



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
DOCTORADO EN ECONOMÍA  
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN

POLÍTICA CAMBIARIA Y TIPO DE CAMBIO CON BIENESTAR SOCIAL Y SU IMPACTO EN LAS DECISIONES DE  
CONSUMO Y PORTAFOLIO: UN MODELO ESTOCÁSTICO CON AGENTES HETEROGÉNEOS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
DOCTOR EN ECONOMÍA

PRESENTA:  
MARIA DE LOS ANGELES SILVA CORREA

TUTOR  
DR. JOSÉ LUIS MARTÍNEZ MARCA - FES-ARAGÓN

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR  
DR. Yamil Omar Jorge Díaz Bustos – FES-ARAGÓN  
DR. Darío Guadalupe IBARRA ZABALA – FES-ARAGÓN  
DR. José Antonio Climent Hernández – UAM AZCOPOTZALCO  
DR. Cesar Adrián Ramírez Miranda – CHAPINGO

Ciudad Nezahualcóyotl, Estado de México, Noviembre, 2020



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Contenido

Introducción .....	3
Capítulo I. La heterogeneidad en la ciencia económica .....	5
I.1 Los límites de la homogeneidad .....	5
I.2 Los agentes heterogéneos .....	6
I.3 Los modelos heterogéneos .....	7
I.4 Tipo de cambio .....	11
I.4.1 Tipo de cambio con agentes heterogéneos.....	12
Capítulo II. Modelo de agentes racionales y homogéneos .....	18
II.1 Estructura de la economía.....	18
II.2 El problema del Consumidor .....	20
II.3 Comportamiento de las firmas.....	22
II. 4 Bienestar económico.....	23
Capítulo III. Bienestar económico y agentes heterogéneos .....	25
III.1 Decisiones de consumo .....	25
III.2 Crecimiento endógeno.....	26
III.3 Preferencias heterogéneas .....	27
III.4 Problema de maximización .....	29
Conclusiones .....	32
Bibliografía .....	33

## Introducción

La estrategia monetaria de la FED sobre un aumento en la tasa de interés de corto plazo (la tasa de los fondos federales) y el hecho de que la liquidez que inyectó en el sistema financiero en 2008 se redujo gradualmente durante los últimos años, mostro impactos sobre la economía mexicana. El objetivo de esta investigación es determinar el impacto sobre el consumo y el bienestar social por movimientos en el tipo de cambio, en un ambiente de incertidumbre, en el que conviven agentes con preferencias heterogéneas, de tal manera que los choques externos tengan el menor impacto posible en el empleo, la inversión, la demanda agregada interna y la producción.

Las políticas monetarias de reacción (cambiaria, tasa de interés y liquidez en el sistema financiero) impactan el poder adquisitivo y el bienestar de la economía mexicana por sus fuertes nexos comerciales y de inversión con los Estados Unidos de Norteamérica. Una política monetaria proactiva y reactiva que atienda el bienestar social reduce el impacto de los choques externos en los fundamentales macroeconómicos.

Este trabajo busca plantear un modelo estocástico de crecimiento en el que se supone que conviven agentes heterogéneos que buscan maximizar su satisfacción a través del tiempo y los cuales son impactados por las variables macroeconómicas, en específico el tipo de cambio. Por lo que, las variables monetarias impactan el bienestar de los individuos que pueblan esta economía. Y es justo esto lo que hace la diferencia entre el presente trabajo y las investigaciones que han modelado a agentes heterogéneos que de hecho se enfocan casi exclusivamente al sector financiero, como ejemplo se puede nombrar las investigaciones de (Wellford, 1989), (Williams, 1987) y (Taylor & Allen, 1992).

La investigación se estructura de la siguiente forma: en el capítulo I se pretende hacer un análisis sobre los modelos estocásticos en los que se suponen agentes heterogéneos y hacer un breve listado de los límites que han presentado comparando los resultados que han arrojado los modelos propuestos por la teoría neoclásica, como los presentados por (Chen, Peng, & Ping, 2009) y por (Shapiro, 2009), con los resultados aportados por la teoría heterodoxa. Específicamente tratar de integrar las propuestas de algunas investigaciones como las arrojadas por (Aghion & Howitt, *The Economics of Growth*, 2009) y Aghion, *et al*,

(2006); el capítulo II presentará el comienzo del modelo. Proponiendo los supuestos y la dinámica de las variables macroeconómicas que serán tomadas en cuenta para una economía en la que conviven agentes racionales y homogéneos. Mediante un problema de optimización de tipo isoperimétrico se obtendrán resultados para el bienestar social. Se describe a los agentes y sus correspondientes funciones de utilidad, las cuales desean maximizar; el capítulo III pretende desarrollar las decisiones de consumo de los individuos que pueblan esta economía y establecer el problema de maximización que desean resolver mediante la optimización dinámica estocástica. Específicamente, usando la ecuación Hamilton-Jacobi-Bellman; el capítulo cuatro busca finalizar el modelo, dando una introducción de las políticas actuales y sus repercusiones sobre los niveles de bienestar.

# **Capítulo I. La heterogeneidad en la ciencia económica**

La modelación de los mercados en los que participan un gran número de agentes que participan en ellos se empieza a popularizar y han surgido un gran número de metodologías de investigación que han modificado la visión proporcionada por los modelos convencionales surgidos, principalmente del mainstream; dichas metodologías podrán ser relevantes para cambiar la idea de cómo interactúan los agentes en las distintas economías. Hoy en día ya existe una cantidad importante de literatura en la que se modelan distintas interacciones financieras y económicas. De tal forma que el concepto de preferencias heterogéneas ya ha sido ampliamente estudiado, las investigaciones son cada vez mayores, solo por mencionar algunas se encuentran: Kuplow (2008), quien analiza las políticas óptimas cuando las preferencias de las materias primas, los bienes públicos y externalidades son heterogéneas; por su parte, Shapiro (2008) estudia la sobrevaloración de un activo de riesgo en un marco con agentes heterogéneos con las expectativas no racionales; Chen et al. (2008) consideran la heterogeneidad en las preferencias sobre un bien público local, la formación de capital humano, y los lugares residenciales a través de un modelo de generaciones solapadas; Fethke y Jagannathan (1996) examinan la dinámica del consumo en un entorno en el que los productores de competencia imperfecta se enfrentan los consumidores con diferentes intensidades de persistencia de hábitos racionales; Boswijk et al. (2007) estiman un modelo de valuación de activos caracterizado por agentes de racionalidad limitada y heterogéneos; Andersen (2007) analiza un modelo intertemporal de equilibrio general con los mercados de trabajo heterogéneos; y Xiouros y Zapatero (2010) realiza estudio de una economía poblada por los agentes con la aversión al riesgo heterogénea.

## **I.1 Los límites de la homogeneidad**

Los modelos en los que se representan agentes representativos son ampliamente conocidos y representan una parte importante de los modelos económicos, han brindado resultados estilizados y han colaborado en el avance de la ciencia económica, sin embargo la evidencia presentada por los mercados ha mostrado que las dinámicas de los mismo se caracterizan por

agentes limitadamente racionales y que son heterogéneos en casi todos los sentidos: dotaciones, ingresos, preferencias, información disponible, etcetera.

## **I.2 Los agentes heterogéneos**

Por su parte, los modelos estocásticos que se han desarrollado proponen panoramas en los que los agentes están expuestos al riesgo y a la incertidumbre. En este caso, las variables que son relevantes para la toma de decisiones deben ser modeladas estocásticamente. Por tanto, esta investigación se propone desarrollar un modelo estocástico<sup>1</sup> de crecimiento, en el que se incluyan agentes heterogéneos que están expuestos al riesgo cambiario y de tasa de interés, lo cual se refiere a dos tipos de agentes económicos que asignan su riqueza de modo distinto, debido a que existe un consumidor racional que basa su asignación en información completa, la cual, tiene disponible y por otra parte existe un consumidor que asigna su riqueza de acuerdo al comportamiento presente de las variables macroeconómicas. Y para fines prácticos se supondrá que tienen la misma función de utilidad.

