UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

LA MIMESIS GEOMÉTRICA:
UNA HISTORIA DE LA REPRESENTACIÓN PICTÓRICA DEL ESPACIO VISUAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

M A T E M Á T I C A

P R E S E N T A:

YESENIA GONZÁLEZ CRUZ

DIRECTOR DE TESIS:
M. en C. JOSÉ RAFAEL MARTÍNEZ ENRÍQUEZ

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno
González
Cruz
Yesenia
55 59 45 40 55
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Matemáticas
40907399-1

2. Datos del tutor
M. en C.
José Rafael
Martínez
Enríquez

3. Datos del sinodal 1
Dr.
Carlos
Torres
Alcaraz

4. Datos del sinodal 2
M. en F. C.
María del Pilar
Piñones
Contreras

5. Datos del sinodal 3
Mat.
Julio César
Guevara
Bravo

6. Datos del sinodal 4
M. en C.
Francisco de Jesús
Struck
Chávez

7. Datos del trabajo escrito
La mimesis geométrica: Una historia de la representación pictórica del espacio visual
139 p.
2021

"Entre los estudios de las leyes y causas naturales, es la luz la que más complace a los estudiosos. Entre todas las grandes ramas de las matemáticas, la certeza de sus demostraciones eleva de forma preeminente las mentes de los investigadores. La perspectiva, por tanto, debería preferirse a todas las disciplinas y discursos del hombre. En este tema los rayos visuales se disciernen por medio de demostraciones cuya gloria no sólo deriva de las matemáticas, sino también de la física; la una se adorna con las flores de la otra por igual."

Leonardo da Vinci, citando a John Pecham (c. 1230-1279).

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

A la mayoría de las personas les gusta retratarse -tomarse una foto- y, en nuestros días, publicarla en alguna red social. Sin embargo, en el pasado evidentemente no se contaba con esta tecnología, y si se buscaba una imagen o representación de uno, o de cualquier tipo de escena u objeto, por lo general lo más que se lograba era elaborar imágenes burdas y que poseían más el carácter de representaciones aproximadas, casi simbólicas. Ejemplos de ello los encontramos en cavernas o, miles de años más tarde, en sitios arqueológicos, murallas y lienzos. En particular la Edad Media es rica en cuanto a la proliferación de imágenes dado que servía para ilustrar manuscritos o relatar historias sobre los muros de las iglesias y conventos, a la manera de un texto conformado por ilustraciones dados los niveles de analfabetismo propios de la época.

Iniciado el siglo XIV surgió un interés por contemplar, y por ende representar, a la naturaleza. Ello provocó un resurgimiento del propósito de alcanzar la mimesis, el ideal griego de reproducción exacta de lo que en el mundo real se presentaba ante la mirada. La razón de ello tiene varias fuentes, entre ellas la recuperación de textos filosóficos griegos que hablaban del mundo natural, la traducción de textos árabes que también se ocupaban de estos temas, la existencia de una clase social que contaba con los medios económicos para invertir en trabajos que exaltaran su importancia, la disponibilidad de los escritos que conformaron la tradición medieval sobre óptica y matemáticas y, por último, las prácticas artísticas que se fueron consolidando y progresando desde el siglo XIII. Consecuencia de ello fue que en el periodo que hoy se conoce como Renacimiento se generó y difundió una manera de representar escenas en las que sus elementos aparecían distribuidos ordenadamente en cuanto a tamaños y ubicaciones sobre una superficie de manera que producían una ilusión espacial que poco se diferenciaba de contemplar una escena real. Esto, que para algunos historiadores del arte es uno de los rasgos que caracterizan al Renacimiento, recibió el nombre de *perspectiva lineal*, *perspectiva de los pintores* o *perspectiva artificial*.

Basándose en conocimientos rudimentarios, muchos de ellos extraídos de la *Óptica* de Euclides o de la de Ptolomeo, los pintores fueron ensayando construcciones geométricas que producían ilusiones espaciales, recurriendo para ello a construir ya fueran edificios o los interiores de habitaciones, y situando en dichos marcos de referencia objetos y personas, con los tamaños adecuados según su disposición espacial. Los efectos pictóricos pronto rindieron frutos y tenemos ahora algunos maravillosos ejemplos de escenas, figuras humanas y rostros que sorprenden al ojo por su realismo. La sensación de profundidad que induce en quien contempla dichas escenas hacen sentir que se estuviera mirando un pedazo de la realidad a través de una ventana, siendo esta ventana el marco de la imagen. Es por ello que pintores de esta época emblemática se vieron en la necesidad de buscar técnicas, cada vez más elaboradas, para representar el espacio visual y generar la sensación de profundidad, de tal manera que la pintura pareciera como una ventana abierta.

Con lo anterior como telón de fondo, el objetivo de esta tesis es aportar elementos para comprender el gran problema al que se enfrentaron tanto los pintores del Renacimiento como los ‘artistas’ o artesanos que en la antigüedad se ocupaban de la creación de imágenes, lo cual básicamente se puede plantear como el problema de cómo representar sobre una superficie bidimensional el espacio y la escena que contiene. La búsqueda de una respuesta a esta cuestión les condujo, en el siglo XV, a la creación de los principios de una teoría geométrica que en su momento se denominó como *perspectiva artificialis* -en oposición a la *perspectiva communis* o de visión directa de Johannes Pecham (siglo XIII)-, o perspectiva lineal. La manera como presento este trabajo, en cinco capítulos, se describe a continuación.

El capítulo 1 se ocupa de hacer un recuento histórico de la perspectiva en Grecia y Roma, y en él presento especulaciones sobre el posible uso de teorías relacionadas con la ciencia de los espejos y con teorías de la visión para elaborar un método de representación geométrica del espacio y su contenido. Para comprender el origen de la perspectiva tenemos que empezar por echar un vistazo a las aportaciones que van desde la Antigüedad hasta la Edad Media y de la Edad Media al Renacimiento. Con esto en mente inicio con las referencias que se encuentran en el *Timeo* de Platón sobre las imágenes producidas en el espejo y en todas las superficies brillantes y pulidas. Posteriormente se presentan las partes más significativas de la *Óptica* y la *Catóptrica* de Euclides, el famoso autor de los *Elementos*, mediante las cuales se muestran los principios básicos de la construcción en perspectiva. A continuación, se comenta la antigua discusión sobre perspectiva que aparece en dos textos que han llegado hasta nosotros provenientes de la antigüedad clásica: el *De Rerum Natura* del filósofo y poeta epicúreo Tito Lucrecio Caro, y el *De Architectura Libri Decem*, de Marco Vitruvio

Polión. Por último, se ofrece el ejemplo de un jarrón griego donde se muestra el interés por representar la profundidad.

En el capítulo 2 se plantea la problemática a la que se enfrentó Demócrito al querer explicar cómo se producen las imágenes en la pupila del ojo humano y por qué éstas aparecen en miniatura. Se analiza su teoría de la visión en la que está ausente un modelo geométrico que explique la percepción del tamaño de los objetos y la distancia a la que están del observador. A través de un ejemplo se verá cómo es que esta teoría no puede explicar el fenómeno de la reflexión en un espejo.

En el capítulo 3 se aborda el interés que reapareció en los artistas del Renacimiento por dibujar objetos en un plano, y así mostrar que la preocupación por la representación "naturalista" se reinicia a finales de la Edad Media, fusionando óptica, geometría y "construcciones prácticas", que amalgamadas permiten empezar a elaborar técnicas de representación espacial. Veremos cómo esta etapa del desarrollo de la perspectiva tiene la peculiar característica de establecer un punto desde el cual la pintura deberá ser vista, y a partir de ello generar un método que permitía acomodar de manera apropiada y proporcional las disminuciones y ampliaciones de objetos lejanos y cercanos. Esto se hará a partir de lo que se dice fueron logros de Filippo Brunelleschi, a quien se considera como el inventor de una especie de "regla" para dibujar correctamente en perspectiva. Sin embargo, no se sabe exactamente en qué consistía su "regla", si bien un relato muy conocido la pone en uso en una especie de experimento que involucra la construcción en perspectiva de una imagen del Baptisterio de

Florencia y el uso de un espejo. Posteriormente se comentará el tratado *De la Pintura* de Leon Battista Alberti, quien fue uno de los primeros intelectuales/artistas que intentó dar una expresión teórica a la práctica de la perspectiva lineal. La parte que nos interesa de este tratado se encuentra en el Libro I, pues en él Alberti, apoyándose en la filosofía natural, propone un método de construcción en perspectiva para los pintores.

En el capítulo 4 se presenta un panorama general sobre el conocimiento que se tenía de la óptica y la catóptrica durante los siglos XIII y XIV, y que propició el desarrollo de la perspectiva lineal. Principalmente se abordará la cuestión de cómo Brunelleschi pudo idear una regla para dibujar en perspectiva utilizando espejos y combinado una aguda observación y afán experimental con conocimientos teóricos acerca de la óptica y catóptrica. A partir de consideraciones teóricas pudo haber buscado comprobar la validez de su técnica de generación de espacios ilusorios recurriendo a observar su resultado a través de su reflexión en un espejo.

Finalmente, para completar el estudio del desarrollo de la perspectiva a lo largo de la historia, en el capítulo 5 se analiza el fresco en la iglesia de Santa María Novella conocido como la *Santísima* -o Sagrada- *Trinidad,* obra de Masaccio. El análisis de esta imagen nos conducirá a una explicación razonable y coherente del esquema en perspectiva en su conjunto. Nuestro estudio se enfocará en localizar el punto óptimo desde el cual debe ser vista la obra y establecer las medidas ´reales´ de los espacios y los personajes representados. Para encontrar este último punto ocuparé las medidas de los elementos arquitectónicos visibles para con ello realizar cálculos aritméticos sencillos. Para concluir el capítulo se analizará si la profundidad de la bóveda es la adecuada, de manera que se pudieran acomodar las figuras mostradas en el fresco. Por último, se ofrecen algunas conclusiones generales derivadas de lo realizado en los 5 capítulos que integran esta tesis.

CAPÍTULO I

LA PERSPECTIVA EN LA ANTIGÜEDAD.

El fenómeno de la reflexión de la luz ha atraído la atención de la humanidad desde los comienzos de su historia. La naturaleza misma nos ofrece una expresión de este fenómeno en la superficie de los lagos, ríos o charcos. El reflejo, inicialmente, pudo haber sido sorprendente para el hombre, sobre todo cuando se dio cuenta de que frente a sí aparecía la imagen de su cara, de su cuerpo y de todos los demás objetos reales los cuales se marcharían al primer movimiento de su mirada que le apartara de esa superficie tan especial donde aparecían los objetos. Sin duda las fuentes que impulsaron la génesis de la perspectiva pertenecieron a la ciencia de los espejos, misma que se sustentó en la óptica y la geometría, los cuales a su vez apoyarían a la arquitectura y la pintura. Pero la raíz primigenia de la búsqueda de la ciencia de la perspectiva está en el proceso de reconocimiento de su propia imagen del hombre. Así, lo que hoy llamamos "perspectiva" pudo haber nacido de una necesidad ligada a la propia vida del hombre.

Con el fin de aclarar nuestro objeto de estudio diré que usar la perspectiva consiste en establecer de manera apropiada y racionalmente, sobre una superficie, las reducciones y ampliaciones de objetos cercanos y lejanos que se ofrecen a nuestra mirada. Es decir, la perspectiva es un método geométrico que nos permite reproducir sobre una superficie cómo percibe el ojo la ubicación de figuras y objetos en correcta proporción a la distancia en la que se muestran.

El agua fue el primer instrumento que le ofreció al hombre la gran oportunidad de contemplar su propia imagen, así como la de todas las cosas que lo rodeaban, inmersas en el espacio entre la tierra y el cielo. Sin embargo, había dos grandes problemas con el agua: por lo regular se encontraba en una superficie horizontal sobre la que un hombre no siempre podía doblarse o estirarse para poder descubrirse; la otra era su condición inestable, ya que casi siempre estaba en movimiento dando como resultado una imagen distorsionada, y siempre cambiante, algo que añadía misterio al fenómeno.

Pronto el hombre descubrió que podía producir imágenes sobre metales y piedras, una vez que se pulían hasta darles brillo: por ejemplo, con plata, bronce y mármol. Los espejos metálicos fueron muy utilizados en las civilizaciones egipcias, hebreas, griegas, etruscas y romanas, por su capacidad de producir los mismos efectos que el agua y sin los problemas surgidos de su movimiento. Un ejemplo de ello son los espejos de bronce empleados por la cultura hebrea, y que son mencionados con motivo de la fuente de metal situada a la entrada del Tabernáculo de la Reunión. Al lavarse los sacerdotes en este depósito podían ver sus imperfecciones.[1]

Estos objetos mágicos, como en ocasiones se consideraban a los espejos por lo general, tenían la forma de disco al que se le añadía un mango, y en su reverso estaban decorados con relieves o grabados mitológicos. Esto como para recordarnos que estos instrumentos maravillosos tienen la intención de reproducir

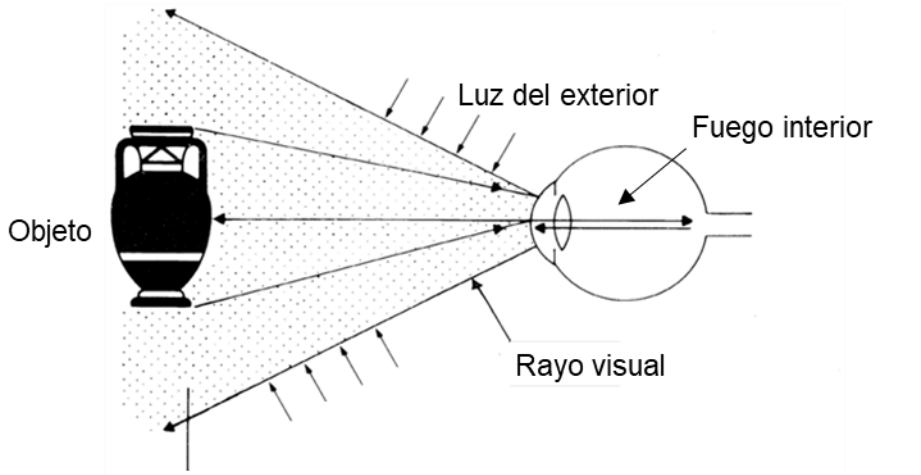
[1] *Éxodo* 38:7-9; 30:18; escrito aproximadamente en el 1447 a.C.

una suerte de realidad; de ellos se conservan más de tres mil ejemplares distribuidos en numerosos museos.

Los griegos, y luego los romanos, sintieron el deseo de inmovilizar o reproducir la imagen del espejo, así también como de generar imágenes que imitaran a la naturaleza tal y como la percibía el ojo. Ambas culturas adquirieron esta capacidad en la escultura y la pintura no sólo a través de la observación minuciosa, sino también a través de leyes empíricas con un nivel sorprendente de precisión que permitían establecer no solo la distancia entre los objetos sino también su tamaño. Éstas fueron el preámbulo de las leyes de la perspectiva lineal moderna, y básicamente se ocupaban de la relación en la disminución de los objetos a medida que se alejaban progresivamente. De esta manera, alcanzaron un cierto éxito en la fijación de la imagen de acuerdo con lo que se podría considerar las reglas del espejo y de la gran ciencia, que era la "geometría". La geometría en la antigüedad fue muy utilizada por los filósofos, científicos, pintores y escultores, a tal grado que se dice que Platón tenía un lema escrito sobre la puerta de su Academia: "*Entrada no permitida para el que no sabe geometría*".

Platón también habla de imágenes que son reproducidas por el espejo, y lo hace en el libro X de *La República*, donde Sócrates afirma que si se tiene un espejo y lo movemos de lado a lado, al instante se va reproduciendo el sol, las estrellas, la tierra, nosotros mismos, los demás seres vivos, muebles, plantas, y todos los demás objetos. Además, fue el primero en comparar el arte con la imagen capturada por un espejo, pues en el *Sofista* nos dice que llamaremos “imágenes” no sólo a lo que se refleja en el agua y en los espejos sino también a aquellas cosas que están pintadas o moldeadas como sombras, pinturas, esculturas y relieves.

Cuando consideramos a Platón como científico o filósofo natural, las referencias más significativas las encontramos en el *Timeo*. Éste es un documento de gran importancia en la historia de la ciencia griega porque marca una nueva etapa en el desarrollo y conceptualización de muchos de los problemas típicos de los inicios de la filosofía natural griega. En esta obra nos presenta, si bien de manera breve y casi de pasada, su teoría de la visión, la cual comienza especificando que dentro del ojo reside un fuego que tiene la propiedad de emitir una luz suave, pero que no quema. Luego nos dice que la visión es posible porque del ojo emana un fuego interior; y cuando éste se une con la luz del exterior forma un solo cuerpo homogéneo que se extiende desde el ojo hasta el objeto visible (este cuerpo visual sirve como instrumento para poder percibir los objetos); así pues, cuando entra en contacto con un objeto transmite los “movimientos” de estos objetos a través de un medio hasta alcanzar el ojo, o el ojo alcanzar el objeto, y del ojo hasta llegar al alma. Generalmente los textos que nos han llegado recurren a la palabra que admite la connotación de “movimiento” para referirse al “cambio” que le parecía que un objeto produce en quien lo observa o en lo que une objeto y ojo. Si hay una afectación hay una causa, que es el cambio, es decir, un “movimiento”.



Cuerpo de visión formado por el fuego exterior y el rayo visual.

Posteriormente nos habla de las imágenes producidas en el espejo y en todas las superficies brillantes y pulidas, donde, según Platón, lo que ocurre no son más que simples fenómenos. En sus palabras:

> *Cuando el fuego interior se une con el fuego exterior en una superficie pulimentada, y se combinan el uno con el otro de mil maneras, resultan de aquí necesariamente imágenes fieles, puesto que el fuego de la vista se une sobre la superficie lisa y brillante con el fuego de la imagen*.[2]

En este oscuro pasaje del *Timeo*, Platón dice que, de alguna manera, el fuego interior y el exterior se combinan y a partir de ello explica, de manera rápida y sin meterse en más problemas, la formación de imágenes en el espejo. Este pasaje es comentado por Rocco Sinisgalli, ofreciendo lo que parece ser una opinión razonable, pues escribe lo siguiente:

---

[2] *Platón obras completas*, edición de Patricio de Azcárate, tomo 6, Madrid 1872. Ver Cornford. Francis M. *Plato's Cosmology*, pp. 151-155, o sección 45 B – 46 A.

Platón se dio cuenta de que de todos los cuerpos emanan rayos, a los que llamó rayos de fuego o rayos de luz, y que dichos cuerpos se observan en el otro lado del espejo, junto con sus rayos luminosos correspondientes. Platón demostró experimentalmente que todos los rayos de un "fuego externo" y los de un "fuego interno" se encuentran sobre la superficie del espejo.[3]

Pero podemos notar que interpretó erróneamente de la teoría de visión de Platón, y también la de Teofrasto, quien sostuvo que Platón concibe dos emanaciones, una que proviene del ojo y la otra que emite el objeto visible.[4] Sin embargo, cuando explica su modelo de la visión, en ninguna parte del texto platónico menciona otro fuego que provenga del objeto. Además, no comparto la afirmación de Sinisgalli al decir que Platón demostró algo experimentalmente, pues esto no se acomoda con la manera de Platón para explicar el mundo.

Después de estas observaciones acerca de Platón, paso a comentar lo que sobre este tema nos legó el primer científico que escribió acerca de los espejos: Euclides, el autor de los famosos *Elementos*. De hecho, se le adjudica una breve obra titulada *Catóptrica*, o más bien, Ciencia de los espejos. Asimismo, escribió el primer tratado de *Óptica,* un tema que debe ser considerado a la par con la *Catóptrica*, si bien, metodológicamente, debe ser considerado como previo a la *Catóptrica* puesto que en este escrito pretende explicar la apariencia de las cosas con base en argumentos geométricos que ya había presentado en la *Óptica*. Con

[3] Sinisgalli, Rocco. Perspective in the Visual Culture of Classical Antiquity, p. 12.

[4] Lindberg, David. Theories of vision from Al-Kindi to Kepler, pp. 3-6.

el estudio que haremos de la *Óptica* y *la Catóptrica* se demostrará que, a partir de Euclides, se contaba con los principios que son la base de la construcción de la perspectiva moderna, ya que la captura de las imágenes sobre la superficie de un espejo plano sugiere la posibilidad de la pintura sobre una superficie plana.

I. 1 LA *CATÓPTRICA* DE EUCLIDES.

La *Catóptrica* de Euclides contiene seis postulados y treinta y dos proposiciones. Este trabajo abarca espejos planos sin deformaciones, y espejos esféricos, cóncavos y convexos. Sin embargo, solo analizaremos los postulados y proposiciones referentes a espejos planos perfectamente pulidos, pues son en los que aparecen imágenes que se pueden confundir con los objetos reales, dado que en los espejos cóncavos o convexos se producen imágenes distorsionadas de la realidad. La geometría que emplea es la más elemental posible, debido a que no le resulta necesario recurrir a herramientas más sofisticadas ni le interesan los aspectos físicos del problema de la visión. Albert Lejeune comenta algo sobre esto:

> *Euclides sistemáticamente ignora todo aspecto físico y psicológico del problema de la visión. Se restringe a lo que puede expresarse geométricamente […] Su modelo es un tratado de geometría pura, y su método el de los Elementos: algunos postulados son totalmente necesarios, de los cuales se siguen deductivamente y con pleno*

> *rigor matemático una serie de proposiciones bajo una forma tradicional*.[5]

Esto lo podemos notar en los postulados que presenta en su *Óptica*. En castellano se cuenta con una edición facsimilar de la obra, publicada por Pedro Ambrosio Ondériz en Madrid, en 1586, bajo el título "*Perspectiva* y *Especularia* de Euclides". Dicha edición facsimilar la realizó el Instituto Politécnico Nacional. De su lectura es evidente que se limita a lo que se puede expresar geométricamente. Sin embargo, y de manera implícita, Euclides se coloca del lado de una variante de la teoría platónica de que rayos visuales emanan del ojo. Esto se deduce a partir de que, en los dos primeros postulados, define lo básico de la geometría del proceso visual y da importancia al hecho de que los rayos visuales deben proceder de una manera rectilínea a partir del ojo. La rectilinealidad de los rayos nos permite, además de construir un rayo visual como una línea recta, cambiar al ojo por un punto, y con ello poder explicar los fenómenos ópticos que dan lugar a la apariencia. Esto le llevó, en la *Catóptrica*, a dar cuenta de la formación de imágenes en los espejos en términos de modelos geométricos.

Los tres postulados más importantes de la *Catóptrica* son:

1. Supóngase que el rayo visual es una línea recta cuyos medios cubren los extremos.

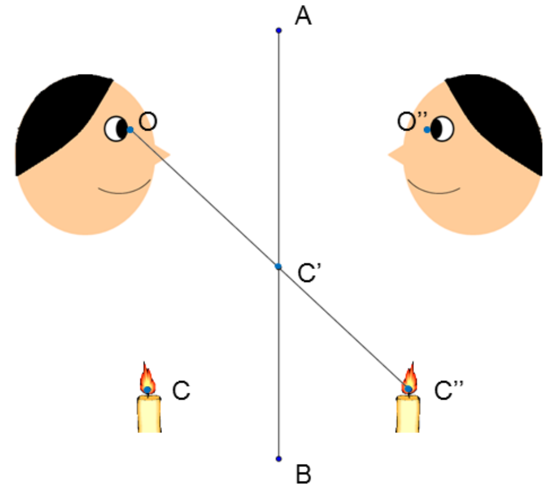
2. Toda cosa visible se ve por una línea recta.

[5] Lindberg, David. Theories of vision from Al-Kindi to Kepler, p. 12, y Lejeune, Albert. Euclide et Ptolémée Deux stades de l'optique géométrique grecque. Louvain, Bibliothèque de l'Université, 1948.

> 3. Si un espejo se coloca en un plano, y sobre tal plano se levantarán ángulos rectos con cualquier altura, hágase que la proporción que tiene la línea que está entre el que mira y el espejo, a la línea que está entre el espejo y la altura levantada – a la vela-, esta misma tenga la altura del que mira a la altura que está en ángulos rectos sobre el plano del espejo.[6]

Lo anterior puede ser ilustrado con un diagrama de la manera siguiente:

Sea el ojo en O. Supongamos que se va a observar una vela situada en C mediante su reflexión sobre una superficie pulida que pasa, perpendicularmente a esta página, por la línea AB. Sea AB el espejo plano. Fijamos en C el centro de la vela, y llamemos O'' al ojo virtual y C'' al centro de la vela virtual.



Entonces, el primer postulado nos permite trazar las líneas rectas OC'' y O''C; luego, llamemos C' a la intersección del rayo visual con el espejo.

Si colocamos nuestro ojo frente al espejo y a un costado una vela encendida, nos damos cuenta de inmediato que en el otro lado del espejo se puede ver una vela a la que calificamos de virtual. Así pues, lo que hemos construido, sin duda, es un

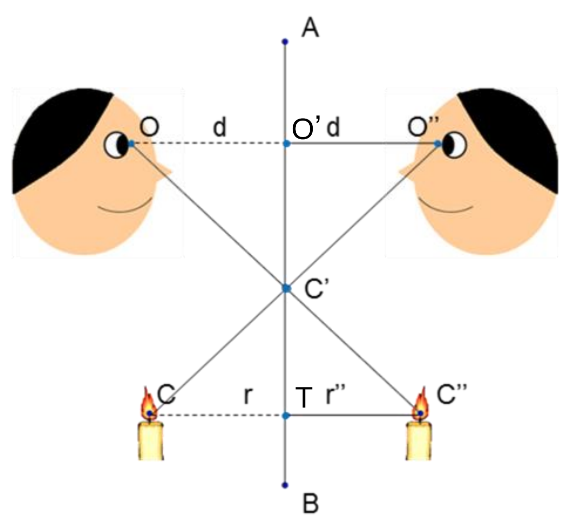
[6] Euclides, *La perspectiva y especularia*, Madrid, Viuda de Alonso Gómez, 1584-85, trad. Pedro Ambrosio Ondériz, reverso de página 42.

rayo visual en una línea recta y la imagen de un punto de la vela en un punto que está en un plano.

Nótese que la manera como se describe la justificación del postulado asume que el rayo sale del ojo y que se refleja siguiendo la misma regla que si fuere un haz de luz que, reflejándose sobre un espejo, ilumina una pared.

El tercer postulado es una aplicación de la semejanza de triángulos y nos permite comparar tamaños de segmentos. Sin embargo, este postulado parecería suponer la igualdad de los ángulos de incidencia y de reflexión, a pesar de que esta ley básica se nos presenta como una proposición o teorema más adelante. Lógicamente este no es el caso. Lo que resulta correcto decir es que recoge la validez empírica de este postulado. Cabe resaltar que está ligado mediante un "sí y solo si" con la proposición 1 (o teorema).

Consideremos el siguiente diagrama o modelo en el cual podemos observar dos distancias: la del ojo al espejo y la de un punto en la vela al espejo, que llamaremos d y r, respectivamente. Luego, el tercer postulado establece lo siguiente, en el orden que lo describe:



$$\frac{OC'}{CC'} = \frac{d}{r}$$

Debido a que una vez establecido que las alturas OO’ y CT forman ángulos rectos con el espejo, ya no se toman en cuenta los ángulos, pues todo se hace en términos de relaciones de proporcionalidad entre segmentos, podemos nombrar a esto el ‘postulado de distancias’.

Luego de estos postulados o suposiciones, Euclides presentó lo que llamó “*Phenomena*”, y que como su nombre lo indica, lo que ahí enuncia se refiere a modos de ser de la naturaleza imitando el estilo o la ‘filosofía’ de los *Elementos*, presentado estos *Phenomena* como postulados, para así poder utilizarlos cuando le resulte conveniente. Esto se mostrará en la proposición 16 de manera muy relevante, tal y como aparece más adelante en esta tesis, sin necesidad de recurrir a la fenomenología, *ie.*, a lo empírico.

Los *Phenomena* o *Fenómenos* de la *Catóptrica* son:

> 1. Si en los espejos planos se pusiere el ojo sobre aquel lugar donde cae la perpendicular tirada desde la cosa visible al espejo, la tal cosa no se verá.
>
> 2. Si en los espejos convexos el ojo ocupare el lugar sobre que cae la línea recta tirada desde la cosa visible al centro de la esfera, la tal cosa no se verá.
>
> 3. Lo mismo ocurre con los espejos cóncavos.

> 4. Si alguna cosa se echare en un vaso, y después se apartase el vaso hasta tal distancia que desde ella la misma cosa no se pueda ver, hinchándose el vaso de agua, la tal cosa se verá desde la misma distancia.[7]

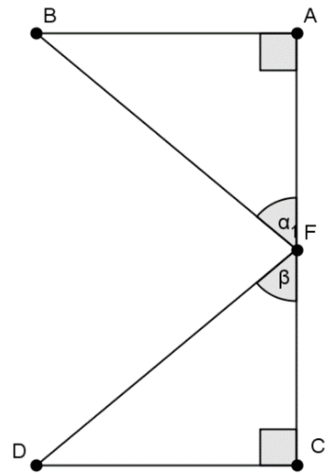
Las proposiciones de la *Catóptrica* a mi parecer más importantes, referentes a espejos planos no deformados, y presentados bajo una traducción libre para mayor facilidad de lectura, son:

Proposición 1. *En los espejos planos los rayos visuales se reflejan en ángulos iguales.*

En esta proposición Euclides plantea como teorema, como se mencionó previamente, lo que conocemos como la ley de reflexión. Este resultado establece que si tomamos al objeto real y al ojo, y los colocamos frente a una superficie reflejante, los podemos imaginar colocados sobre dos líneas paralelas ortogonales a la superficie del espejo, a las que llamaremos catetos.

Sea B el ojo, AC el espejo y BF el rayo visual que se refleja hacia D. Veremos que el ángulo α es igual al ángulo β.

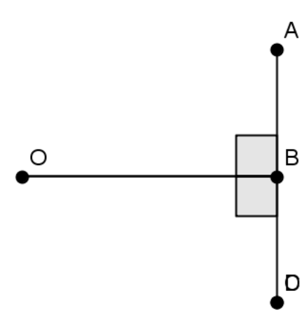
[7] Euclides, *La perspectiva y especularia*, Madrid, Viuda de Alonso Gómez, 1584-85, trad. Pedro Ambrosio Ondériz, p. 43.



Tracemos las rectas BA y DC tales que sean perpendiculares al espejo. Luego, por el tercer postulado tenemos, y con base en que, en A y C, se forman ángulos rectos, que $\frac{BF}{DF} = \frac{AF}{FC} = \frac{BA}{DC}$ y por lo tanto, que $\frac{BA}{AF} = \frac{DC}{FC}$**.** Entonces el triángulo BAF es semejante al triángulo DCF. Pero los triángulos semejantes son equiángulos, y por la correspondencia de lados resulta que α = β.

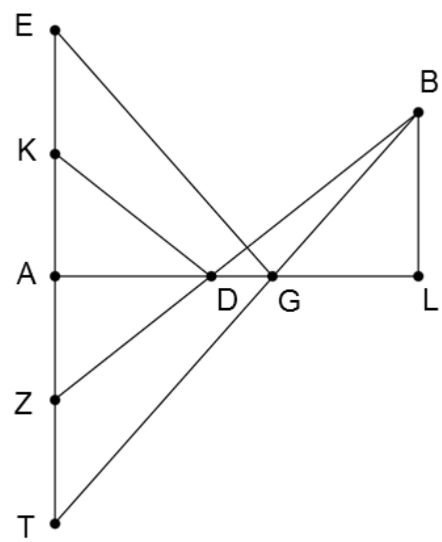
Proposición 2. *Si un rayo visual cae sobre un espejo haciendo ángulos adyacentes iguales entonces se reflejará sobre sí mismo.*

Esta proposición nos habla del rayo visual que llega al espejo de forma perpendicular, y que, por consiguiente, se reflejará hacia el mismo ojo del que salió.



