



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

OPTIMIZACIÓN DE UN DETECTOR DE MUONES PARA
EL MONITOREO DEL VOLCÁN POPOCATÉPETL,
MEDIANTE SIMULACIÓN GEOMÉTRICA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

PABLO MISAEL MALDONADO ALONSO

TUTOR

DR. ARTURO ALEJANDRO MENCHACA ROCHA



CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx., 2021



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi madre Esperanza, por su apoyo incondicional

Agradecimientos

Agradezco a mi asesor, el Dr. Arturo Alejandro Menchaca Rocha, por darme la oportunidad de trabajar con él, por sus consejos y enseñanzas; su guía y paciencia.

A todas las personas con que las que trabajé en este proyecto, especialmente al Dr. Varlen Grabski y al M. en C. Marco Vladimir Lemus Yáñez, por sus observaciones y ayuda.

A Mónica Daniela Gallardo Hernández por el gran apoyo brindado.

A los Programas de Investigación del Instituto de Física (PIFF2020).

Finalmente, quiero agradecer a los proyectos CONACYT 221088 y PAPIIT 110314.

Resumen

En el presente trabajo se expone un estudio realizado a un detector de muones por medio de una simulación con el objetivo de optimizar su funcionamiento. El detector o trazador es destinado a la medición del flujo de muones que se produce en la atmosfera en su interacción con rayos cósmicos para obtener una distribución de densidad de la estructura interna del volcán Popocatepetl.

Se presenta información relevante sobre el volcán Popocatepetl, rayos cósmicos, detectores de partículas, entre otros temas, que facilitan la explicación de las características y el funcionamiento del detector de muones en el volcán y de la simulación que se programó para optimizarlo.

Finalmente, se abordan algunas propuestas de optimización relacionadas con características específicas del detector, que, de acuerdo a la simulación, podrían mejorar la resolución espacial y la eficiencia intrínseca del detector. Se juzga factible que los resultados publicados en este trabajo sean de utilidad en el estudio de detectores similares a este.

Abstract

In this work is exposed a study, carried out on a muon detector by means of a simulation, which objective is to optimize its functioning. The detector or tracker is destined to measure the muon flux produced in the atmosphere in its interaction with cosmic rays to obtain a density distribution of the internal structure of the Popocatepetl.

It is presented relevant information about Popocatepetl, cosmic rays, particle detectors, among other topics, which facilitate the explanation of the characteristics and functioning of the muon detector on the volcano, and the simulation programmed to optimize it.

Ultimately, some suggestions are expressed, concerning the detector's specific characteristics, that according to the simulation may improve spatial resolution and intrinsic detection efficiency. It is feasible that the results published in this work are useful in the study of detectors similar to this one.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
1. Introducción	1
2. El Popocatépetl	6
2.1. Historia geológica y eruptiva	6
2.2. Cono actual	7
2.3. Estructura interna	9
2.4. Monitoreo	11
3. Rayos Cósmicos	14
3.1. Interacción con la atmósfera	15
3.1.1. Producción de partículas secundarias	16
3.1.2. <i>Air Showers</i>	17
3.2. Observables	17
3.2.1. Opacidad	17
3.2.2. Intensidad direccional	19
3.2.3. Flujo	20
3.2.4. Intensidad integral	20
3.2.5. Dependencia del ángulo de zenit y de la altura	20

3.2.6.	Espectro diferencial de energía	21
3.2.7.	Espectro integral de energía	21
3.3.	Muones	22
3.3.1.	Muones en la atmósfera terrestre	22
3.3.2.	Muones a nivel del mar	22
3.3.3.	Muones subterráneos	24
4.	Técnica de imagenología por atenuación de Muones	27
4.1.	Principio	27
4.1.1.	Atenuación del flujo de muones	28
4.1.2.	Cálculo de la densidad	31
4.2.	Experimento	31
5.	Detector de muones del Popocatépetl	34
5.1.	Centelladores	34
5.1.1.	Emisión de luz	35
5.1.2.	Linealidad con la energía	35
5.1.3.	Rápido tiempo de respuesta	35
5.1.4.	<i>Pulse shape discrimination</i>	36
5.1.5.	Pérdida de luz	36
5.2.	Fibras WLS	37
5.2.1.	Captura de la luz incidente	39
5.2.2.	Propagación de la luz en el interior de la fibra	40
5.3.	Reflexión de luz en el contenedor	41
5.4.	Fotomultiplicadores de silicio	42
5.4.1.	Forma del pulso de salida	43
5.5.	Módulos	44
5.6.	Trazador de muones	47
5.6.1.	Eficiencia	48
5.6.2.	Sensibilidad	49
5.6.3.	Respuesta del detector	49

5.6.4. Resolución de energía	50
5.6.5. Tiempo muerto	50
5.6.6. Tiempo de respuesta	51
5.6.7. Resolución temporal y espacial	51
5.6.8. Resolución angular	51
5.6.9. Ángulo sólido y aceptación	52
5.6.10. Número de muones detectados	53
5.6.11. Reconstrucción de trayectorias	53
6. Simulación Geométrica	54
6.1. Descripción del código	55
6.2. Información obtenida	57
7. Resultados	60
7.1. Captura de luz en función de la distancia fibra-muon	60
7.2. Posicionamiento de fibras en el plano YZ	64
7.2.1. Módulo con una fibra	64
7.2.2. Módulo con 36 fibras	68
7.3. Número de fibras	73
7.4. Optimización de tiempo	77
7.4.1. Reflectividad interna del contenedor	77
7.4.2. Seccionamiento del contenedor	80
8. Conclusiones	86
A. Gráficas del seccionamiento del contenedor	89
B. Código de la simulación	94

Índice de figuras

1.1. Vista panorámica desde la Ciudad de México con los volcanes Iztaccihuatl (izquierda) y Popocatepetl (derecha) en el fondo.	2
2.1. Localización del volcán Popocatepetl y la distribución de ciudades dentro de un radio de 100 km desde el cráter activo. <i>Figura tomada de la Cruz-Reyna y Tilling [2008].</i>	7
2.2. Columna estratigráfica con distribución de eventos del volcán Popocatepetl. <i>Figura tomada de Macias [2005]</i>	8
2.3. Diámetro y profundidad de un cráter interno del volcán Popocatepetl. En su interior podrían caber hasta 2 estadios. <i>Fotografía tomada en noviembre del 2017.</i>	9
2.4. Sismicidad en el volcán Popocatepetl durante el periodo del primero de Septiembre al 31 de Diciembre de 1995 (las cruces representan hipocentros). El histograma representa el número de tremores como función de la profundidad. <i>Figura tomada de [Espíndola et al., 2004]</i>	10
2.6. Modelo del Popocatepetl con un error de ajuste del 10 % que muestra los diferentes valores de susceptibilidad que tiene su estructura. <i>Figura tomada de [Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi, 2018]</i>	11

<p>3.1. Representación esquemática de la producción de partículas en la atmósfera. El proceso inicia en lo más alto de la atmósfera con una interacción hadrónica de energía media entre un protón cósmico primario y un núcleo atmosférico. Posteriormente, se producen ionizaciones de átomos y desintegraciones de núcleos en colisiones secundarias de baja energía. Las partículas inestables están sujetas a decaimientos e interacciones, mientras que fotones y electrones a producción de pares y bremsstrahlung, respectivamente. Además, muchos neutrinos son producidos en el decaimiento de varios tipos de partículas. <i>Figura modificada de Grieder [2001].</i></p>	<p>18</p>
<p>3.2. Esquema del concepto de intensidad direccional. θ y ϕ representan el ángulo de zenit y azimutal, respectivamente, $d\Omega$ es el elemento diferencial de ángulo sólido y dA el elemento diferencial de área. <i>Figura modificada de Grieder [2001].</i></p>	<p>19</p>
<p>3.3. Intensidad vertical de rayos cósmicos en la atmósfera con $E > 1$ GeV. Los puntos representan las mediciones de muones negativos con $E_\mu > 1$ GeV. <i>Figura tomada de Tanabashi et al. [2018].</i></p>	<p>23</p>
<p>3.4. Espectro de muones para ángulos de zenit $\theta = 0^\circ$ (\blacklozenge, \blacksquare, \blacktriangledown, \blacktriangle, \times, $+$, \circ y \bullet) y $\theta = 75^\circ$ (\blacklozenge). La línea negra representa la predicción de la Ecuación 3.13, para cascadas de rayos cósmicos verticales. <i>Figura tomada de Tanabashi et al. [2018].</i></p>	<p>24</p>
<p>3.5. Poder de frenado ($-dE_\mu/dX_\mu$) de μ^+ en cobre en función de $\beta\gamma = p/Mc$ (líneas continuas). Las bandas verticales representan las fronteras entre diferentes aproximaciones. La línea corta punteada denotada con “μ^-” ilustra el efecto Barkas (la dependencia de $-dE/dX$ para partículas cargadas de baja energía). <i>Figura tomada de Tanabashi et al. [2018].</i></p>	<p>25</p>
<p>4.1. Esquema de la dispersión múltiple de una partícula cargada (trayectoria en línea negra) al atravesar un material de espesor a.</p>	<p>30</p>

4.2. Esquema que muestra los principales elementos de la muongrafía en el volcán Popocatépetl. Primero, un flujo de muones incidente, Φ_0 , (líneas rojas) se propaga por la atmósfera dentro del ángulo sólido de aceptación del detector, Ω (representado mediante el sombreado morado). Posteriormente, el flujo es atenuado por el volcán en función de su densidad y tamaño. Finalmente, el flujo de muones atenuado, Φ , llega al detector y es medido por el mismo. *Nota: La posición del detector en este esquema no representa la localización real que tendrá en el volcán.* 33

5.1. Representación esquemática de una fibra WLS redonda de multicapas. En (a) se muestra una vista transversal de la fibra donde se especifican el diámetro del núcleo d y los espesores de la capa interna d_{int} y externa d_{ext} . Mientras que en algunas fibras $d_{\text{int}} = d_{\text{ext}} \approx 0.03 d$, en otras $d_{\text{int}} = d_{\text{ext}} \approx 0.06 d$. Por otro lado, en la perspectiva longitudinal de la fibra en (b) se muestra el máximo ángulo de reflexión posible, α_{max} , y el proceso de reflexión total interna en la interfaz núcleo-revestimiento que ocurre durante el transporte de luz dentro de la fibra. 38

5.2. Espectro de emisión de las fibras WLS EJ-321 y espectros de absorción y emisión del centellador líquido Y-11 utilizados en el último prototipo del detector del Popocatépetl. 39

5.3. Esquema de propagación de la luz en la interfaz revestimiento-medio donde $n_{\text{nucl}} > n_{\text{clad1}} > n_{\text{cent}} > n_{\text{clad2}}$ de acuerdo a los valores dados por las Tablas 5.1 y 5.2. Si un rayo de luz (línea negra continua) incide en la superficie exterior de la fibra con un ángulo de incidencia $\alpha_1 = \alpha'_1 < \alpha_{\text{crit}}$ éste penetrará la fibra a través de una serie refracciones dada por la ley de Snell; de lo contrario, si $\alpha_1 = \alpha''_1 > \alpha_{\text{crit}}$ será reflejado especularmente en el medio (línea negra punteada). 40

5.4. Reflectancia frente a longitud de onda para plata, oro y aluminio. *Figura modificada de Hecht [2017].* 42

5.5. Esquema de la forma de un pulso de salida ánodo-cátodo de un SiPM. El área bajo la curva es proporcional a al flujo de luz detectado. El rise time y fall time se denotan por t_r y t_f , respectivamente. 44

5.6. Prototipo actual del módulo. En (a) y (b) se muestran dos perspectivas diferentes del contenedor de aluminio, y en (c) un SiPM de $6 \times 6 \text{ mm}^2$. 45

5.7. Esquema del posicionamiento de las fibras WLS en relación al contenedor de aluminio en los módulos. En la perspectiva transversal del plano YZ en (a), las fibras WLS son representadas como puntos negros. Desde la perspectiva del plano XZ en (b), se aprecia que el conjunto de fibras WLS cruza coplanarmente de un extremo al otro del módulo, conectando ambos SiPM. 46

5.8. Esquema del trazador de muones que se utilizará para estudiar la estructura interna del volcán Popocatepetl. Se muestran las 3 matrices M_1 , M_2 y M_3 separadas por una distancia D ; los ángulos vertical θ_{ef} y azimutal efectivo ϕ_{ef} ; la trayectoria de un muon (flecha roja); y los píxeles (rectángulos amarillos) generados en las tres matrices del detector. 48

5.9. Esquema de un módulo visto desde el plano XY. Cuando un muon (flecha roja) atraviesa un módulo la señal óptica producida en el centellador es transportada por las fibras WLS y convertida en una señal eléctrica por los SiPM. Los tiempos de respuesta t_1 y t_2 corresponden al tiempo que le toma a la señal óptica llegar a los fotomultiplicadores SiPM₁ y SiPM₂, respectivamente. 52

6.1. Trayectoria aleatoria simulada de un muon (en rojo) que atraviesa un módulo de una sola fibra WLS central en la posición $x_\mu = 75 \text{ cm}$. Los esquemas de la perspectiva transversal del módulo en (a) y de la longitudinal en (b) están a escala con respecto a las dimensiones reales del contenedor. 55

6.2. Histogramas de los tiempos de desplazamiento de los fotones t_{f_1} (a) y t_{f_2} (b) obtenidas de la simulación de un muon que atraviesa el módulo en $x_\mu = 100$ cm. En rojo se muestra el ajuste de Landau aplicado a los histogramas.	59
7.1. Esquema de las trayectorias de los muones simulados en todos los eventos.	61
7.2. Número total de fotones capturados por la fibra en función de la posición de la trayectoria y_μ	62
7.3. Número total de fotones capturados en función de la distancia entre la fibra y la trayectoria del muon.	63
7.4. Número de fotones directos capturados en función de la distancia entre la fibra y la trayectoria del muon.	64
7.5. Número de fotones reflejados capturados en función de la distancia entre la fibra y la trayectoria del muon.	65
7.6. La simulación se realizó moviendo una sola fibra (círculo negro) a los largo de varias posiciones (círculos blancos) sobre el eje Y, Z y la diagonal del contenedor.	66
7.7. Número de fotones directos, reflejados y totales detectados promedio de 100 trayectorias aleatorias de muones en función de la posición de la fibra en el eje Y.	67
7.8. Número de fotones directos, reflejados y totales detectados promedio de 100 trayectorias aleatorias de muones en función de la posición de la fibra en el eje Z.	68
7.9. Número de fotones directos, reflejados y totales detectados promedio de 100 trayectorias aleatorias de muones en función de la posición de la fibra en la diagonal de la sección transversal del módulo.	69

7.10. Debido a que las trayectorias de los muones son aleatorias, éstas pueden atravesar el módulo en cualquier posición a lo largo del eje Y (muones μ_1, μ_2 y μ_3). Por lo cual, para un número de muones lo suficientemente grande, la distancia de separación media fibra-muon, \bar{d}_f , es menor para una fibra colocada cerca del centro del contenedor (círculo blanco), que para una fibra colocada en el borde (círculo negro). En este ejemplo de tres trayectorias, mientras $A \approx E$ y $C \approx B$, $D < F$, por lo cual, \bar{d}_f es menor para la fibra en el borde que para la fibra en el centro del contenedor. 70

7.11. Representación esquemática de dos distribuciones de fibras WLS en los módulos en donde se muestran sus posiciones a lo largo del eje Y, $y_f^{(k)}$, y la distancia de separación entre ellas, $\Delta y_f^{(k)}$. En (a) todas las fibras se distribuyen de forma equidistante en la parte central del contenedor, desde la coordenada $y = -3$ a $y = 3$. Por otra parte, en (b) las fibras se distribuyen a lo largo de todo el módulo, igual que en el prototipo físico construido. 71

7.12. Simulación de los fotones recolectados con 36 fibras distribuidas como en el prototipo del detector (Figura 5.7a). 72

7.13. Fotones recolectados con 36 fibras posicionadas de acuerdo a un primer cálculo realizado por prueba y error (las coordenadas se muestran en la segunda columna de la tabla 7.2). 73

7.14. Fotones recolectados con la distribución de fibras propuesta en esta tesis y cuyas coordenadas exactas aparecen en la tercera columna de la Tabla 7.2. 75

7.15. Posición en centímetros, $y_f^{(k)}$, de la fibra número k en el eje Y. 76

7.16. Relación de la distancia de separación entre fibras consecutivas, $\Delta y_f^{(k)}$, y la posición de las mismas en el eje Y, $y_f^{(k)}$ 77

7.17. Fotones detectados promedio por cada muon en función del número de fibras empleadas en cada módulo y para diferentes valores de reflectividad. 78

7.18. Derivada de la función de ajuste exponencial para tres valores diferentes de R	80
7.19. Fotones directos (negro), reflejados (rojo) y totales (azul) detectados promedio por 36 fibras en función de la reflectividad interna del contenedor.	81
7.20. Comparación del cambio que experimentan el número total de fotones detectados, el rise time, el fall time y la FWHM en función de la reflectividad.	82
7.21. Comparación en porcentaje de los cambios de magnitud de \bar{N}_f y t_r en función del cambio de la reflectividad partiendo del valor inicial $R = 0.8$	84
7.22. Esquema del seccionamiento del módulo en 4 partes del mismo volumen.	84
A.1. Contenedor completo	89
A.2. Contenedor dividido en 2 secciones	90
A.3. Contenedor dividido en 3 secciones	90
A.4. Contenedor dividido en 4 secciones	91
A.5. Contenedor dividido en 6 secciones	91
A.6. Contenedor dividido en 10 secciones	92
A.7. Contenedor dividido en 20 secciones	92
A.8. Contenedor dividido en 30 secciones	93
A.9. Contenedor dividido en 50 secciones	93

Capítulo 1

Introducción

La *vulcanología* estudia las causas y fenómenos del *vulcanismo*, es decir, procesos durante los cuales el *magma* (rocas fundidas del interior de la Tierra) y gases ascienden a través de la corteza terrestre y son emitidos en la superficie y la atmósfera. Por ende, uno de sus principales objetivos de estudio son las aperturas en la superficie de la Tierra a través de las cuales se emiten estos materiales y a los cuales comúnmente llamamos *volcanes*. El estudio de los volcanes es importante debido a sus efectos destructivos, especialmente en un país como México cuyo territorio cuenta con 14 en estado activo.

El *Popocatépetl* es un volcán localizado en el *Cinturón Volcánico Transmexicano* a 70 km de la Ciudad de México (Figura 1.1). Estudios con herramientas paleomagnéticas calculan que tiene una edad menor que 730000 años. Es la segunda cima más alta de México con una elevación de 5419 metros sobre el nivel del mar. Tanto por su altitud como por su localización el volcán Popocatépetl es de alto riesgo. Alrededor de 20 millones de personas se encuentran vulnerables. Dieciocho municipios se localizan sobre las laderas del volcán y las planicies aledañas. Además, estados como Tlaxcala y la Ciudad de México se pueden ver afectados por la emisión y dispersión de cenizas, fenómeno frecuente en la actividad del volcán que puede afectar la seguridad del tráfico aéreo. Debido a esto, se ha adoptado un sistema de advertencia de peligros para el volcán Popocatépetl, llamado *Semáforo de alerta volcánica*, el cual es un protocolo de comunicación que traduce una amenaza volcánica en siete niveles de

preparación para el manejo de emergencia de las autoridades y tres niveles de alerta para la población [la Cruz-Reyna y Tilling, 2008; Pozzo *et al.*, 2018].



Figura 1.1: Vista panorámica desde la Ciudad de México con los volcanes Iztaccihuatl (izquierda) y Popocatepetl (derecha) en el fondo.

El monitoreo volcánico consta de dispositivos de vigilancia sísmico, geodésico, geoquímico y visual que aportan datos para elaborar un diagnóstico de riesgo y pronosticar la actividad de un volcán. Esto se realiza a través de mediciones de actividad sísmica, deformación del suelo, cambios en la composición química del agua, emanaciones de gas y vapores u otros fenómenos que puedan ser detectados por los sistemas de monitoreo antes de que se desarrolle una actividad volcánica mayor.

El conocimiento de la estructura interna de un volcán es una característica clave para su monitoreo, ya que por medio de su análisis se pueden simular los procesos que involucran el transporte de fluidos (magma y gases) y la evolución física y química de los materiales volcánicos. Para ello, existen varias técnicas geofísicas enfocadas en la obtención de imágenes 2D y 3D de la distribución de densidad de la estructura interna de los volcanes, como lo son los estudios de gravedad, aerogeofísicos, magnéticos y electromagnéticos. El reciente desarrollo de la *imagenología por atenuación de muones* o *muongrafía* ha venido a reforzar estos métodos proveyendo nuevas maneras para determinar la densidad de grandes volúmenes de roca con resoluciones de hasta 20 m.

El principio bajo el que funciona la imagenología por atenuación de muones es similar al de las radiografías por rayos X y rayos γ , pero con diferencia de que el

primero utiliza muones de alta energía como fuente de radiación, lo que le da la capacidad de penetrar en volúmenes más grandes y densos. Los *muones* son partículas elementales cargadas eléctricamente, con una masa 200 veces mayor que la del electrón y son producidos en la atmósfera en la interacción con rayos cósmicos, por lo cual, proporcionan una fuente uniforme, continua y gratuita de radiación. Al atravesar cierto cuerpo geológico o arqueológico de interés, como una pirámide o un volcán, el flujo de muones es atenuado en mayor medida en las partes más densas, es decir, menos muones las atraviesan. Así, mediante el uso de detectores de partículas se puede medir el número de muones y la trayectoria seguida por cada uno de ellos para obtener una distribución de densidad de un volcán, análogo a lo que se hace en medicina con la radiografía convencional de rayos X al visualizar las partes internas del cuerpo humano.

Esta técnica fue usada por primera vez en 1950 por [George](#) al medir la profundidad de un túnel en Australia [[George, 1955](#)]. Aproximadamente 10 años después [Alvarez et al.](#) la utilizó en su intento de encontrar heterogeneidades (cámaras funerarias, pasadizos, etc) dentro de la pirámide de Kefrén en Egipto [[Alvarez et al., 1970](#)]. Posterior a la idea original de [Nagamine et al.](#) en 1995, [Tanaka et al.](#) desarrolló la primera muongrafía de un volcán y probó que el volumen ocupado del cráter del Monte Asama es menor del 30 % [[Nagamine et al., 1995](#); [Tanaka et al., 2003](#)]. Desde entonces, la muongrafía se ha utilizado en el estudio de una amplia variedad de volcanes de diferentes países, tales como Italia (por ejemplo en el estudio del Monte Vesubio y el volcán Etna), Filipinas, Francia, etc, optimizando en el proceso los detectores con los que se realiza el experimento [[Beauducel et al., 2008](#); [Carbone et al., 2014](#); [Procureur, 2018](#)]. Ahora, con el objetivo de establecer un nuevo sistema de monitoreo, basado en la imagenología por atenuación de muones y que sirva de complemento a los métodos geofísicos convencionales, un equipo de investigadores del Instituto de Física de la UNAM (A. Menchaca Rocha, V. Grabski), del Instituto de Geofísica de la UNAM (J. Urrutia Fucugauchi) y de la Universidad de Viena (J. Zmeskal), además de técnicos y estudiantes, mediante fondos proporcionados por la UNAM y el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), colaboran en la construcción de un *telescopio de*

muones o *trazador de muones* que se utilizará en el estudio del volcán Popocatepetl. Esta no es la primera vez en que miembros de este equipo de investigación utiliza la técnica de muongrafía para la detección de heterogeneidades en cuerpos de grandes dimensiones. En 2011, después de tres años de toma de datos por medio de cámaras multialámbricas, se pudo reconstruir exitosamente el interior de la Pirámide del Sol en Teotihuacán.

El trazador de muones que se está construyendo para el Popocatepetl tiene como objetivo medir el flujo de muones que atraviesan el volcán y reconstruir la trayectoria recorrida por cada uno de ellos. Consta de 48 módulos, distribuidos en 3 planos paralelos entre sí (16 módulos en cada plano). Cada *módulo* es un detector centellador cuya función es producir una señal cuando un muón cruza su volumen. Los módulos funcionan a base de un líquido centellador, el cual produce luz con una intensidad proporcional a la energía depositada por la partícula y por 36 fibras corredoras de frecuencia o *Wave-Length Shifting Fibers*, las cuales absorben y transportan la luz emitida en el líquido.

Con el objetivo de optimizar el diseño del detector de muones, se ha desarrollado un software en el lenguaje de programación C++, que simula los procesos que toman lugar en los módulos cuando son atravesados por un muón, lo que le toma al programa un tiempo de ejecución de 5-10 s, mucho menor en comparación a simulaciones realizadas con softwares más sofisticados como GEANT4. Con esta herramienta es posible realizar muchas más simulaciones y pruebas modificando algunas variables del diseño actual del módulo en busca de la mejora de algunas de sus características. Las cuatro propuestas planteadas en esta tesis que serán estudiadas mediante la simulación son las siguientes:

1. Mejorar la recolección de luz de las fibras WLS cambiando únicamente su distribución dentro de los módulos.
2. Uniformizar la sensibilidad de los módulos por medio del posicionamiento de las fibras WLS.
3. Optimizar el número de fibras WLS empleado en cada módulo.

4. Mejorar la resolución temporal del detector, reduciendo la reflectancia interna de los módulos y confinando la luz en secciones más pequeñas.

Los temas presentados en esta tesis se abordan de la siguiente manera: en el capítulo 2 se hace una introducción a la vulcanología, poniendo énfasis en la amenaza que representan algunos volcanes para la humanidad y en particular el volcán Popocatepetl; en el capítulo 3 se hace un resumen del área de los rayos cósmicos, enfocado en los flujos de muones subterráneos y atmosféricos; en el capítulo 4 se explica a detalle la técnica de imagenología por atenuación de muones que se utilizará en el monitoreo del volcán Popocatepetl; en el capítulo 5 se resumen las características, el diseño y el funcionamiento del trazador de muones; en el capítulo 6 se explican todos los procesos programados y omitidos en la simulación; en el capítulo 7 se presentan los resultados de la optimización realizada por medio de la simulación y, finalmente, en el capítulo 8 se concluye la información más importante de los capítulos anteriores.

Capítulo 2

El Popocatépetl

El *Popocatépetl*, que en la lengua náhuatl significa *montaña que humea*, es un volcán compuesto que se localiza en el *Eje Volcánico Transversal*, en los estados de México, Puebla y Morelos y al sur de la Ciudad de México (Figura 2.1). Es la segunda montaña más alta en el país sólo por detrás del Pico de Orizaba.

2.1. Historia geológica y eruptiva

El primer edificio volcánico que se creó en lo que hoy día conocemos como el Popocatépetl, fue el volcán Nexpayantla, a partir de la emisión de derrames andesíticos y dacíticos. Posteriormente, hace 200000 años, una erupción produjo el colapso de una parte del edificio, lo que formó una caldera [Macias, 2005].

Tiempo después, un nuevo volcán llamado El Fraile se conformaría dentro de la caldera. Este colapsó hace 50000 y 30000 años debido a una erupción que destruyó la parte meridional del volcán [Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi, 2018].

Hace aproximadamente 23000 años una erupción lateral produjo el colapso hacia el sur del antiguo cono del volcán. La columna pliniana depositó una gruesa capa de pómez sobre los flancos meridionales (Figura 2.2) [Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi, 2018].

La actividad del Popocatépetl durante los últimos 20000 años se caracteriza por cuatro eventos mayores ocurridos hace 14000, 5000, 2150 y 1100 años; y cuatro menos

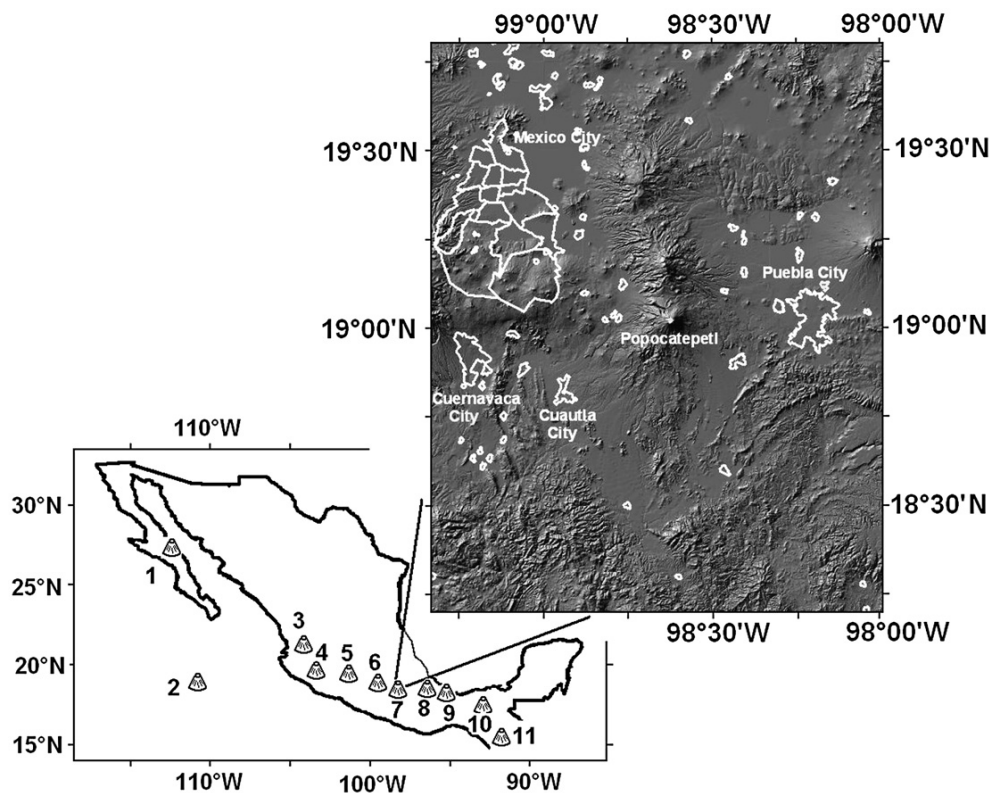


Figura 2.1: Localización del volcán Popocatépetl y la distribución de ciudades dentro de un radio de 100 km desde el cráter activo.
Figura tomada de la Cruz-Reyna y Tilling [2008].

expuestos, ocurridos hace 11000, 9000, 7000 y 1800 años [Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi, 2018].

Después de un periodo de calma de varias décadas, el Popocatépetl reanudó su actividad eruptiva el 21 de diciembre de 1994, amenazando a las poblaciones cercanas y poniendo en alerta a las autoridades y a vulcanólogos de todo el país [Pozzo *et al.*, 2018]. En la Tabla 2.1 se muestra el índice de explosividad volcánica de las erupciones del volcán Popocatépetl de varios años desde el siglo XVI.

2.2. Cono actual

El cono actual del Popocatépetl tiene una elevación sobre el nivel del mar de 5472 m y una elevación relativa respecto a sus faldas de 3000 m. Está constituido por depósitos piroclásticos y coladas de lava de composición andesítica-dacítica [Macias,

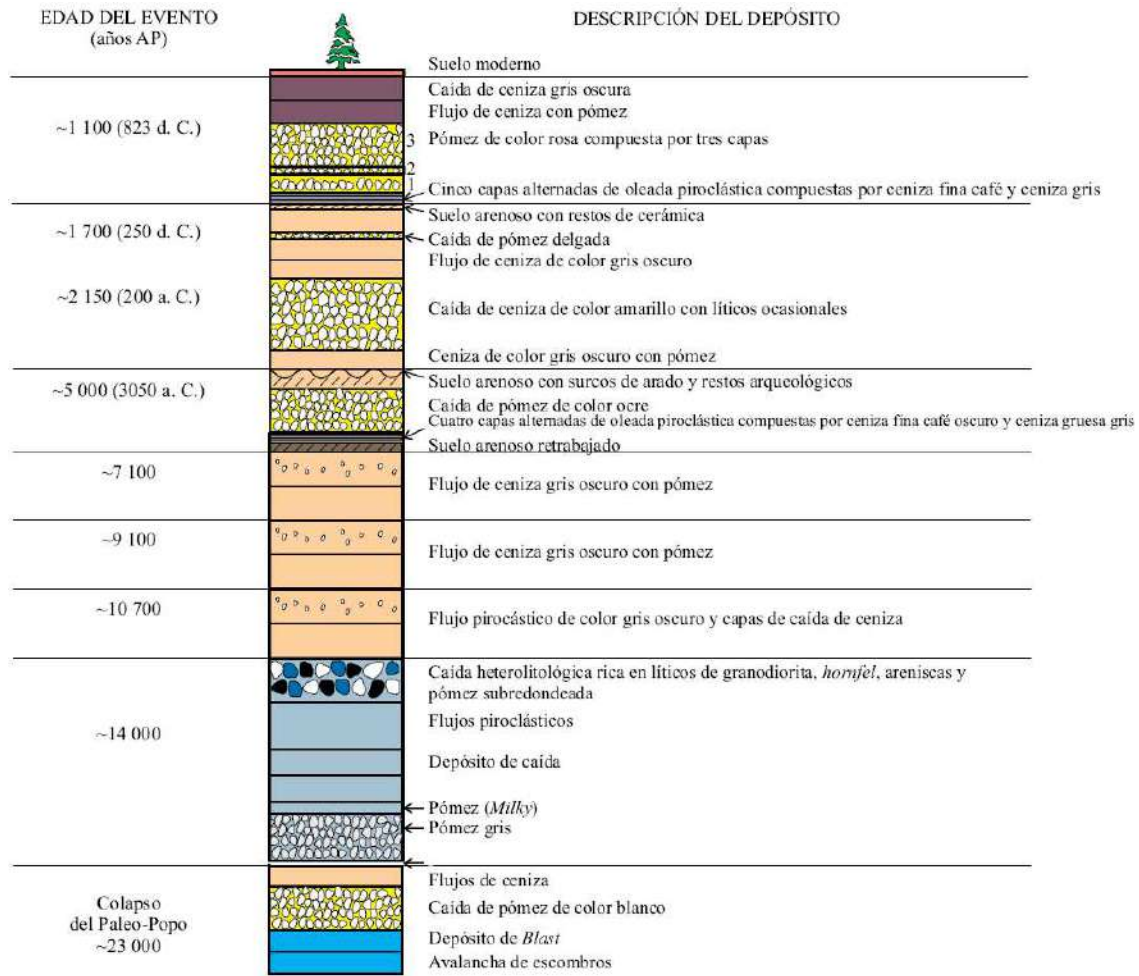


Figura 2.2: Columna estratigráfica con distribución de eventos del volcán Popocatepetl.

Figura tomada de *Macías [2005]*

2005]. Hacia el este y encima de un edificio más antiguo, el *cono terminal* tiene una pendiente regular de 30 a 35 grados. En el lado noroeste se aprecia una brusca pendiente de alrededor de 4200 m, que define el límite entre las dos estructuras. La parte sureste se encuentra a una altura más baja. Hacia el noroeste se distinguen dos elevaciones: el Cerro de Ventorrillo y el resto de un derrame, que origina la barranca Nexpayantla [*Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi, 2018*].

La cima del volcán, la cual está cubierta de hielo la mayor parte del año, tiene un cráter elíptico de 500 m de diámetro orientado NW-SE y 900 m de diámetro mayor. Su cráter es elíptico, con una profundidad de 200 m y 150 m en el lado inferior. Dentro de este se halla un segundo cráter con una profundidad de 110 m y un diámetro

Año	IEV	Año	IEV
1512	2	1697	2
1519	3	1720	1
1539-1540	2	1804	1
1548	2	1919-1920	2
1571	2	1921	2
1592	2	1925-1927	2
1642	2	1994-1997	2
1663	2	2000	3
1664	3	2001-presente	1-2
1665	2		

Tabla 2.1: Índice de explosividad volcánica (IEV) de erupciones del volcán Popocatepetl reportadas en varios periodos de tiempo.

