



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN LÁSER DE  
CAVIDAD EXTERNA CAT-EYE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

DAI LÓPEZ JACINTO

TUTOR

DR. FERNANDO RAMÍREZ MARTÍNEZ



CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, 2021



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*«Son las preguntas que no podemos responder las que más nos enseñan. Nos enseñan como pensar. Si le das una respuesta a un hombre, todo lo que gana es un pequeño hecho. Pero dale una pregunta y él buscará sus propias respuestas.»*

Patrick Rothfuss





# Agradecimientos

Agradezco primero a los primeros, a mis padres Sigifredo y Silvia, sin quienes yo no estaría aquí, y esto lo digo en mucho más que el sentido obvio. Su apoyo incondicional y consejos me han convertido en quien soy ahora. Los amo.

A mis tíos Juan y Chela, que me recibieron en su casa desde que comencé la prepa y me permitieron quedarme gran parte de la carrera, siempre me trataron como a un hijo.

A Fernando, que me aceptó como su estudiante para realizar este proyecto y quien me ha apoyado inmensamente a lo largo de todo el trabajo para seguir superándome académica y profesionalmente.

A Febe, quien me ha tolerado todo este tiempo de vivir juntos y que la moleste por diversión, quien me ha apoyado en todos los malos momentos y quien ha patrocinado los festines más deliciosos que probé en la carrera, te debo muchas canija.

Al Team: Diego, Jaime y Jonatan (en orden alfabético porque saben que no hay preferencias) con quienes he forjado una amistad formidable. Ese codo a codo desde primer semestre ha rendido frutos.

Al equipo del laboratorio de átomos fríos: Diego, Eduardo, Erick, Gabriel, Gersain, Griselda, Jesús, José Luis, Lina y Saeed. Siempre dejando de lado sus tareas por echarme la mano con todas mis dudas y con una paciencia infinita. Me mostraron su lado humano y no sólo el académico. Lina en particular alegrando todas las reuniones del grupo con un nuevo (y delicioso) postre.

La lista de personas que han contribuido en una u otra forma en la realización de esta tesis es enorme, hacer una lista exhaustiva no es viable en un espacio y tiempo finitos pero menciono a algunos con quienes estoy particularmente agradecido: Alí,

mi bióloga favorita, a quien conocí en clase de géneros fotográficos y con quien he tenido increíbles anécdotas e historias; Dani y Vivi, irisgüariris, en las buenas y en las malas, y ahora nos tocan unas buenas; Mariana, una década de aventuras nos han dado dos de sabiduría, no podría estar más agradecido con haberme cruzado por tu camino, eres lo máximo; Omar, Hugo y Silvia, me ayudaron a adaptarme a la vida acelerada de la cedemequis y compartieron conmigo su conocimiento como buenos hermanos mayores, los quiero mucho más de lo que expreso; a todos mis amigos; a toda mi familia.

Finalmente y no por ello menos importante, le agradezco al Dai del pasado, que tuvo la audacia de tomar las decisiones que tomó con seguridad, que convirtió los tropiezos de un año tan caótico en aprendizajes y que se quemó las pestañas para terminar esta carrera que es el inicio de muchas nuevas.

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>v</b>
<b>1. Motivación</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>3</b>
2.1. Láseres de cavidad externa . . . . .	3
2.1.1. Láseres Littrow . . . . .	4
2.1.2. Láseres Cat-eye . . . . .	7
2.2. Propiedades y estructura atómica del rubidio . . . . .	9
2.3. Gravimetría . . . . .	10
2.3.1. Gravímetros cuánticos . . . . .	13
<b>3. Construcción del láser de diodo y cableado</b>	<b>17</b>
3.1. Cableado . . . . .	17
3.2. Montaje del láser . . . . .	19
3.3. Caracterización del LD en modo libre . . . . .	21
<b>4. Caracterización del filtro</b>	<b>25</b>
4.1. Montaje experimental . . . . .	25
4.2. Medición del índice de refracción efectivo . . . . .	26
<b>5. Construcción de la cavidad Cat-eye</b>	<b>33</b>
5.1. Configuración de elementos mecánicos . . . . .	33
5.2. Alineación de elementos ópticos . . . . .	37

<b>6. Espectroscopía y Batimiento</b>	<b>39</b>
6.1. Espectroscopía de absorción saturada . . . . .	39
6.2. Batimiento de láseres . . . . .	39
<b>7. Resultados</b>	<b>43</b>
<b>8. Conclusiones</b>	<b>51</b>
<b>Apéndice A. Funcionamiento de pulsos <math>\pi</math> y <math>\pi/2</math></b>	<b>55</b>
<b>Apéndice B. Diseños de las piezas construidas</b>	<b>57</b>
<b>Apéndice C. Alineamiento de fibras ópticas</b>	<b>63</b>
<b>Apéndice D. Código para los cálculos del láser</b>	<b>65</b>
<b>Apéndice E. Líneas espectrales y ancho de línea</b>	<b>69</b>
E.1. Ensanchamiento Doppler . . . . .	69
E.2. Ensanchamiento por colisiones . . . . .	70
E.3. Ensanchamiento natural . . . . .	71
E.4. Ancho de línea . . . . .	73
<b>Bibliografía</b>	<b>74</b>

# 1 Motivación

La motivación principal de este trabajo es la del desarrollo de una fuente de luz láser con un ancho de línea del orden de centenas de kHz o menos y con una potencia de al menos 60 mW al encontrarse en resonancia con la transición  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  de la línea D<sub>2</sub> del rubidio. Este tiene como una de sus funciones finales proveer de suficiente luz al primer gravímetro cuántico desarrollado y fabricado con tecnología 100 % mexicana, esto como parte de un proyecto entre varios laboratorios a lo largo del país, Grávido.

El producto final proyectado es un gravímetro cuántico portátil con una precisión del orden de ocho a nueve cifras decimales en el valor de  $g$ , el cual tenga: un sistema láser con un ancho de línea pequeño, estabilidad hasta los diez dígitos y un servicio sencillo; un sistema de modulación completo para la manipulación coherente de átomos, un programa sencillo de usar y un bajo costo; finalmente un sistema de vacío con un diseño robusto y una fuente atómica disponible.

Algunos de los usuarios con un interés inmediato en gravímetros portátiles incluyen al Centro de Geociencias (UNAM-Juriquilla), Laboratorio Nacional de Gravimetría, Centro Nacional de Metrología (CENAM), Servicio Sismológico Nacional, Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) e INIDETAM, Secretaría de Marina.



## 2 Introducción

Desde su primera operación exitosa en 1960 hasta el día de hoy, es innegable que el láser ha sido y sigue siendo uno de los inventos con mayor influencia en el desarrollo de la ciencia y tecnología. Su uso es ubicuo, ya que va desde la industria hasta la vida cotidiana, pasando por el área que lo vio nacer además de muchas otras ciencias como: química, biología y medicina. Llega el punto en que es más complicado encontrar un área donde el uso de láseres aún no haya llegado [1].

Debido a sus distintas aplicaciones se han desarrollado láseres con cualidades *ad hoc* al uso que se les da, de tal manera que hay láseres para casi cada longitud en el espectro electromagnético, con potencias en emisión continua de varios miles de watts como los láseres de CO<sub>2</sub> o potencias pico de petawatts [2] e incluso otros con anchos de línea ultra delgados de pocos hertz [3].

### 2.1. Láseres de cavidad externa

En los últimos años los diodos láser se han vuelto una alternativa viable frente equipos más costosos como los láseres de gas o colorante. Esto debido a que se han vuelto económicos y más sencillos de mantener; el principal inconveniente de estos es su ancho de línea, que suele ser de varios nm, y que para aplicaciones de física atómica, como el del presente trabajo, resulta poco útil; de manera que con el fin de conseguir anchos de línea delgados de cientos de kHz o menores, además de la capacidad de sintonizar el láser a lo largo del espectro de emisión del diodo, se construyen las llamadas cavidades externas.

Los láseres de diodo de cavidad externa (ECDL por sus siglas en inglés) se basan en

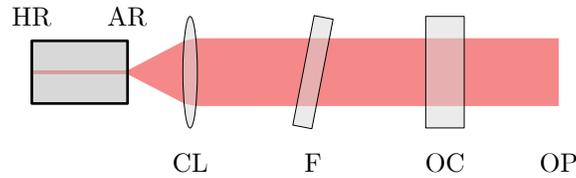


Figura 2.1: Se muestra un diagrama simple de un láser de diodo de cavidad externa: HR es la cara del diodo con recubrimiento altamente reflejante, AR la cara con recubrimiento anti-reflejante, CL la lente colimadora, F el filtro de paso de banda para selección de longitud de onda, OC el acoplador de salida, OP la salida del láser.

un diodo láser que típicamente tiene un recubrimiento anti-reflejante, y un resonador láser que generalmente es una lente colimadora y un espejo externo como acoplador de salida (figura 2.1).

Dentro de los láseres de cavidad externa, existen varias configuraciones usuales, entre ellas la Littman–Metcaff, Littrow y Cat-eye, en este trabajo se discuten las últimas dos, ya que son las más utilizadas para la investigación en el laboratorio.

### 2.1.1. Láseres Littrow

En esta configuración se utiliza una rejilla de difracción, la cual actúa como un elemento dispersivo y como extensión de la cavidad del diodo mismo (figura 2.2). Esta rejilla tiene una estructura repetitiva que permite separar las longitudes de onda y disminuye el ancho de banda del perfil de emisión, en este caso del diodo láser. Cada surco de esta funciona como una fuente de reemisión de las ondas incidentes, que mediante la interferencia constructiva y destructiva debida a la separación entre los surcos de la misma se crea un patrón de interferencia. La frecuencia de emisión del láser depende mayormente del ángulo en que se ponga la rejilla respecto del haz láser del diodo solo [4].

Como se observa en la figura 2.3 la condición que se requiere para tener interferencia constructiva y destructiva es cuando la longitud de camino óptico  $\Delta s$  es:

$$m\lambda = d(\sin \alpha \pm \sin \beta) \quad (2.1)$$

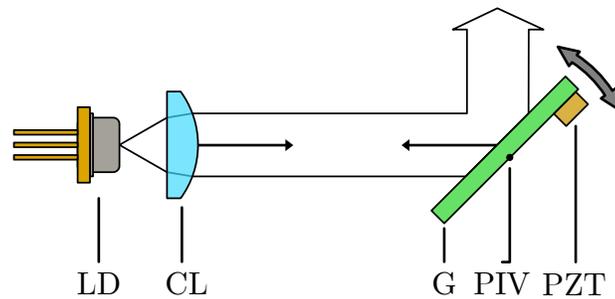


Figura 2.2: Esquema de los elementos de un láser de cavidad externa Littrow: LD es el diodo láser, CL la lente colimadora, G la rejilla de difracción, PIV el pivote sobre el que gira la rejilla y PZT el elemento piezoeléctrico que se encarga de controlar la sintonía del láser.

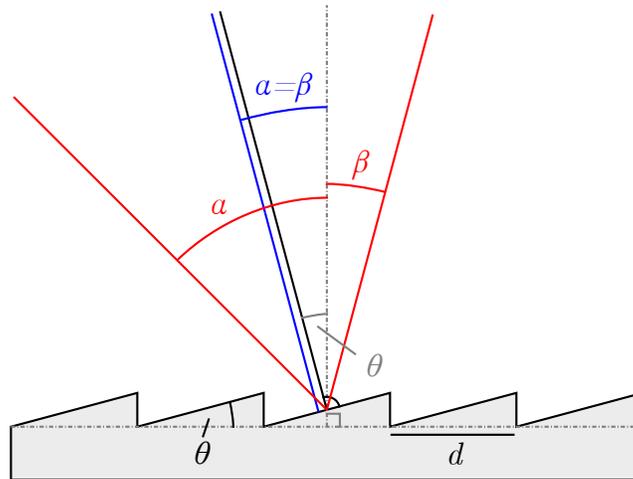


Figura 2.3: En rojo se muestra la geometría general de la reflexión de una rejilla de difracción, en azul se muestra la condición Littrow.

es decir, es un múltiplo entero  $m$  de la longitud de onda  $\lambda$ . En el caso especial  $\alpha = \beta$  se cumple que

$$2d \sin \alpha = m\lambda \quad (2.2)$$

Donde  $d$  es la distancia entre surcos. De modo que en el orden  $m = 1$  la luz será reflejada en la misma dirección con que incide, a esto se le conoce como condición Littrow y permite aprovechar este orden para forzar al diodo a emitir más fotones con las propiedades seleccionadas con la rejilla.

De manera general, la función de transmisión total del sistema viene dada por:

$$T_{\text{total}} = G_{\text{D}} T_{\text{D}} T_{\text{cavidad}} T_{\text{rejilla}} \quad (2.3)$$

donde  $G_{\text{D}}$  es la ganancia del diodo;  $T_{\text{D}}$  y  $T_{\text{cavidad}}$  respectivamente son las funciones de Airy que describen la separación de modos debidas a la cavidad intrínseca del diodo y de la cavidad externa; finalmente  $T_{\text{rejilla}}$  es la función de dispersión de la rejilla.

La dispersión de la rejilla de difracción se puede evaluar como [5, pp. 446–451]

$$T_{\text{rejilla}} = \left( \frac{\sin(kNd \sin \alpha)}{N \sin(kNd \sin \alpha)} \right)^2 \text{sinc}^2 \left( \frac{kNd \sin \alpha}{2} \right) \quad (2.4)$$

En donde  $\alpha$  es el ángulo Littrow,  $k = 2\pi/\lambda$  la magnitud del vector de onda y  $N$  el número de surcos iluminados por el haz.

Los modos de las cavidades como se menciona anteriormente son descritas por una función de Airy:

$$T_{\text{D}} = \frac{1}{1 + f \sin^2 \delta(\lambda)} \quad (2.5)$$

donde  $f = 4r_1 r_2 / (1 - r_1 r_2)^2$  es el coeficiente de finesa de la cavidad,  $r_1$  y  $r_2$  son los coeficientes de reflexión de las caras anterior y posterior del diodo,  $\delta(\lambda) = 2\pi n L / \lambda$  es la diferencia de fase,  $n$  el índice de refracción del medio y  $L$  es la longitud de la cavidad del diodo. Para la rejilla sólo se cambian el coeficiente de reflexión de la cara anterior por el de la rejilla, así como  $L$  por la longitud de la cavidad externa. La

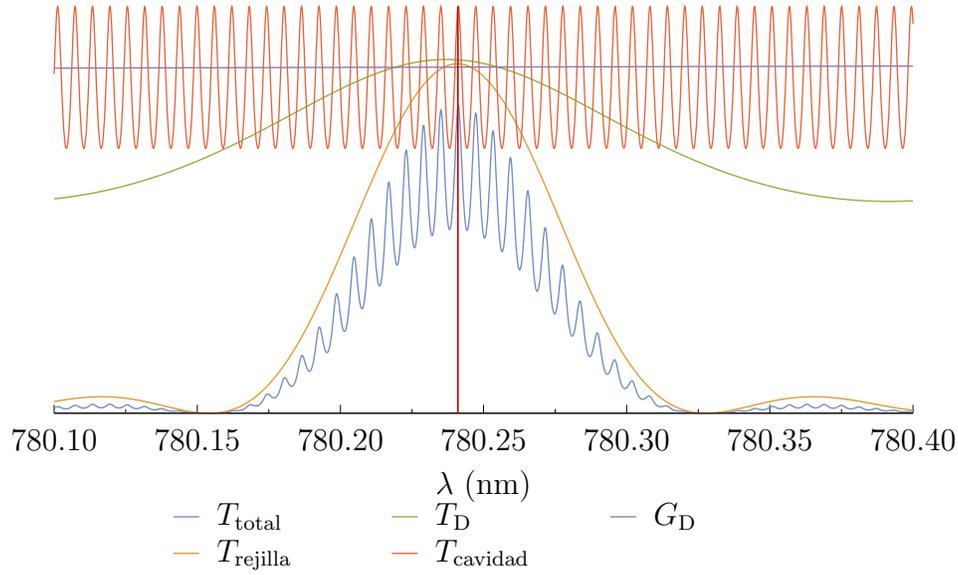


Figura 2.4: Representación esquemática de los factores dependientes de la frecuencia que contribuyen a la selección de modo para una longitud alrededor de 780.24 nm.  $L_D = 0.282$  mm,  $L_{\text{ext}} = 50$  mm,  $r_1 = 0.85$  y  $r_2 = 0.15$ .

representación de los factores de selección de modo así como la función de transmisión total del un láser en configuración Littrow se pueden ver en la figura 2.4.

### 2.1.2. Láseres Cat-eye

En la configuración cat-eye (figura 2.5) la diferencia más notable respecto a la Littrow es que se reemplaza la rejilla por un filtro dieléctrico de interferencia como mecanismo seleccionador de longitud de onda. Al hacer esto se logra una gran ventaja: lo vuelve más robusto frente a vibraciones y le permite un mayor grado de sintonía sin interferir con el acoplamiento de la luz en el diodo ya que el acoplamiento de la cavidad externa y el mecanismo de sintonía están desacoplados.

A lo largo del desarrollo del sistema cat-eye ha habido en general tres grandes avances para volverlo viable en su aplicación con la física atómica: primero se tiene el trabajo de X. Baillard et al. [6] en el que se presenta por primera vez el diseño, seguido de este está el trabajo de M. Gilowski et al. [7] el cual muestra su aplicación para manipulación de átomos, finalmente está el trabajo de D. J. Thompson et al. [8] en el cual se demuestra que con filtros de interferencia comerciales sin características

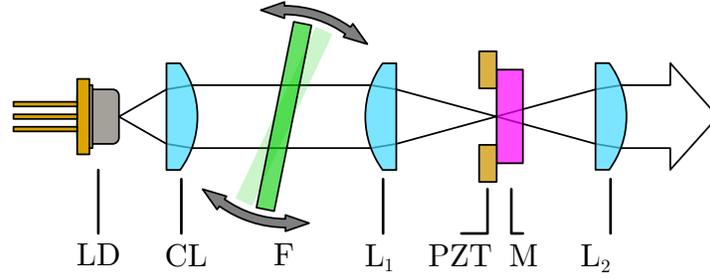


Figura 2.5: Esquema de los elementos de un láser de cavidad externa tipo Cat-eye: LD es el diodo láser, CL la lente colimadora, F el filtro de interferencia,  $L_1$  la lente cat-eye y  $L_2$  la lente recolimadora, M el espejo parcialmente reflejante o acoplador y PZT el elemento piezoeléctrico que se encarga controlar la longitud de la cavidad óptica.

especiales de ancho de banda, se pueden lograr anchos de línea de cientos de kHz. Aún más reciente, está un artículo de G. Z. Pan et al. [9] que habla de anchos de línea debajo de 100 kHz usando un filtro de interferencia de alrededor de 4 nm de ancho de banda.

Estos últimos diseños aprovechan el hecho de que no se requiera un filtro con una banda delgada, sino posicionar la longitud de onda deseada entre la función de transmisión del filtro y la ganancia del diodo. De manera que la función de transmisión total  $T_{\text{total}}$  se maximice para esa longitud de onda.

Respecto a la función de transmisión total de un láser Littrow, el único cambio es la forma en la transmisión del filtro, el cual deja pasar una longitud de onda dependiendo del ángulo de incidencia de la luz con una ventana de pocos nanómetros alrededor de esta. El comportamiento del filtro viene dado por

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta}{n_{\text{eff}}}\right)^2} \quad (2.6)$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda que el filtro deja pasar a incidencia normal,  $\theta$  el ángulo entre el eje óptico con el vector normal a la superficie del filtro y  $n_{\text{eff}}$  el índice de refracción efectivo del filtro.

