



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA – INSTRUMENTACIÓN

PAQUIMETRÍA ÓPTICA UTILIZANDO UNA LÁMPARA DE HENDIDURA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
LT. IRÁN ROBLES GUTIÉRREZ

TUTOR:
DR. JOSÉ RUFINO DÍAZ URIBE, ICAT UNAM.

CDMX, AGOSTO, 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dra. Martha Rosete Aguilar
Secretario: Dr. Maximino Avendaño Alejo
1 er. Vocal: Dr. José Rufino Díaz Uribe
2 do. Vocal: Dr. Fermín Salomón Granados Agustín
3 er. Vocal: Dr. Oleg V. Kolokoltsev Flatov

Lugar donde se realizó la tesis: Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología. UNAM. CDMX.

TUTOR DE TESIS:

Dr. José Rufino Díaz Uribe



FIRMA

DEDICATORIA

*A mi familia
Juana, Alejandro y Airy*

AGRADECIMIENTOS

A mi madre y mi padre, por todo; a mis hermanos y hermanas, por su amor, cariño y apoyo.

A la UNAM por proporcionarme las herramientas, educación y acceso a sus instalaciones. A los colegas del posgrado maestría en ingeniería eléctrica (opción instrumentación), por su apoyo.

Al Dr. José Rufino Díaz Uribe, le agradezco por su asesoría y su apoyo. Al comité sinodal, Dr. Maximino, Dr. Oleg, Dra. Martha, Dr. Fermín y Dr. Rufino, gracias por sus revisión y observaciones para mejorar este trabajo.

También aprovecho para agradecer a los académicos y colegas de la licenciatura en optometría de la Facultad de Estudios Superiores Iztacala de la UNAM, en particular Blanca, Marcela, Laura, Gustavo, Aarón, Antonio, Luz, Alfonso, Erika, Ivonne y Jorge, quienes cubrieron mis horas, motivaron y apoyaron, en especial quiero mencionar a Oscar Antonio Ramos Montes jefe de la carrera de optometría, quien siempre me apoyo para realizar mis estudios de maestría. Al H. Consejo técnico de FESI por el permiso otorgado. También aprovecho para agradecer al profesor Isaac Sánchez Guerra y a Víctor Manuel Rico B. Por su apoyo y motivación.

A los compañeros de laboratorio, Carlos, Mariana y Martín, al grupo del seminario de Metrología Óptica del ICAT, a los doctores: Dulce, Pedro, Manuel, Mario, Isaías, Daniel y Maximino, por sus comentarios en los seminarios. A Oliver Huerta C, gracias por su apoyo y por motivarme a ingresar al posgrado, con quien siempre he disfrutado conversar y tomar un buen café. Anays gracias por los consejos, motivación y apoyo. A los profesores del ICAT, por su compromiso y dedicación en las clases del posgrado.

Finalmente quiero agradecer muy en especial a mi esposa por su apoyo y paciencia, por estar al pendiente de todo lo que yo no podía cubrir, por atender a nuestros hijos (Alejandro y Alison) y por lo mucho que me ha dado.

Agradecimientos a los proyectos:

PAPIIT-UNAM proyecto No.IT102520;

Laboratorio Nacional de Óptica de la Visión

(LANOV-CONACyT) proyectos No. 293411, No. 299028

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada para dedicarme a mis estudios de maestría CVU: 1006312 .

RESUMEN

Se utiliza el método de paquimetría (del griego, *-paqui*, grosor, *-metría*, medición) óptica con lámpara de hendidura para determinar sin contacto el espesor de lentes simples. Un haz de luz estrecho producido por la lámpara de hendidura se proyecta verticalmente a un determinado ángulo y cerca del vértice de la primer superficie de la lente, una parte de la luz se refleja y otra parte se transmite hasta llegar a la segunda interfase óptica, donde nuevamente parte de la luz se refleja y otra parte se transmite; la luz esparcida en las superficies permite observar simultáneamente ambos puntos de incidencia con un microscopio, éste se coloca de forma que se evite la reflexión especular. El microscopio está adaptado en un brazo del instrumento y se encuentra a un ángulo respecto a la incidencia normal del vértice de la primer superficie; El plano de la luz proyectada y el plano objeto del microscopio coinciden con el centro de giro del instrumento, para la medición éstos se ubican cerca del vértice de la lente.

La separación transversal de la luz proyectada en las interfases se conoce como el espesor aparente y debe medirse. Al ocular del microscopio se le adaptó una webcam para la adquisición de imágenes; utilizando Matlab se desarrolló una interfaz gráfica de usuario para el procesamiento de la imagen, de ésta se obtiene un perfil de intensidad y sus máximos están asociados a la separación del haz de luz proyectado en las superficies de la lente, la distancia entre los máximos es el espesor aparente, utilizando una expresión matemática que relaciona el espesor aparente con los ángulos de iluminación y observación, así como el índice de refracción y radio de curvatura, se determina el espesor verdadero. El método primero se probó en dos lentes con parámetros diferentes, la primera denominada lente oftálmica, la segunda, es una lente de contacto con parámetros de radio de curvatura promedio a una córnea humana, ambas lentes son de superficies esféricas. El resultado obtenido muestra un error de 1.4% y 3.4% lo que sugiere un buen método. Después del procedimiento descrito, se probó otra lente de contacto consiguiendo un error de 0.72%, para evaluar corneas reales buscamos errores porcentuales inferiores al 1%.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
Los objetivos de este trabajo son:	3
El ojo humano.....	5
1. El ojo humano	5
1.1 Anatomía y forma del ojo humano.....	5
1.2 Segmento anterior del ojo	6
1.2.1 La córnea	7
1.2.1.1 Anatomía de la córnea.....	7
1.2.1.2 Parámetros geométricos	8
1.2.1.3 Espesor corneal	9
1.2.1.4 Características ópticas	9
1.2.1.5 Hidratación corneal y transparencia	11
1.2.1.6 Errores refractivos asociados a la córnea	11
1.2.1.7 Ectasias corneales.....	12
1.3 Métodos para determinar parámetros de la córnea.....	14
1.3.1 Instrumentos para medir el radio de curvatura	15
1.3.1.1 Esferómetro	15
1.3.1.2 Radioscopio.....	16
1.3.1.3 Queratómetro.....	17
1.3.2 Índice de refracción de la córnea.....	19
1.3.3 Lámpara de hendidura.....	20
1.3.3.1 Sistema de iluminación	20
1.3.3.1.1 Iluminación de Köhler.....	21
1.3.3.2 Sistema de observación	22
1.3.4 Paquímetro ultrasónico.....	23
Principio de medición en paquimetría óptica	25
2. Principio de medición en paquimetría óptica	26
2.1 Aspectos históricos para medir el espesor corneal	26
2.1.1 Método de profundidad aparente.....	26
2.1.2 Método con lámpara de hendidura	27
2.2 Relación del espesor verdadero con el espesor aparente.....	29
2.3 Método numérico de aproximaciones sucesivas	31

2.4	Aproximación para relacionar el espesor verdadero con el aparente	32
2.5	Comparación de la relación exacta y aproximada.....	33
2.6	Limitaciones.....	34
Desarrollo experimental		35
3.1	Características del arreglo experimental	36
3.2	Determinación del ángulo de iluminación y observación	38
3.3	Medición y verificación de parámetros	39
3.3.1	Implementación de un queratómetro.....	39
3.3.2	Medición del radio de curvatura y otros parámetros.....	40
3.4	Medición del espesor en lentes simples con lámpara de hendidura	42
3.4.1	Análisis y procesamiento de la imagen para determinar el espesor aparente.....	43
3.4.2	Implementación de una interfaz gráfica de usuario.....	47
3.5	Calibración	49
Resultados experimentales		51
4.1	Radios de curvatura.....	51
4.2	Análisis de incertidumbre.....	52
4.3	Espesor central de la lente oftálmica simple	54
4.4	Espesor central de una lente de contacto rígida	56
4.5	Comentarios y discusión	57
Conclusiones		62
Referencias y bibliografía.....		64
Anexo A. Estudio de la profundidad aparente en un cubo de vidrio.....		68
Apéndice B. Solución aproximada para relacionar el espesor verdadero con el aparente		77

INTRODUCCIÓN

La investigación y desarrollo de instrumentos ópticos aplicados a la medición de parámetros oculares del segmento anterior del ojo se ha incrementado y mejorado en los últimos años. Estos instrumentos han beneficiado principalmente a los estudios sobre la córnea con la finalidad de mejorar el diagnóstico, detección temprana de patologías y seguimiento de ectasias corneales como el queratocono; a pesar de los avances tecnológicos algunos parámetros medidos requieren mejorar su precisión, tal es el caso de la paquimetría corneal, que se refiere a la medición del espesor de la córnea. Para determinar el grosor, existen técnicas de contacto y no contacto utilizando métodos ultrasónicos y ópticos [1, 2].

En los últimos años, ha aumentado la necesidad clínica de medir con más precisión el espesor corneal debido al aumento de cirugías refractivas, conocer el espesor corneal permite determinar si una persona es candidata o no a un procedimiento quirúrgico. En las primeras cirugías como la queratotomía radial se requería incisiones precisas del orden de un 80% de profundidad del grosor corneal, en la actualidad la queratotomía radial está en desuso, pero en su momento, hizo evidente la necesidad de contar con técnicas de paquimetría más confiables, estudios comparativos entre paquímetros ópticos estándar y ultrasónicos indicaban mayor repetibilidad de la medición en éste último [2].

La paquimetría por ultrasonido se convirtió en el método de elección por los especialistas; para reducir errores en la medición, la técnica se debe realizar por personal calificado; el principal inconveniente de los paquímetros ultrasónicos es que se requiere la colocación de un fármaco tópico para anestésiar la córnea, se tiene contacto con el tejido y solo proporciona la medición de una región local, se sabe que, el espesor de la córnea varía del centro a la periferia [1,3]. Es necesario evaluar y mejorar las técnicas sin contacto, que permitan realizar mediciones más allá de la zona central o de un solo punto.

Los métodos ópticos, como: profundidad aparente, sección óptica con lámpara de hendidura, microscopia especular e interferometría de baja coherencia, permite determinar el grosor corneal sin contacto [1,4,5,6]. El método de profundidad aparente requiere medir con precisión la distancia aparente entre la superficie anterior de la córnea y la superficie posterior, se obtiene información local muy precisa y repetible en medios estáticos, sin embargo, debido a la dificultad de mantener estable el ojo el procedimiento no es empleado. El método más utilizado es la sección óptica producido por un haz de luz que pasa a través de una hendidura (rendija) estrecha en el sistema de iluminación de los instrumentos oftálmicos denominados biomicroscopio también conocidos como lámpara de hendidura [4]. Las mediciones solo se habían aplicado al centro de la córnea [4,5].

A mediados de los años 90's se comercializa el primer instrumento que utiliza un haz muy estrecho producido por una hendidura vertical realizando un escaneo transversal denominado Orbscan (Bausch and Lomb) [6]. El instrumento muestra en pantalla un mapa de color de la medición de la paquimetría corneal proporcionando medidas centrales y periféricas [1,6,7]; se obtienen mediciones de elevación y paquimetría corneal, parámetros necesarios en cirugía refractiva y diagnóstico de ectasias corneales, convirtiéndose en su momento en el instrumento de elección [7].

El escaneo por sección óptica parece ser que proporciona datos confiables en córneas de una población promedio sin patologías o modificaciones por cirugía, sin embargo, la precisión de estas mediciones aún es controvertida y se han realizado múltiples estudios comparativos entre métodos e instrumentos [1, 8, 9, 10]. Se ha reportado que las mediciones del grosor corneal central con Orbscan es mayor comparado con un paquímetro ultrasónico [10]. La película lagrimal tiene un espesor, éste varía de un individuo a otro, además, la córnea puede verse afectada por la hidratación; en las mediciones reportadas en la literatura indican que su influencia debe ser considerada [9, 10].

La repetibilidad en la medición de la paquimetría corneal periférica obtenida por Orbscan está limitada, un estudio muestra que solo las mediciones centrales con el Orbscan son repetibles [1, 11]. En un estudio comparativo entre tres instrumentos de paquimetría realizado en ojos post-LASIK, el método de escaneo con sección óptica subestimó el grosor corneal y la microscopía especular dio un espesor menor a lecturas que la paquimetría ultrasónica [12]. La microscopía especular se utiliza a menudo para realizar un conteo de las células en la superficie posterior de la córnea, dichas células controlan el contenido de agua en el tejido corneal; la hidratación de la córnea tiene un papel fundamental en el espesor corneal y la transparencia por lo que medir el grosor corneal también es una forma indirecta de conocer cualitativamente la función endotelial [13].

Conocer el espesor corneal tiene mucha utilidad clínica. A menudo se suele comparar los resultados obtenidos por diferentes instrumentos que emplean métodos distintos; si bien existen instrumentos comerciales para medir la paquimetría, la metodología desarrollada es un secreto industrial del que se conoce poco a través de artículos académicos y documentos con alcance limitado [5, 6, 8]. Además, es común que los algoritmos empleados sean secreto comercial, en ese sentido se requiere realizar investigación y formación de recursos humanos en el campo de la instrumentación óptica aplicada al ojo humano.

Los objetivos de este trabajo son:

1. Realizar una revisión bibliográfica de los principios de funcionamiento y sus variantes de los paquímetros ópticos corneales
2. Realizar un estudio exploratorio utilizando una lámpara de hendidura, para obtener el espesor aparente de una lente simple con parámetros conocidos
3. Implementar un algoritmo computacional para determinar el espesor a partir de la medición del espesor aparente
4. Probar el método utilizado en superficies de espesor conocido lo que permitirá determinar el error asociado al método.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: el capítulo uno describe los detalles de la córnea y los instrumentos para determinar parámetros como el radio de curvatura, necesario para determinar la paquimetría; el capítulo dos describe la técnica de paquimetría óptica y las expresiones involucradas para determinar el grosor en lentes simples; en el capítulo tres se describe el arreglo experimental y en el capítulo cuatro se muestran los resultados y su discusión. Finalmente, se enuncian las conclusiones derivadas de este trabajo.



Capítulo 1

El ojo humano

En este capítulo describiremos algunas características básicas del ojo humano, haremos énfasis en el segmento anterior del globo ocular destacando la córnea, ya que es en ésta estructura del ojo donde se desarrolla la investigación de este trabajo. Se describen los instrumentos y métodos más empleados en la medición de parámetros como el radio de curvatura de lentes simples, así como en la córnea.

1. El ojo humano

Es el órgano del cuerpo humano especializado en la detección de la luz. El ojo junto con el cerebro forma un sistema excepcional, a través de él recibimos la mayor parte de la información del medio que nos rodea, la interpretación de la información captada por el ojo se realiza en el cerebro; la óptica del ojo nos permite ver y percibir objetos muy lejanos hasta diminutas estructuras.

1.1 Anatomía y forma del ojo humano

Físicamente, el ojo tiene forma casi esférica excepto por la córnea que es más pronunciada. En la Fig. (1) se indican las componentes más importantes relacionadas con transmisión de la luz hacia la retina. En el orden en que la luz va encontrando las estructuras oculares, tenemos primero a la película lagrimal y la córnea; en conjunto, forman el primer elemento refractor del ojo; luego, la luz llega al humor acuoso, que es un líquido transparente que se genera en el cuerpo ciliar, transporta nutrientes para los tejidos de la córnea y cristalino. El iris es un diafragma pigmentado (da su color característico a los ojos), en cuyo centro se encuentra la pupila, ésta es un orificio que varía de tamaño de forma espontánea pues de esta forma controla la cantidad de luz

que ingresa al ojo, disminuyendo deslumbramientos por largos tiempos al cerrarse y abriéndose para poder observar en condiciones de oscuridad casi total. El cristalino es una lente flexible, que se encuentra a continuación; los músculos ciliares la deforman para cambiar su distancia focal, este proceso que se conoce con el nombre de acomodación tiene la función de enfocar la imagen en la retina, en distintos momentos, para objetos que se encuentran a diferentes distancias; con el paso del tiempo el cristalino va perdiendo flexibilidad, ocasionando el problema refractivo conocido como vista cansada o presbicia.

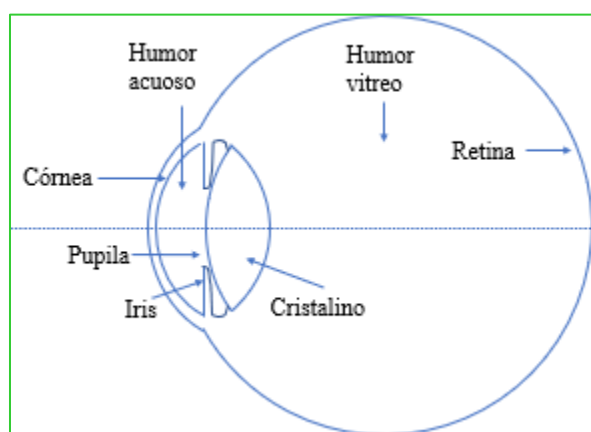


Figura 1. El ojo humano y sus estructuras asociadas en la formación de la imagen.

El estudio del globo ocular se puede dividir en dos segmentos, el segmento anterior y el segmento posterior. En este trabajo se hace énfasis en el segmento anterior.

1.2 Segmento anterior del ojo

El segmento anterior incluye a la córnea, la cámara anterior y posterior, así como el cristalino; mientras que el segmento posterior está formado por la cámara vítrea (contiene al humor vítreo) y la retina. La Fig. (2) muestra las partes involucradas. La película lagrimal se encuentra en el segmento anterior sobre la córnea y conjuntiva, se estudia como parte de la superficie ocular, las componentes de la superficie ocular son: epitelio corneal epitelio conjuntival o bulbar, epitelio tarsal, lagrime y parpados, así como sus glándulas y conductos naso-lagrimal.

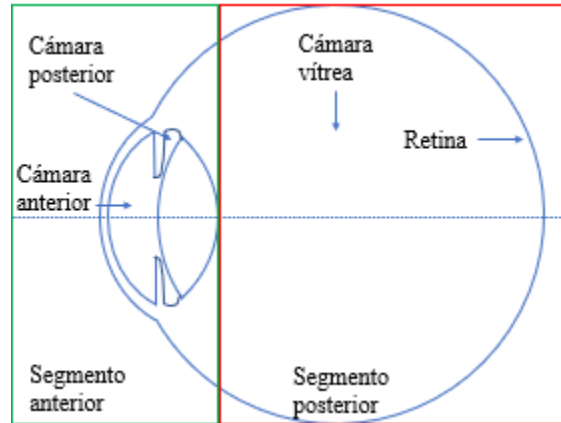


Figura 2. El ojo humano se estudia en dos segmentos.

La luz se refracta primero en la lágrima y luego en la córnea [14].

1.2.1 La córnea

En términos de su capacidad de desviar la luz para formar una imagen sobre la retina, es el elemento refractor más importante del ojo humano, pues proporciona alrededor de $\frac{3}{4}$ partes de la potencia total del ojo. Aunque la córnea en su porción central y periférica parecen iguales, existen diferencias a nivel anatómico, fisiológico y patológico.

1.2.1.1 Anatomía de la córnea

Se denomina tejido al conjunto de células con las mismas características y que se puede distinguir de otros tejidos por su función, en la córnea se pueden distinguir 5 capas [ver Fig. (3)] en orden de afuera hacia adentro: 1. Epitelio, es la capa más externa y está en contacto con la película lagrimal. 2. Membrana de Bowman, permite el anclaje de las células epiteliales al estroma. 3. Estroma, formado por fibras de tejido conectivo (también llamado colágeno), la distribución, tamaño y ordenamiento de las fibras permite su transparencia, el primer tercio estromal anterior es un tejido más compacto y tiene menos agua que los dos tercios restantes. 4. Membrana de Descemet es un tejido que permite anclar el endotelio al estroma. 5. Endotelio es una monocapa de células que regulan la cantidad de agua y nutrientes que llegan a la córnea [14].

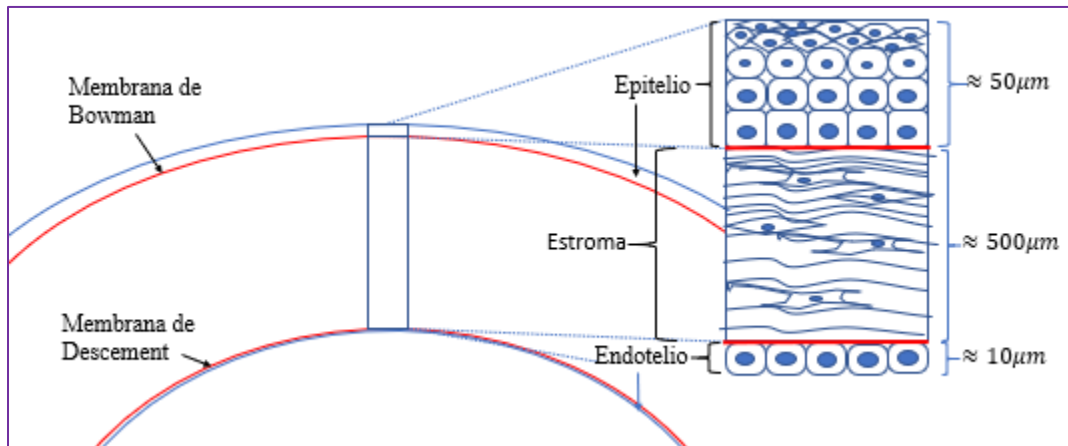


Figura 3. Anatomía de la córnea, está compuesta por 5 capas: endotelio, membrana de Bowman, Estroma, membraba de Descement, Endotelio.

Recientemente se mencionó en la literatura una sexta capa denominada Dua, muy delgada, que se ubica entre el estroma y la membrana de Descement, por lo que, en un principio, se denominó pre-Descement, con un espesor cercano a $15 \mu m$; a pesar de su descripción, no se ha encontrado en todas las córneas y se desconoce su verdadera función, aunque se sugieren propiedades de resistencia [15]. Su descubrimiento sugiere su aplicación en el área de la queratoplastia (trasplante de córnea), o para entender la biomecánica y patologías asociadas a la córnea.

1.2.1.2 Parámetros geométricos

En promedio poblacional, la córnea vista de frente tiene ligera forma oval, con diámetros promedio horizontal 12.6mm y vertical 11.7mm; se puede dividir en cuatro zonas: central, paracentral, periférica y límbica [ver Fig. (4) a)]. La región central de la córnea presenta una forma casi esférica con un radio de curvatura promedio poblacional de 7.8mm [3]. La córnea vista de perfil tiene una forma de elipsoide prolato con constante de conicidad promedio poblacional ($k=-0.25$), esto se debe a que el radio de curvatura aumenta hacia la periferia [3]; es decir, es más curva en el centro [ver Fig. (4) b)].

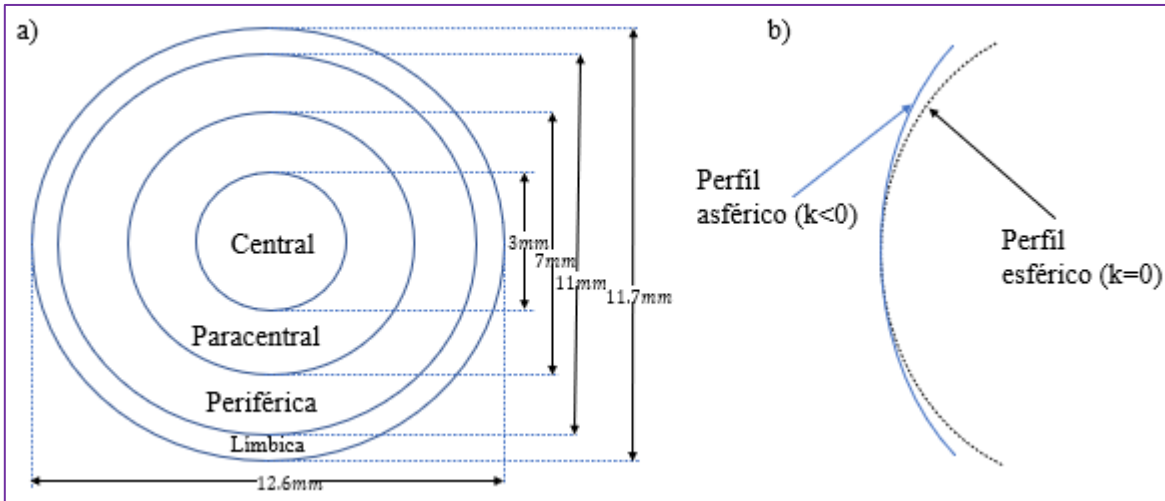


Figura 4. a) Córnea vista de frente, se divide en cuatro zonas, b) Perfil corneal, la superficie anterior presenta un valor promedio de $k = -0.25$ [3].

En optometría y oftalmología la región central (apical) y paracentral son las más importantes, por lo que, se suele referir a ellas como la zona óptica.

1.2.1.3 Espesor corneal

La región periférica de la córnea es más gruesa (0.6 a 0.9mm) que la región central (0.5 a 0.58mm) como se muestra en la Fig. (5), determinado por el grado de hidratación corneal [16, 17].

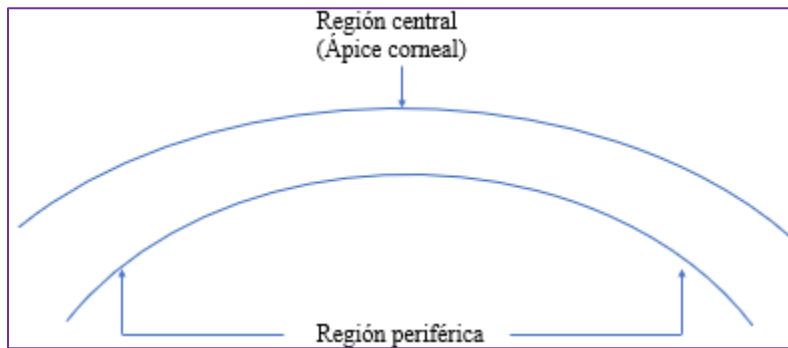


Figura 5. La medida en el espesor central y periférico es diferente.

Habitualmente el espesor central utilizado en los modelos de ojo es de $500 \mu\text{m}$ [3].

1.2.1.4 Características ópticas

La superficie anterior de la córnea presenta el principal componente refractor del ojo, esto se debe al cambio de índices de refracción aire- córnea (de 1.000 a 1.376), y a su gran curvatura ($c = 1/7.8\text{mm} = 0.128\text{mm}^{-1}$), en conjunto, proporcionan un gran poder

dióptrico al ojo. El poder dióptrico y radio de curvatura se relacionan con la siguiente expresión:

$$P = \frac{n_c - 1}{r_c} \quad (1)$$

Donde P es el poder dióptrico, $n_c = 1.376$ índice de refracción de la córnea y r_c es el radio de curvatura anterior; por lo que, el poder dióptrico resulta de +48.20 dioptrías para un radio de 7.8mm promedio, aunque la película lagrimal es el primer medio refractor, carece de forma propia, la lágrima se adapta a la forma de la córnea, una de sus funciones es transportar el oxígeno y nutrientes para mantener la transparencia corneal, además de contribuir en mantener una superficie corneal anterior con una óptica suave y lisa. La cara posterior de la córnea tiene un radio promedio de 6.9mm, el índice de refracción establecido para el humor acuoso es de 1.336 [3]. La superficie posterior presenta un poder de -5.79 dioptrías. Para determinar el poder total de la córnea, se debe conocer el poder de la superficie anterior y posterior, el espesor e índice de refracción [3, 14] y se relaciona con las siguientes expresiones:

$$Fv' = \frac{P_1}{1 - \frac{tP_1}{n_c}} + P_2 \quad (2)$$

$$F_e = P_1 + P_2 - \frac{tP_1P_2}{n_c} \quad (3)$$

En las Ecs. (2) y (3), t es el espesor central, n_c es el índice de refracción de la córnea, P_1 y P_2 son las potencias de las superficies anterior y posterior respectivamente. Utilizando la Ec. (2) Fv' representa el poder de vértice posterior, así la potencia a partir del vértice posterior de la córnea es de 43.26 dioptrías. Si utilizamos la Ec. (3) F_e se conoce como el poder efectivo y la potencia a partir del plano principal posterior de la córnea es de 42.51 dioptrías y difiere ligeramente en 0.75 dioptrías respecto de Fv' . Ambas expresiones son válidas para el centro de la lente en la región paraxial; además en ambos casos cuando $t = 0$ se llega al caso de lentes delgadas. En la

realidad no existen corneas sin espesor y éste puede variar dependiendo de la hidratación.