Tabla tomada de la Cruz-Reyna y Tilling [2008].

aproximado de 370 m (Figura 2.3).



Figura 2.3: Diámetro y profundidad de un cráter interno del volcán Popocatepetl. En su interior podrían caber hasta 2 estadios.

Fotografía tomada en noviembre del 2017.

2.3. Estructura interna

El conocimiento que se tiene sobre la estructura interna del Popocatepetl, como en la mayoría de los volcanes, es escaso debido a la inaccesibilidad. La abrupta topografía, la elevación tan alta, además lahares y erupciones, entre otros peligros, hacen de esto una tarea sumamente difícil.

Mediante estudios gravimétricos se han planteado algunos modelos del interior

del volcán; tal es el caso del obtenido por [Mena *et al.*](#), que muestra importantes anomalías debajo del Popocatépetl (Figura 2.4). De acuerdo con este modelo, la baja densidad de 200 kg/m^3 que presenta la anomalía más alta, probablemente represente una zona de intensas fracturas y fallas debido a la migración de magma en el techo de la cámara. La anomalía que está por debajo, con un contraste de densidad de 400 kg/m^3 , representa la cámara magmática localizada a una profundidad de $7 \text{ km} \pm 1$ debajo del nivel del mar [[Espíndola *et al.*](#), 2004].

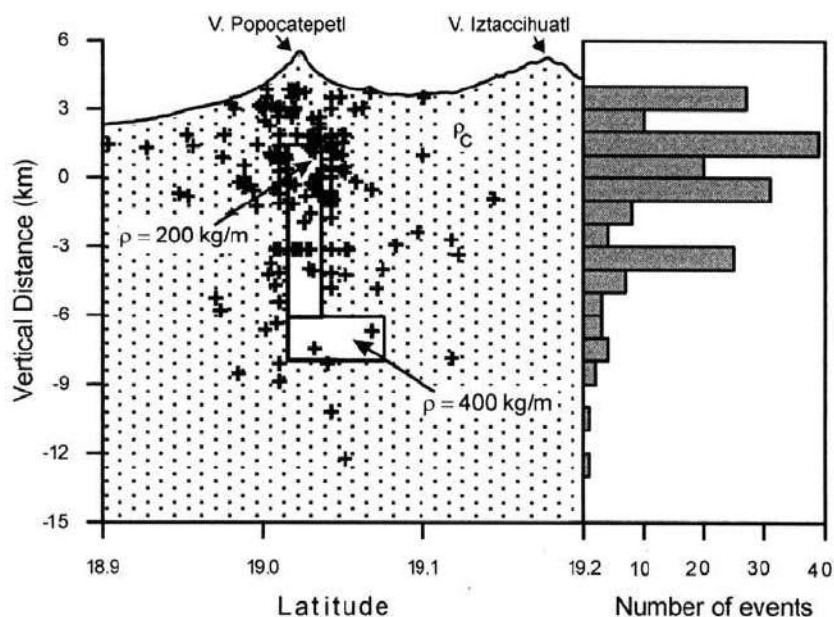


Figura 2.4: Sismicidad en el volcán Popocatépetl durante el periodo del primero de Septiembre al 31 de Diciembre de 1995 (las cruces representan hipocentros). El histograma representa el número de temores como función de la profundidad.

Figura tomada de [[Espíndola *et al.*](#), 2004]

A través del método de aeromagnetometría [Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi](#) obtuvo mapas de anomalías del edificio volcánico del Popocatépetl y sus alrededores, que, con modelos de topografía magnetizada se distinguen distintos tipos de flujos volcánicos. En la Figura 2.6 se muestra un modelo, que toma como base la estructura del conducto de magma de [Espíndola *et al.*](#).

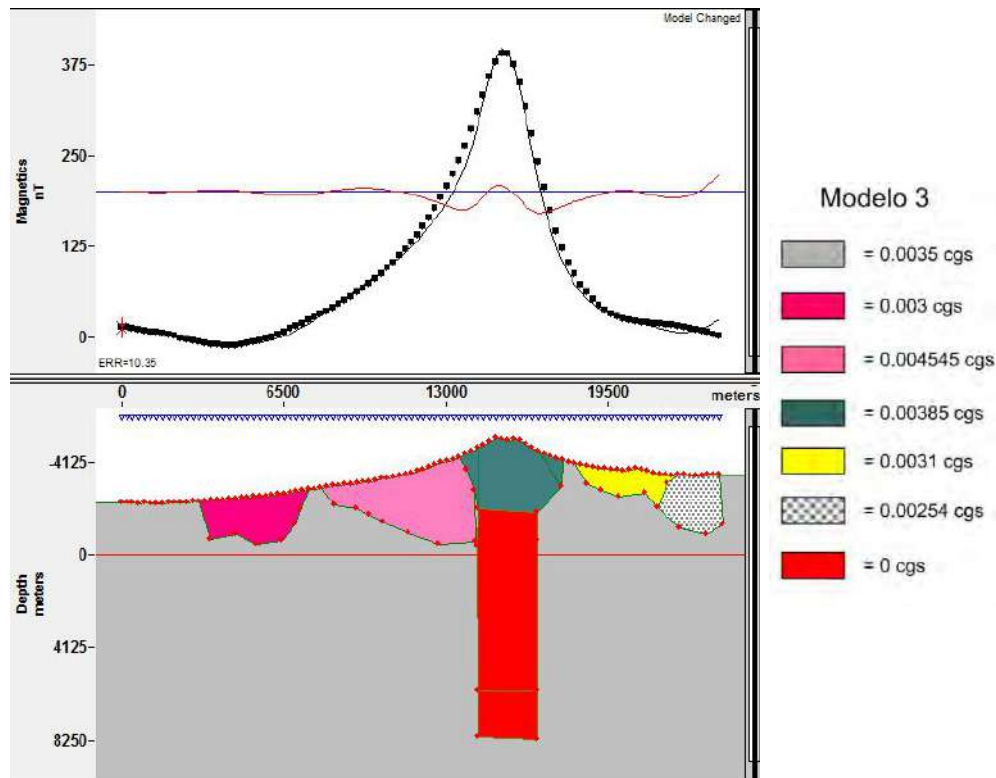


Figura 2.6: Modelo del Popocatépetl con un error de ajuste del 10 % que muestra los diferentes valores de susceptibilidad que tiene su estructura.

Figura tomada de [Velasco Valadez y Urrutia Fucugauchi, 2018]

2.4. Monitoreo

En todo el planeta, sólo unos pocos volcanes de algunos países como Japón, Italia, Rusia, Nueva Zelanda, Estados Unidos y México son monitoreados. El *monitoreo volcánico* implica el registro y análisis de los cambios físicos y químicos de un volcán. Para esto, existen instrumentos que detectan las deformaciones del suelo y los cambios de pendientes que se producen debido a los desplazamientos de magma otros se encargan de medir la emisión de gases, cambios en el nivel de agua subterránea, temperatura, actividad de las aguas termales, campos magnéticos y eléctricos cercanos al volcán y, en algunas ocasiones, la acumulación de nieve y hielo también es evaluada para anticiparse a inundaciones en el caso de que ocurra una erupción. Otro de los aspectos más importantes en el monitoreo y prevención de una erupción inminente

es la detección de *tremores*¹. El estudio del pasado eruptivo de un volcán a través de las rocas es otro aspecto importante en la anticipación de su futura actividad vulcanológica.

Gracias al monitoreo volcánico, los científicos han podido dar oportunas advertencias de erupciones inminentes, tal es el caso del Monte Santa Helena en Washington y del Pinatubo en Filipinas, cuyas erupciones fueron precedidas por una actividad eruptiva de menor intensidad, lo cual no ocurre siempre.

Sistema de advertencia de peligros volcánicos

Debido al incremento de la actividad del volcán Popocatepetl de los últimos 24 años y a la situación de riesgo potencial de una gran cantidad de personas, la gestión de esta *crisis volcánica* en curso plantea un gran desafío para los vulcanólogos. Un manejo efectivo de una crisis volcánica generalmente involucra diversos componentes catalogados en tres principales elementos [la Cruz-Reyna y Tilling, 2008]:

1. Identificación de las áreas amenazadas por un volcán y definición de la probabilidad de que un fenómeno volcánico peligroso pueda ocurrir en un intervalo dado de tiempo. Generalmente, esto es representado en un mapa de zonas de peligro.
2. Monitoreo geofísico, geoquímico y sísmico remoto del volcán, en tiempo real de ser posible, para documentar los cambios en su estado y evaluar el nivel de peligro potencial asociado. La información científica recolectada en el volcán debe ser interpretada y traducida en términos de escenarios de peligro. La confiabilidad y utilidad de tales escenarios críticos dependen del análisis cuantitativo y cualitativo de los datos monitoreados y en la habilidad del equipo de científicos que los estudian.
3. Desarrollo e implementación de sistemas de advertencia y respuesta de peligros

¹Un *tremor* es un movimiento continuo del suelo causado por el desplazamiento de flujos de magma que puede durar desde unos pocos minutos hasta varias horas, lo que lo diferencia de los repentinos y agudos movimientos de los terremotos

que permitan a las autoridades y a la población vulnerable adoptar medidas de migración de acuerdo a los niveles de riesgo.

El sistema de advertencia de peligros adoptado en el volcán Popocatepetl, llamado *Semáforo de alerta volcánica*, es un protocolo de comunicaciones que traduce la amenaza del volcán en siete niveles de preparación para las autoridades en el manejo de emergencias, y sólo tres niveles de alerta para el público, con un código de colores por nivel: verde, amarillo y rojo. El estado de amenaza del volcán es representado en el escenario más acorde a la opinión de un comité oficial de científicos que analizan todos los datos disponibles. Aunque este protocolo está lejos de ser un sistema perfecto sin problemas de comunicación y decisión, es sin duda un avance importante en el manejo de crisis volcánicas en México.

Capítulo 3

Rayos Cósmicos

La información presentada en este capítulo fue recabada principalmente de [Grieder \[2001\]](#); [Tanabashi *et al.* \[2018\]](#).

Los *rayos cósmicos* son partículas cargadas de alta energía originadas en el espacio exterior que viajan casi a la velocidad de la luz e inciden en la Tierra en todas direcciones. La mayoría de estas partículas están constituidas por núcleos de átomos ligeros y electrones. Este tipo de radiación fue descubierta en 1912 por Víctor Hess cuando se percató que uno de sus electros copios se descargaba más rápidamente conforme ascendía en un globo aerostático. Él atribuyó este fenómeno a una fuente de radiación localizada fuera de la atmósfera terrestre, descubrimiento por el que fue galardonado con el premio Nobel de física en 1936.

Por su origen, los rayos cósmicos son clasificados como *primarios*, si provienen de fuentes astrofísicas fuera del sistema solar (supernovas), o *secundarios*, si son producto de la interacción de los rayos cósmicos primarios con la atmósfera terrestre. Los electrones, protones, núcleos de helio, oxígeno, hierro y otros elementos pesados son primarios. Núcleos de litio, berilio y boro, los cuales sabemos no constituyen los productos finales de la nucleosíntesis estelar, son secundarios. En la Tabla 3.1 se muestran algunos de los núcleos primarios y secundarios más abundantes de la atmósfera terrestre.

Además de estar modulados por la actividad solar en un ciclo de 11 años, la radiación cósmica presenta cierta sensibilidad a los campos magnéticos. Los rayos

Z	Elemento	F
1	H	550
2	He	34
3-5	Li-B	0.40
6-8	C-O	2.20
9-10	F-Ne	0.30
11-12	Na-Mg	0.22
13-14	Al-Si	0.19
15-16	P-S	0.03
17-18	Cl-Ar	0.01
19-20	K-Ca	0.02
21-25	Sc-Mn	0.05
26-28	Fe-Ni	0.12

Tabla 3.1: Abundancia relativa (F) de núcleos de rayos cósmicos con energías de 10.6 [GeV/nucleón] normalizados al oxígeno. Este flujo de oxígeno (10.6 [GeV/nucleón]) equivale a 3.29×10^{-2} [m² s sr GeV/nucleón]⁻¹.

Tabla tomada de [Tanabashi et al. \[2018\]](#).

cósmicos primarios, por ejemplo, están influenciados por los campos geomagnético, magnetosférico, interplanetario y galáctico, que en combinación poseen una magnitud de 30 a 60 μ T en la superficie de la Tierra. Por otro lado, la componente cargada de los rayos cósmicos secundarios sólo está sujeta a efectos geomagnéticos.

3.1. Interacción con la atmósfera

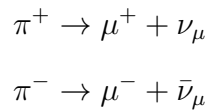
Al entrar en la atmósfera terrestre la radiación cósmica primaria interacciona con núcleos y electrones de los átomos y moléculas que constituyen el aire, cambiando la composición de la radiación a medida que se propaga por la atmósfera, y sufriendo pérdidas de energía por medio de procesos hadrónicos y/o electromagnéticos. Interacciones del tipo fuerte son producidas por colisiones de la componente hadrónica con núcleos atmosféricos, como el nitrógeno y el oxígeno. Por arriba de una energía de unos pocos GeV, estas colisiones producen una cascada de mesones y demás partículas secundarias locales. Por otro lado, todas partículas cargadas están sujetas a pérdidas de energía debido a interacciones electromagnéticas con el medio, como ionización,

excitación, bremsstrahlung y producción de pares.

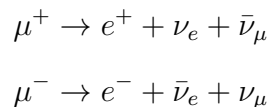
3.1.1. Producción de partículas secundarias

Las partículas primarias de mayor energía y masa tienen la capacidad de interactuar sucesivamente con el medio a través de interacciones fuertes de alta energía e interacciones electromagnéticas (producción de pares), produciendo en el proceso una serie de partículas secundarias a lo largo de sus trayectorias. La mayor parte de las partículas originadas en colisiones hadrónicas son los piones, aunque también se encuentran kaones, hiperones, partículas encantadas y pares nucleón-antinucleón.

Si los hadrones secundarios tienen suficiente energía iniciarán nuevas interacciones hadrónicas que producirán más partículas secundarias, formando una especie de cascada de hadrones en la atmósfera (Figura 3.1). De forma simultánea, muchas de estas partículas decaen debido a su inestabilidad, tal es el caso de los kaones y piones. Estos últimos, por ejemplo, al decaer dan lugar a muones y neutrinos que penetran fácilmente la atmósfera:



Aunque la vida media de los muones es bastante corta (aproximadamente 2.2×10^{-6} s), debido a un efecto relativista la mayoría de ellos sobreviven hasta llegar al nivel del mar, sin embargo, algunos muones pueden llegar a decaer y producir electrones, positrones y neutrinos:



La competencia que existe entre la cantidad de partículas que interactúan y la que decae depende de la vida media de las partículas, su energía y la densidad del medio por el que viajan. Razón por la cual, la probabilidad de que ocurra uno u otro suceso está dada en función de la energía, la altitud y el ángulo de zenit de la

partícula.

3.1.2. *Air Showers*

Existen tres componentes principales de los rayos cósmicos en la atmósfera: la componente hadrónica, que es producida por interacciones fuertes y que constituye el inicio de toda la cascada de procesos; la componente fotoeléctrica, formada por interacciones electromagnéticas e iniciada predominantemente por el decaimiento de piones neutrales; y la componente muónica, que surge principalmente del decaimiento de piones cargados, aunque también de kaones y partículas encantadas. El desarrollo de estas tres componentes llamado *Extensive Air Shower* (EAS) se muestra esquemáticamente en la Figura 3.1.

3.2. Observables

En la presente sección se resumen algunos de los conceptos más utilizados en física de radiaciones que hará más fácil entender la técnica de imagenología por atenuación de muones que se introduce en el capítulo 4.

3.2.1. Opacidad

La *opacidad*, X , es un concepto utilizado para derivar la cantidad de materia atravesada a lo largo de la trayectoria de las partículas. Esta se define como

$$X(L) \equiv \int_L \rho(\xi) d\xi \quad [\text{g cm}^{-2}], \quad (3.1)$$

donde ρ es la densidad del medio (aire o roca) y ξ es la coordenada medida a lo largo de la trayectoria de la partícula (el muón en nuestro caso).

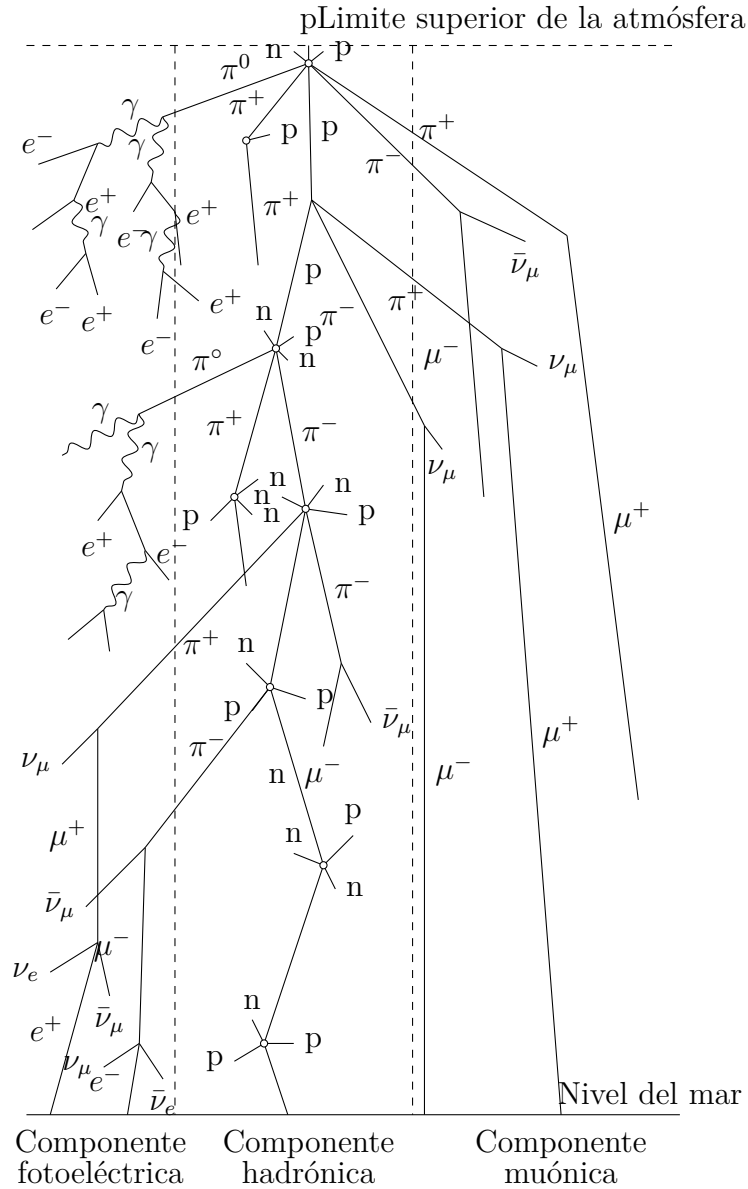


Figura 3.1: Representación esquemática de la producción de partículas en la atmósfera. El proceso inicia en lo más alto de la atmósfera con una interacción hadrónica de energía media entre un protón cósmico primario y un núcleo atmosférico. Posteriormente, se producen ionizaciones de átomos y desintegraciones de núcleos en colisiones secundarias de baja energía. Las partículas inestables están sujetas a decaimientos e interacciones, mientras que fotones y electrones a producción de pares y bremsstrahlung, respectivamente. Además, muchos neutrinos son producidos en el decaimiento de varios tipos de partículas.

Figura modificada de Grieder [2001].

3.2.2. Intensidad direccional

La *intensidad direccional*, $I(\theta, \phi)$, se define como el número de partículas, dN , que inciden sobre un elemento de área, dA , por unidad de tiempo, dt , dentro un elemento de ángulo sólido, $d\Omega$ (Figura 3.2):

$$I(\theta, \phi) \equiv \frac{dN}{dA dt d\Omega} \quad [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}]. \quad (3.2)$$

En donde θ y ϕ son el *ángulo de zenit* y *azimutal*, respectivamente. Ambas variables son dependientes de la energía y en bajas energías también del tiempo. Frecuentemente, a la observable I simplemente se le llama *intensidad*.

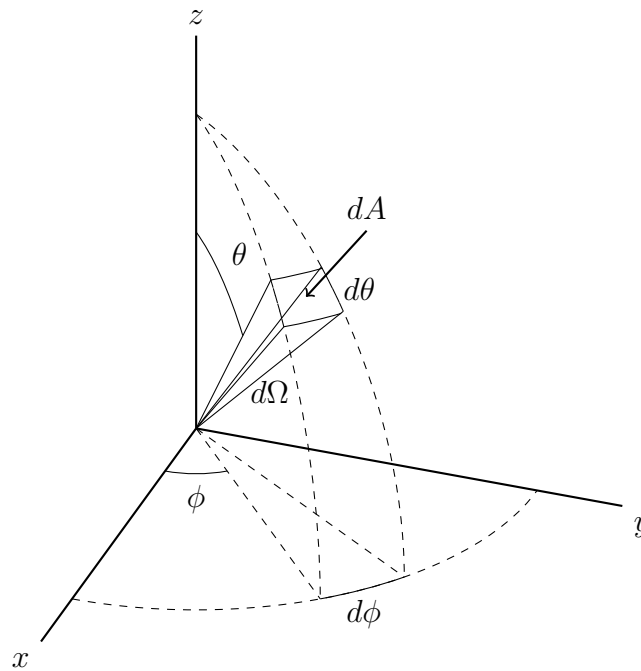


Figura 3.2: Esquema del concepto de intensidad direccional. θ y ϕ representan el ángulo de zenit y azimutal, respectivamente, $d\Omega$ es el elemento diferencial de ángulo sólido y dA el elemento diferencial de área.

Figura modificada de [Grieder \[2001\]](#).

3.2.3. Flujo

El *flujo*, J_1 , representa el número de partículas que atraviesa de forma descendente un elemento de área, dA , por unidad de tiempo, dt :

$$J_1 \equiv \int_{\cap} I(\theta, \phi) \cos(\theta) d\Omega \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]. \quad (3.3)$$

El símbolo “ \cap ” significa integración sobre el hemisferio superior, es decir, con $\theta \leq \pi/2$. Si no se limita el ángulo θ , $J_1(\geq E)$ se conoce como *flujo integral*.

3.2.4. Intensidad integral

La intensidad integral, J , se obtiene integrando la intensidad direccional sobre todos los ángulos:

$$J \equiv \int I(\theta, \phi) d\Omega \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]. \quad (3.4)$$

3.2.5. Dependencia del ángulo de zenit y de la altura

Si se define la *intensidad vertical* como $I_0 \equiv I(\theta = 0)$, la dependencia del ángulo de zenit está dada por:

$$I(\theta) = I_0 \cos^n(\theta), \quad (3.5)$$

donde el exponente $n = n(X, E)$ depende de la energía y de la opacidad atmosférica (ecuación 3.1).

Por otro lado, la dependencia con la altura del flujo de hadrones se puede escribir como,

$$I(0, X_2) = I(0, X_1) \exp\left(-\frac{X_2 - X_1}{\Lambda}\right), \quad (3.6)$$

donde $X_2 \geq X_1$ y Λ $[\text{g}/\text{cm}^2]$ es la *longitud de atenuación*. Para un flujo total de rayos cósmicos en la atmósfera $\Lambda \approx 120 \text{ g}/\text{cm}^2$, aunque este valor es diferente para cada tipo de partícula.

3.2.6. Espectro diferencial de energía

El *espectro diferencial de energía*, $F(E)$, se define como el número de partículas, $dN(E)$, por unidad de área, dA , tiempo, dt , ángulo sólido, $d\Omega$, e intervalo de energía, dE ,

$$F(E) = \frac{dN(E)}{dA d\Omega dE dt} \quad [\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ GeV}^{-1}]. \quad (3.7)$$

3.2.7. Espectro integral de energía

El *espectro integral de energía*, Φ , se define para todas las partículas que tienen una energía mayor que E , por unidad de área, dA , ángulo sólido, $d\Omega$ y unidad de tiempo, dt , como

$$\Phi(\geq E) = \frac{dN(\geq E)}{dA d\Omega dt} \quad [\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}]. \quad (3.8)$$

Este último es obtenido mediante la integración del *espectro diferencial de energía*:

$$\Phi(\geq E) = \int_E^{\infty} F(E) dE. \quad (3.9)$$

Por lo cual, F , puede ser derivado de Φ :

$$F(\geq E) = -\frac{d\Phi(\geq E)}{dE}. \quad (3.10)$$

Dado que la mayoría de espectros de energía se pueden, en parte, representar mediante una ley de potencias,

$$\Phi(\geq E) = C_1 E^{-\gamma}. \quad (3.11)$$

Entonces,

$$F(\geq E) = C_1 \gamma E^{-(\gamma+1)} = C E^{-(\gamma+1)}, \quad (3.12)$$

con C_1 y C como constantes y $\gamma + 1$ como una función de E . Siendo esta última

casi una constante, $\gamma + 1 \approx 2.7$, por arriba de 100 GeV y hasta 10^6 - 10^7 GeV. En un rango de energía que va de 10^6 - 10^7 GeV hasta 10^9 - 10^{10} GeV, $\gamma + 1 \approx 3$. Mas allá de 10^{10} GeV el espectro parece aplanarse nuevamente a un valor de $\gamma + 1 \approx 2.7$.

3.3. Muones

3.3.1. Muones en la atmósfera terrestre

En la Figura 3.3 se muestra la variación con la altura de la intensidad vertical, I_0 , de algunos componentes de los rayos cósmicos de mayor abundancia en la atmósfera. Sin contar los protones y electrones todas estas partículas son secundarias. Algunas de las más importantes son los muones y neutrinos, que, como ya se ha dicho antes, son producto del decaimiento de cadenas de mesones cargados, mientras que otras como electrones o fotones son originadas del decaimiento de mesones neutros.

3.3.2. Muones a nivel del mar

Los muones son los componentes de la radiación cósmica con carga más numerosos a nivel del mar (Figura 3.3). La mayoría de estas partículas son producidas en la atmósfera a una altura de 15 km y pierden alrededor de 2 GeV de energía por ionización antes de llegar a la superficie. La energía media de los muones a nivel del mar es de ≈ 4 GeV. Mientras que su intensidad vertical, por debajo de 1 GeV/c, es $I_{0,\mu} \approx 70 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$. Aunque la comunidad generalmente redondea esta cantidad a $I_{0,\mu} \approx 1 \text{ cm}^{-2}\text{min}^{-1}$ para detectores horizontales.

En la Figura 3.4 se muestra el espectro de energía del muon a nivel del mar para dos ángulos zenit diferentes. La diferencia entre ambos espectros radica en el hecho de que para ángulos de zenit grandes los muones de baja energía decaen antes de alcanzar la superficie terrestre, y de que los piones de alta energía decaen antes de interaccionar. Debido a esto, la energía media de los muones es mayor a ángulos de zenit más grandes.

Una expresión analítica que se ajusta muy bien al espectro de energía del muon

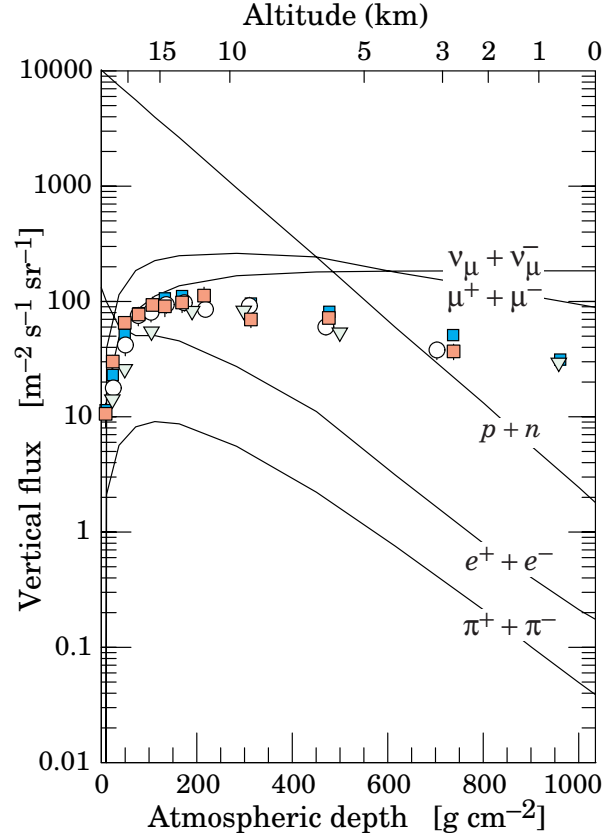


Figura 3.3: Intensidad vertical de rayos cósmicos en la atmósfera con $E > 1$ GeV. Los puntos representan las mediciones de muones negativos con $E_\mu > 1$ GeV.

Figura tomada de [Tanabashi et al. \[2018\]](#).

en la atmósfera fue obtenida por [Gaisser \[1990\]](#) despreciando su decaimiento ($E_\mu > 100/\cos\theta$ GeV) y la curvatura de la tierra ($\theta < 70^\circ$):

$$F_\mu(E_\mu, \theta) \approx 0.14 E_\mu^{-2.7} \left(\frac{1}{1 + \frac{1.1 E_\mu \cos \theta}{115 \text{ GeV}}} + \frac{0.054}{1 + \frac{1.1 E_\mu \cos \theta}{850 \text{ GeV}}} \right) [\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ GeV}^{-1}]. \quad (3.13)$$

En el miembro derecho de la ecuación anterior, el primer y segundo término representan la contribución de piones y kaones, respectivamente.

El decaimiento del muon es una fuente de electrones y positrones de baja energía, cuya intensidad vertical es de aproximadamente 30, 6 y 0.2 $\text{m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ para 10,

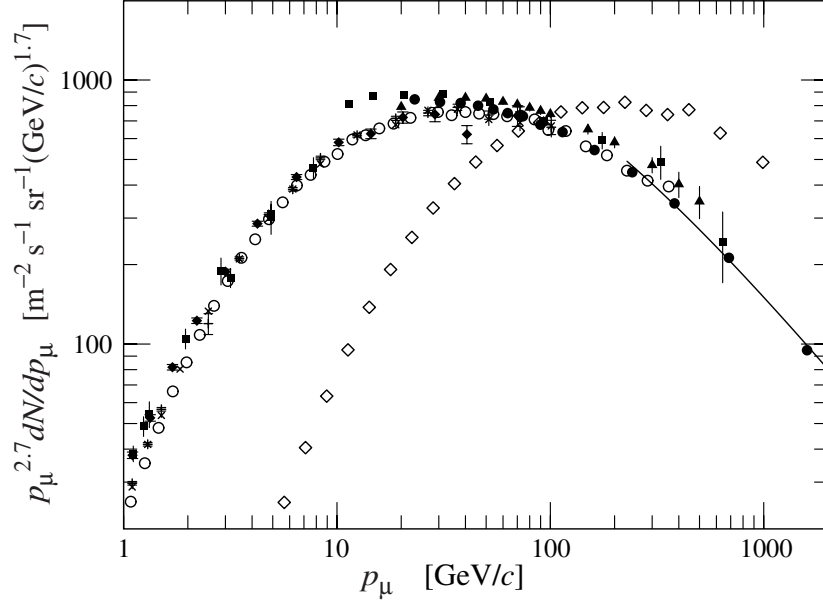


Figura 3.4: Espectro de muones para ángulos de zenit $\theta = 0^\circ$ (◆, ■, ▼, ▲, ×, +, ○ y ●) y $\theta = 75^\circ$ (◇). La línea negra representa la predicción de la Ecuación 3.13, para cascadas de rayos cósmicos verticales.

Figura tomada de [Tanabashi et al. \[2018\]](#).

100 y 1000 MeV de energía, respectivamente. Como hemos visto antes, estos números dependen del ángulo de zenit y de la altura, ya que la fuente de electrones puede variar dependiendo de la altitud.

3.3.3. Muones subterráneos

Sólo los muones y los neutrinos son capaces de penetrar a profundidades significativas por debajo de la corteza terrestre. En su interacción con la materia, los muones pueden perder energía por ionización y procesos radiativos como bremsstrahlung, producción de pares e^+e^- y procesos fotonucleares. La energía total perdida se puede expresar como función de la cantidad de materia atravesada:

$$-\frac{dE_\mu}{dX_\mu} = a(E_\mu) + b(E_\mu) E_\mu, \quad (3.14)$$

donde $a(E_\mu)$ representa la pérdida por ionización y $b(E_\mu)$ la energía perdida por los tres procesos radiativos restantes. Como ya mencionamos anteriormente, X_μ es la

densidad integrada a lo largo de la trayectoria de los muones u opacidad, dada por la ecuación 3.1.

Por otro lado, se define la energía crítica $E_{\mu c} \equiv a/b$ (≈ 500 GeV en roca común) por debajo de la cual la energía perdida por ionización es más importante que la energía perdida en procesos radiativos (Figura 3.5). En la Tabla 3.2 se muestran valores de a y b para roca común y hielo como función de la energía del muon E_{μ} . También se muestra el alcance, R , del muon al atravesar roca común o estándar (con número másico, $A = 22$, número atómico, $Z = 11$, y densidad, $\rho = 2.65$ g/cm³).

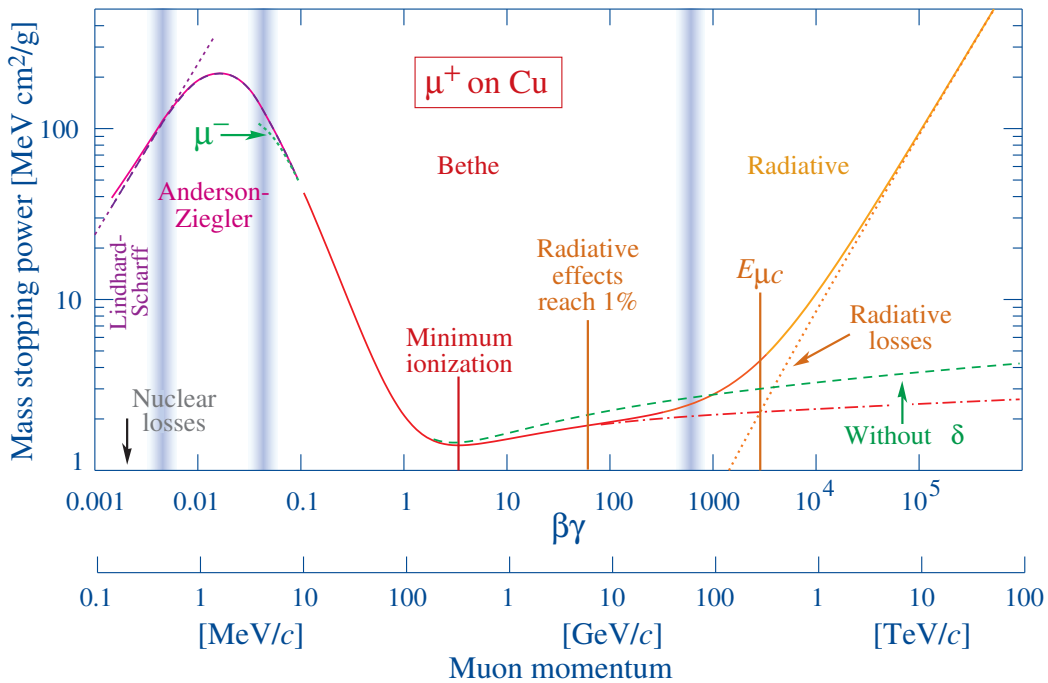


Figura 3.5: Poder de frenado ($-dE_{\mu}/dX_{\mu}$) de μ^{+} en cobre en función de $\beta\gamma = p/Mc$ (líneas continuas). Las bandas verticales representan las fronteras entre diferentes aproximaciones. La línea corta punteada denotada con “ μ^{-} ” ilustra el efecto Barkas (la dependencia de $-dE/dX$ para partículas cargadas de baja energía).

