



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN ARQUITECTURA

NANOFACTURA Y MACROFACTURA
PARATAXIS DE LA ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN ARQUITECTURA

En el campo de conocimiento de Tecnologías

PRESENTA

Arq. Giustino Di Cunzolo

DIRECTOR DE TESIS

Mtro. Arq. Ernesto Ocampo Ruiz
Facultad de Arquitectura UNAM

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

Mtro. Arq. Francisco Reyna Gómez
Facultad de Arquitectura UNAM

Dr. Ing. Mathieu Christian Anne Hautefeuille
Facultad de Ciencias UNAM

CDMX, enero de 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

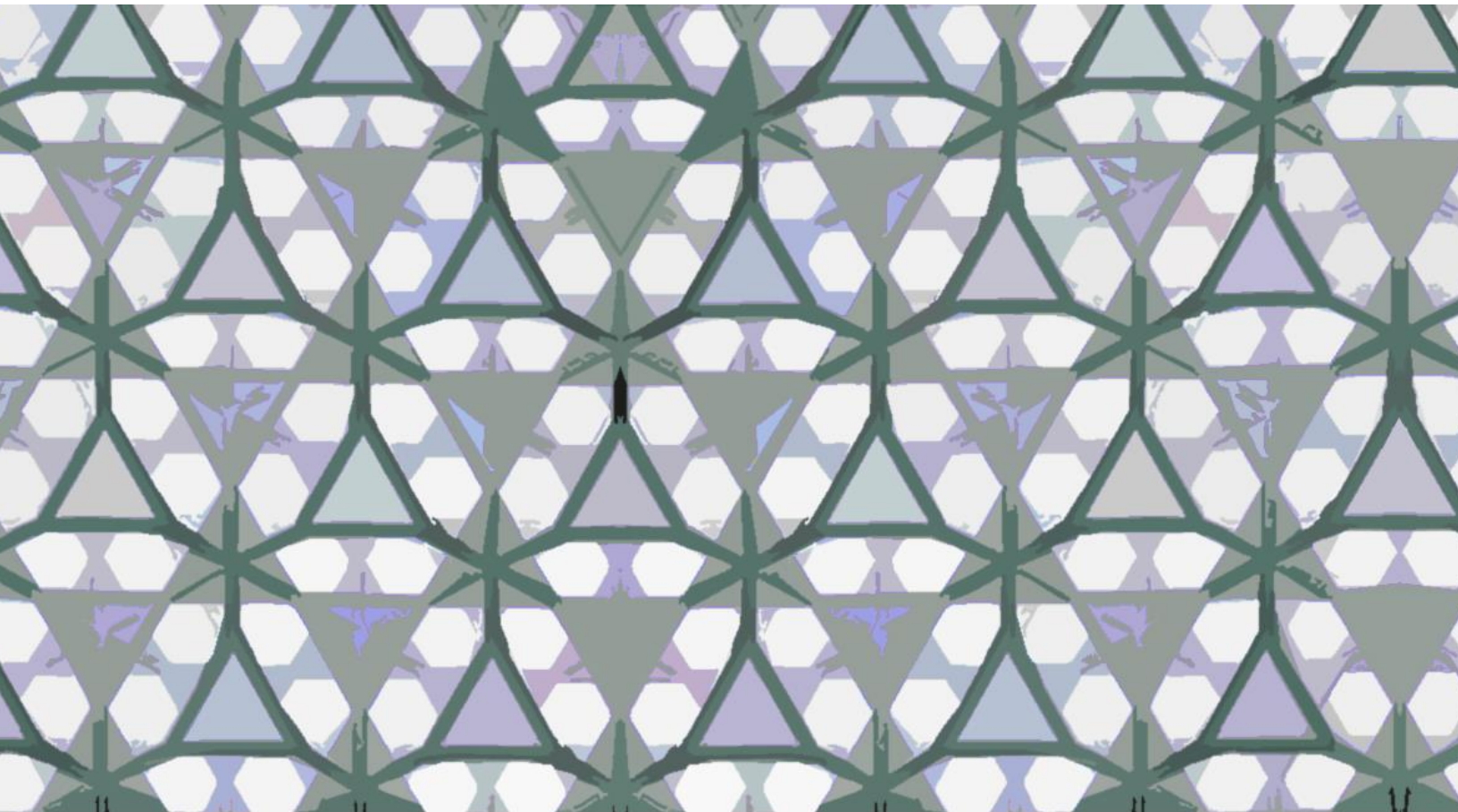
DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

NANOFACTURA Y MACROFACTURA

PARATAXIS DE LA ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL



Sinodo: Mtro. Arq. Ernesto Ocampo Ruiz
Mtro. Arq. Francisco Reyna Gómez
Dr. Ing. Mathieu Christian Anne Hautefeuille
Dra. Arq. Maribel Jaimes Torres
Dr. C.F. Javier Alonso López Medina

Asesores: Mtro. en D.I. Erick Iroel Heredia Carrillo
Dr. Arq. Fernando Pedro Greene Castillo
Dr. C.F. Wencel De La Cruz



SINOPSIS

La presente investigación plantea el control de la Arquitectura en todas las escalas de la naturaleza a través de un protocolo de diseño y fabricación que contempla una nueva estrategia de impresión 3D ampliada hasta la nanoescala de la materia. No es ciencia ficción, algo lejano en el futuro; es una realidad que se consolida gestionando la Nanofactura y la Macrofactura en el mismo nivel formal/funcional: la parataxis.

Estamos perjudicando nuestra arquitectura; aplicamos en lugar de generar nuevos paradigmas, y la nanotecnología es un ejemplo elocuente: se utiliza, en una dosis máxima alrededor del 15%, como ingrediente adicional y mejorador de algunas características de las construcciones y materiales. En cambio, la nanotecnología en arquitectura es más bien un problema de diseño: la interdependencia entre la estructura cristalina del material y la estructura mecánica de la construcción genera arquitecturas más resistentes, ligeras, ahorro de materia y energía en el proceso de producción e incorporación de funciones específicas en su forma.

La parataxis debe fundamentarse en un protocolo de diseño y fabricación que plasme el Modelo Paramétrico Natural a través de un proceso de Parafactura. Este proceso consta de dos funciones distintas pero relacionadas: codificación y transición, funciones base del diseño de la materia en la doble escala, a través de programación iterativa de las variables interdependientes, geometría y anisotropía.

Abandonando el proceso de Parafactura, empieza la fase de producción en las escalas métricas relativas, para evaluar posteriormente los productos. A través de esta herramienta, se produce un alosiofractal, un modelo geométrico-matemático con base en la arcilla y con características técnicas mejoradas en el sistema constructivo interrelacionado.

Estas son las piezas bases de la Arquitectura Paramétrica Natural: una arquitectura estrechamente ligada al territorio y de alto rendimiento tecnológico que, gracias a un desarrollo continuo, permitirá difusión y accesibilidad universal a bajo costo, mostrando un impacto ambiental irrisorio o nulo.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	5
<i>El pensamiento de la naturaleza</i>	5
ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL	13
<i>1. Las piezas fundamentales de la naturaleza</i>	14
<i>2. La unidad estructural de la materia</i>	18
<i>3. Manufactura vs Nanofactura</i>	21
<i>4. Nanofactura: tres acontecimientos</i>	26
<i>5. Nanofactura y macrofactura, teoría de la parataxis</i>	28
<i>6. Mundos posibles</i>	35
<i>7. Arquitectura cuántica: ¿Fantasía o posibilidad?</i>	38
<i>8. Una ruta pragmática</i>	39
PROCESO PARAMÉTRICO NATURAL	41
<i>1. Geometrías y procesos constructivos de la naturaleza</i>	42
<i>2. De la biofactura a la Parafactura</i>	58
<i>3. Proceso de Parafactura</i>	61
<i>4. Protocolo Paramétrico Natural</i>	64
<i>5. Evaluación del modelo</i>	67
<i>6. Conclusiones preliminares</i>	71
MODELO PARAMÉTRICO NATURAL	73
<i>1. De la teoría a la arquitectura</i>	74
<i>2. Observación e iteración</i>	79
<i>3. Valores diferenciales</i>	83
<i>4. Parametrización por programación no lineal</i>	86
<i>5. Identificación del método</i>	89
<i>6. Instrumentos de medición</i>	93
<i>7. Validación del método</i>	96

UN ALOSIOFRACTAL	99
1. <i>El 1er y el 2do orden fractal</i>	100
2. <i>Fabricación de un alosiofractal</i>	111
3. <i>Discusión de resultados</i>	125
4. <i>Conclusiones parciales</i>	137
CIUDADES INTANGIBLES	139
1. <i>El 3er orden fractal</i>	140
2. <i>El modelo matemático de burbujas</i>	143
3. <i>Impacto del modelo en relación con la construcción tradicional</i>	146
4. <i>Conclusiones</i>	150
GLOSARIO	155
REFERENCIAS	158
1. <i>Libros</i>	158
2. <i>Tesis</i>	160
3. <i>Artículos</i>	161
4. <i>Páginas Web</i>	164
ANEXOS	166
1. <i>ANEXO A: Líneas de programación en LINDO</i>	166
2. <i>ANEXO B: Hoja de Servicio - LaNSBioDyT</i>	168
3. <i>ANEXO C: Entrega de resultados - LaNSBioDyT</i>	170

INTRODUCCIÓN

El pensamiento de la naturaleza

¿La naturaleza pensará en números?

Cuando pensamos en la naturaleza y su origen, en la mayoría de los casos y no necesariamente desde el punto de vista de un científico o tecnólogo, pensamos en una entidad superior, un dios, que crea y manipula la materia, plasmando el mundo según sus caprichos. Pero, si comenzamos a investigar la naturaleza, la “*creación divina*”, bajo la perspectiva de leyes y teoremas que el hombre mismo dedujo al observarla, entonces estaremos dispuestos a admitir que, tal vez, este dios tiene una forma de comunicación que consiste esencialmente de números. Por lo tanto, parece que los números siempre existieron, incluso antes de la vida humana, y que el hombre simplemente los ha codificado de acuerdo con sus propios medios intelectuales. Esta capacidad de los sistemas biológicos para generar estructuras caracterizadas por formas geométricas (matemáticas) siempre ha sido de gran interés para la ciencia.

En el siglo XIII, Leonardo Pisano, llamado Fibonacci, matemático italiano, reconocido como uno de los mejores de todos los tiempos, estaba buscando una ley matemática que describiría el crecimiento de una población de conejos¹. Este “*capricho*” matemático llevó al descubrimiento de la sucesión de Fibonacci (o sucesión áurea), donde, después 0 y 1, cada término es la suma de los dos anteriores (esta es la *relación de recurrencia* que la define). Estos números están relacionados con formas matemáticas y geométricas adicionales (p. ej. *los fractales*), así como tienen enlaces con la física (p. ej. *la teoría de cuerdas*), la química, el cuerpo humano, la geometría de la naturaleza, la botánica y mucho más.

Justo en botánica, la sucesión de Fibonacci describe las pautas con las cuales las plantas, las hojas y las flores se forman a partir de un tejido especializado llamado meristema apical, que contiene células indiferenciadas comparables a las células madre humanas. Estas células se dividen y dan lugar a todos los órganos de las plantas que se forman periódicamente en posiciones específicas: un modelo espaciotemporal que determina la filotaxis², es decir, la disposición regular de hojas y flores alrededor

¹ Leonardo da Pisa, o Fibonacci, vivió cerca de Béjaïa (o Bujía), en Argelia, en ese momento histórico una importante ciudad exportadora de cera. Un reciente análisis matemático-histórico del período y de la región en la que vivió Fibonacci sugiere que, en realidad, los apicultores de Béjaïa y sus conocimientos sobre la reproducción de las abejas fueron la fuente de inspiración para la sucesión de Fibonacci y no el modelo más conocido de reproducción de conejos [Scott, T. C. & Marketos, P. (2014). On the Origin of the Fibonacci Sequence. *MacTutor History of Mathematics archive*, 1-46. Recuperado de <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Publications/fibonacci.pdf>].

² Filotaxis, del latín *phyllo*taxis, término originado de las raíces griegas *phyllon*, “hoja” + *taxis*, “orden”.

del tallo. Esta geometría ordenadora permite minimizar la superposición entre las hojas y, en consecuencia, maximizar la capacidad de la planta para capturar la luz.

Al observar la geometría de plantas, flores o frutos enteros, es fácil reconocer la presencia de estructuras y formas recurrentes. Un simple ejemplo viene dado por la cantidad de pétalos de flores; la mayoría de ellos tienen 3 (como lirios e iris), 5 (ranúnculos, rosas mosquetas, plumaria) u 8, 13 (algunas margaritas), 21 (achicoria), 34, 55 o 89 (asteráceas), números que pertenecen a la sucesión de Fibonacci. Una característica importante de la sucesión es el hecho de que la relación entre cualquier número y el anterior de la serie tiende a un valor bien definido: 1.618...; esto es el número áureo o sección dorada, ϕ (Phi), que a menudo ocurre tanto en la naturaleza como en las obras arquitectónicas.

La naturaleza y la arquitectura, por lo tanto, se construyen con principios geométrico-matemáticos similares³. Es decir, inconscientemente, el ser humano construye siguiendo las mismas leyes de la naturaleza; o, mejor aún, siendo un producto en sí mismo de la naturaleza, estructura sus geometrías según las reglas que lo dominan: las leyes de un dios matemático⁴. De hecho, Benoît Mandelbrot afirmó que los fractales, de alguna manera, tienen correspondencias con la estructura de la mente humana, razón por la cual las personas los encuentran tan familiares, a pesar de su creciente misterio.

³ Este es el caso del fractal, un objeto geométrico dotado de homotecia interna: se repite en su misma forma en diferentes escalas, y por lo tanto al ampliar cualquier parte de él se obtiene una figura similar a la original. Se llama geometría fractal, la geometría (no euclidiana) que estudia estas estructuras, recurrente por ejemplo en el diseño de ingeniería de las redes, en el movimiento browniano y en las galaxias. Esta característica a menudo se llama autosimilitud o autosemejanza. La naturaleza produce muchos ejemplos de formas muy similares a los fractales: en un árbol (especialmente en el abeto) cada rama es más o menos similar a todo el árbol y cada rama es similar a su propia rama, y así sucesivamente. También es posible observar fenómenos de autosimilitud en la forma de una costa: con imágenes tomadas de satélites cada vez más grandes, se puede ver que la estructura general de golfos más o menos dentados muestra muchos componentes que, si no son idénticos al original, todavía se parecen mucho a él. Los fractales también están presentes en el perfil geomorfológico de las montañas, en las nubes, en los cristales de hielo, en algunas hojas y flores. Según Benoît Mandelbrot (1924-2010), el fundador de la geometría fractal, la relación entre los fractales y la naturaleza es más profunda de lo que se cree.

⁴ Hay distintas interpretaciones históricas de un dios matemático. Karl Friederich Gauss decía “*Dios hace aritmética*”, mientras otros lo han considerado el geómetra perfecto: los cuatro primeros sólidos platónicos, tetraedro, cubo, octaedro e icosaedro, representaban respectivamente fuego, aire, agua, tierra, los cuatro elementos, mientras que el quinto, el dodecaedro, Dios lo usó para distribuir las constelaciones en el cielo. Ya en el siglo VII, San Isidoro de Sevilla, escribía su obra cumbre, *Las Etimologías*, donde establecía las ramas de las ciencias para la academia, y afirmaba “*Quita el número de las cosas y todas se destruirán*”. Unos siglos más tarde, Alfonso X el Sabio, dijo “*Si Dios me hubiese consultado sobre el sistema del universo, le habría dado unas cuantas ideas*”. Tomás de Aquino trató de demostrar la existencia de Dios con sus cinco vías: sus razonamientos, que se podrían confundir con algún razonamiento matemático, fueron muy controvertidos en su tiempo, y más modernamente, Darwin los desarmó porque no se puede asumir que hay una causa primera, a ésta le ha de afectar también el principio en cuestión. El gran cambio vino con el Siglo de las Luces, cuando Napoleón, a quien Laplace le había presentado la *Mecánica Celeste*, preguntó porque no mencionaba a Dios en el texto, Laplace respondió que no tenía necesidad de esa hipótesis. Este aserto entronca con la visión de muchos científicos actuales (p. ej. Stephen Hawking). Yo soy de la misma opinión, no necesitamos de ningún Dios para explicar el universo ni tener lecciones de moralidad; las grandes respuestas vendrán sólo de la ciencia. Mario Livio en *¿Es Dios un matemático?* proporciona una táctica para parar los asaltos de los ciegos creyentes, afirmando que “...*mientras la teoría no esté formulada con precisión en el lenguaje de la matemática, no es posible evaluar su relevancia*”: para aclarar, como lo hizo Livio en un su charla en la Universidad de Cornell, que es *una afirmación retórica, no un intento filosófico de definir Dios*.

Entonces, ¿Dios pensará en números?

En 1923, Walther Bauersfeld, ingeniero capo de las industrias ópticas Carl Zeiss Jena, termina la construcción (interrumpida durante la Primera Guerra Mundial) del primer planetario in Jena, Alemania, el Zeiss I, considerado también la primera cúpula geodésica, treinta años antes de que Richard Buckminster Fuller reinventara y popularizara este diseño. De hecho en 1954, el arquitecto estadounidense, renombrándola cúpula geodésica, explota y desarrolla la idea, obteniendo la patente: una estructura con extrema resistencia en relación con el peso general y de sus componentes.

En 1985, en otro campo del conocimiento en el momento ajeno a la arquitectura, el químico inglés Harold Kroto descubre, ganando el Nobel, la molécula de C_{60} que consta de 12 pentágonos y 20 hexágonos donde cada pico corresponde a un átomo de carbono y cada lado a un enlace covalente; así, por similitud formal y resistencia, será llamada *buckminsterfullereno* en honor al arquitecto de las geodésicas⁵. Sustancialmente, en el macromundo se había anticipado lo que ya existía en la naturaleza y que era invisible a los ojos humanos sin la justa instrumentación. Desde este momento crucial, los dos mundos, que se habían tocado de una manera tan profunda y radical, como reflejándose en un espejo de aumento/reducción de su propia imagen, se distanciaron nuevamente siguiendo sus propias líneas de investigación y desarrollo.

Y ¿Si los números son, en realidad, los dioses de la creación?

Richard P. Feynman, otro Nobel en física, en los años de transición desde la cúpula geodésica hasta el buckminsterfullereno, hizo un experimento mental elaborando la teoría del dente⁶ (*ratchet*) de Feynman (o *ratchet browniano*): una primera máquina molecular, un ensamblador para elaborar operaciones a la escala nanométrica.

Tendremos que esperar más o menos otros treinta años antes que Kim Eric Drexler, investigador del Institute for Molecular Manufacturing, retome las ideas de Feynman acerca de estas máquinas moleculares que finalmente se pueden construir y estarán a la base de las aplicaciones nanotecnológicas. Estas máquinas se pueden dividir en dos categorías: sintéticas y biológicas. La idea

⁵ El dibujo más antiguo conocido del icosaedro truncado, forma muy similar a la geodésica de Richard Buckminster Fuller, es el de Piero della Francesca (segunda mitad del siglo XV); el más conocido es el que Leonardo da Vinci hizo para el libro *La Divina Proporción* (1509) por encargo del matemático Luca Pacioli, gran amigo de Piero della Francesca.

⁶ El experimento mental de Feynman se basa en otro experimento mental diseñado por el matemático y físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1879), el *demonio de Maxwell*, acerca de la posibilidad teórica de un dispositivo capaz de actuar a escala microscópica sobre partículas individuales para producir una violación macroscópica del segundo principio de la termodinámica. De esta manera, podría producir una variación de temperatura entre dos cuerpos sin gasto de energía. Al respecto, Maxwell comentó: “...si concebimos a un ser con una visión tan aguda que pueda seguir cada molécula en su movimiento, este ser, cuyos atributos son esencialmente tan finitos como el nuestro, podría hacer lo que nos es imposible”.

es de construir un ensamblador molecular, un dispositivo que puede dirigir las reacciones químicas por el medio del posicionamiento de moléculas reactivas con precisión atómica.

Esto sería el punto de entrada, el umbral del dominio de la investigación, de lo que Neal Stephenson (1995) define como la *era del diamante*, un período histórico en el que cada aspecto social estará contaminado por nanotecnologías⁷. Desafortunadamente, en arquitectura, asistimos a la aplicación de la nanotecnología principalmente en materiales y sistemas de recubrimiento inteligentes. Por otro lado, en ámbito estructural hay varios experimentos en el campo del cemento (autoreparación, monitoreo) y en sistemas de construcción basados en carbono. Falta retomar el hilo de esa manifestada relación aleatoria, formal y funcional, entre la cúpula geodésica y la molécula de C₆₀, explotando el potencial real de la nanotecnología aplicada a la arquitectura; es decir, hay un eslabón perdido que codifica esta relación entre lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande (cabe recordar que las galaxias también tienen un valor fractal), y, si los números son los dueños de la vida, tenemos todo el derecho de explorar esta línea de indagación, porque, como afirmaba Mandelbrot en una conferencia Ted en 2010, “*De las leyes más simples nacen infinitas maravillas que se repiten indefinidamente*”⁸. Son leyes paramétricas y fractales de la naturaleza misma, aquellas que determinan su morfología y que inspiraron el biomorfismo y la biomimética en arquitectura, es decir, geometrías inteligentes (smartgeometry) con caracterización natural: como las bioconstrucciones que examinan el diseño único de un componente animal o natural, ya sea una hoja o una armadura de un pez antiguo (Zolotovskiy, 2012), con el fin de utilizar los principios derivados de la naturaleza para regular la relación entre los datos geométricos y datos funcionales y convertirlos en algoritmos de producción paramétrica.

Por eso, el uso de la nanotecnología se convierte, esencialmente, en un problema de diseño (Elvin, 2006) o más precisamente se refiere al proyecto, caracterización, producción y aplicación de estructuras, dispositivos y sistemas a través del control de la forma y dimensiones a escala nanométrica (The Royal Society & The Royal Academy of Engineering, 2005). Entonces, existe una relación, que debe observarse y codificarse, entre el diseño del material y el proyecto de la forma⁹ arquitectónica (aunque el diseño molecular es muy diferente del arquitectónico) donde las direcciones de las fuerzas y

⁷ De hecho, ProMéxico, en diciembre 2018, a través de su Unidad de Inteligencia de Negocios, ha lanzado un reporte donde, analizando diferentes fuentes a nivel global, define que las nanotecnologías son las bases para el desarrollo industrial del futuro, estimando un crecimiento anual promedio alrededor del 20% por cada línea de negocio, es decir, estima que por el 2030 los ingresos globales de los productos nanotecnológicos alcanzarán los 30,000 MMD (mil millones de dólares) multiplicando del 1000% los ingresos actuales.

⁸ “*Bottomless wonders spring from simple rules which are repeated without end*”.

⁹ La forma, en el sentido buscado, está estrechamente relacionada con la función que el objeto debe realizar (en este caso, sería una función estructural). Por lo tanto, la suposición más correcta no es “*forma y función*”, sino “*forma es función*”.

las modalidades de transmisión de las tensiones, la serialidad y agregación sobre una base modular, la capacidad de absorber líquidos, transmitir calor y electricidad, siguen leyes fundamentalmente semejantes entre la escala nanométrica y la macroescala.

Es decir, *se puede codificar paraméricamente un sistema constructivo por el medio de elementos de materiales nanoestructurados y al revés se puede estimular una transición desde la nanoescala de la estructura molecular del material hasta la macroestructura del sistema constructivo relativo, fabricando, así, un modelo apto tanto para la construcción y que proporcionará una respuesta estructural válida, debida a la estrecha relación intrínseca del sistema.*

Y ¿Cuál sería el papel de los hombres antes de estos nuevos dioses?

Como demuestran los estudios recientes en nanotecnología, por el momento los manufactureros de la materia¹⁰ son los colaboradores más eficientes de estos nuevos dioses que piensan por increíbles estructuras geométricas y, en el corto plazo, podrían reemplazarlos tomando en cargo la posición apical de creadores en la generación de materia novedosa.

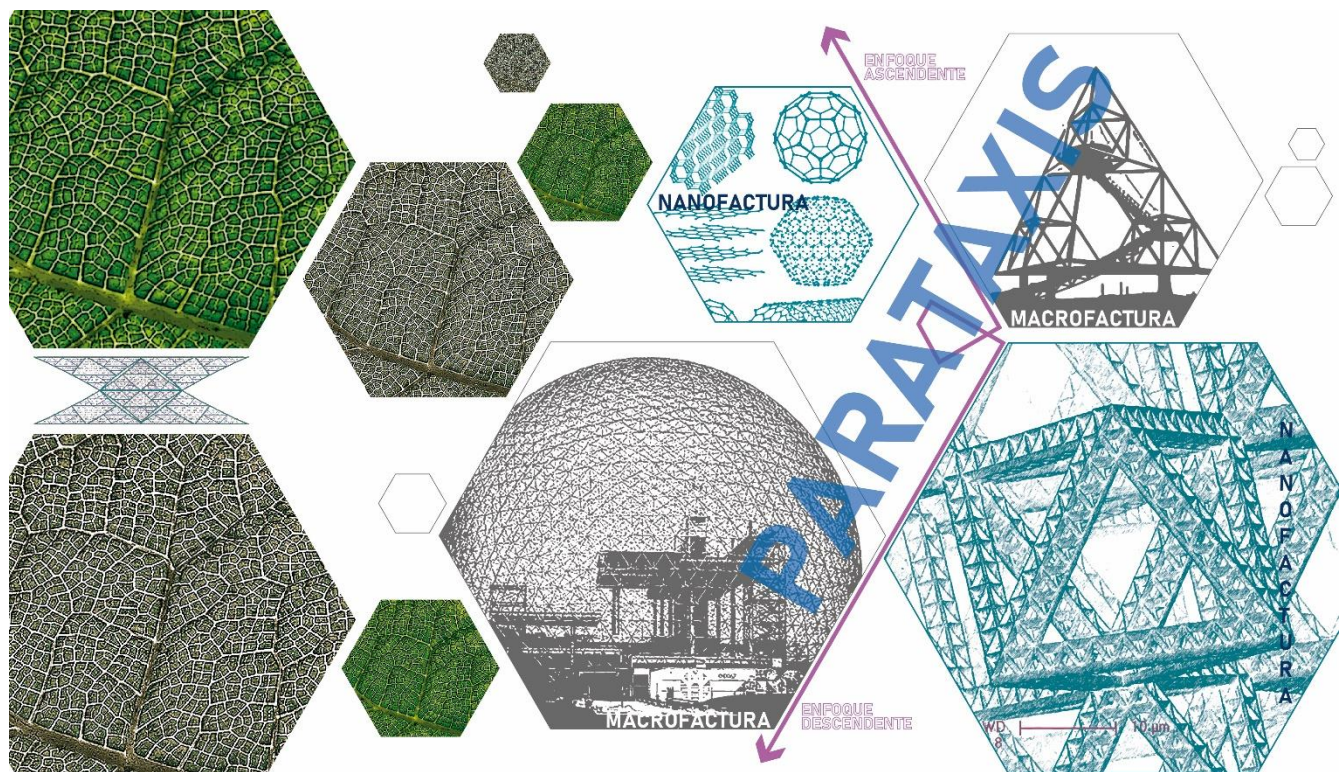


Imagen 1. ¿La naturaleza pensará en números? [elaboración propia]

¹⁰ Esta expresión quiere reunir, en un único conjunto, los físicos, químicos, ingenieros de materiales, ingenieros físicos y químicos, además de todas aquellos profesionistas que se dedican a la fabricación de la estructura de los materiales.

Si miramos las imágenes procesadas por sus microscopios podríamos pensar, por un momento, que las formas de sus nuevos materiales se basan en las formas hieráticas típicas de la arquitectura. Pero, esta ilusión desvanece inmediatamente antes de la obvia capacidad geométrica de la naturaleza, que estos ingenieros adaptan a sus necesidades (**Imagen 1**).

Y, mientras la visión y la comprensión de la naturaleza se reduce (o más bien *aumenta!!!*), ¿El arquitecto que está haciendo al respecto?

Poco o nada. En campo estructural con uso de nanotecnologías hay una laguna de aplicación en la investigación de materiales con menor impacto ambiental. De hecho, ahora se sabe que los nanotubos de carbono, muy similares a las fibras de amianto, también son peligrosos para la salud humana y el medio ambiente, no de inmediato sino en perspectiva, dado que, si la demanda de materiales añadidos con nanotubos de carbono aumentará, el control de su eliminación y su liberación en la naturaleza sería prácticamente imposible de gestionar y las implicaciones medioambientales podrían tener el mismo impacto que la edad del asbesto. Por eso, es necesario investigar adecuadamente las soluciones que implican el uso de materiales naturales, precisamente porque su modificación a nivel molecular podría extinguir el problema de la eliminación posterior de residuos, al final de la vida promedio de una arquitectura, así como proponer una solución ambientalmente aceptable y factible localmente, alrededor del mundo. Esta condición permite el uso de recursos locales al fin de manipular la estructura molecular del material para darle ciertas características de acuerdo con el uso.

El ejemplo, actual y futurista, de cómo el arquitecto siempre está un paso atrás en comparación con otros sectores, es, sin duda, el proyecto de Testa (en asociación con Arup), la Carbon Tower, que sin embargo parece ser un sistema que no es adaptable a las necesidades de toda la población mundial, más aún si se centra el progreso en hacer que estas tecnologías sean utilizadas incluso en comunidades pequeñas. El propósito de la Carbon Tower es verificar la Nano-Arquitectura en la escala de rascacielos, y es fácil entender cómo el problema fundado por Testa tenga una visión limitada, encerrada dentro de las megalópolis y de un círculo económico estrecho (los costos de producción son exorbitantes, a pesar de la esbeltez de la estructura). Además, la Carbon Tower desarrolla una tecnología basada exclusivamente en el carbono que, como se anticipó, tiene implicaciones ambientales que no deben subestimarse¹¹.

¹¹ Las implicaciones ambientales en relación con la toxicidad y con la biodegradabilidad de las nanopartículas y los efectos de estas en la salud de las diversas especies, en el corto y medio plazo, son de consideración puesto que se estima que podrían interferir en las funciones vitales. Su bioacumulación y persistencia a lo largo de la cadena alimenticia es también un factor digno de observación detenida. El asunto es complejo dado que en la nanociencia hay notables vacíos de

De hecho, y por el contrario, podrían reanudarse unas líneas teóricas, con base práctica, de la segunda mitad del siglo XX. Ya en los años 60, el arquitecto Soleri había elaborado el concepto de *arcología* (neologismo compuesto entre arquitectura y ecología), luego traspuso en la concreta Arcosanti (Arizona, 1970) y, por cierto, afirmó, antes de su construcción, “*la Fundación está buscando nuevas disposiciones y estudiando nuevos sistemas estructurales necesarios para sus existencia (...) Avanzando en esta segunda fase, la Fundación pasa de una micro a una macro escala (...) Estoy urbanizando la Fundación Cosanti ... el resultado será una Macro Cosanti*” (Soleri, 1970). Es evidente cómo, en forma embrionaria, Soleri ya prefiguró una relación entre el nanomundo de las partículas y la macroescala de las estructuras, teniendo que enfrentar la limitación tecnológica a pesar de una fuerte voluntad industrializadora. Pensamiento colectivo que, bien o mal, debe haber tocado a R. Buckminster Fuller que ya en los 40 proyectaba un prototipo (en exhibición permanente en el Henry Ford Museum en Dearborn, Michigan) de vivienda, la Dymaxion House, basada en una estructura esférica inspirada en la campana de las medusas. Según John MacLane Johansen, el precursor de la arquitectura nanotecnológica, el arquitecto reafirma la arquitectura usando sus propios términos, encuentra sus fuentes, sus determinantes, sus derivaciones, sus aspiraciones. Al igual que el artista, éste elimina continuamente actitudes, procedimientos, formas, terminologías y reglas preestablecidas en la búsqueda de una declaración nueva y clara (Bedoni, 1983). Parece evidente, a pesar del paralelismo con el artista, que el procedimiento descrito es extremadamente científico, basado en el análisis de la arquitectura según el proceso, una palabra que implica la coexistencia de intención, un plan, un propósito, un resultado, un producto, tiempo y movimiento. Considerados en esta secuencia, juntos, asumen el valor de la investigación tecnológica, afirmando que “*la forma no debe derivar de un proceso de diseño que no considere el propósito y el uso esencial*” (Johansen), es decir, un proyecto basado en tres imperativos fundamentales: tecnológico, orgánico y psicosociológico. A partir de esta teorización, Johansen desarrolla la teoría de la concha-hábitat¹², esculturas de concreto en aerosol, o

conocimiento, entre los cuales: (a) la insuficiente definición “del punto” en el que las propiedades cambian en relación con el tamaño, (b) la limitada claridad acerca de esas propiedades de la nanoescala y (c) el escaso conocimiento de las implicaciones de la interacción de tales o cuales nanoestructuras con el medio natural. Esto no significa detener la investigación, más bien tener claras las implicaciones y limitantes para generar productos inocuos.

¹² En los años inmediatamente anteriores, John MacLane Johansen había encontrado la simplicidad, el equilibrio y el orden de los diseños *Neopalladianos* como algo profundamente estimulante; por lo que, inesperadamente, esta tendencia hizo extraña, y mucho más sorprendente, la aparición de sus *Sprayforms* (estructuras de concreto de cáscara delgada inspiradas en la naturaleza). Encargadas por la American Concrete Association como parte de una serie continua de proyectos de demostración, el crítico británico Reyner Banham las aclamó como un símbolo de una conversión a la religión de la tecnología; Johansen los recuerda más como un esfuerzo por distanciarse de la *caja moderna*, experimentos sintomáticos de su *espíritu de investigación insistente*. En 1955, la Spray House #2 tipifica estos proyectos. Destinada como residencia para Johansen y su familia, la casa estaba enmarcada por varillas de acero dobladas en forma de concha que se unían en un punto central. Estas varillas se cubrieron con varillas más pequeñas y, nuevamente, con malla de acero reforzada. El hormigón se

sprayforms, exasperando las dramáticas posibilidades del hormigón aplicado directamente a una estructura de acero mediante pistolas de gravedad, una tecnología avanzada, en esa época, que permitía un control directo, táctil y visual del sistema constructivo. Resulta afín el experimento de la Endless House de Friedrich Kiesler (1950), donde la concepción elástico-espacial proporciona una respuesta correalista para la estructuración de un sistema arquitectónico constructivo basado en una interacción dinámica y continua entre las personas y su entorno natural y tecnológico. Así, la interacción dinámica entre nano y macroestructura es la guía de un progreso que hoy puede apoyarse en posibilidades tecnológicas y conocimiento científico confiable, avanzado y en mutación continua. Es decir, que existe la posibilidad real de dominar esta relación entre los dos mundos.

Con este sentido, se vuelve sintomática la experiencia de Julian Voss-Andreae, artista y físico alemán, que en la macroescala reproduce y reinventa los conceptos de física molecular y cuántica¹³. En resumen, cada área del conocimiento está profundamente contaminada por esta nanodimensión que sinceramente nos podemos preguntar ¿Habrà espacio en el mundo para una real nanoarquitectura y/o arquitectura cuántica?

rociaría directamente sobre la armadura, formando una cubierta rígida de aproximadamente 8 pulgadas de espesor; la cubierta resultante se recubriría en el exterior con plástico para impermeabilizar, y en el interior con aislamiento y pintura a pistola. El plástico transparente llenaría los espacios entre las formas para crear ventanas. Pisos, paredes y techo formarían una superficie continuamente lisa, como el interior de una concha marina. Las bobinas de calefacción radiante se incrustarían en las paredes; muebles, escaleras y estantes se incorporaban de manera similar a la estructura. La gran ventaja de este proceso de construcción fue que no requería encofrado, devolviendo más formas orgánicas de las permitidas por el cemento, además de un menor costo. Le Corbusier la utilizó en Ronchamp (1950-55) con un efecto eléctrico en el mundo arquitectónico, y fue probablemente la inspiración para que Johansen explorara las formas de los crustáceos. También es probable que Johansen estaba al tanto de las estructuras de cubierta delgada, altamente publicitadas, de Félix Candela y las estructuras de ferro-cemento de Pier Luigi Nervi. Cualquiera que sea su origen, el biomorfo aparece como una liberación para Johansen y, aunque la Spray House #2 nunca se construyó, el utilizó la idea para una serie de proyectos que se sucedieron rápidamente, incluido el United States Trade Pavilion en la International World's Fair en Zagreb (1956), una iglesia en Norwich, Connecticut (1957), y un restaurante y motel compuesto en Mount Kisco, Nueva York (1957). A diferencia de Kiesler y Hohausen que buscaron inspiración en su arquitectura, Johansen logró que se construyera uno de sus proyectos: el Trade Pavilion. Sin embargo, no fue una experiencia feliz: Johansen se quejó de que el concreto y los trabajadores yugoslavos eran de baja calidad y, por consiguiente, la estructura requería apoyo secundario. Independientemente de esto, atrajo la atención en Europa: en Londres, el grupo de Archigram llegó incluso a etiquetar las formas *estomacales* de Johansen como *Bowellismo*; "Para los chicos de Archigram", escribió Michael Webb "[Johansen] fue nuestro auténtico héroe estadounidense: cada proyecto sucesivo es un alejamiento radical no sólo de la práctica convencional, sino también de su propia obra anterior".

¹³ Julian Voss-Andreae (1970) comenzó su carrera como artista y luego estudió física experimental, matemáticas y filosofía en la Universidad Libre de Berlín, la Universidad de Edimburgo y la Universidad de Viena. Luego, emprendió el estudio de la mecánica cuántica con el grupo de investigación de Anton Zeilinger, participando en un experimento que demostró el comportamiento cuántico de objetos más grandes hasta la fecha. En el año 2000 se mudó a Portland para estudiar bellas artes en la Escuela de Arte del Noroeste del Pacífico, donde se graduó en 2004. Sus trabajos están fuertemente influenciados por sus estudios científicos, como las "esculturas de proteínas" o el Ángel del Oeste (2008), una colosal escultura al aire libre para el Instituto de Investigación Scripps de Júpiter, en el estado de Florida, que representa un anticuerpo humano, o como una escultura para el ganador del Premio Nobel Roderick MacKinnon, basada en la estructura del canal iónico. En 2006 realiza El Hombre Cuántico, una escultura de acero que representa una metáfora del mundo intuitivo de la mecánica cuántica y, en 2007, El Hombre Cuántico II, versión de acero inoxidable. En 2009, en una exposición en el Centro Americano de Física, expuso una serie de esculturas inspiradas en el concepto de mecánica cuántica.

ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL



*“While we must wait for the realization of such proposals, we may contemplate or conceive of the nonexistent as possible. Imagination is sparked by an eager desire to know; by curiosity or inquisitiveness. It has been said that ‘much of yesterday’s fiction is now reality, and that much of today’s fiction may be the reality of the future’. It is the human imagination that leads us”.*¹⁴

John MacLane Johansen

¹⁴ “Si bien debemos esperar la realización de tales propuestas, podemos contemplar o concebir lo que no existe como posible. La imaginación es provocada por un ansioso deseo de saber; por curiosidad o inquietud. Se ha dicho que “gran parte de la ficción de ayer es ahora una realidad, y que gran parte de la ficción de hoy puede ser la realidad del futuro”. Es la imaginación humana la que nos guía”. En Johansen, J. M. (2002). *Nanoarchitecture: a new species of architecture* (p. 7). New York, NY: Ed. Princeton Architectural Press [traducido por el autor de la tesis].

1. Las piezas fundamentales de la naturaleza

La hipótesis más importante, que nos guía en el intento de comprender la vida, es que *todas las cosas están hechas de átomos*, y que todo lo que hacen los seres vivos se puede comprender en términos de movimientos y fluctuaciones de átomos, es decir, comprender la naturaleza a través de la interacción entre átomos según las leyes de la física. Los animales hacen lo que hacen los átomos. Las estructuras arquitectónicas hacen lo que hacen los átomos. Esta *hipótesis atómica (o hecho atómico)* es una breve suposición que en pocas palabras contiene el mayor número de información: *tanto una piedra como una galaxia están compuestas de átomos, unidades discretas en perpetuo movimiento, que, si se colocan a corta distancia, manifiestan una fuerza de atracción que, en caso de ser suficientemente robusta, genera enlaces químicos; de lo contrario, se rechazan si la fuerza repulsiva se vuelve dominante, a una distancia menor que la del equilibrio*. Podemos suponer con extrema seguridad que también las estrellas están hechas de átomos del mismo tipo de los de la Tierra. Puede parecer lo suficientemente extraño, pero de la misma manera podemos decir que la sustancia de lo que estamos hechos pueda provenir de la erupción de alguna estrella olvidada: la materia que nos caracteriza probablemente fue cocinada mucho tiempo atrás en una estrella y, posteriormente, disparada afuera, en el espacio.

En breve, cada sustancia existe en un tipo de configuración de átomos (un olor, un sabor, una materia). Las sustancias más complejas son monstruos compuestos de átomos organizados en una cierta estructura particular. Pero ¿Cuánto mide un átomo?

El radio de un átomo es de $1 \text{ o } 2 \times 10^{-10} \text{ m}$ (*ångström, Å*) y la relación que existe entre la nanoestructura de la materia y la macroestructura que ella constituye se puede resumir con un ejemplo: tomamos una manzana, rellena de átomos, y la aumentamos hasta el tamaño de la Tierra, sus átomos tendrán, más o menos, el tamaño inicial de la manzana. Además de esto, también podemos describir con precisión una composición de átomos (molécula) y medir la distancia entre ellos.

En este punto, alguien podría cuestionar (como suele ocurrir en la historia del hombre) que los átomos no existen porque no se pueden ver a simple vista. Esto podría haber sucedido con frecuencia hasta hace unos años, hasta la invención de nuevas técnicas de observación refinadas como el *microscopio electrónico de efecto túnel STM* (los átomos individuales se pueden manipular uno por uno y prácticamente *ver*). No es difícil encontrar imágenes de átomos, o imágenes de conjuntos de

átomos manipulados uno por uno e incluso, gracias al *microscopio electrónico de barrido de emisión de campo SEM* y FE-SEM, o a la *microscopía electrónica de transmisión de alta resolución HRTEM* o HREM, imágenes de orbitales atómicos (las *nubes*¹⁵ en las que se abren los electrones debido al efecto de mecánica cuántica).

Sin embargo, a pesar de esto, los más escépticos podrían continuar afirmando lo contrario. Entonces, ¿Cómo podemos saber que los átomos existen sin el uso de ningún instrumento?

Para saberlo, podemos llevar a cabo un ejercicio simple al alcance de todos: ponemos una grande pelota en el agua, una pelota mucho más grande de los átomos, y la pelota se agitará en varias direcciones por medio de golpes desiguales, pero *invisibles*. Parece extraño e incluso podríamos hipotetizar la existencia de fantasmas, pero si observamos algunas partículas minúsculas (*los coloides*) en suspensión en el agua con un excelente microscopio, las veremos zigzagueando continuamente a causa del bombardeo de los átomos¹⁶.

Las estructuras espaciales de los cristales naturales (deducidas del análisis por rayos X) nos otorgan pruebas adicionales. El ángulo¹⁷ entre caras es (a menos de pocos segundos de arcos) igual a lo deducido da la hipótesis que el cristal es formado por muchos estratos de átomos.

¹⁵ En la mecánica cuántica la energía esta emitida por paquetes de partículas (*cuántos*) que tienen la posibilidad de comportarse al mismo tiempo de dos formas diferentes, estáticas y dinámicas, en base en si los estamos viendo o no. No es una cuestión de timidez de estas partículas si no de interferencia de la luz, es decir, si iluminamos estas partículas para verlas y luego estudiar sus comportamientos, estos cambian debido a la interferencia que la luz ejerce sobre los electrones.

¹⁶ Conocido como *movimiento browniano* es el movimiento aleatorio que se observa en las partículas que se hallan en un medio fluido (líquido o gas), como resultado de choques contra las moléculas de dicho fluido. Este fenómeno de transporte recibe su nombre en honor al escocés Robert Brown, biólogo y botánico. En 1827, mientras miraba, a través de un microscopio, las partículas atrapadas en las cavidades de un grano de polen en el agua, señaló que las partículas se movían a través del líquido; pero no fue capaz de determinar los mecanismos que provocaron este movimiento. En 1905, considerado por él como el *Annus Mirabilis*, Albert Einstein publicó un artículo donde explicó con todo detalle cómo el movimiento que Brown había observado era el resultado del polen siendo movido por moléculas de agua individuales. Esta explicación sirvió como prueba convincente de que existen los átomos y moléculas, y fue verificado experimentalmente por Jean Perrin en 1908. Perrin fue galardonado con el Premio Nobel de Física en 1926 por su trabajo sobre la estructura discontinua de la materia (Einstein había recibido el premio cinco años antes por sus servicios a la física teórica con especial mención al efecto fotoeléctrico). En detalle: la dirección de la fuerza de bombardeo atómico cambia constantemente, y en diferentes momentos, la partícula es golpeada más en un lado que en otro, lo que lleva a la naturaleza aleatoria del movimiento. Tanto la difusión como la ósmosis se basan en el movimiento browniano.

¹⁷ El momento angular resulta particularmente interesante cuando es imposible calcular las interacciones, cómo en el caso de la mecánica cuántica. En este caso, las interacciones se cuantifican, es decir, ocurren en *cuántos* y son muy difíciles de calcular. Pero en muchos casos no es necesario, ya que los principios de conservación de energía y momento angular también son válidos aquí, así como en interacciones planetarias y orbitales en la macroescala. Por lo tanto, podemos calcular el efecto del componente orbital del momento angular, que da la forma de orbitales atómicos. Cuando Schrödinger hizo el cálculo, no tenía que obtener la parte orbital desde cero, pero fue capaz de tomar textualmente el ya desarrollado en su momento por Lagrange y otros. Sólo tuvo que configurar la cuantización, que era más fácil porque trabajaba con una función continua, no con las órbitas de las partículas, y luego simplemente pidió que la función fuera periódica después de una gira. El momento angular de un electrón se observa *ipso facto*, debido a que el electrón está cargado, y por lo tanto cuando gira alrededor del núcleo se comporta como una corriente, generando un campo magnético.

Por lo tanto, *los átomos existen y se mueven sin parar*; incluso cuando la materia es bastante sólida los átomos no se inmovilizan: siguen *vibrando*. Este fenómeno es más visible si la temperatura sube, generando un cambio de estado en la materia. Al cero absoluto la vibración deviene mínima, sin desaparecer. Este movimiento de los átomos es el proceso que permite que se funda la materia; al revés, la presión de los átomos permite la solidificación, y si imaginamos de golpear los átomos, como si fueran bolas de ping-pong, con una raqueta que se mueve adelante, estas bolas tomarán velocidad (los átomos se moverán más rápidamente). Éstos son los fenómenos que determinan la *resonancia de la materia*.

Ahora, conociendo la relación entre el mundo atómico y las galaxias, podríamos arriesgarnos a una deducción: ¿Qué pasaría con los planetas? Suponemos de poseer suficiente energía para moverlos, rompiendo sus equilibrios, ¿Se reorganizarán?

¡Sería fascinante probarlo experimentalmente, pero podría tener consecuencias catastróficas!

¿Qué más hacen los átomos?

Se gestionan automáticamente: si obligamos a un átomo en una precisa posición, los demás se reorganizarán en una *disposición preestablecida* en las otras extremidades, a millones de átomos de distancia; no al azar. De hecho, algunos átomos se acompañan en dos en lugar de tres o cuatro átomos. Es una peculiaridad de sus procesos: *los átomos son muy especiales*¹⁸, aman algunos compañeros, algunas direcciones, y así adelante. Otra característica fundamental es la interacción por reacciones químicas: no suceden espontáneamente; necesitan una energía de activación (tendremos que empujar una roca a lo largo de una colina para llevarla a la cima). Sin embargo, si pudiéramos tomar las moléculas literalmente en las manos y empujar y jalar los átomos de la materia para crear espacio al nuevo átomo y hacerlo entrar, entonces, ese proceso no requeriría más energía y la reacción sucedería

Observaciones sobre el momento angular de los átomos permitieron descubrir que los electrones (y los núcleos) tienen un momento angular intrínseco, que en este caso se denomina *spin*. Es incorrecto ver un electrón como una partícula en rotación, porque sus dimensiones son infinitesimales, pero realmente no importa: es bastante utilizar las fórmulas correctas para el momento angular (también teniendo en cuenta el *spin*) y todo vuelve, también la correspondencia entre *spin* (*momento angular intrínseco*) y el campo magnético generado por el electrón (o cualquier otra partícula). Incluso para un átomo hay consecuencias de acoplamiento entre el momento angular intrínseco y orbital, que se denomina *interacción spin-órbita*. En el caso del electrón, el *mecanismo* es que la partícula, dotada de *spin* y *momento magnético intrínseco*, siente el campo magnético generado por su propia órbita; es decir, aprovechando las reglas de composición del momento angular podemos derivar las consecuencias del acoplamiento mismo (estructura fina de los niveles atómicos).

Es realmente fascinante reflexionar sobre la importancia de las leyes de conservación generales: la de la energía, más conocida, y la de momento angular, y *es sorprendente que la misma ley nos permite entender los fenómenos que ocurren en la vida de todos los días, entre planetas o entre las partículas elementales, desde el macromundo hasta el nanomundo*.

¹⁸ Claramente, hay ciertas leyes físicas que determinan el acoplamiento de los átomos. Se discutirán más tarde. Por ahora resulta suficiente entender que la tarea de la física es analizar y comprender por qué a cada átomo le gusta algo diferente.

con facilidad. Es la *domesticación de los átomos*, diecisiete mil años del inicio de la domesticación de los animales por el hombre prehistórico. Si, en lugar de disponer los átomos en algunas configuraciones preestablecidas, repetida en continuación, o en grumos como el aroma de violeta¹⁹, creamos una disposición siempre diferente desde una zona a la otra, con tipos diferentes de átomos dispuestos en muchas maneras, una disposición continuamente mudable, jamás repetida, ¿En qué otra maravillosa manera pudiera comportarse esto? Y ¿Qué pueden hacer las estructuras arquitectónicas si manipulamos la organización en arquitecturas atómicas?

Feynman, bromeando, ni siquiera mucho, dijo “*Cuando digo que somos un conglomerado de átomos, no me refiero a que seamos sólo un conglomerado de átomos: porque un conglomerado de átomos que no está en una configuración de repetición idéntica podría tener las posibilidades que se ven frente a usted en el espejo*”²⁰.

¹⁹ El aroma de violeta es un monstruo compuesto por átomos de carbono, hidrógeno y oxígeno, organizados en una estructura especial. Es una configuración enormemente complicada: viéndola, se podrían apreciar un anillo de átomos de carbono y una cadena de átomos de carbono que cuelga del anillo, con un oxígeno en el penúltimo, tres hidrógenos unidos a ese carbono, dos átomos de carbono y tres hidrógenos atacados allí, etc.

¡Ahora encontramos un nombre para esta estructura!

Es la tarea de los químicos: representar las estructuras de estas moléculas complejas en dos dimensiones, posiblemente en una pizarra, diciéndonos exactamente dónde se encuentra cada átomo.

²⁰ En Feynman, R. P. (2000). *Sei pezzi facili* (Piccola biblioteca Adelphi, Vol. 450, p. 48). Milano, IT: Ed. Adelphi [traducido por el autor de la tesis].

2. La unidad estructural de la materia

El átomo está compuesto de un núcleo con carga positiva, rodeado por un número suficiente de electrones con carga negativa, *balanceándose*. El número de electrones identifica el número atómico y el elemento. La temperatura y presión definen el estado sólido, líquido o gaseoso del elemento. El *modelo planetario* muestra los electrones de los átomos orbitando alrededor del núcleo a ciertas distancias fijas (*capas*). En una órbita dada, el número máximo de electrones se define como:

$$\text{Número máximo de electrones en una órbita} = 2n^2$$

donde n identifica la órbita ($n = 1$ es la más cercana al núcleo).

Este número determina, en la capa más externa, la afinidad química de los átomos: el *electrón de valencia* se comparte (o transfiere) en la órbita más externa y determina la inercia de un elemento. Hay reglas y lineamientos de *mecánica cuántica* para predecir la posición de los electrones en las diferentes órbitas y explicar sus características. Según Groover (2007) dichas reglas *se encuentran más allá del alcance del estudio de los materiales para la manufactura*. Los átomos se reúnen en moléculas según tipos de *enlaces* que dependen de los electrones de valencia (*primarios*²¹). Las moléculas se atraen unas con otras con enlaces más débiles (*secundarios*²²), que generalmente resultan de la configuración de electrones en las moléculas individuales. Entonces, átomos y moléculas son los bloques de construcción de las estructuras macroscópicas de la materia; después de la fusión, tienden a quedar cerca y a empacarse en forma muy comprimida, en muchos casos en estructuras ordenadas, *crystalinas*,

²¹ Incluyen a) iónico, b) covalente, c) metálico. a) y b) son *intramoleculares* porque involucran fuerzas de atracción entre los átomos. En el *enlace iónico* se entregan electrones exteriores, atrayendo átomos de otros elementos, para incrementar a 8 su cuenta de electrones en la capa exterior (configuración más estable, excepto para los átomos muy ligeros). Por naturaleza es un enlace muy fuerte. Las propiedades de estos materiales sólidos incluyen baja conductividad eléctrica y deficiente ductilidad. En el *enlace covalente* se comparten electrones en sus capas externas para lograr un conjunto estable de 8 (la dureza extrema del diamante es debida a su estructura tridimensional muy rígida); entonces, grande dureza y conductividad eléctrica baja. El *enlace metálico* es lo de los metales y sus aleaciones. En general, poseen muy pocos electrones en sus órbitas externas para completar las capas exteriores de los átomos. Por eso, los comparte en una *nube de electrones general* que abarca el bloque entero y proporciona las fuerzas de atracción para mantener juntos a los átomos y formar una estructura rígida y fuerte. La libertad de movimiento de los electrones en la nube proporciona buena conductividad eléctrica.

²² Se nombran *intermoleculares*, donde no se comparten electrones. Hay tres tipos a) fuerzas dipolares, b) fuerzas de London, c) enlace de hidrógeno: a) y b) con frecuencia reciben el nombre de fuerzas de van der Waals. Las *dipolares* se presentan en una molécula formada por dos átomos con cargas eléctricas iguales y opuestas (*dipolo*). Aunque en su forma agregada el material es eléctricamente neutro, a escala molecular los dipolos se atraen dando la orientación apropiada de los extremos positivo y negativo de las moléculas (*enlace neto intermolecular*). Las *London* son entre moléculas no polares. Tenemos *dipolos temporales* o *instantáneos* cuando ocurre que más electrones quedan en un lado de la molécula que en el otro, proporcionando la fuerza de atracción entre las moléculas. Los enlaces de *hidrógeno* se crean en moléculas que contienen átomos de hidrógeno enlazados en forma covalente con otros átomos. Debido a que los electrones que completan la capa del átomo de hidrógeno se alinean en un lado de su núcleo, el lado opuesto tiene carga neta positiva que atrae a los electrones de los átomos en las moléculas vecinas (característica fundamental por la formación de muchos polímeros).

y en otros no tanto, *no cristalinas*. Generalmente, la forma cristalina es característica de todos los metales y de muchas cerámicas y polímeros. Una estructura cristalina es aquella en la que los átomos se localizan en *posiciones regulares y recurrentes en tres dimensiones (organización preestablecida)*. El patrón puede repetirse millones de veces en un cristal dado y se nombra *celda unitaria*. En los metales se reconocen tres tipos de estructuras de red: 1) cúbica centrada en el cuerpo (*BCC*), 2) cúbica centrada en las caras (*FCC*), y 3) hexagonal de empaquetamiento compacto (*HCP*). Cuando un material cambia su estructura según cambia la temperatura, se denomina *alotrópico*. La imperfección estructural surge de *manera natural* por varias razones: es la incapacidad del material, cuando se solidifica, de continuar la repetición de la celda unitaria en forma indefinida²³. Estas imperfecciones o defectos se catalogan en 1) *puntuales*²⁴, 2) *lineales*²⁵, 3) *superficiales*²⁶ en relación con la forma en que se revelan dentro de la geometría. Cuando un cristal se sujeta a fuerzas mecánicas que se incrementan de forma gradual, su respuesta inicial es deformarse de *modo elástico*. Esto se parece a un alargamiento de la estructura de red sin que haya cambios en la posición de los átomos. Eliminando la fuerza, la estructura regresa a su forma original. Si el esfuerzo alcanza un valor alto en relación con las fuerzas electrostáticas que mantienen a los átomos en su lugar dentro de la red, ocurre un cambio permanente en la forma. Es la *deformación plástica*: los átomos se han movido de manera permanente de las posiciones que ocupaban previamente, y se ha establecido un nuevo equilibrio en la red. El llamado *deslizamiento* es un posible *mecanismo* con el que se *deforma plásticamente una estructura cristalina*. El otro se denomina *macla*.

El *deslizamiento* implica el movimiento relativo de los átomos en los lados opuestos de un plano de la red, por lo que se denomina *plano de deslizamiento* y debe estar aproximadamente alineado con la estructura de red, por lo que hay ciertas direcciones preferentes²⁷. Las *dislocaciones* juegan un papel

²³ En otros casos, se introducen imperfecciones a propósito durante el proceso de manufactura, como cuando a un metal se agrega un elemento de aleación para incrementar su resistencia.

²⁴ Imperfección por un solo átomo o varios de ellos, de diferentes formas: a) *vacancia*, falta de un átomo en la estructura de red; b) *vacancia por par de iones* (o *defecto Schottky*), falta de un par de iones de carga opuesta en un compuesto que tiene un balance de carga conjunta; c) *intersticios*, distorsión de red producida por un átomo adicional; d) *desplazamiento iónico* (o *defecto Frenkel*), uno ion se retira de una posición regular y se inserta en un intersticio.

²⁵ Un grupo conectado de defectos puntuales en una línea de la estructura de red. La más importante es la *dislocación: de borde*, arista de un plano adicional que existe en la red; *de tornillo*, espiral dentro de la estructura de red alabeada alrededor de una línea de imperfección. Surgen durante la solidificación o por deformación. Son útiles para explicar ciertos aspectos del comportamiento mecánico de los metales.

²⁶ Imperfecciones que se extienden en dos direcciones para formar una frontera.

²⁷ La HCP es la que tiene menos direcciones de deslizamiento, la BCC es la que más tiene, y la FCC está entre ambas. Los metales HCP tienen mala ductilidad y por lo general son difíciles de deformar a temperatura ambiente. Los metales con estructura BCC tendrían la ductilidad mejor si el único criterio fuera el número de direcciones de deslizamiento. En general, esos metales son más fuertes que los demás, lo que complica la situación, y los metales BCC requieren normalmente esfuerzos mayores para que haya deslizamiento.

importante para facilitar el deslizamiento en los metales²⁸. Este fenómeno (y la influencia de las dislocaciones) actúan sobre una base microscópica. A escala mayor, cuando se somete el metal a una carga deformante, el deslizamiento ocurre muchas veces en él, lo que ocasiona el *comportamiento macroscópico* que nos es familiar. Las dislocaciones representan una situación benéfica y perjudicial; debido a ellas, el metal es más dúctil y alcanza con más facilidad la *deformación plástica durante su manufactura*. Sin embargo, analizando el diseño del producto, el metal no es tan fuerte como lo sería si no hubiera dislocaciones: *si pudiéramos gestionar la perfección de las arquitecturas atómicas, podríamos obtener materiales mecánicamente sorprendentes*.

El *maclado* es otro mecanismo en el que los átomos, en un lado del plano (*plano de macla*), cambian para formar una imagen de espejo en lado opuesto, revelando una tasa de deformación. El mecanismo de deslizamiento requiere más tiempo que el del maclado, que puede ser *casi instantáneo*²⁹.

Un bloque dado de metal contiene millones de cristales individuales, llamados *granos*, con una orientación de red única; *en forma colectiva se orientan aleatoriamente en el bloque*. Es el caso de las estructuras *policristalinas*. Cuando el bloque se enfría a partir de un estado de fusión y comienza a solidificarse, ocurre la formación de núcleos de cristales individuales en posiciones y orientaciones aleatorias a través del líquido. Conforme estos cristales crecen, acaban por interferir unos con otros, y forman defectos superficiales en sus interfaces: *el límite de grano*, una zona de transición, con espesor de pocos átomos, en la que los átomos no están alineados con ningún grano. Desde el punto de vista del diseño, es preferible un tamaño menor de los granos porque significa resistencia y dureza mayores³⁰. Fuera de esta serie, varias clases de materiales tienen formas *no cristalinas* en su estado sólido (*amorfos*)³¹. Las diferencias principales con las estructuras cristalinas son: ausencia de un orden de largo alcance en la estructura molecular del material, y distintas características de fusión y expansión térmica (debida a la respuesta de la estructura atómica ante los cambios térmicos). En estos materiales se puede apreciar un arreglo menos denso y aleatorio de los átomos.

²⁸ Cuando una estructura de red que contiene una *dislocación de borde* se sujeta a una *fuerza cortante*, el material se deforma con mucha más facilidad que si se tratara de una *estructura perfecta*: la dislocación entra en movimiento dentro de la red cristalina en presencia de la fuerza. Los átomos en la dislocación de borde requieren un desplazamiento menor dentro de la estructura de red distorsionada al fin de alcanzar una nueva posición de equilibrio. Asimismo, se necesita menor energía para volver a alinear los átomos en posiciones nuevas respecto a la situación original.

²⁹ Es el caso del acero de bajo carbono: sujeto a elevadas rapidezces de esfuerzo forma maclas, en caso contrario se desliza.

³⁰ También es deseable en ciertas operaciones de manufactura, debido a que significa ductilidad mayor durante la deformación y una superficie mejor del producto terminado. El tamaño menor de los granos - y por tanto mayor abundancia de granos y de sus límites - incrementa la resistencia del metal (*endurecimiento por deformación*).

³¹ Por ejemplo el vidrio, muchos plásticos y el caucho. Varios plásticos importantes son mezclas de formas cristalinas y no cristalinas. Incluso los metales pueden ser amorfos si la rapidez de enfriamiento durante su paso de líquido a sólido es lo suficientemente ágil como para inhibir que los átomos se acomoden por sí mismos en sus patrones regulares preferidos.

3. Manufactura vs Nanofactura

La palabra *manufactura* se deriva de las palabras latinas *manus* (mano) y *factus* (hacer); la combinación de ambas significa *hecho a mano*. La palabra *manufactura* tiene varios siglos de antigüedad, y *hecho a mano* describe de forma adecuada los métodos manuales que se utilizaban cuando se acuñó la expresión³². La mayor parte de la *manufactura* moderna se lleva a cabo por medio de maquinaria automatizada y controlada por computadora que se supervisa manualmente. Posee dos vertientes: una *tecnológica* y la otra *económica*. En el sentido *tecnológico*, la *manufactura* es la aplicación de procesos físicos y químicos para alterar la geometría, propiedades y/o apariencia de un material. Los procesos de *manufactura* involucran una combinación de máquinas, herramientas, energía y trabajo manual (de aquí parte del componente económico), dentro de una secuencia de operaciones. Cada una de éstas lleva al material más cerca del estado final. En el sentido estrictamente *económico*, la *manufactura* es la transformación de los materiales en *artículos de valor mayor* por medio de uno o más operaciones de procesamiento o ensamblado. La clave es que *la manufactura agrega valor al material cambiando su forma o propiedades*, o combinando materiales distintos alterados. El material se habrá hecho más valioso por medio de las operaciones de *manufactura* ejecutadas en él³³.

Este concepto operacional se podría trasladar a la *manufactura* directa de los átomos, en la que generalmente se conoce como *nanotecnología*³⁴. Hablando de *las piezas fundamentales de la naturaleza*, habíamos afirmado el concepto de domesticación de los átomos a través del uso directo de las manos para construir la arquitectura de la materia, *hacerlas a mano*. Sin embargo, hoy podemos construir estas arquitecturas con el uso de maquinaria específica, prótesis que podríamos definir de *segundo nivel*. Pero ¿Habría un futuro en el que podamos mover los átomos, uno por uno, para recomponerlos en todas las estructuras que podamos imaginar? La respuesta es: sí y no. No, porque no tocamos estos átomos físicamente, directamente con nuestras manos; sí, porque podremos usar

³² Alrededor de 1567 d. C., apareció la palabra *manufactura* como sustantivo, y hacia 1863 d. C., apareció como verbo.

³³ Cuando el mineral de hierro se convierte en acero se le agrega valor. Si la arena se transforma en vidrio se le añade valor. Cuando el petróleo se refina y se convierte en plástico su valor aumenta. Y cuando el plástico se modela en la geometría compleja de una silla de jardín, se vuelve más valioso.

³⁴ La *nanotecnología* no debe ser confundida con otra tendencia importante en la *manufactura*, la *microfabricación* o *microtecnología*, productos y/o componentes cuyos tamaños se miden en *micras* ($1 \mu\text{m} = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$). El término *sistemas microelectromecánicos* (MEMS) enfatiza la miniaturización de sistemas que consisten en componentes tanto electrónicos como mecánicos. Algunas veces se usa la palabra *micromáquinas* para referirse a estos sistemas. Un término más general es *tecnología de microsistemas* (MST) que se refiere a productos (no necesariamente limitado a los artículos electromecánicos) así como a tecnologías de fabricación usadas para producirlos. La *nanotecnología* se relaciona a la *microtecnología*, pero se refiere a dispositivos semejantes cuyas dimensiones se miden en *nanómetros* ($1 \text{ nm} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$).

prótesis de *primer nivel* que nos permitirán manipular estas estructuras de una manera casi directa, por el medio, por ejemplo, de guantes y visores de nanorealidad. Un *factus* a la nanoescala: la *nanofactura*.

Los alcances de diseñar y hacer productos de nanofactura son uso de menos material, requerimientos de energía más bajos, mayor funcionalidad por unidad de espacio y accesibilidad a regiones que están vedadas para productos más grandes³⁵. Aparte de eso, hay efectos físicos bastante significativos; uno de esto es que *sus propiedades superficiales se vuelven mucho más importantes en relación con las propiedades de su volumen*. Considere la razón de superficie sobre volumen de una cantidad dada de material conforme cambian sus dimensiones. Para entender completamente este concepto, tomamos como ejemplo (**Imagen 2**) un bloque cúbico de material que tenga un centímetro por lado. Su área superficial total es de 6 cm^2 y su volumen es de 1 cm^3 , lo que resulta en una **relación de superficie sobre volumen de 6 a 1**. Si dividimos el mismo volumen en cubos de 1 mm en cada uno de sus lados obtendremos una superficie total de 60 cm^2 (1,000 cubos con una superficie de 6 mm^2 cada uno), lo que significa una **relación de superficie sobre volumen de 60 a 1**. Si producimos otra subdivisión en cubos de $1 \text{ nm} \times 1 \text{ nm} \times 1 \text{ nm}$, tendremos 10^{21} cubos, y el área superficial de cada cubo sería de 6 nm^2 o $6(10^{-14}) \text{ cm}^2$. Al multiplicar el área superficial de cada cubo por el número de cubos, se obtiene un área superficial total de $60,000,000 \text{ cm}^2$, es decir, una **relación de superficie sobre volumen de 60,000,000 a 1**.

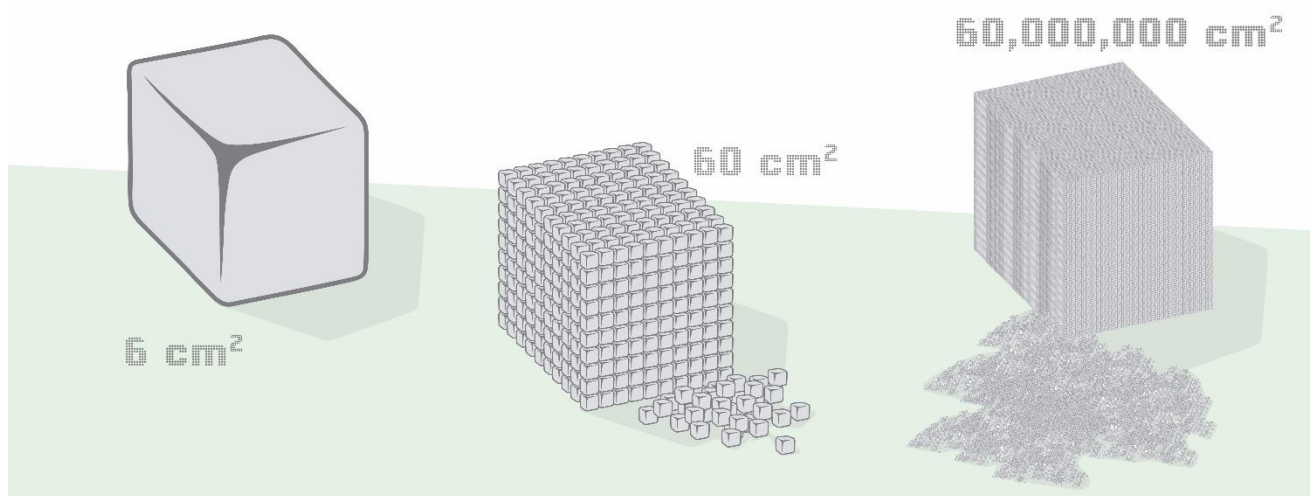


Imagen 2. Relación entre volumen y superficie en nanotecnología [elaboración propia]

³⁵ En la mayoría de los casos, los productos más pequeños pueden significar precios más bajos, debido a que se utiliza menos material; sin embargo, el precio de un producto dado está influido por los costos de investigación, desarrollo y producción, y por cómo pueden distribuirse estos costos en el número de unidades vendidas. Las economías de escala que dan por resultado productos de menor precio aún no se logran por completo en las nanotecnologías, con excepción de un número limitado de casos.

