

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO Programa de Posgrado en Astrofísica Instituto de Astronomía

Una Perspectiva Fotométrica del Cúmulo Globular NGC 7006: La Población de Estrellas Variables Como Indicadores Astrofísicos

TESIS PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRA EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

Presenta:

FRANCY CAROLINA ROJAS GALINDO

TUTOR: DR. ARMANDO ARELLANO FERRO CO-TUTOR: DR. VALERI ORLOV INSTITUTO DE ASTRONOMÍA

Agosto de 2021, Ciudad de México, México

Agosto 2021



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Para mi madre Francy y mi padre Alfonso

Resumen

En este trabajo presentamos el estudio, por medio de fotometría CCD VI (Johnson-Kron-Cousins), de las estrellas en el campo del cúmulo globular NGC 7006. Hemos concentrado la mayor parte de nuestra atención en la población de estrellas variables, muy especialmente las estrellas RR Lyrae que, por un lado, son las más abundantes de este cúmulo y, por otro, son indicadores primarios de algunos parámetros físicos estelares y del sistema mismo. Para esto, nos hemos beneficiado de calibraciones disponibles en la literatura, que nos permiten calcular la metalicidad, la distancia y la edad del cúmulo, así como las masas, los radios y las temperaturas superficiales de las estrellas individuales.

Los movimientos propios ahora disponibles del Gaia-DR3 (Gaia Collaboration et al., 2021) nos han permitido seleccionar miembros más probables del cúmulo y producir un diagrama color-magnitud nítido, lo que nos facilita la discusión de la distribución de modos de pulsación en la rama horizontal (HB) y poner en perspectiva la estructura de ésta con el tipo de Oosterhoff de una familia de cúmulos globulares.

El trabajo fotométrico se llevó a cabo a través de una serie temporal de imágenes CCD de NGC 7006, obtenidas durante 11 noches, repartidas en 5 años. Esta base de tiempo amplia, nos permitió obtener curvas de luz completas para todas las RR Lyrae del cúmulo, confirmar variaciones y deducir periodicidades de estrellas semi-regulares (SR), en el extremo luminoso de la rama de las gigantes. La reducción de los datos y fotometría de de las imágenes CCD, se hizo mediante la técnica de diferenciación de imágenes (DIA, *Difference Image Approach*), con la paquetería danDIA, que efectúa el cálculo detallado de la PSF a través de las imágenes y permite fotometría precisa, aun en regiones densamente pobladas de fuentes puntuales, como es el centro del cúmulo.

A partir de estos datos, calculamos las curvas de luz de 1373 fuentes puntuales en el campo de nuestras imágenes, de las cuales 470 son muy probablemente miembros del cúmulo. Refinamos los periodos de las estrellas variables ya conocidas en el cúmulo, y corroboramos o corregimos su clasificación. Confirmamos la naturaleza variable de 2 estrellas que estaban clasificadas como no variables; reportamos como no variable una estrella reportada como variable, aunque sin clasificación definida; reclasificamos 7 variables, reportadas erróneamente. A partir de la astrometría de nuestras imágenes de referencia corregimos las coordenadas ecuatoriales de 2 estrellas. También encontramos presencia de modulaciones de amplitud, conocidas como efecto Blazhko en 4 estrellas RRab que no había sido reportado anteriormente.

Con las curvas de luz a mano, hicimos una búsqueda de posibles variables no detectadas previamente, y descubrimos 10 variables nuevas: 4 estrellas tipo RR Lyrae, 1 estrella BL Hercules y 5 estrellas tipo SR.

Dada la gran cantidad de estrellas RR Lyrae tipo RRab, que contiene NGC 7006, hicimos una determinación de los parámetros físicos medios del cúmulo, tales como la distancia y la metalicidad, por medio de la descomposición de Fourier de las curvas de luz de estas estrellas, empleando calibraciones y puntos cero bien establecidos (sección 4.2). Obtuvimos los valores medios para la metalicidad y la distancia al cúmulo $[Fe/H]_{ZW} =$ -1.51 ± 0.13 y 41.1 ±1.5 kpc, respectivamente. Calculamos la distancia por dos métodos independientes: (1) usando la relación periodo-luminosidad de las estrellas RR Lyrae en el filtro I, donde obtuvimos una distancia de 41.2 ± 1.4 kpc; y (2) posicionando la rama horizontal de edad cero (ZAHB) a una luminosidad adecuada según sugiere la distribución observada de estrellas, por este método estimamos una distancia de 44.0 ± 1.0 kpc. Finalmente, la distribución detallada de estrellas RRab y RRc, en la HB, indica la presencia de algunas RRab en la región de intersección en la franja de inestabilidad para el modo fundamental y el primer sobretono, conocida como región bimodal, es decir, hacia el azul del borde rojo de la franja de inestabilidad del primer sobretono. La separación de modos es la regla en cúmulos de tipo OoII, pero ocurre solo en algunos Ool como NGC 7006, por lo que la mezcla de modos en este cúmulo no es sorprendente. Discutimos esta característica en la perspectiva de 21 cúmulos estudiados por nuestro grupo, en el plano que relaciona la estructura de la HB y la metalicidad del cúmulo en cuestión. Como haremos notar, la mezcla de modos en la HB está asociada con la distribución de masas en la ZAHB, que a su vez depende de la pérdida de masa durante la etapa de las ráfagas de He en la rama de las gigantes.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mis papás, Francy Galindo y Alfonso Rojas, y a mi hermano, Juan Daniel Rojas Galindo, por el apoyo incondicional que me han dado desde la distancia, sobre todo en estos tiempos de dificultades para el mundo. Agradezco infinitamente su amor inconmensurable, sus palabras de aliento en aquellos días de agobio y tristeza. Gracias por creer en mi, aún cuando yo misma creía que no podía. Sin ustedes, esta tesis no sería posible.

Quiero agradecer a mi asesor, el Dr. Armando Arellano Ferro, quien me ha acompañado en mi proceso de formación desde antes de entrar a la maestría y quien se ha convertido en un amigo incondicional, agradezco cada palabra y cada enseñanza, y una vez más por creer en mis capacidades. Agradezco también a mi co-asesor, el Dr Valeri Orlov, por acompañarme durante estos dos años de formación en el posgrado, por su paciencia y enseñanzas.

Agradezco a Israel Zarza y a su familia Zarza Hernández, Zarza Lugo, por haberme acogido en esta bella ciudad y hacerme parte de su familia, agracezco a Israel por cada comida, cada chela, cada palabra de apoyo, por cada noche que trasnochó junto a mi, mientras yo estudiaba sin parar, gracias por ese apoyo incondicional.

Agradezco especialmente al Dr. Ivan Bustos Fierro por haber calculado la membresía de estrellas en NGC 7006 utilizando sus algoritmos.

Quiero agradecer a mis sinodales: Dra. Rosa Amelia Gonzáles, Dra. Erika Benitez, M. en C. Christine Allen, Dr. Lester Fox y M. en C. Jose Peña, por tomarse el tiempo de leer mi trabajo, por sus correcciones y sugerencias, para mejorar mi manuscrito.

Agradezco a mi comité tutor: Dra. Erika Benitez, Dr. Jorge K. Barrera-Ballesteros y Dr. Leonardo Sanchez por su acompañamiento durante la maestría.

Este trabajo estuvo apoyado por la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA), UNAM, a través del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT):

- PAPIIT IN107818: Fotometría rápida de enanas blancas.
- PAPIIT IG100620: Estudio de la evolución de estrellas pulsantes por medios observacionales.

Gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por haberme permitido venir a este bello pais a realizar mis estudios de posgrado a través de la beca de maestría.

Índice general

Índice de figuras v					I
Ín	dice	de tab	las	XII	I
1.	Intr	oducci	ón	1	L
	1.1.	Cúmul	los Estelares		1
		1.1.1.	Cúmulos Abiertos o Galácticos	. 4	2
		1.1.2.	Los Cúmulos Globulares	. 4	2
	1.2.	Estrell	as Variables y sus Curvas de Luz	. ()
		1.2.1.	Binarias Eclipsantes	. 10)
		1.2.2.	Cefeidas Clásicas y de Población II	. 10)
		1.2.3.	Variables Gigantes Rojas	. 12	2
		1.2.4.	Estrellas SX Phoenicis	. 13	3
		1.2.5.	Estrellas RR Lyrae	. 15	5
2 .	Dat	os, Fot	cometría CCD y Transformación al Sistema Estándar	18	3
	2.1.	Observ	vaciones	. 18	3
	2.2.	Reduc	ción, Fotometría y Transformación al Sistema Estándar	. 19)
		2.2.1.	Reducción y Fotometría	. 20)
		2.2.2.	Transformación al Sistema Estándar	. 24	1
3.	Esti	ellas V	Variables y Curvas de Luz	28	3
	3.1.	Determ	ninación del Periodo y Construcción de Curvas de Luz	. 28	3
	3.2.	Estrell	as Variables	. 32	2
		3.2.1.	Estrellas Variables RR Lyrae	. 32	2
		3.2.2.	Otras Estrellas Variables	. 33	3
		3.2.3.	Membresía en el campo de visión de NGC 7006	. 38	3
	3.3.	Búsqu	eda de Variabilidad	. 41	l
		3.3.1.	Región de las Rezagadas Azules	. 41	L

		3.3.2. Rama Horizontal	44
		3.3.3. Región de las W Virginis	46
		3.3.4. Extremo Luminoso de la Rama de las Gigantes Rojas (TRGB)	47
	3.4.	Tipo de Oosterhoff de NGC 7006	48
4.	Para	ámetros Físicos y Diagrama Color-Magnitud	52
	4.1.	Estimación del Enrojecimiento	52
	4.2.	Parámetros Físicos por Descomposición de Fourier de las Curvas de Luz	
		de Estrellas RR Lyrae	53
		4.2.1. Metalicidad	54
		4.2.2. Magnitud Absoluta	57
		4.2.3. Temperatura	58
		4.2.4. Luminosidad y Distancia	58
		4.2.5. Masa y Radio	59
	4.3.	Diagrama Color-Magnitud de NGC 7006	60
	4.4.	Distancia de NGC 7006 Calculada por Métodos Independientes	63
5.	Estr	ructura de la Rama Horizontal de NGC 7006	65
	5.1.	Estructura de la RH: Distribución de Estrellas RR Lyrae en la Zona de	
		Inestabilidad	65
	5.2.	Conclusiones	67
А.	Not	as Individuales de Estrellas Variables.	69
Bi	Bibliografía		

Índice de figuras

1.1.	diagrama color-magnitud del cúmulo globular M3. Tomado de LeBlanc (2011)	5		
1.2.	diagrama H-R con las trazas evolutivas de estrellas de masa intermedia. Diagrama original tomado de Guenther (2002)			
1.3.	distribución de periodos medios de variables RR Lyrae en CGs del tipo OoI (arriba) y OoII (abajo). Diagrama original tomado de Clement et al. (2001)	8		
1.4.	Curvas de luz con ajustes de Fourier (lineas rojas) de 4 estrellas RR Lyrae: 3 RRab (V1, V25 y V38) y 1 RRc (V62). Curvas tomadas de nuestra colección de curvas. Estos ajustes se utilizaron para calcular parámetros físicos en el capítulo 4, donde el procedimiento se describe con detalle	11		
1.5.	curvas de luz de tres tipos de binarias eclipsantes: binarias eclipsantes geométricas, semi-separadas y en contacto. Imágenes originales tomadas de Karttunen et al. (2017)	12		
1.6.	curva de luz en los filtros $UBVRIJK$ de la cefeida SU Cygni. Imagen original tomada de Catelan & Smith (2015)	13		
1.7.	curvas de luz en las bandas I y K de la estrella BL Her. Figura original tomada de Catelan & Smith (2015) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	14		
1.8.	curva de luz, graficada como función del día juliano, de la variable tipo SR, V20, en el CG NGC 4147. Figura original tomada de Arellano Ferro et al. (2018)	14		
1.9.	curva de luz de la estrella tipo SX Phe V50 en el cúmulo globular M13. Figura original tomada del trabajo de Deras et al. (2019)	15		
1.10.	curvas de luz de las estrellas variables V6 (RRab) y V3 (RRc), en el cúmulo globular NGC 4147. V6 muestra claramente una modulación de amplitud del tipo Blazhko. Figura original tomada del trabajo de tesis de	1 -		
	Rojas Galindo (2018)	17		

2.1.	diferencias entre magnitudes estándares e instrumentales vs. el color ins- trumental, para cada estrella estándar de Stetson (2000), en el campo de visión del primer y del segundo grupo de imágenes	25
3.1.	curvas de luz de la estrella variable V1, puestas en fases con dos periodos distintos. Es evidente que el periodo en el panel inferior es el correcto	29
3.2.	imagen en el filtro V del cúmulo globular NGC 7006, donde se identifica todas las estrellas variables conocidas en nuestro campo de visión (marcas negras), así las nuevas variables descubiertas en el presente trabajo. El tamaño del campo de visión en las imágenes izquierda y derecha, es de 7×7 y 1.7×1.7 arcmin ² , respectivamente. En ambas imágenes, el norte está hacia abajo y el este a la derecha.	33
3.3.	curvas de luz de 61 estrellas RR Lyrae en NGC 7006, detectadas y medidas en este trabajo. Los colores de los puntos son: negros, rojos, verdes y azules, para los datos de 2011, 2012, 2013 y 2015, respectivamente,	34
3.3.	continuación.	35
3.3.	continuación.	36
3.4.	Curvas de luz de las estrellas conocidas previamente a este trabajo, en la RGB de NGC 7006. Los puntos negros, rojos, verdes y azules corresponden a datos de 2011, 2012, 2013 y 2015, respectivamente	37
3.5.	los puntos rojos y grises corresponden a las estrellas miembros y no miem- bros, respectivamente. Panel izquierdo: Campo del cúmulo NGC 7006. Panel central: VPD de los movimientos propios de las estrellas en NGC 7006. Panel derecho: diagrama color-magnitud de NGC 7006, en el siste- ma fotométrico de Gaia.	40
3.6.	diagrama color-magnitud de NGC 7006. Las cuatro regiones marcadas, son aquellas, donde exploramos las curvas de luz de las estrellas miem- bros del cúmulo (puntos negros, encontrados con el análisis de membresía de la sección anterior), en busca de variabilidad. Las variables reciente- mente encontradas, están marcadas con un cuadro rojo y etiquetadas con nombres provisionales, que corresponden a las curvas de luz mostradas en las figuras 3.9, 3.11(a) y 3.12. Las demás estrellas marcadas con distintos símbolos y colores, son variables en el campo del cúmulo (ver pie de figura de la Figura 4.1).	42
3.7.	curvas de luz de las dos posibles variables SX Phe, pertenecientes a la región de las blue stragglers. Los colores de los puntos son: negros, rojos	4.5
	y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente	43

3.8.	Imágenes de identificación de las dos candidatas a SX Phe, que corresponden a las curvas de luz de la figura 3.7, y de las estrellas variables aledañas. El tamaño del campo de visión de las imágenes, es de $14.2 \times 14.2 \text{ arcsec}^2$, el norte está abajo y el este a la derecha	43
3.9.	Curvas de luz de las nuevas RR Lyrae faseadas con los periodos y las épocas de la tabla 3.1. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente	44
3.10.	imágenes astrométricas donde se identifican las 4 nuevas RR Lyrae y las estrellas variables ya conocidas, aledañas a ellas. El campo de visión de las imágenes, tiene un tamaño de $13 \times 13 \operatorname{arcsec}^2$, con el norte abajo y el este a la derecha.	45
3.11.	(a) curva de luz de la nueva variables en la región de las W Vir, faseada con el periodo indicado en la Tabla 3.1. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente. (b) Identificación de la nueva variable, apenas visible por el contraste con la estrella brillante contigua, en la imagen astrométrica. El campo de visión de las imágenes tiene un tamaño de 8.5×8.5 arcsec ² , con el norte abajo y el este a la derecha.	46
3.12.	Curvas de luz de las nuevas variables. Para cada estrella se presenta una gráfica de magnitud vs. HJD, donde se observa su variación a través del tiempo, y su respectiva curva puesta en fase con los tiempos característicos presentados en la tabla 3.1. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente	48
3.13.	identificación de las nuevas variables tipo SR, en la imagen de referencia, junto con las estrellas variables aledañas a ellas. El campo de visión de las imágenes, tiene un tamaño de $13 \times 13 \operatorname{arcsec}^2$. El norte está hacia abajo y el este a la derecha.	49

- 3.14. plano periodo-amplitud en los filtros V (panel superior) e I (panel inferior) para NGC 7006. Los puntos azules rellenos y verdes vacíos, representan las estrellas RRab y RRc ya conocidas en el cúmulo, respectivamente. Las estrellas que presentan efecto Blazhko se marcan con triángulos azul claro. Los cuadros rojos vacíos, indican las variables nuevas. En el panel superior, las líneas continuas y segmentadas son los lugares para las estrellas no evolucionadas y evolucionadas, respectivamente, en M3 (Cacciari et al., 2005). La parábola negra fue encontrada por Kunder et al. (2013b) en 14 cúmulos OoII. Las parábolas rojas fueron calculadas por Arellano Ferro et al. (2015), a partir de una muestra de estrellas RRc en 5 cúmulos OoI y excluyendo variables con efecto Blazhko. En el panel inferior, las líneas azules continua y segmentada fueron construidas por Kunder et al. (2013a). La parábola verde fue calculada por Deras et al. (2019) para estrellas RRc en M13 y la negra, por Yepez et al. (2020) usando 28 RRc de 7 cúmulos globulares tipo OoII.
- 51
- 4.1. El DCM de NGC 7006. En el panel izquierdo se muestran las estrellas miembros y no miembros del cúmulo, en negro y azul, respectivamente, de acuerdo con análisis de membresía. El panel derecho muestra el DCM desenrojecido de las estrellas miembros de NGC 7006; adoptamos un valor de E(B - V) = 0.08. Todas las variables previamente conocidas se identifican siguiendo el código: puntos azules, estrellas RRab; puntos verdes, RRc; puntos rojos, SR; triángulos rosas, estrellas de variabilidad previamente en duda pero confirmada en este trabajo; cruces, estrellas no confirmadas como variables. Los cuadros rojos corresponden a las variables identificadas en el presente trabajo, con el nombre de variable adoptado (compárese con las identificaciones de la Figura 3.6 y de la Tabla 3.2). Todas las estrellas etiquetadas son analizadas individualmente en el apéndice A. Las isócronas fueron calculadas con los modelos de VandenBerg et al. (2014), para las edades de 12.0 (negro), 12.5 (azul), 13.0 (verde) y 13.5 Gaño (rojo), todas ellas con [Fe/H]=-1.58, Y = 0.25 y $[\alpha/Fe]$ =+0.4. Los modelos de ZAHB fueron construidos con el código originalmente desarrollado por (Eggleton, 1971, 1972, 1973) (línea roja continua). A modo de comparación incluimos, como línea discontinua, la ZAHB calculada a partir de los modelos de VandenBerg et al. (2014)), para los mismos parámetros. Todos los modelos han sido colocados a una distancia de 44 kpc. La región definida por el rectángulo rojo, se amplía en el panel inferior, para facilitar comentarios detallados. Las lineas verticales negras en el panel inferior, representan el límite entre los modos de pulsación fundamental y del primer sobretono

5.1.	1. parámetro \mathcal{L} de estructura de la HB como función de [Fe/H]. Los círculos					
	y cuadrados denotan los cúmulos del halo interno y externo, respectiva-					
	mente. Los símbolos con borde negro, representan los cúmulos globulares					
	cuyos modos fundamental y primer sobretono están bien segregados, al-					
	rededor del FORE, a diferencia de los símbolos rellenos sin borde. Los					
	símbolos vacíos son cúmulos que aún no han sido estudiados por nues-					
	tro grupo. Las lineas sólidas marcan los límites inferior y superior de la					
	brecha de Oosterhoff (Bono et al., 1994).	66				

Índice de tablas

2.1.	Registro de observaciones de NGC 7006. Las columnas $N_V y N_I$ indican el	
	número de imágenes obtenidas con los filtros $V \in I$, respectivamente. Las	
	columnas $t_V y t_I$ contienen el intervalo de tiempo de exposición por filtro	
	usado durante cada noche. La última columna lista el seeing promedio en	
	segundos de arco, para cada noche	19
2.2.	Extracto de la fotometría en series de tiempo VI , para todas las estrellas	
	variables confirmadas en NGC 7006	26
3.1.	Datos generales de todas las variables conocidas en NGC 7006. Se incluyen	
	las 10 nuevas variables descubiertas en este trabajo	30
3.1.	Continuación.	31
3.2.	Identificaciones provisionales y definitivas de las nuevas variables. $\ .\ .\ .$	47
4.1.	Coeficientes de Fourier de las estrellas RRab y RRc en NGC 7006. Tam-	
	bién se encuentra el parámetro de desviación D_m para las estrellas RRab	55
4.2.	Parámetros físicos de las estrellas RRab.	61

Capítulo 1 Introducción

1.1. Cúmulos Estelares

Los cúmulos estelares son agrupaciones de cientos y hasta de cientos de miles de estrellas que se mantienen unidas gravitacionalmente y que se formaron de una misma nube molecular aproximadamente al mismo tiempo; es decir, son fundamentalmente coetáneas. A pesar de esto, las estrellas se formaron con distintas masas, por lo que en un momento dado poseen diferentes temperaturas superficiales y luminosidades, esto es, diversos colores y magnitudes. Dado que la evolución de una estrella está gobernada por su masa, las estrellas del sistema pueden encontrarse en diferentes estados evolutivos, a pesar de tener aproximadamente la misma historia química. Por todas estas características, los cúmulos estelares son excelentes laboratorios para estudiar y probar, por medios observacionales, la teoría de la evolución estelar.

Algunos cúmulos estelares son suficientemente brillantes para poder ser vistos a simple vista, por lo que son conocidos desde tiempos inmemoriales. Un ejemplo de esto es el cúmulo abierto de Las Pléyades. Sin embargo, existen cúmulos distantes y poco luminosos que solamente aparecen como objetos difusos aún con grandes telescopios y detectores poderosos. El primer catálogo de objetos difusos, que incluye cúmulos, galaxias y nebulosas, fue compilado por el astrónomo francés Charles Messier (1730-1817), quién publicó su primera versión en 1774 y la versión final en 1784. Originalmente, Messier catalogó 103 objetos nebulosos y después de unos años añadió 9 más. Estas galaxias, cúmulos globulares y auténticas nebulosas esta descritas en el catálogo ¹. Casi 100 años después, el astrónomo danés John Louis Emil Dreyer (1852-1926) publicó el New General Catalogue of Nebulae and Clusters of stars (NGC), mucho más completo. En el presente podemos consultar varios catálogos de nebulosas, galaxias y cúmulos.

¹http://www.messier.seds.org/xtra/history/m-cat.html

De particular interés para el presente trabajo, podemos mencionar la compilación de propiedades de cúmulos globulares de Harris (2010).

Hay dos tipos de cúmulos estelares: cúmulos abiertos (o Galácticos) y cúmulos globulares. Estas dos familias tienen diferentes orígenes, propiedades astrofísicas e historias. Sus propiedades generales son brevemente descritas en las secciones siguientes.

1.1.1. Cúmulos Abiertos o Galácticos

Los cúmulos abiertos tiene una edad aproximada de 1 Gaño² contienen pocas estrellas (típicamente entre 100 y 1000), por lo que pueden eventualmente ser desintegrados por fuerzas Galácticas de marea. También se les conoce como "Galácticos" porque están contenidos en el disco de la Galaxia, particularmente en los brazos espirales, y por lo tanto están sujetos a la cinemática e interacciones propias del disco. Sus estrellas son de Población I, ricas en metales. Se conoce más de 1000 cúmulos abiertos en nuestra Galaxia. Los ejemplos clásicos de cúmulos abiertos son las Híades, que es el más cercano al Sol, a solo unos 150 años luz, y las Pléyades, a aproximadamente 445 años luz.

1.1.2. Los Cúmulos Globulares

Los cúmulos globulares (CGs) son los objetos más viejos de la Galaxia y algunos son casi tan viejos como el universo mismo. Tienen edades entre 10.5 y 13.5 Gaños (Jimenez, 1998). Su elipticidad es casi siempre menor a 10%, por lo que son, casi todos, prácticamente esféricos. Tienen radios entre 10 y 100 pc (Lang, 2013) y contienen unas 10^5 estrellas de población II, muy pobres en metales (LeBlanc, 2011); estas estrellas se encuentran entre las mas viejas del universo. Son sistemas estelares con un alto grado de concentración de masa, ya que la mayor parte de ella se encuentra en una esfera de unos 0.3 a 10pc de radio. Las regiones externas pueden extenderse entre 10 y 100 veces el tamaño de núcleo (Karttunen et al., 2017). La densidad estelar supera a la de los cúmulos abiertos, al menos, por un factor de 10.