En la economía que se vive día con día, un consumidor no toma decisiones con base en variables y parámetros deterministas. Los precios y tasas de interés cambian a través del tiempo y no se sabe qué nivel tomarán en el futuro, es decir, son estocásticos. Para resolver dichos problemas de naturaleza estocástica se utiliza el cálculo estocástico y el control óptimo estocástico<sup>2</sup>. En este tipo de modelos el consumidor maximiza el valor esperado de su utilidad total sujeto a la dinámica estocástica que sigue su riqueza a lo largo del tiempo. En este caso se maximiza el valor esperado de la utilidad porque las variables que se manejan tienen un comportamiento estocástico, en consecuencia, las decisiones sólo se pueden tomar con base en esperanzas<sup>3</sup>. Se obtiene como resultado un consumo estocástico en términos del

---

<sup>1</sup> Estocástico en el sentido de que algunas variables son conducidas por un Movimiento Geométrico Browniano

<sup>2</sup> Para una mejor referencia sobre la técnica de control óptimo estocástico ver (Chow, 1979)

<sup>3</sup> El desarrollo de los modelos de consumo intertemporal estocástico, así como las técnicas para la resolución de los problemas, se pueden consultar en Venegas-Martínez (2006).

movimiento browniano estándar, cuyo valor promedio puede ser simulado a través de una variable aleatoria normal con media cero y varianza proporcional al tiempo.

### **I.3 Los modelos heterogéneos**

Los modelos estocásticos se pueden construir según los objetivos de la investigación con procesos estocásticos. Al respecto (Gertler & Grinols, 1982) desarrollaron un modelo de equilibrio general neoclásico en el que consideran un consumidor intertemporal con vida infinita que maximiza su utilidad esperada, la cual depende del consumo y de los saldos reales. Se supone que el consumidor tiene acceso a bonos gubernamentales. La tecnología produce un solo bien que se puede consumir o usar como capital. Su ingreso está compuesto por el rendimiento que le da la tenencia de capital, el interés que se le paga por la tenencia de un bono y las transferencias gubernamentales. La riqueza real del individuo representativo está compuesta por: saldos reales, bonos en términos reales un stock de capital. En cada instante, el individuo decide cuando consumir y que proporción de su riqueza va a asignar a los diferentes activos disponibles en la economía. El rendimiento nominal del dinero es cero, los bonos pagan una tasa nominal de interés dada por el mercado. Se supone que el nivel general de precios sigue una dinámica estocástica. El problema consiste en determinar los rendimientos de los saldos reales y del bono en el equilibrio. Para ello se utiliza el lema de Itô, ya que el nivel de precios sigue una dinámica estocástica. En este marco se maximiza la utilidad esperada sujeto a su restricción presupuestal. Para resolver dicho problema se utiliza la técnica de control óptimo estocástico.

En Turnovsky (1993) y Grinols & Turnovsky (1993), con base en el modelo anterior, se desarrolla un modelo de equilibrio general en el que el consumidor representativo tiene acceso a dinero, bonos y acciones. En este caso se supone que la riqueza real del individuo está compuesta por saldos monetarios reales, un bono en términos reales y una acción. Los individuos pagan impuestos por el consumo y por las ganancias de capital. Con base en estos supuestos, el flujo de la riqueza del agente representativo está compuesto por



el rendimiento de los saldos reales, el rendimiento del bono en términos reales y el rendimiento de la acción, menos el consumo y el pago de los impuestos. En este modelo el consumidor también maximiza su utilidad esperada sujeto al flujo de su riqueza descrito anteriormente, pero a diferencia del modelo anterior el individuo elige la proporción óptima de su riqueza total que asignará a los diferentes activos.

En Venegas (2001) se desarrolla un modelo en un ambiente estocástico en el cual los consumidores tienen expectativas de devaluación conducidas por un proceso de difusión. Se supone que la tasa de devaluación sigue una dinámica estocástica y se usa un proceso de Poisson para determinar la probabilidad de devaluación. Se examina el consumo y el bienestar cuando se implementa un plan de estabilización, así mismo se analizan los efectos de shocks exógenos en ellos. Finalmente se usa el modelo para realizar simulaciones.

En Venegas (2006b) se desarrolla un modelo de consumo intertemporal estocástico, en el que el agente está en una economía abierta, por lo cual los precios y el consumo pueden ser afectados por el tipo de cambio. El objetivo es estudiar los efectos de un cambio en los parámetros que determinan las expectativas sobre el consumo y el bienestar económico. Se supone un consumidor que posee un bono internacional que paga una tasa libre de riesgo, que percibe un ingreso el cual es aleatorio. Se supone también que el nivel general de precios es estocásticos. Posteriormente, se obtiene el rendimiento de los saldos reales y se maximiza el valor esperado de la utilidad total utilizando una función logarítmica sujeto a la restricción presupuestaria. Después de realizar el problema de la maximización se obtiene el bienestar del consumidor y se hace un análisis de estática comparativa sobre el bienestar. El problema central del consumidor racional es maximizar su utilidad para elegir el plan óptimo de consumo que le proporcione la mayor satisfacción posible, sujeto a su restricción presupuestaria, en la que considera precios, tasa de interés, impuestos, etc. En un modelo de consumo intertemporal determinista se determinan todas las decisiones futuras de consumo y portafolio. En los modelos de consumo intertemporal en tiempo continuo el problema de maximización consiste en maximizar la utilidad total descontada. El factor de descuento indica que tan ansioso está el agente por el consumo presente. El horizonte sobre el cual se

maximiza es infinito. Se justifica un periodo infinito si se supone que el individuo se preocupa por su satisfacción y la de todos sus descendientes. Para resolver este tipo de problemas se utilizan las técnicas de cálculo de variaciones, control óptimo y programación dinámica.

En estos modelos se analiza el comportamiento de un consumidor que tiene beneficios y obligaciones con el gobierno, así como su acceso a los mercados financieros, por lo cual está expuesto al riesgo. Sin embargo, en todos los modelos anteriores, no se plantea que el agente tenga acceso a instrumentos de cobertura, ni mucho menos la valuación de los mismos, en el equilibrio, cuando la volatilidad es estocástica.

Ahora bien, en los modelos anteriores se analiza el comportamiento de agentes homogéneos, o sea, que son iguales en preferencias y dotaciones. Sin embargo también existen varios autores que han tratado el tema de agentes heterogéneos en diferentes sentidos. Para ejemplificar lo anterior tenemos el modelo propuesto por Palafox-Roca y Venegas-Martínez (2013), los cuales, consideran una economía que se encuentra poblada por agentes heterogéneos en dos sentidos: su ansiedad por el consumo presente (su tasa subjetiva de descuento) y su grado de aversión al riesgo. Su función de utilidad es de tipo exponencial. Dicha investigación arroja resultados cerrados para el consumo y finaliza con algunos experimentos de estática comparativa.

Por su parte Anderson, *et al.* (2005) generan un modelo en el que las expectativas sobre los ingresos futuros son heterogéneas. Usa un factor estructural para determinar empíricamente que una parte de los retornos esperados y de la volatilidad son explicadas por las expectativas heterogéneas. Las expectativas heterogéneas se refieren a que los agentes tienen diferentes expectativas debido a que tienen diferente información. Y con esto sugiere que los agentes económicos no pueden ser del tipo racional.