El mismo ejercicio matemático lo podemos también solucionar desde otro enfoque: se comenzará con un bloque cúbico de material que tiene un metro en cada uno de sus lados. Su área superficial total es de 6 m^2 y su volumen es de 1 m^3 , lo que resulta en una **relación de superficie sobre volumen de 6 a 1**. Si el volumen de material fuera comprimido en una placa cuadrada de $1 \mu\text{m}$ de espesor (0.00004 in , alrededor de 100 veces más pequeño que el diámetro de un cabello humano), sus dimensiones serían de 100 cm por lado y su superficie total (superior, inferior y bordes) sería $2,000,000.004 \text{ m}^2$ ($1,000 \times 1,000 \text{ m}^2$ en cada uno de sus dos lados, más 0.001 m^2 en cada uno de los cuatro bordes). De esto se obtendría una **relación de superficie sobre volumen un poco mayor que 2,000,000 a 1**. Enseguida, si dividimos la placa plana en dos direcciones para crear cubos que son de $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$, tendremos 10^{18} cubos, y el área superficial de cada cubo sería de $6 \mu\text{m}^2$ o $6(10^{-12}) \text{ m}^2$. Al multiplicar el área superficial de cada cubo por el número de cubos, se obtiene un área superficial total de $6,000,000 \text{ m}^2$ o una **relación de superficie sobre volumen de 6,000,000 a 1** para la cantidad original de material a la macroescala. Un cubo que tiene $1 \mu\text{m}$ de lado ciertamente es pequeño, pero en nanómetros, tiene 1000 nm en cada borde. Supongamos, por aproximación, que las moléculas de este material tengan forma cúbica, y, del análisis anterior, cada molécula mediría 1 nm por lado (si la forma molecular cúbica parece exagerada... pero el tamaño de 1 nm es seguramente posible, ¡De todas forma es un ejercicio ejemplificativo!). Esto significa que el cubo de 1 mm contiene 10^9 moléculas, de las cuales $6(10^6)$ están en la superficie del cubo. Lo anterior implica que $10^9 - 6(10^6) = 994(10^6)$ moléculas son internas (están debajo de la superficie). La **relación de moléculas internas sobre superficiales es de 994 a 6 o 165.667 a 1**. En comparación, la misma relación para un cubo de 1 m de lado es de alrededor de **10^{27} a 1**. Conforme el tamaño del cubo decrece, la relación de moléculas internas sobre superficiales se hace cada vez más pequeña, hasta que finalmente se tiene un cubo de 1 nm de lado (el tamaño de la molécula) y no hay moléculas internas. Lo que demuestra este ejercicio numérico es que conforme disminuye el tamaño de un objeto, acercándose a las dimensiones de nanómetros, las moléculas superficiales se vuelven cada vez más importantes en relación con las moléculas internas simplemente por su proporción numérica creciente. Así, *las propiedades superficiales de los materiales nanotecnológicos se vuelven más influyentes en la determinación del comportamiento de los objetos, mientras que la influencia relativa de las propiedades del volumen del material se reduce.*

Además, una de las implicaciones de las razones de superficie sobre grandes volúmenes que se dan en los objetos a nanoescala es que las uniones secundarias que existen entre las moléculas asumen una mayor importancia, porque la forma y las propiedades de un objeto, que no es mucho más grande que las moléculas que lo forman, tienden a depender de estas fuerzas de unión secundaria. Por esto, las

propiedades del material y los comportamientos de las estructuras a nanoescala son diferentes de los de las estructuras con dimensiones en la macroescala e incluso en la microescala. Estas diferencias pueden explotarse para crear materiales y productos con alta resistencia, propiedades electrónicas, magnéticas y/u ópticas mejoradas. Otra diferencia que surge entre los objetos a nanoescala y sus contrapartes macroscópicas es que el comportamiento del material tiende a verse influido por la mecánica cuántica en vez de las propiedades del volumen. Los cuantos no pueden subdividirse. Todos los fenómenos físicos muestran un comportamiento de cuantos en el nivel submicroscópico. En un nivel macroscópico, la energía parece ser continua porque se libera en cantidades muy grandes de cuantos. Es decir, la energía a veces trabaja como una partícula, a veces como una onda.

Esta motivación ha definido como la investigación siga enfocándose principalmente en productos de películas delgadas o con espesores muy limitados. Pero imagínense la posibilidad de no renunciar a las propiedades del volumen del material ampliando, de hecho, la relación superficial del mismo: esto se logra vaciando el material de lo que en realidad sobra, con efectos relativos directamente en el peso del material. Esta condición activaría tanto las propiedades volumétricas (propiedades generales) cuanto las propiedades superficiales (es decir, específicas) del material.

Esencialmente existen dos tipologías de nanofactura y categorías de materiales, los añadidos con nanomateriales y los que se diseñan directamente a la nanoescala:

- a. *materiales nanoestructurados*, o *materiales nanoingenierizados* (comúnmente *cluster*), son aquellos materiales que presentan una estructura controlada a la escala nanométrica, incluso si se aplican a la escala visible. Un material nanoestructurado es, en esencia, un material de tipo tradicional modificado en su estructura químico-física después de la observación, prueba y caracterización de propiedades a la nanoescala;
- b. *materiales nanocompuestos*, son aquellos materiales sólidos multifásicos donde una de las fases tiene una, dos o tres dimensiones menores de 100 nm, o estructuras que tienen distancias que repiten la nanoescala en las diferentes fases que componen el material. En un sentido amplio, es una combinación sólida de una matriz gruesa (la que da forma al material, *bulk*) y la fase nano-dimensional (las *nanopartículas*) que confieren propiedades particulares a la matriz mejorando su rendimiento de acuerdo con el diseño deseado en términos de resistencia térmica, mecánica, fotoquímica y a los agentes atmosféricos.

En el primer caso, estructurar el material significa actuar sobre la entera materia o la agregación secuencial y matemática de las moléculas, las relaciones proporcionales entre los componentes, de la escala nanométrica hasta la visible. En el segundo caso, la estructuración se realiza en elementos individuales de la nanomateria (nanotubos, fullerenos, quantum dots, etc.) que se dispersarán en la matriz para revigorizarla. En ambas circunstancias, lo que se describe debe ajustarse a un procedimiento analítico-experimental específico:

- observar la estructura molecular con equipos especializados, *microscopios de barrido electrónico* (SEM) o *de transmisión* (TEM); *resonancia magnética nuclear*, que devuelve imágenes tridimensionales de la materia a la escala nanométrica; *microscopio de fuerza atómica* (AFM), para fotografiar la superficie atómica; *sincrotrón*, capaz de registrar la evolución de la nanoestructura de un material a lo largo del tiempo;
- manipular la estructura de la materia a lo largo de las directrices deseadas, definiendo las variables de composición química, la cinética de reacción y los mecanismos de degradación del material;
- relacionar la nanoestructura con la funcionalidad deseada, determinando las características químico-físicas, reológicas y físico-mecánicas, así como la evolución de las características en el ciclo de vida del material a través de máquinas tales como el *nanoindentador*.

En definitiva, los procesos de nanofactura para materiales y estructuras a escala nanométrica se dividen en dos categorías básicas: a) *enfoques descendentes* (o TOP-DOWN)³⁶, los cuales adaptan las técnicas de microfabricación para los objetos con tamaños a nanoescala; b) *enfoques ascendentes* (BOTTOM-UP)³⁷, en los que se manipulan y combinan átomos y moléculas en estructuras más grandes.

³⁶ Los enfoques descendentes para fabricar objetos a nanoescala implican el procesamiento de materiales en volumen (por ejemplo, obleas de silicio) y películas delgadas usando técnicas litográficas como las usadas en la fabricación de circuitos integrados y microsistemas. Los enfoques descendentes también incluyen otras técnicas de maquinado de precisión que se han adaptado para hacer nanoestructuras.

³⁷ En los enfoques ascendentes, los materiales iniciales son átomos, moléculas e iones. Los procesos unen entre sí a la mayoría de estos bloques de construcción, en algunos casos uno por uno, para fabricar la entidad a nanoescala deseada.

4. Nanofactura: tres acontecimientos

En el campo de la experimentación de materiales nanoestructurados, la investigación llevada a cabo por el equipo de la Dra. Julia R. Greer es actual y llamativa. En su laboratorio se desarrollan experimentos dirigidos a reducir la fragilidad y el peso de los materiales cerámicos (y metálicos), aumentando su resistencia y ductilidad, comenzando desde el diseño, en nanoescala, de estructuras arquitectónicas hieráticas (Meza, Das & Greer, 2014). A partir del problema relativo al nexo deficitario e inverso entre alta resistencia/rigidez y fragilidad/sensibilidad a los defectos de materiales cerámicos, el equipo de la Dra. Greer ha demostrado empíricamente la creación de un material a escala nanométrica al mismo tiempo ultra ligero, fuerte, capaz de absorber energía y dúctil hasta el punto de recuperar su estado inicial después de un estrés por compresión igual al 50% de su tamaño. Esta nanoarquitectura, constituida de nanoenrejados tridimensionales por nanotubos huecos de alúmina, se fabricó utilizando litografía de dos fotones, deposición de capa atómica (ALD) y grabado con plasma de oxígeno. Las nanoestructuras, así construidas, muestran espesores de pared entre 5 y 60 nm y una densidad entre 6.3 y 258 kg/m³. Los experimentos de compresión llevados a cabo en estas nanoarquitecturas hieráticas han revelado que la optimización del nexo entre grosor y radio de los tubos de pared puede suprimir la fractura por fragilidad en favor de un pandeo dúctil del nanosólido, con consiguiente deformación y recuperación del estado inicial. Curioso, de hecho, como entre los dos modelos expuestos al estrés, aquel con mayor densidad en la nanoestructura sea colapsado, mientras que la mejor respuesta mecánico-elástica se obtuvo del modelo con menor densidad.

De diferente alcance es el resultado del experimento desarrollado, como parte del proyecto PRIN 2008, por la Unidad de Investigación UR/1 (Università degli Studi di Palermo); sería crear materiales nanocompuestos potenciando la tierra cruda con refuerzos nanoestructurados, para mejorar su desempeño fisicoquímico y mecánico (Sposito, 2013). Como fases, se seleccionaron y emplearon la nanosílice, las nanocales, la nanoarcilla discoidal (laponita) y los nanotubos de arcilla (haloisita). Cada uno de estos materiales tiene una nanoestructuración tridimensional específica: la nanosílice está compuesta de nanoesferas, el 50% de las cuales están fusionadas en cadenas ramificadas en redes tridimensionales; las nanocales previenen sustancialmente a los agentes contaminantes y mejoran el aislamiento, garantizando una impermeabilidad absoluta (ya se aplican en la restauración); la laponita es una arcilla sintética con alta área superficial (un disco); la haloisita es un nanotubo que tiene una superestructura meso/macrocópica inusual, obtenida enrollando las capas de arcilla alrededor de sí

mismas, para actuar como conector estructural difuso. La preparación de este material nanocompuesto se obtuvo de forma similar a la producción tradicional de ladrillos de adobe, con las precauciones necesarias con respecto a los tiempos de secado y dispersión de la fase, en este caso la laponita (con un grosor de 1 nm y un diámetro de 25 nm), que al ser hidrófila se ha estabilizado con un porcentaje del 5%, una proporción que no mostró grietas por la rápida contracción del material (Scalisi, 2013). Las hipótesis de esta investigación se compararon con el trabajo realizado por el Departamento de Arquitectura del MIT, coordinado por John Ochsendorf, en el que los valores de resistencia a la compresión de las muestras de tierra crudas habían sido alrededor de 2 N/mm² (Scalisi, 2013). Las muestras fueron sometidas a pruebas de compresión y flexión, y se encontró que la mejor respuesta mecánica fue proporcionada por muestras ASN (arcilla, agua, arena y nanodiscos) en la medida de una resistencia a la compresión promedio igual a 4.7 N/mm² (235% más de un adobe tradicional, bloques extruidos y de la resistencia a compresión mínima de bloques comprimidos) y una resistencia a la flexión promedio igual a 2.42 N/mm² (605% más de un adobe tradicional). Las caracterizaciones termo-físicas y acústicas del adobe añadido también son significativas.

Una última investigación de seguro interés en el desarrollo de materiales añadidos fue conducida en la Curtin University, Australia, sobre el efecto de las nanoarcillas dispersas, con diferentes porcentajes, en geopolímeros (Assaedi, Shaikh & Low, 2015). Los geopolímeros son polímeros inorgánicos sintéticos con base aluminosilicato o fosfato ligado químicamente a $T < 300^{\circ}\text{C}$. Esta tecnología permite la producción de materiales con propiedades cerámicas de la misma manera que algunos plásticos, eliminando los equipos pesados y las altas temperaturas de las instalaciones cerámicas industriales. Por eso, son ecocompatibles y, en el estudio mencionado, la adición de nanopartículas de arcilla (Cloisite 30B) ha devuelto un aumento en las propiedades mecánicas a paridad de disminución de porosidad y consiguiente aumento de la impermeabilidad. Desde el punto de vista mecánico, se observa un alto desempeño a flexión y compresión, un aumento del módulo de flexión y dureza. También en este caso, la reacción geopolimérica se ve facilitada por la adición del nanomaterial y se mejora la respuesta térmica.

Es evidente cómo, dentro del perfil de la nanoestructuración del material, se han trazado diferentes líneas de investigación que soportan las hipótesis esbozadas en esta propuesta, que pueden estar directamente relacionadas con el desarrollo de sistemas constructivos inspirados en la agregación molecular de la naturaleza.

5. Nanofactura y macrofactura, teoría de la parataxis

La *nanofactura*, como hemos visto, es una cuestión de *organización* de la materia a escala invisible. Al ser capaz de manipular directamente esta materia, la nanofactura construye la *forma* en que se agregan átomos y moléculas, reemplazando la naturaleza en su trabajo, y se gestiona en acuerdo a dos variables interdependientes: *geometría* y *anisotropía*.

La geometría, del griego *γεωμετρία* de *γη̄* - *gē* - (tierra) y *μετρία* - *metría* - (medida), se puede traducir literalmente como *medición de la tierra*: son números que se ocupan de describir, también gráficamente, las formas en el plano y espacio y sus relaciones mutuas. Se derivan los axiomas básicos en función de un elemento preciso: puntos, rectas, planos, polítopos. Para comprender mejor este concepto desde el punto de vista de la nanofactura, usaremos una metáfora reciclada entre los métodos con los que se reconocen las formas que viven en *Flatland*³⁸. Asumimos que a los átomos, que viven en un mundo adimensional, les gustaría explicar cómo pueden reconocerse mutuamente, a nosotros que manipulamos la materia con las manos, que tenemos la suerte de vivir entre luz y sombra, poseer dos ojos dotados del conocimiento de la perspectiva y alegres del disfrute de los diversos colores, nosotros que podemos verlo realmente, un ángulo, y contemplar toda la circunferencia de un Círculo en la región feliz de las Tres Dimensiones... ¿Cómo podrían aclararnos la extrema dificultad que encuentran para reconocer sus respectivas configuraciones? La respuesta es triple.

Primero se aplica el sentido del oído. Los átomos se comunican a través de los electrones, reconociendo a sus amigos. Tristemente, a medida que se escala su pirámide social, distinguirse a través del oído se vuelve cada vez más difícil³⁹. Por lo tanto, los átomos necesitan un segundo método para reconocerse: el tacto. No es desagradable ni largo y se lleva a cabo casi inmediatamente, a medida que los átomos se acercan, se reconocen, se tocan, siempre utilizando los electrones que entran en la órbita del otro. Serán amigos si habrá espacio para completar sus órbitas. Al contrario se rechazarán. Esto no garantiza la completa estabilidad de esta sociedad particular; por lo que entra en juego el último método: la vista, la posibilidad de medir sus distancias mediante el ángulo de enlace⁴⁰, formado por los ejes que unen los núcleos de los átomos que previamente se han tocado, estabilizándose o no.

³⁸ Abbott, E. A. (2011). *Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni* (Piccola biblioteca Adelphi vol. 50, pp. 48-54). Milano, IT: Ed. Adelphi [traducido por el autor de la tesis].

³⁹ Son los enlaces secundarios de las moléculas, la forma de comunicación más débiles de la materia (*cfr.* tercer capítulo).

⁴⁰ Es una de las características fundamentales del enlace químico. Depende de la geometría de la molécula y de la extensión de ciertas repulsiones electrostáticas, como las ejercitadas por dobletes electrónicos no compartidos. Si se consideran más

Estos tres métodos de reconocimiento describen como funciona la *geometría molecular*⁴¹: por las posiciones de los átomos en el espacio, mencionando la longitud de enlace de dos átomos unidos, ángulo de enlace de tres átomos conectados y ángulo de torsión de tres enlaces consecutivos. Además, se debe definir el *movimiento* de una manera cuántica. Los movimientos cuánticos *externos* de traslación y rotación cambian fuertemente la geometría molecular⁴². Un tercer tipo de movimiento es la *vibración* interna de los átomos en una molécula. Las vibraciones moleculares son armónicas (en una primera aproximación), lo que significa que los átomos oscilan en torno a su posición de equilibrio, incluso a la temperatura del cero absoluto cuando todos los átomos están en su estado vibracional basal y muestran movimiento mecánico cuántico de punto cero; esto es, la función de onda de un modo vibracional simple, no es un pico agudo, sino un exponencial de ancho finito. A temperaturas mayores, los modos vibracionales pueden ser excitados térmicamente (las moléculas *vibrarán más rápido*), pero siempre oscilan alrededor de una geometría reconocible para la molécula. Explícitamente: *podemos medir la geometría molecular y las relaciones atómicas, obteniendo datos numéricos precisos*.

La anisotropía (opuesta de *isotropía*⁴³) es la propiedad de la materia según la cual cualidades como elasticidad, temperatura, conductividad, velocidad de propagación de la luz, entre otras, varían según la dirección en que son examinadas, presentando diferentes características en base a la dirección. La

grupos de átomos individuales unidos para formar una molécula, también es posible definir ángulos diedros. El ángulo de unión ayuda a determinar la estabilidad de una conformación molecular dada: piense en los conformadores de etano (estructuras escalonadas o eclipsadas) y las diferentes energías debidas a las repulsiones generadas en función de la variación del ángulo diédrico formado. La teoría de la tensión de Bayer, debida al químico alemán Adolf von Baeyer, explica la alta reactividad de los compuestos orgánicos cíclicos (ciclopropano y ciclobutano) debido a la fuerte diferencia entre los ángulos de enlace reales e ideales correspondientes a la estructura tetraédrica (carbono hibridado sp^3 , con ángulos de enlace de 109.5°), una diferencia que provoca la aparición de una tensión anular. En química orgánica, la tensión anular es un tipo de inestabilidad que se determina cuando los enlaces en una molécula forman ángulos anormales. La tensión se tiene en cuenta especialmente para los anillos pequeños (ciclopropanos y ciclobutanos) donde los ángulos C-C-C se desvían sustancialmente de los valores idealizados de aproximadamente 109° . Debido a alta tensión que los caracteriza, el calor de combustión de estos pequeños anillos es alto. La tensión anular es el resultado de una combinación de tensión angular, tensión conformacional o tensión de Pitzer y tensión transanular o tensión de van der Waals.

⁴¹ La geometría molecular, o estructura molecular, se refiere a la disposición tridimensional de los átomos que constituyen una molécula y determina muchas de sus propiedades: reactividad, polaridad, fase, color, magnetismo, actividad biológica, etc. Actualmente, el principal modelo es *la teoría de repulsión de pares de electrones de valencia* (TRPEV), empleada internacionalmente por su gran predictibilidad. Las geometrías moleculares se determinan mejor cuando las muestras están próximas al cero absoluto porque a temperaturas más altas las moléculas presentarán un movimiento rotacional considerable. En el estado sólido la geometría molecular puede ser medida por difracción de rayos X. Las geometrías se pueden calcular por procedimientos mecánico-cuánticos ab initio o por métodos semiempíricos de modelamiento molecular. La posición de cada átomo se determina por la naturaleza de los enlaces químicos que los conectan a sus átomos vecinos.

⁴² La rotación influye en la geometría por medio de la fuerza de Coriolis y la distorsión centrífuga. El *efecto Coriolis*, descrito en 1836 por el científico francés Gaspard-Gustave Coriolis, se observa en un sistema de referencia en rotación cuando un cuerpo está en movimiento respecto a dicho sistema. Consiste en la existencia de aceleración relativa del cuerpo en dicho sistema en rotación. La aceleración es siempre perpendicular al eje de rotación del sistema y velocidad del cuerpo.

⁴³ La isotropía, de las raíces griegas ισος *isos* (equitativo, igual) y τρόπος *tropos*, (medio, espacio de lugar, dirección), es la característica de los cuerpos cuyas propiedades físicas no dependen de la dirección en que son examinadas: las magnitudes vectoriales conmensurables dan resultados idénticos independientemente de la dirección escogida para dicha medida.

anisotropía es más acusada en los sólidos cristalinos *debido a su estructura atómica y molecular regular*. Generalmente, se habla de anisotropía cuando se produce cualquier cambio de escala de una figura o un cuerpo, como en un gráfico x-y, con factores distintos (o en dependencia de una función) en cada coordenada. En principio, toda propiedad física representable mediante una magnitud tensorial es susceptible de presentar un comportamiento anisotrópico. Entre las propiedades que pueden presentar anisotropía están: conductividad (térmica, electrónica, iónica...), constantes elásticas⁴⁴ de un sólido deformable, crecimiento cristalino⁴⁵, dilatación térmica, pleocroísmo⁴⁶, magnetismo. Analicemos brevemente dos ejemplos. El primer ejemplo de anisotropía es la resistencia eléctrica del grafito⁴⁷ que

⁴⁴ Una constante elástica es cada uno de los parámetros físicamente medibles que caracterizan el comportamiento de un sólido deformable. Con este término también se refiere a los coeficientes de rigidez de una barra o placa elástica.

⁴⁵ Se puede hacer difundir dos compuestos de partida en una matriz gelatinosa. Así, el compuesto se forma lentamente dando lugar a cristales mayores. Sin embargo, cuanto más lento es el proceso de cristalización tanto mejor suele ser el resultado con respecto a la limpieza de los productos de partida y tanto mayor suelen ser los cristales formados. La forma y el tamaño de los cristales están influenciados a parte por condicionantes como el disolvente o la concentración de los compuestos, añadiendo trazas de otros componentes como proteínas (esta es la manera con que los moluscos, las diatomeas, los corales, etc., consiguen depositar sus conchas o esqueletos de calcita o cuarzo en la forma deseada). La teoría más aceptada es que el crecimiento cristalino se realiza formando capas monomoleculares alrededor de germen de cristalización o de un cristalito inicial. Nuevas moléculas se adhieren preferentemente en la cara donde su adhesión libera más energía. Las diferencias energéticas suelen ser pequeñas y pueden ser modificadas por la presencia de dichas impurezas o cambiando las condiciones de cristalización. En multitud de aplicaciones se puede necesitar la obtención de cristales con una determinada forma y/o tamaño como: la determinación de la estructura química mediante difracción de rayos X, la nanotecnología, la obtención de películas especialmente sensibles constituidas por cristales de sales de plata planos orientados perpendicularmente a la luz de incidencia, la preparación de los principios activos de los fármacos, etc.

⁴⁶ Este fenómeno óptico fue descrito y analizado de forma sistemática por el geólogo y mineralogista austriaco Wilhelm von Haidinger (1795-1871) en 1845. El pleocroísmo es la facultad que presentan algunos minerales de absorber las radiaciones luminosas de distinta manera en función de la dirección de la luz incidente, especialmente cuando se iluminan con luz polarizada. Por esta propiedad, un mismo cristal puede aparecer con coloraciones diferentes dependiendo de la orientación con la que haya quedado situado en una preparación microscópica. En los cuerpos isótropos, la coloración es independiente de la dirección en que se propagan los rayos luminosos en su seno. No ocurre lo mismo con los cuerpos birrefringentes, pues en éstos el color visible depende del ángulo que forman los rayos con los ejes cristalinos. Así, un cristal de circón es oscuro en el sentido de su eje óptico y gris azulado en una dirección perpendicular al mismo. En un cristal que posea varios ejes, el color variará según las caras: es típico el caso de la cordierita, una de cuyas caras es de color gris amarillento, en tanto las otras dos son de color azul claro y oscuro. Las coloraciones visibles son dos (dicroísmo) en los cristales birrefringentes que sólo tienen un eje, y tres (tricoísmo) en los que tienen dos ejes. Esos fenómenos se deben a la existencia en el cristal de direcciones privilegiadas en las cuales son refractados los rayos según su longitud de onda.

⁴⁷ El término grafito deriva del griego γραφειν (graphein) que significa *escribir*, ya que se usa principalmente para crear la punta de los lápices. Antiguamente recibía otros nombres, como *plombagina* y *molibdeno* (que no debe confundirse con el mineral, *molibdenita*). Fue nombrado por Abraham Gottlob Werner en el año 1789. Es una de las formas polimórficas en las que se puede presentar el carbono en la naturaleza. Otras formas son el diamante, la chaoita y la lonsdaleíta. A presión atmosférica y temperatura ambiente, el polimorfo más estable es el grafito. Sin embargo, la transformación del diamante en grafito es tan extremadamente lenta que sólo es apreciable a escala geológica. Aunque pueda producirse artificialmente, a partir de carbono amorfo, existen muchos yacimientos naturales de este mineral. Se encuentra en rocas metamórficas, en las que los procesos asociados con su formación han transformado el carbono presente en la materia orgánica que contenía la roca original. A escala industrial, el principal productor mundial de grafito es China, seguida de India y Brasil.

El grafito cristaliza en el sistema hexagonal. Aquí, los átomos de carbono presentan hibridación sp^2 , esto significa que forma tres enlaces covalentes en el mismo plano a un ángulo de 120° (estructura hexagonal) y que un orbital $2p_z$, perpendicular a ese plano, queda libre (estos orbitales deslocalizados son fundamentales para definir el comportamiento eléctrico del grafito). El enlace covalente entre los átomos de una capa es extremadamente fuerte. Sin embargo, las uniones entre las diferentes capas se realizan por fuerzas de van der Waals e interacciones entre los orbitales $2p_z$, y son mucho más

es mínima ($\rho = 1.4 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{cm}$) paralelamente a los planos de carbono que lo componen y aproximadamente 100 veces más perpendicular a ellos. El mismo patrón geométrico (regular hexagonal) se puede encontrar en el grafeno; con la diferencia de que, mientras el primero es un material blando, el segundo llega a ser doscientas veces más resistente que el acero actualmente más fuerte, con una sola lámina de un átomo de espesor⁴⁸. Otro ejemplo de sustancia anisotrópica es la madera: un material que no tiene las mismas propiedades mecánicas en todas las direcciones; la mejor resistencia a la compresión, flexión, etc. están a lo largo del eje medular, o en la dirección de las fibras.

Las dos variables descritas están a la base del proceso de nanofactura de las unidades estructurales de la materia. Generalmente, las reglas y relaciones que las dominan no se toman en cuenta durante los procesos de macrofactura. Acabamos de ver cómo la forma, que se puede lograr mediante la gestión de las dos variables descritas, genera diferentes funciones incluso para variaciones angulares y geométricas mínimas en la disposición de los átomos. *Forma es función* es el punto de partida, el principio fundamental de la teoría según la cual se puede codificar una relación paramétrica entre nanofactura y macrofactura: la **parataxis**⁴⁹. Esta teorización permite que la nanofactura y la macrofactura sean consideradas en el mismo nivel formal y funcional, conservando su independencia.

débiles. Se podría decir que el grafito está constituido por láminas de grafeno superpuestas. Esta estructura laminar hace que el grafito sea un material marcadamente anisótropo. Es de color negro con brillo metálico, refractario y se exfolia con mucha facilidad. En la dirección perpendicular a las capas presenta una conductividad de la electricidad baja, que aumenta con la temperatura, comportándose pues como un semiconductor. A lo largo de las capas la conductividad es mayor y aumenta proporcionalmente a la temperatura, comportándose como un conductor semimetálico. Aunque tanto el grafito como el diamante están formados exclusivamente por átomos de carbono, el grafito es muy blando y opaco, mientras que el diamante es el mineral más duro según la escala de Mohs y, además, deja pasar la luz a través de sí. *Estas marcadas diferencias físicas se deben exclusivamente a las diferentes redes cristalinas o retículos sobre las que se disponen los átomos de carbono* en el grafito (átomos de carbono en los vértices de prismas hexagonales) y en el diamante (la red cristalina está hecha de tetraedros regulares cuyos vértices son átomos de carbono).

⁴⁸ En 2010, los científicos Andréy Gueim y Konstantín Novosiólov recibieron el Premio Nobel de Física por sus revolucionarios descubrimientos acerca de este material. El nombre proviene del intercambio, en el vocablo grafito, del sufijo *ito* por *eno*: propio de los carbonos con enlaces dobles. El grafeno es una sustancia compuesta por carbono puro, con átomos dispuestos en un patrón regular hexagonal, similar al grafito. Es casi transparente; su densidad es más o menos la misma que la de la fibra de carbono, y es unas cinco veces más ligero que el aluminio, siendo su densidad de 0.54 g/cm^3 . Es un alótropo, un teselado hexagonal plano formado por átomos de carbono y enlaces covalentes que se generan a partir de la superposición de los híbridos sp^2 de los carbonos enlazados. Mediante la hibridación sp^2 se explican mejor los ángulos de enlace, a 120° , de la estructura hexagonal del grafeno. Como cada uno de los carbonos, contiene cuatro electrones de valencia en el estado hibridado, tres de esos electrones se alojan en los híbridos sp^2 , y forman el esqueleto de enlaces covalentes simples de la estructura. El electrón sobrante se aloja en un orbital atómico tipo p perpendicular al plano de los híbridos. El solapamiento lateral de dichos orbitales da lugar a formación de orbitales de tipo π . Algunas de estas combinaciones propician un gigantesco orbital molecular deslocalizado entre todos los átomos de carbono que constituyen la capa de grafeno. La longitud de los enlaces carbono-carbono es de aproximadamente 142 pm (picómetros). Esto es el componente estructural básico de todos los demás elementos grafiticos, como los nanotubos de carbono y los fullerenos. A esta estructura se le puede considerar una molécula aromática extremadamente extensa en las dos direcciones espaciales: sería el caso límite de una familia de moléculas planas de hidrocarburos aromáticos policíclicos denominada grafenos.

⁴⁹ La parataxis es un término derivado de la lingüística que define un específico tipo de relación gramatical por la cual se unen dos elementos sintácticos del mismo nivel o función e independientes entre sí.

Podremos hablar de *interdependencia* entre las dos escalas métricas, así como entre las dos variables. La parataxis se encarga de resolver el axioma fundamental de la teoría constructiva “*forma y función*”. La interdependencia se logra imitando el proceso constructivo propio de la naturaleza, dominado por leyes paramétricas y fractales que determinan la morfología de la materia natural. De hecho, se pueden derivar estos principios y trasladarlos a la macrofactura para regular la relación entre los datos formales y funcionales, convirtiéndolos en algoritmos de producción paramétrica. El proceso, debido a la parataxis, debe ser bidireccional: se puede aplicar la misma dualidad que existe entre los enfoques descendentes y ascendentes en los procesos de nanofactura. El enfoque descendente estaría basado en el camino desde la macrofactura hasta la nanofactura, mientras el enfoque ascendente se basaría en el camino desde la nanofactura hasta la macrofactura.

Por lo tanto, enfocando la investigación en la relación forma/función, de estas dos variables dependen las propiedades tanto generales (por ejemplo mecánicas, peso, contenido de aire) cuanto las específicas debidas a la interacción entre geometría y anisotropía en vaciar el volumen para multiplicar exponencialmente (o “*fractalmente*”) sus calidades superficiales. En detalle, las variables interdependientes de la investigación serán inferidas con las variables dependientes cuales resistencia mecánica, densidad y contenido de aire.

Las repercusiones en arquitectura, manipulando estas variables en todas las escalas y tamaños que nos proporciona la naturaleza, son sumamente importantes. Un ejemplo elocuente es proporcionado por la misma historia y se relaciona con la capacidad técnica de afinar la producción arquitectónica.

La Gran Pirámide de Guiza⁵⁰, no acaso la más antigua y única que aún perdura de las Siete Maravillas del Mundo Antiguo, fue ultimada alrededor del 2570 a. C. y por 3800 años fue el edificio más alto de la Tierra con sus 146.7 metros (actualmente 138.8 m). Una característica de esta pirámide, que interesa mucho desde el punto de vista del presente análisis, es que fue construida de forma, para resumir, monolítica con alrededor de 2.3 millones de bloques de piedra, cuyo peso medio es de dos toneladas y media por bloque, aunque hay algunos que llegan a pesar hasta sesenta toneladas. Además, originalmente, la pirámide estaba recubierta por unos 27,000 bloques de piedra caliza blanca⁵¹, pulidos, de varias toneladas cada uno. Todo esto se traduce en un peso total de la estructura alrededor de 10

⁵⁰ Es conocida también como pirámide de Keops en cuanto fue ordenada por el faraón Keops de la cuarta dinastía del Antiguo Egipto. Hemiunu, fue el “arquitecto” encargado de la construcción de la pirámide, hijo de Nefermaat quien dirigió la construcción de la pirámide del rey Senefro, padre de Keops. Los arqueólogos han encontrado menciones de Hemiunu con títulos aproximadamente traducidos como Maestro de Obras y Visir.

⁵¹ La pirámide mantuvo este aspecto hasta principios del siglo XIV, cuando un terremoto desprendió parte del revestimiento calizo. Posteriormente, los turcos otomanos utilizaron dicho revestimiento para la construcción de diversas edificaciones en El Cairo.

megatones⁵². En 1889 (es decir, 4459 años después de la Pirámide de Keops), en París, el ingeniero francés Alexandre Gustave Eiffel termina, para la Exposición Universal, la construcción de la *tour de 300 mètres*⁵³. En realidad, el símbolo francés, en la época muy criticado (como todas las innovaciones transcendentales), tiene una altura de 324 metros con un peso de la sola estructura de 7.300 toneladas⁵⁴ (**Imagen 3**).

Lo que se puede analizar es que, modificando las técnicas constructivas y los materiales usados, se ahorró el 10,000% de materia, alcanzando el doble de la altura, una resistencia mayor de la estructura y un peso 100 veces menor. Esta representa precisamente una demostración de la *economía del diseño* que se puede y *se debe* llevar hasta los componentes básicos de la materia. Con referencia a esta cuestión nanotecnológica en arquitectura, Peter Yeadon⁵⁵ afirmó que “el diseño de la materia debería interesar a los diseñadores” (YEADON SPACE AGENCY, 2019).

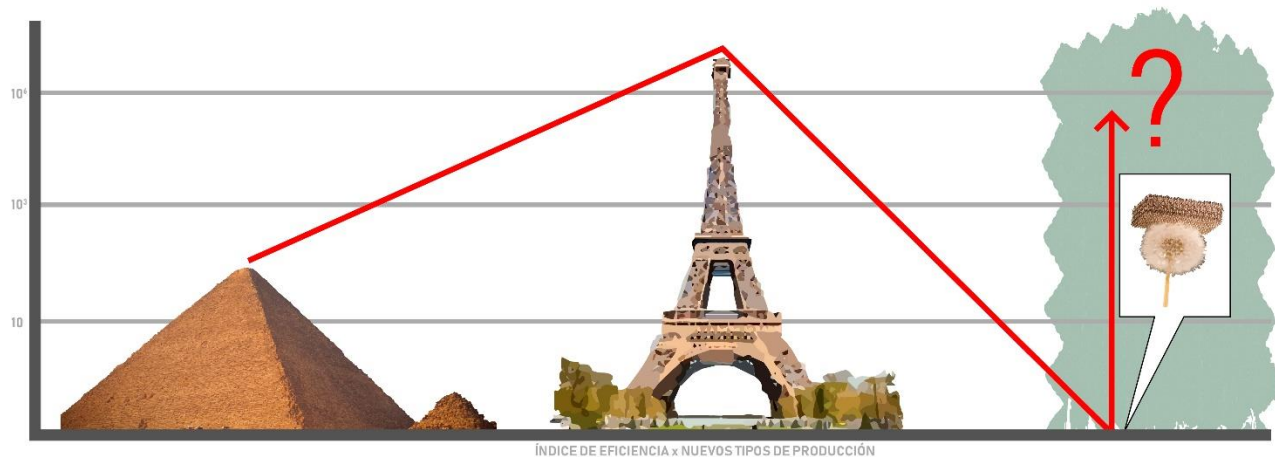


Imagen 3. Relación entre cambio de paradigma y logros en arquitectura [elaboración propia]

Si el diseño de la materia es un tema de competencia de los arquitectos, entonces se tendrá que diseñar un sistema que regule la interacción entre las diferentes escalas métricas de la arquitectura misma. La entrada principal de este sistema (**Imagen 4**) sería la gestión que puede proporcionar

⁵² Un megatón en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el equivalente de 1×10^6 toneladas.

⁵³ Estamos hablando de la renombrada tour Eiffel, una estructura de hierro pudelado diseñada por los ingenieros Maurice Koechlin y Émile Nouguier, dotada de su aspecto definitivo por el arquitecto Stephen Sauvestre y construida por Eiffel, que al parecer tuvo el honor de ser recordado como autor principal de la obra.

⁵⁴ Con la adición de todos los complementos arquitectónicos, ascensores, tiendas, antenas, han llevado el peso total de la construcción hasta aproximadamente las 10.100 toneladas.

⁵⁵ Peter Yeadon es un arquitecto canadiense, fundador y director del despacho Yeadon Space Agency en New York City. El despacho se focaliza en proponer el uso de materiales emergentes y nuevas tecnologías en arquitectura, entre las cuales la nanotecnología. Una de sus más contundentes declaraciones, no acaso, es “pocos de nosotros se hacen cargo de discusiones pioneras acerca de las implicaciones futuras de la nanotecnología en el campo de la arquitectura”.

información en ambos procesos de producción; si por un lado tenemos geometría y anisotropía para organizar la forma, por otro lado tendríamos propiedades generales y específicas para determinar la función. Cada caso específico puede necesitar un enfoque descendente o un enfoque ascendente; en ambos casos tendremos suficiente información en la salidas del sistema para alimentar y organizar el proceso de *factura* en espera de datos formales y/o funcionales. El enfoque descendente procesa datos a la macroescala para lograr una forma a la nanoescala; el enfoque ascendente procesa datos en el sentido contrario para lograr propiedades especiales en la dimensión visible de la arquitectura.

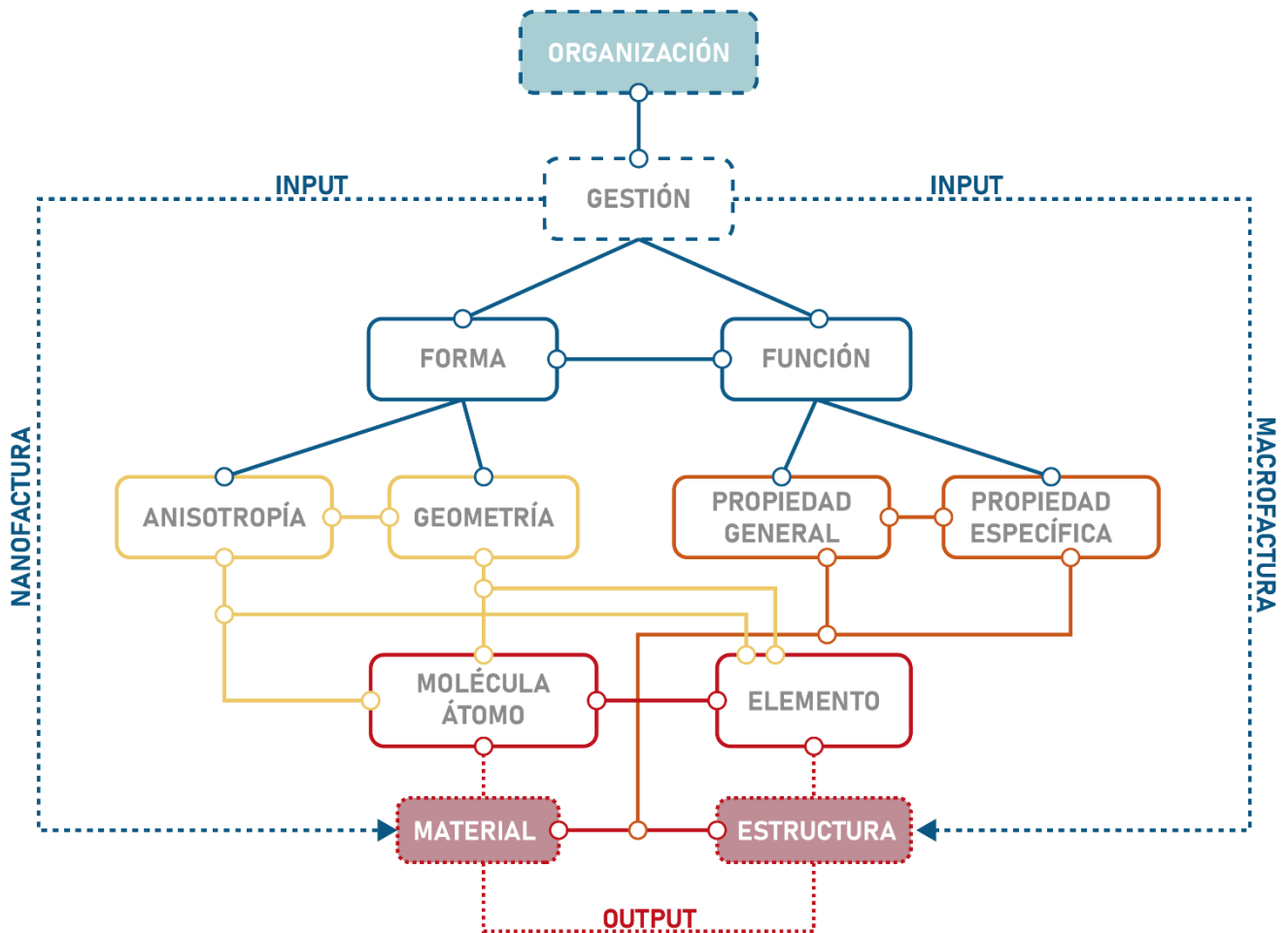


Imagen 4. Esquema sistémico de la parataxis entre nanofactura y macrofactura [elaboración propia]

Cabe recordar que la arquitectura no es una extravagancia compositiva; merece respeto y dignidad de acuerdo a sus calidades peculiares. La arquitectura es estructura (Johansen, 2002), o según la teoría expuesta es materia y estructura, es un *arte de servicio* que posee una *expresión estética en la medida de cómo se construye y sirve*. De hecho, se está planteando *una nueva estética con un impacto emocional y bases en códigos primordiales, sin tiempo, expresados mediante nuevas tecnologías*.

6. Mundos posibles⁵⁶

El mundo actual, en el que nos movemos diariamente, es el descrito hasta ahora, en gran medida, a la sombra del gran árbol de la nanotecnología. Sin embargo, este árbol está echando raíces en el suelo de la tecnología moderna, abriéndose el paso a mundos posibles que no sabemos si se realizarán. De hecho, no podemos decir con absoluta certeza que los eventos que estamos presenciando tendrán un seguimiento en el futuro o si se detendrán en algún momento de la historia. Por este motivo, a partir de estos acontecimientos, podemos intentar predecir estos mundos posibles para obtener un rango de probabilidades que ayudará a dirigir las decisiones en el campo de estudio. Usaremos una herramienta gráfica (**Imagen 5**) para identificar las rutas de estas raíces, las llamadas *rutas críticas*, para visualizar escenarios y subescenarios y obtener un mapa de estos mundos posibles, determinando sus restricciones y dependencias.

Una primera ruta aparece muerta, sin salida, y es la que sigue.

Las investigaciones sobre los materiales nanocompuestos, no entendiendo el potencial de la parataxis entre nanofactura y macrofactura, se quedarán en *islas de aplicación* de las cuales nunca saldrán salvo por experiencias tecnológicas esporádicas. Este es el problema atávico de la arquitectura: lo de permanecer detrás de los otros campos de aplicación donde los efectos y las implicaciones de la

⁵⁶ La noción de mundos posibles se remonta históricamente a Gottfried Wilhelm Leibniz, quien entendió los mundos posibles como ideas en la mente de Dios. En la metafísica de Leibniz, el mundo actual es uno de los muchos mundos posibles y, desde el punto de vista de Dios, el mejor de los mundos posibles. En 1947, Rudolf Carnap tomó esta noción para asociar una semántica al más fuerte de los sistemas modales conocidos en ese momento (el sistema S5). De esta manera, se preparó el terreno para el cambio técnico y conceptual que en los años cincuenta del siglo pasado habría sido introducido por la llamada semántica relacional, también conocida como semántica de Kripke o semántica a mundos posibles. En esta teoría, la necesidad de una proposición p coincide con la verdad de p en todos los mundos que son posibles en relación con un mundo determinado. Las diferentes propiedades de la relación entre mundos, nombrada relación de accesibilidad, se reflejan en las diferencias sintácticas entre los sistemas modales: pueden ser propiedades como la reflexividad, transitividad, etc., correspondientes a los axiomas de los diversos sistemas de modalidades lógicas, pero también pueden ser tal, por ejemplo, como para admitir un orden interno de similitud, como lo requiere la lógica de los condicionales contrafactuals. En términos de relaciones entre mundos, es posible identificar clases específicas de mundos posibles, como el de los mundos físicamente posibles (en el que las leyes físicas son válidas) o de los mundos deónticamente perfectos (en los que se aplica un código moral dado). El uso de la noción de mundos posibles se ha vuelto sistemático en la filosofía analítica más reciente, como se puede deducir de las discusiones sobre el problema mente-cuerpo o el concepto de superveniencia (superveniencia). Se puede decir que si las propiedades psicológicas son globalmente supervinientes a las físicas, entonces dos mundos posibles que son indistinguibles por sus propiedades físicas también lo son por sus propiedades psicológicas. Además, la misma discusión sobre el estado ontológico de los mundos posibles se ha convertido en una herencia de la filosofía contemporánea, habiendo hecho surgir las diferencias entre conceptualistas como Saul Kripke (mundos posibles como constructos mentales), nominalistas como Bas van Fraassen (mundos posibles como conjuntos de declaraciones consistentes), y realistas como David K. Lewis (mundos posibles como entidades reales pobladas por *contrapartes* de entidades presentes en un mundo determinado). Una cuarta corriente es la de los actualistas como William Lycan y Alvin Plantinga, quienes oponen al realismo modal la idea de que los mundos posibles son construcciones derivadas del único mundo dotado de realidad, que es el mundo actual.

física cuántica ya se están probando (por ejemplo, en el campo de la informática con los *procesadores cuánticos*⁵⁷ que permiten cálculos doblemente rápidos, ya hipotetizados en los años 80 y construidos en la década de 2000).

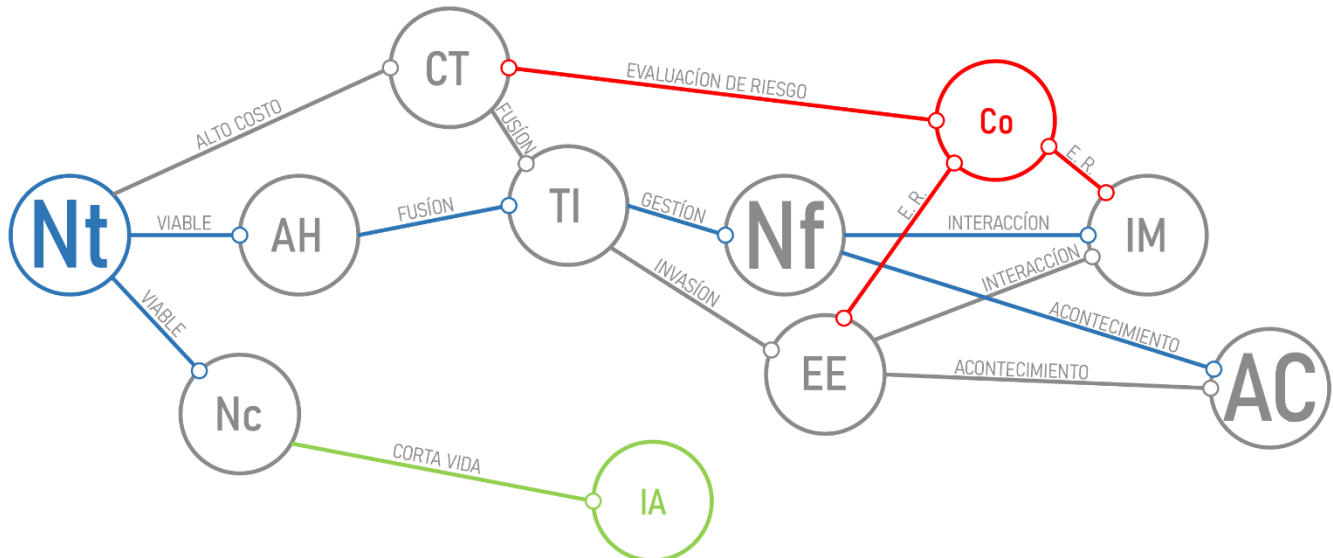


Imagen 5. Diagrama PERT de los eventos predecibles [elaboración propia]

Leyenda diagrama PERT: Nt = Nanotecnología; CT = Carbon Tower por Peter Testa; AH = Arquitecturas hieráticas por Julia R. Greer; Nc = Nanocompuestos; TI = Tecnología de la información; IA = Isla de aplicación; Nf = Nanofactura; EE = Elevador espacial por la NASA; Co = Contaminación; IM = Impacto en el medio; AC = Arquitectura cuántica.

⁵⁷ La computación cuántica es un paradigma de computación distinto al de la computación clásica y da lugar a nuevas puertas lógicas que hacen posibles nuevos algoritmos. Una misma tarea puede tener diferente complejidad en computación clásica y en computación cuántica, lo que ha dado lugar a una gran expectación, ya que algunos problemas intratables pasan a ser tratables. Mientras que un computador clásico equivale a una máquina de Turing, se puede afirmar que un computador cuántico equivale a una máquina de Turing cuántica.

Durante décadas, el aumento de la potencia de la computadora ha ido de la mano con la miniaturización de los circuitos electrónicos, un fenómeno codificado empíricamente en la Ley de Moore: *la densidad de los transistores en un microchip y la velocidad relativa de cálculo se duplican cada 18 meses*. Sin embargo, la miniaturización de los componentes se ha detenido en el umbral de la mecánica cuántica, lo que hace imposible aumentar aún más la densidad de los transistores y la reducción del tamaño de los circuitos integrados (trucos adoptados hasta ahora para aumentar el rendimiento del cálculo de los microprocesadores). Con una feliz intuición de la informática teórica, la mecánica cuántica se ha transformado en una oportunidad para crear máquinas con una potencia informática enormemente superior a la de las computadoras convencionales. En lugar de las unidades convencionales de información binaria (bits) indicadas convencionalmente con los dígitos 0 y 1, y codificadas por los dos estados *abierto* y *cerrado* de un interruptor, en las computadoras cuántica se utilizan dichos *cúbits*, elementos básicos de la información cuántica codificados por el estado cuántico en el que se encuentra una partícula o un átomo. El *spin* de una partícula, por ejemplo, tiene dos estados que pueden codificar información binaria. Es interesante, para fines de cálculo, como las partículas atómicas y subatómicas puedan también existir en una superposición de estados, lo que amplía enormemente las posibilidades de codificación de la información y permite enfrentar problemas extremadamente complejos. Sin embargo, ni la manipulación controlada de átomos y partículas, ni su comunicación mutua ni, finalmente, la redacción de algoritmos adecuados, son objetivos fáciles de lograr, por lo que el camino para hacer la computadora cuántica un objeto de consumo masivo apenas está comenzando. De hecho, durante el Consumer Electronics Show 2018 en Las Vegas, Intel sorprendió a todos al anunciar que había diseñado, fabricado y entregado su primer procesador cuántico experimental con 49 *cúbits*. Aproximadamente dos meses después del anuncio de un chip con 17 *cúbits*, la casa de Santa Clara mostró *Tangle Lake*, un paso más en el desarrollo del futuro de la informática.

Un segundo acontecimiento nos sugiere que en campo nanoestructural hay una laguna de aplicación en la investigación de materiales con bajo impacto ambiental. Éstas se están centrando en el desarrollo de materiales basados en el carbono que, en su nanoconformación, tiene implicaciones ambientales que no deben subestimarse⁵⁸. Además, estos materiales tienen un costo de producción desmesurado a pesar de la delgadez de las estructuras. Sintomático es el caso de la Carbon Tower: una estructura de largo alcance que no es adaptable a todas las condiciones urbanas de la tierra, más aún si la aspiración principal es encaminar estas tecnologías para que sean utilizadas incluso en comunidades pequeñas de escasos recursos económicos.

Un último evento, conectado a los éxitos que la mecánica cuántica está alcanzando en informática y en otros campos de aplicación, abre el camino a un mundo donde la *convergencia* de la tecnología de la información en la nanoestructuración de la materia nos conferirá la oportunidad de explotar las potencialidades de la *nanofactura*: mover los átomos con nuestras manos, uno por uno, para recomponerlos en diferentes estructuras por medio de prótesis de *primer nivel* (guantes y visores). En lugar de organizar los átomos en algunas configuraciones preestablecidas, repetida en continuación, podríamos crear disposiciones diferentes desde una zona a la otra, *continuamente mudables*, jamás repetidas, reproduciendo y reinventando en la macroescala los conceptos de física cuántica y obteniendo una *arquitectura cuántica* real.

⁵⁸ Por ejemplo, la exposición a nanotubos de grafeno reproduce en ratones de laboratorio los síntomas provocados por el asbesto, desde inflamación crónica, pérdida de las rutas supresoras de tumores, hasta desarrollo eventual y esporádico de mesotelioma maligno. La exposición en humanos supone, por tanto, un riesgo significativo para la salud.

7. Arquitectura cuántica: ¿Fantasía o posibilidad?

Como hemos visto, los átomos actúan por leyes físicas y químicas, que al final son parte de la misma cosa. ¡Si nosotros, por conveniencia, dividimos el universo en partes (física, biología, geología, astronomía, psicología, etc.) tenemos que recordar siempre que la naturaleza no lo sabe y no lo hace! Entonces recomponemos todos y no olvidamos cual es el propósito de la naturaleza. ¿Construir? Muy probable.

Todo este proceso constructivo no sucede espontáneamente, más bien necesita una energía de activación, la de los átomos, de los electrones, una energía aterradora, la más potente descubierta hasta ahora. Pero, no debemos olvidar que los electrones trabajan también por reglas y lineamientos basados en la mecánica cuántica; generalmente son reglas que se usan para predecir sus posiciones en las diferentes órbitas y explicar sus características. Todo mundo piensa que esto está más allá del alcance de la arquitectura. Sin embargo, toda la materia está hecha de átomos, los seres vivos hacen lo que hacen los átomos, entonces ¿Que podría hacer la arquitectura?

De acuerdo con lo que se ha dicho hasta ahora, los electrones son los *comunicadores* de los átomos, los *depositarios* de sus voluntades. En física cuántica, esta comunicación se logra por energía emitida por paquetes (*cuántos*) de partículas que tienen la posibilidad de comportarse al mismo tiempo en dos formas diferentes: estáticas y dinámicas.

Hasta ahora, por holgazanería, condición atávica de la arquitectura, que siempre se queda atrás de los otros campos, hemos construido arquitecturas o estáticas o dinámicas; ¿Juntas sería una fantasía?

Se están construyendo computadoras cuánticas, máquinas cuánticas visibles, hechas de la misma materia de la arquitectura: los átomos. Esta materia funciona por entrelazamiento cuántico, es decir, un conjunto de partículas entrelazadas definidas como sistema. Los estados cuánticos de dos o más objetos se describen mediante un estado único que involucra todos los objetos del sistema, especialmente cuando estén separados. Por ejemplo, es posible enlazar dos partículas en un solo estado cuántico de una forma en que, cuando se observe que una gira hacia arriba, la otra automáticamente recibirá una señal y se mostrará como girando hacia abajo, a pesar de la imposibilidad de predecir qué estado cuántico se observará.

Esta condición de doble trabajo puede configurar la arquitectura cuántica, a través de la gestión de los átomos (forma) y la programación de los enlaces (comunicación).

8. Una ruta pragmática

A continuación se muestra un diagrama (Imagen 6) que traza un camino esencial a seguir para desarrollar y explotar adecuadamente el potencial de la nanotecnología en la arquitectura.

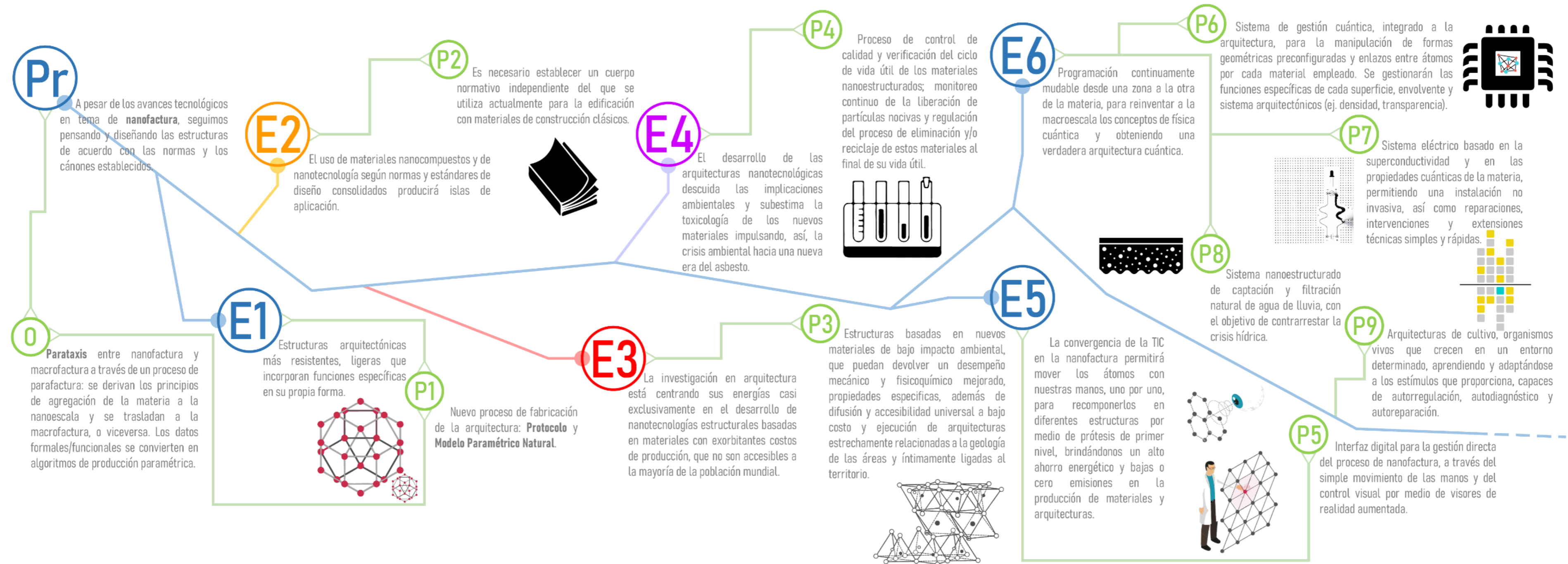


Imagen 6. Línea de tiempo: escenarios y productos [elaboración propia]

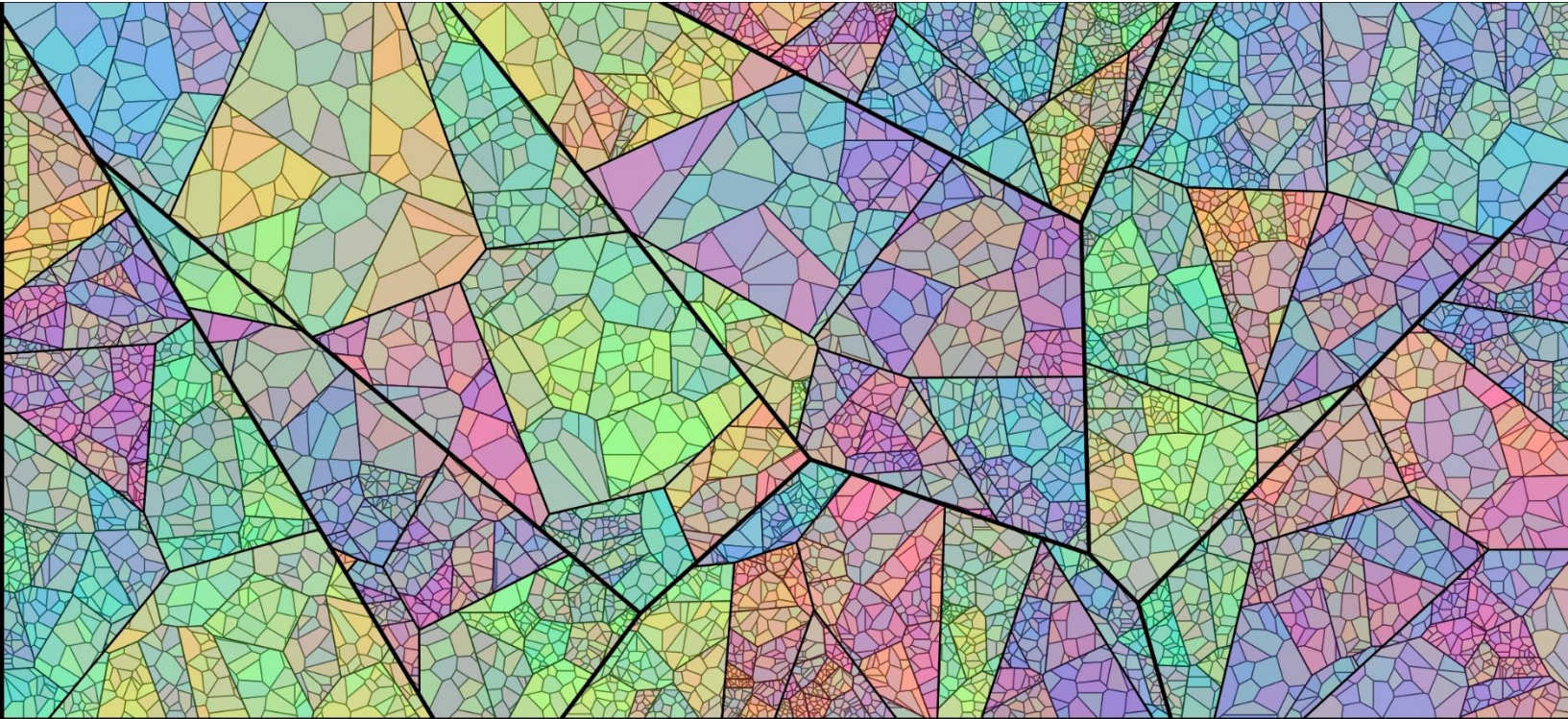
Leyenda línea de tiempo: Pr = Problema; O = Objetivo; E1, E2, E3... En = Escenario 1, 2, 3... n; P1, P2, P3... Pn = Producto 1, 2, 3... n.

Este camino sólo puede iniciarse a través de un plan estratégico de operación que tenga en cuenta objetivos específicos a corto plazo y un ideal a largo plazo (**Imagen 7**).



Imagen 7. Plan estratégico [elaboración propia]

PROCESO PARAMÉTRICO NATURAL



*“El concepto básico que combina el estudio de los fractales con disciplinas como la biología y, por lo tanto, la anatomía y la fisiología parte de la convicción de una superación necesaria de la geometría euclidiana en la descripción de la realidad natural. Queriendo ser muy sintético, los fractales se usan para encontrar una nueva representación que parte de la idea básica de que el niño en la naturaleza no es más que una copia de lo grande. Mi creencia es que los fractales se usarán pronto en la comprensión de los procesos neuronales, la mente humana será su nueva frontera”.*⁵⁹

Benoît Mandelbrot

⁵⁹ Declaración del Prof. Mandelbrot durante una lectio magistralis titulada *Fractales en anatomía y fisiología* para celebrar la concesión del título honorífico en Medicina y Cirugía otorgado por la Universidad de Bari, en Italia, el 13 de noviembre de 2007 por su visión altamente unificadora del fenómeno de la vida que se refleja en el campo médico con un enfoque unitario, previamente desconocido, a la enfermedad y al enfermo [traducido por el autor de la tesis].

1. Geometrías y procesos constructivos de la naturaleza

Las reglas fractales determinan las geometrías y los procesos constructivos propios de la naturaleza. Pero ¿Cómo definir y estudiar un fractal?

El matemático polaco Benoît Mandelbrot⁶⁰ fue quien acuñó, en 1975, el concepto de fractal. Esta palabra se deriva del vocablo latino *fractus* (frangere) que significa romper, crear fragmentos irregulares además de traducirse como *quebrado* o *fracturado*. El término fue inmediatamente apreciado por la comunidad científica que lo adoptó e incluso ya forma parte del léxico mundial. Por lo tanto, de acuerdo con el nombre, los fractales son estructuras geométricas que combinan irregularidad y estructura a diferentes escalas. La propiedad matemática clave de una estructura natural genuinamente fractal es que su dimensión métrica es un número racional no entero: de hecho, la ramificación fractal está estrictamente relacionada con el número de oro ϕ .

Para procesar esta geometría debemos seguir algunas reglas básicas: 1) no se pueden aplicar las pautas de la geometría euclídea (que no es capaz de describir la naturaleza); 2) es autosimilar, es decir, su forma es hecha de copias más pequeñas de la misma figura; 3) su dimensión de Hausdorff-Besicovitch⁶¹ es estrictamente mayor que su dimensión topológica⁶² y 4) se define mediante un

⁶⁰ Nacido el 20 de noviembre de 1924 en Varsovia, Polonia, de una familia judía de origen lituano, vivió en Francia durante buena parte de su vida. La familia tenía una fuerte tradición académica: su madre era médico y su tío Szolem Mandelbrot un famoso matemático especializado en análisis. En 1936 se fue de Polonia a París, y fue iniciado en matemáticas por sus dos tíos, quienes contribuyeron a su educación científica y humanística. En 1939, debido al estallido de la guerra, se mudó a Tulle, en el centro de Francia, donde se graduó en 1942. Desarrolló y popularizó las matemáticas de Gaston Julia, que ya había trabajado fractales sin darle un nombre, y comenzó la representación gráfica de ecuaciones de computadora. Desde principios de los sesenta, la aplicación de la geometría fractal a cuestiones económicas llevó Mandelbrot a problematizar algunos fundamentos consolidados de la economía clásica y finanzas modernas, como la hipótesis de la racionalidad del comportamiento de los agentes económicos, la eficiencia del mercado y los movimientos de los precios del mercado descritos como una *caminata aleatoria en analogía con el movimiento browniano* de una partícula en un fluido. El análisis fractal ha llevado al nacimiento de las finanzas fractales y de la *econofísica*. Mandelbrot descubrió su fractal casi por accidente en 1979, mientras realizaba experimentos en nombre del Thomas J. Watson Research Center de IBM, donde, con la ayuda de gráficos por computadora, demostró que el trabajo de Julia de 1918 podría ser uno de los fractales más fascinantes; de hecho, el *conjunto de Mandelbrot* incluye el *fractal de Julia*. Este trabajo en IBM le otorgó una *Emeritus Fellowship* a los laboratorios de investigación T. J. Watson. El mostró que los fractales pueden ser la clave para leer formas en la naturaleza, dando paso a la teoría del caos, y en 1993 fue galardonado con el prestigioso Premio Wolf de Física por haber transformado la visión de la naturaleza. Muere el 14 de octubre de 2010 (85 años) debido al cáncer de páncreas.

⁶¹ La dimensión de Hausdorff-Besicovitch es una generalización métrica del concepto de dimensión de un espacio topológico, que permite definir una dimensión fraccionaria (no entera) para un objeto fractal. La medida fue introducida hacia 1917 por Felix Hausdorff, aunque fue estudiada mucho más extensivamente por Abram Besicovitch, a quien se deben la mayoría de los resultados teóricos y teoremas concernientes tanto a la medida de Hausdorff como a la dimensión fractal. La dimensión de Hausdorff se define como: $\dim_H(\mathbf{F}) := \sup\{s : \mathbf{H}^s(\mathbf{F}) = \infty\} := \inf\{s : \mathbf{H}^s(\mathbf{F}) = \mathbf{0}\}$, donde $\mathbf{H}^s(\mathbf{F})$ es la medida exterior s-dimensional de Hausdorff.

simple algoritmo recursivo⁶³. Las copias obtenidas son similares al todo, tienen la misma forma pero en diferente tamaño. Es el caso específico de los *fractales naturales*; objetos naturales que se pueden representar con muy buena aproximación mediante fractales matemáticos con autosimilaridad estadística. Estos se diferencian de los fractales matemáticos en que los naturales, por ser aproximados o estadísticos, extienden su autosimilaridad exclusivamente a un rango de escalas: por ejemplo, a *escala atómica*, o cercana, *su estructura difiere de la estructura macroscópica*.

Entonces, la escala atómica, con este sentido, podría definirse como el *caso base* del proceso de programación recursiva o iterativa a partir del caso más complejo de la macroescala.

Vemos en detalle los procesos geométricos fractales adoptables en la planificación de la materia.

- a. Los *conjuntos de Julia*, así llamados por el matemático Gaston Julia⁶⁴, son una familia de conjuntos fractales⁶⁵ que se obtienen al estudiar el comportamiento de los números complejos⁶⁶ al ser iterados por una función holomorfa⁶⁷.

⁶² La dimensión topológica es un número entero, definible para cualquier espacio topológico. Para un espacio formado por un punto la dimensión topológica es 0, para la recta real es 1, para el plano euclídeo es 2, etc. Más formalmente, un objeto tiene dimensión topológica m cuando cualquier recubrimiento de ese objeto, tiene como mínimo una dimensión topológica $= m+1$ (estableciendo previamente que el punto tiene dimensión topológica = 0). Aún más formalmente, la definición para conjuntos con dimensión topológica 0 queda como sigue: un conjunto F tiene dimensión topológica 0, $\mathbf{D}_T(F) = \mathbf{0}$, si y sólo si para todo x perteneciente a F y cualquier conjunto abierto U (para la topología relativa de F) que contenga a x , existe un abierto V tal que x pertenece a V que está incluido en U y la frontera de V con la intersección a F es vacía.

