



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA
CARRERA DE INGENIERÍA QUÍMICA

ESTUDIO DEL FLUJO PULSÁTIL DE UN FLUIDO NO
NEWTONIANO:
SANGRE HUMANA EN PACIENTES CON POST-INFARTO

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERA QUÍMICA

P R E S E N T A

GABRIELA CRUZ LEMUS

DIRECTOR

DR. EDTSON EMILIO HERRERA VALENCIA

ASESORES

Dr. Fausto Calderas García

M. En I. Ricardo Mendoza Vizcaya

M. En C. Luis Antonio Ramírez Torres

CIUDAD DE MÉXICO 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IN115919>> <<Análisis del flujo pulsátil de sangre humana con hipercolesterolemia, mediante una ecuación constitutiva nueva, caracterización reológica y simulación computacional en venas elásticas e inelásticas>>. Agradezco a la DGAPA-UNAM por la beca recibida.

Investigación llevada a cabo gracias al Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME) de la UNAM <<PE116519>><<Fenómenos de transporte avanzados: fluidos no newtonianos viscoelásticos lineales y no lineales>>. Agradezco a la DGAPA-UNAM por la beca recibida.

Este trabajo es derivado de la estancia sabática realizada del Dr. Edtson Emilio Herrera Valencia en el Departamento de Ingeniería Química de la universidad de McGill con el apoyo de la UNAM y el programa PASPA de la DGAPA.

Al laboratorio de Reología de Fenómenos de Transporte de Fluidos Complejos por las facilidades otorgadas para este proyecto de investigación.

Al seminario de investigación por todas las observaciones y aportaciones realizadas a este trabajo.

A la carrera de Ingeniería Química por la formación recibida.

DEDICATORIAS

Dedico este trabajo principalmente a Dios, por haberme permitido llegar hasta este momento tan importante de mi formación profesional.

A mis padres Luz y Javier quienes con su amor, paciencia y esfuerzo han sido una pieza fundamental para cumplir hoy un sueño más, gracias por inculcar en mí un ejemplo de constancia, por nunca dejar de confiar en mí, por ser mi apoyo a lo largo de mi carrera universitaria y a lo largo de mi vida, por haber fomentado en mí un deseo de superación lo que ha contribuido a que hoy este sueño sea una realidad. Porque con sus oraciones, consejos y palabras de aliento hicieron de mí una mejor persona. Los amo.

A mis hermanas Laura y Beatriz por su apoyo durante todo este proceso, por estar conmigo en todo momento, gracias.

A mis sobrinos Monserrat y Javier a quien le agradezco todo su amor. Gracias por acompañarme en este camino y por enseñarme tanto.

A todas las personas especiales que formaron parte de esta etapa, aportando a mi formación tanto profesional y personal.

De manera especial a mi asesor y director de tesis, el Dr. Edtson Emilio Herrera Valencia cuya trayectoria y experiencia fueron una gran motivación. Gracias por su disposición y por su paciencia. Por haberme guiado, no solo en la elaboración de este trabajo de titulación, sino a lo largo de mi carrera universitaria y haberme brindado el apoyo para continuar desarrollándome profesionalmente.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	6
ÍNDICE DE TABLAS.....	7
NOMENCLATURA	8
RESUMEN.....	10
CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN.....	11
FLUJOS OSCILATORIOS.....	12
FLUJO VOLUMÉTRICO A GRADIENTE DE PRESIÓN PULSÁTIL	12
¿DE QUÉ DEPENDE EL FLUJO PULSÁTIL?.....	13
APLICACIONES DEL FLUJO PULSÁTIL.....	14
Sangre en pacientes con infarto.....	15
HIPÓTESIS	17
OBJETIVOS.....	17
Objetivo general.....	17
Objetivos particulares.....	17
DISTRIBUCIÓN DEL MATERIAL.....	18
CAPÍTULO II SISTEMA FÍSICO Y MODELADO MATEMÁTICO	19
MARCO TEÓRICO.....	20
ANÁLISIS DE PROCESO.....	21
FLUJO PULSÁTIL	21
AUMENTO EN EL FLUJO VOLUMÉTRICO	23
MÉTODO PERTURBATIVO	24
SERIE DE TAYLOR.....	24
PRIMER ORDEN	25
CAPÍTULO III FLUJO PULSÁTIL DE UN FLUIDO REINER PHILIPPOFF	26
ECUACIÓN DE CONTINUIDAD	27
FLUJO VOLUMÉTRICO A GRADIENTE DE PRESIÓN CONSTANTE.....	28
AUMENTO EN EL FLUJO VOLUMÉTRICO. EXPANSIÓN EN SERIE DE TAYLOR.....	31
AUMENTO EN EL FLUJO VOLUMÉTRICO	31
Teoría a orden cero (ϵ^0):	32
Teoría a primer orden (ϵ^1):	32
CAPÍTULO IV APROXIMACIÓN AL FLUJO PULSÁTIL	36
RAPIDEZ DE DEFORMACIÓN EN ESTADO ESTACIONARIO Y NO-HOMOGÉNEO .	37
Aproximación del flujo pulsátil.....	37

CAPÍTULO V APLICACIÓN EN SANGRE HUMANA EN PACIENTES CON POST-INFARTO	41
DATOS REOMÉTRICOS.....	43
Modelo de Quemada.....	45
Modelo de Ree-Eyring.....	48
Modelo de Casson.....	51
CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	55
CONTRIBUCIÓN AL CONOCIMIENTO	56
TRABAJO A FUTURO	58
BIBLIOGRAFÍA	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura. 2.1 Sistema físico.....	20
Figura. 3.1 Esfuerzo en la pared vs aumento de la función fluidez	34
Figura. 4.1 Comparación de fluideces (aparente y estacionario no-homógeneo) del modelo de RP..	39
Figura. 4.2 Rapidez de deformación en función del esfuerzo en la pared.....	40
Figura. 5.1 Modelo de Quemada. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.	45
Figura. 5.2 Modelo de Quemada. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.	46
Figura. 5.3 Aumento de flujo con el modelo de Quemada para los grupos de pacientes A, B y C, para una temperatura correspondiente de 25°C.....	46
Figura. 5.4 Aumento de flujo con el modelo de Quemada para los grupos de pacientes A, B y C, para una temperatura de 37°C.	47
Figura. 5.5 Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.	49
Figura. 5.6 Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.	49
Figura. 5.7 Aumento de flujo para el Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.	50
Figura. 5.8 Aumento de flujo para el Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.	51
Figura. 5.9 Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.	52
Figura. 5.10 Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.	52
Figura. 5.11 Aumento de flujo para el Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.	54
Figura. 5.12 Aumento de flujo para el Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.	54

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 5.1 Características de la población estudiada	42
Tabla 5.2 Datos reométricos.....	44

NOMENCLATURA

a	Radio del capilar [m]
L	Longitud del capilar [m]
$Q(t)$	Flujo volumétrico pulsátil [m^3/s]
Q_0	Flujo volumétrico a gradiente de presión constante [m^3/s]
Q_{RF}	Flujo volumétrico de Reinner Phillipoff [m^3/s]
$Q_N(t)$	Flujo newtoniano [m^3/s]
$I(\%)$	Aumento de flujo o porcentaje de aumento en el flujo [1]
T	Período [s]
t	Tiempo [s]
V_z	Velocidad axial [m/s]
M	Amplitud de la perturbación oscilatoria [1]
$\dot{\gamma}_W$	Rapidez de deformación no estacionaria y no homogénea en la pared [1/s]
$\dot{\gamma}_{app}$	Rapidez de deformación aparente [1/s]
$\dot{\gamma}_0$	Rapidez de deformación [1/s]
$\dot{\gamma}_C$	Rapidez de deformación del Rouleaux en la sangre [1/s]
$\dot{\gamma}_{NH}$	Rapidez de deformación no homogénea del modelo de Reinner Phillipoff [1/s]
$\dot{\gamma}_{xy}$	Rapidez de deformación [1/s]
$\eta(\dot{\gamma}_{xy})$	Función viscosidad [Pas]
φ_{ss}	Función fluidez [1/Pas]
φ_{app}	Fluidez aparente [1/Pas]
$\varphi_{app}(t)$	Fluidez aparente pulsátil [1/Pas]
φ_∞	Fluidez a alto corte [1/Pas]
φ_0	Fluidez a bajo corte [1/Pas]
k	Parámetro de transición del modelo de Reiner-Philippoff [1/Pa]
η_p	Viscosidad del plasma [Pas]
Hct	Porcentaje del hematocrito en la sangre [1]
k_0	Volumen del hematocrito a bajo corte [1]
k_∞	Volumen del hematocrito a alto corte [1]
A_1, A_2	Parámetros del modelo de Ree-Eryng [Pas]
t_1, t_2	Tiempos de transición del modelo Ree-Eryng [s]
η_∞	Viscosidad a alto corte [Pas]
η_0	Viscosidad a bajo corte [Pas]
Otros símbolos	
(r, ϕ, z)	Coordenadas cilíndricas [m, 1, m]
∇	Operador gradiente [1/m]

$\nabla p(t)$	Gradiente de presión pulsátil [Pa/m]
∇p_0	Gradiente de presión constante [Pa/m]
$n(t)$	Función estocástica [1]
Vectores y tensores	
V	Vector velocidad [ms ⁻¹]
Tensores	
σ_{rz}	Componente rz del tensor de esfuerzos [Pa]
σ_w	Esfuerzo en la pared [Pa]
$\sigma_{rz}(t)$	Componente rz del tensor de esfuerzo en estado estacionario [Pa]
$\sigma_w(t)$	Esfuerzo en la pared transitorio [Pa]
σ_0	Esfuerzo de cedencia del modelo de Casson [Pa]
σ_{xy}	Componente xy del tensor de esfuerzos [Pa]
Letras griegas	
ε	Parámetro de pequeñez [1]
ω	Frecuencia [rad/s]
θ	Variable angular [1]
Números adimensionales	
B	Adelzamiento o engrosamiento al corte [1]
C	Transición no Newtoniana [1]
Otros símbolos	
$\pi = 3.1416$	Constante Pi [1]
$\partial V_z / \partial r$	Rapidez de deformación [1/s]
$ $	Valor absoluto [1]
Abreviaturas	
RP	Reinner Philippoff

RESUMEN

En la presente tesis de licenciatura, se estudia el efecto del gradiente de presión pulsátil en el flujo volumétrico de un líquido incompresible no newtoniano inelástico con respecto a aquel correspondiente a un gradiente de presión constante. El estudio del sistema se lleva a cabo en una geometría cilíndrica de radio $r = a$ y longitud $z = L$. Suponiendo efectos inerciales despreciables, proceso isotérmico, flujo unidireccional, fuerzas gravitacionales despreciables, fluido incompresible y fluido no-newtoniano inelástico, se obtienen expresiones analíticas para la función aparente, flujo volumétrico y aumento en el flujo. El flujo y la reología del sistema son caracterizados con la ecuación constitutiva de Reinner-Philippoff el cual es un modelo que posee tres propiedades materiales: (i) dos fluideces a bajo y alto corte y (ii) un parámetro de transición que describe los procesos no newtonianos de estados de mayor a menor viscosidad por efecto del flujo. A partir de los resultados obtenidos con el modelo de RP, se propone una aproximación para obtener el aumento en el flujo volumétrico a través de la rapidez de deformación en estado estacionario y no homogéneo del modelo de Reiner-Philippoff. Finalmente, las predicciones y bondades del modelo son utilizados para describir sangre en pacientes con post infarto con el fin de visualizar los efectos que producen los tratamientos médicos después de un infarto en la reología de la sangre.

Palabras claves: Flujo pulsátil, Ecuación constitutiva de Reinner-Philippoff, Soluciones analíticas, Esquema perturbativo, Sangre humana, Post-infarto.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

FLUJOS OSCILATORIOS

En la historia de la mecánica del medio continuo, los fluidos newtonianos juegan un papel preponderante, debido a que la mayoría de los procesos industriales se basan en líquidos de esta naturaleza (Bird et al. 1977). Uno de los problemas básicos en el estudio de los fluidos no newtonianos es concerniente a los flujos oscilatorios (Davies et al. 1978; López de Haro et al. 1996; Bird et al. 2002; Herrera et al. 2009, 2010, Herrera-Valencia et al. 2016, 2017, 2019). Existen dos grandes campos de estudio en los flujos oscilatorios: (i) flujo pulsátil y (ii) flujo vibrátil (Bird et al. 1977). En este trabajo nos centraremos en el flujo pulsátil de un líquido no-newtoniano inelástico.

FLUJO VOLUMÉTRICO A GRADIENTE DE PRESIÓN PULSÁTIL

En este sistema, el gradiente de presión se le suma una contribución que depende del tiempo, y matemáticamente se expresa de la siguiente manera (Herrera-Valencia et al. 2019, 2017, 2016; Lin et al. 2015).

$$\nabla p(t) = \nabla p_0 + \nabla p_1 = \nabla p_0 (1 + \varepsilon n(t)) \quad (1.1)$$

En la Ec. (1.1) $\nabla p(t)$ es el gradiente de presión pulsátil, ∇p_0 es el gradiente de presión constante, ε es un parámetro de pequeñez el cual garantiza que la contribución ∇p_1 sea pequeña y $n(t)$ es una función estocástica (Herrera-Valencia et al. 2019, 2017, 2016) que depende del tiempo y que representa las desviaciones del valor promedio del gradiente de presión (Lin et al. 2015). El punto clave de la Ec. (1.1) es cuantificar el efecto que tiene el gradiente de presión pulsátil $\nabla p(t)$, en el flujo volumétrico pulsátil $Q(t)$ y compararlo con el aquel (Q_0) correspondiente a gradiente de presión constante ∇p_0 (Bird et al. 2002). Una de las maneras de cuantificar o aislar el efecto de la contribución pulsátil de la Ec. (1.1), es por medio de la siguiente expresión (Davies et al. 1978).

$$I(\%) = \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \times 100 \quad (1.2)$$

El parámetro $I(\%)$, se conoce como “aumento de flujo o porcentaje de aumento en el flujo”. En la Ec. (1.2) el paréntesis significa un promedio integral de tipo temporal, el cual se define

por medio del teorema del valor medio del cálculo integral (Herrera et al. 2009, 2010). La expresión matemática para el promedio temporal se puede expresar como:

$$\langle Q(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} Q(t) dt \quad (1.3)$$

En la Ec. (1.3) T es el periodo definido como: $T = 2\pi/\omega$, el cual tiene unidades de tiempo.

¿DE QUÉ DEPENDE EL FLUJO PULSÁTIL?

De acuerdo con la revisión bibliográfica que se hizo del estudio del flujo pulsátil, las principales conclusiones de la Ec. (1.2) con fluidos newtonianos y no newtonianos son resumidas a continuación:

Fluido Newtoniano

- a) El aumento de un fluido newtoniano es constante y solo depende del parámetro de perturbación ϵ multiplicado por el promedio de la función periódica $\langle n(t) \rangle$, por lo que se tiene lo siguiente:

$$I(\%) = 10^2 \langle \epsilon n(t) \rangle \quad (1.4)$$

- b) Si el promedio de la función estocástica es cero, el aumento en el flujo volumétrico es cero, es decir que no existe cambio en el flujo volumétrico cuando un fluido presenta una viscosidad constante.

Fluido No Newtoniano

- a) En un fluido no newtoniano el aumento $I(\%)$ en función del esfuerzo en la pared σ_w tiene forma de campana como en los sistemas resonantes que se estudian en física clásica en el oscilador armónico forzado. En la literatura de la mecánica de fluidos, estas curvas son conocidas como: “curvas tipo resonante del flujo pulsátil”.