Además autores como Sierra Juarez y Ramírez Grajeda desarrollan un modelo para el caso del sector financiero en el que conviven dos tipos de agentes a los que denominan: traders racionales y traders ruidosos. Se supone que el número total de traders ruidosos ( $N$ ) está constituido por los traders que son optimistas e invierten en activos riesgos ( $N+$ ) y los que invierten en los activos libres de riesgo ( $N-$ ) y siguiendo a los mismos autores también se define una nueva variable  $S$  que se utiliza como referencia para saber si los mercados son alcistas o no y sobre la preferencia de comprar activos riesgosos. Se considera la evolución discreta de  $S$  en cada momento del tiempo y la probabilidad de cambiar entre traders optimistas y no ( $N+$  y  $N-$ ). Así las bifurcaciones que dependen de la influencia de traders ruidosos sobre los racionales que separa un régimen normal de una burbuja. Una pregunta que se busca responder en dicho trabajo es saber si los inversionistas racionales pueden estabilizar los mercados financieros y se encontró que en general si y esto depende de un parámetro de control en donde para ciertos valores de dicho parámetro se logra estabilizar la dinámica de los precios y en ciertos momentos pueden dominar los traders ruidosos.

Y solo para listar algunas de las contribuciones más recientes en cuanto a agentes heterogéneos se puede mencionar que Boswijk, *et al*, (2007) desarrollan un modelo de agentes heterogéneos para determinar estrategias sobre los precios spot. Además Jong, *et al*, (2009) presentan evidencia sobre la crisis en Asia. (Ellen & Zwinkels , 2009) generan un modelo en el que incluyen los precios del petróleo.

Cabe mencionar que también existen investigaciones que tratan de probar la existencia de la heterogeneidad como son las presentadas por (Allen & Taylor, 1990) en cuya investigación, encuentran que los inversionistas, incluso los expertos, utilizan diferentes estrategias y generan distintas expectativas. También (Frankel & Froot, 1987) desarrollan una encuesta que arroja como resultado la heterogeneidad presente en las expectativas de los inversionistas. Por su parte, las investigaciones de (Shiller, 2000) y (Vissing-Jorgensen, 2003) determinan que incluso un mismo inversionista puede modificar sus estrategias a lo largo del tiempo.

## **I.4 Tipo de cambio**

Un elemento del mecanismo del tipo de cambio depende de las características que presente el mercado financiero y por supuesto de las alternativas de cobertura que ofrezca. Si hay ausencia de instrumentos que sean adecuados, los movimientos en el tipo de cambio pueden ser significativos. En economías emergentes, la apreciación del tipo de cambio puede conducir a una expansión significativa de la demanda interna según algunas investigaciones como las presentadas por (Ang & Bekaert, 1998) y por (Clarida, Galí, & Gertler, 2000)

Y claro que al analizar este mecanismo de transmisión podemos observar que hay diversas respuestas por parte de los diferentes sectores de la economía. Y aquellos sectores que están dedicados a la producción de bienes serán mucho más sensibles a los efectos de los precios relativos de las variaciones en el tipo de cambio.

Por otra parte, el tipo de cambio puede tener efectos directos sobre el consumo, el crecimiento y el bienestar económico. De hecho, existen trabajos como el presentado por Venegas-Martínez y Polanco Gaytán (2011) en el que se observa que las variables anteriores dependen incluso de las expectativas con respecto al tipo de cambio, estos autores determinan a través de un modelo de crecimiento endógeno los impactos que tienen las expectativas de depreciación. Sumado a esto se debe tener en cuenta que para que una economía tenga un buen desempeño se requiere que tenga un crecimiento sostenido acompañado por el desarrollo económico, para que, de esta manera, se pueda verificar una mejoría en los niveles de bienestar de la población.

La mayor parte de las investigaciones en materia macroeconómica que integran modelos de crecimiento con política monetaria, suponen que los agentes económicos son homogéneos, o sea que son iguales en cuanto a sus preferencias y dotaciones. Aunque estos modelos han aportado mucho a la teoría económica por sus soluciones cerradas y estilizadas, es necesario desarrollar modelos más realistas. Un modelo con individuos heterogéneos, en cuanto a sus preferencias, podría generar soluciones más apegadas a la realidad, sobre las

cuales se fincarán políticas económicas óptimas y que contribuyan a un mayor bienestar económico.

Sumado al riesgo cambiario, los agentes encuentran riesgo en otras variables, que afectan su bienestar, como la tasa de interés. La tasa de interés es un canal por el cual la Banca Central transmite su política monetaria. Este canal de transmisión monetaria no es, necesariamente, para la economía doméstica. Existen dos efectos asociados con este canal: 1) El efecto sobre las exportaciones netas y 2) El efecto de la paridad de las tasas de interés. En cuanto al efecto en las exportaciones netas, es necesario mencionar que, cuando hay una contracción en una tasa de interés incrementa el atractivo para el capital extranjero, por lo que, se aprecia el tipo de cambio. Con lo que los productos domésticos se hacen, relativamente, más caros que los productos extranjeros, lo cual, a su vez, hará que se reduzcan las exportaciones netas con lo que se generan dos efectos: un cambio en el tipo de cambio nominal y un cambio en el tipo de cambio real. Los productos derivados pueden impactar el efecto de las exportaciones, dado el tamaño de los mercados OTC en cuanto a divisas y el alto grado de transacciones que se realizan en él, para cubrirse contra los tipos de cambio nominales, se puede reducir el impacto sobre este canal de transmisión (Vrolijk, 1997)

#### **I.4.1 Tipo de cambio con agentes heterogéneos**

El tipo de cambio ha presentado periodos de alta volatilidad, tanto si nos referimos al tipo de cambio real, como si hablamos del tipo de cambio nominal, lo cual genera ciertas modificaciones en los hábitos de consumo e inversión de los agentes que pueblan la economía. Para la teoría neoclásica la volatilidad en los tipos de cambio tienen poco, o nulo, efecto sobre las variables macroeconómicas reales. Existe abundante literatura que muestra modelos en los que las variables nominales no afectan a las variables reales, o dicho de otra manera, los agentes no sufren de ilusión monetaria. Investigaciones como la realizada por Jong, *et. al.* (2010) tratan de explicar las variables que generan volatilidad en el tipo de cambio.

La evidencia empírica ha demostrado que se deben tomar en cuenta tres aspectos fundamentales: a) los mercados financieros internacionales incompletos, b) una estructura de fijación de precios internacional y la distribución del producto de tal manera que el efecto riqueza de los tipos de cambio se reducen al mínimo, y c) las desviaciones estocásticas de descubierto paridad de tasa de interés. Investigaciones como la presentada por Veschoor (2010) demuestran que estos elementos producen la volatilidad del tipo de cambio. Si el cambio de tipo de cambio tiene poco efecto sobre el comportamiento de los agentes económicos, entonces se tendrán que generar grandes cambios en el tipo de cambio para lograr el equilibrio después de un choque en las variables macroeconómicas. Por ejemplo, si hay un choque que reduce el suministro de productos extranjeros, una depreciación muy grande sería necesaria con el fin de aumentar el precio relativo de los bienes extranjeros suficientes para reducir la demanda suficiente. Las teorías sobre los movimientos en el tipo de cambio han sido ampliamente estudiadas por Krugman (1989), y por Betts y Devereux (1996). Por su parte, los modelos macroeconómicos de economía abierta de equilibrio que incluyen en sus variables precios nominales son presentados por autores como Obstfeld y Rogoff (1995), los cuales han encontrado que la volatilidad del tipo de cambio es difícil de determinar en las condiciones y bajo los supuestos presentados por modelos con agentes homogéneos.