De esta manera la ecuación (2.3) se puede reescribir como

$$T_{\text{total}} = G_D T_D T_{\text{cavidad}} T_{\text{filtro}} \quad (2.7)$$

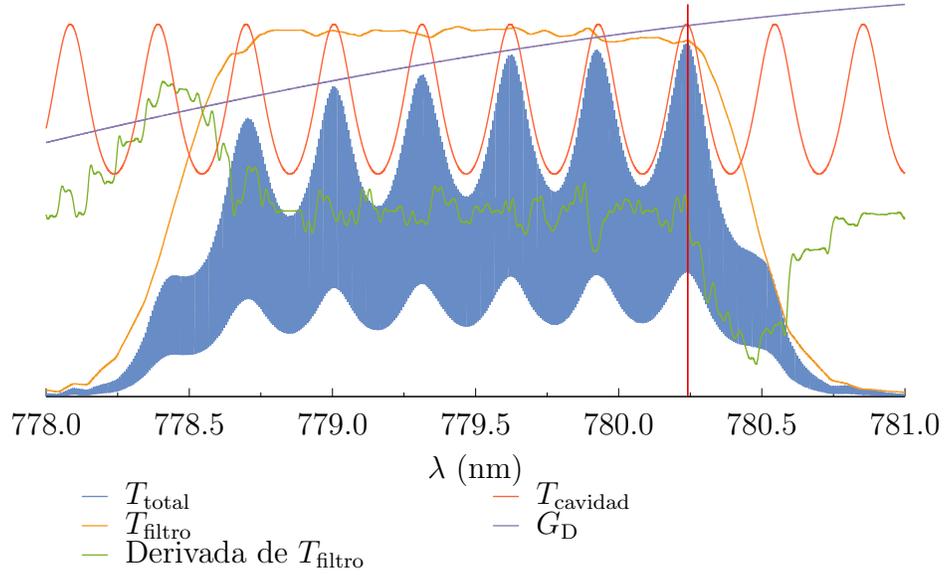


Figura 2.6: Representación esquemática de los factores dependientes de la frecuencia que contribuyen a la selección de modo del filtro de interferencia.  $T_{\text{cavidad}}$  y  $T_{\text{D}}$  (no mostrada) se calcularon con la ecuación (2.5) usando: reflectividades  $r_1 = 0.85$ ,  $r_2 = 0.15$  y  $r_{2\text{ext}} = 0.3$ , así como longitudes  $250 \mu\text{m}$  y  $50 \text{mm}$ , e índices de refracción  $n = 3.5$  y  $n = n_{\text{aire}}$  respectivamente para el diodo y la cavidad externa.  $T_{\text{filtro}}$  calculada para  $779.69 \text{nm}$  ( $\lambda_0 = 785 \text{nm}$  y  $\theta = 12.45^\circ$ ).  $G_{\text{D}}$  se asumió una gaussiana con un FWHM de  $10 \text{nm}$  y centro en  $785 \text{nm}$  [8].

donde la ganancia del diodo ( $G_{\text{D}}$ ) se puede modelar como una distribución gaussiana centrada en la longitud de onda central del diodo utilizado y con un ancho de unos cuantos nm como hacen en [8];  $T_{\text{D}}$  y  $T_{\text{cavidad}}$  son análogas a las de un láser Littrow; por último  $T_{\text{filtro}}$  es la función de transmisión del filtro, la cual provee el fabricante en función de la longitud de onda. Una representación gráfica de estos factores de contribución se observa en la figura 2.6, donde los datos para el filtro son del modelo 785 BPF de Iridian Spectral Technologies.

## 2.2. Propiedades y estructura atómica del rubidio

Una de las ventajas de estos láseres es que son relativamente económicos y que muchas de las longitudes de onda en que se encuentran disponibles comercialmente son cercanas a transiciones atómicas en átomos de rubidio. El rubidio, como todos los elementos alcalinos, tiene la característica de tener un solo electrón de valencia, lo

cual permite modelarlo como un átomo de hidrógeno. Debido a esto, a su abundancia y su costo comercial, entre otras características, es muy utilizado en la física atómica.

En la naturaleza el Rb se presenta en dos isótopos principales: uno estable  $^{85}\text{Rb}$  y otro radiactivo  $^{87}\text{Rb}$ . La abundancia relativa entre éstos es de 72.17% y 27.83% respectivamente.

Debido a su único electrón de valencia se puede estudiar en detalle la interacción entre los distintos momentos angulares, que dan lugar a la estructura fina e hiperfina de los niveles atómicos. En el caso de la estructura fina, la teoría indica que el desdoblamiento de los niveles finos es debido a la interacción espín-órbita. En esta estructura se acoplan los momentos angulares  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{L}$  para formar el momento angular total  $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$ . La magnitud de  $\mathbf{J}$  puede tomar los valores dados por

$$|L - S| \leq J \leq |L + S| \quad (2.8)$$

Por otro lado, la estructura hiperfina se debe al acoplamiento del momento angular total con el momento angular nuclear  $\mathbf{I}$ , dando lugar al momento angular atómico total  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$ . De forma similar la magnitud de  $\mathbf{F}$  toma los valores

$$|J - I| \leq F \leq |J + I| \quad (2.9)$$

De esta manera se tienen los desdoblamientos hiperfinos, los cuales se muestran en las figuras 2.7 y 2.8. Debido a reglas de selección, no todas las transiciones entre estados hiperfinos son permitidas: la regla de selección particular para estados hiperfinos es que  $\Delta F = 0, \pm 1$ . Los valores de momento angular total y momento angular atómico para ambos isótopos se muestran en la Tabla 2.1.

## 2.3. Gravimetría

La gravimetría es un área de la geofísica encargada de medir la aceleración de la gravedad ( $g$ ). Ésta se desarrolló por a la utilidad en toda el área de geociencias, particularmente: la información que provee para la prevención de sismos, el estudio

Tabla 2.1: Valores de momento angular total (J) y momento angular total atómico (F) para ambos isótopos de rubidio.

Isótopo	J	I	F
$^{85}\text{Rb}$	$1/2$	$5/2$	2, 3
	$3/2$	$5/2$	1, 2, 3, 4
$^{87}\text{Rb}$	$1/2$	$3/2$	1, 2
	$3/2$	$3/2$	0, 1, 2, 3

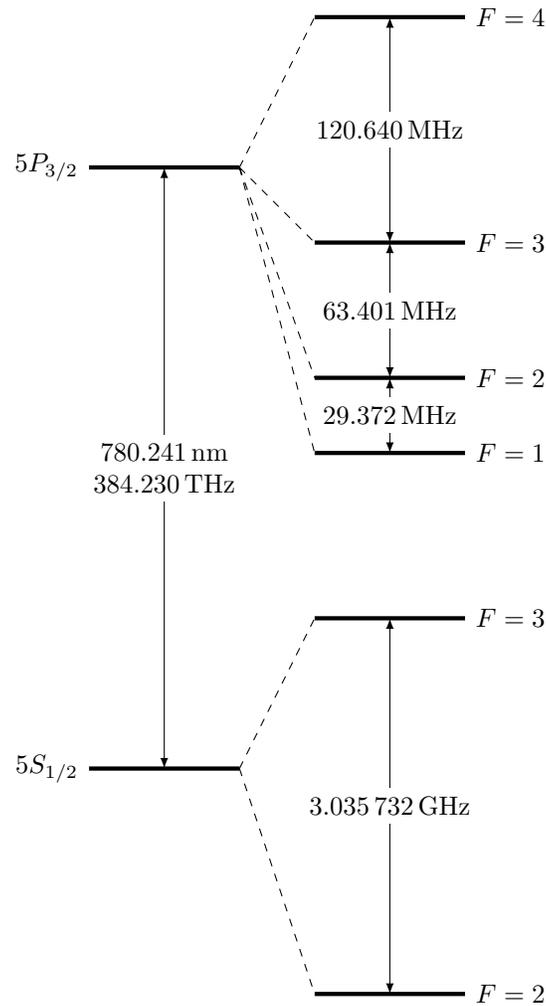


Figura 2.7: Estructura hiperfina de la línea D<sub>2</sub> del  $^{85}\text{Rb}$  con separación en frecuencia entre los niveles de energía hiperfinos [10].

de los mantos freáticos y los depósitos minerales, entre muchas otras cosas.

Por ello, el interés en construir un artefacto capaz de medir con mucha precisión

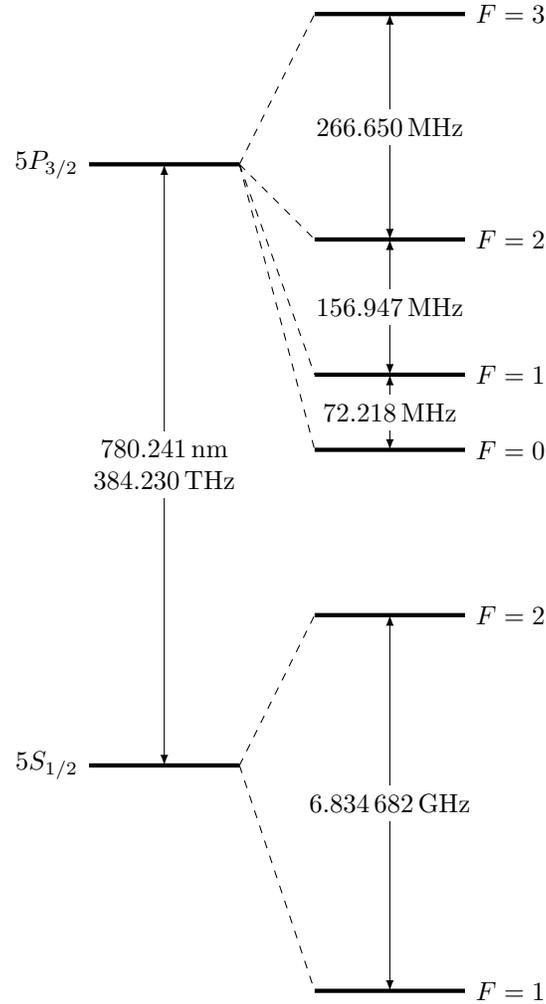


Figura 2.8: Estructura hiperfina de la línea D<sub>2</sub> del <sup>87</sup>Rb con separación en frecuencia entre los niveles de energía hiperfinos [11].

a  $g$  es tan considerable, y por esto existe gran variedad de aparatos con distintas ventajas sobre otros. En general, los gravímetros pueden clasificarse en dos clases: absolutos y relativos. Los primeros poseen la característica de medir directamente el valor de  $g$ , mientras que los segundos sólo pueden conocer la diferencia relativa entre dos puntos. Gracias a la naturaleza de los absolutos, la deriva de sus mediciones es prácticamente inexistente, pero tienen en general una baja resolución. Mientras que los relativos suelen resolver más cifras con precisión a costa de tener una deriva considerable que los hace necesitar recalibraciones.

El hecho de conocer a  $g$  con mayor precisión permite tener un modelo terrestre más realista (figura 2.9), donde por cada cifra extra que se resuelve se asigna un

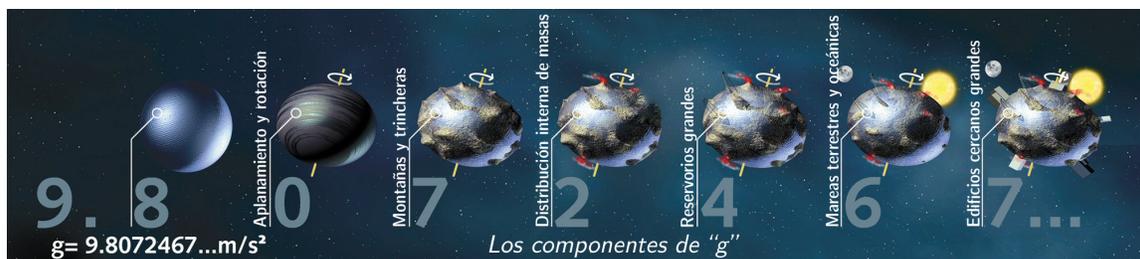


Figura 2.9: Componentes de la aceleración de la gravedad ( $g$ ) en la superficie de la tierra. Foto tomada de [https://www.esa.int/ESA\\_Multimedia/Images/2008/04/Constituents\\_of\\_g](https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2008/04/Constituents_of_g).

refinamiento al modelo. Es decir, cada nuevo dígito conocido da información adicional de la distribución de masas debidas a reservas minerales, mantos acuíferos, mareas, incluso, si se tiene suficiente resolución, construcciones artificiales grandes.

La comunidad científica familiarizada con la gravimetría sabe que la gravedad varía entre  $9.78 \text{ m/s}^2$  y  $9.83 \text{ m/s}^2$  a lo largo de la superficie terrestre; sin embargo, el estudio de variaciones debidas a mareas, por mencionar un ejemplo, presenta cambios por el orden de la séptima cifra significativa (ver Tabla 2.2).

Tabla 2.2: Fenómenos físicos y su contribución al cambio de  $g$ . [12, 13]

Fenómeno	Variación( $\Delta g/g$ )
Mareas	$10^{-7}$
Nivel freático	$10^{-8}$
Ambientes desarrollados por el hombre	$10^{-9}$
Presión atmosférica	$3 \times 10^{-10} \Delta g/\text{mbar}$

### 2.3.1. Gravímetros cuánticos

Como una solución prometedora a poseer lo mejor de ambos mundos, gran resolución y deriva despreciable [14], se encuentran los gravímetros cuánticos, que utilizan interferometría atómica. De manera simplificada se muestra su funcionamiento en la figura 2.10 explicado a continuación.

Se produce una nube de átomos fríos de  $^{87}\text{Rb}$  en una trampa magneto-óptica (MOT). Utilizando selección por microondas se obtiene de esta nube una con átomos preparados en el estado base  $F = 1$ ,  $m_F = 0$  con una temperatura cercana a los

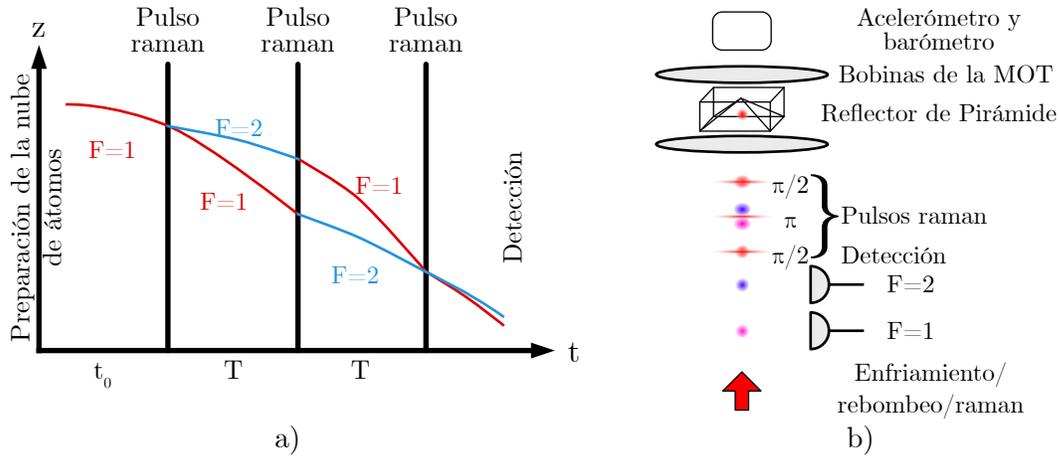


Figura 2.10: a) Se muestran la interacción de los pulsos Raman con la nube de átomos y el efecto que genera cada uno de ellos en los átomos. b) Se observan los componentes y las secuencias de detección usuales en un gravímetro cuántico.

1.9  $\mu\text{K}$  [15].

La clave en la interferometría atómica por pulsos de luz es la transición Raman estimulada entre dos estados estables del átomo. La cual se logra a través de dos láseres contra-propagates cuya diferencia de frecuencia corresponde a la diferencia de energía entre dichos estados. Esta transición permite generar el equivalente a divisores de haz y espejos para ondas de materia.

La aceleración de la nube en caída libre se mide utilizando un interferómetro atómico de Mach-Zehnder. Cuyo proceso emplea una secuencia de tres pulsos Raman igualmente espaciados y con duraciones de  $\tau/2$ ,  $\tau$  y  $\tau/2$  (donde  $\tau$  es la duración de los pulsos), los cuales acoplan los estados hiperfinos del estado base  $F = 1$ ,  $m_F = 0$  y  $F = 2$ ,  $m_F = 0$ . La interacción de la nube de átomos con los pulsos Raman se muestra en la figura 2.10.

Se considera un paquete de onda con momento  $p$  y en el estado interno  $|1\rangle$ , siendo  $p$  la componente del momento a lo largo de la dirección de los láseres. El primer pulso Raman, un pulso  $\pi/2$ , lleva al estado original  $|1, p\rangle$  a la superposición de los estados  $|1, p\rangle$  y  $|2, p + 2\hbar k\rangle$ . Después de un tiempo  $T$ , el paquete de onda se habrá separado en  $\hbar 2k\Delta t/M$ . El pulso  $\pi$  induce entonces la transición  $|1, p\rangle \rightarrow |2, p + 2\hbar k\rangle$  y  $|2, p + 2\hbar k\rangle \rightarrow |1, p\rangle$ , y tras un nuevo intervalo  $T$  los dos paquetes se recombinarán

nuevamente (el funcionamiento de los pulsos  $\pi$  y  $\pi/2$  se explica en el apéndice A). Al ajustar la fase del pulso final  $\pi/2$  el sistema puede ser llevado a cualquiera de estos dos estados [16]. En esta secuencia de interferometría el primer pulso actúa como un divisor de haz de materia, el segundo se comporta como un espejo, y el último sirve para recombinar las ondas de materia [15]. Entre cada uno de los pulsos los átomos se encuentran en caída libre y se obtiene el cambio de fase a la salida del interferómetro, que resulta ser [17]

$$\varphi = (k_{\text{eff}}g - 2\pi\alpha)T^2 \quad (2.10)$$

donde  $k_{\text{eff}} = 4\pi/\lambda \sim 16 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$  es el vector de onda efectivo de una transición de dos fotones. Siendo  $\lambda$  la longitud de onda del láser,  $T$  la diferencia de tiempo entre los pulsos Raman,  $g$  la aceleración de los átomos en la dirección de los láseres y  $\alpha$  la tasa de radiofrecuencia aplicada para compensar el incremento en el corrimiento Doppler inducido por la aceleración de los átomos. La detección por fluorescencia es utilizada para contar el número de átomos en cada nivel y medir el cambio en la fase. Para el enfriamiento y para las detecciones Raman por fluorescencia, los láseres son colocados muy cerca de la línea  $D_2$  del  $^{87}\text{Rb}$ , cuya longitud de onda es de 780.241 nm. La proporción de átomos en el estado  $F = 2$  viene dado por

$$P = 0.5(1 - C \cos \varphi) \quad (2.11)$$

donde  $C$  es el contraste de las franjas y  $\varphi$  el cambio de fase interferométrico. Si se opera el sistema de tal manera que el corrimiento en la fase sea nulo, lo cual se logra si se ancla por servo la frecuencia  $\alpha$  a la tasa de detección de  $P$ , manteniendo así  $k_{\text{eff}}g - 2\pi\alpha = 0$  se puede entonces reescribir la ecuación (2.10) como

$$g = 2\pi \frac{\alpha}{k_{\text{eff}}} \quad (2.12)$$

de manera que se puede conocer la magnitud de  $g$  con alta precisión. Gravímetros como el de Muquans pueden realizar este procedimiento con una velocidad suficiente para que la frecuencia de las medidas de  $g$  sea de 2 Hz [14].



# 3 Construcción del láser de diodo y cableado

Durante la construcción de un láser de cavidad óptica externa es necesario que primero se caracterice el diodo que se utilizará como semilla. En el presente trabajo, se utilizó un diodo L785P090 de Thorlabs (a partir de este momento todo el material usado es Thorlabs a menos que se indique explícitamente de otro modo), el cual tiene una potencia nominal de 90 mW y una emisión central en 785 nm de acuerdo con la hoja de especificaciones. Para alimentarlo se utilizó el controlador LDC-3908 Lightwave acoplado con una tarjeta de control LDC-3916372 la cual permite un control sobre la corriente suministrada al diodo del orden de centésimas de mA, así como un control de temperatura con resolución de centésimas de grado Celsius.

