



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
MECÁNICA – MECATRÓNICA

Investigación analítica y experimental de la influencia de amortiguadores de masa sintonizada y electromagnéticos de masa sintonizada en vibraciones libres fuera del plano de *cabl*e robots planos

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
Mtro. en Ing. Diego Armando Zamora García

TUTOR PRINCIPAL
Dr. Alejandro Cuauhtémoc Ramírez Reivich, Facultad de Ingeniería
COTUTOR
Dr. Víctor Javier González Villela, Facultad de Ingeniería
COMITÉ TUTOR
Dr. Francisco Cuenca Jiménez, Facultad de Ingeniería
Dr. Edmundo Gabriel Rocha Cózatl, Facultad de Ingeniería
Dr. Leopoldo Ruiz Huerta, Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología

Ciudad Universitaria, CD. MX Noviembre 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. González Villela Víctor Javier

Secretario: Dr. Ruiz Huerta Leopoldo

1^{er}. Vocal: Dr. Ramírez Reivich Alejandro Cuauhtémoc

2^{do}. Vocal: Dr. Cuenca Jiménez Francisco

3^{er}. Vocal: Dr. Rocha Cózatl Edmundo Gabriel

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Ciudad de México



TUTOR DE TESIS:

NOMBRE

Alejandro Cuauhtémoc Ramírez Reivich

FIRMA

Investigación analítica y experimental de la influencia de amortiguadores de masa sintonizada y electromagnéticos de masa sintonizada en vibraciones libres fuera del plano de *cable robots* planos

Resumen

En esta investigación se estudia un tipo de vibración no lineal, esta vibración tiene una de sus representaciones en los *cable robots*, específicamente en las configuraciones planares de *cable robots* completamente restringidos. En estas configuraciones el efector final u órgano terminal del robot no tiene una restricción mecánica directa en la dirección ortogonal al plano de trabajo. Esto provoca vibraciones en esta dirección las cuales tienen un prolongado tiempo de asentamiento y una gran amplitud vibratoria en comparación con las vibraciones en sus otros cinco grados de libertad. En esta investigación, el comportamiento mencionado fue modelado matemáticamente y se encontró que estas características de prolongado tiempo de asentamiento y gran amplitud vibratoria se deben a una zona de baja rigidez y baja disipación energética centradas en el punto de equilibrio del sistema dinámico. Con el objetivo de reducir el tiempo de asentamiento de la vibración en el contexto del uso en *cable robots*, en esta investigación se estudió la implementación de amortiguadores de masa sintonizada y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada. El sistema dinámico completo fue modelado en los casos sin amortiguador, con amortiguador de masa sintonizada y con amortiguador electromagnético de masa sintonizada; se incluyeron en los modelos las no linealidades geométricas que provocan el comportamiento característico, así como masa, fricciones viscosas, secas y elasticidades. Se construyó un banco de pruebas para validar experimentalmente los resultados obtenidos por las simulaciones del modelo matemático. Se encontró que el amortiguador de masa sintonizada reduce el tiempo de asentamiento en un 14.48%, y que el amortiguador electromagnético de masa sintonizada también es capaz de hacerlo, pero su efectividad depende de la fricción viscosa y seca. Finalmente, se propuso el diseño de un nuevo amortiguador electromagnético de masa sintonizada, el cual explota las características encontradas en la investigación y tiene el efecto de aumentar su eficiencia energética.

Índice

Resumen	i
Índice	ii
Lista de figuras	v
Lista de tablas	viii
Lista de símbolos	ix
Capítulo 1. Introducción	- 1 -
1.1 Visión general de la investigación	- 1 -
1.2 Motivaciones	- 3 -
1.3 Planteamiento del problema	- 3 -
1.4 Preguntas de investigación e hipótesis	- 5 -
1.5 Objetivos	- 6 -
1.6 Resumen de las contribuciones	- 7 -
Capítulo 2. Estado del arte	- 8 -
2.1 <i>Cable robots</i>	- 8 -
2.1.1 Ventajas de los <i>cable robots</i>	- 10 -
2.1.2 Clasificaciones de los <i>cable robots</i>	- 11 -
2.1.3 Modelado de <i>cable robots</i>	- 13 -
2.2 Las vibraciones en los <i>cable robots</i>	- 15 -
2.3 Amortiguadores	- 17 -
2.3.1 Amortiguadores de masa sintonizada	- 18 -
2.3.2 Amortiguador electromagnético.	- 19 -
2.3.3 Amortiguador electromagnético de masa sintonizada.	- 19 -
2.4 No linealidades geométricas	- 19 -
Capítulo 3. Modelado matemático	- 21 -
3.1 Las vibraciones fuera del plano	- 21 -
3.2 Vibraciones geoméricamente no lineales	- 23 -
3.2.1 No linealidades geométricas de resortes	- 24 -
3.2.2 No linealidades geométricas de amortiguadores	- 26 -
3.3 Tabla comparativa de modelos matemáticos	- 27 -
3.4 Los modelos lineales	- 30 -
3.4.1 El oscilador lineal (1_1_OL)	- 30 -
3.4.2 El amortiguador electromagnético (2_1_AE)	- 31 -

3.4.3 El amortiguador de masa sintonizada (3_1_AMS)	- 31 -
3.4.4 El amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_1_AEMS)	- 32 -
3.5 Los modelos no lineales	- 33 -
3.5.1 Oscilador de un grado de libertad (1_2_ONL).....	- 34 -
3.5.2 Amortiguador de masa sintonizada (3_2_AMS_NLE)	- 37 -
3.5.3 Amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_2_AEMS_NLE) ...	- 39 -
3.6 Relaciones entre parámetros	- 43 -
Capítulo 4. Banco de pruebas de oscilaciones geoméricamente no lineales	- 45 -
4.1 Diseño del banco de pruebas	- 45 -
4.2 Diagrama general del banco de pruebas.....	- 47 -
4.3 La estructura principal	- 49 -
4.3.1 Tensores de cable	- 50 -
4.3.2 Conjunto de sensores laser	- 51 -
4.4 El efector final (1er gdl)	- 52 -
4.4.1 Cubo de efector final.....	- 52 -
4.4.2 Campo magnético variable	- 52 -
4.4.3 Desplazamiento de amortiguadores (2 gdl).....	- 54 -
4.5 Instrumentación electrónica.....	- 57 -
4.5.1 Sensores	- 57 -
4.5.2 Equipo de adquisición de datos	- 58 -
4.5.3 Interfaz gráfica de usuario	- 59 -
4.6 El protocolo experimental	- 59 -
4.7 Parámetros del sistema dinámico.....	- 61 -
Capítulo 5. Resultados.....	- 63 -
5.1 Zonas de baja rigidez y baja disipación energética.....	- 63 -
5.2 Vibración libre fuera del plano (1_2_ONL).....	- 66 -
5.2.1 Simulaciones tridimensionales con parámetros m_e y l_{o1}	- 66 -
5.2.2 Respuestas en el tiempo	- 67 -
5.3 Vibración con Amortiguador de masa sintonizada (3_2_AMS_NLE)	- 74 -
5.3.1 Simulaciones tridimensionales con parámetros m_a , k_a , b_a y μ	- 74 -
5.3.2 Respuestas en el tiempo	- 77 -
5.4 Vibración con amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_2_AEMS_NLE).....	- 81 -
5.4.1 Simulaciones tridimensionales con parámetros C_{em} y R_l	- 81 -

5.4.2 Respuestas en el tiempo	- 83 -
5.5 Comparación entre vibración libre, con AMS y con AEMS	- 88 -
Capítulo 6. Diseño de un AEMS de bajo amortiguamiento parásito	- 90 -
6.1 Principio de funcionamiento	- 90 -
6.2 Propuesta conceptual.....	- 92 -
6.3 Propuesta del banco de pruebas.....	- 94 -
Capítulo 7. Conclusiones	- 96 -
Anexo 1 – Determinación de parámetros viscoelásticos de cables	- 100 -
Anexo 2 - Programa para modelo 1_2_ONL.....	- 106 -
Anexo 3 – Programa para modelo 3_2_AMS_NLE	- 110 -
Anexo 4 – Programa para modelo 4_2_AEMS_NLE.....	- 121 -
Bibliografía.....	- 131 -

Lista de figuras

Figura 1. Diagrama de un <i>cable robot</i> en configuración plana, tomado de [23].	4 -
Figura 2. Diagrama de un AEMS, tomado de [26].	4 -
Figura 3. <i>Cable robot</i> de Cyber Labs desarrollado para simulación. Tomado de [11].	9 -
Figura 4. Vista aérea de FAST, en negro se remarcan los cables usados para mover el efector final, tomada de [16].	10 -
Figura 5. <i>Cable robot</i> no suspendido redundante IPAnema. Tomado de [22].	12 -
Figura 6. Vectores de fuerza y posición para modelar un <i>cable robot</i> . Tomado de [18].	13 -
Figura 7. Diagrama simplificado de un <i>cable robot</i> plano, el plano de trabajo es x_f y y_f , las vibraciones fuera del plano se presentan en la dirección z_f .	22 -
Figura 8. Vista lateral del <i>cable robot</i> plano, las vibraciones fuera del plano se presentan en la dirección z_f .	23 -
Figura 9. Diagrama del modelo dinámico geoméricamente no lineal del cable de acero trenzado.	24 -
Figura 10. Diagrama del oscilador lineal.	30 -
Figura 11. Diagrama del amortiguador electromagnético.	31 -
Figura 12. Diagrama de amortiguador de masa sintonizada.	32 -
Figura 13. Diagrama de amortiguador electromagnético de masa sintonizada.	33 -
Figura 14. Diagrama dinámico del modelo 1_2_ONL.	34 -
Figura 15. Diagrama dinámico del modelo 3_2_AMS_NLE.	38 -
Figura 16. Diagrama dinámico del modelo 4_2_AMS_NLE.	40 -
Figura 17. Diagrama de las dimensiones del cable robot plano.	44 -
Figura 18. Diagrama funcional con funciones principales.	45 -
Figura 19. Diagrama funcional con todas las funciones.	46 -
Figura 20. Diagrama del banco de pruebas.	48 -
Figura 21. Vista general del banco de pruebas.	49 -
Figura 22. Estructura principal del banco de pruebas.	50 -
Figura 23. Tensor de cable.	51 -
Figura 24. Conjunto de sensores laser.	52 -
Figura 25. Efector final con sus dos grados de libertad y los sensores laser.	53 -
Figura 26. Cubo de efector final.	53 -
Figura 27. Modelo en CAD y construcción del campo magnético variable.	54 -
Figura 28. Ensamble del segundo grado de libertad.	55 -
Figura 29. Buje maquinado para minimizar la fricción.	55 -
Figura 30. Ensamble del segundo grado de libertad.	56 -
Figura 31. CAD de 1° y 2° grado de libertad.	56 -
Figura 32. Celda de carga Omega 3 kg.	57 -
Figura 33. Sensor laser de posición Omron.	58 -
Figura 34. Computadora industrial PXI con los módulos incorporados.	58 -
Figura 35. Interfaz gráfica de usuario para la lectura y guardado de los datos.	59 -

Figura 36. Fuerza en z debida a resortes para diferentes valores de elasticidad. .	- 64 -
Figura 37. Fuerza en z debida a los amortiguadores para diferentes valores de velocidad.....	- 64 -
Figura 38. Izquierda, comparación de resorte geoméricamente no lineal contra resortes lineales, suaves y duros. Derecha, comparación de amortiguador geoméricamente no lineal contra amortiguadores lineales.	- 65 -
Figura 39. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros $m_e - l_{o1}$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, 1gdl.	- 66 -
Figura 40. Gráficas de la variación de m_e y l_{o1} en el tiempo de asentamiento, vistas en dos dimensiones.	- 67 -
Figura 41. Datos simulados y reales de vibraciones libres.	- 68 -
Figura 42. Respuesta en el tiempo de vibración libre del 1gdl, datos simulados y reales, diferentes posiciones iniciales.	- 70 -
Figura 43. Respuestas en el tiempo de tres ensayos de vibración libre de 1gdl lanzados a 30mm.....	- 71 -
Figura 44. Respuestas en el tiempo de tres ensayos de vibración libre de 1gdl lanzados a 20 mm.....	- 72 -
Figura 45. Respuestas en el tiempo de tres ensayos de vibración libre de 1gdl lanzados a 10 mm.....	- 73 -
Figura 46. Grafica tridimensional de la variación de parámetros $m_a - k_a$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, 2 gdl.	- 75 -
Figura 47. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros $b_a - m_u$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, 2 gdl.	- 76 -
Figura 48. Grafica tridimensional de la variación de parámetros $m_u - b_a$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, vista de planta, 2 gdl.....	- 76 -
Figura 49. Resultados analíticos y experimentales de la vibración del 1er gdl con AMS.....	- 77 -
Figura 50. Primer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AMS.....	- 78 -
Figura 51. Segundo ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AMS.....	- 79 -
Figura 52. Tercer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AMS.....	- 80 -
Figura 53. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros $C_{em} - R_l$ y su efecto en el tiempo de asentamiento.	- 82 -
Figura 54. Gráfica tridimensional extendida de la variación de parámetros $C_{em} - R_l$	- 83 -
Figura 55. Resultados analíticos y experimentales de la vibración del 1er gdl con AEMS.	- 84 -
Figura 56. Primer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AEMS.	- 85 -
Figura 57. Segundo ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AEMS.	- 86 -
Figura 58. Tercer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AEMS.	- 87 -
Figura 59. Comparativa entre los tiempos de asentamiento en los casos de vibración libre, con AMS y con AEMS.	- 89 -
Figura 60. Estructura vibratoria, a la izquierda AEMS lineal, a la derecha AEMS basado en cable.....	- 91 -
Figura 61. Diagrama de propuesta conceptual del diseño.....	- 93 -

Figura 62. Banco de pruebas para evaluar la propuesta de diseño..... - 95 -
Figura 63. Primera versión de la primera generación del banco de pruebas para viscosidad..... - 101 -
Figura 64. Segunda versión de la primera generación del banco de pruebas para viscosidad..... - 102 -
Figura 65. Primera versión de la segunda generación del banco de pruebas para viscosidad..... - 103 -
Figura 66. Diagrama del experimento de máquina para determinar parámetros viscoelásticos de cables de acero..... - 104 -
Figura 67. Segunda versión de la segunda generación para la determinación de parámetros viscoelásticos..... - 105 -
Figura 68. Diferencias entre curvas para longitudes de cable de 50 cm, 100 cm y 175 cm..... - 105 -

Lista de tablas

Tabla 1. Comparativa de modelos matemáticos.....	- 29 -
Tabla 2. Parámetros del modelo 1_2_ONL.....	- 36 -
Tabla 3. Parámetros del modelo 3_2_AMS_NLE.....	- 39 -
Tabla 4. Parámetros del modelo 4_2_AEMS_NLE.....	- 42 -
Tabla 5. Funciones del banco de pruebas y su solución.....	- 47 -
Tabla 6. Parámetros reales del sistema dinámico.....	- 61 -
Tabla 7. Tiempos de asentamiento de lanzamientos a diferentes posiciones iniciales.	- 68 -
Tabla 8. Tiempos de asentamiento reales de lanzamientos a diferentes amplitudes.	- 73 -
Tabla 9. Tiempos de asentamiento reales con amortiguador de masa sintonizada.....	- 80 -
Tabla 10. Tiempos de asentamiento reales con amortiguador electromagnético de masa sintonizada.....	- 88 -
Tabla 11. Comparación de los tiempos de asentamiento de vibración libre. con AMS y con AEMS.....	- 88 -
Tabla 12. Generaciones y versiones de bancos de pruebas para determinar parámetros viscoelásticos de cables de acero.....	- 100 -

Lista de símbolos

CDPR	Cable driven parallel robot (Robot paralelo accionado por cable)
AMS	Amortiguador de masa sintonizada
AEMS	Amortiguador electromagnético de masa sintonizada
OL	Oscilador lineal
AE	Amortiguador electromagnético
ONL	Oscilador no lineal
AE_NL	Amortiguador electromagnético con no linealidades
AMS_NLE	Amortiguador de masa sintonizada con no linealidades en la estructura
AEMS_NLE	Amortiguador electromagnético de masa sintonizada con no linealidades en la estructura
AMS_NLA	Amortiguador de masa sintonizada con no linealidades en el amortiguador
AEMS_NLA	Amortiguador electromagnético de masa sintonizada con no linealidades en el amortiguador
1 gdl	Primer grado de libertad
2 gdl	Segundo grado de libertad
h_f	Marco de referencia Newtoniano
z_1	Coordenada de posición del 1er grado de libertad
z_2	Coordenada de posición del 2do grado de libertad
θ_n	Ángulo de inclinación del enésimo cable
f_{kzn}	La fuerza en z_f debida exclusivamente al resorte
f_{bzn}	La fuerza en z_f debida exclusivamente al amortiguador
m_e	Masa de la estructura
b_f	Coefficiente de fricción masa - aire
k_{c1}	Constante de resorte de cable
b_{c1}	Coefficiente de fricción viscosa del cable
T_w	Tensión extra debida al peso del efector final
l_{o1}	Longitud original de los cables
f_{pt1}	Pretensión en los cables
m_a	Masa del amortiguador

b_a	Coeficiente de fricción viscosa del amortiguador
μ	Coeficiente de fricción seca del amortiguador
k_b	Constante de resorte del amortiguador
C_{em}	Coeficiente de acoplamiento electromecánico
R_e	Resistencia eléctrica de la bobina
R_l	Resistencia eléctrica de la carga

Capítulo 1. Introducción

En este capítulo se presenta un panorama general de la investigación, se comenta sobre el contexto en el cual se trabajó, como inició la investigación, cuáles fueron las motivaciones y como se plantea el problema de investigación. También se presenta cuáles fueron las hipótesis y los objetivos planteados. Finalmente se presenta una lista de los principales productos académicos, científicos y tecnológicos generados por esta investigación.

1.1 Visión general de la investigación

Las vibraciones mecánicas son un tópico de la disciplina de la dinámica que ha sido ampliamente estudiado en enfoques tanto teóricos como prácticos [1]. Hoy en día existe una gran base de conocimientos al respecto, ésta se extiende desde vibraciones lineales libres no amortiguadas de un grado de libertad [2], hasta vibraciones de multi cuerpos flexibles en el espacio tridimensional [3]. En medio de esto se encuentra el tema de esta investigación, el cual aborda las oscilaciones geoméricamente no lineales [4], [5], [6] y [7] en el contexto de los *cable robots* [8]. El aporte al conocimiento en este sentido se da en forma de modelos matemáticos y en forma de propuesta de una configuración mecánica real que logra que se cumpla el comportamiento modelado.

Existen diferentes generaciones de robots, los más usados en la industria son los conocidos como brazos robóticos selectivos de ensamblaje o SCARA [9] según sus siglas en Ingles, estos son robots seriales cuyo último eslabón se encuentra referenciado al penúltimo, y el penúltimo referenciado al antepenúltimo, así de manera sucesiva hasta llegar a tierra mecánica. La desventaja de esta configuración es que las deformaciones por flexión se acumulan en cada eslabón, por lo tanto, para lograr gran precisión es necesario sobredimensionar los eslabones para aumentar su rigidez, disminuyendo con esto sus velocidades y aceleraciones y aumentando el consumo energético. Los robots paralelos son la siguiente generación de robots, su principal característica es que todos sus eslabones se encuentran en un extremo referenciados a tierra mecánica, y por el otro están referenciados al efector final [10]. Las ventajas de este tipo de robots es que el peso se reparte de manera más uniforme entre todos los eslabones del robot, además las deformaciones no se acumulan en cada eslabón. Las consecuencias de esto es la posibilidad de conseguir una mayor precisión y mayores velocidades y aceleraciones.

Los *cable robots* son un tipo de robots paralelos que utilizan elementos flexibles en lugar de elementos rígidos para mover el efector final u órgano terminal en el espacio de trabajo [8] y [11]. Por lo general estos elementos flexibles son cables de acero trenzado. La forma en la que el efector final se mueve a través del espacio de trabajo es mediante la retracción y extensión coordinada de estos cables. El desarrollo de esta tecnología tiene unos 31 años [12] y [13] al momento de la escritura de este trabajo.

La tecnología consolidada es tecnología que está bien estudiada y debido a esto existen varias aplicaciones a nivel industrial. La tecnología punta es aquella de nueva creación y que requiere de investigación y desarrollo para mejorar su desempeño y eliminar las problemáticas que presenta. Los *cable robots* son tecnología punta, algunas aplicaciones se han propuesto [14], [15] y [16], pero aún se están desarrollando soluciones a los retos que presenta. Entre los diversos retos que se están resolviendo en diferentes universidades y centros de investigación alrededor del mundo son el área de trabajo [17], la cinemática inversa [18], dinámica inversa [19] y vibraciones mecánicas [20] entre otros. Este último problema, la vibración, es la cuestión en la que está centrada esta investigación.

Existen diferentes tipos y formas de configurar *cable robots*. Existen los suspendidos [21], en los cuales el efector final se encuentra suspendido y se hace uso de la gravedad como un actuador más, otro tipo en esta categoría son los completamente restringidos [22]. En cuanto a espacio de trabajo se puede hablar de los *cable robots* espaciales y los planares. Esta investigación se centró en las configuraciones planares completamente restringidas debido a las peculiaridades vibratorias que se presentan en esta configuración. El efector final de este tipo de *cable robots* vibra en sus seis grados de libertad, pero debido a una falta de restricción mecánica directa en la dirección fuera del plano de trabajo, el efector final vibra con una gran amplitud y prolongado tiempo de asentamiento en esta dirección en comparación con los otros grados de libertad [23]. En esta investigación se encontró que estas características son debidas a que existe una zona de baja disipación energética y baja rigidez las cuales están centradas en el punto de equilibrio de este sistema dinámico oscilatorio.

Para disminuir el tiempo de asentamiento de esta vibración se requiere de un amortiguador que no esté referenciado a tierra mecánica, esto es un amortiguador flotante que este referenciado al efector final. Para esto se pensó en amortiguadores de masa sintonizada [24] y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada [25]. Estos funcionan como un segundo grado de libertad y disipan la energía mecánica vibratoria del efector final, el cual es el primer grado de libertad. Con esto se logró disminuir la amplitud vibratoria del efector final ante una condición inicial de posición. Para lograr esto se modeló matemáticamente el sistema vibratorio, incluyendo sus peculiaridades las cuales son no linealidades geométricas. También se diseñaron y construyeron bancos de pruebas para realizar la validación de los modelos matemáticos. Se variaron los parámetros que se consideraron más influyentes en el fenómeno vibratorio.

Finalmente se validó experimentalmente el modelo matemático generado de la vibración geoméricamente no lineal, y se demostró analítica y experimentalmente que los amortiguadores de masa sintonizada y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada son viables para reducir el tiempo de asentamiento de la vibración libre del primer grado de libertad. También, con ayuda del banco de pruebas, se presentó una propuesta práctica de cómo llevar al mundo físico ese tipo de vibración geoméricamente no lineal y como manipularla variando los parámetros.

1.2 Motivaciones

Existe en diversas aplicaciones la necesidad de manipular objetos de forma automática y repetible, esta necesidad ha sido poco a poco solventada por los desarrollos de la robótica [9], mediante la cual se han implementado diversos manipuladores automáticos. Las necesidades específicas de movimiento son tan grandes como el número de aplicaciones en la industria, pero es posible realizar algunas generalizaciones sobre características que deberían tener estos manipuladores. Entre estas características se encuentran la alta precisión, alta velocidad, alta confiabilidad, bajo costo tanto de manufactura como de operación. Algunas de estas necesidades son claramente solventadas por las características que presentan los *cable robots*, son rápidos, ligeros, sencillos en su construcción.

Según se ha visto en la revisión de la bibliografía, el nivel de desarrollo de los *cable robots* se encuentra en una etapa en la que es necesario ya no solo analizarlo, si no también comenzar a proponer soluciones a los principales problemas que evitan su uso de manera masiva a nivel industrial. En este caso, los métodos de supresión de vibraciones son una de esas soluciones, y es necesario investigar su viabilidad y nivel de impacto.

El conocimiento del nivel de atenuación de las vibraciones fuera del plano que puede presentar un *cable robot* plano cuando se le implementa un amortiguador de masa sintonizada o un amortiguador electromagnético de masa sintonizada, permitirá diseñar *cable robots* y establecer niveles de tensión en los que el consumo energético sea menor, así como menores costos de manufactura. Estos resultados contribuyen al conocimiento y control de los *cable robots*, los cuales tiene grandes ventajas con respecto a los robots tradicionales al alcanzar mayores velocidades debido a su baja masa y tener un menor consumo energético.

1.3 Planteamiento del problema

En un *cable robot* plano completamente restringido que no se encuentra ejecutando una trayectoria, el efector final presenta vibraciones indeseadas fuera del plano de trabajo. Debido a su configuración planar, no existe una restricción mecánica directa en la dirección fuera del plano, pero existen diversos factores que pueden provocar esta vibración, algunos de ellos son perturbaciones externas, irregularidades en la geometría y masa del efector final, así como componentes de fuerzas en el eje Z, debidas a su vez a inexactitudes en la manufactura y en el ensamble mecánico. El efector final de estos robots presenta vibraciones en sus seis grados de libertad, pero son las vibraciones fuera del plano las que tienen una magnitud significativamente mayor a tal nivel que el resto de las cinco vibraciones pueden considerarse despreciables [23]. En la fig. 1 se muestra un cable robot plano, la distancia " d " es la amplitud de la vibración en la dirección de z.

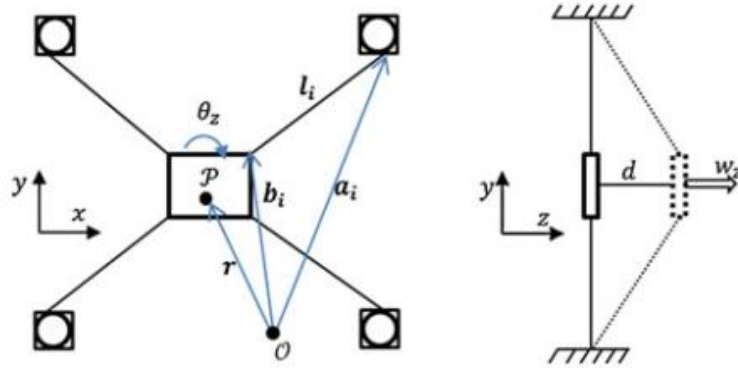


Figura 1. Diagrama de un *cable robot* en configuración plana, tomado de [23].

Para resolver este problema se propone el uso de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) [24] y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS) [25]. Estos son amortiguadores flotantes que están referenciados al efector final. El AMS disipa energía con la fricción y el AEMS convierte parte de la energía mecánica vibratoria del efector final en energía eléctrica útil. La forma de representar el efecto de un amortiguador electromagnético de masa sintonizada sobre las vibraciones fuera del plano de un *cable robot* es mediante un sistema dinámico de dos masas y un circuito eléctrico [26] como se muestra en la fig. 2.

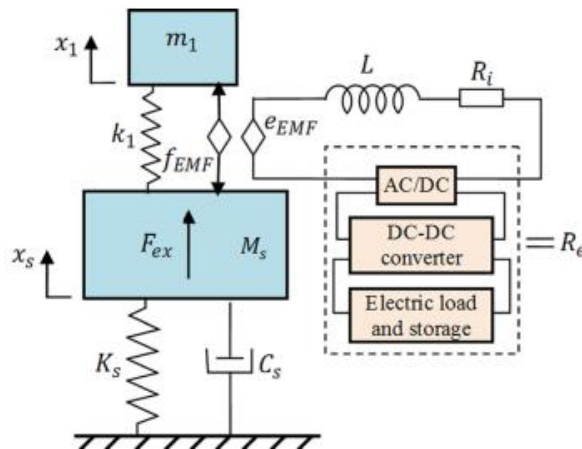


Figura 2. Diagrama de un AEMS, tomado de [26].

La extracción de energía mecánica vibratoria de una estructura resulta necesariamente en amortiguamiento, el cual es importante caracterizar pues está directamente relacionado con la amplitud y duración de las vibraciones. Es posible determinar experimentalmente los valores de K_s y C_s de la estructura y comparar su respuesta en el tiempo antes y después de la integración del AEMS. Los valores de K_s y C_s están en función del nivel de tensión de los cables.

Desde un punto de vista de sistemas dinámicos de multicuerpos rígidos, se desea conocer la respuesta en el tiempo de la masa de la estructura, esta es el efector final, ante la implementación de AMS y AEMS. Se desea conocer la cuantificación de la atenuación

de las vibraciones, para esto se hace uso de la variable de respuesta “tiempo de asentamiento”.

1.4 Preguntas de investigación e hipótesis

El proceso de investigación que se siguió para la realización de esta investigación es analítico y experimental. Primero se planteó un modelo matemático en función a las observaciones realizadas, este modelo matemático se simuló mediante técnicas computacionales. Posteriormente se diseñó y fabricó un banco de pruebas para variar parámetros y validar el modelo matemático. Como suele suceder en el método científico, con las segundas observaciones experimentales fue necesario actualizar el modelo matemático, pues se requería incorporar el fenómeno de la fricción seca. Finalmente, se ajustó del modelo y se validó la efectividad de los amortiguadores de masa sintonizada (AMS) y los amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS). Las preguntas que guiaron la investigación son las siguientes.

1. ¿Por qué las vibraciones fuera del plano de *cable robots* de configuración planar presentan grandes amplitudes vibratorias y prolongados tiempos de asentamiento en comparación con la vibración de los otros cinco grados de libertad?
2. ¿Cuál es el efecto de la implementación de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) en el tiempo de asentamiento de las vibraciones fuera del plano del efector final de *cable robots* en configuración planar?
3. ¿Cuál es el efecto de la implementación de amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS) en el tiempo de asentamiento de vibraciones fuera del plano de *cable robots* en configuración planar?

Las anteriores preguntas de investigación giraron principalmente en torno a dos cuestiones, la primera es la explicación del fenómeno de las vibraciones fuera del plano, el entenderlo y modelarlo. La segunda se relaciona con influir en el fenómeno, con el manipularlo para cambiar su comportamiento. Las hipótesis que se han generado para las dos cuestiones mencionadas surgen, en primera instancia de la observación. En el caso de la primera pregunta, al no haber una restricción mecánica directa el nivel de libertad de movimiento en esta dirección es mayor. En el segundo caso, para el uso de los amortiguadores, la hipótesis nace del conocimiento y la experiencia previa. Los amortiguadores de masa sintonizada y electromagnéticos de masa sintonizada han sido usados exitosamente en la reducción de vibraciones principalmente en estructuras civiles. Fue la labor de esta investigación el explorar su funcionamiento en este tipo de fenómeno vibratorio. Los enunciados de las hipótesis se muestran a continuación.

Hipótesis 1

Las características de gran amplitud vibratoria y prolongado tiempo de asentamiento se deben a la falta de una restricción mecánica directa en la dirección ortogonal al plano de trabajo. El efecto de oscilación es similar a un efecto pendular.

Hipótesis 2

El uso de un amortiguador de masa sintonizada (AMS) en el peculiar fenómeno vibratorio que se genera en las oscilaciones fuera del plano de *cable robots* planos, produce una disminución del tiempo de asentamiento. Lo anterior es debido a que parte de la energía mecánica vibratoria del efector final se disipará en forma de calor y sonido en la fricción del amortiguador.

Hipótesis 3

El uso de amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS) en el peculiar fenómeno vibratorio que se genera en las oscilaciones fuera del plano de *cable robots* planos, produce una disminución del tiempo de asentamiento. Lo anterior es debido a que parte de la energía mecánica vibratoria del efector final se disipará en forma de calor y sonido en el amortiguador y la resistencia eléctrica.

1.5 Objetivos

El objetivo de esta investigación es determinar la influencia de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS) en la atenuación de las vibraciones fuera del plano de *cable robots* planos. Se tiene los siguientes objetivos específicos.

1. **Modelar** el comportamiento dinámico de las vibraciones fuera del plano de *cable robots* planos en los casos sin amortiguador, con amortiguador de masa sintonizada (AMS) y con amortiguador electromagnético de masa sintonizada (AEMS).
2. **Experimentar** con las vibraciones fuera del plano en los casos sin amortiguador, con amortiguador de masa sintonizada (AMS) y con amortiguador electromagnético de masa sintonizada (AEMS). Esto implica la construcción de un banco de pruebas en donde los parámetros importantes puedan ser variados.
3. **Diseñar** y fabricar prototipos de los amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada planteados. Además de explotar el conocimiento generado en forma de nuevos diseños de máquinas.

Los objetivos que se plantearon están alineados con la filosofía del grupo de investigación CDMIT, el cual tiene como objetivo el generar conocimiento y explotarlo en nuevos productos y diseños [27]. Esto se pone de manifiesto desde el primer objetivo, en el cual lo que se busca es entender el fenómeno físico a través de modelarlo, esta es la parte de generación del conocimiento. La experimentación es parte esencial de la

validación del conocimiento generado y finalmente, la propuesta de nuevos diseños o máquinas conlleva a la explotación del conocimiento generado.

1.6 Resumen de las contribuciones

El objetivo del proceso de investigación doctoral tiene dos directrices, la primera es formar a un futuro investigador en el planteamiento y ejecución de proyectos de investigación, la segunda es el generar conocimiento en un área en específico con esta investigación.

Existen diferentes evidencias del cumplimiento de las directrices previamente planteadas, entre ellas están la redacción adecuada de la tesis doctoral y la defensa de la misma ante un jurado. Pero la prueba internacionalmente aceptada de una contribución en un campo del conocimiento específico es la escritura de artículos científicos y su aceptación en revistas científicas preferente indizadas. En este sentido, los productos académicos, científicos y tecnológicos de esa investigación doctoral se resumen en los siguientes puntos.

1. Artículo de congreso Nacional – SOMIM 2019 – Sinaloa, México
2. Presentación en congreso Internacional – ICMET 2018 – Vanc, Canadá
3. Artículo de congreso Internacional – IMECE ASME 2019 – Salt Lake, USA
4. Presentación en congreso Internacional – ICMMR 2020 - Berkeley, USA
5. Revista indexada (Scopus, SCImago) – IJMERR 2019
6. Revista indexada (Scopus, SCImago) – IJMERR 2020
7. Revista indexada (JCR, Scopus, SCImago) – JV&A (Borrador)
8. Patente en México (En elaboración)

Capítulo 2. Estado del arte

En el presente capítulo se presenta una revisión del estado del arte. Se parte del tema general de la robótica de manipuladores seriales y paralelos, sus ventajas y desventajas; posteriormente se especifica sobre *cable robots* como un tipo especial de robot paralelo. Se habla sobre sus clasificaciones, sus ventajas, sus aplicaciones, las problemáticas actuales en estudio para seguidamente centrar la revisión bibliográfica en la vibración de *cable robots*. Se especifica que se estudiará en específico de las vibraciones fuera del plano de *cable robots* planares. En seguida se aborda la literatura pertinente con respecto a AMS y AEMS. Finalmente, se cementa sobre los trabajos realizados en el área de las vibraciones con no linealidades geométricas. Con esta revisión y análisis del estado del arte se ubicó el área de oportunidad de la investigación.

2.1 *Cable robots*

Hoy en día existen diferentes tipos y generaciones de robots. Desde los robots seriales convencionales [9] hasta los nuevos robots flexibles biomiméticos. Cada uno de estos tipos de robots tiene sus retos y áreas de investigación y aplicación [28]. Los más usados en la industria de la transformación son los robots seriales, en estos el último eslabón se encuentra referenciado al penúltimo, y el penúltimo referenciado al antepenúltimo, así de manera sucesiva hasta llegar a tierra mecánica. La desventaja de esta configuración es que las deformaciones por flexión se acumulan en cada eslabón, por lo tanto, para lograr gran presión es necesario sobredimensionar los eslabones para aumentar su rigidez, disminuyendo con esto sus velocidades y aceleraciones y aumentando su consumo energético.

Los robots paralelos resuelven algunas de las desventajas que se presentan en los robots seriales [10], la característica principal de su configuración mecánica es que sus eslabones no están conectados entre sí, si no que cada eslabón está conectado por un extremo al efector final y por el otro extremo a un actuador. De esta forma cada eslabón solo sostiene una fracción del peso de la carga y no debe de cargar con el peso de los demás eslabones. Esta configuración tiene como resultado mayores velocidades y aceleración sin aumentar el consumo energético y sin sobredimensionar la estructura mecánica o la potencia de los actuadores.

En la siguiente etapa de la evolución en robótica se encuentran los *cable robots* [8], los cuales son en esencia robots paralelos, pues en un extremo de sus eslabones se encuentra el efector final y en el otro extremo se conectan a tierra mecánica. La diferencia con respecto a los robots paralelos convencionales es que sus eslabones son elementos flexibles en lugar de elementos rígidos, por lo regular cable de acero trenzando, aunque también se ha experimentado con algunas otras fibras poliméricas. Con este cambio, se logran mayores velocidades y aceleraciones, menores consumos energéticos, mayores áreas de trabajo y configuraciones mecánicas más simples. En la fig. 3 se muestra un

popular *cable robot* desarrollado por Cyberneum Labs del Max Plank Institute For Biological Cybernetics [11] usado para simulación de entornos.

El primer trabajo formal que se puede rastrear en relación con el uso de cables controlados automáticamente fue un trabajo de cinemática y dinámica de manipuladores en USA escrito por Dagalakis et al [12] en 1989, éste tenía el objetivo de comenzar el estudio de un sistema computarizado que reemplazaría a las grúas convencionales en el trabajo de carga y descargar de navíos. Un año después se presentó en Japón una propuesta similar escrita por Higuchi et al [13], en esta ocasión se aplicó a la construcción, este proyecto tenía el enfoque de ensamble de edificios y mantenimiento de fachadas. Algunos de los principales trabajos en los cuales se visualiza la evolución de esta tecnología se muestran en [29] en donde se presenta uno de los primeros trabajos en diseño y control, en [30] donde se aborda la unión de *cable robots* y manipuladores paralelos, en [18] donde se presentaron actualizaciones al modelo, en [31] donde se comienza a abordar el concepto de redundancia en *cable robots* y se propone una forma de control, en [32] donde se analiza la distribución de la fuerza en los cables usando la terminología plataforma Stewart basada en tendones en lugar del concepto de *cable robots*, en [33] donde se comienzan a proponer aplicaciones en rehabilitación médica, en [34] donde se comenzó a estudiar fenómenos relacionados a las grandes dimensiones de los robots como es el efecto de colgado de los cables debido a su peso, en [35] donde se presenta una aplicación de robot en el espacio tridimensional usando un *cable robot* suspendido, en [36] cuya investigación aumentó la complejidad involucrando la unión de los conceptos de sobre restricción y distribución de la fuerza y en [37] en donde se unen los conceptos de espacio de trabajo, rigidez y masa del cable en casos de *cable robots* suspendidos.



Figura 3. *Cable robot* de Cyber Labs desarrollado para simulación. Tomado de [11].

2.1.1 Ventajas de los *cable robots*

Algunas de las ventajas de estos *cable robots* en comparación con robots de otro tipo es su gran área de trabajo, esto es debido a que los cables pueden tener longitudes de docenas e incluso cientos de metros y tienen la capacidad de ser enrollados y desenrollados en carretes, un ejemplo muy conocido son las cámaras móviles en los estadios deportivos, conocidas por su nombre en inglés como “sky cams” [14] y el proyecto similar de nombre “cable cam” [38]. Los inicios de las aplicaciones de gran escala en *cable robots* se encuentran en los trabajos de desarrollo de grúas automatizadas [15] y [39]. Otro ejemplo en la ingeniería de un *cable robot* de gran área de trabajo es el telescopio esférico de 500 metros de apertura en china o FAST por sus siglas en inglés, los investigadores relacionados en el proyecto han publicado artículos desde diferentes perspectivas [16]. Una fotografía de FAST se muestra en la fig. 4. Otra aplicación de grandes dimensiones es el reflector largo adaptativo (LAR) por sus siglas en inglés el cual fue reportado en [40]. Finalmente en este rubro se puede mencionar al proyecto CoGiRo el cual cuenta con grandes dimensiones y puede ser aplicado en naves industriales para el transporte de maquinaria y materiales [41], [42] y [43].

Con respecto a sus aceleraciones y velocidades, se encuentra que pueden alcanzar altos valores en comparación con otros tipos de robots, esto se debe a la disminución de la masa en movimiento, los cables son más ligeros que los eslabones rígidos lo cual implica una menor inercia y por lo tanto mayores aceleraciones y velocidades. Un ejemplo de los niveles que se pueden conseguir se presenta en [20] y [44] en los cuales Kawamura y su equipo de investigación lograron aceleraciones de 43 g y velocidades pico de 13 m/s aún con motores relativamente pequeños.

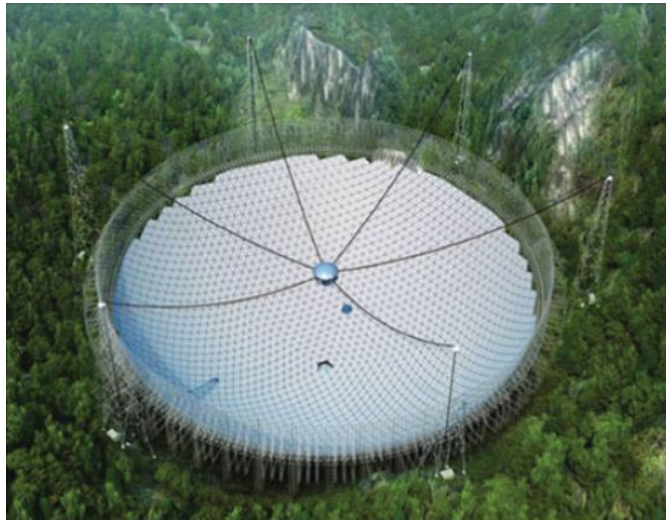


Figura 4. Vista aérea de FAST, en negro se remarcan los cables usados para mover el efector final, tomada de [16].

Los *cable robots* tienen una gran capacidad de carga en comparación con otro tipo de robots. Los robots seriales consumen una gran cantidad de energía y su capacidad de carga es baja, esto es debido a que cada actuador debe de cargar la carga y también los

eslabones y actuadores que están después que él. Los robots paralelos de eslabones rígidos dieron un salto al modificar esta relación de variables, éstos tienen un bajo consumo energético y una mayor capacidad de carga, como se puede inferir, esto es debido a que cada eslabón carga solo una fracción del peso de la carga y no debe cargar otros eslabones o actuadores. Los *cable robots*, los cuales son robots paralelos, tienen una mejor capacidad de carga debido en comparación a la masa en movimiento, esto es debido a que los cables de acero trenzado tienen alta resistencia a la tensión y poca masa. Un ejemplo de esto se puede apreciar en el prototipo de Tempel et al [45].

Los *cable robots* pueden considerarse como seguros durante la operación, esto es debido a que los cables son elementos flexibles y no generan colisiones violentas en caso de presentar interferencia con algún otro elemento mecánico. Esto los convierte en buenas propuestas para su uso con personas, como es el caso de robots de rehabilitación. Un ejemplo de esto se puede ver en el trabajo de Gallina y Rosati [46] quienes proponen un dispositivo háptico basado en mecanismos cableados para su uso con humanos.

Finalmente se puede mencionar que los *cable robots* tienen una estructura mecánica simple, pueden ser fácilmente ensamblados y desensamblados así como transportados, se pueden realizar reconfiguraciones mecánicas rápidamente cambiando los puntos en los que se colocan los actuadores. Lo anterior también tiene repercusiones económicas pues hay reducción de costos en diseño y fabricación. Ejemplos de este tipo de versatilidad mecánica se encuentran en el trabajo de Surdilovic et al [47] quienes proponen *cable robots* con estructura variable y Gagliardini et al [48] quienes proponen *cable robots* reconfigurables de grandes dimensiones. Algunos otros ejemplos que toman ventaja de la ligereza de la estructura del robot se encuentran en [49], [50] y [51].

2.1.2 Clasificaciones de los *cable robots*

De acuerdo con el arreglo de cables, los *cable robots* se clasifican como suspendidos y no suspendidos. Los suspendidos son aquellos que están colgando de una cantidad determinada de cables, y mantienen su posición estática gracias a la gravedad, la cual hace la función de otro "cable virtual" el cual ejerce una fuerza en la dirección del centro de la tierra en todo momento. Ejemplos de estas configuraciones se encuentran en el trabajo de Heyden y Woernle [21] con su prototipo de nominado CableV, también se puede mencionar al NIST RoboCrane, prototipo desarrollado por el Instituto nacional de estándares y tecnología de USA [52].

Dado que todos los cables están por encima del efector final en el caso de los *cable robots* suspendidos, la carga útil puede ser repartida en cada cable, por lo tanto, tienen una gran capacidad de carga. Además, en comparación con los *cable robots* no suspendidos, hay menos posibilidad de que los cables interfieran con otros objetos en el entorno porque ningún cable es más bajo que el efector final. Estas dos características hacen que los *cable robots* suspendidos sean bastante adecuados para aplicaciones de recogida y colocación. Sin embargo, los *cable robots* suspendidos pueden volverse

inestables. Esta la debilidad se debe a la baja rigidez de los *cable robots* a lo largo de la dirección vertical. Por tanto, es necesario prestar más atención al análisis de rigidez de los *cable robots* suspendidos para mejorar su precisión y reducir su vibración.

Los no suspendidos son otra clasificación de *cable robots* los cuales se encuentran completamente restringidos y no requieren de la acción de la gravedad para mantener su posición. Un ejemplo en esta categoría se encuentra el IPAnema de Pott et all [22], los cuales están enfocados a aplicaciones industriales y se planea su comercialización. Para los *cable robots* no suspendidos, la rigidez y la precisión de posicionamiento pueden mejorarse, además la vibración puede reducirse aumentando las fuerzas internas del cable o aumentando la masa del efector final. En consecuencia, éstos generalmente tienen mejores rendimientos en aplicaciones de alta velocidad y aceleración. Sin embargo, la potencia del motor y el consumo de energía aumentará significativamente con el aumento de las fuerzas internas del cable, lo que puede aumentar los costos de fabricación y operación. Un robot IPAnema se muestra en la fig. 5.

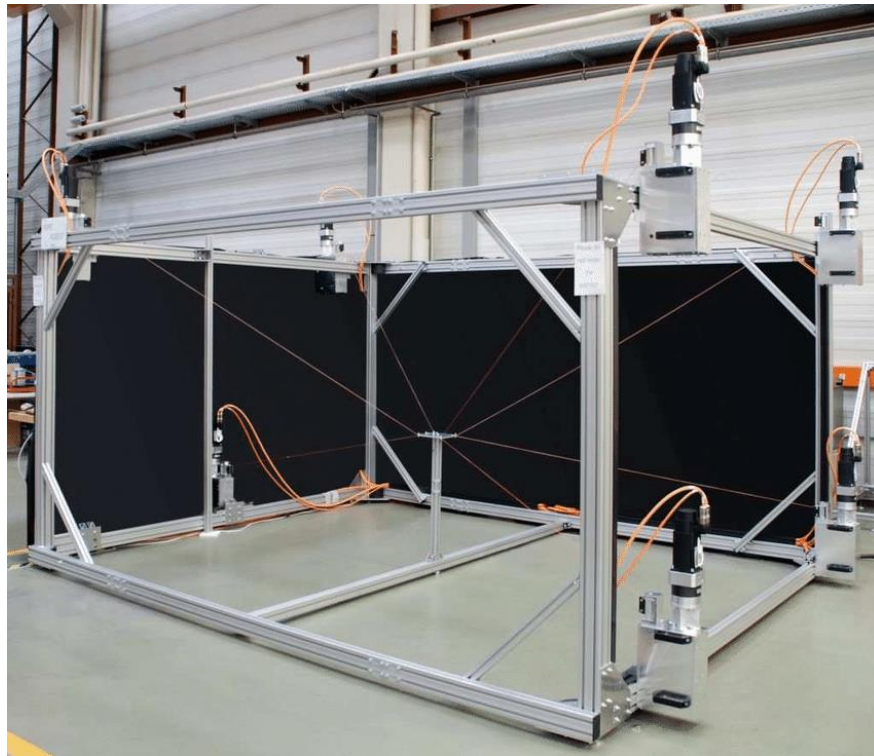


Figura 5. Cable robot no suspendido redundante IPAnema. Tomado de [22].

De acuerdo con el número de actuadores con los que operan, los *cable robot* se clasifican como redundantes y no redundantes, los *cable robots* redundantes son aquellos que tienen al menos un actuador más que el número de grados de libertad deseado, y los no redundantes son aquellos que poseen el mismo número de actuadores como de grados de libertad o un número menor de actuadores. En comparación con los *cable robots* no redundantes, los *cable robots* redundantes tienen algunas ventajas. Al agregar cables de conducción redundantes, se puede ampliar el espacio de trabajo, se puede

reducir la singularidad y se puede aumentar la rigidez. Además, la carga útil se redistribuye a más cables y la tensión del cable de transmisión puede reducirse, lo que puede disminuir el tamaño del motor. Además, la seguridad se puede mejorar mediante el uso de cables redundantes. El efector final puede ser controlable incluso si algunos de los cables redundantes están fuera de control.