1.2.1.5 Hidratación corneal y transparencia

La transparencia de la córnea se debe al ordenamiento de sus fibras de colágeno y su relación con la hidratación corneal, el índice de refracción del colágeno seco es de 1.550 y la sustancia fundamental (proteoglicanos, células, agua y nutrientes entre las fibras) es de 1.354 utilizando un refractómetro de Abbe ($\lambda=589\text{nm}$) [16, 17]. El endotelio regula la cantidad de agua que puede ingresar al tejido estromal. La hidratación del tejido corneal tiene influencia en su transparencia y espesor [16, 17].

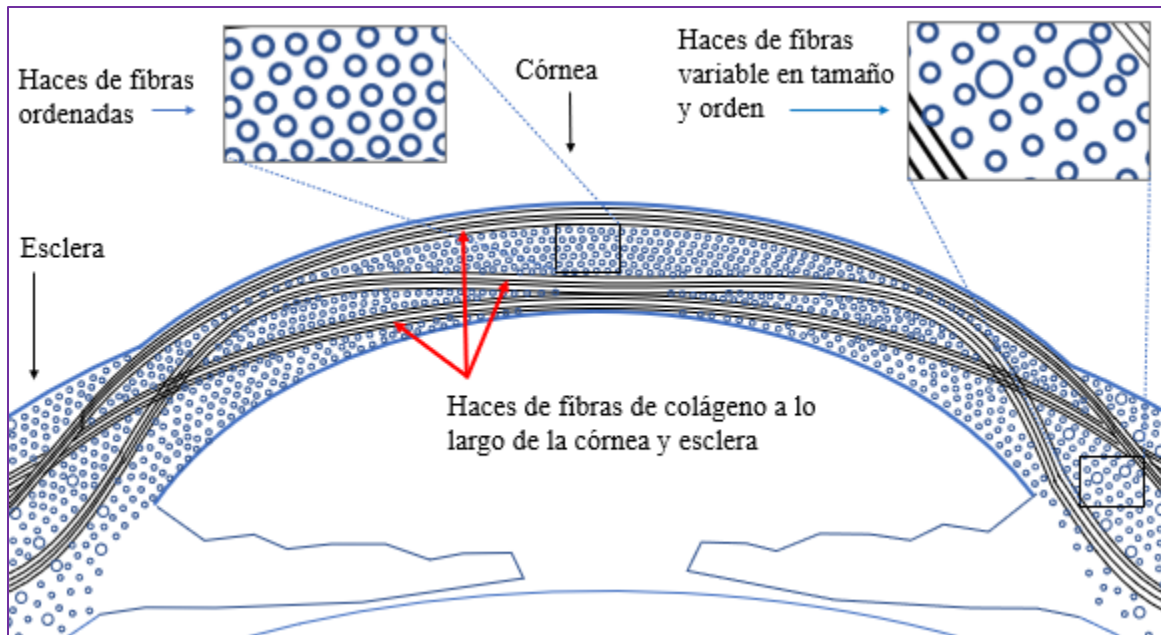


Figura 6. Corte transversal de la córnea, el espacio y ordenamiento de las fibras de colágeno permite su transparencia [16].

1.2.1.6 Errores refractivos asociados a la córnea

El astigmatismo corneal se produce debido a la toricidad corneal, ésta provoca una diferencia de radios de curvatura de los meridianos principales (meridianos de máxima y mínima potencia), en principio todos los ojos presentan algún grado de toricidad. En la Fig. (7) se esquematiza el efecto óptico de la toricidad corneal.

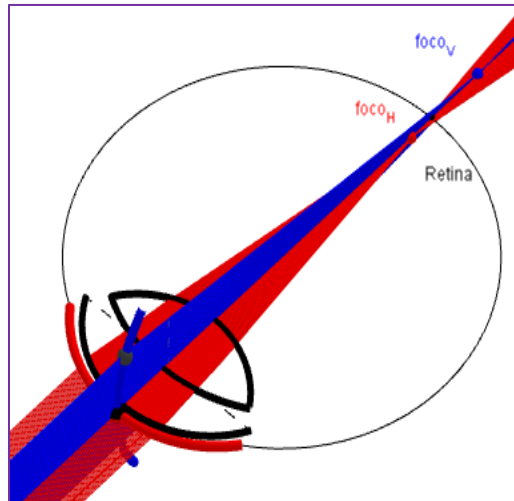


Figura 7. Astigmatismo corneal provocado por una toricidad en la superficie corneal, consideremos los rayos que inciden paralelos al eje óptico y solo aquellos que inciden en los meridianos de máxima y mínima curvatura, se refractan formando dos puntos focales.

En términos paraxiales, cuando inciden rayos paralelos al eje óptico en una superficie tórica, consideremos solo los rayos que llegan a los meridianos de máxima y mínima curvatura, formaran su punto imagen correspondiente en dos posiciones distintas, la separación de los focos es el astigmatismo (etimología -a, sin, -stigma, punto). La magnitud de astigmatismo depende de la diferencia en radios de curvatura, como veremos más adelante en paquimetría corneal se requiere conocer el radio de curvatura.

1.2.1.7 Ectasias corneales

Las ectasias corneales son un desorden del tejido estromal, aún no se conoce específicamente la etiología (la causa). Las investigaciones sugieren, cuestiones genéticas, ARNm que alteran las vías de señalización, un factor hereditario de algún gen dominante o recesivo, traumatismos, aumentos de la presión intraocular, incluso estrés oxidativo [18, 19, 20].

La ectasia más frecuente es el queratocono, primero se protruye la cara posterior de la córnea [ver queratocono posterior en la Fig. (8)], razón por lo que pasa desapercibido cuando solo se evalúa la superficie anterior. Frecuentemente el queratocono se manifiesta entre la 2da y 3er década de vida, se considera un

adelgazamiento progresivo no inflamatorio, bilateral, con alto grado de astigmatismo irregular [18]. Es común encontrar más adelgazamiento y progresión en un ojo que en otro. Con una incidencia de 1 por cada 2000 habitantes de la población general [21].

Las ectasias corneales se manifiestan en alguna región de la córnea y se requiere medir el grosor con alguna técnica de paquimetría óptica o ultrasónica para revisar su evolución. En ocasiones algunas ectasias ya no progresan, cuando esto ocurre, se le da el nombre de ectasia subclínica o frustrada. Dependiendo de la región afectada se tiene un diagnóstico diferencial [ver Fig. (8)], las ectasias son: queratoglobo, degeneración marginal pelúcida, degeneración de Terrien y queratocono. La Fig. (8) muestra en perfiles las zonas comunes de ectasia y adelgazamiento corneal, siendo el queratocono el más recurrente.

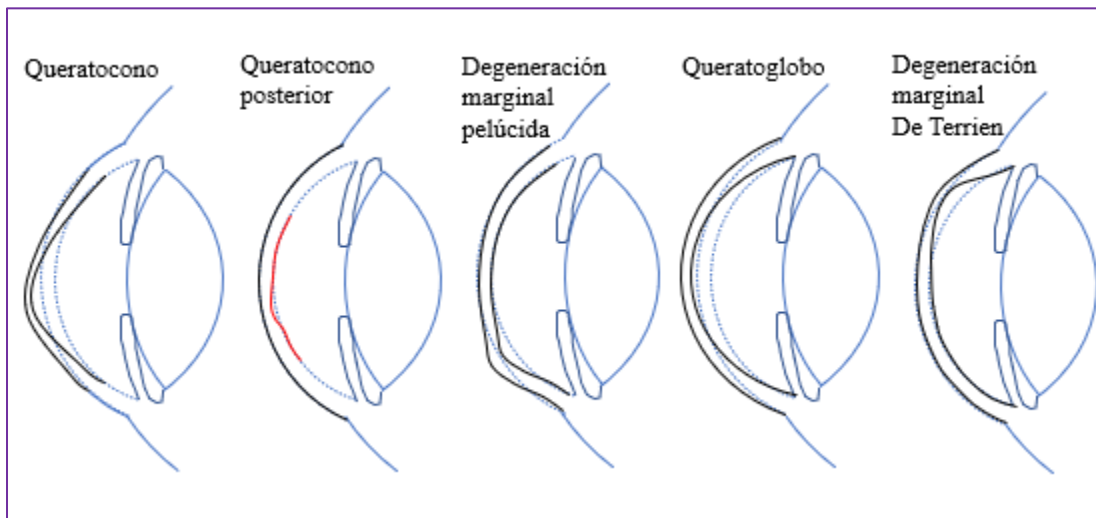


Figura 8. Diagnóstico diferencial de las ectasias.

El diagnóstico diferencial y progresión de ectasias corneales se realiza a partir de evaluar la topografía de la superficie anterior y posterior, potencia dióptrica, espesor corneal y agudeza visual [18, 19, 20].

1.3 Métodos para determinar parámetros de la córnea

Determinar la forma de la córnea ha sido objeto de múltiples investigaciones y desarrollos en el campo de la instrumentación y metrología óptica, el queratómetro fue uno de los primeros instrumentos, seguido del queratoscopio, luego del foto-queratoscopio y el video-queratoscopio; proporcionan información de radios de curvatura principales, así como curvatura axial, tangencial y elevación, sin embargo, estos instrumentos no proporcionan información del espesor corneal. A mediados de los años 90's del siglo pasado se puso a la venta un instrumento óptico fabricado por Orbscan, luego absorbido por Bausch and Lomb denominado Orbscan [6], realiza un escaneo lateral utilizando como sistema de iluminación una sección óptica (haz de luz estrecho) de una lámpara de hendidura [ver Fig. (12)], ese fue el surgimiento de la topografía basada en elevación, proporcionando información de la topografía y paquimetría corneal [22]. En la segunda versión de Orbscan se incorpora una pantalla con anillos concéntricos para aumentar la precisión en la medición de la curvatura, a ese tipo de dispositivos se les denomina híbridos [22].

En el año 2002 salió a la venta un equipo comercial que emplea un método similar de una sección óptica con algunas variantes en su implementación (sistema de escaneo rotatorio) y en su sistema de observación incorporando una cámara de Scheimpflug (Cámara especial donde el plano objeto e imagen no son paralelos entre sí) inicia la tomografía corneal computarizada [22, 23]. El instrumento no solo proporciona datos de topografía corneal anterior y posterior, al igual que Orbscan se obtiene paquimetría central y periférica, aunque, los resultados de medir y comparar el espesor entre ambos no son iguales [9, 11, 22]; Pentacam proporciona medición de la profundidad de la cámara anterior y ángulo iridocorneal, actualmente incorporan software para análisis de aberraciones ópticas, simulación de la tinción de fluoresceína (líquido fluorescente que se coloca en la lágrima para evaluar la adaptación de lentes de contacto rígidas), así como módulos de análisis de las ectasias corneales, simulador de lentes intraoculares incluida la medición de la longitud axial del globo ocular [22].

En este apartado solo describiremos los instrumentos utilizados para determinar los parámetros de interés asociados a la paquimetría corneal, como son: radio de curvatura anterior, índice de refracción y espesor, describiremos la lámpara de hendidura y ultrasonido.

1.3.1 Instrumentos para medir el radio de curvatura

Cuando se fabrica una lente simple esférica, se indican los radios de curvatura (anterior y posterior), diámetro, espesor e índice de refracción del material. En la industria oftálmica comúnmente sólo se especifica la potencia dióptrica, rara vez se especifica otro parámetro. Con una escala en milímetros se puede medir el diámetro de la lente, el índice de refracción lo proporciona el fabricante del vidrio o polímero. Para medir el radio de curvatura se puede utilizar un esferómetro, pero éste no se puede aplicar a todas las lentes, por ejemplo, lentes de contacto rígidas o la córnea del ojo humano y se debe recurrir a otros instrumentos, por ejemplo, un queratómetro o un radioscopio.

1.3.1.1 Esferómetro

La potencia de la lente está relacionada con los radios de curvatura, espesor e índice de refracción, cuando se quiere verificar el radio de curvatura de una lente, es común recurrir al esferómetro, éste es un instrumento mecánico con tres puntas redondeadas, dos de ellas fijas (lados extremos), la punta central es móvil [ver Fig. (9)], el principio del esferómetro se basa en medir la sagita [ver figura (9) b)]. La separación de las puntas fijas es de 15mm y se puede medir superficies cóncavas y convexas, en óptica oftálmica los esferómetros están calibrados en dioptrías, para un rango de ± 20.00 dioptrías, cuando, no se indica el índice de refracción para el que está calibrada la escala del instrumento, se asume $n=1.53$.

Cuando se conoce el radio e índice de refracción se puede determinar la potencia de la superficie y viceversa [ver Ec. (1)]. Se puede relacionar el radio a partir de la medición de la sagita [ver Ec. (4)].

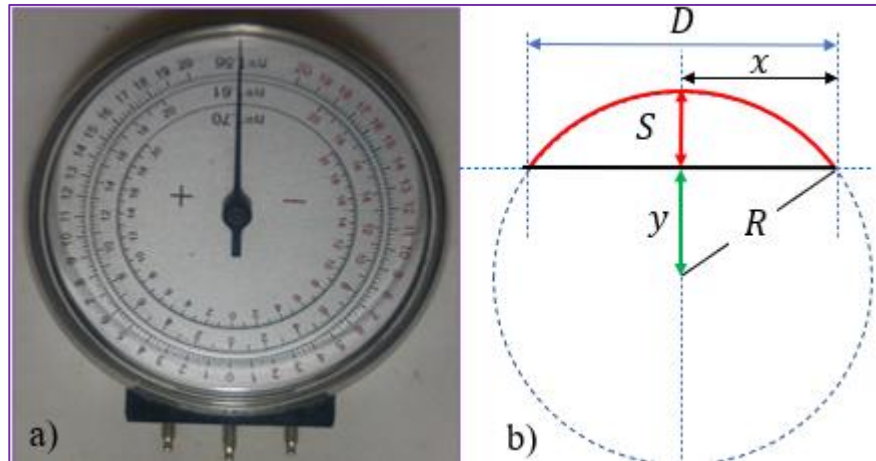


Figura 9. a) esferómetro para lentes oftálmicas graduado en dioptrías, calibrado para tres índices de refracción (1.56, 1.61, 1.70). Su principio se basa en la medición de la sagita, b) Geometría asociada a la medición con esferómetro, S representa a la sagita.

De la Fig. (9), b), D es diámetro del arco de circunferencia (también llamado cuerda), x es el semidiámetro de la cuerda, S es la sagita (igualmente llamada flecha), R es el radio de la circunferencia, $R = S + y$, donde $y < R$, del teorema de Pitágoras se tiene que $R^2 = x^2 + y^2$, sabiendo que $y = R - S$, entonces $R^2 = x^2 + (R - S)^2$, Despejando S :

$$S = R \pm \sqrt{R^2 - x^2} \quad (4)$$

Cuando el diámetro de las lentes es muy pequeño, como ocurre en lentes de contacto corneal rígidas el esferómetro ya no es útil, pues las puntas fijas de apoyo sobresalen del diámetro de la superficie que se mide y se debe recurrir a otro método. Se puede usar el radioscopio o queratómetro para medir el radio en superficies pequeñas, cada uno con sus propias características.

1.3.1.2 Radioscopio

Es un instrumento utilizado para medir el radio de curvatura de superficies como lentes de contacto corneal rígidas, aunque actualmente está en desuso, su principio óptico es interesante y aplicable a superficies pequeñas, sobre todo cuando no es posible utilizar un esferómetro. Se puede determinar el radio a partir de proyectar una imagen en el centro de curvatura, luego se desplaza la superficie, hasta proyectar la imagen en el vértice de la superficie, en cada caso se obtiene una imagen por reflexión

en la superficie esférica, las imágenes formadas por reflexión se observan con ayuda de un microscopio; de la distancia entre las imágenes se obtiene el radio de curvatura [25].

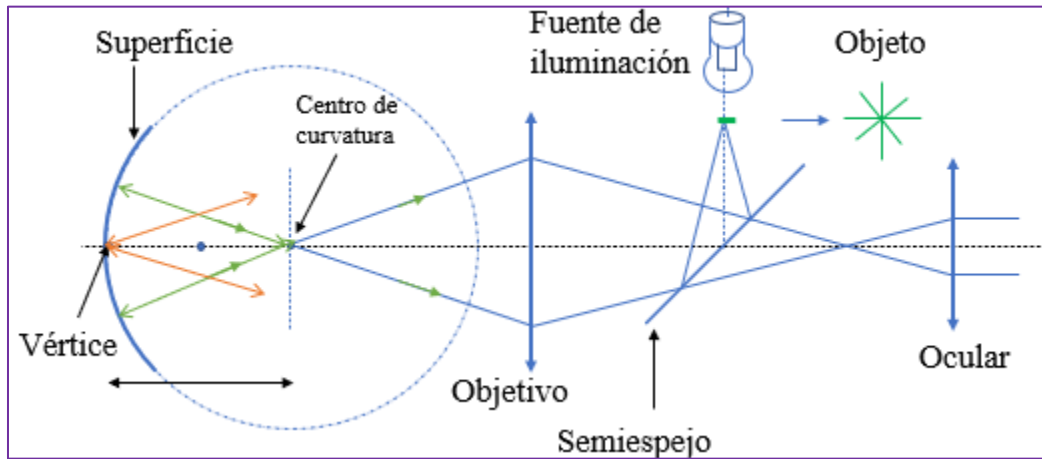


Figura 10. Diagrama del radioscopio, cuando el observador ve a través del ocular, solo es posible observar la imagen en dos posiciones, una en el centro de curvatura y otra en el vértice, la longitud que separa a las imágenes es el radio.

1.3.1.3 Queratómetro

En 1619 Christopher Scheiner, comparó el tamaño de objetos reflejados en la córnea comparados con los reflejados en esferas de vidrio y logro determinar cualitativamente y de manera aproximada el radio de curvatura corneal, asumiendo que la córnea tiene forma esférica [24, 26]. El interés por conocer el radio de curvatura fue creciendo hasta la invención del queratómetro, hoy se sabe que la córnea no es esférica, ni tiene simetría de rotación [3].

El queratómetro es un instrumento óptico utilizado para determinar el radio de curvatura en la región central de la córnea, asumiendo, que, ésta se comporta como un espejo convexo de superficie esférica [ver Fig. (11)].

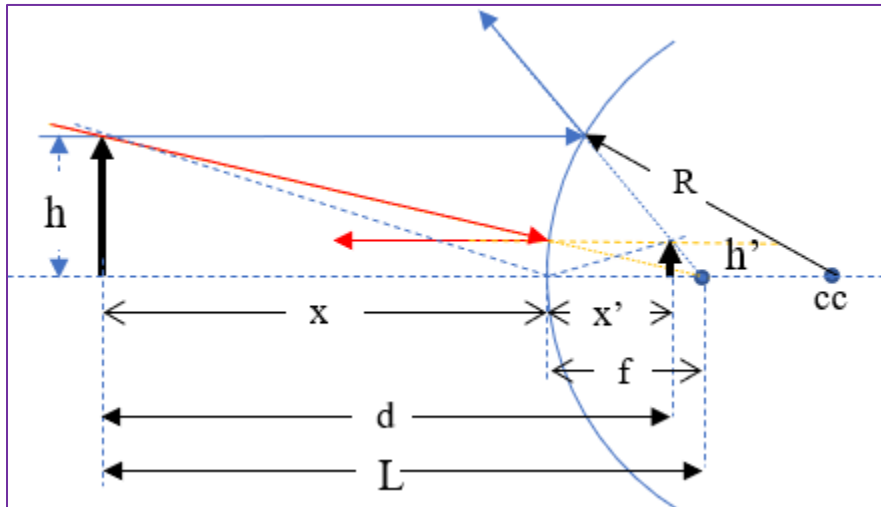


Figura 11. Parámetros involucrados en el queratómetro.

De la Fig. (11), R es el radio de curvatura, h es el tamaño del objeto, h' es el tamaño de la imagen, x distancia del objeto al vértice de la superficie, x' distancia del vértice a la imagen, f es la distancia focal, d es la distancia del objeto a la imagen y L es la distancia del objeto al foco. El principio óptico se basa en comparar el tamaño del objeto con la imagen que se produce en la superficie, cuando ésta se analiza como espejo esférico, así como su relación con la distancia del objeto o la imagen al vértice. Una expresión para determinar el radio de curvatura a partir de la ecuación de Gauss:

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

Donde S_o es la distancia objeto, S_i es la distancia imagen, f es la distancia focal medida de la lente al punto focal. Para el diagrama de la figura 11, la luz viaja inicialmente de izquierda a derecha, la distancia focal para un espejo $f = -R/2$, donde R es el radio de curvatura $S_o = x$ y $S_i = x'$, se miden respecto al vértice de la superficie; en la literatura la convención de signos varía dependiendo del autor, para nuestro caso en un espejo convexo, S_o es positivo (objeto real) si está a la izquierda del vértice, S_i es negativo si se encuentra a la derecha del vértice (imagen virtual). Lo que se quiere medir es el tamaño de la imagen [h_i (positivo por encima del eje, imagen derecha)] y el objeto [h_o (positivo por encima del eje, objeto derecho)], utilizando la relación de

la magnificación transversal $M_t \equiv h_i/h_o = -S_i/S_o$, despejando S_i tenemos $S_i = -M_t S_o$ y al sustituir en (5) se llega a la siguiente expresión:

$$R = \frac{2S_o h_i}{(h_o - h_i)} \quad (6)$$

La Ec. (6) es válida en el régimen paraxial. En la córnea del ojo la reflexión especular se debe a la película lagrimal, cualquier alteración de la lagrimal, descompone la imagen del objeto reflejado y se puede introducir errores en su medición. El queratómetro está calibrado para un índice de refracción de 1.3375 que difiere del valor de índice de refracción establecido por Gullstrand para la córnea 1.376 [3]. Esto se debe a que se toma en cuenta la cara posterior de la córnea y se asume, también es esférica, con un radio aproximadamente 12% menor que la cara anterior; se debe tener en cuenta que los parámetros de la córnea varían de un individuo a otro principalmente en los radios de curvatura. A lo largo de la historia de las mediciones, estudios han reportado variaciones en cálculos del índice de refracción de la córnea [27].

1.3.2 Índice de refracción de la córnea

Cuando se trata de material biológico como la córnea, medir el índice de refracción no es una tarea sencilla, las primeras mediciones se basaban en estimar el valor a partir de obtener tejido de cadáveres, animales o de ojos enucleados (retirados del sujeto vivo), el valor de índice de refracción utilizado para la córnea es de 1.376 y fue establecido por Gullstrand en su modelo de ojo [3]. Diversos estudios y revisiones utilizando un refractómetro de Abbe ($\lambda=589\text{nm}$) indican variaciones entre las diferentes capas de la córnea y entre individuos, en el estroma las variaciones se deben principalmente al contenido de agua, así como la densidad de fibras de colágeno [27]. A pesar de esas variaciones, el valor establecido por Gullstrand es el aceptado por la comunidad científica y médica, por ejemplo, cuando se quiere hacer un trazo de rayos se utiliza $n=1.376$. En queratometría se utiliza $n=1.3375$ considerando el efecto conjunto de las superficies anterior y posterior de la córnea.

1.3.3 Lámpara de hendidura

A finales del siglo XIX y principios del siglo XX, en sus trabajos de la óptica del ojo, Alvar Gullstrand adapta una lámpara con una ranura, para observar el perfil corneal y determinar parámetros como el espesor y radios de curvatura; aunque no se describe el detalle de la forma como lo realizó, se le considera el creador de la lámpara de hendidura [28]. Sus estudios detallados de la óptica del ojo le valieron el Premio Nobel de medicina en 1911; los parámetros establecidos por Gullstrand en su modelo de ojo siguen vigentes hoy día y con sus parámetros se calibran instrumentos empleados en optometría y oftalmología.

La lámpara de hendidura consiste en un sistema de iluminación y se tiene un microscopio como sistema de observación, ambos montados en un mecanismo de rotación con un eje de giro común [ver Fig. (12), (20) y (21)]; cada brazo es independiente angularmente (0 a 180°), además la base del sistema es móvil en tres direcciones ortogonales (x, y, z), o izquierda-derecha, arriba-abajo y acercamiento-alejamiento, para ayudar a enfocar la luz proyectada en las estructuras del ojo [28].

1.3.3.1 Sistema de iluminación

Consiste en una fuente de iluminación utilizando una lámpara de luz halógena; actualmente se está migrando a fuentes de iluminación led. Un conjunto de lentes proyecta la luz convergente en el ojo. Un diafragma de campo controla la forma transversal del haz proyectado, que puede ser circular o un haz de luz en forma de un rectángulo estrecho [ver Fig. (12), b) y c)], un regulador de voltaje controla la intensidad de la luz (no se muestra en el diagrama).

Un haz de luz en forma de línea (sección óptica) se proyecta verticalmente, pero se puede rotar el sistema de proyección entre 0 y 180°. La luz proyectada debe ser homogénea, esto se consigue basándose en la técnica de iluminación descrita por Köhler. La figura 12, c) muestra un ejemplo del haz de luz proyectado en una córnea

real, visto a través del ocular del microscopio, en la imagen también se aprecia que la luz transmitida ilumina el iris.

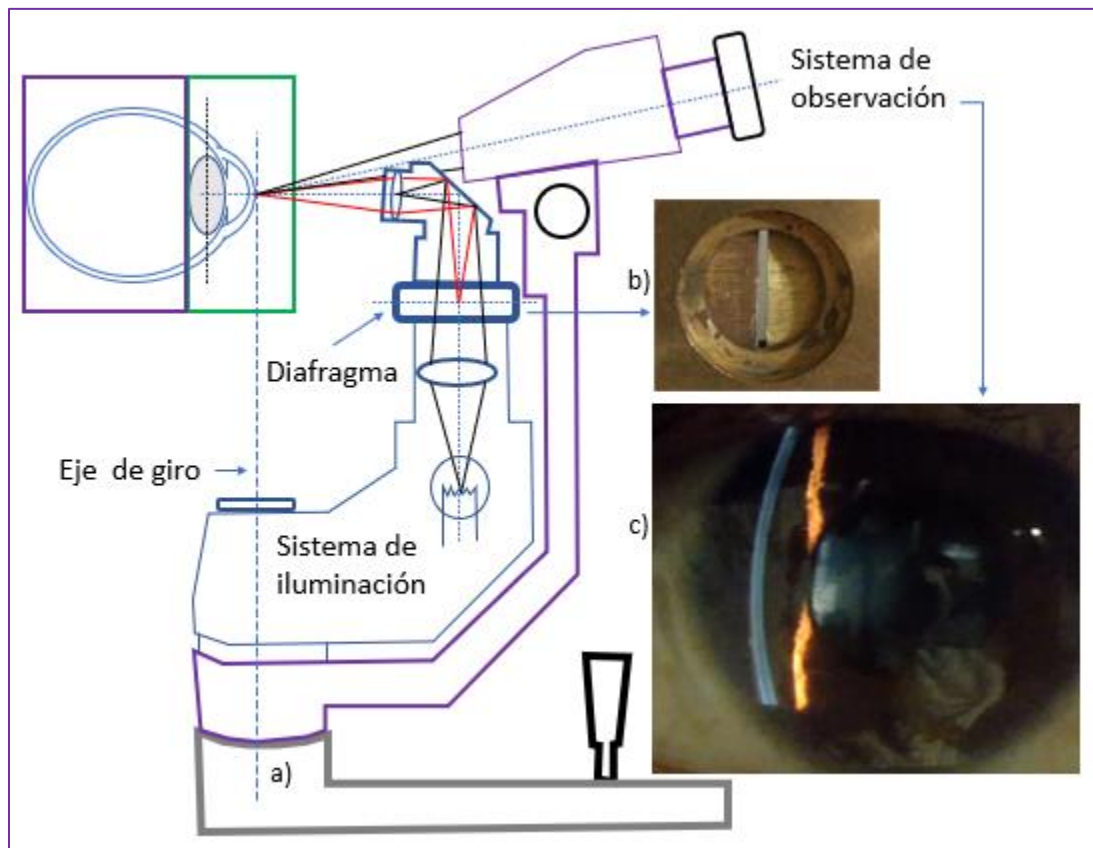


Figura 12. Lámpara de hendidura, diagrama del instrumento Neitz W/J, a) el sistema mecánico con sus brazos de iluminación y observación, b) el diafragma en forma de ranura, c) la proyección del haz estrecho sobre la córnea.

