



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**EL RIESGO DE SEQUIA COMO ESTRATEGIA PARA
INCREMENTAR LA PRODUCTIVIDAD AGRICOLA**

T E S I S

Que para obtener el título de:

A C T U A R I O

Presenta:

GERARDO SAN ROMAN MUÑOZ

México, D. F.





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**EL RIESGO DE SEQUIA COMO ESTRATEGIA PARA
INCREMENTAR LA PRODUCTIVIDAD AGRICOLA**

1981

T E S I S

Que para obtener el título de:

A C T U A R I O

P r e s e n t a :

GERARDO SAN ROMAN MUÑOZ



México, D. F.

DEDICATORIAS

A MIS PADRES :

RAUL

Y

AMPARO

POR SU INQUEBRANTABLE FE ,
CARIÑO, AYUDA Y COMPRENSION.

A MI ESPOSA :

PATRICIA

**POR SU AMOR Y ESTIMULO SIEMPRE
PERMANENTE; CORONADO CON EL -
FRUTO QUE PRONTO LLEGARA.**

A MIS HERMANOS

Y

HERMANAS POLITICAS

POR SU SINCERO CARIÑO Y APOYO

A MIS ABUELOS MATERNOS +

POR SU EJEMPLO HUMANITARIO

A MI ABUELA

Y

SUEGRA

POR SUS ESTIMULOS Y CARIÑO

A MIS TIOS Y TIAS MATERNOS

POR SUS VALIOSOS CONSEJOS,
RESPALDO Y ESTIMULOS .

AL DR. RAMON FERNANDEZ G.

POR OFRECERME NO TAN SOLO LA
CONFIANZA DEL INICIO SINO -.
TAMBIEN, SU AMISTAD Y APOYO.

A MIS AMIGOS :

POR SU LEAL AMISTAD.

A MIS ESCUELAS Y EN ESPECIAL

A LA FACULTAD DE CIENCIAS Y

MIS MAESTROS

POR OFRECERME LA OPORTUNIDAD
DEL SABER .

Y

A MI PATRIA .

A G R A D E C I M I E N T O S

Al C. Dr. Ramón Fernández González, Gerente de Proyectos de -
Temporal de la Coordinación de Proyectos de Desarrollo de la
Presidencia de la República, por sus valiosos consejos, revi-
sión y supervisión de este trabajo y por las facilidades pres-
tadas para el desarrollo del mismo.

Al C. Act. Francisco Sáchez Villarreal, Coordinador de la -
Carrera de Actuario de la U. N. A. M., por su dirección, revi-
sión y comentarios para la realización de éste trabajo.

Al C. Dr. Francisco J. Aranda Ordaz, Jefe de la Sección de Es-
tadística, Profesor e Investigador de la Fac. Ciencias-U.N.A.M.
por su valiosa revisión y ayuda para fortalecer éste trabajo.

Al C. Act. Fernando E. Perrilliar Montoya, Director de Rease-
guro de Seguros La Comercial, por su valiosa crítica y revi-
sión de éste trabajo.

A la C. Mat. Margarita E. Chavez Cano, Jefa del Depto. de Ma-
temáticas de la Fac. Ciencias, por su valiosa revisión, críti-
ca y apoyo a éste trabajo.

A la C. Sra. Patricia Méndez de San Román , por la mecanogra-
fía de éste trabajo.

I N D I C E

RESUMEN	1
INTRODUCCION	3
REVISION DE LITERATURA	8
1.- Estudios Relativos a la Distribución de la LLuvia	8
2.- Estudios Sobre Fertilización	12
3.- Aplicaciones de la Teoría del Riesgo	17
I. GENERALIDADES	22
I.1.- Influencia de Diferentes Factores Sobre el Uso del Agua	23
I.1.1. Clima	23
I.1.2. Estados Fenológicos de las Plantas	25
I.1.3. Suelo	26
I.2.- Estimación del Uso Consuntivo del Agua	26
I.2.1. Definición	26
I.2.2. Método Para Calcular el Uso Consuntivo del Agua	27
I.3.- Precipitación Efectiva.	32
I.3.1. Concepto	32
I.3.2. Factores Que Influyen en la Efectividad de la Precipitación	35
I.3.3. Cálculo de la Precipitación Efectiva	36
I.4.- Consideraciones Generales	37
I.5.- Descripción de la Zona de Aplicación	38

I.5.1.	Localización	38
I.5.2.	Condiciones Generales	40
I.5.3.	División del Distrito	41
I.5.4.	Información Climatológica del Distrito	43
I.5.5.	Información Agrícola del Distrito	43
II.	DETERMINACION DEL MODELO PARA PREDICCIÓN DE LLUVIA	50
II.1.-	Aspectos Generales del Proceso Cantidad de - LLuvias	51
II.2.-	Determinación de la Función de Distribución - del Número de LLuvias	52
II.2.1.	Estimación del Parámetro q por el Método - de Máxima Verosimilitud	53
II.2.2.	Determinación del Número de LLuvias Más - Probables	54
II.2.3.	Bondad de Ajuste del Modelo Para el Número de LLuvias	57
II.3.-	Determinación de la Función de Distribución - del Tamaño de las LLuvias	61
II.3.1.	Estimación de los Parámetros a y b por el Método de Máxima Verosimilitud	63
II.3.2.	Estimación de la Función Matemática Gama $\Gamma(a)$	67
II.3.3.	Integración de la Función de Distribución Gama	68
II.3.4.	Bondad de Ajuste del Modelo para el Tamaño de LLuvia.	72

II.4.- El Modelo Para Pronósticos de Lluvia .	74
II.4.1. Cantidad de Lluvia Más Probable . . .	74
II.4.2. Cantidad de Lluvia a una Probabilidad Deter <u>minada</u>	75
 III. LA FUNCION BASICA DE TEORIA DEL RIESGO Y SU APLI- CACION PARA INCREMENTAR LA PRODUCTIVIDAD AGRICOLA	80
III.1.- La Función Básica de Teoría del Riesgo .	81
III.1.1. La Media y Desviación Standard de $F(X)$	83
III.1.2. Evaluación de la Función de Riesgo $F(X)$	83
III.2.- Determinación del Riesgo de los Cultivos	86
III.2.1. Análisis Preliminar de los Resultados	94
III.3.- Selección de los Cultivos por Regiones	104
III.3.1. Los Modelos de Teoría de Juegos .	110
III.3.2. El Modelo de Bayes	111
III.3.3. Aplicación de los Modelos de Teoría de Jue <u>gos</u> y el de Bayes para la Selección de Cul <u>tivos</u>	112
III.4.- Análisis e Interpretación de las Estrat <u>égias</u> Obtenidas	118
 CONCLUSIONES .	126
BIBLIOGRAFIA	133
APENDICE .	138

INDICE DE CUADROS

No.		PAG.
1	Porcentaje de horas luz en el día para cada mes del año en relación al número total en un año	30
2	Coefficientes globales de uso consuntivo (K) para diferentes cultivos.	31
3	Ecuaciones para obtener los coeficientes <u>pe</u> riódicos (Km).	33
4	Cálculo del Uso Consuntivo del maíz	34
5	Estaciones climatológicas en el Distrito - de Temporal Tehuacán, Pue.	44
6	Información Climatológica del Distrito de - Temporal Tehuacán, Pue.	45
7	Distribución del tamaño de lluvia. Zona de Temporal, Tehuacán, Pue.	46
8	Descripción de los cultivos.	47
9	Requerimientos de agua en cm. para los dife <u>re</u> ntes cultivos y zonas.	48
10	Análisis del número de lluvias	55
11	Análisis de los datos tamaño de lluvia para determinar su distribución por el método - Pearson.	64

No.		Pag.
12	Valores numéricos de la función de distribución tamaño de lluvia.	69
13	Media y desviación estándar de la función cantidad de lluvia.	84
14	Número de lluvias por región, período y estado de temporal.	88
15	Requerimiento efectivo de agua en cms. por cultivo y temporal Región I.	90
16	Requerimiento efectivo de agua en cms. por cultivo y temporal Región II.	91
17	Requerimiento efectivo de agua en cms. por cultivo y temporal Región III.	92
18	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Malo. Región I	95
19	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Normal. Región I .	96
20	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Bueno. Región I	97
21	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Malo. Región II	98
22	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Normal. Región II .	99

No.		Pag.
23	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Bueno. Región II	100
24	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Malo. Región III.	101
25	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Normal. Región III.	102
26	Riesgos para los requerimientos efectivos de agua. Estado de Temporal Bueno. Región III.	103
27	Riesgos globales de los cultivos por estado de Temporal y Regiones.	106
28	Rendimientos equivalentes para los tres Estados de Temporal.	109
29	Selección de cultivos por varios modelos - de decisión para la Región I.	119
30	Selección de cultivos por varios modelos - de decisión para la Región II.	120
31	Selección de cultivos por varios modelos - de decisión para la Región III.	121

INDICE DE GRAFICAS

No.		Pag.
1	Cantidad de lluvia media, más probable y al 70 % para la Región I.	76
2	Cantidad de lluvia media, más probable y al 70 % para la Región II.	77
3	Cantidad de lluvia media, más probable y al 70 % para la Región III.	78

INDICE DE MAPAS

No.		Pag.
1	Localización del Distrito de Temporal No. VI. Tehuacán, Pue.	39
2	Regiones Climatológicas del Distrito de - Temporal No. VI.	42

R E S U M E N

El presente trabajo se refiere a la aplicación de la ecuación básica de teoría del riesgo para determinar el riesgo que representa cada cultivo en cuanto a no poder satisfacer sus requerimientos efectivos de agua, marcado por su uso consuntivo, mediante la precipitación pluvial de la zona de estudio. A tal riesgo se le denominó, para los fines de éste trabajo, como el riesgo de sequía, es decir, se obtuvo el riesgo de que el cultivo no tenga un desarrollo normal, debido a las condiciones pluviales de la región en cuestión.

Una vez conocidos estos riesgos para cada cultivo y los rendimientos equivalentes socio-productivos de estos, se procedió a determinar la mejor selección de cultivos, en base a varios modelos de decisión de teoría de juegos y de Bayes.

En general, el trabajo que se describe, aún cuando ofrece grandes posibilidades de aplicación en las zonas de riego, pretende ser una contribución a la planeación y toma de decisiones en las zonas de temporal.

Por otra parte, forma un instrumento para manejar las variables aleatorias que determinan el éxito o fracaso de un plan de desarrollo agrícola, con énfasis en el análisis de la precipitación pluvial que generalmente constituye el principal factor de incertidumbre y, así mismo, se considera que también -

permite establecer criterios más ágiles y racionales para el otorgamiento del crédito y seguro agropecuario. En éste último, la teoría del riesgo puede desarrollar la estructura técnica necesaria para un seguro más dinámico y eficaz, así como, para un crédito más oportuno y real; ambos aspectos medulares en el desarrollo de cualquier actividad.

Finalmente, para hacer más útil éste trabajo, se presenta aplicado a una región del país; computarizando los principales procesos en lenguaje basic, con objeto que puedan usarse hasta en microcomputadoras y no represente así un problema para su aplicación.

INTRODUCCION

Y

REVISION DE LITERATURA

"Examinando la población mundial actual, - encontramos un pequeño grupo que todavía vive cazando y alimentándose como los hom de hace milénios. Otros, la gran mayoría de la humanidad, dependen...de...la agricultura. En muchos aspectos, viven como sus ancestros de hace siglos. Estos dos grupos considerados de un modo global constituyen cerca del 70 por ciento de la humanidad..."

ALVIN TOFFLER.

I N T R O D U C C I O N

El desarrollo económico y social de México plantea la necesidad de incrementar la productividad del sector agrícola; no tan sólo para abatir el alto porcentaje de la población rural marginada, sino también, para producir lo suficiente para abastecer la demanda de productos agropecuarios que la población requiere y requerirá en los próximos años.

Esta situación se comprende mejor al analizar las proyecciones de población que indican, por ejemplo, que para el año 2 000 el país aumentará en aproximadamente 35 millones de habitantes, es decir, el 50% de la población actual. Para atender este crecimiento será necesario que la producción agrícola aumente más de un 50% de lo que se produce actualmente considerando los niveles de consumo actuales y esto, bajo las tasas de crecimiento de los últimos años, no será posible lograrlo.

Para incrementar significativamente ésta productividad se ha elaborado el Plan Global de Desarrollo el cual orienta la planeación, metas y estrategias de este sector a corto, y medio plazo; considerando los factores naturales o ambientales, económicos, organizativos y culturales, que presenta cada región. En particular se ha establecido

una estrategia a través del Sistema Alimentario Mexicano que promueve la producción a través de estímulos concretos.

Para atacar adecuadamente los problemas que surjan , es necesario formar grupos de trabajo multidisciplinario, participando en particular el Actuario en la elaboración de modelos matemáticos específicos, estadística, muestreo, investigación de operaciones, computación y en sí en las diferentes ramas de las matemáticas aplicadas. Estando su mayor contribución en el enfoque actuarial para delimitar políticas y/o estrategias en cuanto al riesgo que se presente en cada proceso, debido principalmente a la incertidumbre de los fenómenos naturales, sin que esto signifique necesariamente que -- tal enfoque sea el encontrar las mejores coberturas de seguros para compensar económicamente los siniestros, si se realizan estos riesgos, sino más bien, a la aplicación de criterios y/o técnicas actuariales que combinadas con otras ramas de las matemáticas ofrezcan soluciones más adecuadas y reales al considerar la incertidumbre que involucre el proceso.

Son muchos y variados los factores que inciden directamente en la productividad agrícola, siendo el factor más importante el agua, medio por el cual se realizan las reacciones químicas que determinan el desarrollo y crecimiento de los cultivos, pues un suministro oportuno y adecuado de ésta

asegura las cosechas y posibilita el desarrollo de cultivos más productivos. Sin embargo, en México la sequía o deficiencia de agua es el factor ecológico que más limita la productividad, ya que el 70% de la superficie cultivada es de temporal, es decir depende de la precipitación pluvial como única fuente de agua.

Para incrementar la productividad agrícola, es necesario desarrollar las áreas de temporal elaborando estrategias de producción, en base a la selección de cultivos, las cuales consideren lo limitativo del temporal, ya sea por la escasez o por la deficiente distribución de la precipitación pluvial durante el ciclo de crecimiento de los cultivos.

De ésta forma, el objetivo central de éste trabajo es:

La Determinación de una metodología que permita ponderar lo limitativo del temporal. Encontrándose como la más adecuada aquella que utiliza el riesgo de sequía como discriminante para la selección de cultivos.

El método que se propone en éste trabajo es la aplicación de la ecuación básica de Teoría del Riesgo, utilizando la concatenación de las funciones de Poisson y gama, resul-

tando estimaciones más confiables y consistentes, ajustándose mejor al comportamiento de la lluvia para cualquier clima. Así mismo, se propone un método alternativo para estimar los parámetros de máxima verosimilitud de la gama, apoyado en la función digma.

Otro factor importante, aunque no directamente considerado aquí, es el fertilizante por su efecto en el incremento de los rendimientos, que para los fines de éste trabajo, se considera en lo referente a sus dosis, en donde se hacen intervenir varios factores, entre ellos la lluvia.

Dado lo anterior, se consideró conveniente describir brevemente los principales trabajos que se relacionan con estos tópicos, en la revisión de literatura, principalmente en donde el riesgo de sequía se puede usar para obtener una solución más real de la problemática de determinar las dosis de fertilización.

REVISION DE LITERATURA

1.- Estudios relativos a la distribución de la lluvia.

Generalmente estos estudios se avocan a la investigación de modelos agroclimatológicos y en especial al de la lluvia. Así, en 1948, Barger (44) hizo un análisis sobre la evaluación de las probabilidades de la sequía en Iowa, EE.UU. Propuso un método para caracterizar la sequía, basándose en la asociación que existe entre los totales mínimos de agua requerida por el maíz y las cantidades probables de lluvia. Uno de los aspectos más sobresalientes en ese trabajo es el hecho de que por primera vez, se mencionó la función gama -- incompleta como modelo de la distribución de la lluvia.

También se mencionó el trabajo de Thom (51) que se relaciona con una solución de las ecuaciones de máxima verosimilitud de la función gama, Un año más tarde, Barger y Thom -- (45) encontraron que la distribución gama, con parámetros estimados por el método de máxima verosimilitud, mostraba una bondad de ajuste a la lluvia observada que en muchos casos -- era satisfactoria.

Siguiendo un método distinto al de Thom para resolver -- las ecuaciones de máxima verosimilitud, Masoyama y Kuroiwa -- (49) en 1951 publicaron unas tablas que permiten resolver en

forma simple esas ecuaciones usando a la función matemáticas digama.

Ya que los estimadores sugeridos por Thom para los parámetros de forma y escala de la función gama empezaron a ser usados ampliamente, Thom (50) en 1958 hizo una publicación sobre las propiedades más importantes de esos estimadores. Encontró que son suficientes y eficientes.

Izawa (47) en 1965 , en una publicación del Instituto de Investigación Meteorológica de Tokio, Japón, presentó una revisión de los avances japoneses sobre predicción de lluvia. Los trabajos más sobresalientes sobre el tema son una publicación del mismo Izawa en 1953, y un trabajo de Suzuki y -- Tomatzu hecho en el mismo año. Izawa menciona que en 1953 - encontró una fórmula matemática general para la predicción de cantidades de lluvia; esta fórmula expresa las cantida-- des de lluvia observadas como una variable discreta cuyo va-- lor numérico está dado por un número entero. Izawa encontró que los valores acumulativos de esos enteros constituían -- una serie de tiempo que podía ser analizada como un proceso de Markov. Por otra parte, los resultados de Suzuki y Toma-- tzu les permitieron llegar a la conclusión de que una dis-- tribución gama unidimensional, aproximaba satisfactoriamen-- te a la curva de frecuencia de las cantidades de lluvia.

El problema que presenta la solución de las ecuaciones de máxima verosimilitud para la distribución gama, puede ser resuelto mediante el uso de métodos iterativos. Kale (48) en 1962, consideró el caso de una distribución gama que depende de varios parámetros, utilizando diversas técnicas, explicó el error de convergencia de cada una de ellas. Otro método iterativo para resolver las ecuaciones de máxima verosimilitud, fue sugerido por Harter y Moore (46) en 1945. El método es aplicable al caso más general cuando todos los parámetros en la función son desconocidos y a casos especiales cuando de alguna manera se tiene información sobre el valor de un parámetro.

Un aspecto importante en las estimaciones de la precipitación pluvial a medio y largo plazo, es que no se toman en consideración otros elementos del clima, sino que se considera a la lluvia como un fenómeno aislado debido a la complejidad de las relaciones e interacciones entre los diferentes elementos de clima.

El problema de la estimación de la lluvia aun se sigue estudiando y aunque la función gama es la de mayor aplicación, existen alternativas sobre el método y la distribución que explican mejor el fenómeno. En general, se ha llegado a probar que no hay una sola distribución que se ajuste al compor-

tamiento de la lluvia para cualquier clima, latitud o tamaño de la muestra. Las distribuciones más usadas han sido la gama, la normal y la lognormal.

En México se han realizado algunos trabajos sobre este tema; como el de Carrillo y Casas (8) en 1974, efectuaron estimaciones a largo plazo usando la función gama. Estimaron los parámetros mediante un proceso iterativo; hicieron la bondad de ajuste con datos de dos lugares muy diferentes entre si, y concluyeron que el modelo que usaron era consistente. Además presentan una serie de trabajos relacionados con esté problema algunos de los cuales se describen aquí.

León (30) en 1976, realizó una serie de bondades de ajuste a los datos de lluvia con varias distribuciones. Una de las cosas sobresalientes de este trabajo es que el método se puede aplicar aún con un número reducido de datos.

García (20) en 1977, elaboró una serie de gráficas ajustadas a la función gama con datos de lluvia de 19 estados de la república. En este trabajo sólo se aplicaron algunos métodos desarrollados por investigadores estadounidenses.

Peréz (36) en 1978, estudió un método empírico para la obtención de la periodicidad de la lluvia. El aspecto importante de éste trabajo es el enfoque de considerar a la llu-

via como un proceso cíclico, utilizando para su análisis algunas técnicas desarrolladas por Box y Jenkins. Sin embargo, los datos que se requieren deben ser de más de 75 años de observación.

Fernández González (13) en 1970 efectuó un análisis para cuantificar el efecto de sequía en los rendimientos de maíz y trigo de acuerdo a diferentes etapas del crecimiento de los cultivos, utilizando un modelo probabilístico de lluvia.

2.- Estudios sobre fertilización.

Como se mencionó anteriormente, el objeto de fertilizar es incrementar el rendimiento de los cultivos. Así, se experimenta con el propósito de determinar la respuesta de un cultivo a los fertilizantes y cuantificar las dosis óptimas de nitrógeno, fósforo y potasio, principales nutrientes que determinan el desarrollo de un cultivo, recomendables al agricultor. Además, tales dosis varían según el lugar, dado que intervienen en forma directa otros factores como el clima y el manejo principalmente.

De esta forma, los estudios para cuantificar la dosis óptimas recomendables se remontan a la mitad del siglo XIX cuando Liebig investigó la relación de la química de los suelos con la fertilidad de ellos. Sin embargo, como las reco-

mendaciones de fertilización se obtienen mediante experimentación; estas a su vez han dependido del desarrollo de la -- estadística y en particular del diseño de experimentos. Hasta antes de 1926, era común realizar los ensayos sobre arreglos sistemáticos, cuando Fisher examinó las ventajas teóricas y prácticas de la localización aleatoria de los tratamientos sobre las unidades experimentales; logrando con esto estimaciones insesgadas de los efectos de los tratamientos y la validez de las pruebas de hipótesis. De aquí, se originaron los diseños de bloques completos al azar, los cuadrados latinos y los diseños factoriales, como es el caso de parcelas divididas.

Yates en 1953, dejó establecidas las bases de la teoría de los experimentos factoriales y de los diseños de bloques incompletos. Bose y Nair en 1939, introdujeron los diseños parcialmente balanceados de bloques incompletos. Otras importantes contribuciones son las de Finney en 1945 y Box y Wilson en 1951, que introdujeron respectivamente, las fracciones de repetición de un experimento factorial y los diseños para estudiar superficies de respuesta.

No obstante el desarrollo de la estadística de modelos lineales aún quedan problemas muy importantes por resolver, como por ejemplo, el de obtener dosis óptimas adimensionales,

las cuales no estén dimensionadas respecto a algún factor, como son las dosis óptimas económicas. Estas dejan de ser óptimas en cuanto varían de valor los insumos agrícolas.

En México se cuenta actualmente con un acervo literario propio, amplio y versátil, destacando principalmente los trabajos de Fernández G., Turrent F., Martínez G., Rojas M., y Méndez R., en cuanto al estudio de las superficies de respuesta para la obtención de recomendaciones de Fertilización.

Hernández, Mendez y Turrent, (25) en 1973, hicieron un estudio sobre el sesgo al aproximar superficies de respuesta a dos factores. La importancia de esta investigación está en la comparación de 11 matrices experimentales y modelos aproximativos, midiendo el sesgo sobre el espacio total de exploración y sobre la isoclina de expansión económica óptima obteniendo de esta forma un análisis cuantitativo sobre los diferentes diseños de tratamientos como son los de Box, San Cristobal, Cuadrado Doble, y otros,

Turrent y Laird (41) en 1975 hicieron un estudio obteniendo la metodología necesaria para fijar los niveles óptimos económicos de fertilización. Tal metodología, se aplica generalmente para obtener las recomendaciones y consiste esencialmente en lo siguiente: primero se determina la ecua

ción de regresión de la superficie de respuesta mediante un modelo cuadrático. Tal ecuación da el rendimiento en función de los niveles de fertilización. Después, se determinan las relaciones en precios factor/producto, y una vez determinadas estas para cada factor se procede al análisis gráfico.

El análisis gráfico consiste en dibujar las curvas de un factor, como por ejemplo el nitrógeno vs. el rendimiento, dando valores fijos a los otros factores de estudio. El paso posterior es encontrar en que curva se obtiene una pendiente igual a la de la relación factor/producto deseada. Esto se hace mediante escuadras, y en el punto en que se encuentra es el nivel óptimo económico de ese factor.

Este método, aunque práctico, no es muy exacto, y además tiene el inconveniente de no considerar propiamente el efecto de interacción de los factores que en muchos casos es importante; por otra parte, con ecuaciones de mayor grado ofrece muy poca precisión. El método mencionado matemáticamente correspondería a la solución del sistema de ecuaciones de las derivadas de cada factor igualadas a su relación factor/producto, obteniéndose soluciones más exactas.

Méndez (32) en 1976, hizo una revisión sobre los modelos estadísticos lineales, base de los métodos estadísticos

más usuales en áreas como regresión y diseño de experimentos. La importancia de este estudio se encuentra en la clara exposición de las principales características de los modelos para su aplicación práctica y en la bibliografía presentada.

Fernández González (16) en 1978, determinó la metodología para encontrar las recomendaciones en base a la relación beneficio/costo, usando como herramienta las diferenciales de incremento obteniendo por el fertilizante. Martínez (31) en 1978, hace una aplicación de modelos econométricos para el análisis de los experimentos con caña de azúcar, señalando además la importancia de la estadística matemática para incrementar la productividad de las zonas cañeras.

Rojas (38) en 1980, estudió un método para obtener recomendaciones más reales, entre otras cosas. El método que propone es la reformulación matemática del método gráfico, que anteriormente se explicó, sólo que en base a la teoría de los modelos lineales determina los intervalos de confianza de estas recomendaciones, calculando la varianza de las derivadas. La importancia de éste trabajo radica en la innovación de dar intervalos de confianza para las recomendaciones óptimas económicas de fertilización y no tan sólo fijarlas en una cierta cantidad como actualmente se hace.

Como puede apreciarse, hasta la fecha no se ha podido establecer una metodología la cual ofrezca el mejor método para obtener las recomendaciones de fertilización y al mismo tiempo considerar el riesgo del cultivo, aspecto importante para las recomendaciones en zonas de temporal.

3.- Aplicaciones de la Teoría del Riesgo.

Si bien la teoría del riesgo ha tenido un amplio desarrollo, es poca la aplicación que se le ha dado, inclusive dentro de los seguros. Esto se debe, tal vez, a su poca difusión y a que generalmente se aplica en cuestiones teóricas con un alto grado de complejidad matemática.

Ya que permite trabajar con las variables aleatorias - que cuantifican determinadas situaciones en lugar de trabajar con tan sólo sus valores esperados, su importancia es cada vez más grande. Obteniéndose, así, tanto soluciones - como elementos de juicio para la planeación, más reales.

El desarrollo de la teoría del riesgo ha ido paralela con la problemática de los seguros. Así, en 1786, Tetens - definió el riesgo de un contrato como el valor esperado de la pérdida para una compañía si el contrato llegaba a constituir una pérdida. Sin embargo, mediante esta formulación, pueden tenerse dos riesgos con la misma prima, pero

siendo uno mucho mayor en cuantía o magnitud que el otro, - representando así un mayor riesgo para la compañía. Este -- hecho motivó la teoría del riesgo.

La solución que se encontró fue **ponderar** las magnitudes más grandes mediante la varianza, a fin de protegerse con-- tra desviaciones grandes.