Los retos que aún deben enfrentarse para comenzar a explotar los *cable robots* de manera más amplia son la distribución de la tensión en los cables, el problema del colgado de los cables debido a su peso, la disipación energética y las vibraciones debidas a la inherente flexibilidad de los cables. En este trabajo se realizará investigación experimental en los dos últimos tópicos citados, se investigará la disipación energética de los *cables robots* y se evaluará un amortiguador de masa sintonizada (AMS) y un amortiguador electromagnético de masa sintonizada (AEMS) como alternativa para la supresión de las vibraciones. Todo lo anterior aplicado al caso conciso de un cable robot plano de cuatro hilos. Estos robots tienen potenciales áreas de aplicación en manipulación de materiales en industria, ensamble de estructuras, rescate rápido de personas y rehabilitación médica por citar algunas.

2.1.3 Modelado de *cable robots*

En los primeros trabajos sobre *cable robots*, los cables que los conducen fueron modelados como líneas rectas que no presentan ninguna deformación ni vibración, ejemplos de esto se pueden encontrar en los trabajos de Kawamura et al [20] y Gouttefarde et al [17]. Uno de los primeros trabajos en sintetizar modelado diseño y control de estos robots se encuentra en Hiller et al [18].

En estos inicios se crearon herramientas analíticas específicas para el estudio de los *cable robots*, entre ellas el modelo de la cinemática el cual calcula la longitud de los cables en función de la posición del efector final. Modelo que condujo a los primeros controles cinemáticos, los parámetros geométricos y dinámicos se muestran en la fig. 6.

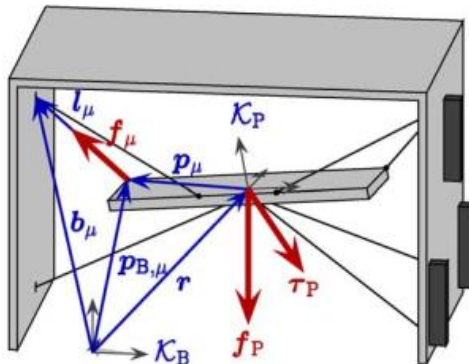


Figura 6. Vectores de fuerza y posición para modelar un *cable robot*. Tomado de [18]

Como se explica en el trabajo de Hiller et al [18], realizando una suma vectorial se puede encontrar el vector L_μ cuya magnitud es la longitud del cable requerida para la

posición establecida del efector final. Esta operación vectorial debe realizarse un número de veces igual número de cables en el sistema. El parámetro R representa el rotacional del efector final. A continuación, se muestra en la siguiente ecuación número 1.

$$\underline{l}_u = \underline{b}_u - \underline{r} - \underline{R} \times \underline{p}_u \quad (1)$$

Posteriormente aparecieron herramientas analíticas más completas para su uso en *cable robots*, este es el caso de la ecuación estructura [53], la cual establece la relación entre la fuerza en los cables y la fuerza-par que realiza el efector final, es una forma de representar las condiciones en equilibrio estático. El elemento clave de la ecuación estructura es la matriz estructura \underline{A}^T , la cual es el inverso del jacobiano, relaciona las fuerzas en los cables con la fuerza y par resultantes en el efector final. Para una condición de equilibrio, el modelo queda establecido como se muestra en la ecuación 2.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{l_1} l_1 & \dots & \frac{1}{l_m} l_m \\ \underline{p}_1 \times \frac{1}{l_1} l_1 & \dots & \underline{p}_m \times \frac{1}{l_m} l_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{f}_1 \\ \dots \\ \underline{f}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{f}_1 \\ \dots \\ \underline{\tau}_p \end{pmatrix} = \underline{0} \quad (2)$$

$$\underline{A}^T(\underline{r}, \underline{R}) \underline{f} + \underline{w} = \underline{0}$$

Los cables usados en robots son delgados y ligeros en comparación con el efector final, y debido a esto en algunos trabajos se desprecia su masa, elasticidad y amortiguamiento y el cable es considerado como un elemento recto y rígido. Con esas suposiciones la dinámica del robot está limitada únicamente a la dinámica del efector final. Sin embargo en la práctica, bajo las anteriores suposiciones, se presentan inexactitudes principalmente debidas a la vibración del efector final del robot. Esto debido a que no debe despreciarse la dinámica de los cables pues son elementos flexibles con fenómenos disipativos complejos.

Posteriormente los modelos continuaron en evolución hasta incluir la elasticidad interna del cable. Ejemplo de estos trabajos se pueden encontrar en [12], [54], [55] y [56]. Algunas de las mejores contribuciones de estos trabajos fueron el determinar la matriz de rigidez de *cable robots* y determinar que la rigidez está basada en dos efectos diferentes como se muestra en la siguiente ecuación. El termino \underline{k}_g representa la rigidez debida al cambio del jacobiano al desviar la plataforma y el término \underline{k}_c resulta de la rigidez del cable. Este modelo se presenta en la ecuación 3.

$$\underline{k}_x dx = -\underline{k}_g dx + \underline{k}_c dx - \frac{\partial \underline{A}^T}{\partial x} \underline{f} dx + \underline{A}^T \underline{k}_l A dx \quad (3)$$

El espacio de trabajo de los *cable robots* ha evolucionado para incluir diferentes parámetros. En [10], Merlet definió 6 tipos de espacio de trabajo que son útiles analizando manipuladores paralelos. En el caso específico de los *cable robots* se ha desarrollado el concepto The *wrench-closure workspace* [17], [57] y [58] el cual es denominado también

de otras formas [59], [60], [61]. En estos trabajos el espacio de trabajo se define como el conjunto de posturas del efector final para las cuales la plataforma puede resistir o ejercer cualquier momento arbitrario mientras se mantienen tensiones positivas del cable. Este espacio de trabajo depende solo de los parámetros geométricos del sistema, es decir, la ubicación de los puntos de conexión del cable en la base y la plataforma y la postura de la plataforma.

Los estudios iniciales de cinemática de *cable robots* desembocaron en análisis de la dinámica, en este sentido se han realizado investigaciones de sistemas cableados antes de presentarse el sistema de *cable robots* como es el caso de sistemas cableados submarinos [62] y [19]. En cuanto a la dinámica del colgado de los cables debido a su peso, este es una función de su longitud y del diámetro del cable, ambos parámetros importantes para los casos de grandes dimensiones [16].

2.2 Las vibraciones en los *cable robots*

Uno de los primeros trabajos realizados sobre vibraciones en *cable robots* fue un artículo publicado por Kawamura et al [20], en este trabajo se desarrolló un concepto de robot ultra rápido de siete cables con desplazamiento en el espacio tridimensional, cabe destacar que el prototipo construido alcanzó aceleraciones de 43 g y velocidades máximas de 13 m/s aún con pequeños motores de 60 W. En el trabajo se implementó un controlador PD, un modelo no lineal de elasticidad de cables y se demostró analítica y experimentalmente que el problema de la vibración puede ser superado mediante el aumento de tensión en los cables, con el correspondiente aumento del consumo energético. Más tarde el mismo autor y sus colegas [44] utilizaron el mismo prototipo y la misma base teórica para realizar un análisis de estabilidad del sistema dinámico utilizando la función de Lyapunov, también aumentó la teoría sobre rigidez de *cable robots*.

Posteriormente Ma y Diao [63] realizaron un estudio del potencial de aplicación de *cable robots* en entornos espaciales y de micro gravedad analizando dos problemas principales, primero el problema de la dinámica inversa y el segundo el problema de la rigidez del robot, del segundo estudio implicado en las vibraciones del robot se extrajeron dos conclusiones importantes, la primera es que a mayores velocidades de desplazamiento mayor es la amplitud de la vibración y la segunda que la rigidez del robot varía en función de la posición el efector final. El problema de la rigidez fue estudiando mediante un análisis de frecuencias naturales, como lo mencionan los autores, la vibración y la rigidez están relacionadas a las frecuencias naturales en circuito abierto del manipulador, por lo tanto, las frecuencias naturales en circuito abierto son una buena medida de la rigidez de un manipulador.

En un trabajo posterior de Kozak et al [64] se encontró que el efecto de la masa de los cables puede tener un gran impacto en la cinemática inversa debido al peso de los cables y la curvatura que forman, esto tiene un impacto en las vibraciones de un cable robot, principalmente del tipo suspendido debido a que esta curvatura induce una flexibilidad, este efecto de colgado de los cables aumenta con respecto al tamaño del

robots. Cabe destacar que el modelo del efecto de colgado del cable debido a su peso se obtuvo de un trabajo previo con aplicaciones en ingeniería civil escrito por Irvine y Caughey [65].

Más tarde se presentó el trabajo de Diao et al [66] en el cual se realizó un análisis de la vibración del caso general de *cable robot* con seis grados de libertad, lo anterior fue a través del análisis de las frecuencias naturales del sistema de multicuerpos, se estableció que el sistema puede ser diseñado lo suficientemente rígido para aplicaciones específicas. También se encontró que las vibraciones transversales de los cables son responsables solamente del 1.4% de la vibración total del efector final, por lo tanto, se pueden despreciar, el 98.6% restante corresponde a las vibraciones axiales. Con el anterior conocimiento está justificado modelar los cables en los *cable robots* solamente como resortes axiales. En este mismo trabajo se encontró que el aumento en la tensión de los cables tiene poco impacto en la variación de las frecuencias naturales del efector final.

Posteriormente en el trabajo de Tang et al [67] se encuentran las frecuencias naturales de vibración mediante la conversión de las coordenadas generalizadas en coordenadas modales, los resultados mostraron que la excentricidad y la masa del efector final son factores importantes que hacen inestable el sistema en ciertas frecuencias. En el trabajo de Schmidt et al [23] se abordó el caso específico de las vibraciones ortogonales o fuera de plano en los robots de cable planares, en específico se abordó el estudio de un *cable robot* de 4 hilos. A través de un modelo de rigidez se encontró que las vibraciones fuera del plano tienen unas frecuencias de oscilación de entre 0.5 Hz y 1 Hz, que a mayor nivel de tensión en los cables menor es la deflexión ortogonal ante una fuerza y ligeramente mayor es la frecuencia natural, también se encontró que, en el caso de robots planos, la posición del robot en la cual tiene mayor flexibilidad es en el centro del área de trabajo cuando todos los cables tienen la misma longitud.

Ya se han presentado algunos trabajos con propuestas para disminuir las vibraciones de los *cable robots*, algunas implican el aumento de actuadores en el efector final que reaccionen ante las vibraciones como se muestra en el trabajo de Weber et al [68], en el cual se utilizan ruedas de reacción para mitigar la vibración en los ejes de rotación de un *cable robot* suspendido, esto es agregar más actuadores en el efector final con el objeto de compensar vibraciones. Otras soluciones implementan controladores basados en lógica difusa y redes neuronales aplicadas a cinemática y dinámica inversa para mitigar las vibraciones durante la ejecución de trayectorias como se muestra en los trabajos [69] y [70]. Algunos autores proponen la variación de la tensión de los cables implementando un control activo [71], también se ha demostrado en el trabajo de Schmidt et al [23] que el aumento de la tensión en los cables o el aumento de la masa del efector final trae consigo un aumento de la frecuencia vibratoria pero una disminución de la amplitud de la vibración, por lo que pueden considerarse también como métodos de supresión de vibraciones.

Las anteriores soluciones tienen repercusiones contraproducentes, debido a que el aumento de tensión en los cables o el aumento de la masa del efector final traen consigo

un aumento en el consumo energético y un sobredimensionamiento en la potencia de los actuadores, lo que provoca una disminución de la carga útil del robot y el aumento de los costos de manufactura y operación.

En el caso específico de las vibraciones fuera del plano de *cable robots* planares se han presentado algunas propuestas de solución, una de las primeras es la presentada por Rushton et al [72] en la cual se propone el control de una masa deslizante en la dirección fuera del plano del *cable robot*, posteriormente los mismos autores presentaron un análisis de estabilidad y diseño de controlador para disminuir la vibraciones fuera del plano usando los cables [73], el mismo grupo de investigación propuso posteriormente de manera teórica y experimental un sistema activo basado en péndulos controlados por modos deslizantes [74], el trabajo es extendido al resolver el problema de los modos incontrolables en [75]. Todas las anteriores son soluciones activas, lo cual implica que se requiere una mayor cantidad de energía para disminuir la vibración presentando la misma inconveniencia que las anteriores soluciones desde el punto de vista del consumo energético.

En este trabajo de investigación se estudió el fenómeno de la vibración fuera del plano de *cable robots* en configuraciones planares y se analizaron dos propuestas para reducir el tiempo de asentamiento de estas vibraciones, estas son el uso de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS). Ambas soluciones tuvieron el objetivo de reducir el tiempo de asentamiento de las vibraciones fuera del plano de *cable robots* planos sin aumentar las demandas energéticas, como sucede con el aumento de tensión en los cables, el aumento de masa del efector final o la implementación de sistemas activos. Estos amortiguadores son flotantes, no requieren estar referenciados a tierra mecánica, están referenciados al efector final. En el caso de AEMS es incluso posible extraer energía mecánica vibratoria del efector final y convertirla en energía eléctrica.

2.3 Amortiguadores

Una mejor estrategia es el aprovechar la energía mecánica vibratoria convirtiéndola en energía eléctrica útil, eliminando los inconvenientes de las anteriores soluciones e incluso aportando energía extra, este enfoque implica no introducir más energía al sistema para mitigar las vibraciones, si no extraer energía. Esto se puede lograr con amortiguadores que absorben la energía mecánica vibratoria. Algunas contribuciones importantes sobre esta tecnología se pueden encontrar en las recientes publicaciones [76] y [77] las cuales consisten en amortiguamiento electromecánico. Un punto importante a considerar para la selección del amortiguador es que el efector final se encuentra en constante movimiento y no es conveniente colocarle un amortiguador que necesite estar referenciado a tierra, por lo tanto existe una ventaja en el uso de amortiguadores de masa sintonizada en la dirección de las vibraciones [24]. La mayoría de las aplicaciones de amortiguadores electromagnéticos y de masa sintonizada han sido encontradas tanto en automóviles y maquinas rotatorias como en edificaciones civiles, a nuestro conocimiento aún no se ha estudiado esta técnica en *cable robots*.

Otras opciones fueron analizadas para ser usadas como amortiguador flotante, pueden mencionarse los actuadores piezoeléctricos, los cuales están fabricados de materiales que vibran ante la presencia de una corriente eléctrica y viceversa, pueden generar una corriente eléctrica cuando se les somete a vibración. Algunos trabajos como [78] y [79] han probado con éxito la aplicación de estos materiales para la reducción vibratoria, pero sus aplicaciones se limitan a vibraciones de muy pequeña amplitud como se muestra en el trabajo de Behrens et al [80], por esta razón no se encontró aplicación directa en el caso de estudio de la presente investigación. Algunas otras técnicas activas y pasivas de control de estructuras son actuadores distribuidos, sistemas de tendones, amortiguadores magneto reológicos y columna de líquidos entre otros como se menciona en los review de Fisco y Adeli [81] y [82].

Si la razón de mantener un nivel alto de tensión en los cables de un *cable robot* es para mantener bajo el nivel de vibraciones y alta la rigidez, con la implementación de un amortiguador que pueda atenuar esas vibraciones y convertirlas en energía eléctrica, entonces el aumento en la tensión ya no está del todo justificado.

Para lograr la disminución de las vibraciones fuera del plano de un *cable robot* plano, se evaluará el uso de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS), la selección de estas soluciones en particular fue debida a que el efector final se encuentra en movimiento en todo el tiempo, y requiere de un amortiguador que no tenga que estar referenciado a tierra mecánica. A continuación, se hace una descripción breve de los tipos de amortiguadores que interesan a esta definición.

2.3.1 Amortiguadores de masa sintonizada

Un amortiguador de masa sintonizada (AMS) es un sistema para atenuar vibraciones el cual consiste en añadir un grado de libertad extra, esto es una segunda masa en el sistema dinámico cuyo valor será optimizado junto con su elasticidad y viscosidad para disminuir el efecto vibratorio de la primer masa, [24], estos amortiguadores también son llamados absorbedores de vibración [83]. Inicialmente los AMS tuvieron aplicaciones en la ingeniería civil como se puede ver en [84], [85], [86] y [87]. En su representación más simple, el (AMS) es modelado mediante un sistema de doble masa resorte amortiguador, los primeros son la masa resorte y amortiguador de la estructura vibratoria en la cual se desea una disminución de la vibración y los segundos son los elementos que deben “sintonizarse” para llevar a cabo una disminución de la vibración [88]. En la práctica se presentan otras arquitecturas de AMS como es el caso del bidireccional [89], pero su principio de funcionamiento es el mismo. También se han aplicado técnicas computacionales de optimización para encontrar los parámetros de TMD como es nube de partículas [90] o búsqueda de armonía [91]. Algunos autores han aplicado técnicas más avanzadas como son los AMS adaptativos de masa variable [92] o AMS con cambios de inercia [93].

2.3.2 Amortiguador electromagnético.

Un amortiguador electromagnético (AE) utiliza un motor eléctrico lineal o rotatorio para convertir una vibración mecánica en energía eléctrica [80] [94], esta sustracción de energía eléctrica al sistema vibratorio resulta en una atenuación de la vibración [95] y [96], este motor eléctrico funciona como un amortiguador viscoso extra en el sistema mecánico. En esta ocasión los parámetros a optimizar son parámetros eléctricos como las resistencias o la inductancia. Su principio de funcionamiento hace uso de la ley de Faraday, la cual dice que si existe movimiento relativo entre un campo magnético y una espira conductora entonces se genera un voltaje en la espira, si esta espira conductora se conecta para formar un circuito eléctrico cerrado entonces se genera una corriente eléctrica y por consiguiente una fuerza contra electromotriz, esta fuerza es aprovechada para reducir las vibraciones mecánicas indeseadas. El amortiguador electromagnético ha tenido gran atención por parte de la industria automotriz en los últimos años [97], [98], [94], [99] y [100].

2.3.3 Amortiguador electromagnético de masa sintonizada.

Esta es una combinación de los dos casos anteriores, algunos trabajos reportan la ventaja del uso combinado de estos dos sistemas [25], En éstos se coloca un amortiguador electromagnético entre la masa de la estructura y la masa sintonizada, el cual absorbe energía y se comporta como un amortiguador viscoso desde un punto de vista mecánico. Con la unión de estos dos conceptos de masa sintonizada y de amortiguador electromagnético se logran mejores resultados que con cada uno por separado, es común encontrar trabajos en los que se implementan controladores activos de estos sistemas [101], [102], [103], [104], . En el trabajo de Jae-Sung se presenta un estudio teórico y experimental de amortiguador electromagnético de masa sintonizada aplicado a una viga en cantiliver [105]. Un trabajo similar, pero usando sistemas de control óptimo fue presentado por [106].

Los amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada pueden optimizarse tanto para atenuación de vibraciones como para absorción de energía eléctrica dando paso al campo de “energy harvesting” [107] y [108]. Algunas aplicaciones han usado esta energía cosechada para alimentar el sistema de control del atenuador como reporta Shen y sus colegas en [109]. En artículos recientes se ha encontrado que un amortiguador electromagnético de masa sintonizada puede conseguir el mismo nivel de atenuación de un amortiguador de masa sintonizada doble, pero sin la amplia oscilación de los amortiguadores sintonizados dobles [26].

2.4 No linealidades geométricas

La forma en la que se puede representar un sistema de cables en tensión y un efector final, es mediante un arreglo de resortes, amortiguadores y una masa. El análisis de la vibración en este trabajo de investigación se realiza en los momentos en los cuales el robot no está en movimiento, o en los momentos después de que ya ha ejecutado una

trayectoria o un desplazamiento. Lo anterior es debido a que después de estos movimientos es cuando el robot plano debería permanecer en reposo, sin embargo, según las observaciones, permanece oscilando en la dirección en la cual no se encuentra restringido, esto es en la dirección ortogonal o normal al plano de trabajo. Este comportamiento de oscilación en la dirección fuera del plano de trabajo produce lo que se conoce como no linealidades geométricas, se produce específicamente por que los cables tienen una elongación, pero también un cambio de dirección asociado con la oscilación. En anteriores trabajos se han presentado estudios de no linealidades geométricas de amortiguadores viscosos [4] y [5], también se han presentado por separado estudios de no linealidades geométricas en resortes axiales [6] y [7]. Pero según lo revisando en la literatura hasta el momento aún no se ha presentado un estudio que incluya ambos elementos, resortes y amortiguadores no lineales debidas a configuraciones geométricas y tampoco se había presentado una configuración mecánica real en la cual se pusieran en práctica los modelos teóricamente propuestos.

Implementar un amortiguador electromagnético de masa sintonizada para atenuar las vibraciones fuera del plano de un *cable robot* plano es un problema similar a implementarlo en un sistema masa resorte amortiguador, con la diferencia principal de que el comportamiento de las vibraciones fuera del plano de un *cable robot* plano presenta no linealidades geométricas y sus características están en función de otras variables como son pretensión del cable, posición del efector final en el área de trabajo y la fuerza impulso unitario con la que se perturbe en la dirección fuera del plano. La interrelación entre este sistema vibratorio no lineal y los amortiguadores AMS y AEMS, las configuraciones propuestas, es una de las principales contribuciones de este trabajo doctoral. La importancia de este estudio radica por un lado en la presentación de una opción para la supresión de vibraciones en *cable robots*, y por otro en el avance del estudio de la cosecha energética y supresión de vibraciones en sistemas vibratorios no lineales.

Capítulo 3. Modelado matemático

En el presente capítulo se realiza el modelado matemático de los sistemas dinámicos utilizando la metodología Newton-Euler. Aquí comienza la contribución de la investigación doctoral. Se presentan diversos modelos, pero los que fueron objeto principal de la presente investigación, son tres. El primero de estos modelos hace referencia a las oscilaciones fuera del plano de *cable robots* planares, el segundo modelo se refiere a las oscilaciones fuera del plano de cable robots planares con la implementación de AMS y el tercer modelo hace referencia a las oscilaciones fuera del plano de *cable robots* planares con la implementación de AEMS.

3.1 Las vibraciones fuera del plano

En la fig. 7 se muestra un diagrama simplificado de un *cable robot* plano de cuatro líneas de acción, en el banco de pruebas real existen dos cables por cada línea de acción. Estas líneas de acción se enumeran del 1 al 4 comenzando por la esquina superior izquierda y continuando en sentido de las manecillas del reloj. Se establece un marco de referencia fijo llamado h_f , el efector final puede desplazarse el plano $x_f - y_f$ mediante la extensión o contracción coordinada de los cables, este es el espacio de trabajo. Por un extremo los cables están conectados a tierra mecánica y por el otro extremo están conectados al efector final en una configuración cruzada, la extensión y retracción coordinada de los cables logra que el efector final se desplace en el plano de trabajo $x_f - y_f$. Este estudio está restringido al caso en el que el efector final se encuentra estático, esto significa sin estar realizando una trayectoria o desplazamiento.

En esta configuración el efector final vibra en sus seis grados de libertad, pero las vibraciones de mayor amplitud y mayor tiempo de asentamiento se presentan en la dirección de z_f . Estas vibraciones son llamadas vibraciones ortogonales al plano de trabajo o vibraciones fuera del plano de trabajo según se definen en el trabajo de Schmidt et al [23]. En la fig. 7 se muestra la dirección de las vibraciones fuera del plano con una línea roja.

La forma de modelar el cable depende de su aplicación, se han presentado extensas revisiones sobre la forma de modelar cables de acero, uno de los primeros trabajos fue presentado por Irving y Caughey [65], otro trabajo más reciente escrito por Spark et al [110] resume los modelos que se pueden aplicar para tomar en cuenta la disipación energética del cable. Para definir un modelo correcto a usar en este caso es necesario observar las condiciones de operación. En el *cable robot*, los cables permanecerán en todo momento rectos, esto significa que la tensión en su dirección axial siempre será mayor a cero, no presentará holgura ni flexión, el peso del efecto final es 22 veces mayor al peso total de los cables. Esto es debido a que el peso del efector final es de 0.5225 Kg y el peso total de los cables es de 0.02374 Kg. Por las anteriores especificaciones el autor consideró prudente usar el modelo viscoelástico Kelvin-Voigt [111], el cual es un resorte y un amortiguador en paralelo con masa despreciable.

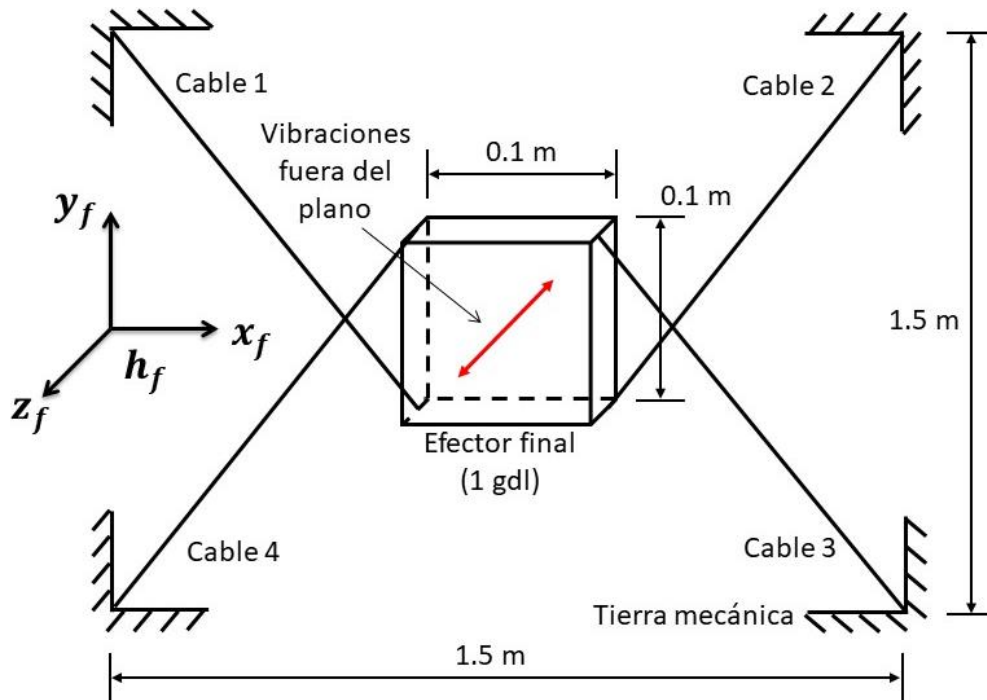


Figura 7. Diagrama simplificado de un *cable robot* plano, el plano de trabajo es x_f y y_f , las vibraciones fuera del plano se presentan en la dirección z_f .

En la fig. 8 se muestra un *cable robot* desde el plano $z_f - y_f$, el cual es una vista lateral desde el lado izquierdo del *cable robot*. La figura es una serie de tres diagramas y en cada uno de ellos se muestra tierra mecánica, el efector final y se visualizan dos cables, aunque se entiende que los otros dos se encuentran en la parte posterior y no se ven en el diagrama por la perspectiva. En el diagrama (a) se muestra el efector final en su estado de equilibrio, su centro de masa es colineal con los cables en la dirección y_f . En el diagrama (b), debido a alguna perturbación externa, el efector final se encuentra fuera de su estado de equilibrio desplazado una distancia d , por lo tanto, los cables están ejerciendo fuerza sobre el efector final en la dirección z_f negativa. En el diagrama (c) los cables han sido reemplazados por su modelo dinámico equivalente, esto es un resorte y un amortiguador en paralelo. Los subíndices c hacen referencia a "cable" y el número hace referencia al número de cable.

Es importante observar que los resortes y los amortiguadores del modelo de *cable robot* tienen un comportamiento característico durante la oscilación del efector final en la dirección z_f , no solamente se elongan y contraen en su dirección axial, sino que también cambian de dirección, esto es que tienen rotación. Este comportamiento es conocido como no linealidades geométricas, en este caso particular se presentan debido a que los resortes y amortiguadores equivalentes de los cables no solo se elongan y contraen en su dirección axial, sino que también existe un cambio de dirección de estos durante la oscilación del efector final en la dirección z_f .

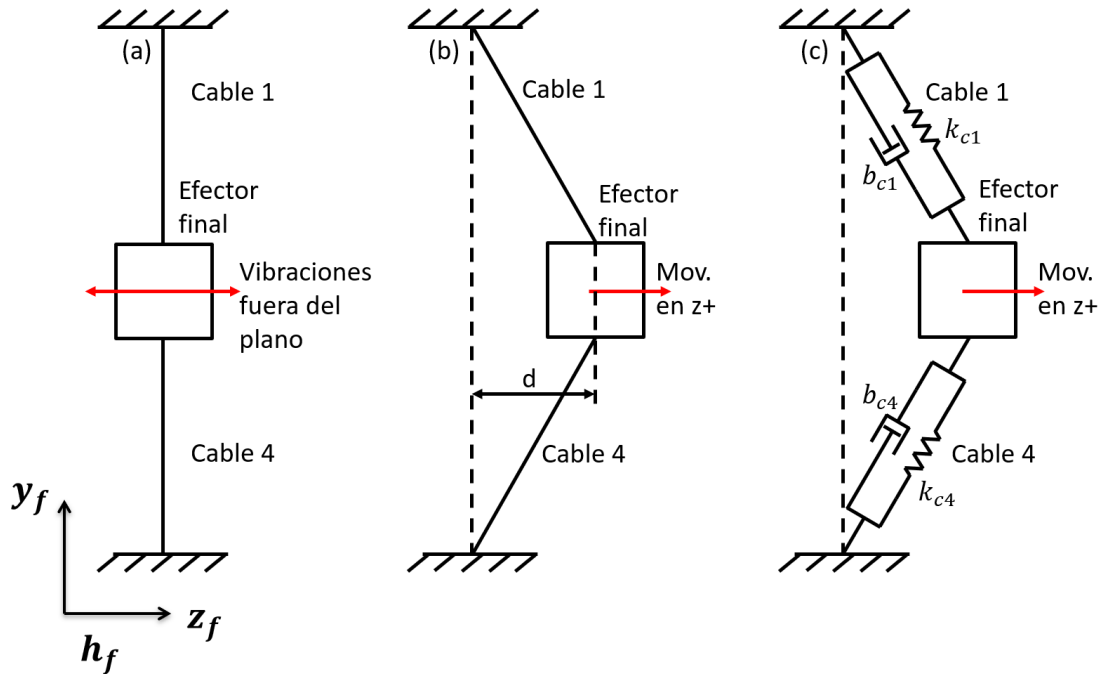


Figura 8. Vista lateral del *cable robot* plano, las vibraciones fuera del plano se presentan en la dirección z_f .

3.2 Vibraciones geométricamente no lineales

En la fig. 9, se muestra un diagrama que representa la dinámica de un cable con oscilaciones geométricamente no lineales. La viscosidad axial equivalente del cable se modela como un Kelvin-Voigh, esto es un amortiguador y un resorte en paralelo. Estos elementos se pueden ver en el diagrama, b_{cn} representa el coeficiente de fricción viscosa del n -ésimo cable y k_{cn} representa la constante del resorte del n -ésimo cable, estos elementos son lineales en su dirección axial. En la parte superior, el cable está unido a tierra mecánica, en la parte inferior está unido al punto A, el cual se desplaza en la dirección positiva y negativa z_f de acuerdo con el marco de referencia establecido h_f . La longitud del cable l_n es la longitud en todo momento, y si el sistema está en oscilación, entonces l_n está cambiando en todo momento, la longitud original del cable l_{on} se presenta cuando el cable se encuentra en su estado de equilibrio, esto es en posición vertical, cuando el ángulo θ_n es igual a cero. En este momento l_{on} es igual a l_n . Es importante mencionar que el cable, en su estado de equilibrio, tiene una tensión mínima de cero, y máxima que depende de la resistencia del cable y la estructura mecánica.

Ante un desplazamiento del punto A en la dirección z_f positivo o negativo existe una extensión del cable, su longitud en todo momento es l_n . Con un desplazamiento también existe un cambio de dirección del cable, esto es un cambio en el ángulo θ_n . Este cambio de dirección es lo que provoca las no linealidades geométricas de la fuerza en la dirección de z_f . Como se mencionó, los elementos dinámicos son lineales en su dirección axial, pero cuando se desplazan en las condiciones mencionadas, se presentan estas no linealidades geométricas en la dirección z_f , El impacto de esto en el modelo completo del

oscilador es que los coeficientes en las ecuaciones diferenciales no sean constantes. En la siguiente sección se modela la no linealidad de cada uno de los elementos y posteriormente estas ecuaciones se incluyen en modelos más complejos.

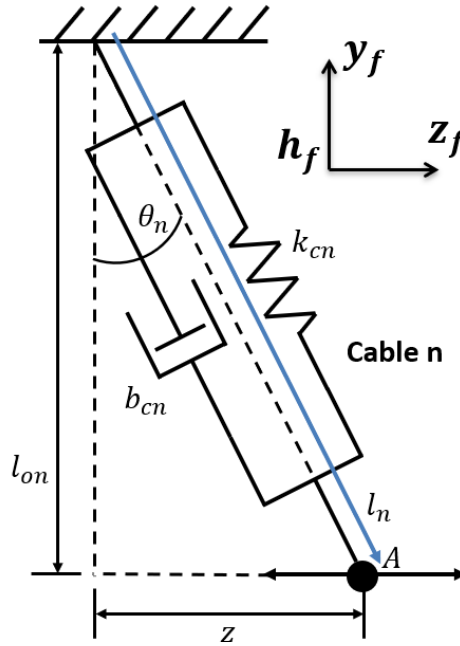


Figura 9. Diagrama del modelo dinámico geoméricamente no lineal del cable de acero trenzado.

3.2.1 No linealidades geométricas de resortes

La fuerza en la dirección z_f debidas a los resortes se describe a continuación. La fuerza en la dirección axial del cable en todo momento está definida por f_{cn} , y es la suma de la fuerza debida al resorte f_{ckn} y a la pretensión a la cual está sometido el cable f_{ptn} . Esto se muestra en la ecuación 4.

$$f_{cn} = f_{ckn} + f_{ptn} \quad (4)$$

La fuerza que interesa a esta aplicación es la que ejerce el resorte equivalente del cable en la dirección z_f , esto es la componente de f_{cn} en la dirección z_f . Esta fuerza se denomina f_{kzn} , su nomenclatura significa la fuerza (f) del resorte (k) en la dirección de (z) del n ésimo cable (n). Esta se puede conseguir multiplicando la ecuación 4 por $Sen(\theta_n)$, el resultado se muestra en la ecuación 5.

$$f_{kzn} = f_{cn} Sen(\theta_n) = (f_{ckn} + f_{ptn}) Sen(\theta_n) \quad (5)$$

De donde la fuerza debida a la elongación del resorte f_{ckn} puede definirse en función de la longitud original l_{on} y la longitud en todo momento l_n usando la ley de Hooke, se muestra en la ecuación 6.

$$f_{ckn} = k_{cn}(l_n - l_{on}) \quad (6)$$

Se puede conocer la longitud del cable en todo momento l_n , haciendo uso de del desplazamiento en z_f , la longitud original l_{on} y el teorema de Pitágoras. Si la longitud en todo momento l_n se define como la hipotenusa, entonces que expresada mediante la ecuación 7.

$$l_n = \sqrt{l_{on}^2 + z^2} \quad (7)$$

La longitud original l_n , esto es la ecuación 7, puede substituirse en la ecuación de la fuerza debida al resorte f_{ckn} , esto es la ecuación 6, para poner la ecuación en función de la variable que se medirá y una constante conocida. Esto se muestra a continuación en la ecuación 8.

$$f_{ckn} = k_{cn}(\sqrt{l_{on}^2 + z^2} - l_{on}) \quad (8)$$

La fuerza en z_f debida exclusivamente al resorte f_{kzn} , sin considerar la pretensión que pueda existir en el cable, puede definirse por variables y constantes conocidas substituyendo la ecuación 8 en la ecuación 5. El resulta es la ecuación 9.

$$f_{kzn} = k_{cn} \left(\sqrt{l_{on}^2 + z^2} - l_{on} \right) \text{Sen}(\theta_n) \quad (9)$$

Es posible incorporar una pretensión al cable, esta se define como f_{ptn} . Se incorpora como una suma a la fuerza del resorte. La ecuación resultante es una versión más desarrollada de f_{kzn} la cual está en función de la variable independiente y de constantes conocidas con excepción de θ_n . Se muestra en la ecuación 10.

$$f_{kzn} = \left(k_{cn} \left(\sqrt{l_{on}^2 + z^2} - l_{on} \right) + f_{ptn} \right) \text{Sen}(\theta_n) \quad (10)$$

Los ángulos θ_n pueden presentarse mediante variables conocidas en el sistema, en este caso el desplazamiento en z y la longitud original. Haciendo uso de la definición de seno, el ángulo queda expresado como se muestra en la ecuación 11.

$$\text{Sen}(\theta_n) = \frac{CO}{H} = \frac{z}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \quad (11)$$

Substituyendo la ecuación 11 en 10 se obtiene la expresión que define la fuerza del cable en la dirección z debida a elongaciones del resorte y pretensión. Se muestra en la ecuación 12.

$$f_{kzn} = (k_{cn} (\sqrt{l_{on}^2 + z^2} - l_{on}) + f_{ptn}) \left(\frac{z}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \right) \quad (12)$$

El código en Matlab para definir la ecuación 12 se escribe como se muestra a continuación.

```
Fkzn = ((kcn * ((sqrt((lon^2) + (z^2))) - lon)) + fptn) * (z / sqrt((lon^2) + (z^2)));
```

Se usó la función “simplify” de Matlab, la cual es una función de su librería de cálculo simbólico y sirve para simplificar una expresión algebraica, la ecuación simplificada en forma de línea de código queda expresada de la siguiente forma.

```
Fkzn = (z * (fptn - kcn * (lon - (lon^2 + z^2)^(1/2)))) / (lon^2 + z^2)^(1/2);
```

La ecuación simplificada en notación algebraica convencional queda finalmente como se muestra en 13.

$$f_{kzn} = \frac{z(f_{ptn} - k_{cn}(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + z^2}))}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \quad (13)$$

3.2.2 No linealidades geométricas de amortiguadores

En el caso del amortiguamiento geoméricamente no lineal, algunos autores han propuesto algunos modelos teóricos al respecto, se pueden leer en [4], [112] y [5]. La expresión general de la fuerza que genera a un amortiguador viscoso lineal f_{bn} como una función de su velocidad es la ecuación bien conocida que se muestra en 14. El término b_{cn} es el coeficiente de fricción viscosa y z es la coordenada de posición.

$$f_{bn} = b_{cn} \frac{dz}{dt} \quad (14)$$

La componente de dicha fuerza en la dirección z_f se encuentra usando el seno del ángulo θ_n y se denomina f_{bzn} . Su nomenclatura significa la fuerza (f), debida a la viscosidad (b) en la dirección de (z) del enésimo cable (n). La ecuación se muestra en 15.

$$f_{bzn} = f_{cbn} \text{sen } \theta_n = \left(b_{cn} \frac{dz}{dt} \right) \text{sen } \theta_n \quad (15)$$

Haciendo que el coeficiente de amortiguación viscosa tome en cuenta las propiedades geométricas del amortiguador en cualquier posición, la ecuación 15 se transforma en la ecuación 16.

$$f_{bn} = b_{cn} \frac{dz}{dt} = b_{cn} \frac{z}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \left(\frac{dz}{dt} \right) \quad (16)$$

Los ángulos θ_n pueden presentarse mediante variables conocidas en el sistema, este es el mismo procedimiento que se realizó con los resortes para eliminar el ángulo de la ecuación, la ecuación 16 se transforma en la ecuación 17.

$$\text{sen } \theta_n = \frac{CO}{H} = \frac{z}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \quad (17)$$

Finalmente, después de realizar las sustituciones correspondientes, la componente de la fuerza del amortiguador en la dirección z_f queda expresada en función de la posición y la velocidad de la coordenada z_f . Se muestra en la ecuación 18.

$$f_{bzn} = b_{cn} \left(\frac{z^2}{l_{on}^2 + z^2} \right) \frac{dz}{dt} \quad (18)$$

En línea de código, la cual es útil para algunos programas computacionales como Matlab, la ecuación 18 queda expresada de la siguiente forma.

```
fbzn = bcn*((z^2)/((lon^2)+(z^2)))*zp
```

Estas dos ecuaciones previamente desarrolladas, la 13 y 18, pueden integrarse en modelos dinámicos más complejos, de eso se comenta en secciones posteriores de este trabajo.

3.3 Tabla comparativa de modelos matemáticos

Las ecuaciones previamente desarrolladas que definen la fuerza de los elementos amortiguador y resorte en la dirección de z_f pueden integrarse en modelos más complejos, tanto en el primer grado de libertad como en el segundo grado de libertad. Los modelos dinámicos que se generaron se han organizado en una tabla en la cual se pueden comparar y observar sus diferencias. Esta tabla comparativa desarrollada ha sido un elemento muy útil para representar visualmente el estado del arte, las nuevas

configuraciones propuestas, las oportunidades de investigación, el objeto de la presente investigación e incluso, el potencial trabajo a futuro.

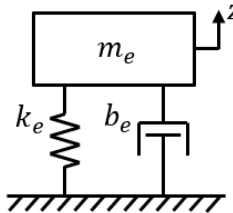
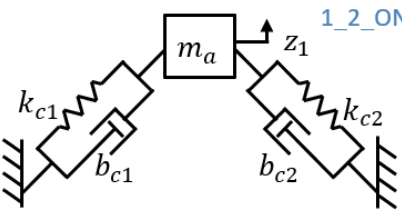
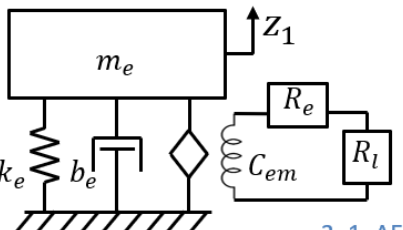
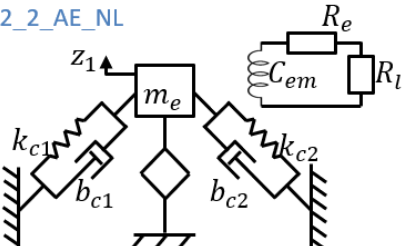
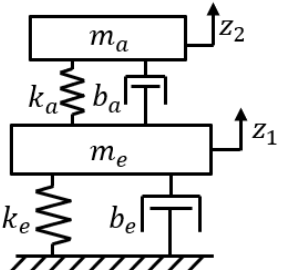
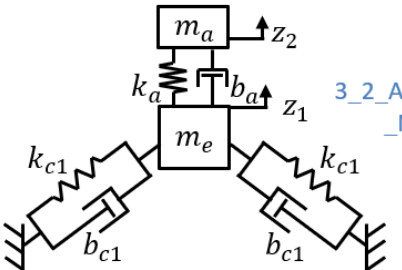
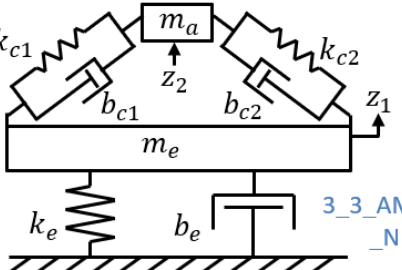
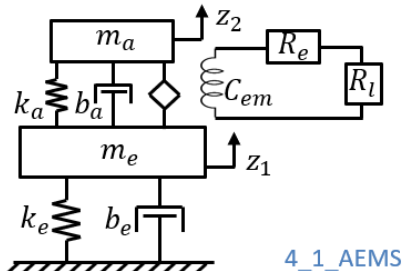
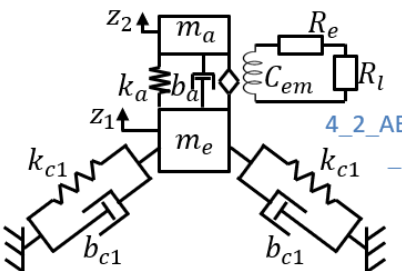
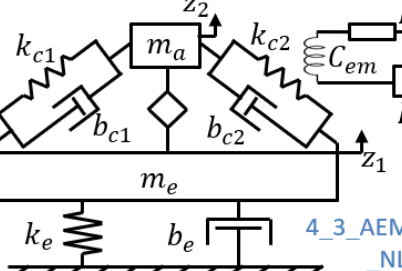
En la tabla 1 se muestra una comparación de los modelos dinámicos oscilatorios conocidos en la literatura y los que se generaron durante esta investigación. La tabla se organiza de la siguiente manera, con forme se desciende en las filas, aumenta la complejidad de los sistemas dinámicos, pues nuevos elementos y características son agregados. Con forme se avanza hacia la derecha se agregan las no linealidades geométricas en el primer y segundo grado de libertad.

En la primera columna de la tabla, excluyendo la columna de títulos se muestran los diagramas de los modelos dinámicos conocidos. Las filas y columnas están organizadas según la convención para la numeración matricial. El elemento 1,1 es el oscilador lineal de un grado de libertad, es uno de los modelos más estudiados y conocidos. El elemento 2,1 es un amortiguador electromagnético, la diferencia con el anterior es que se implementa bobina de material conductor y campos magnéticos entre tierra mecánica y la masa oscilatoria con el objeto de transformar un porcentaje de la energía mecánica vibratoria en energía eléctrica. El elemento 3,1 es la representación más simplificada de un amortiguador de masa sintonizada. Los elementos con sufijo “e” representan a la estructura principal en la cual se desea una reducción del tiempo de asentamiento o una reducción de la amplitud vibratoria, los elementos con sufijo “a” representan al amortiguador, elementos como la masa y la constante del resorte son sintonizados para reducir la vibración de la estructura. Finalmente, el elemento 4,3 representa un amortiguador electromagnético de masa sintonizada. Es la unión de los conceptos 2,1 y 3,1. En este, los parámetros del segundo grado de libertad y del circuito eléctrico son optimizados para conseguir reducción en la vibración de la estructura principal, esto es el primer grado de libertad.

En la segunda y tercera columna se encuentran los modelos no lineales, en estas columnas se encuentran integradas las ecuaciones desarrolladas de las no linealidades geométricas de los amortiguadores y los resortes. Se dividen en dos columnas por que en los elementos de la segunda columna las no linealidades se encuentran en la estructura, esto es el primer grado de libertad y en la tercera columna, las no linealidades se encuentran en el amortiguador, esto es el segundo grado de libertad.

En la segunda columna se muestra los modelos dinámicos implementando osciladores geoméricamente no lineales en la estructura. El elemento 2,1 se denomina oscilador no lineal, esta implementado mediante un par de cables de acero representados mediante un resorte y un amortiguador en cada cable. En esta segunda columna se presentaron amplias oportunidades de investigación debido a que las no linealidades geométricas no han sido tan ampliamente estudiadas, en especial estas configuraciones, además no se ha presentado un caso real con estas configuraciones. En el elemento 2,2 se muestra el amortiguador electromagnético con no linealidades geométricas en la estructura. El elemento 2,3 es el amortiguador de masa sintonizada con no linealidades en la estructura. El elemento 4,4 es el amortiguador electromagnético de masa sintonizada con no linealidades en la estructura.

Tabla 1. Comparativa de modelos matemáticos.

	Sistema lineal	No linealidades en estructura	No linealidades en amortiguador
Oscilador de un grado de libertad	 <p>1_1_OL</p>	 <p>1_2_ONL</p>	
Un grado de libertad con bobina (AE)	 <p>2_1_AE</p>	 <p>2_2_AE_NL</p>	
Oscilador de dos grados de libertad (AMS).	 <p>3_1_AMS</p>	 <p>3_2_AMS_NLE</p>	 <p>3_3_AMS_NLA</p>
Oscilador de dos grados de libertad con bobina (AEMS).	 <p>4_1_AEMS</p>	 <p>4_2_AEMS_NLE</p>	 <p>4_3_AEMS_NLA</p>

En la tercera columna se muestra un par de modelos no lineales, en estos las no linealidades se encuentran en el amortiguador, esto es el segundo grado de libertad. Las primeras dos filas de esta columna no tienen modelos debido a que se hace uso de solo un grado de libertad, por lo tanto, no existe una diferencia entre estructura y amortiguador, o puede considerarse también que solo está trabajando la estructura, ambos enfoques son correctos. El colocar los modelos en estas dos filas tercera columna sería repetir los elementos de las dos primeras filas segunda columna, por esta razón no se colocan. En cuanto a la tercera fila de la segunda columna, el elemento 3,2, es una estructura oscilatoria lineal con un amortiguador geoméricamente no lineal como segundo grado de libertad, de este modelo dinámico se realizó también un estudio en paralelo tanto teórico como experimental. La cuarta fila tercera columna es una estructura lineal oscilante con un amortiguador electromagnético de masa sintonizada como segundo grado de libertad, existen amplias oportunidades de investigación en este modelo.

