UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

El *Tractatus Matematices* de Fray Diego Rodríguez: Revaloración y matemáticas novohispanas del siglo XVII

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Matemática

P R E S E N T A:

Paola Sofia Serrano Bravo

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Alejandro Ricardo Garciadiego Dantan

Ciudad de México **2021**

Índice

Agradecimientos

El presente trabajo fue posible en gran medida a la buena disposición del personal del Fondo Antiguo de la Biblioteca Nacional de la UNAM; asimismo, resultaron invaluables los comentarios y ediciones de los profesores Alejandro Garciadiego, David Guevara Bravo, Galo Ruiz, Abelardo Vela y Gisela Tamhara Mateos. En esta misma vena, al doctor Edgar Omar Rodríguez Camarena, por su buena disposición y entusiasmo con el tema.

Agradezco también a los profesores Adriana León, Marcelo del Castillo y Vinicio Gómez, sin cuyas clases mi sendero por la Facultad de Ciencias hubiera sido menos feliz. Y en términos de formación, a los profesores Lulú Guerrero, Jorge Ávalos y Yolanda Castells, así como a los organizadores y maestros de los Talleres de Ciencia para Jóvenes CICESE-UNAM y al Instituto Heisenberg, de la Universidad de Colima (que en buena medida fueron los responsables de ponerme en este sendero).

Una lista de personas que me han acompañado y ayudado a lo largo de mi camino hasta aquí sería complicadísima de enunciar; habré de conformarme con una mención necesariamente no exhaustiva, pero sí muy sincera y con todo mi reconocimiento y aprecio.

Con muchísimo cariño, a mi familia, que ha estado siempre presente de un modo u otro: mis abuelitas Adela y Raquel, así como las tías Rubí (el ábaco y la tabla del 0 resultaron de valor incalculable...) y Maripaz, Mine, Hilda, Boyita y Lichi, quien lamentablemente ya no pudo ver este trabajo completado.

Con todo amor y gratitud, a mis padres Verónica y Carlos, por su infatigable y constante apoyo e impulso para todas mis ideas, por insensatas que hayan sido, en los días luminosos y también en los que todo parecía aciago e imposible. A mi mamá, un agradecimiento especial por la inestimable ayuda para fotografiar el manuscrito, organizar los archivos resultantes y por el apoyo en la paleografía (que se convirtió en una suerte de negocio familiar…). *Tlazocamati.*

Nada sería lo mismo sin todas las otras relaciones que enriquecen la vida y la experiencia: Aura Elisa y su familia; Lore, Elsa, Ale y José; Danie, Consi y Alina; Marianita, Sofi, Eli, Tania, Mel, Deni y Kyoshi. No sé si evitan mi locura, o la avivan… pero en todo caso, muchísimas gracias por su compañía, apoyo y chispa creativa (/◕ヮ◕)/*:･ﾟ✧

Y a los *gátoses,* pasados y presentes: Margarito Peloponeso, Purdi Hypotenusa, Gudelito T. Bansky, Prisma, Frijolito Anubis y Chenchito Presencio Harris, Conde de Selva Nevada.

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas han ocupado a través del tiempo un lugar central en el ámbito científico, tal como lo muestra su devenir histórico. Indagar en lo relativo a este campo del conocimiento con una mirada retrospectiva puede resultar una tarea ardua, sobre todo si se tratan épocas no tan profusamente registradas por escrito, como la etapa decimonónica y las posteriores. En particular, el desarrollo de las matemáticas novohispanas resulta tan fascinante como ignoto; mientras mayor sea su antigüedad, más complejo resulta estudiarlo. La escasez de registros dificulta la tarea y, al mismo tiempo, existe un notable sesgo en el desarrollo de ciertas líneas de investigación. Por ejemplo, las materias de humanidades en las carreras de ciencia no poseen la reputación de ser "meritorias". La filosofía de la ciencia, la historia de las disciplinas, sus fundamentos, se desestiman como "materias fáciles" y pocos las toman; aún menos son quienes les conceden un valor académico acorde con su verdadera trascendencia.

Otra muestra de este sesgo es que los contenidos de las materias que se imparten en la Facultad de Ciencias rara vez abordan, y frecuentemente de manera tangencial, la historia de las matemáticas en México, refiriéndose sólo a una parte del siglo XX. Entonces, ¿Qué hubo antes de 1900 en México? ¿Se hacían matemáticas? ¿Cómo y qué se enseñaba de esta disciplina?

La búsqueda de respuestas a estas preguntas y una fascinación personal por los manuscritos antiguos, me llevó —tras una persecución de referencias y revisión de catálogos de bibliotecas—, al fraile mercedario Fray Diego Rodríguez, autor de la obra que se analiza en el presente trabajo; al mismo tiempo, a partir de un acercamiento cronológico, geográfico y contextual, a conocer su obra para reconocer sus contribuciones y reconocernos en sus aportes a nuestro entorno académico, en el marco del desarrollo de las matemáticas en nuestra Universidad.

Las ideas previas acerca de un supuesto atraso científico por el que pasó la Nueva España durante los tres siglos de dominio español, sin duda reforzado por pensadores que asumían una inferioridad por todas las cosas del Nuevo Mundo, paulatina pero radicalmente han cambiado a partir del último cuarto del siglo XX. En este sentido, podemos mencionar los trabajos historiográficos de revaloración y rescate plasmados en los textos sobre historia de la ciencia en la obra de Elías Trabulse. Es precisamente en esta perspectiva de revaloración que surge una de las figuras más destacadas: Fray Diego Rodríguez, primer catedrático de matemáticas de la Real y Pontificia Universidad de México, quien también nos legó trabajos, manuscritos e impresos relativos a matemáticas y astronomía.

La capital importancia de su obra se ha estudiado básicamente desde perspectivas filosóficas, sociológicas[1] y en el marco de la historia de la ciencia. Sin embargo, la información concreta sobre su práctica de enseñanza en el terreno de las matemáticas es mencionado de formas colaterales y muy someras.

El presente trabajo ofrece un acercamiento —desde la perspectiva de las matemáticas—, al contenido del material que permanece en el rubro de manuscritos, depositado en el Fondo Reservado de la Biblioteca Nacional de México, a cargo de la UNAM.[2] Se trata de un paulatino y analítico acercamiento, quizá parcial, que propicie posteriores y más amplias investigaciones acerca de los métodos que empleó, los autores de matemáticas que consultó y las enseñanzas que dejó en sus pupilos: las primeras generaciones de estudiantes de la cátedra de Astrología y Matemáticas en la universidad de más profunda y larga raigambre en el continente americano. Cabe enfatizar que es la primera vez que se realiza un trabajo sobre el *Tractatus Matematices* en la Facultad de Ciencias y desde la perspectiva matemática.

El esquema expositivo presenta la siguiente secuencia: el primer capítulo se refiere al contexto histórico y social del personaje; incluye el marco académico y religioso, así como una breve biografía. El segundo capítulo ofrece una descripción detallada del manuscrito *Tractatus Proemialum Mathematices y de Geometria,* las partes que lo componen, y un acercamiento analítico a su contenido y a la forma como está integrado el volumen. En el tercer capítulo se transcriben y analizan con mayor detenimiento algunas secciones del manuscrito. Por último, en el cuarto capítulo se ofrece una propuesta de orden temático del manuscrito, así como propuestas y reflexiones.

1 Hay algunos trabajos al respecto; cito los siguientes: “Del estamento ocupacional a la comunidad científica: astrónomos-astrólogos e ingenieros (siglos XVII al XIX)”, Rodríguez-Sala (2004a); “Aproximación al Discurso Etherorológico desde sus fuentes renacentistas”, Priani y Aparicio (2012) y “Diego Rodríguez y su Breve tratado prolongado de las disciplinas matemáticas, tanto en género como en especie y principalmente sobra la recomendación de los elementos de Euclides el filósofo”, González Gallardo (2009).

2 Mi reconocimiento al personal del Fondo Reservado de la Biblioteca Nacional, por las facilidades otorgadas para la consulta de los manuscritos.

1. Tiempo y contexto de Fray Diego Rodríguez

1.1. Atisbo de la ciencia en México

En años recientes, la figura de Fray Diego Rodríguez ha adquirido notoriedad, pero sólo una fracción del renombre que le corresponde. Sin embargo, a pesar de los diversos trabajos de rescate de sus aportes, muchos de ellos siguen en espera del análisis y la difusión que merece su trascendencia. Pero, ¿Quién fue este personaje? ¿Dónde vivió? ¿Qué hizo?

De los investigadores que han tratado la historia de la ciencia en México, es necesario mencionar a Trabulse (1983), su *Historia de la ciencia en México*. *Estudios y textos*, *Siglo XVI,* y a De Gortari (1963) con el libro *La ciencia en la historia de México*, que enfatiza en la ciencia indígena prehispánica.

La historia de la ciencia tiene diversos enfoques, que han cambiado mucho a lo largo del tiempo. Destaca el positivismo clásico (Trabulse 1985:12-30), que rara vez se centra en las teorías “fallidas o rechazadas”, y las relaciones de la ciencia con su contexto social, económico y cultural. Es en este ámbito que se hace relevante la inclusión del relativismo histórico, que considere la eficacia de los razonamientos científicos más allá de la validez de las teorías, en busca de una comprensión integral del pasado.

En el caso particular de México, el papel que jugó la colonización española y la subsecuente hegemonía católica y papal, desestimó y desalentó por muchos años los avances que se lograron en estos territorios durante los siglos XVI a XVIII.

Las tres tradiciones básicas que menciona Trabulse reiteradamente en sus escritos son la organicista, la hermética y la mecanicista. Estas tres corrientes pocas veces son totalmente ajenas; los diferentes personajes crean su propia concepción en una mezcla de sus características. Son identificables por sus métodos de razonamiento y lenguaje, así como por las figuras académicas cuyos trabajos se citan.

Durante el siglo XVI, en la Nueva España imperó la ortodoxia apegada a la doctrina católica: autores como Aristóteles y Santo Tomás sirven de base a los escritos y estudios del

primer siglo de la colonia. La teoría geocentrista, con niveles o capas celestiales y las esferas ultralunares, cuyo planteamiento es la perfección e inmutabilidad de los cielos. Las tradiciones imperantes son la organicista, fuertemente apoyada en Aristóteles y Ptolomeo; hacía énfasis en la unidad con la cosmogonía judeocristiana, comúnmente conjuntada con la hermética en la corriente “hermetoperipatética” (Trabulse 1985 vol. siglo XVI:56-64). Finalmente, la hermética fue un foco de atracción para grandes figuras, cuyas contribuciones resultan cruciales, como Tycho Brahe, Kepler y Paracelso. También Fray Diego Rodríguez recibió cierta influencia de esta corriente que percibía la totalidad de la naturaleza como una obra de arte que se podía interpretar matemáticamente (Pareja 1883:253-255).

Por fortuna, con la evolución de los enfoques y el impulso que la difusión y divulgación de Trabulse hizo de esta época, cada vez se asocia menos con un estancamiento intelectual, del que por mucho tiempo se consideró preso el desarrollo de la ciencia a principios del siglo XVII. Los nuevos trabajos se han enfocado a partir de muy diversas perspectivas metodológicas y filosóficas; sin embargo, hay un hueco en el análisis explícito del contenido matemático de sus obras. Este trabajo aspira a arrojar un poco de luz en parte de su obra: el *Tractatus Proemialium Mathematices y de Geometria*, un manuscrito que, junto con una porción importante de su producción bibliográfica, se encuentra a resguardo de la Biblioteca Nacional de la UNAM.

Sin embargo, para comprender mejor a Fray Diego, es menester acercarnos a los antecedentes de su entorno cronológico y cultural. Los primeros avances científicos tenían aplicaciones prácticas inmediatas, en especial en la minería. Éste fue tema de un temprano impreso de la Nueva España titulado *Sumario compendioso de las qüentas de plata y oro,* de autoría de Juan Diez. El contenido, de marcado corte práctico, ofrece “tablas y reducciones útiles en la minería y el comercio de metales preciosos” y otras soluciones cuadráticas y problemas algebraicos elementales (Trabulse 1994:18). La UNAM publicó una edición facsimilar en 2008, comentada por Moreno y Guevara. Otras aplicaciones de las matemáticas fueron la medición de terrenos, astrología, censos y demografía. En el aspecto puramente teórico, el personaje más relevante del último tercio del siglo XVI fue Juan de Porres Osorio, su obra *Nuevas proposiciones geométricas*, se centró, como muchas de las obras de sus contemporáneos, en los problemas geométricos retomados de los griegos durante el Renacimiento, entre los que se cuenta la cuadratura del círculo.

Los antecedentes directos de Rodríguez son los trabajos científicos del siglo XVI, del periodo inmediato posterior a la llegada de Cortés y hasta finales de siglo. Entre los autores más destacados en el campo de las matemáticas y sus aplicaciones (como la náutica y la astronomía-astrología, por ejemplo), la lista de contribuciones es la siguiente (Trabulse, 1985 vol. siglo XVI):

- Fray Alonso de la Veracruz, en su libro *Physica speculatio,* publicó en 1557 una sección acerca de astronomía: un comentario sobre el libro *De Sphaera* de Giovanni Campano de Novara.
- Fray Alejo García en el *Kalendario perpetuo,* de 1579, ofrece *una* contribución a la medición calendárica de las fechas.
- El célebre *Sumario compendioso de las quentas de plata y oro que en los reinos del Pirú son necessarias a los mercaderes y todo género de tratantes. Con algunas reglas tocantes al arithmética,* de 1556, cuyo autor es el aritmético Juan Diez.
- Juan de Porres Osorio, abogado de profesión, hizo contribuciones originales en su obra *Nuevas proposiciones geométricas*.
- Juan Pérez de Moya, autor del *Tratado de matemáticas,* que se apoyó en los trabajos de Porres Osorio.
- Bartolomé de la Hera, en 1584, publica el *Repertorio del mundo particular, de las spheras del cielo y orbes elementales*.
- Diego García de Palacios, centrado en la matemática aplicada a la náutica en 1587 publica *Instrucción náutica para navegar.*
- Juan Escalante de Mendoza en 1575 escribió la obra inédita *Ytinerario de navegación de los mares y tierras occidentales.*
- Juan Gallo de Miranda con su escrito, también inédito, *Arte de navegar* de 1621.
- El jesuita Joseph de Acosta con su obra *Historia natural y moral de las Indias,* publicada en Sevilla en 1590. Resulta valioso por el resumen cosmológico y astronómico de la América española durante el siglo XVI.
- Pedro de Paz, en 1623 publicó *Arte menor de arithmética.*
- *Arte menor de arithmética y modo de formar campos* se publica en 1649, con la autoría de Atanasio Reaton.

El mismo autor (Trabulse 2015:27), con una visión holística de los avances del desarrollo de la ciencia en México, la periodiza del modo siguiente:

- 1521-1570: se implantan los métodos y objetivos de la ciencia europea, aún bajo los paradigmas de ciencia antigua y medieval. Esta ciencia se desarrolla con el fin de conocer y catalogar mejor los recursos explotables en las colonias españolas (por lo que proliferan estudios de registro en especial botánico, zoológico y geológico). Se asimila el conocimiento indígena.
- 1570-1630: la ciencia adquiere tintes herméticos y mecanicistas, y predomina la ciencia enfocada a los aspectos prácticos como la metalurgia, la náutica y la medicina.
- 1630-1680: comienza a desbordarse la ortodoxia religiosa. Se escriben los primeros textos de la ciencia moderna.
- 1680-1750: inicia una competencia entre la corriente hermética y la mecanicista, decayendo la escolástica. Es lo que el autor nombra un periodo oscuro en que se prepara el terreno para las nuevas ideas.
- 1750-1810: periodo ilustrado, en que se adoptan las nuevas teorías. El mecanicismo se yergue triunfante para dar inicio a la ciencia mexicana posterior a la independencia.

Finalmente, cuando se funda la universidad, la herencia española también permea su estructura; su modelo parte del de la Universidad de Salamanca en muchos aspectos[3].

1.2. Tinta e ideas: el libro en la Nueva España

Durante el periodo inmediato posterior a la Conquista, la situación intelectual de la Nueva España floreció pese a las dificultades generadas por los continuos cambios políticos y

[3] Se consultó el documento de las Constituciones y estatutos de la Universidad de Salamanca, la institución de mayor tradición académica en España.

sociales. En 1539 se estableció la primera imprenta de América, que imprimió libros con el nombre de la Casa Cromberger (Pompa 1988). Se trató de un alemán autorizado por Carlos V para editar e imprimir libros en el continente americano. Fue un negocio floreciente, pues proliferaron las casas de impresores. Para el siglo XVII la imprenta ya había formado una tradición. A finales del siglo XVI, se contaban siete impresores en la ciudad; para 1553, año en que se iniciaron los cursos en la Pontificia Universidad, se dio pie a la publicación de libros de apoyo para dichos cursos.

A pesar de ello, las publicaciones aquí elaboradas resultaban limitadas. Por un lado, a consecuencia de la escasez de insumos, pues todo el papel debía ser traído de Europa (Lenz 2001:86-89), con la finalidad de supervisar y controlar las ideas que surgían y se difundían en las colonias. Se llegó incluso a restringir la fabricación de papel que no fuese para producción industrial, como cigarros. Por otra parte, existía un férreo control eclesiástico sobre el contenido de las publicaciones, por ello, se requería de un procedimiento de lectura y autorización de la Inquisición, que poseía el poder de censurar o cambiar el contenido.

Pero si los libros no se imprimían en América, debían llegar de Europa a nutrir las bibliotecas novohispanas. El ingreso era también supervisado y evaluado, además de alcanzar precios muy altos en comparación con los que se quedaban en las ciudades europeas. Para su entrada a territorio novohispano, existían dos condiciones importantes: la censura y el retraso de la importación. Si bien la Inquisición y las autoridades civiles pretendían tener control de las cosas europeas que se importaban a las Américas, esto era una difícil empresa. El índice de libros prohibidos con el que se revisaban los embarques que llegaban en los barcos de comercio no estaba actualizado y los comerciantes tenían astucias como la creación de libros misceláneos, donde se ocultaban títulos no aprobados en el mismo volumen de autores de probada ortodoxia religiosa (Martínez Albarrán 2007:7-11). Por otro lado, los títulos que llegaban al comercio americano tomaban algunos años después de ser escritos para importarse.

Una condición que se extiende desde el contexto social y geográfico de la época es el privilegio peninsular, y en general de todo lo europeo, respecto a lo americano. Lo civilizado era lo proveniente de España o Europa; todo lo que se creaba aquí —gente, cultura, conocimiento o naturaleza—, resultaba de inferior calidad. Sin embargo, los intentos de reivindicación americanista empezaron muy temprano, teniendo como bandera la aparición de la Virgen de Guadalupe en el Tepeyac, aspecto que el propio Fray Diego aborda en sus escritos (Rodríguez 1653, Rodríguez Camarena 2015 y Martínez Albarrán 2007).

1.3. La Orden de la Merced

La Real, Celestial y Militar Orden de Nuestra Señora de la Merced, cuyos miembros también son conocidos como frailes de Santa Eulalia, a la que Fray Diego Rodríguez perteneció, fue instituida en Aragón por Pedro Nolasco el 10 de agosto de 1218; momento que, por las guerras entre cristianos y musulmanes, eran numerosos quienes perdían la libertad como prisioneros de guerra. Así, se constituye esta orden clerical con el propósito específico de redimir a los prisioneros cristianos, en especial los pobres, por quienes los mercedarios intercambiaban su propia libertad en espera del rescate, que no siempre llegaba.

Por su origen, la influencia de la orden mercedaria se vio ligada estrechamente a los dominios de la monarquía española. También, se hizo presente en centros de pensamiento y universidades como la de Salamanca. Así, en el siglo XVI se unió a la causa evangelizadora en el Nuevo Mundo, cuya presencia se remite a los inicios de la llegada europea.

Su carisma particular es el anuncio del reino y la redención de otros a través de la educación, las misiones y las obras sociales; redimir a los cautivos de la herejía, la ignorancia y la enfermedad. Puede afirmarse que Fray Diego Rodríguez se apegó con fervor a cumplir con la misión de redimir a los cautivos de la ignorancia y a eso dedicó su vida entera.

La labor educativa mercedaria se desarrolló en el Convento Máximo en la capital de la Nueva España; en 1565 los primeros mercedarios comenzaron a asistir a la Real y Pontificia Universidad (Pareja, 1883: 172-191), de la que, dicho sea de paso, Fray Diego Rodríguez fue

Catedrático y Contador.

Resulta sumamente interesante retomar a uno de los precursores del desarrollo de las matemáticas en la Nueva España del siglo XVII; lo considero, un antecedente significativo de la Facultad de Ciencias y de la licenciatura en Matemáticas.

1.4. Un mercedario novohispano

La información biográfica que poseemos sobre Fray Diego Rodríguez se debe en buena medida al Padre Francisco de Pareja, quien le dedica un capítulo en su obra *Crónica de la Provincia de la Visitación de la Orden de Nuestra Señora de la Merced redención de cautivos de la Nueva España* (1882 [1688]). En el capítulo XXIX, intitulado "De la vida y muerte del P. Mtro. F. Diego Rodríguez", nos proporciona la información más temprana hasta ahora conocida. Allí se asienta que nació en Atitalaquia[4] en 1596, de padres humildes y cristianos viejos; sin embargo, no aclara si son criollos o peninsulares.

Se formó en un colegio de orden religiosa cuyo nombre se desconoce; allí estudió gramática y posteriormente se inclinó por la religión. Tomó los hábitos el 8 de abril de 1613, cuando era el vicario provincial fray Francisco Jiménez (Beristáin de Souza 1981 [1821] 3:15-16). Es importante mencionar a Fray Juan Gómez, Vicario General que, como profesor de Fray Diego, lo encauzó a las matemáticas; por otro lado, entabló correspondencia con expertos en el área, sobre todo jesuitas. A este respecto se refiere Pareja (*op. cit.* 46):

> en esta cátedra [de matemáticas] estuvo hasta que murió aumentando mayores créditos cada día, y con singularísimas demostraciones en su ciencia, que fuera muy molesto el escribirlas, baste decir que todos cuanto tenían noticias de él, lo tenían por oráculo en las matemáticas, y no había

4 Atitalaquia, se encuentra al suroeste del estado de Hidalgo; en este municipio Fray Diego Rodríguez es un personaje célebre, hay una calle principal y varias escuelas, oficiales y privadas, que llevan su nombre.

negocio que tocase a ellas en que no le consultasen, como en medidas de tierras, en pesos de aguas, en invenciones particulares, para facilitar acciones, que parecían imposibles.

En 1637 formó parte de la comisión que envió el gobierno del virrey Marqués de Cadereyta para la construcción del desagüe de la Ciudad de México después de la prolongada inundación que comenzó en 1629 y terminó hasta 1634. Fray Diego realizó dictámenes, aunque no pudo supervisar las obras, pues ese mismo año fue nombrado catedrático de Matemáticas en la Universidad.

Rodríguez participó activamente en la construcción de la Catedral. En 1652 dirigió la construcción de las bóvedas; es de destacar que en 1654 participó y ganó el concurso convocado durante el gobierno del virrey De Albuquerque, para construir el ingenio, es decir, el proceso por el cual se habrían de subir las campanas de la Catedral a su nuevo hogar en la recién inaugurada torre. En ese entorno, coincidió con el maestro de obras de la Catedral, Melchor Pérez de Soto, célebre poseedor de una biblioteca de 1,502 volúmenes variados que incluían libros prohibidos. Con él, Fray Diego compartía el interés por la astrología judiciaria, que llevó a Pérez de Soto ante el Santo Oficio sin consecuencias para Fray Diego (Rodríguez Sala 2004:124).

En 1643 obtuvo el grado académico de "Presentado de número", aunque se le negó el grado de Maestro, que consiguió hasta 1664 (González Gallardo 2009:107-114). Cabe señalar que, cuando fue comendador de Veracruz, se lo acusó de mantener malas cuentas, pero fue absuelto por el Vicario general Fray Jacinto de Palma (Martínez Albarrán 2007:7). Tomando en cuenta su innegable habilidad matemática, se le ofreció el puesto de contador de la Universidad desde 1648.

Además, como muchos otros sabios novohispanos, tuvo que recurrir a fabricar su propio equipo. Entre los instrumentos que elaboró se cuentan aparatos de medición de diversos tipos, como astrolabios, arcos de perspectiva y relojes de sol, a los que consagra una obra entera (Trabulse 1982:41). Cabe destacar la presencia de libros que trataban de la construcción de instrumentos, como el de Jacques Besson, analizado en el *Tractatus.*

Sus escritos presentan influencias clásicas renacentistas y heterodoxia ante Aristóteles (Martínez Albarrán *op. cit.*), además de un incipiente espíritu de criollismo que se ve coronado con su defensa de la tierra americana en su único libro impreso *Discurso Etheorológico*.

Abundaremos más en lo tocante a la cátedra que impartió durante décadas. Ésta fue de astrología y matemáticas, creada por un mandamiento del Claustro Universitario el 22 de febrero de 1637 (Fernández del Castillo 1953:39 y 44), asignando al catedrático un sueldo de 100 pesos anuales. La cátedra era obligatoria para estudiantes de medicina y arte, y resultó esencial para la introducción del conocimiento de los libros europeos y la "revolución científica" (Trabulse 1985:52) traída por los textos de autores como Tycho Brahe, Kepler y Galileo, todos ellos conocidos por Fray Diego Rodríguez.

Uno de los grandes intereses del mercedario, que compartió con varias de estas figuras de la ciencia del siglo XVII, es la astrología, en particular la astrología judiciaria. Por un lado, como evolución directa de la tradición medieval, buscaba posicionar las estrellas y astros mediante procedimientos matemáticos (trigonometría, geometría y álgebra). Utilizaba estos conocimientos tanto para procedimientos médicos como con fines geográficos y náuticos. Dada la concepción de Universo/macrocosmos y de individuo/microcosmos, así como de la inherente influencia que tenía el primero en el segundo, se consideraba que la posición de los astros tenía influencia en los fenómenos fisiológicos y que cada astro regía a cada uno de los órganos del cuerpo. Esta tendencia era una realidad aceptada y considerada científica.

En cambio, la judiciaria, a pesar de compartir métodos y técnicas (matemáticas aplicadas y el cálculo de la posición y el aspecto de los planetas), era "considerada determinante para las vicisitudes de los hombres" (Weckmann 1985:535), y tenía por fin la pronosticación de sucesos bajo la creencia de la influencia de los astros sobre la suerte de los hombres, como Kepler lo hizo[5]. Además, esta práctica fue censurada por la Inquisición, mediante un edicto emitido el 8 de marzo de 1616 (Solange 2004:130). Sin embargo, Fray Diego la practicó; se sabe que su orden tuvo ciertos privilegios durante el siglo XVII, que entre otras cosas, permitieron a Rodríguez practicarla públicamente, sin que le fuera iniciado

5 Institut de Recerca en Cultures Medievales, Universidad de Barcelona, Coursera. *Medieval Astrology: Between Science and Magic*. Video. https://www.coursera.org/learn/magic-middle-ages/lecture/izHGx/medieval-astrology-between-science-and-magic.

un proceso inquisitorial. Esta faceta resulta importante por la forma en que se mezcla con su producción de conocimiento y práctica docente.

Se desempeñó en diversas áreas, todas ellas confluían en las matemáticas. Como él mismo las distingue (Rodríguez s/f, fojas 1-12), matemáticas puras e impuras; en nuestra concepción moderna de ciencia, podríamos llamarlas álgebra, geometría, astronomía (la antigua astrología) y la sutil frontera entre física e ingeniería, como las ya mencionadas intervenciones como consultor para las obras hidráulicas de la Ciudad de México y la construcción del ingenio que levantaría las campanas a su flamante y recién inaugurado nuevo hogar, en la Catedral Metropolitana.

Murió el 9 de marzo de 1669, tras contraer una enfermedad infecciosa conocida como tabardillo. Nuevamente, Pareja (*op. cit.* :252) relata cómo predijo su propia muerte, a través de la astrología judiciaria. El virrey en turno, el Marqués de Mancera, mostró su aprecio y el elevado prestigio de Fray Diego al estar presente en el funeral.

1.5. Obra y legado de Fray Diego Rodríguez

A causa de un proceso inquisitorial en contra de Melchor Pérez de Soto por practicar astrología judiciaria, conocemos el contenido de su biblioteca. Se la consideraba la más grande de América en su época, contando con 1,502 libros (Torre Rebello 1947:IX). En la documentación generada en dicho proceso consta que Pérez de Soto menciona en numerosas ocasiones a Fray Diego Rodríguez como amigo suyo. Por el contenido detallado de esta biblioteca, podemos inferir datos acerca de los libros que circulaban en la Nueva España pero, en particular, libros a los que Fray Diego Rodríguez debió tener acceso. Un primer acercamiento, más enfocado a las fuentes de conocimiento humanísticas (acerca de la mitología clásica y filosofía), ya se encuentra en el trabajo de Aparicio Serdano (2012) *La lectura de los cielos: Una nueva interpretación del Discurso Etheorológico.*

En el área de matemáticas, Trabulse (1994:139) menciona las ediciones de los *Elementos* de Euclides presentes (cuatro ediciones en latín y tres en castellano), la *Ópera omnia* de Arquímedes (en dos ediciones), traducciones al castellano de Federico Comandino de libros de Apolonio y Pappus, así como otras realizadas por Pedro Ambrosio de Onderiz de los libros *La perspectiva* y *Especularia,* así como los tratados de Herón de Alejandría y la *Aritmética* de Boecio*.* Se encontraban también libros como *General trattato di numeri et misure*, citado copiosamente por Fray Diego en el *Tractatus*, y *De Rebus Mathematicis* de Oroncio Fineo. Además de numerosos autores renacentistas entre los que se cuentan Jámbico y Raymundo Lulio, Paracelso, Kepler y Kircher, sin dejar pasar las obras de Ficino, Pico della Mirandola, Porta y Fioravanti. Visible en su biblioteca es también la preferencia española por el desarrollo de la náutica que por el de las matemáticas.

En el campo de la astronomía, que trataremos sólo de manera superficial, tenemos registro de libros como *De magnitudinibus et distantis solis et lunae* de Aristarco de Samos, las *Tablas astronómicas* de Alfonso el Sabio, la *Esfera de Sacrobosco*, libros de Johan Müller (también conocido como Regiomontano), libros que contenían debates entre los fundamentos de la astrología. También están presentes Longomontano, Copérnico y algunos allegados a sus teorías (Felipe Lansbergio, Adriano Metio y David Orgiano), Kepler y Tycho Brahe, entre otros. Muchos de estos libros fueron también citados en los escritos de Fray Diego.

Rodríguez publicó lunarios y pronósticos, en ocasiones con el seudónimo de Martín de Córdova. Con ese nombre logró popularidad entre los astrólogos de la época; sin embargo, abandonó esta práctica tras un accidente no especificado (Pareja *op. cit.* :246).

El periodo de su vida que resulta de mayor relevancia es a partir de que obtiene la cátedra de Matemáticas y Astrología en la Universidad en 1636, según lo expresado por Pareja; en 1637, de acuerdo con Plaza y Jaén (1985 tomo I, libro 4:341), aunque Trabulse (1985:15) ofrece la fecha de 1638.

Se conservan un total de seis obras de nuestro autor (Trabulse 1985:40):

1 *Tractatus Proemialium Matematices y de Geometría del P.F. Diego Rodz. Mercedario de Mejico (119 f.)*

2 *De los logaritmos y Aritmética del P. F. Diego Rodz. Mercedario de Mejico (164 f)*

3 *Tratado de las equaciones. Fabrica y uso de la Tabla Algebraica discursiva. Por el P. F. Diego Rodz. Mercedario de Mejico. Floreció a mediados del siglo 17°. (157 f.)*

4 *Tratado del modo de fabricar reloxes Horizontales, Verticales, Orient.s etc. Con declinación, inclinación, o sin ella: por Senos rectos, tangentes etc. para por vía de Números fabricarlos con facilidad. Por el P. F. Diego Rodríguez Mercedario Calzado de Mejico. (145 f.)*

5 *Modo de calcular cualquier eclipse de Sol y luna según las tablas arriba puestas del mobimiento del Sol y Luna según Tychon. (15 f.)*

6 *Doctrina general repartida por capítulos de los eclipses de Sol y luna y primero de los de Sol que suceden en los 90 grados de eclíptica sobre el horisonte en todas las alturas de polo así septentrionales como meridionales. Por el P. Fr. Diego Rss. del orden de Ntra. Sra. de la Merced Ron. de Captivos. (70 f.)*

7 *Discurso Etheorológico del Nuevo Cometa, visto en aqueste Hemisferio Mexicano; y generalmente en todo el mundo.* Este año de 1652… Compuesto por el Padre Presentado Fr. Diego Rodríguez, del Orden de Nra. Señora de la Merced, Redención de Cautivos y Cathedratico en propiedad de Mathematicas en aquesta Real Universidad de México… Con Licencia en Mexico. Por la Biuda de Bernardo Calderon, en la calle de San Agustín, donde se venden*. (32 f.)*

Es importante señalar el tratado sobre logaritmos, escrito que fue enviado a Perú para su publicación; actualmente el texto se encuentra extraviado.

