



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

**ENTORNO VIRTUAL DE MODELACIÓN MATEMÁTICA
UTILIZANDO EL FRIJOLARIUM, COMO UNA PROPUESTA DE
APLICACIÓN DE LAS TICS EN LA ENSEÑANZA DE LA
ECOLOGÍA CUANTITATIVA**

TESIS

Que para obtener el título de:

BIÓLOGO

PRESENTA

LOURDES NOEMI MARTÍNEZ REYES

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. PATRICIA RIVERA GARCÍA

ASESORES:

M en C. ARMANDO CERVANTES SANDOVAL

DR. ANTONIO VALENCIA HERNANDEZ



Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, CDMX. 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, Felipe Martínez Santiago y Antonia Reyes Martínez, mis hermanas y familia cercana, por el apoyo incondicional que me brindaron a lo largo de toda mi formación académica en la universidad; gracias por los valores inculcados desde la niñez, por creer en mí y estar cuando los necesitaba. Sin ustedes a mi lado no hubiese logrado todo esto.

A la profesora Patricia Rivera García y al profesor Armando Cervantes Sandoval que, como solía decir otro profesor, fueron mis padres académicos durante todo este arduo proceso. Agradezco infinitamente la paciencia (en verdad fue mucha) así como las palabras de aliento y motivación que me ayudaron a seguir adelante. Guardaré en mi corazón con mucho cariño todos esos momentos que pasé a lo largo de estos años.

A mi sinodal y profesor Antonio Valencia Hernández y mi amiga Yeraida quienes, a pesar de que yo no pertenecía a su equipo de trabajo en el laboratorio, me apoyaron en la medida de lo posible y siempre recibiendo su rebanada de pastel con un trato cordial y respetuoso. A mis sinodales M. en C. Nicté Ramírez Priego y el I.A. Alejandro Josué Perales Ávila, por el apoyo en la revisión y corrección de esta tesis para su mejora.

A la profesora Elvia García Santos ya que, sin sus enseñanzas durante el sexto semestre de mi licenciatura, no hubiese estado preparada para avanzar a lo que continuaba. Fue una maestra muy estricta y le agradezco mucho por ello. De igual manera, le doy las gracias por la amistad que me brindó durante todos estos años.

A las amistades que se consolidaron en el transcurso de la licenciatura ya que de su parte recibí apoyo y motivación: Tania Castillo Banda, mi primer y mejor amiga, sin tu ayuda ni siquiera hubiese pasado de los primeros semestres. Brian y Marcos, que siempre estuvieron para escucharme y darme palabras de aliento en todo momento.

A Naye (cacharpa), Raul, Aldahir (Hondureño), Juan, Eli (Tico) y Carlos (Charly), quienes siempre estuvieron para brindarme una sonrisa y ayudarme a enfrentar las adversidades que se presentaban, valen mil. A Janis, Naomi y Natalli, no fue mucho el tiempo que compartí con ellas, pero me alegro que me aceptaran en su equipo sin conocerme.

A todos, gracias por la compañía en estas flipantes aventuras.

CONTENIDO

RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	2
CAPÍTULO I. MODELACIÓN DINAMICA EN BIOLOGÍA	5
1.1. La modelación matemática, la simulación de modelos y sistemas ecológicos	5
1.2. Los modelos dinámicos en la biología.....	8
1.2.1. Los principales modelos dinámicos aplicados en la Ecología.....	9
1.2.1.1. Modelo Malthusiano	10
1.2.1.2. Modelo Logístico	11
1.2.1.3. Modelo de interacción	15
CAPÍTULO II. HERRAMIENTAS PARA EL ESTUDIO DE LA MODELACIÓN DINAMICA	19
2.1. El <i>frijolarium</i>	19
2.2. Las reglas establecidas para los modelos matemáticos de poblaciones	20
2.2.1. Crecimiento Exponencial	20
2.2.2. Crecimiento Logístico Asintótico	22
2.2.3. Crecimiento Logístico Oscilatorio	23
2.2.4. Crecimiento Logístico Caótico	24
2.2.5. Relación Presa-Depredador	25
2.3. Excel	26
2.4. <i>Stella</i>	27
CAPÍTULO III. LAS TECNOLOGIAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN EN LA EDUCACIÓN	31
3.1. Entornos virtuales, blog y <i>edublog</i>	32
3.2. El diseño instruccional	33

OBJETIVO GENERAL	35
OBJETIVOS PARTICULARES	35
JUSTIFICACIÓN	36
MATERIAL Y MÉTODO	37
i) Fase de Análisis	37
ii) Fase de Diseño	39
iii) Fase de Desarrollo	40
iv) Fase de Implementación	41
v) Fase de Usabilidad	42
a) Recursos hardware utilizados	44
b) Recursos Software utilizados	45
RESULTADOS Y DISCUSIONES	46
CONCLUSIONES	83
REFERENCIAS	85

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

Figura 1. Un modelo se genera a partir de un sistema real, mientras que la simulación permitirá corroborar lo que sucede en el sistema	5
Figura 2. Para estudiar un sistema ecológico, por ejemplo una población, se genera una abstracción mediante ecuaciones matemáticas, la cual con ayuda de simulaciones permitirá conocer como cambiara una población al pasar el tiempo	8
Figura 3. Representación de estados para los modelos estocásticos	9
Figura 4. Representación de como son los datos en un modelo determinístico	9
Figura 5. Grafica de crecimiento exponencial, característico del modelo Malthusiano	10
Figura 6. Grafica de crecimiento característica del modelo Logístico	13
Figura 7. Grafica característica del modelo de crecimiento logístico oscilatorio	14
Figura 8. Grafica que muestra las grandes oscilaciones características del crecimiento logístico caótico	15
Figura 9. Grafica que muestra las oscilaciones que se presentan al interactuar las presas (color rojo) y los depredadores (color verde)	18
Figura 10. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al ‘jugar’ con los valores del modelo exponencial	21
Figura 11. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al ‘jugar’ con los valores del modelo logístico asintótico	22
Figura 12. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al ‘jugar’ con los valores del modelo logístico oscilatorio	23
Figura 13. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al ‘jugar’ con los valores del modelo logístico caótico	24
Figura 14. Representaciones de las interacciones que se puede observar al ‘jugar’ con los valores del modelo presa-depredador	26
Figura 15. Pantalla de inicio de <i>Excel</i>	27
Figura 16. Pantalla <i>Map</i> del programa <i>Stella</i>	28
Figura 17. Pantalla <i>Model</i> del programa <i>Stella</i>	29
Figura 18. Pantalla <i>equation</i> del programa <i>Stella</i>	29
Figura 19. Diagrama de flujo de datos, propuesta del orden para la información dentro del blog ...	41
Figura 20. Cuestionario de percepción presentado a los alumnos	43
Figura 21. Tablero de <i>frijolarium</i> diseñado	47
Figura 22. Comparación de las simulaciones del crecimiento exponencial con diferentes tasas de reproducción	48

Figura 23. Comparación de las simulaciones del crecimiento logístico asintótico con diferentes tasas de reproducción	48
Figura 24. Comparación de las simulaciones del crecimiento logístico asintótico con diferentes tasas de reproducción	49
Figura 25. Comparación de las simulaciones del crecimiento logístico caótico con diferentes tasas de reproducción	50
Figura 26. Comparación de las simulaciones del crecimiento presa-depredador con diferentes tasas de reproducción y capacidades de carga	51
Figura 27. Datos obtenidos del <i>frijolarium</i>	52
Figura 28. Proceso de obtención de Logaritmo Natural	52
Figura 29. Proceso de obtención de la ordenada al origen	53
Figura 30. Proceso de obtención de la pendiente	53
Figura 31. Datos obtenidos del proceso	54
Figura 32. Datos de tipo logístico obtenidos del <i>frijolarium</i>	54
Figura 33. Proceso cálculo de CR	55
Figura 34. Proceso cálculo de la ordenada al origen y la pendiente	55
Figura 35. Proceso cálculo de K	56
Figura 36. Cálculo de “Y” y de la nueva ordenada al origen y pendiente	57
Figura 37. Datos de población calculados	57
Figura 38. Datos de presa-depredador obtenidos del <i>frijolarium</i>	58
Figura 39. Cálculo de promedios de ambas poblaciones	59
Figura 40. Cálculo de la variable “a”	60
Figura 41. Cálculo de la variable “c”	60
Figura 42. Cálculo de las variables “b” y “d”	61
Figura 43. Cálculo de la población de presas	61
Figura 44. Cálculo de la población de depredadores	61
Figura 45. Primera fórmula del método Runge-Kutta	62
Figura 46. Segunda fórmula del método Runge-Kutta	62
Figura 47. Tercera fórmula del método Runge-Kutta	62
Figura 48. Cuarta fórmula del método Runge-Kutta	62
Figura 49. Quinta fórmula del método Runge-Kutta	62
Figura 50. Sexta fórmula del método Runge-Kutta	63

Figura 51. Séptima fórmula del método Runge-Kutta	63
Figura 52. Octava fórmula del método Runge-Kutta	63
Figura 53. Novena fórmula del método Runge-Kutta	63
Figura 54. Decima fórmula del método Runge-Kutta	63
Figura 55. Modelo exponencial elaborado en <i>Stella</i>	64
Figura 56. Modelo logístico elaborado en <i>Stella</i>	65
Figura 57. Modelo presa-depredador elaborado en <i>Stella</i>	66
Figura 58. Archivos explicativos del modelo exponencial en <i>Excel</i> y <i>Stella</i>	49
Figura 59. Diagrama de flujo de datos	49
Figura 60. Menú del <i>edublog</i> y título	50
Figura 61. Página de “Bienvenida” del blog	51
Figura 62. Página de “Modelación matemática” del blog	51
Figura 63. Página de “Principales modelos”, a) Modelo exponencial, b) Modelo logístico, c) Modelo presa-depredador	52
Figura 64. Página “ <i>Frijolarium</i> ”	53
Figura 65. Página “como elaborar un tablero de <i>frijolarium</i> ”	54
Figura 66. Páginas de reglas para simular con el <i>frijolarium</i> . a) reglas del modelo exponencial, b) reglas del modelo logístico asintótico, c) reglas del modelo logístico oscilatorio, d) reglas del modelo logístico caótico, e) reglas del modelo presa-depredador	55
Figura 67. Página de “Parametrización en <i>Excel</i> ”	56
Figura 68. Página de la explicación de parametrización a) Modelo exponencial, b) modelo logístico, c) modelo presa-depredador	56
Figura 69. Página de “Modelación en <i>Stella</i> ”, introducción de la herramienta y enlaces	57
Figura 70. Página de explicación del modelo exponencial en el programa <i>Stella</i>	57
Figura 71. Página de “créditos” del <i>edublog</i>	58
Figura 72. Respuestas del cuestionario de percepción	60
Tabla 1. Tipos de interacción (tomada de Odum, 2006)	15
Tabla 2. Datos de páginas más visitadas del blog	81
Tabla 3. Datos de visitas por país del blog	82

RESUMEN

Para el estudio de sistemas biológicos es importante conocer y comprender el uso y aplicación de la modelación matemática, el cual es un tema que puede dificultarse para algunos alumnos debido a la poca información especializada disponible que se encuentre desde un enfoque biológico, ya que en su mayoría está dirigida a los elementos matemáticos, dejando de lado la explicación biológica de la que se originaron. Por esta razón, el presente trabajo surge de la necesidad de los estudiantes por obtener información sobre los modelos matemáticos para facilitar su aprendizaje, además de que es una alternativa de fácil acceso para apoyar la enseñanza. En este escrito se describe el desarrollo e implementación del *edublog* que lleva por título “Modelación Matemática Aplicada en la Biología. FES Z”, el cual fue elaborado en la plataforma *Blogger*, con el fin de que la información pueda ser consultada por cualquier usuario sin ninguna restricción y en el momento que sea requerido. Los apartados que se muestran en el blog son cinco, los cuales presentan la enseñanza de la modelación matemática desde las explicaciones teóricas hasta los elementos prácticos para trabajarlos, y se mencionan a continuación: Modelos Matemáticos, donde se señalan los conceptos básicos que se deben conocer acerca del tema; Principales Modelos, dentro del cual se hace una revisión teórica de los modelos básicos que se usan en Biología (modelo exponencial, logístico y presa-depredador), junto con las soluciones particulares de dichos modelos; *Frijolarium*, en el cual se hace la explicación de la herramienta, que permite obtener datos mediante ciertas reglas y de esta forma observar los cambios de las poblaciones; Parametrización en *Excel*, al ser un programa sencillo que permite calcular los parámetros de los modelos matemáticos desde una solución analítica; y, para finalizar, se muestra la Modelación con *Stella*, el cual es un programa de modelación visual que permite generar modelos con base en diagramas los cuales serán calculados una vez que se le asignen parámetros. El blog se compone de 19 páginas ordenadas para su correcta comprensión y se incluye una barra de menú, la cual facilita el desplazarse dentro del entorno. Para finalizar, el *edublog* resulta una herramienta que, aprovechando las ventajas de los elementos de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), permite la difusión de los modelos matemáticos necesarios en Biología, presentando diversas herramientas que les permita a los alumnos una mejor comprensión para el apoyo a su aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

La Ecología es la ciencia que estudia a los organismos y su interacción con el ambiente; para el análisis de dichas interacciones es necesario recurrir a elementos matemáticos que faciliten la comprensión del enfoque biológico. La rama de la Ecología que se enfoca en estos estudios y que permite explicar las poblaciones es la Ecología Cuantitativa, la cual también es una asignatura dentro de algunas carreras que tienen como base a la Biología.

Dentro del plan de estudios de la carrera de Biología que se imparte en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, se encuentra la asignatura Ecología Cuantitativa la cual comprende el estudio de los modelos matemáticos, como el modelo de crecimiento exponencial, de crecimiento logístico y el modelo de interacción presa-depredador. Estos modelos son la base para el diseño de otros más complejos, como el modelo de ciclo de Nitrógeno, el modelo NPZD (*Nutrients-Phytoplankton-Zooplankton-Detritus*), el modelo SIR (población Susceptible, población Infectada, población Recuperada), modelos para el manejo de recursos pesqueros e incluso, modelos para el estudio de la productividad en pastizales, todos estos de gran importancia en materia de Ecología.

El estudio de los modelos matemáticos suele dificultarse a los estudiantes debido a que durante un curso no es posible observar la forma en que se recaban los datos o cómo funcionan los sistemas reales, por lo cual es necesario emplear una herramienta que ayude al alumno analizar desde otra perspectiva los modelos matemáticos.

Un elemento que proporciona ese apoyo al aprendizaje de estos temas es el *frijolarium*, el cual es un material lúdico con base biológica que permite la conjunción de los modelos matemáticos con los estudios del ámbito biológico. Fue propuesto por Luis Bojórquez (Soberon, 1995) y se compone de un tablero de ajedrez que sirve para representar un hábitat dentro del cual se arrojan frijoles, los cuales representan a los organismos, que se contabilizan de acuerdo con ciertas reglas; también permite al alumno comenzar a comprender como surgieron los modelos matemáticos poblacionales, así como obtener datos semejantes a los reales y pese a estas ventajas, el *frijolarium* no presenta mucha difusión.

El uso de la tecnología es una opción para difundir las herramientas para el manejo de los modelos matemáticos, entre ellas las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), las cuales actualmente son viables dado que gran parte de la población cuenta con acceso a internet por medio de computadoras, tabletas e incluso teléfonos inteligentes. Aunque su principal uso es el de comunicación y entretenimiento (compartir mensajes, interactuar por medio de redes sociales), también es posible emplearlas en la enseñanza, como es el caso de diversas plataformas especializadas en este propósito o algunas que se han ido adaptando para cumplir con el *rol* educativo, como los blog (*Blogger* o *Wordpress*), que en sus inicios se usaban como diarios o sitios para compartir noticias por parte de los usuarios, pero cuando el blog presenta la enseñanza o divulgación de un tema en específico se le denomina como *Edublog*, los cuales tienen la ventaja de que al emplear Internet, la información puede ser compartida a nivel mundial de manera libre para cualquier usuario.

La mayoría de los entornos virtuales dedicados a la modelación matemática se encuentran más centrados a la enseñanza de las matemáticas dejando de lado el enfoque biológico; por ejemplo, Mercedes (2008) generó un entorno virtual basado en la enseñanza de los conceptos matemáticos mediante el uso de un foro de discusión donde se presenta la enseñanza de los modelos matemáticos de forma teórica, es decir, solo explicando los fundamentos de dichos modelos, pero dando énfasis a la perspectiva matemática, sin tomar en cuenta el aspecto biológico.

También el caso de Mariño (2007), quien generó un entorno virtual basado en la enseñanza de la modelación y la simulación para el manejo de modelos matemáticos para la carrera de Sistemas de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Su trabajo consistió en generar un entorno que se encontrara en internet, el cual posteriormente emigró a un programa multimedia que pudiera estar disponible para alumnos que no contaran con recursos de internet.

El presente trabajo se enfoca en el desarrollo de un entorno virtual, más específicamente en el desarrollo de un *edublog*, dentro del cual además de mostrar los modelos matemáticos de uso más común en Ecología se presenten en un lenguaje que sea más fácil de comprender

para alumnos del área biológica, es decir, una explicación más apegada al manejo con las poblaciones. Cosa que es difícil encontrar en otros entornos virtuales. Así como también conjuntar explicaciones teóricas con el uso de herramientas que permitan el manejo de dichos modelos y el uso de medios computacionales, así como también del instrumento *frijolarium*, el cual permite la obtención de datos para usarse en ejercicios. Se pretende que el *edublog* sirva como un elemento de apoyo a las asignaturas donde se requiera el estudio de dichos modelos, como es el caso de Ecología Cuantitativa.

CAPÍTULO I

LA MODELACIÓN EN BIOLOGÍA

La aplicación de modelos matemáticos, en diferentes disciplinas científicas, ha permitido mejorar la interpretación de diversos fenómenos y procesos, su versatilidad resulta de gran utilidad incluso en ciencias que se consideraba poco matemáticas como la Biología, donde su uso es bastante amplio dentro de cada una de sus ramas, principalmente en la Ecología (De la Ossa, 2010: 167).

Debido a la amplia variedad de elementos que es posible estudiar empleando los modelos matemáticos es importante que los alumnos de la carrera de Biología (así como alumnos de Ecología) estudien el manejo de estos, pero principalmente conozcan y aprendan las bases que les permitan comprender la estructura de modelos cada vez más complejos.

1.1. La modelación matemática, la simulación de modelos y los sistemas ecológicos.

Sistema, modelación y simulación son tres conceptos que presentan una estrecha relación entre sí (figura 1). En los siguientes párrafos se definirá a cada uno por separado para posteriormente estructurar la unión de los tres conceptos mostrando así su relación.

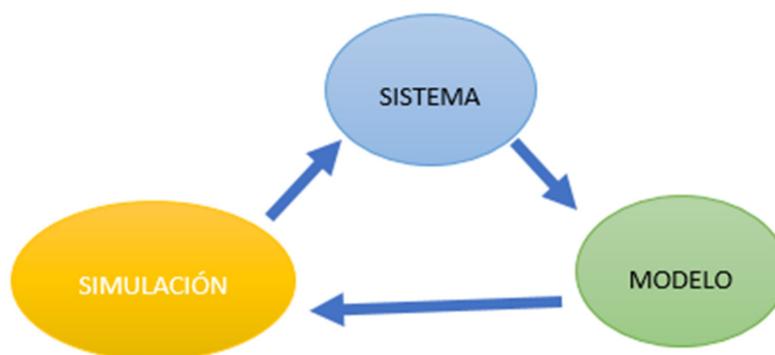


Figura 1. Un modelo se genera a partir de un sistema real, mientras que la simulación permitirá corroborar lo que sucede en el sistema.

La Real Academia Española (RAE) define a los sistemas como “el conjunto de cosas que relacionadas entre sí ordenadamente contribuyen a determinado objeto” (RAE, revisado 2019), otra definición es la propuesta por Chiappa, (2009: 3) que dice: un sistema es un conjunto de elementos que interactúan para formar un todo.

A partir de esto es posible definir a un sistema como un conjunto de elementos que presentan una interacción, los cuales deben encontrarse en un orden que les permita cumplir con un proceso. Todo a nuestro alrededor se encuentra conformado por sistemas, los cuales presentan diversas clasificaciones como sistemas naturales y sistemas artificiales. Dentro de los sistemas naturales se encuentran todos los sistemas en los que, por así decirlo, no tiene intervención el hombre. Como son, el ciclo del agua, los ciclos de los nutrientes, la cadena alimenticia, entre muchos otros los sistemas naturales también pueden ser llamados como *biosistemas*.

Los biosistemas van desde un sistema celular hasta los enormes sistemas que conforman la ecósfera. Para estudiar estos tipos de sistemas se encuentra la Ecología, dicha ciencia se encarga del estudio de los sistemas bióticos y abióticos, en sus diferentes niveles (Valverde et al. 2005: 14). Todos los sistemas se pueden dividir en sistemas más pequeños o menos complejos, siguiendo siempre una jerarquía dentro del sistema, con el fin de estudiar la parte de interés dentro del sistema.

Para poder estudiar un sistema de cualquier tipo es posible hacer uso de un modelo, el cual es una simplificación de los elementos más representativos de un sistema. Una forma de estudiar los cambios en un ecosistema es mediante el uso de modelos matemáticos. Según Piñol y Martínez-Vilalta (2007) un modelo matemático es la simplificación del sistema de interés teniendo una aproximación de este haciendo uso de ecuaciones o métodos matemáticos. De esta forma se puede decir que un modelo permite la abstracción de un sistema real, con el fin de facilitar su estudio.

Para que un modelo sea tomado como valido debe cumplir con ciertas características. Baldwin (1995: 18) menciona tres características con las que un modelo funcional debe cumplir: 1) la simplicidad para que quien aplique el modelo lo pueda comprender y manipular, 2) que sea suficientemente representativo para que sea posible implementarlo en diversas situaciones y 3) que sea lo suficientemente complejo como para que sistema sea

representado con precisión. Si un modelo no puede cumplir con estas características es posible que sea de poca utilidad para estudiar al sistema en cuestión.

Es importante mencionar que un modelo matemático no dará una representación completa de todo un ecosistema (dígase interacciones, organismos o poblaciones), sino, que solo representa una parte de todos los complejos elementos que lo conforman y muestra los atributos más importantes del sistema biológico de interés. La forma en que se construye un modelo matemático, de acuerdo con Giordano, et al. (2003) es que se obtengan los datos más representativos del ecosistema real, los cuales deben simplificarse mediante herramientas matemáticas, para poder generar el modelo, esto permitirá analizar al sistema para idear conclusiones matemáticas, al interpretar las conclusiones permitirán generar una explicación sobre el sistema estudiado.

Por último, un modelo matemático surge de la necesidad de estudiar y comprender un sistema del mundo real, llevándolo a una simplificación, si bien es fácil confundir el concepto de modelo y simulación, la diferencia es que el modelo es la simplificación en sí, mientras que la simulación es el elemento que mediante el modelo matemático permitirá generar datos y de esta forma corroborar la validez del modelo, además de estudiar el comportamiento del ecosistema de interés (figura 2).