## 3.1. Cableado

Para poner en comunicación el Lightwave con el diodo láser y así poder caracterizarlo, se requiere de un cable DA-15 para su control de temperatura (TEC) y un cable DE-9 para la alimentación del mismo. En las figuras 3.1 y 3.2 se muestran los diagramas de los pines asociados a cada cable y la información que transmite cada uno. Los cables utilizados fueron los que venían con la tarjeta; estos carecían de los puertos en un extremo, de manera que se soldaron los puertos correspondientes a cada cable. Cabe mencionar que no se encontró un puerto DA-15, así que los cables de cada pin se soldaron a un puerto DE-15. En la figura 3.2 se observa que el fabricante menciona que se requiere una conexión (interlock) entre los pines 1 y 2 para que la

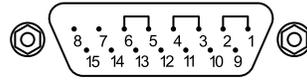


Figura 3.1: Diagrama de las conexiones del TEC en el Lightwave: 1 y 2 módulo TEC (+), 3 y 4 módulo TEC (—), 5 y 6 tierra, 7 medidor de temperatura (+), 8 medidor de temperatura (—), los pines 9–15 no se conectan.

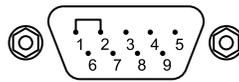


Figura 3.2: Diagrama de las conexiones del LD en el Lightwave: 1 y 2 interlock, 3 tierra, 4 medición de voltaje (+), 5 cátodo láser, 6 cátodo fotodiodo (PD), 7 ánodo PD, 8 medición de voltaje (—) y 9 ánodo láser.

tarjeta permita la operación del láser. El cable del Lightwave ya incluye esa conexión en el puerto original.

Las conexiones desde el LD al Lightwave son: cátodo del LD y PD (aislante blanco, pines 2 y 3); ánodo del PD (aislante rojo, pin 4) y ánodo del LD (aislante verde, pin 8) que pertenecen a un cable con socket (SR9C-DB9) el cual tiene un circuito de protección para el diodo, que está formado por los diodos *Schottky* y *Zener*, donde el primero detiene cualquier voltaje en sentido contrario que pueda aparecer hacia el diodo láser y el segundo desvía voltajes excesivos y descargas eléctricas fuera del LD; conexión positiva (cable rojo) y negativa (cable negro) del peltier; y dos conexiones para el termistor que carecen de polaridad (cables cafés). Por simplicidad todas estas conexiones se acoplaron a un puerto DE-9, conectando primero el cable del LD de Thorlabs a otro DE-9 (figura 3.3) que en última instancia terminaba en uno que incluía tanto la información del TEC como del LD.

Tanto los cables del Lightwave como los del sistema láser se hicieron llegar a una caja (ver figura 3.4) donde se realizaron las conexiones necesarias para poner en comunicación el peltier, termistor y el diodo con el Lightwave para que éste pudiera

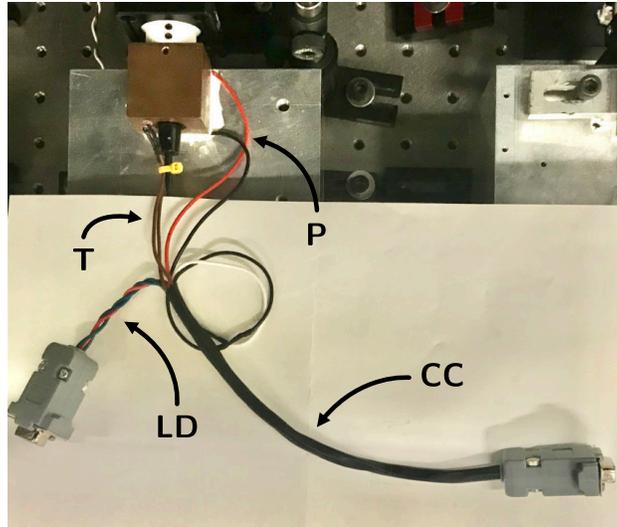


Figura 3.3: En la imagen se señalan los cables de las conexiones del LD y TEC: T los cables del termistor, P los del peltier, LD los del cable de Thorlabs para el diodo láser y CC los del cable que incluye toda la información de los anteriores.

controlarlos.

## 3.2. Montaje del láser

Una vez que el cableado se revisó fuera correcto probando con un multímetro, se ensambló el bloque del láser. Para el control de temperatura del diodo se utilizaron el peltier TECH3S y termistor TH10K. Al peltier se le aplicó pasta térmica en ambas superficies; el lado caliente (el que no tiene información impresa) del mismo se puso en contacto con un bloque sólido de aluminio con la función de reservorio de calor (a este bloque se le maquinó una ranura con la cual pudiera fijarse en la mesa óptica del laboratorio); sobre el lado frío (que tiene impresa la polaridad de los pines) se colocó una pieza de cobre maquinado (diseñada en Autodesk Fusion 360) con un agujero para el tubo colimador LT110P-B y el cable con socket para el LD SR9C-DB9, así como un orificio para insertar el termistor (con suficiente pasta térmica para mejorar la transferencia de calor con el bloque) lo más cerca posible del diodo, de manera que se consiguieran mejores lecturas de temperatura. El arreglo espacial se puede observar en la figura 3.5.

Debido a la naturaleza viscosa de la pasta térmica, el bloque de cobre se puede

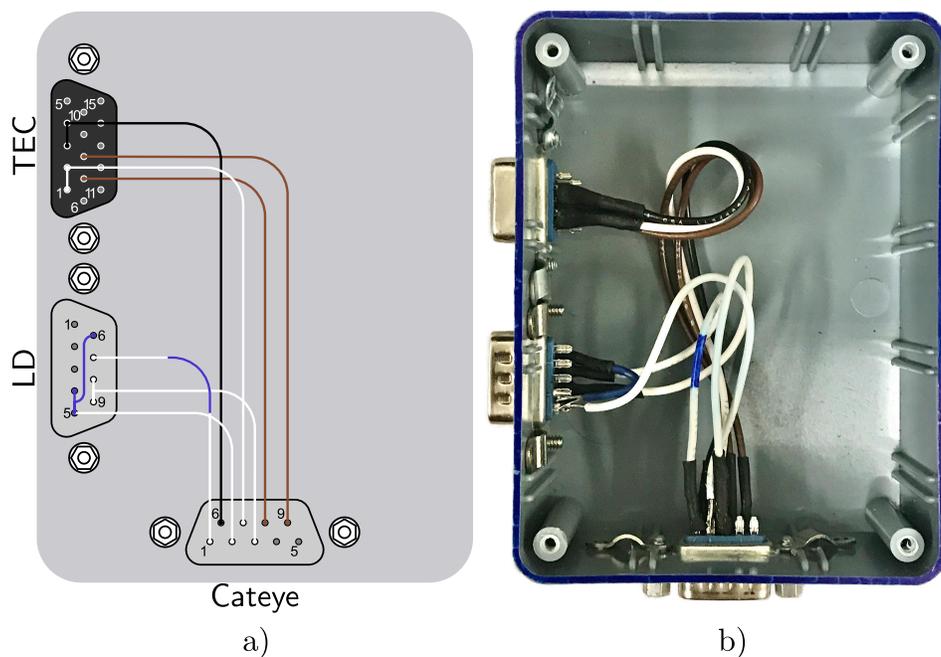


Figura 3.4: En la figura a) se muestra el cableado dentro de la caja. Los puertos en gris claro son macho y el gris oscuro hembra. En la figura b) se muestra una fotografía de la caja con el cableado descubierto.

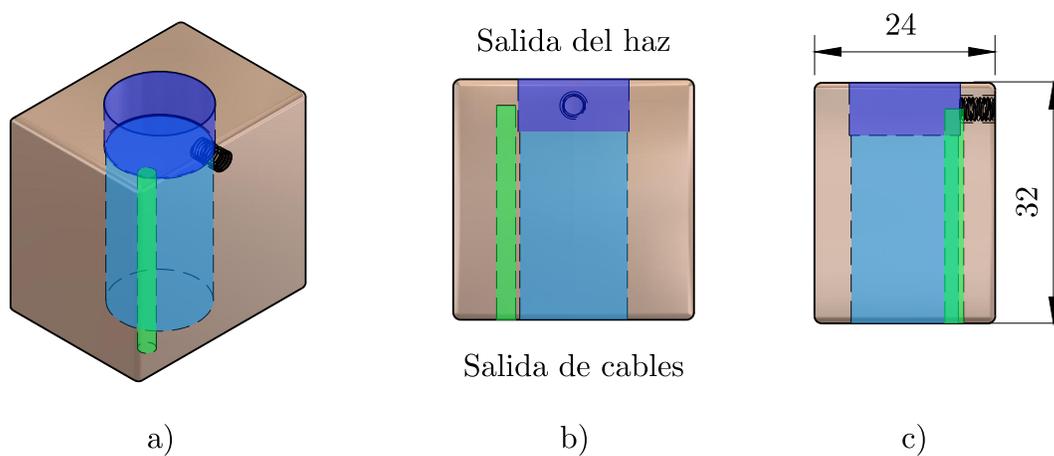


Figura 3.5: Bloque de cobre del láser: a) vista isométrica, b) vista superior y c) vista de canto con medidas en milímetros. En verde se resalta el orificio del para el termistor, en cian el agujero donde se coloca el cable SR9C-DB9 y en azul el agujero que funciona como muesca para evitar que el tubo colimador se salga hacia atrás. El diseño y todas sus medidas se pueden ver en el apéndice B.

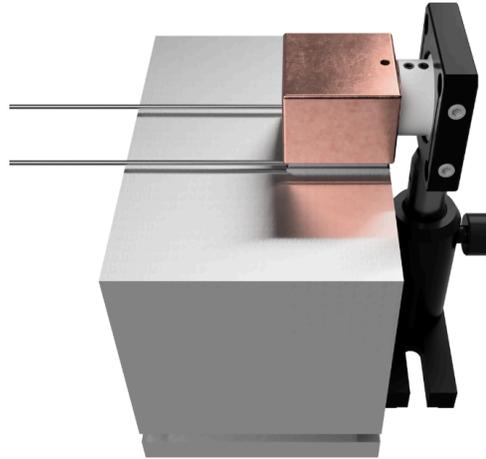


Figura 3.6: Render del láser ya montado sobre el bloque de aluminio y fijado sobre la mesa óptica.

mover libremente sobre el peltier y este sobre el bloque de aluminio, de manera que para fijarlos se construyó una pieza de teflón basada en la pieza AD15F con el fin de aislar térmicamente al láser de la cavidad externa, la cual tiene la ventaja de que el peltier puede mantener más establemente la temperatura del diodo y la desventaja de que la cavidad externa es más susceptible a cambios de temperatura, y por lo tanto de longitud. Esta pieza se enroscó en la CP08, la cual cuenta con una entrada para postes ópticos, de manera que con las piezas necesarias se construyó el sistema mostrado en la figura 3.6, el cual ya puede fijarse sobre la mesa evitando que el láser se mueva.

### 3.3. Caracterización del LD en modo libre

Posterior a esto se insertó el diodo en el socket y se ajustaron los valores límites de voltaje y corriente en el menú de LD del Lightwave a los valores máximos que reporta el fabricante, que son 2.3 V y 150 mA respectivamente.

Teniendo en cuenta que la divergencia máxima del diodo es de  $20^\circ$  de acuerdo a la hoja de especificaciones, entonces la apertura numérica (NA) del diodo es aproxi-

madamente

$$NA_{\text{diodo}} \approx \sin 10^\circ = 0.173$$

con esto se escoge un tubo colimador con una lente que tenga una NA al menos del doble de la del diodo, este es el tubo LT1110P-B, con una lente esférica (A110-B) que tiene  $NA = 0.4$  y  $f = 6.24$  mm. De la distancia focal se espera entonces que los ejes mayor y menor del haz (ya que el haz es elíptico) sean 2.2 mm y 1.1 mm respectivamente.

Utilizando un espectrómetro Ocean Optics HR4000 junto con una esfera integradora FOIS-1 se hizo una caracterización del diodo de corriente contra longitud de onda de 40 mA a 74 mA en intervalos de 2 mA y a 17 °C, 18 °C y 19 °C (figura 7.1). Esto para conocer las regiones donde el diodo mantiene la misma longitud de onda, para decidir la mejor temperatura para el funcionamiento del láser y con ello encontrar las condiciones para que la emisión sea la más cercana a la longitud de onda deseada.

Una vez conocido el comportamiento del diodo en función de la temperatura se hicieron mediciones de corriente contra potencia para conocer la corriente umbral y la potencia máxima (figura 7.2) a 17.5 °C, para ello se utilizó un sistema medidor de potencia (sensor LM-2 VIS y analizador FieldMaster-GS, ambos de Coherent), el sensor se colocó a pocos centímetros del diodo y a un pequeño ángulo respecto del diodo con el fin de evitar una retroalimentación óptica excesiva sobre el mismo, de acuerdo al fabricante el error de la cabeza medidora en el rango de 450 nm a 1100 nm es del 5 %, al cual se le agrega un 1 % (de acuerdo al fabricante) de la pantalla del analizador.

Es importante mencionar que la fuente llegaba al voltaje máximo admitido por el diodo antes de que este llegara a los 90 mW que el fabricante menciona, por ello se probó con varios diodos del mismo modelo pero todos resultaron con características similares salvo dos excepciones con una corriente umbral de alrededor de 17 mA y con una longitud de onda menor que las de los otros diodos a las mismas temperaturas,

pero con la desventaja de que su voltaje máximo se alcanzaba a corrientes y potencias aún menores.

Ya que se tuvo una idea global de las características del láser en cuestión, se procedió a caracterizar el filtro de interferencia con el fin de determinar el ángulo requerido para permitir el paso de la longitud de onda deseada y así poder construir la cavidad externa completa.



## 4 Caracterización del filtro

Una vez conocido el comportamiento del diodo, se procedió a medir el índice de refracción efectivo y transmitancia del filtro (785 BPF de Iridian Spectral Technologies) de interferencia con que se va a seleccionar la longitud de onda a retroalimentar en el diodo. Se decidió medir el índice de refracción efectivo debido a que el fabricante no lo reporta y a que es necesario conocer su valor en la región en que el filtro deja pasar luz de 780 nm.

Para esto se hizo uso de un láser de 780 nm construido en el laboratorio (SX-1) que se tiene bien caracterizado, el cual puede anclarse mediante espectroscopía de polarización.

### 4.1. Montaje experimental

La propuesta ejecutada para conocer las características del filtro fue la siguiente: primero se acopló el SX-1 a una fibra óptica y se llevó al otro extremo de la mesa óptica, que es donde se encuentra el sistema de espectroscopía; a continuación se alineo la fibra (el proceso de alineamiento se explica en el apéndice C) a un Fabry-Pérot (SA200-5B), que tiene un Rango Espectral Libre (FSP por sus siglas en inglés) de 1.5 GHz y está diseñado para ser utilizado con longitudes de onda entre 535 nm y 820 nm, el cual ya se encontraba conectado a su caja de control (SA201); ya alineado, se colocó una montura Pitch-yaw PY003 con una resolución de 109.1" por cada marca de 0.001 in en el tornillo micrométrico, sobre la cual se montó el filtro dentro de su montura de espejo (MK05) con resolución de ajuste en cada tornillo de 0.187 mrad por vuelta, que a su vez se encontraba dentro de la pieza CP01 modificada.

## 4.2. Medición del índice de refracción efectivo

Al momento de realizar este trabajo ya había una línea de trabajo del SX-1 acoplada a fibra, de manera que sólo se requirió de poner el acoplador de salida en el lugar de la mesa donde se necesitaba para poder llevarlo al Fabry-Pérot, es decir, con una salida normal a la entrada de éste, de manera que usando sólo los tornillos de la montura del acoplador y los de un espejo en su respectiva montura se pudiese hacer llegar el haz hasta el fotodiodo del Fabry.

Para el alineamiento primero se conectaron la salida del fotodiodo y el trigger del controlador del Fabry-Pérot a un osciloscopio. A continuación se abrieron los dos diafragmas del Fabry de manera que fuera más sencillo medir una señal en el osciloscopio. Ya que se tuvo esto, con el SX-1 encendido y anclado a  $\text{Rb}^{85} F = 3$ , se ajustó el haz saliente de la fibra de manera burda (con la mano) sobre el espejo, y con este último se realizó lo mismo pero tratando de hacer incidir el haz dentro del Fabry. Una vez que se observó señal se fueron cerrando los diafragmas de manera que siempre permitiera ver algo de señal y ahora, utilizando los tornillos de las monturas de la fibra y el espejo, se fue caminando el haz de manera que la señal se maximizara. El proceso de cerrar los diafragmas y ajustar el haz con los tornillos se realizó de manera iterativa hasta que los diafragmas se encontraban en su menor apertura y aún se alcanzaba a ver la señal, que para este momento eran básicamente líneas verticales. Cabe mencionar que el Fabry-Pérot es muy sensible y de acuerdo a otras mediciones hechas en el laboratorio con alrededor de  $100 \mu\text{W}$  de luz es suficiente para tener una buena medición, así que usando un medidor de potencia a la salida de la fibra se midió la misma y con una retardador de media onda ( $\lambda/2$ ) y un cubo polarizador a la entrada de la fibra se ajustó la potencia de transmitida.

Ya que se tuvo el sistema alineado se procedió a poner en el camino el filtro montado sobre la montura Pitch-Yaw en la configuración mostrada en la figura 4.1; una vez en el camino del SX-1, se fijó sobre la mesa y el tornillo micrométrico para el ajuste del eje de yaw se situó en 0.400 in (cerca del valor máximo del tornillo) como  $0^\circ$ , posterior a esto se alineó un iris de papel en el camino entre el filtro y el haz, y con los

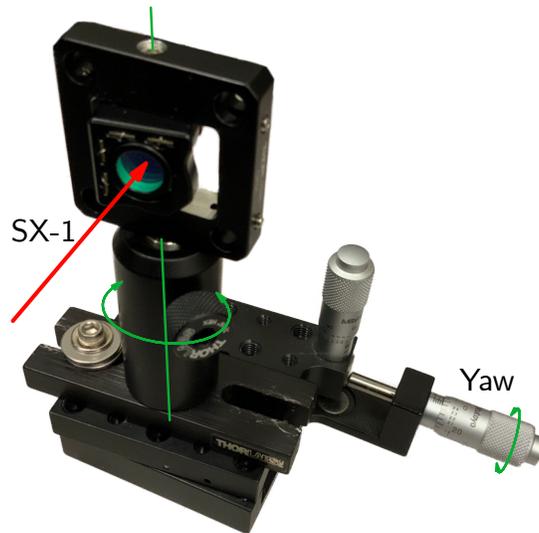


Figura 4.1: Configuración utilizada para medir el ángulo de inclinación del filtro respecto de la luz incidente.

tornillos de la montura del filtro se alineó el reflejo con el centro del iris, garantizando así una alineación perpendicular tanto en el plano sagital como transversal.

En el momento en que el haz incide normal al filtro, la señal del Fabry-Pérot desaparece debido a que el filtro deja pasar luz de 785 nm a incidencia normal con un ancho de banda de 2 nm (de acuerdo al fabricante) y el láser se encuentra anclado fuera de ese intervalo. En este momento se procedió a girar el tornillo en intervalos variables, siendo más finos al encontrarse cerca del comienzo y final de la ventana de transmisión, y más burdos en los extremos y centro de la misma. En cada uno de los pasos dados en el tornillo se tomó una medición de potencia justo después del filtro. Al llegar a la marca de 0.105 in, que corresponde a un ángulo de  $8.9403^\circ$ , se alineó un iris en la nueva posición del haz reflejado, se regresó el tornillo micrométrico a 0.35 in (ver figura 4.2) y utilizando los tornillos de la montura del filtro se regresó el reflejo al centro del nuevo iris, de manera que esta posición sea un nuevo *offset* a  $0^\circ$  para seguir midiendo, proceso que se realizó hasta encontrar un máximo en potencia y de nuevo un mínimo semejante a las primeras potencias medidas, los datos medidos se observan en la Tabla 4.1, a partir de estos se hace una comparación contra los datos del filtro proporcionados por el fabricante que se muestra en la figura 4.3. Debido a que el

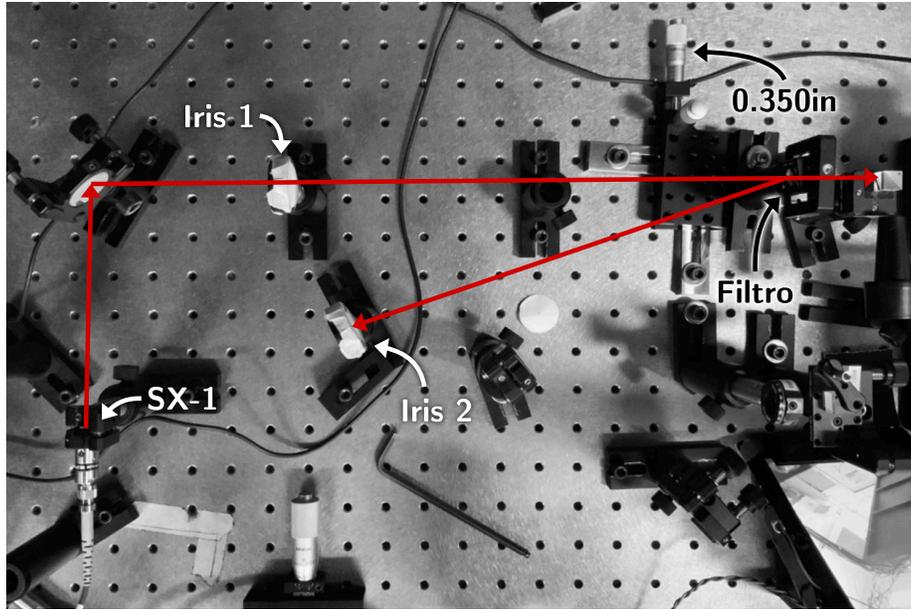


Figura 4.2: Montaje de la caracterización del filtro de interferencia después de haber realizado el cambio de *offset*.

filtro se caracterizó con un láser en 780.241 nm la curva de transmisión queda también centrada a esa longitud de onda así que para comparar con las especificaciones del fabricante se suman los 4.759 nm que le faltan para 785 nm.