⁶³ Un algoritmo recursivo expresa la solución de un problema en términos de una llamada a sí mismo, o llamada recursiva o recurrente. Generalmente, si la primera llamada al subprograma se plantea sobre un problema de tamaño u orden N , cada nueva ejecución recurrente del mismo se planteará sobre problemas, de igual naturaleza que el original, pero de un tamaño menor que N . De esta forma, al ir reduciendo progresivamente la complejidad del problema a resolver, llegará un momento en que su resolución sea más o menos trivial (o, al menos, suficientemente manejable como para resolverlo de forma no recursiva). En esa situación diremos que estamos ante un *caso base* de la recursividad. Las claves para construir un subprograma recurrente son: 1) cada llamada recurrente se debe definir sobre un problema de menor complejidad (algo más fácil de resolver), y 2) ha de existir al menos un caso base para evitar que la recurrencia sea infinita.

⁶⁴ Gaston Maurice Julia (Sidi Bel Abes, Argelia, 3 de febrero de 1893 - París, Francia, 19 de marzo de 1978) fue un matemático francés, famoso por su trabajo pionero sobre los fractales. Es uno de los pocos Pieds-noirs (los franceses de Argelia obligados a salir del país tras la independencia en 1962) conocidos por su mérito científico. Julia fue el primero en estudiar los fractales y en explicar cómo a partir de cualquier función compleja se puede fabricar, por medio de una sucesión definida por inducción, un conjunto cuya frontera es imposible de dibujar a pulso por ser de longitud infinita, entre otras propiedades. Su notoriedad culminó al ser publicado su artículo *Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles* en la revista francesa de matemáticas *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. Este artículo de 199 páginas le permitió ganar el *Grand Prix de l'Académie des Sciences*. A la edad de 41 años, en 1934, se convirtió en el miembro más joven de la Academia. Sin embargo, en su vida, académica y privada, no tuvo mucha fama. En su juventud se interesó a las matemáticas y música. Sus estudios (fue el primero de los admitidos al mismo tiempo en la *École Normale* y en la *Polytechnique*) fueron interrumpidos por la Primera Guerra Mundial, cuando fue llamado a las armas a la edad de 20 años. En la guerra perdió la nariz por una grave herida recibida en combate. Después de muchas operaciones fallidas, tuvo que resignarse a usar una banda de cuero por el resto de su vida. Murió antes de que se volvieran muy populares los fractales, a inicios de los años ochenta. A pesar de su sólida carrera académica (enseñó en la *École Normale Supérieure*, en la *Polytechnique* y en la *Universidad de París*), su estudio de los fractales no se popularizó como por Mandelbrot, quien tuvo una ventaja enorme, aprovechando la invención del ordenador: las propiedades de los fractales que Julia había

El conjunto de Julia de una función holomorfa f está constituido por aquellos puntos que bajo la iteración de f tienen un comportamiento *caótico*. El conjunto se denota $J(f)$. En el otro extremo se encuentra el conjunto de Fatou⁶⁸, que consiste en los puntos que tienen un comportamiento *estable* al ser iterados. El conjunto de Fatou de una función holomorfa f se

establecido a fuerza de cálculos y deducciones, con papel y lápiz, ahora se podrían observar en una pantalla de forma gráfica. Por lo tanto, a finales de los ochenta, hasta los artistas se interesaron en el conjunto de Mandelbrot y, en menor medida, en los de Julia, que están intrínsecamente relacionados. Su popularidad salió de la arena de los especialistas cuando Google lo mencionó en su página de inicio como un pionero de los fundamentos matemáticos de su ranking.

⁶⁵ Los primeros ejemplos de fractales se encuentran a finales del siglo XIX: en 1872 apareció la *función de Weierstrass* (definida por el matemático Carlos Weierstrass) trazada en una recta, con valores reales. Es una función continua en todo punto y no es derivable o diferenciable en ninguno: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x)$ donde $0 < a < 1$, b es un entero impar y positivo y cumplen que $ab > 1 + 3/2 \pi$. El gráfico de la función de Weierstrass es una curva no rectificable de dimensión fractal superior a 1 y es el primer ejemplo claro de función continua pero no diferenciable en ningún punto. Posteriormente aparecieron ejemplos con propiedades similares pero con una definición más geométrica. Dichos ejemplos podían construirse partiendo de una figura inicial (*semilla*), a la que se aplicaban una serie de construcciones geométricas sencillas. La serie de figuras obtenidas se aproximaba a una figura límite que correspondía a lo que hoy llamamos *conjunto fractal*. Así, en 1904, Helge von Koch definió una curva con propiedades similares a la de Weierstrass: el *copo de nieve de Koch*. En 1915, Waclaw Sierpinski construyó su *triángulo* y, un año después, su *alfombra*. Estos conjuntos mostraban las limitaciones del análisis clásico, pero eran vistos como objetos artificiales, una "*galería de monstruos*", como los denominó Poincaré. Pocos matemáticos vieron la necesidad de estudiar estos objetos en sí mismos. Sólo en 1919, surge la herramienta básica en la descripción y medida de estos conjuntos: la citada dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

⁶⁶ Los números complejos son una extensión de los números reales y forman el mínimo cuerpo algebraicamente cerrado. El conjunto de los números complejos se designa con la notación \mathbb{C} ; siendo \mathbb{R} el conjunto de los números reales se cumple que $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ (\mathbb{R} está estrictamente contenido en \mathbb{C}). Los números complejos incluyen todas las raíces de los polinomios, a diferencia de los reales. Todo número complejo puede representarse como la suma de un número real y un número imaginario (que es un múltiplo real de la unidad imaginaria, que se indica con la letra i), o en forma polar. Los números complejos son la herramienta de trabajo del álgebra, análisis, así como de ramas de las matemáticas puras y aplicadas como variable compleja, ecuaciones diferenciales, facilitación de cálculo de integrales, en aerodinámica, hidrodinámica y electromagnetismo entre otras de gran importancia. Además, se utilizan por doquier en matemáticas, en muchos campos de la física (notoriamente en la *mecánica cuántica*) y en ingeniería, especialmente en la electrónica y las telecomunicaciones, por su utilidad en representar las ondas electromagnéticas y la corriente eléctrica. En matemáticas, estos números constituyen un cuerpo y, en general, se consideran como puntos del *plano complejo*. Este cuerpo contiene a los números reales e imaginarios puros. Una propiedad importante que caracteriza los números complejos es el teorema fundamental del álgebra, que afirma que cualquier ecuación algebraica de grado n tiene exactamente n soluciones complejas. Los análogos del cálculo diferencial e integral con números complejos reciben el nombre de variable compleja, o análisis complejo. Muchos *objetos fractales* (ej. el conjunto de Mandelbrot) pueden obtenerse a partir de propiedades de convergencia de una sucesión de números complejos. El análisis del dominio de convergencia revela que dichos conjuntos pueden tener una enorme complejidad autosimilar.

⁶⁷ Una función holomorfa es una función definida en un subconjunto abierto del plano de números complejos \mathbb{C} con valores en \mathbb{C} que se diferencian en un sentido complejo en cada punto del dominio. Éstas se encuentran entre los principales objetos del análisis complejo. Pueden escribirse en cualquier lugar como una serie de potencias convergentes o analíticas: el término *función analítica* se utiliza como sinónimo de función holomorfa. La diferenciación compleja de una función compleja es una condición mucho más estricta que la diferenciación real porque implica que la función es infinitamente diferenciable y se puede identificar completamente por su serie de Taylor. En este contexto, el *biholomorfismo* se define entre dos conjuntos abiertos de \mathbb{C}^n , una función holomorfa que es inyectiva, sobreyectiva, y cuya inversa es también holomorfa.

⁶⁸ Pierre Joseph Louis Fatou (28 de febrero de 1878, Lorient - 10 de agosto de 1929, Pornichet) fue un matemático y astrónomo francés que trabajó en el campo de la dinámica compleja. Tras graduarse, en 1901 en la École Normale Supérieure de París, obtuvo un puesto de astrónomo en el observatorio de París. Fatou estudió procesos iterativos como $Z \rightarrow Z^2 + c$, donde Z y c son números complejos. Se interesó en particular en el caso $Z_0 = 0$, que fue analizado a finales del siglo XX con el auxilio de ordenadores por Benoît Mandelbrot, quien generó la representación gráfica del comportamiento de esta serie para cada valor complejo c : el citado conjunto de Mandelbrot.

denota $F(f)$ y es el complemento de $J(f)$. Una familia muy notable de conjuntos de Julia se obtiene a partir de funciones cuadráticas simples $f_c(z) = z^2 + c$, donde c es un número complejo: esta función se denota J_c . Un algoritmo para obtener el conjunto de Julia de $f_c(z) = z^2 + c$ para todo complejo z , se construye por la siguiente sucesión⁶⁹:

$$z_0 = z$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

Si esta sucesión queda acotada, se dice que z pertenece al conjunto de Julia de parámetro c , denotado por J_c ; de lo contrario, z queda excluido de éste. Construyendo una imagen del conjunto, se apreciará como algunos puntos pertenecen al conjunto y otros no; utilizando los colores se obtendrá una indicación de la velocidad con la que diverge la sucesión (*su módulo tiende a infinito*). Como no se pueden calcular infinitos valores, es preciso poner un límite, y decidir que si los n primeros términos de la sucesión están acotados, el punto pertenece al conjunto. Al aumentar el valor de n se mejora la precisión de la imagen. Se puede demostrar que si $|z_n| > 2$ la sucesión diverge y el punto z no pertenece al conjunto, y es suficiente encontrar un solo término que verifique esta condición.

Existe una relación muy fuerte entre los conjuntos de Julia y el conjunto de Mandelbrot denotado por M , debido a la similitud de sus definiciones: se dice c pertenece a M si y sólo si J_c es *conexo*⁷⁰. Los resultados más vistosos se obtienen al tomar el parámetro c en la

⁶⁹ En análisis matemático y álgebra, una sucesión es una aplicación cuyo dominio es el conjunto de los números naturales y su codominio es cualquier otro conjunto, generalmente de números de diferente naturaleza, figuras geométricas o funciones. Cada uno de ellos es denominado *término* (también *elemento* o *miembro*) de la sucesión y el número de elementos ordenados (posiblemente infinitos) es la *longitud* de la sucesión. No debe confundirse con una *serie matemática*, que es la suma de los términos de una sucesión. A diferencia de un conjunto, el orden en que aparecen los términos es relevante y un mismo término puede aparecer en más de una posición. De manera formal, una sucesión puede definirse como *una función sobre el conjunto de los números naturales* (o un subconjunto de este) y es una *función discreta*. Por ejemplo, la sucesión (A, B, C) es una sucesión de letras que difiere de la sucesión (C, A, B). En este caso se habla de sucesiones finitas de longitud igual a 3. Una sucesión infinita sería la sucesión de números positivos pares: 2, 4, 6, 8... En ocasiones se identifica a las sucesiones finitas con palabras sobre un conjunto. Se pueden construir también sucesiones vacías (sin elementos).

⁷⁰ Un conjunto conexo es un subconjunto $C \subseteq X$ de un espacio topológico (X, T) (donde T es la colección de conjuntos abiertos del espacio topológico) que no puede ser expresado como unión disjunta de dos conjuntos abiertos no vacíos de la topología. Intuitivamente, un conjunto conexo es el que aparece como una sola pieza, que no se puede *dividir* o *particionar*. En el caso de que un conjunto no sea conexo, se dice que es *disconexo*. Formalmente $C \subseteq X$ es un conjunto conexo si y sólo si $A, B \in T, A \cap B \cap C = \emptyset, C \subseteq A \cup B$ implica $C \subseteq A \cup B \vee C \subseteq B$. Notar que si $C = X$, entonces tendremos que X es conexo si y sólo si $A, B \in T, A \cap B = \emptyset, A \cup B = X$ implica $A = X \vee B = X$. En este caso, (X, T) se llama espacio topológico conexo. Bajo estas definiciones, se tiene que $C \subseteq X$ es conexo si y solamente si es un espacio topológico conexo para la topología traza (que se define de manera natural en un subconjunto del espacio). Vamos a definir la conexividad en forma negativa: un conjunto S se llama conexo, si no existe una partición de éste en dos conjuntos no vacíos y disjuntos S_1 y S_2 , ninguno de los cuales contiene puntos de acumulación del otro. Una hoja de papel es un conjunto conexo, al cortarla en dos partes se ve que ningún punto de una parte es punto de acumulación de la otra.

frontera⁷¹ de M , pues si c está en el interior de M resulta que J_c toma el aspecto de un objeto redondo, poco fractal, y sólo el borde tiene la apariencia de fractal. Por ejemplo, si $c = 0$ resulta que el conjunto de Julia es la circunferencia unitaria, con centro en el origen de coordenadas. Se pueden tomar diferentes valores de c , también por razones estéticas, o se pueden generalizar estos conjuntos tomando otras relaciones de inducción $z_{n+1} = f(z_n)$ con cualquier función compleja f . Se puede también generalizar a cualquier dimensión, y emplear varias funciones en lugar de una sola.

- b. Los *conjuntos de Mandelbrot*, se definen en el plano complejo fijando un número complejo c cualquiera. A partir de c , se construye una sucesión por recursión⁷²:

$$\begin{cases} z_0 \in \mathbb{C} & (\text{término inicial}) \\ z_{n+1} = z_n^2 + c & (\text{sucesión recursiva}) \end{cases}$$

Si esta sucesión queda acotada, se dice que z_0 pertenece al *conjunto*. Por ejemplo, si $c = 1$ obtenemos la sucesión $0, 1, 2, 5, 26\dots$ que diverge. Como no está acotada, 1 no es un elemento del conjunto. En cambio, si $c = -1$ obtenemos la sucesión $0, -1, 0, -1\dots$ que es acotada, y -1 pertenece al conjunto. A menudo un *algoritmo de tiempo de escape*⁷³ puede representar el conjunto: los colores de los puntos que no pertenecen al conjunto indican la

⁷¹ Dado un espacio topológico X y S un subconjunto de X , se define la *frontera* de S como la intersección de la clausura de S con la clausura del complemento de S , y se denota por ∂S . En otras palabras, la frontera (también llamada *borde*) de un conjunto S es el conjunto de aquellos puntos que pueden ver puntos tanto en S como en su complemento. Es claro que la frontera de un conjunto siempre es un *conjunto cerrado*.

⁷² *Recursión* o *recursividad* es la forma en la cual se especifica un proceso basado en su propia definición. La recursión tiene ésta característica discernible en términos de **autorreferencialidad** (un fenómeno que ocurre en el lenguaje natural o formal consistente en una oración o fórmula referente en forma directa a sí misma, a través de algunas oraciones o fórmulas intermedias, o por medio de algunas codificaciones), **autopoiesis** (la calidad de un sistema capaz de reproducirse y mantenerse por sí mismo, la condición de existencia de los seres vivos en la continua producción de sí mismos), fractalidad, o, en otras palabras, **construcción a partir de un mismo tipo**. Con mayor precisión, y para evitar la aparente *circularidad* en esta definición, la recursión es: *un problema que pueda ser definido en función de su tamaño, sea este N , pueda ser dividido en instancias más pequeñas ($< N$) del mismo problema y se conozca la solución explícita a las instancias más simples, lo que se conoce como caso base, se puede aplicar inducción sobre las llamadas más pequeñas y suponer que estas quedan resueltas*. Se exponen algunos ejemplos:

- **Factorial**: se desea calcular $n!$ (el factorial de n , que se define como el producto de todos los enteros positivos de 1 a n). Se puede definir el problema de forma recurrente como $n(n-1)!$; como $(n-1)!$ es menor que $n!$ podemos aplicar inducción por lo que disponemos del resultado. El caso base es $0!$ que es 1 ;
- **Algoritmo de ordenación por fusión** (basado en la técnica *divide y vencerás*): sea v un vector de n elementos, podemos separar el vector en dos mitades. Estas dos mitades tienen tamaño $n/2$ por lo que por inducción podemos aplicar la ordenación en estos dos subproblemas y, en final, simplemente fusionarlas. El caso base es ordenar un vector de cero o un elemento, que está trivialmente ordenado.

En estos ejemplos podemos observar como un problema se divide en varias instancias del mismo problema, pero de tamaño menor gracias a lo cual se puede aplicar inducción, llegando a un punto donde se conoce el resultado (*el caso base*).

⁷³ Está definido por una *relación de recurrencia* en cada punto del espacio; es decir, por cada punto del fractal se calculan una serie de valores mediante la repetición de una fórmula hasta que se cumple una condición, momento en el cual se para y se le asigna un color al punto según el número de repeticiones necesarias.

velocidad con la que diverge la sucesión correspondiente (tiende al infinito, en módulo). Para verificar si un punto pertenece al conjunto se procede como por los conjuntos de Julia. El conjunto de Mandelbrot es *compacto*⁷⁴, *conexo* así como su complemento. Su *interior*⁷⁵, al igual que cualquier interior de un subconjunto de \mathbb{C} no vacío, resulta ser de la cardinalidad de \mathbb{R} : es una consecuencia directa de que la topología usual en \mathbb{C} tiene una base de abiertos de cardinalidad no numerable = 2^{\aleph_0} . Su *frontera* tiene *dimensión topológica 1* y *dimensión de Hausdorff 2*, la máxima posible al ser subconjunto del plano.

c. Los *procesos fractales* se utilizan en compresión de datos⁷⁶ y otras disciplinas científicas.

Comprimir la imagen de un objeto autosemejante no es difícil: usando el *teorema del collage*⁷⁷ debemos encontrar un SIF⁷⁸, conjunto de transformaciones que lleva la figura completa en cada una de sus partes autosemejantes. La información sobre la imagen quedará codificada en el SIF, y la aplicación reiterada de dichas transformaciones devuelve la imagen procesada. Este enfoque plantea problemas con muchas imágenes reales: *no esperamos que la imagen de un gato presente pequeños gatitos distorsionados sobre sí mismo*. Para solventarlo, en 1989 Arnaud Jacquin⁷⁹ creó el esquema de *sistemas de*

⁷⁴ Un espacio compacto tiene propiedades similares a un conjunto finito, en cuanto las sucesiones contenidas en un conjunto finito siempre contienen una subsucesión convergente (noción de compacidad). Un conjunto compacto es un subconjunto de un espacio topológico, que como subespacio topológico (con topología inducida) es en sí mismo un espacio compacto.

⁷⁵ Sea (X, T) un espacio topológico, y $A \subset X$. Se define el interior de A (notado $\text{int}(A)$, $\overset{\circ}{A}$, o A°) como la unión de todos los abiertos contenidos en A . Es decir, $V = \text{int}(A)$ si y sólo si V es abierto, está contenido en A y todo otro abierto contenido en A está contenido también en V .

⁷⁶ La compresión de datos es la *reducción del volumen de datos tratables* para representar una determinada información empleando una menor cantidad de espacio. El acto contrario se denomina *descompresión*.

⁷⁷ Este teorema nos permite encontrar un SIF cuyo atractor esté todo lo próximo que deseemos (en el sentido de la distancia de Hausdorff) o coincida con un conjunto prefijado C . Para hallar dicho SIF necesitamos encontrar un número suficiente de aplicaciones contractivas tales que la unión (*collage*) de las imágenes del conjunto, bajo estas aplicaciones, esté lo suficientemente próxima o coincida con el propio conjunto.

⁷⁸ Un sistema iterativo de funciones (SIF o IFS, acrónimo del inglés *Iterated function system*) es una construcción matemática usada para representar de manera simple ciertos conjuntos fractales que presenten autosimilaridad. Muchos fractales clásicos *autosimilares*, *autoafines* y *autoconformes* pueden representarse como el único conjunto compacto invariante por un sistema iterativo de funciones contractivas.

⁷⁹ Michael Barnsley inició el desarrollo de la compresión fractal en 1987, creando varias patentes sobre dicha tecnología. El algoritmo de compresión fractal práctico más ampliamente conocido fue inventado por Barnsley y Alan Sloan. El estudiante de posgrado de Barnsley, Arnaud Jacquin, implementó el primer algoritmo automático en 1992. Todos los métodos se basan en la transformación fractal utilizando el sistema de funciones iteradas. Michael Barnsley y Alan Sloan crearon Iterated Systems Inc. en 1987, donde realizaron 20 patentes adicionales relacionadas con la compresión fractal. Un gran avance para Iterated Systems Inc. fue el proceso de transformación fractal automático, el cual eliminó la necesidad de intervención humana durante la compresión, como era el caso en la experimentación temprana con la tecnología de compresión fractal. En 1992 Iterated Systems Inc. recibió una subvención de 2,1 millones de dólares del gobierno para desarrollar un prototipo de chip para almacenamiento de imágenes digitales y descompresión, utilizando tecnología de compresión de imagen mediante transformación fractal. La compresión fractal de imagen se ha añadido en varias aplicaciones comerciales.

funciones iteradas particionadas: en él se subdivide la imagen mediante una partición y, para cada región resultante, se busca otra región similar a la primera bajo las transformaciones apropiadas. El esquema resultante es un sistema de compresión con pérdidas, de tiempo asimétrico. La compresión resultante es equiparable a la JPEG, con lo cual el factor tiempo resulta determinante para decantarse por uno u otro sistema.

El *modelado de formas naturales* interpreta las formas fractales que están presentes en la materia biológica, junto con las *simetrías* (las *formas básicas* que sólo necesitan la mitad de información genética) y las *espirales* (las *formas de crecimiento y desarrollo de la forma básica hacia la ocupación de un mayor espacio*), como las formas más sofisticadas en el desarrollo evolutivo de la materia biológica, en cuanto que se presentan en procesos en los que se realizan saltos cualitativos, es decir, posibilitan catástrofes (hechos extraordinarios) que dan lugar a nuevas realidades más complejas: las hojas presentan una morfología similar a la pequeña rama de la que forman parte que, a su vez, presenta una forma similar a la rama, que es similar a la forma del árbol, y sin embargo cualitativamente no es lo mismo una hoja (*forma biológica simple*), que una rama o un árbol (*forma biológica compleja*).

Los *sistemas dinámicos* describen las formas fractales que se observan en la propia dinámica evolutiva de los sistemas complejos (*cfr. h. teoría del caos*); dinámica que consta de ciclos (en los que, partiendo de una realidad establecida simple, acaban en la creación de una nueva realidad más compleja) que a su vez forman parte de ciclos más complejos, los cuales forman parte del desarrollo de la dinámica de otro gran ciclo. Las evoluciones dinámicas de todos estos ciclos presentan las similitudes propias de los sistemas caóticos.

- d. Un ejemplo que combina los dos primeros procesos se desarrolla en el campo de la medicina: Laez Rincón emplea *algoritmos de conteo de cajas*⁸⁰ *tridimensionales* (cajas

⁸⁰ Es un método empleado para la estimación de la dimensión fractal de un objeto. Su principal característica es la facilidad de estimación empírica tanto manual como mediante algoritmos computacionales. Su definición se remonta alrededor de 1930 a través de varios términos: dimensión de Minkowski-Bouligand, dimensión de Entropía de Kolmogorov, dimensión de capacidad, dimensión métrica, densidad logarítmica y dimensión de información entre otros. Sea $F \subset \mathbf{R}^2$ un conjunto compacto. Entonces existe un cuadrado de lado L que contiene a F . Si subdividimos dos lados contiguos de este cuadrado en N partes iguales obtendremos una colección de N^2 idénticos a la que llamaremos *una malla sobre F*, siendo cada uno de estos cuadrados una *caja*. El valor para la dimensión de conteo de cajas puede ser calculado empíricamente para un objeto real de acuerdo con la metodología desarrollada por Richardson para la dimensión de pendientes variables, salvo que, en lugar de graficar directamente una longitud, se construirá un gráfico de Richardson que describa la variación en el número de cajas no vacías $n(\delta)$ en función de nuestro factor de escala δ de cada caja. El valor de la dimensión es directamente el valor obtenido como pendiente de la recta encontrada. A pesar de que se usen mallados cúbicos y cuadrados, se emplean de forma equivalente también otros tipos: cajas circulares, cajas esféricas que se intersecan o no, cubos que se intersecan o incluso coberturas irregulares con un valor de radio máximo y es posible demostrar la equivalencia matemática entre éstas.

cúbicas de 1, 2, 4, 8, 16 y 32 *vóxeles*⁸¹ por lado) para obtener una estimación de la dimensión fractal de la corteza cerebral y de la interfaz entre sustancias gris y blanca del cerebro humano a partir de imágenes de resonancia magnética (Laez, 2015), determinando que el cerebro humano es un *fractal isotrópico* (que tiene propiedades idénticas en todas direcciones). Para conseguir el objetivo fue necesario validar los resultados obtenidos mediante distintos métodos respecto a un objeto de referencia: el objeto elegido para dicho propósito fue la llamada *esponja de Menger*⁸², la cual consiste en una extrapolación 3D de la famosa *alfombra de Sierpinski*⁸³. Queda claro como el cálculo de la dimensión fractal de un cerebro ofrece una excelente alternativa para clasificar y definir objetos irregulares (sin embargo se debe tener en cuenta la alta sensibilidad de los métodos de conteo de cajas, ej. *tamaños de las cajas*, con respecto a la resolución de las muestras). Este ejercicio, que puede parecer *caprichoso*, potencialmente muestra importantes desarrollos futuros: por ej. la aplicación de estas técnicas de conteo de cajas tridimensionales sobre poblaciones distintas (tanto de control como de cierta condición de interés) puede validar la hipótesis de que distintos padecimientos, como Alzheimer o esclerosis múltiple, afectan mayormente una de las dos interfaces estudiadas.

- e. Los *modelados de formas naturales* tienen una génesis bastante antigua. En el siglo XV, al examinar los árboles, Leonardo da Vinci observaba, en sus cuadernos, que *la sección*

⁸¹ El vóxel (del inglés volumetric pixel) es la unidad cúbica que compone un objeto tridimensional. Constituye la unidad mínima procesable de una matriz tridimensional y es, por tanto, el equivalente del píxel en un objeto 2D.

⁸² El cubo de Menger, o esponja de Menger-Sierpiński, es un conjunto fractal descrito en 1926 por Karl Menger mientras exploraba el concepto de dimensión topológica. Al igual que la alfombra de Sierpinski, constituye una generalización bidimensional del *conjunto de Cantor*. Comparte con éstos muchas propiedades, siendo un conjunto compacto, no numerable y de medida de Lebesgue nula; su dimensión fractal de Hausdorff es $d_H = \log 20 / \log 3 \approx 2.7268$. La esponja tiene una superficie infinita y al mismo tiempo encierra un volumen cero. Como curva universal cabe destacar que es un *conjunto topológico de dimensión topológica 1*, y cualquier otra curva o grafo es *homeomorfo a un subconjunto de la esponja de Menger*. Su construcción se define de forma recursiva: a) se comienza con un cubo; b) se divide cada cara del cubo en 9 cuadrados (esto subdivide el cubo en 27 cubos más pequeños); c) se eliminan los cubos centrales de cada cara (6) y el cubo central (1), dejando solamente 20 cubos; d) se repiten los pasos a), b) y c) para cada uno de los veinte cubos menores restantes; *la esponja de Menger es el límite de este proceso tras un número infinito de iteraciones*.

⁸³ La alfombra de Sierpiński es un conjunto fractal descrito por Waclaw Sierpiński en 1916. Su *dimensión de Hausdorff-Besicovitch* es $\log 8 / \log 3 \approx 1.892789$. Es universal para todo objeto compacto del plano: cualquier curva dibujada en el plano con las autointersecciones que queramos, por más complicada que sea, será *homeomorfa a un subconjunto de la alfombra de Sierpiński*. Su construcción se define de forma recursiva: a) se comienza con un cuadrado; b) se ponen 8 cuadrados alrededor; c) el paso anterior vuelve a aplicarse recursivamente a cada uno de los 8 cuadrados restantes; *la alfombra de Sierpiński es el límite de este proceso tras un número infinito de iteraciones*. Es un fractal absolutamente aplicable en la realidad: las antenas fractales de teléfonos móviles y wifi se han producido en forma de pocas iteraciones de la alfombra. Debido a su autosimilitud e invarianza de escala, se adaptan fácilmente a múltiples frecuencias y son fáciles de fabricar a escalas pequeñas, por lo que son óptimas para teléfonos móviles de bolsillo.

transversal total de las ramas se conserva entre los nodos de ramificación. Siglos después, Christophe Eloy (2011), que trabaja en el *Departamento de Mecánica e Ingeniería de Procesos* en la *Ecole Centrale de Marseille*, propone que esta regla es una consecuencia de que el esqueleto del árbol tiene una estructura similar y los diámetros de las ramas se ajustan para resistir las cargas inducidas por el viento⁸⁴; es decir, que el *mejor diseño para resistir la fractura inducida por el viento* se deriva naturalmente de la regla de Leonardo. El único requisito es que los árboles adapten su crecimiento local a las cargas de viento, de acuerdo con el fenómeno de *thigmomorfogénesis*⁸⁵, cuyo mecanismo, a nivel celular, todavía es en gran parte desconocido. Aquí, la propiedad relevante de las cargas de viento es su divergencia hacia las puntas de las ramas, ya sea debido a las hojas o porque la superficie expuesta al viento diverge. Por lo tanto, las cargas estáticas debidas al peso de las frutas, la nieve o el hielo darían resultados similares.

En un estudio posterior (Eloy, Fournier & Lacoïnte, 2017) se define, con mayor precisión, porque los árboles son estructuras autosimilares en el sentido que sus longitudes y diámetros de rama varían *alométricamente* dentro de la arquitectura del árbol, con ramas más largas y gruesas cerca del suelo. Estas *alometrías*⁸⁶ de árboles a menudo se atribuyen a

⁸⁴ Esta es claramente una prueba de que la forma y la función, en la naturaleza, son inseparables, es decir, que la forma debe funcionar y que la función debe materializarse en una precisa forma.

⁸⁵ En la naturaleza, las plantas están expuestas a los vientos, lluvias, ataques de animales, y, por ellos, han desarrollado mecanismos para detectar y responder a su entorno dinámico. Algunas plantas responden a los estímulos en cuestión de segundos, debido a la presencia de células especializadas que forman parte de la maquinaria de la planta para realizar la respuesta táctil, mientras que otras muestran alteraciones morfogénicas durante largos períodos de tiempo, que van desde días hasta semanas, no teniendo estas células especializadas. En 1973, Marque Jaffe defino la *thigmomorfogénesis* para describir estas respuestas mecánicas inducidas (*thigma es la palabra griega para el tacto*); la thigmomorfogénesis es la suma de las respuestas bioquímicas, morfológicas y fisiológicas creadas por la planta en respuestas a estímulos mecánicos. Estas respuestas están mediadas por diversos factores como fitohormonas, incluyendo el calcio intracelular, jasmonatos, etileno, ácido abscísico, etc. (por ejemplo, tocar una *Mimosa pudica* hace que sus hojas se plieguen en 1 s). Otras respuestas incluyen alteraciones en contenido de clorofila, niveles hormonales, resistencia al estrés biótico (animales) y abiótico (ambiente como piedras), tiempo de floración, etc. Algunas respuestas son adaptativas y causan un fortalecimiento de los tejidos, mientras que otras causan la relajación del tejido alterado. Los tejidos jóvenes tienen una fuerte respuesta thigmomorfogénica en comparación con los antiguos. Esto puede ser porque los tejidos jóvenes tienden a ser más frágiles y susceptibles a las tensiones y deben responder fuertemente para sobrevivir a los duros estímulos ambientales.

⁸⁶ En biología, la *alometría* se refiere a los cambios de dimensión relativa de las partes corporales correlacionadas con los cambios en el tamaño total. El término alometría fue acuñado por Julian Huxley y Georges Teissier en 1936. En específico, la alometría se refiere al crecimiento diferencial de varias partes del cuerpo. Un ejemplo de lo anterior es el desarrollo humano, en el que se da un crecimiento alométrico ya que los brazos y piernas crecen a una tasa más alta que la cabeza y el torso, por lo que las proporciones de un niño son muy diferentes a las de un adulto (si un adulto tuviese las proporciones de un niño, lo veríamos notoriamente deforme). En el cangrejo violinista (*Uca pugnax*) se da un dimorfismo sexual gracias a la alometría; lo que ocurre es que en los machos jóvenes las dos pinzas son de igual tamaño, siendo cada una de ellas aproximadamente el 8% del peso corporal del crustáceo. A lo largo de su crecimiento, una de las pinzas empieza a crecer más rápidamente que la otra y esta tenaza termina constituyendo aproximadamente el 38% del peso corporal del organismo: la masa de la tenaza más grande aumenta seis veces más rápido que la masa del resto del cuerpo.

la optimización del transporte hidráulico de la linfa y seguridad contra el pandeo elástico; aquí, por el contrario, se demuestra que estas alometrías *emergen de un modelo que incluye la competencia por la luz, la biomecánica del viento y no hidráulica*. El resultado se obtuvo construyendo un modelo numérico de árboles (MECHATREE) que crecen y evolucionan en una isla virtual. Con este modelo se identificó la *mejor estrategia de crecimiento* cuando los árboles compiten por la luz, y fueron asignadas sus fotosíntesis para cultivar semillas, crear nuevas ramas o reforzar las existentes en respuesta a las cargas inducidas por el viento.

- f. De esta, se deriva un proceso fractal adicional y fundamental: la *autosemejanza* (o *autosimilaridad*), que es la propiedad de un objeto (llamado *objeto autosimilar*) en el que el todo es exactamente, o aproximadamente, similar a una parte de sí mismo; es decir, las formas autosimilares entrañan un parecido estructural entre un objeto geométrico y una parte del mismo a diferentes escalas. Matemáticamente pueden distinguirse diferentes tipos. La *autosimilaridad exacta* (o *estricta*) es cuando una o varias partes de un todo repiten fielmente su similaridad con ese todo. Esta permite la amplificación sucesiva con repetición exacta única, múltiple o infinita de las propiedades iniciales. A veces aparece en un SIF o en la *invariancia de escala*⁸⁷: un lado del copo de nieve de Koch es simétrico e invariante de escala; su tamaño puede multiplicarse continuamente por tres sin que cambie su forma. La *autosimilaridad aproximada* (o *cuasiautosimilaridad*) se encuentra frecuentemente en la naturaleza (*autosimilaridad natural*), cuando la forma de la parte y la forma del todo presentan leves diferencias en la similaridad. Generalmente sólo se cumple dentro de una porción limitada de ese todo. Puede generarse artificialmente incorporando un factor de ruido aleatorio⁸⁸ a la expresión de autosimilaridad exacta. La *autosimilaridad estadística* es la menos exigente y más recurrente en la naturaleza: sólo se conservan algunas propiedades estadísticas durante el cambio de escala, como en las montañas, los cráteres lunares o las costas marítimas.

- g. La última parte nos obliga a una breve reflexión sobre la *invariancia de escala* u *homotecia*. Esta es una transformación afín que, a partir de un punto fijo, *multiplica todas*

⁸⁷ Mejor conocida como *homotecia*.

⁸⁸ Es un factor de aproximación cualitativa al objeto deseado, así como una fuente de entropía, o más bien de reducción de información (en este caso, información geométrica).

las distancias por un mismo factor (en general una homotecia de razón diferente de 1 deja un único punto fijo). Se puede considerar a la homotecia una *homología particular de eje impropio, con centro en el de homología*⁸⁹. Sea B un espacio vectorial sobre un cuerpo \mathbb{K} . Sea X un elemento (visto como un punto) de E . La homotecia de centro C y de razón k , denotada $h_{C,k}$ envía un punto M del espacio sobre el punto M' tal que $M' - C = k(M - C)$. La anterior puede también ser una *transformación afín*⁹⁰ de la forma, $M' = kM + (I - k)C$.

h. De diferente alcance es la *teoría del caos*, una rama de las matemáticas, física y otras ciencias (biología, meteorología, economía, entre otras) que trata ciertos tipos de *sistemas complejos* y *sistemas dinámicos* muy sensibles a las variaciones en las condiciones iniciales, que pueden implicar grandes diferencias en el comportamiento futuro, imposibilitando la predicción a largo plazo. Esto sucede aunque estos sistemas son en rigor deterministas: su comportamiento puede ser completamente definido conociendo sus condiciones iniciales. La teoría del caos encaja en la mecánica cuántica: *teniendo en cuenta toda la tecnología gobernada por esta rama de la física, no es irrazonable asumir que si se puede aplicar la teoría del caos de forma adecuada a los sistemas cuánticos, ésta proporcionará nuevos conocimientos, nuevas tecnologías, y nuevas soluciones a problemas no conocidos todavía* (cfr. *ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL*, capítulo 7. *Arquitectura cuántica: ¿Fantasía o posibilidad?*).

i. Como hemos visto, los fractales, generalmente, se organizan por conjuntos de partes o elementos de la misma geometría repetida por iteración y recursión, según algoritmos que se pueden definir de diferentes maneras. Esta característica particular ciertamente los incluye dentro de aquellos que pueden definirse como *sistemas generativos*. De acuerdo con la definición expresada por Burneo Valdivieso (2017), *los sistemas generativos son un conjunto de partes o elementos organizados que pueden ser materiales o conceptuales y que se pueden relacionar entre sí para producir, generar o crear algo nuevo*. Al actualizar esta definición es más apropiado hablar de *geometría generativa* y *de crecimiento*. Esto se

⁸⁹ En geometría, una homología es una *transformación homográfica* (o *transformación proyectiva* que determina una correspondencia entre dos figuras geométricas planas, de forma que a cada uno de los puntos y las rectas de una de ellas le corresponden, respectivamente, un punto y una recta de la otra) resultante de efectuar una proyección desde un punto, en la que a cada uno de los puntos de una figura plana le corresponden, respectivamente, un punto de su figura homóloga.

⁹⁰ Consiste en una transformación lineal seguida de una traslación y, por consiguiente, conserva el alineamiento, el centro de un segmento (y más generalmente el baricentro), el paralelismo (dos líneas paralelas tienen imágenes paralelas), el centro de la homotecia como único punto fijo (si $k \neq 1$).

debe a que, si exploramos algunas definiciones en la literatura, podemos apoyarnos en la de Galenter (2000) que por sistema generativo entiende *un proceso que utiliza alguna dinámica natural o artificial, orgánica o inorgánica, química o mecánica que sea capaz de generar automáticamente alguna forma estructura o de orden estético*. En detalle: las dinámicas naturales o artificiales no son más que geometrías generativas y de crecimiento, *las mismas en las que se basan la naturaleza o los procesos de producción semi-intencionales de los materiales de construcción*; la generación automática de una forma estructura define *los algoritmos de producción de la materia en su dimensión de forma/función*. La *gestión de las variables debe ser implementada a través de un modelo paramétrico* que defina un proceso en donde un grupo o conjuntos de componentes geométricos que tiene atributos (*propiedades*) iniciales puedan variar dentro de ciertos límites posibles (*rangos de anisotropía*) y que permiten no sólo llegar a un diseño, sino a una multiplicidad en variaciones del diseño original. Este tipo de proceso de diseño se implementa a través de un modelado combinado bidimensional y tridimensional manipulando datos, variables y relaciones entre componentes del objeto que se desea diseñar. Para este propósito, es necesario definir los modelos generativos y de crecimiento que se pueden adoptar durante el proceso de diseño para lograr la relación óptima (parataxis) entre la nanofactura y la macrofactura de la materia: lo que podemos definir como un *algoritmo*. La literatura nos proporciona las pautas que se analizan a continuación.

- j. Los *polígonos de Thiessen*⁹¹, o *teselación (diagramas) de Voronói*, son uno de los métodos de interpolación⁹² más simples, basados en la distancia euclidiana. Se crean al unir los puntos entre sí, trazando las mediatrices de los segmentos de unión. Las intersecciones de estas mediatrices determinan una serie de polígonos en un espacio bidimensional alrededor de un conjunto de puntos de control, de manera que el perímetro de los polígonos generados sea equidistante a los puntos vecinos y designen su área de influencia. Las teselaciones de Voronói se representan fácilmente e intuitivamente en el plano euclídeo. De

⁹¹ Los polígonos de Thiessen, nombrados en honor al meteorólogo estadounidense Alfred H. Thiessen, son una construcción geométrica que permite realizar una partición del plano euclídeo. Estos objetos también fueron estudiados por el matemático ruso Gueorgui Voronói en 1907, de donde toman el nombre alternativo de Diagramas de Voronoi o Teselación de Voronoi, y por el matemático alemán Gustav Lejeune Dirichlet en 1850, de donde toman el nombre de Teselación de Dirichlet.

⁹² En el subcampo matemático del análisis numérico, se denomina interpolación a la obtención de nuevos puntos partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de puntos. En ingeniería y algunas ciencias es frecuente disponer de un cierto número de puntos obtenidos por muestreo o a partir de un experimento y pretender construir una función que los ajuste. Como veremos más adelante, ésta es precisamente una técnica de aproximación al crecimiento natural.

hecho, se supone de contar con un conjunto de establecimientos que se desean colocar sobre una cierta región geográfica de tal manera que las ubicaciones sean lo más rentables posible, para que el número de clientes atraídos sea el más factible. La suposición lógica indica que los clientes irían al establecimiento más cercano a su domicilio y no a aquellos que sean muy lejanos. Con base en esto, las teselaciones de Voronói induce una subdivisión del plano euclidiano (región geográfica) en función de un conjunto de sitios (establecimientos), donde a cada sitio se le asocia una sola subdivisión. Además, cada subdivisión engloba todos los puntos más cercanos al sitio asociado a los sitios restantes, definiendo un modelo de asignación de Voronói. Existen diferentes *algoritmos* para el desarrollo de la teselación de Voronói, tales como: *algoritmo por fuerza bruta*⁹³, *algoritmo divide y vencerás*⁹⁴ y *algoritmo de Fortune*⁹⁵. Definimos en detalle su topología: para cada conjunto topológico discreto S de puntos en un espacio euclídeo y para casi⁹⁶ todo punto x , existe un punto de S que es el más cercano a x . Si S contiene sólo dos puntos, a y b , entonces el conjunto de todos los puntos que equidistan de ambos es un hiperplano⁹⁷ de codimensión 1 ⁹⁸. Ese hiperplano es la frontera entre los puntos más cercanos a a que a b , y

⁹³ Una primera aproximación de la teselación de Voronói consiste en explotar la geometría de cada región. Por cada sitio $p_i \in P$ se construirá su región mediante el cálculo explícito de los $n - 1$ semiplanos originados debido a los bisectores trazados con respecto a los demás sitios. Posteriormente, se computará la intersección de estos $n - 1$ semiplanos para, finalmente, dar origen a $V(p_i)$. Este algoritmo tiene muchas desventajas: el cálculo explícito de los semiplanos y su intersección puede provocar problemas de precisión; además no se produce información inmediata y que se pueda aprovechar acerca del vecindario de cada sitio. En esencia es un algoritmo ineficiente con complejidad computacional alta: $O(n^2 \log n)$.

⁹⁴ Dado el problema de construir la teselación de Voronói para el conjunto P de sitios, se dividirá este último en dos subconjuntos P_1 y P_2 , con aproximadamente el mismo tamaño, de los que se debe encontrar su teselación independiente. Finalmente, $Vor(P_1)$ y $Vor(P_2)$ deben ser unidos para poder obtener $Vor(P)$.

⁹⁵ Hay una forma mucho más eficiente de encontrar la teselación de Voronói pues sus elementos constituyentes tienen complejidad $O(n)$: el algoritmo de Fortune, llamado así por Steven Fortune, quien lo inventó en 1986 y cuya complejidad es $O(n \log n)$. Este algoritmo se basa en el *barrido de recta* de la geometría computacional, cuya esencia yace en suponer que existe una recta ℓ que recorre el plano de arriba hacia abajo (o de izquierda a derecha, incluso en direcciones opuestas) y que a lo largo de su recorrido se interseca con las estructuras que deseamos procesar. Cuando se da esta intersección, se guarda cierta información de tal forma que ayude en los cálculos. La información que se haya obtenido en regiones ya visitadas por la recta debe ser invariante. Esta técnica usa dos tipos de estructuras de datos: *cola de prioridades*, donde se guardan eventos que no son más que puntos donde la recta debe detenerse, y un *árbol binario de búsqueda*, donde se almacenan los elementos geométricos que se han intersecado con la recta y se necesita recordar para el procesamiento futuro. En la computadora no se puede emular tal cual el movimiento continuo de la recta de barrido, así que se requiere idear una forma de discretización del movimiento de la recta que sea procesable en la computadora, de ahí los eventos resultan discretos.

⁹⁶ El término casi se usa para indicar que existen excepciones en las cuales x puede equidistar de dos o más puntos de S .

⁹⁷ En un espacio unidimensional, un hiperplano es un punto que divide una recta en dos líneas. En un espacio bidimensional, un hiperplano es una recta que divide el plano xy en dos mitades. En un espacio tridimensional, un hiperplano es un plano corriente que divide el espacio en dos mitades. Este concepto también se aplica a espacios de cuatro o más dimensiones, donde estos objetos divisores se llaman simplemente hiperplanos, ya que relacionan la geometría con el plano.

⁹⁸ Codimensión es un concepto relativo: sólo se define para un objeto dentro de otro. *No existe una codimensión de un espacio vectorial* (en aislamiento), *sólo la codimensión de un subespacio vectorial*.

los puntos más cercanos a b que a a . De hecho, ese hiperplano es el plano bisector del segmento que une a y b . Más en general, el conjunto de puntos más cercanos a un punto c de S que a ningún otro punto de S (cuenca de atracción de c) es el interior de un polítopo⁹⁹ convexo (posiblemente no acotado) llamado *dominio de Dirichlet* o *celda de Voronói* de c . El conjunto de todos esos polítopos constituye una teselación completa del espacio euclídeo, llamada *teselación de Voronói asociada a S* (si la dimensión del espacio euclídeo es sólo 2, como en el plano euclídeo, resulta muy sencillo dibujar teselaciones de Voronói). El concepto de este dominio (o celda) se acerca mucho al caso base del proceso de programación recursiva que se necesita para resolver la parataxis.

k. La *triangulación de Delaunay* se relaciona con el anterior: una red de triángulos conexa y convexa que cumple la condición de Delaunay¹⁰⁰. Ésta se puede ampliar a espacios tridimensionales o incluso dimensiones superiores, usando la esfera circunscrita en vez de la circunferencia circunscrita. Cumple las siguientes propiedades:

- la frontera externa de triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos;
- el ángulo mínimo en los triángulos está maximizado evitando ángulos muy agudos;
- los triángulos generados tienden a ser lo más equiláteros posible (debido a que todo triángulo no equilátero siempre tiene algún ángulo menor que 60°);

⁹⁹ Polítopo significa la generalización a cualquier dimensión de un polígono bidimensional, o un poliedro tridimensional. El término fue creado por Alicia Boole Stott, hija del matemático y filósofo irlandés George Boole. En origen, los sólidos platónicos, o polítopos regulares de tres dimensiones, fueron objeto central de estudio de los matemáticos de la Grecia Antigua (por ej. los *Elementos de Euclides*), debido a sus cualidades estéticas intrínsecas. En tiempos modernos, los polítopos tienen importante aplicación en gráficos por computadora, optimización, etc. Una clase especial de polítopos son los *polítopos convexos*, el casco convexo (o envoltura convexa) de un conjunto finito de puntos. Los polítopos convexos también pueden representarse como la intersección de *hemiespacios* (*hiperplanos*). Esta intersección puede escribirse como la desigualdad matricial $Ax \leq b$, donde A es una matriz con n el número de hemiespacios y m el número de dimensiones del polítopo, y b un vector. Los coeficientes de cada fila de A y b se corresponden con los coeficientes de la desigualdad lineal que define al respectivo hemiespacio, y cada fila de la matriz se corresponde con uno de los hiperplanos que delimitan el polítopo. Un polítopo convexo n -dimensional está delimitado por un número de facetas $(n-1)$ -dimensionales. Cada par de facetas se encuentra en una *cresta* de dimensión $n-2$ que, a su vez, se encuentran en fronteras $(n-3)$ -dimensionales, y así sucesivamente. Estos subpolítopos son llamados caras: una cara de dimensión 0 es un *vértice*; una cara de dimensión 1 es una *arista*; se llama *celda* a las caras tridimensionales. En términos generales, una cara $(n-j)$ -dimensional satisface la relación de igualdad con j filas en A . Estas filas forman la base de la cara. En términos geométricos, significa que la cara es el conjunto de puntos del polítopo que yacen en la intersección de j de los hiperplanos que limitan el polítopo. Las caras de un polítopo convexo forman una red llamada *retícula de cara*, donde la relación de subconjuntos está definida entre los hiperplanos de la base. El polítopo en sí es considerado *una cara en la retícula de caras*, y es *el máximo de la retícula*.

¹⁰⁰ La condición de Delaunay dice que *la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo*. Estas triangulaciones tienen importante relevancia en el campo de la geometría computacional, especialmente en gráficos 3D por computadora. Se le denomina así por el matemático ruso Borís Nikolaevich Delone quien lo ideó en 1934; el mismo Delone usó la forma francesa de su apellido como apreciación a sus antecesores franceses.

- es unívoca, salvo donde los vértices presentan una alineación perfecta (por ej. en caso de que los vértices estén situados en una rejilla equidistante, o sean vértices de un polígono regular, aparecerán circunferencias circunscrita con más de tres vértices y posibilidades);
- el *grafo de Gabriel*¹⁰¹ es un subgrafo de las aristas de la triangulación; es decir, todas las aristas del grafo de Gabriel pertenecen a algún triángulo de la triangulación;
- el *grafo del vecino más cercano*¹⁰² es un subgrafo de las aristas de la triangulación, es decir, todas las aristas de este grafo pertenecen a algún triángulo de la triangulación;
- cada punto del conjunto de entrada tiene una arista que lo une con su punto más cercano;
- la triangulación de Delaunay y la teselación de Voronói de una serie de puntos son grafos duales, por lo que la construcción de uno es trivial a partir del otro; en este sentido, *los circuncentros de los triángulos de Delaunay coinciden con los vértices de las regiones de la teselación de Voronói* (dos vértices de la teselación de Voronói estarán conectados si sus triángulos de Delaunay correspondientes son vecinos entre sí);
- en un grafo construido de las aristas de la triangulación, el camino más corto entre dos puntos nunca será mayor que $4\pi/3\sqrt{3} \approx 2.418$ veces la distancia euclídea entre ellos.

Las posibles estrategias algorítmicas para calcular la triangulación, a partir de un conjunto de puntos de entrada, son las mismas que las descritas para la teselación de Voronói.

1. Todo lo anterior puede definirse una aproximación a la construcción de la naturaleza. La evidencia más llamativa y reciente proviene del estudio del *escutoide* (Gómez 2018): *un sólido geométrico entre dos superficies paralelas*. El límite de cada una de las superficies (y de todas las demás superficies paralelas entre ellas) es un polígono, y los vértices de los dos polígonos extremos están unidos por una curva o una conexión con forma de **Y**. Los escutoides presentan al menos un vértice entre estos dos planos y sus caras no son necesariamente convexas, por lo que varios de ellos pueden empaquetarse juntos para llenar

¹⁰¹ El Grafo de Gabriel es un grafo que expresa una idea de proximidad de un conjunto S de puntos del plano euclídeo. El grafo de Gabriel toma su nombre del matemático K. Ruben Gabriel, quién lo introdujo en un artículo junto a Robert Sokal en 1969. Formalmente, es el grafo cuyos vértices son los puntos de S en el que dos puntos P y Q son adyacentes si son distintos y el disco cerrado cuyo diámetro es el segmento de línea PQ no contiene otros elementos de S . Los grafos de Gabriel se pueden generalizar a dimensiones más altas, reemplazando los discos vacíos por bolas cerradas.

¹⁰² El grafo del vecino más cercano (en inglés, *nearest neighbor graph* o *NNG*) de un conjunto de objetos en un espacio métrico (generalmente, un conjunto de puntos en el plano euclídeo) es un grafo dirigido donde cada nodo representa a uno de los objetos y donde existe una arista entre cada nodo y su nodo más cercano. La relación de vecino más cercano *no es una relación simétrica*, es decir, que P sea el objeto más cercano a Q , no implica que Q sea el objeto más cercano a P .

todo el espacio entre las dos superficies paralelas. El descubrimiento fue el resultado de una investigación del Departamento de Biología Celular y el Instituto de Biomedicina de Sevilla de la Universidad de Sevilla dirigida por Luis M. Escudero¹⁰³. Según explica la matemática Clara Grima, una de las colaboradoras de la investigación, el objeto se descubrió *mirando no a los ojos sino a las glándulas salivales de la mosca de la fruta, y teniendo en cuenta los diagramas de Voronoi*. El resultado del citado estudio reside en el hecho, comprobado, de que ***las células epiteliales adoptan la forma escutoidal bajo ciertas circunstancias: en los epitelios, las células pueden empaquetarse de forma tridimensional como escutoides, facilitando la curvatura de los tejidos***. El análisis detallado de diversos tejidos confirma que la generación de intercalaciones apico-basales entre las células es *una característica común durante la morfogénesis*. Según principios biofísicos, los escutoides hacen posible ***la minimización de la energía del tejido y estabilizan el empaquetamiento tridimensional***. Así, se llega a la conclusión que los escutoides son *una de las soluciones de la naturaleza* para lograr la flexión epitelial, abriendo el camino para entender *la organización tridimensional y el moldeo de los órganos durante el desarrollo*.

Si lo mencionado no fuera suficiente, apareciendo demasiado teórico o matemático, pueden contemplar como un grupo de científicos entre Escocia y Sudáfrica, dirigido por Andrew Forbes (2019), mirando atentamente el interior de un láser, encontraron los fractales, algo que se había sólo predicho en 1998. Es decir, por 20 años nadie estaba mirando donde suceden las imágenes, porque nadie imaginaba que el patrón fractal podría existir en forma tridimensional. Por primera vez, se demuestra que en el proceso de crecimiento de la naturaleza intervienen (y pueden adoptarse) los sistemas utilizados anteriormente en campos estadísticos y aplicaciones en áreas tales como gráficos por computadora, epidemiología, geofísica y meteorología.

Esto resulta ser un rastro fundamental para el desarrollo del ***Modelo Paramétrico Natural***, porque, después de todo, a veces el cambio ya existe, nada más estamos mirando el lugar equivocado.

¹⁰³ De acuerdo con Clara Grima el término escutoide se acuñó en forma de broma por el apellido del director de la investigación, Luis M. Escudero, dado que *escudero* en latín es *scutum*, empezaron a decirle *escutoide*, y para cuando finalizó la investigación ya consideraban el término oficial; sin embargo, como además la figura guarda un parecido con *el escutelo del tórax en algunos insectos*, como los *escarabajos de la subfamilia Cetoniinae*, fue ésta estructura la que señalaron en la publicación formal como origen del nombre.

2. De la biofactura a la Parafactura

Con una frecuencia cada vez mayor, la arquitectura se aproxima y se cruza con la biología para resolver sus problemas. Aunque no es muy reciente, sintomático, en este sentido, es el estudio de Katia Zolotovskiy (2012), arquitecta y bióloga, desarrollado por el Massachusetts Institute of Technology. Aquí, Zolotovskiy define la gestión de los procesos de bioconstrucciones¹⁰⁴, separándolos en dos distintos métodos de optimización del diseño y de la fabricación arquitectónica: el *diseño bio-inspirado* y la *biofabricación*.

El término bioconstrucción, siendo de derivación equívoca, puede ser reemplazado por el neologismo *biofactura* que, más bien, sirve como marco conceptual para la experimentación con métodos de diseño y fabricación, utilizando sistemas biológicos ya sea indirectamente, *como fuente de inspiración e información para el diseño (diseño bio-inspirado)*, o directamente, *como producción de material para la fabricación (biofabricación)*.

A. The Polypterus project (diseño bio-inspirado)

Este proyecto se ocupa de los pasos intermedios en la transición del análisis de un sistema biológico al diseño de nuevas aplicaciones protectoras y flexibles, basadas en los principios de diseño del exoesqueleto de un pez antiguo (*Polypterus Senegalus*). La información sobre la estructura y los principios geométricos del diseño del exoesqueleto se recibió de la reconstrucción y el análisis morfométrico de las tomografías de rayos X de la armadura de peces. La salida del proceso analítico se utilizó para la abstracción de formas de escala complejas, su parametrización, ensamblaje y creación de prototipos. El producto final de este proceso es un sistema de diseño paramétrico, basado en reglas, que se utilizará para generar superficies de protección articuladas para geometrías de superficie dadas. El objetivo fue lograr una protección y flexibilidad adaptables con un rendimiento funcional comparable al sistema biológico de origen. Es importante destacar la *clave sistémica de esta metodología*, donde la salida del proceso analítico de la investigación científica es la entrada para el diseño.

¹⁰⁴ Esta definición va más allá de la definición puramente ecológica de uso común. En la presente discusión, hablando de bioconstrucciones, se hace explícita referencia a *los métodos de diseño y procesos que se inventan y desarrollan bajo la influencia de los sistemas biológicos*.

B. *The Xylinus project (biofabricación)*

El segundo proyecto explora nuevos modos de diseño y fabricación al combinar herramientas y tecnologías digitales con sistemas biológicos vivos. El proceso de diseño está controlado por el entorno de crecimiento y se presenta aquí como un entorno de diseño paramétrico. El objetivo principal es diseñar e implementar una técnica de fabricación biológica que utilice bacterias para producir componentes físicos para la arquitectura y productos de diseño. El objetivo más importante detrás del proyecto es utilizar métodos de biología sintética para controlar genéticamente el sistema biológico (la bacteria). Esta dirección se presenta aquí sólo de manera conceptual, con una promesa de desarrollo futuro.

Del “*Polypterus project*” podemos deducir las dos funciones fundamentales del proceso de biofactura: la **codificación** y la **transición**; es decir, como operar la codificación de un elemento, sea natural o artificial, y como transferir los parámetros obtenidos en el sistema análogo. El método utilizado por Zolotovskiy puede proporcionar una guía importante para el desarrollo del **Proceso Paramétrico Natural**. Por ejemplo, el proceso de transición descrito se divide en tres pasos principales:

- *análisis del sistema análogo para identificar los componentes principales y su relación entre sí;*
- *establecer la conexión entre los componentes del sistema y el desempeño funcional, identificando y cuantificando los principales parámetros en juego;*
- *diseño de una nueva aplicación con un rendimiento funcional similar (síntesis).*

El segundo paso incluye la parametrización de la forma de la unidad, los ensamblajes paramétricos en superficies planas y las pruebas de flexión para cuantificar el **comportamiento anisotrópico** de los ensamblajes.

Del “*Xylinus project*” podemos deducir los componentes fundamentales del siguiente proceso: la **fabricación**. Aquí se utiliza la microescala para fabricar objetos a la macroescala. Aunque no sea la relación en la que se basa la presente tesis, este proyecto proporciona el marco teórico y práctico, ya planteados por Kim Eric Drexler (1991) (1992), para fabricar productos en las dos escalas dimensionales. En este sentido, Zolotovskiy propone un enfoque único para la fabricación con sistemas vivos: el proceso de diseño se realiza mediante el control del entorno en el que crecen las bacterias. Las

características del material producido por bacterias están diseñadas a nivel genético. Los pasos del proceso son los siguientes:

- *iniciación del crecimiento del material;*
- *definición de la configuración para el crecimiento como entorno paramétrico;*
- *descripción de experimentos que intentan controlar la forma generada mediante la modificación del entorno de crecimiento;*
- *sugerencia de construcción conceptual de impresora 3d biológica para futuras investigaciones y desarrollos.*

Si es cierto que Zolotovskiy aquí se detiene en un enfoque, por la mitad del proceso, conceptual, es igualmente cierto que, en el campo de la *materia artificial*, o mejor dicho, *inorgánica*, como son los materiales de construcción, tenemos una ventaja, debido al *crecimiento* de la materia, que nos es directamente proporcionado por los procesos geométricos fractales de la naturaleza, sin molestar la materia orgánica, viva, sino sólo aplicando sus características mediante un proceso de analogía.

Por este motivo la biofactura es suplantada por el término *Parafactura*¹⁰⁵, que describe de forma más completa el marco conceptual de la presente disertación. De hecho, se experimentará con métodos de diseño, proceso y fabricación que se inventan y desarrollan bajo la influencia de los sistemas naturales en general, y no sólo de los sistemas biológicos.

El prefijo *para-*, es un extranjerismo derivado del griego παρά-, pará: ‘al margen de’, ‘junto a’ o ‘contra’ (ya hemos visto que el término *factura* se refiere al hacer). Por eso, la *Parafactura* indica que el tipo de método que se requiere utilizar se pone *en antítesis con los métodos tradicionales de diseño y fabricación de la arquitectura, que siguen aplicando normas y cánones enraizados y congelan el progreso hacia nuevos modelos.*

¹⁰⁵ No obstante, las investigaciones en el campo de la biología se están direccionando hacia la creación de sistemas biológicos inorgánicos, el término biofactura podría generar todavía equivocaciones con respecto al tipo de inspiraciones que se requiere lograr. De hecho, el tipo de diseño y fabricación que se desea alcanzar se inspira tanto en la construcción atómica y molecular de la naturaleza como en la materia inorgánica, sin incomodar a los seres vivos. De aquí la necesidad de rectificar la terminología.

3. Proceso de Parafabricación

La definición del proceso de Parafabricación correcto es fundamental para plasmar el Modelo Paramétrico Natural. Este proceso consta de dos funciones distintas pero relacionadas: codificación y transición. La codificación es la parte de la programación que procesa un código, es decir, el algoritmo de relación entre la nanofabricación y la macrofabricación. La transición, por otro lado, es la parte de la programación que tiene la obligación de transferir el código algorítmico a la escala relativa y opuesta a la de derivación del código generativo (**Imagen 8**).

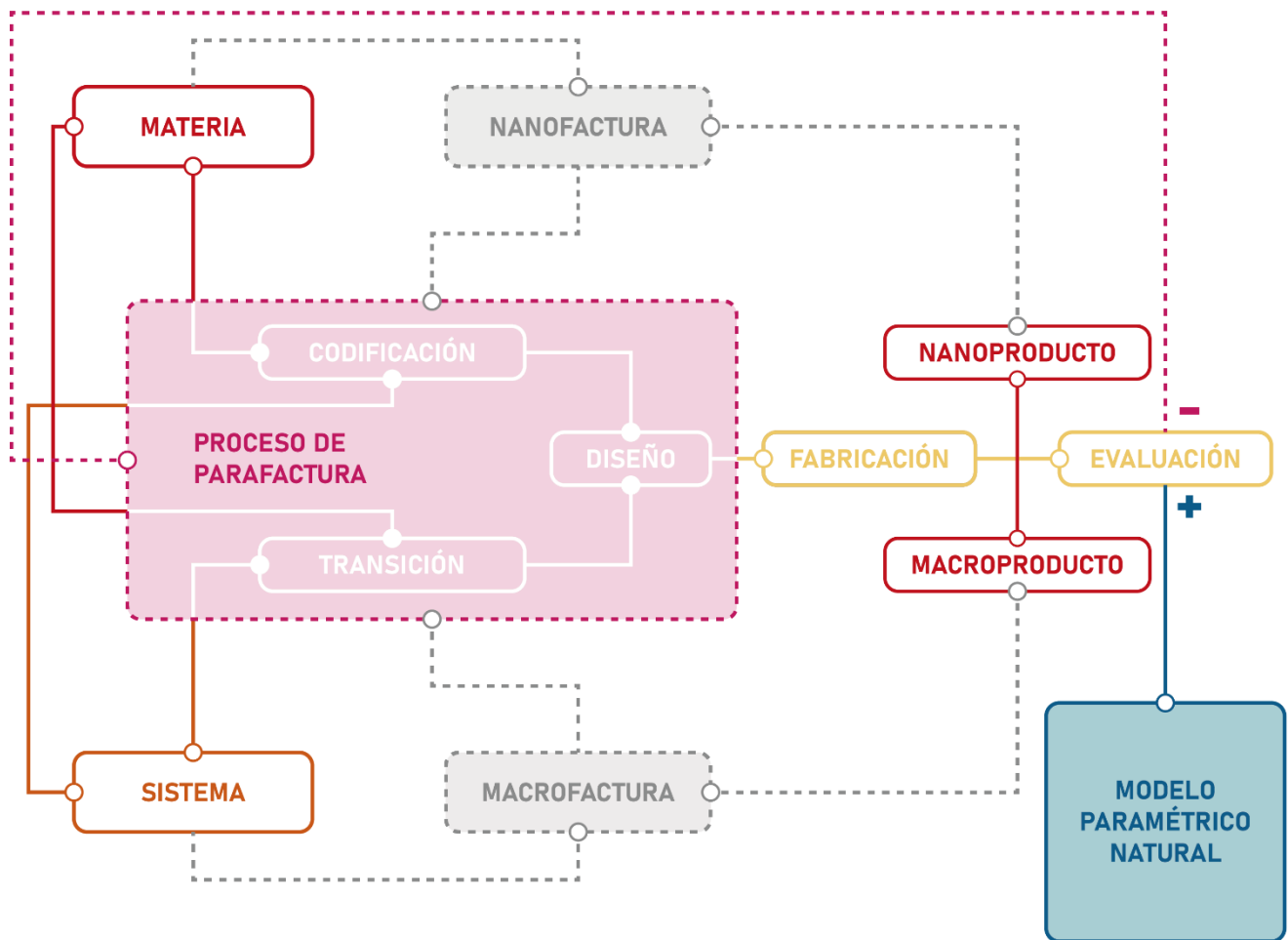


Imagen 8. Modelo causal de aproximación al Modelo Paramétrico Natural [elaboración propia]

Las dos funciones son la base, dentro del proceso de Parafabricación, del diseño de la materia en la doble escala. Al abandonar el proceso de programación y diseño, se ingresa a la fase de fabricación de los productos en las escalas métricas relativas, paso que permite la evaluación posterior del producto.

Dependiendo de la respuesta, se procederá a confirmar el Modelo Paramétrico Natural o, viceversa, regresaremos al área de programación para mejorar el sistema.

El proceso de Parafactura es el contenedor en el que intervienen las variables.

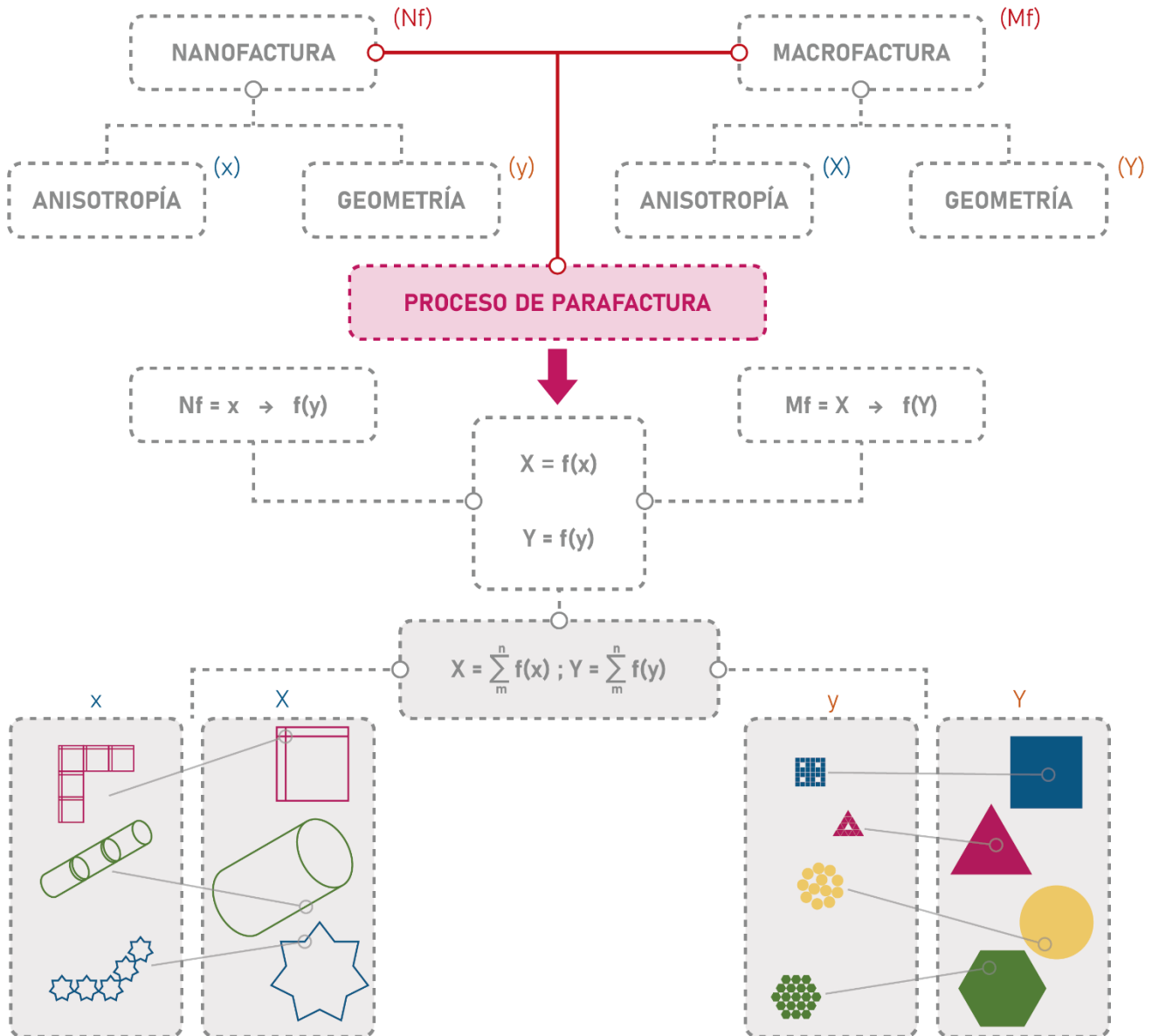


Imagen 9. Proceso de Parafactura: algoritmo generativo básico [elaboración propia]

Geometría y anisotropía son las dos *variables interdependientes* en las dos escalas (nano y macro) que se quieren manipular. Son cuanti-cualitativas dependiendo de los factores que queramos condicionar en cada aplicación posible del modelo. Esta manipulación entrelazada sólo se puede lograr mediante el uso de un algoritmo generativo, relacionado a las dos escalas, procesado mediante

programación recursiva, iterativa y/o de crecimiento. La función factorial (o de suma) que se deriva es el núcleo para la codificación de la parataxis entre la nanofactura y la macrofactura (**Imagen 9**).