Aunque se discute cuál fue la importancia de las obras que se han podido estudiar (Martínez Albarrán 2007:12), todas ellas presentan un aporte en diferentes áreas que nos habla de la postura ideológica y capacidad intelectual de su autor.

Rodríguez Camarena (2015:34-40) describe a Fray Diego como poseedor de una "visión escolástica y renacentista [...], retoma opiniones filosóficas al lado de las teológicas". Afirma también que "siguiendo la distinción popperiana, la postura de Fray Diego sería científica [...] ya que plantea de manera crítica los mitos, tanto los mitos propiamente como aquellos de la ciencia". El hecho de que no asuma de manera dogmática todas sus fuentes de conocimiento (si bien está muy lejos de cuestionar los preceptos bíblicos) y que les dé interpretación nos habla de que su visión es muy propia y particular. No hay muchas contribuciones originales, pero sí un ángulo particular suyo: en una “interpretación propia de la tradición, es decir la recupera pero al mismo tiempo la re-interpreta”. Trabulse (1994:141), por otro lado, afirma que “Fray Diego inicia la desmitificación racionalista de los espacios celestes; desmitificación que culminará con Sigüenza y Góngora”.

A pesar de la constante demanda de libros de la comunidad letrada en la Nueva España, las obras matemáticas de Fray Diego Rodríguez no fueron editadas ni impresas. Trabulse (1994:164) afirma que se debió al limitado público interesado en el tema, aunque también la falta de las tipografías fue un factor decisivo; no se contaba con las piezas de símbolos especiales para imprimir obras de geometría y trigonometría. Estaba, por otra parte, el laborioso proceso de revisión antes de que un texto pudiera ser publicado.

Trabulse (1994:159), puntualiza: “Fray Diego fue un científico puro y dedicó toda su vida a investigaciones y tareas estrictamente científicas sin desviarse nunca hacia otros temas”. Sin embargo, la ciencia nunca es ajena a su contexto; Rodríguez poseyó una faceta filosófica y humanística tan propia a las etapas tempranas de la ciencia y en particular a sus desarrollos en la Nueva España. Baste con ver su única obra publicada, el *Discurso Etheorológico*, tan pleno de referencias a mitos clásicos y de reflexiones en torno a los fundamentos filosóficos de los mensajes celestes.

Estamos, sin duda, ante un personaje cuyo trabajo le dota de valor propio; la obra excepcional y polifacética del mercedario Fray Diego Rodríguez fue fundamental en la enseñanza y desarrollo prístino de las matemáticas en la Nueva España.

2. PARTES CONSTITUTIVAS DEL *TRACTATUS*: UNA HIPÓTESIS

A continuación se describe y desglosa el manuscrito intitulado *Tractatus Proemialum Matematices y De Geometría del P. F. Diego Rodz Mercedario de Mejico.* El volumen está resguardado en el Fondo Reservado de la Biblioteca Nacional de la UNAM, sección de manuscritos, con la clave MS:1519. Existen dos estudios previos centrados exclusivamente en su contenido (Trabulse 1996:25-65 y González Gallardo 2009).

Por otro lado, Trabulse (1985:166-182) afirma que es el primer volumen de una trilogía matemática que comprende los temas de geometría, que continuará con sus textos *De los Logaritmos y Aritmética* y *Tratado de las equaciones*; el autor sostiene que fue elaborado entre 1640 y 1643, considerando las fechas que aparecen en el manuscrito, y que está dividido en nueve partes “en que la repetición es frecuente”. Alude también a los temas geométricos prácticos y aplicados que ocupan gran parte de las páginas del manuscrito.

La descripción de Trabulse se centra en el contenido del *Breve tratado prolongado de las disciplinas matemáticas;* sin embargo, divide el total del volumen en nueve partes que no deja identificadas del todo:

1. Proemio matemático
2. Estudio de figuras geométricas simples y estudio detenido de las áreas
3. Resolución de problemas geométricos de índole práctica
4. Medidas de aguas
5. Temas geométricos abstractos: círculo, parábola, elipse e hipérbola
6. Instrumento para dibujar elipses
7. Parte no identificada
8. Estudio de instrumentos matemáticos, aparatos y máquinas, apoyado en la obra de Besson
9. La última sección es “una breve sección de aritmética donde ofrece nociones sobre potencias y raíces”, así como el estudio de progresiones aritméticas del tipo $1+a+a^2+...+a^{n+1}$

Tras un examen cuidadoso del manuscrito, surge una primera hipótesis: se trata de una amalgama de textos más cortos, de diversos temas, elaborados por Fray Diego en un lapso más extendido y posteriormente reunidos en un único volumen. Esto concuerda con lo expresado por González Gallardo (2009: 109-110): "[Tractatus...] es el título, al parecer tardío, de una recopilación de textos y apuntes, unos pocos en latín y los demás en español, de Diego Rodríguez y de otros, probablemente alumnos suyos...*"*.

La misma autora menciona la presencia de interpolaciones, es decir, palabras o fragmentos añadidos en la transcripción del texto; asimismo, describe el papel y la caligrafía de las primeras 12 fojas como *"...*de papel verjurado color marfil de 17 cm de ancho por 23 cm de largo. El texto está a color negro con letra romana redonda del siglo XVI, con plumilla probablemente metálica; dispuesto a caja entera de 32 líneas; tiene un sello de agua y la marca de fuego del convento de la Ciudad de México"*.*

Por lo antes descrito y tomando en consideración el índice de Moreno de los Arcos (1969), es posible proponer una división en seis conjuntos:

- *Brebis* [sic] *tractatus proaemialium Disciplinarum Mathematicarum tam in Genere, cuam in Specie et praecipue de commendatione*, traducido como Breve tratado prolongado de las disciplinas matemáticas tanto en género como en especie y principalmente sobre la recomendación de Los Elementos de Geometría de Euclides el filósofo (en latín; se proporcionan las traducciones elaboradas por González Gallardo), f. 1
    - Prólogo.
    - Capítulo primero. Sobre la Matemática en general. ¿Qué es? ¿En qué medida o razón se distingue de la Física y de la Metafísica y cómo se subdivide?
    - Capítulo 2. Sobre la división de las disciplinas matemáticas en puras e impuras y de sus definiciones.
    - Capítulo 3. Sobre el autor, la prestancia y la utilidad de la Geometría especulativa y otros.
    - Capítulo 4. Sobre la división de la Geometría y de los Elementos de Euclides.
    - Capítulo 5. ¿Entre los matemáticos, qué es el problema, qué el teorema, qué la proposición y qué el lema?
    - Capítulo 6 y último. ¿Cuáles son pues los principios entre los matemáticos?

- Varios métodos geométricos y notas:
    - Construcciones geométricas con fines gnomónicos y posteriores notas sobre logaritmos y trigonometría (probablemente un cálculo para un reloj de sol), f. 13
    - Ejercicio para “Ochavar un cuadrado” y notas de resolución, f. 15
    - Tabla de “Proporsiones de los metales [gotas?] líquidas en iguales quantidades” y notas en latín y español, f. 15v
    - Regla para formar un ochavado por aproximación de números cuadrados, f. 16
    - Regla para en un triángulo acomodar una línea de determinada cantidad de suerte que sea paralela a un lado determinado de los tres de un triángulo, f. 17
    - Modo y modos q[ue] yo uso de reducir triángulos de una especie en triángulos de otra especie que se propone de modo que queden semejantes y de lados proporcionales, que no lo tratan los autores como por los exemplos se entenderá, f. 21
    - Question: Sea el triángulo rectángulo el que parece cuia Hyppotenusa sea 5 y su área 6. qué será cada lado?, f. 23
    - Pregunta del área de un terreno en forma de trapecio, f. 25
    - Fábrica Del Prototipo para cuadrar círculos…, f. 30
- Instrumenti Partium constructio atque usus (en latín), f. 35
- Libro compuesto por:
    - Question: Es un paralelogramo rectángulo cuya área con su diámetro hacen 15..., fechada en 22 de abril de 1640, f. 43
    - Questión: Es dada la Area de un triángulo rectángulo de lados desiguales y la cantidad de su diagonal, como con esta noticia se cons[..]eran los dos lados del [etcétera], fechada en 1° de abril de 1643, f.44
    - Explicación q Nicolas Tartaglia trae en su 5 p[arte] lib. 1. cap. 13 n°14 [fot?] 27 de dividir un triángulo en dos p[artes] iguales desde un punto dado dentro del triángulo [etcétera], f. 46
    - Formar parábolas por los senos rectos (todo cancelado), f. 50v
    - Question: Sea el triángulo rectángulo, el que parece, cuya hipotenusa sea 5. y su area 6. que sera cada lado? (posiblemente de otro copista, pues las caligrafías no coinciden, aunque sí la estructura de sus respuetas), f. 53

    - Averiguación y tratado de descrevir por líneas las declinaciones del Zodiaco en un semicírculo, f. 55
    - Fabrica Del Elipse, f. 59
    - Reglas q[ue] io uso para reducir dos figuras la una en la otra de tal suerte q[ue] no solo queden iguales en area y capacidad, pero siendo de diversas especies quedan en una determinada como se hace un angulo q se da determinado como por los exemplos se entendera, regla es sanissima pa muchos usos y q en los autores no se halla, f. 65
- Reglas de Diego Bes/o/on sobre el teatro de sus instrumentos y fábricas de machinas [comentador Franco. Bernaldo], f. 69
- Apuntamientos de álgebra.
    - Problema 13, f. 77
    - Paso Alexandrino, f. 77v
    - Nota y tabla de logaritmos, f. 79
    - Cap 2° En qui se da principio a la extraccion de las raíces, f. 81
        - § 1° Trata De la extraccion de la raiz quadrada
        - § 2° del mejor modo de sacar raíz proxima en los irracionales, f. 82v
        - § 3° En q[ue] se Muestra sacar raiz quadrada por Linea, Geometrica[mente], cosa muy necessaria, f. 84
        - § 5°del modo de responder A ls raices cubicas por Aproximacion, f. 87
        - § 6° Del Modo de sacar raiz cubica por linea. f. 88v
        - § 7° De la extraccion de la Raiz çenci Cencica, f. 90.
        - § 8° De la extraccion de la raiz çenci cenica por linea, f. 92v
        - § 9° En q[ue] se muestra sacar Raiz Primera Rela[ta]. f. 94
        - § 10° del responder por aproximacion en esta raiz y los demas, f. 96
        - § 11° De la extraccion por línea de la Raiz de Primero relato, f. 97
        - §12° De la Raiz cubica de cubica por linea, f. 99v
    - Capítulo 3° En q[ue] se Ponen Algunas Propiedades de las dignidades Algebraicas
        - § 1°. De un modo de quadrar deducido de las extracciones de raizes q[ue] facilitara lo de atras, f. 100

    - § 2°del Modo de cubicar cualquier raiz, f. 101v
    - § 3°de un modo particular de engendrar con dignida dos pasar raises, mediante las diferencias [ilegible], f. 102v
    - § 4°Contiene lo mismo q[ue] el pasado pero no camino, f. 104
    - § 5° de otro nuevo modo Para el mismo intento, f. 105v
  - Capítulo 5° en q[ue] se aplica generalm[ente] a todas las igualaciones de qualquier especie q[ue] sean. el modo dicho. f 106
    - § 1° en q[ue] se explica como sean de ordenar las igualaciones Para este [mismo?] intento. f. 106
    - § 2° del modo de formar las tablas particulares para las igualaciones (foja no numerada, después de 106, antes de 107).
    - § 4° del modo de formar las tablitas pareste Primero modo quando se mesclan [censo?] y cubo [etcétera] es [igual?] pa[ra] todas. f 107v.
    - § 5° en q[ue] se enseña el 2° modo de fabricar las tablas particulares de las igaulaciones en todas generalmente. f 109v.
    - § 6° del modo q[ue] sea de tener en el uso de los terminos y expasioan y asi por [Ascenio... ?] como par de[scenso?] [etcétera], f. 111.
    - § 7° Como por una tabla sea la q[ue] se pueda conoser la igualacion sacado por ella con n[uestro] dignidades [etcétera], f.113
  - Capítulo 6° que trata de los Binomios y residos [censicos?] y del modo de Aplicarles la doctrina dadas de [fiyo ocho?]
    - § 1° Del fin que se pretende con los Binomios
    - § 2° De la división de los Binomios y residos q[ue] se deduce de Euclides y quantos son y quales
    - § 3° De la consideracion q[ue] se deve haser de los Binomios y de los residos para el fin q[ue] pretendemos
    - § 4° del modo q[ue] yo uso de sumar y restar Binomios
    - § 5° Para quadrar en qualquier Binomio [etcétera]

Este compendio de textos, reunidos en un único volumen, proyecta claramente los intereses académicos e inquietudes intelectuales de Fray Diego. Dos secciones se dedican a la descripción cuidadosa de instrumentos e “ingenios” mecánicos. Otra parte importante son las “*questiones*”: dos de ellas, ubicadas en las fojas 43 verso, está fechada en 22 de abril de 1640. La inmediata posterior comienza con el texto:

*“*En 1° de abril de 1643, me preguntaron esta question…”

Esto nos muestra algunos datos para concretar fechas. En 1637, Fray Diego inició su cátedra en la Universidad. Es por tanto muy probable que las *questiones* le fueran preguntadas por alumnos o incluso colegas. Estas notas son el testimonio escrito del método de resolución, el cual posee una estructura muy clara separada por pasos y por una línea que cancela el segmento de renglón que queda vacío cada vez que termina un paso.

Para los fines del presente trabajo, se examinarán con mayor detenimiento sólo algunas de las secciones:

Varios métodos geométricos y notas, en particular:

- Construcciones geométricas con fines gnomónicos y posteriores notas sobre logaritmos y trigonometría (probablemente un cálculo para un reloj de sol)
- Ejercicio para “Ochavar un cuadrado” y notas de resolución
- Tabla de “Proporsiones de los metales [gotas?] líquidas en iguales quantidades” y notas en latín y español
- Regla para formar un ochavado por aproximación de números cuadrados
- Regla para en un triángulo acomodar una línea de determinada cantidad de suerte q[ue] sea paralela a un lado determinado de los tres de un triángulo
- Modo y modos q[ue] yo uso de reducir triángulos de una especie en triángulos de otra especie que se propone de modo que queden semejantes y de lados proporcionales, que no lo tratan los autores como por los exemplos se entenderá
- Question: Sea el triángulo rectángulo el que parece cuia Hyppotenusa sea 5 y su área 6. qué será cada lado?
- Pregunta del área de un terreno en forma de trapecio
- Fábrica de un prototipo para cuadrar círculos

Libro compuesto por:

- Question: Es un paralelogramo rectángulo cuya área con su diámetro hacen 15..., fechada en 22 de abril de 1640

- Question: Es dada la Area de un triángulo rectángulo de lados desiguales y la cantidad de su diagonal, como con esta noticia se cons[..]eran los dos lados del [etcétera], fechada en 1° de abril de 1643
- Explicación q Nicolas Tartaglia trae de dividir un triángulo en dos partes iguales desde un punto dado dentro del triángulo
- Formar parábolas por los senos rectos (todo cancelado).
- Question: Sea el triángulo rectángulo, el que parece, cuya hipotenusa sea 5. y su area 6. que sera cada lado? (posiblemente de otro copista, pues las letras l no coinciden, aunque sí con la estructura de sus respuestas).
- Averiguación y tratado de descrevir por líneas las declinaciones del Zodiaco en un semicírculo.
- Fabrica Del Elipse.
- Reglas q[ue] io uso para reducir dos figuras la una en la otra de tal suerte q[ue] no solo queden iguales en area y capacidad, pero siendo de diversas especies quedan en una determinada como se [hace?] un angulo q[ue] se da determinado como por los exemplos se c[ontendera?] regla [es?] sanissima pa muchos usos y q[ue] en los autores no se halla

La selección hace referencia a los textos más cercanos a la geometría, si bien aún resulta arbitraria y responde únicamente a proveer de más detalle al análisis de dichas secciones.

2.1. Nota sobre los símbolos y los términos

Con el fin de hacer el análisis más fluido y facilitar la lectura, se enlistan algunos de los símbolos y signos empleados en el texto; del mismo modo, se anotan las definiciones necesarias.

2.1.1. Definiciones y denominaciones

Luz: luz para designar la distancia, en proyección horizontal, existente entre los apoyos de una viga, un puente. A veces suele emplearse como sinónimo de "vano". De esta forma se emplea para cuantificar la distancia del vano que hay entre los dos estribos, o apoyos, de un arco. Al ser considerada una distancia, la luz se mide necesariamente en las unidades de longitud correspondiente.

Cambija: Siglo XVII. Carpintería. Semicírculo de radio proporcional a la luz (definida arriba) del edificio en construcción y que servía para trazar cerchas de la armadura del tejado[6]. Lo comprendemos como un semicírculo.

Gnomon: El resto de un paralelogramo después de que se retira otro paralelogramo similar que contiene a una de las esquinas del paralelogramo original[7].

La palabra "Diámetro" en el contexto de un triángulo rectángulo se refiere al mismo segmento de recta que es la hipotenusa.

El "ámbito" se refiere al semicírculo que es generado por la hipotenusa.

La "cantidad" puede interpretarse como longitud.

Un "rectilíneo" se refiere a un cuadrilátero rectángulo.

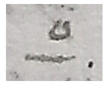
Como no existen medidas estandarizadas, suele denominar como "partes" las unidades en las que mide los lados de los triángulos.

---

6 Alonso, Martín (1988) Enciclopedia del Idioma. Diccionario Histórico y Moderno de la Lengua Española (Siglos XII al XX) Etimológico, Tecnológico e Hispanoamericano. Tomo I :875. Editorial Aguilar, México.

7 Merriam-Webster Dictionary, "gnomon", acceso en 3 de agosto de 2020. https://www.merriam-webster.com/dictionary/gnomon

2.1.2. SÍMBOLOS

En diversos ejercicios, en las ecuaciones se emplea “p.” para simbolizar una suma, “+” y una “m.” para una resta, “-”. Para el igual, en lugar del símbolo “=” él emplea una línea horizontal con un pequeño círculo encima:  Este ejemplo proviene de la foja 43. En los capítulos posteriores, se utilizará el símbolo computacional más parecido encontrado, que es 으, una grafía coreana.

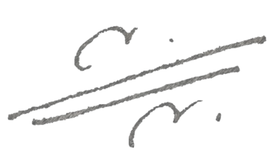
En cambio, el = se utiliza para señalar que dos líneas son paralelas; si las líneas son más largas, fungen como separadores de ideas.

ζ es el símbolo empleado para denominar a una variable, la que Fray Diego utiliza siempre. Cuando ésta se eleva al cuadrado, cambia a z, es decir, $\zeta^2 = z$. La “z” también puede emplearse como otro nombre de variable si ζ ya está en uso, y si se eleva al cuadrado, se pone como $z^2 = z\,z$ en simbología moderna.

El resumen de lo anterior se encuentra en la siguiente tabla (Tabla 1). Sin embargo, cabe considerar que la notación del *Tractatus* no está estandarizada; los símbolos se usan con diferentes sentidos en varias ocasiones, y en otras no se usan símbolos en lo absoluto y en vez de eso se describe el proceso.

Símbolo en el manuscrito	Notación moderna	Concepto
p.	+	Suma
m.	-	Resta
으	=	Igualdad
=	$\parallel$	Paralelismo entre dos líneas
ζ	x	Variable en una ecuación
$z\,z$	z^2	Variable de grado 2

Tabla 1. Símbolos empleados en el manuscrito y equivalentes en notación moderna.



En f19r aparecen símbolos + en las longitudes de ciertas rectas. Ej. $AB9+\sqrt{45}$ *suma*

En f23r y v también: todas las ecuaciones se expresan con “+” e iguales $\underline{\circ}$.

En las fojas correspondientes al *Área del terreno* y del *Prototypo de cuadrar círculos…* se explican las operaciones de manera verbal.

Las dos *questiones* sucesivas emplean en general “p” y “m” para sumas y restas, usando también el $\underline{\circ}$ para señalar igualdad en las ecuaciones.

En la *Explicación de Tartaglia…* se emplean explicaciones verbales junto con símbolos = de paralelismo, así como “m” e $\underline{\circ}$ igual.

En general se comparte el uso de las fracciones, el cuadrado como abreviatura y la asignación de mayúsculas a los vértices de una figura, para describir las rectas mediante sus dos vértices extremos.

Sin embargo, de vez en cuando se utiliza el “=” con el significado contemporáneo. Por ejemplo, en la “question” de la foja 23 y que se repite por mano de otro copista en la foja 53, donde se escribe $\sqrt{9}=3$.

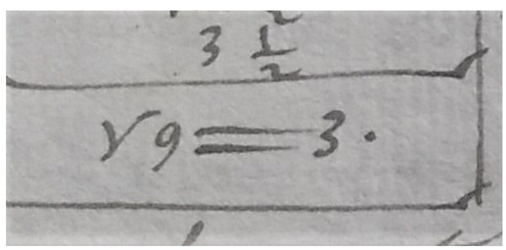


Figura 1. Detalle de la foja 23, el símbolo “=” usado por Fray Diego.

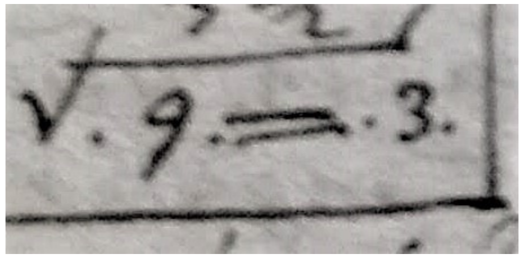


Figura 2. Detalle de la foja 53, con el símbolo “=” en el uso moderno.

Por último, emplea la abreviatura “ $ett\square^{a}$ ” de etcétera cada vez que concluye un ejercicio o un paso. En ocasiones podría compararse al uso moderno de Q.E.D.

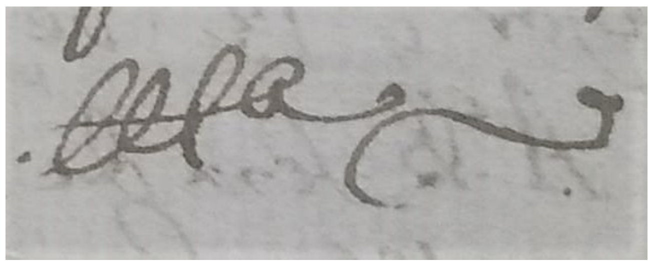


Figura 3. Este $ett\square^{a}$ proviene de la foja 28 verso.

3. COMPOSICIÓN Y PROPÓSITO DE LAS SECCIONES ELEGIDAS

El *Breve tratado…* con que comienza el volumen ocupa las primeras 12 fojas. Comenzaremos nuestro análisis en la foja 13, la inmediata posterior al elegante *finis* con que Fray Diego termina esta primera sección del volumen. En ella, se encuentra una figura geométrica; se trata de dos semicírculos y la representación geométrica de un binomio cuadrado perfecto, donde el término mayor es 25, pues el número de puntos con que el autor divide cada lado del cuadrado, siendo éste de 25x25. La tabla de la esquina superior izquierda tiene una colección de números y la leyenda “disco compl.”.

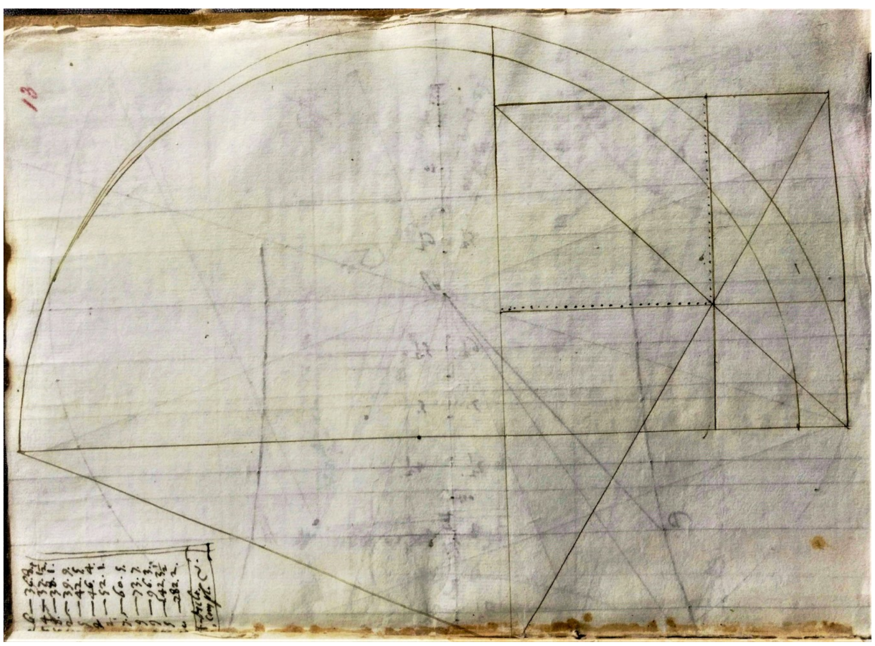


Figura 4. Foja 13, con un diseño geométrico y una tabla de notas.

El propósito de dicha figura y tabla no son claros, aunque se relacionan con cálculos gnomónicos como los del dibujo que ocupa el verso de las foja 13 y el recto de la 14, donde hay una pequeña nota que así lo identifica.

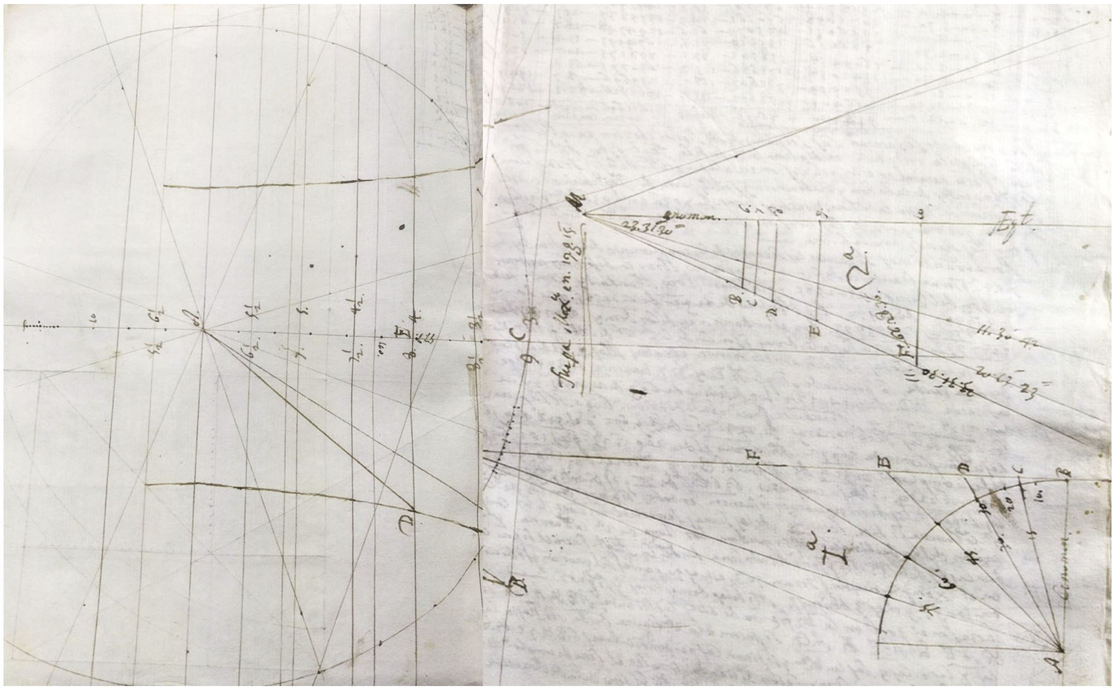


Figura 5. Las fojas 13 verso y 14 recto, donde se detalla un dibujo con fines gnomónicos

El dibujo de las fojas 13 y 14 es un círculo con un eje vertical que es perpendicular al suelo. Al tener la palabra *gnomón* en dos ocasiones, se interpreta como un cálculo para un reloj de sol. Hay numerosas anotaciones de grados y una línea que dice *“fue [ra? pa?] Méxª. en. 17 g. 15—”.*

El verso de la foja 14 inicia con una tabla de grados, contiene columnas de “secante”, “Logaritmo” y “partes”. Se describe un procedimiento de cálculos para un *relox* que calcule cada hora y media hora. Son destacables los símbolos del zodiaco que emplea el autor para realizar dichos cálculos.

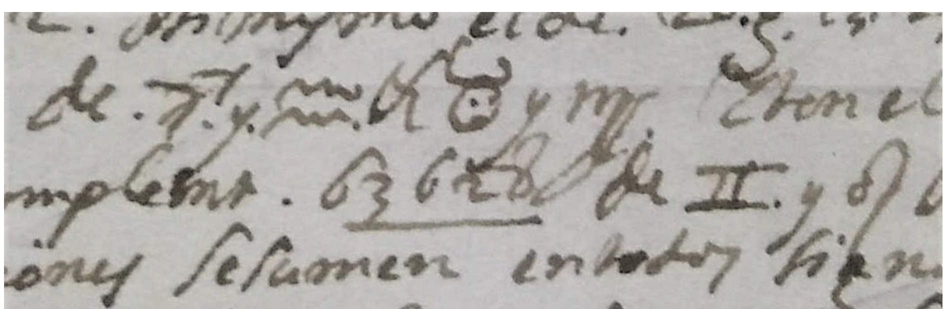


Figura 6. Detalle del texto de la foja 14 verso, donde se pueden apreciar los símbolos zodiacales para Acuario, Tauro, Géminis y Leo. Se trata de cálculos celestes.

La foja 15 presenta un método para “ochavar un cuadrado”, es decir, formar un octágono a partir de un cuadro dado. Se trata de un borrador del método que pasa en limpio una foja más adelante.

Posterior a eso, procede a dar tres segmentos de longitud 5: $ab, bc, cd.$

$$bc^2+cd^2=25+25=50$$

$\sqrt{50}=7.071$, que él describe como “7 y poco más”.

Entonces define $ad=12$ y poco más.

Si $ab=12,$ entonces $bd=17$ y poco más. Define $ea=12$ y $dc=5$

Entonces, por las tablas de tangentes, el ángulo $aeb=22g\,30s$ y la parte ab y bd “será lo que falta al seno todo. Sea 10, o sea 100 o sea 1000”.

Hay dos líneas que parecen separar esta primera sección de notas de las siguientes; sin embargo, el ejemplo parece ser una continuación del anterior.

Sea $ab=17$, $bd=24$ y poco más.

Buscamos ad . Sea una operación que contenga ab, bc, cd y saldrá “bd más preciso”.

Pone por ejemplo, $ab=5, bd=7$. Al sumarlos, $ab+bd=5+7=12$

Luego, se sustituyen los valores y hacemos la misma operación. El resultado de la suma anterior se pone de nuevo en $ab,$ $ab=12, bd=17$. Entonces $bd+ab=17+12=29$ que se convierte en el nuevo ab , lo que convierte a $bd=41$.

Así, $bc^2=cd^2=4900$, y al sumar $bc^2+cd^2=4900+4900=9800$.

$\sqrt{bc^2+cd^2}=99=bd$ que se buscaba.

“...casi casi que ya es presisima porq[ue] siempre es sacar la raíz nunca sobra o falta más que la unidad”.

Finalmente, el último párrafo trata de “saber la raíz sin hacer cuadrados”; con eso trata un nuevo ejemplo con otros números.