Figura tomada de [Tanabashi et al. \[2018\]](#).

Despreciando la ligera dependencia de a y b es fácil integrar la ecuación 3.14 para obtener la siguiente relación entre la energía del muon en la atmósfera, $E_{\mu,0}$, y su energía media, E_{μ} , después de atravesar una sección de roca, hielo o agua de

E_μ [GeV]	R [10^5 g cm^{-2}]	a [MeV $\text{g}^{-1} \text{ cm}^2$]	b_{brems}	b_{pares}	$b_{nuclear}$	Σb	Σb_h
10	0.05	2.17	0.70	0.70	0.50	1.90	1.66
100	0.41	2.44	1.10	1.53	0.41	3.04	2.51
1000	2.45	2.68	1.44	2.07	0.41	3.92	3.17
10000	6.09	2.93	1.62	2.27	0.46	4.35	3.78

Tabla 3.2: Rango de penetración medio, R , y parámetros de energía perdida, a y b , para diferentes valores de E_μ en composiciones de roca estándar (b_{brems} , b_{pares} , $b_{nuclear}$ y Σb) y hielo (b_h).

Tabla tomada de [Tanabashi et al. \[2018\]](#).

opacidad, X ,

$$E_{\mu,0} = (E_\mu + \epsilon) e^{bX} - E_{\mu c}. \quad (3.15)$$

La ecuación 3.15 se puede simplificar de acuerdo a dos regímenes de profundidad. Si $X \ll b^{-1} \approx 2.5 \times 10^5 \text{ g cm}^{-2}$,

$$E_{\mu,0} \approx E_\mu(X) + aX,$$

mientras que para $X \gg b^{-1}$,

$$E_{\mu,0} \approx [\epsilon + E_\mu(X)] \exp(bX),$$

Por último, el espectro del muon a una profundidad, X , puede ser calculado por medio de la relación

$$\frac{dN_\mu(X)}{dE_\mu} = \frac{dN_\mu}{dE_{\mu,0}} \frac{dE_{\mu,0}}{dE_\mu} = \frac{dN_\mu}{dE_{\mu,0}} e^{bX},$$

donde $E_{\mu,0}$ está dado por la ecuación 3.15.

Capítulo 4

Técnica de imagenología por atenuación de Muones

En este capítulo se presenta un resumen de la técnica de imagenología por atenuación de muones enfocada a los principios físicos sobre la que se apoya y a la forma en la que es aplicada al estudio de los volcanes. Para un mayor detalle de lo presentado consulte las referencias: [Beauducel *et al.* \[2008\]](#); [Carbone *et al.* \[2014\]](#); [Hayman *et al.* \[1963\]](#); [Leo \[1987\]](#); [Procureur \[2018\]](#).

4.1. Principio

De la misma forma que lo hace una radiografía convencional de rayos X o rayos γ , la *imagenología por atenuación de muones*, o *muongrafía*, aprovecha la atenuación de la radiación producida al atravesar un volumen de materia dado con el objetivo de determinar las variaciones de densidad interna de su estructura. Por ejemplo, en la obtención de una imagen radiológica con rayos X, la radiación es absorbida por los tejidos del cuerpo principalmente a causa del efecto fotoeléctrico. Al ser proporcional la absorción y dispersión de la radiación a la densidad de las estructuras atravesadas, una medición del flujo de fotones en un receptor nos brinda la capacidad de recrear una imagen de los tejidos internos del cuerpo humano. La muongrafía, por su parte, utiliza la atenuación del flujo de muones de alta energía, producido en la atmósfera por

los rayos cósmicos primarios, para reconstruir una imagen 2D o 3D de la distribución de densidad de un cuerpo de gran volumen, como puede ser un volcán, una cueva, una pirámide e inclusive un edificio.

4.1.1. Atenuación del flujo de muones

La *atenuación* de un flujo de muones en la materia, como de cualquier otra partícula cargada, se debe a una combinación de dos procesos: la *absorción* o pérdida de energía de la partícula, y la *dispersión* o deflexión de su dirección incidente.

Absorción: Pérdida de energía en la materia

Los muones atmosféricos son partículas relativistas que interactúan con la materia principalmente a través de colisiones inelásticas con los electrones de los átomos del material. Esto produce excitaciones y ionizaciones de átomos. Además, ionizaciones secundarias causadas por los llamados *rayos δ* o *electrones knock-on*¹. Este tipo de interacciones son las responsables de la mayor pérdida de energía de los muones en la materia dentro de un rango de $0.1 \lesssim \beta\gamma \lesssim 1000$ (Figura 3.5). Aunque también tienen lugar otros mecanismos de interacción como la producción de pares, bremsstrahlung, radiación Cherenkov, etc, en comparación a las colisiones inelásticas con los electrones del medio, estas interacciones son extremadamente raras.

En el año de 1930, Hans Bethe publicó por primera vez el cálculo no relativista de la pérdida de energía por unidad de distancia de una partícula cargada que se mueve a través de la materia, interaccionando con átomos y electrones por medio de los procesos mencionados anteriormente. La versión relativista de este resultado, conocida como la fórmula de Bethe-Bloch, indica que la tasa de pérdida de energía media para una partícula *moderadamente* relativista y con valor intermedio de Z ,

¹Los rayos delta son electrones secundarios con suficiente energía como para producir ionización.

está dada por [Tanabashi *et al.*, 2018]:

$$-\frac{dE}{dX} = 4\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]. \quad (4.1)$$

En donde:

$r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$ es el radio clásico del electrón;

m_e , la masa del electrón;

N_a , el número de Avogadro;

I , el potencial medio de excitación;

Z , el número atómico del medio absorbente;

A , la masa atómica del medio absorbente;

ρ , la densidad del medio absorbente;

z , la carga de la partícula incidente en unidades de e ;

$\beta = v/c$, con v como la velocidad de la partícula incidente;

$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$;

δ , la corrección del efecto de densidad;

y W_{\max} , la máxima energía transferida en una sola colisión. Para una partícula incidente de masa M ,

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e/M + (m_e/M)^2}. \quad (4.2)$$

En la Figura 3.5 se muestra un cálculo de la ecuación de Bethe-Bloch para muones en cobre dentro de la llamada “región de Bethe” ($0.1 \lesssim \beta\gamma \lesssim 1000$). Prácticamente, la mayoría de las partículas relativistas, como los muones cósmicos, tienen tasas de pérdida de energía media cercanas al mínimo, por ende, comúnmente se les conoce como *partículas mínimo ionizantes*.

Dispersión

Además de colisiones inelásticas, las partículas cargadas que pasan a través de la materia también sufren repetidas dispersiones elásticas debido a interacciones elec-

tromagnéticas con los núcleos. Para esto, se supone que estos últimos son mucho más masivos que las partículas incidentes y la energía que se les transfiere es despreciable. Como resultado, las partículas que atraviesan el medio siguen pequeñas trayectorias aleatorias en zig-zag, cuyo efecto acumulativo se puede ver como una deflexión en la dirección inicial de la partícula, tal y como se ilustra en la Figura 4.1.

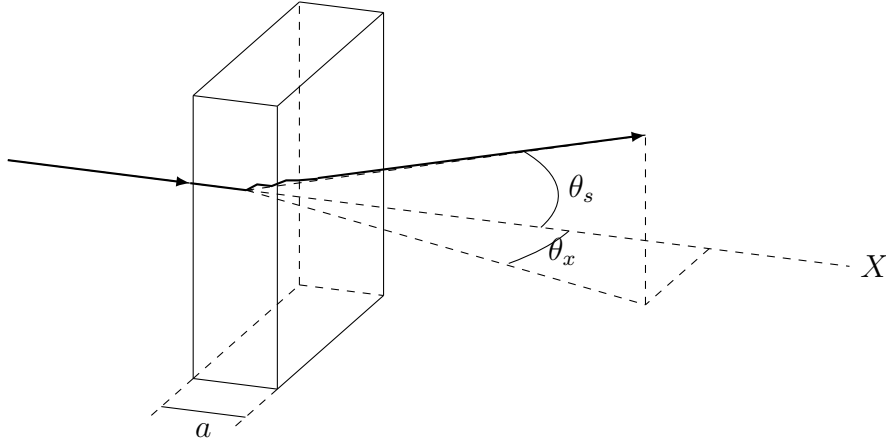


Figura 4.1: Esquema de la dispersión múltiple de una partícula cargada (trayectoria en línea negra) al atravesar un material de espesor a .

Despreciando la pequeña probabilidad de dispersión a grandes ángulos ($\theta_s < 10^\circ$) es posible deducir que el efecto de *dispersión múltiple* en un material dado obedece a una distribución de probabilidad Gaussiana [Leo, 1987]:

$$P(\theta_s) d\Omega_s \approx \frac{2\theta_s}{\langle \theta_s^2 \rangle} \exp\left(\frac{-\theta_s^2}{\langle \theta_s^2 \rangle}\right) d\theta_s, \quad (4.3)$$

donde, θ_s , es el *ángulo de dispersión* y $d\Omega_s = 2\pi\theta_s d\theta_s$. En la ecuación anterior, el término $\sqrt{\langle \theta_s^2 \rangle}$ representa el *valor cuadrático medio* (frecuentemente abreviado como RMS) del ángulo de dispersión.

El ángulo de dispersión y su proyección sobre su eje incidente, θ_x , se relacionan por medio de la siguiente ecuación (Figura 4.1):

$$\langle \theta_x^2 \rangle = \langle \theta_s^2 \rangle / 2 \quad (4.4)$$

El RMS de la proyección está dado por la ecuación de Molière:

$$\sqrt{\langle \theta_x^2 \rangle} = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{a}{X}} \left[1 + 0.0088 \log_{10} \left(\frac{a z^2}{X \beta^2} \right) \right], \quad (4.5)$$

donde p es el momento de la partícula; βc , su velocidad; z , su número de carga; a , el espesor del medio; y X representa la opacidad de la trayectoria final de la partícula. Estas dos últimas variables expresadas en unidades de g cm^{-2} .

4.1.2. Cálculo de la densidad

Deducir la distribución de densidad del objetivo de interés por medio del método de atenuación de muones requiere, como su nombre lo indica, un buen conocimiento de la atenuación del flujo de muones que lo atraviesa. La ecuación general de pérdida de energía Bethe-Bloch (ecuación 4.1) muestra que para una capa delgada de material, dx , de densidad, ρ , la pérdida de energía depende principalmente del producto ρdx , es decir, depende tanto de su densidad como de su tamaño. Razón por la cual, *la fracción de muones que atraviesan (o no atraviesan) un material está determinada por la densidad integrada sobre la coordenada de la trayectoria* [Procureur, 2018]. Esta cantidad, como se definió en la ecuación 3.1, es la opacidad del medio. Por tanto, es posible construir un mapa de la opacidad del objeto de estudio por medio de la medición experimental del flujo de muones que lo atraviesa. Además, su densidad media puede ser obtenida si se conoce su espesor a largo de la trayectoria de cada partícula.

4.2. Experimento

Como ya se mencionó en el capítulo 2, el vulcanismo involucra una serie de fenómenos en los cuales los flujos de gases, el magma y los materiales piroclásticos ascienden a través de conductos volcánicos, y son emitidos en la superficie por medio de una o más fuentes de lava. En su ascenso a la superficie, estos materiales interactúan con los conductos volcánicos (Figuras 2.4 y 2.6) lo cual hace que su geometría interna sea

una característica clave para la modelación de procesos relacionados con la actividad vulcanológica. En efecto, parámetros como la *presión máxima del conducto sostenible* o la *tasa del magma ascendente* están íntimamente relacionados con la forma y el tamaño de los conductos volcánicos [Carbone *et al.*, 2014].

Por otra parte, el conocimiento de la densidad de un volcán también es importante para estudiar la composición de la roca en zonas inaccesibles y/o de interés como los domos volcánicos. Lo anterior a menudo es utilizado en modelos de desestabilización de flancos para prevenir muchos de los desastres causados por un volcán activo, de los cuales ya se ha hablado detalladamente en el capítulo 2.

Diversas técnicas han sido utilizadas para estudiar la estructura interna de los volcanes, entre ellas, los *enfoques sísmicos clásicos*, la *interferometría de ruido sísmico*, las *técnicas electromagnéticas de baja frecuencia* y las *mediciones de gravedad o microgravimetría*; son sensibles a las propiedades físicas de las rocas internas tales como la elasticidad, la carga eléctrica y la densidad [Carbone *et al.*, 2014]. Afortunadamente, por medio de la imagenología por atenuación de muones se puede obtener una *resolución espacial* (de hasta 20 m) mejor que con las técnicas antes mencionadas, y con la cual se puede caracterizar mejor la estructura interna de los volcanes [Beauducel *et al.*, 2008].

Para aplicar la técnica de imagenología por atenuación de muones a un volcán o a cualquier otro objeto de interés, es necesaria la instalación en sus proximidades de un detector de partículas conocido como *telescopio* o *trazador de muones* (Figura 4.2). Con este aparato es posible medir el flujo diferencial, F , o integral, Φ , de muones que ha atravesado el volcán e interactuado con el detector.

Como se explicó en la sección anterior, la opacidad (X) es deducida mediante la comparación del flujo de muones atenuado (Φ) y el flujo de muones incidente (Φ_0) (Figura 4.2). Φ puede ser medido directamente del detector (en siguiente capítulo se describe de forma detallada como se realiza tal tarea), pero Φ_0 tiene que ser calculado de otra manera. La primera es a través de simulaciones Monte Carlo que simulan un gran número de air showers, como la que se presenta en Heck *et al.* [1998]. La segunda es por medio de modelos analíticos de mediciones experimentales de los flujos muones

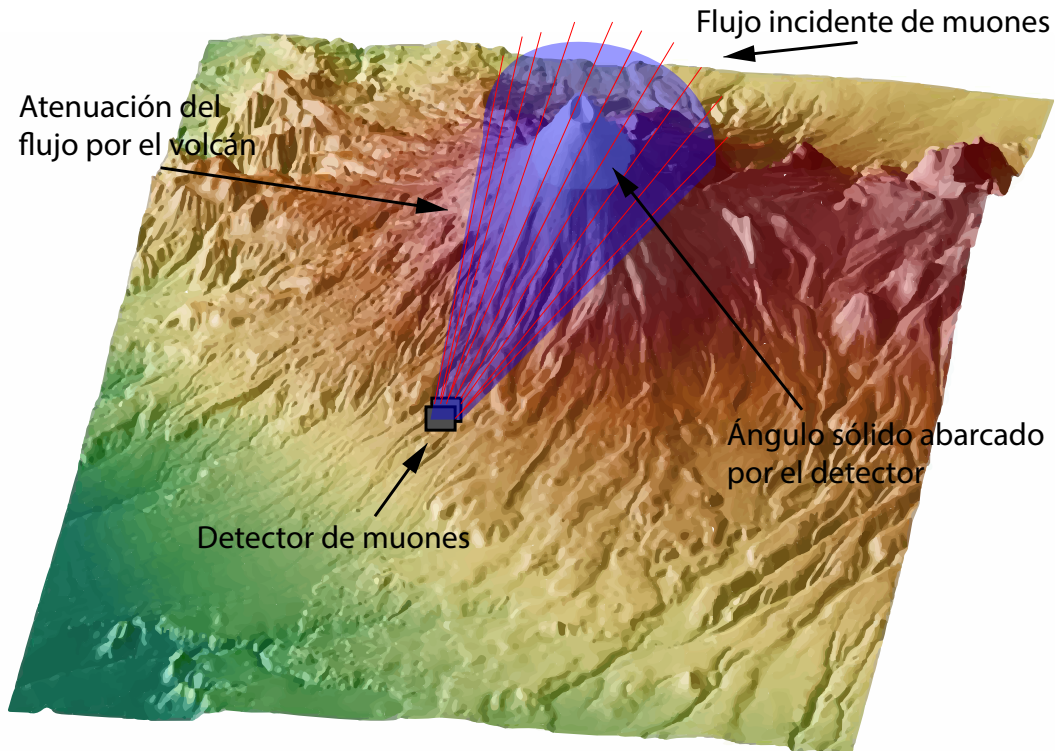


Figura 4.2: Esquema que muestra los principales elementos de la muongrafía en el volcán Popocatépetl. Primero, un flujo de muones incidente, Φ_0 , (líneas rojas) se propaga por la atmósfera dentro del ángulo sólido de aceptación del detector, Ω (representado mediante el sombreado morado). Posteriormente, el flujo es atenuado por el volcán en función de su densidad y tamaño. Finalmente, el flujo de muones atenuado, Φ , llega al detector y es medido por el mismo.
Nota: La posición del detector en este esquema no representa la localización real que tendrá en el volcán.

en la atmósfera, como los presentados en las ecuaciones 3.12 y 3.13 y en Gaisser [1990], Bugaev *et al.* [1998], Hebbeker y Timmermans [2002], Reyna [2006], entre otros.

Capítulo 5

Detector de muones del Popocatépetl

En las primeras cuatro secciones de este capítulo se resumen algunos de los conceptos más utilizados en el campo de detectores de radiación que ayudarán a entender el diseño y funcionamiento del detector presentado en las secciones 5.5 y 5.6. Las fuentes de las que se recopiló la mayoría de información son: [Castro \[2015\]](#); [Leo \[1987\]](#); [Nieswand \[2014\]](#); [Tanabashi *et al.* \[2018\]](#); [Zanoon \[2014\]](#). Si el lector está familiarizado con estos conceptos puede omitir estas secciones y pasar directamente a la sección 5.5.

5.1. Centelladores

Un *centellador* es un material cuya propiedad de *luminiscencia* le permite emitir energía en forma de luz visible cuando es expuesto a la luz, el calor o la radiación. Si el tiempo de emisión de la luz ocurre dentro de un intervalo de 10^{-8} s el proceso se denomina *fluorescencia*; de otro modo es conocido como *fosforescencia* y puede durar desde unos pocos microsegundos hasta horas.

Debido a su propiedad de luminiscencia, hoy en día los centelladores son ampliamente utilizados en dispositivos de detección de partículas. En general, un buen detector centellador debe cumplir con lo siguiente:

- Tener buena eficiencia de conversión de la energía de excitación a radiación fluorescente.
- Presentar transparencia a su propia radiación para que permita la transmisión de la luz en el material.
- Emitir fotones en un rango consistente con el espectro de absorción de fibras WLS o fotodetectores (secciones 5.2 y 5.4).
- Tener pulsos luminosos de corta duración.

Algunas de las propiedades más importantes de los centelladores son la siguientes.

5.1.1. Emisión de luz

La emisión de N_{fot} fotones en un centellador en función del tiempo, t , se puede describir adecuadamente por medio de siguiente composición de funciones exponenciales:

$$N_{\text{fot}} = A \exp\left(\frac{-t}{\tau_f}\right) + B \exp\left(\frac{-t}{\tau_s}\right), \quad (5.1)$$

en donde los valores de A , B y de las *constantes de decaimiento rápida* τ_f y *lenta* τ_s varían de acuerdo al material.

5.1.2. Linealidad con la energía

Por arriba de cierto umbral de energía, la mayoría de centelladores tienen un comportamiento casi lineal con respecto a la energía depositada, es decir, **la luz producida en el centellador es directamente proporcional a la energía de excitación.**

5.1.3. Rápido tiempo de respuesta

Permite obtener mejor información a partir de mediciones de intervalos de tiempo más pequeños y con mayor precisión. Además, disminuye el tiempo muerto del cen-

tellador o, dicho de otra manera, el tiempo que le toma recuperarse y estar listo para detectar un nuevo evento. Gracias al corto tiempo de respuesta de los centelladores es posible obtener mayores tasas de conteo en menos tiempo.

5.1.4. *Pulse shape discrimination*

Con algunos centelladores es posible distinguir diferentes tipos de partículas a partir de un análisis de la forma de los pulsos de luz emitidos. La explicación de este efecto recae en el hecho de que las constantes de decaimiento rápida y lenta surgen de la desexcitación de diferentes estados del centellador.

5.1.5. Pérdida de luz

La pérdida de luz en un centellador tiene dos causas principales: la *absorción* en el mismo material centellador y la *transmisión* de luz hacia los medios que lo rodean. La primera de ellas toma mayor relevancia cuando las dimensiones del centellador provocan que la longitud total de las trayectorias de los fotones sean comparables a la *longitud de atenuación*¹ del medio. En este caso, la intensidad de la luz, L , se puede expresar en función de la longitud, l , de la trayectoria del rayo de luz que la sigue:

$$L(l) = L_0 \exp\left(\frac{-l}{\lambda}\right), \quad (5.2)$$

donde L_0 es la intensidad de la luz inicial y λ es la longitud de atenuación del medio.

La mayor pérdida de luz en un centellador no se debe a la absorción, sino al escape o transmisión por sus fronteras hacia al medio circundante. Esto pasa porque cuando la luz se propaga en una interfaz entre dos medios con índices de refracción diferentes, n_1 (medio incidente) y n_2 (medio externo), pueden ocurrir dos cosas dependiendo del

¹La longitud de atenuación se define como la distancia a la cual la intensidad de la luz es reducida un factor de e^{-1} .

ángulo de incidencia, α_1 . Si α_1 es mayor que el ángulo de Brewster, α_B , dado por

$$\alpha_B = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad (5.3)$$

ocurre lo que se conoce como *reflexión total interna*, lo cual refleja la luz de vuelta al medio incidente. Por otro lado, si α_1 es menor que α_B se produce una reflexión parcial de la luz y el resto es transmitida hacia el medio externo.

5.2. Fibras WLS

Una fibra WLS es una fibra óptica de plástico constituida por dos componentes: un largo filamento hecho usualmente de poliestireno (PS) o polimetilmetacrilato (PMMA) llamado *núcleo*, y una o más capas o revestimientos (conocidos de su término en inglés como *claddings*) que lo envuelven y que son fabricados a partir de PMMA o polímeros fluorados (FP) (Figura 5.1a).

Usualmente las fibras WLS son incrustadas dentro de centelladores para coleccionar y transportar fotones hacia fotodetectores o *guías de luz*². Para ello, los núcleos de las fibras WLS están dopados con moléculas fluorescentes que absorben la radiación emitida en los centelladores. Después de algunas transiciones no radiativas, la desexcitación de electrones emite isotrópicamente fotones de una mayor longitud de onda, y por tanto menor energía, que la de los fotones emitidos en el centellador. Posteriormente, sólo una fracción de la nueva luz fluorescente es confinada y transportada dentro de las fibras a través de reflexiones totales internas, tal y como se muestra en la Figura 5.1b. Esta fracción, que corresponde a la *eficiencia de captura* de una fibra, tiene un valor aproximado del 5% para fibras redondas de 1 mm de diámetro y un valor 4% en el caso de las fibras cuadradas.

Como se puede notar, la mayor parte de fotones fluorescentes emitidos en el núcleo no son transportados en la fibra, lo cual, en principio les daría la capacidad de entrar

²Una guía de luz es un pieza de plexiglás o lucita (PMMA) con el que se conduce la luz de un centellador o una fibra óptica a un fotodetector. Son útiles en casos donde el fotodetector no se puede acoplar directamente al centellador ya sea por una geometría inconveniente de detector, la presencia de un campo magnético, la falta de espacio, etc.

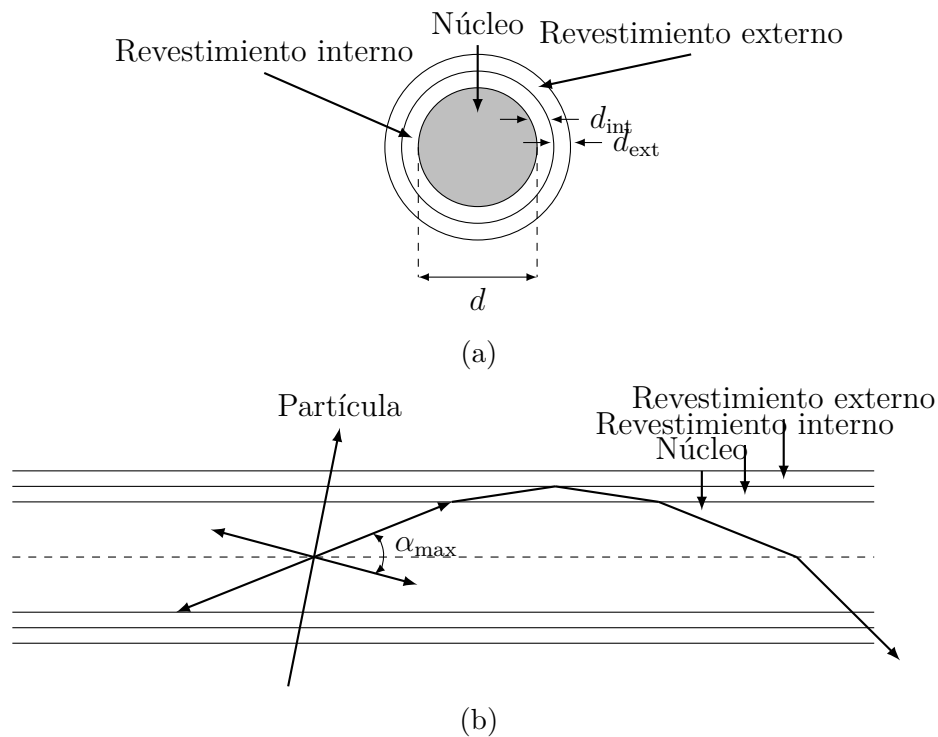


Figura 5.1: Representación esquemática de una fibra WLS redonda de multicapas. En (a) se muestra una vista transversal de la fibra donde se especifican el diámetro del núcleo d y los espesores de la capa interna d_{int} y externa d_{ext} . Mientras que en algunas fibras $d_{\text{int}} = d_{\text{ext}} \approx 0.03 d$, en otras $d_{\text{int}} = d_{\text{ext}} \approx 0.06 d$. Por otro lado, en la perspectiva longitudinal de la fibra en (b) se muestra el máximo ángulo de reflexión posible, α_{max} , y el proceso de reflexión total interna en la interfaz núcleo-revestimiento que ocurre durante el transporte de luz dentro de la fibra.

nuevamente al medio centellador y repetir el proceso indefinidamente, esto provocaría una especie de ruido óptico en el detector conocido como *optical crosstalk*. Sin embargo, como se puede ver en los espectros de absorción y emisión del centellador y de las fibras (Figura 5.2), el cambio de longitud de onda de los fotones fluorescentes previene este fenómeno.

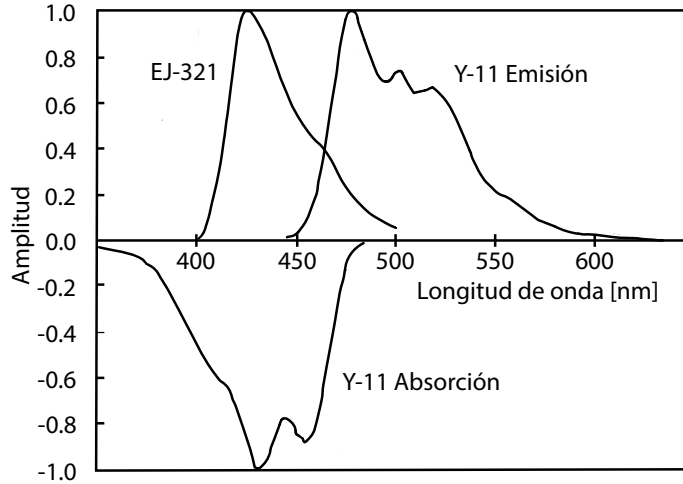


Figura 5.2: Espectro de emisión de las fibras WLS EJ-321 y espectros de absorción y emisión del centellador líquido Y-11 utilizados en el último prototipo del detector del Popocatepetl.

5.2.1. Captura de la luz incidente

Debido a que las moléculas fluorescentes que absorben la luz se encuentran en el núcleo de la fibra, sólo los rayos de luz incidente que puedan penetrar los revestimientos hasta llegar al núcleo podrán ser reemitidos y transportados, de otra forma, serán reflejados hacia el medio en la superficie exterior de la fibra (Figura 5.3). Esta interacción está determinada por el ángulo crítico, α_{crit} , en el cual se produce reflexión total interna en la interfaz fibra-medio y que está dado por la ecuación 5.3:

$$\alpha_{\text{crit}} = \arcsen \left(\frac{n_{\text{clad2}}}{n_{\text{cent}}} \right), \quad (5.4)$$

donde n_{cent} y n_{clad2} son los índices de refracción del centellador y del revestimiento

externo, respectivamente.

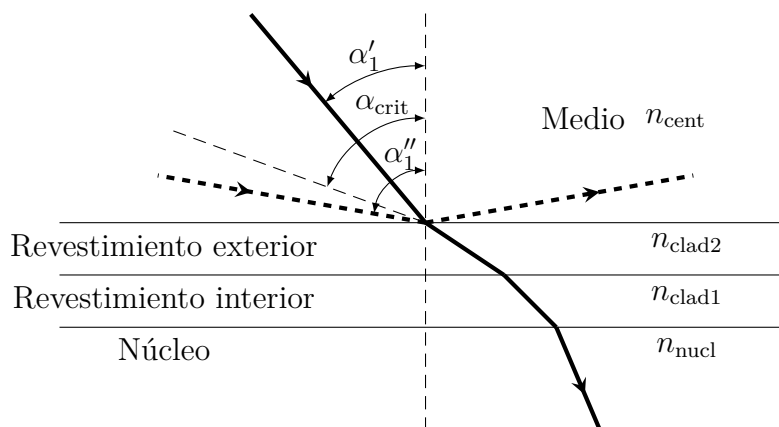


Figura 5.3: Esquema de propagación de la luz en la interfaz revestimiento-medio donde $n_{nucl} > n_{clad1} > n_{cent} > n_{clad2}$ de acuerdo a los valores dados por las Tablas 5.1 y 5.2. Si un rayo de luz (línea negra continua) incide en la superficie exterior de la fibra con un ángulo de incidencia $\alpha_1 = \alpha'_1 < \alpha_{crit}$ éste penetrará la fibra a través de una serie refracciones dada por la ley de Snell; de lo contrario, si $\alpha_1 = \alpha'_1 > \alpha_{crit}$ será reflejado especularmente en el medio (línea negra punteada).

5.2.2. Propagación de la luz en el interior de la fibra

Como ya se mencionó anteriormente, un fotón capturado por una fibra WLS será absorbido por las moléculas fluorescentes del núcleo. Unos pocos nanosegundos después éstas se desexcitarán emitiendo fotones de menor energía en todas direcciones. En el caso de las fibras unicapa, sólo alrededor del 5% de la luz emitida será transportada dentro de la fibra por medio reflexiones totales internas en la interfaz núcleo-revestimiento. Una vez confinada dentro de la fibra, la luz transportada será atenuada debido a dispersiones con impurezas del material. Este fenómeno conocido como *ley atenuación exponencial* ya fue presentado en la ecuación 5.2.

En el caso de las fibras de doble capa, la luz que sobrepasa la capa interna sin producir reflexión total interna en la interfaz núcleo-revestimiento, aún puede ser confinada dentro de la fibra si es reflejada en la interfaz revestimiento-revestimiento (Figura 5.1b). Esto incrementa la eficiencia de captura de las fibras de doble capa a

un 10%, el doble en comparación con las fibras de una sola capa. Cabe mencionar que si el índice de refracción del material con el que está en contacto la fibra es menor que el índice de refracción de la capa externa de la fibra, existe una posibilidad adicional de que la luz sea atrapada en la interfaz revestimiento-medio (ecuación 5.3).

5.3. Reflexión de luz en el contenedor

Como se verá más adelante en la sección 5.5, en nuestro caso la mayor superficie con la que mantiene contacto el centellador es una caja metálica de aluminio que lo delimita. Por lo cual, es importante resumir algunos detalles importantes sobre la interacción de la luz con metales.

Una característica notable de los metales es que además de los electrones ligados, estos presentan una gran cantidad de electrones libres capaces de circular por todas las partes del material. Aunque ambos tipos de electrones se ven afectados en su interacción con la luz, son los electrones no ligados los responsables de las propiedades ópticas de los metales. Por ejemplo, el cambio del campo eléctrico E con el tiempo que produce una onda de luz al incidir en un metal genera un voltaje que hace que las cargas se muevan. Dado que el material es resistivo, la energía electromagnética es convertida irreversiblemente en energía térmica. Por lo cual, la absorción depende de la conductividad del medio.

Por otro lado, el color particular de un metal se debe a que los electrones ligados de los átomos participan en un proceso de absorción selectiva, además de la absorción general característica de los electrones libres. En otras palabras, *un medio fuertemente absorbente para una frecuencia determinada no absorbe mucha de la luz incidente (convirtiéndola en calor), sino más bien la refleja selectivamente* [Hecht, 2017]. Esto se debe a que la fuerte absorción de los electrones libres no permite que la onda penetre profundamente en el metal y no muchos de los electrones “ven” la onda, haciendo que la mayor parte de la energía sea reflejada en las primeras capas de átomos de la red metálica.

De acuerdo con Hecht [2017], la reflectancia para el caso más simple de incidencia

normal en un metal está dada por

$$R = \left(\frac{\bar{n} - 1}{\bar{n} + 1} \right) \left(\frac{\bar{n} - 1}{\bar{n} + 1} \right)^* = \frac{(n_R - 1)^2 + n_I^2}{(n_R + 1)^2 + n_I^2}, \quad (5.5)$$

con \bar{n} como el *índice complejo* dado por $\bar{n} = n_R - in_I$, donde los índices R e I se refieren a real e imaginario, respectivamente. En la Figura 5.4 se ilustra la reflectancia espectral a incidencia normal para un número de películas metálicas evaporadas bajo condiciones ideales. Obsérvese que el aluminio es altamente reflejante a lo largo de todo el espectro de luz visible y alcanza el punto máximo de transparencia en ~ 860 nm.

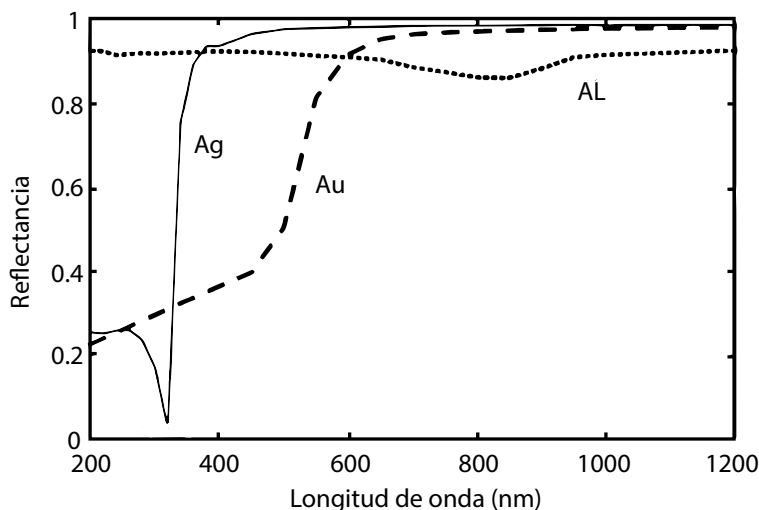


Figura 5.4: Reflectancia frente a longitud de onda para plata, oro y aluminio.

Figura modificada de [Hecht \[2017\]](#).