1.3.3.1 Iluminación de Köhler

Es una técnica de iluminación muy utilizada en microscopía, fue introducida en 1893 por August Köhler. Básicamente consiste en iluminar de forma homogénea una muestra bajo el microscopio, esta técnica de iluminación permite obtener imágenes de la muestra de buena calidad. El método de iluminación propuesto por Köhler consiste en: colocar una lente convergente (lente auxiliar o lente de la lámpara) junto al diafragma de campo y forma la imagen de la fuente en el plano focal anterior de la lente condensadora; en este plano se coloca el diafragma de apertura del condensador

[ver Fig. (13)]. Los rayos de cada punto de la fuente emergen del condensador como un haz paralelo.

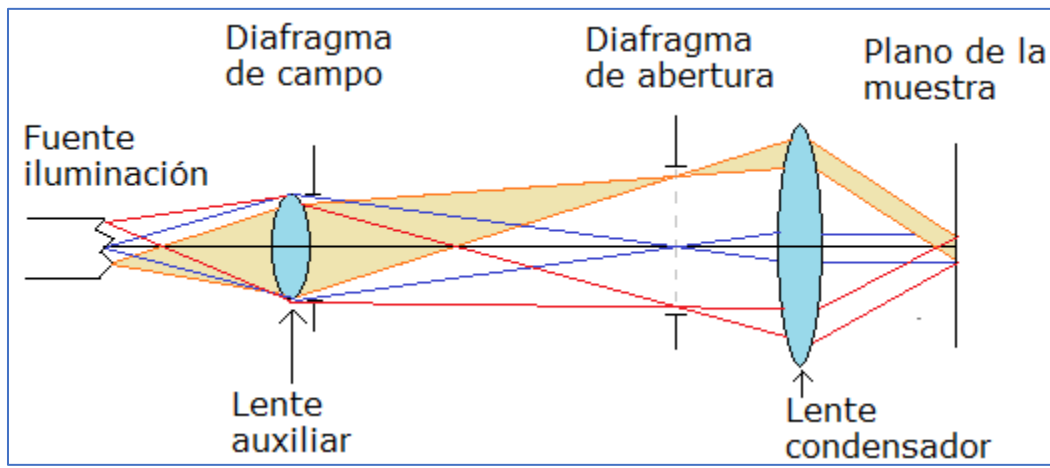


Figura 13. Iluminación de Köhler.

La ventaja de esta técnica es que las irregularidades de distribución del brillo de la fuente no causan irregularidades en la intensidad de la iluminación del objeto bajo estudio, la técnica ha sido ampliamente utilizada en microscopía. En la lámpara de hendidura ha tenido sus modificaciones, por ejemplo, se omite el diafragma de apertura, pues en el biomicroscopio no se tiene un sistema al límite de resolución. La intensidad se controla con un reóstato.

1.3.3.2 Sistema de observación

El sistema de observación actuales del biomicroscopio está formado por un conjunto de lentes, con la única finalidad de magnificar la observación del tejido ocular; la diferencia principal con los microscopios convencionales es que, en lugar de tener un revolver con lentes objetivos, se tiene una única lente objetivo, un tambor rotatorio colocado entre la lente objetivo y oculares [ver Fig. (14)], con diferentes tipos de lentes, se gira consiguiendo una amplificación de 6X, 10X, 20X, 25X, o hasta 40X, mientras que, para el ocular se tiene aumentos de 10X o 12.5X, dependiendo del fabricante; el poder de aumento total facilita la observación de las partes del ojo [28].

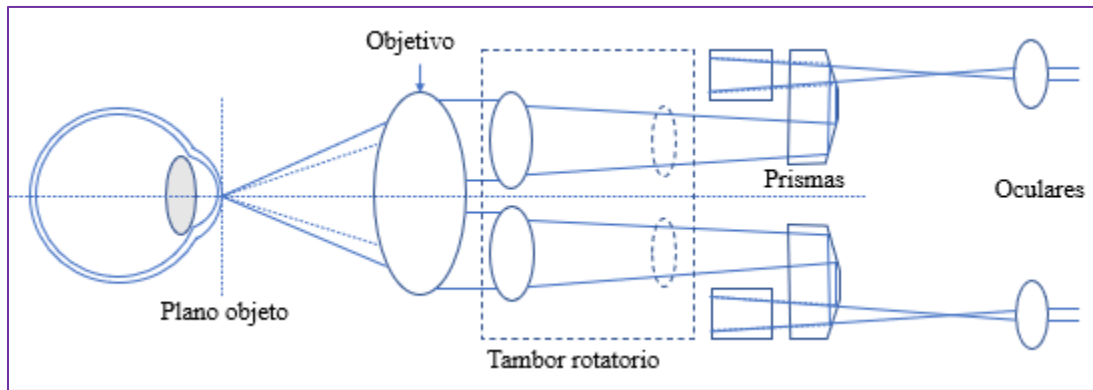


Figura 14. Sistema de observación.

El sistema de observación es binocular estereoscópico con ángulo entre dos caminos uno para el ojo derecho y otro para el ojo izquierdo de 10° , 12° o 15° , indicado por el fabricante [28].

1.3.4 Paquímetro ultrasónico

Los sistemas de ultrasonido, a menudo se utilizan para medir la longitud axial del globo ocular. Variando la frecuencia de ultrasonido, se clasifican en modo A (axial, 10Mhz) y modo B (bidimensional, 50Mhz). Cuando se quiere evaluar el tejido ocular, como la córnea y el cristalino, los métodos ópticos sin contacto son fáciles de implementar, sin embargo, se tiene la dificultad de evaluar estructuras que no son transparentes, incluida la anatomía normal (esclerótica, iris) y patológica (cicatrices corneales, cataratas). La tecnología de ultrasonido puede visualizar las estructuras del segmento anterior in vivo, incluso en presencia de opacidades [26]. De manera análoga a la biomicroscopía óptica, el término biomicroscopía de ultrasonido (UBM) es preferible para describir la visualización ultrasónica del tejido vivo.

La UBM utiliza un transductor para generar pulsos de ultrasonido de alta frecuencia, así como para recopilar el eco de retrodispersión señal de los tejidos oculares. El tiempo de retraso entre la emisión y el eco de cada pulso se puede convertir en información de imagen [26, 29]. En lugar de utilizar la frecuencia de ultrasonido tradicional (modo A) de 10 MHz para las imágenes de todo el ojo la UBM utiliza

frecuencias de ultrasonido de 50MHz, para proporcionar imágenes transversales en tiempo real [26, 29].

La atenuación de las ondas ultrasónicas también aumenta con la frecuencia, por tanto, limitan la penetración y la calidad de la imagen. UBM es una técnica de contacto que se puede lograr a través de la inmersión, requiere el contacto físico entre el tejido y la sonda mediante un medio de acoplamiento. En el modo A, se tiene contacto físico directo en la córnea o se coloca una copa ocular llena de solución salina. La precisión de la medición con ultrasonido es sensible al posicionamiento de la sonda y la inclinación [ver Fig. (15)]; por lo tanto, las técnicas de ultrasonido requieren un operador experimentado para evitar posible abrasión corneal; previamente se coloca un fármaco para anestésiar la córnea [30].

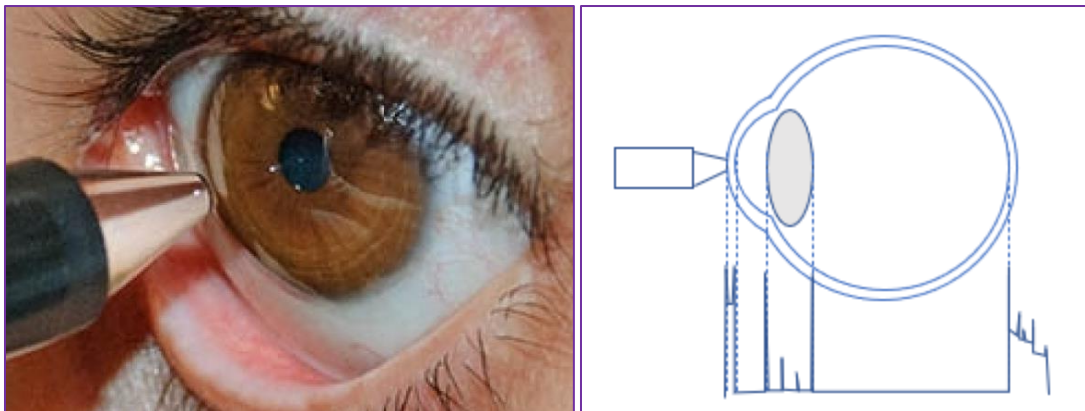


Figura 15. Izquierda: Sonda de ultrasonido de contacto, derecha: espigas debidas a la detección de los ecos en cada interfase.

Existen paquímetros ultrasónicos (20Mhz) para determinar el espesor del vértice de la córnea, la medida del espesor con ultrasonido es útil para comparar mediciones entre diferentes dispositivos ópticos [31]. La medición del grosor corneal con los paquímetros ultrasónicos también se utilizan para corregir la medición de la presión intraocular.



Capítulo 2

Principio de medición en paquimetría óptica

En este capítulo, se describe el principio de medición en paquimetría óptica utilizando una lámpara de hendidura. Primero se hace referencia a los aspectos históricos, el método de profundidad aparente como la primer técnica óptica propuesta; después de la invención de la lámpara de hendidura, la medición se puede realizar por dos métodos, el primero a partir de la alineación de dos reflejos simultáneos y el segundo a partir de la medición del espesor aparente, para éste último en la literatura se ha sugerido diferentes configuraciones del sistema de iluminación y observación.

Para la configuración de iluminación y observación oblicua, cuando los ángulos de iluminación y observación no son simétricos, se describe la relación del espesor aparente y espesor verdadero. Para dicha relación, resultan un par de ecuaciones simultáneas y no es posible determinar de forma directa el espesor verdadero a partir del espesor aparente. Lo anterior se debe a que, unas variables implícitas no se pueden medir directamente y se requiere calcularlas, por lo que, se recurre a métodos numéricos para solucionar las ecuaciones simultáneas.

De la relación teórica descrita, se propone el espesor verdadero y se deduce el espesor aparente. En la práctica lo que se puede medir es el espesor aparente, por lo que se revisa una propuesta ya reportada en la literatura de una solución aproximada para relacionar el espesor aparente con el verdadero. La medición puede realizarse a partir de conocer los ángulos del sistema de iluminación y observación, el espesor aparente el radio de curvatura e índice de refracción de la córnea. Con ello se deduce el espesor corneal, para un solo punto cerca del vértice de la córnea.

Se muestra en una tabla la comparación de las expresiones exactas y la propuesta aproximada; se determina que es válida la propuesta aproximada, además los parámetros involucrados que se requieren se conocen o se pueden medir. También se comentan las limitaciones.

2. Principio de medición en paquimetría óptica

El principio de medición se basa en determinar y relacionar los ángulos de iluminación y observación, radio de curvatura anterior e índice de refracción con el espesor aparente, utilizando las expresiones asociadas, se puede determinar el espesor verdadero, sin contacto.

2.1 Aspectos históricos para medir el espesor corneal

Las primeras medidas del grosor corneal post mortem indicaban valores cercanos a 1mm; hoy se sabe que, después de morir, la córnea donada al retirarla de su sitio se hincha; el primer método óptico para determinar el espesor corneal en tejido vivo fue propuesto por Blix en 1880, utilizando el método de la profundidad aparente [5].

2.1.1 Método de profundidad aparente

El método de profundidad aparente se puede utilizar para determinar el índice de refracción de sustancias, a partir de determinar la profundidad real y la profundidad aparente en placas plano-paralelas; de forma semejante al conocer el índice de refracción y la profundidad aparente se puede conocer la profundidad real. Debido a la relación de las distancias real y aparente, fue Blix el primero en proponer utilizar el principio óptico, para determinar el espesor en córneas humanas. Para ello utilizó dos tubos de microscopio, con un ángulo de 40° entre ellos, uno de iluminación y proyección y el otro de observación [ver Fig. (16)]. Con ellos logró enfocar el vértice de la superficie anterior de la córnea, luego, recorriendo el sistema longitudinalmente, observó la cara posterior de la córnea; de la separación entre ambas superficies se tiene la profundidad aparente, y con la Ec. (7), se puede determinar el espesor corneal.

Blix encontró valores entre 0.48 mm a 0.67 mm para 10 ojos evaluados, en un valor promedio de 541 μm [5, 33].

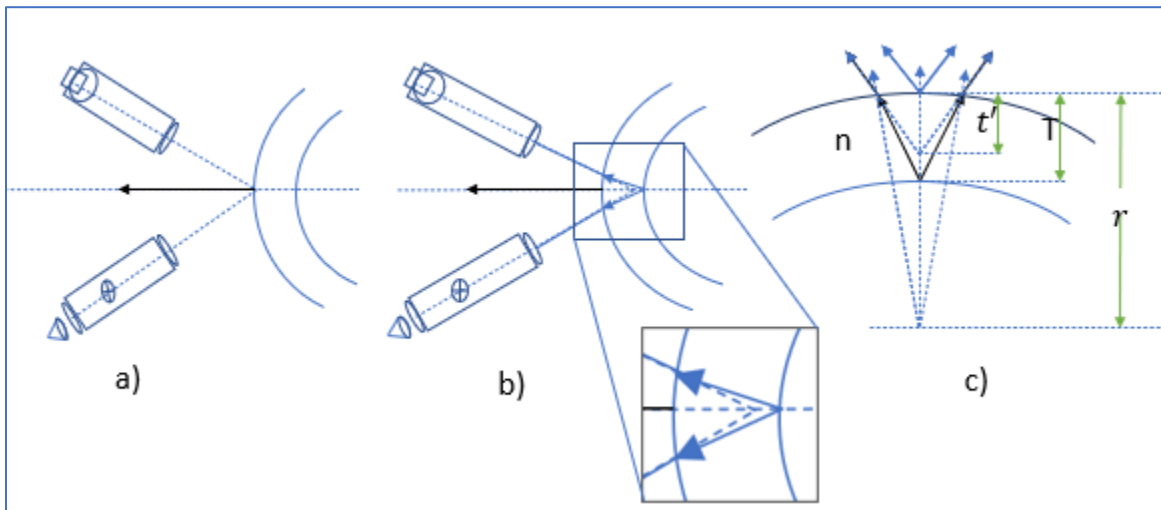


Figura 16. Método de la profundidad aparente realizado por Blix, en a) se enfoca el vértice de la córnea, en b) se recorre el instrumento hasta observar el endotelio, c) parámetros involucrados en el método [5, 32].

De la Fig. (16), c) n : índice de refracción de la córnea, r : radio de curvatura, t' : distancia de la profundidad aparente y T : profundidad real. Partiendo de la ecuación de Gauss para lentes delgadas se llega a:

$$T = \frac{nrt'}{r + t'(n - 1)} \quad (7)$$

Los inconvenientes del método son las pérdidas de alineación debidas a los cambios de fijación del ojo, que se ocasionan por movimientos involuntarios llamados sacádicos. A finales del siglo XIX, se utilizaba una fuente de luz como la flama de una vela y un microscopio para observar estructuras de la córnea, a dicha configuración se le denomina biomicroscopio [28].

2.1.2 Método con lámpara de hendidura

Fue Gullstrand el primero en utilizar una lámpara de hendidura para determinar parámetros como radios de curvatura y espesor para su modelo de ojo. Para determinar el espesor corneal con el tiempo se han propuesto diferentes configuraciones respecto

al sistema de iluminación y observación utilizando una lámpara de hendidura [3, 5, 28]. La medición del espesor se puede realizar de dos formas, primero, a partir de la observación y alineación simultánea de dos reflejos, segundo, a partir de la medición del espesor aparente [5, 33, 34].

El método más utilizado es la medición del espesor aparente, éste se realiza utilizando una lámpara de hendidura que incluye un microscopio; para éste caso, la diferencia en configuraciones [ver Fig. (17)] es principalmente a partir de la perspectiva del sistema de observación [5, 33, 34].

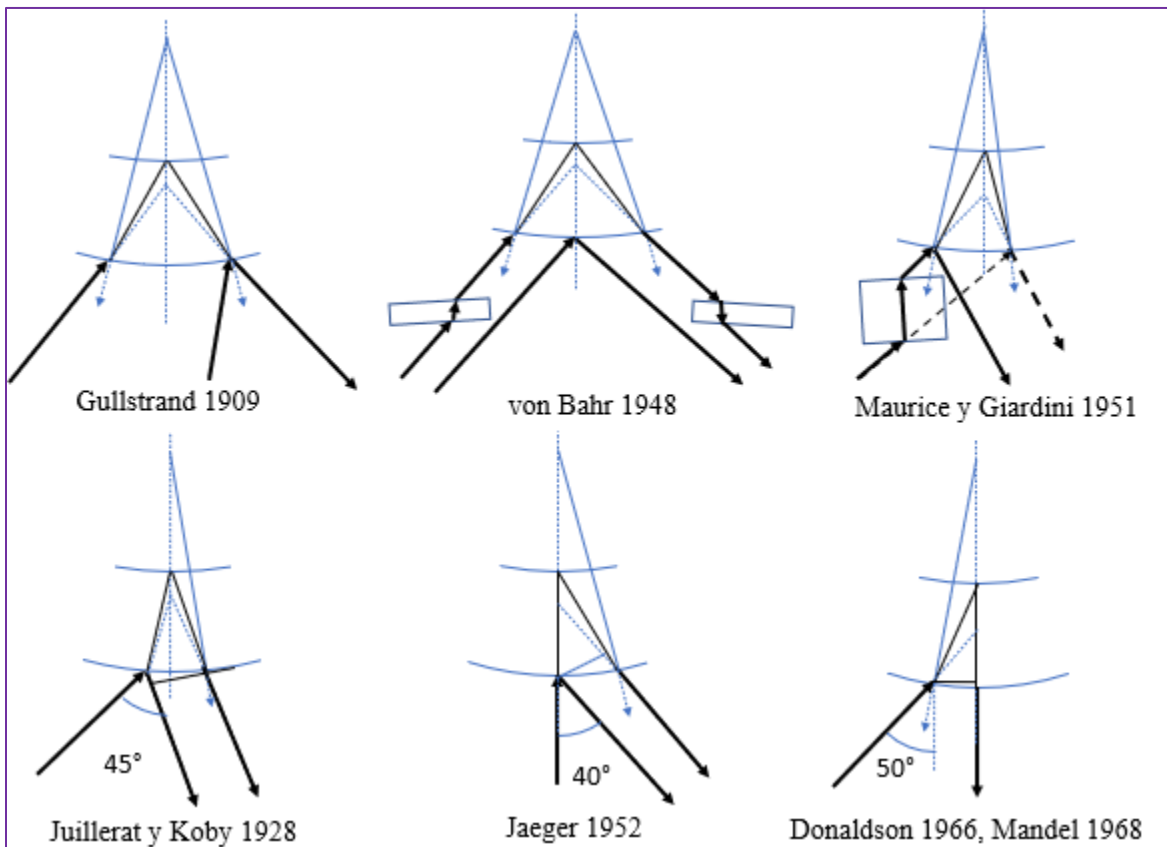


Figura 17. Parte superior: método de observación y alineación simultánea de dos reflejos, parte inferior: método de medición del espesor aparente, ambos utilizan la iluminación de la lámpara de hendidura, propuestos por varios autores.

Mientras que, para la observación y alineación de dos objetos simultáneos, tienen similitud con el método de Blix, se proyectan dos haces de luz, uno en la cara anterior de la córnea y el otro en la superficie posterior, de la geometría se determina el espesor, el inconveniente del método son las múltiples reflexiones [5, 33, 35]. Algunas

modificaciones al método de espesor aparente implican utilizar un par de placas plano-parallelas, se colocan, entre la córnea y el sistema de observación, se hace coincidir el epitelio y endotelio corneal visto a través del ocular, con una escala calibrada se determinan el espesor de la córnea [35].

2.2 Relación del espesor verdadero con el espesor aparente

En la Fig. (18), se observa un diagrama que relaciona los parámetros involucrados, cuando el sistema de iluminación y observación son oblicuos, en esta configuración se aprecia mejor el espesor aparente.

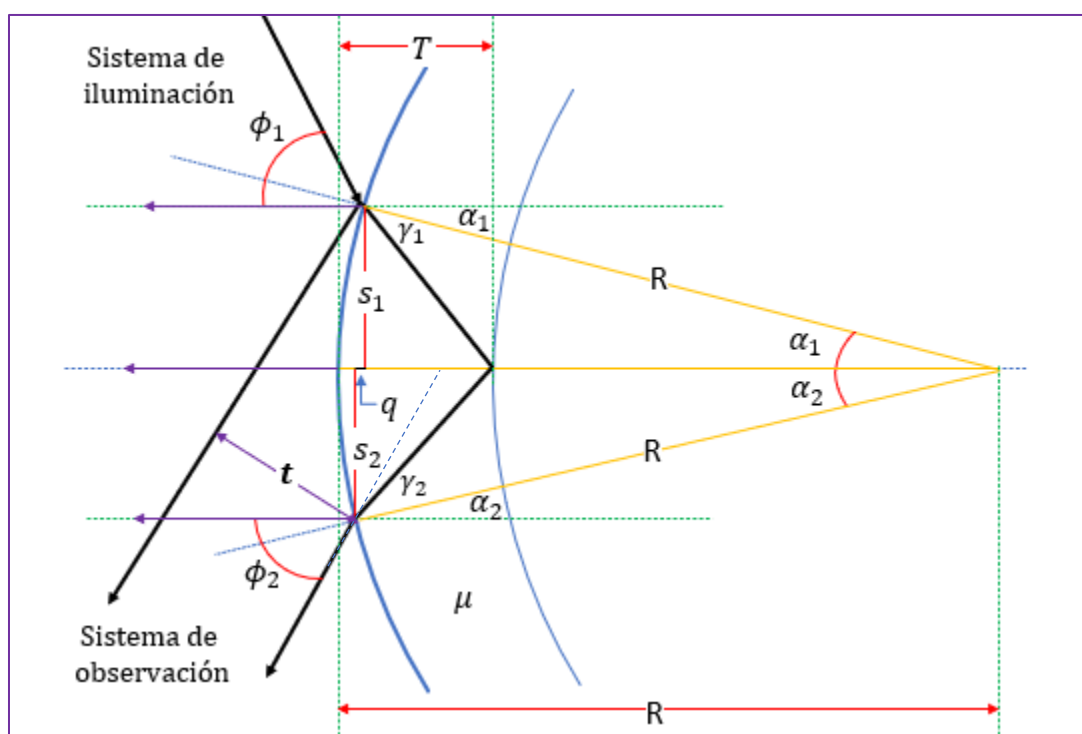


Figura 18. Método de iluminación y observación oblicua [34].

De la Fig. (18), R es el radio de curvatura de la superficie anterior, μ es el índice de refracción de la córnea, ϕ_1 y ϕ_2 son los ángulos de iluminación y observación respectivamente, T es el espesor verdadero, t es el espesor aparente (visto a través del microscopio); γ_1 y γ_2 son ángulos de refracción e incidencia del haz de luz en la primer interfase respectivamente. Las incógnitas α_1 y α_2 (ángulos que subtenden a la horizontal para la posición del punto de incidencia y salida del haz de luz en la primer

interfase de la córnea respectivamente) se relacionan con los parámetros q , s_1 y s_2 de la siguiente manera:

$$s_1 = R \operatorname{sen} \alpha_1 \quad (8)$$

$$s_2 = R \operatorname{sen} \alpha_2 \quad (9)$$

$$q = R \cos \alpha_2 - R \cos \alpha_1 \quad (10)$$

Para t se tiene la siguiente relación:

$$t = s_2 \cos \phi_2 + s_1 \cos \phi_2 - q \operatorname{sen} \phi_2 \quad (11)$$

Sustituyendo las Ecs. (8), (9) y (10) en (11), luego de un procedimiento algebraico, utilizando identidades trigonométricas se llega a la siguiente expresión:

$$t = R[\operatorname{sen}(\alpha_1 + \phi_2) - \operatorname{sen}(\phi_2 - \alpha_2)] \quad (12)$$

A partir de la Fig. (19), se deriva una expresión para T .

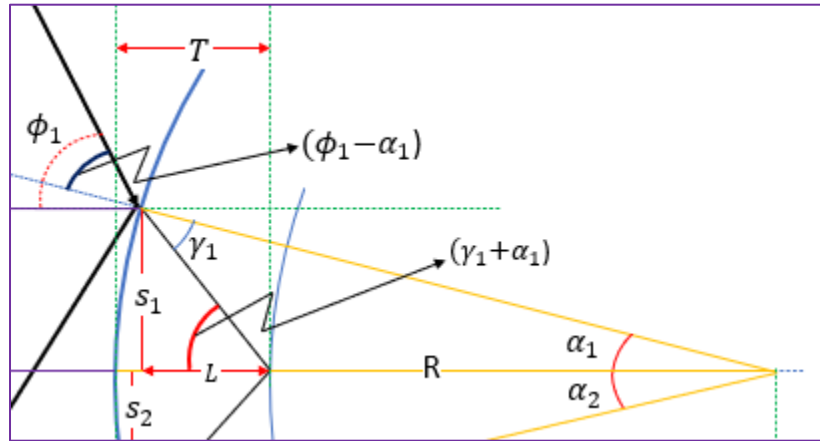


Figura 19. Diagrama para deducir T .

La relación entre s_1 , α_1 , T , γ_1 y R tenemos

$$L = T - (R - R \cos \alpha_1) \quad (13)$$

$$\tan \theta = \frac{s_1}{L} \quad (14)$$

Donde $\theta = (\gamma_1 + \alpha_1)$:

$$s_1 = (T - R + R \cos \alpha_1) \tan(\gamma_1 + \alpha_1) \quad (15)$$

De la ley de Snell $\mu \sin \gamma_1 = \sin(\phi_1 - \alpha_1)$ despejamos γ_1 , además, $s_1 = R \sin \alpha_1$ sustituyendo ambos en (15), tenemos:

$$R \sin \alpha_1 = (T - R + R \cos \alpha_1) \tan \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sin(\phi_1 - \alpha_1)}{\mu} \right) + \alpha_1 \right) \quad (16)$$

Despejando α_1 del lado izquierdo de Ec. (16), luego se puede hacer el mismo procedimiento para s_2 , se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\alpha_n = \sin^{-1} \left\{ \left(\frac{T}{R} - 1 + \cos \alpha_n \right) \tan \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sin(\phi_n - \alpha_n)}{\mu} \right) + \alpha_n \right) \right\} \quad (17)$$

Donde el subíndice n hace referencia para $n=1$ al haz de incidencia y $n=2$ al haz de salida de la luz en la primer interfase de la córnea respectivamente. De esta forma α_1 y α_2 son dos incógnitas que deben calcularse; como las α_n están implícitas, se recurre a métodos numéricos para obtenerlas [34, 36].