- b) El aumento $I(\%)$ en el flujo volumétrico es un efecto de los mecanismos adelgazantes de un fluido., es decir el aumento es diferente de cero para un fluido no-newtoniano debido a que el líquido disminuye su viscosidad por efecto del corte (Herrera-Valencia et al. 2019, 2017, 2016).
- c) El aumento $I(\%)$ depende de la amplitud de las perturbaciones M de la función estocástica $n(t) = M/2 + M_1 \text{Sen}(\omega t)$, frecuencia angular ω y de las propiedades materiales de los líquidos (viscosidades a corte bajo, alto y tiempos de relajación).
- d) El máximo en las curvas resonantes (porcentaje de aumento vs esfuerzo en la pared) está determinado por un acoplamiento de las propiedades viscosas para fluidos inelásticos o viscoelásticos para un fluido que presenta elasticidad y viscosidad.
- e) El aumento en el flujo volumétrico depende de la frecuencia de la función estocástica a través de la función de onda o ruido estocástico.
- f) Experimentalmente se demostró que para algunos valores de frecuencia la eficiencia aumenta mientras que en otros experimentos decrece.

Este trabajo de investigación versa en estudiar el efecto del gradiente de presión pulsátil en el flujo volumétrico mediante una aproximación utilizando la función fluidez de la ecuación constitutiva en estado estacionario y no-homogéneo. Los resultados obtenidos mediante esta aproximación son probados con datos reométricos de sangre en pacientes con postinfarto.

APLICACIONES DEL FLUJO PULSÁTIL

El flujo de sangre humana es un problema en la actualidad debido a su compleja reología. La premisa es entender cómo esta suspensión biológica fluye en el sistema circulatorio humano (Apostolidis y Beris 2015; Brust et al. 2013; Changdar y De 2016; EL-Shared 2003; Moyers-Gonzalez et al. 2010; Nandakumar et al. 2015) con el fin de desarrollar alternativas médicas (anticoagulantes, dispositivos como válvulas cardíacas (Changdar y De 2016; EL-Shared 2003; Herrera-Valencia et al. 2019, 2017, 2016; Prakash y Ogulu 2007; Rabby et al. 2013). **El flujo y la reología de la sangre se ve afectada por diferentes**

enfermedades, como son: (i) hipercolesterolemia, (ii) hipoglucemia y (iii) diabetes, (iv) cirrosis hepática y (v) cáncer entre otras (Moreno et al. 2013, 2015; Apostolidis y Beris 2015, Herrera-Valencia et al. 2019, 2017, 2106; Del Rio et al. 1998). La sangre es una suspensión que está compuesta de plasma (sales y agua) y eritrocitos (Brust et al. 2013). La forma en que estos cúmulos se agregan, se destruyen, se orientan y fluyen por efecto de la fuerza motriz asociada al gradiente de presión constante y pulsátil, está directamente relacionado con la condición física del paciente (Herrera-Valencia et al. 2019, 2017).

Sangre en pacientes con infarto

Publicaciones epidemiológicas recientes han confirmado que algunos marcadores reológicos, como la viscosidad plasmática, pueden predecir la aparición a largo plazo de cardiopatía isquémica, así como los lípidos (Apostolidis y Bersi 2015). La sangre y el plasma sanguíneo están correlacionados con los factores de riesgo clásicos de la aterosclerosis (Moreno et al. 2015) y en las personas con problemas cardiovasculares reflejan la gravedad de la enfermedad de las arterias coronarias (Tian et al. 2018; Junker et al. 1998). Algunas drogas, especialmente las estatinas, mejoran las propiedades reológicas de la sangre, mientras que se ha sugerido que la aspirina y el acenocumarol no alteran la reología sanguínea (Vaya et al. 2001).

El análisis de la sangre humana requiere más técnicas de laboratorio avanzadas que involucran pruebas reométricas en estado estacionario y no-estacionario respectivamente (Moreno et al. 2015, Sousa et al. 2016).

El resultado de las mediciones reológicas de sangre entera, como es habitual para fluidos no newtonianos, se analiza en términos de las funciones materiales como son: (i) función viscosidad, (ii) primer coeficiente de esfuerzos normales, (iii) y segundo coeficiente de esfuerzos normales. La función viscosidad definida como el cociente entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación, refleja la dependencia con la resistencia de la sangre a ser deformada y su relación con el hematocrito, glóbulos rojos y su comportamiento no newtoniano se debe a su tendencia a la agregación, rapidez de deformación y orientación de los eritrocitos (Apostolidis et al. 2015; Moreno et al. 2015). Para obtener información fiable y coherente, se necesita una ecuación constitutiva reológica que describa la dependencia con la

rapidez de deformación del sistema y su relación con las propiedades materiales del sistema (Moreno et al. 2015; Herrera-Valencia et al, 2017, 2019).

En este punto, existe una amplia gama de fluidos no newtonianos basados en formulaciones fenomenológicas (empíricas) y que describan la relación entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación del fluido de estudio (Bird et al. 1977).

En esta tesis de licenciatura, se ha elegido el modelo de Reiner-Philippoff (Herrera-Valencia et al. 2016) el cual, es un modelo que permite obtener una ecuación analítica para la fluidez aparente en flujo de Poiseuille en geometrías simples como son: (i) rendija y (ii) cilindros. Este modelo contiene tres propiedades materiales las cuales pueden ser calculadas mediante experimentos reológicos en estado estacionario y transitorio respectivamente (Moreno et al. 2015, Sousa et al. 2016).

A partir de datos reométricos de sangre en pacientes con post-infarto que han sido tratados con un medicamento para enfermedades cardiacas (Aspirina y Acenocumarol) y con datos de sangre de pacientes en donde no se han sometido a tratamientos médicos durante 7 días. Con ayuda de una aproximación propuesta del aumento de flujo mediante la ecuación reológica de Reiner-Philippoff, se procede a utilizar estas aproximaciones teóricas con tres ecuaciones constitutivas llamadas: (i) Casson, (ii) Ree-Eryng y (iii) Quemada las cuales son utilizadas para ajustar los datos reométricos experimentales de sangre en pacientes con postinfarto y tratados con anticoagulantes. A partir de esto, se calculan los aumentos de flujos asociados al flujo pulsátil sanguíneo.

En resumen, y de acuerdo con la revisión bibliográfica realizada, existen pocos trabajos en los que se puedan obtener descripciones analíticas en las cuales el flujo sanguíneo con datos reométricos de sangre humana con pacientes tratados con anticoagulantes que hayan presentado fallas cardiacas (Easthope y Brooks 1980; Junker et al. 1998; Vaya et al. 2001). Por esta razón, este trabajo de tesis es importante con el fin de dilucidar información pertinente de estos sistemas.

HIPÓTESIS

Sí el efecto de la incorporación de un gradiente de presión pulsátil afecta el flujo volumétrico entonces, este será cuantificable a través de la mejora en el flujo volumétrico.

OBJETIVOS

Objetivo general

Determinar el efecto que produce incorporar un gradiente de presión pulsátil en el flujo volumétrico en función de las propiedades materiales del líquido y aplicarlo en sangre humana en pacientes con fallas cardíacas.

Objetivos particulares

P1. Caracterizar el flujo y la reología del sistema de flujo mediante el modelo constitutivo inelástico de Reiner-Philippoff.

P2. Obtener expresiones analíticas para el flujo volumétrico a gradiente de presión constante y pulsátil en función de las propiedades materiales del sistema y de la función periódica.

P3. Utilizar un conjunto de características (dimensionales) con el fin de introducir grupos adimensionales que describan los mecanismos que rigen la física del sistema.

P4. Utilizar datos reométricos de la literatura de sangre humana en pacientes que han sufrido infarto cardíaco con el fin de obtener las curvas de aumento de flujo en función de los números adimensionales.

P5. Aplicar el modelo obtenido en el flujo pulsátil a datos de sangre en un grupo de pacientes sobrevivientes a un infarto de miocardio caracterizados con los modelos constitutivos de Quemada, Casson y Ree-Eryng (Quemada 1981; Ree and Eryng 1955; Vaya et al. 2001).

DISTRIBUCIÓN DEL MATERIAL

En el capítulo I se presenta la introducción del flujo pulsátil, motivación, antecedentes, hipótesis y objetivos (general y particulares).

En el capítulo II se plantea el sistema de estudio desde un punto de vista físico y biológico. En el capítulo III se presenta el modelado matemático del flujo pulsátil con el modelo de Reiner-Philippoff (RP). A partir de los resultados del capítulo III, se obtiene la fluidez aparente, flujo volumétrico y el aumento en el flujo volumétrico.

En el capítulo IV se presentan las simulaciones obtenidas mediante el programa Mathematica (Licencia, FESZ-UNAM). Se discuten tres tópicos principales en estos resultados: (i) La función viscosidad del modelo Reinner-Philippoff (ii) El flujo volumétrico sin efectos del flujo pulsátil (ii) Se estudia el aumento en el flujo volumétrico, para diferentes condiciones materiales.

En el capítulo V se analiza el caso particular de un fluido biológico (Sangre humana en pacientes sobrevivientes a un infarto).

En el capítulo VI, se presentan los resultados, conclusiones y trabajo futuro y por último, la bibliografía de esta investigación a nivel licenciatura.

CAPÍTULO II
SISTEMA FÍSICO Y
MODELADO
MATEMÁTICO

MARCO TEÓRICO

En esta sección se desarrollan las principales ecuaciones que se utilizarán en este trabajo. Los trabajos se centran en dos principales premisas: (i) El flujo volumétrico inducido por un gradiente de presión pulsátil y el aumento del flujo I (%). El esquema de flujo se muestra en la Fig. (2.1)

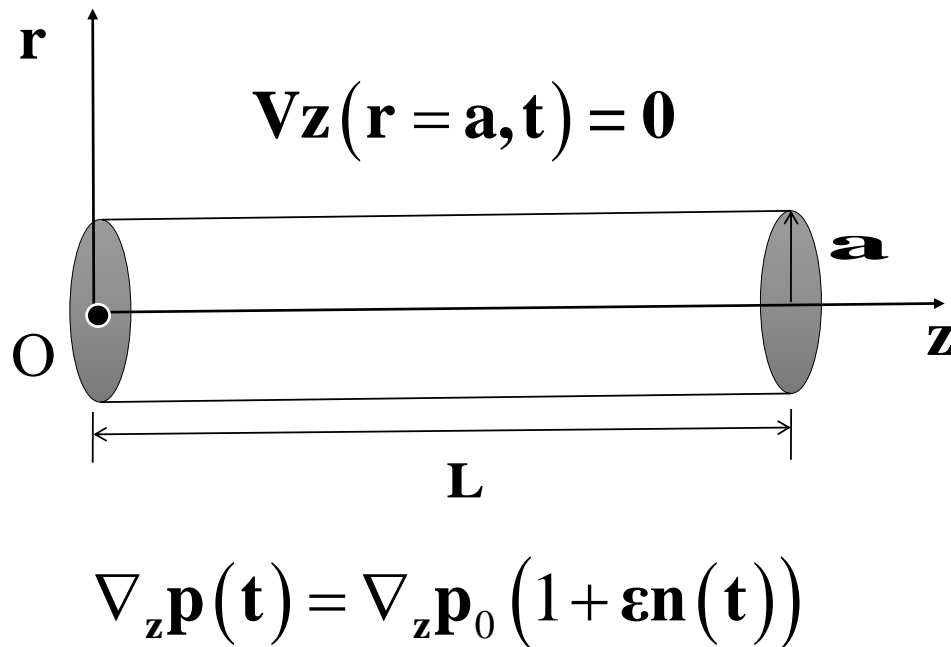


Figura. 2.1 Sistema físico

La Figura 2.1 ilustra el sistema físico el cual consiste en un capilar de radio $r = a$ y longitud $z = L$, con $a/L \ll 1$ y $t > 0$. Las coordenadas que describen al sistema son cilíndricas, (r, θ, z) .

A continuación, se describen las restricciones más importantes de este sistema.

ANÁLISIS DE PROCESO

- a) Proceso Isotérmico (Temperatura constante por lo que no es necesario el balance de transporte de energía).
- b) Efectos inerciales despreciables (Velocidades bajas).
- c) Estado estacionario (Ninguna variable dinámica o cinemática del sistema depende del tiempo).
- d) Flujo laminar (Número de Reynolds menor a 2100).
- e) Flujo unidireccional: El vector velocidad sólo tiene un componente en la dirección z, i.e. $\mathbf{V} = [V_r, V_\theta, V_z] = [0, 0, V_z(r, t)]$.
- f) Simetría cilíndrica (Ninguna variable dinámica, cinemática o intrínseca del sistema depende de la variable angular θ).
- g) Efectos gravitacionales despreciables (El fluido es deformado continua e irreversiblemente por un gradiente de presión pulsátil, i.e. los mecanismos gravitacionales u otros son pequeños en comparación con el gradiente de presión pulsátil).

FLUJO PULSÁTIL

Partiendo de **primeros principios** de física y utilizando la segunda Ley de Newton en un medio continuo, el balance de momento toma la siguiente forma simplificada:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \sigma_{rz}) = \nabla_z p(t) \quad (2.1)$$

En donde el gradiente de presión pulsátil

$$\nabla_z p(t) = \nabla_z p(1 + \varepsilon n(t)) \quad (2.2)$$

Integrando con respecto a la coordenada radial r y asumiendo que el esfuerzo es finito, por lo que se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_{rz} = \frac{1}{2} \nabla_z p(t) r \quad (2.3)$$

La componente rz del tensor de esfuerzos, se puede expresar en términos del esfuerzo en la pared, por lo que:

$$\sigma_{rz} = -\sigma_w \frac{r}{a} \quad (2.4)$$

En donde el esfuerzo en la pared se define como:

$$\sigma_w(t) = -\frac{1}{2} \nabla_z p(t) a \quad (2.5)$$

A partir de la **Ley de la conservación de la materia**, el flujo volumétrico se puede calcular en coordenadas cilíndricas mediante una doble integral, por lo que se tiene la siguiente expresión:

$$Q(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^a Vz(r,t) r dr d\theta = 2\pi \int_0^a Vz(r,t) r dr \quad (2.6)$$

Al integrarlo por partes, se tiene lo siguiente:

$$Q(t) = -\pi \int_0^a \frac{\partial Vz(r,t)}{\partial r} r^2 dr \quad (2.7)$$

Suponiendo, que la rapidez de deformación se puede expresar como el producto de la función fluidez y el esfuerzo cortante en la pared.

$$\frac{\partial Vz(r,t)}{\partial r} = \varphi_{SS} \sigma_{rz} \quad (2.8)$$

Al sustituir en el flujo volumétrico, se tiene la siguiente expresión analítica:

$$Q(t) = -\pi \int_0^a \varphi_{SS}(\sigma_{rz}) \sigma_{rz} r^2 dr \quad (2.9)$$

Al sustituir la componente rz del tensor de esfuerzos en la expresión del flujo volumétrico, se tiene lo siguiente:

$$Q(t) = \frac{\pi a^3}{4} \varphi_{app}(t) \sigma_w(t) \quad (2.10)$$

En donde la fluidez aparente pulsátil está definida por la siguiente integral promedio:

$$\varphi_{app}(t) = \frac{1}{\sigma_w^4(t)} \int_0^{\sigma_w^4(t)} \varphi_{SS} d\sigma_{rz}^4 \quad (2.11)$$

El caso no pulsátil correspondiente al estado estacionario se obtiene tomando el límite cuando el parámetro épsilon tiende a cero, i.e.,

$$Q_0 = \text{Lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} Q(t) = \frac{\pi a^3}{4} \varphi_{app} \sigma_w \quad (2.12)$$

AUMENTO EN EL FLUJO VOLUMÉTRICO

El aumento en el flujo volumétrico esta dado por la siguiente expresión analítica

$$I(\%) = 10^2 \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (2.13)$$

Al sustituir en el flujo volumétrico, se obtiene lo siguiente:

$$I(\%) = 10^2 \frac{\langle \varphi_{app}(t) \sigma_w(t) \rangle - \varphi_{app} \sigma_w}{\varphi_{app} \sigma_w} \quad (2.14)$$

Simplificando se tiene lo siguiente:

$$I(\%) = 10^2 \frac{\langle \varphi_{app}(t)(1 + \varepsilon n(t)) \rangle - \varphi_{app}}{\varphi_{app}} \quad (2.15)$$

En donde los paréntesis, representan un promedio temporal y se puede calcular el teorema del valor medio:

$$\langle \varphi_{app}(t)(1 + \varepsilon n(t)) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T (\varphi_{app}(t)(1 + \varepsilon n(t))) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (\varphi_{app}(t)(1 + \varepsilon n(t))) dt \quad (2.16)$$

El aumento en el flujo dado por la expresión anterior se puede calcular de manera analítica para algunos modelos simples (Ley de potencia, Ellis, Reiner-Phillippoff) y para otros casos numéricamente.