El primer CG descubierto fue M22, en la constelación de Sagitario, aunque su descubridor, el astrónomo alemán Johann Abraham Ihle (1627-1699), lo tomó por una nebulosa. Actualmente conocemos 157 CGs en la Galaxia (Harris, 2010). Se encuentran distribuidos casi esféricamente alrededor del centro Galáctico y siguen órbitas muy excéntricas que les han permitido cruzar el disco galáctico varias veces a lo largo de su existencia.

La distribución de los CGs en la Galaxia fue descubierta por el astrónomo estadounidense Harlow Shapley (1885-1972). Entre 1915 y 1919, Shapley calculó la distancia a 93 CGs, utilizando las estrellas variables tipo RR Lyrae contenidas en esos sistemas.

 $^{^2}$ 1 Gaño equivale a 1×10^9 años

Estas estrellas son relativamente fáciles de identificar, porque sus periodos de variación son cortos (entre 8 y 20 horas), sus amplitudes son grandes (unas décimas de magnitud) y la mayoría tiene una curva de luz asimétrica y característica (ver Figura 1.10).

Shapley midió sus magnitudes medias y utilizó la relación estrecha entre la magnitud media y el periodo de variación, recientemente descubierta por Henrietta Swan Leavitt, para las estrellas cefeidas en la Nube Mayor de Magallanes (NMM). Shapley pensó que las variables de cúmulos, como se les llamaba también a las RR Lyrae, eran de la misma naturaleza que las cefeidas, aunque hoy en día sabemos que no es así, como veremos en las descripciones de ambos tipos de variables más adelante. En resumen, Shapley calibró el punto cero de la relación periodo-luminosidad (P-L) que Leavitt no había podido calibrar, ya que no conocía la distancia a la NMM. Después de medir la distancia de unos pocos cúmulos a través de sus estrellas variables, se dio cuenta de que los CGs tenían una gran gama de diámetros angulares y supuso correctamente que esto era debido a las diferentes distancias: los más pequeños estarían generalmente más lejanos y viceversa, así que usó sus diámetros angulares como un indicador secundario de distancia.

Con esta información, Shapley construyó un mapa de la distribución de cúmulos en "el universo", pues para Shapley y los astrónomos de la época, la Galaxia y el universo eran conceptualmente lo mismo. Notó que los cúmulos se distribuían casi esféricamente con un diámetro de unos 100 kpc y se centraban en torno a la región de Sagitario, lo que presuponía el centro de todo el sistema a unos 20 kpc del Sol (Shapley, 1918). Hoy sabemos que esas dimensiones están muy sobreestimadas debido al menos a dos razones: Shapley no consideró la extinción interestelar que habría de descubrirse unos 40 años mas tarde y, principalmente, las cefeidas de la NMM y las variables de los CGs (RR Lyrae) no son de la misma naturaleza: las primeras son mucho más grandes y luminosas. La estimación moderna de la distancia del Sol al centro de la Galaxia y el diámetro de su resultado fue quizá el dejar en claro, de manera definitiva, que el Sol no ocupaba el centro del universo, o el de la Galaxia que, en cualquier caso, en esa época, eran sinónimos.

Ya que los CGs son muy viejos, conservan características típicas de los estadios iniciales en la formación de la Galaxia, particularmente, la composición química y la dinámica que dio origen al halo Galáctico. Los CGs son de gran relevancia en el estudio de la estructura y la evolución de estrellas muy viejas, de baja masa y baja metalicidad. La mayoría de los CGs contienen estrellas variables, tanto pulsantes como eclipsantes, que son excelentes indicadores de varios parámetros físicos de relevancia astrofísica, e.g., la distancia, la metalicidad, la extinción interestelar y la edad. Las familias de estrellas variables presentes en CGs serán descritas en la siguiente sección.

Diagrama Color-Magnitud

El diagrama color-magnitud (DCM), es esencialmente la versión observacional del Diagrama de Hertzsprung-Russell (DHR). Un DHR es una gráfica de los parámetros físicos temperatura vs. luminosidad, y es el diagrama fundamental para describir la teoría de la estructura y la evolución estelar. Sin embargo, estos parámetros no pueden medirse directamente, por lo que es conveniente reemplazarlas por cantidades que se pueden observar y calibrar empíricamente, a saber, el color y la magnitud estelares, medidas a través de cualquier pasabanda o combinación de filtros. El color y la magnitud, están directamente relacionadas con la temperatura superficial y la luminosidad de una estrella, respectivamente.

Como ejemplo de DCM de un cumulo globular emblemático, la Figura 1.1 muestra el plano (B - V) - V de M3. En este DCM se muestran las distintas regiones de interés en la distribución de las estrellas. Cada punto en la figura corresponde a una estrella en el campo del cúmulo. A medida que la estrella evoluciona, su punto correspondiente se mueve y define su traza evolutiva. Estas, para masas en un rango de 2 a 5 M_{\odot}, se muestran en la figura 1.2.

De particular interés es cómo se va despoblando la Secuencia Principal a medida que el sistema envejece. El punto de salida (*turn of point*, TO), se va desplazando hacia luminosidades mas bajas, de manera tal que la distancia entre el TO y la rama horizontal (*horizontal branch*, HB) (que no cambia de brillo con la edad) es un indicador de la edad del cúmulo. Se han hecho grandes esfuerzos para calibrar la posición y el color del TO con respecto a la edad (Rosenberg et al., 1999; Sarajedini & Demarque, 1990; Vandenberg et al., 1990).

Los loci de puntos de la misma edad constituyen una isócrona y la forma de las isócronas cambia con el tiempo. Una isócrona que reproduce la distribución de MS-TO-RGB (secuencia principal y rama de las gigantes rojas, MS y RGB, respectivamente, por sus siglas en ingles), da una buena idea de la edad del cúmulo, aunque según se discute en los trabajos arriba citados, la incertidumbre en la edad de un CG puede ser tan grande como 3-4 Gaños.

Esquema General de la Evolución de una Estrella

El primer estadio en la evolución de una estrella ocurre en la MS. En esta etapa, la temperatura en el núcleo es lo suficientemente alta (10^7 K) como para que se produzca la fusión de los átomos de hidrógeno para dar origen a átomos de helio. La estrella pasa la mayor parte de su evolución en ese estado. A medida que el hidrógeno se agota, el núcleo de helio aumenta su masa y se contrae, mientras que la envolvente se expande y se enfría. Cuando el hidrógeno se agota la estrella abandona la MS, se mueve hacia el rojo y hacia luminosidades mayores en el DCM. En el caso de los CGs, las estrellas en



Figura 1.1: diagrama color-magnitud del cúmulo globular M3. Tomado de LeBlanc (2011).

el TO, son las más calientes y azules de la MS, que están a punto de abandonarla, ya que han agotado todo el hidrógeno en el núcleo.

Ahora, con un núcleo de helio, el hidrógeno "se quema" en un manto delgado que rodea al núcleo. El núcleo continua contrayéndose y calentándose, y la envolvente expandiéndose y enfriándose. Como la estrella crece, se vuelve más brillante y asciende por la rama de las subgigantes (*subgiant branch*, SGB) y RGB. En la punta de la RGB, la temperatura del núcleo de helio es tan alta que este "se prende" de manera violenta y recurrente, lo que se conoce como las ráfagas de helio (o "helium-flashes"); en esta etapa, la estrella pierde hasta un 20 % de su masa. Entender la pérdida de masa en esta etapa, es un pilar fundamental para comprender la propiedades de las estrellas en la HB, así como el cambio de la morfología de la HB con la metalicidad y el llamado 'segundo parámetro' (Catelan, 2009). Por lo que la pérdida de masa se ha descrito de diversas maneras, una de ellas, quizas la más famosa y utilizada es la Ley de Reimers (Reimers,



Figura 1.2: diagrama H-R con las trazas evolutivas de estrellas de masa intermedia. Diagrama original tomado de Guenther (2002).

1975, 1977), definida como

$$\frac{dM_{\rm RGB}}{dt} = \eta \frac{L}{gR},$$

donde $dM_{\rm RGB}/dt$ está en M_{\odot}/a ño; L y R son la luminosidad y el radio de la estrella, respectivamente, g es la aceleración de la gravedad en la superficie de la estrella, y η es un parámetro que gobierna la pérdida de masa. Esta Ley ha sido modificada por diferentes autores, como por ejemplo Schröder & Cuntz (2005, 2007), con el fin de hacer una mejor descripción de esta pérdida de masa.

Subsecuentemente, la estrella se reestructura y desciende hacia la rama horizontal de edad cero (*zero age horizontal branch*, ZAHB), donde ocurre el quemado de helio en el núcleo. La fuente de energía de la estrella proviene de la fusión de helio y su conversión en carbono y oxígeno.

Al instalarse las estrellas sobre la ZAHB, lo hacen más hacia el azul (hacia la izquierda de la figura 1.1) o más hacia el rojo (hacia la derecha de la figura 1.1), dependiendo de su masa, que en efecto, puede ser entre el 60 % y el 80 % de la masa que tuvieron en la MS. Entre mayor sea la pérdida de masa en la RGB la estrella llegará con menos

masa a la ZAHB y se instalará en las regiones más calientes o azules de la ZAHB. De manera contraria, cuando la pérdida de masa es menor, la estrella más masiva iniciará su etapa en la ZAHB más en la zona más fría o roja de ésta. Este hecho esta ilustrado muy claramente por los modelos evolutivos de Silva Aguirre et al. (2008) (ver su Figura 1). Esta distribución de masas en la ZAHB es también un resultado observacional que se ha visto en todos los CG's estudiados por nuestro grupo (Arellano Ferro et al., 2017), incluido en el presente trabajo. La gama de masas en la ZAHB depende entonces de la pérdida de masa en la RGB durante las ráfagas de helio, cuya parametrización es compleja, y donde muy probablemente intervienen factores como la metalicidad, la rotación estelar y la presencia de campos magnéticos Arellano Ferro et al. (2020) han especulado que, probablemente, es este, el famoso 'segundo parámetro', apoyados por la evidencia de la presencia de campos magnéticos de diversas intensidades en gigantes rojas (Konstantinova-Antova et al., 2013). El 'primer parámetro', que gobierna la estructura de la HB es sin duda la metalicidad. Sin embargo, la evidencia de cúmulos de metalicidades distintas con HB's similares dio origen a la idea de que debe existir un segundo parámetro que contribuya a la estructuración de la HB. Otros autores han sugerido distintos candidatos para el segundo parámetro, como la edad (Sandage & Wallerstein, 1960), la abundancia de helio (Sandage & Wildey, 1967), e incluso una combinación de pares de segundos parámetros, como la edad y la pérdida de masa (Catelan, 2000; Peterson, 1982), este es un tema controversial que sigue vigente.

La distribución de masa en la ZAHB, juega un papel fundamental en la estructura de la HB y en la distribución de modos de pulsación entre las estrellas RR Lyrae, que son sin duda las estrellas variables más comunes en los CGs, como discutiremos más adelante en el presente trabajo.

Cuando la estrella agota el helio en el núcleo, de manera similar a como ocurrió en la MS al agotarse el hidrógeno, el núcleo se contrae y la envolvente se expande. La estrella abandona la ZAHB, quema helio en un cascarón en en torno al núcleo y se desplaza hacia la rama asintótica (*asymptotic giant branch*, AGB), donde las estrellas arrojan gran parte de su masa en forma de vientos estelares, exponiendo su núcleo caliente rodeado de mantos diluidos de la materia arrojada; la estrella se convierte en una nebulosa planetaria.

En el DCM, las pre-nebulosas planetarias se desplazan a lo largo de sus trazas evolutivas en escalas de tiempo muy cortas, del orden de unos pocos cientos de años. Eventualmente, solo el núcleo seguirá contrayéndose isotérmicamente y disminuirá su luminosidad hasta convertirse en una enana blanca, completando su evolución.

Debajo de la HB y al azul del TO, se encuentra, en el DCM de los CGs, la región de las estrellas rezagadas azules (*blue stragglers*, BS). Estas son estrellas más masivas que las estrellas en el TO y, como tales, debían haber evolucionado ya hacia la RGB. Sin embargo, se piensa actualmente que estas estrellas son en realidad la mezcla de dos

estrellas menos masivas en un sistema binario que se han fusionado, lo que puede ocurrir con mayor frecuencia en las regiones de los CGs de alta densidad estelar, como son las regiones centrales. Como resultado, las estrellas aparecen más luminosas y más calientes que el TO. Se ha encontrado que muchas de ellas presentan pulsaciones con periodos de 0.02- 0.1 días, y estas se conocen como estrellas SX Phoenicis, debido al nombre de su estrella prototipo.

Grupos de Oosterhoff

En 1939 el astrónomo holandes Pieter Oosterhoff (1907-1977) estudió las RR Lyrae en cinco CGs y notó que estos podían dividirse en dos grupos, en función del periodo medio de sus estrellas RR Lyrae (ver sección §1.2.5), particularmente de sus estrellas tipo RRab, $\langle P_{ab} \rangle$, que pulsan en el modo fundamental (Oosterhoff, 1939). Los cúmulos con $\langle P_{ab} \rangle \sim 0.55$ días son del grupo Oosterhoff I (OoI) y aquellos con $\langle P_{ab} \rangle \sim 0.65$ días son Oosterhoff II (OoII). Posteriormente, se observó que los OoI son más ricos en metales que los OoII.



Figura 1.3: distribución de periodos medios de variables RR Lyrae en CGs del tipo OoI (arriba) y OoII (abajo). Diagrama original tomado de Clement et al. (2001).

En la figura 1.3 se muestra la distribución de periodos en los grupos de Oosterhoff (Clement et al., 2001). Estos histogramas fueron construidos incluyendo 936 estrellas RRab y 231 RRc (que pulsan en el primer sobretono) en cúmulos OoI, y con 333 estrellas RRab y 268 RRc para el caso de cúmulos OoII.

1.2. Estrellas Variables y sus Curvas de Luz

En general, las estrellas variables pueden dividirse, según las causas de su variación, entre extrínsecas e intrínsecas. En las estrellas extrínsecas las variaciones no son inherentes a la estrella misma, sino que se producen por causas externas, como en el caso de las estrellas eclipsantes; en las intrínsecas las variaciones en su brillo son consecuencia de un proceso físico en la estrella, por ejemplo pulsaciones, es decir, modulaciones del flujo de energía por cambios de opacidad, con las consecuentes variaciones de la temperatura superficial y del color. Las estrellas cefeidas, SX Phoenicis, RR Lyrae y las gigantes rojas de largo periodo o irregulares, son algunos ejemplos de variables intrínsecas.

Para estudiar la variación en magnitud de las estrellas variables se emplea lo que conocemos como curvas de luz. LA curva de luz de una estrella variable es la gráfica de su magnitud como función de la fase en su ciclo de variación. La fase se define como

$$\phi(t) = N_E - \lfloor N_E \rfloor, \tag{1.1}$$

donde

$$N_E = \frac{t_i - E}{P},\tag{1.2}$$

es un número real, que define el número de ciclos entre el momento de observación t_i , y la época E o tiempo de máximo brillo seleccionado y empleado como referencia; P es el periodo de variación de la estrella en días. Por lo tanto, la fase $\phi(t)$, es la parte fraccional de N_E , puesto que, los corchetes cuadrados incompletos indican que se toma la parte entera inferior más cercana. Note que la fase es adimensional. Para las estrellas variables que no tienen una variación estrictamente periódica, y cuyos tiempos de variación característicos pueden ser desde unos días hasta cientos de días, la curva de luz puede ser la gráfica de la magnitud como función del momento de su observación o día juliano heliocéntrico (heliocentric julian day, HJD).

Una manera de representar la curva de luz en términos matemáticos es por medio de una descomposición de Fourier. La representación en series de Fourier de una curva de luz, es de la forma

$$m(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{N} A_k \cos\left(\frac{2\pi k}{P}(t-E) + \phi_k\right),$$
(1.3)

donde m(t) es la magnitud al tiempo t, P es el periodo en días, E es la época o tiempo de máximo brillo y N es el grado o número de armónicos empleados para reproducir la curva. A_0 es la intensidad media ponderada (*intensity weighted mean*), $\langle V \rangle$ o $\langle I \rangle$, de las curvas de luz, que es la mejor estimación de la magnitud media. A_k y ϕ_k , son la amplitud y la fase, respectivamente, de cada armónico de la ecuación 1.3, y a partir de estos se calculan los parámetros de Fourier;

$$\phi_{ij} = j\phi_i - i\phi_j, \tag{1.4}$$

$$R_{ij} = \frac{A_i}{A_j},\tag{1.5}$$

donde ϕ_{ij} son las diferencias de fase y R_{ij} son las amplitudes relativas, con $1 \leq i, j \leq N$. En la figura 1.4 se muestran 4 ejemplos de ajustes de Fourier, para las curvas de luz, de estrellas tipo RR Lyrae (ver sección §1.2.5), en los filtros $V \in I$.

A continuación, se describen con más detalle algunas de las propiedades fundamentales y las morfologías de las curvas de luz de algunos tipos de estrellas variables que suelen estar presentes en los CGs.

1.2.1. Binarias Eclipsantes

Una binaria eclipsante esta compuesta de dos estrellas orbitando en torno a su centro de masa y eclipsando una a la otra, alternativamente, de manera total o parcial. Para que los eclipses sean visibles desde la Tierra, el plano orbital debe estar lo suficientemente perpendicular al plano del cielo. Tres clases de binarias eclipsantes y las curvas de luz de sus prototipos están ilustradas en la figura 1.5.

1.2.2. Cefeidas Clásicas y de Población II

Las cefeidas clásicas reciben su nombre por su prototipo, la estrella δ Cephei. Son estrellas supergigantes de población I, con masas entre 3 y 15 M_☉ y radios entre 10 y 130 R_☉. La variación en su brillo se debe a las pulsaciones radiales con periodos entre 4 y 70 días para las cefeidas Galácticas, pero hay con periodos entre 1 y 135 días en otras galaxias, por ejemplo en las Nubes de Magallanes (Ulaczyk et al., 2013). En el DCM se encuentran en la parte superior de la franja de inestabilidad y son mucho más luminosas que las RR Lyrae en la HB. El gran interés en las cefeidas proviene de la correlación entre su luminosidad y el periodo de pulsación (relación P-L), descubierta por Henrietta Swan Leavitt en 1912 al estudiar cefeidas en la nube mayor de Magallanes (NMM), y calibrada con precisión en las décadas posteriores. Esta propiedad hizo de las cefeidas la "Piedra Fundamental" sobre la que descansa la escala cósmica de distancias.

Existen cefeidas en prácticamente cualquier galaxia espiral y se encuentran preferentemente en los brazos espirales. Son, por lo tanto, ricas en metales y típicas de población I. A lo largo del ciclo de variación cambia su temperatura superficial y por tanto su color



Figura 1.4: Curvas de luz con ajustes de Fourier (lineas rojas) de 4 estrellas RR Lyrae: 3 RRab (V1, V25 y V38) y 1 RRc (V62). Curvas tomadas de nuestra colección de curvas. Estos ajustes se utilizaron para calcular parámetros físicos en el capítulo 4, donde el procedimiento se describe con detalle.

y su tipo espectral entre F y K, por lo que también se dice de ellas que son supergigantes amarillas. No hay cefeidas en cúmulos globulares, pero existen en algunos cúmulos abiertos, por ejemplo, en NGC 7790 hay tres Cefeidas (Alcalá & Arellano Ferro, 1988).

Las cefeidas de tipo II son estrellas de población II, de baja metalicidad, de baja masa $(0.5-0.6 \text{ M}_{\odot})$ y con periodos entre 0.75 y 30 días. En nuestra Galaxia, han sido identificadas en algunos CGs y como estrellas de campo en el halo y el bulbo. A las cefeidas tipo II con periodos mayores a 8 días se les denomina estrellas W Virginis, mientras que a aquellas con periodos menores a 8 días son conocidas como estrellas BL Hercules. En el DCM las cefeidas tipo II se hallan en la franja de inestabilidad un poco



Figura 1.5: curvas de luz de tres tipos de binarias eclipsantes: binarias eclipsantes geométricas, semi-separadas y en contacto. Imágenes originales tomadas de Karttunen et al. (2017)

por arriba de la HB. La figura 1.7 muestra la curva de luz de la estrella BL Her en las bandas $I \ge K$ (Catelan, 2004).

1.2.3. Variables Gigantes Rojas

En el DCM estas estrellas se encuentran en el extremo luminoso de la RGB. Tienen envolventes convectivas muy profundas, lo que, aunado a su gran tamaño, hace que sus pulsaciones no sean radiales ni estrictamente periódicas y sus curvas de luz son generalmente irregulares y suelen graficarse como función de HJD. En el caso de estrellas semi-regulares (SR) se puede identificar un "tiempo característico" de pulsación y las curvas pueden ponerse en fase.

Las variables tipo SR tienen tiempos característicos de entre decenas y unos pocos cientos de días (Catelan & Smith, 2015). En el Catálogo General de Estrellas Variables (Samus' et al., 2017), las SR se subdividen así: SRA, gigantes tardías con amplitudes y curvas de luz de morfología variable y con 'periodos' persistentes de entre 35 y 1200 días. SRB, son gigantes tardías sin periodicidad clara pero con ciclos en el intervalo de 20 a 3000 días, con intervalos que alternan variaciones lentas de la forma de la curva de luz. La presencia de dos o mas periodos simultáneos también se ha reportado. SRC, gigantes, también tardías, que presentan variaciones irregulares con tiempos entre 30 y



Figura 1.6: curva de luz en los filtros UBVRIJK de la cefeida SU Cygni. Imagen original tomada de Catelan & Smith (2015).

miles de días. SRD, semi-regulares de tipo espectral F, G o K y periodos entre 30 y 1100 días. SRS, con periodos más cortos, menores a 30 días. La figura 1.8 muestra la curva de luz de la estrella V20 en NGC 4147, descubierta por Arellano Ferro et al. (2018).

1.2.4. Estrellas SX Phoenicis

Estas estrellas se encuentran localizadas en la región de las BS del DCM, esto es, 1-2 magnitudes por debajo de la HB y hacia el azul del TO (ver figura 1.1). Son de población II y de baja metalicidad (Chang et al., 2013), se encuentran tanto en el campo general como en CGs. Generalmente pulsan de manera radial en el modo fundamental o alguno de los primeros sobretonos y es común que pulsen simultáneamente en dos modos. Sus periodos se encuentran entre 0.02 y 0.08 días (Clement et al., 2001). La figura 1.9 muestra



Figura 1.7: curvas de luz en las bandas I y K de la estrella BL Her. Figura original tomada de Catelan & Smith (2015)



Figura 1.8: curva de luz, graficada como función del día juliano, de la variable tipo SR, V20, en el CG NGC 4147. Figura original tomada de Arellano Ferro et al. (2018).

la curva de luz de la estrella V50 en el cúmulo Hércules, M13, tomada del trabajo de Deras et al. (2019).



Figura 1.9: curva de luz de la estrella tipo SX Phe V50 en el cúmulo globular M13. Figura original tomada del trabajo de Deras et al. (2019).

En cúmulos globulares, estas estrellas son difíciles de observar con precisión pues son débiles. Además, puesto que pueden pulsar en algún sobretono, su empleo para determinar distancias es delicado y a veces incierto. Sin embargo son de gran relevancia astronómica ya que, como las cefeidas clásicas, poseen una relación bien definida entre el periodo de pulsación y la luminosidad o brillo intrínseco de la estrella, lo que las hace excelentes indicadores de distancia. La combinación con métodos alternativos en cúmulos globulares (como el de las RR Lyrae) ha permitido la calibración de la relación P-L de las SX Phe para el modo fundamental y los dos primeros sobretonos. Para calibraciones recientes de la relación P-L, se refiere al lector a los trabajos de Arellano Ferro et al. (2011) en el cumulo NGC 5024 (M53) o, más recientemente, Arellano Ferro et al. (2020) para el cúmulo M10.