Conociendo las características de la montura, se hizo una calibración de la medida del tornillo al ángulo correspondiente y con esto una relación de la potencia en función del ángulo. A continuación se regresó el tornillo a tres posiciones distintas de ángulo, una al inicio del paso de luz del filtro, una en el centro de la curva y otra justo antes de volver a disminuir; en estos puntos se midió la potencia de entrada y de salida para conocer la eficiencia de la transmisión de la luz a través del filtro (figura 7.3).

A partir de estos datos (Tabla 4.1) y despejando  $n_{\text{eff}}$  de la ecuación (2.6) se calculó el mismo. Cabe mencionar que esta fue una primera aproximación. Posteriormente se hizo un cálculo más exacto, se interpolaron los datos de transmisión contra ángulo y se buscaron los dos ángulos para los cuales la transmisión es la mitad del total. Después de esto se aprovechó el hecho de que el rango de  $\theta$  en el que se calculó  $n_{\text{eff}}$  es de  $\theta$  pequeños, entonces se puede aproximar a primer orden el valor de la función que describe al  $n_{\text{eff}}$ , ver ecuación (4.1). Con ello se llega a que el  $n_{\text{eff}}$  promedio del filtro estando en un régimen de transmisión superior al 50% es el promedio del  $n_{\text{eff}}$

Tabla 4.1: Datos de caracterización del filtro de interferencia, los datos en negritas representan el momento en que se hizo el *offset* a cero, las casillas resaltadas en gris son las medidas de potencia más cercanas al FWHM del perfil de transmisión del filtro, las cuales corresponden a los cálculos de  $n_{\text{eff}}$  utilizados para el promedio del mismo, es decir, 1.8430(15).

Micrómetro (in)	Ángulo (°)	Potencia ( $\mu\text{W}$ )	$n_{\text{eff}}$
0.400	0	0.078	
0.300	3.0306	0.086	0.4809
0.200	6.0612	0.090	0.9604
<b>0.105</b>	<b>8.9403</b>	0.142	1.4135
<b>0.350</b>	<b>8.9403</b>	0.142	1.4135
0.320	9.8495	1.72	1.5559
0.315	10.0010	3.59	1.5796
0.310	10.1525	8.52	1.6032
0.305	10.3040	21.1	1.6269
0.300	10.4556	47.7	1.6506
0.295	10.6071	83.0	1.6742
0.290	10.7586	102	1.6979
0.280	11.0617	107	1.7451
0.270	11.3648	108	1.7923
0.260	11.6678	109	1.8394
0.250	11.9709	108	1.8865
0.240	12.2739	107	1.9336
0.230	12.5770	108	1.9805
0.220	12.8801	92.7	2.0275
0.215	13.0316	66.6	2.0509
0.210	13.1831	32.6	2.0743
0.205	13.3346	7.42	2.0977
0.200	13.4862	1.36	2.1211
0.195	13.6377	1.25	2.1445
0.190	13.7892	0.500	2.1679

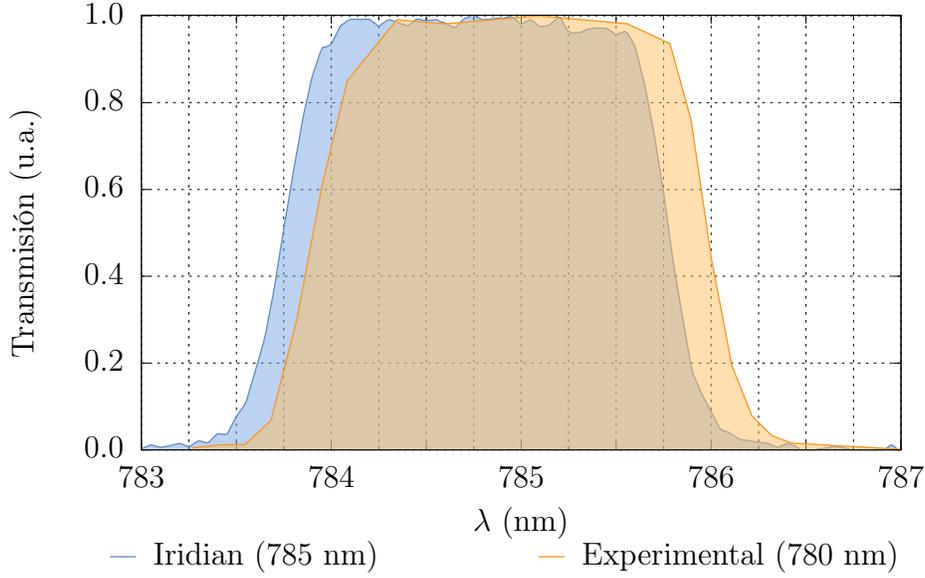


Figura 4.3: Comparación entre los datos provistos por el fabricante (incidencia normal al filtro, es decir 785 nm) y los experimentales (utilizando un láser en 780.241 nm).

evaluado en los puntos del FWHM, de esta manera se obtiene que  $n_{\text{eff}} = 1.8570(34)$ .

$$\begin{aligned}
 n_{\text{eff}} &= \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda(\theta)}{\lambda_0}\right)^2}} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{780.241 \text{ nm}}{785 \text{ nm}}\right)^2}} \\
 &= 9.095 59 \sin \theta \approx 9.095 59 \theta
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Despejando ahora  $\theta$  de la ecuación (2.6) y sustituyendo los valores correspondientes, se tiene que para centrar el filtro en la longitud de onda de la transición de la línea D<sub>2</sub> del Rubidio, el ángulo debe ser de

$$\begin{aligned}
 \theta &= \arcsin \left( n_{\text{eff}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda(\theta)}{\lambda_0}\right)^2} \right) \\
 &= \arcsin \left( 1.8570(34) \sqrt{1 - \left(\frac{780.241 \text{ nm}}{785 \text{ nm}}\right)^2} \right) = 11.782(31)^\circ
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Tomando la derivada de la ecuación (2.6), podemos conocer la precisión necesaria

en nuestro control de ángulo del filtro para poder transmitir la misma longitud de onda:

$$\frac{d\lambda(\theta)}{d\theta} = -\frac{\lambda_0^2 \sin \theta \cos \theta}{n_{\text{eff}}^2 \lambda(\theta)} = -\frac{\lambda_0^2}{2n_{\text{eff}}^2 \lambda(\theta)} \sin(2\theta) \quad (4.3)$$

De aquí se tiene que para rotar el filtro de 785 nm a 780.241 nm, el cambio es de  $-0.79 \text{ nm}/^\circ$ , que para una variación de 0.24 nm en 780 nm corresponden a  $0.30^\circ$ .



## 5 Construcción de la cavidad Cat-eye

Una vez conocido el ángulo al que se necesita poner el filtro respecto del haz, se pasó a construir la cavidad externa del láser, la cual es la encargada de retroalimentar la longitud de onda deseada, seleccionada por el filtro en el diodo láser. Esta consiste en dos lentes C280TMD-B y un espejo parcialmente reflejante (reflector Cat-eye) PR1-800-30-0525 de CVI Optics, montado sobre un piezoeléctrico de anillo PA44LEW.

### 5.1. Configuración de elementos mecánicos

Utilizando un juego de barras de acero ER4-P4 y las piezas: CP1TM09 (2), KC1-T, CP08, CP01 (ya maquinada con las medidas indicadas en el apéndice B), MK05 y el acoplador de teflón basado en la pieza AD15F, se construyó el arreglo mostrado en la figura 5.5. Para tener una mejor estabilidad ante vibraciones se fijó la pieza KC1-T con un poste sobre la mesa.

Las lentes Cat-eye (C280TMD-B) se enroscaron cada una en las piezas CP1TM09 de manera que al llegar al tope tanto un lado de la lente como el de las piezas en que se montaron quedaran al mismo nivel.

Para construir la cavidad Cat-eye es necesario montar de alguna manera el espejo sobre el piezoeléctrico, de manera que se pueda lograr un control fino sobre la longitud de la misma. Para ello se fabricaron dos piezas: un disco de aluminio con un orificio central para montar el piezo junto con el espejo sobre la montura KC1-T, y la otra de PVC con orificios concéntricos y escalonados diseñados de manera que ayudara a pegar el espejo sobre el PZT de manera coaxial.

La primera tiene un orificio de 5 mm para permitir el paso del haz y una serie de

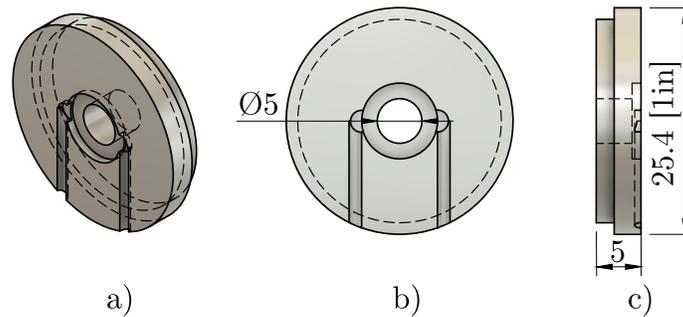


Figura 5.1: Pieza acopladora a montura para el piezoeléctrico: a) vista isométrica, b) vista frontal, c) vista de canto. Las medidas están en milímetros salvo que se indique de otra manera. Para el diseño con todas las medidas véase el apéndice B.

huecos para el PZT y sus conexiones. En la figura 5.1 se muestra un diagrama de la misma, a los lados del hueco circular de 8.5 mm hay dos pequeños espacios los cuales se encargan de que los electrodos del PZT no hagan contacto con el resto del disco. El lado del PZT que queda libre es al que se pega el espejo con la ayuda de la segunda pieza, de manera que se garantiza que ambos elementos están alineados.

El primer paso fue pegar el piezo en su base en el anillo de aluminio. Para eso se utilizó una pequeña gota de pegamento Loctite 495, se dejó secar siguiendo las indicaciones de aplicación del mismo, a continuación se procedió a pegar el espejo sobre el piezo, para ello, con un palillo se colocó una pequeña línea del mismo pegamento cerca de su borde exterior, esto con el fin de que al presionar el espejo contra este, el pegamento no se esparciera hacia el centro del espejo, mermando sus propiedades ópticas.

Previo a esto se colocó una fibra para limpieza de óptica dentro de la pieza de PVC (figura 5.2) y sobre esta, el espejo, de manera que el espejo no se dañara. Hecho esto, se volteó el piezo junto con el anillo de aluminio dentro de la pieza de PVC y se presionó durante unos segundos, a continuación, se tiró de la fibra para sacar las piezas ya pegadas. Es importante mencionar que el espejo tiene un recubrimiento del lado por el cual tiene que incidir la luz para permitir la reflexión y transmisión de 30% y 70% respectivamente, esta se indica con una flecha en el canto del mismo la cual indica la dirección en que la luz lo atraviesa; teniendo en cuenta este hecho,

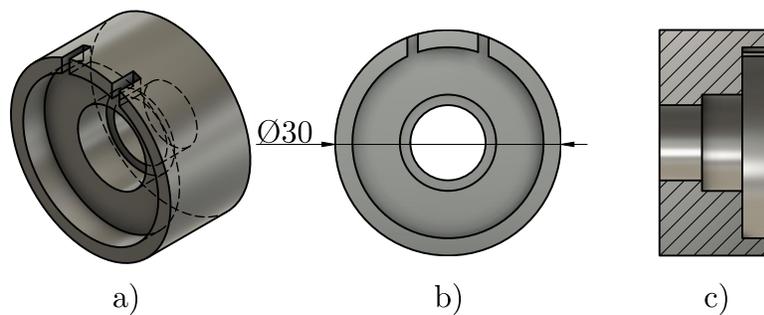


Figura 5.2: Diseño de la pieza empleada para el pegado del espejo y el piezoeléctrico: a) vista isométrica, b) vista frontal (dimensiones en milímetros) y c) vista de canto. Diseño completo en apéndice B.

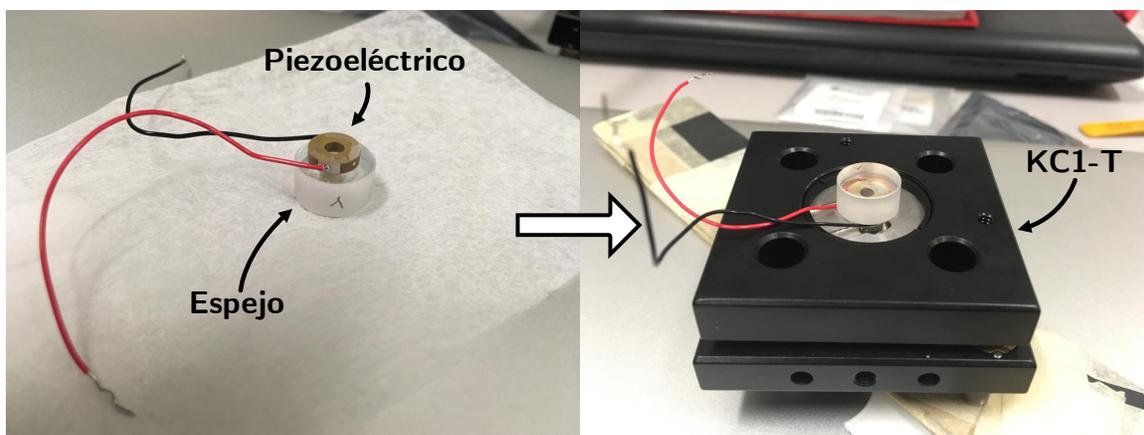


Figura 5.3: Espejo y piezo pegados y montados, en el montaje final los elementos se acomodaron apuntando en la dirección opuesta dentro de la pieza KC1-T.

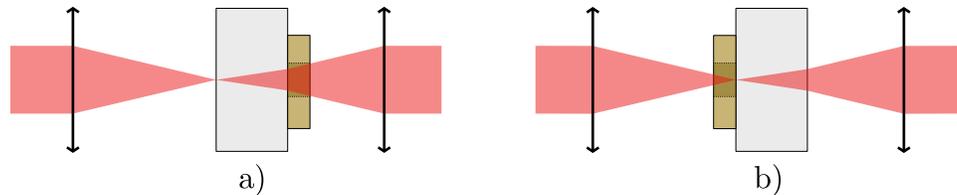


Figura 5.4: a) Diagrama del haz láser pasando primero por el espejo. b) Diagrama del mismo pero pasando primero por el piezo. Puede observarse que debido a la diferencia de grosor entre piezo y espejo, la implementación de la derecha es más robusta frente a pérdidas de luz en el piezo.

el piezo se pegó del lado por donde incide la luz, ya que al ser más delgado que el espejo se reduce la posibilidad de parte de la potencia del haz se pierda en él (véase figura 5.4).

Estas piezas se colocaron en la montura KC1-T y se aseguraron con una rosca como se observa en la figura 5.3, a su vez, la montura se ensambló con las barras de acero al resto de la estructura del láser tal como se muestra en la figura 5.5.

Para colocar la superficie del espejo en el foco de la primera lente Cat-eye primero se localizó el mismo encendiendo el láser y poniendo una tarjeta después de la misma hasta encontrarlo visualmente. Utilizando un vernier se tomó la distancia entre la superficie más cercana de la montura de la lente y la tarjeta; a continuación se midió la potencia del láser en un punto entre la lente y su foco, esto con la finalidad de que al poner el espejo se tuviera un punto de referencia de la potencia que debe obtenerse después de este; se colocó la montura del espejo y se ajustó su posición hasta que la lectura de potencia al atravesarlo fue lo más cercana a la medida al inicio.

Debido a que el mecanismo de ajuste de ángulo del filtro tiene un espacio muy reducido para insertar la llave allen (ver figura 5.5), se hizo un cambio al montaje. Fijando el filtro en su propio poste sobre la mesa, y montando la cavidad Cat-eye de igual manera, sobre una base con ajuste micrométrico en un eje.

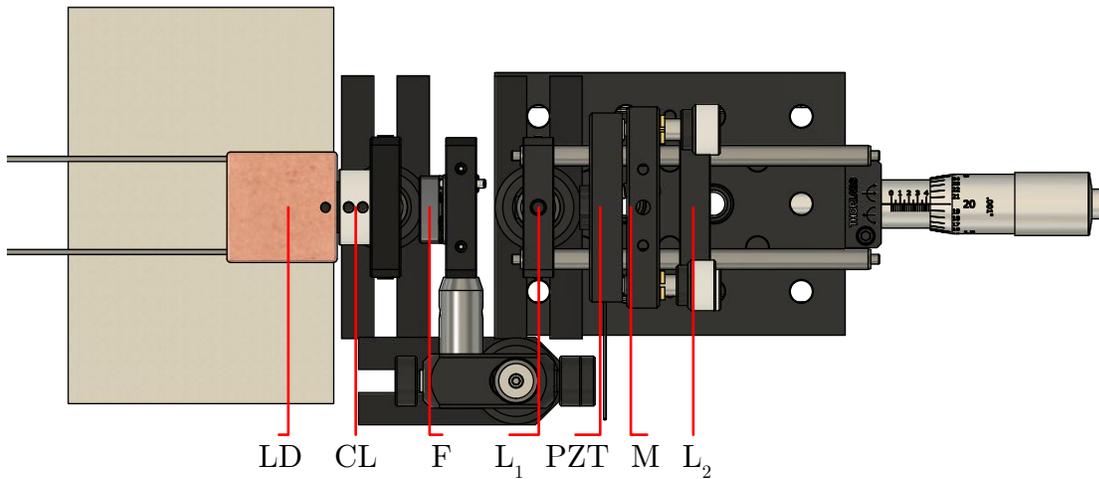


Figura 5.5: Diagrama del montaje del láser. Se señala la posición de los elementos ópticos: diodo láser (LD), lente colimadora (CL), filtro de interferencia (F), lente acopladora (L<sub>1</sub>), piezoeléctrico (PZT), espejo (M) y la lente re-colimadora (L<sub>2</sub>).

## 5.2. Alineación de elementos ópticos

Por construcción, el sistema de elementos ópticos de la cavidad externa comparte el mismo eje salvo las tolerancias de las medidas de las piezas, de manera que los grados de libertad a trabajar son: el ángulo de incidencia con que la luz llega al espejo usando los tornillos de su montura, la distancia a la que se encuentra este de la primera lente Cat-eye, y finalmente el ángulo con que incide la luz sobre el filtro de interferencia.

Otros elementos con los que se puede trabajar son la longitud de la cavidad externa y la distancia a la que se encuentra el filtro de la salida del haz láser, pero debido al proceso cronológico del alineamiento en este trabajo, se tomaron en cuenta una vez que se optimizaron la alineación de los focos de las lentes Cat-eye y el espejo.