MÉTODO PERTURBATIVO

Con el fin de obtener una aproximación analítica se procede un método analítico, por lo que se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_w(t) = \sigma_w + \varepsilon n(t) \sigma_w \quad (2.17)$$

Suponiendo que el flujo volumétrico se puede expresar como una serie de potencias del parámetro épsilon por lo que, se tiene lo siguiente:

$$Q(t) = Q_0 + \varepsilon Q_1(t) + O(\varepsilon) \quad (2.18)$$

SERIE DE TAYLOR

Al expandir en series de Taylor, se tiene lo siguiente:

$$Q(\sigma_w(t)) = Q(\sigma_w) + (\sigma_w(t) - \sigma_w) \left. \frac{\partial Q(t)}{\partial \sigma_w} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} + R_n \quad (2.19)$$

Al sustituir el esfuerzo perturbado, se tiene lo siguiente:

$$Q(t) = Q_0 + (\varepsilon n(t)) \sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} + R_n \quad (2.20)$$

En donde se ha supuesto que las derivadas del flujo volumétrico en estado estacionario con respecto al esfuerzo en la pared fueron remplazadas por las siguientes derivadas:

$$\left. \frac{\partial Q(t)}{\partial \sigma_w} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} \rightarrow \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} \quad (2.21)$$

Las dos ecuaciones anteriores, se cumplen si suponemos que la expresión matemática que describe el flujo volumétrico converge puntualmente. El aumento en el flujo volumétrico a primer orden se expresa como:

$$I(\%) = 10^2 \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} = 10^2 \frac{\sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w}}{Q_0} \langle \varepsilon n(t) \rangle + O(\varepsilon) \quad (2.22)$$

PRIMER ORDEN

En esta sección, se analiza el primer orden del flujo volumétrico por lo que se tiene lo siguiente:

$$I(\%) = 10^2 \frac{\sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w}}{Q_0} \langle \varepsilon n(t) \rangle \quad (2.23)$$

La expresión anterior es un punto de partida en los cálculos posteriores e indica que el aumento es positivo. El aumento en el flujo volumétrico satisface los siguientes límites asintóticos:

a) A esfuerzos en la pared pequeños

$$\lim_{\sigma_w \rightarrow 0} \frac{I(\%)}{10^2 \langle \varepsilon n(t) \rangle} = \lim_{\sigma_w \rightarrow 0} \frac{\sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w}}{Q_0} = \lim_{\sigma_w \rightarrow 0} \frac{\sigma_w \left(\pi \frac{a^3}{4} \varphi_0 \right)}{\left(\pi \frac{a^3}{4} \varphi_0 \right) \sigma_w} = 1 \quad (2.24)$$

b) A esfuerzos en la pared grandes

$$\lim_{\sigma_w \rightarrow \infty} \frac{I(\%)}{10^2 \langle \varepsilon n(t) \rangle} = \lim_{\sigma_w \rightarrow \infty} \frac{\sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w}}{Q_0} = \lim_{\sigma_w \rightarrow \infty} \frac{\sigma_w \left(\pi \frac{a^3}{4} \varphi_\infty \right)}{\left(\pi \frac{a^3}{4} \varphi_\infty \right) \sigma_w} = 1 \quad (2.25)$$

CAPÍTULO III
FLUJO PULSÁTIL DE UN
FLUIDO
REINER-PHILIPPOFF

En este capítulo se presenta el modelado matemático del flujo pulsátil con el modelo de Reiner-Philippoff (RP). Asumiendo estado estacionario, homogéneo y fluido incompresible se tienen las siguientes expresiones matemáticas para las ecuaciones de: (a) continuidad, (b) momento y (c) constitutiva de Reiner-Philippoff.

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Si el fluido es incompresible, la densidad no depende de la posición, y de la hipótesis de flujo unidireccional, i.e. que la única componente diferente de cero es la axial se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

Esto significa que la velocidad axial no es función de z , solamente puede ser de las coordenadas radial y angular respectivamente. Los sistemas cilíndricos, presentan simetría angular, por lo que la derivada con respecto a la coordenada angular θ es cero, por lo tanto, la componente z del campo de velocidades depende de la coordenada radial r .

a) Ecuación de momento modificada por el gradiente de presión pulsátil

Asumiendo que los mecanismos inerciales y gravitacionales son despreciables e integrando con respecto a la coordenada radial r y suponiendo que la divergencia de la componente rz y el gradiente de presión axial, se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) = \nabla_z p_0 (1 + \varepsilon n(t)) \quad (3.2)$$

En la Ec. (2) el parámetro ε es perturbativo y ha sido puesto deliberadamente en los mecanismos inerciales (aceleración instantánea) debido a que queremos ver el efecto de un gradiente de presión periódico (Bird et al. 2002).

b) Ecuación constitutiva del modelo de Reiner-Philippoff

La última es la función viscosidad del modelo de Reiner-Philippoff la cual, contiene tres propiedades materiales $\{\varphi_0, \varphi_\infty, k\}$ y matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial V_z}{\partial r} = \varphi_0 \frac{1 + (k\sigma_{zr})^2}{1 + (\varphi_0/\varphi_\infty)(k\sigma_{zr})^2} \sigma_{zr} \quad (3.3)$$

La Ec. (3) contiene cuatro constantes materiales las cuales, pueden ser calculadas mediante experimentos reológicos en estado estacionario (prueba de flujo) y no estacionario (Flujo oscilatorio de baja amplitud). Dos fluideces a bajo y alto corte respectivamente $\{\varphi_0, \varphi_\infty\}$ y un parámetro k que describe la transición de estados de mayor a menor fluidez por efecto del corte.

$$\sigma_{zr}(t) = \frac{1}{2} \nabla_z p(t) r = \frac{1}{2} \nabla_z p_0 (1 + \varepsilon n(t)) r \quad (3.4)$$

A partir de la Ec. (3.4), se puede calcular el esfuerzo en la pared el cual, es una cantidad medible.

$$\sigma_w(t) = -\sigma_{zr}|_{r=a}(t) = -\frac{1}{2} \nabla_z p(t) a \quad (3.5)$$

Combinado las dos últimas ecuaciones, se tiene lo siguiente:

$$\sigma_{zr}(t) = -\sigma_w(t) \frac{r}{a} \quad (3.6)$$

FLUJO VOLUMÉTRICO A GRADIENTE DE PRESIÓN CONSTANTE

El flujo volumétrico es el producto de la velocidad por el área de flujo y se calcula a través de una doble integral sobre la sección transversal de flujo. La expresión básica toma la forma:

$$Q(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^a V_z(r,t) r dr d\theta \quad (3.7)$$

Integrando la Ec. (3.7) por partes (Bird et al. 2002), se tiene la siguiente expresión para el flujo volumétrico, por lo que:

$$Q = -\pi \int_0^a \frac{\partial V_z}{\partial r} r^2 dr \quad (3.8)$$

La ventaja de la Ec. (3.8) es calcular el flujo volumétrico a través de la integral de la rapidez de deformación sin pasar por el cálculo previo del perfil de velocidades:

$$Q = -\pi \varphi_0 \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \int_0^a \frac{1 + (k\sigma_{rz}(t))^2}{(\varphi_\infty / \varphi_0) + (k\sigma_{rz}(t))^2} \sigma_{rz}(t) r^2 dr \quad (3.9)$$

Combinando las dos ecuaciones anteriores, se tiene lo siguiente:

$$Q = \frac{\pi a^3}{2} \sigma_w(t) \varphi_0 \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \int_0^1 \frac{1 + (k\sigma_w(t))^2 r^2}{(\varphi_\infty / \varphi_0) + (k\sigma_w(t))^2 r^2} r^2 dr^2 \quad (3.10)$$

En la Ec. (3.10), se definió la coordenada radial adimensional de la siguiente manera: $r = r/a$, y $u = r^2$, por lo que se tiene la siguiente integral simplificada:

$$Q(t) = \frac{\pi a^3}{2} \left(\varphi_0 \frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \int_0^1 \frac{1 + (k\sigma_w(t))^2 u}{\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} + (k\sigma_w(t))^2 u} u du \right) \sigma_w(t) \quad (3.11)$$

Integrando se tiene la siguiente expresión para el flujo volumétrico del modelo de Reiner-Philippoff:

$$Q_{RF}(t) = \left(\frac{\varphi_{ap}(t)}{\varphi_0} \right) Q_N(t) \quad (3.12)$$

El flujo inelástico del modelo de Reiner-Philippoff está dado por el producto de la fluidez aparente y el flujo volumétrico respectivamente:

$$Q_N(t) = \frac{1}{4} a^3 \pi \varphi_0 \sigma_w(t) \quad (3.13)$$

La fluidez aparente para el modelo inelástico de Reiner Philippoff a gradiente de presión constante, tiene la siguiente forma analítica:

$$\frac{\varphi_{ap}(t)}{\varphi_0} = 2 \frac{\varphi_\infty / \varphi_0}{(k\sigma_w(t))^4} \left\{ \frac{1}{2} (k\sigma_w(t))^4 + \left(1 - \left(\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \right) \right) \left((k\sigma_w(t))^2 - \left(\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} \right) \operatorname{Ln} \left| \frac{\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0} + (k\sigma_w(t))^4}{\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0}} \right| \right) \right\} \quad (3.14)$$

Es importante resaltar que la Ec. (3.14) tiene dos límites asintóticos importantes, a bajos y altos esfuerzos en la pared, i.e.

$$\begin{aligned} \operatorname{Lim}_{\sigma_w \rightarrow 1} \varphi_{ap} &= \varphi_0 \\ \operatorname{Lim}_{\sigma_w \rightarrow \infty} \varphi_{ap} &= \varphi_\infty \end{aligned} \quad (3.15a, b)$$

Por lo tanto, la Ec. (3.14) describe una transición de fludeces a bajo y alto corte respectivamente y es analizada por los límites asintóticos calculados en la Ec. (3.15), y es punto de partida en los cálculos posteriores.

El aumento de flujo toma la forma:

$$I(\%) = 100 \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} = \frac{1}{2\pi/\omega} \left(\int_0^{2\pi/\omega} Q(t) dt \right) - Q_0 \quad (3.16)$$

Por lo que:

$$I(\%) = 100 \frac{\frac{\omega}{2\pi} \left(\int_0^{2\pi/\omega} \varphi_{ap}(t) \sigma_w(t) dt \right) - \varphi_{ap}(\sigma_w) \sigma_w}{\varphi_{ap}(\sigma_w) \sigma_w} \quad (3.17)$$

La integral de la Ec. (3.17) por lo general no tiene una representación de tipo analítico, por lo que se debe resolver de una manera numérica para encontrar el flujo. Para su solución, se debe de realizar los siguientes pasos:

- a) Seleccionar la función estocástica $n(t)$
- b) Asignar valores a la amplitud M
- c) Asignar valores a las propiedades materiales del modelo de Reiner-Philippoff
- d) Asignar un valor a la frecuencia
- e) Integrar numéricamente la Ec. (3.17) por un método estándar como Simpson
- f) Obtener las parejas ordenadas de esfuerzo en la pared y aumento en el flujo volumétrico.

Para no proceder con un método numérico, se utiliza un método alternativo propuesto por Herrera-Valencia et al. (2016, 2017, 2019), el cual consiste en una expansión en series de potencias de la variable épsilon combinada con una serie de Taylor.

AUMENTO EN EL FLUJO VOLUMÉTRICO. EXPANSIÓN EN SERIE DE TAYLOR

El esfuerzo en la pared se tiene:

$$\sigma_w(t) = \sigma_w + \sigma_w \varepsilon n(t) \quad (3.18)$$

Asumiendo

$$Q(t) = \varepsilon^0 Q_0 + \varepsilon^1 Q_1(t) + \varepsilon^2 Q_2(t) + O(\varepsilon^3) \quad (3.19)$$

Al expandir el flujo volumétrico en términos del esfuerzo en la pared, se tiene:

$$Q(\sigma_w(t)) = Q(\sigma_w) + (\sigma_w(t) - \sigma_w) \left. \frac{\partial Q}{\partial \sigma_w(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} + \frac{1}{2} (\sigma_w(t) - \sigma_w)^2 \left. \frac{\partial^2 Q}{\partial \sigma_w^2(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} + O(\varepsilon^3) \quad (3.20)$$

Combinando las dos últimas ecuaciones, se obtiene la siguiente expresión analítica:

$$Q(\sigma_w(t)) = Q(\sigma_w) + (\sigma_w \varepsilon n(t)) \left. \frac{\partial Q}{\partial \sigma_w(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} + \frac{1}{2} (\sigma_w \varepsilon n(t))^2 \left. \frac{\partial^2 Q}{\partial \sigma_w^2(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} + O(\varepsilon^3) \quad (3.21)$$

Igualando las dos últimas expresiones, se tiene las contribuciones de diferente orden. A orden cero, se tiene lo siguiente;

$$Q_0 = Q(\sigma_w) \quad (3.22)$$

A primer orden se tiene lo siguiente;

$$Q_1(t) = \sigma_w n(t) \left. \frac{\partial Q}{\partial \sigma_w(t)} \right|_{\sigma_w(t) \rightarrow \sigma_w} = \sigma_w n(t) \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} \quad (3.23)$$

Las Ecs. (3.21-3.23) son punto de partida en el cálculo del flujo volumétrico a ordenes cero y primero respectivamente.

AUMENTO EN EL FLUJO VOLUMÉTRICO

En esta sección se calculará el aumento en el flujo volumétrico a ordenes cero y primero. Se tomará como base los desarrollos de la sección anterior.

Teoría a orden cero (ϵ^0):

Al sustituir la expansión del flujo volumétrico en la ecuación de aumento en el flujo volumétrico, el orden cero no contribuye al aumento, i.e., $I(\%) = 0$.