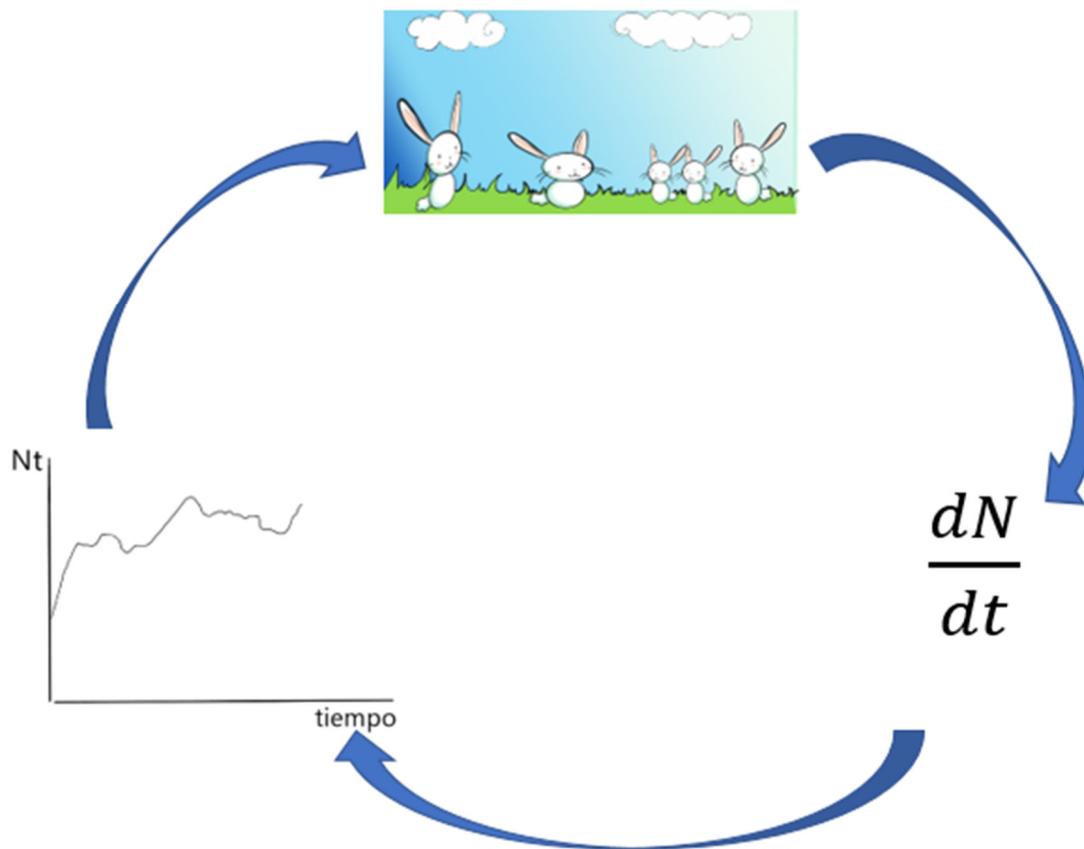


Figura 2. Para estudiar un sistema ecológico, por ejemplo, una población, se genera una abstracción mediante ecuaciones matemáticas, la cual con ayuda de simulaciones permitirá conocer como cambiará una población al pasar el tiempo.

1.2. Los modelos dinámicos en Biología

Los ecosistemas presentan una característica importante, no son estáticos, es decir, presentan cambios a través del tiempo. Estos cambios pueden ser mínimos a lo largo del tiempo o muy grandes en periodos muy pequeños. Para poder estudiar estos cambios se requieren de los modelos matemáticos dinámicos (o modelos dinámicos). Los cuales se componen de ecuaciones diferenciales cuya variable más representativa es el tiempo (Isaza y Campos, 2006: 18).

Los modelos dinámicos se encuentran divididos en dos grupos: ‘estocásticos’ y ‘determinísticos’. Los modelos estocásticos emplean como herramienta de predicción el uso de valores de probabilidad para considerar cada uno de los estadios del modelo (figura 3),

mientras que los modelos determinísticos (figura 4) son aquellos que consideran predicciones no probabilísticas a través del tiempo siguiendo un periodo lineal, es decir, solo toman en cuenta datos de pasado hacia futuro (Otto, 2007: 17).

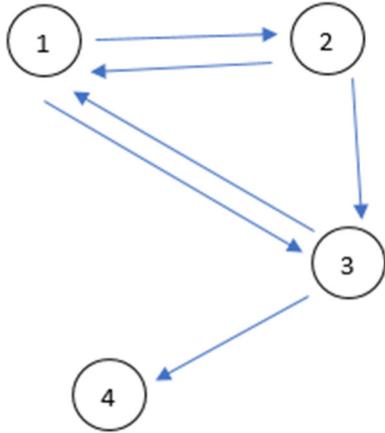


Figura 3. Esquema interpretativo de estados para los modelos estocásticos.

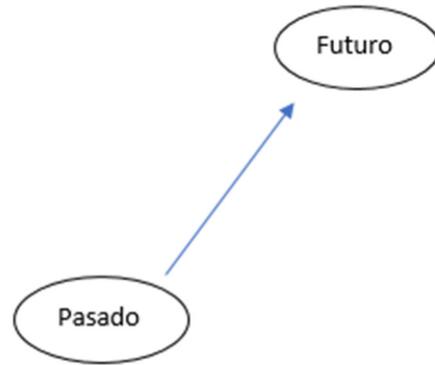


Figura 4. Esquema interpretativo de como son los datos en un modelo determinístico.

1.2.1. Los principales modelos dinámicos aplicados a la Ecología

La Ecología se encarga de estudiar cinco niveles de organización (individuo, población, comunidad, ecosistema y biosfera) lo cual la hace una de las áreas donde la modelación matemática ha presentado un mayor impacto. Debido a la necesidad de estudiar cómo cambian cada uno de dichos niveles de organización a través del tiempo se pueden encontrar una variada gama de modelos dinámicos (De la Ossa, 2010: 168).

Toda esta gama de modelos para la Ecología vio su origen en el estudio de las poblaciones, cuyos modelos precursores son: el modelo exponencial, seguido del modelo logístico y posteriormente planteándose el modelo para el estudio de la interacción de las poblaciones. La comprensión de estos tres modelos es importante para conocer la modelación matemática en la Ecología, debido a que son la base para construir, analizar y manejar modelos matemáticos cada vez más complejos.

1.2.1.1. Modelo Malthusiano

También conocido como modelo de crecimiento exponencial. Fue propuesto por Thomas Robert Malthus (1766-1834), un clérigo, entusiasta de la economía política, escribió el libro “Primer Ensayo Sobre la Población” en el año de 1798, en su libro señala que la población humana crece de manera geométrica (o exponencial), mientras que los alimentos lo hacen de una manera aritmética (a un ritmo constante).

La ecuación diferencial correspondiente a este modelo es la siguiente:

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

Donde $\frac{dN}{dt}$ es el cambio de la población (número de individuos) con respecto al tiempo (t, que puede ser en días, horas, semanas, entre otros) en un momento específico.

La constante ‘r’ se define como la tasa intrínseca de crecimiento, esta constante se obtiene de $r=B-D$, es decir la diferencia entre nacimientos (*births*) y las muertes (*deads*) que presenta la población. Dicha constante indica la velocidad en que la población crecerá. N es el número de individuos en la población.

Al integrar la ecuación se tiene como solución particular:

$$N_t = N_0 e^{rt}$$

Donde N_t es el número de individuos de la población a través del tiempo, N_0 es el número de individuos en la población en un tiempo inicial. Al representar de manera gráfica este modelo se dibujará una curvatura de tipo exponencial (figura 5).

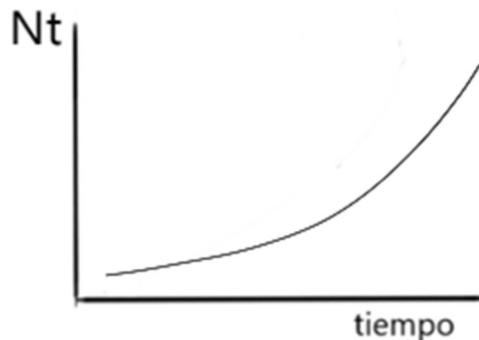


Figura 5. Grafica de crecimiento exponencial, característico del modelo Malthusiano.

En este modelo matemático se trabaja bajo ciertos supuestos, los cuales plantean que: todos los organismos se tomaran como hembras, la natalidad y la mortalidad no afectan en el tamaño de la población, el crecimiento de los individuos se lleva a cabo en generaciones continuas, los recursos que requieran los individuos (comida, hábitat, refugio, entre otros) para sobrevivir serán infinitos, además, el entorno será favorable para dicho organismo (Müller, 2004: 11).

Si bien este modelo fue una piedra angular para los inicios en los estudios de ecología de poblaciones, no es un modelo completamente realista. De forma natural este tipo de crecimiento de las poblaciones no se presenta de manera indefinida (Piñol y Martínez-Vilalta, 2006: 65). Se puede observar en el crecimiento bacteriano, también cuando una especie invasora se encuentra en un sitio nuevo, si las condiciones y el alimento le favorecen podrá crecer sin restricción (al ser un organismo nuevo en el entorno difícilmente se encontrará con algún tipo de depredador), también se puede observar en el crecimiento de plancton o en el brote de alguna plaga.

Si bien dentro de todos estos ejemplos se presentará un crecimiento exponencial este no se mantendrá por siempre, la población bacteriana crecerá hasta donde pueda encontrar alimento o un entorno favorable. La especie invasora seguirá creciendo hasta que su sobrepoblación haya afectado los recursos disponibles (Odum, 2005: 240). Por lo cual se necesitaba de un modelo que permitiera calcular el crecimiento de la población tomando en cuenta el alcance de sus recursos.

1.2.1.2. Modelo Logístico

En 1838 Pierre-François Verhulst (1804-1849) propuso con base en la ecuación exponencial un nuevo modelo que plantea que los recursos disponibles para el crecimiento de la población no son infinitos, donde la característica más resaltante del modelo es la ‘capacidad de carga’ (k) la cual es la constante que indica el límite que se presenta en los recursos para una población (Piñol y Martínez-Vilalta, 2006: 83).

La ecuación diferencial del modelo logístico es:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

Donde $\frac{dN}{dt}$ es el cambio de la población (número de individuos) de acuerdo con el tiempo. Como se mencionó anteriormente este modelo se planteó partiendo del modelo exponencial, lo cual puede observarse al compararse ambas ecuaciones. La capacidad de carga es resultado de $k = \frac{r}{b}$, donde 'b' es un parámetro de autolimitación. Este parámetro ocasiona que la tasa de reproducción 'r' decrezca mientras el número de individuos en la población 'N' aumente. En esencia puede lucir como si solo se hubiese agregado una parte a la ecuación original de Malthus, pero el obtener la ecuación logística conllevó detrás un gran proceso matemático. Al integrar la ecuación presenta la solución particular de la siguiente forma:

$$N_t = \frac{k}{1 + e^{c-rt}}$$

Ya resuelta la ecuación sigue presentando características similares con la ecuación de crecimiento exponencial.

Crecimiento exponencial: e^{rt}

Crecimiento logístico: e^{c-rt}

La 'c' dentro de la ecuación es la constante que se obtiene del proceso de integración. Al graficar el crecimiento logístico forma una curva en forma de 's' (figura 6).

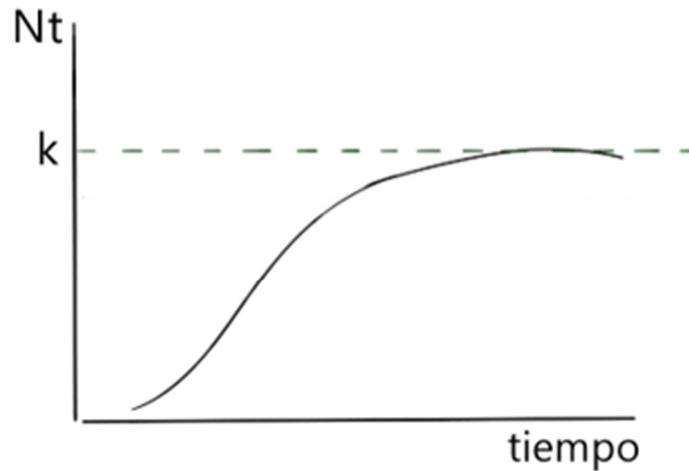


Figura 6. Grafica de crecimiento característica del modelo Logístico.

La población comenzará presentando un crecimiento de forma exponencial, al comenzar a acercarse a la capacidad de carga el crecimiento de la población se alentara. De esta forma la capacidad de carga indica que entre más aumente el número de individuos de una población los recursos (dígase comida, hábitat o refugio, entre otros) se encontrarán cada vez más escasos, por lo cual con pocos recursos disponibles la población ya no puede crecer de manera desbordante.

Algunos de los supuestos para el modelo logístico son: los recursos necesarios para la población se encontrarán limitados, la población no presenta migración en sus individuos las condiciones ambientales en las que se encuentran los individuos son constantes, al incrementarse la población se verán afectados todos los individuos dentro de la población, todos los individuos se tomarán como hembras (Chiappa, 2009, 72)

El modelo logístico presenta tres variantes. La primera de estas es el modelo logístico asintótico (o continuo), es el modelo más común que se plantea al hablar de modelación logística, su ecuación es la solución particular que ya se ha mencionado anteriormente. Los otros dos son el modelo logístico oscilatorio (o discreto) y el modelo logístico caótico. Los tres modelos surgen de la misma ecuación diferencial, pero tanto la versión continua y discreta parten de soluciones particulares para cada caso. Tanto el modelo logístico asintótico

como el modelo logístico caótico proceden de la misma ecuación de solución particular, presentándose la ecuación de la siguiente manera:

$$N_{t+1} = N_t e^{r\left(1-\frac{N_t}{K}\right)}$$

En este caso la constante 'r' se toma diferente, hay autores que la usan como tasa de reproducción por generación y en otros casos se le llama índice reproductivo. Donde se puede manejar como 'r' o 'R'. Mientras que K es la variable asociada con la capacidad de carga, es posible que la población disminuya drásticamente.

El modelo logístico asintótico se emplea para estudiar poblaciones donde la reproducción se da en periodos establecidos, mientras que el modelo oscilatorio se presenta en poblaciones donde la reproducción se podría dar en periodos no específicos, pero sólo en una parte de la población (Pastor, 2008:95). Para el modelo oscilatorio, como su nombre lo indica, al graficar una población de este tipo su número de individuos oscilara por arriba y debajo de la capacidad de carga 'k' como se muestra en la gráfica (figura 7).

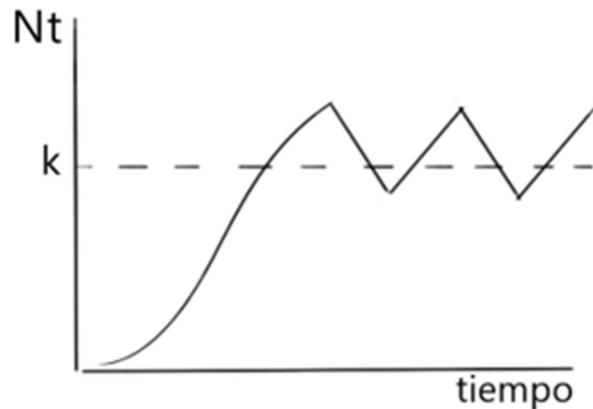


Figura 7. Grafica característica del modelo de crecimiento logístico oscilatorio.

Por otro lado, el modelo logístico caótico no presenta una ecuación representativa, es la misma ecuación que el modelo logístico oscilatorio pero con la diferencia que es un caso que se observa cuando la constante ' r ' tiende a valores superiores a 2, esto indicaría que la población está presentando una tasa de reproducción muy alta y por ende la población está reproduciéndose muy rápido ocasionando que los recursos se agoten y restablezcan por periodos, generando en los datos oscilaciones bastantes altas (figura 8) a las cuales se les denomina como 'caos'.

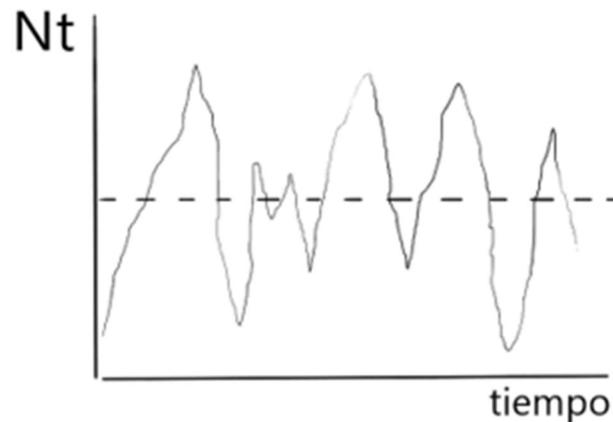


Figura 8. Grafica que muestra las grandes oscilaciones características del crecimiento logístico caótico.

1.2.1.3. Modelo de Interacción

Es poco común encontrar alguna población que se encuentre completamente aislada, generalmente se encuentran en interacción con otras poblaciones, por lo cual se requiere de un modelo que permita el estudio de las interacciones entre poblaciones, las cuales pueden ser como las que se muestran en la tabla 1, donde los ceros representan que no hay una afectación en esa población, el símbolo positivo significa que la población se ve beneficiada mientras que el símbolo negativo significa que la población se ve afectada,

Tabla 1. *Tipos de interacción* (tomada de Odum, 2006).

Tipo de interacción	Especie 1	Especie 2	Naturaleza de la interacción
Neutralismo	0	0	Ninguna población afecta a la otra
Competencia del tipo de interferencia directa	-	-	Inhibición directa de cada especie por la otra.
Competencia del tipo de uso de recursos	-	-	Inhibición indirecta cuando los recursos comunes escasean
Amensalismo	-	0	Inhibición de la población 1, población 2 no se afecta
Comensalismo	+	0	La población 1, el comensal, se beneficia mientras que la población 2, el hospedero, no se afecta
Depredación	+	-	La población 1, el depredador, se beneficia de la población 2, la presa
Protocooperación	+	+	La interacción es favorable para ambas, pero no es obligatoria
Mutualismo	+	+	La interacción es favorable para ambas y es obligatoria.

El estudio de las interacciones se inició con el estudio de la relación presa-depredador. Este modelo fue propuesto por dos personas, de forma independiente. Primero el estadounidense Alfred J. Lotka (1880-1949), quien es conocido como el padre de la demografía comenzó a estructurar un modelo de interacción basándose en el modelo propuesto por Verhulst, su trabajo fue publicado en el año de 1925 (Pastor, 2008: 131).

Por otro lado, se encuentra Vito Volterra (1860-1940), quien fue un matemático italiano. El cual, después de regresar de la guerra, durante una reunión el prometido de su hija le comento sobre los datos de peces que había tomado, en los cuales observo que al haberse reducido la pesca de especies como sardinas y jureles su número aumento, además

el número de tiburones también había ido en aumento, por lo cual Volterra se propuso responder dicha interrogante, publicando su trabajo en el año de 1926 (Izasa y Campos, 2006: 118). El modelo también es conocido como modelo Lotka-Volterra.

El modelo presenta la interacción de una población de depredadores con una única población presa, así el modelo se encuentra conformado por dos ecuaciones diferenciales, una que representa el cambio de la población de presas y la otra que muestra el cambio en la población de depredadores.

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy$$

Donde $\frac{dx}{dt}$ es el cambio de la población de presas (número de individuos) de acuerdo al tiempo, 'a' es la tasa de crecimiento o reproducción de las presas, en ausencia de los depredadores pueden crecer de forma exponencial $\frac{dx}{dt} = ax$, 'b' es la tasa de depredación que sufren las presas, $-bxy$ al presentarse los depredadores el crecimiento de la población de las presas se ve afectada de forma negativa.

Por otro lado, $\frac{dy}{dt}$ es el cambio de la población de depredadores (número de individuos) de acuerdo con el tiempo. 'c' es la tasa de muerte de los depredadores en ausencia de las presas, sin presas los depredadores pueden morir de hambre. En ausencia de las presas los depredadores pueden disminuir de forma exponencial $\frac{dy}{dt} = -cy$. 'd' es la tasa de beneficio de los depredadores (la eficiencia de depredación) $+dxy$, la población de depredadores se verá en aumento mientras se encuentren presas. Al presentarse en una gráfica los datos presa depredador muestran varias oscilaciones (figura 9).

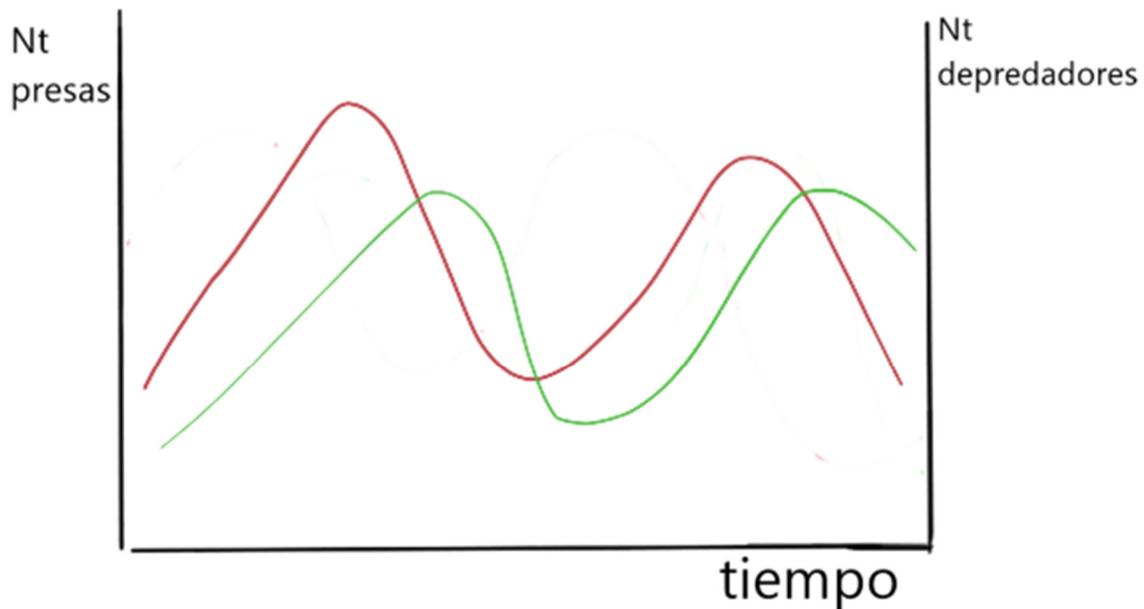


Figura 9. Grafica que muestra las oscilaciones que se presentan al interactuar las presas (color rojo) y los depredadores (color verde)

El modelo Lotka-Volterra puede emplearse para trabajar no solo con la interacción presa-depredador, sino, que es posible emplearse para el estudio de los demás tipos de interacciones haciendo un cambio de símbolos en cada una de las ecuaciones de acuerdo con el comportamiento de las dos poblaciones (ver tabla 1).