Así, se intentó de varias formas incorporar la varianza dentro de la teoría de seguros. Una de ellas fué recargar - proporcionalmente la prima de un contrato a su riesgo; pero este no fué el camino, sino que con la introducción del con cepto de riesgo, fué posible la evaluación de una función - llamada "probabilidad de ruina", siendo ésta la primera ver sión de esta teoría, en forma individual.

Este enfoque - aunque prometedor - tenía restricciones: una era que suponía que el monto total pagado por las reclam aciones del contrato se distribuía normalmente, lo cual -- implicaba que también la ganancia total se distribuyera de - esta forma, y la otra sobre la función de probabilidad de - ruina, la cual se consideraba estática, cuando en verdad es dinámica.

Fué Lunberg, en 1909, quien superó esos obstáculos con su teoría del riesgo colectivo, obra de gran importancia en

el campo de procesos estocásticos, pues los conceptos que trató son procesos con parámetros de tiempo continuo. Lundberg consideró a la aseguradora como una presa a la cual -- fluye una corriente - la prima - y de la cual salen ciertas cantidades - el monto pagado por reclamaciones -. Así, el modelo cuantitativo consta de tres elementos: el monto total de primas recibidas en $(0,t)$, $P(t)$; la probabilidad de tener exactamente n reclamaciones en $(0,t)$, $q(n,t)$; y $G(Y)$, la distribución de la variable aleatoria y , el monto de una reclamación.

Tanto $q(n,t)$ como $G(Y)$ pueden estimarse a partir de los datos de la compañía, en contraposición de lo anterior, que se enfoca por contrato individual. Además, el monto total pagado por reclamaciones en $(0,t)$ depende directamente de estas funciones.

El modelo de Lundberg, tiene sólo la restricción que $G(Y)$ es independiente del tiempo, cuestión que no es muy importante.

Así, si $F(X,t)$ es la probabilidad que el monto total pagado por reclamaciones sea menor que una cierta cantidad X , entonces por el teorema de probabilidad total, $F(X,t) = \sum_{n=0}^{\infty} q(n,t) G^{*(n)}(X)$, es decir, $q(n,t)$ da la probabilidad de

exactamente n reclamaciones y $G^{*(n)}(x)$ da el monto de esas n reclamaciones, pues es la n -ésima convolución sobre si misma.

$F(x,t)$ es conocida como la ecuación básica de teoría del riesgo y mediante esta función es posible, mediante diferentes criterios, obtener la probabilidad de ruina; estudiada ampliamente por los actuarios escandinavos.

Bajo la teoría del riesgo moderna, los objetivos son modificar el modelo de Lundberg, de manera que sea más sencillo de aplicar y a la vez obtener mayor número de criterios que proporcionen mayor flexibilidad para su manejo.

Beard, Pentikainen y Pesonen (5), en 1969, publicaron los principales resultados obtenidos en la teoría del riesgo, así como sus avances y tendencias. Además, se presenta una bibliografía muy amplia sobre el tema. Buhlmann (6), en 1970, publicó una síntesis de las publicaciones científicas modernas en el campo de matemáticas actuariales, con el objeto de unificar criterios.

Romo y García (39), en 1971, presenta un trabajo en donde se intenta desarrollar una idea especulativa: relacionar un modelo de la teoría de riesgo con alguno de la teoría de colas, lo cual conduce a un problema teórico para el

cual se da una solución en términos de transformadas. La importancia de este trabajo estriba en modificar el modelo de Lunberg; sin embargo, el resultado es poco práctico para su aplicación.

En este trabajo se plantea utilizar el modelo de Lundberg para pronósticos de lluvia, ya que como se verá, es el que mayores ventajas ofrece para obtener pronósticos más -- confiables, dado que respresenta en forma más real este fenómeno y, además ofrece elementos de juicio para obtener -- estrategias de producción.

C A P I T U L O I

G E N E R A L I D A D E S

" En la era de los sistemas se
tiende a ver las cosas como
partes de todos mayores más
que como todos que se deban
descomponer"

Russell L. Ackoff.

I. GENERALIDADES

En éste capítulo se describen brevemente los factores agroclimáticos que intervienen en el desarrollo de éste trabajo, así como las características físicas de la zona seleccionada.

I.1.- Influencia de Diferentes Factores sobre el Uso del Agua.

Muchos factores (separadamente o en combinación) afectan las cantidades de agua consumidas por las plantas. -- Sus efectos no son necesariamente constantes puesto que -- pueden diferir con el lugar y fluctuar de época a época. Los más importantes son: el clima, los diferentes estados fenológicos de las plantas, la calidad y la disponibilidad del agua y el suelo.

I.1.1.- Clima.

a) Precipitación. La cantidad e intensidad de la precipitación tienen efecto en el consumo de agua por los -- cultivos durante todo el ciclo vegetativo (duración del -- cultivo). Bajo ciertas condiciones la precipitación puede manifestarse como series de frecuencia, por ejemplo: aguaceros cortos durante el verano. Tales aguaceros pue--

den añadir poco o nada de humedad al suelo para su uso por las plantas, pero disminuyen el descenso de la humedad almacenada en el suelo, porque aumentan la humedad relativa del aire. En otros casos, la precipitación puede perderse por evaporación directa tanto desde el follaje de la planta como de la superficie del terreno, cuando la lluvia es pequeña. Una parte de la precipitación de tormentas fuertes, puede perderse por escurrimiento superficial.

b) Temperatura. Un mayor uso consuntivo (consumo de agua) por los cultivos en cualquier lugar es más afectado por la temperatura, que por cualquier otro factor. El uso consuntivo puede, sin embargo variar aún en años de iguales temperaturas, ya que, la transpiración está influenciada no solamente por la temperatura, sino también por el área foliar y las necesidades fisiológicas de la planta, así como de otros factores como el viento, la humedad relativa del aire, el contenido de humedad del suelo y otros.

c) Humedad relativa. La evaporación y la transpiración son mayores en días de baja humedad relativa y disminuyen durante los períodos de alta humedad relativa. Si el porcentaje de humedad relativa promedio es bajo durante el ciclo vegetativo, puede esperarse un mayor uso de agua por parte del cultivo.

d) Viento. La evaporación de agua de la superficie del suelo y de la planta se origina más rápidamente cuando - - existe movimiento de aire que bajo condiciones de calma. - Los vientos calientes y secos y otras condiciones de viento no usuales, presentes durante el ciclo vegetativo, afectan la cantidad de agua usada por la planta. Sin embargo - existe un límite en la cantidad que puede ser utilizada. - Tan pronto como se seca la superficie del suelo, la evaporación prácticamente cesa y la transpiración está limitada a la habilidad de las plantas para extraer y transportar - la humedad del suelo a través de sí mismas.

I.1.2.- Estados fenológicos de las plantas.

Permaneciendo constantes los demás factores, el estado de crecimiento del cultivo tiene una influencia considerable sobre la velocidad de uso del agua. Esto es particularmente cierto para cultivos anuales, los cuales generalmente tienen 3 estados de crecimiento vegetativo bien marcados. Estos son : (1) emergencia y desarrollo de la planta; durante éste período, la magnitud del uso consuntivo - se incrementa rápidamente de un valor bajo hasta casi alcanzar su máximo; (2) el período de floración con la máxima cobertura vegetal, durante el cual la magnitud en su máxima si existe adecuada humedad disponible en el suelo y - (3) el período de maduración del cultivo donde, la veloci-

dad del uso del agua principia a decrecer.

I.1.3.- Suelo.

a) Fertilidad del suelo. Si se convierte el suelo en fértil, a través de aplicaciones de fertilizantes o por cualquier otro medio, se puede esperar un incremento en los rendimientos, acompañado de un incremento en el uso del agua.

b) Humedad del suelo. Es la humedad que se encuentra en el suelo en un momento dado. Generalmente, interesa la humedad existente entre la capacidad de campo y el punto de marchitamiento permanente, denominada humedad aprovechable o disponible para la planta.

c) Contenido de sales en el suelo. Entre más sales tenga el suelo necesitará más agua la planta para tener un desarrollo normal.

I.2.- Estimación del Uso Consuntivo del Agua.

I.2.1.- Definición

El uso consuntivo del agua (U.C.), es la cantidad de agua usada por un cultivo durante su ciclo vegetativo en la transpiración y en la formación de tejidos por la planta y aquella evaporada de la superficie del suelo, en cu

quier tiempo especificado y en una área dada. Si la unidad de tiempo es pequeña el U.C. es usualmente expresado en -- milímetros, en cambio, si la unidad de tiempo es mayor, -- por ejemplo: un ciclo vegetativo o un período de 12 meses, ésta cantidad se expresa generalmente en metros ó en centí metros.

I.2.2.- Método para Calcular el Uso Consuntivo del Agua.

Para fines de planeación, se acepta el uso de las fórmulas empíricas que se han obtenido en diversos lugares -- del mundo. Una de las que más se emplea por su facilidad -- en la obtención de los datos climatológicos que intervienen en ella, es la propuesta por Blaney y Criddle, con algunas modificaciones.

Blaney y Criddle encontraron que el U.C. durante un ciclo vegetativo normal está estrechamente correlacionado -- con la temperatura media mensual y las horas luz. Estos -- investigadores desarrollaron los coeficientes con que se -- afectan los datos del U.C. de una área para usarse en -- otras áreas en las cuales se cuenta únicamente con registros climatológicos. Por otra parte, éste método ha tenido que modificarse dado que sólo es preciso cuando se usa para la estimación del U.C. en zonas áridas y semiáridas, y para su cálculo en ciclos completos de cultivos.

En particular, en éste trabajo se utiliza el método de Blaney y Criddle modificado por Phelan con coeficientes de Grassi y Christiansen y Fernández G.

a) Fórmula de Blaney y Criddle. Sin tomar en cuenta muchos factores, se puede decir que el U.C. varía con la temperatura y la longitud del día (horas luz) y el ciclo vegetativo de la planta. Utilizando los valores mensuales de temperatura media (t) y porcentaje de horas luz (p) se obtiene un factor de U.C. mensual (f). Así: $UC = KF$ y $F = \sum f$, en donde :

UC: Uso consuntivo del agua total en el ciclo vegetativo.

K: Coeficiente global del uso consuntivo del agua en el ciclo vegetativo, es adimensional. Este coeficiente varía con los diferentes cultivos y con la región climática (árida, semiárida, semihúmeda, húmeda).

f: Factor de luminosidad y temperatura mensual en cm, cuyo valor se obtiene con la siguiente expresión :

$$f = \frac{t + 17.8}{21.8} p \text{ donde :}$$

t: Temperatura media mensual en °C.

p: Porcentaje mensual de horas luz en el año .

Se muestran valores de (p) para las latitudes com--

prendidas entre 15° y 34° al norte del ecuador en el Cuadro No. 1.

Nota: Los valores de (t), (p), (f), pueden también obtenerse para ser aplicados a períodos menores de un mes.

b) Modificación de Grassi y Christiansen. Como la fórmula de Blaney y Criddle sólo es conveniente para obtener el UC global del cultivo, desarrollaron un procedimiento para obtener el UC estacional, es decir, por períodos. Así, el UC para el período m es $UC_m = f \cdot K_m$, en donde f es el factor de luminosidad y temperatura correspondiente para ese período y K_m es el coeficiente que refleja el estado de crecimiento vegetativo del cultivo en ese período, denominado coeficiente de desarrollo.

Los valores de K_m se obtienen como sigue: primero se determina el coeficiente global de uso consuntivo K y se delimita la duración del ciclo del cultivo, todo de acuerdo al cultivo y la región — en el cuadro No. 2 se muestran los valores de K y la duración del ciclo para algunos cultivos — posteriormente, se busca la curva correspondiente al K encontrado y se subdivide en los períodos deseados. Los valores — en el eje de las ordenadas — correspondientes a esos períodos son los K_m .

CUADRO No. 1

PORCENTAJES DE HORAS LUS EN EL DIA PARA CADA MES DEL AÑO
EN RELACION AL NUMERO TOTAL EN UN AÑO *

Lati- tud Norte	Ene.	Feb.	Mzo.	Abr.	May.	Jun.	Ju1.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
15°	7.94	7.37	8.44	8.45	8.98	8.80	9.03	8.83	8.27	8.26	7.75	7.88
16°	7.93	7.35	8.44	8.45	9.07	8.83	9.07	8.85	8.27	8.24	7.72	7.83
17°	7.86	7.32	8.43	8.48	9.04	8.87	9.11	8.87	8.27	8.22	7.69	7.80
18°	7.83	7.30	8.42	8.50	9.09	8.92	9.25	8.90	8.27	8.21	7.66	7.74
19°	7.79	7.28	8.41	8.51	9.11	8.97	9.20	8.92	8.28	8.19	7.53	7.71
20°	7.74	7.25	8.41	8.33	9.14	9.00	9.23	8.95	8.29	8.17	7.59	7.65
21°	7.71	7.24	8.40	8.54	9.18	9.05	9.29	8.98	8.29	8.15	7.54	7.52
22°	7.66	7.21	8.40	8.56	9.22	9.09	9.33	9.00	8.30	8.13	7.50	7.55
23°	7.62	7.19	8.40	8.57	9.24	9.12	9.35	9.02	8.30	8.11	7.47	7.50
24°	7.58	7.17	8.40	8.60	9.30	9.20	9.41	9.05	8.31	8.09	7.43	7.46
25°	7.53	7.13	8.39	8.61	9.32	9.22	9.43	9.08	8.30	8.08	7.40	7.41
26°	7.49	7.12	8.40	8.54	9.38	9.30	9.49	9.10	8.31	8.06	7.36	7.31
27°	7.43	7.09	8.38	8.65	9.40	9.82	9.52	9.13	8.32	8.03	7.36	7.31
28°	7.40	7.07	8.39	8.68	9.45	9.38	9.58	9.16	8.32	8.02	7.27	7.27
29°	7.35	7.04	8.37	8.70	9.49	9.43	9.61	9.19	8.32	8.00	7.24	7.20
30°	7.30	7.03	8.38	8.72	9.53	9.49	9.57	9.22	8.34	7.99	7.19	7.14
31°	7.25	7.00	8.36	8.73	9.57	9.54	9.72	9.24	8.33	7.95	7.15	7.09
32°	7.20	6.97	8.37	8.75	9.63	9.60	9.77	9.28	8.34	7.93	7.11	7.05
34°	7.10	6.91	8.36	8.80	9.72	9.70	9.88	9.33	8.36	7.90	7.02	6.92

* Tomado de Fernández, G. R.

CUADRO No. 2

COEFICIENTES GLOBALES DE USO CONSUNTIVO (K) PARA DIFERENTES CULTIVOS

CULTIVO	PERIODO DE CRECIMIENTO	COEFICIENTE GLOBAL K
ALFALFA	ENTRE HELADAS	0.50 A 0.55
CAÑA DE AZUCAR	TODO EL AÑO	0.75 A 0.90
CAFE	TODO EL AÑO	0.75 A 0.80
AVENA	3 A 5 MESES	0.75 A 0.85
CEBADA	3 A 5 MESES	0.75 A 0.85
TRIGO	3 A 5 MESES	0.75 A 0.85
CHILE	3 A 4 MESES	0.60
FRIJOL	3 A 4 MESES	0.60 A 0.70
HABA	4 A 5 MESES	0.60 A 0.70
LECHUGA Y COL	3 MESES	0.70
MAIZ	4 A 7 MESES	0.75 A 0.85
PAPA	3 A 5 MESES	0.65 A 0.75
SORGO	3 A 5 MESES	0.70
SOYA	3 A 5 MESES	0.60 A 0.70
TOMATE	4 A 5 MESES	0.70
ZANAHORIA	2 A 4 MESES	0.60

NOTA.- LOS VALORES MENORES DE (K) CORRESPONDEN A LAS REGIONES COSTERAS Y LOS VALORES MAXIMOS A LAS ZONAS DE CLIMA ARIDO, TOMADO DE BLANEY Y CRIDDLE.

c) Modificación de Fernández G. Dado que las curvas de Grassi y Christiansen se obtuvieron en condiciones diferentes a nuestro medio, Fernández las modificó de acuerdo a resultados experimentales para México. Se calcularon las ecuaciones generales de estas curvas, por lo que ya no es necesario usar métodos gráficos para la obtención de los Km. En el cuadro No. 3 se muestran estas ecuaciones.

Finalmente, se debe tener que el UC = ~~24.1~~ Km de lo contrario se ajustan estas últimas. En el cuadro No. 4 se muestra la aplicación de éste método.

I.3.- Precipitación Efectiva.

I.3.1.- Concepto.

Es la cantidad de agua que cae durante el ciclo vegetativo del cultivo y que está disponible para satisfacer los requerimientos de agua de un cultivo.

La precipitación efectiva en general abastece una porción del uso consuntivo de un cultivo. Esta parte puede ser insignificante en ciertas zonas áridas, o bien, puede cubrir completamente los requerimientos en regiones húmedas. Así, hay que enfrentarse con el problema de la determinación de la porción de uso consuntivo del agua que será cubierto por la lluvia efectiva.

CUADRO No. 3

ECUACIONES PARA OBTENER LOS COEFICIENTES PERIODICOS (Km)

PARA EL METODO DE GRASSI Y CRISTIANSEN

COEF. GLOBAL	E C U A C I O N	r ²
0.35	$Km = 0.0420 + 1.2585 (\%) - 0.9648 (\%)^2$	1.00
0.40	$Km = 0.0482 + 1,4378 (\%) - 1.1019 (\%)^2$	1.00
0.45	$Km = 0.0547 + 1.6158 (\%) - 1.2383 (\%)^2$	1.00
0.50	$Km = 0.0593 + 1.8011 (\%) - 1.3807 (\%)^2$	1.00
0.55	$Km = 0.0663 + 1.9775 (\%) - 1.5150 (\%)^2$	1.00
0.60	$Km = 0.6736 + 2.1510 (\%) - 1.6485 (\%)^2$	1.00
0.65	$Km = 0.0783 + 2.3371 (\%) - 1.7913 (\%)^2$	1.00
0.70	$Km = 0.0847 + 2.5172 (\%) - 1.9299 (\%)^2$	1.00
0.75	$Km = 0.0909 + 2.6950 (\%) - 2.0659 (\%)^2$	1.00
0.80	$Km = 0.0966 + 2.8772 (\%) - 2.2061 (\%)^2$	1.00
0.85	$Km = 0.1028 + 3.0565 (\%) - 2.3432 (\%)^2$	1.00
0.90	$Km = 0.1086 + 3.2360 (\%) - 2.4807 (\%)^2$	1.00
0.95	$Km = 0.1149 + 3.4150 (\%) - 2.6182 (\%)^2$	1.00
EC. GENERAL :	$Km = - 0.001410 + 0.124955 (K) - 0.002797 (K)^2$ $+ (0.003226 + 3.582637 (K) + 0.010170 (K)^2) (\%)$ $- (0.002659 + 2.744799 (K) + 0.009630 (K)^2) (\%)^2$	0.90

CUADRO No. 4

CALCULO DEL USO CONSUNTIVO DEL MAIZ

REGION :	TEHUACAN, PUEB.		K = 0.80		LTTD.	NTE.	18° 30'
MES	T °C	T*	P	F	Km	U. C.	CORR.
MAR	16.10	1.56	9.10	14.14	0.36	5.12	5.13
ABR	14.40	1.48	8.94	13.20	0.76	10.05	10.05
MAY	14.00	1.46	9.24	13.48	0.98	13.26	13.27
JUN	14.20	1.47	8.91	13.07	1.03	13.46	13.47
JUL	13.80	1.45	8.27	11.99	0.90	10.78	10.79

REQUERIMIENTO TOTAL 52.7 CMS.

$$T^* = \frac{T+17.8}{21.8}$$

EL U. C. ESTA DADO EN CMS. Y LA ULTIMA COLUMNA ES EL U. C. CORREGIDO.

I.3.2.- Factores que influyen en la efectividad de la precipitación.

a) Precipitación total para intensidad de la lluvia. En zonas áridas donde la precipitación total durante el ciclo vegetativo es poca, el nivel de humedad en el perfil del suelo al momento que ocurre la lluvia es usualmente tal, -- que casi toda la lluvia penetra el perfil del suelo y puede considerarse disponible para ser consumida. Las pérdidas -- debidas a escurrimiento superficial o a percolación profunda son generalmente despreciables. Por lo tanto, la efectividad de la precipitación en zonas áridas es relativamente alta. Un caso diferente ocurre cuando la precipitación es -- de alta intensidad y magnitud.

En regiones húmedas ocurren frecuentemente tormentas de larga duración y alta intensidad durante el ciclo vegetativo. Estas tormentas a menudo aportan agua en exceso lo cual podría ser almacenada en el perfil del suelo para ser consumida por las plantas. Este exceso de agua se pierde por escurrimiento superficial o debido a percolación profunda.

b) Lámina de riego. La lámina de riego depende de la capacidad del perfil del suelo (a una profundidad radicular) para almacenar rápidamente humedad que esté disponible para

su uso por las plantas. Cuando ocurre una tormenta de considerable magnitud y la capacidad arriba mencionada es poca, solamente un porcentaje bajo de la precipitación puede ser almacenado para llevar el perfil del suelo a capacidad de campo (máxima retención de agua por un suelo) y el porcentaje de precipitación efectiva será bajo; por el contrario, si la capacidad es alta, toda o la mayoría de la precipitación resultante de tal tormenta, podría ser almacenada en el perfil antes que el nivel de capacidad de campo sea alcanzado. En este caso la precipitación efectiva es alto.

Otros factores que afectan el escurrimiento superficial o retienen la lluvia también son importantes como la pendiente y las condiciones superficiales del terreno.

I.3.3.- Cálculo de la precipitación efectiva.

Se han desarrollado curvas y tablas para mostrar las relaciones entre precipitación efectiva y los factores que influyen en ella. Sin embargo, tales medidas son sólo locales y para fines de planeación no son prácticas, por lo que Blaney y Cliddle, desarrollaron una fórmula empírica para determinar, en forma general la precipitación efectiva en base a la magnitud de la precipitación.

Hasta una precipitación de (mm): 25 50 75 100 125 150 o más .

Eficiencia en %	90	85	75	50	30	0
-----------------	----	----	----	----	----	---

Así en una lluvia de 60 mm, por ejemplo, la precipitación efectiva es : $25(90) + 25(.85) + 10(.75) = 51.25$ mm.

I.4.- Consideraciones Generales.

Tradicionalmente, al disponerse de los datos de lluvia, propiedades del suelo y necesidades de agua del cultivo, se acostumbra efectuar un análisis de la humedad, para la cual se hacen algunas consideraciones referentes a la lluvia - efectiva y se establecen como límites de acumulación en el suelo, su capacidad de campo (c.c.-máxima retención de agua por un suelo) y el porcentaje de marchitamiento permanente - (p. m. p. - % de humedad en el suelo en el cual las plantas se marchitan permanentemente a menos que se les aplique - agua). al realizar éste análisis comunmente ocurre que los déficits hídricos rebasan los límites de tolerancia. Esto - se debe en gran parte a los criterios empleados para determinar la lluvia efectiva, y a la falta de información referente a la capacidad de un cultivo para resistir déficits hídricos y al consecuente efecto de estos déficits en su -- rendimiento. Tales resultados, que en todos los casos condenarán al cultivo al fracaso, no corresponden con la realidad.

Así, en éste trabajo, se despreciará la humedad no aprovechable por el suelo, antes de llegar a c.c.- suponiendo -

que el suelo está bien preparado mediante prácticas agrícolas - para efectuar el análisis de riesgo de déficits del cultivo, mediante el análisis, por teoría del riesgo de la lluvia y las necesidades efectivas de humedad (U.C. efectivo) del cultivo a partir de una fecha de siembra seleccionada.

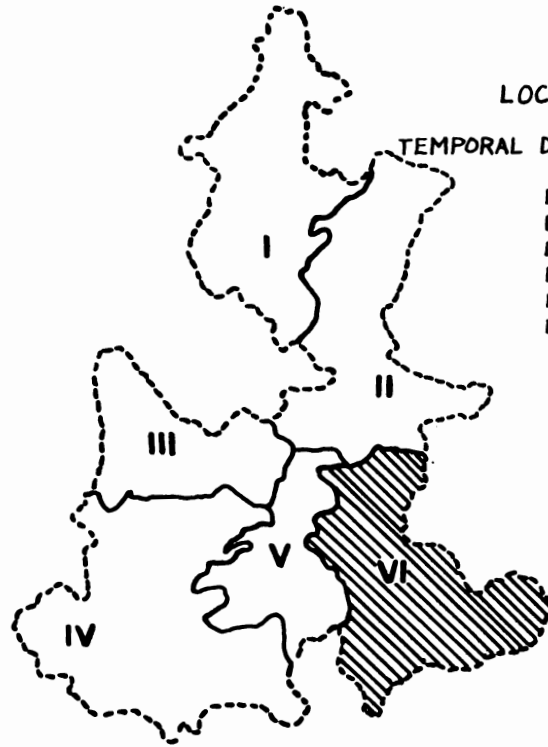
Es decir, conforme al modelo para pronósticos de lluvia y los requerimientos de agua del cultivo se obtendrá el riesgo, para un cierto período o todo el ciclo vegetativo, que la lluvia no cubra las necesidades de agua del cultivo, sin atender las condiciones específicas de un lugar en particular, ya que éstas en un estudio más minucioso se podrían incorporar al análisis, sin que esto signifique una pérdida de generalidad, pues el objeto es de planeación en general y no de producción en particular.

I.5.- Descripción de la Zona de Aplicación.

I.5.1.- Localización. La región seleccionada es la del distrito de Temporal número VI de la SARH en Tehuacán, --Pue.

Como se aprecia en el mapa No. 1, el distrito de Tehuacán se encuentra localizado en la parte sureste del estado de Puebla, entre los paralelos 19°06' y 17°58' de latitud norte y los meridianos 96°46' y 97°45' al oeste de Green--

MAPA No. 1



LOCALIZACION DEL DISTRITO DE
TEMPORAL DE TEHUACAN EN EL ESTADO DE PUEBLA

- DISTRITO I HUACHINANGO
- DISTRITO II LIBRES
- DISTRITO III PUEBLA
- DISTRITO IV IZUCAR DE MATAMOROS
- DISTRITO V TECAMACHALCO
- DISTRITO VI TEHUACAN

 DISTRITO DE TEMPORAL DE TEHUACAN

wich.

I.5.2.- Condiciones Generales.

a) Recursos naturales. El clima imperante varía de semiseco a seco. Salvo en el municipio de Ciudad Serdán, el Temporal es deficiente y errático y se presentan períodos de sequía casi todos los años. Además, hay heladas.

El contenido de nutrientes de los suelos es muy bajo, - excepto en algunas partes de la cañada poblano-oaxaqueña - en donde se cuenta con suelos más fértiles. Por otra parte, el mal manejo de los suelos ha traído como consecuencia -- que grandes áreas se encuentran afectadas en mayor o menor grado por la erosión, calculándose la superficie improductiva en 165 600 hectáreas.

En el distrito no hay escurrimientos superficiales importantes.

b) Agricultura. La orientación hacia la agricultura -- está limitada por las condiciones de humedad de las tierras de labor: el 78% de las tierras es de temporal. Siendo el 98% de la superficie cultivada dedicada a cultivos de ciclo corto y anuales (maíz y frijol principalmente).