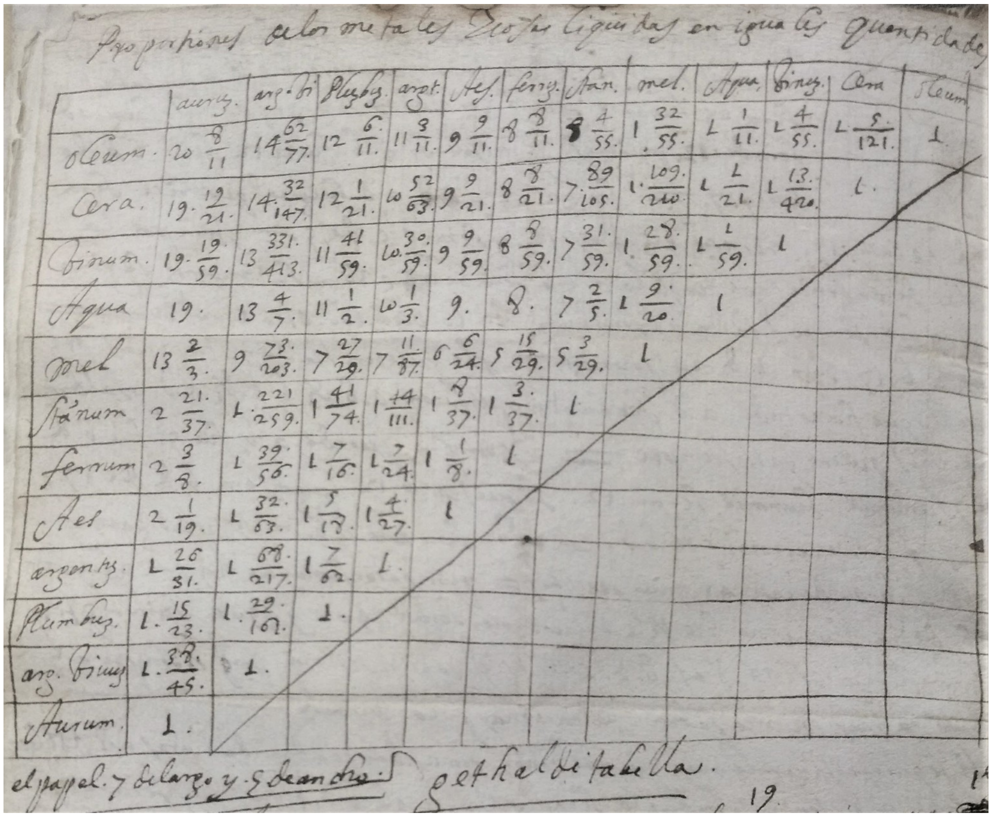
$ab=5, bd=7 \Rightarrow 2ab=10 \Rightarrow 2ab+bd=10+7=17 \Rightarrow bd=17$ o $\sqrt{bd}=41$ que es el segmento bd.

Se prosigue con el mismo método: $ab=12 \Rightarrow 2ab=24 \Rightarrow 2ab+17=14+17=41=bd$

La continuación es sustituir $ab=29 \Rightarrow 2ab=58 \Rightarrow 2ab+bd=58+41=99 \Rightarrow bd=239$ y $ab=169$

Lo mismo si $ae=ad=12, ab=5$ y $bd=7 \Rightarrow 2ae=24-7=2ae-bd=17=ed$.

El verso de la foja 15 es una tabla, la titulada en nuestro índice como “Tabla de “Proporsiones de los metales gotas[?] líquidas en iguales quantidades” y notas en latín y español. La tabla posee como renglones los materiales: *oleum, cera, finum, Aqua, mel, stanum, ferrum, Aes, argentus, Plumbus, arg. busmus* y *aurum,* (es decir, aceite, cera, fino, agua, miel, estaño, hierro, aes, plata, plomo, posiblemente algo relacionado con bismuto y oro). Por columnas, son los mismos materiales, pero en orden invertido. En cada entrada se encuentra una fracción impropia y la diagonal que corre de la primera entrada del último renglón a la última entrada del primer renglón el número escrito siempre es 1. Debajo de esa diagonal, todas las entradas están vacías.



Proporciones delos metales y cosas liquidas en iguales quantidades

	aurus.	arg. vi.	Plumbus.	argent.	Aes.	ferrus.	Stan.	mel.	Aqua.	Vinus.	Cera	Oleum
Oleum.	20 8/11	14 62/77.	12 6/11.	11 3/11.	9 9/11.	8 8/11.	8 4/55.	1 32/55.	1 1/11.	1 4/55.	1 5/121.	1.
Cera.	19. 19/21.	14. 32/147.	12 1/21.	10 52/63.	9 9/21.	8 8/21.	7. 89/105.	1. 109/210.	1 1/21.	1 13./420.	1.	
Vinum.	19. 19/59.	13 331./413.	11 41/59.	10. 30./59.	9 9/59.	8 8/59.	7 31./59.	1. 28./59.	1 1/59.	1		
Aqua	19.	13 4/7.	11 1/2.	10 1/3.	9.	8.	7 2/5.	1 9./20.	1			
mel	13 2/3.	9 73./203.	7 27/29.	7 11/87.	6 6/24.	5 15/29.	5 3/29.	1				
Stannum	2 21./37.	1. 221/259.	1 41/74.	1 14/111.	1 8/37.	1 3./37.	1					
ferrum	2 3/8.	1 39./56.	1 7/16.	1 7/24.	1 1/8.	1						
Aes	2 1/19.	1 32./63.	1 5/17.	1 4/27.	1							
argentus.	1 26/31.	1 68./217.	1 7/62.	1.								
Plumbus.	1. 15/23.	1. 29./161.	1.									
arg. vivus	1. 38./45.	1.										
Aurum.	1.											

el papel. 7 de largo y 5 de ancho.

Figura 7. Tabla de la foja 15 verso, con una tabla de concentraciones.

La nota *refrac[ts]iones Stellarum* se encuentra en la esquina inferior izquierda de la foja. A su derecha, hay una tabla con propósito no anotado.

A. Regla para construir un ochavado

En la foja 16 inicia la Regla para construir un ochavado por aproximación de números cuadrados. Este último concepto lo expresa el autor como una N mayúscula estilizada y una potencia en forma de un pequeño cuadrado.

Figura 8. Detalle de escritura de la abreviatura para “Número cuadrado”, foja 16.

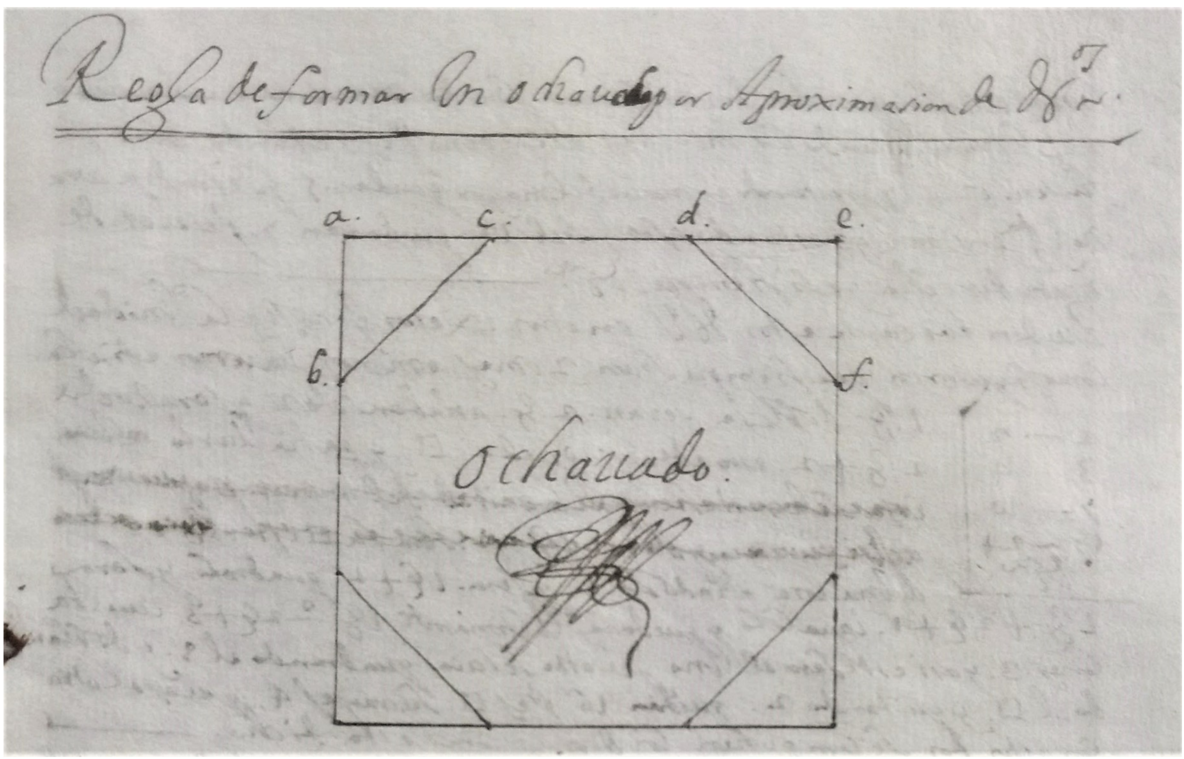


Figura 9. Encabezado de la sección con una imagen del ochavado, foja 16.

La Regla es buscar un [número] casi cuadrado doblado haga un [número] tan cercano a [número] cuadrado que esta sea la unidad de diferencia de más, o de menos. Porque esto no puede ser por números racionales, pues el triángulo rectángulo abc, los dos cuadrados de sus dos lados ac y ab sumados no pueden hacer [número cuadrado].

Rodríguez menciona que Euclides lo probó, aunque no aporta más datos de en qué escrito lo hace; afirma que en el triángulo rectángulo *abc,* la hipotenusa como suma de los dos catetos al cuadrado “no pueden ser número cuadrado”.

En el párrafo citado, nos dice que se requieren dos números cuadrados tales que la diferencia entre ambos sea ± 1, considerando que uno está “doblado”. Esto nos deja una ecuación $2y^2 = x^2 \pm 1$. Puesto de otra forma, tenemos:

$$x^2 - 2y^2 = \pm 1$$

Si consideramos únicamente el resultado positivo, se convierte en un caso particular de la ecuación de Pell, que, a su vez, es un caso particular de ecuación diofantina. Su forma general es $x^2 - Dy^2 = 1$, donde se buscan soluciones enteras y D se considera positivo pero no puede ser un número cuadrado. Esta ecuación tiene una larga historia; con restricciones aritméticas adicionales, está registrada en un problema en verso que se atribuye a Arquímides[8], y después se encuentra en la India con Brahmagupta. Sin embargo, la primera solución registrada es de Bhaskara II, en 1150, y el problema recibió atención de Euler ya en el siglo XVIII, aunque nunca dejó por completo de ocupar las mentes matemáticas en el ínterin.

En el caso particular que presenta Fray Diego, procederemos a despejar el 2 de la primera ecuación.

$$2y^2 = x^2 \pm 1$$
$$\Rightarrow 2 = \frac{x^2}{y^2} \pm \frac{1}{y^2}$$

Si sacamos raíz cuadrada a ambos lados, y desestimamos la fracción $\frac{1}{y^2}$, obtenemos:

$$\sqrt{2} \approx \frac{x}{y}$$

Es decir, una aproximación de $\sqrt{2}$, que resultaría relevante en los triángulos rectángulos que se forman en cada esquina del cuadrado que da origen al ochavado (fig. 9). En su forma general, la ecuación puede proporcionar aproximaciones a $\sqrt{D}$.

8 La Ecuación de Pell se ha tratado extensamente. Por ejemplo Lenstra 2002.

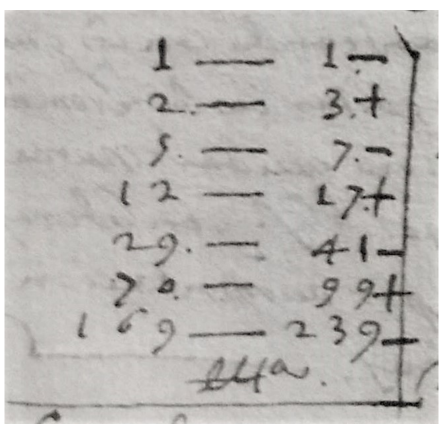
El primer paso que se indica en el manuscrito es buscar dos números, dando un primer ejemplo de $_1$ y $_1$. Para fines explicativos, se añade en notación algebraica moderna.

$$x_0 = 1, y_0 = 1$$
$$x_0^2 = 1$$
$$2x_0^2 = 2$$
$$2x_0^2 - y_0 = 2 - 1 = 1$$

En su segundo ejemplo, toma $x_1 = 2, y_1 = 3$:

$$x_1^2 = 4, y_1^2 = 9$$
$$2x_1^2 = 8$$
$$y_1^2 - 2x_1^2 = 9 - 8 = 1$$

Con estas dos cuentas, se procederá “en infinito, sacando otros más y más próximos”. Para crear la tabla, se suma $1+1=2$, el dos se pone en la primera entrada del segundo renglón; luego, se le suma el 1 del renglón de arriba, $2+1=3$, que se escribe en la segunda entrada del segundo renglón. Después, $3+2=5$ que se escribe en el siguiente renglón. A ese 5 se le suma el 2 del renglón anterior, $5+2=7$, que se escribe en la siguiente entrada… Resulta la siguiente tabla:



1 —	1 —
2 —	3 +
5 —	7 —
12 —	17 +
29 —	41 —
70 —	99 +
169 —	239 —

Figura 10. Tabla del procedimiento del ochavado, foja 16.

Se obtiene entonces una serie de números que se pueden acomodar en la sucesión: $1,1,2,3,5,7,12,17,29,41,70,99,169,239,\ldots$ que coinciden con los Números de Pell. Al asociarlos en fracciones por parejas, donde el denominador es el número en la columna izquierda, obtenemos la sucesión $\frac{1}{1},\frac{3}{2},\frac{7}{5},\frac{17}{12},\frac{41}{29},\frac{99}{70},\frac{239}{169},\ldots$ que aproxima el número $\sqrt{2}$.

> ...y así se procederá en infinito y iran saliendo más y más próximos mientras mas adelante se procediere como si a.c.&.a.b fuesen 169 la basis b.c.&c.d. insensiblem[ente] sera de 239 y sera sola la sifra y la unidad siempre, como se propuso.

En la foja 17, dedica un párrafo a explicar el procedimiento para la construcción de la tabla. Después, indica que pueden buscarse estos números cuadrados "en otros exesos q[ue] no sea la unidad como si quieren que siempre sean 2 mas, o menos". Comienza después con una representación más algebraica que con la que empezó.

El primer ejemplo es para obtener el número $16=4^2$. Empieza por dar $1z$ y "dóblese"; lo duplicamos y serán $2z$. Se suma 2 y entonces la ecuación $2z+2$ debe ser igual a un cuadrado. Recordando la ecuación de Pell, el equivalente en simbología moderna sería la ecuación $x^2-2y^2=2$. Hay dos renglones tachados, pero el resto de la explicación se enfoca en encontrar el número cuadrado.

Da una nueva ecuación: $1\xi+1$, que se eleva al cuadrado. Esta ecuación plasma la búsqueda de un número cuadrado, que en notación moderna podemos denominar y, tal que $y^2=¿¿$. Resulta:

Esto se iguala con $2z+2$ que ya teníamos, y despejamos:

$$1z+2\xi+1=2z+2$$
$$1z=2\xi+3$$

Éste es uno, y el otro se obtiene "cuadrando el 3 y doblando el [cuadrado] y quitando 2 quedan 16", que es un número cuadrado. Esto quiere decir que se propone a 3 como solución; considerando que z equivale a una variable cuadrada, tenemos que $z=3^2=9$. Sustituimos en $2z+2$; sin embargo, aunque no lo menciona, hace uso de la posibilidad de que sea suma o resta.

$$2z-2=(2\cdot 9)-2=18-2=16=4^2$$

Terminamos entonces con la pareja de números 3 y 4, las dos respuestas de las operaciones. Con estos dos números, se usará de nuevo el procedimiento de construcción de la tabla y se obtendrán los demás números “como esta dicho”, y se pone de ejemplo la tabla al margen de la figura 11.

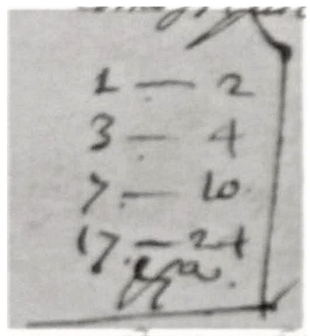


Figura 11. Tabla del margen en la foja 16 v.

Continuando con el método de la tabla anterior y añadiendo más entradas, obtenemos la sucesión $1,2,3,4,7,10,17,24,41,58,99,140,239,338,\ldots$, que se agrupa en fracciones como $\frac{2}{1},\frac{4}{3},\frac{10}{7},\frac{24}{17},\frac{58}{41},\frac{140}{99},\frac{338}{239},\ldots$, que también aproxima a $\sqrt{2}$ conforme se realizan más operaciones.

Luego, plantea un segundo ejemplo donde la diferencia entre los cuadrados es 7. Entonces, serán $2z-7=\square$. Se tomará el cuadrado de $1\xi+1$ para después igualarse con la primera ecuación:

$$1z=2\xi+8$$

Propone 4 como la solución. Entonces, desarrolla $z=4^2=16$. Luego, sustituyendo en $2z-7=\square$, tenemos que $(2\cdot 16)-7=32-7=25$, que es un número cuadrado y lo que se buscaba obtener. La pareja de números que obtenemos en este segundo ejemplo es 4 y 5, los cuales utiliza para otra tabla (figura 12):

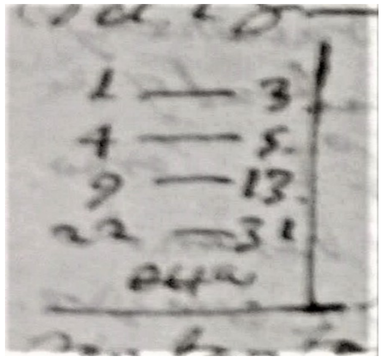


Figura 12. Foja 16 v, otra tabla lateral

Con el mismo procedimiento de antes, obtenemos la sucesión $1,3,4,5,9,13,22,31,53,75,128,181,309,437,749,1055,\ldots$ que, agrupada en fracciones, también aproxima a $\sqrt{2}$ al desarrollar más operaciones[9].

Finalmente, Fray Diego termina la sección con el siguiente párrafo:

> Asimismo los números cuadrados siguientes se exceden en 7 como en ellos parece. Y así estos números cuadrados se pueden buscar tanteando con los quadrados, doblando un ☐ y añadir o quitar la diferencia q[ue] se pretende hasta ver si puede, o no quedar numero quadrado q[ue] muchos abra imposibles y en lo demas de si sacando los demas o engendrandolos por aumentacion o disminucion se abre como esta dicho atras.

Todas las tablas realizadas, al emparejarlas por fracciones del mismo modo que se hizo en la primera tabla, proporcionan aproximaciones al número $\sqrt{2}$; sin embargo, el ejercicio y los ejemplos terminan allí, sin que haya más indicaciones sobre cómo aplicar lo desarrollado para construir el ochavado que se anunciaba al principio.

La estructura de esta sección del manuscrito (enunciado de un problema, descripción de un método y ejemplos) permite afirmar que su propósito es didáctico, posiblemente como notas para la cátedra que Fray Diego impartía.

9 Un análisis más detallado se puede encontrar en el artículo de Dutka, *On Square Roots and Their Representations,* 1986.

B. Regla para en un triángulo acomodar una línea de determinada cantidad de suerte q[ue] sea paralela a un lado determinado de los tres de un triángulo

El título de esta sección no destaca del cuerpo del texto, que comienza a renglón seguido. Es distinguible una numeración propia del cuaderno, que comienza en 1 y resulta independiente de la numeración corrida de todo el volumen, donde corresponde a la foja 17. La foja 18 está marcada con un 2 en esta otra numeración.

En este método, Fray Diego comienza con un triángulo abc, donde da las medidas precisas para cada lado: $bc=15$, $ac=14$, $ab=13$. El objetivo es acomodar una línea de tamaño 8 tal que ésta sea paralela al lado bc.

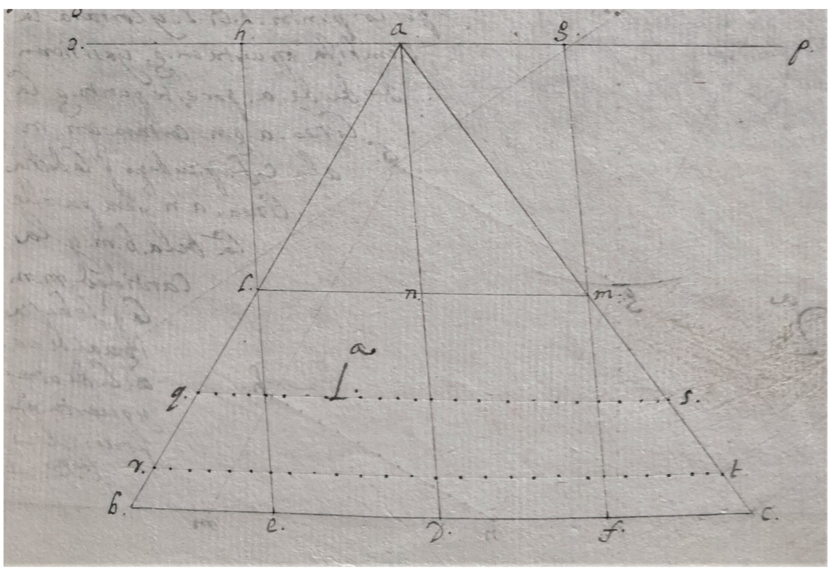


Figura 13. Triángulo que ilustra el procedimiento de poner una línea paralela a uno de los lados del triángulo, foja 17.

El primer paso es colocar un punto a la mitad del segmento bc. Luego, en los segmentos bd y dc también se colocan los respectivos puntos medios e y f. De este modo, la longitud entre e y f es de 8 "tamaños" (refiriéndose a unidades arbitrarias). Es importante señalar que esto *no* corresponde a las medidas dadas; tendría que ser $bc=16$. Sin embargo, es así como continúa con el problema.

Se traza la línea da, y se trazan dos paralelas a ésta que surjan de e y de f y lleguen a los puntos g y h de la línea p, una línea paralela a la base que pasa por el punto a; no da detalles para realizarlo más allá del orden (primero trazar ad y luego eh y fg antes de p, o bien trazar p y luego trazar gf y he). Los puntos en que se intersectan los lados ab y ac serán l y m respectivamente. Ésta línea, lm, será la paralela de 8 unidades que se estaba buscando en un inicio y así queda resuelto el problema.

> Sea conseguido el intento y lo q[ue] se propuso haser. Esto es geométrica[mente] y quedará el triángulo pequeño alm en todo semejante y proporcional al triángulo abc y la línea lm dividida en dos p[artes] iguales en n como la bc en d. [etcétera].

Esta ilustración del triángulo está etiquetada como "1^a".

En el verso de la foja, asigna números para las longitudes de los segmentos de recta. La ilustración no es exacta, pues el triángulo del dibujo es equilátero mientras que las medidas que da al inicio del problema no corresponden a ello. Dice que el segmento ef mide 8 (con las medidas originales, tendría que ser $\frac{15}{2}$). Fray Diego procede a dar más medidas:

Si $ab=15 \Rightarrow al=6\frac{14}{15}; ac=14 \Rightarrow am=7\frac{7}{15}$.

Estos resultados se obtienen de la fórmula de proporcionalidad del triángulo.

Iniciamos con la ecuación

$$\frac{al}{ab}=\frac{lm}{bc}$$

y sustituimos los valores que da Fray Diego y despejamos:

$$\frac{al}{13}=\frac{8}{15} \Rightarrow al=\frac{8 \cdot 13}{15}=\frac{104}{15}=6\frac{14}{15}$$

Para la segunda cifra, hacemos el análogo:

$$\frac{am}{ac}=\frac{lm}{bc}\Rightarrow\frac{am}{14}=\frac{8}{15}\Rightarrow am=\frac{8\cdot 14}{15}=7\frac{7}{15}$$

Pero como ya se dijo anteriormente, $bc=16$ sería una medida con la que $ef=8$. Con estos otros valores, obtenemos $ef=7.5$, $al=6.5$ y $am=7$.

Luego, inicia con una "*regla de tres geométricamente"* para un triángulo cualquiera: la ilustración propone un triángulo $\triangle acf$; tiene como características $cm=lm=bc=8$. Trazar la línea bm. Se toma el lado ba del triángulo "de atrás"; desde a se traza una paralela a la línea bm, que será la an. "Para tirar bien esta paralela se alargue indefinidam[ente] la mb oculta hacia la p[arte] que está la b".

Aquí aparece una definición que se citó en la sección de Notas sobre los símbolos. Se trata de la cambija: Semicírculo de radio proporcional a la luz del edificio en construcción y que servía para trazar cerchas de la armadura del tejado.

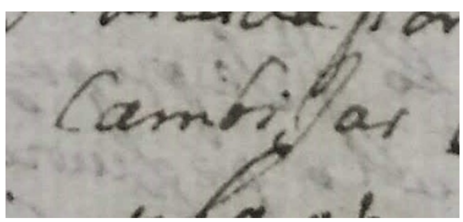


Figura 14. La palabra "cambija" en la foja 17 verso.

Se divide ab en su punto medio, l. Luego, se hacen dos cambijas, es decir, dos semicírculos, en d. Uno que corte la línea oculta mbd, otro en la parte opuesta de la d por la l como en g. Trazar una recta por los puntos d y l, que cortara la cambija opuesta en g y trazando desde a pasando por g, la línea agn cortará en n a la recta cf "pues digo q[ue] la dicha línea an será paralela a la de la bm y la cantidad mn la q[ue] se busca igual de las al de atrás y quarta proporcional, etcétera."

Los pasos para realizar el ejercicio están muy descritos, si bien existen inexactitudes en las medidas. Se consigue el objetivo inicial, de generar una línea paralela dentro del triángulo y obtener su longitud.

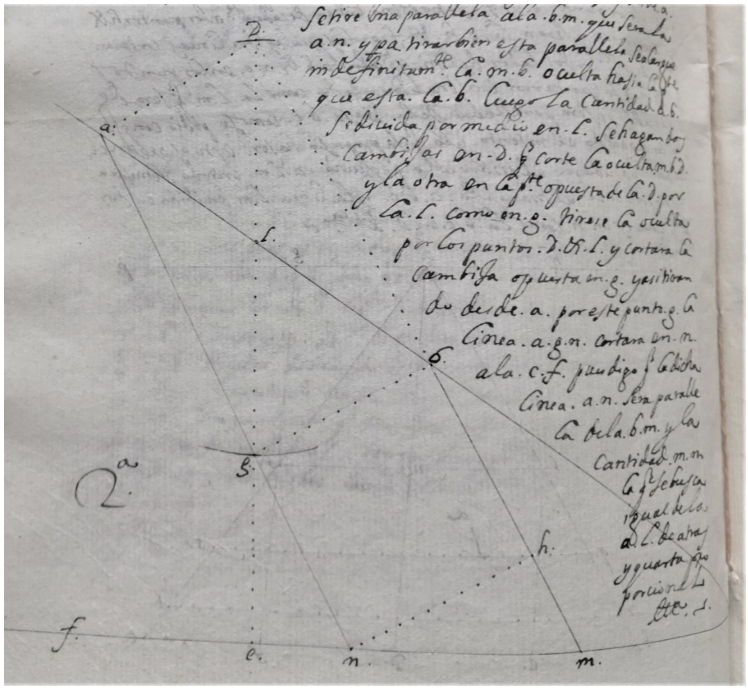


Figura 15. Una figura etiquetada como “ 2^a ”con la que fue difícil encontrar correspondencia en el texto, foja 17 verso.

En la foja 18, se sigue el trabajo con triángulos y geometría euclidiana, de vuelta al triángulo del principio de la sección, el etiquetado como “ 1^a ”. El objetivo de este ejercicio es conocer qué parte del triángulo $\triangle abc$ es proporcional al triángulo $\triangle alm$. El método está citado como proveniente del libro de Nicolás Tartaglia, “en la 5a p[arte] de su geometría lib. 1 cap. 13. n° 2. et[cétera] y de la [pp?] q[ue] allí cita de la sexta y octava de su tercero cap. et[cétera]”.

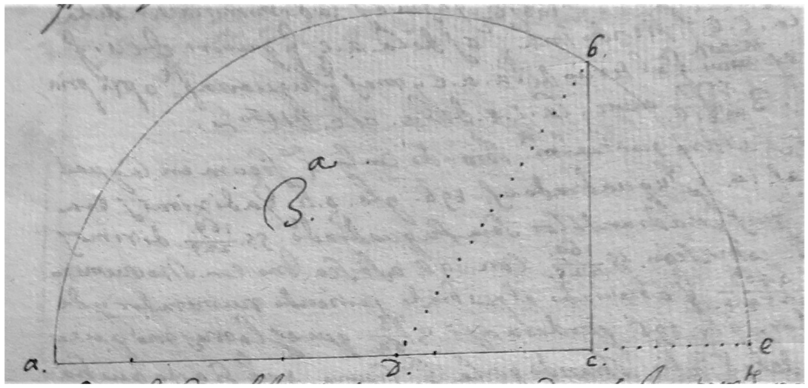


Figura 16. Ilustración de la figura “ 3^a ” en la foja 18.

Los siguientes pasos se ilustran en la figura etiquetada como “ 3^a ”. Empieza por tomar la cantidad $ab=13$ “y se pondrá aquí igual de la ac. Por el punto c pasará una perpendicular como la línea al que estaba en la primera figura; en este nuevo caso, se tratará de la línea cb. Luego, en la línea ac buscamos el punto d. Este punto d se fija el pie del compás para que pase por a y b “abriendo y cerrando el compás” que deja iguales las líneas ad y db. Queda el semicírculo abe, que corta la recta ac, si ésta se prolonga lo necesario, en el punto e.

> lo qual hecho digo que tal parte qual fuere la ce de la ac es la misma p[arte] será el triángulo alm del abc y obrado de la misma suerte con el lado ac del triángulo abc y la cantidad am igual aquí de la hg será la misma p[arte] gl de la fg q[ue] fuere el triángulo alm del abc y [para] q[ue]mejor se entienda otra en la 3a figura la ac es 13.

Elevamos al cuadrado ese 13, obtenemos 169. Si se eleva al cuadrado también $cb=6\frac{14}{15}$, su cuadrado es $48\frac{16}{225}$. Entonces, lo que sea $48\frac{16}{225}$ respecto a 169 es la misma proporción de la recta ce respecto a la recta ac. Esto se resuelve por regla de 3.

Sea 169 a $48\frac{16}{225}$ y 13 con “otro número que será $3\frac{26533}{38025}$ y esta es la cantidad de la ce en las p[artes] q[ue] la ac es de 13”. $48\frac{16}{225}$ respecto a 169 es uno, y esto es lo que es el

segmento ce respecto al ac; entonces, ce es menos que un tercio de la ac y más que $\frac{1}{4}$, que resulta $3\frac{26533}{38025}$.

Luego, comienza con la cuarta figura, en la que el segmento $fg=14$, $fg^2=14^2=196$. La gh, que se tenía desde las operaciones anteriores, es:

$$gh=7\frac{7}{15} \text{ y } gh^2=55\frac{169}{225}$$

Con otra regla de 3, tenemos que como gh^2 es a fg^2, es otro número a $3\frac{6468}{12544}$. Dividimos el denominador 12544 entre 196, y numerador 6468 entre los mismo 196 y queda $3\frac{33}{64}$, que es lo mismo que $3\frac{5577}{10816}$ de lo que salió en el ejercicio de la tercera figura. Entonces, se concluye que el triángulo $\triangle alm$ "pequeño", entra tres veces enteramente en el $\triangle abc$, triángulo mayor, más $\frac{33}{64}$ veces más.

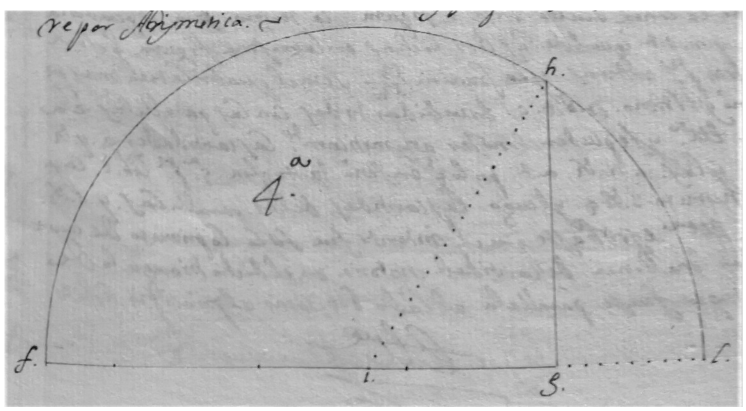


Figura 17. La otra ilustración, la "4^a" también en la foja 18.

...como enseña nicolas tartaglia geometricamte. en su 5a pte. lib. 1 cap.3 numero 8.