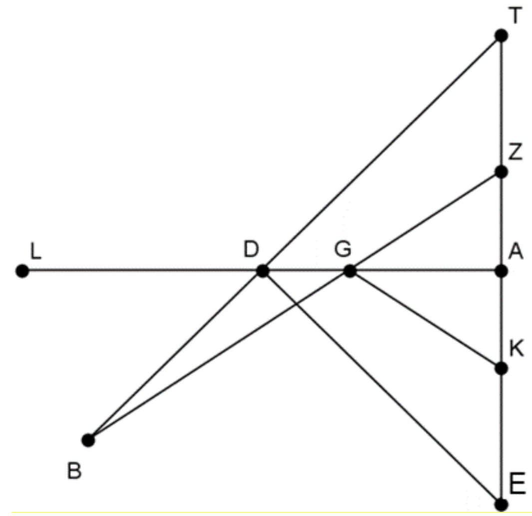
Proposición 7. *Las alturas y las profundidades en los espejos planos se observan al contrario, es decir, vueltas cabeza abajo.*

Sea AE una altura, AL un espejo plano y B el ojo. Supongamos que los rayos visuales BG, BD se reflejan hacia los puntos E y K, respectivamente.



Entonces, al ser prolongados en línea recta los rayos visuales, E que está arriba, aparece en T que está abajo, mientras que K, que está debajo de E, aparece en Z, que está arriba de T; de manera que en apariencia están vueltas cabeza abajo.

Sea ahora EA una profundidad, AL un espejo plano y B el ojo. Supongamos que los rayos visuales BD, BG se reflejan hacia los puntos E, K, respectivamente. De la misma manera, al prolongar los rayos visuales hacia los puntos T, Z. Luego, aparecerá E que está abajo, en T que está arriba, mientras que K, que está arriba, aparecerá en Z, que está abajo.

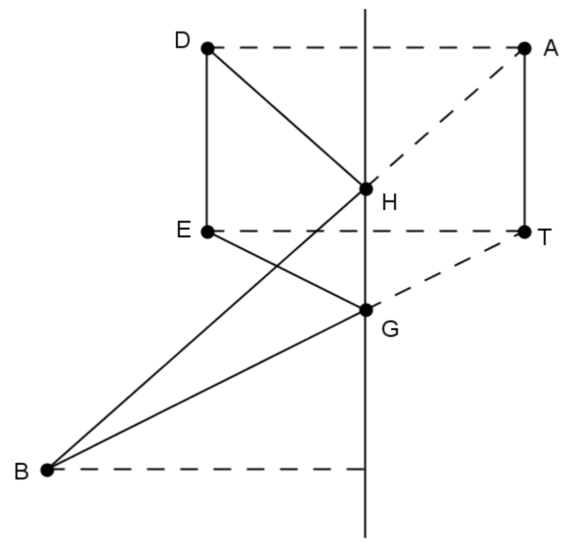


Como se hace evidente en esta proposición, lo que el autor de la *Catóptrica* hace es establecer las reglas geométricas que conducen a justificar lo que empíricamente se observa.

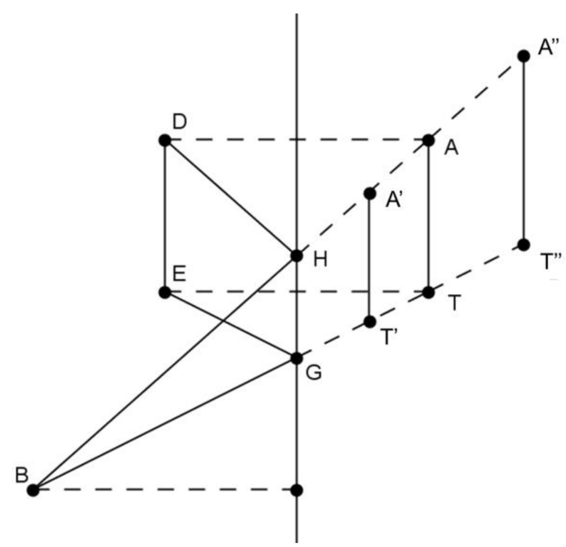
Proposición 9. *Las magnitudes alargadas, vistas reflejadas en los espejos planos, aparecen tal y como se verían en la realidad si estuvieran colocadas a la distancia a la que supuestamente las estamos viendo.*

Esta proposición se ocupa de las longitudes que son oblicuas o paralelas al espejo plano, donde Euclides especifica que siguen siendo similares y proporcionales a los originales.

Sea B el ojo y DE la magnitud alargada. Entonces, al reflejarse los rayos visuales BH y BG, D aparece en A y E en T, y es en apariencia como lo es en la realidad en cuanto a orientación. Por otra parte, si consideramos que el rayo visual BA tiene una longitud igual a BH + HD, significa que la longitud aparente de AT es la misma que la de BE, por lo que cabría decir que lo próximo parece próximo y lo lejano, lejano.



Pero aquí surge una duda: ¿por qué vemos a DE en AT, y no en A’T’, según se muestra en la siguiente figura?



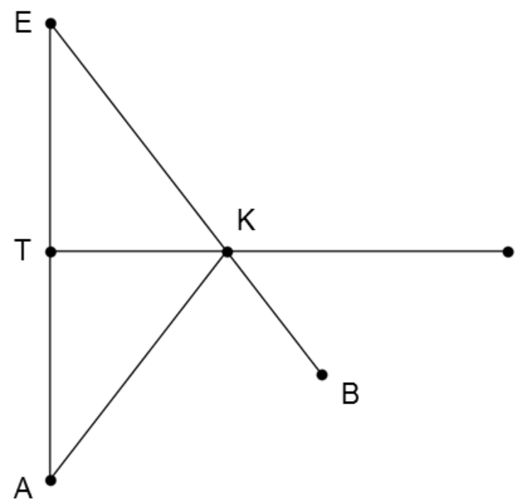
¿Si se viera en A'T' se vería más pequeño, y si en A”T" se vería más grande? La respuesta es negativa, pues el ángulo visual sería el mismo. Y, sin embargo, lo que sí podríamos decir es que si se observa como si estuviera en A'T' significaría que la recta es más corta que lo que realmente es DE, o más larga si supiéramos que el lugar que le corresponde a la imagen virtual A''T''.

¿Cómo saber dónde colocar a la imagen, o a la recta virtual? Ya en la proposición 7 se utilizó una cierta construcción sin haberla justificado. Esto ocurrió cuando se señaló que EK se mira en el espejo en los puntos GD respectivamente, y se dijo que al ojo le pareciere que la línea está en TZ. Si bien dicha proposición no se ocupa de la distancia aparente, la construcción sí colocó la imagen virtual de EK en TZ, lo cual le hacía aparecer "de cabeza". Y tampoco aquí se especificó o justificó porqué TZ se colocó dónde aparece en el diagrama.

La respuesta a esta inquietud la proporcionó Euclides en la proposición 16, la cual afirma lo siguiente:

Proposición 16. *En los espejos planos cada uno de los objetos vistos se ve en la perpendicular tirada desde el objeto visto al espejo.*

Sea TC un espejo plano, B el ojo y A el objeto visto. Trazar una línea perpendicular al espejo desde el punto A; entonces, como se ha supuesto en el postulado 1, si el lugar de T está ocupado por el ojo, no se ve A. Si el ojo no está en T, se verá A en algún punto de la línea recta AT y su prolongación. Como el punto A deberá ser visto a lo largo del rayo visual BK, entonces se verá en el punto E, que es donde el rayo visual BK interseca a la perpendicular AT.



Como se ha visto, la imagen de un punto se captura en la superficie del espejo a través de la construcción de triángulos semejantes y proporcionales que determinan las magnitudes de los triángulos que se deben considerar. Es también éste un concepto fundamental que está en la base de la teoría de los espejos y de la perspectiva moderna.

Estos resultados muestran que para el siglo III a. C. se tenía un manejo formal bastante acertado de la formación y percepción de imágenes. Sin duda esto estaba sustentado en los avances alcanzados en la explicación geométrica de nuestra percepción de objetos y de su localización en el espacio. Este saber estaba codificado en una obra de Euclides, previa a la *Catóptrica*, y que nos ha llegado bajo los títulos de *Óptica* (derivado del griego) y de *Perspectiva* (como se le llamó en latín).

Antes de empezar con el análisis de la *Óptica* de Euclides, Platón dice algo muy significativo en el *Sofista*: existen dos artes en relación con la realización de imágenes: "el arte de representarlas " y "el arte de hacer que parezcan". Es decir, que la tarea de reproducir imágenes de las cosas presenta dos alternativas: la figurativa y la simulativa. La primera intenta parecerse al modelo que imita, como ocurre mediante la técnica de la pintura y la segunda aparentan parecerse al modelo pero en realidad lo tergiversan. Así pues, en la antigüedad clásica también se tenía una óptica, es decir, una teoría de las apariencias muy avanzada, al menos en cuanto a los alcances que se proponía.

I. 2 LA *ÓPTICA* DE EUCLIDES.

La *Óptica* de Euclides inicia con doce suposiciones en las cuales se basa para justificar los cincuenta y ocho teoremas, que aparecen en la edición castellana que hemos utilizado.[8] Esta obra muestra el nivel del conocimiento de la época sobre resultados que son propios de lo que en el Renacimiento se conocería como perspectiva, y nos remite a la pregunta de por qué no fue utilizada lo suficiente como para que no pasara al olvido durante gran parte de la Edad Media. Con toda seguridad el hecho de que a finales de la antigüedad se hiciera caso omiso, así hasta las postrimerías del siglo XIV, de algo tan evidente como la aparente disminución en tamaño de un objeto al alejarse del ojo, remite a que las convenciones de la representación pictórica se vieron moduladas por principios sociales, religiosos o de otro orden, que hicieron de la óptica y sus recursos geométricos algo secundario en cuanto a mostrar el mundo se refiere.

Las suposiciones a las que nos referimos en el párrafo anterior son:

---

[8] Citado en n. 6 de esta tesis.

Postulado 1. *Supóngase que los rayos que salen del ojo van por línea recta, y que entre sí están separados por alguna distancia.*

Postulado 2. *Y que la figura comprehendida por los rayos visuales es un cono, cuya punta está en el ojo, y la base en las extremidades de las cosas vistas.*

Postulado 3*. Aquellas cosas se ven donde los rayos visuales llegan.*

Postulado 4. *Aquellas cosas no se ven donde los rayos visuales no llegan.*

Postulado 5*. Las cosas que se miran bajo de mayor ángulo parecen mayores.*

Postulado 6. *Las cosas que se miran debajo de menor ángulo parecen menores.*

Postulado 7. *Las cosas que se miran debajo de igual ángulo parecen iguales.*

Postulado 8. *Las cosas que se miran debajo de rayos más altos parecen más altas.*

Los postulados 9, 10 y 12 son como el 8, pero refiriéndose a parecer más bajo, o estar a la derecha o a la izquierda.

Postulado 12. *Las cosas que se miran debajo de más ángulos, se ven más distintamente.*

En el primer postulado se establece el proceso visual, donde el ojo aparece implícitamente como el participante activo en el proceso de la visión, emitiendo algo que llega al objeto observado. Además, se afirma que los rayos visuales se propagan en línea recta. Con los dos primeros postulados se plantea un modelo geométrico: los rayos visuales salen en línea recta desde el ojo, y la figura contenida por los rayos visuales tiene forma de cono. Los postulados 3 y 4 nos hablan sobre la visibilidad de un objeto, mientras que 5, 6 y 7 tratan sobre el tamaño de un objeto visible que se determina por la separación angular entre los rayos visuales que se encuentran en los extremos de los objetos; la posición de un objeto visible en el espacio está determinada por la ubicación dentro del cono visual de los rayos mediante los cuales se percibe. En los postulados 8, 9, 10 y 11 se postula (en aras de la completez de postulados que permitan deducir las proposiciones posteriores) la proposición relativa de elementos en el espacio según la localización de los rayos visuales que permiten su percepción. Por último, con el postulado 12 se intenta dar una explicación física del grado de claridad de una percepción y se concluye que ésta depende del número de ángulos bajo el que se ve un objeto.

Con base en lo anterior, las proposiciones que me parecen más importantes acerca de los efectos de la distancia en nuestra percepción visual, y por ende la representación de los tamaños y las formas de los objetos visibles, son las siguientes[9]:

Proposición 4. *Entre las distancias iguales puestas sobre una misma línea recta, las que se miren de más lejos parecerán menores.*

Sea AB, BC, CD segmentos de igual tamaño que están sobre una recta.

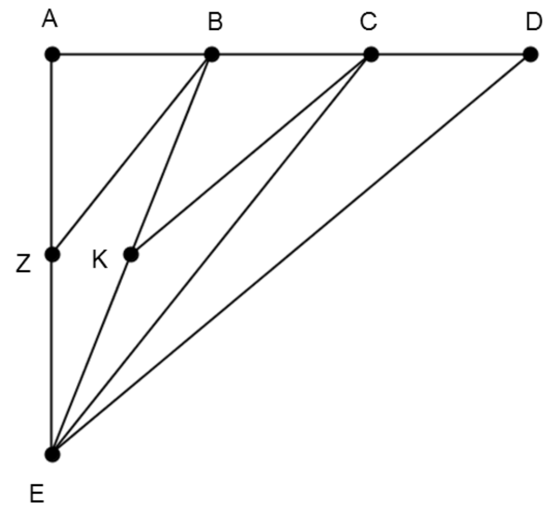
Tracemos AE perpendicular a AD y fijemos en el punto E al ojo.

Luego, tracemos los rayos visuales EB, EC y ED

Veamos que AB parecerá mayor que BC y BC mayor que CD.

Tracemos BZ tal que sea paralela a la recta CE y que pase por el punto B.

[9] Se enunció la proposición seguida de su demostración para mostrar la manera geométrica de su justificación.



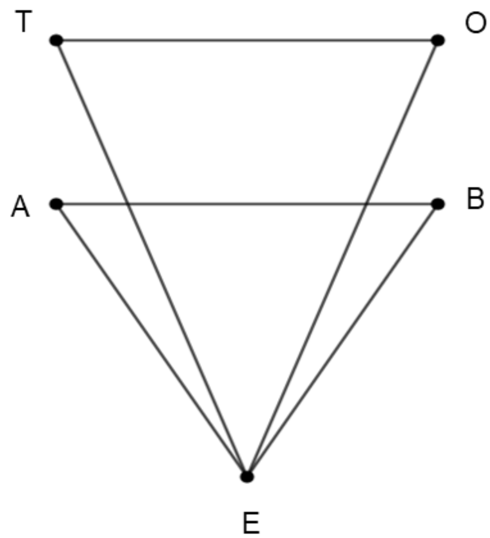
Entonces, por semejanza de triángulos $\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BA}} = \frac{\mathrm{EZ}}{\mathrm{ZA}}$. Pero CB=BA por lo que $\mathrm{EZ} = \mathrm{ZA}$. Luego, como el lado BZ es mayor que el ZA y por ende también es mayor que ZE, entonces el ángulo correspondiente a ZEB es mayor que el ángulo correspondiente a ZBE; y el correspondiente a ZBE es igual al correspondiente a BEC; por tanto, también el correspondiente a ZEB es mayor que el ángulo correspondiente a CEB. Luego, por el tercer postulado, AB se verá mayor que BC. Y si, de manera semejante, de nuevo se trazara una paralela a DE por el punto C, entonces BC se verá mayor que CD.

Proposición 5. *Las grandezas iguales que desigualmente están apartadas parecen desiguales, y siempre parece mayor la que está más cerca del ojo.*

Sean AB, TO, dos magnitudes iguales, y sea E el ojo respecto al cual están situadas a distancias desiguales y con E más cerca de AB que de TO.

Veamos que AB parecerá más grande que TO.

Tracemos los rayos EA, EB, ET, EO.



Puesto que los objetos vistos bajo ángulos mayores parecen mayores (Postulado 4) y el ángulo correspondiente a AEB es mayor que el correspondiente a TEO (Por *Elementos*, Libro I, teorema 21), entonces AB parecerá mayor que TO.

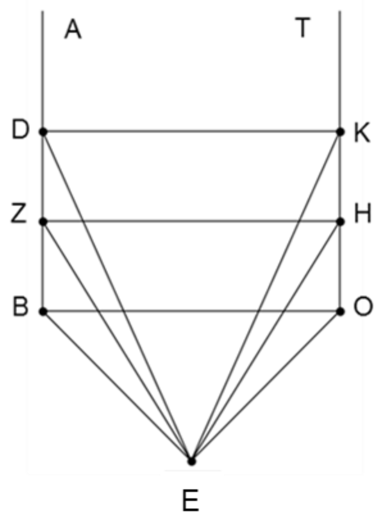
Proposición 6. *Las distancias paralelas miradas desde lejos, parecen de desigual latitud.*[10]

Sean dos magnitudes paralelas AB, TO y sea E el ojo.

Veremos que AB, TO parecen convergentes y que el espacio entre ellas más cercano al ojo parece mayor que el más lejano.

Tracemos los rayos EB, EZ, ED, EO, EH, EK y las rectas BO, ZH, DK.

[10] Por ‘latitud’ se entiende, en este caso, separación.



Puesto que el ángulo correspondiente a BEO es mayor que el ángulo correspondiente a ZEH, entonces también parece mayor BO que ZH (Prop. 5). A la vez, puesto que el ángulo correspondiente a ZEH es mayor que el ángulo correspondiente a DEK, entonces también parece mayor ZH que DK. Luego la distancia BO parece mayor que ZH, y ZH mayor que DK. Por consiguiente, las rectas que son paralelas ya no se verán de la misma manera, sino como si fueran convergentes.

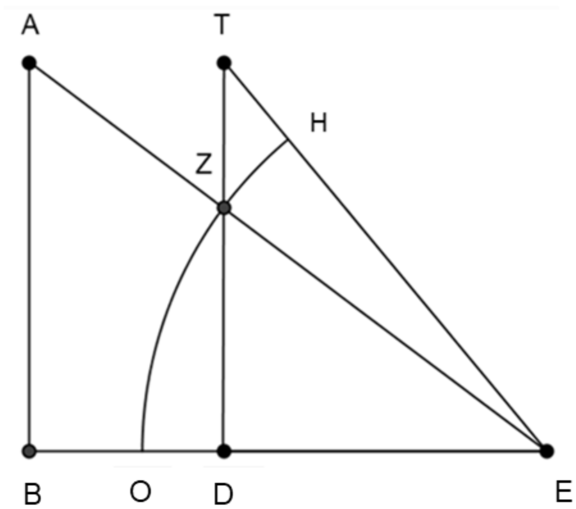
Se presenta ahora un resultado que provocó una controversia en la primera mitad del siglo XX, pues planteaba una disyuntiva para los pintores: representar magnitudes según la regla de la semejanza de triángulos o según la disminución del ángulo de visión. Esta aparente paradoja la planteó Erwin Panofsky en su clásico texto sobre la perspectiva interpretada como forma simbólica.[11]

En esta proposición se demuestra que el tamaño aparente de una magnitud vista no es proporcional a la distancia que la separa del ojo.

[11] Panofsky, Erwin. (1927), *La perspectiva como forma simbólica*. Trad. De Virginia Careaga. Barcelona: Tusquets, 2003.

Proposición 8. *Las grandezas iguales, desigualmente apartadas, no guardan la misma razón, en los ángulos que en las distancias*.

Sean dos magnitudes iguales AB y TD, situadas a distancias distintas del ojo E. Se trazan los rayos ED, ET, EA y EB. Ahora, con centro E y radio EZ se traza el arco de circunferencia de un círculo HZO.



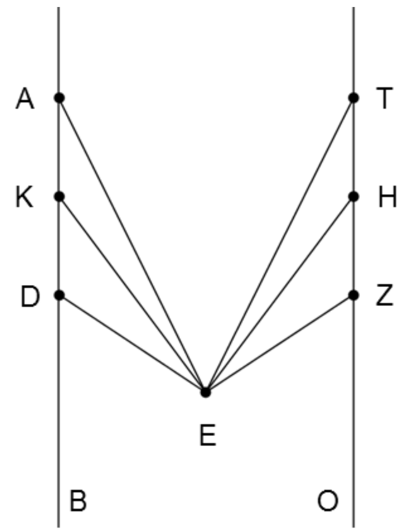
El ángulo subtendido por este arco sería el ángulo de visión de AB si fuera trasladado a la base D, con lo cual sería como TD. Euclides demuestra, con este teorema, que $\left(\frac{\sphericalangle \mathrm{HEO}}{\sphericalangle \mathrm{ZED}}\right) < \frac{\mathrm{TD}}{\mathrm{ZD}}$, pero como TD = AB, entonces $\left(\frac{\sphericalangle \mathrm{HEO}}{\sphericalangle \mathrm{ZED}}\right) < \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{ZD}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{DE}}$.

Con esto se demuestra que la proporción entre los ángulos de visión de una magnitud colocada a dos distancias diferentes del ojo, es menor que la proporción entre las distancias a las que fue colocada.

Luego las magnitudes iguales no se ven en proporción a las distancias. Es decir, no pasa que $\frac{\sphericalangle\ (\mathrm{AB\ sobre\ D})}{\sphericalangle\ (\mathrm{AB\ sobre\ B})} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{DE}}$, como uno hubiera supuesto.

Teorema 12. *Entre las cosas que tienen longitud hacia la parte anterior, las que están a mano derecha parecen que van hacia mano izquierda y las que están hacia mano izquierda parecen que van hacia mano derecha.*

Sean AB y TO dos líneas que se extienden paralelas, alejándose del ojo situado en E, y desde el cual salen los rayos ED, EK, EA, EZ, EH y ET.



Veamos que EZ, EH, ET parecen cambiar de dirección, yéndose hacia la izquierda conforme el ojo observa los puntos ZH y T, uno a la vez, mientras que ED, EK, lo hacen hacia la derecha. Puesto que EZ está más a la derecha que EH y EH más que ET, a partir de ello se produce entonces la impresión de que ET cambia de dirección hacia la izquierda de EH, y HE a la de EZ. También, de manera semejante, EK, EA, ED parecen desviarse hacia la derecha.

Las demás proposiciones tratan sobre los fenómenos ópticos relacionados con la visión de objetos tridimensionales tales como la esfera, el cilindro y el cono, vistos en diferentes condiciones, y posteriormente se ocupa de problemas relacionados con cómo se abrevian cambios en las dimensiones aparentes de los objetos conforme se desplaza el punto de observación.

I. 3 MANIFESTACIONES DE LA PERSPECTIVA EN LA LITERATURA Y LAS ARTES EN LA ANTIGÜEDAD GRIEGA Y LATINA.

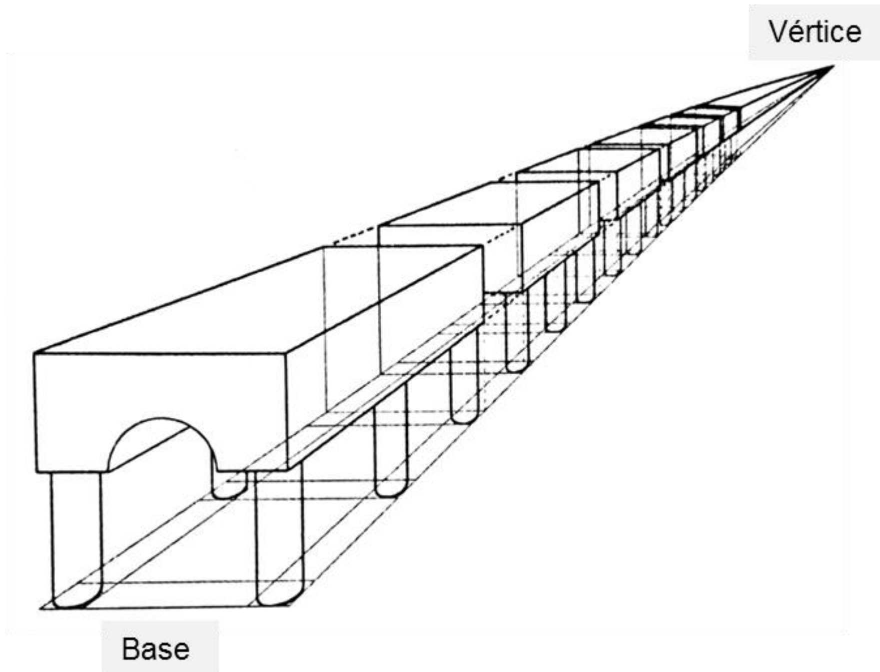
El poeta Tito Lucrecio Caro también se interesó por los fenómenos visuales y describió algunos de ellos en su poema *De Rerum Natura,* el cual nos revela y confirma modos de empleo de la representación en perspectiva en Grecia y Roma. En este poema Lucrecio nos describe el Pórtico de Emilia:

> *…Y a continuación, un pórtico, a pesar de que tiene un diseño uniforme y es apoyado constantemente por columnas iguales, sin embargo, cuando desde un extremo se ve en su totalidad a lo largo del lado largo, [el pórtico] asume gradualmente la inclinación de un cono delimitado, ya que se une el techo con el piso y todas las cosas que están a la derecha con las cosas que están a la izquierda, hasta que se reúne todo en la punta afilada del cono.*[12]

Podemos encontrar algo interesante en estos versos, pues Lucrecio nos especifica que el pórtico gradualmente asume las inclinaciones de una pirámide delimitada y que se une el plano del suelo y el plano del techo (ver la siguiente imagen).

La construcción del Pórtico de Emilia, en la antigua Roma, se terminó en el año 174 a.C., y por mucho tiempo se utilizó como almacén de mercancías que también sirvió como especie de centro comercial. Tenía unas dimensiones excepcionales que consistían en un techo de 487 por 60 metros y 50 bahías, incluido el apoyo de 294 muelles.

[12] Sinisgalli, Rocco. Perspective in the Visual Culture of Classical Antiquity, pp. 48 y 49.



El Pórtico de Emilia en la antigua Roma.

Pero Lucrecio escribía en el siglo I a. C. y los avatares de la historia llevaron a que la práctica de la perspectiva se perdiera y a lo largo de la Edad Media fue evidente que las artes visuales la habían dejado en el olvido. Pero para el siglo XV esta práctica había sido plenamente recuperada por los pintores, aunque no en su totalidad ni del todo correctamente. Por ejemplo, para finales del siglo XIV se pensaba, o al menos así lo muestran varios pintores, que cuando las ortogonales del lado derecho se unen a las del lado izquierdo se formaba una línea de fuga vertical. Esto fue corregido ya para tiempos de Masaccio (c. 1428) para quien era claro que las líneas ortogonales al cuadro se unían en un vértice. Así, el vértice donde termina todo es lo que nosotros llamamos punto de fuga, el punto donde todas las líneas ortogonales del plano de la imagen convergen.

Volviendo a los tiempos entre Euclides y Lucrecio, tenemos que Vitruvio, (S.I a. C.) autor de los *Diez Libros de Arquitectura*, el texto de arquitectura más antiguo que se conserva, también se interesó por la antigua discusión sobre la perspectiva. Lucrecio compartió la preocupación del arquitecto por la perspectiva pictórica y arquitectónica y, al igual que Euclides, se ocupa de sus aspectos teóricos. Los *Diez Libros de Arquitectura* fueron escritos entre el 27 y el 23 a.C., y están dedicados por su autor al emperador Augusto. En un pasaje, Vitruvio dejó un desafío permanente para los historiadores del arte, ya que considera que el pintor griego Agatarco (siglo V a. C.) recurría a la práctica de la perspectiva y parecía basarse en un sustento teórico para dicha actividad. Esta declaración se encuentra en el libro VII, cap. 3, párrafo 2:

> *En primer lugar, en Atenas, cuando Esquilo estaba produciendo una tragedia, Agatarco diseñó el escenario y dejó un comentario al respecto. Informados de esto, Demócrito y Anaxágoras escribieron sobre el mismo tema, es decir, cómo debía establecerse un centro fijo y las líneas debían corresponder de manera realista a la línea de visión de los ojos y a la longitud de los rayos, de modo que dieran la apariencia de edificios en los murales del escenario… y [así] las cosas que se pintan en fachadas planas y continuas parecen retroceder en algunos lugares y proyectarse en otras.*

Vitruvio afirma que Agatarco fue uno de los primeros en pintar y escribir sobre el tema cuando Esquilo estaba produciendo una tragedia. Y, sin embargo, poco se sabe acerca de Agatarco, a pesar de que aparentemente tenía una larga carrera en Atenas y estaba en gran demanda como decorador de murales en su edad madura (c. 430 a. C.). Ninguno de sus pinturas y escritos se conservan. Por otro lado, estamos relativamente bien informados sobre los textos que, sobre este tema, escribieron Anaxágoras y Demócrito, y de su lectura no se establece ninguna razón de peso para dudar del informe de Vitruvio. Esto gracias a que se conocen alusiones a la teoría de la visión de Anaxágoras y se sabe del interés de Demócrito por la óptica y la teoría del color, como es atestiguada en los títulos existentes y algunos fragmentos.[13] También, con la creciente aceptación del uso de la perspectiva en los murales romanos, alcanzada gracias a los análisis de pinturas y murales en Pompeya, o en la casa de César Augusto en Roma y otros sitios arqueológicos, Vitruvio ha ganado credibilidad en cuanto a sus comentarios sobre Agatarco y el uso de la perspectiva.[14]

Recientemente han aparecido más estudios que apoyan la veracidad del comentario de Vitruvio y además proporcionan evidencias del desarrollo de la perspectiva básica en el arte antes de Agatarco. Las evidencias indican que la pintura en perspectiva comenzó ya en el periodo que marca la aparición en la civilización griega del espíritu racional para explicar o entender los fenómenos de la naturaleza: floreros pintados con figuras en tinta negra o color negro de finales del siglo VI a. C. muestran un "intento sostenido" para dominar el arte del escorzo[15] en las representaciones de carros tirados por cuatro caballos. Representaciones similares de velas, escudos y carros datan de la misma época, aunque ciertos escorzos también elementales (mesas, taburetes y otros objetos

[13] Barnes, Jonathan, *Early Greek Philosophy*, 2, ilustrada, reimpresa, Universidad de Michigan, Penguin Books, 1987, pp. 226-239 y 244-288.

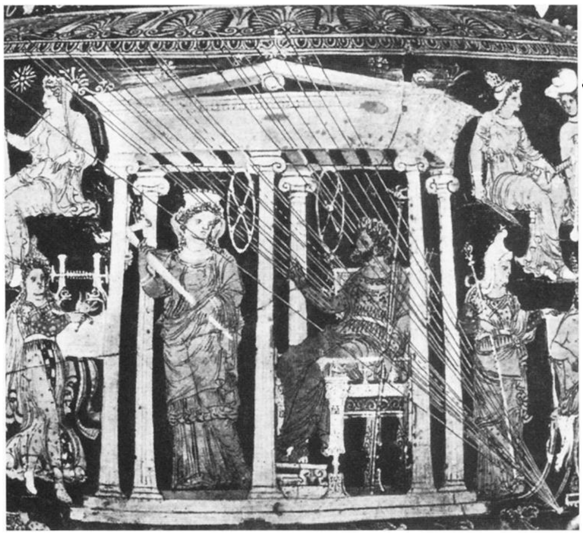
[14] Camerota, F (2009), “Before Alberti. ‘*Perspective and Pictura*’”, Hockney et sl, Painted Optics Symposium (Florencie, 2008), p. 87.