5.4. Fotomultiplicadores de silicio

La luz emitida en un centellador y transmitida por una fibra WLS puede ser convertida en una señal eléctrica por medio de un *fotodetector*. El principio de su funcionamiento varía dependiendo del tipo, algunos están basados en el efecto fotoeléctrico, otros en el fotovoltaico, otros en la fotoconductividad, etc. A través del

uso de estos dispositivos en detectores es posible extraer información sobre energía y tiempo de una partícula. Algunos de los fotodetectores más utilizados son el tubo fotomultiplicador (PMT), el fotodiodo de avalancha (APD) y los fotomultiplicadores de silicio (SiPM). Estos últimos, por ejemplo, representan uno de los avances más recientes en el área de detectores semiconductores de fotones que tienen la capacidad de detectar fotones individuales. Su construcción se basa en la teoría P-N, por lo que una explicación del funcionamiento del mismo requiere un amplio análisis de electrónica que no es relevante para los temas tratados en esta tesis. Por ello, sólo nos limitaremos a enlistar sus características principales:

1. Ganancia de 10^6 - 10^7 .
2. Bajo voltaje de polarización (alrededor de 30-90 V) y un consumo de energía menor que $50 \mu\text{W}/\text{mm}^2$.
3. Alta eficiencia de detección de fotones, la cual puede llegar alcanzar el 50 %.
4. Capacidad para detectar fotones individuales a temperatura ambiente.
5. Rápida respuesta y tiempo de recuperación.
6. Insensibilidad a campos magnéticos.
7. Compacto y pequeño.
8. Bajo costo en el mercado de fotodetectores.

5.4.1. Forma del pulso de salida

La señal de salida de un SiPM está formada de la suma de muchas señales producidas en los APD que lo componen y **es proporcional a la magnitud del flujo de luz detectado**. Para obtener información de la posición de una partícula se utilizan dos conceptos conocidos como *rise time* y *fall time*, los cuales se definen como el tiempo que le toma a la señal cambiar desde un valor específico bajo a otro más alto, en el caso del *rise time*, y de un valor específico alto a uno más bajo, en el caso del

fall time. Estos valores generalmente corresponden a un 10 % y 90 % de la máxima amplitud del pulso (Figura 5.5).

En un pulso de salida como el de la Figura 5.5, el rise time está determinado por el tiempo en que tarda en llegar a su máximo la avalancha de electrones, y por la variación en los tiempos de recorrido de las señales producidas en diferentes puntos del área activa del sensor. Además de que también puede ser afectado por la impedancia de salida del sensor.

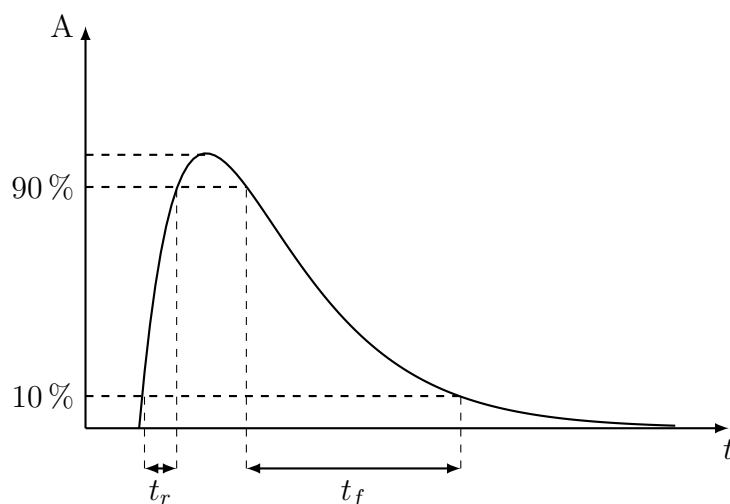


Figura 5.5: Esquema de la forma de un pulso de salida ánodo-cátodo de un SiPM. El área bajo la curva es proporcional a al flujo de luz detectado. El rise time y fall time se denotan por t_r y t_f , respectivamente.

5.5. Módulos

El trazador de muones del Popocatepetl consta de 48 elementos idénticos llamamos *módulos*. Cada módulo es un detector centellador fabricado a partir de un contenedor de aluminio de forma rectangular con dimensiones de 320 cm \times 20 cm \times 10 cm, y un espesor de 2.5 cm sobre el cual se deposita el centellador líquido a base de aceite mineral EJ-321L de Eljen Technology (Figuras 5.6a y 5.6b). Algunas de las propiedades más importantes de este centellador se muestran en la Tabla 5.1.

Aunque generalmente los centelladores plásticos son los más populares en la fa-

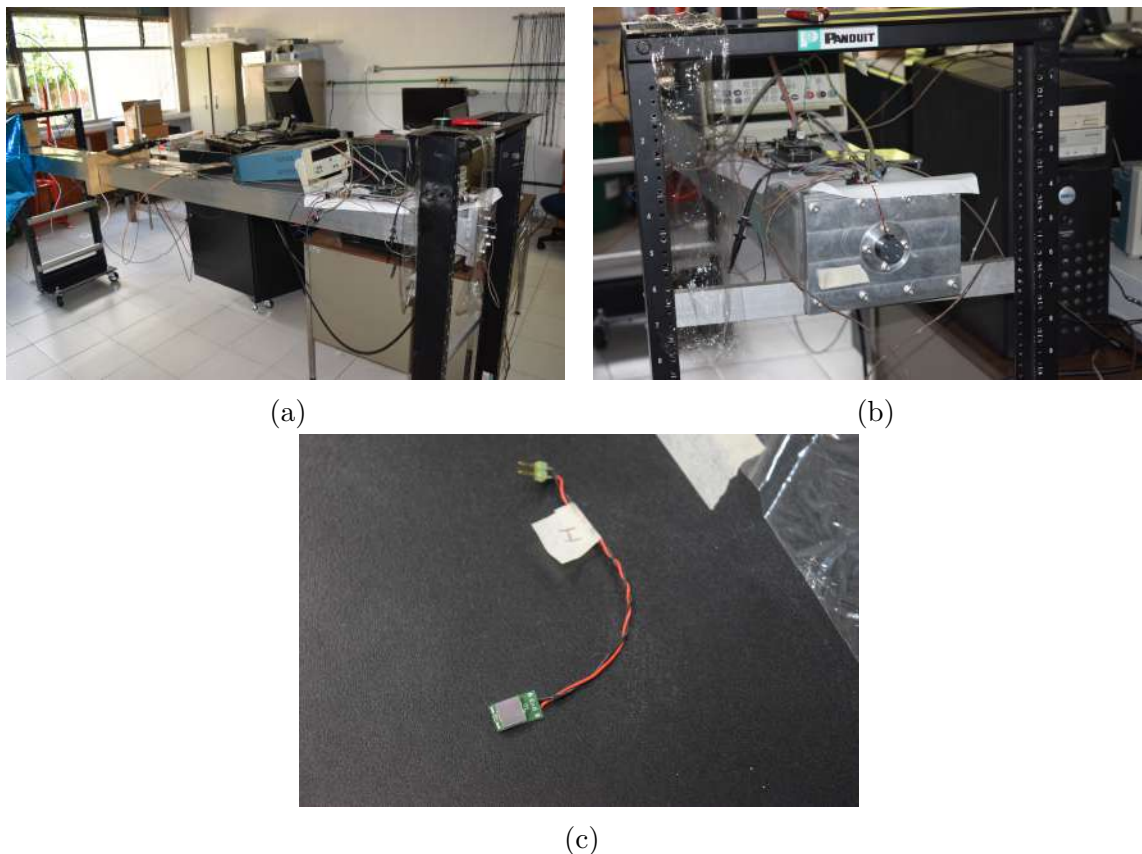


Figura 5.6: Prototipo actual del módulo. En (a) y (b) se muestran dos perspectivas diferentes del contenedor de aluminio, y en (c) un SiPM de $6 \times 6 \text{ mm}^2$.

bricación de dispositivos de detección, la mejor opción en aparatos de gran tamaño como éste es utilizar centelladores líquidos acoplados a fibras WLS. Además de que facilita el transporte y el mantenimiento del detector, los centelladores líquidos son mucho más baratos en comparación a otros.

Debido a la gran longitud de los módulos ($\sim 3.2 \text{ m}$), se han implementado por cada uno de ellos 36 fibras WLS kuraray Y-11 con multicapas para recolección y transporte de luz. En la Tabla 5.2 se muestran las características principales de estas fibras.

La disposición de las fibras es coplanar, alineadas y separadas de forma equidistante a lo largo del eje Y, tal y como se muestra en la Figura 5.7a. Estas recorren todo el contenedor a lo largo del eje X hasta llegar a los extremos. Ahí, las fibras son unidas en manojos y acopladas por medio de una guía de luz a un SiPM al vacío

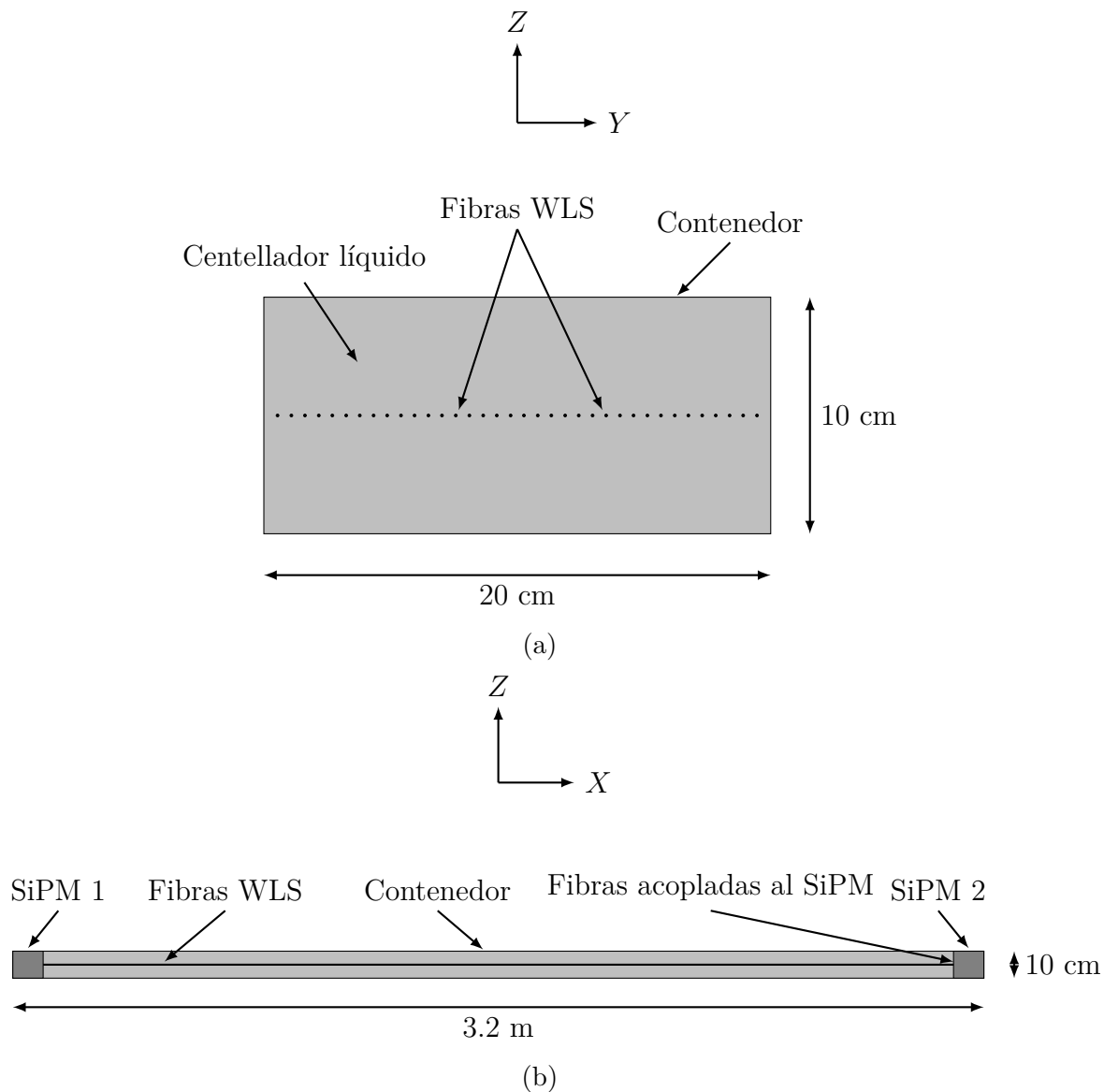


Figura 5.7: Esquema del posicionamiento de las fibras WLS en relación al contenedor de aluminio en los módulos. En la perspectiva transversal del plano YZ en (a), las fibras WLS son representadas como puntos negros. Desde la perspectiva del plano XZ en (b), se aprecia que el conjunto de fibras WLS cruza coplanariamente de un extremo al otro del módulo, conectando ambos SiPM.

Propiedad	EJ-321L
Camino libre medio (en un rango de 400 a 500 nm)	> 5 m
Longitud de onda de máxima emisión	425 nm
Tiempo de decaimiento (Componente pequeña)	2 ns
Densidad relativa	0.86
Índice de refracción	1.47
Punto de inflamabilidad	102 °C

Tabla 5.1: Propiedades del líquido centellador de la serie EJ-321L [Technology, 2006].

(Figura 5.7b).

Propiedad	Y-11(200)
Longitud de atenuación	> 3.5 m
Longitud de onda de máxima emisión	476 nm
Longitud de onda de máxima absorción	430 nm
Índice de refracción del núcleo	1.59
Índice de refracción de la capa interna	1.49
Índice de refracción de la capa externa	1.42

Tabla 5.2: Propiedades principales de las fibras WLS Kuraray Y-11(200) [Kuraray, 2014].

5.6. Trazador de muones

Como ya se mencionó, el trazador de muones del Popocatepetl está constituido por 48 módulos distribuidos en 3 matrices M_1 , M_2 y M_3 , tal y como se muestra en la Figura 5.8. En cada matriz hay 16 módulos alineados a lo largo del eje X y apilados uno encima del otro en la dirección del eje Y. Como resultado del número de los módulos y de sus dimensiones, cada matriz posee un *área de detección*, $S = 3.2 \text{ m} \times 3.2 \text{ m} \approx 10 \text{ m}^2$. Por otro lado, se planea que la separación entre matrices D sea de aproximadamente 6 m.

En seguida se presentan algunas de las características más importantes del trazador de muones.

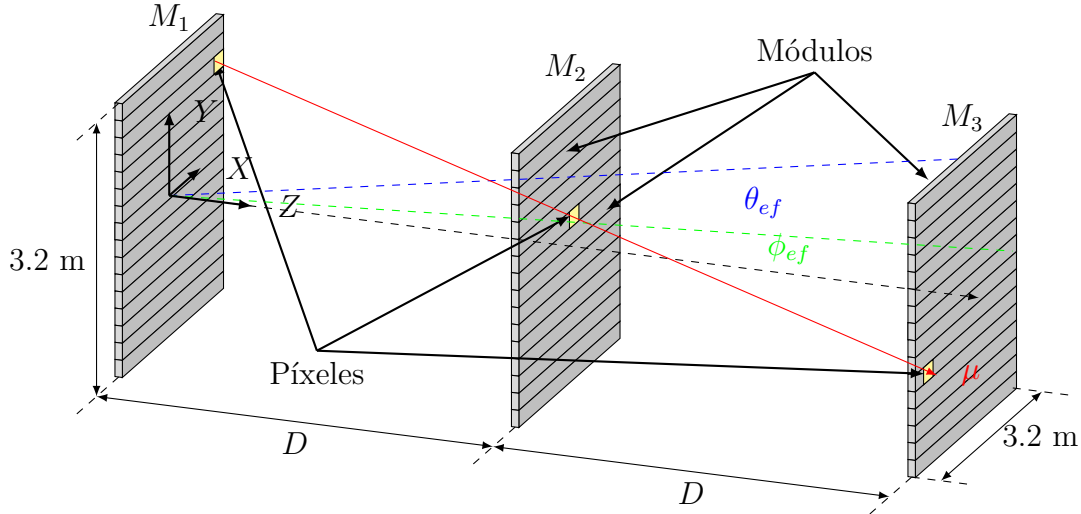


Figura 5.8: Esquema del trazador de muones que se utilizará para estudiar la estructura interna del volcán Popocatépetl. Se muestran las 3 matrices M_1 , M_2 y M_3 separadas por una distancia D ; los ángulos vertical θ_{ef} y azimutal efectivo ϕ_{ef} ; la trayectoria de un muon (flecha roja); y los píxeles (rectángulos amarillos) generados en las tres matrices del detector.

5.6.1. Eficiencia

Generalmente ésta se divide en dos: eficiencia absoluta y eficiencia intrínseca. La *eficiencia absoluta* o *total*, ε_{tot} , que depende de la geometría del detector y de la probabilidad de interacción, se define como la fracción de eventos emitidos en la fuente que son registrados por el detector:

$$\varepsilon_{tot} = \frac{\text{eventos registrados}}{\text{eventos emitidos por la fuente}}. \quad (5.6)$$

Por otro lado, la *eficiencia intrínseca* es la fracción de eventos que interactúan con el detector y que son registrados por el mismo:

$$\varepsilon_{int} = \frac{\text{eventos registrados}}{\text{eventos que incidieron en el detector}}. \quad (5.7)$$

La eficiencia intrínseca depende de la sección eficaz de la radiación incidente en el

medio del detector. Por lo cual, ésta es una función del tipo de radiación y su energía, así como del detector.

5.6.2. Sensibilidad

Ésta es la capacidad que tiene el detector de producir una señal utilizable para un tipo dado de radiación y energía. Ningún detector puede ser sensible ni a todas las formas de radiación que existen ni a todos los valores de energía de las mismas. Más bien, son diseñados para ser sensibles sólo a ciertos tipos de radiación dentro de un rango de energía específico, fuera de éste toda señal producida es inservible.

La sensibilidad depende de varios factores entre los que están: la sección eficaz para reacciones ionizantes, la masa del detector, el contenedor del volumen sensible y el ruido inherente del aparato. Este último se presenta como fluctuaciones de voltaje y corriente en la señal de salida. Dado que siempre se tiene ruido electrónico haya o no radiación, una cierta cantidad mínima de ionizaciones es requerida para que la señal sea utilizable. En consecuencia, la eficiencia del detector depende de la sensibilidad que se tiene a su radiación.

5.6.3. Respuesta del detector

Además de detectar la presencia de radiación, la mayoría de los detectores son capaces de proveer información sobre la energía que pierde la partícula. En ciertos casos, la cantidad de ionizaciones producidas en el detector resulta ser proporcional a la pérdida de energía de la radiación en el volumen sensible, y a que el detector es lo suficientemente grande como para que la radiación sea completamente absorbida. Se conoce, entonces, como *respuesta del detector* a la relación que existe entre la energía de radiación y la carga total de la señal de salida (o también con la altura de su pulso).

5.6.4. Resolución de energía

Uno de los factores más importantes de los detectores de radiación es la *resolución de energía*, δE . Ésta se define como la capacidad que posee el detector para distinguir dos energías cercanas. En general, la resolución de energía se puede medir al bombardear el detector con un haz monoenergético de radiación y observar el espectro resultante. Éste usualmente tiene una forma gaussiana debido a las fluctuaciones en el número de ionizaciones y excitaciones. A menudo, la resolución está dada en términos de la *anchura a media altura* (FWHM) del pico de salida para una energía E como:

$$\delta E = \frac{\text{FWHM}}{E}. \quad (5.8)$$

Adicional a las fluctuaciones de ionización, otros factores como el ruido electrónico pueden afectar en conjunto la resolución de un detector.

5.6.5. Tiempo muerto

Una característica relacionada con la eficiencia es el *tiempo muerto* del detector. Este es el tiempo finito requerido para procesar un evento y usualmente depende de la duración de la señal. Durante este periodo un detector puede o no permanecer sensible a otros eventos. Si el detector está insensible cualquier otro evento que incida en él se perderá. Por otro lado, si el detector conserva su sensibilidad el segundo evento puede acumularse con el primero resultando en una señal distorsionada que subsecuentemente perderá la información de ambos eventos. Esas pérdidas afectan las tasas de conteo y distorsionan la distribución entre los tiempos de arribo.

Cada elemento del detector tiene su propio tiempo muerto, aunque a menudo la electrónica contribuye con la mayor parte de este efecto.

5.6.6. Tiempo de respuesta

Una característica muy importante de un detector es su *tiempo de respuesta*. Éste es el tiempo que tarda el detector en producir una señal después de haber interactuado con algún tipo de radiación. El tiempo de respuesta y la resolución temporal son cruciales para las propiedades de timing del detector.

Para tener un buen timing es necesario que la señal forme rápidamente un pulso de salida agudo, con flancos muy verticales, es decir, con valores pequeños de rise time y fall time (ver Figura 5.5). La duración de la señal también es importante, ya que durante este periodo un segundo evento no puede ser registrado. Esto contribuye al tiempo muerto del detector y limita la tasa de conteo a la cual puede operar.

5.6.7. Resolución temporal y espacial

La *resolución temporal*, δt , se define como la precisión con la que se puede determinar el momento en que una partícula cruza el detector. Cada módulo tiene una resolución temporal determinada por los *tiempos de respuesta*, t_1 y t_2 , que le toma a la señal producida por el muon al viajar hasta los fotomultiplicadores de silicio y formar el pulso de salida (Figura 5.9). En experimentos con un primer prototipo de los módulos se encontró que $\delta t \approx 0.5$ ns. En términos de distancia, esto correspondería a una *resolución espacial*, $\delta x \approx 10$ cm [Aguilar *et al.*, 2015]. Este valor se puede interpretar como la incertidumbre que posee el módulo para conocer la posición exacta por la cual pasó el muon.

5.6.8. Resolución angular

La resolución angular, $\delta\Omega$, se define como la separación angular media entre la trayectoria real y la reconstruida del muon. Ésta depende del número de píxeles del detector, su tamaño y la distancia D . Se podría interpretar como la habilidad que tiene el aparato para poder distinguir entre los detalles más pequeños de la estructura del volcán. A menudo está en contradicción con la necesidad de un detector con S más grande, ya que un incremento en cualquiera de las dos magnitudes implicaría un

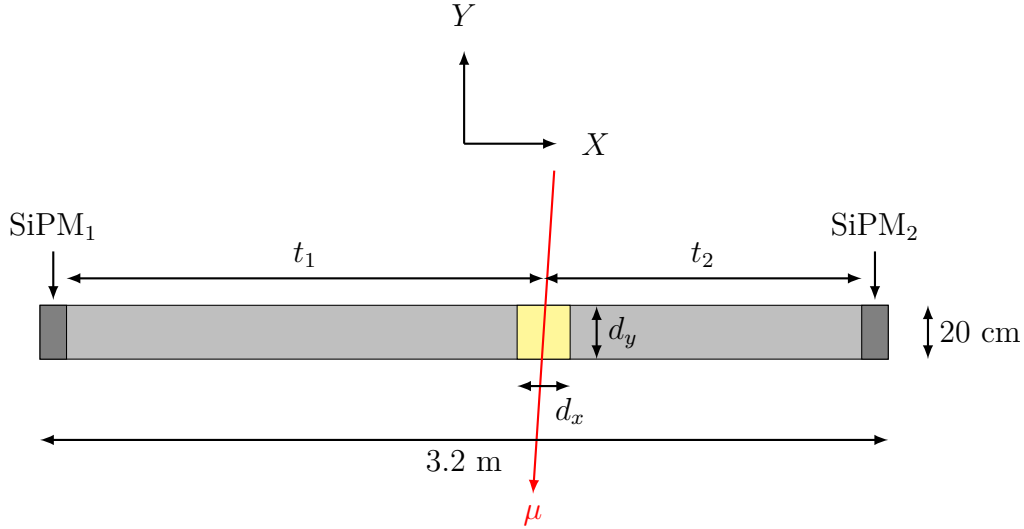


Figura 5.9: Esquema de un módulo visto desde el plano XY. Cuando un muon (flecha roja) atraviesa un módulo la señal óptica producida en el centellador es transportada por las fibras WLS y convertida en una señal eléctrica por los SiPM. Los tiempos de respuesta t_1 y t_2 corresponden al tiempo que le toma a la señal óptica llegar a los fotomultiplicadores SiPM₁ y SiPM₂, respectivamente.

aumento del número de módulos utilizados. Para detectores de grandes volúmenes la resolución angular tiene un valor aproximado de 10 mrad [Procureur, 2018].

5.6.9. Ángulo sólido y aceptación

El *ángulo sólido de aceptación*, Ω , es el ángulo sólido de geometría piramidal cuadrangular formada por el *ángulo vertical*, θ_{ef} , y *azimutal efectivo*, ϕ_{ef} (Figura 5.8). Nótese que Ω es inversamente proporcional a D , ya que al aumentar D las magnitudes de θ_{ef} y ϕ_{ef} disminuyen.

La *aceptancia*, \mathcal{T} , es obtenida mediante la multiplicación del área de detección y el ángulo sólido total cubierto por el telescopio,

$$\mathcal{T} = S \Omega \quad [\text{cm}^2 \text{ sr}]. \quad (5.9)$$

En casos de imagenología de grandes volúmenes, como el Popocatepetl, es conveniente que el detector tenga una aceptación más grande para “observar” una mayor

parte del volumen del volcán. Cabe mencionar que \mathcal{T} se puede ajustar convenientemente cambiando la distancia de separación entre matrices D , ya que como acabamos de explicar en la definición anterior Ω depende de D .

5.6.10. Número de muones detectados

El flujo integral de energía (Φ) se relaciona con la aceptación y el número de muones detectados, N , en un tiempo de medición, T , por medio de:

$$N(X) = T \mathcal{T} \Phi(X). \quad (5.10)$$

5.6.11. Reconstrucción de trayectorias

Cuando un muón atraviesa una matriz, M_i , se genera en ella un píxel, $P_{M_i}(x_\mu, y_\mu)$ que nos permite conocer con cierta incertidumbre su posición (x_μ, y_μ) en el plano XY (Figura 5.8). La posición del muon en el eje X, x_μ , de la matriz M_i está determinada por la diferencia de los tiempo de respuesta t_1 y t_2 (Figura 5.9). La incertidumbre, como se explica en la sección 5.6.7, depende de la resolución de tiempo del módulo y le da al píxel una dimensión, $d_x = 2 \delta x \approx 20$ cm, en la dirección X. Por otro lado, la posición del muon en el eje Y, y_μ , está dada por la posición del módulo con la cual interacciona el muon, es decir, se calcula identificando por cuál de los 16 módulos de la matriz ha pasado el muon y se multiplica por dimensión espacial del módulo en dirección Y (ver Figura 5.9). Esto les otorga a los píxeles una dimensión, $d_y \approx 20$ cm.

Para concluir, cuando un muon interactúa con las tres matrices del detector, se genera una terna de pixeles, $\{P_{M_1}(x_\mu, y_\mu), P_{M_2}(x_\mu, y_\mu), P_{M_3}(x_\mu, y_\mu)\}$, que asigna una dirección media, $\vec{r}(x_\mu, y_\mu)$, una resolución angular, $\delta\Omega(\vec{r}(x_\mu, y_\mu))$, y una aceptación, $\delta\mathcal{T}(\vec{r}(x_\mu, y_\mu))$, a la trayectoria reconstruida del muon.

Capítulo 6

Simulación Geométrica

Desde los primeros años de la informática muchos investigadores en diversas áreas de la física han colaborado en la creación de paquetes de simulación Montecarlo como: EGSnrc, PENELOPE, MCNP, FLUKA, GEANT4, SIMSET, VMC++, entre otros. Estos programas, que simulan el transporte e interacción de diversos tipos de radiación con la materia, son herramientas que permiten a los investigadores estudiar el comportamiento de sistemas físicos (como detectores de radiación) accediendo a ciertos parámetros, y recreando situaciones imprácticas o imposibles de realizar por medio de experimentos.

Aunque la velocidad de procesamiento de las computadoras ha aumentado drásticamente en los últimos años, simular de forma realista y completa la interacción de cada partícula involucrada sigue siendo un desafío debido a la necesidad actual de obtener resultados más rápidos. Por este motivo, a menudo se desarrollan simulaciones que prudentemente simplifican los procesos físicos y la geometría de los objetos involucrados.

Esta tesis tiene como objetivo principal optimizar el detector de muones que se utilizará en el proyecto de monografía del volcán Popocatepetl. Por ello, se ha desarrollado un código en el lenguaje de programación C++ que simula, desde una perspectiva geométrica, los procesos esenciales de la propagación de luz en los módulos del detector. Gracias a esto y a las muchas simplificaciones realizadas, la simulación tiene como característica principal un reducido tiempo de ejecución (menor que 1 s)

en el cual se simula el transporte de luz en un módulo del detector.

En este capítulo se hace una descripción a fondo de la *simulación geométrica* que se ha desarrollado. El código completo se muestra en el apéndice B.

6.1. Descripción del código

En esta simulación se recrea la propagación de la luz dentro de los módulos como se describe cronológicamente a continuación:

1. Un muon atraviesa un módulo del detector a la velocidad de la luz y con una trayectoria aleatoria casi perpendicular al plano XY (ver la Figura 6.1).

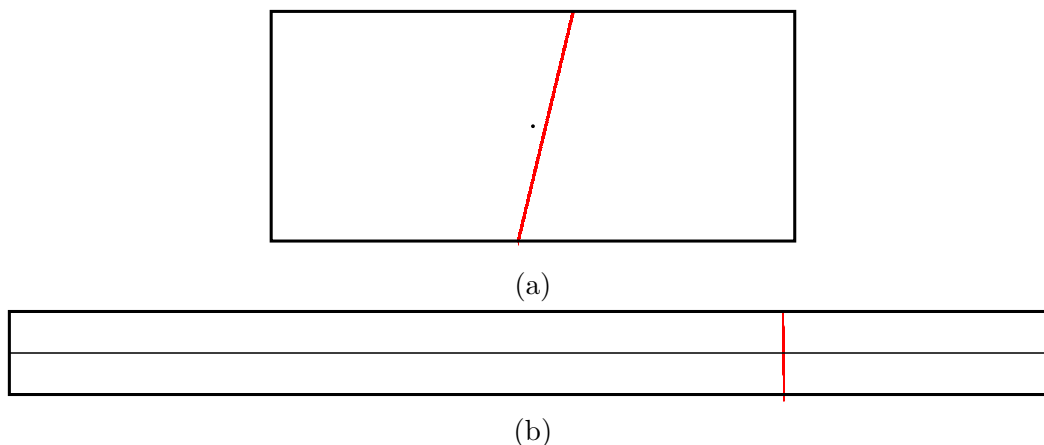


Figura 6.1: Trayectoria aleatoria simulada de un muon (en rojo) que atraviesa un módulo de una sola fibra WLS central en la posición $x_\mu = 75$ cm. Los esquemas de la perspectiva transversal del módulo en (a) y de la longitudinal en (b) están a escala con respecto a las dimensiones reales del contenedor.

2. De acuerdo con [Tanabashi et al. \[2018\]](#), el muon a nivel del mar tiene un poder de frenado de $1.66 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$. Por lo que, usando la densidad relativa dada en la Tabla 5.1, esto es equivalente a una pérdida de energía $\approx 1.42 \text{ MeV cm}^{-1}$. Si además se considera que el centellador emite 12000 fotones por cada MeV de energía depositada [[Scientific, 2011](#)], se obtiene una tasa de emisión aproximada de 1700 fotones/mm. Por tanto, este número de fotones emitidos es simulado

de forma isotrópica a lo largo de la trayectoria del muon, dentro del volumen ocupado por el líquido centellador.

3. En cada interacción un fotón emitido en el centellador tiene una probabilidad de 0.8 de ser reflejado especularmente dentro de las paredes internas del contenedor. Esta probabilidad se toma con base al valor de la reflectancia del aluminio dentro del rango del espectro de emisión del centellador (Figura 5.4).
4. Sólo los fotones con un ángulo de incidencia menor que el ángulo crítico α_{crit} son capturados por las fibras WLS; fotones con un ángulo de incidencia mayor que el ángulo crítico son reflejados especularmente en la capa externa (Figura 5.3). A partir del índice de refracción del líquido centellador y de las fibras WLS de las Tablas 5.1 y 5.2 se calcula que $\alpha_{\text{crit}} \approx 75^\circ$.
5. Cada fotón capturado por una fibra reemite 2000 fotones desde el punto de absorción dentro del núcleo. De los cuales, sólo 200 son transportados dentro de fibra hacia los SiPM [Tanabashi *et al.*, 2018].
6. Tanto la luz que se propaga en el centellador como aquella que lo hace en la fibra se ve afectada por la reabsorción del medio regida por la ecuación 5.2, con valores de longitud de atenuación de las Tablas 5.1 y 5.2.

Para tener una idea más clara del alcance y de las limitaciones de esta simulación se enlistan algunas de las simplificaciones impuestas en el programa:

1. La luz se ha simulado utilizando cantidades ópticas medias, se ignoran los estados de polarización y la distribución espectral.
2. Todas las partes físicas del módulo han sido simplificadas a geometrías rudimentarias en tercera dimensión.
3. La emisión de fotones en el centellador se produce de forma instantánea cada milímetro a lo largo de la trayectoria del muon y no se considera la evolución temporal de emisión dada por la ecuación 5.1.

4. La trayectoria de los fotones emitidos en el centellador que no son capturados por ninguna fibra es truncada a una distancia de 1 m desde su punto de emisión. La elección de 1 m se debe a que la electrónica del detector es insensible a pulsos con una duración mayor que 5 ns, es decir, fotones que se propagan a una velocidad $v_f = c/n_{\text{cent}}$ (Tabla 5.1) y con un recorrido mayor que 1 m.
5. Debido a que la longitud de las fibras WLS (~ 3 m) es mucho mayor que sus diámetros (1 mm), la distancia recorrida por los fotones dentro de las fibras se aproxima a la distancia sobre el eje X que hay entre el punto de emisión y los SiPM, es decir, se desprecian las refracciones y reflexiones durante el transporte de luz.
6. Se han descartado por completo factores ambientales como la temperatura o la radiación que alteran las propiedades intrínsecas del centellador u otras partes del detector.
7. Los fotodetectores no han sido simulados.

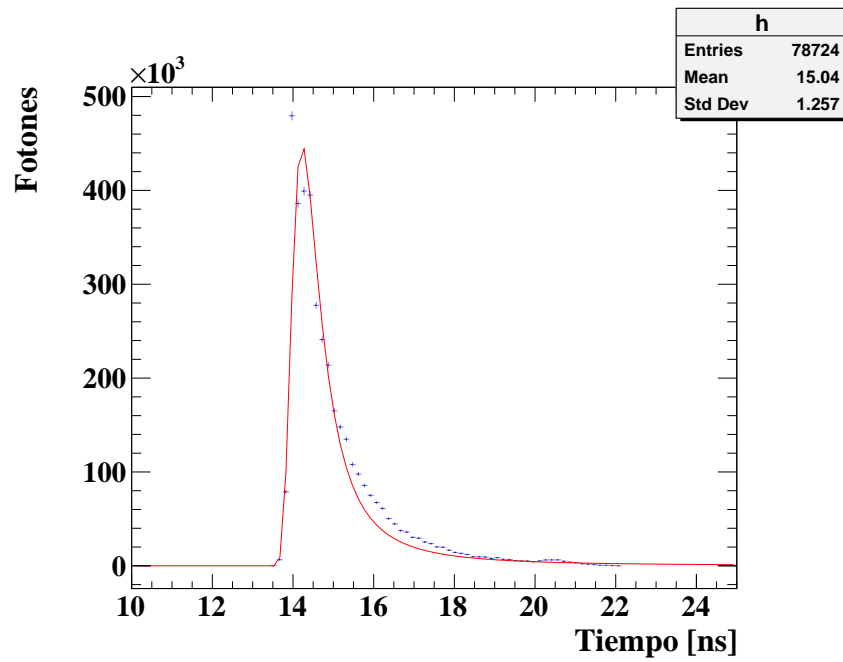
6.2. Información obtenida

Con el fin de obtener información de cómo influyen el contenedor y las fibras en la captura de luz, se distinguen tres tipos de fotones involucrados en los procesos de emisión y propagación en los módulos: a los fotones reemitidos en las fibras WLS que son detectados por los SiPM se les llama *fotones detectados*; a la fracción de estos últimos, producidos por fotones fluorescentes del centellador que experimentaron una o más reflexiones, ya sea en las paredes internas del contenedor o en la superficie exterior de las fibras, se les llama *fotones reflejados*; al resto de fotones detectados que no son fotones reflejados se les llama *fotones directos*.