Se dividirá todo el triángulo $\triangle abc$ en las partes dichas anteriormente: una será el triángulo pequeño $\triangle alm$, la otra será el cuadrilátero $lqms$ "que divide la línea oculta en la 1a figura". La tercera será el cuadrilátero $qrst$; como vimos, los triángulos eran proporcionales en una razón de $3\frac{33}{64}$. Finalmente, el cuadrilátero más pequeño $rbtc$. Todas las líneas paralelas a la bc, que son lm, qs y rt, dividirán y se podrá conocer de manera aritmética las longitudes aq, as, ar y at. Esto gracias al procedimiento dado por “tartaglia 5a p[arte] lib. 1 cap 13 número 3 & 4 y luego las cantidades de las paralelas qs & rt e[tcétera]. Esto baste que el intento fue solo lo primero de acomodar una linea de cantidad notoria en el dicho triángulo de suerte que fuese paralela al lado bc como al principio se hizo. [etcétera]”.

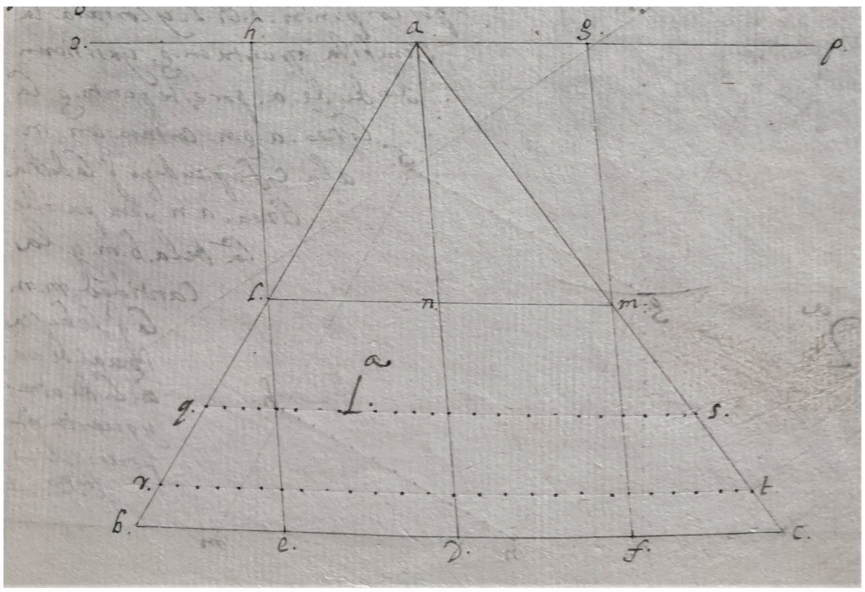


Figura 18. La misma ilustración de la foja 17, pues se sigue referenciando en el texto.

Aquí se concluye el ejercicio, con un tono tan didáctico, y hay un claro rompimiento con el texto que comienza en la foja 19. Esta foja corresponde a un episodio de escritura distinto; es notoria la diferencia en los colores de la tinta. Mientras que las fojas analizadas hasta este momento tienen tinta negra, la foja 19 está escrita en tinta ferrogálica, característica por su color café y su propensión a hacerse tenue con el paso del tiempo. Además, el texto en esta foja está incompleto; parece la continuación de una frase:

> mas manual el dividir en. 10. ptes las Hypotenusa de los □
>
> como esta dicho, q esto es mas cierto es cercano el tirar de la linea

A.C de 74 partes $\frac{2}{100}$ avos, del $\frac{1}{50}$ avo, ademas es tirada esta linea

así, es un prototypo GT. para todo quadrado y ciriculo. Y y si se pre-

tenden mas pruevas en tirar esta linea se tomaran $2+\frac{3}{10}$ ptes

Y partidas por medio en linea, esta mitad se señalara desde B

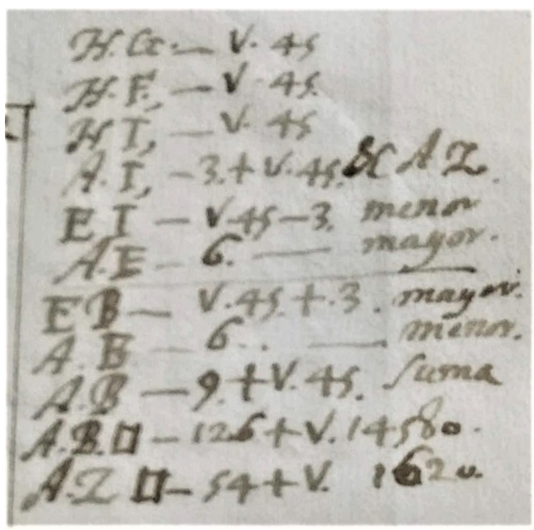
hasta la .E.que es donde a de cortar la linea D.C. cuia mitad

es DE.&E.C. yguales de la B.E. porq quadrando las ptes de B.C.

ygt de BD sera su quadrado el atras puesto, y doblado se saca-

ra su raíz. Y sera .24.29895 & q casi es. $24\frac{3}{10}$ y su mitad. $12\frac{3}{20}$ avos.

Otra parte importante es la tabla de medidas que se ilustra en la imagen.



H.G — V. 45
H.F. — V. 45
H.I, — V. 45
A.I, — 3.+ V.45 & A Z.
E.I — V.45—3. menor
A.E — 6. —— mayor.
E.B — V.45 + 3. mayor.
A.B — 6. . —— menor.
A.B — 9.+V.45. suma
A.B □ — 126 + V.14580.
A.Z □ — 54 + V. 162 v.

Figura 19. Tabla de longitudes para la ilustración, foja 19.

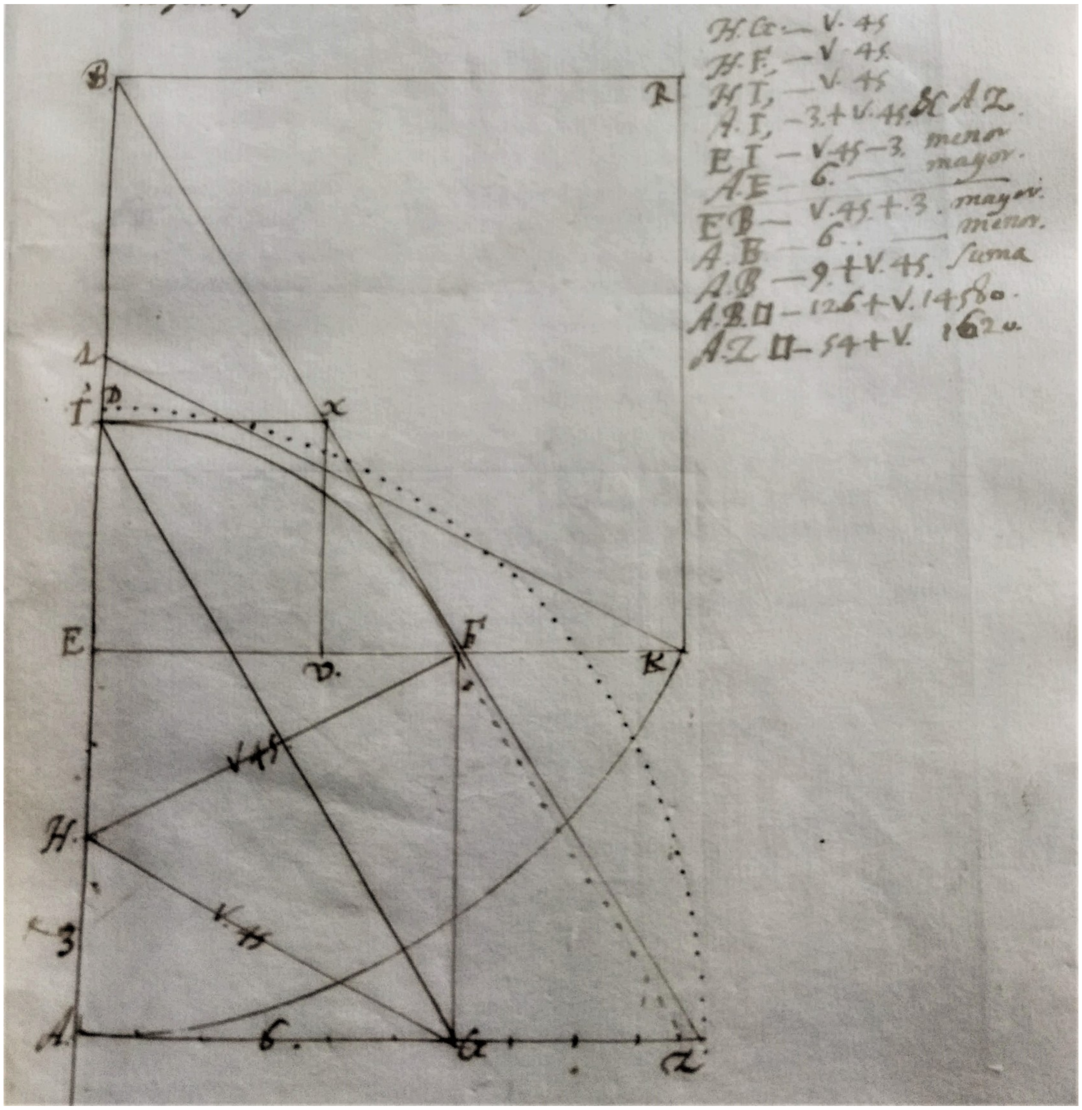


Figura 20. Ilustración de la foja 19.

En la foja, el símbolo que parece una v es el símbolo para raíz cuadrada. Se analiza más de cerca un segmento del dibujo, figura 19. En esa parte del dibujo se aplica el teorema de Pitágoras, en un triángulo rectángulo con un cateto de longitud 3 y otro de 6, por lo que la hipotenusa mide $\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}$. El cuadrado está dividido en dos triángulos rectángulos, los $\triangle AHG$ y $\triangle HEF$, y uno isósceles $\triangle HFG$.

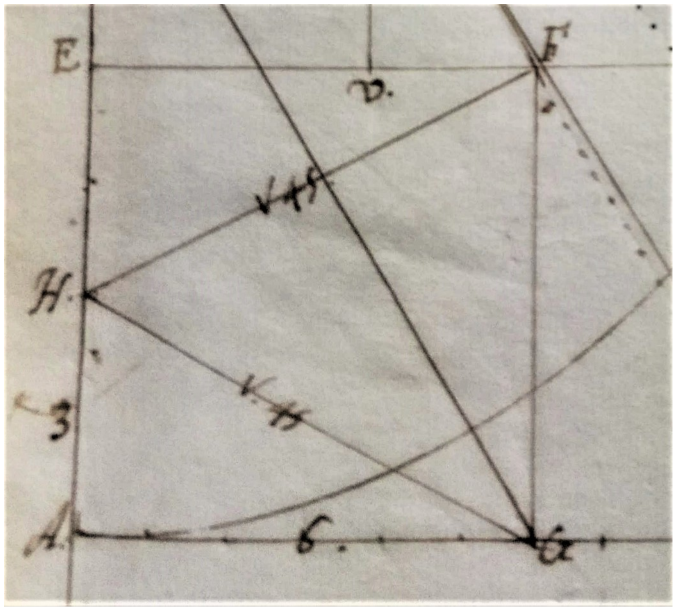


Figura 21. Detalle de la ilustración de la foja 19, donde tenemos un cuadrado dividido en tres triángulos con medidas en sus lados.

Sin embargo, queda claro que esta ilustración pertenece a un problema cuyo enunciado no se encuentra completo. El texto asociado comienza a media frase, y no ofrece un panorama suficiente para comprender el propósito de los manejos geométricos de la figura.

C. Modo y modos q[ue] yo uso de reducir un triángulo de una especie en triángulo de otra especie q[ue] se propone de modo que queden semejantes y de lados proporcionales q[ue] no lo tratan los Autores como por los exemplos se entenderá [etcétera]

El verso de la foja 19 y toda la foja 20 están en blanco, por lo que la siguiente sección empieza en la foja 21, que adicionalmente también tiene una numeración propia del cuaderno, que abarca el 1 en la foja 21 y el 2 en la foja 22.

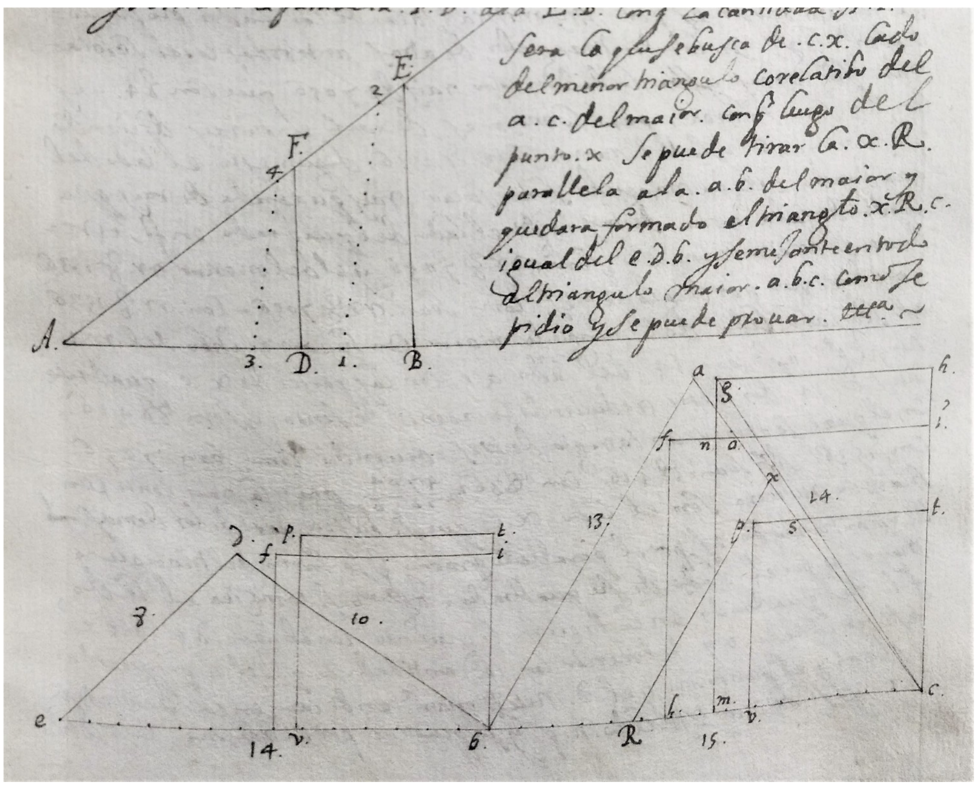


Figura 22. Ilustraciones de triángulos para el procedimiento de la foja 21, para reducir un triángulo en otro.

Se empieza con un triángulo $\triangle edb$, en la esquina inferior izquierda de la figura 20, con lados $eb=14$, $db=10$ y $de=8$. El propósito del ejercicio es transformarlo en un triángulo semejante a otro triángulo $\triangle abc$ (esquina inferior derecha) tal que sus lados son $bc=15$, $ac=14$ y $ab=13$. Propone tres modos.

El primer modo consiste en “convertir cada uno de los triángulos a rectángulos o paralelogramos y reducirlos”, es decir, buscar paralelogramos que tengan la misma área. En la ilustración, se observa que para $\triangle edb$, se crea el paralelogramo $ptvb$; para el $\triangle abc$, es el paralelogramo $fi'hc$. En el punto que fi' intersecta al lado ac del triángulo, se pone el punto o.

Aunque no lo dice, la ilustración muestra que traslada el paralelogramo $ptvb$ al triángulo $\triangle abc$. Al punto en que pt intersecta al lado ac se le asigna el nombre de s. Entonces, tenemos que oc es a ac para el triángulo $\triangle abc$ como sc es con xc para el triángulo menor, $\triangle edb$.

Después, se trazan dos líneas que forman un ángulo cualquiera; en ellas, el vértice se llamará A y se marcarán algunas longitudes: AB será igual al segmento oc trazado en el triángulo $\triangle abc$, mientras que el lado AE tendrá la misma longitud que el segmento ca del mismo triángulo. Se traza la recta EB. Se traza AD, de la misma longitud que cs para después trazar una paralela al lado EB que pase por el punto D. Al punto que cruce el segmento AE se le llamará F. El segmento AF es la longitud que se buscaba del lado cx, *“lado del menor triángulo correlativo del ac del maior”.*

Del punto x se puede trazar la línea xR que será paralela al lado ab del triángulo $\triangle abc$. Se formará entonces el triángulo $\triangle xRc$, que es igual al $\triangle edb$ y “será semejante en todo al triángulo maior abc como se pidio y se puede probar”.

El segundo método consiste en tomar el lado ac del triángulo “maior” $\triangle abc$; la cantidad co es la porción que corta el cuadrado en el lado ac. Considera el lado fi' del mismo triángulo como las tres líneas proporcionales ac, fi' y pt los lados del menor cuadrado y buscar por medio de éstas el quinto proporcional lcx. Fray Diego afirma que se usaría el mismo procedimiento. Aclara también que, si bien en la explicación él utiliza el lado ac, podría usarse cualquier otro lado o todos juntos, aunque basta con conocer un lado del triángulo más pequeño. Hace otra observación: como buscamos que los triángulos sean semejantes, los ángulos deben ser iguales con su correlativo, y si un lado es conocido, se pueden obtener todos los demás.

Tomamos el lado ab del triángulo $\triangle abc$, el lado fi' de su cuadrado y el lado pt del cuadrado menor. Asignamos la cantidad A_1 de la longitud del lado fi', y A_2 con la longitud del lado ab. Se traza la línea "oculta" (en el dibujo aparece como punteada) entre A_1 y A_2. Después, se toma la cantidad A_3, que es igual al lado pt del cuadrado menor, y se traza la paralela de A_1A_2 que pase por A_3; es análogo a lo que se hizo en el anterior procedimiento con el ángulo y los lados AB, AE y AD, con lo que se encuentra la cantidad A_4, equivalente al lado DF anterior. Éste era el lado buscado, pues es igual al lado Rx del triángulo pequeño $\triangle edb$. Con esto se puede sacar el resto de los lados.

El tercer modo propuesto es aritmético, pues se sacan los lados proporcionalmente. Empezamos por sacar las áreas de los dos triángulos iniciales, $\triangle abc$ y $\triangle ebd$. No se pone el procedimiento para obtenerlas, sólo las apunta; la del mayor es $\sqrt{7056}=84$ y la del menor será $\sqrt{1536}$. De acuerdo a estos datos, el cuadrado de cada triángulo se obtendrá de sacar la raíz cuadrada de la raíz cuadrada de cada área.

El lado del cuadrado en que se reduce el mayor triángulo será $\sqrt{\sqrt{z\,7056}}$, y el del menor, es $\sqrt{\sqrt{1536}}$ y así, por regla de tres, tenemos que $\sqrt{\sqrt{z\,7056}}$ es a $\sqrt{\sqrt{1536}}$ lo que cada lado del triángulo mayor es a su correlativo del menor. Esto es, 14 del lado ac con las partes del lado xc. Luego, tomamos el doble del cuadrado de 14: $2 \cdot 14^2 = 38416$. Con esto se realizará la regla de tres. Serán 7056 con 1536, como son 38416 a $8362\frac{4704}{7056}$. El resultado será el lado xc que se buscaba y el resto se pueden obtener del mismo modo.

Un cuarto método se propone: por el paralelogramo que se forma del triángulo mayor $\triangle abc$ y el lado de su cuadrado "bga". Entonces, teniendo el lado fi' del cuadrado con el lado

$de,$ el punto en que se intersecte será x, lo que permitirá formar la recta xi'. Será el lado oq del cuadrado derivado del triángulo $\triangle edb$. Sea z el punto en que se intersectan las rectas oq y nm, que son heredadas de las ilustraciones anteriores (puntos de intersección entre los paralelogramos y cuadrados de igual área a los triángulos cuando se sobreponen todos en $\triangle abc$). Entonces, la longitud zq es igual a la np y los puntos n y d caen en la recta dc. De este modo podemos obtener la longitud del lado np. Se pueden obtener también los lados nm si usamos los lados fi' respecto al lado dh, o el lado oq con el $nm.$

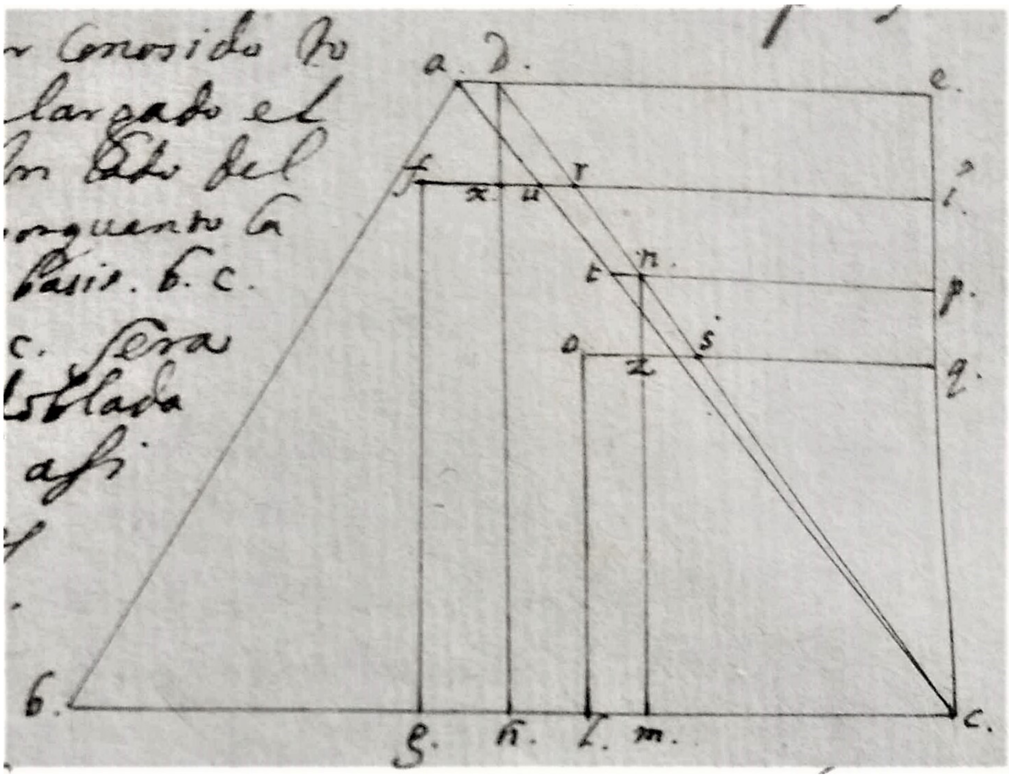


Figura 23. Otro triángulo para el procedimiento, foja 22, que no corresponde del todo al cuarto método pero ilustra algunos de los segmentos mencionados.

Ya que se conoce el lado np, se puede conocer todo el triángulo $\triangle edb$; si se alarga el lado np hasta t, un lado del triángulo medirá tc y la cantidad hc será la mitad de la base, que es el lado bc. Por tanto, la cantidad mc será la mitad de la base del triángulo menor $\triangle edb$ y su doble será el otro lado. Se hace notar que, así como el rectángulo $dehc$ es igual en área al triángulo $\triangle abc$, el rectángulo $npmc$ tendrá la misma área que el triángulo $\triangle edb$. Afirma Fray Diego que estos métodos sirven para cualquier otro ejemplo.

Más adelante, encontramos otras ilustraciones que no tienen relación con el problema planteado.

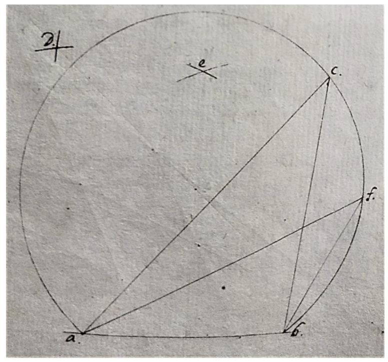


Figura 24. Ilustración de la foja 22, con pequeños símbolos que probablemente se refieran a intersecciones de líneas.

Al final del capítulo, fray Diego escribe una nota tras dos líneas paralelas:
“Nota a la prop.20 del cap. 6. del lib. 1 de la 5a. pt. de la geome-
tría de tartaglia con otra curiosidad unas q se añade ett^a”.

En el verso de la foja 22, hay un último dibujo:

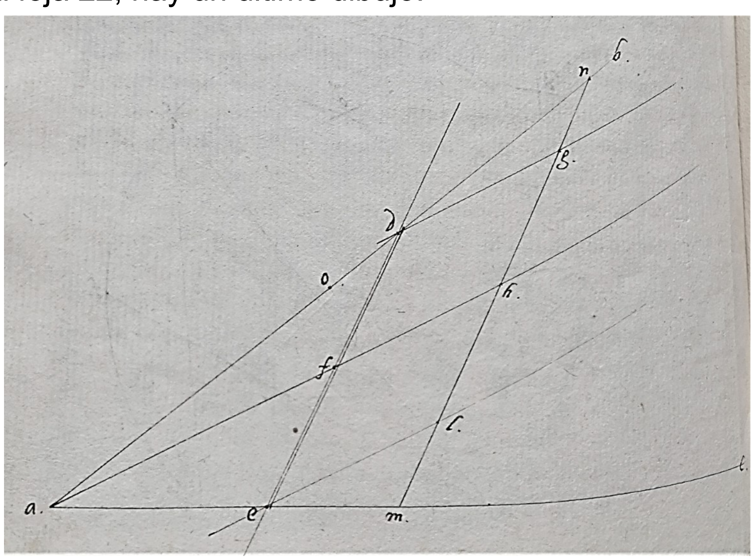


Figura 25. Otra ilustración que no se menciona en el texto ni tiene relación con éste. Foja 22 verso.

La última foja contiene notas aisladas, pero el grueso de la sección es una explicación del fragmento de otro libro, en este caso de Tartaglia. El contenido geométrico y algebráico fue casi seguramente expuesto en la cátedra y escrito pensando en la comprensión de los alumnos.

D. QUESTION

La foja 23 lleva por título *"Question".* Nos presenta un triángulo rectángulo ABC de hipotenusa 5, área 6 . Lo que esta question en cuestión busca es: ¿qué será cada lado?

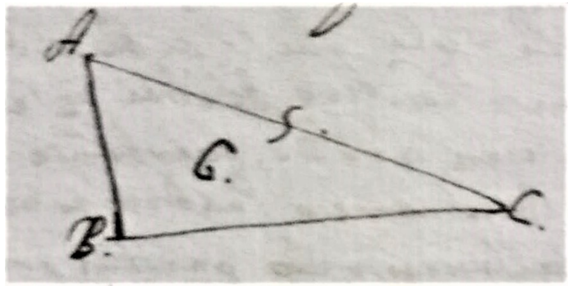


Figura 26. Ilustración del triángulo de la pregunta, foja 23.

A grandes rasgos, el método propuesto es bastante instintivo desde nuestro punto de vista moderno: se usarán las dos ecuaciones conocidas, la del Teorema de Pitágoras y la del área del triángulo. Nos queda así:

1 $AB^2+BC^2=5^2=25$

2 $(\frac{AB \cdot BC}{2})^2=(6)^2=36$

El modo propuesto es asignar al lado menor una longitud, de modo que $AB=1\xi$. Elevado al cuadrado, será $1z$. Por otro lado, la hipotenusa 5 será, al cuadrado, 25. Entonces, $25-1z$ es el cuadrado del lado mayor BC. Posteriormente se obtiene la raíz que es:

$$BC=\sqrt{b(25-1z)}$$

Y

$$AB=\sqrt{1z}$$

Se elevan al cuadrado ambos y quedan $25-1z$ y $1z$.

Se procede a tomar la mitad de cualquiera de estos números, pero como son cuadrados, se divide entre ¼ en vez de ½. Queda entonces $\frac{1}{4}z$ y $6\frac{1}{4}z-\frac{1}{4}zz$. Procedemos a multiplicar $\frac{1}{4}z$ por $25-1z$:

$$(25-1z)(\frac{1}{4}z)=6\frac{1}{4}z-\frac{1}{4}zz$$

Ahora, lo igualamos al área cuadrada del triángulo y se despeja z:

$$6\frac{1}{4}z-\frac{1}{4}zz=36$$
$$4(25z-1zz)=36$$
$$25z-1zz=144$$
$$25z=144+1z$$

Entonces, $25z=1zz+144$ y será $156\frac{1}{4}$, y le restamos 144:

$$156\frac{1}{4}-144=12\frac{1}{4}$$

A este último resultado le sacamos raíz.

$$\sqrt{12\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$$

Esta cantidad se suma por un lado y se resta por el otro de los $12\frac{1}{2}$.

$$a\,12\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=16$$
$$a\,12\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}=9$$

Se les saca raíz a ambos y obtenemos en $_{a}4$ y $_{b}3$. Éstas son las respuestas buscadas, las correspondientes a los catetos del triángulo buscado.

Una tabla lateral, ilustrada en la figura 25, sirve como esquema para las cuentas que ya se explicaron.

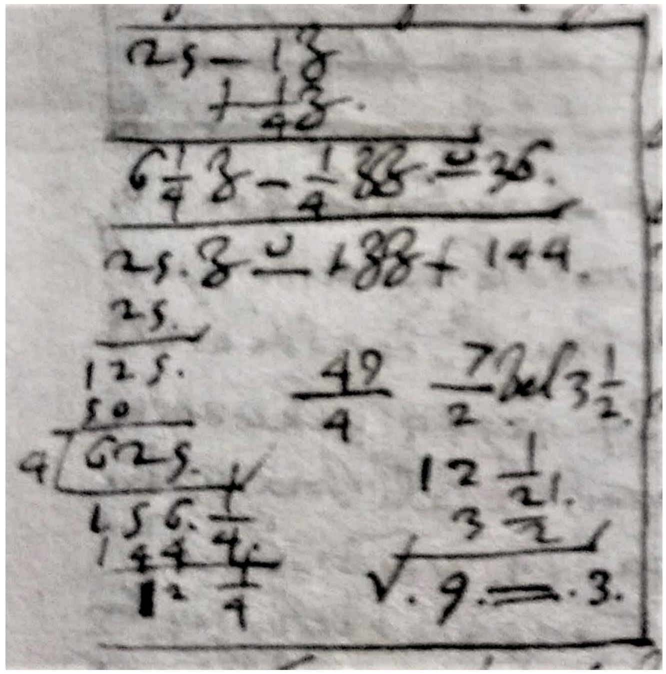


Figura 27. Tabla de las cuentas para responder la pregunta. Nótese el uso mezclado de símbolos de igualdad, moderno y antiguo.

Cierra el ejercicio con un párrafo en que aclara que, si se conoce la longitud de la hipotenusa en un triángulo rectángulo, para obtener el área y "elegir una volanta [rianta?] pa proponer questiones". Se eleva la hipotenusa al cuadrado y se tomará una cuarta parte de esa cantidad; esa será el término mayor del área. Como en el ejemplo propuesto, la hipotenusa es 5 y su cuadrado 25, una cuarta parte es $6\frac{1}{4}$ y este término ya conocido permitirá elegir el área, como en el ejemplo fue 6.

Finaliza con un "ett^{a}".

En la figura 26, se muestra el verso de la foja 23. Está encabezado por un dibujo de triángulo rectángulo ABC, donde los datos son: longitud del lado AC (la hipotenusa) de 24, área del triángulo 100, y una nota que dice "144. Ter de la Area."

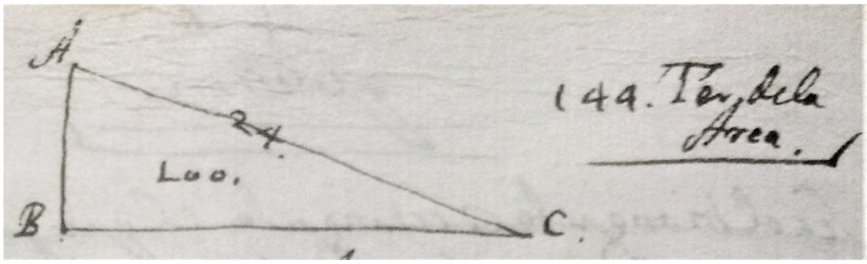


Figura 28. Triángulo rectángulo que ilustra otro problema, en el verso de la foja 23.

Se trata de un segundo ejemplo para el mismo método. Comenzamos por elevar al cuadrado el área, resultando $1{,}000^2=10{,}000$ y se multiplica por 4, resultando 40,000. Tenemos que la hipotenusa es el lado $AC=24$. Elevada al cuadrado, tenemos $AC^2=24^2=576$. Se eleva al cuadrado de nuevo:

$$AC^4=576^2=331776.$$

Esto lo dividimos entre 4, $\frac{331776}{4}=82944$.

