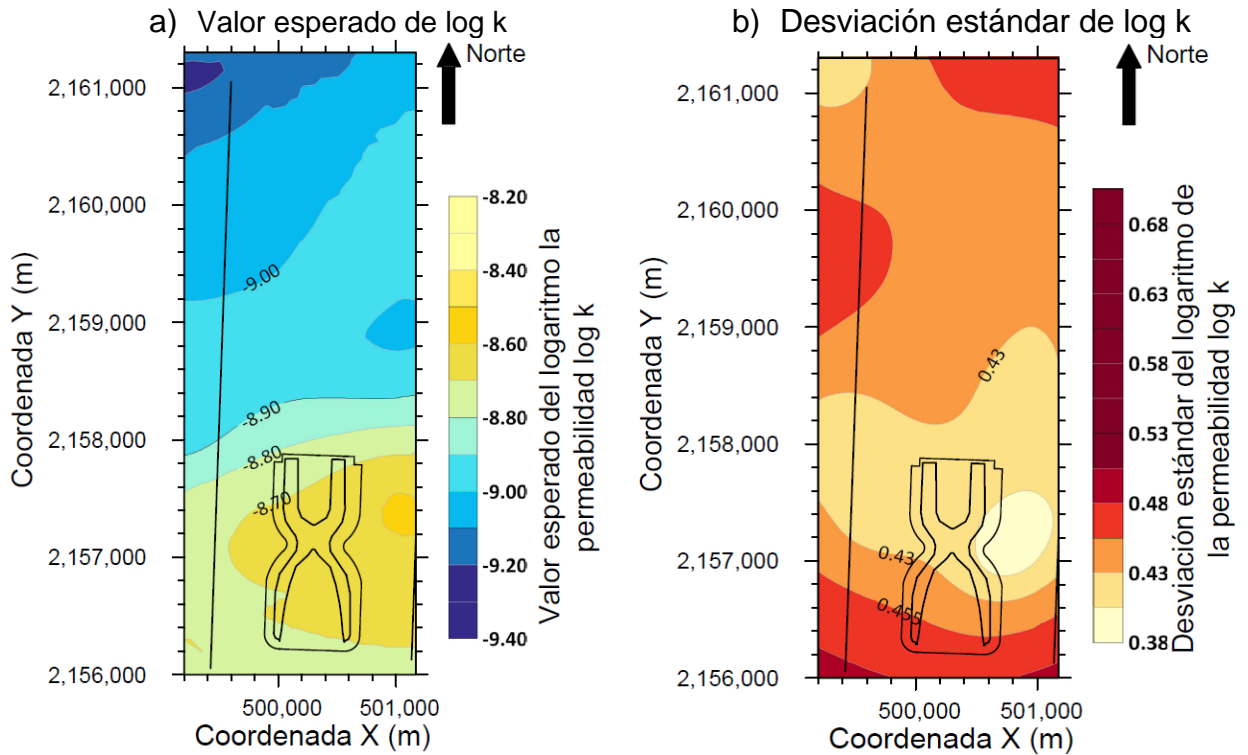


Figura 3.94. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI ($Z=2177$ msnm) a) valor esperado de $\log k$, b) desviación estándar de $\log k$.

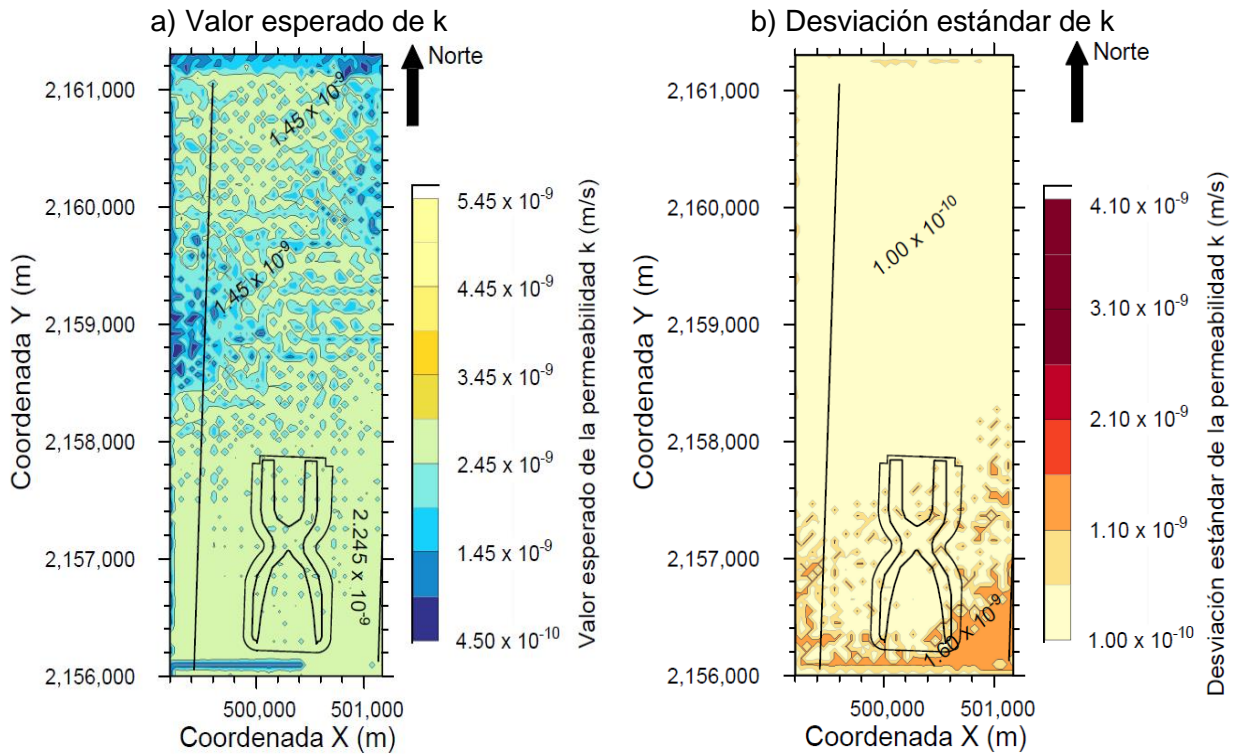


Figura 3.95. Curvas de isovalores en planta de la permeabilidad en la FAI (2172 msnm) a) valor esperado de k , b) desviación estándar de k .

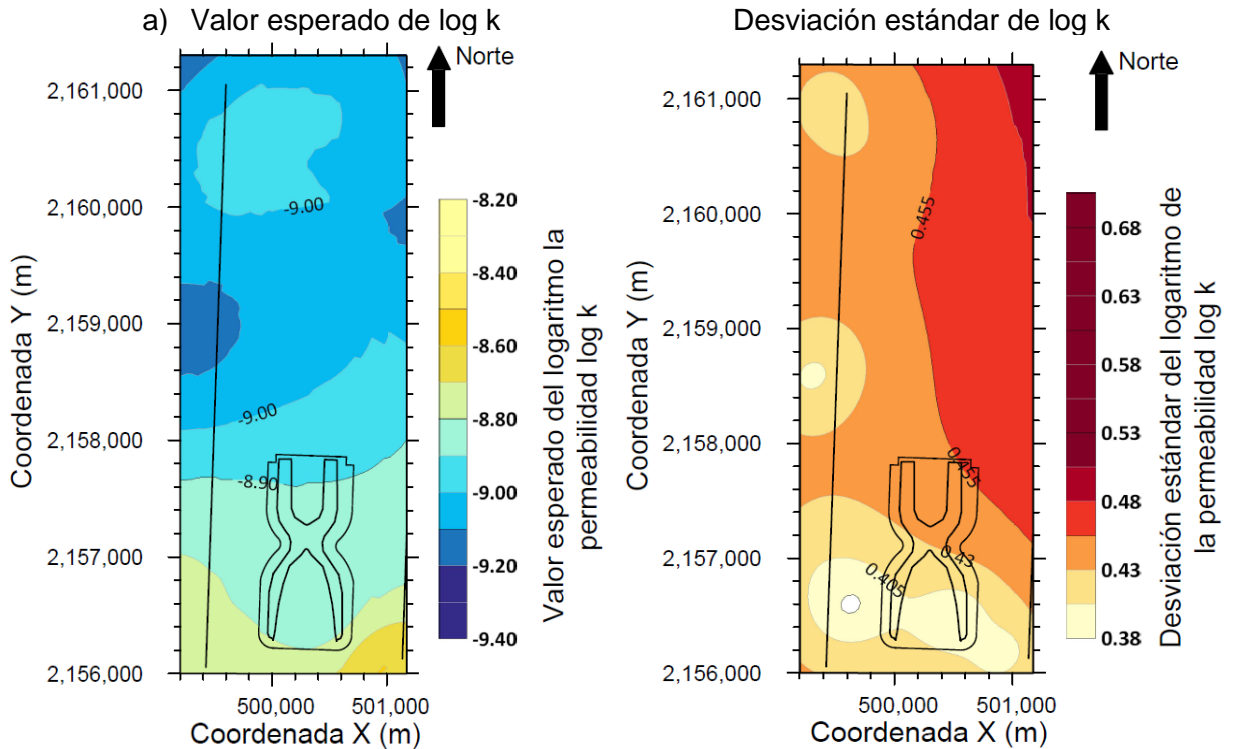


Figura 3.96. Curvas de isovalores en planta del logaritmo de la permeabilidad en la FAI ($Z=2172$ msnm) a) valor esperado de log k, b) desviación estándar de log k.

Para validar los resultados obtenidos se aplica el método de validación cruzada, donde se grafica una muestra los resultados de los valores calculados, con los valores reales. En la Figura 3.97 se muestra la gráfica de validación cruzada y la pendiente que presentan los datos. La pendiente es menor que 1, los resultados obtenidos en la estimación no son completamente representativos con respecto a los valores reales, por lo que no es recomendable realizar más análisis a partir de esta estimación.

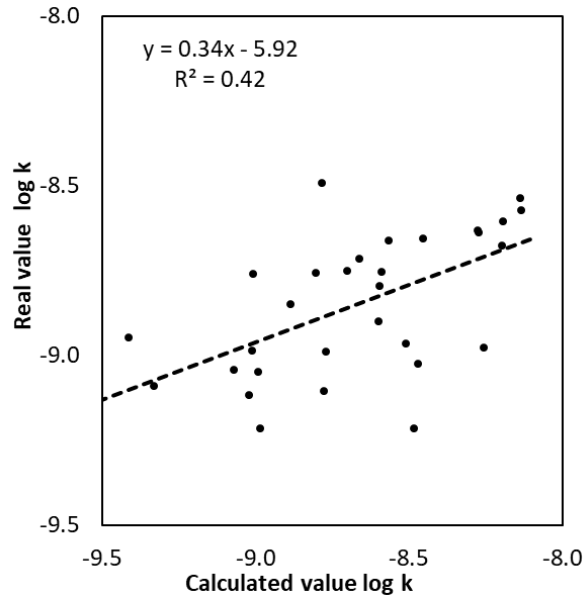


Figura 3.97. Análisis de validación cruzada de los resultados de la estimación de la FAP.

3.8.4 Interpretación de resultados

Este estrato presenta un comportamiento similar a la FAI en la tendencia de los datos, según la elipse de anisotropía de la Figura 3.92 los valores de permeabilidad tienen una tendencia creciente que va de nororiente al sur poniente. Aunque, en la FAP la distribución de los datos disponibles no es adecuada pues presenta una gran concentración de datos en algunas zonas, lo cual ocasiona que en este estrato no sea posible analizar de manera tridimensional el comportamiento de la permeabilidad. Por lo tanto, solo se realiza la interpretación del valor esperado de la permeabilidad en algunos cortes en planta.

Los valores esperados de k se encuentran dentro del orden de 2.45×10^{-9} (m/s) y 4.50×10^{-10} (m/s), producto del grado de consolidación que presentan las arcillas a esta profundidad. Aunque, algunas zonas presentan concentraciones de valores mayores de hasta 5.45×10^{-9} (m/s). Similarmente como en la FAI, este estrato se encuentra ubicado por debajo de la SES y por encima de la SEI, que son estratos con presencia de limos arenosos y con una alta variabilidad de consistencia, compacidad y compresibilidad. Es de esperar que en las estimaciones se aprecien valores esperados de k con magnitudes mayores en la parte superficial y en la más profunda del estrato debido a la cercanía con materiales de baja magnitud de k .

De la misma manera que en la FAS y la FAI, la composición mineralógica de las arcillas en la FAP presenta una microestructura aleatoria a lo largo de todo el estrato. Esto representa una intercalación de valores esperados de permeabilidad con magnitud de 1.45×10^9 (m/s) en los cortes en planta mostrados en la Figura 3.93, mientras que en la Figura 3.95 estas intercalaciones son del orden de 4.50×10^{-10} (m/s).

Por otra parte, con respecto al valor esperado del logaritmo de la permeabilidad $\log k$ se tienen las siguientes observaciones: se aprecia una tendencia de los valores

esperados de $\log k$ que va del nororiente al sur poniente, acorde con la forma y las direcciones de estimación representadas en la elipse de anisotropía de la Figura 3.92. Los modelos presentan una cantidad baja de estructuras, representadas por las líneas de isovalores, su forma es concisa, pero con bordes más afilados y en partes irregulares producto del modelo exponencial obtenido en el análisis estructural de variogramas. Aunque, puede notarse en algunas zonas que las estructuras son muy forzadas a causa de la cantidad de datos disponibles en este estrato.

Las secciones correspondientes a la desviación estándar de estimación, representan la incertidumbre asociada a las estimaciones del logaritmo de la permeabilidad. Los modelos permiten identificar el comportamiento por zonas de la desviación estándar de la permeabilidad con las siguientes observaciones: la desviación estándar de la permeabilidad permanece entre 1.00×10^{-10} (m/s) en la parte norte y 2.10×10^{-9} (m/s) en la parte sur de las zonas estimadas.

Con respecto a la desviación estándar de $\log k$ se aprecia que: en general en las zonas estimadas predominan pocas zonas de concentración de valores de desviación de $\log k$ estándar bajos, del orden 0.40. Mientras que el resto del estrato presenta valores superiores a 0.45. Asimismo, la presencia del *nugget effect* (efecto pepita) en el análisis de variogramas influye en el aumento de la incertidumbre en la estimación. En la FAP el ajuste de variogramas muestra un mejor ajuste en los ejes mayor y medio, por otra parte, en el eje menor que representa la profundidad no hay una gran cantidad de puntos pues es reflejo de la ausencia de datos para analizar.

Finalmente, del análisis realizado en la FAP se puede afirmar que el tamaño y distribución de la muestra no es suficiente para una estimación adecuada en el dominio considerado. El algoritmo de Kriging no es capaz de generar la estimación dentro de todos los puntos del dominio porque la cantidad y distribución de datos no es adecuada. Además, la calidad de los valores esperados con mínima varianza no es adecuada pues no tienen el respaldo de un análisis de validación cruzada.

3.9 Comparación de resultados

A partir de las estimaciones en las tres formaciones arcillosas se puede visualizar la distribución espacial de la permeabilidad en las arcillas del ex Lago de Texcoco. Mediante los cortes mostrados en las Figura 3.98 y Figura 3.99 se comparan los resultados con los obtenidos en las investigaciones previas presentadas en las Tabla 3.2 y Tabla 3.3 del apartado 3.1.5.

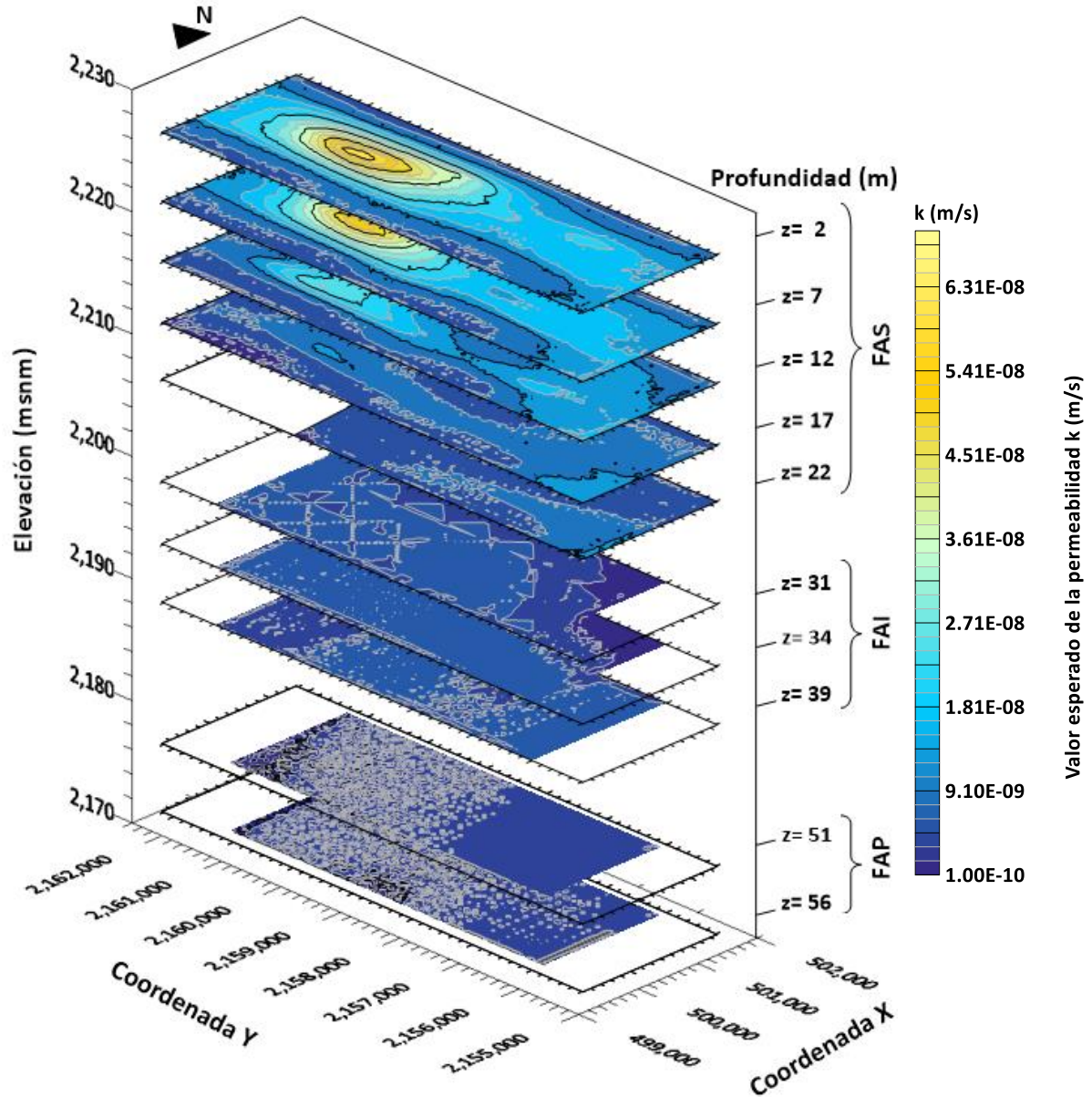


Figura 3.98. Resumen de los valores esperados de la permeabilidad en la FAS, FAI y FAP.