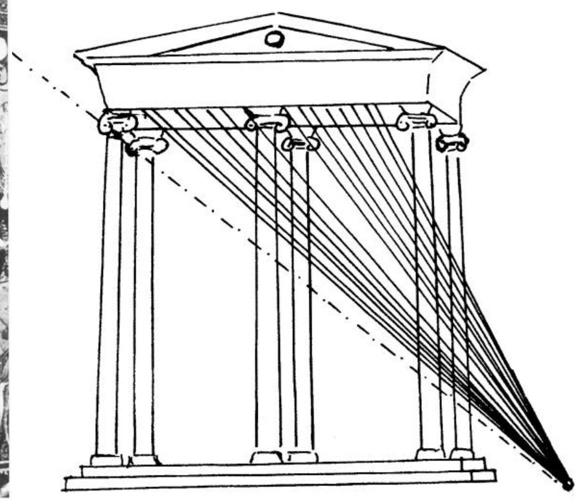
[15] Nombre alternativo para figuras representadas en perspectiva y que exhiben tamaños y proporciones coherentes con la geometría de la perspectiva.

más o menos cúbicos o con forma de poliedros rectangulares) sólo aparecen a mediados del siglo V a. C. También hay que recordar que las pinturas en floreros las trabajaron sobre superficies curvas y quienes lo realizaron lo que hacían era recurrir al punto de fuga y a partir de ello generaban perspectivas particularmente difíciles. Un ejemplo de esto, es un jarrón de la cultura griega de la zona de Apulia, (al sur de Italia c. 330 a. C.), mismo que se muestra en la figura que sigue.

Jarrón decorado con una escena del inframundo. Apulia, c. 330 a. C., Staatliche Antikensammlungen und Glyptothek, Munich.

Este Jarrón es el ejemplo clarísimo de un esfuerzo deliberado por representar la profundidad en una imagen, la mayoría de los tableros o vigas que componen el techo del palacio de Hades[16] convergen hacia un único punto en el nivel del suelo; el efecto es bastante convincente, ya que sólo unas pocas líneas escapan a este patrón quedando un poco fuera del punto de encuentro (ver las siguientes imágenes).

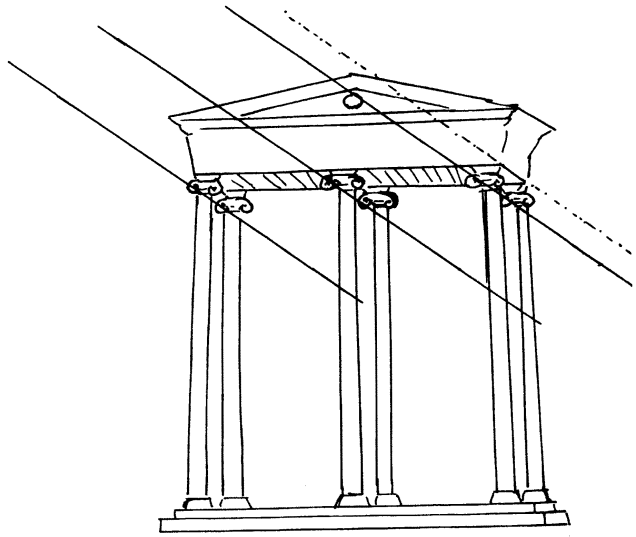




Cabe señalar que el efecto abanicado de las ortogonales es ligero en comparación con los resultados de las prácticas renacentistas. A primera vista más bien parece estar pintado con líneas paralelas de acuerdo con el método estándar utilizado en los floreros. Aunque errónea, esta impresión se ve reforzada por la discrepancia notoria entre las ortogonales que siguen las placas del techo y las que siguen al entablamento[17], con el apoyo de la cubierta; estas últimas parecen ser paralelas (ver la siguiente imagen), solamente inclinadas en un ángulo que poco se separa de cómo realmente estarían colocadas las tablas.

[16] Christensen, Jesper (1999). *Vindicating Vitruvius on the Subject of Perspective,* The Journal of Hellenice Studies, Vol. 119, p. 162.

[17] Elemento arquitectónico horizontal sustentado por columnas, arcos o muros que sirve a su vez como sustento de la cubierta, aunque también puede ser decorativo. Es característico de la arquitectura clásica y consta de cornisa, friso y arquitrabe.



El palacio de Hades fue pintado por un artista que fue capaz de utilizar la perspectiva del punto de fuga de manera efectiva en una parte muy destacada de la imagen y producir el efecto de profundidad.

El hombre, al menos en la civilización occidental, siempre ha tratado de explicar el fenómeno de la imagen en el espejo. Y una cosa es cierta: empezando por los contemporáneos de Euclides, cualquier “artesano” educado en la ciencia de los espejos y teorías de la visión habría sido capaz de aplicar los principios existentes en Óptica y Catóptrica, principios que, como vimos, son la base de la perspectiva moderna.

CAPÍTULO II

LA PERSPECTIVA EN LA TEORÍA DE LA VISIÓN DE DEMÓCRITO.

Demócrito (c. 460 – c. 370 a. C.), al igual que 18 siglos más tarde los pintores del Renacimiento, se planteó el problema de cómo representar el espacio y los objetos situados frente a nuestra mirada en una superficie bidimensional. Para los artistas del Quattrocento la clave para responder a esta cuestión se basó en consideraciones acerca de la teoría óptica de los siglos XIII y XIV, misma que resultaba del enriquecimiento de la Óptica de Euclides, Ptolomeo, Herón y las contribuciones de Alhazen en los inicios del siglo XI. A todo ello se sumó el uso de una interpretación de un modelo del proceso visual en su conjunto. Es interesante remontarnos a los antecedentes de estas elaboraciones un tanto teóricas y otro tanto empíricas. Para ello recurriremos a Demócrito, uno de los defensores de las explicaciones físicas de los fenómenos naturales. En su momento Demócrito se dio cuenta de algo muy interesante: la formación de una imagen en miniatura, en la pupila del ojo humano o de un animal, del espacio visual al que tenía acceso directo el ojo. Demócrito le asignó a esta imagen un papel muy importante, al grado de decir que es la responsable de la visión.

Además, en Demócrito podemos encontrar, al tratar de explicar el fenómeno de la percepción visual, una referencia muy significativa con relación a las imágenes que son reproducidas por el agua.

Nos dice en ese texto que como el ojo es de agua, por ende tiene la capacidad de retener la imagen, al igual que como lo hace el agua de un río o lago.

Probablemente hizo esta afirmación debido al brillo que posee el ojo provocado por la cubierta húmeda de la córnea y la pupila, lo cual hace parecer que su superficie está cubierta de agua.

Para Demócrito, evidentemente, esto implica dos cuestiones: ¿Cómo se produce la imagen en la pupila? y ¿por qué la imagen aparece en miniatura? Las respuestas a estas dos interrogantes nos ofrecen los recursos para rescatar la explicación de Demócrito acerca de cómo se lleva a cabo la percepción del tamaño relativo de los objetos y de la distancia que hay del objeto al observador.

Pero antes de describir la teoría de Demócrito sobre la visión resulta adecuado esbozar el contexto en el que Demócrito da cuenta de este fenómeno.

Demócrito nació en Abdera, al norte de Grecia, y vivió entre los años 460 y 370 a. C. Debido a su carácter extravagante, durante el Renacimiento se le conoció como el abderita risueño. La información con que se cuenta nos señala que pasó un tiempo en Persia con los caldeos y se dice que viajó por Egipto, donde, en especial, adquirió conocimientos de geometría. Se hizo famoso en la antigüedad por su interés en calcular el volumen de conos y pirámides. Sin embargo, lo que lo hizo destacar para la posteridad es que se le identifica como el padre del atomismo griego, concebido en sus rudimentos por su maestro Leucipo. Para ambos, todo cuanto hay en la naturaleza es una combinación de átomos y vacío, es decir, que la materia es una mezcla de pequeñas partículas indivisibles e indestructibles, diferentes en forma y tamaño que se mueven a través del vacío.[18]

[18] Barnes, Jonathan. *Early Greek Philosophy*. pp. 244-288.

Diógenes Laercio (180 – 240 d. C.), autor de las Vidas y opiniones de los filósofos ilustres, atribuye a Demócrito una serie de escritos sobre ética, física, matemáticas, música, literatura y además trabajos técnicos. Ninguno de estos escritos ha sobrevivido intacto y de todos ellos sólo se conservan algunos fragmentos. Las obras matemáticas que se le atribuyen son las siguientes: *Sobre diferentes ángulos*, *Sobre Geometría*, *Números*, *Sobre irracionales*, *Planisferio*, *Astronomía* (un calendario), *Concurso del reloj de agua*, *Descripción de los polos*, *Geografía*, *Descripción de rayos de luz*. Entre estos escritos se incluye un tratado matemático, ἀκτινογραφίη, que bien puede haber sido una cartografía geométrica o mapeo de rayos.[19]

Además, en *Los Diez Libros de Arquitectura* de Vitruvio se ofrece una valiosa información sobre un tratado de Demócrito referente a la perspectiva. En el libro VII Vitruvio señala que:

> *En primer lugar, en Atenas, cuando Esquilo estaba produciendo una tragedia, Agatarco hizo el escenario y dejó un comentario al respecto. Informados sobre esto, Demócrito y Anaxágoras escribieron sobre el mismo tema, a saber, cómo debía establecerse un centro fijo y que las líneas correspondieran de manera realista a la línea de visión de los ojos y a la extensión de los rayos, de modo que, con evidencias poco claras, imágenes claras produzcan la apariencia de edificios [plasmados] en los muros del escenario, y*

[19] Kelli Rudolph. Democritus' Perspectival Theory of Vision, p. 71.

que las cosas pintadas sobre fachadas planas y continuas parecen alejarse en algunos lugares y proyectarse en otros.[20]

Con esta larga frase Vitruvio colocó a Demócrito en la fase temprana de la evolución de las primeras teorías griegas sobre la perspectiva. Recientemente se han publicado estudios que apoyan esta referencia de Vitruvio, como por ejemplo, las pinturas con fondo negro sobre jarrones de finales del siglo VI a. C., las cuales proporcionan evidencias del desarrollo de la perspectiva básica en el arte antes de Agatarco.

Por lo anterior, Demócrito, bajo la influencia de Agatarco o de otros pintores o escenógrafos contemporáneos, pudo muy bien haber escrito un tratado sobre perspectiva. Lamentablemente sus trabajos no sobrevivieron y lo que se conoce de él es solo a través de testimonios y referencias como las de Diógenes Laercio, Aristóteles y Teofrasto, entre otros.

La mayor parte de la información sobre la teoría de la visión de Demócrito se conoce gracias al análisis crítico que hace Teofrasto en su obra *Sobre las sensaciones* (en latín, *De Sensibles*). Testimonios antiguos están de acuerdo en que Demócrito propone que la visión ocurre mediante la intervención de la *eidola*, que es como se llama a las “imágenes” que se desprenden del objeto –especie de tela o piel–, se desplazan en todas direcciones y algunas llegan al ojo. Al respecto Diógenes Laercio nos dice: “vemos por el impacto de las imágenes”. Alejandro de Afrodisias, en la primera mitad del siglo III, añade que Leucipo y Demócrito

[20] Sinisgalli Rocco. Perspective in the Visual Culture of Classical Antiquity, p. 96.

"atribuían la vista a ciertas imágenes con la misma forma que el objeto, que continuamente fluían de los objetos e incidían en el ojo". Sin embargo, Teofrasto (372-287 a. C.), discípulo de Aristóteles (384 a. C.- 322 a. C.), señaló que muchos presocráticos creían en la existencia de las *eidolas*, pero que Demócrito marcó la diferencia al ofrecer una explicación de la formación de la imagen en la pupila.

Demócrito se planteó una teoría de la visión un tanto elaborada, teniendo en cuenta que la percepción requería de un contacto físico con el objeto, pues consideraba al tacto como el sentido universal. Así, la visión se debe producir por un contacto directo del órgano de visión con cierto tipo de materia que emana de los objetos en todas direcciones y algo de ellos que alcanza a los ojos. A esta materia proveniente de los objetos Demócrito la llamó, como ya se dijo, *eidola* (εϊδωλα).

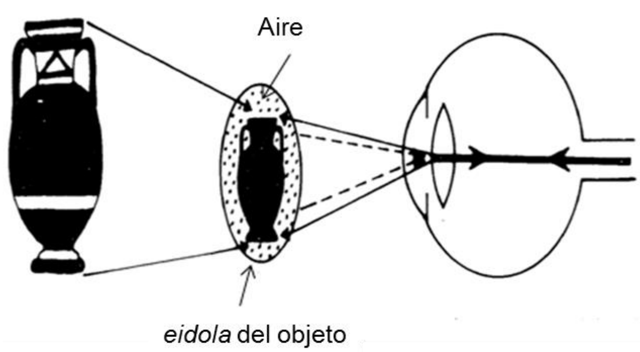
Pero, ¿qué es la *eidola?* Es una sutil capa de átomos que se desprende de la superficie de un objeto que sale a todas en direcciones y vuela por el aire, en filas continuas. Lucrecio trata de aclarar la naturaleza de la *eidola* procedente de los objetos visibles a través de varias comparaciones. Por ejemplo; cuando las cigarras dejan caer sus capas finas en verano, o como cuando las serpientes se despojan de sus vestiduras entre los espinos. [21] Por tanto, la *eidola* equivale a una copia tridimensional de la superficie del objeto y con tan solo un átomo de espesor.

[21] Lindberg, David. Theories of vision from Al-kindi to Kepler, pp. 2-3.

Para poder describir el fenómeno de la visión Demócrito debió considerar lo siguiente: a) la luz que se produce en el exterior del ojo, pues esto explicaría la pérdida de la visión en la oscuridad; b) emanaciones que emergen del ojo, ya que el ojo, al igual que todos los demás objetos, emite una *eidola* que nosotros llamaremos rayo visual.

La teoría de la visión de Demócrito establece lo siguiente:

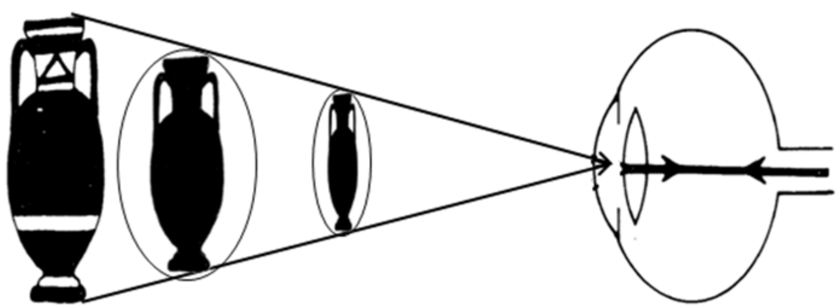
De entre todas las *eidolas* que producen en todo momento a partir de un objeto, una de ellas, delgada imagen tridimensional, sale del objeto visible hacia el ojo; al mismo tiempo un rayo visual sale del ojo del espectador hacia el objeto visible. Así, la imagen, el rayo visual y las partículas de luz del sol "contraen" el aire que hay entre ellos; este aire contraído transporta y produce una impresión –sobre la superficie del ojo– del objeto moldeado por la *eidola*. Debido a la humedad del ojo esta impresión[22] es retenida para luego penetrar en el ojo y dar como resultado que veamos al objeto. Por tanto, la percepción visual ocurre gracias a la impresión de la *eidola* en la pupila del ojo.



[22] La impresión la tomaremos en el sentido de que es la señal o la marca que deja una cosa sobre otra por acción de "presión".

Podemos notar que la imagen en miniatura se forma muy cerca del ojo cuando el aire que está entre el ojo y el objeto se contrae y es impreso (estampado) por la *eidola*. Así que este aire, que es sólido y de diversos colores, aparece en el ojo. Por lo tanto, es claro que la imagen se compone de una sustancia material, específicamente de aire contraído. Con esto podemos afirmar que la imagen en miniatura en esta teoría de la visión es algo físico.

El aire, también, cumple con otra función importante que es reducir el tamaño de la *eidola* a la vez de actuar como receptáculo de la impresión, de tal manera que pueda entrar por la pupila.[23] Así mismo Teofrasto insistió en que Demócrito no tuvo éxito al intentar explicar la percepción del tamaño y la distancia, ya que debió haber asumido que el tamaño de la impresión se reduce proporcionalmente de acuerdo con la distancia desde el ojo.[24]



Reducción de la *eidola*

[23] Aquí cabría una interrogación: ¿Cómo es que la imagen/*eidola* penetró en el ojo? Si se observa en la pupila, o más bien en el iris, significa que no está dentro del ojo, pues si hubiera entrado no estaría a la vista. Significa también que se estampó en una dirección cercana, pero aparte, de la que une al objeto con la apertura del ojo… entonces, ¿Cómo penetra? ¿Estampándose en el iris y luego desplazándose hacia la "apertura" en el ojo para penetrar en ella? A esto los antiguos atomistas no respondían, hasta donde se desprende de los escritos que nos han llegado de ellos o sobre ellos.

[24] Burkert Walter. “Air-imprints or Eidola: Democritus’ Aetiology of Vision”, p. 100.

En los informes que proporciona Aristóteles podemos encontrar lo siguiente:

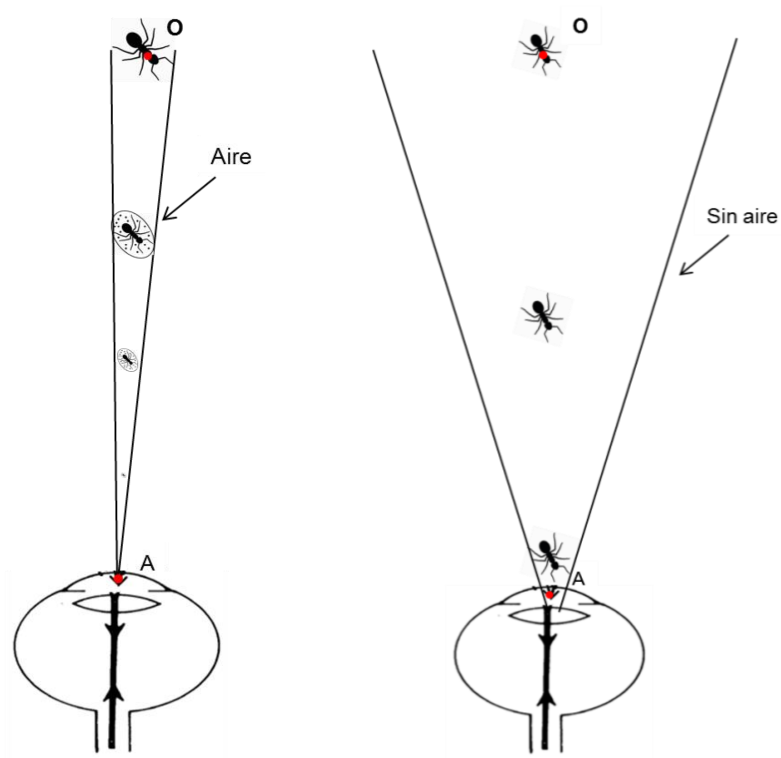
> *"Demócrito está equivocado al señalar que si el espacio intermedio es vacío, uno puede ver incluso una hormiga en los cielos; pero eso es imposible".*[25]

En esta parte podemos observar que Aristóteles consideró al aire como el medio necesario para la visión, mientras que Demócrito solo hace hincapié en la capacidad del aire para reducir el tamaño de la *eidola* y de la impresión de ésta en el aire. Contrariamente al análisis de Aristóteles, decir que el vacío solo separa al ojo del observador de la hormiga no significa negar que el aire es el medio necesario para la visión normal. Más bien pensemos que lo que Demócrito trasmite es un experimento mental, es decir, supongamos que no hay aire, de tal manera que la *eidola* de los objetos y la del observador no tienen nada que comprimir, nada sobre dónde imprimirse, entonces la *eidola* del objeto cuando llegue al ojo del observador transmitirá información sobre su tamaño real, sin reducciones, y sobre la forma. Veamos esto de forma más clara, utilizando un dibujo y el ejemplo de la hormiga:

Del dibujo: pensemos que en el punto ***A*** está el ojo del observador, quien está mirando hacia el cielo. Digamos que en el punto ***O*** está una hormiga. De acuerdo con la teoría de visión de Demócrito la *eidola* de la hormiga viaja por el aire hacia el ojo; entonces, por la contracción y la reducción que se da a lo largo de la trayectoria, la imagen de la hormiga podría no ser percibida al hacerse tan

[25] Kelli Rudolph. *Democritus' Perspectival Theory of Vision*, p. 77. Cabe añadir que Aristóteles negó la existencia del vacío.

pequeña como para afectar nuestro sentido visual. Sin embargo, de acuerdo con el experimento mental, si no hubiese aire para comprimir, entonces la *eidola* de la hormiga sería visible porque, sin reducirse, sería del tamaño adecuado para entrar en el ojo.



Experimento de la hormiga.

Si se aceptara esto la óptica de Euclides debería incluir la suposición de que los fenómenos que explica dependen de que haya aire entre el ojo y el objeto de visión.

Tal teoría de intromisión de imágenes deja muchas preguntas sin respuesta, ¿cómo pueden las *eidola* pasar unas a través de otras sin interferencias? ¿Cómo puede la imagen de un objeto grande reducirse lo suficiente como para entrar en la pupila? Más aún, ¿cómo esta teoría de la visión puede explicar la visión de objetos reflejados en los espejos y en las superficies lisas?

El fenómeno de las imágenes en los espejos es de particular interés debido a que aborda el problema de la captación y la retención de imágenes en cierto tipo de superficies -depósitos de agua o superficies pulidas-, fenómenos muy conocidos en la antigüedad. Las referencias más significativas acerca de los espejos y la teoría de la visión que propuso Demócrito las podemos encontrar en Tito Lucrecio Caro, ya mencionado previamente, y cuya fama, más allá de la calidad poética de sus escritos, también se sustenta en que enseñó de manera lírica y filosófica las doctrinas de Epicuro. Otro célebre difusor de la teoría democriteana de la visión es Alejandro de Afrodisias quien se ocupa del asunto a través de sus comentarios sobre la obra de Aristóteles.

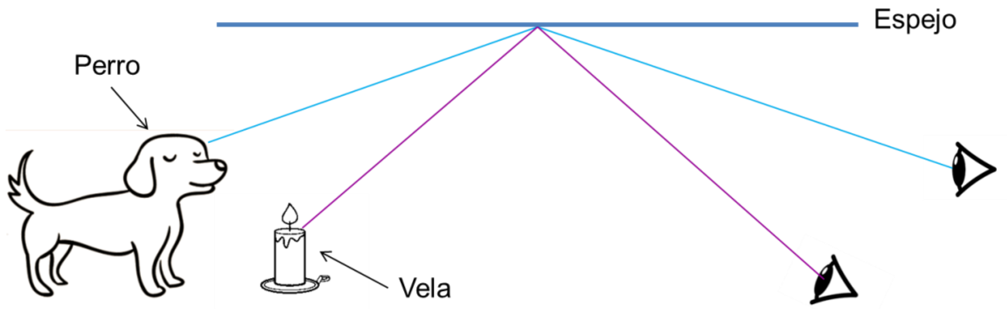
Por un lado, Alejandro de Afrodisias supone que cuando un objeto es visto en el espejo, la visión ocurre porque una *eidola* del objeto, generó un nuevo objeto sobre el espejo y dicho objeto permanece inmóvil en el espejo y emite otra *eidola.*[26] Y por otro lado, Lucrecio nos dice que la *eidola* de cualquier objeto, ya sea que aparezca en un espejo, en el agua o sobre un objeto brillante, debido a su parecido con el objeto real, debe ser semejante a la *eidola* original emitida por el objeto real; luego, la visión en los espejos ocurre porque la *eidola* que se encuentra sobre la superficie del espejo es arrojada “hacia atrás”, es decir, es

[26] Ivars Avotins. “Alexander of Aphrodisias on Vision in the Atomists”, p. 452.

reflejada.[27] Esta *eidola* a su vez empuja la capa de aire que se encuentra ente el ojo y la superficie. Para hacer más claro este fenómeno, Lucrecio compara a la *eidola* que está sobre un espejo con la *eidola* que se ve a través de una puerta. Según él, lo que se ve en un espejo coincide exactamente con lo que se ve más allá de la puerta, con la única variación que consiste en un intercambio de un cambio de la izquierda por la derecha del objeto real.

Sin duda, tanto Alejandro como Lucrecio explican el fenómeno de las imágenes en los espejos de manera diferente a la actual. Sin embargo, en ambos casos la *eidola* permanece un tiempo no prolongado en la superficie del espejo. Pues, así como la *eidola* inmóvil que menciona Alejandro puede referirse a que permanece en la superficie del espejo hasta que se cambia de posición el observador o de lugar al espejo, también podemos pensar que para Lucrecio la *eidola* permanece en el espejo aunque solo sea por un tiempo corto, para después, esa misma *eidola*, ser lanzada hacia el ojo. Evidentemente ambas explicaciones dan paso a muchas preguntas. ¿Cómo explicar, por ejemplo, qué sucede en el punto emisor de *eidolas* en un espejo cuando dos personas, separadas, observan la misma zona del espejo? Ambos verían en ese lugar del espejo imágenes distintas ¡En el mismo punto! Como ya se dijo antes, para los atomistas las *eidolas* y las imágenes que producen eran materiales. Entonces, ¿cómo es que la imagen de la vela y la del perro ocupan el mismo espacio y no se afectan mutuamente? Dejando de lado lo anterior sigamos con la propuesta de Demócrito.

[27] Esto haría del fenómeno de reflexión un caso más de una colisión de un objeto inelástico con un obstáculo seguido de un 'rebote', como el de una pelota ideal rebotando sobre el piso o pared.



La teoría de la visión de este atomista nos sugiere un modelo geométrico para poder describir el fenómeno de la percepción visual, en particular para explicar la percepción del tamaño de los objetos y la distancia a la que están del observador. Sin embargo, este modelo no puede explicar los hechos observables en los espejos, debido a que el campo visual de un espejo se modifica de acuerdo con la ubicación del observador. Una crítica relacionada, con esto, pero ahora centrada en la pequeña parte de la anatomía responsable de la visión, la encontramos en un fragmento de Aristóteles, que reúne Lindberg en su historia de la visión:

> *Es extraño también que* nunca *se le ocurriera preguntar porque, si su teoría es verdadera, sólo el ojo ve, mientras que ninguna de las otras cosas en las que se reflejan las imágenes lo hace.*[28]

Demócrito atribuía gran importancia al proceso de mirar la imagen pupilar, es decir, observa la imagen de objetos exteriores reflejados en la córnea y el iris. Al respecto Aristóteles opina lo siguiente:

> *Demócrito tiene razón en su opinión de que el ojo es de agua;* pero no *la tiene cuando explica el [acto de] ver como causado por el*

[28] Lindberg, David. Theories of vision from Al-Kindi to Kepler, p. 3.

reflejo. El reflejo que tiene lugar en un ojo se debe al hecho de que el ojo es liso, y realmente este reflejo no se asienta, en el ojo que es visto, sino en quien lo ve.[29] *Porque este fenómeno es meramente uno de reflexión…*[30]

Es extraño que nunca se le ocurriera preguntarse, si la teoría es correcta, por qué solo el ojo ve, mientras que no lo hacen las cosas en los cuales las imágenes se reflejan.

Esto nos lleva a pensar que Aristóteles considera a la reflexión como ocasionada por la lisura [suavidad] del ojo, y no como Demócrito lo describe, a saber, como resultado de la humedad del ojo que produce una 'presencia' y por ende una sensación en el ojo donde se implanta la imagen. Si queremos entender lo que Demócrito quiere decir con esto, debemos interpretar la reflexión no según nuestro entendimiento moderno, como un proceso de rebote o incidencia y reflexión, sino simplemente como la presencia de algo, en el ojo o en la superficie, en el sitio donde ocurre la reflexión. Además, podemos pensar en que la pupila del ojo funciona como un espejo convexo, pues la imagen que se ve en ellos siempre es más pequeña y lo que se observa es la parte del objeto conectada con la recta que al incidir en la superficie reflejante forma sobre ella el mismo ángulo que la superficie forma con la recta que une ese sitio con el ojo del observador. Para Demócrito no hay duda sobre la naturaleza corpuscular de esta imagen que se ve

[29] A pesar de que el ojo en el que se refleja un objeto puede de hecho estar mirado el objeto, para efecto de la imagen formada sobre ese ojo, quien la ve es el que está observando a este ojo que sirve como espejo.

[30] Kelli Rudolph. Democritus' Perspectival Theory of Vision, p. 68.

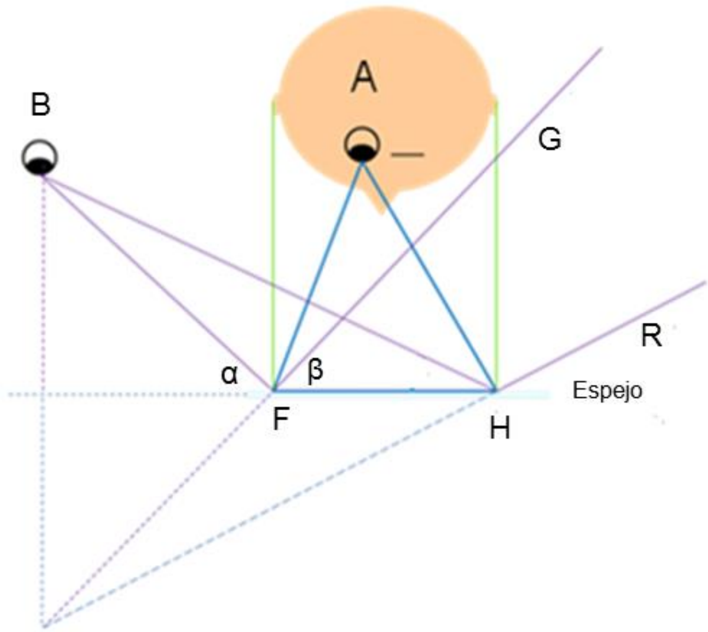
sobre la superficie del espejo y de la *eidola*, ya que para él las imágenes que se reflejan en la pupila están compuestas de aire comprimido. Por lo tanto, está claro que para Demócrito el reflejo es algo con carácter físico o material que está ocupando ese sitio en el espejo.

Pero veamos ahora cómo es que esta teoría no puede explicar la visión de objetos reflejados en las superficies lisas y brillantes. Para ello hagamos lo siguiente:

Supongamos que una persona se pone frente a una superficie lisa y brillante, como la de un espejo o un charco de agua, de tal manera que esté mirando el reflejo de su rostro. A cierta distancia se encuentra otra persona que está observando la misma superficie lisa y brillante. Si el reflejo de la persona que se está viendo frente al espejo fuese una imagen corpórea entonces la persona que está a cierta distancia tendría que ver el rostro de la persona que se está viendo en el espejo, si bien vería ese rostro como se vería una imagen en un cuadro colgado dónde está el espejo.

Para hacer más claro esto usemos un dibujo:

Sea *A* la persona que está viendo su rostro en un espejo, *B* el ojo de la otra persona que está a cierta distancia a la derecha de la persona, y *FH* la superficie del espejo.



Ahora, de acuerdo con la teoría de visión de Demócrito, de la persona A fluye la *eidola* de su rostro hacia el espejo; ésta llega a la superficie del espejo. Luego permanece allí durante cierto tiempo; después es lanzada hacia el ojo (según Lucrecio) o desprende otra *eidola* (según Alejandro de Afrodisias); al mismo tiempo, un rayo visual sale del ojo de la persona A hacia el espejo; así la *eidola*, el rayo visual y las partículas de luz del sol “contraen” el aire que hay entre ellos; y el aire contraído transporta y proporciona una impresión del objeto moldeado por la *eidola*; ahora, gracias a la humedad del ojo esta impresión es retenida en el ojo de la persona *A*. Por lo tanto, la persona *A* ve su rostro. Para A es su reflejo, sólo que el arete de su oreja izquierda –si lo hubiera– ahora aparece en la oreja derecha de la imagen frente a sí.

Pero como la *eidola* del rostro de la persona *A* que permanece sobre la superficie del espejo es corpórea. Entonces de esta *eidola* se debe desprender otra *eidola* en dirección al ojo de la persona *B*. Entonces la persona *B* también vería el rostro de la persona *A*, los mismos detalles, si bien un poco deformadas –dependiendo qué tan alejado esté B de A– por estar mirando de lado la imagen.