Dentro de la asignatura de ecología cuantitativa de la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, los alumnos deben conocer las bases de estos modelos, así como su manejo, lo cual les permita comprender como es posible generar modelos más complejos. Para poder trabajar con los modelos se deben conocer también las herramientas y los métodos de simulación, los cuales se abordarán a lo largo del capítulo siguiente.

CAPÍTULO II

HERRAMIENTAS PARA EL ESTUDIO DE LA MODELACIÓN DINÁMICA

Actualmente se cuenta con diversas herramientas para manejar los modelos matemáticos, no solo elementos computacionales, herramientas lúdicas que permiten su manejo. En este capítulo se muestran algunas de las herramientas para trabajar los modelos matemáticos. Siendo la primera el *frijolarium*, el cual es propiamente una herramienta para la obtención de datos poblacionales; posteriormente se presentan dos herramientas computacionales con las cuales se manejan los modelos matemáticos desde dos perspectivas de solución diferentes, el primero es el programa de la paquetería básica de Microsoft Office: *Excel*, con el cual se genera la solución analítica del modelo matemático, mientras que el segundo es un software de programación visual bastante útil llamado *Stella*, el cual resuelve los modelos mediante algoritmos de solución numérica.

2.1. Frijolarium

Es una herramienta lúdica basada en el método Montecarlo, no se encuentra su origen bien establecido, se popularizó a mediados del siglo XX por el ecólogo Luis Bojórquez. Consiste en un tablero dividido en 64 casillas, de color blanco y negro como un tablero de ajedrez, y adaptado con bordes formando una charola. El tablero representa el hábitat de una población o poblaciones, dentro del tablero se arrojan los frijoles, los cuales representan a los organismos de la(s) población(es), de ahí su nombre (Soberón, 1995: 100).

Aun cuando puede parecer una herramienta rudimentaria, el *frijolarium* presenta ventajas en la enseñanza de los modelos de población; permite que a los alumnos se les motive a entender los modelos poblacionales ‘jugando’ con las poblaciones (Cervantes et al,

2012: 215); al mismo tiempo, con su ayuda los alumnos van generando datos de poblacionales semejantes a los reales, invirtiendo poco tiempo y a bajo costo. Una de las grandes problemáticas al momento de enseñar o aprender modelos matemáticos, es que son pocos los conjuntos de datos que se encuentran disponibles en libros o sitios web especializados.

2.2. Las reglas para los principales modelos poblacionales

La información sobre el *frijolarium* se encuentra muy limitada, la información disponible es la presentada en el libro ‘Ecología de Poblaciones’ de Jorge Soberón, donde en el último capítulo habla sobre la herramienta, junto con su descripción y los algoritmos de simulación que plantea a manera de ‘reglas de juego’ para seguir paso a paso. Las reglas que se emplean para poder generar datos en el *frijolarium* partieron de los modelos matemáticos poblacionales, junto con los supuestos ecológicos que se plantearon con dichos modelos. Por lo cual las reglas presentan las mismas características, lo que permite el generar datos similares a como se obtendrían en una población real. Al comprenderse la teoría detrás de los modelos matemáticos es posible comprender de un modo más sencillo como se plantearon las reglas para cada uno de los modelos y los elementos que fueron considerados.

2.2.1. Crecimiento exponencial.

Las reglas para la simulación del modelo exponencial partieron de la fórmula:

$$N_t = N_0 e^{rt}$$

Ya que este método de simulación permite la obtención de datos desde cero, el usuario es quien debe asignarle un valor a cada una de las constantes de la ecuación. Iniciando con N_0 , el número inicial de individuos (frijoles) con los que se trabajara, así como también el valor que se le asignara a ‘ r ’ (tasa de reproducción) al ser una simulación puede presentar valores en números enteros, entre más grande sea el valor que se le asigne a esta variable más rápido comenzara a crecer la población de frijoles.

Debido a que el crecimiento de la población depende de si los individuos se encuentran en un entorno con los recursos necesarios, el tablero se divide en casillas con un entorno apto y casillas con un entorno no apto. Los frijoles en un medio apto, al tener los recursos que necesitan podrán reproducirse (se multiplican por la tasa de reproducción ' r ') elegida, mientras que los que se encuentran en un medio no apto mueren. Finalmente, para la variable ' t ' (tiempo), indica el número de tiradas que se realizarán en total para obtener el conjunto de datos.

Al completarse las tiradas deseadas y graficar los datos deberán seguir una curva semejante a la de tipo exponencial, al dar diferentes valores a los parámetros es posible observar cómo esto puede alterar el crecimiento de la población, en la figura 10 se observa cómo entre más grande es el valor asignado a la constante ' r ' más rápido será el crecimiento de la población, si las tiradas hubieran continuado por más tiempo el crecimiento de la población sería aun mayor.

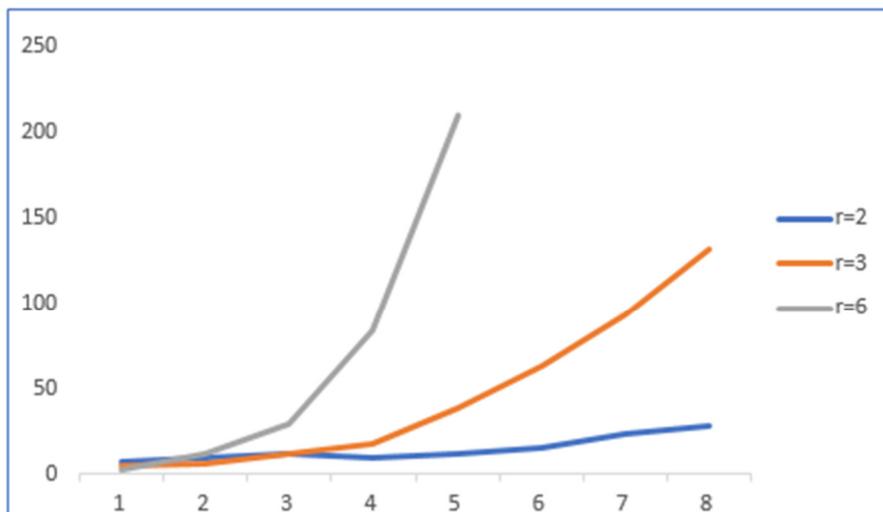


Figura 10. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al 'jugar' con los valores del modelo exponencial.

2.2.2. Crecimiento Logístico Asintótico

Las reglas del *frijolarium* para el modelo logístico asintótico partieron de la fórmula:

$$N_t = \frac{k}{1 + e^{c-rt}}$$

Donde es necesario darle valores a las constantes k , r y t . También se debe elegir un número inicial de frijoles con los cuales comenzar las tiradas y que será la población inicial. La población de frijoles iniciará presentando un crecimiento exponencial, hasta que lleguen al tope del valor de la capacidad de carga ' k ' en este caso por celda del tablero.

Si se asignan valores bajos a k (2 a 4), esto representa que los recursos disponibles se encuentran escasos por lo cual su crecimiento exponencial no avanzará mucho, en cambio al asignarle valores de k más altos (dígase un 5 o 6) la población crecerá de forma exponencial durante mayor tiempo, es decir, tardará más en llegar a su capacidad de carga, al cambiar el valor de las constantes es posible observar las diferencias en los datos obtenidos al graficarlos. En la figura 11 se observa cómo entre más grande es el valor asignado a la constante ' r ', más rápido será el crecimiento de la población, así como la diferencia por la capacidad de carga. En este modelo no se implica necesariamente la muerte de una gran parte de los organismos de la población al alcanzar la capacidad de carga, solo se implica un crecimiento cada vez más lento.

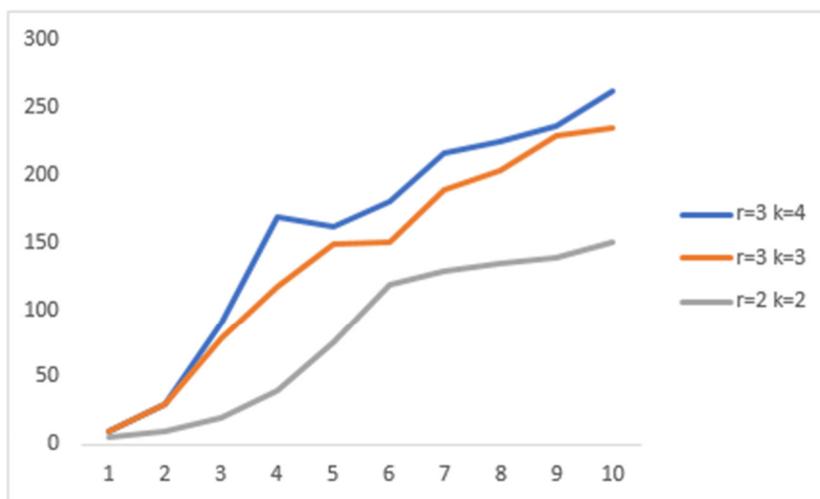


Figura 11. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al 'jugar' con los valores del modelo logístico asintótico.

2.2.3. Crecimiento Logístico Oscilatorio

Las reglas del *frijolarium* para el modelo logístico oscilatorio partieron de la fórmula:

$$N_{t+1} = N_t e^{r(1-\frac{N_t}{K})}$$

Al igual que en el caso del crecimiento logístico asintótico, se deben asignar los valores a las constantes del modelo 'k', 'r' y 't'. Como en el modelo anterior, la asignación de valores bajos a la capacidad de carga significa que los recursos disponibles son escasos, en este caso al disminuir los recursos o que se vean limitados por el número de organismos, los organismos pueden morir al rebasarse la capacidad de carga. Las oscilaciones de la población pueden verse más marcadas o menos marcadas de acuerdo con los valores asignados a la capacidad de carga, en la figura 12 se observa cómo entre más grande es el valor asignado a la constante 'r' más rápido será el crecimiento de la población, así como la diferencia por la capacidad de carga.

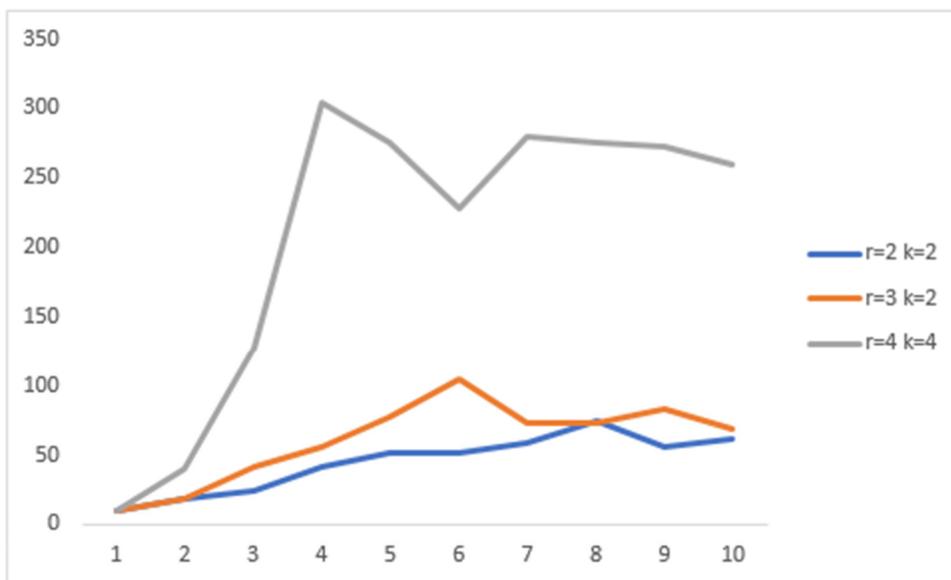


Figura 12. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al 'jugar' con los valores del modelo logístico oscilatorio.

2.2.4. Crecimiento Logístico Caótico

En este modelo se considera la misma fórmula del modelo logístico oscilatorio, por lo cual las reglas para sus simulaciones son las mismas, la diferencia se encuentra en los valores que es posible asignarse a sus constantes, para poder observar un crecimiento con oscilaciones caóticas se deben asignar valores muy altos a la tasa de reproducción ' r ' por celda, como puede ser de 7 o 10, con el fin de que la población presente un crecimiento acelerado, así como asignarle un valor muy bajo a la capacidad de carga por celda, cómo puede ser de 2 o 3, de esta forma la población crecerá de forma rápida pero presentará en poco tiempo una escases en los recursos que necesita. Las oscilaciones de la población pueden verse más marcadas o menos marcadas de acuerdo con los valores asignados a la capacidad de carga junto con la tasa de reproducción. En la figura 13 se observa cómo entre más grande es el valor asignado a la constante ' r ' más rápido será el crecimiento de la población, así como la diferencia por la capacidad de carga. Si se asignan valores muy pequeños a la capacidad de carga y muy altos de la tasa de reproducción es posible que la población llegue a extinguirse.

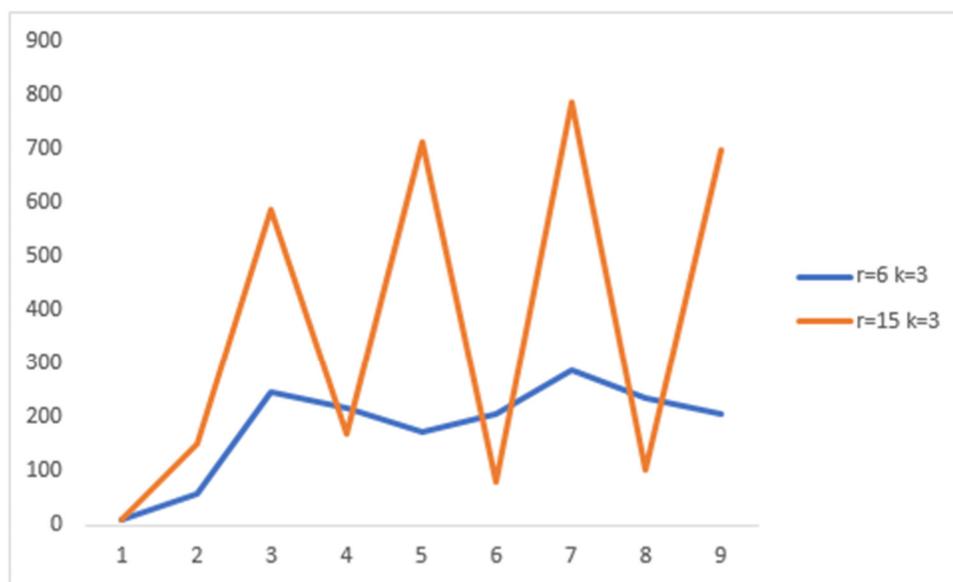


Figura 13. Representación de la velocidad de crecimiento que se puede observar al 'jugar' con los valores del modelo logístico caótico.

2.2.5. Interacción Presa-Depredador

Las reglas del *frijolarium* para el modelo presa-depredador partieron de las fórmulas:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy$$

Para este caso se trabaja con dos poblaciones, para las presas se asigna un valor a la constante 'a' y a la variable 'x', siendo 'x' el número de individuos de la población de presas, se elige un número inicial de población para las simulaciones, debido a que normalmente se encuentran en mayor número las presas que los depredadores, se les debe asignar un valor inicial alto, así como también una tasa de reproducción 'a' un poco alta, como por ejemplo valores de 6 en adelante. Al no tener la presencia de depredadores las presas pueden crecer de forma exponencial.

Para el caso de los depredadores, los valores se asignarán a la variable 'y', que es el número de depredadores. Para la población inicial de depredadores, suele considerarse un valor más bajo que el de la población de las presas. La constante 'd', la cual es la tasa de reproducción de los depredadores, pero solo si se presenta una presa. Los valores para las constantes 'b' y 'c' son la tasa de depredación para las presas y la tasa de muerte de los depredadores respectivamente, esto se observará a lo largo de la simulación, al presentarse presas ante un depredador todas las presas pueden desaparecer, al no encontrarse presas el depredador se puede mantener, al encontrarse más depredadores que presas aquellos que no consiguen una presa morirán y al solo presentarse depredadores todos mueren de inanición por falta de alimento y presencia de competidores. Si se presenta una alta población de presas con una alta tasa de reproducción y una baja población de depredadores con una baja tasa de reproducción se podrán observar varias oscilaciones entre ambos (figura 14a), en cambio si se presenta una población de presas no muy alta con una baja tasa de reproducción contra una población de depredadores con una población alta y una alta tasa de reproducción podría llevar a ambos a la extinción (figura 14b).

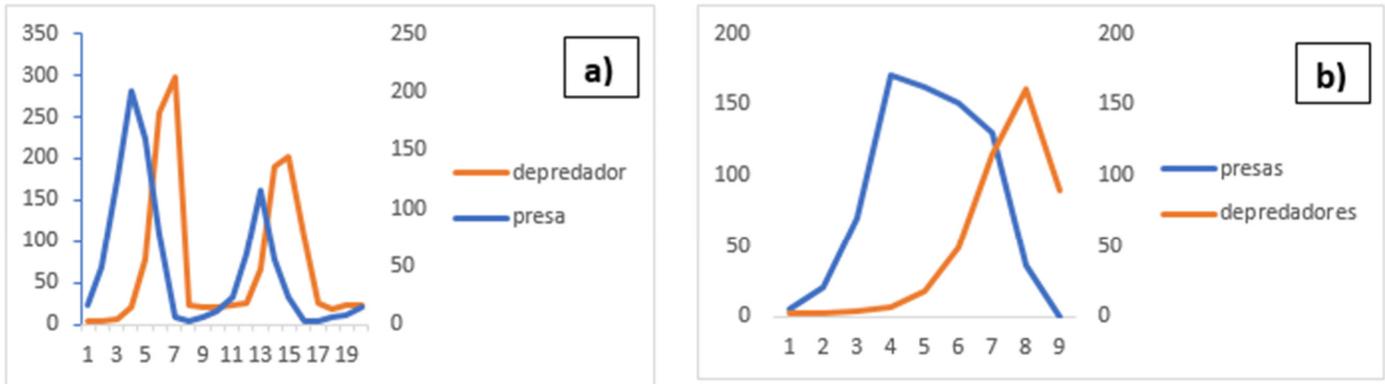


Figura 14. a) Representaciones de las interacciones con una tasa baja de reproducción en depredadores. **b)** interacción con tasa de reproducción de depredadores alta.

2.3. Excel

Años después de su fundación, *Microsoft* lanzó su primera versión de *Excel* en 1985. Hasta la actualidad se han ido sumando gran cantidad de mejoras y herramientas que permiten distintos tipos de cálculos dentro del mismo programa. *Excel* es un programa de licencia que se encuentra dentro de la paquetería básica de *Microsoft Office*, *Excel* permite realizar cálculos básicos hasta funciones matemáticas más complejas (Microsoft.com, revisado el 20 marzo 2020).

Con ayuda del programa *Excel* es posible resolver modelos matemáticos realizando los cálculos numéricos necesarios para la parametrización, donde partiendo de un conjunto de pares de datos es común “linealizar” para obtener los parámetros del o de los modelos.

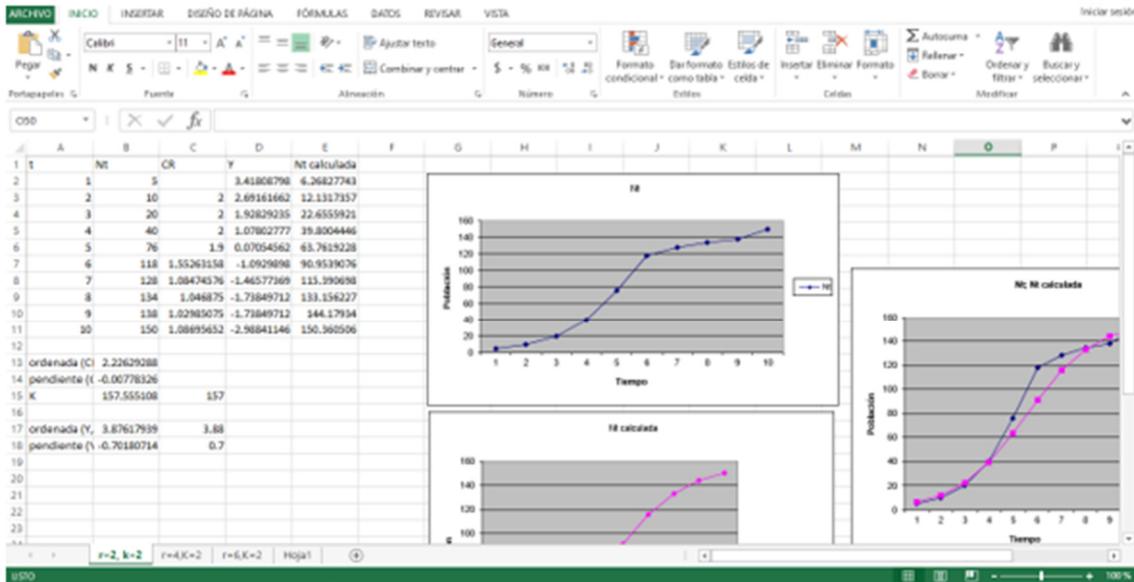


Figura 15. Pantalla de inicio de Excel.

2.4. Stella

Es un software de licencia de la compañía *Isee Systems*. Desde 1989, con ayuda de este software es posible simular modelos dinámicos de una forma gráfica o visual, es decir, sin la necesidad de escribir las ecuaciones (Cervantes et al, 2009: 1).

Entre las herramientas con las que trabaja *Stella*, hay cuatro que son básicas a manejar para armar modelos.

Stock: que es la acumulación 'de', pudiendo ser peso, agua, organismos en algún tiempo.

Flujo: representa la tasa de cambio del stock, la cantidad que entra y que cantidad sale. Cuantos organismos nacen (flujo de entrada) y cuantos organismos mueren (flujo de salida).

Convertidor: Permite manipular los datos de entrada y de salida que puede afectar al *stock*. Por ejemplo, operaciones de conversiones de unidades.

Conector: como lo indica su nombre, permite interconectar todas las herramientas antes mencionadas según lo que se necesite en el modelo.

Stella presenta también cuatro interfaces de trabajo, pero principalmente se trabaja con tres:

Map: dentro de esta interfaz se podrá armar el modelo con ayuda de las herramientas (figura 16).