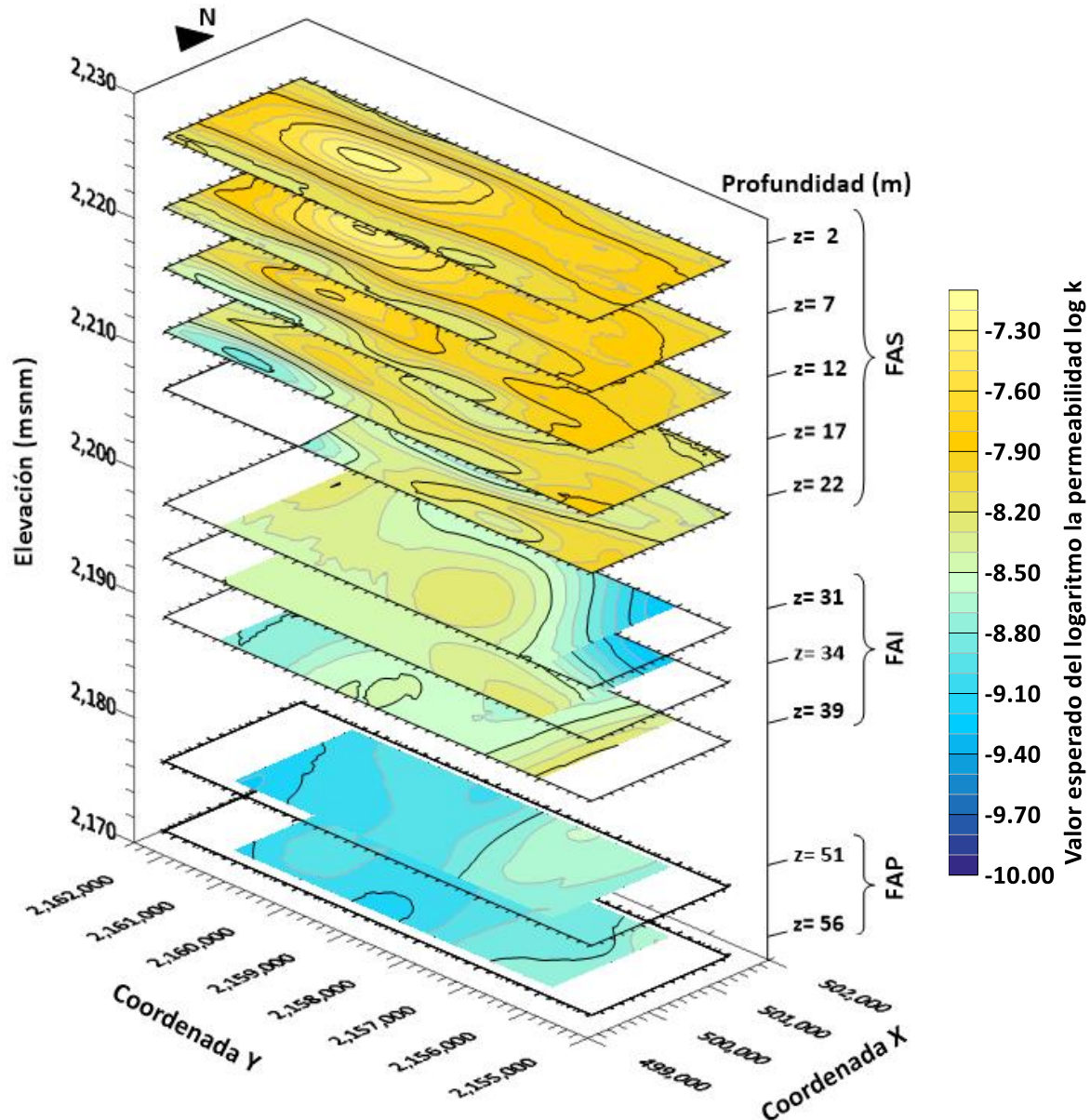


Figura 3.99. Resumen de los valores esperados del logaritmo de la permeabilidad en la FAS, FAI y FAP.

De los valores esperados de la permeabilidad obtenidos de la estimación geoestadística a partir de pruebas de consolidación en la FAS se tienen las siguientes comparaciones: a) en general los resultados del valor esperado de la FAS son menores que los obtenidos por Herrera *et al.*, 1974, Rudolph *et al.*, 1989, García-Flores 2013 y Alanís-González 2003 (CPTu), b) mantienen una magnitud similar a los obtenidos por Lucero-Rivera 2018, c) presentan similitud en magnitud a los obtenidos por Alanís-González 2003 (laboratorio) y a la media presentada por López-Acosta *et al.*, 2019 pero de un valor ligeramente menor, d) los valores esperados mayores y menores son similares a los presentados por López-Acosta *et al.*, 2019.

De los valores esperados de la permeabilidad obtenidos de la estimación geoestadística a partir de pruebas de consolidación en la FAI se tienen las siguientes comparaciones: a) en general los resultados del valor esperado de la FAI son mayores a los obtenidos por Herrera *et al.*, 1974, por Alanís-González 2003 (laboratorio y CPTU), García-Flores 2013 y Lucero-Rivera 2018, b) mantienen una magnitud similar a los obtenidos por Rudolph *et al.*, 1989 y a la media presentada por López-Acosta *et al.*, 2019, c) los valores esperados mayores y menores son similares a los presentados por López-Acosta *et al.*, 2019.

Por último, de los valores esperados de la permeabilidad obtenidos de la estimación geoestadística a partir de pruebas de consolidación en la FAP se tienen las siguientes comparaciones: a) mantienen una magnitud similar a los obtenidos por Lucero-Rivera 2018 y a la media presentada por López-Acosta *et al.*, 2019, b) los valores esperados mayores y menores son similares a los presentados por López-Acosta *et al.*, 2019.

De los comentarios anteriores se debe decir que para una correcta comparación se debe comparar de manera puntual cada una de las muestras obtenidas, pues los resultados presentados en las Tabla 3.2 y Tabla 3.3 presentan la media de sus resultados. Y como se observa en los diferentes cortes en planta, longitudinales y transversales, el comportamiento de la permeabilidad tiene variaciones en todo el volumen estimado producto de las propiedades mineralógicas y microestructuras propias de las arcillas del ex Lago de Texcoco. Además, es conveniente comparar resultados de ensayos que se hayan realizado en años cercanos al momento de realizar la estimación, porque la permeabilidad es un parámetro geotécnico que cambia con respecto al tiempo y está ligado al fenómeno de consolidación.

4. Conclusiones

El objetivo de esta investigación fue caracterizar la permeabilidad de las arcillas del Ex Lago de Texcoco empleando la geoestadística como herramienta principal para la estimación univariable de su distribución espacial. Los valores de la permeabilidad del sitio de estudio se obtuvieron mediante un método indirecto a partir de pruebas de consolidación. Como resultado, se elaboraron mapas de contornos y modelos bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D) de la variable estudiada. A partir de los resultados obtenidos, en los siguientes párrafos se dan conclusiones generales.

Los estudios realizados sobre la permeabilidad del Ex Lago de Texcoco han sido escasos. Los pocos resultados existentes fueron obtenidos a partir de diferentes métodos directos e indirectos, éstos tienen una validez puntual o local. En esta investigación la permeabilidad se obtuvo con el método indirecto de la prueba de consolidación. Los resultados permitieron el conocimiento de la permeabilidad en diversos puntos y en diferentes estratos del sitio de estudio.

La exploración geotécnica ayudó al reconocimiento del subsuelo mediante la descripción de la estratigrafía y la variación de espesores, también fue de utilidad para la determinación de las propiedades del suelo, la identificación del nivel de aguas freáticas, las condiciones piezométricas, la determinación del estado de esfuerzos y la creación de la base de datos. La información de la base de datos utilizada presentó algunas limitaciones como: la insuficiencia de datos en algunas formaciones arcillosas, la concentración de sondeos en ciertas zonas y su escasez en otras.

La obtención de la permeabilidad a partir del método indirecto con ensayos de consolidación constituye una ayuda alternativa y complementaria para la caracterización hidráulica de los suelos arcillosos, ya que la prueba de consolidación se realiza con mayor frecuencia en las obras civiles. No así, las pruebas de permeabilidad de campo o de laboratorio.

Con base en el análisis estadístico, se decidió estudiar únicamente las formaciones arcillosas superior (FAS), inferior (FAI) y profunda (FAP). Además, se determinó que el comportamiento de la permeabilidad del sitio se ajusta a una distribución de probabilidad lognormal. Se calculó el logaritmo de la permeabilidad con su respectiva ecuación de transformación para obtener una distribución de probabilidad normal. Se confirmó que el conjunto de los valores del logaritmo de la permeabilidad se ajusta a una distribución de probabilidad normal mediante la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.

Mediante la geoestadística se logró representar de manera espacial una propiedad geotécnica que generalmente se obtiene de manera puntual con pruebas de campo o laboratorio. Los modelos generados, en cortes y perfiles, permitieron una visualización adecuada de la distribución espacial de la permeabilidad de las arcillas; además, ayudan a identificar concentraciones de valores máximos y mínimos.

Con base en los resultados obtenidos en el análisis geoestadístico univariable de la permeabilidad k , es posible concluir que en la FAS la magnitud de los valores esperados de k se ve afectada en la parte superficial por un fenómeno de agrietamiento

del suelo que provoca zonas de concentración de valores mayores, además los valores esperados de k decrecen con respecto a la profundidad, a partir de la mitad del estrato se homogenizan, pero a causa de la composición mineralógica de las arcillas presenta concentraciones aleatorias de con magnitudes intercaladas. Por otra parte, la FAI y FAP presentan un comportamiento similar, ambas formaciones arcillosas se encuentran entre estratos con materiales ligeramente más permeables, esto causa que se presenten magnitudes mayores en las fronteras superiores e inferiores. Además, estas formaciones arcillosas se ven afectadas por el abatimiento de la presión de poro, lo que causa que la magnitud del valor esperado de k no sea completamente uniforme en el estrato porque el aumento del esfuerzo efectivo afecta la estructura mineralógica de las arcillas causando que su magnitud disminuya.

La calidad de los resultados de permeabilidad del análisis geoestadístico univariable, evaluados por el método de validación cruzada, indican que la distribución espacial de la permeabilidad aporta valores aceptables en toda la FAS del sitio de estudio. En la FAI la calidad de los valores no fue aceptable en todo el estrato. En la FAP no hubo suficiente información para obtener resultados en todo el estrato. La calidad de la estimación empleando la geoestadística, depende de varios factores como: la cantidad y calidad de las mediciones, la distribución y ubicación de los datos dentro del campo aleatorio estudiado, y la correcta definición de las distancias de influencia en el modelo estructural de correlación espacial.

Los resultados de permeabilidad obtenidos de la estimación univariable realizada en esta tesis tienen una aplicación inmediata, ya que, pueden emplearse como referencia para futuros estudios de las propiedades hidráulicas del subsuelo del ex Lago de Texcoco, así como, para realizar análisis geotécnicos donde se requiera de este parámetro del suelo. De igual forma, sirve como referencia para elaborar programas de exploración geotécnica más precisos para futuros proyectos de obras de infraestructura.

Con base en los resultados, se puede afirmar que la geoestadística es una herramienta útil que permite alcanzar una caracterización de las condiciones hidráulicas del suelo con suficiente aproximación para fines prácticos. La geoestadística es una técnica que puede utilizarse para evaluar los resultados de una campaña de exploración geotécnica, permitiendo excluir una parte de la subjetividad envuelta en la interpretación tradicional. La información representada con mapas de contorno, perfiles y cortes proporciona una ventaja para el entendimiento de las propiedades del subsuelo que se utilizan en la solución de problemas prácticos de la ingeniería civil.

Finalmente, es importante resaltar que un análisis geoestadístico no sustituye una exploración geotécnica. Se debe tener presente que la información estadística debe verificarse con la realidad puntual. Además, en cada caso debe cumplirse lo estipulado en los reglamentos de construcción de cada localidad referente a la exploración geotécnica.

Referencias

- Alanís-González, R. (2003). *Caracterización geotécnica del Ex Lago de Texcoco*. Tesis de Maestría en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Acevedo-Valle, M. E. (2017). *Influencia de la compacidad relativa en el coeficiente de permeabilidad de jales*. Tesis de Maestría en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- ASTM D-2434/19 (2019). *Standard Test Method for Permeability of Granular Soils (Constant Head)*.
- ASTM D-2435/11 (2011). *Standard Test for One-Dimensional Consolidation Properties for Soils Using Incremental Loading*.
- ASTM D-3441/91 (2016). *Standard Test Method for Mechanical Cone Penetration Test of Soils*.
- ASTM D5084-16a (2016). *Standard Test Methods for Measurement of Hydraulic Conductivity of Saturated Porous Materials Using a Flexible Wall Permeameter*.
- ASTM D4043-17 (2017). *Standard Guide for Selection of Aquifer Test Method in Determining Hydraulic Properties by Well Techniques*.
- Arellano, A. (1951). *Estratigrafía de la cuenca del Valle de México. Memorias del congreso científico mexicano. IV Centenario de la Universidad de México, Vol III*.
- Auvinet, G. (1998). "Geostatistical analysis of the soil data on the site of the Rion Antirion bridge, Greece". Final report, elaborated for Géodynamique et structure (France), México.
- Auvinet, G. (2002). *Incertidumbre en Geotecnia*. Decimosexta Conferencia Nabor Carrillo, Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica. Pp 139.
- Auvinet, G., & Juárez, M. (2018). *Avances en la caracterización estratigráfica del subsuelo y en el análisis de su comportamiento (1957-2017)*. *Geotecnia*, 248, 11–23.
- Baligh, M. M. y Levadoux, J. N. (1986). *Consolidation after undrained piezocone penetration. II: interpretation*. *Journal of Geotechnical Engineering*, 112(7), 727-745.
- Benjamin, J. Cornell, C. (2014). *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. New York, Dover publications inc.
- Berlanga, J., y Obregon, J. (1981). *Apuntes de Geoestadística*. Facultad de Ingeniería; Universidad Nacional Autónoma de México.
- Boggs, J. M., & Adams, E. E. (1992). Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer. Investigation of adsorption and sampling bias. *Water Resources Research*, 28(12), 3325–3336.
- Bryan, K. (1948). *Los Suelos Complejos y Fósiles de la Altiplanicie de México en relación a los Cambios Climáticos*. In *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana* (Vol. 13, Issue 1).
- Casagrande, A. (1936). *The determination of preconsolidation load and its practical significance*, Proc. 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering: 60-64.
- Carreón-Freyre, Dora C., & Hidalgo-Moreno, Claudia M., & Hernández-Marín, Martín (2006). *Mecanismos de fracturamiento de depósitos arcillosos en zonas urbanas*.

- Caso de deformación diferencial en Chalco, Estado de México.* Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, LVIII(2),237-250.
- Clark, I, Harper, W. (2000). *Practical Geostatistics 2000*. Otterbein College, Columbus Ohio.
- CFE (2018). *Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México, opinion tecnica del comportamiento observado en las zonas instrumentadas por CFE.* (Informe no. 841.02/009-2018). Ciudad de México: Autor.
- CFE (2018). *Anexo P. Variación del espesor estratigrafía del NAICM a mayo 2018.* (Informe no. 841.02/009-2018). Ciudad de México: Autor.
- Chilés, J. & Delfiner, P. (1999). *Geoestatistics, Modeling spatial uncertainty*. John Wiley & Sons Inc. Canada.
- de Cserna, Z., de la Fuente-Duch, M., Palacios-Nieto, M., Triay, L., Mitre-Salazar, L., & Mota-Palomino, R. (1988). Estructura geológica, gravimetría, sismicidad y relaciones neotectónicas regionales de la Cuenca de México (Boletín 10). Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Geología.
- Das, B. (2015). *Fundamentos de ingeniería geotécnica*. Mexico D.F.: CENGAGE Learnign.
- Delgado-Muñiz, M. (2017). *Análisis geoestadístico multivariable de las propiedades geotecnicas del subsuelo lacustre del Valle de México. Tesis de Maestría en Ingeniería.* Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Díaz, M. 2002. *Geoestadística Aplicada*. Instituto de Geofísica Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, Pp 131.
- Díaz-Rodríguez, J. A., Lozano-Santa Cruz, R., Dávila-Alcocer, V. M., Vallejo, E., y Girón, P. (1998). *Physical, chemical and mineralogical properties of Mexico City sediments: a geotechnical perspective*. Canadian Geotechnical Journal, 35(1987), 600-610.
- Díaz Rodríguez, J. A. (2014). *Mecánica de suelos, naturaleza y propiedades*. México D.F.: Trillas.
- Fox J, Bouchet-Valat M (2020). *Rcmdr: R Commander*. R package version 2.7-1.
- García-Flores, C. (Septiembre de 2013). *Control local del hundimiento regional mediante inyección de agua en el subsuelo del Valle de México.* Tesis de Maestría en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Giraldo, H. (2000). *Introducción a la Geoestadística, Teoría y Aplicación*. Facultad de Ciencias, Universidad de Colombia.
- Golden Software. (2019). Golden Surfer (Nº de versión 16.3.408). Windows. Golden, Colorado. <https://www.goldensoftware.com/products/surfer>.
- Goovaerts, P. 1997, *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. New York, Oxford University Press.
- Goovaerts, P. (1999). Geostatistics in soil science: State-of-the-art and perspectives. *Geoderma*, 89(1–2), 1–45.
- Gwenzi, W., Hinz, C., Holmes, K., Phillips, I. R., & Mullins, I. J. (2011). *Field-scale spatial variability of saturated hydraulic conductivity on a recently constructed artificial ecosystem*. *Geoderma*, 166, 43–56.

- Herrera, I., Alberro, J., & Chen, B. (1974). *Análisis de asentamientos para la construcción de los lagos del Plan de Texcoco*. Universidad Nacional Autónoma de México: Instituto de Ingeniería.
- Hidalgo-Mejía, J. (2007). *Consolidación de suelos visco – plásticos: generación de presión de poro y deformaciones diferidas*. Tesis de Maestría en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Isaaks, E. & Srivastava, R. (1989). *Applied Geostatistics*. Oxford University Press, New York.
- Jaksa, M., Kaggwa, S., y Brooker, P. (1999). *Experimental Evaluation of the Scale of Fluctuation of a Stiff Clay*. In Proceedings of 8th International Conference on the Application of Statistics and Probability, R. E. Melchers and M. G. Stewart (eds.), Sydney, A. Balkema, Rotterdam. Pp. 415-422.
- Juárez-Camarena, M. (2001). *Aplicaciones de la geoestadística a la descripción del subsuelo del Valle de México*. Tesis de Maestría. Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Juárez-Camarena, M. (2015). *Análisis geoestadístico del subsuelo de la zona lacustre del valle de México*. Universidad Nacional Autónoma de México. Tesis Doctoral. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Krige, D. G. (1962). *Statistical application in mine valuation*. J. Institute Mine Survey, South Africa.
- Kodikara, J. K., Barbour, S. L., & Fredlund, D. G. (2000). *Desiccation cracking of soil layers*. Balkema, May 18-19, 693–698.
- Kolmogorov, A. (1992). *Selected Works II: Probability Theory and Mathematical Statistics*. Springer Netherlands.
- Levadoux, J., & Baligh, M. (1986). *Pore pressures during cone penetration in clays*. Massachusetts Institute of Technology. Dept. of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Research Report R80-15.
- Lilliefors, H. W. (1967). *On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance*. Journal of the American Statistical Association, 62(318), 399–402.
- López-Acosta, N. (2010). *Incertidumbre en el análisis de flujo de agua en suelos*. Tesis Doctoral. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- López-Acosta, N. P., & Auvinet, G. (2011). *Uncertainty in analyses of one-dimensional steady-state seepage through random porous media*. Probabilistic Engineering Mechanics, 26(3), 501–510.
- López-Acosta, N. P. y Espinosa, A.L. (2016). “*Estimación de la permeabilidad en materiales finos mediante pruebas de disipación de presión de poro*”, Memorias de la XXVIII Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica, SMIG (23-26 noviembre 2016), Mérida, Yucatán, México.
- López-Acosta, N. P., Espinosa, A.L. y Zuluaga, D. (2016). “*Sobre la permeabilidad del subsuelo en la zona del ex-Lago de Texcoco*”, Memorias de la XXVIII Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica, SMIG (23-26 noviembre 2016), Mérida, Yucatán, México.