Pero esto no ocurre en la experiencia porque el campo visual de una zona fija de un espejo se modifica de acuerdo con la ubicación del observador. Pues de acuerdo con la ley de reflexión, que era ampliamente conocida en los tiempos de Euclides gracias a la observación empírica, el rayo BF que sale del ojo de la persona B se refleja hacia G de tal manera que α, el ángulo de incidencia, y β, el de reflexión, son iguales. También por esta ley el rayo BH se refleja hacia R formando ángulos iguales. Así, los rayos BF y BH, incidir en el espejo y reflejarse llegarán a los puntos G y R, respectivamente. Luego, desde el ojo B se podrán ver los objetos que estén entre los puntos G y R. Pero, evidentemente, el rostro de la persona A no está entre estos puntos, y por lo tanto la persona B no puede ver el rostro de la persona A en la zona FH. Por lo tanto, no es posible que la persona A y la persona B vean lo mismo si fijan su mirada en la misma zona del espejo.

Esto refuta la idea de que la imagen A en el espejo, tal y como la ve A, sea una *eidola* con carácter material, pues entonces en esa zona la vería B también, si bien un tanto deformada. Por consiguiente, no hay en esa zona algo objetivo que pueda ser mirado simultáneamente por la persona A y B. Esto lleva a que el espejo es una etapa intermedia de los rayos que conectan los objetos o rostros observados por A y B según la ley de reflexión aplicada a los rayos que son derivados -reflejados- por el espejo. Es decir, la imagen que se ve en los espejos sólo es un reflejo mas no un ente físico anclado ahí.

Esto concuerda con lo que ocurre en la práctica, es decir, que la persona A y la persona B ven cosas distintas sobre la superficie del espejo donde A observa su imagen. Mientras A vería la *eidola* de su rostro, B vería la *eidola* del objeto que está entre los puntos G y R. Pero sabemos que dos objetos físicos –dos *eidolas* diferentes– no pueden ocupar el mismo lugar. Por ello, y porque el principio de que dos cuerpos no pueden ocupar el mismo espacio es un principio de mayor jerarquía que la propuesta del funcionamiento de la *eidola*, podemos afirmar que la visión por medio de la *eidola* no puede explicar los hechos observables en los espejos y, por ende, la visión sobre un espejo no es causada por la *eidola* de la manera como Demócrito lo proponía. Con lo anterior, la explicación que daba Demócrito al fenómeno de la reflexión en un espejo queda refutada.

La discusión anterior ofrece un ejemplo de las discusiones a las que daban lugar las propuestas que en el mundo griego aparecían para explicar el proceso de visión. Muestra también el uso de la geometría para dilucidar planteamientos teóricos surgidos de la experiencia, lo cual permitía fortalecer o refutar una teoría. Ofrece, además, evidencia de que en cierta medida, la cultura griega contaba con la herramienta básica para construir métodos geométricos de representación de objetos inmersos en un enclave espacial al mismo nivel de lo logrado por la pintura del Renacimiento en Italia. Por qué la antigüedad no desarrolló de manera extendida estas prácticas es una cuestión que ha ocupado a algunos historiadores del arte. Los planteamientos que ofrecen al respecto, sin embargo, son materia de la que no me ocupo en esta tesis, dado que requiere un esfuerzo mucho más amplio. Lo que si hago, en los capítulos que siguen, es describir y analizar los logros alcanzados en el siglo XV en cuanto al uso de la óptica y la geometría para desarrollar lo que se vino a conocer como ‘perspectiva lineal’, ‘perspectiva de los pintores’, o simplemente ‘perspectiva’, actividad que para muchos constituyen uno de los elementos más distintivos y definitivos del periodo de transición entre la Edad Media y la Edad Moderna.

CAPÍTULO III

LA PERSPECTIVA EN EL RENACIMIENTO.

Entre los artistas del Renacimiento reapareció el interés por reproducir, sobre una superficie bidimensional, imágenes que imitaran el mundo tridimensional tal y como lo percibe el ojo. Recordemos que en la antigüedad esto se logró a través de utilizar imágenes recogidas en espejos. La gran diferencia con el Renacimiento es que, como ya veremos, esta fijación de la imagen pudo ayudar a establecer un punto desde el cual la pintura debería ser vista y, a partir de ello, elaborar un método que permitiera acomodar de manera apropiada y proporcional las disminuciones y ampliaciones de objetos lejanos y cercanos.

A Filippo Brunelleschi se le considera como el inventor de un “método” o “regla” para dibujar en perspectiva, y esto lo habría llevado a cabo durante el primer cuarto del siglo XV. Sin embargo, el primero en redactar un tratado sobre la “correcta construcción” de la perspectiva fue Leon Battista Alberti en 1435. A pesar de que Brunelleschi no dejó constancia escrita de su método, podemos encontrar a testimonios como los de Filarete (1400-1469) y Manetti (1423-1497), arquitecto, escultor y orfebre el primero y arquitecto, matemático y biógrafo de Brunelleschi el segundo, donde se señala que Brunelleschi fue el primero en utilizar un método geométrico para reproducir la ilusión de tridimensionalidad.

El testimonio de Filarete afirma lo siguiente:

> “*En verdad creo que es así como Filipo Brunelleschi ha encontrado esta manera de perspectiva*”.

Manetti, en su obra *Vita di Filippo,* defiende también la autoría de Brunelleschi, pues al respecto escribe:

> "*Él mismo propuso y practicó lo que los pintores actuales denominan perspectiva… y a partir de él nace la regla…"*

Filipo Brunelleschi nació en Florencia (1377) y recibió una temprana formación como orfebre. Ya para 1400 formaba parte de ese grupo de intelectuales y artistas que llevaban a cabo la transición que hizo de Italia la cuna del humanismo, es decir, del resurgimiento de los ideales de las culturas greco-latina clásica. Esto y el afán por recuperar el latín clásico como ideal expresivo constituyeron la base del Renacimiento italiano. Las aportaciones de Brunelleschi, en particular la recuperación de los motivos clásicos y la capacidad para traducir o sujetar sus obras a las leyes matemáticas de la proporción y la perspectiva, le convirtieron en el primer arquitecto de la edad moderna. En 1401 participó, aunque no resultó premiado, en el famoso concurso para el diseño de las puertas de bronce del baptisterio de su ciudad. Su pasión por la arquitectura lo llevó a ganar la licitación, en 1418, para construir la cúpula de la catedral de Santa María del Fiore, en Florencia. Esta sería la cúpula de mayor dimensión en occidente desde la construcción de la cúpula del Panteón, en Roma, erigido por el Emperador Adriano entre los años 118 y 125 d. C. Las dimensiones de la cúpula semiesférica son impresionantes, pues con sus 43.44 metros –promedio– de diámetro, es la mayor cúpula de hormigón de la historia. Ni siquiera la cúpula de la basílica de San Pedro en Roma alcanzó esa dimensión. La de Brunelleschi alcanzó 45.5 metros de diámetro exterior en la base y 41 metros de diámetro interior. Esto debido a que dicha cúpula en realidad son dos, una dentro de la otra, con la interior diseñada de tal manera que cancelara los ‘empujones’ horizontales que la cúpula exterior producía debido a su peso. En 1420 inició formalmente el levantamiento de la cúpula y esta fase de la construcción terminó hasta 1436, poco antes de la muerte de Brunelleschi. Faltaba erigir todavía la linterna, una pequeña torre que coronaría la cúpula y que permitía la entrada de la luz. Dicha linterna fue finalmente completada en 1469, por Michelozzo, su gran amigo.

Panteón de Agripa, en Roma.

Interior de la cúpula.

Cúpula de la catedral de Santa María del Fiore, en Florencia.

Cúpula de la basílica de San Pedro, en Roma

La cúpula de Filippo era la más grande construida hasta entonces y sigue siendo la cúpula de albañilería más grande del mundo. Con todo lo que esto significó, para la historia de las artes el logro más trascendental de Brunelleschi es el haber recurrido a la óptica, y en particular a los espejos, para generar las técnicas de representación en perspectiva. Éstas, cobijadas bajo el nombre de perspectiva lineal o artificial, constituyeron posiblemente lo que para muchos es la insignia del Renacimiento: la representación realista de escenas por medio de la perspectiva.

Mientras trabajaba en la construcción del *Il Duomo* –como se conocía a la catedral de Florencia–, hacia 1418 y 1425, Brunelleschi se dio tiempo para pintar, sobre una pequeña tabla de madera de medio *braccio* de longitud, un panel del Baptisterio de la Plaza de San Giovanni. Después de haberlo terminado llevó a cabo un singular experimento cuyo objetivo era demostrar la gran similitud entre la escena real y su reproducción pictórica.

Antes de abordar en qué consistieron las diferentes etapas de esta construcción geométrica veamos cómo los conocimientos de la óptica geométrica pudieron haber guiado su estrategia para recoger la imagen del Baptisterio de San Giovanni –Baptisterio de San Juan– tal y como se presentó ante su vista. Esta manera de proceder pudo haber inspirado el diseño de un método que le permitiría representar un piso cuadriculado sobre una superficie levantada en ángulo recto sobre dicho piso.

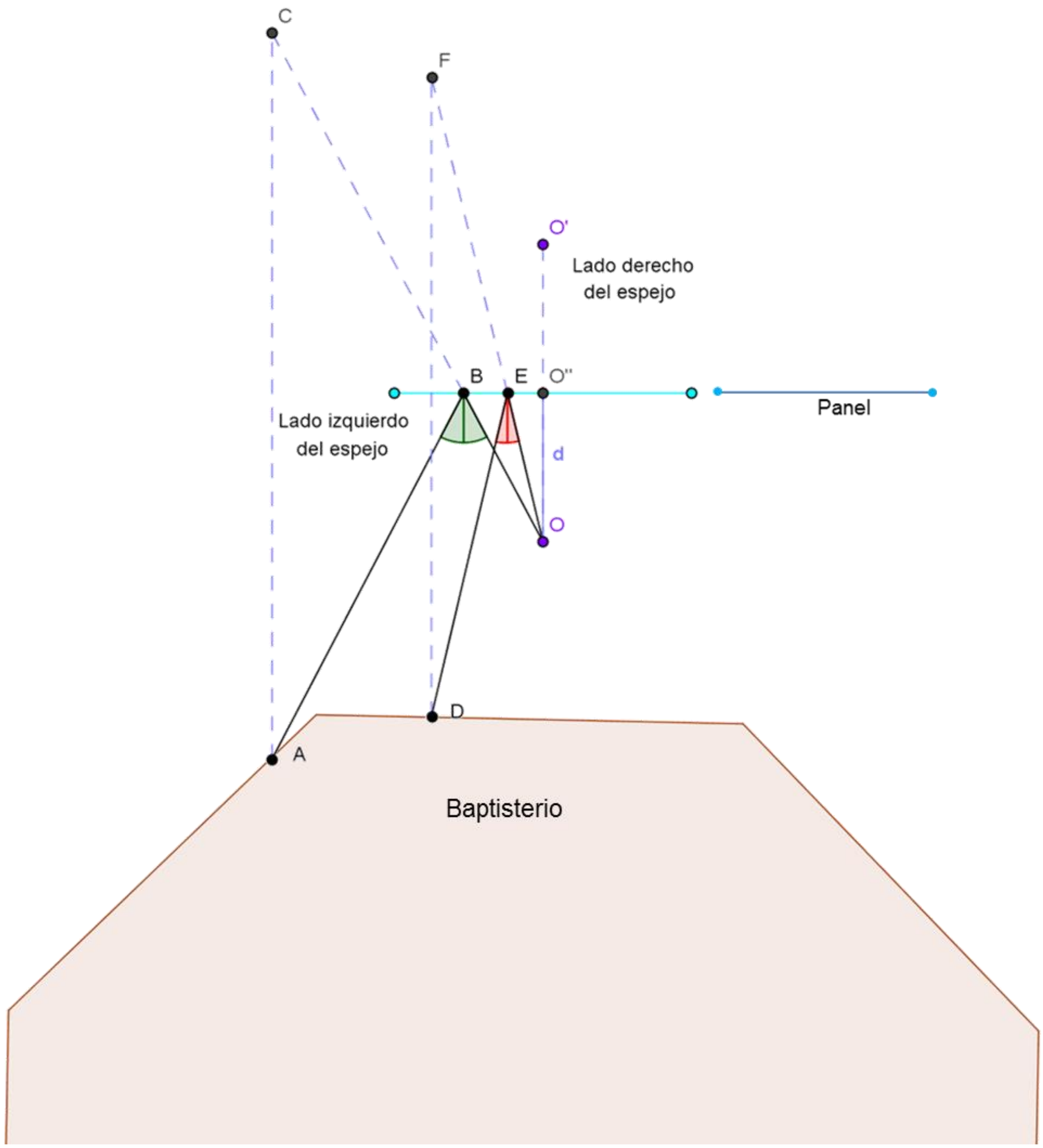
Para poder pintar este panel, Brunelleschi se situó de pie, dando la espalda al Baptisterio, a unos tres *braccia* (175 cm aproximadamente) hacia el interior de la puerta central de *Il Duomo*. Posteriormente colocó sobre el caballete un espejo de medio *braccio* (29 cm), y a un lado de éste una tabla en la que iba pintando lo que veía y medía en el espejo.

Además empleó una técnica muy ingeniosa para poder representar el cielo que se encuentra en constante movimiento, debido a que consideraba al cielo como un espacio infinito que no puede ser representado por ser algo que no ocupa un lugar en concreto. Para dar cuenta de esto su truco consistió en cubrir con plata pulida el lugar que en el panel le correspondía el cielo. De esta manera logró representar, en el momento de la observación, un cielo con nubes que se movían cuando soplaba el viento.[31]

En el siguiente dibujo se aprecia la posición del espejo, y cómo se capta la imagen del Baptisterio en el espejo:

Veamos que los puntos A y D que están sobre el Baptisterio, del lado derecho, al ser captados sobre el lado izquierdo del espejo, aparecerán sobre el mismo lado en el panel.

[31] Giulio Carlo Argan and Nesca A. Robb. The Architecture of Brunelleschi and the Origins of Perspective Theory in the Fifteenth Century. Vol. 9 (1946), p. 105.



Posición del observador frente al espejo que capta

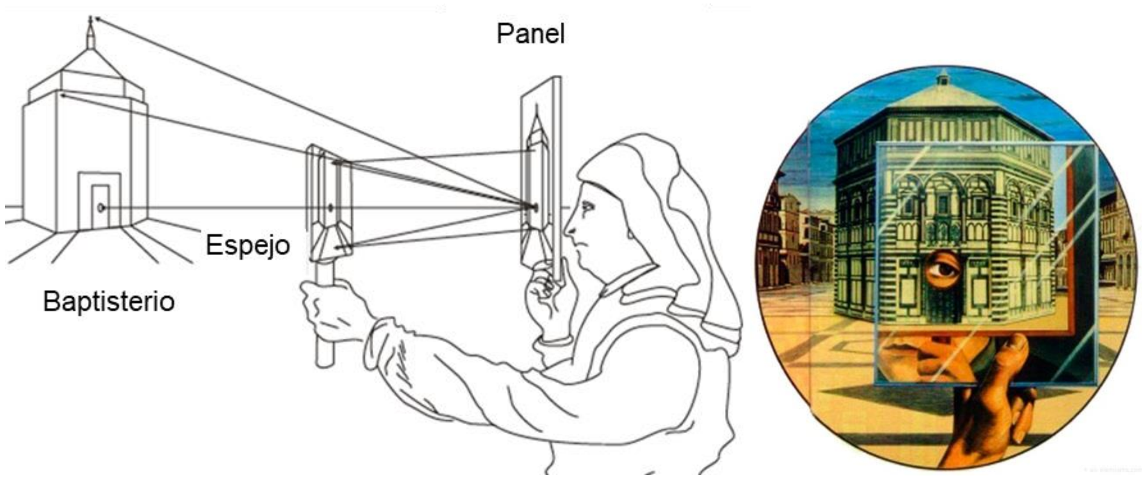
la imagen real del Baptisterio.

Supongamos que el ojo del pintor está fijo en el punto O y frente al espejo.[32] Tomar un punto A tal que esté del lado derecho del Baptisterio visto de frente. Luego, sea AB el rayo visual reflejado que viniendo desde O, incide en el punto B que esta sobre el espejo, es decir, BO es el rayo que proviene del ojo O que incide sobre B y luego se refleja para llegar a A. Después, prolongamos el rayo visual BO. Ahora, trazamos una perpendicular al espejo que pasa por el punto A y llamamos C a la intersección de esta perpendicular con el rayo BO prolongado. Entonces, tenemos que el punto A se ve en el punto B (punto intermedio sobre la imagen), y pareciera estar en C, que es su punto virtual. De manera similar podemos ver que el punto D se ve en el punto E, si bien parece estar en F. Entonces los puntos A y D, que están sobre el Baptisterio del lado derecho visto de frente, son captados sobre el lado izquierdo del espejo. Por ello los punto A y D aparecerán sobre el mismo lado del panel.

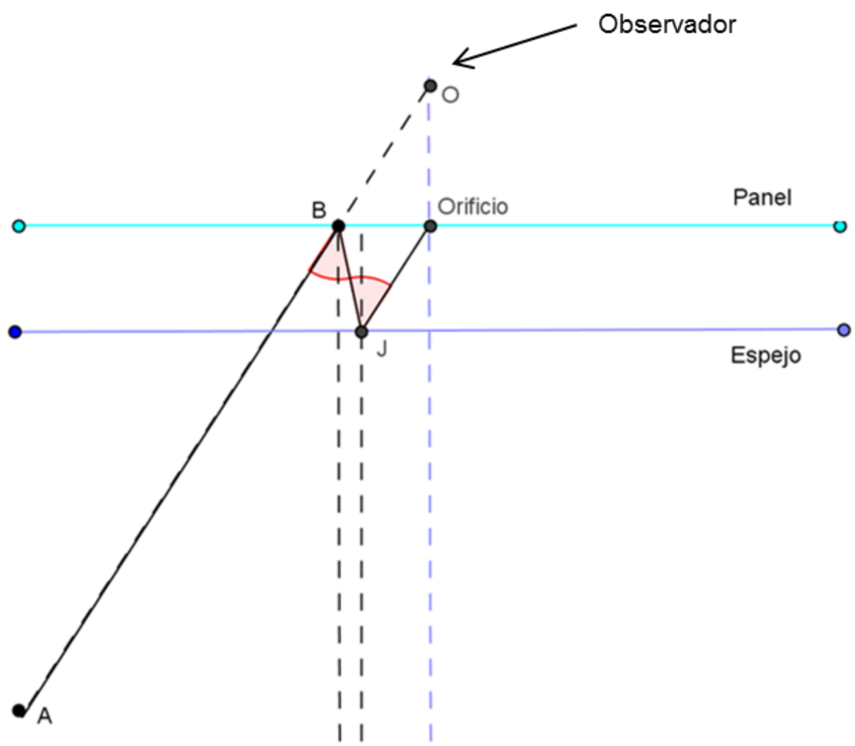
Dado que la imagen queda invertida al dibujarla sobre el panel, para mirar tal y como luce el Baptisterio en la realidad era necesario hacerlo mediante un espejo. Para esto Brunelleschi hizo un pequeño orificio en el punto más céntrico del panel, el cual era del tamaño de unos 5 a 10 mm por el anverso (por el lado pintado), y se iba ensanchando, al atravesar el panel, en forma de pirámide hasta alcanzar el tamaño de unos 20 a 23 mm por el reverso. Posteriormente, Brunelleschi conducía a sus testigos a la puerta del *Il Duomo*, y estando él de espaldas al Baptisterio, en el mismo lugar que había estado mientras pintaba el panel, ponía al observador

[32] La ubicación del espejo estaba a unos cinco pies sobre el piso del *Il Duomo* y a unos nueve pies dentro del mismo portal.

por detrás de la pintura, tomando el pequeño panel contra su ojo para que mirara a través del orificio. En la otra mano del observador Brunelleschi ajustaba el espejo a una distancia de un octavo de *braccia*, en forma centrada y perpendicular a la vista; el espejo tenía que reflejar la pintura e invertía los elementos de izquierda a derecha a su posición correcta. En el siguiente dibujo se muestra el panel que contiene el dibujo copiado del espejo, el observador acercando su ojo al orificio de éste, y el espejo colocado frente a la imagen del panel.



Ahora bien, para validar que la dirección de cualquier rayo visual captado por el espejo sea la misma que capte el observador en este dibujo, es condición necesaria que la distancia del espejo al Baptisterio, y del panel a éste sea la misma. Mediante el punto O donde está colocado el ojo se determina la dirección del rayo proveniente del lado derecho del Baptisterio, que al ser captado sobre el lado izquierdo del espejo aparecerá sobre el mismo lado en el panel. Así, el dibujo en el panel ocupa la misma posición que el espejo. Por lo tanto, para que el rayo tenga la misma dirección, hay que situar el espejo frente al panel a un octavo de *braccia*, de modo que al retirarse el panel y el espejo, el observador deberá ir un poco hacia atrás (un cuarto de *braccia*), para situarse en el punto desde donde partía el rayo visual. Al buscar la coincidencia entre los rayos visuales es que el ojo percibe el mismo tamaño aparente del objeto real, pero proyectado en este caso sobre el panel.[33]



La posición del observador que capta la imagen del panel.

Como podemos notar, el propósito del pequeño orificio que Brunelleschi hace al panel es para fijar un punto desde el cual su pintura debe ser vista, y este punto corresponde exactamente con el punto de vista desde el cual fue pintado. La línea recta que une el ojo del espectador con el centro del objeto visto coincide con el punto de fuga.

[33] García, Tomás. Brunelleschi, *Il Duomo* y el punto de fuga, p.64.

No se sabe exactamente cómo llegó a concebir este procedimiento ni si explícitamente apelaba a conocimientos de la teoría óptica geométrica[34] de su tiempo. Sin embargo, tenemos una referencia muy significativa sobre cómo usó el espejo para dibujar su panel, pues según Filarete:

> *"si quieres representar un objeto de manera fácil, toma un espejo y mantenlo frente al objeto. Mirando en el espejo, verás los contornos de los objetos más fácilmente."*

Pero es probable que la idea de usar un espejo en el experimento provenga del conocimiento que acerca de las teorías de la visión y sobre los espejos, llegó a extraer de las obras de Alhazen, Bacon, Witelo y Pechman.

Las técnicas que Brunelleschi debió utilizar para transferir las dimensiones de los objetos del campo visual a su panel encontraron una expresión teórica en el tratado "*De la pintura"* escrito por Leon Battista Alberti, y en el que se describen por primera vez las reglas de la perspectiva de los pintores, además de dar una visión naturalista del arte de la pintura. Esta obra fue presentada por Alberti en dos versiones: la latina (1435), *De Pictura,* dirigida a los hombres de letras y dedicada a Giovan Francesco de Mantua, y la versión italiana (1436), *Della*

[34] La óptica geométrica de Euclides y una paráfrasis de éste a la que se le añadieron aplicaciones, escrita por Ptolomeo (c. 100 – c. 170 d. C.). Este fue autor de otros textos más conocidos: *Sintaxis Matemática o Almagesto, una Geometría y el Tetrabiblos*, un tratado de astrología.

Pittura[35], dedicada precisamente a Brunelleschi y a otros notables artistas de su tiempo.

Alberti, el autor del *De la pintura*, fue hijo natural de un mercader florentino. Nació en Génova en 1404 y falleció en 1472. Fue arquitecto, teórico del arte y poeta. Estudió en Padua y Bolonia antes de trasladarse a Roma, en 1432, para desempeñar un cargo en la corte pontificia. Es probable que en la universidad de Bolonia entrara a clases de manera un tanto irregular, pero gracias a lo cual aprendiera las matemáticas que ofrecían en dicha universidad; estos cursos se basaban en Euclides para la Geometría, en tanto que, para la Aritmética, tomarían como guía a Nicómaco de Gerasa. Sin embargo, muy poco de estas matemáticas aparece en los escritos de Alberti, ya que su interés en matemáticas parece referirse casi exclusivamente a las denominadas “matemáticas prácticas”, las que se enseñaban en las escuelas de ábaco y que tenían como estudiantes a los futuros artesanos.[36]

Años más tarde, ya siendo un reconocido arquitecto, se desplazó a Rímini, donde construyó el Templo Malatestiano, y luego a Mantua, donde escogió las iglesias de San Sebastián y de San Andrés. Estas obras, que constituyen la síntesis de sus criterios arquitectónicos, se convirtieron, junto con las de Brunelleschi, en los grandes modelos del arte constructivo renacentista. Además, el contacto que tuvo en Roma con los monumentos de la antigüedad clásica dio pie a uno de sus

[35] Alberti, L.B., *De la pintura*. Int. J. V. Field, Trad. y estudio Int. de J. Rafael Martinez E., Col. Mathema, Fac. de Ciencias, UNAM, 1996.

[36] FIELD, J. V. Alberti, the Abacus and Piero della Francesca’s proof of perspective, p. 62.

primeros escritos*, Descriptio urbis Romae* (1434), primer estudio sistemático de la Roma antigua. Ese mismo año regresó a Florencia, donde entabló lazos de amistad con los grandes artistas del momento, como Brunelleschi, Donatello y Masaccio, a quienes dedicó el *De la pintura*, señalándolos como muestra de que el arte no estaba muerto en su querida Florencia. También escribió un tratado sobre la escultura (*De statua*), y uno sobre todos los aspectos teóricos y prácticos de la arquitectura (*De re aedificatoria*).

Alberti, en el *Libro I* del *De la Pintura*, comienza solicitando no ser considerado como un matemático puro, sino como un pintor que se ocupa sólo de representar lo que puede ser visto. Posteriormente va definiendo los términos geométricos básicos que va a utilizar de manera muy similar a como lo hace Euclides, aunque alejándose de sus abstracciones en los *Elementos*, tales como punto, línea (recta y curva), círculo, ángulo (recto, obtuso y agudo) y superficie (plana, esférica, cóncava y las compuestas por dos o tres de las anteriores). Una definición importante es la de superficie, misma que describe de la siguiente manera:

> "*Una superficie es el límite externo de un cuerpo y se le reconoce no por su profundidad, sino por su longitud y anchura y por sus propiedades*".[37]

Alberti nos habla de cómo los rayos visuales sirven para recibir propiedades de las superficies y de su percepción, cuestiones que se juzgan a través de la visión:

[37] Alberti, L.B., *De la pintura*. Int. J. V. Field, Trad. y estudio Int. de J. Rafael Martinez E., Col. Mathema, Fac. de Ciencias, UNAM, 1996, p. 64.

cuando el observador cambia de posición pareciera que las superficies varían en su tamaño y pueden lucir más grandes o alterar su contorno o su color.

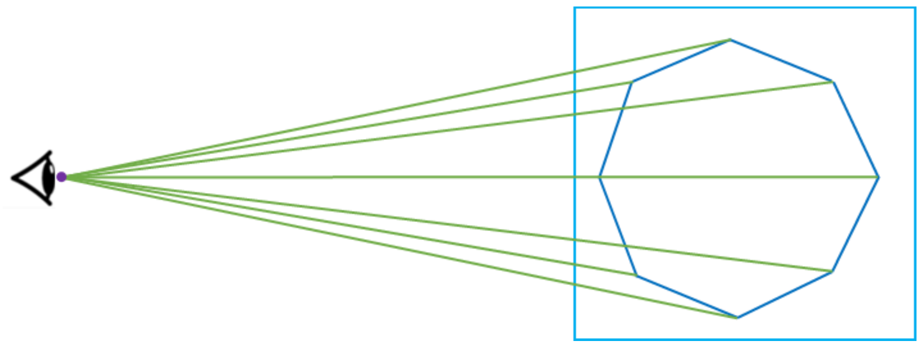
A continuación Alberti se sumerge directamente en la óptica clásica y medieval, pues abarca la discusión de aspectos tales como la función de los rayos visuales y la pirámide de visión. Para esto, Alberti comienza atribuyéndole a los filósofos la afirmación de que “las superficies se miden mediante rayos”. De hecho, Alberti va tan lejos al decir que para sus propósitos no es necesario decidir si la visión es por la emisión de rayos visuales (extromisión) o por la recepción de rayos de luz (intromisión), ya que la geometría de la pirámide de visión será la misma en ambos casos. Los rayos visuales los presenta de la siguiente manera:

> *“…se desplazan rápidamente con gran potencia y maravillosa sutileza, traspasan el aire y cuerpos transparentes hasta que encuentran algo denso y opaco, donde sus puntos inciden y se adhieren”.*[38]

En seguida nos invita a imaginar a los rayos como finísimos hilos que forman un haz, estrechamente unidos dentro del ojo y que se dirigen en línea recta hacia la superficie opuesta al ojo. Así es como Alberti considera una pirámide de rayos que parten del ojo del pintor y terminan en cada punto de la escena que se desea pintar (ver la siguiente imagen).

---

[38] Ibid. p. 67.



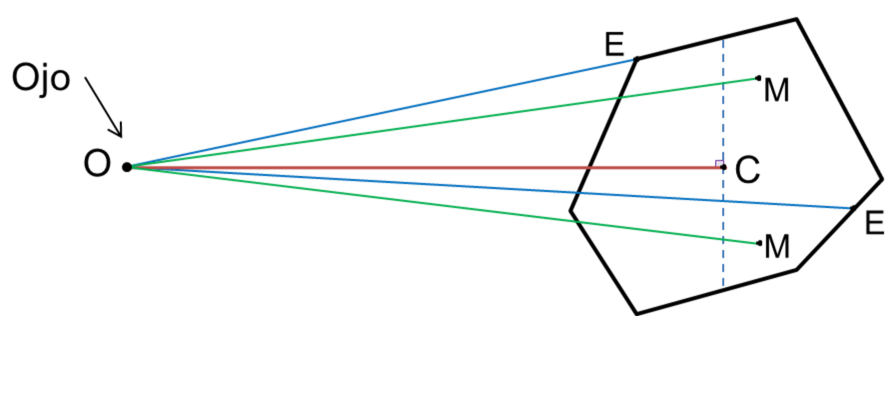
Esta pirámide incluye tres tipos de rayos, que difieren en fuerza y función, pero todos son rectilíneos:

a. *Rayos extremos* son los que forman la superficie exterior de la pirámide visual y comunican el *tamaño* y la *forma* del objeto.

b. *Rayos medios* son los que llenan el interior de la pirámide y son los responsables de la percepción del *color* del objeto.

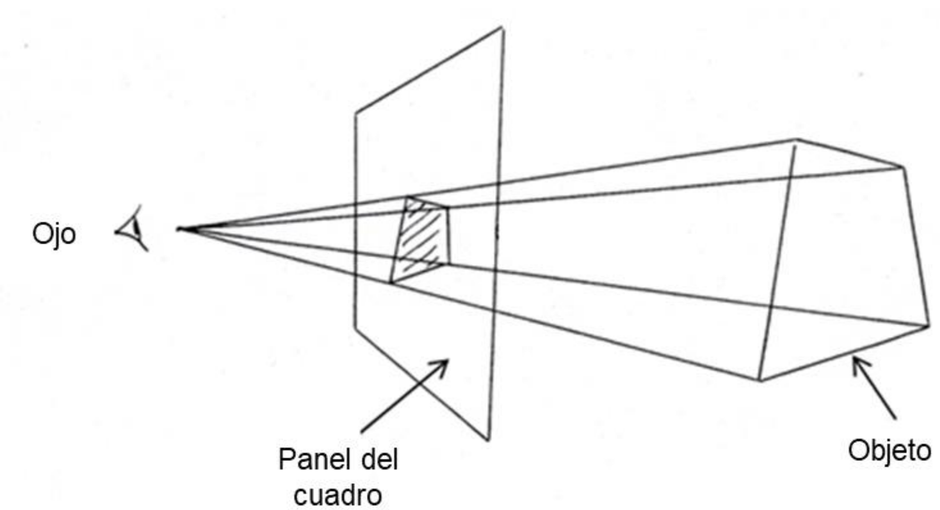
c. *Rayo central* es el más fuerte y único que forma un ángulo recto con cualquier línea sobre la superficie dada. Además, donde inciden es donde se ven más claros los objetos y es el último en abandonar el objeto visto.