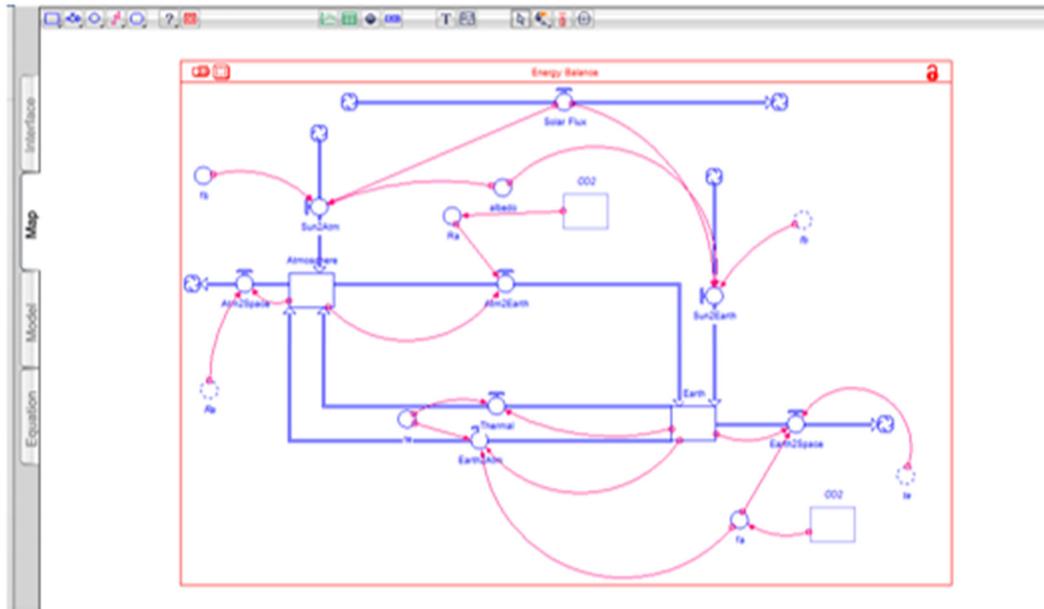


Figura 16. Pantalla 'Map' del programa Stella

Model: en esta interfaz se ve inicialmente como la de 'map', pero con la diferencia de que ésta se usa para ingresar los datos necesarios para cada uno de los elementos del modelo (figura 17).

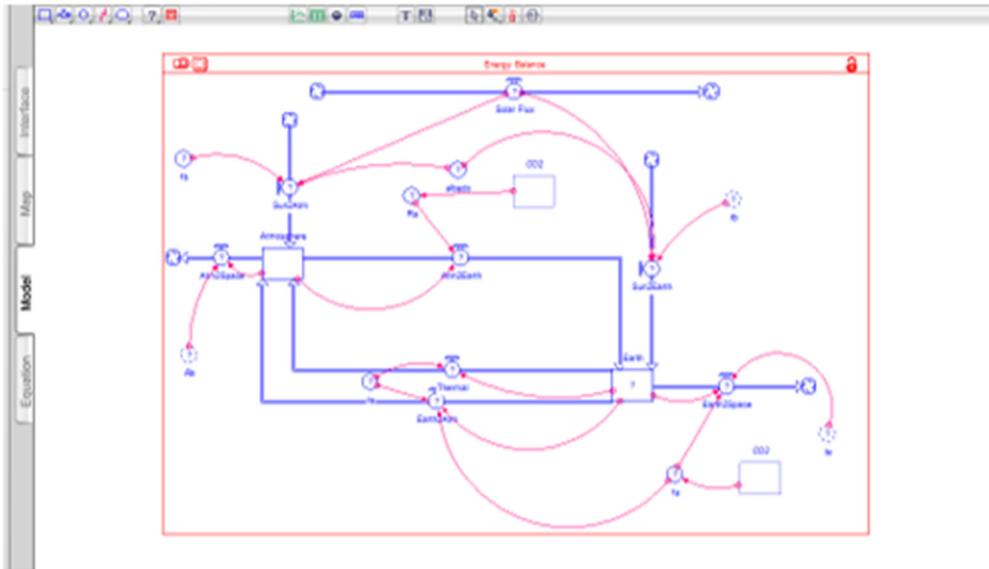


Figura 17. Pantalla 'Model' del programa Stella

Equation: es la interfaz donde se pueden visualizar las ecuaciones diferenciales con las que se está trabajando el modelo armado (figura 18).

```

File Edit View Equation Run Help
[ ] Atmosphere(t) = Atmosphere(t - dt) + (Earth2Atm + Sun2Atm + Thermal - Atm2Space - Atm2Earth) * dt
dt
INIT Atmosphere = 518.15*50*50*24*365
INFLOWS:
  Earth2Atm = { Place right hand side of equation here... }
  Sun2Atm = { Place right hand side of equation here... }
  Thermal = { Place right hand side of equation here... }
OUTFLOWS:
  Atm2Space = { Place right hand side of equation here... }
  Atm2Earth = { Place right hand side of equation here... }
[ ] CO2(t) = CO2(t - dt) + (Net_inflow) * dt
INIT CO2 = 350
INFLOWS:
  Net_inflow = 5
[ ] Earth(t) = Earth(t - dt) + (Atm2Earth + Sun2Earth - Earth2Atm - Earth2Space - Thermal) * dt
INIT Earth = { Place initial value here... }
INFLOWS:
  Atm2Earth = { Place right hand side of equation here... }
  Sun2Earth = { Place right hand side of equation here... }
OUTFLOWS:
  Earth2Atm = { Place right hand side of equation here... }
  Earth2Space = { Place right hand side of equation here... }
  Thermal = { Place right hand side of equation here... }
UNATTACHED:
  Solar_Flux = { Place right hand side of equation here... }
  albedo = { Place right hand side of equation here... }
  fa = { Place right hand side of equation here... }
  fb = { Place right hand side of equation here... }
  Ra = { Place right hand side of equation here... }
  SBCconstant = { Place right hand side of equation here... }
  te = { Place right hand side of equation here... }
  Temperature = { Place right hand side of equation here... }

```

Figura 18. Pantalla 'equation' del programa Stella

Stella es una herramienta visual que genera la resolución numérica de un modelo, pero requiere de los datos de parámetros que se pueden conseguir a partir de programas como *Excel*.

Para poder utilizar los modelos matemáticos es necesario conocer algunas de las herramientas que permitan su manejo, razón por la cual es necesario recurrir al uso de herramientas tecnológicas como las “Tecnologías de la Información y la Comunicación”. de esta forma poder generar material de enseñanza para el área biológica y que permita su difusión, puesto a que la mayoría de la información que se encuentra disponible se orienta más hacia explicaciones meramente matemáticas sin tomar una representación biológica.

CAPÍTULO III

LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son un medio de difusión de información mediante el uso de las nuevas tecnologías, principalmente empleando los recursos de la web (Belloch, 2012:1). El uso de éstas ha ido incursionando cada vez más en las actividades cotidianas, no sólo como elementos de entretenimiento, sino también empleándose como apoyo a la enseñanza, de esta forma la enseñanza ya no se limita únicamente a un profesor enseñando en un aula apoyado de lápiz, papel y un pizarrón (Semenov, 2006: 32), también es posible que se utilicen diversos elementos tecnológicos (ya sean hardware y software) para así mejorar la calidad de la clase, adecuándola a alumnos que tienen más presente en su día a día elementos tecnológicos, haciendo uso en el salón de clases de elementos como proyectores, laptop, tabletas, pizarras digitales interactivas e inclusive de los teléfonos inteligentes (Martínez, 2015: 4).

Con ayuda de las TIC es posible que la enseñanza pueda llevarse a cabo incluso fuera del salón de clase, utilizando recursos web como pueden ser: aulas virtuales, blog, páginas web especializadas, entre otros. Estos elementos permiten al alumno conocer y aprender sobre algún tema en específico sin la ayuda de un profesor que explique el tema (al menos no de manera presencial), pudiendo así estudiar de manera autónoma.

Al emplear recursos TIC es necesario considerar un punto muy importante, el uso de tecnologías no puede resolver algún problema de comprensión de algún tema por sí mismo, pues siempre será necesaria la guía de un profesor o especialista en el tema que pueda guiar el aprendizaje (Llorente, 2012: 10). Entre las ventajas que presenta el empleo de las TIC en la educación es que el alumno puede generar un sistema de autoaprendizaje (Cervantes, 2017: 16).

3.1. Los entornos virtuales, blog y *edublog*

Los entornos virtuales o entornos virtuales de aprendizaje (EVA) son un espacio mediado por la computadora, mediante el uso de algún material de apoyo y que permite promover el aprendizaje (Cervantes, 2017: 18). Un EVA emplea los elementos TIC, dentro del cual se encuentra información que permita la enseñanza-aprendizaje, para su elaboración se siguen los elementos del diseño instruccional. Los EVA pueden ser cualquier recurso con el cual sea posible difundir un contenido de enseñanza, como es el caso de los videoblogs, las aulas virtuales, los blogs, entre otros. Entre los ejemplos de entornos virtuales que se pueden encontrar en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, para apoyo de la enseñanza se encuentran:

Aula Virtual de Matemáticas II: La carrera de Biología necesita del uso y aplicación del conocimiento de técnicas de cálculo integral y diferencial, se desarrolló un entorno virtual cerrado (solo alumnos de la carrera pueden ingresar) que se trabaja en conjunto con enseñanza presencial, que se compone de materiales explicativos apegados a la carta descriptiva de la asignatura. Con este entorno virtual se puede tener un seguimiento de los avances en cuanto a calificaciones que obtenga el alumno (Cervantes, 2017).

Blog educativo de Estadística FES Zaragoza: Es un entorno virtual abierto (cualquier persona con internet disponible puede visitarlo) que se enfoca en la enseñanza de la estadística paramétrica, construido de acuerdo con el plan de estudios de la asignatura de Biometría del plan de estudios de la carrera. Entre su contenido se encuentran archivos descriptivos de la teoría de los temas, así como ejercicios explicativos resueltos a mano, también cuenta con ejercicios propuestos (Hernández, 2016).

Un entorno virtual que se usa mucho actualmente es el blog (también conocido como *weblog* o bitácora), los blogs se usaban en un inicio como diarios por parte del autor, donde contaban experiencias, pensamientos, situaciones y podían interactuar mediante comentarios con otros usuarios. Entre las ventajas que presenta el uso de un blog es la facilidad para

crearlos y administrarlos. Dentro de los blogs que más se emplean se encuentran *Blogger* y *Wordpress*.

Cuando el contenido de un blog se enfoca en la enseñanza se le denomina *edublog*, debido a la facilidad de su uso presenta una buena herramienta para la educación, González (2011:250), señala tres ventajas del uso del blog para la enseñanza. 1) presentar una retroalimentación o una comunicación entre ambas partes (el ‘autor’ y el ‘alumno’). 2) su uso es bastante sencillo, además de que su uso presenta costos muy bajos. Y 3) amplía los límites espacio-temporales del aula de clase presencial. Debido a la facilidad de su uso y manejo tanto por parte de quien lo elabora, así como para el usuario se hizo uso de la plataforma *Blogger* pero se deben seguir ciertos pasos para que sea eficiente. Generar un entorno virtual de aprendizaje óptimo y eficiente, se cuenta con diversos métodos a seguir entre los cuales se encuentra el método conocido como diseño instruccional.

3.2. El diseño instruccional

Debido a la necesidad de un método para poder cumplir de manera adecuada un curso de enseñanza empleando las TIC, se plantearon diferentes métodos entre los cuales surge el Diseño Instruccional. Según Belloch (2013: 2) el Diseño Instruccional “supone una planificación instruccional sistemática que incluye la valoración de necesidades, el desarrollo, la evaluación, la implementación y el mantenimiento de materiales y programas”. Por lo cual es posible decir que el diseño instruccional es el procedimiento ordenado que se sigue cumpliendo con objetivos para poder llevar a cabo un entorno virtual de cualquier tipo.

A lo largo de la conjunción de los medios tecnológicos con la educación se ha planteado el seguimiento de un Diseño Instruccional, el cual se ha visto modificado a través de los años, principalmente por corrientes pedagógicas. La versión actual del Diseño Instruccional se enfoca más en la habilidad del alumno de poder generar su propio aprendizaje (autoaprendizaje) mediante los elementos tecnológicos disponibles (Romero, 2017: 9). Existen diferentes clasificaciones de Diseño Instruccional, una de las más usadas es la que menciona Belloch (2013:11) que consta de cinco fases:

Análisis: Se inicia con el análisis del alumno, en contenido que se empleará y el medio a utilizar, con el fin de cumplir con las necesidades del aprendizaje.

Diseño: Esta parte se enfoca en la creación de un programa para el curso, poniendo especial atención el enfoque de la información, así como de la secuencia y organización que llevará la misma.

Desarrollo: La creación del contenido y de los materiales que se emplearán, todo esto basado en el programa que se haya planteado.

Implementación: Es la ejecución del entorno planteado. Donde el alumno emplea el material generado.

Evaluación: Esta parte se enfoca en medir el aprendizaje generado con el entorno creado y medir si se cumplieron los objetivos de aprendizaje.

Algunos autores incluyen también una fase de mantenimiento, debido a que la información y el contenido se deben encontrar en constante actualización.

Es necesario seguir y plantear un proceso de diseño instruccional para poder delimitar los objetivos a alcanzar, este proceso se puede emplear para cualquier elemento computacional que se desee implementar como son los materiales audiovisuales, las aulas virtuales, las páginas web institucionales, entre otros.

Debido al enorme uso que tienen los elementos TIC hoy en día, es conveniente pensar en la implementación de materiales como lo son los entornos virtuales de aprendizaje, en especial elementos como los *edublog*, que permiten una sencilla difusión de la información. De esta forma es posible poner a disposición de alumnos y usuarios información como la modelación matemática, la cual, se puede decir que su difusión no se encuentra limitada, esta se encuentra más enfocada a las necesidades de los matemáticos, dejándose de lado los requerimientos desde la perspectiva biológica en la que fueron planteados. Así como también el presentar las herramientas necesarias que permitan su manejo de forma correcta. El desarrollo de dicho material busca ser un elemento que apoye la enseñanza de los modelos matemáticos para los alumnos de la asignatura de Ecología Cuantitativa de la FES Zaragoza, así como también de cualquier usuario interesado en el tema.

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un *edublog* como parte de un entorno virtual para la enseñanza de los modelos matemáticos básicos en Ecología, así como del uso de la herramienta lúdica *frijolarium*, como apoyo a la asignatura de ecología cuantitativa.

OBJETIVOS PARTICULARES

- Analizar los modelos matemáticos básicos, modelo exponencial, logístico y presa-depredador, para considerar su correcto manejo y aplicación en la investigación ecológica.
- Describir el uso del *frijolarium* como herramienta lúdica para generar datos de los modelos a trabajar que permitan entender los procesos ecológicos.
- Generar una propuesta del uso de elementos computacionales para entender y manejar las estrategias de parametrización y uso de los modelos.
- Generar un *edublog* para apoyar el proceso de aprendizaje de los modelos analizados.
- Realizar una encuesta de percepción del *edublog* para validar la utilidad del blog como recurso de apoyo.

JUSTIFICACIÓN

Existen diversas disciplinas no matemáticas que requieren del uso de los modelos matemáticos, el problema viene cuando la mayoría de material disponible se encuentra dirigido a las disciplinas que requieren en su mayoría del uso de estas como lo son las ingenierías. Lo anterior dificulta el aprendizaje de la modelación matemática para otras áreas como lo es la biología, es posible encontrar información, pero presenta explicaciones más matemáticas que biológicas.

Partiendo de lo anterior se plantea la elaboración de un blog para que sea un entorno de fácil acceso desde cualquier sitio, cuyo contenido se base en los modelos matemáticos que se emplean en Biología, presentando la información teórica sobre los modelos matemáticos junto con la enseñanza de herramientas como: programas computacionales que permitan su manejo y el uso de un elemento lúdico como lo es el *frijolarium* que permita un acercamiento a los modelos y planteando la información con descripciones sencillas, generando material de apoyo para estudiantes de Biología y Ecología.

MATERIAL Y MÉTODO

Siguiendo las etapas del diseño instruccional el método se dividió en cinco fases: i) análisis, ii) diseño, iii) desarrollo, iv) implementación y v) usabilidad.

i. Fase de análisis

En esta fase se llevó a cabo la búsqueda de información donde el tema principal fue la modelación matemática, de forma más específica los modelos matemáticos que se emplean en estudios biológicos. Dicha búsqueda se efectuó en diversas fuentes bibliográficas, tanto físicas como digitales, artículos procedentes de buscadores académicos y cuyo contenido tuviera relación con el tema central, así también, se revisaron diversos sitios web especializados.

Una vez recopilada la información sobre modelación matemática y demás temas que se desglosaran se depuro con base en su utilidad y se clasificó de acuerdo a su contenido para así permitir establecer los temas que se presentarían dentro del blog, poniendo principal interés en aquella información cuyo contenido estuviera dirigido a temas biológicos y la estructuración de los modelos para dicha área, así como de las herramientas de utilidad para el manejo éstos, esta información permitió desarrollar cada uno de los apartados planteados para cada uno de los temas seleccionados y poder construir un temario. Se plantearon cinco temas principales de los cuales cuatro presentan subtemas.

1. Modelos matemáticos
2. Principales modelos
 - 2.1. Modelo de crecimiento exponencial
 - 2.2. Modelo de crecimiento logístico
 - 2.3. Modelo de interacción presa-depredador
3. *Frijolarium*
 - 3.1. Tablero de *frijolarium*
 - 3.2. Reglas de los principales modelos
 - 3.2.1. Crecimiento exponencial
 - 3.2.2. Crecimiento logístico
 - 3.2.3. Interacción presa-depredador

4. Parametrización en *Excel*
 - 4.1. Crecimiento exponencial
 - 4.2. Crecimiento logístico
 - 4.3. Interacción presa-depredador

5. Modelación en *Stella*
 - 5.1. Crecimiento exponencial
 - 5.2. Crecimiento logístico
 - 5.3. Interacción presa-depredador

Como primer paso se procedió a llevar a cabo la parte “práctica” de lo que se planteó en el temario, por lo cual se elaboró un tablero de *frijolarium*. Se siguió el diseño propuesto por Bojórquez, el cual consiste en un tablero dividido en 64 casillas blancas y negras como un tablero de ajedrez, al cual se le agregan bordes de aproximadamente 10 cm para evitar que los frijoles salgan del tablero. Al diseño se le añadió una lata semifija en la parte superior del tablero. Una vez elaborado el tablero este se empleó para la simulación del modelo exponencial, modelo logístico y modelo presa-depredador para generar datos.

Para la obtención de datos se decidió efectuar tres simulaciones (generar tres conjuntos de datos) por cada modelo, presentando diferentes valores de la tasa de reproducción (r), así como de la capacidad de carga (k), uno de estos conjuntos para generar una explicación de los procedimientos, mientras que los otros dos servirían para ejercicios, cada conjunto formado por al menos 10 tiradas, con el fin de observar los crecimientos de las poblaciones, para cada uno de los casos se usaron diferentes valores para sus constantes.

Los conjuntos de datos generados se emplearon para llevar a cabo el método de parametrización usando el programa *Excel*, además al graficar los datos dentro de este programa es posible observar si dichos datos obtenidos en verdad se ajustan al modelo correspondiente. Finalmente, con los parámetros obtenidos con el programa *Excel* se emplearon para generar los modelos en el programa de modelación visual *Stella*, donde se realizaron las simulaciones y se compararon las gráficas de ambos programas.

ii. Fase de diseño

Siguiendo el temario planteado, se llevó a cabo la generación de archivos explicativos, es decir, la descripción de la información o de los procesos, tanto la fase de análisis como la fase de diseño se fueron llevando a cabo casi al unísono. Se optó por realizar las explicaciones dentro de un archivo en formato .pptx (*PowerPoint*) debido a que dichos archivos servirían como un borrador para diseñar el orden de la información dentro del blog, el formato “.pptx” permite mover y arrastrar la información e imágenes de forma más sencilla (en comparación con los archivos tipo “.doc” donde al conjuntar texto e imágenes suelen moverse de su lugar ante cualquier modificación). Además, el generar archivos explicativos también permite tener la información respaldada, en caso de que el blog pueda llegar a presentar fallas. Se generó un archivo explicativo siguiendo el temario, considerándose de la siguiente forma:

-La explicación de las bases sobre la modelación matemática proporcionando los conceptos clave que es necesario conocer (un archivo).

-La descripción de los modelos matemáticos en biología, describiendo los modelos: exponencial, logístico y presa-depredador (un archivo).

-El proceso de elaboración del tablero de *frijolarium*, junto con los materiales usados, así como también los materiales que pueden usarse en reemplazo (un archivo).

-La descripción del uso del tablero de *frijolarium* para la obtención de datos, incluyendo la descripción de este procedimiento para cada uno de los modelos: exponencial, logístico (sus tres variantes) y presa-depredador (un archivo).

-La descripción del proceso de parametrización con el programa *Excel* para cada uno de los modelos: exponencial, logístico y presa-depredador (tres archivos).

-El proceso de elaboración de los modelos utilizando el programa *Stella* para los modelos: Exponencial, Logístico y presa-depredador (tres archivos).

Las imágenes de apoyo a las explicaciones consistieron en fotografías y capturas de pantalla (según fuera el caso), estas imágenes se editaron con el programa *Autodesk SkeetchBook* donde se les agrego texto y figuras, las imágenes fueron guardadas en formato .JPG.

iii. Fase de desarrollo

Para desarrollar el blog se eligió la plataforma *Blogger*, debido a que su uso es sencillo en cuanto a la configuración y no se necesita trabajar en lenguaje HTM, debido a que cuenta con plantillas de fácil configuración sin necesidad de conocer mucho sobre computación, presenta una gran libertad para ordenar las pantallas del blog de acuerdo con las necesidades que se tengan, e inclusive agregar una gran variedad de herramientas y *gadgets* que faciliten su uso. Se asignó al blog un nombre y una dirección web con las cuales se identificaría al sitio, esta dirección debió ser lo más corta posible, fácil de recordar y que se relacionara con el contenido.

Los blogs presentan una versatilidad para publicar contenido, como primera opción el modo clásico de publicación por medio de entradas, las publicaciones se irán generando en formato de lista por fecha de publicación, el inconveniente que presenta este método radica en que si no se utiliza conjuntamente con un listado de “etiquetas” dentro del blog gran parte de la información puede llegar a perderse después de generarse varias entradas. La segunda opción es por medio de generación de páginas para cada una de las secciones que se necesiten, las cuales se ordenan dentro de un menú principal, conectadas por paginas principales y secundarias, entre otras.

Para organizar la información en el blog se optó por la segunda opción, que es generar páginas y ordenarlas mediante un menú. Para que las paginas presentaran un orden en concreto se planteó el siguiente un diagrama de flujo de datos, partiendo del orden en que se habían establecido los temas en el temario.