3.4 Los modelos lineales

Los modelos dinámicos de la primera columna de la tabla comparativa se encuentran en la literatura, han sido muy estudiados desde diferentes puntos de vista para evaluar su efectividad en diferentes contextos. Su nivel de complejidad está organizado en orden descendente. En el presente trabajo se presenta solamente el diagrama y sus ecuaciones relacionadas sin profundizar en la deducción de tales ecuaciones debido a la disponibilidad de estas en libros y artículos. La importancia de mencionarlos radica en tener una base para realizar una comparación.

3.4.1 El oscilador lineal (1_1_OL)

El oscilador lineal es bien conocido en la literatura como sistema masa, resorte, amortiguador. Este es un sistema vibratorio que presenta elasticidad y viscosidad con un solo grado de libertad. En la fig. 10 se muestra el diagrama que lo representa y enseguida en la ecuación 19 se presenta su modelo matemático. La notación m_e es la masa de la estructura, k_e es la constante de resorte, b_e es el coeficiente de fricción viscosa del amortiguador y x_1 representa al único grado de libertad lineal en el cual la masa puede desplazarse. Como es evidente, el sufijo “e” de los elementos hacen referencia a la palabra “estructura”.

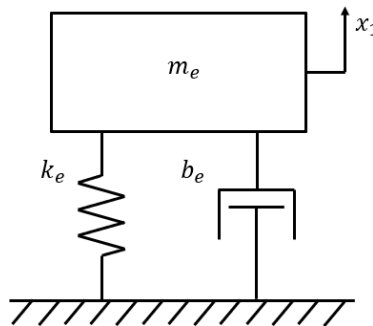


Figura 10. Diagrama del oscilador lineal.

$$m_e \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_e \frac{dx_1}{dt} + k_e x_1 = 0 \quad (19)$$

3.4.2 El amortiguador electromagnético (2_1_AE)

El amortiguador electromagnético hace uso de la ley de Faraday para convertir parte de la energía mecánica vibratoria en energía eléctrica útil y de esta forma reducir la vibración. En la masa vibrante se coloca un campo magnético y en tierra mecánica se coloca bobina conductora, también pueden colocarse al revés. El movimiento relativo entre el campo magnético y la bobina genera un voltaje en la bobina, la cual, si está en circuito cerrado, produce una corriente eléctrica que a su vez genera una fuerza que se opone al movimiento de la masa. Por lo tanto, la energía de la vibración se disipa en dos partes, una parte se va al circuito eléctrico y otra parte se pierde en el amortiguador viscoso. El amortiguador viscoso en ese sistema se conoce también como amortiguamiento parásito debido a que, si este no existiera, la mayor parte de la energía vibratoria se convertiría en eléctrica, es decir, el sistema sería más eficiente. En este sistema se agregan los elementos C_{em} el cuál es el coeficiente de acoplamiento electromecánico, R_e el cuál es la resistencia de la bobina y R_l la cual es la resistencia de carga. El diagrama de este sistema se muestra en la fig. 11 y en seguida, en la ecuación 21 se presenta su ecuación característica. La ecuación 20 hace referencia al coeficiente de acoplamiento electromecánico el cual define la relación entre la velocidad de la masa m_e y el voltaje generado en la bobina.

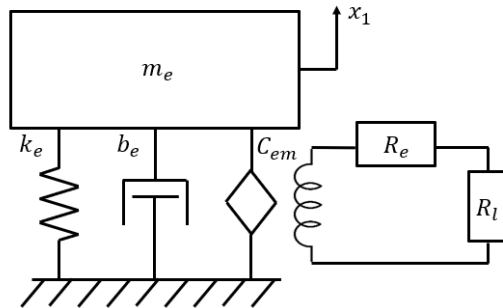


Figura 11. Diagrama del amortiguador electromagnético.

$$C_{em} = \frac{\text{Volt}}{\text{Vel}} = \frac{F}{i} = Bl \quad (20)$$

$$m_e \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_e \frac{dx_1}{dt} + k_e x_1 + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \frac{dx_1}{dt} = 0 \quad (21)$$

3.4.3 El amortiguador de masa sintonizada (3_1_AMS)

El amortiguador de masa sintonizada es el oscilador lineal con un segundo grado de libertad referenciado al primero. Este segundo grado de libertad cuenta con su propia masa, elasticidad y viscosidad. En la teoría se menciona que se varían o “sintonizan” los

parámetros del segundo grado de libertad para conseguir una disminución vibratoria en el primer grado de libertad. En la práctica es complicado variar la viscosidad, por lo tanto, es común dejar la viscosidad fija y variar la constante del resorte y la masa del segundo grado de libertad. Los nuevos elementos que se presentan en este modelo son los siguientes, m_a es la masa del amortiguador, k_a es la constante del resorte del amortiguador, b_a es el coeficiente viscoso del amortiguador, y finalmente x_2 es el segundo grado de libertad lineal en el cual masa del amortiguador puede desplazarse. Como es evidente, el sufijo “a” de los elementos hacen referencia a la palabra “amortiguador”. El diagrama del sistema se muestra en la fig. 12 y en seguida se presenta su modelo matemático en la ecuación 22.

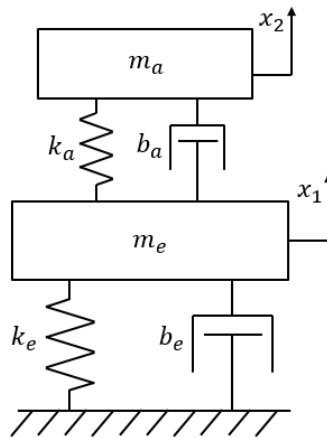


Figura 12. Diagrama de amortiguador de masa sintonizada.

$$\begin{aligned}
 m_e \frac{d^2 x_1}{dt^2} + (b_e + b_a) \frac{dx_1}{dt} + (k_e + k_a)x_1 - b_a \frac{dx_2}{dt} - k_a x_2 &= 0 \\
 m_a \frac{d^2 x_2}{dt^2} + b_a \frac{dx_2}{dt} + k_a x_2 - b_a \frac{dx_1}{dt} - k_a x_1 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

3.4.4 El amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_1_AEMS)

El amortiguador electromagnético de masa sintonizada es la unión de los conceptos de amortiguador electromagnético y amortiguador de masa sintonizada. No solo se agrega un segundo grado libertad, sino que además se convierte energía mecánica vibratoria en eléctrica haciendo uso de la ley de Faraday entre el primer y segundo grado de libertad. Este modelo tiene una mayor cantidad de parámetros que deben ser optimizados. No hay nuevos elementos en este modelo en comparación con los anteriores. El diagrama del sistema se muestra en la fig. 13 y en seguida se presenta el modelo matemático correspondiente en la ecuación 23.

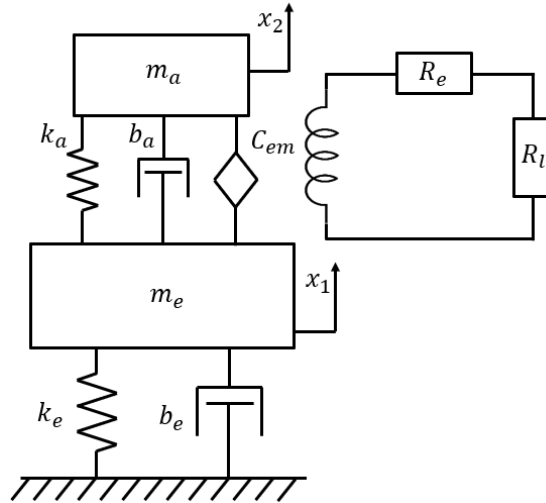


Figura 13. Diagrama de amortiguador electromagnético de masa sintonizada.

$$m_e \frac{d^2 x_1}{dt^2} + (b_e + b_a) \frac{dx_1}{dt} - b_a \frac{dx_2}{dt} + (k_e + k_a)x_1 - k_a x_2 + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) = 0 \quad (23)$$

$$m_a \frac{d^2 x_2}{dt^2} + b_s \frac{dx_2}{dt} + k_a x_2 - b_a \frac{dx_1}{dt} - k_a x_1 + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) = 0$$

3.5 Los modelos no lineales

Los modelos no lineales se encuentran en la segunda y tercera columna de la tabla comparativa de modelos dinámicos, están definidos con las filas de la misma forma que los modelos lineales, en orden descendente se presentan osciladores de un grado de libertad, amortiguadores electromagnéticos, amortiguadores de masa sintonizada y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada. La diferencia con respecto a la primera columna radica en el uso de las no linealidades geométricas mediante los cables de acero trenzado. En la segunda columna las no linealidades están colocadas en el primer grado de libertad, esto es en la estructura oscilatoria principal. En la tercera columna las no linealidades están colocadas en el segundo grado de libertad, esto es en el amortiguador. A continuación, se deducen los tres modelos dinámicos que competen a esta investigación, los cuales son el oscilador de un solo grado de libertad con no linealidades geométricas (1_2_ONL), el amortiguador de masa sintonizada con no linealidades en la estructura (3_2_AMS_NLE) y finalmente, el amortiguador electromagnético de masa sintonizada con no linealidades en la estructura (4_2_AEMS_NLE).

3.5.1 Oscilador de un grado de libertad (1_2_ONL)

Este modelo matemático implica al efector final en el centro del área de trabajo sujeto por cuatro cables dobles desde las esquinas lo cual hace un total de ocho cables, cuatro cables en la parte superior y cuatro cables en la parte inferior en configuración planar. En este modelo se toma en cuenta también la fricción con el aire y la fuerza que el peso del efector final ejerce en los cables superiores. En la fig. 14 se muestra un diagrama simplificado del sistema dinámico, se pueden apreciar algunos parámetros que ya han sido presentados previamente y también se presentan algunos nuevos como con la masa de la estructura m_e , la cual debido a su peso W_e provoca una tensión extra en los elementos superiores a la cual se le denomina T_w . También se observa la fuerza de fricción F_a entre la masa de la estructura y el aire. La coordenada de posición del único grado de libertad de este sistema dinámico se encuentra en la dirección de z_f y ha sido nombrado z_1 .

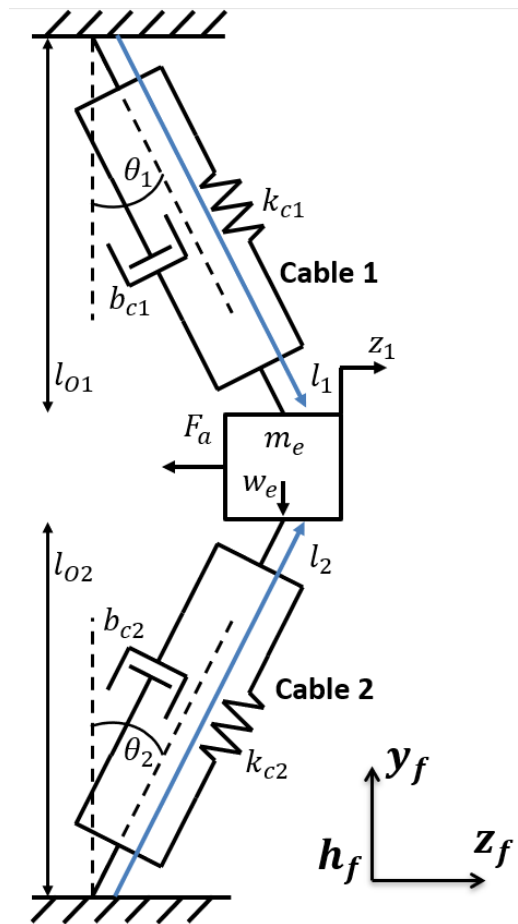


Figura 14. Diagrama dinámico del modelo 1_2_ONL.

Las ecuaciones de fuerza en z_f debidas a resortes y amortiguadores se pueden integrar en modelos dinámicos más completos. En este caso se desarrolla el modelo completo para analizar y simular las vibraciones fuera del plano de un sistema de ocho

cables y una masa, debido a que es un sistema de un grado de libertad que presenta elasticidad y viscosidad, se comienza el modelo planteando la ecuación de masa resorte amortiguador. En las secciones de fuerza debida al resorte y fuerza debida al amortiguador se integran las ecuaciones previamente desarrolladas sobre las no linealidades geométricas. Se muestra en la ecuación 24.

$$m_e \frac{d^2 z}{dt^2} + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} = 0 \quad (24)$$

El oscilador con no linealidades geométricas tiene una gran sensibilidad a la fricción con el aire, por esta razón se introduce en la ecuación un término extra de fricción viscosa. b_f es el coeficiente de fricción viscosa equivalente debido a la fricción del efector final con el aire. El modelo se modifica para quedar como se muestra en la ecuación 25.

$$m_e \frac{d^2 z}{dt^2} + b_f \frac{dz}{dt} + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} = 0 \quad (25)$$

El termino F_{kzA} hace referencia a la fuerza en la dirección de z_f debida al resorte equivalente de los cables superiores. Se hace la distinción entre cables superiores e inferiores debido a que los superiores cargan el peso del efector final y los de abajo no, por lo tanto, es necesario realizar modificaciones a la ecuación de los cables superiores para incluir el peso del efector final. Esto se realiza de la siguiente forma, a la fuerza de pretensión se le suma la fuerza ejercida por el peso del efector final, este se denomina como T_w . La ecuación F_{kznA} , la cual es usada para cada uno de los cables superiores queda expresada como se muestra en 26.

$$F_{kznA} = \frac{z((f_{ptn} + T_w) - k_{cn} \left(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + z^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \quad (26)$$

Por lo tanto, el término F_{kzA} de la ecuación 25 es la suma de todos los términos F_{kznA} o ecuación 26, esto es de todos los cables superiores que soportan el peso del efector final. En este caso, son cuatro cables. Esta sumatoria se expresa como se muestra en la ecuación 27.

$$F_{kzA} = \sum_{n=1}^4 F_{kznA} \quad (27)$$

El término F_{kzB} de la ecuación 25 hace referencia a la fuerza en la dirección de z_f debida al resorte equivalente de los cables inferiores. Este modelo matemático es el que ya ha sido definido previamente en la ecuación 13 y no requiere el componente T_w debido

a los cables inferiores no están soportando el peso del efector final. La ecuación con su nueva nomenclatura se muestra en 28.

$$F_{kznB} = \frac{z(f_{ptn} - k_{cn} \left(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + z^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + z^2}} \quad (28)$$

Por lo tanto, el término F_{kzB} de la ecuación 25 es la suma de todos los términos F_{kznB} o ecuación 28, esto es de los cables inferiores al efector final. En este caso, son cuatro cables. Se expresa como se muestra en la ecuación 29.

$$F_{kzB} = \sum_{n=1}^4 F_{kznB} \quad (29)$$

El término F_{bz} de la ecuación 25. hace referencia a la fuerza en la dirección de z_f debida al amortiguador equivalente de los cables tanto superiores con inferiores. La ecuación para cada cable es la que ya se ha deducido previamente y se muestra con su nueva nomenclatura en 30.

$$F_{bzn} = b_{cn} \left(\frac{z^2}{l_{on}^2 + z^2} \right) \frac{dz}{dx} \quad (30)$$

Debido a que existen ocho cables en total en el ensamble, el término F_{bz} es la suma de todos los términos F_{bzn} o ecuación 30. En esto caso son los ocho cables del sistema, esto se muestra en la ecuación 31.

$$F_{bz} = \sum_{n=1}^8 F_{bzn} \quad (31)$$

Es importante recordar que este modelo funciona en la condición de que el efector final está en el centro del área de trabajo, esto significa que todos los cables tienen la misma longitud. Algunos de los parámetros en el sistema dinámico son dependientes entre sí, en el caso de este modelo, la tensión extra de los cables T_w cambia con respecto a la variación de la masa m_e y también con respecto a la longitud original de los cables l_{o1} . A modo de resumen se muestran los parámetros involucrados en la tabla 2.

Tabla 2. Parámetros del modelo 1_2_ONL.

Parámetro	Descripción	Unidades
m_e	Masa de la estructura	Kg

b_f	Coeficiente de fricción masa - aire	$N/(m/s)$
k_{c1}	Constante de resorte de cable	N/m
b_{c1}	Coeficiente de fricción viscosa del cable	$N/(m/s)$
T_w	Tensión extra debida a We	N
l_{o1}	Longitud original de los cables	M
f_{pt1}	Pretensión en los cables	N

3.5.2 Amortiguador de masa sintonizada (3_2_AMS_NLE)

En este modelo se implementa un amortiguador de masa sintonizada lineal. Este es un segundo grado de libertad que cuenta originalmente con elasticidad, viscosidad y una masa extra. Este se coloca sobre el primer grado de libertad, significa que no está referenciado a tierra mecánica. El modelo cuenta con algunas actualizaciones que realizaron gracias al procedimiento iterativo de recolección de datos, estos son el uso de ocho cables, la fricción con el aire, el peso del efector final, y la fricción seca entre el primer y segundo grado de libertad. El diagrama correspondiente se muestra en la fig. 15.

El procedimiento para el desarrollo del modelo matemático de este sistema dinámico es similar al realizado para el de un grado de libertad. Se hace uso de la metodología Newton-Euler, mediante una sumatoria de fuerzas para cada uno de los grados de libertad se llega a un par de ecuaciones diferenciales. Los términos F_{kzA} , F_{kzB} y F_{bz} hacen referencia a la fuerza en z debida a los resortes y amortiguadores equivalentes de los cables como ya se ha desarrollado previamente. A continuación, en las ecuaciones 32 y 33, se muestra el modelo matemático para el caso en el que no se considera la fricción seca.

$$m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + (b_a + b_f) \frac{dz_1}{dt} - b_a \frac{dz_2}{dt} + k_a z_1 - k_a z_2 + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} = 0 \quad (32)$$

$$m_a \frac{d^2 z_2}{dt^2} + b_a \frac{dz_2}{dt} - b_a \frac{dz_1}{dt} + k_a z_2 - k_a z_1 = 0 \quad (33)$$

La fricción seca entre el primer y segundo grado de libertad fue una actualización importante que se realizó al modelo debido a los datos recabados mediante el procedimiento experimental. Para incorporar este fenómeno físico se hace uso de la ecuación de fricción seca de Coulomb, la cual se expresa como se muestra en la ecuación 34.

$$F_\mu = (m_a g \mu) \text{sign}\left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt}\right) \quad (34)$$

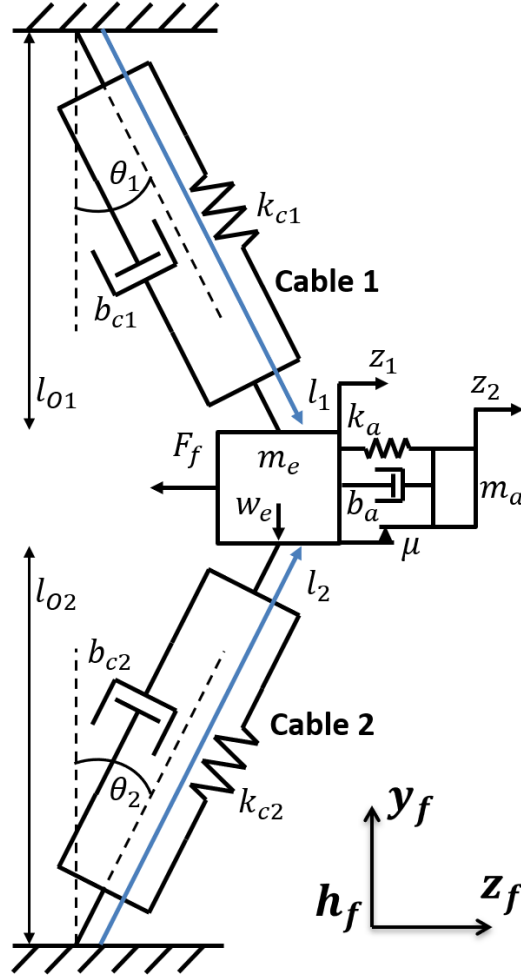


Figura 15. Diagrama dinámico del modelo 3_2_AMS_NLE.

El término de fricción seca se integra en las ecuaciones del modelo AMS_NLE haciendo el correcto uso de las velocidades dependiendo de la dirección del movimiento. Cuando se incorpora la fricción seca entre el segundo y primer grado de libertad, el modelo queda modificado según se muestra en las ecuaciones 35 y 36.

$$m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + b_f \frac{dz_1}{dt} + b_a \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) + (m_a g \mu) \text{sign} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) + k_a (z_1 - z_2) + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} = 0 \quad (35)$$

$$m_a \frac{d^2 z_2}{dt^2} + b_a \left(\frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) + (m_a g \mu) \text{sign} \left(\frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) + k_a (z_2 - z_1) = 0 \quad (36)$$

A modo de resumen se muestra en la tabla 3 una lista de los parámetros involucrados en este modelo, esta es una versión extendida de la tabla 2.

Tabla 3. Parámetros del modelo 3_2_AMS_NLE.

Parámetro	Descripción	Unidades
m_e	Masa de la estructura	<i>Kg</i>
b_f	Coeficiente de fricción masa - aire	<i>N/(m/s)</i>
k_{c1}	Constante de resorte de cable	<i>N/m</i>
b_{c1}	Coeficiente de fricción viscosa del cable	<i>N/(m/s)</i>
T_w	Tensión extra debida al peso del efector final	<i>N</i>
l_{o1}	Longitud original de los cables	<i>M</i>
f_{pt1}	Pretensión en los cables	<i>N</i>
m_a	Masa del amortiguador	<i>Kg</i>
b_a	Coeficiente de fricción viscosa del amortiguador	<i>N/(m/s)</i>
μ	Coeficiente de fricción seca del amortiguador	<i>Adim</i>
k_b	Constante de resorte del amortiguador	<i>N/m</i>

3.5.3 Amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_2_AEMS_NLE)

En este modelo se implementa un amortiguador de masa sintonizada lineal y un arreglo de bobina-campo magnético para reducir la vibración del primer grado de libertad o estructura principal. Un diagrama simplificado se muestra en la fig. 16. Este segundo grado de libertad cuenta con los mismos parámetros del modelo anterior 1_2_AMS_NLE los cuales son elasticidad k_b , viscosidad b_a y una masa extra m_a . Los nuevos parámetros del modelo están relacionados con el arreglo de bobina-campo magnético el cual cuenta con un coeficiente de acoplamiento electromecánico C_{em} equivalente, resistencia de la bobina R_e y resistencia de carga R_l .

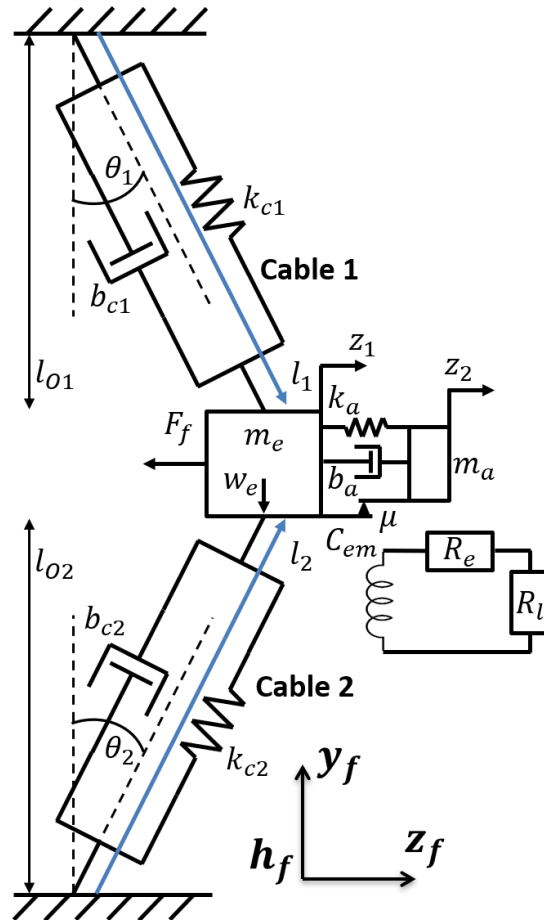


Figura 16. Diagrama dinámico del modelo 4_2_AMS_NLE.

El efecto que genera la parte electromagnética de este modelo es el de una fuerza contraelectromotriz que se opone a la vibración del primer grado de libertad, esto en el caso de que esté bien sintonizada. Se sabe que la fuerza debida a este arreglo de bobina-campo magnético es el resultado de tres factores, la intensidad de campo magnético B , la inductancia de la bobina l_e y la corriente que fluye por la bobina i . La ecuación se muestra en 37.

$$F_{em} = Bl_e i \quad (37)$$

También se sabe de las leyes fundamentales que rigen a los inductores que es posible poner a la corriente de la bobina como una función de su voltaje (*volt*) y de la resistencia eléctrica a la cual está conectada R_t , la cual en este caso en particular está conformada por la resistencia de la bobina R_e y la resistencia de carga R_l . La ecuación se expresa como se muestra en 38.

$$i = \frac{\text{volt}}{R_e + R_l} \quad (38)$$

Substituyendo la ecuación 38 en la ecuación 37 se tiene a la fuerza contraelectromotriz expresada como se muestra en la ecuación 39.

$$F_{em} = \frac{Bl_e}{R_e + R_l} volt \quad (39)$$

Como ya se ha mencionado previamente C_{em} es el coeficiente de acoplamiento electromecánico y define la relación entre la velocidad campo magnético/bobina y el voltaje que se genera en la bobina. Esta expresión es válida solamente en los casos en los que la densidad del campo magnético es constante y los desplazamientos son pequeños. Esta relación se muestra en la ecuación 40.

$$C_{em} = \frac{Volt}{Vel} = \frac{F}{i} = Bl_e \quad (40)$$

Al despejar la variable voltaje de la ecuación 40 y sustituirla en ecuación 39, la fuerza contraelectromotriz se expresa como se muestra en la ecuación 41.

$$F_{em} = \frac{Bl_e}{R_e + R_l} Bl_e Vel \quad (41)$$

Reordenando los términos con ayuda de C_{em} y recordando que en este caso la velocidad se refiere al movimiento relativo del segundo grado de libertad con respecto al primero, la ecuación queda descrita como se muestra en 42.

$$F_{em} = \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) \quad (42)$$

Este término es agregado en el modelo 3_2_AMS_NLE de las ecuaciones 32 y 33 para tomar en cuenta el efecto del electromagnético en el amortiguamiento. El modelo para definir 4_2_AEMS_NLE, tomando en cuenta solamente la fricción viscosa, queda definido con las ecuaciones 43 y 44.

$$m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + (b_a + b_f) \frac{dz_1}{dt} - b_a \frac{dz_2}{dt} + k_a z_1 - k_a z_2 + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) = 0 \quad (43)$$

$$m_a \frac{d^2 z_2}{dt^2} + b_a \frac{dz_2}{dt} - b_a \frac{dz_1}{dt} + k_a z_2 - k_a z_1 + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) = 0 \quad (44)$$

Cuando se incorpora la fricción seca entre el segundo y primer grado de libertad, la cual fue una actualización necesaria, el modelo final queda definido por las ecuaciones 45 y 46.

$$m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + (b_a + b_f) \frac{dz_1}{dt} - b_a \frac{dz_2}{dt} + k_a z_1 - k_a z_2 + F_{kzA} + F_{kzB} + F_{bz} + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) + (m_a g \mu) \text{sign} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) = 0 \quad (45)$$

$$m_a \frac{d^2 z_2}{dt^2} + b_a \frac{dz_2}{dt} - b_a \frac{dz_1}{dt} + k_a z_2 - k_a z_1 + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) + (m_a g \mu) \text{sign} \left(\frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) = 0 \quad (46)$$

En la tabla número 4 se muestra una lista que resume los parámetros del modelo 4_2_AEMS_NLE, éstos son similares a los modelos anteriores, pero se agregan los parámetros de la parte electromagnética.

Tabla 4. Parámetros del modelo 4_2_AEMS_NLE.

Parámetro	Descripción	Unidades
m_e	Masa de la estructura	<i>Kg</i>
b_f	Coeficiente de fricción masa - aire	<i>N/(m/s)</i>
k_{c1}	Constante de resorte de cable	<i>N/m</i>
b_{c1}	Coeficiente de fricción viscosa del cable	<i>N/(m/s)</i>
T_w	Tensión extra debida al peso del efector final	<i>N</i>
l_{o1}	Longitud original de los cables	<i>M</i>
f_{pt1}	Pretensión en los cables	<i>N</i>
m_a	Masa del amortiguador	<i>Kg</i>
b_a	Coeficiente de fricción viscosa del amortiguador	<i>N/(m/s)</i>
μ	Coeficiente de fricción seca del amortiguador	<i>Adim</i>
k_b	Constante de resorte del amortiguador	<i>N/m</i>
C_{em}	Coeficiente de acoplamiento electromecánico	<i>Volt/(m/s)</i>
R_e	Resistencia eléctrica de la bobina	Ω
R_l	Resistencia eléctrica de la carga	Ω

3.6 Relaciones entre parámetros

Es importante considerar que existen relaciones entre los parámetros de entrada del sistema dinámico, esto significa que algunos parámetros son dependientes de otros parámetros. Esto es importante debido a que al hacer simulaciones múltiples, en las que se cambian de forma consecutiva algunos parámetros, deben de integrarse las fórmulas de interdependencia. En el caso del oscilador no lineal 1_2_ONL de un solo grado de libertad las interrelaciones que existen son las siguientes.

Una de las relaciones más importantes es sobre los parámetros de elasticidad del cable k_{cn} y coeficiente de viscosidad del cable b_{cn} con respecto a la longitud del cable l_{on} . Con un aumento en la longitud del cable se presenta un aumento en la elasticidad del cable y se presenta un aumento de la viscosidad. Esto se define con las ecuaciones 47 y 48 que se muestran a continuación.

$$k_{cn} = (4.729) 10^4 e^{-0.00575l_{o1} * 100} \quad (47)$$

$$b_{cn} = 0.0007(l_{o1} * 100)^2 - 0.1068(l_{o1} * 100) + 41.75 \quad (48)$$

La tensión extra de los cables superiores debida al peso del efector final T_w es una función de la masa del efector final m_e y de la longitud original de los cables l_{on} . Esta relación puede explicarse mejor mediante un diagrama de las dimensiones del sistema dinámico desde una vista frontal, esto es el plano $x_f - y_f$. Se muestra en la fig. 17.

La dimensión l_t define el lado del cuadrado que conforma el área de trabajo, la dimensión a define el lado del cuadrado que conforma al efector final o primer grado de libertad. En cuanto al sistema dinámico se refiere, es importante especificar primero la longitud original de los cables l_{o1} la cual es la misma en todos los cables debido a que el efector final se encuentra en el centro del área de trabajo. Dada la longitud original l_{o1} , la longitud de trabajo l_t puede determinarse a través de la ecuación 49.

$$l_t = \sqrt{2 * l_o^2 - a^2} \quad (49)$$

Lo siguiente necesario es el ángulo θ entre la horizontal y uno de los cables superiores, este puede ser deducido a través de la visualización de un triángulo rectángulo en el diagrama. Es una función de l_t , se muestra en la ecuación 50.

$$\theta = -\tan^{-1}\left(\frac{a + l_t}{a - l_t}\right) \quad (50)$$

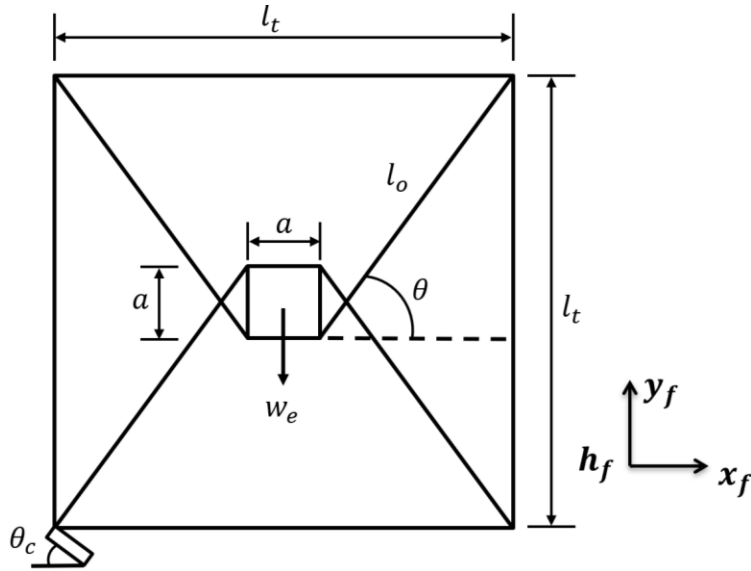


Figura 17. Diagrama de las dimensiones del cable robot plano.

Después, haciendo uso de la estática y con una sumatoria de fuerzas en la dirección de f_f , puede determinarse la tensión T_w debida al peso del efector final como una función del ángulo θ . Debido a la simetría del sistema T_w es la misma en los dos cables. Se muestra en la ecuación 51.

$$T_w = \frac{m_e g}{\text{sen}(\pi - \theta) + \text{sen} \theta} \quad (51)$$

Finalmente, las ecuaciones 49, 50 y 51 pueden unirse en una sola para poner la tensión T_w como una función de la longitud original l_{o1} y la masa del primer grado de libertad m_e . En el diagrama la masa m_e se encuentra implícita en el peso $w_e = m_e g$. Se muestra en la ecuación 52.

$$T_w = - \frac{\sqrt{2} g l_{o1} m_e (a - \sqrt{2 l_{o1}^2 - a^2}) \sqrt{\frac{1}{a \sqrt{2 l_{o1}^2 - a^2 - l_{o1}^2}}}}{2(a + \sqrt{2 l_{o1}^2 - a^2})} \quad (52)$$

Capítulo 4. Banco de pruebas de oscilaciones geoméricamente no lineales

En este capítulo se describe el diseño y construcción del banco de pruebas para validar los tres modelos principales objetos de esta investigación. Se describe el proceso de diseño conceptual, las funciones y las partes que lo componen. Finalmente se presenta el protocolo de pruebas que debe llevarse a cabo para la correcta recolección de los datos.

4.1 Diseño del banco de pruebas

Se utilizó la metodología de análisis funcional [113] la cual es una representación abstracta del comportamiento del banco de pruebas que se desea diseñar. Al principio de la aplicación de esta metodología se trabaja solamente con funciones, sin definir elementos mecánicos. Esta técnica tiene el objetivo de identificar en una etapa temprana del diseño las funciones principales que el banco de pruebas debe llevar a cabo. La importancia de realizar este análisis radica en que la identificación de las funciones principales permite trabajar posteriormente en los procesos críticos o de mayor importancia en el banco de pruebas sin desviar la atención en partes o características secundarias que tendrían un bajo impacto en los resultados finales del funcionamiento de la máquina.

En toda invención existen tres elementos que pueden ser manipulados y transformados: energía, materia e información. En el caso del presente diseño se define que la entrada de energía es eléctrica y potencial, la entrada de información son las condiciones iniciales del sistema dinámico y los parámetros iniciales, no existe entrada ni salida de materia. Este banco de pruebas tiene dos funciones principales, para encontrarlas se realizó la pregunta ¿Qué labor llevará a cabo la máquina? Y la respuesta fue oscilar masa y recolectar datos. Estas dos funciones principales pueden verse representadas en el diagrama funcional de la fig. 18.

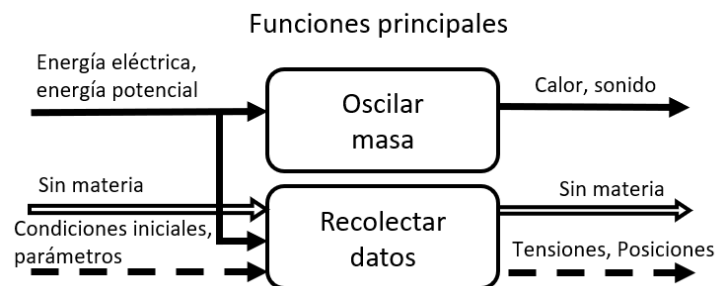


Figura 18. Diagrama funcional con funciones principales.

La función principal “oscilar masa” implica el sistema mecánico de vibración de dos grados de libertad. El primer grado de libertad es un sistema con vibraciones geoméricamente no lineales que corresponde al efector final y el segundo grado de

libertad es un sistema vibratorio lineal el cual corresponde tanto al AMS como al AEMS. En esta función existen una transformación de energía, comienza como potencial en el 1 grado de libertad, pasa como cinética al 2 grado de libertad y finalmente se transforma en calor en los amortiguadores.

La función principal “recolectar datos” implica al sistema electrónico de medición de las tensiones en los cables y posiciones de ambos grados de libertad. En esta función se genera información la cual es almacenada para finalmente ser presentada en forma de archivos los cuales puedan ser analizados posteriormente. En esta función se hace uso de energía eléctrica debido su operación electrónica, no hay transformación ni flujo de materia.

El diagrama funcional completo se muestra en la fig. 19. En este se muestran todas las funciones involucradas en la operación del banco de pruebas. Se observa la presencia de otras funciones como son la variación de los parámetros m_a , k_a , c_{em} y R_l , estas funciones están presentes debido a que los parámetros mencionados serán sintonizados para poner a punto la operación de los amortiguadores, se puede apreciar en el flujo de información que primer se establecen dos y posteriormente los últimos dos. La función de “recolectar datos” se dividió en las variables que es necesario medir, además se incluyó la función almacenar datos.

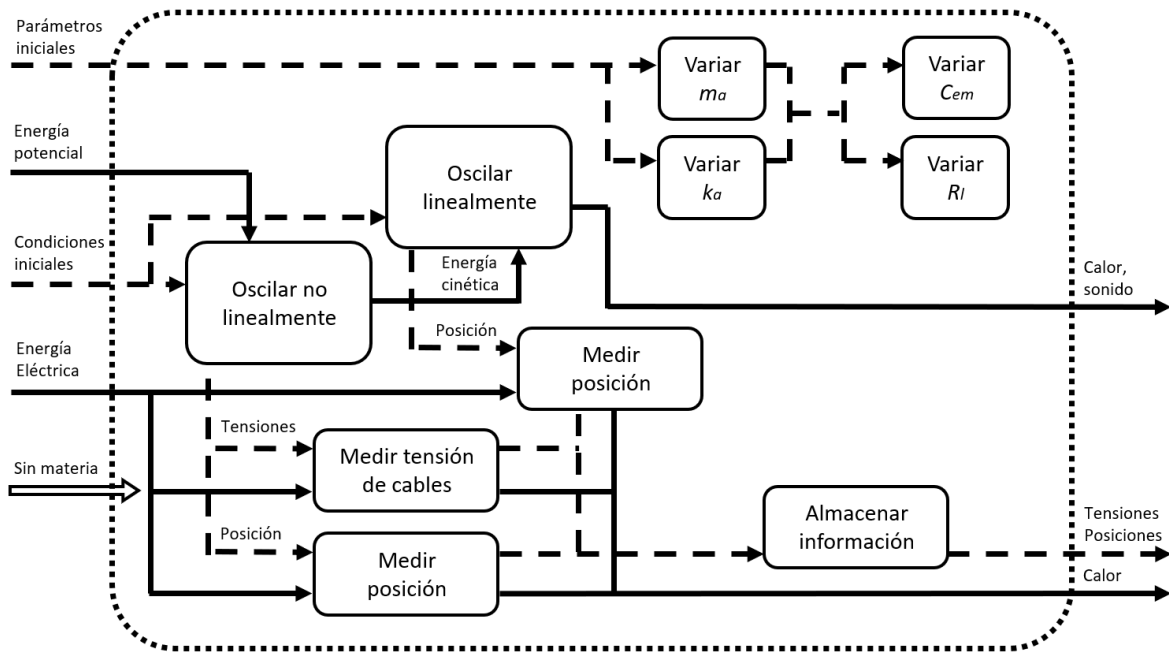


Figura 19. Diagrama funcional con todas las funciones.

Para cada una de las funciones que se muestran en la fig. 19 se materializó una solución. En la tabla 5 se presenta una breve explicación de la solución física que se le dio a cada una de estas funciones y posteriormente se explicará a detalle cada una de las partes que conforman estas soluciones y cómo funcionan.

Tabla 5. Funciones del banco de pruebas y su solución.

Función	Solución
Oscilar no linealmente	Estructura en la cual se colocan los ocho cables que sujetan al efector final.
Oscilar linealmente	Sistema de desplazamiento lineal mediante el uso de guías lineales y bujes.
Variar m_a	Variación de la masa mediante un sistema de pequeñas placas metálicas que pueden colocarse o retirarse.
Variar k_a	Posibilidad de intercambiar resortes especialmente diseñados.
Variar c_{em}	Sistema de desplazamiento de imanes para alejarlos o aproximarlos a la bobina.
Variar R_l	Posibilidad de intercambiar resistencias eléctricas en las terminales de la bobina.
Medir tensión en cables	Celdas de carga en conjunto con puentes de weastone.
Medir posiciones	Sensores laser de posición en conjunto con electrónica de acondicionamiento.
Almacenar información	Computadora industrial basada en Windows con entorno programado en LabView.

4.2 Diagrama general del banco de pruebas

En la fig. 20 se muestra un diagrama que resume el banco de pruebas para evaluación del AMS y AEMS en las vibraciones geoméricamente no lineales basadas en cable. Se utilizará una configuración planar de cuatro líneas de acción con dos cables cada línea, con cuatro pares de cables se presenta una configuración de ocho cables, cada par de cables se encuentra sometido a la misma tensión. Los cables se muestran en el diagrama del banco de pruebas como "par de cables n". En las cuatro esquinas de la configuración planar se encuentran cuatro celdas de carga, una en cada esquina, estas son las encargadas de medir la tensión en cada par de cables, por lo tanto, la tensión de cada uno de los dos cables del par es igual a la tensión que lee la celda de carga entre dos, lo que es lo mismo, ambos cables están a la misma tensión. En el otro extremo de los cables se sujeta el efector final u órgano terminal, este es un cubo y se sujeta a los cables en una configuración cruzada. La configuración logra una mayor rigidez en el cubo ante rotaciones.

El cubo es el primer grado de libertad de este sistema dinámico, ante perturbaciones externas vibra en los seis grados de libertad de un cuerpo en el espacio, pero la amplitud de la oscilación en la dirección de z_f es mayor en comparación con las otras cinco amplitudes. La vibración en la dirección z_f es el único grado de libertad que se considera en este sistema dinámico. Dentro del cubo o primer grado de libertad, se encuentra el segundo grado de libertad el cual es una masa conformada por una bobina eléctrica y un buje que se desplazan sobre ejes lineales en la dirección de z_f . Entre el primer y segundo grado de libertad se presenta un resorte, existe fricción viscosa y fricción seca.

La información proveniente de los sensores es registrada en una computadora industrial, en el diagrama del experimento el flujo de información se representa por líneas punteadas. La computadora industrial cuenta con módulos especializados de adquisición de datos para estos sensores. En esta computadora se encuentra programada una interfaz gráfica de usuario mediante la cual se ejecutan los ensayos experimentales y se registran los datos en archivos.

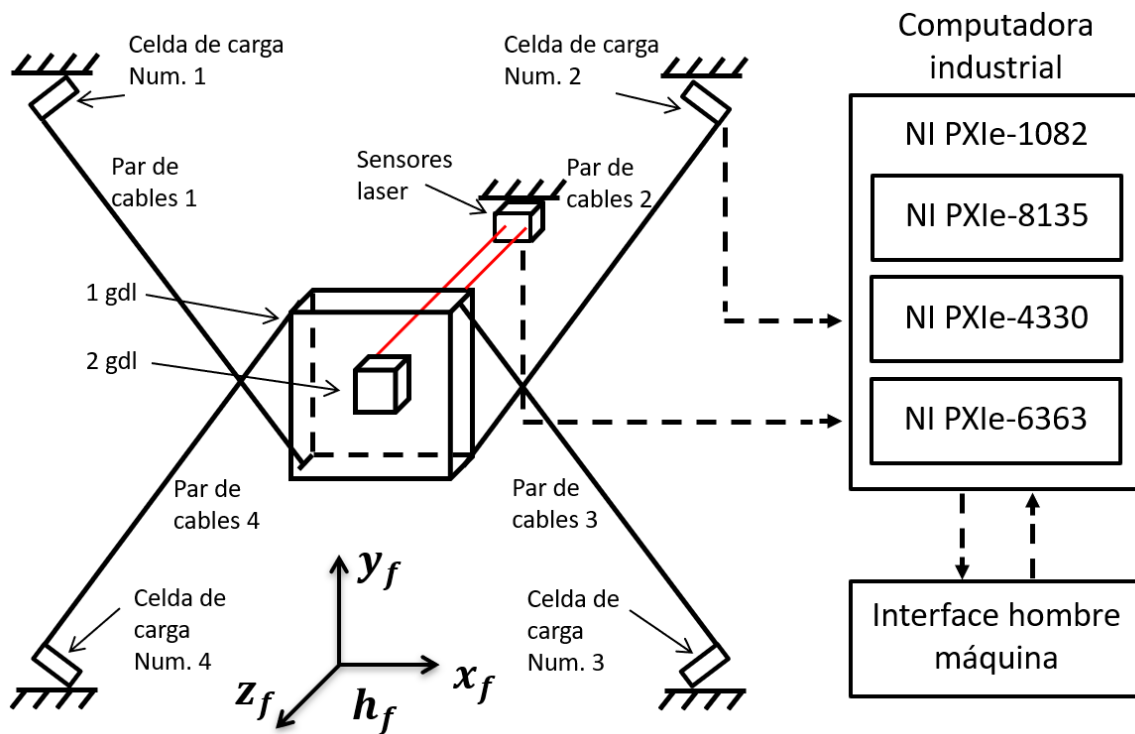


Figura 20. Diagrama del banco de pruebas.

El diagrama mostrado previamente está representando de forma física en la figura 21. En él se encuentran identificadas las partes que componen el sistema mediante flechas. Posteriormente se describe de una forma más detallada cada una de estas partes y su funcionamiento.

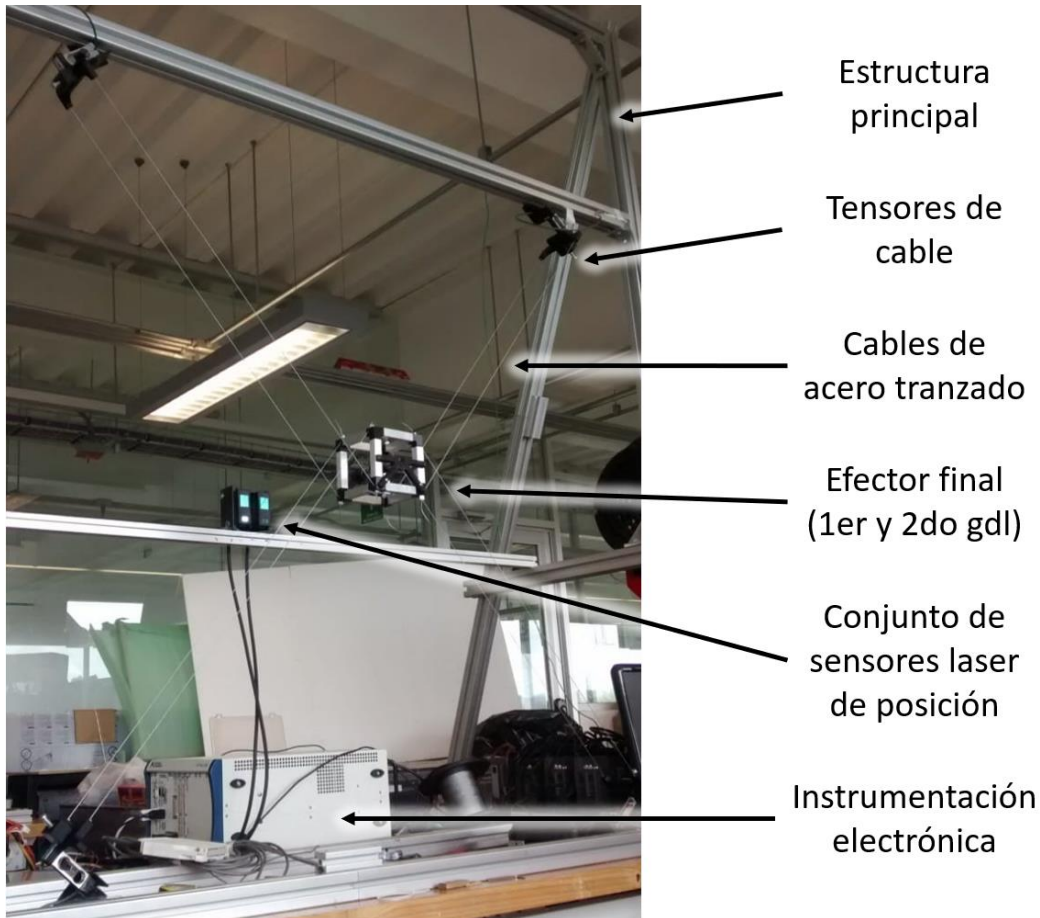


Figura 21. Vista general del banco de pruebas

4.3 La estructura principal

La estructura principal tiene la función de soportar todos los elementos mecánicos del experimento con rigidez, tiene la capacidad de variar algunas de sus configuraciones para adaptarse a las necesidades de los experimentos. Está construida con perfiles de aluminio, las dimensiones de la estructura son de 191 cm de ancho, 177 centímetros de alto y 79 centímetros de base. Los perfiles de aluminio tienen una sección transversal cuadrada de 40 mm de lado. La estructura está ensamblada en forma de rectángulo en el plano alzado, cuenta con perfiles en el plano planta que funcionan como base y perfiles en diagonal para dar mayor rigidez a la estructura. Cuenta con un perfil horizontal móvil que tiene la función de variar el área de trabajo sin la necesidad de realizar mayores modificaciones en la estructura. Este puede moverse y ajustarse en alguna posición a través de la vertical, esto es la dirección de y , el perfil no cambia de dirección, solo de posición, por esta razón se encuentra siempre en posición horizontal alineado con el eje x . La estructura principal cuenta también con un sistema de soporte y posicionamiento para los sensores laser de desplazamiento, este sistema tiene la función de posicionar adecuadamente los sensores según se requiera para la toma de datos, está construido con perfiles de aluminio móviles los cuales permiten que los sensores se desplacen en las

tres direcciones lineales x , y & z . En la fig. 22 se muestra la estructura principal de banco de pruebas construida.