- López-Acosta, N. P., Barba-Galdámez, D. F., Espinosa-Santiago, A. L., & Choque-Mamani, P. I. (2018). *Data on horizontal hydraulic conductivity of fine-grained soils of the former Lake Texcoco (Mexico)*. *Data in Brief*, 19, 1670–1682.
- López-Acosta N.P. (2017). Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), Sección B. Geotecnia. Tema 2. Mecánica de Suelos. Capítulo 9. "Flujo de agua en suelos." Ciudad de México, México. 285 p. ASIN: B077QN6R66. Publication Date: November 23, 2017.
- Lopez-Acosta, N. P., Espinosa-Santiago, A. L., & Barba-Galdámez, D. F. (2019). Characterization of soil permeability in the former Lake Texcoco, Mexico. *Open Geosciences*, De Gruyter, 11(1), 113–124.
- Lu, C., Qin, W., Zhao, G., Zhang, Y., & Wang, W. (2017). *Better-Fitted Probability of Hydraulic Conductivity for a Silty Clay Site and Its Effects on Solute Transport*. *Water*, 9(7), 466.
- Lucero-Rivera, J. (2018). *Caracterización de la permeabilidad del subsuelo del ex Lago de Texcoco mediante pruebas de laboratorio*. Universidad Nacional Autónoma de México. Tesina de Especialidad, Posgrado de Ingeniería.
- Lugo-Hubp, J., Pérez-Vega, A., & Rojas-Salas, M. (1991). *Formación de grietas en la margen del antiguo lago al oriente de la cuenca de México*. *Geofísica Internacional*, Vol. 30, N, 87–95.
- Marsal, R. J., y Mazari, M. (1959). *El subsuelo de la Ciudad de México, Volumen I. México*. Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Mesri, G., Rokhsar, A., y Bohor, B. F. (1975). *Composition and compressibility of typical sample of Mexico City clay*. *Geotechnique*, 25, 527-554.
- Matheron, G. (1969). Curso de Geoestadística. *Los Cuadernos Del Centro de Morfología Matemática de Fontainebleau. Fascículo 2*, 5, 125.
- Matheron, G. (1971). The theory of regionalized variables and its applications. *Le Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique. Fasc. 5*, CG, Fontainebleau.
- Mazari-Hiriart, M., Hernández-Eugenio, C., Rojo-Callejas, F., Lozano-Santacruz, R. (2000). Vertical variability of PCE sorption in the lacustrine clays of Mexico City. *Environmental Geology* 39(6). 595.602.
- Medina, Z. (2001) *Interpretación Geoestadística de Campañas de Reconocimiento del Subsuelo*, Tesis de Maestría, DEPI, UNAM, México.
- Mooser, F. (1975). *Mapa geológico del Valle de México*. Memorias de las Obras del Sistema de Drenaje Profundo del Distrito Federal. México, D.F.: Dirección General de Obras del Departamento del Distrito Federal.
- Mooser, F. (1996). *Estudio geológico estructural en la Cuenca de Oriental, Estado de Puebla, Tlaxcala y Veracruz. México D.F.*: Informe Técnico presentado a C.N.A
- O'Kelly B.C. (2006). Compression and consolidation anisotropy of some soft soils, *Geotechnical & Geological Engineering*, 24 (6), pp. 1715-1728.
- Olea, R. A. (2000). *Geostatistics for Engineers and Earth Scientists*. Kansas Geological Survey, Springer 1st Edition, New York, Pp 347.
- Ordoñez, J., Auvinet, G., & Moises, J. (2015). *Caracterización del subsuelo y análisis de riesgos geotécnicos asociados a las arcillas expansivas de la ciudad de Tuxtla Gutiérrez*. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 16(3), 453–470.
- Ovando-Shelley, E., Ossa, A., & Santoyo, E. (2013). Effects of regional subsidence and earthquakes on architectural monuments in MEXICO CITY. *Boletín de La Sociedad Geológica Mexicana*, 65(1), 157–167.

- Parez, L., y Fauriel, R. (1988). “ Le piézocône - améliorations apportées à la reconnaissance des sols”. Rev. Franç. Géotech., (44), 13-27.
- Pinzón-Franco, G. (2007). *Comportamiento visco-plástico del suelo en pruebas de consolidación a velocidad de desplazamiento constante, aplicadas a la determinación de la permeabilidad*. Tesis de Maestría en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Portillo-Arreguín, D. (2019). Determinación experimental de las propiedades térmicas del suelo del ex Lago de Texcoco. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Ramos Leal, J. A., Noyola Medrano, C., & Tapia Silva, F. O. (2010). Aquifer vulnerability and groundwater quality in mega cities: Case of the Mexico Basin. *Environmental Earth Sciences*, 61(6), 1309–1320.
- Remy, N., Boucher, A., & Wu, J. (2009). *Applied Geostatistics with SGeMS*. Cambridge University Press.
- Remy, N., Boucher, A., & Wu, J. (2019). Stanford Geostatistical Modeling Software (Nº de versión v.2.1). Windows. Stanford University: Stanford University. <http://sgems.sourceforge.net/>
- Robertson, P. K. (2010). *Estimating in-situ soil permeability from CPT & CPTu*. Proceedings of the 2nd International Symposium on Cone Penetration Testing, Pomona, CA, May, 1–8.
- Rudolph, D. L., Herrera, I., & Yates, R. (1989). *Groundwater flow and solute transport in the industrial well fields of the Texcoco saline aquifer system near Mexico City*. In *Geofísica Internacional* (Vol. 28, Issue 2).
- Shamsai, A., Pak, A., Bateni, S., & Ayatollahi, S. (2007). Geotechnical characteristics of copper mine tailings: a case study. *Geotechnical and Geologic Engineering*. Volume 25, Issue 5, October, pp 591-6
- Santoyo, E. (1989). “*El cono en la exploración geotécnica*”. TGC Geotecnia S.A.
- Schmertmann, J. H. (1978). *Guidelines for Cone Penetration Test (Performance and Desing)*. Federal Highway Administration (FHWA), Report No. FHWA-TS-78-209.
- Taylor, D.W. (1942). *Research on consolidation of clays*, Serial num. 82 Department of Civil and Sanitary Engineering, MIT, Cambridge, Massachusetts.
- Tenorio-Jiménez, A. (2013). Aplicación de la Geoestadística a la Caracterización Geotécnica del Subsuelo de la Zona Central de la Ciudad De México. Tesis de Maestría en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la UNAM, Coordinación del Posgrado en Ingeniería.
- Terzaghi, K. y Peck, R. B. (1948), *Soil mechanics in engineering practice*, Nueva York, Wiley.
- Turcke, M. A., & Kueper, B. H. (1996). *Geostatistical analysis of the Borden aquifer hydraulic conductivity field*. *Journal of Hydrology*, 178(1–4), 223–240.
- Vanmarcke, E. (1983). *Random Fields: Analysis and Synthesis*. Massachusetts Institute of Technology.
- Wackernagel, H. 2003. *Multivariate Geostatistics. An Introduction with Applications*. Springer, 3rd Edition, Berlin, Germany.
- Warren, C. J., y Rudolph, D. L. (1997). *Clay minerals in basin of Mexico lacustrine sediments and their influence on ion mobility in groundwater*. *Journal of Contaminant Hydrology*, 27, 177-198.

- Webster, R y Oliver, M. 2007. *Geostatistics for Environmental Scientist*. John Wiley & Sons, 2nd Edition England. Pp 316.
- Zeevaert, L. (1953). *Estratigrafía y problemas de ingeniería en los depósitos de arcilla lacustre de la Ciudad de México*. Memoria del Congreso Científico Mexicano, Volumen 5, 58-70

Anexo I: Teoría de las variables regionalizadas

I.1 Introducción

El estudio de los fenómenos naturales hace uso de conceptos básicos de la estadística. Se considera a cada uno de los valores muestreados, dentro de una cierta región R y para un determinado fenómeno natural, como diferentes realizaciones independientes de una misma variable aleatoria $V(X)$. Se supone que todos los valores muestreados provienen de una misma distribución.

Actualmente, en geoestadística se considera que cada valor muestreado en un punto $x = (u, v, w)$ de una región R , representa únicamente una realización de una variable aleatoria $V(X)$. Si n valores fueran muestreados, ellos representarían realizaciones de n diferentes variables aleatorias $V(x_1), V(x_2), \dots, V(x_n)$, cada una de las cuales tendría asociada su propia función de distribución $F_{V(x_1)}, F_{V(x_2)}, \dots, F_{V(x_n)}$. El concepto anterior se representa en la Figura I.1.

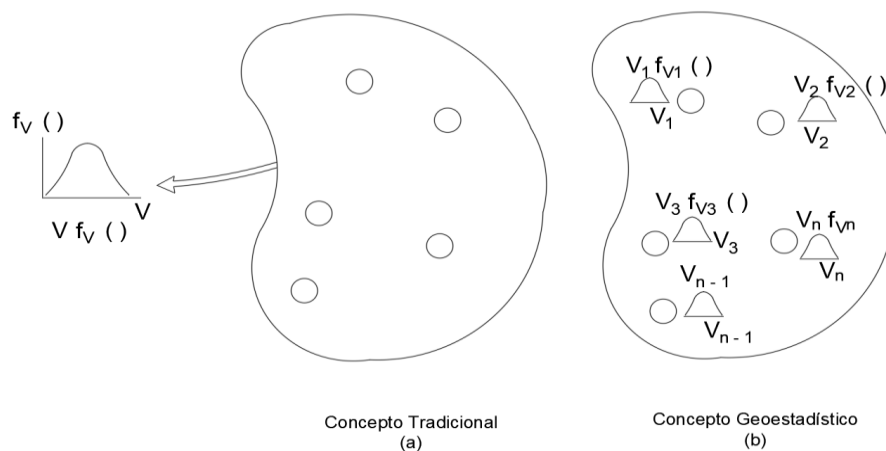


Figura I.1. Fenómeno natural caracterizado por la distribución espacial de una variable aleatoria regionalizada. (Berlanga, J., y Obregón, J. 1968).

I.2 Variable Aleatoria Regionalizada

Las variables aleatorias $V_{(x_1)}, V_{(x_n)}$ por estar distribuidas en el espacio, se les conoce con el nombre de variables aleatorias regionalizadas (*var*), y al fenómeno representado por las variables aleatorias regionalizadas $V_{(x_1)}$ se le denomina regionalización. Al conjunto de *var* $\{V_{(x_1)}, \dots, V_{(x_n)}\}$, representado como $V(x)$ se le conoce como función aleatoria (*f.a*) y se distingue por tener asociada una función acumulativa de distribución conjunta.

$$F_{V(x_n)} = F_{V(x_1), \dots, V(x_1)}(V(x_1), \dots, V(x_n)) \quad \text{Ec. (I.1)}$$

$$F_{V(x_n)} = Pr \{V(x_1) \leq V(x_1) \dots, V(x_n) \leq V(x_n)\}$$

Las *var* presentan las siguientes características generales:

1. Región: se refiere a la extensión en la cual existe y se analiza un fenómeno natural.

2. Localización: se refiere a la posición dentro de la región, en la cual una realización de una *var* tiene lugar.
3. Soporte geométrico: se refiere a la determinación física de la realización de una *var* siendo una misma técnica (mismo tamaño relativo, volumen, método de ensaye, etc.).

De la misma manera en que los operadores $E [X]$, $Var [X]$, etc., se aplican a variables aleatorias, también pueden aplicarse a variables aleatorias regionalizadas. Considerando la *var* $V(x_1)$, en el punto x_1 de la región R:

- (i) $E [V(x_i)]$: Si la función de distribución de $V(x_i)$ tiene media, entonces esta media es una función de x_i y se escribe:

$$E [V(x_i)] = m(x_i) \quad \text{Ec. (I.2)}$$

- (ii) $Var E [V(x_i)]$: Si la varianza de la *var* $V(x_i)$ existe, entonces esta se define como el momento central de segundo orden, y se escribe:

$$Var [V(x_i)] = E[\{V(x_i) - m(x_i)\}^2] \quad \text{Ec. (I.3)}$$

Al igual que la media de $V(x_i)$, la varianza es generalmente una función de x_1 .

- (iii) $Cov [V(x_i), V(x_j)]$: Si las varianzas de las *var* $V(x_i)$, $V(x_j)$ existen, entonces la covarianza de las dos variables aleatorias también existe y es función de las dos localizaciones, x_i y x_j :

$$Cov [V(x_i), V(x_j)] = E[\{V(x_i) - m(x_i)\}\{V(x_j) - m(x_j)\}] \quad \text{Ec. (I.4)}$$

- (iv) Variograma $2\gamma[V(x_i), V(x_j)]$: La función variograma se define como la varianza del incremento de dos variables aleatorias regionalizadas, es decir:

$$2\gamma[V(x_i), V(x_j)] = 2\gamma(x_i, x_j) = Var [V(x_i) - V(x_j)] \quad \text{Ec. (I.5)}$$

La función $\gamma(x_i, x_j)$ se denomina entonces, semivariograma. El variograma también puede definirse como aquella función que expresa la estructura de intercorrelación de una variable aleatoria regionalizada.

I.3 Hipótesis de la geoestadística

Cuatro diferentes hipótesis relacionadas con la función aleatoria $V(x)$ pueden adoptarse.

- (i) Estacionariedad estricta: Una *f.a.* $V(x)$ se dice estar estacionaria estricta, si su función acumulativa de distribución conjunta $V_{z(x)}$ permanece constante bajo efectos de traslación. Esta hipótesis equivaldría a considerar como iguales a todos los momentos de los conjuntos de *var* $\{V(x_1), \dots, V(x_n)\}$ y $(v(x_1 + h), \dots, v(x_n + h))$ para cualquier valor h .
- (ii) Estacionariedad de segundo orden: una *f.a.* $V(x)$ se dice ser estacionaria de segundo orden cuando:

(a) $E[V(x_1)]$ existe y no depende del punto o soporte x_1
 $E[V(x_1)] = m$ es constante y pertenece a x_i .

(b) Para cada par $\text{var} \{V(x_i), V(x_i + h)\}$ la covarianza existe y sólo depende del vector de traslación h .

$$\begin{aligned} C(h) &= \text{Cov} [V(x_i), V(x_i + h)] \\ C(h) &= E[\{V(x_i) - E[V(x_i)]\}\{V(x_i + h) - E[V(x_i + h)]\}] \\ C(h) &= E[V(x_i) \cdot V(x_i + h)] - m^2, Vx_j \end{aligned} \quad \text{Ec. (I.6)}$$

La estacionariedad de la covarianza implica estacionariedad de la varianza y del variograma.

$$\begin{aligned} \text{Var} [V(x_j)] &= E [(V(x_j) - m)^2] = C(o), Vx_1 \\ &= \frac{1}{2} E[V^2(x_1)] - E[V(x_1) V(x_1 + h)] + \frac{1}{2} E[V^2(x_1 + h)] \\ \gamma(h) &= C(o) - C(h), Vx_i \end{aligned} \quad \text{Ec. (I.7)}$$

Como se observa en la última ecuación, $\gamma(h)$ y $C(h)$, son dos herramientas que permiten expresar la correlación entre las dos $\text{var} V(x_i)$ y $V(x_i + h)$, separadas por el vector h ; donde la correlación entre los datos no depende de su posición particular, si no de la distancia que los separa.

(iii) Hipótesis intrínseca: Una f.a. $V(x)$ se dice intrínseca si:

(a) Su media existe y no depende del punto x_i

$$E[V(x_1)] = m, Vx_i \quad \text{Ec. (I.8)}$$

(b) Para todo vector h , el incremento $V(x_i) - V(x_i + h)$, tiene varianza finita y no depende del punto x_i .

$$\begin{aligned} \text{Var} [V(x_i) - V(x_i + h)] &= E [(V(x_i) - V(x_i + h))^2] \\ &= 2\gamma(h), Vx_i \end{aligned} \quad \text{Ec. (I.9)}$$

La existencia de la función variograma representa una hipótesis más fácil de satisfacer que la existencia de la covarianza. Muchos fenómenos físicos presentan una capacidad infinita de dispersión, donde ambas la varianza y covarianza no existen, pero para las cuáles es posible definir una función variograma.

Por tanto, la estacionariedad de segundo orden implica la hipótesis intrínseca, pero no lo contrario. La función variograma puede expresarse en términos de la covarianza, y no así esta última en función del variograma.

$$\gamma(h) = C(o) - C(h); \quad C(h) \neq f(\gamma(h)) \quad \text{Ec. (I.10)}$$

Anexo II: Estimaciones mediante Kriging

II.1 Análisis estructural

Antes de iniciar un estudio geoestadístico es recomendable familiarizarse con la naturaleza del fenómeno que se estudia (geología, estratigrafía, propiedades geotécnicas, etc.) y con los datos disponibles. Esta fase preliminar es esencial tanto en el análisis estructural como en la formulación correcta del problema. Por tal motivo, siempre es deseable poder llevar a cabo un análisis estadístico elemental de la información. Histogramas y diagramas de correlación, entre otras muchas técnicas, ayudan en la detección de datos erróneamente muestreados, esto es de especial importancia ya que cualquier error en los datos se reflejaría sistemáticamente en cada etapa del análisis geoestadístico.

Una parte fundamental del análisis estructural lo constituye la formulación del problema y el análisis crítico de la variable aleatoria regionalizada, lo que comprende, entre otros, los aspectos siguientes:

- i) Representatividad y ejecución correcta del muestreo.
- ii) Propósito del estudio.
- iii) Significado y homogeneidad de los datos o de la variable que se estudia.
- iv) Soporte o volumen en el cual la variable está definida.
- v) Extensión o dominio del campo sobre el cual la distribución espacial de la variable se definirá.

II.2 El semivariograma experimental

Cuando se analizan los datos y se define la variable se calcula el semivariograma. El variograma se define como la representación gráfica de la varianza de la diferencia de dos variables aleatorias generalizadas.

$$2\gamma(h) = Var [V(x+h) - V(x)] \quad \text{Ec. (II.1)}$$

Estando distanciadas una de la otra, un vector h . Un semivariograma calculado a partir de datos experimentales, $\gamma^*(h)$, está dado por la fórmula:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N'} \sum_{i=1}^{N'} [V(x_i+h) - V(x_i)]^2 \quad \text{Ec. (II.2)}$$

donde N' representa el número de pares de datos separados por el vector h , $V(x_i)$ es el valor de la variable en posición x_i y $V(x_i+h)$ es el valor de la variable en la posición x_i+h

En la práctica, los datos pueden estar distribuidos en 1, 2 y 3 dimensiones, y que además pueden presentarse regular o irregularmente espaciados. También, la confiabilidad en el semivariograma como función estructural será mayor cuanto mayor sea el número de datos disponibles. El cálculo de los semivariogramas experimentales, generalmente, se efectúa empleando programas de cómputo.