Teoría a primer orden (ϵ^1):

Al sustituir, las series en las ecuaciones diferenciales y separar las contribuciones a primer orden, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones acopladas:

$$I_1(\%) = 100 \frac{\langle Q(t) \rangle - Q_0}{Q_0} = 100 \frac{\langle Q_0 + Q_1(t) + Q_2(t) + \dots \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (3.24)$$

Al aplicar el operador promedio sobre la serie de potencias, se tiene la siguiente expresión analítica:

$$I_1(\%) = 100 \frac{Q_0 + \langle Q_1(t) \rangle + \langle Q_2(t) \rangle - Q_0}{Q_0} \quad (3.25)$$

Finalmente, las contribuciones a ordenes cero y primero son las siguientes:

$$I_0(\%) = 0 \quad (3.26)$$

Y a primer orden, se tiene lo siguiente:

$$I_1(\%) = 100 \frac{\langle Q_1(t) \rangle}{Q_0} \quad (3.27)$$

Al sustituir en la expresión del aumento del flujo volumétrico, se tiene lo siguiente:

$$I_1(\%) = 100 \frac{\langle Q_1(t) \rangle}{Q_0} = \frac{\sigma_w \frac{\partial Q_0}{\partial \sigma_w} \langle \epsilon n(t) \rangle}{Q_0} \quad (3.28)$$

o en términos de la fluidez, la Ec. (28) toma la forma:

$$I_1(\%) = \frac{\varphi_{ap} + \frac{\partial \varphi_{ap}}{\partial \sigma_w} \sigma_w}{\varphi_{ap}} \langle \epsilon n(t) \rangle = \left(1 + \frac{\sigma_w}{\varphi_{ap}} \frac{\partial \varphi_{ap}}{\partial \sigma_w} \right) \langle \epsilon n(t) \rangle \quad (3.29)$$

En la siguiente sección se presentan las predicciones de la Ec. (3.28), y la fluidez aparente (Ec. 3.13), en forma adimensional (Ec. 3.29)

$$\varphi_{ap}(\sigma_w) = B \left\{ 1 + 2(1-B) \frac{\left((C\sigma_w)^2 - B \ln \left| \frac{B + (C\sigma_w)^4}{B} \right| \right)}{(C\sigma_w)^4} \right\} \quad (3.30)$$

Sustituyendo, la Ec. (3.30) en la Ec. (3.29) calculando la primera derivada y simplificando, se obtiene la contribución a primer orden:

$$I_1(\%) = 10^2 \langle \varepsilon n(t) \rangle \frac{\sigma_w \frac{\partial \dot{\gamma}_0}{\partial \sigma_w}}{\dot{\gamma}_0} \quad (3.31)$$

En donde la derivada de la rapidez de deformación, está definida de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \dot{\gamma}_0}{\partial \sigma_w} = B \frac{2(B-1)B(C\sigma_w)^2 + B(8B-7)(C\sigma_w)^4 + 2(B-1)(C\sigma_w)^6 + (C\sigma_w)^8 + 6B(1-B)\left(B + (C\sigma_w)^4\right) \text{Log} \left[1 + \frac{(C\sigma_w)^4}{B} \right]}{(C\sigma_w)^4 \left(1 + (C\sigma_w)^4 \right)} \quad (3.32)$$

Finalmente, el aumento en el flujo volumétrico se tiene lo siguiente:

$$\frac{I(\sigma_w; C, B)}{10^2 \langle \varepsilon n(t) \rangle} = \frac{2(B-1)B(C\sigma_w)^2 + B(8B-7)(C\sigma_w)^4 + 2(B-1)(C\sigma_w)^6 + (C\sigma_w)^8 + 6B(1-B)\left(B + (C\sigma_w)^4\right) \text{Log} \left[1 + \frac{(C\sigma_w)^4}{B} \right]}{\left(1 + (C\sigma_w)^4 \right) \left\{ (C\sigma_w)^4 + 2(B-1)B(C\sigma_w)^2 + 2B(B-1) \text{Log} \left[1 + \frac{(C\sigma_w)^4}{B} \right] \right\}} \quad (3.33)$$

La Ec. (33) representa el aumento de flujo en el sistema de estudio utilizando la función fluidez aparente calculada en el capilar de radio $r = a$ y $z = L$. Nótese, que esta depende de los números adimensionales B y C los cuales, describen la física no lineal del sistema. La Ec. (33) admite dos límites asintóticos: (i) a esfuerzos en la pared bajos

$$\lim_{\sigma_w \rightarrow 0} \frac{I(\sigma_w; C, B)}{10^2 \langle \varepsilon n(t) \rangle} = 1 \quad (3.34)$$

(ii) a esfuerzos en la pared alto:

$$\lim_{\sigma_w \rightarrow \infty} \frac{I(\sigma_w; C, B)}{10^2 \langle \varepsilon n(t) \rangle} = 1 \quad (3.35)$$

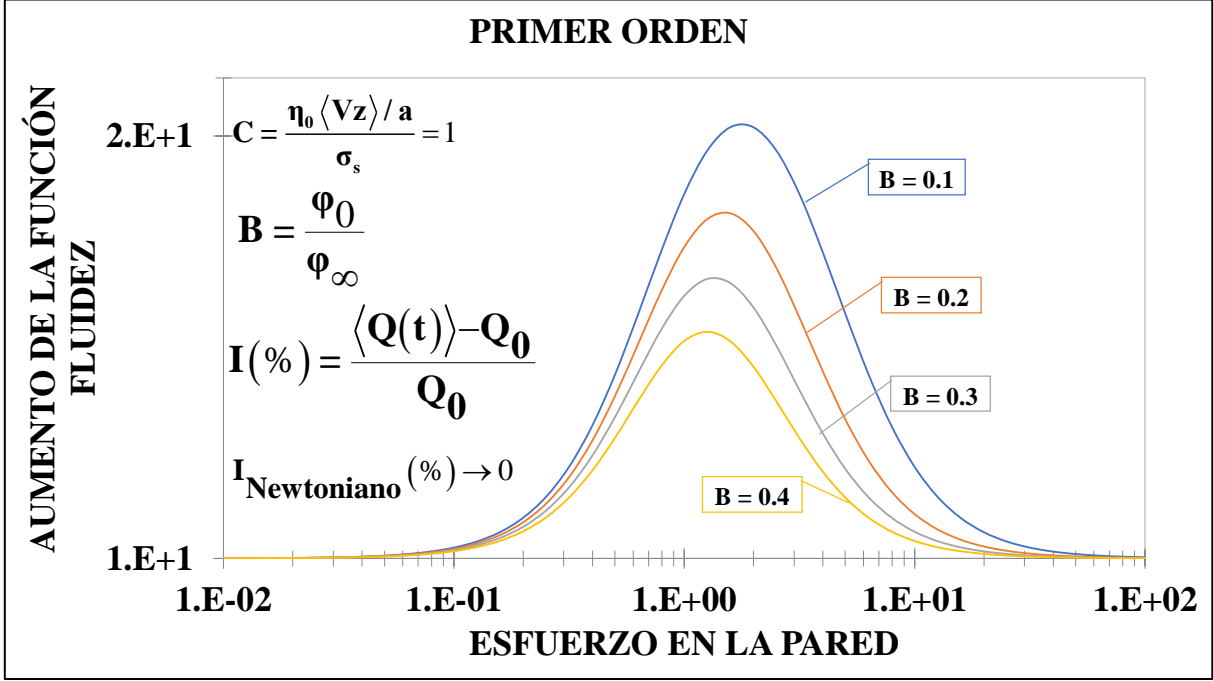


Figura. 3.1 Esfuerzo en la pared vs aumento de la función fluidez

Con el fin de ilustrar un capilar de radio $r = a$ y longitud $z = L$ se elaboró la Fig. 3.1 en donde el fluido fluye debido a un gradiente de presión pulsátil. Del lado derecho, se observa un punto material en coordenadas cilíndricas. En la Fig. 3.1 se observa el aumento en el flujo, en función del esfuerzo en la pared aplicado. La ecuación evaluada toma la forma:

$$I_{\varphi(\text{ap})}(\%) = 100\varepsilon \frac{\varphi_{(\text{ap})l}}{\varphi_{(\text{ap})0}} \langle N(t) \rangle = (10\sqrt{\varepsilon})^2 \frac{\sigma_w \left(\frac{\partial \varphi_{(\text{ap})0}}{\partial \sigma_w} \right) M}{\varphi_{(\text{ap})0} 2}$$

En las simulaciones de la Fig. 3.1 el valor de M asociada a la amplitud de la serie de Fourier es igual a dos, i.e. $M = 2$. Dos hechos importantes son observables en la Fig. 3.1.

- a) El efecto del gradiente de presión se observa a primer orden. La condición suficiente para obtener las curvas resonantes observables en la Fig. 3.1 es que el sistema físico

experimente cambios en su estructura debido al corte, i.e. que presente adelgazamiento al corte.

- b) Al aumentar las propiedades adelgazantes, el máximo en las curvas resonantes incrementa por efecto de la desestructuración.
- c) Para valores cercanos a 1, es decir al valor del fluido newtoniano, las curvas resonantes decrecen notablemente, y en el valor de $B = 1$ (Newtoniano) el aumento de la fluidez es cero.

CAPÍTULO IV

APROXIMACIÓN AL FLUJO PULSÁTIL

RAPIDEZ DE DEFORMACIÓN EN ESTADO ESTACIONARIO Y NO-HOMOGÉNEO

En este punto, el fluido es caracterizado con la fluidez del modelo de Reiner-Philippoff

$$\varphi(\sigma_{zr}) = \varphi_0 \frac{1 + \left(\frac{\sigma_{zr}}{\sigma_s}\right)^2}{1 + \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_\infty}\right) \left(\frac{\sigma_{zr}}{\sigma_s}\right)^2} \quad (4.1)$$

Aproximación del flujo pulsátil

En esta sección se presenta una alternativa para calcular el aumento de flujo a través de la rapidez de deformación en estado estacionario y no-homogéneo. Nuestra premisa es que la rapidez de deformación aparente calculada a partir del flujo volumétrico puede ser expresada como:

$$\dot{\gamma}_{ap} = \frac{4Q_0}{\pi a^3} = \varphi_{ap} \sigma_w \quad (4.2)$$

En donde la fluidez aparente ya fue previamente calculada. La rapidez de deformación no-estacionaria y no-homogénea puede ser escrita como:

$$\dot{\gamma}_w = \varphi_{ss}(\sigma_w) \sigma_w \quad (4.3)$$

En donde en términos de variables adimensionales, se tiene la siguiente expresión analítica para la rapidez de deformación no-homogénea del modelo de Reiner-Philippoff, por lo que:

$$\dot{\gamma}_{NH} = \frac{\dot{\gamma}_{NH}}{\varphi_0/k} = \left\{ \frac{1 + (C\sigma_w)^2}{1 + B^{-1}(C\sigma_w)^2} \right\} C\sigma_w \quad (4.4)$$

El aumento de flujo en términos de la rapidez de deformación toma la siguiente forma analítica:

$$I_1(B,C,M) = 100 \frac{\left\langle \dot{\gamma}_1(t) \right\rangle}{\dot{\gamma}_{NH}} = \frac{\sigma_w}{\dot{\gamma}_{NH}} \frac{\partial \dot{\gamma}_{NH}}{\partial \sigma_w} n_p(t) \quad (4.5)$$

Al sustituir la Ec. (4.4) en la Ec. (4.5), y derivando con respecto al esfuerzo en la pared, se tiene lo siguiente:

$$I_1(B,C,M) = 10^2 \frac{1 + (3 - B^{-1})(C\sigma_w)^2 + B^{-1}(C\sigma_w)^4}{(1 + B^{-1}(C\sigma_w)^2)(1 + (C\sigma_w)^2)} \langle \varepsilon_{n_p}(t) \rangle \quad (4.6)$$

Los límites de la Ec. (4.6), se tiene lo siguiente:

$$\lim_{\sigma_w \rightarrow 0} \frac{I_1(\sigma_w; B, C, M)}{10^2 \langle \varepsilon_{n_p}(t) \rangle} = \lim_{\sigma_w \rightarrow 0} \frac{1 + (3 - B^{-1})(C\sigma_w)^2 + B^{-1}(C\sigma_w)^4}{(1 + B^{-1}(C\sigma_w)^2)(1 + (C\sigma_w)^2)} = 1 \quad (4.7)$$

Y para esfuerzos altos en la pared, se tiene lo siguiente:

$$\lim_{\sigma_w \rightarrow \infty} \frac{I_1(B, C, M)}{10^2 \langle \varepsilon_{n_p}(t) \rangle} = \lim_{\sigma_w \rightarrow \infty} \frac{1 + (3 - B^{-1})(C\sigma_w)^2 + B^{-1}(C\sigma_w)^4}{(1 + B^{-1}(C\sigma_w)^2)(1 + (C\sigma_w)^2)} = 1 \quad (4.8)$$

Las Ecs. (4.6-4.8) son las contribuciones de este capítulo y son punto de partida en los cálculos posteriores.

La Figs. 4.1 y 4.2 muestra el comportamiento matemático de la fluidez (inverso de la viscosidad) y el flujo volumétrico en función del esfuerzo en la pared. En estas simulaciones se comparan las dos aproximaciones asociadas a la fluidez aparente y la fluidez en estado no estacionario y no-homogéneo. La fluidez muestra dos zonas constantes a bajo y alto esfuerzo en la pared y una zona intermedia tipo ley de potencia asociada a la transición de zonas de menor a mayor fluidez por efecto de la fuerza motriz asociada al esfuerzo en la pared. En la Figura 4.2 el flujo volumétrico muestra un comportamiento lineal con pendiente constante a bajo y alto esfuerzo en la pared y una zona monótona creciente, que describe los cambios en el flujo debido a los mecanismos adelgazantes al corte:

- a) Las curvas son similares en cuanto a la forma matemática, sin embargo, existe una diferencia en la zona adelgazante al corte, en donde los mecanismos adelgazantes dictan la dinámica de flujo.
- b) El porcentaje de error que existe entre la fluidez aparente y la aproximación propuesta es de orden del 10-17 % por lo que hay que incluir factores de corrección en el aumento del flujo pulsátil.

TEORÍA A ORDEN CERO

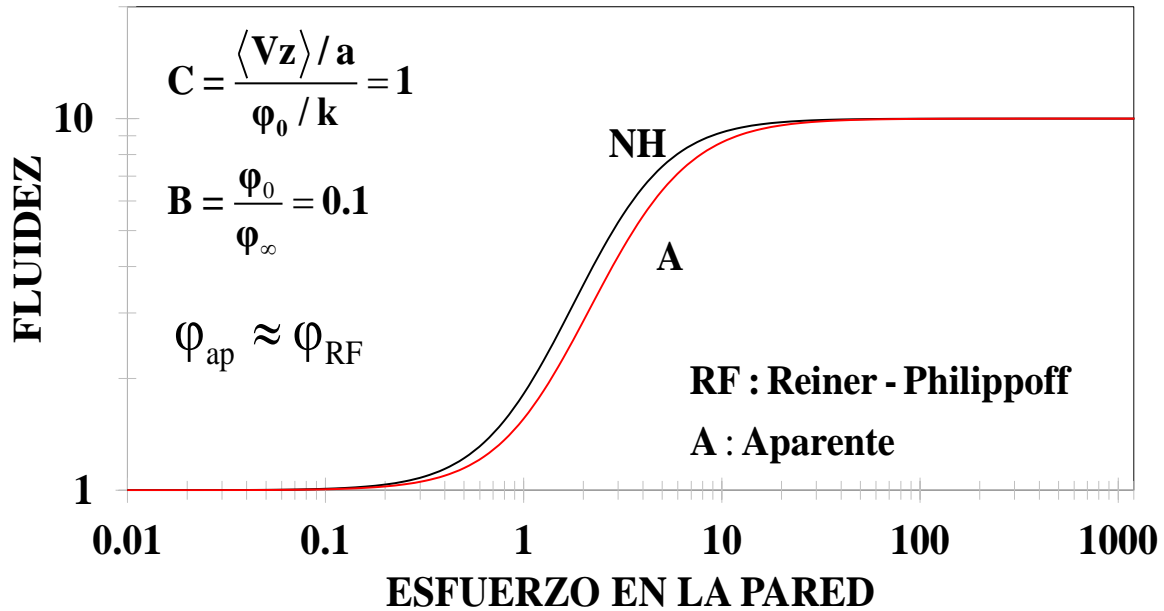


Figura. 4.1 Comparación de fluideces (aparente y estacionario no-homógeneo) del modelo de RP.