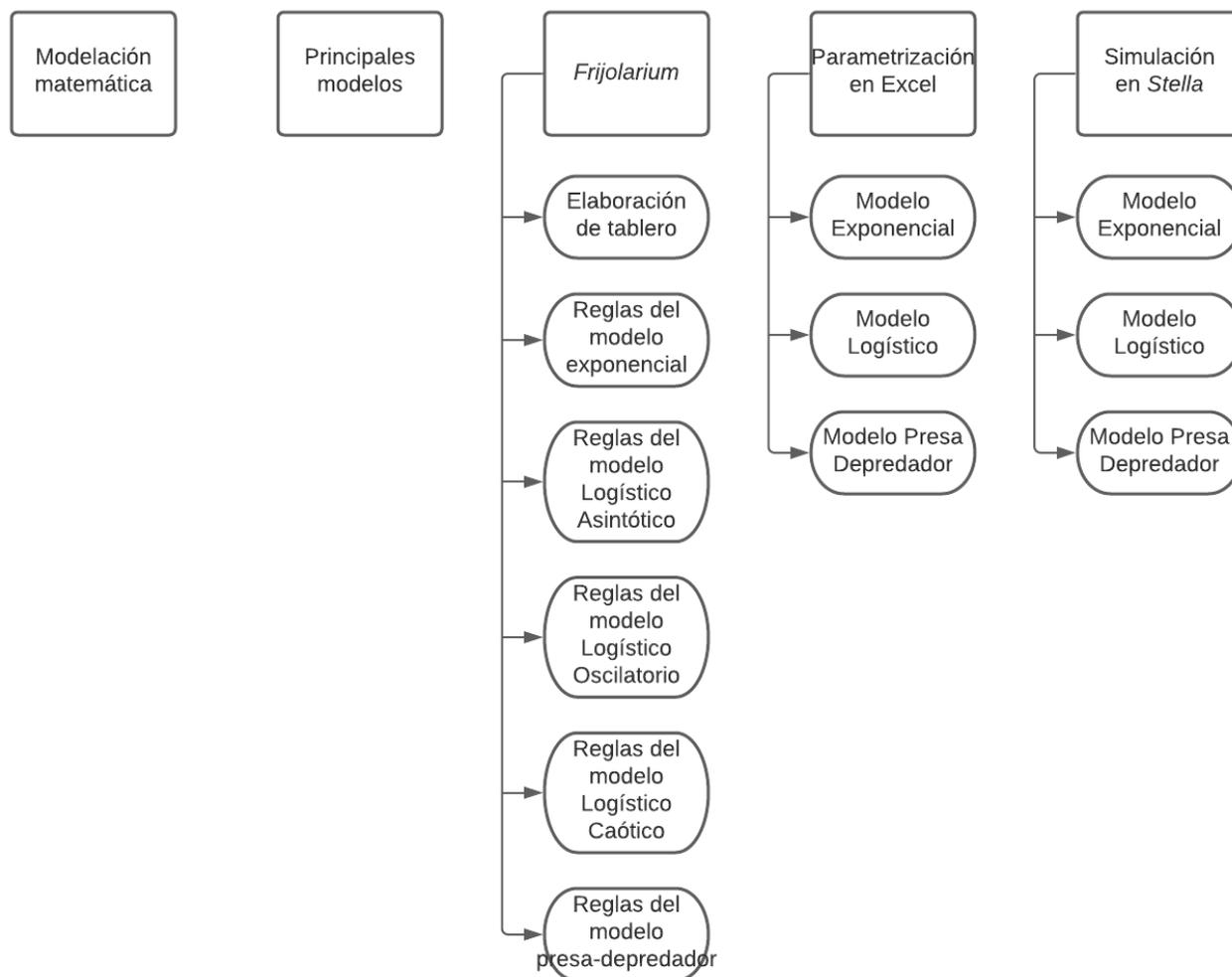


Figura 19. Propuesta del ordenamiento y flujo para la información dentro del blog.

De esta forma el menú quedó conformado de cinco páginas principales, además de presentar una página de bienvenida al inicio del menú y una página de créditos al final. Las páginas secundarias se unieron por medio de vínculos.

iv. Fase de implementación

Las páginas se generaron de acuerdo con el diagrama de flujo de datos, se creó un total de 19 páginas, dentro de las cuales se añadió la información de los archivos explicativos, también se seleccionaron las imágenes y videos que apoyarían cada una de las explicaciones, así como los ejercicios que se usarían.

Una vez ordenada la información dentro de cada página los contenidos se unieron mediante vínculos, partiendo de las páginas principales hacia las secundarias.

Después de generarse el blog con la información planteada se hizo una revisión y depuración. Se revisó que los enlaces e hipervínculos funcionaran correctamente y dirigieran la información a la página correspondiente, también se revisó si la información dentro de las páginas correspondía con el nombre de la página. En caso de encontrarse algún problema o error en el orden de la información se revisó su causa y se arregló.

v. Fase de usabilidad

Para corroborar si el *edublog* cumplía con la función de servir como material de apoyo a un curso de modelación matemática, se empleó el *edublog* a lo largo del curso semestral de Ecología Cuantitativa, en la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, al concluir el curso se aplicó un cuestionario de percepción a los 15 alumnos que conformaban el grupo. El cuestionario consistía de nueve preguntas de opción múltiple, con las cuales el alumno evaluó su percepción sobre el blog en cuanto a la información, explicaciones, y aspectos técnicos, entre otros elementos, siguiendo una escala de 1 a 5. El cuestionario también contaba con tres preguntas abiertas, en las cuales el alumno podía opinar sobre el *edublog*, los aspectos que le agradaban y los que se podrían cambiar para mejorarlo (figura 20).

CUESTIONARIO DE PERCEPCIÓN DEL BLOG DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

Link del blog: modmatbiol.blogspot.com

Propósito: Se desea conocer la percepción que se tiene del Blog de "modelación matemática aplica en biología", con el fin de mejorarlo para hacerlo más útil y atractivo, por lo cual se le pide conteste el presente cuestionario.

Nombre _____

INSTRUCCIONES: Marque con una X según considere, tomando en cuenta el 1 como Nada/Muy malo y el 5 como Excelente/muy bueno.

- | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|
| ¿Cómo percibe la calidad de la portada del blog? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Considera que la introducción le motiva a leer el contenido del blog? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Considera que la barra del menú y los hipervínculos facilitan el acceso y seguimiento del tema? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Qué tan útil le resulta la información? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Cómo considera el desarrollo de cada tema? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Cómo consideras los ejemplos presentados en cada tema? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Qué tan claras considera las explicaciones? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Considera adecuadas las imágenes que se presentan para cada explicación? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ¿Cómo considera las imágenes en base a la resolución, colores, entre otras cuestiones técnicas que se presentan? | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

Instrucciones: Responda brevemente los siguientes cuestionamientos.

¿Qué mejoraría del blog en cuestión de contenido teórico?

¿Qué mejoraría del blog en aspectos como imágenes, colores, letra, etc., para hacerla más atractiva?

¿Recomendaría el uso del blog a alguien interesado en el tema o que necesite este tipo de información?

Figura 20. Cuestionario de percepción presentado a los alumnos.

Blogger también cuenta con una interfaz de administrador, en la cual es posible observar la cantidad de visitas que presentan el sitio, por lo cual se decidió tomar los datos de las visitas en tres tiempos, principalmente los datos de las visitas por páginas y las visitas que se tienen por país.

a. RECURSOS DE SOFTWARE UTILIZADOS

Paquetería Microsoft Office 2013

Plataforma Blogger

Autodesk SketchBook

Stella ver. 9.1.1

MimioStudio

b. RECURSOS DE HARDWARE UTILIZADOS

Computadora HP procesador Intel, con Windows 10

Tableta Wacom Intuos Pen Small CTL-480

MimioTeach

Camara Canon PowerShot Elph 110 hs

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los temas planteados para el temario del diseño instruccional se delimitaron de acuerdo con la información recopilada en la bibliografía, quedando organizado en cinco temas principales, de los cuales dos presentan la parte teórica sobre la modelación matemática, mientras que los otros tres temas se enfocan en mostrar la parte práctica utilizando diferentes herramientas. De esta forma fue posible visualizar la información que sería útil para cada uno de los temas elegidos y plantear como generar cada una de las secciones.

Al llevar a cabo una búsqueda de material bibliográfico de referencia se consiguió observar y revisar tanto la cantidad como la calidad de la información que se encuentra disponible en diferentes medios, dentro del material consultado la mayoría se encontraba explicado desde un enfoque meramente matemático, lo cual puede volverse complejo para quien no se encuentre familiarizado con lo que a modelación matemática se refiere o bien tenga nociones básicas de dicho tema. Por lo cual se tomaron aquellos autores que presentaran información más relacionada a las perspectivas ecológicas, pero sin dejar de lado como se relaciona con la parte matemática, ya sea que se encontrase en español o inglés, de esta forma se revisó para su comprensión y posterior explicación en un lenguaje comprensible para los alumnos que recién comiencen su introducción a este tipo de temas.

Además, la gama de información permitió observar las herramientas que se encuentran disponibles para su manejo y estudio, lo cual también es un tema que puede complicarse al tampoco encontrarse familiarizado con herramientas computacionales de algún tipo. A partir de esto, se consiguió armar un temario que pudiese cubrir los requerimientos básicos para un curso de modelación matemática. De esta forma no se busca que el blog presente todo lo de un curso en su totalidad, sino que se constituya como una herramienta que pueda apoyar la enseñanza de las asignaturas desde un salón de clase.

Dentro de la parte práctica se encuentra el *frijolarium*, se diseñó y elaboró el tablero, con una tabla de 40x40cm, dividida en 64 casillas de color blanco y negro, con bordes de 10 cm de alto con el fin de evitar que los frijoles salgan del tablero. Además, al diseño del tablero se le añadió una lata semifija en la parte superior al centro del tablero (figura 21).



Figura 21. Tablero de *frijolarium* diseñado.

Con ayuda de este tablero se llevaron a cabo las tiradas consideradas para la obtención de datos, con el fin de recopilar diferentes conjuntos de datos cambiando los valores de cada uno de los parámetros de los modelos, y así observar cómo esto afecta al crecimiento de las poblaciones de frijoles conforme se generaban los datos en cada simulación. Los datos se graficaron para poder observar estas diferencias al generarse los tres conjuntos de datos por cada modelo poblacional simulado en el *frijolarium*.

Para el modelo exponencial, con tasas de reproducción (r) de 4, 3 y 2, en todos los casos con población inicial de cinco frijoles, así como diez tiradas (tiempos) en todos los casos. El crecimiento en los tres conjuntos quedó como se muestra en la figura 22.

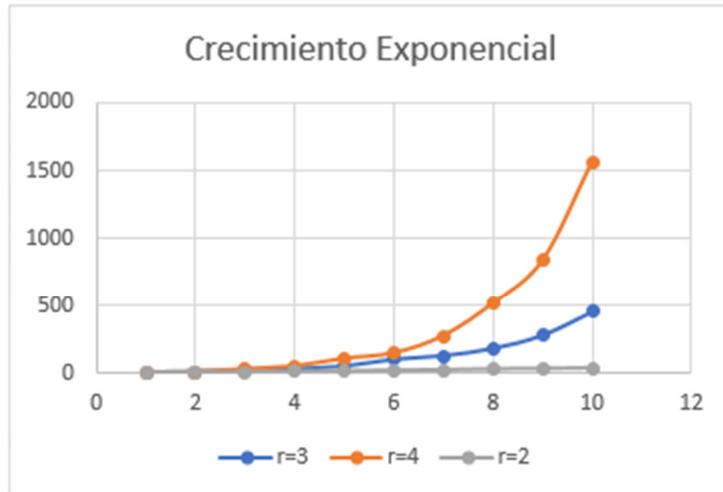


Figura 22. Comparación de las simulaciones del crecimiento exponencial con diferentes tasas de reproducción.

Para el modelo logístico se trabajaron sus tres variantes (logísticos asintótico, logístico oscilatorio y logístico caótico). Para las simulaciones del crecimiento logístico asintótico se usaron las tasas de reproducción (r) de 2, 4 y 6, con la capacidad de carga (k) de 2 para los tres casos, realizándose 10 tiradas (tiempos) en cada uno. El crecimiento de estas simulaciones se muestra en la figura 23.

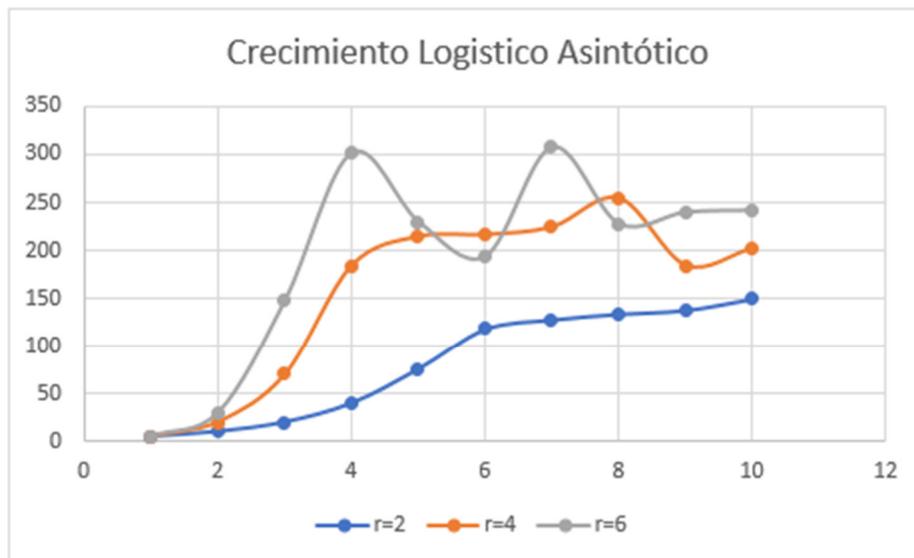


Figura 23. Comparación de las simulaciones del crecimiento logístico asintótico con diferentes tasas de reproducción.

Para el caso del crecimiento logístico oscilatorio, se usaron tasas de reproducción (r) de 2, 4 y 6, junto con una capacidad de carga (k) de 3 para todos los casos, realizándose 10 tiradas (tiempos) para cada uno. Los crecimientos resultantes de estas simulaciones se muestran en la gráfica de la figura 24.

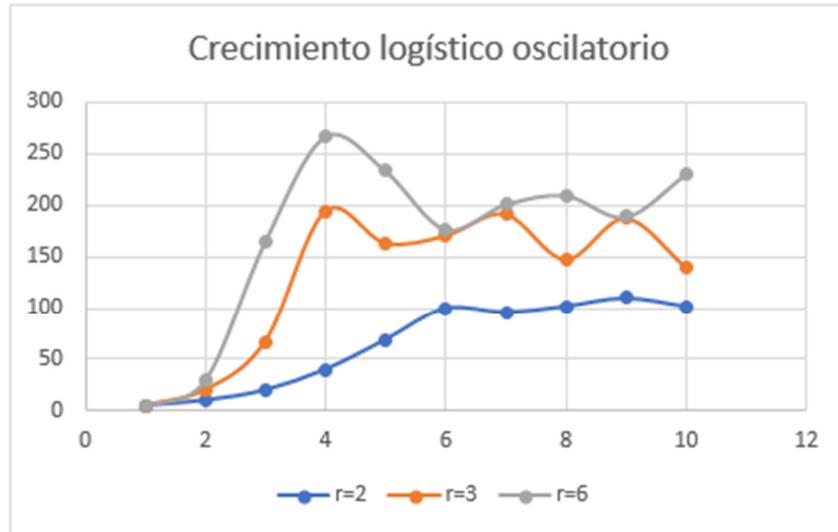


Figura 24. Comparación de las simulaciones del crecimiento logístico asintótico con diferentes tasas de reproducción.

Para el crecimiento logístico caótico, se eligieron tasas de reproducción (r) altas en comparación con la capacidad de carga (k). Dichas tasas fueron de 5, 7 y 10, la capacidad de carga fue de 2 para todos los casos, se efectuaron 10 tiradas (tiempos) para cada uno. Los crecimientos resultantes de las simulaciones se pueden en la gráfica de la figura 25.

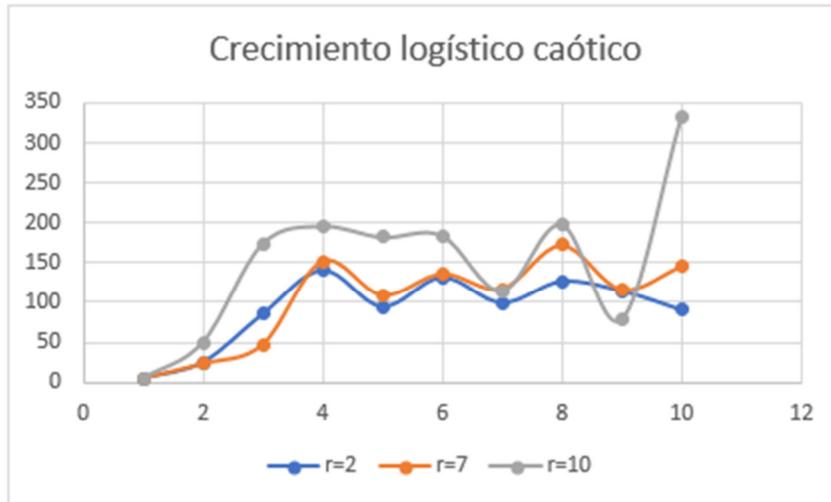


Figura 25. Comparación de las simulaciones del crecimiento logístico caótico con diferentes tasas de reproducción.

En el caso del crecimiento presa-depredador se crearon tres conjuntos de datos, la población inicial de presas y depredadores fueron las mismas en los tres casos, para el primer caso las presas contaron con una tasa de reproducción de 2 y una capacidad de carga (k) de 2, los depredadores contaron con una tasa de reproducción de 2 (figura 26a). Para el segundo caso, las presas contaron con una tasa de reproducción de 6 y una capacidad de carga (k) de 3, la tasa de reproducción de los depredadores fue de 3 (figura 26b). Para el tercer caso, se le asignó una tasa de reproducción a las presas de 3 y una capacidad de carga (k) de 3, para los depredadores se asignó una tasa de reproducción de 3 (figura 26c). Para todos los casos de generaron 20 tiradas (tiempos).

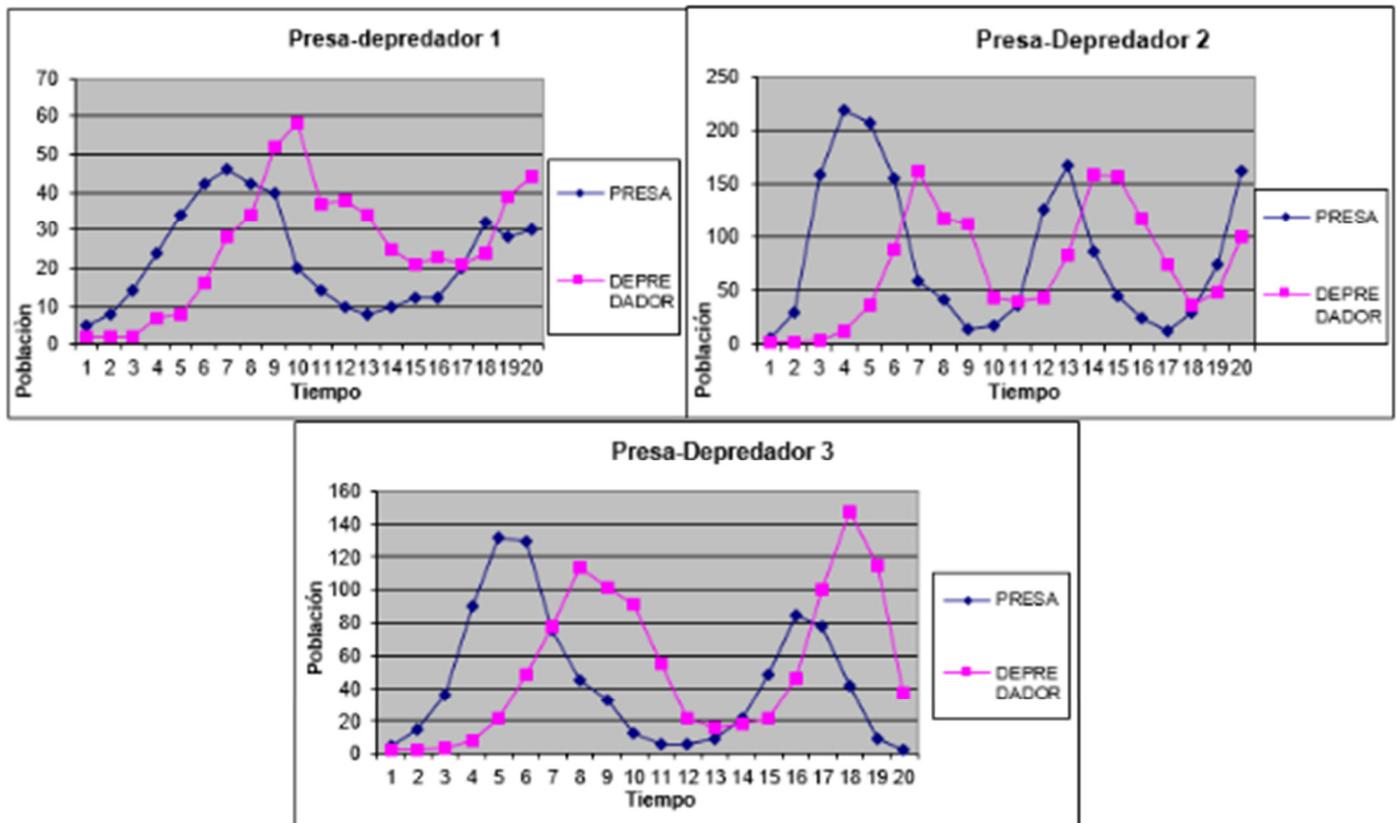


Figura 26. Comparación de las simulaciones del crecimiento presa-depredador con diferentes tasas de reproducción y capacidades de carga.

Al llevar a cabo diversas tiradas cambiando los valores de los parámetros en cada uno de los modelos fue posible observar cómo se veía afectado el crecimiento de cada población y en qué medida se daba dicho cambio si los valores llegan a ser altos o muy bajos, consiguiéndose de esta forma apreciar las bases en las cuales se basan dichos modelos. Así como también la facilidad con la que es posible obtener datos sin la necesidad de salir a observar una población real lo cual llevaría tiempo para observar sus cambios y crecimiento.

Para la parametrización del crecimiento exponencial se emplea la solución particular de la ecuación del modelo de Malthus

$$N_t = N_0 e^{rt}$$

Para este proceso se utilizaron los datos del *frijolarium*:

t	Nt
1	5
2	6
3	8
4	10
5	12
6	12
7	16
8	20
9	20
10	26

Figura 27. Datos obtenidos del *frijolarium*.

Para obtener los parámetros se recurre al método de “mínimos cuadrados” para llevar la ecuación a la forma $y=m+bx$, por lo cual a la ecuación de Malthus se le agregan logaritmos de ambos lados

$$\ln N_t = \ln N_0 + rt$$

$$y = m + bx$$

De esta forma es siguiente paso es el cálculo de los “Ln” de los datos de N_t , ingresando la fórmula “=LN(casilla)” es posible realizar el cálculo.

	A	B	C	D
1	t	Nt	lnNt	
2	1	5	=LN(B2)	
3	2	6		
4	3	8		
5	4	10		
6	5	12		
7	6	12		
8	7	16		
9	8	20		
10	9	20		
11	10	26		
12				
13				

Figura 28. Proceso de obtención de Logaritmo Natural.

Con los $\ln N_t$ calculados ya se tienen los valores respectivos de “y” y de “x”. El tener estos valores permite calcular los dos restantes que corresponden a la pendiente (m) y a la ordenada

al origen (b). En Excel solo es necesario ingresar las fórmulas “=INTERSECCION.EJE” y “=PENDIENTE” en ambos casos seguidas de los conjuntos de casillas con los valores de “x” y “y” que se utilizan.