La agricultura tiene bajo nivel tecnológico. La existencia reducida de maquinaria en el distrito obliga a la -

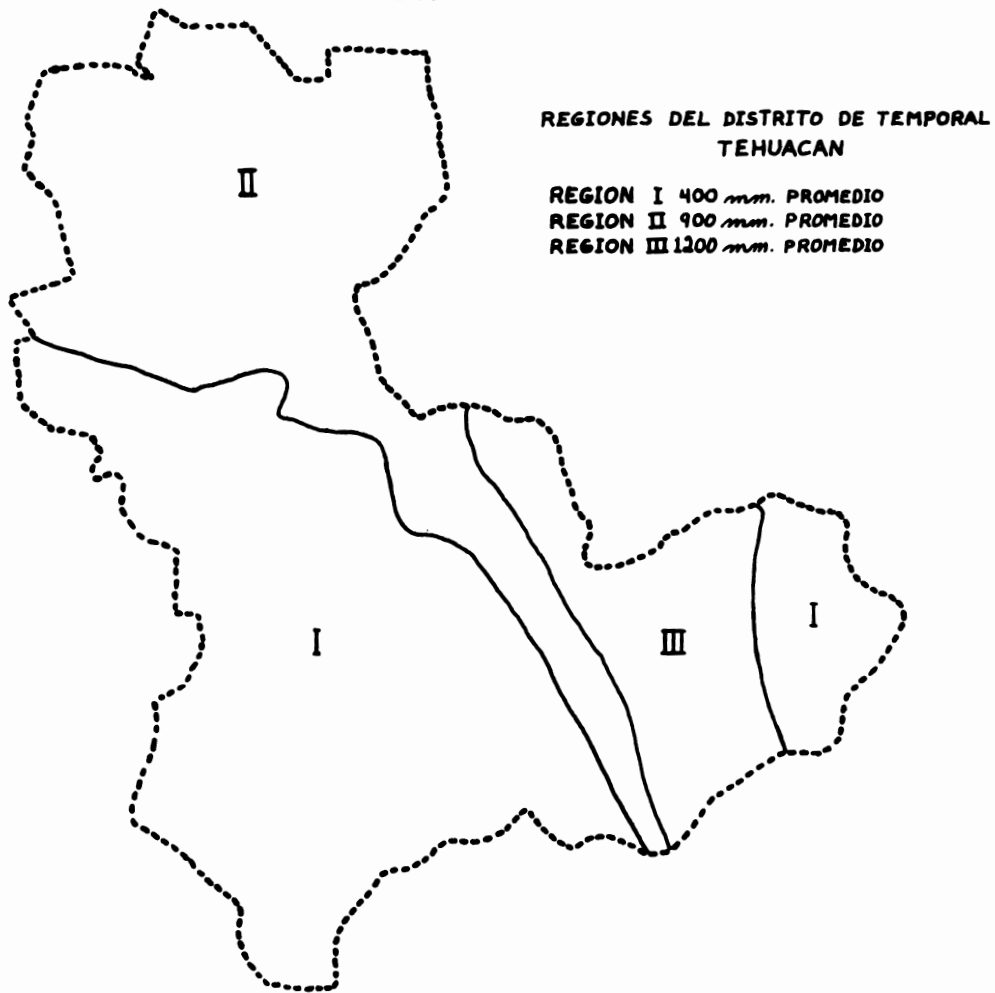
realización de labores de tracción animal. Sólo se fertiliza el 23% del área agrícola y hay un empleo insignificante de semillas mejoradas.

Además del temporal adverso, la falta de crédito, seguro agrícola y de organización se conjugan para producir bajos rendimientos en los cultivos: una tonelada por hectárea de maíz en promedio y menos de media tonelada por hectárea de frijol. Por tanto los ingresos son reducidos.

I.5.3.- División del distrito. Como puede apreciarse el temporal en este distrito es deficiente, pero aún falta -- aprovechar adecuadamente el agua disponible y mejorar el -- uso de la información climática para establecer los cultivos con mayores probabilidades de éxito. Así, se particionó el distrito en 3 regiones naturales, de acuerdo a sus isoyetas de precipitación media anual, las cuales se muestran en el mapa No. 2, al igual que las estaciones meteorológicas -- con más de 10 años de observaciones, contenidas en el distrito. Las 3 regiones corresponden a:

Región	Precipitación promedio anual	Número de estaciones climatológicas.
I	400 mm	12
II	900 mm	2
III	1200 mm	3

MAPA No. 2



I.5.4.- Información climatológicas del distrito. Una vez detectadas todas las estaciones climatológicas por región, - cuadro No. 5, se obtuvieron sus observaciones de los últimos 10 años, en forma diaria. Con esta información se elaboró el cuadro No. 6 el cual presenta, en forma mensual y por regiones, la siguiente información:

- a) heladas
- b) granizo
- c) número de lluvias: medio y esperado (en el cap. II se explica cómo se obtiene ese valor esperado).
- d) Temperaturas: mínima, máxima y promedio.

En el cuadro No. 7 se muestra la distribución de la magnitud de la lluvia por regiones. Las frecuencias observadas para cada magnitud de lluvia no son promedios ni corresponden a un período determinado del año, sino es el número de veces que se encontró cada una de estas en los 10 años analizados. La explicación de estas clasificaciones se da en el capítulo II, donde se establece y analiza el modelo para la lluvia.

I.5.5.- Información Agrícola del distrito. Del total de tierras censadas en 1970, que fueron 406 mil hectáreas, las tierras de labor, con una superficie de 136 mil hectáreas, - representan el 33.5% del total; las de pastos naturales, que

CUADRO No. 5

ESTACIONES CLIMATOLOGICAS EN EL DISTRITO DE TEMPORAL
TEHUACAN, PUE.

CATEGORIA	CLAVE ACTUAL	CLAVE ANTERIOR	LATITUD GR. MIN.	LONGITUD GR. MIN.	ALTITUD	L O C A L I D A D
CLIMATOL	21-001		17 07	97 33	2080	ACATITLAN, CALTEPEC.
CLIMATOL	21-010		18 26	97 17	1238	ALTEPEXI, ALTEPEXI.
CLIMATOL	21-033		18 36	97 34	1966	D.CACALOAPAN,TEPANCO DE L.
CLIMATOL	21-019		18 12	97 27	1000	CALTEPEC, CALTEPEC.
CLIMATOL	21-030	20-0605	18 16	97 09	1000	COXCATLAN, COXCATLAN.
CLIMATOL	21-026	20-0583	18 59	97 26	2278	CD. SERDAN (CHALCHICOMULA).
CLIMATOL	21-023	20-0585	18 59	98 13	2128	CHAPULCO, CHAPULCO.
CLIMATOL	21-053		18 38	97 16	2500	LAGUNAS, VICENTE G.
CLIMATOL	21-070		18 30	97 17	1600	SAN ANTONIO CAÑADA,S.A.C.
CLIMATOL	21-083		18 29	97 24	1648	TEHUACAN, TEHUACAN.
CLIMATOL	21-084		18 31	97 08	2460	TELPATLAN, VICENTE G.
CLIMATOL	21-093	20-0600	18 41	97 40	1950	TLACOTEPEC, T.B.J.
CLIMATOL	21-094		18 41	97 40	350	TLACOTEPEC DE DIAZ, S.S.T.
CLIMATOL	21-102		18 43	97 47	1919	XOCHITLAN, X.T. S.
CLIMATOL	21-109		18 20	97 28	2407	ZAPOTITLAN SALINAS, ZAP.
CLIMATOL	21-113		18 20	97 15	1139	ZINACATEPEC, ZINAC.
CLIMATOL	21-114		18 21	97 01	2140	ZOQUITLAN, ZOQUITLAN.

CUADRO No. 6

INFORMACION CLIMATOLOGICA DEL DISTRITO DE TEMPORAL
DE TEHUACAN, PUEBLA.

MES	HELADAS Z O N A			GRANIZO Z O N A			NUMERO DE LLUVIAS						T E M P E R A T U R A S								
	Z O N A			Z O N A			MEDIO Z O N A			ESPERADO Z O N A			MINIMA Z O N A			MAXIMA Z O N A			PROMEDIO Z O N A		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
ENE	5	15	1	0	0	0	0.2	4.9	4.0	0	4	3	5.6	2.6	7.9	24.1	19.1	20.4	12.3	10.9	14.2
FEB	4	10	1	0	0	0	0.4	3.4	3.7	0	3	3	6.2	3.7	8.1	25.5	20.1	20.0	15.8	11.9	14.1
MAR	0	4	1	0	0	0	1.0	4.9	3.3	0	4	3	9.1	5.7	9.9	29.4	23.7	22.7	19.2	14.7	16.3
ABR	0	2	0	0	1	0	3.0	8.3	4.3	2	8	4	10.7	6.9	10.5	30.1	24.0	23.8	20.4	15.5	17.2
MAY	0	1	0	0	1	0	5.9	11.6	6.4	5	12	6	11.5	7.9	11.2	30.2	24.2	25.4	20.9	16.1	18.3
JUN	0	0	0	0	1	0	9.2	19.0	15.5	9	22	18	11.6	8.0	10.9	27.3	20.7	21.4	19.5	14.4	16.2
JUL	0	0	0	0	0	0	6.1	18.9	18.0	5	22	21	11.5	7.4	10.4	26.5	20.4	20.8	19.0	14.0	15.6
AGO	0	0	0	0	0	0	3.7	15.6	16.9	3	18	20	11.4	7.4	10.8	26.9	21.0	20.3	19.2	14.2	15.6
SEP	0	1	0	0	0	0	6.6	18.3	15.9	6	21	19	11.5	7.5	10.8	26.7	20.0	21.0	19.1	13.8	15.9
OCT	0	2	0	0	0	0	2.8	13.0	13.3	2	13	13	10.4	6.1	10.0	25.8	19.7	20.1	18.1	13.1	15.1
NOV	1	7	1	0	0	0	0.5	8.9	8.0	0	8	7	8.5	5.4	9.4	26.3	19.8	20.5	17.4	12.2	14.9
DIC	4	12	0	0	0	0	0.1	6.9	5.0	0	6	5	6.8	3.4	8.8	24.5	19.0	20.3	15.7	11.2	14.5
MEDIA ANUAL	1	5	0	0	0	0	3.3	11.1	9.5	3	12	10	9.6	6.0	9.9	26.9	21.0	21.4	18.1	13.5	15.7

CUADRO No. 7

DISTRIBUCION DEL TAMAÑO DE LLUVIA
ZONA DE TEMPORAL TEHUACAN, PUE.

TAMAÑO LLUVIA EN MM	F R E C U E N C I A			TAMAÑO LLUVIA EN MM	F R E C U E N C I A			TAMAÑO LLUVIA EN MM	F R E C U E N C I A		
	ZONA I	ZONA II	ZONA III		ZONA I	ZONA II	ZONA III		ZONA I	ZONA II	ZONA III
05	7	29	7	23	5	4	8	46		1	
1	80	234	31	24	3	10	7	47		1	1
2	87	221	61	25	5	5	17	48	1		1
3	72	153	51	26	2	5	3	49		1	
4	54	184	46	27	5	11	4	50	1		3
5	49	108	85	28		4	6	51	1		
6	38	84	29	29	1	4	3	52	2	1	
7	16	107	26	30	2	2	23	53			3
8	28	57	64	31	2	5	5	54			1
9	24	72	25	32	1	7		55			
10	29	42	99	33	1		1	56			
11	8	56	20	34				57	1	1	
12	17	40	18	35	1	2	5	58			
13	2	27	14	36	2	4	2	59			
14	12	31	6	37	3	2	1	60	1		3
15	8	15	23	38	1	4	2	61			
16	15	25	16	39				62			
17	9	23	11	40	3	1	2	63			2
18	12	30	25	41		1	1	64		1	1
19	10	7	7	42		1	3	65			
20	7	12	53	43	2		1	66			
21	5	20	10	44			2	72			1
22	2	5	8	45	1	1	3	75			1

CUADRO No. 8

DESCRIPCION DE LOS CULTIVOS

NUM.	C U L T I V O	CICLO VEGETATIVO	COEF. GLOBAL (K)		
			I	II	III
1	ALFALFA	ENE-DIC	0.85	0.85	0.80
2	AVENA Y CEBADA	ABR-JUL	0.85	0.80	0.75
3	CAÑA DE AZUCAR	MAR-JUL	0.90	0.85	0.75
4	CAFE	ENE-DIC	0.80	0.80	0.75
5	CHILE	ABR-JUL	0.60	0.60	0.60
6	COL Y LECHUGA	JUN-SEP	0.70	0.70	0.70
7	FRIJOL	ABR-JUL	0.70	0.65	0.60
8	HABA	JUN-SEP	0.70	0.65	0.60
9	MAIZ	MAR-JUL	0.85	0.80	0.75
10	PAPA	ENE-ABR	0.75	0.70	0.65
11	TOMATE	ABR-JUL	0.70	0.70	0.70
12	TRIGO	JUN-SEP	0.85	0.80	0.75
13	ZANAHORIA	JUN-AGO	0.60	0.60	0.60

CUADRO No. 9

REQUERIMIENTOS DE AGUA EN CM. PARA LOS DIFERENTES CULTIVOS Y ZONAS

CULTIVO	ZONA	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	I	2.4	4.9	8.9	11.5	14.5	15.1	16.3	16.2	14.9	13.9	11.8	10.2	140.4
	II	2.3	4.4	7.8	10.1	12.8	13.1	14.1	14.1	12.8	12.0	10.1	8.9	122.5
	III	2.4	4.4	7.8	10.0	12.8	13.0	14.0	13.9	12.9	12.1	10.4	9.3	123.1
AVENA Y CEBADA	I				6.6	14.6	16.5	15.1						52.6
	II				5.4	12.0	13.4	12.2						43.1
	III				5.3	12.0	13.2	12.1						42.6
CAÑA DE AZUCAR	I			5.7	12.5	17.5	17.4	15.5						68.6
	II			4.7	10.3	14.5	14.2	12.6						56.4
	III			4.4	9.6	13.6	13.2	11.7						52.5
CAFE	I	2.2	4.6	8.4	10.9	13.6	14.2	15.3	15.2	14.0	13.1	11.1	9.6	132.1
	II	2.1	4.1	7.4	9.5	12.0	12.3	13.3	13.2	12.1	11.3	9.5	8.3	115.3
	III	2.3	4.2	7.3	9.4	12.0	12.2	13.2	13.0	12.1	11.3	9.8	8.8	115.4
CHILE	I				4.6	10.3	11.6	10.6						37.2
	II				4.0	9.0	10.1	9.2						32.3
	III				4.3	9.6	10.6	9.7						34.1
COL Y LECHUGA	I						5.6	11.7	13.5	11.2				42.0
	II						4.8	10.1	11.7	9.6				36.2
	III						5.1	10.6	12.2	10.3				38.2
FRIJOL	I				5.4	12.0	13.6	12.4						43.4
	II				4.4	9.8	10.9	10.0						35.0
	III				4.3	9.6	10.6	9.7						34.1
HABA	I						5.6	11.7	13.5	11.2				42.0
	II						4.5	9.4	10.9	8.9				33.6
	III						4.4	9.1	10.5	8.8				32.7
MAIZ	I			5.4	11.8	16.6	16.4	14.6						64.8
	II			4.5	9.7	13.7	13.4	11.9						53.1
	III			4.4	9.6	13.6	13.2	11.7						52.5
PAPA	I	4.1	8.7	13.2	12.4									38.4
	II	3.7	7.3	11.0	10.2									32.0
	III	3.8	7.3	10.7	10.0									31.8
TOMATE	I				5.4	12.0	13.6	12.4						43.4
	II				4.7	10.5	11.7	10.7						37.7
	III				5.0	11.2	12.4	11.3						39.8
TRIGO	I						6.8	14.2	16.4	13.6				51.0
	II						5.5	11.5	13.4	11.0				41.4
	III						5.5	11.4	13.1	11.0				40.9
ZANAHORIA	I						5.7	11.2	10.6					27.5
	II						5.0	9.7	9.2					23.9
	III						5.3	10.2	9.6					25.1

ocupan 123 mil hectáreas, constituyen el 30.3% y las inadecuadas para las actividades agrícola y pecuaria (que equivalen al 32.5) comprenden una superficie de 132 mil hectáreas. El resto de la superficie está representada por las áreas boscosas (3.3%) y las tierras incultas productivas (0.4%) .

En razón de los recursos que tiene el distrito, su vocación parece orientarse a las actividades agrícola y pecuaria. Pero esta orientación, está limitada por la condición de humedad de las tierras de labor, ya que del total, un 78% (105984 hectáreas) depende del temporal.

Así, se seleccionaron 15 cultivos para analizarse y determinar cual o cules son los más propicios, por región, de acuerdo a las condiciones climáticas. En el cuadro No. 8 se describen estos 15 cultivos, así como sus coeficientes globales de desarrollo (K) y sus períodos de siembra. Tanto los cultivos, como los coeficientes, y el período de siembra se seleccionaron de acuerdo a las condiciones del distrito.

El cuadro No. 9 muestra los requerimientos de agua en cms. de los diferentes cultivos, de acuerdo al método descrito en 1.2 y los datos climáticos de las regiones. El programa de cómputo utilizado para determinar estos requerimientos o uso consuntivo, se muestra en el apéndice de éste trabajo.

C A P I T U L O I I

DETERMINACION DEL MODELO PARA
PREDICION DE LLUVIA

"La matemática es el trabajo del espíritu humano que está destinado tanto a estudiar como a conocer, tanto a buscar la verdad como a encontrarla "

E. GALOIS.

II. DETERMINACION DEL MODELO PARA PREDICION DE LLUVIA.

II. 1.- Aspectos Generales del Proceso Cantidad de Lluvia.

Ya ha sido mencionado antes que la principal limitante de una zona de temporal es la escasez y la deficiente distribución de la precipitación pluvial durante el ciclo de crecimiento de los cultivos. Para poder llegar a la solución del problema de predicción de lluvia, es necesario hacer ciertas suposiciones sobre la estructura de la cantidad de lluvia en un cierto lapso. Las suposiciones que se sugieren son las siguientes :

i) Las cantidades de lluvia observadas en un cierto período, menor a un año, son el resultado de la interacción de dos variables aleatorias. Una el número de lluvias y la otra el tamaño de cada una de estas lluvias.

ii) Cada variable aleatoria tiene una función de densidad bien definida.

iii) Cada función de densidad depende de ciertos parámetros.

Si estas suposiciones son válidas, se puede esperar que, una vez determinadas las funciones de densidad, en base a los datos climatológicos de las estaciones de las regiones, se puedan encontrar los mejores estimadores de los parámetros en cada función, y de esta forma, mediante un método de integración, se

rá factible calcular la probabilidad de que no se alcance la cantidad de lluvia requerida por el cultivo.

Antes de proceder a identificar las funciones de densidad correspondientes es útil observar que, por una parte, el número de lluvias condiciona a la cantidad de lluvia y por otra que en cualquier precipitación es posible obtener cualquier tamaño de lluvia, siendo las más probables las de menor cuantía, como posteriormente se verá.

Así, si sólo se tiene una lluvia en el período considerado, es posible que ésta sea de cualquier tamaño, pero, lo más probable es que sea de pocos milímetros; dependiendo, además, esta magnitud del clima en cuestión. Al incrementar el número de lluvia en el período, la probabilidad de que su suma alcance valores más grandes aumenta considerablemente y no exactamente de manera proporcional, sino en otra relación mayor dada por el modelo.

II. 2.- Determinación de la Función de Distribución del Número de Lluvias.

Una vez establecida la estructura de la cantidad de lluvia por período, queda por determinar la distribución del número y el tamaño de las lluvias. Para encontrar la distribución del número de lluvia es importante observar lo siguiente, si K es el número de lluvias observadas en el período i y año j , entonces la secuencia de eventos - número de lluvias en el período i - es un proceso aleatorio, en donde $K=C(t)$, número de lluvias que ocurren entre 0 y t del período i , y :

i) El número de lluvias es un proceso homogéneo en el tiempo, es decir, las distribuciones de los incrementos $C(t+h)-C(t)$ sólo dependen de la longitud del intervalo de tiempo, pero no de su posición. Así, los incre-

mentos del número de lluvias que se observan, para el período i , sólo dependen del número de años de observación y no del año de inicio. (estacionalidad de incrementos) .

ii) Los incrementos $C(t_2)-C(t_1)$ y $C(t_1)-C(t_0)$ sobre intervalos de tiempo contiguos son mutuamente independientes, y en general para toda n , los n incrementos que corresponden a una partición finita $t_0 < t_1 < \dots < t_n$, son mutuamente independientes. (independencia de incrementos) .

iii) La probabilidad que más de una lluvia se presente al mismo tiempo y la probabilidad que un número infinito de lluvias ocurran en un cierto intervalo de años, son ambas cero para un cierto período y lugar. (exclusión de eventos múltiples) .

Por lo tanto, la distribución del número de lluvias para el período i , es la descubierta por Poisson en 1837 y aplicada por Bortkiewicz en 1898 en un estudio de mortalidad por accidentes :

$$\text{Prob} (K=k) = \frac{e^{-qt} (qt)^k}{k!} \quad \text{con } K=0, 1, 2, \dots$$

Esta distribución da la probabilidad que exactamente K lluvias ocurran en el período i . Además, como sólo es de interés el cálculo por período entonces $t=1$.

II. 2.1.- Estimación del Parámetro q por el Método de Máxima Verosimilitud: Sea k_1, k_2, \dots, k_n una muestra aleatoria de tamaño n obtenida de la distribución Poisson (q) .

La función aleatoria $f(\underline{k}_n; q) = \prod_1^n f(k_i; q) = L(q)$ es conocida como la función de verosimilitud. Si $\hat{q} = \hat{q}(k_1, \dots, k_n)$ es el valor de q que maximiza $L(q)$ entonces \hat{q} es el estimador de máxima verosimilitud

(M.V.) de q .

En éste caso :

$$L(q) = \prod_{i=1}^n \text{EXP}(-q) q^{k_i} / k_i! = \text{EXP}(-nq) q^{\sum k_i} / \prod k_i!$$

o bien ;

$\ln L(q) = -nq + \sum k_i \ln(q) - \ln(\prod k_i!)$, en donde \ln significa logaritmo natural. Derivando, se obtiene :

$d \ln L(q)/dq = -n + \sum k_i/q$, por lo que igualando a cero y resolviendo se obtiene finalmente que $\hat{q} = \sum k_i/n$, es decir, la media muestral es el estimador de M. V. para el parámetro de la Poisson.

Además, como el estimador de M. V. se distribuye asintóticamente, i.e. conforme el número de observaciones se incrementa, normal con media igual al verdadero valor del parámetro y varianza igual a la Cota Inferior de Cramer - Rao (C.I.C.R.), la cual, es en éste caso :

$$\begin{aligned} E\left(\frac{d \ln L(q)}{dq}\right)^2 &= E\left(\frac{\sum k_i}{q-n}\right)^2 = \frac{1}{q^2} E\left(\sum k_i - nq\right)^2 = \\ &= \frac{n^2}{q^2} E\left(\frac{\sum k_i}{n} - q\right)^2 = \frac{n^2}{q^2} E\left(\hat{q} - q\right)^2 = \frac{n^2}{q^2} \text{Var}(\hat{q}) = \\ &= \frac{n^2}{q^2} \left(\frac{q}{n}\right) = n/q, \text{ de donde la C.I.C.R. es } q/n \end{aligned}$$

Entonces, dado que el tamaño de muestra es suficientemente grande y se conoce la distribución de la media de la muestra, por el teorema del Límite Central, $(\hat{q}-q)/q/n$ se distribuye $N(0,1)$. Por lo que, el intervalo de confianza para q al $100(1-a)\%$ es, conforme a Kendall y Stuart 20.15, $\hat{q} - Z\sqrt{\hat{q}}/n \leq q \leq \hat{q} + Z\sqrt{\hat{q}}/n$, en donde Z es el cuantil $1-a/2$ de la distribución normal std.

En el cuadro No. 6 al igual que en el No. 10 se muestra, para cada mes, los valores medios del número de lluvias. Por otra parte los intervalos de confianza para cada media muestral serán de utilidad posteriormente para ajustar la distribución de la cantidad de lluvia.

II. 2.2.- Determinación del Número de Lluvias Más Probable:

CUADRO No. 10
ANALISIS DEL NUMERO DE LLUVIAS

PERIODO	NUMERO DE AÑOS DE OBSERVACION			NUMERO DE LLUVIAS						ESTADISTICO DE PRUEBA			JI-CUADRADA AL 95%			SE ACEPTA LA DISTRIBUCION POISSON		
	I	II	III	MEDIO			MAS PROBABLE			I	II	III	I	II	III	I	II	III
				I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
ENE	7	9	7	0.2	4.9	4.0	0	4	3		6	4		14.07	11.07		SI	SI
FEB	7	8	7	0.4	3.4	3.7	0	3	3		8	8		12.59	11.07		SI	SI
MAR	8	9	7	1.0	4.9	3.3	0	4	3		8	8		14.07	11.07		SI	SI
ABR	6	9	8	3.0	8.3	4.3	2	8	4	8	12	10	9.49	14.07	12.59	SI	SI	SI
MAY	8	9	7	5.9	11.6	6.4	5	12	6	4	10	4	12.59	14.07	11.07	SI	SI	SI
JUN	8	9	8	9.2	19.0	15.5	9	22	18	4	14	6	12.59	14.07	12.59	SI	SI	SI
JUL	7	9	8	6.1	18.9	18.0	5	22	21	6	8	6	11.07	14.07	12.59	SI	SI	SI
AGO	6	9	7	3.7	15.6	16.9	3	18	20	4	4	4	9.49	14.07	11.07	SI	SI	SI
SEP	8	9	7	6.6	18.3	15.9	6	21	19	6	8	6	12.59	14.07	11.07	SI	SI	SI
OCT	6	8	7	2.8	13.0	13.3	2	13	13	2	4	2	9.49	12.59	11.07	SI	SI	SI
NOV	8	8	8	0.5	8.9	8.0	0	8	7		4	6	12.59	12.59	12.59		SI	SI
DIC	8	7	8	0.1	6.9	5.0	0	6	5		4	10	12.59	11.07	12.59		SI	SI
MEDIA ANUAL	7.3	8.6	7.4	3.3	11.1	9.5	3	12	10									

Como anteriormente se estipuló el problema de las zonas de temporal no es tan sólo la escasez de lluvia sino también la deficiente distribución de la precipitación pluvial, pues en muchas regiones se puede encontrar una cantidad promedio anual de precipitación la cual podría considerarse como satisfactoria para el crecimiento de los cultivos, pero que sin embargo, no sería útil ya que se presenta una cantidad muy pobre de agua en todo o en ciertos períodos del ciclo vegetativo del cultivo. Además, el conocer el número de lluvias ayuda a determinar la cantidad efectiva de agua aprovechable.