En concreto, los modelos que presentan tipo de cambio con agentes heterogéneos modela la existencia de diferentes expectativas de los agentes y como estas afectan la dinámica del tipo de cambio. Existe una amplia literatura que presenta evidencia de que la disparidad de las expectativas tiene un impacto sobre los movimientos en el tipo de cambio. Grauwe (1962) presenta un artículo en el que describe a dos tipos de agentes: optimistas y pesimistas. Y además establece que las olas de optimismo y pesimismo no se pueden calcular o modelar y por tanto se presentan como inciertas. Si se suponen agentes heterogéneos en cuanto a sus expectativas, se puede afirmar que aun los cambios más pequeños en las creencias de los agentes pueden alterar el tipo de cambio.

Para los artículos que modelan agentes heterogéneos y su impacto en el tipo de cambio las expectativas de los consumidores son una variable fundamental, no sólo para las variables macroeconómicas, sino también en los mercados financieros. Los cambios en las

creencias forman a los acontecimientos, incluso si no hay ningún cambio en las fuerzas objetivas, o variables reales que afectan a la economía. Esto ha sido reconocido por los economistas en el pasado. Keynes (1936), por ejemplo, escribió acerca de "fuerzas" presentes en los mercados y las sociedades que son capaces de crear olas de optimismo y pesimismo. Por su parte, estudios como el que presenta Kindleberger analiza la forma en como los agentes desarrollan creencias y cómo estas creencias son capaces de influir sobre los precios de las acciones, en las bolsas de valores y que en los últimos años dos conjuntos de creencias o expectativas han surgido sobre el valor fundamental del dólar de EE.UU.

Aunque los principales estudios sobre los movimientos en el tipo de cambio se presentan para el dólar, como lo son las investigaciones presentadas por Obstfeld (2005). Lo que debemos tomar en cuenta es que las creencias forman parte del mundo irracional, lo cual complica el análisis se utilizan las teorías convencionales. Para solucionar el problema de la irracionalidad presente en la economía es posible desarrollar modelos que incluyan agentes heterogéneos dinámicos. Las investigaciones que presentan resultados empíricos han mostrado que la existencia de agentes heterogéneos puede ser una posible explicación de la dinámica de los tipos de cambio, aunque solo para ciertos periodos.

Si la racionalidad es acotada y existen agentes heterogéneos que continuamente modifican sus creencias y que son diferentes en cuanto a su consumo y dotaciones, es posible explicar los movimientos en el tipo de cambio. Los modelos que presentan agentes heterogéneos pueden ser dinámicos y presentar caminatas aleatorias o pueden ser modelos estáticos en la predicción de las variables de interés.

Los modelos de tipo de cambio que han cobrado una importancia, sobre todo después de los acuerdos del Bretton Woods a principios de 1970 sin embargo, han estado basado en la noción de expectativas racionales y un agente representativo o agente homogéneo. La evidencia que arrojan los mercados, por otra parte, refuerza cada vez más el postulado de que el modelo tradicional de tipo de cambio basado en el paradigma de las expectativas racionales eficaz del mercado no muestra congruencia con la realidad. Existen diversas pruebas empíricas que muestran las fallas de dicho modelo en los últimos años. Una de las principales fallas empíricas más ampliamente reconocida, se relaciona con la desconexión de tipo de cambio, es decir, el tipo de cambio parece estar desconectado de su proceso fundamental

subyacente, establecido por la teoría económica del mainstream. Por ejemplo, los resultados de Goodhart (1989) y de investigadores como Faust et al. (2003) contradicen el mercado eficiente modelo de expectativas racionales, lo que implica que la mayoría de los cambios en los tipos de cambio se produce cuando no hay noticias, y por tanto la información no es simétrica ni esta en manos de todos. Otras anomalías se refieren a la existencia de un exceso de volatilidad, las colas gruesas de la distribución de los rendimientos del tipo de cambio y agrupamiento de la volatilidad (Flood y Rose, 1995; Lux y Marchesi, 2000). Guiados por esta evidencia, que era difícil de racionalizar en los modelos existentes de tipo de cambio, han surgido tres diferentes métodos de modelización de la tasa de cambio. El primero utiliza el marco REDUX Obstfeld y Rogoff (1995, 1996), de la optimización del suministro dinámico de un agente representativo. Estos micro-macro fundadas modelos asumen las expectativas racionales, pero son más a fondo en la base de micro en comparación con los antiguos modelos del tipo de cambio. Un segundo enfoque pone de relieve la importancia de la teoría de la microestructura del mercado en la explicación del comportamiento complejo de corto plazo del tipo de cambio (Evans y Lyons, 2002). Usando el flujo de órdenes como un determinante inmediato, desarrollan un modelo que sea un éxito sorprendente en la contabilización de los cambios de cambio realizado. En sus análisis, muestran que existe información dispersa y que la distribución de la información es un determinante importante en los movimientos del tipo de cambio a corto plazo. Por otra parte, los grandes volúmenes en el mercado divisas pueden explicar los movimientos a corto plazo y una indicación de que los agentes tienen información diferente o, al menos, procesan la información que tienen disponible, de manera diferente. Las investigaciones presentadas por Fan y Lyon (2001), presentan evidencias de como en el mercado se mezclan los agentes con diferente información, lo que indica que la eficiencia del mercado depende de hacer que los agentes con distinta información interactuen.

Por último, un tercer enfoque reconoce que los agentes heterogéneos tienen creencias diferentes y cambiantes sobre el comportamiento del tipo de cambio, introduciendo de este modo las características no lineales en la dinámica de la tasa de cambio. Este enfoque fue iniciado por Frankel y Froot (1987) y desarrollado en el contexto de la valoración de activos financieros. Por ejemplo, Brock y Hommes (1997, 1998) la heterogeneidad modelo de comerciante en un modelo de agentes heterogéneos dinámica con la interacción comerciante



y la conmutación cree. Su enfoque se diferencia de los modelos fundamentales en que explícitamente modelos de diferentes tipos de comportamiento limitadamente racionales. Este último modelo destaca el papel de la heterogeneidad de las expectativas de los agentes económicos y parece una forma aceptable para explicar la dinámica de precios de los activos, incluyendo el tipo de cambio como lo desarrollan Brock y Hommes, (1998); Lux, (1998); Lux y Marchesi, (2000); Chiarella y Él , (2002). Por ejemplo, los modelos de agentes heterogéneos son capaces de replicar las características de los retornos del tipo de cambio; agrupamiento de la volatilidad, las colas gruesas de la distribución de los rendimientos y la ausencia de primer momento la previsibilidad y la reversión a la media reserva de largo plazo se replican por De Grauwe y Grimaldi (2005, 2006).

Es importante destacar que aunque los modelos de agentes heterogéneos se han popularizado sólo se ha hecho por cualquiera de simulaciones o derivaciones analíticas. La ventaja de este enfoque es que permite a los investigadores estudiar la mecánica del modelo de una manera puramente determinista; que da una visión clara sobre el efecto de los mecanismos en el modelo y los resultados son estilizados. La desventaja, sin embargo, es que el modelo no se enfrenta directamente con los datos financieros de la vida real. Por lo tanto, no está claro si los mecanismos descritos formalmente en los modelos de agentes heterogéneos están realmente presentes en la dinámica de los mercados financieros, a pesar del hecho de que los modelos son capaces de reproducir las características observadas en los mercados de cambio.