En el diagrama se empiezan a establecer las funciones esenciales de cálculo del algoritmo generativo básico, aquellas a las que aplicaremos y experimentaremos con las leyes paramétricas y fractales de la naturaleza, deduciéndolas de la nanofactura o de la macrofactura.

La forma en que la geometría y la anisotropía se manipulan en la nanoescala devuelve propiedades particulares de la materia a la macroescala.

Debido a lo anterior, manipulando nuestras variables interdependientes, tendremos, como consecuencia, una *variable dependiente*: la *propiedad específica* de la materia y del objeto en las dos escalas (nano y macro, respectivamente).

Para apoyar la evaluación de la intervención de la anisotropía y de la geometría en la caracterización de la forma/función, podemos construir dos índices relativos a las dos variables: el *índice de anisotropía* y el *índice de geometría*. De esta manera, tendremos un valor de referencia para estimar la respuesta anisotrópica y geométrica del material que deseamos producir.

La función asumida por una determinada forma, configurada de acuerdo con los procesos expuestos, será nuestro principal *indicador* del efecto del proceso de Parafactura en el producto fabricado.

4. Protocolo Paramétrico Natural

El Protocolo Paramétrico Natural permite infinitos diseños e interacciones entre materia y arquitectura en los dos caminos posibles: ascendentes y descendentes. *El proceso de Parafactura, una vez ejecutado dentro del sistema diseñado por el modelo causal, proporciona las características que configuran el producto para la fabricación y las pruebas subsiguientes.*

A. Hipótesis preliminar

Como ya mencionado, la nanotecnología en arquitectura es un problema de diseño: *la parataxis entre nanofactura del material y macrofactura de la construcción permite generar estructuras arquitectónicas más resistentes, ligeras, ahorro de materia en el proceso de producción e incorporación de funciones específicas en su propia forma.* Por esto, generar una nueva especie de arquitectura necesita un diferente *protocolo de diseño y fabricación de la materia*, que debe ser probado a través de evaluaciones de laboratorio.

Este *Protocolo Paramétrico Natural* se prueba con una hipótesis nula y una hipótesis alternativa, además de ser utilizado para la elaboración de un modelo matemático que permite el diseño en minimización y maximización a través de programación no lineal (*Modelo Paramétrico Natural*). Este ejercicio sirve para encontrar *una geometría básica, su crecimiento y desarrollo cristalino hasta la ocupación de un mayor espacio* (proceso ascendente, de la nanofactura a la macrofactura), a partir de la geometría de unos componentes de la tierra cruda (alúmina y silicatos).

Por eso, la hipótesis de trabajo es: *la fabricación de un material cerámico-polimérico nanoestructurado, de baja densidad, construido según el Protocolo Paramétrico Natural y el diseño generado por el Modelo Paramétrico Natural, devuelve un desempeño mecánico mejorado en comparación con materiales análogos, debido a la estricta relación entre la estructura de la materia y su crecimiento fractal.*

B. Objetivos

Por la misma cuestión, la investigación propone el objetivo de: codificar paraméricamente la relación de interdependencia (parataxis) entre nanofactura y macrofactura, comprobando experimentalmente el protocolo y el Modelo Paramétrico Natural a través de la fabricación de un

material que enriquezca el sistema constructivo, o viceversa. Este objetivo general se puede resumir en tres fases fundamentales:

- planteamiento del protocolo de diseño y fabricación de la Arquitectura Paramétrica Natural (el método que se utiliza es antitético a los métodos tradicionales de diseño y fabricación, que no permiten un progreso hacia nuevos modelos);
- definición del modelo matemático que optimice la funcionalidad del material en su relación forma/estructura;
- fabricación a través de nanoimpresión 3D (en detalle: litografía de dos fotones y ALD) un material cerámico-polimérico matemáticamente inspirado en la geometría de sus componentes matéricos (alúmina y silicatos).

C. Relación entre hipótesis, objetivos y variables

La nanofactura es una cuestión de organización y gestión de la materia acercándose a la escala de átomos y moléculas. Al ser capaz de manipular, siempre con mayor precisión, la materia a esta escala, se construyen la forma y las propiedades específicas de un material.

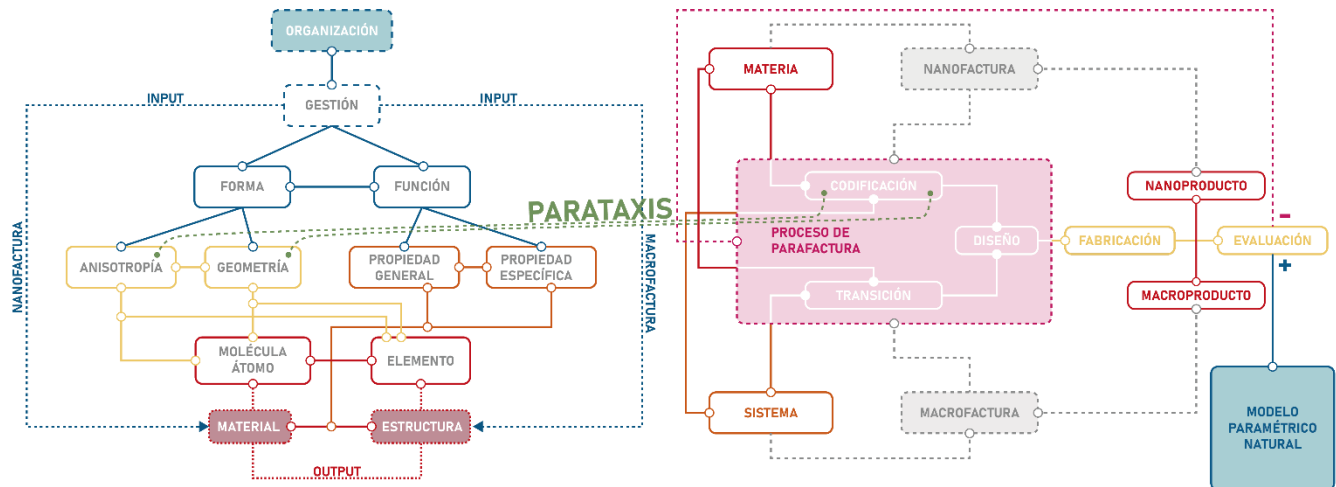


Imagen 10. Intervención de las variables en la parataxis [elaboración propia]

Además, relacionando la nanoestructura a la macroestructura de la arquitectura, a través de iteraciones fractales, a lo largo del proceso constructivo, se generan: ahorro de material, energía, funcionalización del material que se aligera sin perder sus capacidades mecánicas y físicas, de hecho potenciando el material, y además incorporando funciones específicas en la misma forma de la arquitectura.

Precisamente, el Protocolo Paramétrico Natural traza la relación entre la hipótesis de trabajo y los objetivos que se pretenden alcanzar, manipulando las variables interdependientes geometría y anisotropía, partes constituyentes de la forma (**Imagen 10**).

Aplicando el caso específico de estudio, se seleccionó un material con el cual trabajar para comprobar la hipótesis: la tierra cruda. Claramente, dentro del abanico de elementos que componen la tierra cruda, se aislaron los dos elementos más importantes para inferirlos desde la nanoescala hasta la macroescala: alúmina y silicatos. Estos dos elementos, una vez aislados, fueron codificados en sus estructuras geométricas, respectivamente octaédrica y tetraédrica y, a través de una transición fractal, el diseño fue llevado a la macroescala, en un proceso ascendente.

Entonces, el diseño, resultado de un modelo matemático (nombrado Modelo Paramétrico Natural), será así fabricado a través de técnicas de impresión a la nanoescala que reciben este algoritmo en forma de modelos geométrico de estereolitografía (archivos .STL). Considerado que el modelo matemático tenía el objetivo de relacionar las dos variables interdependientes con las variables dependientes (resistencia, contenido de aire y ligereza del material), estos datos resultan ser los objetivos específicos que se pretende alcanzar con la fabricación del material, con el fin de validar el modelo matemático y el protocolo de diseño y fabricación.

Sin embargo, regresando al primer paso considerado, es decir, el diseño del material en las dos escalas dimensionales, de acuerdo con las funciones de codificación y transición, podemos evaluar el modelo propuesto definiendo las hipótesis nulas y alternativas.

En este ejercicio proyectivo, será de apoyo la idea preliminar de encontrar *una forma básica de geometría, crecimiento y desarrollo cristalino hasta la ocupación de un mayor* (proceso ascendente, desde la nanofactura a la macrofactura) *o menor* (proceso descendente, desde la macrofactura a la nanofactura) *espacio*.

5. Evaluación del modelo

A. Evaluación del protocolo

Para evaluar adecuadamente el protocolo planteado, debemos identificar la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_1). La hipótesis nula, que invalida esta propuesta, es que el protocolo formulado no devuelve ningún producto mejorado ($H_0 = N_f \cap M_f = P$; donde N_f = nanofactura, \cap = parataxis, M_f = macrofactura, P = producto sin mejoras). La hipótesis alternativa, que valida el protocolo, es que la correcta parataxis devuelve un producto con propiedades específicas simultáneas ($H_1 = N_f \cap M_f = P^{+++}$; donde P^{+++} = producto con mejoras).

Para este propósito, se construye una primera tabla de contingencia (Tabla 1). En las dos columnas evaluaremos los dos tipos de proceso de producción, el tradicional y el propuesto en el nuevo protocolo; en las dos líneas, informaremos el número de procesos que devuelven productos con propiedades específicas simultáneas.

propiedades específicas simultáneas	$N_f \cap M_f$	$N_f \cap M_f$	
si	25 (a)	48 (b)	73
no	75 (c)	2 (d)	77
	100	50	

Tabla 1. Tabla de contingencia de evaluación de los procesos de producción de la materia [elaboración propia]

Realizamos una primera evaluación a través del coeficiente de asociación de Yule Q:

$$Q = \frac{(a \times d) - (b \times c)}{(a \times d) + (b \times c)} = \frac{50 - 3,600}{50 + 3,600} = -0.97$$

Q = -0.97 nos indica que las variables analizadas muestran una asociación negativa casi perfecta entre los atributos, es decir, existe una fuerte relación entre el protocolo para el diseño óptimo de la arquitectura y las propiedades específicas simultáneas obtenidas a través del proceso de producción.

Por lo tanto, podemos verificar su correlación con el número de atributos totales obtenidos del análisis (resultados en columnas y líneas), utilizando el coeficiente de correlación de Spearman Φ :

$$\Phi = \frac{(a \times d) - (b \times c)}{\sqrt{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}}$$

$$\Phi = \frac{-3,550}{\sqrt{(73)(77)(100)(50)}} = -0.67$$

De la correlación deducimos que los dos procesos son *más bien discordantes que independientes*; es decir, en el proceso de manufactura tradicional no se explota el potencial de producción de la materia arquitectónica que, en cambio, se destaca en el protocolo para el diseño óptimo propuesto.

B. Evaluación de las variables

Las variables escogidas fueron observadas en su comportamiento en naturaleza: de hecho, la geometría y la anisotropía tienen un comportamiento paramétrico, incluso si no logra ser perfecto, en la construcción de los sistemas cristalinos¹⁰⁶. Estas dos variables determinan el crecimiento cristalino de la materia según el Protocolo Paramétrico Natural (el protocolo de diseño y fabricación propuesto para una Arquitectura Paramétrica Natural). Para evaluar la correlación entre las variables se realiza un *análisis de varianza y covarianza* básicas de los 7 sistemas cristalinos (**Imagen 11**) existentes en la naturaleza (recordando que la parataxis entre nanofactura y macrofactura, inspirada en la macroescala, puede incluir muchas otras estructuras arquitectónicas cristalinas y hieráticas).

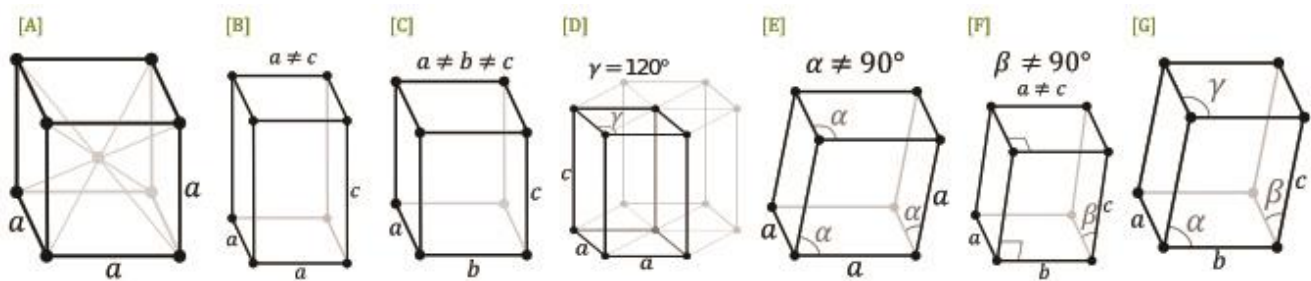


Imagen 11. Sistemas cristalinos: [A] cúbico [B] tetragonal [C] ortorrómbico [D] hexagonal [E] trigonal [F] monoclinico [G] triclínico [elaboración propia]

¹⁰⁶ Un sólido cristalino se construye a partir de la repetición en el espacio de una estructura elemental paralelepípeda, denominada celda unitaria. En función de los parámetros de red, es decir, de las longitudes de los lados, o ejes del paralelepípedo elemental, y de los ángulos que forman, se distinguen siete sistemas cristalinos y se dividen en: cúbico, hexagonal, tetragonal, trigonal, rómbico, monoclinico y triclínico.

En la siguiente tabla evaluaremos la eficiencia de las dos variables para cada sistema cristalino en forma de rangos (**Tabla 2**), a través de un índice de anisotropía¹⁰⁷ y un índice de geometría¹⁰⁸ que resumen todos los parámetros, que son tanto cualitativos cuanto cuantitativos, de las dos variables.

sistemas cristalinos	índice de anisotropía	índice de geometría	d	d ²
<i>A</i>	1.17	4	-2.83	8.01
<i>B</i>	2.33	1	1.33	1.77
<i>C</i>	3.5	3	0.50	0.25
<i>D</i>	4.67	2	2.67	7.13
<i>E</i>	2.67	6	-3.33	11.09
<i>F</i>	4.67	5	-0.33	0.11
<i>G</i>	7	7	0.00	0.00
<i>N=7</i>			Σ	28.35

Tabla 2. Tabla de contingencia de evaluación de las variables [elaboración propia]

Calculando el coeficiente de Pearson para conocer el tipo de correlación entre las dos variables, obtendremos:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6(28.35)}{7(48)} = 0.494$$

Este resultado indica que las dos variables, anisotropía y geometría, tienen, ya en la naturaleza, un comportamiento concordante y sustancialmente independiente.

Para los fines del protocolo, es un resultado interesante, ya que emerge como una conclusión preliminar con el fin de validar la hipótesis alternativa, rechazando la hipótesis nula, ya que al principio

¹⁰⁷ El índice de anisotropía se construye esencialmente sobre la complejidad de los ángulos que caracterizan tanto cada sistema cristalino (observando la capacidad simétrica y asimétrica de cada estructura) cuanto los ángulos que respectivamente dos de los ejes cristalográficos rodean, ponderada con las posibilidades cualitativas de los ejes cristalográficos y su relativo orden.

¹⁰⁸ El índice de geometría se construye a través de los parámetros geométricos (cual complejidad del volumen y de las superficies), las constantes de las estructuras, las longitudes de los ejes cristalográficos y redes de Bravais. Una red de Bravais (físico francés A. Bravais) es un arreglo infinito de puntos discretos con un ordenamiento y orientación, que parece exactamente la misma, desde cualquier punto de observación. En 1848 el físico e mineralogista francés Auguste Bravais (1811-1863) descubrió que sólo hay 14 redes únicas en los sistemas cristalinos tridimensionales, algunas de las cuales son: primitiva, centrada en el cuerpo, centrada en las caras, centrada en las bases, romboédrica primitiva, hexagonal R-centrada, entre otras.

se ha planteado la idea de la *interdependencia* de las dos variables en las dos escalas de producción métrica. La covarianza, derivada de la tabla de contingencia anterior, confirma el resultado con un valor de $COV_{(x,y)} = 1.597$ que, en comparación con la desviación media cuadrada, devuelve un valor de correlación $\rho_{xy} = 0.45$.

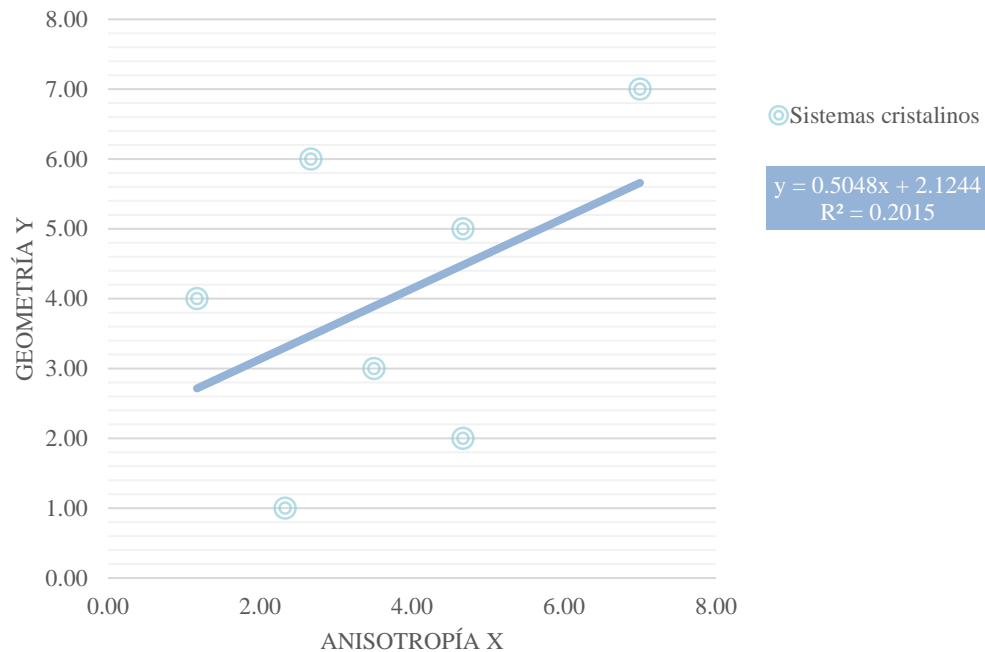


Gráfico 1. Diagrama de regresión [elaboración propia]

La regresión, que se muestra en el diagrama relativo (**Gráfico 1**), nos habla de una proporcionalidad entre las variables que en la naturaleza no es propiamente aprovechada. Esta también es una segunda conclusión preliminar sugestiva, en cuanto el Protocolo Paramétrico Natural surge de la necesidad de perfeccionar la construcción de la materia arquitectónica, relacionando la nanoescala con la macroescala.

6. Conclusiones preliminares

El protocolo planteado es un instrumento confiable para el diseño óptimo de la arquitectura, sin desperdicio de materia y sin subordinación de un componente sobre otro; es decir, es posible eliminar la producción de residuos del proceso de manufactura de la arquitectura y, además, obtener una arquitectura de alto rendimiento. Esto se debe a la posibilidad, mediante la adopción y aplicación del protocolo descrito, de producir materiales integrados en sistemas de construcción relacionados geoméricamente con ellos, que incorporan propiedades simultáneas específicas.

De hecho, el Protocolo Paramétrico Natural es un potenciamiento del protocolo tradicional de producción arquitectónica, proporcionando las mejoras evaluadas dentro de un proceso eficiente. Este es el caso del crecimiento cristalino, la base del algoritmo generativo de la materia en el Modelo Paramétrico Natural. Las variables de gestión seleccionadas son las más apropiadas para el desarrollo del proceso de construcción de la materia para futuros experimentos en el campo de la parataxis.

El Proceso Paramétrico Natural, es decir, el protocolo para el diseño óptimo de la materia basado en la parataxis entre la nanofactura y la macrofactura, en el campo arquitectónico, proporciona los parámetros de este novedoso concepto de diseño y fabricación.

Con esta herramienta se podrán producir *prototipos de materiales de derivación natural* (en el caso específico se fabrica un material cerámico-polimérico nanoestructurado), *con características técnicas mejoradas en el modelo constructivo interrelacionado, generado según las establecidas reglas de parataxis.*

Los productos antes descritos se basan en un aparato teórico bien definido y amplio; un marco que incluye una serie de propuestas de corto y largo alcances:

- ✓ *la nanofactura de materiales con bajo impacto ambiental (tierra cruda o arcilla), para macrofactura de edificios con desempeños mejorados, propiedades específicas, difusión y accesibilidad universal a bajo costo y ejecución de arquitecturas estrechamente relacionadas a la geología de las áreas e íntimamente ligadas al territorio (km cero);*
- ✓ *arquitecturas tecnológicamente eficientes al alcance de todos, con un impacto ambiental nulo o insignificante y compuestas de materiales que se pueden reciclar y/o reinsertar en la naturaleza una vez que finaliza la vida útil del edificio;*

- ✓ *un cambio de rumbo en el diseño de la arquitectura y en el mercado de la construcción, que abra la puerta a una nueva especie de arquitectura con sus propias bases en la nanotecnología, la física cuántica y la ingeniería molecular: arquitecturas capaces de autodesarrollo, autorregulación, autodiagnóstico y autoreparación;*
- ✓ *la apertura a un debate constructivo sobre el papel del arquitecto y la arquitectura en el uso y desarrollo correctos de las nanotecnologías, que también estimule la producción de un cuerpo legislativo específico y la implementación de los procesos de verificación y control de la toxicidad de estos nuevos materiales.*

MODELO PARAMÉTRICO NATURAL



*“El gusto por las matemáticas:
la suma de los ángulos de un triángulo
es igual a dos ángulos rectos.
La poesía debería ser así.”¹⁰⁹*

Patrick Deville

¹⁰⁹ Deville, P. (2012). *Peste y cólera*. Barcelona, ES: Ed. Anagrama [traducido por José Manuel Fajardo].

1. De la teoría¹¹⁰ a la arquitectura

El Protocolo Paramétrico Natural nos ha llevado a plantear algunas hipótesis que hemos estado trabajando. De hecho, hemos visto que la teoría es viable, rechazando la hipótesis nula que fundamentalmente refleja el pensamiento de los escépticos: ¿Y si la teoría y el protocolo no devuelven ningún producto mejorado?

El escepticismo necesariamente se derrumba ante la perfectibilidad de la naturaleza. La naturaleza se puede mejorar en sus construcciones. A lo largo de la historia esto siempre ha sido el objetivo principal de los arquitectos, que han utilizado códigos, sucesiones, números “mágicos”¹¹¹, analogías y modelos para imitar la naturaleza. Pero, hasta hoy, no han entendido su *perfección imperfecta* que logra la muerte para transformar la materia en algo que sustente la naturaleza que sigue. Por lo contrario, los hombres quieren lograr la inmortalidad a través de la tecnología y de sus obras, jugando a ser dioses y perfeccionando la *creación divino-matemática*.

Esto hasta que, en el periodo del Boom Económico¹¹² la *edilicia* se impuso a la arquitectura, dando poder a los constructores y relegando a los arquitectos a una posición subordinada: la principal

¹¹⁰ Una teoría (del griego θεωρία - theōría) es un sistema lógico-deductivo constituido por un conjunto de hipótesis comprobadas, un campo de aplicación (de lo que trata la teoría, el conjunto de cosas que explica) y algunas reglas que permitan extraer consecuencias de las hipótesis. En general las teorías sirven para confeccionar modelos científicos-matemáticos que interpreten un conjunto amplio de observaciones, en función de los axiomas o principios, supuestos, postulados y consecuencias, todos convergentes en la teoría.

¹¹¹ Realmente no existen los números mágicos. Más bien, a lo largo del tiempo, se han reconocido en la naturaleza números recurrentes como el número áureo ϕ , el número de Euler e , o constante de Napier, el número π , todos números irracionales que no pueden ser expresado como una fracción m/n , donde m y n sean enteros y n sea diferente de cero. Más precisamente representan cualquier número real que no es racional, y su expresión decimal no es ni exacta ni periódica: un decimal infinito (es decir, con infinitas cifras) aperiódico, como $\sqrt{7} = 2,645751311064591$, es la imposibilidad de representar dicho número como razón de dos números enteros.

Hasta la física nuclear tiene sus propios números mágicos: un número de nucleones (ya sean protones o neutrones) de un núcleo atómico que otorgan mayor estabilidad al mismo frente a la desintegración nuclear. Por ejemplo, los siete números mágicos más reconocidos al año 2007 fueron 2, 8, 20, 28, 50, 82, y 126 (secuencia A018226 en OEIS). Los núcleos atómicos, que contienen tales números mágicos de nucleones, tienen una media más alta de energía de enlace por nucleón comparado con lo que se había predicho, como la fórmula de la masa de Bethe-Weizsäcker, y son por lo tanto más estables frente a la desintegración nuclear. En cierta medida, los números mágicos de protones se corresponden al máximo de la abundancia solar de elementos.

¹¹² Se denomina *Edad de oro del capitalismo* o *Años dorados* - conocido en francés como *Trente Glorieuses* o *Treinta Gloriosos*, y en alemán como *Nachkriegsboom* o *Boom de la posguerra* - al período socioeconómico transcurrido desde el final de la Segunda Guerra Mundial en 1945 hasta la crisis del petróleo de 1973. El mismo estuvo caracterizado por dos procesos: el crecimiento económico nunca antes alcanzado y el enfrentamiento entre las dos grandes potencias, Estados Unidos y Unión Soviética, en el marco de la Guerra Fría. Esta fue una de las razones por las que la expansión del capitalismo fue acompañada de una fuerte presencia del Estado, otorgando importancia a cuestiones sociales. En la posguerra se acentuó la tendencia intervencionista del Estado que había comenzado a desarrollarse en la década de 1930 y

necesidad era producir casas, reconstruir las ciudades, y realmente no importaba el *cómo* si no el *cuándo*. Se necesitaba velocidad y economía para maximizar las entradas de los inversionistas, y se pudieron sacrificar las condiciones propias de la arquitectura que residen en el campo de la experimentación.

Esta es una crisis que dura, en arquitectura, desde hace casi un siglo, y lentamente decretó la degradación del arquitecto a un simple obrero de la construcción, en el mejor de los casos; en el peor, a simple diseñador o buscador de una estética arquitectónica superficial, privada de su sentido técnico y tecnológico. No es un caso que Mies van der Rohe, en 1950, afirma que *“alguna gente está convencida de que la arquitectura quedará anticuada y será reemplazada por la tecnología...[omissis]...Es cierto que la arquitectura depende de hechos, pero su verdadero campo de actividad se encuentra en el terreno de la transcendencia. Espero que entiendan que la arquitectura no tiene nada que ver con la invención de formas. No es un campo de juegos para niños, jóvenes o mayores. La arquitectura es el verdadero campo de batalla del espíritu. La arquitectura escribió la historia de las épocas y dio a éstas sus nombres. La arquitectura depende de su tiempo. Es la cristalización de su estructura interna, el lento despliegue de su forma. Ésta es la razón por la que la tecnología y la arquitectura están tan estrechamente relacionadas. Nuestra verdadera esperanza es que crezcan juntas, que algún día una sea la expresión de la otra. Sólo entonces tendremos una arquitectura digna de su nombre: una arquitectura como símbolo verdadero de nuestro tiempo”*.¹¹³

Hoy en día, estas palabras proyectan un grito desesperado de la arquitectura que estaba perdiendo sus valores y que Mies van der Rohe había entendido con mucha antelación. Lo que queda claro, porque el pasado es inamovible, es que la arquitectura necesita alcanzar los tiempos actuales. Hemos visto como también en el campo de la física, así como en el campo de la bioingeniería y miles de otros terrenos del conocimiento, se construyen planteamientos derivados de imágenes propias de la

que dio forma al *Estado de Bienestar*. El Estado, en los países occidentales, asumió tareas activas en relación con las posibilidades de incidir directamente sobre la actividad económica, en cuestiones como el nivel de empleo, de demanda y de inversión, para asegurar las condiciones de reproducción del sistema capitalista. Uno de los nuevos y más destacados rasgos de la economía fue la producción a bajo costo de una enorme y diversificada cantidad de bienes, a raíz del desarrollo de nuevas tecnologías y la introducción de métodos de producción más eficientes. La consecuencia fue la necesidad de dar salida a estos excedentes de producción, para cual el desarrollo de la publicidad condujo a la consolidación de la llamada *sociedad de consumo*. En este período, Estados Unidos se consolidó como la principal potencia mundial y a su vez, países como los de Europa Occidental y Japón registraron altísimas tasas de crecimiento. Por otro lado, la concentración de los beneficios del desarrollo industrial de estos países condujo a un incremento de las desigualdades con los subdesarrollados del hemisferio sur. A pesar de que iniciaron el proceso de industrialización no pudieron desprenderse de la dependencia de las exportaciones de materias primas y alimentos.

¹¹³ Architecture and technology, en Arts and Architecture, 10, (1950). En *Conversaciones con Mies van der Rohe* (2008, pp. 6-7). Barcelona, ES: Ed. Gustavo Gili SL [traducido por Moisés Puente].

arquitectura. Mientras nos imitan, nosotros, arquitectos, ¿Qué estamos haciendo al respecto? Muchos trabajos diferentes para sobrevivir, nos volvimos albañiles o plomeros, cocineros, conductores de uber... nada en contra, pero estamos olvidando como impulsar y gestionar nuevas arquitecturas. Es inútil esconderse. Estamos construyendo mal, muy mal en general, pero me limitaré a lo que me preocupa: *el uso de la nanotecnología en arquitectura*. En el mejor de los casos se utiliza en una dosis alrededor del 15%, como ingrediente adicional y mejorador de algunas características de las construcciones y materiales (**Imagen 12**).

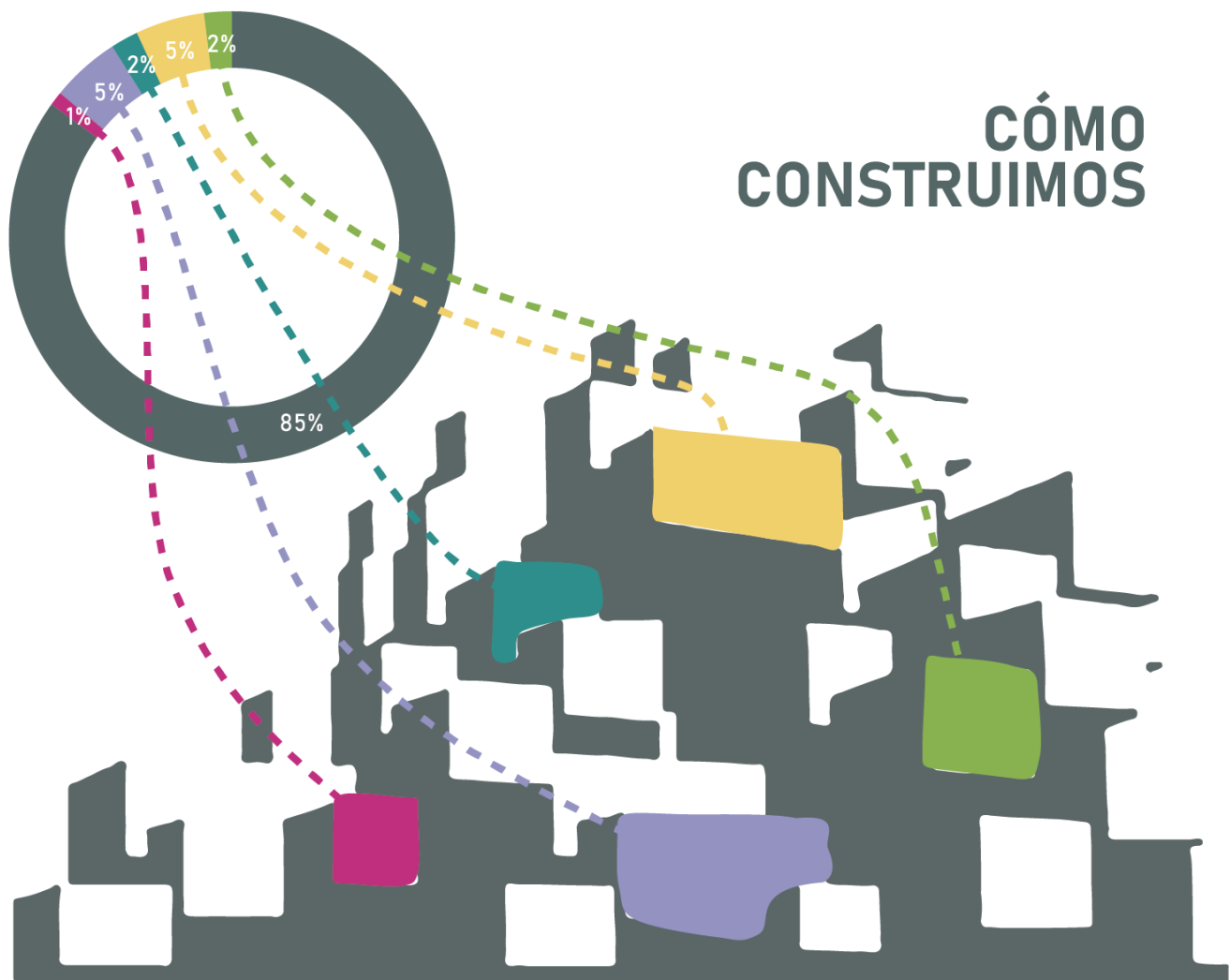


Imagen 12. ¿Cómo estamos construyendo? [elaboración propia]

El reporte 2018 de ProMéxico acerca de un análisis global del uso de nanotecnologías en los diferentes mercados nos deja un dato trascendental: *aproximadamente el 40% de los productos nanotecnológicos producidos mundialmente se utilizan en el campo de la electrónica*. Es precisamente en este campo que podemos reconocer la tasa más alta de cambio paradigmático: cada año, a veces

cada seis meses, nos enfrentamos a una reducción de los dispositivos electrónicos, a un desempeño más eficaz de estos equipos, a nuevas propiedades y funcionalidades de sus componentes con consecuentes resultados en el rendimiento de sus aplicaciones. Mientras, en el campo de la “construcción” *se utiliza nada más el 8% de estos productos*; esto nos confirma, claramente, que la nanotecnología se aplica en algunos componentes, raramente, y con resultados que no inciden en la arquitectura, en su ideación, impacto tecnológico y diseño constructivo.

Por eso, y en cambio, necesitamos desprendernos de este estancamiento que sufre la arquitectura. Si no lo hacemos, moriremos profesionalmente y la arquitectura misma no tendrá un futuro. Se debe operar un cambio radical, lo que nos pide el tiempo que vivimos, un tiempo que está desarrollándose en la huella atómica. Por eso, la teoría se hace arquitectura, una Arquitectura Paramétrica Natural basada en la potencia de los números mágicos (**Imagen 13**).

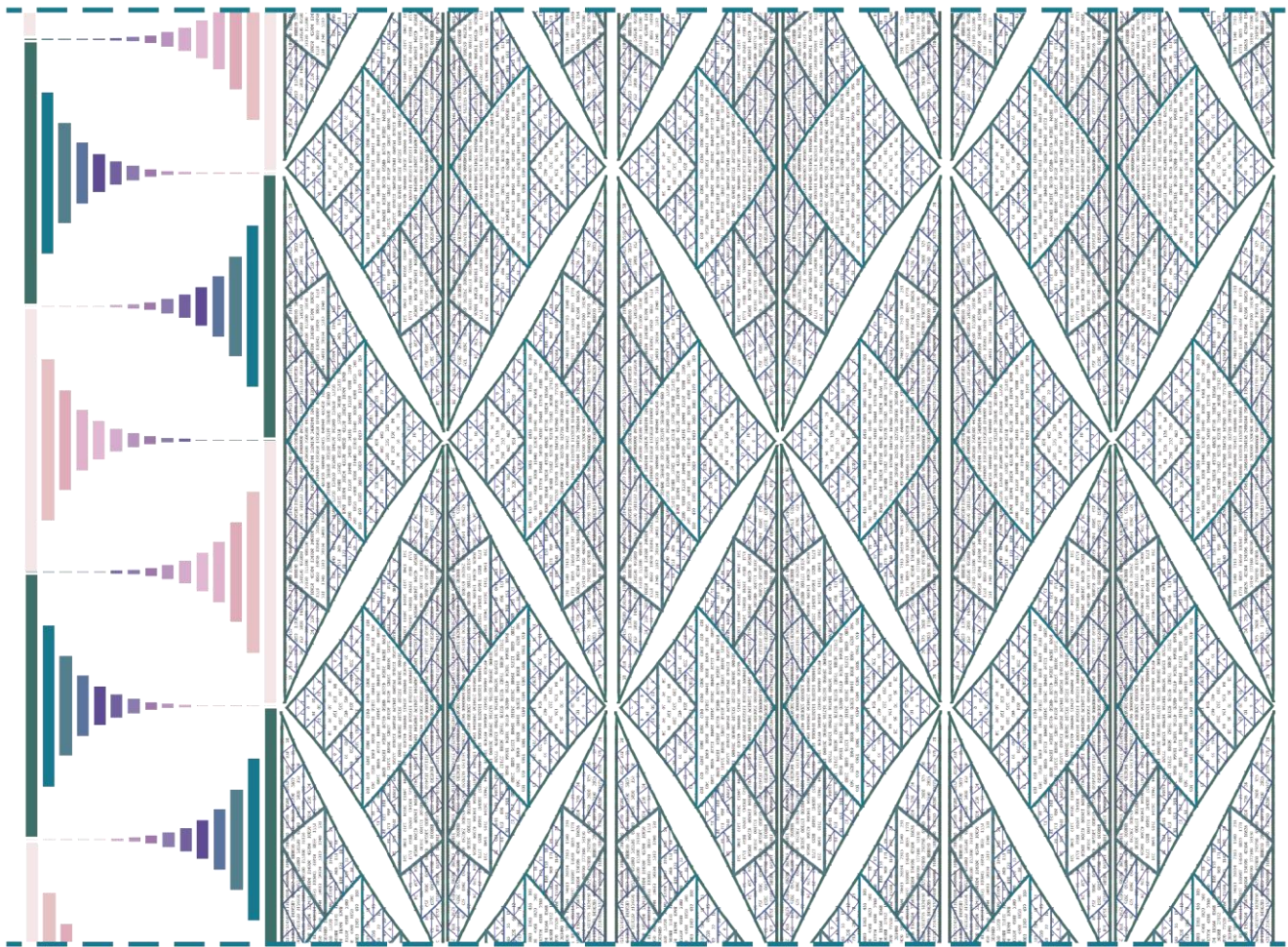


Imagen 13. Nuevo paradigma arquitectónico - interacción Triángulo de Sierpinski / Triángulo de Pascal [elaboración propia]

Esta arquitectura se desarrolla por órdenes fractales, que están contenidos el uno en el otro: el *1er orden fractal*, un *alosiofractal*, componente base y *nanoestructurado* de esta nueva especie de arquitectura que es iterado hasta la *mesoescala*, el *2do orden fractal*, componente intermedio de la *Arquitectura Paramétrica Natural*, que resulta ser el *3er orden fractal*, lo de la *macroescala* (y es evaluada, en la quinta y última parte de la tesis, a través de un ejercicio prospectivo).

Entonces, para llegar a la meta final necesitamos empezar por la hipótesis de trabajo experimental planteada, que define los alcances de la pieza básica de la Arquitectura Paramétrica Natural (el alosiofractal); es decir, *la fabricación de un material cerámico-polimérico nanoestructurado, de baja densidad, construido según el Protocolo Paramétrico Natural y el diseño generado por el Modelo Paramétrico Natural, devuelve un desempeño mecánico mejorado en comparación con materiales análogos, debido a la estricta relación entre la estructura de la materia y su crecimiento fractal.*

2. Observación e iteración

El diseño (con el fin de producir prototipos) del alosiofractal se definió observando y aislando las características específicas de la tierra cruda, materia escogida para, consecutivamente, manipular los datos geométricos-matemáticos y programar una arquitectura multiescalar.

A. Características observadas

Primariamente se definieron los materiales a analizar (alúmina y silicatos): de hecho, se decidió actuar, en la comprobación de la hipótesis de trabajo, a través de un proceso ascendiente¹¹⁴ (desde la nanoescala hasta la macroescala). Esta resulta ser la característica observable, que claramente puede tener un rango de observación bastante amplio si se piensa en todas las formas cristalinas observables en la naturaleza (más si aplicamos los procesos descendientes, en los cuales es posible replicar las formas hieráticas propias de la arquitectura).

Por eso la definición de un material a analizar es determinante y resulta ser una constante de la investigación: de la alúmina se pudo extraer su estructura atómica de tipo octaédrica. Este empaquetamiento¹¹⁵, a nivel atómico, se muestra de tipo denso con una relación de radios¹¹⁶ entre $0.41 \leq r \leq 0.73$ y número de coordinación igual a 6, que determina la disposición de los aniones en las esquinas de un octaedro.

Por lo contrario, los silicatos se construyen, a nivel atómico, por estructuras tetraédricas. Este empaquetamiento se muestra, todavía, de tipo denso con una relación de radios entre $0.22 \leq r \leq 0.41$ y

¹¹⁴ Se recuerda que el Protocolo Paramétrico Natural permite tanto la codificación de patrones geométricos a la nanoescala para ser crecidos hasta la macroescala, así como interpretar patrones geométricos propios de la macroescala para reducirlos a la nanoescala.

¹¹⁵ En cristalografía, el *factor de empaquetamiento atómico* (FEA), en inglés *atomic packing factor* (APF), es la fracción de volumen en una celda unidad que está ocupada por átomos. Este factor es adimensional. Para propósitos prácticos, el FEA de una celda unidad se determina asumiendo que los átomos son esferas rígidas. Con respecto a cristales de un componente (los que contienen un tipo de átomo único), el FEA se representa matemáticamente por:

$$FEA = \frac{N_{\text{átomos}} V_{\text{átomo}}}{V_{\text{celda unidad}}}$$

donde: $N_{\text{átomos}}$ es el número de átomos en la celda unidad; $V_{\text{átomo}}$ es el volumen de un átomo; $V_{\text{celda unidad}}$ es el volumen ocupado por la celda unidad. Matemáticamente se puede probar que, para estructuras de un componente, el valor del FEA del arreglo más denso de átomos es de alrededor de 0.74. En realidad, debido a factores intermoleculares específicos, esta cifra puede ser mayor. Referente a estructuras de componentes múltiples, puede exceder el 0.74.

¹¹⁶ Cuando las estructuras están formadas por dos o más tipos de átomos unidos por enlace iónico, puro o combinado con otros (que es lo más frecuente), los poliedros de coordinación estarán en función de la relación de sus radios. Los principios generales que regulan esta coordinación entre iones son las denominadas Reglas de Pauling. La distancia catión-anión es la suma de los radios de los dos iones y el número de coordinación está determinado por la relación de los radios del catión con respecto al anión.

número de coordinación igual a 4, que determina la disposición de los aniones en las esquinas de un tetraedro (**Imagen 14**).

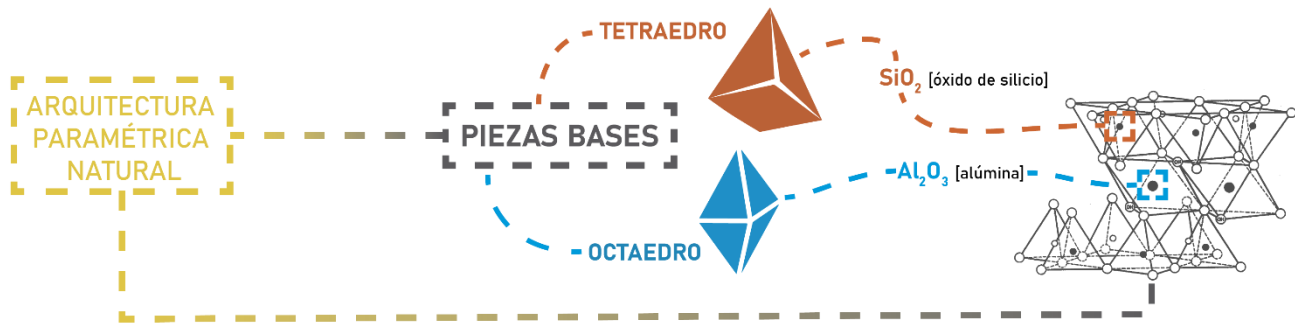


Imagen 14. Observación y manipulación de una estructura cristalina similar a la de la montmorillonita para el diseño de las piezas básicas de la Arquitectura Paramétrica Natural [elaboración propia]

Lo más importante a entender es que las características observadas y medibles no resultan ser las distancias de las diferentes aristas o los ángulos entre ellas, más bien lo que se observa es la relación formal entre los elementos de las estructuras, considerando que éstas serán escalables a cualquier dimensión de la naturaleza a través de impresión 3D. De hecho, las formas resultan geoméricamente compatibles en cuanto se basan en aristas de “iguales dimensiones” y ángulos de 60°.

B. Manipulación

Las estructuras geométricas inferidas de los materiales analizados se describen de forma unitaria. Considerado que, teóricamente, en este tipo de construcciones fractales tridimensionales, tanto el área como el volumen influyen en las características generales y específicas del material, se describe el octaedro a través de las relaciones geométricas de área $A = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$ y volumen $V = \sqrt{2}/3 \cdot a^3$, y el tetraedro a través de las relaciones geométricas $A = \sqrt{3} \cdot a^2$ y $V = \sqrt{2}/12 \cdot a^3$.

Se puede relevar que las dos descripciones geométrico-matemáticas resultan similares. Esto es debido a los coeficientes angulares (seno y coseno del ángulo, lo que se definió anisotropía) que sustancialmente resultan ser iguales para las dos geometrías a combinar.

Estos datos geométricos se manipulan al fin de relacionarlos, en un sistema de **programación no lineal**, con las variables dependientes. La programación no lineal¹¹⁷ es una técnica de modelización

¹¹⁷ La programación no lineal crea modelos a través de ecuaciones no lineales. Sustancialmente deriva de la programación lineal y corresponde a un algoritmo a través del cual se resuelven situaciones reales, en las que se pretende identificar y resolver dificultades para aumentar la productividad respecto a los recursos (principalmente los limitados y costosos), aumentando así los beneficios. Su objetivo primordial es optimizar, es decir, maximizar o minimizar funciones no lineales en varias variables reales con restricciones no lineales (sistemas de inecuaciones no lineales), optimizando una función

matemática usada para obtener una solución óptima a un problema condicionado por unas variables de partida, sujetas a ciertas restricciones. Con este sentido, el modelo matemático es otra constante de la investigación, en cuanto resulta ser una herramienta para la manipulación de las variables individuadas. La solución óptima es la que generalmente maximiza o minimiza la función objetivo. El algoritmo empleado, hasta la fecha, no ha sido utilizado para resolver estos tipos de problemas, es decir, el diseño de la materia; en contra, la programación lineal/no lineal ha sido utilizada para administrar los recursos a disposición. Considerado que uno de los cimientos de la tesis es lograr un ahorro sustancioso de materia en la construcción de la arquitectura, se ha imaginado utilizar este modelo para, precisamente, administrar eficientemente el recurso fundamental que mide el impacto de la arquitectura en el medioambiente.

En detalle, el modelo se construye a partir de las ecuaciones/inecuaciones, es decir, las restricciones del sistema, que relacionan la forma (geometría y anisotropía, o variables interdependientes) de la materia con sus funciones o variables dependientes, con el fin de obtener datos matemáticos acerca de la dimensión fractal a utilizar para llenar el espacio matérico, conforme se amplía la geometría hacia escalas más grandes. Las variables dependientes, es decir, las características esperadas en los materiales a producir, se deducen desde otros estudios que desarrollaron o ejecutaron pruebas sobre materiales análogos. Con más precisión, los datos mínimos o máximos requeridos son los mejores probados para materiales de la misma categoría (materiales a base de tierra cruda).

C. Función crítica

La organización por órdenes fractales se rige en una función crítica que involucra las variables del protocolo, geometría y anisotropía: la ***dimensión fractal***¹¹⁸, un exponente que describe cuán completamente un fractal llena el espacio conforme se amplía el primero hacia escalas más y más finas.

objetivo. Desafortunadamente, todavía no existe una solución para los modelos no lineales (que se resuelven por “trampas” o linealización) y no ha nacido nadie que pueda resolver este tipo de problema matemático. La programación lineal, por esto, se puede definir como el ombligo de la investigación de operaciones. Johann Carl Friedrich Gauss (Brunswick 30 abril 1777 – Gotinga 23 febrero 1855) fue el primer matemático quien resolvió estos tipos de problema de forma eficiente, aplicando la algebra matricial a través de un proceso de eliminación, conocido como eliminación gaussiana o método de reducción por renglones de Gauss (MRRG). De forma efectiva, se plantea como un modelo matemático desarrollado durante la Segunda Guerra Mundial para planificar los gastos y los retornos, a fin de reducir los costos al ejército y aumentar las pérdidas del enemigo. Se mantuvo en secreto hasta 1947, cuando, con la publicación del algoritmo simplex, George Dantzig se convierte en uno de los fundadores de esta disciplina. En la posguerra, muchas industrias lo usarán para su planificación diaria.

¹¹⁸ En geometría de fractales, la dimensión fractal D es un número real que generaliza el concepto de dimensión ordinaria para objetos geométricos que no admiten espacio tangente. No existe una única dimensión fractal sino una serie de dimensiones que, frecuentemente, resultan equivalentes aunque no siempre. Entre estas definiciones está la *dimensión de Hausdorff-Besicovitch*, la *dimensión de empaquetamiento*, la *dimensión de homotecia* y las *dimensiones de Rényi*. Ninguna

Los umbrales de actuación de la función crítica se definen hipotéticamente en un rango desde 10^{-10} m (1 Å) hasta 1 m (o escala arquitectónica visible), es decir, *desde la estructura cristalina de la materia hasta la unidad de la arquitectura*. Precisamente se habla de once unidades de medidas para controlar el diseño y la fabricación de la arquitectura; dentro de estos límites se pueden hallar los *valores diferenciales* de la arquitectura así como de sus piezas básicas, los alosiofractales.

En el caso de estudio, se restringe el tamaño de los umbrales conforme a las limitaciones técnicas de las maquinarias utilizadas y disponibles actualmente, según los avances tecnológicos en campo nanotecnológico. Lo que se pretende impulsar es precisamente una conversión de los proceso de fabricación, desde métodos para películas delgadas (superficiales) hasta nuevos métodos de fabricación para estructuras volumétricas, que puedan construir la materia arquitectónica del próximo futuro.

Asimismo, los umbrales de actuación se pondrán a prueba en el 2do orden fractal, la mesoescala, verificando la confiabilidad del Modelo Paramétrico Natural con el fin de optimizar la producción a la nano/microescala.

de estas dimensiones debería ser tratada como universal, ya que a veces la discrepancia entre ellas está asociada a diferencias en la estructura interna del fractal. Aunque para un buen número de fractales clásicos los valores de las diferentes definiciones de dimensión fractal coinciden, en general no son equivalentes. En la práctica algunas definiciones de dimensión fractal resultan más sencillas de calcular, y por eso son más ampliamente usadas, aunque no siempre tienen las propiedades matemáticas más deseables. Por ejemplo, la dimensión de conteo de cajas o de dimensión Minkowski-Bouligand y la dimensión de correlación son ampliamente usadas en la práctica, por su fácil implementación algorítmica. Por ejemplo, la dimensión del copo de nieve de Koch tiene una dimensión topológica de uno, pero no puede ser tratada como una curva; la longitud entre cualquiera de los dos puntos en el fractal (dada por la medida de Lebesgue) es infinita. Ningún segmento del fractal tiene parecido a una línea, pero tampoco tiene parecido a una parte de un plano. En cierta forma se podría decir que es demasiado grande para poder ser considerada como un objeto unidimensional, pero es demasiado fina para ser considerada un objeto bidimensional. Esto lleva a la pregunta de si su dimensión se describe mejor con un número entre uno y dos. Ésta es una manera simple de motivar la idea de dimensión fractal.

Hay principalmente dos formas aproximadas para generar una estructura fractal. Una es hacerla crecer a partir de un objeto y la otra es construir las divisiones subsecuentes de una estructura original como en el triángulo de Sierpinski. En este caso se sigue la segunda aproximación para definir la dimensión de las estructuras fractales.

Los cálculos de dimensiones fractales se obtienen a partir de fractales definidos formalmente. Sin embargo, ciertos fenómenos y objetos de la vida real pueden mostrar propiedades fractales, por lo que puede ser útil obtener la dimensión fractal de un conjunto de datos de una muestra. El cálculo de la dimensión fractal no se puede obtener de forma exacta sino que debe *estimarse*. Esto se usa en una variedad de áreas de investigación tales como la física, análisis de imagen, acústica, ceros de la función zeta de Riemann e incluso procesos electroquímicos. Las estimaciones prácticas de las dimensiones fractales son muy sensibles al ruido numérico o experimental, y particularmente a las limitaciones en la cantidad de datos. Cualquier afirmación basada en estimaciones de dimensiones fractales deben tomarse con cuidado puesto que hay un límite superior inevitable, a menos que se presenten cantidades muy grandes de datos. Computacionalmente los más sencillos de implementar son el conteo de celdas (*box counting*) y la dimensión de correlación (basada en generar un número de puntos aleatorios en un entorno del fractal y medir cuántos de ellos caen sobre el conjunto fractal). Otra técnica que se ha hecho popular es la medición del espectro de potencia de la transformada de Fourier de una imagen del objeto fractal.

3. Valores diferenciales

La teoría se concretiza determinando las calidades propias de esta nueva especie de arquitectura, que anhela un cambio de rumbo en el diseño arquitectónico y en el mercado de la construcción, para lograr tecnologías arquitectónicas eficientes al alcance de todos y con un impacto ambiental irrisorio o nulo. A largo plazo, esta nueva especie de arquitectura encuentra fundamento en la nanotecnología, la física cuántica y la ingeniería molecular, abriendo la puerta a tecnologías de autodesarrollo, autorregulación, autodiagnóstico y autoreparación. Los materiales que constituyen y construyen la Arquitectura Paramétrica Natural incorporan funciones específicas y simultaneas en su misma forma, emulando los procesos de construcción de las estructuras naturales. Es una nueva posibilidad de controlar la arquitectura en todas las escalas que nos proporciona la naturaleza a través de un protocolo de diseño y fabricación, un replanteamiento de la centralidad de la imaginación y de la intuición en el proceso creativo-tecnológico.

El impacto emotivo se refleja por datos optimistas que ya se pueden recolectar: ahorro de material y de energía en el proceso de fabricación (es una arquitectura que no necesita el horneado de sus materiales), que se reverbera en la limitación de uso de los recursos naturales y en detener la magnitud del impacto de las impresas de extracción. El diseño directo de la geometría funcional de la materia relacionada a la estructura arquitectónica devuelve características específicas, que se programan para estar incluidas en la forma arquitectónica (por ejemplo, alta relación ligereza/resistencia, permeabilidad a la luz, baja toxicidad, alta ductilidad) para conseguir construcciones más sanas (control de la humedad, de la luz, de la temperatura, etc.).

Esto requiere un duro trabajo; no es cuestión de un par de años (la duración de una Maestría en Arquitectura) y se desarrolla a través de objetivos específicos, considerando que, desde que surgió la nanotecnología hace 40 años, enfrentamos un congelamiento de la arquitectura (y no sólo) debido al terror de las tecnologías emergentes. En efecto, urge: desarrollar normas específicas y procesos de control de calidad de los materiales producidos por nanofactura. Con un enfoque prospectivo, necesitamos ver las posibilidades de lograr sistemas de interfaz para la gestión directa de la nanofactura y de la construcción, para imprimir nuestras arquitecturas desde la nanoescala hasta la macroescala¹¹⁹.

¹¹⁹ Muchos países alrededor del mundo ya están obligando el mercado de la construcción a imprimir algunos tipos de arquitecturas, porque resultan ser procesos con ventajas increíbles en cuestión de impacto ambiental. Por ejemplo, para 2030, el 25% de los edificios existentes en Dubai serán fabricados a través de impresión 3D. El desafío planteado por los

Alcanzar esta meta genera arquitecturas virtuosas en los procesos de uso de los materiales: imaginen reciclar el 100% de la materia, desperdiciando menos del 5% en el proceso de fabricación y construcción, ocupando un volumen menor de hasta el 90%, bajas emisiones de CO2 en todo el ciclo de vida de los materiales debido al mínimo consumo de energía. Es evidente que todo esto no se logra sólo a través de la dedición de los arquitectos; más bien requiere una visión multidisciplinaria y colaborativa para aprender y adaptar nuevos conceptos en arquitectura, así como demostrar experimentalmente la viabilidad de los conceptos novedosos y disruptivos.

Los detractores podrían opinar mucho sobre todo esto. ¿Por qué?

Porque el proceso de fabricación resulta, a menudo, todavía costoso; los tiempos de fabricación son relativamente lentos; el tamaño de la impresión desde la nanoescala no logra grandes dimensiones a la macroescala (estamos en el rango de algunos centímetros); existe un miedo objetivo por la nanotecnología que no debe subestimarse. Sólo la experimentación continua, comprobando la eficiencia de materiales y procesos, puede lograr las economías de escala que se necesitan para bajar los costos a través de la difusión de la tecnología; además, la necesidad de implementar la producción permite, generalmente, el desarrollo de maquinarias más eficaces en cuestión de tiempo, tamaño de las piezas y consumo de recursos; hasta la toxicidad puede ser controlada (por ejemplo, esta investigación se centra en el uso de la arcilla, un material natural que ya se usa, en sus configuraciones nanotecnológicas, en el campo medico sin consecuencia para la salud humana y medioambiental).

Los más duros podrían seguir opinando que todo esto no es arquitectura y no se aplica al mundo real. Para ellos podría ser ciencia ficción o un estudio para físicos. Bueno, sólo brincando erráticamente de un lado al otro de este escrito se podría verificar cuantas veces recurre la sola palabra “*arquitectura*” para entender que, sí, es arquitectura y necesita años de perseverante y cuidadoso trabajo. El tema planteado no se resuelve a corto plazo, porque su visión reside en el futuro, el lugar donde la humanidad se esfuerza de llegar anticipando el camino por medio de la imaginación. Además, la materia de que se constituye la arquitectura, como diría Feynman, es la misma de todas las cosas que existen. Entonces, ¿Por qué ignorar estas posibilidades de inspiración?

Y ¿Si el experimento finalmente fallara?

Emiratos Árabes, se materializa en el ambicioso proyecto de Cazza Construction Technologies que pretende construir el primer rascacielos completamente impreso en 3D a través de la tecnología “Crane Printing” a lo largo de 750 metros de altura. Contemporáneamente, en Cataluña se imprimen los primeros prototipos de muros en arcilla cruda para obtener resistencia a través de la forma y diseño bioclimático. También en Italia, la empresa WASP se une a Mario Cucinella Architects para desarrollar un nuevo modelo de habitación totalmente fabricado a partir de los materiales extraídos del sitio. Y todos estos ejemplos buscan vaciar sus volúmenes visibles para obtener beneficios.

Se seguirá trabajando, porque no existe en la naturaleza un solo tipo de diseño y el Modelo Paramétrico Natural se basa en un algoritmo de optimización de las características de la materia. El tiempo nos podrá confirmar hasta donde se pueda llegar. En este futuro, sin duda, veo tomar forma el nuevo paradigma arquitectónico basado en el pensamiento matemático de la naturaleza, con un protocolo consolidado de diseño y fabricación eficiente de materiales, basado en la parametrización del diseño a través de un modelo matemático de maximización y minimización; veo una fabricación de la arquitectura sin gasto de energía de red (por el uso de energía renovable), integrada a la TIC para manipular directamente la construcción de la arquitectura desde la nanoescala a través de guantes y visores; veo una arquitectura construida por medio de materiales reciclables, una *Net Zero Waste Architecture* (NZWsA), y que incorpora sistemas de gestión cuántica para lograr la manipulación de su estructura y características, sistemas eléctricos basados en la superconductividad, sistemas de captación y filtración de agua para contrarrestar la crisis hídrica. Más allá de todo esto, percibo *arquitecturas de cultivo* que, como organismos inorgánicos vivos, crecen aprendiendo desde un entorno determinado.

Todo esto necesita un comienzo y reside en la fabricación del alosiofractal en su 1er orden fractal, el de la nanoescala. En el Modelo Paramétrico Natural se insertarán las siguientes restricciones para programar la eficiencia del material:

- ✓ *Resistencia a compresión mayor de 4.7 N/mm^2*
- ✓ *Resistencia a tracción mayor de 2.42 N/mm^2 ¹²⁰*
- ✓ *Densidad menor de 258 kg/m^3*
- ✓ *Contenido de aire en el volumen virtual mayor del 95%¹²¹*

Después de una primera iteración, el modelo se ampliará con una ulterior restricción relativa a la eficiencia térmica del material:

- ✓ *Conductividad térmica menor de 0.05 W/mK ¹²²*

¹²⁰ Las primeras dos restricciones se basan en el citado experimento de la Unidad de Investigación UR/1 de la Università degli Studi di Palermo, véase el capítulo 4. Nanofactura: tres acontecimientos, de la primera parte.

¹²¹ Las siguientes dos restricciones se justifican en las nombradas investigaciones de la Dra. Julia R. Greer en tema de materiales cerámicos nanoestructurados, véase, igualmente, el capítulo 4. Nanofactura: tres acontecimientos de la primera parte.

¹²² Esta última restricción se fundamenta en el límite alto de la conductividad térmica del poliestireno expandido, que generalmente se encuentra entre 0,031 y 0.05 W/mK.

4. **Parametrización por programación no lineal**

El Modelo Paramétrico Natural se resuelve en un modelo matemático de **programación no lineal**¹²³. Este modelo es un algoritmo para resolver el diseño del material mejorando sus características a través de restricciones basadas en los valores diferenciales especificados en la sección anterior. Es decir, se busca optimizar la geometría del material maximizando y/o minimizando sus propiedades generales y específicas (**Imagen 15**). En detalle, los valores diferenciales insertados en el sistema representan las características mecánicas y fisicoquímicas que deberá poseer el material.

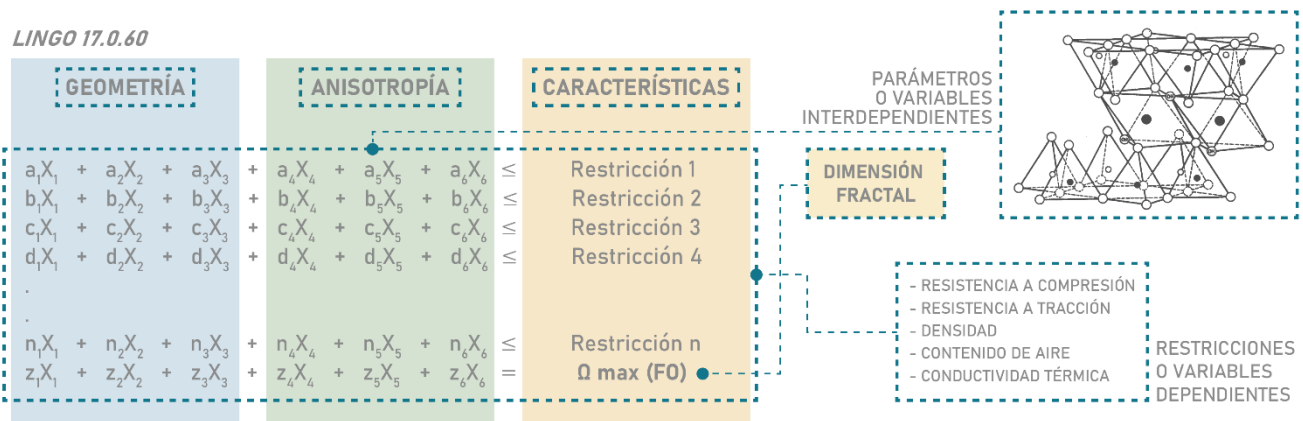


Imagen 15. Modelo Paramétrico Natural [elaboración propia]

La parametrización considera los valores formales de referencia deducidos del diseño estructural de las moléculas de alúmina y silicatos (constituidos por tetraedros a base triangular y octaedros a base cuadrada). Entonces, los parámetros de las ecuaciones (a_n, b_n, c_n..., n_n, z_n) describirán respectivamente las características geométricas y anisotrópicas en las tres dimensiones (¡¡¡De hecho no estamos en el ámbito de la geometría plana!!!): por eso tendremos tres parámetros por cada variable, seis en total.

¹²³ La programación lineal, antepasada de la programación no lineal, fue elaborada por **George Bernard Dantzig** (Portland 8 noviembre 1914 – Stanford 13 mayo 2005); hijo de un matemático ruso y de su estudiante de la universidad de la Sorbona, en 1939 dio origen a una famosa leyenda: su profesor en Berkeley, Jerzy Neyman, estaba escribiendo en la pizarra ejemplos famosos de problemas estadísticos aún no resueltos cuando llegó Dantzig pensando que eran tareas para casa. Las resolvió y las entregó y, algunas semanas después, recibió la visita de su profesor, emocionado, proponiéndolas para ser publicadas en una revista matemáticas. Cuando comenzó la Segunda Guerra Mundial, el interrumpió los estudios para unirse a las fuerzas aéreas de los Estados Unidos como Jefe de la Rama de Análisis de Combate de los Cuarteles Centrales Estadísticos. Este trabajo proporcionó los problemas del mundo real que la programación lineal vendría a resolver. Cuando se doctoró en Berkley, en 1946, no aceptó un puesto como profesor, volviendo a las Fuerzas Aéreas como consejero matemático de la USAF, donde, en 1947, propuso por primera vez el Método Simplex para resolver un problema de programación lineal. En 1952 se convirtió en investigador en la corporación RAND. La Sociedad de Programación Matemática creó, en su nombre, el Premio Dantzig, otorgado cada tres años desde 1982 a una o dos personas que hayan logrado un impacto significativo en el campo de la programación matemática.

Basado en lo observado, se manipulan los parámetros geométrico/anisotrópicos a través de las siguientes ecuaciones:

[1] *F.O.*
$$\frac{\log 1078}{\log 28} \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} * X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG} \right) = \Omega \text{ min.}$$

(dimensión fractal)

[2] *Ecuación*
$$X_{XG} = X_{YG}$$

(dimensión arista)

[3] *Ecuación*
$$X_{XG} = X_{YG}$$

(dimensión arista)

[4] *Ecuación*
$$X_{XA} = X_{YA}$$

(desarrollo homogéneo anisotropía)

[5] *Ecuación*
$$X_{YA} = X_{ZA}$$

(desarrollo homogéneo anisotropía)

[6] *Inecuación*
$$\left(\frac{5}{12} \sqrt{2} X_{XG} * \frac{1}{2} X_{XA} \right) + \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} X_{YG} * \frac{\sqrt{3}}{2} X_{YA} \right) + \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} X_{ZG} * \frac{\sqrt{3}}{2} X_{ZA} \right) > 47 \text{ kg/cm}^2$$

(compresión)

[7] *Inecuación*
$$\left(\frac{5}{12} \sqrt{2} X_{XG} * \frac{\sqrt{3}}{2} X_{XA} \right) + \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} X_{YG} * \frac{1}{2} X_{YA} \right) + \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} X_{ZG} * \frac{1}{2} X_{ZA} \right) > 24.2 \text{ kg/cm}^2$$

(tracción)

[8] *Inecuación*
$$\frac{1}{\left(\frac{5}{12} \sqrt{2} \right) (X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG})} < 258 \text{ kg/m}^3$$

(densidad)

[9] *Inecuación*
$$\frac{5}{12} \sqrt{2} (X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG}) > 0.95$$

(contenido de aire)

[10] *Inecuación*
$$\frac{5}{12} \sqrt{2} (X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG}) < 0.99$$

(contenido de aire)

[11] *Ecuación*
$$\frac{5}{12} \sqrt{2} (X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG}) (X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG}) = 1078$$

(formas: número total de tetraedros y octaedros en una iteración)

En la segunda iteración se agregará:

[12] *Inecuación*
$$0.026 \left(\frac{5}{12} \sqrt{2} \right) (X_{XG} * X_{YG} * X_{ZG}) < 0.05 \text{ W/mK}$$

(conductividad térmica)

El resultado del modelo nos devuelve un valor numérico Ω que se interpreta en el orden de la dimensión fractal, con el fin de optimizar los vacíos del modelo tridimensional/estructural de nuestra arquitectura. Para obtener este resultado, el sistema descrito de ecuaciones/inecuaciones se resuelve a través de algebra matricial, pero, considerada la magnitud de los datos insertados además de la amplitud de la matriz, se resuelve el Modelo Paramétrico Natural con el soporte del software LINDO/LINGO 17.0.60¹²⁴.

El Modelo Paramétrico Natural devuelve datos matemáticos que se interpretan a través del diseño geométrico en ambientes CAD y NURBS, obteniendo la configuración del material que será impreso.

¹²⁴ LINGO es una herramienta integral diseñada para hacer que la construcción y resolución de modelos de optimización lineal, no lineal (convexo y no convexo/global), cuadrático, constreñido cuadráticamente, cono de segundo orden, semi-definido, estocástico y entero sea más rápido, más fácil y eficiente. LINGO proporciona un paquete completamente integrado que incluye un lenguaje poderoso para expresar modelos de optimización, un entorno completo para problemas de construcción y edición, y un conjunto de solucionadores integrados rápidos.

5. Identificación del método

El Protocolo Paramétrico Natural, como ya discutido, trazando la relación entre hipótesis, objetivos y variables, define además el método empleado. Precisamente se pueden evidenciar tres etapas que trataremos por separado: diseño, fabricación y evaluación (**Imagen 16**).