Algunos de los aspectos relevantes contenidos en los semivariogramas son:

- i) Representan el grado de continuidad de los valores de las *var* $\gamma(h)$ es una función creciente, es decir, que entre más alejada se encuentre una *var* de otra, sus valores tenderán a ser diferentes.
- ii) El crecimiento de un semivariograma representa la una menor influencia de una *var* sobre su vecindad.
- iii) La anisotropía en los valores de la *var* puede ser reveladas a través de distintos comportamientos de los semivariogramas construidos a lo largo de diferentes direcciones dentro del dominio de la *var*.
- iv) La continuidad y regularidad de los valores está representada por el mayor o menor comportamiento regular del semivariograma cerca del origen.
- v) Los importantes caracteres estructurales del fenómeno en estudio pueden ser obtenidos de los rasgos del semivariograma, arriba de una distancia llamada intervalo de correlación, las *var* prácticamente no presentan correlación. El valor $\gamma(h)$ para distancias h mayores al intervalo, nombrado *sill* (meseta), presenta la varianza máxima entre las *var*.
- vi) Desde el momento en que se efectúa un muestreo discontinuo, se obtiene una imagen imperfecta de la ley de dispersión teórica de los valores de la *var*. por lo que únicamente los puntos cercanos al origen son considerados como significativos.
- vii) $\gamma(h)$ no representa en su totalidad los detalles locales del fenómeno, solo expresa, en forma sintética, sus caracteres esenciales.

II.3 Anatomía del semivariograma

La definición de semivariograma como un medio de la varianza de la diferencia de dos variables aleatorias regionalizadas sugiere las siguientes propiedades:

- $\gamma(0) \equiv C$ el semivariograma es por definición igual a cero en el origen.
- $\gamma(h) = \gamma(-h)$ el semivariograma es una función par.

Con el objeto de entender el comportamiento de la función $\gamma(h)$ es necesario observar primero el comportamiento de la función $C(h)$. Se parte del supuesto que el grado de correlación entre las variables $V(x_1)$ y $V(x_1 + h)$ generalmente decrece a medida que la distancia que las separa se incrementa. De acuerdo con esto y observando la relación:

$$\gamma(h) = C(o) - C(h) \qquad \text{Ec. (II.3)}$$

Podemos deducir que la función $\gamma(h)$ debe incrementarse con h , Figura II.1.

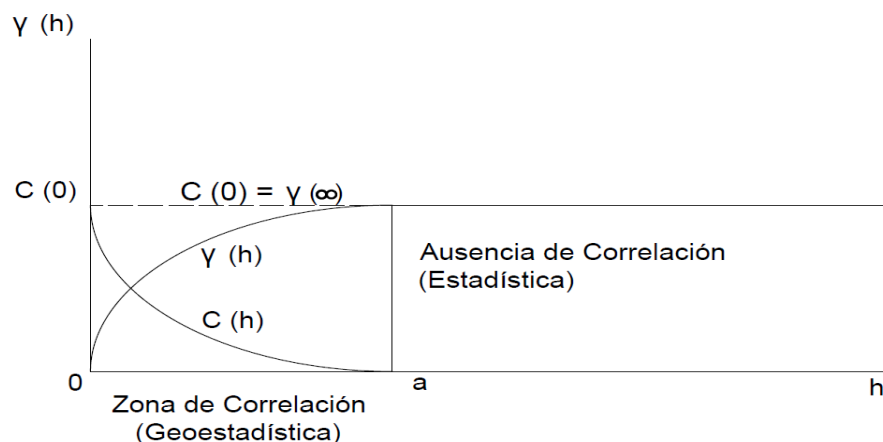


Figura II.1. Anatomía del semivariograma.

La distancia “ a ” a partir de la cual $C(h)$ resulta prácticamente igual a cero, se denomina intervalo y representa el punto de transición entre el estado en el cual existe correlación (o zona de influencia), $[h]<a$, y el estado en el cual hay ausencia de correlación, $[h]>a$. A medida que h crece, la función $\gamma(h)$ resulta, generalmente más o menos estable alrededor de un límite llamado *sill* (meseta), el cual es simplemente la varianza de la *var. Z(x_i)*.

$$\gamma(\infty) = \text{Var} [Z(x_i)] = C(0) - C(\infty) \quad \text{Ec. (II.4)}$$

Aquellos semivariogramas caracterizados por un intervalo a y una meseta $C(0)$ se les conoce como modelos de transición, ya que permiten identificar las zonas de transición definidas anteriormente. Estrictamente hablando, y dado que h representa un vector, la función $\gamma(h)$ denota el conjunto de semivariogramas $\gamma(h, \alpha)$ obtenidos al hacer variar el ángulo en diferentes direcciones. Estudiando $\gamma(h)$ en varias direcciones α , se puede determinar la existencia de posibles anisotropías, tales como el cambio de intervalo a (α) con la dirección α .

II.4 Comportamiento del semivariograma al origen

El comportamiento del semivariograma cerca del origen está relacionado con la continuidad y la regularización de la *f.a. V(x)*. Hay cuatro diferentes comportamientos de semivariograma:

- i) Parabólico: $\gamma(h) \sim A[h]^2$, comportamiento característico de variables especiales sumamente regulares.
- ii) Lineal. - $\gamma(h) \sim A[h]$
- iii) Discontinuo al origen: $\gamma(h)$ no tiende hacia cero cuando $h \rightarrow 0$, aunque por definición $\gamma(0) = 0$. La variabilidad entre dos valores $V(x)$ y $V(x+h)$, muy cercanos, uno del otro, puede ser muy alta e incrementarse con el grado de discontinuidad en el origen de $\gamma(h)$. Esta discontinuidad en el origen de la función $\gamma(h)$ se denomina efecto pepita (nugget effect) y puede deberse a mediciones erróneas y/o micro variabilidades.

- iv) Efecto pepita puro: Este es el caso donde $\gamma(h)$ aparece exclusivamente como una discontinuidad en el origen,
- v) $\gamma(0) = 0$ y $\gamma(h) = C_0$, para $h > E$.
- vi) Este efecto corresponde, exclusivamente, al estado total de ausencia de correlación.

II.5 Origen de variabilidad

La variabilidad entre las $var V(x_1)$ y $V(x_1 + h)$, representada por el semivariograma, tiene diversos orígenes los cuales están íntimamente ligados a las diversas escalas de medida, por ejemplo:

- i) A nivel de punto existe una variabilidad causada por errores en los muestreos mismos.
- ii) A nivel microscópico una segunda variabilidad puede existir producida por la transición de elementos.
- iii) A nivel de estratos o lentes mineralizados una tercera variabilidad puede aparecer debida a alternancias de los estratos o de los lentes mineralizados.
- iv) A nivel de una cuenca geológica una cuarta variabilidad puede surgir como consecuencia de la distribución de los yacimientos a partir de la orogénesis de la provincia.

II.6 Modelos de semivariogramas

A continuación, se presentan las principales funciones empleadas en la representación de variogramas. No cualquier función $f(h)$ puede ser una función semivariograma. Únicamente aquellas funciones definidas positivas y condicionalmente (Matheron, G. 1971) pueden emplearse como semivariogramas.

Como se mencionó anteriormente, las dos características principales del semivariograma $\gamma(h)$ son su comportamiento al origen (parabólico, lineal y nugget effect) y la presencia o ausencia del *sill* (meseta) para valores de $[h] \geq a$. Los modelos teóricos empleados pueden clasificarse como:

- i) Modelos con meseta (o modelos de transición) y comportamiento lineal al origen:
 - (a) Modelo esférico
 - (b) Modelo exponencial
 - (c) Modelo Gaussiano
- ii) Modelos sin meseta (la función aleatoria correspondiente será intrínseca donde ni la varianza, ni la covarianza existen).
 - (a) Modelos de forma $|h|^\theta$, con $\theta \in (0,2)$
 - (b) Modelo logarítmico

Los modelos que a continuación se presentan están normalizados, es decir, corresponden a *f.a.* $V(x)$ con varianza $Var [V(x)]=1$.

Modelo esférico:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{\|h\|}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{\|h\|}{a} \right)^3, & \text{si } \|h\| \leq a \\ \text{valor de la meseta,} & \text{si } \|h\| > a \end{cases} \quad \text{Ec. (II.5)}$$

Modelo exponencial:

$$\gamma(h) = 1 - e^{\left(\frac{-3\|h\|}{a}\right)} \quad \text{Ec. (II.6)}$$

Modelo gaussiano

$$\gamma(h) = 1 - e^{\left(\frac{-3\|h\|^2}{a^2}\right)} \quad \text{Ec. (II.7)}$$

Los modelos de semivariogramas esférico y exponencial con comportamiento lineal al origen son los más frecuentemente encontrados en la práctica. La diferencia entre el modelo esférico y el exponencial es la distancia (r) en la cual sus tangentes al origen intersecan el *sill* $C(0)$, dos tercios del intervalo a en el modelo esférico $r = \frac{2a}{3}$ y un tercio del intervalo práctico a en el modelo experimental $r = \frac{a}{3}$.

II.7 Fenómenos anisotrópicos

Un fenómeno anisotrópico exhibe diversas variabilidades en cada dirección a . La función estructural $\gamma(h) = \gamma(|h|, \alpha)$ depende entonces de la dirección a y del módulo $|h|$. Cuando la función $\gamma(h) = \gamma(|h|, \alpha)$ depende únicamente del módulo $|h|$ el fenómeno se nombra isotrópico. En la práctica, el carácter anisotrópico de la función $\gamma(h)$ se manifiesta por la existencia de direcciones preferenciales al momento de la génesis del fenómeno estudiado, Berlanga, *et al.* (1981). Los modelos isotrópicos mostrados anteriormente, dependen exclusivamente del módulo $r=|h|$ del vector h .

II.8 Kriging

El método de Kriging es una técnica de estimación local la cual proporciona el mejor estimador lineal insesgado de las características desconocidas del fenómeno en estudio, Krige (1962). El Kriging posee un conjunto de métodos de predicción espacial que se fundamentan en la minimización del error cuadrático medido de predicción.

Suponga que se hacen mediciones de una variable de interés V en los puntos $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, de la región de estudio R . Se tienen variables de tipo $V(x_1), \dots, V(x_n)$ y se desea predecir $V(x_0)$, en un punto x_0 donde no existe medición. El método de Kriging Ordinario propone que el valor de la variable puede predecirse como una combinación lineal de las n variables aleatorias así:

$$V(x_0) = \lambda_1 V(x_1) + \lambda_2 V(x_2) + \dots + \lambda_n V(x_n) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i)$$

donde λ_i simboliza los pesos ponderados de los valores originales. Dichos pesos se calculan en función de la distancia entre los puntos muestreados y el punto donde se hace la predicción. La propiedad de insesgamiento se expresa mediante la suma de

los pesos debe ser igual a uno para que la esperanza del predictor sea igual la esperanza de la variable. Estadísticamente la propiedad de insesgamiento se expresa como:

$$E[V * (x_0)] = E[V(x_0)]$$

Al suponer que el proceso es estacionario de media m (desconocida) y usando las propiedades del valor esperado, se demuestra que la suma de las ponderaciones debe ser igual a uno:

$$\begin{aligned} E \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) \right] = m &\Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i E(V(x_i)) = m \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i m = m &\Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{aligned}$$

La característica distintiva de los métodos de Kriging es que $V * (x_0)$ se considera el mejor predictor lineal porque los pesos se obtienen de tal manera que minimicen la varianza del error de predicción (Giraldo, 2000), es decir, minimizando la ecuación:

$$\text{Var}[V * (x_0) - V(x_0)] \quad \text{sujeta a} \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Se tiene que

$$\text{Var}[V * (x_0) - V(x_0)] = \text{Var}[V * (x_0) - 2\text{Cov}\{V * (x_0), V(x_0)\} + \text{Var}\{V(x_0)\}]$$

$$\text{Var}[V * (x_0)] = \text{Var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) \right] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{Cov}\{V(x_i), V(x_j)\}$$

Usando la notación $C_{ij} = \text{Cov}\{V(x_i), V(x_j)\}$ y $\text{Var}[V * (x_0)] = \sigma^2$

$$\text{Cov}[V * (x_0), V(x_0)] = \text{Cov} \left[\sum_{j=1}^n \lambda_j V(x_j), V(x_0) \right] = \sum_{j=1}^n \lambda_j \text{Cov}[V(x_j), V(x_0)] = \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{j0}$$

$$\text{Var}[V * (x_0) - V(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} + \sigma^2 \quad \text{Ec. (II.8)}$$

La función expresada en la ecuación II.8 se debe minimizar sujeta a la restricción $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$. El problema de minimización se resuelve empleando el método de multiplicadores de Lagrange.

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} + \sigma^2 + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_k^2}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial \left[(\lambda_1^2 C_{11} + 2\lambda_1 \sum_{j=2}^n \lambda_j C_{1j} + \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij}) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} + \sigma^2 + 2\mu (\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1) \right]}{\partial \lambda_1}$$

$$\frac{\partial \sigma_k^2}{\partial \lambda_1} = \left(2\lambda_1 C_{11} + 2 \sum_{i=2}^n \lambda_j C_{ij} \right) - 2C_{i0} + 2\mu = 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} - 2C_{i0} + 2\mu = 0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} + \mu = C_{i0} \quad \text{Ec. (II.9)}$$

De manera análoga se determinan las derivadas con respecto a $\lambda_2, \dots, \lambda_n$

$$\frac{\partial \sigma_k^2}{\partial \lambda_1} = 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{2j} - 2C_{20} + 2\mu = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{2j} + \mu = C_{20} \quad \text{Ec. (II.10)}$$

⋮

$$\frac{\partial \sigma_k^2}{\partial \lambda_n} = 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{nj} - 2C_{n0} + 2\mu = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{nj} + \mu = C_{n0} \quad \text{Ec. (II.11)}$$

Por último, se deriva con respecto a μ

$$\frac{\partial \sigma_k^2}{\partial \lambda_n} = 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j - 2 = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \text{Ec. (II.12)}$$

De esta manera se forma un sistema de (n+1) ecuaciones con (n+1) incógnitas que se representa matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & \vdots & C_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{11} & \cdots & C_{nn} & 1 \\ 1 & \vdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{10} \\ \vdots \\ C_{n0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ec. (II.13)}$$

$C_{ij} \quad * \quad \lambda = C_{i0}$

Los pesos que minimizan el error de predicción se determinan mediante la función de covariograma a través de la ecuación:

$$\lambda = C_{ij}^{-1} * C_{i0}$$

Una vez encontrados los pesos se calcula la predicción en el punto x_0 . De forma análoga se procede para cada punto donde se quiera hacer la predicción.

II.9 Varianza de predicción del Kriging Ordinario

Multiplicando (ec.II.8), (ec.II.9) y (ec.II.10) por λ_i se obtiene:

$$\lambda_i \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} + \mu \right) = \lambda_i C_{i0} \quad \forall i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Sumando las ecuaciones

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu = \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} \quad ; \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} = \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu$$

Sustituyendo la ecuación anterior en (ec.II.7)

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 + \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{j0} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0}$$

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 - \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{j0} - \mu \quad \text{Ec. (II.14)}$$

II.10 Estimación de ponderaciones por medio de la Función de Semivarianza

Los pesos λ pueden ser estimados a través de la función de semivarianza, para lo cual se requiere conocer la relación entre las funciones de covariograma y de semivarianza. Se tiene a consideración la siguiente notación:

$$\sigma^2 = \text{Var}(V(x)) \quad \gamma_{ij} = \gamma(h) \quad C_{ij} = C(h)$$

Donde i y j es la distancia análogamente

La relación entre las dos funciones es la siguiente:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x_j) - Z(x_i) \right)^2 \right] = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x_j) \right)^2 - 2Z(x_j)Z(x_i) + \left(Z(x_i) \right)^2 \right]$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x_j) \right)^2 \right] - E[Z(x_j)Z(x_i)] + \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x_i) \right)^2 \right]$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x_j) \right)^2 - k^2 \right] - E[Z(x_j)Z(x_i) - k^2] + \frac{1}{2} E \left[\left(Z(x_i) \right)^2 - k^2 \right]$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} [V(Z(x)) + k^2] + \frac{1}{2} [V(Z(x)) - k^2] - \text{COV}[Z(x_j)Z(x_i)] = [V(Z(x))] - \text{COV}[Z(x_j)Z(x_i)]$$

$$\gamma_{ij} = \sigma^2 - C_{ij} \quad \Rightarrow \quad C_{ij} = \sigma^2 - \gamma_{ij} \quad \text{Ec. (II.15)}$$

Reemplazando (ec.II.15) en (ec.II.8), (ec.II.9) y (ec.II.10) se determinan los pesos óptimos λ en términos de la función de semivarianza:

$$\frac{\partial(\sigma_k^2)}{\partial \lambda_1} = \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} + \mu - C_{10} = \sum_{j=1}^n \lambda_j (\sigma^2 - \gamma_{1j}) + \mu - (\sigma^2 - \gamma_{10})$$

$$\frac{\partial(\sigma_k^2)}{\partial \lambda_1} = \sigma^2 \sum_{j=1}^1 \lambda_j - \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{1j} + \mu - \sigma^2 - \gamma_{10}$$

$$\frac{\partial(\sigma_k^2)}{\partial\lambda_1} = \sigma^2 - \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{1j} + \mu - \sigma^2 - \gamma_{10} \Rightarrow \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{1j} - \mu = \gamma_{10}$$

Similarmente,

$$\frac{\partial(\sigma_k^2)}{\partial\lambda_1} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{2j} - \mu = \gamma_{20}$$

⋮

$$\frac{\partial(\sigma_k^2)}{\partial\lambda_n} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{nj} - \mu = \gamma_{n0}$$

El sistema de ecuaciones se completa con (ec. II.12). De acuerdo con lo anterior los pesos se obtienen en términos del semivariograma a través del sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{10} \\ \vdots \\ \gamma_{n0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ec. (II.16)}$$

La ecuación correspondiente a la varianza del error de predicción en términos de la función de semivarianza se reemplaza (ec. II.14) en (ec. II.13), donde:

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 - \left[\sum_{i=1}^n \lambda_j (\sigma^2 - \gamma_{1j}) \right] + \mu \Rightarrow \sigma_k^2 = \sigma^2 - \sigma^2 \sum_{i=1}^n \lambda_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{ij} + \mu$$

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i0} + \mu \quad \text{Ec. (II.17)}$$

Los pesos del Kriging Ordinario también pueden ser estimados mediante el uso del correlograma aplicando la siguiente relación, con su correspondiente varianza de predicción se da por (Isaaks & Srivastava, 1989):

$$\rho_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sigma^2} \quad ; \quad \sigma_k^2 = \sigma^2 \left(1 - \sum \lambda_i \gamma_{i0} + \mu \right) \quad \text{Ec. (II.18)}$$

II.11 Kriging Simple

Suponga que hay una *var* estacionaria donde se conoce la media (*m*) y covarianza. Se define en los modelos lineales que el modelo establecido en este caso es igual a la media más un error aleatorio con media cero. La diferencia es que en este caso los errores no son independientes.