Así, el objetivo en este caso es determinar el valor de k que maximiza la función, es decir, la moda de :

$\text{EXP}(-q) q^k / k!$; o bien, $-q + k \ln q - \ln k!$. Derivando e igualando a cero, se obtiene :

$$\ln q - d \ln k! / dk = 0 \text{ ó } d \ln \Gamma(k+1) / d(k+1) = \ln q .$$

Como el miembro izquierdo de ésta expresión es la función Digama, se tuvo que encontrar una expresión alternativa para ésta, siendo la solución, la siguiente ecuación cuadrática determinada por el método de mínimos cuadrados en base a los valores de ésta función :

$$d \ln \Gamma(k+1) / d(k+1) = -0.104532 (\ln(k+1))^2 + 1.461242 \ln(k+1) - 0.564947 \text{ con un coeficiente de determinación } r^2 = 0.9998 \text{ y } 0 < k+1 \leq 30 .$$

Por lo tanto el número de lluvias más probable es la solución para k en :

$$-0.104532 (\ln(k+1))^2 + 1.461242 \ln(k+1) - (0.564947 + \ln q) = 0$$

Dado que el valor que se obtendrá es la moda, entonces $q - 1 < k < q$, ya -

que ésta es una característica de la Poisson. Además, si $q > 20$ o aún $q > 10$, la distribución normal de media q y de varianza q da una aproximación válida de la distribución Poisson; por lo que en éste caso se tendrá que $k=q$, pues la moda en la normal coincide con la media.

Así, si \hat{q} es menor o igual a 10 se deberá usar la anterior ecuación para determinar el número de lluvias más probable, de lo contrario deberá tomarse como el número más probable a \hat{q} . Si el valor que se obtiene es fraccionario deberá redondearse a entero.

Si \hat{q} es mayor que 15 se ha encontrado que es mejor usar el límite superior del intervalo de confianza como número más probable. Esto se debe a que en el meteorológico no se registran el número de lluvias por día, sino sólo un total por día, creando esto una agregación en los datos.

En el cuadro No. 10 se muestra los valores esperados o más probables para cada mes y zona del número de lluvias.

II. 2.3.- Bondad de Ajuste del Modelo para el Número de Lluvias :

Para tener una idea de la validez que tiene el modelo en cada caso, es necesario contar con algún procedimiento que permita corroborarlo.

La validez del modelo depende del grado de propiedad con el que éste es capaz de representar al número de lluvias observadas.

Existen varios métodos para probar la bondad de ajuste de un modelo.- Uno de los más frecuentemente usados, es el método de Ji-cuadrada propuesto por Pearson en 1890 y posteriormente perfeccionado por Fisher. Brevemente, el método es como sigue: La amplitud de las observaciones se divide en n intervalos de clase mutuamente excluyentes. A cada intervalo de cla-

se le corresponde una frecuencia observada y una frecuencia esperada. Las frecuencias observadas se calculan en base a la muestra y las frecuencias esperadas en base a la distribución ajustada. Es posible demostrar que la estadística

$$\chi_v^2 = \sum_{i=1}^n (O_i - E_i)^2 / E_i \dots (*)$$
, donde O_i es la frecuencia observada en el i -ésimo intervalo de clase y E_i es la frecuencia calculada para el mismo intervalo, se distribuye asintóticamente (para muestras - - grandes) como una Ji-cuadrada con $v = n - 1 - j$ grados de libertad; donde j es el número de parámetros que se han estimado en base a la muestra i.e. - - $j = 1$, por lo que $v = n - 2$.

En éste caso se desea probar la siguiente hipótesis; las observaciones del número de lluvias para un período dado, pueden ser consideradas como una muestra de la distribución Poisson., con parámetro q . Entonces, - por medio de la estadística de Pearson (ecuación *) será muy simple probar ésta hipótesis, tomando como región crítica la cola derecha de una distribución Ji-cuadrada con v grados de libertad y un tamaño de la prueba α .

Así, para cada período habrá que elaborar un cuadro de frecuencias. - Aparentemente éste es un problema trivial que no requiere de mayor discusión. Sin embargo, la arbitrariedad que existe para fijar el número de intervalos de clase, para centrarlos y para determinar su magnitud, sugiere la presencia del criterio personal al elaborar los cuadros. Es pues pertinente hacerse la siguiente pregunta : ¿ tanta arbitrariedad en la elaboración de los cuadros de frecuencia, aún conduce a pruebas válidas de Ji-cuadrada ? . Afortunadamente para contestar esta pregunta se puede referir - a los trabajos de Kempthorne y Mann y Wald al respecto.

Kempthorne sugiere dividir la distribución ajustada, en base a n observaciones, en n partes iguales cada una con probabilidad $1/n$. Ya que en contró que cuando el número de celdillas es igual al número de observacio-

nes, el primero, segundo y cuarto momentos de esta distribución aproximan rápidamente a los correspondientes momentos de la distribución Ji-cuadrada. Este no es el caso del tercer momento. Sin embargo, cuando el número de grados de libertad es grande, la asimetría de la distribución de χ^2 tiende a cero, al mismo tiempo que la distribución Ji-cuadrada tiende hacia la distribución normal. Esto, dice Kempthorne, salva el problema.

Por otra parte, los resultados obtenidos por Mann y Wald refuerzan el criterio de establecer celdillas de igual probabilidad. En este caso, estos autores sugieren que el número de celdillas sea proporcional a $2(N-1)^{1/5}$, donde N es el número de observaciones.

Así, para los fines de éste trabajo se adoptó la regla sugerida por Kempthorne; por lo que para obtener los N intervalos para cada período (meses en este caso) se obtendrán los fractiles correspondientes para la Poisson con parámetro q .

Por ejemplo, para el mes de enero en la zona III se tiene que $\hat{q}=4$ y sólo se obtuvieron N=7 observaciones (años), por lo que habrá que dividir la distribución Poisson en 7 partes iguales. Para poder encontrar los límites de los intervalos, antes es necesario tabular la función de probabilidad acumulativa de Poisson :

$\sum_{k=0}^x \text{EXP}(-q) q^k/k!$, en donde el valor de x se fija iterativamente hasta alcanzar la probabilidad (N-1)/N.

K	Función Acumulativa Poisson
0	0.02
1	0.09
2	0.24

K	Función Acumulativa Poisson
3	0.43
4	0.63
5	0.79
6	0.89

Ahora, para fijar los límites inferior y superior de cada intervalo -- habrá que determinar la K que cumpla con la probabilidad del fractil correspondiente.

Fractil Número	Probabilidad	Límites de Intervalo
1	0.14	de 0 a menos de 1.3
2	0.29	de 1.3 a menos de 2.3
3	0.43	de 2.3 a menos de 3.0
4	0.57	de 3.0 a menos de 3.7
5	0.71	de 3.7 a menos de 4.5
6	0.86	de 4.5 a menos de 5.7
7	1.00	de 5.7 o más

Por último queda determinar la frecuencia observada y esperada para cada fractil y evaluar el estadístico de prueba ;

Fractil	1	2	3	4	5	6	7
Frac. Observada (O _i)	2	0	0	1	1	1	2
Frac. Esperada (E _i)	1	1	1	1	1	1	1

Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula que el número de lluvias se distribuye como una Poisson para éste período, ya que el estadístico de prueba es $\chi^2_5=4$ menor al valor de Ji-cuadrada con 5 grados de libertad al - 95 % de confianza, que es 11.07 .

En el cuadro No. 10 se presentan los resultados correspondientes para cada uno de los períodos de las tres zonas. En estos resultados se comprueba que la función de distribución Poisson no se rechaza como función de distribución del número de lluvias por período. Sin embargo, esto no asegura que exactamente la Poisson sea la función de distribución, aunque si bien - garantiza que es una buena aproximación.

II. 3.- Determinación de la Función de Distribución del Tamaño de las Lluvias.

Para determinar la función de distribución del tamaño de las lluvias , para cada zona, se aplicó el método de Distribuciones Pearson el cual consiste, si se toma como origen la media, en la solución de la siguiente ecuación diferencial:

$$df/dx = (x - a) / (b_0 + b_1x + b_2 x^2) ; \text{ en donde :}$$

$$a = -\sqrt{m_2} \sqrt{P_1} (P_2+3)/A \quad (\text{valor modal})$$

$$b_0 = -m_2 (4P_2 - 3P_1)/A$$

$$b_1 = a$$

$$b_2 = -(2P_2 - 3P_1 - 6)/A$$

$$A = 10P_2 - 12P_1 - 18$$

Siendo m_1, m_2, m_3 y m_4 los primeros cuatro momentos:

$$m_1 = (1/\sum f_i) \sum f_i X_i = \bar{X} \quad (\text{momento empírico de orden 1})$$

$$m_2 = (1/\sum f_i) \sum f_i (X_i - \bar{X})^2 = S^2 \quad (\text{momento respecto a la media de orden 2})$$

$$m_3 = (1/\sum f_i) \sum f_i (X_i - \bar{X})^3 \quad (\text{momento respecto a la media de orden 3})$$

$$m_4 = (1/\sum f_i) \sum f_i (X_i - \bar{X})^4 \quad (\text{momento respecto a la media de orden 4})$$

P_1 y P_2 son respectivamente, el primer y segundo coeficiente de Pearson; se define como :

$$P_1 = m_3^2 / m_2^3 ; \text{ sesgo} = \sqrt{P_1}$$

$$P_2 = m_4 / m_2^2 = \text{apuntamiento ó kurtosis.}$$

Por otra parte, si en lugar de usar la media como origen se usa la modal entonces la distribución es la solución de la ecuación diferencial.

$$d \ln f / dx = X / (B_0 + B_1 X + B_2 X^2) ; \text{ en donde :}$$

$$X = x + a$$

$$B_0 = b_0 + a^2 (1 + b_2)$$

$$B_1 = a (1 + 2b_2)$$

$$B_2 = b_2$$

De acuerdo a la solución de la ecuación de segundo grado (denominador de la ecuación diferencial) Pearson encontró varias distribuciones, - usando como discriminante a $K = B_1^2 / 4B_0B_2$.

Por ejemplo, si $K \leq 0$ y las raíces son reales y de signo opuesto se tiene la distribución Tipo I o Beta. En cambio, si $K \geq 1$ y las raíces son reales y del mismo signo se tendrá la distribución Tipo VI o Beta de segunda clase.

Si las raíces son complejas, entonces $0 < K < 1$ y la distribución es la Tipo IV con rango ilimitado en ambas direcciones y es unimodal. Sin em bargo, es difícil de manejar para uso práctico.

Si $K = 0$ y $B_1 = 0$ se tiene la distribución Tipo VII o t Student y si $B_1 = B_2 = 0$ se tiene la distribución normal.

Si $B_2 = 0$ entonces la distribución es la Tipo III o Gama. Pearson descubrió otras distribuciones algunas de ellas triviales.

Conforme puede apreciarse en el Cuadro No. 11, en donde se muestran todos estos valores, la distribución del tamaño de la lluvia para cada región es la Beta de segunda clase, la cuál mediante un cambio de variable se transforma en la función Beta Incompleta.

Sin embargo, como el valor de B_2 es muy cercano a cero, en los tres casos, es factible también considerar como función de distribución del tamaño de la lluvia a la función Gama.

Además, la distribución Gama ofrece mayores ventajas que la Beta en muchos aspectos importantes del manejo de la función.

Así, se determinará la función gama que describa la distribución del tamaño de la lluvia, para cada una de las regiones, y al último se probará la hipótesis :

Ho : el tamaño de la lluvia se distribuye como una Gama, es decir, los datos observados representan una muestra de ésta distribución.

$$f(x) = (b^a / \Gamma(a)) x^{(a-1)} e^{-bx}$$

A fin de poder utilizar ésta función, es necesario determinar el valor de cada parámetro; conforme a los datos observados.

II. 3.1.- Estimación de los Parámetros a y b por el Método de Máxima Verosimilitud :

$$\ln L(a,b) = n \ln b + (a-1) \sum \ln X_i - b \sum X_i - n \ln \Gamma(a)$$

Derivando respecto a cada parámetro e igualando a cero, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones :

$$\frac{d \ln L(a,b)}{d a} = n \ln b + \sum \ln X_i - n \frac{d \ln \Gamma(a)}{d a} = 0$$

CUADRO No. 11

ANALISIS DE LOS DATOS DEL TAMAÑO DE LA LLUVIA
PARA DETERMINAR SU DISTRIBUCION POR
EL METODO PEARSON

MEDIDA	R I	E II	G I	O III	N
FRECUENCIA	638		1661		851
MEDIA (M1)	.8292		.7234		1.2297
VARIANZA (M2)	.8562		.5642		1.2217
M3	1.8695		.9897		2.6699
M4	7.1805		3.4080		12.3910
P1(1er.COEF.PEARSON)	5.5684		5.4543		3.9094
P2(2o. COEF.PEARSON)	9.7948		10.7071		8.3020
SESGO	2.3597		2.3354		1.9772
A	13.1271		23.6200		18.1071
a	-2.1282		-1.0180		-1.3641
b0	-1.4659		- .6321		-1.4493
b1=a	-2.1282		-1.0180		-1.3641
b2	.2373		.0402		.0621
B0	4.1385		.4458		.5271
B1	-3.1385		-1.0998		-1.5335
B2	.2373		.0402		.0621
K	2.5070		16.8901		17.9653
1a. RAIZ	.6612		.0435		.0939
2a. RAIZ	.0837		.0007		.0013

$$\frac{d \ln L(a,b)}{d b} = \frac{na}{b} - \sum X_i = 0$$

Este sistema de ecuaciones equivale a :

$$\ln b + \sum \ln X_i / n - d \ln \Gamma(a) / da = 0 \quad \dots (*)$$

$$\bar{X} = a/b \quad \dots (**)$$

Por (**) : $b\bar{X} = a$ ó $b = a/\bar{X}$ ó $\ln b = \ln a - \ln \bar{X}$; sustituyendo en (*) , el valor de $\ln b$:

$$\ln a - \ln \bar{X} + \sum \ln X_i / n - d \ln \Gamma(a) / da = 0$$

ó

$\ln a - d \ln \Gamma(a) / da = \ln \bar{X} - \sum \ln X_i / n$, en donde $d \ln \Gamma(a) / da$ es conocida como la función matemática Digama.

Como puede observarse no es posible obtener una solución exacta para el parámetro a , ya que ésta última ecuación contiene a la función digama.

Existen varios métodos para solucionar éste problema, empleándose generalmente procesos iterativos o de simulación como el de Anderson y Ray (38).

En éste trabajo se propone un método alternativo para determinar el valor del parámetro a , en donde sólo se requiere resolver una ecuación de segundo grado.

a) Método Alternativo para Determinar la solución de las ecuaciones de máxima verosimilitud de la distribución gama: mediante unas tablas de la digama se encontraron dos ecuaciones por mínimos cuadrados, que establecen la relación funcional entre el valor del parámetro a y el valor de la función digama:

Sí $0 < a \leq 2$: $d \ln \Gamma(a)/da = -0.536012 + 1.4027 \ln a - 0.077789 - (\ln a)^2$ con $r^2 = .9997$.

Sí $2 < a \leq 101$: $d \ln \Gamma(a)/da = -0.318326 + 1.5478 \ln a - 0.019109 - (\ln a)^2$ con $r^2 = 0.9999$.

Ahora, como $\ln a - d \ln \Gamma(a)/da = \ln \bar{X} - \sum \ln X_i/n$, entonces se tendrán dos posibles soluciones:

$$0.077789(\ln a)^2 - 0.4027 \ln a + (0.536012 + \sum \ln X_i/n - \ln \bar{X}) = 0$$

sí $0 < a \leq 2$, ó

$$0.019109(\ln a)^2 - 0.5478 \ln a + (0.318326 + \sum \ln X_i/n - \ln \bar{X}) = 0$$

sí $2 < a \leq 101$

Como se desconoce el valor de a , se ha visto práctico primero resolver la primera ecuación y checar si las raíces se encuentran dentro del rango, si no es así, se procede con la segunda ecuación. La solución que se obtiene de estas ecuaciones es el valor de $\ln a$ y no el de a , sin embargo, esto se remedia haciendo uso del hecho que $a = e^{\ln a}$.

Una vez determinado el valor de a es sencillo determinar el de b , pues $b = a/\bar{X}$.

Ya que los estimadores de M. V. basados en una muestra grande, de una distribución gama, están distribuidos aproximadamente como una normal de dos variables con vector de medias (a, b) y matriz de varianzas y covarianzas V/n ; se tiene entonces:

$$\begin{aligned} \text{Si } D_{11} &= d^2 \ln f(a, b)/da^2 = -\Gamma^*(a) \\ D_{12} &= D_{21} = d^2 \ln f(a, b)/dad b = 1/b \\ D_{22} &= d^2 \ln f(a, b)/db^2 = -a/b^2 \end{aligned}$$

Donde $\Gamma^*(a)$ es la función matemática Trigama.

Ahora, como

- $E(-\Gamma^*(a)) = \Gamma^*(a)$
- $E(1/b) = -1/b$
- $E(-a/b^2) = a/b^2$, entonces

$$V = \begin{bmatrix} \Gamma^*(a) & -1/b \\ -1/b & a/b^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{a}{a\Gamma^*(a)-1} & \frac{b}{a\Gamma^*(a)-1} \\ \frac{b}{a\Gamma^*(a)-1} & \frac{b^2\Gamma^*(a)}{a\Gamma^*(a)-1} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto,

$$\text{Var}(\hat{a}) = \frac{a}{n(a\Gamma^*(a)-1)}$$

$$\text{Var}(\hat{b}) = \frac{b^2\Gamma^*(a)}{n(a\Gamma^*(a)-1)}$$

$$\text{Cov}(\hat{a}, \hat{b}) = \frac{b}{n(a\Gamma^*(a)-1)}$$

II. 3.2.- Estimación de la Función Matemática Gama $\Gamma(a)$; para evaluar completamente la función de distribución Gama es necesario conocer el valor de $\Gamma(a)$:

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt ; a > 0 .$$

Si a es un entero, entonces se usa la función factorial, quedando el resultado como : $\Gamma(a) = (a-1)!$. Sin embargo, en la mayor parte de los casos a no es entero por lo que, si a es mayor que 1, se usa la aproximación de Abramowitz y Stegun la cual consiste en evaluar $\Gamma(a) = (a-1)\Gamma(a-1)$ hasta que a sea menor o igual que 2, para después aplicar la aproximación polinomial $\Gamma(a) = 1 + b_1(a-1) + b_2(a-1)^2 + \dots + b_8(a-1)^8$, en donde

$$b_1 = -0.577191652$$

$$b_2 = 0.988205891$$

$$b_3 = -0.897056937$$

$$b_4 = 0.918206857$$

$$b_5 = -0.756704078$$

$$b_6 = 0.482199394$$

$$b_7 = -0.193527818$$

$$b_8 = 0.035868343$$

La aproximación de éste método es satisfactoria, pues en la mayor parte de los casos el error de aproximación es menor al 4 %.

En el Cuadro No. 12 se muestran, para cada región, los valores de ésta función, así como la función de distribución ya evaluada y los valores de los parámetros y sus varianzas.

II. 3.3.- Integración de la Función de Distribución Gama : para obtener la probabilidad que el tamaño de lluvia sea menor o igual a un cierto valor, establecido X_f , en un cierto período, es necesario integrar la función gama :

$$\int_0^{X_f} \frac{b^a}{\Gamma(a)} x^{(a-1)} e^{-bx} dx$$

la cual se evalúa mediante -

un método de integración numérico. Sin embargo, a fin de incrementar la exactitud de cálculo es necesario hacer el siguiente cambio de variable.

Sea $t = Xb$, entonces $X = t/b$ y $dX = dt/b$. Los límites inferior y superior de integración quedan como 0 y bX_f , y la integral como :

$$\int_0^{bX_f} \frac{1}{\Gamma(a)} t^{a-1} e^{-t} dt = \frac{\int_0^{bX_f} t^{a-1} e^{-t} dt}{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt} \leq 1$$

Es importante observar que en ésta integral el parámetro -

CUADRO No. 12

VALORES NUMERICOS DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION
· TAMAÑO DE LLUVIA

VALOR DE :	R	E	G	I	O	N
	I	II	III			
a	1.031459	1.030710	1.029340			
b	1.243873	1.424716	1.837086			
VAR(a)	0.002600	0.000997	0.001940			
VAR(b)	0.006132	0.003091	0.002083			
COV(a,b)	0.003135	0.001378	0.001578			
$P(a)$	1.013712	1.013376	1.012762			
$P^*(a)$	1.572407	1.574058	1.577100			
CX_e^{d-f}						
c	1.235500	1.421277	0.822236			
d	0.031459	0.030710	0.029340			
f	1.243873	1.424716	0.837086			

b sólo afecta el límite superior de integración y ya no a la función. -
Además, en cualquier caso la integral es menor o igual a uno y mayor que
cero, pues el denominador en cualquier caso será mayor o igual al numera
dor.

El método para evaluar la integral del denominador es el mismo que -
se señaló anteriormente, en II. 3.2. , ya que se trata de la función mate
mática Gama. Para el numerador, sin embargo, no es posible usar el mismo
método pues el límite superior de integración es finito.

Antes de proceder a identificar cual es el método idoneo para inte
grar numericamente esta función es importante observar que la derivada -
n-ésima de la función no está acotada en el intervalo de integración, por
lo que la convergencia al resultado exacto no se puede garantizar. Sin -
embargo, esto se remedia haciendo el siguiente cambio :

$$\int_0^{bX_f} \frac{1}{\Gamma(a)} t^{a-1} \text{EXP}(-t) dt = 1 - \int_{bX_f}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(a)} t^{a-1} \text{EXP}(-t) dt$$

Ahora, si se hace el cambio de variable, $t=(Y+bX_f)$ entonces $Y=t-bX_f$
y $dY= dt$, luego ;

$$\int_{bX_f}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(a)} t^{a-1} \text{EXP}(-t) dt = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(a)} (Y+bX_f)^{a-1} \text{EXP}(-Y-bX_f) dY$$

Esta última integral se puede escribir, sin considerar a $\Gamma(a)$, como:

$$\int_0^{\infty} \text{EXP}(-Y) (\text{EXP}(-bX_f) (Y+bX_f)^{a-1}) dY = \int_0^{\infty} \text{EXP}(-Y) \mathfrak{g}(Y) dY$$

Lo cual lleva al método de cuadratura de Gauss-Laguerre :

$$\int_0^{\infty} \text{EXP}(-Y) \mathfrak{g}(Y) dY = \sum_{i=1}^n A_i \mathfrak{g}(Y_i)$$

en donde los argumentos Y_i son los ceros del polinomio de Laguerre -

de orden n : $L_n(Y) = \text{EXP}(Y) \frac{d^n}{dY^n} (\text{EXP}(-Y) \cdot Y^n)$, y los coeficientes A_i son:

$$A_i = \frac{1}{L'_n(Y_i)} \int_0^{\infty} \frac{L_n(Y) \text{EXP}(-Y)}{Y - Y_i} dY = \frac{(n!)^2}{Y_i (L'_n(Y_i))^2}$$

El error de truncamiento es:

$$E = \frac{(n!)^2}{(2n)!} G^{(2n)}(d)$$

Como en éste caso:

$$G^{(n)}(Y) = K_1 (a-1)(a-2)\dots(a-n)(Y+K_2)^{a-n+1}, \text{ en donde}$$

$K_1 = \text{EXP}(-bX_f)$ y $K_2 = bX_f$. Entonces, si se reemplaza d por 0 para obtener la deriva máxima, se tiene que :

$G^{(2n)}(0) = (a-1)(a-2)\dots(a-2n)K_1 K_2^{a-2n+1}$ y el error de truncamiento es:

$$E = \frac{(n!)^2}{(2n)!} \frac{(a-1)(a-2)\dots(a-2n)}{K^n} \leftarrow \frac{(n!)^2}{K^n} \text{ para } 2n > a+1$$

Así, de acuerdo a ésta última expresión parece ser que el método de Laguerre no es muy satisfactorio. Sin embargo, dadas las características de los parámetros y los valores de integración de la función tamaño de lluvia, el método ofrece buenos resultados, agregando al valor de la aproximación el error de truncamiento.

Para determinar el valor de d en el error de truncamiento, se toma el hecho de que cuando $X_f = 0$, entonces

$$E = \Gamma(a) - \int_0^{\infty} \text{EXP}(-Y) G(Y) dY$$

o bien,

$$d = \text{EXP}(1/\sqrt{a-2n+1}) (\text{LOG}(\Gamma(a)-J) - \text{LOG}((n!)^2/(2n)!) - \text{LOG}((a-1)(a-2) \dots (a-2n)))$$

en donde J es el valor aproximado de la integral.

Una vez, obtenido el valor de d se procede a calcular los valores de las probabilidades que se deseen, sin necesidad de volver a calcular d a menos que se utilicen otros parámetros.

Los resultados obtenidos con un error de convergencia de 0.0001 son exactos hasta la quinta cifra decimal; por lo que tales resultados son confiables hasta esa cifra. Además, para ese error de convergencia el número de iteraciones generalmente se sitúa entre 4 y 8 y no requiere más que un tiempo mínimo de computación.

En II. 3.4. se muestran los resultados obtenidos para diferentes valores de X_f , así como para cada región.

II.3.4.- Bondad de Ajuste del Modelo para el Tamaño de Lluvia : para corroborar la validéz del modelo, en cada caso, se decidió usar la prueba de Kolmogorov, pues es exacta para funciones continuas como en éste caso.

Si $F^*(x)$ es la función de distribución hipotizada, Gama - en estos casos, entonces la prueba consiste en comprobar la hipótesis:

$H_0: F(X) = F^*(X)$ para toda $x \in (0, \infty)$, en donde $F(X)$ es la verdadera función de distribución, pero desconocida.

La hipótesis alternativa es, entonces : $H_1: F(X) \neq F^*(X)$ para al menos una X en $(0, \infty)$.

Si $S(X)$ es la función de distribución empírica, basada en los datos - muestrales, entonces el estadístico de prueba es :

$$T = \sup_X |F^*(X) - S(X)|$$

Se rechaza H_0 , al nivel de significancia α si $T > W_{1-\alpha, n-1}$ Donde éste es el cuantíl $1-\alpha$ del estadístico de prueba de Kolmogorov.

Aplicando ésta prueba a las tres distribuciones, obtenidas para cada una de las regiones, se obtiene :

Se acepta la f. d. gama como representativa de la distribución del tamaño de lluvia para la región I, pues :

$$T = |F^*(.5) - S(.5)| = |.547022 - .464658| = 0.082364 < W_{.99} = \frac{1.63}{\sqrt{46}} = 0.240330 \text{ ó incluso con } W_{.80} = 0.157763 .$$

Para la región II, también se acepta la f. d. gama como representativa de la distribución del tamaño de lluvia:

$$T = |F^*(.4) - S(.4)| = |.494281 - .436754| = 0.057527 < W_{.99} = 1.63/\sqrt{47} = 0.237760 \text{ ó incluso con } W_{.80} = 0.156076$$

Finalmente, para la región III, se tiene la misma situación;

$$T = |F^*(.4) - S(.4)| = |.230317 - .292148| = 0.061831 < W_{.99} = 1.63/\sqrt{53} = 0.223898 \text{ ó incluso con } W_{.80} = 0.146976$$

Así, las tres funciones del tamaño de la lluvia son, respectivamente - para cada región :

$f(x) 1.031459, 1.243873)$	Región I
$f(x) 1.030710, 1.424716)$	Región II Con X en $(0, \infty)$
$f(x) 1.029340, 0.837086)$	Región III

II. 4.- El Modelo para Pronósticos de Lluvia.

Una vez determinadas las distribuciones para el número de lluvias y el tamaño de cada una de éstas, se está en condiciones de poder hacer pronósticos de lluvia, conjugando a éstas. Sin embargo, la forma de obtener tales pronósticos varía tanto como el uso que se les dará, por lo que, para cada caso habrá que analizar cual es el método de pronóstico más idóneo.