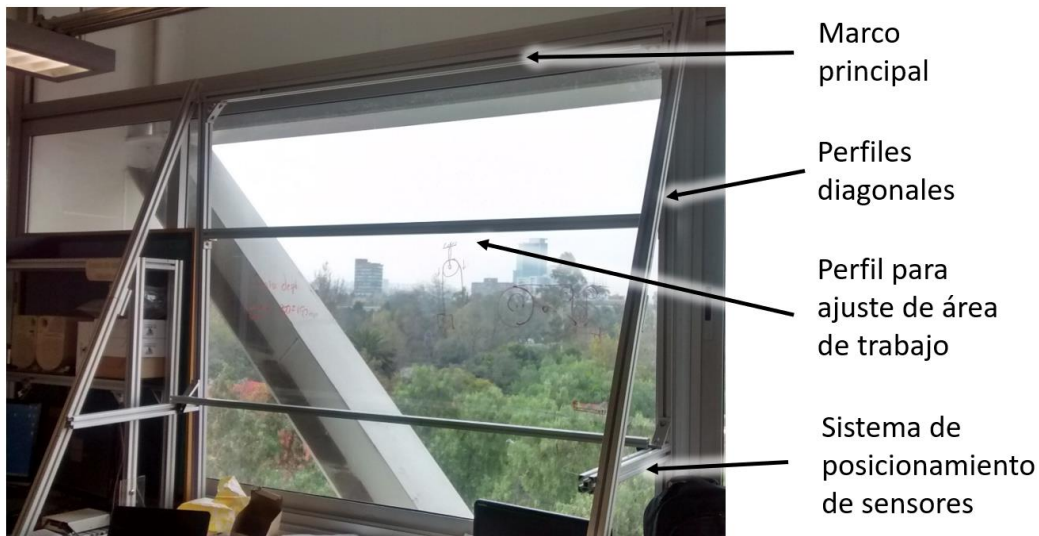


Figura 22. Estructura principal del banco de pruebas.

4.3.1 Tensores de cable

Las celdas de carga se enumeran del 1 al 4, comenzando en la esquina superior derecha y avanzando en sentido horario, esta es la misma numeración que se asignó a los pares de cable. Cada uno de estos ensambles de celda de carga está conformado por las siguientes partes.

- Soporte angular para celdas de carga – Esta pieza de alta rigidez fabricada en acero es la unión entre el perfil de aluminio y las celdas de carga. Puede ser ajustado en la posición X y en la orientación C , la cual es la rotación en la dirección de z .
- Celda de carga – Este es un sensor de fuerza que utiliza galgas extensiométricas en una configuración de puente de Weastone completo. Puede ser ajustada en la orientación perpendicular al plano orientado por el soporte angular para celdas de carga.
- Tensor doble para cable – Pieza plástica utilizada para unir las celdas de carga y los cables acero. Cuenta con dos funciones. La primera es dividir un solo segmento de cable en dos segmentos de cable que sujeten al efector final en dos puntos. La segunda es variar la tensión de dichos segmentos de cable mediante un tornillo de ajuste.

En la fig. 23 se muestra una foto de este ensamble y las partes que lo componen, en la parte izquierda se muestra el diseño en computadora y en la parte derecha se muestra el ensamble fabricado real.

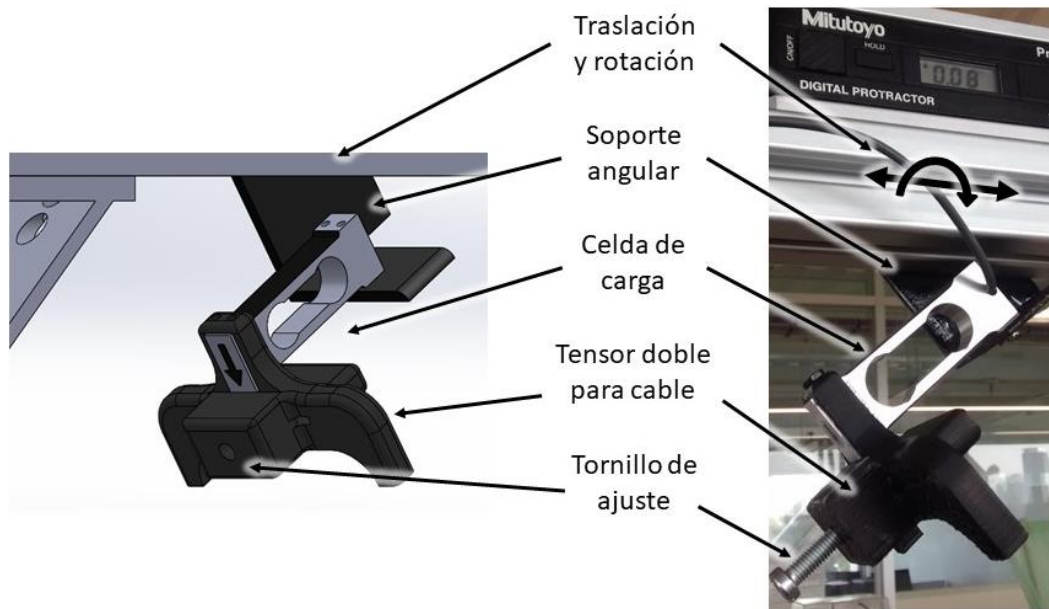


Figura 23. Tensor de cable.

4.3.2 Conjunto de sensores laser

Los sensores laser deben de mantenerse apuntando en la dirección de z positiva en todo momento, pero es necesario que puedan ser ajustados en diferentes posiciones para censar el efector final en diferentes posiciones del espacio de trabajo o cuando el efector final aun este en el centro del área de trabajo, pero con una diferente dimensión de área de trabajo. Para lograr lo anterior se diseñó y construyó un sistema de ajuste de posición por tornillo, la posición de los sensores laser puede variar en las direcciones de x , y & z con la ayuda de barras deslizantes ajustadas y aflojadas por tornillo.

Para mover los sensores en la dirección de x diseñó y construyó una caja para contenerlos, esta caja impresa en 3D tiene la capacidad de desplazarse linealmente en un perfil de aluminio con la ayuda de un par de tornillos ajustadores para la ranura de dicho perfil. La caja de contención de los sensores laser está fabricada con las tolerancias necesarias para permitir pequeñas rotaciones en caso de requerirse ajustes finos. Para desplazar la caja de contención de los sensores laser en las direcciones de y & z , se hace uso del sistema de posicionamiento de sensores laser con el que cuenta la estructura principal y cuyo funcionamiento ya se ha definido previamente. En la fig. 24 se muestra una foto del ensamble de sensores laser y las partes que lo componen, en la parte izquierda se muestra el diseño en computadora y en la parte derecha se muestra el ensamble fabricado real.

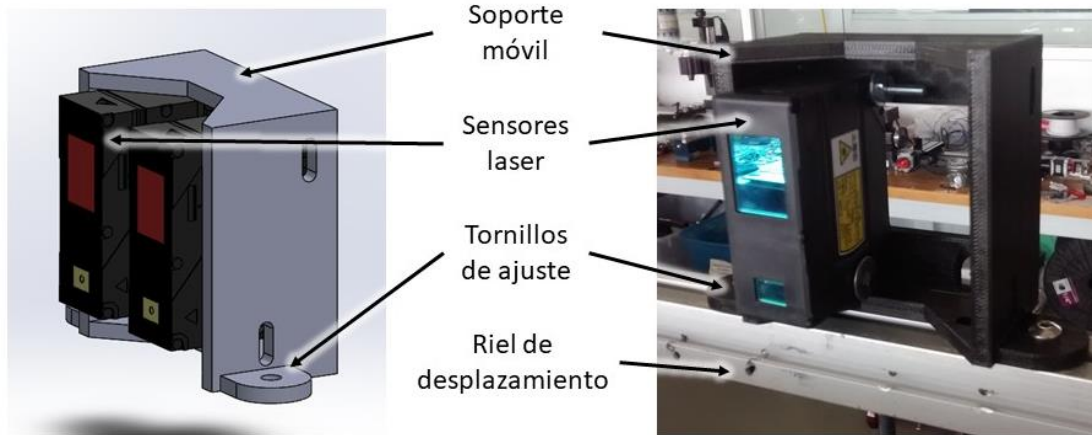


Figura 24. Conjunto de sensores laser

4.4 El efector final (1er gdl)

En el efector final se encuentran físicamente los dos grados de libertad de este sistema dinámico. El efector final está compuesto por tres subensambles, el primero es el cubo del efector final, tiene la función de dar estructura al resto de los componentes. El segundo subensamble es del campo magnético, tiene la función de variar el campo magnético mediante sistemas de desplazamiento. El tercer subensamble se llama de segundo grado de libertad, y tiene la función de amortiguador de masa sintonizada y amortiguador electromagnético de masa sintonizada. En la fig. 25 se muestra el efector final con su 1er y 2do grado de libertad, también puede apreciarse la posición de los sensores laser que leen la posición de estos dos grados de libertad.

4.4.1 Cubo de efector final

El cubo del efector final mide 10 cm de lado. Está construido por 12 perfiles de aluminio de 6 cm de largo y sección transversal cuadrada de $\frac{1}{2}$ pulgada. Estos perfiles están unidos entre sí por piezas plásticas fabricadas por manufactura aditiva. En las piezas plásticas se encuentran agujeros para colocar los cables de acero. El ensamble no hace uso de ningún tipo de pegamento ni unión por tornillo, se usa la presión y fricción entre los componentes para mantener la unión. Se muestra en la fig. 26.

4.4.2 Campo magnético variable

El ensamble de campo magnético consta de 4 piezas plásticas fabricadas por manufactura aditiva. El diseño en computadora y el ensamble real se muestra en la fig. 27. La base principal del ensamble se sujeta a la parte inferior del cubo, esto es el primer grado de libertad, mediante unas ranuras específicamente diseñadas para este fin. Sobre la base principal se colocan tres piezas deslizables en las cuales se coloca un imán de neodimio en cada una. Funcionan como sistemas de desplazamiento lineal los cuales se ajustan en su posición mediante un tornillo y tuerca. Los imanes laterales se desplazan hacia los lados en ambas direcciones mediante un sistema de deslizamiento de planos

parecido al que usa en los tornos para metal. El imán móvil inferior se desplaza hacia arriba y hacia abajo. Para asegurar mantener la posición de los imanes se usan tornillos y tuercas sujetadoras como muestra en las figuras. Con el alejamiento y aproximación de los imanes se logra la variación del campo magnético, y por lo tanto la variación del coeficiente de acoplamiento electromecánico.

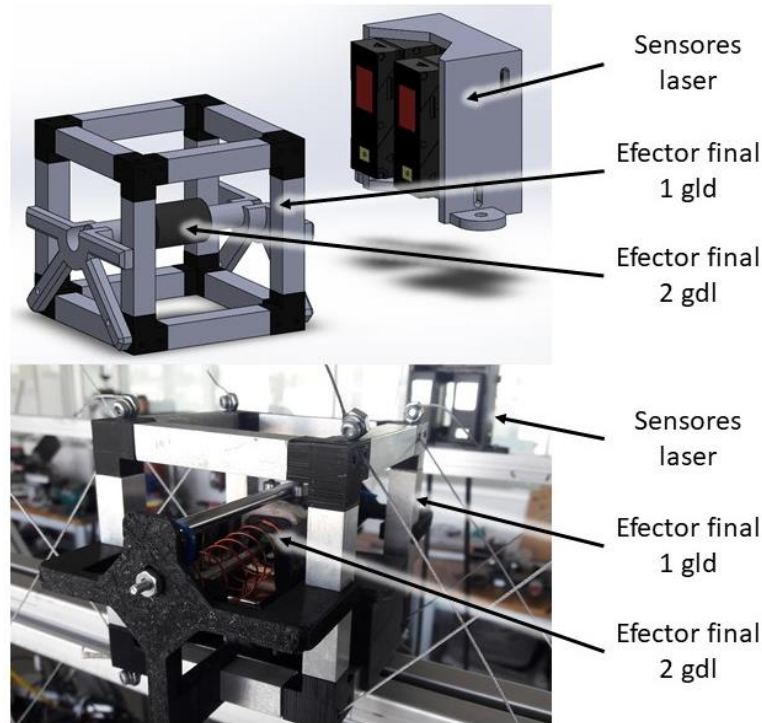


Figura 25. Efecto final con sus dos grados de libertad y los sensores laser.

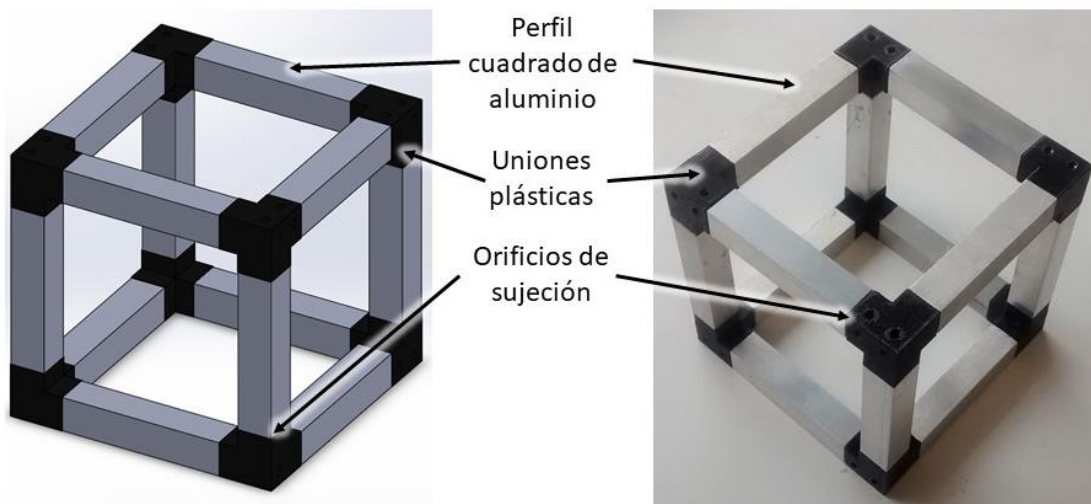


Figura 26. Cubo de efecto final.

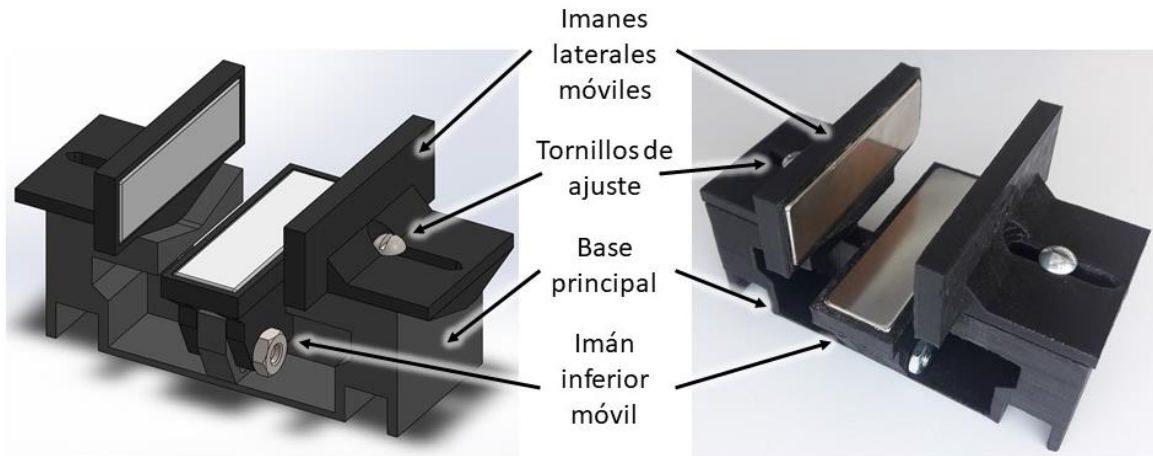


Figura 27. Modelo en CAD y construcción del campo magnético variable.

4.4.3 Desplazamiento de amortiguadores (2 gdl)

La función de este subensamble es implementar el amortiguador de masa sintonizada y el amortiguador electromagnético de masa sintonizada en el sistema dinámico. Para lograr lo anterior se necesita una masa que tenga desplazamiento lineal en la dirección de z_f , esta masa es el segundo grado de libertad del sistema dinámico.

En el banco de pruebas, esta masa es una bobina de alambre magneto. La bobina se encuentra protegida por la parte exterior con cinta adhesiva, el alambre que forma la bobina está enrollado sobre un soporte plástico rectangular y a su vez, este soporte plástico se ensambla en otra pieza plástica fabricada por manufactura aditiva. Esta última pieza plástica tiene tres funciones: sujetar la bobina de alambre magneto, permitir la colocación de placas metálicas extra para variar la masa y realizar la unión con las guías lineales mediante la integración de un buje y sistema deslizante de mínima fricción. Una imagen de este segundo grado de libertad se muestra en la fig. 28.

El buje es de aluminio adonizado por la parte exterior y recubierto con teflón por la parte interior, a esta pieza se le realizó un proceso de desbaste mediante fresadora. Este maquinado fue realizado por la parte lateral de buje hasta atravesarlo, esto tiene el objetivo de minimizar la superficie de contacto entre la parte interna del buje y el eje de desplazamiento lineal. Con esto se logró una reducción significativa de la fricción seca, una imagen del buje después del proceso de maquinado se muestra en la fig. 29.

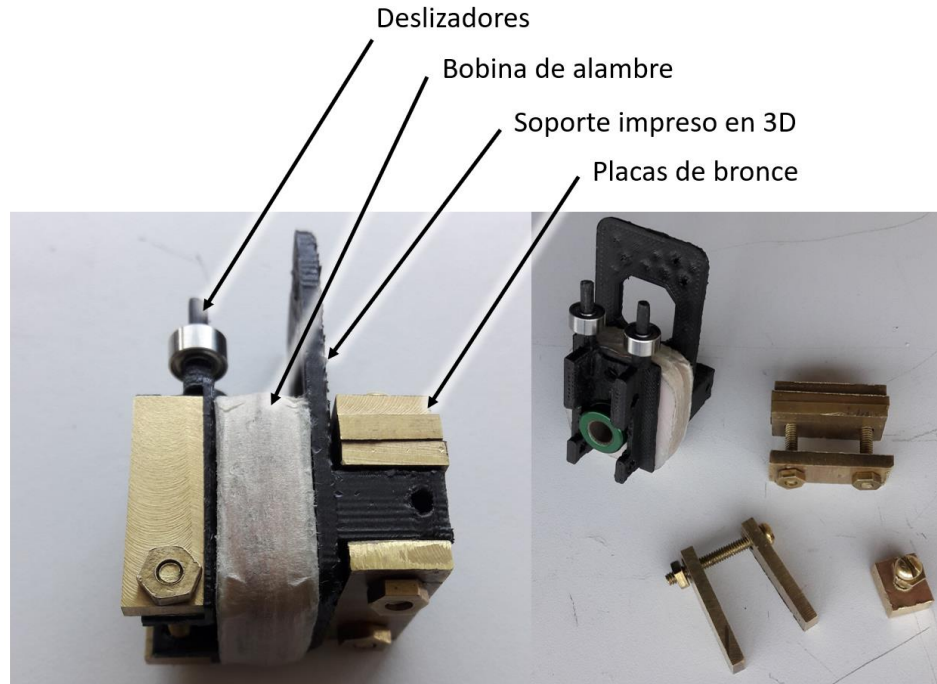


Figura 28. Ensamble del segundo grado de libertad.

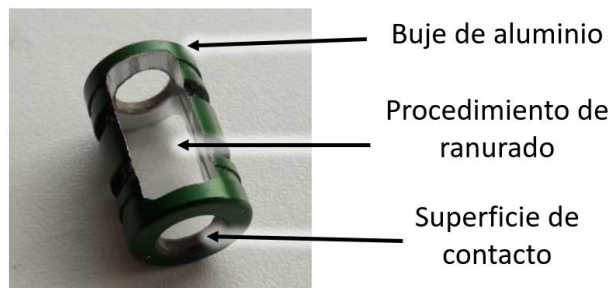


Figura 29. Bujes maquinados para minimizar la fricción.

Las piezas descritas previamente, la bobina, la pieza plástica y el buje conforman la masa del segundo grado de libertad. El buje se desplaza sobre una guía lineal circular de 9mm de diámetro en su sección transversal fabricada en acero inoxidable no ferromagnético, otra guía similar esta puesta en la parte superior para restringir la rotación del buje. Ambos ejes están montados sobre dos soportes plásticos que se ensamblan al cubo del efector final. Finalmente, el segundo grado de libertad se conecta con el primer grado de libertad mediante un resorte de cobre esmaltado. Es importante mencionar que todos los materiales con los que fue construido este ensamble no son ferromagnéticos, esto es debido a que cualquier material ferro magnético podría imantarse y generar fuerzas que interfieran al desplazamiento. El ensamble se muestra en la fig. 30.

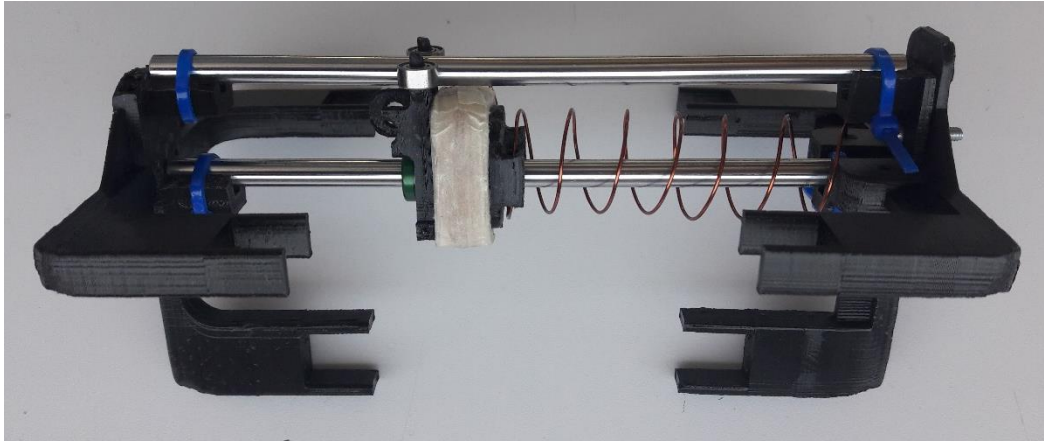


Figura 30. Ensamble del segundo grado de libertad.

En la fig. 25 se muestra una imagen del ensamble físico, pero debido a la integración de los componentes es difícil apreciar cada una de sus piezas, esta visualización se realiza de mejor manera mediante el CAD en el cual se pueden transparentar ciertas piezas para visualizar de mejor manera otras. En la fig. 31 se aprecia este CAD y sus piezas internas.

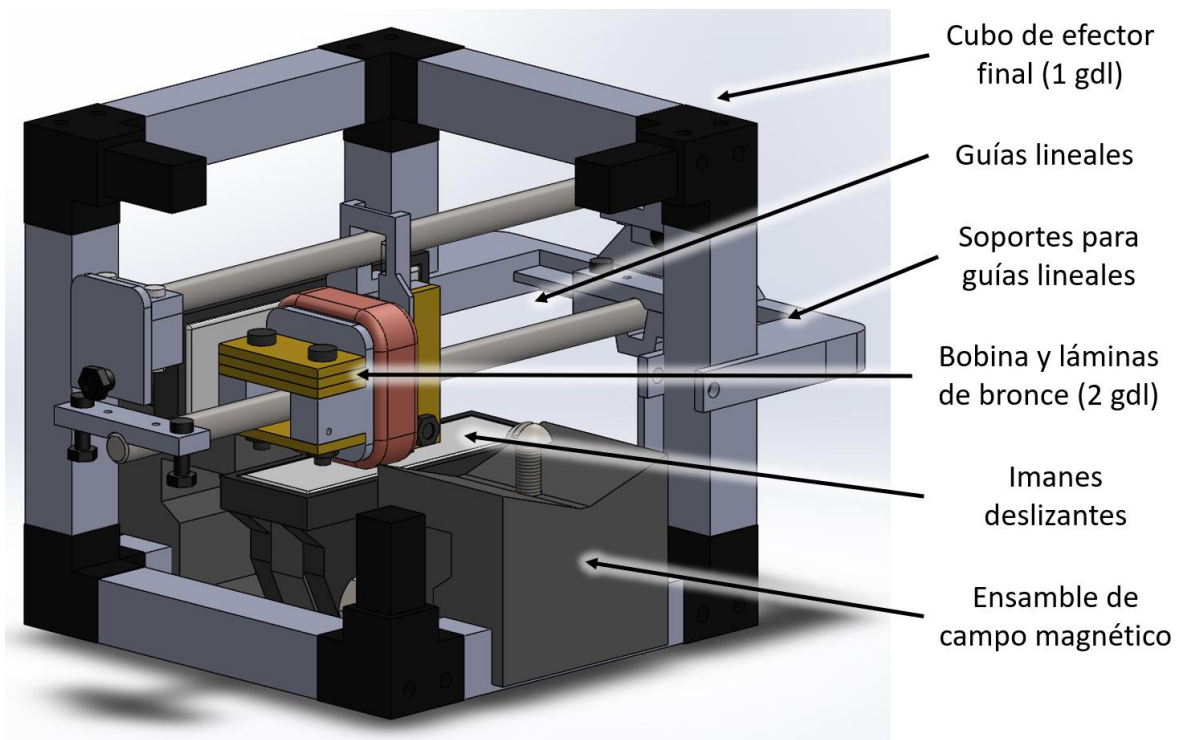


Figura 31. CAD de 1° y 2° grado de libertad.

4.5 Instrumentación electrónica

4.5.1 Sensores

Este banco de pruebas hace uso de dos tipos de sensores, celdas de carga y sensores laser de posición. Las celdas de carga utilizadas son de la marca Omega modelo LCAE-3. Estas tienen una capacidad de carga de 3 kg, una no linealidad de 0.02 %, repetibilidad de 0.02% e histéresis de 0.02 %. Con esta capacidad de carga se puede medir una fuerza de hasta 29.43 N. Las celdas de carga tienen una configuración de puente de Wheatstone completo, se conectaron directamente al equipo de instrumentación electrónica PXI de National Instruments. A continuación, se muestra en la fig. 32.



Figura 32. Celda de carga Omega 3 kg.

Para la medición de la posición de los dos grados de libertad se hace uso de dos sensores laser de posición de la marca Omron modelo ZX1-LD300A61. Estos tienen un rango de medición de 30 cm, una resolución de 30 μm y una frecuencia de muestreo máxima de 1 ms. Los sensores laser tienen una salida de corriente desde 4 hasta 20 mA, por lo tanto, se hace uso de una resistencia de precisión en derivación para provocar una caída de tensión que va desde 1V hasta 5V, esta caída de tensión es medida por el equipo de instrumentación electrónica PXI de National Instruments. En la fig. 33 se muestra el sensor.



Figura 33. Sensor laser de posición Omron.

4.5.2 Equipo de adquisición de datos

Para adquirir los datos se utilizó una computadora industrial de la marca National Instruments modelo NI PXI-1082 con un controlador NI PXIe-8135. Esta computadora tiene añadidos dos módulos. El primero es un módulo de entradas y salidas de propósito general modelo NI PXIe-6363, a través de éste se leen las señales de los sensores laser. El segundo es un módulo para puentes de Wheatstone modelo NI TB-4330, a través de este se leen las señales provenientes de las cuatro celdas de carga. En la fig. 34 se muestra la imagen de esta computadora.



Figura 34. Computadora industrial PXI con los módulos incorporados.

4.5.3 Interfaz gráfica de usuario

En la computadora industrial PXI se programó un entorno que controla la lectura y escritura de los datos provenientes de los sensores y además funciona como interfaz gráfica de usuario. Para esto se utilizó el entorno de programación LabView de la marca National Instrumens en su versión 2109.

Los datos son leídos a una frecuencia de 500 Hz, lo cual está muy por encima de la máxima frecuencia registrada en el sistema oscilatorio la cual ronda los 1-3 Hz, esto para cumplir con el criterio de Nyquist y evitar el fenómeno aliasing. Un detalle de la interfaz gráfica de usuario se muestra a continuación en la fig. 35. En la parte superior izquierda de la interfaz gráfica se despliegan dos gráficas que muestran los cambios de tensión en cada uno de los cables del banco de pruebas, en la parte inferior de estas gráficas se muestran en forma numérica las tensiones de los cables en las cuatro direcciones. En la parte superior derecha de la interfaz se despliegan dos gráficas que muestran los valores de la posición de los grados de libertad en todo momento, también se muestran estos valores en indicadores numéricos.

Los controles para la realización de la prueba y el guardado de los datos se encuentran en la parte inferior derecha. En esta sección se puede especificar un directorio en el cual se guardarán los datos en formato xls, en el control tiempo se especifican los segundos que durará la prueba y cuando todo está listo, se pulsa el botón “Tomar datos” para comenzar el registro.

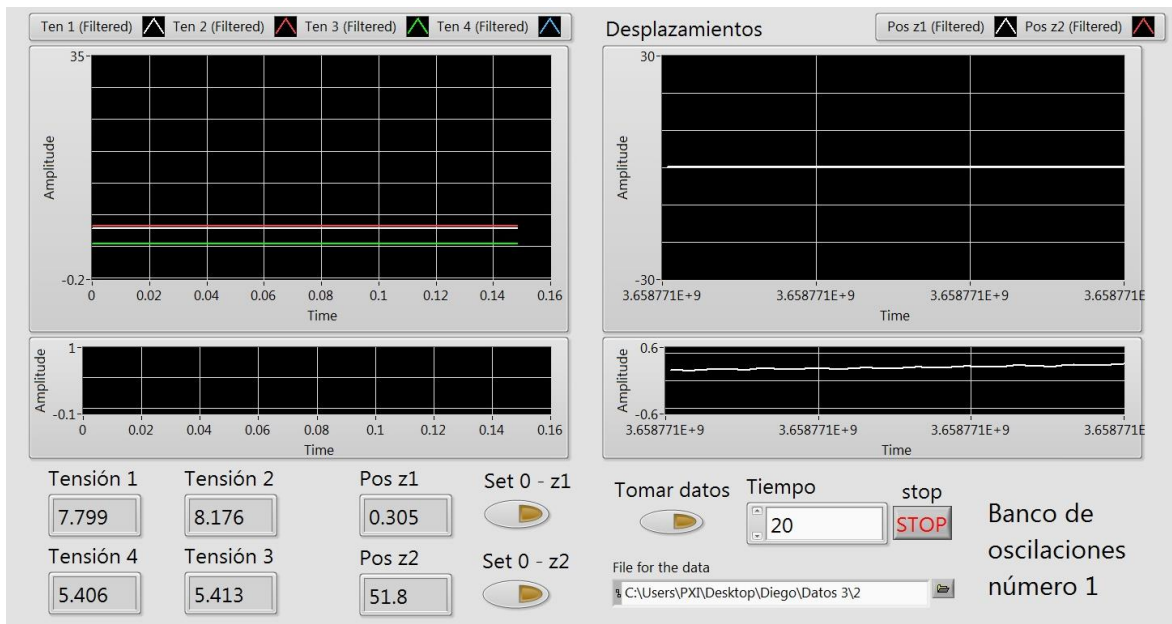


Figura 35. Interfaz gráfica de usuario para la lectura y guardado de los datos.

4.6 El protocolo experimental

El procedimiento para llevar a cabo las pruebas es el siguiente.

1. En cuanto a la mecánica se refiere, los cuatro pares de cables deben de estar a la misma tensión. Esto se ve reflejado en los gráficos y en los indicadores numéricos de la interfaz gráfica. Debe recordarse que los pares superiores de cables estarán a una tensión mayor que los inferiores debido al peso del efector final. El ajuste se realiza mediante el tornillo de ajuste del tensor doble de cable.
2. Los cables no deben de desplazarse en el tensor de cable doble porque esto provocaría rotaciones en el efector final y por lo tanto se perderían las tensiones, para evitar estos desplazamientos es necesario apretar los tornillos que se ubican en los extremos de los tensores doble de cable, esto es en las salidas de los cables.
3. El primer y segundo grado de libertad deben estar bien ajustados con referencia a los sensores laser, esto significa que cuando el primer y segundo grado de libertad estén en completo reposo los indicadores de posiciones (Pos z_1 y pos z_2) en la interfaz gráfica deben marcar cero. Para lograr esto existen los botones (Set 0 – z_1 y Set 0 – z_2) en la interfaz gráfica, los cuales establecen el valor de las posiciones en cero.
4. En cuanto a software se refiere, la ruta en la que serán guardados los datos debe estar especificada, el tiempo que durará la recolección de datos debe estar determinado y ambos valores de posición del efector final deben estar en cero. Se debe comprobar también que las dos tensiones inferiores sean iguales y las dos tensiones superiores también deben ser iguales. La diferencia entre las tensiones superiores e inferiores se debe, como ya se ha comentado, al peso del efector final.
5. Después de las anteriores revisiones se procede a posicionar el efector final en la posición de lanzamiento de la prueba, en el caso de las pruebas realizadas en esta investigación es de 30 mm en la dirección z_f positiva. Este posicionamiento se logra mediante una pinza que sujeta al efector final y lo desplaza de manera controlada mediante un sistema de tornillo tuerca. En la interfaz gráfica se observa que ambos grados de libertad lleguen a la posición deseada.
6. Finalmente se procede a la liberación del efector final y al inicio de la recolección de datos pulsando el botón (Tomar datos). Ambos grados de libertad oscilarán en la dirección de z_f positiva y negativa hasta detenerse. En los primeros segundos los dos grados de libertad se desplazarán de forma independiente, pero después, debido a la acción de la fricción seca entre ambos grados de libertad, estos tenderán a moverse como un solo grado de libertad.
7. Los datos son leídos y almacenados a una frecuencia de 500 Hz, son almacenados en un archivo que puede tomar diferentes formatos incluido Microsoft Excel. Se recomienda establecer tiempos prologados de prueba debido al prolongado tiempo de asentamiento de este tipo de vibración geoméricamente no lineal. En el caso de la presente investigación se han usado 1260 segundos. Para calcular el tiempo de asentamiento se está usando un criterio de error en porcentaje de 5%.

Con el procedimiento descrito anteriormente es posible realizar ensayos para los tres tipos de modelos que se estudiaron. En el primer caso, el cual es el modelo 1_2_ONL “oscilador no lineal”, es necesario retirar el segundo grado de libertad mostrado en la fig. 28. De esta manera se elimina el parámetro m_a y oscila el único grado de libertad el cual es el efector final.

Para realizar ensayos del modelo 3_3_AMS_NLE “amortiguador de masa sintonizada con no linealidades en la estructura” es necesario colocar en los ejes la masa de amortiguador m_a , esto es el segundo grado de libertad presentado en la fig. 28. El segundo grado de libertad se conecta al primer grado de libertad mediante el resorte especialmente diseñado y entonces se tiene el parámetro k_a . Finalmente, debido a la fricción que existe entre el buje de la masa del amortiguador y las guías lineales, se presentan la fricción viscosa b_a y la fricción seca μ . Es importante hacer notar que las terminales de la bobina deben estar en circuito abierto, de esta forma no existirá una corriente eléctrica y por lo tanto no habrá fuerza contraelectromotriz.

Lo anterior nos lleva la adecuación para realizar ensayos del modelo 3_2_AEMS_NLE “amortiguador electromagnético de masa sintonizada con no linealidades en la estructura”, en el cual solo es necesario colocar la resistencia de carga R_l entre las terminales de la bobina. Con la anterior adecuación se cerrará el circuito eléctrico, el movimiento relativo de la bobina con respecto al campo magnético generarán un voltaje que se traducirá en una corriente eléctrica que pasará a través de las resistencias de la bobina R_e y de carga R_l , por lo tanto, se generará una fuerza contraelectromotriz. Esta interacción de fuerzas contraelectromotrices e inerciales propias del movimiento es la parte electromecánica del amortiguador en acción.

4.7 Parámetros del sistema dinámico

A continuación, se muestran los parámetros que se utilizaron en el sistema dinámico. Estos valores fueron establecidos en el banco de pruebas y también en las simulaciones dinámicas por computadora. Los parámetros críticos para el amortiguador de masa sintonizada fueron la masa del amortiguador m_a y la constante de resorte del amortiguador k_a , en el caso del amortiguador electromagnético de masa sintonizada, los parámetros críticos fueron el coeficiente de acoplamiento electromecánico C_{em} y la resistencia de carga R_l . Estos valores son críticos por que definen el comportamiento del sistema dinámico y su variación influye en la variable de respuesta, la cual es el tiempo de asentamiento del primer grado de libertad. En la tabla 6 se muestran los parámetros usados en los modelos.

Tabla 6. Parámetros reales del sistema dinámico.

Primer grado de libertad			
Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
m_e	Masa de la estructura	0.5225	<i>Kg</i>
b_f	Coeficiente de fricción masa - aire	0.0031	<i>N/(m/s)</i>

k_{c1}	Constante de resorte de cable	25000	N/m
b_{c1}	Coeficiente de fricción viscosa del cable	90	$N/(m/s)$
T_w	Tensión extra debida a Peso de 1 gdl.	3.4	N
l_{o1}	Longitud original de los cables	1.06	M
f_{pt1}	Pretensión en los cables	10	N
Segundo grado de libertad			
Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
m_a	Masa del amortiguador	0.067	Kg
k_a	Constante de resorte de amortiguador	12	N/m
b_a	Coeficiente de fricción viscoso de amortiguador	0.4	$N/(m/s)$
μ	Coeficiente de fricción seca de amortiguador	0.1	<i>Adimensional</i>
C_{em}	Coeficiente de acoplamiento electromecánico	2.65	$V/(m/s)$
R_b	Resistencia eléctrica de bobina	85.15	Ω
R_l	Resistencia eléctrica de carga	20	Ω

Para encontrar estos parámetros críticos se realizaron simulaciones múltiples cuyo detalle se presentará en la sección de resultados. Estas simulaciones múltiples hacen la función de proceso de optimización, en el cual el mínimo que se desea encontrar es el tiempo de asentamiento del primer grado de libertad. Primero se realiza esta optimización solo para el amortiguador de masa sintonizada (3_2_AMS_NLE) y se obtienen los parámetros adecuados de este modelo. Después estos parámetros adecuados se toman como constantes para la segunda simulación múltiple y optimización, la cual corresponde al amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_2_AEMS_NLE).

Capítulo 5. Resultados

La investigación se condujo de manera analítica en primera instancia y posteriormente se realizaron validaciones experimentales. Los modelos matemáticos ya han sido descritos en el capítulo 3. En este capítulo se presentan datos analíticos y experimentales de los diferentes escenarios en los que se ha conducido la investigación, los cuales son vibración libre (1_2_ONL), vibración con amortiguador de masa sintonizada (3_2_AMS_NLE) y vibración con amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_2_AEMS_NLE). Los datos analíticos resultaron de simulaciones numéricas a los modelos matemáticos usando el entorno de desarrollo Matlab® y los resultados experimentales provienen de los datos obtenidos por el banco de pruebas. Al final del capítulo se muestra de manera gráfica el impacto que tienen las dos estrategias de amortiguamiento en el tiempo de asentamiento de la vibración estudiada.

5.1 Zonas de baja rigidez y baja disipación energética

Una de las primeras simulaciones que fue pertinente realizar es sobre el comportamiento de las no linealidades geométricas, esto es el resorte y el amortiguador lineales cuando se desplazan perpendicularmente a su estado de equilibrio. Para esto se grafica la fuerza contra el desplazamiento tanto para el resorte como para el amortiguador. Estas graficas se muestran a continuación.

En la gráfica de la fig. 36 se muestra la relación entre la fuerza en la dirección z_f debida el resorte equivalente de los cables y el desplazamiento del efector fina en la dirección z_f . Se aprecia que la fuerza aumenta de forma no lineal conforme el efector final se aleja el punto de equilibrio en la dirección de z_f , también se observa la presencia de una línea horizontal que se presenta antes de que la fuerza comience a aumentar en forma exponencial tanto en el lado positivo como negativo del desplazamiento en la gráfica. Esto implica que existe una región centrada en el punto de equilibrio en la cual la fuerza es muy baja, a esto se le denominó zona de baja rigidez. Las características de esta zona dependen de variables como la longitud de los cables, el nivel de pretensión y los parámetros viscoelásticos equivalentes del cable. Esta zona de baja rigidez explica la gran amplitud vibratoria del primer grado de libertad. Contar con el modelo matemático implica la posibilidad de manipular las características de la amplitud vibratoria.

En la gráfica de la fig. 37 se muestra la relación entre la fuerza en la dirección z_f debida a los amortiguadores equivalentes de los cables y el desplazamiento del efector final en la dirección z_f . Se puede observar que la fuerza de amortiguamiento es grande solo para grandes amplitudes de vibración, y que en el punto de equilibrio esta fuerza se reduce a un valor muy cercano a cero debido a que la velocidad del amortiguador se reduce a cero al pasar de una etapa de contracción a una de expansión y viceversa en cada periodo de vibración. Al ser la fuerza del amortiguador en z_f una función de la posición y de la velocidad, se crea en el punto de equilibrio del efector final una zona de

baja disipación energética, provocando que las vibraciones en estos sistemas, como el de los cables y una masa, sean de duración prolongada.

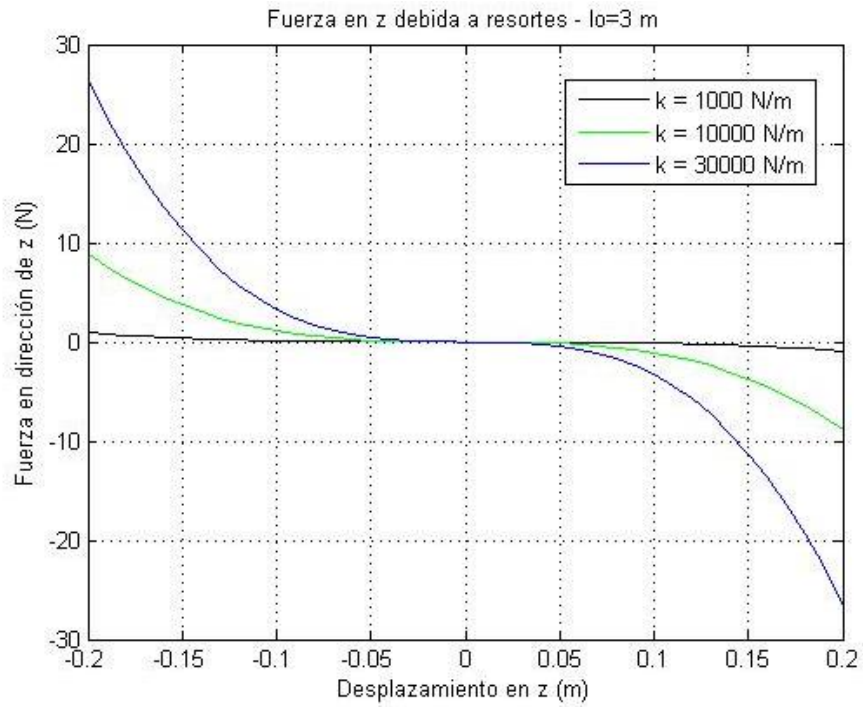


Figura 36. Fuerza en z debida a resortes para diferentes valores de elasticidad.

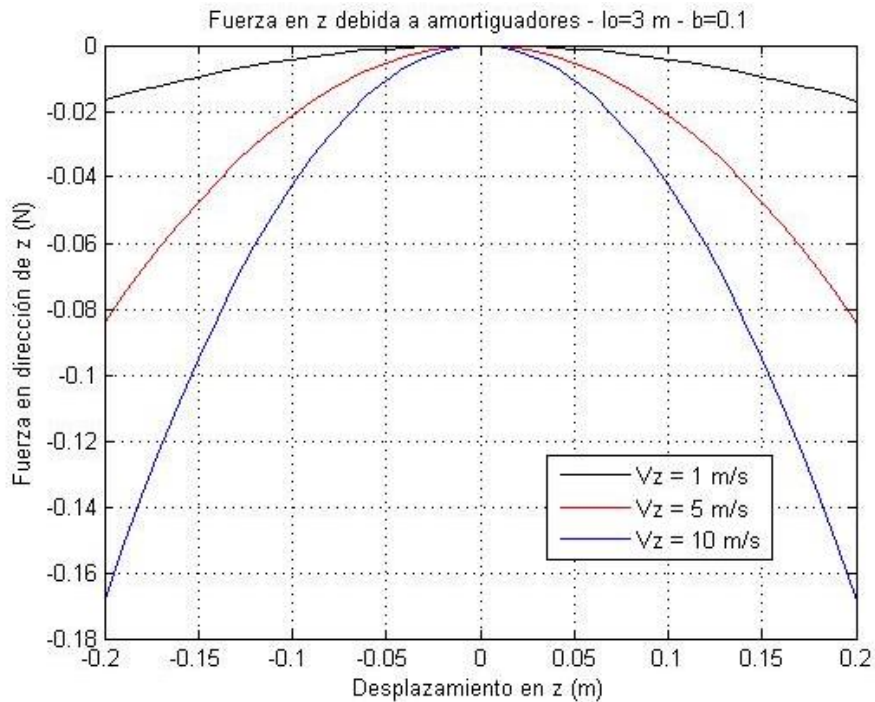


Figura 37. Fuerza en z debida a los amortiguadores para diferentes valores de velocidad.

Los anteriores comportamientos son diferentes a los modelos convencionales de resortes y amortiguadores que existen en la literatura, estas diferencias son debidas a las no linealidades geométricas y sus características se describen a continuación.

En cuanto a resortes se refiere, existen los resortes lineales, en estos la fuerza que generan es directamente proporcional a la distancia que son elongados. Existen también los resortes suaves, estos presentan una región lineal y después, con el aumento de su elongación ya no se presenta un aumento de fuerza proporcional, éste es menor. Los resortes duros también presentan una región lineal la cual posteriormente se convierte en una exponencial creciente. A diferencia de los tres resortes mencionados, el resorte geoméricamente no lineal tiene un comportamiento diferente debido a que no presenta una región lineal en las proximidades al punto de equilibrio, esto es cuando el valor de la coordenada de posición es próximo a cero, la curva es muy similar a una línea horizontal presentándose una zona de baja o casi nula rigidez seguida de aun aumento exponencial de la fuerza tanto en la dirección positiva como negativa del desplazamiento.

En cuanto a amortiguadores se refiere, la fuerza del amortiguador geoméricamente no lineal es una función tanto de la posición como de la velocidad. Por esta razón, cuando se grafica Fuerza contra desplazamiento su curva se comporta como una función cuadrática en comparación con los amortiguadores lineales los cuales son una línea recta horizontal. Es una práctica común para amortiguadores graficar la fuerza con respecto a la velocidad, en este caso los amortiguadores lineales dibujan una línea recta. Para el caso de amortiguadores geoméricamente no lineales, dicha grafica no tendría sentido, pues la velocidad es una función de la posición y no puede mantenerse constante la posición y variar la velocidad.

En fig. 38 se muestran dos gráficas de la relación fuerza desplazamiento, en azul las curvas de los resortes y amortiguadores convencionales y en rojo las curvas de los elementos geoméricamente no lineales. Se aprecian las diferencias.