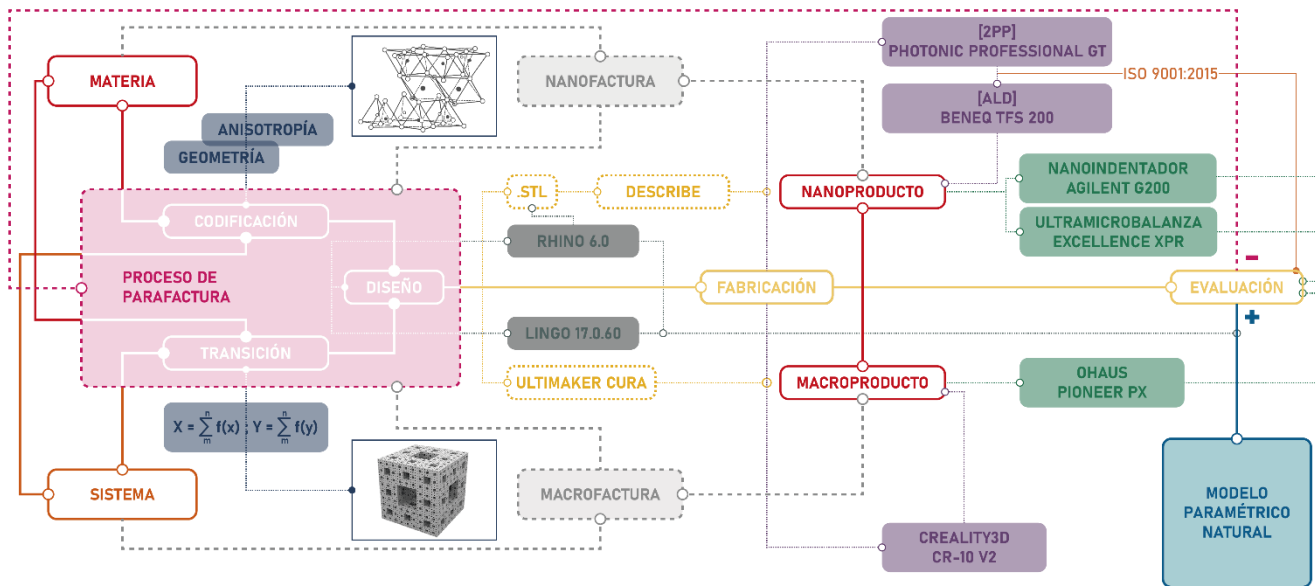


Imagen 16. Identificación del método desglosando el Protocolo Paramétrico Natural [elaboración propia]

A. *Diseño*

Para el diseño del Alosiofractal, se seleccionan dos componentes de la tierra cruda a analizar desde el punto de vista de la estructura cristalina (geometría y anisotropía): alúmina y silicatos. Las variables de diseño con potencial para ser incluidas en el modelo se determinan a partir de análisis de correlación y según los principios básicos de programación no lineal (respuesta no lineal y aditividad¹²⁵), estableciendo los límites o niveles de restricciones para cada una de éstas. La programación no lineal se emplea para minimizar la función de dimensión fractal (función escalable¹²⁶ y objetivo¹²⁷) de las dos formas combinadas (tetraédrica y octaédrica) con el fin de funcionalizar el material a través de vacíos

¹²⁵ El supuesto de aditividad elimina la posibilidad de que existan productos cruzados (términos que incluyen el producto de dos o más variables). Se refiere a los parámetros del modelo, es decir, a los coeficientes en la función objetivo, los coeficientes en las funciones restricciones y los reportados en el lado derecho de las restricciones funcionales.

¹²⁶ La escalabilidad, término tomado en préstamo del idioma inglés, es la propiedad deseable de un sistema, una red o un proceso, que indica su habilidad para reaccionar y adaptarse sin perder calidad, o bien manejar el crecimiento continuo de manera fluida, o bien para estar preparado para hacerse más grande sin perder calidad.

¹²⁷ La función objetivo es la ecuación que será optimizada dadas las limitaciones o restricciones determinadas, y con variables que necesitan ser minimizadas o maximizadas usando técnicas de programación lineal o no lineal.

fractales (ahorro de material en el proceso de fabricación). Una vez establecidas las variables de diseño, se definen los valores finales que representan las restricciones del modelo no lineal con las unidades propias de la restricción por volumen de forma. Para la elaboración de los datos se emplea el software LINDO/LINGO 17.0.60, obteniendo los parámetros de diseño que cumplen con la función objetivo.

Estos parámetros se convierten en diseño estructural del Alosiofractal a través de manipulación manual¹²⁸ del software Rhinoceros 6.0; el modelo obtenido se procesa a través de diferentes softwares de gestión de estereolitografía (WanhaoMaker, Makerbot Print, Ultimaker Cura, Describe) para evaluar y mejorar el algoritmo de fabricación a través de simulación digital desde la macroescala hasta la nanoescala. Una vez optimizado el algoritmo se pasa a la fase de fabricación.

B. Fabricación

El alosiofractal se fabrica a través de procesos de manufactura aditiva (**Imagen 17**) que implican el uso de polimerización de dos fotones (2PP) y deposición por capa atómica (ALD).

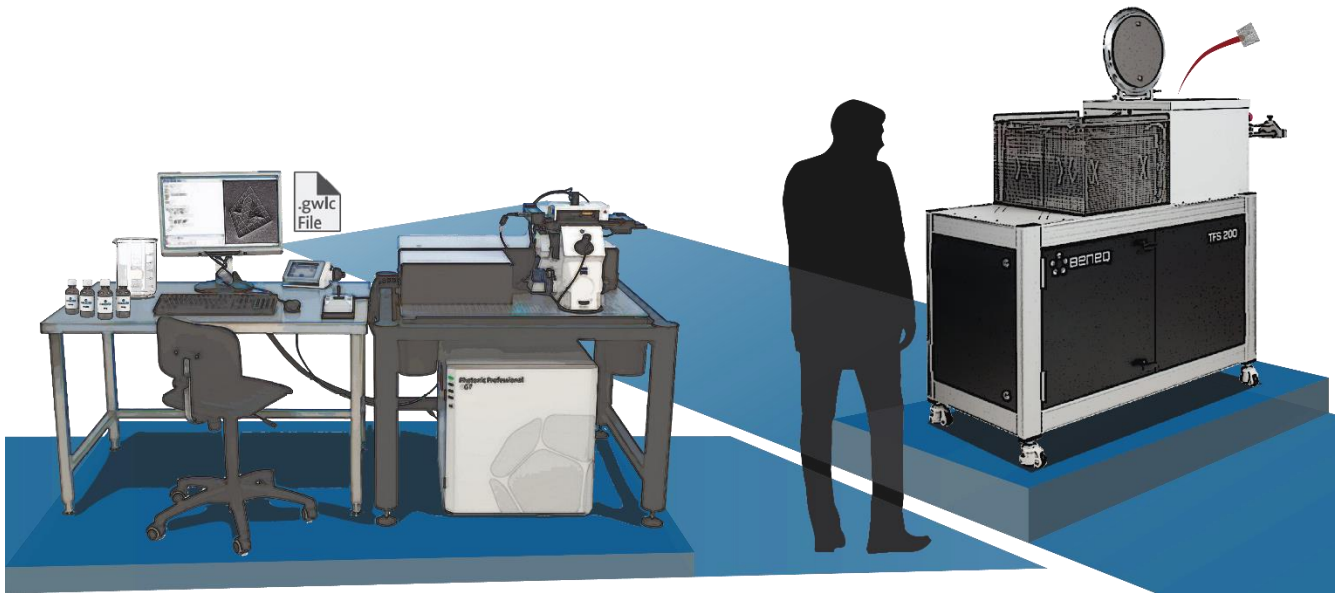


Imagen 17. Fabricación a la nanoescala del alosiofractal [elaboración propia]

El principal esqueleto polimérico tridimensional se fabrica a través de 2PP y litografía sin máscara ocupando una resina fotorresistente IP-Dip con una velocidad de $50 \mu\text{m s}^{-1}$, y una potencia laser de 10 mW, utilizando una Photonic Professional GT (Nanoscribe). Una mitad de las muestras de este esqueleto se recubre con monocapas alternadas de alúmina y silicatos utilizando el sistema ALD Beneq

¹²⁸ Desafortunadamente se ha constatado que programas de parametrización 3D (como por ejemplo Grasshopper 3D) no son todavía aptos para elaborar fractales de forma tridimensional, debido a una alta imprecisión de las conexiones y MESH en el momento de convertir el algoritmo de diseño en un algoritmo de fabricación digital.

TFS 200, con una temperatura alrededor de 200 °C. La deposición es generada a través de ciclos consecuentes que se basan en una receta (o algoritmo)¹²⁹ de deposición: fluir la dosis del precursor reactivo Al₂O₃ por un tiempo de 30 ms, purgar el sistema por 4 s, fluir el reactante H₂O₂ por un tiempo de 1000 ms y purgar nuevamente el sistema por 750 ms (**Imagen 18**). Este proceso se repite por la siguiente capa de precursor reactivo SiO₂.

En el algoritmo se define también cuantas veces se debe repetir el proceso descrito para lograr el espesor deseado: en el caso de estudio se alternan las dos capas hasta conseguir una superficie de depósito de 40 nm de espesor. Este proceso genera un recubrimiento de nanoarcilla muy similar a las construcciones minerales de la montmorillonita¹³⁰.

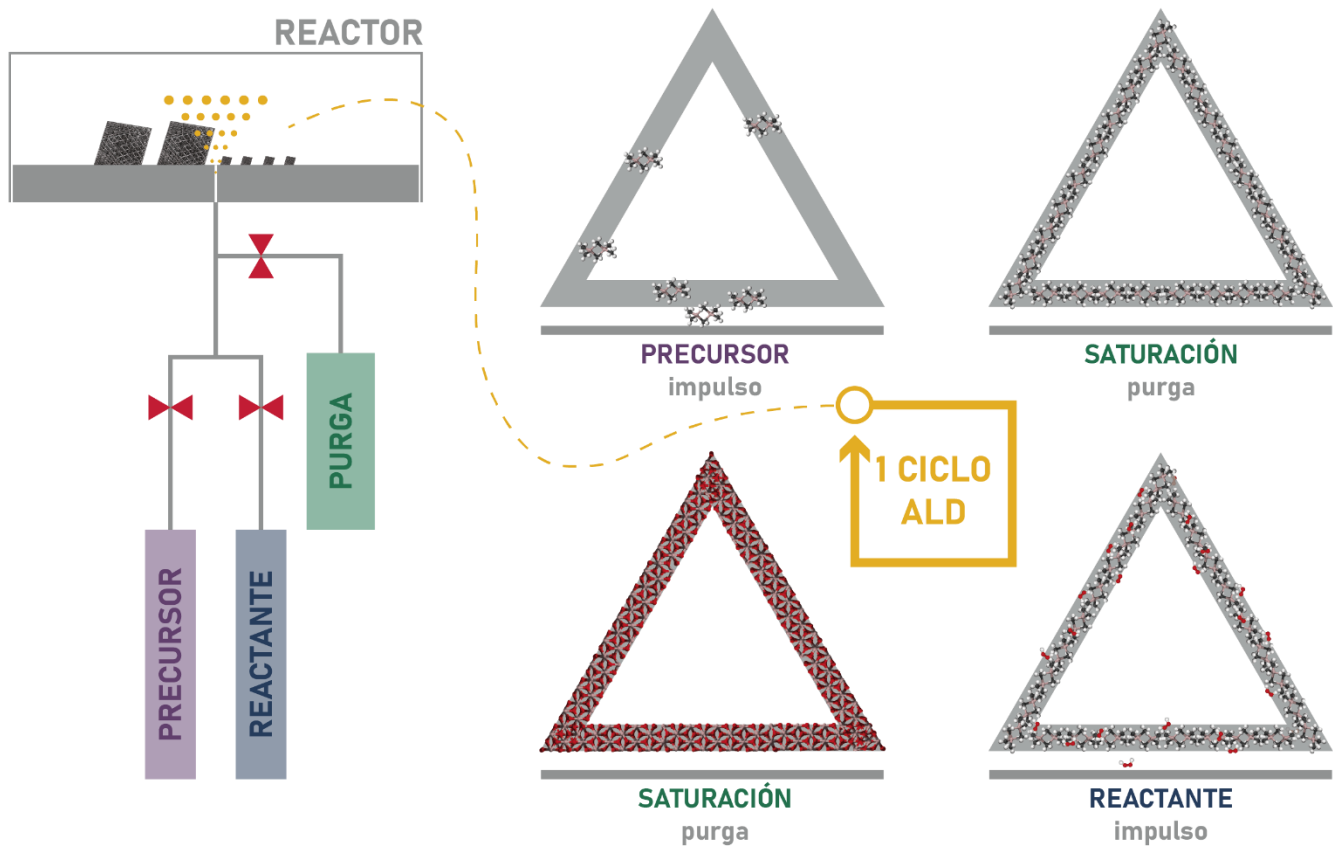


Imagen 18. Esquema de maquina y operación de ALD, el proceso se repite por n ciclos de deposición [elaboración propia]

¹²⁹ Cada experimento puede necesitar un algoritmo sustancialmente diferente, debido a varios factores, entre los cuales: precursor, reactivo, tasa de crecimiento deseada y temperatura de trabajo del reactor, entre otros.

¹³⁰ La montmorillonita es un mineral del grupo de los silicatos, subgrupo filosilicatos y, dentro de ellos, pertenece a las llamadas arcillas. Es un hidroxisilicato de magnesio y aluminio, con otros posibles elementos. Recibe su nombre de la localidad francesa de Montmorillon. Se caracteriza por una composición química inconstante. Es soluble en ácidos y se expande al contacto con agua. Estructuralmente se compone por una capa central que contiene aluminio y magnesio coordinados octaédricamente en forma de óxidos e hidróxidos. Dicha capa central está rodeada por otras dos capas. Las capas externas están formadas por óxidos de silicio coordinados tetraédricamente.

C. Evaluación

Se evalúa el desempeño mecánico general de las estructuras unitarias individuales además de calcular densidad (peso) y contenido de aire del material para comprobar el ahorro de materia: las estructuras unitarias individuales son testadas por nanoindentación aplicando una carga a la base superior a lo largo del eje vertical utilizando un Nanoindentador Agilent G200: en detalle, la punta de diamante, poniéndose en contacto con la superficie de base del material, define una curva de carga y descarga en función de desplazamiento dentro de la muestra (controlando la carga entre 0.1 y 500 mN) y por desplazamiento (entre 20 y 2000 nm). Se obtienen valores de dureza y módulo de Young, además de caracterizar¹³¹ mecánicamente, a través de un algoritmo de cálculo, el material. Los datos obtenidos se infieren estadísticamente con los insertados, en calidad de restricciones, en el modelo matemático.

Cabe especificar que los procesos de fabricación y evaluación, que se llevan a cabo en el “Laboratorio de Micro y Nanotecnología (μ NTec)” del “Laboratorio Nacional de Soluciones Biomiméticas para Diagnóstico y Terapia (LaNSBioDyT)”, cuentan con certificación ISO 9001¹³².

¹³¹ Establecer las características de un material determinado a partir del estudio de sus propiedades específicas (físicas, químicas, estructurales, etc.).

¹³² La Norma ISO 9001:2015 es la base del Sistema de Gestión de la Calidad - SGC. Es una norma internacional que se centra en todos los elementos de la gestión de la calidad con los que una empresa debe contar para tener un sistema efectivo que le permita administrar y mejorar la calidad de sus productos o servicios.

6. Instrumentos de medición

Cada fase del Protocolo Paramétrico Natural, es decir, diseño, fabricación y evaluación, implica el uso de instrumentos de medición específicos.

Ira fase de medición (Diseño y Fabricación)

En la primera fase de diseño y fabricación se utilizan los algoritmos de procesamiento de los diferentes softwares de gestión de estereolitografía (*WanhaoMaker, Makerbot Print, Ultimaker Cura, Describe*) para obtener datos simulados de peso, tiempo, velocidad y perfección de la impresión. En particular, este último parámetro se relaciona con el grado de perfección del diseño (ejecutado por modelación 3D en Rhinoceros) que se fija con un índice del 100% dada la confiabilidad del software en la gestión de detalles hasta la nanoescala.

En los softwares de gestión de estereolitografía a la macro/mesoescala (*WanhaoMaker, Makerbot Print, Ultimaker Cura*) la obtención de datos se logra manipulando los factores de espesor de capa de deposición (entre 0.1 - 0.02 mm), diámetro de boquilla (entre 0.4 - 0.25 mm), temperatura de la cama de calentamiento (entre 198 - 210 °C), velocidad de impresión (entre 30 - 300 mm/s), calidad y grosor del filamento usado (entre 1.75 - 2.85 mm). En los softwares de gestión de estereolitografía a la micro/nanoescala (*Describe*), se logra manipulando los factores de dimensión y relación de aspecto de los vóxeles¹³³ (entre 200 nm y 700 nm para cada eje de su volumen elíptico), parámetros de corte (determinando el número en relación al grosor de los vóxeles), relleno, concha y andamio, reposicionamiento en el algoritmo de Describe del cabezal laser por cada volumen de impresión de 300 μm x 300 μm x 300 μm¹³⁴, calidad y viscosidad de la resina empleada (IP-Q y IP-S).

Los datos de inferencia se extraen durante y al final del proceso de fabricación digital. Las impresoras (en todas las escalas) miden directamente tiempo y velocidad de la impresión. Se utilizan, además, balanzas de precisión (a las diferentes escalas) para recolectar datos de peso: en detalle, una

¹³³ Al igual que los píxeles, los vóxeles no contienen su posición (x, y, z) en el espacio 3D, sino que esta se deduce por la posición del vóxel dentro del archivo de datos.

¹³⁴ El volumen descrito es el módulo básico de impresión en donde actúa el cabezal laser que maneja la Photonic Professional GT. Afuera de este módulo el cabezal muestra un desplazamiento automático alrededor de 1 μm; es decir, en una estructura espacial como la planteada, con aristas de dimensión nanométrica, el desplazamiento automático podría causar que no coincidan diferentes volúmenes de impresión durante su crecimiento desde la nanoescala hasta una escala más grandes (milimétricas). Por esto resulta necesario causar un desplazamiento a través del código algorítmico del Describe, además de planear la repartición de las áreas de impresión para que se obtenga la más alta superficie de coincidencia.

báscula analítica Ohaus Pioneer PX con 220 g de capacidad máxima y 100 µg para la evaluación de prototipos a la macro/mesoescala, y una Ultramicrobalanza Excellence XPR con 2.1 g de capacidad y 0.1 µg de legibilidad para la evaluación de prototipos a la micro/nanoescala.

2da fase de medición (Evaluación)

Para caracterizar mecánicamente el material se utiliza el método de nanoindentación¹³⁵ (*Nanoindentador Agilent G200*). Al combinar la aplicación de cargas bajas, medir el desplazamiento resultante y determinar el área de contacto entre la punta del indentador y la muestra, se puede medir una amplia gama de propiedades mecánicas. Si bien, la dureza tradicional provee solamente un único valor de deformación a una determinada carga, la nanoindentación posee la capacidad de monitorear en forma continua la carga aplicada y el desplazamiento de la punta durante la penetración. Esto permite determinar en forma cuantitativa las propiedades mecánicas del material (Módulo de Young (E), dureza (H), resistencia al rayado, fractura etc.). Más allá de esto, la nanoindentación moderna es una técnica fundamental para el estudio de la física de materiales, gracias a la capacidad adicional de los equipos de última generación (como lo empleado) de producir imágenes y videos por microscopia de sonda de barrido (SPM) “in-situ” de la superficie indentada. Esto permite también posicionar con precisión nanométrica la punta de contacto en una zona específica del material, para medir el desplazamiento en relación con la carga aplicada y ejecutar diferentes pruebas en el mismo material. Esto resulta muy importante en cuanto se pueden ejecutar diferentes mediciones por cada muestra del material, sin tener pruebas destructivas que devuelven un solo dato por cada muestra, como en la caracterización mecánica de tipo tradicional. Además, el intercambio de puntas¹³⁶ faculta diferentes mediciones: es el

¹³⁵ La nanoindentación, también llamada prueba de indentación instrumentada, es una variedad de pruebas de dureza de indentación aplicadas a pequeños volúmenes. La indentación es quizás el medio más utilizado para probar las propiedades mecánicas de los materiales. La técnica de nanoindentación se desarrolló a mediados de la década de 1970 para medir la dureza de pequeños volúmenes de material.

¹³⁶ Las puntas puntiagudas más utilizadas son Vickers, Berkovich y cube-corner. Las puntas Vickers tienen forma de pirámide de cuatro caras. Es difícil fabricar puntas de Vickers agudas, siempre queda una línea, esto resulta en huellas asimétricas, sobre todo para indentaciones pequeñas, y complica la determinación de un área de contacto correcta, por eso las puntas Vickers suelen ser utilizadas en ensayos de microindentación. En cambio, las puntas Berkovich y cube-corner tienen tres caras, es decir que es mucho más fácil producir una punta bien definida. Esto los hace convenientes para ensayos de nanoindentación. El ángulo del cono equivalente entre la normal a la superficie de la muestra y la cara del indentador es 35.3° para cube-corner y 65.27° para Berkovich. Como la cube-corner es mucho más aguda que Berkovich, esta punta induce grietas radiales con más facilidad. Las grietas radiales pueden ser útiles en la determinación de la tenacidad de fractura en laminas/capas. Sin embargo, para medir la dureza y el módulo elástico, las grietas son indeseables puesto que pueden causar errores de medida. Las puntas puntiagudas generan un estado de plasticidad en el material desde el primer contacto. Esto es debido al hecho que, en teoría, la punta tiene un área igual a cero y por lo tanto produce una concentración de tensiones infinita. Las puntas puntiagudas pueden producir fisuras radiales en materiales frágiles. En realidad las puntas agudas son redondeadas a muy pequeña escala y, por consiguiente, a cargas muy bajas dan una respuesta similar a puntas romas. Además, la punta se desgasta con el uso y se vuelve aún más roma. Normalmente, las puntas son fabricadas de un

caso del uso de indentación “flat punch” que permite la evaluación de la compresión simple del material.

Debido a la extrema precisión (alrededor de 1 μg para el posicionamiento del indentador) y sensibilidad del equipo de nanoindentación, es necesario aislarlo convenientemente del medioambiente mediante una mesa antivibratoria y una cabina de aislamiento térmico/acústico (la temperatura debe estacionar alrededor de los 20 °C para evitar efectos de deriva térmica¹³⁷). Para realizar los ensayos, las muestras se ponen en soportes cilíndricos de geometría adecuada, que a su vez se alojan convenientemente en el portamuestras extraíble. Las posiciones de las indentaciones se fijan sobre la muestra mediante un ocular, se pueden hacer una a una o mediante la definición de una matriz. Una vez definidas todas las posiciones de las indentaciones sobre las muestras, el portamuestras se desplaza hacia el cabezal del indentador para realizar las mediciones.

material muy duro como diamante, zafiro o rubí: es fundamental que el indentador sea más duro que el material ensayado para que no se deforme.

¹³⁷ Las especificaciones de precisión también varían con la temperatura de funcionamiento. En varios aparatos de medida, se desprecia el error introducido por la temperatura cuando ésta se mantiene dentro de lo que se llama “ventana”, por ejemplo entre 15-35 °C o 23 \pm 5 °C.

7. Validación del método

El método diseñado se aplica y valida en cada una de sus etapas (**Imagen 19**): diseño, fabricación y evaluación; así como con relación al modelo matemático usado.

1ra validación (Diseño y Fabricación a la mesoescala)

El diseño se valida a través de la inferencia estadístico-probabilística de los datos de peso, tiempo, velocidad y eficiencia de la impresión 3D, que se recolectan tanto de los softwares de gestión de estereolitografía, como de la pantalla de información de los equipos de impresión y de los instrumentos de medición contemplados. Considerando el número de parámetros a confrontar, se utilizan un modelo de regresión lineal múltiple, validando la eficiencia de BLUE a través del teorema de Gauss-Márkov¹³⁸, análisis de varianza ANOVA¹³⁹, matriz de coeficientes de determinación R² y procesos estocásticos markovianos¹⁴⁰.

2da validación (Diseño y Fabricación a la nanoescala)

El diseño se valida a través de la inferencia estadístico-probabilística de los datos de peso, tiempo, velocidad y eficiencia de la impresión 3D, que se recolectan tanto del Describe (software de gestión de estereolitografía), como de la pantalla de información de la Nanoscribe y de los instrumentos de medición contemplados. Se usan los mismos modelos de la 1ra fase de validación.

3ra validación (Fabricación a la mesoescala)

La fabricación a la mesoescala necesita cuidado en dar seguimiento a las recomendaciones (variables por maquinaria) con relación a la velocidad y dimensión de la capa de impresión, grosor y tipología del filamento, condiciones de temperatura y humedad¹⁴¹, tamaño de los componentes impresos.

¹³⁸ El *teorema de Gauss-Márkov* es un supuesto que nos permite validar el estimador *BLUE* a través de la expresión matricial de la función de regresión lineal múltiple: si el valor esperado del error ε es igual a 0 , obtenemos como resultado que $\hat{\beta} = I\beta + x'\varepsilon$, donde $x'\varepsilon$ debe ser igual a 0 . Por esto, la ecuación se reducirá a $\hat{\beta} = I\beta + x'\varepsilon$, y nos confirma que los valores estimados son lo más eficientes respecto a los valores reales.

¹³⁹ Las técnicas iniciales del análisis de varianza fueron desarrolladas por el estadístico y genetista R. A. Fisher en los años 1920 y 1930. Algunas veces es conocido como "*Anova de Fisher*" o "*análisis de varianza de Fisher*", debido al uso de la distribución *F* de Fisher como parte del contraste de hipótesis.

¹⁴⁰ Se conoce como cadena de Márkov o modelo de Márkov a un tipo especial de proceso estocástico discreto en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior. Esta característica de falta de memoria recibe el nombre de propiedad del matemático ruso Andréi Márkov (1856-1922), que lo introdujo en 1907.

¹⁴¹ En específico, el uso de filamento PLA, siendo biodegradable, obliga la impresión a largos tiempo de secado por retención de la humedad por parte del filamento. Si no se tiene un cierto cuidado en esto, la resistencia de impresiones muy esbeltas podría resultar muy baja, causando el colapso de las estructuras.

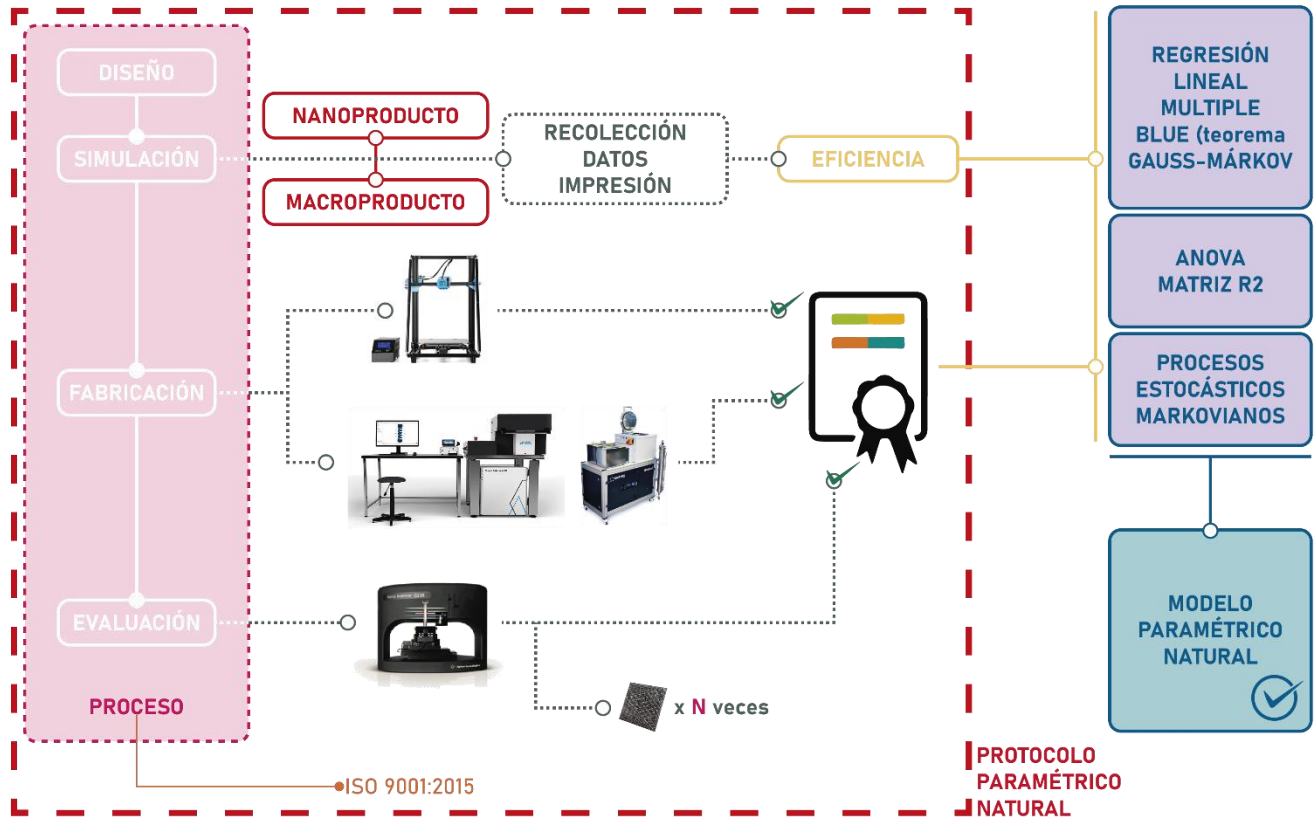


Imagen 19. Validación del Protocolo Paramétrico Natural [elaboración propia]

4a validación (Fabricación a la nanoescala)

La Nanoscribe es certificada por el productor en relación con la eficiencia de la impresión, siempre y cuando se cumplan las mantenencias planeadas por la empresa. Para entender con mayor precisión: el cabezal laser de la Nanoscribe, que cumple las funciones de posicionamiento, liberación del vóxel de resina y polimerización de la estructura, tiene una vida útil de 1000 horas¹⁴², después de las cuales se debe proceder obligatoriamente a su sustitución para mantener la eficiencia certificada del equipo. Además, el productor identifica un volumen de impresión de 300 x 300 x 300 μm donde trabaja el cabezal sin moverse de su área de actuación. De hecho, dejando que el cabezal se mueva automáticamente afuera de esta área se pueden obtener, como ya mencionado, desviaciones en la impresión alrededor de 1 μm , lo que significa, en caso de una construcción de una estructura tridimensional de aristas, que los volúmenes de impresión no coincidan. Esta desviación se ha reducido sensiblemente, hasta pocos nanómetros, actuando una prueba piloto en la manipulación del algoritmo de impresión, subdividiendo en volúmenes la impresión (del material crecido afuera del volumen garantizado por el productor) y reposicionando matemáticamente el cabezal por cada una de estas

¹⁴² El costo del cabezal laser es alrededor de 1,000,000 \$ (pesos mexicanos).

porciones contiguas. También en el segundo proceso de fabricación por ALD el productor recomienda un ciclo de limpieza del sistema después de cada impulso, para garantizar la adherencia entre capas continuas de diferentes precursores reactivos, hasta llegar al tamaño de depósito deseado. Además, después de cada experimento, se debe ejecutar el algoritmo de purga relativo para poder restablecer las condiciones de inicio de la máquina, sobre todo en el interior del reactor y de los ductos.

5a validación (Evaluación a la nanoescala)

Así como los demás equipos, también el Nanoindentador utilizado en la fase de caracterización mecánica del material es certificado por el productor, siempre y cuando sea utilizado para la evaluación de materiales cerámicos, metálicos, compuestos, biomateriales, de película delgada, porosos y arquitectónicamente estructurados. Además, es posible una segunda validación de los datos recolectados (infiriéndolos entre ellos) en cuanto en una única muestra es posible ejecutar diferentes indentaciones: es decir, la primera indentación no es destructiva como las mediciones en otras escalas.

6a validación (Proceso)

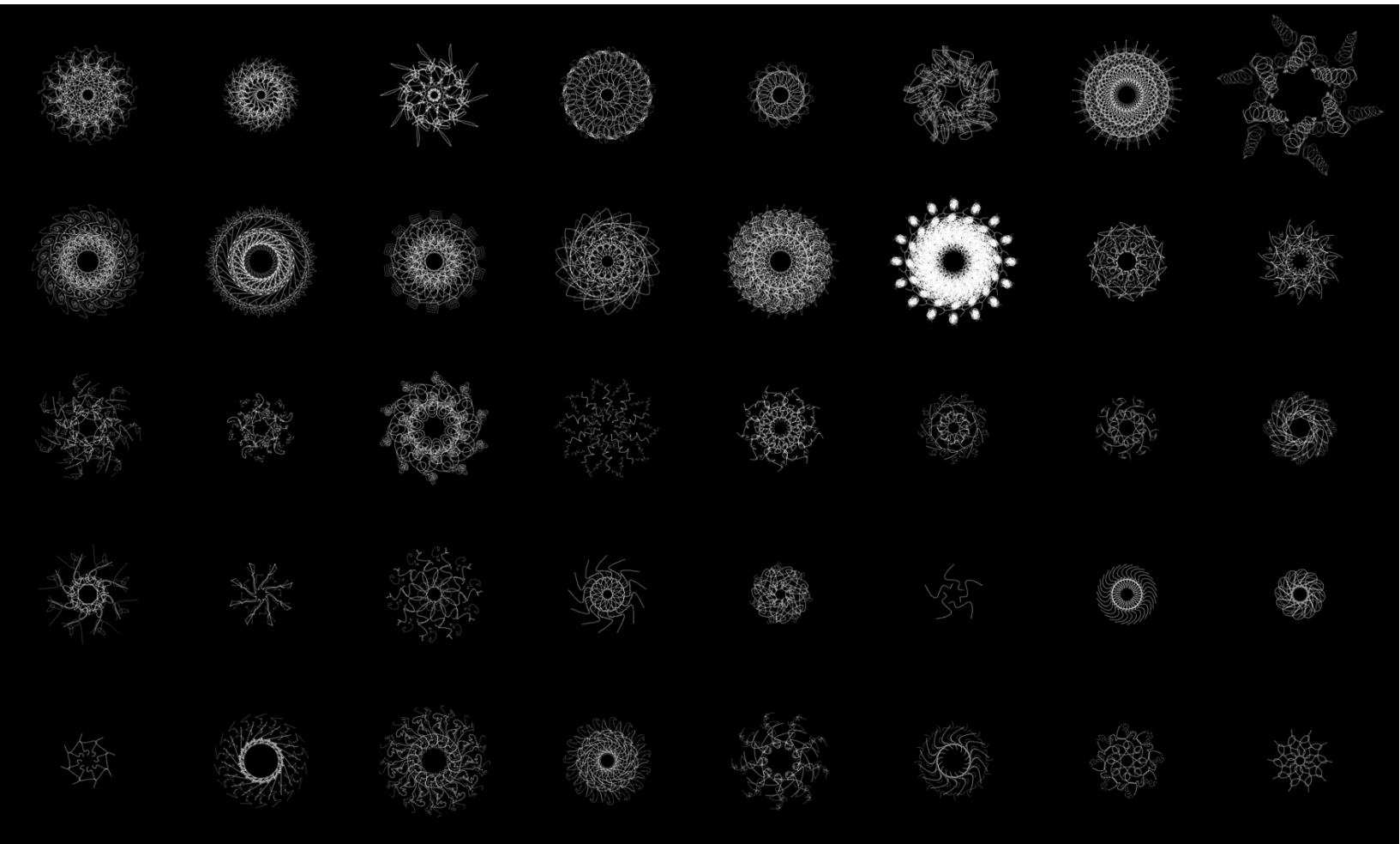
Los procesos de fabricación a la micro/nanoescala cuentan con certificación de calidad ISO 9001:2015. Esto significa que los productos fabricados en estos laboratorios benefician de procesos que garantizan la confiabilidad del servicio en el pasaje desde una fase a la otra: en específico, los procesos de fabricación son realizados en cuartos limpios¹⁴³ y son aseguradas las condiciones de trabajo de los equipos en conformidad con las especificaciones dictadas por el productor. Por ejemplo, la maquinaria de nanoindentación puede sufrir efectos de deriva térmica; por lo tanto, las mediciones son elaboradas en una mesa antivibratoria y una cabina de aislamiento térmico/acústica.

7a validación (o validación general del Protocolo y Modelo Paramétrico Natural)

El diseño experimental, o método planteado, se valida a través de la inferencia estadístico-probabilística de todos los datos recolectados con los datos insertados y sistematizados en calidad de restricciones en el modelo matemático de programación no lineal. Considerando el número de parámetros a confrontar se utilizan los mismos modelos de las primeras dos fases de validación (regresión lineal múltiple, ANOVA, matriz de coeficientes R² y procesos estocásticos markovianos).

¹⁴³ Un cuarto limpio (en inglés, clean room) es una sala especialmente diseñada para obtener bajos niveles de contaminación. Estas salas muestran parámetros ambientales estrictamente controlados: partículas en aire, temperatura, humedad, flujo de aire, presión interior del aire, iluminación. Una de las desventajas de las salas blancas es el alto coste tanto de implementación como de operación, lo cual restringe su uso a industrias de gran escala o laboratorios de alta precisión. Un cuarto limpio es deseable (aunque muchas veces incosteable) para la fabricación de material quirúrgico plástico, pero en el caso de aleaciones equiatómicas y semiconductores es muchas veces necesario, ya que del control que se tenga en este material dependen todas las propiedades deseadas en su funcionamiento.

UN ALOSIOFRACTAL



“You can know the name of a bird in all the languages of the world, but when you're finished, you'll know absolutely nothing whatever about the bird... So let's look at the bird and see what it's doing - that's what counts. I learned very early the difference between knowing the name of something and knowing something.”¹⁴⁴

Richard Phillips Feynman

¹⁴⁴ “Puedes saber el nombre de un ave en todos los idiomas del mundo, pero cuando hayas terminado, no sabrás absolutamente nada acerca del ave... Así que miremos al ave y veamos qué está haciendo - eso es lo que cuenta. Aprendí muy temprano la diferencia entre saber el nombre de algo y entender algo”. En Feynman, R. P. (1988). *What do you care what other people think? Further adventures of a curious character*. New York, NY: Ed. W. W. Norton & Company [traducido por el autor de la tesis].

UN ALOSIOFRACTAL

1. El 1er y el 2do orden fractal

El alosiofractal es la pieza básica de la Arquitectura Paramétrica Natural, es decir, representa el 1er orden fractal. Del Modelo Paramétrico Natural ya hemos obtenido su configuración espacial, logrando una iteración para verificar la factibilidad a la mesoescala. La que sigue es una imagen simulada de la visión de las piezas bases (un tetraedro con base triangular y un octaedro con base cuadrada) a través de nanoscopía de alta resolución (**Imagen 20**). De hecho, el alosiofractal tiene una definición del detalle alrededor de 100 nm, de acuerdo con las especificaciones técnicas del equipo de Nanoscribe.

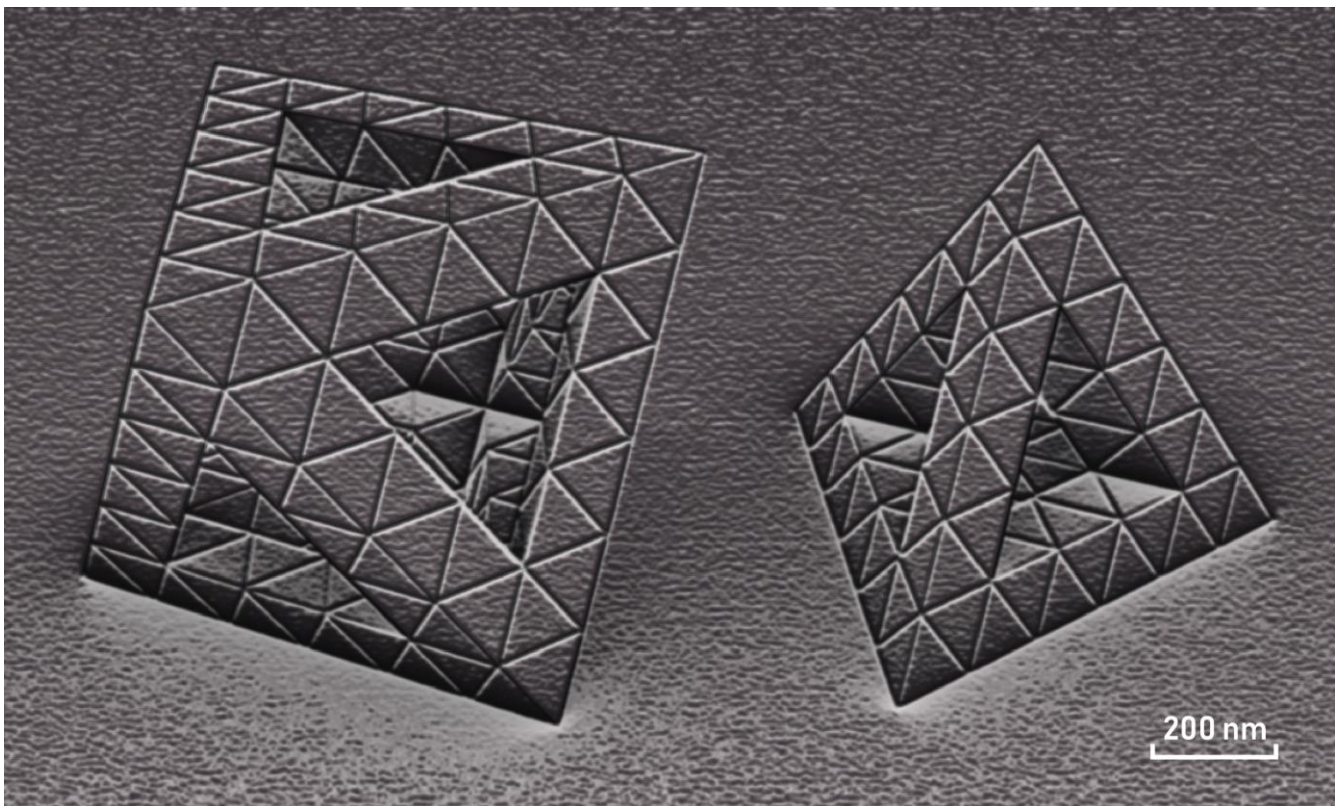


Imagen 20. 1er orden fractal: Nanoescala [elaboración propia]

A. *Tamaño de la muestra*

La población de estudio se delimita alrededor de los materiales cerámico-poliméricos nanoestructurados matemáticamente inspirados en la geometría de sus componentes matéricos, alúmina y silicatos (**Imagen 21**). De hecho, se fija una muestra razonable (contemplando cuidadosamente el tiempo de impresión y costo del proceso de fabricación) de experimentación para esta población; se

producen 18 prototipos cúbicos con geometría fractal enredada en su espacio volumétrico: 2 de 2 mm, 4 de 200 μm y 12 de 40 μm , por cada lado. De los 18 prototipos (**Imagen 22**), la mitad se recubren con una película delgada de aproximadamente 40 nm, constituidas de capas alternadas de alúmina y silicatos, a través de deposición por capas atómicas (ALD). A este muestreo se suma un último prototipo de 20 μm , que, por cuestiones de definición de la maquinaria utilizada, se simula exclusivamente en el software Describe.

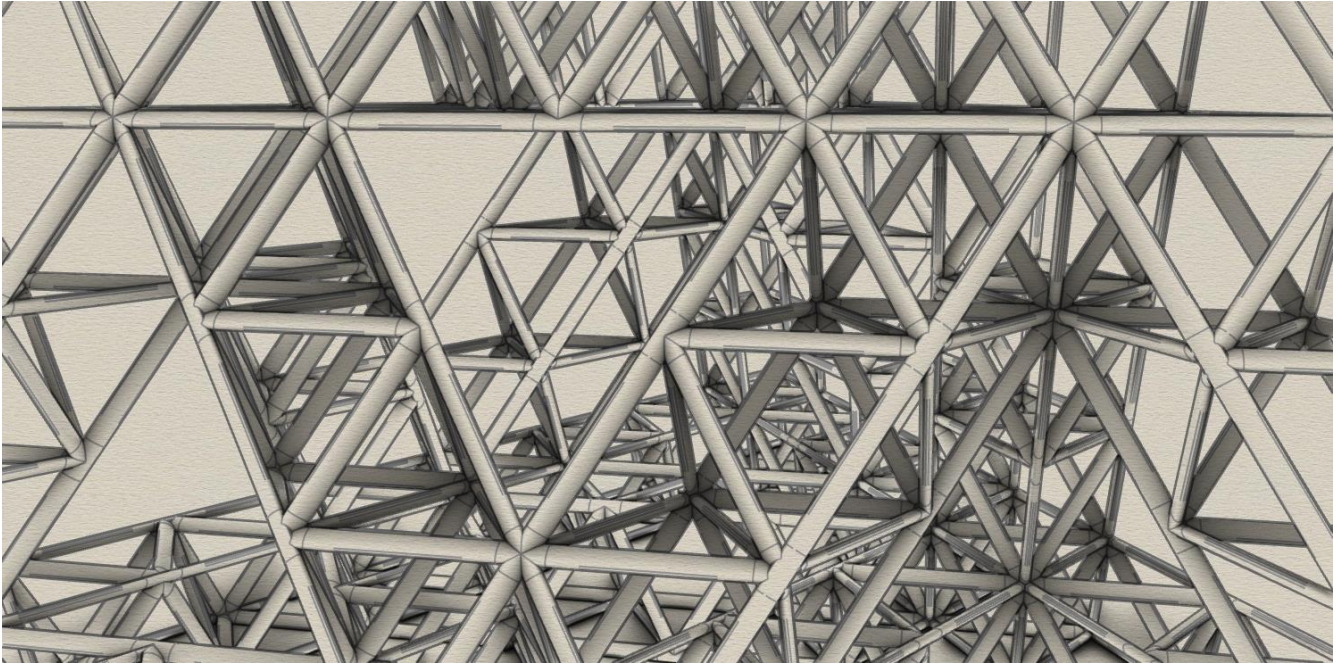


Imagen 21. Imagen aumentada de la iteración fractal generada en el material cerámico-polimérico [elaboración propia]

El objetivo de esta elección es evaluar tanto el funcionamiento de la sola estructura geométrica, como la interacción generada por la adhesión de la capa de material cerámico y su aportación al material en términos de eficiencia. Considerada la muestra, con tamaño menor de 30, se elaboran inferencias estadísticas y probabilísticas de los datos recolectados a través de una distribución del tipo t^{145} , con el fin de representar una probable población (desconocida) incluyente de estos tipos de materiales emergentes. En consecuencia de las variables analizadas y del tamaño de la muestra se trabaja con 15 grados de libertad, con la finalidad de ejecutar un análisis lineal múltiple (incluso la ANOVA) para estimar el error en este tipo de fabricación programada (paramétrica). Considerando el tipo de producción por impresión a través de algoritmos matemáticos específicos, se prospecta un error

¹⁴⁵ La distribución t fue desarrollada por William Sealy Gosset, bajo el seudónimo Student, y surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño. Aparece de manera natural al realizar la prueba t de Student para la determinación de las diferencias entre dos varianzas muestrales, y para la construcción del intervalo de confianza para la diferencia entre las partes de dos poblaciones, cuando se desconoce la desviación típica de una población y ésta debe ser estimada a partir de los datos de una muestra.

muy pequeño entre la fabricación de una muestra y la otra: es decir, se trabajan dos intervalos de confiabilidad del 95% y 99% con una significancia respectivamente del 5% y 1%.

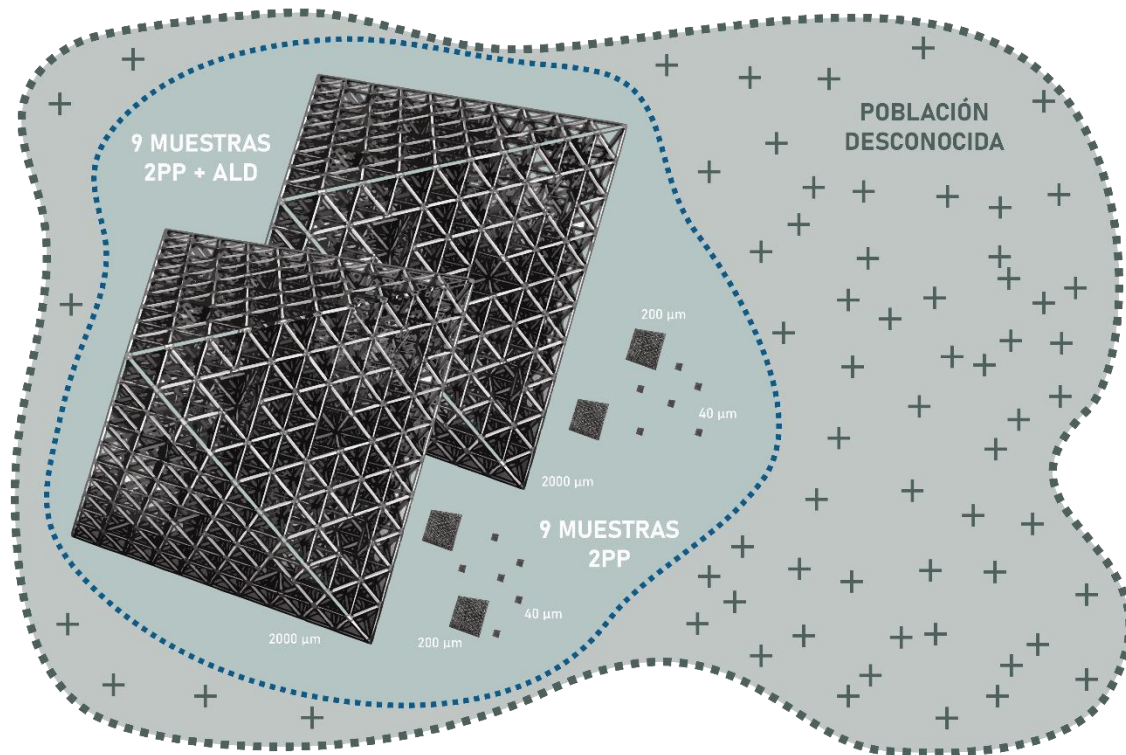


Imagen 22. Tamaño de la muestra [elaboración propia]

Una primera evaluación de la eficiencia que se puede seguir logrando en la fabricación digital del material se puede efectuar a pesar de las geometrías .STL¹⁴⁶ procesadas a través de diferentes algoritmos, con el fin de obtener una mayor calidad del producto (**Imagen n.23**).

Se puede notar que el primer algoritmo utilizado (a través del software WanhaoMaker) restituye una impresión del material que en la sección tubular de tipo elíptico encuentra dificultades en seguir el patrón geométrico, devolviendo una aproximación muy bruta a la precisión del modelo elaborado. El segundo algoritmo utilizado (a través del software Ultimaker Cura) restituye una impresión que sigue más fielmente el patrón geométrico de la sección tubular. Los algoritmos utilizados para el primer procesamiento de factibilidad de la impresión, son algoritmos que aceptan las máquinas de fabricación digital a la mesoescala. De hecho, el algoritmo utilizado por la maquinaria de Nanoscribe (software

¹⁴⁶ STL (siglas provenientes del inglés "Standard Triangle Language") es un formato de archivo informático de diseño asistido por computadora (CAD) que define geometría de objetos 3D, excluyendo información como color, texturas o propiedades físicas que sí incluyen otros formatos CAD. Fue creado por la empresa 3D Systems, concebido para su uso en la industria del prototipado rápido y sistemas de fabricación asistida por ordenador. En especial desde los años 2011-2012 con la aparición en el mercado de impresoras 3D de extrusión de plástico termofusible (personales y asequibles), el formato STL está siendo utilizado ampliamente por el software de control de estas máquinas.

Describe) aplica todavía una mayor precisión, entre 100 y 200 nm, con desviaciones mínimas de sólo algunos nanómetros. Además, en la impresión a la mesoescala se utilizan filamentos de PLA¹⁴⁷ (también si se contemplan filamentos de alta calidad) con diámetro de 2.85 mm o de 1.75 mm, con una precisión máxima de espesor de capa de 40 micras. Por lo contrario, en la nanoimpresión por litografía de dos fotones se utiliza una resina de inmediata polimerización IP-Q o IP-S, de rápida fabricación para estructuras con volúmenes de varios milímetros cuadrados desde la nano hasta la mesoescala.

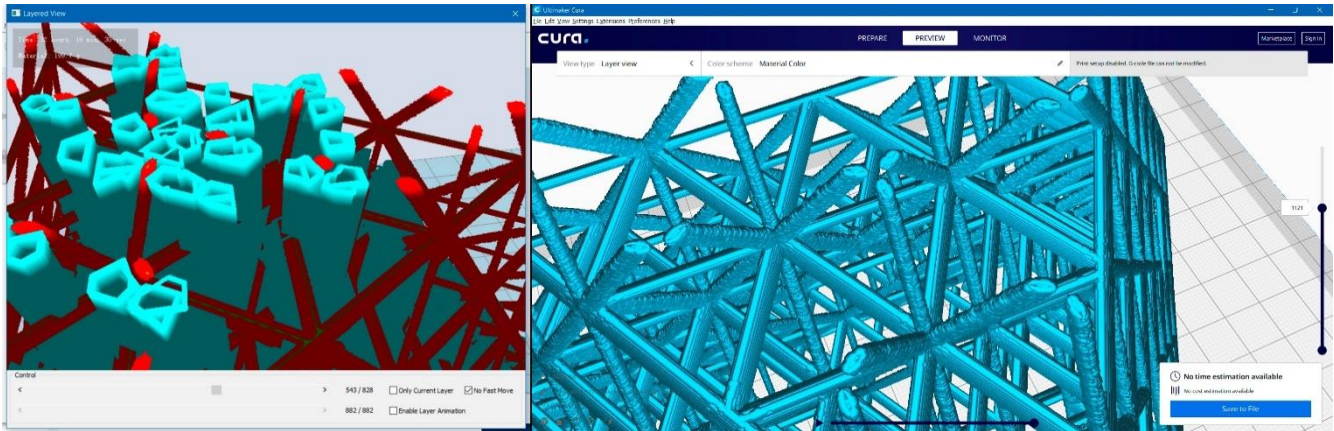


Imagen 23. Comparación de algoritmos de procesamiento para la optimización del material durante la conversión del objeto geométrico digital en objeto fabricable [elaboración propia]

B. Modelación matemática del prototipo

Las ecuaciones elaboradas dentro del Modelo Paramétrico Natural restituyeron un resultado interesante que podemos analizar a través de los datos arrojados por el software LINDO/LINGO 17.0.60; se optó por un modelo de programación no lineal en cuanto los fractales se rigen fundamentalmente por funciones logarítmicas y/o exponenciales. En el modelo descrito fueron insertadas las 11 ecuaciones mencionadas (incluso la función objetivo que define la dimensión fractal).

En las líneas de programación podemos apreciar todas las componentes fundamentales del modelo: la función objetivo donde estamos buscando el valor óptimo de dimensión fractal para el diseño del modelo, y las 10 restricciones que describen y analizan los valores diferenciales que definen el alosiofractal (**Imagen 24**). Para agilizar las líneas de programación, todos los números reales concurrentes en las ecuaciones (números racionales, enteros, irracionales y trascendentes) fueron resueltos afuera del modelo e insertados con su valor numérico decimal más preciso.

¹⁴⁷ El ácido poliláctico o poliácido láctico (PLA) es un polímero constituido por moléculas de ácido láctico, con propiedades semejantes a las del tereftalato de polietileno (PET) que se utiliza para hacer envases, pero que además es biodegradable. Se degrada fácilmente en agua y óxido de carbono. Es un termoplástico que se obtiene a partir de almidón de maíz (EE.UU.) o de yuca o mandioca (mayormente en Paraguay, etc), o de caña de azúcar (resto del mundo). Se utiliza ampliamente en la impresión 3D bajo el proceso modelado por deposición fundida (FDM). El segundo mayor productor mundial de PLA es el grupo weforyou con una capacidad anual de PLA puro y compuestos de 50,000 toneladas.

```

Lingo 17.0 - [Lingo Model - ModeloParametricoNatural-def]
File Edit Solver Window Help
title Modelo Paramétrico Natural - 11 Ecuaciones;

!Función objetivo;
MIN= 1.2348255708248399055654193625601*Xxg*Xyg*Xzg;
!Restricciones;
Xxg = Xyg;
Xyg = Xzg;
Xxa = Xya;
Xya = Xza;
(0.58925565098878960366737030175404*Xxg * 0.5*Xxa) + (0.58925565098878960366737030175404
*Xyg * 0.86602540378443864676372317075294*Xya) + (0.58925565098878960366737030175404*Xzg *
0.86602540378443864676372317075294*Xza) > 4.7;
(0.58925565098878960366737030175404*Xxg * 0.86602540378443864676372317075294*Xxa) +
(0.58925565098878960366737030175404*Xyg * 0.5*Xya) + (0.58925565098878960366737030175404
*Xzg * 0.5*Xza) > 2.42;
1 / (0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg) < 258;
0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg > 0.95;
0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg < 0.99;
(0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg) * (Xxa*Xya*Xza) = 1078;

```

24. Líneas de programación del Modelo Paramétrico Natural en Lindo/Lingo 17.0.60 [elaboración propia]

Analizando en detalle las líneas de programación (**Imagen 25**) se comenta lo siguiente: la función objetivo [1] minimiza la dimensión fractal devolviendo la menor descomposición de la materia por parte de la misma figura, mano a mano que reduce su tamaño. Esta se manipula a través de una ecuación logarítmica que tiene en cuenta un número razonable de repetición de figuras, tanto en el volumen general, cuanto a lo largo de una arista; las aristas tanto de los octaedros cuanto de los tetraedros (variables geométricas) deben tener igual dimensión [2] [3]; el desarrollo anisotrópico de la iteración fractal debe ser homogéneo [4] [5]; las resistencias a compresión y tracción del prototipo [6] [7] son descritas geoméricamente en una interacción entre las dos variables manipuladas, geometría y anisotropía; se restringe el sistema a través de una densidad mínima [8] que se basa en las características de un ladrillo de tierra cruda aligerado con nanotecnología “estándar”; las inecuaciones [9] [10] controlan el contenido de aire en el material, es decir, construyen una relación directa tanto con la función objetivo en el control de la dimensión fractal y de los vacíos fractales relativos, cuanto con la ecuación de densidad; a través de la última ecuación se obliga el sistema a un número finito de formas [11] que van iteradas. Obviamente, ésta es una propuesta entre millones de posibilidades de programación, tanto por su forma cuanto por sus características mecánicas o físicas. El modelo presentado describe sólo en parte una realidad arquitectónica mucho más compleja y, por supuesto, revela apenas sus increíbles posibilidades.

```

MODEL:
TITLE Modelo Paramétrico Natural - 11 Ecuaciones;
[1] MIN= 1.23482557082484 * XXG * XYG * XZG;
[2] XXG - XYG = 0;
[3] XYG - XZG = 0;
[4] XXA - XYA = 0;
[5] XYA - XZA = 0;
[6] ( 0.5892556509887899 * XXG * 0.5 * XXA) + ( 0.5892556509887899 * XYG *
0.8660254037844384 * XYA) + ( 0.5892556509887899 * XZG * 0.8660254037844384 *
XZA) >= 4.7;
[7] ( 0.5892556509887899 * XXG * 0.8660254037844384 * XXA) + (
0.5892556509887899 * XYG * 0.5 * XYA) + ( 0.5892556509887899 * XZG * 0.5 * XZA)
>= 2.42;
[8] 1 / ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) <= 258;
[9] 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG >= 0.95;
[10] 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG <= 0.99;
[11] ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) * ( XXA * XYA * XZA) = 1078;
END
    
```

Imagen 25. Líneas de programación en el modelo de pantalla de Lindo/Lingo 17.0.60 [elaboración propia]

Analizamos los resultados que nos arroja el software (**Imagen 26**).

La primera reflexión es acerca del tiempo de resolución del modelo: 13 centésimas de segundo para un sistema de media complejidad, constituido de 6 incógnitas y 11 ecuaciones no lineales, que manualmente necesitaría varias horas para ser resuelto (sin olvidar las complicaciones debido al efecto de deber linealizar todo el sistema para resolverlo). Con este sentido el sistema fue resuelto automáticamente en “solamente” 9 iteraciones de cálculo.

Otro dato atrayente es la *inviabilidad del sistema*: el modelo nos arroja una inviabilidad de $0.2891145 * e^{-6}$, es decir, un número muy pequeño y cercano al cero, que indica cuanto los resultados sean extremadamente precisos. Esto es cabalmente el índice de precisión del modelo que verifica la confiabilidad de la simulación.

Las variables o incógnitas geométricas X_{XG} , X_{YG} y X_{ZG} y las anisotrópicas X_{XA} , X_{YA} y X_{ZA} toman respectivamente valores iguales en sus trípticos.

En cuanto a los resultados de las ecuaciones: tenemos un factor de dimensión fractal prácticamente igual a 2 (por aproximación a la segunda cifra decimal), que resulta superior a las dimensiones fractales del copo de nieve de Koch, del triángulo y de la alfombra de Sierpinski. El punto focal de este resultado es el siguiente: se obtienen valores cercanos a 1 para fractales casi lisos, y se acerca más y

más a 2 a medida que el fractal está más sangrado y llena más densamente la superficie (o el volumen) sobre la cual se traza. En el caso límite alcanzado, la curva fractal llena la figura por completo, obteniendo $D = 2$.

Esto no nos debe sorprender, porque el fractal no está utilizado, en el caso específico, como un diagrama, un dibujo, o una explicación matemático-financiera; por el contrario, el fractal se materializa diseñando tanto la estructura de la materia cuanto la de la arquitectura, y por supuesto debe mostrar una iteración muy densa para poder restituir características mecánicas mejoradas.

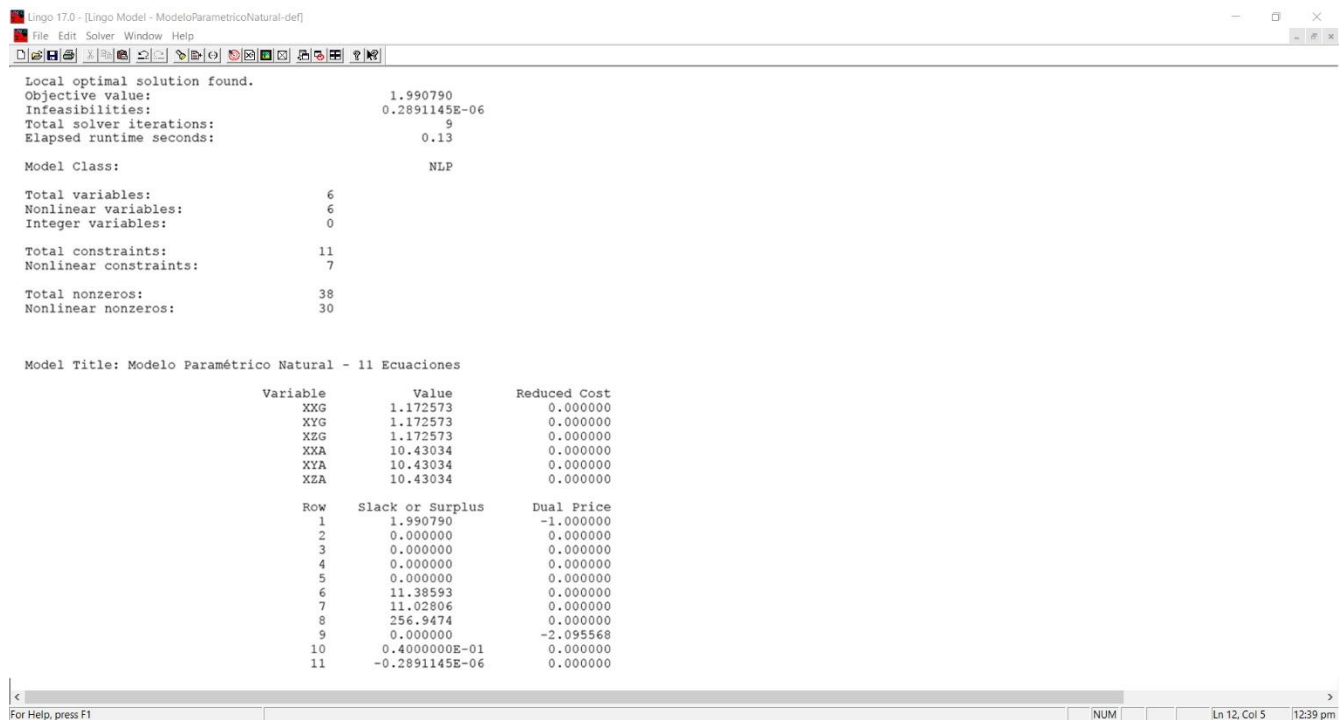


Imagen 26. Reporte de resultados del modelo en Lindo/Lingo 17.0.60 [elaboración propia]

De hecho, es muy pertinente el resultado de las ecuaciones que definen las resistencias a compresión y tracción del prototipo: aquí el modelo nos restituye un superávit de 11.39 MPa en compresión y 11.03 MPa en tracción, con relación a los datos recolectados en otras investigaciones concernientes a materiales de tierra cruda potenciados a través de nanotecnología.

Los demás resultados se quedan muy cercanos o iguales a los insertados en el modelo; el contenido de aire se equilibra alrededor del 95% del volumen total.

En la segunda iteración, a las 11 ecuaciones/inecuaciones mencionadas, se añadió la inecuación relativa a la conductividad térmica del material, fijando un límite superior prácticamente tan eficaz cuanto el poliestireno expandido (**Imagen 27**).

```

Lingo 17.0 - [Lingo Model - ModeloParametricoNatural-termico-def]
File Edit Solver Window Help
title Modelo Paramétrico Natural - 12 Ecuaciones;

!Función objetivo;
MIN= 1.2348255708248399055654193625601*Xxg*Xyg*Xzg;
!Restricciones;
Xxg = Xyg;
Xyg = Xzg;
Xxa = Xya;
Xya = Xza;
(0.58925565098878960366737030175404*Xxg * 0.5*Xxa) + (0.58925565098878960366737030175404
*Xyg * 0.86602540378443864676372317075294*Xya) + (0.58925565098878960366737030175404*Xzg *
0.86602540378443864676372317075294*Xza) > 4.7;
(0.58925565098878960366737030175404*Xxg * 0.86602540378443864676372317075294*Xxa) +
(0.58925565098878960366737030175404*Xyg * 0.5*Xya) + (0.58925565098878960366737030175404
*Xzg * 0.5*Xza) > 2.42;
1 / (0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg) < 258;
0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg > 0.95;
0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg < 0.99;
(0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg) * (Xxa*Xya*Xza) = 1078;
0.026 * (0.58925565098878960366737030175404*Xxg*Xyg*Xzg) < 0.05;

```

Imagen 27. Líneas de programación del Modelo Paramétrico Natural en Lindo/Lingo 17.0.60, segunda iteración [elaboración propia]

Las líneas de programación (**Imagen 28**) revelan que la base de la nueva restricción es la cantidad de aire interpolada con su conductividad térmica en estado de reposo.

```

Lingo 17.0 - [Lingo Model - ModeloParametricoNatural-termico-def]
File Edit Solver Window Help
MODEL:
TITLE Modelo Paramétrico Natural - 12 Ecuaciones;
[ 1] MIN= 1.23482557082484 * XXG * XYG * XZG;
[ 2] XXG - XYG = 0;
[ 3] XYG - XZG = 0;
[ 4] XXA - XYA = 0;
[ 5] XYA - XZA = 0;
[ 6] ( 0.5892556509887899 * XXG * 0.5 * XXA) + ( 0.5892556509887899 * XYG *
0.8660254037844384 * XYA) + ( 0.5892556509887899 * XZG * 0.8660254037844384 *
XZA) >= 4.7;
[ 7] ( 0.5892556509887899 * XXG * 0.8660254037844384 * XXA) + (
0.5892556509887899 * XYG * 0.5 * XYA) + ( 0.5892556509887899 * XZG * 0.5 * XZA)
>= 2.42;
[ 8] 1 / ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) <= 258;
[ 9] 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG >= 0.95;
[10] 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG <= 0.99;
[11] ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) * ( XXA * XYA * XZA) = 1078;
[12] 0.026 * ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) <= 0.05;
END

```

Imagen 28. Líneas de programación en el modelo de pantalla de Lindo/Lingo 17.0.60, segunda iteración [elaboración propia]

Analizando los resultado, podemos ver como el modelo se comporta sustancialmente de la misma forma que el anterior (**Imagen 29**): no obstante se haya añadido una restricción más, la matriz está resuelta con el mismo tiempo e iteraciones de cálculo. De igual manera se observa que la inviabilidad del sistema queda inalterada, confirmando la confiabilidad de la simulación ejecutada. La inecuación añadida se resuelve con un valor de conductividad térmica del material de 0.0247 W/mK. Esto, nuevamente, resulta ser un dato extraordinario, en cuanto el material programado muestra una conductividad térmica entre el 5-10% de un ladrillo tradicional¹⁴⁸ y se configura como una alternativa más eficiente del poliuretano expandido para cuestiones de aislamiento térmico, acercándose a materiales innovadores cuales aerogel¹⁴⁹ y micronal¹⁵⁰, sin olvidar que se confirma su desempeño mecánico. Por un análisis más detallado de las líneas de programación, véase el ANEXO A.