En éste trabajo sólo se consideran dos métodos de pronósticos de lluvia, siendo uno de ellos el de la cantidad de lluvia más probable y el otro el de la cantidad de lluvia a una determinada probabilidad, ambos para un período determinado.

II. 4.1.- Cantidad de Lluvia Más Probable: dado que el número de lluvias determina el tamaño de la lluvia, entonces la cantidad de lluvia más probable corresponde al tamaño de lluvia esperado con el número de lluvias más probable (analizado en II.2.2) .

Antes de proceder a determinar ésta cantidad de lluvia más probable , es importante observar que la función de distribución del tamaño de lluvia, obtenida anteriormente, corresponde a una sola lluvia. Por lo que, en general, la distribución del tamaño de lluvia cambiará para cada número de lluvias diferente, pues al incrementarse éste número la probabilidad de obtener cantidades de lluvias mayores aumenta considerablemente.

De ésta forma, si el número más probable de lluvias es K y cada tamaño de lluvia se distribuye como una gama $\Gamma(a,b)$, entonces el objeto será de determinar la distribución de éstas K lluvias conjuntamente, es decir, determinar la distribución del tamaño de la suma conjunta de estas K lluvias o la convolución de la suma de K variables aleatorias con función de densidad gama cada una.

Como la f. d. es gama y ésta es reproductiva, entonces la distribución buscada es nuevamente una gama $\Gamma(Ka, b)$. Así, si X_1 tiene la densidad gama $\Gamma(a_1, b)$ y X_2 la gama $\Gamma(a_2, b)$ entonces $X_1 + X_2$ tiene la densidad gama $\Gamma(a_1 + a_2, b)$ pero como en éste caso el parámetro a no cambia, la densidad del tamaño de lluvia para K precipitaciones es $\Gamma(Ka, b)$.

Por lo tanto, la cantidad de lluvia más probable es Ka/b , cantidad de lluvia esperada con K lluvias. Por ejemplo, la cantidad de lluvia más probable para junio en la región I es $9a_1/b_1 = 7.5$ cms.

En las Gráficas Nos. 1, 2 y 3 se muestran, respectivamente para cada región, las cantidades de lluvia más probables por período, así como, las cantidades promedios observadas.

II. 4.2.- Cantidad de Lluvia a una Probabilidad Determinada: en muchas aplicaciones se utiliza la cantidad de lluvia a una probabilidad determinada para analizar gráficamente las posibilidades de algún evento.

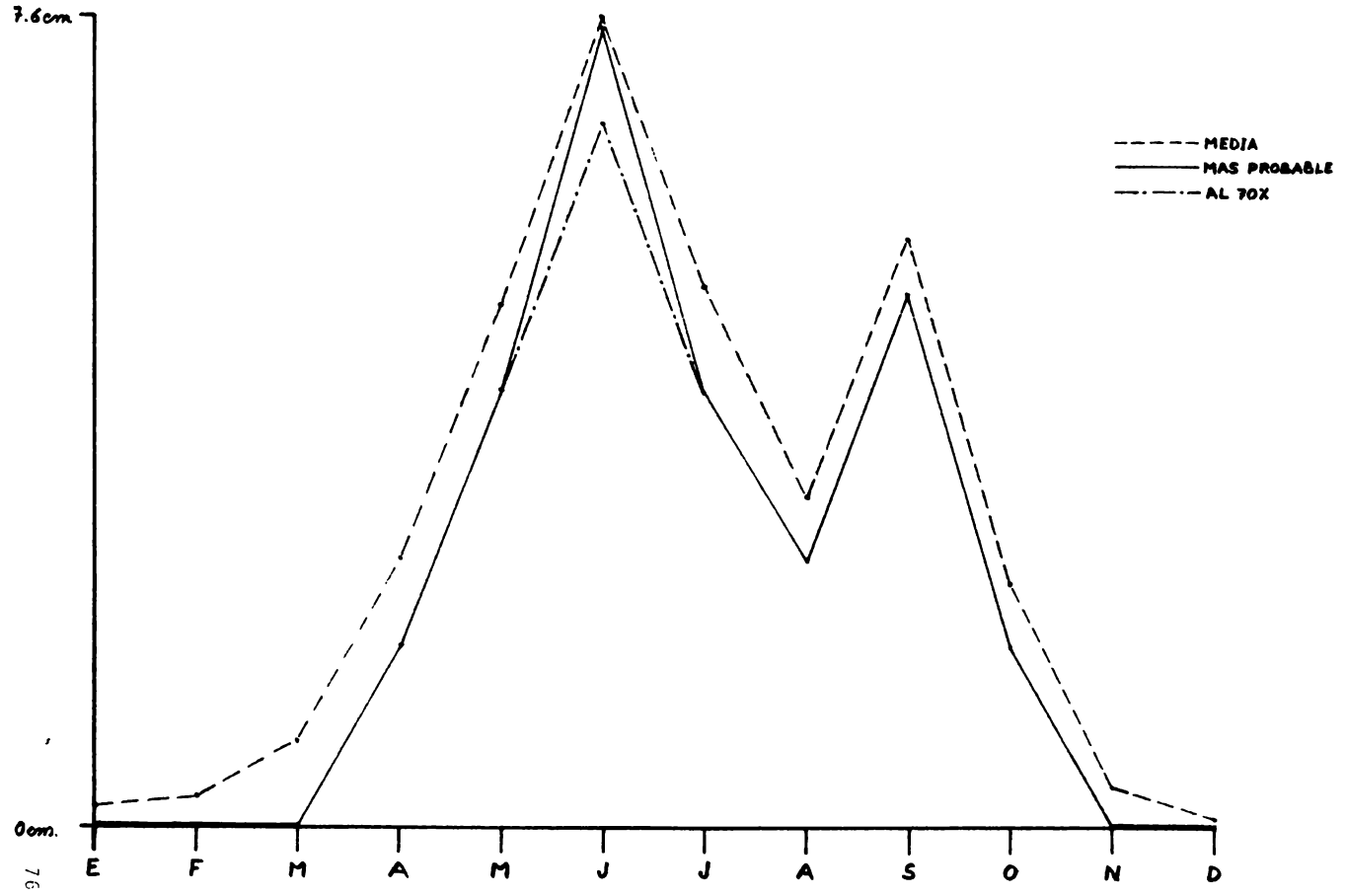
En éste caso lo que se requiere es determinar el número de lluvias a la probabilidad señalada, para después encontrar el tamaño de esas lluvias, lo cual da la cantidad de lluvia buscada.

Ya que el número de lluvias es en general pequeño, no se puede aplicar el Teorema del Límite Central para obtener la aproximación normal y de aquí determinar el número de lluvias a una cierta probabilidad. Sin embargo, éste problema se soluciona haciendo uso de las relaciones que a continuación se describen.

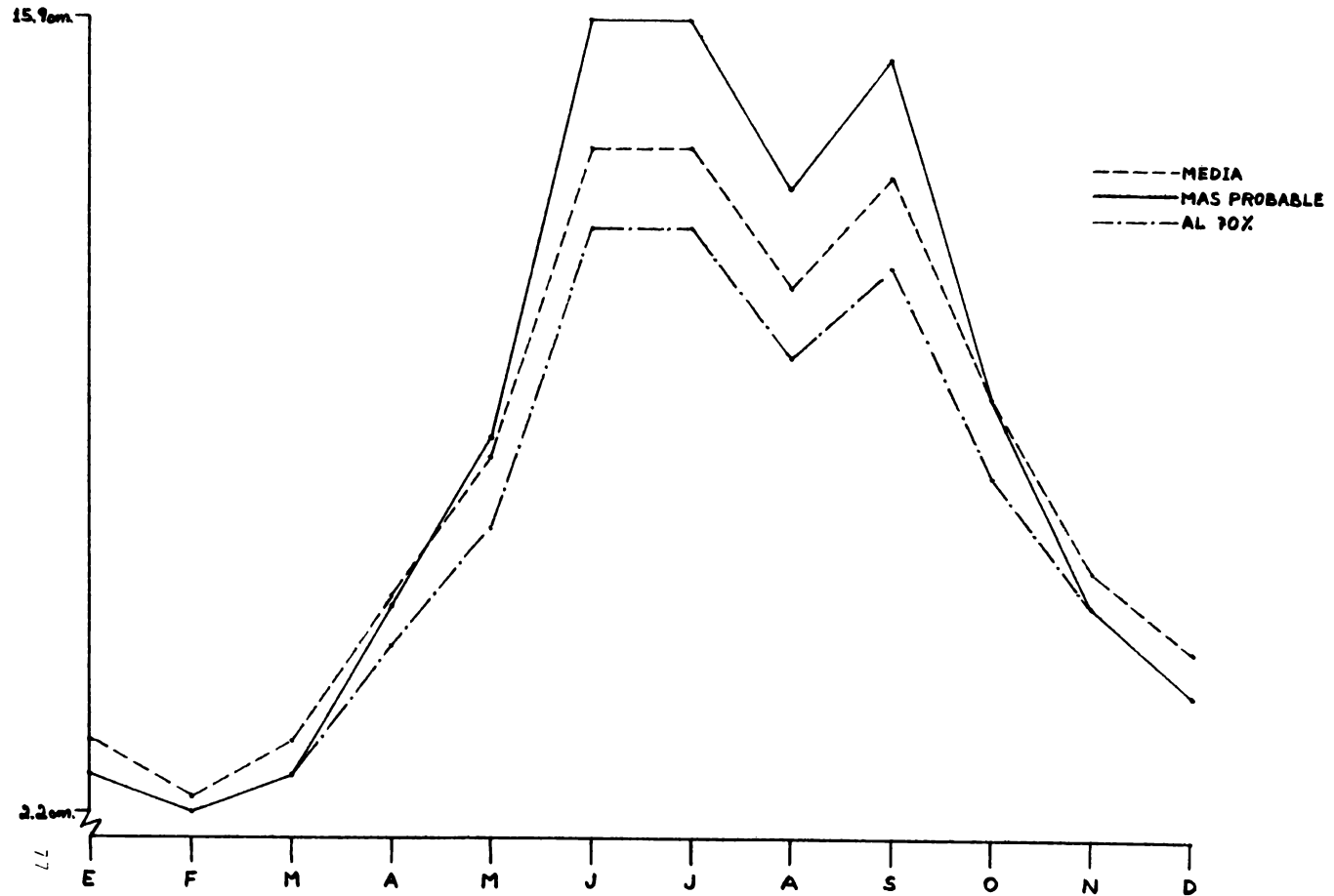
Si X es el número de lluvias, entonces se requiere encontrar el valor de K , tal que si P es la probabilidad especificada, se tenga: $\text{Prob}(X \geq K) = P$.

Dado que, $\text{Prob}(X \geq K) = \sum_{X=K}^{\infty} \frac{e^{-q} q^X}{X!} = P$, entonces hay que encontrar el valor de K para el cual $\sum_{X=K}^{\infty} \frac{q^X}{X!} = P \text{ EXP}(q)$.

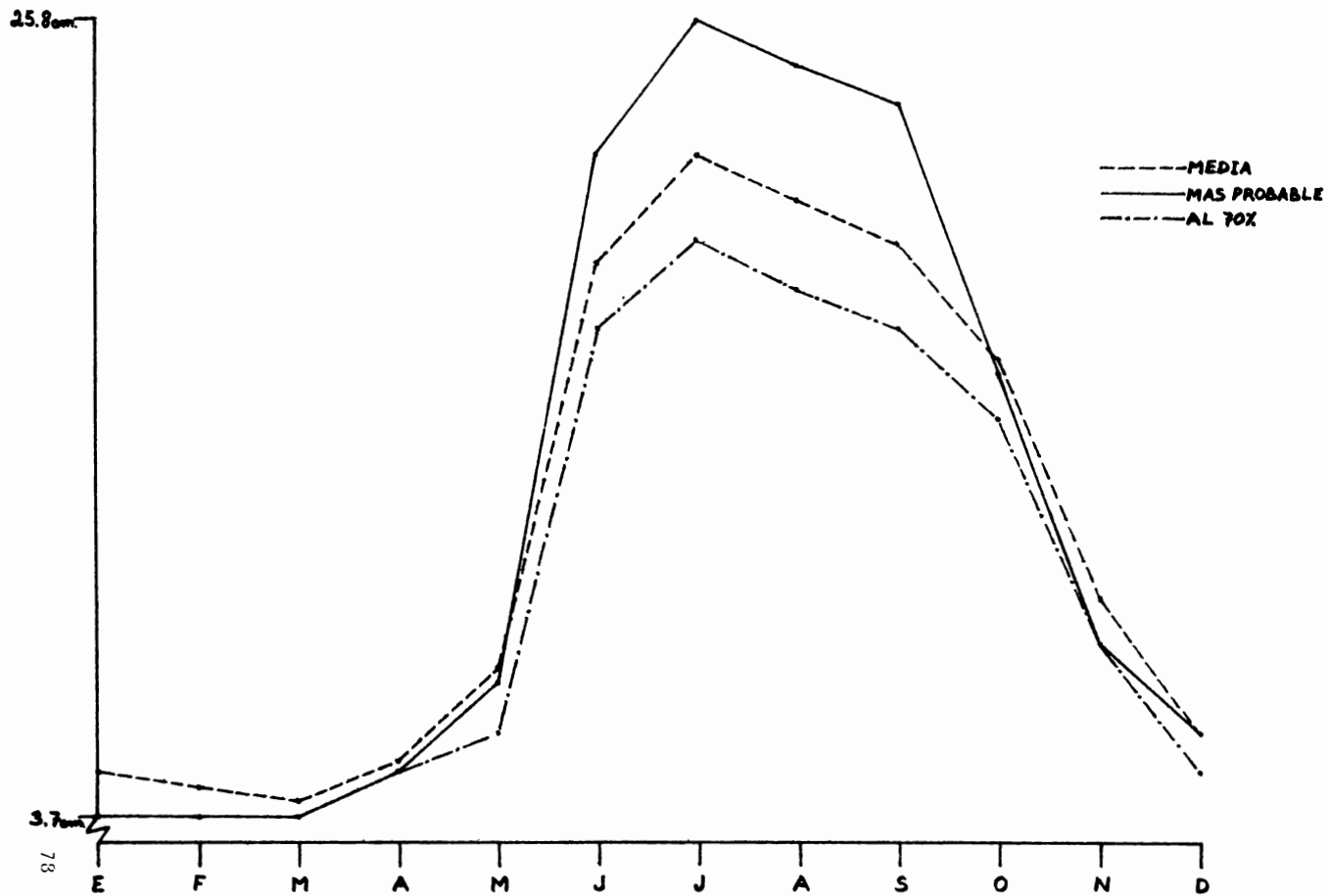
CANTIDAD DE LLUVIA MEDIA, MAS PROBABLE
Y AL 70% PARA LA REGION I



CANTIDAD DE LLUVIA MEDIA, MAS PROBABLE
Y AL 70% PARA LA REGION II



CANTIDAD DE LLUVIA MEDIA, MAS PROBABLE
Y AL 70% PARA LA REGION III



La forma de encontrar el valor de K es mediante un procedimiento iterativo, pues como

$$\sum_{X=0}^{\infty} qX/X! = \text{EXP}(q) ,$$

entonces

$$\sum_{X=1}^{\infty} qX/X! = \sum_{X=0}^{\infty} qX/X! - q0/0! = \text{EXP}(q)-1 ; \text{ para } K=2$$

se tiene que

$$\sum_{X=2}^{\infty} qX/X! = \text{EXP}(q)-1-q , \text{ y en general para } K=n \text{ se tiene}$$

$$\sum_{X=n}^{\infty} qX/X! = \text{EXP}(q)-1-q^2/2!-\dots-q^{n-1}/(n-1)!$$

Así,

$$\sum_{X=K}^{\infty} qX/X! = \text{EXP}(q)-(1+q+\dots+q^{K-1}/(K-1)!)= \text{EXP}(q) - \sum_{X=0}^{K-1} qX/X! = P \text{ EXP}(q), \text{ ó}$$

$$\sum_{X=0}^{K-1} qX/X! = \text{EXP}(q) (1-P) . \text{ Por lo que el problema se reduce}$$

a encontrar el valor de K que satisfaga esa relación.

Por ejemplo, si $P=0.75$ y $q=18.9$, valor medio para julio en la región II, entonces el número de lluvias probable al 75% es 16 lluvias, es decir, cuando menos se esperan 16 lluvias al 75% de probabilidad, lo que equivale a 11.6 cms. de cantidad de lluvia.

En las Gráficas Nos. 1, 2 y 3 se muestran, respectivamente para cada región, las cantidades de lluvia al 70% de probabilidad. Es importante observar que en algunos casos las cantidades al 70% coinciden con las más probables o medias, esto se debe al error de redondeo al hacer, entero el número de lluvias; sobre todo en las de menor magnitud.

C A P I T U L O I I I

LA FUNCION BASICA DE TEORIA DEL
RIESGO Y SU APLICACION PARA IN-
CREMENTAR LA PRODUCTIVIDAD AGRI-
COLA.

" . . . la resolución de los pro-
blemas inmediatos podría tomar
varias formas, pero a menos que
sepamos lo que deseamos para el
futuro, no podemos hacer una se-
lección responsable de los méto-
dos " .

TABOR R. STONE.

III. LA FUNCION BASICA DE TEORIA DEL RIESGO Y SU APLICACION PARA INCREMENTAR LA PRODUCTIVIDAD AGRICOLA.

III. 1.- La Función Básica de Teoría del Riesgo.

Mediante el modelo de predicción de lluvia, desarrollado en el Capítulo II, se está ya en condiciones de poder discriminar, en forma cualitativa, cuál o cuales son los cultivos que tienen mayores posibilidades de éxito en cuanto a satisfacer sus requerimientos de agua mediante la precipitación pluvial de la región en cuestión, ya sea haciendo un análisis - gráfico, de diferencias, o empírico que relacione los requerimientos del cultivo con las cantidades esperadas de lluvia.

Este método de selección de cultivos, aunque práctico, tiene el inconveniente de eliminar el fenómeno de fluctuación del proceso cantidad - de lluvia, al considerar en cualquier caso sólo valores promedios o determinados a una cierta probabilidad. Trayendo ésto como consecuencia el no poder obtener una medida de la incertidumbre del proceso, imposibilitando se la obtención de medidas cuantitativas necesarias para una selección racional de los cultivos.

Por otra parte, al considerar pronósticos de lluvia a una determinada probabilidad se tiene el inconveniente que tal probabilidad se fija arbitrariamente. Además, se tiene la idea generalmente que si se considera, por ejemplo, un 70% de probabilidad, entonces en 7 de cada 10 años se obtendrán los valores pronosticados y ésto no es necesariamente cierto, pues más bien se obtendrá ésta proporción de .7 en un número grande de años; de hecho, la probabilidad de observar 7 éxitos en 10 años con una porción

de éxito de .7 es 0.2668 según la ley binomial. Algo semejante se obtiene al considerar el número medio de lluvias, sólo que en éste caso el pronóstico será más conservativo, pues generalmente se obtendrán valores menores a la media compensándose por algunos valores grandes ocasionales, dadas las características del proceso número de lluvias. Así, resulta como mejor elección entre los métodos considerados el de más probable, pues al menos garantiza que no hay otro valor con mayores probabilidades de ocurrencia que el dado por éste método, sin embargo, también presenta el inconveniente señalado anteriormente.

Así, el objetivo es encontrar la distribución de probabilidad de la cantidad total de lluvia la cual ocurre durante un período de tiempo determinado. En donde el proceso número de lluvias sigue una distribución Poisson y el tamaño de cada una de éstas una distribución Gama.

Si P_K es la probabilidad que el número de lluvias sea igual a K y si $S_K(X)$ es la probabilidad condicional que, si el número de lluvias es exactamente K , la suma de esas K lluvias sea menor o igual a X , entonces la función de distribución de la cantidad de lluvia total es :

$$F(X) = \sum_{K=0}^{\infty} P_K S_K(X)$$

Como los tamaños de lluvia son mutuamente independientes, la función $S_K(X)$ es la K -ésima convolución de la función de distribución gama $S(X)$, pero como ésta es reproductiva, entonces

$$S_K(X) = \Gamma(X; Ka, b)$$

Por lo que, reemplazando P_K por la función Poisson se obtiene la función de distribución de la cantidad de lluvia total :

$$F(X) = \sum_{K=0}^{\infty} \text{EXP}(-q) (q^K / K!) \Gamma(X; Ka, b)$$

La cual es conocida como la función básica en Teoría del Riesgo o - Función de Poisson Generalizada, sin necesidad que la última función sea la gama.

III. 1.1.- La Media y Desviación Standard de $F(X)$: dado que la media de la distribución Poisson es q y la media de la distribución $\Gamma(X; Ka, b)$ es Ka/b , en donde a/b es la media de $\Gamma(X; a, b)$, entonces :

$$E(F(X)) = \sum_{K=0}^{\infty} \text{EXP}(-q) (q^K / K!) Ka/b = \text{EXP}(-q) (a/b) \sum_{K=0}^{\infty} K q^K / K! = \text{EXP}(-q) (a/b) q \sum_{K=0}^{\infty} q^{K-1} / (K-1)! = q a/b$$

Por otra parte, la varianza de $\Gamma(X; a, b)$ es a/b^2 o $C - (a/b)^2$ en donde C es el segundo momento; como los tamaños de las lluvias son independientes, entonces el 2do. momento de $\Gamma(X; Ka, b)$ es $KC + K(K-1)(a/b)^2$ y el 2do. - momento de $F(X)$ es :

$$\text{EXP}(-q) (C \sum_{K=0}^{\infty} K q^K / K! + (a/b)^2 \sum_{K=0}^{\infty} K(K-1) q^K / K!) = qC + q^2 (a/b)^2$$

Por lo que,

$$\text{Var} (F(X)) = qC + q^2 (a/b)^2 - (qa/b)^2 = qC \quad \text{ó}$$

$\text{Var} (F(X)) = (1+a) aq/b^2$ y la desviación standard es la raíz cuadrada de la varianza.

En el Cuadro No. 13 se muestran, por región, los valores medios y - desviaciones standard de cada período considerado.

III. 1.2.- Evaluación de la Función de Riesgo $F(X)$: como el objetivo es evaluar el riesgo de obtener una cantidad menor o igual a X_f , - - entonces .

$$F(X) = \sum_{K=0}^{\infty} \text{EXP}(-q) q^K / k! \int_0^{X_f} (b^{Ka} / \Gamma(Ka)) x^{Ka-1} \text{EXP}(-bx) dx$$

Aplicando el cambio de variable $t = Xb$, como en II. 3.3, se obtiene :

$$F(X) = \sum_{K=0}^{\infty} \text{EXP}(-q) (q^K / k!) \int_0^{bX_f} (1 / \Gamma(Ka)) t^{Ka-1} \text{EXP}(-t) dt =$$

CUADRO No. 13

MEDIA Y DESVIACION STANDARD DE LA FUNCION CANTIDAD
DE LLUVIA

PERIODO	R E G I O N					
	I		II		III	
	MEDIA	DESV. STD.	MEDIA	DESV. STD.	MEDIA	DESV. STD.
ENE	0.2	0.52	3.5	2.24	4.9	3.45
FEB	0.3	0.73	2.5	1.87	4.5	3.32
MAR	0.8	1.16	3.5	2.24	4.1	3.13
ABR	2.5	2.01	6.0	2.92	5.3	3.58
MAY	4.9	2.82	8.4	3.45	7.9	4.36
JUN	7.6	3.52	13.7	4.42	19.1	6.79
JUL	5.1	2.87	13.7	4.41	22.1	7.32
AGO	3.1	2.23	11.3	4.01	20.8	7.09
SEP	5.5	2.98	13.2	4.34	19.6	6.88
OCT	2.3	1.94	9.4	3.66	16.4	6.29
NOV	0.4	0.82	6.4	3.02	9.8	4.88
DIC	8.3	0.36	5.0	2.66	6.2	3.86
MEDIA ANUAL	2.7	2.11	8.0	3.38	11.7	5.32

$$\sum_{K=0}^{\infty} \text{EXP}(-q) (q^K / K!) (1 - \int_{bX_f}^{\infty} (1 / \Gamma(Ka)) t^{Ka-1} \text{EXP}(-t) dt) =$$

$$\text{EXP}(-q) \left(\sum_{K=0}^{\infty} q^K / K! - \sum_{K=0}^{\infty} (q^K / K! \Gamma(Ka)) \int_{bX_f}^{\infty} t^{Ka-1} \text{EXP}(-t) dt \right) y$$

$$F(X) = 1 - \text{EXP}(-q) \sum_{K=0}^{\infty} q^K / K! \Gamma(Ka) \int_{bX_f}^{\infty} t^{Ka-1} \text{EXP}(-t) dt$$

Haciendo de nuevo, como en II. 3.3, el cambio de variable $t=Y+bX_f$, se tiene :

$$F(X) = 1 - \text{EXP}(-q) \sum_{K=0}^{\infty} (q^K / K! \Gamma(Ka)) \int_0^{\infty} (Y+bX_f)^{Ka-1} \text{EXP}(-Y-bX_f) dY$$

$$F(X) = 1 - \text{EXP}(-q-bX_f) \sum_{K=0}^{\infty} (q^K / K! \Gamma(Ka)) \int_0^{\infty} \text{EXP}(-Y) (Y+bX_f)^{Ka-1} dY$$

En donde (Ka) se evalúa mediante la aproximación de Abramowitz Stegun, como en II.3.2, y la integral por el método de Gauss-Laguerre, como en II.3.3.

De ésta forma el método para evaluar la función de riesgo es mediante un procedimiento de aproximaciones sucesivas, en donde se tienen dos errores de convergencia, uno para evaluar la integral y otro para la función de riesgo. Con error de convergencia = $(E(X_i) - E(X_{i-1})) / E(X_{i-1})$.

A fin de poder determinar el valor de cada error se hicieron varias pruebas, variando para cada caso el error de 0.001 a 0.000001.. Se encontró que el error de convergencia de la integral afecta significativamente la 5ta. y 6ta. cifra decimal, mientras que, el error de la función de riesgo la 3ra. y 4ta. cifra decimal. Así, por ejemplo:

Error función de riesgo	Error Integral	Valor Función de riesgo
.001	.001	0.403740
.001	.000001	0.403708
.0001	.001	0.403481
.0001	.0001	0.403447

Error función de riesgo	Error Integral	Valor Función de riesgo
.0001	.00001	0.403446
.00001	.00001	0.403444
.000001	.000001	0.403442

Por lo que, para los fines de éste trabajo se encontró suficiente un error, en ambos casos, de 0.0001 lo cual asegura una exactitud hasta la 5ta. cifra decimal sin redondear las cifras restantes.

En el Cuadro No. 22 se muestran los riesgos obtenidos para diferentes valores de X_f .