2.3 Método numérico de aproximaciones sucesivas

Para resolver las expresiones simultaneas (12) y (17), se recurre al siguiente método numérico. Supongamos que se busca la solución a la ecuación de la forma $f(x) = 0$ pero no existe una solución analítica que proporcione una expresión explícita para x . La base de la iteración es expresar esta ecuación en la forma: $x = g(x)$, se elige un valor semilla de x , suponemos que la estimación da un valor correcto, denotado por x_0 , después se determina otro valor x_1 , al sustituir x_0 , entonces tenemos la ecuación: $x_1 = g(x_0)$, la solución es mejor siempre que se cumpla un criterio de convergencia ($|g'(x)| < 1$). Este nuevo valor se utiliza para encontrar una mejor estimación, la solución al problema implica el uso de una solución aproximada x_i para encontrar una mejor solución de la ecuación $x_{i+1} = g(x_i)$, se debe tener en cuenta que, para un conjunto dado de ecuaciones hay un gran número valores y formas de $g(x)$ para realizar la iteración debe tenerse en cuenta que, algunos de estos valores pueden no

converger, y la solución puede oscilar (cuando $|g'(x)| \geq 1$) [34, 36, 37]. En tales casos, la oscilación, puede amortiguarse tomando el nuevo valor de la siguiente forma:

$$x_{i+1} = \frac{[g(x_i) + x_i]}{2} \quad (18)$$

El procedimiento repetido hasta que se obtenga un nivel satisfactorio de precisión. Para la Ec. (12), cuando se conoce ϕ_1 , ϕ_2 , T, R y μ , se propone un valor semilla para α_n , se itera hasta una tolerancia, el valor de α_n , se sustituye en la Ec. (12). De esa forma se puede saber dado un valor de T, el valor correspondiente t, como veremos más adelante, en la práctica ocurre al revés, lo que se puede medir es el valor de t y se quiere encontrar T. La rutina del método iterativo se programó en Matlab, la tabla 1, muestra el resultado, los valores semilla para $\alpha_1=0^\circ$ y $\alpha_2=50^\circ$.

2.4 Aproximación para relacionar el espesor verdadero con el aparente

En paquimetría óptica cuando el ángulo del sistema de iluminación y observación son oblicuos [ver Fig. (18)], no se puede relacionar directamente t con T; al hacer las suposiciones adecuadas se puede llegar a una relación del inverso del espesor verdadero con el inverso del espesor aparente como lo sugieren en [34]. En la Fig. (18) y (19), el espesor verdadero, se mide a lo largo de la normal en el punto de incidencia en la segunda superficie óptica. La derivación de una relación aproximada entre T y t se puede consultar en el apéndice B, se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{R}{T} \approx \frac{R}{t} (C_1 + C_2) \cos \phi_2 + \frac{k_1 + k_2}{(C_1 + C_2)} - \frac{1}{2} (C_1 - C_2) \tan \phi_2 \quad (19)$$

En esta expresión, $C_n = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 \csc^2(\phi_n) - 1}}$ y $k_n = C_n + \frac{C_n^3}{2} - C_n^4 \mu^2 \csc^2 \phi_n \cot \phi_n$. Solo se depende de los parámetros que si se pueden medir o se conocen, estos son el espesor aparente (t), radio de curvatura (R), índice de refracción (μ), el subíndice n=1 para el ángulo de iluminación (ϕ_1) y n=2 para el ángulo del sistema de observación (ϕ_2). Primero se resuelve el lado derecho de la Ec. (19), para C_n y k_n , luego se resuelve para T.

2.5 Comparación de la relación exacta y aproximada

La tabla 1 muestra el resultado de implementar una rutina en Matlab (versión estudiante 2021), se comparan t para la expresión exacta Ec. (12) y la relación aproximada Ec. (19), utilizando parámetros de una córnea promedio y una configuración de iluminación y observación no simétrico, también se muestra el error porcentual.

Tabla 1. Se calcula y compara el valor del espesor aparente exacto y aproximado, para varios valores del espesor verdadero, donde $\mu=1.376$, $R=7.8\text{mm}$, $\phi_1=40^\circ$, $\phi_2=30^\circ$.

T [mm]	t (exacto) [mm]	t (aproximado) [mm]	Error %
0.30	0.24113	0.24118	0.02
0.40	0.32262	0.3227	0.04
0.50	0.40466	0.40490	0.06
0.60	0.48724	0.48765	0.08
0.70	0.57036	0.57101	0.11
0.80	0.65401	0.65499	0.15
0.90	0.73817	0.73958	0.19

En la tabla 1, teóricamente dado un valor de T (rango de 0.3 a 0.9 mm), $\mu=1.376$, $R=7.8\text{mm}$, $\phi_1=40^\circ$, $\phi_2=30^\circ$ para la Ec. (17), los valores semilla propuestos para $\alpha_1=0^\circ$ y $\alpha_2=50^\circ$ luego, iterando para encontrar valores aceptables de α_1 y α_2 utilizados en la Ec. (12) se encuentra el valor correspondiente t exacto; utilizando la aproximación dada por la Ec. (19) se tiene un valor aproximado para t ; se muestra el error entre el valor de t exacto y t aproximado. La gráfica de la tabla 1, muestra una relación casi lineal; el error aumenta ligeramente a medida que aumenta el espesor verdadero, sin embargo, el error es mucho menor a 1%, por lo que, es aceptable la aproximación. En la práctica lo que se puede medir es t y se busca el valor correspondiente de T ; como ya se explicó en el apartado anterior, la Ec. (19) es la aproximación utilizada para determinar T .

En corneas humanas, el espesor varía del centro a la periferia en promedio de 0.5mm a cerca de 0.8mm; algunos instrumentos comerciales indican un rango de medición de 300 a 800 μ m. Para estimar el error al determinar el valor de T a partir de un valor de t y utilizando la aproximación dada por la Ec. (19), podemos utilizar el valor t exacto de la tabla 1 en dicha ecuación, el resultado y el error porcentual se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2. Se calcula y compara el valor del espesor calculado utilizando la Ec. (19), para diferentes valores teóricos del espesor aparente t (exacto) de la tabla1,

T [mm]	t [mm]	T (aproximado) [mm]	Error %
0.30	0.241	0.299	0.02
0.40	0.323	0.399	0.04
0.50	0.405	0.499	0.06
0.60	0.487	0.599	0.08
0.70	0.570	0.699	0.11
0.80	0.654	0.798	0.15
0.90	0.738	0.898	0.18

En las tablas 1 y 2 se muestra el resultado para un espesor teórico de T (0.3 a 0.9mm) que es el rango de espesores comúnmente encontrados [39].

2.6 Limitaciones

En este capítulo en las expresiones utilizadas, se toma que la córnea tiene forma esférica, es una superficie suave y la región donde se mide el espesor se asume que, el radio es constante. En una córnea real, el radio de curvatura varía del centro a la periferia, por lo que, al medir el espesor fuera del vértice se debe tener esa consideración. Además, en menor o mayor medida todas las corneas presentan algún grado de toricidad.



Capítulo 3

Desarrollo experimental

Para el arreglo experimental se requiere el uso de una lámpara de hendidura. El Laboratorio Nacional de Óptica de la Visión cuenta con una lámpara de hendidura que incluye, un microscopio con sistema de vídeo para adquisición de imágenes. Debido a la situación histórica de pandemia por COVID-19, no fue posible utilizar la lámpara de hendidura del laboratorio; tampoco fue posible montar un arreglo experimental en una mesa óptica; sin embargo, se tuvo acceso a una lámpara en desuso, donde le faltaba un segmento de tubo del brazo de iluminación, así como la fuente de iluminación, por lo que, se procedió a reacondicionarla para la parte del trabajo experimental. La lámpara de hendidura utilizada es de la marca Neitz SL-W/J.

Para probar el método se propuso evaluar una lente de contacto con parámetros semejantes a una córnea promedio, sin embargo, al principio del experimento no fue posible conseguirla, por lo que, el método primero se probó en una lente oftálmica de 65mm de diámetro; el fabricante indica solo la potencia total, en un material con índice de refracción (1.56), no se indican los radios de curvatura, por lo que éstos deben medirse. Posteriormente al avance del trabajo, fue posible solicitar a un fabricante nacional (laboratorios Lumilent) una lente de contacto de diámetro 12mm, en un material de polimetilmetacrilato con un índice de refracción (1.49) se diseñó con parámetros geométricos esféricos y espesor semejantes a una córnea promedio.

Para la adquisición de imágenes se adaptó una *webcam* al ocular del microscopio. Se implementó un algoritmo computacional para el procesamiento digitalmente la imagen de la que se mide el espesor aparente, con el que se determina el espesor

verdadero. Para facilitar la evaluación de las imágenes las rutinas de la programación fueron embebidas en una interfaz gráfica de usuario. Para verificar la calibración utilizamos una escala graduada en milímetros, haciendo uso de la implementación del algoritmo computacional se compara la medición obtenida con la escala. En caso de requerir un ajuste se puede realizar utilizando un patrón calibrado.

3.1 Características del arreglo experimental

Como ya se mencionó antes, la lámpara de hendidura cuenta con un sistema de iluminación y un sistema de observación [ver Fig. (20)], ambos, se encuentran montados en un mecanismo para poder proyectar el haz de luz, enfocar y observar nítidamente la imagen a través del microscopio sobre la superficie a evaluar [ver Fig. (21)].

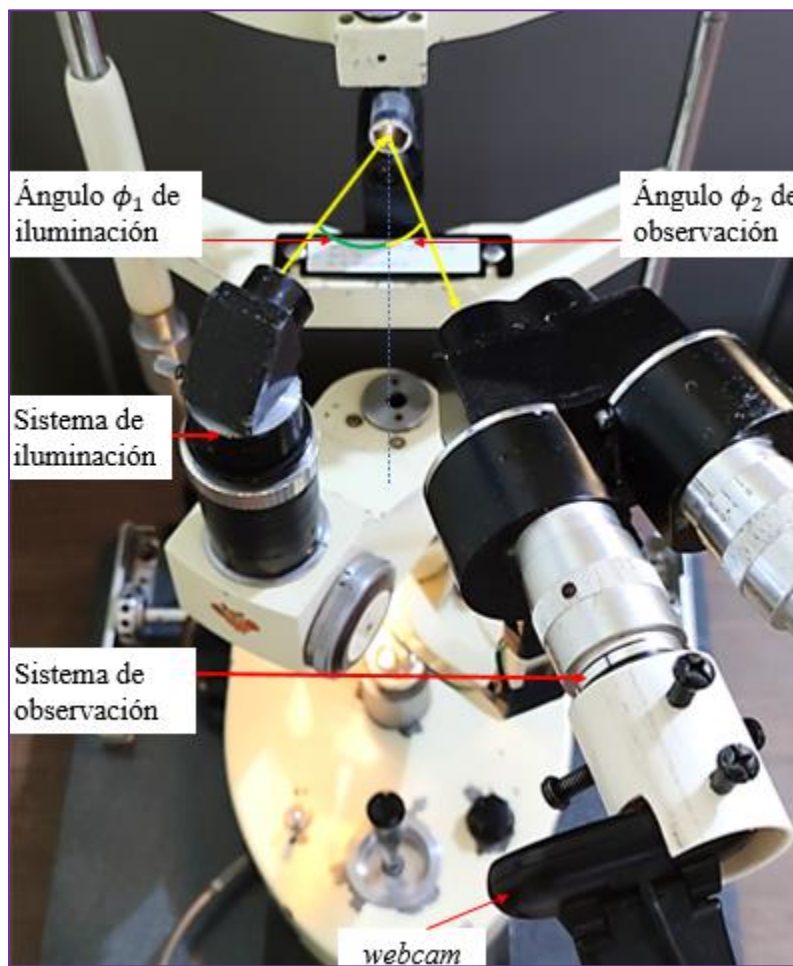


Figura 20. Vista superior del arreglo experimental, sistema mecánico con sus brazos de iluminación y observación.

En el sistema de observación (microscopio) se adaptó al ocular una *webcam*. Del arreglo experimental se debe establecer el ángulo de iluminación y observación, respecto a una línea imaginaria a incidencia normal.



Figura 21. Vista lateral del arreglo experimental.

Como se mencionó en la descripción de este capítulo, el instrumento estaba en desuso porque el foco del sistema de iluminación no servía y le faltaba un segmento del brazo de iluminación entre el diafragma y el foco, además el modelo de la figura 20 ya no se fabrica, por lo que, no es fácil conseguir accesorios o componentes, sin embargo, se logró conseguir el foco original y agregar un segmento de tubo al sistema de iluminación con lo que se consiguió desarrollar la parte experimental de este trabajo.

3.2 Determinación del ángulo de iluminación y observación

Al variar el ángulo de iluminación y observación, el tamaño del espesor aparente cambia, además cuando el sensor de la cámara coincide con los rayos reflejados especularmente por la lente se satura y no es posible determinar el espesor aparente, por lo que, al variar el ángulo de iluminación y observación se debe evitar la reflexión especular. La Fig. (22), muestra la trayectoria de los rayos reflejados y transmitidos para un ángulo de iluminación de $\phi_1=25^\circ$ y un ángulo de observación $\phi_2=10^\circ$. El haz de luz que sale del sistema de iluminación converge a un plano común al plano objeto para el microscopio para el microscopio.

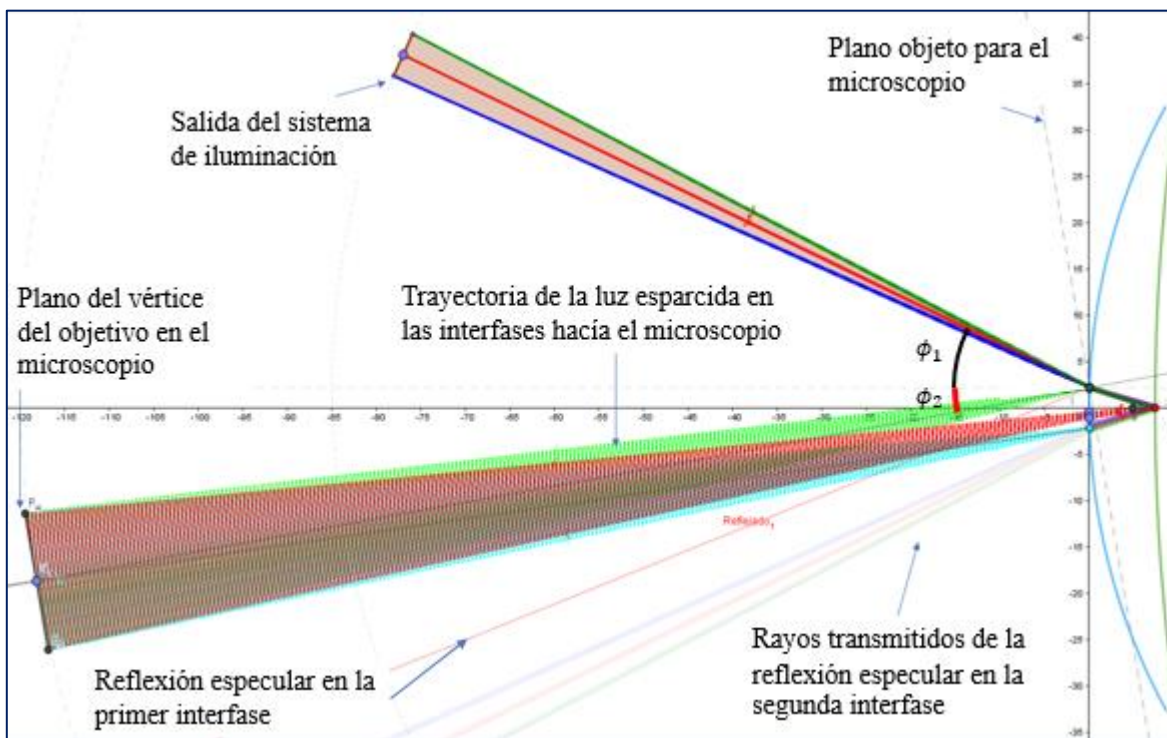


Figura 22. Diagrama para un ángulo de iluminación y observación de 25° y 10° respectivamente. La luz que llega al sistema de observación se debe al esparcimiento de la luz en las interfases ópticas, debe evitarse la reflexión especular.

En la Fig. (22). La luz que llega al microscopio y detectada por el sensor se debe a la luz esparcida en las interfases de la lente. En el arreglo experimental para medir el espesor aparente y evitar que el sensor se sature por la luz reflejada especularmente se debe establecer un ángulo de iluminación y observación; además, en las ecuaciones

descritas en el capítulo 2 otros parámetros que se requiere es el radio de curvatura y el índice de refracción del material.

3.3 Medición y verificación de parámetros

Para determinar el radio se puede utilizar algún método descrito en el capítulo 1 (ver subtema 1.2.1 Instrumentos para medir el radio de curvatura). Para la lente oftálmica conviene utilizar un esferómetro, mientras que, para la lente de contacto se utilizó un queratómetro. Primero se propuso verificar el radio de curvatura de la lente de contacto utilizando un radioscopio, no se tuvo acceso a uno, por lo que, adicionalmente al trabajo original propuesto, mientras se conseguía un queratómetro comercial se implementó un sistema de medición basado en el principio del queratómetro, utilizando dos leds adaptados a la lámpara de hendidura. Esto fue porque, teníamos la necesidad de verificar los parámetros, posteriormente se consiguió el queratómetro comercial (utilizado para medir el radio de curvatura de la córnea) con el que se comparó el resultado.

3.3.1 Implementación de un queratómetro

Para implementar un queratómetro, se utilizó como objeto un arreglo de leds en forma de barra [ver Fig. (23)]; se mide la separación de las fuentes led como el objeto y se mide la imagen reflejada de estos en la superficie de la lente, también se mide la distancia objeto, utilizando la Ec. (6) se obtiene el radio de curvatura. Adicionalmente se determinó el radio de curvatura a partir de medir la distancia imagen, utilizando la siguiente expresión:

$$R = -\frac{2S_i h_o}{h_i - h_o} \quad (20)$$

En la Ec. (20), R es el radio de curvatura, S_i es la distancia imagen medida desde el vértice de la superficie, h_o es el tamaño del objeto y h_i es el tamaño de la imagen.

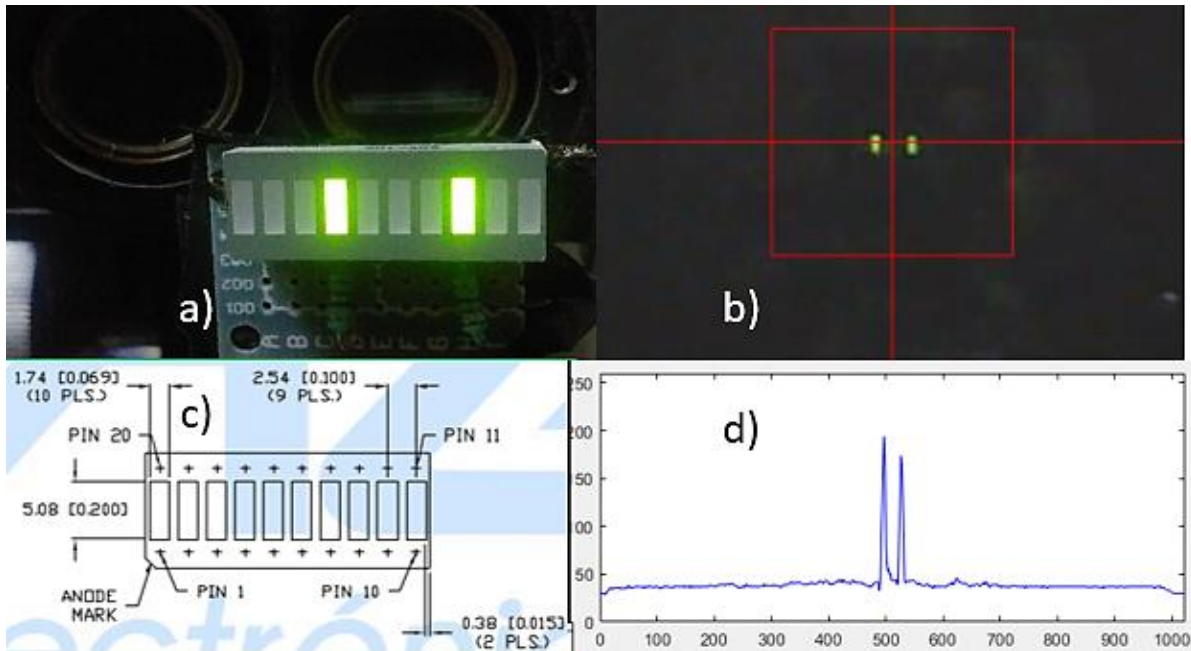


Figura 23. Implementación de un queratómetro a) barra de leds, b) imagen de los leds formada por la lente de contacto vista a través del microscopio, c) dimensiones de la barra de LEDS dadas por el fabricante, d) Es el perfil de intensidad de b).

Se evaluó la lente oftálmica y la lente de contacto utilizando las Ecs. (6) y (20), se compararon ambos resultados, también se calculan sus incertidumbres. El resultado se muestra en el siguiente capítulo.

3.3.2 Medición del radio de curvatura y otros parámetros

Con el esferómetro graduado en dioptrías, se puede determinar la potencia de cada superficie de la lente oftálmica. Luego, utilizando la Ec. (1), se determina el radio de curvatura, correspondiente (ver tabla 3).

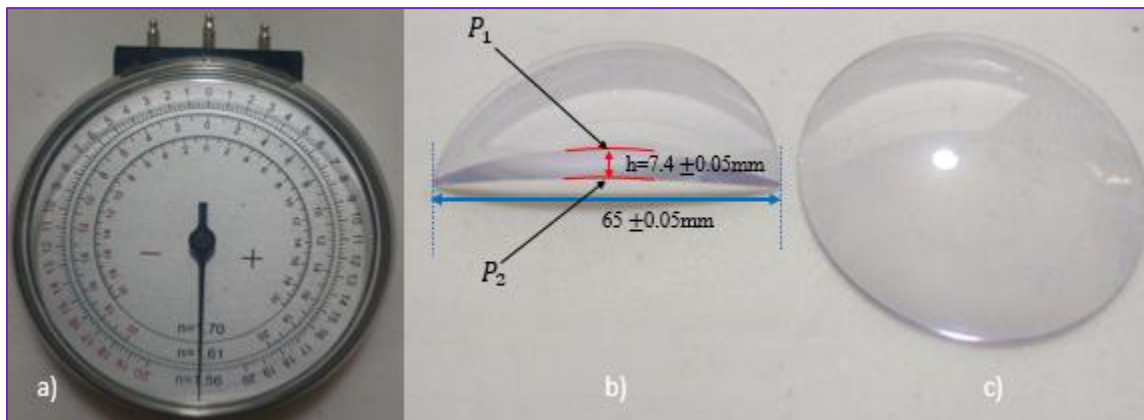


Figura 24. a) Esferómetro; b) Lente oftálmica recortada para medir directamente el espesor central; d) Lente oftálmica completa, con mismos parámetros que la lente de b).

Tabla 3. Parámetros de la lente oftálmica

Parámetro	Valor	δ
Potencia cara anterior (P_1)	8.50 D	$\pm 0.125 D$
Potencia cara posterior (P_2)	-2.50 D	$\pm 0.125 D$
Índice de refracción material	1.56	± 0.005
Radio anterior calculado	65.9 mm	$\pm 2.11 mm$
Radio posterior calculado	22.4 mm	$\pm 2.05 mm$
Espesor central	7.4 mm	$\pm 0.05 mm$
Diámetro	65.0 mm	$\pm 0.05 mm$

Se consiguió un par de lentes oftálmicas con los mismos parámetros de diseño, donde el fabricante proporciona el valor del índice de refracción del material ($n=1.56$). La potencia de vértice se verificó con un lensómetro (+6.00D), el diámetro de la lente (65mm). En una lente, a partir de un proceso de biselado se eliminó la mitad, para medir directamente el espesor central que es de $7.4 \pm 0.05 mm$ [ver imagen central, Fig. (24)] éste último valor será utilizado para determinar el error porcentual al utilizar el método de paquimetría óptica. Para el caso de la lente de contacto se diseñó su geometría [ver Fig. (25), a)], con valores similares a los radios de curvatura central, espesor y diámetro promedio de una córnea humana [3]. El material de fabricación es PMMA. Los parámetros de diseño y sus tolerancias se muestran en la tabla 4.

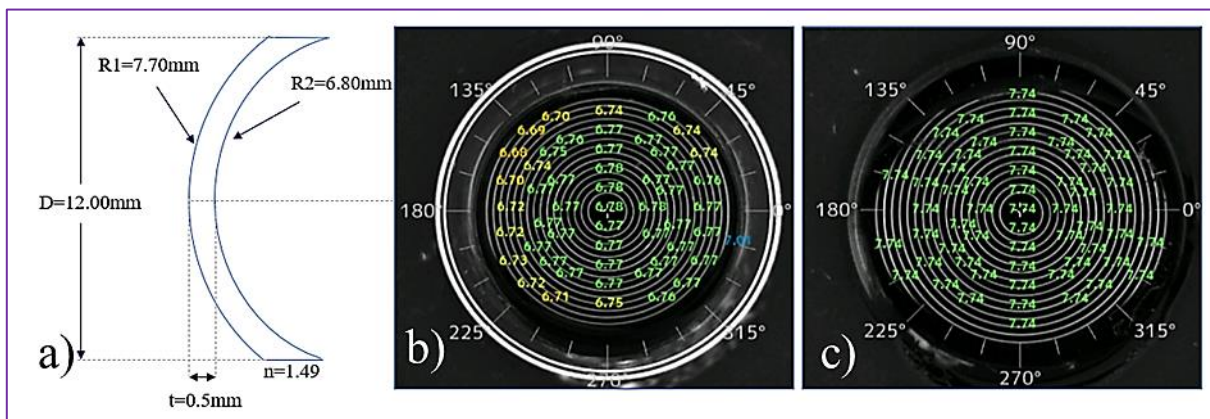


Figura 25. a) parámetros de diseño de la lente de contacto, b) datos del radio de curvatura cara posterior (R_2), c) datos del radio de curvatura anterior (R_1), ambas caras medidas con un topógrafo de anillos de Placido.

Para verificar los radios de curvatura de la lente de contacto, se tuvo acceso a un queratómetro conocido como tipo Bausch & Lomb y un topógrafo corneal con pantalla de anillos de Placido, marca Rexxam (Shin-Nippon). El resultado proporcionado por el topógrafo se muestra en la Fig. (25), para la superficie cóncava ($R2 = 6.78\text{mm}$ promedio) y convexa ($R1 = 7.74\text{ mm}$ promedio), en la tabla 4 se muestran los resultados.

Tabla 4. Parámetros de la lente de contacto

Parámetros de diseño		Verificación de parámetros		Verificación de parámetros	
Diseño esférico	Tolerancias	Parámetro superficie posterior (cóncava) (R2)	Radio [mm]	Parámetro superficie anterior convexa (R1)	Radio [mm]
R1 = 7.70mm	$\pm 0.02\text{mm}$	Nominal	6.80	Nominal	7.70
R2 = 6.80mm	$\pm 0.02\text{mm}$	$\pm 0.02\text{mm}$		$\pm 0.02\text{mm}$	
Diámetro = 12.0mm	$\pm 0.10\text{mm}$	Queratómetro $\pm 0.02\text{mm}$	6.74	Queratómetro $\pm 0.02\text{mm}$	7.70
Espesor = 0.50mm	$\pm 0.02\text{mm}$	Topógrafo $\pm 0.01\text{mm}$	6.78	Topógrafo $\pm 0.01\text{mm}$	7.74
Potencia = -7.62D	$\pm 0.125\text{D}$				

No se tuvo acceso a un medidor de espesores, para determinar el error absoluto, relativo y porcentual, se utilizó el valor nominal proporcionado por el proveedor, éste refiere $\pm 0.02\text{mm}$ de tolerancia en la fabricación.