Para retroalimentar correctamente el diodo se siguió un proceso iterativo en el que se colocó el medidor de potencia después de la cavidad externa y sin el filtro, la corriente suministrada al diodo era cercana a la corriente umbral pero debajo de esta; utilizando los tornillos de la montura del espejo se comenzaron a girar hasta que la potencia aumentaba de manera considerable, es decir, bajando la  $I_{\text{umbral}}$  y por

lo tanto retroalimentando el diodo más eficientemente; ya que se conseguía eso, la corriente se bajaba hasta quedar debajo de  $I_{\text{umbral}}$  nuevamente y el proceso se repitió hasta llegar a una corriente umbral mínima. En este momento se realizó una nueva curva de corriente contra potencia (véase figura 7.2).

Finalmente, ya que se consiguió buena retroalimentación se colocó el filtro entre la cavidad y la salida del haz como se indica en las figuras 2.5 y 5.5. Utilizando el Ocean Optics y una celda de rubidio se fue girando el filtro hasta estar cerca de la transición.

Con las mediciones realizadas es posible entonces calcular la función de transmisión total del láser (figura 7.5), optimizando factores como la longitud de la cavidad externa y ángulo del filtro. Se escribió un código en Mathematica para hacer estos cálculos el cual puede verse con detalle en el apéndice D.

# 6 Espectroscopía y Batimiento

## 6.1. Espectroscopía de absorción saturada

A fin de conocer qué transiciones se pueden acceder con el láser, a qué valores de corriente, temperatura y voltajes de piezo, se montó primeramente un sistema de espectroscopía de absorción simple. En este se utilizó un fotodiodo BPW34 con un circuito hecho en casa. El diseño del sistema consistía en una celda de Rubidio y después de esta el fotodiodo, el cual se alimenta con una fuente de voltaje (GW Instek GPS-3303) que tiene una salida que va directo a un osciloscopio donde puede observarse la señal del mismo.

Una vez que se vieron pozos, el siguiente paso fue montar un sistema de espectroscopía de absorción saturada. Para ello se rediseñó toda la óptica utilizada después de la salida del haz, el cual se puede ver en la figura 6.1. El haz de salida se refleja con un ángulo menor a  $45^\circ$  respecto de la normal, esto con el propósito de maximizar el uso del espacio en la mesa, el cual es limitado. En la figura 6.2 se observan las conexiones del equipo utilizado y en la figura 6.3 se observa la señal de los fotodiodos.

## 6.2. Batimiento de láseres

Con la señal obtenida en figura 6.3 es posible anclar el láser, si bien el anclado se realiza a un lado de la transición esto no es un inconveniente puesto que sólo se necesita una frecuencia estable como referencia para realizar la medición del ancho de línea. El batimiento realizado utilizó la técnica de detección heterodina, para ello se usó otro láser idéntico al presentado en este trabajo. De cada láser se tomó un haz de luz, ambos

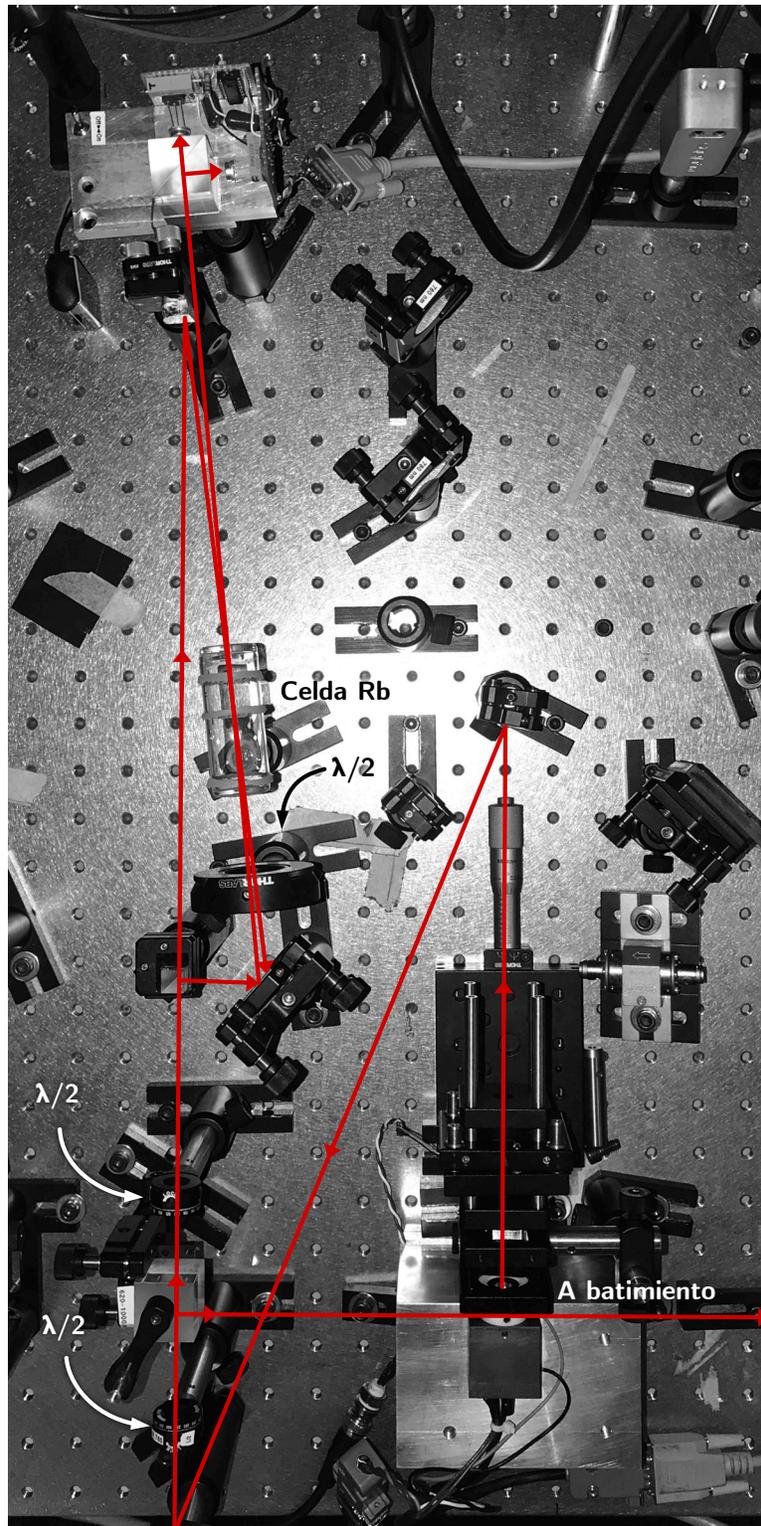


Figura 6.1: Montaje de la espectroscopía de absorción saturada del láser que utiliza un circuito casero. Se indica en rojo la propagación de la luz del láser, así como un haz que se utilizó para hacer el batimiento.

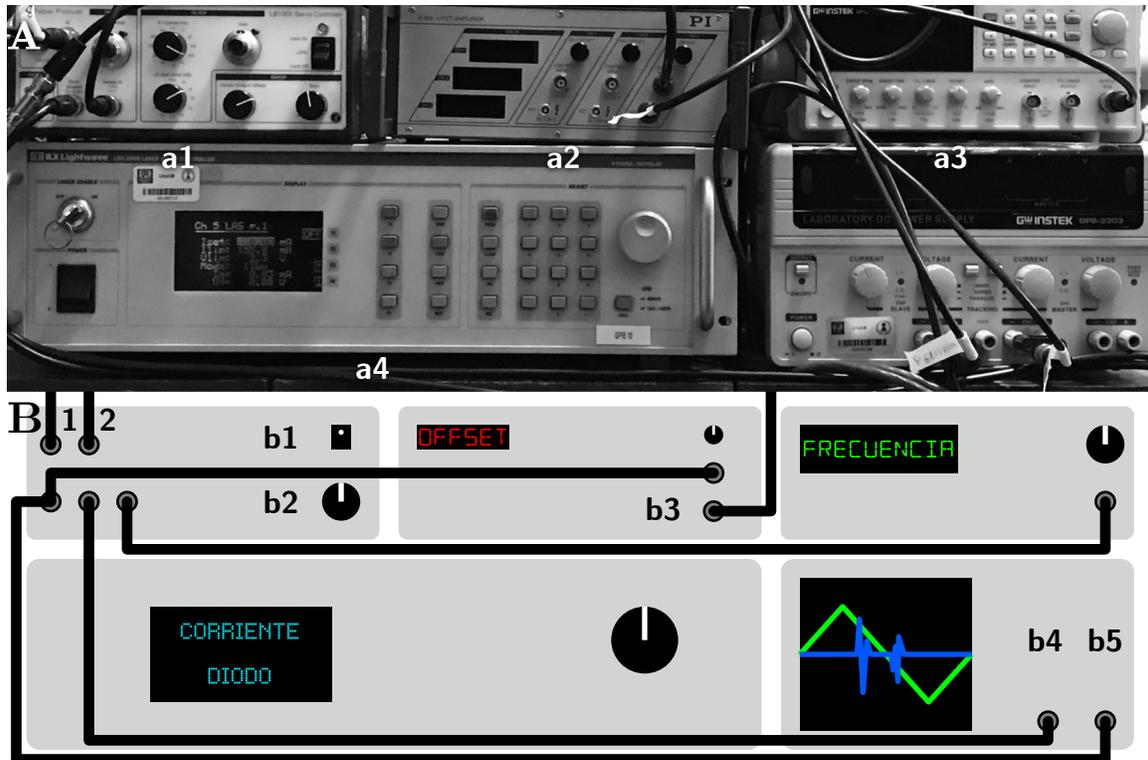


Figura 6.2: En la figura A se indican los equipos utilizados para el manejo y anclado del láser como sigue: *a1* un Servo, *a2* un amplificador para el PZT, *a3* un generador de funciones y *a4* el Lightwave para controlar al LD. Así mismo en la figura B se muestra un diagrama de los mismos equipos, incluyendo un osciloscopio donde se analizaban las señales de barrido y error para el anclado, así como las conexiones de entre los distintos aparatos. *1* y *2* corresponden a las señales de los fotodiodos con las que el servo obtiene el error, *b1* es el Lock, *b2* el span del barrido, *b3* el barrido del PZT ya amplificado, finalmente *b4* y *b5* son señal de error y barrido respectivamente.

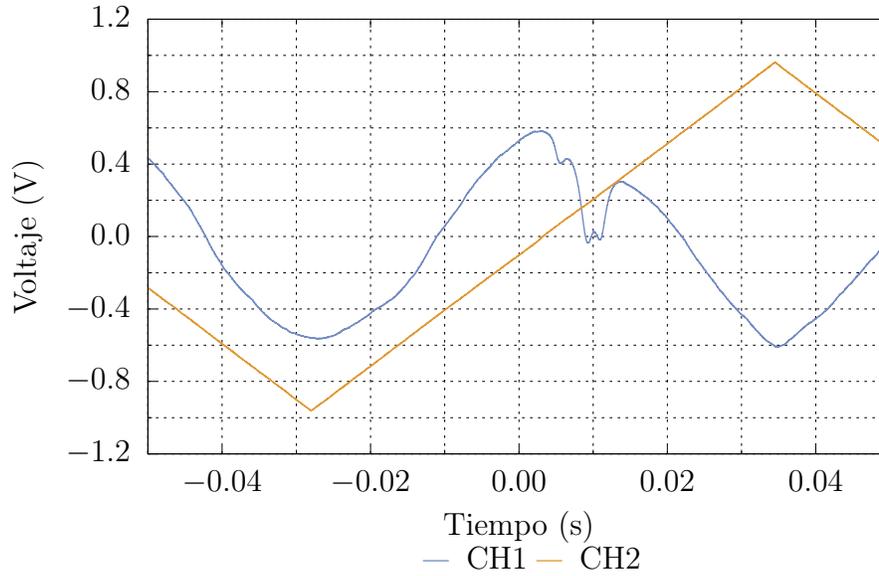


Figura 6.3: Se muestran la señal de la espectroscopía (CH1) ampliada por un factor de 10 y la del barrido del piezo (CH2). El pozo que se ve aquí corresponde al  $^{85}\text{Rb}$   $F = 3$ .

se llevaron a un cubo no-polarizador (cuidando que ambos haces tuvieran la misma polarización) y alinearon de manera que estos fueran copropagantes; posteriormente se alinearon a una fibra óptica (Siguiendo los procedimientos del apéndice C) a la salida de la cual se colocó un fotodiodo rápido (EOT ET-2030A) conectado a un analizador de espectros Rohde & Schwarz (FSL3).

Debido a la etapa de desarrollo del segundo láser este no podía anclarse, así que para realizar la medición se anclaba el primero cerca de una transición y en el segundo se comenzaba a cerrar el barrido alrededor de la misma transición, al hacer esto se alcanzaba a ver un pico estable en el analizador de espectros (con la ventana de medición abierta al máximo, la cual es de 3 GHz). Ya que se obtuvo esto, se cerró la ventana del analizador centrada en el batimiento y finalmente se guardaron los datos para su posterior análisis. Es importante mencionar que al no poder anclar el segundo láser había una deriva en su frecuencia, pero esta se podía corregir con bastante precisión usando una perilla de frecuencia en su fuente de alimentación (MOGLabs), además de que era lo suficientemente lenta como para tomar los datos sin problemas.

## 7 Resultados

De la caracterización de longitud de onda en función de la corriente del diodo para distintas temperaturas se decidió utilizar una temperatura entre 17°C y 18°C ya que como se observa en la figura 7.1 la longitud de onda se mantiene más estable cerca de las corrientes más altas, que corresponden a mayor potencia. A pesar de que parece que a temperaturas aún más bajas a 17°C la región de longitud de onda estable puede ser aún más grande y más cercana a 780 nm, la temperatura operacional del diodo para este trabajo fue de 17.35°C debido a que si se disminuía más, el peltier debía trabajar a corrientes cercanas a la máxima, mermando su rendimiento.

Teniendo en cuenta que el reflector Cat-eye permite el paso de sólo 70% de la luz, y que el filtro en los extremos de su banda de transmisión mayor al 86.3%, tenemos que para un diodo con potencia nominal de 90 mW la cantidad de luz utilizable ya sintonizado cerca de la transición  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  es de 55.4 mW, lo cual corresponde con lo reportado por D. J. Thompson et al. en [8]. Así mismo, debido a las características del diodo medidas experimentalmente, la potencia máxima operacional que se registró es de 31.6(22) mW ya con cavidad externa y filtro (figura 7.2), que corresponde con la misma eficiencia de los elementos ópticos como se observa en el siguiente cálculo:

$$45.9(28) \text{ mW}(0.7 \times 0.863) = 31.6(22) \text{ mW}$$

Donde 45.9(28) mW es la potencia máxima registrada a la corriente máxima que permitía el diodo antes de alcanzar su voltaje máximo (ver figura 7.2).

De revisar con cuidado los datos mostrados en la figura 7.2 uno puede observar

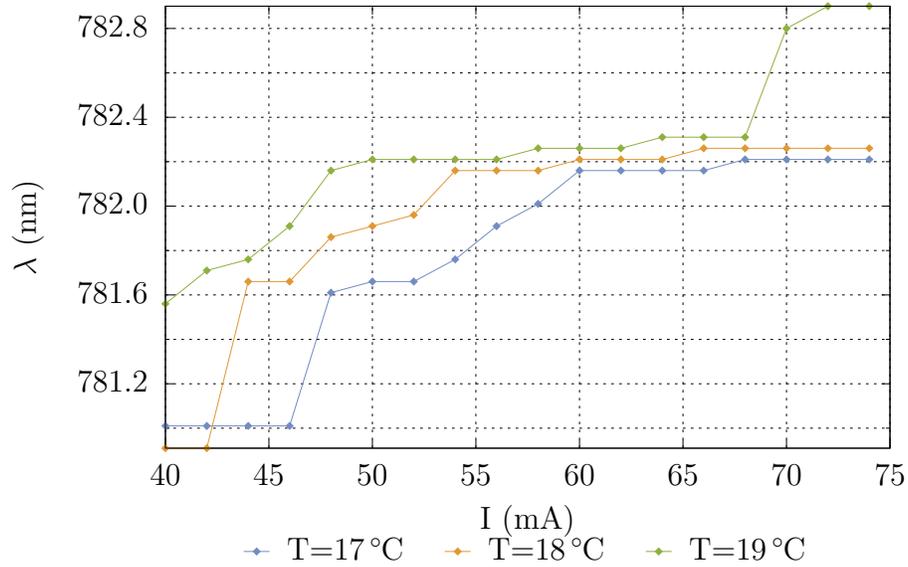


Figura 7.1: Longitud de onda del diodo en modo libre como función de la corriente suministrada, a distintas temperaturas.

que al agregar el filtro la corriente umbral del diodo vuelve a aumentar a un valor poco menor que la  $I_{\text{umbral}}$  del diodo en modo libre. Esto se debe a que el filtro se comporta como un espejo para las longitudes de onda fuera del ancho de banda que deja pasar al ángulo al que está puesto y por lo tanto gran parte de la luz que antes se retroalimentaba con el espejo acoplador se refleja fuera del eje óptico de la cavidad.

Se encontraron dos ventanas de fluorescencia, una de 53.9 mA a 55.2 mA y otra de 69.9 mA a 71.2 mA, inclusive una arriba de los 80 mA, pero debido a que a esa corriente el diodo funciona cerca de su voltaje máximo no se utilizó mucho, además encontrarla era más complejo pues requería trabajar con mucho cuidado el barrido del piezo y la corriente.

De la caracterización del filtro se encontró que la ventana de transmisión a media altura es de 2.08 nm, respecto de la nominal reportada por el fabricante de 2 nm. La figura 7.3 muestra la curva de transmisión medida utilizando el láser SX-1 y la montura pitch-yaw, de esta se observa que la eficiencia de transmisión es cercana al 90%. Al girar el filtro a un ángulo de 12.7° el corte de la ventana queda justo atrapando la transición por un lado (figura 7.4).

Al poner el filtro a este ángulo se logran encerrar los modos del láser por un lado, el

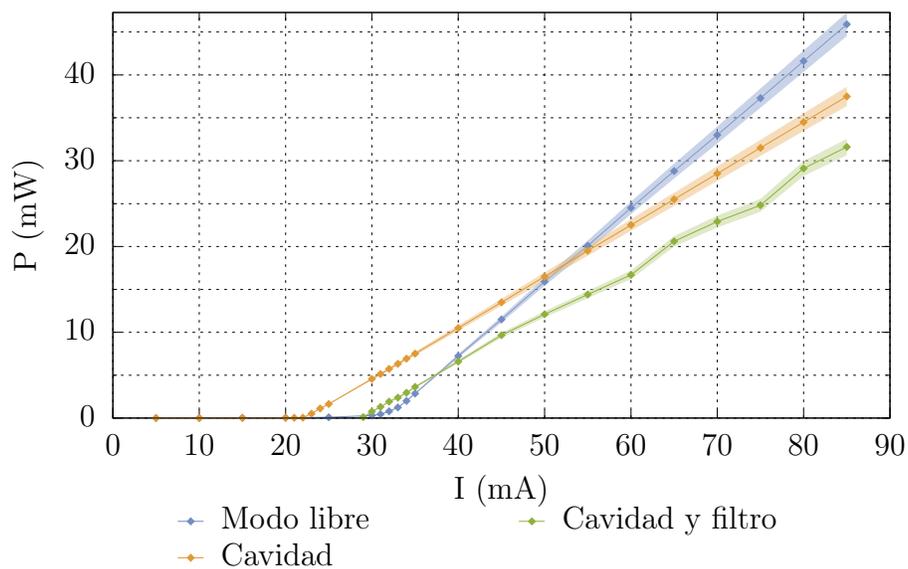


Figura 7.2: Potencia del diodo en función de la corriente suministrada tanto en modo libre como con cavidad externa y cavidad externa con filtro de interferencia ajustado a la resonancia de la línea  $D_2$  del rubidio, todas con sus respectivas barras de error. Tanto el diodo en modo libre como con cavidad se midieron a  $17.5^\circ\text{C}$  y una vez medido el filtro se cambió a  $17.35^\circ\text{C}$  ya que se encontraron las ventanas de sintonía a corrientes más altas.