En el dibujo la línea OC representa el rayo central, la línea OE los rayos extremos y OM los rayos medios.



La descripción y la referencia al rayo central de la pirámide visual revelan claramente el conocimiento de la tradición perspectivista que, originada con Euclides *(Óptica)*, pasa por Alhazen y constituye parte fundamental de la tradición baconiana.[39]

Alberti estaba dispuesto a explicar cómo es que el artista imita o busca imitar a la naturaleza. Nos dice que el panel del pintor debe ser pensado como una ventana a través de la cual el pintor ve el mundo, y la pintura es como la intersección de esta ventana con la pirámide visual. [40]



Después de esto Alberti nos lleva directamente a las matemáticas al tratar de explicarnos la teoría geométrica que hay detrás de todo esto, si bien lo hace de manera un tanto retórica en ocasiones, siendo poco explícito en cuanto a los trazos que hay que realizar. Sin embargo, historiadores del arte y de la ciencia han

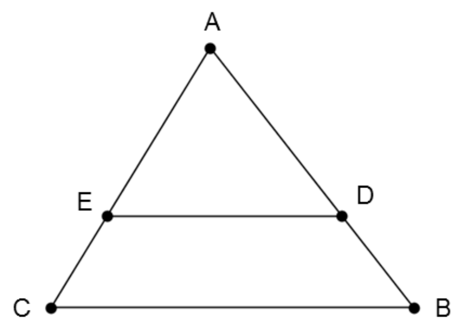
[39] Así, llamada porque su iniciador es Roger Bacon (1214-1292), autor de una *Perspectiva* y un tratado sobre las especies, textos que forman parte del *Opus Maius*.

[40] Lindberg, David. Theories of vision from Al-Kindi to Kepler, p. 149.

sabido extraer, con un alto grado de coincidencia, en qué consisten las construcciones geométricas de Alberti. En particular, tal vez lo más importante lo sustenta en la proposición 2 que para el caso es el más relevante de los que aparecen en el Libro VI de los *Elementos* de Euclides. La proposición en cuestión nos dice lo siguiente:

> "Si se traza una recta paralela a uno de los lados de un triángulo, cortará proporcionalmente los lados del triángulo".

Esto lo que significa es que los triángulos ABC y ADE son semejantes.



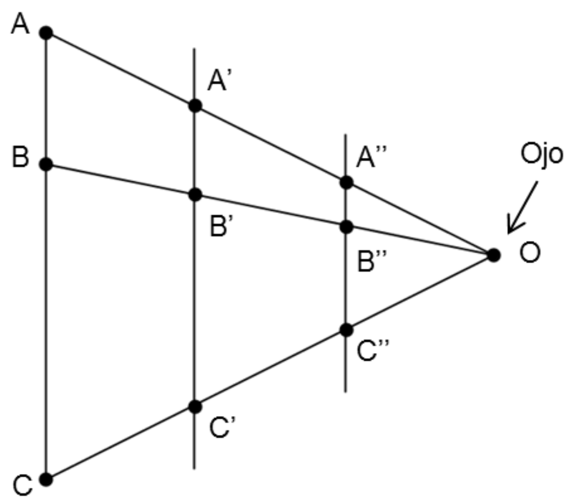
Por lo anterior Alberti nos dice que la proporcionalidad también puede ser representada a través de la geometría de triángulos semejantes, pues dos triángulos son proporcionales si sus lados y ángulos tienen la misma relación entre sí.[41]

Esto se traduce en una geometría de la visión a partir de que la pirámide visual la puede modelar como un plano que corta a dicha pirámide pasando por el vértice y siendo perpendicular a su base. Esto lleva a considerar a esta pirámide como un

[41] Wittkower (1953). Brunelleschi and 'Proportion in Perspective'. Journal of the Warburg and Courtauld Institutes, Vol. 16, No. ¾, p. 227.

triángulo que a su vez estaría compuesto de varios triángulos semejantes si consideramos los posibles cortes o ventanas que en ella se pueden trazar. Por ello todo lo dicho acerca de los triángulos puede trasladarse a la pirámide visual. De aquí que las partes del triángulo visual son los ángulos y los rayos, los cuales son iguales en las cantidades proporcionales y desiguales en las no proporcionales.

Como podemos observar en la pirámide visual OAC, los planos A’B’C’ y A’’B’’C’’ son posibles pinturas. Lo que Alberti señala es que las proporciones entre magnitudes paralelas al objeto permanecen constantes. Por ejemplo, la proporción entre las magnitudes A’’B’’ y B’’C’’ es la misma que la que corresponde a AB y BC y la de A’B’ con B’C’.

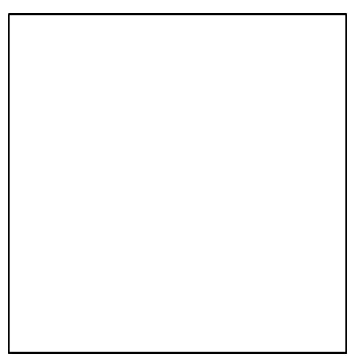


Más adelante Alberti nos dice que no basta con conocer lo que es la intersección y en qué consiste ésta sino que también se debería saber construirla. Así es como Alberti, para responder a estas cuestiones, estableció una serie de reglas para construir la estructura perspectiva en la pintura. Para ello, él imaginó la superficie pictórica como un plano que cortaba una pirámide de rayos y se propuso describir cómo resolver lo que sería el problema básico de la representación de rectas que se alejan y que son cruzadas por rectas que permanecen a una distancia constante del sitio donde se coloca el espectador. Esto encuentra explicación en que la representación que resuelve Alberti es la de un piso cuadriculado cuyos lados son ortogonales unos, y paralelos otros, a la línea de la base del piso o de la pintura. Para llevar a cabo esto desarrolló un método que dividió en dos etapas. La primera etapa consistió en algo que, según el mismo Alberti, los demás pintores ya usaban, sin duda ya descrito por Euclides en teoremas o proposiciones de su óptica. La segunda es la más significativa, pues Alberti propone un método para construir las líneas transversales, el verdadero problema de la perspectiva de los pintores. A esta etapa la podríamos llamar “operación punto distancia”.

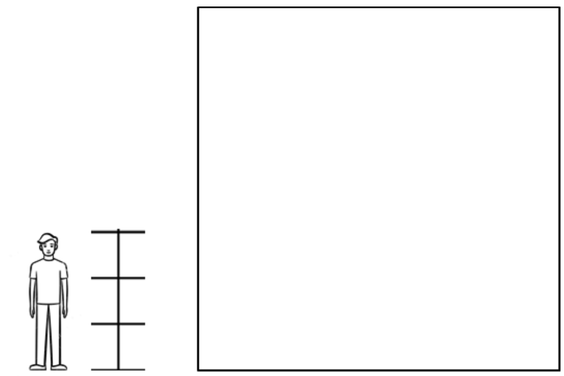
Pasemos ahora al procedimiento que describe Alberti, presentándolo bajo la forma de instrucciones que el pintor debe seguir para dibujar un piso cuadriculado.

La primera parte consiste en la preparación de la construcción en perspectiva:

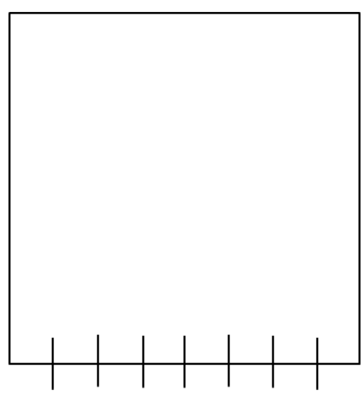
1. Sobre la superficie que se va a pintar se traza un rectángulo del tamaño que se desee; el rectángulo determina la forma y el tamaño de la pintura.



2. Se decide qué tamaño debe tener la figura humana y se divide este tamaño en tres unidades, considerando que cada unidad correspondería a lo que en proporción sería un *braccio*.[42]

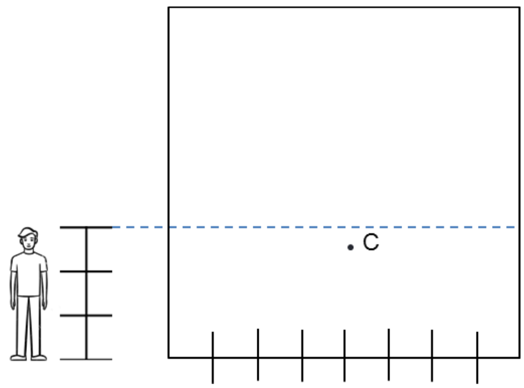


3. Con la unidad anterior se divide la línea de la base de la pintura en tantas partes como le correspondan.

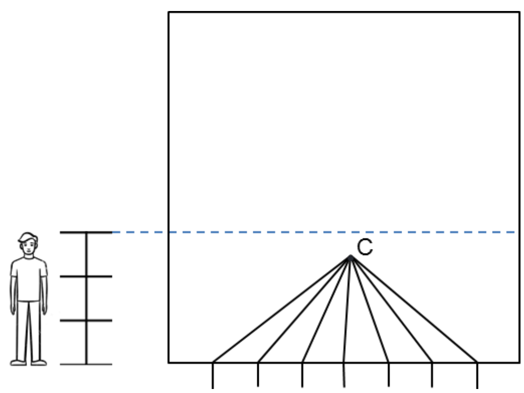


[42] La base del método de Alberti era la estatua de una figura humana de tres "*braccia*" (medida renacentista), es decir, aproximadamente 1.75 metros.

4. Se escoge la posición del punto céntrico C; es el punto donde incide el rayo central, el rayo que proviene del ojo), cuidando que su altura sobre la base sea inferior a la de un hombre en la pintura.[43]



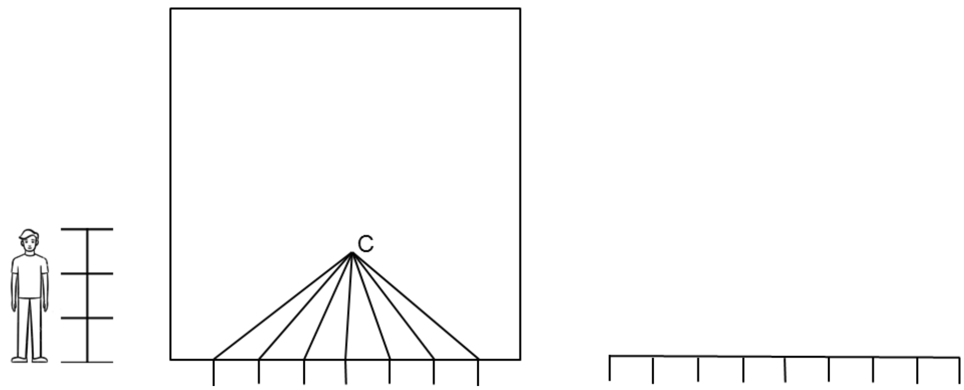
5. Se trazan líneas rectas desde el punto céntrico hasta cada una de las divisiones colocadas en la base del rectángulo.



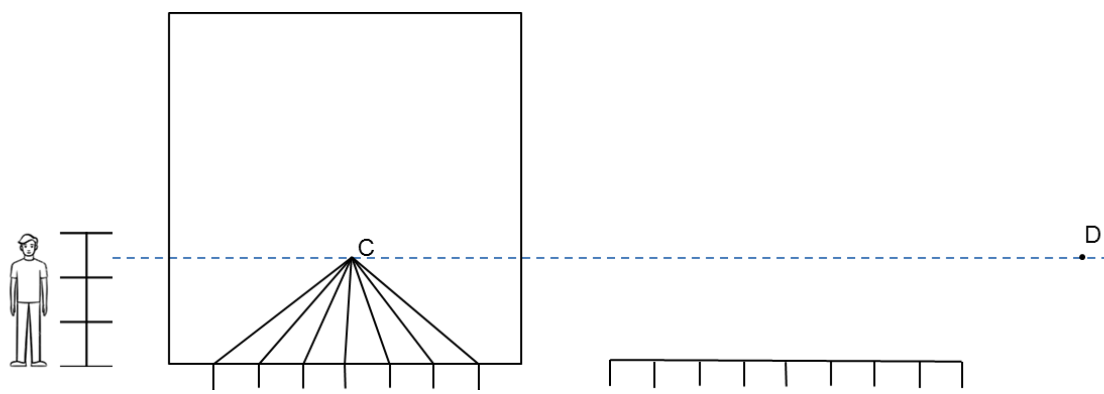
La segunda parte consiste en trazar las transversales al piso, para lo que Alberti propone el siguiente método:

[43] Ya que de esta manera tanto los observadores como los objetos en la pintura parecerán estar situados sobre el mismo plano.

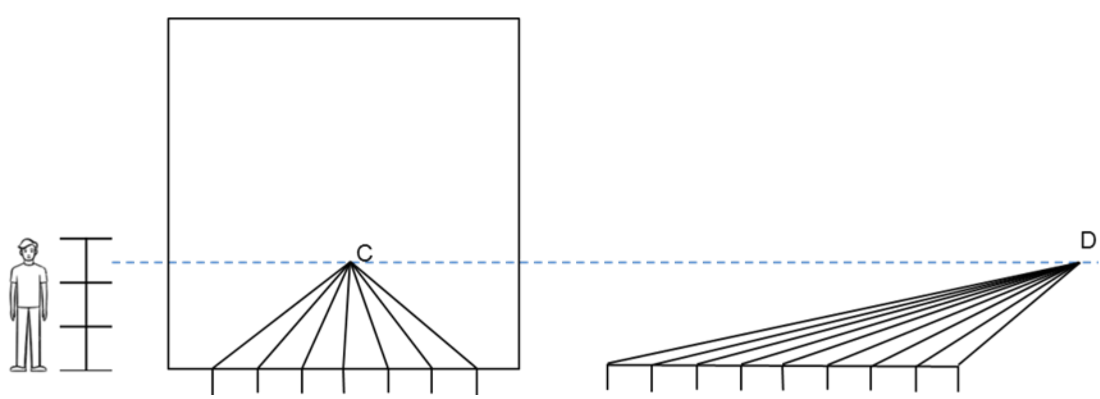
1. Las divisiones de la base se transfieren a una línea recta horizontal.



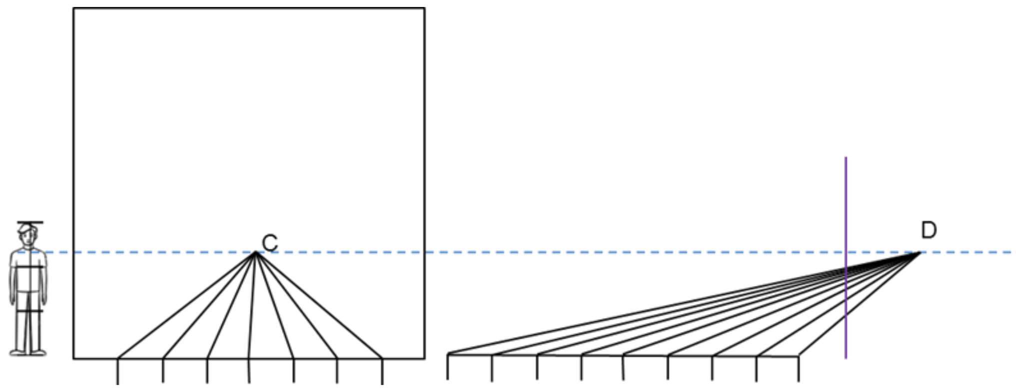
2. Sobre un extremo de esta línea, fuera de la zona del cuadro, se construye un punto D a la misma altura que C.



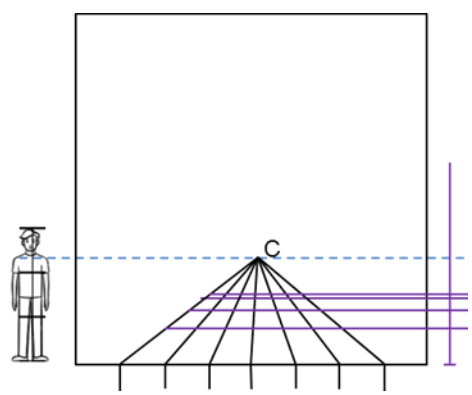
3. Desde el punto D se trazan líneas rectas hasta las marcas de la división de la base.



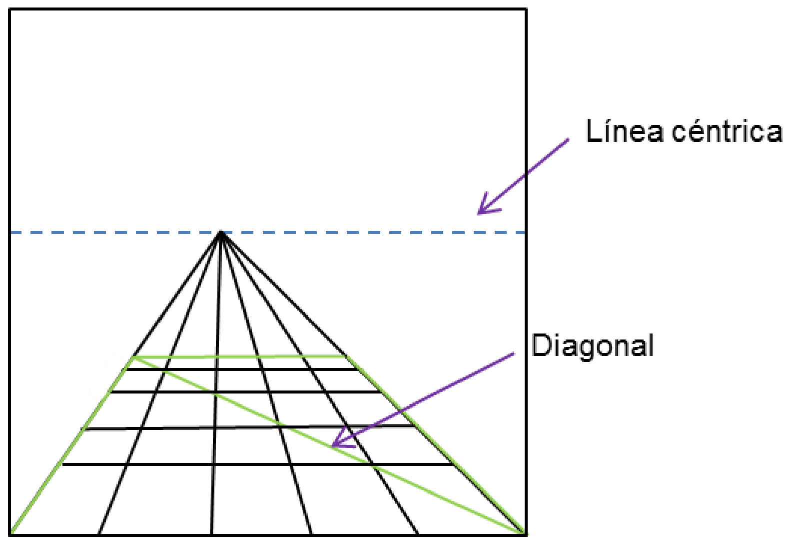
4. Luego se traza una línea vertical a una la distancia de D que sea la misma distancia a la que el observador se encuentra respecto del plano de la pintura. Sobre esta vertical se marcan los cortes que producen los rayos desde D hasta los puntos de la base del cuadro.



5. Con esto el patrón de puntos de intersección producidos se traslada a la orilla de la pintura. Pasando a través de estos puntos se trazan las líneas horizontales.



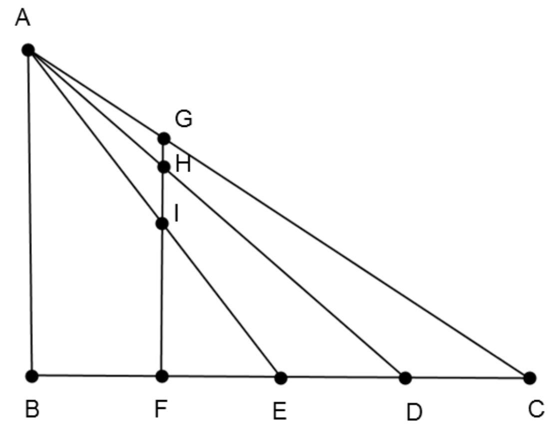
Un resultado de la construcción de Alberti es que todas las líneas perpendiculares al plano de la imagen retrocederán hacia un único punto de fuga, al cual llama punto céntrico. Para confirmar que estas paralelas han sido trazadas correctamente se tendría que trazar una línea recta, y si resulta ser la diagonal de cuadrángulos contiguos en el pavimento entonces la construcción es correcta (ver la siguiente imagen).



Este método que propone Alberti se basa en una vista lateral de la pirámide visual y su intersección con el plano pictórico. Los puntos donde los “rayos laterales” atraviesan la intersección del plano pictórico determinaban las posiciones de las transversales (“líneas horizontales”). Esta vista lateral puede haber sido inspirada por la proposición 11 de la *Óptica* de Euclides, la cual se describe de la siguiente manera:

> “*Las partes más lejanas de los planos colocados por debajo del ojo parecen más elevadas.*”

Supongamos que en el punto A está colocado el ojo de tal manera que se sitúa a una posición elevada sobre el plano BC.



Sea los rayos visuales AC, AD, AE con AB perpendicular al plano BC.

Veamos por qué CD, tal y como se observa sobre el plano vertical que pasa por GF, perpendicular a la página, parece más elevado que DE, y DE parece más elevado que EF.

Tomemos en EB un punto cualquiera F, y trazamos FG tal que sea perpendicular al plano BC.

Luego, llamemos G, H, I a los puntos donde se interseca FG con los rayos visuales AC, AD y AE, respectivamente.

Así, tenemos que:

1) El punto G está más arriba que el punto H

2) El punto H está más arriba que el punto I

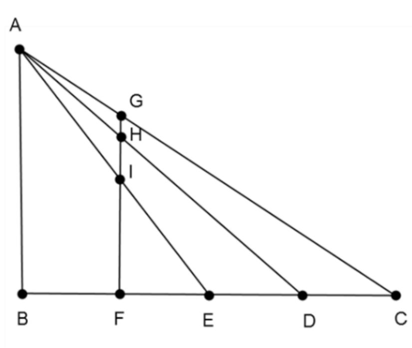
Ahora, como el rayo visual AC pasa por el punto G entonces G y C están en el mismo plano; AD pasa por H por lo que H y D están en el mismo plano; y por las mismas razones I y E están en el mismo plano. Por lo tanto el rayo visual AC aparece más elevado que el rayo visual AD y AD más que AE.

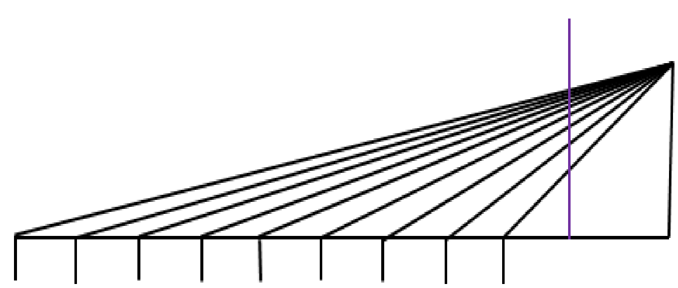
Además, CD se observa mediante los rayos AC y AD; y DE mediante AD y AE; y sabemos que los objetos que se observan con rayos visuales más elevados parecen más elevados (suposición 8, *Perspectiva* de Euclides).

Entonces CD parece más elevado que DE. De modo semejante, se justifica que DE parece más elevado que EF.

Aquí Euclides argumenta que CD es visto mediante los rayos AC y AD; y los comprendidos entre estos extremos; y de manera equivalente DE es visto a través de los rayos AD y AE, por lo cual CD parece más elevado que DE. Del mismo modo DE parece más elevado que EB, y debido a esto es que los objetos vistos con los rayos visuales más elevados parecen más elevados.

Si hacemos una comparación podemos notar la estrecha relación entre esta proposición euclidiana y la teoría de Alberti: ya que, si consideramos a EC como una sección del piso que se pinta y GI como el panel del pintor, la Proposición 10 de Euclides y "la operación punto distancia" de Alberti son, prácticamente, idénticas.





Por lo menos una década antes de la obra teórica de Alberti, Brunelleschi utilizó métodos empíricos para crear la ilusión de profundidad, aunque no dejó algo escrito podemos estar seguros que él fue quien propuso una “regla” para dibujar en perspectiva. Al realizar el experimento del Baptisterio no solo logró fijar el punto céntrico sino también lo materializó agujereando su panel, este punto fue esencial para el desarrollo de la perspectiva. En el capítulo siguiente abordaremos que tanto Brunelleschi como Alberti poseían un conocimiento elemental de la teoría visual medieval. Pues Alberti utilizó la pirámide visual para justificar su método de construcción basándose directamente en Euclides.

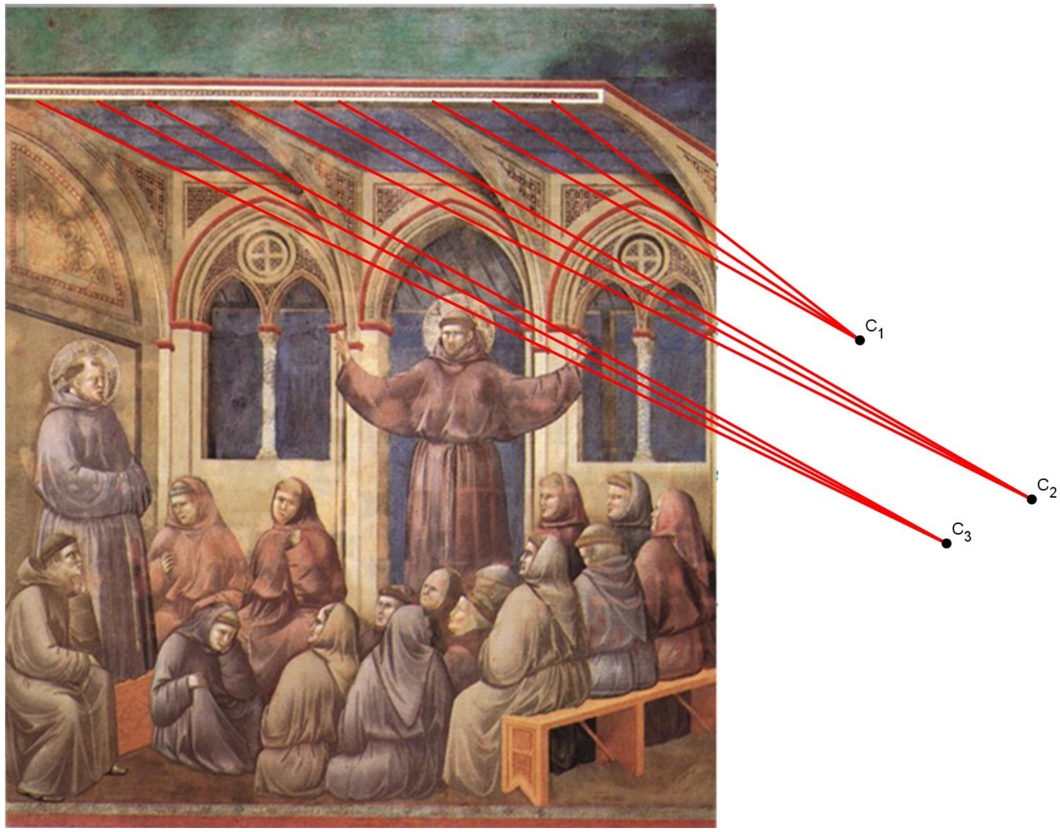
CAPÍTULO IV

LA ÓPTICA Y LA CATÓPTRICA EN EL DESARROLLO DE LA PERSPECTIVA MATEMÁTICA.

Los frescos que se empezaron a realizar entre los siglos XIII y XIV declaran una nueva comprensión de la relación entre el espacio visual y su representación en una superficie bidimensional. Alrededor de 1303 Giotto di Bondone fue capaz de hallar el modo de “romper el muro” y crear la ilusión de profundidad en sus frescos que se encuentran en la Basílica inferior de San Francisco de Asís. Lo que hizo Giotto fue eliminar algunas de las cualidades estilizadas que caracterizaron la pintura medieval ajustando la perspectiva de los frescos al punto de vista de un observador que se encontraba de pie en el centro de la capilla.

En la siguiente imagen podemos apreciar la pintura “*La aparición en el Capítulo de Arles*” de Giotto, en la cual se puede observar que el techo está cuadriculado. El techo está formado por tres grupos de líneas, que llegan a unirse en tres puntos. Es un buen intento, pero esto solo pone en tela de juicio el conocimiento y la utilización consciente, tanto geométrica como conceptual, del punto de fuga en la pintura medieval antes de proponer una ‘regla’ Brunelleschi.[44]

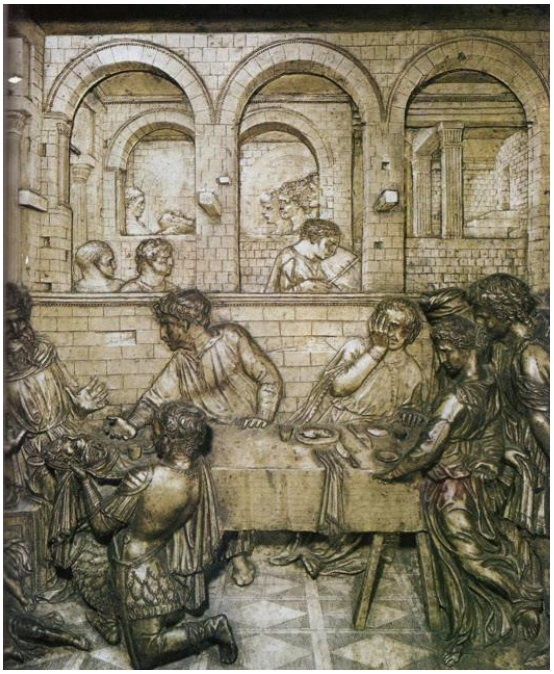
[44] Mesa, G. A. *El "Fantasma" del punto de fuga en los estudios sobre la sistematización Geométrica de la pintura del siglo XIV*, pp. 33.



La aparición en el Capítulo de Arles de Giotto

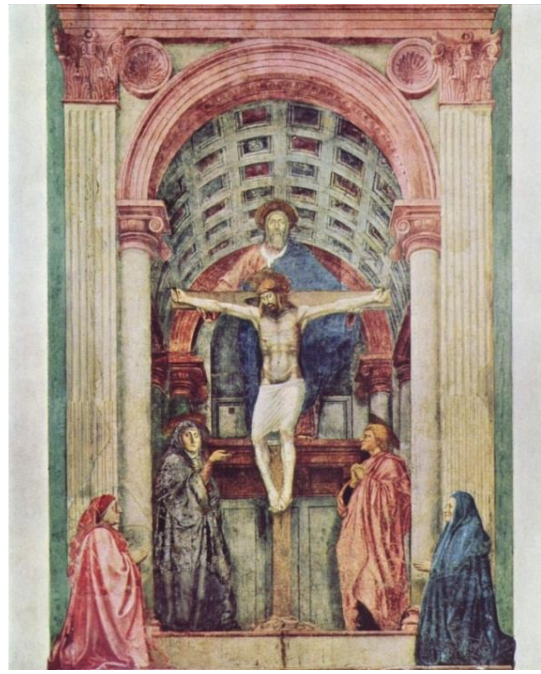
(Esquema de la perspectiva).

No fue hasta 1428, aproximadamente, que una obra pictórica fue representada haciendo uso de lo que hoy llamamos perspectiva lineal o matemática y que añadía más estructura a lo iniciado por Giotto. De paso estos avances aportaban una mayor coherencia espacial a los elementos representados. La obra a la que se hace referencia es *La Santísima Trinidad con Santa María y San Juan Evangelista*, pintada por Masaccio en la iglesia de Santa María Novella, en Florencia. También Donatello hizo uso de ello para realizar su panel conocido como *La Fiesta de Herodes*, ubicado en la fuente bautismal de la catedral de Siena. Sin embargo, y a pesar de la corrección con la que estos artistas aplicaron algunas reglas de la perspectiva, éstas eran de carácter un tanto empírico dado que sus principios teóricos aún no habían sido definidos.[45]



La Fiesta de Herodes de Donatello.

(Baptisterio de Siena).

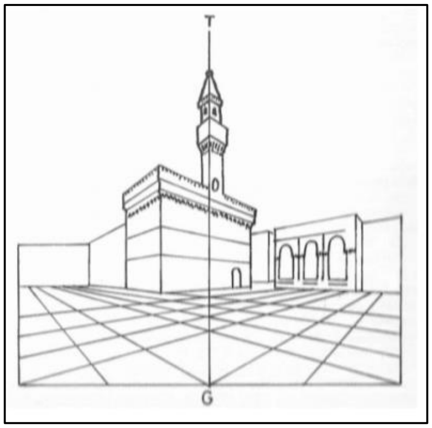


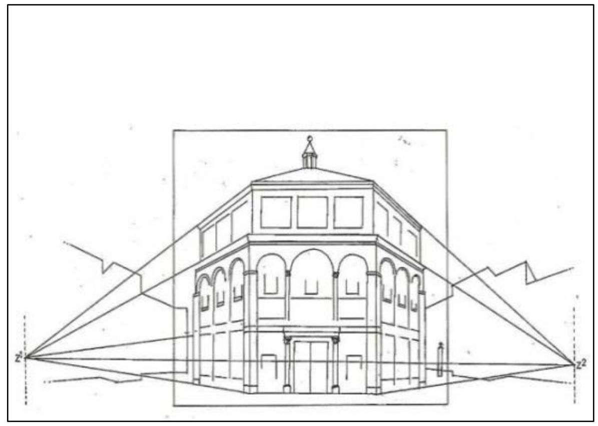
La Santísima Trinidad de Masaccio.