Aunque la heterogeneidad de enfoque agentes es intelectualmente satisfactoria, el modelo de heterogeneidad apenas ha sido estimado con los datos financieros empíricos debido a la naturaleza no lineal del modelo que (principalmente) surge de la existencia del mecanismo que gobierna la conmutación entre las creencias. Recientemente, este problema ha sido explorado, ya sea directa o indirectamente por una serie de documentos. Como un ejemplo temprano, Shiller (1984) presenta un modelo con los comerciantes de dinero inteligentes racionales y los inversores comunes y muestra que la proporción de los agentes de cambio inteligentes varía considerablemente durante el período de 1900 a 1983, asumiendo el efecto de los inversores comunes a ser cero. Vigfusson (1997) y Ahrens y Reitz (2005) han tratado de desviarse del problema del mecanismo de conmutación no lineal mediante su sustitución

por un enfoque de cambio de régimen de Markov. Baak (1999) y Chavas (2000) encuentran evidencia significativa de la heterogeneidad de agentes en el mercado de la carne mediante la aplicación de un enfoque de Kalman-filtro. Intermitente y Gilli (2001, 2004) estiman un modelo de agentes heterogéneos indirectamente, reduciendo al mínimo la pérdida de una función que consiste en la curtosis y ARCH-estimaciones de los datos simulados mediante el ajuste de los coeficientes del modelo. Reitz y Westerhoff (2003) estiman un modelo de chartistas y fundamentalistas con el mecanismo de conmutación de los tipos de cambio al asumir el peso de los operadores técnicos para ser constante y el peso de los operadores fundamentales que dependen de la desalineación entre el mercado y el precio fundamental. Boswijk et al. (2007), De Jong et al. (2009a, b), y Frijns et al. (En prensa) se encuentran entre los pocos estudios que plenamente.

## Capítulo II. Modelo de agentes racionales y homogéneos

En esta sección se introducen las principales características de la economía. Se considera una economía pequeña y abierta, que produce un solo bien perecedero, este bien puede ser destinado tanto a la producción como al consumo. Los consumidores son homogéneos, en el sentido de que tienen las mismas preferencias y dotaciones. Cualquier persona en esta economía es un agente representativo. Conviven tres tipos de agentes: los consumidores, las empresas y el gobierno.

### II.1 Estructura de la economía

En este apartado se trabaja bajo los supuestos típicos del modelo clásico en los que la economía produce dos bienes. El bien 1 puede ser consumido o usado en la producción del bien 2. El bien 2 sólo puede ser consumido.

El modelo se presenta una economía monetaria, pequeña y abierta, con agentes adversos al riesgo y con expectativas racionales, tiene como objetivo analizar y determinar las decisiones de consumo y portafolio en un ambiente de riesgo e incertidumbre en el mercado cambiario.

En el enfoque monetario que se plantea en este trabajo se asume la relación existente entre la balanza de pagos de un país y su oferta monetaria. Dicha relación sugiere que las variaciones de las reservas del banco central pueden ser interpretadas como el resultado de cambios en el mercado de dinero. En este sentido, el enfoque monetario es frecuentemente explicado con modelos que relacionan la balanza de transacciones oficiales con la evolución del mercado de dinero. Una versión del enfoque monetario que involucra el tipo de cambio es el efecto Fisher. En este caso, se supone que los precios de los bienes son flexibles, esto implica que la moneda de un país se deprecia cuando su tasa de interés nominal aumenta debido a la mayor inflación esperada en el futuro. El modelo propuesto en este trabajo está basado en el enfoque monetario con precios flexibles e incorpora un entorno estocástico en donde el movimiento geométrico browniano modela la dinámica de las variables de interés.

Las empresas en cada sector son atomísticas y están programadas para maximizar beneficios ( $\pi$ ). Como operan en competencia perfecta, tratan a los precios paramétricamente y no enfrentan restricciones de cantidad ni en el mercado de bienes ni en el de trabajo. Sus

decisiones de producción y empleo se pueden entonces derivar de los siguientes programas. Adicionalmente las firmas se suponen idénticas y comparten la misma tecnología:

$$f(n_t^d) = An_t^d,^4$$

En el mercado internacional se produce y consume un sólo una bien y no hay restricción al comercio. Si la economía es pequeña es tomadora de precios, por tanto el precio del bien esta dado por el mercado internacional. Un supuesto adicional, en esta economía, se paridad de poder adquisitivo (PPA) se mantiene. La relación entre los precios internos y externos es el tipo de cambio nominal, dada por  $P_t = P_t^* E_t$ , donde  $P_t$ : es el nivel general de precios de la economía doméstica;  $P_t^*$ : es el nivel general de precios del resto del mundo y  $E_t$ : es el tipo de cambio nominal. Con lo anterior se deducen las siguientes tasas de crecimiento:

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = \pi, \quad \frac{\dot{P}_t^*}{P_t^*} = \pi^* \quad \text{y} \quad \frac{\dot{E}_t}{E_t} = \varepsilon$$

donde  $\pi$ : es la tasa de inflación doméstica,  $\pi^*$ : es la tasa de inflación del resto del mundo, y  $\varepsilon$ : es la tasa de depreciación del tipo de cambio. Debido a que se asume PPA la tasa de inflación doméstica es igual a:

$$\pi = \pi^* + \varepsilon. \tag{1}$$

y la tasa de interés doméstica está dada por:

$$r = i - \pi \tag{2}$$

donde  $i$  es la tasa de interés nominal doméstica. Si hablamos de una economía pequeña, se puede reescribir como  $r = r^*$  donde  $r^*$  es la tasa de interés real extranjera. Por simplicidad, en lo sucesivo, se supone que  $P_t^*$  es constante e igual a la unidad,  $P_t^* = 1$ , lo que implica  $\pi^* = 0$ , por lo que la tasa de interés doméstica depende solo de la tasa de depreciación del tipo de cambio,  $\pi = \varepsilon$ . Si se sustituye (1) en (2), se sigue:

---

<sup>4</sup> Aunque convencionalmente la literatura expresa que la  $t$  entre paréntesis al lado de la variable de interés representa al tiempo continuo, en este trabajo se utilizará, por simplicidad, la  $t$  subíndice para expresar tiempo continuo.

$$r^* = i - \pi = i - \varepsilon. \quad (3)$$

## II.2 El problema del Consumidor

El agente representativo quiere maximizar su utilidad. Se mencionó que en esta economía, en particular, se produce y consume un solo bien genérico. El agente representativo obtiene un ingreso por su trabajo que depende del número de horas que asigna al trabajo lo que constituye el salario real por unidad de tiempo,  $wn_t^s$ . Se supone, además, que el consumidor demanda saldos monetarios reales

$$m_t^d = \frac{M_t}{P_t} \quad (4)$$

Este consumidor, en particular, incluye en su riqueza la tenencia de saldos monetarios reales

$$f_t = \frac{\dot{F}_t}{F_t} \quad (5)$$

donde  $M_t$ : son los saldos monetarios para cada individuo. Finalmente, el consumidor tiene acceso a la tenencia de un bono libre de riesgo, emitido por el Gobierno,  $b_t = B_t / P_t$ , donde  $B_t$  es el precio nominal de este activo y paga una tasa de interés  $r^*$ . El consumidor será considerado a su vez un inversionista cuyos rendimientos estan dados por  $\Pi_t$ . Y la restricción presupuestal esta dada por:

$$\dot{m}_t^d + \dot{b}_t + \dot{F}_t = r^* b_t - \pi m_t^d + wn_t^s + \varepsilon F_t - c_t + \Pi_t \quad (6)$$

El objetivo del consumidor racional es maximizer su utilidad total destontada de su consumos,  $c_t$ , los saldos monetarios reales  $m_t$ , y el ocio  $l_t^d = 1 - n_t^s$ . La utilidad total descontada esta dada por la siguiente ecuación:

$$\int_0^{\infty} u(c_t, m_t, l_t^d, F_t) e^{-\rho t} dt \quad (7)$$

donde  $u = u(c_t, m_t^d, l_t^d, F_t) = \ln(c_t) + \alpha_1 \ln(m_t^d) + \alpha_2 \ln(1 - n_t^s) + \alpha_3 \ln(F_t)$  es la función de utilidad. Así el problema de maximización de este consumidor es un problema de optimización intertemporal

$$\text{Maximize } \int_0^{\infty} [\ln(c_t) + \alpha_1 \ln(m_t) + \alpha_2 \ln(1 - n_t) + \alpha_3 \ln(F_t)] e^{-\rho t} dt$$