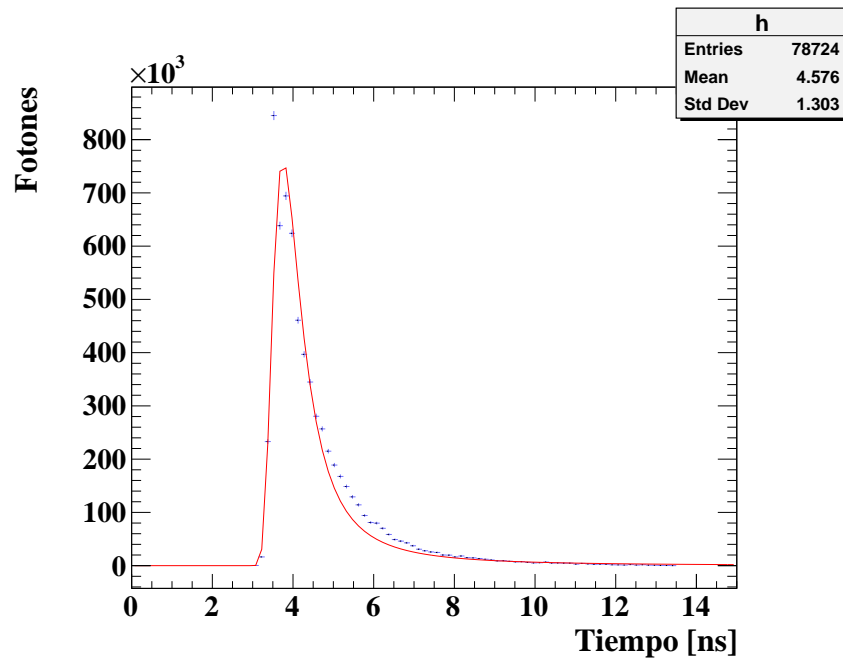
Además de calcular el número total fotones detectados, N_f , el número de fotones reflejados, N_r , y el número de fotones directos, N_d , el programa también estima los *tiempos de arribo*, t_{f_1} y t_{f_2} , que les toma a la *señales ópticas* producidas por cada fotón emitido en el centellador llegar a SiPM₁ y SiPM₂, respectivamente. En otras

palabras, t_{f_1} y t_{f_2} son la suma del tiempo de desplazamiento del fotón en el centellador y del tiempo de desplazamiento del fotón reemitido en la fibra.

Una aproximación de la forma real de los pulsos de salida de ambos SiPM puede ser obtenida de la simulación por medio de las distribuciones de los tiempos de arribo mostradas en la Figura 6.2. Debido a que el muon atraviesa el módulo en la coordenada $x_\mu = 100$ cm, la cantidad total de fotones detectados ($N_f = 3.9 \times 10^6$) en SiPM₁ (con coordenada $x = -150$ cm) es menor que los que se detectaron ($N_f = 6.6 \times 10^6$) en SiPM₂ (con coordenada $x = 150$ cm). Del mismo modo, nótese que el valor medio del tiempo de arribo $t_{f_1} \approx 15.04$ ns, mientras que el de $t_{f_2} \approx 4.576$ ns. Esto, como es evidente, se debe a las diferencias que existen en las distancias de separación en el eje X entre el muon y los SiPM.



(a)



(b)

Figura 6.2: Histogramas de los tiempos de desplazamiento de los fotones t_{f_1} (a) y t_{f_2} (b) obtenidas de la simulación de un muon que atraviesa el módulo en $x_\mu = 100$ cm. En rojo se muestra el ajuste de Landau aplicado a los histogramas.

Capítulo 7

Resultados

En este capítulo se presentan y analizan todos los datos obtenidos de las diversas pruebas realizadas con la simulación geométrica descrita en el capítulo anterior. Cada sección se enfoca en optimizar una característica específica del diseño del detector. Por lo cual, la característica en cuestión es tomada como el único parámetro variable y todas las demás configuraciones son asignadas de acuerdo al prototipo del detector. Además de detallar en que consiste cada prueba realizada, en este capítulo también se discuten los resultados obtenidos y las mejoras que se pueden implementar.

7.1. Captura de luz en función de la distancia fibra-muon

La primera prueba se realizó suponiendo que el módulo está formado por un contenedor con paredes internas de reflectancia $R = 0.8$ (valor experimental aproximado en el prototipo) y una fibra de posición fija en $(y_f = 0, z_f = 0)$. Se simularon 1000 eventos de la interacción de un muon con el módulo. En cada uno de ellos el muon posee una trayectoria perpendicular al plano XY y cruza el eje Y en una coordenada, $y_{\mu(n)}$, diferente por cada evento n . En conjunto, todas las trayectorias son coplanares y cubren uniformemente la sección transversal YZ del contenedor (Figura 7.1).

En la gráfica azul de la Figura 7.2 se muestra el número total de fotones detectados

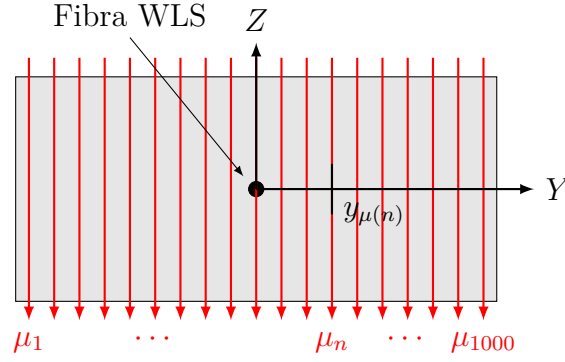


Figura 7.1: Esquema de las trayectorias de los muones simulados en todos los eventos.

por SiPM₁ en cada evento en función de la coordenada y_μ . Las gráficas de color rojo y negro representan el mismo resultado, pero exclusivamente para fotones reflejados y directos, respectivamente.

Además de mostrar la variación de respuesta del detector en la dirección de Y, por medio de la Figura 7.2 se pueden deducir gráficamente expresiones matemáticas que relacionan la cantidad de fotones detectados en función de la distancia de separación mínima entre la fibra y la trayectoria del muon, $d_f = |y_\mu - y_f| = |y_\mu - 0| = |y_\mu|$. En las Figuras 7.3, 7.4 y 7.5 se muestran estos resultados junto con los parámetros de la función de ajuste de cada curva.

Para el ajuste de datos las Figuras 7.3 y 7.4 se empleó la función logística utilizada en diversos modelos de crecimientos de poblaciones [Weisstein, 2020],

$$f(x) = A_2 + \frac{A_1 - A_2}{1 + \left(\frac{x}{x_0}\right)^p}. \quad (7.1)$$

Mientras que para la Figura 7.5 se utilizó la función:

$$f(x) = A_2 + A_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{x - x_0}{k_1}\right)\right]^p \exp\left(-\frac{x - x_0}{k_2}\right). \quad (7.2)$$

Integrando las ecuaciones anteriores de 0 a 9.4 cm (mitad positiva de la dimensión del contenedor en Y) uno puede calcular la coordenada, y_P , en la cual los muones con

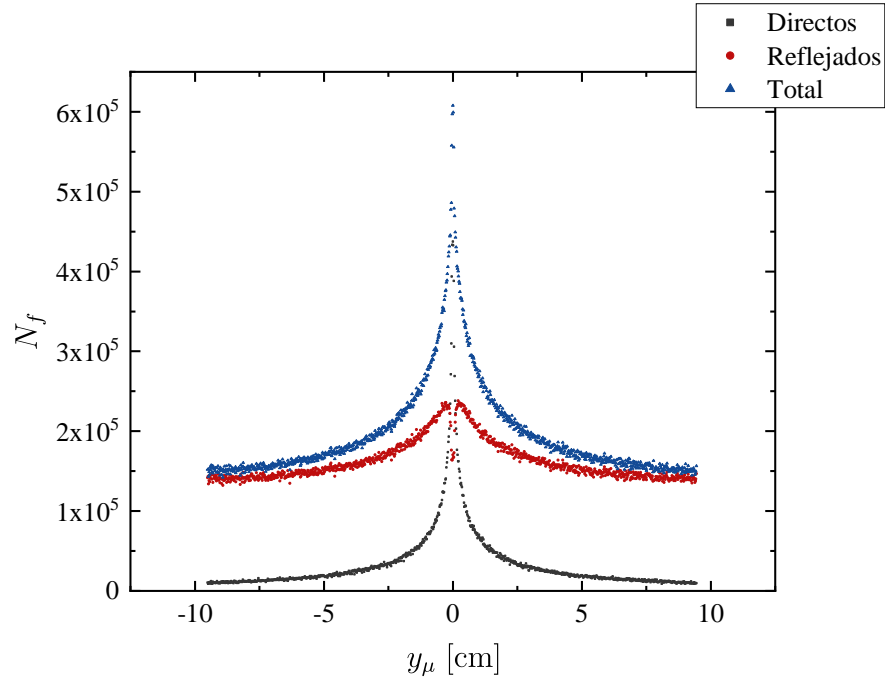


Figura 7.2: Número total de fotones capturados por la fibra en función de la posición de la trayectoria y_μ

$y_\mu < y_P$ producen cierto porcentaje, P , del total de fotones detectados por SiPM₁. Suponiendo que P representa la mitad de los fotones detectados en los 1000 eventos, se calcula que $y_P \approx 3.7$. Es decir, por lo menos el 50% de los fotones capturados por la fibra se debe a muones cuya distancia de separación con la fibra es menor que 3.7 cm. El mismo cálculo se puede realizar con la parametrización de los datos de la Figura 7.4. El cual, por la definición de fotones directos, planteada anteriormente, también se puede interpretar como el resultado de la simulación de un módulo con paredes internas de reflectancia $R = 0$, es decir, totalmente absorbente. En este último caso se encontró que para el mismo porcentaje y_P debe tener un valor aproximado de 1.5. Por tanto, mientras menor sea la reflectancia en las paredes del contenedor, menor impacto o relevancia tendrán los muones que atraviesan el módulo cerca de sus bordes, en $y = -9.4, 9.4$.

De los resultados anteriores se pueden concluir dos hechos importantes que se esperaba que fueran comprobados por la simulación con base en el conocimiento teórico que se tiene de los detectores centelladores. El primero de ellos confirma el hecho de

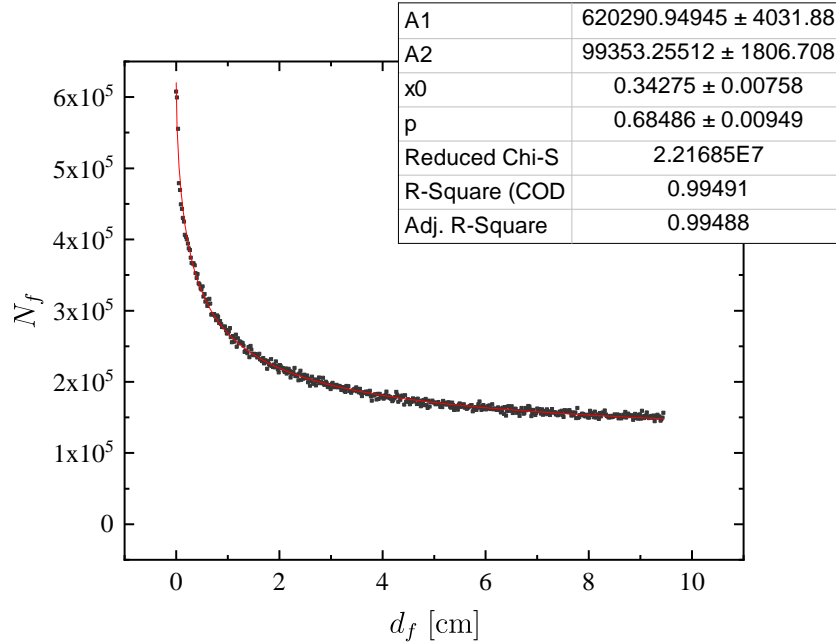


Figura 7.3: Número total de fotones capturados en función de la distancia entre la fibra y la trayectoria del muon.

que la cantidad de luz que llega a los fotomultiplicadores de silicio es inversamente proporcional a la distancia de separación entre la fibra y el muon, d_f . Además, por medio de la simulación se encuentra que este comportamiento se ajusta eficazmente a las funciones 7.1 y 7.2. El segundo hecho nos indica que el primero depende de la reflectancia de las paredes internas del contenedor. Basta con comparar las gráficas de las Figuras 7.3 y 7.4 para comprobar que tanto el número total de fotones detectados como la distancia $|y_f - y_P|$ son directamente proporcionales al valor de R . Es por este último punto que corroboramos que **mientras menor sea R menor será el porcentaje de luz (del total de luz capturada por todos los muones) que aportarán los muones que atraviesan el detector en una posición más apartada de la fibra y mayor será el aporte de luz de aquellos muones que pasan cerca de la misma.**

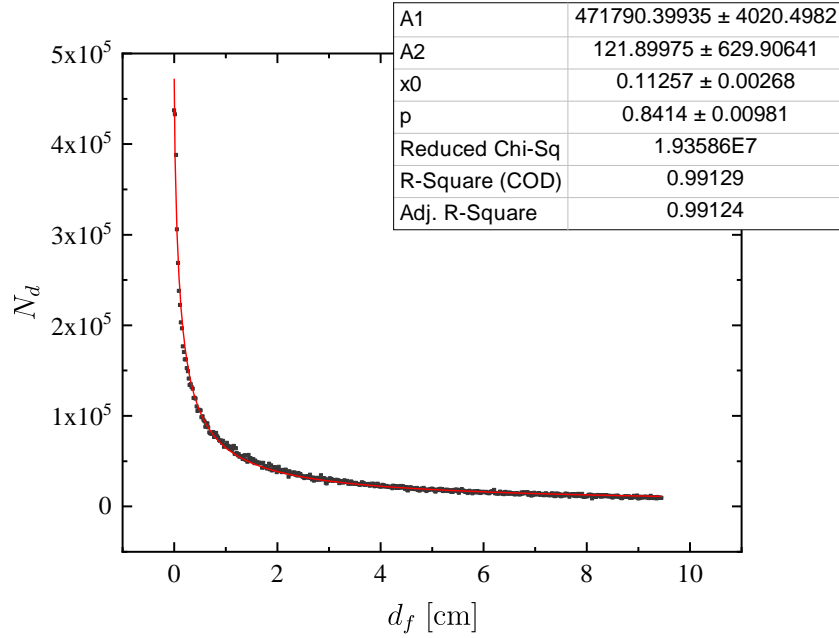


Figura 7.4: Número de fotones directos capturados en función de la distancia entre la fibra y la trayectoria del muon.

7.2. Posicionamiento de fibras en el plano YZ

7.2.1. Módulo con una fibra

Una vez que se ha comprobado que la simulación se comporta como lo esperado, el primer ejercicio realizado con ella se enfocó en determinar la dependencia entre el número de fotones capturados por una fibra en función de su posición dentro del contenedor. Por cada posición de la fibra a lo largo de tres ejes diferentes (Figura 7.6) se simularon 100 eventos con trayectorias muónicas aleatorias y con un módulo de paredes internas de reflectancia $R = 0.8$. Los resultados presentados en las Figuras 7.7, 7.8 y 7.9 nos muestran el *número de fotones detectados promedio en SiPM₁*, \bar{N}_f , *por cada interacción con un muon* en función del posicionamiento de la fibra a lo largo de cada eje. En la Tabla 7.1 se presentan los parámetros del ajuste lineal de las gráficas de las Figuras 7.7, 7.8 y 7.9.

Como se puede notar de la Figura 7.7 y de la Tabla 7.1, a medida que la fibra se aparta del centro del contenedor sobre el eje Y, el número de fotones detectados pro-

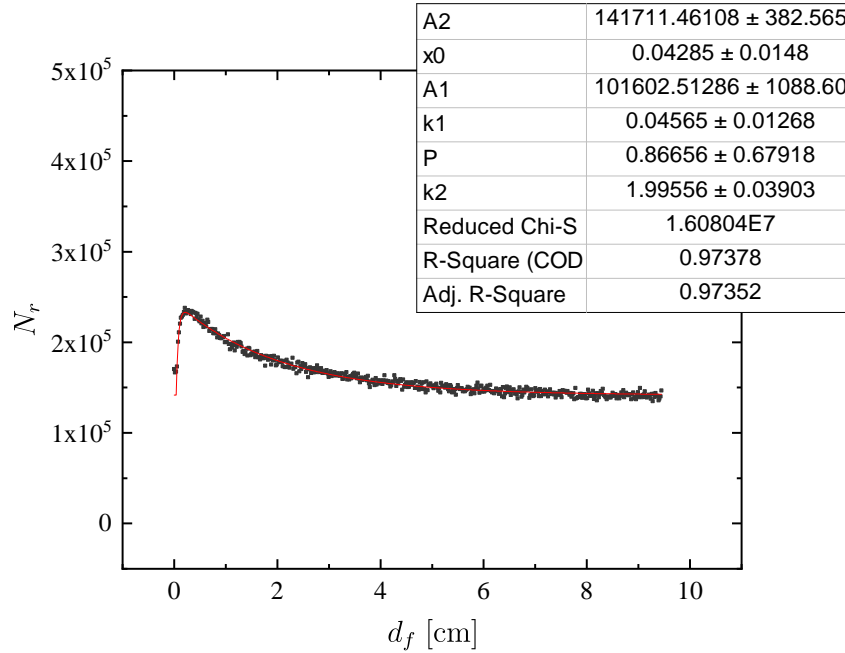


Figura 7.5: Número de fotones reflejados capturados en función de la distancia entre la fibra y la trayectoria del muon.

medio por cada muon decae de forma lineal. Hasta 41 % menos fotones son detectados por una fibra en los bordes del contenedor que por una fibra colocada en el centro del mismo. Esta diferencia en el número total de fotones detectados (\overline{N}_f) se debe tanto a un cambio en el número de fotones reflejados (\overline{N}_r) como a un cambio en el número de fotones directos (\overline{N}_d). El hecho de que este comportamiento esté presente tanto en la componente directa como de la reflejada nos indica que la captura de fotones de las fibras no sólo depende de la cantidad de luz perdida en las paredes por absorción y transmisión, sino también de una disminución en la probabilidad de captura de fotones directos. Esta última afirmación se puede explicar por dos hechos diferentes. El primero es que tanto en el experimento real como en la simulación las trayectorias de los muones son casi perpendiculares al plano XY y pueden cruzar el módulo en cualquier posición aleatoria a lo largo del eje Y. Por lo cual, para una estadística lo suficientemente grande, como la utilizada en la simulación, la distribución de muones sobre Y es uniforme (Figura 7.10). Por lo tanto, la distancia media entre la fibra y el muon es menor para una fibra colocada en el centro del contenedor que para una

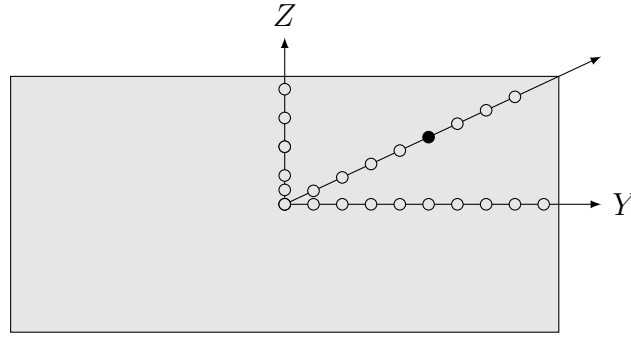


Figura 7.6: La simulación se realizó moviendo una sola fibra (círculo negro) a los largo de varias posiciones (círculos blancos) sobre el eje Y, Z y la diagonal del contenedor.

Figura	Curva	Interceptor		Pendiente		Estadística R^2 ajustado
		Valor	Error est.	Valor	Error est.	
7.7	Directos	797.45403	63.73237	-68.32384	7.1777	0.89961
	Reflejados	2986.75605	24.54584	-82.79104	3.55558	0.98186
	Total	3901.81908	51.64582	-165.67583	6.3876	0.98533
7.8	Directos	940.63318	28.798	-52.78329	8.76789	0.81499
	Reflejados	3032.29719	30.1139	-28.75954	12.06228	0.53942
	Total	4031.11316	50.59939	-89.1826	18.40917	0.84888
7.9	Directos	1067.33804	39.36715	-114.64446	6.54715	0.9839
	Reflejados	3113.2789	7.85362	-91.85377	1.80675	0.99807
	Total	4171.44999	39.55554	-203.79319	7.61024	0.99307

Tabla 7.1: Parámetros del ajuste lineal de los datos graficados en la figuras 7.7, 7.8 y 7.9.

fibra colocada en los bordes del mismo. La segunda causa se demostró en la sección anterior y nos indica que **la cantidad de fotones capturados por una fibra es inversamente proporcional a la distancia de separación fibra-muon**. La combinación de ambos hechos, por tanto, determina que la captura de fotones directos decrezca cuando la fibra se va alejando del centro del módulo sobre el eje Y.

En cuanto a la dependencia a lo largo del eje Z mostrada en la Figura 7.8 y en la Tabla 7.1 se puede apreciar que tiene un comportamiento mucho más constante que la del eje Y, en especial entre las coordenadas $z = 0.5$ y $z = 4$, dentro de las cuales \bar{N}_f disminuye solo 7.3% (3.4% es debido a fotones reflejados). Por otro lado, tanto en el centro del contenedor como en los bordes del mismo, existe un rango de distancia

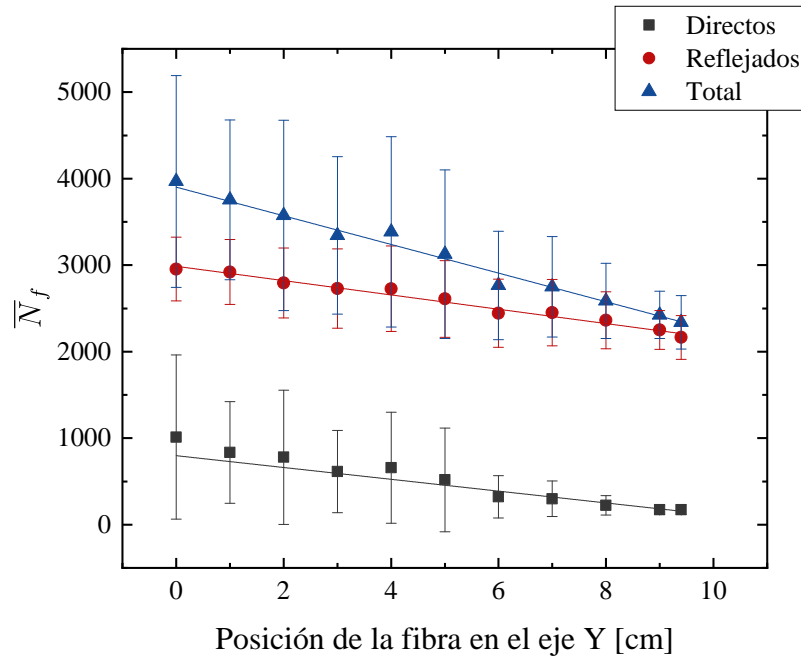


Figura 7.7: Número de fotones directos, reflejados y totales detectados promedio de 100 trayectorias aleatorias de muones en función de la posición de la fibra en el eje Y.

de ~ 5 mm en el que el número de fotones detectados disminuye considerablemente. De hecho, si se compara \bar{N}_f para una fibra colocada en $z = 0.5$ contra una fibra en $z = 0$ este disminuye aproximadamente un 5.2% su valor inicial. Mientras que de $z = 4$ a $z = 4.4$ (a 1 mm de distancia del contenedor) \bar{N}_f disminuye hasta un 22.4%. Como podemos apreciar en las gráficas de la Figura 7.8, estos cambios en la parte media y orillas del contenedor se debe principalmente a la absorción de fotones en la superficie de aluminio, ya que el número de fotones directos se mantiene prácticamente constante.

Un comportamiento intermedio entre las gráficas anteriores se da cuando la fibra se va posicionando sobre la diagonal del contenedor. En la gráfica azul de la Figura 7.9 se puede observar que partiendo desde el centro del contenedor en el intervalo de 1 - 6.7 sobre la diagonal, \bar{N}_f decae linealmente disminuyendo su valor 28.9%. Luego de 6.7 - 8.9 éste se mantiene casi constante y finalmente en los últimos 4.5 mm decae un 22%.

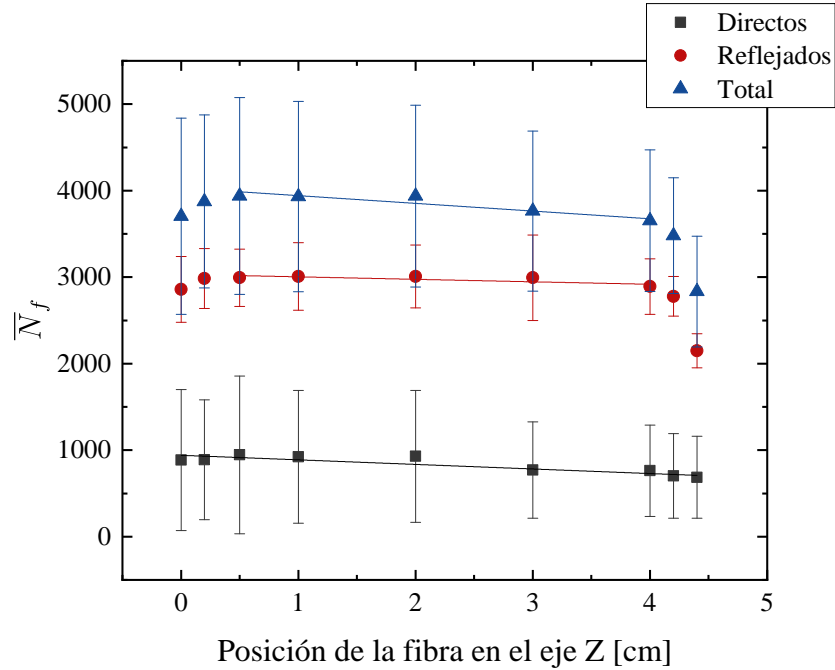


Figura 7.8: Número de fotones directos, reflejados y totales detectados promedio de 100 trayectorias aleatorias de muones en función de la posición de la fibra en el eje Z.

Basta con las dos primeras gráficas para determinar que la posición óptima para una fibra en relación al contenedor tiene como posiciones: $y = 0$ sobre el eje Y y el intervalo de $z = -4$ a $z = 4$ en eje Z. Para fines prácticos y de simetría se puede considerar como posición óptima las coordenadas $(y = 0, z = 0)$. Cabe destacar que este resultado coincide con el diseño del prototipo del detector de una fibra utilizado en experimentos anteriores.

7.2.2. Módulo con 36 fibras

Ya que se ha demostrado que la posición óptima para una sola fibra se localiza en $(y = 0, z = 0)$, uno podría imaginar que para un módulo con muchas fibras lo más conveniente sería posicionarlas en la parte central del contenedor, similar a lo que se muestra en la Figura 7.11a. Sin embargo, cuando se comparan los datos de la simulación de esta distribución con la del prototipo del detector mostrada en las Figuras 5.7a y 7.11b, se observa que la primera recolecta aproximadamente 15.3 %

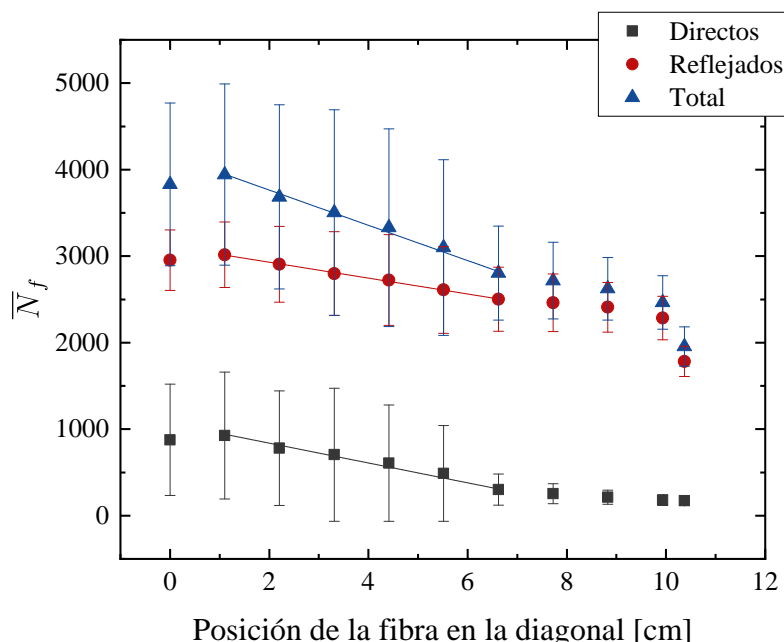


Figura 7.9: Número de fotones directos, reflejados y totales detectados promedio de 100 trayectorias aleatorias de muones en función de la posición de la fibra en la diagonal de la sección transversal del módulo.

menos cantidad de luz. Este hecho ahora resulta evidente, ya que en la sección 7.1 se encontró que el 50% de los fotones recolectados por una fibra se debe a muones cuya distancia de separación con la fibra es menor que 3.7 cm. Razón por la cual, en una distribución como la de la Figura 7.11a, muchos muones en los bordes del contenedor aportan una menor cantidad de luz. En cambio, en una distribución de fibras más uniforme como la del prototipo del detector, siempre se garantiza que al menos habrá una fibra cercana a la trayectoria del muon. Nótese que esto último depende de la aleatoriedad de las trayectorias de los muones, puesto que, si estas partículas tendieran a pasar dentro de algún intervalo del eje Y en particular, entonces, el mejor posicionamiento de fibras (en cuanto a recolección de luz) sería aquel en el que todas las fibras estuvieran concentradas dentro de dicha zona.

Este comportamiento de la respuesta del detector ante los muones se puede observar de forma más clara al graficar la suma de fotones recolectados por todas las fibras,

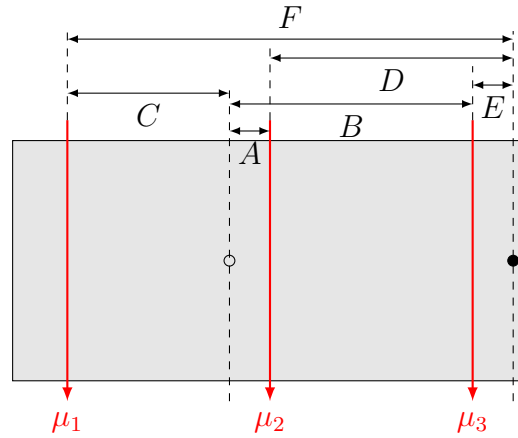


Figura 7.10: Debido a que las trayectorias de los muones son aleatorias, éstas pueden atravesar el módulo en cualquier posición a lo largo del eje Y (muones μ_1 , μ_2 y μ_3). Por lo cual, para un número de muones lo suficientemente grande, la distancia de separación media fibra-muon, \bar{d}_f , es menor para una fibra colocada cerca del centro del contenedor (círculo blanco), que para una fibra colocada en el borde (círculo negro). En este ejemplo de tres trayectorias, mientras $A \approx E$ y $C \approx B$, $D < F$, por lo cual, \bar{d}_f es menor para la fibra en el borde que para la fibra en el centro del contenedor.

N_f , en función de la posición de la trayectoria del muon sobre el eje Y, y_μ (gráfica azul de la Figura 7.12). Aunque la gráfica de esta distribución es muy constante en la parte central, más específicamente entre $y = -5$ y $y = 5$, al comparar el valor de N_f en $y = 0$ (4602280 fotones) contra el valor en $y = -9.4$ o $y = 9.4$ (4218840 fotones), se encuentra una pequeña disminución del 8.33 %.

Una respuesta uniforme de los módulos es muy importante debido al hecho de que en la práctica existe un umbral de voltaje a partir del cual una partícula es detectada puesto que, si al paso de un muon las fibras no recolectan cierta cantidad de luz, el pulso de salida no se podrá distinguir del ruido electrónico del detector. Esto, junto con el ruido electrónico traería como consecuencia una reducción en la eficiencia en ciertas zonas del módulo que se puede ver reflejada en una disminución de la tasa de conteo de muones. Por lo cual, el detector requeriría un mayor tiempo de exposición.

Por tal motivo, se ha replanteado la optimización del detector desde una nueva perspectiva dirigida en uniformizar la respuesta del módulo, dejando de lado por un momento la anterior enfocada en aumentar la cantidad total de luz recolectada. Para

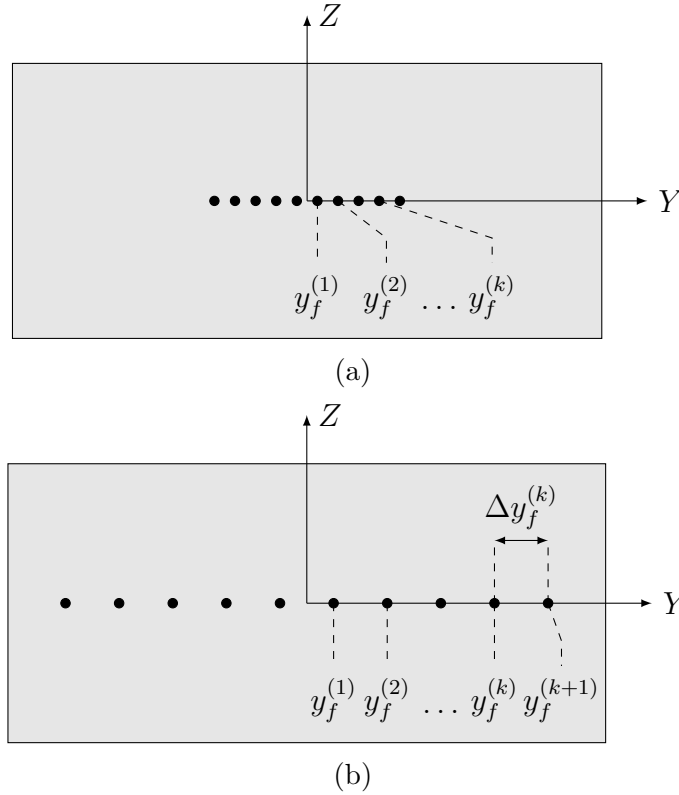


Figura 7.11: Representación esquemática de dos distribuciones de fibras WLS en los módulos en donde se muestran sus posiciones a lo largo del eje Y, $y_f^{(k)}$, y la distancia de separación entre ellas, $\Delta y_f^{(k)}$. En (a) todas las fibras se distribuyen de forma equidistante en la parte central del contenedor, desde la coordenada $y = -3$ a $y = 3$. Por otra parte, en (b) las fibras se distribuyen a lo largo de todo el módulo, igual que en el prototipo físico construido.

lograr esto, las fibras se han redistribuido de tal forma que la distancia de separación entre fibras consecutivas, $\Delta y_f^{(k)} = y_f^{(k+1)} - y_f^{(k)}$, sea cada vez más pequeña conforme estas se acercan a las paredes del contenedor y más grandes en la parte central del mismo.