1.2.5. Estrellas RR Lyrae

La variabilidad de la estrella prototipo RR Lyrae en la constelación de la Lira fue descubierta por Williamina Fleming (1857-1911) en 1899; es la más brillante de las RR Lyrae ahora conocidas. Las estrellas RR Lyrae son quizá los más importantes y útiles indicadores de distancia y de parámetros físicos estelares de la población II, particularmente en CGs. Sus bajas metalicidades, de entre 10 y 100 veces menores que la del Sol, son típicas de la población del halo Galáctico. Se encuentran quemando helio en el núcleo estelar y se ubican en el corazón de la HB. Su masa en esta etapa es de entre 0.6 y 0.8 M_{\odot} y provienen de estrellas de unas 0.9 M_{\odot} en la MS, desde donde han evolucionado en los últimos $10^{10} - 10^{13}$ años, y perdido masa en la etapa de las ráfagas de helio en la RGB. Podemos afirmar que se encuentran entre las estrellas mas viejas del universo. Sus radios y masas se pueden determinar por medio de la descomposición de Fourier de las curvas de luz, cuyos parámetros están relacionados con los parámetros físicos (e.g., Arellano Ferro et al. (2020) para el cúmulo M10 y referencias ahí citadas). Tienen radios de entre 4-6 R_☉ y temperaturas superficiales de entre 580 0K y 7400 K (Arellano Ferro et al., 2016). Son comunes en los CGs pero también abundan en el campo Galáctico, particularmente en el bulbo, y en las galaxias elípticas.

Las RR Lyrae se dividen en dos grupos, o tipos, de Bailey, llamados así en honor del astrónomo estadounidense Solon I. Bailey (1854-1931), quien fue el primero en distinguir las diferencias: las estrella, RRab, con periodos entre 0.4 y 0.8 dias, con curvas de luz muy asimétrica, y que pulsan en el modo fundamental; y las RRc, con periodos mas cortos, entre 0.2 y 0.4 días, curvas simétricas y muy sinusoidales y que pulsan en el primer sobretono (ver figura 1.3). Una notación alternativa fue sugerida por Alcock et al. (2000): RR0 para RRab, RR1 para RRc e incluso RR01 para las RRd o de doble modo, lo que ayuda a recordar el modo en el que pulsa la estrella. En la figura 1.10, se ilustran las curvas de luz de las variables V6 (RRab) y V3 (RRc) del CG NGC 4147, sacadas del trabajo de tesis de Rojas Galindo (2018).

En 1907 el astrónomo ruso Serguéi Blazhko (1870-1956) notó una modulación de amplitud y fase de la estrella tipo RR Lyr RW Draconis (Blažko, 1907). A estas modulaciones se les conoce desde entonces como "Efecto Blazhko". El efecto ocurre en casi el 50% de las RRab (según Benkő et al. (2010); Jurcsik et al. (2009)). Aunque se creía que el efecto era casi exclusivo para estrellas RRab, claras modulaciones se han encontrado en numerosas RRc (Arellano Ferro et al., 2012; Olech et al., 1999). En la figura 1.10 se puede ver un efecto Blazhko muy claro en la variable V6 de NGC 4147. La modulación Blazhko también es periódica, con periodos de unas decenas de días pero difíciles de determinar, pues se requiere de observaciones temporalmente densas y durante un tiempo prolongado. Las razones físicas que producen estas modulaciones no son muy claras hasta el presente, aunque existen algunas propuestas que incluyen la presencia de campos magnéticos y efectos hidrodinámicos, claramente resumidas en el trabajo de Stothers (2006).



Figura 1.10: curvas de luz de las estrellas variables V6 (RRab) y V3 (RRc), en el cúmulo globular NGC 4147. V6 muestra claramente una modulación de amplitud del tipo Blazhko. Figura original tomada del trabajo de tesis de Rojas Galindo (2018).

Capítulo 2

Datos, Fotometría CCD y Transformación al Sistema Estándar

Un paso fundamental para hacer investigación en astrofísica observacional es el procesamiento de los datos que serán utilizados. En este capitulo describiremos la adquisición, el método que utilizamos para la reducción y fotometría de las imágenes, así como la transformación de las magnitudes instrumentales de todas las estrellas detectadas en el campo del cúmulo, al sistema fotométrico estándar VI (Landolt, 1983).

2.1. Observaciones

Los datos empleados en el presente trabajo, fueron adquiridos en once noches de observación, distribuidas a lo largo de 4 años: 5-6 de octubre de 2011, 23-25 de agosto de 2012, entre el 30 de julio y el 27 de agosto de 2013, y 26-27 de junio de 2015. Las observaciones fueron realizadas por el Dr S. Muneer¹ y la Dra Sunetra Giridhar¹, con el telescopio de 2m del *Indian Astronomical Observatory* (IAO), ubicado en Hanle, en la región de los Himalayas de la India, a una altura de 4500m sobre el nivel del mar. Se obtuvo un total de 199 imágenes con el filtro V y 149 imágenes con el filtro I. El telescopio estuvo equipado con un detector CCD Thompson de 2048 × 2048 píxeles con una escala de 0.296 arcsec/pix, lo que permite un campo de visión de 10.1 × 10.1 minutos de arco cuadrados. El promedio del seeing nocturno predominante, se calcula multiplicando el ancho total a media altura (FWHM, *full width at half maximum*) de la función de dispersión de punto (PSF, *point spread function*) de cada imagen en píxeles, por la escala del detector. En la tabla 2.1, se listan las fechas, número de imágenes y tiempo de exposición por filtro, y el seeing promedio para cada noche de observación.

¹Indian Institute of Astrophysics, Bangalore, India.

Tabla 2.1: Registro de observaciones de NGC 7006. Las columnas $N_V y N_I$ indican el número de imágenes obtenidas con los filtros $V \in I$, respectivamente. Las columnas t_V y t_I contienen el intervalo de tiempo de exposición por filtro usado durante cada noche. La última columna lista el seeing promedio en segundos de arco, para cada noche.

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					···· ··· ··· · · · · · · · · · · · · ·
Fecha	N_V	$t_V(s)$	N_I	$t_I(s)$	seeing promedio (")
05/10/2011	8	120-300	10	20-80	2.0
06/10/2011	7	100	8	40	1.9
23/08/2012	9	60-240	0	-	1.8
25/08/2012	55	60-240	0	-	1.8
30/07/2013	2	110-120	5	40-50	1.6
31/07/2013	22	105-110	26	40-55	1.9
01/08/2013	31	75-120	31	35-60	1.7
26/08/2013	28	100-110	27	50-60	1.7
27/08/2013	25	60-90	28	35 - 50	1.6
26/06/2015	4	300	6	130	2.0
27/06/2015	8	300	8	130	1.9
Total:	199		149		

2.2. Reducción, Fotometría y Transformación al Sistema Estándar

Un paso fundamental en investigación de astronomía observacional es el procesamiento de los datos crudos, obtenidos del telescopio, y su conversión en datos utilizables, para extraer información astrofísica. En el caso de las imágenes CCD, hay que corregirlas por bias y flat-field, es decir, el ruido térmico del CCD y la posible diferencia de sensibilidad de los píxeles del detector, para poder obtener fotometría en series de tiempo de alta precisión, para todas las fuentes puntuales, i.e., estrellas, en el campo de visión de NGC 7006. Con este propósito, hemos empleado la paquetería danDIA (DIA, Difference Image Analysis) (Bramich et al., 2013). La fotometría obtenida con danDIA es una fotometría instrumental, esto es, las magnitudes medidas de todas estrellas dependen del sistema instrumental (telescopio, detector, lugar de observación, etc.). Por tal razón, es necesario hacer una transformación al sistema fotométrico estándar, para obtener las curvas de luz finales. Con esto, obtuvimos 1343 curvas de luz en los filtros V e I del sistema Johnson-Kron-Cousins. Después de realizar la reducción y transformación al sistema estándar, que describiremos a continuación, obtenemos curvas de luz para tantas estrellas como es posible en el campo del cúmulo. Cada curva de luz es, naturalmente, una colección de magnitudes como función del la fecha o día juliano heliocéntrico (HJD). De la colec-
ción de 1343 curvas de luz, extrajimos aquellas de las estrellas variables ya conocidas e hicimos una búsqueda de nuevas variables, según describiremos en el Capítulo 3.

2.2.1. Reducción y Fotometría

danDIA

La paquetería danDIA está construida a partir de la librería danIDL, escrita en lenguaje IDL². Esta paquetería incluye un algoritmo que calcula la PSF en una imagen de referencia a partir de la cual, escala la PSF a las estrellas de cada imagen de la colección (Bramich, 2008). La paquetería danDIA aplica correcciones estándar por bias y por flat-field a las imágenes originales, con el fin de obtener imágenes calibradas, que posteriormente podrían ser limpiadas de rayos cósmicos. Sin embargo, en nuestro caso, se decidió no eliminar los rayos cósmicos, ya que esto puede remover o alterar estrellas muy tenues; además, los rayos cósmicos no molestan mucho en las imágenes, pues la probabilidad de que alteren una estrella de interés en más de una curva de luz, es extremadamente baja.

Para usar la técnica DIA, danDIA elige las imágenes de mejor calidad (imágenes con el mejor seeing, la mejor relación señal/ruido, etc.), para construir una imagen de referencia por cada filtro. En este paso, se debe verificar que las imágenes seleccionadas sean preferentemente de la misma noche y que, hasta donde sea posible, no contengan estrellas saturadas. Como resultado, se obtienen 2 imágenes de referencia, una por cada filtro, $V \in I$. En este caso, se combinaron 5 imágenes para el filtro V y 6 imágenes para el filtro I, con tiempos de exposición acumulados de 340 y 235 segundos, respectivamente. EL FWHM de la PSF que se obtuvo para cada imagen de referencia fue de 4.66 píxeles en V y 4.03 píxeles en I. Dado que la escala de la imagen por píxel es de 0.296 arcsec/pix, los FWHM equivalen a 1.19 y 1.38 segundos de arco, respectivamente, que corresponden a los mejores seeing promedio.

Para determinar la morfología de la PSF, danDIA utiliza unas 400 estrellas aisladas en la imagen de referencia. La PSF puede variar espacialmente en el detector, por lo que busca dependencias espaciales, por medio de ajustes polinómicos de alto grado, que también son aplicados al momento de medir todas las fuentes puntuales en cada imagen de la colección. Una vez determinada la forma de la PSF, esta se aplica para medir el flujo debajo de la PSF de cada estrella, aplicando un factor de escala. Posteriormente, todas las imágenes en la colección son alineadas con respecto a la imagen de referencia, de tal manera que cada estrella tenga las mismas coordenadas XY en todas ellas.

Para cada filtro, se crea una secuencia de imágenes diferenciales, restando la imagen de referencia de cada imagen de la colección. A continuación se miden los flujos

²Para más información consultar http://danidl.co.uk

diferenciales (flujos estelares en las imágenes diferenciales), $f_{\rm diff}$, para cada estrella detectada en la imagen de referencia, escalando la PSF que fue extraída anteriormente, a las imágenes diferenciales en la posición de cada estrella. Una estrella variable tendrá un flujo diferencial que cambia en cada imagen. Cuando hay campos estelares densamente poblados (como las regiones centrales de los cúmulos globulares), es probable que los flujos de referencia (el flujo de cada estrella medida en la imagen de referencia), $f_{\rm ref}$, sean sistemáticamente grandes, es decir, sobrestimados debido a la contaminación generada por el flujo de estrellas mezcladas (estrellas muy cercanas) y estrellas débiles de fondo. Por otra parte, el flujo diferencial no tiene este problema, ya que la mayoría de las fuentes han sido completamente sustraídas en las imágenes diferenciales, incluyendo las estrellas mezcladas y las estrellas débiles de fondo (Bramich et al., 2011). Como consecuencia, una estrella variable con un flujo de referencia que ha sido sobrestimado tendrá una curva de luz con una amplitud subestimada.

Una vez finalizado el proceso de reducción y fotometría, se crea un archivo para cada estrella detectada en la imagen de referencia de cada filtro ($v \in i$, minúsculas para indicar que están en sistema instrumentales y no en el sistema estándar aún), el cual contiene las magnitudes instrumentales medidas en cada imagen, como una función del tiempo de observación, calculado en HJD. A este archivo se le conoce como curva de luz instrumental.

Antes de iniciar el procesamiento de datos con danDIA, es conveniente agrupar las imágenes por año, mes o noche, según la cantidad de imágenes disponibles. Estos grupos pueden reducirse de manera independiente o bien pueden compartir las imágenes de referencia y PSF, según nos ha indicado la experiencia. Posteriormente, una revisión detallada es necesaria, para estar seguros de que las imágenes no están fuera de foco o mal guiadas, en cuyo caso deben eliminarse para obtener curvas de luz de buena calidad. Además, preferentemente las imágenes no deben contener estrellas saturadas, hasta donde esto sea posible, no deben estar sobreexpuestas y todas deben tener las mismas dimensiones. Una vez que las imágenes han sido revisadas, podemos iniciar el procesamiento de datos con danDIA para cada grupo de imágenes. El proceso de reducción y fotometría seguido por danDIA consta de ocho pasos o módulos (Bramich et al., 2011), que serán brevemente explicados a continuación:

s1_preprocess

En este paso, primero se genera una lista, que contiene parte de la información del encabezado de las imágenes, tal como fecha de observación, tiempo de exposición, filtro, coordenadas (ascensión recta y declinación), entre otras. Después, las imágenes son separadas por tipo, es decir, bias, flat-field o imágenes de ciencia. Las correcciones de bias (usando la región de overscan) y flat-field se aplican a cada imagen de ciencia, en cada filtro. Además, se calculan algunos parámetros, como el HJD, el FWHM de la PSF, la excentricidad de la PSF, el ruido de lectura, la ganancia efectiva del detector, etc.. Estos son necesarios para el procesamiento de los datos y son muy útiles para saber si existe algún error, o para conocer la calidad de las imágenes.

■ s2_cosmic

Es muy común encontrar rayos cósmicos en las observaciones, lo que puede afectar el análisis astrofísico. En este módulo, se buscan y eliminan los rayos cósmicos de las imágenes. El algoritmo es capaz de distinguir los rayos cósmicos, ya que, a diferencia de las estrellas, no tienen una distribución de flujo gaussiana en el detector. Sin embargo, como se dijo antes, en nuestro caso este paso fue omitido.

■ s3_reference

La imagen de referencia para cada filtro es creada en este módulo. El algoritmo revisa las imágenes una por una, y selecciona las mejores, es decir, las imágenes con la mejor calidad (el mejor seeing, la PSF más circular con bajo FWHM, el menor ruido de fondo, entre otros criterios). Estas imágenes seleccionadas se alinean y combinan para hacer la imagen de referencia.

s4_starfit

En este paso, danDIA busca hasta 400 estrellas aisladas siguiendo un criterio de aislamiento específico y calcula posibles variaciones espaciales de la PSF, empleando polinomios de alto orden. Todos los objetos, como las galaxias, que no tienen una distribución gaussiana, típica de las estrellas, no son considerados.

• s5_register

Usando el método de coincidencia de triángulos de Pál & Bakos (2006), se alinean todas las imágenes de la colección con respecto a las coordenadas de la imagen de referencia. Consiste en encontrar una transformación inicial con la ayuda de un conjunto de patrones que se producen a partir de una conjunto de estrellas, tanto en cada imagen de la colección, como en la imagen de referencia; en este caso, los patrones son triángulos en cuyos vértices se encuentran las estrellas más brillantes. Para encontrar la transformación inicial, el algoritmo compara los triángulos de cada imagen con los de la imagen de referencia, tomando en cuenta que puede haber rotaciones, distorsiones, translaciones e inversiones; cuando encuentra dos triángulos similares, propone como transformación inicial aquella lleva las coordenadas de la imagen a las coordenadas de la imagen de referencia.

transformación entre las imágenes se refina iterativamente, hasta que la comparación de la posición de las estrellas, entre la imagen y la imagen de referencia, es suficientemente buena. Finalmente, todas las imágenes tienen el mismo sistema de coordenadas que la imagen de referencia y cada estrella en el campo del cúmulo tiene la misma posición (x, y) en todas las imágenes.

s6_subtract

En este paso, la imagen de referencia se sustrae de cada imagen en la colección, para crear una secuencia de imágenes diferenciales en donde, posteriormente, se medirá los flujos estelares.

s7_diphot

Aquí, en cada imagen de la colección, se miden los flujos diferenciales y sus respectivas incertidumbres, para cada estrella detectada en la imagen de referencia. Además, en este paso, también se construye las curvas de luz para cada estrella, calculando el flujo total, $f_{tot}(t)$, en ADU/s en cada época, t, que es la fecha exacta o HJD en que se tomó la imagen, de la siguiente manera:

$$f_{\rm tot}(t) = f_{\rm ref} + \frac{f_{\rm diff}}{p(t)},\tag{2.1}$$

donde f_{ref} es el flujo de referencia en ADU/s, f_{diff} es el flujo diferencial en ADU/s y p(t) es el factor de escala fotométrica. La conversión de flujos a magnitudes instrumentales se hace con la siguiente ecuación:

$$m_{\rm ins}(t) = 25.0 - 2.5 \log[f_{\rm tot}(t)],$$
 (2.2)

donde $m_{ins}(t)$ es la magnitud instrumental de la estrella en el tiempo t.

s8_postprocess

Todas las medidas fotométricas pueden sufrir errores sistemáticos, que pueden ser derivados de las condiciones atmosféricas, del mismo instrumento o del proceso de reducción. Tales errores producen incertidumbres en las magnitudes instrumentales y generan dispersión en las curvas de luz que, en casos extremos, pueden llegar a enmascarar la variabilidad real o, intrínseca, con variaciones espurias. Estos errores pueden ser minimizados a través de estrategias observacionales, tales como la fotometría diferencial (Honeycutt, 1992), donde los efectos de extinción atmosférica prácticamente desaparecen. Una fuente de errores sistemáticos en la fotometría CCD está asociada con el cálculo del factor fotométrico de cada imagen, esto es, la transformación de flujos a magnitudes instrumentales. En este paso, se utiliza la metodología desarrollada por Bramich & Freudling (2012) para corregir los cambios sistemáticos, Z_k , en la magnitud de cada imagen fotométrica, k.

Toda esta estrategia de corrección está incluida en danDIA como un posprocesamiento de las imágenes y, en ocasiones, mejora la calidad de las curvas de luz, especialmente para las estrellas más brillantes.

Los pasos del 3 al 8 se corren para cada filtro $V \in I$. Una vez finalizado el proceso de reducción y fotometría, se crea un archivo por cada estrella detectada en cada imagen de referencia ($V \in I$). Este archivo contiene las magnitudes instrumentales medidas en cada imagen y el tiempo de observación calculado en HJD. En el caso particular de nuestros datos, las imágenes obtenidas de 2011 a 2013, tienen dimensiones de 2048 \times 2048 píxeles, mientras que las que corresponden al año 2015 tienen dimensiones de 1417 \times 2048 píxeles. Por tal razón, el proceso anteriormente descrito se hizo para los dos grupos de forma independiente. Finalmente, obtuvimos las curvas de luz para 1373 estrellas en el campo de visión del primer grupo de imágenes, y para 934 estrellas en el campo de visión del segundo grupo, en cada filtro.

El siguiente paso es transformar las magnitudes instrumentales al sistema estándar internacional, como se explica en la siguiente sección.

2.2.2. Transformación al Sistema Estándar

Para poder adquirir información física de las curvas de luz, es necesario transformarlas del sistema instrumental, en el que se encuentran al final de las reducciones, a un sistema estándar internacional, entre otras cosas, porque las calibraciones que nos han de conducir a los valores físicos de interés astronómico requieren que la fotometría esté en un sistema fotométrico estándar bien definido. En este caso, el sistema usado es el de magnitudes estándares de Johnson-Kron-Cousins, ligado al sistema estándar ecuatorial de Landolt (1992).

Hicimos esta transformación utilizando estrellas cuyas magnitudes estándares han sido bien definidas a través de numerosas observaciones y meticulosas transformaciones. La transformación al sistema estándar es más sencilla si las estrellas estándares empleadas están en el mismo campo del cúmulo, como en nuestro caso, ya que tanto las estrellas estándares como no estándares están sujetas a la misma extinción atmosférica. Para cada estrella estándar en el campo contamos tanto con su magnitud instrumental como con su magnitud estándar previamente establecida, así que podemos determinar con precisión las ecuaciones de transformación de un sistema al otro.

Las estrellas estándares que utilizamos para hacer la transformación, fueron seleccio-

2.2. REDUCCIÓN, FOTOMETRÍA Y TRANSFORMACIÓN

nadas del catálogo de estrellas estándares en cúmulos globulares del Prof. Peter Stetson³ (Stetson, 2000). La transformación al sistema estándar también la realizamos de forma independiente para los dos grupos de imágenes. Para el campo de NGC 7006, 339 estrellas estándares fueron identificadas en el primer grupo, con V en el rango de 13.6 a 21.6 mag, I de 12.9 a 20.4 mag y V - I de -1.65 a 4.30 mag. Para el segundo grupo de imágenes, se identificaron 271 estrellas estándares, con V en el rango de 13.7 a 21.3 mag, I de 12.9 a 20.2 mag y V - I de -0.77 a 3.49 mag.



Figura 2.1: diferencias entre magnitudes estándares e instrumentales vs. el color instrumental, para cada estrella estándar de Stetson (2000), en el campo de visión del primer y del segundo grupo de imágenes.

Para efectuar la transformación al sistema estándar, primero es necesario identificar todas las estrellas estándares en la colección de curvas de luz instrumentales, y promediarlas para obtener la magnitud media de cada estrella. A continuación, se comparan los valores medios instrumentales con los valores en el sistema estándar dados por Stetson (2000), para encontrar la relación entre las diferencias de las magnitudes en cada filtro, $V - v \in I - i$, y el color instrumental v - i; las letras mayúsculas indican la magnitud estándar y las minúsculas, la instrumental. En la figura 2.1 se puede observar que las diferencias entre las magnitudes estándar e instrumental tienen una pequeña dependencia lineal con el color para ambos filtros.

Haciendo un ajuste por mínimos cuadrados, encontramos los coeficientes de las ecuaciones de transformación:

³https://www.canfar.net/storage/list/STETSON/Standards

• Primer grupo:

$$V = v + 0.044(\pm 0.004)(v - i) - 1.096(\pm 0.004)$$
(2.3)

$$I = i + 0.031(\pm 0.004)(v - i) - 1.314(\pm 0.004)$$
(2.4)

• Segundo grupo:

$$V = v + 0.036(\pm 0.004)(v - i) - 1.055(\pm 0.004)$$
(2.5)

$$I = i + 0.033(\pm 0.004)(v - i) - 1.177(\pm 0.004), \tag{2.6}$$

Aplicando estas transformaciones a la colección de curvas de luz, las magnitudes instrumentales de todas las estrellas son convertidas al sistema estándar. Posteriormente, se unen las curvas de luz de las estrellas encontradas en ambos grupos de imágenes.

Tabla 2.2: Extracto de la fotometría en series de tiempo VI, para todas las estrellas variables confirmadas en NGC 7006.

Variable	Filter	HJD	$M_{\rm std}$	$m_{ m ins}$	σ_m	$f_{\rm ref}$	$\sigma_{ m ref}$	$f_{\rm diff}$	$\sigma_{ m diff}$	p
Star ID		(d)	(mag)	(mag)	(mag)	$(ADU s^{-1})$	$(ADU s^{-1})$	$(ADU s^{-1})$	$(ADU s^{-1})$	
V1	V	2455840.08949	19.201	20.286	0.022	153.846	0.971	-102.646	1.951	1.333
V1	V	2455840.09717	19.232	20.317	0.025	153.846	0.971	-104.678	2.191	1.322
V1	V	2455840.10756	19.248	20.333	0.027	153.846	0.971	-106.190	2.270	1.323
V1	V	2455840.11376	19.197	20.282	0.029	153.846	0.971	-100.914	2.546	1.316
			•			•	•			•
V1	Ť	2455840.06083	18479	19.785	0.055	158 923	2.782	-47 799	7 947	1.287
V1	Î	2455840.08418	18.536	19.842	0.031	158.923	2.782	-56.390	4.315	1.301
V1	ī	2455840.09386	18.591	19.897	0.036	158.923	2.782	-63.595	4.654	1.297
V1	Ī	2455840.10054	18.548	19.854	0.036	158.923	2.782	-57.549	4.534	1.290
:	:	:	:	:				:	:	
V2	v	2455840.08040			. 0.20	. 74 179	0.020	9 119	1 927	1 2 2 9
V2 V2	v	2455840.00949	10.169	20.239	0.020	74.172	0.929	6.002	2.066	1 200
V2 V2	v	2455840.09717	10 120	20.230	0.022	74.172	0.929	11 726	2.000	1.322
V2 V2	v	2455840.10750	19.120	20.202	0.022	74.172	0.929	2 690	2.150	1.323
V 2	v	2455640.11570	19.150	20.232	0.020	14.112	0.929	8.089	2.409	1.510
:	:	:	:	:	:		:	:	:	:
	:						· · ·			
V2	1	2455840.06083	18.386	19.690	0.049	115.326	2.714	22.689	7.802	1.287
V2	1	2455840.08418	18.451	19.755	0.027	115.326	2.714	12.830	4.062	1.301
V2	1	2455840.09386	18.420	19.724	0.029	115.326	2.714	17.595	4.426	1.297
$\sqrt{2}$	1	2455840.10054	18.487	19.790	0.030	115.326	2.714	7.550	4.317	1.290
•			•	•		•	•	•	•	•
:	:	:	:	:				:	:	
V3	V	2455840.08949	19.129	20.208	0.020	115.977	0.934	-44.505	1.874	1.333
V3	V	2455840.09717	19.195	20.274	0.023	115.977	0.934	-50.647	2.105	1.322
V3	V	2455840.10756	19.146	20.225	0.023	115.977	0.934	-45.847	2.201	1.323
V3	V	2455840.11376	19.123	20.202	0.026	115.977	0.934	-43.346	2.468	1.316
:	:	:	:	:	:		:	:	:	:
V3	Ι	2455840.06083	18.376	19.678	0.049	163.266	2.717	-37.153	7.724	1.287
V3	Ι	2455840.08418	18.423	19.725	0.027	163.266	2.717	-44.952	4.147	1.301
V3	Ι	2455840.09386	18.446	19.747	0.030	163.266	2.717	-48.222	4.519	1.296
V3	Ι	2455840.10054	18.398	19.699	0.028	163.266	2.717	-40.628	4.441	1.290
:	:	:	:	:				:	:	
La tabla (completa	se encuentra dispo	nible en fo	ormato ele	ctrónico					•

La Tabla 2.2 muestra un fragmento de la fotometría de las estrellas variables conocidas en NGC 7006. El nombre de cada variable, el filtro usado y el HJD de la observación se listan en las columnas 1, 2 y 3, respectivamente. Las magnitudes instrumental, $m_{\rm ins}$ y estándar, $m_{\rm std}$, correspondientes a cada estrella variable se listan en las columnas 4 y 5, respectivamente; además, en la columna 6 se presenta la incertidumbre de la magnitud instrumental, σ_m , que también corresponde al error de la magnitud estándar. Las columnas 7 y 9 muestran los flujos de referencia, $f_{\rm ref}$, y diferenciales, $f_{\rm diff}$, respectivamente, con sus errores correspondientes $\sigma_{\rm ref}$ y $\sigma_{\rm diff}$ (calculados por danDIA) en las columnas 8 y 10; finalmente, en la columna 11 podemos encontrar el factor de escala fotométrica p.