Sea $V(x)$ la variable de interés medida en el sitio x .

$$E[V(x)] = m \quad \quad \quad E[V(x)] = m + \varepsilon(x), \text{ con } E[\varepsilon(x)] = 0$$

El predictor de la variable de interés en un sitio donde se tiene información se define como:

$$V^*(x_0) = m + \varepsilon^*(x_0)$$

Con $\varepsilon^*(x_0)$ que corresponde a la predicción del error aleatorio en el sitio x_0 . Despejando de la ecuación anterior $\varepsilon^*(x_0) = V^*(x_0) - m$.

El predictor del error aleatorio se define como:

$$\varepsilon^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \varepsilon(x_i) = \sum_{i=1}^n \lambda_i (V(x_i) - m)$$

donde el predictor de la variable de estudio es:

$$V^*(x_0) = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i (V(x_i) - m) = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i \varepsilon(x_i)$$

el predictor es insesgado si:

$$E[V^*(x_0)] = E[V(x_0)] = m$$

luego el predictor será insesgado cuando $E[\varepsilon^*(x_0)] = 0$

$$E[\varepsilon^*(x_0)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \varepsilon(x_i) = \sum_{i=1}^n \lambda_i (0) = 0$$

Por consiguiente, a diferencia del Kriging Ordinario, en este caso no existen restricciones para las ponderaciones tendientes al cumplimiento de la condición de insesgamiento, Giraldo, H. (2000). La estimación de los pesos del método de Kriging Ordinario se obtiene de tal forma que se minimice $Var[\varepsilon^*(x_0) - \varepsilon(x_0)]$.

$$\begin{aligned} Var[\varepsilon^*(x_0) - \varepsilon(x_0)] &= E[\varepsilon^*(x_0) - \varepsilon(x_0)]^2 = E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \varepsilon(x_i)\right) - \varepsilon(x_0)\right]^2 \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \varepsilon(x_i)\right)\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j \varepsilon(x_j)\right) - 2E\left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \varepsilon(x_i)\right)(\varepsilon(x_0))\right] + E(\varepsilon(x_0))^2\right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j E(\varepsilon(x_i)\varepsilon(x_j)) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i E(\varepsilon(x_i)\varepsilon(x_0)) + E(\varepsilon(x_0))^2 \end{aligned}$$

usando

$$E(\varepsilon(x_0)) = 0 \quad ; \quad E(\varepsilon(x_i)\varepsilon(x_j)) = Cov(\varepsilon(x_i)\varepsilon(x_j)) = C_{ij} \quad ; \quad E(\varepsilon(x_0))^2 = \sigma^2$$

$$Var[\varepsilon^*(x_0) - \varepsilon(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{j0} + \sigma^2 \quad \text{Ec. (II.19)}$$

derivando respecto de λ_1 se tiene:

$$\frac{\partial(\varepsilon * (x_0) - \varepsilon(x_0))}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial}{\partial \lambda_1} \left(\lambda_1^2 C_{11} + 2\lambda_1 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2\lambda_1 C_{10} - 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{10} + \sigma^2 \right)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon * (x_0) - \varepsilon(x_0))}{\partial \lambda_1} = 2\lambda_1 C_{11} + 2\lambda_1 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} - 2C_{10} = 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} - 2C_{10}$$

igualando a cero, para cualquier $i, i = 1, 2, \dots, n$ se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C_{1j} = C_{10} \qquad \frac{\partial}{\partial \lambda_1} = \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} = C_{10} \qquad \text{Ec. (II.20)}$$

con las n ecuaciones resultantes se construye el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ \vdots \\ C_{n0} \end{pmatrix} \qquad \text{Ec. (II.21)}$$

II.12 Varianza de predicción Kriging Simple

Se tiene de (ec. II.18) que:

$$\text{Var}[\varepsilon * (x_0) - \varepsilon(x_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} + \sigma^2$$

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j C_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} + \sigma^2$$

Reemplazando (ec. II.19) en ((ec. II.18))

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} + \sigma^2 = \sigma^2 - \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i0} \qquad \text{Ec. (II.22)}$$

Anexo III: Influencia de la elección del intervalo de la curva de compresibilidad en la determinación de la permeabilidad k

De acuerdo con el apartado 3.3, el t_{90} se determinó mediante el método de Taylor explicado en el apartado 2.3.1. El t_{90} es un parámetro obtenido de las gráficas de raíz del tiempo vs deformación en cada intervalo de la curva de consolidación. Lo anterior, presenta variaciones en la elección del intervalo para el cálculo del coeficiente de permeabilidad k . En este anexo se tomaron seis muestras en diferentes sondeos, ubicados sobre el área de estudio mostrado en la Figura III.1. En cada muestra se realizó el cálculo de k considerando el t_{90} asociado al intervalo anterior y el posterior y se compararon los valores obtenidos. Se encontró que la elección del intervalo en la curva de la compresibilidad no altera significativamente la magnitud de los resultados.

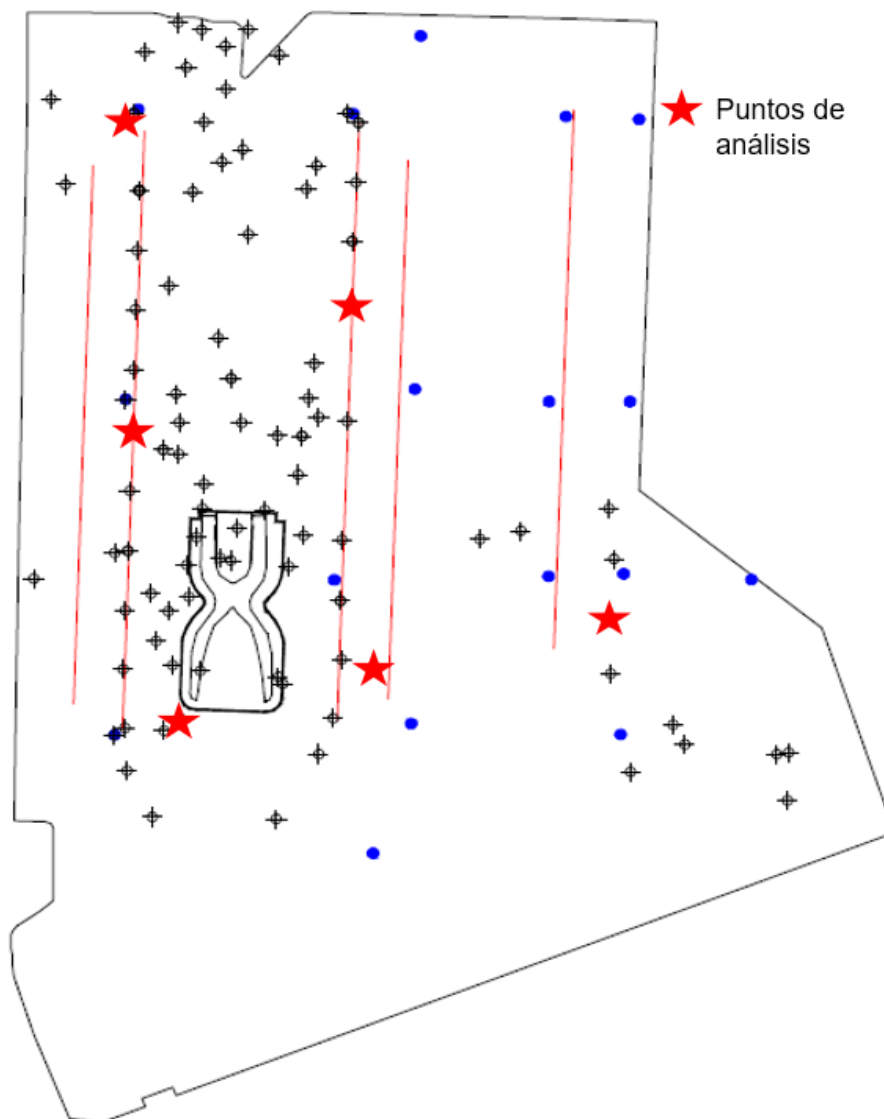


Figura III.1. Ubicación de los puntos de análisis, en la evaluación de la influencia de la elección del intervalo en la curva de compresibilidad.

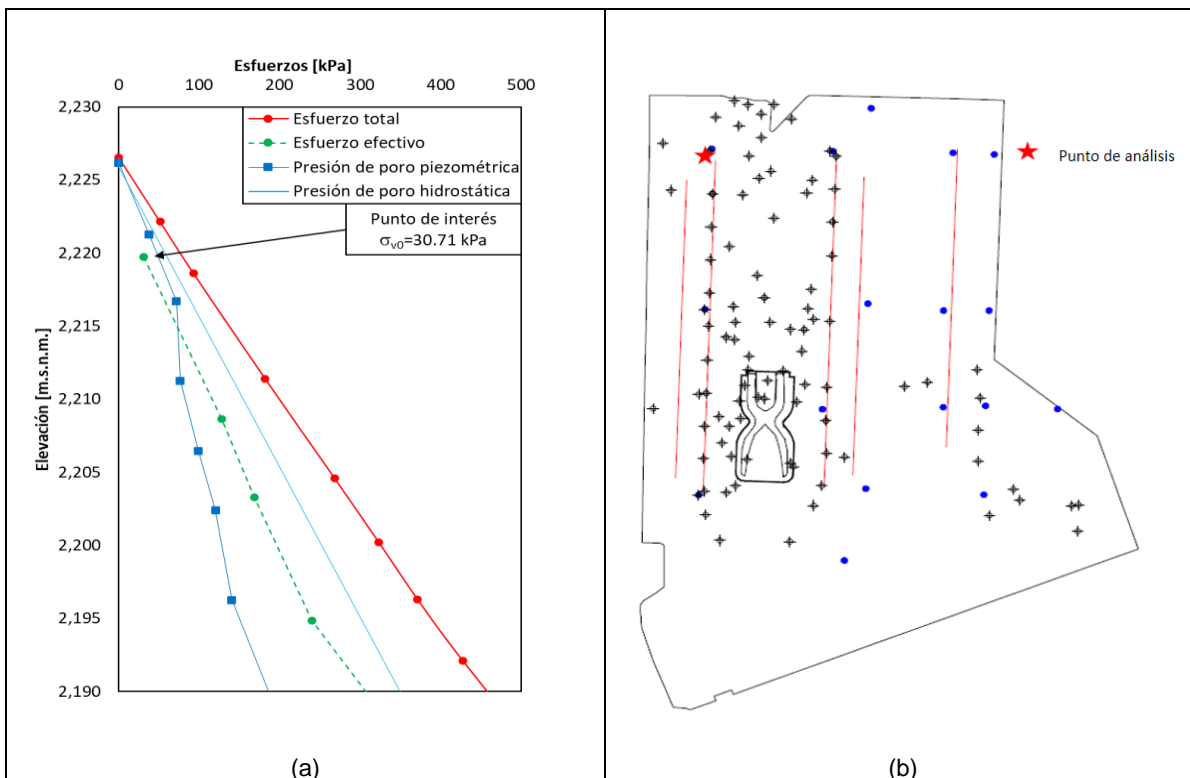


Figura III.2. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas, para el punto que se indica en (b). (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

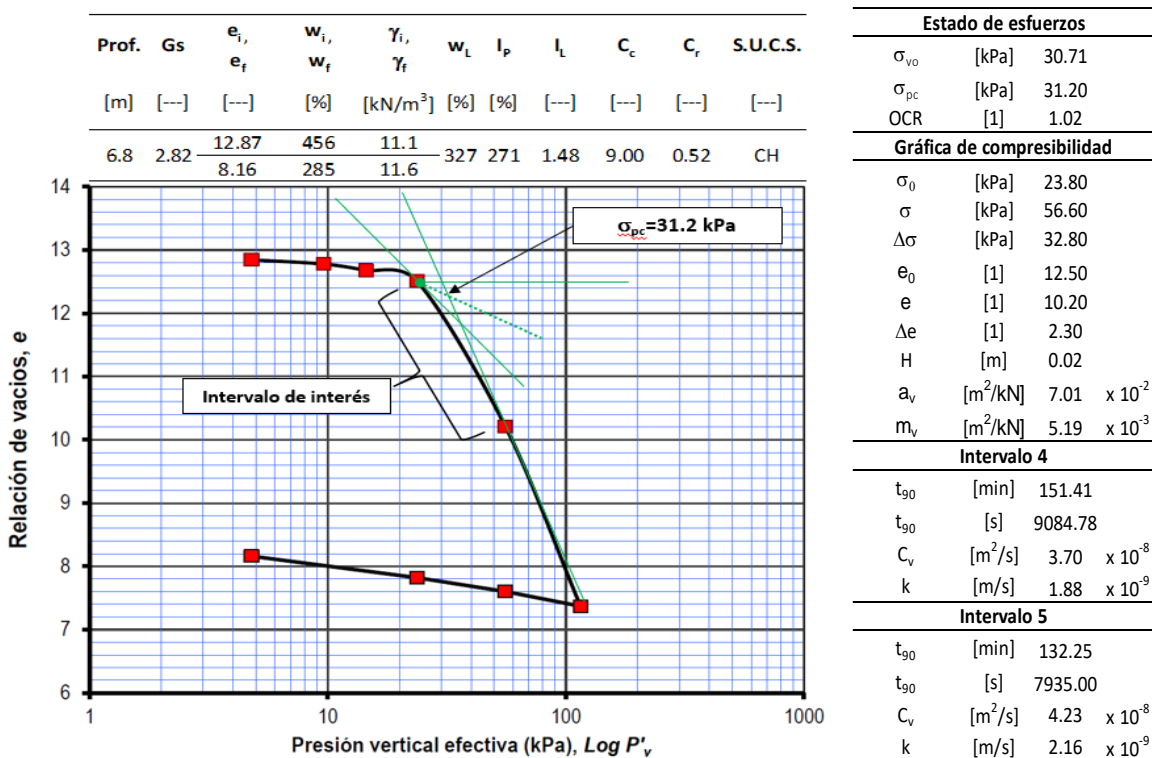


Figura III.3. Cálculo del coeficiente de permeabilidad en diferentes intervalos. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

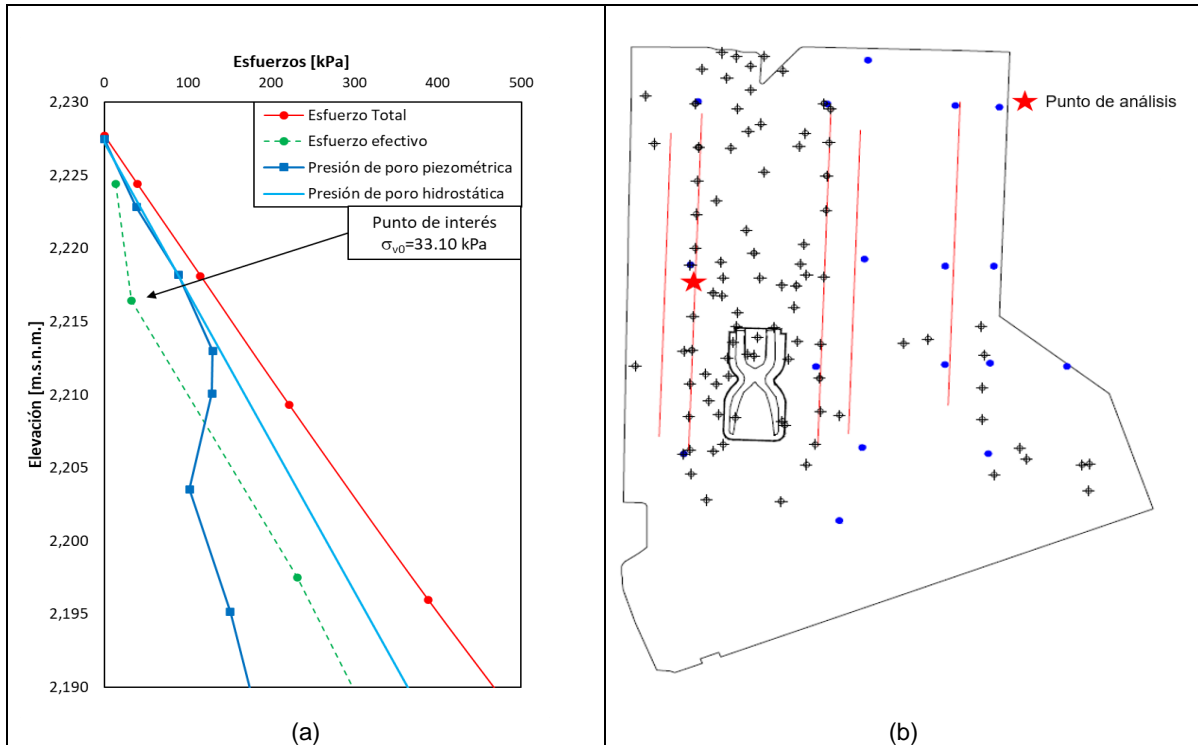


Figura III.4. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas, para el punto que se indica en (b). (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

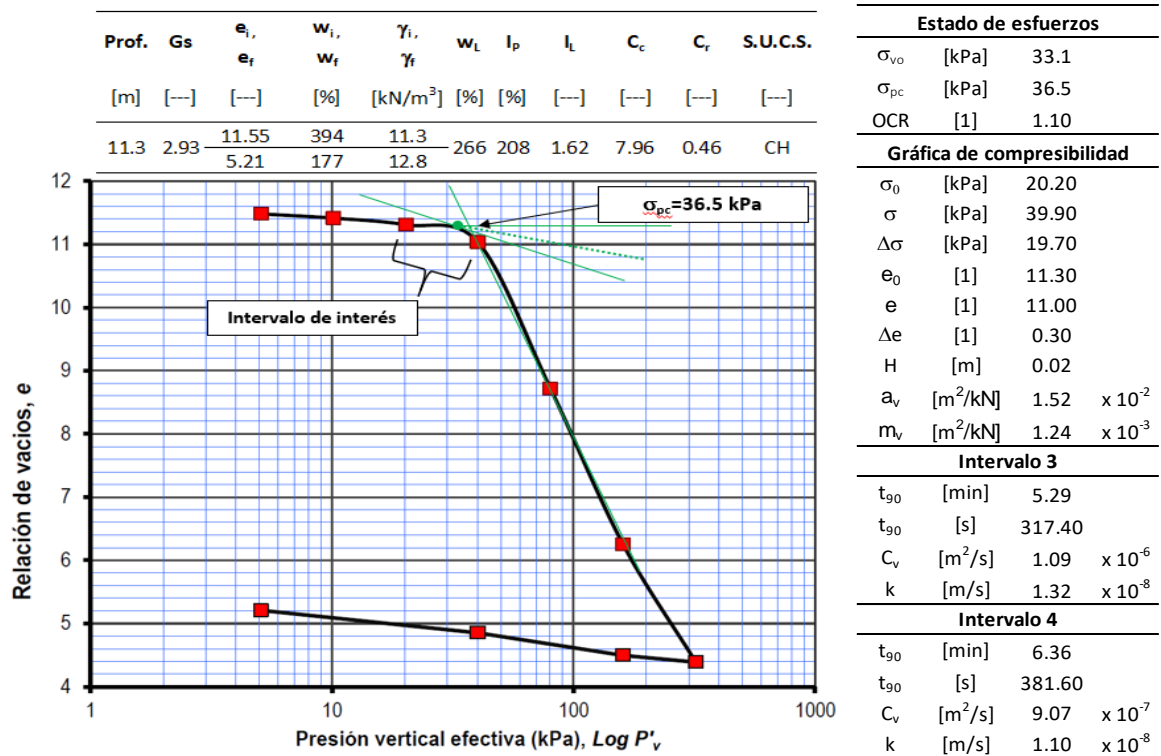


Figura III.5. Cálculo del coeficiente de permeabilidad en diferentes intervalos. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