Sujeto a:

$$\dot{m}_t^d + \dot{b}_t + \dot{F}_t = r^* b_t - \pi m_t^d + w n_t^s + \varepsilon F_t - c_t + \Pi_t$$

donde  $\rho$  es la tasa subjetiva de descuento, y  $m_0^d$  y  $b_0$  están dados. Para simplificar el análisis se supone que la tasa subjetiva de descuento es igual a la tasa de interés  $\rho = r^*$ . Es necesario resaltar que el supuesto anterior lleva al resultado que la tasa subjetiva de descuento  $\rho$  es un parámetro intertemporal de preferencia y  $r^*$  es la tasa de rendimiento del bono y coincide con  $\rho$ . Lo anterior ayudará a obtener resultados simples y estacionarios sobre las variables de decisión. Por otra parte se asume que  $\Pi_t = 0$ ; y posteriormente se tratará el caso de las firmas. Con los supuestos anteriores, la restricción presupuestal sigue que:

$$\dot{m}_t^d + \dot{b}_t + \dot{F}_t = r^* b_t - \pi m_t^d + w n_t^s + \varepsilon F_t - c_t \quad (8)$$

y se puede reescribir de la siguiente forma:

$$a_0 = \int_0^{\infty} (c_t + \dot{m}_t^d + \pi m_t^d + \dot{F}_t - \varepsilon F_t - w n_t^s) e^{-r^* t} dt. \quad (9)$$

El Lagrangiano,  $L(c_t, m_t, l_t^d, F_t, \lambda)$ , que se asocia con el problema de maximización (7) sujeto a (9) está dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (\ln(c_t) + \alpha_1 \ln(m_t^d) + \alpha_2 \ln(1 - n_t^s) + \alpha_3 \ln(F_t)) e^{-r^* t} \\ & - \lambda e^{-r^* t} (c_t + \dot{m}_t^d + \pi m_t^d + \dot{F}_t - \varepsilon F_t - w n_t^s + \Pi_t) \end{aligned}$$

donde  $\lambda$  es un multiplicador de Lagrange. Las condiciones de primer orden (o condiciones necesarias) para la solución son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_t^d} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{m}_t^d} \right) = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t^d} = 0, \quad \text{y} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_t} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{F}_t} = 0$$

Dado que la función logarítmica es cóncava, las condiciones anteriores son, también, suficientes (vease Venegas-Martínez, 2006). Las ecuaciones anteriores son también conocidas como ecuaciones de Euler-Lagrange. Al obtener las derivadas anteriores obtenemos los siguientes resultados:

$$c_t = \frac{1}{\lambda}, \quad (10)$$

$$m_t^d = \frac{\alpha_1}{\lambda(r^* + \pi)} = \frac{\alpha_1}{\lambda(r^* + \varepsilon)}, \quad (11)$$

$$\dot{m}_t^d = 0, \quad (12)$$

$$n_t^s = 1 - \frac{\alpha_2}{\lambda} \left( \frac{1}{w} \right). \quad (13)$$

$$F_t = \frac{\alpha_3}{\lambda(r - \varepsilon)}$$

Para obtener a  $\lambda$ , las ecuaciones (10)-(13) deben ser sustituidas en (9), de tal forma que

$$\begin{aligned} b_0 &= \int_0^\infty \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{\alpha_1}{A + \varepsilon} \right) - \frac{\varepsilon}{\lambda} \left( \frac{\alpha_1}{r + \varepsilon} \right) - w \left( 1 - \frac{\alpha_2}{\lambda w} \right) \right) e^{-r^* t} dt \\ &= \frac{1}{\lambda r^*} \left( 1 + \varepsilon \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{r + \varepsilon} \right) + \alpha_2 \right) \end{aligned}$$

Lo que implica

$$\frac{1}{\lambda} = (ra_0 + w) \left( 1 + \varepsilon \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{r + \varepsilon} \right) + \alpha_2 \right)^{-1}. \quad (14)$$

### II.3 Comportamiento de las firmas

Para simplificar el análisis se supone que las firmas tienen rendimientos marginales constantes, esto es,  $f(n_t^d) = An_t^d$ , donde  $A$  es una constante para el producto marginal del trabajo. Como operan en competencia perfecta, tratan a los precios paramétricamente y no enfrentan restricciones de cantidad ni en el mercado de bienes ni en el de trabajo. Sus decisiones de producción y empleo se pueden entonces derivar de los siguiente tecnología.

$$\Pi_t = f(n_t^d) - wn_t^d. \quad (15)$$

Para maximizer los beneficios se requiere  $f'(n_t^d) - w$ , o  $w = A$ . El equilibrio en el mercado de trabajo se encuentra en:

$$n_t = 1 - \frac{\left(\frac{ra_0 + w}{w}\right)\alpha_2}{1 + \varepsilon \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_3}{r + \varepsilon}\right) + \alpha_2} = 1 - \frac{(ra_0 + A)\alpha_2}{A \left(1 + \varepsilon \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_3}{r + \varepsilon}\right) + \alpha_2\right)}. \quad (16)$$

## II. 4 Bienestar económico

El bienestar económico (o utilidad indirecta),  $W$ , se obtiene al sustituir las decisions óptimas dadas en (10), (11) y (13) en la función de utilidad directa (6), como sigue

$$W = \int_0^\infty \left[ \ln \left( \frac{(r^* b_0 + w)}{\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{(r^* + \varepsilon)} + \varphi_2\right)} \right) + \varphi_1 \ln \left( \frac{(r^* b_0 + w)\varphi_1}{\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{(r^* + \varepsilon)} + \varphi_2\right)(r^* + \varepsilon)} \right) + \varphi_2 \ln \left( \frac{\varphi_2(r^* b_0 + A)}{A \left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{r^* + \varepsilon} + \varphi_2\right)} \right) \right] e^{-r^* t} dt$$

Para obtener la solución se aplica la condición de transversalidad  $\int_0^\infty r^* e^{-r^* t} dt = 1$

$$W = \frac{1}{r^*} \left[ \ln \left( \frac{(r^* b_0 + w)}{\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{(r^* + \varepsilon)} + \varphi_2\right)} \right) + \varphi_1 \ln \left( \frac{\varphi_1(r^* b_0 + w)}{\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{(r^* + \varepsilon)} + \varphi_2\right)(r^* + \varepsilon)} \right) + \varphi_2 \ln \left( \frac{\varphi_2(r^* b_0 + A)}{A \left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{r^* + \varepsilon} + \varphi_2\right)} \right) \right]$$

Lo anterior puede ser visto como que el bienestar económico depende de la tasa de depreciación del tipo de cambio, de la tasa de interés, de parámetros de preferencia, y de las



dotaciones iniciales. Pasamos ahora a evaluar el impacto de las variables independientes sobre el bienestar. Nótese que la primera

$$W = \frac{1}{r^*} \left\{ \ln(r^*b_0 + w) - \ln\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{(r^* + \varepsilon)} + \varphi_2\right) + \varphi_1 \left( \ln(r^*b_0 + w) - \ln\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{(r^* + \varepsilon)} + \varphi_2\right)(r^* + \varepsilon) \right) + \varphi_2 \left( \ln(\varphi_2(r^*b_0 + A)) - \ln\left(A\left(1 + \frac{\pi\varphi_1}{r^* + \varepsilon} + \varphi_2\right)\right) \right) \right\} \quad (17)$$

cuando

$$\frac{\partial W}{\partial r^*} > 0,$$

Lo que significa que si la tasa de interés del resto del mundo incrementa el bienestar economico se reduce. Asimismo

$$\frac{\partial W}{\partial \varepsilon} < 0.$$

Por lo que si la tasa de depreciación se reduce el bienestar economico incrementa. Por ultimo es posible observar que:

$$\frac{\partial W}{\partial b_0} > 0$$

Lo que representa una relación positive entre el bienestar económico y el rendimiento de los bonos.