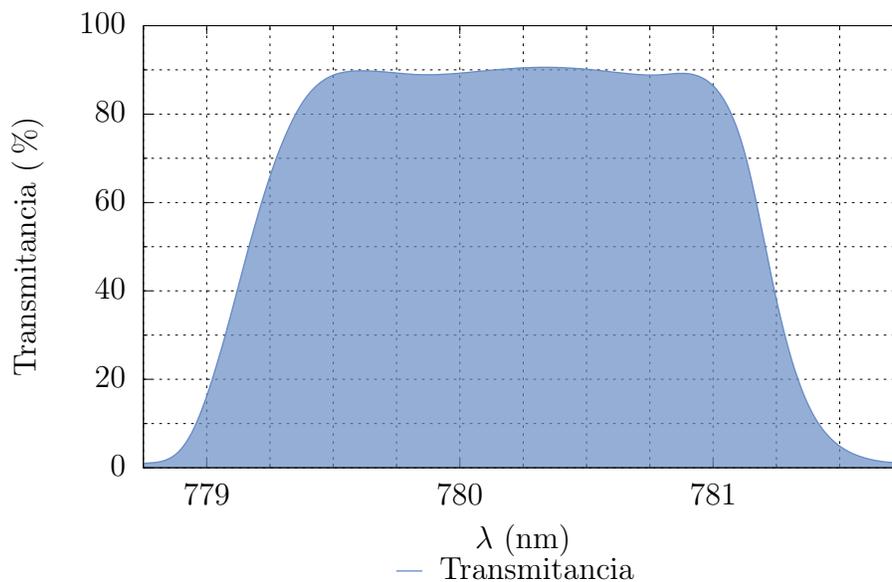


Figura 7.3: Eficiencia de transmisión del filtro en función de la longitud de onda que deja pasar.

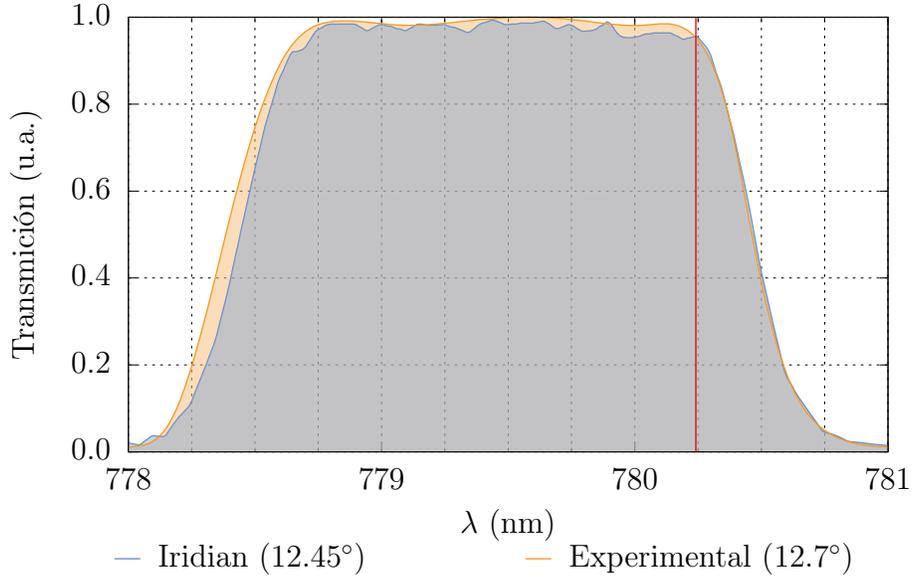


Figura 7.4: Comparación entre transmisión del filtro con los datos del fabricante ( $\theta = 12.45^\circ$ ) y la calibración de los datos experimentales con  $\theta = 12.7^\circ$  (ambos interpolados con spline). En rojo se señala la longitud de onda para la transición del rubidio. Se observa que se necesitan ángulos distintos para obtener los mismos resultados, esto es debido a la diferencia entre la ventana de transmisión mostrada en la figura 4.3.

otro lado se debe a los modos de la cavidad intrínseca del diodo. Finalmente, los otros dos factores de selección de modo son la transmisión debida a la cavidad externa y la ganancia del diodo que se supone gaussiana. La cavidad del diodo se supuso de una longitud de 0.282 mm, que son valores cercanos a los mencionados en la literatura [8]. Esta se varía modificando su temperatura de operación, además se supuso que el índice de refracción (del cual depende la separación de modos) del material del diodo (AlGaAs) es de 3.5, este puede variar dependiendo de la concentración de aluminio frente a la de galio [18]. La segunda se optimizó numéricamente en el código de Mathematica (apéndice D) para hacer que el máximo la función de transmisión total

$$T_{\text{total}} = G_D T_D T_{\text{cavidad}} T_{\text{filtro}}$$

ocurriera justo en la transición del rubidio. El valor que se encontró para la longitud de la cavidad es de 50 mm, además se encontró que la precisión necesaria sobre el ángulo del filtro es de  $0.3^\circ$  y por lo tanto la montura sobre la que se encuentra el filtro

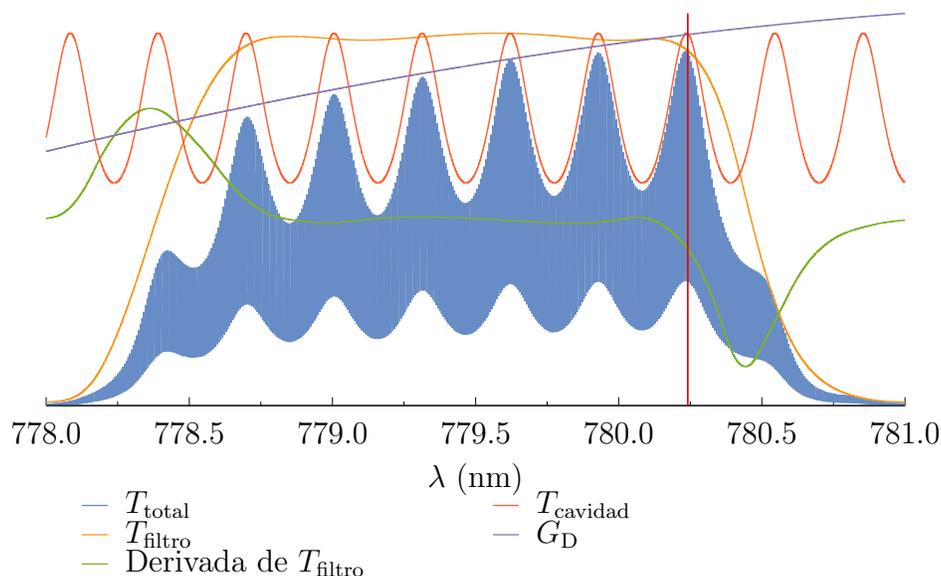


Figura 7.5: Se muestran los factores de selección de modo del láser: ganancia del diodo, transmisión del filtro y funciones de transmisión del diodo y de la cavidad, además se muestra la derivada del filtro de la cual se obtiene la resolución necesaria sobre el ángulo del filtro para permitir el paso de la longitud de onda deseada.

cumple perfectamente ya que tiene resolución de  $0.76^\circ$  por vuelta.

Los factores de selección de modo del láser así como la función de transmisión total se pueden ver en la figura 7.5, donde el ancho de línea se angosta al posicionar la transmisión total entre la ventana del filtro y la cavidad intrínseca del diodo, y donde la operación unimodal se debe a que los modos adyacentes en la cavidad tienen una ganancia menor [8]. Un acercamiento a la función de transmisión total en la región de la transición se observa en la figura 7.6.

Debido a que el láser se construyó con una base con movimiento micrométrico en un eje, la estabilidad frente a vibraciones mecánicas no era la esperada de este tipo de láser. A pesar de esto, se corroboró de manera cualitativa y en varias ocasiones la robustez de diseño, ya que golpes accidentales sobre la mesa de trabajo no lo sacaban de la resonancia con la transición.

Con la electrónica utilizada en la construcción del láser llegaron a verse dos pozos en un solo barrido, lo cual es congruente con lo que se veía en el SX-1 antes de cambiar su fuente y sistema de espectroscopía por un equipo de MOGLabs. El pozo del  $^{87}\text{Rb}$   $F = 2$  era un poco más complicado de sintonizar debido a saltos de modo

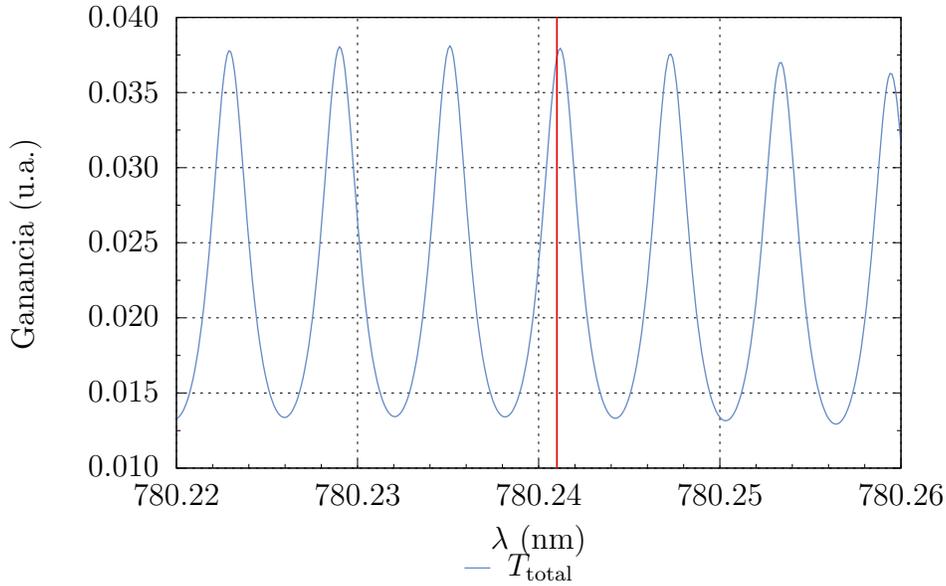


Figura 7.6: Vista detallada de la función de transmisión total del láser donde la línea roja representa la longitud de onda de la transición de rubidio.

que no desaparecían fácilmente moviendo la corriente del diodo o el voltaje del PZT. Aún así, esto no supone un gran problema, debido a que la aplicación final de este láser prototipo tiene una preferencia de anchos de línea pequeños sobre capacidad de sintonía.

Del batimiento realizado anclando un láser y cerrando el barrido del segundo se obtuvo la señal mostrada en la figura 7.7, donde se hace un ajuste con una lorentziana, la cual a  $-3$  dBm tiene un  $\Delta\nu = 2.56$  MHz (FWHM), de manera que el ancho de línea de un sólo láser es de 1.29 MHz, haciendo la suposición de que ambos son idénticos (en el apéndice E se explica el porqué del ajuste lorentziano y la definición del FWHM a  $-3$  dBm). Este valor queda por arriba del que se menciona en la literatura [6–8], donde se habla de decenas a cientos de kHz. Esto tiene dos posibles explicaciones, alguno de los dos láseres no está bien optimizado, resultando en un ancho del batimiento mayor o poca estabilidad en el anclado de alguno o ambos láseres, lo cual resulta en una medida más ancha cuando el analizador hace el barrido sobre la ventana donde se centra la medición, es decir que la diferencia de frecuencia entre ambos láseres se mueve mientras se mide y por lo tanto el batimiento se registra más ancho de lo que en realidad es.

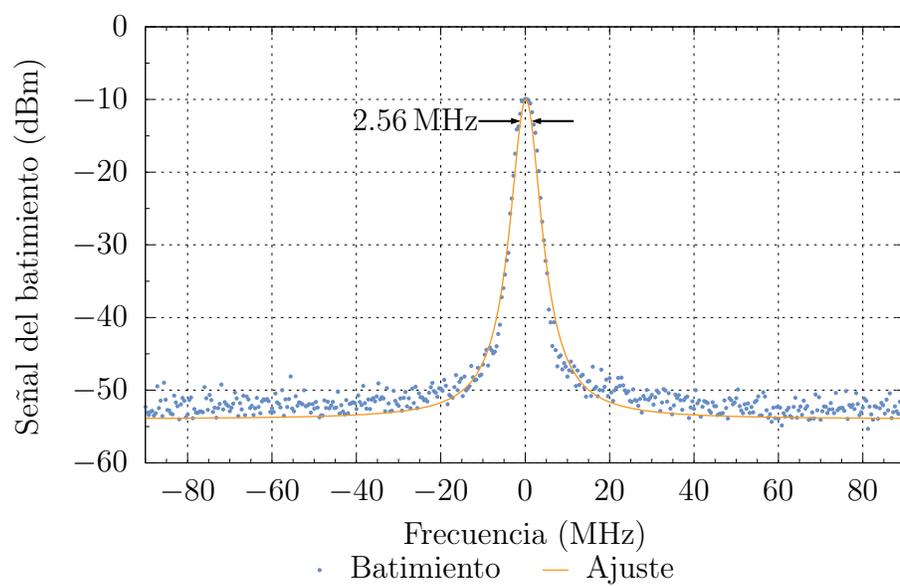


Figura 7.7: Señal del batimiento de los láseres. El ajuste es una lorentziana con una  $R^2 \geq 0.95$ .



## 8 Conclusiones

Se construyó un láser de cavidad externa en configuración Cat-eye con una capacidad de sintonía de cientos de MHz, el cual está optimizado para promover la transición  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  de la línea D<sub>2</sub> del rubidio. La potencia máxima en sintonía que se obtuvo fue de 23 mW, que queda por debajo de lo esperado, y esto se debe a problemas con el diodo respecto de las especificaciones reportadas por el fabricante. El ancho de línea del mismo es no mayor a 1.28 MHz, como trabajo futuro queda hacer una medición más controlada, ya que en otros trabajos se habla de anchos de línea del orden de cientos de kHz o menores a la centena [6–9].

Al ser un primer prototipo, donde la cantidad de grados de libertad con que se puede trabajar es mayor, uno de los inconvenientes es la estabilidad mecánica del ensamblado de piezas. A pesar de esto, el sistema es suficientemente robusto y en el peor de los casos, si se pierde la sintonía, sólo se requiere de un cambio de menos de 3 mA en la alimentación del diodo, o 10 V en la alimentación del piezoeléctrico para recuperarla. Por otro lado, debido nuevamente a la naturaleza de prototipo, el sistema de espectroscopía que permite anclarlo es voluminoso, y en caso que se busque miniaturizar el mismo se puede buscar implementar un montaje más compacto como el que proponen Groswasser et al. [19].

Otro elemento a desarrollar y que requiere pensar con mayor detalle es la manera en que se cambia el ángulo del filtro. Si bien la montura utilizada permite un ajuste del mismo con mayor precisión de la requerida teóricamente que corresponden a 0.3° de acuerdo con la ecuación (4.3), el acceso al tornillo que permite ajustarlo es complicado en el montaje actual del sistema. Así mismo, queda como trabajo futuro encontrar una mejor medición de la separación de modos debida al diodo, en este caso utilizando

una mejor medida del índice de refracción del material, el cual sabiendo que los diodos del fabricante varían su longitud de onda entre 775 nm y 795 nm se puede usar como una primera aproximación para acotar  $n$  del diodo, que es  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  donde el valor de  $x$  ayuda a conocer  $n$  y  $\lambda$  [18, 20, 21].

Finalmente, el diseño elegido es bastante robusto ante muchos tipos de ajustes, a pesar de esto hay algunos datos que se podrían medir para obtener mejores valores iniciales a partir de los cuales se puede iterar para conseguir un láser más estable y con menor ancho de línea, principalmente la longitud de la cavidad del diodo a temperatura ambiente (unos 300 K). Datos con los cuales se puede saber con mayor precisión la separación de modos y como debe modificarse la temperatura para cambiar la longitud de la cavidad del mismo. Construir una estructura monobloque es el paso siguiente para asegurar una buena estabilidad, tratar de que sea lo más compacta posible será útil para tener un control preciso de la temperatura a lo largo de toda la cavidad y no sólo del diodo, así mismo elegir un material con un coeficiente de expansión térmico despreciable, como el Invar, permitirá reducir el ancho de banda del láser. Una cavidad con alrededor de 5 cm permite anchos de línea de centenas de kHz.

Posterior a este trabajo se cambio el diodo por uno de alta potencia (L785H1 [200 mW]) debido a la necesidad de más luz para el funcionamiento del gravímetro, este se caracterizó de la misma manera que el primero y se puso en sintonía, obteniendo potencias en resonancia de alrededor de 74 mW, nuevamente se hizo un batimiento con el láser gemelo, que se dejó con su diodo original (L785P090). Para este momento se usaron parámetros de RBW (Resolution Bandwidth) y Sweep manuales en el analizador de espectros, los resultados apuntan a un FWHM de 200 kHz o menor como se observa en la figura 8.1. Con este resultado puede asegurarse que la primera medición del ancho de línea tuvo el problema de permitir al analizador de espectros escoger los parámetros de manera automática lo que restringe la resolución con que puede resolver señales debajo de un umbral dictado por el RBW. Como trabajo futuro está la optimización de la ganancia del sistema de anclado para que el mismo sea más estable y permita una mejor medición de batimiento.

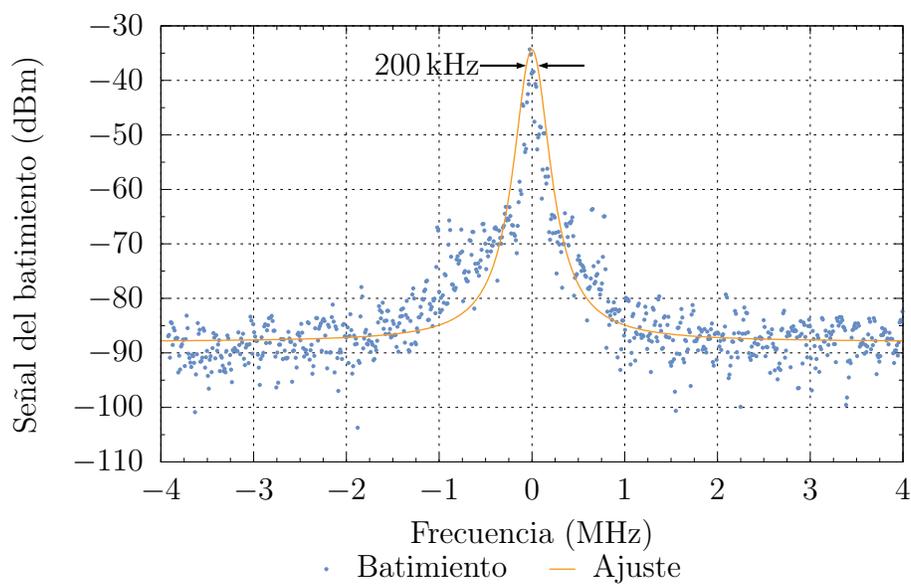


Figura 8.1: Batimiento entre los láseres usando el diodo de alta potencia y usando parámetros de Sweep y RBW manuales en el analizador de espectros, el ajuste con una lorentziana resulta en un FWHM de 200 kHz.



# A Funcionamiento de pulsos $\pi$ y $\pi/2$

Para el caso de un sistema de dos niveles  $|\uparrow\rangle$  y  $|\downarrow\rangle$ , aplicar un pulso  $r\pi$  (donde  $r$  es usualmente un múltiplo entero de  $1/2$ ) significa aplicar un hamiltoniano de interacción  $\hat{H}_I$  que acopla ambos niveles, por un tiempo  $(\Delta t)$  y con un una energía de acoplamiento  $(F)$  suficientes para lograr el efecto deseado. Esto puede visualizarse como una rotación de  $r\pi$  del vector de Bloch alrededor de algún eje en la esfera de Bloch como se muestra en la figura A.1, donde  $|\psi\rangle$  representa un pulso en general. Este tipo de pulsos se pueden representar como una transformación de la forma [22, p. 174]

$$U(r) = e^{-ir\pi X/2} = \begin{pmatrix} \cos(r\pi/2) & -i \sin(r\pi/2) \\ -i \sin(r\pi/2) & \cos(r\pi/2) \end{pmatrix}$$

la cual se basa en la representación estándar del operador evolución temporal sobre el hamiltoniano por una diferencia de tiempo  $\Delta t$ , es decir  $U(\Delta t) = e^{-i\hat{H}_I\Delta t/\hbar}$ .