III. 2.- Determinación del Riesgo de los Cultivos.

Para poder hacer una selección congruente de los cultivos con mayores posibilidades de éxito, es necesario determinar el riesgo que cada uno representa en cuanto a no poder satisfacer sus requerimientos efectivos de agua mediante la precipitación pluvial de la región en cuestión.

La metodología para obtener el riesgo de cada cultivo consiste en evaluar primeramente el riesgo que se tiene en cada período del ciclo de crecimiento del cultivo, y después obtener el riesgo total mediante un promedio ponderado de los riesgos de esos períodos, en donde los pesos se determinan de acuerdo al requerimiento de agua del cultivo. De ésta forma, los períodos con mayores requerimientos de agua reciben un mayor peso en su riesgo - que los que requieren menos agua, sin que tales pesos desproporcionen la importancia que representa cada período en el ciclo vegetativo del cultivo. - Por otra parte, si el análisis se hiciera por período, se requeriría evaluar agrónomicamente el efecto de falta de agua de un período en particular y su efecto posterior y esto conduciría a evaluar otras variables que salen del interés de éste trabajo. Además, para fines de selección de cultivos -

es suficiente considerar sólo el riesgo global del cultivo, pues éste refleja en general el análisis por período.

Otro aspecto importante al considerar el riesgo de un cultivo es el determinar el intervalo de variabilidad del número de lluvias por período ya que éste condiciona la cantidad de lluvia resultante. El objeto de tal intervalo es el poder estimar cuando menos tres valores del valor esperado del número de lluvias, los cuales corresponderían al límite inferior, al valor obtenido y al límite superior de dicho intervalo. Además, estas tres alternativas permitirán obtener diferentes estrategias de selección de cultivos, interpretando a esos tres valores como el número de lluvias en caso de un temporal malo, medio y bueno, respectivamente. En el Cuadro No. 14 se muestran por región y período el número de lluvias correspondiente a los tres estados señalados anteriormente; el método utilizado para obtener el intervalo de variabilidad es el que se describe en II.2 y los datos utilizados son los del Cuadro No. 10. El nivel de confianza utilizado fué del 95 % .

Antes de proceder a calcular el riesgo de cada cultivo se necesita determinar el requerimiento efectivo de agua, de acuerdo al número esperado de lluvias. En I. 3. 3 , se explicó el método Fernández G. para determinar la precipitación efectiva en base a la eficiencia de la cantidad de lluvia, pero en éste caso lo que se conoce es el requerimiento y no la cantidad de lluvia. Sin embargo, es posible calcular el requerimiento efectivo aplicando el método de Fernández G. en forma inversa, es decir, por ejemplo, si se tienen 4 lluvias y un requerimiento de 120 mm., entonces se necesitan por lluvia 30 mm. efectivos y el objeto será determinar que cantidad de lluvia deja 30 mm. de agua efectiva. La solución de éste problema se encuentra aplicando los factores de Fernández G. en forma inversa :

CUADRO No. 14

NUMERO DE LLUVIAS POR REGION, PERIODO Y ESTADO
DE TEMPORAL

REGION	TEMP.	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
I	M	0	0	0	1	4	7	4	2	4	1	0	0	23
	N	0	0	1	3	6	9	6	4	7	3	0	0	39
	B	1	1	2	5	8	12	8	6	9	5	1	0	58
II	M	3	2	3	6	9	16	16	13	15	10	6	4	103
	N	5	3	5	8	12	19	19	16	18	13	9	7	134
	B	7	5	7	9	11	14	22	22	19	22	16	9	165
III	M	2	2	2	3	4	12	14	13	12	10	6	3	83
	N	4	4	3	4	6	16	18	17	16	13	8	5	114
	B	6	5	5	6	9	19	22	21	20	17	10	7	147

$25/.9 + 5/.85 = 33.65 \text{ mm.}$, lo cual en 4 lluvias equivale a 134.6 mm.

En los cuadros Nos. 15, 16 y 17 se muestran los requerimientos efectivos para cada región y cultivo, así como para las tres alternativas de temporal señaladas -- anteriormente; en la columna de TEMP. se indican los tres estados de temporal con M, N y B que significan Malo, -- Normal y Bueno respectivamente.

En estos mismos cuadros, se pueden apreciar que en algunos casos coinciden en sus requerimientos efectivos los diferentes estados de temporal, para un mismo -- cultivo. Esto se debe a la acción combinada de dos factores; por una parte se tiene que el número de lluvias -- es de tal magnitud que al dividir el requerimiento de -- agua en éste número resulta una lluvia menor o igual a -- 25 mm., por lo que la cantidad efectiva requerida es la -- menor posible y por otra al aumentar el número de llu -- vias de un estado a otro, la cantidad requerida por llu -- via es aún menor por lo que el factor sigue siendo el -- mismo, dando la misma cantidad efectiva requerida en am -- bos casos. Sin embargo, el hecho que coinciden dos o -- más estados en sus requerimientos efectivos no significa que en estos casos se tenga el mismo riesgo, pues el nú -- mero de lluvias es diferente en cada caso y esté si se --

CUADRO No. 15

REQUERIMIENTO EFECTIVO DE AGUA EN CMS. POR
CULTIVO Y TEMPORAL
REGION I

CULTIVO	TEMP.	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	M	2.7	5.6	11.9	19.1	16.4	16.8	18.5	20.5	16.9	15.9	20.1	10.2	174.6
	N	2.7	5.6	11.9	13.0	16.1	16.8	18.2	18.5	16.6	15.9	20.1	10.2	165.6
	B	2.7	5.6	10.1	12.8	16.1	16.8	18.1	18.1	16.6	15.5	20.1	10.2	162.7
AVENA Y CEVADA	M				7.9	16.5	18.3	17.1						59.8
	N-B				7.3	16.2	18.3	16.8						58.6
CAÑA DE AZUCAR	M			6.7	22.4	19.9	19.3	17.6						85.9
	N			6.7	14.2	19.6	19.3	17.2						77.0
	B			6.4	13.9	19.4	19.3	17.2						76.2
CAFE	M	2.4	5.2	10.9	17.1	15.3	15.8	17.3	18.5	15.8	28.4	17.7	9.6	174.0
	N	2.4	5.2	10.9	12.3	15.1	15.8	17.0	17.3	15.6	15.0	17.7	9.6	153.9
	B	2.4	5.2	9.6	12.1	15.1	15.8	17.0	16.9	15.6	14.6	17.7	9.6	151.6
CHILE	M				5.2	11.5	12.9	11.8						41.4
	N-B				5.1	11.4	12.9	11.8						41.2
	M						6.2	13.1	16.1	12.5				47.9
COL Y LECHUGA	N						6.2	13.0	15.3	12.4				46.9
	B						6.2	13.0	15.0	12.4				46.6
	M				6.3	13.5	15.1	13.9						48.8
FRIJOL	N-B				6.0	13.3	15.1	13.8						48.2
	M						6.2	13.1	16.1	12.5				47.9
	N						6.2	13.0	15.3	12.4				46.9
HABA	B						6.2	13.0	15.0	12.4				46.6
	M			6.3	20.1	18.9	18.2	16.5						80.0
	N			6.3	13.4	18.6	18.2	16.2						72.7
MAIZ	B			6.0	13.1	18.4	16.2							71.9
	M	4.7	11.5	29.4	12.1									67.7
	N	4.7	11.5	29.4	14.1									59.7
PAPA	B	4.7	11.5	15.7	13.8									45.7
	M				6.3	13.5	15.1	13.9						48.8
	N-B				6.0	13.3	15.1	13.8						48.2
TRIGO	M						7.6	16.1	20.9	15.3				59.9
	N						7.6	15.8	18.7	15.1				57.2
	B						7.6	15.8	18.3	15.1				56.8
ZANAHORIA	M						6.3	12.5	12.2					31.0
	N						6.3	12.4	11.9					30.6
	B						6.3	12.4	11.8					30.5

*DADO EL NUMERO DE LLUVIAS, EN ALGUNOS CULTIVOS COINCIDEN LOS REQUERIMIENTOS DE AGUA PARA ALGUNOS ESTADOS DE TEMPORAL.

CUADRO No. 16
 REQUERIMIENTO EFECTIVO DE AGUA EN CMS. POR CULTIVO
 Y TEMPORAL
 REGION II

CULTIVO	TEMP.	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	M-N-B	2.6	4.9	8.7	11.2	14.2	14.6	15.7	15.7	14.2	13.3	11.2	9.9	136.2
AVENA Y CEBADA	M-N-B				6.0	13.3	14.9	13.6						47.8
CAÑA DE AZUCAR	M-N-B			5.2	11.4	16.1	15.8	14.0						62.5
CAFE	M-N-B	2.3	4.6	8.2	10.6	13.3	13.7	14.8	14.7	13.4	12.6	10.6	9.2	128.0
CHILE	M-N-B				4.4	10.0	11.2	10.2						35.8
COL Y LECHUGA	M-N-B						5.3	11.2	13.0	10.7				40.2
FRIJOL	M-N-B				4.9	10.9	12.1	11.1						39.0
HABA	M-N-B						5.0	10.4	12.1	9.9				37.4
MAIZ	M-N-B			5.0	10.8	15.2	14.9	13.2						59.1
PAPA	M	4.1	8.3	12.5	11.3									36.2
	N-B	4.1	8.1	12.2	11.3									35.7
TOMATE	M-N-B				5.2	11.7	13.0	11.9						41.8
TRIGO	M-N-B						6.1	12.8	14.9	12.2				46.0
ZANAHORIA	M-N-B						5.6	10.8	10.2					26.6

*DADO EL NUMERO DE LLUVIA, COINCIDEN GENERALMENTE EN SU REQUERIMIENTO EFECTIVO LOS TRES ESTADOS DE TEMPORAL DEFINIDOS.

CUADRO No. 17

REQUERIMIENTO EFECTIVO DE AGUA EN CMS. POR
CULTIVO Y TEMPORAL
REGION III

CULTIVO	TEMP	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	M	2.7	4.9	8.8	11.3	14.4	14.4	15.6	15.4	14.3	13.4	11.6	10.5	137.3
	N-B	2.7	4.9	8.7	11.1	14.2	14.4	15.6	15.4	14.3	13.4	11.6	10.3	136.6
AVENA Y CEBADA	M				5.9	13.5	14.7	13.4						47.5
	N-B				5.9	13.3	14.7	13.4						47.3
CAÑA DE AZUCAR	M			4.9	10.8	15.3	14.7	13.0						58.7
	N-B			4.9	10.7	15.1	14.7	13.0						58.4
CAFE	M	2.6	4.7	8.3	10.6	13.5	13.6	14.7	14.4	13.4	12.6	10.9	9.9	129.2
	N-B	2.6	4.7	8.1	10.4	13.3	13.6	14.7	14.4	13.4	12.6	10.9	9.8	128.5
CHILE	M-N-B				4.8	10.7	11.8	10.8						38.1
COL Y LECHUGA	M-N-B						5.7	11.8	13.6	11.4				42.5
FRIJOL	M-N-B				4.8	10.7	11.8	10.8						38.1
HABA	M-N-B						4.9	10.1	11.7	9.8				36.5
MAIZ	M			4.9	10.8	15.3	14.7	13.0						58.7
	N-B			4.9	10.7	15.1	14.7	13.0						58.4
PAPA	M	4.2	8.3	12.4	11.3									36.2
	N	4.2	8.1	12.0	11.1									35.4
TOMATE	B	4.2	8.1	11.9	11.1									35.3
	M				5.6	12.5	13.8	12.6						44.5
TRIGO	N-B				5.6	12.4	13.8	12.6						44.4
	M-N-B						6.1	12.7	14.6	12.2				45.6
ZANAHORIA	M-N-B						5.9	11.3	10.7					27.9

*DADO EL NUMERO DE LLUVIAS EN CIERTOS PERIODOS COINCIDEN LOS
REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE ALGUNOS O TOTOS LOS ESTADOS DE
TEMPORAL DEFINIDOS.

toma en cuenta al evaluar la función de riesgo.

Una vez conocidos los requerimientos efectivos de agua y el número de lluvias por región, cultivo y estado de temporal y período se está en condiciones de evaluar el riesgo que representa cada cultivo, como se señala anteriormente .

Como se establecio en III.1.2 la función que da el riesgo para un cultivo y periodo determinado es:

$$F(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \text{EXP}(-q) \left(\frac{q^k}{k!} \right) \int_0^{X_f} \left(\frac{b^k a}{\Gamma(Ka)} \right) X^{Ka-1} \text{EXP}(-bX) dX$$

en donde, a y b : dependen de la región en cuestión, y son los parámetros de forma y escala de la función gamma-incompleta.

$\Gamma (Ka)$: depende de la región y del número de lluvias (K) que se está evaluando, γ es la función-matemática gama.

X_f : depende del cultivo, período y estado temporal; es el requerimiento efectivo de agua.

q depende de la región y el período y - estado temporal; es el número de lluvias esperadas.

En los cuadros del No. 18 al 26 se muestran,

respectivamente por región y estado del temporal, los riesgos que los cultivos representan, de no obtener cuando menos sus requerimientos efectivos, por período y en forma global.

III 2.1 Análisis Preliminar de los Resultados : conforme puede apreciarse en los cuadros citados anteriormente los riesgos varían significativamente por región, cultivo, período y estado de temporal.

Como era de esperarse los riesgos mayores se localizan en la región I, mientras que los más pequeños en la región III. Analizando los riesgos con los datos de los cuadros Nos. 13 (media de la función cantidad de lluvias) y 15(requerimientos efectivos de agua) se encuentra, para los casos de temporal normal, que en la región I generalmente el requerimiento dobla o triplica a la cantidad de lluvia esperada media ya sea por período o global, trayendo esto como consecuencia riesgos mayores al 0.9000

Así por ejemplo para el frijol se tiene un riesgo en junio del 0.9683, el cual corresponde a un requerimiento de 15.1 cm. y una cantidad de lluvia esperada de 7.6 cms.; mientras que para la col y lechuga en el mismo período se tiene un riesgo de 0.3808 pero el requerimiento sólo es de 5.3 cms. En la región II, los riesgos bajan considerablemente en la mayor parte de los casos. Así

CUADRO No. 18
RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL MALO
REGION I

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9970	0.9999	0.9999	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9996
AVENA Y CEBADA				0.9992	0.9998	0.9987	0.9999						0.9993
CAÑA DE AZUCAR			0.9999	0.9999	0.9999	0.9993	0.9999						0.9998
CAFE	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9996	0.9946	0.9999	0.9999	0.9997	0.9999	0.9999	0.9999	0.9993
CHILE				0.9910	0.9951	0.9750	0.9960						0.9873
COL Y LECHUGA						0.6016	0.9983	0.9999	0.9975				0.9419
FRIJOL				0.9967	0.9987	0.9921	0.9990						0.9961
HABA						0.6016	0.9983	0.9989	0.9975				0.9419
MAIZ			0.9999	0.9999	0.9999	0.9986	0.9998						0.9996
PAPA	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999									0.9999
TOMATE				0.9967	0.9987	0.9921	0.9990						0.9961
TRIGO						0.7481	0.9998	0.9999	0.9996				0.9638
ZANAHORIA						0.6134	0.9975	0.9998					0.9216

CUADRO No. 19

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL NORMAL
REGION I

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.9999	0.9999	0.9999	0.9995	0.9982	0.9856	0.9994	0.9999	0.9976	0.9999	0.9999	0.9999	0.9980
AVENA Y CEBADA				0.9723	0.9983	0.9931	0.9986						0.9932
CAÑA DE AZUCAR			0.9977	0.9998	0.9998	0.9959	0.9989						0.9989
CAFE	0.9999	0.9999	0.9999	0.9992	0.9968	0.9770	0.9988	0.9999	0.9956	0.9999	0.9999	0.9999	0.9966
CHILE				0.8920	0.9738	0.9193	0.9757						0.9436
COL Y LECHUGA						0.3808	0.9873	0.9997	0.9751				0.9007
FRIJOL				0.9369	0.9908	0.9683	0.9919						0.9759
HABA						0.3808	0.9873	0.9997	0.9751				0.9007
MAIZ			0.9967	0.9996	0.9996	0.9928	0.9980						0.9973
PAPA	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998									0.9999
TOMATE				0.9369	0.9908	0.9683	0.9919						0.9759
TRIGO						0.5430	0.9975	0.9999	0.9942				0.9323
ZANAHORIA						0.3926	0.9824	0.9973					0.8704

CUADRO No. 20

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL BUENO
REGION I

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.9219	0.9937	0.9990	0.9943	0.9906	0.9414	0.9967	0.9994	0.9860	0.9990	0.9999	0.9999	0.9890
AVENA Y CEBADA				0.8808	0.9910	0.9695	0.9935						0.9690
CANA DE AZUCAR			0.9831	0.9971	0.9984	0.9785	0.9947						0.9910
CAFE	0.8998	0.9910	0.9986	0.9913	0.9843	0.9153	0.9941	0.9988	0.9774	0.9981	0.9999	0.9999	0.9836
CHILE				0.6907	0.9134	0.7821	0.9269						0.8397
COL Y LECHUGA						0.1775	0.9570	0.9963	0.9097				0.8434
FRIJOL				0.7855	0.9626	0.8918	0.9704						0.9158
HABA						0.1775	0.9570	0.9963	0.9097				0.8434
MAIZ			0.9772	0.9953	0.9972	0.9662	0.9910						0.9839
PAPA	0.9860	0.9999	0.9999	0.9969									0.9979
TOMATE				0.7853	0.9626	0.8918	0.9704						0.9158
TRIGO						0.3038	0.9890	0.9995	0.9716				0.8891
ZANAHORIA						0.1856	0.9437	0.9773					0.8055

CUADRO No. 21

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL MALO
REGION II

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.6668	0.9698	0.9955	0.9871	0.9836	0.9836	0.8460	0.9436	0.8103	0.9554	0.9871	0.9946	0.9141
AVENA Y CEBADA				0.7722	0.9734	0.8021	0.7131						0.8214
CAÑA DE AZUCAR			0.9353	0.9887	0.9944	0.8510	0.9429						0.8898
CAFE	0.6091	0.9613	0.9933	0.9812	0.9734	0.7208	0.7961	0.9151	0.7579	0.9379	0.9812	0.9909	0.8920
CHILE				0.5665	0.8704	0.4981	0.3979						0.5747
COL Y LECHUGA						0.0414	0.4981	0.8395	0.5208				0.5369
FRIJOL				0.6598	0.9130	0.5849	0.4882						0.6589
HABA						0.0326	0.4180	0.7827	0.4385				0.4730
MAIZ			0.9257	0.9834	0.9906	0.8021	0.6814						0.8596
PAPA	0.8642	0.9985	0.9998	0.9879									0.9805
TOMATE				0.6800	0.9403	0.6649	0.5661						0.7175
TRIGO						0.0724	0.6478	0.9216	0.6630				0.6482
ZANAHORIA						0.0517	0.4582	0.6210					0.4420

CUADRO No. 22

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL NORMAL
REGION II

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.3902	0.8930	0.9722	0.9459	0.9395	0.6061	0.6988	0.8625	0.6171	0.8557	0.9276	0.9496	0.8115
AVENA Y CEBADA				0.5481	0.9112	0.6309	0.5256						0.6691
CAÑA DE AZUCAR			0.7914	0.9511	0.9748	0.7004	0.5611						0.7835
CAFE	0.3322	0.8908	0.9618	0.9272	0.9112	0.5280	0.6290	0.8101	0.5472	0.8158	0.9045	0.9270	0.7753
CHILE				0.3233	0.7065	0.3016	0.2245						0.3863
COL Y LECHUGA						0.0123	0.3094	0.6907	0.2984				0.3722
FRIJOL				0.3944	0.7807	0.3819	0.2987						0.4739
HABA						0.0092	0.2403	0.6128	0.2309				0.3110
MAIZ			0.7699	0.9340	0.9614	0.6309	0.4893						0.7402
PAPA	0.6526	0.9888	0.9975	0.9485									0.9409
TOMATE				0.4373	0.8345	0.4645	0.3699						0.5393
TRIGO						0.0243	0.4526	0.8216	0.4363				0.4922
ZANAHORIA						0.0161	0.2731	0.4261					0.2824

CUADRO No.23

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL BUENO
REGION II

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.1814	0.7482	0.9011	0.8359	0.8571	0.4185	0.5118	0.6931	0.3845	0.6895	0.8359	0.8643	0.6635
AVENA Y CEBADA				0.3056	0.8067	0.4440	0.3345						0.4966
CANA DE AZUCAR			0.5725	0.8479	0.9298	0.5201	0.3677						0.6434
CAFE	0.1434	0.7109	0.8740	0.7959	0.8067	0.3427	0.4355	0.6145	0.3182	0.6303	0.7959	0.8197	0.6171
CHILE				0.1383	0.5240	0.1599	0.1059						0.2347
COL Y LECHUGA						0.0033	0.1599	0.4645	0.1313				0.2164
FRIJOL				0.1848	0.6146	0.2190	0.1539						0.3086
HABA						0.0023	0.1156	0.3819	0.0922				0.1688
MAIZ			0.5438	0.8099	0.9005	0.4440	0.3021						0.5920
PAPA	0.4064	0.9564	0.9857	0.8420									0.8669
TOMATE				0.2156	0.6876	0.2863	0.2051						0.3676
TRIGO						0.0072	0.2707	0.6309	0.2261				0.3232
ZANAHORIA						0.0045	0.1368	0.2196					0.1434

CUADRO No. 24

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL MALO
REGION II

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.6363	0.8515	0.9761	0.9775	0.9846	0.5168	0.4365	0.5014	0.5102	0.6204	0.8448	0.9680	0.7043
AVENA Y CEBADA				0.7985	0.9777	0.5367	0.2990						0.6322
CAÑA DE AZUCAR			0.8515	0.9720	0.9895	0.5367	0.2752						0.6833
CAFE	0.6224	0.8381	0.9694	0.9694	0.9777	0.4627	0.3794	0.4360	0.4490	0.5659	0.8113	0.9586	0.6666
CHILE				0.7056	0.9330	0.3393	0.1582						0.5095
COL Y LECHUGA						0.0412	0.2080	0.3832	0.3125				0.2641
FRIJOL				0.7056	0.9330	0.3393	0.1582						0.5095
HABA						0.0253	0.1273	0.2623	0.2118				0.1754
MAIZ			0.8515	0.9720	0.9895	0.5367	0.2752						0.6833
PAPA	0.9999	0.9694	0.9962	0.9775									0.9622
TOMATE				0.7759	0.9666	0.4764	0.2520						0.5951
TRIGO						0.0512	0.2577	0.4491	0.3665				0.3140
ZANAHORIA						0.0460	0.1823	0.2045					0.1639

CUADRO No. 25

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL NORMAL
REGION III

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.2983	0.6125	0.9135	0.9289	0.9126	0.2619	0.1897	0.2350	0.2337	0.3478	0.6793	0.8591	0.5092
AVENA Y CEBADA				0.6305	0.8856	0.2784	0.1063						0.4530
CAÑA DE AZUCAR			0.6713	0.9179	0.9340	0.2784	0.0940						0.5355
CAFE	0.2855	0.5906	0.8912	0.9087	0.8856	0.2196	0.1524	0.1875	0.1895	0.2974	0.6306	0.8357	0.4728
CHILE				0.5146	0.7665	0.1369	0.0426						0.3938
COL Y LECHUGA						0.0078	0.0627	0.1531	0.1073				0.0934
FRIJOL				0.5146	0.7665	0.1369	0.0426						0.3438
HABA						0.0042	0.0315	0.0866	0.0602				0.0516
MAIZ			0.6713	0.9179	0.9340	0.2784	0.0940						0.5355
PAPA	0.4879	0.8589	0.9778	0.9289									0.8807
TOMATE				0.6007	0.8518	0.2299	0.0827						0.4185
TRIGO						0.0103	0.0854	0.1966	0.1391				0.1212
ZANAHORIA						0.0090	0.0520	0.0604					0.0467

CUADRO No. 26

RIESGOS PARA LOS REQUERIMIENTOS EFECTIVOS DE AGUA
ESTADO DE TEMPORAL BUENO
REGION III

CULTIVO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL
ALFALFA	0.1169	0.4313	0.7730	0.8214	0.7509	0.1070	0.0642	0.0810	0.0775	0.1412	0.4934	0.6849	0.3510
AVENA Y CEBADA				0.4146	0.6996	0.1165	0.2945						0.3808
CANA DE AZUCAR			0.4313	0.8007	0.7958	0.1165	0.0251						0.4038
CAFE	0.1096	0.4091	0.7319	0.7840	0.6996	0.0840	0.0477	0.0590	0.0576	0.1120	0.4409	0.6587	0.3205
CHILE				0.3039	0.5188	0.0440	0.0091						0.2070
COL Y LECHUGA						0.0013	0.0149	0.0447	0.0264				0.0247
FRIJOL				0.3039	0.5188	0.0440	0.0091						0.2070
HABA						0.0006	0.0062	0.0208	0.0123				0.0113
MAIZ			0.4313	0.8007	0.7958	0.1165	0.0251						0.4030
PAPA	0.2453	0.7319	0.9162	0.8214									0.7691
TOMATE				0.3844	0.6421	0.0894	0.0213						0.2700
TRIGO						0.0018	0.0222	0.0630	0.0368				0.0351
ZANAHORIA						0.0015	0.0117	0.0130					0.0102

por ejemplo para el maíz se tiene un riesgo de 0.6309 en junio, el cual resulta de un requerimiento de 14.9 cms.- y una cantidad de lluvias esperada de 13.7 cms.; en ese mismo período el frijol presenta un riesgo de 0.3829 el cual corresponde a un requerimiento de 12.1 cms. menor a la cantidad esperada de lluvia. Otro aspecto importante que se debe tomar en cuenta es que los riesgos no cambian proporcionalmente de región a región y esto se debe por ejemplo a que la cantidad de lluvia esperada en junio y julio en la región I son diferentes, mientras que en la región II son iguales, reflejándose esto en los riesgos respectivos.

En la región III los riesgos obtenidos se reducen muy significativamente respecto a la región I y II -

Así, por ejemplo tomando nuevamente junio se tiene para el maíz con riesgo de 0.5367 correspondiente a un requerimiento de 14.7 cms y una cantidad de lluvia esperada de 19.1 cms, mientras que para la col se tiene un riesgo de 0.0412 correspondiente a un requerimiento de 5.7 cms.

Es importante observar que el número de lluvias afecta no tan sólo la cantidad de lluvia esperada sino también al requerimiento de agua. Así, por ejemplo

se puede observar que los requerimientos de la región II generalmente son menores o iguales a los de la región -- III, y esto se debe a que se presentan más lluvias en la región II que en la III, aunque de menor cuantía que en ésta última como se puede apreciar en los cuadros Nos. - 10 y 13.

Aunque si bién, el análisis por período ofrece muchas ventajas tiene el inconveniente de volverse complejo y difícil por el número de variables que habría de considerarse así como en su interpretación agronómica y actuarial. De esta forma, se decidió manejar un riesgo global por cultivo que fuese representativo del análisis por período. Tales riesgos globales se presentan en la columna de total de cada cultivo y estado de temporal resumidos estos en el cuadro No. 27 a fin de facilitar su análisis.