A base de prueba y error se ha encontrado una primera aproximación de las 36 posiciones que deben tener las fibras para uniformizar la respuesta del detector. En la tercera columna de la Tabla 7.2 se muestran las 18 coordenadas positivas, $y_f^{(k)}$, de las fibras en el eje Y (por simetría sobre el eje Z las 18 restantes son simplemente las negativas de estas últimas) que producen las gráficas de la Figura 7.13. Ajustando estas coordenadas por medio de la función logística presentada en la ecuación 7.1

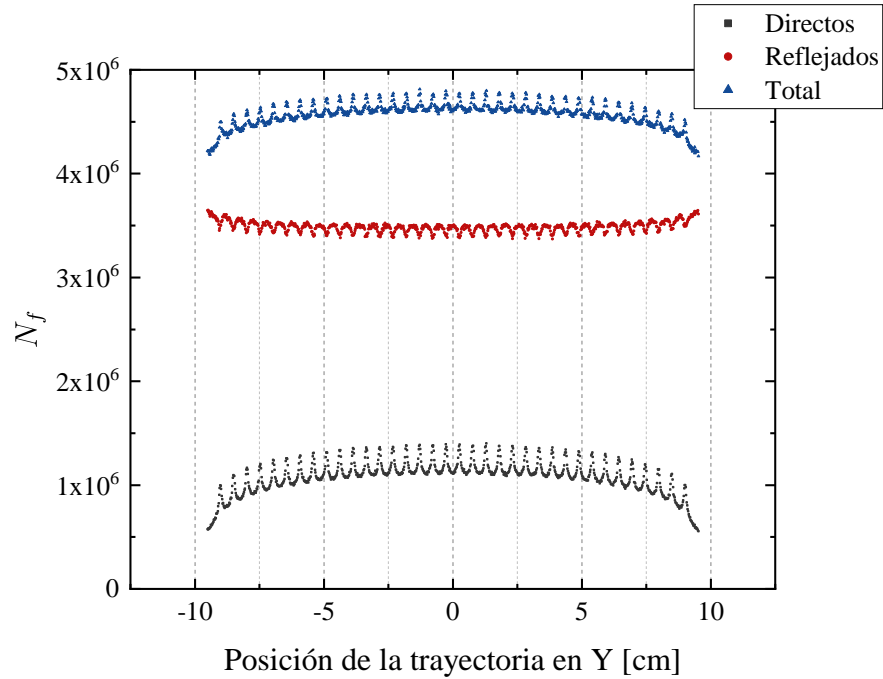


Figura 7.12: Simulación de los fotones recolectados con 36 fibras distribuidas como en el prototipo del detector (Figura 5.7a).

(Figura 7.15) se pueden obtener nuevas coordenadas, y_f , cuya distancia de separación entre ellas Δy_f sea más uniforme. En la cuarta columna de la Tabla 7.2 se muestran las coordenadas de las fibras en Y propuestas en esta tesis para que la respuesta de los módulos del detector sea mucho más uniforme sea cual sea la trayectoria del muon (Figura 7.14).

En la Figura 7.16 se muestra cómo debe de variar la distancia entre fibras en función de su posición de acuerdo a la nueva distribución de fibras propuesta. El ajuste de datos se realizó por medio de la función polinomial:

$$f(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3. \quad (7.3)$$

Es de esperar por la gran cantidad de fibras que la distancia entre ellas apenas varíe 1.4 mm desde la parte central hasta el borde del contenedor. Sin embargo, este pequeño reajuste en las fibras mejoraría la captura de fotones en los bordes del

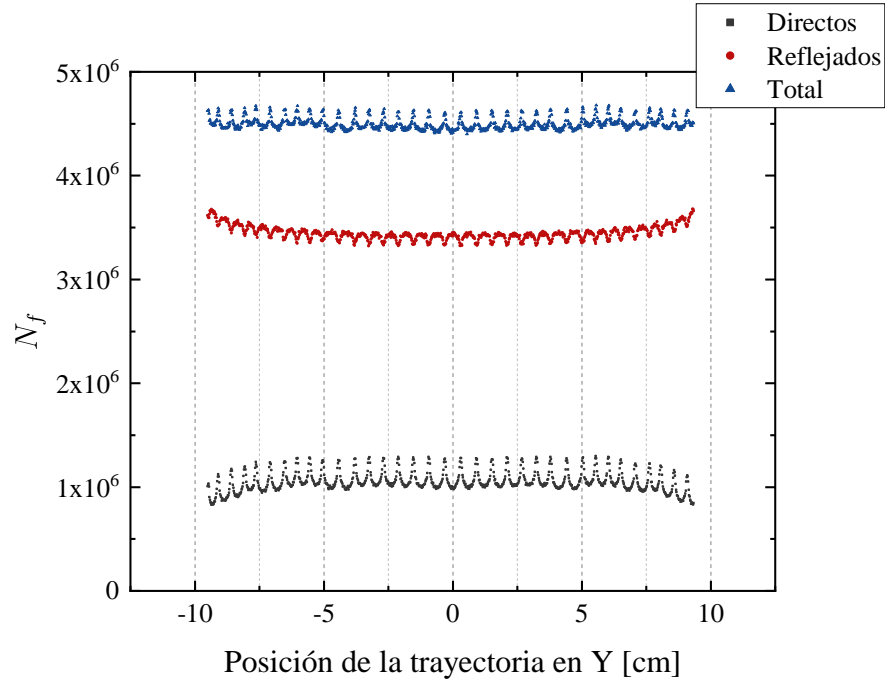


Figura 7.13: Fotones recolectados con 36 fibras posicionadas de acuerdo a un primer cálculo realizado por prueba y error (las coordenadas se muestran en la segunda columna de la tabla 7.2).

módulo (en aproximadamente $y = -9.4, 9.4$) hasta un 6% con sólo una disminución del 2.7% de la cantidad total de luz detectada.

Nótese que los resultados obtenidos en esta sección son dependientes de la reflectancia de las paredes internas del contenedor, ya que se conoce que la gráfica negra de la Figura 7.13 equivale a la respuesta de un módulo con reflectancia cero. En esta gráfica aún existe una pequeña diferencia del 17.4% entre el número de fotones capturados en $y = 0$ y $y = 9.4$.

7.3. Número de fibras

Una de las preguntas más importantes planteadas en el diseño del detector, es sobre si existe una cantidad óptima de fibras WLS que se pueda utilizar en cada módulo. Como es de esperar, mientras mayor sea la cantidad fibras empleadas, mayor será el número de fotones detectados por los SiPM. Con el objetivo de entender mejor este

Fibra k	Prototipo	Primera aproximación $y_f^{(k)}$	Propuesta
1	0.257	0.31	0.322
2	0.772	0.924	0.912
3	1.287	1.525	1.508
4	1.802	2.112	2.102
5	2.316	2.685	2.691
6	2.831	3.245	3.273
7	3.346	3.791	3.847
8	3.861	4.423	4.412
9	4.376	5.041	4.967
10	4.891	5.546	5.513
11	5.406	6.037	6.048
12	5.920	6.514	6.573
13	6.435	7.077	7.089
14	6.950	7.627	7.594
15	7.465	8.063	8.090
16	7.980	8.585	8.576
17	8.495	9.094	9.052
18	9.010	9.489	9.519

Tabla 7.2: Coordenadas en el eje Y, y_f , de cada fibra, k , en la distribución de fibras del prototipo del detector, en la distribución de la primera aproximación y de la distribución final propuesta para uniformizar la respuesta de los módulos.

fenómeno, se ha ejecutado la simulación en varias ocasiones cambiando únicamente la cantidad de fibras utilizadas en cada módulo. La disposición de éstas se simuló bajo el modelo del prototipo del detector, es decir, alineadas equidistantemente sobre el eje Y. Por cada número de fibras se simularon 100 trayectorias de muones aleatorias. En la Figura 7.17 se muestra el número total de fotones capturados promedio por cada muon, \overline{N}_f , en función del número de fibras. También se muestran gráficas para diferentes valores de reflectancia de las paredes del contenedor.

Cada curva en esta gráfica tiende asintóticamente a un valor, a , del ajuste exponencial dado por la ecuación

$$f(x) = a [1 - \exp(-bx)]. \quad (7.4)$$

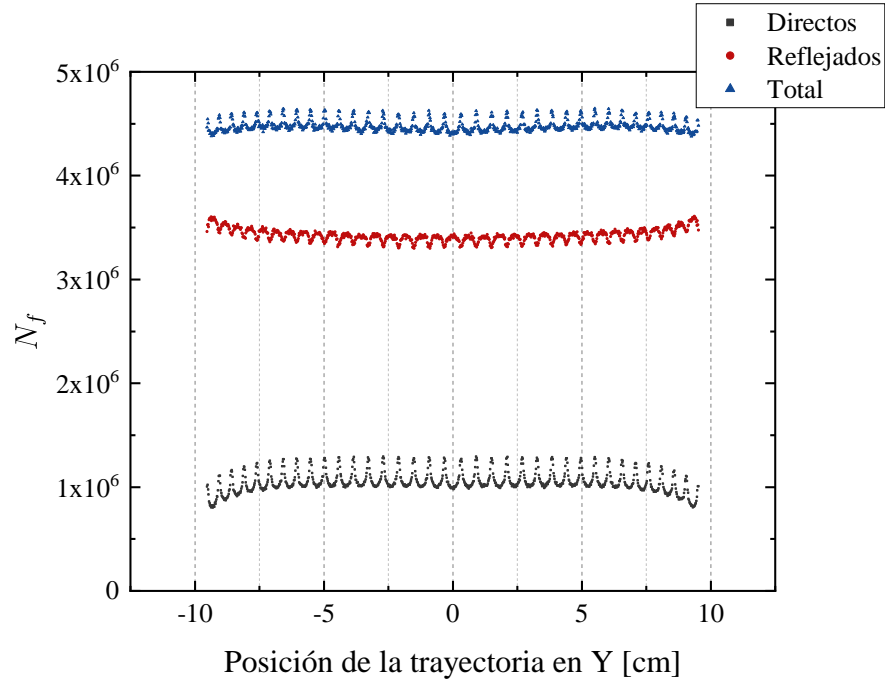


Figura 7.14: Fotones recolectados con la distribución de fibras propuesta en esta tesis y cuyas coordenadas exactas aparecen en la tercera columna de la Tabla 7.2.

Por medio de la función anterior y los parámetros de la Tabla 7.3, se puede estudiar el cambio de pendiente de cada curva al evaluar la derivada de la función en varios puntos en un rango de 0 a 190 fibras. Por ejemplo, de acuerdo a la Figura 7.18, para el caso hipotético de un módulo con paredes de $R = 0$ la pendiente de la curva es prácticamente constante. Por lo cual, el número de fotones capturados (todos fotones directos, en este caso) es casi lineal con respecto al número de fibras y no se puede asignar un número preferencial u óptimo de fibras, al menos en un rango de 0 a 190.

Por otro lado, en el caso opuesto de un módulo con paredes completamente reflejantes ($R = 1$) el número total de fotones capturados aumenta en función del número de fibras utilizadas, disminuyendo su pendiente casi de forma lineal hasta un valor aproximado de 50 fibras (Figura 7.18). A partir de ahí, el número de fotones capturados por las fibras es prácticamente constante y no presentaría beneficio alguno agregar más fibras a los módulos.

El caso más importante para los propósitos de la tesis se da cuando $R = 0.8$,

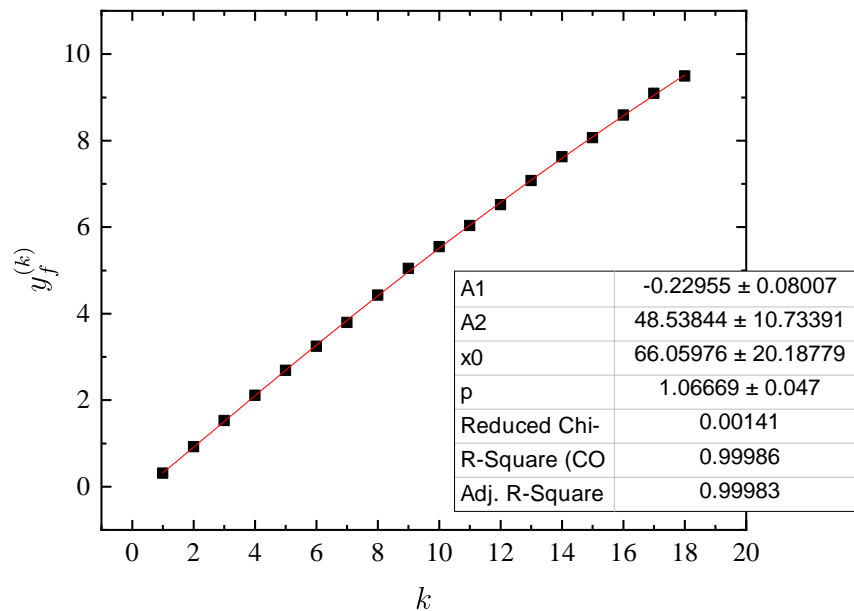


Figura 7.15: Posición en centímetros, $y_f^{(k)}$, de la fibra número k en el eje Y.

ya que como se ha mencionado anteriormente, éste es el valor aproximado de la reflectancia de las paredes internas del prototipo de los módulos. De acuerdo con las gráficas anteriores, la tasa de captura de fotones por cada fibra en un rango de 0 a 75 fibras es de aproximadamente 1434 fotones/fibra, casi 10 veces más que el número de fotones capturados por una fibra en un rango de 75 a 190 fibras y para el cual la tasa de captura es de 158 fotones/fibra. Por tanto, la recomendación para un módulo con $R \approx 0.8$ es utilizar un número menor a 75 fibras por módulo, ya que, a partir de ahí el beneficio que representa añadir una nueva fibra es mínimo (alrededor del 10% de lo aportaría una fibra al emplear menos de 75 fibras por módulo) y resulta contraproducente tanto en el diseño y fabricación del detector como también en el costo de producción del mismo.

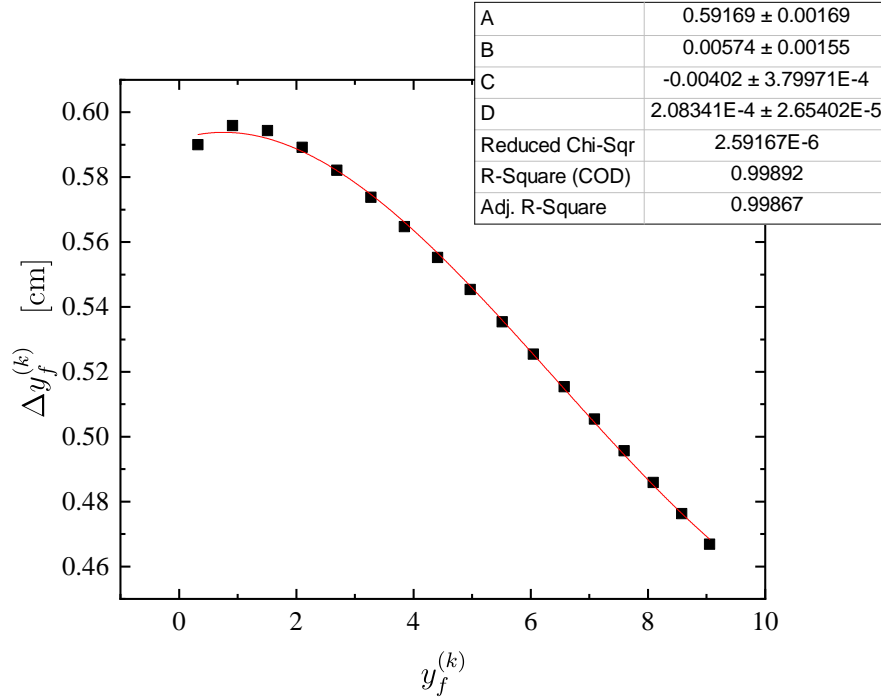


Figura 7.16: Relación de la distancia de separación entre fibras consecutivas, $\Delta y_f^{(k)}$, y la posición de las mismas en el eje Y, $y_f^{(k)}$.

7.4. Optimización de tiempo

En esta última sección se aborda la posibilidad de mejorar la resolución temporal y espacial de los módulos por medio de cambios en las propiedades reflectivas y geométricas del contenedor de aluminio. En la secciones 5.6.6 y 5.6.7 se mencionó que tales magnitudes dependen del rise time y del fall time del pulso de voltaje que se obtiene de los SiPM cuando un muon interacciona con el detector. Es por esto que para los resultados presentados en esta sección se han analizado principalmente el rise time y el fall time del 10 % al 90 % de la altura máxima del pulso y la *anchura a media altura*, FWHM, de la curva de Landau ajustada a los histogramas de la simulación (Figura 6.2).

7.4.1. Reflectividad interna del contendor

Se conoce muy bien a partir de la teoría presentada en el capítulo 5 y de observaciones experimentales, que la cantidad de luz recolectada por las fibras WLS varía

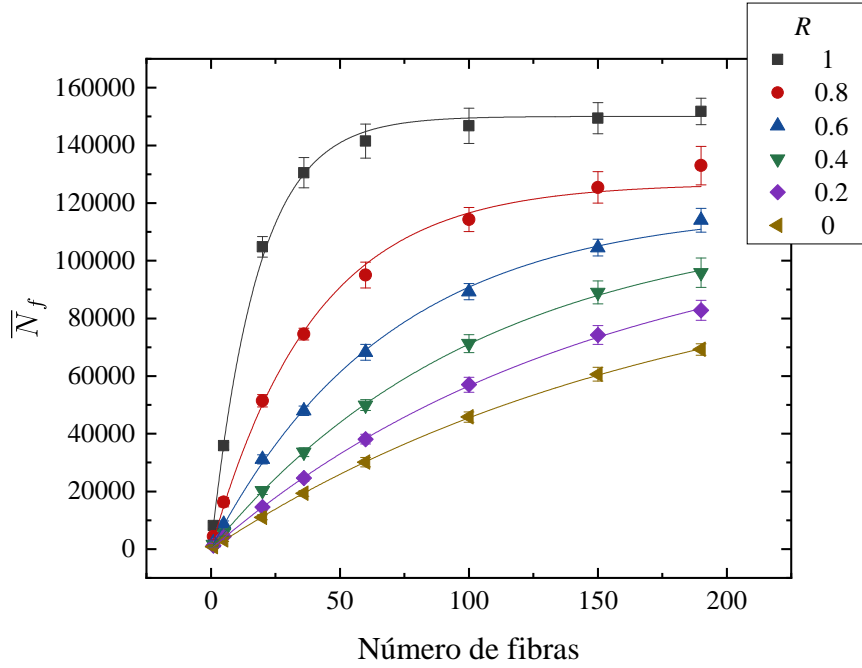


Figura 7.17: Fotones detectados promedio por cada muon en función del número de fibras empleadas en cada módulo y para diferentes valores de reflectividad.

de acuerdo a de la reflectividad de la superficie interna del contenedor. Para conocer exactamente esta dependencia se simularon 100 eventos de trayectorias aleatorias para diferentes valores de la reflectancia R . En la gráfica azul de la Figura 7.19 se muestra la variación del número total de fotones detectados promedio por cada muon, \bar{N}_f , en función de R . Gráficas análogas para fotones directos y reflejados son representadas en la misma figura.

La curva de los fotones directos de la gráfica anterior tiene un comportamiento constante de $\bar{N}_d \approx 2000$. Esto es de esperarse, pues este tipo de fotones no experimenta reflexión alguna en el contenedor. Las curvas de \bar{N}_f y \bar{N}_r , por otro lado, son proporcionales a R y se pueden expresar analíticamente por medio de la función exponencial introducida en la ecuación 7.5 y cuyos parámetros de ajuste para \bar{N}_f se muestran en la Tabla 7.4.

$$f(x) = y_0 + A_1 \exp\left(\frac{x}{t_1}\right) \quad (7.5)$$

R	a		b		Estadística	
	Valor	Err. est.	Valor	Err. est.	X^2	R^2 ajust.
1	150045.14398	1643.38741	0.05587	0.0014	0.37138	0.99916
0.8	126805.9832	3348.12976	0.02515	0.00131	0.76998	0.99765
0.6	118317.07265	2217.53777	0.01459	5.177E-4	0.33681	0.99923
0.4	115550.1859	2353.97866	0.00955	2.89001E-4	0.086	0.99964
0.2	115856.82424	3716.42964	0.0067	2.94507E-4	0.13424	0.99945
0	105987.16197	2624.22324	0.00561	1.94711E-4	0.07574	0.99978

Tabla 7.3: Parámetros del ajuste de los datos de la figura 7.17

Dado que \bar{N}_f es proporcional a la amplitud de los pulsos de voltaje de los SiPM, una disminución de la reflectividad del contenedor producida al pintar su superficie de un color oscuro, por ejemplo, provocaría que la amplitud de los pulsos disminuyera por el mismo factor que lo hace \bar{N}_f en la Figura 7.19. Si bien, este cambio en el pulso de salida se puede ver reflejado en una baja de la respuesta, sensibilidad y eficiencia del detector, otras características muy importantes como la resolución de tiempo y espacial del detector se pueden ver mejoradas. Aspectos que como se ha mencionado en capítulos anteriores, son esenciales para distinguir las partes más pequeñas de los conductos volcánicos.

En la Figura 7.20 se hace una comparación de la variación de \bar{N}_f , t_r , t_f y FWHM en función de la reflectividad del contenedor. Los parámetros de la función exponencial de la ecuación 7.5 con la cual se ajustaron los datos se muestran la Tabla 7.4.

Como podemos notar, el parámetro $t_1 \approx 0.71$ para t_r , t_f y FWHM, pero $t_1 \approx 0.32$ para \bar{N}_f , es decir, la cantidad de fotones capturados por las fibras “crece” o “decrece” $0.71/0.32 \approx 2.2$ veces más rápido que lo que lo hacen las variables de tiempo. Esto sugiere que, si se disminuyera la reflectancia del contenedor en un valor, ΔR , el porcentaje de cambio del número de fotones detectados sería más grande que el porcentaje de cambio del rise time. En la Figura 7.21 se muestra justamente este comportamiento cuando se reduce la reflectividad a partir de un valor inicial de $R = 0.8$.

Por todo lo anterior podemos decir que si se desea disminuir el rise time, fall time y

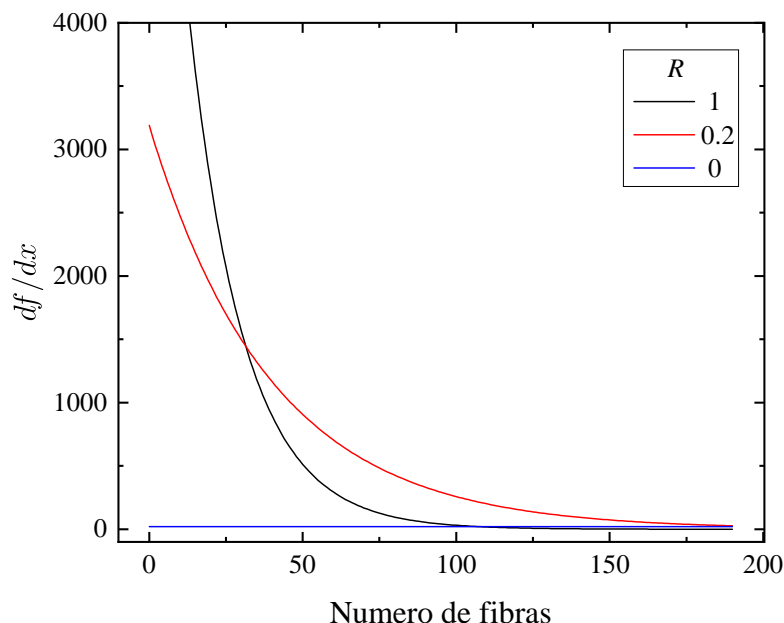


Figura 7.18: Derivada de la función de ajuste exponencial para tres valores diferentes de R .

FWHM a expensas de que se recolecte una menor cantidad de luz, lo más conveniente sería hacerlo hasta que el contenedor sea lo menos reflejante posible ($R = 0$), ya que hasta ese punto el porcentaje de mejora en las variables de tiempo (77.3%) alcanza y supera el porcentaje de pérdida de luz (74.5%). Obviamente tal decisión se toma sólo si resulta conveniente para los propósitos del proyecto. Otra opción que se puede considerar es la de alcanzar una reflectividad intermedia con apoyo de la Figura 7.21 según sea la mejora en resolución temporal que se desee alcanzar.

7.4.2. Seccionamiento del contenedor

La última prueba realizada con la simulación consistió en dividir el volumen del contenedor en secciones más pequeñas como se esquematiza en la Figura 7.22. Esto con el propósito de confinar los fotones en volúmenes más pequeños que permita disminuir el tiempo de propagación de la luz para mejorar la resolución temporal.

Por cada módulo dividido en secciones se simuló el paso de 30 muones aleatorios

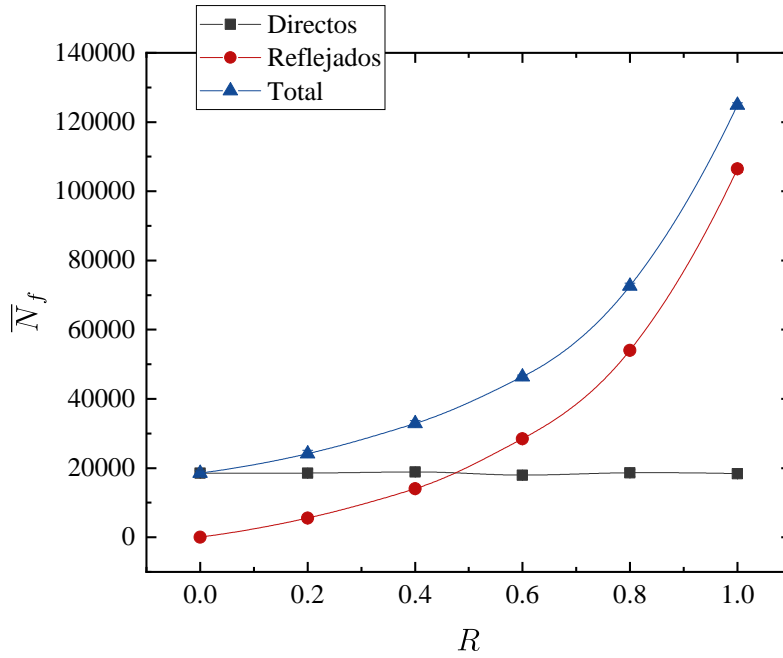


Figura 7.19: Fotones directos (negro), reflejados (rojo) y totales (azul) detectados promedio por 36 fibras en función de la reflectividad interna del contenedor.

por una de sus secciones, obteniendo por cada uno de ellos un pulso como los que se muestran en las gráficas del apéndice A. En las Tablas 7.5 y 7.6 se muestran el promedio y la desviación estándar de \bar{N}_f , t_r , t_f y FWHM para módulos con paredes internas de reflectancia $R = 0.8$ y $R = 1$. En las Tablas 7.7 y 7.8 se muestra el cambio de magnitud de estas variables con respecto de los resultados de la simulación de un módulo de una sola sección, es decir, sin divisiones.

Como podemos ver en las Tablas 7.5 y 7.7, el primer cambio notable para un módulo con paredes internas de reflectancia $R = 0.8$ se da al dividir el contenedor en 20 secciones iguales de ≈ 15 cm, ya que el valor del rise time disminuye 0.11072 ± 0.001881 ns ($-33.94 \pm 4.75\%$) y el número de fotones recolectados por trayectoria del muon se reduce un $37.33 \pm 1.67\%$. A partir de ahí, los resultados no cambian demasiado, sino hasta que el módulo se divide en 50 secciones de 6 cm de espesor cada una. Entonces, el rise time disminuye 0.2883 ± 0.01769 ns ($88.39 \pm 2.78\%$), perdiendo en el proceso $75.26 \pm 1.81\%$ de luz. Nótese que para $R = 0.8$ el porcentaje de disminución

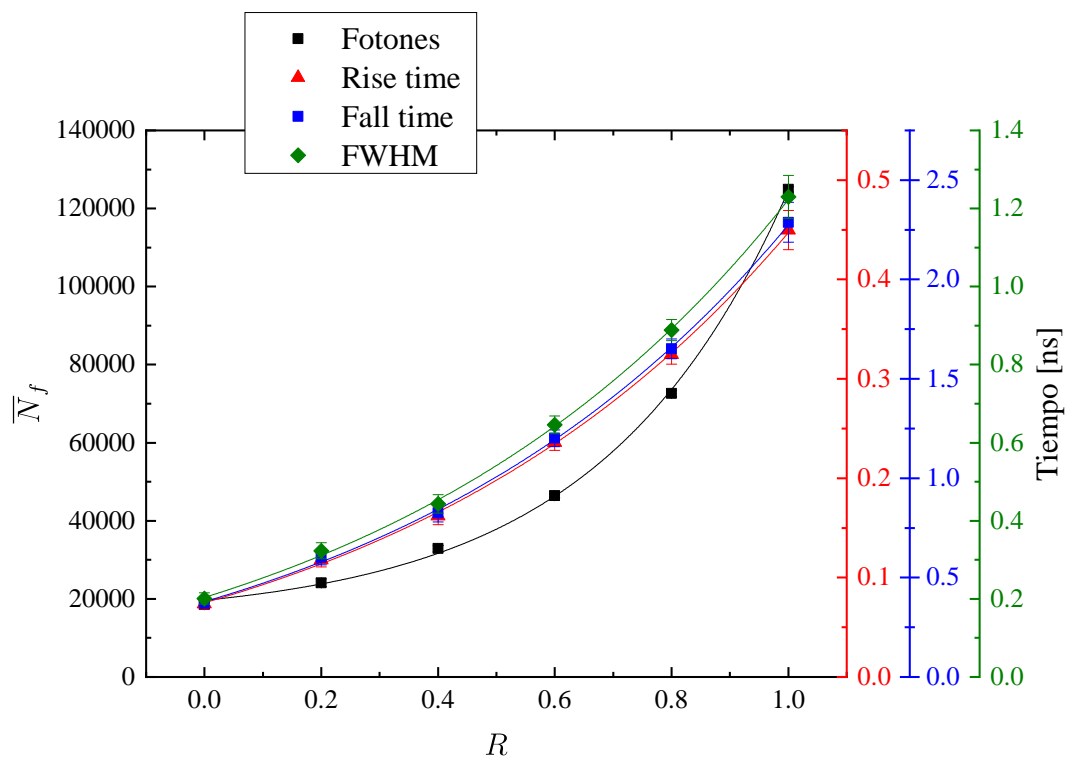


Figura 7.20: Comparación del cambio que experimentan el número total de fotones detectados, el rise time, el fall time y la FWHM en función de la reflectividad.

de la luz es aproximadamente equivalente al porcentaje de reducción del tiempo. No obstante, a diferencia de los resultados obtenidos en la sección anterior, la disminución de luz no sólo es causada por una disminución de fotones reflejados, sino también por fotones directos.

Sólo para tener una idea de si el seccionamiento del detector sería factible en el caso hipotético de un contenedor con reflectancia $R = 1$, se analizan también los resultados presentados en las Tablas 7.6 y 7.8. Al igual que lo que pasa en el caso de $R = 0.8$, el rise time empieza a disminuir notablemente a partir de las 20 secciones por módulo. Pero a diferencia de lo visto anteriormente, la captura de luz aumenta hasta un 11.3%. Por otra parte, si el módulo se dividiera en 50 secciones, la cantidad de luz recolectada se incrementaría hasta casi el 20%, mientras que el rise time tendría una reducción de 0.4 ns, equivalente al 11% con respecto de su valor sin divisiones. Por

Param.	\bar{N}_f		t_r		t_f		FWHM	
	Valor	Err. Est.	Valor	Err. Est.	Valor	Err. Est.	Valor	Err. Est.
y_0	14785	1424	-0.046	0.01729	-0.23647	0.08985	-0.1282	0.04833
A_1	4850	556	0.12065	0.01594	0.61549	0.08293	0.33204	0.04464
t_1	0.3205	0.0108	0.71019	0.05465	0.71121	0.05584	0.71257	0.05594
Estad.	Valor		Valor		Valor		Valor	
X^2	1.79999		0.21125		0.21824		0.2152	
R^2	0.99935		0.9988		0.99875		0.99876	

Tabla 7.4: Parámetros y estadística de la función exponencial ajustada a los datos de \bar{N}_f , rise time, fall time y FWHM de la Figura 7.20.

Secciones	\bar{N}_f	t_r [ns]	t_f [ns]	FWHM [ns]
1	72697±851	0.326±0.009	1.659±0.048	0.892±0.026
2	72435±735	0.326±0.01	1.66±0.055	0.893±0.029
3	72007±783	0.308±0.016	1.571±0.085	0.845±0.046
4	71614±678	0.295±0.015	1.505±0.079	0.809±0.043
6	70669±621	0.317±0.07	1.616±0.36	0.869±0.194
10	68853±682	0.306±0.024	1.559±0.124	0.838±0.066
20	45560±682	0.215±0.009	1.096±0.046	0.589±0.024
30	44097±585	0.212±0.009	1.081±0.047	0.581±0.025
50	17986±1104	0.037±0.007	0.192±0.041	0.103±0.022

Tabla 7.5: Resultados obtenidos al dividir el contenedor del módulo con reflectancia $R = 0.8$

tanto, el seccionamiento del detector se hace mucho más provechoso cuando el valor de R es más cercano a uno. Sin embargo, dada la dificultad que presenta disminuir las pérdidas por absorción y transmisión en el contenedor, además del hecho de que se deben implementar un gran número de paredes internas (mayor que 19 por módulo para obtener resultados considerables), la mejor opción para mejorar la resolución temporal y espacial probablemente es la presentada en la sección anterior.

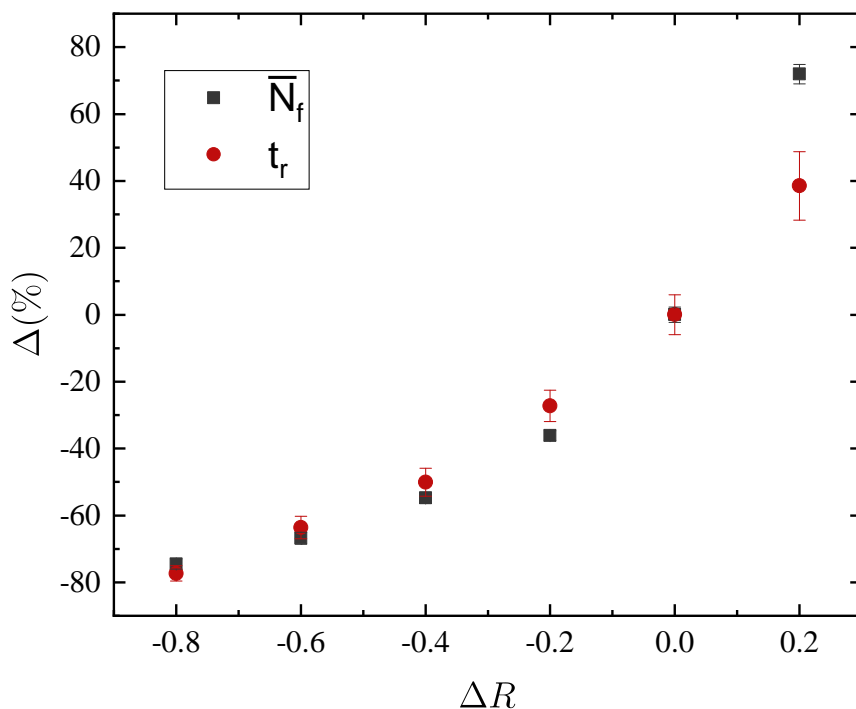


Figura 7.21: Comparación en porcentaje de los cambios de magnitud de \overline{N}_f y t_r en función del cambio de la reflectividad partiendo del valor inicial $R = 0.8$.