Se observa que a esfuerzos moderados existe una diferencia entre la zona de adelgazamiento al corte. Se elaboró esta gráfica con la finalidad de representar el esfuerzo en la pared vs la fluidez. Se obtiene la fluidez aparente normalizada con la fluidez constante (φ_0) (ROJO) y la fluidez en estado estacionario no-homogéneo (NEGRO) calculadas con el modelo de Reinner-Philippoff.

TEORÍA A ORDEN CERO

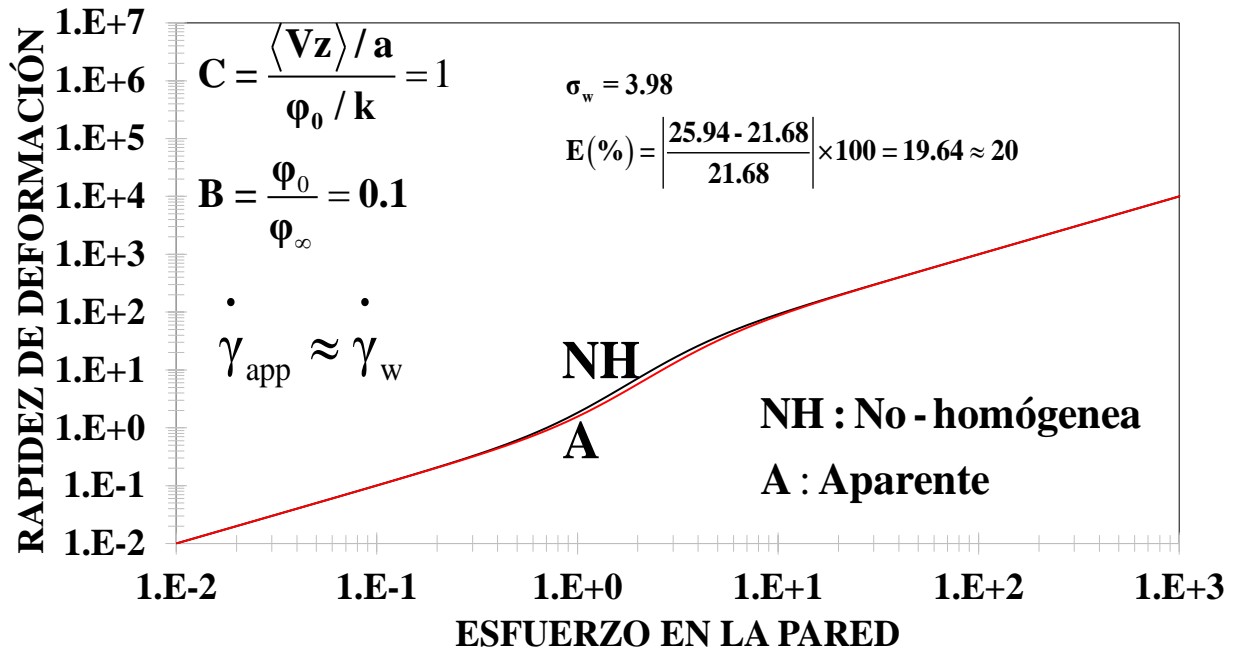


Figura. 2.2 Rapidez de deformación en función del esfuerzo en la pared.

En esta simulación se ilustra la diferencia entre la rapidez de deformación aparente y la del estado estacionario y no-homogéneo del modelo de RP.

CAPÍTULO V
APLICACIÓN EN SANGRE
HUMANA EN PACIENTES
CON
POST-INFARTO

En esta sección aplicamos las ecuaciones deducidas en el capítulo III por lo que los resultados generales se aplican y solo se cambiará el sistema de estudio. Para eso, se analiza el aumento en la fluidez a primer orden a través de datos reométricos de sangre pertenecientes a grupos de pacientes que han recibido un tratamiento posterior al haber padecido un infarto y otro en cuyo caso no se prescribió ningún medicamento durante 7 días. Los datos y protocolos experimentales fueron realizados bajo estrictos criterios de higiene y seguridad los cuales fueron descritos a detalle en el trabajo de Marcinkowska-Gapinska et al. (2007) y utilizados en esta investigación de licenciatura. A partir de estos se obtienen las siguientes tablas de propiedades materiales y números adimensionales respectivamente.

RUBRO	DESCRIPCIÓN
TOTAL DE MUESTRAS	100 MUESTRAS - GRUPO A: 38 pacientes - GRUPO B: 20 pacientes - GRUPO C: 42 pacientes
SEXO	Masculino
EDAD	37 a 56 años
SITUACIÓN CLÍNICA	Clínicamente estables
TEMPERATURA	La sangre y la viscosidad del plasma se midieron a 25 y 37 ° C
MODELO DE VISCOSÍMETRO PARA EL MUESTREO	Oscilante de rotación con través LS40
DOSIS DE TRATAMIENTO	150 mg por día de aspirina o acenocumarol En el grupo C, no se utilizó tratamiento antiplaquetario / anticoagulante durante 7 días.

Tabla 5.1 Características de la población estudiada.

DATOS REOMÉTRICOS

En esta sección se presentan los datos reométricos de sangre en pacientes con post-infarto tratados con dos anticoagulantes conocidos como: (A) Aspirina, (B) Acenocumarol y (C) sin tratamiento médico (7 días posterior a la toma de muestras). Los modelos reológicos que se utilizaron son los siguientes: (i) Casson, (ii) Ree-Eyring, (iii) Quemada.

El primero de estos modelos, es el de Quemada el cual contiene cinco parámetros materiales asociados a la sangre humana. El primero de ellos es la viscosidad del plasma η_p , Hct el porcentaje de Hematocrito en la sangre, k_0 y k_∞ son los volúmenes de Hematocrito a bajo y alto corte respectivamente y $\dot{\gamma}_c$ es la rapidez de deformación del Rouleaux en la sangre.

$$\eta\left(\dot{\gamma}_{xy}\right) = \frac{\sigma_{xy}\left(\dot{\gamma}_{xy}\right)}{\dot{\gamma}_{xy}} = \eta_p \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{k_0 + k_\infty \sqrt{\dot{\gamma}_{xy} / \dot{\gamma}_c}}{1 + \sqrt{\dot{\gamma}_{xy} / \dot{\gamma}_c}} \right) H_{ct} \right]^{-2} \quad (4.1)$$

El segundo de ellos se debe al modelo de Ree-Eyring el cual se describe matemáticamente como:

$$\eta\left(\dot{\gamma}_{xy}\right) = A_1 \frac{t_1 \dot{\gamma}_{xy}}{\text{Sinh}^{-1}\left(t_1 \dot{\gamma}_{xy}\right)} + A_2 \frac{t_2 \dot{\gamma}_{xy}}{\text{Sinh}^{-1}\left(t_2 \dot{\gamma}_{xy}\right)} + \eta_\infty \quad (4.2)$$

Este modelo contiene cinco parámetros materiales. A_1 y A_2 tienen unidades de viscosidad, t_1 , t_2 son tiempos característicos asociados a la transición no newtoniana y η_∞ es la viscosidad a alto corte. Finalmente, se presenta el modelo de Casson, el cual se puede observar a continuación.

$$\eta\left(\dot{\gamma}_{xy}\right) = \frac{\sigma_{xy}\left(\dot{\gamma}_{xy}\right)}{\dot{\gamma}_{xy}} = \frac{\left(\sqrt{\sigma_0} + \sqrt{\eta_0 \dot{\gamma}_{xy}}\right)^2}{\dot{\gamma}_{xy}} \quad (4.3)$$

Este modelo contiene dos parámetros materiales los cuales están asociados al esfuerzo de cedencia y la viscosidad a bajo corte.

PARÁMETROS REOLÓGICOS	<i>Temperatura 25°C</i>			<i>Temperatura 37°C</i>		
	Grupo de Pacientes					
	A	B	C	A	B	C
Casson						
k_0 [mPa s]	3.46 ± 0.05	4.5 ± 0.06	4.44 ± 0.06	3.41 ± 0.05	3.47 ± 0.06	3.49 ± 0.05
τ_0 [mPa]	9.0 ± 0.5	9.5 ± 0.8	9.0 ± 0.5	6.9 ± 0.4	7.9 ± 0.6	6.8 ± 0.4
η_r [mPa s]	1.35 ± 0.02	1.4 ± 0.04	1.39 ± 0.02	1.06 ± 0.02	1.07 ± 0.03	1.09 ± 0.02
c [mPa]	13.7 ± 0.4	14.4 ± 0.6	13.9 ± 0.5	10.5 ± 0.4	12.0 ± 0.6	10.5 ± 0.4
η_s/η_p	0.82 ± 0.01	0.82 ± 0.02	0.84 ± 0.02	0.84 ± 0.01	0.82 ± 0.02	0.86 ± 0.02
c/η [s ⁻¹]	8.3 ± 0.3	8.4 ± 0.4	8.4 ± 0.3	8.3 ± 0.3	9.2 ± 0.4	8.3 ± 0.3
Ree-Eyring						
η_0 [mPa]	3.13 ± 0.05	3.17 ± 0.08	3.18 ± 0.05	3.08 ± 0.05	3.05 ± 0.09	3.12 ± 0.05
A_1 [mPa]	46 ± 4	38 ± 6	44 ± 3	28.3 ± 2.1	22 ± 4	28 ± 2
t_1 [s]	54 ± 8	33 ± 8	47 ± 6	22 ± 4	12 ± 5	17 ± 3
A_2 [mPa]	3.9 ± 0.5	4.5 ± 1.0	3.9 ± 0.4	2.4 ± 0.5	3.3 ± 0.6	2.4 ± 0.3
t_2 [s]	0.65 ± 0.07	0.9 ± 0.2	0.72 ± 0.08	0.43 ± 0.06	0.6 ± 0.2	0.37 ± 0.05
Quemada						
k_0	4.04 ± 0.04	3.99 ± 0.06	4.10 ± 0.05	3.96 ± 0.04	3.90 ± 0.05	4.01 ± 0.05
k_0'	1.79 ± 0.03	1.68 ± 0.04	1.82 ± 0.03	1.74 ± 0.03	1.63 ± 0.04	1.77 ± 0.03
γ_c' [s ⁻¹]	3.2 ± 0.5	4.5 ± 0.5	2.9 ± 0.3	4.4 ± 0.6	6.4 ± 0.6	4.2 ± 0.4

Tabla 5.2 Datos reométricos.

Los datos reométricos se presentan como un valor central y su respectiva varianza. Las diferencias estadísticas entre los grupos de pacientes A, B y comparado con el grupo C, fueron encontrados con una prueba ANOVA y una diferencia probabilística $P < 0.5$. Se utilizaron tres modelos reológicos para el ajuste de los datos reométricos: (i) Quemada, (ii) Ree-Eyring tratándose en ambos casos de modelos inelásticos y (iii) Casson que es un modelo viscoso inelástico con esfuerzo de cedencia. En las Figs. (5.1) y (5.2) se presenta los resultados de las curvas de flujo para el modelo de Quemada a dos diferentes temperaturas. En general, los dos

sistemas muestran dos mesetas a baja rapidez de deformación, y una zona intermedia tipo ley de potencia. Es claro, que el efecto de la temperatura es el de abatir la viscosidad como se observa en los valores de la ordenada al origen en los dos sistemas.

Modelo de Quemada

El modelo de Quemada es un modelo que contiene cuatro propiedades materiales las cuales pueden ser calculadas mediante experimentos reológicos en estado estacionario y no estacionario. A continuación, se muestran los gráficos obtenidos de dichas simulaciones.

El modelo de Quemada tiene la siguiente estructura matemática:

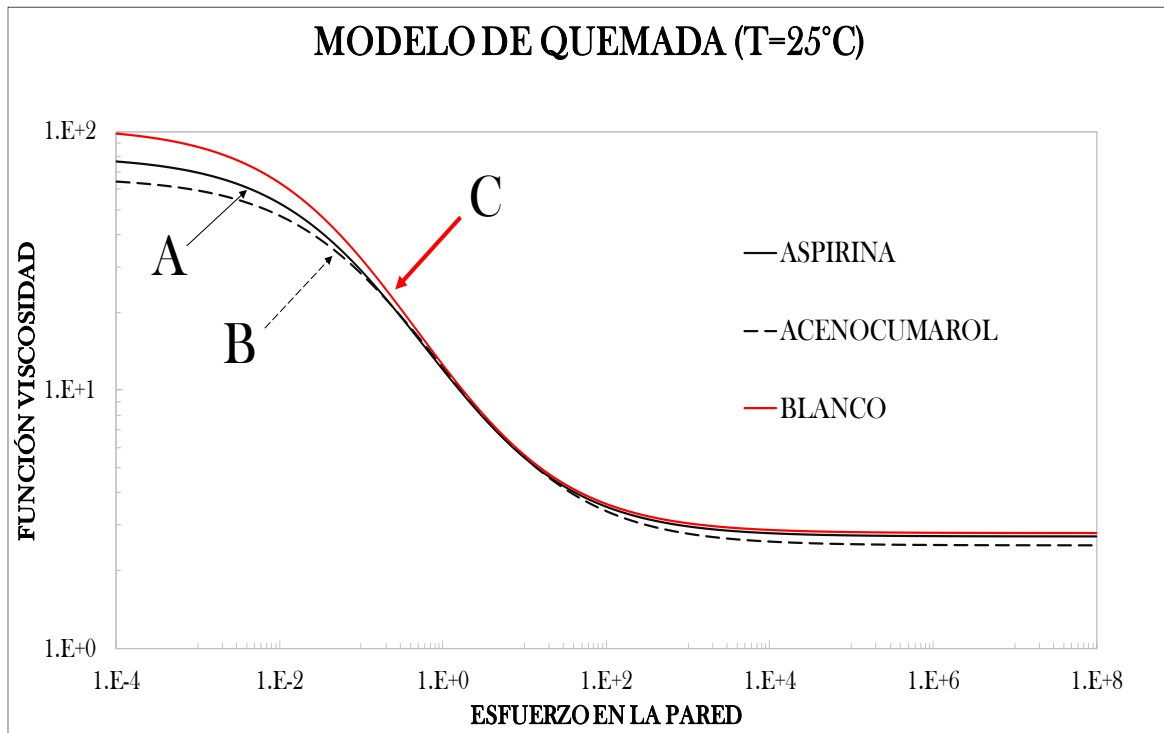


Figura. 5.1 Modelo de Quemada. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.

El grupo de pacientes que no recibió tratamiento (Grupo C) resultó ser aquel que presentara mayor viscosidad a bajos esfuerzos en la pared, seguido del Grupo atendido con Aspirina (Grupo A), y por último el Grupo B atendido con Acenocumarol. Nótese, que los efectos de la Aspirina y de la Acenocumarol son apreciables solamente a rapidezces de deformaciones bajas y altas respectivamente.