Como puede observarse en el cuadro No. 27 los riesgos de los cultivos parecen condenar a estos en muchos casos, sobre todo los de la región I. Sin embargo, tal condena es sólo hipotética pues lo que se está midiendo es el riesgo de no obtener la cantidad de agua adecuada para un buen desarrollo del cultivo y esto es diferente, en magnitud, al riesgo de sequía el cual sí condena al cultivo.

CUADRO No. 27

RIESGOS GLOBALES DE LOS CULTIVOS
POR ESTADO DE TEMPORAL Y REGIONES

REGION	TEMP.	ALFALFA	AVENA Y CEBADA	CAÑA DE AZUCAR	CAFE	CHILE	COL Y LECHUGA	FRIJOL	HABA	MAIZ	PAPA	TOMATE	TRIGO	ZAMAHORIA
I	M	0.9996	0.9993	0.9998	0.9993	0.9873	0.9419	0.9961	0.9419	0.9996	0.9999	0.9961	0.9638	0.9216
	N	0.9980	0.9932	0.9984	0.9966	0.9436	0.9007	0.9759	0.9007	0.9973	0.9999	0.9759	0.9323	0.8704
	B	0.9890	0.9690	0.9910	0.9836	0.8397	0.8434	0.9158	0.8434	0.9839	0.9974	0.9158	0.8891	0.8055
II	M	0.9141	0.8214	0.8898	0.8920	0.5747	0.5369	0.6589	0.4730	0.8596	0.9805	0.7175	0.6482	0.4420
	N	0.8115	0.6691	0.7835	0.7753	0.3863	0.3722	0.4739	0.3110	0.7402	0.9409	0.5393	0.4922	0.2829
	B	0.6635	0.4966	0.6434	0.6171	0.2347	0.2164	0.3086	0.1688	0.5970	0.8669	0.3676	0.3232	0.1434
III	M	0.7043	0.6322	0.6833	0.6666	0.5095	0.2641	0.5095	0.1754	0.6833	0.9622	0.5951	0.3140	0.1639
	N	0.5092	0.4530	0.5355	0.4728	0.3438	0.0934	0.3438	0.0516	0.5355	0.8807	0.4185	0.1212	0.0467
	B	0.3510	0.3008	0.4038	0.3205	0.2070	0.0247	0.2070	0.0113	0.4038	0.7691	0.2700	0.0351	0.0102

Desafortunadamente los niveles de sequía no se pueden calcular, pues como se explicó en I.1 y I.2 tales niveles no tan sólo dependen del cultivo sino también de la estructura del suelo, el tipo de semilla, la pendiente del suelo y la resistencia en sí del cultivo cuando se presenta ésta. Sin embargo, los riesgos obtenidos -- dan suficiente información para seleccionar congruentemente los cultivos con mayores posibilidades de éxito y por otra parte, reflejan en forma directa el riesgo de sequía aunque en otra magnitud, ya que en forma muy general se podría considerar sequía si se obtiene un 40% menos del requerimiento señalado, lo cual se refleja en el riesgo como una reducción del 60 al 70% en los riesgos-- obtenidos, aproximadamente.

Sí bién, con estos riesgos ya es factible hacer una selección de los cultivos con mayores posibilidades de éxito, tal selección no sería fiable pues es necesario considerar otros factores conjuntamente, que afectan directamente a los cultivos.

III.3. SELECCION DE LOS CULTIVOS.POR REGIONES

Generalmente al considerar una selección de cultivos se pondrán de acuerdo a su aspecto económico-productivo, es decir, determinando la ganancia neta por unidad de producción. Tal vez, éste enfoque es el adecuado cuan

do se cuenta con los recursos naturales, físicos y económicos adecuados, aspecto que no es el caso en la mayoría de las zonas de temporal. De esta forma, se consideró conveniente analizar la selección de cultivos bajo un enfoque diferente, en donde las estrategias de producción sólo ponderen la vocación natural de la región y su efecto sobre el cultivo, pues en las zonas de temporal-- se deben adaptar los medios no-naturales al cultivo en-- lugar del cultivo a los medios como ocurre actualmente.

Así la selección de cultivos se decidirá por una parte en base al riesgo que cada cultivo represente y por otra al rendimiento esperado en cada uno de los tres estados de temporal definidos anteriormente. Un aspecto importante en este enfoque es que se parte de la suposición que los cultivos deben ser económicamente equivalente, es decir, los precios de garantía de los cultivos se deberán definir por regiones, de forma tal, que la ganancia esperada sea la misma para los rendimientos medios de los cultivos.

En el cuadro No. 28 se muestran los rendimientos, por cultivos, esperados en el caso de los tres estados de temporal definidos y el rendimiento medio. De esta forma, 42.1 ton de alfalfa equivalen en ganancia neta a 1.5 ton de maíz y así para los demás cultivos; en-

CUADRO No. 28

RENDIMIENTOS EQUIVALENTES PARA LOS
TRES ESTADOS DE TEMPORAL

	RENDIMIENTO EN TON/HA			MEDIO	RENDIMIENTOS EQUIVALENTES		
	T E M P O R A L				E Q U I V A L E N T E S		
	MALO	NORMAL	BUENO		MALO	NORMAL	BUENO
ALFALFA	26.7	43.3	53.1	63.2	0.42	0.68	0.84
AVENA GRANO	0.7	1.4	1.9	2.5	0.28	0.56	0.76
CAÑA TOTAL	39.0	67.8	86.0	92.4	0.42	0.73	0.93
CAFE CEREZO	2.0	3.1	5.1	6.0	0.33	0.52	0.85
CHILE VERDE	4.6	8.4	10.1	9.8	0.46	0.86	1.03
COL	6.0	18.6	23.0	20.6	0.29	0.90	1.12
FRIJOL	0.3	0.6	1.2	0.6	0.50	1.00	2.00
HABA	0.4	0.9	1.3	1.1	0.36	0.82	1.18
MAIZ	0.6	1.6	2.5	1.5	0.40	1.07	1.67
PAPA	6.6	12.1	15.7	14.0	0.47	0.86	1.12
JITOMATE ROJO	8.5	19.0	24.2	21.7	0.39	0.88	1.12
TRIGO	0.7	1.8	2.8	2.0	0.35	0.90	1.40
ZANAHORIA	10.1	24.5	29.5	29.8	0.33	0.82	0.99

las últimas tres columnas se muestran los rendimientos - equivalentes de los cultivos para los tres estados de - temporal.

Los rendimientos se obtuvieron mediante los datos de la SARH y la aplicación del estudio sobre los rendimientos de los cultivos elaborados por Fernández G. y San Román M.

Como la selección de cultivos se decidirá en base del riesgo y el rendimiento equivalente, que cada cultivo presente, entonces será posible aplicar los modelos de teoría de juegos y el modelo de Bayes para la elaboración de estrategias de selección.

III.3.1 LOS MODELOS DE TEORIA DE JUEGOS.

Los modelos de teoría de juegos para problemas agrícolas han resultado de una formulación especial de la teoría de juegos, formulación que de acuerdo a Pospielov hace referencia a los juegos sin antagonismo y que básicamente presenta al agricultor como un jugador, que se enfrenta a otro jugador, que no es conciente ni le interesa ganar el juego, jugador denominado naturaleza.

En el presente estudio, se aplicarán cuatro modelos de teoría de juegos , que se diferencian según los-

criterios supuestos que establecen el estado mental del que toma la decisión ante la naturaleza.

i) Criterio de Wald: considera la situación de un jugador que piensa que su oponente siempre tratará de perjudicarlo al máximo, por lo que adopta una posición muy conservadora, de pesimismo total.

ii) Criterio de Laplace : considera que la selección de las jugadas por parte de un jugador, se hace sobre la base de que las jugadas del adversario tienen igual probabilidad de ocurrir.

iii) Criterio de Hurwicz: considera que los jugadores asocian un índice de pesimismo u optimismo, de naturaleza subjetiva, a los máximos o mínimos pagos que pueden obtener.

iv) Criterio de Savage : considera que los jugadores actúan tratando de minimizar la utilidad perdida o sea aquella utilidad que pudieran haber logrado si hubiesen conocido el juego del adversario.

III.3.2 EL MODELO DE BAYES.

Según Pospelov, cuando se conoce por uno de

los jugadores, la distribución de las probabilidades con-- que el otro jugador elige una u otra acción o jugada surge el problema de encontrar la jugada o jugada que aseguren la conducta óptima del agricultor.

El problema de decisión así planteada, recibe el nombre de problema de Bayes o modelo probabilístico de -- Bayes.

III.3.3 APLICACION DE LOS MODELOS DE TEORIA DE - JUEGOS Y DE BAYES PARA LA SELECCION DE - CULTIVOS.

Para poder aplicar los modelos arriba citados, es necesario establecer las jugadas o estados de la naturaleza, las jugadas o acciones del agricultor y obtener la matriz de pagos. Además para la aplicación del modelo de Bayes será necesario conocer las posibilidades de los esta dos de la naturaleza.

Las jugadas o estados de la naturaleza correspon den a este caso a los tres estados de temporal definidos anteriormente; malo, normal y bueno, respectivamente.

Las jugadas o acciones del agricultor correspon den a los trece cultivos descritos en los cuadros anterio_

res.

La matriz de pagos se formará con los riesgos y rendimientos equivalentes, correspondientes a los estados de la naturaleza y las acciones del agricultor, en donde cada elemento será de la forma: $(1-R_{ij}) P_{ij}$, con $i=1,2,3$ y $j=1,\dots,13$.

A fin de mostrar la aplicación de todos estos métodos, se presenta el análisis para la región II.

Antes de poder aplicar cualquiera de los modelos anteriores, es necesario determinar la matriz de pagos. Esta se forma con la información de los cuadros Nos. 27 y 28, obteniéndose para la región . II los siguientes pagos, redondeados a dos cifras decimales por razones de confiabilidad de la información de los rendimientos.

Cultivo	Estado de Temporal			
	Malo	Normal	Bueno	Promedio
Alfalfa	0.03	0.12	0.27	0.14
Avena	0.04	0.18	0.38	0.20
Caña	0.04	0.15	0.32	0.17
Café	0.03	0.11	0.32	0.15
Chile	0.19	0.52	0.78	0.49
Col	0.13	0.55	0.87	0.51

Frijol	0.17	0.52	1.38	0.69
Haba	0.18	0.55	0.98	0.57
Mafz	0.05	0.26	0.66	0.32
Papa	0.00	0.04	0.14	0.06
Jitomate	0.10	0.40	0.70	0.40
Trigo	0.12	0.45	0.93	0.50
Zanahoria	0.18	0.58	0.84	0.53

Como varios de los cultivos dependen linealmente de otros, estos se pueden descartar debido a que en ningún caso ofrecerán mayores ventajas estratégicas para el agricultor. Asi, finalmente quedan los siguientes cultivos:

Chile	0.19	0.52	0.78	0.49
Frijol	0.17	0.52	1.38	0.69
Haba	0.18	0.55	0.98	0.57
Zanahoria	0.18	0.58	0.84	0.53

i) Estrategia de Wald: esté método consiste en escoger una estrategia que de el máximo de los mínimos, es decir, es el criterio denominado minimax. Como en este caso se tiene un punto de equilibrio, $V=0.19$, entonces la estrategia es pura y consiste en sembrar solo Chile.

ii) Criterio de Laplace: como en este caso se supone que los tres estados de temporal son equiprobables entonces se seleccionan los cultivos que sean iguales a

la máxima media de los tres estados. En este caso la máxima media es 0.69 y sólo el frijol tiene tal promedio; entonces la estrategia es pura y consiste en sembrar frijol.

iii) Criterio de Hurwicz: este método consiste en definir arbitrariamente el optimismo del agricultor por un número entre 0 y 1, una vez definido el índice de optimismo se procede a determinar la cantidad $h = (\text{índice}) (\text{bueno}) + (1 - \text{índice}) (\text{malo})$, en donde bueno y malo se refiere a la cantidad en cuestión por el estado de temporal respectivo. Finalmente se eligen el o los cultivos que corresponden al máximo h .

Cultivo	Índice de Optimismo		
	0.50	0.25	0.04
Chile	0.48	0.33	0.21
Frijol	0.77	0.30	0.21
Haba	0.58	0.46	0.20
Zanahoria	0.51	0.37	0.20

Es claro que para índices de optimismo mayores a 0.04 la estrategia será sembrar frijol, mientras que para 0.04 la estrategia es mixta y consiste en sembrar 50% de Chile y 50% de Frijol. Si el nivel de optimismo es nulo, se tiene el caso del método de Wald.

iv) Criterio de Savage: en este caso se evalúa para cada decisión y estado de la naturaleza la pérdida - o falta de ganancia debido a la ignorancia sobre el estado de la naturaleza. Obteniéndose así un nuevo juego el cual se resuelve según el criterio minfmax .

El método consiste en determinar una nueva matriz de pagos, en donde cada elemento por columna se le resta - el valor máximo de esta y después se procede con el criterio minimax para obtener la estrategia. En este caso, se obtiene la siguiente matriz.

CULTIVO	MALO	NORMAL	BUENO.
Chile	0.00	-0.06	-0.60
Frijol	-0.02	-0.06	0.00
Haba	-0.01	-0.03	-0.40
Zanahoria	-0.01	-0.00	-0.54

Si a cada elemento se le suma 0.6 y después se multiplica por 100, entonces la estrategia se puede obtener de la solución del siguiente problema de Programación Lineal:

$$\text{MIN } Z = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

Sujeta a :

$$60 C_1 + 58C_2 + 59C_3 + 59C_4 \geq 1$$

$$54 C_1 + 54C_2 + 57C_3 + 60C_4 \geq 1$$

$60C_2 + 20C_3 + 6C_4 \geq 1$ con las -
condiciones de nonegatividad.

Resolviendo se encuentra que $Z=0.018$, $C_2=0.016$ y $C_4=0.002$. Como $V=1/7=55.55$, entonces la estrategia es mixta y consiste en sembrar frijol el 88% y Zanahoria el 12%.

v) Criterio de Bayes: este método consiste en multiplicar cada estado de temporal por su probabilidad respectiva y después obtener la esperanza matemática de cada cultivo para la estrategia de selección de cultivos.

A continuación se presentan las probabilidades de cada estado de temporal para cada una de las regiones, obtenidas de los datos observados.

Región	Estado de Temporal.		
	Malo	Normal	Bueno
I	0.15	0.55	0.30
II	0.23	0.61	0.15
III	0.25	0.63	0.12

Multiplicando las probabilidades de la región II- a sus elementos respectivos y obteniendo la esperanza matemática en cada cultivo, se tiene:

Cultivo	Malo	Normal	Bueno	Esperanza Matemática
Chile	0.04	0.31	0.11	0.15
Frijol	0.03	0.31	0.20	0.18
Haba	0.04	0.33	0.14	0.17
Zanahoria	0.04	0.35	0.12	0.17

Así, en este caso se tiene una estrategia pura, la cual consiste en sembrar frijol. Sin embargo, como las esperanzas de los últimos tres cultivos no son significativamente diferentes, se podría concluir que la estrategia sería en sembrar esos tres cultivos.

En los Cuadros Nos.29 30 y 31 se muestran las estrategias de selección de cultivos para cada una de las regiones, respectivamente.

III.4 ANALISIS E INTERPRETACION DE LAS ESTRATEGIAS OBTENIDAS.

Como puede observarse en los cuadros anteriormente citados, en esta zona sólo es posible cultivar 6 de los 13 - cultivos, propuestos para el análisis ; zanahoria, chile, - -

C U A D R O No. 29

SELECCION DE CULTIVOS POR VARIOS MODELOS DE DECISION
PARA LA REGION I.

Modelo de Decisión	Acción	Recomendada	Tipo de Acción	% a Sembrar
Wald	Zanahoria		Estrategia Pura	100
Laplace	Zanahoria	Chile Frijol	Estrategia Mixta	33. c/u
Hurwicz				
	0.50	Frijol	Estrategia Pura	100
	0.25	Chile Frijol	Estrategia Mixta	50 c/u
	0.04	Chile	Estrategia Pura	100
Savage	Zanahoria	Chile Frijol	Estrategia Mixta	50 10 40
Bayes	Zanahoria	Chile Frijol	Estrategia Mixta	33. c/u

C U A D R O No. 30.

SELECCION DE CULTIVOS POR VARIOS MODELOS DE DECISION.
PARA LA REGION II.

Modelo de Decisión	Accion	Recomendada	Tipo de Acción	% a Sembrar	
Wald	Chile		Estrategia Pura	100	
Laplace	Frijol		Estrategia Pura	100	
Hurwicz					
	0.50	Frijol	Estrategia Pura	100	
	0.25	Frijol	Estrategia Pura	100	
	0.04	Frijol	Chile	Estrategia Mixta	50 C/u
Savage	Frijol	Zanahoria	Estrategia Mixta	88 - 12	
Bayes	Frijol	Haba Zanahoria	Estrategia Mixta	33. C/u	

C U A D R O No. 31.

SELECCION DE CULTIVOS POR VARIOS MODELOS DE DECISION -
PARA LA REGION III.

Modelo de Decisión	Acción	Recomendada	Tipo de Acción	% a Sembrar
Wald	Col		Estrategia Pura	100
Laplace	Frijol		Estrategia Pura	100
Hurwicz				
0.50	Frijol		Estrategia Pura	100
0.25	Frijol		Estrategia Pura	100
0.04	Haba		Estrategia Pura	100
Savage	Frijol	Trigo	Estrategia Mixta	54-46
Bayes	Col Frijol	Haba Trigo	Estrategia Mixta	25 24-25-26

frijol, haba y trigo. Sin embargo, esto no significa que los otros cultivos no se deban sembrar, sino simplemente que los 6 cultivos seleccionados tienen mayores posibilidades de éxito respecto a las condiciones de temporal imperantes.

Como se muestra en el Cuadro No. 29, los cultivos - estratégicos para la región I son la zanahoria, chile, frijol. Conforme al criterio de Wald, la acción recomendada es sembrar sólo la zanahoria y ésto se debe a que la zanahoria presenta un menor riesgo en cuanto a que sólo tiene un ciclo relativo de 3 meses y se sitúa en los períodos de mayor precipitación relativa. Sin embargo, como su " ganancia " dada por su rendimiento equivalente no es en sí alta, entonces no es recomendable sembrar sólo este cultivo. Además, tal acción - de Wald sería recomendable si la probabilidad de un mal temporal en esta región fuera mayor a un temporal normal o bueno.

Por otra parte, si se toma el criterio de Hurwicz - con un índice de optimismo alto, se tiene como acción sembrar frijol. Sin embargo, dado lo limitativo del temporal de esta región no es recomendable considerar tal índice de optimismo, pero tampoco, extremos como el de Wald. Así, se ve como la mejor acción para ésta región la del criterio de Savage, el - cual recomienda sembrar zanahoria, chile y frijol en la proporción de 60,10 y 40% respectivamente.

Además, tal acción se conforma con la de Laplace y la de Bayes principalmente, aunque no sopesan las proporciones señaladas por Savage.

Para la región II se tienen nuevamente como cultivos estratégicos la zanahoria, chile y frijol, pero además - se incluye la haba aunque no de manera decisiva como se aprecia en el Cuadro No. 30

Como en éste caso el temporal en sí no es tan limitativo, se puede pensar como una gafa de la mejor acción la de Hurwicz con un nivel de optimismo conservativo, resultando así como cultivo estratégico el frijol. Sin embargo, tal acción no pondera el riesgo de un mal temporal en esta región.

Por lo que de acuerdo a Bayes y a Savage la acción recomendable es sembrar frijol, chile, haba y zanahoria en una proporción de 70% para el primero y 10% para cada uno de los restantes.

Es importante observar que aunque en las regiones I y II se tienen los mismos cultivos, a excepción del haba, la proporción de estas varía completamente, pues por ejemplo el frijol se incrementó en un 75%, respecto de la región II a la I, mientras que la zanahoria se decrementó en un 80%. Esto significa que al aumentar la precipitación efectiva se abre la posibilidad para cultivos más importantes desde el punto de vista alimentos básicos.

En la región III los cultivos estratégicos son col, frijol, haba y trigo desapareciendo la zanahoria y el chile, como era de esperarse, dada la mayor precipitación de esta zona.

Un aspecto importante que se puede observar en esta región, es el de aunque se cuenta con un nivel medio alto de mm. de lluvia anual, no es suficiente para garantizar el éxito de cualquier cultivo, sino que en éste caso lo limitativo es la distribución de la lluvia durante el ciclo vegetativo de los cultivos. Así, los 4 cultivos seleccionados para ésta región son los que mejores posibilidades tienen, de los 13 analizados, para cubrir sus requerimientos de agua de acuerdo a la distribución de la precipitación pluvial, de ésta región.

Conforme puede apreciarse en el Cuadro No. 31 la col es el cultivo recomendable por el Criterio de Wald y frijol es el recomendable por el Criterio de Hurwicz con un índice de optimismo alto. Sin embargo, dada las características pluviales de ésta región, no es recomendable adoptar ninguno de los dos casos extremos, sino adoptar la estrategia que considere más cultivos como la de Bayes y ponderar la proporción de cada uno de estos de acuerdo a los demás criterios.

Así, se tiene que la mejor acción para esta región es cultivar col, frijol, haba y trigo, en una proporción de 15,40,10 y 35%, respectivamente; ya que el frijol, y el trigo representan en sí su mayor peso dadas sus características de cultivos alimenticios-básicos.

Por último, queda sólo por establecer que la teoría del riesgo aunada con los criterios agrícolas permiten determinar amplia y confiablemente la mejor selección de cultivos,

respecto a la vocación natural de la zona, sin que esto signi-
fique que sea la panacea para la solución de todos los proble-
mas, sino tan sólo una orientación para una toma racional de
decisiones, la cual se debe ratificar y acompletar con la ex-
periencia de campo.

C O N C L U S I O N E S

" Es necesario encontrar alternativas de solución que hagan posible, en el corto y largo plazo, mantener la independencia económica y la estabilidad del país a través de la generación de empleos, de la autosuficiencia alimentaria y el desarrollo armónico de nuestro país mediante la aplicación de la ciencia y la técnica con sentido social . "

Ramón Fernández González.

C O N C L U S I O N E S

1.- La urgente necesidad de incrementar la productividad agrícola hace indispensable la aplicación de técnicas, que aporten información suficiente y veraz, para la obtención de estrategias de selección de cultivos, las cuales ayuden a la planeación de éste sector mediante la toma de decisiones más racional.

La aplicación del modelo de Teoría del Riesgo enfocado para discriminar los cultivos con mayores posibilidades de éxito da buenos resultados, pues no tan sólo considera lo limitativo del temporal, sino también, la distribución de la precipitación pluvial; éste último factor es importante en regiones de temporal con altas precipitaciones medias anuales, en donde se podría inferir que cualquier cultivo puede tener éxito, aspecto que no siempre se confirma como se vio en la región III.

Otro aspecto importante de la aplicación de la ecuación básica de teoría del riesgo es su flexibilidad y sensibilidad para obtener otros riesgos diferentes al considerado - aquí, riesgo de obtener una cantidad menor de agua a la necesaria para un desarrollo normal de l cultivo. Así, se abre la posibilidad de medir diferentes riesgos de acuerdo a diferentes enfoques o usos, permitiendo el desarrollo de otras actividades como podría ser el del seguro agrícola, crédito, re

comendaciones de fertilización, etc.; aspectos de difícil planeación por no tener una medida fiable de la incertidumbre de las regiones de temporal.

En sí, se considera que para que una planeación agrícola tenga efecto ésta debe de abarcar a todo el país, o cuando menos zonas suficientemente grandes, para de ésta forma considerar otros factores como el requerimiento de toneladas de cada cultivo, cultivos de exportación e importación, etc. los cuales mediante una técnica como la Programación Lineal u otra, permitan seleccionar finalmente los cultivos más convenientes por regiones. Además, será necesario considerar siempre un enfoque de utilidad subjetivo para ponderar los rendimientos equivalentes, pues de lo contrario se cae en la falacia de sembrar cultivos económicamente óptimos pero de muy difícil realización. Por lo tanto, la hipótesis directriz es la de que los medios no-naturales se deben de adaptar al cultivo natural de la región y no al contrario, como generalmente se analiza.

2.- Como la selección resultante de cultivos depende de tres factores primordialmente, es necesario cuantificar cada uno de estos cuidadosamente.

El primer factor a considerar es el nivel de requerimiento de agua dado por el uso consuntivo del cultivo. Este factor afecta muy sensiblemente las posibilidades del cultivo, ya que influye en forma decisiva en el cálculo del riesgo, es el límite superior de integración; por lo que se de

be cuantificar de acuerdo al tipo del cultivo, semilla, y - otros factores que influyan directamente en dicho requerimiento. En sí, de alguna forma, éste nivel refleja tanto las posibilidades de éxito como de sequía del cultivo.

La fijación del rendimiento equivalente, constituye el segundo factor, éste depende del rendimiento medio esperado de la zona y de una ponderación subjetiva de la utilidad social-alimenticia del cultivo en cuestión. En éste caso, el aspecto medular se encuentra en el valor subjetivo de utilidad del cultivo, pues depende tanto de las necesidades alimenticias y productivas del país como de la región en donde se aplique.

El tercer factor, es el modelo de decisión adoptado, pues dependiendo de éste se pueden obtener estrategias - diferentes de selección de cultivos. Conforme se puede constatar en los análisis anteriores es conveniente obtener las acciones recomendadas por Wald y Hurwicz con un nivel alto - de optimismo, para después inferir la mejor acción en base - al criterio de Savage, Bayes, y esa información. La ventaja del criterio de Savage es que generalmente da las proporciones aproximadas con las que se debe sembrar cada cultivo, - mientras que Bayes otorga los cultivos más recomendables aun que con proporciones idénticas de cada uno. Así, se acompleta la información de Savage con la de Bayes, y por último se ponderan las proporciones de acuerdo a los cultivos optimistas y pesimistas, y de acuerdo a las probabilidades de temporal, todo esto ya de una manera subjetiva.

En general, se puede afirmar que los criterios adoptados en éste trabajo para cada uno de estos factores resultó apropiado, pues así lo confirman las estrategias obtenidas para cada región.

3.- El uso del modelo básico de teoría del riesgo, para describir el fenómeno cantidad de lluvia en un cierto período, resultó muy conveniente; pues permite descomponer a éste fenómeno en dos partes medulares, una el número de lluvias que se distribuye como una Poisson, y la otra el tamaño de cada una de estas que se distribuye como una gama.

La ventaja de considerar así a la cantidad de lluvia es que, entre otras cosas, permite evaluar tanto lo limitativo del temporal como su distribución, que en muchos casos es deficiente, y poco notoria. Además, mediante éste enfoque se está en posibilidades de determinar la mejor época de siembra, o bien, aplicarlo en zonas de riego para la optimización de la distribución del agua, o en el seguro agrícola con la aplicación de las matemáticas financieras constituiría el cálculo actuarial de éste seguro con la ventaja de tener un modelo más preciso que los simples valores esperados.

En sí, se puede afirmar que el modelo de teoría de riesgo abre nuevas posibilidades de análisis para muchos problemas que hoy en día no se les ha encontrado una solución satisfactoria, aunque sí bien, será necesario determinar en cada caso el tipo de distribución de cada proceso el cual podría ser más complejo que el utilizado. Sin embargo, el Proceso -

de Poisson Compuesto ofrece grandes posibilidades de aplicación y en éste trabajo se dan tanto los métodos para determinar los parámetros como para la evaluación del proceso.