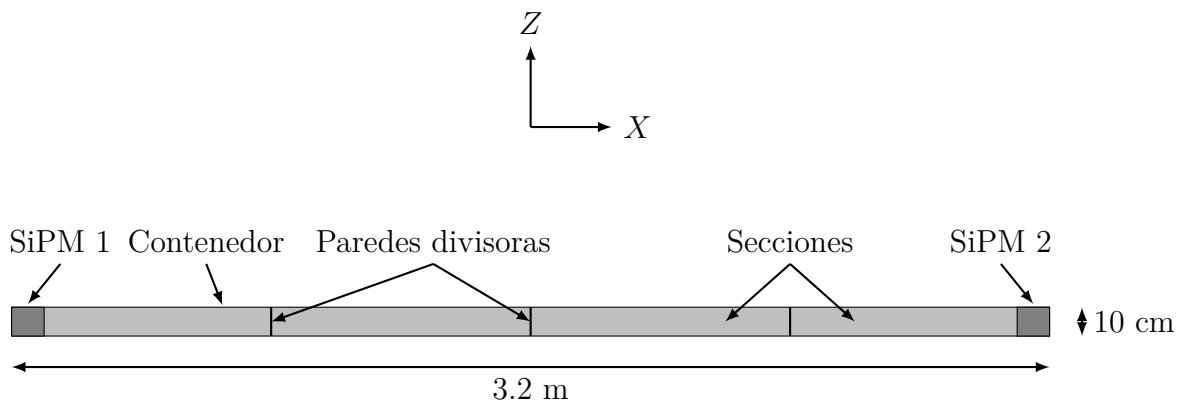


Figura 7.22: Esquema del seccionamiento del módulo en 4 partes del mismo volumen.

Secciones	\bar{N}_f	t_r [ns]	t_f [ns]	FWHM [ns]
1	125155±1074	0.449±0.024	2.284±0.122	1.228±0.065
2	124860±1090	0.452±0.025	2.301±0.129	1.237±0.069
3	125092±1223	0.423±0.034	2.153±0.175	1.158±0.094
4	125308±846	0.407±0.044	2.07±0.226	1.113±0.121
6	125126±1031	0.447±0.076	2.273±0.386	1.222±0.208
10	124756±889	0.421±0.037	2.145±0.192	1.154±0.103
20	139281±1206	0.328±0.032	1.672±0.162	0.899±0.087
30	139135±939	0.323±0.024	1.644±0.127	0.884±0.068
50	149975±1184	0.049±0.013	0.249±0.07	0.134±0.038

Tabla 7.6: Resultados obtenidos al dividir el contendor del módulo con reflectancia $R = 1$.

Secciones	$\Delta\bar{N}_f$ [%]	Δt_r [ns]	Δt_f [ns]	ΔFWHM [ns]
2	-0.36±2.18	2.8E-4±0.02	0.001±0.104	5.2E-4±0.05
3	-0.95±2.24	-0.017±0.026	-0.08±0.134	-0.047±0.072
4	-1.49±2.09	-0.03±0.025	-0.15±0.12	-0.08±0.07
6	-2.79±1.99	-0.001±0.08	-0.04±0.41	-0.02±0.22
10	-5.29±2.05	-0.02±0.03	-0.1±0.17	-0.05±0.09
20	-37.33±1.67	-0.11±0.02	-0.56±0.09	-0.3±0.05
30	-39.34±1.51	-0.11±0.02	-0.57±0.09	-0.31±0.05
50	-75.26±1.81	-0.29±0.017	-1.46±0.09	-0.79±0.05

Tabla 7.7: Cambio de la magnitud con respecto al valor al módulo original (sin divisiones) para el caso con $R = 0.8$.

Secciones	$\Delta\bar{N}_f$ [%]	Δt_r [ns]	Δt_f [ns]	ΔFWHM [ns]
2	-0.24±1.72	0.003±0.049	0.02±0.25	0.01±0.135
3	-0.05±1.84	-0.025±0.059	-0.13±0.3	-0.07±0.16
4	0.12±1.54	-0.042±0.07	-0.21±0.35	-0.11±0.19
6	-0.02±1.68	-0.002±0.1	-0.01±0.51	-0.0058±0.27
10	-0.32±1.57	-0.027±0.061	-0.14±0.31	-0.07±0.17
20	11.29±1.92	-0.12±0.056	-0.61±0.28	-0.33±0.15
30	11.17±1.70	-0.13±0.05	-0.64±0.25	-0.34±0.13
50	19.83±1.97	-0.4±0.04	-2.03±0.19	-1.09±0.1

Tabla 7.8: Cambio de la magnitud con respecto al valor al módulo original (sin divisiones) para el caso con $R = 1$.

Capítulo 8

Conclusiones

- La eficiencia intrínseca del detector depende de factores como la sensibilidad, la respuesta, la resolución de energía, el tiempo muerto y el tiempo de respuesta.
- La resoluciones espacial y angular, además del tamaño y número de módulos, dependen de la resolución temporal de los mismos. Esta última a su vez, está determinada por la forma del pulso de los fotomultiplicadores. Mientras más pequeños sean las magnitudes del rise time, fall time y FWHM, mayor será la resolución temporal.
- Se busca optimizar la eficiencia intrínseca del detector mejorando la respuesta de los módulos. Para ello, es necesario recolectar la mayor cantidad de fotones producidos en el líquido centellador.
- Se busca optimizar la resolución espacial del detector mejorando la resolución temporal de los módulos. Para esto, se requiere que los pulsos tengan valores más pequeños del rise time, fall time y FWHM.
- Se obtuvieron expresiones de la cantidad de luz que llega a los SiPM en función de la distancia de separación fibra-muon. Éstas se presentan en las ecuaciones 7.1 y 7.2 con parámetros dados por las Figuras 7.3, 7.4 y 7.5. El resultado anterior es función de la reflectancia R . Por lo cual, mientras menor sea ésta, menor será el porcentaje de luz que aporten aquellos muones que atraviesen el

módulo cerca de sus bordes (en $y_\mu \sim -9.4$ o 9.4) y mayor será el de los muones que lo atraviesen en el centro.

- La posición óptima que debe tener una sola fibra en relación con el contenedor se localiza en la coordenada $y = 0$ y en el rango de $z = -4$ a $z = 4$. Por simetría, se recomienda tomar como punto óptimo el origen del plano YZ, es decir, el centro geométrico del contenedor.
- La posición óptima para 36 fibras WLS se basó en uniformizar la respuesta del detector a lo largo del eje Y. En la Tabla 7.2 se presentaron esas posiciones para una reflectancia de 0.8. De adoptar esta configuración, la respuesta de los módulos en los bordes del contenedor (en $y = -9.4$ o $y = 9.4$) aumentaría un 6%. Por otra parte, se encontró que la distancia de separación entre fibras consecutivas se ajusta muy bien a una función polinomial de grado 3 (Figura 7.16).
- Se halló una función (ecuación 7.4) que se ajusta a la variación de la cantidad de luz detectada en función del número de fibras empleadas en un módulo para diferentes valores de R (Figura 7.17). Cada curva tiende asintóticamente a un valor límite que depende de la reflectividad del contenedor. El valor óptimo de fibras que se debe implementar en cada módulo también depende de la reflectividad. La recomendación que se hace en el caso $R = 0.8$ es la de utilizar un número menor que 75 fibras por módulo. Esto debido a que es en este punto en el cual la curva empieza a disminuir su pendiente de forma más rápida. Por lo cual, instalar más de 75 fibras por módulo sólo sería contraproducente, ya que se estaría aumentando el coste de fabricación del detector a expensas de un aumento mínimo de la cantidad de luz recolectada.
- Se encontró una función exponencial (ecuación 7.5) que se ajusta al cambio de la cantidad de luz recolectada, el rise time, el fall time, y la FWHM del pulso en función de la reflectividad del contenedor. En las gráfica de la Figura 7.20 se aprecia que la curva de luz recolectada por las fibras es más pronunciada que

las curvas de las variables de tiempo (rise time, fall time y FWHM). De hecho, estas últimas tienen un parámetro de aumento muy similar de ~ 0.71 (Tabla 7.4). También se obtuvo la gráfica de la Figura 7.21, que muestra el cambio de valor del rise time y de la cantidad de luz detectada en función del cambio en la reflectividad partiendo de un valor inicial de $R = 0.8$ (valor de la reflectividad del prototipo). Por tanto, se puede obtener una mejor resolución temporal del detector si se disminuye la reflectividad del contenedor pintándolo de un color oscuro, esto obviamente a expensas de una disminución de la cantidad de luz detectada. Para facilitar esta decisión se puede utilizar la Figura 7.21.

- Por último, se obtuvieron valores de la cantidad de luz recolectada, rise time, fall time y FWHM para la simulación de un contenedor seccionado en varias partes. De las Tablas 7.5 y 7.7 que presentan este resultado para un valor de reflectancia de 0.8 se deduce que el rise time disminuye un $\sim 34\%$ al dividir el módulo en 20 secciones de aproximadamente 15 cm cada una. Sin embargo, esto conlleva una pérdida del 37% en la cantidad de luz recolectada. Por otro lado, si el contenedor se dividiera en 50 secciones de 6 cm cada una el rise time disminuiría hasta un 88% con una pérdida de luz del 75%. Dada la luz perdida y la gran cantidad de secciones requeridas en cada módulo para obtener mejoras en el rise time, se descarta el seccionamiento del contenedor como una alternativa para mejorar la resolución temporal.

Apéndice A

Gráficas del seccionamiento del contenedor

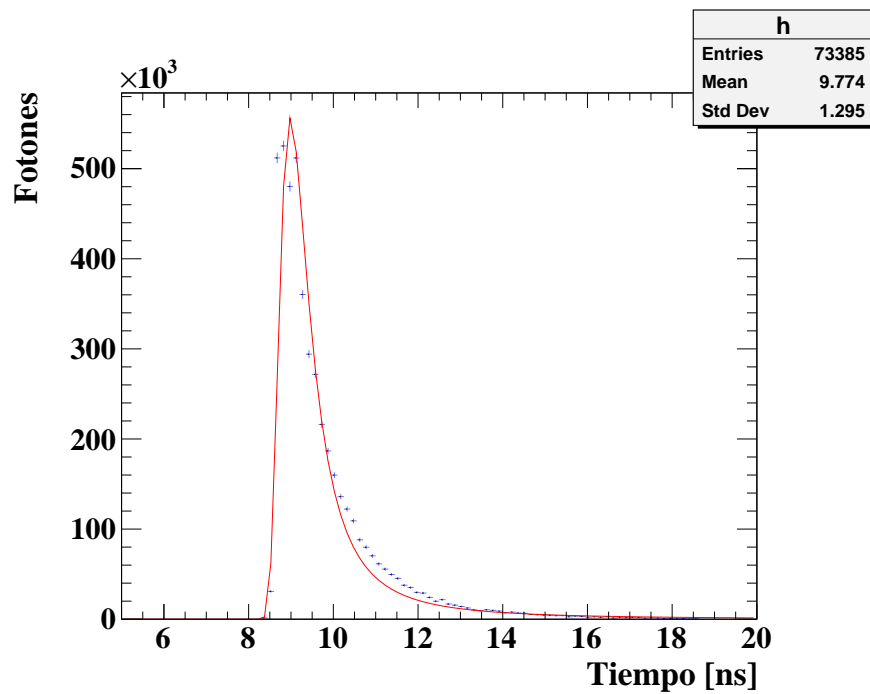


Figura A.1: Contenedor completo

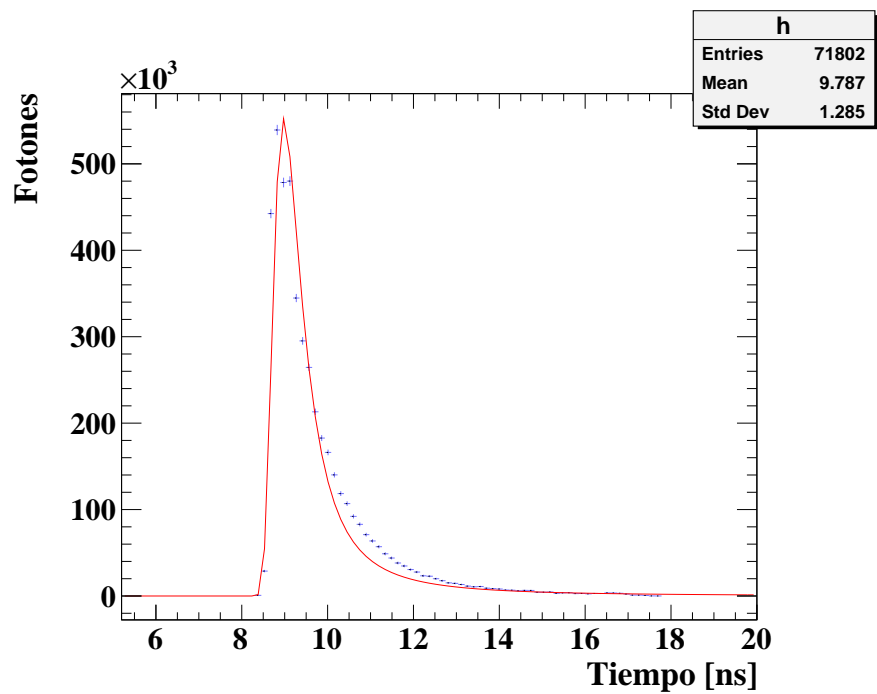


Figura A.2: Contenedor dividido en 2 secciones

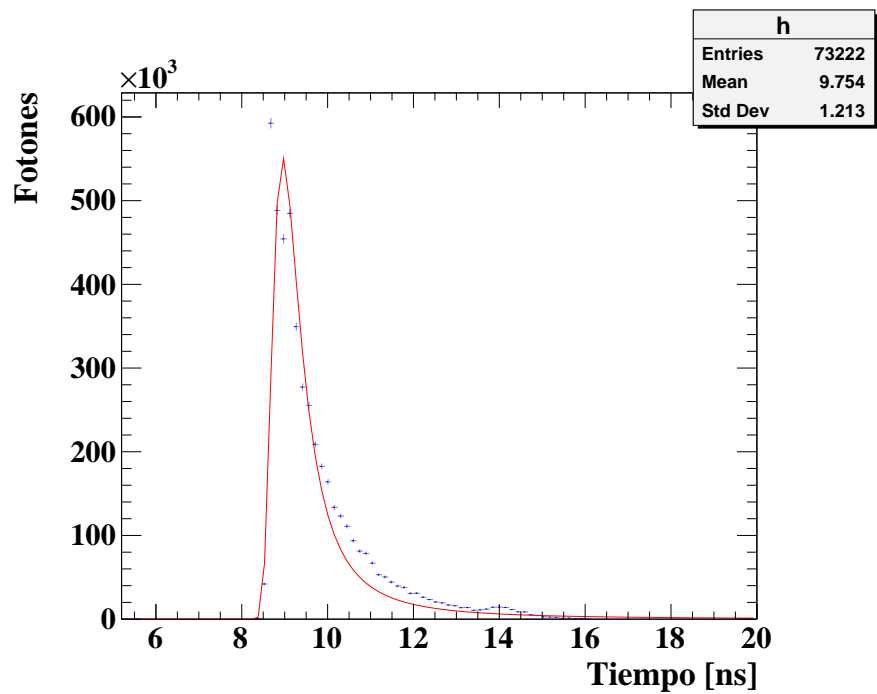


Figura A.3: Contenedor dividido en 3 secciones

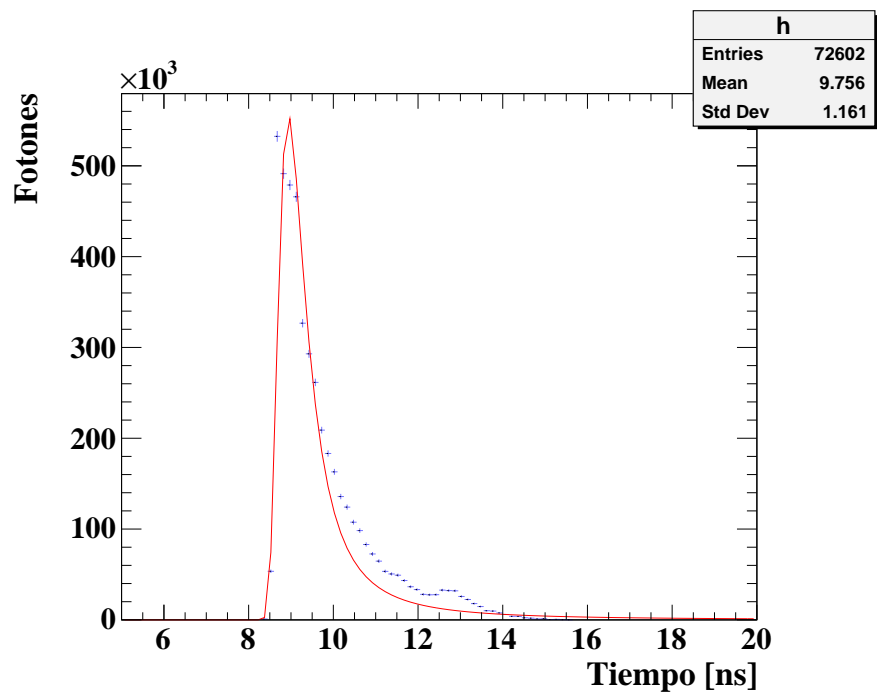


Figura A.4: Contenedor dividido en 4 secciones

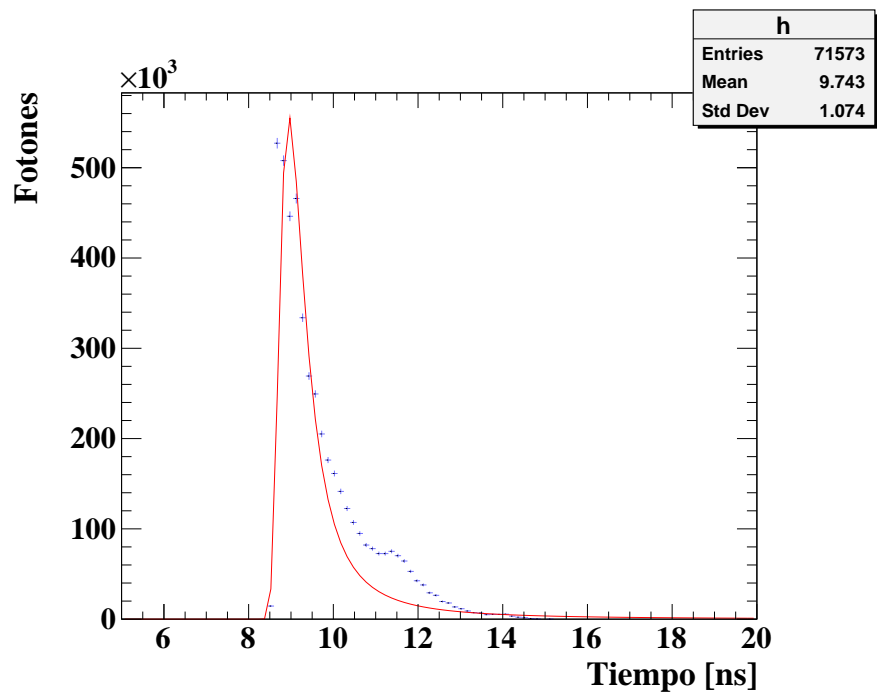


Figura A.5: Contenedor dividido en 6 secciones

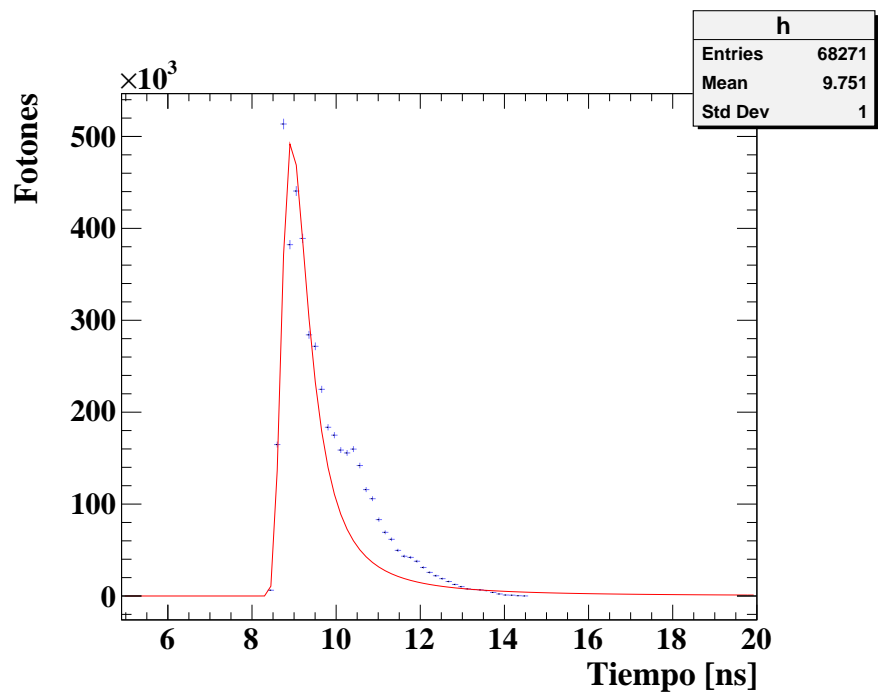


Figura A.6: Contenedor dividido en 10 secciones

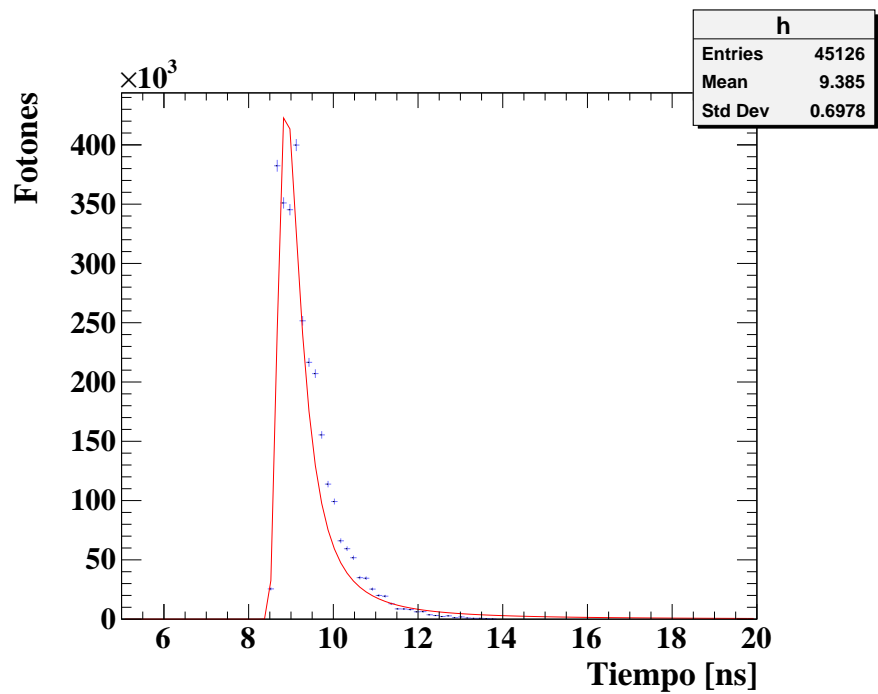


Figura A.7: Contenedor dividido en 20 secciones

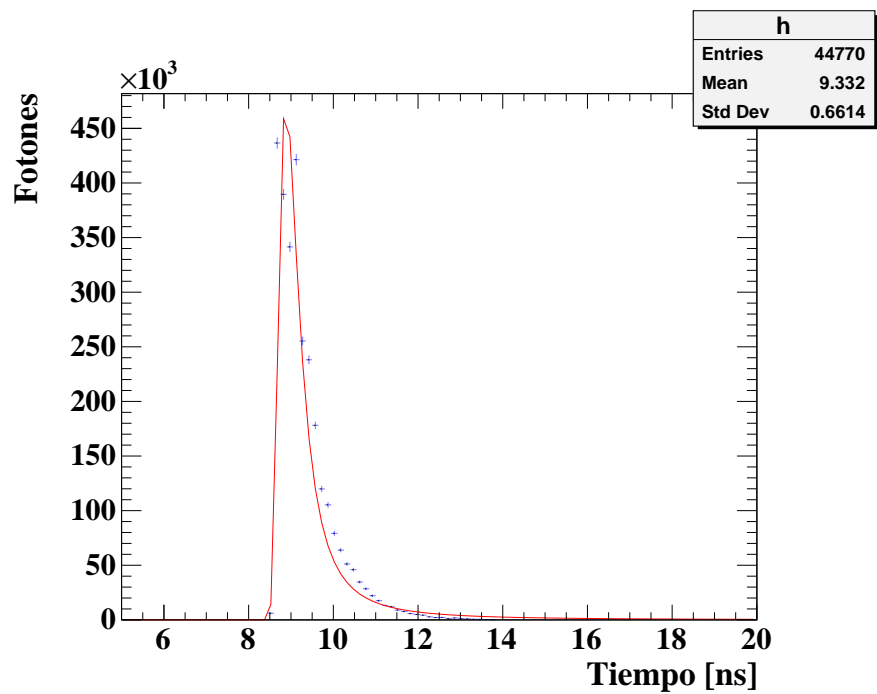


Figura A.8: Contenedor dividido en 30 secciones

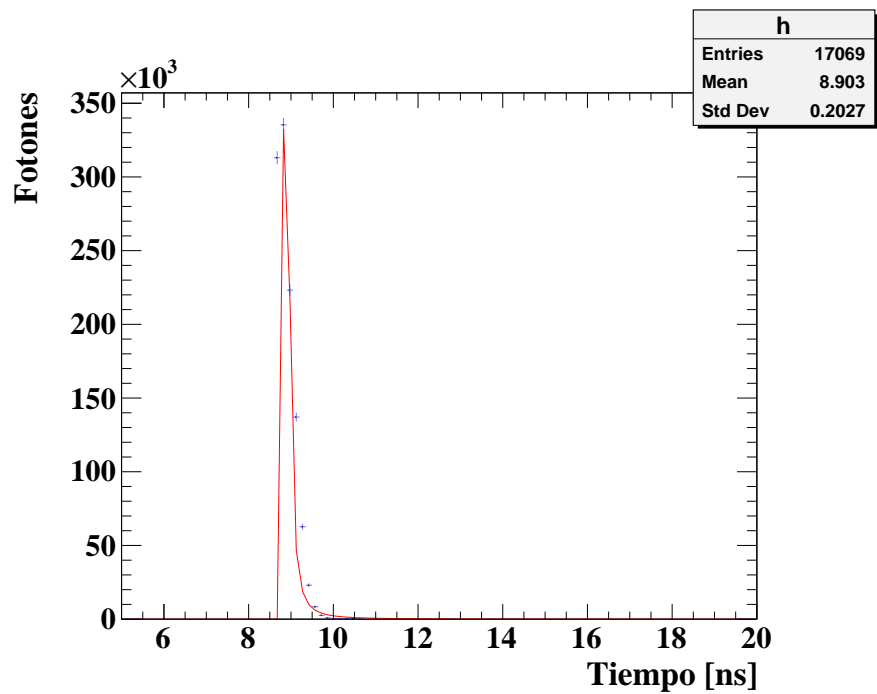


Figura A.9: Contenedor dividido en 50 secciones

Apéndice B

Código de la simulación

```
//Contantes
#define dim 3
#define maxReflexiones 30
//Prototipo de funciones
Double_t norma(Double_t vNo[]);
Double_t distanciaPuntos(Double_t pu1[], Double_t pu2[]);
Double_t min3numeros(Double_t nu1, Double_t nu2, Double_t nu3);
void reflexion(Double_t vIn[], Double_t vNo[]);
void rdifusa(Double_t vIn[], Double_t vNo[]);
void distanciaRectaRecta(Double_t p_[], Double_t u_[], Double_t q_[],
    Double_t v_[]);
Double_t prdpto(Double_t u_[], Double_t v_[]);
void fprdcrz(Double_t u_[], Double_t v_[]);
Double_t prdcrz[dim];
Double_t v0[dim], vNormal[dim], vReflejado[dim];
Double_t dRR, pRR, qRR;
//Varibales globales
Double_t tuboXn = -150.;
Double_t tuboXp = 150.;
Double_t tuboYn = -9.525;
Double_t tuboYp = 9.525;
```

```

Double_t tuboZn = -4.445;
Double_t tuboZp = 4.445;
Double_t dtotal = 100.; //100 en cm
Double_t perdida = 0.2; //0.2
Double_t radioFibra = 0.05; // en centimetros
Int_t fotEmitidos = 250; // 500
Int_t numFibras = 1;
Double_t pi = TMath::Pi();
TRandom *aleatorio = new TRandom3(0);
//Programa principal
void simulacion3(){
    Double_t dpe = 0.1; // 0.1 en cm
    Double_t tuboX, tuboY, tuboZ;
    Double_t p[dim], p0[dim], p1[dim], p2[dim], p3[dim];
    Double_t disPuntos, disInt[dim];
    Int_t numRefPared;
    Int_t numRefFibra;
    bool apuntafibra;
    Double_t vF[dim] = {1,0,0};
    Double_t pF[dim];
    Double_t pdRR[numFibras][dim];
    Double_t vS[numFibras][dim];
    Double_t vS_[dim];
    Double_t v1[dim], v2[dim];
    Double_t nor1, nor2;
    Double_t valormaximo = 300.77;
    Double_t aEmiThe, aEmiPhi, dthe, dphi;
    Double_t drecorrida, distanciadisponible;
    Double_t mindprp0;
    Double_t pcap[dim];
    Double_t vcap[dim];
    Double_t dafibra;

```

```
Double_t dapared;
Double_t dado;
Double_t pF_[numFibras][dim];
Double_t dprp0[numFibras];
Double_t prdcrz1[dim];
Double_t proyv0_vF[dim];
Double_t vNormalF[dim];
Double_t angI, angIr;
Double_t angC = 75;
Double_t cA, cB, cC;
Double_t punCap1[dim], punCap2[dim], punCap[dim];
Double_t parT1, parT2, parT;
Double_t angulo, productopunto;
Double_t pFi[dim];
Int_t fdecaptura;
Double_t _v0[dim];
TFile *f_sim = new TFile("f_sim.root", "RECREATE");
TTree *t_sim = new TTree("t_sim", "titulo del arbol");
std::vector<Double_t> pfx, pfy, pfz;
std::vector<Double_t> xF, yF, zF;
Double_t pf0x, pf0y, pf0z;
Double_t dPMT1, dPMT2;
Double_t prdpto1;
Int_t nrp, nrf, nrt;
Int_t CAPREF, NOCAP, NUMCAP, CAPSINR;
Double_t vRadio[dim];
Double_t discentes, poscaptus, discentec, poscaptuc;
Double_t nrefl;
Double_t c = 3e10; // cm/s
Double_t n_cen = 1.47;
Double_t n_cor = 1.59;
Double_t t_decaimiento = 2e-9;
```



```

Double_t t_cen;
Double_t v_cen = c/n_cen;
// cout<<" velocidad ene el centellador "<<v_cen<<endl;
Double_t v_fib = c/n_cor;
//cout<<" velocidad en la fibra "<<v_fib<<endl;
Double_t v_muv = 3e10; // cm/s
Double_t v_mu = v_muv/n_cen;
//cout<<" velocidad del muon en el centellador "<<v_mu<<endl;
Double_t t_mu; // en s
Double_t d_mu;
Double_t t_fib1;
Double_t t_fib2;
Double_t tPMT1;
Double_t tPMT2;
Double_t gtheta;
Double_t gphi;
Double_t discente, poscaptu;
Double_t thist0, thist1, thist2, thist3, thist4;
Int_t NRT, nBins;
Double_t FOTCAPTOT, FOTCAPCRE, FOTCAPSRE;
Double_t xm, xmu, ymu, zmu, xmu_, ymu_, zmu_;
Double_t thmu, phmu;
t_sim->Branch("pf0x", &pf0x, "pf0x/D");
t_sim->Branch("pf0y", &pf0y, "pf0y/D");
t_sim->Branch("pf0z", &pf0z, "pf0z/D");
t_sim->Branch("xF", "std::vector<Double_t>", &xF);
t_sim->Branch("yF", "std::vector<Double_t>", &yF);
t_sim->Branch("zF", "std::vector<Double_t>", &zF);
t_sim->Branch("pfx", "std::vector<Double_t>", &pfx);
t_sim->Branch("pfy", "std::vector<Double_t>", &pfy);
t_sim->Branch("pfz", "std::vector<Double_t>", &pfz);
t_sim->Branch("nrp", &nrp, "nrp/I");

```

```

t_sim->Branch("nrf", &nrf, "nrf/I");
t_sim->Branch("nrt", &nrt, "nrt/I");
t_sim->Branch("dPMT1",&dPMT1,"dPMT1/D");
t_sim->Branch("dPMT2",&dPMT2,"dPMT2/D");
t_sim->Branch("discente",&discente,"discente/D");
t_sim->Branch("poscaptu",&poscaptu,"poscaptu/D");
t_sim->Branch("discentes", &discentes, "discentes/D");
t_sim->Branch("discentec", &discentec, "discentec/D");
t_sim->Branch("poscaptus", &poscaptus, "poscaptus/D");
t_sim->Branch("poscaptuc", &poscaptuc, "poscaptuc/D");
t_sim->Branch("NRT", &NRT, "NRT/I");
t_sim->Branch("t_mu", &t_mu, "t_mu/D");
t_sim->Branch("nrefl", &nrefl, "nrefl/D");
t_sim->Branch("nBins", &nBins, "nBins/I");
t_sim->Branch("FOTCAPTOT", &FOTCAPTOT, "FOTCAPTOT/D");
t_sim->Branch("FOTCAPCRE", &FOTCAPCRE, "FOTCAPCRE/D");
t_sim->Branch("FOTCAPSRE", &FOTCAPSRE, "FOTCAPSRE/D");
t_sim->Branch("ymu", &ymu, "ymu/D");
nrefl = perdida;
xF.clear(); yF.clear(); zF.clear();
//nf = numeroFibras;
Double_t movery = 9.24662;
for(UShort_t h = 0; h < numFibras; h++){
    pF_[h][0] = 0; pF_[h][1] = (2*(h+1)*tuboYp)/(numFibras+1) + tuboYn;
    pF_[h][2] = 4.3;
    //pF_[h][0] = 0; pF_[h][1] = movery; pF_[h][2] = 0;
    xF.push_back(pF_[h][0]); yF.push_back(pF_[h][1]);
    zF.push_back(pF_[h][2]);
    //cout<<" pF_ "<< pF_[h][1]<<endl;
}
for(Int_t h = 18; h < 36; h++) pF_[h][1] = abs(pF_[35-h][1]);
for(Int_t h = 0; h < numFibras; h++){