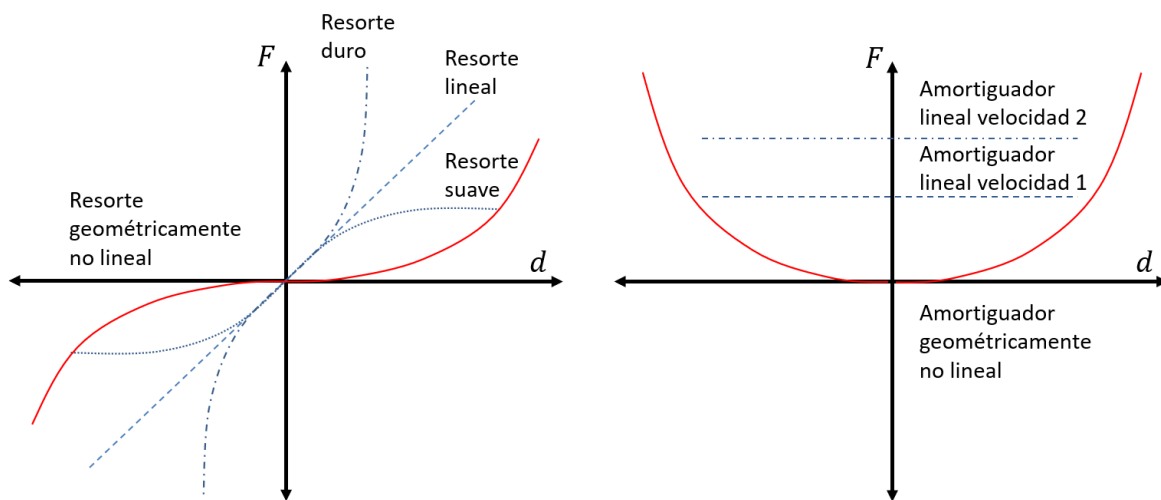


Figura 38. Izquierda, comparación de resorte geoméricamente no lineal contra resortes lineales, suaves y duros. Derecha, comparación de amortiguador geoméricamente no lineal contra amortiguadores lineales.

5.2 Vibración libre fuera del plano (1_2_ONL)

5.2.1 Simulaciones tridimensionales con parámetros m_e y l_{o1}

El oscilador de un grado de libertad con no linealidades geométricas (1_2_ONL) tiene características peculiares como ya se ha mencionado. Dos de sus más importantes variables son la masa del efector final m_e y la longitud original de los cables l_{o1} las cuales repercuten de manera directa en el tiempo de asentamiento de la vibración libre ante condiciones iniciales de posición de 30 mm y velocidad 0 m/s. En la gráfica de la fig. 39 se muestra una superficie que define la variación del tiempo de asentamiento con respecto a las variables mencionadas m_e y l_{o1} . Esta simulación se realizó usando el modelo matemático de la ecuación 25. Los rangos utilizados para la simulación están relacionados con el banco de pruebas que se fabricó, y los valores presentados son realistas desde un punto de vista de factibilidad de construcción.

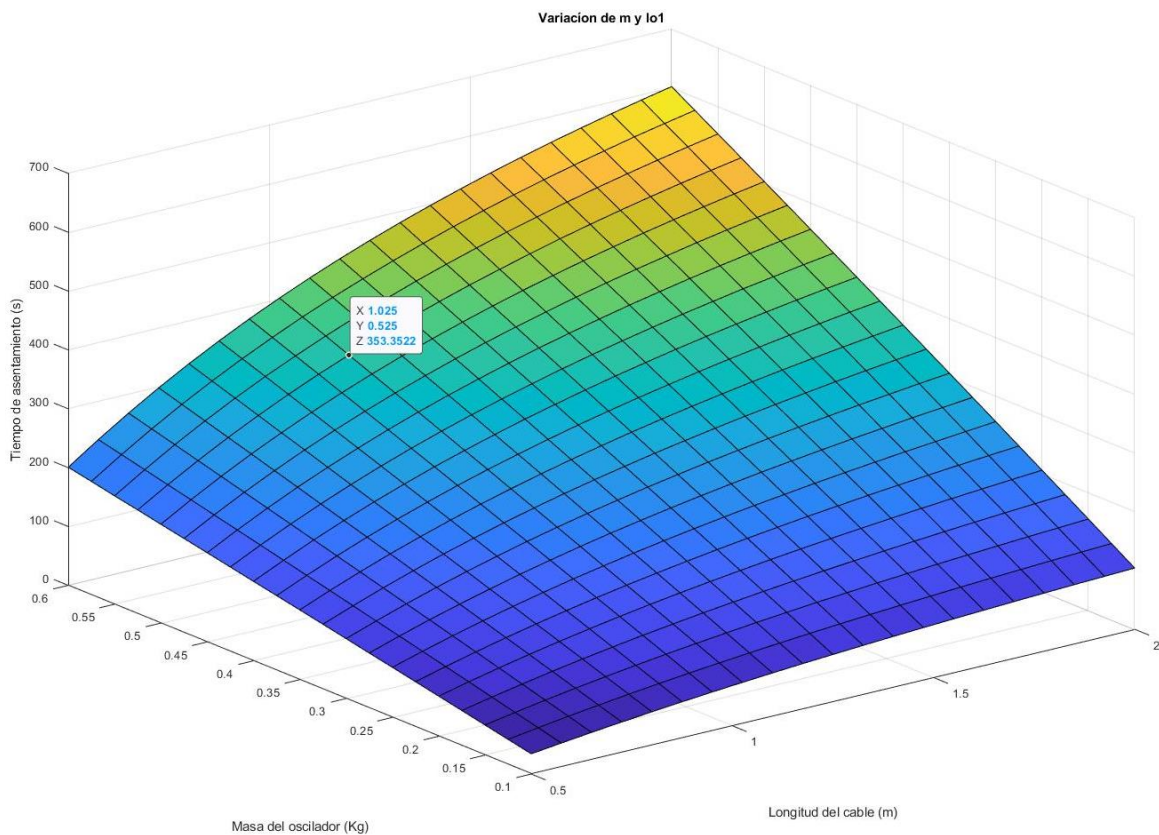


Figura 39. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros $m_e - l_{o1}$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, 1gdl.

En las gráficas de la fig. 40 se muestran las vistas laterales de la gráfica tridimensional de la fig. 39r con el objeto de apreciar de una mejor manera el efecto de cada una de las variables. En el caso de la masa de la estructura m_e , se aprecia que existe una relación lineal, se observan líneas rectas con pendiente positiva cuyo valor aumenta conforme aumenta la masa de la estructura m_e . Este es un comportamiento

esperado, y su explicación radica en el hecho de que una mayor masa implica una mayor energía potencial esperando ser disipada por el sistema vibratorio. En el caso de la variable longitud original del cable l_{o1} , se aprecia un aumento del tiempo de asentamiento con respecto al aumento en la longitud original de los cables, pero a diferencia de la masa de la estructura m_e , esta relación parece no ser lineal además de tener un menor efecto en el tiempo de asentamiento. Este comportamiento puede explicarse con la disminución de rigidez en el sistema dinámico debido al aumento de la longitud de los cables.

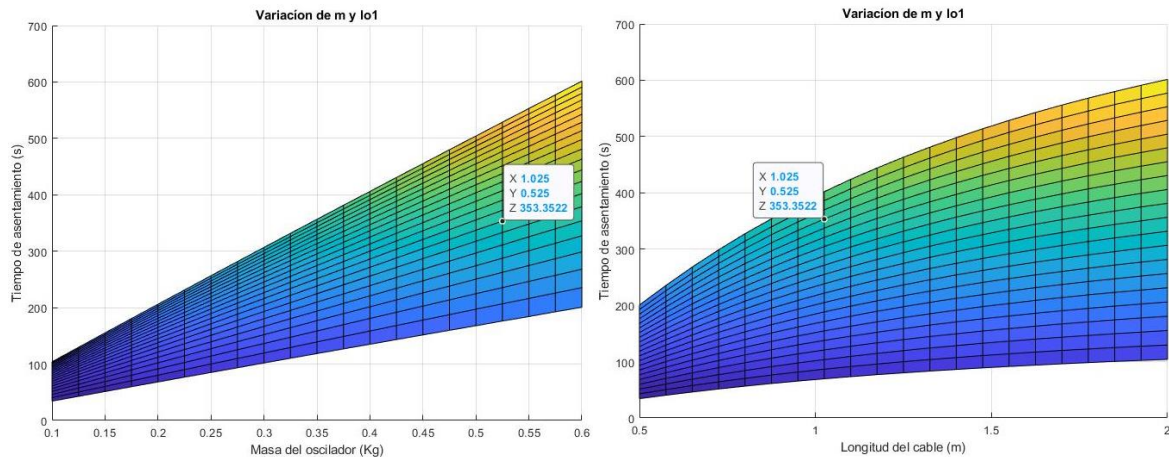


Figura 40. Gráficas de la variación de m_e y l_{o1} en el tiempo de asentamiento, vistas en dos dimensiones.

Existen otras variables independientes involucradas en el sistema dinámico 1_2_ONL como es la pretensión de los cables T_w y existen otras variables de respuesta sobre las que podrían tener efecto además del tiempo de asentamiento, estas podrían ser la amplitud vibratoria, la frecuencia vibratoria o el perfil de decaimiento de la vibración. El interés de este trabajo está en el tiempo de asentamiento, por lo que el estudio de estas otras variables de respuesta se propone como trabajo a futuro.

5.2.2 Respuestas en el tiempo

Se realizaron simulaciones dinámicas del modelo de oscilador geoméricamente no lineal, este es conocido como 1_2_ONL según se muestra en la tabla comparativa de modelos dinámicos. Para esto se realizaron lanzamientos desde posiciones iniciales de 30 mm, 20 mm y 10 mm. Cada uno de estos se repitió tres veces y se comparó con los resultados de las simulaciones del modelo matemático.

En la fig. 41 se muestra la comparación entre datos reales y simulados. Cada una de estas gráficas representa la respuesta en el tiempo de la vibración libre del primer grado de libertad debida a condiciones iniciales de posición. En este caso no se hace uso de amortiguadores. En la primera columna de este grupo de seis gráficas se muestran los datos resultados de la simulación del modelo matemático, en la segunda columna se muestran los datos reales obtenidos mediante procedimientos experimentales. En cada fila hay una condición inicial de posición, en la primera fila el primer grado de libertad fue

lanzado a 30 mm, en la segunda fila fue lanzado a 20 mm y en la tercera fila fue lanzado a 10 mm.

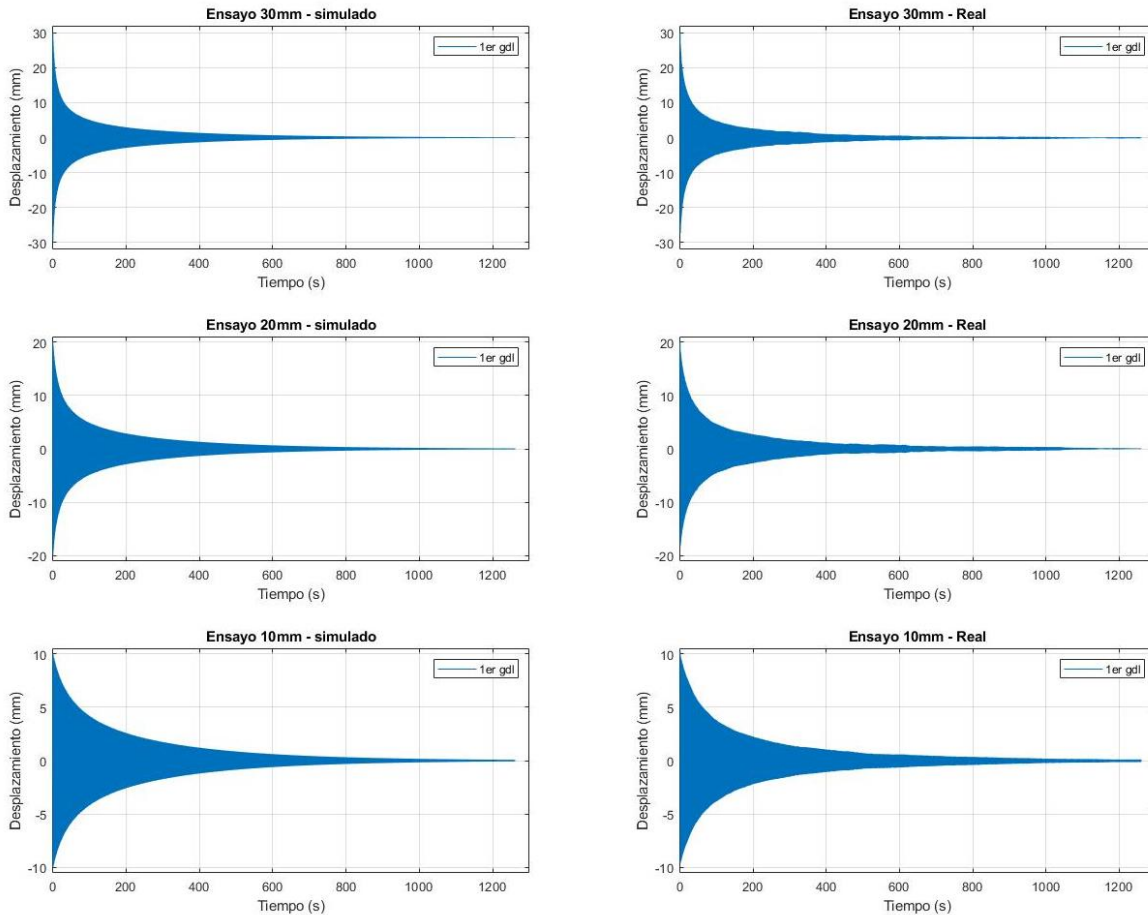


Figura 41. Datos simulados y reales de vibraciones libres.

Los tiempos de asentamiento de los anteriores ensayos se muestran en la tabla 7. Están presentados en el mismo orden que el de las gráficas de la fig. 41.

Tabla 7. Tiempos de asentamiento de lanzamientos a diferentes posiciones iniciales.

	Datos simulados	Datos reales
Lanzamiento a 30mm	369.16 s	377.41 s
Lanzamiento a 20mm	478.55 s	454.34 s
Lanzamiento a 10mm	658.88 s	652.68 s

Se aprecia en el perfil de que reflejan los datos en la gráfica las dos características principales de la vibración, las cuales son una gran amplitud vibratoria y un prolongado tiempo de asentamiento. El tiempo reflejado en el eje horizontal de las gráficas es de más de 1200 s, lo que son 20 minutos. Durante los primeros segundos de la oscilación se

muestra una rápida reducción de la amplitud vibratoria, la cual después de este periodo, permanece más constante debido a que se ha entrado en la zona de baja rigidez.

De los datos en la tabla y gráficas se puede apreciar que menores valores de la posición inicial de la vibración implican un mayor tiempo de asentamiento. Esto está en contraposición a la vibración lineal en la cual un valor mayor en la posición inicial implica un mayor tiempo de asentamiento. El anterior comportamiento puede explicarse con el gráfico de la fuerza del resorte respecto al tiempo, en el cual se muestra la zona de baja rigidez centrada en el punto de equilibrio. Inicialmente la amplitud vibratoria tiene un rápido decaimiento por que la oscilación comienza con un alto valor de fuerza en la dirección de z , después con forme la amplitud decae, la vibración entra en la zona de baja rigidez y la tasa de decaimiento disminuye.

Lo anterior se explica de manera ilustrada en las gráficas de la fig. 42, en ellas se aprecia la zona de rápido decaimiento y la zona de baja tasa de decaimiento. Es importante observar en las gráficas que la condición inicial de posición es diferente para cada caso, que con una mayor coordenada de posición inicial se presenta una mayor pendiente en el periodo inicial de decaimiento y que después del periodo inicial, el decaimiento de la amplitud vibratoria parece ser igual en los tres casos sin importar la coordenada de posición inicial desde la cual se realizó el lanzamiento.

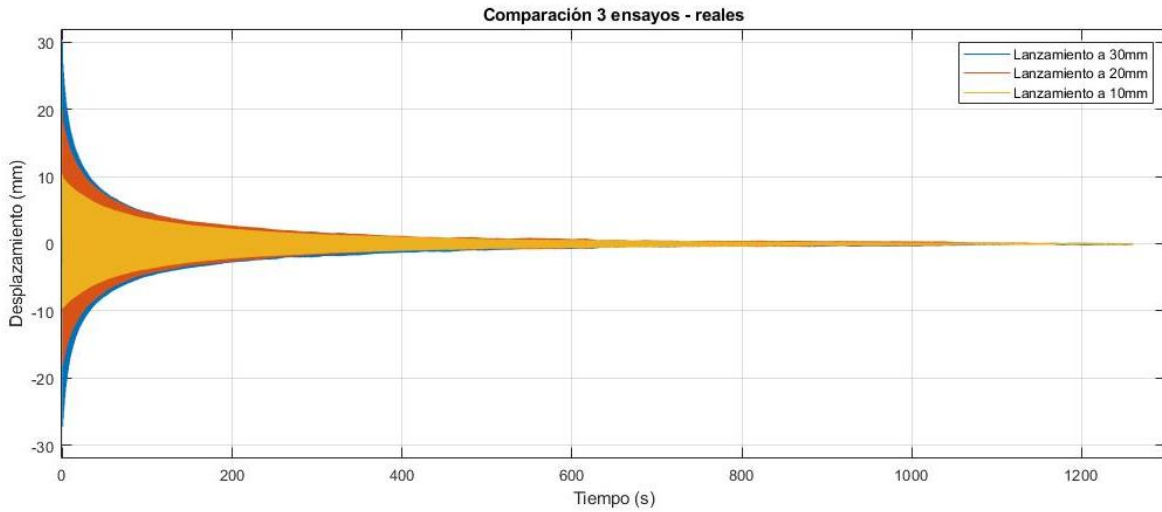
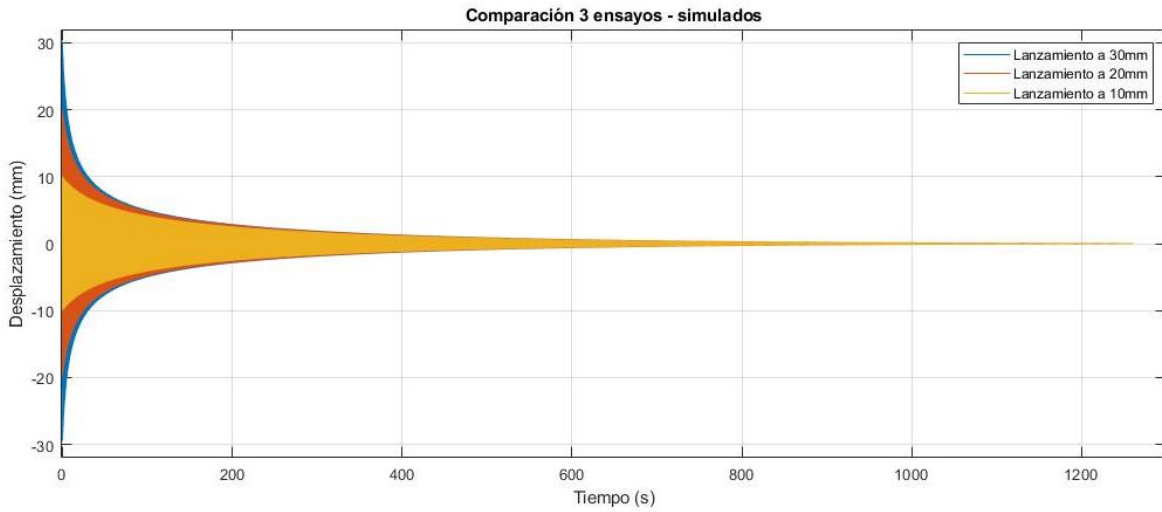


Figura 42. Respuesta en el tiempo de vibración libre del 1gdl, datos simulados y reales, diferentes posiciones iniciales.

En las gráficas de la fig. 43 se muestran los datos de cada uno de los tres ensayos de vibración libre para cada posición inicial, estas son 30mm, 20mm y 10mm.

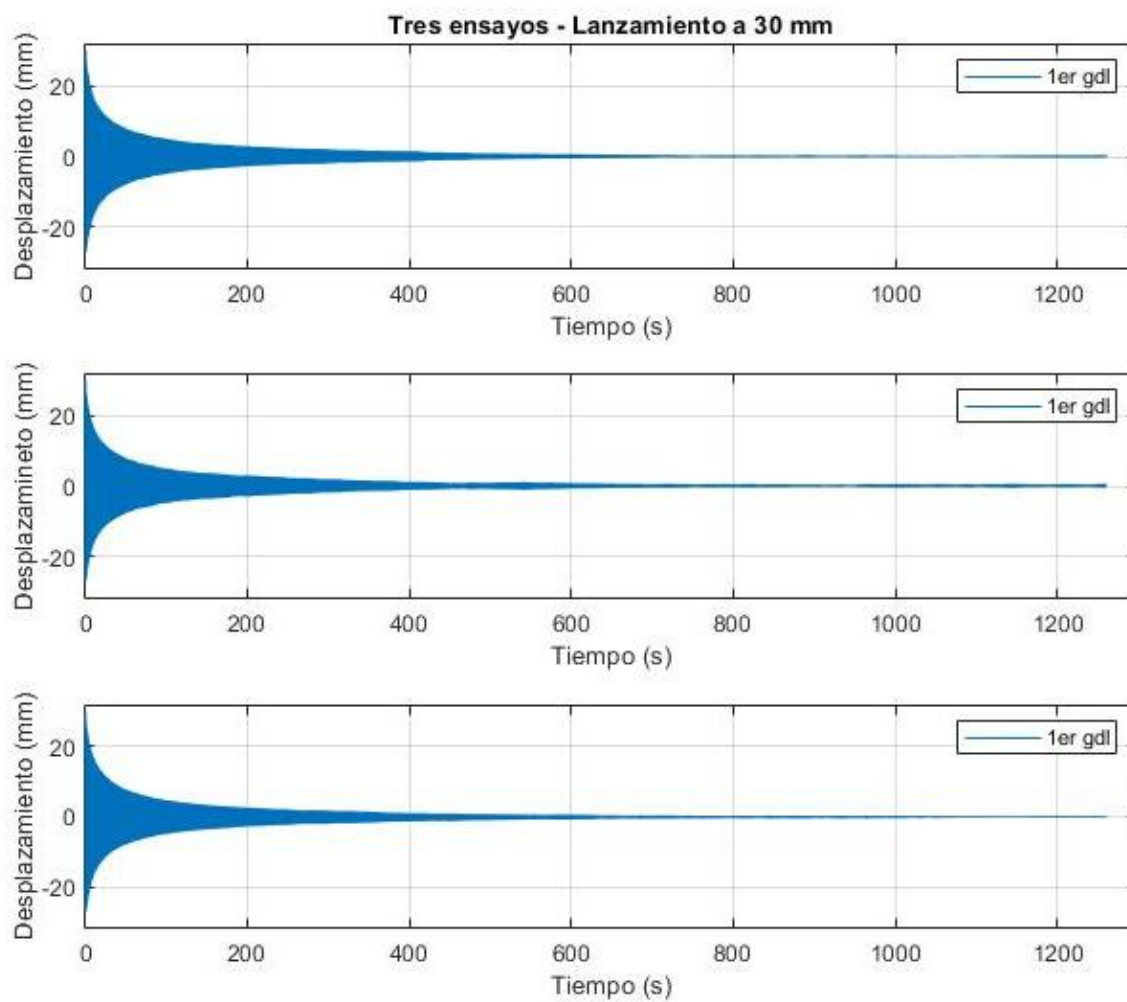


Figura 43. Respuestas en el tiempo de tres ensayos de vibración libre de 1gdl lanzados a 30mm.

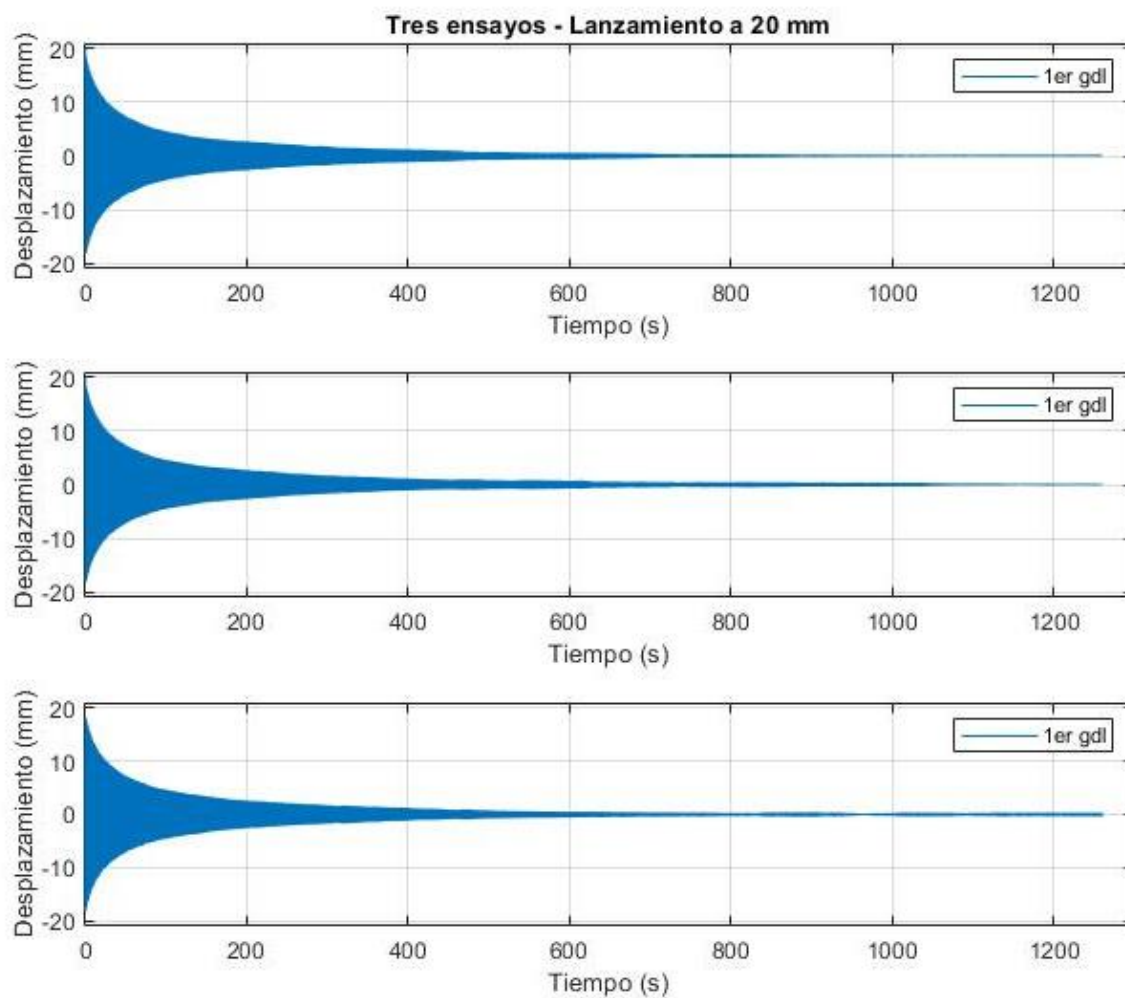


Figura 44. Respuestas en el tiempo de tres ensayos de vibración libre de 1gdl lanzados a 20 mm.

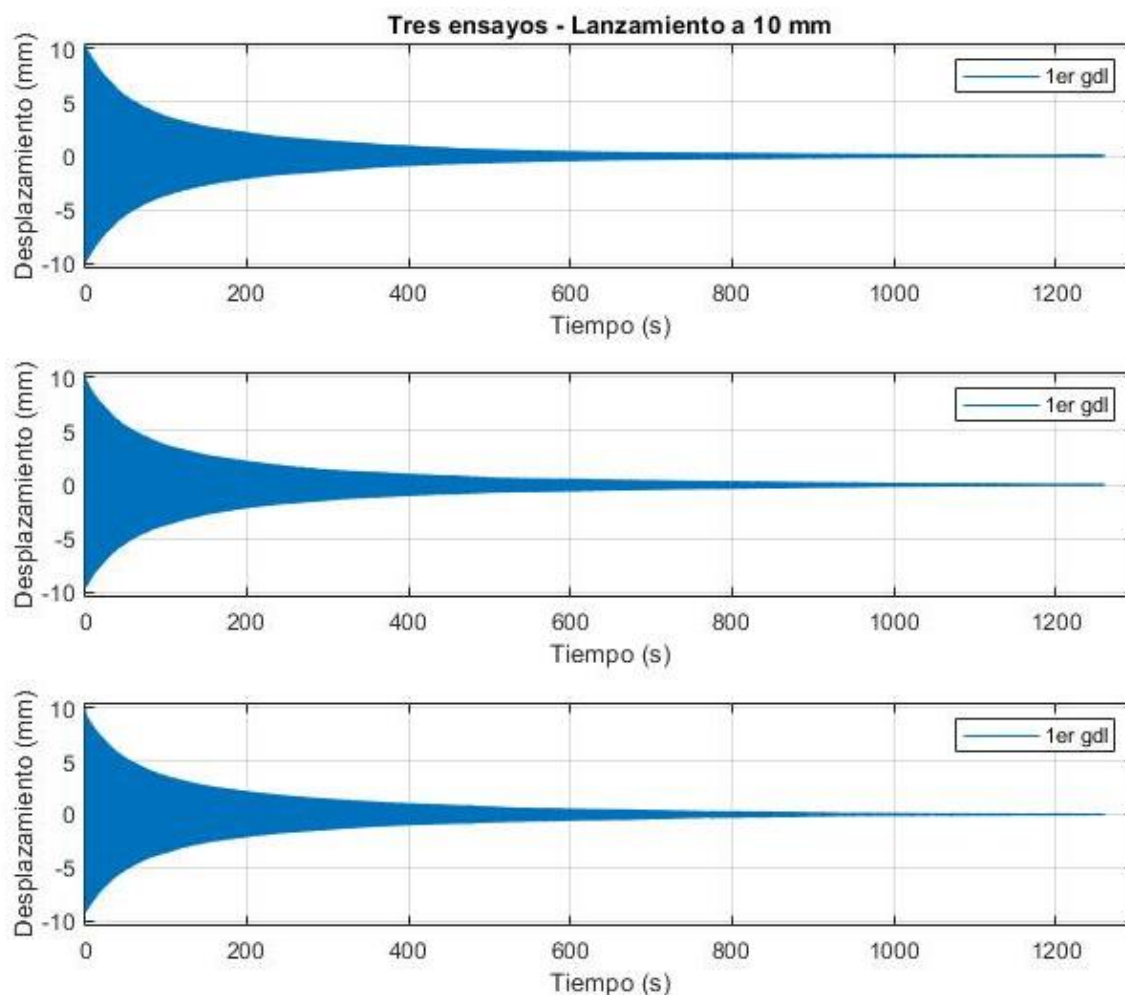


Figura 45. Respuestas en el tiempo de tres ensayos de vibración libre de 1gdl lanzados a 10 mm.

Los tiempos de asentamiento de los ensayos mostrados previamente se muestran en la tabla 8. En las columnas finales se muestra el promedio de los ensayos y su desviación estándar.

Tabla 8. Tiempos de asentamiento reales de lanzamientos a diferentes amplitudes.

	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Promedio	Desviación estándar
Lanzamiento a 30 mm	390.88 s	375.62 s	365.75 s	377.41 s	10.33 s
Lanzamiento a 20 mm	451.33 s	433.14 s	478.55 s	454.34 s	18.66 s

Lanzamiento a 10 mm	578.78 s	695.97 s	683.29 s	652.68 s	52.51 s
------------------------	----------	----------	----------	----------	---------

5.3 Vibración con Amortiguador de masa sintonizada (3_2_AMS_NLE)

5.3.1 Simulaciones tridimensionales con parámetros m_a , k_a , b_a y μ

En el segundo caso de estudio, el cual es la implementación de un amortiguador de masa sintonizada (AMS) sobre el efector final o primer grado de libertad, se sabe que las principales variables que suelen ser manipuladas son la masa del amortiguador m_a y el resorte del amortiguador k_a . La fricción del amortiguador, la cual suele estar compuesta por componentes tanto viscosos b_a como secos μ no suele ser sintonizada, lo anterior es debido a que es más complejo establecer una fricción específica, lo que se ha reportado en la literatura es que se caracteriza la fricción del amortiguador y después se varían los parámetros de masa de amortiguador y resorte de amortiguador para encontrar la combinación que logre un bajo tiempo de asentamiento. También es práctica común diseñar el sistema para que las fricciones se encuentren dentro de un rango deseado de valores.

En la fig. 46 se muestra una gráfica tridimensional del efecto de variar la masa del amortiguador m_a y el resorte del amortiguador k_a sobre el tiempo de asentamiento, el cual se presenta en el eje z . Se observa que la variación de la masa del amortiguador tiene un efecto más significativo en la reducción del tiempo de asentamiento, la variación del resorte del amortiguador tiene un efecto menos significativo. La curva parece tener un cambio suave en la mayoría de su superficie, con excepción de una región ubicada en las proximidades de (15.5, 0.11), en donde el tiempo de asentamiento cae vertiginosamente. No existe un solo conjunto adecuado de parámetros que deben ser elegidos, esto depende del máximo tiempo de asentamiento permitido y del contexto la aplicación. El porcentaje permisible de la masa del amortiguador va a depender de la aplicación, por ejemplo, una masa de amortiguador m_a de 0.11 ya representa un 21.05% de la masa del primer grado de libertad. Los parámetros de fricción viscosa y fricción seca que se mantuvieron fijos durante esta simulación fueron los siguientes, $b_a = 0.4$ y $\mu = 0.1$.

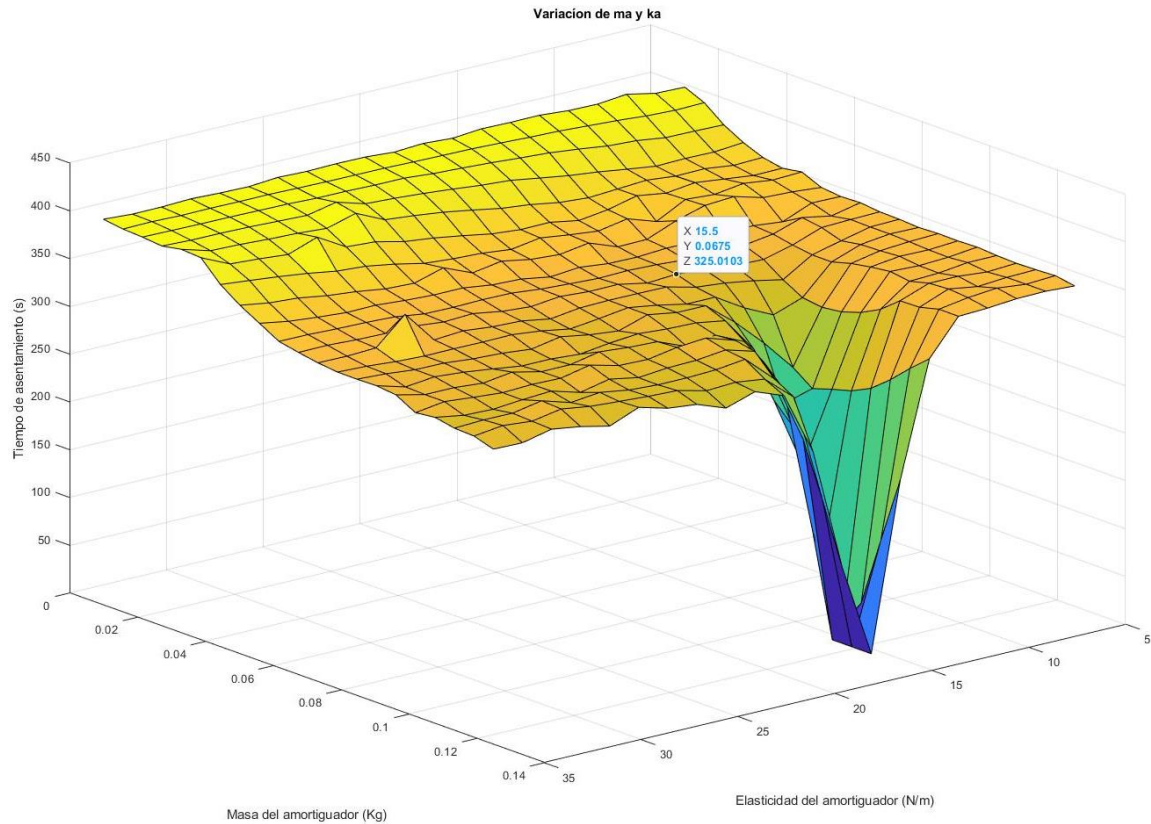


Figura 46. Grafica tridimensional de la variación de parámetros m_a - k_a y su efecto en el tiempo de asentamiento, 2 gdl.

Los dos parámetros restantes en el segundo grado de libertad son el amortiguamiento viscoso b_a y la fricción seca μ , como se ha mencionado, estos parámetros no suelen optimizarse debido a la dificultad para establecer y mantener constante un parámetro exacto. Por lo regular se diseña el amortiguador para que los coeficientes de amortiguamiento queden dentro de un rango conveniente de valores. Para lograr lo anterior se corrieron simulaciones en las cuales se variaron b_a y μ manteniendo los demás parámetros constantes, se pueden observar en la fig. 47. Se observa que para lograr el objetivo de mantener bajo el tiempo de asentamiento es conveniente mantener unos valores bajos tanto de fricción viscosa como fricción seca, pero tiene una mayor influencia la fricción seca y es importante mantenerla lo más baja posible, en la gráfica se aprecian estas zonas en color azul. Los parámetros de masa de amortiguador y constante de resorte de amortiguador que se mantuvieron fijos durante esta simulación fueron los siguientes, $m_a = 0.067$ y $k_a = 12$.

La gráfica anterior se aprecia de una mejor manera desde una vista superior, esta vista se muestra en la fig. 48.

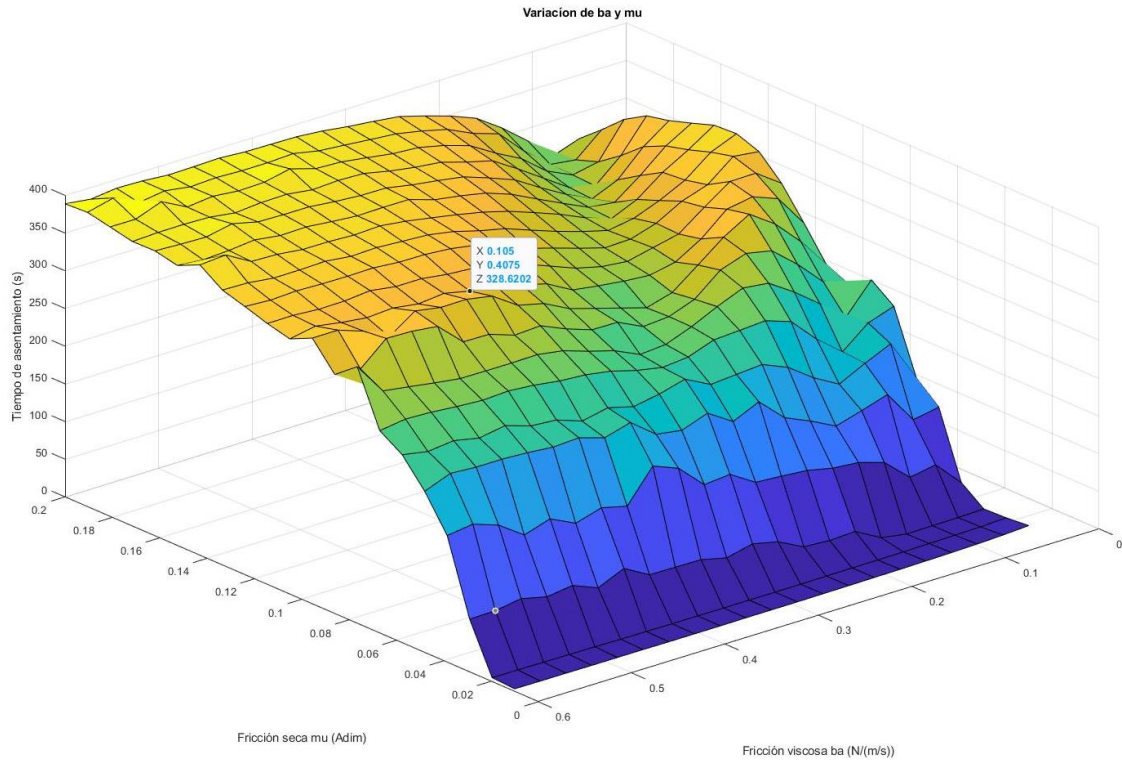


Figura 47. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros $b_a - m_u$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, 2 gdl.

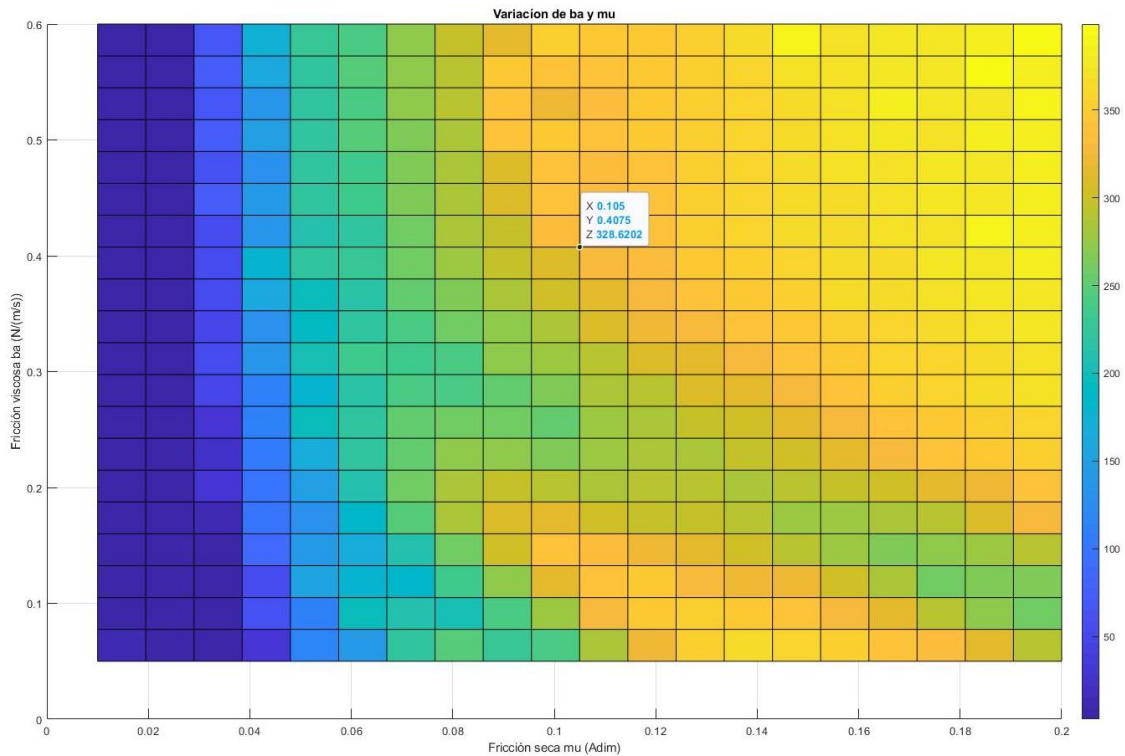


Figura 48. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros $m_u - b_a$ y su efecto en el tiempo de asentamiento, vista de planta, 2 gdl.

5.3.2 Respuestas en el tiempo

En esta sección se muestran los resultados de la respuesta en el tiempo de la vibración del primer y segundo grado de libertad con la implementación de un amortiguador de masa sintonizada. Esto es el modelo 3_2_AMS_NLE de la tabla comparativa de modelos dinámicos. Las gráficas se muestran en la fig. 49 en un arreglo de 4 por 2, en la primera fila se muestran los datos analíticos resultados de la simulación del modelo matemático, en las filas subsecuentes se muestran los tres ensayos experimentales. En la primera columna se muestran los datos completos y en la segunda columna un detalle de los primeros 3.5 s. En todos los casos los lanzamientos se realizaron a una posición inicial de 30 mm para los dos grados de libertad.

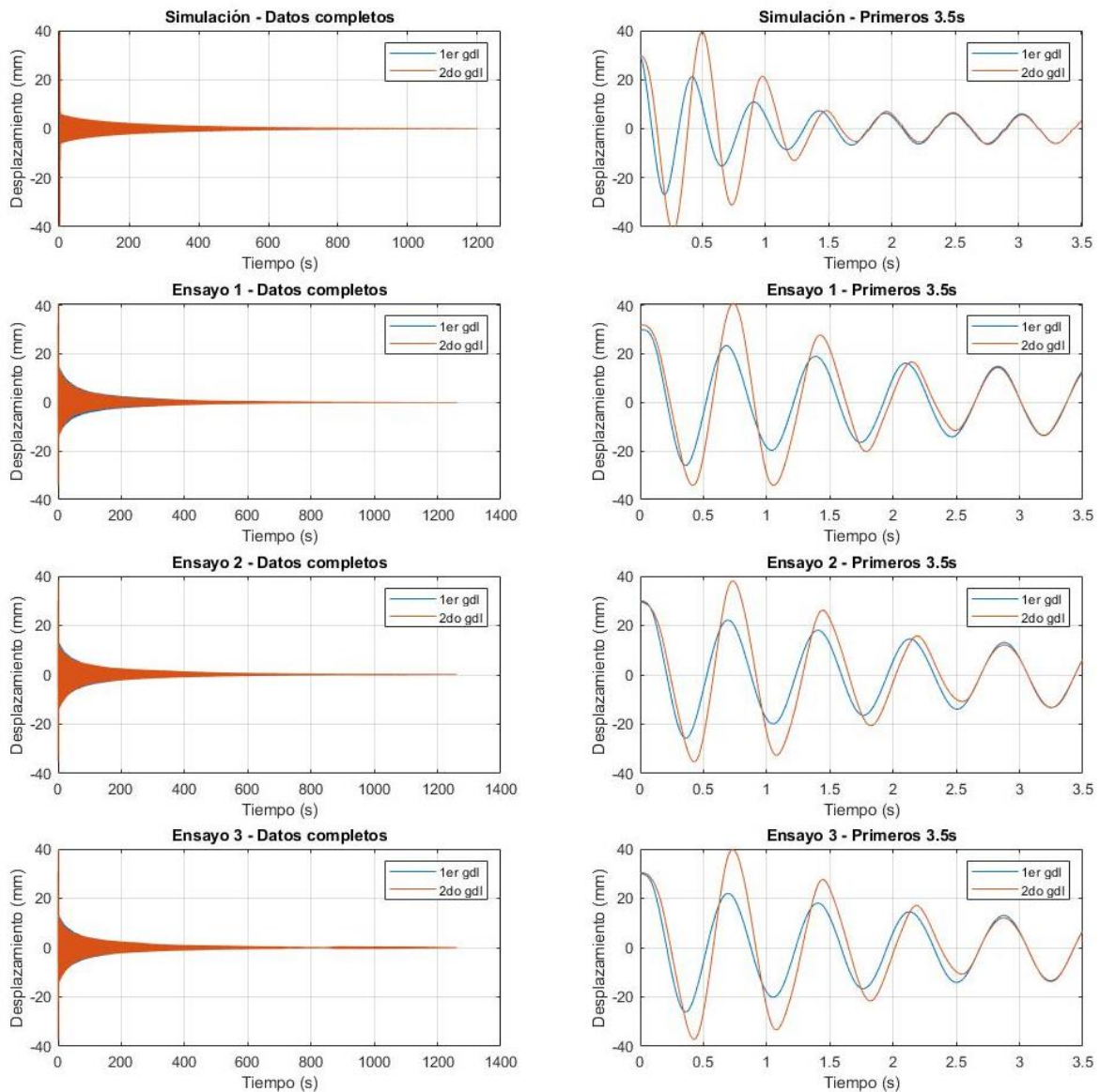


Figura 49. Resultados analíticos y experimentales de la vibración del 1er gdl con AMS.

A continuación, se muestran los detalles de cada uno de los datos.