Posterior a este resultado, una sección importante de la página está tachada. Esta sección prosigue con sacar la raíz del resultado $\sqrt{82944}=288$, resultado que es correcto y corresponde a la mitad del cuadrado de 24. Esto nos deja con la suma $288+\sqrt{82944}$ y la resta $288-\sqrt{82944}$. Fray Diego nos pide "tomar la raíz universal de cada una", con los resultados $\sqrt{2(288+82944)}$ y $\sqrt{[8?](288-82944)}$; lamentablemente el tachado dificulta distinguir los números con claridad. Afirma que el primero será del lado mayor BC y la segunda, el lado menor AB. Por aproximación, será el lado menor $6\frac{1}{10}$ y el mayor, de $23\frac{2}{10}$. Al elevarlos al cuadrado de manera no muy exacta y sumarse, se convierten en $37\frac{12}{100}+538\frac{88}{100}=576$, cuya raíz es 24, la hipotenusa.

Parece que el error consistió en no restar 40,000 (cuatro veces el cuadrado del área del triángulo) de la cantidad 82944 y sumar/restar sin sacarle raíz, pues es el punto en que Fray Diego retoma su método después de tachar. Entonces, tenemos $82944-40000=42944$. A esta cantidad se le saca raíz, y se suma y se resta a 288.

Con esto, dado que $\sqrt{42944}\simeq 207.22$, tenemos:

i) $288+207.22=495.22$

ii) $288-207.22=80.78$

Tomamos la "raíz universal" de cada una:

i) $\sqrt{495.22}=22.253$, que Fray Diego aproxima a $22\frac{3}{10}$.

ii) $\sqrt{80.78}=8.98$, que Fray Diego aproxima como $8\frac{9}{10}$.

Así, el lado mayor $BC=22\frac{3}{10}$ y el menor $AB=8\frac{9}{10}$. Para la comprobación, se elevan al cuadrado y se suman:

Y ese 24 es la longitud de la hipotenusa, por lo que se cumple el Teorema de Pitágoras y esas longitudes corresponden a los catetos.

Una segunda comprobación se realiza con la fórmula del área del triángulo. Al tomar la mitad de alguno de los dos catetos y lo multiplicamos por el otro, se deberían obtener 100 unidades. Los cálculos realizados son $\frac{BC}{2}=\frac{22\frac{3}{10}}{2}=11\frac{3}{20}$, que se multiplica por $8\frac{9}{10}$ y sale "poco menos de 100". El resultado de repetir la operación es 99.235.

Habla del "ámbito" del triángulo, que se refiere al semicírculo que encierra al triángulo rectángulo. Dado éste, se suman los términos mayor y menor de la hipotenusa. La mitad del ámbito es siempre el término mayor; para el menor, el ámbito se multiplica por 2 y se divide entre 70. Con esto se obtienen los dos términos de la hipotenusa.

La foja 24 presenta un esquema semejante al de la Regla para construir un ochavado: hay renglones con instrucciones y pasos. El final de cada paso se indica con una línea que cancela el resto del renglón. En ella, comienza con una lista de ejercicios y afirmaciones sin procedimiento de resolución. Se transcriben a continuación:

Dado el ambito de todo el triangulo seconosera el termino

mayor y menor de la Hypothenusa. la mitad del ambito es siempre

el termino mayor; para el menor. multipliquese por .numero 29. Siempre

el ambito y partase por 70. siempre y vendrael termino Menor

de la Hypotenusa. ————————————

Foja 24 recto

~ Dado el ambito del triangulo hallar los terminos de la forma de los

dos lados q rodean el recto. el termino menor sera la mitad sie=

pre del ambito pa el mayor. multipliquese el ambito por . 41. y par

tase por .70. y viene el termino mayor ————————

~ dado el ambito se conoseran los terminos de la suma de la Hypothe

nusa y uno de los lados q rodean al recto. el N °. del ambito es siem

pre termino mayor. el menor es la mitad del ambito siempre, y

de el pa ariba [arriba] exclusiva sea de buscar. ————————

~ Dado el ambito del triangulo, hallar el termino mayor de la

Area. el quadrado delambito se multiplique por .3. y se parta

por .70. y vendra dicho termino. ————————

~ Dada la Hypotenusa dar los terminos de la suma de los dos

Lados q rodean Al recto. el termino menor sera exclusive

la misma hypotenusa. el mayor inclusivo la raíz del duplo del quadrado de la hipotenusa. luego el mayor se sacara así proximo

la Hypotenusa se multiplique por .99. y se parta por .70. y viene

el termino mayor. ————————————————

~ Dada la suma de los lados q rodean al recto. Sacar los terminos de la

Hypotenusa. la suma de los lados dada es termino mayor exclu

siva. el menor es la raiz de la mitad del □ .de dicha suma y así.

Y asi la dicha suma de los lados se multiplique por .70. y se parta

por .99. y vendra el menor termino inclusivo. ————————

~ Dada la Hypotenusa sacar los terminos de todo el Ambito del

triangulo. el duplo de la misma hypotenusa es termino menor ecx

clusivo. el maior inclusivos es. la suma de la hipotenusa y mas la

raiz del duplo del □ . de dicha hipotenusa y asi. La hipotenusa se

multiplique por .169. y se parta por 70. y viene dicho termino————.

~ Dada la suma de los dos lados que rodean al recto. sacar los termi

nos de todo el ambito, o circunferencia. el duplo de la suma de

los dos lados es el mayor termino exclusive. el menor inclusiva es

la dicha suma de los lados y mas la raiz de la mitad del □. de dicha

suma de los dos lados, y asi la dicha suma se multiplique por .239.

Y se parta por 140. y viene el dicho termino inclusivo. ————

~ Dada la suma de los dos lados q rodean al recto. dar los terminos

De La Area. no tiene termino menor; el Maior así. quadrese la

suma de los dos lados dichos. y su octava pte. es el termino maior. ————

~ Dada la hipotenusa conoser el termino mayor de la Area. Qua drese la Hypotenusa y tomese del □ la quarta pte. y sale el termino. —

Foja 24 verso

~ Dada la Area hallar el menor termino de la suma de los dos lados q rodean al recto. la raiz del ochuplo de la Area sera el dicho termino menor. mayor no lo tiene. ————

~ Dada la Area conoser el menor termino de la Hypotenusa la raiz del quadruplo de la Area es el dicho termino, mayor no lo tiene. ————————————————

~ Dada la Area sacar el menor termino de todo el ambito. por las dos presedentes se sacan los terminos menores asi de la suma de los dos lados q rodean al recto. como el de la hipotenusa dada la area. sacados se suman ambos, y la suma es el dicho termino. ————————————————

~ La question de Areas se puede [re]solver Así. sea el tri angulo recto to. A.B.C de Hypotenusa. 24. y 100 de Area partase la Area por la hypotenusa y vendran. 4 1/6. ques la mi tad de la perpendicular. B.E. luego doblado será. 8 1/3 quedara la B.E. viese[?] la B.D. semidiametro q sera mitad de la Hyppo tenusa A.C. igual de la A.D.& D.C. y sera la .B.D.12. partes. luego en el triangulo. B.E.D. sera conosido. E.D. que añadido a 12 y restados de 12 seran las porciones.C.E & A.E. con que en los dos triángulos B.E.C. & B.A.E. seran conosidos los lados. B.C. &. B.A. que es el intento. &ª. ————

Por último, cierra con una nota y otro dibujo.

La question del área se puede sacar así:

Sea el ángulo recto y el triángulo ABC, de hipotenusa 24 y área 100. El área se divide entre la hipotenusa; resultan $4\frac{1}{6}$ que es la mitad de la perpendicular BE. Luego, de lado serán $8\frac{1}{3}$ que será la BE. El segmento Bd semidiámetro es la mitad de la hipotenusa AC, igual de la Ad y DC. Sea la BD de 12 partes. Luego en el triángulo $BeED$, tendremos ED que se suma y resta de 12 para obtener las porciones CE y AE, de modo que en los dos triángulos BEC y BAE serán conocidos los lados BC y BA, “que es lo que se buscaba, ett^a”.

Esta construcción aprovecha el teorema de geometría moderna de que todo triángulo rectángulo está dentro de un semicírculo donde la hipotenusa es el diámetro, como la ilustración lo deja claro.

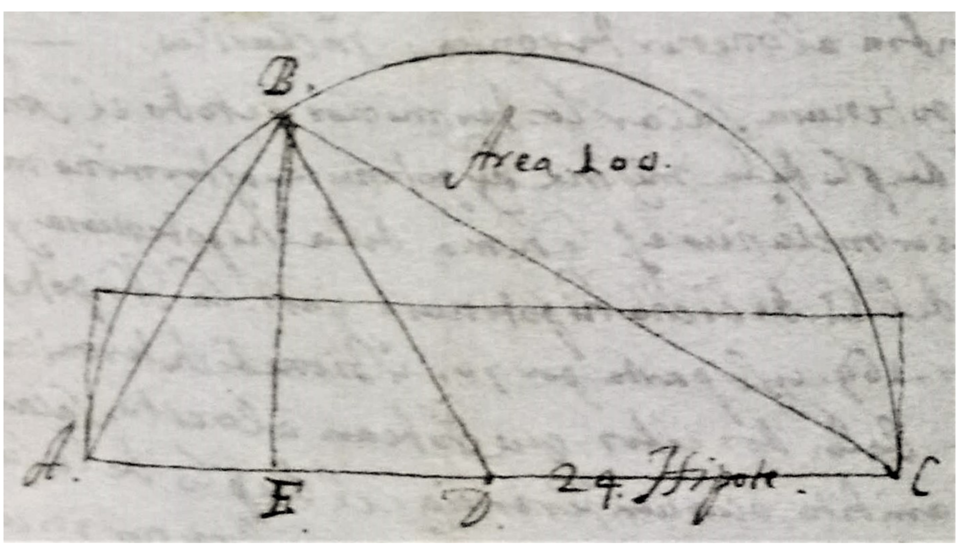


Figura 29. Ilustración de un triángulo rectángulo y su ”ámbito”, foja 24 verso.

En conjunto, esta sección contiene no sólo un problema con su resolución explicada por pasos, sino también una lista de lo que contemporáneamente podríamos llamar “lemas”. En ellos, expone condiciones de un triángulo y consecuencias que pueden deducirse de las mismas, y esta lista muy posiblemente fue expuesta en su cátedra.

E. UN TERRENO EN FORMA DE TRAPECIO

En la foja 25, se encuentra una única línea de texto que dice:

como sea A.g con H.c. Asi sea La A.e. con la . e.f. hasta don
de concuerde con la A.C.

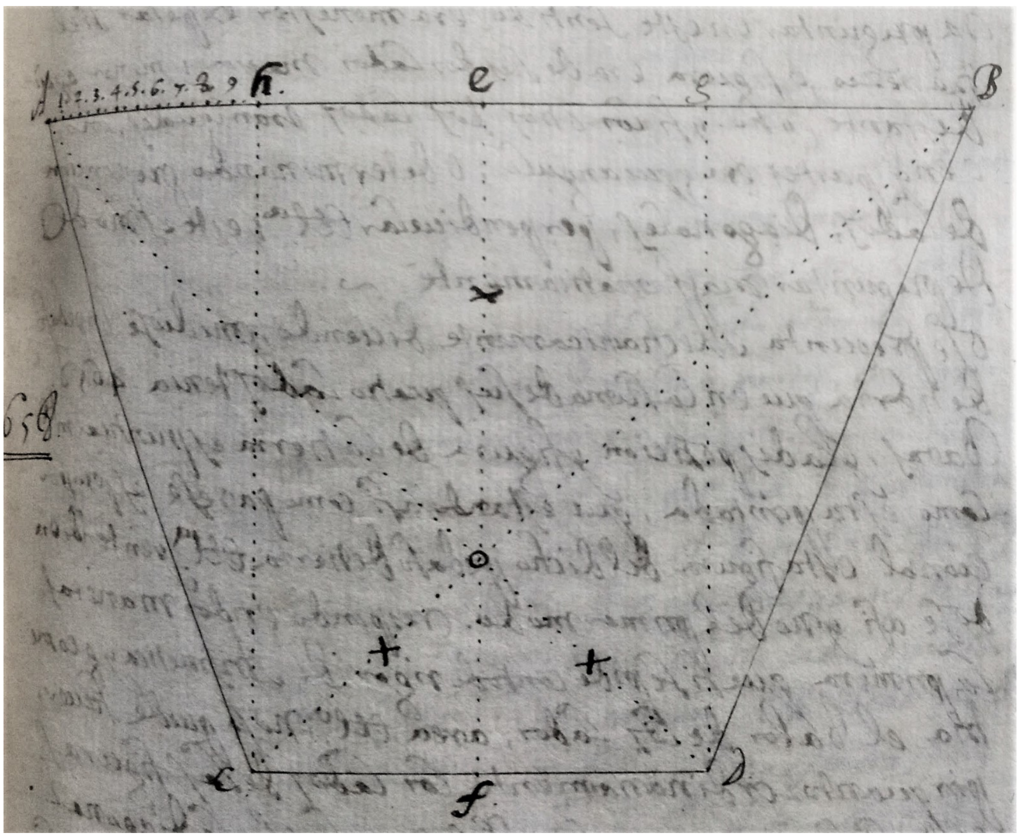


Figura 30. Ilustración de un trapecio con puntos y medidas, foja 25.

Debajo de este breve texto, hay una ilustración: se trata de un trapecio con medidas e indicaciones. Los vértices están marcados con las letras A,B,C y D. El punto medio de AB es e, y el de CD es f; la intersección de las diagonales AD y Bc es o, g y h son dos puntos que resultan de proyectar los extremos del lado CD del trapecio.

Al final de la foja y en el verso de la misma, describe el problema que ilustra con dicha figura. Se le presentó una pregunta: Dado un terreno de forma trapezoidal con perímetro de 4658 varas, ¿es posible saber la medida de cada lado y el área del terreno?

Fray Diego expresa que, sin tener ningún otro dato, resulta imposible, pues existen infinitas combinaciones de longitudes que sumarían 4658 varas, con diferentes áreas.

Sin embargo, si quien le pregunta asegura que el terreno tiene un perímetro de 4658 varas y además es “puntualmente” proporcional a la figura dibujada, entonces existen dos respuestas posibles.

> La primera que si se pide con todo rigor de Aritmetica y geometría el valor de los lados, area, etcétera no se puede saber por cuanto ordinariamente los lados de las figuras entre sí son inconmensurables como lo es la diagonal de un cuadrado con su mismo lado que son inconmensurables, y con todo esto se supiera si se determinara alguna proporción o correspondencia pero por cuanto se [cabla] todo y se dice solamente la suma de los lados no puede ser

La segunda respuesta es que, mediante la búsqueda de la proporción de los lados, sí es posible determinar el área y “lo demás, poco más o poco menos [...] por algún camino o caminos de aritmética y geometría, de suerte que se sepa de ella su área, pues es proporciona esta figura con la tierra”. Estos caminos aritméticos o geométricos “son muchos y variados y no presentan dificultad alguna”.

Propone cuatro modos de dar respuesta a la pregunta.

PRIMER MÉTODO

Sean los dos ángulos C y D y las perpendiculares Ch y Dg. Se trazan las diagonales, que se cruzan en el punto O. Con los puntos medios de AB y CD, e y f respectivamente, se traza la línea ef. Luego, se divide un segmento cualquiera de la figura en 10, 15 o 20 partes (en la ilustración es el segmento Ah, dividido en 10 partes, que luego se dividen a la mitad para obtener 20 partes). Esto se usará como *“pitipie”* en la figura. Después, se cuentan cuántas partes como ese segmento tiene el segmento he; de acuerdo con sus cálculos, son 16 partes. Por tanto, la línea AB tendrá 72 de estas partes de longitud.

Del mismo modo, nos fijamos en el lado AC, que tendrá 52 partes, las mismas que BD. Entonces, cada lado tiene 52, Ah y gB miden 20 partes, pues AB mide 72. El segmento hg tiene 32 partes y coincide con la longitud de CD. Así, la perpendicular ef, y las Ch y Dg tendrán 48 partes. Finalmente, el área del terreno será de 2496 partes de éstas. La suma de los cuatro lados será 208 (un resultado anterior indistinguible se encuentra tachado), que equivale a las 4658 varas. Para transformarlo, se usa una regla proporcional. Sin embargo, todos los resultados numéricos se encuentran tachados en el manuscrito.

Los resultados cancelados son:

La afirmación de que el lado mayor mide $1497\frac{6}{28}$ varas. Su opuesto, el lado menor CD, mide $998\frac{4}{28}$ varas y los otros dos lados medirían $1081\frac{9}{28}$ varas. La perpendicular ef sería de $598\frac{31}{35}$ varas. El área total de la tierra será de $747216\frac{171}{196}$ varas cuadradas, *“una caballería de tierra más 137808 varas cuadradas de otra con $\frac{171}{196}$”.*

Aún así, finaliza con que *“se ha satisfecho a la pregunta, sin perdonar quebrado ninguno y así se procederá en otra qualquiera, etcétera”.*

Segundo método

“...es más matemático, sacado del quinto y décimo libro de Euclides”; consiste en encontrar una común medida (que él llama “*común mensura”*) a dos lados de la figura, con lo que se pueden determinar los otros lados, si bien aclara que a veces se requiere la común medida de tres de los lados. Un ejemplo de esto último se encuentra tachado en los dos últimos párrafos de la foja, a causa de un aparente error en el cálculo de las medidas que se buscaban.

En estos párrafos, se busca la medida común entre los segmentos Ah y AC.

Define la comín mesura como “aquella medida que a ambas las mida justamente”. En el caso de Ah y AC, comienza por trazarlas. La mayor es el lado AC, la segunda es Bh. El lado Ah de la figura resulta de una resta de longitudes: si a Af se le resta Bh todas las veces posibles, el segmento de línea sobrante será la longitud de ef. Este ef se traza como tercera longitud, afirmando que es igual a la línea cm. Esta línea cm se resta todas las veces que quepa en Bh y sobrará el segmento gh. Este segmento gh se pone abajo, afirmando que es igual a dos veces el segmento Dn. Entonces, como Dn cabe dos veces dentro de cm, Dn es la común medida de las dos rectas Ah y AC, la que buscábamos.

Las líneas de longitudes propuestas están tachadas también.

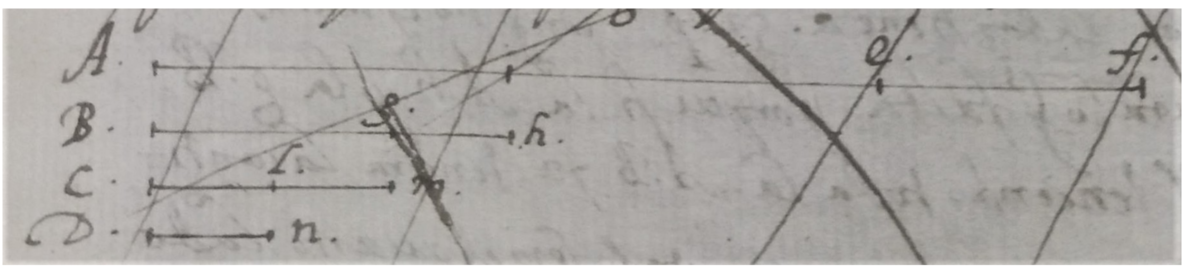


Figura 31. Las cuatro líneas que formarían las “proporcionales”, erróneas y tachadas. Foja 27 verso.

Luego comienza el texto que no está tachado:

Se obtiene la medida común entre el lado mayor (el AB) y uno de los lados, ya sea el AC o el BD. Se hace lo que dicen las instrucciones de la parte tachada: tomar los dos lados, restar el pequeño del grande y seguir restando otros lados hasta encontrar uno que divida a todos los segmentos puestos.

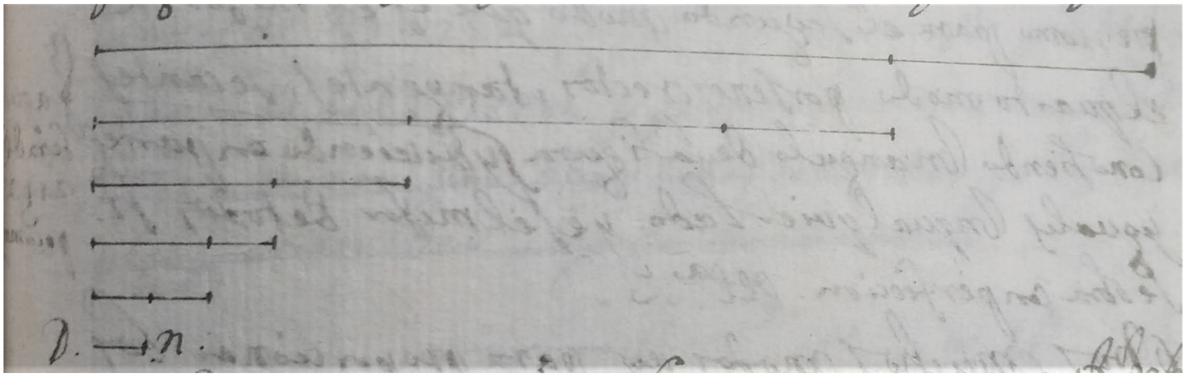


Figura 32. Las líneas que sí forman las “proporcionales”. Foja 28.

La conclusión a la que llega es que el segmento Dn, la línea más pequeña, es la común medida buscada, que cabe 18 veces en la mayor, 13 en la menor. Entonces, en la figura la línea AB tendrá 18 partes de longitud, mientras que el segmento AC medirá 13 partes, igual que el BD. Dadas estas medidas comunes entre Dn y el lado DC, se buscarán con el mismo procedimiento otra medida común. Fray Diego afirma que el segmento Dn mide 8 veces la mayor y por eso, la recta Dn se convierte en la “común mensura” de los cuatro lados.

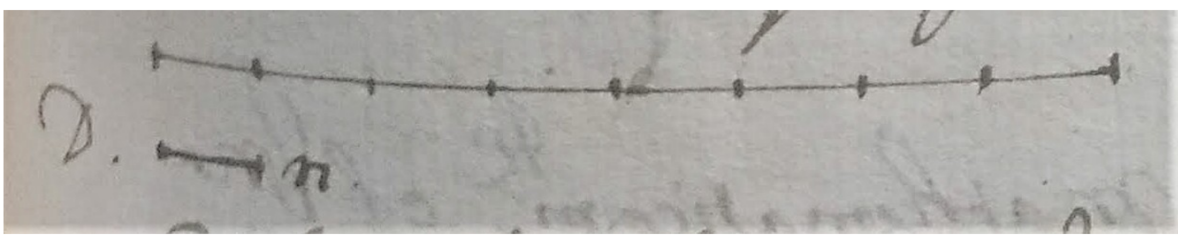


Figura 33. Ilustración de la proporcionalidad de las líneas propuestas, foja 28.

Ocho de estas partes conforman al lado CD, con lo que se tienen todos los lados que suman 52 partes. La perpendicular medirá 12 partes, mientras que el área será de 156 partes cuadradas. Con el primer modo se pueden conocer los lados y área de la tierra (que son 4 varas sumando los cuatro lados) *“y se verá la conveniencia que ay tan grande entre ambos modos. Lo dicho basta para declarar el modo que se a de tener* ett^a*”*.

El tercer método es agrandar la figura proporcionalmente en una tabla o cartón, con que será mayor la proporción de los lados y será más sencillo de ejecutar el segundo modo *“que es el mejor”.*

Un cuarto método será por senos rectos, tangentes y secantes conociendo el triángulo de la figura (una nota en el margen apunta que "aquí será de 21 g. 27s y poco más") y dividiendo en partes iguales cualquiera de los lados y es el mejor de todos si se "obra con perfección $_{ett^a}$".

> "Otros muchos modos ay para proporcionar los lados, pero lo dicho solo para exemplificar la pregunta y el modo q[ue] se tiene $_{ett^a}$".

Finaliza así Fray Diego con una elegante y floreada firma, antes de añadir una última observación, que parece un post-scriptum.

> "Pero yo pregunto agora mathematicamte. es una tierra cuya figura es un trapezio que los dos lados del largo son equidistantes o parallelos, y los dos del ancho son yguales y la suma de sus quatro lados son las mesmas 4658 varas doi mas desto conosido en ella. La porción de perpendicular lo que es hasta el punto donde cortan las diagonales, y es de rais $346981\frac{1278489}{1766241}$, de suerte que la raíz deste número digo que sera el pedaso de perpendicular eo que cae del lado mayor hasta donde se cortan las diagonales".

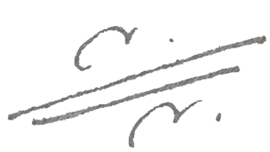
Como se conocen los dos pedazos de diagonales $_{OC}$ y $_{OD}$ (que es donde se cortan) hasta los extremos del lado menor $_{CD}$ (los cuales son iguales, cada uno de raíz $376222\frac{1278489}{1766241}$) y será así cada lado de la tierra y de ahí sale su área.

En nota al margen, explica que los segmentos cuya longitud da conocida tienen en la figura unas crucecitas así: x.x, $_{ett^a}$ y una última nota que dice "~. es fácil .~."

Dos renglones tachados tienen el texto:

> "Si fuere menor dar otras cosas conosidas yo les dare
> pero quiciera ver algo de fundamento . ~ "

Una nueva firma y un renglón tachado más antes de la floritura de cierre:



“Con un Ario q Doi determino y es muy
~. fácil .~”

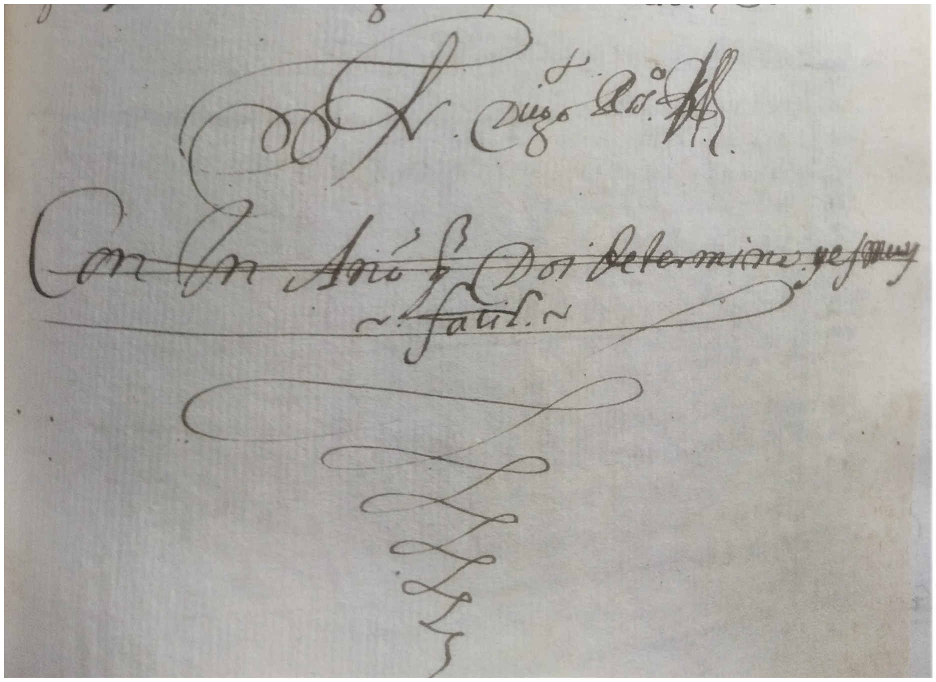


Figura 34. Firma de Fray Diego y floritura final, foja 29.

El verso de la foja está en blanco. Dada la profusión de firmas, es posible que esta sección del manuscrito estuviera pensada para entregarse a alguien más, quizá el dueño del terreno o alguien directamente involucrado en la división de la tierra.

Si bien es muy posible que este contenido no haya sido expuesto como tal durante la cátedra, sí se trata de una sección escrita enteramente dedicada a la agrimensura. Al ser ésta una de las más comunes aplicaciones de las matemáticas en la época, sí sería una habilidad que se esperaría de los alumnos que salieran de la cátedra. Es notable también que, al resultar de una consulta, podemos constatar una vez más la consideración que le merecía a Fray Diego su prestigio en todo lo tocante a las matemáticas y sus aplicaciones prácticas.

F. FABRICA DEL PROTOTYPO PARA QUADRAR CIRCULOS

En la foja 30, la tinta es también más tenue que en las hojas anteriores. Por el tono café, es posible que se trate de tinta ferrogálica. Estos cambios de tinta son un posible indicador de secciones que fueron escritas en ocasiones separadas del resto de los apuntes. Además del 30 que indica el número de foja, tiene numeración propia del cuaderno que comienza en 1 y termina en la foja 31, con un número 2.

El título de la sección se anuncia como “Fabrica Del Prototypo Para quadrar circulos. Y Al contrario necesario para las targeas de las Aguas & sus Medidas Y repartimeintos & ett^a ”. El sobrante del renglón está cancelado por una línea, y se separa del resto del texto con dos líneas horizontales.

El primer párrafo refiere a la fuente del texto: el Padre Clavio, ya mencionado por Trabulse como uno de los autores citados por Fray Diego, de un libro que con seguridad estuvo a su disposición. Proviene de la doctrina en un apéndice al final del primer tomo sobre Euclides, “de la quadratix”, en el parágrafo V y VI, de donde Fray Diego copia la figura:

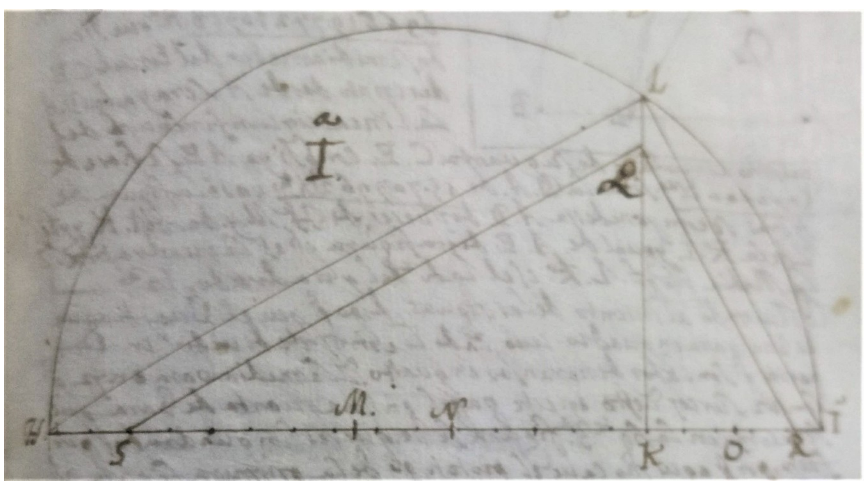


Figura 35. Ilustración de figura “ I^a ” en la foja 30.

En dicha figura, KI es el semidiámetro del círculo “en partes del seno todo”. El segmento KH es de 15.707963…, que es la circunferencia del semicírculo. Si la KI fuera el seno “todo”, de 10.0000... , será el segmento $KH = 31.4159265\ldots$ (que es $10\pi = KI\cdot\pi$). Apunta que en su “carta pasió, fol. 102 vuelta”, posiblemente otro texto de su autoría, están calculadas hasta 36 cifras de este número y por ende, de π.

Obtenemos el lado del cuadrado: LK, que resulta de sacar la raíz de la multiplicación de KI por KH. Si se considera $KI=5.00000\ldots$, tendremos $KH=15.707963\ldots$ (que es $KI\cdot\pi=5\pi$) y $LK=8.86227\ldots$ Si $KI=10.00000\ldots$, que es el seno dado, tendremos $LK=17.72454\ldots$ con lo que se tiene LK como lado de un cuadrado con semidiámetro KI; LR será lado de otro cuadrado con KI su semidiámetro; numéricamente, se trazan paralelas a la LI como la LR.

En resumen, el método propuesto consiste en las siguientes operaciones:

$$KI\cdot\pi=KH$$
$$LK=\sqrt{KI\cdot KH}$$

Donde LK es el lado del cuadrado que corresponde a ese círculo.

Un detalle interesante es las unidades en que se mide el agua. En sus propias palabras,

> “un buey que es una vara en cuadro, osea, 48 surcos de 144 naranjas del [tsi?] 1152 últimamente 20736 palas (porque un [tsi~?] son 18 palas) y 8 [tsi~] son una naranja; tres naranjas son un surco y 48 surcos son un buey. Dispondremos de este prototipo con diferentes medidas”.

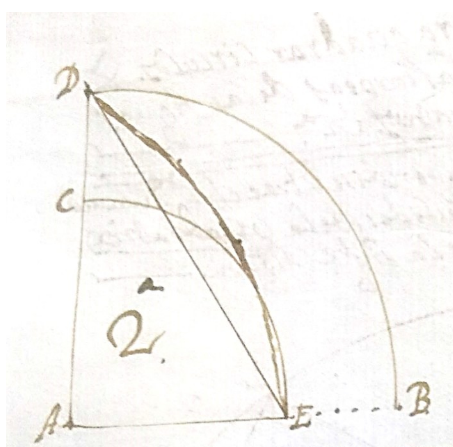


Figura 36. Ilustración de la cuadratriz de Dinostrato, si bien Fray Diego no se refiere a ella con ese nombre. Foja 30 verso.