(Iglesia de Santa María Novella).

Tiempo después, entre los años 1416 y 1425, Filippo Brunelleschi hizo una demostración de la aplicación de la perspectiva matemática, para la cual utilizó dos paneles que él mismo pintó; en uno representó el Baptisterio de Florencia en la Piazza y en el otro el Palacio de la Señoría. Actualmente no se conservan dichos paneles pero a través de las descripciones de Manetti se puede saber algo sobre su estudio.

[45] Montemurro, M. (2012). Perspectiva naturalis y perspectiva artificialis: los aportes de la óptica y catóptrica en el desarrollo del sistema perspectivo de Filippo Brunelleschi. Signum, vol. 13, n. 2, p 44.





Recreación de los elementos básicos del panel del Palacio de la Señoría.

Recreación de los elementos básicos del panel del Baptisterio.

El problema con la descripción realizada por Manetti es que no explicó cómo fue que Brunelleschi llegó a deducir el sistema de la perspectiva matemática. Posiblemente haya hecho consideraciones muy semejantes a las que hemos presentado en el capítulo anterior de este trabajo, donde se ha ofrecido una justificación detallada de cómo se pudieron hilar resultados geométricos, óptica y el funcionamiento de los espejos. Lo que a continuación se presenta es el relato que, sobre este tema, elaboró Samuel Edgerton, uno de los principales autores del resurgimiento del interés por los estudios sobre perspectiva que ocurrió en las tres últimas décadas del siglo XX.[46]

Samuel Edgerton trata de explicar aquello que Manetti no dijo, pues en su libro *The Mirror, the Window and the Telescope* (2009) expone una detallada explicación de cómo Brunelleschi podría haber llegado a realizar una copia fiel del

[46] Samuel Y. Edgerton es autor de dos estudios históricos seminales acerca de la perspectiva lineal o artificial: *Renaissance Rediscovery of Linear Perspective* (1976) y The Heritage of Giotto's Geometry: Art and Science on the Eve of the Scientific Revolution (1994).

baptisterio al descubrir algunos de los pasos técnicos en la creación de la perspectiva matemática.[47] También menciona la relación entre su descubrimiento y los conocimientos que poseía sobre óptica y catóptrica; ésta última una subdivisión de la óptica centrada en las superficies reflejantes. En síntesis, su recreación de los hechos sería como sigue: deberíamos imaginarnos a Brunelleschi en una habitación de pie frente a un espejo plano. Considerando que su eje visual llega de manera perpendicular al espejo, éste funcionaría como la base de la pirámide visual. Así posicionado tuvo que haber notado cómo los bordes de todas las cosas en la habitación donde se encontraba se reflejaban en el espejo convergiendo en puntos que coincidían con su nivel visual, es decir, con puntos donde aparecen sus propios ojos reflejados en el espejo. Incluso, si el espejo hubiese estado centrado en una pared perfectamente cuadrangular, habría notado cómo los bordes del techo y del suelo parecían converger en el mismo punto donde coincidía el reflejo de sus ojos y que, si elevaba su posición o la bajaba, este punto de convergencia también subía o bajaba manteniéndose siempre coincidente con su nivel visual.

Esto confirmaría la existencia –o apariencia– de un horizonte, esa línea imaginaria que cualquiera puede percibir al contemplar el mar, precisamente la línea donde el mar parece unirse con el cielo.

[47] Montemurro, M. (2012). Perspectiva naturalis y perspectiva artificialis: los aportes de la óptica y catóptrica en el desarrollo del sistema perspectivo de Filippo Brunelleschi. Signum, vol. 13, n. 2, p. 48.

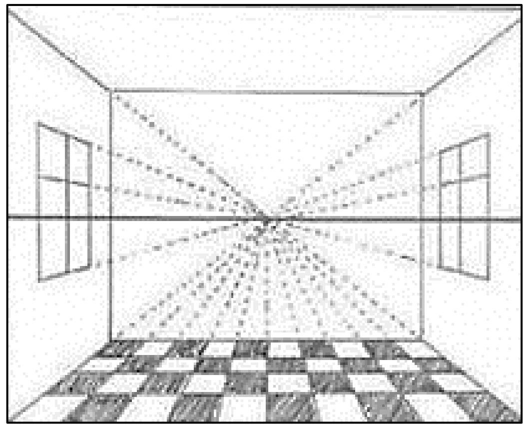


Imagen de la habitación en el espejo.

Es posible que el espejo haya cumplido un papel significativo, tal como él lo plantea diciendo que el espejo plano pudo haber dado una importante influencia permitiendo a la gente contemplar lo que calificamos como campo visual en una superficie de dos dimensiones.

Aunque Brunelleschi no parece haber poseído un conocimiento formal sobre óptica –no se cuenta con información que avale un contacto con la tradición óptica medieval–, sin embargo, estaba relacionado con personas que bien podrían haberlo introducido en este conocimiento y guiado en la implementación de un esquema geométrico que permitiera generar la ilusión de tridimensionalidad. Es muy sabido que Brunelleschi mantuvo discusiones con Paolo dal Pozzo Toscanelli (1397-1482) sobre geometría y que, a pesar de no tener una formación en esta disciplina, demostró gran destreza al ponerlos en práctica en la construcción en perspectiva. Además, no sería descabellado suponer que en tales encuentros Toscanelli le compartió algo de sus saberes sobre óptica. También, es probable que supiera del comentario que había escrito Biagio Pelacani da Parma sobre la

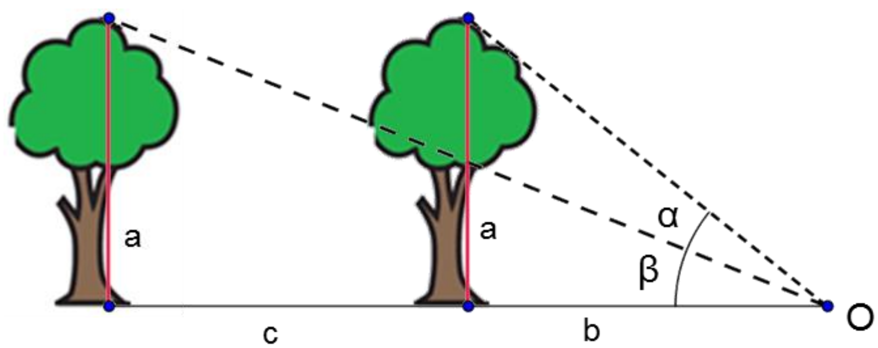
Perspectiva Communis de John Peckham o Pecham (c. 1220-1290), el cual circulaba en Florencia en tiempos de Brunelleschi. Por lo tanto, es factible que Brunelleschi haya combinado una aguda observación y el afán experimental con algunos conocimientos teóricos acerca de la óptica y catóptrica; partiendo de razonamientos teóricos que luego pudo haber buscado comprobar en su experimentación con el reflejo.

Seguramente los principios básicos que explican el proceso visual y quizás algo sobre la anatomía del ojo, es lo que pudo haber conocido Brunelleschi de la óptica. La principal fuente sería la tradición inspirada en el Kitab al-Manazir (Libro de Óptica, 965-1040) de ibn al-Haytham, comúnmente llamado en Occidente Alhazen, quien además de rescatar la teoría de la intromisión y de exponer argumentos irrefutables contra la teoría de la extromisión, deja en claro que los rayos visuales no consisten de alguna entidad corpórea sino que son sólo una abstracción matemática útil para comprender el proceso visual. Su exposición del proceso visual y posterior adaptación en Occidente podría resumirse de la siguiente manera: de todos los puntos de un objeto luminoso emanan rayos luminosos que pueden ser representados por líneas rectas. Estos rayos caen sobre toda la superficie del ojo, pero solamente aquellos que caen de manera perpendicular son lo suficientemente fuertes como para estimular el poder visual y dar pie a la formación de una imagen que eventualmente sería percibida por el aparato cognitivo. Estos rayos perpendiculares conforman una pirámide con su base en el objeto y su vértice en el ojo. De esta manera cada punto del objeto se corresponde con un punto en el ojo, formando una imagen correcta y fidedigna de aquél. Pero la visión no se produce en la córnea sino en el nervio común.

Según Graziella Vescovini,[48] en su artículo "*A new origin of perspective*", los conocimientos de Alhazen llegaron a Florencia gracias a Biagio Pelacani, quien contribuyó directamente al descubrimiento de la perspectiva matemática debido a su correcta interpretación de Alhazen.

Es fundamental señalar la reelaboración que hace Biagio sobre las suposiciones 5, 6 y 7 de la *Óptica* de Euclides, las cuales plantean lo que se resume de la manera siguiente:

> *"La apariencia visual del tamaño de una figura es siempre proporcional al ángulo bajo el cual es visto".*



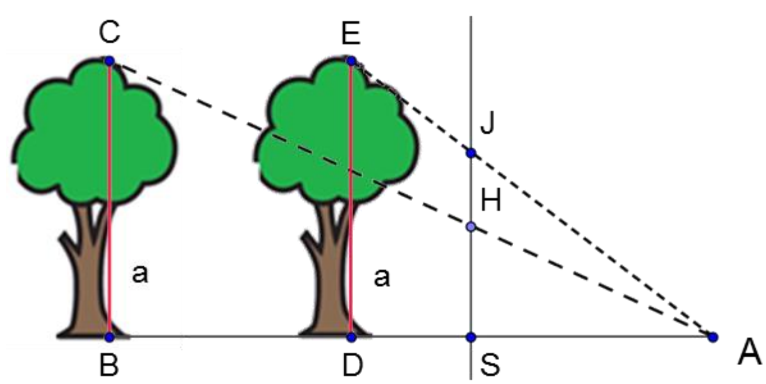
Perspectiva angular: las dimensiones visuales (β y α+β) no son inversamente proporcionales a las distancias (b y b+c).

[48] Ibid. p. 48.

Es decir, las figuras vistas bajo un ángulo mayor aparecerán mayores, las vistas bajo un ángulo menor, menores, y las que son vistas bajo ángulos iguales aparecerán iguales.

Fue sobre esta cuestión donde se hace patente que Euclides tomó en cuenta el problema de la relación entre el ojo que percibe y el objeto percibido, y por ende la relación entre un objeto y el ángulo visual bajo el cual es contemplado, lo cual hace en el Teorema 8, ya descrito en el capítulo anterior.

Biagio, en contra de Euclides y las suposiciones mencionadas párrafos arriba, refuta este razonamiento diciendo que la representación óptica de las cosas no depende de la medida del ángulo visual sino de las distancias proporcionales de los objetos en relación con el punto de vista de un observador, de cuyo ojo dependen los ángulos visuales (ver la siguiente imagen). En consecuencia, los tamaños relativos de los objetos dependen de su distancia al ojo. Éste lo interpreta Vescovini como el principio fundamental de la perspectiva renacentista.



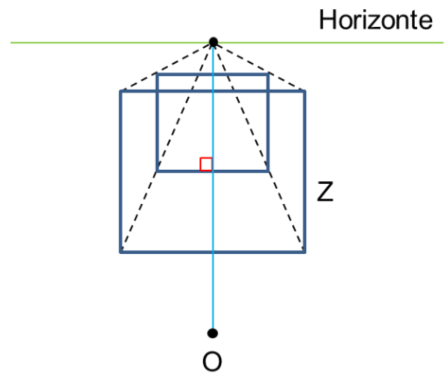
Perspectiva plana: las dimensiones visuales (HS Y JS) son inversamente proporcionales a las distancias (AB Y AD).

Sin embargo, ésta es una interpretación errónea, inspirada en el error que, en el mismo sentido, cometió Erwin Panofsky en su célebre escrito *Die Perspective_als ‘Symbolische Form* (1927). [49] Este error surge de una confusión entre la llamada visión directa y la representación de la imagen vista. De igual manera, y para mostrar el tipo de discusión a los que esta cuestión deja lugar, se expone la argumentación de Vescovini.

Suponiendo, como lo hace ella, que Brunelleschi estuviese al tanto de las reformulaciones hechas por Biagio sobre el postulado euclidiano, y aunando los conocimientos básicos sobre óptica antes expuestos, es posible que razonara elaborando un diagrama como el siguiente: en un plano fijaría un punto de vista O y una figura Z a cierta distancia, y a partir de la figura Z trazaría las líneas correspondientes de la pirámide visual, incluyendo el eje perpendicular. Luego, manteniendo siempre el mismo punto de vista, y teniendo en cuenta la proporcionalidad entre el tamaño de la figura y la apertura del ángulo, dibujaría la misma figura en retroceso, por ende algo más pequeña que la anterior y así sucesivamente hasta reducir la figura prácticamente a un punto.

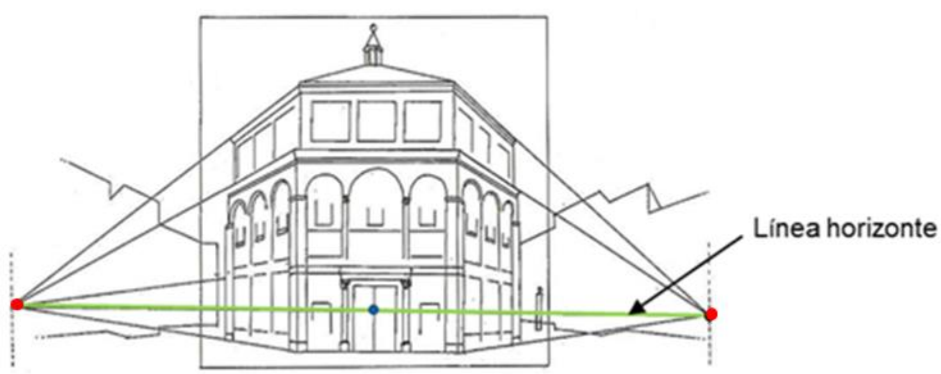
---

[49] Traducido a las principales lenguas modernas y en particular el castellano, con varias ediciones, como *La perspectiva como forma simbólica* (1973, 1975,… 2003), pp. 12-28.



Con este esquema sería fácil notar cómo las diagonales formadas por los vértices de las figuras en retroceso convergen en un punto central que llamamos punto de fuga y que señala por dónde pasa el horizonte que corresponde al horizonte visto por el observador.

La aplicación práctica de sus razonamientos, por ejemplo, en la reproducción del Baptisterio, le habría hecho notar que la prolongación de los lados oblicuos del Baptisterio llegaban al mismo nivel del punto central, sobre la línea de horizonte del espectador, y que esta dependía de la altura a la que se encontraba el ojo del observador.



A partir de conocimientos teóricos y los elementos constitutivos de la perspectiva matemática, como lo son la convergencia de las paralelas que se alejan del observador en un punto central que señala al mismo tiempo la línea del horizonte del espectador, Brunelleschi podría haber deducido las reglas básicas de la perspectiva lineal.

Pero, ¿qué papel pudo haber tenido entonces el uso del espejo? Todas las explicaciones referentes al proceso visual que dimos hasta ahora consisten en la visión directa, el estudio de los fenómenos ópticos, los principios que habían sido desarrollados en el trabajo de Euclides, Ptolomeo, Al-Kindi y Alhazen, y que fueron retomados en el siglo XIII por Bacon Witelo y Pecham.[50] Pero, también recordemos que un punto visto por medio de la reflexión aparece ubicado en la intersección rectilínea del rayo visual que llega al objeto, de la reflexión, con el cateto. Es decir, que la reflexión de un objeto posicionado de manera perpendicular sobre la superficie de un espejo se extenderá siguiendo la misma dirección y distancia en el espacio virtual del espejo.

Con relación a los espejos Avicena nos dice que el ojo es como un espejo y el objeto visible es como aquello que se refleja en el espejo. Dado el uso que Brunelleschi hizo de este instrumento en la creación de su panel, es factible suponer que adquirió esta forma de concebir el ojo, y que usara el espejo para verificar aquello deducido intelectualmente. La mejor manera de certificar la verosimilitud del efecto ilusionista creado era contrastándolo con su reflejo. Por lo que visualizó el reflejo del panel a partir del orificio efectuado justo en el punto de fuga que le permitía comprobar empíricamente lo que ya había deducido por

[50] Lindberg, David. C. Theories of vision from Al-Kindi to Kepler, p. 147-148.

medio de su diagrama, haciéndolo de forma más controlada que simplemente sosteniendo el panel y fijando la vista hacia la convergencia de las paralelas. Además, de esta manera hacía evidente la conexión entre el ojo del observador y el punto central o de fuga. Es muy posible que el uso del espejo fuese alentado por la certeza que aportaban las leyes de la catóptrica, asegurando la simetría de la imagen reflejada con la imagen real. Así, Brunelleschi sabría que el ángulo formado por el cateto y la perpendicular de la pirámide visual es igual a la prolongación de ambos en el espacio virtual del espejo (con la correspondiente inversión izquierda-derecha). Si por el contrario, la imagen es simétrica, la inversión no será suficiente para modificarla. Por ello, si el pintor ha determinado y mantenido de manera constante su punto de vista, el rayo central de la visión directa y el rayo central de la visión reflejado coincidirán, de lo contrario serán divergentes.

El punto central es sólo una construcción geométrica, pero Brunelleschi lo materializó agujereando su panel para así observar lo proyectado en el espejo, haciendo evidente su coincidencia con el punto de vista del observador. Podía además comprobar cómo su pintura era percibida por el ojo de la misma manera en que el ojo percibía el verdadero Baptisterio si el espectador se posicionaba en la puerta central de la catedral. Tal sería la razón por la cual Brunelleschi se había valido del espejo para certificar aquello que ya había deducido por medio de un esquema geométrico haciendo uso de sus conocimientos de la óptica y la catóptrica. Es probable que las conclusiones a las que llegara Brunelleschi fuesen transmitidas a algunos amigos cercanos como Donatello y Masaccio.

Que lo hubiera hecho con Masaccio es muy factible dado que ambos pertenecieron al reducido circulo de artistas que trabajó en Florencia durante las dos primeras décadas del siglo XV, por lo que no resulta sorprendente que Masaccio pusiera en práctica las mismas técnicas geométricas que desarrollo Brunelleschi. Que así ocurrió puede ser argumentado sobre la base de la obra que le dio la inmortalidad a Tommaso di Ser Giovanni di Mone Cassai (1401-1428), el nombre verdadero de quien vino a ser conocido como Massacio, y a quien se debe la primera pintura en la que las leyes de la perspectiva parecen haber sido aplicadas en toda su plenitud. El análisis de esta pintura será el tema del siguiente capítulo.

CAPÍTULO V

LA PERSPECTIVA EN EL FRESCO DE LA TRINIDAD DE MASACCIO

En uno de los muros laterales de la iglesia de Santa María Novella de Florencia se encuentra plasmada una de las pocas obras pictóricas que subsisten de la primera mitad del siglo XV, y que muestra el uso de la perspectiva lineal o artificial. Se trata del fresco realizado por el pintor italiano Tommaso di ser Giovanni di Mone Cassai (Masaccio) aproximadamente en 1425 y conocido bajo el nombre de La *Sagrada –o Santísima– Trinidad, con la Virgen, San Juan y donantes*. Su importancia radica en un elemento extra desde el cual se pretendía dar la ilusión de profundidad y que está ausente en la mayoría de las pinturas del Renacimiento temprano. Podemos imaginar el asombro de Giorgio Vasari al ver está pintura pues relata, en la "*Vida de Masaccio*", [51] que la cosa más hermosa del fresco es la bóveda de cañón dibujada en perspectiva que contiene cuadros que van disminuyendo su tamaño a medida que retroceden hacia el fondo, como si hubiese un agujero en la pared a través del cual se pudiera ver una nueva capilla en el moderno estilo arquitectónico de Brunelleschi.[52] Para llevar el análisis de esta pintura se dividirá en secciones los distintos cálculos.

[51] *La vida de los más excelentes pintores, escultores y arquitectura*, se puede consultar en línea en https://www.unamenlinea.unam.mx/recurso/83731-vida-de-los-mas-excelentes-pintores-escultores-y-arquitectos

[52] Field, J. V., "The perspective scheme of Masaccio's Trinity fresco", *Nuncius,* 4(2), pp. 32 y 33.

V. 1 DESCRIPCIÓN DEL FRESCO LA SANTÍSIMA TRINIDAD.

En la *Trinidad* se puede percibir una escena en la que se encuentran Dios Padre, Jesucristo y el Espíritu Santo, representado por una paloma. Al pie se hallan las figuras de la Virgen y San Juan, uno de cada lado y, más abajo y arrodillados, están los donantes que oran ante la divinidad. En la zona inferior del fresco se puede observar una tumba en la que se encuentra un esqueleto y, por encima de él, la inscripción: "*Fui lo que tú eres y serás lo que yo soy*".

Aunque las figuras humanas son de tamaño natural, es imposible establecer una posición exacta en ese espacio para dichas figuras, debido a la invisibilidad de la superficie del suelo y del atuendo que tapa los pies de las figuras. Por ejemplo, la Virgen, que parece estar mirando hacia abajo, tiene los pies ocultos por su vestimenta, lo cual nos impide asignarle una posición exacta en el espacio. Hay, sin embargo, algunas pequeñas pistas adicionales, como la proporcionada por la sombra que San Juan arroja sobre la pared que está detrás de la Cruz, por lo que podemos pensar que San Juan y la Virgen están delante de Cristo. En consecuencia, parece que Masaccio ha evitado deliberadamente darnos información detallada sobre la relación de las figuras con la arquitectura.

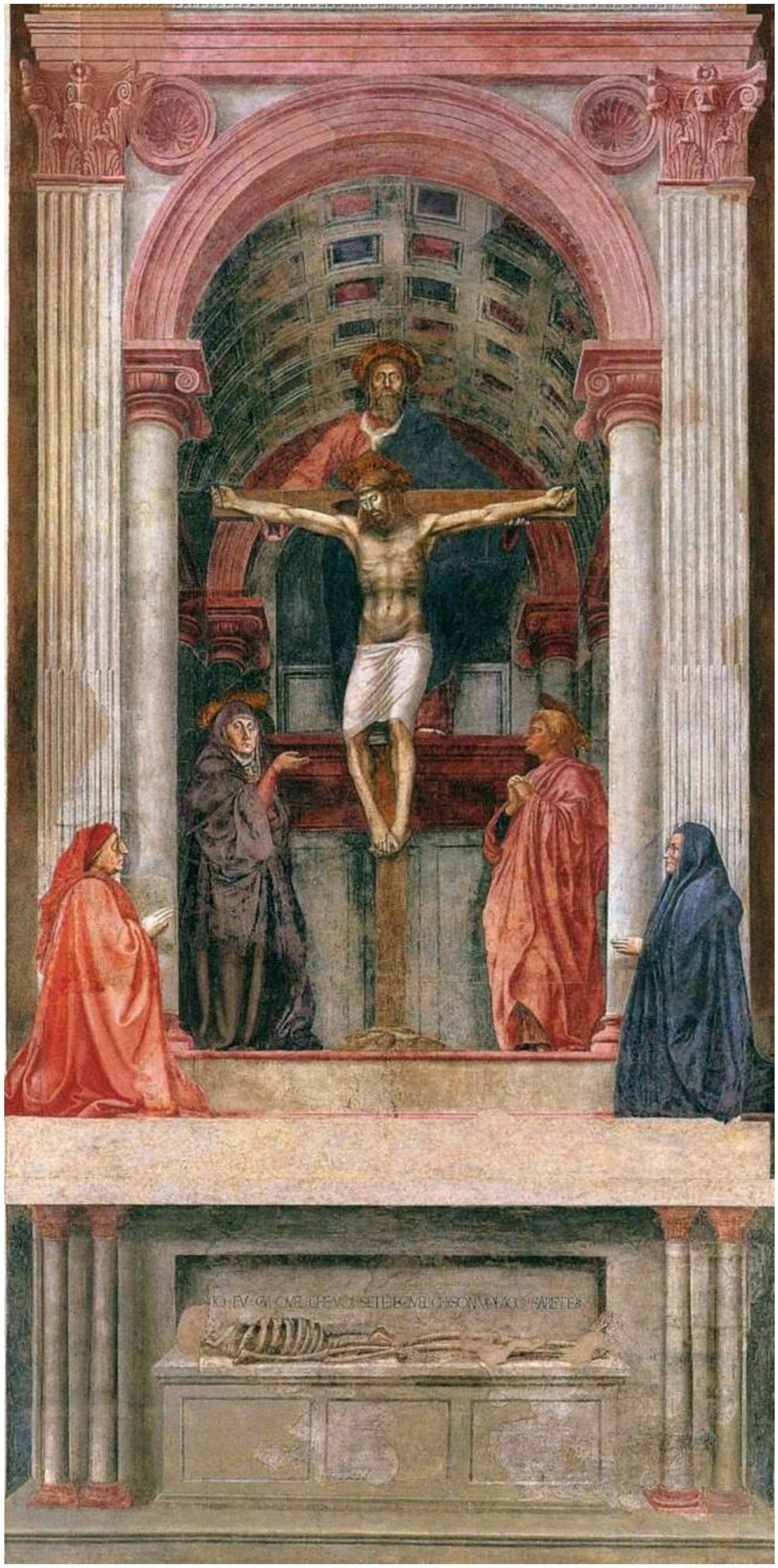


Fig. 1.- *La Santísima Trinidad* (entre 1425 y 1428), de Massacio.

El análisis que haremos de esta pintura nos conducirá a una explicación razonable y coherente del esquema en perspectiva en su conjunto. Los elementos fundamentales en cualquier esquema en perspectiva son: el punto céntrico, la altura del punto céntrico, la posición ideal desde la cual se debe ver la pintura y la distancia de dicha posición al fresco. Tomaré como referencia las mediciones hechas por Field et al.,[53] las cuales se limitaron a las áreas sin restaurar, excepto el área donde se encontró el punto céntrico. Estas mediciones se tomaron con una cinta métrica de acero, marcada en milímetros, y ocasionalmente marcaron las longitudes en una tira rectangular de papel, que posteriormente se midió con la cinta. Además, algunas exploraciones geométricas se realizaron directamente sobre la superficie.

V. 2 OBTENCIÓN DEL PUNTO CÉNTRICO.

Empecemos el análisis con el punto céntrico que es el elemento fundamental de la perspectiva lineal. Para encontrar este punto se utilizó un cordón de plástico muy fino de alrededor de 1 mm de diámetro con el fin de trazar las líneas que discurren por los bordes longitudinales de los ábacos[54] que están sobre las columnas, de la izquierda y la derecha (ver la Fig. 12 a). Esto permitió observar que el área del punto céntrico, que se encuentra justo debajo de los donantes, coincide con un ligero parche irregular de yeso hecho por los restauradores, y que posteriormente se empleó como punto de referencia para comprobar si los bordes de las

[53] El artículo con el análisis detallado es: Field, J. V., Lunardi, R. & Settle, T. B. (1989). “*The Perspective scheme of Masaccio’s Trinity fresco*”. *Nuncius*, 4(2), 31-118.

[54] En arquitectura un ábaco es la parte superior que sirve de coronación a un capitel.

nervaduras ortogonales (rectas) de la bóveda de cañón también concurren en este punto, como debiera ser si la perspectiva de la bóveda era matemáticamente correcta (ver la Fig. 12 b).

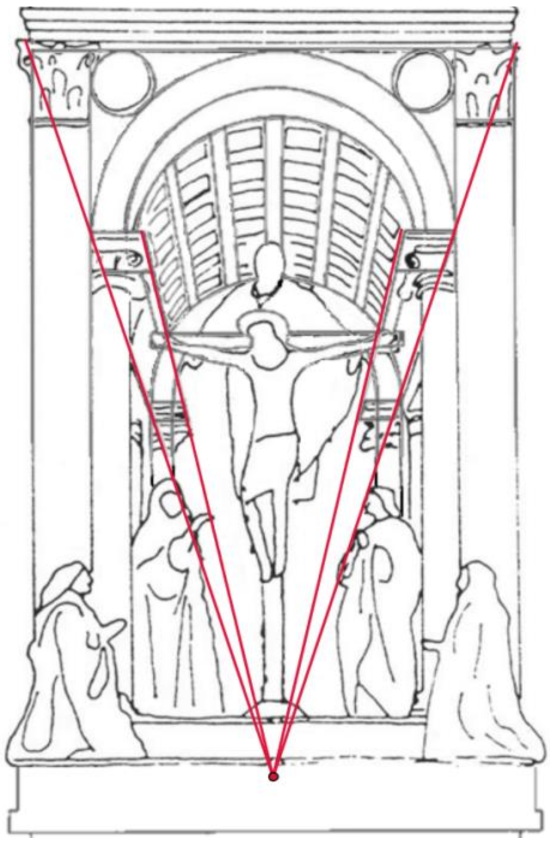


Fig. 2 a

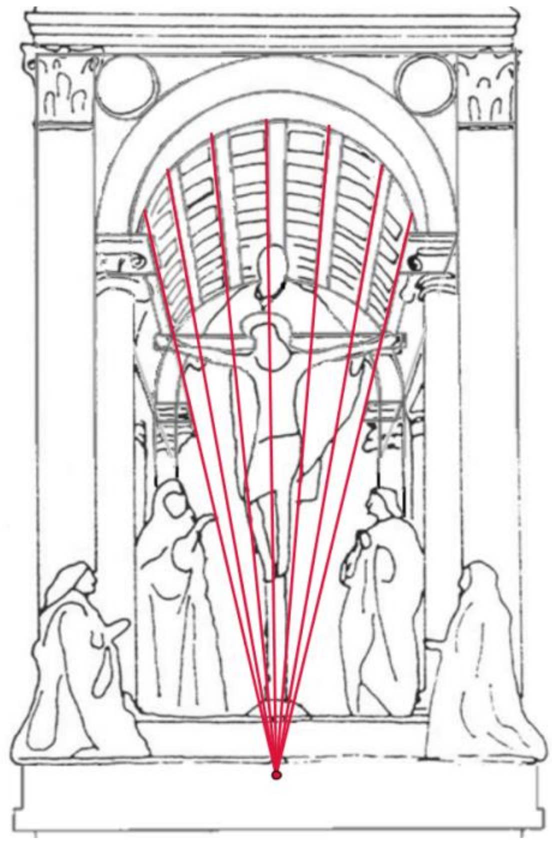


Fig. 2 b

Como resultado se halló que la mayoría de las ortogonales coinciden con bastante precisión en un punto del eje central de la pintura, un poco por debajo de la superficie superior del escalón en el que se muestra a los donantes arrodillados.

La altura del punto céntrico es de 172 cm, que es una cantidad razonable para la distancia que hay del suelo al ojo de un hombre moderno, cuya altura es de unos

188 cm. Pero, si alguien que se colocara de pie al nivel del piso actual, el punto céntrico se encontraría a unos 20 cm por encima del nivel del ojo.

Otro elemento fundamental en cualquier esquema en perspectiva es la posición ideal desde la cual se debe ver la imagen. Cuando uno se para frente al fresco original la distancia de visualización "correcta" (utilizada en la construcción) parece ser el ancho del pasillo de la iglesia, de aproximadamente 686.25 cm. Dado que el fresco de Masaccio fue diseñado para ser visto en lugar de ser medido, la distancia 686.25 cm parece ser la más convincente para determinar la distancia de visión. Sin embargo, si la perspectiva del fresco es matemáticamente correcta, existen dos métodos mediante los cuales se puede calcular la distancia correcta para mirar el fresco a partir de las mediciones de ciertos elementos de la imagen. El primer método utiliza la medición de los ábacos y de la prolongación de su lado, y como se verá más adelante, los cálculos serán insatisfactorios. Para el segundo método se utilizan las mediciones del sistema de nervaduras de la bóveda de cañón.