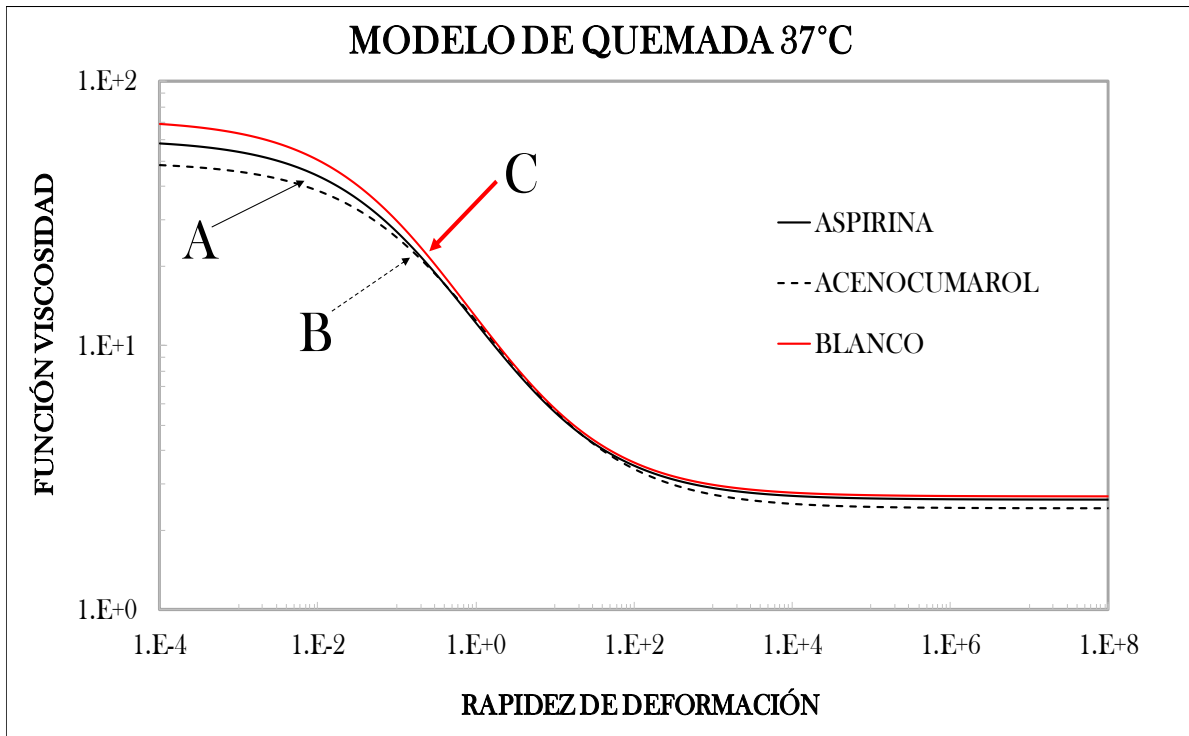


Figura. 5.2 Modelo de Quemada. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.

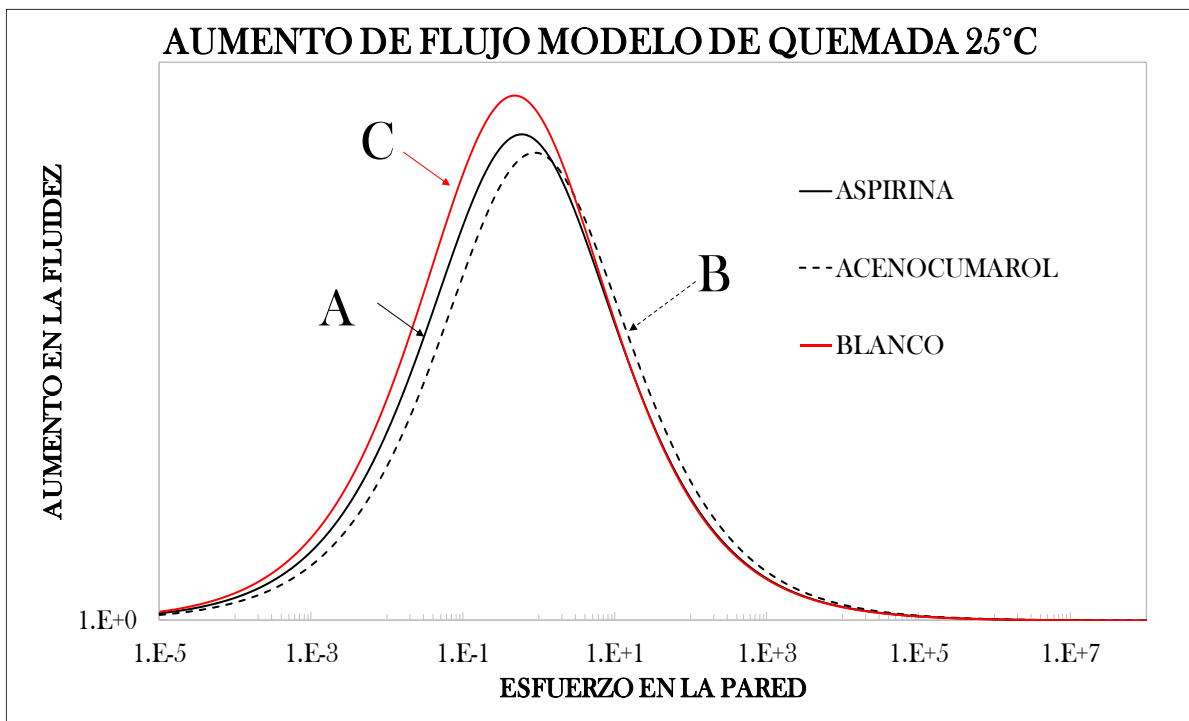


Figura. 5.3 Aumento de flujo con el modelo de Quemada para los grupos de pacientes A, B y C, para una temperatura correspondiente de 25°C.

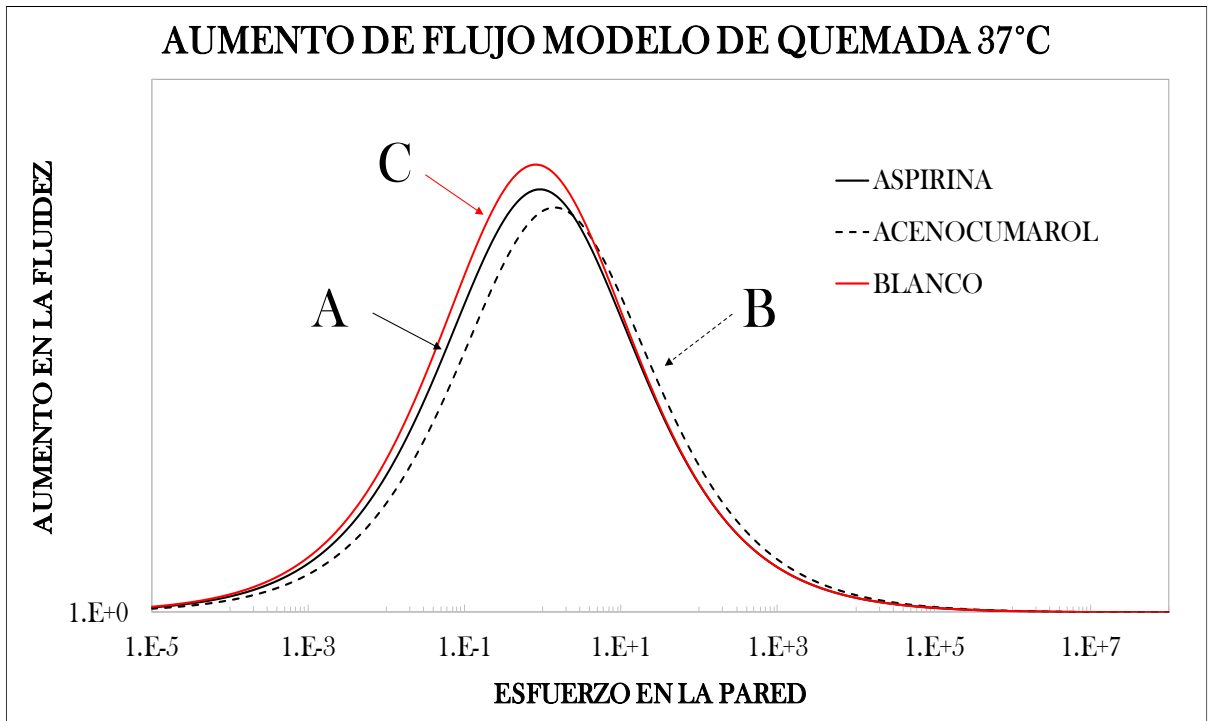


Figura. 5.4 Aumento de flujo con el modelo de Quemada para los grupos de pacientes A, B y C, para una temperatura de 37°C.

La Fig. 5.3 muestra el comportamiento matemático de la fluidez a orden cero (inverso de la viscosidad) vs esfuerzo en la pared, aplicando el modelo de Quemada. Después de comparar las Fig. 5.3 y 5.4, se puede observar que son muy similares en cuanto a los resultados obtenidos, por lo que se reprodujo el mismo análisis que en la Fig. 5.3. Matemáticamente, en todas las simulaciones de las Figs. 5.3 y 5.4, se observan tres comportamientos: (i) A rapidezces de deformación bajas (menores a uno), el sistema presenta una zona en donde la viscosidad es constante. (ii) A rapidezces de deformación en la pared moderados (0.1, 10) el sistema experimenta un comportamiento monótono decreciente. A un segundo comportamiento crítico en el esfuerzo en la pared, la viscosidad es constante. Físicamente, a rapidezces de deformaciones bajas, el sistema se podría considerar newtoniano, mientras que a moderados (0.1, 10) su comportamiento es adelgazante por efecto al corte. Por último, a elevados valores de esfuerzo en la pared presenta una estructura destruida por efecto de la rapidez de deformación y esta es equiparable a la viscosidad del plasma (agua). Biológicamente la zona intermedia representaría la desestructuración y orientación de los eritrocitos por efecto del flujo asociado a la rapidez de deformación. El efecto de la temperatura como es de esperarse es el de decrecer la viscosidad por efecto térmico. Este hecho se ve a bajos cortes en donde

visualmente se observa un decremento de la primera meseta asociada a los mecanismos newtonianos.

Modelo de Ree-Eyring

El segundo de ellos se debe al modelo de Ree-Eyring descrito por la Ec. (4.2). Este modelo contiene cinco parámetros materiales. A_1 y A_2 tienen unidades de viscosidad, t_1 , t_2 son tiempos característicos asociados a la transición no newtoniana y η_∞ es la viscosidad a alto corte. Para los datos reométricos, el modelo de Ree-Eyring presenta dos mesetas a baja y alta rapidez de deformación y una zona intermedia tipo ley de potencia. A baja rapidez de deformación, se presenta un fluido estructurado en el cual existe la máxima cantidad de interacciones, entrecruzamientos físicos y de Rouleaux respectivamente. En la zona de adelgazamiento al corte, estas estructuras se destruyen y orientan bajo flujo por efecto de la rapidez de deformación y una segunda zona a altos cortes en donde la estructura del fluido (Eritrocitos) es equiparable a la del solvente y la viscosidad final es η_∞ . En las zonas intermedias y altas se observa que la viscosidad no presenta una diferencia substancial entre la zona de adelgazamiento al corte y segunda zona newtoniana. El efecto de la temperatura se observa en el decremento de la primera meseta o zona newtoniana por efecto de la temperatura.

Las Figs. 5.5 y 5.6 ilustran el comportamiento matemático de la función viscosidad a orden cero en función de la rapidez de deformación para el modelo de Ree-Eyring para dos diferentes temperaturas $T = 25^\circ\text{C}$ y 37°C . En las Figs. 5.5 y 5.6 se observa que solo en la zona de baja rapidez de deformación existe una diferencia entre la función viscosidad para los tratamientos A, B y C respectivamente. El grupo de pacientes que recibieron un tratamiento con Aspirina (Grupo A) resultó ser aquel que presentara mayor viscosidad a bajos esfuerzos en la pared, seguido del Grupo que no recibió tratamiento (Grupo C), y por último el Grupo B que fue atendido con Acenocumarol.

A continuación, se observan los gráficos que se obtuvieron para este modelo.

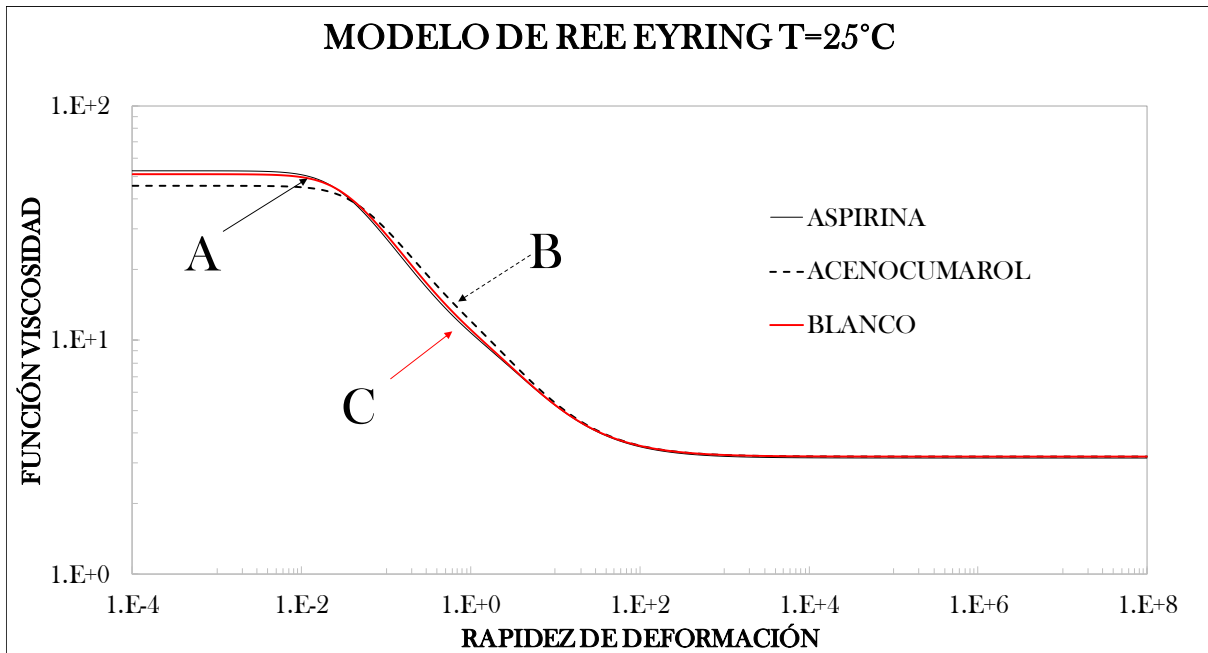


Figura. 5.5 Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.