En general para generar estos pulsos se utilizan láseres ya que en la aproximación dipolar su hamiltoniano es

$$\hat{H}_I = \mathbf{E} \cdot e\hat{\mathbf{r}} \tag{A.1}$$

donde  $\mathbf{E}$  es la intensidad del campo eléctrico y  $e\hat{\mathbf{r}}$  el operador dipolo eléctrico.

Debido a que la transformación es invariante frente a fases globales, se puede modificar la fase del láser de manera que los valores fuera de la diagonal de la matriz sean reales, logrando que efectivamente los pulsos  $r\pi$  aplicados se restrinjan a moverse sobre una circunferencia en el plano  $xy$ , así que podemos reescribir la ecuación (A.1) como

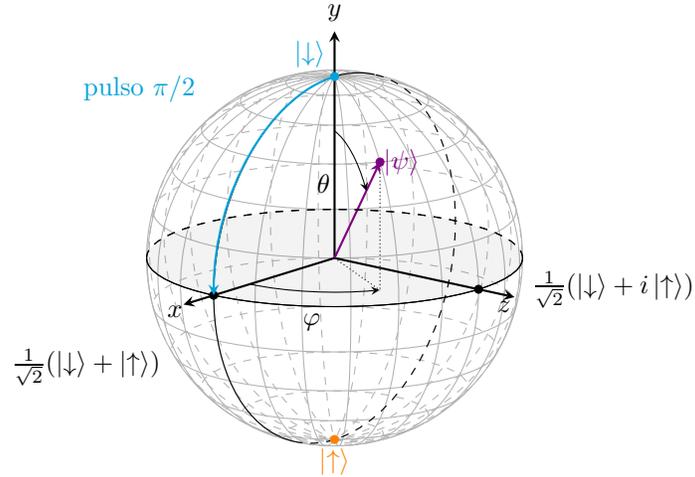


Figura A.1: Diagrama de la esfera de Bloch. En azul se muestra un pulso  $\pi/2$  a partir del estado  $|\downarrow\rangle$  y en morado un pulso en general donde  $|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|\downarrow\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|\uparrow\rangle$ .

$$\hat{H}_I = F\hat{x}$$

a partir de ésto tenemos que

$$e^{-i\Delta t F X/2} = e^{-ir\pi X/2}$$

representa un pulso  $r\pi$  con una cantidad de rotación

$$r\pi = \frac{2}{\hbar}\Delta t F$$

por lo que para ajustar la rotación se puede ajustar la duración del pulso láser,  $\Delta t$ , o su intensidad,  $F$ .

## B Diseños de las piezas construidas

A continuación se muestran los diseños de las piezas fabricadas y modificadas para la realización del láser presentado. Todas fueron diseñadas utilizando *Autodesk Fusion 360*. Todas las medidas se dan en milímetros salvo que se indique explícitamente de otra manera.

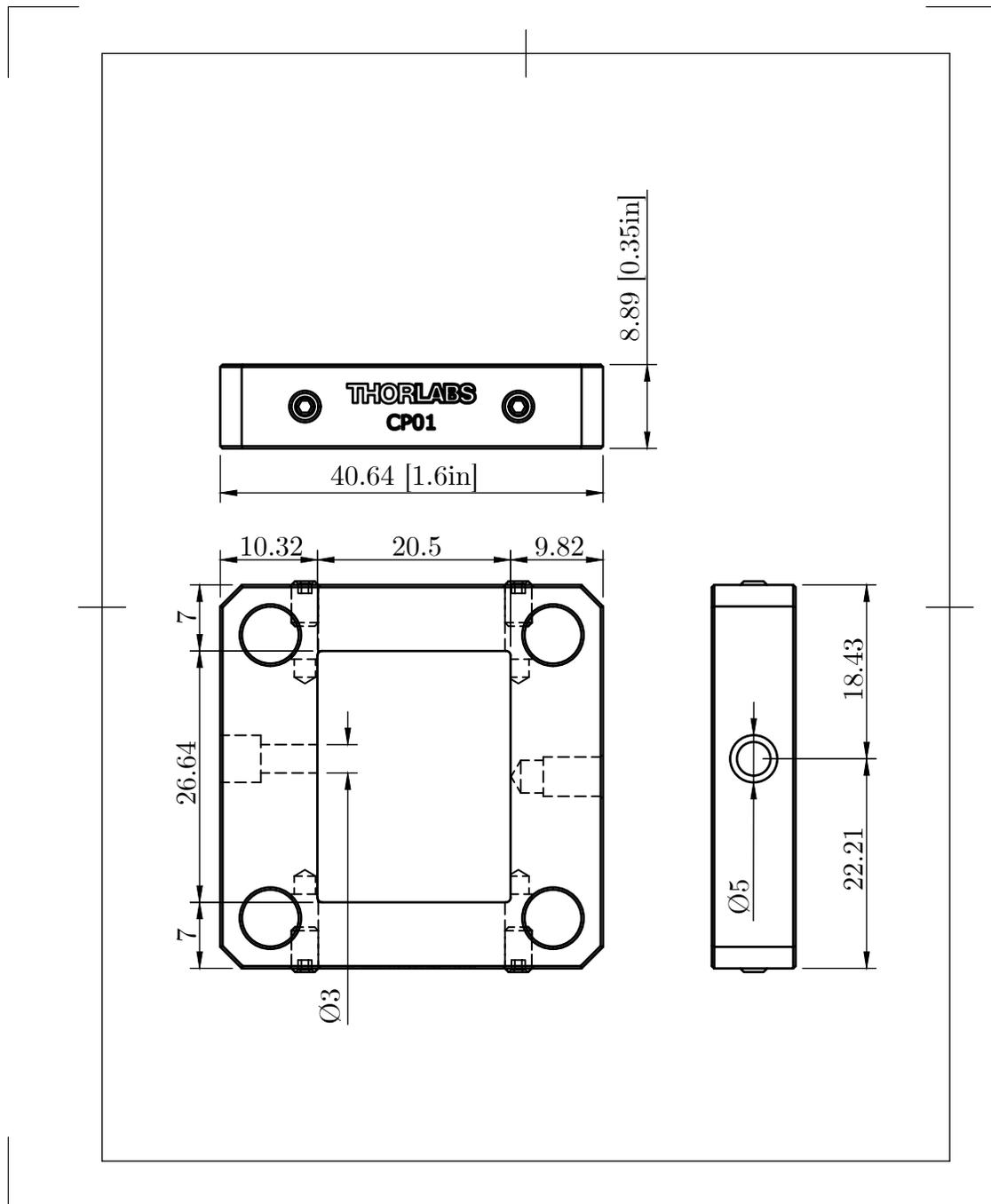


Figura B.1: Dibujo con las modificaciones realizadas a la pieza CP01 para acomodar la montura de espejo mini MK05 donde se coloca el filtro.

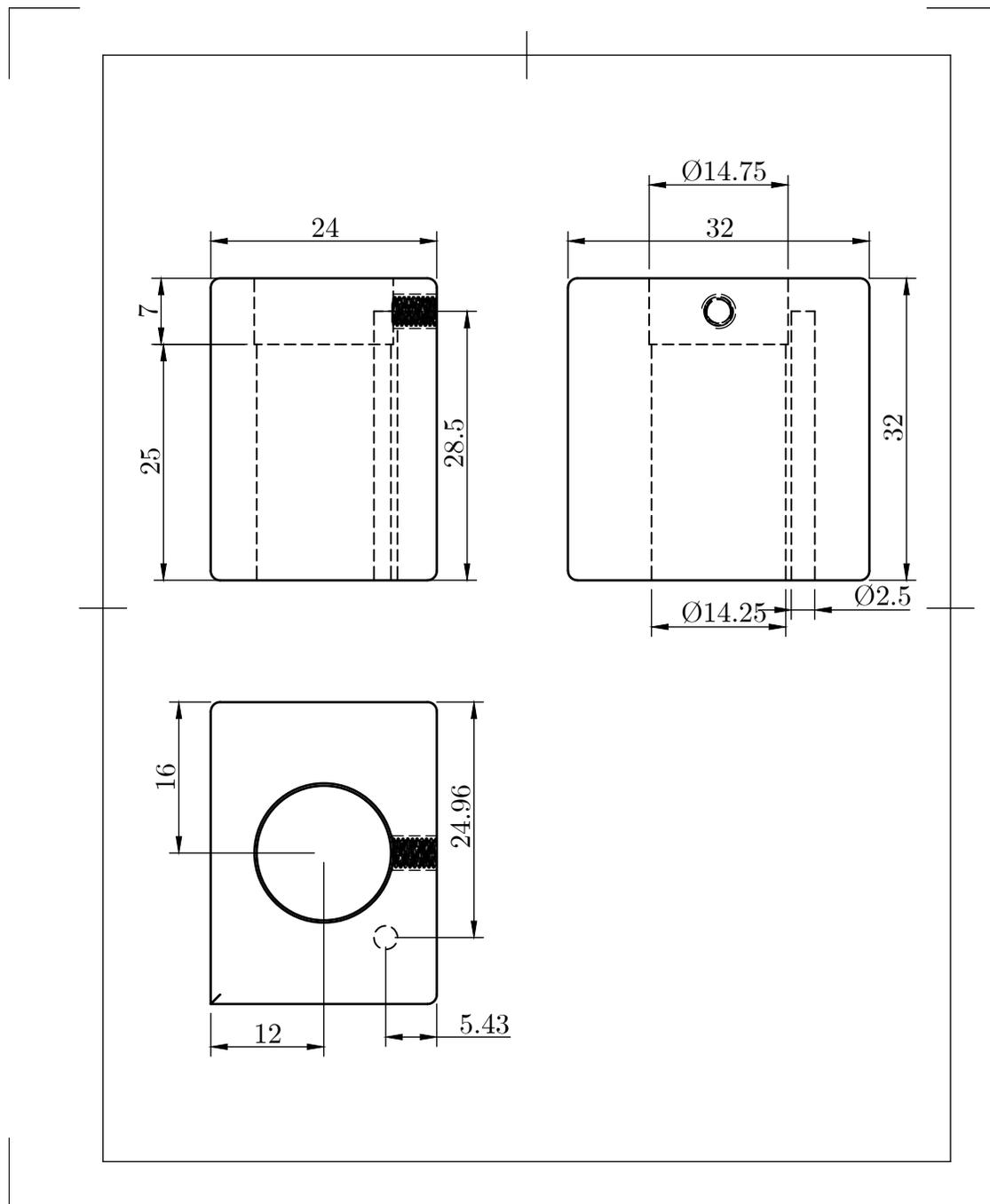


Figura B.2: Pieza diseñada en cobre para montar el diodo con su tubo colimador, termistor y peltier. El material fue elegido con el fin de tener un buen control de temperatura debido a su buena conducción térmica.

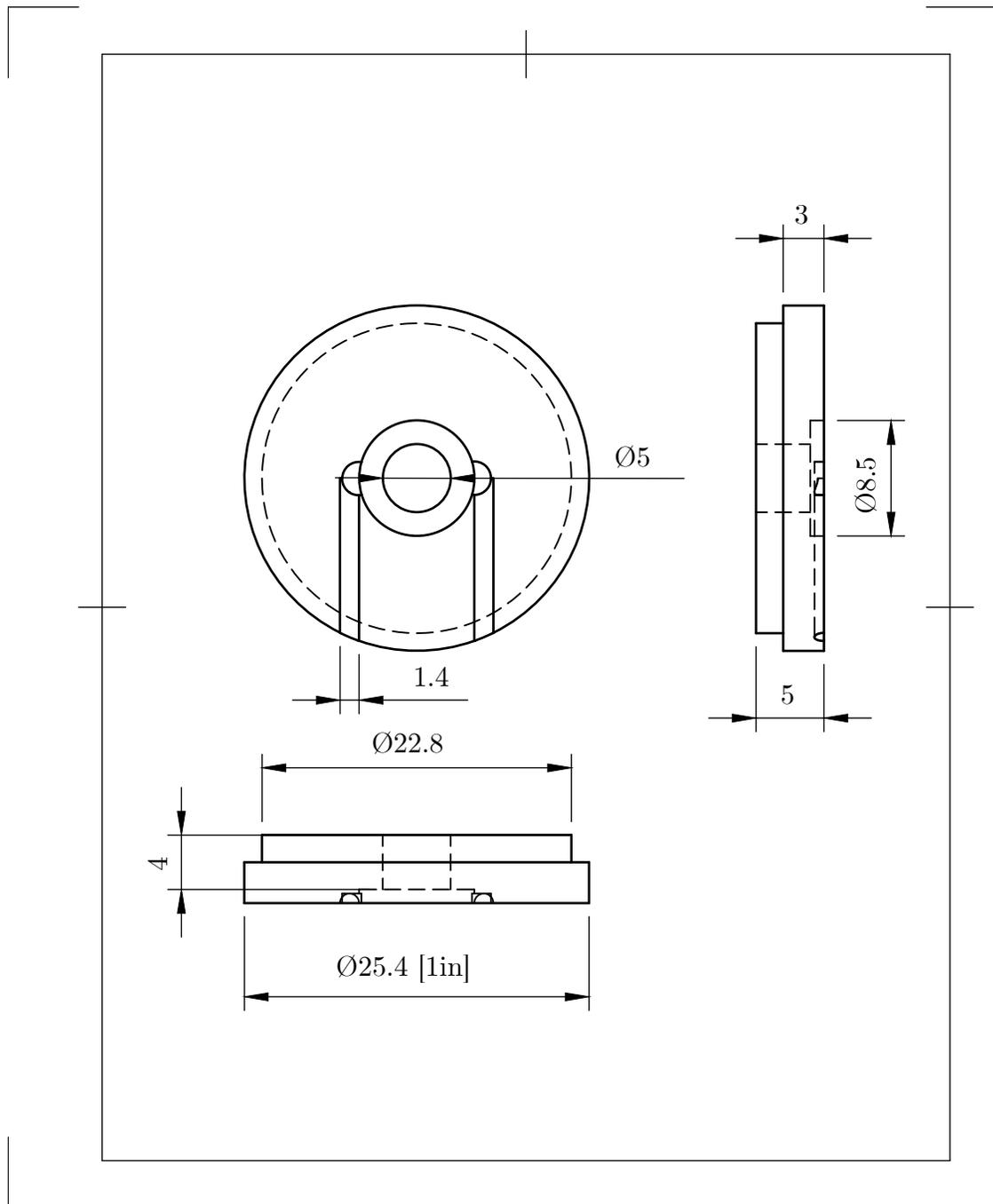


Figura B.3: Pieza diseñada para montar el piezoeléctrico en la montura KC1-T. Fabricada en aluminio.

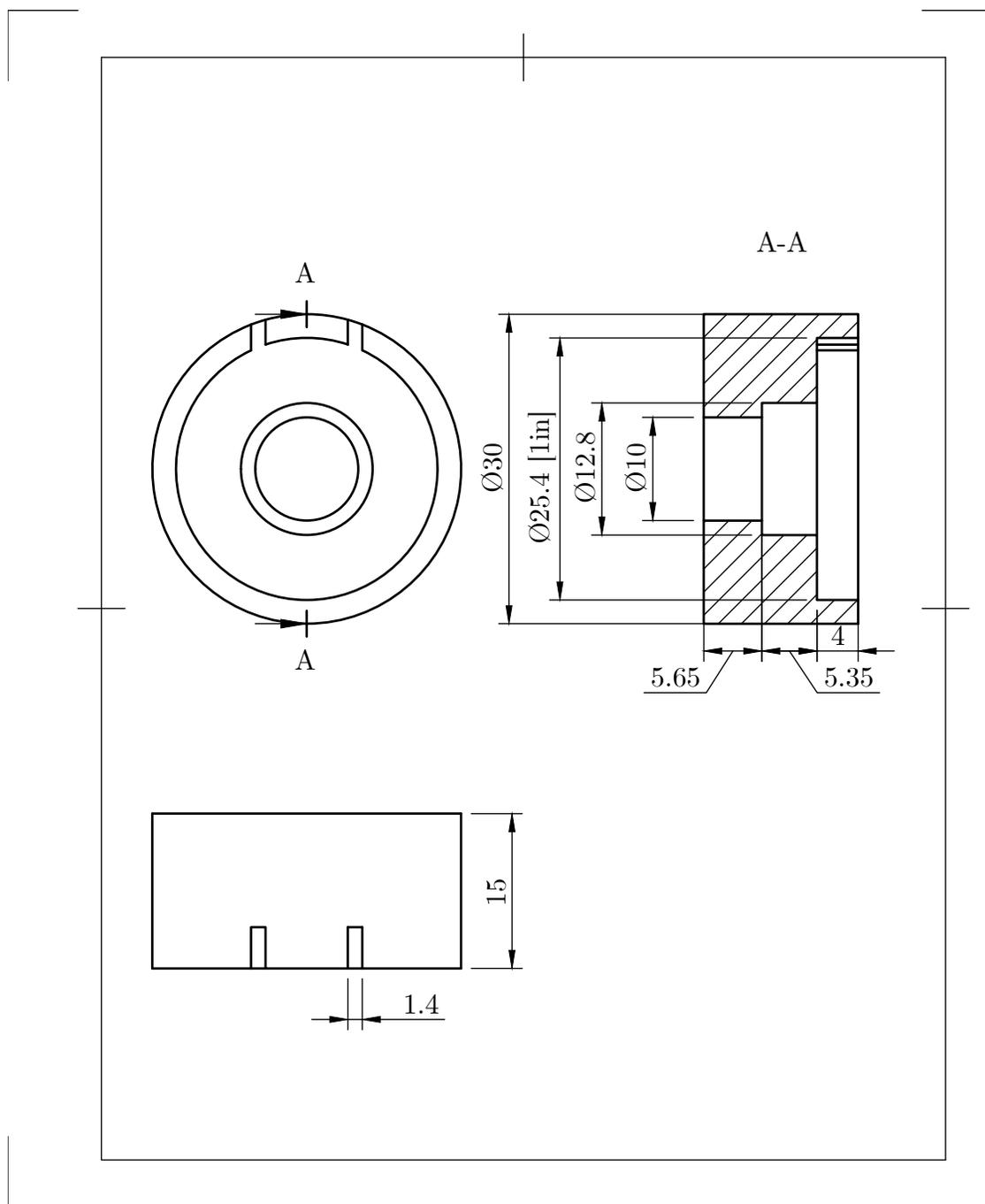


Figura B.4: Pieza diseñada para el pegado coaxial del espejo, y el piezoeléctrico de anillo junto con su pieza de montaje sobre la montura KC1-T. Fabricada en PVC.



## C Alineamiento de fibras ópticas

Para alinear las fibras utilizadas en este trabajo se siguieron una serie de pasos bien definidos:

1. Se alinea el haz con el acoplador de manera que la potencia de entrada sea lo más parecida a la de salida.
2. Usando un visor se busca centrar el patrón de difracción a la salida del acoplador, utilizando los tornillos del acoplador y los que llevan al haz al mismo.
3. Se conecta la fibra al acoplador de entrada y al de salida, y se pone un medidor de potencia lo más cercano al de salida, esto para observar más fácilmente la luz que pueda salir de la fibra.
4. Se mueven los tornillos del acoplador o del haz, uno a la vez, observando la potencia de salida e iterando su movimiento hasta maximizar la misma.
5. Ya que se maximiza la potencia se mueve un tornillo del haz para desalinearse un poco la luz y con el tornillo de movimiento análogo en el acoplador se busca maximizar nuevamente la luz. El caso de que la potencia sea menor a la máxima registrada anteriormente, los tornillos se giran en sentido contrario, manteniendo el orden.
6. Se repite el paso anterior usando los otros dos tornillos. Esto se itera hasta que la potencia queda maximizada nuevamente.
7. Por último, se aflojan los tornillos que mantienen fija la lente dentro del acoplador y, utilizando la llave que la ajusta se mueve con cuidado, revisando en todo

momento la potencia medida a la salida. Para este momento la potencia puede fluctuar desde varios mW hasta pocos nW. Ya que se tiene un acoplamiento adecuado, se aprietan los tornillos para fijar la lente en su lugar, teniendo bastante cuidado, pues apretar de más o menos cualquier tornillo puede desalinear el foco de la lente y la fibra.