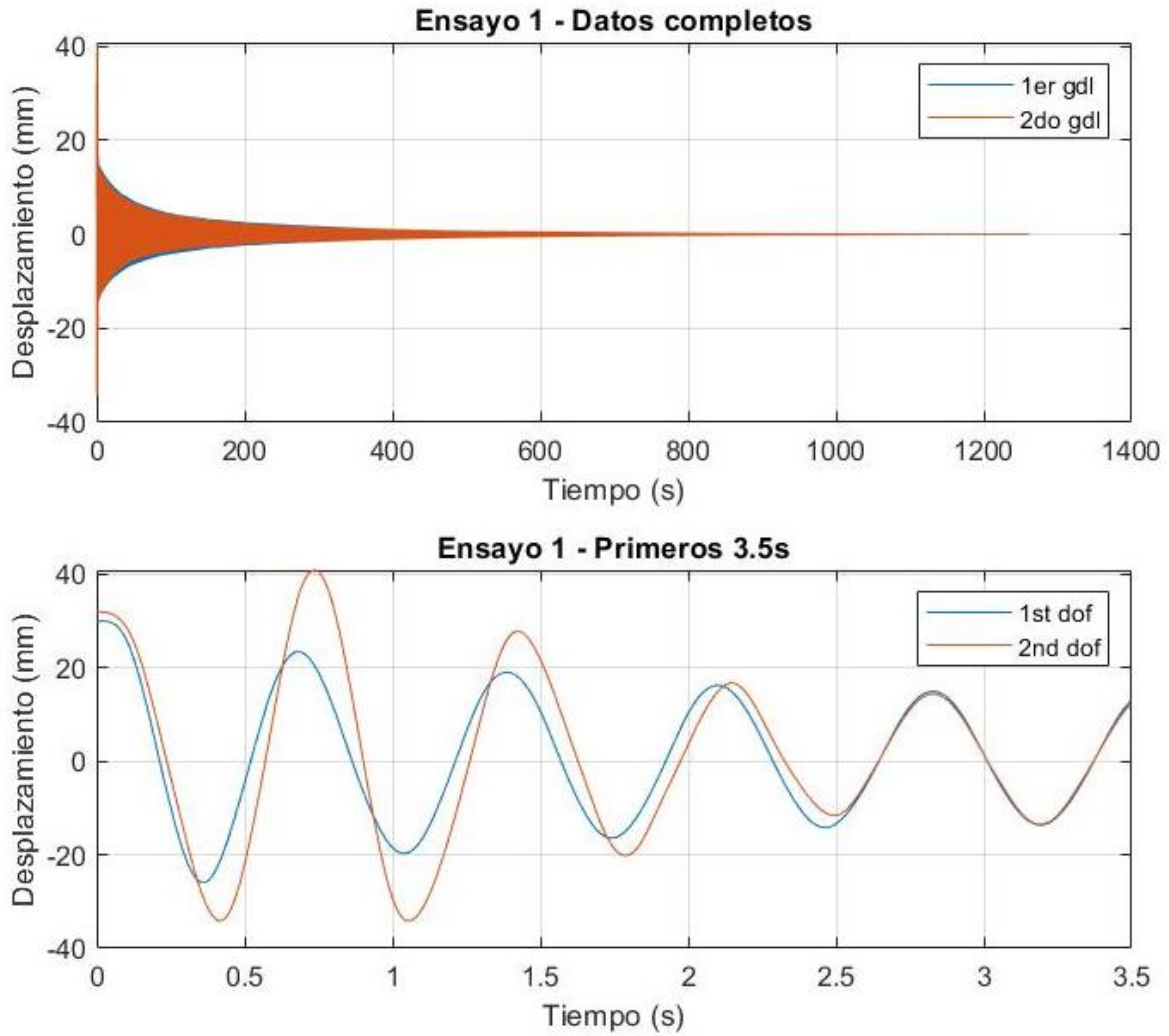


Figura 50. Primer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AMS.

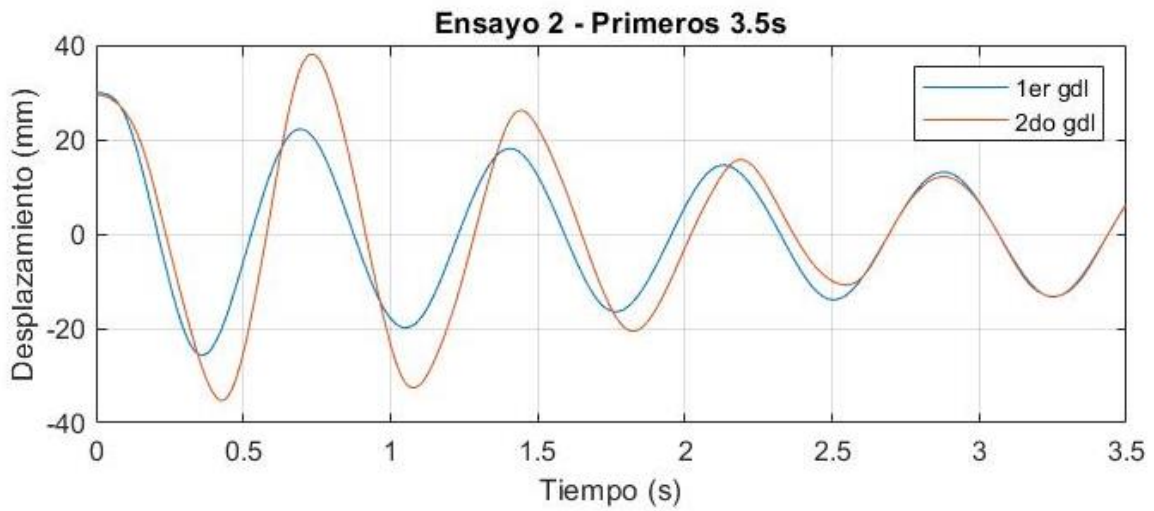
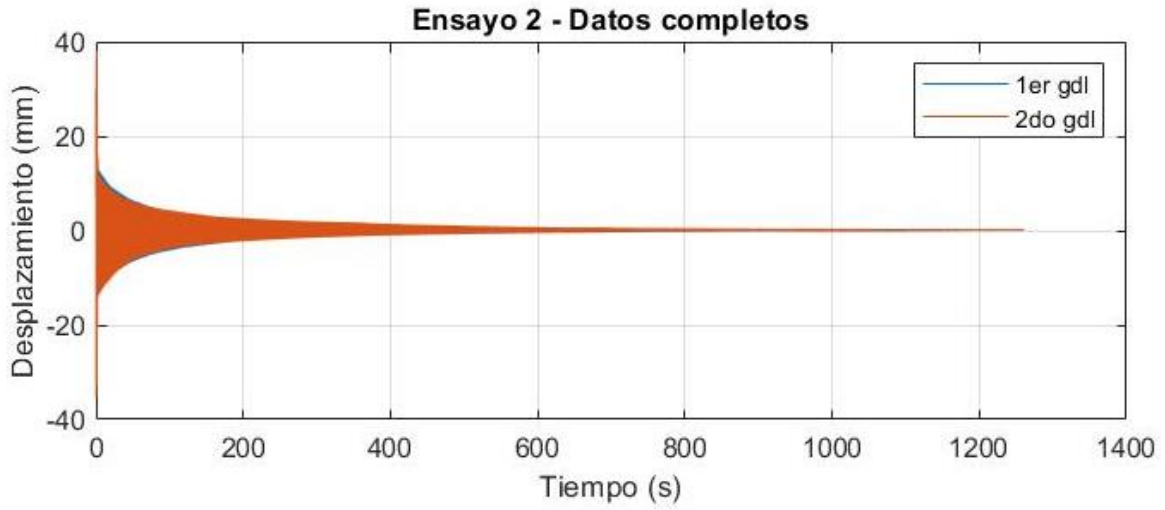


Figura 51. Segundo ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AMS.

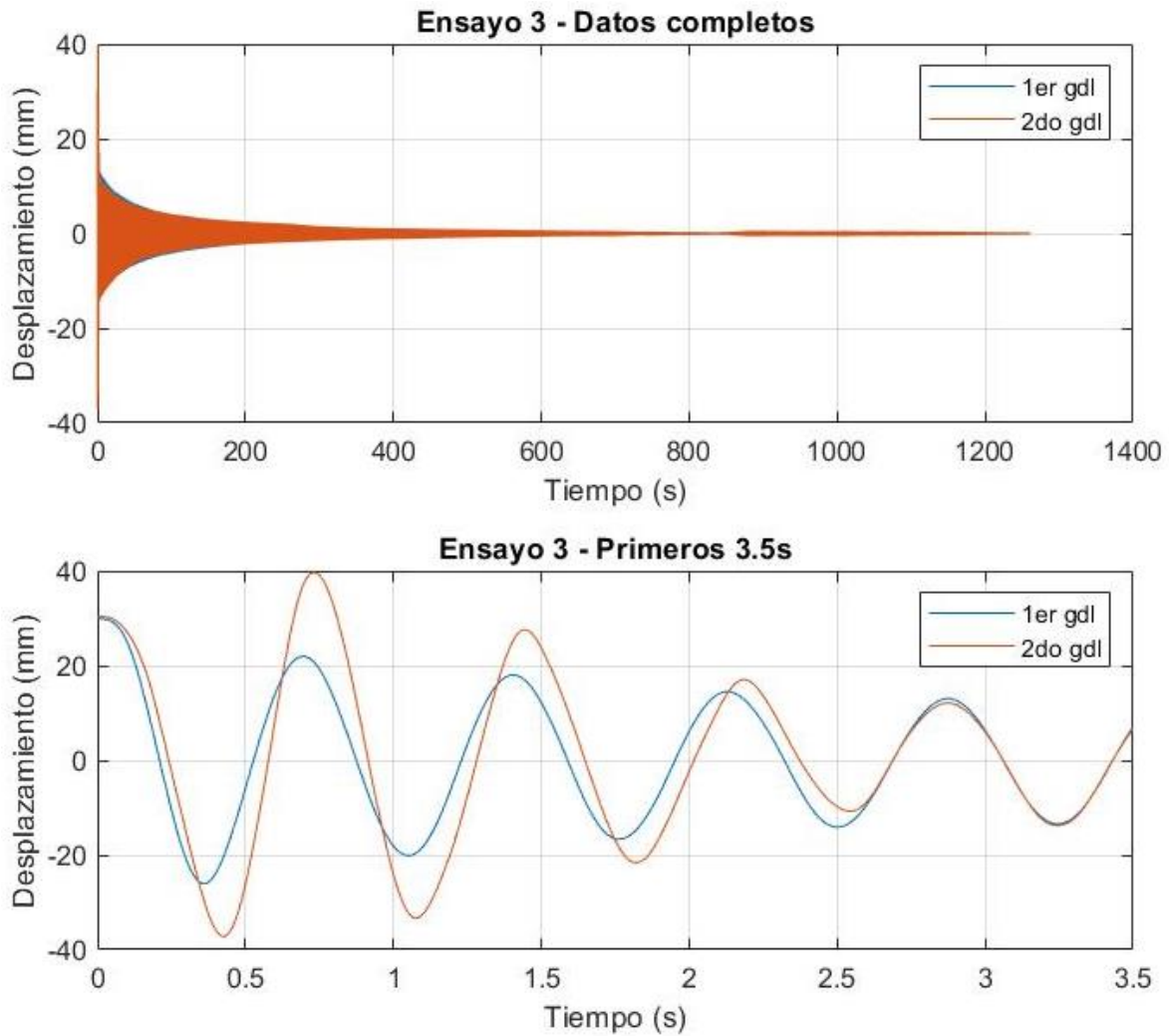


Figura 52. Tercer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AMS.

Los tiempos de asentamiento de los ensayos mostrados previamente se muestran en la tabla 9. En las últimas columnas se coloca el promedio de los tres ensayos y su desviación estándar. Se sabe que el tiempo de asentamiento promedio de la vibración libre es de 377.4 s y el tiempo de asentamiento promedio usando el AMS es de 322.75 s, entonces con las condiciones presentadas, se logra una reducción del 14.48% en el tiempo de asentamiento para la configuración de parámetros utilizada.

Tabla 9. Tiempos de asentamiento reales con amortiguador de masa sintonizada

	Datos simulados	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Promedio ensayos	Desviación estándar
Tiempo (s)	324.57 s	333.96 s	328.47 s	305.84 s	322.75 s	12.17 s

5.4 Vibración con amortiguador electromagnético de masa sintonizada (4_2_AEMS_NLE)

5.4.1 Simulaciones tridimensionales con parámetros C_{em} y R_l

En el tercer paso de esta investigación se estudió el efecto de amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada (AEMS) para reducir el tiempo de asentamiento de las vibraciones fuera del plano de las configuraciones cableadas ya mencionadas. Del proceso de modelado matemático se sabe que el AEMS tiene el efecto equivalente de aumentar la fricción viscosa en un modelo AMS. Esto es debido a que el término que define al AEMS en las ecuaciones es una constante multiplicada por la velocidad del segundo grado de libertad con respecto al primero. Una constante por una velocidad es la ecuación que define la fuerza que presenta un amortiguador viscoso. En el caso del AEMS dicha constante está dada por el término C_{em}^2 el cual es directamente proporcional y los términos $R_e + R_l$ los cuales al estar en un denominador son inversamente proporcionales. Lo anterior implica que un aumento de C_{em} provocará un aumento del coeficiente de fricción viscosa equivalente y un aumento de las resistencias eléctricas del sistema $R_e + R_l$ provocarán una disminución del coeficiente de fricción viscosa equivalente.

Para saber cómo es necesario manipular los parámetros del AEMS C_{em} y $R_e + R_l$ teniendo el objetivo de reducir el tiempo de asentamiento, es necesario conocer con anterioridad el punto de operación del sistema en la superficie Tiempo de asentamiento – coeficiente de fricción viscosa – coeficiente de fricción seca del modelo del AMS. Si en este punto de operación, un aumento en el coeficiente de fricción viscosa provoca una disminución del tiempo de asentamiento, entonces la implementación de un AEMS resultará efectiva, en el caso contrario no será efectivo.

En la siguiente gráfica tridimensional de la fig. 53 se muestra una superficie en la cual se varían los parámetros C_{em} y R_l y se presenta su efecto en el tiempo de asentamiento en un modelo que implementa un AEMS, se observa que el aumento de C_{em} implica un aumento en el tiempo de asentamiento. Esto es debido a que aumenta el coeficiente de fricción viscosa equivalente y conforme a la superficie tiempo de asentamiento – coeficiente de fricción viscosa – coeficiente de fricción seca del modelo del AMS, en dicho punto de operación ($b_a = 0.4$, $m_u = 0.1$), un aumento del coeficiente de fricción viscosa implica un aumento en el tiempo de asentamiento. En este caso el aumento no es significativo la variación del tiempo de asentamiento va desde 320 s (el cual es el tiempo de asentamiento del modelo AMS sin AEMS) hasta los 331 s.

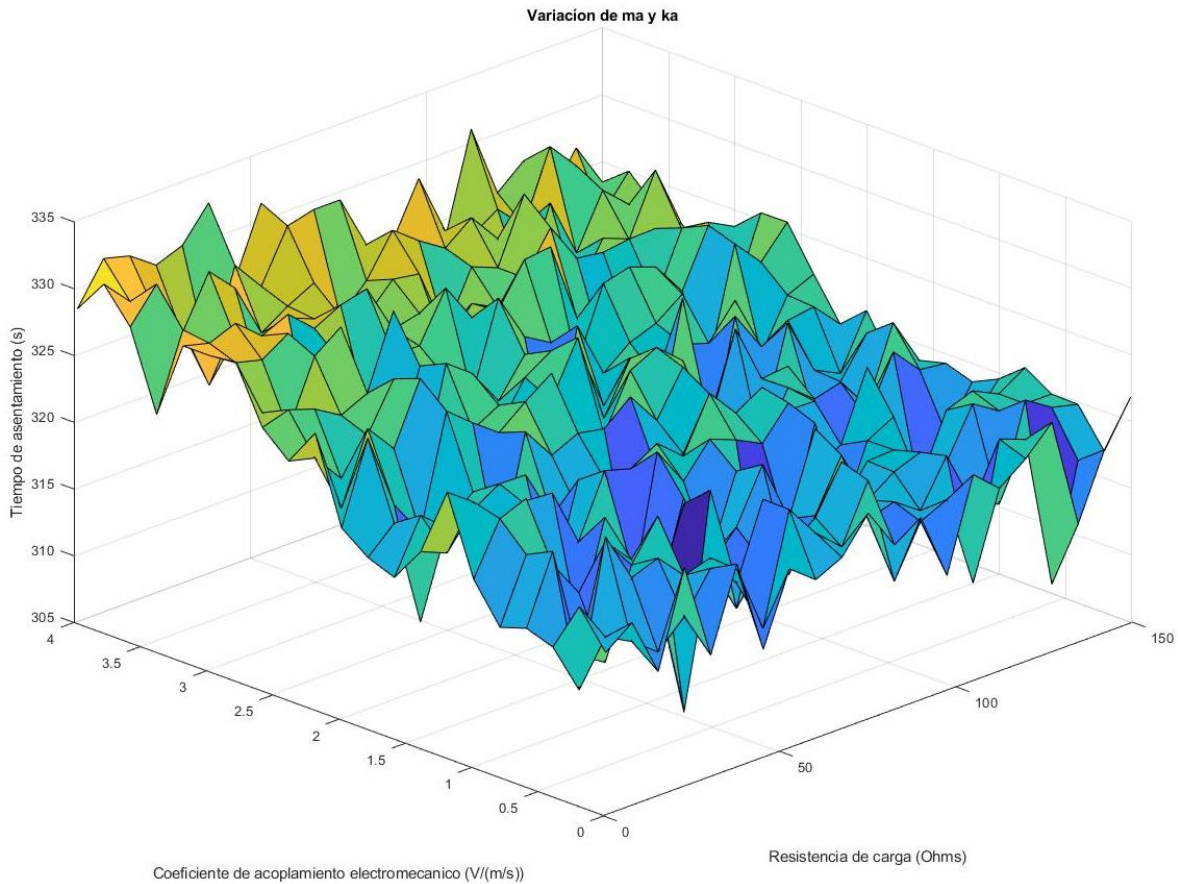


Figura 53. Gráfica tridimensional de la variación de parámetros C_{em} - R_l y su efecto en el tiempo de asentamiento.

En la siguiente gráfica tridimensional de la fig. 54 se muestra una superficie en la cual se varían los parámetros C_{em} y R_l y se presenta su efecto en el tiempo de asentamiento en un modelo que implementa un AEMS, se observa que el aumento de C_{em} implica una disminución del tiempo de asentamiento. Esto es debido a que aumenta el coeficiente de fricción viscosa equivalente y conforme a la superficie tiempo de asentamiento – coeficiente de fricción viscosa – coeficiente de fricción seca del modelo del AMS, en dicho punto de operación ($b_a = 0.105$, $m_u = 0.105$), un aumento del coeficiente de fricción viscosa implica un aumento en el tiempo de asentamiento. En este caso, en comparación con el anterior, la disminución es significativa, la variación del tiempo de asentamiento va desde 345 s hasta los 271 s. Con esos parámetros de b_a y m_u el tiempo de asentamiento en el modelo AMS es de 338 s.

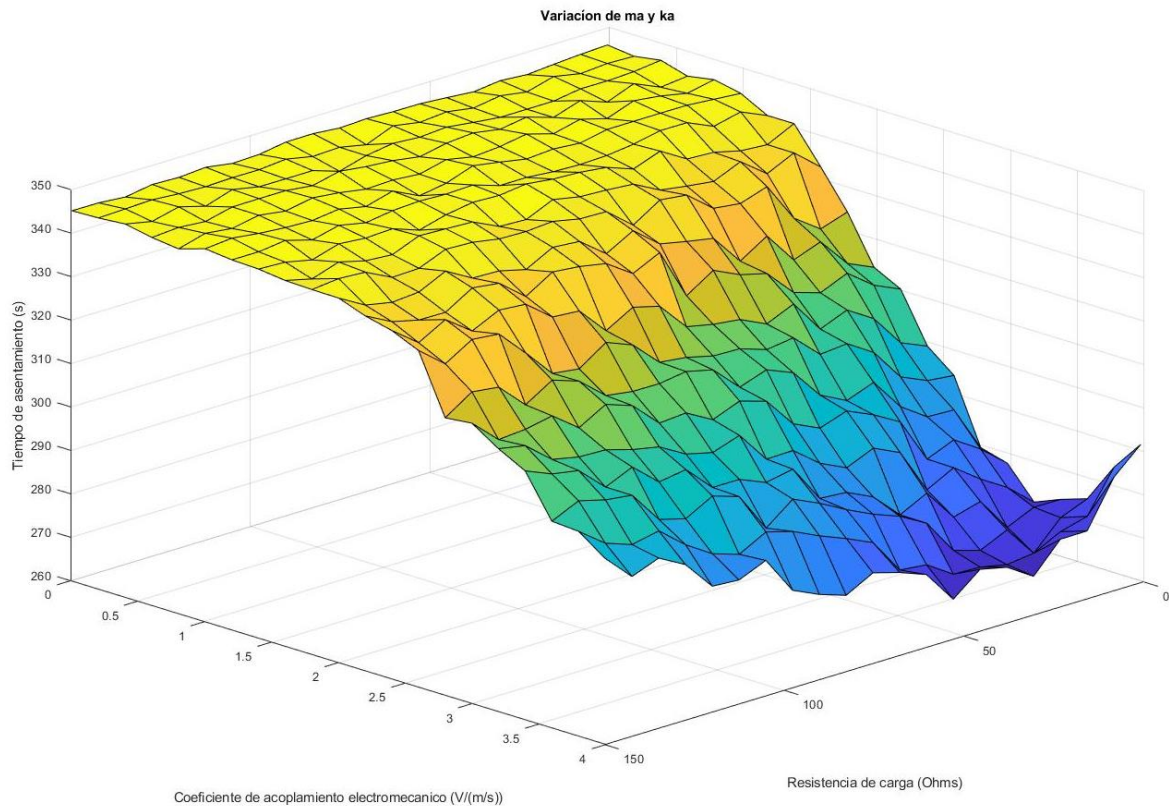


Figura 54. Gráfica tridimensional extendida de la variación de parámetros C_{em} - R_l .

5.4.2 Respuestas en el tiempo

En esta sección se muestran los resultados de la respuesta en el tiempo de la vibración del primer y segundo grado de libertad con la implementación de un amortiguador electromagnético de masa sintonizada. Esto es el modelo 3_2_AMS_NLE de la tabla comparativa de modelos dinámicos. Las gráficas se muestran en la fig. 55 en un arreglo de 4 por 2, en la primera fila se muestran los datos analíticos resultados de la simulación del modelo matemático, en las filas subsecuentes se muestran los tres ensayos experimentales. En la primera columna se muestran los datos completos y en la segunda columna un detalle de los primeros 3.5 s. En todos los casos los lanzamientos se realizaron a una posición inicial de 30 mm para los dos grados de libertad.

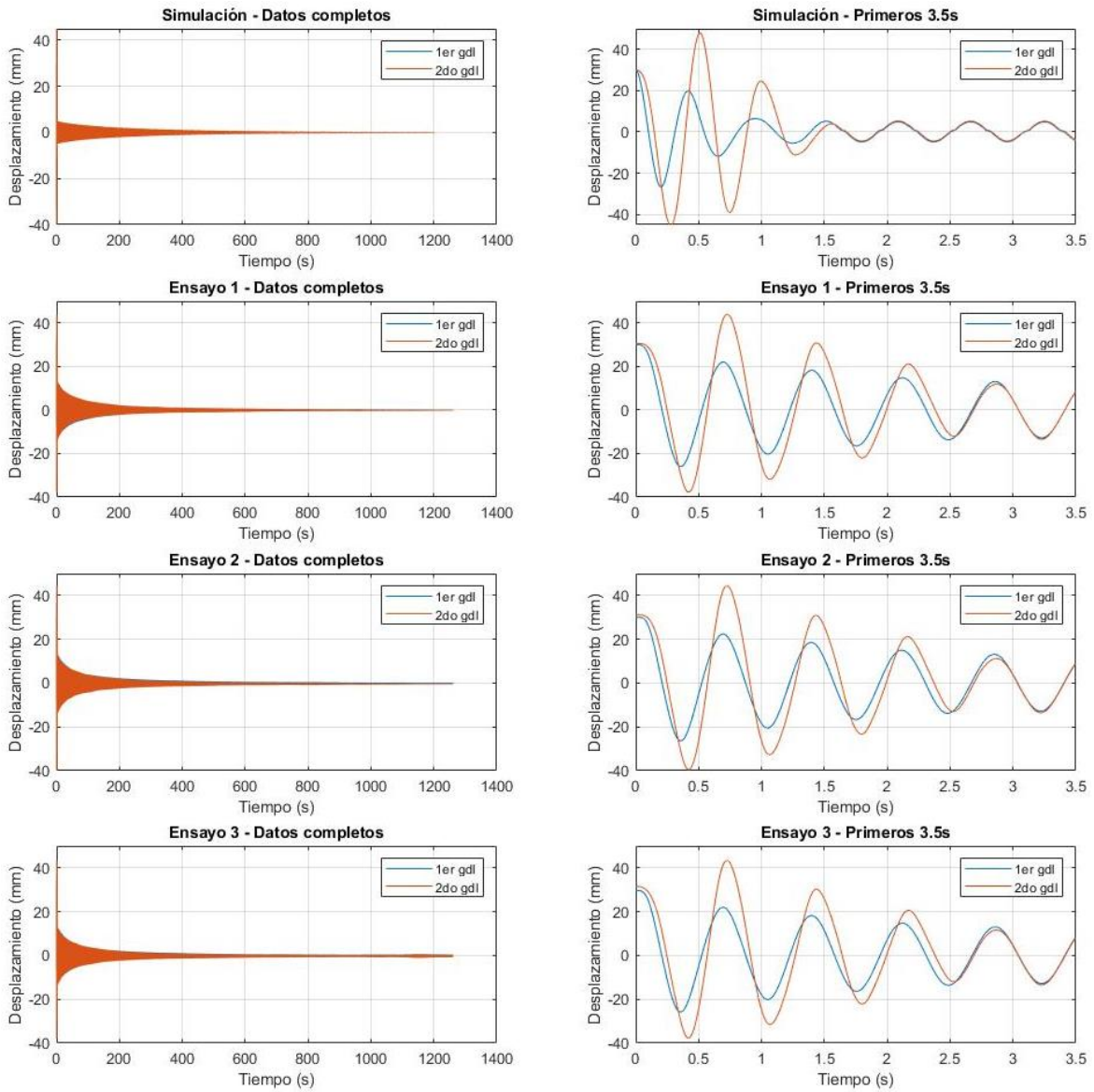


Figura 55. Resultados analíticos y experimentales de la vibración del 1er gdl con AEMS.

A continuación, se muestra el detalle de cada una de las gráficas de los ensayos experimentales.

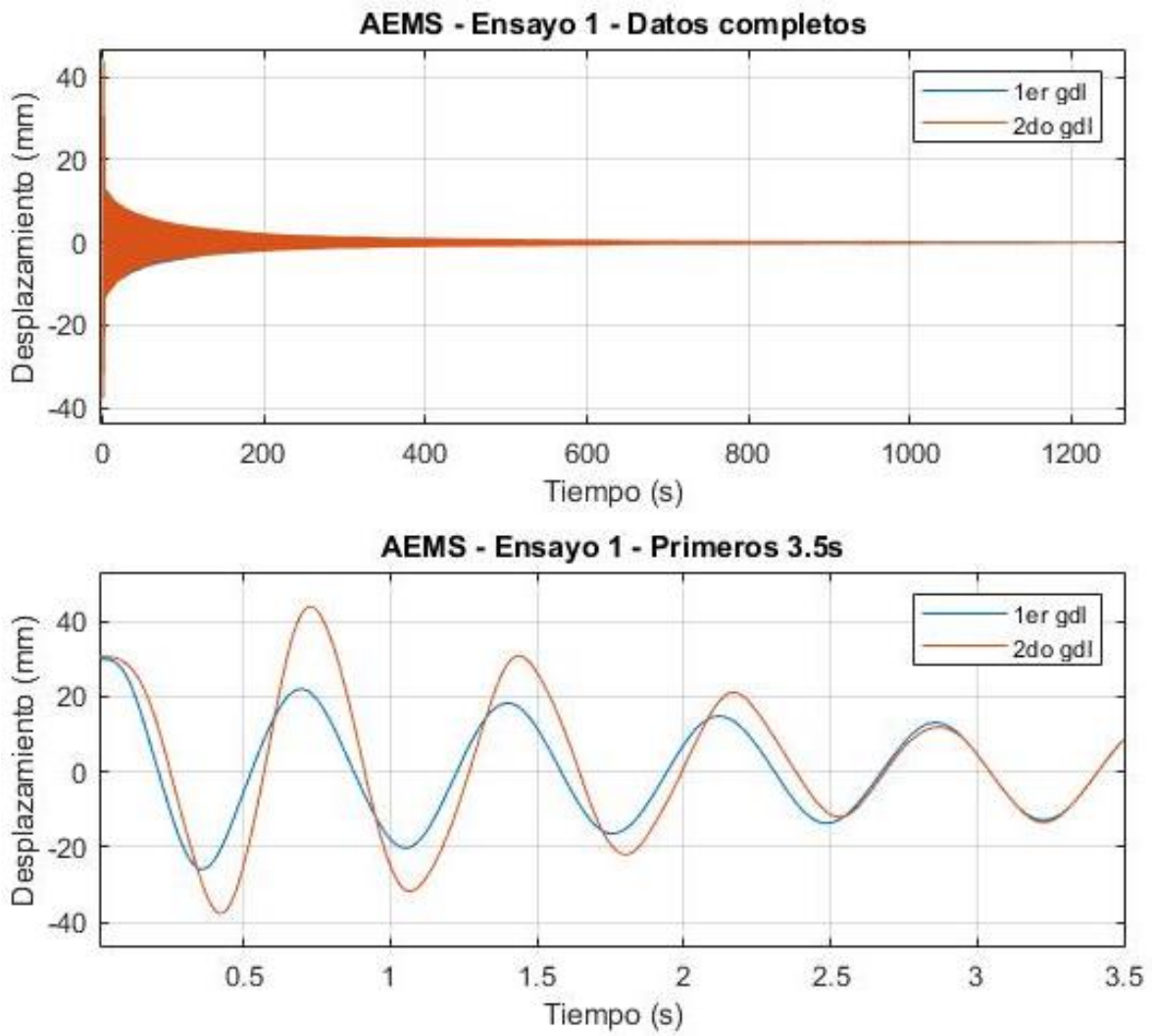


Figura 56. Primer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AEMS.

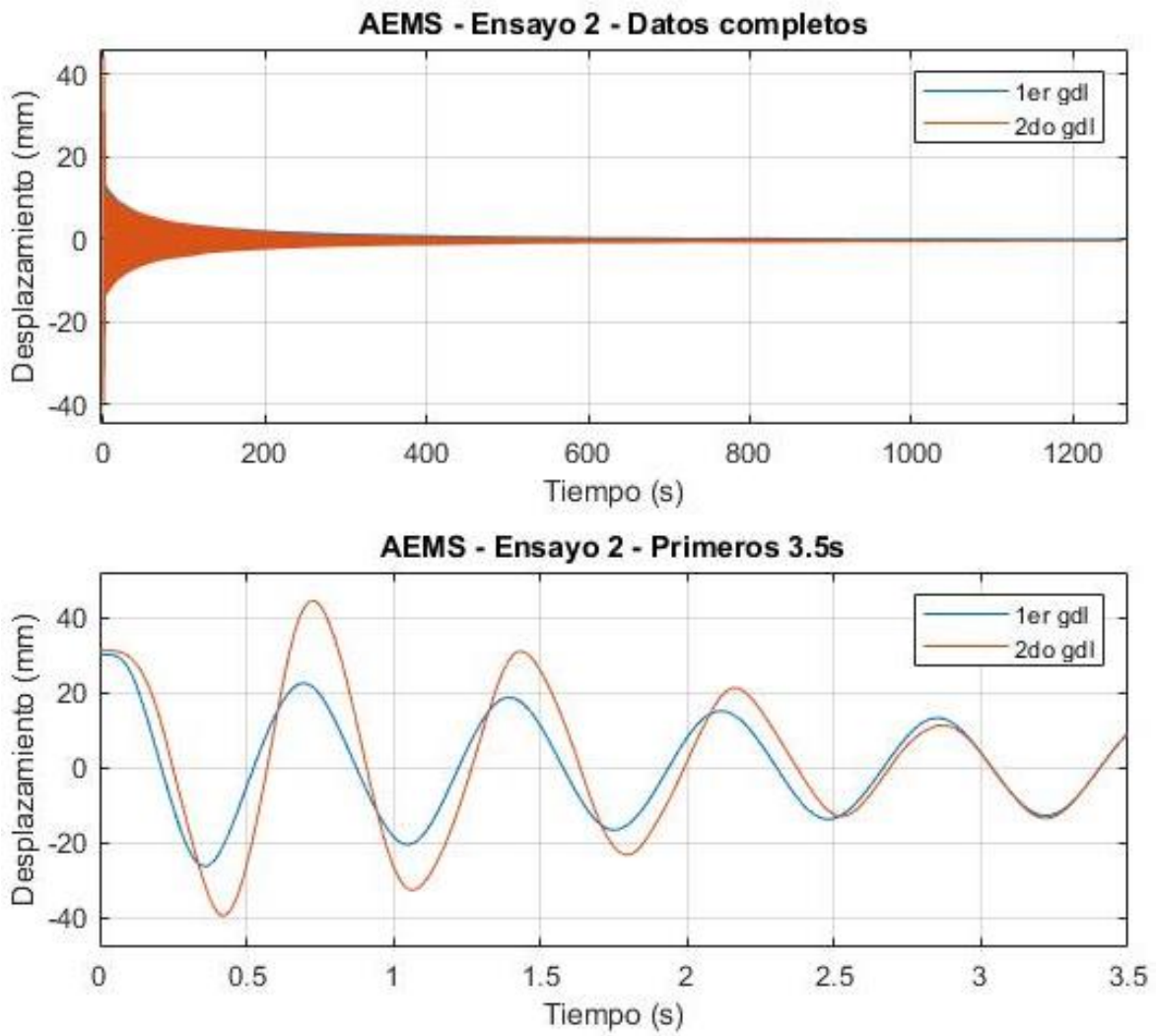


Figura 57. Segundo ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AEMS.

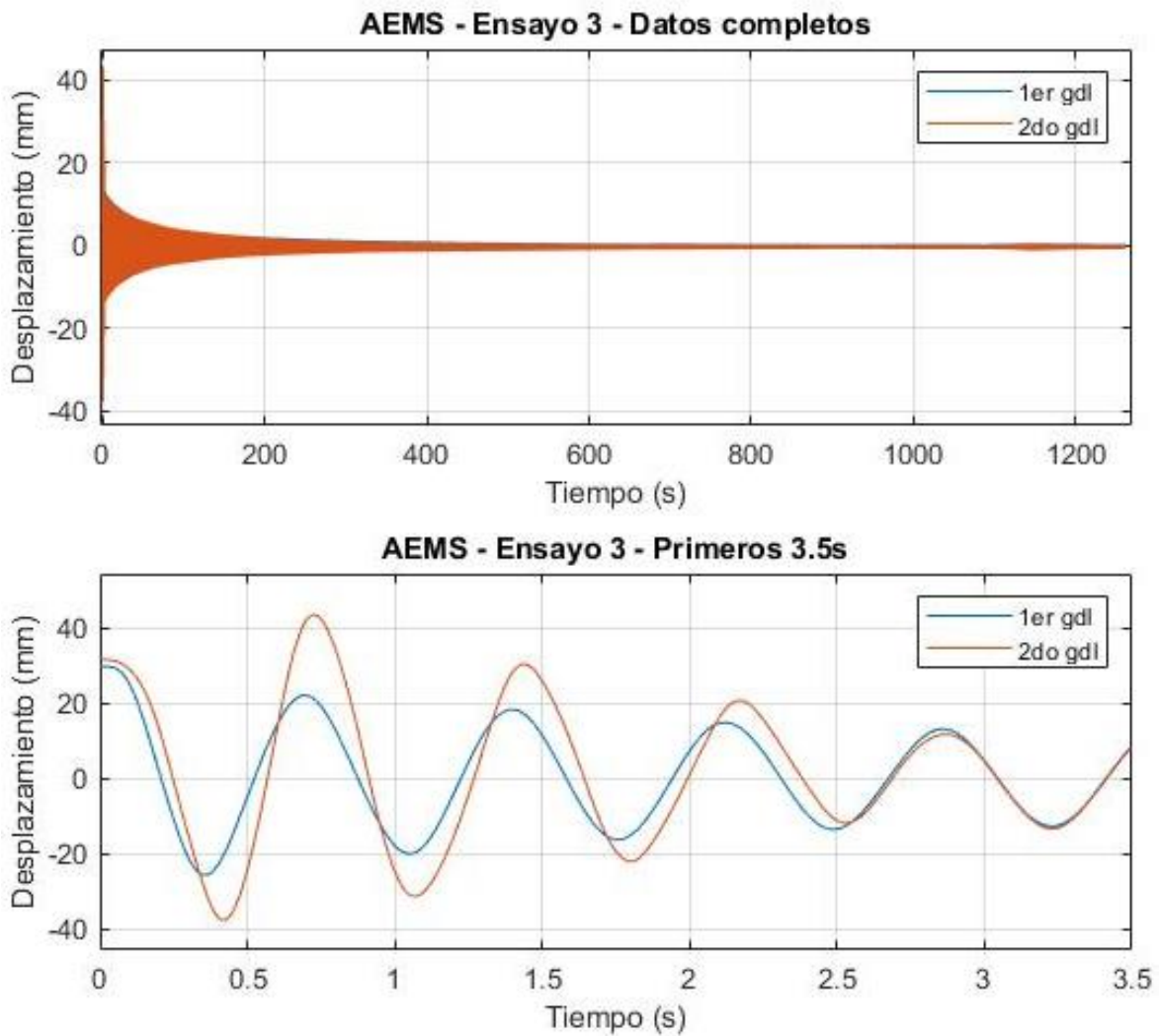


Figura 58. Tercer ensayo de vibración del 1er gdl con uso de AEMS.

Los tiempos de asentamiento de los ensayos mostrados previamente se muestran en la tabla 10, son comparados con los datos simulados. En las últimas columnas se coloca el promedio de los tres ensayos y su desviación estándar. Se sabe que el tiempo de asentamiento promedio de la vibración libre es de 377.4 s y el tiempo de asentamiento promedio usando el AEMS es de 288.72 s, entonces con las condiciones presentadas, se logra una reducción del 23.49% en el tiempo de asentamiento para la configuración de parámetros utilizada.

Tabla 10. Tiempos de asentamiento reales con amortiguador electromagnético de masa sintonizada.

	Datos simulados	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Promedio ensayos	Desviación estándar
Tiempo (s)	292.15 s	289.64 s	289.24 s	287.29 s	288.72 s	1.02 s

5.5 Comparación entre vibración libre, con AMS y con AEMS

En la tabla 11 se resumen los tiempos de asentamiento del primer grado de libertad en tres escenarios: vibración libre, amortiguador de masa sintonizada y amortiguador electromagnético de masa sintonizada. Para cada uno de estos escenarios se presenta el tiempo de asentamiento obtenido con la simulación de los modelos matemáticos y el tiempo obtenido experimentalmente para tres ensayos.

Tabla 11. Comparación de los tiempos de asentamiento de vibración libre. con AMS y con AEMS.

	Vibración libre	AMS	AEMS
Simulado	369.16 s	324.57 s	292.15 s
Ensayo 1	390.88 s	333.96 s	289.64 s
Ensayo 2	375.62 s	328.47 s	289.24 s
Ensayo 3	365.75 s	305.84 s	287.29 s

Estos datos se visualizan de una mejor manera en la gráfica de la fig. 59, en la cual se puede apreciar la disminución del tiempo de asentamiento de la vibración del primer grado de libertad ante la implementación de las estrategias de amortiguamiento implementadas. En el eje vertical se representa el tiempo de asentamiento en segundos, en el eje horizontal se presentan los tres escenarios. De derecha a izquierda, el primer grupo de datos son los tiempos de asentamiento de la vibración del primer grado de libertad sin amortiguador. Los valores experimentales oscilan entre 365.75 y 390.88, el valor obtenido mediante la simulación es 369.16 y se representa en el gráfico como un cuadro negro. En el segundo grupo de datos se muestra el tiempo de asentamiento del primer grado de libertad cuando se usa un amortiguador de masa sintonizada. Los valores experimentales oscilan en el rango de 305.84 s y 328.47 s, el valor obtenido mediante las simulaciones se encuentran dentro de este rango representando con un cuadro negro y con un valor de 324.57 s. El último grupo de datos, ubicado a la derecha de la gráfica, representan los tiempos de asentamiento del primer grado de libertad ante la implementación de un amortiguador electromagnético de masa sintonizada. El rango de los valores experimentales oscila entre 289.24 s y 287.29 s, el valor obtenido mediante las simulaciones numéricas es de 292.15 s. En la gráfica se observa con claridad la disminución del tiempo de asentamiento del primer grado de libertad ante el uso de amortiguadores AMS y AEMS.

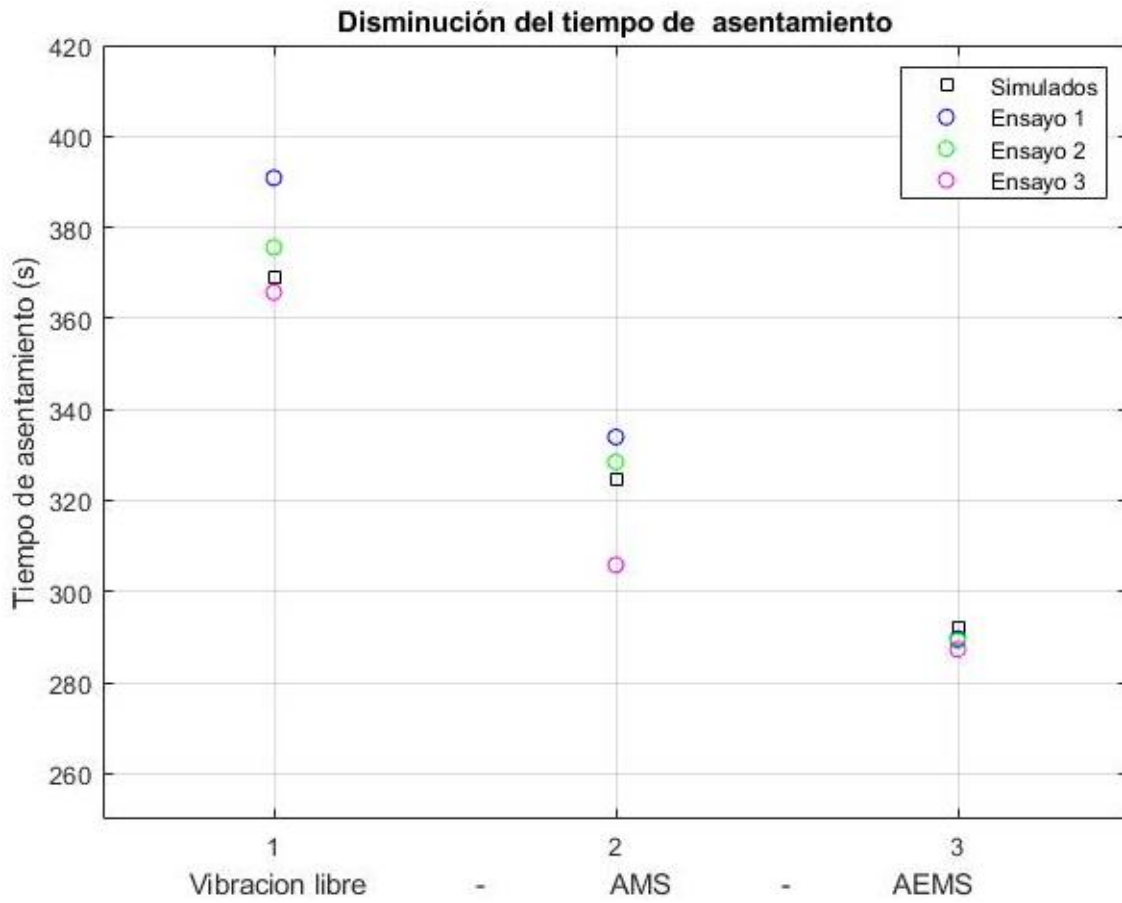


Figura 59. Comparativa entre los tiempos de asentamiento en los casos de vibración libre, con AMS y con AEMS.

Capítulo 6. Diseño de un AEMS de bajo amortiguamiento parásito

El desarrollo tecnológico es una faceta importante de la labor ingenieril, en el grupo de investigación en el cual se ha desarrollado esta investigación doctoral, el centro de diseño mecánico e innovación tecnológica (CDMIT), se tiene la filosofía de que la ingeniería debe girar en torno a un círculo virtuoso el cual consiste en la Investigación, el desarrollo y la explotación tal como lo ha expresado una de las cabezas de centro, el Dr. Alejandro C. Ramirez Reivich. Por esta razón, en la presente investigación se buscó cumplir con los primeros puntos, la Investigación y el desarrollo, dejándolo expresado desde la redacción de los objetivos de la presente investigación. En esta investigación se ha desarrollado conocimiento en forma de modelos matemáticos que se validaron mediante procedimientos experimentales, de esta forma se realizó la labor de investigación. En el presente capítulo se describe el diseño de un desarrollo tecnológico que explota el conocimiento generado para mejorar una máquina existente dejando obsoleto su diseño convencional.

Después de estudiar los sistemas dinámicos presentados en esta investigación y entender las interrelaciones de sus parámetros, se vislumbró una oportunidad de desarrollo tecnológico que explota el conocimiento generado. Los amortiguadores electromagnéticos convencionales presentan cierta eficiencia energética, debido a que la energía disipada se reparte entre un amortiguamiento viscoso del sistema de desplazamiento lineal y el circuito eléctrico. Sabiendo que con las oscilaciones geoméricamente no lineales basadas en cables es posible obtener una zona de baja disipación energética, es entonces posible implementar esta baja disipación en el sistema de desplazamiento línea del AEMS para eliminar su amortiguamiento parásito.

6.1 Principio de funcionamiento

En la fig. 60, se muestra un diagrama dinámico, en el centro se presenta un sistema de desplazamiento lineal conformado por una masa de estructura m_e y sus equivalentes de rigidez k_e y viscosidad b_e , este conjunto es la estructura primaria en la cual se desea reducir la vibración, ya sea tiempo de asentamiento de vibración libre o amplitud vibratoria de vibración forzada. A la izquierda se muestra el diagrama de un amortiguador electromagnético de masa sintonizada que puede implementarse en la estructura primaria, tiene los mismos elementos mecánicos de la estructura primaria los cuales son masa del amortiguador m_a , constante de resorte del amortiguador k_a y coeficiente de fricción viscosa del amortiguador b_a , también cuenta con el circuito que contiene a los elementos eléctricos como son bobina L_e y resistencia de carga R_l . A la derecha se muestra el diagrama de un amortiguador electromagnético de masa sintonizada basado en cable, los resortes y amortiguadores transversales k_{cn} y b_{cn} representan a los cables, la masa del amortiguador m_a y el sistema electromagnético es el mismo que en el caso del sistema lineal.

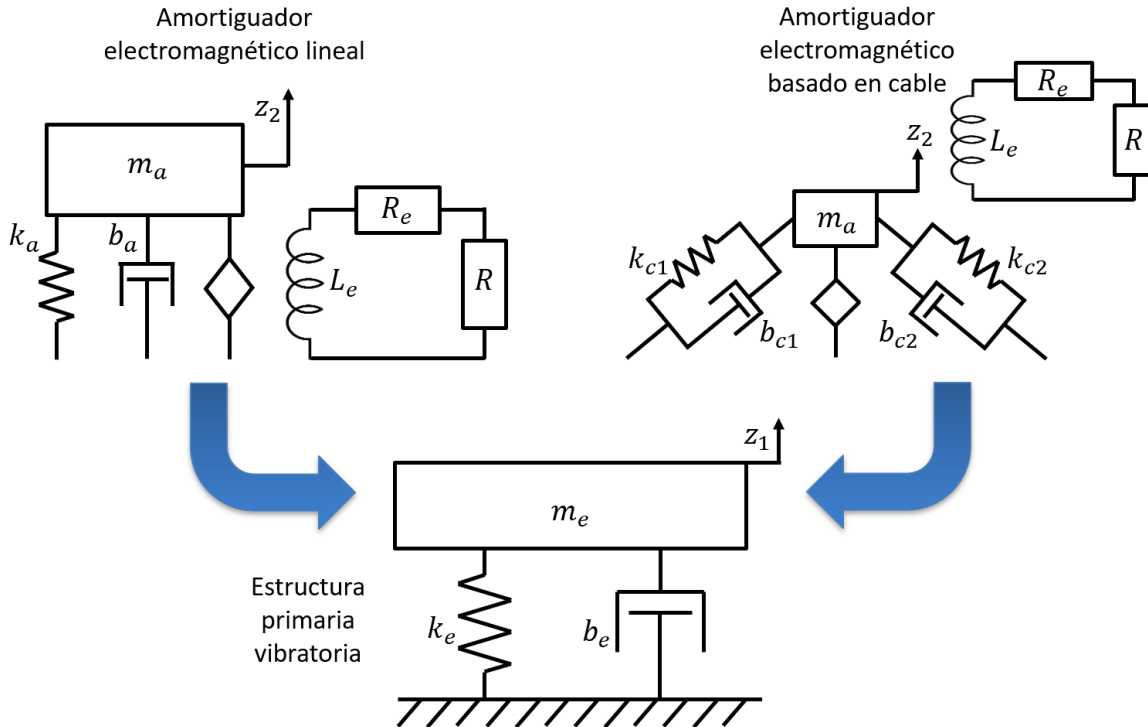


Figura 60. Estructura vibratoria, a la izquierda AEMS lineal, a la derecha AEMS basado en cable.

Los amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada convencionales basados en sistemas de desplazamiento lineales lubricados presentan un problema específico en cuanto a la viscosidad. Se sabe que la energía disipada por este tipo de amortiguadores se divide en dos partes, una parte de la energía se va al circuito eléctrico en donde se almacena o se disipa en resistencias eléctricas R_l y otra parte se disipa en forma de calor en el amortiguamiento viscoso b_a . En los AEMS convencionales, si no existiera el amortiguamiento viscoso en su sistema de desplazamiento lineal, entonces la máquina eléctrica tendría una mayor eficiencia energética debido a que una mayor parte de su energía se iría al sistema eléctrico. Por lo anterior, el amortiguamiento viscoso b_a del AEMS lineal se conoce en la literatura como amortiguamiento parásito.