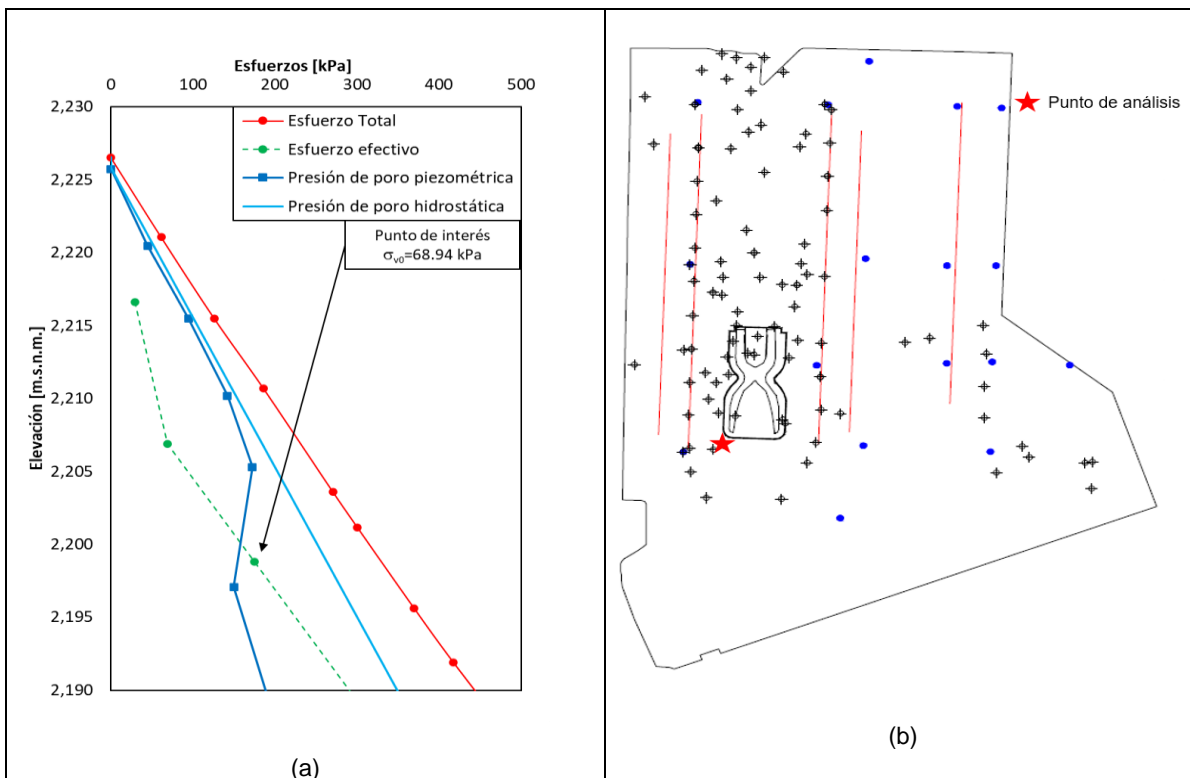


Figura III.6. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas, para el punto que se indica en (b). (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

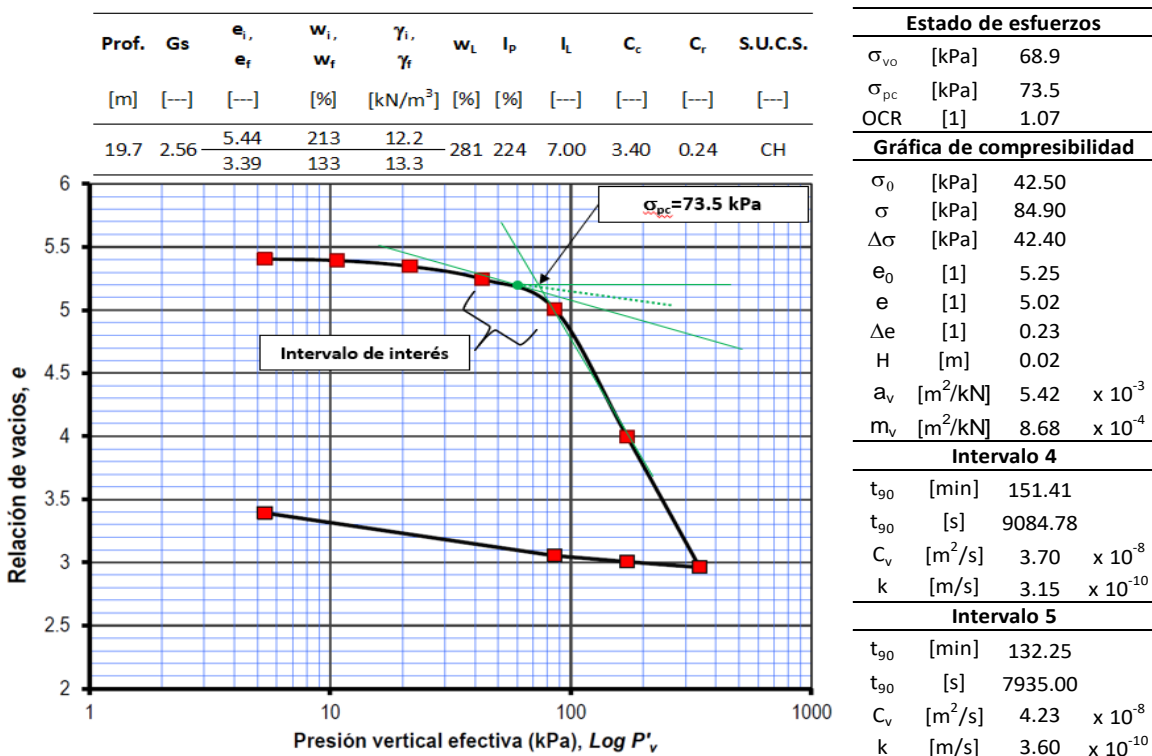


Figura III.7. Cálculo del coeficiente de permeabilidad en diferentes intervalos. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

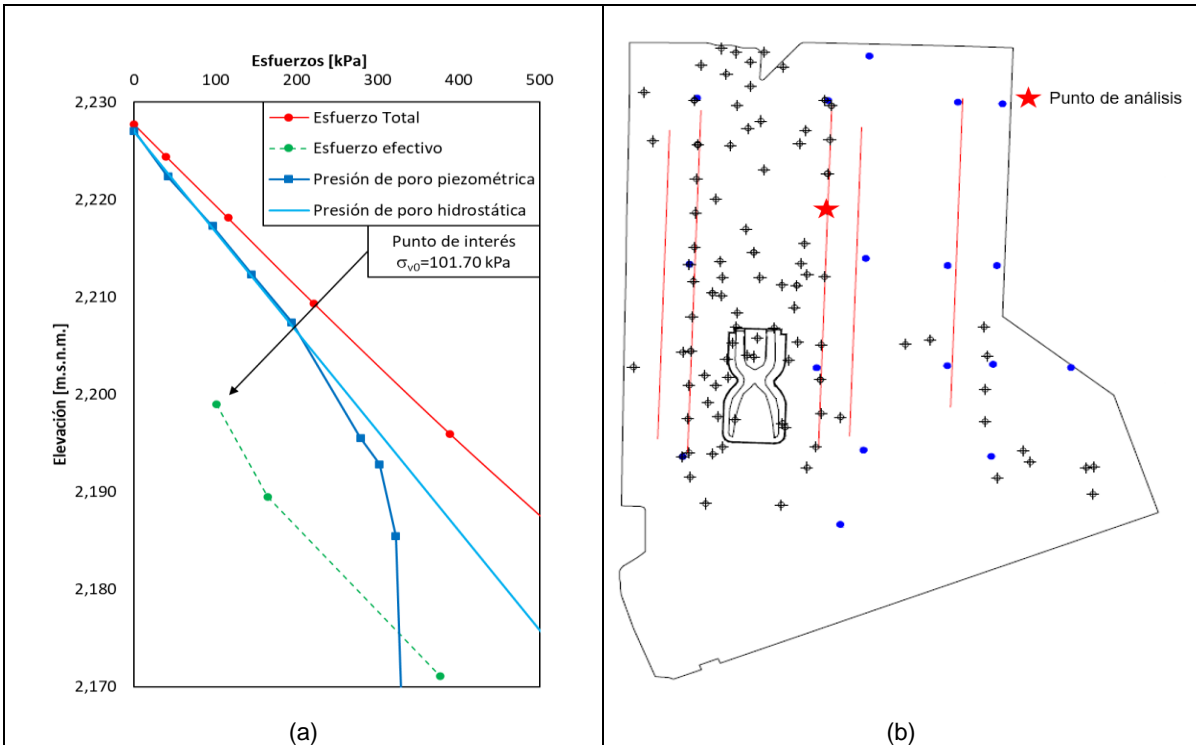


Figura III.8. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas, para el punto que se indica en (b). (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

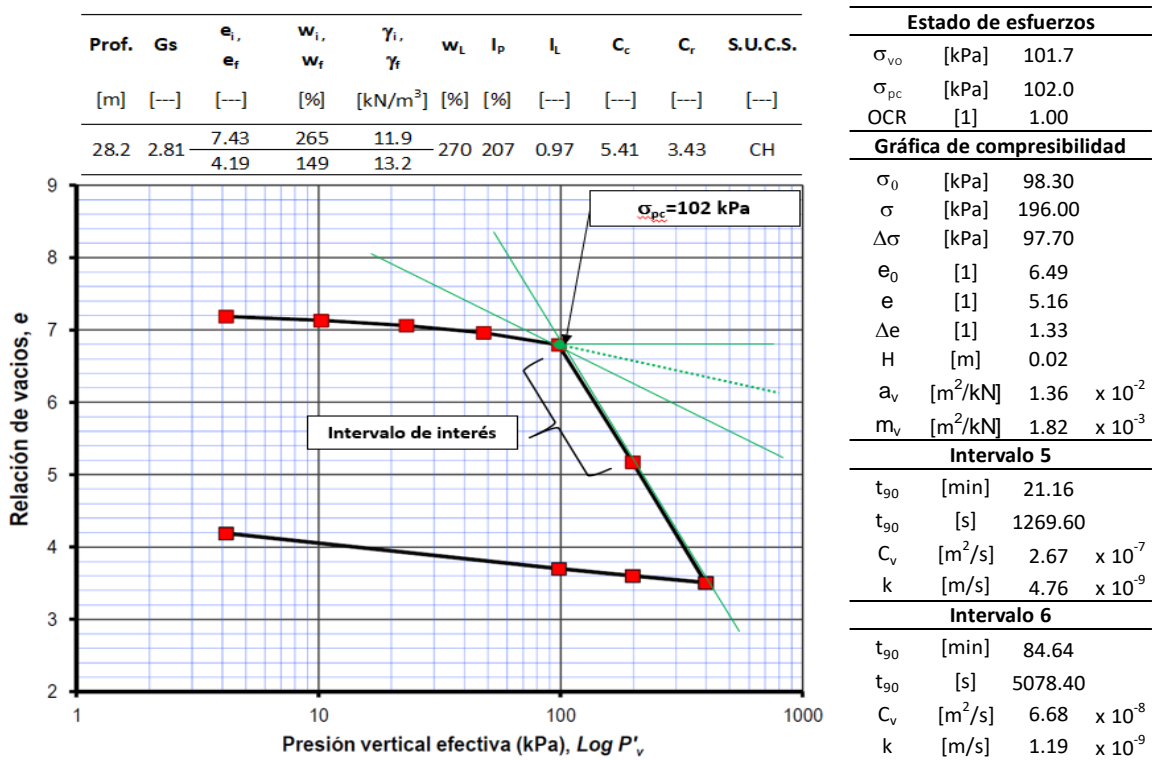


Figura III.9. Cálculo del coeficiente de permeabilidad en diferentes intervalos. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

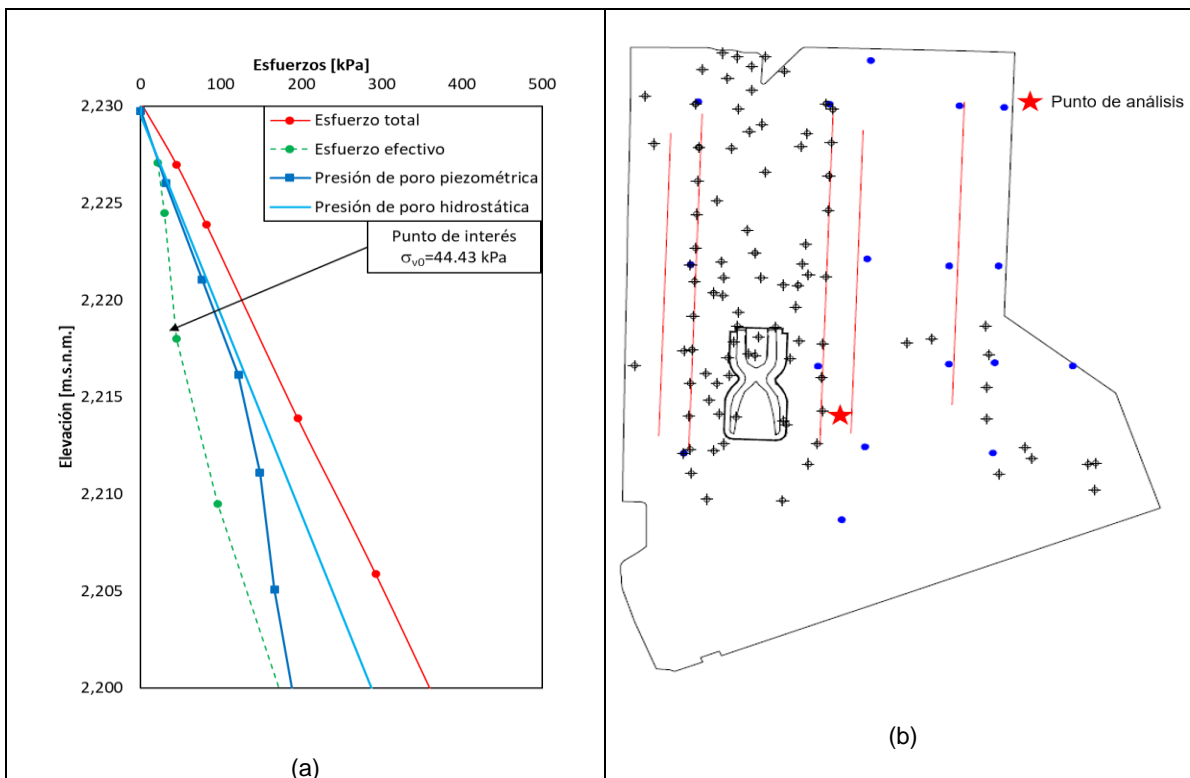


Figura III.10. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas, para el punto que se indica en (b). (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

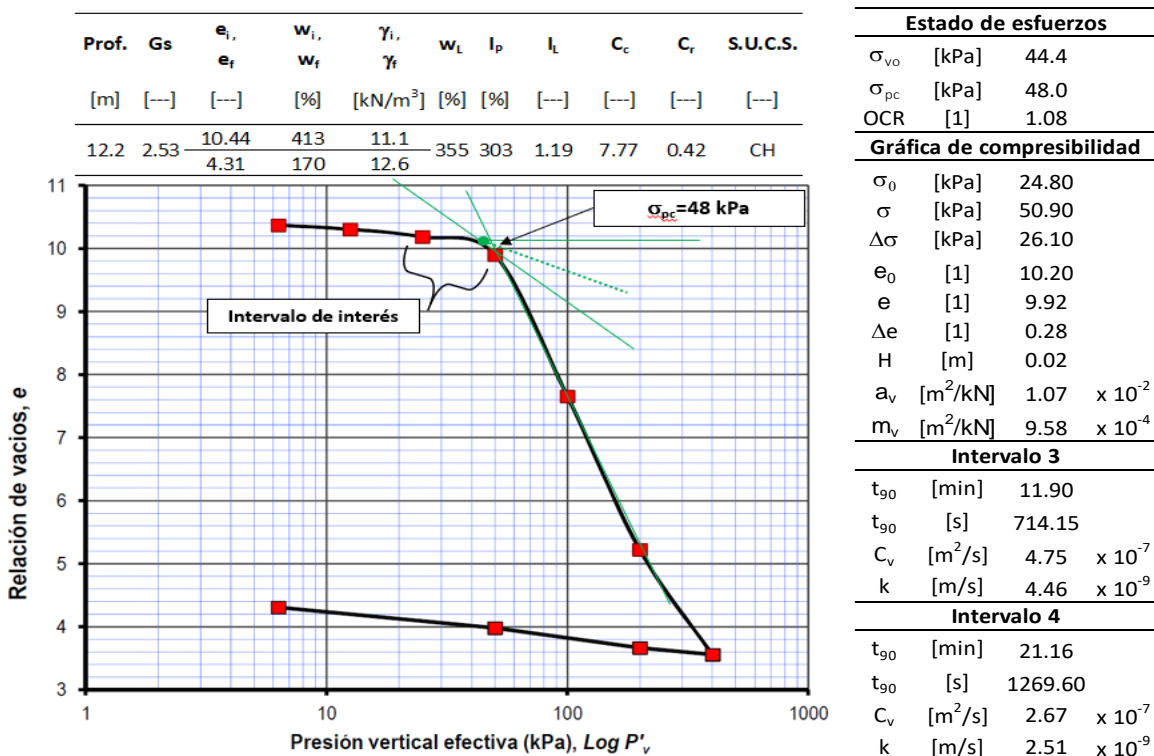


Figura III.11. Cálculo del coeficiente de permeabilidad en diferentes intervalos. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

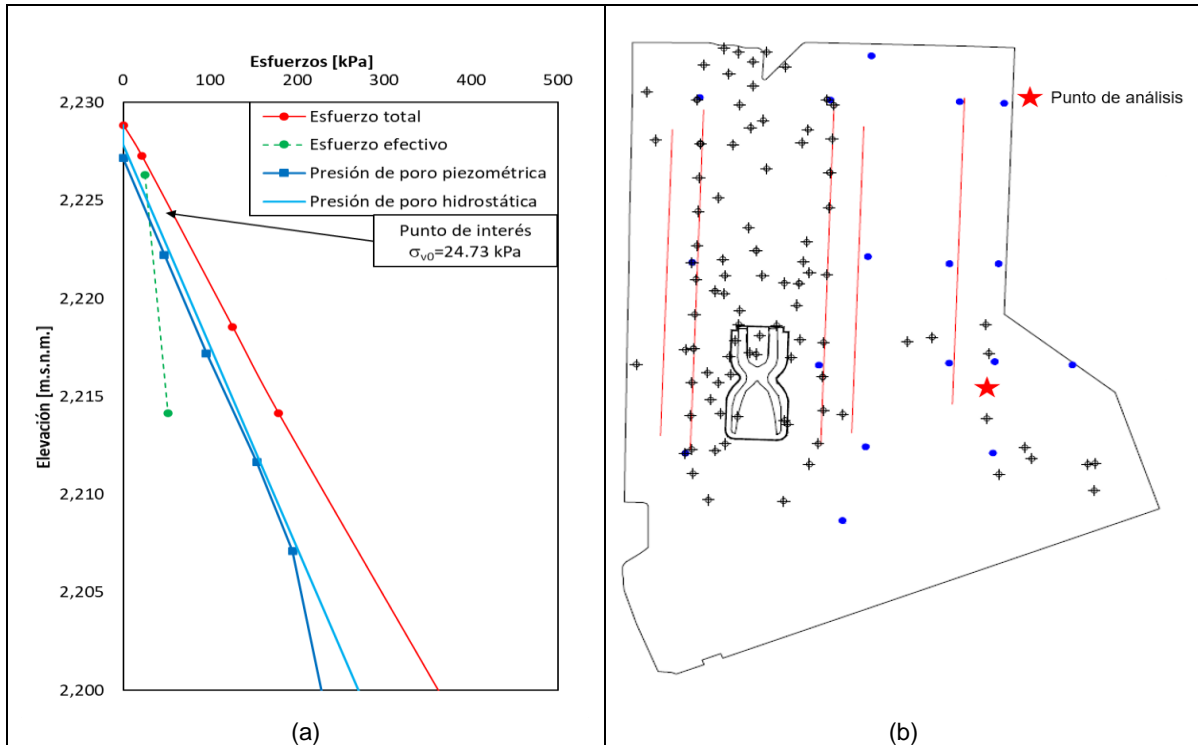


Figura III.12. (a) Cálculo del estado de esfuerzos y condiciones piezométricas, para el punto que se indica en (b). (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