Capítulo 3

Estrellas Variables y Curvas de Luz

En la mayoría de los cúmulos globulares, coexisten varias familias de estrellas variables que, dependiendo de sus masas y estado evolutivo, ocupan diferentes regiones en el DCM, lo que ayuda a identificarlas, clasificarlas y, en muchos casos, a emplearlas como indicadores de parámetros físicos. Las estrellas variables más emblemáticas en los cúmulos globulares son, ciertamente, las estrellas tipo RR Lyrae que, como veremos más adelante, son excelentes indicadores de algunos parámetros físicos importantes en astrofísica, como por ejemplo la metalicidad y la luminosidad, el enrojecimiento interestelar, la distancia y la edad. La población de estrellas variables hasta ahora conocidas en NGC 7006 incluye 76 estrellas listadas en el Catálogo de Estrellas Variables en Cúmulos Globulares (*Catalog of Variable Stars in Globular Clusters*, CVSGC) (Clement et al., 2001), de las cuales 55 son RRab, 7 RRc y 2 SR-L. En este trabajo hicimos una búsqueda sistemática de nuevas estrellas variables, dividiendo el DCM en regiones donde, típicamente, estas suelen encontrarse. Este ejercicio tuvo como resultado el descubrimiento 10 estrellas variables nuevas, que serán descritas en la Sección §3.3.

3.1. Determinación del Periodo y Construcción de Curvas de Luz

El primer paso en la construcción de la curvas de luz de una estrella variable, es la determinación de su periodo de pulsación. Una buena estimación del periodo puede ayudar a definir si la variable es una estrella pulsante o binaria eclipsante, el modo de pulsación o la existencia de múltiples modos, entre otras características. Para determinar el periodo de las estrellas variables, utilizamos el método de la 'longitud de la cuerda' (*string-length method*) (Burke et al., 1970; Dworetsky, 1983), que básicamente calcula la longitud total de la curva formada por la suma de los segmentos que unen puntos sucesivos de una curva de luz dada, y puesta en fase con un periodo de prueba. El periodo que produce la longitud más corta es el mejor, lo que ocurre cuando

$$S_Q = \sum_{i=1}^{n-1} \left[(m_i - m_{i-1})^2 + (\phi_i - \phi_{i-1})^2 \right]^{1/2} + \left[(m_1 - m_n)^2 + (\phi_1 - \phi_n + 1)^2 \right]^{1/2}, \quad (3.1)$$

el valor S_Q , que representa la longitud de la cuerda es mínimo, con n siendo el número de observaciones individuales. Las ventajas de este método son su sencilla base conceptual y su capacidad para determinar el periodo cuando se tiene relativamente pocos datos.

Después de obtener los periodos de las estrellas variables, debemos poner los datos en fase. Usando las ecuaciones (1.1) y (1.2) podemos construir las curvas de luz (magnitud estándar vs. fase), que muestran la forma en que varía el brillo de la estrella.



Figura 3.1: curvas de luz de la estrella variable V1, puestas en fases con dos periodos distintos. Es evidente que el periodo en el panel inferior es el correcto.

A manera de ejemplo, la figura 3.1 muestra dos curvas de luz para la estrella variables V1 (tomada de nuestra colección de curvas), puestas en fase con dos periodos distintos: V1_1 esta puesta en fase con $P_1 = 0.502161$ d, con el que se obtiene una longitud de la cuerda de $S_{Q,1} = 0.036$; y V1_2 con $P_2 = 0.492730$ d, con un valor de $S_{Q,2} = 0.015$. Notemos que la curva de luz puesta en fase con el periodo que produce el valor mínimo de S_Q , es la curva mejor definida y por tanto, P_2 es el mejor periodo.

Variable	Variable	$\langle V \rangle$	$\langle I \rangle$	A_V	A_I	HJD _{max}	P	RA	Dec
Star ID	Type	(mag)	(mag)	(mag)	(mag)	(+2450000)	(days)	(J2000.0)	(J2000.0)
V1	RRab	18.901	18.389	1.121	0.794	6531.1366	0.492730	21:01:16.81	+16:13:07.1
V2	RRab	18.916	18.329	0.961	0.578	6505.3307	0.586961	21:01:26.73	+16:10:34.9
V3	RRab Bl	18.943	18.292	0.806	0.420	6163.2429	0.559646	21:01:27.48	+16:11:46.2
V5	RRab	18.839	18.291	0.832	0.607	6532.2167	0.535095	21:01:27.74	+16:11:50.4
V6	RRab	19.005	18.427	1.109	0.704	6532.1130	0.498056	21:01:28.23	+16:10:27.6
V8	RRab	19.097	18.384	0.913	0.651	6165.2675	0.564299	21:01:31.58	+16:11:25.6
V10	RRab	18.942	18.387	0.920	0.694	7201.3771	0.542048	21:01:32.15	+16:11:00.3
V11	RRab	18.958	18.322	0.864	0.505	6532.1296	0.576019	21:01:39.53	+16:12:02.4
V12	RRab Bl	18.902	18.259	0.755	0.441	6532.1678	0.574076	21:01:37.64	+16:10:08.0
V13	RRab	18.953	18.364	0.990	0.667	6531.1366	0.551647	21:01:36.31	+16:11:51.7
V14	RRab	18.958	18.327	0.917	0.641	6506.4312	0.560362	21:01:31.65	+16:13:20.1
V15	RRab	18.883	18.239	0.852	0.599	6506.3946	0.588070	21:01:28.41	+16:13:06.5
V16	RRab Bl	18.858	18.214	1.170	0.789	6532.1760	0.537565	21:01:26.47	+16:13:27.2
V17	RRab	18.934	18.389	1.104	0.869	6506.4556	0.511497	21:01:22.28	+16:12:31.9
V18	RRab Bl	18.955	18.314	0.764	0.551	6505.2748	0.603724	21:01:27.13	+16:09:42.6
V19	\mathbf{SR}	15.601	14.047	-	-	6504.4353	20.5	21:01:29.18	+16:10:46.7
V20	RRab	18.961	18.381	0.861	0.643	6165.3221	0.577536	21:01:27.73	+16:10:47.7
V21	RRab	18.910	18.236	0.786	0.459	6165.3559	0.612548	21:01:27.72	+16:10:53.8
V22	RRab	18.935	18.367	1.048	0.633	6165.2536	0.526925	21:01:28.31	+16:10:56.4
V23	RRab	18.797	18.193	0.876	0.561	6163.2429	0.606899	21:01:27.29	+16:11:04.4
V24	RRab	18.356	17.918	0.396	0.301	6163.2513	0.609384	21:01:27.40	+16:11:09.1
V25	RRab Bl	18.844	18.392	0.913	0.735	6532.1678	0.543231	21:01:27.83	+16:11:17.1
V26	RRab	18.628^{a}	-	0.9^a	-	-	0.5407^{a}	$21:01:28.44^{a}$	$+16:11:08.6^{a}$
V27	RRab	18.257	17.737	0.582	0.371	6504.4440	0.564680	21:01:28.38	+16:11:12.3
V28	RRab	19.012	18.465	1.191	0.748	6531.2216	0.332134	21:01:28.13	+16:11:17.9
V29	RRab	18.975	18.350	0.976	0.717	6504.4353	0.559245	21:01:31.6	+16:11:43.4
V30	RRab	18.634	18.221	0.661	0.571	6506.3704	0.568951	21:01:29.56	+16:11:28.8
V31	RRab	18.901	18.092	0.966	0.497	6532.1110	0.563464	21:01:29.88	+16:11:23.3
V32	RRab	18.756	18.214	0.733	0.503	6506.3921	0.562648	21:01:30.65	+16:11:26.0
V33	RRab	19.032	18.348	0.997	0.625	6532.1296	0.556801	21:01:31.39	+16:11:34.5
V34	-	17.884	16.744	-	-	6163.2557	0.908797	21:01:30.89	+16:11:15.5
V35	RRab	18.983	18.313	0.727	0.564	6163.2578	0.596268	21:01:31.70	+16:11:09.7
V36	RRc	-	-	-	-	-	0.2770^{a}	$21:01:30.94^{a}$	$+16:11:07.6^{a}$
V37	RRab	-	-	-	-	-	0.5679^{a}	$21:01:30.50^a$	$+16:11:08.1^{a}$
V38	RRab	18.837	18.282	0.830	0.644	6531.2191	0.622316	21:01:30.68	+16:10:53.6
V39	RRab	-	-	-	-	-	0.5785^{a}	$21:01:29.99^a$	$+16:10:46.4^{a}$
V41	RRab	18.635	17.914	0.762	0.427	6165.3736	0.566347	21:01:29.30	+16:11:00.8
V42	RRab	18.458	17.941	-	-	6165.3559	0.746606	21:01:29.86	+16:11:04.4
V43	RRab	18.944	18.330	0.622	0.471	6531.2216	0.596600	21:01:28.93	+16:10:43.4
V44	RRab	18.910	18.285	0.727	0.481	6506.2512	0.587795	21:01:38.90	+16:08:18.1
V45	\mathbf{RRab}	18.903	18.229	0.752	0.504	6531.2897	0.583846	21:01:15.95	+16:09:55.7
V46	RRab	18.872	18.272	0.318	0.234	6532.1130	0.668906	21:01:20.51	+16:10:16.3
V47	\mathbf{RRab}	18.949	18.343	0.653	0.515	6532.1739	0.567464	21:01:16.41	+16:10:48.3
V48	RRab	18.967	18.304	0.718	0.522	6506.4556	0.611972	21:01:22.33	+16:12:43.7
V49	RRab	18.984	18.355	0.859	0.434	6506.3489	0.581855	21:01:29.78	+16:11:53.8
V50	RRab	18.919	18.317	0.835	0.630	6505.4599	0.590330	21:01:26.37	+16:11:04.9
V51	RRab	18.977	18.254	0.439	0.315	6505.4599	0.643829	21:01:33.26	+16:11:59.1
V52	RRab	18.938	18.246	0.550	0.465	6506.2459	0.621717	21:01:29.36	+16:12:38.7

Tabla 3.1: Datos generales de todas las variables conocidas en NGC 7006. Se incluyen las 10 nuevas variables descubiertas en este trabajo.

Bl: Estrellas RR Lyrae con efecto Blazhko.

a: Valores tomados de Clement et al. (2001).

Variable	Variable	$\langle V \rangle$	$\langle I \rangle$	A_V	AI	HJD _{max}	P	RA	Dec
Star ID	Type	(mag)	(mag)	(mag)	(mag)	(+2450000)	(days)	(J2000.0)	(J2000.0)
V53	RRc	18.837	18.500	0.248	0.230	6165.2674	0.260171	21:01:32.56	+16:11:03.2
V54	\mathbf{L}	16.081	14.778	-	-	6163.2513	30.7	21:01:29.46	+16:10:42.4
V55	RRab	-	-	-	-	-	0.5377^{a}	$21:01:12.40^{a}$	$+16:16:13.9^{a}$
V56	RRab	19.086	18.365	1.097	0.713	6531.1929	0.547423	21:01:28.45	+16:10:59.9
V57	RRc	18.956	18.518	0.630	0.407	6532.1657	0.351903	21:01:28.76	+16:10:59.9
V58	RRab	18.851	18.157	0.256	0.213	6532.1110	0.743666	21:01:30.27	+16:11:28.2
V59	RRab	18.975	18.463	1.093	0.830	5841.0670	0.480997	21:01:31.01	+16:11:21.0
V60	RRab	18.913	18.189	0.611	0.385	6506.3704	0.626593	21:01:28.46	+16:11:19.7
V61	RRab	18.816	18.284	1.025	0.645	6506.2858	0.589081	21:01:26.66	+16:11:32.1
V62	RRc	18.873	18.349	0.439	0.322	6532.1981	0.346931	21:01:27.70	+16:11:15.5
V63	RRab Bl	18.800	18.296	0.957	0.699	5840.1197	0.547209	21:01:30.22	+16:11:33.8
V64	RRc	18.877	18.528	0.386	0.296	6504.4353	0.306375	21:01:30.68	+16:11:17.5
V65	RRab	18.776	18.220	0.563	0.456	6165.3559	0.558761	21:01:28.63	+16:11:22.2
V66	RRc	18.452	17.628	0.339	0.141	6506.3161	0.361055	21:01:31.09	+16:11:08.5
V67	RRab	18.508	17.699	0.408	0.213	6504.4440	0.554945	21:01:28.21	+16:11:11.3
V68	RRab	19.015	18.323	0.995	0.641	6506.3562	0.555726	21:01:30.18	+16:11:16.9
V69	RRab	19.422	18.615	1.466	0.727	5841.0670	0.656633	21:01:29.89	+16:11:15.7
V70	\mathbf{SR}	16.680	15.570	-	-	6165.3559	11.7	21:01:29.81	+16:11:12.4
V71	RRc	18.703	18.198	0.494	0.306	6165.3559	0.335231	21:01:28.99	+16:10:58.3
V72	RRc	-	-	-	-	-	-	$21:01:30.96^{a}$	$+16:11:09.8^{a}$
V73	RRab	18.129	17.276	0.566	0.341	6165.3580	0.554953	21:01:28.18	+16:11:12.7
V74	= V41								
V75	RRab	18.628	17.917	0.121	0.086	6506.4556	0.536768	21:01:39.30	+16:08:29.9
V76	RRab	19.118	18.195	1.240	0.598	6532.1657	0.566262	21:01:29.84	+16:11:24.8
$V77^{b}$	RRc	19.044	18.252	0.086	0.074	6165.3600	0.317159	21:01:24.24	+16:11:52.7
$V78^{b}$	RRc	18.805	18.176	0.261	0.174	6505.3514	0.332177	21:01:28.26	+16:11:18.0
$V79^{b}$	RRab	19.055	18.363	0.804	0.653	6531.3100	0.598871	21:01:28.68	+16:11:03.0
$V80^{b}$	RRab	19.181	18.809	0.119	0.098	6165.2563	0.541755	21:01:29.43	+16:10:56.9
$V81^{b}$	BL Her	17.888	17.185	-	-	6165.3559	4.629700	21:01:29.44	+16:11:15.6
$V82^{b}$	\mathbf{SR}	16.455	15.131	-	-	6504.4440	14.007390	21:01:26.78	+16:11:30.6
$V83^{b}$	\mathbf{SR}	15.934	14.278	-	-	6532.1110	18.680780	21:01:29.77	+16:11:15.1
$V84^{b}$	\mathbf{SR}	16.266	14.940	-	-	6165.3538	10.219240	21:01:29.98	+16:11:02.9
$V85^{b}$	\mathbf{SR}	15.858	14.262	-	-	6165.3642	8.367380	21:01:30.80	+16:11:23.9
$V86^{b}$	\mathbf{SR}	16.215	14.775	-	-	6532.1110	36.144440	21:01:31.33	+16:11:13.9

Tabla 3.1: Continuación.

Bl: Estrellas RR Lyrae con efecto Blazhko.

a: Valores tomados de Clement et al. (2001).

b: Variables Nuevas.

La Tabla 3.1, contiene todas las estrellas variables conocidas hasta ahora en NGC 7006, incluidas V26, V36, V37 y V39 y V72, que no fueron detectadas o resueltas por danDIA, V55 que no cae en nuestro campo de visión y las 10 estrellas que descubrimos en el presente trabajo (V77-V86). Los parámetros para cada estrella variable, presentados en la Tabla 3.1, son: los valores medios obtenidos del ajuste de las series de Fourier $\langle V \rangle$ e $\langle I \rangle$, listados en las columnas 3 y 4, respectivamente; las amplitudes A_V y A_I , que se muestran en las columnas 5 y 6; los tiempos de máximo brillo, HJD_{max}, que se utilizan como épocas para las efemérides con las que se calculan la fase, y el periodo, P, columnas 7 y 8, respectivamente. También se lista en las columnas 9 y 10, las coordenadas ecuatoriales que fueron obtenidas de nuestra imagen astrométrica.

3.2. Estrellas Variables

En la figura 3.2, se identifica, en nuestra imagen de referencia astrométrica, todas las estrellas variables conocidas hasta ahora en NGC 7006, así como las 10 nuevas variables descubiertas en este trabajo. Estas son identificadas con los nombres V77-V86 y serán discutidas en la Sección §3.3.

En el CVSGC, se encuentran reportadas 76 estrellas variables (de V1 a V76), de las cuales, 5 aparecen como estrellas no variables, V4, V7, V9 (Pinto & Rosino, 1973; Sandage, 1954), V30 (Wehlau et al., 1999) y V34 (Gerashchenko, 2006; Gerashchenko & Ananjevskaja, 2018). En este trabajo, confirmamos que, efectivamente, V4, V7 y V9 no presentan variaciones; sin embargo, encontramos que V30 y V34 son, en realidad, estrellas variables, lo que se discutirá en el Apéndice A. Además, encontramos que V40, una estrella que no estaba clasificada, es, de hecho, una estrella no variable.

3.2.1. Estrellas Variables RR Lyrae

Hemos encontrado algunas incongruencias en el CVSGC, que describiremos aquí. La estrella V30 es reportada como no variable en el CVSGC pero, de hecho, es una estrella tipo RRab. Encontramos también que las coordenadas reportadas para V30 y para V61 son incorrectas; en la Tabla 3.1, presentamos las coordenadas correctas, obtenidas de nuestra imagen astrométrica. También encontramos que V60 y V67, que están reportadas en el CVSGC como RRc (Pinto & Rosino, 1973), en realidad son RRab. De manera similar, encontramos que V62 y V66, clasificadas como RRab, son de hecho RRc. Hemos clasificado las estrellas V68 y V69 como RRab; estaban reportadas como RR Lyrae, pero sin una clasificación específica (Wehlau et al., 1999). Así mismo, encontramos que V42 y V75, que no estaban clasificadas (Wehlau et al., 1999), son estrellas tipo RRab de baja amplitud. Finalmente, cuatro estrellas presentan un efecto



Figura 3.2: imagen en el filtro V del cúmulo globular NGC 7006, donde se identifica todas las estrellas variables conocidas en nuestro campo de visión (marcas negras), así las nuevas variables descubiertas en el presente trabajo. El tamaño del campo de visión en las imágenes izquierda y derecha, es de 7×7 y 1.7×1.7 arcmin², respectivamente. En ambas imágenes, el norte está hacia abajo y el este a la derecha.

Blazhko bien definido y no habían sido reportadas anteriormente (V3, V12, V16 y V63), mientras que dos estrellas más podrían presentarlo (V18 y V25), aunque sería necesario tener observaciones con una mayor base de tiempo y de la mayor precisión posible para corroborarlo.

3.2.2. Otras Estrellas Variables

Si bien las estrellas variables predominantes en NGC 7006 son las estrellas tipo RR Lyrae, este cúmulo contiene dos estrellas tipo SR: V19, que ya estaba clasificada como SR (Sandage & Wildey, 1967), y V70, una estrella que no tenía una clasificación reportada; una estrella tipo L, V54, que ya estaba reportada como tal (Sandage & Wildey, 1967); y una estrella sin clasificar, V34, que había sido reportada como no variable. Hemos encontrado que V34 presenta variaciones, sin embargo, su curva de luz presenta gran dispersión, además, dado su periodo, se encuentra en una posición anómala en el DCM (ver Figura 4.1), por lo que no hemos podido establecer una clasificación.

Los datos generales de estas estrellas se presentan en la Tabla 3.1 y sus curvas de luz,



Figura 3.3: curvas de luz de 61 estrellas RR Lyrae en NGC 7006, detectadas y medidas en este trabajo. Los colores de los puntos son: negros, rojos, verdes y azules, para los datos de 2011, 2012, 2013 y 2015, respectivamente.

3.2. ESTRELLAS VARIABLES



Figura 3.3: continuación.



Figura 3.3: continuación.



Figura 3.4: Curvas de luz de las estrellas conocidas previamente a este trabajo, en la RGB de NGC 7006. Los puntos negros, rojos, verdes y azules corresponden a datos de 2011, 2012, 2013 y 2015, respectivamente.

en la figura 3.4. Las curvas de luz de las estrellas de tipo SR y L se presentan tanto en el diagrama de tiempo (HJD) vs. magnitud, como en el diagrama de fase vs. magnitud. Las cuatro curvas de luz, fueron faseadas con los periodos mostrados en la Tabla 3.1.

3.2.3. Membresía en el campo de visión de NGC 7006

Como sabemos, los cúmulos estelares son agrupaciones de estrellas que están ligadas gravitacionalmente, que ocupan un volumen relativamente pequeño y que se mueven en conjunto, por lo que sus miembros comparten propiedades cinemáticas. Ahora bien, cuando observamos un cúmulo de estrellas, éste puede estar contaminado por estrellas de campo, tanto de primer plano como de fondo. Sin embargo, debido a las características que comparten los miembros de un cúmulo, es posible diferenciarlos de las estrellas de campo, utilizando algún método apropiado.

Bustos Fierro & Calderón (2019) desarrollaron un método para identificar posibles miembros de un cúmulo globular, usando datos de Gaia DR2 y ahora también Gaia DR3, que consta de dos etapas. La primera etapa se basa en un algoritmo de agrupamiento (*clustering*) aplicado a un espacio multidimensional de parámetros físicos, como posiciones, movimientos propios y paralaje; la segunda se basa en el análisis de la distribución espacial proyectada de estrellas con movimientos propios diferentes, alrededor del movimiento propio medio del cúmulo, descritas por los autores como lo presentamos a continuación:

Primera etapa

Esta etapa tiene como objetivo principal, encontrar grupos de estrellas que posean características similares (posiciones y/o movimientos), en el espacio de 4 dimensiones, coordenadas gnomónicas (o coordenadas del plano tangencial $X_t ext{ y } Y_t$) y movimientos propios ($\mu_{\alpha*}, \mu_{\delta}$). Para esto, se utiliza los siguientes pasos:

- Descargar Gaia 2DR en un cono alrededor del cúmulo, con un radio de aproximadamente dos radios de marea Kharchenko et al. (2013), y calcular la proyección gnomónica de las coordenadas celestes (X_t, Y_t) (Astropy Collaboration et al., 2018, 2013).
- Pre-procesar los datos $(X_t, Y_t, \mu_{\alpha*}, \mu_{\delta})$, con el fin de eliminar valores atípicos y normalizar las diferentes dimensiones. Esta normalización es necesaria, debido al tan amplio intervalo de valores de coordenadas y movimientos propios.
- Ejecutar el algoritmo de *clustering* BIRCH (*Balanced Iterative Reucing and Clustering using Hierarchies*; Zhang et al. (1996)), en el espacio 4D: $[X_t, Y_t, \mu_{\alpha*}, \mu_{\delta}]$.