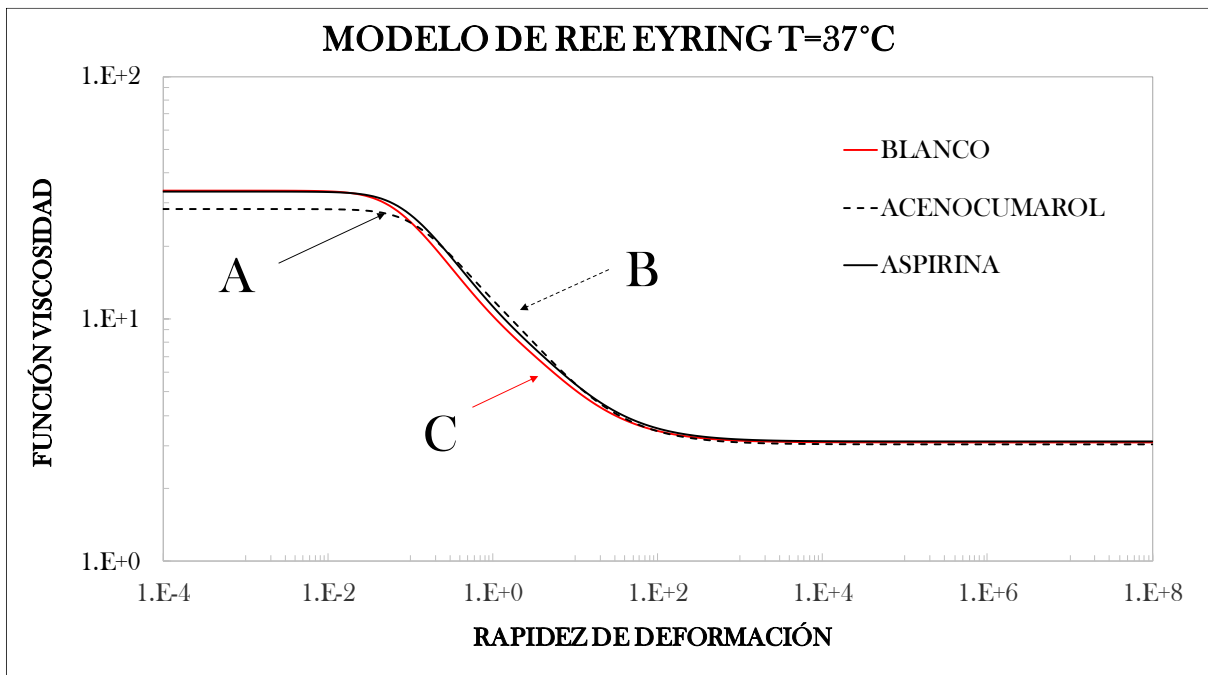


Figura. 5.6 Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.

Aumento de flujo del modelo de Ree-Eyring

Las Figs. 5.7 y 5.8 ilustran el aumento de flujo I (%) en función de la rapidez de deformación para los datos reométricos de la Fig. 5.5 y 5.6 respectivamente. Se observa que el aumento de flujo muestra dos máximos asociados a las dos funciones hiperbólicas del modelo Ree-Eyring. El máximo global está asociado al mayor de los tiempos característicos no-newtonianas del fluido. Se observa que, en los dos casos, los dos tratamientos presentan un aumento muy similar, mientras que el caso B (pacientes atendidos con Acenocumarol presenta el menor aumento de flujo volumétrico). Desde un punto de vista biológico, la transición del máximo global al local sea importante. Esto debe de ser verificado mediante datos experimentales. Finalmente, el efecto de la temperatura es decrecer las curvas resonantes.

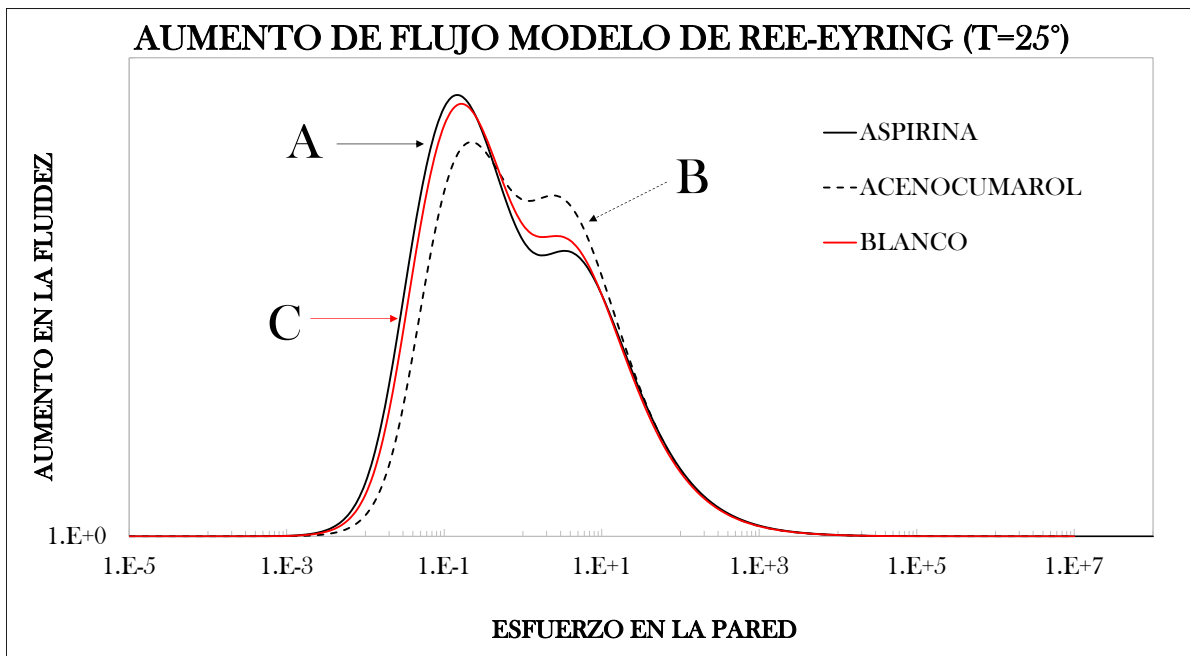


Figura. 5.7 Aumento de flujo para el Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.

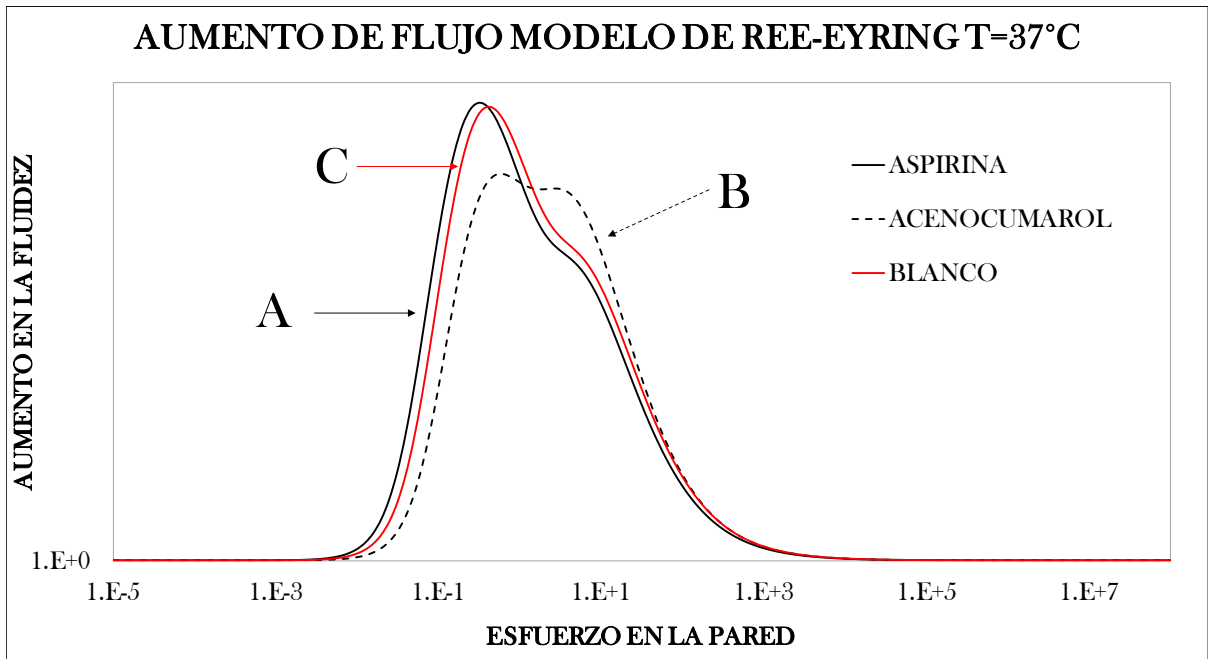


Figura. 5.8 Aumento de flujo para el Modelo de Ree-Eyring. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.

Modelo de Casson

El último modelo reológico que se utiliza es el modelo de Casson, el cual contiene dos parámetros materiales y su descripción matemática se describe en la Ec. (5.3) de este capítulo.

Las Figs. 5.9 y 5.10 muestran el comportamiento matemático de la función viscosidad a orden cero (inverso de la viscosidad) vs rapidez de deformación en la pared para dos diferentes temperaturas de 25°C y 37°C respectivamente.

A rapidez de deformación baja la función viscosidad muestra un valor de viscosidad muy alto asociado al esfuerzo de cedencia.

A medida que se aumenta la rapidez de deformación, la función viscosidad muestra un comportamiento monótono decreciente. A una rapidez de deformación en la pared crítica, la viscosidad tiende a un valor asintótico en donde es constante y su valor es cercano al de la viscosidad a alto corte equivalente al plasma $\eta_{\infty} = \eta_p$.

Es claro, que en los tres casos que se estudian en esta tesis, no se observa ninguna diferencia significativa en la función viscosidad entre los pacientes {A, B, C}.

A continuación, se observan los gráficos que se obtuvieron para este modelo.

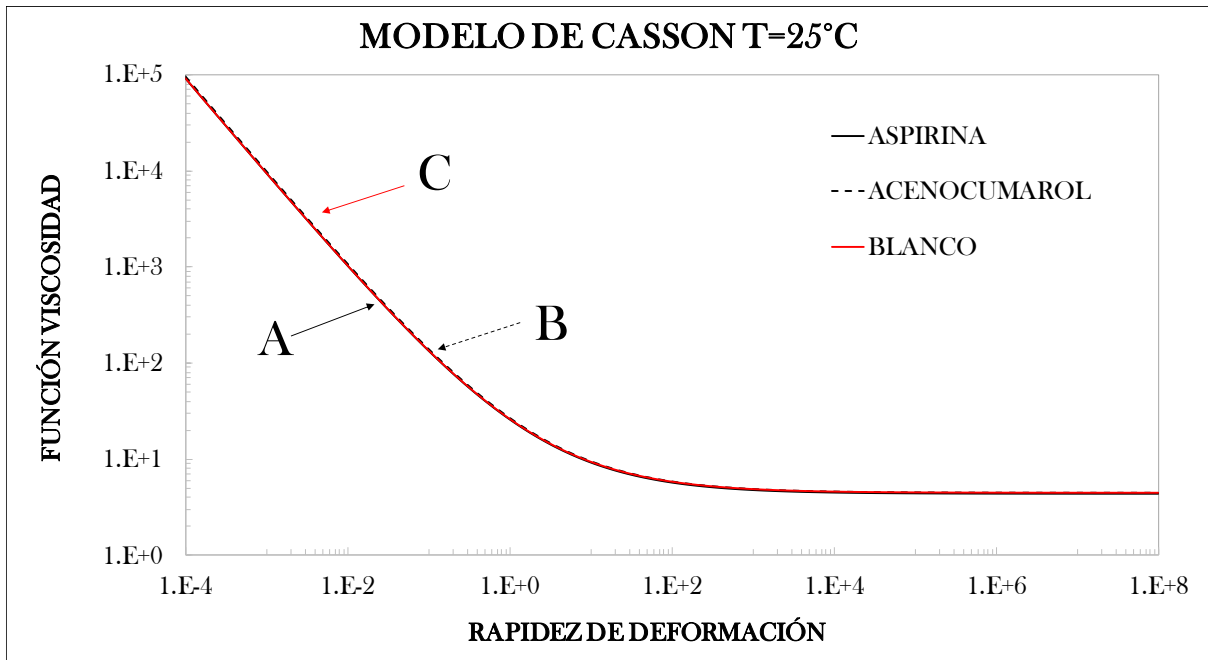


Figura. 5.9 Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.

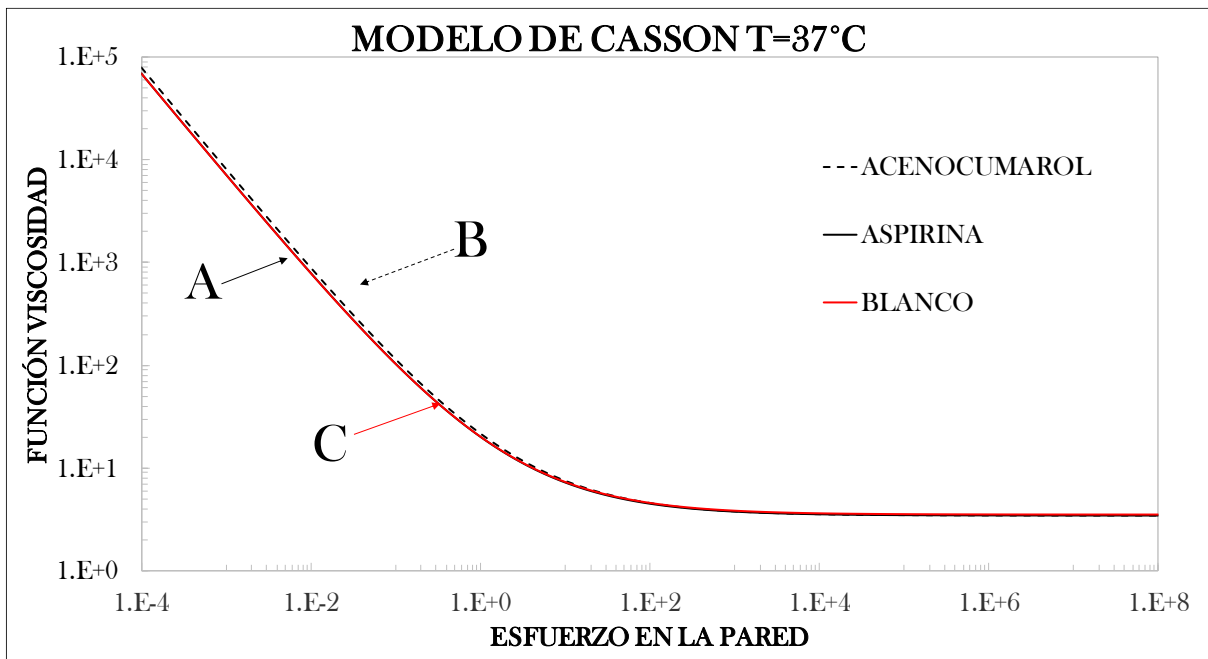


Figura. 5.10 Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.

Aumento en el flujo volumétrico

En las Figs. 5.11 y 5.12 se ilustra el comportamiento del aumento en el flujo en función de la rapidez de deformación. Nótese, que para este modelo no se obtienen las curvas resonantes como en los casos anteriores debido a que lo existe una zona en donde el fluido experimente adelgazamiento al corte como en los modelos anteriores. Sin embargo, ha sido demostrado, que la transición de flujo de estado de una alta a baja viscosidad como se aprecia en las Figs. 5.9 y 5.10 induce un aumento en el flujo. Este aumento, ha sido exhibido en sistemas complejos como micelas tipo gusano y fluidos biológicos como sangre humana con niveles de colesterol bajo, medio y alto respectivamente. El aumento es función del número de Bingham y de las propiedades estructurales del sistema (Herrera-Valencia et al. 2019).

Finalmente, en esta sección se emplearon tres ecuaciones constitutivas para describir la función viscosidad de sangre con anticoagulantes. Los resultados muestran que el efecto del anticoagulante es apreciable en las zonas de bajo y alta rapidez de deformación y que las pruebas de flujo no muestran cambios significativos en la función viscosidad. Sin embargo, una manera de cuantificar estos cambios es el aumento de flujo. Los máximos que se presentan están asociados al número de modos que se utilice en la ecuación constitutiva. Por ejemplo, el modelo de Quemada caracteriza la sangre con un solo modo, mientras que el modelo de Ree-Eryng con dos por lo que el número de máximos son dos (Ver por ejemplo las. Figs. 5.7 y 5.8). Finalmente, el modelo de Casson no presenta la Física necesaria para describir el aumento de flujo observado en otros modelos (Herrera-Valencia et al. 2017, 2019).