## Capítulo III. Bienestar económico y agentes heterogéneos

En esta sección se presenta un modelo estocástico con agentes heterogéneos en términos de sus grados de aversión al riesgo, cuyos resultados serán comparados con el caso de agentes homogéneos.

### III.1 Decisiones de consumo

En esta sección se presenta un modelo de agentes heterogéneos que describe el comportamiento de diversos consumidores-inversionistas que toman decisiones sobre su consumo y portafolio en una economía de riesgo e incertidumbre. Los agentes son heterogéneos en su grado de aversión al riesgo. Sin embargo son agentes con dotaciones idénticas y encuentran satisfacción al maximizar su consumo.

Se establece una función de utilidad de la siguiente forma:

$$U(c_t) = -e^{-\alpha c_t}, \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

Los consumidores en esta economía enfrentan el siguiente problema de maximización:

$$E \left[ \int_0^{\infty} -e^{-\alpha c_t} e^{-\rho t} N_0 e^{nt} dt \right]$$

cuya restricción está dada por:

$$\dot{k}_t = (A - \delta - n)k_t - c_t$$

y los consumidores tienen que maximizar:

$$\text{Maximizar} \int_{\rho=0}^{\infty} \left[ \int_{\alpha=0}^{\infty} \left( \int_{t=0}^{\infty} -e^{-\alpha c_t} e^{-\rho t} dt \right) \mu e^{-\mu \alpha} d\alpha \right] \lambda e^{-\lambda \rho} d\rho \quad (2)$$

donde

$$f(\alpha, \beta) = f(\alpha) f(\beta)$$

$$= \lambda \mu \int_{\rho=0}^{\infty} \int_{\alpha=0}^{\infty} \int_{t=0}^{\infty} -e^{-\alpha(\mu+c_t)} e^{-\rho(\lambda+t)} e^{-(\rho-n)t} dt d\alpha d\rho$$

### III.2 Crecimiento endógeno

Mediante un modelo de crecimiento endógeno, será resuelto el problema de maximización de los consumidores. Ahora bien, se supone que la asignación de recursos está dada por la identidad de la renta nacional (para una economía cerrada) y no por un sistema de precios. De esta manera,

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (3)$$

donde  $Y_t$  es el Producto Interno Bruto;  $I_t$  es la inversión neta o la cantidad de bienes que se destinan a la producción de bienes nuevos, es conducida por  $I_t : \dot{K} + \delta K_t$ ; por tanto  $i_t$  es la inversión percapita: y  $G_t$  es el gasto de gobierno.

Adicionalmente se supone que  $G_t = 0$  y  $Y_t = f(k_t) = Ak_t$

Se deben presentar las variables en términos per cápita

$$Y_t = C_t + i_t + g_t$$

$$\frac{Y_t}{N_t} = \frac{C_t}{N_t} + \frac{\dot{K}_t}{N_t} - \delta \frac{K_t}{N_t} + \frac{G_t}{N_t} \quad (4)$$

Donde:

$$\frac{\dot{N}_t}{N_t} = n$$

Para obtener el valor de  $\frac{\dot{K}_t}{N_t}$  se resuelve lo siguiente

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= \frac{d}{dt} \left( \frac{K_t}{N_t} \right) = \frac{N_t \dot{K}_t - K_t \dot{N}_t}{N_t^2} \\ &= \frac{\dot{K}_t}{N_t} - \frac{K_t}{N_t} \frac{\dot{N}_t}{N_t} \\ &= \frac{\dot{K}_t}{N_t} - kn \end{aligned}$$

Al sustituir la ecuación anterior en la ecuación (4) se tiene que la producción *per cápita* satisface:

$$Y_t = c_t + \dot{k}_t + k_t n + \delta k_t + g_t$$

$$Ak_t = c_t + \dot{k}_t + k_t n + g_t$$

$$\dot{k}_t = (A - n)k_t - c_t + g_t$$

El supuesto implícito es que la economía es una autarquía, por lo que  $g_t = 0$

$$\dot{k}_t = (A - n)k_t - c_t$$

De lo anterior se concluye que la producción se destina a tres fines: el consumo, la inversión que puede ser depreciada y la dotación de capital inicial a las nuevas generaciones.

Se supone que la producción se lleva a cabo por una empresa representativa que utiliza la tecnología

$$y_t = f(k_t) = Ak_t$$

Es decir, el producto marginal del capital es constante e igual a  $A$ . En lo que sigue, se supondrá que en todo momento  $y_t = f(k_t)$ . El valor presente,  $VP$ , de la empresa representativa estará dado por:

$$VP = \int_{t=0}^{\infty} (Ak_t - rk_t) e^{-rt} dt$$

donde  $r$  es el rendimiento que paga el capital. La condición de primer orden del problema de maximización del  $VP$  conduce a  $A = r$ . Así, el producto marginal del capital satisface que  $A = r$ .

### III.3 Preferencias heterogéneas

Para resolver el problema de maximización que enfrentan los consumidores es necesario resolver la integral.

Se integra con respecto de  $\alpha$

$$\frac{1}{\mu + c_t} \int_{\alpha=0}^{\infty} (\mu + c_t) e^{-\alpha(\mu+c_t)} d\alpha = \frac{1}{\mu + c_t}$$

Se integra con respecto de  $\rho$

$$\frac{1}{\lambda + t} \int_{\rho}^{\infty} (\lambda + t) e^{-\rho(\lambda+t)} d\rho$$

Se integra con respecto de t

$$\int_{t=0}^{\infty} \left( \frac{1}{\mu + c_t} \right) \left( \frac{1}{\lambda + t} \right) e^{nt} dt$$

s. a.

$$k_0 = \int_0^{\infty} c_t e^{-(A-n)t} dt$$

$$L = \frac{1}{(\mu + c_t)(\lambda + t)} e^{nt} - \gamma e^{-(A-n)t} = 0$$

$$c_t = \frac{e^{\frac{At}{2}}}{\sqrt{\gamma(\lambda + t)}} - \mu$$

Se debe determinar  $\gamma$  mediante:

$$\begin{aligned} k_0 &= \int_0^{\infty} c_t e^{-(A-n)t} dt \\ &= \int_0^{\infty} \left( \frac{e^{\frac{At}{2}}}{\sqrt{\gamma(\lambda + t)}} - \mu \right) e^{-(A-n)t} dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\left(\frac{A}{2}-n\right)t}}{\sqrt{\gamma(\lambda + t)}} dt - \int_0^{\infty} \mu e^{-(A-n)t} dt \end{aligned}$$

Si se establece que  $B = A - 2n > 0$  entonces:

$$k_0 = \frac{2e^{\frac{\gamma}{2}}}{\frac{B\lambda}{\sqrt{2\pi}}} \left[ \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{2\pi}} \right]$$

### III.4 Problema de maximización

Con las variables planteadas en las secciones anteriores es posible plantear el problema de maximización que enfrentan estos consumidores-inversionistas. Su problema esta dado por:

$$E \left[ \int_0^\infty -e^{-\alpha c_t} e^{-\rho t} N_0 e^{\rho t} dt \right]$$

s. a

$$k_t = (A - \delta - n)k_t - c_t$$

Para solucionarlo se plantea un hamiltoniano de la siguiente forma:

$$H = -e^{-\theta c_t} + \lambda_t [(A - \delta - n)k_t - c_t]$$

Donde  $\lambda_t$  es el precio sombra.