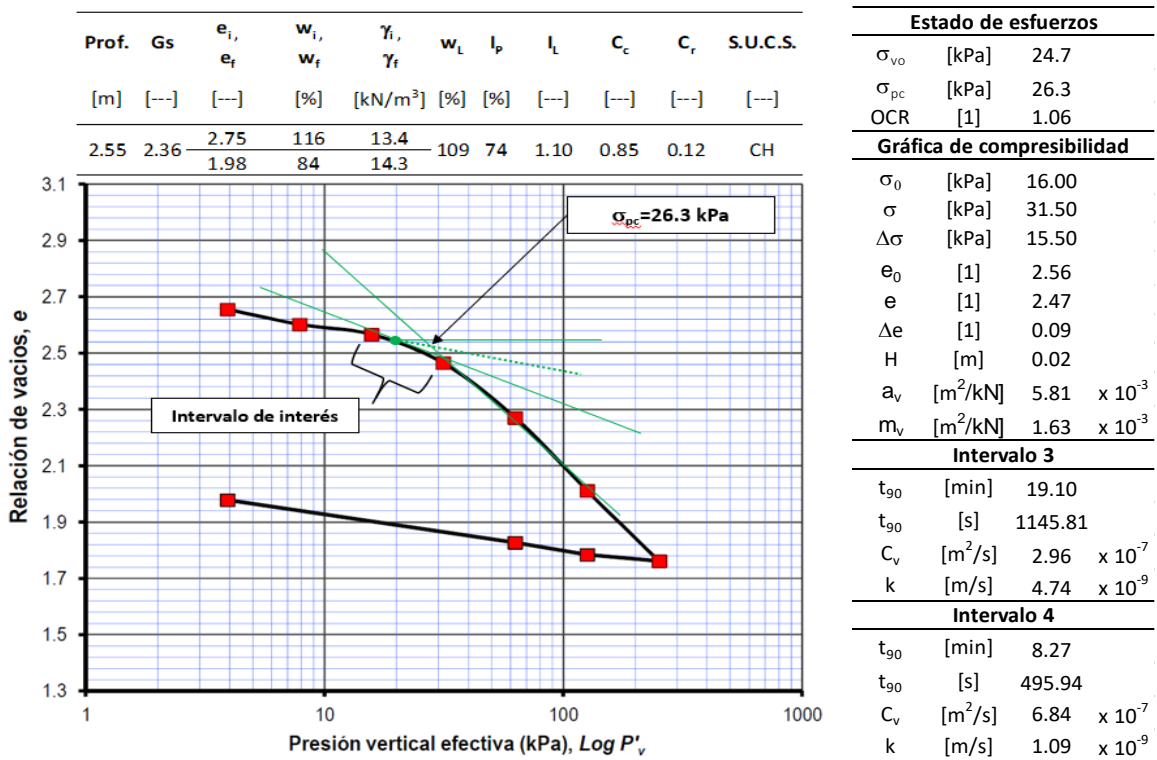


Figura III.13. Cálculo del coeficiente de permeabilidad en diferentes intervalos. (Elaboración propia a partir de datos de CFE, 2018).

Anexo IV: Base de datos de la obtención de la permeabilidad

Tabla IV.1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [--]	e [--]	k [m/s]
SM 3	6.8	FAS	30.71	31.20	23.8	56.6	12.5	10.2	3.2E-08
	17.9	FAS	128.3	130.0	227.0	466.0	5.5	3.8	9.3E-10
	23.2	FAS	168.7	180.0	552.0	799.0	4.0	3.3	4.2E-10
	31.7	FAI	229.7	230.0	239.0	488.0	3.3	2.5	2.6E-09
	49.8	FAP	489.8	560.0	273.0	549.0	1.8	1.7	6.5E-10
	52.9	FAP	525.6	790.0	446.0	854.0	3.0	2.8	4.6E-10
SM 4	8.3	FAS	25.1	40.0	24.1	56.3	11.7	10.5	1.8E-08
SM 8	9.9	FAS	41.0	49.0	25.0	49.9	9.0	8.2	1.1E-08
	13.6	FAS	79.8	104.0	71.2	142.0	6.1	5.4	3.0E-09
	24.9	FAS	176.0	552.0	159.0	318.0	4.0	4.0	1.6E-09
	43.8	FAI	368.2	382.0	300.0	602.0	3.5	2.8	1.3E-09
	53.3	FAP	545.7	551.0	385.0	772.0	2.2	2.0	1.0E-09
SM 10	3.9	FAS	13.3	15.0	7.5	14.9	9.1	8.9	1.6E-08
	10.2	FAS	43.7	48.0	25.1	52.2	7.6	7.3	6.6E-09
	14.1	FAS	61.8	62.0	61.0	121.0	3.7	3.0	2.2E-09
	24.2	FAS	160.9	286.0	148.0	286.0	4.0	3.8	1.8E-09
	40.8	FAP	307.6	715.0	191.0	362.0	2.3	2.3	1.3E-09
	50.3	FAP	477.5	1530.0	309.0	618.0	1.3	1.3	1.2E-09
SM 11	55.5	FAP	575.5	580.0	534.0	917.0	1.6	1.5	9.5E-10
	7.3	FAS	14.9	35.0	9.7	21.4	8.8	8.6	2.5E-09
	12.2	FAS	51.6	60.0	31.0	55.0	6.8	6.7	1.8E-09
	17.7	FAS	105.7	188.0	113.0	235.0	8.3	7.4	2.8E-09
	31.7	FAI	244.8	250.0	211.0	463.0	4.1	3.0	3.3E-08
	44.4	SES	428.8	430.0	326.0	683.0	2.6	2.1	1.0E-09
SM 13	51.3	FAP	642.2	676.0	368.0	790.0	2.1	2.0	3.9E-10
	3.3	FAS	13.6	18.0	11.6	21.0	10.9	10.8	5.5E-09
	6.8	FAS	26.3	34.0	14.1	25.5	10.6	10.5	4.7E-09
	15.0	FAS	98.7	115.0	55.5	124.0	9.4	7.8	8.0E-09
	28.6	FAS	209.1	240.0	148.0	295.0	3.0	2.7	1.6E-09
	43.9	SES	361.2	372.0	266.0	517.0	3.2	2.7	1.3E-08
SM 14	48.9	SES	448.8	505.0	296.0	673.0	2.7	2.4	8.6E-09
	8.2	FAS	25.7	34.0	20.4	41.4	9.0	8.6	6.7E-09
	16.0	FAS	94.6	107.0	43.2	95.2	9.7	9.5	3.3E-09
	29.0	FAS	218.1	256.0	150.0	300.0	3.6	3.4	5.6E-09
	49.6	SES	620.0	688.0	346.0	702.0	1.8	1.7	9.7E-10

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV.1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [--]	e [--]	k [m/s]
SM 14r	2.5	FAS	7.8	24.0	12.1	24.2	8.7	8.3	2.2E-08
	8.7	FAS	28.0	48.0	34.6	80.5	6.3	6.0	2.1E-09
	13.7	FAS	72.2	96.0	89.3	146.0	11.1	10.8	5.0E-09
	31.4	FAI	241.8	500.0	217.0	514.0	3.6	3.6	1.1E-09
	41.9	SES	462.0	640.0	270.0	614.0	3.4	3.3	1.3E-09
	52.4	FAP	656.0	900.0	135.0	297.0	2.0	1.9	1.7E-09
SM 16	4.8	FAS	5.3	25.0	4.3	9.2	19.5	19.3	7.5E-09
	12.3	FAS	21.7	41.0	13.9	29.2	6.3	6.2	2.7E-09
	16.8	FAS	37.7	82.0	37.4	75.9	5.8	5.7	7.8E-09
	34.4	FAI	245.6	260.0	229.0	461.0	4.2	3.3	2.5E-09
	43.9	SES	308.7	450.0	288.0	593.0	3.6	2.9	1.0E-09
	55.7	FAP	452.5	580.0	373.0	766.0	3.0	2.8	9.8E-10
SM 17	3.3	FAS	14.0	22.0	20.8	37.3	7.2	7.1	1.3E-08
	11.3	FAS	33.1	36.5	20.2	39.9	11.3	11.0	1.4E-08
	30.2	FAI	232.0	303.0	203.0	405.0	3.8	3.4	2.9E-09
	45.3	SES	365.1	382.0	339.0	675.0	2.1	1.6	7.1E-09
	49.4	FAP	463.0	494.0	396.0	798.0	3.2	2.9	2.5E-09
	51.9	FAP	522.9	525.0	447.0	908.0	1.4	1.3	1.7E-09
SM 19	3.1	FAS	9.4	19.0	7.5	15.1	6.6	6.4	3.7E-08
	12.7	FAS	43.2	44.0	29.5	58.7	4.7	4.2	8.4E-09
	24.2	FAS	167.4	370.0	195.0	353.0	6.2	6.0	9.4E-10
	35.9	FAI	287.4	289.0	236.0	456.0	3.7	2.9	1.9E-08
	51.3	FAP	466.6	468.0	345.0	693.0	3.0	2.3	1.4E-09
	58.6	FAP	581.8	585.0	395.0	814.0	1.4	1.3	3.1E-09
SM 22r	2.8	FAS	22.6	23.0	24.3	48.6	8.5	6.9	4.4E-08
	10.2	FAS	61.6	62.0	41.7	88.9	5.5	4.7	1.1E-08
	13.6	FAS	81.1	82.0	70.7	141.0	8.8	7.3	2.4E-08
	30.6	FAI	239.5	340.0	200.0	403.0	2.7	2.5	2.3E-09
	42.0	SES	319.6	430.0	211.0	425.0	3.0	2.8	7.5E-09
	52.3	FAP	430.0	480.0	421.0	842.0	2.1	1.9	1.0E-09
SM 23	10.1	FAS	23.5	28.0	16.8	36.0	6.9	6.2	5.0E-08
	20.3	FAS	71.9	92.0	51.8	108.0	4.4	4.0	2.3E-08
	31.3	FAI	223.2	280.0	159.0	318.0	6.6	6.0	3.3E-09
	44.4	SES	328.6	700.0	311.0	619.0	2.7	2.5	1.2E-10
	53.3	FAP	517.8	570.0	338.0	682.0	2.3	2.1	2.3E-10

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV.1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [--]	e [--]	k [m/s]
SM 23	60.6	FAP	658.8	660.0	580.0	1250.0	1.6	1.5	2.2E-10
	9.9	FAS	19.4	27.0	15.0	30.3	7.2	6.7	2.1E-08
	19.7	FAS	68.9	73.5	42.5	84.9	5.3	5.0	9.8E-09
SM 24	27.7	FAS	177.9	260.0	130.0	258.0	3.3	3.0	8.6E-09
	54.8	FAP	501.1	510.0	419.0	861.0	1.1	1.0	1.0E-09
	59.4	FAP	646.4	660.0	137.0	215.0	0.6	0.6	3.3E-09
SM 25	2.2	FAS	4.7	27.0	6.3	13.1	7.3	7.2	2.1E-08
	9.5	FAS	21.7	42.0	21.8	45.7	7.1	6.8	7.7E-09
	17.3	FAS	80.4	86.0	69.5	138.0	4.1	3.2	1.6E-08
	28.6	FAS	218.1	370.0	131.0	268.0	2.7	2.6	1.6E-09
	33.4	FAI	253.9	270.0	133.0	267.0	3.3	3.1	1.9E-09
	51.1	FAP	504.7	540.0	359.0	715.0	2.2	1.9	2.9E-10
	8.6	FAS	19.3	31.0	15.1	30.1	6.4	6.2	6.1E-09
SM 28	22.0	FAS	82.9	90.0	70.6	143.0	5.3	3.9	4.1E-08
	28.7	FAS	193.6	310.0	194.0	381.0	3.6	3.2	2.2E-09
	34.4	FAI	237.8	250.0	122.0	243.0	3.4	3.3	2.6E-09
	50.2	FAP	423.5	439.0	289.0	544.0	2.2	2.0	9.4E-10
	6.4	FAS	33.7	45.0	25.1	50.2	5.9	5.6	9.4E-09
SM 31	14.6	FAS	54.2	61.0	50.4	101.0	5.8	4.8	9.6E-09
	19.5	FAS	76.1	80.0	65.0	129.0	8.1	6.3	9.8E-09
	26.5	FAS	132.8	137.0	84.7	171.0	8.0	6.7	1.1E-08
	31.4	FAI	232.1	237.0	210.0	422.0	4.6	3.1	3.8E-09
	51.9	FAP	471.6	474.0	372.0	748.0	2.5	1.9	8.2E-09
	62.1	SEI	685.8	788.0	446.0	902.0	1.9	1.8	6.4E-10
	7.8	FAS	11.6	25.0	12.3	25.3	7.6	7.4	2.5E-08
SM 32	13.2	FAS	29.3	56.0	35.7	70.7	11.1	10.0	1.7E-08
	19.4	FAS	55.8	61.0	51.1	100.0	11.9	9.8	5.6E-08
	28.7	FAS	125.0	300.0	119.0	241.0	5.4	5.2	1.2E-09
	36.5	FAI	197.0	450.0	75.5	174.0	5.0	5.0	2.8E-09
	50.9	FAP	430.5	435.0	394.0	776.0	3.9	2.9	7.4E-09
	3.7	FAS	16.2	25.0	9.7	19.4	9.4	9.1	1.1E-08
SM 33	11.2	FAS	34.1	58.0	19.4	38.2	11.2	11.0	1.5E-08
	16.0	FAS	54.4	92.0	50.9	111.0	8.8	7.9	2.2E-08
	25.6	FAS	134.6	230.0	110.0	233.0	4.7	4.5	2.3E-09
	32.4	FAI	189.0	360.0	155.0	373.0	5.0	4.6	5.1E-09

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [--]	e [--]	k [m/s]
SM 34	2.6	FAS	9.5	17.0	12.7	22.8	8.5	8.3	5.7E-09
	7.6	FAS	17.9	32.0	11.2	31.5	10.3	10.1	9.9E-09
	11.4	FAS	23.9	36.0	22.5	44.1	10.0	9.2	4.8E-09
	16.8	FAS	35.6	62.0	36.5	73.2	5.8	5.7	9.6E-09
	22.4	FAS	53.6	86.0	38.8	77.1	8.7	8.4	3.1E-09
	28.4	FAS	83.8	92.0	41.7	90.4	7.1	6.9	3.1E-09
	35.8	FAI	124.6	198.0	124.0	255.0	5.0	4.4	5.6E-09
	36.0	FAI	126.9	248.0	79.1	143.0	5.0	4.9	1.1E-09
	39.4	SES	164.9	270.0	146.0	301.0	4.1	3.9	1.8E-09
	48.2	SES	270.9	650.0	158.0	313.0	3.5	3.4	8.8E-10
	54.8	FAP	352.2	480.0	199.0	460.0	3.8	3.5	2.6E-09
	61.1	FAP	662.6	680.0	475.0	754.0	2.0	1.8	8.9E-10
SM 35	5.4	FAS	25.7	30.0	19.2	38.7	5.1	4.5	2.0E-08
	10.4	FAS	35.4	36.0	22.9	44.9	3.7	3.3	6.0E-09
	20.2	FAS	79.8	80.0	48.1	91.8	11.5	10.5	1.6E-08
	29.9	FAI	190.5	320.0	149.0	299.0	5.4	5.2	3.3E-09
	36.2	FAI	279.3	290.0	152.0	328.0	3.3	3.0	5.8E-09
	50.0	FAP	416.0	480.0	358.0	805.0	2.8	1.9	7.3E-09
SM 36	3.7	FAS	23.5	45.0	20.2	40.6	10.6	10.4	1.5E-08
	17.5	FAS	70.9	72.0	39.4	79.8	9.5	9.1	1.8E-08
	29.1	FAI	161.7	163.0	90.8	184.0	5.3	5.1	2.5E-09
	33.6	FAI	199.4	267.0	144.0	289.0	5.3	5.1	2.6E-09
	49.2	SES	406.1	580.0	274.0	563.0	4.0	3.8	1.2E-09
SM 37	8.0	FAS	21.2	31.0	12.4	24.9	9.6	9.3	3.4E-08
	15.8	FAS	39.1	54.0	37.8	76.0	8.9	7.8	4.1E-08
	20.6	FAS	65.1	72.0	49.8	98.8	9.6	8.3	1.2E-08
	30.8	FAI	182.3	224.0	120.0	238.0	4.3	4.2	3.3E-09
	37.3	FAI	273.2	313.0	150.0	300.0	3.0	2.9	1.8E-09
	52.2	FAP	429.1	434.0	400.0	791.0	3.6	2.7	5.4E-09
SM 42	3.1	FAS	22.5	32.0	18.8	37.9	2.4	2.3	4.3E-08
	10.7	FAS	32.0	36.0	18.1	39.0	6.6	6.1	3.5E-08
	18.3	FAS	48.8	65.0	457.0	583.0	10.1	9.9	1.7E-09
	24.0	FAS	70.8	76.0	39.1	77.6	5.6	5.3	1.8E-08
	36.9	FAI	145.9	150.0	135.0	277.0	7.3	5.5	2.8E-08
	62.8	SEI	457.4	640.0	339.0	644.0	3.4	3.3	1.6E-09