3.4 Medición del espesor en lentes simples con lámpara de hendidura

Una vez que se tienen y han verificado parámetros de las lentes bajo prueba, primero se midió el espesor sin contacto en la lente oftálmica, posteriormente se midió la lente de contacto los resultados de la evaluación se muestran en el siguiente capítulo en el apartado de resultados.

A continuación, se describe el procedimiento que se realiza cuando se quiere medir el espesor con la lámpara de hendidura. La lente a evaluar se coloca como se observa en la Fig. (20), el sistema de iluminación se fija a un ángulo ϕ_1 , el haz de luz estrecho se proyecta verticalmente, cerca del vértice de la lente, donde previamente se colocó una marca de referencia [ver Fig. (26)].

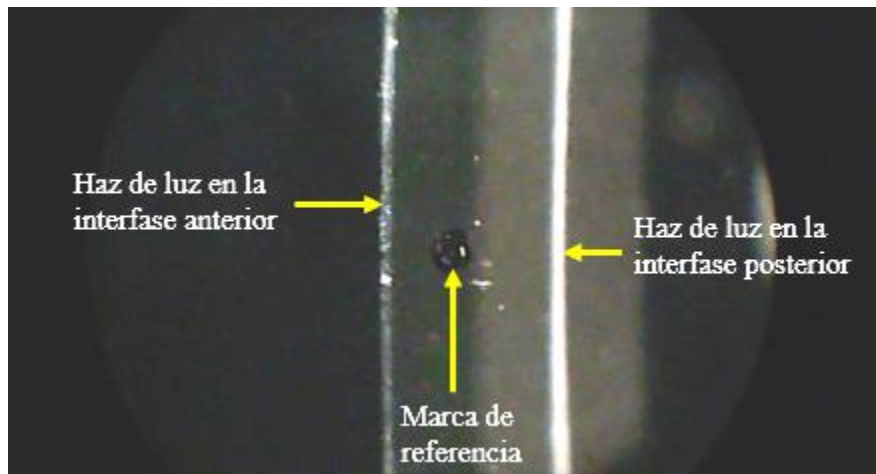


Figura 26. Imagen vista a través del microscopio, la luz de la lámpara se proyecta de manera vertical, cerca del vértice de la lente éste se indica con una marca de referencia.

El sistema de observación (microscopio + webcam), se colocó a un ángulo ϕ_2 . Como se explica en el apartado 3.2, se debe evitar la reflexión especular. La luz que llega al microscopio se debe a la luz esparcida en las superficies de la lente. De la imagen se determina directamente el espesor aparente.

3.4.1 Análisis y procesamiento de la imagen para determinar el espesor aparente

Para medir el espesor aparente, previamente habilitado el sistema de vídeo, se adquiere un fotograma de la lente a evaluar [ver Fig. (27) a)]. La imagen obtenida es en colores (formato RGB). Para la evaluación, se realiza el siguiente procedimiento:

1. Se transforma la imagen de colores a escala de grises [ver Fig. (27)], utilizando el algoritmo `rgb2gray` de Matlab lo que permite disminuir el tiempo de procesamiento de las imágenes.

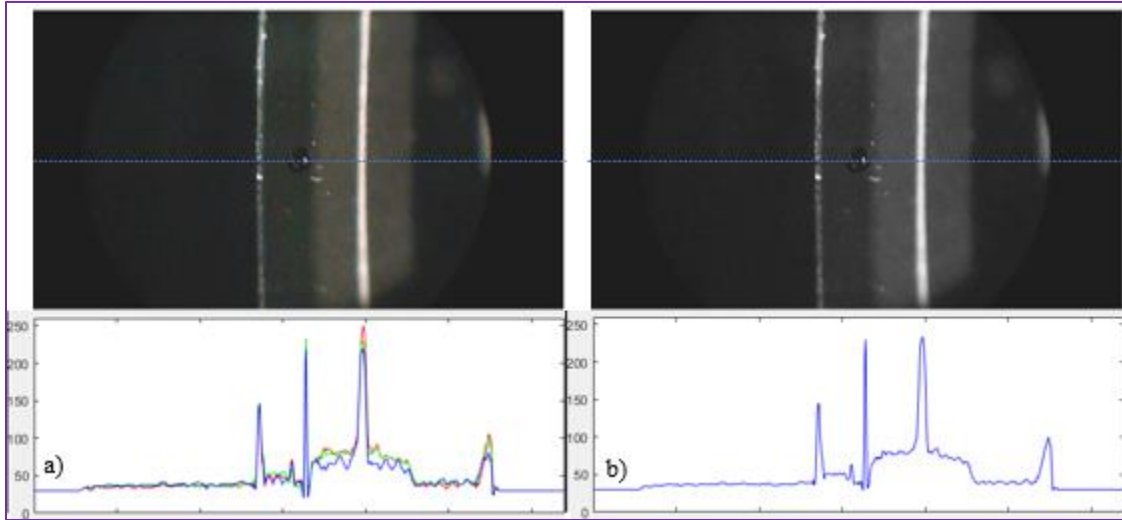


Figura 27. a) Imagen RGB y su perfil de intensidad a lo largo de la línea azul punteada, b): imagen en escala de grises y su perfil de intensidad a lo largo de la línea punteada.

2. Se selecciona la Región de Interés (ROI). Para entender este paso, es importante observar el perfil de intensidad obtenido a lo largo de la línea azul en la Fig. (27). En el perfil, se aprecian cuatro picos de mayor intensidad bien definidos: el primero corresponde al haz de luz proyectado en la primer interfase de la lente; el segundo presenta mayor intensidad que el primero y es consecuencia de la luz esparcida en una partícula de polvo que se encuentra sobre la primer superficie, por lo que, se considera ruido; el tercer pico corresponde a la luz del haz de hendidura en la segunda superficie de la lente, el último pico de intensidad corresponde a ruido de luz reflejada del ambiente. Para evitar el último pico se puede seleccionar una ROI o se puede umbralizar la imagen si se conoce el valor de intensidad máximo del ruido correspondiente, esto es útil cuando no se afecta a los demás picos de intensidad.

3. Se umbraliza la imagen para resaltar los perfiles de intensidad. En la Fig. (28), a partir de la imagen en escala de grises, se elige una región de interés y se umbraliza (utilizando un valor de 100 en una escala de 0 a 255) lo anterior permite delimitar la zona de evaluación y eliminar ruido. Luego de umbralizar la imagen, los perfiles de intensidad asociados han cambiado:

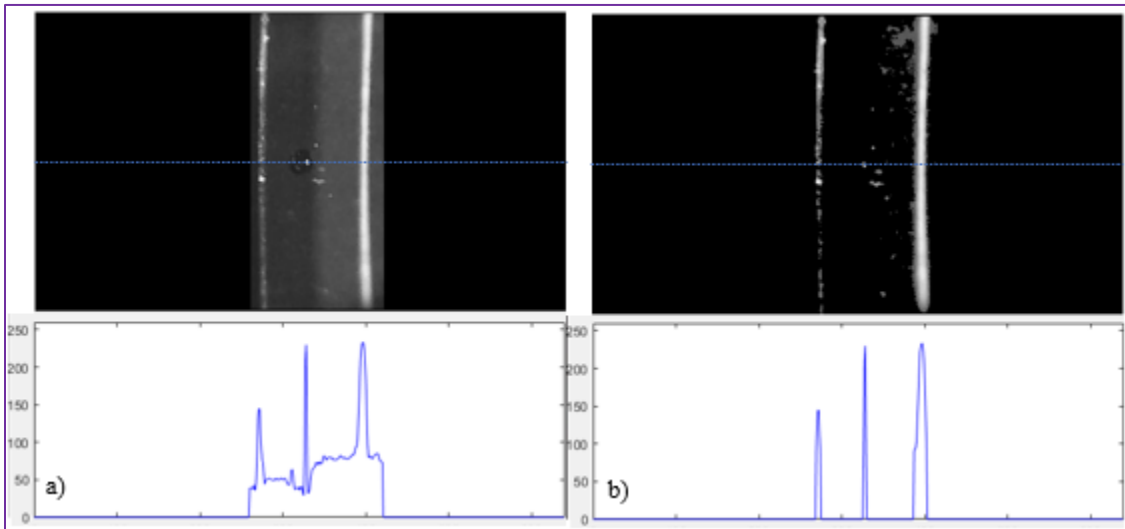


Figura 28. a) región de interés, b) imagen umbralizada (utilizando un valor de 100 de una escala de 0 a 255), ambas imágenes presentan su perfil de intensidad.

4. Un filtro aplicado a la imagen procesada se utiliza para suavizar variaciones a lo largo del perfil de intensidad; además, se atenúan valores de intensidad, esto se debe al emborronamiento de la imagen; la Fig. (29) muestra un ejemplo de dos filtros (1 gaussiano, 2 promedio), utilizados en procesamiento digital de imagen.

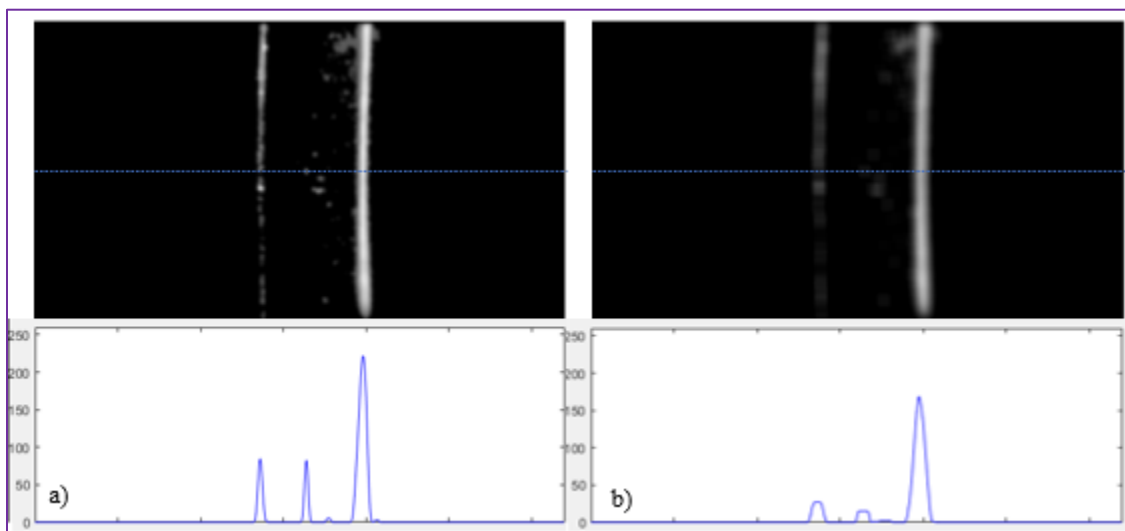


Figura 29. a) filtro gaussiano, b) filtro promedio, ambos aplicados a la imagen umbralizada, por separado.

En la Fig. (29), a), el perfil de intensidad del segundo pico se ha atenuado; esto se debe a que, previamente se umbralizó la imagen y al aplicar el filtro promedio, los pixeles vecinos a la región tienen valor de intensidad nulo. Se puede volver a

umbralizar para eliminar la curva de intensidad central. Después se puede aplicar un filtro gaussiano, lo que permite identificar fácilmente los máximos de intensidad en los picos asociados a la proyección del haz de luz en la cara anterior y posterior de la lente [ver Fig. (30)].

5. Se determina la posición en píxeles del valor máximo de intensidad. Una vez que se obtiene un perfil de intensidad a lo largo de una línea horizontal, a la altura de la zona central, se determina la posición en píxeles del valor máximo de intensidad utilizando un criterio de cambio de signo de la pendiente del perfil de intensidad, que, consiste en determinar la diferencia en intensidad entre píxeles vecinos a lo largo de la línea del perfil; el cambio de signo indica cambio de la pendiente, por lo que, se ubica el píxel anterior al cambio de signo como la ubicación del máximo de intensidad en cada pico del perfil.

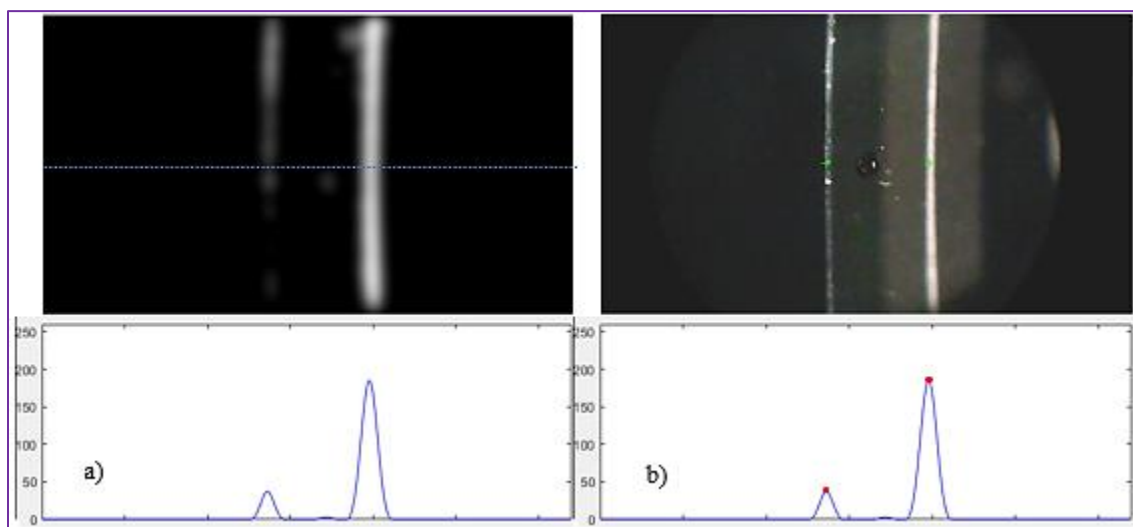


Figura 30. a) filtro gaussiano aplicado a la imagen umbralizada, b) se indica en color rojo la posición del valor máximo de intensidad utilizando un criterio de cambio de la pendiente.

6. Se transforma la distancia en píxeles a unidades de milímetro. Después de determinar la separación en píxeles del haz de luz proyectado en las superficies de la lente [ver Fig. (30) b)], conociendo del tamaño de un píxel en milímetros, se transforma la distancia en píxeles a unidades de milímetros.

7. Se calcula el espesor verdadero por el método descrito en el apartado (2.4 Aproximación para relacionar el espesor verdadero con el aparente). Haciendo uso del algoritmo computacional para la Ec. (19), que, relaciona los parámetros conocidos (radio de curvatura anterior, índice de refracción, ángulos de iluminación y observación con el espesor aparente medido) se calcula el espesor verdadero.

3.4.2 Implementación de una interfaz gráfica de usuario

Una vez desarrolladas las rutinas correspondientes para la adquisición y procesamiento de la imagen, así como, las rutinas para determinar el espesor aparente y el espesor verdadero, descritas anteriormente. Éstas se embebieron en una Interfaz Gráfica de Usuario (IGU). Matlab cuenta con dos formas para el desarrollo de IGU, la primera es utilizando el entorno de desarrollo (guide), la segunda es implementar cada figura, ejes y botones, utilizando código .m, para este trabajo se optó por desarrollar el código de cada botón y su rutina correspondiente. En la Fig. (31) se muestra la interfaz gráfica de usuario.

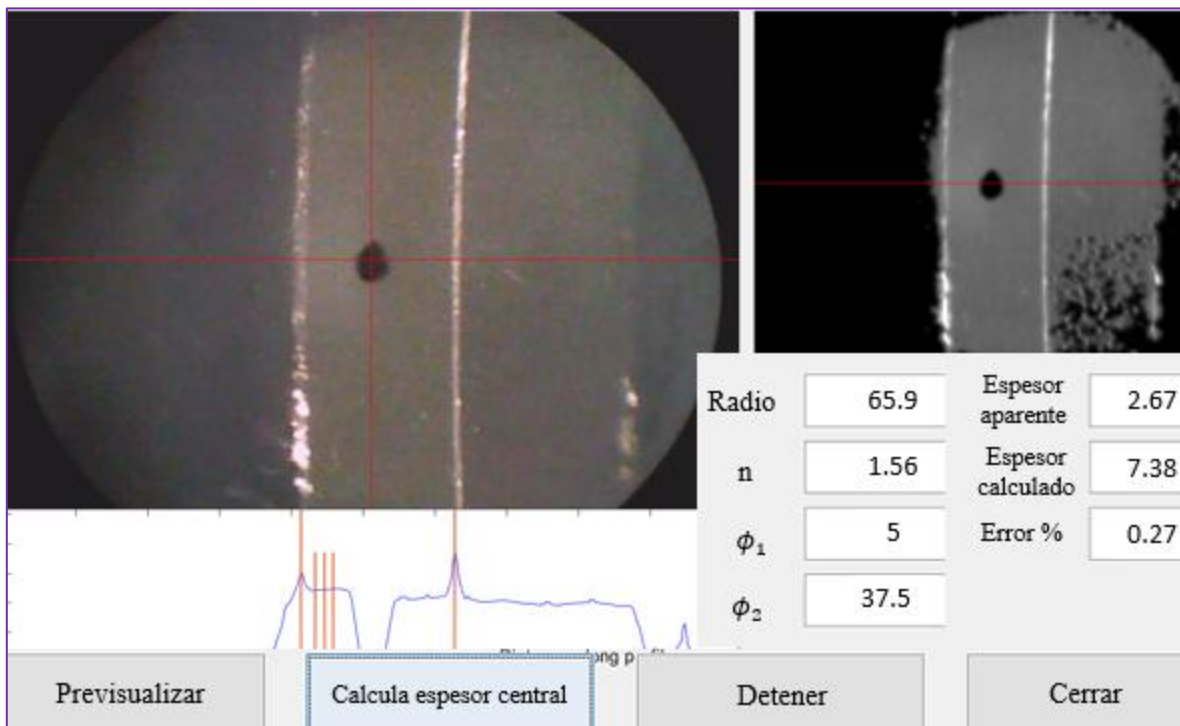


Figura 31. Primer versión de la Interfaz Gráfica de Usuario, se colocaron botones y casillas para editar datos de interés. Las unidades del radio de curvatura y espesores están en unidades de mm y los ángulos en grados.

En la figura anterior. El recuadro mayor presenta el fotograma seleccionado; en un recuadro de menor tamaño (a la derecha, parte superior) se presenta la imagen en escala de grises ya umbralizada; en otro espacio se muestra el perfil de intensidad evaluado, en este ejemplo, se observa la ubicación de los cambios de pendiente del perfil cuando el valor de intensidad >100 , para esta primer versión se indica al programa que solo muestre y determine la separación entre el primer y último pico de intensidad de la región central evaluada.

La versión básica de la IGU contiene cuatro botones: al seleccionar el primer botón, la rutina interna activa la función para habilitar el sistema de vídeo. El segundo botón (calcula espesor central) contiene las rutinas descritas anteriormente; al seleccionarlo, se adquiere un fotograma de la secuencia de vídeo y en automático calcula el espesor (previamente se deben declarar los valores de ϕ_1 , ϕ_2 , n , R , en las casillas correspondientes); el resultado se despliega en una casilla (Espesor calculado). El tercer botón (Detener), contiene rutinas para pausar el sistema de vídeo. El último botón cierra la ventana principal y apaga el sistema de vídeo.

Posteriormente se agregó un menú y sus correspondientes submenús, para poder manejar las imágenes adquiridas; se puede guardar la imagen evaluada. También se agregaron rutinas para habilitar el buscador de archivos de Windows, así poder abrir alguna imagen capturada previamente y localizada en algún dispositivo de almacenamiento como el disco duro interno, una unidad externa como otro disco duro o una memoria USB. Otro submenú contiene rutinas para procesamiento de la imagen; esto incluye recorte de la región de interés (ROI), conversión de la imagen de color a escala de grises, aplicación de filtros gaussiano y promedio, mejora en contraste, detección de bordes, umbralización, entre otras botones y rutinas, para su posterior aplicación.

3.5 Calibración

Es la comparación de los valores obtenidos con un instrumento, respecto a un patrón de referencia. Como en todo instrumento, se requiere realizar la calibración, para hacerlo, propusimos evaluar una escala metálica graduada en milímetros. La Fig. (32), muestra un ejemplo de la medición en una imagen de la escala y la región de interés evaluada. El procedimiento se realizó para varias regiones, utilizando la forma descrita en (3.4.1 Análisis y procesamiento de la imagen para determinar el espesor aparente).

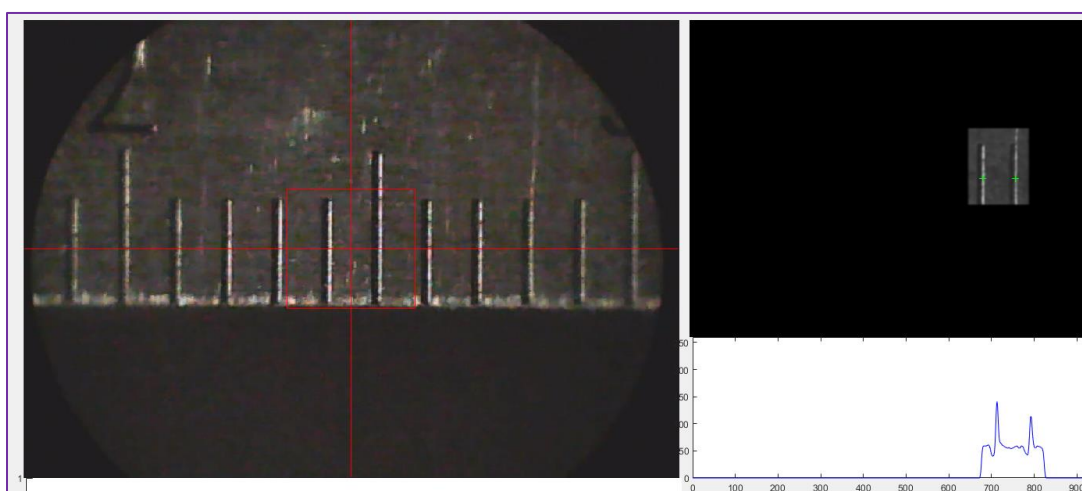
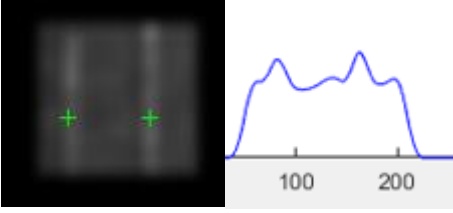
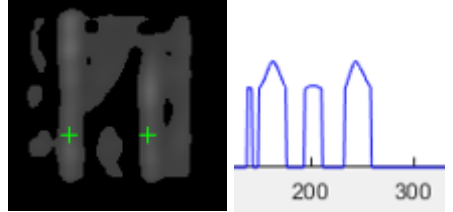
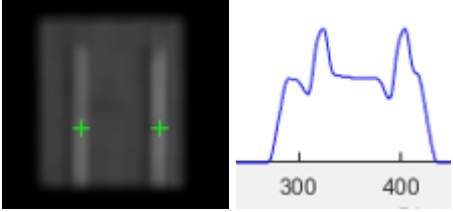
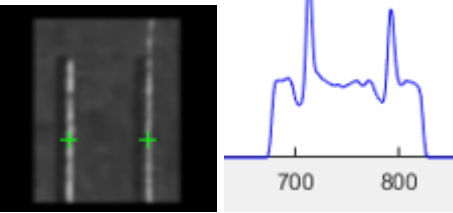


Figura 32. Escala graduada en milímetros, se evaluaron diferentes regiones de interés, se mide la distancia a lo largo de la línea roja horizontal, para éste ejemplo $1.006 \pm 0.006 \text{mm}$.

En la tabla 5 se muestra los resultados al medir la distancia de separación entre dos líneas consecutivas de la escala separadas una distancia de un milímetro, la comparación se realizó evaluando diferentes regiones, en cada imagen se aprecia su perfil de intensidad correspondiente. En principio la calibración se debe realizar con un patrón de referencia calibrado, pero no se tiene uno y en su lugar se utilizó la escala metálica; en las regiones evaluadas y después del procesamiento de la imagen el mejor resultado es en el que se define mejor los picos del perfil de intensidad [ver Tabla 5. Última imagen].

Tabla 5. Resultados, al medir la separación de cada línea de la escala en diferentes regiones.

Región de interés y la ubicación de su perfil de intensidad	Distancia [mm] ($\pm 0.006\text{mm}$)
	1.045
	1.032
	1.019
	1.006

En la tabla anterior los valores obtenidos varían en las dos últimas cifras menos significativas, la variación puede deberse a una posible desalineación (ligera inclinación respecto al plano de enfoque) de la escala o algún efecto de distorsión, la iluminación e incluso defectos en la fabricación de la escala pueden influir en la medición. Una vez que se verifica la calibración, en caso de que los valores tengan un valor fuera del esperado, se puede ajustar la relación de píxeles por milímetro para mejorar la medición. Para medir el espesor aparente se evalúa la región central; para este caso los resultados son aceptables y deben compararse utilizando un patrón calibrado o un retículo de microscopio graduado en milímetros.



Capítulo 4

Resultados experimentales

En este capítulo se presentan y discuten los resultados experimentales al determinar sin contacto el espesor central en lentes simples. Primero se muestra el resultado de medir el radio de curvatura (parámetro necesario en la evaluación) con un esferómetro, se compara el resultado con el método descrito en el apartado 3.3.1 del capítulo anterior, se muestran sus incertidumbres y el error relativo porcentual. Luego de verificar el radio, se muestran los primeros resultados para determinar el espesor central verdadero de la lente oftálmica, primero, utilizando una hoja milimétrica. Consecutivamente con el desarrollo de la interfaz gráfica de usuario al automatizar el procesamiento de la imagen y las rutinas descritas en los capítulos 2 y 3 se muestra el resultado obtenido. Posteriormente se muestran los resultados de evaluar una lente simple con parámetros semejantes a una córnea humana promedio. En el apartado de discusión se muestra el resultado de evaluar la lente de contacto utilizando otra cámara, posteriormente se muestra el resultado de evaluar otra lente de contacto que solo difiere en el espesor. Finalmente se muestra algunas consideraciones al pretender evaluar una córnea real.

4.1 Radios de curvatura

El radio de curvatura es un parámetro involucrado en la Ec. (19), por lo que, se debe conocer o medirse, incluso éste se debe verificar. Como se explicó en el capítulo anterior, al principio de este trabajo no se tenía acceso a un dispositivo para verificar o comparar la medición del radio de curvatura en lentes pequeñas; el esferómetro es útil en lentes oftálmicas ya que el diámetro es mayor a la separación de sus puntas

fijas, mientras que, el queratómetro se puede utilizar en lentes pequeñas. El resultado de evaluar la lente oftálmica y la de contacto, se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 6. Resultados de medir el radio de curvatura en la lente oftálmica y lente de contacto.

Parámetro Radio de curvatura	Lente oftálmica [mm]	Error %	Lente de contacto [mm]	Error %
(esferómetro) y Ec (1) [mm]	65.9 ±2.11	----	7.70 ±0.02 (nominal)	----
(queratómetro led) Ec (6) [mm]	64.3 ±2.42	2.42	7.55 ±0.21	1.94
(queratómetro led) Ec (20) [mm]	71.4 ±2.09	8.34	8.31±0.11	7.92

De la tabla 6, cuando se utiliza la Ec. (6), para evaluar la lente oftálmica, así como la lente de contacto, el error porcentual es menor en ambos casos; para calcular el error porcentual, en el caso de la lente oftálmica se utilizó el valor obtenido con el esferómetro (65.9mm ±2.11mm); para el caso de la lente de contacto se utilizó el valor nominal reportado por el fabricante (R1=7.70±0.2mm). Mientras que, las incertidumbres calculadas son semejantes en ambos casos. Para la Ec. (20) el error porcentual es mayor.