PROMEDIO		=INTERSECCION.EJE(C2:C11,A2:A11)			
	A	B	C	D	E
1	t	Nt	lnNt		
2	1	5	1.60943791		
3	2	6	1.79175947		
4	3	8	2.07944154		
5	4	10	2.30258509		
6	5	12	2.48490665		
7	6	12	2.48490665		
8	7	16	2.77258872		
9	8	20	2.99573227		
10	9	20	2.99573227		
11	10	26	3.25809654		
12					
13	Ordenada al	=INTERSECCION.EJE(C2:C11,A2:A11)			
14	Pendiente	=PENDIENTE(C2:C11,A2:A11)			

Figura 29. Proceso de obtención de la ordenada al origen.

De esta forma la ecuación quedaría de la siguiente manera:

$$\ln(N_t) = 1.50 + 0.17t$$

Lo siguiente es la eliminación de los logaritmos naturales, agregando exponenciales:

$$e^{\ln(N_t)} = e^{1.50} e^{0.17t}$$

12				
13	Ordenada al	1.50227865	=EXP(B13)	
14	Pendiente	0.17731637	EXP(número)	
15				
16				

Figura 30. Proceso de obtención de la pendiente.

$$N_t = 4.49e^{0.17t}$$

Al tener todos los parámetros es posible calcular los valores esperados de N_t , ingresando la fórmula de la siguiente manera:

=casillaexponenteordenadaalorigen*(EXP(Nt*t))

1	t	Nt	lnNt	Nt calculada
2	1	5	1.60943791	5.3633835
3	2	6	1.79175947	6.40392703
4	3	8	2.07944154	7.64634515
5	4	10	2.30258509	9.1298033
6	5	12	2.48490665	10.9010654
7	6	12	2.48490665	13.0159678
8	7	16	2.77258872	15.54118
9	8	20	2.99573227	18.5563055
10	9	20	2.99573227	22.1563918
11	10	26	3.25809654	26.4549265
12				
13	Ordenada al c	1.50227865	4.49191292	
14	Pendiente	0.17731637		

Figura 31. Datos obtenidos del proceso.

Para la parametrización del crecimiento logístico se empleó la solución particular del modelo logístico asintótico. Así como los datos obtenidos del frijolarium.

$$N_t = \frac{k}{1 + e^{C-rt}}$$

K38		fx	
	A	B	
1	t	Nt	
2	1	5	
3	2	10	
4	3	20	
5	4	40	
6	5	69	
7	6	100	
8	7	96	
9	8	102	
10	9	110	
11	10	102	

Figura 32. Datos de tipo logístico obtenidos del frijolarium.

Para calcular los parámetros, lo primero es calcular CR la cual es el crecimiento relativo y se encuentra dado por $CR = \frac{N_t}{N_{t-1}}$, en Excel se inicia de la segunda casilla, tomando ese valor y dividiéndolo entre el valor de la casilla anterior.

PROMEDIO		=B3/B2	
	A	B	C
1	t	Nt	CR
2	1	5	
3	2	10	=B3/B2
4	3	20	
5	4	40	
6	5	69	
7	6	100	
8	7	96	
9	8	102	
10	9	110	
11	10	102	

Figura 33. Proceso cálculo de CR.

Al obtenerse los valores de CR, tomando en cuenta el proceso de “mínimos cuadrados” se tendría a N_t como “x” y a CR como “y”, con lo cual es posible calcular la pendiente y la ordenada al origen, estos primeros valores sirven para calcular la capacidad de carga (k).

PROMEDIO		=PENDIENTE(C2:C11,B2:B11)	
	A	B	C
1	t	Nt	CR
2	1	5	
3	2	10	2
4	3	20	2
5	4	40	2
6	5	69	1.725
7	6	100	1.44927536
8	7	96	0.96
9	8	102	1.0625
10	9	110	1.07843137
11	10	102	0.92727273
12			
13	ordenada al o	2.26202787	
14	pendiente	=PENDIENTE(C2:C11,B2:B11)	
15		PENDIENTE(conocido_y, conocido_x)	

Figura 34. Proceso cálculo de la ordenada al origen y la pendiente.

Esto es resultado de que cuando $k=0$, es decir, el punto de incremento de la población es cero entonces $N_t=N_{t-1}$, el número de individuos en la siguiente generación de la población tendrá el mismo número que la generación anterior, por cual CR será igual a 1, de esta forma es posible decir que hay una relación lineal de CR contra N_t , la ecuación que describe esta

relación es: $CR=a-bN_t$ ($y=b-mx$). Lo que se necesita es calcular el valor de N_t donde $CR=1$ (es decir ya no hay cambios en la población), entonces N_t será igual a k , modificando la ecuación de la siguiente manera: $1=a-bk$ y entonces $k = \frac{1-a}{b}$.

PROMEDIO		=(1-B13)/B14	
	A	B	C
13	ordenada al o	2.26202787	
14	pendiente	-0.01102584	
15	K	=(1-B13)/B14	
16			

Figura 35. Proceso cálculo de K.

Ahora es posible tomar la linealización de la ecuación:

$$N_t = \frac{k}{1 + e^{C-rt}}$$

Obteniéndose de la siguiente forma:

$$N_t * (1 + e^{C-rt}) = k$$

$$1 + e^{C-rt} = \frac{k}{N_t}$$

$$e^{C-rt} = \frac{k}{N_t} - 1$$

$$C - rt = \ln\left(\frac{k - N_t}{N_t}\right)$$

$$\ln\left(\frac{k - N_t}{N_t}\right) = C - rt$$

$$y = b - mx$$

Entonces al calcular $\ln\left(\frac{k-N_t}{N_t}\right)$ se obtiene el calculo de las “y”, y es posible calcular la ordenada al origen y la pendiente.

PROMEDIO =LN((SBS15-B2)/B2)					PROMEDIO =PENDIENTE(D2:D11,A2:A11)						
	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	t	Nt	CR	Y		1	t	Nt	CR	Y	
2	1	5		=LN((SBS15-B2)/B2)		2	1	5		3.08612957	
3	2	10	2			3	2	10	2	2.34622782	
4	3	20	2			4	3	20	2	1.5524538	
5	4	40	2			5	4	40	2	0.62139481	
6	5	69	1.725			6	5	69	1.725	-0.41725371	
7	6	100	1.44927536			7	6	100	1.44927536	-1.93372118	
8	7	96	0.96			8	7	96	0.96	-1.64869278	
9	8	102	1.0625			9	8	102	1.0625	-2.10237644	
10	9	110	1.07843137			10	9	110	1.07843137	-3.20512806	
11	10	102	0.92727273			11	10	102	0.92727273	-2.10237644	
12						12					
13	ordenada al o	2.26202787				13	ordenada al o	2.26202787			
14	pendiente	-0.01102584				14	pendiente	-0.01102584			
15	K	114.460908				15	K	114.460908			
16						16					
17	ORDENADA	3.35822996				17	ORDENADA	3.35822996			
18	PENDIENTE	=PENDIENTE(D2:D11,A2:A11)				18	PENDIENTE	=PENDIENTE(D2:D11,A2:A11)			
19						19					
20						20					
21						21					

Figura 36. Cálculo de "Y" y de la nueva ordenada al origen y pendiente.

Con estos valores es posible sustituirlos en la ecuación inicial y es posible calcular los valores.

Gráfico 3						
	A	B	C	D	E	
1	t	Nt	CR	Y	Nt calculada	
2	1	5		3.08612957	7.45278801	
3	2	10	2	2.34622782	14.0752434	
4	3	20	2	1.5524538	25.1910237	
5	4	40	2	0.62139481	41.4444104	
6	5	69	1.725	-0.41725371	60.9834957	
7	6	100	1.44927536	-1.93372118	79.6250346	
8	7	96	0.96	-1.64869278	93.8749787	
9	8	102	1.0625	-2.10237644	103.031428	
10	9	110	1.07843137	-3.20512806	108.275915	
11	10	102	0.92727273	-2.10237644	111.08379	
12						
13	ordenada al o	2.26202787				
14	pendiente	-0.01102584				
15	K	114.460908	114			
16						
17	ORDENADA	3.35822996	3.36			
18	PENDIENTE	-0.67973895	0.7			
19						

Figura 37. Datos de población calculados.

Para buscar los parámetros del modelo presa-depredador se toman dos ecuaciones, también se utilizaron datos obtenidos con ayuda del *frijolarium*:

$$\bar{x} = \frac{c}{d}$$

$$\bar{y} = \frac{a}{b}$$

t	PRESA	DEPREDADOR
1	5	2
2	30	2
3	159	4
4	219	12
5	207	36
6	156	88
7	60	163
8	42	118
9	15	112
10	18	44
11	36	41
12	126	44
13	168	84
14	87	160
15	45	157
16	24	118
17	12	75
18	30	37
19	75	48
20	162	101

Figura 38. Datos de presa-depredador obtenidos del *frijolarium*.

Para calcular las sumatorias se deben ubicar los dos puntos más altos de cada población. Se tomarán todos los datos entre estos puntos hasta antes del segundo. En las presas se usaron los datos desde el 219 hasta el 126. Mientras que en los depredadores se usaron los datos del 163 hasta el 84.

		PROMEDIO(número1, [número2], ...)		F	G
t	PRESA	DEPREDADOR			
1	5	2	prom presas		prom depr
2	30	2	97.6666667		C8:C14
3	159	4			
4	219	12			
5	207	36			
6	156	88			
7	60	163			
8	42	118			
9	15	112			
10	18	44			
11	36	41			
12	126	44			
13	168	84			
14	87	160			
15	45	157			

Figura 39. Cálculo de promedios de ambas poblaciones.

Lo siguiente es calcular “a” (tasa de crecimiento de las presas), para lo cual se toma a partir de una hipótesis: cuando la población de depredadores sea muy baja, es de esperar que las presas estén creciendo de manera exponencial. Por lo cual se busca entre los datos un punto donde la población de presa sea bastante alta, en comparación con una población bastante baja de depredadores. Los datos que se asemejan a esta situación son los del tiempo 4, donde se encuentra un valor alto de presas de 219 y una población de depredadores bajo de 12 depredadores.

Se usaron los datos de las presas de 219 y 159. Lo que se busca en estos datos es observar el crecimiento exponencial, por lo cual se utilizara dicha ecuación:

$$219 = 159e^a$$

Se despeja “a”, quedando de la siguiente forma:

$$a = \ln\left(\frac{219}{159}\right)$$

t	PRESA	DEPREDADOR	
1	5	2	prom presas
2	30	2	97.6666667
3	159	4	
4	219	12 a	=ln(B5/B4)
5	207	36	
6	156	88	

Figura 40. Cálculo de la variable "a".

Para el caso de la variable "c" (tasa de muerte de los depredadores en ausencia de presas), se hace bajo el supuesto: una población baja de presas implica un descenso de la población de depredadores. Los datos correspondientes a estas características son la que presenta 30 individuos de presas y 37 individuos de depredadores, se utilizaran los datos de depredadores de 37 y el valor anterior a este de 75, debido a que sería un decrecimiento exponencial se sustituirá la fórmula de la siguiente manera:

$$37 = 75e^{-c}$$

Se despeja la variable "c" quedando de la siguiente manera:

$$c = -\ln\left(\frac{37}{75}\right)$$

3	159	4		
4	219	12 a	0.32016753 c	=-ln(C19/C18)
5	207	36		
6	156	88		
7	60	163		
8	42	118		
9	15	112		
10	18	44		
11	36	41		
12	126	44		
13	168	84		
14	87	160		
15	45	157		
16	24	118		
17	12	75		
18	30	37		
19	75	48		

Figura 41. Cálculo de la variable "c".

Para calcular los valores restantes de “b” (tasa de depredación que sufren las presas) y “d” (tasa de beneficio de los depredadores) despejando las primeras fórmulas de la siguiente manera: $b = \frac{a}{y}$ y $d = \frac{c}{x}$.

	prom presas		prom depr
	97.6666667		86.571429
a	0.32016753	c	0.7065702
b	0.0036983	d	=G5/E3

Figura 42. Cálculo de las variables “b” y “d”.

Una vez calculados todos los parámetros es posible sustituirlos de las ecuaciones diferenciales características del modelo presa-depredador. Para poder calcularlo se cuenta con dos métodos de solución. El primero es el método de Euler, para este método de presenta la variable “h” la cual se refiere a los intervalos en el tiempo. El método de Euler se calcula de la siguiente manera:

IR			PRESA	DEPREDADOR
	prom presas	prom depr	5	2
	97.6666667	86.571429	=J2+(1*((E5*I2)-(E7*I2*J2)))	
a	0.32016753	c		
b	0.0036983	d		

Figura 43. Cálculo de la población de presas.

		PRESA	DEPREDADOR
	prom depr	5	2
	86.571429	6.5638546	=J2+(1*((G7*I2*J2)-(G5*I2)))
	0.7065702		
	0.0072345		

Figura 44. Cálculo de la población de depredadores.

El segundo es el método Runge-Kutta, para este caso se emplean diez ecuaciones, dentro de Excel es preferible empezar este método en una hoja nueva y ordenarlas agregando a mano los valores de “a, b, c y d”, también se usa la variable “h”, la cual para el ejemplo tendrá un valor de 1:

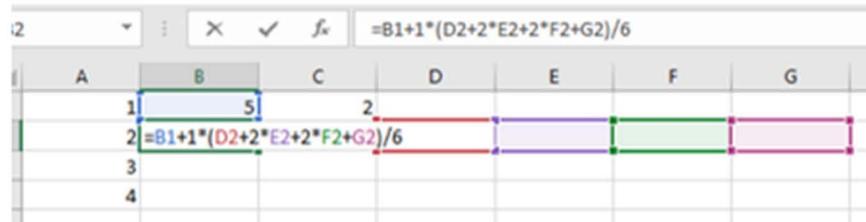


Figura 45. Primera formula del método Runge-Kutta.

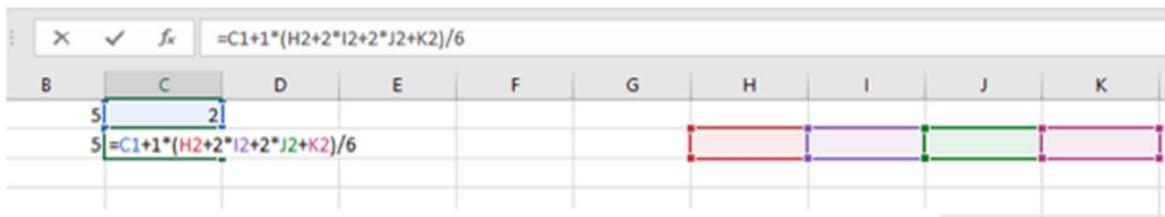


Figura 46. Segunda formula del método Runge-Kutta.

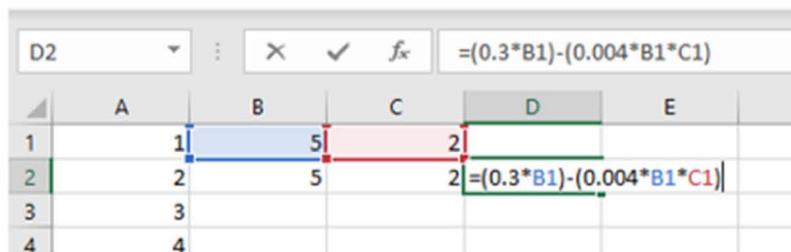


Figura 47. Tercera formula del método Runge-Kutta.

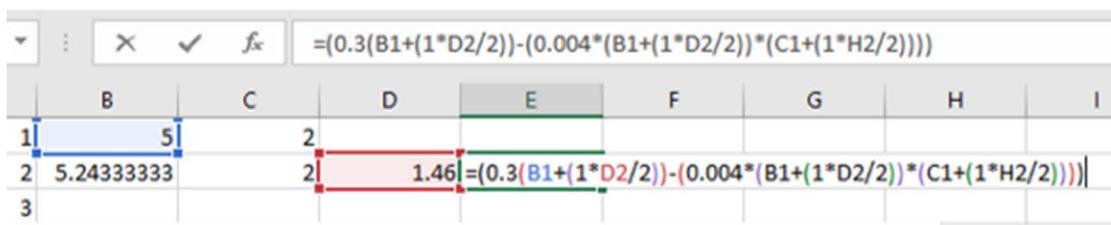


Figura 48. Cuarta formula del método Runge-Kutta.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	5	2							
2	6.36914712	2	1.46	1.67316	1.70428136	=(0.3*(B1+(1*F2))-(0.004*(B1+(1*F2))*(C1+(1*J2))))			
3									

Figura 50. Sexta formula del método Runge-Kutta.

	B	C	D	E	F	G	H	I
1	5	2						
2	6.69542215	2	1.46	1.67316	1.70428136	1.95765016	=0.007*B1*C1)-(0.706*C1)	
3								

Figura 51. Séptima formula del método Runge-Kutta.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	5	2										
2	6.70140632	1.77633333	1.46	1.68853932	1.70652674	1.95830581	-1.342	=(0.007*(B1+(1*D2/2))*(C1+(1*H2/2)))-(0.706*(C1+(1*H2/2)))				
3												

Figura 52. Octava formula del método Runge-Kutta.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	5	2											
2	6.70535772	1.48134406	1.46	1.68853932	1.71687072	1.96132625	-1.342	-0.88496781	=(0.007*(B1+(1*E2/2))*(C1+(1*I2/2)))-(0.706*(C1+(1*I2/2)))				
3													

Figura 53. Novena formula del método Runge-Kutta.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	C
2												
8	1.46	1.68853932	1.71687072	1.98915797	-1.342	-0.88496781	-1.03588855	=(0.007*(B1+(1*F2/2))*(C1+(1*J2/2)))-(0.706*(C1+(1*J2/2)))				

Figura 54. Decima formula del método Runge-Kutta.

Después de generar la parametrización de los modelos en Excel, se prosiguió realizar los modelos en el programa Stella. Para generar el modelo dentro de Stella se hizo uso de la ecuación diferencial del modelo de Malthus:

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

Donde la ecuación indica que solo se sigue un flujo de entrada, y el stock será la población dada por N.



Figura 55. Modelo exponencial elaborado en *Stella*.

El flujo de entrada son los nacimientos (dN/dt), el stock es la población dada por “N” y el convertidor es la tasa de nacimientos “r”. Para calcular el flujo de los nacimientos está dado por la multiplicación de la población (N) por la tasa de nacimientos (r). Con lo cual se tiene el modelo completo para generar sus simulaciones.

El crecimiento logístico se generó utilizando la ecuación diferencial del modelo logístico:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right)$$

La ecuación indica que solo hay un flujo de entrada. El modelo es similar al modelo de crecimiento exponencial, pero con la diferencia de que se le añade la capacidad de carga. El flujo de entrada se encuentra dado por dN/dt que en el diagrama del modelo se encuentra como ‘DN’, el stock es la población dada por ‘N’, se cuenta con dos convertidores los cuales son ‘R’ y ‘K’, la tasa de crecimiento y la capacidad de carga respectivamente

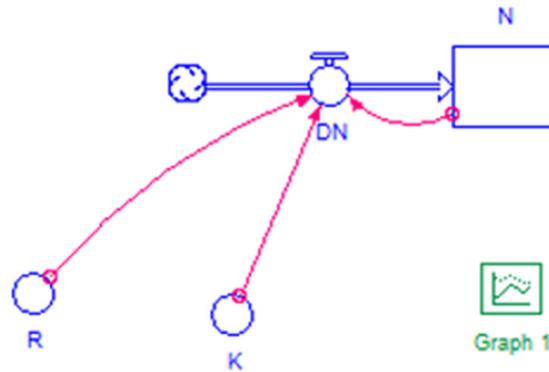


Figura 56. Modelo logístico elaborado en *Stella*.

Para calcular el cambio de la población en el tiempo se le da la operación que nos da la ecuación: $R \cdot N \cdot (1 - (N/K))$. Con los parámetros asignados a cada parte del modelo es posible generar la simulación.

Para el caso del modelo presa-depredador se toman en cuenta ambas ecuaciones diferenciales.

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy$$

El uso de ambas ecuaciones simultáneamente indica que se presentaran dos flujos de entrada y dos flujos de salida, el modelo presenta ciertas similitudes con los modelos anteriores. El flujo de entrada de las presas se encuentra dado por dx/dt el cual se encuentra en el diagrama del modelo como *NacPresas*, el stock de la población de presas se encuentra dado por “x”, el flujo de salida se encuentra dado por la interacción de “x” y “y” que se encuentra en el diagrama del modelo como *MuerPresas*. Finalmente, dentro del modelo de las presas se encuentran dos convertidores, uno en cada flujo, el primero es la tasa de nacimientos “a”, mientras que el segundo es la tasa de muertes “b”.

Para los depredadores el flujo de entrada se encuentra dado por dy/dt , el cual se encuentra en el diagrama del modelo como *Nacdepredador*, el stock de la población de depredadores se encuentra dado por “x” y “y”, el flujo de salida se encuentra dado por y que se encuentra en el diagrama del modelo como *MuerDepredador*. Finalmente, dentro del modelo de

depredadores se encuentran dos convertidores, uno en cada flujo, el primero es la tasa de nacimientos “d”, mientras que el segundo es la tasa de muertes “c”.

En la interacción de ambos modelos se genera un conector que une al stock de las presas con el flujo de entrada (el nacimiento) de los depredadores, un aumento en el stock de presas puede generar una proliferación de las presas, mientras que una disminución en el stock de presas puede disminuir los nacimientos de los depredadores. La segunda interacción se da del conector que va del stock de los depredadores al flujo de salida (muertes) de las presas, un aumento en el stock de los depredadores puede generar un aumento en las muertes de las presas, mientras que una disminución en el stock de depredadores llevaría a una disminución en las muertes de las presas.

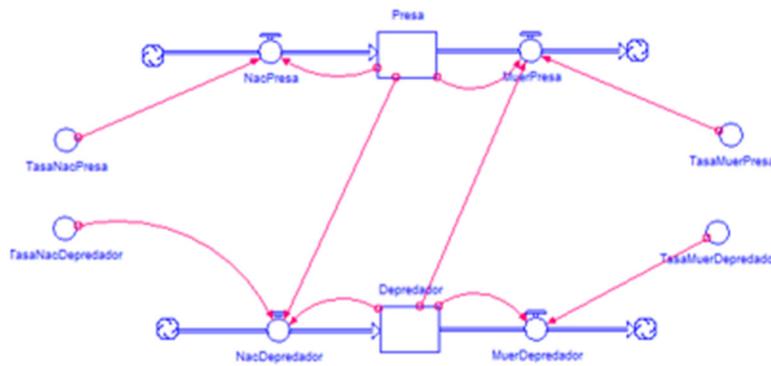


Figura 57. Modelo presa-depredador elaborado en Stella.

Para calcular el cambio de ambas poblaciones se deben llevar a cabo cuatro operaciones de acuerdo con las ecuaciones. La primera es $a*x$, la segunda es $-b*x*y$, la tercera es $d*x*y$ y la última es $-c*y$. De esta forma es posible llevar a cabo la simulación una vez asignados los valores a cada parámetro.

Al hacer uso de la herramienta *frijolarium* el usuario, puede generar por sí mismo los datos que necesite para trabajar los modelos matemáticos, así poder practicar su parametrización y su simulación en *Stella*. También, el emplear herramientas como *Excel* y *Stella* permite un manejo sencillo de los modelos. En ambos programas, las explicaciones del manejo de cada uno se procuraron que fuese lo más sencilla y comprensible posible presentándose de una perspectiva de alumno a alumno.