La delineación que hace Fray Diego nace de lo que el Padre Clavio demuestra en el parágrafo 5°, donde aparece otra figura, etiquetada como “ 2^a ”, que copia en su manuscrito: es una ilustración de la cuadratriz de Dinostrato[10]; si bien Fray Diego omite las indicaciones para trazarlo, un breve artículo de Rodríguez Rodríguez y Sarmiento Lugo detalla la construcción de la cuadratriz, en lenguaje moderno[11].

El cuadrante ADB (siendo DA el *“seno todo”*) de donde sale la “quadratriz*”* $AE=6.3661977236758\ldots$ Es el semidiámetro del círculo que une CE con centro en $A.$ Entonces, es DA la “línea circunferencial” del mismo círculo o de la cuarta CE. Si consideramos $AE=10.00000\ldots$, tendremos que $DA=15.707693\ldots$ (una operación que sigue el procedimiento del párrafo anterior, incluso con los mismos valores). Entonces, la primera figura se compone de esta AD, dos veces de HM y MK “y de la KI, que es igual de AE de esta figura que es la quadratrix”. El segmento LK es el resultado que se buscaba.

Luego, prosigue con *“el intento de las aguas”*. Afirma que:

> “el buey de agua es una vara en cuadro, cuyo lado hemos de dividir entre 144 partes que son lados de naranjas en 4; y dividimos la media vara entre 72 que son 12 surcos. Y esto en este papel en una cuarta de vara que será como en la figura [k?] 3a figura, se ve que es un cuadrado perfecto. Allí no cabe el prototipo de la primera figura ni el cuadrado de la media vara ni el de una cuarta de vara a lo ancho. Y así es la mitad de alto abajo del de una cuarta dividida entre 72 como si fuera media vara. Y será mi prototipo para cuadrar toda circunferencia. Y al contrario, sus partes y formación es la siguiente: Para la línea AC y las dos BC y BD, que tomen todo para el intento socavante, pues así”.

Considérese el triángulo rectángulo GHC en el que se conoce únicamente el lado $GH=36$. Para la vara GC el semidiámetro del círculo que es igual al cuadrado $BGNH$.

---

10 Una de las primeras resoluciones para el problema clásico de geometría de la cuadratura del círculo.
11“Cuadratura del círculo con la cuadratriz de Dinostrato”, Rodríguez Rodríguez y Sarmiento Lugo (s/f).

Regresando a la primera figura, averiguaremos la longitud de LK. Con los valores $KI=10.00000\dots$ y $HK=31.4159265\dots$ Siguiendo el procedimiento utilizado anteriormente, se multiplica $KI\cdot HK=10\cdot 31.4159265\dots=314.159265\dots$ y se toma la raíz cuadrada: $\sqrt{314.159265\dots}=17.724539=LK$, de nuevo un resultado de las primeras operaciones.

Y si $KI=5$ y $HK=15.707963\dots$, repetimos el procedimiento: $\sqrt{KI\cdot HK}=\sqrt{5\cdot 15.707963}=8.86226925=LK$, y coincide con ser la mitad del resultado si KI se disminuye a la mitad también. Entonces, "la LK en partes del seno todo el semidiámetro KI se conocerá en partes de 144".

Prosigue con otra operación. Si $LK=17.724539$ dan 10.00000..., ¿entonces cómo se obtiene 144? Se multiplican $144\cdot 10.00000\dots=1440.00000\dots$ Luego se divide "por el primero" (se refiere a $LK=17.724539$) y el resultado es 81.24331136, "siendo la bara o el buey de 144 partes y la mitad de esto que es 40.62165568 para la media vara los de 72 partes".

La siguiente foja, la 31, es el dibujo 3 al que se refiere en el texto, junto con cuentas para los números que da en el mismo.

El verso de la foja 31 retoma el texto del método para cuadrar círculos dado por el Padre Clavio.

Esa vara dividida entre 72 fue el segmento KI en la figura 1; en la figura 3, será el segmento GC, que es el semidiámetro del círculo CFD y con que el triángulo rectángulo $\triangle GHC$ de la figura 3 y la"Basis" GC es conocida: $GC=40.62165568$.

Para conocer el lado HC, Fray Diego explica los pasos.

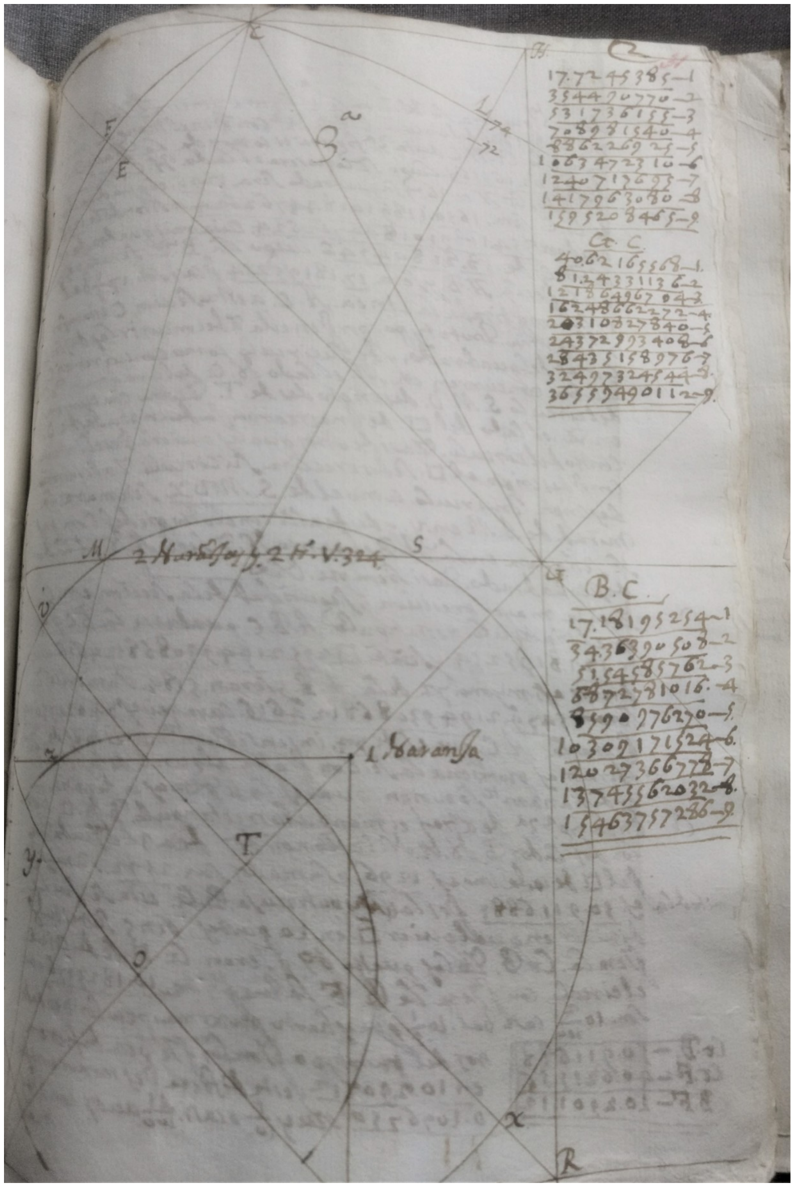


Figura 37. Ilustración del “intento de las aguas” que sigue el procedimiento. Menciona algunas de las unidades como “naranjas”, foja 31.

Tenemos que $GH=36$ y $GH^2=1296$. Tenemos también que $GC^2=1650.1189101844762624$, al que se le restan 1296:

$GC^2-GH^2=1650.1189101844762624-1296=354.1189101844762624$. Se le saca raíz cuadrada, que es $HC=\sqrt{354.1189101844762624}=18.81804746$.

Luego, $HB-BC=36-18.81806746=17.18193254$, que Fray Diego redondea a $17\frac{1}{4}$ del $17\frac{9}{50}$. Entonces, al trazar la línea AC a esta sección C, el prototipo cumple su propósito pues en dicha sección van a concurrir las dos secciones del cuadrado y de su círculo. Concurren en C del mismo modo en que concurren en M el lado NG del cuadrado y del círculo SMV descrito desde TZ (este círculo está ilustrado en la mitad inferior de la figura 3). Como concurren en Z, es el lado del cuadrado de una naranja descrita desde el centro del círculo.

"Y así de otros cualesquiera que es el intento con que describo el cuadrado". Se describirá el círculo, por ejemplo el $SMVX$; se toma la mitad de AM en Y y en ese punto se pone el pie del compás. De este modo, se señala en el segmento AB el punto NZ y obtenemos AN el lado de su cuadrado. "Y así siempre, ett^{a}".

Considerando la sección C y el triángulo rectángulo $\triangle ABC$, se eleva al cuadrado el segmento $BC=17.1895254$, $BC^2=295.2194930868124616$ (que difiere ligeramente de mi propio resultado, $BC^2=295.4797835$). Se eleva al cuadrado el 72, $72^2=5184$. Ambas cantidades se suman y se les saca raíz:

$$\sqrt{295.2194930868124616+5184}=\sqrt{5479.2194930868124616}=74.02175014=AC$$

Esta AC puede redondearse a 74, pues es "insensiblemente" más grande, por menos de $\frac{2}{100}$ y es un resultado más próximo que los que "ordinariamente se ponen".

Por último, da otro ejemplo. En la figura 3, se tiene el triángulo rectángulo $\triangle BGN$, que tiene dos lados $BN=NG=36$. El cuadrado de cada uno es 1296 y la suma de ambos es $BN^2+NG^2=1296+1296=2592$. Se le saca raíz, $\sqrt{2592}=50.9116883$. Este resultado es "casi hipotenusa BG". Se suele dividir en cualquier cuadrado en 10 partes o en 5 (la mitad de 10). Estas serán el lado GB, y a las cuatro partes que serán G, una parte es 10.1823376, que equivale aproximadamente a $10\frac{2}{100}$, casi es $10\frac{1}{5}$, cantidad que es muy próxima a la resta $GB-GF=50.911688-40.621556=10.290112=BF$. Estos dos resultados difieren en

$10.290112 - 10.1823376 = 0.10290912$, de acuerdo a Fray Diego, resultado que difiere levemente de 0.1077744. Esto se redondea a casi $\frac{1}{10}$ ó $\frac{11}{100}$, por lo que se considera una aproximación adecuada.

En este problema, es de destacar la manera en que se representan los decimales, pues incluso si sólo son ceros, hay un esfuerzo consciente por mostrarlos, e incluso por dar a entender que continúan. Asimismo, donde no son cero, hay al menos seis dígitos, lo que enfatiza en la búsqueda de exactitud en los cálculos.

Otro punto importante es el papel de π, que sin ser mencionado claramente, se encuentra presente en una aproximación decimal de 3.14159265

A continuación, se enlistan las unidades y equivalencias que Fray Diego trata en su texto. Muchas coinciden en ser múltiplos de 3, 4 o 12, lo que otorga ventajas de divisibilidad. El [tsi~?] resultó indescifrable en la paleografía.

Vara en cuadro = buey = 48 surcos de 144 naranjas
3 naranjas = 1 surco
48 surcos = 1 buey
8 [tsi~?] = 1 naranja
1 [tsi~?] = 18 palas

El enfoque de este problema es práctico, aplicado a la distribución de agua. No parece contenido para una clase ni el resultado de una consulta, sino más bien notas propias. Sin embargo, es muy posible que sí lo haya aplicado, dada la propensión de Fray Diego a ser consultado y a emplear su conocimiento.

G. QUESTION DEL 22 DE ABRIL DE 1640

Después de esto, no analizaremos la sección de construcción de maquinaria e instrumentos. En cambio, retomamos el análisis en la foja 43, donde aparece una *"question"*. El problema refiere a un paralelogramo rectángulo cuya área sumada con su diámetro hacen 15 tamaños, siendo la diferencia de sus lados la raíz cuadrada de 5. La pregunta es: ¿cuáles serán sus lados, diámetro y área?

Se comienza por sacar la mitad de $\sqrt{5}$, que será $\sqrt{1\frac{1}{4}}$. Si se resta y añade a "alguna cosa", serán los lados buscados del rectángulo. Así, será el lado mayor $1.\zeta.p.r.1.\frac{1}{4}$ y el menor será $1.\zeta.m.r.1.\frac{1}{4}$, que en simbología moderna podemos traducir como lado mayor $a=\zeta+\sqrt{1\frac{1}{4}}$ y lado menor $b=\zeta-\sqrt{1\frac{1}{4}}$. Ambos se elevan al cuadrado y al sumarlos serán "A"; esta cantidad será el cuadrado del diámetro. Retomando la simbología usada por Fray Diego (figura 36):

$$a^2 = (\zeta + \sqrt{1\tfrac{1}{4}})^2 = \zeta^2 + 2\zeta\sqrt{1\tfrac{1}{4}} = 1\ z + \sqrt{\tfrac{5}{4}}\zeta + 1\tfrac{1}{4}$$

$$b^2 = (\zeta - \sqrt{1\tfrac{1}{4}})^2 = \zeta^2 - 2\zeta\sqrt{1\tfrac{1}{4}} = 1\ z - \sqrt{\tfrac{5}{4}}\zeta + 1\tfrac{1}{4}$$

Ahora, para buscar el área, se multiplican los dos lados encontrados (mayor y menor o a y b) de acuerdo a la tabla que agrega:

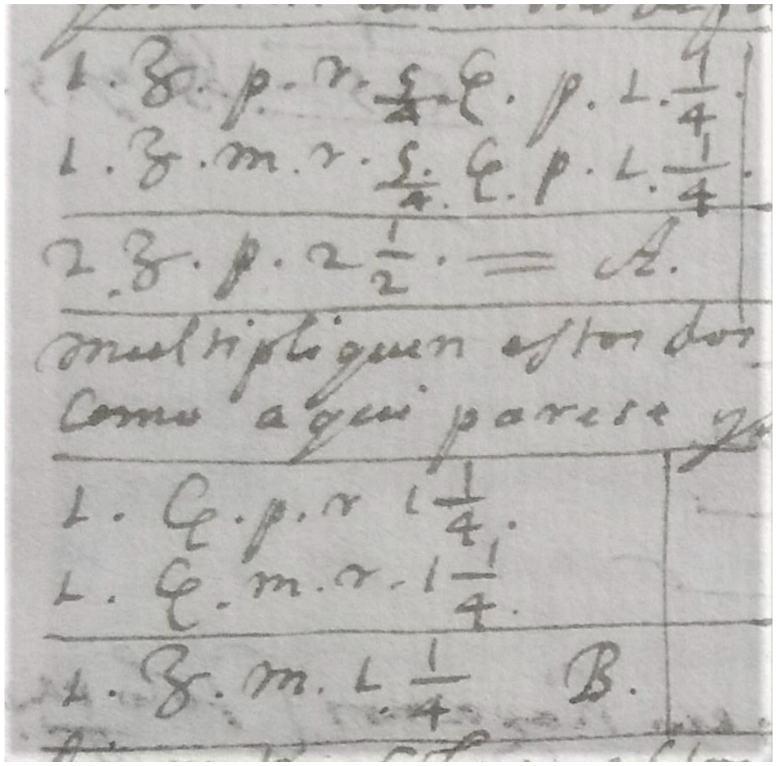


Figura 38. Tabla de cuentas para resolver el problema, foja 43.

Esto se puede traducir como:

$$B=a\cdot b=(\zeta+\sqrt{1\frac{1}{4}})(\zeta-\sqrt{1\frac{1}{4}})=\zeta^2-1\frac{1}{4}=1z-1\frac{1}{4}$$

De inicio, sabemos que la suma del área y el diámetro son 15. Esto se puede plasmar como $B+\sqrt{A}=15$. De ahí, tenemos que $15-B=\sqrt{A}$, que es $15-(1z-1\frac{1}{4})=16\frac{1}{4}-1z$. Este resultado es el diámetro. Lo elevamos al cuadrado “para que quede la especie de A”, que es cuadrado. Entonces, Entonces, como ya es cuadrado, lo podemos igualar a $A=C$ porque los definimos igual; continuamos trabajando sobre esta nueva ecuación, ilustrada en la base de la figura 37.

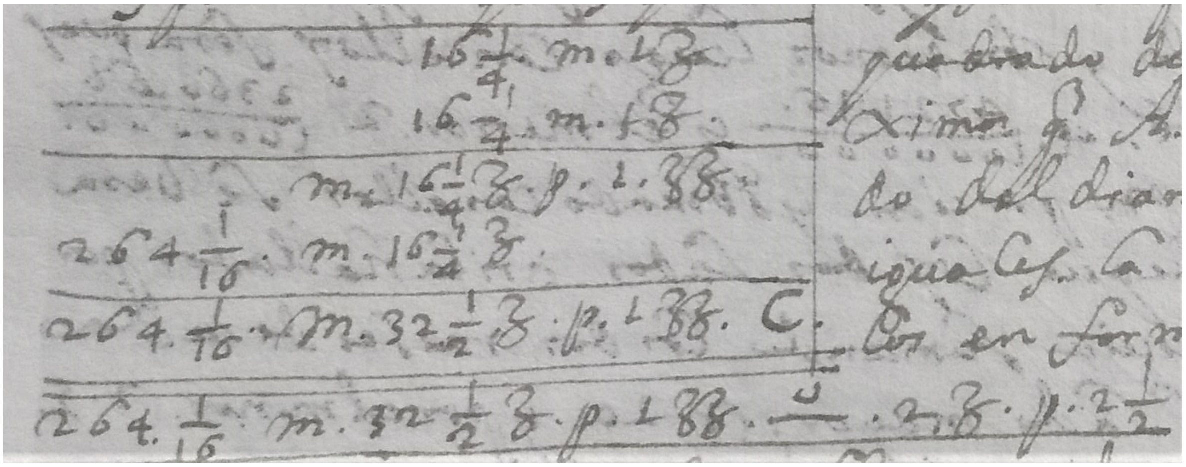


Figura 39. Otra tabla donde condensa las operaciones descritas en el texto, foja 43. Los símbolos y sus equivalencias se encuentran en la sección 2.1 del presente trabajo.

$$264\frac{1}{16}-32\frac{1}{2}z+z=2z+2\frac{1}{2}$$

Y "restando lo diminuto y quitando lo superfluo", otra manera de referirse al despeje y unificación de términos semejantes, queda lo siguiente (figura 38):

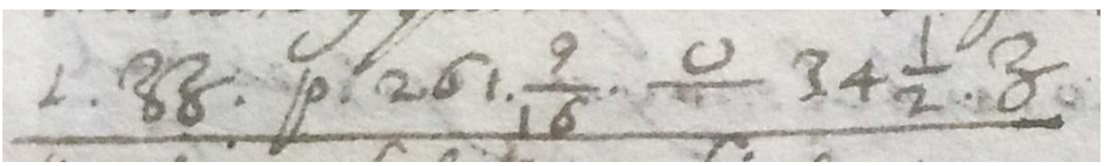


Figura 40. Detalle que contiene la operación final, foja 43.

Es decir, $1zz+261\frac{9}{16}=34\frac{1}{2}z$

Con esto, tenemos que las tres cantidades son proporcionales. "Es conocido el valor de la cosa su raíz cuadrada será el valor que se busca".

Sacamos mitad de $34\frac{1}{2}$ que son $17\frac{1}{4}$. Se eleva al cuadrado y resultan . Se le restan $261\frac{9}{16}$, $297\frac{9}{16}-261\frac{9}{16}=36$. Se saca raíz $\sqrt{36}=6$. Estos 6 se restan de $17\frac{1}{4}-6=11\frac{1}{4}$ "que hacen el valor de un senso en la igualación"

Así, una será un valor $\sqrt{11\frac{1}{4}}$. Entonces el lado mayor será $a=\sqrt{11\frac{1}{4}}+\sqrt{1\frac{1}{4}}=2\sqrt{5}$ y el menor $b=\sqrt{11\frac{1}{4}}-\sqrt{1\frac{1}{4}}=\sqrt{5}$. Para comprobar, se eleva al cuadrado cada uno: $a^2=$¿¿ y $b^2=$¿¿. Sumados son 25 y la raíz de la suma es 5, que es el diámetro pedido en la pregunta. Para obtener el área, los multiplicamos el uno por el otro $a\cdot b=(2\sqrt{5})(\sqrt{5})=10$, y si lo sumamos al diámetro $10+5=15$, *"con lo que todo queda conosido y provado,* ett^a".

En el verso de la misma foja, continúa con la question, dando una tabla más espaciosa de los valores para los lados del rectángulo:

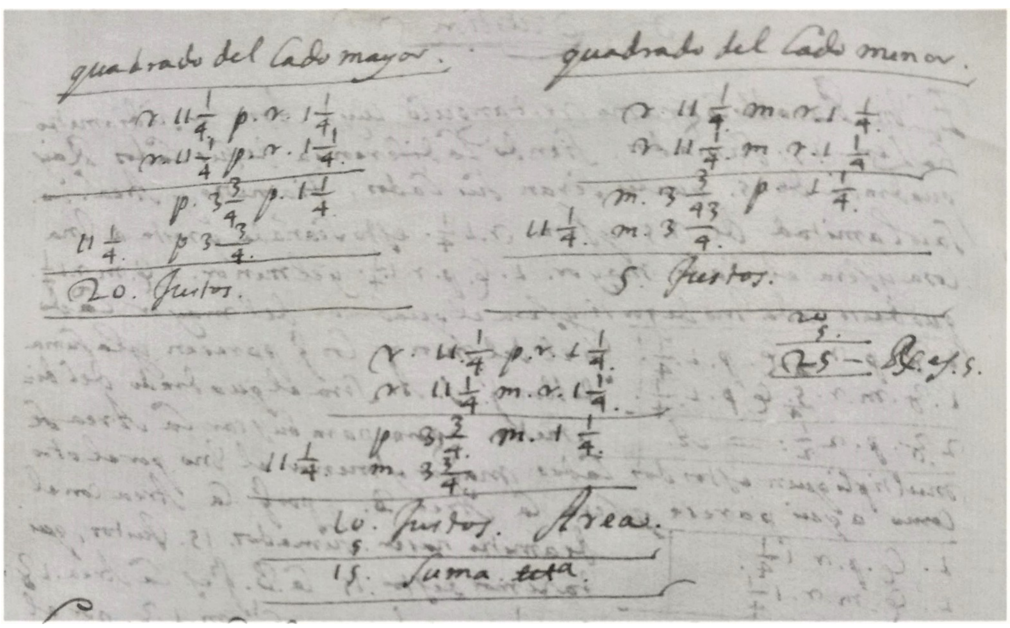


Figura 41. Operaciones para cuadrado del lado mayor, del lado menor y la suma. Foja 43 verso.

El intento anterior resuelve el problema, pero *"sólo pa curiosidad"*, se hará otra prueba *"material"*. Será sacar por aproximación el valor de cada lado del rectángulo.

> Sea el lado mayor igual a $4\frac{472136}{1000000}$ y el menor igual a $2\frac{236068}{1000000}$, que están en dupla proporción y obrando con ellos se verá la verdad, fuera de que los dos lados arriba hallados por [mi sor?] se pueden a[hieveira?] sumando las dos raíces de cada uno. Tendremos el lado mayor igual a $\sqrt{20}$ y el menor, $\sqrt{5}$, que están en dupla [qq en?] Y será el área $\sqrt{100}$ que son 10 enteros. Y sus cuadrados serán 20 el del mayor y 5 el del menor y sumados son 25, cuya raíz es 5, que es el diámetro, y sabemos que 15 es la suma de diámetro con área, y los lados se exceden en $\sqrt{5}$, lo cual se prueba así: Súmense $20+5=25$. Se multiplica $20 \cdot 5=100$ y $\sqrt{100}=10$. Luego, $2 \cdot 10=20$. Al 25 del primer resultado se le resta 20 y quedan 5, pues quedan $\sqrt{5}$ al restarlo de $\sqrt{20}$. Por tanto la cifra es $\sqrt{5}$, [etcétera].

Una parte muy importante de esta sección es la fecha:

> Esta question me pregunto tomas de
> Ponciano Contador en mexico
> Año. 1640. en 22. de abril

La presencia de esta fecha permite situar cronológicamente su elaboración. En 1640, Fray Diego llevaba ya al menos dos años impartiendo la cátedra en la Universidad. Dada la naturaleza didáctica de los ejercicios y las explicaciones, es posible que se tratara de notas para enseñanza. Además, el hecho de que añada el nombre de quien le hizo la pregunta refuerza el concepto del prestigio que tenía como matemático y lo que conllevaba en cuanto a las consultas que se le hacían.

H. QUESTION DEL 1 DE ABRIL DE 1643

La siguiente foja, la 44, es otra question, que esta vez comienza con la fecha: *"En 1° de Abril de 1643 me preguntaron esta question"*. Dada el área de un triángulo rectángulo de lados desiguales y la cantidad de su diagonal (figura 40), ¿cómo conocer la longitud de los lados?

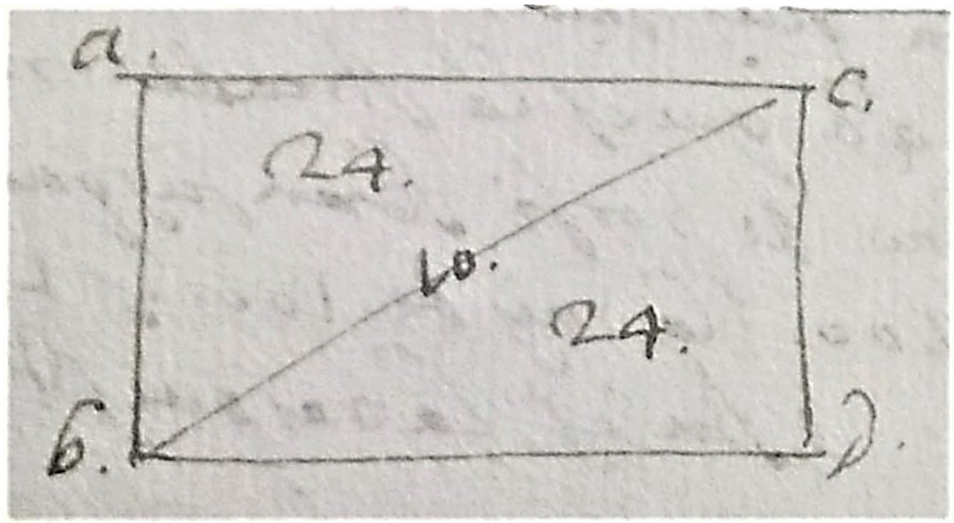


Figura 42. Ilustración del problema, foja 44.

Considera ejemplo de lo cuestionado el triángulo $\triangle abc$ de la ilustración, con área 24 y su diámetro o diagonal, el lado bc, de longitud 10. La pregunta aquí se reduce a la búsqueda de los lados ac y ab.

Se comienza por formar el rectángulo entero $abcd$. Los dos triángulos contrapuestos $\triangle abd$ y $\triangle dcb$ son iguales. El rectángulo $abcd$ tendrá un área de 48. Se eleva al cuadrado la diagonal conocida bc, que es también la hipotenusa compartida de los triángulos, $bc^2=10^2=100$. La nueva pregunta es: ¿qué dos números serán aquellos cuyos dos cuadrados sumados hagan 100 y multiplicando el uno por el otro, sean 48? Por "regla de 2° cantidad absoluta" se hallarán estos dos números.

Empezamos por un número, el del lado menor $ab=\zeta$ y sea el lado mayor $ac=@$. Se elevan al cuadrado y será el menor $ab^2=1z$ y el mayor será $ac^2=1z@$. La suma será

$ab^2+ac^2=1z+1z@$ que se iguala a 100, $1z+1z@=100$. Despejamos para que quede $1z@=100-1z$ y así, el inverso de $@$ vale tanto como $100-1z$ (figura 41).

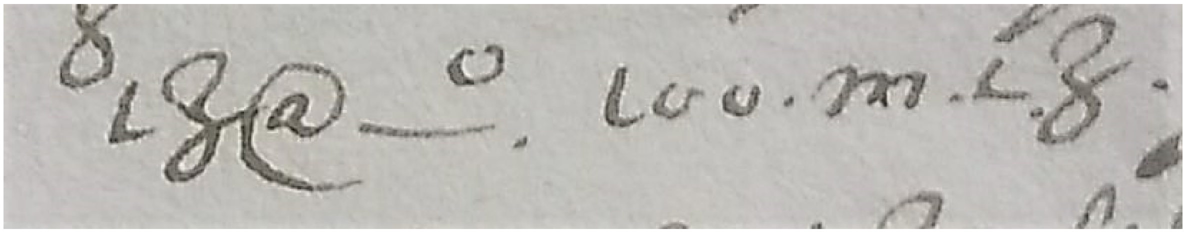


Figura 43. Ecuación con símbolos usados, z y $@$. Foja 44.

No se saca raíz de esto porque no puede ser sino “[dexsta?]”, palabra initeligible dentro del texto. Al trabajar con cuadrados, se puede hacer primero la comprobación de que multiplicados den 48. Se eleva al cuadrado el 1ζ y será $1z$.

Como también los $100-1z$ son un cuadrado, se multiplican: $(1z)(100-1z)=100z-1zz$. Esto se iguala a $48^2=2304=100z-1zz$. Se resta lo “diminuto” (despejar) y queda así: $100z=1zz+2304$. Se toma la mitad de los $100z$, que es la cantidad media, y serán $50^2=2500$. De ahí se resta el número 2304, $2500-2304=196$. Sumamos $\sqrt{196}=14$. Por una parte, los sumamos a 50, $14+50=64$ y por otra se resta de los mismos, $50-14=36$. Las raíces de esta suma y resta son los lados que se buscaban: $\sqrt{64}=8$ y $\sqrt{36}=6$, que son los resultados buscados.

> La prueva esta clara pues multiplicando el 6 por el 8 q son
> los dos lados hacen 48 que es la Area del rectangulo entero
> y quadrando cada uno de por si seran sus quadrados 36. y 64. q
> sumados hasen. 100. la rais de. 100. es 10. q es el diametro
> o diagonal. ett^a. esta es la respuesta.

Y finaliza con una firma.

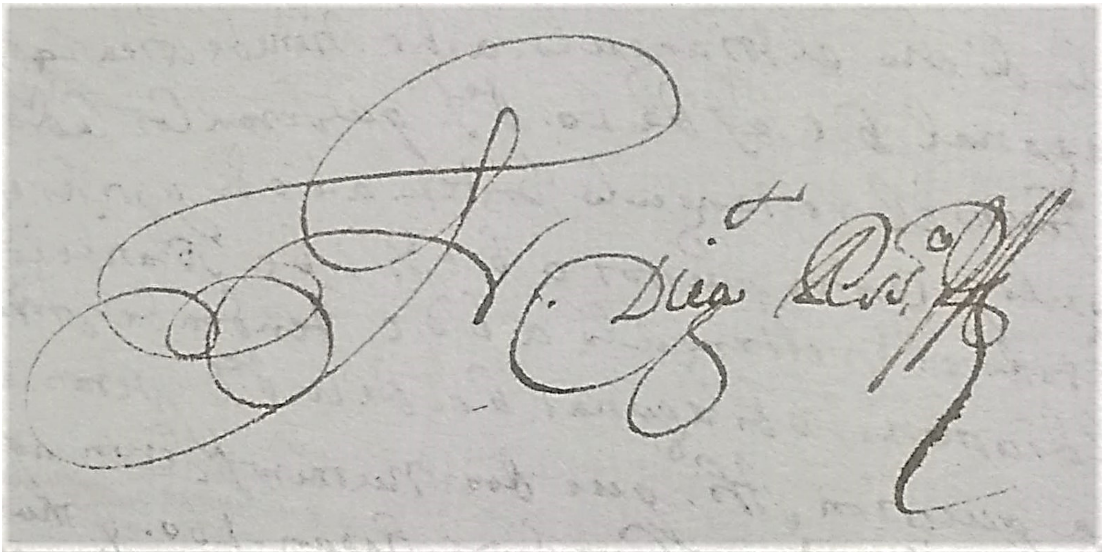


Figura 44. Firma de Fray Diego, foja 44 verso.

Del mismo modo que Fray Diego firmó en el texto del terreno en forma de trapecio, es posible también que este problema fuera escrito para entregarse a quien lo preguntó. Tiene una fecha de tres años después que la question anterior, lo que nos habla de que la compilación del tomo contiene notas de varios años, y que muchas secciones no fueron pensadas para contenerse en un libro, o no habría necesidad de firmar tantas veces.