4.2 Análisis de incertidumbre

Como ya se explicó antes, el queratómetro fue implementado para medir el radio de curvatura de la lente de contacto, se calcularon sus incertidumbres, los resultados se muestran en las siguientes tablas:

$$\delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial S_o} \right| \delta S_o + \left| \frac{\partial R}{\partial h_o} \right| \delta h_o + \left| \frac{\partial R}{\partial h_i} \right| \delta h_i \quad (21)$$

Tabla 7. Incertidumbres en Ec. (6)

So [mm]	96.7	ho [mm]	10.16	hi [mm]	0.382	
± δSo (mm)	0.05	± δho (mm)	0.10	± δhi (mm)	0.012	
$\left \frac{\partial R}{\partial S_o} \right $	0.04	$\left \frac{\partial R}{\partial h_o} \right $	0.08	$\left \frac{\partial R}{\partial h_i} \right $	0.26	
R (mm)	7.55					
δR (mm)	0.21					

Tabla 8. Incertidumbres en Ec. (20).

S_i [mm]	0.40	h_o [mm]	10.16	h_i [mm]	0.382
$\pm \delta S_i$ (mm)	0.05	$\pm \delta h_o$ (mm)	0.10	$\pm \delta h_i$ (mm)	0.012
$\left \frac{\partial R}{\partial S_i} \right $	0.104	$\left \frac{\partial R}{\partial h_o} \right $	0.0003	$\left \frac{\partial R}{\partial h_i} \right $	0.001
R (mm)	8.31				
δR (mm)	0.11				

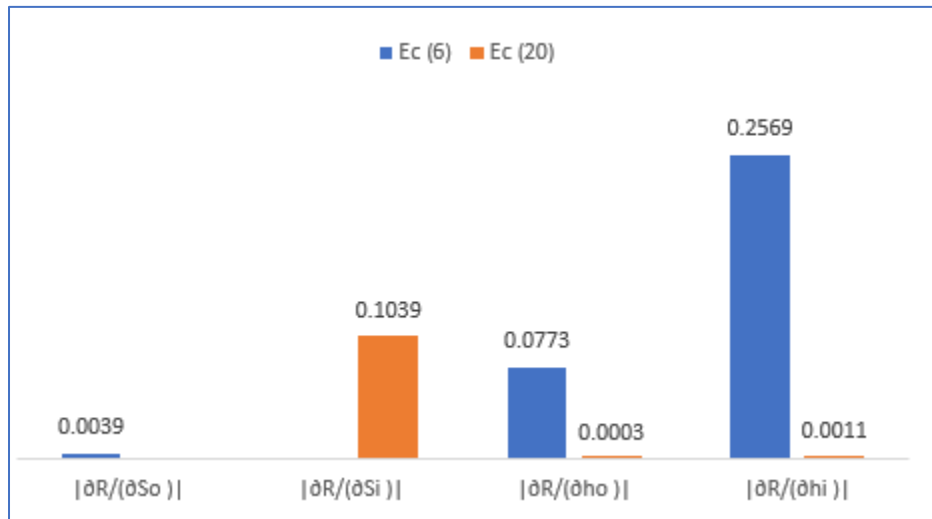


Figura 33. Magnitud de las derivadas calculadas para los parámetros S_o, S_i, h_o, h_i .

En las tablas 7 y 8 se reportan los valores de las incertidumbres para los parámetros S_o, S_i, h_o, h_i , utilizados en las Ecs. (6) y (20). En la Fig. (33), se grafica la magnitud de la derivada respecto a cada parámetro; para la Ec. (6) la imagen se debe medir con mayor precisión, luego el tamaño del objeto, mientras que para la Ec. (20) la distancia imagen fue determinada utilizando un vernier con una incertidumbre del instrumento de $\pm 0.05\text{mm}$, por lo que, se debe tener cuidado al medir la distancia imagen, ésta se debe medir con mejor resolución y precisión, en su lugar se debe utilizar un tornillo micrométrico para mejorar la medida y así disminuir el error. Aunque las medidas se acercan al valor nominal ($R=7.70\pm 0.02\text{mm}$), el error debería ser menor a 1% para ser comparable con un queratómetro comercial [38, 39].

4.3 Espesor central de la lente oftálmica simple

En las primeras mediciones que se realizaron para la lente oftálmica, se colocó una hoja milimétrica en el plano objeto del microscopio, de la que se adquiere una imagen bien enfocada, después, se retira la hoja milimétrica y se coloca la lente oftálmica con el vértice en el centro de giro (plano objeto del microscopio [ver Fig. (12)]), el haz de luz de la lámpara de hendidura se proyecta verticalmente cerca del vértice de la lente, el microscopio está centrado y enfocado en la superficie anterior de la lente; utilizando la *webcam* se adquiere la imagen a evaluar.

En la Fig. (34) se muestra 3 imágenes obtenidas y evaluadas cuando el ángulo del sistema de iluminación es fijo ($\phi_1=25\pm 2.5^\circ$), mientras se varía el ángulo del sistema de observación (22.5° , 27.5° , y $42.5^\circ \pm 2.5^\circ$). Para medir la distancia del espesor aparente, se sobrepone la hoja milimétrica con un nivel de transparencia (50%), se mide la separación del haz proyectado entre la primer y segunda superficie, el resultado se muestra en la tabla 9.

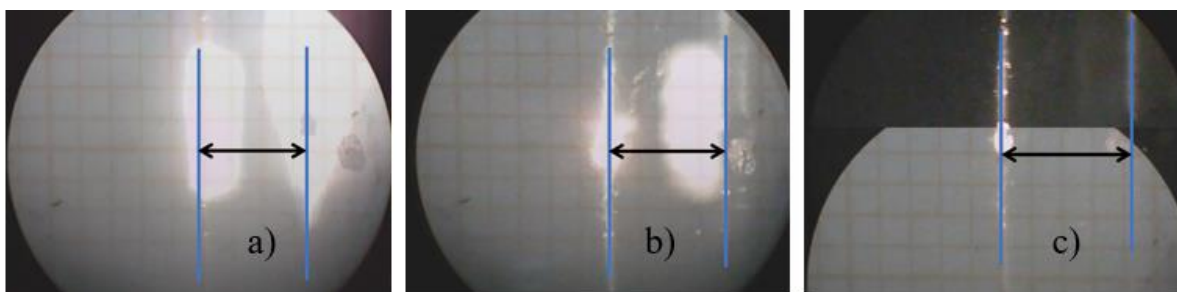


Figura 34. Primeras imágenes evaluadas de la lente oftálmica a) $\phi_2 22.5 \pm 2.5^\circ$ b) $\phi_2 27.5 \pm 2.5^\circ$ c) $\phi_2 42.5 \pm 2.5^\circ$, en los tres casos $\phi_1 25 \pm 2.5^\circ$.

En la Fig. (34), a) y b) se observa el haz de luz proyectado, así como la luz reflejada especularmente, debido a que los ángulos de iluminación y observación son parecidos, lo que dificulta la medición, aun así, se trató de estimar la posición de la luz proyectada en las interfases de la lente. En c) de la Fig. (34), debido a que se evita la reflexión especular se aprecia la luz esparcida en las interfases y utilizando la hoja milimétrica se determina el espesor aparente, luego se determina el espesor verdadero. El procedimiento anterior es posible, debido a que, la hoja milimétrica y la imagen obtenida del haz proyectado en la lente, son del mismo tamaño en píxeles, por lo que,

la hoja milimétrica se utiliza para determinar cuántos píxeles se tiene por milímetro, además, ambas imágenes fueron adquiridas con el mismo sistema óptico.

Tabla 9. Parámetros medidos y resultado de calcular el espesor verdadero de la lente oftálmica utilizando la hoja milimétrica.

	ϕ_1 [°]	ϕ_2 [°]	μ	R [mm]	t [mm]	T_n [mm]	T_c [mm]	e %
a)	25±2.5	22.5±2.5	1.56±0.005	65.9 ± 2.11	≈ 3.5 ± 0.5	7.4 ± 0.5	7.7	4.2
b)	25±2.5	27.5±2.5	1.56±0.005	65.9 ± 2.11	≈ 3.8 ± 0.5	7.4 ± 0.5	7.6	2.7
c)	25±2.5	42.5±2.5	1.56±0.005	65.9 ± 2.11	≈4.25±0.5	7.4 ± 0.5	7.3	1.4

En la tabla anterior, T_n se refiere al espesor nominal, T_c es el espesor calculado, el error porcentual ($e\%$) difiere para cada medición, debido a que, en las imágenes en a) y b) de la Fig. (34) no se puede determinar con buena precisión la posición de la luz proyectada en las caras de la lente; para el caso c) es posible determinar con buena precisión las posiciones del haz de luz de la lámpara en las interfaces ópticas. Aún con éstas dificultades utilizando una hoja milimétrica se hace una buena estimación.

Con la finalidad de mejorar la evaluación y automatizar el proceso de medición, se desarrolló una interfaz gráfica de usuario, ver Fig. (35), que contiene las rutinas descritas en el capítulo anterior de este trabajo.

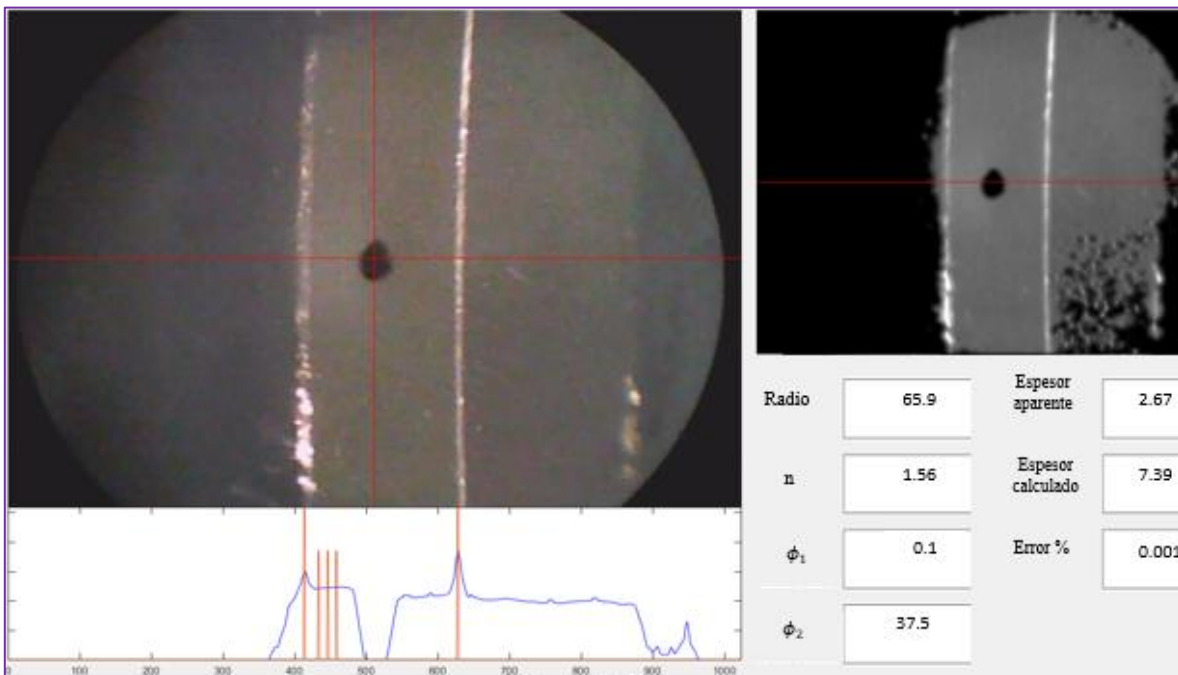


Figura 35. Interfaz gráfica de usuario, se muestra la imagen adquirida de la lente oftálmica y procesada, del perfil de intensidad se obtiene la separación del haz de luz, con las rutinas implementadas se calcula el espesor verdadero. Las unidades del radio de curvatura y espesores están en mm y los ángulos en grados.

La Fig. (35), muestra el resultado para la lente oftálmica. La tabla 10 muestra los parámetros utilizados para medir el espesor aparente y el resultado al determinar el espesor verdadero:

Tabla 10. Parámetros medidos y resultado del cálculo del espesor real de la lente oftálmica por procesamiento de la imagen

ϕ_1 [°]	ϕ_2 [°]	μ	R [mm]	t [mm]	T_n [mm]	T_c [mm]	e %
0.10 ± 2.5	37.5 ± 2.5	1.56 ± 0.005	65.9 ± 0.01	2.67 ± 0.006	7.4 ± 0.05	7.39	0.001

La principal mejoría es que se implementa el método utilizado para determinar la separación de los máximos del perfil de intensidad, basado en el cambio de signo de la pendiente (ver 3.4.1 Análisis y procesamiento de la imagen para determinar el espesor aparente), con lo que, se evita el uso de la hoja milimétrica, por lo que, en la tabla 10 se observa un mejor resultado del espesor calculado.

4.4 Espesor central de una lente de contacto rígida

La Fig. (36), muestra la ventana de la IGU, la imagen adquirida y la imagen procesada para obtener el perfil de intensidad, con el que se determina el espesor aparente.

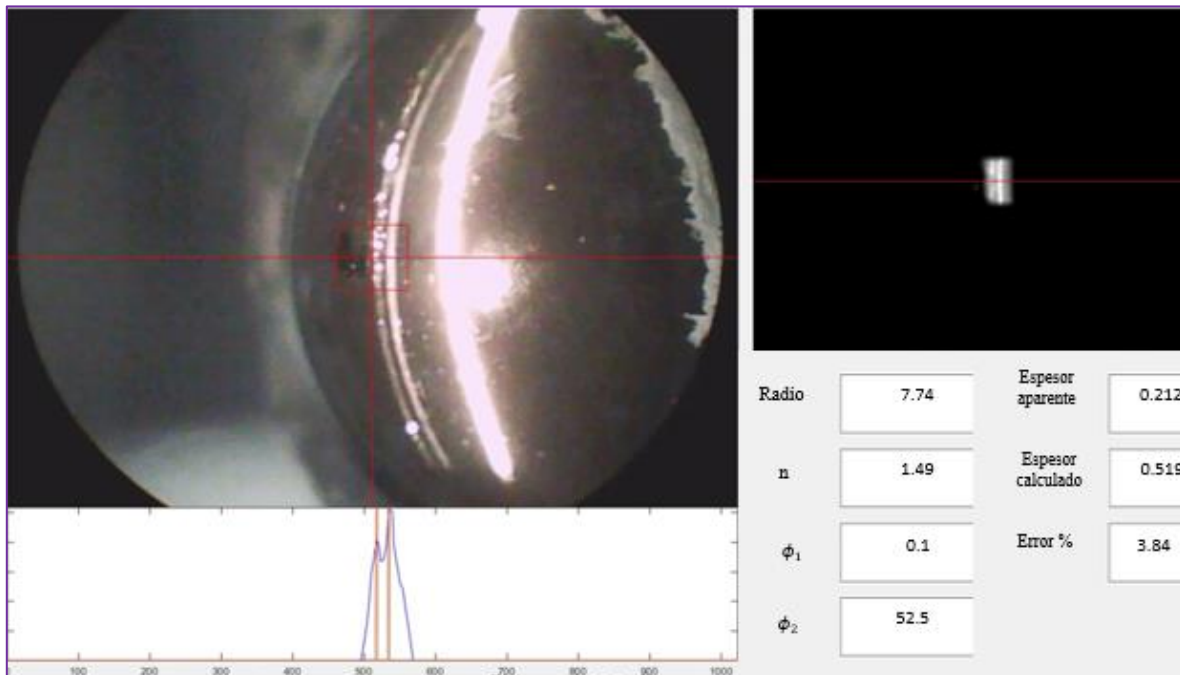


Figura 36. Interfaz gráfica de usuario, se muestra la imagen de la lente de contacto adquirida y procesada; del perfil de intensidad se obtiene la separación del haz de luz, con las rutinas implementadas se calcula el espesor verdadero. Las unidades del radio de curvatura y espesores están en mm y los ángulos en grados.

En la imagen de la Fig. (36), se observa que el haz de luz se proyecta en las dos superficies de la lente (líneas curvas delgadas en el centro de la imagen), después la luz llega a la superficie del soporte (línea curva gruesa). Los parámetros de la lente son semejantes a una córnea promedio (ver tabla 11). La lente fue montada sobre el émbolo de una jeringa [ver Fig. (21)], entre la lente y el soporte se colocó solución humectante y de mantenimiento (marca: contaxine), para lentes de contacto rígidas; la solución es espesa y permite una buena adherencia entre la lente y el soporte,

Tabla 11. Parámetros medidos y resultado del cálculo del espesor real de la lente de contacto rígida

ϕ_1 [°]	ϕ_2 [°]	μ	R [mm]	t [mm]	T_n [mm]	T_c [mm]	e %
0.10±2.5	52.5±2.5	1.49±0.005	7.74 ± 0.01	0.212±0.006	0.5±0.02	0.519	3.84

4.5 Comentarios y discusión

Aquí se ha expuesto el resultado de implementar los algoritmos y determinar el espesor en lentes simples, ambas con características en diámetros, radios de curvatura, índices de refracción y espesores diferentes, también se modificó el ángulo de iluminación y observación, los mejores resultados son cuando el ángulo de iluminación es pequeño (entre 1° y 15°) con un ángulo de observación amplio (35° a 55°).

Para el caso de la lente oftálmica, se tiene muy buen resultado, en principio, porque el radio de curvatura y espesor son grandes ($R=65.9\text{mm}$, $T=7.4\text{mm}$) comparado con la lente de contacto, la separación entre el haz proyectado en la primer y segunda superficie de la lente es más fácil de detectar, el resultado se ve en la tabla 10, con un error porcentual de 0.001. En la lente de contacto, el radio de curvatura anterior medido es pequeño (7.74mm), el espesor nominal es de 0.5mm, a pesar de su espesor, fue posible identificar la separación entre los haces de luz para determinar el espesor aparente, el error porcentual al calcular el espesor verdadero fue de 3.84% con una diferencia de 19.2µm respecto al valor nominal, aun hace falta verificar con un micrómetro, el espesor real de la lente de contacto, para este caso, al calcular el error

porcentual se consideró el espesor nominal proporcionado por el fabricante ($0.5 \pm 0.02 \text{ mm}$).

También es necesario mejorar la calidad de la imagen, ya que la cámara web utilizada, tiene baja resolución las imágenes evaluadas indican un tamaño de 1024×768 píxeles. Es común, que, los fabricantes recurran a métodos numéricos de interpolación para modificar el tamaño de la imagen y que el tamaño no corresponda con el valor real de píxeles en el sensor de la cámara. Por ello se debe utilizar una cámara de laboratorio donde el fabricante indique las dimensiones de los píxeles en el sensor.

Luego de observar la calidad de la imagen presentada para la lente de contacto [ver Fig. (36)], se procedió a probar una cámara inalámbrica de seguridad marca Mitzu, el inconveniente de esta cámara es, que, el fabricante no proporciona los drivers de instalación, las imágenes se envían al teléfono portátil y de ahí se deben enviar a la computadora para su procesamiento. La Fig. (37), muestra una imagen obtenida con la cámara Mitzu.

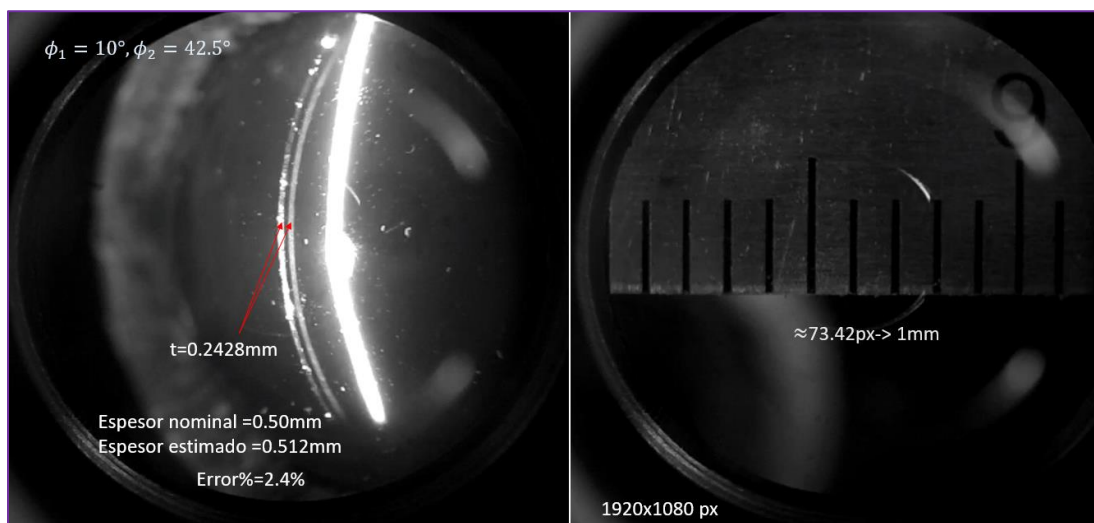


Figura 37. Izquierda: imagen de la lente de contacto, derecha: relación de píxeles por milímetro.

Se realizó el procedimiento descrito en el capítulo 3. El tamaño de la imagen evaluada es de 1920×1080 píxeles; el error porcentual fue de 2.4%, con una diferencia de $12 \mu\text{m}$, por lo que, cuando se puede resolver con mayor facilidad la separación de la luz proyectada, se puede identificar mejor el espesor aparente. La imagen anterior, al

momento de adquirirla, no fue posible evaluar directamente con la interfaz gráfica de usuario, sin embargo, se realizaron algunas modificaciones en el software para poder cargar la imagen, a la interfaz gráfica, el resultado se muestra a continuación:

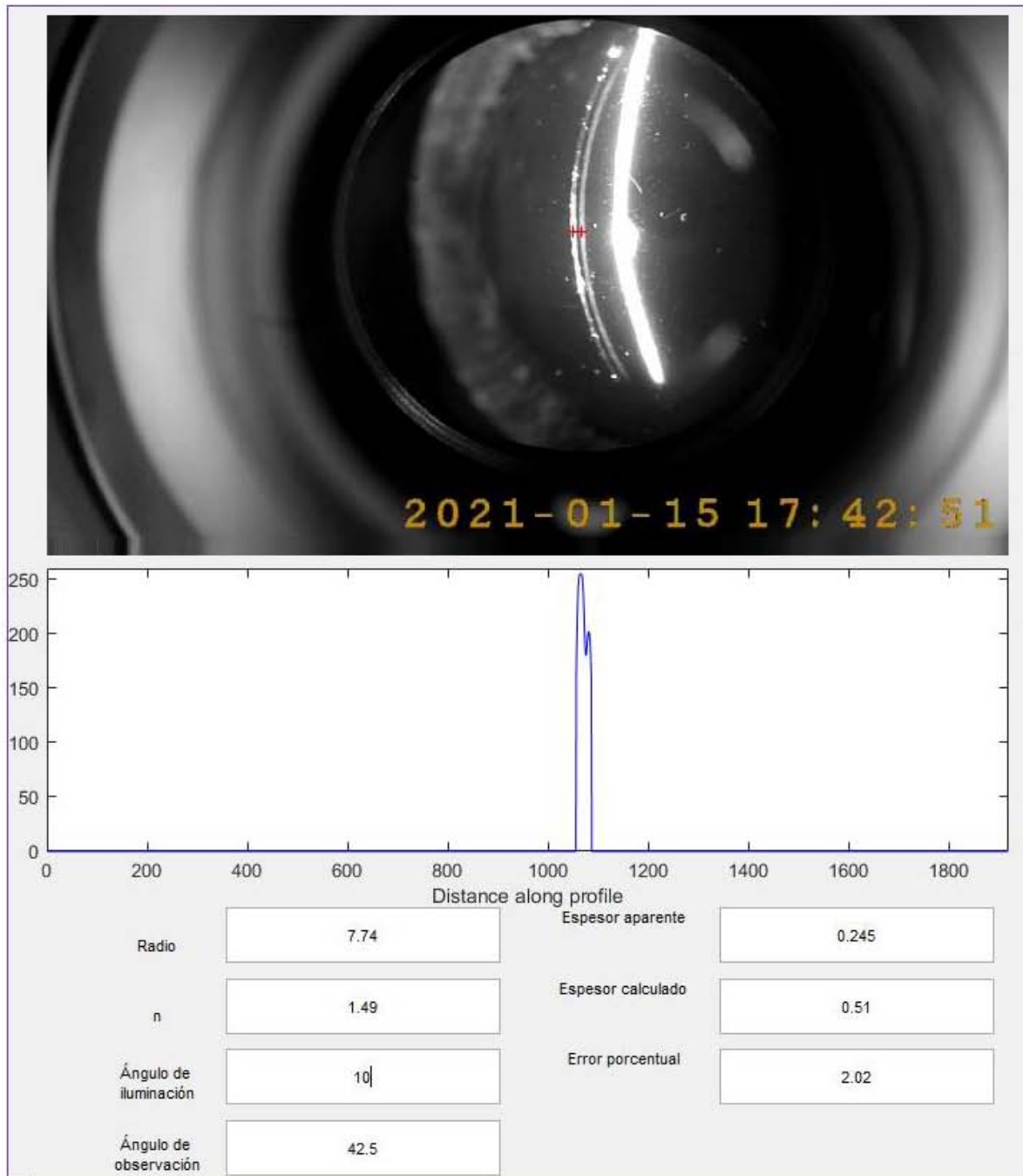


Figura 38. Arriba: imagen de la lente de contacto (cámara Mitzu), centro: perfil de intensidad después del procesamiento de imagen, abajo: parámetros y resultado. Las unidades del radio de curvatura y espesores están en mm y los ángulos en grados.

El siguiente paso fue probar el algoritmo en otra lente de contacto con espesor 0.6mm

Tabla 12. Parámetros y resultado de la lente de contacto rígida

ϕ_1 [°]	ϕ_2 [°]	μ	R [mm]	t [mm]	T_n [mm]	T_c [mm]	e %
5 ± 2.5	47.5 ± 2.5	1.49 ± 0.005	7.7 ± 0.01	0.268 ± 0.006	0.6 ± 0.02	0.596	0.72

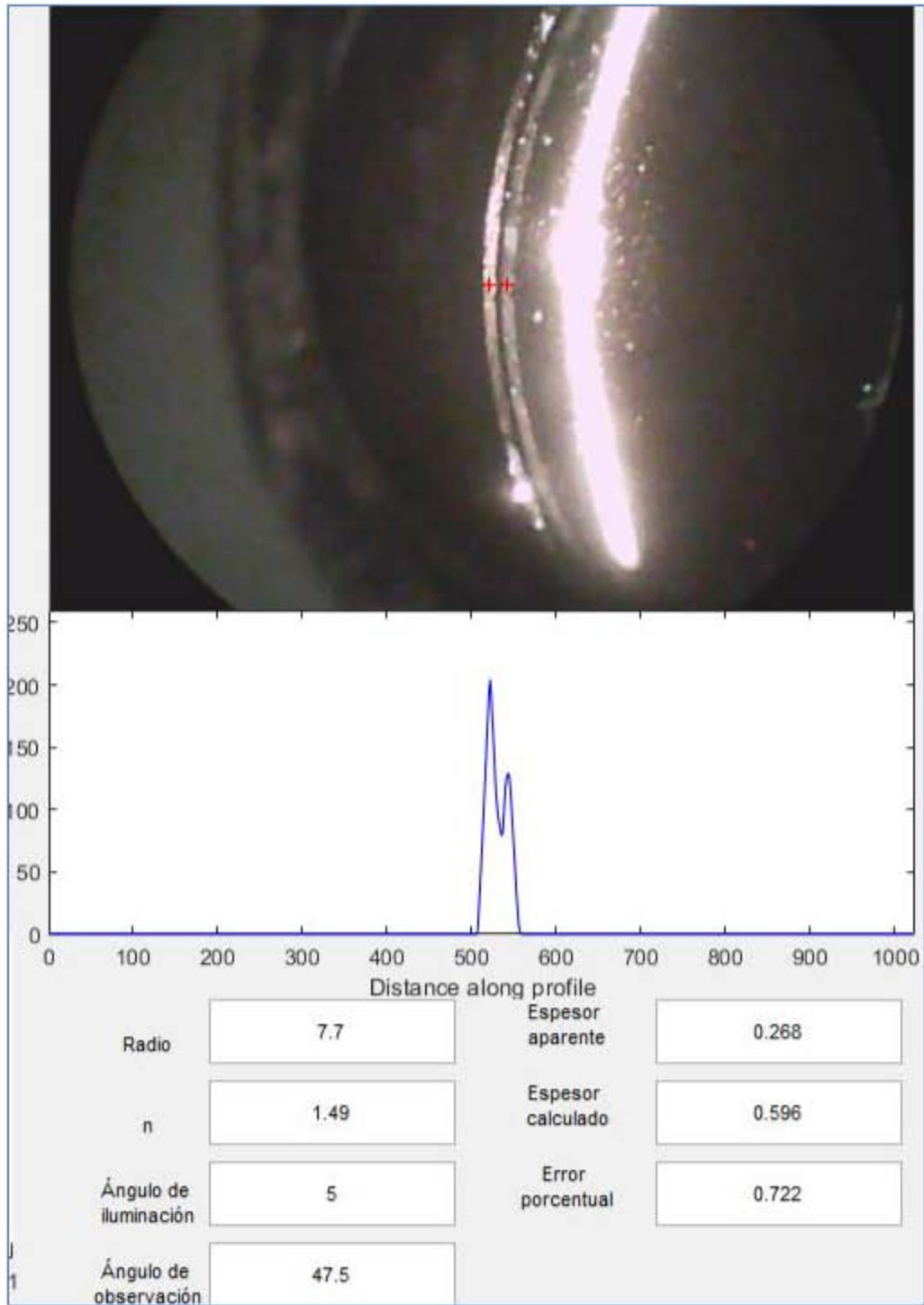


Figura 39. Arriba: imagen de la lente de contacto (cámara Logitech), centro: su perfil de intensidad, después del procesamiento de imagen, abajo: parámetros y resultado. Las unidades del radio de curvatura y espesores están en mm y los ángulos en grados.