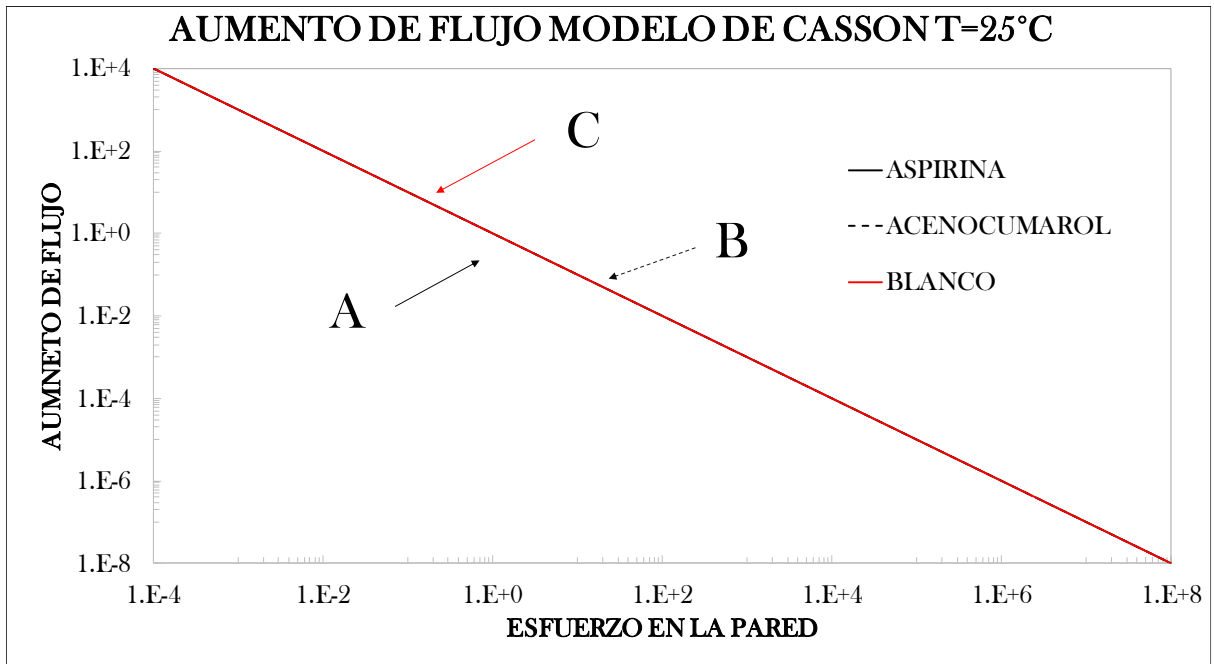


Figura. 5.11 Aumento de flujo para el Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 25°C.

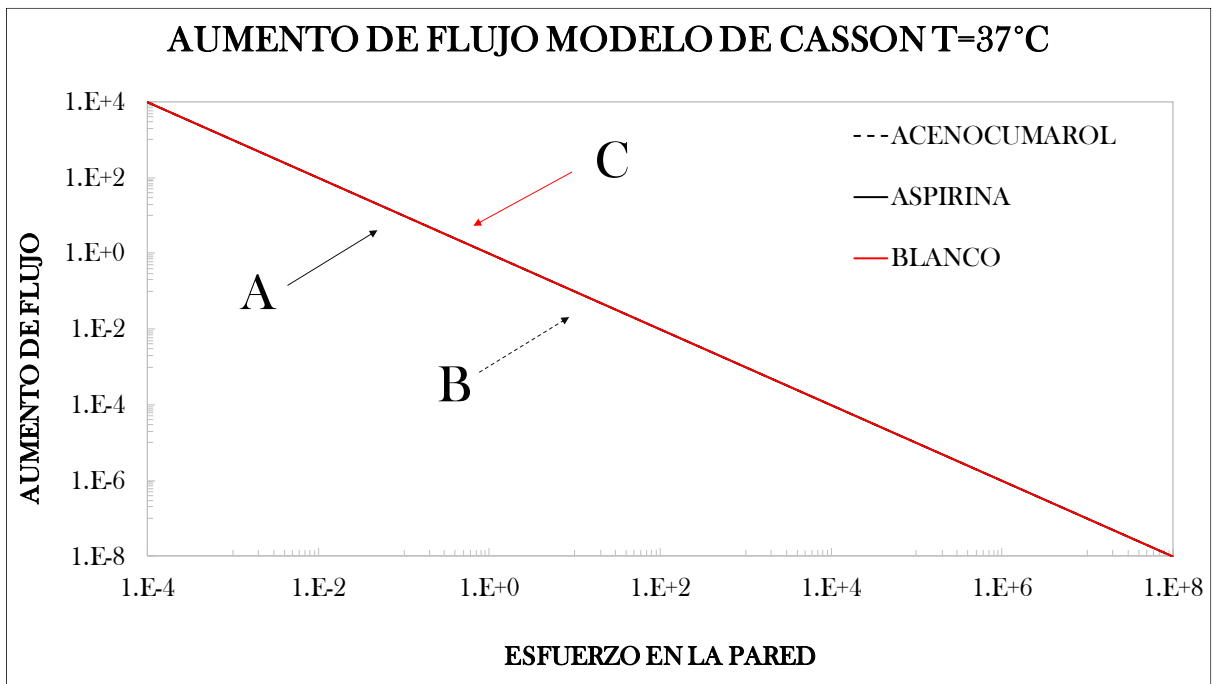


Figura. 5.12 Aumento de flujo para el Modelo de Casson. Pacientes de los grupos A, B y C con los datos correspondientes para una temperatura de 37°C.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y

PERSPECTIVAS

CONTRIBUCIÓN AL CONOCIMIENTO

En el presente trabajo se estudió el flujo de un fluido biológico (sangre humana), en pacientes sobrevivientes a un infarto de miocardio sometidos a un gradiente de presión pulsátil.

El flujo y la reología del sistema biológico fueron descritos por el modelo de Reinner-Philippoff, el cual es un modelo de tres constantes materiales que describe los procesos de adelgazamiento al corte por efecto del flujo. El aumento de flujo pulsátil con respecto al flujo gradiente de presión constante se calculó mediante una aproximación local establecida previamente (Herrera-Valencia et al. 2017, 2019).

El gradiente de presión pulsátil fue modelado mediante el producto de un gradiente de presión pulsátil y una función estocástica multiplicada por un parámetro perturbativo. La función estocástica representa las variaciones de la presión en el corazón humano.

A partir de los resultados obtenidos con el modelo de RP, se propuso una aproximación para obtener el aumento en el flujo volumétrico a través de la rapidez de deformación en estado estacionario y no homogéneo del modelo de Reiner-Philippoff. Finalmente, las predicciones y bondades del modelo fueron utilizados para describir sangre en pacientes con post infarto con el fin de visualizar los efectos que producen los tratamientos médicos después de un infarto en la reología de la sangre.

Los resultados más importantes del presente trabajo son resumidos a continuación:

- a) La reología y el flujo en el sistema puede ser caracterizados con el modelo inelástico de Reiner-Philippoff, los cuales representan los mecanismos adelgazantes y la transición no newtonianos de estados de mayor a menor viscosidad o estructura.
- b) El efecto que tiene el gradiente de presión pulsátil sobre el sistema es disminuir la viscosidad.
- c) El efecto del gradiente de presión pulsátil solo se observa a esfuerzos en la pared moderados mientras que a bajos y altos esfuerzos en la pared el efecto del gradiente no es observable.
- d) A partir de la rapidez de deformación en estado estacionario y no-homogéneo se obtuvo una aproximación para el flujo volumétrico y la fluidez.
- e) Al comparar el flujo volumétrico y la fluidez aparente con la aproximación propuesta en este trabajo, se obtienen resultados cualitativamente similares.

- f) Las curvas reométricas muestran que el efecto de los anticoagulantes en la sangre es la de disminuir la viscosidad de esta, sin embargo, solo es apreciable a baja y altas rapidezces de deformación.
- g) Para los modelos de sangre de Quemada y Ree-Eyrng se observa un comportamiento adelgazante al corte, mientras que con el de Casson se obtiene un comportamiento de cedencia como el observado en sangre humana con alto contenido de colesterol en la sangre.
- h) El mayor aumento en la sangre se observa en el caso de la sangre humana sin tratamiento médico es decir sin aspirina y acenocumarol mientras que, cuando se utilizan anticoagulantes, las curvas resonantes decrecen debido a que el fluido es menos adelgazante y por lo tanto, las propiedades no newtonianas del fluido disminuyen.
- i) El modelo de Ree-Eyring muestra dos máximos uno global y el otro local que describe los cambios de pendiente en una curva de adelgazamiento debido a los cambios estructurales a través de la viscosidad.
- j) El modelo de Casson, presenta una zona de máxima viscosidad y para una rapidez de deformación una zona newtoniana. En este modelo, no se presentan aumentos en el flujo volumétrico, como en otros sistemas (Herrera-Valencia et al. 2017, 2019).
- k) El flujo pulsátil es un mecanismo que nos permite encontrar una diferencia entre curvas reométricas con comportamiento reológico muy similar.

TRABAJO A FUTURO

Este trabajo puede ser extendido de manera natural tomando en cuenta las variaciones del hematocrito diferentes tipos de enfermedades (cirrosis hepática, leucemia, diabetes) y transferencia de tecnología (anticoagulantes o válvulas cardiacas). Por último, el modelado de estos sistemas implica el uso de herramientas matemáticas y físicas como son, métodos perturbativos, métodos asintóticos y métodos numéricos basados en elemento volumen finito e híbridos utilizando software especializado en fluidos no Newtonianos (COMSOL, ANSYS FLUENT)

BIBLIOGRAFÍA

- Apostolidis AJ, Beris AN (2015) The effect of cholesterol and triglycerides on the steady staterheology of blood. *Rheol Acta* 1: 1-13.
- Bird RB, Stewart E, Lighfoot EN (2002) *Transport Phenomena*, Second Edition. John Wiley and Sons, Inc.
- Brust M, Schaefer C, Doerr R, Pan L, Garcia M, Arratia P, Wagner C (2013) Rheology of Human Blood Plasma: Viscoelastic Versus Newtonian Behavior. *Phys Rev Lett* 110:078305.
- Changdar S, De S (2016) Analysis of non-linear pulsatile blood flow in artery through a generalized multiple stenosis. *Arab J Math* 5: 51-61
- Davies JM, Bhumiratana S, Bird RB (1978) Elastic and inertial effects in pulsatile flow of polymeric liquids in circular tubes. *J Non-Newtonian Fluid Mech* 3: 237-259.
- De Andrade Lima LRP, Rey AD (2005) Pulsatile Poiseuille flow of discotic mesophases. *Chem Eng Sci* 60: 6622-6636.
- Del Rio JA, De Haro ML, Castrejón-Pita JR (1998) Enhancement in the dynamic response of a viscoelastic fluid flowing in a tube. *Phys. Rev. E.* 58 (5) 6323.
- EL-Shahed M (2003) Pulsatile flow of blood through a stenosed porous medium under periodic body acceleration. *Appl Math Comput* 138: 479-488.
- Herrera-Valencia EE, Rey AD (2014) Actuation of flexoelectric membranes in viscoelastic fluids with applications to outer hair cells. *Phil. Trans. R. Soc. A.* 372: 20130369/1-28.
- Herrera-Valencia EE, Sánchez-Villavicencio ML, Medina-Torres L, Nuñez Ramirez DM, Hernandez-Abad VJ, Calderas F, Manero O (2019) New simple analytical method for flow enhancement predictions of pulsatile flow of a structured fluid. *Phys. Fluids* 31: 063104.
- Herrera-Valencia EE, Calderas F, Medina-Torres L, Pérez Camacho M, Moreno L, Manero O (2017) On the pulsating flow behavior of a biological fluid: human blood, *Rheol. Acta* 56: 387.
- Herrera-Valencia EE, Sánchez-Villavicencio ML, Calderas F, Pérez-Camacho M, Medina-Torres L, Manero O (2016) Simultaneous pulsatile flow and oscillating wall of a non-newtonian liquid- Korea-Aust. *Rheol. J.* 28: 281.

- Herrera EE, Calderas F, Chávez AE, Manero O (2010) Study on the pulsating flow of worm-like micellar solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 165 174-183.
- Herrera EE, Calderas F, Chavez AE, Manero O, Mena B (2009) Effect of random longitudinal vibration on the Poiseuille flow of a complex liquid. *Rheol Acta* 48:779-800
- Herrera-Velarde JR, Mena B (2001) Viscous dissipation of a power law fluid in a oscillatory pipe flow. *Rev Mex Fís* 47: 351-356.
- Lin Y, Han Tan GW, Phan-Thien N, Cheong Khoo B (2015) Flow enhancement in pulsating flow of non-colloidal suspension in tubes. *J Non-Newtonian Fluid Mech* 202: 13-17.
- López de Haro M, Del Rio JA, Whitaker S. 1996 Flow of Maxwell fluids in Porous Media. *Transp. Porous Media* 25, 167-192.
- Moreno L, Calderas F, Sánchez-Olivares G, Medina-Torres L, Sánchez-Solís A, Manero O (2015) Effect of cholesterol and triglycerides levels on the rheological behavior of human blood. *Korea-Aust Rheol J* 27: 1-10.
- Moyers-Gonzalez MA, Owens RG (2010) Mathematical modelling of the cell-depleted peripheral layer in the steady flow of blood in a tube. *Biorheology* 47: 39-71.
- Nandakumar N, Sahu KC, Anand M (2015) Pulsatile flow of a shear-thinning model for blood through a two-dimensional stenosed channel. *Eur J Mech B-Fluid* 49: 29-35.
- Prakash J, Ogulu A (2007) A study of pulsatile blood flow modeled as a power law fluid in a constricted tube. *Int Commun Heat Mass Transfer* 34:762-768.
- Rabby MG, Razzak A, Molla MM (2013) Pulsatile non-Newtonian blood flow through a model of arterial stenosis. *Procedia Eng* 56: 225 - 231.
- Sousa PC, Pinho FT, Alves MA, Oliveira MSN (2016) A review of hemorheology: Measuring techniques and recent advances. *Korea-Aust Rheol J* 28: 1-22.
- Tian F, Zhu L, Fok P, Lu X (2013) Simulation of a pulsatile non-Newtonian flow past a stenosed 2D artery with atherosclerosis. *Comput Biol Med* 43: 1098-1113.
- Easthope PL, Brooks DE (1980) A comparison of rheological constitutive functions for whole human blood. *Biorheology* 17:235-247

- Junker R, Heinrich J, Ulbrich H et al (1998) Relationship between plasma viscosity and the severity of coronary heart disease. *Arterioscler Thromb Vasc Biol* 18:870-875
- Quemada D (1981) A rheological model for studying the hematocrit dependence of red cell-red cell and red cell-protein interactions in blood. *Biorheology* 18:501-516
- Ree T, Eyring H (1955) Theory of non-Newtonian flow. II. Solution system of high polymers. *J Appl Physiol* 26:800-809
- Vaya A, Martinez M, Fernandez A et al. (2001) The effect of acenocoumarol on hemorheological parameters. *Clin Hemorheol Microcirc* 24:111-115