Antes de comenzar con el primer método consideremos lo siguiente: si la pintura que vamos analizar contiene un cuadrado que está situado en un plano horizontal y perpendicular y con un lado paralelo al plano de la pintura, entonces la imagen de este cuadrado en perspectiva será, en general, un trapecio como el que se muestra sombreado, de color rojo, en la imagen de la figura 3. Además, esta imagen nos permite construir un punto y calcular una distancia desde la cual se pretende ver cierta pintura.

Para esto procedemos de la siguiente manera: prolongamos los lados del cuadrado que son ortogonales al plano de la pintura los cuales se cortarán en el punto K y que corresponde al denominado como punto céntrico; luego, al prolongar la diagonal del cuadrado cortará a la línea del horizonte, que pasa a través de K, en el punto D. Por lo cual, KD será la distancia ideal desde la cual se pretendía visualizar la pintura.[55]

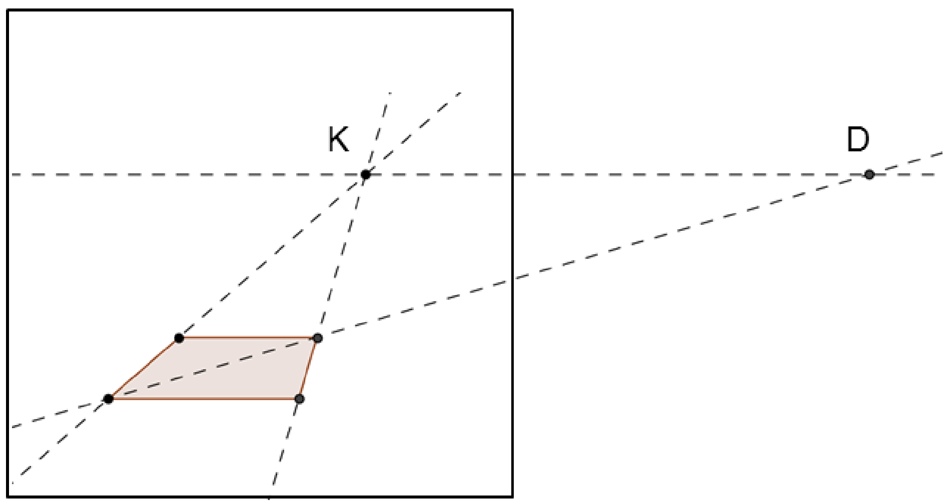


Fig. 3

Se puede observar que las superficies superiores de los ábacos están orientados adecuadamente en un plano perpendicular y con un borde paralelo al plano de la pintura, a saber, el horizontal inferior. Así, los elementos pictóricos que nos permite construir un punto y calcular una distancia son las imágenes de los cuatro ábacos del fresco.

Las medidas de las partes visibles de los ábacos se muestran en la siguiente tabla:

[55] Field, J. V., The invention of infinity, Mathematics and Art in the Renaissance, p 46.

Ábaco	Longitud del borde horizontal superior	Longitud del borde ortogonal superior	Altura del borde superior sobre el punto céntrico	Distancia de la esquina interior superior de la plomada de M
Superior delantero izquierdo	31 cm	22.1 cm	311.2 cm	75.55 cm
Superior delantero derecho	30.65 cm	22.0 cm	311.8 cm	74.35 cm
Inferior trasero izquierdo	21.5 cm	16.0 cm	209.8 cm	52.3 cm
Inferior derecho trasero	20.5 cm	16.2 cm	211.8 cm	50.1 cm

V. 3 CÁLCULO DESDE EL ÁBACO SUPERIOR IZQUIERDO.

Comencemos con el ábaco superior izquierdo, para ello llamemos PQ, PS el borde horizontal superior y el borde ortogonal superior, respectivamente. En la inspección que hicieron Field et al. se encontró una pequeña hendidura sobre la línea PQ a una distancia de 10.5 cm desde el borde de la pilastra que indica el centro del capitel (ver figura 4). También se puede ver una marca sobre la línea SR, la cual hace posible la ubicación exacta del punto S (ver figura 5).

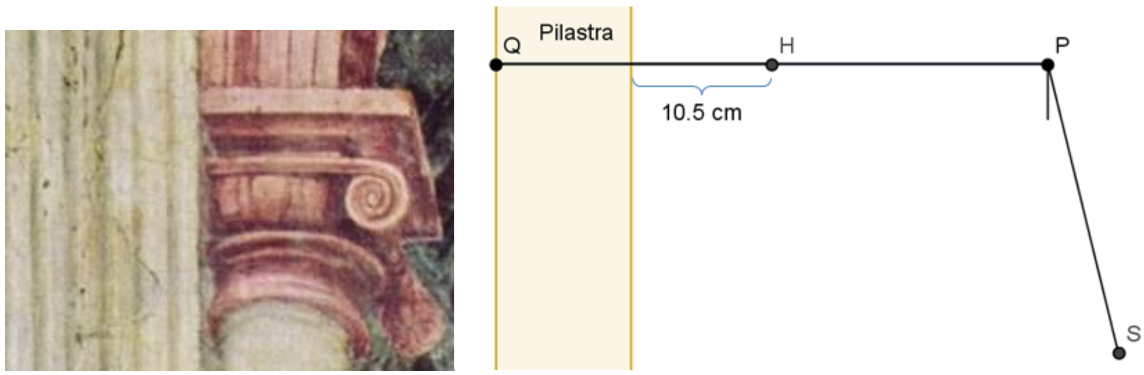


Fig. 4

Como solo se puede ver parte de PQ y una pequeña parte de SR del ábaco, para el análisis necesitamos construir lo que corresponde a la esquina izquierda superior. A partir de ello podemos estimar la longitud PQ. Así, PQ = PH + HQ, y como HP es la mitad de la longitud del ábaco entonces PQ = 2HP. Pero HP = 31 − 10.5 = 20.5. Luego PQ = 2HP = 2×20.5 = 41. Por lo tanto, se obtiene que la longitud PQ= 41 cm.

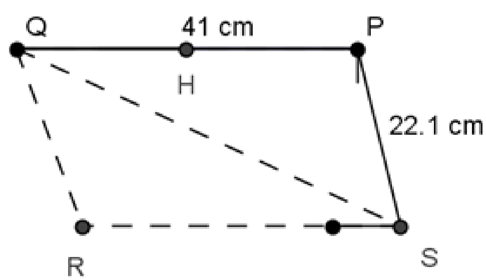


Fig. 5

La superficie superior completa del ábaco se muestra como PQRS (ver la fig. 6). En esta figura MK muestra la línea vertical cortando la horizontal QP en el punto M y la línea del horizonte en el punto céntrico K. Al trazar la recta QS y la horizontal que pasa por S, intersección de PK con QS, se obtiene RS, con la intersección de dicha horizontal y QK. El punto D es donde QS, una diagonal del ábaco, corta la línea del horizonte y, por lo tanto, corresponde al punto de distancia. Es decir, la longitud KD es igual a la distancia de visión ideal para la imagen del ábaco. L es el pie de la perpendicular trazada desde D a QM. Puesto que MK y LD son verticales, y ML y KD son ambas horizontales, está claro que tenemos LD = MK y KD = ML.

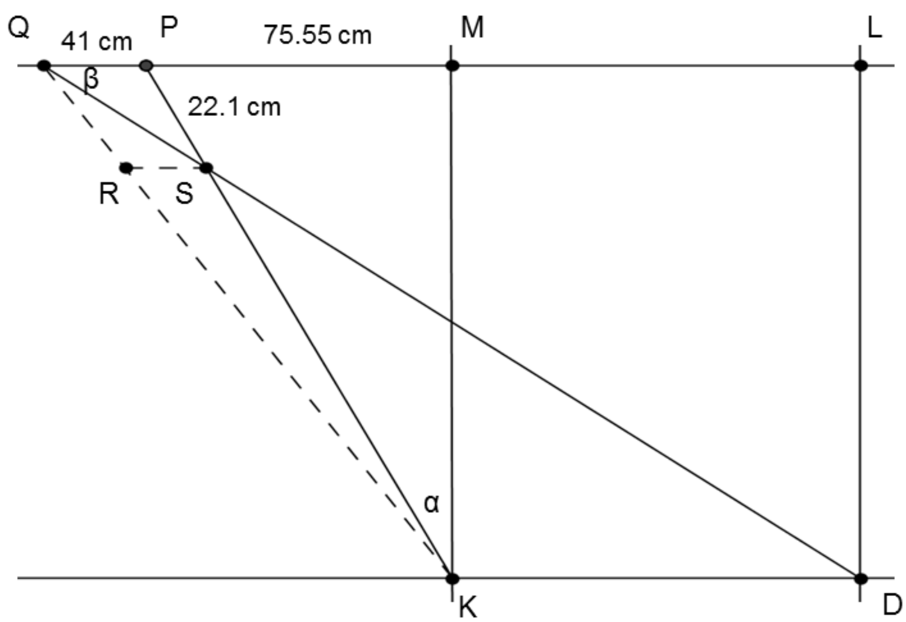


Fig. 6

Calculemos ahora la distancia KD. Sabemos que MK = 311.2 cm y PM = 75.55 cm (de las medidas que se tomaron directamente del fresco). Sea $\propto$ el ángulo PKM y β el ángulo PQS.

Primero veamos cuánto mide la diagonal QS, después cuánto mide el ángulo β. Observamos que el triángulo PMK tiene un ángulo recto en M, así que $\tan \propto = \tan\frac{\mathrm{PM}}{\mathrm{MK}} = \tan\frac{75.55}{311.2}$. Entonces el ángulo $\alpha = \arctan\frac{75.55}{311.2} = 13.6457°$.

Ahora, el $\measuredangle$MKD es recto, pues MK es una línea horizontal. Entonces $\measuredangle\mathrm{PKD} = \measuredangle\mathrm{PKM} + \measuredangle\mathrm{MKD} = \propto + 90°$.

Pero, $\measuredangle\mathrm{QPS} = \measuredangle\mathrm{QPK}$ y $\measuredangle\mathrm{QPK} = \measuredangle\mathrm{PKD}$, ya que son ángulos alternos internos. Entonces $\measuredangle\mathrm{QPS} = \measuredangle\mathrm{QPK} = \propto + 90°$.

Por lo tanto, $\measuredangle\mathrm{QPS} = 13.6457° + 90° = 103.6457°$.

Como ya conocemos $\measuredangle\mathrm{QPS}$, podemos usar el teorema del coseno en el triángulo PQS, y entonces tenemos que

$$\mathrm{QS}^2 = \mathrm{PQ}^2 + \mathrm{PS}^2 - 2 \cdot \mathrm{PQ} \cdot \mathrm{PS} \cdot \cos \measuredangle\mathrm{QPS}.$$

$$\mathrm{QS}^2 = 41^2 + 22.1^2 - 2 \cdot 41 \cdot 22.1 \cdot \cos \measuredangle\mathrm{QPS}$$

$$= 1681 + 488.41 + 1812.2 \cdot \cos\ (103.6457°)$$

$$= 1681 + 488.41 + 1812.2\ (0.235917)$$

$$= 1681 + 488.41 + 427.529$$

$$= 2596.939$$

Luego, $QS = \sqrt{2596.939} = 50.960$.

Por lo tanto, la diagonal QS mide 50.960 cm.

Ahora, veamos cuánto mide β. Para ello recurrimos al teorema del seno en el triángulo PQS y que $\measuredangle QPS = 103.6457°$. Dado que $\frac{\operatorname{sen} \measuredangle PQS}{PS} = \frac{\operatorname{sen} \measuredangle QPS}{QS}$, entonces

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{(22.1) \operatorname{sen}(103.6457°)}{50.960} = 0.421432 .$$

Por lo tanto, el ángulo $\beta = \operatorname{arc\,sen}(0.421432) = 24.9250°$.

Ahora, el triángulo QLD tiene un ángulo recto en L, por lo cual, $\cot \beta = \frac{QL}{LD}$.

Pero, sabemos que $\beta = 24.9250°$ y $LD = MK = 311.2$ cm.

Entonces $QL = LD \cdot \cot \beta = (311.2) \cot(24.9250°) = (311.2)(2.15185) = 669.656$.

Por lo tanto QL tienen una longitud de 669.656 cm.

Ahora, $QL = QM + ML$, y sabemos que ML = KD.

Entonces, $QL = QM + KD$ y por lo tanto $KD = QL - QM$.

Pero $QM = 41 + 75.55 = 116.55$.

Entonces $KD = 669.656 - 116.55 = 553.11$.

Y es así que obtenemos que la distancia de visualización ideal es $KD = 553.11$ cm. Esta distancia es aproximadamente 130 cm menos que el ancho del pasillo, que es de 686.25 cm.

V. 4 CÁLCULO DESDE EL ÁBACO INFERIOR DERECHO.

El ábaco inferior derecho de la parte trasera de la capilla pintada proporciona una agradable sorpresa, pues su contorno se muestra por completo en las líneas trazadas y muestra que las dos ortogonales pasan exactamente por el punto céntrico. Gracias a ello, se midieron los cuatro bordes del trapecio y recurriendo a ambas diagonales se hicieron los cálculos correspondientes. Las mediciones se muestran en la tabla.

La superficie completa del ábaco inferior derecho se muestra como *pqrs* en la imagen.

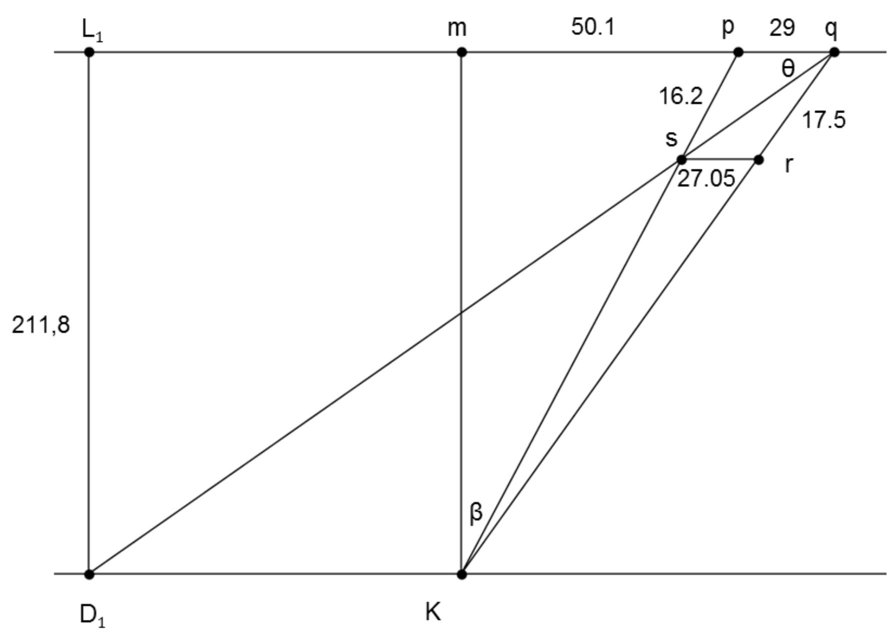


Fig. 7

La línea vertical mK corta la línea horizontal qp en el punto m y la línea del horizonte del observador en el punto céntrico K. Nuestro punto de distancia desde la diagonal qs es D_1. El punto L_1 es el pie de la perpendicular trazada desde D_1 a mq. Puesto que los puntos m, K, L_1 y D_1 son extremos de verticales y mL_1, kD_1 ambos son líneas horizontales, está claro que tenemos L_1D_1 = mK y KD_1 = mL_1.

Ahora, calculemos la distancia KD_1. Sabemos que mK = 211.8 cm y pm = 50.1 cm (de la medida que se tomó directamente del fresco). Sea β el ∡pKm y θ el ∡pqs.

Observamos que el triángulo pmK tiene un ángulo recto en m, así que $\tan\beta = \tan\frac{\mathrm{pm}}{\mathrm{mK}} = \tan\frac{50.1}{211.8}$. Entonces $\beta = \arctan\frac{50.1}{211.8} = 13.3084°$.

Ahora, $\measuredangle\mathrm{qps} = \measuredangle\mathrm{pKD_1} = \beta + 90° = 13.3084° + 90° = 103.3084°$, y además $\cos\measuredangle\mathrm{qps} = -0.230192$.

Por el teorema del coseno en el triángulo pqs tenemos que $qs^2 = pq^2 + ps^2 - 2 \cdot pq \cdot ps \cdot \cos\measuredangle qps$. Entonces $qs^2 = 29^2 + 16.2^2 - 2(29)(16.2)\cos(103.3084°) = 841 + 262.44 + 216.288 = 1319.728$. Luego el valor de la diagonal es qs = 36.328 cm.

Por el teorema del seno para el triángulo pqs, tenemos $\frac{\sin\measuredangle\mathrm{pqs}}{ps} = \frac{\sin\measuredangle\mathrm{qps}}{qs}$, es decir, $\frac{\sin\theta}{16.2} = \frac{0.973145}{36.328}$. Entonces $\sin\theta = \frac{(16.2)(0.973145)}{36.328} = 0.433961°$ y $\theta = 25.7192°$.

Del triángulo rectángulo qL_1D_1, tenemos que $\cot\theta = \frac{\mathrm{qL_1}}{\mathrm{L_1D_1}}$. Entonces $\mathrm{qL_1} = \mathrm{L_1D_1} \cdot \cot\theta = 211.8 \cdot \cot(25.7192°) = (211.8)(2.07607) = 439.711$. Por lo tanto, $\mathrm{qL_1}$ tiene una longitud de $439.711\ \mathrm{cm}$.

Ahora, como $\mathrm{qL}_1 = \mathrm{pq} + \mathrm{pm} + \mathrm{mL}_1$, y $\mathrm{mL}_1 = \mathrm{KD}_1$. Entonces $\mathrm{KD}_1 = 439.711 - (29 + 50.1) = 360.61\ \mathrm{cm}$. Por lo tanto, tenemos que la distancia de visualización ideal es $\mathrm{KD}_1 = 553.11\ \mathrm{cm}$.

Alternativamente, podemos realizar un cálculo bastante similar usando la otra diagonal de pqrs (ver la Fig. 8).

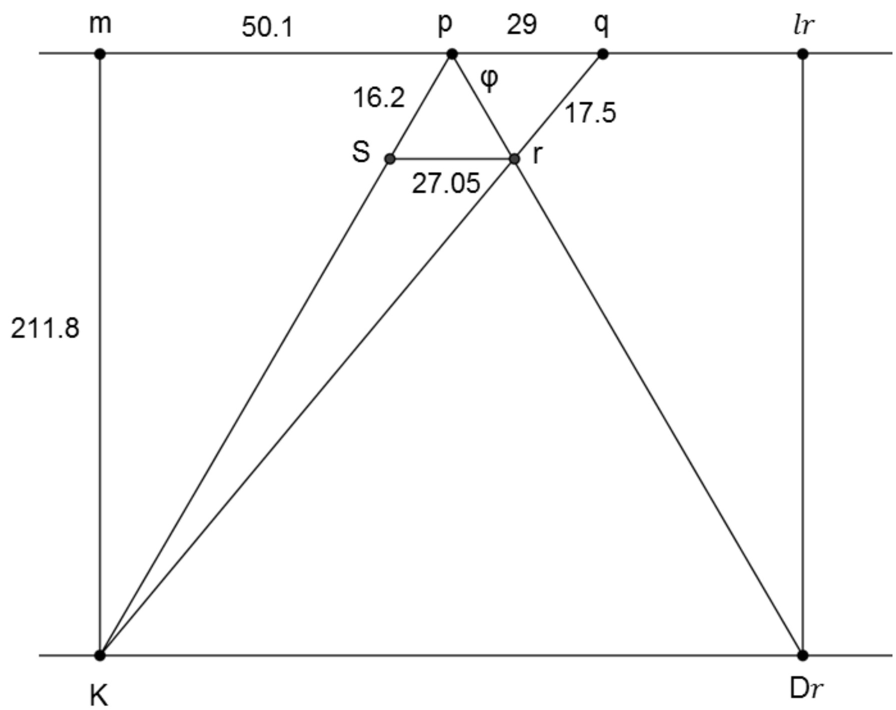


Fig. 8

El triángulo qmK tiene un ángulo recto en m, por lo tanto tenemos que $\tan \measuredangle\mathrm{mqK} = \frac{211.8}{79.1} = \ 2.67762\ \mathrm{grados}$, entonces $\measuredangle\mathrm{mqK} = 69.5211\ \mathrm{grados}$.

Por la fórmula de coseno para el triángulo pqr tenemos $\mathrm{pr}^2 = \mathrm{pq}^2 + \mathrm{qr}^2 - 2 \cdot \mathrm{pq} \cdot \mathrm{qr} \cdot \cos\theta\ \mathrm{pqr} = 841 + 306.25 — 355.111 = 792.139$ y pr = 28.145

Por la regla del seno en el mismo triángulo pqr tenemos que $\frac{\sin \measuredangle \mathrm{rpq}}{\mathrm{qr}} = \frac{\sin \measuredangle \mathrm{pqr}}{\mathrm{pr}}$, es decir, $\frac{\sin \varphi}{17.5} = \frac{0.936801}{28.145}$. Entonces $\sin \varphi = 0.582484$ y $\varphi = 35.6255°$.

Del triángulo rectángulo pL_rD_r se tiene $\mathrm{pL_r} = \mathrm{L_r D_r} \cdot \cot \varphi = 211.8 \times 1.39548 = 295.562 \text{ cm}$. Entonces $\mathrm{KD_r} = \mathrm{mp}\ \mathrm{pL_r}$= 50.1 + 295.562= 345.66 cm.

Con este ábaco se obtuvo dos medidas para la que la distancia de visualización; la primera fue de 345.7 cm, con ayuda de la diagonal que va de la esquina superior izquierda a r; la segunda fue de 360.6 cm, utilizando la diagonal que va de la esquina superior derecha al punto s.

Estos resultados nos sugieren que las longitudes de los ábacos frontales, en particular el ortogonal debió haber sido ajustado a causa de la preocupación del pintor por lo que podríamos llamar la geometría superficial. Esto porque mediante el uso de las longitudes de los ábacos frontales se obtiene una distancia que es aproximadamente un metro menos que el ancho del pasillo de la iglesia y que los ábacos traseros dan tres metros menos que el ancho.

Sin embargo, los bordes ortogonales de los cuatro ábacos bajan hacia el punto céntrico de forma muy precisa. Por ejemplo, en los ábacos frontales hay una diferencia notable entre las longitudes de los bordes frontales, a saber, 31.0 cm en el ábaco izquierdo y 30.65 cm en el derecho, que es la correcta. Para los ábacos de atrás hay una diferencia aún mayor: 21.5 cm el izquierdo, y 20.5 cm el derecho. La inexactitud de los ábacos hace que el cálculo de la distancia de visualización sea bastante inestable, pues un pequeño cambio en la longitud ha provocado un gran cambio en la distancia de observación calculada. Los resultados que obtuvimos de estos cálculos no son satisfactorios en varios aspectos: 1) dependen de las mediciones, es decir, un pequeño cambio en los valores que se usan causa un cambio relativamente grande en los resultados obtenidos y 2) produce resultados que no son consistentes con la distancia de observación, que mencionamos desde un principio.

V. 5 LA DISTANCIA DE OBSERVACIÓN UTILIZANDO LA BÓVEDA DE CAÑÓN.

La bóveda de cañón tiene forma de un semicilindro reticulado que, si lo desenrollamos, se convierte en una superficie plana cuadriculada. Los elementos pictóricos que nos permite calcular una distancia de observación son las imágenes de los cuadrados que se encuentran en la bóveda de cañón. Las marcas y las líneas que se encontraron sobre la superficie de la pintura nos sugieren que los semicírculos fueron trazados con compás y que primero se trazó el lado izquierdo de la bóveda. Como estos semicírculos intersecan a la línea central, esto define puntos exactos que se pueden medir directamente de la pintura sin ningún problema.

Al hacer las mediciones se asumió que la superficie delantera de la moldura circular de color rosa se encuentra en el plano de la pintura. Se tomó como referencia el punto A, que es el punto más alto de la moldura del arco delantero, para hacer una serie de mediciones (ver la Fig. 9).

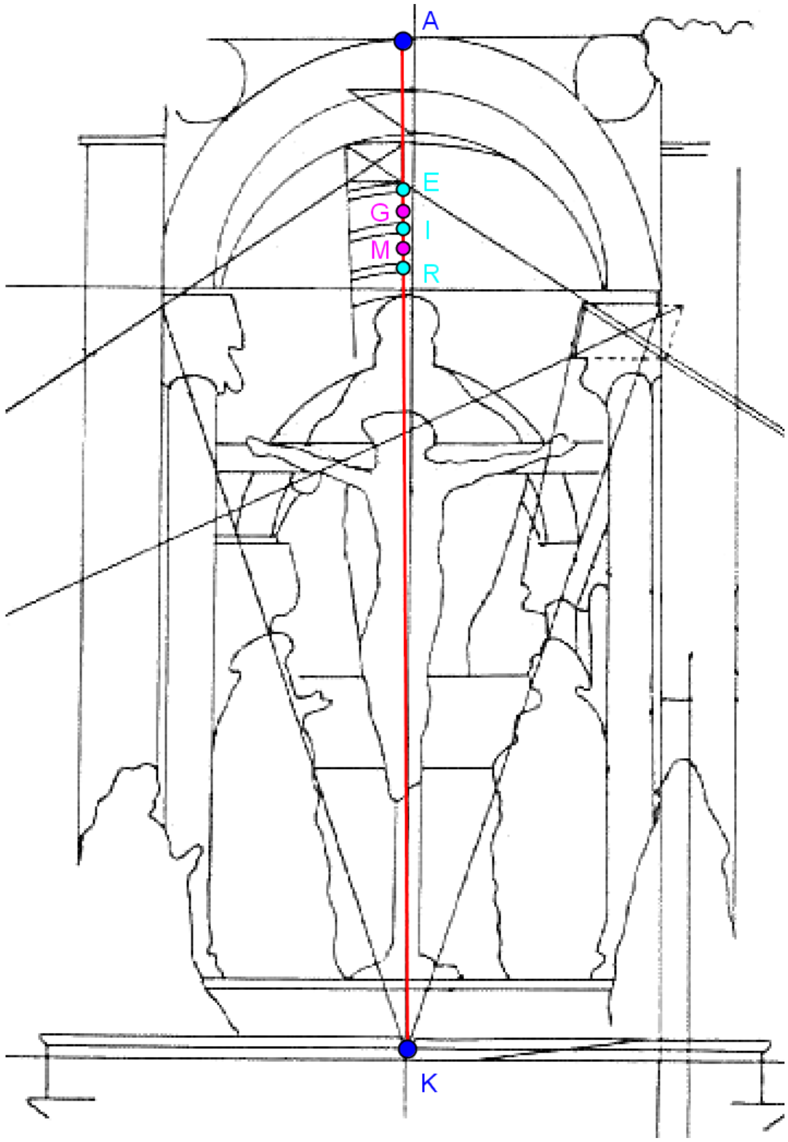


Fig. 9

Los puntos que considero más importantes que se midieron desde el punto A son E, G, I, M, R, los cuales se encuentran entre el arquitrabe y el halo del Padre. De ellos, E, I, R son los puntos que marcan el centro de la nervadura transversal y los puntos G y M marcan el centro de los casetones. Aunque se podría pensar que están sobre la línea que marca la mitad de la nervadura, éste no es el caso, pues al realizar las mediciones se encontró que la línea que contiene los puntos está a

4.5 cm del borde izquierdo mientras que la nervadura tiene una anchura de 8 cm. La siguiente imagen (Fig. 10) muestra cómo están ubicados los puntos sobre la nervadura ortogonal central.

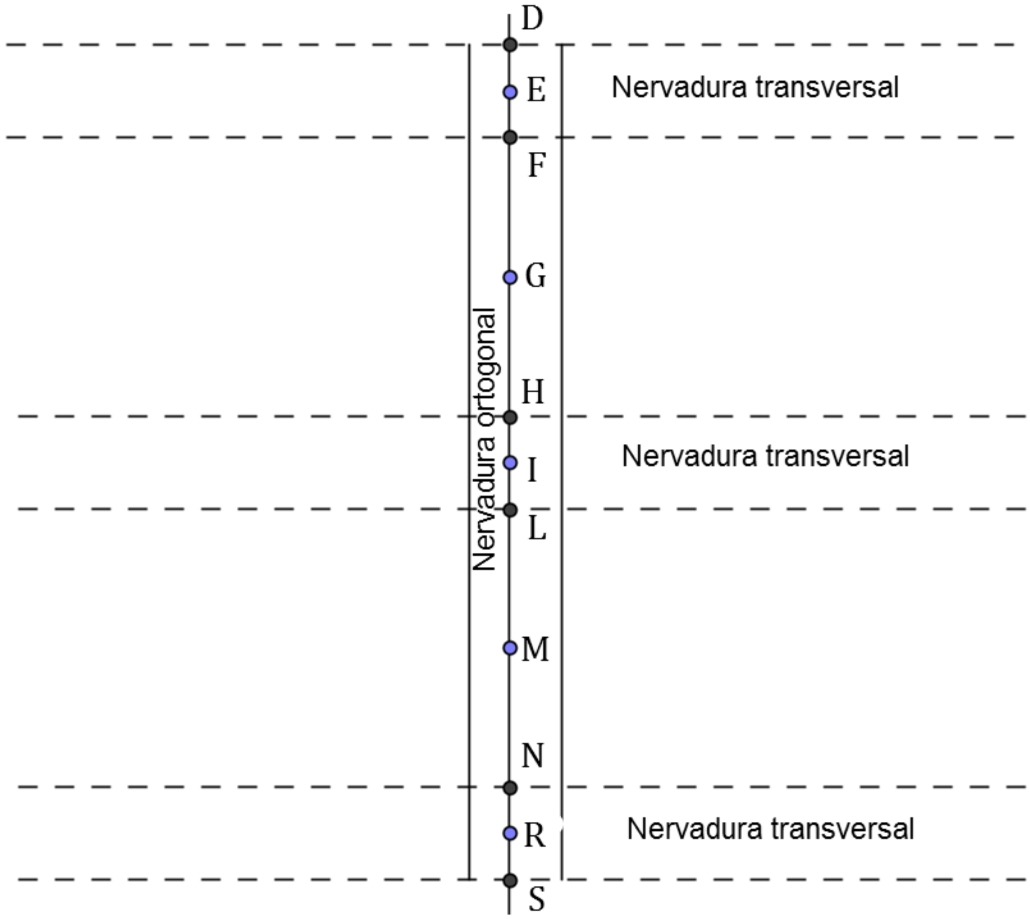


Fig. 10

Dichas medidas se encuentran en la siguiente tabla:

Punto X	E	G	I	M	R
AX' cm	61.6	70.1	78.05	85.85	93.35

También se encontró la posición del punto K y se midió la longitud de AK que resultó ser AK = 416.8 cm. De aquí se puede de calcular X'K, cuyos valores se muestran en la segunda columna de la Tabla.

Punto X	AX' cm	X'K cm
E	61.6	355.2
G	70.1	346.7
I	78.05	338.75
M	85.85	330.95
R	93.35	323.45

Se observa que desde el punto E hacia abajo, el esparcimiento entre el centro de la nervadura y el casetón casi son iguales; esto debido a que su variación de tamaño es de aproximadamente solo 0.1 cm, ya que GI= 2.87, EG=2.87, IM=2.90 y MR = 2.92.[56] Así que para efecto de nuestro análisis podemos pensar en términos de un cuadrado como unidad que consiste de una nervadura y un casetón y del cual se debe encontrar su longitud.

Para saber la ubicación de cada nervadura transversal tenemos que encontrar a qué distancia del plano se encuentra X. Para esto consideremos el siguiente dibujo.