- Ajustar una distribución gaussiana 4D, con los candidatos a miembros del cúmulo, identificados por el algoritmo.
- Descartar los candidatos a miembros que se encuentran fuera del elipsoide 3σ y ajustar una nueva distribución gaussiana 4D.
- Conservar como candidatos a miembros del cúmulo sólo a las estrellas dentro del elipsoide 3σ de la última distribución gaussiana ajustada.
- Graficar la distribución espacial, el VDP (*Vector Point Diagram*, diagrama de los movimientos propios en RA y Dec para cada estrella) y el DCM en el sistema fotométrico de GAIA-DR2 (Gmag, BPmag, RPmag) con los posibles miembros encontrados del cúmulo.
- Verificar que la distribución espacial, el VDP y el DCM sean consistentes con los del cúmulo estelar. Este es el único paso en esta etapa que todavía realiza un ser humano.

Después de ejecutar esta etapa, los cúmulos muestran bordes bien definidos, que no son físicamente reales, sino que son debidos al corte 3σ , por lo que es posible que existan miembros fuera de estos límites artificiales que se deben buscar en la siguiente etapa.

Segunda etapa

Cuando se determinan los miembros de un cúmulo, usando cualquier método, es posible incluir alguna estrella de campo como miembro o viceversa, así que, para estimar el número de miembros faltantes, se calcula la densidad radial proyectada en el cielo, de todas las estrellas en el campo con los movimientos propios medidos. La segunda etapa consta de los siguientes pasos:

- Seleccionar anillos de movimientos propios, centrados en el movimiento propio medio de los miembros detectados, con radios crecientes.
- Calcular la densidad radial proyectada en el cielo de todas las estrellas dentro de cada anillo de movimientos propios.
- Determinar, para cada perfil de densidad radial, la densidad media del fondo y el radio de la sobredensidad central.
- De las estrellas que no clasificaron como miembros en la primera etapa, extraer como nuevos miembros, aquellas que caen dentro de cada anillo de movimientos propios en el VDP, y dentro de la correspondiente sobredensidad central en el campo.

Los autores aplicaron este método a 8 cúmulos globulares, donde extrajeron entre el 37 % y el 90 % del número esperado de miembros, y resaltan que, el número de miembros no extraídos se debe principalmente a la falta de movimientos propios en una gran fracción de estrellas.



Figura 3.5: los puntos rojos y grises corresponden a las estrellas miembros y no miembros, respectivamente. Panel izquierdo: Campo del cúmulo NGC 7006. Panel central: VPD de los movimientos propios de las estrellas en NGC 7006. Panel derecho: diagrama colormagnitud de NGC 7006, en el sistema fotométrico de Gaia.

En nuestro caso particular, para hacer el análisis de membresía de NGC 7006⁻¹, se empleó datos de Gaia DR3 (Gaia Collaboration et al., 2021). El método descrito anteriormente, se aplicó a 3315 fuentes Gaia, en una región de 10 arcmin de radio, centrada en el centro del cúmulo, de las cuales 530 parecen ser miembros probables. Nosotros poseemos 1373 curvas de luz, donde encontramos 470 miembros probables del cúmulo, lo que nos permitió refinar el DCM y discutir la pertenencia al cúmulo de estrellas variables en específico en el apéndice A. En la Figura 3.5 se muestran los resultados de este análisis.

El análisis de membresía encontró que, de las 76 estrellas variables previamente conocidas en el cúmulo, 18 de ellas (V1, V11, V12, V13, V14, V16, V27, V41, V42, V44, V45, V46, V47, V65, V67, V71, V73 y V75) probablemente no pertenecen al mismo. Sin embargo, dados los parámetros físicos, las posiciones en los diagramas DCM y de Bailey, establecimos un nuevo estatus de membresía para algunas de ellas, que se discute en el apéndice A.

¹Análisis de membresía realizado por el Dr. Ivan Bustos Fierro

3.3. Búsqueda de Variabilidad

No deja de ser sorprendente que aún se sigan encontrando nuevas estrellas variables en CGs, que han sido blancos favoritos de fotometría en los últimos 100 años. Sin embargo, la experiencia nos ha enseñado que la búsqueda meticulosa con datos fotométricos de buena calidad, tiene como resultado frecuente el descubrimiento de nuevas variables (por ejemplo, ver el resumen de descubrimientos de unas 300 variables por nuestro grupo hasta 2017 (Arellano Ferro et al., 2017)). En el presente trabajo, hemos aplicado una técnica de búsqueda, que describiremos a continuación.

Un método de búsqueda de variabilidad en cúmulos globulares consiste en aislar las regiones del DCM donde típicamente se encuentran estrellas variables. En nuestro caso, aislamos 4 regiones: la zona de las BS, la HB, la zona de las W Virginis y el extremo luminoso de la RGB (*Tip of the Red Giant Branch*, TRGB). Analizamos las curvas de luz de las estrellas pertenecientes a estas regiones y con ello descubrimos 10 estrellas variables nuevas, que se discutirán a continuación.

En la Figura 3.6, se señalan las 4 regiones donde se hizo la búsqueda de variabilidad, y se identifican las estrellas variables descubiertas. En la Tabla 3.1, se presentan los datos generales de las nuevas variables. En la Tabla 3.2 se muestran los nombres provisionales (columnas 1 y 3), correspondientes a las curvas de luz de las figuras 3.9, 3.11(a) y 3.12, con sus respectivas identificaciones finales (columnas 2 y 4).

3.3.1. Región de las Rezagadas Azules

En la zona de las BS se encuentran, frecuentemente, estrellas variables del tipo SX Phoenicis; es por esta razón que escogimos esta región. Para realizar la búsqueda de variabilidad, tomamos los límites $V \in [19.4, 21.4]$ y $V - I \in [0.2, 0.85]$ en el DCM de la Figura 3.6, es la zona que se marca como A. Aquí encontramos un total de 14 estrellas, a las que se les buscó un periodo que pudiera delatar su variabilidad regular.

Las 14 curvas de luz fueron estudiadas con detalle, y encontramos dos posibles variables, a las que llamaremos SX1 y SX2, cuyas curvas de luz se muestran en la figura 3.7. Sin embargo, al revisar la posición de las estrellas en la imagen astrométrica (ver Figura 3.8), encontramos que ambas estrellas se encuentran muy cercanas a variables bien conocidas: SX1 se encuentra muy cerca de V61 (variable tipo RRab) y SR1 (nueva variable tipo SR que discutiremos más adelante), SX2 se encuentra cerca de V32 (variable tipo RRab) y SR4 (nueva variable tipo SR, que se discutirá en esta sección). La cercanía a estas estrellas variables puede generar variaciones que se deben a reflejos o contaminación de las variables reales. Además, aunque estas estrellas parecen tener una variación de aproximadamente 0.6 mag, tienen mucha dispersión en sus curvas de luz. Para tener plena seguridad de su variabilidad, se hizo un inspección visual de las imágenes por la



Figura 3.6: diagrama color-magnitud de NGC 7006. Las cuatro regiones marcadas, son aquellas, donde exploramos las curvas de luz de las estrellas miembros del cúmulo (puntos negros, encontrados con el análisis de membresía de la sección anterior), en busca de variabilidad. Las variables recientemente encontradas, están marcadas con un cuadro rojo y etiquetadas con nombres provisionales, que corresponden a las curvas de luz mostradas en las figuras 3.9, 3.11(a) y 3.12. Las demás estrellas marcadas con distintos símbolos y colores, son variables en el campo del cúmulo (ver pie de figura de la Figura 4.1).



Figura 3.7: curvas de luz de las dos posibles variables SX Phe, pertenecientes a la región de las blue stragglers. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente.

técnica del 'parpadeo' o *'blinking'* de las imágenes diferenciales, que consiste en la comparación rápida de imágenes tomadas consecutivamente, lo que genera que las estrellas variables, cuyo flujo cambia de una imagen a otra, se vean 'parpadeando'. Sin embargo, no logramos detectar variaciones con certeza, por lo que decidimos no anunciarlas como nuevas variables, hasta que tengamos datos más adecuados.



Figura 3.8: Imágenes de identificación de las dos candidatas a SX Phe, que corresponden a las curvas de luz de la figura 3.7, y de las estrellas variables aledañas. El tamaño del campo de visión de las imágenes, es de $14.2 \times 14.2 \operatorname{arcsec}^2$, el norte está abajo y el este a la derecha.

3.3.2. Rama Horizontal

Para hacer la búsqueda de variabilidad en la región de la HB, donde comúnmente se encuentran las RR Lyrae, se tomaron los límites $V \in [18.5, 19.3]$ y $V - I \in [0.2, 0.85]$ en el DCM de la Figura 3.6; en la zona que se marca como B. Además de las variables ya conocidas en esta región, encontramos 80 estrellas, de las que exploramos su periodicidad y su curva de luz.



Figura 3.9: Curvas de luz de las nuevas RR Lyrae faseadas con los periodos y las épocas de la tabla 3.1. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente.

Estas curvas de luz fueron revisadas una a una, y encontramos 4 variables, claramente tipo RR Lyrae, a las que llamaremos RR1, RR2, RR3 y RR4, de manera provisional;

3.3. BÚSQUEDA DE VARIABILIDAD

cuyas curvas se presentan en la Figura 3.9. Estas estrellas presentan variaciones bien definidas y no se encuentran cerca de alguna otra variables, por lo que sus variaciones no son resultado de contaminación luminosa (ver figura 3.10). Para estar plenamente seguros de su variabilidad, realizamos una inspección visual de las imágenes, por medio de la técnica del parpadeo, lo que nos confirmó la naturaleza variable de estas 4 estrellas. Siguiendo la nomenclatura del CVSGC, las llamamos V77, V78, V79 y V80, respectivamente. Por sus periodos, morfología y posición en el diagrama log P vs amplitud (diagrama de Bailey, Figura 3.14), es fácil concluir que V77 y V78 son RRc, y que V79 y V80 son RRab. Los datos generales de estas nuevas variables, se presentan en la Tabla 3.1.



Figura 3.10: imágenes astrométricas donde se identifican las 4 nuevas RR Lyrae y las estrellas variables ya conocidas, aledañas a ellas. El campo de visión de las imágenes, tiene un tamaño de $13 \times 13 \operatorname{arcsec}^2$, con el norte abajo y el este a la derecha.

3.3.3. Región de las W Virginis

La región de las W Virginis se encuentra por encima de la rama horizontal, donde típicamente se ubican las estrellas tipo W Virginis y BL Herculis. Entonces, la búsqueda de variabilidad para esta región, marcada como C en la Figura 3.6, se realizó tomando los límites $V \in [17.4, 18.5]$ y $V - I \in [0.3, 0.85]$; encontramos 8 estrellas, además de las variables ya conocidas. Una vez más, estimamos un periodo de variación para cada estrella y construimos su respectiva curva de luz.



Figura 3.11: (a) curva de luz de la nueva variables en la región de las W Vir, faseada con el periodo indicado en la Tabla 3.1. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente. (b) Identificación de la nueva variable, apenas visible por el contraste con la estrella brillante contigua, en la imagen astrométrica. El campo de visión de las imágenes tiene un tamaño de 8.5×8.5 arcsec², con el norte abajo y el este a la derecha.

Después de inspeccionar las curvas de luz, encontramos una variable, a la que temporalmente llamaremos WV. La curva de luz de esta estrella, que se presenta en la Figura 3.11(a), muestra claras variaciones. La estrella que no está contaminada por otras variables (ver figura 3.11(b)), por lo que podemos concluir que su variación es auténtica; le hemos asignado el nombre V81, para seguir con la nomenclatura del CVSGC. Para su clasificación se tuvo en cuenta su ubicación en el DCM y su periodo, que en este caso es menor a 8 días, por lo que es clasificada como una BL Hercules; se presenta, con otros datos generales, en la Tabla 3.1.

3.3.4. Extremo Luminoso de la Rama de las Gigantes Rojas (TRGB)

En el TRGB se encuentran estrellas variables gigantes rojas, del tipo SR o L. Para hacer la búsqueda de variabilidad en esta región, se tomaron los límites $V \in [15.4, 16.6]$ y $V - I \in [1.2, 1.7]$, en el DCM de la Figura 3.6, región marcada como D; encontramos 15 estrellas. Estas estrellas poseen una atmósfera muy extendida, por lo que, las pulsaciones que presentan pueden no ser periódicas, sino tener tiempos característicos de pulsación no regulares. En consecuencia, para realizar la búsqueda de variabilidad, en esta ocasión no se hizo una estimación del periodo para construir las curva de luz, sino que estas se construyeron simplemente graficando la magnitud V vs. HJD.

De las 15 curvas de luz, encontramos 5 variables, que nombramos SR1, SR2, SR3, SR4 y SR5. Nuestra base de tiempo es de 5 años, suficientemente amplia como para estimar tiempos característicos de pulsación de estas estrellas. Los tiempos característicos, que se dan en la Tabla 3.1, se usaron para poner en fase y construir las curvas de luz. En la Figura 3.12, se muestran los pares de curvas de luz (mag vs. HJD y mag vs. fase) de estas estrellas, mientras que en la Figura 3.13, se identifican en la imagen de referencia, donde se observa que ninguna está contaminada; además, estas estrellas son muy brillantes y las estrellas aledañas a ellas son varias magnitudes más tenues. De lo anterior concluimos que estas estrellas son variables nuevas y, para seguir con la nomenclatura del CVSGC, las reportamos como V82, V83, V84, V85 y V86, respectivamente, del tipo SR, dada su posición en el DCM. Los datos generales de estas estrellas se muestran en la Tabla 3.1.

 		J	
Variable	Variable	Variable	Variable
ID provisional	ID	ID provisional	ID
RR1	V77	SR1	V82
RR2	V78	SR2	V83
RR3	V79	SR3	V84
RR4	V80	SR4	V85
WV	V81	SR5	V86

Tabla 3.2: Identificaciones provisionales y definitivas de las nuevas variables.



Figura 3.12: Curvas de luz de las nuevas variables. Para cada estrella se presenta una gráfica de magnitud vs. HJD, donde se observa su variación a través del tiempo, y su respectiva curva puesta en fase con los tiempos característicos presentados en la tabla 3.1. Los colores de los puntos son: negros, rojos y verdes, para los datos de 2011, 2012 y 2013, respectivamente.

3.4. Tipo de Oosterhoff de NGC 7006

El plano periodo-amplitud, también conocido como diagrama de Bailey, separa claramente los modos de pulsación de las estrellas RRab y RRc, lo que lo hace una herramienta muy útil. Además, ayuda a establecer el tipo Oosterhoff de un cúmulo globular (OoI y OoII) y permite identificar las estrellas RRab que podrían estar más evolucionadas y continuarán con su evolución hacia la rama asintótica de las gigantes (AGB).

En la Figura 3.14 se muestra el diagrama de Bailey para las estrellas RR Lyrae en NGC 7006, en los filtros $V \in I$. Las amplitudes y periodos se listan en la Tabla 3.1. Las



Figura 3.13: identificación de las nuevas variables tipo SR, en la imagen de referencia, junto con las estrellas variables aledañas a ellas. El campo de visión de las imágenes, tiene un tamaño de $13 \times 13 \operatorname{arcsec}^2$. El norte está hacia abajo y el este a la derecha.

amplitudes, en la mayoría de los casos, fueron medidas a partir del mejor ajuste obtenido de la descomposición de Fourier de las curvas de luz (Sección §4.2). Para las estrellas que presentan efecto Blazhko, se tomó la máxima amplitud. En el diagrama, se puede observar los ajustes empíricos para las RRab y RRc en cúmulos globulares tipo OoI y OoII, como se describe al pie de la figura. La mayor parte de las estrellas RRab se ubican a la derecha del diagrama, siguiendo la tendencia marcada por el ajuste obtenido por Cacciari et al. (2005), en el cúmulo M3, para las estrellas no evolucionadas, en el filtro V (línea negra continua); y por el ajuste de Kunder et al. (2013a) en el filtro I (línea azul continua); las estrellas RRc se ubican al lado izquierdo siguiendo, de forma parcial, la distribución parabólica marcada por los ajustes de Arellano Ferro et al. (2015) (líneas rojas). El promedio de los periodos de las RRab en NGC 7006 es $\langle P_{ab} \rangle = 0.58 \pm 0.07$ días, que corresponde a cúmulos tipo OoI. Las tendencias que siguen las estrellas en el diagrama son consistentes con cúmulos tipo OoI. Concluimos, entonces, que NGC 7006 es un cúmulo globular tipo Oosterhoff I.

Por otra parte, en la gráfica pueden notarse algunas estrellas con posiciones peculiares, como por ejemplo V28. Esta estrella posee un periodo muy corto para una RRab; sin embargo, su amplitud es grande, lo que hace que se ubique al lado izquierdo, en la parte superior del diagrama. V66 está clasificada como RRab en el CVSGC, con un periodo de 0.6172 días; sin embargo, nosotros encontramos un periodo de 0.3615 días, lo que mueve su posición en el diagrama de Bailey a una consistente con el tipo RRc. V69 es una estrella tipo RRab; sin embargo, su posición es algo peculiar, creemos que esta estrella podría no ser miembro del cúmulo. Por otra parte, tenemos que V75 y V80 son dos estrellas RRab, de baja amplitud, que sin embargo están fuera de la tendencia seguida por las RRab. Cabe destacar que ambas estrellas tienen una dispersión considerable en sus curvas de luz.



Figura 3.14: plano periodo-amplitud en los filtros V (panel superior) e I (panel inferior) para NGC 7006. Los puntos azules rellenos y verdes vacíos, representan las estrellas RRab y RRc ya conocidas en el cúmulo, respectivamente. Las estrellas que presentan efecto Blazhko se marcan con triángulos azul claro. Los cuadros rojos vacíos, indican las variables nuevas. En el panel superior, las líneas continuas y segmentadas son los lugares para las estrellas no evolucionadas y evolucionadas, respectivamente, en M3 (Cacciari et al., 2005). La parábola negra fue encontrada por Kunder et al. (2013b) en 14 cúmulos OoII. Las parábolas rojas fueron calculadas por Arellano Ferro et al. (2015), a partir de una muestra de estrellas RRc en 5 cúmulos OoI y excluyendo variables con efecto Blazhko. En el panel inferior, las líneas azules continua y segmentada fueron construidas por Kunder et al. (2013a). La parábola verde fue calculada por Deras et al. (2019) para estrellas RRc en M13 y la negra, por Yepez et al. (2020) usando 28 RRc de 7 cúmulos globulares tipo OoII.

Capítulo 4

Parámetros Físicos y Diagrama Color-Magnitud

4.1. Estimación del Enrojecimiento

Dos efectos causados por el polvo interestelar son la extinción, o disminución del brillo aparente de la estrella, y el enrojecimiento de su color. A este fenómeno nos referimos, en general, como extinción interestelar, y se produce al incidir la luz en los granos de polvo del medio interestelar, y ser absorbida y dispersada por estos. La extinción es más o menos inversamente proporcional a la longitud de onda, por lo que afecta más a la luz azul que a la roja.

Una forma de estimar el enrojecimiento de un cúmulo globular, es a partir de sus estrellas variables tipo RR Lyrae. Del trabajo de Sturch (1966), se sabe que las estrellas RRab tienen un color constante entre las fases $0.5 ext{ y } 0.8$ de la curva de color. Ahora bien, para los filtros $V \in I$, tenemos que el enrojecimiento está dado por

$$E(V-I) = (V-I)_{\min} - (V-I)_{0,\min}, \qquad (4.1)$$

donde $(V - I)_{\min}$ es el color medio observado entre las fases 0.5 y 0.8, y $(V - I)_{0,\min} = 0.58 \pm 0.02$ mag es el color intrínseco, entre esas mismas fases, calibrado por Guldenschuh et al. (2005). Obtenido el enrojecimiento E(V - I), podemos calcular el enrojecimiento E(B - V), a partir de la relación

$$\frac{E(V-I)}{E(B-V)} = 1.259,$$
(4.2)

calculada por Yepez et al. (2020), usando la ley de extinción interestelar de Schlafly & Finkbeiner (2011). De las 56 RRab que logramos identificar en NGC 7006, estimamos el

enrojecimiento de 41 estrellas, cuyas curvas de luz eran las mejor definidas y con menor dispersión; obtuvimos un enrojecimiento medio $E(B - V) = 0.08 \pm 0.048$. Aunque la incertidumbre de nuestro resultado es algo grande, debido a la dispersión en las curvas de luz de las RRab utilizadas, adoptaremos este valor a lo largo de nuestro trabajo, ya que, es consistente con los mapas de enrojecimiento interestelar para la posición del cumulo¹, según las calibraciones de Schlafly & Finkbeiner (2011) (S&F) y Schlegel et al. (1998) (SFD):

$$E(B-V)_{S\&F} = 0.07 \pm 0.003 \tag{4.3}$$

$$E(B-V)_{SFD} = 0.08 \pm 0.004. \tag{4.4}$$

4.2. Parámetros Físicos por Descomposición de Fourier de las Curvas de Luz de Estrellas RR Lyrae

La morfología de la curva de luz de las estrellas RR Lyrae está estrechamente relacionada con algunos parámetros físicos estelares (como metalicidad [Fe/H], magnitud absoluta M_V , temperatura efectiva T_{eff} , luminosidad, masa y radio) y del cúmulo globular al que pertenecen (metalicidad [Fe/H] y distancia). Estos parámetros pueden ser estimados individualmente para cada RR Lyrae, a través de la descomposición de Fourier de su curva de luz dada por la ecuación (1.3), y los parámetros de Fourier dados por las ecuaciones (1.4) y (1.5).

En la Tabla 4.1, se muestran las magnitudes medias A_0 y los coeficientes del ajuste de Fourier para las curvas de luz de las estrellas RRab y RRc, que son relevantes en el cálculo de parámetros físicos.

La morfología de la curva de luz de una RR Lyrae es sensible a algunos parámetros físicos de la estrella, lo que permite pasar del ámbito meramente observacional al astrofísico. Por esta razón es importante que las curvas de luz estén completas. La presencia de modulaciones de amplitud en estrellas con efecto Blazhko puede limitar la precisión de las determinaciones de parámetros físicos. Las curvas de luz de las RRab que presentan modulaciones de amplitud, fueron ajustadas utilizando la curva con máxima amplitud.Las estrellas con modulaciones de amplitud que hemos incluido (V3, V25 y V16) nos dan buenos resultados, como veremos más adelante. Las calibraciones usadas para calcular los parámetros físicos se describen en las secciones siguientes, y en la Tabla 4.1, se presentan el valor de A_0 y de los parámetros de Fourier de las curvas de luz a las que se les pudo aplicar descomposición de Fourier, incluyendo las RRc. En la Tabla 4.2, se listan los parámetros físicos de las RRab más estables y de algunas RRc. Dado

¹https://irsa.ipac.caltech.edu/applications/DUST/

el alto número disponible de estrellas, los resultados de las RRab son estadísticamente más confiables.

4.2.1. Metalicidad

Para calcular la metalicidad [Fe/H], adoptamos las calibraciones semiempíricas de Jurcsik & Kovacs (1996) para las estrellas RRab, y de Morgan et al. (2007) para las RRc.

La calibración para las RRab, está dada por

$$[Fe/H]_J = -5.038 - 5.394P + 1.345\phi_{31}^{(s)}, \qquad (4.5)$$

donde $\phi_{31}^{(s)}$ es la diferencia de la fase de la descomposición de Fourier, el superíndice (s) indica que la descomposición se hizo utilizando una serie de senos, y P es el periodo en días. Sin embargo, la descomposición dada por la ecuación (1.3) emplea una serie de cosenos, por lo que es necesario transformar la diferencia de fases de la serie de cosenos, ϕ_{ij} , a la de la serie de senos, $\phi_{ij}^{(s)}$, lo que podemos hacer usando la relación

$$\phi_{ij}^{(s)} = \phi_{ij} - (i-j)\frac{\pi}{2}.$$
(4.6)

La incertidumbre de la metalicidad, está dada por (Jurcsik & Kovacs, 1996):

$$\sigma_{\rm [Fe/H]}^2 = 1.809\sigma_{\phi_{31}}^2 + 2K_{12}P + 2K_{13}\phi_{13} + 2K_{23}\phi_{31} + K_{11} + K_{22}P^2 + K_{33}\phi_{31}^2, \quad (4.7)$$

donde los coeficientes K_{ij} toman los valores $K_{11} = 0.08910$, $K_{12} = 0.00116$, $K_{13} = -0.01753$, $K_{33} = 0.00374$, $K_{22} = 0.02529$, $K_{23} = -0.00289$.