El proceso de todos estos métodos se plasmó en archivos explicativos, generándose un total de 10 archivos. Algunos de los archivos generados se pueden observar en la figura 58.

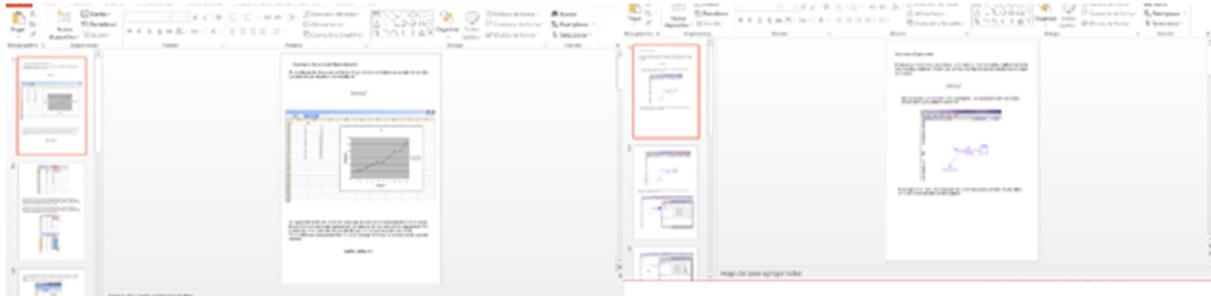


Figura 58. Archivos explicativos del modelo exponencial en *Excel* y *Stella*

La información de los archivos explicativos se ordenó dentro del blog de acuerdo con el diagrama de flujo de datos, para poder organizar la información de manera óptima y sencilla para el usuario (figura 59), el diagrama de flujo de datos muestra la forma en que se vinculan cada una de las páginas que contiene el blog. Se generó un total de 19 páginas en las cuales se distribuye el contenido

De las 19 páginas, 7 son las páginas de los temas principales a las cuales se llega mediante el menú, dentro de las páginas principales se encuentran los respectivos enlaces hacia las páginas secundarias correspondientes, al ingresar a cada una de las páginas secundarias se encuentra la opción de volver a la página principal o ir hacia la página del siguiente tema, con el fin de eliminar la necesidad de estar regresando a los menús de las páginas principales y así facilitar la navegación.

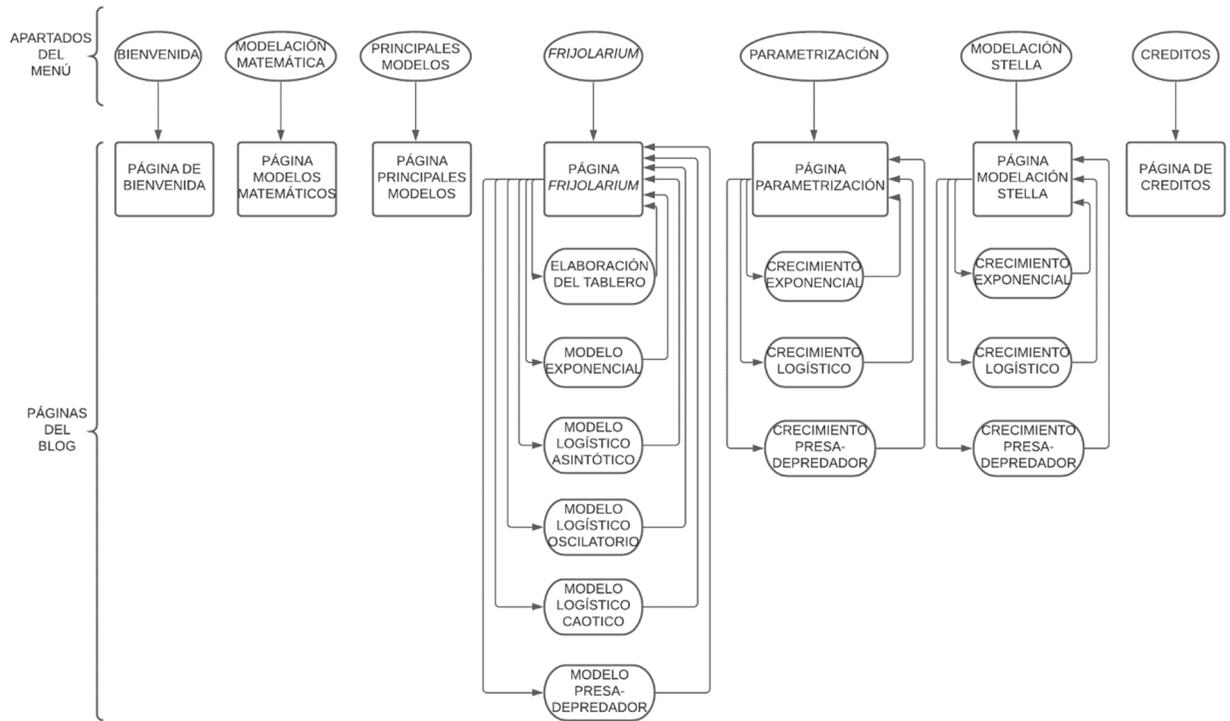


Figura 59. Diagrama de flujo de datos del edublog.

El blog se desarrolló en la plataforma *Blogger*, con la dirección web para el sitio: <http://modmatbiol.blogspot.mx/>, el blog lleva por título “MODELACIÓN MATEMÁTICA APLICADA EN LA BIOLOGÍA. FES Z”, en el cual se presenta la información y el manejo de los modelos básicos que se deben abordar en asignaturas como ecología cuantitativa, desde una perspectiva biológica, en un lenguaje fácilmente comprensible.

Al ingresar en el entorno se presenta el título de la página, así como el menú, el cual se encuentra conformado por siete botones de cada apartado. Cinco de los apartados son referentes a la información de los modelos matemáticos de acuerdo con cómo se había planteado dentro del temario del diseño instruccional, al ingresar al sitio se encuentra primero el apartado de bienvenida, al dar clic en cada una de las pestañas del menú se dirigirá hacia el tema seleccionado (figura 60).



Figura 60. Menú del *edublog* y título.

El primer apartado que se presenta en el *edublog* lleva por título “BIENVENIDA” (figura 61), donde se presenta un anfitrión el cual presenta al blog y en el cual se hace una breve descripción al contenido, una breve introducción de los materiales disponibles y unas cuantas preguntas sobre como el usuario percibe el contenido, lo cual es importante para la mejora del *edublog*.



Figura 61. Página de “Bienvenida” del blog.

El segundo apartado se titula “Modelación Matemática” (figura 62), la información que se presenta en esta página es: la descripción de lo que es un modelo matemático, como se dividen estos modelos y la importancia de la modelación dentro de la biología. Al final de la página se agregó un icono-anfitrión al darle clic dirige hacia un libro digital PDF que aporta información adicional a la presentada en el blog sobre la modelación.

Se incluyó como los primeros temas a revisar debido a que dentro de este apartado se abordarían los conceptos base que se deben dominar al trabajar con modelos matemáticos de

cualquier área de la ciencia, siendo el conocimiento de los conceptos de sistema, modelo y simulación, para poder diferenciar cada uno, especialmente el concepto de simulación y modelación los cuales pueden llegar a confundirse.



Figura 62. Página de “Modelación matemática” del blog.

El tercer apartado se titula “Principales modelos” (figura 63), dentro de este apartado se presenta la descripción teórica de los tres modelos que se plantean a lo largo de todo el *edublog*: el modelo exponencial, el modelo logístico y el modelo presa-depredador. Estos modelos se encuentran ordenados del más simple que es el modelo de crecimiento exponencial, al más complejo que es el modelo de interacción presa-depredador. Junto con esta descripción se plantea también el procedimiento de resolución de sus respectivas ecuaciones. Durante el proceso de explicación se encuentra al anfitrión mostrando comentarios sobre los mismos.

Este apartado se encuentra más enfocada a la parte biológica, primero en cómo se plantearon los modelos en la Biología, la cual pese a ser una ciencia bien conformada existe gente que no piensa en ella como una disciplina matemática, por lo cual es importante remarcar esta relación mencionando las aplicaciones y la importancia de los modelos matemáticos en dicha área, así como también describir los modelos más básicos que se usan en el área, puesto que con ayuda de estos modelos y su correcta comprensión es posible llegar a generar modelos más complejos.

Principales Modelos

¿CUALES SON LOS PRINCIPALES MODELOS EMPLEADOS?

Modelo de Malthus o Exponencial

A partir de Fibonacci, el alcance y la sofisticación de los modelos matemáticos en dinámica de poblaciones o en disciplinas cercanas como la epidemiología se han incrementado notablemente y han alcanzado grados considerables de refinamiento.

La evolución conceptual de los modelos a partir del de Fibonacci contiene una secuencia lógica que coincide con el desarrollo histórico o cronológico de la modelación matemática en dinámica de poblaciones.

El avance posterior a la modelación matemática en dinámica de poblaciones no se ha dado a una velocidad constante; tuvieron de transcurrir algunos siglos antes de que encontrásemos el famoso modelo de Malthus. En 1796, en su libro *Primer ensayo sobre la población*, famoso por ser uno de los primeros modelos en la historia que incorpora el lenguaje matemático moderno y por servir de base teórica a políticas sociales y económicas. Las hipótesis en las que se basa este modelo son completamente ideales para poblaciones humanas.

El inglés Robert Malthus enuncia: "... Supóngase que se satisfacen los siguientes postulados: primero, que la existencia del hombre depende de la cantidad de alimento de la que puede disponer y segundo, que la pasión entre los sexos es inevitable y ha de permanecer como hasta hoy. Entonces, sostengo que el potencial de la población es infinitamente mayor que el de la Tierra para abastecer a los seres humanos de medios de subsistencia. De hecho cuando la población no se limita, aumenta geoméricamente mientras que los medios de subsistencia lo hacen sólo de manera aritmética" (Malthus, 1796).

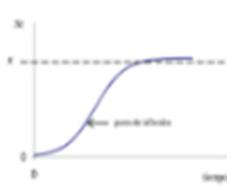
Por lo tanto, transcurrido un cierto tiempo se producen hambrunas que pueden extinguir una

Modelo Logístico

Una de las críticas más fuertes al modelo de Malthus radica en suponer que los recursos del medio son inagotables. El modelo exponencial de crecimiento de la población no genera resultados útiles cuando la población es cercana al valor máximo que puede alcanzar, según las restricciones sobre el suministro de alimento. Con un sentido más realista, puede decirse que efectivamente los recursos están limitados y que las poblaciones de ninguna manera pueden crecer indefinidamente al ritmo malthusiano.

En el modelo de crecimiento logístico (o de Verhulst) explica que a mayor población, menor tasa de crecimiento. Dicho modelo representa el crecimiento de una población cuando la densidad de la misma ejerce cierta presión sobre la tasa intrínseca de crecimiento, resultando así una curva en forma de S.

El razonamiento de Verhulst fue el siguiente: en las etapas iniciales del crecimiento de una población, el número de individuos se incrementa de forma exponencial. Sin embargo, en la curva existe un punto de inflexión a partir del cual la tasa de crecimiento disminuye. Posteriormente, el número de individuos no cambia en el tiempo. A diferencia del modelo de crecimiento exponencial, donde la población siempre crece, este modelo se apega más a la realidad para calcular la población de cada entidad federativa. Si bien cada año esta aumenta lo hace a partir de tasas decrecientes. Sólo en algunos estados la población crece a tasas crecientes.



Modelo Presa-depredador de Lotka-Volterra

En el estudio de la dinámica de una sola especie el énfasis se centra en la tasa de crecimiento natural y en la capacidad del ambiente para sostener la población. En el caso de dos especies, la interacción entre ellas afecta las tasas de crecimiento de las poblaciones respectivas.

La formulación de los modelos matemáticos para describir este tipo de interacciones tiene su origen en el matemático vilo Volterra y en el biólogo matemático norteamericano Alfred James Lotka, quienes formularon por la misma época modelos similares, pero independientes. Hoy en día se habla del modelo Lotka-Volterra en honor de ellos.

Al terminar la Primera Guerra Mundial el biólogo marino Humberto D'Arcena, que había estudiado las poblaciones de varias especies de peces, le comentó a su futuro suegro Volterra un hecho que había observado al analizar el número de especies que se vendían en las plazas de mercado de tres puertos. Los porcentajes de las especies depredadoras habían cambiado. Es decir, los porcentajes más altos de depredadores habían ocurrido durante y justamente después de terminada la guerra, cuando la pesca de ellos se redujo de manera significativa.

En cuestión de meses, Volterra desarrolló algunos modelos para interacciones entre dos especies. Su solución considera dos especies: la presa X y el depredador Y. En ausencia del depredador, la presa crece de acuerdo con el modelo malthusiano; por el contrario, si no hay presa -único sustento del depredador-, éste se extingue.

Sea $x(t)$ y $y(t)$ las poblaciones de la presa y el depredador en el tiempo t . Considérese primero la presa. Si no existe depredador, la población de la presa evoluciona según la tasa de crecimiento a de la especie,

$$\frac{dx}{dt} = ax, \quad a > 0$$

La presencia de depredadores hace disminuir la tasa de crecimiento de la presa, en proporción directa al número de encuentros y al factor de eficiencia de la caza (b).



Figura 63. Página de "Principales modelos", a) Modelo exponencial, b) Modelo logístico, c) Modelo presa-depredador.

El cuarto apartado es "Frijolarium" (figura 64), el apartado se inicia con una introducción sobre lo que es la herramienta *frijolarium*, debajo de esta descripción se encuentra al anfitrión como vínculo para para dirigirse al apartado "Como elaborar un tablero de *frijolarium*".



Figura 64. Página "Frijolarium".

Dentro del apartado de "como elaborar un tablero de *frijolarium*" (figura 65) se presenta el proceso sobre cómo se puede generar un tablero paso a paso, indicando los materiales que es posible utilizar para su elaboración, así como también que materiales se pueden usar en reemplazo, las medidas recomendadas para cada una de las piezas. La descripción del proceso se encuentra acompañada de imágenes a lo largo de toda la explicación para que sea más sencillo de entender.

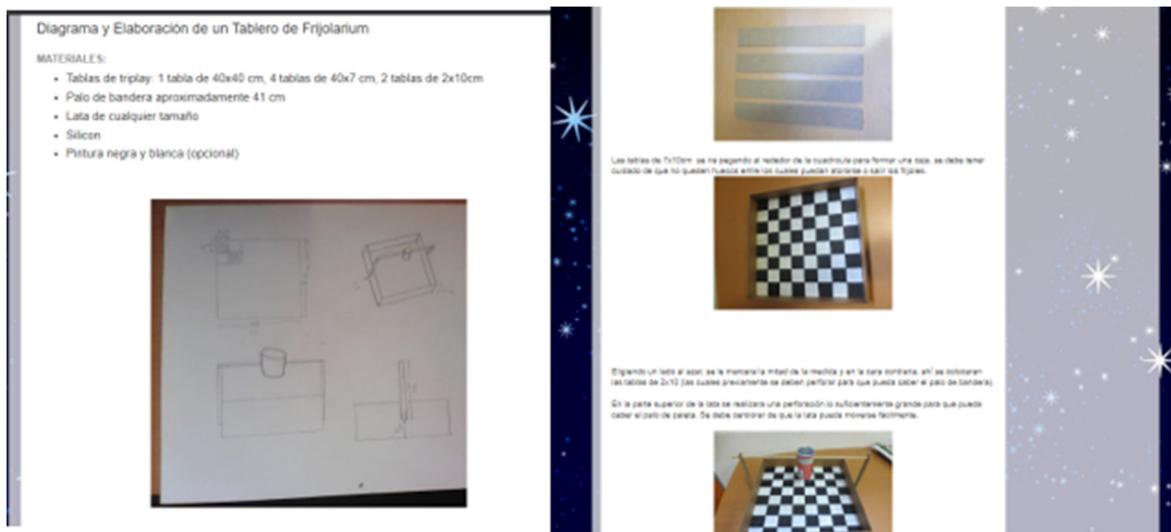


Figura 65. Página "como elaborar un tablero de frijolarium".

Siguiendo en el apartado de “*frijolarium*”, debajo del vínculo hacia la elaboración del tablero, se encuentran cinco vínculos al dar clic en alguno se direcciona a las páginas de las reglas del *frijolarium*, dentro de la cual se presenta la descripción de la forma de llevar a cabo las tiradas y como se deben contabilizar los frijoles de acuerdo a cada uno de los modelos de crecimiento, se presentan las reglas para: crecimiento exponencial, crecimiento logístico asintótico, crecimiento logístico oscilatorio, crecimiento logístico caótico e interacción presa-depredador, presentando imágenes que acompañan las explicaciones y ayuden al seguimiento, finalmente se presentan ejercicios, los cuales son datos de tasa de reproducción y capacidad de carga que pueden emplear para generar datos, a modo de ejercicios (figuras 66).

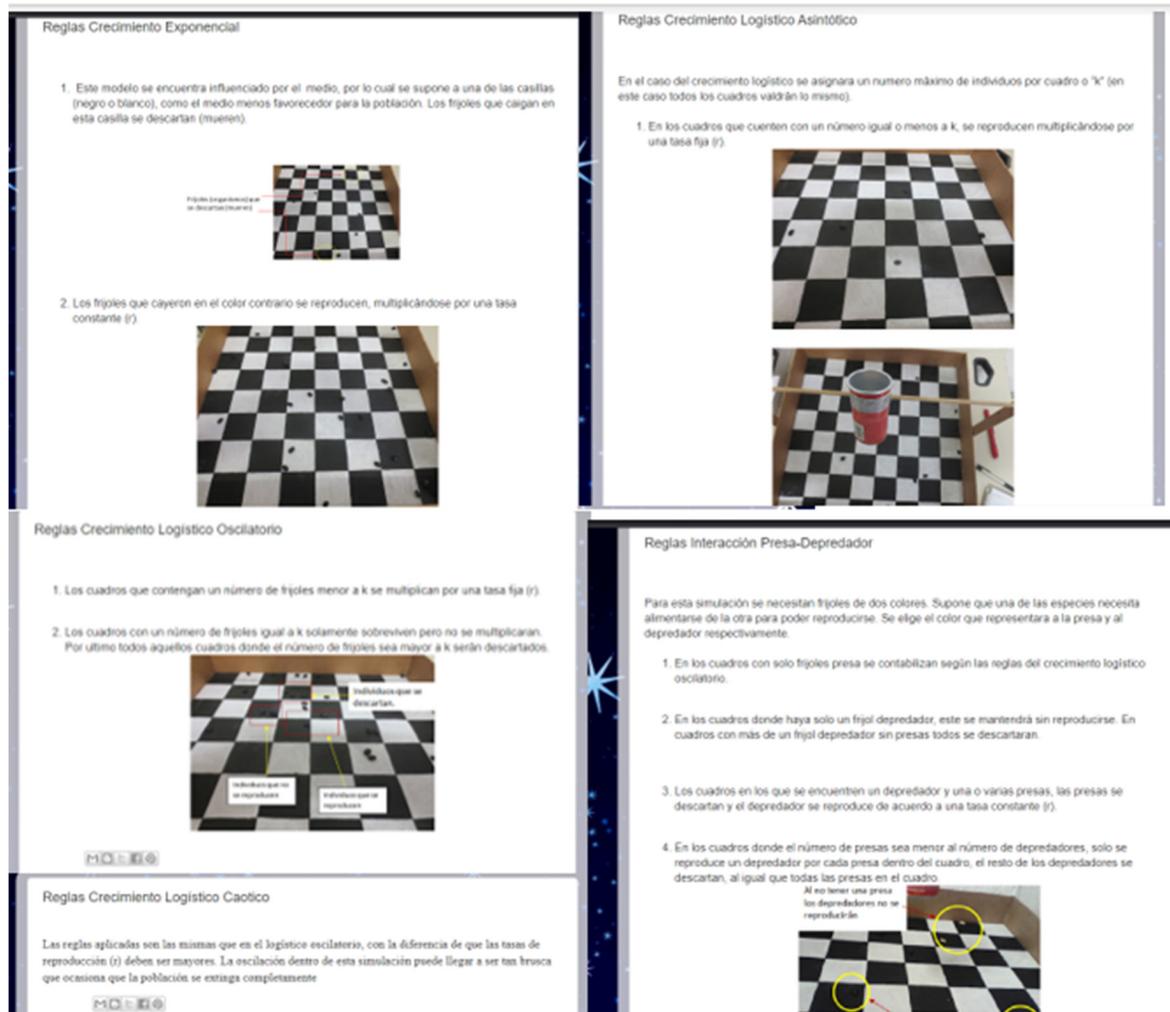


Figura 66. Páginas de reglas para simular con el *frijolarium*. a) reglas del modelo exponencial, b) reglas del modelo logístico asintótico, c) reglas del modelo logístico oscilatorio, d) reglas del modelo logístico caótico, e) reglas del modelo presa-depredador

Dentro de las herramientas que permiten el manejar los modelos matemáticos se encuentra el *frijolarium*, con el cual se pueden generar datos al ir realizando tiradas, la principal ventaja es que se pueden obtener datos para trabajar los modelos planteados. Ya que en la mayoría de los libros con información sobre modelos matemáticos no se presentan datos de ejemplo para poder practicar, y en los casos donde se presentan estos son pocos, solo se llega a presentar una explicación teórica o numérica sobre el modelo, los parámetros se suponen sin presentar un método de obtención.

El quinto apartado lleva por título “Parametrización en *Excel*”, no se presenta ninguna introducción del tema, solo tres vínculos a los respectivos modelos (figura 67), en cada uno de estos apartados se encuentran las explicaciones paso a paso del procedimiento para llevar a cabo la parametrización utilizando el programa *Excel* (figura 68). Debido a que se encuentran alumnos que no tienen alguna familiarización con dicho programa se presenta a lo largo de la descripción del procedimiento recursos que facilitan el uso de la herramienta, así como también se va señalando durante el proceso como se fue empleando la ecuación de cada modelo para poder calcular los valores de cada uno de los parámetros para cada modelo. Al final se presentan ejercicios con datos diferentes para que el usuario pueda reforzar lo aprendido.

Es necesario conocer herramientas computacionales para la comprensión de los modelos matemáticos, entre la gama de las herramientas que pueden encontrarse una que puede facilitar esto es *Excel*, pues es una herramienta fácil de conseguir al momento de adquirir una computadora, su uso se encuentra entre los más sencillos, permite el poder llevar a cabo el cálculo de los modelos exponencial y logístico desde la solución analítica, desafortunadamente el modelo presa-depredador no cuenta con una solución analítica, sino que se efectúa con su solución numérica siguiendo diferentes métodos de solución más elaborados.



Figura 67. Página de “Parametrización en *Excel*”.



Figura 68. Página de la explicación de parametrización a) Modelo exponencial, b) modelo logístico, c) modelo presa-depredador.