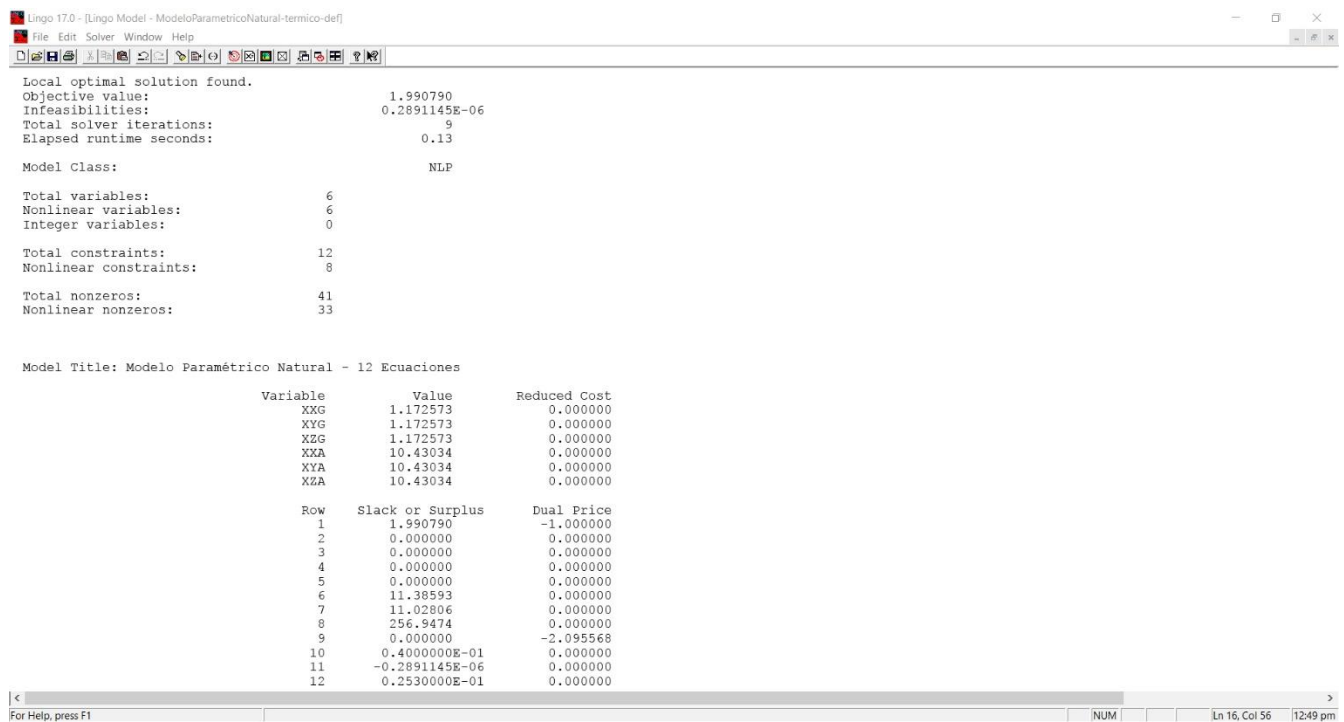


Imagen 29. Reporte de resultados del modelo en Lindo/Lingo 17.0.60, segunda iteración [elaboración propia]

Cabe recordar que ésta es una propuesta entre posibilidades infinitas de diseño matemático-geométrico, para lograr arquitecturas con características mecánicas o físicas incorporadas en su misma estructura.

¹⁴⁸ La conductividad térmica de un ladrillo convencional se asienta entre 0,49 y 0,87 W/mK.

¹⁴⁹ El aerogel, o humo helado, es un material coloidal en el cual el componente líquido es cambiado por un gas, obteniendo como resultado un sólido de muy baja densidad (3 mg/cm³ o 3 kg/m³), altamente poroso y con una enorme capacidad de aislante térmico. A pesar de esto, tiene una resistencia considerable puesto que puede soportar más de 1.000 veces su peso.

¹⁵⁰ El micronal es un acumulador térmico de cambio de fase que se incorpora como aditivo a los materiales de construcción: se trata de microcápsulas que tienen un núcleo de cera que actúa como acumulador de calor latente. De esta forma la temperatura de la habitación se mantiene constante, haciendo innecesario el empleo de sistemas de aire acondicionado.

C. Modelación en ambiente NURBS

Los datos extraídos del modelo matemático han sido utilizados para el diseño del prototipo en ambiente NURBS a través del software Rhinoceros 6.0.

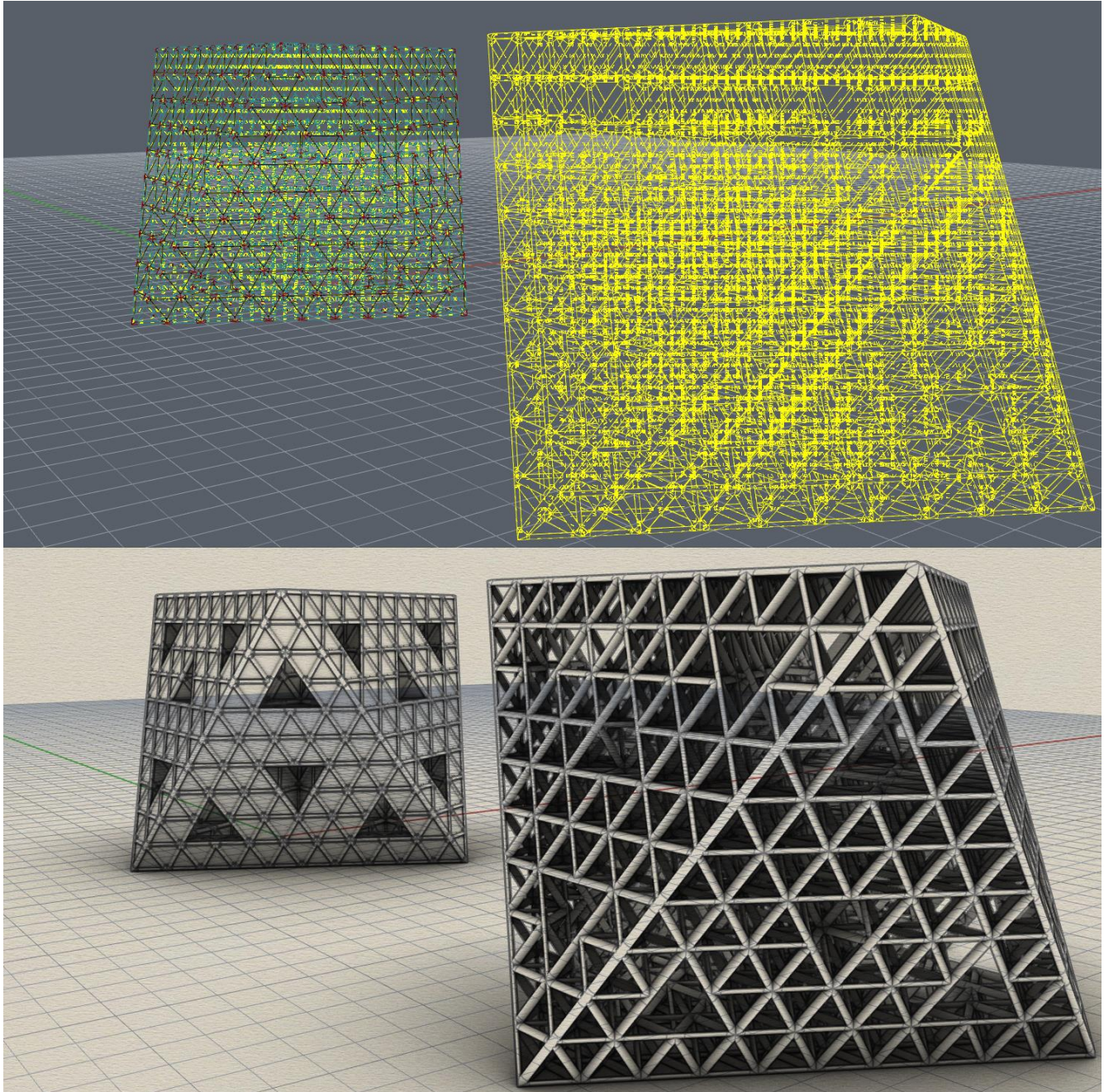


Imagen 30. Visualización técnica y texturizada del prototipo en Rhinoceros 6.0 [elaboración propia]

Los datos obtenidos del Modelo Paramétrico Natural realmente no necesitaron una mayor interpretación, en cuanto son bastante claros en términos geométricos y anisotrópicos: se mantuvo cuidado exclusivamente en el control, durante el diseño manual, del tamaño de las aristas fijado en el

término numérico absoluto de 1¹⁵¹, del porcentaje de vacíos y de la geometría de las aristas, que por capacidad estructural fueron diseñadas como tubulares a sección elíptica de 0.15 * 0.075 (**Imagen 30**).

Se aclara que las medidas de sección de las aristas no fueron escogidas al azar, más bien el tamaño final, alcanzado después de varias simulaciones, resulta ser el de dimensión mínima para que técnicamente la impresión resulte de elevada calidad en todas las escalas métricas planeadas.

Así que, una vez realizado el diseño, el modelo se encuentra listo para su exportación como .STL para ser manipulado dentro de los softwares de impresión (**Imagen 31**).

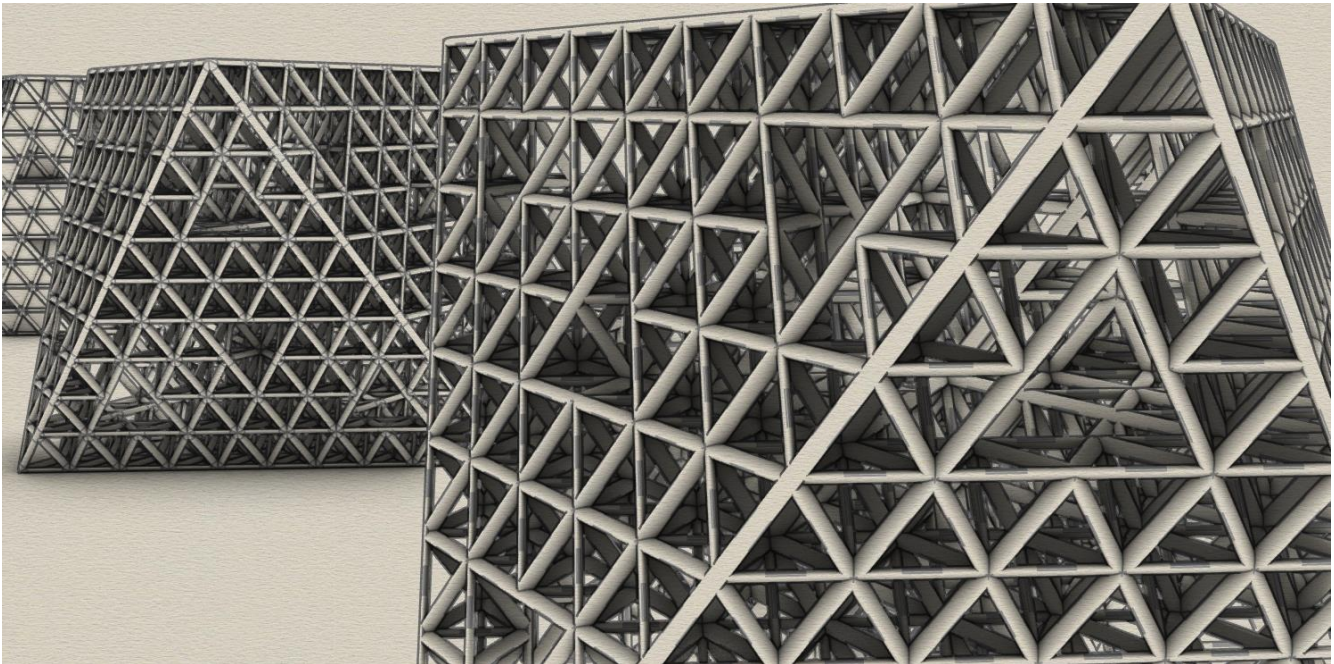


Imagen 31. Visualización del modelo traducido en mesh en Rhinoceros 6.0 para su exportación como .STL [elaboración propia]

¹⁵¹ El valor numérico absoluto 1 resulta ser el más adecuado para que el modelo pueda ser escalado durante los procesos de impresión en los diferentes tamaños de los prototipos.

2. Fabricación de un alosiofractal

La fabricación del alosiofractal es realizada en laboratorios de manufactura aditiva y nanotecnológicas pertenecientes a la UNAM. Esta fase demuestra la facilidad del proceso de producción, gracias a herramientas de tecnología de la información integrada a los equipos de nanofabricación, además de permitir el apreciamiento porcentual del ahorro de energía y de materia.

La validación de factibilidad del modelo se realiza en el “*Laboratorio de Manufactura Digital*”, que es parte del “*Laboratorio del Área de Tecnología del Posgrado en Diseño Industrial*” de la UNAM. Se ocupa una impresora 3D de extrusión de filamento para realizar la maqueta a la meso/macroescala (**Imagen 32**).

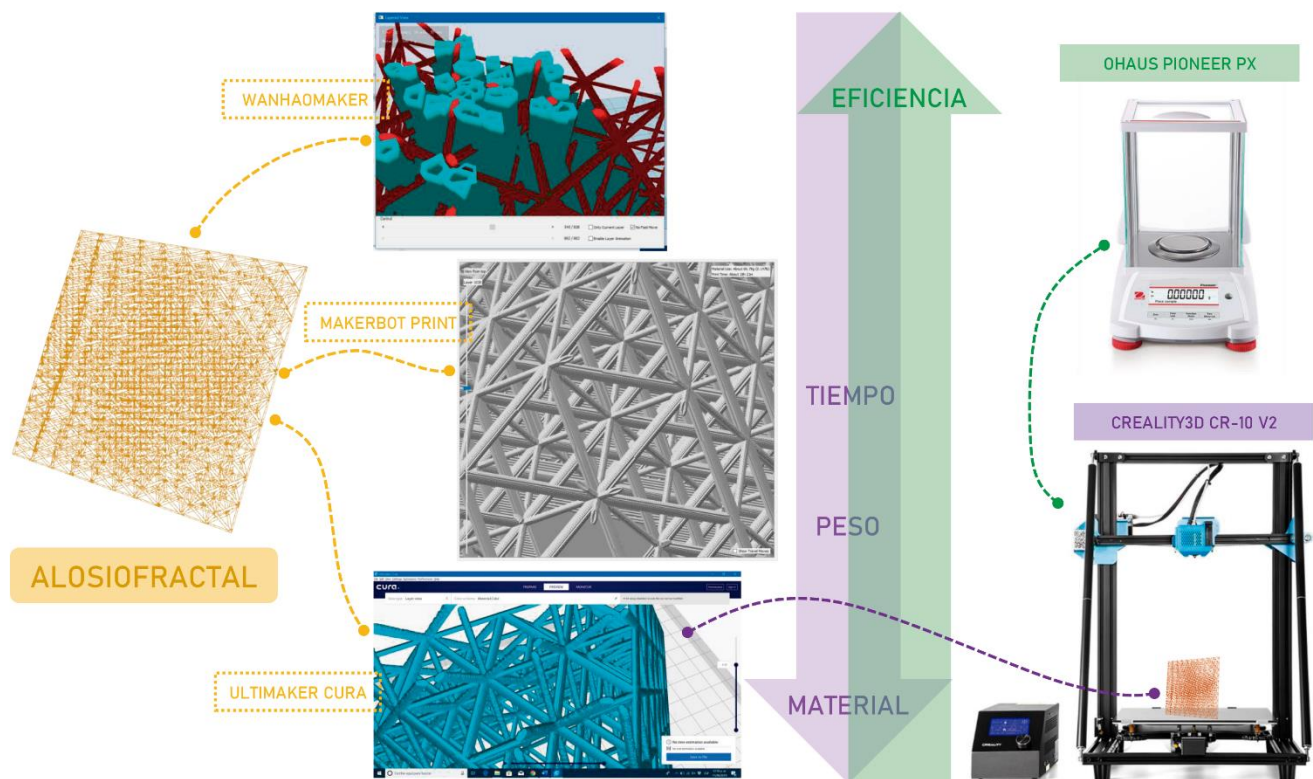


Imagen 32. Fabricación y evaluación del modelo a la meso/macroescala [elaboración propia]

La reducción del modelo a la micro/nanoescala se realiza en el “*Laboratorio de Micro y Nanotecnología (μNTec)*”, que es parte del “*Laboratorio Nacional de Biomiméticas para Diagnóstico y Terapia (LaNSBioDyT)*” de la Facultad de Ciencias de la UNAM. Consecuentemente, se realiza la deposición de capa delgada en la “*Unidad de Nanofabricación (UNaFab)*” del “*Centro de*

Nanociencias y Nanotecnología (CNyN)” de la UNAM, ubicado en Ensenada, Baja California (Imagen 33).

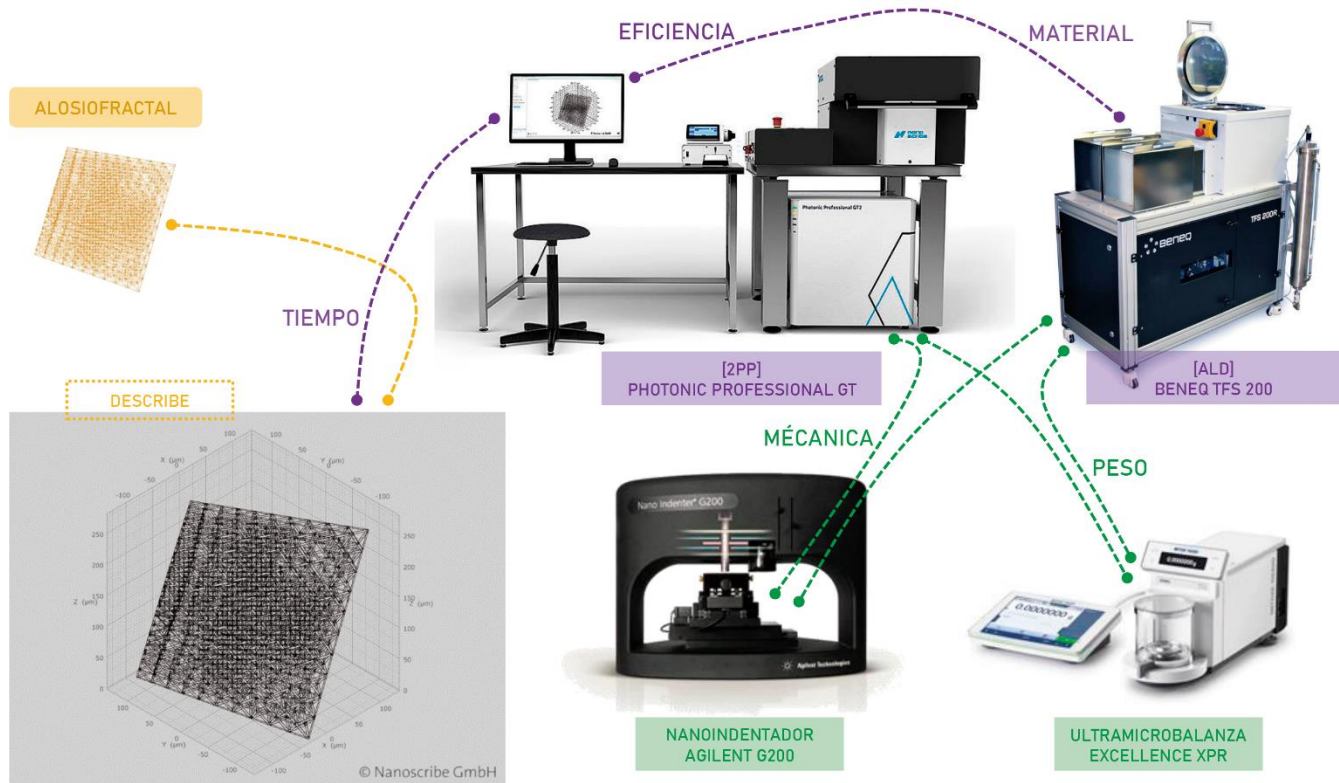


Imagen 33. Fabricación y evaluación del modelo a la micro/nanoescala [elaboración propia]

A. Validación de factibilidad a la mesoescala

Esta fase de validación a la mesoescala fue anticipada por un experimento de calibración tanto de los softwares de procesamiento de la impresión cuanto de las mismas impresoras. Esta calibración fue ejecutada a través de varios modelos, tantos tetraédricos cuanto octaédricos (ambos constituidos para iteraciones tetraédricas y octaédricas conjuntas). Se tuvieron varios casos de quiebre de las piezas y de detención de las impresiones por diferentes cuestiones técnicas. De hecho, este proceso fue necesario para detectar el software más preciso y la impresora de mejor rendimiento, además de arrojar datos muy significativos con relación a peso, costo, tiempo de impresión, cantidad de materia y energía utilizada, eficiencia y confiabilidad del modelo simulado con relación al prototipo impreso¹⁵².

Asimismo, esta experimentación preliminar resultó fundamental para sustancialmente anular cualquier defecto en el algoritmo de impresión, con el fin de eliminar prácticamente los riesgos de

¹⁵² Los datos más significativos recolectados se pueden encontrar procesados en el párrafo de resultados preliminares del vigente capítulo.

detención y quiebras de las piezas a la nano/microescala, factor que podría elevar los costos técnicos de la tesis, además del de los mismos prototipos.

El modelo generado en ambiente NURBS dentro del software Rhinoceros 6.0 fue trabajado en los softwares de WanhaoMaker, MakerBot Print y Ultimaker Cura, destacando que este último fue el que logró manipular de forma más eficiente el algoritmo de procesamiento e impresión con la finalidad de anular por completo los soportes de la estructura durante el proceso de impresión, además de reducir sustancialmente la cantidad de material desperdiciado.

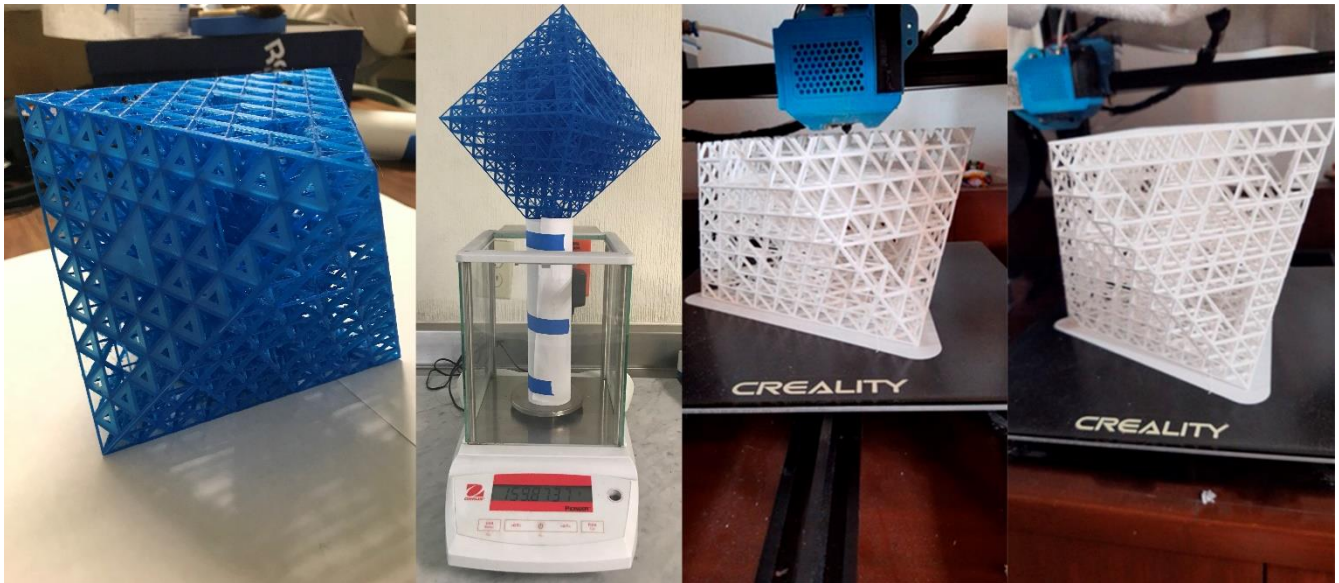


Imagen 34. Alosiofractales fabricados con Whanoo Duplicator 5S (en azul) y Creality3D CR-10 V2 (en blanco) [elaboración propia]

Por la impresión se optó, después de varias pruebas, por el uso de dos maquinarias: la Whanoo Duplicator 5S y la Creality3D CR-10 V2. Esta última fue la que arrojó mejores resultados a pesar de ser la impresora menos costosa de las utilizadas (**Imagen 34**). En específico, la Whanoo Duplicator 5S, después de varios intentos, logró sacar una impresión óptima, a costo de bajar la velocidad de impresión manualmente en la maquinaria (no en el algoritmo), porque mostró un problema recurrente de retracción del material durante su enfriamiento, una vez depositado, que llevaba a la quiebra de la pieza. El modelo de referencia impreso fue el alosiofractal con 20 cm de tamaño de la arista, que plantea ser el prototipo del 2do orden fractal de la Arquitectura Paramétrica Natural.

B. Impresión a la micro y nanoescala

Después de haber obtenido el modelo de referencia se pasó a la simulación en el software Describe (**Imagen 35**) del modelo de estereolitografía (.STL).

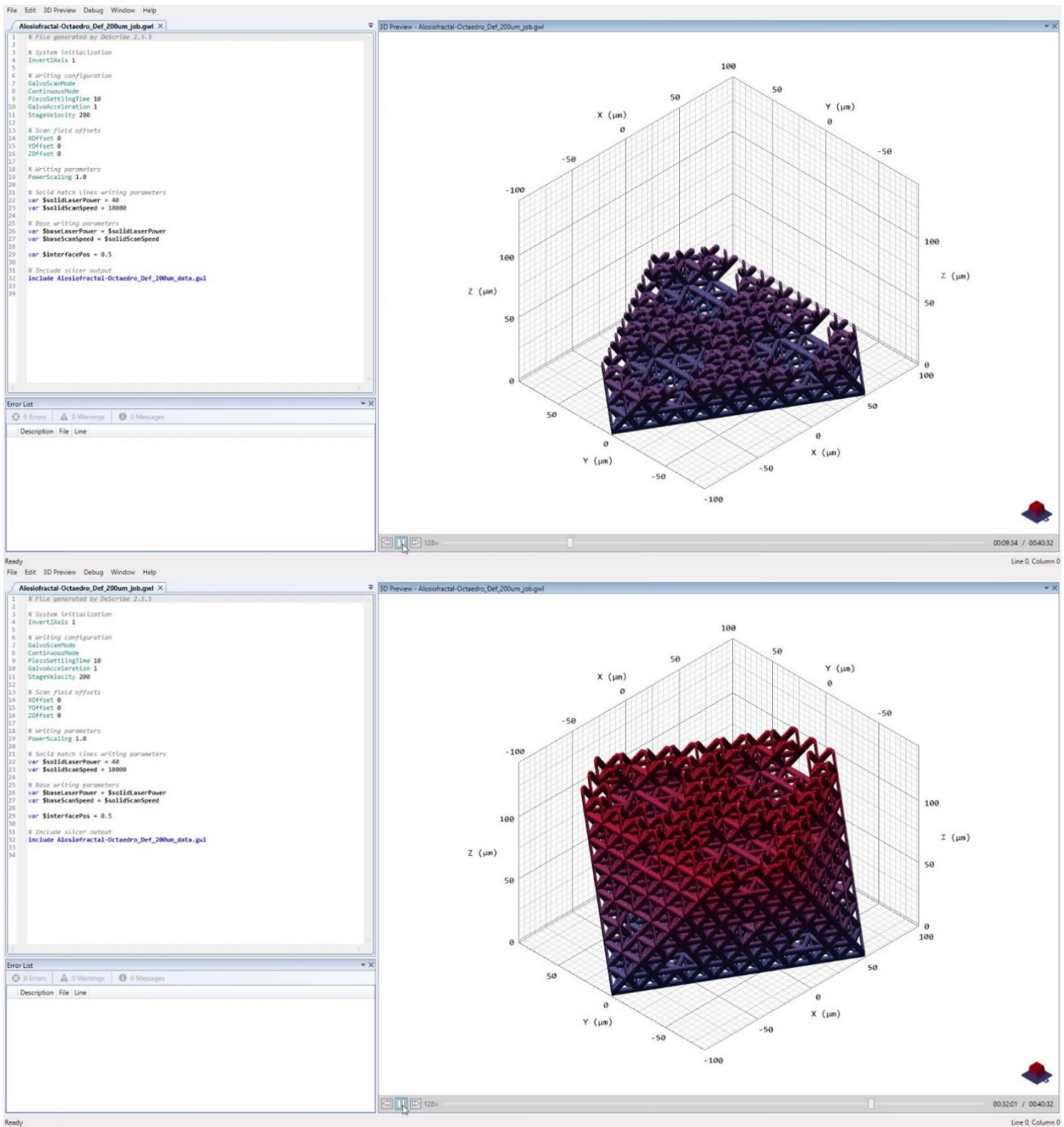


Imagen 35. Capturas de pantallas de la simulación de un Alosiofractal de 200 μm [cortesía del LaNSBioDyT]

Debido a la labor de factibilidad, la manipulación de los parámetros de impresión fue más sencilla.

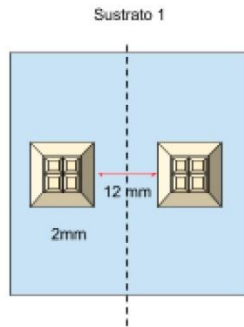
Mayor cuidado se tuvo en la definición de la muestra a imprimir. De hecho, se posicionaron en la Photonic Profesional GT de Nanoscribe dos sustratos de ITO¹⁵³.

¹⁵³ Sustrato de vidrio recubierto de óxido de estaño dopado Indium (In-SnO₂ o ITO).

Mayor detalles acerca del proceso de simulación y preparación de la fabricación se pueden consultar en el ANEXO B.

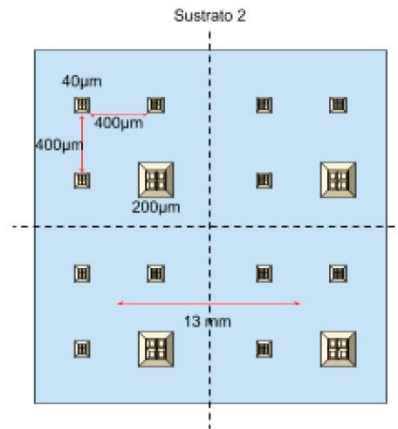
Sustrato de ITO 1:

- 2 estructuras de 2mm por lado*

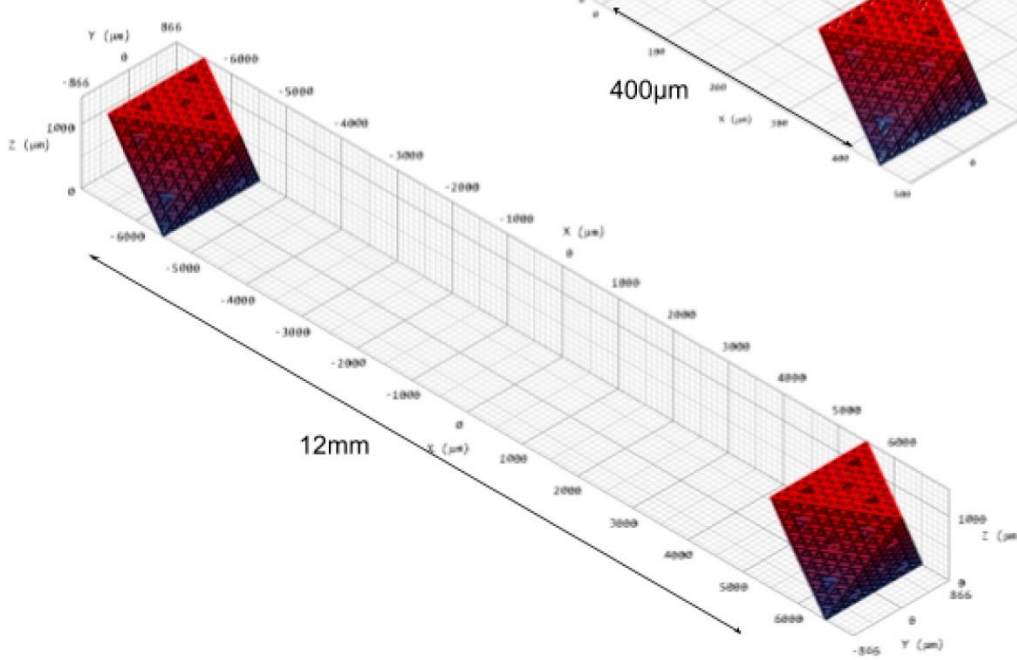


Sustrato de ITO 2:

- 12 estructuras de 40µm por lado*
- 4 estructuras de 200µm por lado*



Sustrato 1
Estructuras 2mm



Sustrato 2
Estructuras 40 y 200µm

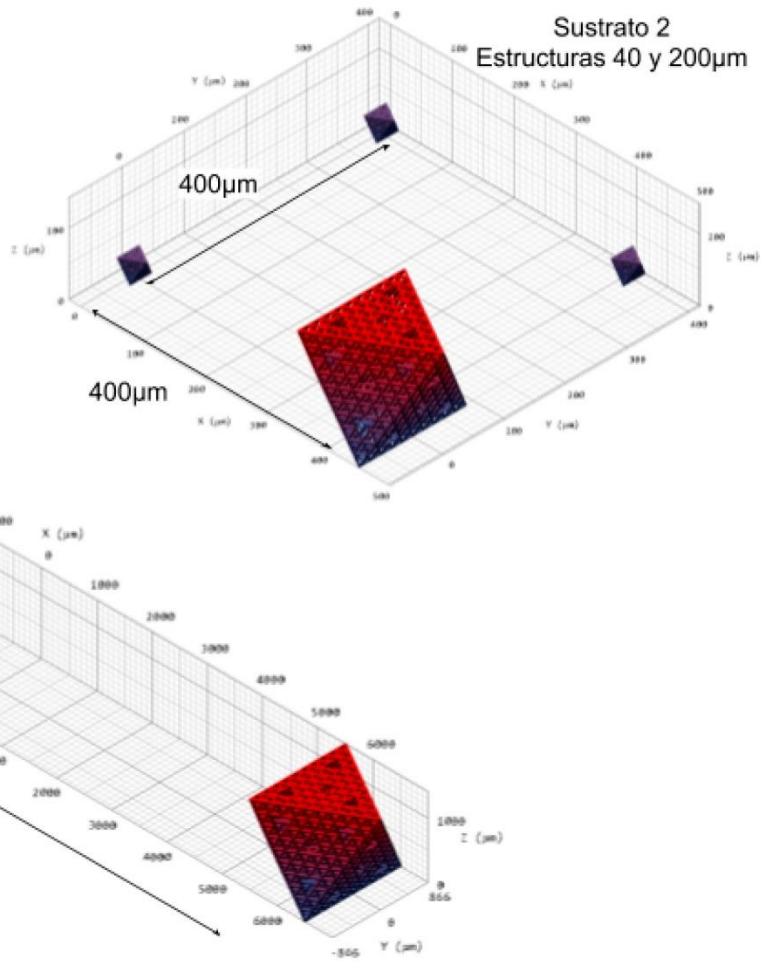


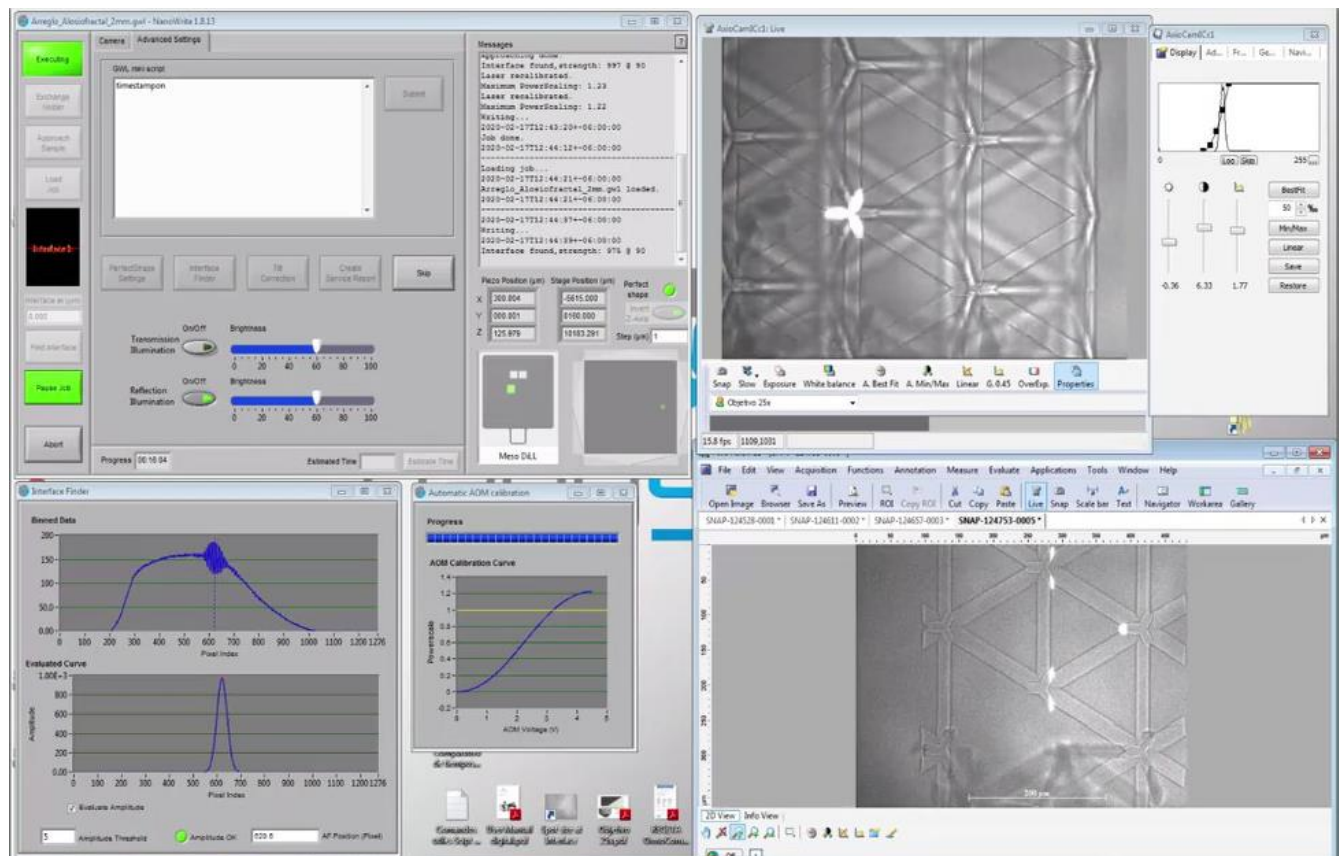
Imagen 36. Posicionamiento y separación entre las estructuras de Alosiofractal en los sustratos a imprimir [cortesía del LaNSBioDyT]

El primer sustrato contiene dos alosiofractales con 2 mm de tamaño de arista, distanciados por 8 mm, para permitir el corte del sustrato para el siguiente experimento de depósito de capa atómica.

El mismo cuidado se tuvo para el segundo sustrato, que contiene 16 muestras divididas en cuatro cuadrantes. Cada cuadrante contenía una muestra con 200 μm de tamaño de arista y tres muestras de 40 μm de tamaño de arista; por un total de 4 muestras de 200 μm y 12 muestras de 40 μm (**Imagen 36**).

En la imagen que se muestra a continuación (**Imagen 37**) se puede apreciar una captura de pantalla del software NanoWrite 1.8.13 que registra el desempeño de la Photonic Professional GT (Nanoscribe) durante el proceso de fabricación del Alosiofractal de 2 mm.

Resulta esencial considerar como estas herramientas realmente están a un paso de lo que se ha hipotetizado al principio del documento, porque permiten ver de forma instantánea lo que está sucediendo en la caja negra de la maquinaria a través de microscopia digital, así como medir diferentes parámetros y controlar constantemente la fabricación. ¿Cuánto nos podremos tardar antes que todo esto se potencie a través de la realidad aumentada y de prótesis específicas para el control “directo” de la materia?



37. Alosiofractal de 2 mm de lado, imagen de microscopio [cortesía del LaNSBioDyT]

El único límite parece ser el tiempo, que, de hecho, sigue corriendo hacia el futuro, y nosotros, los arquitectos, tenemos la obligación de alcanzarlo, si no queremos quedarnos atrapados en una zona de estancamiento donde realmente se podría realizar la profecía de la muerte, sin muerte real, de la arquitectura, la que Cuomo (2015) traza en su libro “*La fine (senza fine) dell’architettura*”. Cuomo¹⁵⁴ afirma que la sentencia hegeliana de la muerte del arte reveló que ya en las iglesias góticas, inmersas en el interior y en el calado de las decoraciones en las que "desaparecer", la arquitectura, que ya no es guardián de un *arché* fundacional, se convierte en mera *techné*, un lugar de singular dolencias. Trasladando este concepto a este momento crucial, se podría afirmar que una línea de investigación temeraria podría determinar la muerte, por un lado, de una arquitectura no funcional, que no sirve, que no inspira, que no emociona, y, por otro lado, declarar un renacimiento bajo la égida de la nanotecnología. Por eso, es nuestro deber tomar este arduo camino para poder finalmente proclamar, un día: *La arquitectura ha muerto, ¡Viva la arquitectura!*

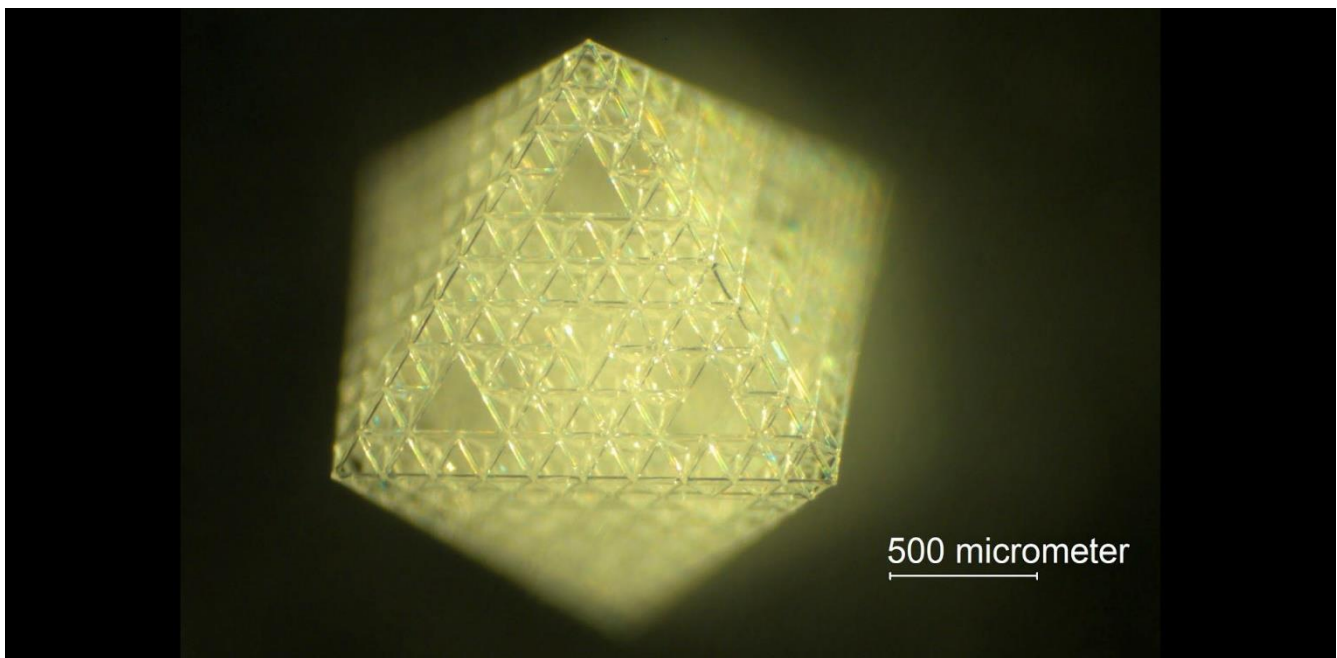


Imagen 38. Alosiofractal de 2 mm de lado, imagen de microscopio [cortesía del LaNSBioDyT]

Aparte de esta pequeña, y necesaria, digresión, los detalles de los prototipos realizados se muestran en las siguientes imágenes (**Imágenes 38, 39 y 40**) y en el ANEXO C, que analiza con mayor

¹⁵⁴ Catedrático de Diseño Arquitectónico en la Università Federico II di Napoli, ha diseñado varias obras públicas y desde 2002, también debido a la ley demente que impide a los profesores universitarios ejercer la profesión de arquitecto, ha abandonado la actividad del diseño. Ha escrito numerosos ensayos, centrados en el estudio monográfico, sobre la obra de arquitectos como Alberto Sartoris, Giuseppe Terragni, Gottfried Semper, Adolf Loos, Mies van der Rohe y otros protagonistas del Movimiento Moderno, llegando a analizar las teorías y arquitecturas de los arquitectos actuales, así como en "El fin (sin fin) de la arquitectura", publicado por D Editore.

precisión el resultado de la fabricación. Los datos arrojados, de igual manera que se hizo por las fases anteriores, se pueden consultar ya procesados en los resultados preliminares de esta cuarta parte.

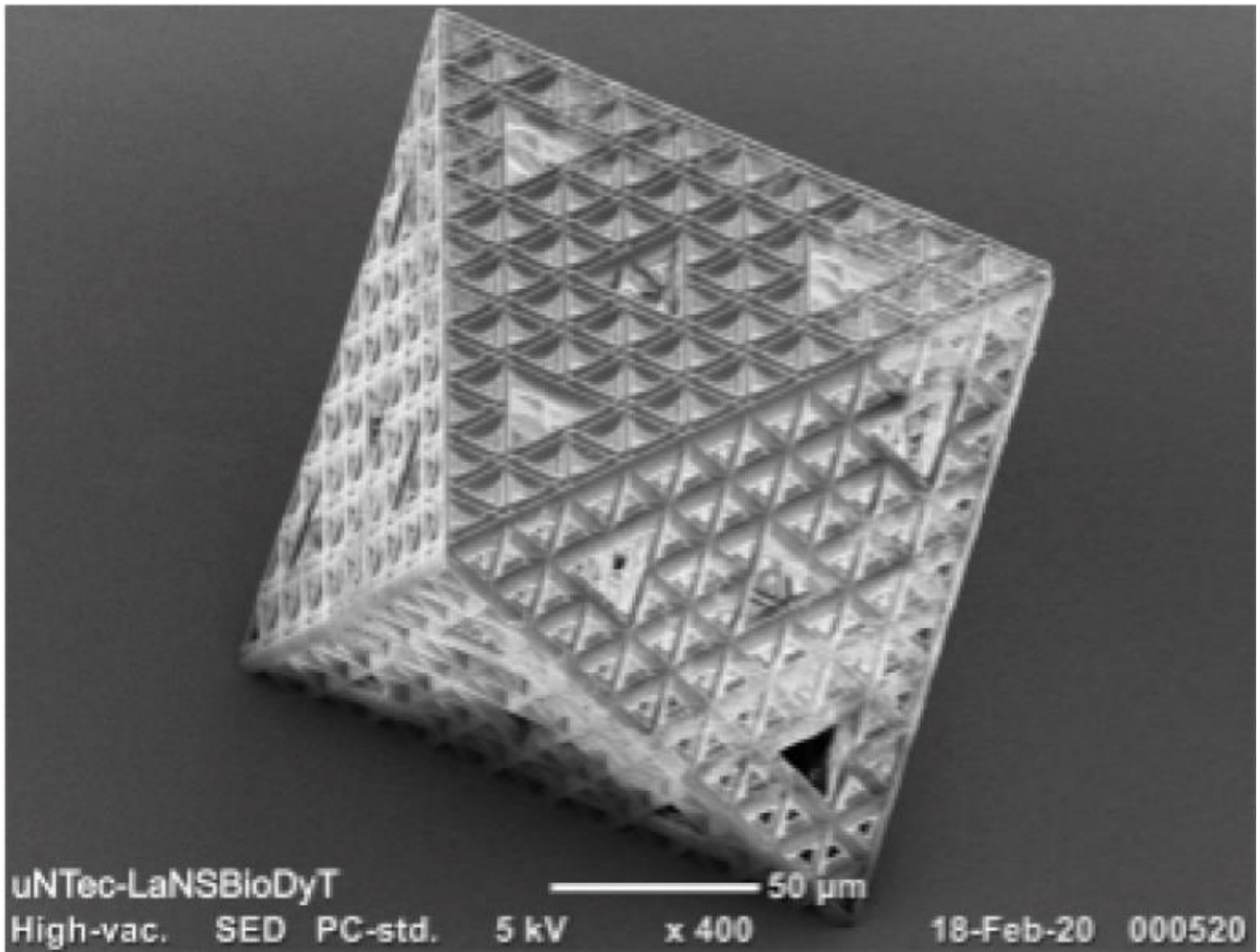


Imagen 39. Alosiofractal de 200 µm de lado, imagen de microscopio [con la colaboración del LaNSBioDyT]

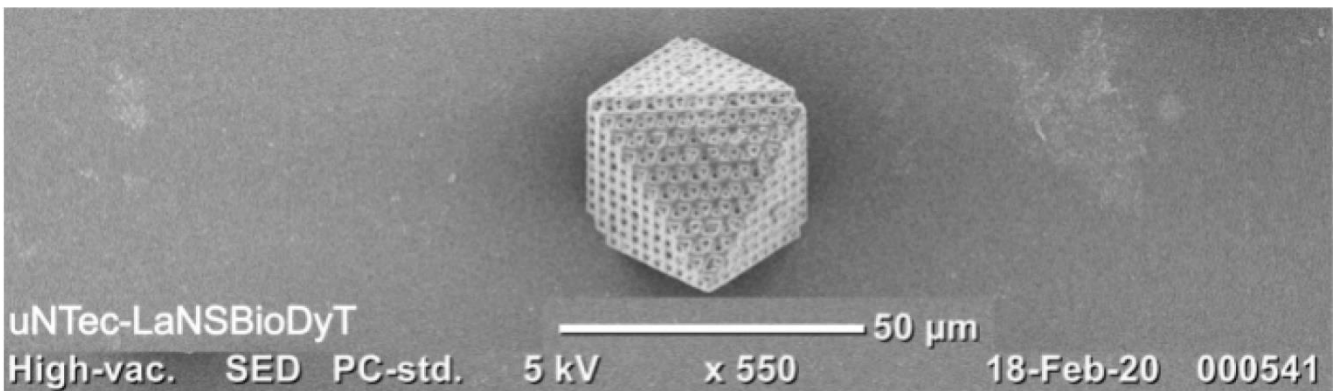


Imagen 40. Alosiofractal de 40 µm de lado, imagen de microscopio [cortesía del LaNSBioDyT]

También es contundente, para cerrar este apartado acerca de la micro/nanofabricación, verificar la calidad de los prototipos confeccionados, aumentando el detalle de uno de estos, a través de microscopía electrónica (**Imagen 41**).

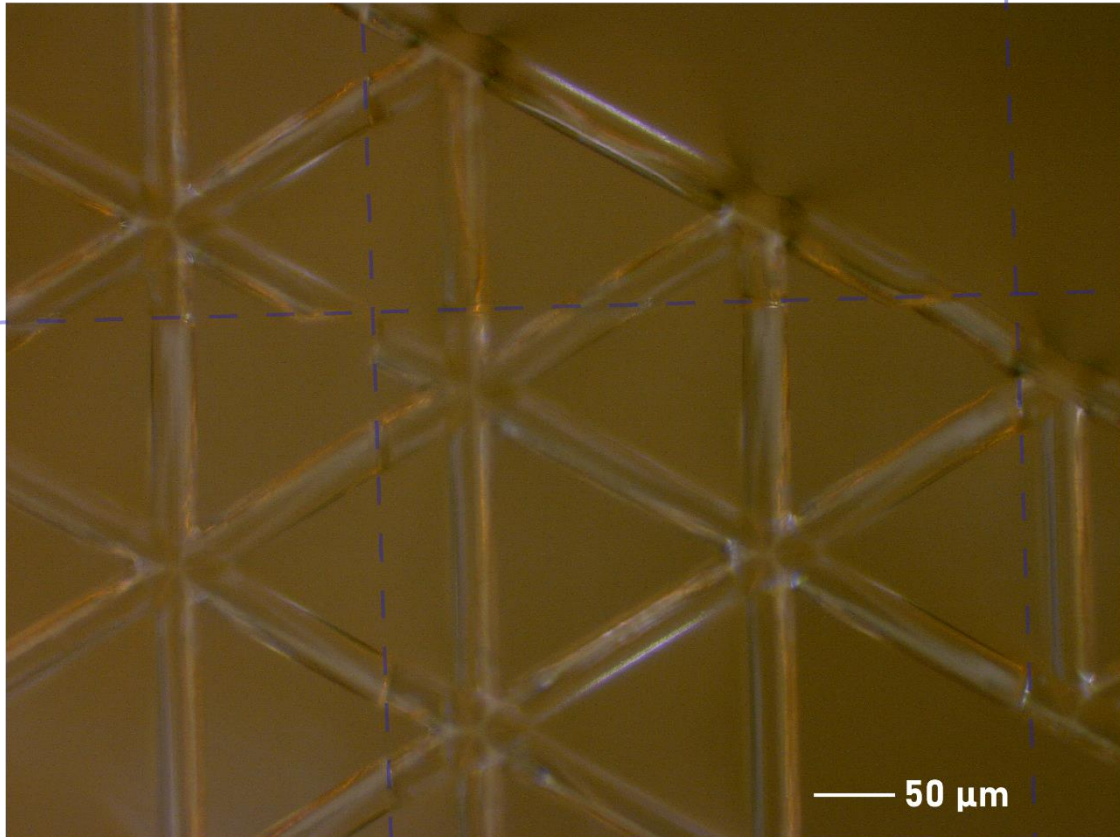


Imagen 41. Detalle del Alosiofractal de 2 mm, imagen de microscopio con sobreposición de los volúmenes de impresión
[elaboración propia con la colaboración de UNaFab]

En la imagen se aclara el cuidado que se debió realizar en la subdivisión de los volúmenes de impresión. De hecho, las líneas punteadas en azul describen precisamente el área de impresión máxima identificada por el productor (300 x 300 x 300 µm), y las aristas, en los puntos de intersección con estas áreas, presentan puntos de discontinuidad donde fueron soldadas. En otros puntos, el cruce entre las áreas produjo faltas en la impresión. Por otro lado, es claro como la desviación entre las aristas pertenecientes a volúmenes contiguos se ha reducido sensiblemente, a la dimensión de nanómetros, con el “simple” hecho de haber trabajado en la manipulación del algoritmo de impresión, y en el reposicionamiento matemático del cabezal por cada una de estas porciones contiguas.

C. Proceso de ALD

Esta fase experimental tuvo sede durante la estancia de laboratorio desarrollada en Ensenada. Aquí se logró realizar preliminarmente una prueba de adhesión y depósito de una capa de alúmina de 100 nm sobre las muestras tridimensionales de Alosiofractal, en cuanto, generalmente, se aplican depósitos en películas planas. La prueba se ha realizado en ambiente no controlado (es decir, afuera del cuarto limpio con otra maquinaria similar a la utilizada para el experimento final), con una Beneq TFS 200.

Se ha calculado preventivamente una tasa de crecimiento de 1 Å/ciclo, lo que comportó una programación de 1000 ciclos para lograr el espesor deseado. El experimento fue realizado con una temperatura de reactor de 200 °C. Para el depósito se utilizaron 3 muestras de 40 µm y una muestra de 200 µm, es decir, una cuadrante del sustrato ITO 2. Considerado que las técnicas de medición de películas crecidas sobre formas tridimensionales son muy diferentes a las manejadas en esta estructura, se decidió depositar al mismo tiempo la capa de alúmina también sobre un sustrato de silicio con orientación (100)¹⁵⁵ como testigo (**Imagen 42**).



Imagen 42. Proceso de ALD con Beneq TFS 200, vista del interior del reactor con sustratos depositados y algoritmo de depósito [elaboración propia con la colaboración de UNaFab]

Al terminar, fue ejecutada la medición del grosor de la película con espectroscopia UV-VIS (**Imagen 43**). La medición fue efectuada, como anticipado, en la lámina de silicio de referencia. Primero se calibró el tiempo de integración entre 40 y 50 ms. Se calculó el espectro de referencia con 40 mediciones, luego el espectro oscuro con otras 40 mediciones. Se configuró el tipo de estructura a medir (película de alúmina) y se midió por reflectancia la película obteniendo un resultado de 106.2 nm, lo que significa que tuvimos una tasa de crecimiento de 1.06 Å/ciclo.

¹⁵⁵ La textura cristalográfica es la distribución de orientaciones cristalinas de un policristal, y define su anisotropía.

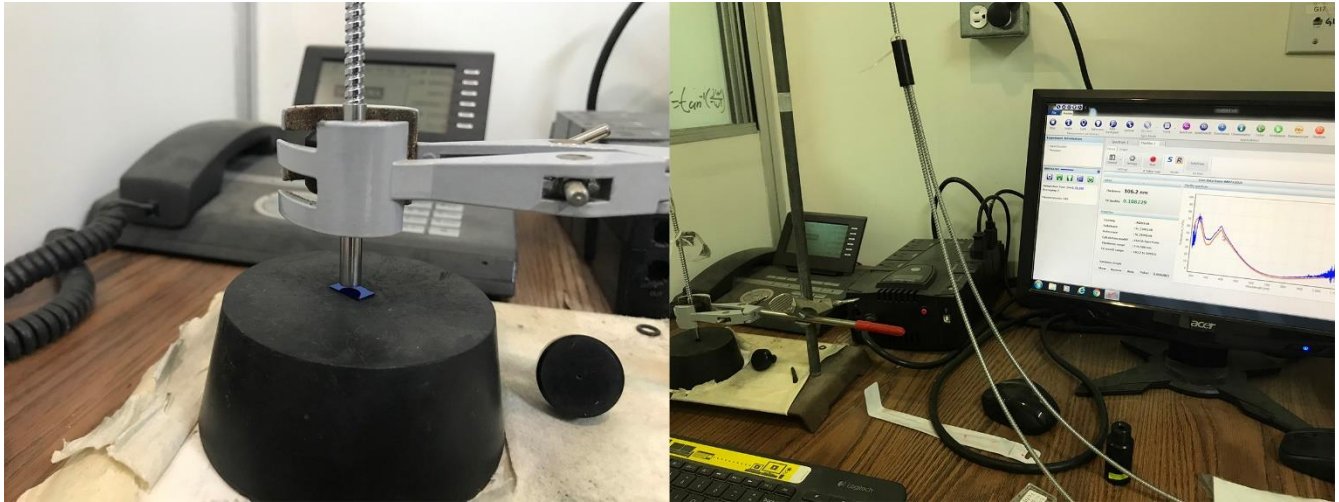


Imagen 43. Medición a través de espectroscopia UV-VIS [elaboración propia con la colaboración de UNaFab]

A través de microscopia, se apreció visivamente la efectiva adherencia de la alúmina sobre las muestras de Alosiofractal (**Imagen 44**). Las muestras fueron analizadas con lentes hasta de 50x.

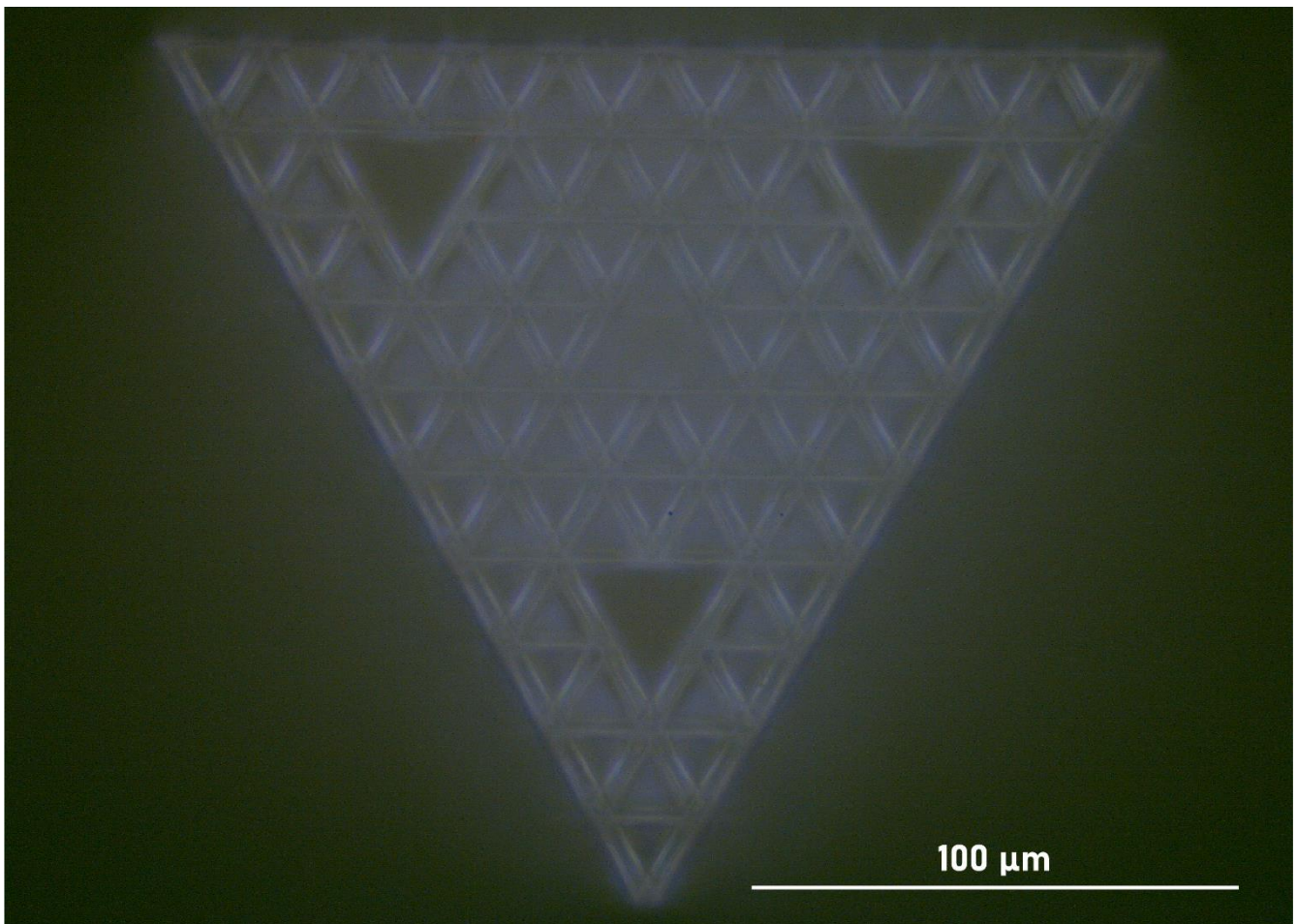


Imagen 44. Alosiofractal de 200 µm, imagen de microscopio después de ALD [elaboración propia con la colaboración de UNaFab]

De hecho, a través de las imágenes de microscopio se ha comprobado el éxito del experimento, en cuanto se pueden apreciar, en las fotos y videos grabados, unos márgenes mayormente definidos de color azul.

Una segunda comprobación del crecimiento de la película fue ejecutada a través de elipsometría espectroscópica sobre la lámina de silicio de referencia. Primero se calculó el espectro de referencia. Se configuró el tipo de estructura a medir (película de alúmina). Se midió por reflexión la película obteniendo un resultado total de 110.82 nm, lo que significa que tuvimos una tasa de crecimiento de 1.10 Å/ciclo. Se destaca que la segunda medición, siendo en cuarto limpio y con equipo de mayor sofisticación, tiene mayor confianza del dato sacado por espectroscopia UV-VIS. Entonces para el siguiente crecimiento se tomó de referencia el presente resultado.

En seguida se realizó otro experimento de deposición (**Imagen 45**), en cuarto limpio (es decir, en ambiente controlado). Con mayores condiciones de control del ambiente circunstante, se ha calculado preventivamente una tasa de crecimiento alrededor de 1.3 Å/ciclo, lo que comportó una programación de 500 ciclos para lograr el espesor deseado de 65 nm. El experimento fue realizado con una temperatura de reactor de 200 °C. Para el depósito se utilizó la muestra de referencia. La muestra realizada fue medida a través de elipsometría espectroscópica. Siguiendo el mismo proceso mencionado anteriormente se obtuvo un resultado total de 172.45 nm, que contrastado con la medición antecedente de 110.82 nm, nos dio un crecimiento de 61.63 nm, lo que significa que tuvimos una tasa de crecimiento de 1.23 Å/ciclo. De hecho, se destaca que en el cuarto limpio, debida a las condiciones de control, se tuvo una fabricación mucho más rápida (alrededor del doble de la velocidad) y con un crecimiento mayor de la película.

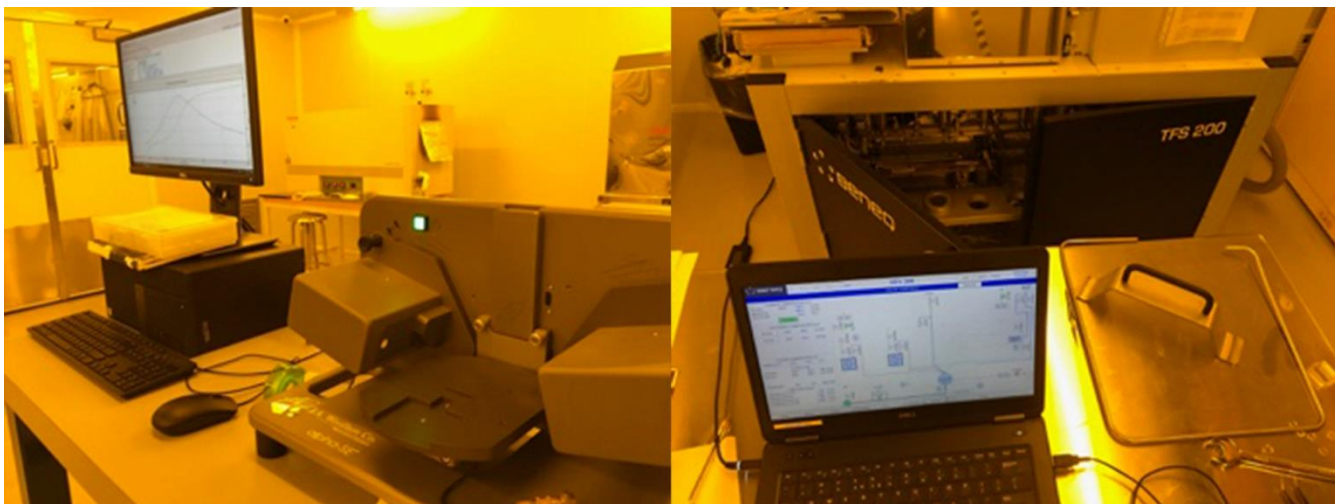


Imagen 45. Experimentación en cuarto limpio, elipsometría y ALD [elaboración propia con la colaboración de UNaFab]

Para la deposición de los materiales pensados para este análisis, es decir alúmina y silicio, se tuvo que calibrar la maquinaria de ALD, en cuanto se necesitó utilizar un reactante de peróxido de hidrogeno en lugar del agua utilizada anteriormente. Primero se procedió con la curva de calibración del precursor TMA con reactante H₂O₂: en el cuarto limpio se procedió a la construcción de la curva de calibración del precursor de alúmina Al₂O₃ (Trimetilaluminio, TMA) depositado con reactante H₂O₂ (peróxido de hidrogeno). Esto fue debido al hecho de que jamás antes en el UNaFab (Unidad de Nanofabricación) se había trabajado el equipo de ALD (atomic layer deposition) Beneq TFS 200 con esta pareja de precursor y reactante. En el Beneq TFS 200 se procedió a realizar 5 depósitos, cada uno de dos muestras de oblea de silicio posicionadas una al centro de la plancha del reactor y una cerca de la salida de partículas.

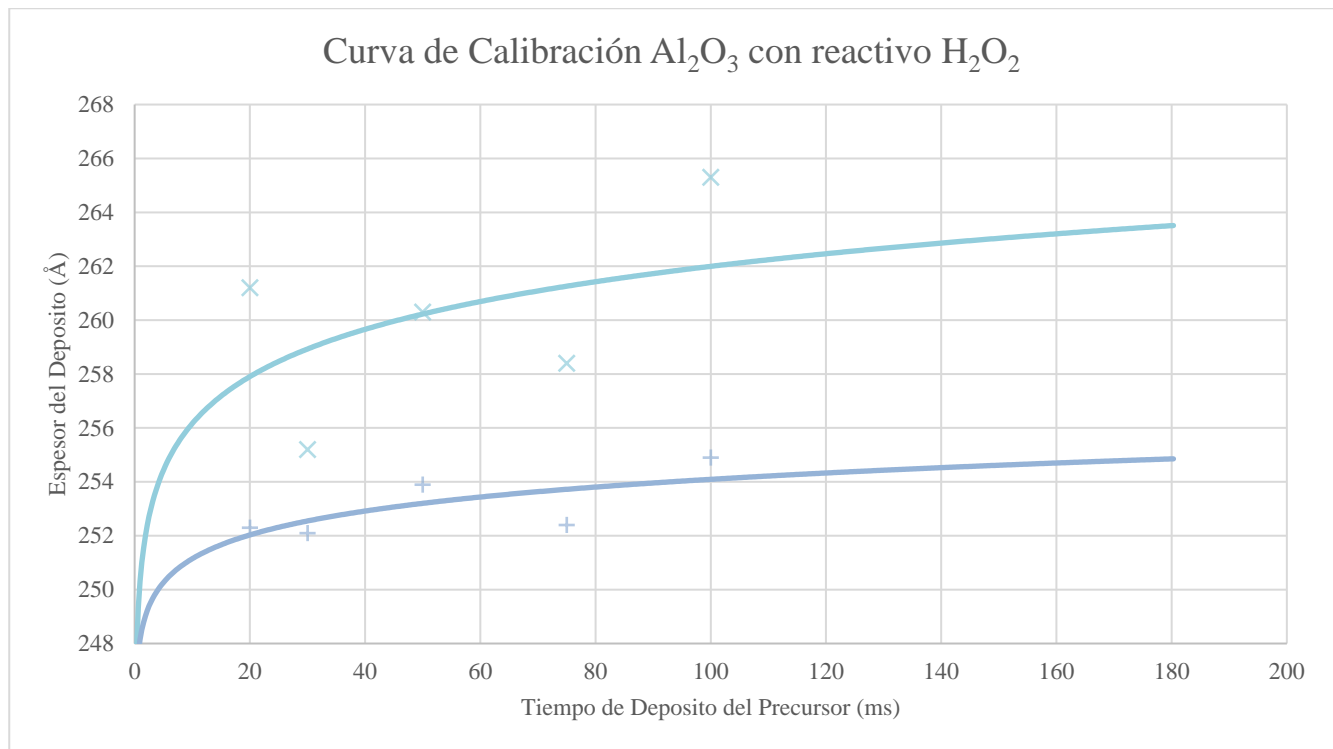


Gráfico 2. Curva de calibración de crecimiento por ALD de la alúmina [elaboración propia]

La curva de calibración se ha gestionado en ambiente controlado (es decir, en el cuarto limpio del UNaFab). Se ha utilizado una receta de programación para depósitos de 200 ciclos. Los depósitos fueron realizados con una temperatura de reactor de 204 °C. En los cinco diferentes depósitos realizados se varió el tiempo de depósito del precursor TMA en 20, 30, 50, 75 y 100 ms. Al término de cada depósito las muestras fueron medidas con un elipsómetro espectroscópico para verificar el grosor de la película depositada sobre el sustrato de silicio con orientación (100) de referencia. Los datos

recopilados se utilizaron para la construcción de la curva de calibración (**Gráfico 2**), obteniendo un dato medio de crecimiento de 1.3 Å/ciclo (es decir, una tasa mayor de la que se había experimentado anteriormente en este laboratorio).