Jurcsik & Kovacs (1996) obtuvieron la calibración de la ecuación (4.5) mediante una muestra de 81 curvas de luz, en el filtro V, de estrellas RRab, cuyas metalicidades ya habían sido medidas espectroscópicamente. Sin embargo, dada la sensibilidad de la estimación de la metalicidad [Fe/H] a la morfología de la curva de luz, esta calibración solo puede ser aplicada a otras curvas semejantes a las curvas utilizadas para obtener la calibración. Por esta razón, Jurcsik & Kovacs (1996) y Kovacs & Kanbur (1998) definieron el parámetro de desviación $D_{\rm F}$, como parámetro de semejanza, $D_{\rm F} = |F_{\rm obs} - F_{\rm calc}|/\sigma_{\rm F}$, donde $F_{\rm obs}$ es el valor observado del parámetro de Fourier dado, $F_{\rm calc}$ es el valor predicho a partir de los otros parámetros observados, y $\sigma_{\rm F}$ es la desviación estándar respectiva. Ellos introdujeron el parámetros $D_{\rm m}$, como el máximo valor de los parámetros de desviación $D_{\rm F}$. Si $D_{\rm m} < 3$, se dice que la curva de luz satisface la condición de compatibilidad con la morfología de las curvas que fueron usadas como calibradoras, es decir, la curva de luz bajo análisis es consistente con las calibraciones utilizadas. Sin

variable	A_0	A1	A_2	A3	A_4	φ_{21}	φ_{31}	φ_{41}	$D_{\rm m}$		
ID	(V mag)	(V mag)	(V mag)	(V mag)	(V mag)						
	RRab										
V1	18.901(4)	0.406(5)	0.182(5)	0.146(5)	0.076(5)	3.793(39)	7.932(53)	5.585(85)	4.9		
V2	18.916(4)	0.332(6)	0.176(6)	0.107(5)	0.088(6)	4.194(46)	8.250(74)	6.684(93)	5.7		
V3	18.943(4)	0.317(5)	0.143(5)	0.095(5)	0.056(5)	4.047(52)	8.303(72)	6.109(112)	3.3		
V5	18.839(5)	0.303(7)	0.128(7)	0.091(8)	0.048(7)	3.905(75)	8.031(103)	6.307(178)	2.6		
V6	19.005(5)	0.413(8)	0.183(7)	0.142(6)	0.087(6)	3.886(54)	7.905(76)	6.002(112)	6.2		
V8	19.097(4)	0.341(5)	0.162(6)	0.122(5)	0.068(5)	3.848(47)	8.103(67)	6.093(106)	1.9		
V10	18.942(5)	0.385(7)	0.125(6)	0.071(7)	0.026(5)	4.416(62)	8.487(96)	6.322(287)	6.0		
V11	18.958(3)	0.299(5)	0.130(5)	0.104(5)	0.064(5)	3.888(51)	8.263(70)	6.215(100)	5.3		
V13	18.953(5)	0.324(7)	0.159(7)	0.113(7)	0.082(7)	3.757(60)	7.997(83)	5.815(117)	2.7		
V14	18.958(4)	0.314(6)	0.153(7)	0.113(7)	0.072(6)	3.986(43)	8.162(64)	6.128(103)	3.1		
V15	18.883(3)	0.300(5)	0.139(5)	0.094(4)	0.066(4)	3.907(46)	8.137(72)	6.222(98)	3.9		
V16	18.858(7)	0.369(10)	0.197(9)	0.150(10)	0.099(10)	3.885(70)	8.186(99)	5.899(141)	4.3		
V17	18.934(4)	0.384(6)	0.176(6)	0.132(6)	0.074(5)	3.750(45)	7.769(63)	5.654(100)	3.4		
V20	18.961(3)	0.305(4)	0.151(4)	0.109(4)	0.058(4)	3.978(39)	8.399(55)	6.497(91)	1.8		
V21	18.910(3)	0.231(5)	0.104(5)	0.081(5)	0.041(5)	4.177(63)	8.721(87)	7.025(145)	3.7		
V22	18.935(5)	0.375(7)	0.163(7)	0.128(8)	0.087(8)	3.909(61)	8.016(77)	6.000(106)	2.9		
V23	18.797(6)	0.286(9)	0.146(8)	0.090(6)	0.053(7)	3.971(87)	8.208(143)	5.777(193)	3.6		
V24	18.356(2)	0.133(3)	0.067(3)	0.038(3)	0.017(3)	4.058(68)	8.522(110)	6.766(203)	4.1		
V25	18.844(3)	0.313(4)	0.139(4)	0.116(5)	0.077(4)	3.961(43)	8.157(56)	6.304(82)	1.6		
V28	19.012(5)	0.487(7)	0.191(7)	0.047(7)	0.030(7)	4.742(44)	9.584(147)	7.139(224)	36.4		
V29	18.975(4)	0.321(6)	0.171(6)	0.122(6)	0.080(6)	3.966(53)	8.082(76)	6.222(106)	2.3		
V31	18.901(6)	0.374(9)	0.124(9)	0.065(9)	0.053(9)	3.962(87)	7.694(158)	6.085(197)	9.2		
V32	18.756(4)	0.248(5)	0.121(5)	0.088(5)	0.055(3)	3.814(60)	8.102(86)	5.883(121)	2.2		
V33	19.032(4)	0.331(6)	0.151(6)	0.122(6)	0.088(5)	3.781(55)	8.142(77)	6.022(105)	4.2		
V35	18.983(3)	0.261(4)	0.121(4)	0.085(4)	0.046(4)	4.096(47)	8.457(68)	6.601(112)	6.0		
V38	18.837(3)	0.284(5)	0.142(5)	0.099(5)	0.056(5)	3.843(51)	8.179(74)	6.435(114)	3.0		
V41	18.635(4)	0.290(6)	0.124(6)	0.093(6)	0.053(5)	3.752(58)	7.640(82)	5.719(132)	7.6		
V43	18.944(4)	0.216(5)	0.100(5)	0.065(5)	0.033(5)	3.765(67)	8.320(103)	6.761(173)	6.3		
V44	18.910(4)	0.291(5)	0.117(6)	0.077(6)	0.037(5)	3.965(63)	8.166(97)	6.195(178)	10.9		
V45	18.903(3)	0.258(4)	0.119(4)	0.094(4)	0.054(4)	3.985(49)	8.378(69)	6.440(106)	4.4		
V47	18.949(4)	0.273(5)	0.084(6)	0.044(6)	0.007(6)	3.953(77)	8.710(140)	7.822(828)	29.3		
V48	18.967(3)	0.224(5)	0.136(5)	0.075(5)	0.040(5)	3.918(55)	8.471(89)	6.839(143)	2.4		
V49	18.984(4)	0.287(6)	0.140(7)	0.093(6)	0.054(6)	3.877(59)	8.218(91)	6.396(139)	4.8		
V51	18.977(3)	0.156(4)	0.055(4)	0.036(4)	0.016(4)	4.283(88)	8.799(130)	7.095(279)	46.8		
V56	19.086(7)	0.391(10)	0.157(9)	0.147(8)	0.079(9)	3.650(79)	8.195(101)	5.826(153)	6.8		
V58	18.851(3)	0.106(5)	0.029(5)	0.006(5)	0.008(5)	3.762(180)	8.572(800)	7.560(607)	32.1		
V59	18.975(8)	0.392(13)	0.180(12)	0.110(11)	0.066(11)	3.934(85)	7.946(141)	5.616(215)	3.2		
V60	18.913(4)	0.220(6)	0.096(6)	0.045(7)	0.028(6)	4.191(85)	8.439(141)	6.766(225)	1.8		
V65	18.776(4)	0.221(6)	0.074(6)	0.056(6)	0.027(6)	3.940(95)	8.112(134)	6.501(235)	6.4		
V68	19.015(7)	0.296(10)	0.175(10)	0.128(10)	0.049(10)	4.072(91)	8.401(130)	6.709(245)	8.1		
V76	19.118(8)	0.446(12)	0.221(12)	0.118(12)	0.027(12)	4.297(77)	9.032(138)	6.932(483)	11.1		
		. ,		R	Rc		. ,	. ,			
V53	18.837(3)	0.103(4)	0.014(4)	0.020(4)	0.004(4)	3.013(300)	5.230(226)	3.169(884)			
V57	18.956(4)	0.305(5)	0.035(5)	0.033(5)	0.006(5)	4.894(162)	4.041(166)	1.904(813)			
V62	18.873(4)	0.211(5)	0.028(6)	0.029(5)	0.004(5)	4.646(174)	2.827(187)	1.485(1152)			
V64	18.877(4)	0.179(5)	0.046(5)	0.021(5)	0.011(5)	3.438(124)	1.770(253)	5.366(474)			
V71	18.703(4)	0.205(6)	0.045(5)	0.024(5)	0.013(5)	4.443(145)	1.300(266)	5.283(449)			
- T (· · · · · · ·	1	1 1 /1		· , · /	` /	× /			

Tabla 4.1: Coeficientes de Fourier de las estrellas RRab y RRc en NGC 7006. También se encuentra el parámetro de desviación D_m para las estrellas RRab Variable A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 ϕ_{21} ϕ_{31} ϕ_{41} D_m

Los números en paréntesis indican la incertidumbre en el último lugar decimal.
embargo, en algunos casos, y con la finalidad de no emp
obrecer la muestra, es posible relajar un poco la condición de compatibilidad, tal que
, $D_{\rm m} < 5$, como es nuestro caso.

En la columna 9 de la Tabla 4.2, se dan los valores del parámetro $D_{\rm m}$, para las estrellas RRab en NGC 7006, a las que se les aplicó descomposición de Fourier. De las RRab escogidas para estimar los parámetros físicos, 10 estrella no cumplen con el criterio, por lo que no se tienen en cuenta al momento de calcular la media ponderada para la metalicidad. Por otra parte, puesto que la metalicidad obtenida con la ecuación (4.5), está dada en la escala de Jurcsik & Kovacs (1996) es necesario transformarla a escala de Zinn & West (1984), [Fe/H]_{ZW}, usando la relación (Jurcsik, 1995)

$$[Fe/H]_J = 1.431[Fe/H]_{ZW} - 0.88.$$

Para estimar la metalicidad en las RRc, en escala de Zinn & West (1984), empleamos la calibración de Morgan et al. (2007), que está dada por

$$[Fe/H]_{ZW} = 52.46P^2 - 30.075P + 0.131\phi_{31}^2 - 0.982\phi_{31} - 4.198\phi_{31}P + 2.424, \quad (4.8)$$

y cuya desviación estándar es de 0.145 dex (Morgan et al., 2007). Actualmente, la escala UVES (*Ultraviolet and Visual Echelle Spectrograph*) de Carretta et al. (2009), que se ha definido por medios espectróscopicos de alta resolución y por lo tanto precisos, es muy utilizada; por ello transformamos nuestros resultados a esta escala, usando la relación (Carretta et al., 2009)

$$[Fe/H]_{\rm UVES} = -0.413 + 0.130 [Fe/H]_{\rm ZW} - 0.356 [Fe/H]_{\rm ZW}^2.$$
(4.9)

En las columnas 2 y 3 de la Tabla 4.2, se muestran las metalicidades, $[Fe/H]_{ZW}$ y $[Fe/H]_{UVES}$, respectivamente, para las estrellas mejor definidas y para las RRab que cumplen con el criterio de compatibilidad. El valor medio ponderado estimado para las estrellas RRc es de $[Fe/H]_{ZW} = -1.81 \pm 0.27$, que equivale a $[Fe/H]_{UVES} = -1.75 \pm 0.27$. Para las RRab es de $[Fe/H]_{ZW} = -1.51 \pm 0.13$, que corresponde a $[Fe/H]_{UVES} = -1.41 \pm 0.02$ y que consideramos nuestra mejor estimación de la metalicidad media del cúmulo NGC 7006.

Una forma más reciente de estimar la metalicidad con los parámetros de Fourier, tanto de las RRab como de las RRc, es a partir de las calibraciones de Nemec et al. (2013), derivadas con base en determinaciones espectroscópicas de la metalicidad, y que se incluye en este trabajo, como comparación. Para las RRab, la calibración tiene la forma

$$[Fe/H]_{spec} = -8.65 - 40.12P + 5.96\phi_{31}^{(s)}(Kp) + 6.27\phi_{31}^{(s)}(Kp)P - 0.72(\phi_{31}^{(s)}(Kp))^2, (4.10)$$

donde $\phi_{31}^{(s)}(Kp)$ está en el sistema fotométrico Kepler, por lo que es necesario transformarlo al sistema Johnson-Kron-Cousins; esto se hizo empleando la ecuación $\phi_{31}^{(s)} =$

$$\phi_{31}^{(s)}(Kp) - 0.151(\pm 0.026)$$
 (Nemec et al., 2013). Para las RRc
 $[Fe/H]_{spec} = 1.70 - 15.67P + 0.20\phi_{31} - 2.41\phi_{31}P + 18.0P^2 + 0.17\phi_{31}^2,$ (4.11)

donde ϕ_{31} es la diferencia de fases obtenida de la ecuación (1.4). Las metalicidades estimadas con estas calibraciones están en escala espectroscópica UVES. En la columna 4 se dan las metalicidades obtenidas con la calibración de Nemec (2004). Para las estrellas RRab, la media ponderada es [Fe/H]_{spec} = -1.33 ± 0.39 , mientras que para las RRc es [Fe/H]_{spec} = -1.78 ± 0.30 .

4.2.2. Magnitud Absoluta

La magnitud absoluta para las estrellas RRab, fue estimada por medio de la calibración de Kovács & Walker (2001), dada por

$$M_V = -1876 \log P - 1.158A_1 + 0.821A_3 + K, \tag{4.12}$$

donde A_1 y A_3 , son las amplitudes del primer y tercer armónico, respectivamente, P es el periodo y K es el punto cero de la calibración. La constante K = 0.43 fue calculada por Kinman (2002), usando como calibrador, la estrella prototipo RR Lyrae, para la que adoptó una magnitud absoluta de $M_V = 0.61 \pm 0.10$ mag, derivada por Benedict et al. (2002), mediante la paralaje medida por el Telescopio Espacial Hubble (*HST*). Si se adopta $\langle V \rangle = 19.064$ para las RR Lyrae en la NMM y un valor de [Fe/H]= -1.5 (Clementini et al., 2003), entonces, corrigiendo la metalicidad a [Fe/H]= -1.39 para la estrella RR Lyrae (Benedict et al., 2002), se obtiene $\langle V \rangle = 19.088$. Por lo tanto, el valor de K = 0.43 corresponde a un módulo verdadero de la distancia de 19.088-0.61 = 18.48 mag. Ahora, para que nuestros cálculos de las luminosidades para las estrellas RRab, sean consistentes con los valores anteriores y con el módulo verdadero de la distancia de 18.5±0.1 mag para la NMM (Freedman et al., 2001), en nuestro trabajo, adoptamos el valor calculado por Arellano Ferro et al. (2010) de K = 0.41 en la ecuación (4.12).

En el caso de las estrellas RRc, la magnitud absoluta se estimó utilizando la calibración de Kovacs (1998)

$$M_V = -0.961P - 0.044\phi_{21}^{(s)} - 4.447A_4 + K_1, \qquad (4.13)$$

donde $\phi_{21}^{(s)}$ puede ser transformada a la serie de cosenos, usando la ecuación (4.6), y K_1 es el punto cero. Kovacs (1998) determinó K = 1.261, mediante la condición de mínima dispersión entre los módulos de distancia enrojecidos, calculados a partir de las estrellas RRab y RRc; por lo tanto, la ecuación (4.13) está en la escala de luminosidad de Baade-Wesselink. Ahora, para poner la ecuación (4.13) acorde con la magnitud media de las

RR Lyrae en la NMM, $\langle V \rangle = 19.064 \pm 0.064$ (Clementini et al., 2003), fue necesario disminuir el punto cero K_1 en 0.2 ± 0.02 mag (Cacciari et al., 2005), tal que $K_1 = 1.061$ en la ecuación (4.13). Así, el punto cero concuerda con el módulo de la distancia de la NMM de 18.5 ± 0.1 (Arellano Ferro et al., 2010).

En la columna 5 de la Tabla 4.2, se dan las magnitudes absolutas obtenidas. Para las estrellas RRab, calculamos un valor medio ponderado de 0.604 ± 0.038 . La media ponderada para las RRc es de 0.586 ± 0.045 .

4.2.3. Temperatura

Es bien sabido que el color de las estrellas está relacionado con la temperatura de las mismas, por lo que es posible, hacer una estimación de la temperatura a partir del color intrínseco estelar.

El valor A_0 de la tabla 4.1 es, de hecho, la magnitud media $\langle V \rangle$, que también se lista junto con los valores de $\langle I \rangle$, en la Tabla 3.1. Para desenrojecer las magnitudes y poder encontrar el color intrínseco estelar, adoptamos el exceso de color E(B - V) = 0.08, calculado en la Sección §4.1. A partir del cociente de la ecuación (4.2) obtenemos el enrojecimiento E(V - I) y, sabiendo que $E(V - I) = (\langle V \rangle - \langle I \rangle) - (V - I)_0$, podemos derivar el color intrínseco estelar $(V - I)_0$.

Para convertir el color intrínseco $(V - I)_0$ a temperaturas efectivas, seguimos la calibración polinómica de Nemec (2004), quien utiliza los modelos de VandenBerg et al. (2006) para [Fe/H] = -2.012 y [α /Fe] = 0.30, así como relaciones color-log $T_{\rm eff}$ descritas por VandenBerg & Clem (2003). Así, el ajuste polinómico es de la forma (Arellano Ferro et al., 2010)

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + A_4 x^4 + A_5 x^5 + A_6 x^6 + A_7 x^7,$$
(4.14)

donde $y = \log T_{\text{eff}}$, $x = (V - I)_0$, $A_0 = 3.9867$, $A_1 = -0.9506$, $A_2 = 3.5541$, $A_3 = -3.4537$, $A_4 = -26.4992$, $A_5 = 90.9507$, $A_6 = -109.6680$ y $A_7 = +46.7704$.

Dado que la estimación de la temperatura se hace a partir del color estelar observado, este método es válido tanto para estrellas RRab como estrellas RRc. En la columna 6 de la Tabla 4.2, se presenta las temperaturas efectivas. Para las RRab, obtuvimos un valor medio ponderado de log $T_{\rm eff} = 3.802 \pm 0.02$, o $T_{\rm eff} \sim 6340$ K. Para las RRc, log $T_{\rm eff} = 3.853 \pm 0.02$, o $T_{\rm eff} \sim 7130$ K.

4.2.4. Luminosidad y Distancia

La luminosidad $\log(L/L_{\odot})$ y la distancia estelar se calculan fácilmente, si tenemos la magnitud absoluta. La luminosidad puede escribirse en términos de la magnitud

4.2. DESCOMPOSICIÓN DE FOURIER

bolométrica, como sigue

$$M_{\rm bol} - M_{\rm bol,\odot} = -2.5 \log(L/L_{\odot}),$$
 (4.15)

donde $M_{\rm bol}$ y $M_{\rm bol,\odot}$, son las magnitudes bolométricas de la estrella y del Sol, respectivamente. Ahora bien, por definición, tenemos que la corrección bolométrica es $BC = M_{\rm bol} - M_V$, por lo que la luminosidad puede ser expresada como

$$\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = -0.4(M_V - M_{\rm bol}^{\odot} + BC), \qquad (4.16)$$

la corrección bolométrica ha sido estimada usando la ecuación $BC = 0.06[\text{Fe/H}]_{\text{ZW}} + 0.06$ (Sandage & Cacciari, 1990); además, hemos adoptado el valor de $M_{\text{bol}}^{\odot} = 4.75$ mag. De esta manera, encontramos una luminosidad media ponderada de $\log(L/L_{\odot}) = 1.658 \pm 0.001$ y $\log(L/L_{\odot}) = 1.666 \pm 0.005$, para las RRab y las RRc, respectivamente.

Empleando el módulo verdadero de la distancia $V - M_V = 5 \log d - 5 + 3.1E(B - V)$, fácilmente podemos calcular la distancia en parsecs, como se sigue

$$d = 10^{(V - M_V - 3.1E(B - V) + 5)/5}, (4.17)$$

donde E(B - V) = 0.08, estimado en la Sección 4.1. La distancia media ponderada resultante es de 41.1 ± 1.5 kpc y 41.0 ± 1.6 kpc, para las RRab y las RRc, respectivamente. En las columnas 7 y 8 de la Tabla 4.2, se presentan las luminosidades, en unidades solares, y las distancias individuales, respectivamente.

4.2.5. Masa y Radio

La masa de las estrellas RR Lyrae puede ser determinada si se conoce su periodo, luminosidad y temperatura. Esto es porque el periodo de una estrella que pulsa en el modo fundamental está relacionado con su masa, luminosidad y temperatura. van Albada & Baker (1971) dedujeron la ecuación fundamental de pulsación estelar, a partir de ajustes lineales en el plano (log P, log T_{eff}), para diferentes valores de masa, luminosidad, abundancia de hidrógeno (X) y abundancia de otros elementos (Z), en el rango de 6000° $\leq T_{\text{eff}} \leq 7500^{\circ}$. Su ecuación tiene la forma:

$$\log P_{\rm F} = -1.772 - 0.68 \log(M/M_{\odot}) + 0.84 \log(L/L_{\odot}) + 3.48 \log(6500/T_{\rm eff}).$$
(4.18)

Así que, despejando la masa, podemos estimarla dados los parámetros físicos determinados por medio de la descomposición de Fourier de las curvas de luz:

$$\log\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) = 16.907 - 1.47\log P_{\rm F} + 1.24\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) - 5.12\log T_{\rm eff},\tag{4.19}$$

donde $P_{\rm F}$ es el periodo en el modo fundamental. Para aplicar esta ecuación a las estrellas RRc, que pulsan en primer modo, es necesario transformar su periodo al modo fundamental, a través de la relación $P_1/P_{\rm F} = 0.746$, donde P_1 es el periodo del primero sobretono, encontrada por Cox et al. (1983), para las estrellas RR Lyrae de doble modo en M15. Estimamos un valor medio ponderado de la masa, para las RRab de $M = 0.678 \pm 0.03 M_{\odot}$, y para las RRc, de $M = 0.538 \pm 0.03 M_{\odot}$.

Por otro lado, sabemos que la luminosidad de una estrella puede ser escrita como $L = 4\pi\sigma R^2 T^4$, donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann. Para el Sol tenemos que, $L_{\odot} = 4\pi\sigma R_{\odot}^2 T_{\odot}^4$; entonces, tomando el cociente de estas dos ecuaciones y resolviendo para el radio, tenemos

$$\log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) = \frac{1}{2} \left[\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) - 4\log\left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}_{\odot}}}\right)\right].$$
(4.20)

De aquí, obtenemos un valor medio ponderado del radio de $R = 5.56 \pm 0.004 R_{\odot}$ y de $R = 4.40 \pm 0.02 R_{\odot}$, para las RRab y para las RRc, respectivamente. En las columnas 9 y 10 de la Tabla 4.2, se muestran las masas y radios individuales, respectivamente.

4.3. Diagrama Color-Magnitud de NGC 7006

En la Figura 4.1 se muestra el DCM de NGC 7006. En el panel izquierdo, se presentan los miembros probables y no miembros (supuestas estrellas de campo), representados con puntos negros y azules, respectivamente, encontrados por el análisis de membresía descrito en la Sección §3.2.3. En el panel derecho, se muestra la versión desenrojecida del DCM, del que se ha eliminado todas las estrellas no miembros. Además, se marca todas las estrellas variables resueltas con nuestra fotometría. Las estrellas variables fueron graficadas empleando los valores de la intensidad media ponderada de las curvas $\langle V \rangle_0$ y el color $\langle V \rangle_0 - \langle I \rangle_0$, obtenidos de la descomposición de Fourier y posteriormente desenrojecidos.

Para desenrojecer el DCM, adoptamos un exceso de color de E(B-V) = 0.08, valor calculado en la Sección §4.1. Utilizando los modelos de VandenBerg et al. (2014), se calculó 4 isócronas de edades 12.0 Gaño (negra), 12.5 Gaño (azul), 13.0 Gaño (verde) y 13.5 Gaño (roja), todas ellas con [Fe/H] = -1.58, Y = 0.25 y [α /Fe] = +0.4. Estas isócronas se presentan con fines ilustrativos, pues el objetivo de este trabajo no es calcular la edad del cúmulo; además, dada la lejanía del cúmulo, nuestra fotometría no es lo suficientemente profunda como para alcanzar el TO.

En el diagrama también se incluye la ZAHB, modelada a partir del código originalmente desarrollado por Eggleton (1971, 1972, 1973), quien usó una masa del núcleo de helio de $0.49M_{\odot}$. Esta es justamente la masa que utilizan los modelos de VandenBerg

Tabla 4.2: Parámetros físicos de las estrellas RRab.