Para el cálculo del espesor verdadero en la Fig. (39), el procesamiento de la imagen es como se describió en el capítulo anterior, con la modificación para el valor umbral (150 de una escala de 0 a 255), se utilizó un filtro promedio, seguido de un filtro Gaussiano, se calcula el espesor aparente para una relación de 78.5 píxeles por milímetro, el error porcentual resulto 0.72 menor de 1%, faltaría verificar el espesor con algún medidor de espesores; en optometría el radioscopio, tiene un medidor de sagita, con él se puede determinar el espesor. Como ya se expuso antes, fue posible evaluar lentes con parámetros semejantes a una córnea. Cuando se quiere evaluar una córnea humana real, se deben tener algunas consideraciones; el algoritmo fue utilizado en una córnea real [ver Fig. (40)], las observaciones son las siguientes: es más complicado centrar el haz de luz; no se aprecia la separación del haz proyectado como en el caso de las lentes evaluadas, el sensor de la cámara se satura, en principio a través del microscopio es posible distinguir el epitelio y endotelio corneal como se aprecia en la Fig. (12) c) por lo que, se debe probar una cámara de laboratorio. El algoritmo para el perfil de intensidad solo detectó el borde externo, esto se debe a que, el algoritmo busca el cambio de la pendiente en una sola dirección.

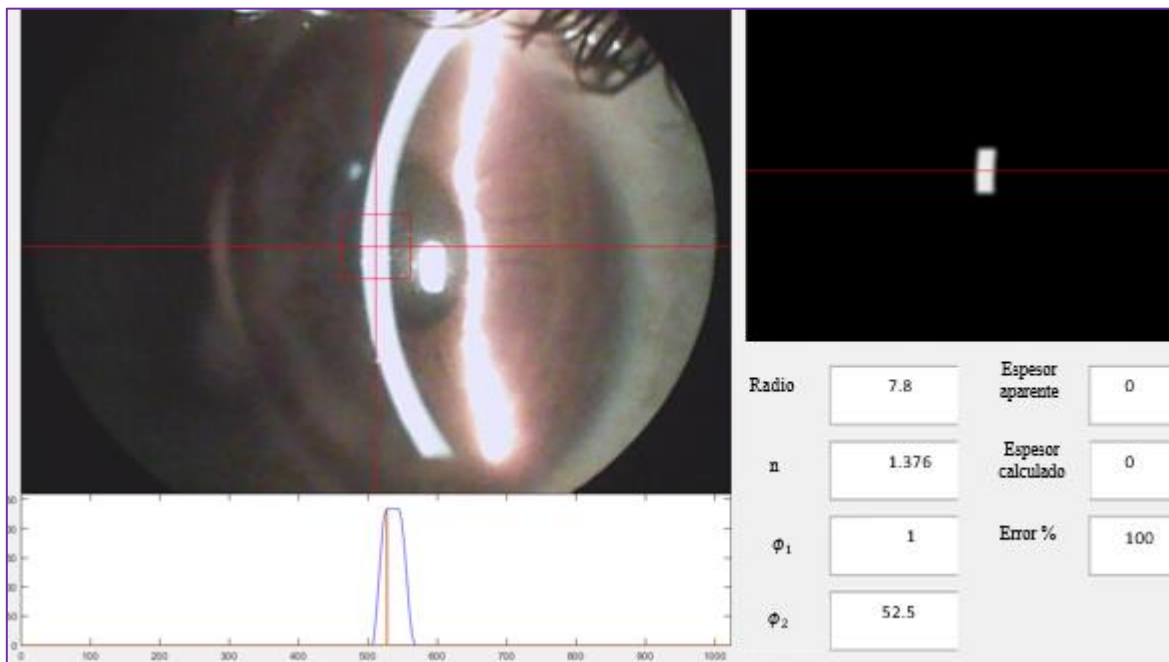


Figura 40. Evaluación de una córnea humana, $R=7.8\text{mm}$, $\phi_1 = 1^\circ$, $\phi_2 = 52.5^\circ$, $\mu = 1.376$. El método de detección de máximos en el perfil de intensidad, identifico un cambio de pendiente.

Conclusiones

Se realizó una revisión bibliográfica de los principios de funcionamiento y sus variantes de los paquímetros ópticos; después de la invención de la lámpara de hendidura, la medición se puede realizar por dos métodos, el primero a partir de la alineación de dos reflejos simultáneos y el segundo a partir de la medición del espesor aparente, la primera tiene el inconveniente de múltiples reflexiones por lo que, actualmente no se utiliza; de la medición del espesor aparente, existen diferentes configuraciones, por lo general se debe evitar la reflexión especular debido a que, el sensor se satura lo que dificulta la medición.

Del estudio exploratorio al utilizar la lámpara de hendidura, es posible determinar el espesor central en lentes oftálmicas y lentes de contacto. También se desarrollaron e implementaron los algoritmos computacionales para el procesamiento de la imagen, que permiten determinar el espesor verdadero a partir de la medición del espesor aparente.

Para la evaluación de la lente oftálmica [Fig. (34)] de radio de curvatura anterior (65.9mm) y espesor central (7.4mm), utilizando una hoja milimétrica, el error cuando el ángulo de iluminación se fijó a 25° para diferentes ángulos de observación (22.5° , 27.5° , 42.5°) resultó 4.2%, 2.7% y 1.4%, esto corresponde a 31, 19 y 10 μm respectivamente, por lo que, el método muestra resultados aceptables [Tabla (9)]. Con la implementación de la interfaz gráfica de usuario y el desarrollo de las rutinas para la automatización de la evaluación se obtuvo un espesor central de 7.39mm, por lo que, se mejor resultado [Fig. (35) y Tabla (10)].

La evaluación de la lente de contacto [Fig. (36)] con parámetros centrales cercanos a una córnea promedio, radio de curvatura anterior (7.7 mm) y espesor central (0.5 mm) dio como error 3.8% [Tabla (11)]. Posteriormente se evaluó otra lente de contacto con los mismos parámetros que la primer lente de contacto, la única diferencia radica en

el espesor (0.6mm) y para el procesamiento de la imagen se aumentó el valor umbral de 100 a 150 en una escala de (0 a 255), utilizando un filtro promedio seguido de un filtro gaussiano el error porcentual resultó 0.72, inferior al 1% [Fig. (39) y Tabla(12)]. Para evaluar corneas humanas buscamos errores inferiores a 1%.

La evaluación de una córnea humana [Fig. (40)], muestra que, el sensor de la *webcam* se satura, por lo que, se debe probar una cámara de laboratorio de la que se puede configurar los parámetros, así poder probar el método, sin embargo, la webcam fue de utilidad para las lentes y es de fácil acceso.

Los métodos basados en haz de hendidura son más accesibles y fáciles de implementar, comparado con sistemas más complejos como un OCT, además no se requiere tener contacto con la córnea, como en el método de paquimetría por ultrasonido. El trabajo presentado aquí solo fue posible evaluar el espesor cerca del vértice de las lentes, para determinar el espesor a lo largo del haz de luz proyectado, se debe detectar los bordes anterior y posterior, asociar la geometría con su respectiva proyección y espesor aparente para determinar el espesor verdadero, luego para toda la lente se debe realizar un escaneo éste en ojos reales se debe evitar, debido a que, el ojo presenta movimientos involuntarios lo que debe dificultar la correspondencia en la medición.

Trabajo a futuro

Medir el espesor en zonas más allá del vértice, desarrollando un método de cálculo del espesor a lo largo del haz de luz proyectado.

Desarrollar un método de paquimetría óptica utilizando puntos discretos, lo que se podría conseguir utilizando proyección de luz estructurada.

Referencias y bibliografía

1. Wang, M. X. (Ed.). (2006). *Corneal topography in the wavefront era: a guide for clinical application*. Slack Incorporated.
2. Salz, J. J., Azen, S. P., Bernstein, J., Caroline, P., Villasenor, R. A., & Schanzlin, D. J. (1983). "Evaluation and comparison of sources of variability in the measurement of corneal thickness with ultrasonic and optical pachymeters". *Ophthalmic Surgery, Lasers and Imaging Retina*, **14**(9), 750-754.
3. Atchison, D. A., & Smith, G. (2000). *Optics of the human eye*. Butterworth-Heinemann. Elsevier. Edinburgh UK.
4. Gellrich, M. M. (2013). *The Slit Lamp: Applications for Biomicroscopy and Videography*. Springer Science & Business Media. Heidelberg Germany.
5. Von Bahr, G. (1956). "Corneal Thickness*: Its Measurement and Changes". *American Journal of Ophthalmology*, **42**(2), 251-266.
6. Traducción de patente Europea: 97110723.0 Titular/es: BAUSCH & LOMB INCORPORATED One Bausch & Lomb Place Rochester, New York 14604-2701, US. Inventor/es: Snook, Richard K
7. Liu, Z., Huang, A. J., & Pflugfelder, S. C. (1999). "Evaluation of corneal thickness and topography in normal eyes using the Orbscan corneal topography system". *British Journal of Ophthalmology*, **83**(7), 774-778.
8. Cairns, G., & McGhee, C. N. (2005). "Orbscan computerized topography: attributes, applications, and limitations." *Journal of Cataract & Refractive Surgery*, **31**(1), 205-220.
9. Pierro, L., Iuliano, L., Gagliardi, M., Ambrosi, A., Rama, P., & Bandello, F. (2016). "Central corneal thickness reproducibility among ten different instruments". *Optometry and vision science*, **93**(11), 1371-1379.
10. Yaylali, V., Kaufman, S. C., & Thompson, H. W. (1997). "Corneal thickness measurements with the Orbscan Topography System and ultrasonic pachymetry". *Journal of Cataract & Refractive Surgery*, **23**(9), 1345-1350.
11. Cho, P., & Cheung, S. W. (2002). "Repeatability of corneal thickness measurements made by a scanning slit topography system." *Ophthalmic and Physiological Optics*, **22**(6), 505-510.

12. Kawana, K., Tokunaga, T., Miyata, K., Okamoto, F., Kiuchi, T., & Oshika, T. (2004). "Comparison of corneal thickness measurements using Orbscan II, non-contact specular microscopy, and ultrasonic pachymetry in eyes after laser in situ keratomileusis". *British Journal of Ophthalmology*, **88**(4), 466-468.
13. Jirsova, K. (2017). *Light and specular microscopy of the cornea* (pp. 8-14). Springer International Publishing. New York USA.
14. Grosvenor, T. P. (2004). *Primary care optometry*. Elsevier Health Sciences. Ed: MASSON, impreso en: Barcelona España.
15. Dua, H. S., Faraj, L. A., Said, D. G., Gray, T., & Lowe, J. (2013). "Human corneal anatomy redefined: a novel pre-Descemet's layer (Dua's layer)". *Ophthalmology*, **120**(9), 1778-1785.
16. Maurice, D. M. (1957). "The structure and transparency of the cornea". *The Journal of physiology*, **136**(2), 263-286.
17. Levin, L. A., Kaufman, P. L., & Alm, A. (Eds.). (2011). *Adler's Physiology of the Eye*. El Sevier Oxford.
18. Boyd, S. (2012). *Distrofias y degeneraciones corneales*. Jaypee Highlights Medical Publisher, Inc. Clayton Panamá.
19. García Félix, M. P. (2015). *Cambios refractivos y morfológicos en pacientes con queratocono sometidos a crosslinking*. Tesis maestría en Rehabilitación Visual Universidad Autónoma de Aguascalientes. Tutores: MCO. Rafael García Guerrero, Dr. Luis Fernando Barba Gallardo. México.
20. I.A.C.L.E. *Queratocono y lentes de contacto*. Obtenido de: <https://slideplayer.es/slide/3269860/>, fecha de consulta 15-02-2021.
21. SECRETARIA DE SALUD. (2010). *Diagnóstico y manejo del queratocono México*. CENETEC. Recuperado 3 de abril de 2021, de: http://www.cenetec.salud.gob.mx/descargas/gpc/CatalogoMaestro/522_GPC_Queratocono/GER_Queratocono.pdf
22. Belin, M. W. (2012). *Tomografía corneal basada en la elevación*. Editorial: Jaypee-Highlights, Clayton Panamá.
23. OCULUS. (s. f.). *Cámara 3D de Scheimpflug Pentacam®*, con rotación automática. Recuperado 3 de abril de 2021, de <https://www.oculus.de/es/historia/>

24. Benjamin, W. J. (2006). *Borish's Clinical Refraction-E-Book*. Elsevier Health Sciences. USA.
25. Drysdale, C. V. (1900). "On a simple direct method of determining the curvatures of small lenses". *Transactions of the Optical Society*, **2**(1), 1.
26. Liu, B., Kang, C., & Fang, F. (2020). "Biometric Measurement of Anterior Segment: A Review". *Sensors*, **20**(15), 4285.
27. Patel, S., & Tutchenko, L. (2019). "The refractive index of the human cornea: A review". *Contact Lens and Anterior Eye*, **42**(5), 575-580.
28. Ledford, J. K., & Sanders, V. N. (2006). *The slit lamp primer*. Slack Incorporated. New Jersey USA.
29. He, M., Wang, D., & Jiang, Y. (2012). "Overview of ultrasound biomicroscopy". *Journal of current glaucoma practice*, **6**(1), 25.
30. Artal, P. (Ed.). (2017). *Handbook of Visual Optics*, Two-Volume Set. CRC Press. FL, USA.
31. RECHERT. (s. f.). *Reichert paquímetro ultrasónico*. Recuperado 3 de abril de 2021, de <https://www.reichert.com/products/ipac>
32. LeGrand, Y., & ElHage, S. G. (2013). *Physiological optics* (Vol. 13). Springer. Berlin Springer Berlin.
33. Ehlers, N., & Hansen, F. K. (1971). "On the optical measurement of corneal thickness". *Acta ophthalmologica*, **49**(1), 65-81.
34. Brennan, N. A., Smith, G., Macdonald, J. A., & Bruce, A. S. (1989). "Theoretical principles of optical pachometry". *Ophthalmic and Physiological Optics*, **9**(3), 247-254.
35. Mishima, S., & Hedbys, B. O. (1968). "Measurement of corneal thickness with the Haag-Streit pachometer." *Archives of Ophthalmology*, **80**(6), 710-713.
36. Nieves Hurtado, A., & Domínguez Sánchez, F. C. (2002). *Métodos numéricos: aplicados a la ingeniería*. Grupo Editorial Patria. México.

37. Burden, R. L., Faires, J. D., & Iriarte Balderrama, R. (1996). *Análisis numérico*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
38. Katz, M. (2002). *Introduction to geometrical optics*. World scientific. New York. USA.
39. Kaschke, M., Donnerhacke, K. H., & Rill, M. S. (2013). *Optical devices in ophthalmology and optometry: technology, design principles and clinical applications*. Wiley-VCH. Weinheim, Germany.

Anexo A. Estudio de la profundidad aparente en un cubo de vidrio

En óptica geométrica un segmento de vidrio de caras plano-paralelas es comúnmente utilizado para explicar los fenómenos ópticos de refracción, ángulo crítico, así como profundidad aparente y desplazamiento lateral, estos fenómenos están relacionados con la ley de refracción:

$$n_1 \text{ sen } \theta_i = n_2 \text{ sen } \theta_r \quad (1A)$$

La Ec. (1A) también conocida como ley de Snell donde n_1 : es el índice de refracción del medio donde incide la luz, θ_i : ángulo de incidencia de la luz medido respecto a la normal del plano de la superficie en el punto de incidencia, n_2 : índice de refracción del medio donde la luz se transmite y refracta, θ_r : ángulo de refracción medido respecto a la normal, la Fig. 1A, muestra los ángulos referidos para el fenómeno de profundidad aparente. Consideremos un rayo de luz proveniente de un punto en el fondo del material que viaja en dirección de n_2 [ver Fig. (1A)] se refracta siguiendo la ley de Snell, llamaremos y a la profundidad real del punto objeto, y y' a la profundidad aparente observada desde n_2

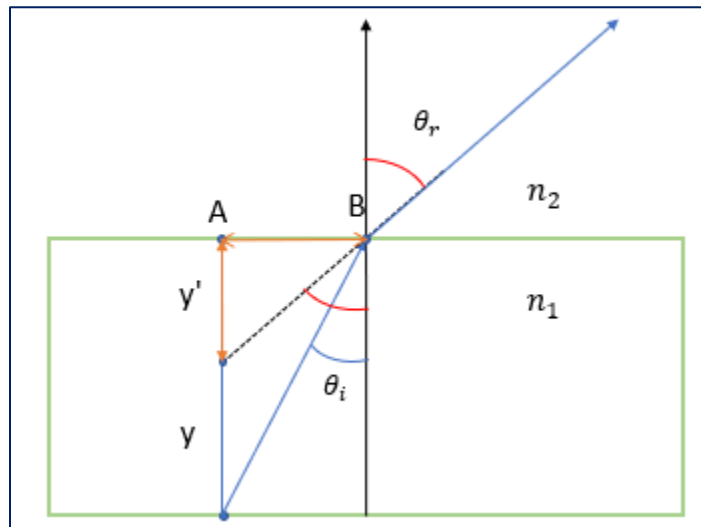


Figura 1A. Diagrama de profundidad aparente.

En aproximación paraxial la profundidad aparente la podemos expresar como:

$$y' = -\frac{n_2 y}{n_1} \quad (2A)$$

y' : es la profundidad aparente y y : es la profundidad real. Se debe utilizar una expresión exacta si se quiere medir el espesor real a partir de la profundidad aparente observada a diferentes ángulos. Considerando la Fig. (1A), una expresión obtenida a partir de la relación de los ángulos y sus catetos está dada por:

$$\text{sen}(\theta_i) = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y^2}} \quad \text{sen}(\theta_r) = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y'^2}} \quad (3A)$$

Sustituyendo (3A) en (1A), tenemos:

$$n_1 \left(\frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y^2}} \right) = n_2 \left(\frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y'^2}} \right) \quad (4A)$$

Donde $\overline{AB} = x$, reescribiendo (4A) tenemos:

$$n_1 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) = n_2 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y'^2}} \right) \quad (5A)$$

Despejando de (5A) y' para conocer la profundidad aparente

$$y' = \sqrt{\left(\frac{n_2^2}{n_1^2}\right) (x^2 + y^2) - x^2} \quad (6A)$$

Despejando de (5A) y para conocer la profundidad real

$$y = \sqrt{\left(\frac{n_1^2}{n_2^2}\right) (x^2 + y'^2) - x^2} \quad (7A)$$

Al variar el ángulo de observación respecto a la normal, la profundidad aparente no es constante como lo sugiere la aproximación paraxial. Colocamos una fuente puntual en el fondo de un medio transparente de índice $n_1 = 1.5$, con origen de coordenadas (0,0) la fuente emite luz en todas las direcciones consideremos el cono de rayos en dirección de la interfase con $n_2 = 1$, se cumple la ley de Snell [ver Fig. (2A)], los rayos emergen con un ángulo mayor al de incidencia debido a que, $n_1 > n_2$. Al

prolongar los rayos se genera una curva conocida como curva cáustica [ver Fig. (3A)] que es la envolvente de todos los rayos y está asociada a la profundidad aparente.

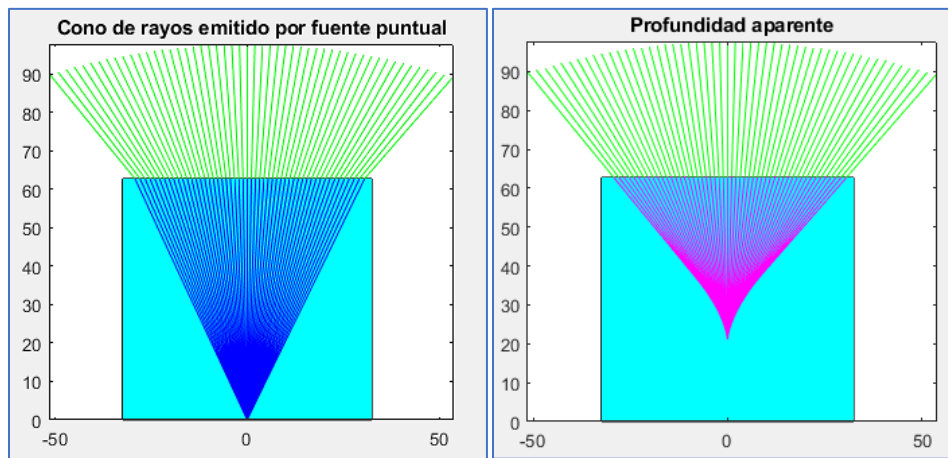


Figura 2A. Lado izquierdo una fuente puntual colocada en el fondo de un medio de índice de refracción 1.5, a la derecha los rayos refractados en color verde se prolongan la imagen de un observador en el medio n_2 , observará una profundidad aparente.

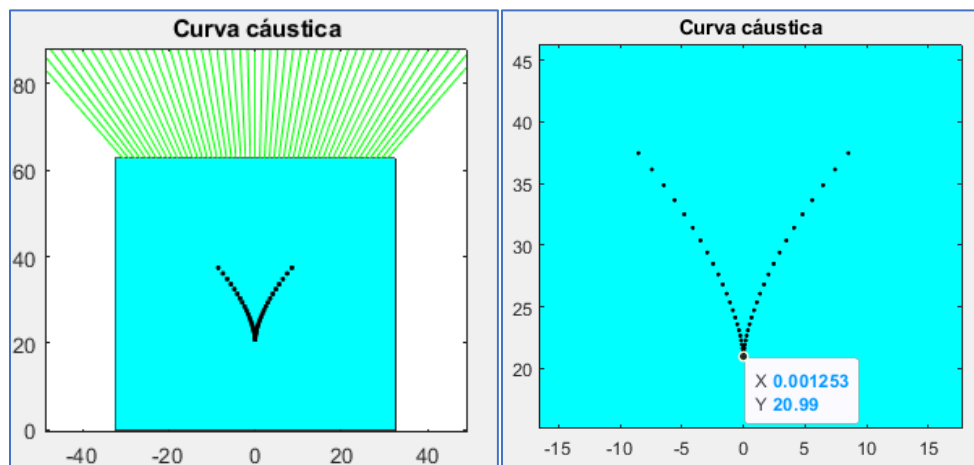


Figura 3A. Curva cáustica. Simulación realizada en Matlab.

El efecto de considerar un solo rayo se muestra que, la profundidad aparente no es constante [Fig. (2A) y (3A)]. Ahora consideremos dos rayos provenientes de una fuente puntual separados por un ángulo pequeño nuevamente la fuente está colocada en el fondo de un medio descrito por los parámetros $n_1 = 1.5, n_2 = 1, y = 62.80\text{mm}$ y $\theta = 0^\circ$ a 25° en pasos de 5° la Fig. (4A) muestra la simulación, al variar la posición de los rayos refractados en la interfase se observa el cambio de dirección descrito por la ley de refracción, al prolongar los rayos, éstos se cruzan en un punto asociado a la posición aparente (imagen del objeto visto desde n_2),

considerando diferentes posiciones de los rayos refractados se genera una curva conocida como curva cáustica en un plano.

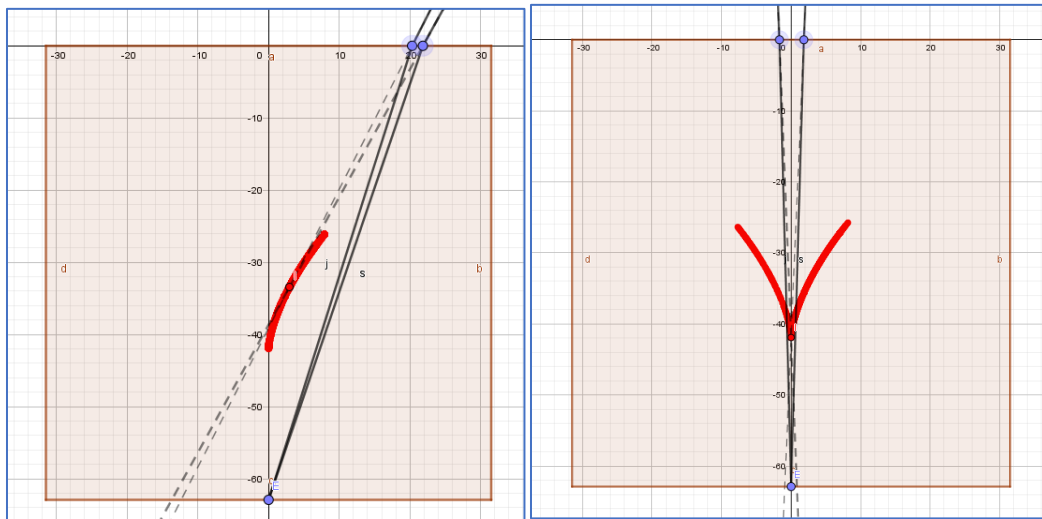


Figura 4A. Curva cáustica. Simulación realizada en GeoGebra.

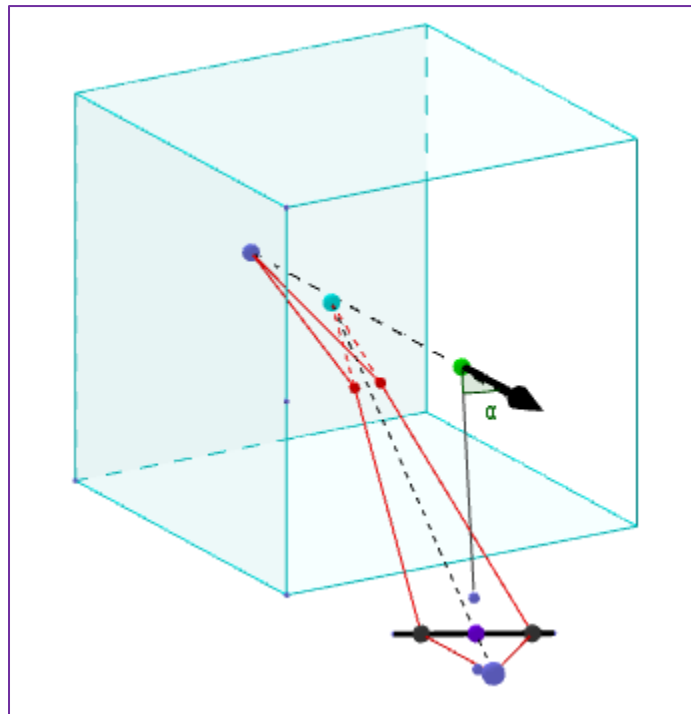


Figura 5A. Simulación trazo de rayos en el cubo.