T. dep. Precursor (ms)	espesor deposito (Å)	
	M1	M2
20	261.2	252.3
30	255.2	252.1
50	260.3	253.9
75	258.4	252.4
100	265.3	254.9

Tabla 3. Tabla de datos para la construcción de la curva de calibración [elaboración propia]

Cabe especificar que la muestra M1 es la depositada cerca de la salida de las partículas y la muestra M2 es la depositada al centro de la plancha de reactor. De hecho, la curva M1 resulta ser la de mayor rendimiento (**Tabla 3**).

3. Discusión de resultados

En la fase experimental, como ya discutido, se recolectaron e infirieron datos relativos a la impresión en las dos escalas (nano/micro y meso/macro) para evaluar y discutir los resultados.

Meso/macro (tetraedro, resultados preliminares)

Para lograr una alta confiabilidad de los prototipos fabricados se han repetido varias interacciones en diferentes softwares de procesamiento de los archivos .STL y, los mismos archivos, se han sometido a impresión 3D en diversas maquinarias que han devuelto resultados distintos. Cabe aclarar que todas las impresiones del modelo propuesto ejecutadas con Whanao Duplicator 5S y 5S mini, MakerMex MM1 y MakerBot Replicator+ no se han podido completar o han tenido problemas en definición, considerada la esbeltez de la estructura diseñada con relación al tiempo disponible de la maquinaria para la impresión (es decir, parámetros de baja definición para resolver impresiones de calidad).

Finalmente, se ejecutaron pruebas con una maquinaria de la cual se tiene mayor acceso en cuanto a tiempo y manipulación de los parámetros de impresión. Para estas últimas pruebas se utilizó una Creality3D CR-10 V2, una impresora en promedio 5 veces menos costosa¹⁵⁶ que las demás utilizadas en las primeras interacciones. Las simulaciones se realizaron con Ultimaker Cura 4.2.1 y arrojaron los datos que se remiten en tabla (**Tabla 4**) para una construcción fractal tetraédrica.

Tetraedro	Calidad de impresión ¹⁵⁷	Tiempo de impresión (min)	Peso de la impresión (gr)	Filamento usado (m)	Costo filamento usado (\$)
<i>Interacción 1</i>	estándar	1039	65	21.90	24.70
<i>Interacción 2</i>	dinámica	1150	61	20.36	23.18
<i>Interacción 3</i>	super	1613	55	18.32	20.90

Tabla 4. Tabla de datos arrojados en la simulación de un modelo tetraédrico en Ultimaker Cura 4.2.1 [elaboración propia]

Se aclara que el peso de la impresión, en la simulación, incluye la base de soporte RAFT que para los tres modelos es prácticamente la misma: es decir, 2 gr de residuos generados por la impresión. Los

¹⁵⁶ Este dato es muy interesante en cuanto se demuestra que no es importante el costo de un equipo para mejorar la calidad de la impresión, más bien su disponibilidad de tiempo para ejecutar impresiones de mayor calidad.

¹⁵⁷ Fue manipulado un único parámetro con relación a la calidad de la impresión, es decir, el espesor de capa de deposición: la calidad estándar prevé una capa de deposición del filamento de PLA de 0.20 mm, la dinámica una capa de 0.16 mm y la super una capa de 0.12 mm. En contra, los parámetros fijados fueron: impresión sin soportes (considerada la capacidad del diseño geométrico de autosostenerse durante la fabricación), densidad del relleno del 20%, temperatura de la cama de calentamiento de 200 °C, retracción habilitada, velocidad de impresión de 50 mm/s, enfriamiento al 100% de eficiencia y un patrón RAFT de adherencia al plato (este sistema crea una celosía horizontal entre el plato y la pieza, favoreciendo la adherencia, eludiendo los problemas de nivelado y de fácil eliminación sin dejar residuos en la pieza impresa).

datos simulados se contrastan con los datos recolectados al terminar la fabricación (**Tabla 5**), obteniendo una evaluación percentil de los incrementos (**Tabla 6**).

Tetraedro	Calidad de impresión	Tiempo de impresión (min)	Peso de la impresión (gr)	Filamento usado (m)	Costo filamento usado (\$)
<i>Impresión 1</i>	estándar	1085	67.8675	22.87	25.79
<i>Impresión 2</i>	dinámica	1184	62.3657	20.82	23.70
<i>Impresión 3</i>	super	1628	55.2842	18.41	21.01

Tabla 5. Tabla de datos arrojados por la fabricación de un modelo tetraédrico en una Crealty3D CR-10 V2 [elaboración propia]

Tetraedro	Calidad de impresión	Tiempo de impresión (%)	Peso de la impresión (%)	Filamento usado (%)	Costo filamento usado (%)
<i>Comparación 1</i>	estándar	104.43	104.41	104.43	104.41
<i>Comparación 2</i>	dinámica	102.96	102.24	102.26	102.24
<i>Comparación 3</i>	super	100.93	100.52	100.49	100.53

Tabla 6. Tabla de datos comparados entre simulación y fabricación digital [elaboración propia]

De un primer análisis se puede observar que con una más alta calidad de la impresión se desperdicia una menor cantidad de material y de energía (con repercusiones en el peso y costo del material), con relación a la eficiencia del producto en términos de nexo entre simulación y fabricación digital: es decir, el producto fabricado es más confiable al modelo simulado si se ejecuta una meso/macrofactura de extrema calidad. En términos de resultados esto indica que para lograr economías de escalas en la fabricación digital para la arquitectura (y en caso de estructuras a alta complejidad) se debe perseguir un camino hacia una alta eficiencia del proceso de manufactura.

Si analizamos la calidad de la impresión a través de una tabla de comparación de los coeficientes de determinación R^2 , en modelos de regresión lineal simple que relacionen los datos recolectados de las variables explicativas y de la variable de interés, es decir, el tiempo de impresión (**Tabla 7**), es claro que la regresión entre peso de la impresión, filamento usado y costo del mismo es proporcionalmente óptima; por lo contrario, se obtiene una regresión discreta entre la variable de interés y las demás variables mostrando un comportamiento inversamente proporcional (**Gráfico 3**). Es decir, la regresión, en este caso, se encuentra afectada por las impresiones de menor calidad, donde a un menor tiempo de impresión corresponde un aumento del desperdicio y costo del filamento de PLA ocupado en la fabricación.

	Tiempo de impresión	Peso de la impresión	Filamento usado	Costo filamento usado
Tiempo de impresión	1	0.8716	0.8616	0.8715
Peso de la impresión	0.8716	1	0.9991	0.9999
Filamento usado	0.8616	0.9991	1	0.9991
Costo filamento usado	0.8715	0.9999	0.9991	1

Tabla 7. Tabla de coeficientes de determinación R² [elaboración propia]

Podemos deducir que el tiempo de fabricación no es perfectamente explicado por las variables cuando se analizan procesos de calidad variable: de hecho, tendremos que enfocarnos directamente en la impresión de máxima calidad, donde se reconoce una menor desviación entre la simulación y la fabricación digital, además de ahorrar material y dinero.

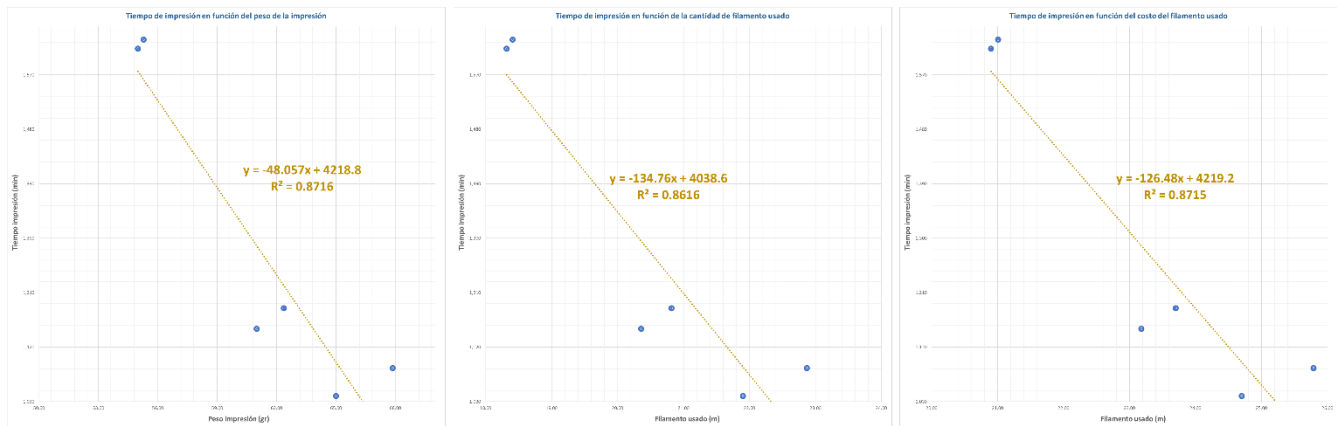


Gráfico 3. Regresión lineal simple del tiempo de impresión en relación respectivamente a peso, cantidad y costo de filamento usado en el proceso de simulación y de fabricación digital del modelo tetraédrico [elaboración propia]

Debemos recordar que el único parámetro manipulado para afectar la calidad de la impresión fue el espesor de la capa de deposición del filamento (en el caso de la super calidad fue de 120 micras): es decir, se está empezando a demostrar que la economía del diseño y, consecuentemente, las economías de escala se pueden lograr en productos de precisión fabricados digitalmente y destinados a la construcción de una nueva especie de arquitectura a través de una funcionalización de la materia que se mueva hacia escalas siempre más pequeñas¹⁵⁸.

Se podría opinar que el tiempo de fabricación afecta el costo de producción del material. La impresora utilizada ocupa una potencia nominal de 350 W: con relación al tiempo de fabricación en super calidad (1628 min.) tenemos un consumo aproximado de 9.5 kWh, que en términos económicos

¹⁵⁸ Lo que se pretende demostrar es que la economía del diseño, en la época tecnológica de los cambios de paradigma continuos que afectan positivamente campos como el de la electrónica, puede ofrecer beneficios inimaginables también en el campo de la arquitectura.

devuelve un aumento del costo de \$7.53. Si confrontamos el dato con el tiempo de fabricación en calidad estándar (1085 min.) obtenemos un consumo aproximado de 6.33 kWh, que devuelve un aumento del costo de \$5.12. Si sumamos los costos del proceso de fabricación (filamento + consumo eléctrico) conseguimos una producción a calidad estándar de \$30.91 en comparación con una producción a super calidad de \$28.54: es decir, se registra un ahorro económico alrededor de \$2.37 para una pieza tetraédrica de 20 cm por arista¹⁵⁹.

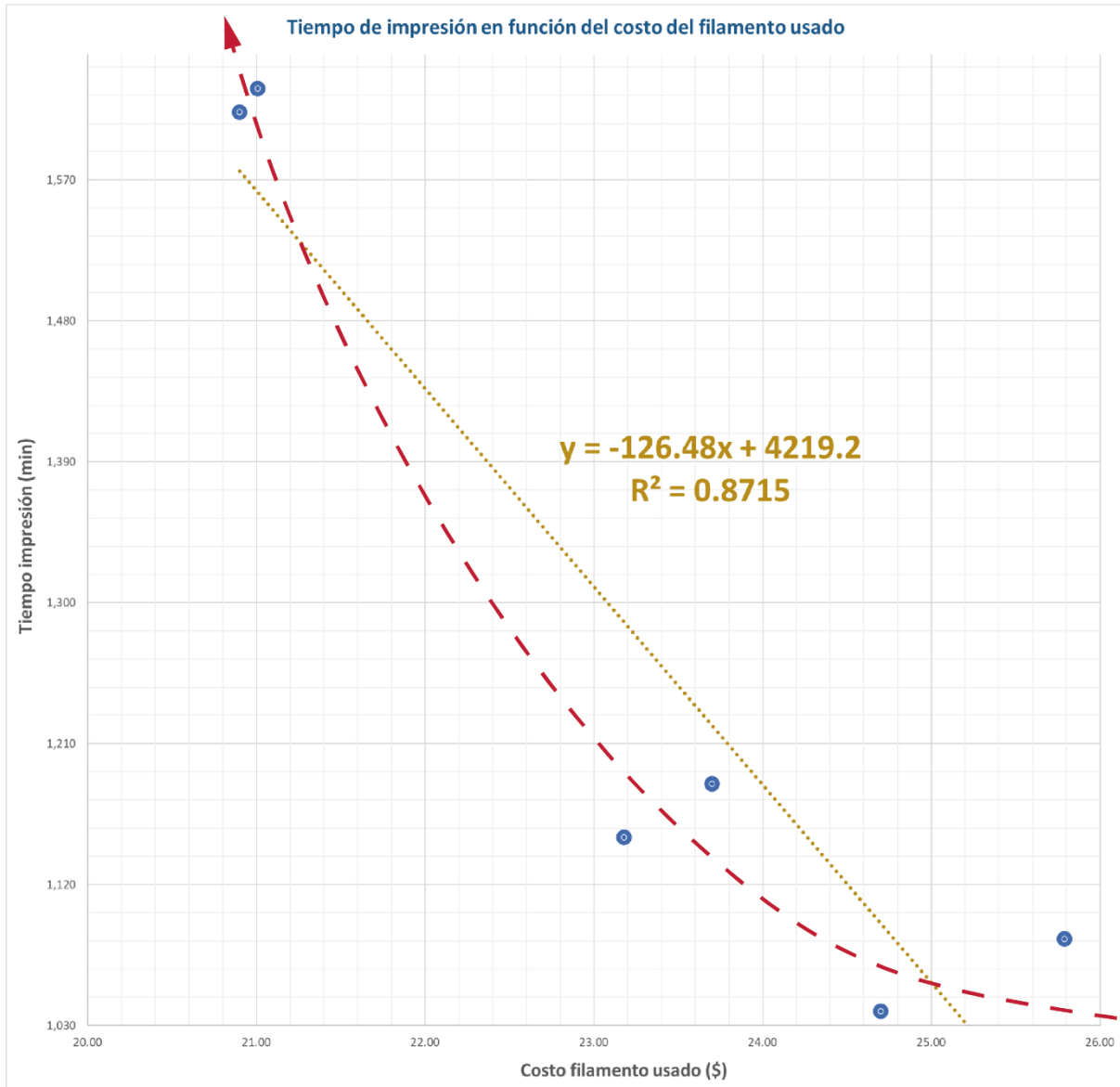


Gráfico 4. Sobreposición de una línea de tendencia no lineal al modelo de regresión lineal simple [elaboración propia]

¹⁵⁹ El mismo análisis fue llevado a cabo por una pieza octaédrica de mayor complejidad, recolectando datos que confirman cuanto expuesto en términos de ahorro de materia y costo. Además, si se hipotetiza el uso de fuentes de energía renovables en el proceso de fabricación, queda claro como el costo adjunto por el consumo eléctrico pueda ser eliminado de la ecuación.

Entonces, si seguimos una línea de tendencia no lineal que tenga en cuenta, con mayor fidelidad, las desviaciones entre simulación y fabricación de una pieza, podemos confirmar que los procesos de impresión digital de excelente calidad encarnan y desatan los valores diferenciales del enfoque propuesto: ahorro de materia y dinero a pesar de un tiempo de fabricación más largo. La misma línea de tendencia, de tipo logarítmico o exponencial, traza la pauta hacia la micro/nanoescala (**Gráfico 4**).

Aplicando un modelo de regresión múltiple queda más clara la relación multidimensional¹⁶⁰ entre las variables. Se infirieron los datos recolectados con la siguiente ecuación $Y = \beta_0 + \beta_1X_1 + \beta_2X_2 + \beta_3X_3 + \dots + \beta_nX_n + \epsilon$, resolviendo el modelo por algebra matricial a través de la siguiente expresión: $\hat{B} = (X^1X)^{-1}X^1Y$ ¹⁶¹. Obtenida la matriz \hat{B} se estima la matriz \hat{Y} , validando la eficiencia de BLUE a través del *teorema de Gauss-Márkov* y calculando la matriz **E** de los errores (**Tabla 8**).

Ensayo	y (Tiempo Impresión)	=	X ₁ (Peso de la impresión)	X ₂ (Filamento usado)	X ₃ (Costo filamento)	*	β	=	ŷ (Tiempo Impresión)	ε
INT 1	1039		1	65.00	21.90	24.70			1135.07	-96.0664
IMP 1	1085		1	67.87	22.87	25.79		5055.3012	986.86	98.1433
INT 2	1150		1	61.00	20.36	23.18		-	1201.87	-51.8742
IMP 2	1184	=	1	62.37	20.82	23.70	*	907.0745	1182.07	1.9267
INT 3	1613		1	55.00	18.32	20.90		23404.6194	1547.00	66.0040
IMP 3	1628		1	55.28	18.41	21.01		60628.1414	1646.14	-18.1355

Tabla 8. Estimación de los errores en un modelo de regresión múltiple [elaboración propia]

Del modelo se estima la varianza del error a través de los grados de libertad $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-(p+1)} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$. En el caso de estudio, considerando los 2 grados de libertad, debido a 6 ensayos y 3 variables explicativas, tendremos una desviación estándar $\sigma = 114.5446$. La regresión se obtiene a través de la variabilidad total de la muestra **VT** que resulta ser expresión de la variabilidad explicada **VE** y no explicada **VNE** de la siguiente manera: $VT = VE + VNE$. Por eso: $R^2 = \frac{VE}{VT} = 1 - \frac{VNE}{VT}$; calculando la varianza no explicada $VNE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ y la varianza total $VT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$;

¹⁶⁰ La interacción entre variables se explica a través de un análisis de varianza para múltiples parámetros, considerado que no es posible graficar la regresión cuando se superan las tres dimensiones.

¹⁶¹ \hat{B} es la matriz de los coeficientes β , X^1 es la matriz transpuesta de las variables explicativas, $()^{-1}$ es una matriz inversa e Y es la matriz de la variable de interés.

obtenemos una regresión óptima $R^2 = 0.9259$. Debido a la reducida cantidad de información recolectada hasta la fecha, y con relación al bajo número de variables explicativas (3), resulta apropiado el uso del coeficiente de determinación corregido por el número de grados de libertad:

$$R^2_{ajustado} = 1 - \frac{VNE/(n-(p+1))}{VT/(n-1)} = 0.8148.$$

Nuevamente, del análisis de la varianza *ANOVA* se confirma que debemos enfocar el análisis directamente en procesos de fabricación digital de alta calidad, o más bien de alta precisión dimensional, considerado que aportan las mejoras buscadas para desencadenar el cambio de rumbo necesario a la arquitectura hacia nuevos modelos constructivos.

Meso/macro (octaedro)

Dando seguimiento al análisis del modelo tetraédrico, se ha decidido simular una pieza de mayor complejidad y tamaño, a través del software más confiable encontrado en la primera experimentación (Ultimaker Cura 4.2.1): el modelo octaédrico del alosiofractal, lo mismo que será reducido a la micro/nanoescala.

Octaedro	Calidad de impresión	Tiempo de impresión (min)	Peso de la impresión (gr)	Filamento usado (m)	Costo filamento usado (\$)
<i>Interacción 1</i>	super	7,916	285.00	95.42	109.05
<i>Impresión 1</i>	super	6,955	159.27	53.35	60.97
<i>Impresión 2</i>	super	6,835	158.95	53.28	60.89
<i>Impresión 3</i>	super	7,005	159.56	53.45	61.09
<i>Impresión 4</i>	super	6,880	159.05	53.28	60.90
<i>Impresión 5</i>	super	6,982	159.89	53.56	61.21
<i>Impresión 6</i>	super	6,852	159.34	53.37	61.00
<i>Impresión 7</i>	super	6,913	160.34	53.71	61.38
<i>Impresión 8</i>	super	6,868	159.12	53.34	60.96
<i>Impresión 9</i>	super	6,852	158.99	53.30	60.91
<i>Impresión 10</i>	super	6,924	160.07	53.66	61.33

Tabla 9. Tabla de datos arrojados en una simulación de un modelo octaédrico y su siguiente fabricación [elaboración propia]

Como se puede notar en la tabla (**Tabla 9**), en promedio se obtuvo un tiempo de fabricación menor de 16.7 horas de lo cotizado durante la simulación. Esto resalta mayormente si se analizan los demás

datos relacionados con la cantidad de filamento usado: de hecho, obtuvimos una fabricación en promedio más ligera de 125.54 gr con relativo ahorro de material y dinero.

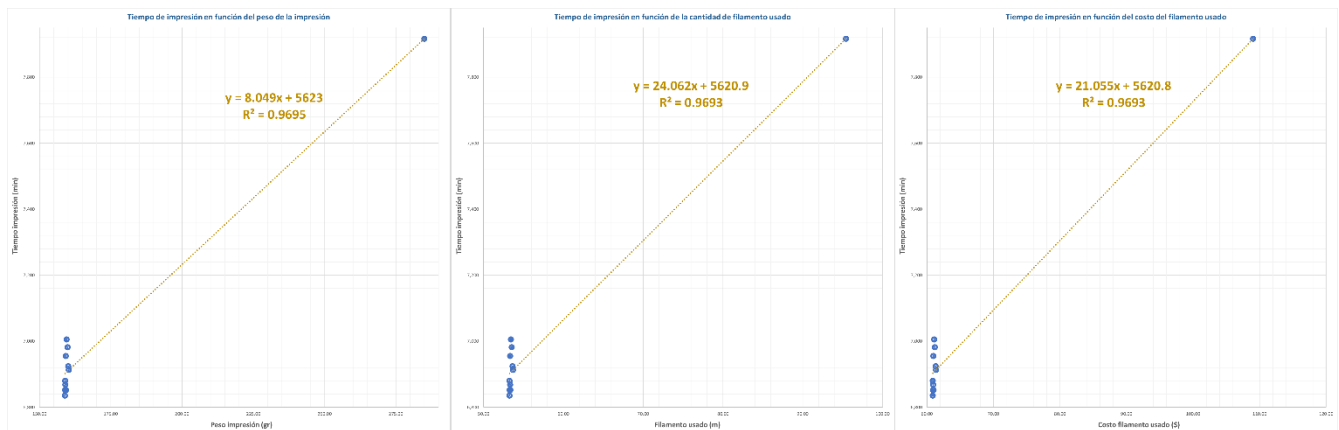


Gráfico 5. Regresión lineal simple del tiempo de impresión en relación respectivamente a peso, cantidad y costo de filamento usado en el proceso de simulación y de fabricación digital del modelo octaédrico [elaboración propia]

Así comparados, obtuvimos una regresión lineal (**Gráfico 5**) casi perfecta, y positiva, entre el modelo simulado y los modelos fabricados. En efecto, si miramos atentamente a los gráficos, podemos observar como el tipo de línea de tendencia que une los modelos sería más bien una función no lineal de tipo logarítmico, que bien explica un fenómeno típico de los softwares y de las maquinarias de fabricación, en donde la diferencia la puede hacer quien diseñe y gestione los modelos. En el caso específico, el software sigue computando en la simulación el uso de soportes que realmente en la fabricación ya no aparecen.

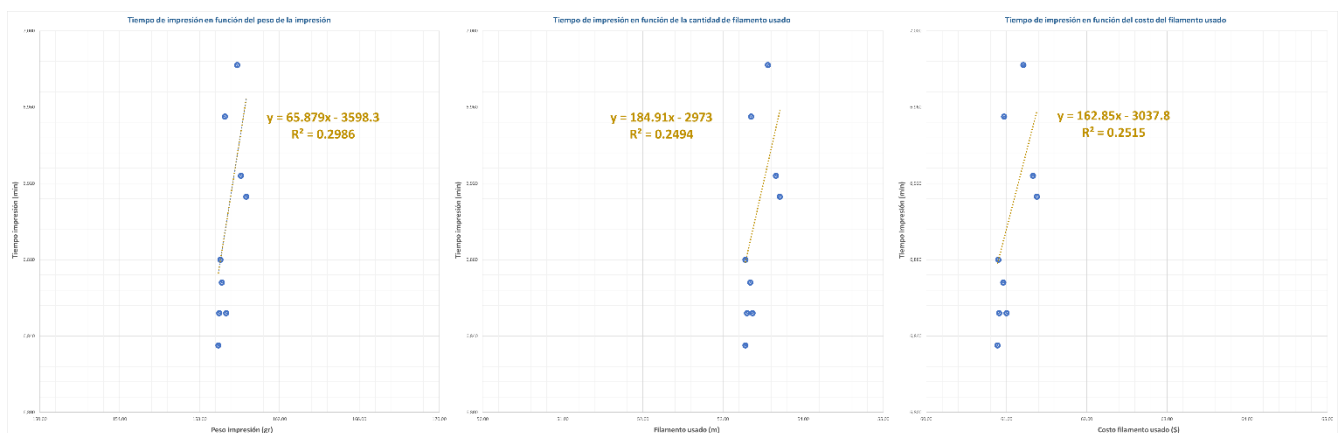


Gráfico 6. Regresión lineal simple del tiempo de impresión en relación respectivamente a peso, cantidad y costo de filamento usado en el proceso de fabricación digital del modelo octaédrico [elaboración propia]

Esto es un factor muy importante para entender que todavía falta un gran trabajo en el desarrollo de esta tecnología de fabricación digital si se quiere llevarla a un diseño eficiente de piezas para la

construcción de la arquitectura, aún más si el intento es el de ir por el camino señalado para lograr una arquitectura relacionada estructuralmente a la materia que la constituye.

Para evidenciar esta suposición, quitamos de la función de regresión lineal el modelo simulado (**Gráfico 6**): obtendremos un R^2 que se acercará a 0. Esta circunstancia quiere decir que todavía no se tiene una alta confiabilidad en la producción de la pieza, en cuanto el mismo modelo arroja un margen de error bastante amplio.

Esto es debido, sin duda, al tipo de tecnología que prevé la extrusión del modelo a través del uso de filamento (circunstancia que se supera utilizando la impresión por vóxel, como veremos más adelante).

Ensayo	y (Tiempo Impresión)	=	X ₁ (Peso de la impresión)	X ₂ (Filamento usado)	X ₃ (Costo filamento)	*	β	=	ŷ (Tiempo Impresión)	ε
INT 1	7916.00		1	285.00	95.42	109.05			7916.70	-0.70120
IMP 1	6955.00		1	159.27	53.35	60.97			6932.93	22.07412
IMP 2	6835.00		1	158.95	53.28	60.89			6877.89	-42.88510
IMP 3	7005.00		1	159.56	53.45	61.09			6922.90	82.10300
IMP 4	6880.00		1	159.05	53.28	60.90			6911.91	-31.91381
IMP 5	6982.00	=	1	159.89	53.56	61.21	*		6934.17	47.82848
IMP 6	6852.00		1	159.34	53.37	61.00			6928.20	-76.20179
IMP 7	6913.00		1	160.34	53.71	61.38			6940.53	-27.52838
IMP 8	6868.00		1	159.12	53.34	60.96			6872.77	-4.77388
IMP 9	6852.00		1	158.99	53.30	60.91			6872.87	-20.87163
IMP 10	6924.00		1	160.07	53.66	61.33			6871.12	52.87629

Tabla 10. Estimación de los errores en el modelo de regresión múltiple [elaboración propia]

También en este caso trabajaremos con un modelo de regresión múltiple para explicar de forma más concreta la relación multidimensional entre las variables. Nuevamente se infirieron los datos recolectados con las ecuaciones mencionadas, validando la eficiencia de BLUE a través del teorema de Gauss-Márkov y calculando la matriz E de los errores (Tabla 10). A seguir, se estimaron la varianza del error a través de los grados de libertad.

En este segundo caso, considerando los 7 grados de libertad, debido a 11 ensayos y 3 variables explicativas, tendremos una desviación estándar $\sigma = 56.3062$; y, calculando la variabilidad total de la muestra **VT**, obtenemos una regresión casi perfecta $R^2 = 0.9768$.

Nuevamente, debido a la reducida cantidad de información recolectada y con relación al bajo número de variables explicativas (3), resulta apropiado el uso del coeficiente de determinación corregido por el número de grados de libertad $R^2_{ajustado} = 0.9669$.

En este segundo experimento, cabe evidenciar como la función de tipo logarítmico que, visualmente, mayormente explica la eficiencia y las limitantes de esta tecnología por filamento, ha logrado su máxima potencialidad, en cuanto, la curva ya no podría bajar el peso (y, de hecho, la cantidad de material desperdiciado) del alosiofractal porque reduciría su eficiencia estructural.

Por otro lado, el tiempo de fabricación logrado es el máximo posible en cuanto un tiempo menor significaría una calidad de impresión inferior.

Nano/micro

Lo alcanzado previamente ha sido utilizado para manipular el algoritmo de procesamiento del software *Describe*, logrando un nanomaterial estructurado tridimensionalmente, de rápida fabricación para marcar el camino hacia productos “económicos” en la construcción de la arquitectura¹⁶².

Todas las simulaciones ejecutadas del prototipo de Alosiofractal fueron corridas con 300 nm de slicing y 200 nm de hatching¹⁶³.

Contrariamente a lo ocurrido en la mesoescala, en la impresión por litografía de dos fotones tenemos una sola tabla de datos, ya que a esta escala no existe una desviación significativa (o, mejor, legible) entre simulación y fabricación.

Es decir, los datos arrojados en la simulación coinciden perfectamente con los datos relativos a la fabricación. En cambio, lo que es interesante analizar es el margen de error entre el modelo diseñado y el prototipo fabricado.

¹⁶² Resulta fundamental medir los alcances con relación a la electrónica: un teléfono contiene diferentes componentes micro y nanotecnológico que se producen en serie a través de micro y nanomoldes, en forma de películas o componentes bidimensionales, resultando un procesos mayormente “barato”. Esto ha permitido que los teléfonos logran las economías de escala, en un cierto sentido: de hecho, si analizamos en detalle, un teléfono eficiente, midiendo aproximadamente 145 mm x 75 mm x 7.5 mm y pesando entre 150 gr y 200 gr, llega a costar alrededor de 20,000 pesos.

¹⁶³ El slicing y el hatching representan respectivamente el alto y el ancho de un vóxel de impresión que ocupa la Photonic Professional GT de Nanoscribe.

Alosiofractal	Calidad de impresión	Tiempo de impresión (min)	Peso de la impresión (µg)	Resina usada (nl)	Costo impresión (\$)
<i>Interacción 1</i>	2 mm	450	257	218	7,500.00
<i>Interacción 2</i>	2 mm	448	252	214	7,500.00
<i>Interacción 3</i>	200 µm	60	0.257	0.218	1,000.00
<i>Interacción 4</i>	200 µm	59	0.256	0.216	1,000.00
<i>Interacción 5</i>	200 µm	61	0.257	0.217	1,000.00
<i>Interacción 6</i>	200 µm	60	0.258	0.218	1,000.00
<i>Interacción 7</i>	40 µm	11	0.206 e ⁻²	0.175 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 8</i>	40 µm	10	0.204 e ⁻²	0.173 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 9</i>	40 µm	11	0.205 e ⁻²	0.174 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 10</i>	40 µm	11	0.206 e ⁻²	0.175 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 11</i>	40 µm	10	0.203 e ⁻²	0.172 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 12</i>	40 µm	11	0.207 e ⁻²	0.176 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 13</i>	40 µm	12	0.205 e ⁻²	0.175 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 14</i>	40 µm	11	0.209 e ⁻²	0.178 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 15</i>	40 µm	10	0.204 e ⁻²	0.173 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 16</i>	40 µm	10	0.208 e ⁻²	0.177 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 17</i>	40 µm	10	0.209 e ⁻²	0.177 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 18</i>	40 µm	11	0.207 e ⁻²	0.176 e ⁻²	183.34
<i>Interacción 19</i>	20 µm	5	0.257 e ⁻³	0.218 e ⁻³	83.34

Tabla 11. Tabla de datos arrojados en las simulaciones y fabricaciones del Alosiofractal [elaboración propia]

De las simulaciones ejecutadas, se destaca que las primeras tres interacciones fueron objeto también de fabricación, mientras que la cuarta, de 20 µm, no pasó a la fase de fabricación porque la dimensión de las aristas no permitía una buena resolución, debido a los parámetros de slicing y hatching utilizados, que son los parámetros de más alta calidad para la Nanoscribe (**Tabla 11**). Es inmediatamente evidente que las desviaciones, entre las diferentes muestras, son mínimas. Una consideración a parte se puede hacer con relación al costo, en cuanto, a pesar de leves diferencias en el tiempo de ejecución, esto queda prácticamente inalterado, al ser medido en la simulación.

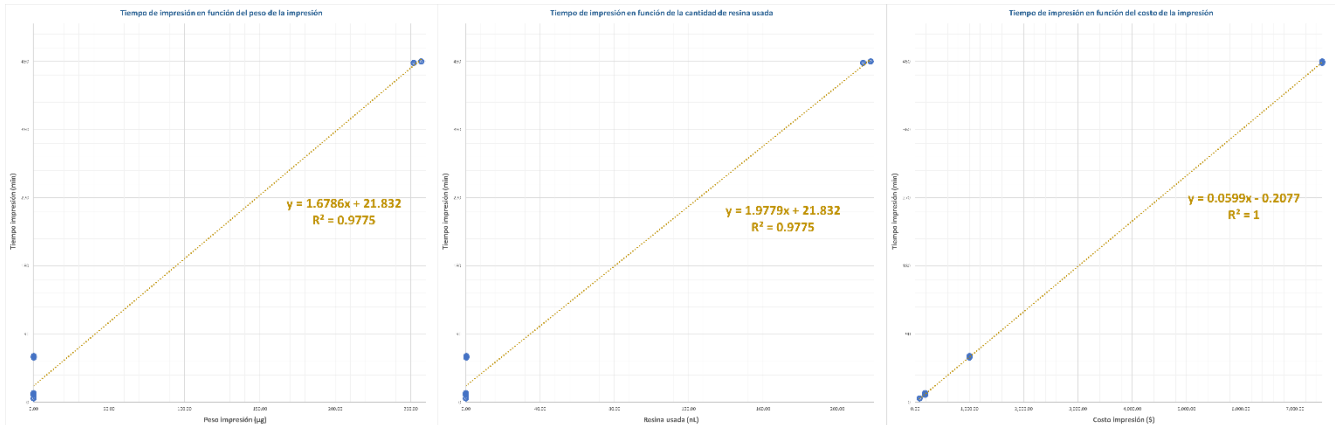


Gráfico 7. Regresión lineal simple del tiempo de impresión en relación respectivamente a peso, cantidad de resina y costo de la impresión en el proceso de fabricación digital del modelo octaédrico [elaboración propia]

Como se puede apreciar en la regresión lineal entre variables (**Gráfico 7**), las relaciones son perfectas; esto resulta con mayor evidencia desde la tabla de los coeficientes de determinación R^2 (**Tabla 12**): ya sólo estos primeros datos nos comunican como la tecnología de impresión digital por vóxel sea un proceso más confiable al cual tenemos que apegarnos para desarrollar las arquitecturas en las que estamos especulando.

	Tiempo de impresión	Peso de la impresión	Resina usada	Costo impresión
Tiempo de impresión	1	0.9775	0.9775	1.0000
Peso de la impresión	0.9775	1	1.0000	0.9778
Resina usada	0.9775	1.0000	1	0.9779
Costo impresión	1.0000	0.9778	0.9779	1

Tabla 12. Tabla de coeficientes de determinación R^2 [elaboración propia]

Nuevamente trabajamos con un modelo de regresión múltiple para evidenciar las ventajas debidas al tipo de tecnología utilizada para micro y nanofabricaciones.

Validando la eficiencia de *BLUE* a través del *teorema de Gauss-Márkov* y calculando la matriz **E** de los errores (**Tabla 13**), se puede notar como los errores estimados sean efectivamente muy pequeños. Esto ya sugiere la alta confiabilidad de la maquinaria de litografía de dos fotones.

Por este modelo tenemos 15 grados de libertad, debido a 19 ensayos y 3 variables explicativas, y una desviación estándar $\sigma = 0.6731$, es decir, una desviación ni siquiera remotamente lograda en otros casos; y, calculando la variabilidad total de la muestra **VT**, obtenemos una regresión prácticamente perfecta $R^2 = 1$, que en este caso no necesita ajustes debido a la suficiente cantidad de información recolectada.

NANOFACTURA Y MACROFACTURA PARATAXIS DE LA ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL

Ensayo	y (Tiempo Impresión)	=	X ₁ (Peso de la impresión)	X ₂ (Filamento usado)	X ₃ (Costo filamento)	*	β	=	ŷ (Tiempo Impresión)	ε
IMP 1	450.00		1 257.00	218.00	7,500.00				449.9994	0.0006
IMP 2	448.00		1 252.00	214.00	7,500.00				448.0006	-0.0006
IMP 3	60.00		1 0.257	0.218	1,000.00				59.9832	0.0168
IMP 4	59.00		1 0.256	0.216	1,000.00				59.9930	-0.9930
IMP 5	61.00		1 0.257	0.217	1,000.00				59.9917	1.0083
IMP 6	60.00		1 0.258	0.218	1,000.00				59.9904	0.0096
IMP 7	11.00		1 0.00206	0.00175	183.34				10.6982	0.3018
IMP 8	10.00		1 0.00204	0.00173	183.34		-0.3667		10.6982	-0.6982
IMP 9	11.00		1 0.00205	0.00174	183.34		7.1749		10.6982	0.3018
IMP 10	11.00	=	1 0.00206	0.00175	183.34	*	-8.4690	=	10.6982	0.3018
IMP 11	10.00		1 0.00203	0.00172	183.34		0.0604		10.6983	-0.6983
IMP 12	11.00		1 0.00207	0.00176	183.34				10.6982	0.3018
IMP 13	12.00		1 0.00205	0.00175	183.34				10.6982	1.3018
IMP 14	11.00		1 0.00209	0.00178	183.34				10.6982	0.3018
IMP 15	10.00		1 0.00204	0.00173	183.34				10.6982	-0.6982
IMP 16	10.00		1 0.00208	0.00177	183.34				10.6982	-0.6982
IMP 17	10.00		1 0.00209	0.00177	183.34				10.6983	-0.6983
IMP 18	11.00		1 0.00207	0.00176	183.34				10.6982	0.3018
IMP 19	5.00		1 0.000257	0.000218	83.34				4.6630	0.3370

Tabla 13. Estimación de los errores en el modelo de regresión múltiple [elaboración propia]

El ANOVA ejecutado a la micro/nanoescala rechaza definitivamente la hipótesis nula, en cuanto la mayor eficiencia se logra a través de la descomposición fractal de la estructura arquitectónica.

4. Conclusiones parciales

Los datos arrojados por todas las fases experimentales sugieren unas conclusiones parciales atractivas para empezar a confirmar lo que se ha teorizado y planteado hasta ahora, además de delinear las futuras líneas de investigación.

1. *Algoritmos y modelos eficientes*

Hoy en día, en un momento histórico en el cual la fabricación digital permite una complejidad de ejecución antes inconcebible, pocos arquitectos y diseñadores buscan formas de estructurar algoritmos y modelos eficientes: es decir, se confía demasiado en las resoluciones de los modelos de fabricación (.STL) proporcionadas por los softwares. De hecho, los softwares, genéricamente, son “ignorantes”, es decir, desconocen mejores soluciones de fabricación que nosotros podemos proporcionar porque en sus algoritmos no están programadas restricciones de ahorro de material y tiempo. Los softwares nada más resuelven un problema matemático por lo que han sido programados¹⁶⁴. Por esto, los arquitectos deben encargarse de diseñar modelos que sean realizables bajando el desperdicio de materia, el tiempo de fabricación y consecuentemente el costo de lo que fabrican. Se ha demostrado que con un diseño más eficiente (según las posibilidades técnicas de las maquinarias de impresión 3D, en todas las escalas) es posible ahorrar más del 60% de la materia (que se desperdicia generalmente en la fabricación de soportes) con repercusiones positivas en términos principalmente de tiempo y costo.

2. *Mayor calidad = Ahorro de energía, tiempo y materia*

Los modelos con máxima calidad de impresión muestran desviaciones menores entre la fabricación simulada y la fabricación real. Esto se refleja en modelos de mayor precisión, ahorro de energía¹⁶⁵, tiempo, material y costo de la pura fabricación. Estos datos, en las interacciones ejecutadas podrían aparecer despreciables, mínimos, pero, si los multiplicamos en la orden de escala de una construcción, estas cantidades devolverían una economía atrayente para el mercado de la arquitectura.

3. *Bajar la precisión de las construcciones a la nanoescala*

Los análisis de varianza de las muestras sugieren de trabajar en modelos de máxima calidad: de hecho, esto tiene relación directa con la precisión dimensional que podemos proporcionar a todo lo

¹⁶⁴ Por ejemplo, los softwares de procesamiento para la fabricación digital manejan soluciones automatizadas para crear soportes a los objetos que se fabrican sin “pensar” en soluciones de diseño que no contemplen soportes.

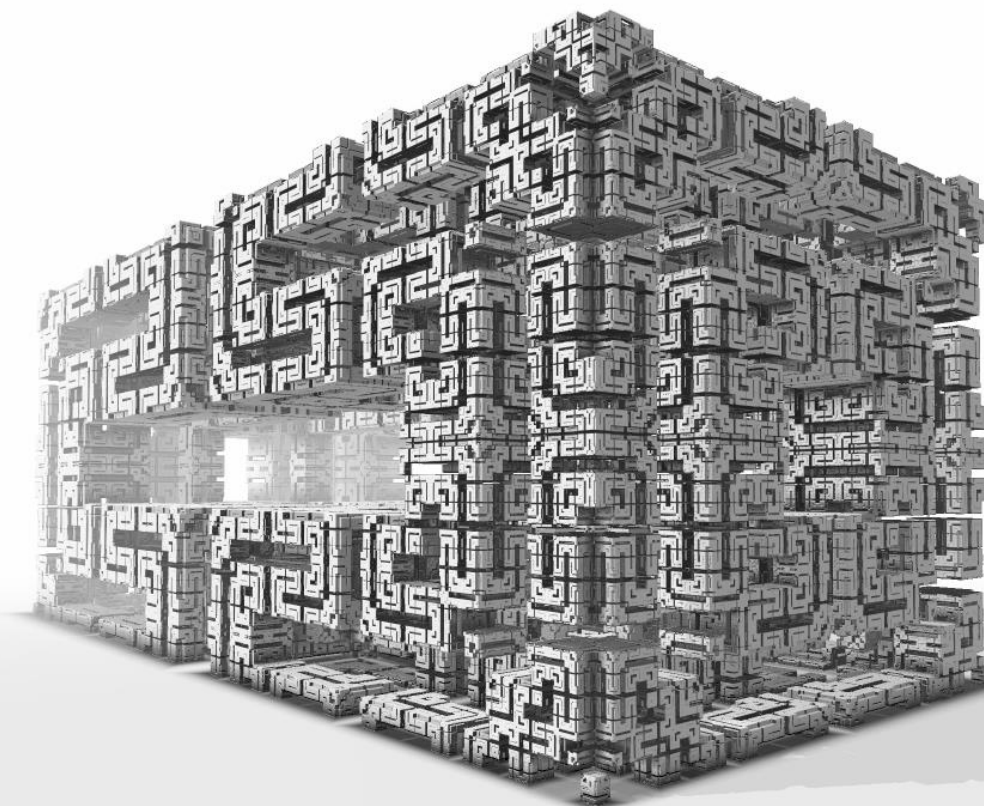
¹⁶⁵ Es el caso de una fabricación eficiente sin soportes.

fabricado digitalmente. Generalmente, el dominio de esta dimensión no es disponible para los arquitectos: por esto, tenemos que apoderarnos de esta dimensión a través del desarrollo de estas tecnologías para la arquitectura. Usualmente, en el campo de la nanoimpresión se realizan películas delgadas y moldes para productos en serie; realmente pocas son las estructuras tridimensionales y ninguna está pensada directamente para la arquitectura. Esto porque los métodos establecidos devuelven productos de “bajo costo” principalmente para la industria electrónica y farmacéutica. Pero, debemos tener en cuenta que son posibles economías de escala también para la nanotecnología enfocada a la arquitectura: la estructura realizada fue fabricada en breve tiempo y con un costo factible, si la pensamos en términos de modelo básicos para máscaras de análisis basada en vóxel.

4. Tecnología de impresión por vóxel

Hemos visto como la tecnología de vóxel permite impresiones proporcionalmente más rápidas (alrededor de $50 \mu\text{m s}^{-1}$ en la nanoescala); de hecho, en la macroescala existen maquinarias que ya imprimen por vóxel con resoluciones de algunas micras y que permiten, dentro del mismo modelo a fabricar, mezclar vóxel de diferentes colores y materiales, manipulando localmente las propiedades del objeto. Aquí se plantea un cambio de paradigma: los arquitectos deberían convertir esta tecnología de impresión, añadiendo a los vóxel determinadas propiedades geométricas (basándose en modelos análogos a los imprimidos a la nanoescala) a través de análisis asentadas en vóxel, aplicada a la generación matemático/algorítmica de máscaras reproducibles a una mayor velocidad de fabricación. Esta pauta impulsaría la fabricación de la arquitectura desde la nanoescala hasta la macroescala, cementando la parataxis planteada.

CIUDADES INTANGIBLES



“Se ti dico che la città a cui tende il mio viaggio è discontinua nello spazio e nel tempo, ora più rada ora più densa, tu non devi credere che si possa smettere di cercarla.”¹⁶⁶

Italo Calvino

¹⁶⁶ “Si te digo que la ciudad a la que tiende mi viaje es discontinua en el espacio y el tiempo, ahora más dispersa ahora más densa, no tienes que creer que podemos dejar de buscarla”. En Calvino, I. (1972). *Le città invisibili*. Torino, IT: Ed. Einaudi [traducido por el autor de la tesis].

CIUDADES INTANGIBLES

1. El 3er orden fractal

El 3er orden fractal es representado por la Arquitectura Paramétrica Natural: un nuevo modelo de diseño y fabricación de la arquitectura estrechamente ligado a la naturaleza, en su esencia, y basado en los prototipos elaborados a lo largo de los últimos dos años.

Estos modelos son recompuestos entre ellos para lograr verdaderas arquitecturas de burbujas, burbujas que se insinúan hasta la malla cristalina de la materia misma y que no son casuales, más bien son gestionadas a través de un proceso de manufactura digital multiescalar (**Imagen 46**).

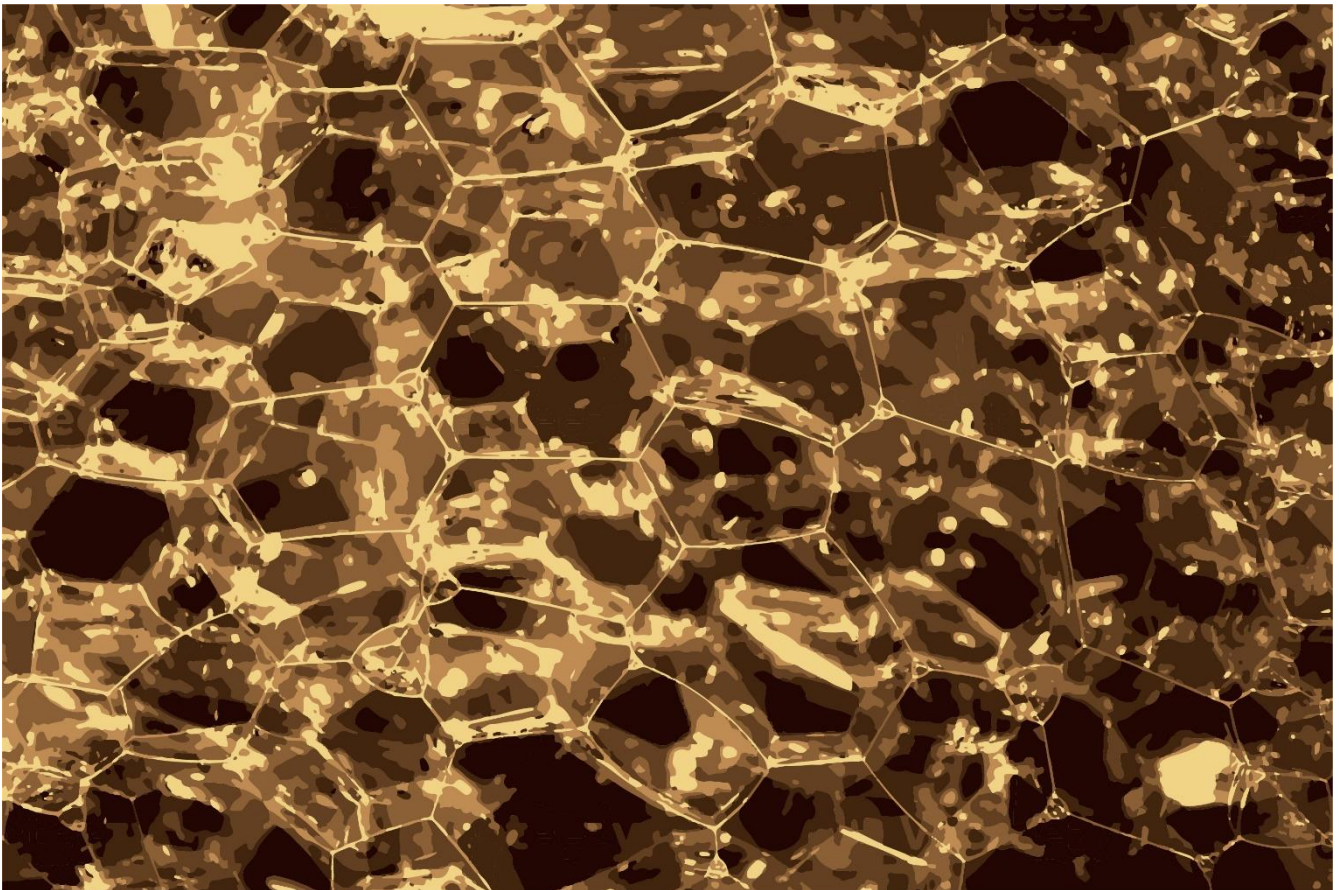


Imagen 46. Ejemplo gráfico de estructuración de las burbujas cuando son sometidas a pautas geométricas [elaboración propia]

De hecho, es notorio como en el campo de la arquitectura existe un camino muy largo de experimentación que empezó con la búsqueda de una superficie de área mínima (SAM) alrededor del siglo XVII. No es un caso que los precursores fueron los matemáticos, desde Isaac Newton hasta Bernoulli y Lagrange, pasando por Gottfried Leibniz, los cuales se cuestionaron acerca de las posibles

superficies resultantes de la tensión de una curva cerrada de área mínima. Sólo en 1850, el científico Joseph Plateau demostró que, introduciendo una estructura de alambre en una solución jabonosa, siempre se forma una película que tiende a contraerse para minimizar la energía, y determinó una serie de leyes que se convirtieron en la base para futuras demostraciones, hasta los experimentos en campo arquitectónico llevados a cabo por exponentes como Frei Otto y Juan Gerardo Oliva Salinas, entre otros.

Debemos entender que la tecnología del momento permitía exclusivamente una elaboración de estos experimentos a la escala visible. Se ha comprobado, con la producción de prototipos, que es posible llegar, utilizando modelos de programación no lineal con base en las composiciones tridimensionales fractales inspiradas a la naturaleza (las mismas que probablemente rigen las construcciones “espontaneas” de burbujas), a obtener estructuras que minimizan el recurso de material, construyendo estructuras arquitectónicas infinitesimales a través de aristas, y que logren un 95% de contenido de aire en su volumen total.

Esto parece un método mayormente efectivo para garantizar una superficie mínima resistente sin comprometer el desempeño estructural de la arquitectura, más bien incrementándolo en un porcentaje entre 242% y 456% con relación a los materiales actualmente trascendentes en el campo de la innovación tecnológica. Si eso no fuera suficiente o totalmente convincente, podemos reflexionar acerca de la posibilidad de añadir funciones adicionales específicas, como la resistencia térmica que, también en este caso, se sitúa a la altura de los materiales de última generación.

Estamos hablando de una composición arquitectónico-tecnológica indisociable, constituidas por iteraciones constructivas desde la nanoescala hasta la habitabilidad de los espacios antrópicos.

Esta es una arquitectura que puede ser estrechamente ligada al territorio, tecnológicamente eficiente y que, gracias a un desarrollo continuo de la línea de investigación trazada, podrá ser al alcance de todos, mostrando un impacto ambiental realmente irrisorio.

Si, por ejemplo, la imaginamos hecha de los componentes de la tierra cruda (**Imagen 47**), ésta tendrá una estructura meticulosamente organizada, será más resistente de la misma roca, ahorrando pero hasta el 65% del material que la compone y siendo extremadamente más ligera, considerando que puede alcanzar el 99.99% de contenido de aire.

Su estructura reticular que se proyecta, a través de los fractales, hasta lo infinitesimal, será la más adecuada para oponerse mecánicamente a cualquier tensión externa. Esto es precisamente el objetivo

marcado en las premisas y que demostraremos de forma analítica en el breve análisis prospectivo que sigue.

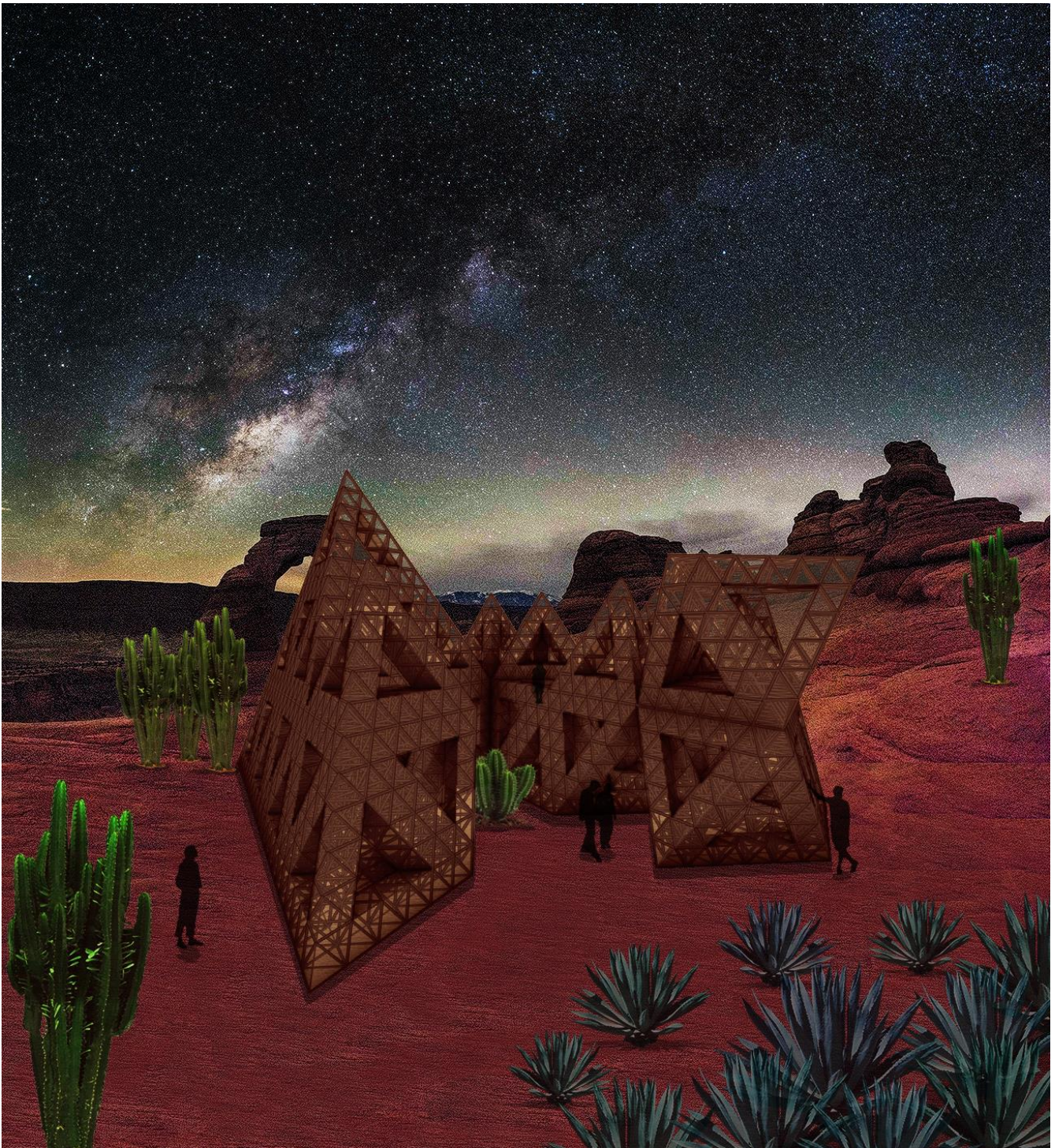


Imagen 47. 3er orden fractal: Macroescala [elaboración propia]

2. El modelo matemático de burbujas

El 3er orden fractal permite una combinación entre un modelo matemático hechos de burbujas y formas infinitas (¡El único límite es realmente la imaginación del diseñador!).

Si analizamos una arquitectura tradicional, en su escala dimensional visible, la del metro, ésta logra a lo mejor un 60% de vacíos, principalmente debidos a su habitabilidad, es decir, los espacios que los humanos pueden realmente ocupar. A medida que reducimos la escala de análisis, nos podemos dar cuenta que estos vacíos, determinados aleatoriamente por los procesos de fabricación de los materiales, y por el tamaño de sus ingredientes, pueden adicionar un porcentaje entre el 10% y el 25% al contenido de aire inicial. Ya que bajamos a la escala micro-nanométrica, estos aportes se reducen de forma despreciable (**Tabla 14**).

Dimensión (m)	Contenido de aire (%)	Modelo escalar
<i>1</i>	60	0.60
<i>1e⁻¹</i>	25	0.7000
<i>1e⁻²</i>	20	0.7600
<i>1e⁻³</i>	15	0.7960
<i>1e⁻⁴</i>	10	0.8164
<i>1e⁻⁵</i>	5	0.8256
<i>1e⁻⁶</i>	1	0.8273
<i>1e⁻⁷</i>	1	0.8291
<i>1e⁻⁸</i>	1	0.8308
<i>1e⁻⁹</i>	1	0.8325

Tabla 14. Modelo escalar que analiza el contenido de aire en una arquitectura tradicional [elaboración propia]

Por lo contrario, si profundizamos el modelo propuesto, podemos apreciar que la construcción de esta nueva arquitectura, en cada escala dimensional, presenta un contenido de aire constante que, gracias al modelo de programación utilizado, se estabiliza al 95%. Esta condición, en el modelo escalar produce efectos interesantes hasta la micro/nanoescala, allá donde, por el modelo tradicional, los efectos eran prácticamente nulos (**Tabla 15**).

Dimensión (m)	Contenido de aire (%)	Modelo escalar
1	95	0.95
$1e^{-1}$	95	0.9975
$1e^{-2}$	95	0.99999375
$1e^{-3}$	95	0.99999999
$1e^{-4}$	95	1.00
$1e^{-5}$	95	1.00
$1e^{-6}$	95	1.00
$1e^{-7}$	95	1.00
$1e^{-8}$	95	1.00
$1e^{-9}$	95	1.00

Tabla 15. Modelo escalar que analiza el contenido de aire en la Arquitectura Paramétrica Natural [elaboración propia]

Los efectos anticipados son evidentes desde los primeros datos del modelo escalar, y devienen indiscutibles graficando los datos y comparando las dos arquitecturas (**Gráfico 8**).

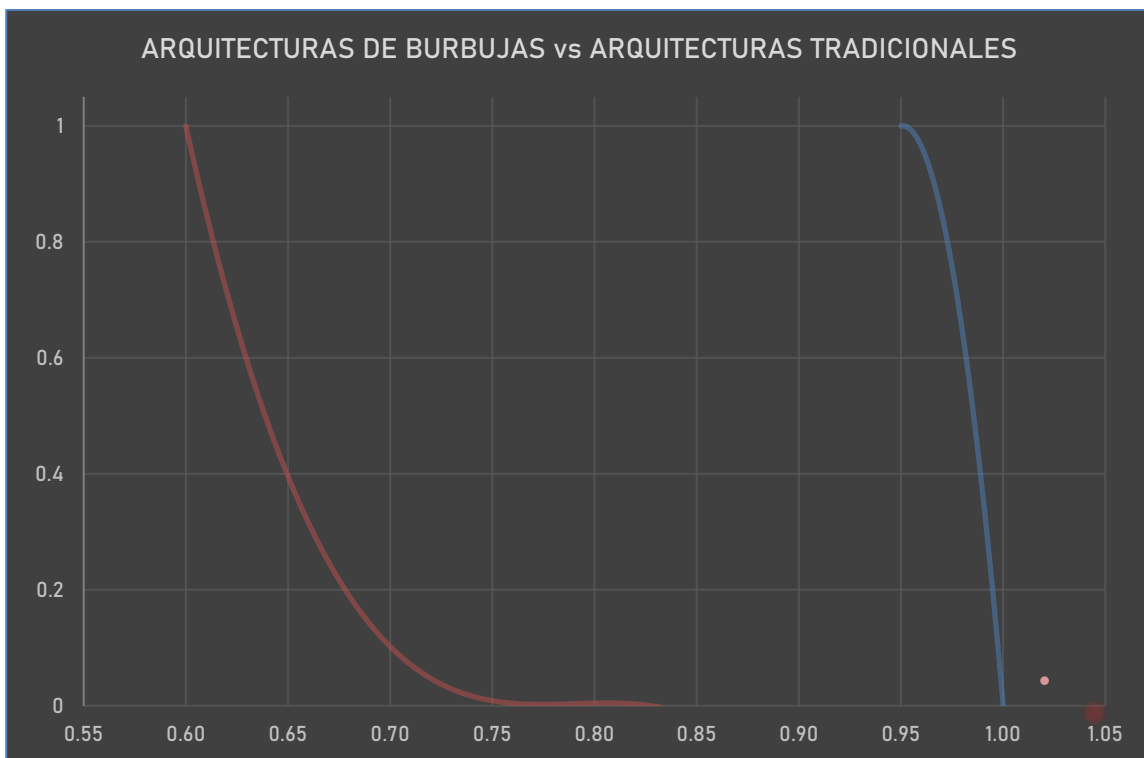


Gráfico 8. Arquitecturas de burbujas vs Arquitecturas tradicionales [elaboración propia]

En el gráfico se puede apreciar la diferencia entre una construcción tradicional (en rojo) y una Arquitectura Paramétrica Natural (en azul). Cuando generalmente una construcción logra entre el 75-83% de vacíos en su volumen (incluyendo los vacíos invisibles al ojo humano), esta nueva especie de arquitectura llega al 99.99% de contenido de aire sin prescindir de todas las características que mejoran su desempeño mecánico y funcional.

Se podría opinar que, analizando exclusivamente estos datos, el modelo arquitectónico sería igualmente valioso ya sólo parando la iteración a la escala milimétrica: de hecho, no debemos olvidar que esta curva se relaciona estrechamente con las funciones que la arquitectura incorpora; es decir, sin la iteración hasta la nanoescala no sería posible obtener también los ahorros de materia mencionados, así como las características mecánicas y térmicas programadas y demostradas a través del modelo matemático.

Cabe especificar, que, este análisis es puramente prospectivo y está fuertemente atado a la necesidad de apoderarnos y desarrollar la tecnología utilizada para la fabricación a la nanoescala, para convertirla en una tecnología de uso común en el campo de la arquitectura. Claramente esta aclaración no corta las piernas a la idea desarrollada hasta este punto, ni destruye una hipótesis ampliamente demostrada, más bien actúa como un mayor estímulo hacia el futuro.

3. Impacto del modelo en relación con la construcción tradicional

El siguiente ejercicio prospectivo se basa en los datos recolectados de la literatura acerca de las construcciones tradicionales en ladrillos, y de los experimentos ejecutados.

Se comparan dos arquitecturas de 81 m² de superficie: la primera realizada a través de mano de obra tradicional (a.) y la segunda a través de fabricación digital de impresión por vóxel (b.).

a. Arquitectura tradicional

Este análisis se basa en una vivienda de 81 m² constituidas por muros de carga que soportan bóvedas de ladrillo. En promedio, para la realización de una arquitectura tradicional se ocupan 58 ladrillos por m² de superficie de construcción: es decir, para su construcción se ocuparán 17,300 ladrillos, sumando, por su colocación, 56 m³ de mortero. Este tipo de arquitectura produce un desperdicio de material alrededor del 15%.

El peso total de los ladrillos ocupados es de $17,300 \times 3.50 \text{ e}^{-3} \text{ t} = 60.55 \text{ t}$; el peso del mortero es de $56 \text{ m}^3 \times 1.8 \text{ t/m}^3 = 100.8 \text{ t}$; es decir, la entera estructura pesará 161.35 t.

Estimando que, en promedio, al día se colocan alrededor de 10/13 m² de ladrillos, el tiempo de ejecución de esta estructura es de 1 mes. El costo de la obra es de $17,300 \times 4 \$ = \$69,200$, a los cuales sumamos el costo del mortero igual a $56 \text{ m}^3 \times 90.22 \$/\text{m}^3 = \$5,052.32$, y la mano de obra igual a \$12,000; es decir, un total de \$86,252.32.

La producción de 1 kg de ladrillos conlleva un consumo de agua de 1.89 litros y una producción de dióxido de carbono igual a 270 g. Infiriendo estos datos con la construcción analizada obtenemos un consumo de agua total de $60,550 \times 1.89 \text{ e}^{-2} \text{ hl} = 1,144.395 \text{ hl}$, y una producción de CO₂ igual a $60,550 \times 0,27 \text{ e}^{-3} \text{ t} = 16.3485 \text{ t}$ (sin contabilizar el impacto del mortero).

b. Arquitectura Paramétrica Natural

Este segundo análisis se basa en una vivienda de 81 m² constituidas por una estructura basada en la iteración de un alosiofractal desde un vóxel de 40 μm (es decir, el prototipo más pequeño impreso a través de esta tecnología durante los experimentos ejecutados) hasta la escala habitable de la arquitectura.

Para completar la estructura se necesitan 5.343375×10^{14} vóxel de 40 μm . Este tipo de fabricación produce un desperdicio de material alrededor del 0.5%.

El peso total de la estructura es de $5.343375 \times 10^{14} \times 2.06 \times 10^{-15} \text{ t} = 1.1008125 \text{ t}$.

Las actuales impresoras existentes en el mercado alcanzan una velocidad de fabricación de 3.4×10^8 vóxel/s. Suponiendo que la impresora incorpore las propiedades geométricas del alosiofractal dentro de un vóxel de 40 μm , obtendremos un tiempo de ejecución de $5.343375 \times 10^{14} / 3.4 \times 10^8 \text{ s} / 86.400 \text{ s} = 18.19 \text{ d}$.

Esta fabricación no prevé mano de obra, o, más bien, exclusivamente la supervisión remota de la fabricación. Por eso, el costo de la obra se mide sólo en base a las horas de fabricación totales; es decir, $18.19 \text{ d} \times 24 \text{ h} \times 150 \text{ \$/h} = \$65,484$.

La producción de CO_2 se mide con relación a la potencia nominal de la impresora, que es de 400 W: infiriendo este dato con el tiempo de fabricación obtenemos $0.4 \text{ kW} \times 18.19 \text{ d} \times 24 \text{ h} = 174.624 \text{ kWh}$ de consumo para la entera construcción. En términos de CO_2 esto se traduce en $174.624 \text{ kWh} \times 0.458 \text{ kg} = 79.98 \text{ Kg}$ de emisiones.

Comparación de datos

Los datos recolectados del análisis prospectivo sugieren un desarrollo de seguro interés de esta tecnología para el mercado de la construcción.

	Arquitectura tradicional	Arquitectura Paramétrica Natural	Déficit y superávit (%)
<i>Desperdicio material (%)</i>	15	0.5	3.33
<i>Peso estructura (t)</i>	161.35	1.101	0.68
<i>Tiempo de manufactura (d)</i>	30	18.19	60.63
<i>Costo (\$)</i>	86,252.32	65,484	75.92
<i>Consumo de Agua (hl)</i>	1,144.395	-	-
<i>CO₂ (t)</i>	16.35	0.08	0.49
<i>Desempeño mecánico (MPa)</i>	3.90 1.06	16.09 13.45	412.56 1,268.87
<i>Conductividad térmica (W/mK)</i>	0.50	0.0247	4.94
Índice de eficiencia	9.29E+08	8.92E+09	959.74

Tabla 16. Tabla de relación entre el Índice de eficiencia y el déficit o superávit entre la Arquitectura Paramétrica Natural y una Arquitectura tradicional [elaboración propia]

De hecho, comparando los dos modelos arquitectónicos, se obtienen mejoras y ahorros en varios componentes fundamentales del anteproyecto, es decir, cuando se debe evaluar la factibilidad de una obra. Por ejemplo (**Tabla 16**), durante la construcción de una Arquitectura Paramétrica Natural se obtiene un desperdicio de material igual al 3.33% de lo que se desperdicia normalmente en una construcción tradicional. De forma más evidente, el peso de la estructura es igual a lo 0.68% de una estructura tradicional, debido a la modalidad en que se programa y fabrica el nuevo modelo, quitando toda la materia que no concurre al desempeño efectivo de la arquitectura. Resultan relacionados, con este tipo de lógica, el tiempo de manufactura y el costo de la obra, que respectivamente representan el 60.63% y el 75.92% de una arquitectura tradicional. También bajo el perfil ecológico, la Arquitectura Paramétrica Natural resulta producir el 0.49% de emisiones de CO² que normalmente condiciona la forma en que se construye. Por lo contrario, la resistencia se ve afectada positivamente, con rendimientos que van desde el 400% hasta el 1,300% del desempeño estándar. Por último, cabe mencionar como la conductividad térmica resulta ser sólo el 4.94% de una envolvente de producción común.