I. Explicación q Nicolas Tartaglia trae en su 5 p[arte] lib. 1. cap. 13 n°14 fol. 27 de dividir un triángulo en dos p[artes] iguales desde un punto dado dentro del triángulo [etcétera]

En la foja 46, comienza la sección intitulada “Explicación q Nicolas Tartaglia trae en su 5 p[arte] lib. 1. cap. 13 n°14 fol. 27 de dividir un triángulo en dos p[artes] iguales desde un punto dado dentro del triángulo [etcétera]”. También tiene una numeración propia del cuaderno, que marca la foja 46 con el número 1.

Comienza por dar un triángulo $\triangle abc$ y un punto d cualquiera dentro del triángulo. Las medidas de los lados son $ac=15, cb=14, ba=13$. Del punto d, se traza una línea paralela al lado bc, que medirá $4\frac{1}{2}$ y cortará la línea ac en el punto e. Sea $ce=5$. El primer procedimiento es geométrico; es necesario sacar cuatro líneas proporcionales (que Fray Diego pone en el margen de la foja, figuras 43 y 44).

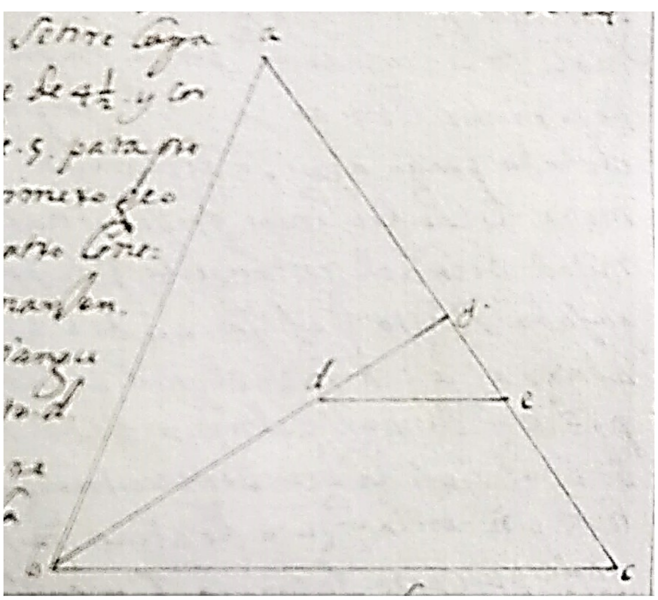


Figura 45. Ilustración del triángulo, foja 46.

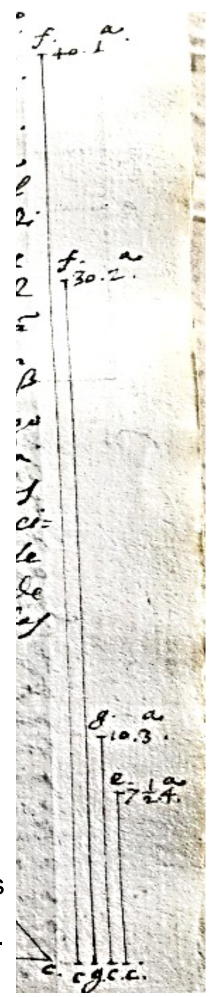


Figura 46. Las líneas proporcionales en el margen.

Las líneas proporcionales son, en orden, cf, gf, cg y ce. La cuarta línea ce será la "cuarta proporcional" que se usará para sacar la primera, pues es conocida.

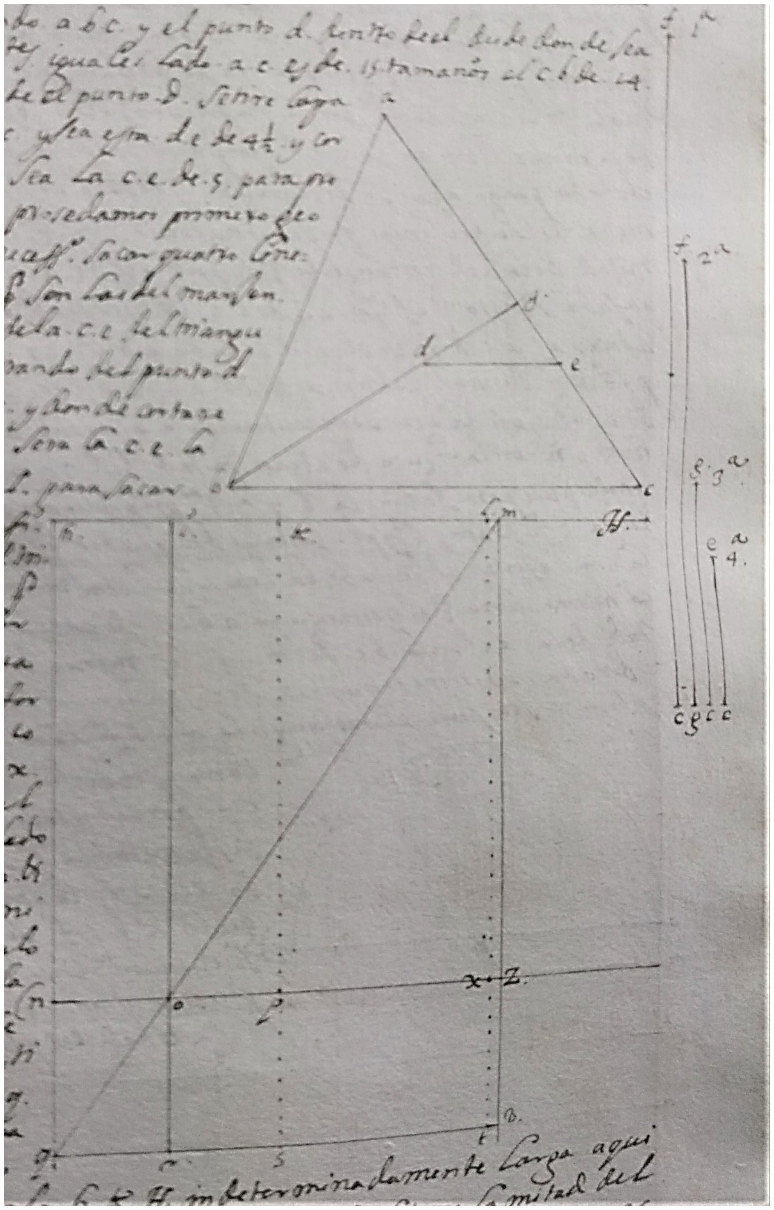


Figura 47. Imagen de todas las ilustraciones de la foja 46.

De los dos lados del triángulo, ac y cb (los que son cortados por la línea que pasa por d), se forma el rectángulo $hlnx$. El lado bc es igual a los lados hl y nx; el lado ac es igual a los lados hn y lx. Tomamos la mitad de este rectángulo, que será $hknp$ y la línea de se traslada del punto n al punto q. De este punto q se traza una recta que pase por p. La recta de más arriba, la que contiene a los puntos h,k y H se traza y se extiende “indeterminadamente larga, aquí por ser el papel corto no se pudo trazar”. Se toma así la mitad del rectángulo $hknp$, el rectángulo que se forma en la parte superior izquierda de la ilustración bajo el triángulo. Esta mitad será $hino.$ Se traza desde el punto q al o una línea que cortará a la recta hH en el punto m. Entonces, se afirma que la longitud I será la mitad de la primera línea proporcional cf que se busca. Tenemos entonces que $cf=2 \cdot I$, lo que nos da las dos (primera y cuarta) ya encontradas.

Advierte que hay que hacer las cuentas con cuidado. “que aquí mas asendemos al modo de obrar y a la doctrina que a otra cosa”. Hasta aquí se explica Nicolás Tartaglia esta regla por geometría, “pero en lo que se sigue no se declara ni se explica bien, por hablar muy confusamente en la proporción que cita que es la 8 del u. capítulo de su mismo libro en la 5a parte”. Para aclarar, Fray Diego dice:

> y por q esto quede bien entendido y declarado, pongo aquí su declaración y digo q es el rectángulo q se formare de las dos líneas proporcionales 1a y 4a tendrá por area la mitad de la del rectángulo q se formare de a.c. en c.b. como en la pasada se hizo q es la 44 del 1. de Euclides q en esta figura de abaxo es a.c.b.f. en el qual el lado a.b. y c.f. son iguales a la 1a ppt c.f. de otras.

Prosigue su explicación: El lado menor ac y bf es igual a la cuarta proporcional ce de atrás; el área del rectángulo es igual a la del otro rectángulo $hkpn$. La mitad del rectángulo $hlnx$ sirve para sacar la segunda y tercera proporcionales, las que faltan. Para hacerlo, se divide la línea cf (primera proporcional) entre las dos partes que el área de la una en la otra. Esto es, el ducto de la una en la otra en un rectángulo son la misma área que el rectángulo $abcf$. Es la mitad de la línea ac en el lado bc del triángulo, menos una superficie cuadrada. “Esto es difícil de entender y así necesita de declarasion”, dice Fray Diego, y procede a explicar.

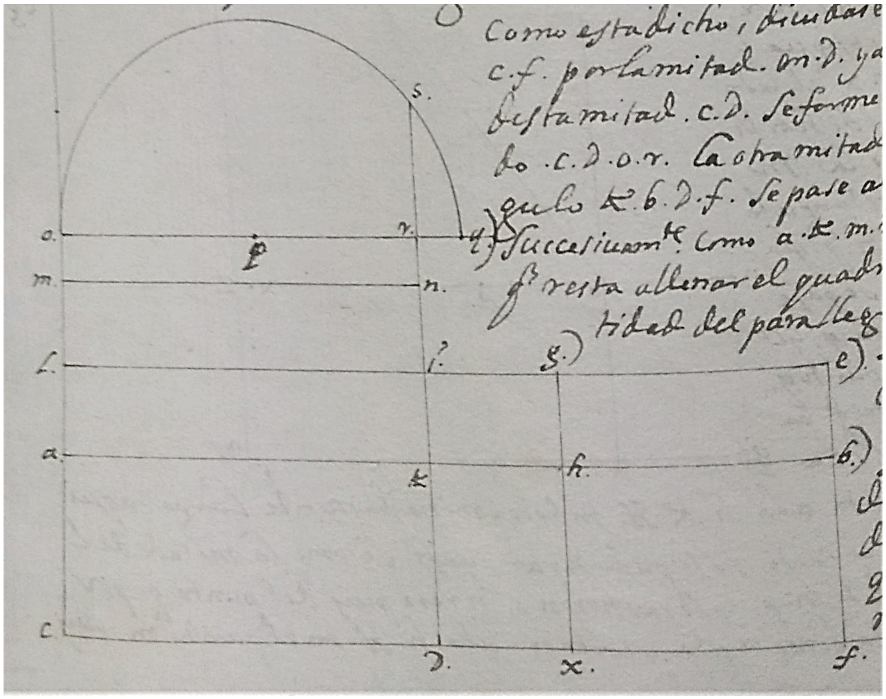


Figura 48. Construcción geométrica de los rectángulos y el semicírculo descritos en el texto, foja 46 verso.

Tomando el rectángulo $acbf$, se considera la mitad de su área; se divide la línea cf por la mitad en el punto d y la longitud de esta mitad cd forma el cuadrado $cdor$. La otra mitad del rectángulo $kbdf$ se “pasa” al cuadrado sucesivamente como $akmn$. Del cuadrado $cdor$ se restan los rectángulos anteriores y el sobrante es el paralelogramo $mnor$. Se saca la raíz cuadrada del mismo, pasando el lado menor rn desde r hasta q. Luego se toma p como punto medio de oq, con lo que se traza un semicírculo con centro en p. Se traza la perpendicular rs hasta cortar el círculo, y ésta será la raíz cuadrada del rectángulo $mnoq$. Esta cantidad rs se “pasa” desde d hasta x se resta al segmento cf, donde resulta la cantidad xf y se forma el cuadrado $xfge$. Ya formado, se prolonga el lado eg hasta el punto l y así termina la operación. La línea cf se divide así en dos partes, que son cx y xf para que cumplan que:

1. El “ducto” del segmento xf y el xg son iguales en la xc, será la misma área que la del rectángulo $acbf$, de modo que el rectángulo $lgcx$ es igual en área al rectángulo $acbf$. El “ducto” es mitad de ac en cb del triángulo inicial.
2. La resta es una superficie cuadrada, ya que sobre el segmento cf se forma el rectángulo $lgcx$. Es condición necesaria que se reste al complemento de la línea cf del cuadrado $gxfe$.
3. Se obtienen dos líneas proporcionales, que son la 3a y 2a proporcionales que se piden: cx es la tercera y xf la segunda (como se pusieron al margen).

“Así se obrará siempre”.

Esta tercera proporcional xf respecto a la cg es la que se busca. Se “pasará” con el triángulo del punto c al punto g, y de g se trace una línea al punto d. La línea gd dividirá al triángulo a la mitad. Como g es la mitad de la línea ac, rotará en el ángulo b y la línea gdb divide en dos mitades al triángulo, que era el propósito del ejercicio. Aquí, “casualmente”, toca el punto b. Fray Diego aclara que lo más común sería que cortara la línea cb (como se verá en un ejemplo posterior).

Se hace notar que si esta tercera proporciona cg fuese menor que la mitad del lado ac, o mayor que el mismo, no será posible obtener una respuesta. Es decir, se requiere que cg sea mayor o igual que la mitad de ac. “Esto se tenga mui advertido”.

Se hace notar asimismo que otra restricción es que, al ordenar las dos mitades del rectángulo $cfba$ (que son $ckad$ y $mkan$) dentro del cuadrado $cdor$, estas dos mitades no deben exceder el tamaño del rectángulo $cdor$, o la cuestión sería imposible también. Ya que sería “demasiadamte grande” el lado bf, así que en el triángulo $\triangle abc$ no se podría trazar la línea paralela de cb.

Todas las operaciones se basan en aritmética, que Fray Diego explica a continuación.

Para empezar, sean los lados del triángulo $\triangle abc$ ya dado, y la línea $de=4\frac{1}{2}$ y la $ce=5$. Esto *ad libitum,* como en la operación concuerde. Se promete una explicación para “sacar ejemplos de estos [números] que sean racionales”.

Multiplicamos $ac=15$ y $cb=14$, $ac\cdot cb=15\cdot 14=210$, que será el área del rectángulo $hlnx.$ Tomamos la mitad, que es 105 y será el área del rectángulo $hknp$. Este 105 se divide entre $4\frac{1}{2}$ del segmento de; el resultado anotado es $\frac{105}{4\frac{1}{2}}=22\frac{1}{2}$. Será cf la primera proporcional y el “ducto” del segmento $cf=$ $22\frac{1}{2}$ por la longitud $ce=5$ es la cuarta proporcional. Multiplicados, hacen un área de $112\frac{1}{2}$; esta misma área es el resultado de multiplicar las segunda y tercera proporcionales gf y cg (que se sacaron atrás y están anotadas en el margen). Estas líneas salen de dividir cf en dos partes tales que el “ducto” de una en la otra hagan $112\frac{1}{2}$. La $cf=22\frac{1}{2}$ y $cd=\frac{cf}{2}=11\frac{1}{4}$. La línea df sea la dx.

Define dos ecuaciones $cx=11\frac{1}{4}+1\zeta$ y $xf=11\frac{1}{4}-1\zeta$, para encontrar el cuadrado que se forma y que supera la suma de los mismos. Se eleva al cuadrado cd, $cd^2=$¿¿ que es el área del cuadrado $cdor$. Esto se iguala, $126\frac{9}{16}-1z=11\frac{1}{2}$.

Esto sale de multiplicar $11\frac{1}{4}+1\zeta$ por $11\frac{1}{4}-1\zeta$, que debe ser igual al área del rectángulo $cfab=112\frac{1}{2}$ (la misma área del rectángulo $mcnd$ de la operación de atrás). Se restan del área de $ocrd$, $126\frac{9}{16}-112\frac{1}{2}=14\frac{1}{16}=1z$. “Se resta lo diminuto” (se despeja) y estos $14\frac{1}{16}$ es el área del rectángulo $omnr$ que le falta al cuadrado.

Considerando las restricciones, se ve que si $112\frac{1}{2}$ fuera mayor que $126\frac{9}{16}$, sería imposible hacer la igualación. Se saca raíz cuadrada de $14\frac{1}{16}$ y éste será el valor de $dx=3\frac{3}{4}$. Se suma y resta de $11\frac{1}{4}$. Entonces, $cx=11\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}=15,$ y $xg=xf=df-3\frac{3}{4}=11\frac{1}{4}-3\frac{3}{4}=7\frac{1}{2}$

> Se divide la cf de $22\frac{1}{2}$ en 15 y en $7\frac{1}{2}$ que multiplicados hacen $112\frac{1}{2}$. Estos $7\frac{1}{2}$ 3a proporcional se pasar desde c hasta g y caen precisamente en la mitad del lado ac. Casualmente y así la línea gd dividirá al triángulo en dos partes iguales y tocará en el punto o ángulo b porque cg fue mitad de la ac que es 15, como ya diximos ett^{a}.

El modo que se ha de tener para formar ejemplos racionales como el visto es el siguiente: la dificultad radica en declarar para dividir un número en tales dos partes que multiplicadas hagan cierta cantidad, ya se sabe por álgebra. El método es para evitar que salgan números irracionales.

Se empieza por tomar un número cualquiera, por ejemplo el 40. Luego, se divide en dos partes, por ejemplo 30 y 10. Se multiplica la una por la otra, en este caso resulta 300. El número inicial, 40, será tomado como $cf=40$, es decir, el primer proporcional. El 30 y el 10 resultan (los que dividió *“voluntariamente”*) en el segundo proporcional, $gf=30$, y el tercer proporcional $cg=10$. Para encontrar el cuarto proporcional, se divide el área hallada de 300 entre el 40 o por *“el primero”*; en el ejemplo, resultan $7\frac{1}{2}$. Al multiplicar el primero por el cuarto como el segundo por el tercero, resultan 300. Sea luego la línea $de=5$. También *“voluntariamente”* se multiplica por el primer proporcional $cf=40$ y serán $40\cdot 5=200$. Se duplica y resultan 400. Esta es el área del “dueto” de los dos lados ac y cb el uno en el otro.

Ahora bien, como es condición necesaria que el tercero proporcional cg sea mayor que la mitad del lado ac, pero menor que la totalidad de ac, hay que considerarlo. Sabemos que el ejemplo de tercero proporcional es 10, entonces ac debe ser menor a 10. Supongamos que $\frac{ac}{2}=8$. Entonces, $ac=16$. Dividimos 400 entre 16, $\frac{400}{16}=25=cb$ lado del triángulo y así el "dueto" de ac en bc da 400. El tercero, ab, puede ser de la cantidad que sea, pues no afecta el resto de la operación. Para seguir con el ejemplo, supongamos que $ab=20$. Con esto, ya tenemos los lados de todo el triángulo y los cuatro proporcionales. En lo demás, *"léase a Tartaglia en el lugar citado".*

> Con este método, se pueden obtener muchos ejemplos con números racionales. Para más profundizar, léase al Padre Clavio sobre Euclides sobre la proposición 12 y 13 del segundo libro de Euclides donde enseña y da reglas para formar triángulos de todas especies con números racionales, ett^a.

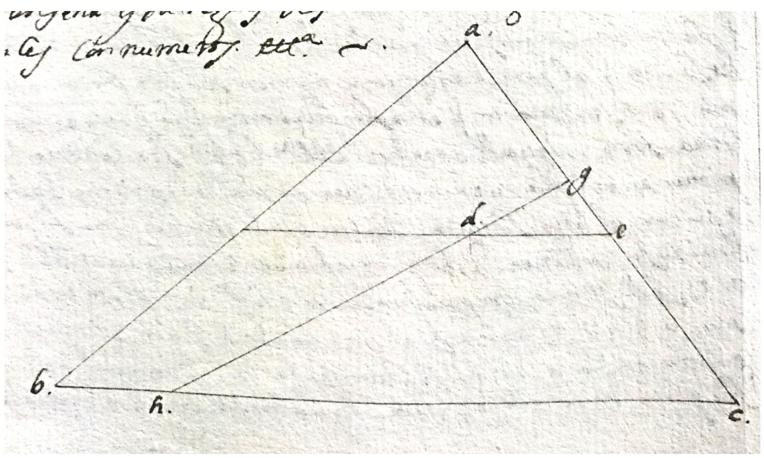


Figura 49. Ilustración de triángulo y líneas que serán las "proporcionales", foja 47.

En el verso de la foja 48, explica más de lo sacado del libro de Tartaglia. Dicho autor habla del método explicado en la proposición 8 del capítulo 11 del primer libro en la quinta parte de su geometría (esta no es la primera vez que Fray Diego precisa con tanto detalle el punto del libro del que sacó su información y método). Aclara asimismo que esta información de Tartaglia es *"la mesma q la propn. 28 del 6 de Euclides".*

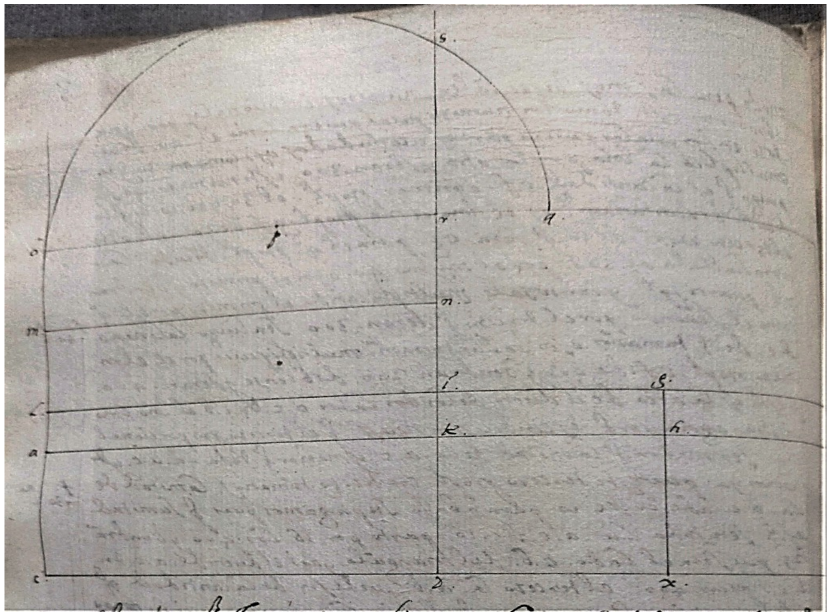


Figura 50. Ilustración de triángulo y líneas que serán las “proporcionales”, foja 47.

Fray Diego retoma “el primer ejemplo de Tartaglia”, que explicará con más detalle, “aplicando cuadrados lo que ellos explican con paralelogramos y triángulos, ett^{a}. Y dirá así el texto de la proposición 28 del 6 de Euclides”.

Ahora, dada una línea recta, se aplica un paralelogramo. Hay que asegurarse de que se cumpla la condición para dicho paralelogramo de que, al dividir ese paralelogramo en dos mitades, falte una superficie cuadrada para completar la línea recta. Así, el paralelogramo no será mayor que el cuadrado que se forma de la mitad de la línea, sino igual o menor.

Tomamos la línea ab del primer ejemplo y el rectilíneo o paralelogramo que se dividirá a la mitad. Sea $asbr$ y se le resta una superficie cuadrada; se divide la línea ab en su punto medio e; con este punto se describe el cuadrado $aehf$ y vemos el paralelogramo $abhg$. Ahora sí, el cuadrado $hfae$ es igual al paralelogramo dado $asrb$ y con esto se resuelve el ejercicio, pues a la línea ab se le aplicó un paralelogramo igual al paralelogramo $asrb$, de modo que para llenar toda la línea ab, falta una superficie cuadrada que es $efgb$.

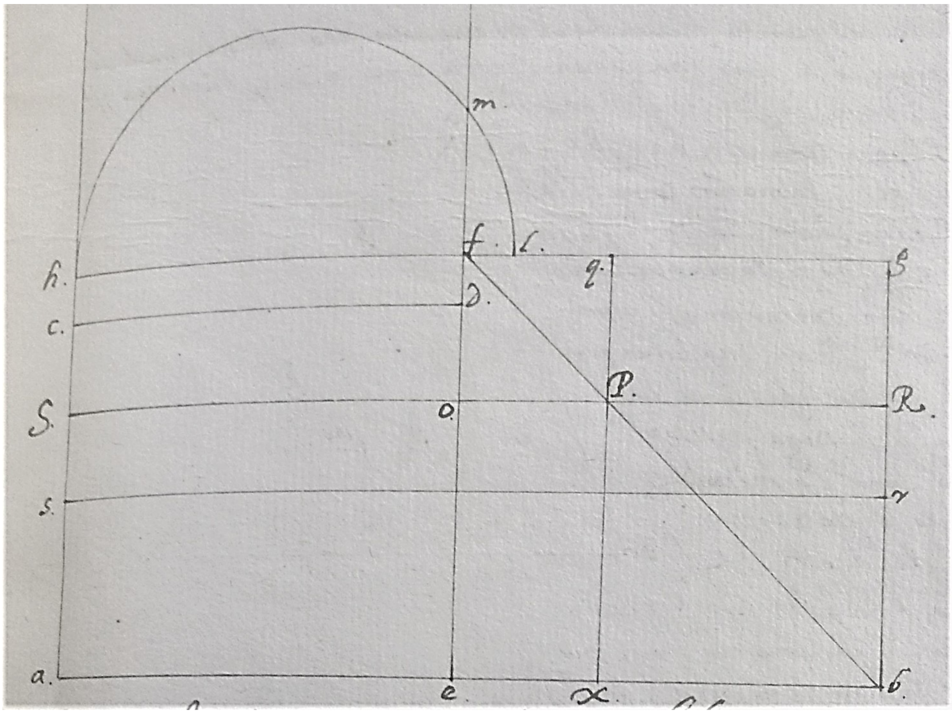


Figura 51. Construcción de rectángulos y semicírculo para el último ejemplo, foja 49.

En la foja 49, prosigue con la explicación.

Reitera la condición: si el rectángulo $asrb$ es mayor que el cuadrado $aehf$ que se forma con la mitad del segmento ab, es imposible hacer lo que se pide. *"Léase a Clavio o a uno sobre esta proposición y así es necesario que sea siempre menor el rectángulo dado asrb que el cuadrado que se formó de la mitad de ab que es aehf".*

Sea pues menor el área del rectángulo $hcfd$ y se transforma en un cuadrado. Para ello, sacamos la raíz cuadrada, que será fm, y se *"pasa"* desde f hasta o y q. Con esto se forma "cuadradito" $foqP$. Si se prolonga la línea qP hasta x y la línea Po a ambos lados hasta S y R, se habrá aplicado sobre la línea ab el rectángulo $SPax$, que es igual al rectángulo $asrb$. Entonces, a la línea ab le falta una superficie cuadrada que corresponde al cuadrado $PRxb$. Esto era lo que se buscaba, Fray Diego concluye el ejercicio.

Prosigue entonces con la explicación de lo que dice Tartaglia en el "número 22": su regla para dividir un triángulo en dos partes iguales donde el punto dado está fuera el triángulo. Se usará el mismo triángulo del principio, $\triangle abc$ con lados $ac=15, cb=14, ba=13$.

El punto d se pone fuera, frente al ángulo a y del lado bc, como se pone en la imagen. Para esta regla, se necesita de la proposición 29 del sexto de Euclides, que cita Tartaglia, *“la nona del undécimo capítulo, libro primero, parte quinta”*. Lo que sigue es la explicación.

Se busca dividir el triángulo en dos partes iguales desde el punto d, fuera del triángulo. Este punto d se une con el ángulo a mediante la recta ad. El punto d debe ser tal que se pueda trazar una línea df que sea paralela al lado bc del triángulo. Fray Diego afirma que $df=15$, y es igual al lado ac, el cual se prolonga hasta f y $fc=7$. Se procede a la operación.

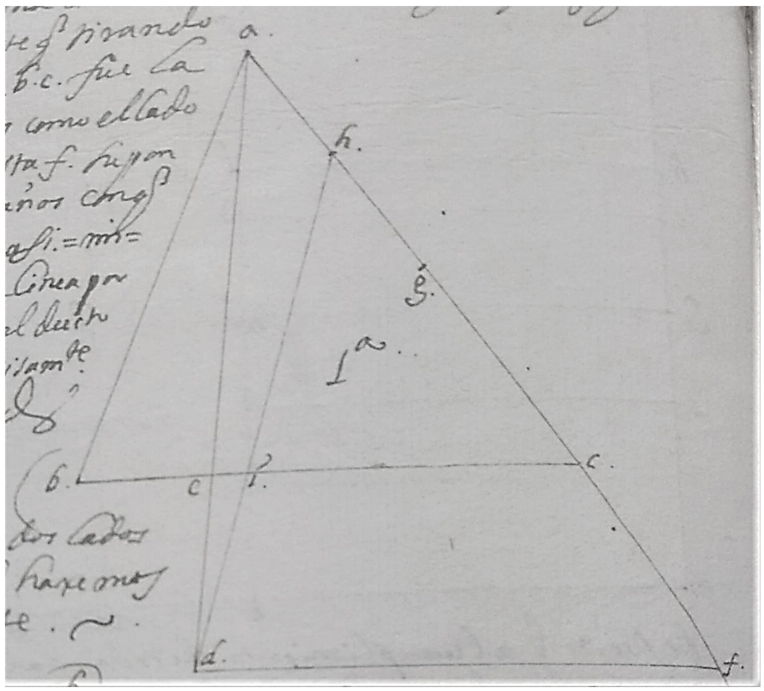


Figura 52. Triángulo etiquetado como “1^a”, foja 49 verso.

Primero, se traza una línea *“por la 44 del 1 de Euclides”*, tal que el “*ducto”* de la misma por el segmento df forme un rectángulo equivalente a la mitad del rectángulo resultante del ducto del segmento ac en el bc, los dos lados de la operación. Se usará la figura 2^a.

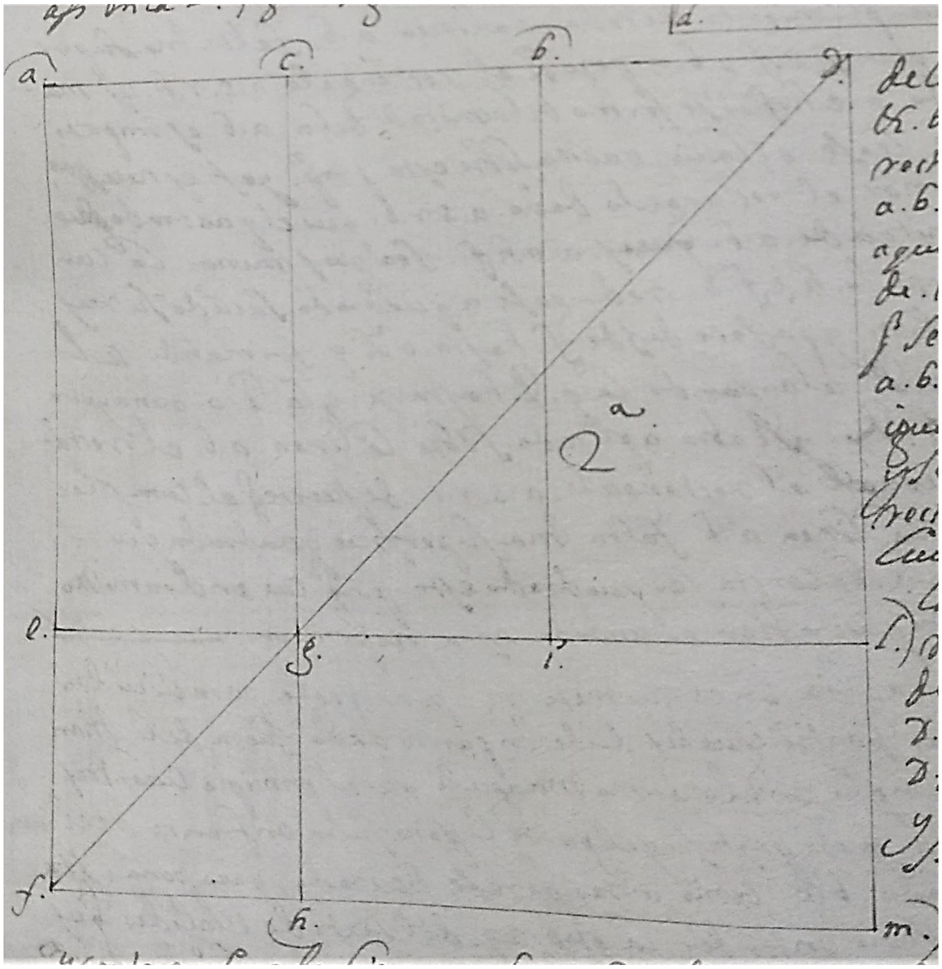


Figura 53. Ilustración correspondiente al texto, etiquetada como “ 2^a ”. Tiene la forma de un binomio cuadrado geométrico.