4.- Los algoritmos computacionales y los métodos numéricos para evaluar los diferentes aspectos de éste trabajo resultaron en terminos generales eficientes, los Programas en Lenguaje Basic se muestran en el apéndice de éste trabajo.

Como puede apreciarse los programas no son muy largos, ya que los algoritmos se basan más bien en un número medio de iteraciones, pero de poco tiempo cada una.

Así, se espera tener un mayor aprovechamiento de éste trabajo por medio de estudios futuros, ampliando y refinando los resultados obtenidos.

5.- Una ventaja de considerar la estructura de la cantidad de lluvia como el producto del número de lluvias y el tamaño de cada una de estas, es que se puede determinar los tiempos de interocurrencia, es decir, los intervalos de tiempo entre dos lluvias consecutivas, o bien, el tiempo de espera para obtener la n-ésima lluvia. Si la distribución del número de lluvias es la Poisson, entonces la distribución del tiempo de interocurrencia es la exponencial negativa, y la del tiempo de espera la distribución gama.

Esto permite, entre otras cosas, determinar el número de días de sequía y su efecto en el cultivo, o bien, simular el proceso para obtener el rendimiento más probable, -

aspectos importantes para la planeación de éste sector, pues se pueden determinar las fechas óptimas de siembra y cosecha, asistencia técnica, etc.

6.- Por último no queda más que establecer que - las técnicas actuariales se pueden aplicar eficazmente en - otros campos diferentes a los de seguros, sin que esto signifique la pérdida de identidad de ésta profesión pues como puede observarse en éste trabajo tales técnicas no consisten de una mera aplicación de la estadística o alguna rama de la investigación de operaciones, sino de un enfoque actuarial - del problema, en donde se conjuga la incertidumbre con los - medios físicos para obtener una situación de equilibrio.

Así, se puede afirmar, sin temor a equivocarse, - que las técnicas actuariales de los seguros forman tan sólo una parte de ésta profesión, parte medular del enfoque actuarial, y no la actuaría forma parte de los seguros como generalmente se interpreta. Este aspecto es de suma importancia, pues refleja la situación actual de la carrera de Actuario, en donde el problema no es tanto la definición morfológica - de Actuario, sino las actividades que le dan identidad como una profesión definida.

B I B L I O G R A F I A

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- 1.- Abramowitz and Stegun (1968) . Handbook of Mathematical Functions. Dover Publications, Inc. New York.
- 2.- Ackoff L. R. (1979) . Rediseñando el futuro. Limusa.
- 3.- B. I. D., E. I. A. P. Y F. G. P. (1979) . Proyectos de Desarrollo Agrícola. Vol. 2 , Limusa .
- 4.- Barrera I. D. (1979) . Un modelo de planeación económica para el distrito de riesgo 86, Rfo Soto la Marina, Tamaulipas. Agrociencia No. 35 , C. P. Chapingo.
- 5.- Beard R. E., Pentikainen T. and Pesonen E. (1978). Risk Theory the stochastic basis of insurance. Chapman and Hall.
- 6.- Buhlmann H. (1970). Mathematical Methods in risk theory. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg.
- 7.- Canovas T. R. (1972) . Dinámica de una cartera de riesgos, en los ramos de daños y su relación con el reaseguro. Tesis de Actuario. U. N. A. M.
- 8.- Carrillo L. A. y Casas D. E. (1974) . Predicción de Lluvia y su aplicación en la agricultura. C. P. Chapingo .
- 9.- Churchman V. C. (1974) . El enfoque de Sistemas . Diana.
- 10.- Feller W. (1973). Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones. Vol. I . Limusa .
- 11.- Fernández G. R. (1957) Efectos de la humedad del suelo y la fertilización con nitrógeno sobre el rendimiento y la calidad del trigo. C. P. Chapingo.
- 12.- Fernández G. R. (1957) . Efectos de la sequía durante el espigamiento en maíz fertilizado con diferentes cantidades de nitrógeno. Folleto Técnico No. 30 . D. E. E., S.A.G.
- 13.- Fernández G. R. (1970) La investigación sobre riego de cultivos en México. Soc. Mex. de la Ciencia del Suelo.
- 14.- Fernández G. R. (1971) Evaluación práctica de Uso Consumtivo.
- 15.- Fernández G. R. (1974) La importancia de la aplicación de la técnica con sentido social. 7o. Congreso Nal. de la Ciencia del Suelo.
- 16.- Fernández G. R. (1978) Recomendaciones de fertilización - en base a la relación beneficio-costo. 8o. Congreso Nal. de

la Ciencia del Suelo.

- 17.- Fernández G. R. y San Román M. G. (1978) Funciones -- de distribución de rendimientos como referencia para re-
comendaciones de fertilización. 11o. Congreso Nal. de
la Ciencia del Suelo.
- 18.- Flor M., Turrent F., Winkelman D. (1973) Enfoques me-
todológicos para toma de decisiones en agricultura de -
temporal. Agrociencia No. 14 C.P. Chapingo.
- 19.- Freeman H, (1967) Finite differences for actuarial -
students. Institute of Actuaries.
- 20.- García de M. E. (1977) . Precipitación en la Repúbli-
ca Mexicana y evaluación de su probabilidad. Cetenal.
- 21.- Guillen F. J. (1964). Estrategia y Programación. Se-
cretaria de Hacienda y Crédito Público.
- 22.- Harris B (1966). Theory of probability. Addison-Wesley.
- 23.- Hadley G. (1975). Linear programming. Addison-Wesley.
- 24.- Henrici P. (1972) Elementos de análisis numérico. -
Trillas.
- 25.- Hernández S. R., Turrent F. A., y Méndez I. (1973). -
El modelo aproximativo y la matriz experimental, como -
factores que influyen sobre el sesgo, al aproximar super-
ficies de respuesta a dos factores. Agrociencia No. 14
C. P. Chapingo.
- 26.- Hogg V. R. and Craig F. A. (1970). Introduction to -
mathematical statistics. Collier Macmillan.
- 27.- Kaufmann A. (1976) , Métodos y modelos de la investiga-
ción de operaciones. Tomo 1 y 2 C. E. C. S. A,
- 28.- Kendall G. M. and Stuart A. (1968). The advanced theo-
ry of statistics. Vol. 1, 2 y 3 . Charles Griffin & Compa-
ny Limited, London.
- 29.- Kuo S. S. (1972). Computer applications of numerical -
methods. Adisson Wesley.

- 30.- León Z. (1976) . Bondad de ajuste de algunas funciones probabilísticas a la distribución de lluvia. Tesis Maestría. C. P. Chapingo.
- 31.- Martínez G. A. (1978). Hacia el incremento de la productividad. C. E. C. C.P. Chapingo.
- 32.- Méndez R. I. (1976). Modelos estadísticos lineales. Interpretación y aplicaciones. Fococovi/Conacyt .
- 33.- Montero G. T. (1977). La planificación del desarrollo agropecuario. Vol . 1 y 2 . Siglo XXI.
- 34.- Mood M. A., Garbill A. F., Boes C. D. (1974). Introduction to the theory of statistics. Mc. Graw Hill.
- 35.- Murillo E. G. (1970). El seguro agrícola integral y su aplicación en México. Tesis de Actuario. U. N. A. M.
- 36.- Peres S. B. R. (1978). Estimación de la periodicidad en la precipitación pluvial y un estudio de acumulación de lluvias a través del año. Tesis de Actuario. U. N. A. M.
- 37.- Pospelov., D. A. (1969). Teoría de juegos y autómatas. Siglo XXI.
- 38.- Ray W. D. and Anderson C. W. (1975) . Improved maximum likelihood estimators for the gamma distribution. Communications in statistics, 4(5), 437-448.
- 39.- Rojas M. B. A. (1980), Planeación y análisis de los experimentos de fertilizantes. Academia de Ingeniería.
- 40.- Romo G. J. (1971) . Relación entre la teoría del riesgo y la teoría de colas; un problema teórico. Tesis de Actuario. U. N. A. M.
- 41.- San Román M. G., y Fernández G. R. (1978). Cálculo del óptimo económico por medio de programación no-lineal, para recomendaciones de fertilización. Ilo. Congreso Nal. - de la Ciencia del Suelo.
- 42.- Turrent F. y Laird (1975). La matriz experimental plan Puebla, para ensayos sobre prácticas de producción de cultivos. C. P. Chapingo.
- 43.- Véntsel. S. E. (1977) .Elementos de la Teoría de juegos. Editorial Mir, Moscú.
- 44.- Wagner M. H. (1975). Principles of operations research. Prentice-Hall.
- 45.- Woodward W. A. and Gray H. C.(1975). Minimum variance - unbiased estimation in the gamma distribution. Communications in Statistics, 4(10), 907-922.

BIBLIOGRAFIA DE REFERENCIA

- 46.- Barger, G. L. (1948). The characterization and evaluation of drought hazard in Iowa. Unpublished Ph. D. Thesis. Iowa State University. Ames. Iowa.
- 47.- Barger, G. L. and Thom H. C. (1949) Evaluation of drought hazard Agr. Jour. 41: 519-527.
- 48.- Harter, H. C. and Moore, A. (1965) . Maximum Likelihood estimation of the parameters of Gamma and Weibull populations from complete and from censored samples. Technometrics. Vol. 7, No. 4, pp. 639-643.
- 49.- Izawa, T. (1965), Two or multidimensional Gamma - type distribution and its application to rainfall data; Papers on Meteorology and Geophysics. Vol, 45, No, 3 and 4, pp. 167-200 .
- 50.- Kale, B. K. (1962). On the solution of likelihood equations by iteration processes; The multiparametric case; Biometrika: Vol, 49, pp. 479-486.
- 51.- Masuyama, M. and Kuroiwa, Y. (1951); Table for the likelihood solutions of Gamma distribution and its medical applications. stat. Application Research. Vol, 1 No, 1, - pp. 18-23
- 52.- Thom, H. C. (1948) Unpublished note; Statistical Laboratory, Iowa State University; Ames; Iowa.
- 53.- Thom, H. C. (1958). A note on the Gamma distribution, Monthly Weather Review, 86: 117-122.

A P P E N D I C E

```

PROGRAMA USO CONSUNTIVO
1  Opcion BASE 1
2  COM C1#[18],C2#[18],C3#[18],
   C4#[18],C5#[18],F1,M1(48,14)
3  ON KEY# 1,"IDENTIFI" GOSUB 1
   7
4  ON KEY# 2,"INICIO" GOSUB 25
5  ON KEY# 3,"KG-DURA" GOSUB 42
6  ON KEY# 4,"PROCESO" GOSUB 49
7  ON KEY# 5,"PHELAN" GOSUB 89
8  ON KEY# 6,"GRAS-CRI" GOSUB 9
   0
9  ON KEY# 7,"HANSEN" GOSUB 91
10 ON KEY# 8,"GRAFICA" GOSUB 19
   2
11 CLEAR
12 KEY LABEL @ DISP "PROGRAMA D
   E USO CONSUNTIVO"
13 DISP "METODO DE BLANEY Y CRI
   DOLE MODIFICADO POR EL DR. R
   AMON FERNANDEZ G."
14 DISP "SECUENCIA CORTA: K2 K4
   Y EL COEFICIENTE QUE SE DES
   EE"
15 DISP "SELECCIONE OPCION"
16 GOTO 16
17 CLEAR @ DISP "CUAL ES EL CUL
   TIVO"
18 INPUT C1$
19 DISP "CUAL ES EL MES DE INIC
   IO"
20 INPUT C3$
21 DISP "CUAL ES EL ESTADO Y ZO
   NA"
22 INPUT C4$,C5$
23 DISP "SELECCIONAR LA SIGUIEN
   TE OPCION" @ KEY LABEL
24 RETURN
25 CLEAR @ DISP "CUAL ES LA LAT
   ITUD NORTE GG.MM"
26 INPUT L1
27 DISP "CALCULO POR: SEMANA, D
   ECENA, QUINCENA O MES"
28 INPUT C2$
29 DISP "NUMERO DEL MES DE INIC
   IO"
30 INPUT L2
31 IF C2##"SEMANA" THEN 33
32 F1=7 @ F2=4 @ GOTO 37
33 IF C2##"DECENA" THEN 35
34 F1=10 @ F2=3 @ GOTO 37
35 IF C2##"QUINCENA" THEN F1=30
   ELSE F1=15 @ F2=2
36 IF F1=30 THEN 39
37 DISP "EN QUE ;C2$;" DE ";C3
   $;" INICIA, CON NUMERO"
38 INPUT L3
39 IF F1=30 THEN F2=1
40 DISP "CONTINUAR CON EL SIGUI
   ENTE PROCESO" @ KEY LABEL
41 RETURN

```

```

42 CLEAR @ DISP "CUAL ES LA CLAVE DEL CULTIVO"
43 INPUT B1
44 ASSIGN# 1 TO "KG-DUR"
45 READ# 1,B1 , C6$,C7,C8
46 DISP C1$,C6$,C7,C8
47 DISP "SELECCIONAR LA SIGUIENTE OPCION" @ KEY LABEL
48 RETURN
49 CLEAR @ DISP "DURACION DEL CICLO EN DIAS Y EL KG"
50 INPUT D1,K1
51 P1=INT(D1/F1+.5)
52 DISP "SE TIENEN ":P1:" PERIODOS. ESTA DE ACUERDO SI 0 NO"
53 INPUT W4$
54 IF W4$="SI" THEN 56
55 GOTO 49
56 DISP "DESEA CAMBIAR LAS TEMPERATURAS"
57 INPUT G1$
58 IF G1$="NO" THEN 64
59 FOR I=1 TO P1
60 DISP "TEMP. PERIODO":I
61 INPUT M1(I,1)
62 M1(I,2)=(M1(I,1)+17.8)/21.8
63 NEXT I
64 ASSIGN# 2 TO "HRSLUZ"
65 READ# 2,IP(L1-14) ; M2()
66 READ# 2,IP(L1-13) ; M3()
67 L4=INT(L2+P1/F2- 5)
68 FOR I=L2 TO L4
69 M2(I)=(M3(I)-M2(I))*FP(L1)+M2(I)
70 NEXT I
71 J=0 @ F3=0 @ K2=20*K1-6
72 FOR I=L2 TO L4
73 J=J+1 @ M1(J,3)=M2(I)/F2
74 IF F1=30 THEN 81
75 IF I=L2 AND L3=F2 THEN 81
76 J=J+1 @ M1(J,3)=M2(I)/F2
77 IF F1=15 OR I=L2 AND L3=F2-1 THEN 81
78 J=J+1 @ M1(J,3)=M2(I)/F2
79 IF F1=10 OR I=L2 AND L3=F2-2 THEN 81
80 J=J+1 @ M1(J,2)=M2(I)/F2
81 IF J>P1 THEN I=I+1
82 NEXT I
83 FOR I=1 TO P1
84 M1(I,4)=M1(I,2)*M1(I,3)
85 F3=F3+M1(I,4) @ NEXT I
86 CLEAR
87 DISP "SELECCIONAR METODO" @ KEY LABEL
88 RETURN
89 L5=1 @ GOTO 92
90 L5=2 @ GOTO 92
91 L5=3 @ GOTO 92

```

```

93 L6=0 @ L7=0 @ L8=1/P1
93 FOR I=1 TO P1
94 ON L5 GOTO 94,99,131
95 M1(I,5)=.03114*M1(I,1)+.2396
96 DISP "ANOTAR EL KC PARA EL P
E PERIODO",I
97 INPUT M1(I,6)
98 M1(I,6)=M1(I,4)*M1(I,5)*M1(I
.6) @ L6=L6+M1(I,6) @ GOTO 1
34
99 IF L7=0 THEN 103
100 GOSUB 167 @ L9=L9+L8
101 M1(I,6)=M1(I,4)*M1(I,5)
102 L6=L6+M1(I,6) @ GOTO 134
103 L7=1 @ L9=L9/2
104 ON K2 GOTO 105,107,109,111,1
13,115,117,119,121,123,125,1
27,129
105 K3=.042 @ K4=1.2585
106 K5=-.9648 @ GOTO 100
107 K3=.0482 @ K4=1.4378
108 K5=-1.1019 @ GOTO 100
109 K3=.0547 @ K4=1.6158
110 K5=-1.2383 @ GOTO 100
111 K3=.0593 @ K4=1.8011
112 K5=-1.3807 @ GOTO 100
113 K3=.0663 @ K4=1.9775
114 K5=-1.5159 @ GOTO 100
115 K3=.0736 @ K4=2.151
116 K5=-1.6485 @ GOTO 100
117 K3=.0783 @ K4=2.3371
118 K5=-1.7913 @ GOTO 100
119 K3=.0847 @ K4=2.5172
120 K5=-1.9299 @ GOTO 100
121 K3=.0909 @ K4=2.695
122 K5=-2.0659 @ GOTO 100
123 K3=.0966 @ K4=2.8772
124 K5=-2.2061 @ GOTO 100
125 K3=.1028 @ K4=3.0565
126 K5=-2.3432 @ GOTO 100
127 K3=.1086 @ K4=3.236
128 K5=-2.4807 @ GOTO 100
129 K3=.1149 @ K4=3.415
130 K5=-2.6182 @ GOTO 100
131 DISP "ANOTAR EL KD PARA EL
PERIODO",I
132 INPUT M1(I,5)
133 GOTO 101
134 NEXT I
135 L9=K1*F3/L6
136 FOR I=1 TO P1
137 M1(I,7)=M1(I,6)*L9 @ NEXT I
138 GOSUB 169
139 PRINT USING 144
140 IF L5=1 THEN W1$="KC"
141 IF L5=2 THEN W1$="KM"
142 IF L5=3 THEN W1$="KD"
143 PRINT USING 145
144 IMAGE "* PER * TEM * T**K *
P * F *",/,,"*",5(5%,"*"),
/,31("*)

```

```

145 IMAGE "*" ,5(5%,"*")
146 FOR I=1 TO P1
147 PRINT USING 149 ; I,M1(I,1),
M1(I,2),M1(I,3),M1(I,4)
148 NEXT I
149 IMAGE "*" ,.32,"*" ,4(00.00,"
*")
150 PRINT USING 151
151 IMAGE "*" ,5(5%,"*") ,/.71("*"
),5(</)
152 GOSUB 169
153 PRINT USING 159 ; W1$
154 PRINT USING 145
155 FOR I=1 TO P1
156 M1(I,8)=M1(I,7)*10
157 PRINT USING 162 ; I,M1(I,5),
M1(I,6),M1(I,7),M1(I,8)
158 NEXT I
159 IMAGE "*" PER * " ,.3A," *UC cm
*UC CO*UC mm*" ,/.31("*" )
160 PRINT USING 163
161 L9=L9*L6
162 IMAGE "*" ,.32,"*" ,3(00.00,"
*") ,DDD.D,"*"
163 IMAGE "*" ,5(5%,"*") ,/.31("*"
)
164 PRINT USING 165 ; L9
165 IMAGE "*" REQUERIMIENTO TOTAL
: " ,DDD.D,"*" ,/.31("*" ) ,5(
</)
166 RETURN
167 M1(I,5)=K3+L9*K4+k5*L9^2
168 RETURN

189 PRINT USING 172
190 PRINT USING 170
191 RETURN
192 X=P1+1 @ Y=(INT(L9/10)+1)*10
193 X1=INT(25*(P1+2)/231)+1
194 Y1=INT(17*(Y+2)/175)+1
195 H$="REQ. AC. EN cm."
196 SCALE -X1,X,-Y1,Y
197 PEN 1 @ GCLEAR
198 XAXIS 0,1,0,P1
199 YAXIS 0,10,0,Y
200 MOVE 0,0 @ Z=0
201 FOR I=1 TO P1
202 Z=Z+M1(I,7)
203 DRAW I,Z @ NEXT I
204 MOVE .2,Y-5 @ LDIR 0
205 LABEL H$
206 LDIR 0
207 FOR I=10 TO Y STEP 10
208 MOVE -X1,I-2
209 LABEL VAL$(I)
210 NEXT I
211 LDIR 90
212 FOR I=1 TO P1
213 MOVE I,-Y1
214 LABEL VAL$(I)
215 NEXT I
216 COPY @ RETURN

```



```

PROGRAMA PARA EL RIESGO
10 OPTION BASE 1
20 DIM M(7,14),T(7,14),G(21)
30 I1=2 @ Y1=0 @ DISP "ERROR PA
RA RIESGO Y LAGUERRE";
40 INPUT E2,E1
50 FOR I=1 TO 7
60 I2=I1*I
70 FOR J=1 TO I2
80 READ M(I,J),T(I,J)
90 NEXT J @ NEXT I
100 DATA .85355339,.58578644,.14
644861.3 41421356,.6031541,.
32254769
110 DATA .35741869,.17457611,.03
888791.4 .5366203,.00053929.9
.39507091
120 DATA .45896467,.2228466,.417
00083.1 1889321,.11337338.2
99273633
130 DATA .0103992.5 77514357,.00
026102.9 83746742,.0000009.1
5.98287398
140 DATA .36918859,.17027963,.41
878678.90370178,.17579499.2
.25108663
150 DATA .03334349.4 26670017,.0
0279454.7 0459054,.00009077.
10.75851601
160 DATA .00000085.15 74067864.0
.22.86313174,.30844112,.1377
9347
170 DATA .40111993,.72945455,.21
806829.1 8083429,.06208746.3
.4014337
180 DATA .00950153.5 55249614,.0
0075301.8 33015275,.00002826
.11.84378584
190 DATA .00000042.16 27925783.0
.21.99658581.0.39.92069701
200 DATA .26473137,.11573212,.37
775928.6 1175748,.24408201.1
.51261027
210 DATA .09044922.2 83375134,.0
2010238.4 59922764,.00266397
.6 84452545
220 DATA .00020323.9 62131684,.0
0000837.13 00605499,.0000001
7.17 11685519
230 DATA 0.22 15109038.0.28.4879
6725.0.37 09412104
240 DATA .23181558,.09974751,.35
378469.5 2685765,.25873461.1
.30062912
250 DATA .11548289.2 43080108,.0
3319209.3 93210282,.00619287
.5 82553622
260 DATA .00073989.8 14024014,.0
0005491.10 91649951,.0000024
1.14 21080501
270 DATA .00000006.18 10489222.0
.22.72738163.0.28.27298172

```

```

280 DATA 0.35,14944366,0.44,3660
      8171
290 Y1=I1+1 @ IF Y1>3 THEN 710
300 PRINT "REGION ";Y1
310 CLEAR @ DISP "VALORES DE a Y
      b";
320 INPUT A1,B1
330 FOR K=0 TO 20
340 K1=K+1 @ IF K>0 THEN 360
350 G(K1)=1 @ GOTO 370
360 A3=K*A1 @ G(K1)=FNH(A3)
370 NEXT K
380 CLEAR @ DISP "NOMBRE DEL CUL
      TIVO";
390 INPUT Z$
400 PRINT "CULTIVO ";Z$
410 I2=0
420 I2=I2+1 @ IF I2>12 THEN 650
430 DISP "MEDIA Y VALOR DE X+ PA
      RA EL PERIODO ";I2;
440 INPUT Q,X5
450 PRINT "ANALISIS PARA EL PERI
      ODO ";I2
460 PRINT "VALOR DE X+ ";X5
470 S2,S1=0 @ C,F5,Q1=1
480 A3=C*A1 @ IF C>20 THEN 500
490 C2=C+1 @ G2=G(C2) @ GOTO 510
500 G2=FNH(A3)
510 IF C=0 THEN 530
520 F5=F5*C @ Q1=Q^C/F5
530 S2=S1 @ A=X5 @ C1=0
540 S1=S1+Q1*FNY(A)
550 C=C+1 @ IF C<=6 THEN 480
560 D8=(S1-S2)/S2 @ IF D8<=E2 TH
      EN 580
570 IF C<=60 THEN 480
580 S1=1-S1*EXP(-Q)
590 PRINT "RIESGO : ";S1
600 PRINT "NUM. ITERACIONES ";
      C+1
610 PRINT @ PRINT
620 DISP "DESEA OTRO PERIODO";
630 INPUT Z$
640 IF Z$="SI" THEN 420
650 DISP "DESEA OTRO CULTIVO";
660 INPUT Z$
670 PRINT @ IF Z$="SI" THEN 380
680 DISP "DESEA OTRA REGION";
690 INPUT Z$
700 PRINT @ PRINT @ IF Z$="SI" T
      HEN 290
710 PRINT @ GOTO 1270
720 DEF FNH(A3)
730 G2=1 @ A2=A3 @ IF FP(A3)=0 T
      HEN 790
740 IF A2<=2 THEN 760
750 A2=A2-1 @ G2=G2*A2 @ GOTO 74
      0
760 G3=1-.577191652*A2+.98820589
      1*A2^2-.897056937*A2^3+.9182
      06857*A2^4

```

```

770 G4=-.756704078*A2^5+.4821993
94*A2^6-.193527818*A2^7+.035
868343*A2^8
780 G3=G3+G4 @ G2=G2*G3 @ GOTO 8
10
790 G2=G2*A2 @ A2=A2-1
800 IF A2>1 THEN 790
810 FNH=G2
820 FN END
830 DEF FNY(A)
840 K=0 @ X=1 @ B2=0 @ A=0
850 F=EXP(-B2)*(X+B2)^(A3-1)
860 IF K=0 THEN 880
870 GOTO 930
880 R1=1 @ I1=2
890 I1=I1+1 @ T1=R1 @ R1=0
900 I3=I1-2 @ K=1
910 K=T(I3,K)
920 IF K<=14 THEN 850 ELSE 1250
930 R1=R1+W(I3,K)*F
940 K=K+1 @ I4=I3*2
950 IF K<=I4 THEN 910
960 IF I1<=3 THEN 890
970 D=ABS(R1-T1) @ R=D/ABS(T1)
980 IF R>E1 THEN 1000
990 GOTO 1070
1000 IF I1<9 THEN 890
1010 GOTO 1070
1020 C1=C1+1 @ IF C1>1 THEN 1250
1030 A=X5
1040 K=0 @ X.R1=1 @ B2=B1*X5 @ A
=0
1050 F=EXP(-B2)*(X+B2)^(A3-1)
1060 I1=2 @ GOTO 890
1070 J1=I3*2 @ J5=I3*4 @ J2,J3,J
4=1
1080 FOR J=J1 TO 1 STEP -1
1090 J2=J2*J @ NEXT J
1100 FOR J=J5 TO 1 STEP -1
1110 J3=J3*J @ J4=J4*(A3-J)
1120 NEXT J
1130 IF B2=0 THEN 1200
1140 K1=EXP(-B2) @ K2=(X1+B2)^(A
3-2*J1+1)
1150 R2=J2^2/J3*K1*J4*K2
1160 R2=ABS(R2)
1170 R3=R1+R2
1180 R4=R3/G2
1190 GOTO 1020
1200 C1=LOG(J3*(G2-R1))
1210 C2=LOG(ABS(J4)*J2^2)
1220 C3=1/(A3-2*J1+1)
1230 X1=EXP(C3*(C1-C2))
1240 GOTO 1140
1250 FNY=R4
1260 FN END
1270 END

```