Variable	$[Fe/H]_{ZW}$	$[Fe/H]_{UVES}$	[Fe/H] _{spec}	M_V	$\log T_{\rm eff}$	$\log(L/L_{\odot})$	D (kpc)	M/M_{\odot}	R/R_{\odot}
				RRab					
V1	-1.49(5)	-1.40(6)	-1.28	0.636(7)	3.831	1.646(3)	40.13(13)	0.608(5)	4.86(2)
$V2^{a}$	-1.55(7)	-1.47(8)	-1.41	47(8)	3.810	1.681(3)	42.09(16)	0.670(6)	5.59(2)
V3	-1.39(7)	-1.29(7)	-1.12	0.594(7)	3.793	1.662(3)	41.72(14)	0.827(7)	5.90(2)
V5	-1.55(10)	-1.48(11)	-1.46	0.643(10)	3.820	1.643(4)	38.87(19)	0.607(7)	5.09(2)
$V10^{a}$	-1.15(9)	-1.04(8)	-0.71	0.522(10)	3.819	1.691(4)	43.10(20)	0.698(8)	5.42(3)
$V11^{a}$	-1.49(7)	-1.40(7)	-1.31	0.599(7)	3.797	1.660(3)	41.91(14)	0.755(6)	5.79(2)
V13	-1.65(8)	-1.60(9)	-1.67	0.612(10)	3.809	1.655(4)	41.56(19)	0.687(8)	5.43(2)
V14	-1.53(6)	-1.44(7)	-1.39	0.611(9)	3.798	1.656(4)	41.66(17)	0.763(8)	5.72(2)
V15	-1.66(7)	-1.61(8)	-1.66	0.572(7)	3.795	1.671(3)	40.98(12)	0.772(6)	5.91(2)
V16	-1.42(9)	-1.32(10)	-1.18	0.612(14)	3.795	1.655(6)	39.77(26)	0.842(14)	5.80(4)
V17	-1.71(6)	-1.68(8)	-1.81	0.621(9)	3.821	1.652(3)	41.03(16)	0.658(6)	5.12(2)
V20	-1.37(5)	-1.26(5)	-1.06	0.594(6)	3.811	1.662(2)	42.06(11)	0.637(4)	5.42(1)
V21	-1.20(8)	-1.08(7)	-0.71	0.608(7)	3.787	1.657(3)	40.82(13)	0.764(6)	6.02(2)
V22	-1.54(7)	-1.46(8)	-1.42	0.603(10)	3.815	1.659(4)	41.38(20)	0.692(8)	5.31(3)
V23	-1.66(13)	-1.61(16)	-1.65	0.560(12)	3.805	1.676(5)	39.61(21)	0.662(9)	5.67(3)
V25	-1.47(5)	-1.37(6)	-1.27	0.640(6)	3.849	1.644(2)	39.01(11)	0.423(3)	4.46(1)
$V31^{a}$	-1.98(15)	-2.53(153)	-2.07	0.498(13)	3.749	1.701(5)	42.75(25)	1.544(23)	7.57(4)
V32	-1.59(8)	-1.52(9)	-1.53	0.664(7)	3.822	1.634(3)	37.05(12)	0.538(4)	4.99(2)
V33	-1.53(7)	-1.45(8)	-1.41	0.604(9)	3.785	1.658(3)	43.26(17)	0.910(9)	6.10(2)
$V35^a$	-1.39(6)	-1.28(6)	-1.07	0.599(6)	3.788	1.660(2)	42.39(11)	0.794(5)	6.02(2)
V38	-1.77(7)	-1.73(9)	-1.83	0.549(7)	3.818	1.681(3)	40.56(13)	0.554(4)	5.36(2)
$V41^{b}$	-2.04(8)	-2.16(12)	-2.72	0.614(9)	3.775	1.654(3)	35.85(14)	0.985(10)	6.36(2)
$V43^{a}$	-1.52(10)	-1.43(11)	-1.34	0.635(7)	3.803	1.646(3)	40.95(13)	0.643(5)	5.54(2)
V45	-1.41(7)	-1.31(7)	-1.14	0.626(6)	3.788	1.649(2)	40.33(11)	0.801(5)	5.96(2)
$V47^{a}$	-1.04(13)	-0.93(10)	-0.53	0.592(8)	3.805	1.663(3)	41.87(15)	0.711(6)	5.60(2)
V48	-1.43(8)	-1.33(9)	-1.14	0.610(7)	3.790	1.655(3)	41.82(14)	0.736(6)	5.93(2)
V49	-1.56(9)	-1.48(10)	-1.44	0.595(9)	3.799	1.662(3)	42.48(17)	0.731(7)	5.75(2)
$V51^a$	-1.24(12)	-1.13(11)	-0.71	0.618(6)	3.774	1.653(2)	41.91(11)	0.818(5)	6.364(2)
V59	-1.43(13)	-1.33(14)	-1.15	0.643(18)	3.831	1.643(7)	41.39(33)	0.626(13)	4.85(4)
V60	-1.52(13)	-1.43(14)	-1.28	0.574(9)	3.774	1.670(4)	41.52(17)	0.897(9)	6.50(3)
V68 ^a	-1.29(12)	-1.17(11)	-0.92	0.650(14)	3.783	1.640(6)	42.01(27)	0.888(14)	6.03(4)
Media ponderada	-1.51(2)	-1.41(2)	-1.33	0.604(1)	3.802	1.658(1)	41.1(3)	0.679(30)	5.56(1)
σ	± 0.13	± 0.02	± 0.40	± 0.038	± 0.02	± 0.001	± 1.51	± 0.03	0.004
				RRc					
V57	-1.52(34)	-1.44(37)	-1.43(27)	0.548(23)	3.853	1.681(9)	42.87(47)	0.551(67)	4.565(49)
V62	-1.99(36)	-2.08(51)	-2.01(24)	0.573(24)	3.827	1.671(9)	40.78(45)	0.743(90)	5.088(55)
V64	-1.99(43)	-2.09(61)	-1.83(25)	0.635(23)	3.879	1.646(9)	39.70(42)	0.453(55)	3.899(41)
$V71^{b}$	-2.09(46)	-2.24(67)	-2.03(25)	0.553(23)	3.833	1.679(9)	38.05(41)	0.747(90)	5.000(53)
Media ponderada	-1.81(21)	-1.75(27)	-1.78(14)	0.586(13)	3.853	1.666(5)	41.02(26)	0.537(38)	4.40(3)
σ	± 0.27	± 0.27	± 0.30	± 0.045	± 0.02	± 0.005	± 1.61	± 0.038	0.03

a: No fueron incluidas para en la media ponderada de $[Fe/H]_{ZW}$ y $[Fe/H]_{UVES}$. b: No incluidas en la media ponderada de los parámetros, no son miembros del cúmulo. Los números en paréntesis indican la incertidumbre en el último lugar decimal.



Figura 4.1: El DCM de NGC 7006. En el panel izquierdo se muestran las estrellas miembros y no miembros del cúmulo, en negro y azul, respectivamente, de acuerdo con análisis de membresía. El panel derecho muestra el DCM desenvojecido de las estrellas miembros de NGC 7006; adoptamos un valor de E(B-V) = 0.08. Todas las variables previamente conocidas se identifican siguiendo el código: puntos azules, estrellas RRab; puntos verdes, RRc; puntos rojos, SR; triángulos rosas, estrellas de variabilidad previamente en duda pero confirmada en este trabajo; cruces, estrellas no confirmadas como variables. Los cuadros rojos corresponden a las variables identificadas en el presente trabajo, con el nombre de variable adoptado (compárese con las identificaciones de la Figura 3.6 y de la Tabla 3.2). Todas las estrellas etiquetadas son analizadas individualmente en el apéndice A. Las isócronas fueron calculadas con los modelos de VandenBerg et al. (2014), para las edades de 12.0 (negro), 12.5 (azul), 13.0 (verde) y 13.5 Gaño (rojo), todas ellas con [Fe/H]=-1.58, Y = 0.25 y $[\alpha/Fe]=+0.4$. Los modelos de ZAHB fueron construidos con el código originalmente desarrollado por (Eggleton, 1971, 1972, 1973) (línea roja continua). A modo de comparación incluimos, como línea discontinua, la ZAHB calculada a partir de los modelos de VandenBerg et al. (2014)), para los mismos parámetros. Todos los modelos han sido colocados a una distancia de 44 kpc. La región definida por el rectángulo rojo, se amplía en el panel inferior, para facilitar comentarios detallados. Las lineas verticales negras en el panel inferior, representan el límite entre los modos de pulsación fundamental y del primer sobretono en las estrellas RR Lyrae.

et al. (2014) para la ZAHB, razón por la cual es posible compararlos. Ambos modelos de la ZAHB coinciden bastante bien en luminosidad. La posición de la ZAHB nos da una estimación para la distancia de 44 kpc, que será discutida en la siguiente sección. Las lineas verticales negras en el panel inferior de la figura 4.1, representan el límite entre los modos de pulsación fundamental y del primer sobretono en las estrellas RR Lyrae. Este límite corresponde al borde rojo de la zona de inestabilidad para primersobre tono (FORE, por sus siglas en inglés), (Arellano Ferro et al., 2016). La estructura de la rama horizontal se abordará con más detalle en el siguiente capítulo.

4.4. Distancia de NGC 7006 Calculada por Métodos Independientes

A partir de la descomposición de Fourier de las estrellas RRab y RRc, estimamos una distancia de 41.1 ± 1.5 kpc y 41.0 ± 1.6 kpc, respectivamente. Existen otros métodos independientes, con los que es posible estimar la distancia al cúmulo, como por ejemplo, la relación periodo-luminosidad de las estrellas RR Lyrae en la banda I y el ajuste de la ZAHB.

Relación periodo-luminosidad

La distancia de las estrellas RR Lyrae, puede ser estimada a través de su relación periodo-luminosidad, en la banda I derivada por Catelan (2004); está dada por

$$M_I = 0.471 - 1.132 \log P + 0.205 \log Z, \tag{4.21}$$

con log Z = [M/H] - 1.765, donde [M/H] = [Fe/H] - log(0.638f + 0.205) es la metalicidad global y log $f = [\alpha/Fe]$ es la abundancia de elementos α que se producen por reacciones nucleares de captura de átomos de helio (Salaris et al., 1993), también llamados partículas α .

Usando la ecuación (4.21) para las mediciones, en el filtro I, de 45 estrellas RRab y 5 RRc estimamos una distancia media de 41.2 ± 1.4 kpc. Este valor es consistente con la distancia estimada a partir de la descomposición de Fourier de las curvas de luz en la banda V.

Rama horizontal de edad cero

Los modelos teóricos de la ZAHB nos dan valores de M_V vs. $(V - I)_0$. Para ajustar el modelo a nuestras observaciones, previamente desenrojecidas, en un diagrama V_0 vs. $(V - I)_0$, es necesario obtener V_0 . Del módulo de distancia, tenemos que

$$V_0 - M_V = 5 \log d - 5 \longrightarrow V_0 = M_V + 5 \log d - 5.$$
 (4.22)

Así, la M_V dada por el modelo debe desplazarse una distancia d para ajustar la magnitud V_0 derivada de las observaciones.

Los modelos ajustados a nuestro DCM desenrojecido se desplazaron a una distancia de 44 kpc. Notamos que esta distancia es un poco más grande que la encontrada con las estrellas RR Lyrae. Esto se debe a que las estrellas, cuando llegan a la ZAHB, comienzan a evolucionar desde este punto hacia arriba, es decir, la dispersión en la RH no se debe completamente a la incertidumbre en la fotometría, sino que también hay una dispersión intrínseca producida por la evolución estelar. Entonces, la ZAHB es menos brillante que las RR Lyrae, por lo que la distancia derivada a partir de ella es un poco más grande.

Capítulo 5

Estructura de la Rama Horizontal de NGC 7006

5.1. Estructura de la RH: Distribución de Estrellas RR Lyrae en la Zona de Inestabilidad

En el panel inferior de la Figura 4.1, se muestra una expansión de la HB de NGC 7006, donde podemos notar que está especialmente poblada hacia el rojo y posee una casi inexistente cola azul. La estructura de la HB puede describirse por medio del parámetro $\mathcal{L} = \frac{\mathcal{B} - \mathcal{R}}{\mathcal{B} + \mathcal{V} + \mathcal{R}}$, donde B, V y R, representan el número de estrellas en la HB en el lado azul, en el interior y en el lado rojo de la franja de inestabilidad, respectivamente. En el caso de NGC 7006, $\mathcal{L} = -0.28$ (Catelan, 2009), que es consistente con un grupo tipo OoI, como puede notarse en la Figura 5.1. En esta figura, se muestra la posición de los cúmulos globulares Galácticos en el plano \mathcal{L} vs. [Fe/H], con los diferentes tipos Oosterhoff indicados. Las líneas negras diagonales son los límites inferior y superior de la brecha de Oosterhoff, calculados por Bono et al. (1994). Esta región está poblada principalmente por sistemas extragálacticos, pero por claridad, en la Figura 5.1, mostramos solamente cúmulos globulares Galácticos. Como comentario un poco al margen, esta circunstancia ha llevado a debatir si algunos de los cúmulos galácticos en esta región pudieran ser de origen extragaláctico, por ejemplo, M14, NGC 6558, NGC 4147 o NGC 4590. Una discusión detallada de este problema queda, por el momento, fuera de los alcances de esta tesis.

La población de estrellas RR Lyrae en la HB de NGC 7006 está dominada por estrellas RRab, que pulsan en el modo fundamental, y cuenta solo con algunas RRc, que pulsan en el primer sobretono. Se observa la presencia de algunas RRab en la región bimodal, es decir, hacia el laod azul del FORE, lo que no debe sorprendernos, pues



Figura 5.1: parámetro \mathcal{L} de estructura de la HB como función de [Fe/H]. Los círculos y cuadrados denotan los cúmulos del halo interno y externo, respectivamente. Los símbolos con borde negro, representan los cúmulos globulares cuyos modos fundamental y primer sobretono están bien segregados, alrededor del FORE, a diferencia de los símbolos rellenos sin borde. Los símbolos vacíos son cúmulos que aún no han sido estudiados por nuestro grupo. Las lineas sólidas marcan los límites inferior y superior de la brecha de Oosterhoff (Bono et al., 1994).

la separación nítida de modos solo se presenta en algunos cúmulos OoI, mientras otros exhiben una mezcla de modos en la región bimodal, también llamada en inglés "either-or region", como la que exhibe NGC 7006. Por el contrario, nuestro grupo ha encontrado en todos los cúmulos tipo OoII estudiados, una clara segregación de modos, que parece ser la regla para ellos.

De los parámetros físicos en la Tabla 4.2, podemos notar que las masas medias de las RRc, que se distribuyen más hacia el azul de HB, son menores que las de las estrellas RRab, que se distribuyen más hacia el rojo. Este resultado está relacionado con la distribución de modos de pulsación en la RH, que es una consecuencia de la distribución de masa inicial de las estrellas que se asientan en la franja de inestabilidad en la ZAHB (Caputo et al., 1978). A su vez, esta depende de la pérdida de masa durante la etapa de las ráfagas de He, en la RGB, y en la fase pre-HB, relacionada con el inicio del ciclo CNO.

Esto podría significar que las estrellas RR Lyrae, en cúmulos OoII, siempre evolucionan a partir de estrellas menos masivas que comienzan su evolución en la parte más azul de la ZAHB. Por el contrario, los cúmulos OoI podrían tener una distribución de masas más amplia en la ZAHB, y su pérdida de masa en la RGB probablemente determina si existe o no segregación de modos (Yepez et al., 2018).

5.2. Conclusiones

A partir de una serie temporal de imágenes, tomadas durante 11 noches distribuidas a lo largo de 5 años, hicimos un estudio fotométrico CCD diferencial del cúmulo globular NGC 7006. La amplia base de tiempo, nos permitió observar un comportamiento más detallado de las curvas de luz, tal que pudimos revisar y analizar individualmente las curvas de luz de las estrellas variables conocidas en el cúmulo, con el propósito de confirmar su identificación, clasificación y membresía en el cúmulo. Centramos nuestros esfuerzos particularmente en las estrellas RR Lyrae, con las que, pudimos hacer una estimación de la distancia media y la metalicidad del cúmulo.

Con nuestra fotometría, calculamos las curvas de luz de 1373 fuentes puntuales en el campo de visión de nuestras imágenes. Mediante los movimientos propios disponibles del Gaia-DR3, se hizo un análisis de membresía que dio como resultado que, de estas fuentes, 470 son muy probablemente miembros del cúmulo. Con ellos pudimos generar un diagrama color-magnitud limpio, que facilitó el análisis del cúmulo.

Refinamos los periodos de las estrellas variables ya conocidas, y corroboramos o corregimos su clasificación: encontramos que V30 es una estrella tipo RRab y corregimos sus coordenadas ecuatoriales, así como las de V61. También encontramos que V60 y V67, son en realidad RRab, que V62 y V66 son de hecho RRc, y clasificamos V68, V69, V42 y V75 como RRab. Además, observamos la presencia de efecto Blazhko, bien definido y no reportado anteriormente, en 4 estrellas RRab (V3, V12, V16 y V63), e indicios del mismo en 2 estrellas (V18 y V25), que deben confirmarse en estudios posteriores, con más y mejores observaciones. Sumado a esto, clasificamos como SR a V70 y comprobamos la naturaleza variable de V34. Por otra parte, hicimos una búsqueda de variabilidad aislando varias regiones del DCM, que tuvo como resultado, el descubrimiento de 10 estrellas variables nuevas, 4 tipo RR Lyrae, 1 BL Hercules y 5 tipo SR, cuyas curvas se presentan en la Sección §3.3.

Dada la gran cantidad de estrellas RR Lyrae que contiene NGC 7006, y sacando provecho de que estas tienen casi el mismo color intrínseco entre las fases 0.5 y 0.8, estimamos un exceso de color de E(B - V)=0.08, que es consistente con los mapas de enrojecimiento interestelar para la posición del cúmulo; adoptamos este valor a lo largo de nuestro trabajo. Por medio de la descomposición de Fourier de sus curvas de luz, utilizando calibraciones y puntos ceros bien establecidos, hicimos una determinación de los parámetros físicos de las RR Lyrae individuales, así como de la metalicidad y distancia medias del cúmulo. Obtuvimos valores de $[Fe/Z]_{ZW} = -1.51 \pm 0.13$ y 41.1 \pm 1.5 kpc, respectivamente. Argumentamos que, dada la cantidad de estrellas RRab, sus estadísticas son mejores que las de las RRc y, por ende, los parámetros estimados con las RRab son nuestras mejores estimaciones. Los parámetros físicos de las estrellas individuales se encuentran en la Tabla 4.2.

Calculamos la distancia al cúmulo utilizando dos métodos independientes. Usamos la relación periodo-luminosidad de las estrellas RR Lyrae en el filtro I, con la que obtuvimos una distancia de 41.2 \pm 1.4 kpc. Ajustamos la rama horizontal de edad cero, con lo que obtuvimos una distancia de 44 kpc. Atribuimos esta diferencia en las distancias a que la rama horizontal de edad cero es menos brillante que la distribución de estrellas, ya que se ajusta en una envolvente por debajo de la distribución general de la rama horizontal.

Clasificamos a NGC 7006 como un cúmulo OoI: el promedio del periodo de las estrellas RRab es $\langle P_{ab} \rangle = 0.58 \pm 0.07$ días. Su diagrama de Bailey muestra una distribución ordenada a lo largo del lugar de las estrellas no evolucionadas, identificado en M3 (Cacciari et al., 2005), típico de cúmulos tipo OoI. Finalmente, la distribución detallada de estrellas RRab y RRc en la HB, indica la presencia de algunas estrellas RRab en la región bimodal, es decir, hacia el azul del borde rojo de la franja de inestabilidad del primer sobretono. La separación de modos es la regla en cúmulos de tipo OoII, pero solo ocurre en algunos cúmulos OoI, por lo que la mezcla de modos en NGC 7006 no es sorprendente. Argumentamos que la mezcla o separación de modos en la HB, está asociada a la distribución de masa en la ZAHB, que a su vez, depende de la pérdida de masa durante las ráfagas de He en la RGB.

Apéndice A

Notas Individuales de Estrellas Variables.

- V1, V11, V13, V14, V16, V45, V47. Estas estrellas aparecen como no miembros a partir del análisis de membresía de la Sección §3.2.3; sin embargo, su posición en el DCM, su posición en el diagrama de Bailey y sus parámetros físicos, siguen la tendencia del cúmulo en general, por lo que creemos que en realidad sí son miembros del cúmulo.
- V12, V44, V46, V65 Según el análisis de membresía, estas estrellas no son miembros del cúmulo.
- V27, V41, V42, V67, V73, V71, V75. Estas estrellas aparecen como no miembros en los resultados del análisis de membresía; su posición en el DCM (V27, V42, V67, V73 y V75) o sus parámetros físicos (V41 y V71) lo confirman.
- **V24.** Esta estrella, clasificada como RRab, es un miembro probable según el análisis de membresía; sin embargo, cae en una posición anómala en el DCM. Además su relación periodo-luminosidad en el filtro I arroja una distancia de 31.8 kpc, que no es consistente con la distancia al cúmulo, por lo que concluimos que la estrella podría no ser miembro.
- **V28.** Esta estrella se clasifica como RRab, debido a la morfología y amplitud de su curva de luz, en el CVSGC, tiene reportado un periodo de 0.4970, sin embargo, nosotros encontramos un periodo de 0.3321 días.
- V34. Tiene un periodo particularmente largo para su morfología (P = 0.9088 días); además, en el DCM, cae justo en la RGB. Podría no ser miembro del cúmulo, pero

nuestras observaciones no son suficientes para llegar a una conclusión de su estatus de membresía y su clasificación.

- V66. En el CVSGC, está clasificada como RRab, con un periodo de 0.6172 días. Sin embargo, nosotros encontramos que esta estrella tiene un periodo de 0.3610 días; además, en el diagrama de Bailey cae en la posición de las RRc, por lo que concluimos que es una RRc.
- V69. Cae en una posición anómala tanto en el DCM, como en el diagrama de Bailey. Además, la distancia obtenida a partir de su relación periodo-luminosidad en el filtro I es de 50.3 Kpc, lo que no es consistente con la distancia del cúmulo. La estrella podría no ser miembro del cúmulo, a pesar de que aparece como miembro probable, según el análisis de membresía.