En la simulación solo se consideró un plano, ya que suponemos simetría de rotación, como se muestra en la siguiente Fig. (5A). El espesor del vidrio será el que actúe como profundidad real. Se requiere conocer el índice de refracción del material, se determinará por el método de profundidad aparente a incidencia normal.

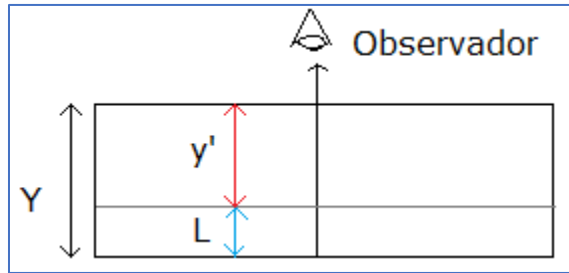


Figura 6A. Método de profundidad aparente para determinar el índice de refracción.

Donde Y: profundidad real, y' : profundidad aparente, L: desplazamiento del sistema de observación, n_m : índice del medio obtenido de la relación:

$$n_m = \frac{Y}{y'} \quad (8A)$$

Se procedió a realizar una medición utilizando un vernier con una incertidumbre de $\pm 0.01\text{mm}$, la 1 muestra el resultado de varias mediciones, así como el promedio de estas.

Tabla 1A. Medición del espesor del cubo de vidrio

Numero de mediciones	Espesor [mm] $\pm 0.01\text{mm}$
1	62.80
2	62.81
3	62.81
4	62.80
5	62.80
Promedio	62.80

Colocamos un hilo blanco de espesor 0.14mm sujetado alrededor del cubo, sobre un goniómetro con escala en grados. Se establece el hilo como el centro de giro. El sistema de observación se coloca de modo que el diafragma se encuentre totalmente abierto (para reducir la profundidad de campo) y determinar un plano objeto, se mide la distancia del objeto al sistema de observación con el uso de un vernier, luego se gira el cubo y se reenfoca el hilo, la distancia recorrida por el tornillo micrométrico es L en la Fig. (6A), se determina la profundidad real y aparente utilizando la Ec. (8A), se obtiene el índice de refracción, el resultado se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2A. Mediciones con tornillo micrométrico a incidencia normal

Medición	Recorrido tornillo micrométrico	Profundidad aparente	Profundidad real	Índice de refracción
1	21.75	41.05	62.80	1.53
2	21.35	41.45	62.80	1.52
3	20.10	42.70	62.80	1.47
4	20.69	42.11	62.80	1.49
5	21.86	40.94	62.80	1.53
6	21.36	41.44	62.80	1.52
7	20.78	42.02	62.80	1.49
8	20.33	42.47	62.80	1.48
9	21.61	41.19	62.80	1.52
10	20.66	42.14	62.80	1.49
Promedio	21.05			1.50

Después hemos realizado la medición experimental de la profundidad aparente para diferentes ángulos de observación, la tabla 3A, muestra el resultado de la medición utilizando un tornillo micrométrico ($\pm 0.01\text{mm}$).

De la tabla 3A se compararon los resultados de la profundidad aparente calculada experimentalmente y la simulada, se calcula el error considerando $n_1=1.5$, $n_2=1$ y espesor es de 62.80mm, en la Fig. (7A) se muestra el resultado los datos comparan la profundidad aparente experimental y simulada.

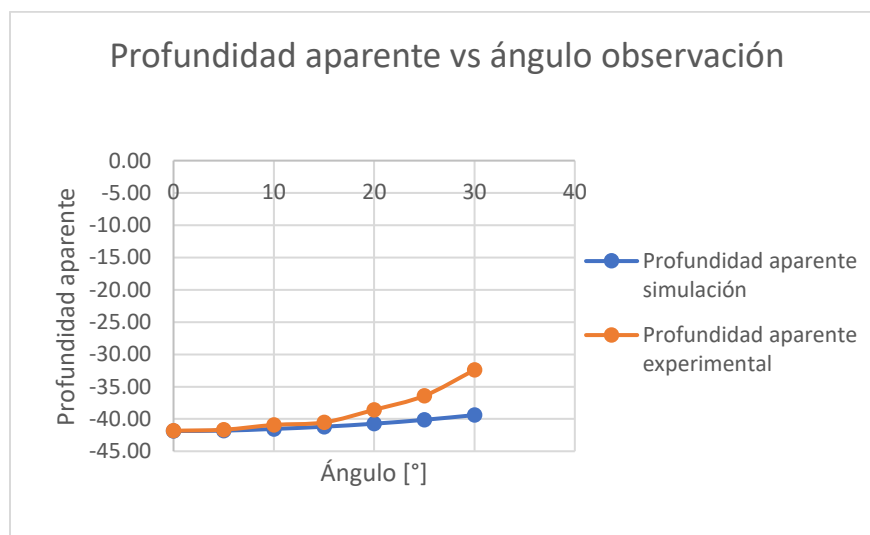


Figura 7A. Los datos de la curva azul muestran la profundidad aparente simulada, mientras que los datos de color naranja muestran los datos experimentales.

Tabla 3A. Medición experimental de la profundidad aparente utilizando el tornillo micrométrico ($\pm 0.01\text{mm}$).

Ángulo	Desplazamiento lateral	Medida tornillo micrométrico	Profundidad real	Profundidad aparente (y-L)	Profundidad aparente simulada	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
[°]	X [mm]	L [mm]	y [mm]	Y' [mm]	Ys [mm]	Ea	Er	Er %
0	0	-20.98	-62.80	-41.82	-41.87	0.05	0.00	0.11
5	1.93	-21.14	-62.80	-41.66	-41.81	0.15	0.00	0.35
10	3.78	-21.88	-62.80	-40.92	-41.54	0.62	0.01	1.49
15	5.69	-22.27	-62.80	-40.53	-41.20	0.67	0.02	1.62
20	7.65	-24.22	-62.80	-38.58	-40.73	2.15	0.05	5.28
25	9.88	-26.39	-62.80	-36.41	-40.13	3.72	0.09	9.27
30	12.28	-30.39	-62.80	-32.41	-39.40	6.99	0.18	17.74

Los datos de la tabla 4A muestran el cálculo de la profundidad real utilizando la Ec. (8A); del experimento se conoce el desplazamiento lateral (X), que corresponde a \overline{AB} de la Fig. (1A). Se comete un error cercano al 2% para los 10° que podríamos considerar tolerables.

Tabla 4A. Cálculo de la profundidad real a partir de los datos obtenidos experimentalmente

Ángulo	Desplazamiento lateral	Profundidad aparente	Índice de refracción del medio donde proviene la luz	Índice de refracción del medio del observador	Cálculo de la profundidad real a partir de datos experimentales	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
[°]	X [mm]	Y' [mm]	n1	n2	$y = \sqrt{\left(\frac{n_1^2}{n_2^2}\right)(x^2 + y'^2) - x^2}$	Ea	Er	Er %
0	0	-41.82	1.5	1	-62.73	0.07	0.00	0.11
5	1.93	-41.66	1.5	1	-62.53	0.27	0.00	0.43
10	3.78	-40.92	1.5	1	-61.53	1.27	0.02	2.03
15	5.69	-40.53	1.5	1	-61.13	1.67	0.03	2.66
20	7.65	-38.58	1.5	1	-58.50	4.30	0.07	6.85
25	9.88	-36.41	1.5	1	-55.72	7.08	0.11	11.27
30	12.28	-32.41	1.5	1	-50.52	12.28	0.20	19.56

La Fig. (8A) muestra la comparación de los datos calculados utilizando la Ec. (8A) y el valor real de la profundidad.

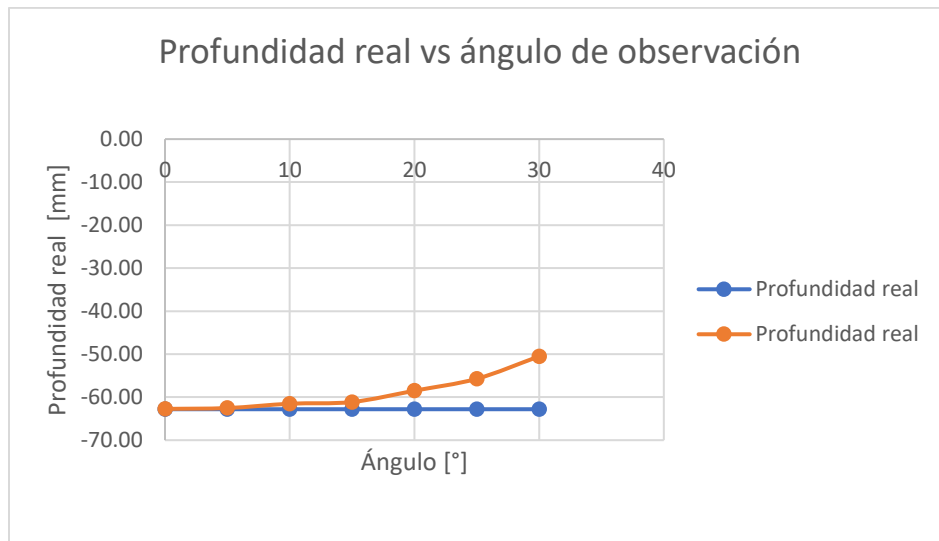


Figura 8A. Comparación del cálculo de la profundidad real a partir de la profundidad aparente.

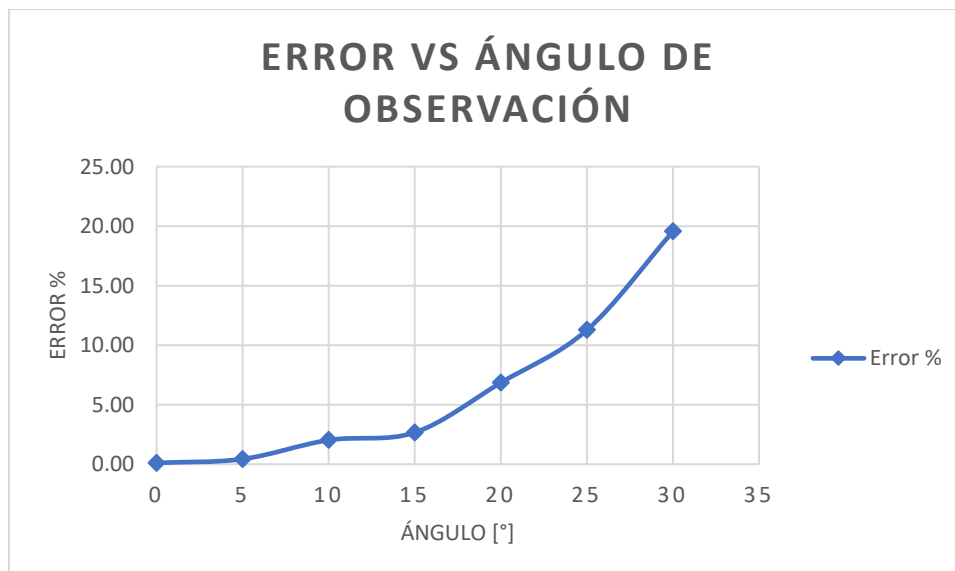


Figura 9. Error en porcentaje del cálculo de la profundidad real con la aparente medida experimentalmente.

El error radica en la medición del cambio en la posición aparente del hilo, debido a que, al girar el cubo la medida se realiza oblicuamente y no corresponde directamente con la distancia \overline{AB} de la Fig. (1A), también se identificó que para ángulos mayores de 15° el efecto de aberración de astigmatismo en la cámara ya era apreciable [ver f) Fig. 10A].

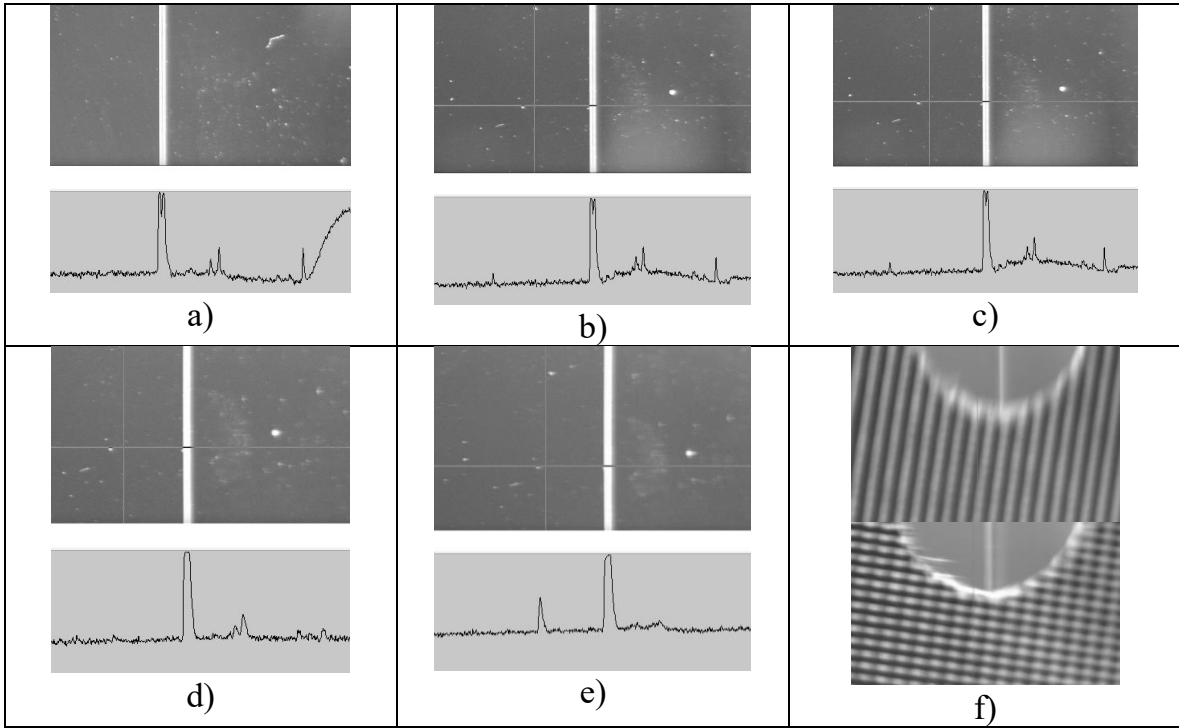


Figura 10A. Imágenes del experimento, a) 0° , b) 5° , c) 10° , d) 15° , e) 20° , f) 30° , la última imagen fue tomada para dos posiciones distintas de enfoque la diferencia en distancia entre ellas es de 8mm

Apéndice B. Solución aproximada para relacionar el espesor verdadero con el aparente

Como ya se mencionó antes (capítulo 2), en paquimetría óptica cuando se tiene un sistema de iluminación y observación oblicuos, no se tiene una relación directa del espesor aparente con el espesor verdadero. En este apéndice se muestra el desarrollo de una expresión aproximada para determinar el espesor verdadero, a partir de la descripción de la referencia [34]. Consideremos la Fig. (1B), donde el espesor verdadero se mide a lo largo de la normal en el punto de incidencia en la segunda superficie.

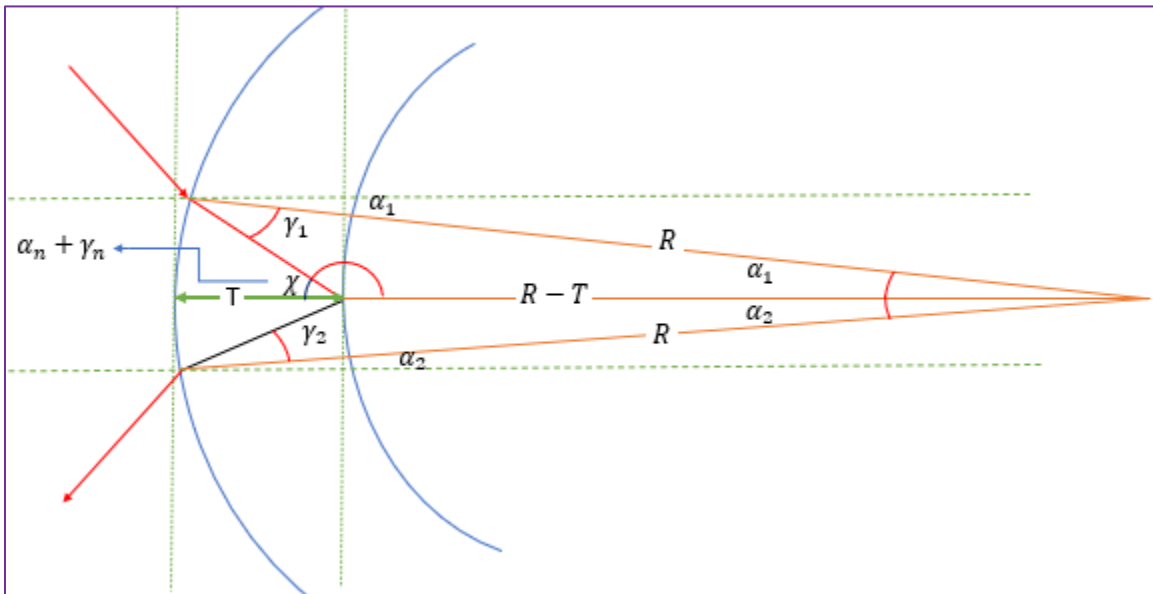


Figura 1B. Diagrama relaciona los ángulos con los lados del triángulo oblicuángulo

De la ley de senos tenemos:

$$\frac{\text{sen } \gamma}{R - T} = \frac{\text{sen}(\alpha_n + \gamma_n)}{R} \quad (1B)$$

Desarrollo la suma de ángulos del seno, dividimos todo entre $\text{sen } \gamma_n$ reordenando tenemos:

$$\text{sen } \alpha_n = \frac{\frac{T}{R - T} + 1 - \cos \alpha_n}{\cot \gamma_n} \quad (2B)$$

Que puede escribirse como:

$$\text{sen } \alpha_n = \frac{\frac{T}{R - T} + 1 - \cos \alpha_n}{\sqrt{\mu^2 \text{cosec}^2(\phi_n - \alpha_n) - 1}} \quad (3B)$$

El termino $\frac{T}{R-T}$ se puede expresar la serie $\sum_{j=1}^{\infty} r^j = \frac{r}{1-r}$ donde $r = \frac{T}{R}$ De esta forma:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{T}{R}\right)^j = \frac{\frac{T}{R}}{1 - \frac{T}{R}} = \frac{\frac{T}{R}}{\frac{R-T}{R}} = \frac{RT}{R(R-T)} = \frac{T}{R-T}$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{T}{R}\right)^j = \frac{T}{R} + \left(\frac{T}{R}\right)^2 + \left(\frac{T}{R}\right)^3 + \dots = \frac{T}{R-T}. \quad (4B)$$

Para $f(\phi_n) = \operatorname{cosec}^2(\phi_n)$, su primer derivada $f'(\phi_n) = -2 \operatorname{cosec}^2(\phi_n) \cot(\phi_n)$, para su serie de Taylor $f(a-b) \approx f(a) - bf'(a) + \frac{b^2 f''(a)}{2} + \dots + \frac{b^j f^j(a)}{j!}$

$$f(\phi_n - \alpha_n) = \operatorname{cosec}^2(\phi_n - \alpha_n) \approx f(\phi_n) - \alpha_n f'(\phi_n)$$

$$\operatorname{cosec}^2(\phi_n - \alpha_n) \approx \operatorname{cosec}^2(\phi_n) + 2\alpha_n \operatorname{cosec}^2(\phi_n) \cot(\phi_n) \quad (5B)$$

Al sustituir (4B y 5B) en (3B) asumiendo α_n es pequeño, entonces: $\sin \alpha_n \approx \alpha_n$, el desarrollo en serie de Taylor para $\cos \alpha_n = 1 - \frac{\alpha_n^2}{2}$, con las suposiciones descritas tenemos:

$$\alpha_n \approx \frac{\frac{T}{R} + \left(\frac{T}{R}\right)^2 + \frac{\alpha_n^2}{2}}{\sqrt{\mu^2 \operatorname{cosec}^2(\phi_n) - 1 + 2\alpha_n \mu^2 \operatorname{cosec}^2(\phi_n) \cot(\phi_n)}} \quad (6B)$$

La razón de T/R, $R \gg T$, considerando $\left(\frac{T}{R}\right)^2 < 1$ se pueden despreciar en Ec (6B) los términos $j \geq 2$; como primer aproximación tenemos:

$$\alpha_n \approx \frac{T}{R \sqrt{\mu^2 \operatorname{cosec}^2(\phi_n) - 1}} \quad (7B)$$

Como segunda aproximación al sustituir (7B) del lado derecho de (6B), se puede aproximar por:

$$\alpha_n \approx \frac{T}{R \sqrt{\mu^2 \operatorname{csc}^2(\phi_n) - 1}} \left[1 + \frac{T}{R} \left(\frac{1}{2(\mu^2 \operatorname{csc}^2 \phi_n - 1)} - \frac{\mu^2 \operatorname{csc}^2 \phi_n \cot \phi_n}{(\mu^2 \operatorname{csc}^2 \phi_n - 1)^{\frac{3}{2}}} \right) \right] \quad (8B)$$

Que puede simplificarse como:

$$\alpha_n \approx C_n \frac{T}{R} + k_n \left(\frac{T}{R} \right)^2 \quad (9B)$$

Donde $C_n = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 \csc^2(\phi_n) - 1}}$ y $k_n = C_n + \frac{C_n^3}{2} - C_n^4 \mu^2 \csc^2 \phi_n \cot \phi_n$.

Para el método de paquimetría óptica, cuando el sistema de iluminación y observación son oblicuos como se muestra en la siguiente figura:

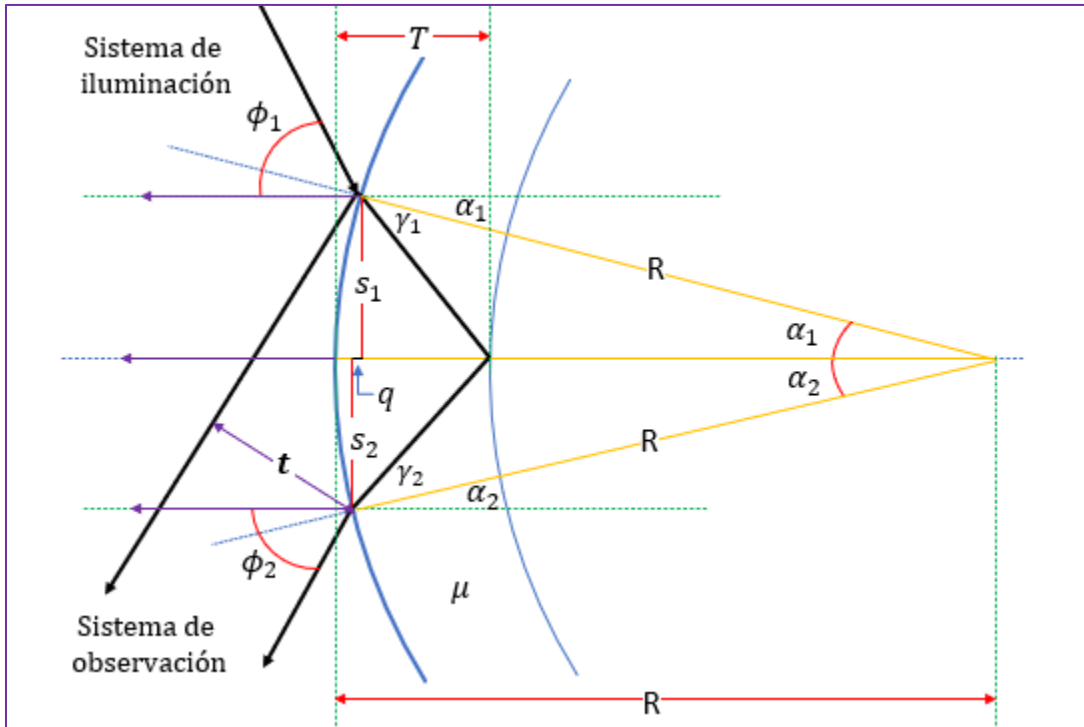


Figura 2B. Método de iluminación y observación oblicua.

De la Fig. (2B), R es el radio de curvatura de la superficie anterior, μ es el índice de refracción de la córnea, ϕ_1 y ϕ_2 son los ángulos de iluminación y observación respectivamente, T es el espesor verdadero, t es el espesor aparente (visto a través del microscopio); γ_1 y γ_2 son ángulos de refracción e incidencia del haz de luz en la primer interfase respectivamente. Para el espesor aparente se tiene la siguiente relación:

$$t = s_2 \cos \phi_2 + s_1 \cos \phi_2 - q \sin \phi_2 \quad (10B)$$

Utilizando identidades trigonométricas se llega a:

$$t = R[\sin(\alpha_1 + \phi_2) - \sin(\phi_2 - \alpha_2)] \quad (11B)$$

La Ec. (11B), se puede escribir como:

$$\frac{t}{R} = 2 \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) \cos \left(\phi_2 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \quad (12B)$$

Se puede aproximar por:

$$\frac{t}{R} \approx (\alpha_1 + \alpha_2) \left(\cos \phi_2 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \operatorname{sen} \phi_2 \right) \quad (13B)$$

Relacionando (9B) y (13B), reordenando términos y simplificando se tiene:

$$\frac{t}{R} \approx \left(\frac{T}{R} \right) (C_1 + C_2) \cos \phi_2 \left(1 + \left(\frac{T}{R} \right) \left[\frac{(K_1 + K_2)}{(C_1 + C_2)} - \frac{(C_1 - C_2)}{2} \tan \phi_2 \right] \right) \quad (14B)$$

Que puede escribirse como:

$$\frac{R}{T} \approx \frac{R}{t} (C_1 + C_2) \cos \phi_2 + \frac{T(C_1 + C_2) \cos \phi_2}{t} \left[\frac{(K_1 + K_2)}{(C_1 + C_2)} - \frac{(C_1 - C_2)}{2} \tan \phi_2 \right] \quad (15B)$$

En la Ec. (15B) es una buena aproximación de considerable precisión (ver Tabla 1), sin embargo, el segundo término tiene implícito a la incógnita T, si asumimos que:

$$\frac{T(C_1 + C_2) \cos \phi_2}{t} \approx 1 \quad (16B)$$

Con resultados aceptables de aproximación (ver tabla 2) se puede utilizar:

$$\frac{R}{T} \approx \frac{R}{t} (C_1 + C_2) \cos \phi_2 + \frac{k_1 + k_2}{(C_1 + C_2)} - \frac{1}{2} (C_1 - C_2) \tan \phi_2 \quad (17B)$$

En la Ec. (17B), primero se resuelve el lado derecho para C_n y k_n , con $n=1$ y $n=2$ para el ángulo de iluminación y observación respectivamente, luego se resuelve para T. La ventaja de utilizar (17B) es que solo depende de los parámetros podemos medir o conocemos del sistema, como es el ángulo de iluminación y observación, el índice de refracción del material (dado por el fabricante), el espesor aparente es el que se mide directamente y el radio de curvatura anterior también se puede medir, además otra ventaja es que no hay términos cuadráticos en t ni en T. Asimismo, utilizando (17B) una vez aproximado el valor de T, se puede utilizar en Ec. (15B) que debe dar una mejor estimación del espesor verdadero.