```

```

    pF_[h][0] = 0; pF_[h][2] = 0;
    cout<<" pF_ " << pF_[h][1]<<endl;
    xF.push_back(pF_[h][0]); yF.push_back(pF_[h][1]);
        zF.push_back(pF_[h][2]);
}
Double_t Separaciony;
ofstream miarchivo;
miarchivo.open("distribucion.txt",ios::out);
if(!miarchivo.is_open()) cout<<" Error al abrir al archivo " <<endl;

nBins = 1905;//1905
Separaciony = 2*tuboYp/nBins;

for(Int_t g = 0; g < nBins; g++){

    xm = 0;
    xmu = 0; //aleatorio->Uniform(xm-5,xm+5);
    ymu = tuboYn + (0.5+g)*Separaciony;//aleatorio->Uniform(tuboYn,tuboYp);
    zmu = tuboZp; //tuboZp;//tuboZp;
    xmu_ =0;//aleatorio->Uniform(xm-5,xm+5);
    ymu_ = tuboYn + (0.5+g)*Separaciony;//aleatorio->Uniform(tuboYn,tuboYp);
    zmu_ = tuboZn;

    cout<<" " <<g+1<<" Posicion en Y = " <<ymu<<" cm " <<endl;

    //cout<<" z - z " <<zmu-zmu_<<endl;
    thmu = pi -
        TMath::ACos((zmu-zmu_)/TMath::Sqrt((xmu-xmu_)*(xmu-xmu_)+(ymu-ymu_)*(ymu-ymu_)+(zmu-zmu_)));
    if( ymu_ >= ymu && xmu_ > xmu ) phmu =
        TMath::ATan(abs((ymu_-ymu)/(xmu_-xmu)));
    else if(ymu_ >= ymu && xmu > xmu_) phmu = pi -
        TMath::ATan(abs((ymu_-ymu)/(xmu_-xmu)));

```

```

else if(ymu > ymu_ && xmu > xmu_) phmu = pi +
    TMath::ATan(abs((ymu_-ymu)/(xmu_-xmu)));
else if(ymu > ymu_ && xmu_ > xmu ) phmu = 2*pi -
    TMath::ATan(abs((ymu_-ymu)/(xmu_-xmu)));
else if(ymu > ymu_ && xmu_ == xmu ) phmu = 3*pi/2;
else if(ymu <= ymu_ && xmu_ == xmu ) phmu = pi/2;

//cout<<" ANGULO THETA = "<<thmu<<endl;
//cout<<" ANGULO PHI = "<<phmu<<endl;

Int_t punEmission = 0;
Int_t suma = 0;
Int_t suma1 = 0;
Int_t suma2 = 0;
Int_t suma3 = 0;
//while(punEmission < 4){
while( xmu >= tuboXn && xmu <= tuboXp && ymu >= tuboYn && ymu <= tuboYp
    && zmu >= tuboZn && zmu <= tuboZp ){
    dmu = punEmission*dpe;
    tmu = dmu/vmu;
    //cout<<" distancia recorrida por el muon "<<dmu<<endl;
    //cout<<" tiempo del muon          "<<tmu<<endl;
    //cout<<" "<<punEmission<<" punto de emision =
        ("<<xmu<<","<<ymu<<","<<zmu<<")<<endl;

NUMCAP = 0;
CAPSINR = 0;

for(UShort_t h = 0; h < fotEmitidos; h++){
    //capturado = false;
    pfx.clear(); pfy.clear(); pfz.clear();
    p0[0] = xmu; //aleatorio->Uniform(tuboXn,tuboXp);

```

```

p0[1] = ymu;//aleatorio->Uniform(tuboYn,tuboYp);
p0[2] = zmu;//aleatorio->Uniform(tuboZn,tuboZp);
pf0x = p0[0];
pf0y = p0[1];
pf0z = p0[2];

Double_t angc = pi - TMath::ATan(movery/p0[2]);
Double_t angsc = pi - angc;
dthe = 0.0001*pi;
dphi = 0.0001*pi;
aEmiThe = aleatorio->Uniform(0,pi); //0.7*PI
aEmiPhi = aleatorio->Uniform(0,2*pi);
gtheta = aEmiThe;
gphi = aEmiPhi;
v0[0] = TMath::Sin(aEmiThe)*TMath::Cos(aEmiPhi);
v0[1] = TMath::Sin(aEmiThe)*TMath::Sin(aEmiPhi);
v0[2] = TMath::Cos(aEmiThe);

drecorrida = 0.;
numRefPared = 0;
numRefFibra = 0;
Int_t numRefTotal = 0;
bool captura = false;
bool refenfib = false;
for(Int_t i = 0; i < maxReflexiones; i++){
    apuntafibra = false;
    //cout<<" v0 = "<<v0[0]<<" "<<v0[1]<<" "<<v0[2]<<endl;
    if(aEmiPhi >= (0-dphi) && aEmiPhi <= (0+dphi) && aEmiThe >=
        (pi/2-dthe) && aEmiThe <= (pi/2+dthe)){
        vNormal[0] = -1; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = 0;
        disPuntos = tuboXp - p[0];
        p[0] = tuboXp; p[1] = p0[1]; p[2] = p0[2];
    }
}

```

```

    v0[0] = 1; v0[1] = 0; v0[2] = 0;
}
else if(aEmiPhi >= (pi-dphi) && aEmiPhi <= (pi+dphi) && aEmiThe >=
    (pi/2-dthe) && aEmiThe <= (pi/2+dthe)){
    vNormal[0] = 1; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = 0;
    disPuntos = tuboXp + p[0];
    p[0] = tuboXn; p[1] = p0[1]; p[2] = p0[2];
    v0[0] = -1; v0[1] = 0; v0[2] = 0;
}
else if(aEmiPhi >= (pi/2-dphi) && aEmiPhi < (pi/2+dphi) && aEmiThe >=
    (pi/2-dthe) && aEmiThe <= (pi/2+dthe)){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = -1; vNormal[2] = 0;
    disPuntos = tuboYp - p[1];
    p[0] = p0[0]; p[1] = tuboYp; p[2] = p0[2];
    v0[0] = 0; v0[1] = 1; v0[2] = 0;
}
else if(aEmiPhi >= (3*pi/2-dphi) && aEmiPhi <= (3*pi/2+dphi) &&
    aEmiThe >= (pi/2-dthe) && aEmiThe <= (pi/2+dthe)){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = 1; vNormal[2] = 0;
    disPuntos = tuboYp + p[1];
    p[0] = p0[0]; p[1] = tuboYn; p[2] = p0[2];
    v0[0] = 0; v0[1] = -1; v0[2] = 0;
}
else if(aEmiThe >= (0-dthe) && aEmiThe <= (0+dthe) ){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = -1;
    disPuntos = tuboZp - p[2];
    p[0] = p0[0]; p[1] = p0[1]; p[2] = tuboZp;
    v0[0] = 0; v0[1] = 0; v0[2] = 1;
}
else if(aEmiThe >= (pi-dthe) && aEmiThe <= (pi+dthe)){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = 1;
    disPuntos = tuboZp + p[2];

```

```

    p[0] = p0[0]; p[1] = p0[1]; p[2] = tuboZn;
    v0[0] = 0; v0[1] = 0; v0[2] = -1;
}
else{
    if(v0[0] > 0) tuboX = tuboXp;
    if(v0[0] < 0) tuboX = tuboXn;
    if(v0[1] > 0) tuboY = tuboYp;
    if(v0[1] < 0) tuboY = tuboYn;
    if(v0[2] > 0) tuboZ = tuboZp;
    if(v0[2] < 0) tuboZ = tuboZn;

    p1[0] = tuboX;
    p1[1] = v0[1]*(p1[0]-p0[0])/v0[0] + p0[1];
    p1[2] = v0[2]*(p1[0]-p0[0])/v0[0] + p0[2];
    disInt[0] = distanciaPuntos(p0,p1);

    p2[1] = tuboY;
    p2[0] = v0[0]*(p2[1]-p0[1])/v0[1] + p0[0];
    p2[2] = v0[2]*(p2[1]-p0[1])/v0[1] + p0[2];
    disInt[1] = distanciaPuntos(p0,p2);

    p3[2] = tuboZ;
    p3[0] = v0[0]*(p3[2]-p0[2])/v0[2] + p0[0];
    p3[1] = v0[1]*(p3[2]-p0[2])/v0[2] + p0[1];
    disInt[2] = distanciaPuntos(p0,p3);

    disPuntos = min3numeros(disInt[0],disInt[1],disInt[2]);
    for(USHort_t j = 0; j < dim; j++){
        if(disPuntos == disInt[0]) p[j] = p1[j];
        if(disPuntos == disInt[1]) p[j] = p2[j];
        if(disPuntos == disInt[2]) p[j] = p3[j];
    }
}

```

```

if(p[0]==tuboXn && p[1]>=tuboYn && p[1]<=tuboYp && p[2]>=tuboZn &&
    p[2]<=tuboZp){
    vNormal[0] = 1; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = 0;
}
else if(p[0]==tuboXp && p[1]>=tuboYn && p[1]<=tuboYp && p[2]>=tuboZn
    && p[2]<=tuboZp){
    vNormal[0] = -1; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = 0;
}
else if(p[1]==tuboYn && p[1]>=tuboXn && p[1]<=tuboXp && p[2]>=tuboZn
    && p[2]<=tuboZp){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = 1; vNormal[2] = 0;
}
else if(p[1]==tuboYp && p[1]>=tuboXn && p[1]<=tuboXp && p[2]>=tuboZn
    && p[2]<=tuboZp){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = -1; vNormal[2] = 0;
}
else if(p[2]==tuboZn && p[1]>=tuboYn && p[1]<=tuboYp && p[2]>=tuboXn
    && p[2]<=tuboXp){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = 1;
}
else if(p[2]==tuboZp && p[1]>=tuboYn && p[1]<=tuboYp && p[2]>=tuboXn
    && p[2]<=tuboXp){
    vNormal[0] = 0; vNormal[1] = 0; vNormal[2] = -1;
}
}

for(Int_t j = 0; j < numFibras; j++){
    pF[0] = pF_[j][0]; pF[1] = pF_[j][1]; pF[2] = pF_[j][2];
    //cout<<" coordenadas y = "<<pF[1]<<endl;
    distanciaRectaRecta(pF,vF,p0,v0);
    //cout<<" "<<j+1<<" DISTANCIAS A LAS FIBRAS = "<<dRR<<endl;
    if(dRR < radioFibra){

```



```

for(UShort_t k = 0; k < dim; k++){
    pdRR[j][k] = pRR*vF[k] + pF[k];
    vS[j][k] = pdRR[j][k] - p0[k];
    //cout<<" j = "<<j+1<<" k = "<<k+1<<" pdRR = "<<pdRR[j][k]<<" vS =
        "<<vS[j][k]<<endl;
    vS_[k] = vS[j][k];
}
for(UShort_t k = 0; k < dim; k++){
    v1[k] = v0[k] - vS[j][k];
    v2[k] = v0[k] + vS[j][k];
}
nor1 = norma(v1); nor2 = norma(v2);
if(nor1 < nor2){
    if(pdRR[j][0] >= tuboXn && pdRR[j][0] <= tuboXp){
        dprp0[j] = norma(vS_);
        apuntafibra = true;
    }
    else dprp0[j] = valormaximo;
}
else dprp0[j] = valormaximo;
}
else dprp0[j] = valormaximo;
//cout<<j<<" llenado de dprp0 = "<<dprp0[j]<<endl;
}

if(apuntafibra == true && refenfib == false){
    mindprp0 = valormaximo;
    for(UShort_t j = 0; j < numFibras; j++){
//cout<<" mindprp0 = "<<mindprp0<<" dprp0 = "<<dprp0[j]<<endl;
        if(dprp0[j] < mindprp0) mindprp0 = dprp0[j];
        else mindprp0 = mindprp0;
    }
}

```

```

    for(ushort_t j = 0; j < numFibras; j++){
        if(mindprp0 == dprp0[j]){
fdecaptura = j;
for(ushort_t k = 0; k < dim; k++){
    pcap[k] = pdRR[j][k];
    vcap[k] = vS[j][k];
    //cout<<" vcap[k] = "<<vcap[k]<<endl; /
}
}
}
dafibra = norma(vcap);
//cout<<" dafibra "<<dafibra<<endl;
distanciadisponible = dtotal - drecorrida;
pFi[0] = pF_[fdecaptura][0]; pFi[1] = pF_[fdecaptura][1]; pFi[2] =
    pF_[fdecaptura][2];
if(distanciadisponible >= dafibra){
if( abs(v0[1]) > 100 ){
    // v0[1] < -1e-6 || v0[1] > 1e-6
    //cout<<" valor de v0[1] = "<<v0[1]<<endl;
cA = 1 + (v0[2]*v0[2]/v0[1]*v0[1]);
cB = (2*v0[2]*(p0[2]-pFi[2]-(p0[1]*v0[2]/v0[1])))/(v0[1]) - 2*pFi[1];
cC = ((v0[2]*p0[1]/v0[1])-p0[2])*((v0[2]*p0[1]/v0[1])-p0[2]) +
    (2*v0[2]*p0[1]*pFi[2])/v0[1]
    - 2*p0[2]*pFi[2] + pFi[2]*pFi[2] + pFi[1]*pFi[1] -
        radioFibra*radioFibra;
punCap1[1] = (TMath::Sqrt((cB*cB)-(4*cA*cC)) - cB)/(2*cA);
punCap2[1] = (-cB - TMath::Sqrt((cB*cB)-(4*cA*cC)))/(2*cA);
parT1 = (punCap1[1]-p0[1])/v0[1];
parT2 = (punCap2[1]-p0[1])/v0[1];
}
else{
cA = 1 + (v0[1]*v0[1]/v0[2]*v0[2]);

```

```

cB = (2*v0[1]*(p0[1]-pFi[1]-(p0[2]*v0[1]/v0[2])))/(v0[2]) - 2*pFi[2];
cC = ((v0[1]*p0[2]/v0[2])-p0[1])*((v0[1]*p0[2]/v0[2])-p0[1]) +
      (2*v0[1]*p0[2]*pFi[1])/v0[2]
      - 2*p0[1]*pFi[1] + pFi[1]*pFi[1] + pFi[2]*pFi[2] -
      radioFibra*radioFibra;
punCap1[2] = (-cB + TMath::Sqrt(cB*cB-4*cA*cC))/(2*cA);
punCap2[2] = (-cB - TMath::Sqrt(cB*cB-4*cA*cC))/(2*cA);
parT1 = (punCap1[2]-p0[2])/v0[2];
parT2 = (punCap2[2]-p0[2])/v0[2];
}
//else cout<<" ES NECESARIO CONSIDERAR OTRO CASO "<<endl;
if(parT1 <= parT2) parT = parT1;
else parT = parT2;
//cout<<" "<<endl;
//cout<<" PARAMETRO T = "<<parT<<endl;
punCap[0] = v0[0]*parT + p0[0]; punCap[1] = v0[1]*parT + p0[1];
      punCap[2] = v0[2]*parT + p0[2];
vRadio[0] = 0; vRadio[1] = punCap[1] - pFi[1]; vRadio[2] = punCap[2]
      -pFi[2];
if(vRadio[1] > 0 && vRadio[2] >= 0) angulo =
      TMath::ATan(abs(vRadio[2]/vRadio[1]));
else if(vRadio[1] <= 0 && vRadio[2] > 0) angulo = pi -
      TMath::ATan(abs(vRadio[2]/vRadio[1]));
else if(vRadio[1] < 0 && vRadio[2] <= 0) angulo = pi +
      TMath::ATan(abs(vRadio[2]/vRadio[1]));
else if(vRadio[1] >= 0 && vRadio[2] < 0) angulo = 2*pi -
      TMath::ATan(abs(vRadio[2]/vRadio[1]));
//cout<<" angulo del vector normal = "<<angulo/pi<<endl;
vNormalF[0] = 0; vNormalF[1] = TMath::Cos(angulo); vNormalF[2] =
      TMath::Sin(angulo);
//cout<<" EL VECTOR NORMAL ES =
      ("<<vNormalF[0]<<","<<vNormalF[1]<<","<<vNormalF[2]<<")<<endl;

```

```

_v0[0] = -v0[0]; _v0[1] = -v0[1]; _v0[2] = -v0[2];
productopunto = prdpto(_v0,vNormalF);
//cout<<" productor punto = "<<productopunto<<endl;
angIr = TMath::ACos(productopunto);
angI = angIr*180/pi;
//cout<<" angulo de incidencia "<<angI<<endl;
//cout<<" angulo angsc   = "<<angsc<<endl;
Double_t angnormal = angulo-(pi/2);
//cout<<" angulo del normal = "<<angnormal<<endl;
if(angI < angC){
    pfx.push_back(pcap[0]); pfy.push_back(pcap[1]);
    pfz.push_back(pcap[2]);
    drecorrida = drecorrida + dafibra;
    captura = true;
    //atenuado = false;
    //reflejado = false;

    discente = drecorrida;
    poscaptu = pcap[0];
    dPMT1 = tuboXp + pcap[0] + drecorrida;
    dPMT2 = tuboXp - pcap[0] + drecorrida;

    if(numRefTotal == 0){
        discentes = drecorrida;
        poscaptus = pcap[0];
    }
    else{
        discentec = drecorrida;
        poscaptuc = pcap[0];
    }

    t_cen = drecorrida / v_cen;

```

```

//cout<<" tiempo en el centellador "<<t_cen<<endl;
t_fib1 = (tuboXp + pcap[0])/v_fib;
t_fib2 = (tuboXp - pcap[0])/v_fib;
//cout<<" tiempo en la fibra2 = "<<t_fib2<<endl;
tPMT1 = t_decaimiento + t_cen + t_fib1;
tPMT2 = t_decaimiento + t_cen + t_fib2;
if(numRefTotal == 0) thist0 = tPMT1;
if(numRefTotal == 1) thist1 = tPMT1;
if(numRefTotal == 2) thist2 = tPMT1;
if(numRefTotal == 3) thist3 = tPMT1;
//if(numRefTotal == 4) thist4 = tPMT1;
NUMCAP = NUMCAP + 1;
if(numRefTotal == 0) CAPSINR = CAPSINR + 1;
//cout<<" ##### NO CAPTURADOS =
    "<<NOCAP<<endl;
//cout<<" ##### CAPTURAS TOTALES =
    "<<NUMCAP<<endl;
//cout<<" ##### CAPTURAS CON REFLEXIONES =
    "<<CAPREF<<endl;
//cout<<" ##### CAPTURAS SIN REFLEXIONES =
    "<<CAPSINR<<endl;
//cout<<" FOTON "<<h+1<<" CAPTURADO | DIS RECORRIDA =
    "<<drecorrida<<" DIS PMT1 = "<<dPMT1<<" DIS PMT2 = "<<dPMT2<<endl;
//cout<<" "<<endl;
//cout<<" punto de captura = ("<<pcap[0]<<" "<<pcap[1]<<" "<<pcap[2]<<")"<<endl;
//cout<<" vector inicial = ("<<v0[0]<<" "<<v0[1]<<" "<<v0[2]<<")"<<endl;

break;
}
else{
    drecorrida = drecorrida + dafibra;

```

```

//cout<<" vector incidente =
    (<<v0[0]<<","<<v0[1]<<","<<v0[2]<<)"<<endl;
//cout<<" vector normal
    (<<vNormalF[0]<<","<<vNormalF[1]<<","<<vNormalF[2]<<)"<<endl;
reflexion(v0,vNormalF);
    for(UShort_t j = 0; j < dim; j++){
        p0[j] = v0[j]*dafibra + p0[j];
        v0[j] = vReflejado[j];
    }
    pfx.push_back(p0[0]); pfy.push_back(p0[1]); pfz.push_back(p0[2]);
numRefFibra = numRefFibra + 1;
refenfib = true;
//cout<<" FOTON "<<h+1<<" REFLEJADO EN LA FIBRA "<<endl;
}
}
else{
for(UShort_t j = 0; j < dim; j++) p[j] = (dtotal-drecorrida)*v0[j] +
    p0[j];
pfx.push_back(p[0]); pfy.push_back(p[1]); pfz.push_back(p[2]);
dPMT1 = 0;
dPMT2 = 0;
//cout<<" FOTON "<<h+1<<" ATENUADO POR QUE NO ALCANZA LA FIBRA "<<endl;
break;
}
}
else{
    dapared = disPuntos;
    distanciadisponible = dtotal - drecorrida;
    if(distanciadisponible >= dapared){
drecorrida = drecorrida + dapared;
dado = aleatorio->Uniform(0,1);
        if(dado > perdida){

```



```

} // cierra for i numero de reflexiones
NRT = numRefTotal;
//cout<<numRefTotal<<endl;
if(captura == true){
    nrp = numRefPared;
    nrf = numRefFibra;
    nrt = nrp + nrf;
}
else{
    nrp = -1;
    nrf = -1;
    nrt = -1;
}
//cout<<" numero de reflexiones en la pared = "<<nrp<<endl;
//cout<<" distancia al PMT1 "<<dPMT1<<endl;
t_sim->Fill();
} // cierra for h numero de fotones lanzados
xmu = xmu + dpe*cos(thmu-pi/2)*cos(phmu);
ymu = ymu + dpe*cos(thmu-pi/2)*sin(phmu);
zmu = zmu - dpe*sin(thmu-pi/2);
punEmision = punEmision + 1;

CAPREF = NUMCAP - CAPSINR;
NOCAP = fotEmitidos - NUMCAP;
suma = suma +NOCAP;
suma1 += NUMCAP;
suma2 += CAPREF;
suma3 += CAPSINR;
//cout<<" suma = "<<suma<<endl;
//cout<<" ##### NO CAPTURADOS =
    "<<NOCAP<<endl;

```



```

//cout<<" ##### CAPTURAS TOTALES      =
      "<<NUMCAP<<endl;
//cout<<" ##### CAPTURAS CON REFLEXIONES =
      "<<CAPREF<<endl;
//cout<<" ##### CAPTURAS SIN REFLEXIONES =
      "<<CAPSINR<<endl;
} // cierra while para numero de puntos de emision
FOTCAPTOT = suma1;
FOTCAPCRE = suma2;
FOTCAPSRE = suma3;
miarchivo<<" "<<" "<<yumu<<" "<<FOTCAPTOT<<" "<<FOTCAPCRE<<"
      "<<FOTCAPSRE<<endl;
cout<<" Tot = "<<FOTCAPTOT<<" Ref = "<<FOTCAPCRE<<" Dir =
      "<<FOTCAPSRE<<endl;
cout<<endl;
} // cierra for nBins
f_sim->Write();
f_sim->Close();
miarchivo.close();
}

//Definicion de funciones
Double_t norma(Double_t vNo[]){
    Double_t norma_ = TMath::Sqrt(vNo[0]*vNo[0] + vNo[1]*vNo[1] +
        vNo[2]*vNo[2]);
    return norma_;
}

Double_t distanciaPuntos(Double_t pu1[], Double_t pu2[]){
    Double_t dP = sqrt((pu2[0]-pu1[0])*(pu2[0]-pu1[0]) +
        (pu2[1]-pu1[1])*(pu2[1]-pu1[1]) +
        (pu2[2]-pu1[2])*(pu2[2]-pu1[2]));
    return dP;
}

```

```
}  
Double_t min3numeros(Double_t nu1, Double_t nu2, Double_t nu3){  
    Double_t menor1;  
    Double_t menor2;  
    if(nu1 <= nu2) menor1 = nu1;  
    else menor1 = nu2;  
    if(menor1 <= nu3) menor2 = menor1;  
    else menor2 = nu3;  
    return menor2;  
}  
  
void reflexion(Double_t vIn[], Double_t vNo[]){  
  
    for(UShort_t i = 0; i < dim; i++){  
        vReflejado[i] =  
            vIn[i]-((2*vIn[i]*vNo[i]*vNo[i])/(norma(vNo)*norma(vNo)));  
    }  
  
}  
  
void rdifusa(Double_t vIn[], Double_t vNo[]){  
    Double_t altheta;  
    Double_t alphi;  
    if(vNo[0] == 1 && vNo[1] == 0 && vNo[2] == 0){  
        altheta = aleatorio->Uniform(0,pi);  
        alphi = aleatorio->Uniform(-pi/2,pi/2);  
    }  
    else if(vNo[0] == 0 && vNo[1] == 1 && vNo[2] == 0){  
        altheta = aleatorio->Uniform(0,pi);  
        alphi = aleatorio->Uniform(0,pi);  
    }  
    else if(vNo[0] == 0 && vNo[1] == 0 && vNo[2] == 1){  
        altheta = aleatorio->Uniform(0,pi/2);  
        alphi = aleatorio->Uniform(0,2*pi);  
    }  
}
```

```

}
else if(vNo[0] == -1 && vNo[1] == 0 && vNo[2] == 0){
    altheta = aleatorio->Uniform(0,pi);
    alphi = aleatorio->Uniform(pi/2,3*pi/2);
}
else if(vNo[0] == 0 && vNo[1] == -1 && vNo[2] == 0){
    altheta = aleatorio->Uniform(0,pi);
    alphi = aleatorio->Uniform(pi,2*pi);
}
else if(vNo[0] == 0 && vNo[1] == 0 && vNo[2] == -1){
    altheta = aleatorio->Uniform(pi/2,pi);
    alphi = aleatorio->Uniform(0,2*pi);
}
else{
    cout<<"vector ("<<vNo[0]<<","<<vNo[1]<<","<<vNo[2]<<") ES NECESARIO
        CONSIDERAR OTRO CASO +++++++<<endl;
}

//cout<<"vector ("<<vNo[0]<<","<<vNo[1]<<","<<vNo[2]<<")"<<endl;
vReflejado[0] = TMath::Sin(altheta)*TMath::Cos(alphi);
vReflejado[1] = TMath::Sin(altheta)*TMath::Sin(alphi);
vReflejado[2] = TMath::Cos(altheta);

}

void distanciaRectaRecta(Double_t p_[], Double_t u_[], Double_t q_[],
    Double_t v_[]){
    TVector3 p, u, q, v;
    Double_t denxy, denzy;
    for(UShort_t i = 0; i < dim; i++){
        p(i) = p_[i]; u(i) = u_[i]; q(i) = q_[i]; v(i) = v_[i];
    }
}

```

```

bool cruzadas;
bool secantes;
if( (v(0)/u(0)) == (v(1)/u(1)) == (v(2)/u(2)) ){
    cruzadas = false;
}
else{
    cruzadas = true;
    TVector3 q_p = q-p;
    Double_t elementoM[9];
    for(UShort_t i = 0; i < dim; i++){
        elementoM[i+i*2] = q_p(i);
        elementoM[i+i*2+1] = u(i);
        elementoM[i+i*2+2] = v(i);
    }
    TMatrixD M(dim,dim);
    M.SetMatrixArray(elementoM);
    TDecompLU lu(M);
    if(!lu.Decompose()){
        secantes = true;
        //cout<<"//////////===== Matriz singular
        =====<<endl;
        dRR = 0;
        denxy = u.X()*v.Y()-v.X()*u.Y();
        denzy = u.Z()*v.Y()-v.Z()*u.Y();
        if(denxy != 0){
            pRR = (v.Y()*(q.X()-p.X()) +
                v.X()*(p.Y()-q.Y()))/(u.X()*v.Y()-v.X()*u.Y());
            qRR = (u.Y()*(q.X()-p.X()) +
                u.X()*(p.Y()-q.Y()))/(u.X()*v.Y()-v.X()*u.Y());
        }
        else if(denzy != 0){

```

```

pRR = (v.Y()*(q.Z()-p.Z()) +
        v.Z()*(p.Y()-q.Y()))/(u.Z()*v.Y()-v.Z()*u.Y());
qRR = (u.Y()*(q.Z()-p.Z()) +
        u.Z()*(p.Y()-q.Y()))/(u.Z()*v.Y()-v.Z()*u.Y());
}
else{
pRR = (v.Z()*(q.X()-p.X()) +
        v.X()*(p.Z()-q.Z()))/(u.X()*v.Z()-v.X()*u.Z());
qRR = (u.Z()*(q.X()-p.X()) +
        u.X()*(p.Z()-q.Z()))/(u.X()*v.Z()-v.X()*u.Z());
}
}
else{
//cout<<"//////////===== matriz no singular
//===== "<<endl;

Double_t det = M.Determinant();
secantes = false;
TVector3 uxv = u.Cross (v);
dRR = abs(det)/abs(uxv.Mag());
Double_t A = v.X()*u.X() + v.Y()*u.Y() + v.Z()*u.Z();
Double_t B = v.X()*(q.X()-p.X()) + v.Y()*(q.Y()-p.Y()) +
        v.Z()*(q.Z()-p.Z());
Double_t C = u.X()*(p.X()-q.X()) + u.Y()*(p.Y()-q.Y()) +
        u.Z()*(p.Z()-q.Z());
pRR = (A*B + C*v.Mag2())/(A*A - u.Mag2()*v.Mag2());
qRR = (A*C + B*u.Mag2())/(A*A - u.Mag2()*v.Mag2());
}
}
}
Double_t prdpto(Double_t u_[], Double_t v_[]){
    Double_t prdpto = u_[0]*v_[0] + u_[1]*v_[1] + u_[2]*v_[2];
    return prdpto;
}

```

```
}  
void fprdcrz(Double_t u_[], Double_t v_[]){  
    prdcrz[0] = u_[1]*v_[2] - u_[2]*v_[1];  
    prdcrz[1] = u_[2]*v_[0] - u_[0]*v_[2];  
    prdcrz[2] = u_[0]*v_[1] - u_[1]*v_[0];  
}
```

La simulación se ejecuta tecleando el siguiente comando en el prompt de ROOT:

```
root [] .x simulacion.C
```

Bibliografía

- AGUILAR, S., CARDENA, R.N., VILLA, R., LEMUS, V., GRABSKI, V., ROCHA, A.M., Y FUCUGAUCHI, J.U. Primer modulo para el prototipo de un trazador de muones que se utilizará en el proyecto del volcán Popocatepetl. En *LVIII Congreso Nacional de Física*. Mérida, Yucatán (2015)
- ALVAREZ, L.W., ANDERSON, J.A., BEDWEI, F.E., BURKHARD, J., FAKHRY, A., GIRGIS, A., GONEID, A., HASSAN, F., IVERSON, D., LYNCH, G., MILIGY, Z., MOUSSA, A.H., SHARKAWI, M., Y YAZOLINO, L. Search for Hidden Chambers in the Pyramids. *Science* **167**(3919):832–839 (1970)
- BEAUDUCCEL, F., BUONTEMPO, S., D’AURIA, L., DE LELLIS, G., FESTA, G., GASPARINI, P., GIBERT, D., IACOBUCCI, G., LESPARRE, N., MAROTTA, A. *et al.* Muon radiography of volcanoes and the challenge at Mt. Vesuvius (2008). Disponible en <https://eljentechnology.com/products/liquid-scintillators/ej-321-series> y consultado el 23 de noviembre del 2020.
- BUGAEV, E., MISAKI, A., NAUMOV, V., S. SINEGOVSKAYA, T., SINEGOVSKY, S., Y TAKAHASHI, N. Atmospheric Muon Flux at Sea Level, Underground, and Underwater. *Physical Review D* **58**:054001 (1998)
- CARBONE, D. *et al.* An experiment of muon radiography at Mt Etna (Italy). *Geophysical Journal International* **196**(2):633–643 (2014)
- CASTRO, F. Silicon Photomultipliers (2015). Disponible en https://www.researchgate.net/publication/275039208_Silicon_Photomultipliers y consultado el 23 de noviembre del 2020.

- ESPÍNDOLA, J.M., DE LOURDES GODINEZ, M., Y ESPINDOLA, V.H. Models of Ground Deformation and Eruption Magnitude from a Deep Source at Popocatepetl Volcano, Central Mexico. *Natural Hazards* (2004)
- GAISSER, T.K. *Cosmic rays and particle physics*. Cambridge University Press (1990)
- GEORGE, E. Cosmic rays measure overburden of tunnel. *Commonwealth Eng* pág. 455 (1955)
- GRIEDER, P.K. Chapter 1 - Cosmic Ray Properties, Relations and Definitions. En P.K. Grieder (editor), *Cosmic Rays at Earth*, págs. 1 – 53. Elsevier, Amsterdam (2001)
- HAYMAN, P.J., PALMER, N.S., WOLFENDALE, A.W., Y ROCHESTER, G.D. The rate of energy loss of high-energy cosmic ray muons. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* **275**(1362):391–410 (1963)
- HEBBEKER, T. Y TIMMERMANS, C. A Compilation of high-energy atmospheric muon data at sea level. *Astropart. Phys.* **18**:107–127 (2002)
- HECHT, E. *Optica*. Pearson (2017)
- HECK, D., KNAPP, J., CAPDEVIELLE, J.N., SCHATZ, G., Y THOUW, T. CORSIKA: A Monte Carlo code to simulate extensive air showers (1998). Disponible en <https://inspirehep.net/files/9bdb7ea99706d9ae48d0be29f9e19f11> y consultado el 23 de noviembre del 2020.
- KURARAY. *Plastic Scintillating Fibers* (2014). Disponible en <https://www.kuraray.com/products/psf> y consultado el 23 de noviembre del 2020
- LA CRUZ-REYNA, S.D. Y TILLING, R.I. Scientific and public responses to the ongoing volcanic crisis at Popocatépetl Volcano, Mexico: Importance of an effective hazards-warning system. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* **170**(1):121 – 134 (2008)

- LEO, W.R. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How to Approach*. Springer-Verlag (1987)
- MACIAS, J.L. Geología e historia eruptiva de algunos de los grandes volcanes activos de México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana* **57**:379 – 424 (2005)
- MENA, M., SINGH, S.K.M., Y LÓPEZ, C. Recent Advances in the study of Popocatepetl Volcano. *IAVCEI General Assembly, Book of Abstracts* (1997)
- NAGAMINE, K., IWASAKI, M., SHIMOMURA, K., Y ISHIDA, K. Method of probing inner-structure of geophysical substance with the horizontal cosmic-ray muons and possible application to volcanic eruption prediction. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **356**(2):585 – 595 (1995)
- NIESWAND, S. *Measurement of the exit characteristics of light from optical multimode plastic fibres*. Proyecto Fin de Carrera, RWTH Aachen U. (2014)
- POZZO, L.M.D. *et al. Estudios geológicos y actualización del mapa de peligros del volcán Popocatepetl* (2018). Disponible en <http://www.geofisica.unam.mx/assets/monografias22.pdf> y consultado el 23 de noviembre del 2020.
- PROCUREUR, S. Muon imaging: Principles, technologies and applications. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **878**:169 – 179 (2018)
- REYNA, D. A Simple parameterization of the cosmic-ray muon momentum spectra at the surface as a function of zenith angle (2006). Disponible en <https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0604145.pdf> y consultado el 23 de noviembre del 2020.
- SCIENTIFIC, S. *Table of Physical Constants of Scintillators* (2011). Disponible en <https://www.southernscientific.co.uk/data/file/9/5/Table%20of%20Physical%20Constants%20of%20Scintillators.1438855290.pdf> y consultado el 23 de noviembre del 2020

- TANABASHI, M. *et al.* Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D* **98**:030001 (2018)
- TANAKA, H. *et al.* Development of a two-fold segmented detection system for near horizontally cosmic-ray muons to probe the internal structure of a volcano. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **507**(3):657 – 669 (2003)
- TECHNOLOGY, E. *Mineral Oil Based EJ-321L, EJ-321H, EJ-321P, EJ-321S* (2006). Disponible en <https://eljentechnology.com/products/liquid-scintillators/ej-321-series> y consultado el 23 de noviembre del 2020
- VELASCO VALADEZ, C.A. Y URRUTIA FUCUGAUCHI, J. *Modelado de la anomalía magnética del complejo volcánico Iztaccíhuatl-Popocatepetl, México.* (2018)
- WEISSTEIN, E. *Logistic Equation* (2020). Disponible en <https://mathworld.wolfram.com/LogisticEquation.html> y consultado el 23 de noviembre del 2020
- ZANOON, N.I. Article: The Phenomenon of Total Internal Reflection and Acceleration of Light in Fiber Optics. *International Journal of Computer Applications* **107**(2):19–24 (2014)