En esta figura, tomaremos los lados ac y bc. Con ellos, se forma el rectángulo $abei$. Aquí, tenemos que $ab=14$ y $ae=15$. Consideramos c el punto medio de ab y g el punto medio de ei. Se forma el rectángulo $acge$. Luego, se prolonga indefinidamente la línea acb y se toma desde c hasta el punto d. La longitud df de la primera figura sirve de diámetro para un círculo dgf que se traza desde d. Éste pasa por g y corta a la línea aef (prolongada) tal que corta en f y la línea ef es la que se buscaba: la primera proporcional. La cuarta proporcional es el segmento cf de la primera figura, y el rectángulo $ghlm$ es igual al $aceg$, que a su vez es la mitad del rectángulo resultante del “ducto” de ac en bc. El rectángulo $aceg$ tiene

lados $ac=7$ y $ae=15$, por tanto área de 105. El rectángulo $ghlm$ es igual. “Casualmente”, los lados gl y km midieron 15 también, pues fueron iguales a cd de la segunda figura y a df de la primera. Dividiendo $\frac{105}{15}=7$, que es la longitud de ef, la primera proporcional ya encontrada, e igual a los lados gh y lm. Esta cantidad se “pasa” en la primera figura desde c hasta g.

“Hasta aquí esta facil”, dice Fray Diego, “y lo trae bien claro tartaglia”. La explicación procede a sacar la segunda y tercera proporcional, que sale de la proposición 29 del sexto libro de Euclides. Se comienza por tomar una recta dada, en nuestro caso la cg primera proporcional, y a un rectángulo dado aplicarle otro rectángulo igual tal que exceda a la línea en una superficie cuadrada.

Sea la línea dada AB, y el rectilíneo dado, $TXAB$que en el ejemplo es “casualmente” cuadrado, ya que el lado AB debe ser igual al lado cg y el AT al lado cf de la primera figura. Ambos miden 7. Se pide formar otro rectángulo sobre la línea AB que sea igual al dado $ABTX$ y exceda a la línea en una superficie cuadrada. Se considera E el punto medio de ABy la longitud de BE formará el cuadrado pequeño $EBFG$. Ahora hay que sumar $EBFG$ con el cuadrado $ABTX$, y la suma de sus lados será la línea TE. Esto se da porque GTA es lado del mayor y AE es lado del menor, y el ángulo A es recto.

Luego, TE será lado de un cuadrado con área igual a la de la suma de los otros dos cuadrados. Tomamos TE y desde F se traza FNy FO. Se forma el cuadrado $FNOP$. Después, se prolongan los lados PO y TA hasta que concurran en el punto S. El rectángulo $AESP$ es el que se buscaba, pues es igual al rectángulo $TABX$ que se forma sobre la línea ABy la excede en una superficie cuadrada (que es $BERP$). “Léase al Padre Clavio sobre la proposición 29 del 6 de Euclides”. Entonces, las proporcionales buscadas son PS la segunda y Pe la tercera.

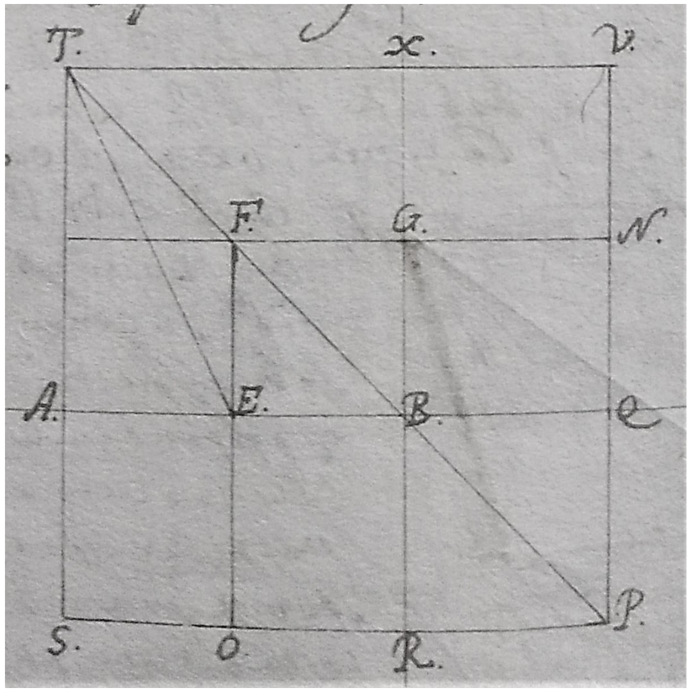


Figura 54. Ilustración correspondiente al texto, foja 50.

Se toma la longitud Pe y se *"pasa"* en la primera figura desde g hasta h, o la longitud PS y se "pasa" desde c hasta h. Luego se traza la línea dh, que divide al triángulo $\triangle abc$ en dos partes iguales, que es lo que se buscaba. Allí, la línea dh y el cuadrilátero $abhi$ igualarán al del triángulo $\triangle hic$, que es lo que se propuso hacer: "*y con esto queda más clara la operación de Nicolas Tartaglia en el lugar citado* ett^{a} *".*

Fray Diego comenta que para realizar la operación con números, debe recurrirse *"al mismo en el dicho lugar que mi intento aquí no ha sido otro sino declarar a este propósito las proposiciones 28 y 29 del sexto de Euclides".*

El rectángulo $ABTX$ es igual al rectángulo $AeSP$ y se prueba. La línea AB es igual a la línea BX porque este rectángulo es un cuadrado. El punto medio de AB es E, y el punto medio de BX es G pues el rectángulo $FGEB$ es cuadrado. Por tanto, los lados AE, EB, BG y GX son iguales entre sí.

Considérese ahora el gnomon GN y EO, que rodea al diámetro Allí, el rectángulo $GNBe$ es igual al rectángulo $EOAS$, porque el lado GB es igual al lado AE; cada uno es mitad de las líneas AB y BX, que son iguales. Los lados GN y Be son iguales a los lados EO y AS, ya que son lados del cuadrado $BeRP$. Entonces, el rectángulo $ANBe$ es igual al $EOAS$, pues si del gnomon $GNBPO$ se resta el rectángulo $GNBe$, quedará el rectángulo $EeOP$. Si a este se suma el rectángulo $OEAS$, el rectángulo $ASeP$ es igual a dicho gnomon, que es igual también al rectángulo $ABTX$. Con esto, Fray Diego concluye su sección.

La larga sucesión de pasos y explicaciones también parece tener un propósito didáctico, o de notas para impartir la cátedra. Esto se ve reforzado por las recomendaciones para leer más sobre alguno de los temas (Clavio o Euclides, por ejemplo).

Inmediatamente debajo del último párrafo, comienza una nueva sección titulada “Formar parabolas por los senos rectos”, que se encuentra tachada casi en su totalidad. No será analizada en el presente trabajo; sin embargo, es importante señalar que la numeración propia del cuaderno incluye este ejercicio, que termina en la foja 52, marcada como 7 en esta numeración propia.

J. QUESTION

Con la foja 53 comienza la última sección que estudiaremos en el presente trabajo. La sección se titula *"Question",* y está escrita con una letra que difiere de manera notable de la de Fray Diego, particularmente al momento de escribir la preposición "de" y la forma en el que el copista conecta dos palabras cuando la primera termina en "e" y la segunda empieza con "l". Sin embargo, se trata posiblemente de un estudiante de Fray Diego, pues la estructura que mantiene para dar la resolución del problema es muy semejante.

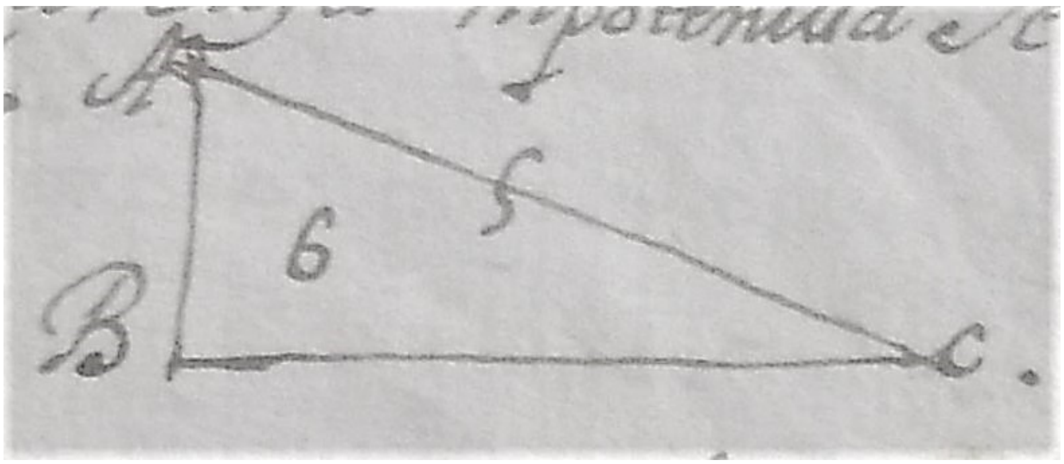


Figura 55. Triángulo rectángulo que ilustra el problema, foja 53.

El problema es el siguiente: Sea un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 5, con área 6. ¿Cuánto miden los otros dos lados? Este problema ya fue resuelto por Fray Diego en la foja 23.

El procedimiento de resolución y los posteriores apuntes sobre geometría son una repetición exacta de los que hace Fray Diego. Esto refuerza la hipótesis de que las notas estaban destinadas a copiarse o a ser estudiadas por alumnos.

4. Fray Diego Rodríguez: trascendencia, consecuencias y algunas reflexiones

Una vez revisado y analizado el contenido del *Tractatus Proemialium Matematices y de Geometria* del P.F. Diego Rodz. Mercedario de Mejico, así como los problemas (questiones) expuestos y los métodos empleados para su resolución, es posible afirmar que no forma una unidad bibliográfica. Se trata más bien de varios cuadernos que conjuntan 119 fojas que, respetando el principio de procedencia, fueron encuadernados como un solo volumen.

En el manuscrito, resguardado en el Fondo Reservado de la Biblioteca Nacional de México, con la colocación *ms.* 1519, es posible identificar las letras de, al menos, dos copistas, en particular en las fojas 23 y 53, donde se trata el mismo problema con caligrafías diferentes. Por otro lado, hay numerosas firmas de Fray Diego, así como la palabra *finis* acompañada de una ornada floritura al terminar el primero de los textos. Esa floritura se repite en algunos otros finales de sección.

Es posible notar que en el acto de plasmar su rúbrica en diferentes puntos, el autor marca un claro rompimiento entre las ideas que concluye y la siguiente parte que da comienzo en la foja posterior. Esta falta de continuidad e integridad entre cuadernos se reafirma con el hecho de que muchos de los cuadernos tienen numeración propia.

Las fuentes recurrentemente mencionadas en los segmentos de texto estudiados son Tartaglia, Clavio y Euclides. En su mayoría, se trata de alusiones a los textos de estos autores que proveen explicación a los procedimientos expuestos por Rodríguez.

Las obras sobre las que trabaja Fray Diego, que son identificables en las secciones estudiadas, son el *Tratado de números y medidas* de Tartaglia, y los Elementos de Euclides, en particular los libros 5°, 6° y 10°. Por último, una versión de estos Elementos comentada por el Padre Clavio. Éstas coinciden con los contenidos que los estatutos de la Universidad de Salamanca marcaban para la cátedra de Matemáticas y astrología, lo que refuerza aún más su carácter didáctico y de libro de notas para una clase.

Una vez realizada la lectura paleográfica detallada de los textos que integran el *Tractatus Proemialium Matematices y de Geometria,* mediante la exploración de sus relaciones mutuas y contenido matemático es posible afirmar que es un conjunto de notas y cuadernos más cortos de propósito didáctico, así como de notas personales, de tal manera que es insostenible que se trate de un texto de contenido planeado, integrado y continuo, como se había propuesto (Trabulse 1996:181-185) y, menos aún, de un texto que Rodríguez haya proyectado desde el inicio como parte de una trilogía de geometría, álgebra y ecuaciones.

Los ejes alrededor de los que transita la colección de cuadernos que constituye el *Tractatus* son filosofía, geometría plana, geometría aplicada a la mecánica celeste, álgebra y ecuaciones e ingeniería y mecánica. Particularmente en los ámbitos de geometría plana y de álgebra se encuentran textos con claros tintes pedagógicos.

Una de las contribuciones del presente trabajo es el índice detallado, que hasta ahora no se había realizado. Al incluir capítulos y secciones, permite conocer los ejes temáticos del trabajo contenido en el tomo; además, se añadieron interpretaciones a símbolos que eran previamente desconocidos —a modo de ejemplo se cita el número cuadrado que aparece en el índice de Moreno de los Arcos—, o que carecían de interpretación. El orden propuesto es el siguiente:

- *Brebis [sic] tractatus proaemialium Disciplinarum Mathematicarum tam in Genere, cuam in Specie et praecipue de commendatione*,
- Notas:
    - Construcciones geométricas con fines gnomónicos y posteriores notas sobre logaritmos y trigonometría (probablemente un cálculo para un reloj de sol), f. 13
    - Tabla de "*Proporsiones de los metales [gotas?] líquidas en iguales quantidades"* y notas en latín y español, f. 15v
- Métodos geométricos, primero los que tratan de triángulos y después los demás.
    - Regla para en un triángulo acomodar una línea de determinada cantidad de suerte que sea paralela a un lado determinado de los tres de un triángulo, f. 17
    - *Modo y modos q[ue] yo uso de reducir triángulos de una especie en triángulos de otra especie que se propone de modo que queden semejantes y de lados proporcionales, que no lo tratan los autores como por los exemplos se entenderá,* f. 21

- *Question: Sea el triángulo rectángulo el que parece cuia Hyppotenusa sea 5 y su área 6. qué será cada lado?,* f. 23
- *Question: Sea el triángulo rectángulo, el que parece, cuya hipotenusa sea 5. y su area 6. que sera cada lado?* (del otro copista), f. 53
- *Question: Es un paralelogramo rectángulo cuya área con su diámetro hacen 15...*, fechada en 22 de abril de 1640, f. 43
- *Questión: Es dada la Area de un triángulo rectángulo de lados desiguales y la cantidad de su diagonal, como con esta noticia se cons[..]eran los dos lados del [etcétera]*, fechada en 1° de abril de 1643, f. 44
- *Explicación q Nicolas Tartaglia trae en su 5 p[arte] lib. 1. cap. 13 n°14 [fot?] 27 de dividir un triángulo en dos p[artes] iguales desde un punto dado dentro del triángulo [etcétera],* f. 46
- *Formar parábolas por los senos rectos* (todo cancelado), f. 50v
- Ejercicio para "*Ochavar un cuadrado*" y notas de resolución, f. 15
- *Regla para formar un ochavado por aproximación de números cuadrados*, f. 16
- Pregunta del área de un terreno en forma de trapecio, f. 25
- *Fábrica Del Prototipo para cuadrar círculos…,* f. 30
- *Averiguación y tratado de descrevir por líneas las declinaciones del Zodiaco en un semicírculo,* f. 55
- *Fabrica Del Elipse,* f. 59
- *Reglas q[ue] io uso para reducir dos figuras la una en la otra de tal suerte q[ue] no solo queden iguales en area y capacidad, pero siendo de diversas especies quedan en una determinada como se hace un angulo q se da determinado como por los exemplos se entendera, regla es sanissima pa muchos usos y q en los autores no se halla,* f. 65

* Temas de ingeniería y mecánica.
  - *Instrumenti Partium constructio atque usus* (en latín), f. 35
  - *Reglas de Diego Bes/o/on sobre el teatro de sus instrumentos y fábricas de machina*s [comentador Franco. Bernaldo], f. 69
* *Apuntamientos de álgebra* y todos sus capítulos y subsecciones.

Esta propuesta de organización temática tiene como fin sólo agrupar el contenido de los cuadernos incluidos en el volumen, sin considerar el principio de procedencia.

Los temas de matemáticas, básicamente aplicadas, que trata el texto analizado, nos colocan ante al menos 380 años de continuidad en el planteamiento y forma de expresar los problemas de geometría, tradición tal vez relacionada con los *Elementos* de Euclides. El enfoque didáctico claro sobre las bases geométricas de los problemas analizados tiene semejanza con las clases contemporáneas de geometría moderna, en el sentido del énfasis en los procedimientos y las explicaciones, si bien las nomenclaturas y los símbolos han cambiado.

El trabajo de Fray Diego como fuente de información histórica, pero sobre todo científica, dista mucho de agotarse. La investigación presente dilucida una selección de uno de sus manuscritos, pero queda muy lejos de la profundidad de análisis que ameritan el destacado personaje y su obra.

Por otro lado, la simbología utilizada por Fray Diego nos da una idea del desarrollo de las matemáticas; fue éste un aspecto que limitó la difusión de su obra al no poder imprimirse un libro por falta de tipos móviles. Al mismo tiempo, nos permite valorar el avance de nuestro campo de estudio.

Además, representa una de las primeras manifestaciones de una defensa americanista[12]: identidad, ciencia y con-ciencia ya no indígena, ya no hispana: criolla y mestiza. Fray Diego Rodríguez es raíz, inspiración y líder de un movimiento genuinamente novohispano/mexicano; es guía y fuerza integradora de personajes clave pensantes y célebres de nuestra cultura: Juan Ruiz de Alarcón, Carlos de Sigüenza y Góngora, Sor Juana Inés de la Cruz, Cayetano de Cabrera y Quintero, Francisco Javier Clavijero y Antonio Alzate, entre otros. Al mismo tiempo, su obra se manifiesta contra la sistemática subvaloración de lo mexicano, que tristemente tomaría fuerza en el siglo XVIII, con el cientificismo racial y la teoría de la degeneración.

De este modo, se ha privilegiado el contexto de desarrollo específico de Fray Diego Rodríguez en la Nueva España, sin dejar de insertarlo en el estado del conocimiento que le

12 Un análisis más detallado de pasajes emblemáticos del *Discurso etheorológico* puede encontrarse en el trabajo de Martínez Albarrán, “Fray Diego Rodríguez: por una ciencia propia en el México del siglo XVII”, capítulo 3. Un aspecto destacable es la forma en que enarbola a la Virgen de Guadalupe, corriente de pensamiento después continuada por personajes como Boturini, y Cabrera y Quintero, entre otros.

tocó protagonizar. Sean estas líneas un incentivo para atraer el interés para que no se diluya el valor universal de nuestro matemático novohispano.

Así, Fray Diego Rodríguez el mercedario —desde su visión profundamente católica y guadalupana, en el sentido simbólico-mestizo de un culto genuinamente mexicano—, fincó las bases de la enseñanza de las matemáticas como el primer catedrático en América. Es, sin lugar a dudas, nuestro ancestro común. La Universidad, nuestra Facultad de Ciencias misma, son parte de su legado; queda pendiente un reconocimiento dentro en nuestro ámbito. Su trabajo marca un camino hacia una sociedad que, desde la ciencia, sea más equitativa en un ambiente más humano de convivencia, y se convierta en punto de partida y posibilidad de enarbolar los más altos valores universitarios.

> Las alas talares de los pies, son nacidas a la Fama, para que diligente las imite. Las de las sienes, a los lucidos ingenios Americanos, para que las fecundas fantasias de las Musas, dexen atràs a las del Parnaso, q siempre serà assi como sea en nuestro mysterio. El Caduseo, cave quarteado, a las sagradas Religiones, donde tienen asiento firme las Letras, fuentes peremnes de la eloquēcia, y vivas serpientes en la vigilansia. Las infulas doctorales, se les restituyē a esta Atenas del mundo, donde cada uno de sus Doctores, es un Mercurio Trimegistro. El ramo de oliva resta, de inestimable valor, y precio por pacifico; y assi como reliquias se reparte a los Principes, Governadores, Comunidades, Cavildos, y a la Republica toda; a poco cave, y menos, sino se guarda. Las piedras del Aservo de Mercurio, tocã a todo juez, Principe, y Prelado, para repartir los premios devidamēte, y castigar culpas, y delitos.
>
> **Fray Diego Rodríguez.**

Finis.

BIBLIOGRAFÍA

Aldana, Cristóbal de, Fray (1992) *Crónica de la Merced de México*. 2ª ed. Sociedad de Bibliófilos Mexicanos, 2 tomos, México.

Alonso, Martín (1988) *Enciclopedia del Idioma. Diccionario Histórico y Moderno de la Lengua Española (Siglos XII al XX). Etimológico, Tecnológico e Hispanoamericano*. Tomo I. Editorial Aguilar, México.

Andrada, Agustín de (1706) *Panal místico*. *Compendio de las grandezas del Celeste*, *Real y Militar Orden de Nuestra Señora de la Merced* (manuscrito). Biblioteca del Instituto Nacional de Antropología e Historia, Sección de Manuscritos, México.

Aparicio Serdano (2012) La lectura de los cielos: una nueva interpretación del Discurso Etheorologico. Tesis de licenciatura en filosofía, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM.

Beristaín de Souza, José Mariano (1981 [1821]) *Biblioteca hispanoamericana septentrional*. vols. 2 y 3. UNAM, Claustro de Sor Juana AC, Instituto de Estudios y Documentos Históricos AC, México.

Beuchot, Mauricio (1991) *Estudios de historia y de filosofía en el México colonial*. Instituto de Investigaciones Bibliográficas, UNAM, México.

Bourdieu, Pierre (1991) "The Peculiar History of Scientific Reason". *Sociological Forum*. Vol. 6, núm. 1, pp. 3-26.

Bicknell, Marjorie (1975) "A primer on the Pell sequence and related sequences". *Fibonacci quart.* 13, no. 4, pp. 345-349. Disponible en: https://mathscinet.ams.org/mathscinet-getitem?mr=0387173 (febrero 2021).

Burdick, Bruce Stanley (2009) *Mathematical works printed in the Americas*. The Johns Hopkins University Press, Baltimore.

Cañizares Esguerra, Jorge (1999) "New World, New Stars: patriotic astrology and the invention of Indian and Creole bodies in colonial Spanish America, 1600–1650". *The American Historical Review*. Vol. 104, pp. 33-68.
— (2003) "Spanish America: From Baroque to Modern Colonial Science". *The Cambridge History of Science*. Vol. 4, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 718-740.

Chong de la Cruz, Isabel (2007) "Métodos y técnicas de la Investigación documental". *Investigación y docencia en Bibliotecología*. Disponible: http://ru.ffyl.unam.mx/bitstream/handle/10391/4716/12_IDB_2007_I_Chong.pdf?sequence=1&isAllowed=y (abril 2020)

Comisión Universidad de Salamanca (1625) *Constitutiones Apostolicas, y Estatvtos de Muy Insigne Universidad de Salamanca. Copilados nuevamente por su Comisión*. Casa de Diego Pvsio, Salamanca.

Corona, Carmen (1991) *Lunarios. Calendarios novohispanos del siglo XVII*. Colección el día en libros, Publicaciones Mexicanas, México.

Dutka, Jacques (1986) "On Square Roots and Their Representations". *Archive for History of Exact Sciences*. vol. 36, No. 1, pp. 21-39. Disponible en: https://www.jstor.org/stable/41122793 (febrero 2021).

Fernández Del Castillo, Francisco (1953) *La Facultad de Medicina de acuerdo al Archivo de la Real y Pontificia Universidad de México*. UNAM, México.

Garí y Siumell, José Antonio (1875) *Biblioteca Mercedaria*: *o sea escritores de la celeste*, *real y militar Orden de la Merced*. Imprenta de los herederos de la viuda Pla, Barcelona.

González Gallardo, María Fernanda (2009) "Diego Rodríguez y su *Breve tratado prologado de las disciplinas matemáticas, tanto en género como en especie, y principalmente sobre la recomendación de los elementos de Euclides el filósofo*". *Pensamiento Novohispano* 10. Universidad Autónoma del Estado de México, México, pp. 107-114.

Granados Rangel, Jesús, Horacio Hernández y Emilio Moreno Reséndiz (2000) *Catálogo de la Biblioteca del Convento de la Merced de la ciudad de México*. Colección Fuentes, INAH, México.

Gruzinski, Serge (2007) *El pensamiento mestizo. Cultura amerindia y civilización del renacimiento*. Ed. Paidós, Barcelona.

Hernández Guzmán, Dante Octavio (2011) *La prensa y los libros de la Colonia y su influencia en la cultura de Orizaba*. Archivo Municipal de Orizaba/Comunidad Morelos, Orizaba.

Jiménez Rueda, Julio (1945) "Astrólogos y quirománticos en la Nueva España". *Revista de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM* 20, octubre-diciembre, pp. 233-244.
— (1947) *Documentos para la historia de la cultura en México*. *Una biblioteca del siglo XVII*. UNAM-AGN, México.

Kimball, Martin (2017) "An (algebraic) introduction to number theory". *Courses notes*. Math 4313. Disponible en: http://www2.math.ou.edu/~kmartin/intro-nt/ (febrero 2021).

LaSalle, Peter (2017) "Conundrum: A Story about Reading". *New England Review* 38 (1). Project MUSE, pp. 95-109.

Lenstra Jr., H. W. (2002) "Solving the Pell Equation". Notices of the AMS 49 (2), pp. 182-192. Disponible en: https://www.ams.org/notices/200202/fea-lenstra.pdf (febrero 2021).

Levi, Giovanni (1994) “Sobre microhistoria”. *Formas de hacer historia* (B. Peter, coord.). Alianza Universidad, Madrid, pp. 119 – 143.

Martínez Albarrán, Alí Arturo (2007) Fray Diego Rodríguez: Por una ciencia propia en el México del siglo XVII. Tesis de Licenciatura en Filosofía, Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Montoya Melesio, Samuel (2005) *Un sabio mercedario mexicano*: *Fray Diego Rodríguez*, *Siglo XVII*. Orden de la Merced, México.

Moreno Corral, Marco Arturo (1993) “El arribo de la ciencia a la Nueva España”. *Ciencia y Desarrollo* XIX (112). CONACYT, México, pp. 72-77.

— (1999) “La astronomía en México del siglo XVII”. *Ciencias* 054, Facultad de Ciencias, UNAM, México, pp. 52-59.

Moreno Corral, Marco Arturo y María Guadalupe López Molina (1992) “Desarrollo de la astronomía en la Puebla colonial”. *Elementos* 17, vol. 2. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México, pp. 33-40.

Moreno de los Arcos, Roberto. “Catálogo de manuscritos científicos de la Biblioteca Nacional”. *Boletín del Instituto de Investigaciones Bibliográficas* VI, núm. 1 (enero-junio 1969), pp. 61-103.
— (1983) “Diego Rodríguez”. *Diccionario histórico de la ciencia moderna en España*, Vol. II. Península, Barcelona, p. 224.

Ortiz Caballero, Martha Alicia (1995) “Presencia de la orden mercedaria en los acervos novohispanos”. *Anuario Saber Novohispano 1995*, Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, pp. 223-331

Pareja, Francisco de (1882 [1688]) *Crónica de la Provincia de la Visitación de Nuestra Señora de la Merced Redención de Cautivos de la Nueva España*. 2 vols. J.R. Barbedillo, México.

Priani Saisó, Ernesto (2008) "Melchor Pérez de Soto". *Europa humanística*. Disponibles en: https://eurhum.hypotheses.org/conferences-plenieres/conference-de-budapest-2008/melchor-perez-de-soto (marzo 2020)
— (2010) “Construyendo la ciencia propia. Tradición clásica y ciencia nueva en fray Diego Rodríguez”. *Tradición Clásica y Universidad*. Editorial Francisco L. Lisi Bereterbide, Dykinson, Madrid, pp. 567-587.

Priani Saisó, Ernesto y Hérctor Rafael Aparicio Serdano (2012) “Aproximación al Discurso Etheorológico desde sus fuentes renacentistas.” *Pensamiento novohispano* 13. Universidad Autónoma del Estado de México, México, pp. 119-130.

Rodríguez Camarena (2011) La cosmovisión renacentista. Una propuesta de interpretación. Tesis de Licenciatura en Historia, Escuela Nacional de Antropología e Historia, México.

— (2014) La hermenéutica del "Discurso etheorologico del nuevo cometa" (1652-1653) de fray Diego Rodríguez. La visión analógica como conformadora del mundo. Trabajo de Fin del Máster interuniversitario en Filosofía, Ciencia y Valores. UNAM. UPV. México.
— (2015) Un análisis situacional de la obra de Fray Diego Rodríguez. Tesis de Maestría en Filosofía de la Ciencias, UNAM, México.

Rodríguez, Diego (1653) *Discurso Etheorológico del nuevo Cometa*, *visto en aqueste Hemisferio Mexicano*; *y generalmente en todo el mundo*. *Este año de 1652*. Biuda de Bernardo Calderón, México.

Rodríguez-Sala y Muro, María Luisa (1991) “Fray Diego Rodríguez, semblanza socio-histórica de un científico criollo”. *Ciencia: Revista de la academia de investigación científica* 42, pp. 171-184.
— (2004a) “Fray Diego Rodríguez: Astrónomo-Astrólogo- Matemático, precursor de la modernidad científica nacional”. *Del estamento ocupacional a la comunidad científica: astrónomos-astrólogos e ingenieros (siglos XVII al XIX).* UNAM, México, pp. 85-130.
— (2004b) “Presentación”. *Del estamento ocupacional a la comunidad científica: astrónomos-astrólogos e ingenieros (siglos XVII al XIX).* UNAM, México, pp. 9-32.
— (2005) “Astrónomos-astrólogos en la Nueva España: del estamento ocupacional a la comunidad científica. *Ciencias*, abril-junio, nº 78. UNAM, México, pp. 58-65.

Sánchez Salas, Agustín Fray (1992) “Presencia mercedaria en el siglo XVI”. *Claustro Histórico y artístico de la Merced de México: Estudio sobre el convento grande de la Merced, de México, y lo que hoy queda de él*. Publicaciones mercedarias mexicanas, México, pp. 11-22.

Tena Villeda, Rosalba (2006). Tesis de maestría en historia, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM, México.

Torre Revello, José (1947) *Documentos para la historia de la cultura en México* IX*.* Archivo General de la Nación/Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Trabulse, Elías (1974) *Ciencia y religión en el siglo XVII*. El Colegio de México, México.
— (1982) *El Círculo Roto. Estudios Históricos sobre la ciencia en México.* Secretaría de Educación Pública, México.
— (1983) *Historia de la ciencia en México*. *Estudios y textos*, *Siglo XVI*. Fondo de Cultura Económica, México.
— (1985) *La ciencia perdida*. *Fray Diego Rodríguez*, *un sabio del siglo XVII*. Fondo de Cultura Económica, México.
— (1988) “Tres momentos de la heterodoxia científica en el México colonial”. *Quipu* 5 (1), pp. 7-18.
— (1994) *Los orígenes de la ciencia moderna en México (1630-1680)*. Fondo de Cultura Económica, México.
— (1996) “Un científico mexicano del siglo XVII: Fray Diego Rodríguez y su obra”. *El círculo roto: estudios históricos sobre la ciencia en México*. Fondo de Cultura Económica, México, pp. 25-65.

— (2005) “La ciencia en el convento. La vida cotidiana de un científico novohispano del siglo XVII”. *Historia de la vida cotidiana en México v 2.* (Antonio Rubial, ed.). Fondo de Cultura Económica, México, pp. 193-219.
— (2015) “La Colonia”. *Historia de la ciencia en México.* (R. Pérez Tamayo (coord.). Fondo de Cultura Económica, México.

Vernet, Juan (2000) *Astrología y astronomía en el Renacimiento.* Editorial El Acantilado, Barcelona.

Wobeser, Gisela Von (1973) Tradición y modernidad en la ciencia americana a fines del siglo XVI y principios del XVII. Tesis de licenciatura en historia, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM, México.

Webgrafía

https://es.wikipedia.org/wiki/Luz_%28ingenier%C3%ADa%29 (julio 2020).

Institut de Recerca en Cultures Medievales, Universidad de Barcelona, Coursera. *Medieval Astrology: Between Science and Magic*. Video. https://www.coursera.org/learn/magic-middle-ages/lecture/izHGx/medieval-astrology-between-science-and-magic (julio 2020).

Merriam-Webster Dictionary, *Gnomon.* https://www.merriam-webster.com/dictionary/gnomon (agosto 2020).

Rodríguez Rodríguez, Yuli Andrea y Benjamín R. Sarmiento Lugo. *Cuadratura del círculo con la cuadratriz de Dinostrato*. https://proyectodescartes.org/escenas-aux/bibliografia/Cuadratura-del-circulo.pdf (agosto 2020).

Lista de figuras