Gráfico 9. El camino eficiente hacia una Arquitectura Paramétrica Natural [elaboración propia]

Esto se refleja en un índice de eficiencia que ya se había mencionado durante el análisis de la teoría de la parataxis, en el primer capítulo, cuando se pusieron en relación las arquitecturas del antiguo Egipto con la Torre Eiffel, y se hipotetizó el camino hacia una arquitectura integrada con la nanotecnológica.

En este caso, finalmente se calcula el índice de eficiencia relacionando todos los valores diferenciales examinados, y se enlaza con un margen de tiempo aceptable de desarrollo de la tecnología propuesta. Contemplando la línea de tendencia exponencial que se muestra en el gráfico (**Gráfico 9**) es indudable la conveniencia de perseguir el camino trazado, que quiere abrir la puerta a una arquitectura gestionada a través de un proceso que considera tanto la forma como la función. Una arquitectura estéticamente emocional en la medida de cómo se produce, recuperando el imprescindible ligado con el territorio y la naturaleza a través de símbolos primordiales reinterpretados en los términos actualizados y futuribles de una nueva tecnología.

4. Conclusiones

Los datos arrojados por el presente estudio amplían las conclusiones esbozadas en los capítulos antecedentes.

1. Algoritmos y modelos eficientes

Como anticipado, este es un momento histórico en el cual los métodos digitales permiten complejidad de ejecución y fabricación en serie. Por esto, los arquitectos y diseñadores deben trabajar en algoritmos y modelos eficientes, sin confiar ciegamente en las resoluciones de las maquinarias y softwares. Es tarea del arquitecto buscar mejores soluciones de fabricación para lograr ahorro de material y tiempo, así como pensar en modelos de diseño totalmente diferentes para alcanzar nuevas economías de escala en la macrofabricación. Se ha demostrado como un diseño más eficiente consigue finalmente un desperdicio de la materia (que tenemos la obligación de cuidar si queremos salvaguardar la naturaleza) de menos del 5 por mil con repercusiones positivas en términos de tiempo y costo.

2. Mayor calidad = Ahorro de energía, tiempo y materia

Los prototipos microscópicos y nanoscópicos se pueden definir como los modelos con más alta calidad de impresión. Construyendo una escala métrica de los prototipos, se puede analizar como existan desviaciones prácticamente nulas entre la fabricación simulada y la fabricación real, mano a mano que se baja la precisión dimensional de los modelos. Aunque no parezca relevante, esto es un dato de suma importancia en cuanto, además de tener una mayor rigor constructivo, se pueden planear, desde el anteproyecto, los tiempos de ejecuciones, así como controlar el consumo de energía. Esto es un factor determinante si, proyectándonos al futuro, imaginamos estas maquinarias alimentadas a través de una red de cero consumo.

3. Bajar la precisión de las construcciones a la nanoescala

Como hemos anticipado, la impresión a la micro/nanoescala es generalmente precluida a los arquitectos. La principal tarea, desde este trabajo en adelante, es apoderarnos de esta tecnología de impresión para actualizarla a nuestras necesidades arquitectónicas. Esto, claramente, puede tener repercusiones positivas también en los demás ámbitos productivos y científicos en cuanto, una vez perfeccionada la técnica en el campo arquitectónico, la tecnología puede trascender los confines entre disciplinas, condicionando los diferentes ámbitos de aplicación.

4. Arquitecturas de “burbujas”

Generalmente, en la literatura arquitectónica, se hace referencia a arquitecturas de burbujas o de aire con relación a la sensación que ésta genera en el usuario¹⁶⁷. Con la presente investigación se demuestra que un diseño/modelo matemático-arquitectónico, a través de las iteraciones fractales de una forma geométrica que contiene a sí misma al infinito, lleva a un contenido de aire de las estructuras hasta el 99.99% de su volumen sin afectar el rendimiento de la estructura misma; es decir, se obtiene una estructura tridimensional que se repite hasta la escala invisible, así eliminando todas las partes que funcionalmente no concurren a la estática de un edificio.

5. Posibilidades formales infinitas

El modelo propuesto da la posibilidad de pensar la arquitectura con dos enfoques opuestos: ascendente y descendente. En el primer caso, se puede optar por una de las formas “hieráticas” en que se construye la naturaleza para iterarla en un proceso de crecimiento de la materia. En el segundo caso, se pueden adoptar formas arquitectónicas de propia inspiración geométrica para iterarlas, hasta la escala nanométrica (o atómica), buscando que ocupen siempre un menor espacio al interior de sus mismos elementos. Estos dos enfoques, como es evidente, generan una infinidad de posibilidades para los arquitectos de repensar los espacios internos, las estructuras, el volumen arquitectónico, la expresión estética, todos relacionados entre ellos, a través de cómo se construye y cómo sirve, siguiendo la lección teórica que nos dejó John MacLean Johansen. Esta es la posibilidad de retomar tanto las formas y símbolos espaciales primordiales cuanto todo lo que podemos imaginar o inventar, expresándolos a través de los novedosos términos de una nueva tecnología: novedosas expresiones tecnológicas para inéditos impactos emotivos.

6. Espacios habitables

El modelo propuesto, permite la generación, en su crecimiento, de los llamados vacíos fractales que, en la escala adecuada, representan los espacios arquitectónicos habitables para el ser humano. Ya se podrán olvidar los cánones métricos históricos o más bien integrarlos a este nuevo Modelo Paramétrico Natural, al alcance del ser humano.

7. Funciones específicas de la forma

Este diferente enfoque permite una infinidad de posibilidades que se deben descubrir a través de una indagación continua, que promueve hacia un cambio de rumbo en el mercado de la arquitectura y

¹⁶⁷ Se piense, por ejemplo, a las famosas nubes de Fuksas que no son en absoluto ligeras.

construcción. Es claro que existe una relación imprescindible entre la forma y la función. Propio el modelo matemático propuesto puede ser manipulado para que determinadas partes de la arquitectura, que se está “diseñando”, puedan funcionar en un cierto modo. Por ejemplo, se podrán insertar, en la misma estructura arquitectónica, canales para la purificación del agua, del aire, la densidad de la malla estructural podría regular el flujo térmico, la humedad, el ingreso de luz solar, también de forma inteligente y adaptable a las diferentes exigencias estacionales y de los usuarios. Llevado más allá, se alcanza a sospechar que existe probablemente un lugar, en algún lado, para una auténtica arquitectura cuántica.

8. Tecnología de impresión por vóxel

Todo lo reportado en los últimos tres párrafos se puede lograr sólo si se empieza a invertir en esta línea de investigación hacia un apoderamiento y cambio de las tecnologías que se utilizan para la producción arquitectónica. Hemos visto como la tecnología de vóxel permite impresiones proporcionalmente más rápidas (alrededor de $50 \mu\text{m s}^{-1}$ en la nanoescala); de hecho, en la macroescala existen maquinarias que ya imprimen por vóxel con resoluciones de algunas micras y que permiten, dentro del mismo modelo a fabricar, mezclar vóxel de diferentes colores y materiales, manipulando localmente las propiedades del objeto. Aquí se plantea un cambio de paradigma: los arquitectos deberían convertir esta tecnología de impresión añadiendo a los vóxel determinadas propiedades geométricas (basándose en modelos análogos a los imprimidos a la nanoescala), a través de análisis basadas en vóxel aplicada a la generación matemático/algorítmica de máscaras reproducibles a una mayor velocidad de fabricación. Esta pauta impulsaría la fabricación de la arquitectura desde la nanoescala hasta la macroescala, cementando la parataxis planteada.

9. Arquitectura de cero emisiones

En el análisis prospectivo se ha mencionado como una Arquitectura Paramétrica Natural puede ser construida bajando las emisiones de CO₂ a lo 0.49% con relación a una arquitectura tradicional. Esta siempre ha sido parte de los objetivos y de la misma hipótesis, cuando se mencionaba que el impacto de esta arquitectura podría ser irrisorio o nulo. De hecho, se imaginamos que en sitio, la maquinaria de impresión pueda ser conectada a un sistema fotovoltaico, o de producción de energía alternativa, entonces, el valor estimado se acercaría mayormente a cero, debiendo tener en cuenta sólo la huella ecológica dejada por el método de fabricación del sistema de suministro de energía, distribuida a lo largo de su tiempo de vida.

10. Deposición por capa atómica y nanoindentación

El potencial de esta tecnología no se ha podido propiamente estudiar, porque su alcance se proyecta más allá de sólo dos años. De hecho, se ha tenido exclusivamente el tiempo de acercarse al ALD para empezar a recolectar unos datos que no resultan suficientes para entender y disertar acerca de las posibles implicaciones en arquitectura. No obstante esto, se puede afirmar lo siguiente. [1] La tecnología actual permite una producción de tamaño limitado, de hecho, el espacio de altura del reactor permite una pieza máxima de $2.5 \text{ e}^2 \mu\text{m}$; esto porque el ALD es generalmente usado para la producción de películas en elementos superficiales en lugar de piezas tridimensionales. [2] El control de la fabricación a través de algoritmos permite una enorme precisión y control del producto final, mientras haya condiciones óptimas de operación (de hecho, en cuarto limpio se lograron los mejores resultados). [3] No obstante las limitaciones dimensionales, el tipo de tecnología permite un depósito homogéneo sobre todas las superficies de un modelo fractal que contiene una alta complejidad en términos de formas y vacíos, condición que no se logra con ninguna otra tecnología de deposición. [4] Además, combinando esta técnica con una de grabado de plasma se podría lograr la eliminación del esqueleto polimérico, obteniendo un modelo fractal inspirado en la tierra cruda y constituido exclusivamente por materiales extractos de esto, o, más contundentemente, se podría afirmar que se obtendría un mineral fractal. [5] Finalmente, con un aprendizaje más profundo, los arquitectos podrían empezar el proceso de apropiación de esta tecnología para abrir a ulteriores nuevos paradigmas.

Asimismo, no se ha podido evaluar mecánicamente, a través del equipo de nanoindentación, el desempeño del material producido a las diferentes escalas, para verificar las implicaciones en los diferentes tamaños, configuraciones y recubrimientos atómicos. De toda manera, el presente estudio deja abierta la puerta indicando las pautas para seguir con estos experimentos, para todos aquellos que quieren dejar su granito de arena en el camino hacía esta nueva especie de arquitectura.

11. Trascendencia a otras disciplinas

Por su carácter multidisciplinario, la tesis trasciende los confines entre especialidades, y puede tener repercusiones en varios ámbitos de aplicación. Imaginamos la posibilidad de controlar la estructura alveolar de una prótesis de hueso a través de iteraciones fractales y uso de materiales compatibles con el cuerpo humano; así como los beneficios de aligerar exponencialmente los componentes de las naves espaciales, sin comprometer su desempeño mecánico y térmico. Sólo la investigación, en ese sentido, podrá definir los límites de lo que se puede lograr.

12. Un manifiesto

Todo lo que han leído hasta ahora es permeado de conceptos teóricos, filosóficos y científicos, que confluyen en un caldero de ideas que, más que una simple tesis, se desfigura hasta tomar la forma de un manifiesto de la Arquitectura Paramétrica Natural. Esto no debe maravillar, ni pasmar los ánimos, más bien impulsar el cambio, reactivar la imaginación de los arquitectos, inmovilizada en la era de la homologación estético-tecnológica.

Después de todo, las raíces mismas de la palabra arquitecto (o arquitectura) indican que el que produce debe esforzarse para alcanzar la excelencia, que no es un destino fijo, más bien se mueve de la mano del futuro.

GLOSARIO

Anisotropía propiedad general de la forma según la cual las cualidades varían según la dirección en que son examinadas.

Arquitectura cuántica se identifica a través de los siguientes principios: simultaneidad y superposición de estados, medición relativa, referencias distribuidas, incertidumbre posicional, entrelazamiento, presencia global e inmediatez, adaptación continua, precognición; se puede configurar a través de la gestión de los átomos (forma) y la programación de los enlaces (comunicación) para obtener nuevas propiedades simultáneas en la macroestructura según las leyes de la física y de la mecánica cuántica y molecular.

Biofactura marco conceptual para la experimentación con métodos de diseño, proceso y fabricación que se inventan y desarrollan bajo la influencia de los sistemas biológicos.

Dimensión fractal exponente que da cuenta de cuán completamente un fractal llena el espacio conforme se amplía el primero hacia escalas más y más finas.

Estructura hierática estructura geométrico espacial que se rige en un modelo de reproducción iterativa de su misma forma en ordenes fractales.

Forma/función en la nanofactura y en la macrofactura, estrecha relación donde las propiedades específicas de una materia, y/o de un objeto, están determinadas directamente por las variables anisotropía y geometría; “forma es función” en lugar de “forma y función”.

- Geometría*** datos numéricos y formales precisos con los que estructurar la composición de la materia, y/o del objeto, en la nanoescala y en la macroescala, respectivamente; en la nanofactura, los datos geométricos de los movimientos (traslación y rotación) y de la vibración molecular deben ser también evaluados.
- Impresión por vóxeles*** método de fabricación por píxeles 3D que permite pensar, diseñar y fabricar en múltiples dimensiones, colores, texturas y materiales que se pueden dispersar con un control numérico extremadamente preciso.
- Macrofactura*** proceso de producción a escala visible en donde se aplica la relación forma/función derivada de la nanofactura.
- Mesoescala*** escala de producción que tiene un umbral de actuación desde los 0.3/0.4 mm hasta algunas decenas de cm.
- Morfología natural*** proceso paramimético en donde los números describen pautas con las cuales cada parte de la naturaleza se forma en posición específica según geometrías funcionales.
- Nanofactura*** manipulación, entre 1 a 100 nanómetros, en forma precisa de los átomos y las moléculas; se puede aplicar la relación forma/función derivada de la macrofactura.
- Parafactura*** marco conceptual para la experimentación con métodos de diseño, proceso y fabricación que se inventan y desarrollan bajo la influencia de los sistemas naturales.
- Parataxis*** interrelación según la gramática de la materia, por la cual se unen la nanofactura y la macrofactura, independientes entre sí, en el mismo nivel formal/funcional.

Proceso de Parafactura sucesión algorítmica, construida a partir de las leyes paramétricas y fractales de la naturaleza, que determina la morfología de la materia, y/o del objeto, en la transición desde la nanofactura a la macrofactura (y viceversa), con el fin de utilizar los principios geométricos y funcionales derivados para la producción paramétrica.

Programación no lineal herramienta de modelación de las variables (interdependientes y dependientes), constante de la investigación en cuanto no es objeto de alteración, si no en sus parámetros (variables).

Producción paramétrica método sistemático de cálculo y construcción de la materia, y/o del objeto, mediante la manipulación de los datos geométricos y anisotrópicos interrelacionados.

Vacío fractal expresión gráfica de la dimensión fractal, suma de la dimensión topológica y del factor dimensional, siempre positivo y tanto mayor cuanto más irregular es el fractal; en el caso específico, siendo el fractal bastante regular, la dimensión fractal se acerca a la dimensión topológica.

REFERENCIAS

1. Libros

- Achenza, M. & Sanna, U. (2009). Il manuale tematico della terra cruda. En *I manuali di recupero dei centri storici della Sardegna* (Vol. 1). Cagliari, IT: Ed. DEI.
- Askeland, D. R. (1998). *Ciencia e Ingeniería de los materiales* (3ª edición). México, MX: Ed. ITP.
- Bedoni, F. S. (1983). *L'architettura frantumata. John MacLane Johansen* (Universale di architettura diretta da Bruno Zevi, Vol. 60/61). Bari, IT: Ed. Dedalo.
- Cabot, J. E. (2004). *Mientras el Futuro te Alcanza*. México, MX: Ed. Planeta.
- Dantzig, G. B. (1963). *Linear Programming and Extensions*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Delle Mura, C. & Simonato, E. (2012). Architettura e nanotecnologie. En *Tecnologia delle costruzioni* (Vol. 2). Padova, IT: Ed. libreriauniversitaria.it
- Describe: Getting started Manual, Version 7.1* (2019). EPFL Swiss Institute of Technology Lausanne: CMi Center of MicroNano Technology.
- Drexler, K. E., Peterson, C. & Pergamit, G. (1991). *Unbounding the future: the nanotechnology revolution*. New York, NY: Ed. Morrow.
- Drexler, K. E. (1992). *Nanosystems: molecular machinery, manufacturing and computation* (A Wiley-Interscience publication). New York, NY: Ed. John Wiley & Sons Inc.
- Feynman, R. P. (1971). *La legge fisica* (Universale scientifica Boringhieri, Vol. 13). Torino, IT: Ed. Bollati Boringhieri.
- Feynman, R. P. (2000). *Sei pezzi facili* (Piccola biblioteca Adelphi, Vol. 450). Milano, IT: Ed. Adelphi.
- Feynman, R. P. (2004). *Sei pezzi meno facili* (Piccola biblioteca Adelphi, Vol. 512). Milano, IT: Ed. Adelphi.

- Feynman, R. P. (2012). *Il senso delle cose* (Piccola biblioteca Adelphi, Vol. 414). Milano, IT: Ed. Adelphi.
- Foladori, G. (2006). *Nanotecnologías disruptivas. Implicaciones sociales de las nanotecnologías* (América latina y el nuevo orden mundial, conocer para decidir). Ciudad de México, MX: Ed. Miguel Ángel Porrúa.
- Foladori, G. (2012). *Perspectivas sobre el desarrollo de las nanotecnologías en América Latina* (Colección desarrollo & migración). Zacatecas, MX: Ed. Universidad Autónoma de Zacatecas.
- Foladori, G. (2015). *Nanotecnologías en América Latina: trabajo y regulación* (Serie estudios críticos del desarrollo). Zacatecas, MX: Ed. Universidad Autónoma de Zacatecas.
- Groover, M. P. (2010). *Fundamentals of modern manufacturing. Materials, processes and Systems* (4ª edición). Hoboken, NJ: Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Johansens, J. M. (2002). *Nanoarchitecture: a new species of architecture*. New York, NY: Ed. Princeton Architectural Press.
- Larrañeta, J. (1987). *Programación lineal y grafos*. Sevilla, ES: Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- Leydecker, S. (2008). *Nano materials: in architecture, interior architecture and design*. Berlin, DE: Ed. Springer Science & Business Media.
- Livio, M. (2011). *Is God a Mathematician?* New York, NY: Ed. Simon & Schuster, Inc.
- Minke, G. (2000). *Earth construction handbook: the building material earth in modern architecture* (Advances in architecture series, Vol. 10). Michigan, MI: Ed. Wit Press.
- The Royal Society & The Royal Academy of Engineering (2005). *Nanoscience and nanotechnologies: opportunities and uncertainties*.
- Rudofsky, B. (1964). *Architecture without architects: a short introduction to non-pedigreed architecture*. Albuquerque, NM: Ed. UNM Press.

- Sala, G. R. (1993). *Programación lineal, Metodología y Problemas*. España, ES: Ed. Tébar Flores.
- Scalisi, F. (2010). *Nanotecnologie in edilizia. Innovazione tecnologica e nuovi materiali per le costruzioni* (Progettazione tecniche & materiali, Vol. 58). Rimini, IT: Ed. Maggioli.
- Schwarz, J. A., Contescu, C. I. & Putyera, K. (2004). *Dekker encyclopedia of nanoscience and nanotechnology* (Vols. 1-5). New York, NY: Ed. Marcel Dekker Inc.
- Sposito, A. (2009). *Nanotecnologie e nanomateriali per l'architettura*. Napoli, IT: Ed. Luciano.
- Sposito, A., Scalisi, F. & Sposito, C. (2013). *Terracruda e nanotecnologie. Tradizione, innovazione, sostenibilità* (Esempi di architettura, Vol. 22). Roma, IT: Ed. Aracne.
- Stephenson, N. (1997). *Diamond age. L'era del diamante*. Milano, IT: Ed. Shake.
- Thompson, D. W. (2017). *On growth and form*. Recuperado de www.gutenberg.org
- Tsui, T. & Volinsky, A. A. (2019). *Small Scale Deformation Using Advanced Nanoindentation Techniques* (Micromachines). Suiza, CH: Ed. MDPI.
- Wall, D. (1970). *Visionary cities: the arcology of Paolo Soleri*. Santa Barbara, CA: Ed. Praeger Publisher.

2. Tesis

- Bohórquez, M. G. (2015). *Geometría de las superficies de área mínima (SAM) en reticulados espaciales. Sistema estructural de barras y nodos a partir de películas de jabón* (Tesis de Maestría).
- Burneo, X. E. V. (2017). *Desafíos en el presente y futuro de las tecnologías digitales. Lo generativo un paradigma en el diseño arquitectónico* (Tesis de Doctorado).
- Cortés, D. L. M. (2018). *Biomimética. Relaciones invisibles en la naturaleza* (Tesis de Maestría).
- Fernandes, G. V. (2015). *Aplicación de técnicas analíticas a la investigación de elementos constructivos de tierra* (Tesis de Doctorado).

- Grigas, A. (2013). *The Fibonacci Sequence - Its History, Significance and Manifestations in Nature* (Tesis Senior en Honors Program).
- Gutiérrez, J. J. S. (2016). *Tapia. Estabilización microbiológica. Una forma de autoconstrucción* (Tesis de Maestría).
- Laez, F. J. R. (2015). *Cálculo de la dimensión fractal de la corteza cerebral e interfaz sustancia gris-blanca del cerebro humano mediante técnicas tridimensionales* (Tesis de Maestría).
- Leone, M. F. (2008). *Innovazione tecnologica e materiali avanzati. Alte prestazioni ed eco-efficienza: nanotecnologie per l'evoluzione dei materiali cementizi* (Tesis de Doctorado).
- Ocampo, E. R. (1999). *Nuevos materiales y sistemas constructivos. Nanotecnología y biomimetismo en la arquitectura* (Tesis de Maestría).
- Oliva, M. R. (2014). *Habitar la tierra. Construcción con tierra como vía hacia la habitabilidad en las viviendas de Mexicali, B.C.* (Tesis de Maestría).
- Tejeda, H. M. (2015). *Síntesis y caracterización de nanotubos de multipared funcionalizados con nanopartículas de óxidos metálicos del grupo de los lantánidos* (Tesis de Licenciatura).
- Ventura, C. A. R. E. (2015). *Diseño de compuesto de matriz cerámica reforzado con fibras con capacidad energética estructural* (Tesis de Maestría).
- Zolotovskiy, K. (2012). *Bioconstructs - Methods for bio-inspired and bio-fabricated design* (Tesis de Maestría).

3. Artículos

- Assaedi, H., Shaikh, F. U. A. & Low, I. M. (2015). Effect of nano-clay on mechanical and thermal properties of geopolymer. *Journal of Asian Ceramic Societies*, 4 (2016), 19-28.
- Cid, J., Mazarrón, F. R. & Cañas, I. (2011). Las normativas de construcción con tierra en el mundo. *Informes de la Construcción*, 63 (523), 159-169.

- Cornejo, J. S. (2007). Arcillas: del Barro a la Nanotecnología. *Real Academia Sevillana de Ciencias - Memoria* (2007), 63-92.
- De Giovanni, G. (2013). Le nanotecnologie per l'architettura. En Terracuda e nanotecnologie. Tradizione, innovazione, sostenibilità. *Esempi di architettura*, 22, 75-87.
- El mundo de la nanotecnología situación y prospectiva para México.* (2018). México, MX: UIN, ProMéxico. Recuperado el 12 de septiembre de 2019, de <http://www.ethic.com.mx/docs/estudios/El-mundo-nanotecnologia-Situacion-prospectiva-Mexico.pdf>
- Eloy, C. (2011). Leonardo's rule, self-similarity and wind- induced stresses in trees. *Physical Review Letters*, 107 (25), 1-5.
- Eloy, C., Fournier, M. & Lacointe, A. (2017). Wind loads and competition for light sculpt trees into self-similar structure. *Nature Communications*, 8 (1014), 1-12.
- Elvin, G. (2006). NanoBioBuilding: nanotechnology, biotechnology, and the future of building. En *Proceedings of 2nd International Symposium on Nanotechnology in Construction*.
- Firrone, T. (2008). Nuove forme ed espressioni dell'architettura in terra cruda. En Germanà, M. L. & Pavini, R. (Ed.), *La terra cruda nelle costruzioni. Dalle testimonianze archeologiche all'architettura sostenibile* (Collana Politecnico Mediterraneo. Architettura 1, pp. 193-206).
- IEA & GABC (2019). *Global Status Report 2019*. Recuperado el 15 de enero de 2020, de <https://www.worldgbc.org/news-media/2019-global-status-report-buildings-and-construction>
- Gómez, P. G., Vicente, P. M. & Escudero L. M. (2018). Scutoids are a geometrical solution to three-dimensional packing of epithelia. *Nature Communications*, 9 (2960), 1-14.
- Greer, J. R., Jacobsen, A. J. & Valdevit, L. (2011). Protocols for the optimal design of multi-functional cellular structures: from hypersonics to micro-architected materials. *Journal of American Ceramic Society-Valdevit et al.*, 1-20.
- Greer, J. R., Meza, L. R. & Greer, F. (2013). Fabrication and deformation of three-dimensional hollow ceramic nanostructures. *Nature materials*, 12, 893-898.

- Greer, J. R. & Meza, L. R. (2014). Mechanical characterization of hollow ceramic nanolattices. *J Mater Sci*, 49, 2496-2508.
- Greer, J. R., Meza, L. R. & Das, S. (2014). Strong, lightweight, and recoverable three-dimensional ceramic nanolattices. *Science*, 345 (6202), 1322-1326.
- Greer, J. R., Meza, L. R. & Zelhofer, A. J. (2015). Resilient 3D hierarchical architected metamaterials. *PNAS*, 112 (37), 11502-11507.
- Greer, J. R., Vyatskikh, A. & Kudo, A. (2018). Additive manufacturing of 3D nano-architected metals. *Nature Communications*, 9 (593), 1-8.
- Greer, J. R., Vyatskikh, A., Kudo, A. & Delalande, S. (2018). Additive manufacturing of polymer-derived titania for one-step solar water purification. *Materials Today Communications*, 15, 288-293.
- Hernández, S. M. & Solache de la Torre, S. C. (2017). Applications of nanocomposites in architecture and construction. *Contexto*, 11 (14), 63-75.
- Nanoscribe GmbH. (2016). *IP-Dip, Material Safety Data Sheet*.
- BYK. (2020). *Laponite, performance additives. Technical information B-RI 21*. Recuperado el 11 de mayo de 2020, de <https://www.byk.com/en/products/additives-by-name/laponite-ep>
- Niroumand, H., Zain, M. F. M. & Jamil, M. (2013). The Role of Nanotechnology in Rammed Earth Walls and Earth Buildings. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 89, 243-247.
- Ocampo, E. R. (2010). Nanotecnología aplicada a la arquitectura. *Revista Electrónica Nova Scientia*, 3 (5), 179-193.
- Rasheed, M. (2019). Linear Programming for Solving Solar Cell Parameters. *Insight Electronic*, 1 (1), 10-16.
- Scalisi, F. (2013). Le modalità di esecuzione dei mattoni in terracuda. En Terracuda e nanotecnologie. Tradizione, innovazione, sostenibilità. *Esempi di architettura*, 22, 111-136.

- Scalisi, F. (2013). Prove di resistenza a compressione e a flessione dei campioni in terracuda. *Terracuda e nanotecnologie. Tradizione, innovazione, sostenibilità. Esempi di architettura*, 22, 137-152.
- Scott, T.C. & Marketos, P. (2014). On the origin of the Fibonacci Sequence. *MacTutor History of Mathematics*, 1-46.
- Solís, M., Torrealva, D. & Santillán, P. (2015). Análisis del comportamiento a flexión de muros de adobe reforzados con geomallas. *Informes de la Construcción*, 67 (539), 1-10.
- Sroor, H., Naidoo, D., Miller, S. W., Nelson, J., Courtial, J. & Forbes, A. (2019). Fractal Light from lasers. *Physical Review A*, 99 (013848), 1-11.
- Suárez, M. P. & Frontini, P. M. (2016). Caracterización de materiales mediante nanoindentación y microscopia de barrido por sonda combinadas. *Acta Microscópica*, 25 (A), 1-2.
- Zamora, M. B. P., Sánchez, G. P. & Volke, H. V. (2005). Formulación de mezclas de sustratos mediante programación lineal. *Interciencia*, 30 (6), 365-369.

4. Páginas Web

- CORDIS, Community Research and Development Information Service. (2020). Recuperado de <https://www.cordis.europa.eu>
- CNR NANOTEC, Institute of Nanotechnology. (2020). Recuperado de <http://www.nanotec.cnr.it>
- CNYN UNaFab, Unidad de Nanofabricación del Centro de Nanociencias y Nanotecnología de la UNAM. (2020). Recuperado de <https://www.cnyn.unam.mx/unafab/index.php/es/>
- GREER GROUP. (2020). Recuperado de <http://www.jrgreer.caltech.edu>
- LaNSBioDyT, Laboratorio Nacional de Soluciones Biomiméticas para Diagnóstico y Terapia. (2019). Recuperado de <https://sites.google.com/ciencias.unam.mx/lansbiodyt/>
- LINDO, LINDO Systems, Inc. (2020). Recuperado de <https://www.lindo.com>

NANO.gov, National Nanotechnology Initiative. (2020). Recuperado de <https://www.nano.gov>

NANOFORUM. (2018). Recuperado de <https://www.nanoforum.it>

NANOSCRIBE. (2020). Recuperado de <https://www.nanoscribe.com/en/>

NOTICIAS DE NANOCIENCIA, el blog del CNYN-UNAM. (2019). Recuperado el 6 de agosto de 2019, de: <https://nanoticia2014.blogspot.com>

ULTIMAKER, 3D Printer. (2020). Recuperado de <https://ultimaker.com>

WANHAO, 3D Printer. (2020). Recuperado de <https://www.wanhao3dprinter.com>

YEADON SPACE AGENCY New York City, Exploring New Frontiers for Architecture & Design. (2020). Recuperado de <https://www.yeadonspaceagency.com/>

ANEXOS

1. ANEXO A: Líneas de programación en LINDO

MODEL:

TITLE Modelo Paramétrico Natural - 12 Ecuaciones;

/**

* todos los números reales concurrentes en las ecuaciones fueron resueltos afuera del modelo e insertados con su valor numérico decimal más preciso

*/

[_1] MIN= 1.23482557082484 * XXG * XYG * XZG;

// función objetivo que minimiza la dimensión fractal y el uso de materia

[_2] XXG - XYG = 0;

// igual dimensión de las aristas en la dirección X e Y

[_3] XYG - XZG = 0;

// igual dimensión de las aristas en la dirección Y y Z

[_4] XXA - XYA = 0;

// desarrollo anisotrópico homogéneo de la iteración fractal en las direcciones X e Y

[_5] XYA - XZA = 0;

// desarrollo anisotrópico homogéneo de la iteración fractal en las direcciones Y y Z


```
[_6] ( 0.5892556509887899 * XXG * 0.5 * XXA) + ( 0.5892556509887899 *  
XYG * 0.8660254037844384 * XYA) + ( 0.5892556509887899 * XZG *  
0.8660254037844384 * XZA) >= 4.7;
```

```
// resistencia a compresión del material debido a sus características  
geométricas y anisotrópicas
```

```
[_7] ( 0.5892556509887899 * XXG * 0.8660254037844384 * XXA) + ( 0.5892556509887899 *  
XYG * 0.5 * XYA) + ( 0.5892556509887899 * XZG *  
0.5 * XZA) >= 2.42;
```

```
// resistencia a tracción del material debido a sus características  
geométricas y anisotrópicas
```

```
[_8] 1 / ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) <= 258;
```

```
//densidad mínima del material
```

```
[_9] 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG >= 0.95;
```

```
//valor mínimo de contenido de aire en el material
```

```
[_10] 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG <= 0.99;
```

```
//valor máximo de contenido de aire en el material
```

```
[_11] ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) * ( XXA * XYA * XZA) =  
1078;
```


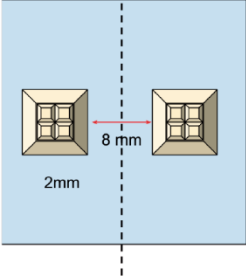
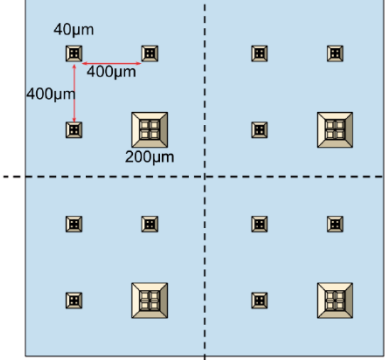
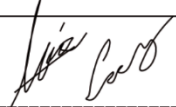

```
// obligación a un número finito de formas que se iteran
```

```
[_12] 0.026 * ( 0.5892556509887899 * XXG * XYG * XZG) <= 0.05;
```




```
// la cantidad de aire del modelo se hace interactuar con su  
conductividad térmica en estado de reposo
```

```
END
```

2. ANEXO B: Hoja de Servicio - LaNSBioDyT

SOLICITUD DE SERVICIOS DATOS DE CONTACTO Y COTIZACIÓN					
 <p>LaNSBioDyT LABORATORIO NACIONAL DE SOLUCIONES BIOMIMÉTICAS PARA DIAGNÓSTICO Y TERAPIA</p>				Folio	2020-01-INV-F-02
				Formato LANSBIO-F-26-01 Fecha de 1° emisión: 10/Mar/2016 No. de Revisión: 7 Fecha de emisión: 18 /06/ 2018	
				Fecha	31/01/2020
Datos de contacto					
Nombre del Solicitante	Giustino Di Cunzolo			e-mail:	giu.arch6@gmail.com
Nombre del proyecto	Alosiofractal			Teléfono:	N/A
Compañía o Institución				Marcar esta casilla en rojo si es confidencial	
Tipo de cliente	Externo				
Si el solicitante es estudiante	Escuela:				
	Nombre del asesor:				
Nivel	Maestría	Especifique			
Detalles del servicio					
Descripción del servicio que se requiere					
Fabricación con resina IP-S de la estructura del diseño Alosiofractal-Octaedro_Def.stl en tres diferentes tamaños:					
Sustrato de ITO 1:		Sustrato 1		Sustrato 2	
*12 estructuras de 40µm por lado					
*4 estructuras de 200µm por lado					
Sustrato de ITO 2:					
*2 estructuras de 2mm por lado					
Las estructuras serán colocadas con separación suficiente entre sí para poder dividir el sustrato					
Desglose del servicio					
Diseño		Fabricación		Caracterización	
Tipo	Corridas	Tipo	Corridas	Tipo	Corridas
Nanoscribe	1	Nanoscribe	2		
Materiales que se usarán			Equipos que se usarán		
Resina IP-S			PPGT Nanoscribe		
2 Sustratos de ITO					
Tiempo estimado de entrega			Riesgos		
2 semanas			Colapso de estructuras por esfuerzos debidos al revelado		
 Aarón Cruz Ramírez Operador que realizará el servicio			 Mathieu Hautefeuille Responsable del LaNSBioDyT		
Notas:					



NANOFACTURA Y MACROFACTURA PARATAXIS DE LA ARQUITECTURA PARAMÉTRICA NATURAL

 LABORATORIO NACIONAL DE SOLUCIONES BIOMIMÉTICAS PARA DIAGNÓSTICO Y TERAPIA		NÚMERO DE COTIZACIÓN: LANSBIO-COTIZ-20-04 FECHA: 31/01/2020 CLIENTE (nombre o número): Interno NOMBRE DEL CONTACTO: Giustino Di Cunzolo DATOS DEL CONTACTO: giu.arch6@gmail.com TIPO DE SERVICIO: Fabricación VALIDEZ DE LA COTIZACIÓN: 30 días		
FORMATO LANSBIO-F-15-02 - versión 2 - Agosto 2017				
SERVICIO #1	CONCEPTO Y DESCRIPCIÓN	Costo unitario por concepto (M.N.)	Cantidad	COSTO TOTAL (M. N.) sin IVA
Diseño asistido por computadora (certificado ISO 9001) Académicos	Una hora de diseño para conversión de archivos	\$807.14	1	\$807.14
SERVICIO #2	CONCEPTO Y DESCRIPCIÓN	Costo unitario por concepto (M.N.)	Cantidad	COSTO TOTAL (M. N.) sin IVA
Gastos de preparación de muestras para Nanoscribe, NIL y láseres Académicos	Preparación para dos sustratos	\$250.00	2	\$500.00
SERVICIO #3	CONCEPTO Y DESCRIPCIÓN	Costo unitario por concepto (M.N.)	Cantidad	COSTO TOTAL (M. N.) sin IVA
Fabricación por Nanoscribe (certificado ISO 9001) Académicos	Horas de fabricación	\$1,975.09	11	\$21,726.03
R Reporte final completo	CONCEPTO Y DESCRIPCIÓN	Costo unitario por concepto (M.N.)	Cantidad	COSTO TOTAL (M. N.) sin IVA
Reporte final	costo único	\$500.00	1	\$500.00
DETALLES PROCESOS & NÚMERO DE CORRIDAS				TOTAL \$23,533.17 IVA \$3,765.31 DESCUENTO(S) 100% (%) 100%
proceso microfab base	11	horas		
número de chips	2	PZAs		
número de corridas de prueba y validación (por chip)	0	corridas		
número de ejemplares de cada chip	2	PZAs		
duración del proceso de PCB (base)	0	horas		
GRAN TOTAL				\$0.00
Términos y condiciones de la presente cotización: Como una forma de contribuir y colaborar con el Laboratorio Nacional de Soluciones Biomiméticas para Diagnóstico y Terapia (LaNSBioDyT), se les pide a los usuarios que una vez que sus resultados sean presentados en tesis, artículos o actividades académicas (congresos, conferencias, etc.) se haga el reconocimiento del apoyo otorgado por el Laboratorio de Micro-Nanotecnología (µNTec) del LaNSBioDyT, ya que es la única forma que tiene para comprobar que se está cumpliendo con el objetivo central del laboratorio de brindar apoyo a la comunidad académica de la UNAM y de otras instituciones.				
Párrafo de Agradecimiento a uNTec: "El/Los autor(es) agradece/n al Laboratorio de Micro y Nanotecnología del LaNSBioDyT y al Técnico Aarón Cruz Ramirez por el servicio de Fabricación ofrecidos."				
 Aarón Cruz Ramirez AUTORIZADO COTIZACIÓN LaNSBioDyT		 DR. MATHIEU HAUTEFEUILLE RESPONSABLE TÉCNICO LaNSBioDyT		

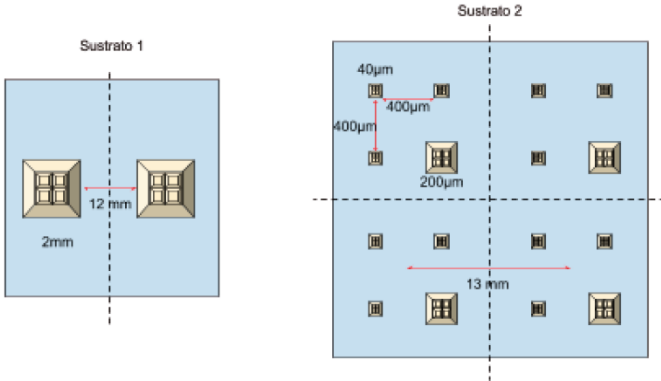
3. ANEXO C: Entrega de resultados - LaNSBioDyT

	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio: 2020-01-INV-F-02
		

Formato LANSBIO-F-09c-06
 Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016
 No. de Revisión: 6
 Fecha de emisión: 12/10/ 2016

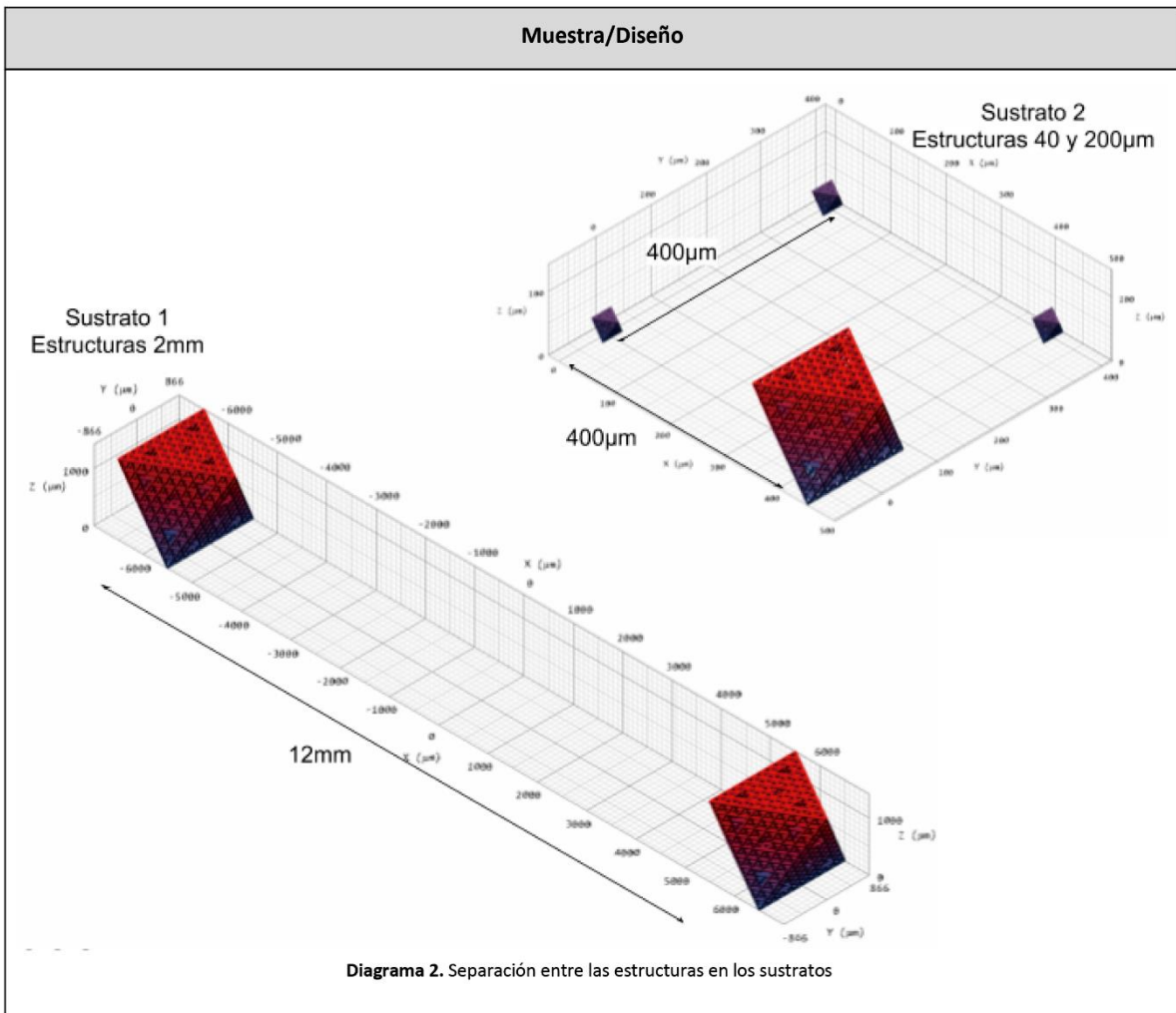
Generó	 <hr/> Aarón Cruz Ramírez Operador que realizó el servicio	Aprobó	 <hr/> Mathieu Hautefeuille Responsable del LaNSBioDyT
---------------	---	---------------	---

Fecha: 19/02/2020

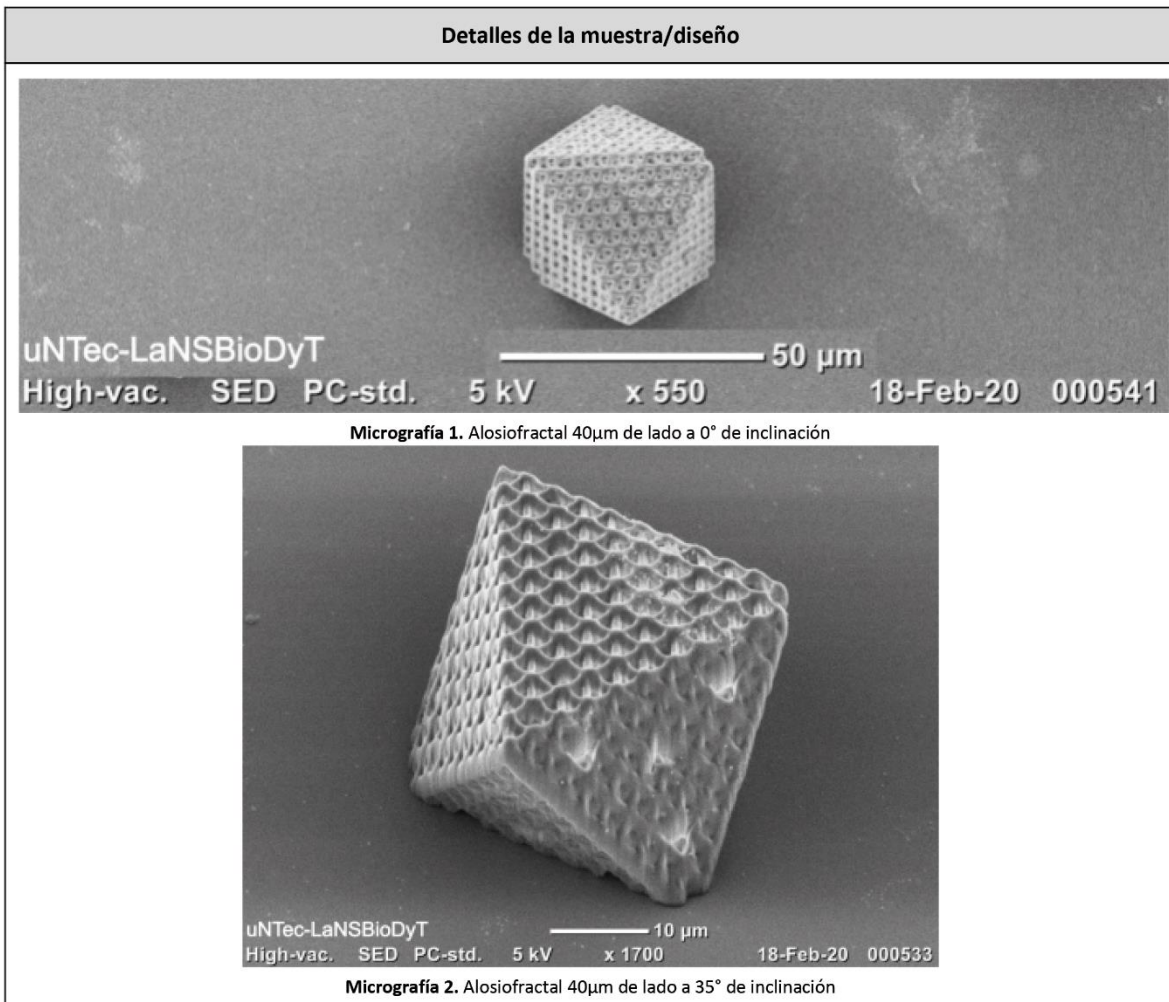
Descripción del servicio	
<p>Fabricación en dos sustratos de ITO con resina IP-S de la estructura del diseño <i>Alosiofractal-Octaedro_Def.stl</i> en tres diferentes tamaños. Las estructuras serán colocadas con separación suficiente entre sí para poder dividir el sustrato como se muestra en el diagrama 1:</p>	
<p>Sustrato de ITO 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 estructuras de 2mm por lado* 	<p>Sustrato de ITO 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 12 estructuras de 40µm por lado* • 4 estructuras de 200µm por lado*
	
<p>Diagrama 1. Distribución de estructuras en los sustratos</p> <p>*La distancia por lado se refiere al lado del volumen</p>	

	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
		

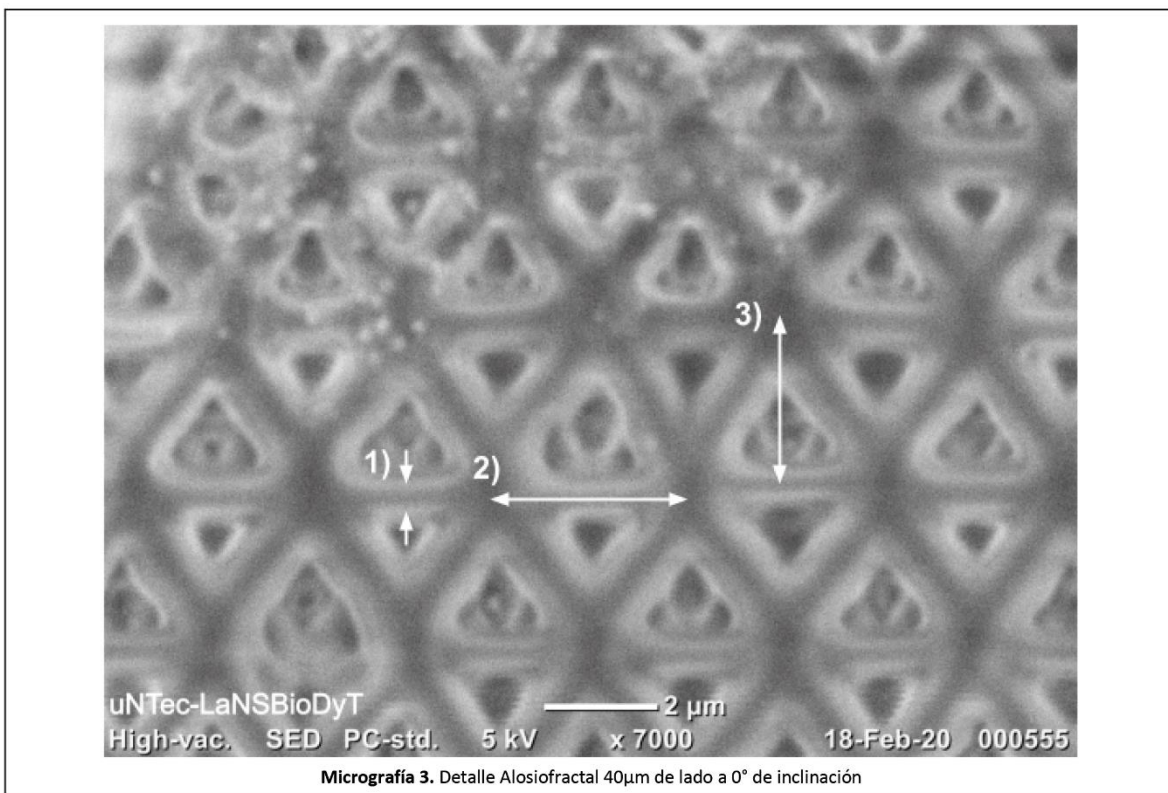
Formato LANSBIO-F-09c-06
 Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016
 No. de Revisión: 6
 Fecha de emisión: 12/10/ 2016



	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio: 2020-01-INV-F-02
		
		Formato LANSBIO-F-09c-06 Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016 No. de Revisión: 6 Fecha de emisión: 12/10/ 2016



	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
		
		Formato LANSBIO-F-09c-06 Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016 No. de Revisión: 6 Fecha de emisión: 12/10/ 2016

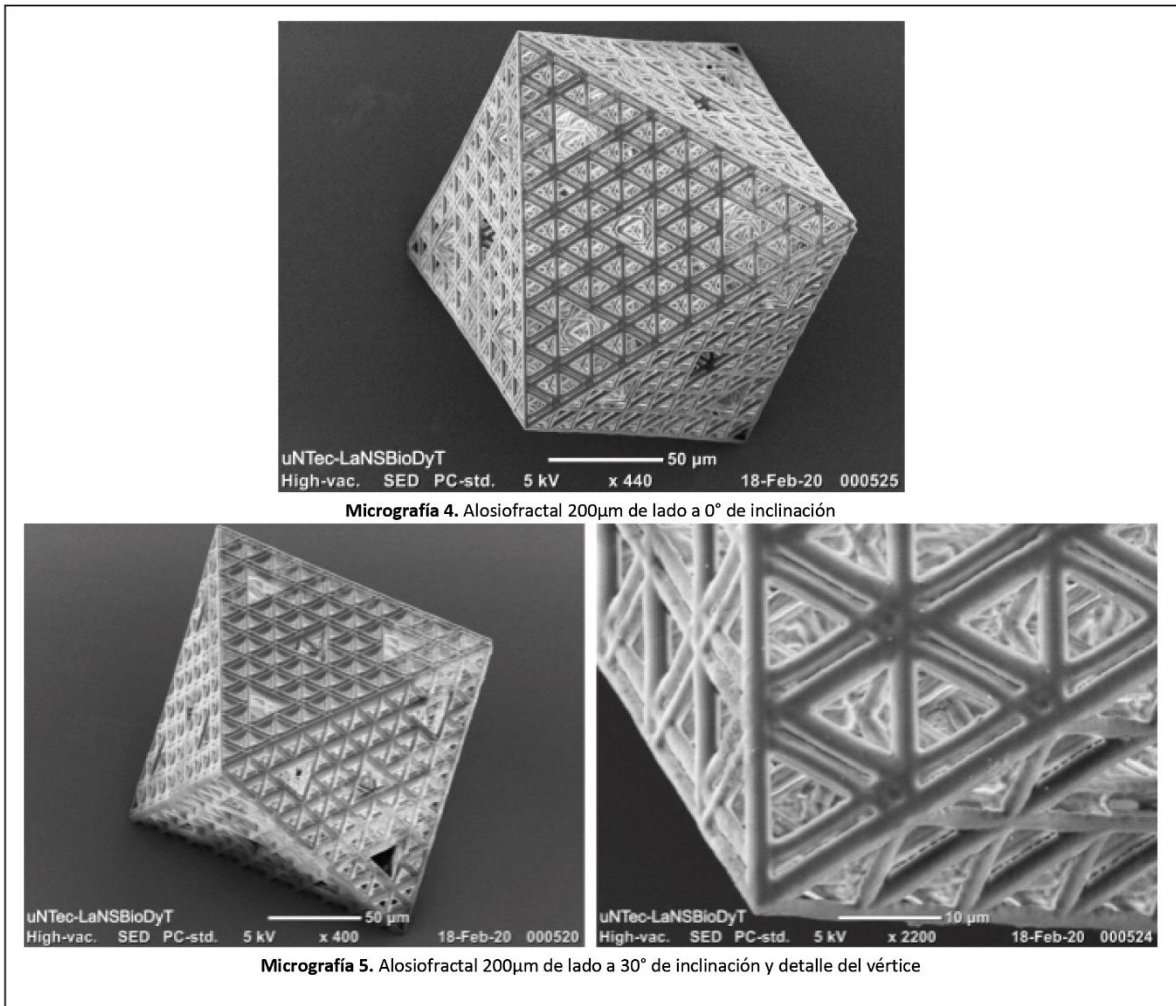


Detalle #	Medida esperada	Medida realizada (Si aplica) [μm]	Discrepancia (Si aplica) [μm] (%)
1	0.4	0.4	-0.02 (5.0)
2	3.0	3.1	0.1 (3.3)
3	3.5	3.5	0.07 (2.0)

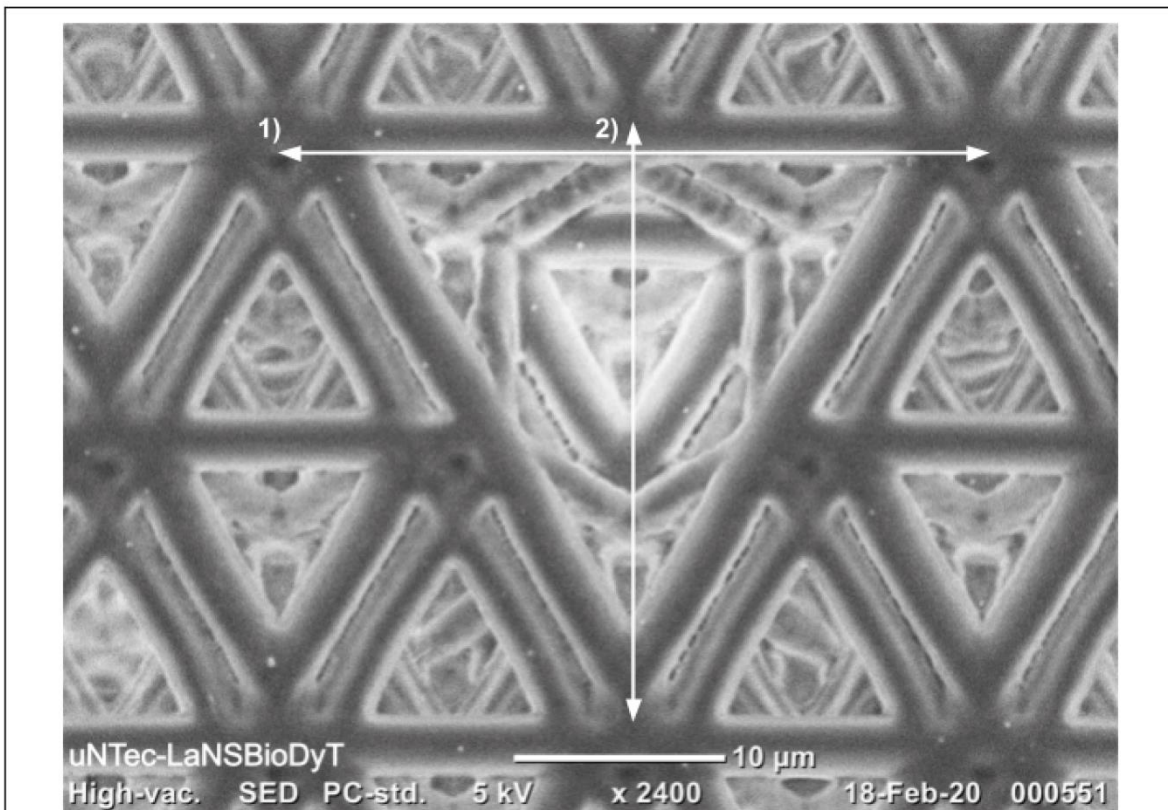
Página 4 de 10

LANSBIO-F-09c

	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
		
		Formato LANSBIO-F-09c-06 Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016 No. de Revisión: 6 Fecha de emisión: 12/10/ 2016



	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
		



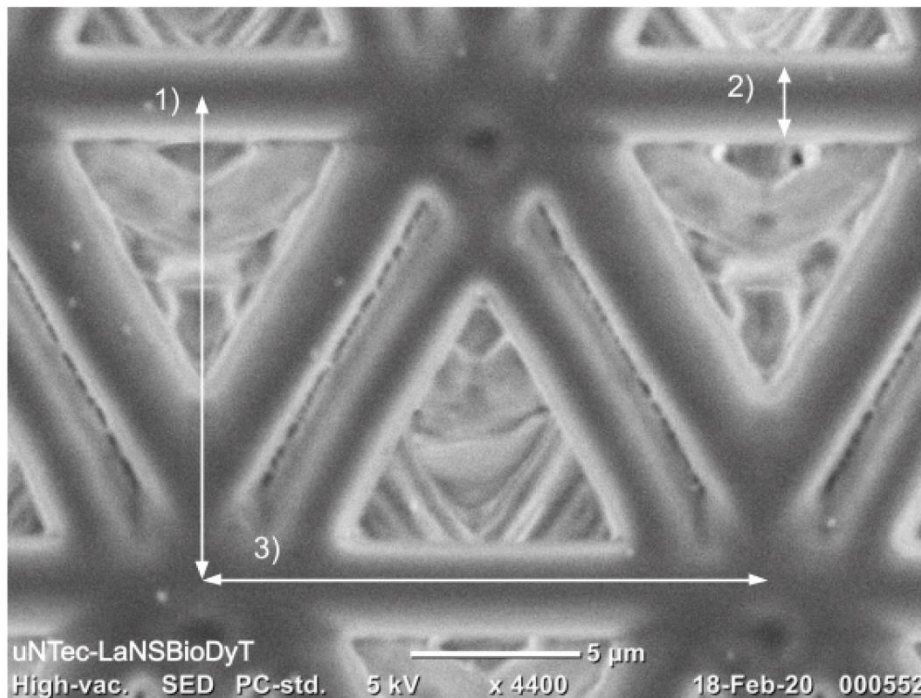
Micrografía 6. Detalle Alosiofractal 200μm de lado a 0° de inclinación

Detalle #	Medida esperada	Medida realizada (Si aplica) [μm]	Discrepancia (Si aplica) [μm] (%)
1	30.0	33.6	0.6 (2.0)
2	28.0	29.5	1.5 (5.3)

Página 6 de 10

LANSBIO-F-09c

	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
		

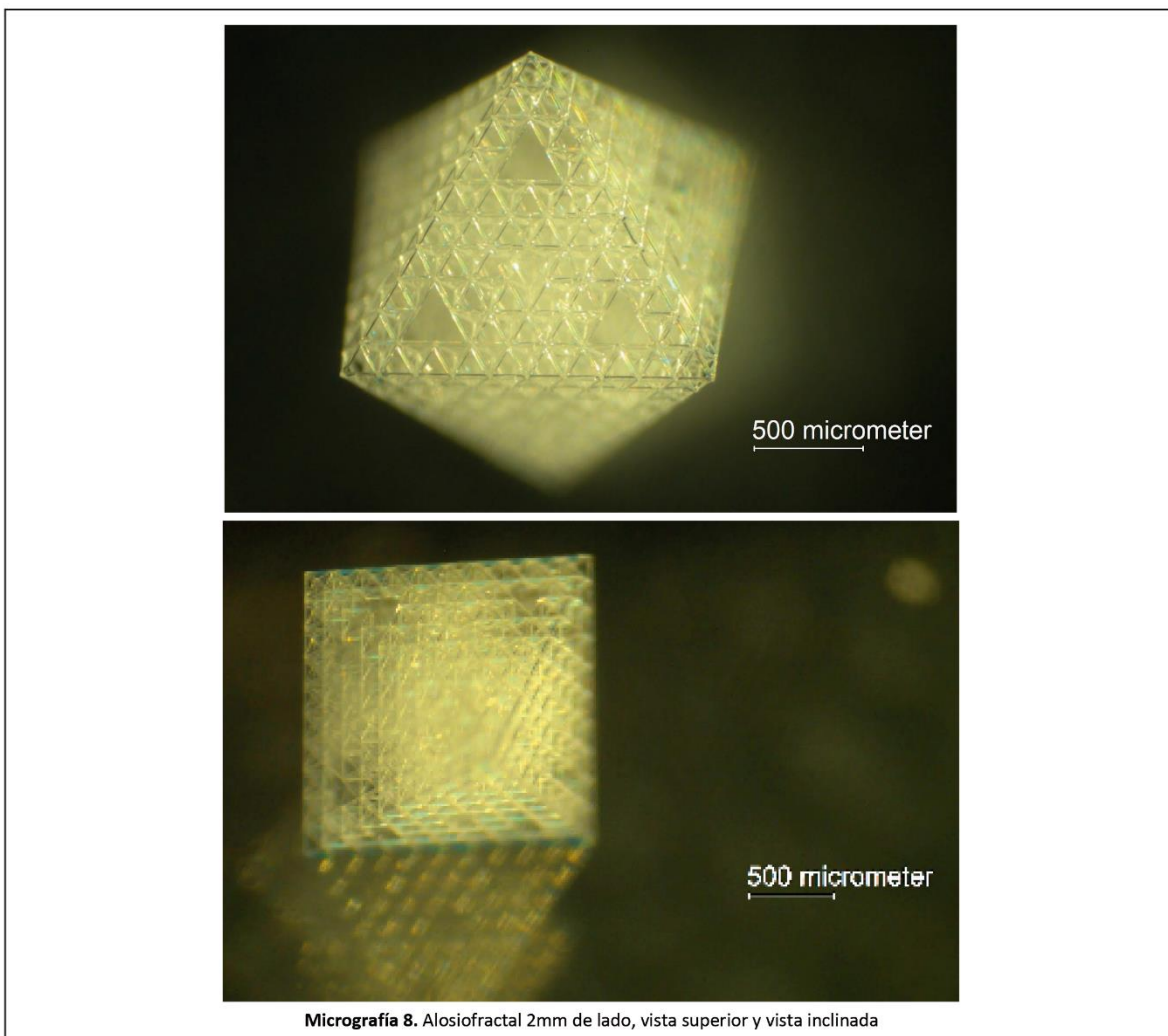


Micrografía 7. Detalle Alosiofractal 200μm de lado a 0° de inclinación

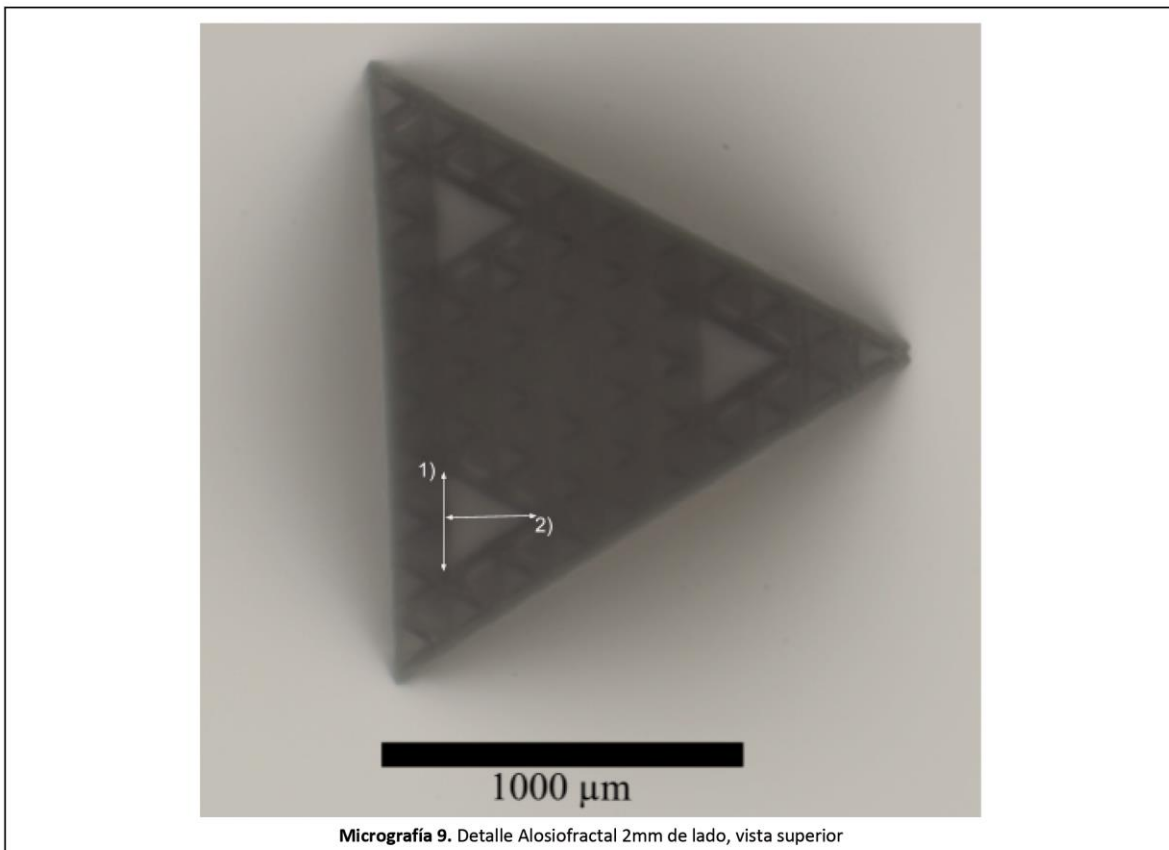
Detalle #	Medida esperada	Medida realizada (Si aplica) [μm]	Discrepancia (Si aplica) [μm] (%)
1	15.0	14.6	0.4 (2.7)
2	2.5	2.5	0.03 (1.2)
3	16.0	16.7	-0.7 (4.4)

	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
	LaNSBioDyT LABORATORIO NACIONAL DE SOLUCIONES BIOMIMÉTICAS PARA DIAGNÓSTICO Y TERAPIA	

Formato LANSBIO-F-09c-06
Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016
No. de Revisión: 6
Fecha de emisión: 12/10/ 2016



	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio:2020-01-INV-F-02
		



Detalle #	Medida esperada	Medida realizada (Si aplica) [μm]	Discrepancia (Si aplica) [μm] (%)
1	340	326.5	13.5 (4.0)
2	300	284.4	15.6 (5.2)

Página 9 de 10

LANSBIO-F-09c

	ENTREGA DE RESULTADOS REPORTE	
	TIPO DE SERVICIO FABRICACIÓN	Folio: 2020-01-INV-F-02
		Formato LANSBIO-F-09c-06 Fecha de 1ª emisión: 10/Mar/2016 No. de Revisión: 6 Fecha de emisión: 12/10/ 2016

Observaciones
<p>La fabricación de las estructuras se completó satisfactoriamente ya que no se observó que las estructuras se desprendieran del sustrato.</p> <p>Las medidas realizadas cumplen con las tolerancias aceptables, es decir, el error es menor al 5% para estructuras menores a 10µm y menor al 10% para estructuras mayores a 10µm.</p>