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [--]	e [--]	k [m/s]
SM 43	3.0	FAS	28.4	32.0	15.0	30.1	2.4	2.3	8.5E-09
	23.8	FAS	103.3	124.0	70.4	141.0	8.2	7.7	6.9E-09
SM 44	2.2	FAS	17.7	26.0	9.1	18.7	4.9	4.8	9.8E-09
	8.4	FAS	26.6	43.0	18.9	37.6	6.5	6.3	3.0E-08
	17.1	FAS	42.9	70.0	34.9	71.1	6.8	6.5	1.6E-08
	23.1	FAS	65.7	80.0	34.5	70.0	5.2	5.1	8.5E-09
	57.4	FAP	344.3	345.0	332.0	720.0	2.8	2.1	6.4E-09
	70.2	SEI	582.7	600.0	520.0	1035.0	0.8	0.7	1.1E-09
SM 47	7.2	FAS	22.3	44.0	20.4	41.3	5.2	5.1	2.5E-08
	14.6	FAS	33.4	66.0	29.4	59.8	6.0	5.5	7.3E-08
	22.1	FAS	53.6	68.0	33.6	67.8	5.5	5.3	1.4E-08
	38.1	FAI	146.7	150.0	163.0	336.0	6.7	5.0	3.2E-08
SM 48	23.8	FAS	62.2	124.0	69.9	141.0	8.2	7.7	1.1E-08
	24.0	FAS	64.1	76.0	38.7	77.4	5.6	5.2	1.5E-08
TBH 3	3.1	FAS	21.2	75.0	25.4	49.7	2.7	2.7	3.1E-09
	5.7	FAS	24.6	44.0	30.1	58.9	9.6	8.3	2.6E-08
	12.2	FAS	44.4	48.0	24.8	50.9	10.2	9.9	1.3E-08
	20.7	FAS	95.9	105.0	50.0	100.0	6.9	6.7	9.9E-09
	31.3	FAI	181.0	190.0	111.0	224.0	6.0	4.8	2.7E-08
TBH 4	2.2	FAS	15.5	22.0	8.5	15.2	15.2	7.5	1.6E-07
	5.2	FAS	17.3	25.0	12.6	24.9	12.4	11.8	5.1E-08
	13.2	FAS	40.6	41.0	19.8	40.1	11.6	11.4	1.1E-08
	17.7	FAS	76.2	90.0	55.3	110.0	7.5	6.1	3.1E-08
	33.4	FAI	275.4	300.0	66.4	162.0	4.4	3.6	1.2E-08
	51.1	FAP	531.5	632.0	474.0	948.0	2.1	1.9	1.6E-09
TBH 7	5.1	FAS	6.9	25.0	19.8	39.9	5.0	4.4	3.1E-08
	9.0	FAS	17.8	43.0	30.4	59.1	9.4	7.7	3.4E-08
	17.7	FAS	33.3	48.0	23.3	46.1	8.4	8.3	3.9E-09
	19.8	FAS	40.8	80.0	25.3	50.3	2.6	2.6	9.2E-09
	26.3	FAS	89.6	95.0	36.9	75.1	6.5	6.4	6.4E-09
	29.1	FAI	110.8	120.0	110.0	221.0	7.8	5.7	3.3E-09
	32.2	FAI	135.7	148.0	75.0	150.0	6.5	6.4	1.2E-10
	39.3	SES	213.3	220.0	218.0	440.0	3.9	2.6	1.6E-08
	55.7	FAP	502.0	550.0	466.0	942.0	3.3	2.4	6.4E-09
TBH 8	2.1	FAS	4.0	17.0	4.8	9.6	6.7	6.6	1.4E-08

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [-]	e [-]	k [m/s]
TBH 8	11.3	FAS	23.0	36.0	11.9	23.5	11.9	6.1	2.9E-07
	17.0	FAS	44.6	60.0	35.9	65.3	6.8	6.6	6.8E-09
TBH 9	22.2	FAS	80.0	88.0	74.8	153.0	4.6	3.7	1.3E-08
	29.2	FAS	159.2	280.0	165.0	338.0	3.7	3.2	5.9E-09
	32.2	FAI	198.8	200.0	182.0	365.0	4.3	3.3	2.3E-09
TBH 10	2.4	FAS	17.1	22.0	12.9	25.8	6.3	3.0	3.1E-07
	12.5	FAS	72.7	75.0	53.7	110.0	6.3	5.0	3.5E-08
	26.6	FAS	201.4	590.0	210.0	471.0	4.1	4.1	3.7E-09
TBH 11	7.1	FAS	34.4	36.0	24.8	51.3	12.1	10.4	9.4E-08
	14.6	FAS	96.1	101.0	75.2	147.0	7.4	5.8	3.1E-08
	37.4	FAI	281.9	284.0	266.0	524.0	4.6	3.3	2.8E-09
TBH 12	3.6	FAS	19.7	21.0	9.4	21.2	5.5	5.1	7.0E-08
	24.2	FAS	81.1	82.0	142.0	288.0	4.7	3.3	2.3E-08
	33.4	FAI	256.1	270.0	195.0	391.0	4.4	3.6	1.1E-08
	39.2	SES	310.2	330.0	203.0	405.0	1.3	1.2	7.9E-10
TBH 13	10.2	FAS	48.3	50.0	31.2	64.2	9.2	7.6	6.7E-08
	27.6	FAS	89.9	92.0	163.0	320.0	6.0	4.3	2.2E-08
	55.5	FAP	584.3	650.0	392.0	732.0	1.9	1.6	2.0E-09
TBH 201	3.7	FAS	17.4	46.0	14.7	30.5	3.2	3.2	3.7E-09
	36.7	FAI	149.5	167.0	104.0	210.0	6.9	5.4	3.2E-08
	54.7	FAP	357.4	377.0	201.0	405.0	2.5	2.4	2.2E-09
TBH 202	21.5	FAS	50.3	84.0	45.4	89.9	11.7	11.2	1.2E-08
	34.7	FAI	118.0	134.0	85.4	173.0	7.3	6.6	5.8E-08
	57.4	FAP	377.3	672.0	207.0	421.0	2.8	2.7	1.6E-09
TBH 203	15.6	FAS	38.0	68.0	21.4	43.4	4.6	4.5	1.2E-08
	35.3	FAI	255.0	302.0	160.0	321.0	3.3	3.2	3.4E-09
TBH 204	15.3	FAS	40.1	63.0	25.2	50.4	7.4	7.3	3.7E-08
	32.7	FAI	241.0	245.0	238.0	479.0	4.1	3.0	1.2E-08
	46.2	SES	356.9	395.0	190.0	386.0	1.7	1.6	1.3E-08
TBH 206	28.2	FAS	101.7	102.0	98.3	196.0	6.5	5.2	2.5E-08
	37.7	FAI	164.5	166.0	123.0	254.0	4.9	4.2	1.4E-08
	56.1	FAP	376.7	410.0	261.0	563.0	1.7	1.5	2.7E-09
TBH 207	20.7	FAS	74.4	80.0	52.5	105.0	10.8	9.8	9.6E-09
	33.0	FAI	219.7	250.0	110.0	223.0	5.6	5.1	9.9E-09
	50.2	FAP	422.9	430.0	405.0	747.0	3.0	2.2	3.5E-09

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [-]	e [-]	k [m/s]
TBH 208	29.1	FAS	81.2	255.0	62.0	124.0	5.7	5.5	3.4E-09
	41.1	SES	276.3	379.0	201.0	409.0	3.8	3.5	4.0E-09
TBH 210	19.1	FAS	140.7	227.0	136.0	268.0	5.9	5.5	5.3E-09
	31.2	FAI	238.4	248.0	140.0	279.0	5.0	4.7	3.1E-09
TBH 213	10.8	FAS	26.0	37.0	24.5	47.5	9.3	8.8	1.3E-08
	32.1	FAI	240.0	245.0	221.0	442.0	4.8	3.5	1.4E-08
	48.2	SES	428.6	458.0	199.0	497.0	2.9	2.8	2.0E-09
TBH 214	30.3	FAI	193.1	272.0	156.0	315.0	3.7	3.3	3.0E-08
	35.3	FAI	268.3	310.0	203.0	410.0	3.2	2.7	8.5E-09
TBH 215	24.7	FAS	174.6	178.0	160.0	318.0	7.8	5.3	2.0E-09
	34.1	FAI	252.8	275.0	148.0	304.0	3.3	3.0	1.8E-09
	52.2	FAP	441.6	530.0	279.0	567.0	3.9	3.6	1.3E-09
TBH 216	18.2	FAS	91.9	104.0	51.4	101.0	4.3	4.1	1.1E-08
	36.7	FAI	273.4	280.0	146.0	308.0	5.2	4.2	9.2E-09
	57.4	FAP	546.0	606.0	322.0	608.0	4.1	3.9	9.8E-10
TBH 217	36.1	FAI	310.3	320.0	265.0	530.0	3.3	2.5	1.5E-09
	52.5	FAP	494.7	640.0	418.0	753.0	3.2	2.8	1.6E-09
TBH 218	5.4	FAS	32.4	39.0	12.7	25.4	5.3	5.1	4.2E-08
	36.1	FAI	260.1	285.0	199.0	402.0	4.1	3.3	4.6E-09
	52.9	FAP	438.0	603.0	425.0	848.0	1.5	1.5	2.6E-10
TBH 219	13.5	FAS	50.8	55.0	48.0	95.0	5.6	4.6	1.1E-08
	34.2	FAI	249.1	399.0	204.0	409.0	4.0	3.7	1.2E-09
TBH 221	12.5	FAS	41.7	61.0	40.3	80.9	9.4	8.2	3.9E-08
	33.3	FAI	288.8	290.0	204.0	403.0	4.4	3.5	5.2E-09
	47.6	SES	484.0	540.0	267.0	525.0	3.5	3.4	1.9E-09
TBH 226	8.6	FAS	49.4	53.0	39.8	81.0	10.1	7.6	2.5E-08
	26.0	FAS	180.3	212.0	116.0	230.0	1.5	1.4	4.0E-09
TBH 230	12.1	FAS	52.0	55.0	29.4	59.4	7.2	6.9	9.7E-09
	30.5	FAI	155.0	239.0	147.0	293.0	5.6	5.0	6.0E-09
TBH 231	20.2	FAS	77.8	79.0	72.7	146.0	7.6	5.9	3.7E-08
	51.1	FAP	490.3	504.0	485.0	972.0	2.8	2.3	9.8E-10
TBH 301	10.8	FAS	25.7	49.0	14.4	28.4	12.3	12.0	2.2E-08
	23.9	FAS	54.3	58.0	26.4	53.2	8.6	7.6	2.3E-08
TBH 306	6.5	FAS	34.6	39.0	19.6	39.1	7.4	7.3	1.2E-08
	10.2	FAS	36.7	42.0	20.1	39.7	5.1	5.0	1.4E-08

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [-]	e [-]	k [m/s]
TBH 314	6.4	FAS	31.7	37.0	18.8	37.6	7.0	6.8	7.9E-09
	14.1	FAS	97.0	102.0	80.4	164.0	5.5	4.5	1.7E-08
TBH 316	5.1	FAS	48.2	69.0	34.8	71.5	12.7	9.2	6.6E-08
	16.8	FAS	128.9	134.0	89.8	176.0	7.1	6.4	1.6E-08
TBH 317	6.4	FAS	41.8	44.0	21.2	44.5	9.0	8.7	5.4E-09
	16.9	FAS	132.4	139.0	72.9	151.0	5.0	4.8	4.9E-09
TBH 323	15.9	FAS	53.1	120.0	34.9	69.2	8.2	8.0	5.1E-09
TBH 324	16.1	FAS	50.3	57.0	29.2	58.2	10.7	10.4	1.0E-08
	33.6	FAI	247.3	256.0	239.0	472.0	3.1	2.4	8.5E-09
TBH 328	2.1	FAS	12.8	25.0	10.6	16.1	6.1	6.0	1.8E-08
	20.4	FAS	59.4	71.0	39.8	78.7	6.2	6.0	2.6E-08
TBH 330	16.3	FAS	38.7	76.0	32.7	67.4	10.9	10.6	6.4E-09
TBH 331	10.6	FAS	33.7	45.0	16.7	35.1	10.2	9.7	3.2E-08
TBH 334	8.2	FAS	40.4	47.0	25.1	49.7	7.9	7.7	7.5E-09
	26.2	FAS	160.0	170.0	80.4	160.0	7.4	5.8	3.4E-08
TBH 338	10.4	FAS	24.6	37.0	18.5	36.5	11.9	11.6	9.1E-09
	24.3	FAS	147.8	154.0	155.0	325.0	6.1	4.1	3.4E-08
	48.3	FAP	463.5	465.0	298.0	551.0	2.5	2.2	2.5E-09
TBH 339	4.1	FAS	16.8	21.0	14.4	24.5	3.9	3.8	2.1E-08
	14.6	FAS	37.1	54.0	21.1	42.4	7.8	7.6	1.2E-08
TBH 340	2.8	FAS	6.2	41.0	8.6	19.8	6.2	6.1	1.9E-08
	16.6	FAS	70.6	78.0	46.9	95.6	8.9	7.9	9.3E-09
TBH 350	3.7	FAS	34.9	37.0	23.6	48.0	2.6	2.5	1.1E-07
	28.8	FAS	215.0	240.0	27.8	55.5	5.4	5.1	3.9E-09
TBH 353	21.4	FAS	106.2	110.0	105.0	208.0	7.1	5.3	1.9E-09
	24.2	FAS	126.1	132.0	117.0	234.0	6.6	4.8	1.4E-09
TBH 354	15.9	FAS	31.7	32.0	19.1	38.1	4.7	4.4	3.2E-09
TBH 355	5.4	FAS	32.7	32.0	21.4	42.3	10.2	8.5	8.4E-08
	13.5	FAS	51.1	52.0	45.4	90.6	4.5	3.8	1.7E-08
TBH 356	3.9	FAS	5.3	18.0	9.7	14.2	15.1	14.8	5.7E-08
	13.2	FAS	30.8	46.0	24.1	48.5	5.7	5.4	9.1E-09
TBH 361	14.9	FAS	97.5	98.0	88.8	177.0	6.5	5.3	2.1E-08
	18.2	FAS	149.0	182.0	116.0	231.0	4.5	4.1	9.1E-09
TBH 365	11.0	FAS	53.2	54.0	43.3	87.3	5.9	4.8	4.2E-08
	30.8	FAI	239.5	245.0	227.0	457.0	4.4	3.2	1.3E-08

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo	Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [-]	e [-]	k [m/s]
TBH 365	49.0	FAP	600.0	859.0	410.0	820.0	1.1	1.1	8.5E-10
TBH 366	4.2	FAS	13.5	28.0	11.6	23.9	12.4	12.0	3.7E-08
	14.2	FAS	78.3	101.0	65.4	130.0	4.9	4.3	2.4E-08
TBH 367	2.5	FAS	17.2	42.0	24.9	50.3	11.3	10.5	3.6E-08
	13.4	FAS	43.9	76.0	90.9	181.0	5.8	4.1	1.1E-08
TBH 368	12.7	FAS	69.0	71.0	42.0	85.5	3.5	3.3	1.9E-08
	16.4	FAS	101.8	149.0	55.4	116.0	4.2	4.1	4.0E-09
TBH 377	5.6	FAS	41.9	42.0	21.7	43.6	10.5	10.2	2.2E-08
	26.4	FAS	212.4	220.0	159.0	300.0	2.9	2.4	1.6E-08
	45.5	SES	400.0	405.0	288.0	581.0	3.9	3.2	6.9E-09
TBH 390	16.5	FAS	91.1	112.0	409.0	560.0	10.3	9.5	7.3E-09
TBH 392	7.1	FAS	58.0	64.0	34.1	69.3	10.5	8.7	2.7E-08
TBH 395	12.6	FAS	49.9	51.0	30.7	61.5	9.6	8.9	2.5E-08
	18.3	FAS	79.1	81.0	66.4	133.0	6.7	5.3	3.1E-08
TBH 396	18.0	FAS	82.5	92.0	62.9	126.0	9.9	8.7	1.6E-08
TBH 403	7.4	FAS	17.7	26.0	23.6	47.7	10.6	9.4	5.8E-08
TBH 405	9.3	FAS	42.2	36.0	20.1	40.6	9.1	8.6	4.0E-08
TBH 417	2.6	FAS	24.7	26.3	16.0	31.5	2.6	2.5	1.2E-08
	14.7	FAS	40.8	113.0	41.8	84.3	7.5	7.3	6.2E-09
TBH 421	8.4	FAS	41.1	46.0	23.5	47.2	10.0	9.6	1.7E-08
TBH 428	2.1	FAS	15.8	26.0	15.4	30.6	5.2	4.9	1.9E-07
TBH 428	5.6	FAS	24.5	26.0	11.6	23.6	5.8	5.7	2.4E-08
	20.8	FAS	146.6	150.0	82.7	165.0	3.2	2.8	8.7E-09
TBH 429	11.3	FAS	65.7	102.0	46.4	93.6	4.1	3.8	7.0E-08
	27.6	FAS	201.7	197.0	200.0	385.0	3.3	2.5	1.3E-08
	43.9	FAP	368.0	370.0	200.0	397.0	2.4	2.3	3.3E-09
TBH 430	12.0	FAS	69.8	70.0	31.1	62.0	5.4	5.2	3.8E-09
	27.1	FAS	218.5	219.0	215.0	431.0	4.1	3.0	3.6E-09
	45.6	SES	361.2	369.0	356.0	702.0	3.2	3.1	9.6E-10
TBH 431	10.4	FAS	65.1	66.0	35.2	70.9	3.6	3.5	1.2E-08
	26.8	FAS	217.6	306.0	163.0	316.0	5.4	5.2	6.0E-09
TBH 433	9.3	FAS	59.3	60.0	30.4	60.7	8.6	8.3	3.6E-08
TBH 436	11.1	FAS	64.1	72.0	52.9	105.0	5.9	4.7	1.1E-07
	30.5	FAI	260.6	272.0	182.0	362.0	2.9	2.4	9.6E-09
	53.6	FAP	555.4	565.0	411.0	817.0	1.5	1.4	5.6E-09

Nota: σ'_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.

Continuación de Tabla IV. 1. Estado de esfuerzos y relaciones de vacíos para la obtención de la permeabilidad.

Sondeo		Prof. [m]	Estrato	σ_{campo} [kPa]	σ_p [kPa]	σ_0 [kPa]	σ [kPa]	e_0 [--]	e [--]	k [m/s]
TB	43	5.4	FAS	20.3	45.0	30.7	61.6	11.4	10.0	3.3E-08
H	8	21.5	FAS	77.7	123.0	46.9	93.7	3.8	3.7	1.4E-08
TB	44	16.1	FAS	37.1	64.0	39.2	78.5	6.6	6.1	2.7E-08
H	4	31.1	FAI	233.9	243.0	137.0	276.0	5.2	4.9	1.5E-08
		58.2	FAP	358.2	383.0	257.0	610.0	2.6	2.4	5.3E-09
TB	44	11.5	FAS	25.6	43.0	43.6	77.2	8.4	8.2	1.2E-08
H	6	36.5	FAI	252.3	279.0	222.0	439.0	2.4	2.1	1.8E-08
		53.0	FAP	433.5	558.0	449.0	887.0	2.5	2.3	3.4E-09
TB	44	5.1	FAS	30.2	42.0	21.4	42.0	5.8	5.6	1.7E-08
H	9	31.9	FAI	207.1	233.0	125.0	279.0	4.8	3.7	2.7E-09
		40.3	FAP	332.0	371.0	300.0	616.0	3.0	2.0	3.3E-09
TB	45	12.9	FAS	85.7	125.0	59.2	121.0	5.6	5.4	1.0E-08
H	2	31.4	FAI	262.8	569.0	225.0	446.0	4.0	3.8	2.3E-09

Nota: σ_{campo} = esfuerzo efectivo en campo, σ_p = esfuerzo de preconsolidación, σ_0 = esfuerzo en el intervalo inicial, σ = esfuerzo en el intervalo final, e_0 = relación de vacíos en el intervalo inicial, e = relación de vacíos en el intervalo final, k = permeabilidad.