[56] Field, J. V., The Invention of Infinity, Mathematics and Art in the Renaissance, p. 46.

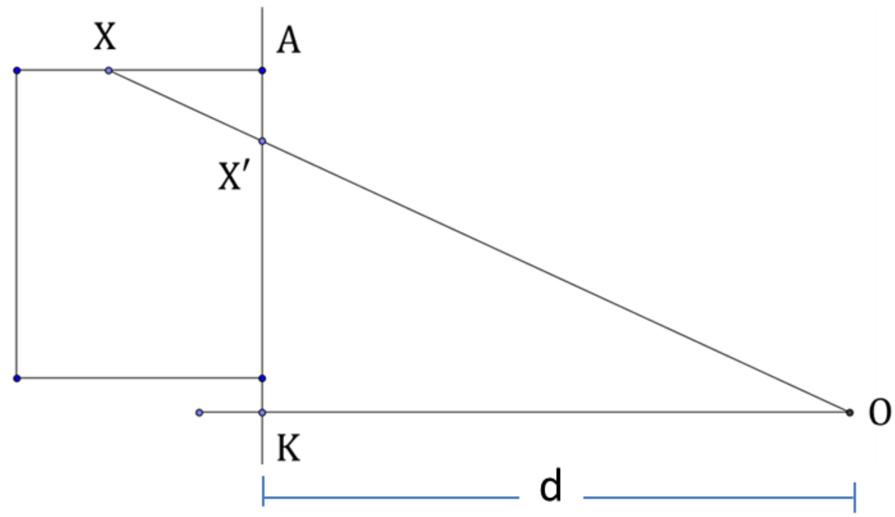


Fig. 11

En esta situación, el ojo del observador está en O, el punto céntrico es K, A es el punto más alto de la moldura del arco delantero, X indica un punto que está sobre la línea que marca el eje central y X' es la imagen de X en el plano de la pintura. Sea $\mathrm{KO}=d$, la distancia de visualización.

Como los triángulos KOX' y AXX' son semejantes,[57] entonces tenemos que $\frac{\mathrm{AX}}{\mathrm{KO}} = \frac{\mathrm{AX}'}{\mathrm{X'K}}$ Pero $\mathrm{KO} = d$ lo que lleva a que $\mathrm{AX} = \frac{\mathrm{AX}'}{\mathrm{X'K}}d.$ Por lo tanto, a AX lo podemos calcular solo en términos de la distancia d. mediante este procedimiento repitiéndolo en los demás puntos de la nervadura se obtiene la tabla siguiente:

[57] Como K es pie de la perpendicular de O al plano de la pintura, tenemos que el ∢AKO = 90º. Luego, las líneas AX y KO son paralelas y entonces el ángulo ∢XAK = 90º, ya que los ángulos ∢AKO y ∢XAK son ángulos alternos internos. Entonces ∢XAK= 90º. Además, el ∢XX’A = ∢KX’O por ser opuestos por el vértice.

Punto X	AX' cm	X'K cm	$\mathbf{AX} = \frac{\mathbf{AX'}}{\mathbf{X'K}} \boldsymbol{d}$
E	61.6	355.2	0.1734234 *d*
F	63.2	353.6	0.1787330 *d*
G	70.1	346.7	0.2021921 *d*
H	76.0	340.8	0.2230047 *d*
I	78.05	338.75	0.2304059 *d*
L	80.0	336.8	0.2375297 *d*
M	85.85	330.95	0.2594047 *d*
N	91.9	325.7	0.2821615 *d*
R	93.35	323.45	0.2886072 *d*

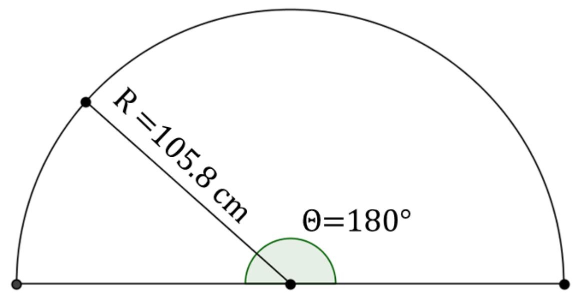
Si consideramos como unidad a un rectángulo que tiene como longitud el ancho de una nervadura y el ancho de un casetón, si se quiere encontrar esta longitud se hace lo siguiente:

$$\mathrm{ER} = \mathrm{AE} - \mathrm{AR} = 0.1734234\, d - 0.2886072\, d = 0.1151838\, d.$$

Luego, $\frac{\mathrm{ER}}{2} = \frac{0.1151838\, d}{2} = 0.05759192\, d.$

Entonces la longitud del cuadrado unitario en términos de d es: $\mathrm{u} = 0.057592\, d.$

Por otro lado, si consideramos el semicírculo de la moldura del arco delantero que tiene como radio 105.8 cm y deseamos calcular la longitud del arco PQ lo hacemos a través de la conocida relación entre ángulo, arco y radio de un círculo (ver Fig. 12).



$$\text{L} = \theta\text{R} = (\pi)(105.8) = 332.080072 \text{ cm}.$$

Fig. 12

Esta longitud la dividiremos entre ocho enteros y un tercio –tomando en cuenta que a lo largo del arco son visibles 8 casetones y un poco más que justifica el tercio adicional– para obtener la longitud del cuadrado unitario. Si suponemos que las nervaduras ortogonales que se encuentran en cada lado de la base de la bóveda representan una nervadura completa entonces se tienen nueve nervaduras ortogonales y ocho casetones entre ellas. Entonces, hay ocho unidades y una nervadura, de ahí que el arco debe dividirse por $8\frac{1}{3}$ en lugar de 8. Esto debido a que el ancho de las nervaduras está en una proporción de 1:3 respecto de la longitud de los casetones.[58]

[58] Field, J. V., The invention of infinity, Mathematics and Art in the Renaissance, 96.

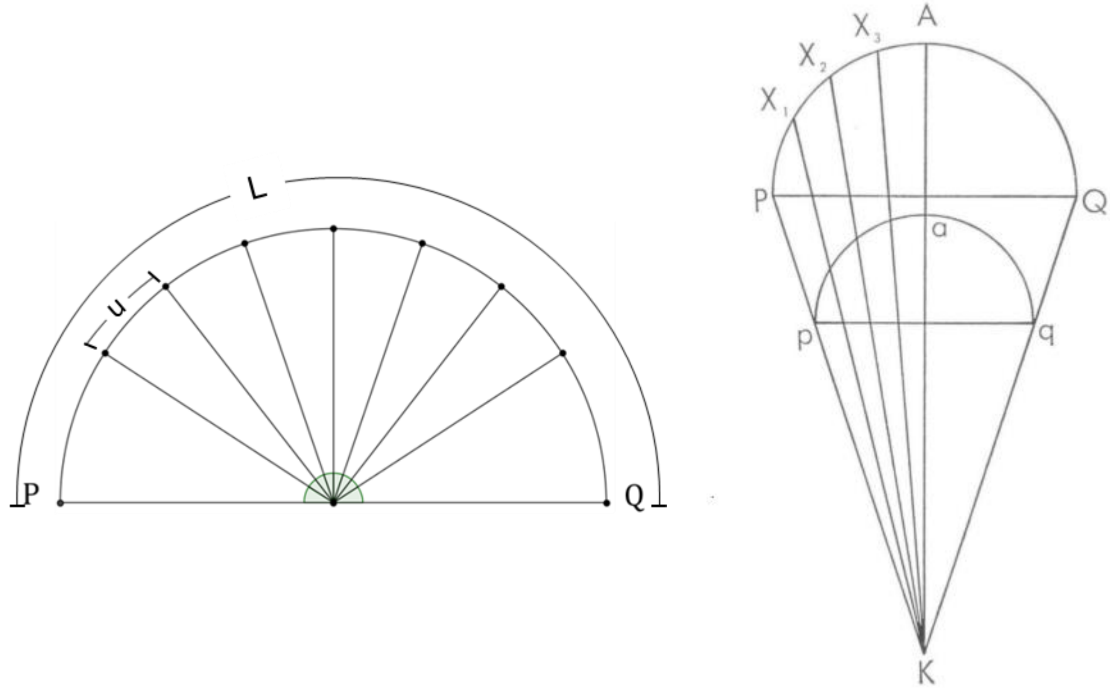


Fig. 13

Entonces,

$$u = L \div 8\frac{1}{3} = L \div \frac{8 \times 3 + 1}{3} = L \div \frac{25}{3} = L \times \frac{3}{25}$$

$$= 332.3805027498 \text{ cm} \times \frac{3}{25} = \frac{997.1415082494 \text{ cm}}{25} = 39.88566032997 \text{ cm}$$

Así, tenemos que $u = 0.057592\, d$, y por ende $u = 39.88566032997$ cm.

Entonces,

$$0.057592\, d = 39.88566032997 \text{ cm}.$$

$$d = \frac{39.88566032997 \text{ cm}}{0.057592}$$

$$d = 692.5555690022 \text{ cm}$$

Si a esto le restamos la distancia de observación que se propuso desde un principio tenemos que:

$$692.5555690022\ \mathrm{cm} - 685.25\ \mathrm{cm} = 6.3055690022\ \mathrm{cm}.$$

Así que, está distancia obtenida es tan sólo $6.3055690022\ \mathrm{cm}$ mayor que la anchura del pasillo.

V. 6 LAS FIGURAS HUMANAS.

Nos podemos ahora preguntar si se podrían acomodar en el espacio disponible las figuras mostradas en el fresco, y para poder responder esto primero veremos cuál es la profundidad de la bóveda. La profundidad de la bóveda también se puede encontrar si se consideran las alturas de los bordes frontales superiores de los ábacos en las columnas en la parte delantera y trasera. En la siguiente tabla se muestra la altura de cada columna:

Columna	**Izquierda**	**Derecha**
Delantera	311.2 cm	311.8 cm
Trasera	209.8 cm	211.8 cm

Una sección de la zona abovedada se muestra en la Figura 14. En la imagen AK es el plano de la pared; A es la parte superior de la moldura del arco de la entrada; K es el punto central; O es la posición del ojo del observador; $\mathrm{UW}, \mathrm{U'K}$ representa la altura de la columna trasera y delantera, respectivamente.

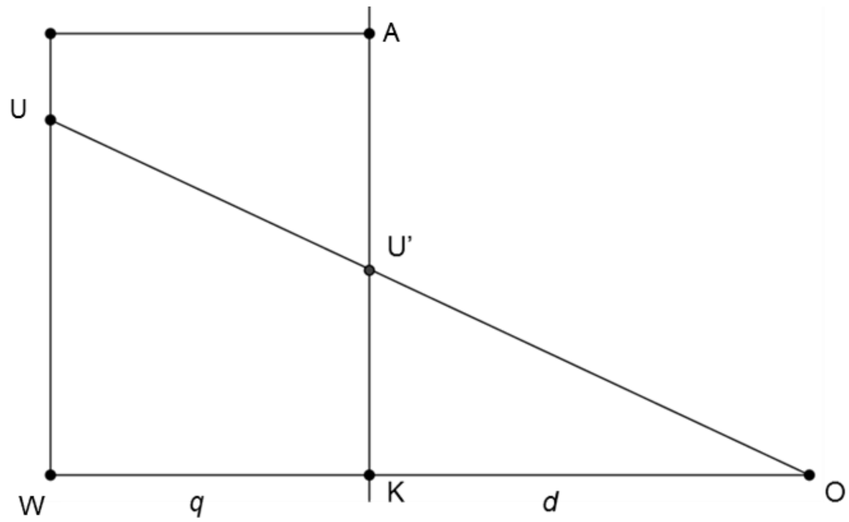


Fig. 14

Tomamos $\mathrm{UW} = 311.2\ \mathrm{cm}$ y $\mathrm{U'K} = 211.8\ \mathrm{cm}$.

Dado que la recta UW y $U'K$ son paralelas, pues: W y K son los pies de las alturas de $\mathrm{UW} = 311.2$ y $\mathrm{U'K}$, respectivamente, entonces se forma un ángulo recto en W y K. Luego, usando el teorema de Tales, tenemos que $\frac{\mathrm{WO}}{\mathrm{KO}} = \frac{\mathrm{UW}}{\mathrm{U'K}}$.

Pero, $\mathrm{KO} = d$ y $\mathrm{WO} = q + d$. Entonces, la ecuación se convierte en $\frac{q+d}{d} = \frac{311.2}{211.8}$.

Luego,

$$\frac{q}{d} + \frac{d}{d} = 1.46931$$

$$\frac{q}{d} + 1 = 1.46931$$

$$\frac{q}{d} = 1.46931 - 1$$

$$q = 0.46931\ \mathrm{d}$$

Ahora, si tomamos la distancia de visualización de la pintura como igual a la anchura del pasillo, $686.26\ \mathrm{cm}$, entonces tenemos que $q = (0.4693)(686.26) = 322.06$. Por lo tanto, la profundidad de la bóveda es de $322.06\ \mathrm{cm}$.

A pesar de que en esta pintura Masaccio, por así decirlo, "flotó" las figuras en el espacio y que hace depender de la capacidad del ojo la elevación de la distancia a la que están a partir de su tamaño, podemos de todas maneras hacer la estimación de la distancia a la que se encuentra Dios Padre detrás del plano de la pintura. Para ello hagamos la siguiente consideración:

En nuestro dibujo (Fig. 15) AK es el plano de la pared –pintura– A es la parte superior de la moldura del arco de la entrada; K es el punto central; O es la posición del ojo del observador; XY representa la posición de la figura de Dios Padre; $\mathrm{X'Y'}$ es la figura Dios Padre que se muestra en la pintura.

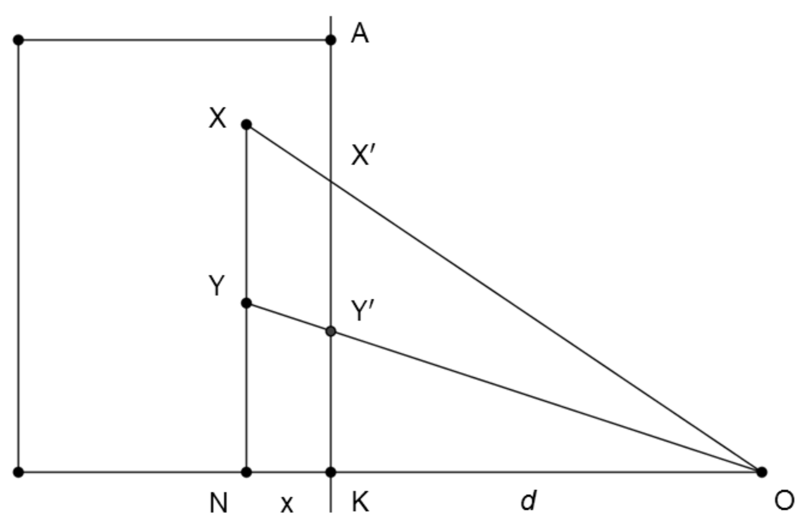


Fig. 15

Sea x la distancia a la que está Dios Padre del plano AK, y d la distancia KO. Suponemos que la altura real de Dios Padre es de $175.08\ \mathrm{cm}$.[59] Y sabemos que su altura en la pintura es de $155\ \mathrm{cm}$, medida que se tomó directamente del fresco.[60] Entonces $\mathrm{XY} = 175.08\ \mathrm{cm}$ y $\mathrm{X'Y'} = 155\ \mathrm{cm}$.

Se tiene que los triángulos OXY y $\mathrm{OX'Y'}$ son semejantes, pues el triángulo OXY es cortado por la recta AK, la cual es paralela a XN.

Entonces tenemos que $\frac{\mathrm{XY}}{\mathrm{X'Y'}} = \frac{\mathrm{OY}}{\mathrm{OY'}}$.

Por otro lado, los triángulos OYN y $\mathrm{OY'K}$ son semejantes.

Entonces tenemos que $\frac{\mathrm{OY}}{\mathrm{OY'}} = \frac{\mathrm{NO}}{\mathrm{KO}}$.

Pero $\mathrm{X'Y'} = 155\ \mathrm{cm}$ y supusimos que $\mathrm{XY} = 175.08\ \mathrm{cm}$. Entonces esta ecuación se convierte en $\frac{x+d}{d} = \frac{175.08}{155}$.

Luego,

$$\frac{x}{d} + \frac{d}{d} = \frac{175.08}{155.0}$$

$$\frac{x}{d} + 1 = 1.1295$$

[59] Masaccio pensó que la altura de Dios Padre debe corresponder a la del hombre perfecto que es de aproximadamente 3 *braccia* en altura.

[60] Field, J. V., The Invention of Infinity, Mathematics and Art in the Renaissance, p 57.

$$\frac{x}{d} = 1.1295 - 1$$

$$x = 0.1295\ d$$

Ahora, si tomamos la distancia de visualización de la pintura como igual a la anchura del pasillo, 686.26 cm, resulta que:

$$x = 0.1295\ d = 0.1295(686.26) = 88.90$$

Por lo tanto, la distancia a la que está Dios Padre del plano de la pintura es de 88.90 cm, que permitirá una longitud razonable de espacio para ubicar a Cristo, a la Virgen y a San Juan (ver la figura 16).

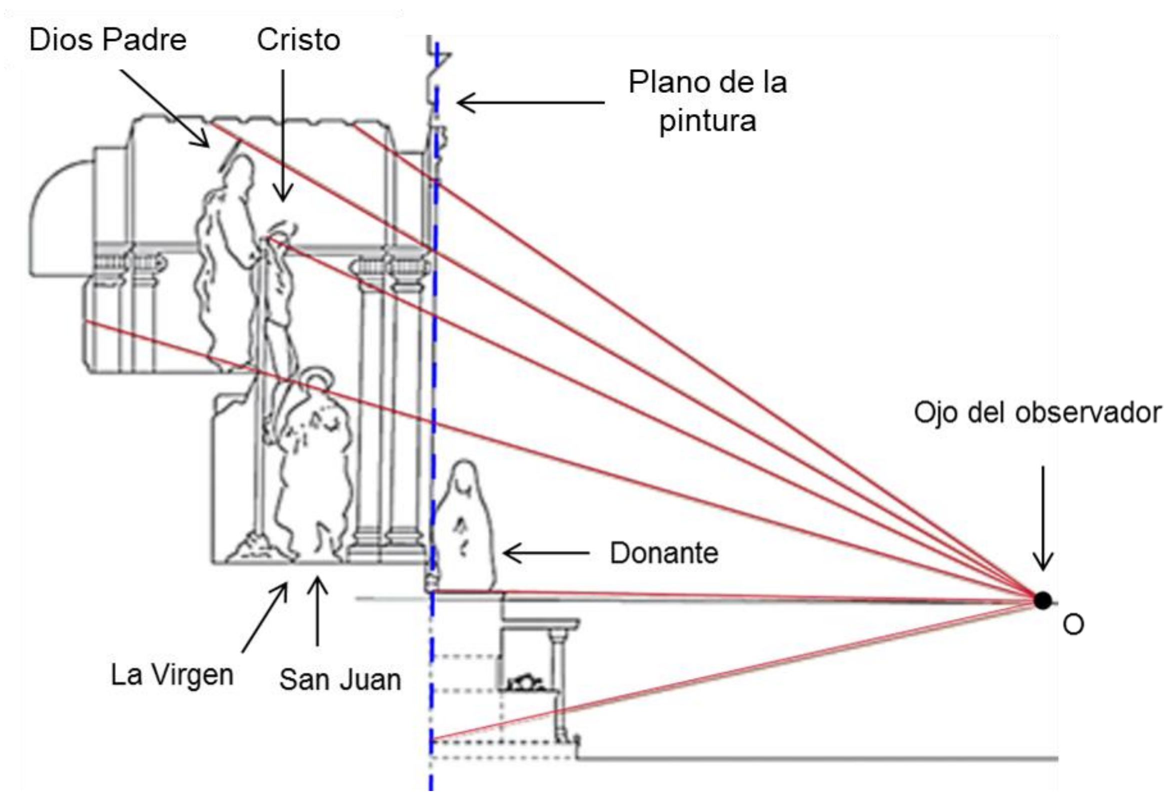


Fig. 16.- Vista lateral.

Para realizar el diseño de este trabajo, hay consenso en que Filippo Brunelleschi le proporcionó a Masaccio los medios matemáticos para representar un espacio que parece tan real como las figuras que lo habitan. Esto gracias a que hay dos zonas de la pintura donde las marcas que se dejaron sobre su superficie nos dan información interesante sobre las habilidades matemáticas que se utilizaron en el diseño del fresco. En estas zonas se encuentra el par de redondeles de color rosa que están ubicados entre la moldura del arco de la entrada y el arquitrabe, y en cuyas partes centrales hay un total de dieciocho estrías. Además, es notorio que sus bordes circulares han sido trazados con compás.

Es interesante preguntarse cómo le hizo Masaccio para dividir en esta cantidad, pues dieciséis podría parecer una opción más natural que dieciocho, debido a que en esa época se conocían métodos geométricos sencillos para dividir un círculo en dieciséis partes iguales. Esto sugiere algún contacto con el mundo de los instrumentos astronómicos o relojes y el mediador más probable para ese contacto es Filippo Brunelleschi, quien también se dedicó a elaborar relojes y por lo tanto le pudo haber facilitado un astrolabio o un cuadrante, con los cuales la división en dieciocho es muy fácil debido a que sus bordes los dividían cada 20º, en tanto que eran herramientas diseñadas para medir ángulos.[61]

[61] Field, J. V., The Perspective Scheme of Masaccio's Trinity fresco, p. 63.

De este estudio se muestra que Masaccio tenía una preocupación considerable por el detalle geométrico. Sin embargo, al único aspecto óptico al que le prestó interés fue a la convergencia de las líneas ortogonales al plano de la pintura. Esto se hace patente en el hecho de que la *Trinidad* incluye tantas líneas que corren en la dirección exacta hacia el punto céntrico que uno debe concluir que la propiedad de convergencia la utilizó en la construcción original.

Más aún, Masaccio parece haber estado dispuesto a hacer un uso repetido del punto céntrico en un esquema perspectivo, pues de él dependen elementos tales como las nervaduras longitudinales en la base de la bóveda y las líneas de los bordes de los ábacos. A pesar de que las longitudes de todos los bordes ortogonales de los ábacos son incorrectas su alineación con el punto céntrico es muy precisa.

En fin, el análisis del fresco de la *Trinidad* confirma que la fuerte ilusión espacial producida por el cuadro depende en gran medida del uso de técnicas que indican una comprensión de las matemáticas de la perspectiva.

Una vez que hemos llegado a este punto, mismo que marca una especie de culminación de un proceso que a *posteriori* se aprecia que tuvo su origen en los primeros y tartamudeantes pasos de los griegos para comprender qué es el mundo real y cómo lo percibimos e interpretamos, y acabó por generar un procedimiento para representar a ese mundo de manera tan realista que podría engañar al ojo, haciéndole creer que –mientras mira el cuadro de la pintura– está contemplando una escena real.

CONCLUSIONES

Con este estudio situamos la génesis de la perspectiva en los comienzos de la edad de oro de la cultura griega, con los primeros intentos de querer imitar a la naturaleza. Sin embargo, esta práctica se pierde a finales de la Edad Antigua y durante la Edad Media. En el antiguo mundo griego y romano encontramos discusiones sobre el proceso visual y su funcionamiento. En particular, el fenómeno de las imágenes que se ven por medio de un espejo, y la preocupación de los artistas y arquitectos por la escenografía, condujeron a una teoría de la perspectiva, dirigida principalmente hacia una explicación geométrica de la percepción del espacio. Con el estudio que realizamos de la *Óptica* y la *Catóptrica* se demostró que a partir de Euclides se contaba con los principios que son la base de la construcción de la perspectiva moderna.

Demócrito fue también uno de los primeros filósofos en proponer una explicación de la percepción del tamaño de los objetos y la distancia a la que están del observador a través de un modelo de carácter geométrico propuesto en su teoría de la visión. Sin embargo, este modelo no puede explicar los hechos observables en los espejos, debido a que el campo visual de un espejo se modifica de acuerdo con la ubicación del observador.

En cuanto a Brunelleschi esbozamos la hipótesis sobre cómo llegó a descubrir su regla para dibujar en perspectiva, proponiendo que se valió del espejo para verificar aquello que ya había deducido de manera geométrica haciendo uso de sus conocimientos de la *Óptica* y la *Catóptrica*, obras ya recuperadas en su época. Establecer un procedimiento geométrico, a la manera de algoritmo, requirió fijar una serie de conceptos que resultaron determinantes para la práctica de los pintores en cuanto a generar la ilusión de tridimensionalidad de las escenas que plasmaban en lienzos y muros. Estos fueron los pasos que condujeron a una progresiva matematización del espacio y en particular del espacio pictórico. Resulta difícil no suponer que Brunelleschi haya trasmitido a Masaccio su regla de construcción en perspectiva, pues cuando este pintor produce su representación de la *Santísima Trinidad* es evidente que está poniendo en juego las técnicas que menos de una década, después aparecen plasmadas en el primer libro del *De la pintura* de Leon Bastita Alberti. En el capítulo tres de esta tesis detallamos los planteamientos albertianos y en el capítulo 5 los utilizamos para analizar la pintura mural de Masaccio y extraer las medidas de los elementos arquitectónicos en ella manifiestos, además de los tamaños y posiciones de las figuras, tanto las reales como las sobrenaturales acomodadas en dicho enclave espacial. Con ello se ilustran los avances alcanzados durante la primera mitad del siglo XV en cuanto a la representación pictórica, basada en la óptica y las matemáticas, de una escena cuyo efecto ilusionista sobre nuestra percepción visual hacía aceptable la afirmación de que se estaba reproduciendo fielmente a la realidad.

La perspectiva albertiana y las pequeñas variantes que más adelante presentaría Piero della Francesca, a las cuales les otorgaba un fundamento geométrico, seguirían avanzando con la adición de la llamada perspectiva atmosférica y con nuevos planteamientos que permitirían realizar las construcciones utilizando elementos dentro del marco de la pintura, evitando así el requerir superficies mucho más amplias que la asignada a la pintura propiamente dicha. Estas elaboraciones quedarían fuera de las posibilidades de uso por parte de los pintores debido a la sofisticación matemática de quienes lo diseñaron, como sería el caso de Giambattista Benedetti (1530- 1590), Guidobaldo del Monte (1545-1607) y Abraham Bosse (c. 1602 – 1676). La culminación de toda esta empresa quedaría en las manos de Girard Desargues /1591- 1661) y su *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du Cone avec un Plan* (Borrador de un ensayo sobre los resultados de los encuentros de un cono con un plano, (1639)). Pero estos avances quedaron fuera de las intenciones de esta tesis.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERTI, Leon Battista. (1996). *De la pintura*, intr. de J. V. Field, trad. y estudio introductorio de J. Rafael Martínez E, Facultad de Ciencias, UNAM (Col. Mathema), México.

ARGAN, Giulio Carlo; ROBB, Nesca A. (1946). *The architecture of brunelleschi and the origins of perspective theory in the fifteenth century*. Journal of the Warburg and Courtauld Institutes, Vol. 9, pp. 96-121.

AVOTINS, Ivars. (1980). *Alexander of Aphrodisias on Vision in the Atomists.* The Classical Quarterly, Cambridge University Press on behalf of The Classical Association, Vol. 30, No. 2 pp. 429-454.

BALDES, W. R. (1975). *Democritus on Visual Perception: Two Theories or One?*, Brill. Phronesis, Vol. 20, No. 2, pp. 93-105.

BALDES, W. R. (1978). *Democritus on the Nature and Perception of 'Black' and 'White'*, Brill, Phronesis, Vol. 23, No. 2, pp. 87-100.

BARNES, Jonathan. (1987). *Early Greek Philosophy*, 2, ilustrada, reimpresa, Universidad de Michigan, Penguin Books.

BURKERT, W. (1977). *Air-Imprints or Eidola: Democritus' Aetiology of Vision*, Illinois Classical Studies, Vol. 2, pp. 97-109.

CAMEROTA, F. (2009). "Before Alberti '*Perspective and Pictura*", Hockney et sl, Painted Optics Symposium (Florencie, 2008).

CHRISTENSEN, J. (1999). *Vindicating Vitruvius on the Subject of Perspective*. The Journal of Hellenic Studies, Vol. 119.

CORNFORD, Francis M. Plato's Cosmology (New York, 1957).

DEMAND, N. (1975). *Plato and the Painters*, Phoenix, Classical Association of Canada, Vol. 29, No. 1.

ELKINS, James. (1992). "Renaissance Perspectives". *Journal of the History of Ideas*, Vol. 53, No. 2, April-June, pp. 209-230.

ELKINS, James (Jun., 1987). “Piero della Francesca and the Renaissance Proof of Linear Perspective”. *The Art Bulletin*, Vol. 69, No. 2 pp. 220-230.

ENGLISH, Robert B. (1915). *Democritus' Theory of Sense Perception*, Transactions and Proceedings of the American Philological Association, The Johns Hopkins University Press, Vol. 46, pp. 217-227.

EUCLIDES. (1986). *La Perspectiva, y Especularia de Euclides*, [Traducción al castellano en 1585 por Pedro Ambrosio de Onderiz y manuscrito hacia 290 a. C.], Publicaciones del Depto. De Matemáticas CINVESTAV, IPN, México.

FIELD, J. V. (1997). *The invention of infinity: Mathematics and Art in the Renaissance*, Oxford University Press.

FIELD, J. V. (1997). “Alberti, the Abacus and Piero della Francesca’s proof of perspective”. *The Society for Renaissance Studies*, Oxford University Press, Vol. 11, No. 2, 61-88.

FIELD, J. V., Lunardi, R. y Settle, T.B. (1988). “The perspective scheme of Masaccio’s Trinity fresco”. *Nuncius*, vol.4.

GARCÍA, S. T. (1998). *Brunelleschi, II Duomo y el punto de fuga*. Ciencias 49, pp. 58-66.

KEMP, Martin. (1990). *The science of art: optical themes in western art from Brunelleschi to Seurat*, Yale University Press.

LINDBERG, David. (1981). *Theories of vision from Al-Kindi to Kepler*, Chicago University Press.

KUBOVY, Michael. (1986). *The Psychology of perspective and Renaissance art*, Cambridge University Press: Cambridge.

LEE, Edward N. (1966). *On the Metaphysics of the Image in Plato’s Timaeus*. *The Monist*, vol. 50, no 3.

LLOYD, G. E. R. (1968). *Plato as a Natural Scientist*. The Journal of Hellenic Studies, The Society for the Promotion of Hellenic Studies, Vol. 88.

MESA de, A. (1989). El" fantasma" del punto de fuga en los estudios sobre la sistematización geométrica de la pintura del siglo XIV. *D'art*, no 15.

SINISGALLI, R. (2012). *Perspective in the Visual Culture of Classical Antiquity,* Cambridge University Press.

MONTEMURRO, M. (2012). *Perspectiva naturalis y perspectiva artificialis: los aportes de la óptica y catóptrica en el desarrollo del sistema perspectivo de Filippo Brunelleschi*. Signum, vol. 13, n. 2.

PANOFSKY, Erwin. (1927), *La perspectiva como forma simbólica*. Trad. De Virginia Careaga. Barcelona: Tusquets, 2003.

RUDOLPH, K. (2011). *DEMOCRITUS' PERSPECTIVAL THEORY OF VISION*, The Society for the Promotion of Hellenic Studies, Vol. 131 (2011), pp. 67-83.

RUDOLPH, Kelli. (2012). *Democritus' perspectival theory of vision*. *The Journal of Hellenic Studies*, vol. 62.

WITTKOWER, R. (1953). Wittkower, R. (1953). *Brunelleschi and 'proportion in perspective'*. Journal of the Warburg and Courtauld Institutes, Vol. 16, No. ¾.

Consulta en línea: https://www.unamenlinea.unam.mx/recurso/83731-vida-de-los-mas-excelentes-pintores-escultores-y-arquitectos