Se plantean las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = 0, \quad -\frac{\partial H}{\partial k_t} = \lambda_t - \lambda_t (\rho + \beta - n) \quad \text{y} \quad \frac{\partial \lambda_t}{\partial \lambda_t} = k_t$$

La primera condición de primer orden es conocida como la condición de control óptimo y conduce a lo siguiente:

$$\theta e^{-\theta c_t} - \lambda_t = 0$$

Por su parte la segunda ecuación es conocida como la ecuación adjunta e implica que:

$$-\lambda_t (A - \delta - n) = \lambda_t (\rho + \beta - n) - \lambda_t$$

Lo que se puede reescribir como:

$$\dot{\lambda}_t = (\rho + \delta + \beta - A)\lambda_t$$

Lo que implica la ecuación anterior es que  $\lambda_t$  es conducida por el movimiento geométrico browniano mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda_t = \lambda_0 e^{(\rho + \delta + \beta - A)t} \quad (5)$$

Dadas las ecuaciones anteriores, el consumo puede ser representado mediante la siguiente ecuación:

$$c_t = \frac{\ln(\theta) - \ln(\lambda_t)}{\theta} \quad (6)$$

Si se supone una condición de transversalidad

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{-(A - \delta - n)t} = 0$$

Entonces

$$\int_0^{\infty} c_t e^{-(A - \delta - n)t} dt = k_0$$

Y la solución a las variables de consumo y capital es<sup>5</sup>:

$$c_t = (A - \delta - n)k_0 - \frac{A - \rho - \delta - \beta}{\theta(A - \delta - n)} + \frac{A - \rho - \delta - \beta}{\theta} t$$

Y

$$k_t = k_0 + \frac{(A - \rho - \delta - \beta)}{\theta(A - \delta - n)} t > 0$$

En los resultados anteriores podemos observar que la depreciación en el tipo de cambio origina que los hogares disminuyan la tenencia de bonos gubernamentales, aumenten su

---

<sup>5</sup> La solución completa se presenta en el Anexo 1

tenencia de saldos reales y su demanda de créditos, es decir, aumenten la demanda de recursos para gasto; en los bancos comerciales.



## **Conclusiones**

En este trabajo se desarrollo un modelo económico en el que conviven agentes heterogéneos, solo en su grado de aversión al riesgo. La principal diferencia es la modelación del consumo intertemporal promedio a través de una visión más realista. Asimismo, es posible determinar de forma estilizada la función de bienestar y el capital. Esta implícito que los resultados obtenidos dependen de la función de utilidad y de las funciones de distribución de cada parámetro. Las cantidades obtenidas son parámetros fijos en el tiempo, al igual que en el caso de agentes homogéneos, lo cual significa que los porcentajes del capital y el consumo se mantienen fijas a lo largo del tiempo.

Un resultado importante es que la depreciación en el tipo de cambio tiene un impacto significativo sobre las decisiones de los agentes. Con la depreciación se disminuye la tenencia de bonos gubernamentales domésticos, aumenta la tenencia de saldos reales y la demanda de créditos, es decir, aumenta la demanda de recursos para gasto; en los bancos comerciales.

Finalmente es posible extender la investigación para obtener un modelación a través de heterogeneidad en sentidos menos convencionales, como agentes con gustos, dotaciones o expectativas diversas.

## Bibliografía

- Aghion, P., & Howitt, P. (2009). *The Economics of Growth*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology.
- Aghion, P., Bachetta, P., & Ranciere, R. (2006). *Exchange Rate Volatility and Productivity Growth: The Role of Financial Development*. Working Paper.
- Allen, & Taylor. (1990). Charts, noise and fundamentals in the London foreign exchange market. *Economic Journal*, 100(400), 49-59.
- Anderson, E. W., Ghysels, E., & Juergens, J. L. (2005). Do heterogeneous beliefs matter for asset pricing? *Review of Financial Studies*, 875-924.
- Ang, A., & Bekaert, G. (1998). Regime Switches in Interest Rates. *Journal of Economics and Business Statistics*, 163-182.
- Boswijk, H., Homes, C., & Manzan, S. (2007). Behavioral Heterogeneity in stock prices. *Journal of Economics Dynamics and Control*, 1938-1970.
- Chen, B., Peng, S., & Ping, W. (2009). Intergenerational Human Capital Evolution, Local Public Good Preferences, and Stratification. *Journal of Economics Dynamics and Control*, 745-757.
- Chow, G. (1979). Optimum control of stochastic differential equation systems. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 43-175.
- Clarida, R., Galí, J., & Gertler, M. (2000). Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability: Evidence and Some Theory. *Quarterly Journal of Economics*, 147-180.
- Ellen, t., & Zwinkels, R. (2009). Oil price dynamics: a behavioral finance approach with heterogeneous agents. Working Paper.
- Frankel, J., & Froot, K. (1987). Short-term and Long-term Expectations of the Yen/Dollar Exchange Rate: Evidence from Survey Data. *Journal of the Japanese and International Economies*, 1, 249-279.
- Gertler, M., & Grinols, E. L. (1982). Monetary Randomness and Investment. *Journal and Monetary Economics*, 239-258.
- Grinols, E. R., & Turnovsky, S. J. (1993). Risk in the Financial Market and Macroeconomic Equilibrium. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1-36.
- Jong, d., Verschoor, W., & Zwinkels, R. (2009). Behavioural heterogeneity and shift-contagion: Evidence from the Asian Crisis. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1929-1944.

- Palafox-Roca, O. A., & Venegas-Martínez, F. (2013). Consumption decisions in an economy with heterogeneous preferences defined by a bivariate distribution. *Economics Bulletin*, 993-1000.
- Shapiro, D. (2009). Evaluation of heterogeneous beliefs and asset valuation. *Journal of Mathematical Economics*, 277-292.
- Shiller, R. J. (2000). Measuring bubble expectations and investor confidence. *Journal of Psychology and Financial Markets*, 1, 49-60.
- Sierra Juarez, G., & Ramírez Grajeda, M. (n.d.). Optimización de portafolios con agentes heterogéneos.
- Taylor, M., & Allen, H. (1992). The use of technical analysis in the foreign exchange market. *Journal of International Money and Finance*, 304-314.
- Turnovsky, S. J. (1993). Macroeconomic Policies, growth and welfare in a stochastic economic. *International Economic Review*, 953-971.
- Venegas, F. (2001). Temporary Stabilization: a Stochastic Analysis. *Analysis Journal of Economics Dynamics and Control*, 1429-1449.
- Venegas-Martínez, F. (2006). Riesgos Financieros y Económicos: productos derivados y decisiones económicas bajo condiciones de incertidumbre. México: Thompson.
- Venegas-Martínez, F., & Polanco Gaytán, M. (2011). *Macroeconomía Estocástica*. Colima: Universidad de Colima.
- Vissing-Jorgensen, A. (2003). Perspective on behavioral finance: does 'irrationality' disappear with wealth? Evidence from expectations and actions. *NBER Macroeconomics Annual*.
- Vrolijk, C. (1997). Derivatives Effect on Monetary Policy Transmission. *IMF Working papers*.
- Wellford, C. P. (1989). A Laboratory Analysis of Price Dynamics and Expectations in the Cobweb Model. *Discussion Paper*.
- Williams, A. W. (1987). The Formation of Price Forecasts in Experimental Markets. *Journal of Money*, 277-292.