El sexto apartado se llama “Modelación en *Stella*” (figura 69), en este apartado se encuentra el anfitrión presentando como introducción una breve descripción de lo que es el programa *Stella* y las principales herramientas que se emplean con sus respectivos nombres y usos, con las cuales se realiza el armado de los modelos. Debajo de esta explicación se encuentran tres vínculos a los modelos, dentro de cada apartado se presenta la explicación de los modelos (figura 70) con una descripción lo más detallada posible debido a que este programa es poco conocido. Junto a las explicaciones se agregaron imágenes para acompañar y facilitar la comprensión del proceso hasta la generación de las gráficas de simulación. A lo largo de la explicación se procura mostrarle al usuario como el armado de cada modelo se lleva a cabo de acuerdo con su fórmula, que a diferencia del procedimiento con *Excel* se hace uso de la ecuación diferencial del modelo. Al final se encuentran ejercicios que el usuario puede resolver para reforzar el tema revisado.

El usar el programa *Stella* permite elaborar modelos matemáticos de una forma más visual, se ensambla primero el modelo y posteriormente se le ingresan los datos de cada uno de los parámetros a calcular (razón por la cual también es importante conocer el uso de *Excel* para poder obtener el cálculo de dichos parámetros).

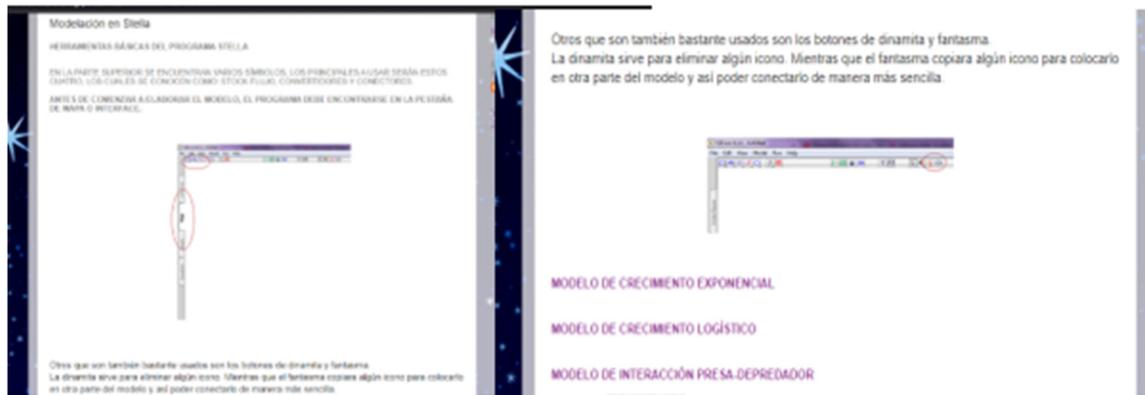


Figura 69. Página de “Modelación en Stella”, introducción de la herramienta y enlaces.



Figura 70. Página de explicación del modelo exponencial en el programa Stella.

El último apartado lleva por título “Créditos” (figura 71), muestra los nombres de los colaboradores del entorno y los créditos institucionales.



Figura 71. Página de “créditos” del edublog.

Al generar un entorno virtual es posible considerar elementos no necesarios o poco importantes por lo cual es importante generar un temario de diseño instruccional a seguir, dentro del cual se establezcan y delimiten los temas que se desean abordar dentro de un entorno virtual, planteando los temas más generales que se desean revisar hasta los más particulares. Esto también permite revisar las herramientas con las que se podrá trabajar, seleccionar el material que se acomode mejor de acuerdo con los objetivos que se desean alcanzar para cada tema y hasta qué punto llegara la enseñanza de cada uno. Dentro del temario del diseño instruccional que se planteó se delimitaron grandes temas, los cuales se propusieron basándose en los conocimientos que se debían obtener sobre la modelación matemática.

Es importante conocer algunas de las herramientas con las que se pueden manejar los modelos matemáticos, en nuestro caso la herramienta *frijolarium*, es un elemento cuya, principal importancia es generar datos semejantes a los de un sistema real, de forma sencilla y en poco tiempo. La primera herramienta computacional fue Excel, la cual se encuentra disponible dentro de la paquetería de Microsoft Office, lo cual la hace bastante común; usando esta herramienta es posible generar la solución analítica de un modelo matemático. La segunda herramienta computacional es el programa Stella, una herramienta de licencia poco conocida, dentro del cual es posible trabajar de una forma más visual para generar los modelos, empleando esta herramienta se genera la solución numérica de los modelos matemáticos. Es posible elaborar modelos cada vez más complejos una vez conocidas las bases de los programas involucrados.

Las respuestas al cuestionario de percepción se abordan a continuación y también se pueden observar de forma resumida en la gráfica correspondiente (figura 72).

Pregunta 1. ¿Cómo percibe la calidad de la portada del blog?

El 60% de los alumnos considero que la calidad de la portada del blog es buena, al 33.33% de los alumnos consideró que la calidad de la portada es regular, mientras que el 6.66% considero que la calidad de la portada era mala.

Pregunta 2. ¿Considera que la introducción le motiva a leer el contenido del blog?

El 53.33% de los alumnos consideró que la introducción los motivaba de forma regular a leer el resto del blog, el 26.66% consideró que la introducción los motivaba mucho a leer el resto del contenido del blog, mientras que el 20% consideró que la introducción motiva a leer de forma excelente el resto del contenido del blog.

Pregunta 3. ¿Considera que la barra del menú y los vínculos facilitan el acceso y seguimiento del tema?

El 53.33% de los alumnos consideró que el menú y los vínculos funcionan muy bien para moverse a través de los temas del blog, el 40% de los alumnos consideró que el menú y los hipervínculos facilitan bien el manejo, mientras que un 6.66% de los alumnos consideró que el menú y los hipervínculos facilitan los accesos de forma regular.

Pregunta 4. ¿Qué tan útil le resultó la información?

El 53.33% de los alumnos consideró que la información del blog resultó muy útil, mientras que el 46.66% de los alumnos calificó la información del blog como buena.

Pregunta 5. ¿Cómo considera el desarrollo de cada tema?

El 66.66% de los alumnos consideró que el desarrollo de los temas era solo bueno, el 26.66% de los alumnos consideró que el desarrollo de los temas fue muy bueno, mientras que el 6.66% consideró que el desarrollo de los temas fue regular.

Pregunta 6. ¿Cómo considera los ejemplos presentados en cada tema?

El 46.66% de los alumnos consideró que los ejemplos presentados dentro de los temas eran buenos, el 33.33% de los alumnos consideró que los ejemplos presentados eran excelentes, mientras que el 20% consideró regulares los ejemplos que se presentaban en cada tema.

Pregunta 7. ¿Qué tan claras considera las explicaciones?

El 66.66% de los alumnos consideró que las explicaciones que se presentan en el blog son buenas, el 20% de los alumnos consideró que las explicaciones que se presentaban eran regulares, mientras que el 13.33% consideró que las explicaciones eran muy claras.

Pregunta 8. ¿Considera adecuadas las imágenes que se presentan para cada explicación?

El 60% de los alumnos consideró que las imágenes presentadas en el blog eran adecuadas para cada explicación, el 20% de los alumnos consideró que las imágenes presentadas eran regulares para cada explicación, el 13.33% de los alumnos consideró que las imágenes que se presentaban eran excelentes, mientras que el 6.66% consideró que las imágenes que se presentaban en el blog eran malas para acompañar las explicaciones.

Pregunta 9. ¿Cómo considera las imágenes en base a la resolución, colores, entre otras cuestiones técnicas que se presentan?

El 53.33% de los alumnos consideró que la calidad de las imágenes en cuanto a aspectos técnicos es buena, el 26.66% de los alumnos consideró regular la calidad de las imágenes, el 13.33% de los alumnos consideró que la calidad técnica de las imágenes es muy buena, mientras que el 6.66% consideró mala la calidad de las imágenes.

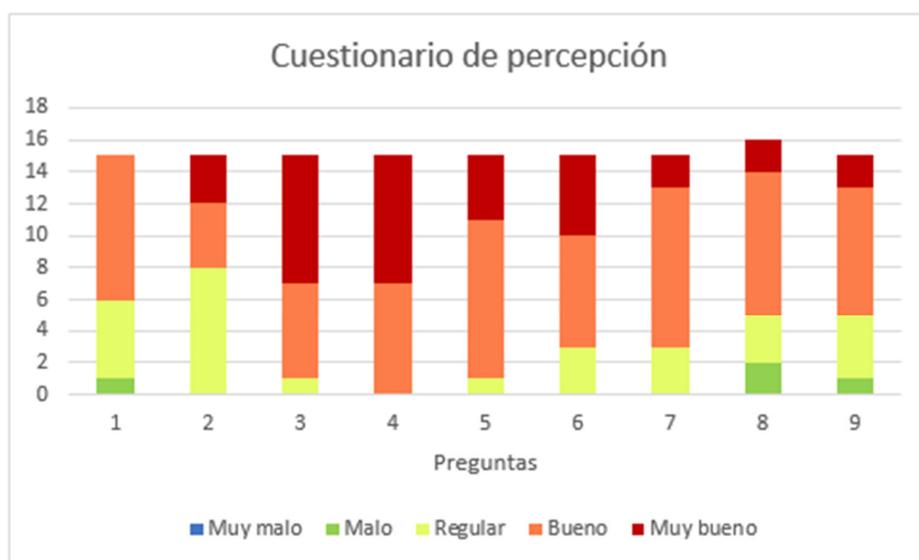


Figura 72. Respuestas del cuestionario de percepción.

Con respecto a la calidad del entorno, se considera que tanto los colores y la carátula que se presentan son buenos, los hipervínculos facilitan el viaje entre las páginas del entorno. El único inconveniente planteado por los alumnos es respecto a la calidad de las imágenes, donde la mayoría mencionó que esté si apoyaba las explicaciones y permitían reforzarlas, su calidad en cuanto a la definición no era muy buena.

La información presentada dentro del *edublog*, como los ejemplos, las explicaciones y la información en general fue planteada por parte de los alumnos con una muy buena aceptación, el contenido es comprensible, se desarrolla bien y el orden que presenta facilita la comprensión de los temas.

De forma general es posible decir que, en la mayoría de los aspectos evaluados, la información generada dentro del blog es de utilidad para los usuarios, es de fácil comprensión y se cuenta con temas que cubren una necesidad dentro de medios virtuales.

Blogger presenta entre sus herramientas un apartado en el que se puede llevar un seguimiento de las visitas del sitio, desde el momento de creación de la página, es posible revisar desde que servidor se accedió al blog (Firefox, Chrome, opera, entre otros), cuáles páginas del blog son las más visitadas, y desde que países se revisó la información.

Desde que el *edublog* se creó en el año 2017 hasta un año después (2018) se recibieron 1,148 visitas totales, en abril del 2019 se encontró que las visitas aumentaron a 2,279, es decir que en un año se tuvieron 1,131 visitas más al *edublog*. De la revisión de las estadísticas de abril del 2019 a octubre del 2019 se tuvieron en total 2,686 visitas totales registradas en el blog, lo cual indica que a lo largo de estos seis meses se tuvieron 407 visitas totales del sitio. Para mayo del 2020 se registraron 1,186 nuevas visitas, de mayo hasta enero del 2021 se registraron 443 visitas nuevas.

Las estadísticas en *Blogger* solo muestran 10 páginas de las más visitadas en total de todas las que se encuentran en el entorno. El tema principal por el cual se ha visitado el *edublog* es el apartado de “*Frijolarium*” (tabla 2), otras de las dos páginas más visitadas son la de “Principales Modelos” y “Parametrización en *Excel*”, mientras que el resto de las páginas fueron cambiando de lugar de acuerdo con el número de visitas que iban registrando. Entre las páginas más revisadas también se encuentra “Modelación en *Stella*”.

Tabla 2. Datos de páginas más visitadas del blog

16/04/2018	12/04/2019	04/10/2019
Visitas totales: 1,148 -Visitas por página: 1. <i>Frijolarium</i> :272 2. Principales modelos: 112 3. Parametrización en <i>Excel</i> : 100 4. Reglas de crecimiento exponencial: 79 5. Reglas de presa-depredador: 70	Visitas totales: 2,279 -Visitas por página: 1. <i>Frijolarium</i> : 503 2. Principales modelos: 230 3. Parametrización en <i>Excel</i> : 184 4. Modelación en <i>Stella</i> : 133 5. Reglas de crecimiento exponencial: 128	Visitas totales: 2,686 -Visitas por página 1. <i>Frijolarium</i> : 567 2. Principales modelos: 284 3. Parametrización en <i>Excel</i> : 203 4. Modelación en <i>Stella</i> : 161 5. Reglas de crecimiento exponencial: 152
21/05/2020	14/01/2021	
Visitas totales: 3,872 -Visitas por página: 1. <i>Frijolarium</i> : 888 2. Principales modelos: 338 3. Parametrización en <i>Excel</i> : 258 4. Reglas de interacción Presa-Depredador: 251 5. Reglas de crecimiento exponencial: 241	Visitas totales: 4,315 -Visitas por página: 1. <i>Frijolarium</i> : 1010 2. Principales modelos: 361 3. Reglas de crecimiento exponencial: 287 4. Parametrización en <i>Excel</i> : 286 5. Reglas de interacción Presa-Depredador: 273	

También se hizo un registro de las visitas por país dentro del *edublog*. Debido a que se usa el blog dentro del curso de Ecología Cuantitativa México es el país que muestra la mayor cantidad de visitas. Durante los dos primeros años fueron muy pocas las visitas desde otros países. Colombia se encuentra como el segundo país con más visitas dentro del sitio (tabla 3); en los primeros dos años se tuvieron solo 16 visitas de este país y al año siguiente más del doble.

De 2018 al 2019 la cantidad de visitas procedentes de España fue en aumento, pasando de 2 visitas en 2018 a 89 en abril de 2019 y con 24 visitas en los siguientes 6 meses. En general, en 2018 se presentaron 54 visitas del extranjero, para abril de 2019 se presentaron 297, es decir, 243 visitas más. Para octubre del 2019 se registraron 394 visitas, es decir, en seis meses

se tuvieron 97 visitas. Para mayo del 2020 se registraron 106 nuevas visitas del extranjero y para enero del 2021 se registraron 147 nuevas visitas extranjeras.

Tabla 3. Datos de visitas por país del blog.

16/Abril/2018	12/Abril/ 2019	04/Octubre/2019
Visitas totales: 1,148 <ul style="list-style-type: none"> • México 1,094 • Colombia 16 • EU 16 • Chile 3 • Cuba 3 	Visitas totales: 2,279 <ul style="list-style-type: none"> • México 1,982 • Colombia 89 • España 43 • Chile 33 • EU 26 	Visitas totales: 2,686 <ul style="list-style-type: none"> • México 2,292 • Colombia 113 • España 57 • Argentina 41 • Chile 38
21/Mayo/2020		14/Enero/2021
Visitas totales: 3,872 <ul style="list-style-type: none"> • México 3,372 • Colombia 113 • España 73 • EUA 51 • Argentina 43 		Visitas totales: 4,315 <ul style="list-style-type: none"> • México 3,668 • Colombia 120 • Canadá 108 • EUA 91 • España 73

CONCLUSIONES

La generación de un blog que presente información acerca de la modelación matemática en español, enfocándose en las necesidades de material con una perspectiva biológica, con información de los modelos básicos que se emplean en estudios ecológicos que permita al usuario construir y manejar modelos de mayor complejidad, es viable y funcional, siempre y cuando se integre una adecuada descripción teórica y práctica que permita una completa comprensión de los contenidos y se apoye de herramientas objetivas.

Debido a que se abarcan aspectos como: las bases teóricas de la modelación matemática, la descripción de cada uno de los modelos, y los elementos para el manejo de dichos modelos matemáticos por medio del *frijolarium* y recursos TIC, generando una propuesta para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula universitaria. El material generado en el *edublog* resulta de utilidad no solo para los alumnos del curso de Ecología Cuantitativa, sino también para cualquier interesado en aprender sobre los modelos matemáticos.

Para poder generar un entorno virtual de aprendizaje que sea óptimo es necesario plantear un temario de diseño instruccional, para de esta forma plantear una secuencia de trabajo recomendada para el usuario y así facilitar el aprendizaje dentro del entorno al usuario. De esta forma también es más sencillo el moverse dentro del entorno, encontrándose la información del mismo de forma ordenada.

El *frijolarium*, pese a ser una herramienta que puede considerarse como ‘antigua’, demostró su utilidad para la generación de datos, siempre y cuando los pasos o reglas se sigan de manera correcta. El usarlo permite que el alumno genere algunas habilidades con la práctica, como lo son el criterio y la selección de datos.

Los elementos computacionales seleccionaron (*Excel* y *Stella*) permiten introducir a aquellos que no se encuentren muy familiarizados con su uso especialmente para el manejo de modelos matemáticos. Ambas herramientas permiten un buen primer acercamiento, *Excel*, a pesar de no ser un programa de uso libre, es un elemento que se encuentra disponible en la mayoría de dispositivos con *Office*, por lo que es sencillo de conseguir, y su uso es bastante sencillo al comenzar a conocerlo. Por otro lado, *Stella* facilita el generar modelos, debido a la ventaja de ser un programa principalmente “visual” es decir, en lugar de trabajar

directamente con las ecuaciones se elabora a modo de esquema facilitando el trabajar con modelos.

De forma general el *edublog* resulto llamativo para los alumnos, tanto por la información que contiene como las imágenes que apoyan dichas explicaciones. Siendo una herramienta pensada para los estudiantes de la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza el material se encuentra más enfocada a los elementos que requieren, por lo cual el *edublog* puede seguir desarrollándose agregando elementos se requieren en otros planes de estudios sobre ecología matemática.

REFERENCIAS

- Baldwin, R.L. (1995). *Modeling ruminant digestion and metabolism*. London. Chapman & Hall.
- Bellch, C. (2013). "Diseño Instruccional". Material docente. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Universidad de Valencia. Consultado: Marzo 2020. Disponible en: <https://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA4.pdf>
- Belloch, C. (2012). "Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje". Material docente. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Universidad de Valencia. Consultado: septiembre 2019. Disponible en <http://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA1.pdf>.
- Cervantes, A., Chiappa, X., Dias, N. (2009). *Stella, software para modelación dinámica en Biología*. UMDI-Sisal, Facultad de Ciencias, UNAM.
- Cervantes, A., Rivera, P. Márquez, M. (2012). Jugando a aprender. Del tablero de ajedrez a las TIC's, aplicaciones en ecología cuantitativa. Memorias del XIII Congreso Internacional y XVI Nacional de Material Didáctico Innovador. "Nuevas Tecnologías Educativas". UAM, CDMX.
- Cervantes, B. (2017). *Desarrollo de una comunidad virtual para el aprendizaje de herramientas estadísticas en el área biológica*. Tesis de licenciatura. Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, UNAM. México, CDMX.
- Chiappa, X., Galindo, M. y Cervantes, A. (2009). *Introducción a los modelos matemáticos de crecimiento con aplicaciones en sistemas biológicos*. Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, UNAM. México, CDMX.
- De la Ossa, L. y De la Ossa-Lacayo, A. (2010). "Relación entre la enseñanza de las matemáticas y las ciencias biológicas". *Revista Colombiana de Ciencia Animal*, Número 2(1).
- Giordano, F., Weir, M. & Fox, W. (2003). *A first course in mathematical modeling*. EUA. Third edition. Thomson Learning.
- González, R., García, F., Gonzalo, N. (2011). "Los edublogs como herramienta facilitadora en comunidades virtuales de aprendizaje". *RELADA, Revista electrónica de ADA*. Vol. 5 (3). Madrid.
- Hernández, C. (2016). *Estadística en biología: desarrollo de un entorno virtual para su aplicación*. Tesis de licenciatura. Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, UNAM. México, CDMX.
- Isaza, J. y Campos, D. (2006). *Ecología. Una mirada desde los sistemas dinámicos*. Bogotá. Editorial Pontificia Universidad Javeriana.

- Leirana, J., Navarro, J. y Barrientos, R. (2015). “Modelos en ecología: individuos y poblaciones”. Revista Bioagrobiencias Volumen 8, Numero 2, Julio-Diciembre.
- Llorente, O. (2012). Estudio, evaluación y optimización de los procesos educativos en forma obligatoria. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Madrid.
- Martínez, J., Rivera, M., Rodríguez, V., Guevara, I. y Martínez, A. (2015). “Diseño de materiales electrónicos: una nueva era de las TAC”. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa. Enero-Junio.
- Martínez, S. y Solano, E. (2010). *Blogs, bloggers, blogósfera. Una revisión multidisciplinaria*. Universidad Iberoamericana. México DF.
- Müller, J. (2004). *Mathematical models in Biology*. Technical University Munich. Centre for Mathematical Sciences.
- Navas, J. (2018-2019). Modelos basados en EDO. Matema, Departamento de matemáticas, Universidad de Jaén. Consultado en: Enero 2020. Disponible en: http://matema.ujaen.es/jnavas/web_modelos_empresa/archivos/archivos%20pdf/teoria/teoria%20continuo/teoria%20continuo%20tema2.pdf
- Navas, J. Practica 5, Modelo Lotka-Volterra. Matema, Departamento de matemáticas, Universidad de Jaén. Consultado en: Septiembre 2017. Disponible en: http://matema.ujaen.es/jnavas/web_modelos/labiologia/practica5.pdf
- Odum, E. y Barret, G. (2006). *Fundamentos de Ecología*. Thomson Editores. Quinta edición. México.
- Otto, S. & Day, T. (2007). *A biologist's guide to mathematical modeling in ecology and evolution*. Princeton New Jersey. Princeton University Press.
- Pastor, J. (2008). *Mathematical ecology of populations and ecosystems*. First edition. Wiley-Blackwell. United Kingdom.
- Piñol, J. y Martínez-Vilalta, J. (2007). *Ecología con números. Una introducción a la ecología con problemas y ejercicios de simulación*. Bellaterra (España). Lynx Edicions.
- Rivera, P. (1997). *Clataxon: una propuesta en multimedia para la enseñanza de la taxonomía de insectos*. Tesis de maestría. Instituto Politécnico Nacional. México, D.F.
- Romero, N. (2017). *Manual de diseño instruccional: una propuesta con tareas integradoras (TI)*. Editorial digital UNID. México.
- Semenov, A. (2006). *Las tecnologías de la información y comunicación en la enseñanza. Manual para docentes o como crear nuevos entornos de aprendizaje abierto por medio de las TIC*. Uruguay. Ediciones Trilce.
- Soberon, J. (1995). *Ecología de poblaciones*. México. Fondo de Cultura Económica.
- Tarifa, E. E. (2001). *Teoría de modelos y simulación*. Facultad de Ingeniería, Universidad de Jujuy.

Ulloa, J. y Rodríguez, J. (2013). “La modelación matemática como puente entre el conocimiento científico y el matemático”. REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria. Volumen 14 Número 2.

Valverde, T., Meave, J., Carabias, J. y Cano-Santana, Z. (2005). *Ecología y medio ambiente*. Primera Edición. Pearson Educación. México.

Vega, J., Niño, F. & Cárdenas, Y. (2015). “Enseñanza de las matemáticas básicas en un entorno e-Learning: un estudio de caso de la Universidad Manuela Beltrán Virtual”. *Revista EAN*, (79), 172-187. Consultado el: 30 de Marzo del 2020. Disponible en: http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-81602015000200011&lng=en&tlng=es.