8. En caso de ser necesario, se tocan nuevamente los tornillos de las monturas de ambos elementos (haz y acoplador) para volver a maximizar la luz de salida. Esto tiene la ventaja de que para este momento, la punta de la fibra y el foco de la lente en el acoplador ya se encuentran alineados.

## D Código para los cálculos del láser

```
In[1]:= SetDirectory@NotebookDirectory[];  
qM[x_]:=QuantityMagnitude[x]
```

### Importación de datos

```
In[3]:= filterDataIridian=Import["iridian.txt","Table"]/.  
        {λ_,T_}→{λnm,T};  
filterDataExperimental=Import["experimental.txt","Table"]/.  
        {θ_,P_}→{θ,P};
```

### Definiciones de constantes y parámetros globales

```
In[5]:= λRb=780.241nm;  
tRb=qM@λRb;  
nAir=1.000277;  
rDB=0.85(*reflectivity of back face of diode*);
```

Cálculo del índice de refracción efectivo

```
In[9]:= iFunExpAngle=Interpolation[{qM@#[[1]],#[[2]]}&  
        /@filterDataExperimental,Method→"Spline"];  
n[θ_]:=1/Sqrt[1-(tRb/785)2]Sin[θ °]  
θMax=10.484592; iFunExpAngle[θMax];(*0.5*)
```

```

θMin=13.086307; iFunExpAngle[θMin];(*0.5*)
nEffective=Mean[{n[θMax],n[θMin]}];

In[15]:= diode={μ→782.2nm(*T=17.35, nominal 785 nm*),
             σ→10nm(*Thompson's paper assumption*),
             L→0.282mm(*original 0.25mm*),
             n→3.5(*aprox for GaAlAs diode*),
             r1→rDB, r2→0.15};

cavity={L→50mm,
        n→nAir, r1→rDB, r2→0.3(*Cat-eye reflector*)};

filter={λ0→785nm, nEff→nEffective(*1.857*)};

```

## Factores de selección de modo

Ganancia del diodo láser

```
In[18]:= gD[λ_]:=qM@PDF[NormalDistribution[μ,σ],λnm]/.diode
```

Separación de modos y funciones de transmisión

```

In[19]:= (*Finesse coefficient*)
f:=
$$\frac{4 r_1 r_2}{(1-r_1 r_2)^2}$$

(*Phase shift*)
δ[λ_]:=2
$$\frac{\pi}{\lambda_{nm}} n L$$

(*Modes. Described by an Airy function*)
tD[λ_]:=
$$\frac{1}{1+f \text{Sin}[\delta[\lambda]]^2}$$
/.diode
tC[λ_]:=
$$\frac{1}{1+f \text{Sin}[\delta[\lambda]]^2}$$
/.cavity
(*Mode separation*)
ΔνD=UnitConvert
$$\left[\frac{c}{2 n L}, "GHz"\right]$$
/.diode
ΔνC=UnitConvert
$$\left[\frac{c}{2 n L}, "GHz"\right]$$
/.cavity

```

```
Out[23]= 151.871 GHz
```

Out[24]= 2.99709 GHz

Función de transmisión del filtro

```
In[25]:= λf[θ_]:=λ0√1- $\left(\frac{\text{Sin}[\theta \text{ °}]^2}{n\text{Eff}}\right)$  /.filter
(*Filter angle to let pass λ for Rb transition 5S1/2→6P3/2*)
θRb=θ/.Solve[(λf[θ])==λRb,θ]//Max
```

Out[26]= 11.7824

Interpolación de datos experimentales e Iridian de  $\theta$  vs transmisión

```
In[27]:= iFunI=Interpolation[{qM@#[[1]],#[[2]]}&
/@filterDataIridian,Method→"Spline"];
tF[λ_,θ_]:=iFunI[λ+(qM@λ0-qM@λf[θ])]/.filter
tFD[λ_,θ_]:=iFunI'[λ+(qM@λ0-qM@λf[θ])]/.filter
(*Mapping of experimental data to λ vs P*)
filterDataExperimentalMapped=filterDataExperimental/.
{θ_,P_}→{λf[θ],P};
iFunE=Interpolation[{qM@#[[1]],#[[2]]}&
/@filterDataExperimentalMapped,Method→"Spline"];
tFExp[λ_,θ_]:=iFunE[λ+(qM@λ0-qM@λf[θ])]/.filter
tFDExp[λ_,θ_]:=iFunE'[λ+(qM@λ0-qM@λf[θ])]/.filter
```

Tamaño de la ventana del filtro

```
In[34]:= θtestExp=12.7;
λMin=778.470182 nm;tFExp[-(785 nm-λRb),θtestExp];(*0.5*)
λMax=780.5483233 nm;tFExp[-(785 nm-λRb),θtestExp];(*0.5*)
λMax-λMin
```

Out[37]= 2.07814 nm

Función de transmisión total

```
In[40]:= tT[λ_, θ_] := gD[λ] tD[λ] tC[λ] tF[λ, θ]
          tTExp[λ_, θ_] := gD[λ] tD[λ] tC[λ] tFExp[λ - (785 - tRb), θ]
```

## Derivada del filtro

Datos experimentales

```
In[42]:= 
$$\frac{\left(\frac{-785\text{nm}^2 \sin[(2*\theta)]}{2(\text{nEff})^2 \lambda f[\theta]}\right)}{180/\pi} /. \{\text{nEff} \rightarrow 1.857, \theta \rightarrow \theta_{\text{Rb}}\}$$

```

```
Out[42]= -0.794183 nm
```

# E Líneas espectrales y ancho de línea

Al hablar de anchos de línea un tema que es importante considerar los mecanismos de ensanchamiento de líneas espectrales. Los tres más importantes son: ensanchamiento Doppler, ensanchamiento por colisiones y el ensanchamiento natural [23]. Uno o más de estos fenómenos se pueden presentar al mismo tiempo pero el que tenga mayor variación será el responsable del carácter del ensanchamiento.

## E.1. Ensanchamiento Doppler

El mecanismo de ensanchamiento de la mayoría de los láseres de gas se debe al ensanchamiento Doppler, el cual es un resultado directo del *efecto Doppler*. Considerando una molécula excitada con una velocidad  $\mathbf{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$  relativa marco de referencia estacionario del observador. La frecuencia central de una línea de emisión molecular que es  $\omega_0$  en el marco de referencia de la molécula tiene un corrimiento Doppler [24]

$$\omega_e = \omega_0 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{E.1})$$

Para un observador, la frecuencia de emisión aparente  $\omega_e$  aumenta si la molécula se mueve en su dirección ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} > 0$ ) y disminuye si se aleja ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} < 0$ ).

De manera análoga se puede ver que la frecuencia de absorción  $\omega_0$  de una molécula moviéndose con velocidad  $\mathbf{v}$  a través de una onda electromagnética plana  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  también se corre. La frecuencia  $\omega$  de la onda en el sistema de referencia en reposo aparece en el sistema de la molécula en movimiento como

$$\omega' = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{E.2})$$

La molécula sólo puede absorber si  $\omega'$  coincide con su eigenfrecuencia  $\omega_0$ . La frecuencia de absorción es entonces

$$\omega_a = \omega_0 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{E.3})$$

Así como en el caso de emisión, la frecuencia de absorción  $\omega_a$  se incrementa por  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ . Si hacemos coincidir la propagación de la luz con la dirección  $z^+$ , con  $\mathbf{k} = \{0, 0, k_z\}$  y  $|k| = 2\pi/\lambda$ , podemos reescribir la ecuación (E.3) como

$$\omega_a = \omega_0(1 + v_z/c) \quad (\text{E.4})$$

Bajo condiciones de equilibrio, la distribución de las velocidades de las moléculas en un gas a temperatura  $T$  está dada por una distribución (de Maxwell) Gaussiana [23]:

$$\frac{\Delta N(v_z)}{N} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right) \Delta v_z \quad (\text{E.5})$$

donde  $\Delta N(v_z)/N$  es la fracción de átomos de la colección con una velocidad que cae dentro del intervalo  $v_z$  y  $(v_z + \Delta v_z)$ ,  $m$  es la masa molecular y  $k$  es la constante de Boltzmann. Sustituyendo el corrimiento Doppler de la ecuación (E.4) en la ecuación (E.5) se obtiene que el perfil de línea es de la forma

$$g_G(\omega) = \exp\left(-\frac{mc^2(\omega - \omega_0)^2}{2kT\omega_0^2}\right) \quad (\text{E.6})$$

## E.2. Ensanchamiento por colisiones

En un láser de diodo se puede considerar para fines prácticos que los átomos o iones del medio activo están fijos en un sólido cristalino o amorfo. En estos hay interacciones entre los átomos o iones del medio activo y los del sólido que los rodea.

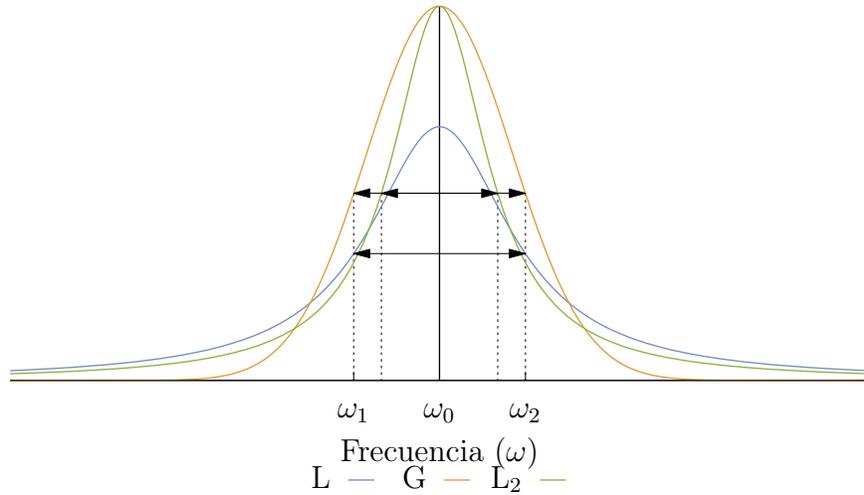


Figura E.1: Comparación entre: Lorentziana (L) y Gaussiana (G) con anchos a media altura iguales; así como Lorentziana (L<sub>2</sub>) y Gaussiana (G) con la misma intensidad máxima.

La onda del resultado neto de estas interacciones se puede describir aproximadamente como  $\cos[\omega t + \varphi(t)]$ , donde  $\varphi(t)$  es constante la mayor parte del tiempo, pero cambia discontinuamente con cada interacción. Estos cambios discontinuos y aleatorios en la fase ayudan a ensanchar el ancho de banda del tren de ondas. Ya que se tiene una gran colección de átomos donde todos experimentan cambios aleatorios de desfase, la emisión resultante del láser es de la forma [23, pp. 83–84]

$$g_L(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{4\pi(\omega - \omega_0)t}{2}\right)^2} \quad (\text{E.7})$$

donde  $t$  es un tiempo característico llamado *tiempo de colisión* o *tiempo de desfase* que depende de la masa de los átomos y su temperatura. Esta distribución espectral es la *distribución de Lorentz* nombrada así por el físico H. A. Lorentz. Puede notarse que el perfil Lorentziano tiende a cero menos rápidamente en las alas que el perfil Gaussiano (figura E.1).

### E.3. Ensanchamiento natural

Inclusive si un sólido donde no haya un ensanchamiento Doppler apreciable es enfriado para reducir el ensanchamiento por colisiones, el ancho de línea no puede ser infinitamente delgado. Existe otro mecanismo conocido como *ensanchamiento natural* que impone un límite fundamental en el ancho de banda de la radiación. Los trenes de onda oscilantes emitidos por un átomo, sin importar que tan larga sea su duración, no son infinitamente largos y es por esto que no son verdaderamente sinusoidales. Al no ser estrictamente sinusoidales no son monocromáticas sino que tienen un espectro que ocupa una pequeña banda alrededor de  $\omega_0$ . Se puede determinar el espectro de estas ondas analizando un modelo sencillo de un átomo aislado [23].

Supóngase una masa con carga eléctrica  $-e$  ligada mediante resortes que oscila con una frecuencia  $\omega_0$ . El electrón es desplazado una distancia  $x$  desde su posición de equilibrio y se suelta. Las oscilaciones subsecuentes aceleran al electrón, lo cual radía energía electromagnética. Esta radiación de energía proporciona un mecanismo de amortiguamiento que conduce a un decaimiento exponencial de la amplitud de las oscilaciones.

En la ausencia de amortiguamiento la ecuación diferencial que describe el movimiento del oscilador se puede escribir como

$$\ddot{x}(t) + (2\pi\omega_0)^2 x(t) = 0 \quad (\text{E.8})$$

con solución

$$x(t) = x(0) \cos(2\pi\omega_0 t) \quad (\text{E.9})$$

La disipación por la energía radiada puede considerarse introduciendo un término en la ecuación que sea proporcional a la velocidad de oscilación,  $\dot{x}(t)$ , de manera que

$$\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x} + (2\pi\omega_0)^2 x(t) = 0 \quad (\text{E.10})$$

En el caso de interés,  $\gamma \ll \omega_0$ , esta ecuación tiene como solución una onda sinusoidal exponencialmente amortiguada

$$x(t) \cong x(0)e^{-1/2(\gamma t)} \cos 2\pi\omega_0 t \quad (\text{E.11})$$

El espectro asociado con un senoide real es una sola línea infinitamente delgada. Cualquier desviación de una onda sinusoidal pura resulta en un ensanchamiento del espectro. Para el caso especial de un senoide exponencialmente amortiguado se puede mostrar que la intensidad del espectro de emisión tiene el mismo perfil Lorentziano que para el ensanchamiento por colisiones

$$g_L(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{4\pi(\omega - \omega_0)t}{2}\right)^2} \quad (\text{E.12})$$

## E.4. Ancho de línea

La medición del ancho de línea del láser presentado en este trabajo se realizó con un batimiento heterodino entre láseres de características similares. El batimiento se estos se midió con un analizador de espectros que mide la intensidad de la señal (dBm) en función de su frecuencia (Hz).

Al ajustar un perfil a los datos del batimiento se utilizaron gaussianas y lorentzianas, siendo las últimas las que describían mejor los datos observados. Usualmente los dos comportamientos están presentes en las mediciones y se ajusta un perfil que es una convolución entre ambas (perfil Voigt), pero debido a que en los ajustes gaussianos la  $R^2$  era menor que 0.75 en contraste con  $R^2 > 0.9$  para ajustes lorentzianos se decidió que la contribución gaussiana no era suficiente para justificar ajustes con perfiles Voigt, que son computacionalmente más pesados.

Una convención común para el ancho de línea de un láser es de ancho a media altura (FWHM por sus siglas en inglés), que es una medida de la extensión de una función dada por la diferencia entre dos valores extremos de la variable independiente, en los que la variable dependiente es igual a la mitad de su valor máximo.

Debido a la naturaleza logarítmica de los decibeles, encontrar una señal que es la *mitad* de la original se puede expresar como:

$$10 \log_{10}(0.5) \simeq -3 \text{ dB} \quad (\text{E.13})$$

que es la aproximación utilizada para encontrar el ancho de línea del láser.

Se hace un ajuste lorentziano a los datos del batimiento y con el valor máximo de éste se buscan los dos puntos que cumplen estar a  $-3 \text{ dBm}^1$  de la señal máxima, es decir a los puntos de media potencia.

---

<sup>1</sup>En general los dB son una unidad (adimensional) de la razón entre dos potencias, pero pueden asociarse a otras como los watts (W) o en el caso del analizador de espectros los miliwatts (mW) y crear una unidad para medir potencias absolutas, dBm, donde medir una señal de 0 dBm equivale a tener una potencia de 1 mW.

# Bibliografía

- [1] L. Garwin and T. Lincoln, *A Century of Nature: Twenty-One Discoveries that Changed Science and the World*. University of Chicago Press, 2010.
- [2] C. Danson, D. Hillier, N. Hopps, and D. Neely, “Petawatt class lasers worldwide,” *High Power Laser Science and Engineering*, vol. 3, 2015.
- [3] C. Xiang, P. A. Morton, and J. Bowers, “Ultra-narrow linewidth laser based on a semiconductor gain chip and extended  $\text{Si}_3\text{N}_4$  bragg grating,” *Optics Letters*, vol. 44, no. 15, pp. 3825–3828, 2019.
- [4] J. E. Navarro-Navarrete, “Diseño, construcción y caracterización de un láser de diodo de cavidad extendida de 1049 nm para producir estados Rydberg en átomos de rubidio,” tesis de licenciatura, UNAM, 2015.
- [5] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 2019.
- [6] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch, “Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers,” *Optics Communications*, vol. 266, no. 2, pp. 609–613, 2006.
- [7] M. Gilowski, C. Schubert, M. Zaiser, W. Herr, T. Wübbena, T. Wendrich, T. Müller, E. M. Rasel, and W. Ertmer, “Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms,” *Optics Communications*, vol. 280, no. 2, pp. 443–447, 2007.

- [8] D. J. Thompson and R. E. Scholten, “Narrow linewidth tunable external cavity diode laser using wide bandwidth filter,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 83, no. 2, p. 023107, 2012.
- [9] G.-Z. Pan, B.-L. Guan, C. Xu, P.-T. Li, J.-W. Yang, and Z.-Y. Liu, “Broad bandwidth interference filter-stabilized external cavity diode laser with narrow linewidth below 100 kHz,” *Chinese Physics B*, vol. 27, no. 1, p. 014204, 2018.
- [10] D. A. Steck, “Rubidium 85 D Line Data.” available online at <http://steck.us/alkalidata>. (revision 2.2.1, 21 November 2019).
- [11] D. A. Steck, “Rubidium 87 D Line Data.” available online at <http://steck.us/alkalidata>. (revision 2.2.1, 21 November 2019).
- [12] Y. Bidel, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, “Compact cold atom gravimeter for field applications,” *Applied Physics Letters*, vol. 102, no. 14, p. 144107, 2013.
- [13] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, “High-precision gravity measurements using atom interferometry,” *Metrologia*, vol. 38, no. 1, pp. 25–61, 2001.
- [14] “Muquans absolute quantum gravimeter.” <http://www.muquans.com/product/absolute-quantum-gravimeter/>. Accedido: 2020-02-11.
- [15] Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bonnin, M. Cadoret, A. Bresson, D. Rouxel, and m.-f. Lalancette, “Absolute marine gravimetry with matter-wave interferometry,” *Nature Communications*, vol. 9, 2018.
- [16] M. Kasevich and S. Chu, “Atomic interferometry using stimulated raman transitions,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 181–184, 1991.
- [17] V. Ménoret, P. Vermeulen, N. Le Moigne, B. Sylvain, P. Bouyer, A. Landragin, and B. Desruelle, “Gravity measurements below  $10^{-9}$  g with a transportable absolute quantum gravimeter,” *Scientific Reports*, vol. 8, 2018.

- [18] S. Gehrsitz, F. K. Reinhart, C. Gourgon, N. Herres, A. Vonlanthen, and H. Sigg, “The refractive index of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  below the band gap: accurate determination and empirical modeling,” *Journal of Applied Physics*, vol. 87, no. 11, pp. 7825–7837, 2000.
- [19] D. Groswasser, A. Waxman, M. Givon, G. Aviv, Y. Japha, M. Keil, and R. Folman, “Retroreflecting polarization spectroscopy enabling miniaturization,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 80, no. 9, p. 093103, 2009.
- [20] D. E. Aspnes, “GaAs lower conduction-band minima: ordering and properties,” *Physical Review B*, vol. 14, no. 12, p. 5331, 1976.
- [21] D. E. Aspnes, S. M. Kelso, R. A. Logan, and R. Bhat, “Optical properties of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ,” *Journal of Applied Physics*, vol. 60, no. 2, pp. 754–767, 1986.
- [22] M. Nielsen and I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2010.
- [23] D. O’Shea, W. Callen, and W. Rhodes, *Introduction to Lasers and Their Applications*. Addison-Wesley series in physics, Addison-Wesley Publishing Company, 1977.
- [24] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy 1: Basic Principles*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 5 ed., 2014.