Bibliografía

Alcalá, J. M. & Arellano Ferro, A.: 1988, Rev. Mex. Astron. Astrofis. 16, 81

- Alcock, C., Allsman, R., Alves, D. R., Axelrod, T., Becker, A., Bennett, D., Clement, C., Cook, K. H., Drake, A., Freeman, K., Geha, M., Griest, K., Kovács, G., Kurtz, D. W., Lehner, M., Marshall, S., Minniti, D., Nelson, C., Peterson, B., Popowski, P., Pratt, M., Quinn, P., Rodgers, A., Rowe, J., Stubbs, C., Sutherland, W., Tomaney, A., Vandehei, T., & Welch, D. L.: 2000, Astrophys. J. 542(1), 257
- Arellano Ferro, A., Bramich, D. M., Figuera Jaimes, R., Giridhar, S., & Kuppuswamy, K.: 2012, Mon. Not. R. Astron. Soc. 420(2), 1333
- Arellano Ferro, A., Bramich, D. M., & Giridhar, S.: 2017, Rev. Mex. Astron. Astrofis. 53, 121
- Arellano Ferro, A., Bramich, D. M., Giridhar, S., Luna, A., & Muneer, S.: 2015, Information Bulletin on Variable Stars 6137, 1
- Arellano Ferro, A., Figuera Jaimes, R., Giridhar, S., Bramich, D. M., Hernández Santisteban, J. V., & Kuppuswamy, K.: 2011, Mon. Not. R. Astron. Soc. 416(3), 2265
- Arellano Ferro, A., Giridhar, S., & Bramich, D. M.: 2010, Mon. Not. R. Astron. Soc. 402(1), 226
- Arellano Ferro, A., Luna, A., Bramich, D. M., Giridhar, S., Ahumada, J. A., & Muneer, S.: 2016, Astrophys. Space. Sci. 361(5), 175
- Arellano Ferro, A., Rojas Galindo, F. C., Muneer, S., & Giridhar, S.: 2018, Rev. Mex. Astron. Astrofis. 54, 325
- Arellano Ferro, A., Yepez, M. A., Muneer, S., Bustos Fierro, I. H., Schröder, K. P., Giridhar, S., & Calderón, J. H.: 2020, Mon. Not. R. Astron. Soc. 499(3), 4026

- Astropy Collaboration, Price-Whelan, A. M., Sipőcz, B. M., Günther, H. M., Lim, P. L., Crawford, S. M., Conseil, S., Shupe, D. L., Craig, M. W., Dencheva, N., Ginsburg, A., VanderPlas, J. T., Bradley, L. D., Pérez-Suárez, D., de Val-Borro, M., Aldcroft, T. L., Cruz, K. L., Robitaille, T. P., Tollerud, E. J., Ardelean, C., Babej, T., Bach, Y. P., Bachetti, M., Bakanov, A. V., Bamford, S. P., Barentsen, G., Barmby, P., Baumbach, A., Berry, K. L., Biscani, F., Boquien, M., Bostroem, K. A., Bouma, L. G., Brammer, G. B., Bray, E. M., Breytenbach, H., Buddelmeijer, H., Burke, D. J., Calderone, G., Cano Rodríguez, J. L., Cara, M., Cardoso, J. V. M., Cheedella, S., Copin, Y., Corrales, L., Crichton, D., D'Avella, D., Deil, C., Depagne, E., Dietrich, J. P., Donath, A., Droettboom, M., Earl, N., Erben, T., Fabbro, S., Ferreira, L. A., Finethy, T., Fox, R. T., Garrison, L. H., Gibbons, S. L. J., Goldstein, D. A., Gommers, R., Greco, J. P., Greenfield, P., Groener, A. M., Grollier, F., Hagen, A., Hirst, P., Homeier, D., Horton, A. J., Hosseinzadeh, G., Hu, L., Hunkeler, J. S., Ivezić, Z., Jain, A., Jenness, T., Kanarek, G., Kendrew, S., Kern, N. S., Kerzendorf, W. E., Khvalko, A., King, J., Kirkby, D., Kulkarni, A. M., Kumar, A., Lee, A., Lenz, D., Littlefair, S. P., Ma, Z., Macleod, D. M., Mastropietro, M., McCully, C., Montagnac, S., Morris, B. M., Mueller, M., Mumford, S. J., Muna, D., Murphy, N. A., Nelson, S., Nguyen, G. H., Ninan, J. P., Nöthe, M., Ogaz, S., Oh, S., Parejko, J. K., Parley, N., Pascual, S., Patil, R., Patil, A. A., Plunkett, A. L., Prochaska, J. X., Rastogi, T., Reddy Janga, V., Sabater, J., Sakurikar, P., Seifert, M., Sherbert, L. E., Sherwood-Taylor, H., Shih, A. Y., Sick, J., Silbiger, M. T., Singanamalla, S., Singer, L. P., Sladen, P. H., Sooley, K. A., Sornarajah, S., Streicher, O., Teuben, P., Thomas, S. W., Tremblay, G. R., Turner, J. E. H., Terrón, V., van Kerkwijk, M. H., de la Vega, A., Watkins, L. L., Weaver, B. A., Whitmore, J. B., Woillez, J., Zabalza, V., & Astropy Contributors: 2018, Astron. J. 156(3), 123
- Astropy Collaboration, Robitaille, T. P., Tollerud, E. J., Greenfield, P., Droettboom, M., Bray, E., Aldcroft, T., Davis, M., Ginsburg, A., Price-Whelan, A. M., Kerzendorf, W. E., Conley, A., Crighton, N., Barbary, K., Muna, D., Ferguson, H., Grollier, F., Parikh, M. M., Nair, P. H., Unther, H. M., Deil, C., Woillez, J., Conseil, S., Kramer, R., Turner, J. E. H., Singer, L., Fox, R., Weaver, B. A., Zabalza, V., Edwards, Z. I., Azalee Bostroem, K., Burke, D. J., Casey, A. R., Crawford, S. M., Dencheva, N., Ely, J., Jenness, T., Labrie, K., Lim, P. L., Pierfederici, F., Pontzen, A., Ptak, A., Refsdal, B., Servillat, M., & Streicher, O.: 2013, Astron. Astrophys. 558, A33
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Fredrick, L. W., Harrison, T. E., Lee, J., Slesnick, C. L., Rhee, J., Patterson, R. J., Nelan, E., Jefferys, W. H., van Altena, W., Shelus, P. J., Franz, O. G., Wasserman, L. H., Hemenway, P. D., Duncombe, R. L., Story, D., Whipple, A. L., & Bradley, A. J.: 2002, Astron. J. 123(1), 473

- Benkő, J. M., Kolenberg, K., Szabó, R., Kurtz, D. W., Bryson, S., Bregman, J., Still, M., Smolec, R., Nuspl, J., Nemec, J. M., Moskalik, P., Kopacki, G., Kolláth, Z., Guggenberger, E., di Criscienzo, M., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Borucki, W. J., Koch, D., Jenkins, J. M., & van Cleve, J. E.: 2010, Mon. Not. R. Astron. Soc. 409(4), 1585
- Blažko, S.: 1907, Astronomische Nachrichten 175, 325
- Bono, G., Caputo, F., & Stellingwerf, R. F.: 1994, Astrophys. J. 423, 294
- Bramich, D. M.: 2008, Mon. Not. R. Astron. Soc. 386(1), L77
- Bramich, D. M., Figuera Jaimes, R., Giridhar, S., & Arellano Ferro, A.: 2011, Mon. Not. R. Astron. Soc. 413(2), 1275
- Bramich, D. M. & Freudling, W.: 2012, Mon. Not. R. Astron. Soc. 424(2), 1584
- Bramich, D. M., Horne, K., Albrow, M. D., Tsapras, Y., Snodgrass, C., Street, R. A., Hundertmark, M., Kains, N., Arellano Ferro, A., Figuera, J. R., & Giridhar, S.: 2013, Mon. Not. R. Astron. Soc. 428(3), 2275
- Burke, Edward W., J., Rolland, W. W., & Boy, W. R.: 1970, J. R. Astron. Soc. Can. 64, 353
- Bustos Fierro, I. H. & Calderón, J. H.: 2019, Mon. Not. R. Astron. Soc. 488(3), 3024
- Cacciari, C., Corwin, T. M., & Carney, B. W.: 2005, Astron. J. 129(1), 267
- Caputo, F., Castellani, V., & Tornambe, A.: 1978, Astron. Astrophys. 67(1), 107
- Carretta, E., Bragaglia, A., Gratton, R., D'Orazi, V., & Lucatello, S.: 2009, Astron. Astrophys. 508(2), 695
- Catelan, M.: 2000, **531(2)**, 826
- Catelan, M.: 2004, 600(1), 409
- Catelan, M.: 2009, Astrophys. Space. Sci. 320, 261
- Catelan, M. & Smith, H. A.: 2015, Pulsating Stars
- Chang, S. W., Protopapas, P., Kim, D. W., & Byun, Y. I.: 2013, Astron. J. 145(5), 132
- Clement, C. M., Muzzin, A., Dufton, Q., Ponnampalam, T., Wang, J., Burford, J., Richardson, A., Rosebery, T., Rowe, J., & Hogg, H. S.: 2001, Astron. J. 122(5), 2587

- Clementini, G., Gratton, R., Bragaglia, A., Carretta, E., Di Fabrizio, L., & Maio, M.: 2003, Astron. J. 125(3), 1309
- Cox, A. N., Hodson, S. W., & Clancy, S. P.: 1983, Astrophys. J. 266, 94
- Deras, D., Arellano Ferro, A., Lázaro, C., Bustos Fierro, I. H., Calderón, J. H., Muneer, S., & Giridhar, S.: 2019, Mon. Not. R. Astron. Soc. 486(2), 2791
- Dotter, A., Sarajedini, A., & Anderson, J.: 2011, Astrophys. J. 738(1), 74
- Dworetsky, M. M.: 1983, Mon. Not. R. Astron. Soc. 203, 917
- Eggleton, P. P.: 1971, Mon. Not. R. Astron. Soc. 151, 351
- Eggleton, P. P.: 1972, Mon. Not. R. Astron. Soc. 156, 361
- Eggleton, P. P.: 1973, Mon. Not. R. Astron. Soc. 163, 279
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., Ferrarese, L., Kelson, D. D., Sakai, S., Mould, J. R., Kennicutt, Robert C., J., Ford, H. C., Graham, J. A., Huchra, J. P., Hughes, S. M. G., Illingworth, G. D., Macri, L. M., & Stetson, P. B.: 2001, Astrophys. J. 553(1), 47
- Gaia Collaboration, Brown, A. G. A., Vallenari, A., Prusti, T., de Bruijne, J. H. J., Babusiaux, C., Biermann, M., Creevey, O. L., Evans, D. W., Ever, L., Hutton, A., Jansen, F., Jordi, C., Klioner, S. A., Lammers, U., Lindegren, L., Luri, X., Mignard, F., Panem, C., Pourbaix, D., Randich, S., Sartoretti, P., Soubiran, C., Walton, N. A., Arenou, F., Bailer-Jones, C. A. L., Bastian, U., Cropper, M., Drimmel, R., Katz, D., Lattanzi, M. G., van Leeuwen, F., Bakker, J., Cacciari, C., Castañeda, J., De Angeli, F., Ducourant, C., Fabricius, C., Fouesneau, M., Frémat, Y., Guerra, R., Guerrier, A., Guiraud, J., Jean-Antoine Piccolo, A., Masana, E., Messineo, R., Mowlavi, N., Nicolas, C., Nienartowicz, K., Pailler, F., Panuzzo, P., Riclet, F., Roux, W., Seabroke, G. M., Sordo, R., Tanga, P., Thévenin, F., Gracia-Abril, G., Portell, J., Teyssier, D., Altmann, M., Andrae, R., Bellas-Velidis, I., Benson, K., Berthier, J., Blomme, R., Brugaletta, E., Burgess, P. W., Busso, G., Carry, B., Cellino, A., Cheek, N., Clementini, G., Damerdji, Y., Davidson, M., Delchambre, L., Dell'Oro, A., Fernández-Hernández, J., Galluccio, L., García-Lario, P., Garcia-Reinaldos, M., González-Núñez, J., Gosset, E., Haigron, R., Halbwachs, J. L., Hambly, N. C., Harrison, D. L., Hatzidimitriou, D., Heiter, U., Hernández, J., Hestroffer, D., Hodgkin, S. T., Holl, B., Janßen, K., Jevardat de Fombelle, G., Jordan, S., Krone-Martins, A., Lanzafame, A. C., Löffler, W., Lorca, A., Manteiga, M., Marchal, O., Marrese, P. M., Moitinho, A., Mora, A., Muinonen, K., Osborne, P., Pancino, E., Pauwels, T., Petit, J. M., Recio-Blanco, A.,

Richards, P. J., Riello, M., Rimoldini, L., Robin, A. C., Roegiers, T., Rybizki, J., Sarro, L. M., Siopis, C., Smith, M., Sozzetti, A., Ulla, A., Utrilla, E., van Leeuwen, M., van Reeven, W., Abbas, U., Abreu Aramburu, A., Accart, S., Aerts, C., Aguado, J. J., Ajaj, M., Altavilla, G., Alvarez, M. A., Alvarez Cid-Fuentes, J., Alves, J., Anderson, R. I., Anglada Varela, E., Antoja, T., Audard, M., Baines, D., Baker, S. G., Balaguer-Núñez, L., Balbinot, E., Balog, Z., Barache, C., Barbato, D., Barros, M., Barstow, M. A., Bartolomé, S., Bassilana, J. L., Bauchet, N., Baudesson-Stella, A., Becciani, U., Bellazzini, M., Bernet, M., Bertone, S., Bianchi, L., Blanco-Cuaresma, S., Boch, T., Bombrun, A., Bossini, D., Bouquillon, S., Bragaglia, A., Bramante, L., Breedt, E., Bressan, A., Brouillet, N., Bucciarelli, B., Burlacu, A., Busonero, D., Butkevich, A. G., Buzzi, R., Caffau, E., Cancelliere, R., Cánovas, H., Cantat-Gaudin, T., Carballo, R., Carlucci, T., Carnerero, M. I., Carrasco, J. M., Casamiquela, L., Castellani, M., Castro-Ginard, A., Castro Sampol, P., Chaoul, L., Charlot, P., Chemin, L., Chiavassa, A., Cioni, M. R. L., Comoretto, G., Cooper, W. J., Cornez, T., Cowell, S., Crifo, F., Crosta, M., Crowley, C., Dafonte, C., Dapergolas, A., David, M., David, P., de Laverny, P., De Luise, F., De March, R., De Ridder, J., de Souza, R., de Teodoro, P., de Torres, A., del Peloso, E. F., del Pozo, E., Delbo, M., Delgado, A., Delgado, H. E., Delisle, J. B., Di Matteo, P., Diakite, S., Diener, C., Distefano, E., Dolding, C., Eappachen, D., Edvardsson, B., Enke, H., Esquej, P., Fabre, C., Fabrizio, M., Faigler, S., Fedorets, G., Fernique, P., Fienga, A., Figueras, F., Fouron, C., Fragkoudi, F., Fraile, E., Franke, F., Gai, M., Garabato, D., Garcia-Gutierrez, A., García-Torres, M., Garofalo, A., Gavras, P., Gerlach, E., Geyer, R., Giacobbe, P., Gilmore, G., Girona, S., Giuffrida, G., Gomel, R., Gomez, A., Gonzalez-Santamaria, I., González-Vidal, J. J., Granvik, M., Gutiérrez-Sánchez, R., Guy, L. P., Hauser, M., Haywood, M., Helmi, A., Hidalgo, S. L., Hilger, T., Hładczuk, N., Hobbs, D., Holland, G., Huckle, H. E., Jasniewicz, G., Jonker, P. G., Juaristi Campillo, J., Julbe, F., Karbevska, L., Kervella, P., Khanna, S., Kochoska, A., Kontizas, M., Kordopatis, G., Korn, A. J., Kostrzewa-Rutkowska, Z., Kruszyńska, K., Lambert, S., Lanza, A. F., Lasne, Y., Le Campion, J. F., Le Fustec, Y., Lebreton, Y., Lebzelter, T., Leccia, S., Leclerc, N., Lecoeur-Taibi, I., Liao, S., Licata, E., Lindstrøm, E. P., Lister, T. A., Livanou, E., Lobel, A., Madrero Pardo, P., Managau, S., Mann, R. G., Marchant, J. M., Marconi, M., Marcos Santos, M. M. S., Marinoni, S., Marocco, F., Marshall, D. J., Martin Polo, L., Martín-Fleitas, J. M., Masip, A., Massari, D., Mastrobuono-Battisti, A., Mazeh, T., McMillan, P. J., Messina, S., Michalik, D., Millar, N. R., Mints, A., Molina, D., Molinaro, R., Molnár, L., Montegriffo, P., Mor, R., Morbidelli, R., Morel, T., Morris, D., Mulone, A. F., Munoz, D., Muraveva, T., Murphy, C. P., Musella, I., Noval, L., Ordénovic, C., Orrù, G., Osinde, J., Pagani, C., Pagano, I., Palaversa, L., Palicio, P. A., Panahi, A., Pawlak, M., Peñalosa Esteller, X., Penttilä, A., Piersimoni, A. M., Pineau, F. X., Plachy, E., Plum, G., Poggio, E., Poretti, E., Poujoulet, E., Prša, A., Pulone, L., Racero, E., Ragaini, S., Rainer, M., Raiteri, C. M., Rambaux, N., Ramos, P., Ramos-Lerate, M., Re Fiorentin, P., Regibo, S., Reylé, C., Ripepi, V., Riva, A., Rixon, G., Robichon, N., Robin, C., Roelens, M., Rohrbasser, L., Romero-Gómez, M., Rowell, N., Royer, F., Rybicki, K. A., Sadowski, G., Sagristà Sellés, A., Sahlmann, J., Salgado, J., Salguero, E., Samaras, N., Sanchez Gimenez, V., Sanna, N., Santoveña, R., Sarasso, M., Schultheis, M., Sciacca, E., Segol, M., Segovia, J. C., Ségransan, D., Semeux, D., Shahaf, S., Siddiqui, H. I., Siebert, A., Siltala, L., Slezak, E., Smart, R. L., Solano, E., Solitro, F., Souami, D., Souchay, J., Spagna, A., Spoto, F., Steele, I. A., Steidelmüller, H., Stephenson, C. A., Süveges, M., Szabados, L., Szegedi-Elek, E., Taris, F., Tauran, G., Taylor, M. B., Teixeira, R., Thuillot, W., Tonello, N., Torra, F., Torra, J., Turon, C., Unger, N., Vaillant, M., van Dillen, E., Vanel, O., Vecchiato, A., Viala, Y., Vicente, D., Voutsinas, S., Weiler, M., Wevers, T., Wyrzykowski, L., Yoldas, A., Yvard, P., Zhao, H., Zorec, J., Zucker, S., Zurbach, C., & Zwitter, T.: 2021, 649, A1

Gerashchenko, A.: 2006, Peremennye Zvezdy 26(1), 1

Gerashchenko, A. N. & Ananjevskaja, Y. K.: 2018, Astrophysics 61(2), 182

Guenther, D. B.: 2002, Astrophys. J. 569(2), 911

- Guldenschuh, K. A., Layden, A. C., Wan, Y., Whiting, A., van der Bliek, N., Baca, P., Carlin, J., Freismuth, T., Mora, M., Salyk, C., Vera, S., Verdugo, M., & Young, A.: 2005, Publ. Astron. Soc. Pac. 117(833), 721
- Harpsøe, K. B. W., Jørgensen, U. G., Andersen, M. I., & Grundahl, F.: 2012, Astron. Astrophys. 542, A23
- Harris, W. E.: 1996; ed. 2010, Astron. J. 112, 1487
- Honeycutt, R. K.: 1992, Publ. Astron. Soc. Pac. 104, 435
- Jimenez, R.: 1998, Proceedings of the National Academy of Science 95(1), 13
- Jurcsik, J.: 1995, Acta Astron. 45, 653
- Jurcsik, J. & Kovacs, G.: 1996, Astron. Astrophys. 312, 111
- Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B., Hurta, Z., Váradi, M., Posztobányi, K., Vida, K., Hajdu, G., Kővári, Z., Nagy, I., Molnár, L., & Belucz, B.: 2009, Mon. Not. R. Astron. Soc. 400(2), 1006

- Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M., & Donner, K. J.: 2017, Fundamental Astronomy
- Kharchenko, N. V., Piskunov, A. E., Schilbach, E., Röser, S., & Scholz, R. D.: 2013, Astron. Astrophys. 558, A53

Kinman, T. D.: 2002, Information Bulletin on Variable Stars 5354, 1

- Konstantinova-Antova, R., Auríere, M., Charbonnel, C., Wade, G., Kolev, D., Antov, A., Tsvetkova, S., Schröder, K. P., Drake, N. A., Petit, P., de Medeiros, J. R., Lébre, A., Zhilyaev, B., Verlyuk, I., Svyatogorov, O., Gershberg, R. E., Lovkaya, M., Bogdanovski, R., Stateva, I., Cabanac, R., Avgoloupis, S., Contadakis, M. E., & Seiradakis, J.: 2013, Bulgarian Astronomical Journal 19, 14
- Kovacs, G.: 1998, Mem. Soc. Astron. Ital. 69, 49
- Kovacs, G. & Kanbur, S. M.: 1998, Mon. Not. R. Astron. Soc. 295(4), 834
- Kovács, G. & Walker, A. R.: 2001, Astron. Astrophys. 371, 579
- Kunder, A., Stetson, P. B., Cassisi, S., Layden, A., Bono, G., Catelan, M., Walker, A. R., Paredes Alvarez, L., Clem, J. L., Matsunaga, N., Salaris, M., Lee, J.-W., & Chaboyer, B.: 2013a, Astron. J.
- Kunder, A., Stetson, P. B., Catelan, M., Walker, A. R., & Amigo, P.: 2013b, Astron. J.
- Landolt, A. U.: 1983, 88, 853
- Landolt, A. U.: 1992, Astron. J. 104, 340
- Lang, K. R.: 2013, Essential Astrophysics
- LeBlanc, F.: 2011, An introduction to stellar astrophysics, John Wiley & Sons
- Mannino, G.: 1957, Mem. Soc. Astron. Ital. 28, 185
- Marín-Franch, A., Aparicio, A., Piotto, G., Rosenberg, A., Chaboyer, B., Sarajedini, A., Siegel, M., Anderson, J., Bedin, L. R., Dotter, A., Hempel, M., King, I., Majewski, S., Milone, A. P., Paust, N., & Reid, I. N.: 2009, Astrophys. J. 694, 1498
- Morgan, S. M., Wahl, J. N., & Wieckhorst, R. M.: 2007, Mon. Not. R. Astron. Soc. **374(4)**, 1421
- Nemec, J. M.: 2004, Astron. J. 127(4), 2185

- Nemec, J. M., Cohen, J. G., Ripepi, V., Derekas, A., Moskalik, P., Sesar, B., Chadid, M., & Bruntt, H.: 2013, Astrophys. J. 773(2), 181
- Olech, A., Woźniak, P. R., Alard, C., Kaluzny, J., & Thompson, I. B.: 1999, Mon. Not. R. Astron. Soc. 310(3), 759
- Oosterhoff, P. T.: 1939, The Observatory 62, 104
- Pál, A. & Bakos, G. A.: 2006, Publ. Astron. Soc. Pac. 118(848), 1474
- Peterson, R. C.: 1982, **258**, 499
- Pinto, G. & Rosino, L.: 1973, Mem. Soc. Astron. Ital. 44, 255
- Reimers, D.: 1975, Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liege 8, 369
- Reimers, D.: 1977, Astron. Astrophys. 61, 217
- Rojas Galindo, F. C.: 2018, Bachelor's thesis, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
- Rosenberg, A., Saviane, I., Piotto, G., & Aparicio, A.: 1999, Astron. J. 118(5), 2306
- Rosino, L. & Mannino, G.: 1955, Mem. Soc. Astron. Ital. 26, 275
- Salaris, M., Chieffi, A., & Straniero, O.: 1993, 414, 580
- Samus', N. N., Kazarovets, E. V., Durlevich, O. V., Kireeva, N. N., & Pastukhova, E. N.: 2017, Astronomy Reports 61(1), 80
- Sandage, A.: 1954, Publ. Astron. Soc. Pac. 66(393), 324
- Sandage, A. & Cacciari, C.: 1990, Astrophys. J. 350, 645
- Sandage, A. & Wallerstein, G.: 1960, Astrophys. J. 131, 598
- Sandage, A. & Wildey, R.: 1967, Astrophys. J. 150, 469
- Sarajedini, A. & Demarque, P.: 1990, Astrophys. J. 365, 219
- Schlafly, E. F. & Finkbeiner, D. P.: 2011, Astrophys. J. 737(2), 103
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M.: 1998, Astrophys. J. 500(2), 525
- Schröder, K. P. & Cuntz, M.: 2005, Astrophys. J., Lett. 630(1), L73

Schröder, K. P. & Cuntz, M.: 2007, 465(2), 593

- Shapley, H.: 1918, Astrophys. J. 48
- Shapley, H. & Mayberry, B. W.: 1921, Proceedings of the National Academy of Science 7(5), 152
- Silva Aguirre, V., Catelan, M., Weiss, A., & Valcarce, A. A. R.: 2008, 489(3), 1201
- Stetson, P. B.: 2000, Publ. Astron. Soc. Pac. 112(773), 925
- Stothers, R. B.: 2006, Astrophys. J. 652(1), 643
- Sturch, C.: 1966, Astrophys. J. 143, 774
- Ulaczyk, K., Szymański, M. K., Udalski, A., Kubiak, M., Pietrzyński, G., Soszyński, I., Wyrzykowski, L., Poleski, R., Gieren, W., Walker, A. R., & Garcia-Varela, A.: 2013, Acta Astron. 63(2), 159
- van Albada, T. S. & Baker, N.: 1971, Astrophys. J. 169, 311
- VandenBerg, D. A., Bergbusch, P. A., & Dowler, P. D.: 2006, Astrophys. J. Suppl. 162(2), 375
- VandenBerg, D. A., Bergbusch, P. A., Ferguson, J. W., & Edvardsson, B.: 2014, Astrophys. J. 794(1), 72
- Vandenberg, D. A., Bolte, M., & Stetson, P. B.: 1990, Astron. J. 100, 445
- VandenBerg, D. A. & Clem, J. L.: 2003, Astron. J. 126(2), 778
- Wehlau, A., Slawson, R. W., & Nemec, J. M.: 1999, Astron. J. 117(1), 286
- Yepez, M. A., Arellano Ferro, A., & Deras, D.: 2020, Mon. Not. R. Astron. Soc. 494(3), 3212
- Yepez, M. A., Arellano Ferro, A., Muneer, S., & Giridhar, S.: 2018, Rev. Mex. Astron. Astrofis. 54, 15
- Zhang, T., Ramakrishnan, R., & Livny, M.: 1996, SIGMOD Rec. 25(2), 103–114
- Zinn, R. & West, M. J.: 1984, Astrophys. J. Suppl. 55, 45