Al implementar un AEMS basado en cable, se logra disminuir de forma substancial el amortiguamiento parásito b_a debido a la zona de baja disipación energética. Con esta reducción de fricción viscosa una mayor cantidad de energía mecánica vibratoria se dirige al circuito electromagnético en donde puede ser disipada en forma de calor por resistencias eléctricas o almacenada en alguna batería. En este último caso la eficiencia energética de esta máquina eléctrica se verá aumentada por la reducción del amortiguamiento parásito.

Es importante hacer notar que tanto el AEMS lineal como el AEMS basado en cable funcionan también sin el primer grado de libertad, esto es, si estuvieran directamente conectados a tierra mecánica y recibieran una entrada de fuerza periódica. En este caso la principal función de ambos dispositivos no sería el de reducir la vibración si no el de

cosechar energía eléctrica. Bajo este funcionamiento, el AEMS basado en cable mantiene su ventaja en comparación el AEMS lineal.

6.2 Propuesta conceptual

Una de las principales diferencias del AEMS basado en cable en comparación con los AEMS lineales es que el primero necesita de una mayor área de sujeción, esto es debido a que los cables necesitan extenderse para lograr el efecto de “zona de baja disipación”. El diseño que se propone se muestra en la fig. 61. Existe una estructura vibrante, la cual puede ser una máquina, mecanismo o estructura civil que se encuentra sujeta a una vibración periódica. Sobre la estructura vibrante se colocan al menos tres postes que sujetarán los cables, el número mínimo de postes es tres para lograr generar una configuración planar con los cables y la masa oscilante del amortiguador, pero puede usarse una mayor cantidad de cables. Cada uno de estos cables debe ir en pares, separados una distancia que dependerá del contexto en el cual se esté implementando el AEMS basado en cable, esta configuración de cables dobles aumentará la rigidez de la masa del amortiguador ante rotaciones indeseables dejando una baja rigidez solamente en una dirección, en la dirección de x_f según se muestra en el diagrama.

La masa del amortiguador m_a , representada en el diagrama en color azul, deberá ser el campo magnético. Es recomendable que este campo magnético sea producido por imanes permanentes de gran fuerza como son los imanes de Neodimio para no tener que implementar energía extra al sistema con el uso de electroimanes. Los imanes serán colocados en una estructura de soporte cuyas dimensiones estarán especificadas no solo para alojar a los imanes, sino también para lograr el valor de masa necesaria. Esta masa o conjunto de imanes son los que oscilarán en la dirección de x_f con una baja fricción viscosa durante su desplazamiento. La bobina eléctrica se encuentra unida a la estructura vibratoria, en el diagrama se muestra en color cobrizo. Se encuentra unida a la estructura vibrante para que pueda ser conectada libremente a un circuito electrónico, la bobina no oscilará, por lo tanto, no existirán riesgos de posibles rupturas en los cables.

El circuito eléctrico será el responsable de almacenar la energía eléctrica proveniente de la bobina que a su vez trabaja con el principio de Faraday. El movimiento relativo entre un campo magnético y espiras de material conductor de electricidad generan un voltaje, si las espiras se encuentran conectadas en un circuito cerrado entonces fluye una corriente eléctrica. Esta corriente será aprovechada por el circuito electrónico y su magnitud depende tanto de la fuerza de entrada al sistema dinámico como de los parámetros del sistema. Las técnicas de análisis y optimización de parámetros que se aplicaron en el desarrollo de este trabajo de investigación pueden ser aplicados para encontrar combinaciones adecuadas de valores.

Se debe notar que el amortiguador tiene efecto solamente en una dirección, esto es en la dirección de x_f , por lo tanto, cuando se presente una aplicación que tiene vibraciones significativas en dos o más direcciones, se sugiere el uso de dos o más AEMS.

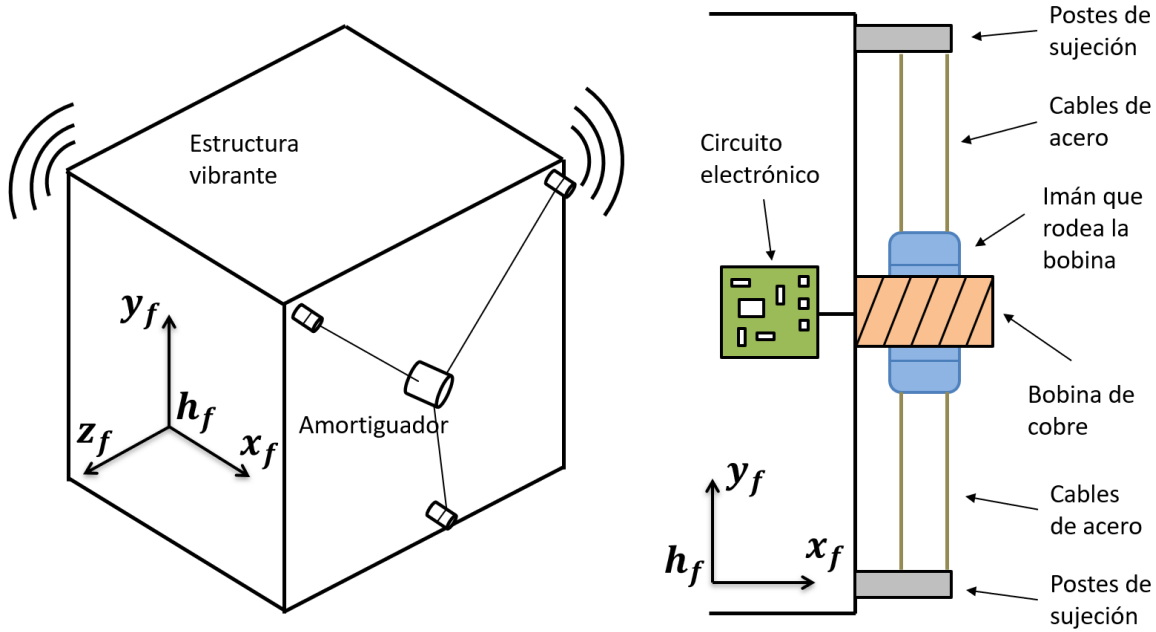


Figura 61. Diagrama de propuesta conceptual del diseño.

Como se ha observado, esta propuesta de diseño corresponde al modelo 4_3_AEMS_NLA de la tabla de modelos matemáticos presentada en el capítulo de modelado matemático, el nombre de este modelo es amortiguador electromagnético de masa sintonizada con no linealidades en el amortiguador. El modelo matemático que define el comportamiento de este sistema se muestra en la ecuación 53.

$$\begin{aligned}
 m_e \frac{d^2 z_1}{dt^2} + b_e \frac{dz_1}{dt} + k_e z_1 + F_{kznA} + F_{kznB} + F_{bzn} + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) \\
 = F \text{ sen}(\omega t) \\
 m_a \frac{d^2 z_2}{dt^2} + b_a \frac{dz_2}{dt} + f_{kznA} + f_{kznB} + f_{bzn} + \frac{(C_{em})^2}{R_e + R_l} \left(\frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{53}$$

Los términos F_{kznA} , F_{kznB} y F_{bzn} corresponden a las fuerzas debidas al sistema geoméricamente no lineal vistas desde el primer grado de libertad, en este caso las posiciones y velocidades deben de medirse del primer grado de libertad con respecto al segundo grado de libertad, por lo tanto, las expresiones resultan como se muestra en la ecuación 54, 55 y 56.

$$F_{kznA} = \frac{(z_1 - z_2)((f_{ptn} + T_w) - k_{cn} \left(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2}} \tag{54}$$

$$F_{kznB} = \frac{(z_1 - z_2)(f_{ptn} - k_{cn} \left(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2}} \quad (55)$$

$$F_{bzn} = b_{cn} \left(\frac{(z_1 - z_2)^2}{l_{on}^2 + (z_1 - z_2)^2} \right) \left(\frac{dz_1}{dx} - \frac{dz_2}{dx} \right) \quad (56)$$

Los términos f_{kznA} , f_{kznB} y f_{bzn} corresponden a las fuerzas debidas al sistema geoméricamente no lineal vistas desde el segundo grado de libertad, en este caso las posiciones y velocidades deben de medirse desde el segundo grado de libertad con respecto al primer grado de libertad, por lo tanto, las expresiones resultan como se muestra en las ecuación 57, 58 y 59.

$$f_{kznA} = \frac{(z_2 - z_1)((f_{ptn} + T_w) - k_{cn} \left(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (57)$$

$$f_{kznB} = \frac{(z_2 - z_1)(f_{ptn} - k_{cn} \left(l_{on} - \sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right))}{\sqrt{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (58)$$

$$f_{bzn} = b_{cn} \left(\frac{(z_2 - z_1)^2}{l_{on}^2 + (z_2 - z_1)^2} \right) \left(\frac{dz_2}{dx} - \frac{dz_1}{dx} \right) \quad (59)$$

6.3 Propuesta del banco de pruebas

A continuación, se muestra una propuesta de construcción de un banco de pruebas para validar la propuesta de diseño. Se propone el uso de elementos estructurales similares a los utilizados en el bando de pruebas de la presente investigación, esto es perfiles de aluminio. Se propone una estructura romboidal para aumentar la rigidez de la estructura, eso se logra usando secciones triangulares en lugar de rectangulares. No es necesario el uso de cuatro pares de cables para generar las oscilaciones geoméricamente no lineales, para lograr este fenómeno se requieren solamente tres pares de cables. Con esta modificación se logra una disminución en la complejidad del banco de pruebas debido a que solo se requiere un tensor de cable para aumentar la tensión en los tres pares de cable de forma uniforme. Esta propuesta se muestra en la fig. 62.

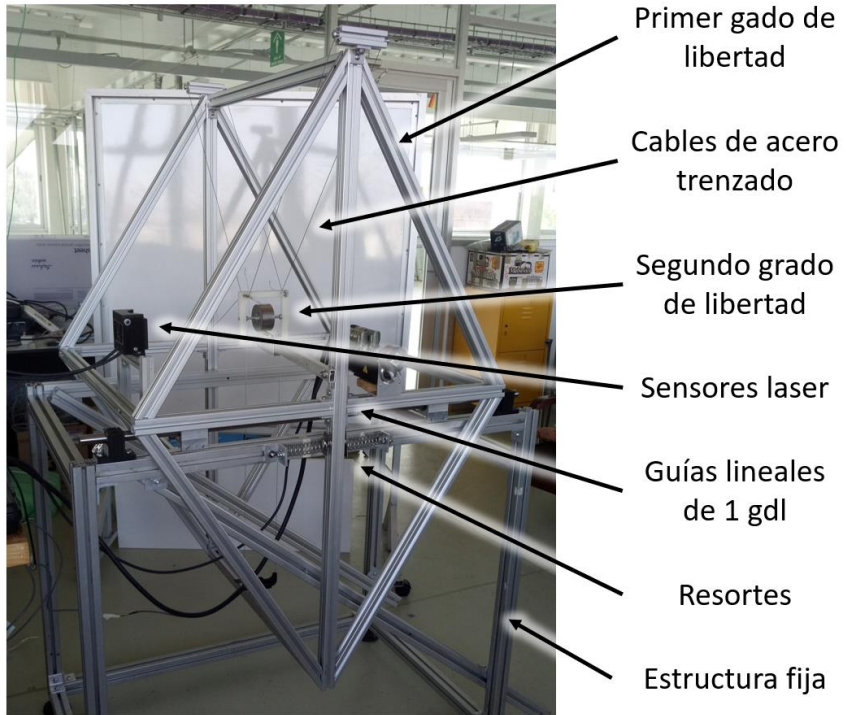


Figura 62. Banco de pruebas para evaluar la propuesta de diseño.

Capítulo 7. Conclusiones

En esta investigación se evaluó la efectividad de amortiguadores de masa sintonizada y amortiguadores electromagnéticos de masa sintonizada en la disminución del tiempo de asentamiento de vibraciones libres de sistemas oscilatorios no lineales basados en cable. Estos sistemas oscilatorios se presentan en *cable robots* de configuración plana.

La investigación se realizó con un enfoque analítico y de validación experimental. Se modelaron las no linealidades geométricas y después se usaron como bloques de construcción para modelos matemáticos más complejos. En la tabla comparativa de modelos matemáticos se pueden contemplar todos, pero 3 de ellos fueron los principales, estos fueron los sistemas dinámicos de vibración libre no lineal, vibración con AMS y vibración con AEMS. Se diseñó y construyó un banco de pruebas el cual consistió en un sistema dinámico oscilatorio de ocho cables. En este, pueden realizarse ensayos de vibración libre, vibración con amortiguador de masa sintonizada y vibración con amortiguador electromagnético de masa sintonizada.

La 1er conclusión es que el sistema oscilatorio geoméricamente no lineal basado en cable tiene características peculiares en comparación con otros sistemas oscilatorios convencionales. Se sabía de observaciones experimentales que esta oscilación tiene prolongados tiempos de asentamiento y grandes amplitudes vibratorias en comparación con la vibración de sus otros cinco grados de libertad. Después del proceso de modelado matemático y simulaciones computacionales, se descubrió que este comportamiento se debe a una zona de baja rigidez y baja disipación energética centradas en el punto de equilibrio del sistema dinámico. Con el modelo matemático completamente definido no solo se puede predecir el comportamiento oscilatorio, si no también se puede manipular los parámetros para obtener el comportamiento deseado.

La 2da conclusión se refiere al amortiguador de masa sintonizada. Se encontró que reduce el tiempo de asentamiento de la vibración libre del primer grado de libertad. La reducción del tiempo de asentamiento se debe a que, en los primeros segundos de la oscilación, 3.5s, el primer y segundo grados de libertad se desplazan en posiciones y velocidades diferentes. Después de estos segundos, ambos grados de libertad se comportan como uno solo y esto es debido a la componente de fricción seca presente entre el primer y segundo grado de libertad. La reducción en el tiempo de asentamiento depende de la combinación de valores deseados para los parámetros, y esta combinación a su vez depende del contexto de la aplicación, pero con el conjunto de parámetros que se usaron en esta investigación se logró una reducción del 14.48%.

La 3ª conclusión se refiere al amortiguador electromagnético de masa sintonizada, Con este amortiguador, no se logra una reducción significativa del tiempo de asentamiento. Esto es debido a que la implementación de un AEMS tiene el efecto de aumentar el coeficiente de fricción viscosa de un sistema equivalente AMS, por lo tanto, reducirá o aumentará el tiempo de asentamiento según el punto de operación de la

superficie fricción viscosa-fricción seca (fig. 47) del modelo 3_2_AMS. Esto significa que si la configuración de parámetros de AMS se encuentra en un punto en el cual un aumento en la fricción viscosa implicaría una disminución del tiempo de asentamiento, entonces el AEMS funcionará para reducir el tiempo de asentamiento, pues este trabaja aumentando el coeficiente de fricción viscosa entre el primer y segundo grado de libertad, caso contrario el AEMS aumentará el tiempo de asentamiento del primer grado de libertad.

La 4ª conclusión se presenta en el contexto de los *cable robots*. Se ha presentado una propuesta para disminuir el tiempo de asentamiento de las vibraciones fuera del plano de *cable robots* en configuraciones planares. Se ha generado el conocimiento sobre la influencia de los parámetros de los amortiguadores en el tiempo de asentamiento y la selección de una combinación exitosa de parámetros dependerá del contexto de la aplicación. La utilización de los modelos matemáticos desarrollados será de utilidad para definir los valores adecuados de los parámetros. Esta solución propuesta para disminuir el tiempo de asentamiento de la vibración libre de *cable robots* planos tiene la ventaja de que extrae energía al sistema, en contraposición con otras soluciones presentadas las cuales requieren suministrar energía extra al sistema para su funcionamiento,

La 5ª conclusión es en el contexto de las vibraciones mecánicas. Se han desarrollado ecuaciones conjuntas de amortiguadores y resortes geoméricamente no lineales. Además, se ha propuesto una configuración mecánica, la cual es el sistema cableado y sus oscilaciones fuera del plano, que lleva a al mundo real las ecuaciones planteadas. La importancia de esto radica en que no suelen presentarse este tipo de propuestas en la vida real debido a que la dificultad para representar los sistemas geoméricamente no lineales, especialmente en el caso de los amortiguadores, los cuales además, requerirían que su masa fuera despreciable. Esto se ha logrado con los sistemas cableados propuestos.

La 6ª y última conclusión está en el contexto de los sistemas de cosecha energética. Esta línea de investigación plantea el absorber energía eléctrica del entorno, en este caso de las vibraciones mecánicas. Se ha propuesto un nuevo diseño cuyo funcionamiento mejora la eficiencia un tipo específico de máquinas eléctricas. Esta máquina eléctrica es el amortiguador electromagnético de masa sintonizada lineal, cuya eficiencia energética está limitada por la energía que se desperdicia en forma de calor en la resistencia de la bobina y en mayor medida por la energía que se desperdicia en forma de calor y ruido en el amortiguador viscoso, el cual adecuadamente se denomina amortiguamiento parásito. Con la implementación de los sistemas cableados propuestos en este trabajo de investigación en el segundo grado de libertad, se elimina el amortiguamiento parásito al colocar en su lugar la zona de baja disipación energética, aumentando de esta forma la eficiencia de la máquina eléctrica.

En la investigación se han encontrado nuevas áreas potenciales de investigación las cuales tienen la capacidad de generar nuevos productos académicos y científicos. Estas propuestas de trabajo a futuro son una potencial continuación de la labor realizada en esta investigación.

Como 1er trabajo a futuro se recomienda explorar de manera más amplia los sistemas dinámicos presentes en la tabla comparativa de modelos dinámicos, pues existen muchas investigaciones potenciales en ellas. Estas investigaciones parecerán en primera instancia puramente teóricas, pero tienen amplias aplicaciones en vibraciones mecánicas de sistemas reales. También, se sugiere realizar estudios de la respuesta estacionaria ante entradas periódicas. No existe un concepto tal como la respuesta en frecuencia en sistemas no lineales, pero es un área de oportunidad explorar este comportamiento.

Como 2da propuesta de trabajo a futuro se propone investigar otros parámetros modelo 1_2_ONL, específicamente la variación del parámetro pretensión de los cables y su influencia en la frecuencia vibratoria como variable de respuesta. Lo anterior es debido a que la pretensión de los cables podría tener un efecto importante en la frecuencia vibratoria resultante, o lo que es lo mismo se podría crear un sistema oscilatorio de frecuencia variable. Esto sería de gran conveniencia en casos en los que se requiere ajustar la frecuencia natural de un segundo sistema vibratorio para hacerlo coincidir o discrepar de alguno otro y de esa forma reducir amplitudes vibratorias en casos de vibración forzada por mencionar un ejemplo. Es tal la practicidad de la variación de la pretensión de los cables que se podría diseñar un sistema vibratorio que cambie su frecuencia de oscilación con solo apretar un tornillo de ajuste.

Como 3er propuesta de trabajo a futuro se recomienda materializar la propuesta de diseño para validar de forma experimental el aumento en la eficiencia energética de la máquina eléctrica. En este procedimiento experimental se debe comparar el amortiguador electromagnético lineal contra el amortiguador electromagnético no lineal. Los parámetros del primer grado de libertad deben ser los mismos en ambos casos, por lo tanto, se debe utilizar el mismo banco de pruebas. En el caso del segundo grado de libertad, la bobina y el campo magnético deben ser los mismos, solo debe haber diferencia en la forma de sujetarlo, una forma debe con guías lineales convencionales con resortes y la otra forma debe ser con los sistemas cableados. De esta forma será posible validar experimentalmente el diseño.

Como 4ª propuesta de trabajo a futuro se propone buscar aplicaciones de los modelos generados y los sistemas cableados implementados más allá de la atenuación de vibraciones. Las observaciones experimentales indican que el oscilador es muy sensible a perturbaciones externas (debido a su zona baja disipación energética), incluso es laborioso estabilizarlo en un ambiente cerrado debido a que el paso de alguna persona caminando le genera un aumento en las amplitudes vibratorias. Su sensibilidad a perturbaciones externas no está relacionada con su debilidad, ya que, debido a la resistencia de los cables de acero, es capaz de cargar pesos considerables. Con estas características se puede imaginar una nueva máquina que genere energía eléctrica, una máquina alta y delgada en las azoteas de los edificios y casas, que genera energía eléctrica usando el principio electromagnético, pero aprovechando el más mínimo soplo de aire. Una máquina que compita y sea una opción diferente a los aerogeneradores. Después de todo, imaginar es una parte importante de la labor ingenieril.

Anexo 1 – Determinación de parámetros viscoelásticos de cables

La determinación de parámetros se llevó a cabo mediante el diseño y construcción de dos generaciones de máquinas para la determinación de parámetros viscoelásticos axiales equivalentes de cables de acero trenzado. Esta fue una investigación paralela que fue necesaria para caracterizar los cables de acero trenzado. Fue necesario el diseño y construcción de máquinas de propósito general.

Se sabe que existen en el mercado pruebas y máquinas estandarizadas para la determinación de parámetros viscoelásticos las cuales se aplican principalmente a polímeros. En el caso de la presente investigación, los requerimientos específicos del cable hicieron necesario el desarrollo de máquinas de propósito especial. Los requerimientos específicos que tiene esta prueba es que el cable necesita ser sujetado por elementos especiales y que es necesario variar la longitud de las probetas pues la longitud del cable es un parámetro crucial en el modelo. Estas dos características no suelen ser encontradas en máquinas convencionales de ensayos de fluencia.

Por la anterior razón se desarrolló un banco de pruebas para la determinación de parámetros viscoelásticos de cable de acero trenzado. El diseño evolucionó de forma secuencial en dos generaciones de máquinas con dos versiones cada generación. Las generaciones se diferencian entre sí por su principio de funcionamiento y las versiones se diferencian por sus características de funcionamiento. En la tabla 12 se resumen las cuatro máquinas desarrolladas. La última máquina, la que se usó finalmente para las pruebas fue el banco de gravedad número 2.

Tabla 12. Generaciones y versiones de bancos de pruebas para determinar parámetros viscoelásticos de cables de acero.

	1 versión	2 versión
1 generación	Banco de fluencia número 1	Banco de fluencia número 2
2 generación	Banco de gravedad número 1	Banco de gravedad número 2

La primera generación de bancos de pruebas se denominó bancos de fluencia. Su principio de funcionamiento consiste en aplicar una fuerza constante en dirección axial al cable y medir su deformación para generar una curva deformación – tiempo. Con esta curva pueden determinarse tanto el modelo equivalente como los parámetros de dicho modelo.

El banco de fluencia número 1 consiste en un sistema de desplazamiento lineal controlado por un mecanismo tornillo tuerca, a su vez este mecanismo es controlado por un servo motor el cual puede ser configurado en modo par. Al establecer un par en el eje del motor se genera una fuerza lineal equivalente en el sistema de desplazamiento. Con

esta fuerza constante aplicada al cable en su dirección axial se produce una deformación axial en el cable, en cada prueba se obtiene una gráfica de desplazamiento contra tiempo mediante la cual es posible estimar los parámetros viscoelásticos. La máquina consta de un sensor laser de desplazamiento para la medición de la deformación axial del cable y una celda de carga para medir el esfuerzo al cual está sometido el cable. Mediante una tarjeta de adquisición de datos se recopila la información de ambos sensores y se envía a una computadora personal para ser procesados y graficados. Esta máquina se observa en la fig. 63.

La primera versión de este banco de pruebas tuvo algunos inconvenientes con la dinámica, debido a que era importante tener caracterizadas todas las fricciones e inercias en el sistema. Esto incluye al eje del motor y al sistema de desplazamiento lineal. Las fricciones en el sistema de desplazamiento lineal tenían variaciones considerables además de presentar atoramientos en el desplazamiento por sobre restricciones. Por estas razones los datos obtenidos no fueron considerados completamente fiables y se procedió al diseño y construcción de una segunda versión del banco de pruebas.

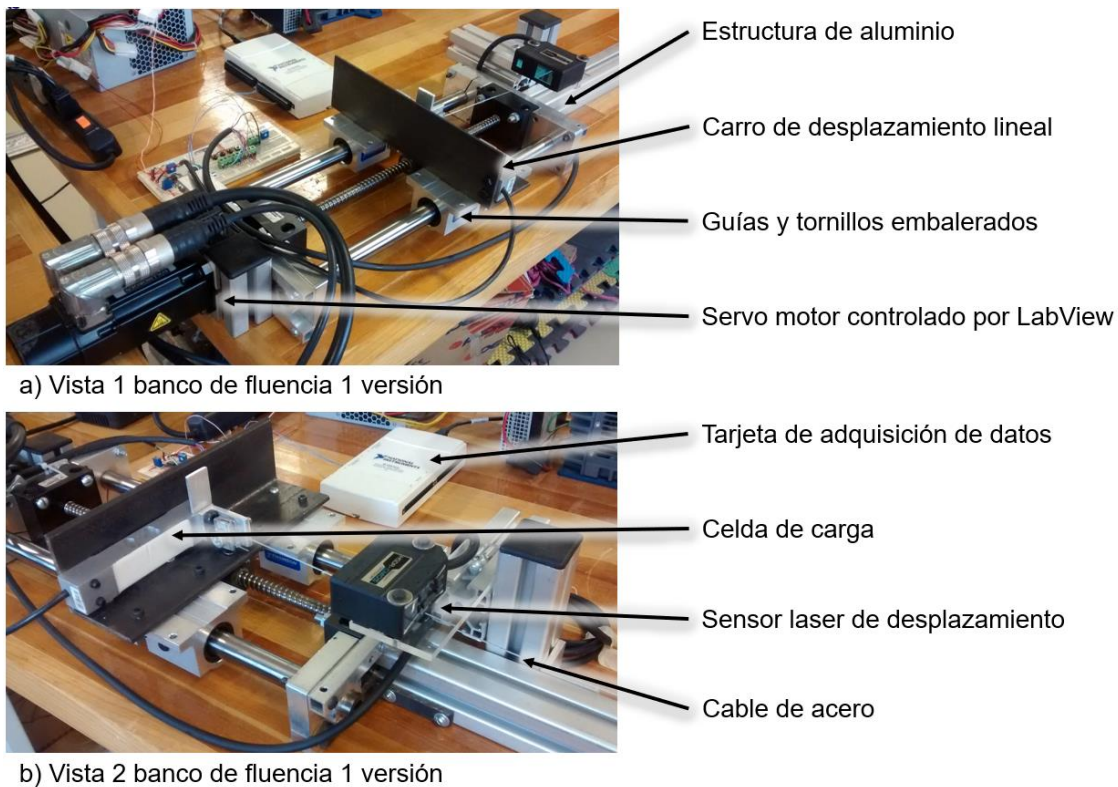
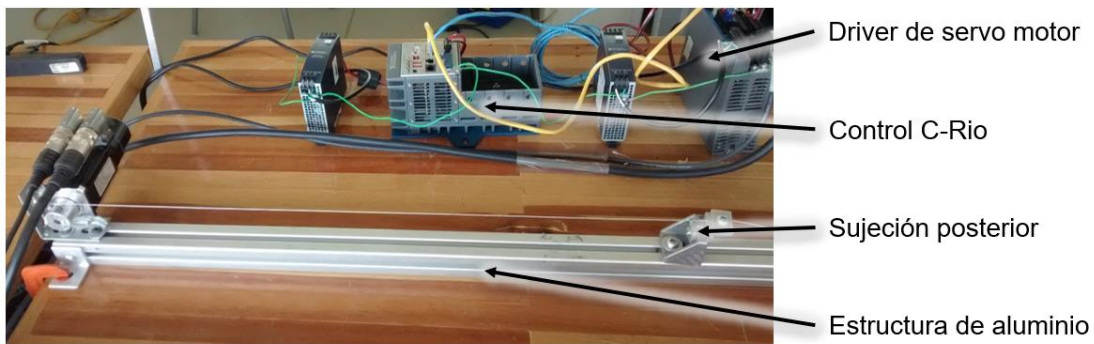


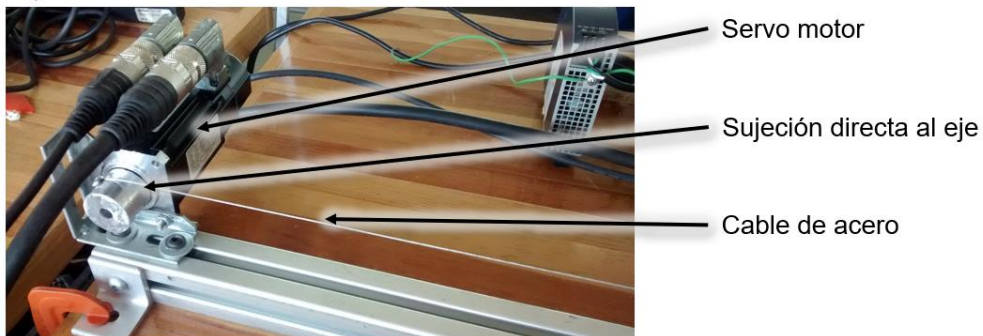
Figura 63. Primera versión de la primera generación del banco de pruebas para viscosidad.

El banco de fluencia número 2 el motor ejerce directamente la fuerza sobre el cable mediante un cilindro de aluminio en el cual es enrollado. En esta segunda versión se eliminó el sistema de desplazamiento lineal, de esta forma dejaron de existir las fricciones e inercias del tornillo, tuerca, carro de desplazamiento y bloques lineales. El motor se

configura en modo par para ejercer una fuerza constante en la dirección axial del cable y la elongación del cable es medida por el encoder del motor. En este punto se creía que el par entregado por el motor sería más constante y que el controlador ya tomaría en cuenta parámetros como la inercia del rotor y la fricción en sus rodamientos. El desempeño del motor no fue el deseado debido a que no se tenía un control preciso de los parámetros mencionados por parte del controlador del motor. La máquina se muestra en la fig. 64.



a) Vista 1 banco de fluencia 2 versión



b) Vista 2 banco de fluencia 2 versión

Figura 64. Segunda versión de la primera generación del banco de pruebas para viscosidad.

Debido a las deficiencias de las dos primeras máquinas para ensayos de fluencia, se planteó una nueva generación de máquinas con un principio de trabajo diferente. Esta segunda generación fue denominada bancos de pruebas de gravedad debido a su principio de funcionamiento, el cual consiste en colocar el cable de manera vertical, sujetarlo por la parte superior y en la parte inferior colocar una masa en un sistema de desplazamiento lineal. Al soltar la masa el cable oscilará de manera axial debido al efecto de la gravedad sobre la masa. En la fig. 65 se muestran imágenes de la primera versión de esta segunda generación.

El banco de gravedad número 1 utilizó un sistema de desplazamiento lineal embalado y se utilizó la masa del carro de desplazamiento como masa de arrastre para el cable. Para medir la elongación de cable se usó un sensor laser Omron ya mencionado en este trabajo. Los datos arrojados por este banco de pruebas fueron más claros, pero aún hacía falta repetibilidad en ellos. Este problema se debió a que el centro de masa del carro de desplazamiento lineal no era colineal con la dirección axial del cable, por lo tanto,

se producía un par indeseado que generaba atoramientos en el sistema de desplazamiento lineal. La medición de sensor laser en el carro de desplazamiento lineal se realizaba en un lateral, no directamente en la elongación del cable, lo que aumentaba la baja repetibilidad de los datos. El principio de trabajo de este nuevo banco de pruebas funcionaba, se recopilaban datos de vibración libre axial de cables de acero, pero aún era necesario corregir los inconvenientes descritos, por esta razón se procedió a la versión número 2 del banco de gravedad el cual se muestra en la fig. 67.

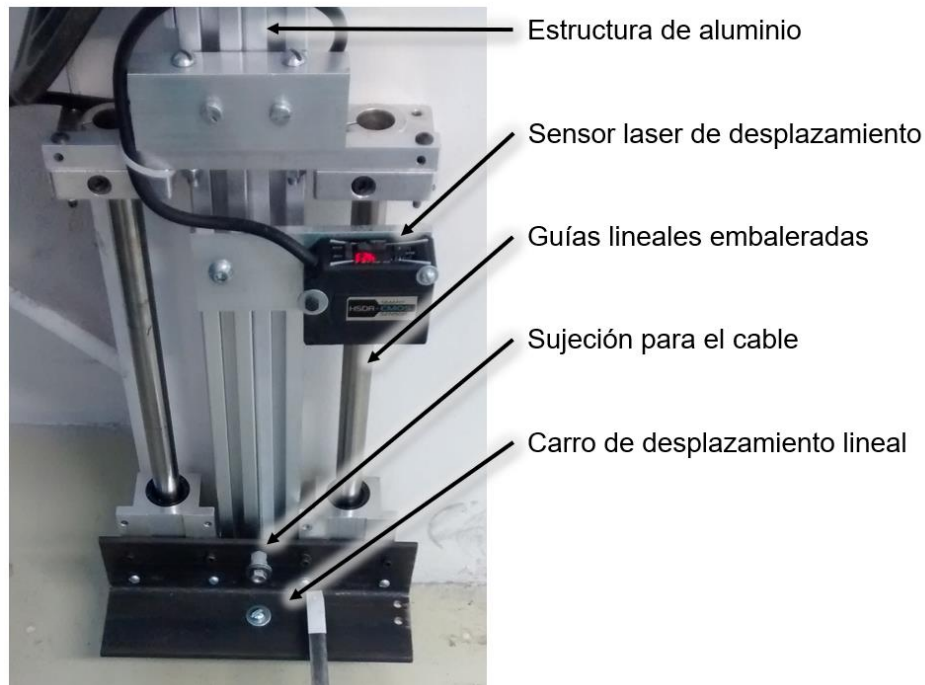


Figura 65. Primera versión de la segunda generación del banco de pruebas para viscosidad.

En la fig. 66 se detalla un diagrama de la segunda versión de la segunda generación del banco de determinación de parámetros viscoelásticos, este es llamado banco de gravedad número 2. Este fue finalmente usado para realizar las pruebas, en la parte de la derecha se muestra la mecánica del banco de pruebas, se trata de un perfil de aluminio en el cual se coloca el cable de acero de forma vertical mediante el uso de sujetadores que trababan bajo el principio del chukc de torno, sujetan al cable en forma concéntrica y uniforme para evitar deformaciones. El cable está sujeto en la parte superior a tierra mecánica y en la parte inferior a una masa que se desplaza libremente en la dirección vertical mediante un sistema de desplazamiento línea de un solo rodamiento axial.

En la parte inferior se encuentra un sensor laser de alta precisión, es el mismo sensor laser que se utilizó para en el proceso experimental de esta investigación doctoral. Este sensor laser está ubicado en la dirección colineal a la elongación axial del cable ensayado, con esta alineación se logran mediciones más precisas. El sensor laser está conectado a un circuito electrónico que convierte la señal de corriente de valores 0.04 A hasta 0.20 A a valores de 0 V y 5 V de directa. Posteriormente, esta señal es leída por una tarjeta de adquisición de datos modelo NI-USB 6216 con una resolución de 16 bits.

La tarjeta de adquisición de datos está conectada a una computadora personal basada en Windows® en donde se corre una interfaz gráfica de usuario programada en el entorno LabView®.

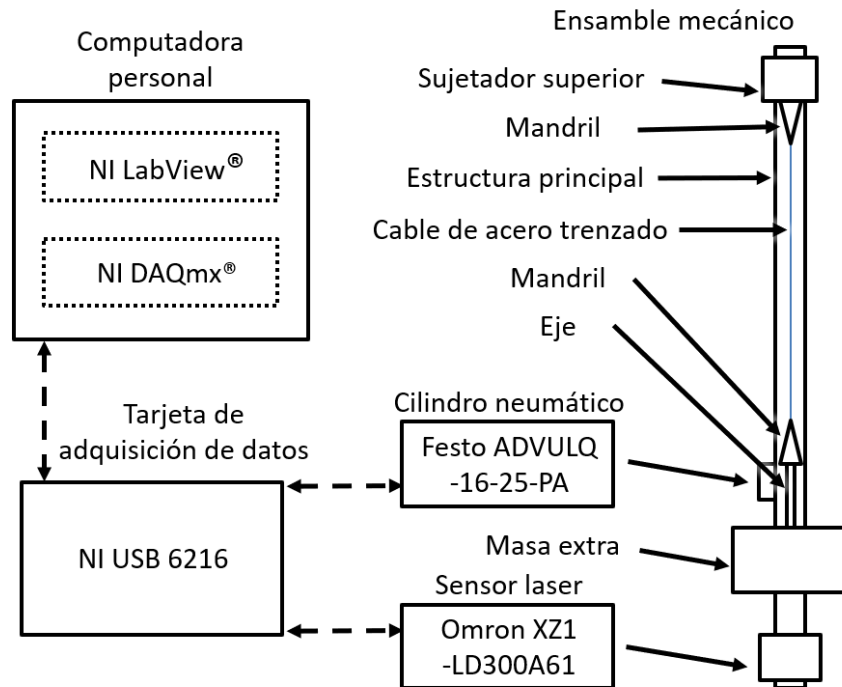


Figura 66. Diagrama del experimento de máquina para determinar parámetros viscoelásticos de cables de acero.

En la gráfica de la fig. 68 se muestran datos reales adquiridos por el banco de pruebas. La respuesta que se obtiene tiene la forma de una respuesta de segundo orden de la cual se pueden estimar parámetros de elasticidad y viscosidad conociendo la masa. Se observan las diferencias en frecuencia y en tiempo de asentamiento. La curva roja, que tiene una frecuencia vibratoria menor y un mayor tiempo de asentamiento, es la correspondiente a la probeta de cable de mayor longitud, 175 cm. La menor frecuencia vibratoria se relaciona con una menor rigidez y un mayor tiempo de asentamiento se asocia con una menor fricción viscosa. La rigidez aumenta con menores longitudes de cable y la viscosidad disminuye con menores longitudes de cable.

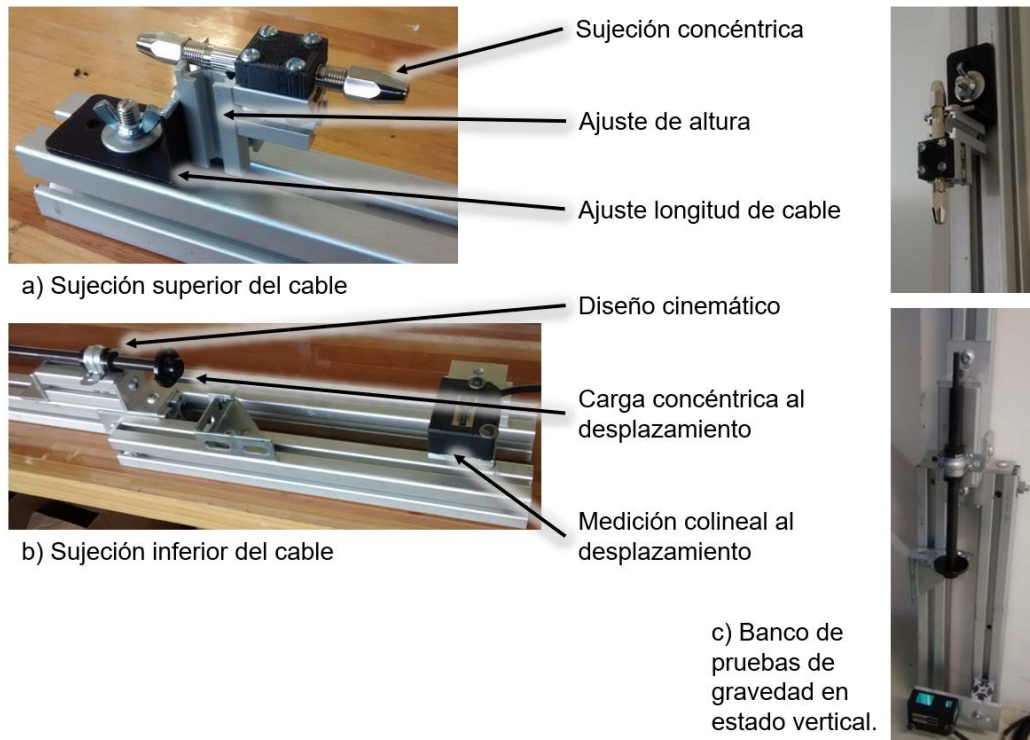


Figura 67. Segunda versión de la segunda generación para la determinación de parámetros viscoelásticos.

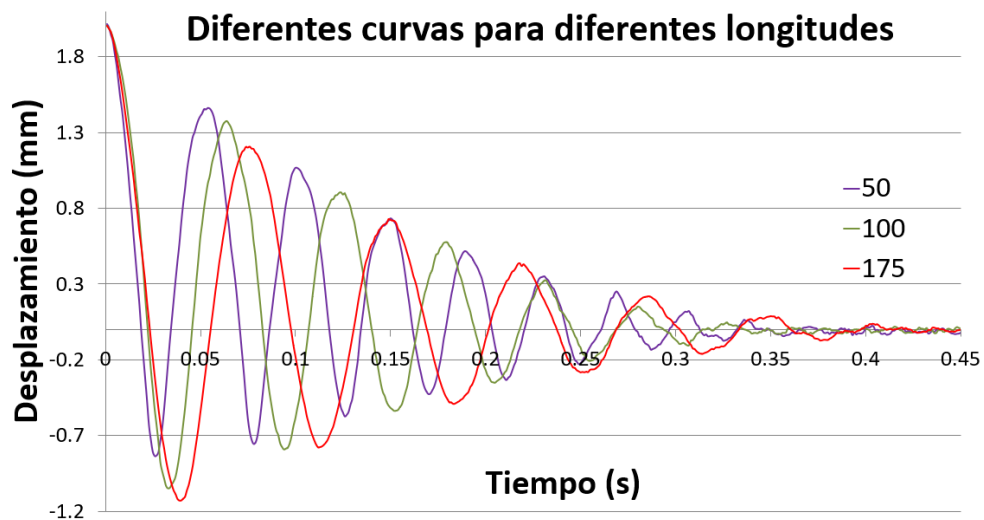


Figura 68. Diferencias entre curvas para longitudes de cable de 50 cm, 100 cm y 175 cm.

Anexo 2 - Programa para modelo 1_2_ONL

A continuación, se presenta el código para las simulaciones numéricas del modelo 1_2_ONL. Se trata de un programa que se ejecuta en un live script de Matlab®. Está dividido en dos segmentos de código principales y dos funciones. El primer segmento de código se llama simulación única y trabaja con la función fun_nl_1, en éste se puede ejecutar la simulación del modelo una vez con los parámetros especificados en la función. Las salidas que arroja son tiempo de asentamiento, gráfica completa de la respuesta en el tiempo y gráfica de la respuesta en el tiempo de los primeros segundos de la simulación.

El segundo segmento de código se llama variaciones de parámetros y trabaja junto con la función fun_nl_2, en éste se pueden realizar simulaciones múltiples variando dos parámetros a la vez, en el caso que compete a la investigación se variaron los parámetros masa de la estructura m_e y longitud original de los cables l_{o1} . La ejecución del programa arroja una gráfica tridimensional de tiempo de asentamiento como variable de respuesta.

1. Simulación única

En este segmento de código se puede realizar una ejecución de vibración libre del modelo (1_2_ONL). Los parámetros para la simulación deben escribirse directamente en la función ODE, al final de este script.

```
%Tiempo de la simulación
delt_t = 0.005;
seg_sim = 1200;
tspan = 0:delt_t:seg_sim;
%Condiciones iniciales de la simulacion
y0=[0.03;0];
%Ejecución de la simulacion
[t,y0]=ode45(@fun_nl_1,tspan,y0);
%Obteniendo el tiempo de asentamiento
Step_simu = stepinfo(y0(:,1),t,0,'SettlingTimeThreshold',0.05);
st_simu=Step_simu.SettlingTime
%Convirtiendo el desplazamiento en mm
pos=y0(:,1)*1000;

%Zona de graficación
figure(1);
%Grafica completa
subplot(2,1,1)
plot(t,pos,'k');
grid on;
title('Vibracion libre - Completo')
xlabel('Time (t)')
ylabel('Displacement (m)')
%Grafica de los primeros segundos
seg = 10;
```

```

dat = seg*(1/delt_t);
subplot(2,1,2)
plot(t(1:dat),pos(1:dat),'k');
title('Vibracion libre - Primeros segundos')
xlabel('Time (t)')
ylabel('Displacement (m)')

```

2. Variaciones de parámetros

En este segmento de código se pueden realizar múltiples ejecuciones de vibración libre del modelo (1_2_ONL). Se pueden variar dos parámetros a la vez, se usa una función ODE que se encuentra al final de este script.

```

tic
%Tiempo de la simulación
delt_t=0.005;
seg_sim = 1200;
tspan = 0:delt_t:seg_sim;
%Condiciones iniciales del sistema
y0=[0.03;0];
%El rango y la resolución de las variables
me_vec = 0.1:0.025:0.6; %0.1:0.025:0.6;
a = length(me_vec);
lo1_vec = 0.5:0.075:2; %0.5:0.075:2;
b = length(lo1_vec);
%Matriz de ceros para resultados
st = zeros(a,b);

%Ciclo para barrer la masa del oscilador
for n1 = 1:a
    %El valor del número n1 del vector ma_vec
    me = me_vec(n1);
    %Ciclo para barrer la longitud de los cables
    for n2 = 1:b
        %El valor del número n2 del vector ka_vec
        lo1 = lo1_vec(n2);

        %Ejecución de la simulación
        [t,y]=ode45(@fun_n1_2,tspan,y0);
        %Obteniendo el tiempo de asentamiento
        S = stepinfo(y(:,1),t,0,'SettlingTimeThreshold',0.05);
        sta = S.SettlingTime;

        %almacenando el valor en un vector
        st(n1,n2) = sta;
        %Limpiando
    end
end
end

```



```

%Graficación de resultados
figure(2)
surf(lo1_vec,me_vec,st)
grid on
xlabel('Longitud del cable (m)')
ylabel('Masa del oscilador (Kg)')
zlabel('Tiempo de asentamiento (s)')
title('Variación de m y lo1')
toc

```

Función ODE para simulación única

```

function yp = fun_n1_1(~,y)
%Model parameters
me = 0.6;           %Oscillator mass
bf = 0.0031;       %Air viscous friction coefficient
kc1 = 17793;       %Cable spring constant
bc1 = 95.52;       %Cable viscous friction coefficient
lo1 = 1.7;         %Length of the cable
fpt1 = 10;         %Pretension of the cable
Tw = 3.99;         %Extra tension due to the weight

%Variables
z1 = y(1);
z1p = y(2);

%Dynamic system
FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
Fbz = 8*(bc1*((z1^2)/((lo1^2)+((z1)^2)))*z1p);

yp = [z1p;(-(1/me)*(bf*z1p+FkzA+FkzB+Fbz))];
end

```

Función ODE para simulaciones múltiples

```

%-----
%Función para variar los parámetros
function yp = fun_n1_2(~,y)
%Model parameters
%me = 0.5225;       %Oscillator mass

```

```

me = evalin('base', 'me');
bf = 0.0031;      %Air viscous friction coefficient
%kc1 = 25000;    %Cable spring constant
%bc1 = 90;       %Cable viscous friction coefficient
%lo1 = 1.06;     %Length of the cable
lo1 = evalin('base', 'lo1');
fpt1 = 10;       %Pretension of the cable

% kc1 = f(lo1) y bc1 = f(lo1)
kc1 = 4.729*(10^4)*exp(-0.00575*(lo1*100));
bc1 = 0.0007*((lo1*100)^2) - 0.1068*(lo1*100) + 93.45;

%Tensión Tw = f(lo,a)
a = 0.1; %Este es el lado del efector final
g = 9.78; %Esta es la gravedad
Tw = -(2^(1/2)*g*lo1*me*(a - (2*lo1^2 - a^2)^(1/2)))*(-1/(a*(2*lo1^2 -
a^2)^(1/2) - lo1^2)^(1/2))/(2*(a + (2*lo1^2 - a^2)^(1/2)));

%Variables
z1 = y(1);
z1p = y(2);

%Dynamic system
FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
Fbz = 8*(bc1*((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2))*z1p);

yp = [z1p;(-(1/me)*(bf*z1p+FkzA+FkzB+Fbz))];

end

```

Anexo 3 – Programa para modelo 3_2_AMS_NLE

1. AMS_NLE - Simulación única incompleta

En este segmento de código se puede realizar una ejecución de vibración libre del modelo (3_2_AMS_NLE). Los parámetros para la simulación deben escribirse directamente en la función ODE, al final de este script. En este modelo se toman en cuenta ocho cables, peso del efector final, fricción seca entre el 1° y 2° grado de libertad y fricción con el aire.

```
%Variables de la simulacion
tic
res = 0.01;
t_sim = 10;
num_it=[]; %Vector de iteraciones por parada

%Condiciones iniciales
x_ci = [0.03;0;0.03;0];
%Vectores vacios de pos y vel
pos1 = [];
vel1 = [];
pos2 = [];
vel2 = [];
t_ult = 0;
%Modificacion de odeset
options = odeset('Events',@eve);

%Ciclo de la simulación (Tiempo fijo)
while t_ult < t_sim
    %Generando el vector de tiempo
    t_vec = (0:res:(t_sim-t_ult));
    if t_vec == 0
        break
    end
    %Solución numérica de la ODE
    [t,x,te,ye,ie] = ode45(@ams_n1,t_vec,x_ci,options);
    x_ci= [x(end,1);x(end,2);x(end,3);x(end,4)];
    %Eliminando el ultimo elemento de los vectores
    x(end,:) = [];
    %Concatenando vectores
    pos1 = [pos1; x(:,1)];
    vel1 = [vel1; x(:,2)];
    pos2 = [pos2; x(:,3)];
    vel2 = [vel2; x(:,4)];
    %Se actualiza t ultima
    t_ult = length(pos1)*res;

    %Contando valores en pos
```

```

    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];
end
%Eliminando el resto de los

%Creando vector tiempo
t2 = (0:res:(t_ult-res))';
%Creando vector de velocidades
dif_vel=vel2-vel1;

%Graficando
plot(t2,pos1,t2,pos2)
legend('Posición 1','Posicion 2')
title('Posiciones')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
grid on

plot(t2,vel1,t2,vel2)
legend('Velocidad 1','Velocidad 2')
title('Velocidades')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad (m/s)')
grid on

plot(t2,dif_vel)
title('Velocidad 2 - Velocidad 1')
grid on

plot(num_it)
title('Iteraciones entre interrupción')
toc

```

2. AMS_NLE - Simulación única completa

En este segmento de código se puede realizar una ejecución de vibración libre del modelo (3_2_AMS_NLE) haciendo uso de dos modelos matemáticos, el AMS y ONL. Los parámetros para la simulación deben escribirse directamente en las funciones ODE, al final de este script. En este modelo se toman en cuenta ocho cables, peso del efector final, fricción seca entre el 1° y 2° grado de libertad y fricción con el aire.

```

%Variables de la simulacion
tic

```

```

res = 0.01; %Resolución de la simulacion
t_sim = 1200; %Tiempo total de la simulación
t_sim1 = 10; %Tiempo de la primera simulación
num_it=[]; %Vector de iteraciones por parada

%Ejecución de la simulación
t_vec = (0:res:t_sim);
%Condiciones iniciales
x_ci = [0.03;0;0.03;0];
%Vectores vacios de pos y vel
pos1 = [];
vel1 = [];
pos2 = [];
vel2 = [];
t_ult = 0;
%Modificacion de odeset
options = odeset('Events',@eve);

%Ciclo de la simulación
while t_ult < t_sim1
    %Generando el vector de tiempo
    t_vec = (0:res:(t_sim-t_ult));
    if t_vec == 0
        break
    end
    %Solución numérica de la ODE
    [t,x,te,ye,ie] = ode45(@ams_n1,t_vec,x_ci,options);
    x_ci= [x(end,1);x(end,2);x(end,3);x(end,4)];
    %Eliminando el ultimo elemento de los vectores
    x(end,:) = [];
    %Concatenando vectores
    pos1 = [pos1; x(:,1)];
    vel1 = [vel1; x(:,2)];
    pos2 = [pos2; x(:,3)];
    vel2 = [vel2; x(:,4)];
    %Se actualiza t ultima
    t_ult = length(pos1)*res;

    %Contando valores en pos
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];

    %Condición de rutura del ciclo
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];
end

```

```

%Ejecutando simulacion de un solo grado de libertad
t_sim2 = 0:res:(t_sim-t_sim1); %Nuevo tiempo de simulacion
x_ci2 = [x(end,1);x(end,2)]; %Las condiciones iniciales
[t2,x2]=ode45(@osn1,t_sim2,x_ci2);

%Eliminando ultimos elementos del vector
pos1(end,:) = [];
vel1(end,:) = [];
pos2(end,:) = [];
vel2(end,:) = [];

%Concatenando vectores
pos1 = [pos1; x2(:,1)];
vel1 = [vel1; x2(:,2)];

%A los vectores en x2 se les suma el ofset de la pos2
x2(:,1) = x2(:,1) + 0.00001;

pos2 = [pos2; x2(:,1)];
vel2 = [vel2; x2(:,2)];

%Creando vector de velocidades
dif_vel = vel2-vel1;
%Vector de tiempo
t = 0:res:(length(pos1)*res)-res;

%Calculando tiempos de asentamiento
%-----
Step_simu = stepinfo(pos1,t,0,'SettlingTimeThreshold',0.05);
st_simu_1=Step_simu.SettlingTime

%Graficando Posiciones
%-----
plot(t,pos1,t,pos2)
legend('Posición 1', 'Posicion 2')
title('Posiciones')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
grid on

plot_seg = 12;

```

```

plot(t(1:(plot_seg*(1/res))),pos1(1:(plot_seg*(1/res))))
hold on
plot(t(1:(plot_seg*(1/res))),pos2(1:(plot_seg*(1/res))))
legend('Posición 1','Posición 2')
title('Posiciones a 3.5 s')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
grid on
hold off

%Graficando Velocidades
%-----
plot(t,vel1,t,vel2)
legend('Velocidad 1','Velocidad 2')
title('Velocidades')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad (m/s)')
grid on

plot_seg = 12;
plot(t(1:(plot_seg*(1/res))),vel1(1:(plot_seg*(1/res))))
hold on
plot(t(1:(plot_seg*(1/res))),vel2(1:(plot_seg*(1/res))))
legend('Velocidad 1','Velocidad 2')
title('Velocidades a 3.5 s')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
hold off
grid on

plot(t,dif_vel)
title('Velocidad 2 - Velocidad 1')
grid on

plot(num_it)
title('Iteraciones entre interrupción')
toc

```

3. Simulaciones múltiples, ma - ka

En este segmento de código se pueden realizar múltiples ejecuciones de vibración libre del modelo (3_2_AMS_NLE). Se pueden variar dos parámetros a la vez, se usa una función ODE un_nl_2 que se encuentra al final de este script. En estas simulaciones se genera una gráfica

tridimensional, es el cambio en el tiempo de asentamiento con respecto a los dos parámetros variados.

```
%Variables de la simulacion
tic
res = 0.01; %Resolución de la simulacion
t_sim = 1200; %Tiempo total de la simulación
t_sim1 = 10; %Tiempo de la primera simulación
num_it=[]; %Vector de iteraciones por parada

%Ejecución de la simulación
t_vec = (0:res:t_sim);
%Condiciones iniciales
x_ci = [0.03;0;0.03;0];
%Vectores vacios de pos y vel
pos1 = [];
vel1 = [];
pos2 = [];
vel2 = [];
t_ult = 0;
%Modificacion de odeset
options = odeset('Events',@eve);
%El rango y la resolución de las variables
ba_vec = 0.005:0.00475:0.1; %0.0025 .01-0.125
a = length(ba_vec);
mu_vec = 0.005:0.00975:0.2; %1.5 5-35
b = length(mu_vec);
%Matriz de ceros para resultados
st = zeros(a,b);

%Ciclo para barrer la masa del oscilador
for n1 = 1:a
    %El valor del número n1 del vector ma_vec
    ba = ba_vec(n1);
    %Ciclo para barrer la longitud de los cables
    for n2 = 1:b
        %El valor del número n2 del vector ka_vec
        mu = mu_vec(n2);

        %Los vectores de posición se regresan a 0
        pos1 = [];
        vel1 = [];
        pos2 = [];
        vel2 = [];
        t_ult = 0;
        x_ci = [0.03;0;0.03;0]; %Condiciones iniciales

        %Ciclo de la simulación
```



```

while t_ult < t_sim1

    %Generando el vector de tiempo
    t_vec = (0:res:(t_sim-t_ult));
    if t_vec == 0
        break
    end

    %Solución numérica de la ODE
    [t,x,te,ye,ie] = ode45(@ams_n1_2,t_vec,x_ci,options);

    x_ci= [x(end,1);x(end,2);x(end,3);x(end,4)];
    %Eliminando el ultimo elemento de los vectores
    x(end,:) = [];
    %Concatenando vectores
    pos1 = [pos1; x(:,1)];
    vel1 = [vel1; x(:,2)];
    pos2 = [pos2; x(:,3)];
    vel2 = [vel2; x(:,4)];
    %Se actualiza t
    t_ult = length(pos1)*res;

    %Contando valores en pos
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];

    %Condición de ruptura del ciclo
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];
end

%Ejecutando simulacion de un solo grado de libertad
t_sim2 = 0:res:(t_sim-t_sim1); %Nuevo tiempo de simulacion
x_ci2 = [x(end,1);x(end,2)]; %Las condiciones iniciales
[t2,x2]=ode45(@osn1,t_sim2,x_ci2);

%Eliminando ultimos elementos del vector
pos1(end,:) = [];
vel1(end,:) = [];
pos2(end,:) = [];
vel2(end,:) = [];

%Concatenando vectores
pos1 = [pos1; x2(:,1)];
vel1 = [vel1; x2(:,2)];

%A los vectores en x2 se les suma el ofset de la pos2
x2(:,1) = x2(:,1) + 0.00001;

```

```

pos2 = [pos2; x2(:,1)];
vel2 = [vel2; x2(:,2)];

%Creando vector de velocidades
dif_vel = vel2-vel1;
%Vector de tiempo
tf = 0:res:(length(pos1)*res)-res;

%Calculando tiempos de asentamiento
Step_simu = stepinfo(pos1,tf,0,'SettlingTimeThreshold',0.05);
st_simu=Step_simu.SettlingTime;

%almacenando el valor en un vector
st(n1,n2) = st_simu;

end
end

%Graficación de resultados
surf(mu_vec,ba_vec,st)
grid on
xlabel('Fricción seca (Adim)')
ylabel('Fricción viscosa N/(m/s)')
zlabel('Tiempo de asentamiento (s)')
title('Variación de ba y mu')
toc
%-----

```

Función ODE para una simulación incompleta

```

function yp = ams_n1(t,y)
%Parámetros del segundo grado de libertad
ma = 0.067;
ka = 12;
ba = 0.03425;
mu = 0.043;
g = 9.78;

%Parámetros del primer grado de libertad
me = 0.5225;
kc1 = 25000;
bc1 = 90;

```

```

lo1 = 1.06;
fpt1 = 10;
bf = 0.0031;
Tw = 3.4;

%Variables
z1 = y(1);
z1p = y(2);
z2 = y(3);
z2p = y(4);

%Modelo matemático
FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
Fbz = 8*(bc1*((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2))*z1p);

yp = zeros(4,1);
yp(1) = z1p;
yp(2) = (-1/me)*((ba+bf)*z1p-ba*z2p+ka*z1-
ka*z2+FkzA+FkzB+Fbz+ma*g*mu*sign(z1p-z2p));
yp(3) = z2p;
yp(4) = (-1/ma)*(ba*z2p-ba*z1p+ka*z2-ka*z1+ma*g*mu*sign(z2p-z1p));
end

```

Función ODE para una simulación completa

```

%Esta es la función de AMS_NLE para simulaciones multiples
function yp = ams_n1_2(t,y)
%Parámetros del segundo grado de libertad
ma = 0.067;
ka = 12;
%ba = 0.4;
ba = evalin('base', 'ba');
%mu = 0.10;
mu = evalin('base', 'mu');
g = 9.78;

%Parámetros del primer grado de libertad
me = 0.5225;
kc1 = 25000;
bc1 = 90;
lo1 = 1.06;
fpt1 = 10;

```

```

bf = 0.0031;
Tw = 3.4;

%Variables
z1 = y(1);
z1p = y(2);
z2 = y(3);
z2p = y(4);

%Modelo matemático
FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
Fbz = 8*(bc1*(((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2)))*z1p);

yp = zeros(4,1);
yp(1) = z1p;
yp(2) = (-1/me)*((ba+bf)*z1p-ba*z2p+ka*z1-
ka*z2+FkzA+FkzB+Fbz+ma*g*mu*sign(z1p-z2p));
yp(3) = z2p;
yp(4) = (-1/ma)*(ba*z2p-ba*z1p+ka*z2-ka*z1+ma*g*mu*sign(z2p-z1p));
end

```

Función ODE para múltiples simulaciones

```

%Esta es la función de 1_2_ONL
function yp = osn1(t,y)
%Model parameters
me = 0.5225+0.067;
kc1 = 25000;
bc1 = 90;
lo1 = 1.06;
fpt1 = 10;
bf = 0.0031;
Tw = 3.4;

%Variables
z1 = y(1);
z1p = y(2);

%Dynamic system
FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
Fbz = 8*(bc1*(((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2)))*z1p);

```

```
yp = [z1p;(-(1/me)*(bf*z1p+FkzA+FkzB+Fbz))];  
end
```

Funcion options para detener la simulacion

```
%Esta es una función para detener el ODE en discontinuidades  
function [position,isterminal,direction] = eve(~,x)  
    position = x(4)-x(2); % El valor que desaeamos sea cero  
    isterminal = 1; % Detener la integracion  
    direction = 0; % El zero puede detenerse desde ambas direcciones  
end
```

Anexo 4 – Programa para modelo 4_2_AEMS_NLE

1. Doble mra - no linealidades geométricas y fricción seca

En este modelo, el primer grado de libertad presenta no linealidades geométricas y el segundo grado de libertad presenta fricción seca.

```
%Variables de la simulacion
tic
res = 0.001;
t_sim = 3.5;
num_it=[]; %Vector de iteraciones por parada

%Condiciones iniciales
x_ci = [0.03;0;0.03;0];
%Vectores vacios de pos y vel
pos1 = [];
vel1 = [];
pos2 = [];
vel2 = [];
t_ult = 0;
%Modificacion de odeset
options = odeset('Events',@eve);

%Ciclo de la simulación (Tiempo fijo)
while t_ult <= t_sim
    %Generando el vector de tiempo
    t_vec = (0:res:(t_sim-t_ult));
    if t_vec == 0
        break
    end
    %Solución numérica de la ODE
    [t,x,te,ye,ie] = ode45(@aems_n1,t_vec,x_ci,options);
    x_ci= [x(end,1);x(end,2);x(end,3);x(end,4)];
    %Eliminando el ultimo elemento de los vectores
    x(end,:) = [];
    %Concatenando vectores
    pos1 = [pos1; x(:,1)];
    vel1 = [vel1; x(:,2)];
    pos2 = [pos2; x(:,3)];
    vel2 = [vel2; x(:,4)];
    %Se actualiza t
    t_ult = length(pos1)*res;

    %Contando valores en pos
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];
end
```

```

end

%Creando vector tiempo
t2 = (0:res:(t_ult-res))';
%Creando vector de velocidades
dif_vel=vel2-vel1;

%Graficando
plot(t2,pos1,t2,pos2)
legend('Posición 1','Posición 2')
title('Posiciones')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
grid on

plot(t2,vel1,t2,vel2)
legend('Velocidad 1','Velocidad 2')
title('Velocidades')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad (m/s)')
grid on

plot(t2,dif_vel)
title('Velocidad 2 - Velocidad 1')
grid on

plot(num_it)
title('Iteraciones entre interrupción')
toc

```

2. Doble mra - no linealidades geométricas, fricción seca y doble modelo

En esta simulación se ejecuta el modelo con no linealidades geométricas. El modelo se ejecuta una sola vez para un tiempo determinado.

```

%Variables de la simulacion
tic
res = 0.001;
t_sim = 1200;
t_sim1 = 10;
num_it=[]; %Vector de iteraciones por parada

```

```

%Condiciones iniciales
x_ci = [0.03;0;0.03;0];
%Vectores vacios de pos y vel
pos1 = [];
vel1 = [];
pos2 = [];
vel2 = [];
t_ult = 0;
%Modificacion de odeset
options = odeset('Events',@eve);

%Ciclo de la simulación
while t_ult < t_sim1
    %Generando el vector de tiempo
    t_vec = (0:res:(t_sim-t_ult));
    if t_vec == 0
        break
    end
    %Solución numérica de la ODE
    [t,x,te,ye,ie] = ode45(@aems_n1,t_vec,x_ci,options);
    x_ci= [x(end,1);x(end,2);x(end,3);x(end,4)];

    %Eliminando el ultimo elemento de los vectores
    x(end,:) = [];
    %Concatenando vectores
    pos1 = [pos1; x(:,1)];
    vel1 = [vel1; x(:,2)];
    pos2 = [pos2; x(:,3)];
    vel2 = [vel2; x(:,4)];
    %Se actualiza t
    t_ult = length(pos1)*res;

    %Contando valores en pos
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];

    %Condición de ruptura del ciclo
    it = length(x);
    num_it = [num_it;it];
end

%Ejecutando simulacion de un solo grado de libertad
t_sim2 = 0:res:(t_sim-t_sim1); %Nuevo tiempo de simulacion
x_ci2 = [x(end,1);x(end,2)]; %Las condiciones iniciales
[t2,x2]=ode45(@osn1,t_sim2,x_ci2);

%Eliminando ultimos elementos del vector

```



```

pos1(end,:) = [];
vel1(end,:) = [];
pos2(end,:) = [];
vel2(end,:) = [];

%Concatenando vectores
pos1 = [pos1; x2(:,1)];
vel1 = [vel1; x2(:,2)];

%A los vectores en x2 se les suma el ofset de la pos2
x2(:,1) = x2(:,1) + 0.00001;

pos2 = [pos2; x2(:,1)];
vel2 = [vel2; x2(:,2)];

%Creando vector de velocidades
dif_vel = vel2-vel1;
%Vector de tiempo
t = 0:res:(length(pos1)*res)-res;

%Calculando tiempos de asentamiento
%-----
Step_simu_1 = stepinfo(pos1,t,0,'SettlingTimeThreshold',0.05);
st_simu_1=Step_simu_1.SettlingTime

%Graficando
%-----
plot(t,pos1,t,pos2)
legend('Posición 1','Posicion 2')
title('Posiciones')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
grid on

plot_seg = 12;
plot(t(1:(plot_seg*(1/res))),pos1(1:(plot_seg*(1/res))))
hold on
plot(t(1:(plot_seg*(1/res))),pos2(1:(plot_seg*(1/res))))
legend('Posición 1','Posicion 2')
title('Posiciones a 3.5 s')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición (m)')
grid on

```

```

hold off

plot(t,vel1,t,vel2)
legend('Velocidad 1','Velocidad 2')
title('Velocidades')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad (m/s)')
grid on

plot(t,dif_vel)
title('Velocidad 2 - Velocidad 1')
grid on

plot(num_it)
title('Iteraciones entre interrupción')
toc

```

3. Simulaciones múltiples, ma - ka

En estas simulaciones se hace un barrido de parámetros ma y ka, se genera una gráfica tridimensional en la cual el tiempo de asentamiento se encuentra en el eje z.

```

%Variables de la simulación
tic
res = 0.001; %Resolución de la simulación
t_sim = 1200; %Tiempo total de la simulación

t_sim1 = 10; %Tiempo de la primera simulación
num_it=[]; %Vector de iteraciones por parada

%Ejecución de la simulación
t_vec = (0:res:t_sim);
%Condiciones iniciales
x_ci = [0.03;0;0.03;0];
%Vectores vacios de pos y vel
pos1 = [];
vel1 = [];
pos2 = [];
vel2 = [];
t_ult = 0;
%Modificación de odeset
options = odeset('Events',@eve);
%El rango y la resolución de las variables
Cem_vec = 0.01:0.1995:4; %0.1:0.35:5

```

```

a = length(Cem_vec);
Rl_vec = 1:7.45:150; %1:10.7:150
b = length(Rl_vec);
%Matriz de ceros para resultados
st = zeros(a,b);

%Ciclo para barrer la masa del oscilador
for n1 = 1:a
    %El valor del número n1 del vector ma_vec
    Cem = Cem_vec(n1);
    %Ciclo para barrer la longitud de los cables
    for n2 = 1:b
        %El valor del número n2 del vector ka_vec
        Rl = Rl_vec(n2);

        %Los vectores de posición se regresan a 0
        pos1 = [];
        vel1 = [];
        pos2 = [];
        vel2 = [];
        t_ult = 0;
        x_ci = [0.03;0;0.03;0]; %Condiciones iniciales

        %Ciclo de la simulación
        while t_ult < t_sim1

            %Generando el vector de tiempo
            t_vec = (0:res:(t_sim-t_ult));
            if t_vec == 0
                break
            end

            %Solución numérica de la ODE
            [t,x,te,ye,ie] = ode45(@aems_n1_2,t_vec,x_ci,options);

            x_ci= [x(end,1);x(end,2);x(end,3);x(end,4)];
            %Eliminando el ultimo elemento de los vectores
            x(end,:) = [];
            %Concatenando vectores
            pos1 = [pos1; x(:,1)];
            vel1 = [vel1; x(:,2)];
            pos2 = [pos2; x(:,3)];
            vel2 = [vel2; x(:,4)];
            %Se actualiza t
            t_ult = length(pos1)*res;

            %Contando valores en pos
            it = length(x);
            num_it = [num_it;it];

```

```

        %Condición de ruptura del ciclo
        it = length(x);
        num_it = [num_it;it];
    end

    %Ejecutando simulacion de un solo grado de libertad
    t_sim2 = 0:res:(t_sim-t_sim1); %Nuevo tiempo de simulacion
    x_ci2 = [x(end,1);x(end,2)]; %Las condiciones iniciales
    [t2,x2]=ode45(@osn1,t_sim2,x_ci2);

    %Eliminando ultimos elementos del vector
    pos1(end,:) = [];
    vel1(end,:) = [];
    pos2(end,:) = [];
    vel2(end,:) = [];

    %Concatenando vectores
    pos1 = [pos1; x2(:,1)];
    vel1 = [vel1; x2(:,2)];

    %A los vectores en x2 se les suma el ofset de la pos2
    x2(:,1) = x2(:,1) + 0.00001;

    pos2 = [pos2; x2(:,1)];
    vel2 = [vel2; x2(:,2)];

    %Creando vector de velocidades
    dif_vel = vel2-vel1;
    %Vector de tiempo
    tf = 0:res:(length(pos1)*res)-res;

    %Calculando tiempos de asentamiento
    Step_simu = stepinfo(pos1,tf,0,'SettlingTimeThreshold',0.05);
    st_simu=Step_simu.SettlingTime;

    %almacenando el valor en un vector
    st(n1,n2) = st_simu;

end
end

%Graficación de resultados

```

```

surf(Rl_vec,Cem_vec,st)
grid on
xlabel('Resistencia de carga (Ohms)')
ylabel('Coeficiente de acoplamiento electromecanico ( )')
zlabel('Tiempo de asentamiento (s)')

title('Variación de ma y ka')
toc

```

```

function yp = aems_nl(t,y)
    %Parametros electricos
    Cem = 2;
    Re = 85.15;
    Rl = 27;

    %Parametros del segundo grado de libertad
    ma = 0.067;
    ka = 12;
    ba = 0.4;
    mu = 0.10;
    g = 9.78;

    %Parámetros del primer grado de libertad
    me = 0.5225;
    kc1 = 25000;
    bc1 = 90;
    lo1 = 1.06;
    fpt1 = 10;
    bf = 0.0031;
    Tw = 3.4;

    %Variables
    z1 = y(1);
    z1p = y(2);
    z2 = y(3);
    z2p = y(4);

    %Ecuaciones axiliares
    FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
    FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
    Fbz = 8*(bc1*(((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2)))*z1p);

    %Modelo matemático
    yp = zeros(4,1);
    yp(1) = z1p;

```

```

    yp(2) = (-1/me)*((ba+bf)*z1p-ba*z2p+ka*z1-
ka*z2+FkzA+FkzB+Fbz+(((Cem)^2)/(Re+Rl))*(z1p-z2p)+ma*g*mu*sign(z1p-z2p));
    yp(3) = z2p;
    yp(4) = (-1/ma)*(ba*z2p-ba*z1p+ka*z2-ka*z1+(((Cem)^2)/(Re+Rl))*(z2p-
z1p)+ma*g*mu*sign(z2p-z1p));
end

```

```

%-----
-----

```

%Esta es la función para las simulaciones múltiples

```

function yp = aems_n1_2(t,y)
    %Parametros electricos
    %Cem = 2;
    Cem = evalin('base', 'Cem');
    Re = 85.15;
    %Rl = 27;
    Rl = evalin('base', 'Rl');

    %Parametros del segundo grado de libertad
    ma = 0.067;
    ka = 12;
    ba = 0.0875;
    mu = 0.1145;
    g = 9.78;

    %Parámetros del primer grado de libertad
    me = 0.5225;
    kc1 = 25000;
    bc1 = 90;
    lo1 = 1.06;
    fpt1 = 10;
    bf = 0.0031;
    Tw = 3.4;

    %Variables
    z1 = y(1);
    z1p = y(2);
    z2 = y(3);
    z2p = y(4);

    %Ecuaciones auxiliares
    FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
    FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
    Fbz = 8*(bc1*(((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2)))*z1p);

    %Modelo matemático

```

```

    yp = zeros(4,1);
    yp(1) = z1p;
    yp(2) = (-1/me)*((ba+bf)*z1p-ba*z2p+ka*z1-
ka*z2+FkzA+FkzB+Fbz+(((Cem)^2)/(Re+Rl))*(z1p-z2p)+ma*g*mu*sign(z1p-z2p));
    yp(3) = z2p;
    yp(4) = (-1/ma)*(ba*z2p-ba*z1p+ka*z2-ka*z1+(((Cem)^2)/(Re+Rl))*(z2p-
z1p)+ma*g*mu*sign(z2p-z1p));
end

%-----
-----
%Esta es la función de 1_2_ONL
function yp = osn1(t,y)
    %Parámetros
    me = 0.5225+0.067;
    kc1 = 25000;
    bc1 = 90;
    lo1 = 1.06;
    fpt1 = 10;
    bf = 0.0031;
    Tw = 3.4;

    %Variables
    z1 = y(1);
    z1p = y(2);

    %Modelo matmático
    FkzA = 4*((z1*((fpt1+Tw)-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
    FkzB = 4*((z1*(fpt1-kc1*(lo1-
(lo1^2+(z1)^2)^(1/2))))/(lo1^2+(z1)^2)^(1/2));
    Fbz = 8*(bc1*((z1)^2)/((lo1^2)+((z1)^2))*z1p);

    yp = [z1p;(-1/me)*(bf*z1p+FkzA+FkzB+Fbz)];
end

%-----
-----
%Función para la ruptura de la simulación
function [position,isterminal,direction] = eve(~,x)
    position = x(4)-x(2); % The value that we want to be zero
    isterminal = 1; % Halt integration
    direction = 0; % The zero can be approached from either direction
end

```

Bibliografía

- [1] S. s. Rao, vibraciones mecanicas, México: Pearson, 2012.
- [2] F. P. Beer, J. E. Russel Johnston y P. J. Cornwell, Mecánica vectorial para ingenieros Dinámica, México: McGrawHill, 2010.
- [3] J. J. Granda, L. Nguyen y S. S. Hundal, «Modeling the Completed Space Station a Three Dimensional Rigid-Flexible Dynamic Model to Predict Modes of Vibration and Stress Analysis» *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, pp. 1-26, 2011.
- [4] B. Tang y M. Brennan, «A comparison of two nonlinear damping mechanisms in a vibration isolator» *Journal of Sound and Vibration*, nº 332, pp. 510-520, 2013.
- [5] J. C. Carranza, M. J. Brennan y B. Tang, «Sources and Propagation of Nonlinearity in a Vibration Isolator With Geometrically Nonlinear Damping» *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 138, 2016.
- [6] R. Ramlan, M. Brennan, B. Mace y I. Kovacic, «Potential benefits of a non-linear stiffness in an energy harvesting device» *Nonlinear Dynamics*, vol. 59, pp. 545-558, 2010.
- [7] N. A. Alexander y F. Schilder, «Exploring the performance of a nonlinear tuned mass damper,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 319, pp. 445-462, 2009.
- [8] B. Zi y S. Qian, Design, Analysis and Control of Cable-Suspended Parallel Robots and Its Applications, Singapore: Springer, 2017.
- [9] J. J. Craig, Robótica, Mexico: Pearson Educación, 2006.
- [10] J.-P. Merlet, Parallel Robots, Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2006.
- [11] Max Planc Institute, «<https://www.cyberneum.de/CableRobotSimulator>,» [En línea]. [Último acceso: Mayo 2020].
- [12] N. G. Dagalakis, J. S. Albus, B.-L. Wang, J. Unger y J. D. Lee, «Stiffness Study of a Parallel Link Robot Crane for Shipbuilding Applications,» *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, vol. 111, nº 3, pp. 183-193, 1989.
- [13] T. Higuchi, A. Ming y J. Jiang-yu, «APPLICATION OF MULTI-DIMENSIONAL WIRE CRANES IN CONSTRUCTION,» de *The 5th International Symposium on Robotics in Construction Ju*, Tokio, 1988.
- [14] L. Cone, «Skycam: An Aerial Robotic Camera System,» 1985.

- [15] P. Bosscher, R. L. WilliamsII, L. S. Bryson y D. Castro-Lacouture, «Cable-suspended robotic contour crafting system,» *Automation in Construction*, vol. 17, nº 1, pp. 45-55, 2007.
- [16] H. Li, X. Zhang, R. Yao, J. Sun, G. Pan y W. Zhu, «Optimal Force Distribution Based on Slack Rope Model in the Incompletely Constrained Cable-Driven Parallel Mechanism of FAST Telescope,» de *Cable-Driven Parallel Robots*, Berlin, Springer, 2013, pp. 87-102.
- [17] M. Gouttefarde y C. M. Gosselin, «Analysis of the wrench-closure workspace of planar parallel cable-driven mechanisms,» *IEEE Transactions on Robotics*, pp. 434-445, 2006.
- [18] M. Hiller, S. Fang, S. Mielczarek, R. Verhoeven y D. Franitza, «Design, analysis and realization of tendon-based parallel manipulators,» *Mechanism and Machine Theory*, pp. 429-445, 2005.
- [19] F. Millinazzo, M. Wilkie y S. LATCHMAN, «AN EFFICIENT ALGORITHM FOR SIMULATING THE DYNAMICS OF TOWED CABLE SYSTEMS,» *Ocean. Engng.*, vol. 14, nº 6, pp. 513-526, 1987.
- [20] S. Kawamura, W. Choe, S. Tanaka y S. Pandian, «Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system,» de *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Nagoya, 1995.
- [21] T. Heyden y C. Woernle, «Dynamics and flatness-based control of a kinematically undetermined cable suspension manipulator,» *Multibody System Dynamics*, vol. 16, pp. 155-177, 2006.
- [22] A. Pott, H. Mütterich, W. Kraus, V. Schmidt, P. Miermeister y A. Verl, «IPAnema: A family of Cable-Driven Parallel Robots for Industrial Applications Industrial Applications,» de *Cable-Driven Parallel Robots*, Berlin, Springer, 2013, pp. 119-134.
- [23] V. Schmidt, W. Kraus y A. Pott, «Presentation of Experimental Results on Stability of a 3 DOF 4-Cable-Driven Parallel Robot Without Constraints,» *Cable driven parallel robots*, vol. 32, pp. 87-99, 2015.
- [24] M. Gutierrez y H. Adeli, «Tuned Mass Dampers,» *Arch Comput Methods Eng*, vol. 20, pp. 419-431, 2013.
- [25] X. Tang y L. Zuo, «Self-powered Active Control of Structures with TMDs,» de *Proceedings of the IMAC-XXVIII*, Jacksonville, Florida USA, 2010.
- [26] L. Zuo y W. Cui, «Dual-Functional Energy-Harvesting and Vibration Control: Electromagnetic Resonant Shunt Series Tuned Mass Dampers,» *Journal of Vibration*

and Acoustics, vol. 135, nº 5, 2013.

- [27] Facultad de Ingeniería, «Portal de comunicación de la Facultad de Ingeniería,» Facultad de Ingeniería, [En línea]. Available: https://www.comunicacionfi.unam.mx/mostrar_notas.php?id_noticia=573. [Último acceso: 27 abril 2016].
- [28] S. Gibilisco, *Concise Encyclopedia of Robotics*, New York: McGraw-Hill, 2003.
- [29] A. B. Alp y S. K. Agrawal, «Cable Suspended Robots: Design, Planning and Control,» de *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Washington D.C., 2002.
- [30] I. Ebert-Uphoff y P. A. Voglewede, «On the Connections Between Cable-Driven Robots, Parallel Manipulators and Grasping,» de *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics (L Automation*, New Orleans, 2004.
- [31] S.-R. Oh y S. K. Agrawal, «Cable Suspended Planar Robots With Redundant Cables: Controllers With Positive Tensions,» *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, vol. 21, nº 3, pp. 457-465, 2005.
- [32] T. Bruckmann, A. Pott y M. Hiller, «Calculating force distributions for redundantly actuated tendon-based stewart platforms,» de *Advances in Robot Kinematics*, Dordrecht, Springer, 2006, pp. 403-412.
- [33] D. Mayhew, B. Bachrach, W. Z. Rymer y R. F. Beer, «Development of the MACARM – a Novel Cable Robot for Upper Limb Neurorehabilitation,» de *Proceedings of the 2005 IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics*, Chicago, 2005.
- [34] N. Riehl, M. Gouttefarde, S. Krut, C. Baradat y F. Pierrot, «Effects of non-negligible cable mass on the static behavior of large workspace cable-driven parallel mechanisms,» de *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Kobe, 2009.
- [35] G. Castelli, E. Ottaviano y A. González, «Analysis and simulation of a new Cartesian cable-suspended robot,» *Mechanical Engineering Science*, vol. 224, pp. 1717-1726, 2009.
- [36] C. Gosselin y M. Grenier, «On the determination of the force distribution in overconstrained cable-driven parallel mechanisms,» *Meccanica*, vol. 46, pp. 3-15, 2011.
- [37] M. Arsenault, «Workspace and stiffness analysis of a three-degree-of-freedom spatial cable-suspended parallel mechanism while considering cable mass,»

- Mechanism and Machine Theory*, vol. 66, pp. 1-13, 2013.
- [38] Cable cam, «Cablecam,» [En línea]. Available: <http://www.cablecam.com>. [Último acceso: 1 Mayo 2020].
- [39] R. L. Williams, M. Xin y P. Bosscher, «Contour-Crafting-Cartesian-Cable Robot System: Dynamics and Controller Design,» de *ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Brooklyn, 2009.
- [40] X. Zhao, *Statics and dynamics simulation of a multi-tethered aerostat system. PhD Thesis*, Victoria: University of Victoria, 2004.
- [41] T. Dallej, M. Gouttefarde, N. Andreff, R. Dahmouche y P. Martinet, «Vision-based modeling and control of large-dimension cable-driven parallel robots,» de *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vilamoura, 2012.
- [42] J. Lamaury y M. Gouttefarde, «Control of a large redundantly actuated cable-suspended parallel robot,» de *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Karlsruhe, 2013.
- [43] J. Lamaury, M. Gouttefarde, A. Chemori y P.-É. Hervé, «Dual-space adaptive control of redundantly actuated cable-driven parallel robots,» de *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Tokyo, 2013.
- [44] S. Kawamura, H. Kino y C. Won, «High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots,» *Robotics*, vol. 18, pp. 13-21, 2000.
- [45] P. Tempel, P.-E. Herve, O. Tempier, M. Gouttefarde y A. Pott, «Estimating Inertial Parameters of Suspended Cable-Driven Parallel Robots – Use Case on COGIRO,» de *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Singapore, 2017.
- [46] P. Gallina y G. Rosati, «Manipulability of a planar wire driven haptic device,» *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, pp. 215-228, 2002.
- [47] D. Surdilovic, J. Radojicic y N. Bremer, «Efficient Calibration of Cable-Driven Parallel Robots with Variable Structure,» de *Cable-Driven Parallel Robots*, Cham; Heidelberg; New York; Dordrecht; London, Springer, 2015, pp. 113-128.
- [48] L. Gagliardini, S. Caro, M. Gouttefarde y P. Wenger, «A Reconfigurable Cable-Driven Parallel Robot for Sandblasting and Painting of Large Structures,» de *Proceedings of the Second International Conference on Cable-Driven Parallel Robots*, Chan, 2015.

- [49] S.-R. Oh, K. Mankala, S. K. Agrawal y J. S. Albus, «A Dual-Stage Planar Cable Robot: Dynamic Modeling and Design of A Robust Controller with Positive Inputs,» *Mechanical Design*, vol. 127, n° 4, pp. 612-620, 2005.
- [50] S.-R. Oh, J.-C. Ryu y S. K. Agrawal, «Dynamics and Control of a Helicopter Carrying a Payload Using a Cable-Suspended Robot,» *Mechanical Desing*, vol. 128, n° 5, pp. 1113-1121, 2006.
- [51] Y.-Q. Zheng, Q. Lin, J.-P. Wu y P. Mitrouchev, «Analysis of inverse kinematics and dynamics of a novel 6-degree-of-freedom wire-driven parallel gantry crane robot,» de *2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Singapore, 2009.
- [52] E. Amatucci, R. Bostelman, N. Dagalakakis y T. Tsai, «Summary of Modeling and Simulation for NIST RoboCrane Applications,» de *International Simulation Conference and Technology Showcase*, Detroit, 1997.
- [53] S.Kawamura, W.Choe, S.Tanaka y S.R.Pandian, «Development of an Ultrahigh Speed Robot FALCON using Wire Drive System,» de *EEE international Conference on Robotics and Automation*, 1995.
- [54] V. Richard, H. Manfred y T. Satoshi, «Workspace stiffness singularities and classiiication of tendon-driven stewart platforms,» *Advances in robot kinematics: Analysis and control*, pp. 105-114, 1998.
- [55] A. Vafaei, M. A. Khosravi y a. H. D. Taghirad, «Modeling and control of cable driven parallel manipulators with elastic cables: singular perturbation theory,» *Intelligent Robotics and Applications*, pp. 455-464, 2011.
- [56] M. Khosravi y H. Taghirad, «Robust PID control of cabledriven robots with elastic cables,» de *First RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics*, 2013.
- [57] Q. J. Duan y X. Duan, «Workspace Classification and Quantification Calculations of Cable-Driven Parallel Robots,» *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 6, 2015.
- [58] M. Gouttefarde, J. P. Merlet y D. Daney, «Determination of the wrench-closure workspace of 6-DOF parallel cable-driven mechanisms,» de *Advances in Robot Kinematics*, Dordrecht, Springer, 2006, pp. 315-322.
- [59] R. Verhoeven y M. Hiller, «Estimating the Controllable Workspace of Tendon-Based Stewart Platforms,» *Advances in Robot Kinematics*, pp. 277-284, 2000.
- [60] R. L. Williams y P. Gallina, «Translational Planar Cable-Direct-Driven Robots,»

Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 37, p. 69–96, 2003.

- [61] W. B. Lim, G. Yang, S. H. Yeo y S. K. Mustafa, «A generic force-closure analysis algorithm for cable-driven parallel manipulators,» *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, nº 9, pp. 1265-1275, 2011.
- [62] Y.-i. Choo y M. J. Casarella, «A Survey of Analytical Methods for Dynamic Simulation of Cable-Body Systems,» *Journal of Hydronautics*, vol. 7, nº 4, pp. 137-144, 1973.
- [63] O. Ma y X. Diao, «Dynamics Analysis of a Cable-Driven Parallel Manipulator for Hardware-in-the-Loop Dynamic Simulation,» de *International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2005.
- [64] K. Kozak, Q. Zhou y J. Wang, «Static Analysis of Cable-Driven Manipulators With Non-Negligible Cable Mass,» *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, vol. 22, nº 3, pp. 425-433, 2006.
- [65] H. M. Irvine y T. K. Caughey, «The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable,» de *Proc. R. Soc. Lond.*, Londres, 1974.
- [66] X. Diao y O. Ma, «Vibration analysis of cable-driven parallel manipulators,» *Multibody System Dynamics*, vol. 21, pp. 347-360, 2009.
- [67] A. Tang, Y. Li, L. Kong y X. Cheng, «Vibration Analysis of Tendon-based Parallel Robot for Processing,» *Advanced Materials Research*, pp. 1086-1091, 2013.
- [68] X. Weber, L. Cuvillon y J. Gangloff, «Active vibration canceling of a cable-driven parallel robot using reaction wheels,» de *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Chicago, 2014.
- [69] B. Zi, B. Duan, J. Du y H. Bao, «Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot,» *Mechatronics*, pp. 1-12, 2008.
- [70] J. Lin y G.-T. Liao, «Design and Oscillation Suppression Control for Cable-Suspended Robot,» de *American Control Conference (ACC)*, Boston, 2016.
- [71] M. A. Khosravi y H. D. Taghirad, «Dynamic Modeling and Control of Parallel Robots With Elastic Cables: Singular Perturbation Approach,» *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, pp. 694-704, 2014.
- [72] M. Rushton y A. Khajepour, «Optimal Actuator Placement for Vibration Control of a Planar Cable-Driven Robotic Manipulator,» de *American Control Conference (ACC)*, Boston, 2016.

- [73] M. Rushton y A. Khajepour, «Transverse Vibration Control in Planar Cable-Driven Robotic Manipulators,» de *Cable-Driven Parallel Robots*, Cham, Springer, 2017, pp. 243-253.
- [74] R. d. Rijk, M. Rushton y A. Khajepour, «Out-of-plane Vibration Control of a Planar Cable-Driven Parallel Robot using a Multi-Axis Reaction System,» *Transactions on Mechatronics*, vol. 23, nº 4, pp. 1684-1692, 2018.
- [75] M. Rushton, H. Jamshidifar y A. Khajepour, «Multiaxis Reaction System (MARS) for Vibration Control of Planar Cable-Driven Parallel Robots,» *TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, vol. 35, nº 4, pp. 1039-1046, 2019.
- [76] T. Inoue, Y. Ishida y M. Sumi, «Vibration Suppression Using Electromagnetic Resonant Shunt Damper,» *Journal of Vibration and Acoustics*, 2008.
- [77] Alexandru-Laurențiu y Tinca, «ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC REGENERATIVE SHOCK ABSORBER,» *U.P.B. Sci. Bull*, pp. 297-304, 2015.
- [78] J. J. Hollkamp, «Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts,» *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 5, pp. 49-57, 1994.
- [79] S. O. R. Moheimani, «A Survey of Recent Innovations in Vibration Damping and Control Using Shunted Piezoelectric Transducers,» *TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, vol. 11, nº 4, pp. 482-494, 2003.
- [80] S. Behrens, A. J. Fleming y S. O. R. Moheimani, «Electromagnetic Shunt Damping,» de *Proceedings of the 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2003)*, 2003.
- [81] N. Fisco y H. Adeli, «Smart structures: Part I—Active and semi-active control,» *Scientia Iranica*, vol. 18, nº 3, pp. 275-284, 2011.
- [82] N. Fisco y H. Adeli, «Smart structures: Part II — Hybrid control systems and control strategies,» *Scientia Iranica*, vol. 18, nº 3, pp. 285-295, 2011.
- [83] J. Fortgang y W. Singhose, «Concurrent Design of Vibration Absorbers and Input Shapers,» *Journal of Dynamic Systems*, vol. 127, pp. 329-335, 2005.
- [84] R. Villalverde, «Reduction in Seismic response with heavily-damped vibration absorbers,» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 13, pp. 33-42, 1985.
- [85] F. Sadek, B. Mohraz, A. W. Taylor y R. M. Chung, «A METHOD OF ESTIMATING THE PARAMETERS OF TUNED MASS DAMPERS FOR SEISMIC

APPLICATIONS,» *EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS*, vol. 26, pp. 617-635, 1997.

- [86] R. Rana y T. T. Soong, «Parametric study and simplified design of tuned mass dampers,» *Engineering Structures*, vol. 20, nº 3, pp. 193-204, 1998.
- [87] J. C. Miranda, «On tuned mass dampers for reducing the seismic response of structures,» *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, vol. 34, p. 847–865, 2005.
- [88] N. Hoanga, Y. Fujino y P. Warnitchai, «Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas,» *Engineering Structures*, vol. 30, p. 707–715, 2008.
- [89] J. L. Almazán, J. C. De-la-Llera, J. A. Inaudi, D. López-García y L. E. Izquierdo, «A bidirectional and homogeneous tuned mass damper: A new device for passive control of vibrations,» *Engineering Structures*, vol. 29, p. 1548–1560, 2007.
- [90] A. Leung y H. Zhang, «Particle swarm optimization of tuned mass dampers,» *Engineering Structures*, vol. 31, pp. 715-728, 2009.
- [91] G. Bekdas y S. M. Nigdeli, «Estimating optimum parameters of tuned mass dampers using harmony search,» *Engineering Structures*, vol. 33, p. 2716–2723, 2011.
- [92] J. Burts y J. Fleischer, «Adaptive tuned mass damper with variable mass for chatter avoidance,» *CIRP Annals*, vol. 66, nº 1, pp. 397-400, 2016.
- [93] «Experimental study of the novel tuned mass damper with inerter which enables changes of inertance,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 404, p. 47–57, 2017.
- [94] A. Gupta, J. A. Jendrzejczyk, T. M. Mulcahy y J. R. Hull, «Design of electromagnetic shock absorbers,» *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 3, pp. 285-291, 2006.
- [95] I. Tsuyoshi, I. Yukio y S. Masaki, «Vibration Suppression Using Electromagnetic Resonant Shunt Damper,» *Journal of Vibration and Acoustics*, 2008.
- [96] T.-H. Cheng y I.-K. Oh, «Vibration Suppression of Flexible Beam Using Electromagnetic Shunt Damper,» *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 45, nº 6, pp. 2758-2761, 2009.
- [97] P. Zheng, R. Wang y J. Gao, «A Comprehensive Review on Regenerative Shock Absorber Systems,» *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, vol. 8, p. 225–246, 2019.
- [98] R. U. Patil y S. S. Gawade, «DESIGN AND STATIC MAGNETIC ANALYSIS OF

- ELECTROMAGNETIC REGENERATIVE SHOCK ABSORBER,» *International Journal of Advanced Engineering Technology*, vol. 3, nº 2, pp. 54-59, 2012.
- [99] S. B. A. Kashem, M. A. Chowdhury, T. A. Choudhury, N. Shabrin, M. Ektesabi y R. Nagarajah, «Study and Comparison on Linear Electromagnetic Shock Absorbers among other Available Intelligent Vibration Dampers,» *International Journal of Science and Research*, vol. 4, nº 6, pp. 2394-2401, 2013.
- [100] S.Gopalakannan, S. P. Kumar, V.Premasagar y T.R.Pradeep, «Design, Fabrication and Testing of Regenerative Shock Absorber (Linear Alternator Type),» *International Journal of Applied Engineering Research*, vol. 10, nº 8, pp. 6133-6137, 2015.
- [101] X. Tang y L. Zuo, «Simultaneous energy harvesting and vibration control of structures with tuned mass dampers,» *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 23, nº 18, pp. 2117-2127, 2012.
- [102] A. J. Fleming y S. O. R. Moheimani, «Inertial Vibration Control Using a Shunted Electromagnetic Transducer,» *TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, vol. 11, nº 1, pp. 84-92, 2006.
- [103] J. Liu y K. Liu, «A tunable electromagnetic vibration absorber: Characterization and application,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 295, nº 3-5, p. 708–724, 2006.
- [104] X. Tang y L. Zuo, «Simulation and Experiment Validation of Simultaneous Vibration Control and Energy Harvesting from Buildings using Tuned Mass Dampers,» de *American Control Conference*, San Francisco, 2011.
- [105] J.-S. Bae, J.-H. Hwang, J.-H. Roh y J.-H. Kim, «Vibration suppression of a cantilever beam using magnetically tuned-mass-damper,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, p. 5669–5684, 2012.
- [106] «Electromagnetic Synchronized Switch Damping for Vibration Control of Flexible Beams,» *TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, vol. 17, nº 6, pp. 1031-1038, 2012.
- [107] S. Priya y D. J. Inman, *Energy Harvesting Technologies*, Blacksburg: Springer, 2009.
- [108] A. Gonzalez-Buelga, L. R. Clare, A. Cammarano, S. A. Neild, S. G. Burrow y D. J. Inman, «An optimised tuned mass damper/harvester device,» *STRUCTURAL CONTROL AND HEALTH MONITORING*, vol. 21, p. 1154–1169, 2014.
- [109] W.-a. Shen, S. Zhu y Y.-l. Xu, «An experimental study on self-powered vibration control and monitoring system using electromagnetic TMD and wireless sensors,» *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 180, p. 166– 176, 2012.

- [110] K. Spak, G. Agnes y D. Inman, «Cable Modeling and Internal Damping Developments,» *Applied Mechanics Reviews*, vol. 65, nº 1, 2013.
- [111] Y. B. Bedoustani, H. D. Taghirad y M. M. Aref, «Dynamics Analysis of A Redundant Parallel Manipulator Driven By Elastic Cables,» de *Intl. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision*, Hanoi, 2008.
- [112] S. H. Nitzan, M. L. Valentina Zega², C. H. Ahn, A. Corigliano, T. W. Kenny y D. A. Horsley, «Self-induced parametric amplification arising from nonlinear elastic coupling in gyroscope,» *SCIENTIFIC REPORTS*, pp. 1-6, 2015.
- [113] E. Design, Pahl, G.; Beitz, W.; Feldhusen, J.; Grote, K.-H., London: Springer, 2007.
- [114] N. G. Dagalakis, «Stiffness study of a parallel link robot crane for shipbuilding applications,» *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, pp. 183-193, 1989.